



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

ANÁLISIS DE LA DISPERSIÓN DE PROTONES Y  
ANTI-PROTONES EN ACELERADORES DE  
PARTÍCULAS Y EN RAYOS CÓSMICOS

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
FÍSICO

P R E S E N T A:  
MAURO ALEJANDRO SÁNCHEZ HERTZ

DIRECTOR DE TESIS:  
DR. JORGE ALBERTO PÉREZ Y PERAZA

JURADO:  
DR. LUKAS NELLEN FILLA  
DR. HERMES LEÓN VARGAS  
DR. VICTOR MANUEL VELASCO HERRERA  
DR. MANUEL ÁLVAREZ MADRIGAL



Ciudad Universitaria

Agosto de 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Hoja de Datos del Jurado

### 1. Datos del alumno

Sánchez

Hertz

Mauro Alejandro

55 37 63 21

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Física

086061975

### 2. Datos del tutor

Dr.

Jorge Alberto

Pérez y

Peraza

### 3. Datos del sinodal 1

Dr.

Lukas

Nellen

Filla

### 4. Datos del sinodal 2

Dr.

Hermes

León

Vargas

### 5. Datos del sinodal 3

Dr.

Víctor Manuel

Velasco

Herrera

### 6. Datos del sinodal 4

Dr.

Manuel

Álvarez

Madrigal

### 7. Datos del trabajo escrito

Análisis de la Dispersión de Protones y Anti-Protones en Aceleradores de Partículas y en Rayos Cósmicos

98 p.

2014

A mis padres:  
Dr. Apolinar Lorenzo Sánchez Martínez  
Dra. Matilde Josefina Hertz Ortíz  
por todo su apoyo incondicional a lo largo de toda mi vida.

A mis hermanos:  
Ing. Eduardo Salvador  
Lcda. Reyna Karina  
Arq. Erwin Lorenzo  
Lic. Omar Hahnemann  
A todos mis abuelos, tíos, sobrinos y demás familiares  
por todos estos años de convivencia.

Agradezco al Dr. Jorge Alberto Pérez y Peraza  
del Instituto de Geofísica de la UNAM  
por su valiosa asesoría en la elaboración de este trabajo.

Agradezco a los Doctores:  
Dr. Lukas Nellen Filla. Instituto de Ciencias Nucleares. UNAM  
Dr. Hermes León Vargas. Instituto de Física. UNAM  
Dr. Víctor Manuel Velasco Herrera. Instituto de Geofísica. UNAM  
Dr. Manuel Álvarez Madrigal. ITESM. Campus Ciudad de México  
por sus valiosos comentarios sobre este trabajo.

## Índice.

Índice de Tablas. . . . .	iii
Índice de Figuras. . . . .	iv
Resumen. . . . .	1
Introducción. . . . .	2
Capítulo 1. Modelo de difracción múltiple para la dispersión elástica de hadrones. . . .	6
1.1. Amplitud de dispersión hadrónica. . . . .	6
1.2. El parámetro $\rho$ . . . . .	10
1.3. Parte real de la amplitud de dispersión hadrónica por medio de la fórmula de Martin. . . . .	13
1.4. Parte real de la amplitud de dispersión hadrónica por medio de la condición de Martini y Menon. . . . .	14
1.5. Cálculo de los parámetros asociados con el eikonal. . . . .	16
1.6. Obtención de los ajustes para los parámetros que dependen de la energía. . . .	18
1.7. Cálculo de las bandas de predicción para los ajustes de los parámetros que dependen de la energía. . . . .	20
Capítulo 2. Sección eficaz total $pp$ y $\bar{p}p$ . . . . .	25
2.1. Cálculo de la sección eficaz total $pp$ y $\bar{p}p$ . . . . .	25
2.2. Comparación del ajuste implementado en la presente Tesis con el que fue publicado en el New Journal of Physics, para la sección eficaz total $pp$ . . . . .	29
2.3. Cálculo de las bandas de predicción para la sección eficaz total $pp$ . . . . .	32
Capítulo 3. Obscurecimiento y expansión en la dispersión elástica $pp$ y $\bar{p}p$ . . . . .	36
3.1. Cálculo del obscurecimiento y la expansión. . . . .	36
3.2. Comparación de los resultados con algunos modelos geométricos e híbridos del eikonal. . . . .	42

---

3.3. Algunos puntos de vista teóricos. . . . .	45
Capítulo 4. Secciones eficaces totales $pp$ en los experimentos de rayos cósmicos. . . . .	47
4.1. Cascadas atmosféricas extensas. . . . .	47
4.2. Profundidad máxima $X_{max}$ en una cascada atmosférica y su relación con la sección eficaz de producción de partículas $\sigma_{p-aire}^{prod}$ . . . . .	47
4.3. Obtención de la sección eficaz total $pp$ por las Colaboraciones: Fly's Eye y Akeno. . . . .	51
4.4. Obtención de la sección eficaz total $pp$ por la Colaboración Pierre Auger. . . . .	55
Conclusiones y observaciones finales. . . . .	62
Apéndice A. Secciones eficaces diferenciales $pp$ y $\bar{p}p$ . La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	63
Apéndice B. Secciones eficaces diferenciales $pp$ y $\bar{p}p$ . La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó por medio de la condición de Martini y Menon. . . . .	69
Apéndice C. Forma explícita de la función $\Omega$ . . . . .	75
Bibliografía. . . . .	77

## Índice de Tablas.

1.1. Valores experimentales de $\rho$ obtenidos en los aceleradores de partículas. . . . .	12
1.2. Valores obtenidos para los parámetros que dependen de la energía: $C$ , $\alpha^{-2}$ y $\lambda$ . En la segunda columna, $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$ . Para la dispersión $pp$ se utilizaron las energías de 13.8 a 62.5 GeV. Para la dispersión $\bar{p}p$ las energías de 546, 630 y 1800 GeV. .	18
2.1. Sección eficaz total $pp$ . En la segunda columna se muestran los valores calculados por medio de (2.1) y de los ajustes para $C$ (1.36), $\alpha^{-2}$ (1.37) y $\lambda$ (1.38). En la tercera columna se muestran los datos experimentales obtenidos en los aceleradores de partículas y en los experimentos de rayos cósmicos. . . . .	28
2.2. Sección eficaz total $pp$ . En la segunda columna se muestran los valores calculados por medio del ajuste desarrollado en la presente Tesis y en la tercera columna los valores correspondientes al ajuste que fue publicado en el NJP. En la cuarta columna la diferencia absoluta entre ambos. . . . .	30
2.3. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total $pp$ . En la tercera columna se muestran los valores obtenidos para la banda de predicción superior (UPL) y en la cuarta columna los valores para la banda de predicción inferior (LPL). En las columnas quinta y sexta se muestra la diferencia absoluta que hay entre las bandas de predicción con respecto al ajuste central. . . . .	35
3.1. Función de superposición inelástica (3.7) en el intervalo de energías $cm$ : $10-10^{10}$ GeV, para las regiones central ( $b = 0$ ) y periférica ( $b = 1 \text{ fm}$ ). . . . .	41



## Índice de Figuras.

1.1. Ajuste calculado para el parámetro $\rho$ (1.22), junto con los datos experimentales de los aceleradores (tabla 1.1). . . . .	12
1.2. Sección eficaz diferencial $pp$ (1.6) para $\sqrt{s} = 52.8$ GeV. La parte imaginaria de la amplitud de dispersión se calculó por medio de (1.26) y la parte real a través de la fórmula de Martin (1.27). Se muestran además los datos experimentales. . .	14
1.3. Sección eficaz diferencial $pp$ (1.6) para $\sqrt{s} = 52.8$ GeV. La parte real (1.32) y la parte imaginaria (1.33) de la amplitud de dispersión se calcularon usando el valor $\lambda = 0.099$ . Se muestran además los datos experimentales. . . . .	16
1.4. Ajuste obtenido para el parámetro $C$ (1.36) a partir de los datos de la tabla 1.2.	19
1.5. Ajuste obtenido para el parámetro $\alpha^{-2}$ (1.37) a partir de los datos de la tabla 1.2.	19
1.6. Predicciones para la cantidad adimensional $C\alpha^2$ junto con los valores de la tabla 1.2. . . . .	20
1.7. Ajuste obtenido para el parámetro $\lambda$ (1.38) a partir de los datos de la tabla 1.2.	21
1.8. Bandas de predicción calculadas para el ajuste del parámetro $C$ (1.36). . . . .	22
1.9. Bandas de predicción calculadas para el ajuste del parámetro $\alpha^{-2}$ (1.37). . . . .	23
1.10. Bandas de predicción calculadas para el ajuste del parámetro $\lambda$ (1.38). . . . .	23
2.1. Sección eficaz total $pp$ calculada por medio de (2.1) y de los ajustes para $C$ (1.36), $\alpha^{-2}$ (1.37) y $\lambda$ (1.38). Se muestran también los datos experimentales que han sido obtenidos en los aceleradores de partículas y en los experimentos de rayos cósmicos (ver tabla 2.1). . . . .	26
2.2. Sección eficaz total $pp$ (la misma de la figura 2.1) para el intervalo de energías $cm$ : 5–10 TeV. Donde se pueden ver con mayor claridad los datos experimentales para 7 y 8 TeV obtenidos por la Colaboración TOTEM del LHC, junto con los obtenidos por la Colaboración Akeno (ver tabla 2.1). . . . .	27
2.3. Sección eficaz total $pp$ (la misma de la figura 2.1) para el intervalo de energías $cm$ : 10–100 GeV. Donde se pueden ver con mayor claridad los datos obtenidos por el Fermilab y el ISR (ver tabla 2.1). . . . .	29
2.4. Sección eficaz total $pp$ . Comparación entre el ajuste desarrollado en la presente Tesis con el ajuste que fue publicado en el New Journal of Physics (NJP). Se muestran además los datos de los aceleradores de partículas y de los experimentos de rayos cósmicos (ver tablas 2.1 y 2.2). . . . .	31

2.5. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total $pp$ . Se muestran además los datos de los aceleradores de partículas y de los experimentos de rayos cósmicos (ver tablas 2.1 y 2.3). . . . .	33
2.6. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total $pp$ en el intervalo de energías $cm$ : 5–10 TeV. Se pueden ver también los datos obtenidos por el LHC para 7 y 8 TeV, junto con los de la Colaboración Akeno (ver tablas 2.1 y 2.3). . . . .	34
2.7. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total $pp$ en el intervalo de energías $cm$ : 10–100 GeV. Se muestran además los datos experimentales obtenidos por el Fermilab y el ISR (ver tablas 2.1 y 2.3). . . . .	34
3.1. Variación de la opacidad (1.14) conforme aumenta la energía $cm$ . Para la dispersión $pp$ se muestran las energías: 23.5, 52.8, 7000 y 8000 GeV. Para la dispersión $\bar{p}p$ las energías: 546 y 1800 GeV. . . . .	37
3.2. Variación del contorno (3.6) conforme aumenta la energía $cm$ . Para la dispersión $pp$ se muestran las energías: 23.5, 52.8, 7000 y 8000 GeV. Para la dispersión $\bar{p}p$ las energías: 546 y 1800 GeV. . . . .	38
3.3. Variación de la superposición inelástica (3.7) conforme aumenta la energía $cm$ . Para la dispersión $pp$ se muestran las energías: 23.5, 52.8, 7000 y 8000 GeV. Para la dispersión $\bar{p}p$ las energías: 546 y 1800 GeV. . . . .	38
3.4. Radio hadrónico calculado por medio de (3.9) para la dispersión $pp$ y $\bar{p}p$ . . . . .	39
3.5. Función de superposición inelástica (3.7) en el intervalo de energías $cm$ : 10–10 <sup>3</sup> GeV, para algunos valores fijos del parámetro de impacto $b$ . . . . .	40
3.6. Función de superposición inelástica (3.7) en el intervalo de energías $cm$ : 10–10 <sup>5</sup> GeV, para las regiones central ( $b = 0$ ) y periférica ( $b = 1$ fm). . . . .	41
3.7. Superposición inelástica obtenida en la presente Tesis (3.7), junto con la obtenida por Glauber y Velasco (3.10) (líneas punteadas), para las energías $cm$ de 52.8 y 546 GeV. . . . .	43
3.8. Radio hadrónico calculado para la dispersión $pp$ por medio de (3.9), junto con los calculados por los siguientes autores: Hüfner y Povh (3.15); Gotsman et al. (3.16); Martini y Menon (3.9) y (3.19). . . . .	44
4.1. Función de distribución del número de electrones presentes en una cascada atmosférica (4.1) vs. la profundidad atmosférica, implementada por Gaisser-Hillas [17, 115]. Donde los parámetros: $E = 1.3 \times 10^{18}$ eV y $X_{max} = 727 \pm 33$ g cm <sup>-2</sup> producen el mejor ajuste. . . . .	48
4.2. Distribución de los resultados de $X_{max}$ calculados en el experimento Fly's Eye [17], para datos con errores de ajuste: $\delta x < 125$ g cm <sup>-2</sup> . La pendiente del decaimiento exponencial es $\Lambda_m = 73 \pm 9$ g cm <sup>-2</sup> . . . . .	49

- 
- 4.3. Simulación por computadora de la distribución de  $X_{max}$  calculada por Prike [116]. Donde también se muestra un ajuste obtenido para el decaimiento exponencial de la curva. . . . . 50
- 4.4. Equivalencia entre la pendiente nuclear  $B$  y  $\sigma_{tot}^{pp}$ . Las cinco curvas corresponden a diferentes valores de  $\sigma_{p-aire}^{prod}$ : 440, 490, 540, 590 y 640 mb; donde el valor central corresponde al publicado en el experimento Fly's Eye [17] y los demás a  $\pm 1\delta$  y  $\pm 2\delta$ . La línea negra segmentada es un ajuste calculado para  $B$  en función de  $\sigma_{tot}^{pp}$ , presentado por Block, Halzen y Stanev [118, 119], llamado el modelo Aspen, el cual utiliza un eikonal basado en QCD. El punto sobre la línea es el valor obtenido para  $\sqrt{s} = 30$  TeV por la Colaboración Fly's Eye [17]. . . . . 52
- 4.5. Ajuste del modelo de Aspen para  $\sigma_{tot}$ , donde los datos de aceleradores están representados por cuadrados para la dispersión  $pp$  y por círculos para la dispersión  $\bar{p}p$ . La línea sólida es el ajuste para  $pp$  y la punteada el ajuste para  $\bar{p}p$  [118, 119]. 53
- 4.6. Ajuste del modelo de Aspen para  $\rho$ , donde los datos de aceleradores están representados por cuadrados para la dispersión  $pp$  y por círculos para la dispersión  $\bar{p}p$ . La línea sólida es el ajuste para  $pp$  y la punteada el ajuste para  $\bar{p}p$  [118, 119]. . . 53
- 4.7. Ajuste del modelo de Aspen para  $B$ , donde los datos de aceleradores están representados por cuadrados para la dispersión  $pp$  y por círculos para la dispersión  $\bar{p}p$ . La línea sólida es el ajuste para  $pp$  y la punteada el ajuste para  $\bar{p}p$  [118, 119]. 54
- 4.8. Gráfica de la sección eficaz total  $pp$  (predicida) vs. la sección eficaz  $p$ -aire (medida), usando el calculo de la figura 4.4. . . . . 54
- 4.9. Ajuste del modelo de Aspen (con eikonal basado en QCD) para la sección eficaz total vs.  $\sqrt{s}$ . La línea sólida es para la dispersión  $pp$  y la punteada para  $\bar{p}p$ . Los datos experimentales de rayos cósmicos (Fly's Eye y Akeno) fueron convertidos desde  $\sigma_{p-aire}^{prod}$  a  $\sigma_{pp}$  usando los resultados de la figura 4.8 y el valor de  $k = 1.349$  en el ajuste global. . . . . 56
- 4.10. Ajuste obtenido para  $\Lambda_\eta$  (línea roja). La distribución de  $X_{max}$  no está sesgada debido a la selección de un volumen de referencia aplicado en el rango del ajuste. 57
- 4.11. Resultado obtenido para la sección eficaz  $p$ -aire de producción de partículas, comparada con otros datos experimentales y modelos de predicción. Las barras de error interiores corresponden al error estadístico, mientras que las exteriores incluyen las incertidumbres sistemáticas para una fracción de helio del 25 % y 10 mb para la incertidumbre sistemática asociada a la fracción de protones. . . . . 59

4.12. Correlación entre el parámetro de pendiente elástica $B_{el}$ y la sección eficaz inelástica $pp$ dentro del contexto de Glauber. La línea sólida indica la combinación de parámetros que producen la sección eficaz de producción $p$ -aire observada, mientras que las líneas punteadas corresponden a las incertidumbres estadísticas. El área sombreada describe a las predicciones de SIBYLL, QGSJET, QGSJETII y EPOS. . . . .	60
4.13. Comparación de la sección eficaz inelástica $pp$ con los modelos de predicción y los datos experimentales de aceleradores. También se muestran las secciones eficaces de dos modelos típicos de alta energía, PYTHIA6 [130] y PHOJET [131, 132]. Las barras de error interiores corresponden al error estadístico, mientras que las exteriores a las incertidumbres sistemáticas. . . . .	61
A.1. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 13.8$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	63
A.2. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 19.4$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	64
A.3. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 23.5$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	64
A.4. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 30.7$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	65
A.5. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 44.7$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	65
A.6. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 52.8$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	66
A.7. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 62.5$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	66
A.8. Sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ para $\sqrt{s} = 546$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	67
A.9. Sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ para $\sqrt{s} = 630$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	67
A.10. Sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ para $\sqrt{s} = 1800$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin. . . . .	68
B.1. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 13.8$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	69
B.2. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 19.4$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	70

---

B.3. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 23.5$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	70
B.4. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 30.7$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	71
B.5. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 44.7$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	71
B.6. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 52.8$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	72
B.7. Sección eficaz diferencial $pp$ para $\sqrt{s} = 62.5$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	72
B.8. Sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ para $\sqrt{s} = 546$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	73
B.9. Sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ para $\sqrt{s} = 630$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	73
B.10. Sección eficaz diferencial $\bar{p}p$ para $\sqrt{s} = 1800$ GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon. . . . .	74

## Resumen.

Un proceso importante en la física de hadrones es la dispersión elástica  $pp$  (protón-protón) y  $\bar{p}p$  (antiprotón-protón). A pesar de la cantidad de datos actualmente disponibles y de los modelos descriptivos de estos datos, todavía no se tiene una descripción satisfactoria basada en la Cromodinámica Cuántica (QCD) que sea ampliamente aceptada para tratar este proceso dinámico. La teoría QCD perturbativa no puede ser extendida a la región de interacciones débiles y la teoría QCD no-perturbativa no es capaz de predecir estados de dispersión. Se han hecho aproximaciones basadas en QCD tratando de explicar el fenómeno, que han sido exitosas al describir los procesos en donde hay mucho momento transferido, donde los quarks, que son las partículas que componen a los hadrones, se comportan como si fueran partículas libres. En este caso, la aproximación perturbativa puede ser aplicada. Por otra parte, en la región con poco momento transferido, la llamada región de colisiones suaves, la constante de acoplamiento efectiva en las interacciones fuertes es grande y por lo tanto, la aproximación perturbativa no puede ser aplicada. En la ausencia de una descripción QCD para este fenómeno, se han utilizado modelos y aproximaciones fenomenológicos para tratar de encontrar conexiones entre los datos experimentales y modelos teóricos.

La retroalimentación fenomenológica ha sido una importante fuente para obtener nuevos puntos de vista. Los modelos geométricos basados en la teoría de difracción múltiple de primer orden de Glauber [1–5] son un ejemplo típico. Aunque este formalismo no proporcione del todo una respuesta final a este proceso, es un marco de referencia útil en la investigación de suposiciones geométricas y dinámicas para reproducir los datos experimentales adecuadamente por medio de ajustes de datos (parametrizaciones).

Para este fin, desarrollamos en la presente Tesis un modelo para la dispersión elástica  $pp$  y  $\bar{p}p$ , en el marco de una aproximación puramente difractiva (geométrica). Las predicciones de este modelo mejoran las que hemos obtenido anteriormente en aproximaciones previas [6–10] y concuerdan razonablemente bien con los datos experimentales obtenidos en los aceleradores de partículas, para la sección eficaz diferencial y para la sección eficaz total, en las energías  $cm$  (centro de masa) desde 13.8 GeV hasta 7 y 8 TeV, es decir, hasta los datos encontrados recientemente por la Colaboración TOTEM en el LHC del CERN [11–15]. Del mismo modo, nuestros resultados concuerdan satisfactoriamente con los datos obtenidos para la sección eficaz total en los experimentos de rayos cósmicos, llevados a cabo por las siguientes Colaboraciones: (a) Colaboración Akeno, en las energías  $cm$  de 6 a 24 TeV [16]; (b) Colaboración Fly’s Eye, en 30 TeV [17] y (c) Colaboración Pierre Auger, en 57 TeV (cuyo resultado fue publicado en agosto de 2012) [18].

Además, discutiremos otros fenómenos importantes en la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$ , tales como el obscurecimiento y la expansión de los hadrones conforme aumenta la energía  $cm$ ; el significado físico del parámetro  $\rho$ ; entre otros más.

## Introducción.

Desde los años 30's del siglo XX hasta nuestros días, los experimentos realizados en los aceleradores de partículas y en los detectores de rayos cósmicos han traído a la luz mucho conocimiento sobre la estructura interna de la materia, ya que gracias a éstos se han descubierto una gran cantidad de partículas subatómicas y portadoras de fuerza, es decir, de fermiones y bosones. Los fermiones son los que forman la masa de la materia, mientras que los bosones son los que se encargan de aplicar a la materia las cuatro fuerzas fundamentales: electromagnetismo, fuerza nuclear fuerte, fuerza nuclear débil y fuerza de gravedad.

Al principio, los aceleradores utilizaban un haz de partículas que era acelerado hasta colisionar en contra de un blanco estacionario, pero la energía del centro de masa ( $cm$ ) que resultaba de la colisión crecía muy lentamente, lo cual limitaba el máximo de la energía a la cual podían realizarse los experimentos. En los aceleradores de los últimos 50 años (llamados también colisionadores), se utilizan dos haces de partículas propagándose en dirección contraria con la misma energía, de esta forma, cuando se produce el choque frontal entre ambos, la energía  $cm$  crece más rápidamente y se pueden realizar experimentos a energías más grandes.

En la presente Tesis, nos enfocaremos en los aceleradores en los que se han llevado a cabo colisiones entre hadrones (protones y anti-protones). Del mismo modo, analizaremos los experimentos de rayos cósmicos en donde se ha calculado la dispersión  $pp$  (protón-protón) de forma indirecta, a través de la dispersión protón-aire.

El primer colisionador de hadrones fue el Intersecting Storage Rings (ISR) puesto en funcionamiento en el CERN en 1971. La energía  $cm$  en la que funcionaba iba de 20 a 63 GeV. Los experimentos en el ISR revelaron un crecimiento logarítmico de la sección eficaz total en la dispersión  $pp$ , en energías donde se esperaba un crecimiento más lento [19].

Históricamente, el estudio de la sección eficaz total, la cual mide la probabilidad total de interacción, ha desempeñado un papel fundamental en la física nuclear y de partículas. Para energías  $cm$  de algunos cuantos GeV, la sección eficaz total en la dispersión de hadrones por lo general presenta una estructura complicada con picos o resonancias, lo cual revela la formación de estados hadrónicos excitados. En cambio, para altas energías, la sección eficaz total tiene un comportamiento más suave.

En los años 80's y 90's, estuvieron en funcionamiento los colisionadores  $\bar{p}p$  (antiprotón-protón), los cuales eran: (a) el SPS (Super Proton Synchrotron) del CERN y (b) el Tevatron de Illinois (Estados Unidos), que realizaron colisiones con energías  $cm$  más grandes, desde 500 GeV hasta 1.8 TeV, lo que trajo nuevo conocimiento sobre el proceso de crecimiento de las secciones eficaces totales [20–25]. Por otra parte, en los experimentos de rayos cósmicos realizados por las Colaboraciones Akeno [16] y Fly's Eye [17], se obtuvieron datos experimentales para energías  $cm$  desde 6 hasta 30 TeV, que también proporcionaron información



importante sobre este asunto.

En la presente década, en el LHC (Large Hadron Collider) del CERN, se han llevado a cabo, exitosamente, colisiones entre protones para energías  $cm$  de 7 y 8 TeV [11–15], las cuales han sido el eslabón que hacía falta para realizar la tan esperada conexión entre los datos experimentales de los aceleradores y de los detectores de rayos cósmicos. Por otra parte, la Colaboración Pierre Auger presentó resultados para la dispersión protón-aire en 57 TeV [18]; estos datos, junto con los presentados por el LHC, han servido para confirmar definitivamente el modo en que crecen las secciones eficaces totales en las interacciones  $pp$  y  $\bar{p}p$ .

Además de las secciones eficaces totales, también se ha investigado extensamente la dispersión elástica  $pp$  y  $\bar{p}p$ , principalmente en la región donde hay poco momento transferido ( $|t| \leq 2.0$  GeV), que es donde hay mayor cantidad de datos experimentales disponibles, aunque para algunas energías  $cm$  también se han obtenido datos en la región donde el momento transferido es más grande, proporcionando de este modo, información importante sobre el proceso dinámico que ocurre en las colisiones de altas energías.

Una importante característica que ha resultado del análisis de los datos experimentales, es el descubrimiento de que el rango efectivo de interacción en las colisiones hadrónicas se incrementa conforme aumenta la energía. Del mismo modo, se ha descubierto que la probabilidad de absorción también se incrementa. Es decir, que las partículas parecen expandirse y volverse más opacas para altas energías.

Es bien conocido, desde el punto de vista teórico, que todavía no se tiene una descripción satisfactoria basada en la Cromodinámica Cuántica (QCD) para la dispersión elástica de hadrones. La teoría QCD perturbativa no puede ser extendida a la región de interacciones débiles y la teoría QCD no-perturbativa no es capaz de predecir estados de dispersión. Se han hecho aproximaciones basadas en QCD para tratar de explicar el fenómeno, que han tenido un éxito notable en la descripción de procesos en donde hay mucho momento transferido, donde los constituyentes de los hadrones, es decir, los quarks, se vuelven hasta cierto punto como si fueran partículas libres. En este caso, la aproximación perturbativa puede ser aplicada. Por otra parte, en la región con poco momento transferido, la llamada región de colisiones suaves, la constante de acoplamiento efectiva en las interacciones fuertes es grande y por lo tanto, la aproximación perturbativa no puede ser aplicada. Esto explica el porqué no tenemos aún en el presente una teoría para la dispersión en altas energías, sin embargo, observamos la proliferación de varios modelos inspirados en QCD. Aunque el grueso de los datos experimentales ha sido descrito exitosamente por diferentes modelos en diferentes contextos, todavía no existe una aproximación que sea ampliamente aceptada y establecida.

A pesar de las dificultades arriba mencionadas, en lo que respecta a los procesos débiles, se han hecho importantes progresos en la teoría QCD no-perturbativa. Buscando una aproximación microscópica capaz de explicar los resultados fenomenológicos, Landshoff y Nachtmann asociaron el Pomerón al intercambio de dos gluones Abelianos con propagadores modificados [26]. Siguiendo este método, usando una representación funcional con matrices de dispersión y haciendo uso del eikonal, Nachtmann extendió la aproximación al caso de



gluones no-Abelianos [27]. De esta forma, las amplitudes quark-quark se asocian con una función de correlación gluónica. Sin embargo, ya que las cantidades físicas están conectadas con las amplitudes hadrón-hadrón, se vuelve un problema fundamental la construcción de estas amplitudes a partir de las más elementales. También se han hecho aproximaciones con modelos difractivos basados en QCD [28–30] y con modelos de intercambio de Pomerón [31, 32]

A falta de un modelo puramente teórico fundamentado en QCD para la dispersión elástica de hadrones, se han formulado varios modelos fenomenológicos tratando de encontrar conexiones entre los datos experimentales y principios generales, tales como la unicidad, analiticidad y simetría transversal, los cuales han probado ser exitosos en la comprensión y predicción del comportamiento de la amplitud hadrónica para altas energías. Se han hecho varias clasificaciones de modelos fenomenológicos de acuerdo a los principios generales en los cuales están basados, de este modo tenemos: modelos de escalado geométrico [33], modelos de difracción dominante [34], modelos de factorización con eikonal [35–39] y modelos de teoría del campo Reggeon [40]. Actualmente, los modelos más frecuentemente usados son: (a) modelos de amplitud analítica basados en soluciones de la derivada para las relaciones de dispersión y (b) modelos basados en el eikonal. En el contexto de (a), el trabajo ha sido hecho por varios autores [19, 41–47], sin embargo, el trabajo más completo y sistemático, ha sido desarrollado por la colaboración COMPETE [48–54], quienes han llevado a cabo parametrizaciones para la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$  por medio de siete parámetros estadísticos relacionados con los datos experimentales. Los resultados de esta forma obtenidos han sido de gran relevancia en el contexto de las interacciones hadrónicas. El trabajo desarrollado en la presente Tesis, cae dentro del ámbito de los modelos del tipo (b) que usan la teoría de difracción múltiple de primer orden, basándose en fórmulas para describir los factores de forma hadrónica y la amplitud de dispersión elemental contenidos en el eikonal.

En el capítulo 1, comenzamos con el desarrollo de la amplitud de dispersión hadrónica por medio de la teoría de difracción múltiple de primer orden de Glauber [1–5]. La aproximación se basa en fórmulas para el parámetro de impacto y el eikonal, donde este último está a su vez constituido por los factores de forma hadrónica y por la amplitud elemental (partón-partón). Para calcular las partes real e imaginaria de la amplitud de dispersión hadrónica, se utilizan parámetros dependientes de la energía  $cm$ , para los cuales se encuentran valores adecuados que nos permitan ajustar de forma satisfactoria los datos experimentales de las secciones eficaces diferenciales, obtenidos en los aceleradores de partículas, para las energías  $cm$  desde 13.8 a 1800 GeV, es decir, aquéllos cuyo funcionamiento fue anterior al LHC del CERN. Con los valores de esta forma obtenidos, procedemos, a continuación, a la obtención de ajustes para los parámetros dependientes de la energía, los cuales nos permitirán hacer extrapolaciones para energías mayores de 1800 GeV. Por otra parte, también se analizarán dos formas distintas de calcular la parte real de la amplitud hadrónica, una por medio de la fórmula de Martin [55] y otra, utilizando la condición que propusieron Martini y Menon [56].

En el capítulo 2, con la aproximaciones que se obtuvieron en el capítulo 1 para la amplitud de dispersión hadrónica y para los ajustes de los parámetros dependientes de la energía, se procede al cálculo de la sección eficaz total  $pp$  y  $\bar{p}p$  para el rango de energías  $cm$ :  $10-10^5$  GeV, comparándose los resultados con los datos experimentales obtenidos en los aceleradores de

partículas y en los detectores de rayos cósmicos, donde encontramos una buena aproximación con los valores, especialmente con los encontrados recientemente por el LHC del CERN para 7 y 8 TeV [12–15] y también, con los presentados por la Colaboración Pierre Auger para 57 TeV [18]. Además, hacemos una comparación con los resultados que obtuvimos en una aproximación previa, que fue publicada en el 2005 en el New Journal of Physics [6].

En el capítulo 3, se analiza una característica importante que se ha observado en la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$ , de que los hadrones se vuelven más grandes y más oscuros conforme aumenta la energía  $cm$ , es decir, que al mismo tiempo se incrementan el radio y también el grado de absorción en los hadrones. Para este análisis utilizamos un modelo basado en las funciones de superposición elástica e inelástica del parámetro de impacto. Hacemos también una comparación con los resultados obtenidos por otros autores.

En el capítulo 4, analizamos los métodos que se han utilizado en los experimentos de rayos cósmicos para obtener las secciones eficaces totales  $pp$ , a partir de las secciones eficaces inelásticas  $p$ -aire. Llevados a cabo por las Colaboraciones: Akeno [16], Fly’s Eye [17] y Pierre Auger [18]; así como también, los valores calculados por Nikolaev [57] y GSY [58], que hoy en día se sabe que estaban equivocados.

En los apéndices A y B, se muestran los resultados calculados para las secciones eficaces diferenciales, en las energías  $cm$  desde 13.8 hasta 1800 GeV, obtenidas en los siguientes aceleradores: Fermilab, ISR, SPS y Tevatron, cuyo funcionamiento fue anterior al LHC. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica fue calculada de dos formas distintas: (a) por medio de la fórmula de Martin (apéndice A) y (b) por medio de la condición de Martini y Menon (apéndice B).

Finalmente, en el apéndice C, se muestra la forma explícita para el cálculo de  $\Omega$  (que representa a la opacidad en la dispersión hadrónica) en función de los parámetros que están asociados con el eikonal.

# Capítulo 1. Modelo de difracción múltiple para la dispersión elástica de hadrones.

## 1.1. Amplitud de dispersión hadrónica.

Una forma de construir la amplitud hadrónica desde lo más elemental es por medio de la teoría de difracción múltiple de primer orden de Glauber [1–5]. Suponiendo que hay simetría azimutal (despreciando el spin) en la colisión de dos hadrones A y B, la aproximación relaciona al parámetro de impacto  $b$  y al eikonal  $\xi$  con la amplitud de dispersión hadrónica  $F$  por medio de:

$$F(q, s) = i \int_0^\infty [1 - e^{i\xi(b,s)}] J_0(qb) b db = i \langle 1 - e^{i\xi(b,s)} \rangle, \quad (1.1)$$

donde  $q^2 = -t$  es el cuadrado del cuadrimomento transferido,  $\sqrt{s}$  es la energía  $cm$ ,  $J_0$  la función Bessel de orden cero y los brackets angulares denotan la transformada de Fourier bi-dimensional simétrica. El eikonal a su vez se expresa como la transformada de Fourier del producto de los factores de forma hadrónica,  $G_A$  y  $G_B$ , por una amplitud elemental compleja  $f$  (partón-partón) [59, 60]:

$$\xi(b, s) = \langle G_A G_B f(q, s) \rangle. \quad (1.2)$$

Esta aproximación significa que para un tiempo cualquiera, un componente de un hadrón interactúa sólo con un componente del otro hadrón. Esto corresponde a la forma general del modelo de Chou-Yang una vez que asumimos una transformada de Fourier bien definida para la amplitud elemental [36].

Grandel y Weise [61], han mencionado la importancia de este sistema fenomenológico que trata de buscar conexiones entre los datos experimentales y esquemas de cálculo QCD no-perturbativos. Haciendo uso de la condición de Dosch y Krämer para la función de correlación gluónica [62–64], podemos calcular la amplitud elemental  $f$  en la aproximación para altas energías. Entonces, introduciendo una parametrización monopolar para los factores hadrónicos desconocidos en (1.2), la amplitud hadrónica (1.1) puede ser calculada y por consiguiente, también las tres observables físicas presentes en la dispersión de hadrones:

(i) La sección eficaz diferencial

$$\frac{d\sigma}{dq^2} = \pi |F(q, s)|^2. \quad (1.3)$$

(ii) La sección eficaz total

$$\sigma_{tot} = 4\pi \text{Im } F(0, s). \quad (1.4)$$

(iii) El parámetro  $\rho$

$$\rho = \frac{\operatorname{Re} F(0, s)}{\operatorname{Im} F(0, s)}. \quad (1.5)$$

Otra forma equivalente de expresar la sección eficaz diferencial (1.3) es la siguiente:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi [\operatorname{Re} F(q, s)^2 + \operatorname{Im} F(q, s)^2], \quad (1.6)$$

que es la que utilizaremos más frecuentemente.

Para la dispersión elástica  $pp$  y  $\bar{p}p$ , que es el caso que estamos estudiando, los factores de forma hadrónica son iguales, es decir,  $G_A = G_B$ , por lo que ambos pueden representarse simplemente con una  $G$ . De este modo, el eikonal (1.2) queda ahora definido por la siguiente expresión:

$$\xi(b, s) = \langle G^2 f(q, s) \rangle. \quad (1.7)$$

Donde el factor de forma hadrónica y la amplitud elemental compleja, se definen en función del momento transferido  $q$ , tal como sigue:

$$G = \left(1 + \frac{q^2}{\alpha^2}\right)^{-1} \left(1 + \frac{q^2}{\beta^2}\right)^{-1}, \quad (1.8)$$

$$f(q, s) = iC \frac{1 - (q^2/a^2)}{1 + (q^4/a^4)}, \quad (1.9)$$

donde  $\alpha^2$ ,  $\beta^2$ ,  $a^2$  y  $C$  son parámetros de valores reales, que serán descritos y calculados más adelante. El factor de proporcionalidad  $C$  de la amplitud elemental, también es conocido como “factor de absorción”.

De esta manera, usando la amplitud elemental (1.9), obtenemos la siguiente expresión para eikonal (1.7):

$$\xi(b, s) = i \langle G^2 \operatorname{Im} f(q, s) \rangle, \quad (1.10)$$

donde

$$\operatorname{Im} f(q, s) = C \frac{1 - (q^2/a^2)}{1 + (q^4/a^4)}. \quad (1.11)$$

La ecuación (1.9) concuerda con los resultados obtenidos por Furget, Buenerd y Valin [65] de un análisis que hicieron de la parte dinámica del eikonal. Aunque (1.8) y (1.9) se obtienen de pruebas empíricas, podemos mencionar las siguientes justificaciones para estas expresiones [66, 67]:

(i) Chou y Yang originalmente enunciaron la proporcionalidad entre el factor de forma hadrónica desconocido y el factor de forma electromagnética del protón [36]:

$$G \propto \left(1 + \frac{q^2}{\mu^2}\right)^{-2}, \quad \text{donde } \mu^2 = 0.71 \text{ GeV}^2.$$

Sin embargo, para una interacción de contacto ( $f=1$ ), no resulta satisfactoria la descripción de los datos de la sección eficaz diferencial arriba de  $t \approx 2.0 \text{ GeV}^2$ , aunque se introduzca una dependencia en la energía del parámetro  $\mu^2$  [35]. Esto puede sugerir que existen diferencias más profundas entre el factor de forma hadrónica y el factor de forma electromagnética. En este sentido, hacemos uso de una forma más general, sin suponer cualquier correspondencia directa con el factor de forma electromagnética, pero que tenga la siguiente característica: un decrecimiento monótono suave con el momento transferido y un comportamiento asintótico, es decir, que:

$$G \sim q^{-4} \quad \text{cuando} \quad q^2 \rightarrow \infty.$$

La doble polaridad de (1.8) cumple con estas consideraciones y también, al depender solamente de dos parámetros, es más adecuada para ajustes empíricos.

(ii) Varios autores presentaron evidencia de la existencia de un pozo (cambio de polaridad) para el eikonal en el espacio del momento transferido. Si uno supone una interacción de contacto (tal como en el modelo de Chou-Yang), se puede ver de (1.7), que este pozo debe presentarse en los factores de forma hadrónica (y entonces la conjetura de Chou-Yang fracasa). Sin embargo, para una interacción sin contacto, este pozo puede asociarse con la amplitud elemental  $f$  y posiblemente, con un patrón difractivo (pozo o borde) de la sección eficaz diferencial elemental (partón-partón). Esto parece muy razonable si pensamos que, de acuerdo a una aproximación difractiva para interacciones fuertes, podrían ocurrir fenómenos similares tanto a nivel hadrónico como a nivel partónico. Varios autores han implementado un término de corrección para el factor de forma electromagnética, introducido por Bourely et al. [68, 69], para representar una amplitud elemental:

$$\frac{1 - (q^2/a^2)}{1 + (q^2/a^2)}. \quad (1.12)$$

Esta expresión es adecuada para procedimientos que utilizan parametrizaciones, ya que solamente depende de un parámetro, que cambia de signo en  $q_0^2 = a^2$ , tal como se discutió anteriormente. Sin embargo, para obtener una transformada de Fourier ordinaria bien definida que describa la forma de la función elemental y principalmente, para asegurar que la sección eficaz diferencial elemental asociada tienda a cero cuando  $q^2 \rightarrow \infty$ , introducimos un cuadrado en el término  $q^2/a^2$  del denominador [66], lo cual nos lleva a la forma del factor que utilizamos en (1.9):

$$\frac{1 - (q^2/a^2)}{1 + (q^4/a^4)}. \quad (1.13)$$

Con esta modificación se cumplen todas las consideraciones anteriores. Por otra parte, esta elección concuerda con el análisis de la parte dinámica del eikonal obtenido por Furget et al. [65].

Resumiendo, la ecuación (1.8) es una representación adecuada del factor de forma hadrónica desconocido sin suponer cualquier correspondencia con el factor de forma electromagnética y además, la elección de (1.13) para la amplitud elemental (1.9) es la modificación de la función introducida por Bourrely et al. (1.12), pero en nuestro caso tiene una interpretación física distinta, ya que ésta representa un componente de la amplitud elemental y no una corrección del factor de forma electromagnética.

La segunda característica fundamental de nuestra aproximación tiene que ver con la estrategia para tratar la dispersión elástica  $pp$  y  $\bar{p}p$ . En su forma cruda, los modelos puramente geométricos no son capaces de tratar ambas reacciones a menos de que sean hechas algunas suposiciones adicionales. La forma más común es tomar en cuenta los principios o procedimientos generalmente aceptados de modo que las limitaciones sean también introducidas en el análisis de los parámetros. De acuerdo al principio de analiticidad, las amplitudes iniciales para la dispersión partícula-partícula y partícula-antipartícula vienen de la misma función analítica [70]. El aspecto analítico en los modelos geométricos puede ser tomado en cuenta considerando una constante de absorción compleja  $C$  [1-5, 71, 72] o aún un radio complejo [73]. Las diferencias entre las dos reacciones por lo general son abordadas en cualquiera de las siguientes dos formas distintas. En el rango de energías del ISR las diferencias se atribuyen en general a las contribuciones Regge, las cuales se espera que sean despreciables para altas energías [43, 44, 68, 69]. La otra suposición es la hipótesis del Odderón máximo, la cual predice un incremento en las diferencias conforme aumenta la energía, arriba de un punto de cruce cerca de la energía más alta del ISR [74, 75]. Tomando en cuenta estos aspectos, pensamos en la posibilidad de investigar este asunto desde un punto de vista muy diferente, tratando a ambas reacciones usando bases puramente fenomenológicas, es decir, sin utilizar suposiciones teóricas fuertes previas a un análisis empírico de los datos. Aunque en este paso inicial esto puede oscurecer algo de física, los resultados finales del análisis deben dar interpretaciones físicas y éstas, siendo independientes de las hipótesis anteriores, pueden ser comparadas con las predicciones de modelos fundamentados en otras suposiciones.

Basados en el hecho de que en la dirección frontal ( $q = 0$ ) se espera que la amplitud de dispersión sea esencialmente difractiva, iniciamos con el eikonal totalmente imaginario de la ecuación (1.10). A continuación, introducimos una función  $\Omega(b, s)$  de valores reales definida por:

$$\Omega(b, s) = \int_0^\infty G^2 \text{Im}f(q, s) J_0(qb) q dq = \langle G^2 \text{Im}f(q, s) \rangle, \quad (1.14)$$

que sustituyendo en el eikonal, resulta:

$$\xi(b, s) = i \Omega(b, s). \quad (1.15)$$

Utilizando la forma anterior en (1.1) obtenemos, finalmente, la siguiente expresión para la amplitud de dispersión hadrónica:

$$F(q, s) = i \int_0^\infty [1 - e^{-\Omega(b, s)}] J_0(qb) b db = i \langle 1 - e^{-\Omega(b, s)} \rangle. \quad (1.16)$$

Para el cálculo computacional de  $\Omega$  resulta más conveniente utilizar una expresión explícita de la forma:

$$\Omega(b, s) = C\{E_1K_0(\alpha b) + E_2K_0(\beta b) + E_3K_{ei}(ab) + E_4K_{er}(ab) + b[E_5K_1(\alpha b) + E_6K_1(\beta b)]\}, \quad (1.17)$$

donde  $K_0$  y  $K_1$  son las funciones de Bessel modificadas,  $K_{ei}$  y  $K_{er}$  las funciones de Kelvin y los coeficientes  $E_i$  son funciones de los parámetros asociados con el eikonal:  $\alpha^2$ ,  $\beta^2$ ,  $a^2$  y  $C$  (tal como se definieron en (1.8) y (1.9)). La ecuación (1.17) se describe con más detalle en el Apéndice C.

Por medio de la función  $\Omega$ , tenemos ahora una forma de calcular la amplitud de dispersión hadrónica (1.16) y por la tanto, también de la sección eficaz diferencial (1.6), a través de los parámetros:  $\alpha^2$ ,  $\beta^2$ ,  $a^2$  y  $C$ . De este modo, podemos hacer entonces, la comparación con los datos experimentales obtenidos en los aceleradores para las secciones eficaces diferenciales. El procedimiento para llevar esto a cabo se describirá con detalle en la sección 1.5. Sin embargo, hay que mencionar en este momento, que realizando los cálculos con la expresión de la amplitud hadrónica (1.16) se puede obtener una curva para la sección eficaz diferencial, la cual describe adecuadamente los datos experimentales, para cada energía, en todo el dominio del momento transferido, excepto en la región donde los datos coinciden con el pozo (cambio de signo) de la curva. Esto se debe al hecho de que tenemos, actualmente, una amplitud de dispersión totalmente imaginaria, por lo cual se produce un cero en la región del pozo. Para evitar que ocurra esto, debemos tomar en cuenta la parte real de la amplitud. Para este fin, utilizaremos dos formas distintas de calcularla, una con la fórmula de Martin [55] y otra por medio de la condición de Martini y Menon [56]. Pero, para el cálculo de la fórmula de Martin se necesitan los valores experimentales del parámetro  $\rho$  (1.5), por lo tanto, primero analizaremos este parámetro en la siguiente sección.

## 1.2. El parámetro $\rho$ .

$\rho$  es un valor experimental que se obtiene en los aceleradores de partículas, que es igual al cociente de la parte real entre la parte imaginaria de la amplitud de dispersión hadrónica para  $q = 0$  (1.5). En altas energías la amplitud de dispersión es principalmente imaginaria, pero un conocimiento de la parte real nos permite obtener predicciones de  $\sigma_{tot}$  (aún para altas energías) por medio del uso de relaciones de dispersión. La parte real de la amplitud de dispersión nuclear se obtiene midiendo  $d\sigma/dt$  en la región donde interfieren las interacciones coulombianas y nucleares, que corresponde a la región donde el momento transferido  $t$  es pequeño y donde la dispersión coulombiana es el proceso dominante. Aquí la sección eficaz diferencial está determinada por:

$$\frac{d\sigma}{dt} = \pi |f_C + f_N|^2, \quad (1.18)$$

donde  $f_C$  es la dispersión coulombiana y  $f_N$  la dispersión nuclear.

La dispersión coulombiana está descrita por:

$$f_C = -2\gamma \frac{H^2(t)}{|t|} e^{i\gamma\Phi}, \quad (1.19)$$

donde  $\gamma$  es la constante de estructura fina y  $H(t)$  es el factor de forma electromagnética, para el cual se ha usado la forma usual del dipolo [76, 77]. Además:

$$\gamma\Phi = \gamma \left[ \ln \left( \frac{0.08}{|t|} \right) - 0.577 \right] \quad (1.20)$$

es la fase de la amplitud coulombiana.

Para la dispersión nuclear se usa la expresión:

$$f_N = \frac{\sigma_{tot}}{4\pi} (\rho + i) e^{\frac{1}{2}bt}, \quad (1.21)$$

donde suponemos que las partes real e imaginaria tienen la misma dependencia exponencial en  $t$  y además, despreciamos los efectos causados por el spin.

Para el cálculo del ajuste de  $\rho$  se utilizaron los datos experimentales obtenidos en los aceleradores de partículas que trabajaron en el rango de energías  $cm$ : 13.8–1800 GeV, es decir, desde el Fermilab hasta el Tevatron. Recientemente, el LHC del CERN obtuvo un valor de  $\rho$  para 7 TeV, el cual queda muy cerca de nuestro ajuste (tal como se verá más adelante), lo cual corrobora la predicción obtenida por nosotros.

Los datos experimentales de  $\rho$  se obtuvieron de las siguientes referencias: para 13.8 y 19.4 GeV del Fermilab [78]; para 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV del ISR [19]; para 541 GeV de la Colaboración UA4/2 del SPS [79]; para 1800 GeV de la Colaboración E-710 del Tevatron [25]; para 7 TeV de la Colaboración TOTEM del LHC [14]. En la tabla 1.1 se muestran los datos anteriores.

El ajuste de  $\rho$ , que hemos obtenido para los datos experimentales, tiene la siguiente forma:

$$\rho(s) = \frac{A_1 \ln(s/s_0)}{1 + A_2 [\ln(s/s_0)] + A_3 [\ln(s/s_0)]^2}, \quad (1.22)$$

donde  $s_0 = 400 \text{ GeV}^2$  controla el punto donde  $\rho$  alcanza el cero y donde, los coeficientes  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  controlan el máximo y el comportamiento asintótico, cuyos valores son los siguientes:

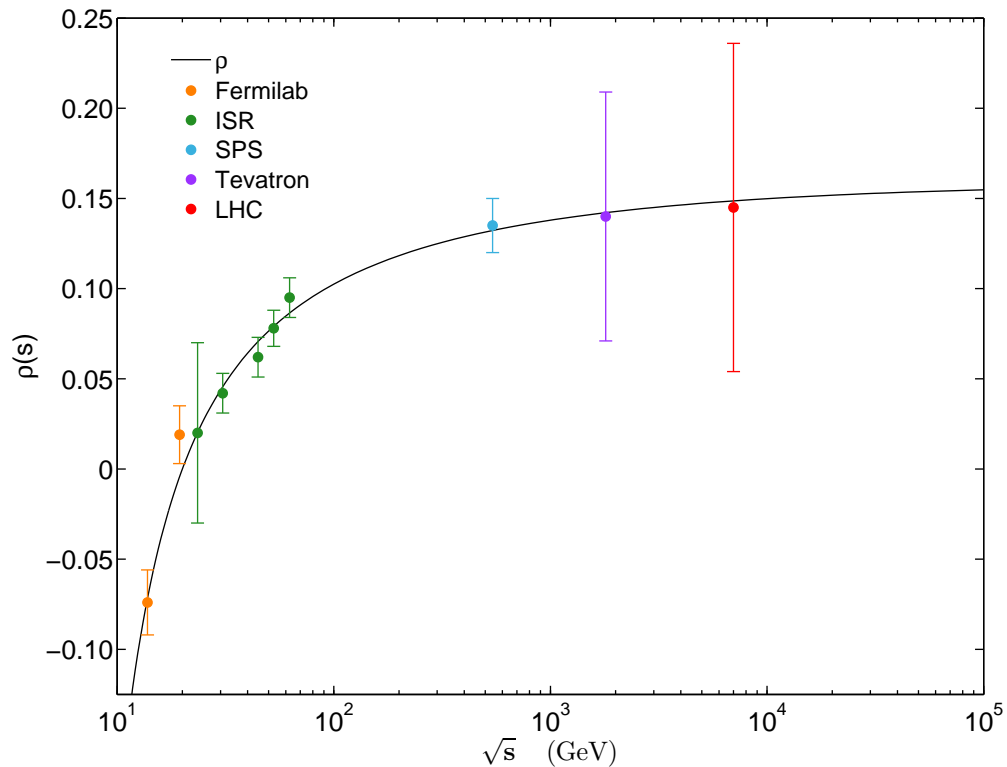
$$A_1 = 0.0702, \quad A_2 = 0.3691, \quad A_3 = 1.502 \times 10^{-3}. \quad (1.23)$$

En la figura 1.1, se muestra el ajuste (1.22) junto con los datos experimentales de la tabla 1.1. Como podemos ver, el parámetro  $\rho$  tiene valores negativos para energías  $cm$  menores que aproximadamente 21 GeV y además presenta un crecimiento asintótico para energías mayores a 4 TeV. Del mismo modo se puede observar que el ajuste presenta una buena aproximación con el valor obtenido por el LHC para 7 TeV.

Por otra parte, observando la tabla 1.1, nos damos cuenta de que no existen valores experimentales de  $\rho$  para las energías de 546 y 630 GeV, los cuales son necesarios para realizar



$\sqrt{s}$ (GeV)	$\rho(s)$	Referencias
13.8	$-0.074 \pm 0.018$	Fermilab [78]
19.4	$0.019 \pm 0.016$	Fermilab [78]
23.5	$0.020 \pm 0.050$	ISR [19]
30.7	$0.042 \pm 0.011$	ISR [19]
44.7	$0.062 \pm 0.011$	ISR [19]
52.8	$0.078 \pm 0.010$	ISR [19]
62.5	$0.095 \pm 0.011$	ISR [19]
541	$0.135 \pm 0.015$	SPS UA4/2 [79]
1800	$0.140 \pm 0.069$	Tevatron E-710 [25]
7000	$0.145 \pm 0.091$	LHC TOTEM [14]

Tabla 1.1. Valores experimentales de  $\rho$  obtenidos en los aceleradores de partículas.Figura 1.1. Ajuste calculado para el parámetro  $\rho$  (1.22), junto con los datos experimentales de los aceleradores (tabla 1.1).

el cálculo de la parte real de la amplitud de dispersión hadrónica mediante la fórmula de

Martin (tal como se verá en la siguiente sección). Sin embargo, éstos se pueden obtener por medio del ajuste que hemos implementado para  $\rho$  (1.22), con el cual obtenemos los siguientes valores:

$$\rho = 0.1319 \quad \text{para } 546 \text{ GeV}, \quad (1.24)$$

$$\rho = 0.1338 \quad \text{para } 630 \text{ GeV}. \quad (1.25)$$

### 1.3. Parte real de la amplitud de dispersión hadrónica por medio de la fórmula de Martin.

De (1.16) se obtiene directamente la parte imaginaria de la amplitud de dispersión hadrónica:

$$\text{Im } F(q, s) = \int_0^\infty [1 - e^{-\Omega(b,s)}] J_0(qb) b db = \langle 1 - e^{-\Omega(b,s)} \rangle. \quad (1.26)$$

Para tomar en cuenta la parte real de la amplitud, la cual se espera que sea importante solamente en la región del pozo de la sección eficaz diferencial, puede utilizarse la fórmula de Martin [55]:

$$\text{Re } F(q, s) = \frac{d}{dq^2} [\rho q^2 \text{Im } F(q, s)], \quad (1.27)$$

donde  $\rho$  es el valor experimental que ya fue descrito en la sección 1.2.

De esta forma, utilizando (1.26) para el cálculo de la parte imaginaria de la amplitud y la fórmula de Martin (1.27) para el cálculo de la parte real, obtenemos por medio de (1.6) una buena aproximación para los datos experimentales de  $d\sigma/dt$  en el intervalo de energías  $cm$ : 13.8–1800 GeV. En la figura 1.2 se muestran los resultados obtenidos para la sección eficaz diferencial  $pp$  en  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. Los datos experimentales de  $d\sigma/dt$  se obtuvieron de [80] y el valor de  $\rho$  de la tabla 1.1. Como puede verse, la contribución de la parte real solamente es significativa en la región del pozo. Las gráficas de los resultados obtenidos para las demás energías se muestran en el Apéndice A.

Sin embargo, hay que mencionar algo en cuanto al uso de la fórmula de Martin. Primero, tal como fue obtenida, la fórmula es válida solamente para valores infinitesimales del momento transferido y asintóticamente para el régimen de altas energías [55]. La fórmula también puede ser obtenida a través de la hipótesis del escalado geométrico [81–83], en cuyo caso su aplicabilidad estaría limitada únicamente a la región de energías del ISR. Por otra parte, Henzi y Valin [84] hicieron correcciones a la fórmula de Martin, de donde Kundrát y Loka-jicěk [85–88] realizaron un análisis numérico para algunos ajustes de datos experimentales que pusieron serios límites en su aplicabilidad en lo que concierne al momento transferido. Este resultado sin embargo ha sido criticado por Kawasaki, Maehara y Yonezawa [89] quienes presentaron resultados favoreciendo la aplicabilidad de la fórmula para toda la región del momento transferido.

A pesar de este aspecto controversial, un serio problema con el uso de la fórmula de Martin es que  $\rho$  es un valor inicial en cada energía, es decir, que solamente se obtiene en  $t = 0$  y por lo tanto, no puede ser investigado para los demás valores de  $t$ . Esto nos conduce a

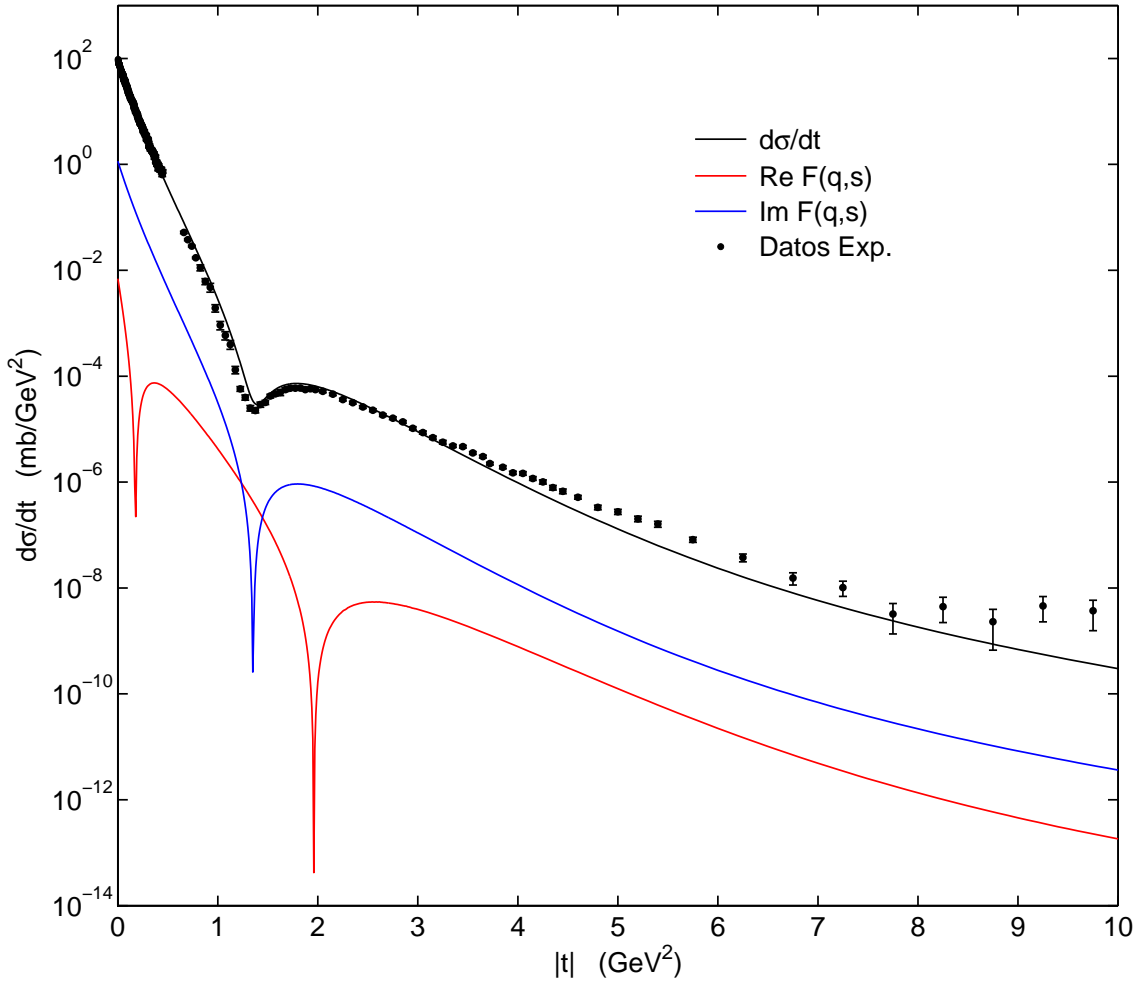


Figura 1.2. Sección eficaz diferencial  $pp$  (1.6) para  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. La parte imaginaria de la amplitud de dispersión se calculó por medio de (1.26) y la parte real a través de la fórmula de Martin (1.27). Se muestran además los datos experimentales.

intentar un procedimiento diferente para determinar la parte real de la amplitud hadrónica, el cual será explicado en la siguiente sección.

#### 1.4. Parte real de la amplitud de dispersión hadrónica por medio de la condición de Martini y Menon.

La amplitud elemental compleja (1.9) corresponde a la hipótesis de que  $\text{Re}f(q, s) = 0$ , mientras que,  $\text{Im}f(q, s)$  está descrita por (1.11). Una característica esencial en la teoría de difracción múltiple de Glauber, es conectar las secciones eficaces de dispersión elástica para partículas compuestas (originalmente núcleos y después nucleones) con las amplitudes de dispersión de sus componentes individuales (originalmente nucleones y después partones) [1–5, 59, 60]. Basados en este hecho y a falta de más información experimental y teórica

acerca de la fase elemental, Martini y Menon propusieron [56], como una primera aproximación, una relación proporcional entre las partes real e imaginaria de la amplitud elemental para cada energía:

$$\operatorname{Re} f(q, s) = \lambda \operatorname{Im} f(q, s), \quad (1.28)$$

donde  $\lambda$  es un parámetro de valores reales.

Haciendo uso de esta condición, la amplitud elemental y por consiguiente, el eikonal (1.15) quedan expresados de la siguiente forma:

$$f(q, s) = (\lambda + i) \operatorname{Im} f(q, s), \quad (1.29)$$

$$\xi(b, s) = (\lambda + i) \Omega(b, s), \quad (1.30)$$

donde  $\Omega$  es la función definida por (1.14) y (1.17). De esta manera, se obtiene lo siguiente:

$$e^{i\xi(b,s)} = e^{-\Omega(b,s)} (\cos[\lambda\Omega(b, s)] + i \operatorname{sen}[\lambda\Omega(b, s)]). \quad (1.31)$$

Sustituyendo el resultado anterior en (1.1) obtenemos, finalmente, las partes real e imaginaria de la amplitud de dispersión hadrónica:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} F(q, s) &= \int_0^\infty e^{-\Omega(b,s)} \operatorname{sen} [\lambda \Omega(b, s)] J_0(qb) b db \\ &= \langle e^{-\Omega(b,s)} \operatorname{sen} [\lambda \Omega(b, s)] \rangle, \end{aligned} \quad (1.32)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} F(q, s) &= \int_0^\infty \{1 - e^{-\Omega(b,s)} \cos [\lambda \Omega(b, s)]\} J_0(qb) b db \\ &= \langle 1 - e^{-\Omega(b,s)} \cos [\lambda \Omega(b, s)] \rangle. \end{aligned} \quad (1.33)$$

Por medio de las ecuaciones anteriores podemos calcular ahora la sección eficaz diferencial (1.6). En la figura 1.3 se muestran los resultados obtenidos para la dispersión  $pp$  en  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV, donde se utilizó el valor  $\lambda = 0.099$ . Puede verse que con esta aproximación se obtiene una buena descripción para los datos experimentales de  $d\sigma/dt$ . De nueva cuenta, la parte real de la amplitud hadrónica solamente es significativa en la región del pozo. Las gráficas de los resultados obtenidos para las demás energías pueden verse en el Apéndice B.

Analizando las figuras 1.2 y 1.3 notamos que los ajustes para la parte real de la amplitud, aunque no son iguales, son similares en ambos casos, ya que presentan dos pozos (cambios de signo o ceros) y su contribución para  $d\sigma/dt$  solamente es importante en la región del pozo correspondiente a la parte imaginaria de la amplitud. Mientras que los ajustes para la parte imaginaria de la amplitud prácticamente son idénticos (pues la diferencia entre ambos es menor de  $10^{-4}$ ). Estos resultados satisfactorios contribuyen a corroborar la validez de la hipótesis (1.28).

Ya que la parte imaginaria de la amplitud hadrónica presenta un pozo y de que la parte real calculada con la fórmula de Martin se obtiene por medio de una derivada (1.27), el segundo pozo de la parte real está desfasado con el de la parte imaginaria y por lo tanto, el

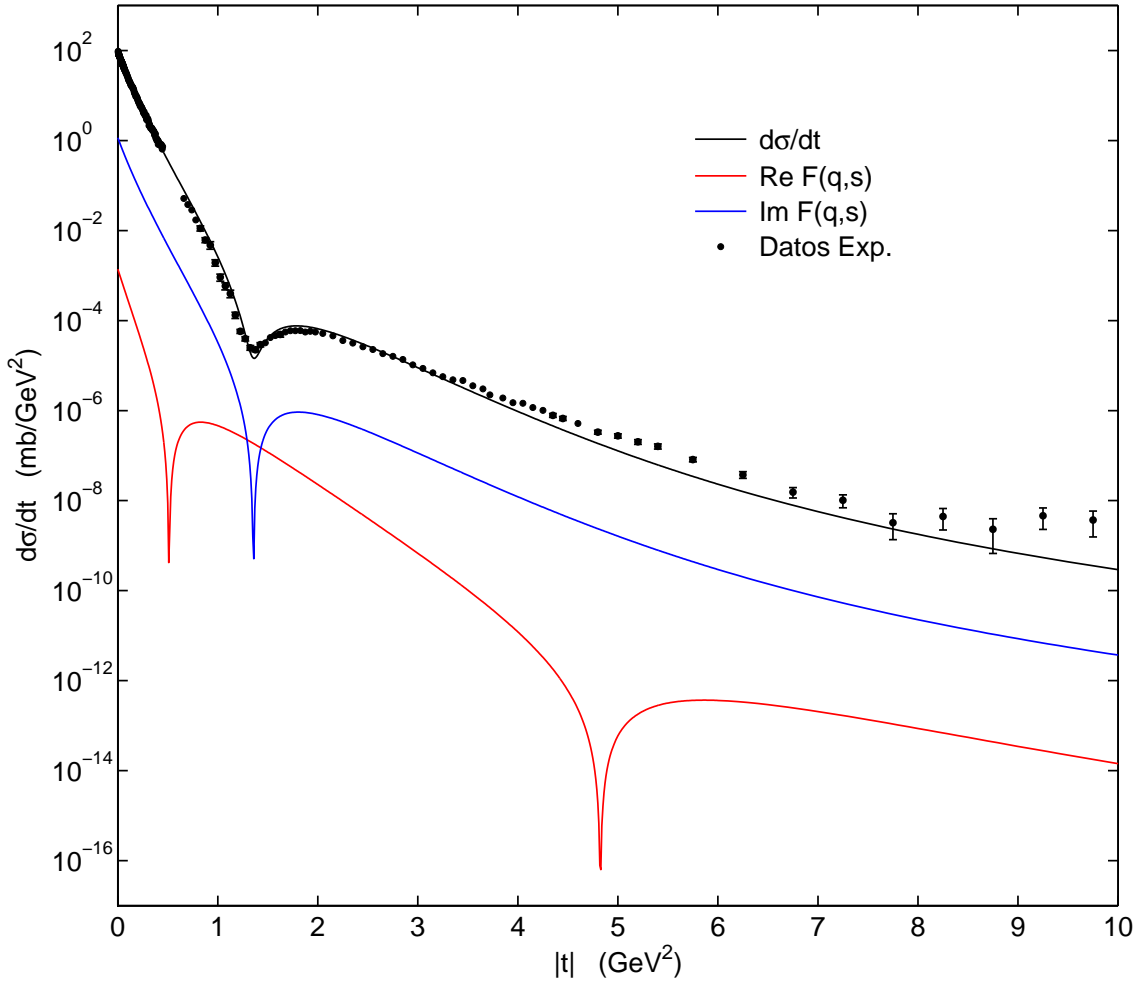


Figura 1.3. Sección eficaz diferencial  $pp$  (1.6) para  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. La parte real (1.32) y la parte imaginaria (1.33) de la amplitud de dispersión se calcularon usando el valor  $\lambda = 0.099$ . Se muestran además los datos experimentales.

ajuste de  $d\sigma/dt$  no desaparece en la región del pozo. Con la condición (1.28) para la amplitud elemental se obtiene el mismo efecto en la amplitud hadrónica, pero esta vez, debido a la presencia de las funciones seno y coseno en (1.32) y (1.33).

Basándonos en estos resultados satisfactorios que se obtienen al utilizar la condición (1.28), investigaremos en las secciones posteriores el comportamiento de la sección eficaz diferencial (1.6) y la sección eficaz total (1.4), utilizando a  $\lambda$  como un parámetro más de los que ya teníamos asociados con el eikonal ( $\alpha^2$ ,  $\beta^2$ ,  $a^2$  y  $C$ ).

## 1.5. Cálculo de los parámetros asociados con el eikonal.

Tal como explicamos anteriormente, nuestro modelo tiene ahora cinco parámetros, dos asociados con el factor de forma hadrónica ( $\alpha^2$  y  $\beta^2$ ) y tres con la amplitud elemental ( $C$ ,  $a^2$

y  $\lambda$ ), tal como puede verse de (1.8), (1.11) y (1.29). Los parámetros  $\beta^2$  y  $a^2$  tienen valores constantes, mientras que,  $C$ ,  $\alpha^2$  y  $\lambda$  dependen de la energía  $cm$ . En el desarrollo de este modelo, primero se investigaron los mejores valores para los parámetros constantes que nos permitieran obtener, de este modo, ajustes adecuados para los parámetros dependientes de la energía.

Haciendo un análisis detallado de la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$ , se observó que el parámetro  $\beta^2$  toma diferentes valores en las dos reacciones y también, que hay una pequeña diferencia en el parámetro  $\alpha^2$ . Esto, sin embargo, no está asociado con cualquier diferencia fundamental entre las interacciones  $pp$  y  $\bar{p}p$ , sino que viene de diferentes resultados experimentales para la misma dispersión  $pp$  [90]. Nuestros resultados finales mostraron que todos los datos experimentales para ambas reacciones en el rango de energías  $cm$ : 13.8–1800 GeV, pueden ser bien reproducidos con los siguientes valores para los parámetros constantes:

$$a_{pp}^2 = a_{\bar{p}p}^2 = 8.20 \text{ GeV}^2, \quad (1.34)$$

$$\beta_{pp}^2 = 1.80 \text{ GeV}^2, \quad \beta_{\bar{p}p}^2 = 1.55 \text{ GeV}^2. \quad (1.35)$$

Para obtener los valores de los parámetros que dependen de la energía, primero hacemos  $\lambda = 0$  en (1.32) y (1.33), de modo que  $\text{Re } F(q, s) = 0$  y por lo tanto, la amplitud hadrónica (1.16) se vuelve totalmente imaginaria. Entonces, con la parte imaginaria de la amplitud y por medio de (1.6) se calcula  $d\sigma/dt$  para cada energía, variando los parámetros  $C$  y  $\alpha^{-2}$  (resulta más conveniente trabajar con los valores de  $\alpha^{-2}$  en lugar de los de  $\alpha^2$ , tal como se verá en la siguiente sección) hasta que el pozo de la parte imaginaria de la amplitud hadrónica coincida con el cero (cambio de signo) de la curva descrita por los datos experimentales.

En total se analizaron diez grupos de datos experimentales de  $d\sigma/dt$  en el intervalo de energías  $cm$ : 13.8–1800 GeV, que es la región de energías en la que trabajaron los aceleradores de partículas cuyo funcionamiento fue anterior al LHC del CERN. Los datos que se utilizaron en la dispersión  $pp$  se obtuvieron de las siguientes referencias: para 13.8 y 19.4 GeV del Fermilab [91–94]; para 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV del ISR [80]. Mientras que los datos que se usaron en la dispersión  $\bar{p}p$  se extrajeron de las siguientes referencias: para 546 GeV de la Colaboración UA4 del SPS [95, 96]; para 630 GeV de la Colaboración UA4 del SPS [97]; para 1800 GeV de la Colaboración E-710 del Tevatron [98]. Los resultados obtenidos para  $C$  y  $\alpha^{-2}$  se muestran en la tabla 1.2. Mientras que, en los apéndices A y B se pueden ver las gráficas de estos datos experimentales, junto con los ajustes calculados para  $d\sigma/dt$  y para las partes real e imaginaria de la amplitud hadrónica.

En cuanto al parámetro  $\lambda$ , un análisis empírico de su influencia en la amplitud hadrónica, muestra que su comportamiento es similar al del parámetro  $\rho$ . Esto es, si  $\lambda$  crece (decrece) también  $\rho$  crece (decrece) y además,  $\lambda = 0$  en el mismo valor de la energía donde  $\rho = 0$ , es decir, que en el nivel partónico  $\lambda$  juega el mismo rol que  $\rho$  en el nivel hadrónico. Por lo tanto, basados en este comportamiento, podemos obtener los valores de  $\lambda$ , para cada energía  $cm$ , a través de la ecuación que describe a  $\rho$  (1.5), variando el valor de  $\lambda$  en las partes real (1.32) e imaginaria (1.33) de la amplitud hadrónica, hasta que la  $\rho$  calculada coincida con la  $\rho$  experimental (ver tabla 1.1). Esto puede hacerse utilizando cualquier método de cálculo

numérico para la obtención de raíces. En nuestro caso se utilizó el método de la bisección. Los resultados calculados para  $\lambda$  pueden verse en la tabla 1.2.

$\sqrt{s}$ (GeV)	$\ln(s/s_0)$	$C(s)$ (GeV <sup>-2</sup> )	$\alpha^{-2}(s)$ (GeV <sup>-2</sup> )	$\lambda(s)$	$C\alpha^2$	Dispersión
13.8	5.25	9.86	2.092	-0.094	4.713	$pp$
19.4	5.93	9.96	2.128	0.024	4.680	$pp$
23.5	6.31	10.16	2.174	0.025	4.673	$pp$
30.7	6.85	10.37	2.222	0.053	4.667	$pp$
44.7	7.60	10.82	2.299	0.079	4.706	$pp$
52.8	7.93	11.12	2.350	0.099	4.732	$pp$
62.5	8.27	11.42	2.400	0.121	4.758	$pp$
546	12.60	17.44	2.915	0.180	5.983	$\bar{p}p$
630	12.89	17.80	2.948	0.184	6.038	$\bar{p}p$
1800	14.99	22.41	3.310	0.199	6.770	$\bar{p}p$

Tabla 1.2. Valores obtenidos para los parámetros que dependen de la energía:  $C$ ,  $\alpha^{-2}$  y  $\lambda$ . En la segunda columna,  $s_0 = 1$  GeV<sup>2</sup>. Para la dispersión  $pp$  se utilizaron las energías de 13.8 a 62.5 GeV. Para la dispersión  $\bar{p}p$  las energías de 546, 630 y 1800 GeV.

## 1.6. Obtención de los ajustes para los parámetros que dependen de la energía.

Con los valores de la tabla 1.2 que se obtuvieron para los parámetros dependientes de la energía, procedemos a continuación, a la obtención de ajustes (o parametrizaciones) para cada uno de éstos; lo cual nos permitirá extrapolar nuestros cálculos para energías  $cm$  mayores a 1800 GeV.

Sabemos experimentalmente, que  $\sigma_{tot}$  crece como  $[\ln(s)]^2$  en la región de energía de los aceleradores. Basados en este hecho y por el comportamiento mostrado de los parámetros  $C$  y  $\alpha^{-2}$  en la tabla 1.2, podemos ver que ambos conjuntos de datos son estadísticamente consistentes con polinomios de segundo grado. Por lo tanto, utilizando regresión lineal obtenemos los siguientes ajustes para cada uno de ellos:

$$C(s) = 11.97 - 1.003 \ln(s/s_0) + 0.1134 [\ln(s/s_0)]^2 \text{ GeV}^{-2}, \quad (1.36)$$

$$\alpha^{-2}(s) = 1.804 + 0.0281 \ln(s/s_0) + 0.0048 [\ln(s/s_0)]^2 \text{ GeV}^{-2}, \quad (1.37)$$

donde hemos tomado  $s_0 = 1$  GeV<sup>2</sup>. En las figuras 1.4 y 1.5 se muestran los anteriores ajustes junto con los valores correspondientes de la tabla 1.2. Como podemos ver, ambos presentan curvaturas positivas conforme se incrementa la energía. El producto adimensional

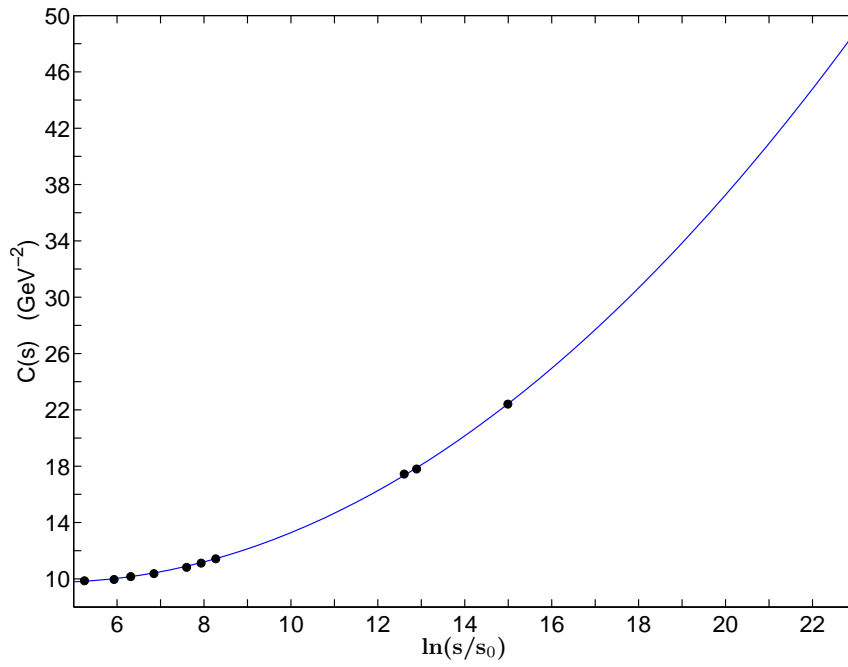


Figura 1.4. Ajuste obtenido para el parámetro  $C$  (1.36) a partir de los datos de la tabla 1.2.

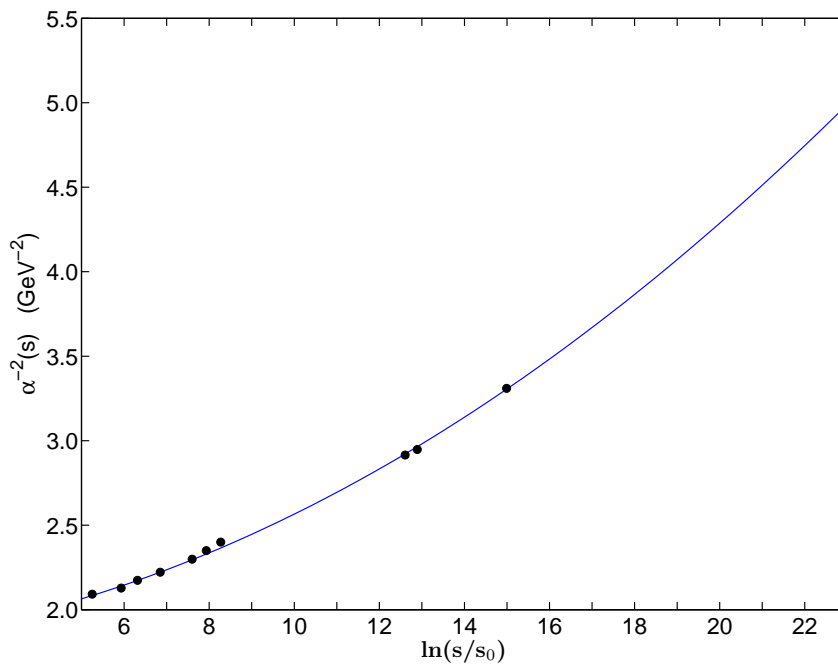


Figura 1.5. Ajuste obtenido para el parámetro  $\alpha^{-2}$  (1.37) a partir de los datos de la tabla 1.2.



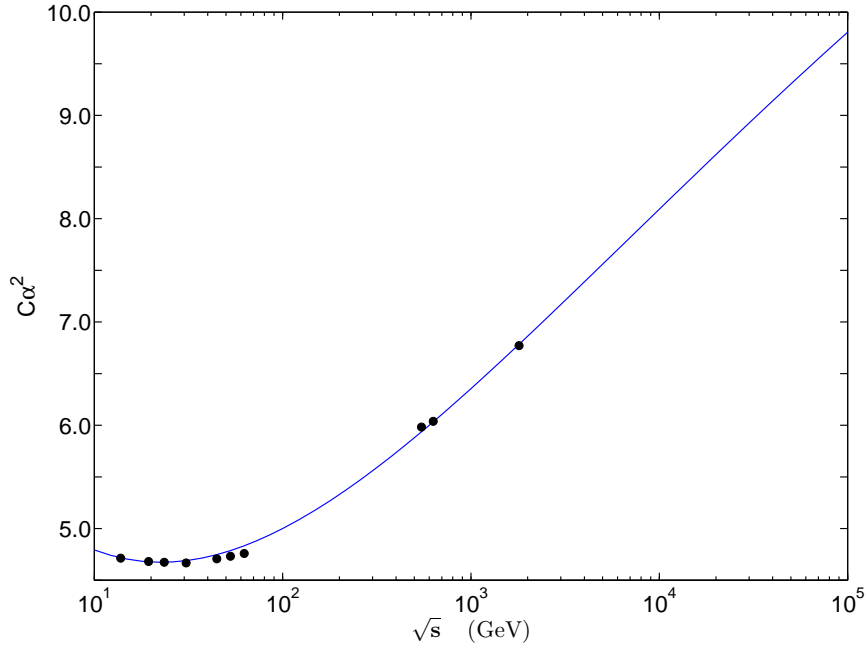


Figura 1.6. Predicciones para la cantidad adimensional  $C\alpha^2$  junto con los valores de la tabla 1.2.

$C\alpha^2$  proporciona información sobre el obscurecimiento y la expansión, tal como se verá en el capítulo 3, la gráfica de este producto puede verse en la figura 1.6.

Para el parámetro  $\lambda$ , ya que sabemos que tiene un comportamiento muy similar a  $\rho$ , utilizamos un ajuste similar:

$$\lambda(s) = \frac{A_1 \ln(s/s_0)}{1 + A_2 [\ln(s/s_0)] + A_3 [\ln(s/s_0)]^2}, \quad (1.38)$$

donde  $s_0 = 400 \text{ GeV}^2$  controla el punto donde  $\lambda$  alcanza el cero y donde, los coeficientes  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  controlan el máximo y el comportamiento asintótico del ajuste, cuyos valores son los siguientes:

$$A_1 = 0.088, \quad A_2 = 0.334, \quad A_3 = 2.737 \times 10^{-7}. \quad (1.39)$$

En la figura 1.7 se puede ver el ajuste obtenido para  $\lambda$ , que haciendo una comparación con la figura 1.1, podemos darnos cuenta de las similitudes que tiene con el parámetro  $\rho$ .

### 1.7. Cálculo de las bandas de predicción para los ajustes de los parámetros que dependen de la energía.

Para saber que tanto error o incertidumbre hay en las extrapolaciones de los ajustes que hemos calculado para cada uno de los parámetros dependientes de la energía, es decir, para  $C$ ,  $\alpha^{-2}$  y  $\lambda$ , hemos utilizado el método estadístico conocido como Forecasting [99], el cual,

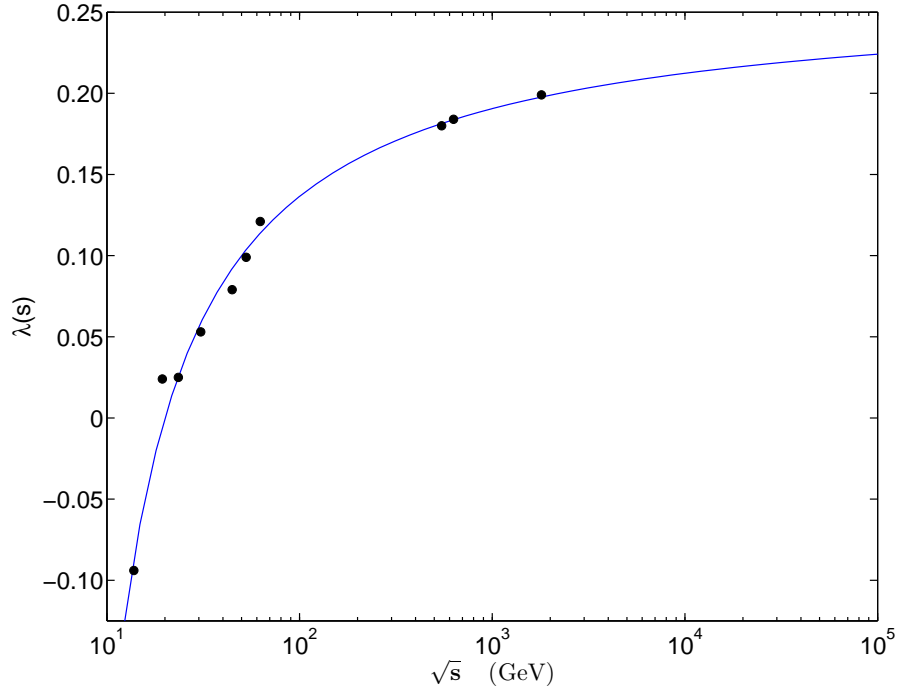


Figura 1.7. Ajuste obtenido para el parámetro  $\lambda$  (1.38) a partir de los datos de la tabla 1.2.

a partir de los valores muestrales que se utilizaron para la obtención de los ajustes, nos permite calcular dos bandas de predicción: una superior denominada UPL (Upper Prediction Limit) y una inferior denominada LPL (Lower Prediction Limit), para todos los valores que se quieran predecir, ya sean extrapolados o interpolados. Para llevar a cabo este método, primero definimos la siguiente matriz para  $n$  valores muestrales:

$$Y = \begin{pmatrix} 1 & \ln(s_1/s_0) & [\ln(s_1/s_0)]^2 \\ 1 & \ln(s_2/s_0) & [\ln(s_2/s_0)]^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \ln(s_n/s_0) & [\ln(s_n/s_0)]^2 \end{pmatrix}, \quad (1.40)$$

donde los valores  $\ln(s_i/s_0)$  corresponden a los datos de la segunda columna de la tabla 1.2. Como podemos ver, en este caso  $n = 10$ .

A continuación, definimos la siguiente cantidad:

$$\Delta_j = t_p^{n-\nu} \sigma_s \left[ 1 + y_j' (Y' Y)^{-1} y_j \right]^{1/2}, \quad (1.41)$$

donde  $t_p^{n-\nu}$  es la  $t$  de Student inversa para  $n$  valores muestrales,  $\nu$  grados de libertad y probabilidad acumulada  $p$ ;  $\sigma_s$  es la desviación estándar del ajuste para los  $n$  valores muestrales;  $Y'$  es la matriz transpuesta de  $Y$ ; el índice  $^{-1}$  denota la matriz inversa del producto  $Y'Y$ ; e

$y_j$  está definida por la siguiente matriz:

$$y_j = \begin{pmatrix} 1 \\ \ln(s_j/s_0) \\ [\ln(s_j/s_0)]^2 \end{pmatrix}, \quad (1.42)$$

donde  $\ln(s_j/s_0)$  se calcula para cada valor que se quiera predecir (extrapolado o interpolado). Para los parámetros  $C$  y  $\alpha^{-2}$  se utilizó una  $t$  de Student inversa para el 95% del nivel de confianza que corresponde a  $p = 0.975$ , mientras que para  $\lambda$  se utilizó una  $t$  de Student inversa para el 60% del nivel de confianza que corresponde a  $p = 0.8$ . Esto último se hizo para evitar la dispersión ocasionada al introducir, dentro del nivel de confianza, el valor de  $\lambda = 0.024$  en  $\sqrt{s} = 19.4$  GeV, ya que éste se aleja demasiado del ajuste, tal como puede verse de la figura 1.7.

De esta forma, para calcular las bandas de predicción de los ajustes, utilizamos las siguientes relaciones:

$$\text{UPL}(s) = f(s) + \Delta_j, \quad (1.43)$$

$$\text{LPL}(s) = f(s) - \Delta_j, \quad (1.44)$$

donde la función  $f(s)$  representa a cada uno de los ajustes de los parámetros que dependen de la energía:  $C$  (1.36),  $\alpha^{-2}$  (1.37) y  $\lambda$  (1.38). Las bandas de predicción calculadas para los parámetros anteriores se muestran en las figuras 1.8, 1.9 y 1.10, respectivamente.

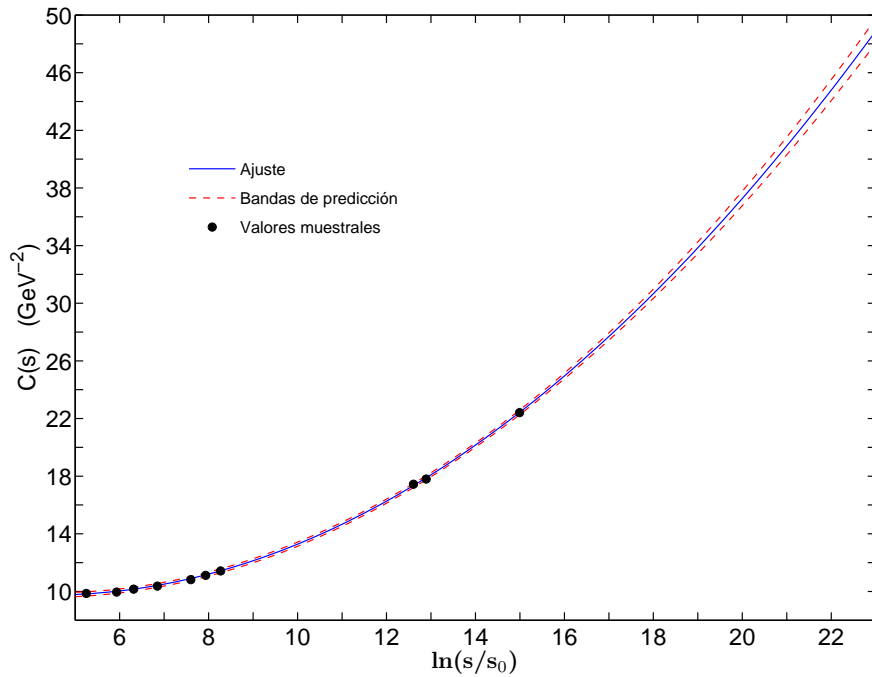


Figura 1.8. Bandas de predicción calculadas para el ajuste del parámetro  $C$  (1.36).

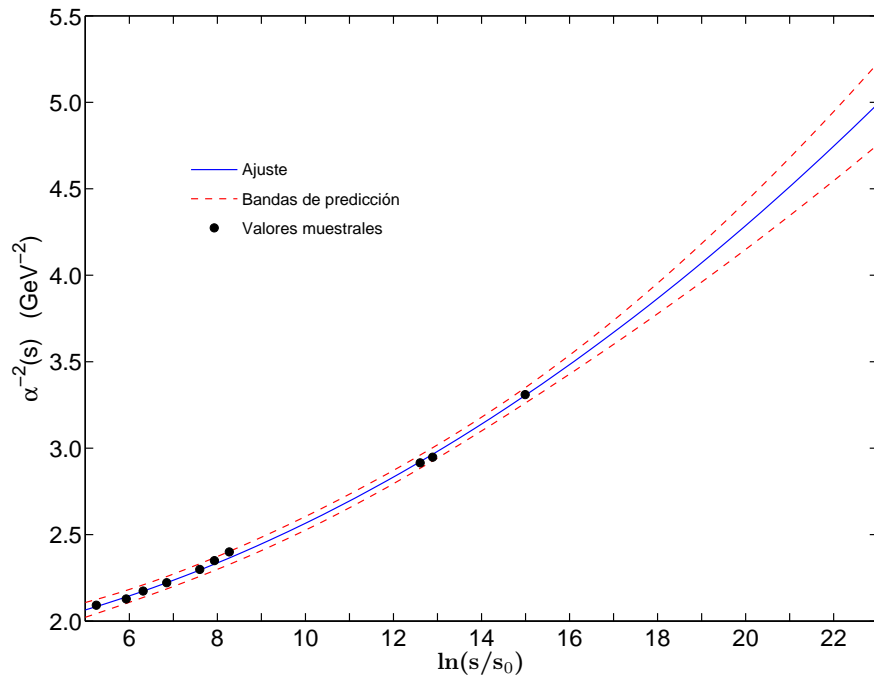


Figura 1.9. Bandas de predicción calculadas para el ajuste del parámetro  $\alpha^{-2}$  (1.37).

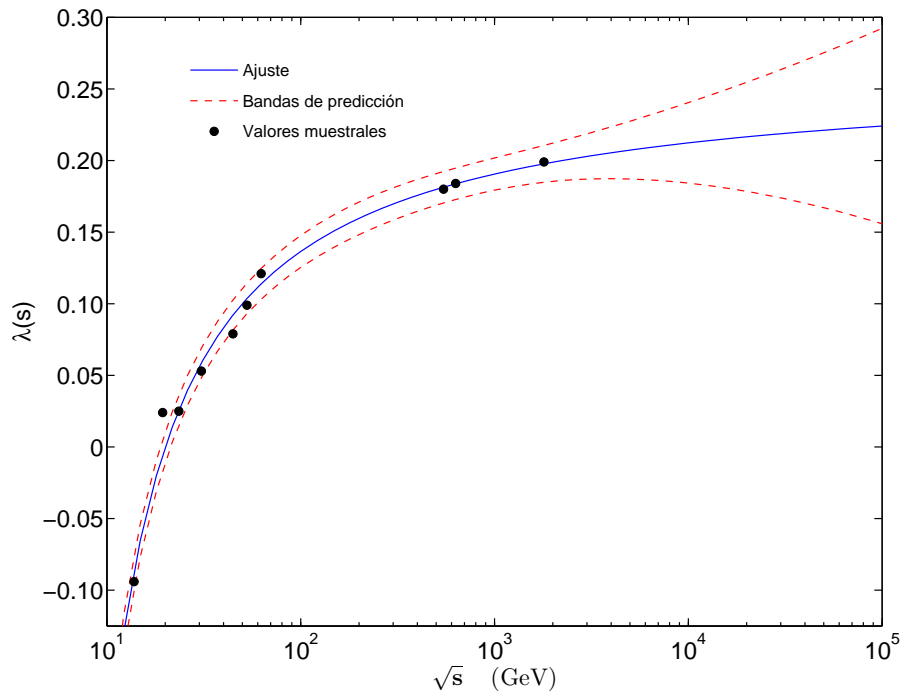


Figura 1.10. Bandas de predicción calculadas para el ajuste del parámetro  $\lambda$  (1.38).

Podemos ver que las bandas se ensanchan en las regiones que corresponden a las extrapolaciones (donde no hay datos muestrales), es decir, para energías  $cm$  mayores a 1800 GeV, o lo que es lo mismo, para  $\ln(s/s_0) > 14.99$ . Esto puede inferirse observando la expresión (1.41), ya que ésta aumenta conforme la predicción se aleja de los datos de la muestra. Por otra parte, podemos ver que la anchura de las bandas es mayor para los parámetros  $\alpha^{-2}$  y  $\lambda$ , a diferencia de  $C$ ; esto ocurre porque la dispersión en los datos muestrales es mayor para dichos parámetros.

## Capítulo 2. Sección eficaz total $pp$ y $\bar{p}p$ .

### 2.1. Cálculo de la sección eficaz total $pp$ y $\bar{p}p$ .

Con los ajustes de los parámetros dependientes de la energía:  $C$  (1.36),  $\alpha^{-2}$  (1.37) y  $\lambda$  (1.38), además de los parámetros constantes:  $a^2$  (1.34) y  $\beta^2$  (1.35), quedan de esta forma completamente determinados todos los parámetros asociados con el eikonal y podemos calcular ahora la sección eficaz total por medio de (1.4), que solamente depende de la parte imaginaria de la amplitud de dispersión hadrónica. Por lo tanto, utilizando (1.33) para el cálculo de ésta, se obtiene la siguiente expresión para la sección eficaz total:

$$\sigma_{tot} = 4\pi \int_0^{\infty} \{1 - e^{-\Omega(b,s)} \cos[\lambda \Omega(b,s)]\} b db. \quad (2.1)$$

En la figura 2.1 se muestra el resultado obtenido para la sección eficaz total  $pp$  calculada por medio de la ecuación anterior y de los ajustes para  $C$ ,  $\alpha^{-2}$  y  $\lambda$ , en el rango de energías  $cm$ :  $10-10^5$  GeV. Se muestran además los datos experimentales que han sido encontrados en los aceleradores de partículas y en los experimentos de rayos cósmicos, los cuales se obtuvieron de las siguientes referencias: para 13.8 y 19.4 GeV del Fermilab [100, 101]; para 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV del ISR [19]; para 546 GeV de la Colaboración UA4 del SPS [20] y de la Colaboración CDF del Tevatron [21]; para 900 GeV de la Colaboración UA5 del SPS [22]; para 1800 GeV de las Colaboraciones E-710 [23, 25], CDF [21] y E-811 [24] del Tevatron; para 7 TeV de la Colaboración TOTEM del LHC [12–14]; para 8 TeV de la Colaboración TOTEM del LHC [15]. Mientras que, los datos de los experimentos de rayos cósmicos se obtuvieron de las siguientes referencias: para 6, 8, 10, 14, 18 y 24 TeV de la Colaboración Akeno [16] y de las modificaciones de Nikolaev [57]; para 30 TeV de la Colaboración Fly's Eye [17]; para 40 TeV de los cálculos realizados por Gaisser, Sukhatme y Yodh (GSY) [58]; para 57 TeV de la Colaboración Pierre Auger [18]. En la tabla 2.1 se muestran estos datos junto con los calculados para la sección eficaz total  $pp$  por medio de (2.1) y de los ajustes para  $C$ ,  $\alpha^{-2}$  y  $\lambda$ .

Para ver con más detalle los resultados obtenidos en la región de energías correspondientes al LHC, en la figura 2.2 se muestra un acercamiento de la figura 2.1 para el intervalo de energías  $cm$ : 5–10 TeV. Por el mismo motivo, en la figura 2.3 se muestra un acercamiento para la región de energías: 10–100 GeV, que corresponde a la región del Fermilab y del ISR.

Analizando las figuras anteriores y los datos de la tabla 2.1, podemos ver que el ajuste que hemos calculado para la sección eficaz total  $pp$  concuerda razonablemente con los resultados de los aceleradores de partículas, desde el obtenido por el Fermilab para 13.8 GeV hasta el obtenido por el LHC para 8 TeV. En cuanto a los resultados de los experimentos de rayos cósmicos, el ajuste presenta una buena aproximación con los datos de la Colaboración

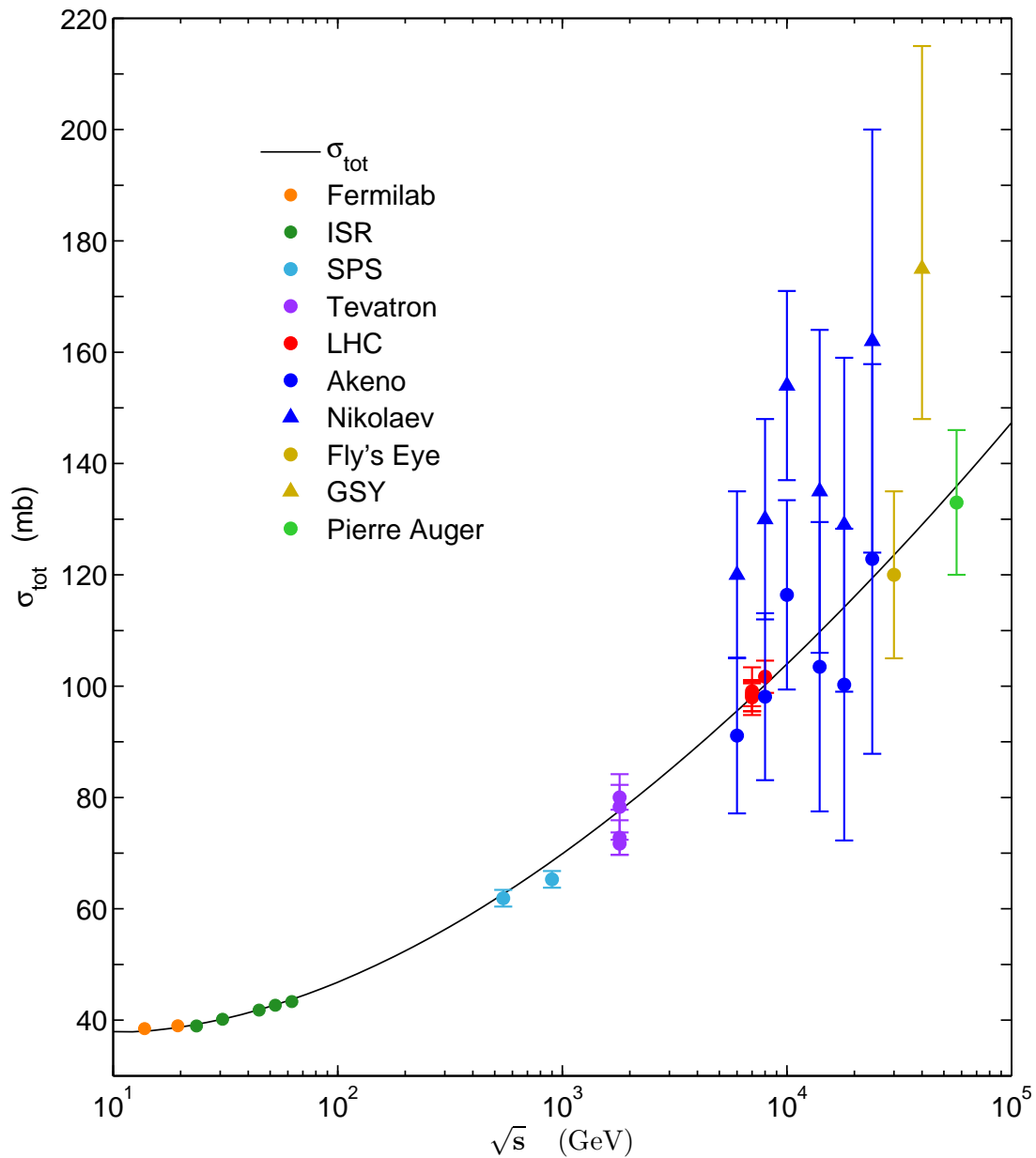


Figura 2.1. Sección eficaz total  $pp$  calculada por medio de (2.1) y de los ajustes para  $C$  (1.36),  $\alpha^{-2}$  (1.37) y  $\lambda$  (1.38). Se muestran también los datos experimentales que han sido obtenidos en los aceleradores de partículas y en los experimentos de rayos cósmicos (ver tabla 2.1).

Akeno para el intervalo de energías: 6–24 TeV, también con los valores obtenidos por la Colaboración Fly's Eye en 30 TeV y por la Colaboración Pierre Auger en 57 TeV. Mientras que, el ajuste está en total desacuerdo con los datos proporcionados por Nikolaev y por Gaisser et al. (GSY). Sin embargo, los resultados recientemente encontrados en el LHC para 7 y 8 TeV, junto con los publicados por la Colaboración Pierre Auger para 57 TeV, han sido

los que definitivamente han demostrado que Nikolaev y Gaisser et al. estaban equivocados y por lo tanto, que sus resultados actualmente ya no tienen validez. En principio, lo que hizo Nikolaev fue replantear los resultados de la Colaboración Akeno, sobre la suposición de que ellos habrían sobreestimado las secciones eficaces de absorción  $p$ -aire y por lo tanto, que calcularon erróneamente las secciones eficaces inelásticas  $pp$ , lo cual lo condujo a incrementar los resultados por casi 30 mb. Por otra parte, Gaisser et al. utilizaron el resultado obtenido por la Colaboración Fly's Eye para la sección eficaz total  $p$ -aire en 30 TeV como si fuera el límite inferior de los valores permitidos para la sección eficaz total  $pp$ , posteriormente, hicieron el cálculo a través de la prescripción de Chou-Yang [35–39], obteniendo de esta forma un valor muy alto para la sección eficaz total  $pp$  en 40 TeV.

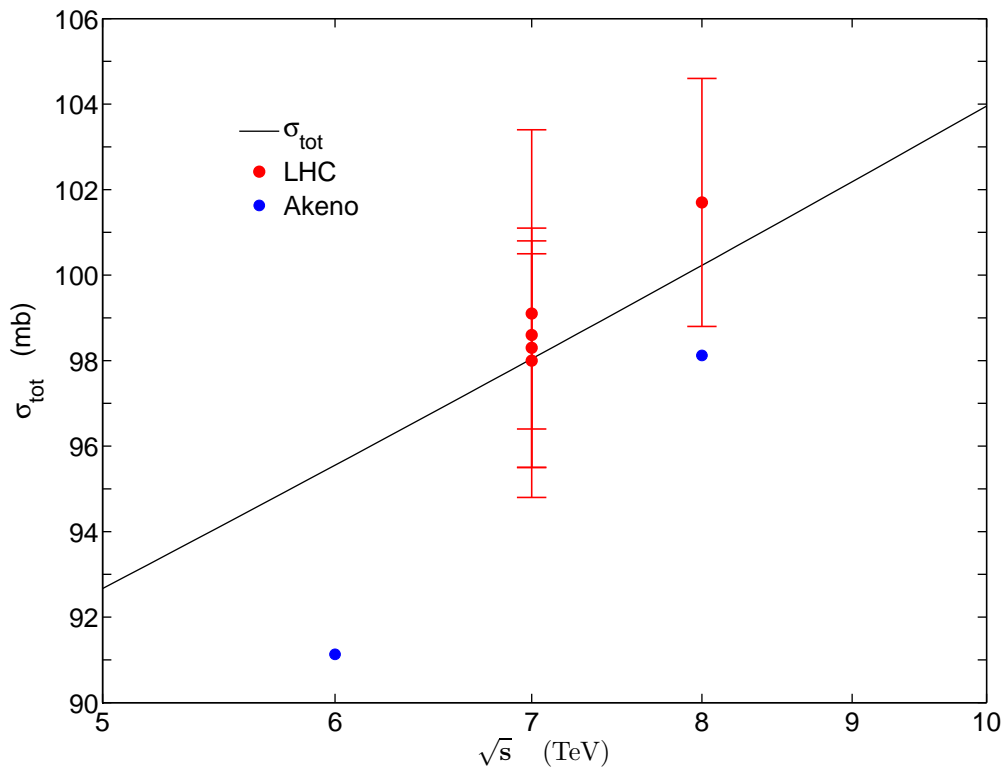


Figura 2.2. Sección eficaz total  $pp$  (la misma de la figura 2.1) para el intervalo de energías  $cm$ : 5–10 TeV. Donde se pueden ver con mayor claridad los datos experimentales para 7 y 8 TeV obtenidos por la Colaboración TOTEM del LHC, junto con los obtenidos por la Colaboración Akeno (ver tabla 2.1).



$\sqrt{s}$ (GeV)	$\sigma_{tot}$ (mb)	$\sigma_{tot}$ (exp.) (mb)	Referencias
13.8	38.02	$38.46 \pm 0.04$	Fermilab [100,101]
19.4	38.68	$38.98 \pm 0.04$	Fermilab [100,101]
23.5	39.22	$38.94 \pm 0.17$	ISR [19]
30.7	40.18	$40.14 \pm 0.17$	ISR [19]
44.7	41.87	$41.79 \pm 0.16$	ISR [19]
52.8	42.74	$42.67 \pm 0.19$	ISR [19]
62.5	43.71	$43.32 \pm 0.23$	ISR [19]
546	62.64	$61.26 \pm 0.93$ $61.9 \pm 1.5$	Tevatron CDF [21] SPS UA4 [20]
900	68.56	$65.3 \pm 1.5$	SPS UA5 [22]
1800	77.62	$71.71 \pm 2.02$ $72.8 \pm 3.1$ $78.3 \pm 5.9$ $80.03 \pm 2.24$	Tevatron E-811 [24] Tevatron E-710 [25] Tevatron E-710 [23] Tevatron CDF [21]
6000	95.55	$91.13 \pm 14$ $120 \pm 15$	Akeno [16] Nikolaev [57]
7000	98.04	$98.3 \pm 2.8$ $98.6 \pm 2.2$ $98.0 \pm 2.5$ $99.1 \pm 4.3$	LHC TOTEM [12] LHC TOTEM [13] LHC TOTEM [14] LHC TOTEM [14]
8000	100.23	$98.12 \pm 15$ $130 \pm 18$ $101.7 \pm 2.9$	Akeno [16] Nikolaev [57] LHC TOTEM [15]
10000	103.95	$116.4 \pm 17$ $154 \pm 17$	Akeno [16] Nikolaev [57]
14000	109.74	$103.49 \pm 26$ $135 \pm 29$	Akeno [16] Nikolaev [57]
18000	114.18	$100.27 \pm 28$ $129 \pm 30$	Akeno [16] Nikolaev [57]
24000	119.40	$122.85 \pm 35$ $162 \pm 38$	Akeno [16] Nikolaev [57]
30000	123.54	$120 \pm 15$	Fly's Eye [17]
40000	129.01	$175^{+215}_{-148}$	GSY [58]
57000	135.93	$133 \pm 13$	Pierre Auger [18]

Tabla 2.1. Sección eficaz total  $pp$ . En la segunda columna se muestran los valores calculados por medio de (2.1) y de los ajustes para  $C$  (1.36),  $\alpha^{-2}$  (1.37) y  $\lambda$  (1.38). En la tercera columna se muestran los datos experimentales obtenidos en los aceleradores de partículas y en los experimentos de rayos cósmicos.

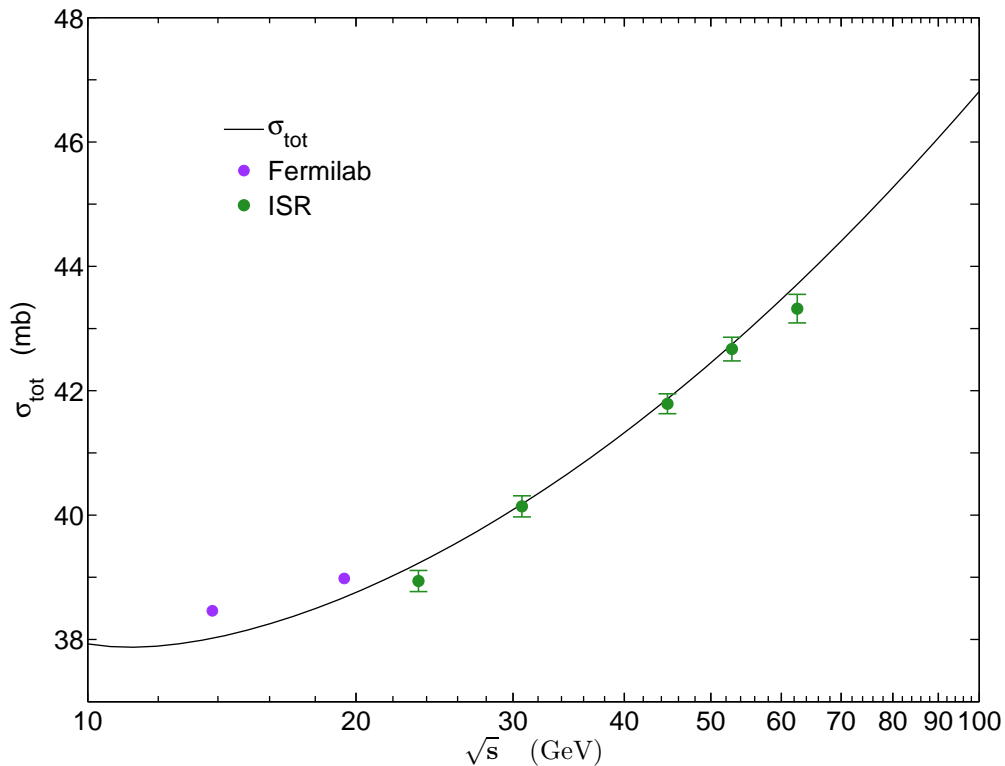


Figura 2.3. Sección eficaz total  $pp$  (la misma de la figura 2.1) para el intervalo de energías  $cm$ : 10–100 GeV. Donde se pueden ver con mayor claridad los datos obtenidos por el Fermilab y el ISR (ver tabla 2.1).

Hay que mencionar algo sobre el procedimiento que hemos utilizado para calcular el ajuste de la sección eficaz total  $pp$ , ya que hemos hecho el cálculo utilizando conjuntamente datos de dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$ , tal como se muestra en la tabla 1.2. Esto se hizo de este modo, porque no existen datos experimentales de dispersión  $pp$  para las energías de 540, 630 y 1800 GeV. Sin embargo, del análisis de los datos experimentales que existen hasta ahora para ambas reacciones, está demostrado que para energías mayores de aproximadamente 35 GeV, las secciones eficaces totales  $pp$  y  $\bar{p}p$  tienden a ser iguales [102], lo cual fue corroborado recientemente cuando el LHC presentó sus resultados para la dispersión  $pp$  en 7 y 8 TeV, del mismo modo, los resultados presentados por la Colaboración Pierre Auger en 57 TeV también sirvieron para corroborar este comportamiento.

## 2.2. Comparación del ajuste implementado en la presente Tesis con el que fue publicado en el New Journal of Physics, para la sección eficaz total $pp$ .

Las predicciones del ajuste que hemos implementado en la presente Tesis, para la sección eficaz total  $pp$ , mejoran las que obtuvimos en nuestra anterior aproximación y que fueron

publicadas en la revista *New Journal of Physics* en el 2005 [6]. En la figura 2.4 se muestran ambos ajustes junto con los datos experimentales. La línea negra corresponde al ajuste desarrollado en esta Tesis y la línea roja al publicado en el NJP. En la tabla 2.2 se muestran los valores obtenidos por ambos ajustes para las energías en donde hay datos experimentales, donde en la cuarta columna se muestra la diferencia absoluta entre ambos ajustes. Como podemos ver, la diferencia entre ambos ajustes comienza a incrementarse a partir de energías mayores a 18 TeV. En la energía de 57 TeV, la Colaboración Pierre Auger presentó un valor de 133 mb, con el ajuste de esta Tesis se obtiene un valor de 135.93 mb, mientras que, con el ajuste que fue publicado en el NJP se obtuvo un valor de 139.31 mb, es decir, que el ajuste de esta Tesis se aproxima mejor al resultado de la Colaboración Pierre Auger. Otra diferencia notable entre ambos ajustes, ocurre en la región de energías de 200 a 5000 GeV, que es donde están los datos experimentales del SPS y del Tevatron, en donde se puede observar un ligero aumento del ajuste de esta Tesis con respecto al que fue publicado en el NJP. Para las energías de 7 y 8 TeV, donde la Colaboración TOTEM del LHC presentó sus resultados, ambos ajustes concuerdan razonablemente. Del mismo modo, se obtiene una buena concordancia para las energías de 10 a 200 GeV, que es la región de energías que corresponden a los resultados del Fermilab y del ISR.

$\sqrt{s}$ (GeV)	$\sigma_{tot}$ (mb)	$\sigma_{tot}$ (NJP) (mb)	Diferencia (mb)
13.8	38.02	38.18	0.16
19.4	38.68	38.90	0.22
23.5	39.22	39.46	0.24
30.7	40.18	40.41	0.23
44.7	41.87	42.05	0.18
52.8	42.74	42.89	0.15
62.5	43.71	43.81	0.10
546	62.64	61.86	0.78
900	68.56	67.66	0.90
1800	77.62	76.70	0.92
6000	95.55	95.21	0.34
7000	98.04	97.83	0.21
8000	100.23	100.15	0.08
10000	103.95	104.13	0.18
14000	109.74	110.35	0.61
18000	114.18	115.18	1.00
24000	119.40	120.90	1.50
30000	123.54	125.47	1.93
40000	129.01	131.55	2.54
57000	135.93	139.31	3.38

Tabla 2.2. Sección eficaz total  $pp$ . En la segunda columna se muestran los valores calculados por medio del ajuste desarrollado en la presente Tesis y en la tercera columna los valores correspondientes al ajuste que fue publicado en el NJP. En la cuarta columna la diferencia absoluta entre ambos.

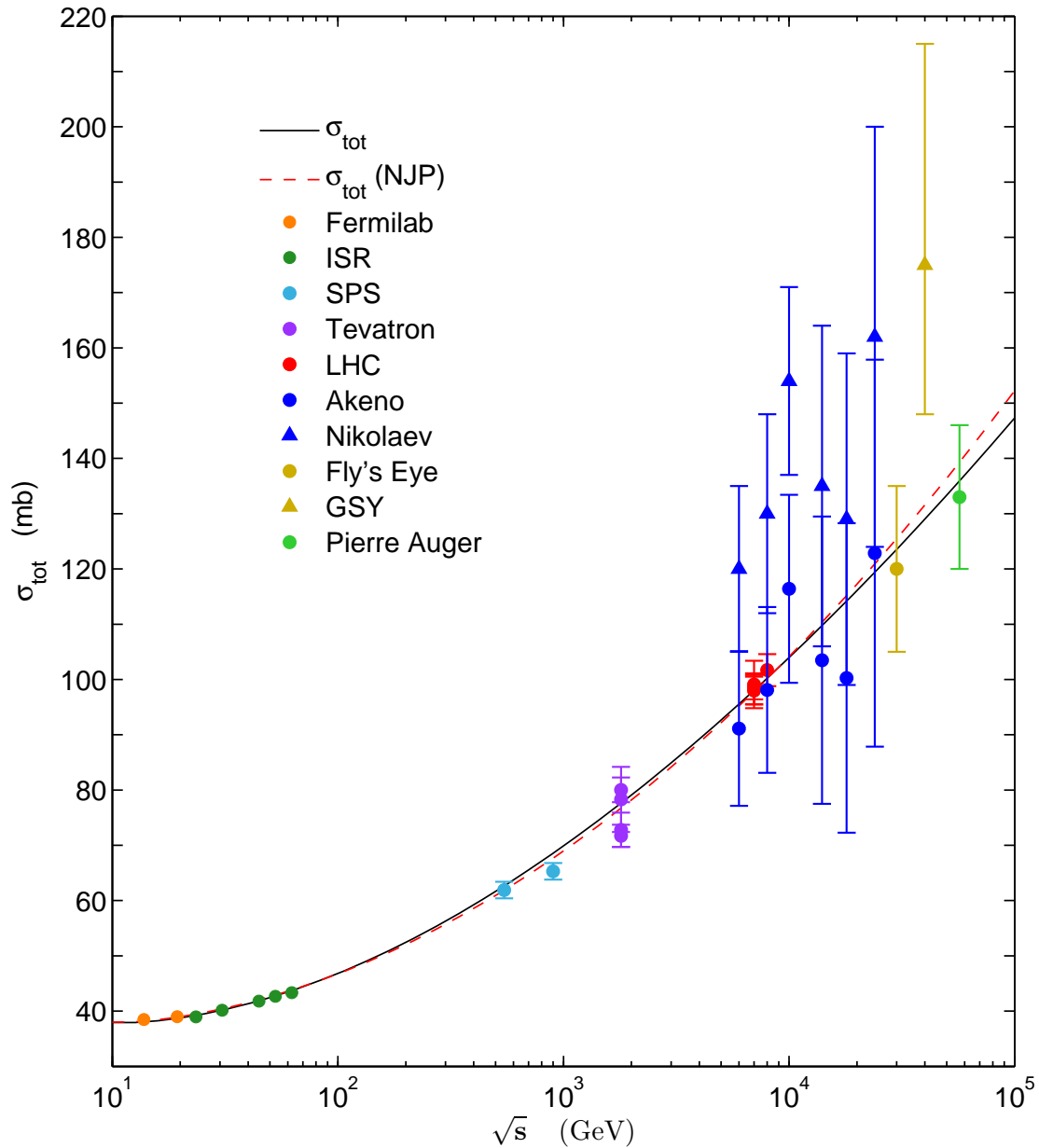


Figura 2.4. Sección eficaz total  $pp$ . Comparación entre el ajuste desarrollado en la presente Tesis con el ajuste que fue publicado en el New Journal of Physics (NJP). Se muestran además los datos de los aceleradores de partículas y de los experimentos de rayos cósmicos (ver tablas 2.1 y 2.2).

A pesar de que ambos ajustes para la sección eficaz total  $pp$  se obtuvieron por medio del mismo método, es decir, a través de las ecuaciones (1.4) y (1.33), las diferencias entre ambos fueron ocasionadas por la forma en que se calcularon los valores para los parámetros que dependen de la energía:  $C$  (1.36),  $\alpha^{-2}$  (1.37) y  $\lambda$  (1.38); ya que esto a su vez condujo a que se obtuvieran distintos ajustes para tales parámetros en ambos casos.

Mencionamos además, que el ajuste implementado en la presente Tesis, es el mejor ajuste que puede obtenerse por medio del método que hemos descrito en este capítulo, ya que si quisiéramos implementar otro ajuste que pasara exactamente por el valor de la Colaboración Pierre Auger en 57 TeV, al hacer esto, el ajuste aumentaría en la región de energías de los aceleradores y por lo tanto, pasaría por arriba de los datos experimentales del LHC, Tevatron y SPS, descuadrándose también en la región del ISR y del Fermilab, es decir, que ya no se obtendría un ajuste que describiera adecuadamente los datos experimentales de los aceleradores. Por otra parte, lo anterior también ocasionaría que los valores calculados para los parámetros  $C$  y  $\alpha^{-2}$  tendrían que modificarse y en consecuencia, los ajustes para  $d\sigma/dt$  también cambiarían, de este modo, ya no se obtendría una buena aproximación para los datos experimentales de  $d\sigma/dt$ .

### 2.3. Cálculo de las bandas de predicción para la sección eficaz total $pp$ .

En la sección 1.7 se explicó el procedimiento para obtener las bandas de predicción de cada uno de los parámetros que dependen de la energía ( $C$ ,  $\alpha^{-2}$  y  $\lambda$ ) por medio del método estadístico de Forecasting [99]. A continuación, para obtener las bandas de predicción de la sección eficaz total  $pp$ , se utilizó el siguiente procedimiento: para la banda de predicción superior (UPL) se hizo el cálculo de la sección eficaz total  $pp$ , tal como se describió en las secciones anteriores, pero en lugar de utilizar los ajustes de  $C$ ,  $\alpha^{-2}$  y  $\lambda$ , se utilizaron las curvas correspondientes a las bandas de predicción superiores (1.43) de cada uno de los parámetros anteriores (ver figuras 1.8, 1.9 y 1.10). Para calcular la banda de predicción inferior (LPL) se utilizó el mismo procedimiento, pero esta vez con las curvas correspondientes a las bandas de predicción inferiores (1.44). Los resultados obtenidos con este procedimiento se muestran en la figura 2.5 para el intervalo de energías  $cm$ :  $10-10^5$  GeV; en la figura 2.6 para el intervalo:  $5-10$  TeV y en la figura 2.7 para el intervalo:  $10-100$  GeV. Como podemos ver, las bandas comienzan a ensancharse para energías mayores a 1800 GeV, esto ocurre porque a partir de esta energía es donde comienza la extrapolación del ajuste y por lo tanto, la incertidumbre en la predicción tiende a aumentar para energías más grandes. En la tabla 2.3 se muestran los valores calculados de las bandas de predicción para las energías en donde hay datos experimentales. En las columnas quinta y sexta se muestra la diferencia absoluta que hay entre cada una de las bandas de predicción con respecto al ajuste central, de donde se puede observar que para energías menores o iguales a 1800 GeV las diferencias son prácticamente idénticas, es decir, se puede hablar de un  $\pm$ ; mientras que, para energías mayores a 1800 GeV, comienza a aumentar ligeramente la diferencia para la banda de predicción superior en comparación con la que hay para la banda de predicción inferior. Esto se debe, principalmente, a que no es uniforme la dispersión de los valores de los parámetros que dependen de la energía.

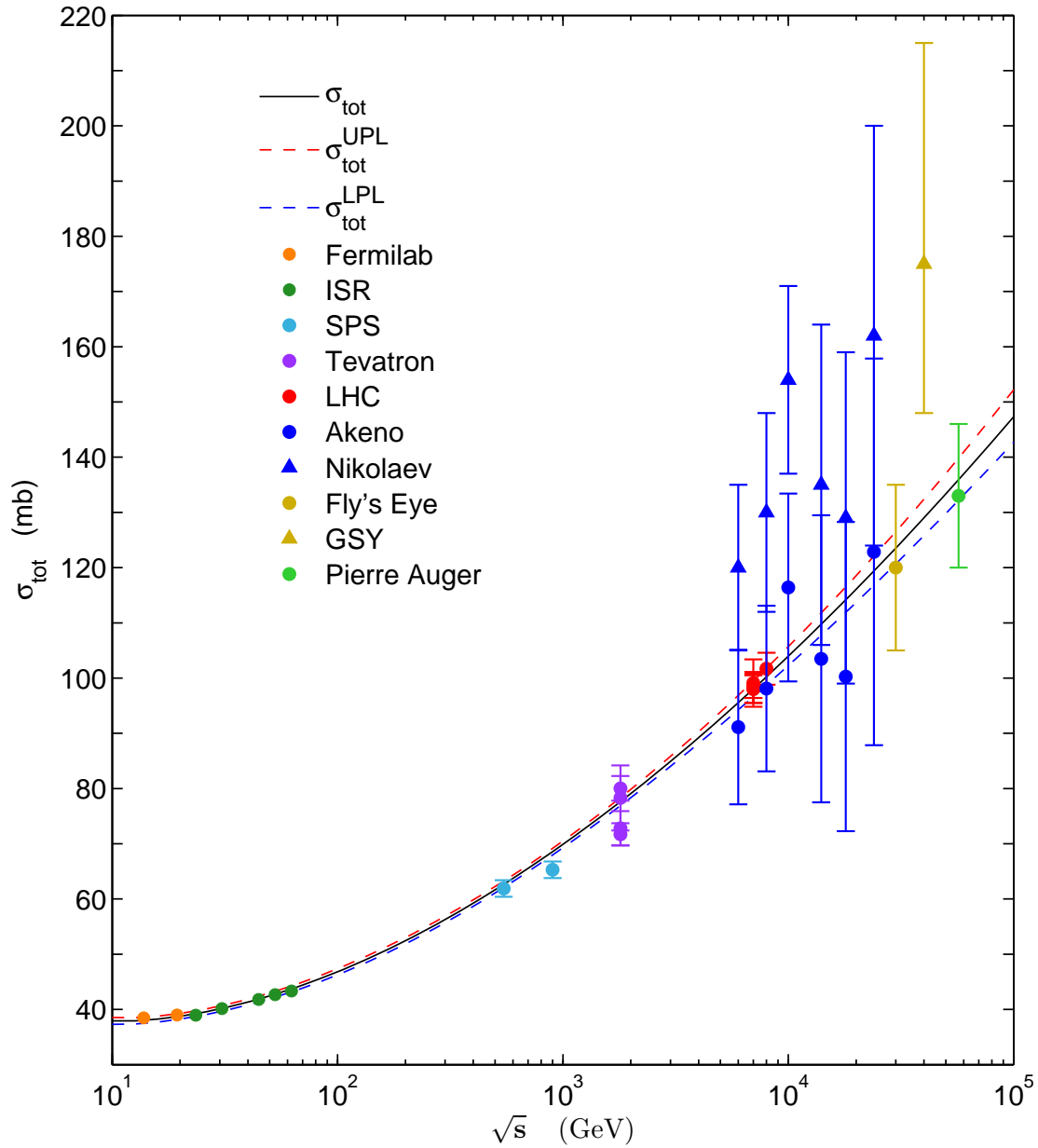


Figura 2.5. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total  $pp$ . Se muestran además los datos de los aceleradores de partículas y de los experimentos de rayos cósmicos (ver tablas 2.1 y 2.3).

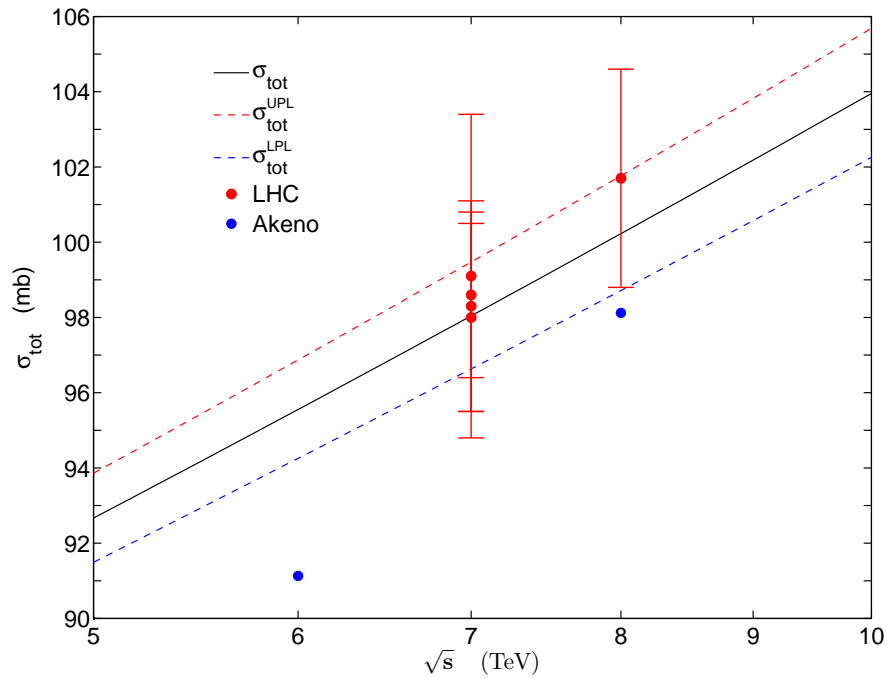


Figura 2.6. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total  $pp$  en el intervalo de energías  $cm$ : 5–10 TeV. Se pueden ver también los datos obtenidos por el LHC para 7 y 8 TeV, junto con los de la Colaboración Akeno (ver tablas 2.1 y 2.3).

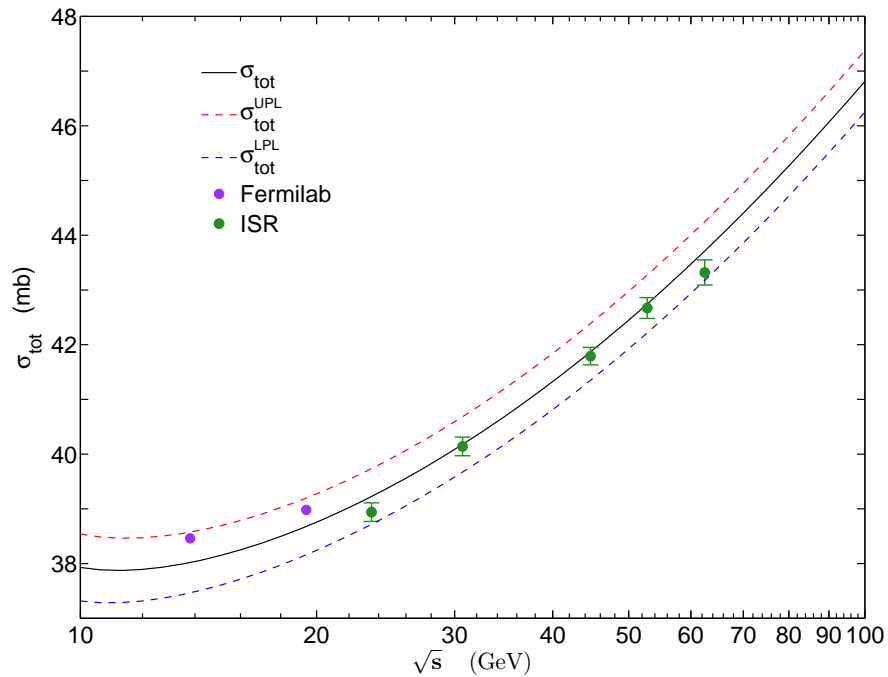


Figura 2.7. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total  $pp$  en el intervalo de energías  $cm$ : 10–100 GeV. Se muestran además los datos experimentales obtenidos por el Fermilab y el ISR (ver tablas 2.1 y 2.3).

$\sqrt{s}$ (GeV)	$\sigma_{tot}$ (mb)	$\sigma_{tot}^{UPL}$ (mb)	$\sigma_{tot}^{LPL}$ (mb)	$ \sigma_{tot} - \sigma_{tot}^{UPL} $ (mb)	$ \sigma_{tot} - \sigma_{tot}^{LPL} $ (mb)
13.8	38.02	38.57	37.46	0.55	0.56
19.4	38.68	39.20	38.16	0.52	0.52
23.5	39.22	39.73	38.72	0.51	0.50
30.7	40.18	40.68	39.67	0.50	0.51
44.7	41.87	42.39	41.35	0.52	0.52
52.8	42.74	43.27	42.22	0.53	0.52
62.5	43.71	44.25	43.18	0.54	0.53
546	62.64	63.23	62.06	0.59	0.58
900	68.56	69.16	67.96	0.60	0.60
1800	77.62	78.34	76.91	0.72	0.71
6000	95.55	96.87	94.25	1.32	1.30
7000	98.04	99.47	96.63	1.43	1.41
8000	100.23	101.77	98.71	1.54	1.52
10000	103.95	105.69	102.25	1.74	1.70
14000	109.74	111.79	107.72	2.05	2.02
18000	114.18	116.51	111.91	2.33	2.27
24000	119.40	122.07	116.81	2.67	2.59
30000	123.54	126.50	120.68	2.96	2.86
40000	129.01	132.37	125.78	3.36	3.23
57000	135.93	139.83	132.20	3.90	3.73

Tabla 2.3. Bandas de predicción calculadas para la sección eficaz total  $pp$ . En la tercera columna se muestran los valores obtenidos para la banda de predicción superior (UPL) y en la cuarta columna los valores para la banda de predicción inferior (LPL). En las columnas quinta y sexta se muestra la diferencia absoluta que hay entre las bandas de predicción con respecto al ajuste central.



## Capítulo 3. Obscurecimiento y expansión en la dispersión elástica $pp$ y $\bar{p}p$ .

### 3.1. Cálculo del obscurecimiento y la expansión.

El obscurecimiento y la expansión son viejas características de la dispersión elástica. Un amplio estudio sobre el fenómeno de la expansión hadrónica fue desarrollado por Cheng y Wu [103]. Desde un punto de vista fenomenológico, el obscurecimiento y la expansión están históricamente asociados con dos aproximaciones básicas distintas. El obscurecimiento es típico de modelos que utilizan el eikonal factorizado de Chou-Yang [104], mientras que, la expansión se caracteriza por modelos de escalamiento geométrico [81]. Henzi y Valin [105,106] fueron los primeros en aproximar estos dos puntos de vista. A través de un modelo basado en el formalismo de la función de superposición, ellos mostraron la existencia simultánea de los efectos de obscurecimiento y expansión en las interacciones hadrónicas, el llamado “comportamiento BEL” (del inglés: Black, Edgie and Larger). En nuestra aproximación, el obscurecimiento está relacionado con el parámetro  $C$  y la expansión con  $\alpha^{-2}$ . Aunque este resultado ha sido obtenido por medio de ajustes de datos empíricos, puede ser caracterizado físicamente como una mezcla del modelo de Chou-Yang y del modelo del escalamiento geométrico. El eikonal obtenido de esta forma describe adecuadamente todos los datos para la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$  arriba de 10 GeV, tomando en cuenta ambos efectos simultáneamente, fue planteado por primera vez por Menon y Pimentel [107].

Las propiedades geométricas y ópticas de un proceso de interacción por lo general se discuten en términos de la función de contorno  $\Gamma$ , cuya transformada de Fourier es igual a la amplitud de dispersión:

$$F(q, s) = i \langle \Gamma(b, s) \rangle. \quad (3.1)$$

En el espacio del parámetro de impacto, la condición de unicidad conecta a  $\Gamma$  con la función de superposición elástica  $H_{el}$  y con la función de superposición inelástica  $H_{in}$  [108] por medio de:

$$2 \operatorname{Re} \Gamma(b, s) = H_{el}(b, s) + H_{in}(b, s), \quad (3.2)$$

donde

$$H_{el}(b, s) = |\Gamma(b, s)|^2. \quad (3.3)$$

La integración de las funciones de superposición a través del espacio del parámetro de impacto conduce a las correspondientes secciones eficaces totales elástica e inelástica:

$$\sigma_{el} = 2\pi \int H_{el}(b, s) b db, \quad (3.4)$$

$$\sigma_{in} = 2\pi \int H_{in}(b, s) b db. \quad (3.5)$$

Basada en conceptos ópticos,  $\Gamma$  está asociada con el grado de absorción de la onda incidente ocasionada por el blanco, mientras que  $H_{in}$  se asocia con el efecto sombra proveniente de todos los canales inelásticos en la colisión. Para investigar las predicciones de nuestra aproximación para las funciones anteriores, consideraremos el caso de una dispersión totalmente difractiva, de modo que el eikonal (1.15) describe la absorción causada por el blanco. De esta forma, por medio de las definiciones para  $\Omega$  (1.14) y  $F$  (1.16), además de las expresiones (3.1), (3.2) y (3.3), obtenemos:

$$\Gamma(b, s) = 1 - e^{-\Omega(b,s)}, \quad (3.6)$$

$$H_{in}(b, s) = 1 - e^{-2\Omega(b,s)}. \quad (3.7)$$

En las figuras 3.1, 3.2 y 3.3 se muestran, respectivamente, los resultados para la opacidad  $\Omega$  (1.14), el contorno  $\Gamma$  (3.6) y la superposición inelástica  $H_{in}$  (3.7). De estas figuras podemos observar la presencia de los dos efectos que ocurren simultáneamente en la dispersión: el incremento en el contorno (expansión) y en la absorción (obscurecimiento) de los hadrones que interactúan, conforme aumenta la energía  $cm$ .

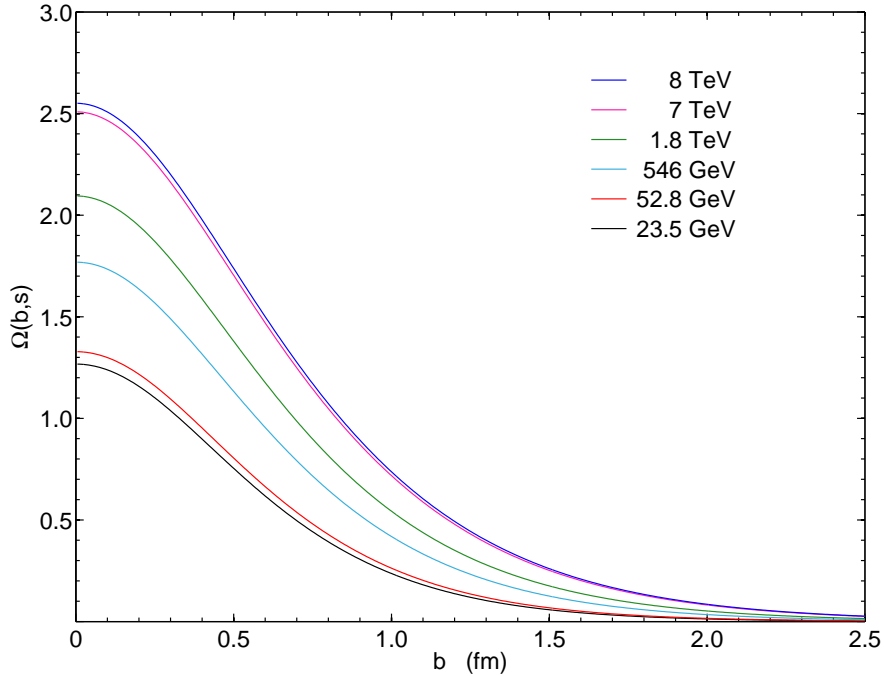


Figura 3.1. Variación de la opacidad (1.14) conforme aumenta la energía  $cm$ . Para la dispersión  $pp$  se muestran las energías: 23.5, 52.8, 7000 y 8000 GeV. Para la dispersión  $\bar{p}p$  las energías: 546 y 1800 GeV.

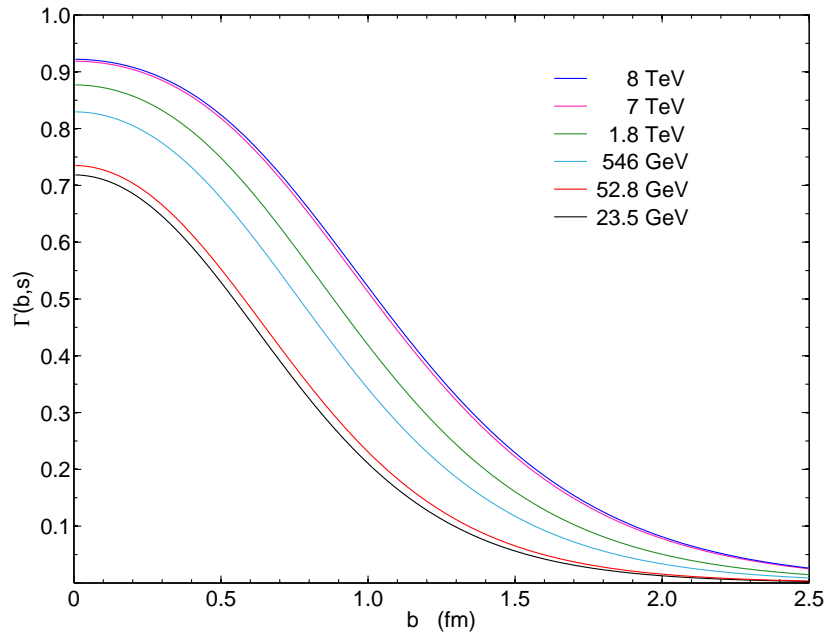


Figura 3.2. Variación del contorno (3.6) conforme aumenta la energía  $cm$ . Para la dispersión  $pp$  se muestran las energías: 23.5, 52.8, 7000 y 8000 GeV. Para la dispersión  $\bar{p}p$  las energías: 546 y 1800 GeV.

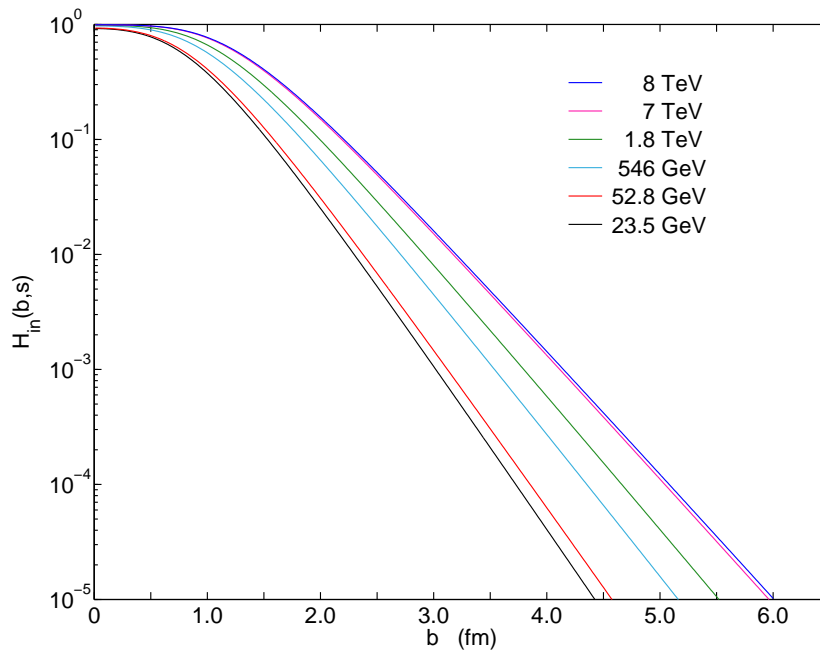


Figura 3.3. Variación de la superposición inelástica (3.7) conforme aumenta la energía  $cm$ . Para la dispersión  $pp$  se muestran las energías: 23.5, 52.8, 7000 y 8000 GeV. Para la dispersión  $\bar{p}p$  las energías: 546 y 1800 GeV.

Como mencionamos anteriormente, en nuestra aproximación los dos efectos están directamente relacionados con los dos parámetros que dependen de la energía:  $C$  y  $\alpha^{-2}$ . En el esquema de Chou-Yang [35–39] el parámetro  $C$  corresponde a la constante de absorción y por lo tanto, está asociado con el número de partones constituyentes tal como se indica en la aproximación de Glauber [1–5], lo que también indica que este parámetro controla el efecto de obscurecimiento proveniente de la absorción. La opacidad central  $\Omega(0, s)$  está controlada por el parámetro  $C$ , el cual se incrementa con la energía de acuerdo a (1.36). El parámetro  $\alpha^{-2}$  está relacionado con el factor de forma hadrónica  $G$  por medio de (1.8) y por consiguiente, está también asociado con el radio hadrónico definido por:

$$R^2(s) = -6 \left. \frac{dG}{dq^2} \right|_{q^2=0}. \quad (3.8)$$

De donde obtenemos:

$$R(s) = (0.4826) [\alpha^{-2}(s) + \beta^{-2}]^{1/2} \text{ fm}. \quad (3.9)$$

Se puede ver de (1.35) que la constante  $\beta^2$  presenta dos valores diferentes para los dos tipos de dispersión. Para la dispersión  $pp$  vale  $1.80 \text{ GeV}^2$ , mientras que, para la dispersión  $\bar{p}p$  es igual a  $1.55 \text{ GeV}^2$ . De esta forma, tenemos dos radios hadrónicos distintos para cada tipo de dispersión, aunque la diferencia entre ambos es muy pequeña, tal como se muestra en la figura 3.4. Del mismo modo, se puede ver que el radio se incrementa conforme aumenta la energía, por lo tanto, podemos deducir que el parámetro  $\alpha^{-2}$  está asociado con el efecto de expansión, ya que el radio depende totalmente de este último.

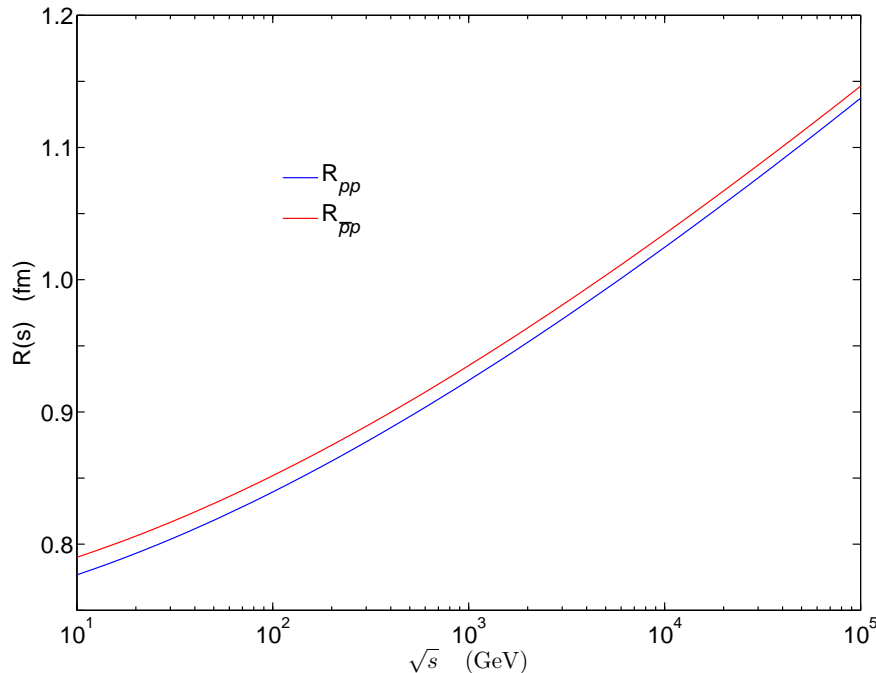


Figura 3.4. Radio hadrónico calculado por medio de (3.9) para la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$ .

Los resultados mostrados en las figuras 3.1 a 3.4 significan que los hadrones se vuelven simultáneamente más oscuros y más grandes conforme se incrementa la energía, en concordancia con el “comportamiento BEL”. Ambos efectos pueden investigarse analizando la forma de la función de superposición inelástica  $H_{in}$  (3.7). En la figura 3.5 se muestra la superposición inelástica  $H_{in}$  en función de la energía  $cm$  para algunos valores fijos del parámetro de impacto  $b$ . Podemos ver que se presenta un incremento simultáneo de  $H_{in}$  para todos los valores del parámetro de impacto. En la figura 3.6 se muestran las regiones central ( $b = 0$ ) y periférica ( $b = 1$  fm) hasta la energía de  $10^5$  GeV. Observamos que en la región central la curvatura se vuelve negativa alrededor de 400 GeV, mientras que, en la región periférica se vuelve negativa aproximadamente en  $10^3$  GeV. Para energías mayores de  $10^4$  GeV,  $H_{in}$  tiende asintóticamente hacia 1.0, que es el límite del disco oscuro, tal como puede verse en la tabla 3.1.

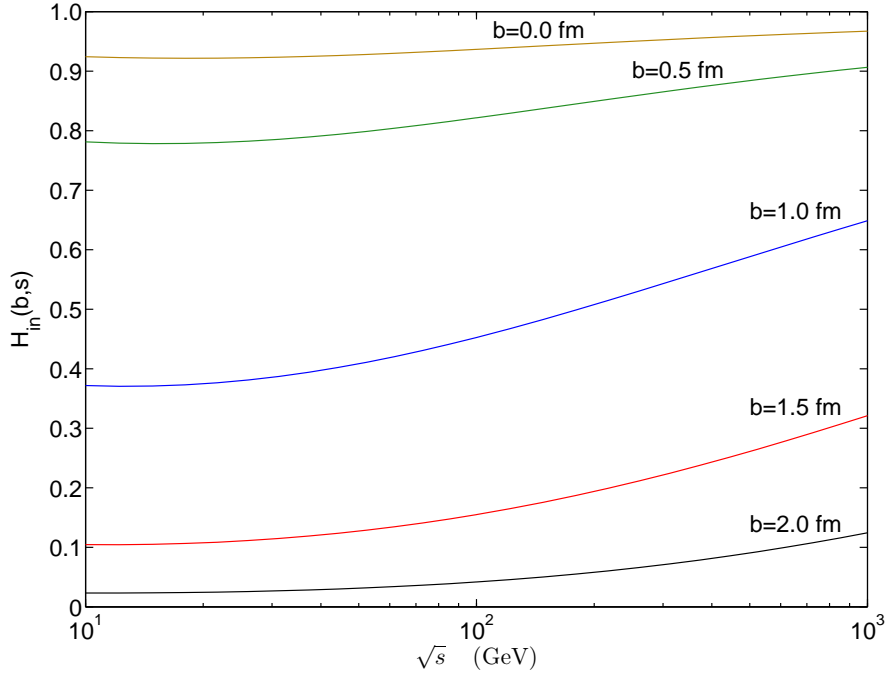


Figura 3.5. Función de superposición inelástica (3.7) en el intervalo de energías  $cm$ :  $10-10^3$  GeV, para algunos valores fijos del parámetro de impacto  $b$ .

Ya que los parámetros  $C$  y  $\alpha^{-2}$  controlan los efectos de obscurecimiento y expansión, respectivamente, la cantidad adimensional  $C\alpha^2$  proporciona información sobre la influencia de cada efecto en función de la energía  $cm$ . La figura 1.6 muestra las predicciones obtenidas para  $C\alpha^2$ , por medio de los ajustes de  $C$  (1.36) y  $\alpha^{-2}$  (1.37), hasta la energía de  $10^5$  GeV. Se muestran también en la figura, los valores de los parámetros anteriores, obtenidos por medio de los datos experimentales de  $d\sigma/dt$  (ver tabla 1.2). Observamos en la figura, un mínimo en aproximadamente 30 GeV y un cambio de signo de la curvatura en aproximadamente  $2 \times 10^4$  GeV.

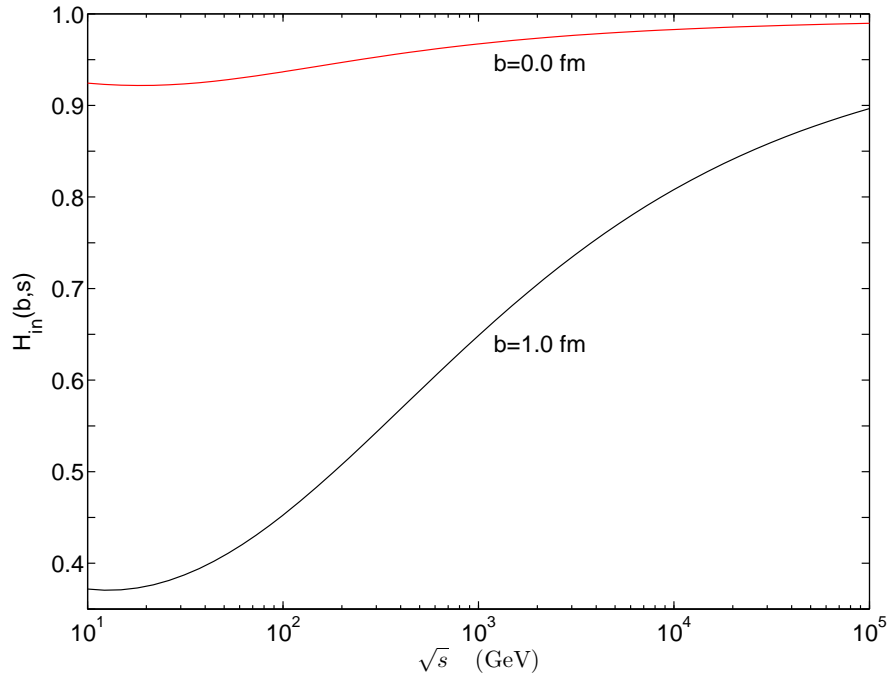


Figura 3.6. Función de superposición inelástica (3.7) en el intervalo de energías  $cm$ :  $10-10^5$  GeV, para las regiones central ( $b = 0$ ) y periférica ( $b = 1$  fm).

$\sqrt{s}$ (GeV)	$H_{in}(0, s)$	$H_{in}(1, s)$
10	0.9243	0.3718
$10^2$	0.9367	0.4525
$10^3$	0.9672	0.6486
$10^4$	0.9829	0.8080
$10^5$	0.9897	0.8965
$10^6$	0.9929	0.9408
$10^7$	0.9946	0.9633
$10^8$	0.9956	0.9754
$10^9$	0.9963	0.9824
$10^{10}$	0.9967	0.9867

Tabla 3.1. Función de superposición inelástica (3.7) en el intervalo de energías  $cm$ :  $10-10^{10}$  GeV, para las regiones central ( $b = 0$ ) y periférica ( $b = 1$  fm).

Con respecto a la dependencia logarítmica en la energía de los ajustes de  $C$  y  $\alpha^{-2}$ , podemos discutir los siguientes aspectos físicos. Experimentalmente, la sección eficaz total crece como  $\ln(s)$  o  $\ln^2(s)$  para el intervalo de energías  $cm$ :  $10-10^5$  GeV. Desde las bases

físicas de la ecuación (1.3), podemos asociar estas dependencias con la condición de unicidad (y también con la conservación del flujo). Teóricamente, la unicidad conecta a los canales elásticos e inelásticos. Además, en las teorías de gauge, la sección eficaz de menor orden involucra términos de la forma  $\ln(s)$  para la producción de una partícula [103, 109, 110]. En la aproximación óptica, los efectos de obscurecimiento y expansión tienen como consecuencia final el incremento de la sección eficaz total. Por esta razón, parece natural la presencia de términos logarítmicos en los parámetros que dependen de la energía, en este caso,  $C$  y  $\alpha^{-2}$ .

### 3.2. Comparación de los resultados con algunos modelos geométricos e híbridos del eikonal.

Compararemos ahora brevemente los aspectos ópticos y geométricos discutidos anteriormente con algunas de las predicciones difractivas, tales como son los modelos geométricos e híbridos del eikonal.

Para tratar simultáneamente la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$  en las energías del ISR y SPS, Glauber y Velasco [1, 2] definieron una amplitud elemental (partón-partón) dependiente de la energía. El eikonal que resulta de este modelo es una función de valores complejos, de modo que la función de superposición inelástica queda descrita por:

$$H_{in}^{GV}(b, s) = 1 - e^{-2\text{Re}\Omega^{GV}(b, s)}, \quad (3.10)$$

donde el superíndice  $GV$  indica Glauber-Velasco y la opacidad  $\Omega^{GV}$  se define por medio de:

$$\Omega^{GV}(b, s) = k_1(1 - ik_2) \int_0^\infty \{G^{GV}(t)\}^2 f(t) J_0(qb) q dq, \quad (3.11)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  son constantes,  $q^2 = -t$  es el cuadrado del cuadrimomento transferido,  $G^{GV}$  es el factor de forma del partón:

$$G^{GV}(t) = (1 - 3.04t + 1.54t^2 - 0.068t^3)^{-1} \quad (3.12)$$

y  $f$  es la amplitud de dispersión partón-partón:

$$f(t) = (1 - a_0t)^{-1/2}. \quad (3.13)$$

donde  $a_0$  es una constante. Ya que solamente se utiliza la parte real de  $\Omega^{GV}$ , la ecuación (3.11) se simplifica del siguiente modo:

$$\Omega^{GV}(b, s) = k_1 \int_0^\infty \{G^{GV}(t)\}^2 f(t) J_0(qb) q dq, \quad (3.14)$$

De esta forma, variando las constantes  $a_0$  y  $k_1$  en (3.13) y (3.14), respectivamente, Glauber y Velasco encontraron que la opacidad central crece muy ligeramente con la energía y que la parte final en  $H_{in}$  es esencialmente exponencial, desplazándose simplemente con el incremento de la energía. En la figura 3.7 se muestra la comparación de los resultados obtenidos por

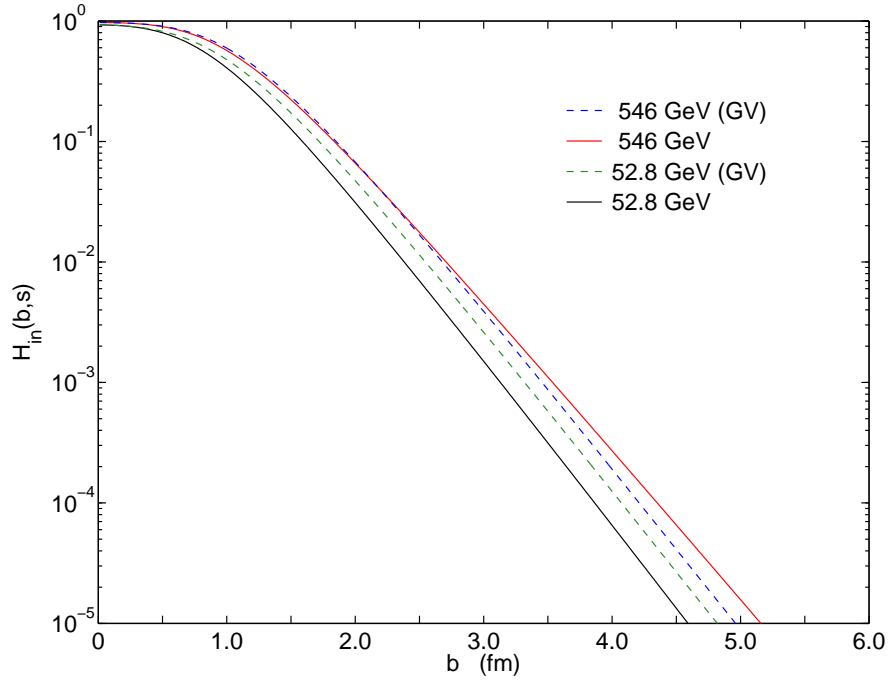


Figura 3.7. Superposición inelástica obtenida en la presente Tesis (3.7), junto con la obtenida por Glauber y Velasco (3.10) (líneas punteadas), para las energías  $cm$  de 52.8 y 546 GeV.

Glauber y Velasco con los que hemos obtenido en la presente Tesis, para la superposición inelástica  $H_{in}$ , en las energías de 52.8 y 546 GeV. Podemos ver, que nosotros predecimos una disminución exponencial de las sombras más rápidamente que ellos para 52.8 GeV, en cambio, para 546 GeV sucede lo contrario.

Posteriormente, Chou y Yang [35] demostraron que su modelo podría reproducir los datos experimentales, desde el ISR hasta el Tevatrón, usando un parámetro dependiente de la energía, pero asociado con el factor de forma hadrónica, tal como en nuestro caso. Ellos supusieron que la constante de absorción y el parámetro dependiente de la energía, obtenido por medio de un factor en forma de dipolo ( $\mu^{-2}$ ), se incrementan linealmente con el  $\ln(s)$ , llegando por consiguiente a la misma conclusión, es decir, de que la expansión y la absorción deben ser tomadas en cuenta simultáneamente para reproducir los datos experimentales.

Basados en este modelo de Chou-Yang, Hüfner y Povh [73] utilizaron un radio hadrónico dependiente de la energía, pero por requerimientos de analiticidad, tomaron un radio complejo (el significado físico de la parte imaginaria lo dejaron sin explicar). Sin hacer distinción entre la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$  en este nivel geométrico, encontraron que la parte real del radio se incrementa como:

$$R_{HP}^2(s) = 9.25 + 0.879 \ln(s/s_0) \text{ GeV}^{-2}, \quad (3.15)$$

donde  $s_0 = 1 \text{ GeV}^2$  y el subíndice  $HP$  indica Hüfner y Povh. En la figura 3.8, se puede ver este resultado junto con el que hemos calculado nosotros para la dispersión  $pp$  (3.9), además de los calculados por otros autores (que se verán más adelante).



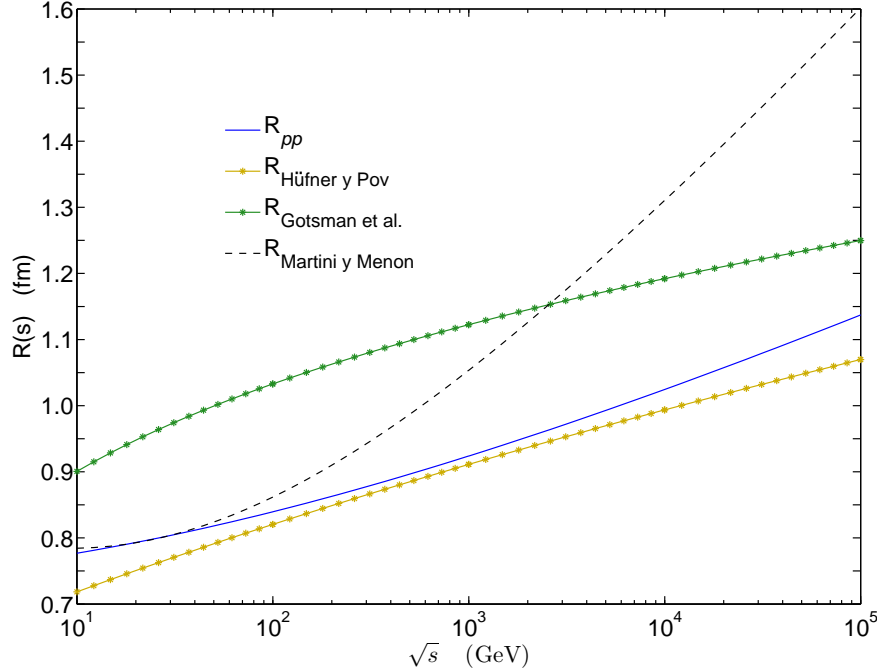


Figura 3.8. Radio hadrónico calculado para la dispersión  $pp$  por medio de (3.9), junto con los calculados por los siguientes autores: Hüfner y Povh (3.15); Gotsman et al. (3.16); Martini y Menon (3.9) y (3.19).

Además de estos resultados obtenidos con modelos puramente geométricos, han surgido dos aproximaciones híbridas del eikonal, tratando de obtener una parte geométrica dependiente de la energía en la dispersión elástica. La primera, presentada por Covolan et al. [111], conecta la forma geométrica con el intercambio de Pomerón en modelos duales, intentando justificar la dependencia en la energía de los factores de forma hadrónica por medio de una analogía con los modelos duales analíticos. El desarrollo de este modelo presenta bases teóricas bien fundamentadas, ya que preserva analiticidad, dualidad y unicidad. Sus aspectos geométricos y los resultados fenomenológicos son muy similares a los que encontramos en nuestros resultados.

La otra aproximación, desarrollada por Gotsman et al. [109, 110], tiene que ver con una investigación que utiliza varios modelos de Pomerón. A través de un procedimiento detallado, se obtuvo un formalismo optimizado que incluye Pomerón fuerte basado en la teoría Lipatov QCD, Pomerón débil y términos de Regge. Para nuestros propósitos resulta particularmente interesante el hecho de que la reproducción de los datos experimentales requiere del uso tanto del obscurecimiento como de la expansión. La expansión está asociada con un parámetro extenso, introducido fenomenológicamente en una amplitud de Lipatov. El mejor ajuste de los datos proporciona el siguiente comportamiento para el radio hadrónico:

$$R_G^2(s) = 3.730 + 8.387 [\ln(s/s_0)]^{0.469} \text{ GeV}^{-2}, \quad (3.16)$$

donde el subíndice  $G$  indica Gotsman et al. La comparación con nuestros resultados, puede

verse en la figura 3.8. Para la obtención de sus ajustes, utilizaron datos experimentales dentro del rango de energías  $cm$ : 23–1800 GeV, es decir, desde el ISR hasta el Tevatron. Además, también encontraron que el obscurecimiento, asociado con la opacidad central, se incrementa con la energía, presentando la siguiente relación entre las energías extremas, para el parámetro de impacto  $b = 0$ :

$$\frac{\Omega_G(0, 1800)}{\Omega_G(0, 23)} = 1.50. \quad (3.17)$$

Mientras que, nosotros obtenemos el siguiente resultado con nuestra expresión para la opacidad central (1.14):

$$\frac{\Omega(0, 1800)}{\Omega(0, 23)} = 1.66. \quad (3.18)$$

Por otra parte, Martini y Menon [56, 112] calcularon el radio hadrónico utilizando la misma ecuación que nosotros (3.9), con los mismos valores para la constante  $\beta^2$ , pero usando un ajuste distinto para  $\alpha^{-2}$ :

$$\alpha_{MM}^{-2}(s) = 2.57 - 0.217 \ln(s/s_0) + 0.0243 [\ln(s/s_0)]^2 \text{ GeV}^{-2}, \quad (3.19)$$

donde el subíndice  $MM$  indica Martini y Menon. El resultado se muestra en la figura 3.8, donde podemos ver, que a diferencia de los demás, el radio calculado por Martini y Menon crece demasiado rápido con la energía. Esto ocurre debido a que ellos desarrollaron su modelo basados solamente en los datos experimentales de la dispersión  $pp$  del Fermilab e ISR, es decir, los correspondientes al intervalo de energías: 13.8–62.5 GeV, sin tomar en cuenta los datos de la dispersión  $\bar{p}p$  para las energías de 546 y 1800 GeV, encontrados por el SPS y el Tevatron, respectivamente.

### 3.3. Algunos puntos de vista teóricos.

En lo que respecta al obscurecimiento y la expansión, se han hecho varios intentos para tratar de encontrar conexiones entre la teoría y los modelos fenomenológicos. En la teoría de difracción múltiple de primer orden de Glauber, el eikonal, en el espacio del momento transferido, es proporcional al producto de los factores de forma hadrónica (geometría) y al promedio de la amplitud de dispersión elemental partón-partón (dinámica), descrito por (1.15) y (1.14), donde el factor de proporcionalidad  $C$  es la constante de absorción, tal como se puede ver de (1.9). En el espacio del parámetro de impacto lo anterior corresponde a un triple producto de circunvolución de las amplitudes de distribución bi-dimensional y de la amplitud elemental [66]. Este tipo de circunvolución es también típico de la teoría QCD de interacción fuerte para una aproximación co-lineal [113]. En el modelo de quark aditivo, la amplitud de dispersión elástica resulta de diagramas que incluyen a los factores de forma en ambos vértices, utilizando amplitudes de dispersión quark-quark [114]. Basados en los anteriores conceptos podemos deducir, que a diferentes niveles teóricos se puede obtener un enlace entre la teoría y el experimento por medio de factores de forma hadrónicos y de

amplitudes elementales partón-partón, los cuales desafortunadamente, no son observables físicas.

En los modelos que utilizan eikonal, el obscurecimiento está conectado con el factor de absorción  $C$ , cuya dependencia en la energía puede ser justificada por medio de teorías de campo gauge, ya sea QCD o QED.

En cuanto al efecto de expansión, existen varios modelos que lo asocian con los factores de forma hadrónica o con las amplitudes elementales. Covolán et al. [111], indicaron que los factores de forma hadrónica dependientes de la energía resultan de la analogía con modelos duales, pero sin hacer una conexión directa. Una posible relación entre el radio complejo dependiente de la energía y la trayectoria Pomerón fue indicada por Hüfner y Povh [73], pero no de un modo satisfactorio. En el modelo de Gotsman et al. [109], la expansión del radio es un parámetro fenomenológico introducido en una amplitud de Lipatov. Factores de forma hadrónica dependientes de la energía son una condición inicial en la aproximación de Chou-Yang [35]. La expansión relacionada con la amplitud elemental aparece en el modelo de Glauber y Velasco [1, 2]. Un análisis posterior realizado por Furget et al. [65] conduce a la misma idea, pero asumiendo factores de forma hadrónica independientes de la energía. Recordemos que Cheng y Wu [103], presentaron una conexión entre la expansión y la teoría gauge, pero la imagen es la de un núcleo oscuro completamente absorbente con un radio expandiéndose y una franja gris independiente de la energía, de modo que no queda claro como emergen simultáneamente el obscurecimiento y la expansión. Sin embargo, esta aproximación está basada también en QED y no en QCD. En nuestro caso, el efecto de expansión está relacionado con el parámetro  $\alpha^{-2}$  presente en el factor de forma hadrónica  $G$  (1.8) y en la expresión para el radio hadrónico (3.9). En donde hemos obtenido los valores de  $\alpha^{-2}$ , para el intervalo de energías:  $10-10^5$  GeV, por medio de un ajuste de datos que fueron obtenidos a través de los datos experimentales de  $d\sigma/dt$ , tal como se explicó en la sección 1.5.

## Capítulo 4. Secciones eficaces totales $pp$ en los experimentos de rayos cósmicos.

### 4.1. Cascadas atmosféricas extensas.

Una cascada atmosférica extensa, también llamada chubasco atmosférico, o en inglés: Extensive Air Shower (EAS), es un proceso que ocurre cuando un rayo cósmico primario de alta energía penetra en la atmósfera terrestre. En los detectores de rayos cósmicos, por medio de las cascadas atmosféricas extensas, se puede medir la penetración en la atmósfera de los protones de alta energía y por consiguiente, calcular también las secciones eficaces  $pp$ , sin embargo, éste no es un procedimiento sencillo, ya que éstas tienen que obtenerse indirectamente a través de las secciones eficaces  $p$ -aire utilizando diversas técnicas computacionales basadas en simulaciones Monte Carlo.

Una partícula de alta energía (protón, partícula  $\alpha$ , núcleo de hierro, etc.) al entrar en la atmósfera de la Tierra experimenta al principio una interacción con un átomo del aire. Esto produce una cascada de partículas secundarias (piones, electrones, fotones, muones y neutrinos) la cual sigue aumentando en magnitud hasta que la pérdida de energía por ionización excede a la pérdida por bremsstrahlung (pérdida de energía por radiación, que aparece cuando el electrón es desviado de su trayectoria rectilínea por la atracción de un núcleo). La profundidad en la atmósfera donde ocurre este proceso se denomina el máximo de la cascada y se simboliza por  $X_{max}$ . Cuando se alcanza este máximo dentro de la atmósfera, la intensidad de la cascada comienza a disminuir hasta que la energía de las partículas secundarias es menor que el umbral de producción de la partícula. Conforme se desarrolla la cascada, pueden ocurrir también otros fenómenos tales como la producción de ondas de radio, radiación de Cherenkov y destellos de luz, que pueden ser medidos en los detectores terrestres, ayudando de esta forma a comprender el comportamiento de la cascada.

### 4.2. Profundidad máxima $X_{max}$ en una cascada atmosférica y su relación con la sección eficaz de producción de partículas $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$ .

En principio, una medición de la distribución de  $X_0$ , que es el primer punto de interacción en las colisiones  $p$ -aire, nos permitiría encontrar, de un modo sencillo, la longitud de atenuación  $\lambda_{p\text{-aire}}$  (también llamada recorrido libre medio). Desafortunadamente, no existen en la actualidad experimentos capaces de detectar la distribución de  $X_0$  y por lo tanto,  $\lambda_{p\text{-aire}}$  no puede ser medida directamente. En lugar de esto, lo que se puede medir en las cascadas atmosféricas es la distribución de  $X_{max}$ . En el experimento de la Colaboración Fly's Eye [17], los detectores de fluorescencia medían la distribución de  $X_{max}$  directamente. En cambio, en el experimento de la Colaboración Akeno [16], para obtener la distribución de  $X_{max}$  se

recolectaban las mediciones independientes de cada uno de los detectores, uniformemente distribuidos sobre una superficie extensa. El mismo procedimiento anterior fue utilizado por la Colaboración Pierre Auger [18].

Para obtener  $X_{max}$  a partir de una cascada atmosférica, primero se tiene que encontrar una función de distribución que describa el número de electrones presentes en la profundidad atmosférica. Un ejemplo de una función de distribución, implementada por Gaisser-Hillas en el experimento Fly's Eye [17, 115], es la siguiente:

$$N_e = N_0 \left( \frac{E}{\varepsilon} \right) \left( \frac{X - X_0}{X_{max} - \lambda} \right)^p e^{p-(X-X_0)/\lambda}, \quad (4.1)$$

donde  $E$  es la energía de la cascada,  $X$  la profundidad atmosférica,  $N_0 = 0.045$ ,  $\varepsilon = 0.074$  GeV,  $\lambda = 70$  g cm<sup>-2</sup> y  $p = (X_{max} - \lambda)/\lambda$ . El mejor ajuste de datos, usando la expresión anterior, se obtiene con los parámetros:  $E = 1.3 \times 10^{18}$  eV y  $X_{max} = 727 \pm 33$  g cm<sup>-2</sup>. El resultado se muestra en la figura 4.1.

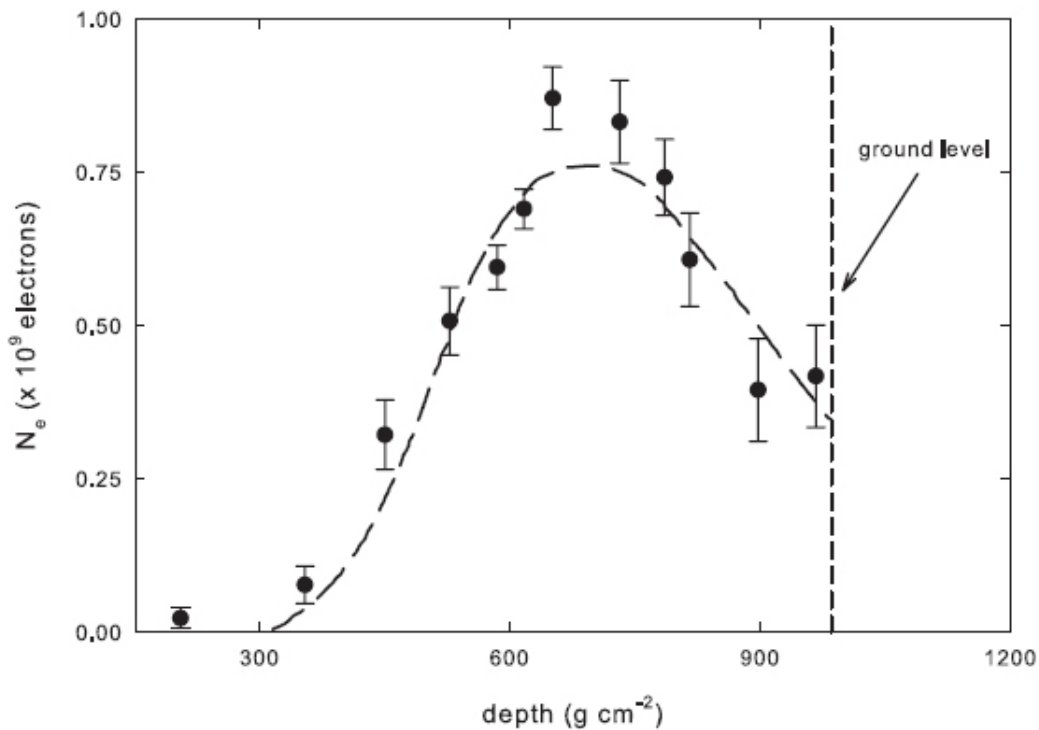


Figura 4.1. Función de distribución del número de electrones presentes en una cascada atmosférica (4.1) vs. la profundidad atmosférica, implementada por Gaisser-Hillas [17, 115]. Donde los parámetros:  $E = 1.3 \times 10^{18}$  eV y  $X_{max} = 727 \pm 33$  g cm<sup>-2</sup> producen el mejor ajuste.

El procedimiento anterior se utiliza para cada una de las cascadas que son medidas en los detectores, obteniéndose de esta forma, un conjunto de valores de  $X_{max}$  para un periodo de

tiempo determinado. A continuación, se hace una gráfica logarítmica de la distribución de los resultados obtenidos para  $X_{max}$ . Por medio de esta gráfica se puede calcular directamente  $\Lambda_m$ , la cual es igual a la pendiente del decaimiento exponencial de la curva. Un ejemplo de esto se puede ver en la figura 4.2, donde la Colaboración Fly's Eye obtuvo:  $\Lambda_m = 73 \pm 9 \text{ g cm}^{-2}$  [17].

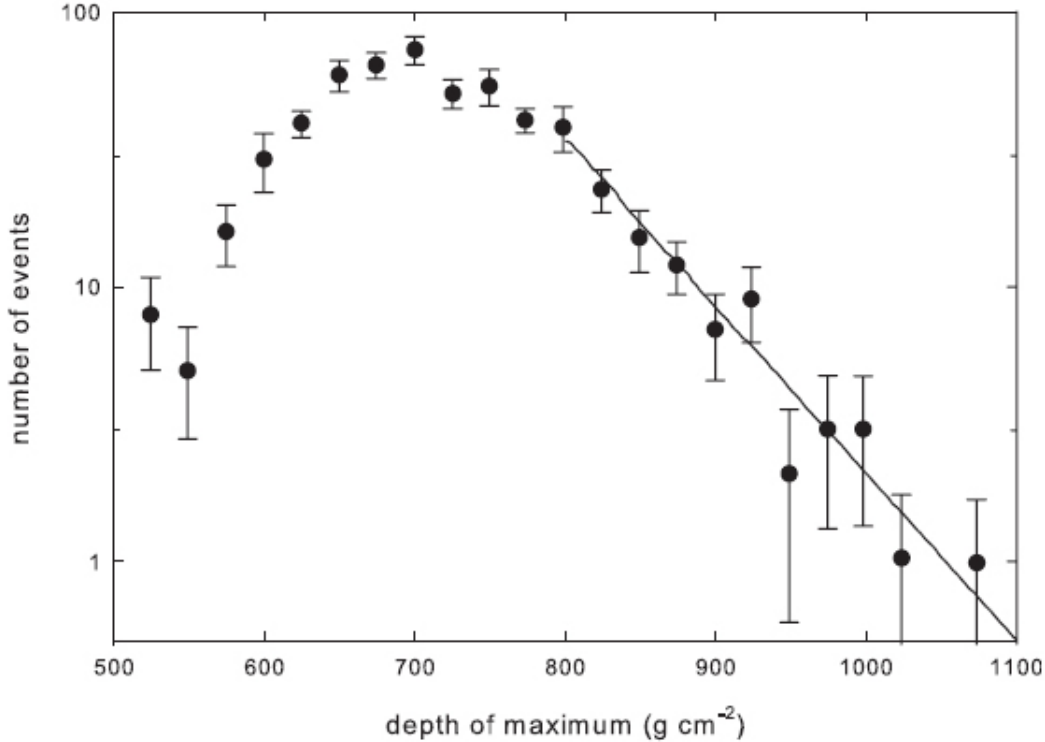


Figura 4.2. Distribución de los resultados de  $X_{max}$  calculados en el experimento Fly's Eye [17], para datos con errores de ajuste:  $\delta x < 125 \text{ g cm}^{-2}$ . La pendiente del decaimiento exponencial es  $\Lambda_m = 73 \pm 9 \text{ g cm}^{-2}$ .

Por otra parte, también se han hecho simulaciones por computadora, utilizando métodos Monte Carlo, de la distribución de  $X_{max}$  y en general de todo el desarrollo de la cascada. Un ejemplo de una simulación hecha por Prike [116] para la distribución de  $X_{max}$  se muestra en la figura 4.3.

Ahora bien,  $\Lambda_m$  se relaciona con la longitud de atenuación de los protones en la atmósfera por medio de la siguiente expresión:

$$\Lambda_m = k\lambda_{p\text{-aire}} = k \frac{14.4 m}{\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}} = k \frac{24,100}{\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}}, \quad (4.2)$$

donde  $\Lambda_m$  está en  $\text{g cm}^{-2}$ , la masa del protón  $m$  está en g, el factor  $14.4 m$  corresponde al peso atómico medio del aire y la sección eficaz de producción de partículas  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  está mb, ésta es la sección eficaz por emisión de partícula en la interacción primaria y no la sección eficaz inelástica total la cual incluye difracción. Sabemos además que  $\Lambda_m$  depende críticamente de

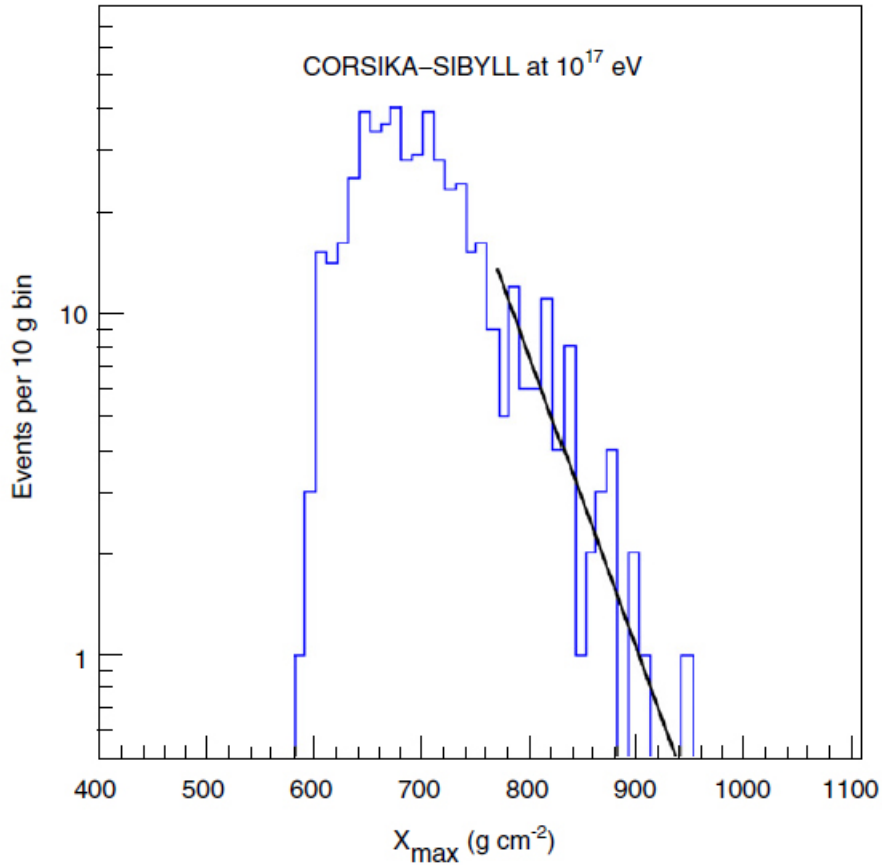


Figura 4.3. Simulación por computadora de la distribución de  $X_{max}$  calculada por Prike [116]. Donde también se muestra un ajuste obtenido para el decaimiento exponencial de la curva.

la inelasticidad del protón y de las propiedades de interacción del pión, que determinan la razón de disipación de la energía del protón primario en energía electromagnética dentro de la cascada. Este último efecto es tomado en cuenta en (4.2) por medio del parámetro  $k$ , cuyo valor depende de la totalidad de las secciones eficaces de producción de partículas en las interacciones de nucleones y mesones con los blancos nucleares ligeros presentes en la atmósfera y la dependencia en la energía de éstas. Un conocimiento básico de  $k$ , que depende del modelo utilizado y en principio también de la energía, será esencial para la extracción de la sección eficaz de producción *p-aire*, cuya relación la podemos obtener directamente despejando de (4.2):

$$\sigma_{p-aire}^{prod} = k \frac{24,100}{\Lambda_m}, \quad (4.3)$$

### 4.3. Obtención de la sección eficaz total $pp$ por las Colaboraciones: Fly's Eye y Akeno.

Para obtener la sección eficaz total  $pp$  por medio de los datos experimentales de rayos cósmicos, debemos calcular primero la sección eficaz total  $p$ -aire por medio de la siguiente ecuación:

$$\sigma_{p\text{-aire}} = \sigma_{p\text{-aire}}^{prod} + \sigma_{p\text{-aire}}^{el} + \sigma_{p\text{-aire}}^{q-el}, \quad (4.4)$$

donde  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  está descrita por (4.3),  $\sigma_{p\text{-aire}}^{el}$  y  $\sigma_{p\text{-aire}}^{q-el}$  son las secciones eficaces  $p$ -aire elásticas y cuasi-elásticas, respectivamente. A continuación, utilizando el método de Glauber, tal como lo hicieron T. K. Gaisser et al. [58], podemos transformar el valor de  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  en la sección eficaz total  $pp$ . La relación subsecuente entre  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  y  $\sigma_{pp}$  involucra críticamente a  $B_{pp}$ , la pendiente de la amplitud de dispersión frontal en la dispersión elástica  $pp$ , la cual se define por:

$$B_{pp} = \frac{d}{dt} \left( \ln \frac{d\sigma_{pp}^{el}}{dt} \right) \Big|_{t=0}. \quad (4.5)$$

Un ejemplo que utiliza este método fue realizado por Engel et al. [117], tal como se muestra en la figura 4.4, donde se grafica  $B$  en función de  $\sigma_{pp}$  y donde las cinco curvas corresponden a valores diferentes de  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$ . El procedimiento para calcular  $\sigma_{pp}$  a partir la cantidad  $\Lambda_m$  y de los datos obtenidos de  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  (4.3), se describirá a continuación.

Sabemos que la profundidad  $X_{max}$  donde la cascada alcanza su máximo desarrollo en la atmósfera y que es la base para la obtención de la sección eficaz total, es una combinación de la profundidad de la primera interacción (que está determinada por la sección eficaz de producción inelástica) y también del subsecuente desarrollo de la cascada. La forma en la cual evoluciona la cascada y su fluctuación son el origen de la desviación de  $k$  de la unidad en la ecuación (4.3). Los valores predecidos de  $k$  varían desde 1.5 para un modelo donde la sección eficaz inclusiva exhibe escalado de Feynman, hasta 1.1 para modelos con grandes violaciones de escalado [117]. Los valores de  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  que se muestran en la figura 4.4 son cinco: el valor medio y las desviaciones correspondientes a  $\pm 1\delta$  y  $\pm 2\delta$ , donde  $\delta$  es el error calculado. Block, Halzen y Stanev (BHS) [118, 119] convirtieron estos valores de  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  en  $\sigma_{tot}^{pp}$ , utilizando para ello un modelo con un eikonal basado en QCD (el modelo Aspen) que conecta la pendiente nuclear  $B$  con  $\sigma_{tot}^{pp}$ , el cual corresponde a la línea negra segmentada de la figura 4.4. El punto negro sobre esta línea corresponde al valor obtenido para  $\sqrt{s} = 30$  TeV en el experimento Fly's Eye [17]. Ya que la conversión de  $\Lambda_m$  en  $\lambda_{p\text{-aire}}$  depende ampliamente del modelo utilizado, BHS propusieron minimizar el impacto de la teoría en esta conversión. Ellos implementaron una parametrización inspirada en QCD (el modelo Aspen) para las amplitudes de dispersión frontal  $pp$  y  $\bar{p}p$ , la cual ajusta todos los datos de aceleradores para  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$  y  $B$ , tal como se muestra en las figuras: 4.5, 4.6 y 4.7. Además, también se utilizaron simultáneamente los valores de  $\Lambda_m$  calculados en los experimentos Fly's Eye y Akeno, es decir, que la cantidad  $k$  de la ecuación (4.3) también es por lo tanto un parámetro del ajuste. Ellos se refieren a este ajuste como un ajuste global, enfatizando que en el ajuste



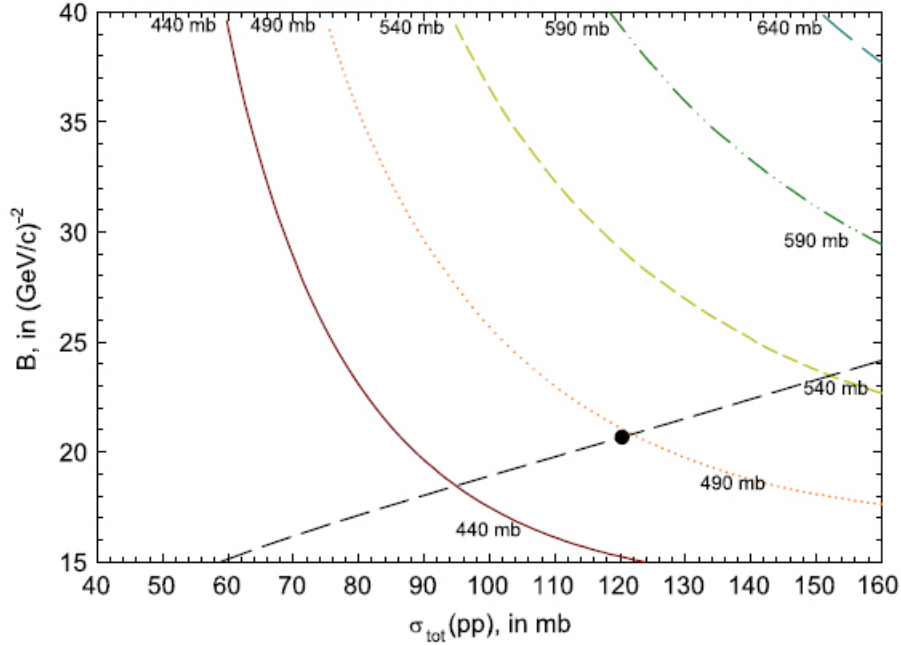


Figura 4.4. Equivalencia entre la pendiente nuclear  $B$  y  $\sigma_{tot}^{pp}$ . Las cinco curvas corresponden a diferentes valores de  $\sigma_{p-aire}^{prod}$ : 440, 490, 540, 590 y 640 mb; donde el valor central corresponde al publicado en el experimento Fly's Eye [17] y los demás a  $\pm 1\delta$  y  $\pm 2\delta$ . La línea negra segmentada es un ajuste calculado para  $B$  en función de  $\sigma_{tot}^{pp}$ , presentado por Block, Halzen y Stanev [118, 119], llamado el modelo Aspen, el cual utiliza un eikonal basado en QCD. El punto sobre la línea es el valor obtenido para  $\sqrt{s} = 30$  TeV por la Colaboración Fly's Eye [17].

global, todas las cuatro cantidades,  $\sigma_{tot}$ ,  $\rho$ ,  $B$  y  $k$ , a su vez también son ajustes de datos experimentales. Ya que la parametrización es unitaria y analítica, sus predicciones para altas energías son efectivamente independientes del modelo, si uno requiere que el protón se vuelva asintóticamente un disco obscuro. Usando dominancia de mesón vectorial y modelos de quarks aditivos se obtiene un soporte adicional para su ajuste QCD, que también puede reproducir una gran cantidad de datos de interacciones fotón-protón y fotón-fotón sin la introducción de nuevos parámetros [120]. En particular, este también ajusta simultáneamente a  $\sigma_{pp}$  y  $B$ , creando una relación entre los dos. Específicamente, la predicción de  $B$  vs.  $\sigma_{pp}$  del ajuste del modelo de Aspen mostrado en la figura 4.4 completa la relación necesaria (usando el modelo de Glauber) entre  $\sigma_{pp}$  y  $\sigma_{p-aire}^{prod}$ . El error porcentual en la predicción de  $\sigma_{pp}$  en  $\sqrt{s} = 30$  TeV es casi 1.2%, debido al error estadístico en los parámetros del ajuste. En la figura 4.8, se han graficado los valores de  $\sigma_{pp}$  vs.  $\sigma_{p-aire}^{prod}$  que han sido deducidos de las intersecciones que tiene la línea de  $B$  vs.  $\sigma_{pp}$  con las curvas de  $\sigma_{p-aire}^{prod}$  en la figura 4.4. La figura 4.8 nos permite la conversión de las secciones eficaces medidas  $\sigma_{p-aire}^{prod}$  en secciones eficaces totales  $\sigma_{pp}$ . El error porcentual en  $\sigma_{p-aire}^{prod}$  es casi 0.8% cerca de  $\sigma_{p-aire}^{prod} = 450$  mb, éste se debe a los errores en  $\sigma_{pp}$  y  $B$  que resultan de los errores en los parámetros del ajuste.

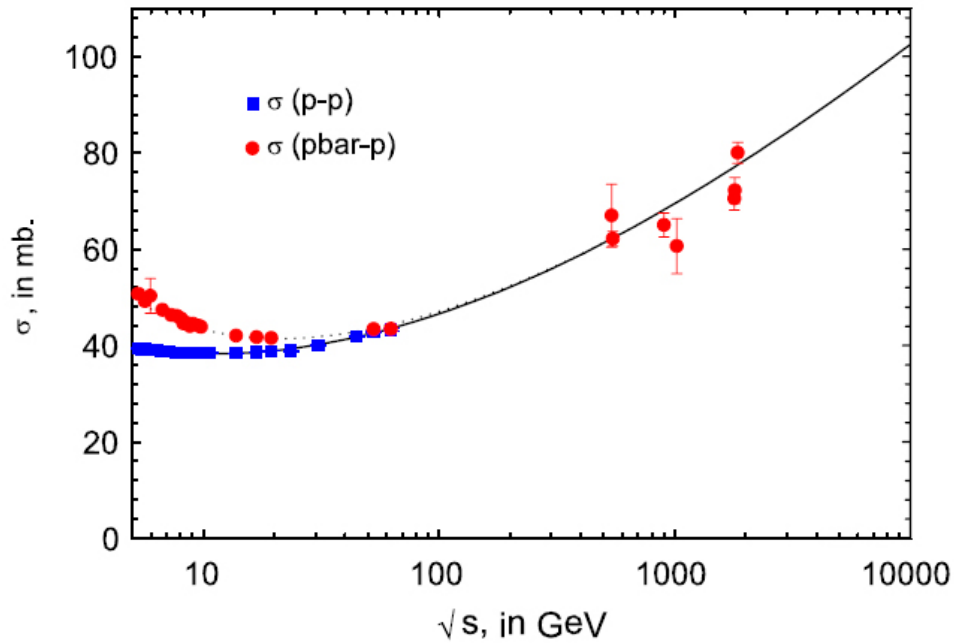


Figura 4.5. Ajuste del modelo de Aspen para  $\sigma_{tot}$ , donde los datos de aceleradores están representados por cuadrados para la dispersión  $pp$  y por círculos para la dispersión  $\bar{p}p$ . La línea sólida es el ajuste para  $pp$  y la punteada el ajuste para  $\bar{p}p$  [118, 119].

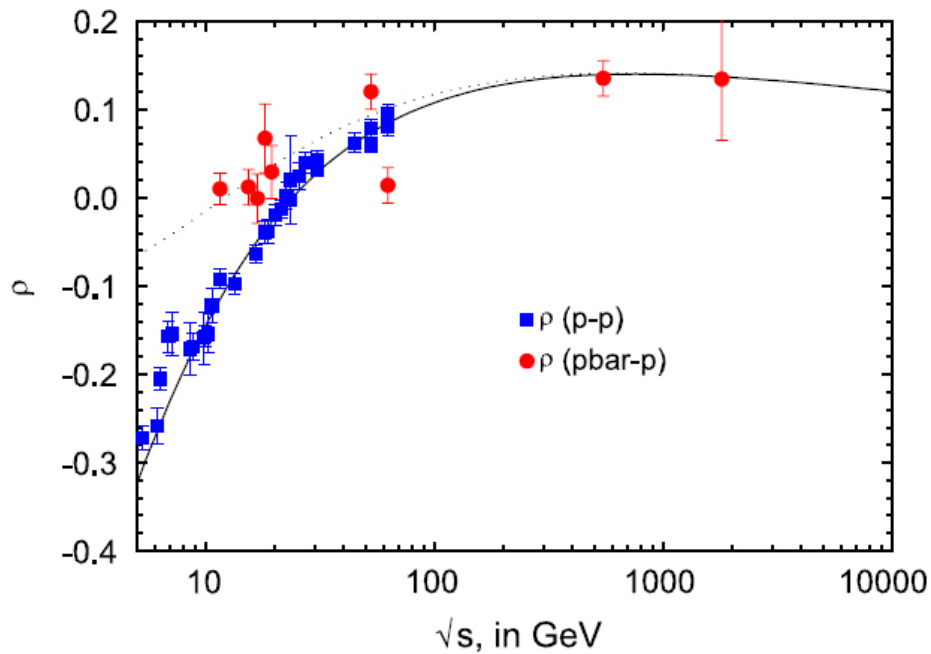


Figura 4.6. Ajuste del modelo de Aspen para  $\rho$ , donde los datos de aceleradores están representados por cuadrados para la dispersión  $pp$  y por círculos para la dispersión  $\bar{p}p$ . La línea sólida es el ajuste para  $pp$  y la punteada el ajuste para  $\bar{p}p$  [118, 119].

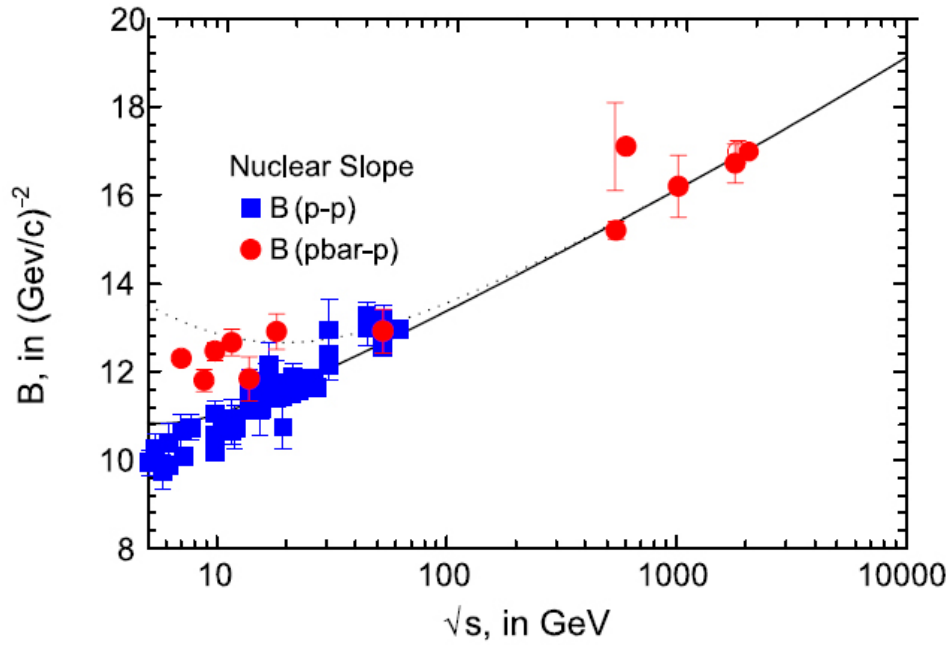


Figura 4.7. Ajuste del modelo de Aspen para  $B$ , donde los datos de aceleradores están representados por cuadrados para la dispersión  $pp$  y por círculos para la dispersión  $\bar{p}p$ . La línea sólida es el ajuste para  $pp$  y la punteada el ajuste para  $\bar{p}p$  [118, 119].

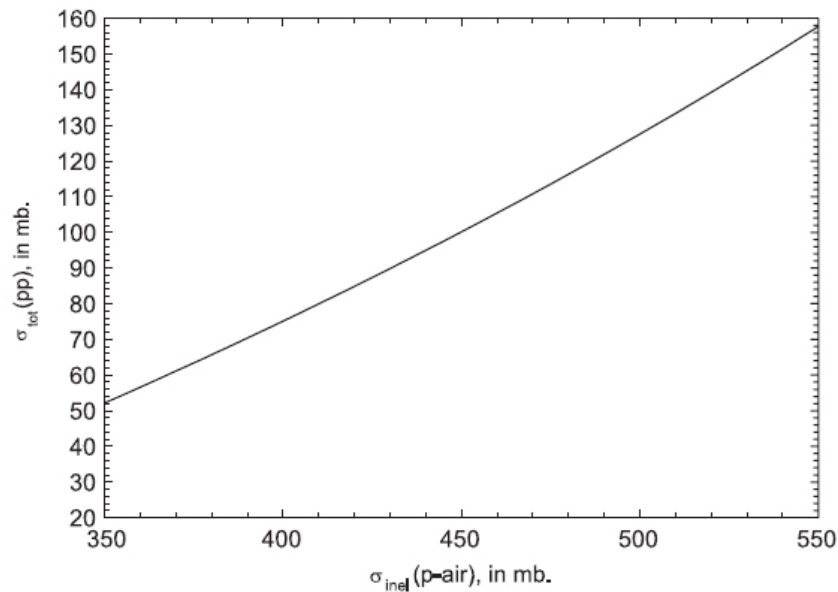


Figura 4.8. Gráfica de la sección eficaz total  $pp$  (predecida) vs. la sección eficaz  $p$ -aire (medida), usando el cálculo de la figura 4.4.

Comparando sus predicciones para las secciones eficaces  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$ , como funciones de la energía, con las secciones eficaces publicadas por los grupos Fly's Eye y Akeno, ellos encontraron que las predicciones sistemáticamente están debajo, por casi una desviación estándar, de los valores publicados. Haciendo que  $k$  sea un parámetro independiente en el ajuste global y despreciando la posibilidad de que tenga una débil dependencia en la energía en el rango medido, ellos reajustaron simultáneamente los datos de aceleradores y rayos cósmicos. De esta forma, BHS encontraron el valor de  $k = 1.349 \pm 0.045$ , donde el error se debe al error estadístico del ajuste global. Combinando los resultados de las figuras 4.5 y 4.8 predijeron que  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  varía con la energía  $cm$ . Utilizando el valor anterior de  $k$ , recalcularon los datos de altas energías publicados por los grupos Fly's Eye y Akeno para  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$ . Los resultados obtenidos para  $\sigma_{tot}$  vs.  $\sqrt{s}$  se pueden ver en la figura 4.9, donde se observa claramente que el ajuste tiene una buena concordancia con los datos obtenidos por Fly's Eye y Akeno. Para las energías experimentales citadas anteriormente, tenemos  $\Delta \log_{10}(E_{lab}(eV)) = 0.12$  para Akeno y  $\Delta \log_{10}(E_{lab}(eV)) = 0.4$  para Fly's Eye, donde  $E_{lab}$  es la energía del protón en el laboratorio. BHS dedujeron de la curva en la figura 4.9 que  $\Delta k/k = 0.0084$  para Akeno y  $\Delta k/k = 0.0279$  para Fly's Eye. Ellos estimaron conservadoramente que la resolución de la energía experimental introduce un error sistemático en  $k$  tal que  $\Delta k_{sistemático} = \sqrt{(\Delta k_{Akeno}^2 + \Delta k_{Fly's\ Eye}^2)}/2 = 0.028$ . Por lo tanto, el resultado final obtenido por BHS fue  $k = 1.349 \pm 0.045(stat) \pm 0.028(syst)$ , donde el primer error es estadístico y el último es sistemático. De esta forma, las secciones eficaces de aceleradores y rayos cósmicos son adecuadamente descritas utilizando el valor anterior de  $k$ , el cual es independiente del modelo y también de la energía. Usando el ajuste del modelo de Aspen, con esta determinación de  $k$  se restringe severamente cualquier modelo de interacciones hadrónicas de alta energía. Los resultados obtenidos por las Colaboraciones Fly's Eye y Akeno para la sección eficaz total  $pp$  se pueden ver en la Tabla 2.1.

#### 4.4. Obtención de la sección eficaz total $pp$ por la Colaboración Pierre Auger.

Para calcular la sección eficaz  $p\text{-aire}$ , la Colaboración Pierre Auger utilizó dos procesos. Primero, midieron una cantidad observable con alta sensibilidad para el cálculo de la sección eficaz dentro de la cascada atmosférica. Segundo, convirtieron esta medición a un valor de la sección eficaz de producción de partículas  $p\text{-aire}$ , que es la sección eficaz preponderante en todas las interacciones que producen partículas y de este modo, la que contribuye al desarrollo de la cascada; además, ésta también incluye implícitamente interacciones difractivas. Como la primera observable, definieron a  $\Lambda_\eta$  que equivale al decaimiento exponencial de la función de distribución de  $X_{max}$ :

$$\frac{dN}{dX_{max}} \propto e^{-X_{max}/\Lambda_\eta}, \quad (4.6)$$

donde  $\eta$  denota la fracción de la más profunda penetración de la cascada aérea usada. Considerando que solamente estos eventos realzan la contribución de protones en la muestra,

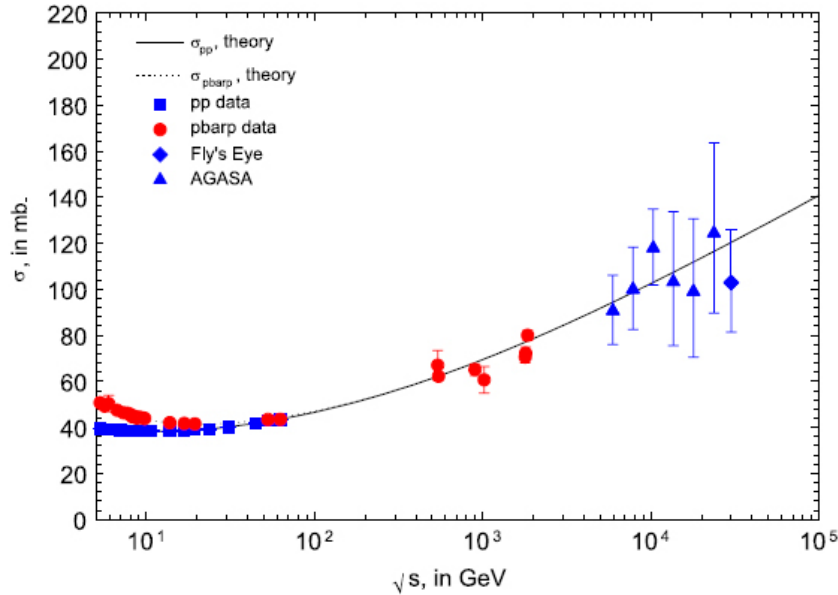


Figura 4.9. Ajuste del modelo de Aspen (con eikonal basado en QCD) para la sección eficaz total vs.  $\sqrt{s}$ . La línea sólida es para la dispersión  $pp$  y la punteada para  $\bar{p}p$ . Los datos experimentales de rayos cósmicos (Fly's Eye y Akeno) fueron convertidos desde  $\sigma_{p\text{-aire}}^{prod}$  a  $\sigma_{pp}$  usando los resultados de la figura 4.8 y el valor de  $k = 1.349$  en el ajuste global.

ya que la profundidad en la atmósfera donde alcanza su máximo, en las cascadas inducidas por protones, es mayor que aquella que se produce en las cascadas provocadas por núcleos más pesados. De esta forma,  $\eta$  es un parámetro clave: un valor pequeño realza la fracción del protón, pero reduce el número de eventos disponibles para el análisis. La Colaboración Pierre Auger eligió el valor  $\eta = 0.2$  de modo que, para fracciones de helio hasta del 25 %, los sesgos introducidos por la posible presencia de helio y de núcleos más pesados no excedieran el nivel de la incertidumbre estadística. Esto se eligió así después de un estudio Monte Carlo que probó para diferentes valores de  $\eta$ , la sensibilidad del análisis en la composición de las masas.

Se usaron eventos recolectados entre el 1 de diciembre de 2004 y el 20 de diciembre de 2010. Los cortes atmosféricos y de calidad en los eventos aplicados fueron idénticos a los que se utilizaron para el análisis de  $\langle X_{max} \rangle$  y  $\text{rms}(X_{max})$  [121], obteniéndose 11,628 eventos de gran calidad. La distribución  $X_{max}$  de estos datos fue afectada por la conocida aceptación geométrica de los telescopios de fluorescencia así como también por las limitaciones relacionadas con la transmisión de la luz en la atmósfera. Se utilizó la estrategia desarrollada en la medición de  $\langle X_{max} \rangle$  y  $\text{rms}(X_{max})$  para extraer una muestra que tuviera una distribución de  $X_{max}$  no-sesgada: una selección con un volumen de referencia, que requiere de eventos geométricos que permitan, para cada cascada individual, la completa observación dentro de un rango definido de la profundidad de la pendiente.

Primero, se seleccionó el rango de valores de  $X_{max}$  que correspondieran a la fracción

$\eta = 0.2$  de la más profunda penetración en las cascadas. Para esto se necesitó una distribución no-sesgada de  $X_{max}$  sobre el rango total de profundidad de los valores observados de  $X_{max}$ . Para este fin, se realizó la selección de un evento de referencia en el rango de profundidad de la pendiente que contuviera el 99.8% de la distribución observada de  $X_{max}$ , la cual corresponde al rango desde 550 hasta 1004  $\text{g}/\text{cm}^2$ . Esto reduce la muestra de datos a 1635 eventos, proporcionando una distribución no-sesgada de  $X_{max}$  que es usada para encontrar el rango de valores de  $X_{max}$  correspondientes a  $\eta = 0.2$ , identificada para abarcar desde 768 hasta 1004  $\text{g}/\text{cm}^2$ .

Segundo, se seleccionaron los eventos dentro de los originales 11,628 que tuvieran las geometrías necesarias para permitir la completa observación de los valores de  $X_{max}$  desde 768 hasta 1004  $\text{g}/\text{cm}^2$ , es decir, el decaimiento de la distribución no-sesgada. Esta muestra de referencia maximiza la estadística de una distribución no-sesgada de  $X_{max}$  en el rango de interés. En total, 3082 eventos aprobaron los criterios de volumen de referencia, de los cuales 783 eventos tuvieron su  $X_{max}$  dentro del rango seleccionado y de esta forma contribuyeron directamente al cálculo de  $\Lambda_\eta$ . En la figura 4.10 se muestran los 3082 eventos seleccionados de un probable ajuste máximo no-agrupado de una función exponencial sobre el rango 768 a 1004  $\text{g}/\text{cm}^2$ . De este modo se obtuvo:

$$\Lambda_\eta = 55.8 \pm 2.3(\text{stat}) \pm 1.6(\text{syst}) \text{ g}/\text{cm}^2, \quad (4.7)$$

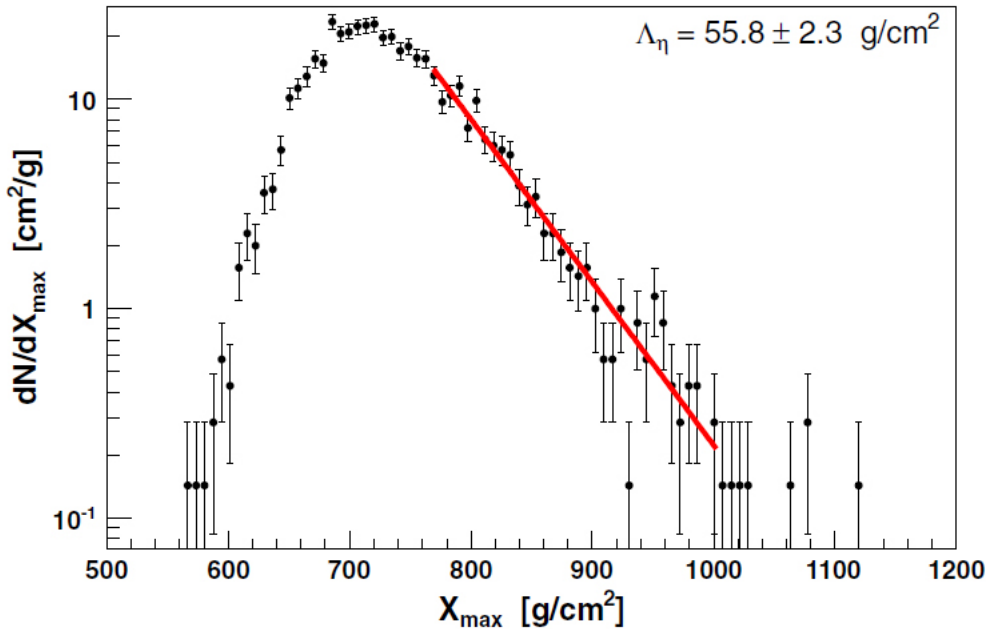


Figura 4.10. Ajuste obtenido para  $\Lambda_\eta$  (línea roja). La distribución de  $X_{max}$  no está sesgada debido a la selección de un volumen de referencia aplicado en el rango del ajuste.

donde la energía promedio de estos eventos es de  $10^{18.24 \pm 0.005(\text{stat})}$  eV. La distribución de la energía diferencial para estos eventos sigue una ley potencial con índice -1.9. La energía promedio corresponde a la energía  $cm$  de  $\sqrt{s} = 57 \pm 0.3(\text{stat})$  TeV en las colisiones  $pp$ .

La determinación de la sección eficaz  $p$ -aire para la producción de partículas requiere del uso de simulaciones computacionales de cascadas atmosféricas, que inherentemente introducen algunas dependencias en supuestos modelos. Se emuló el cálculo de  $\Lambda_\eta$  por medio de simulaciones Monte Carlo para obtener predicciones de la pendiente  $\Lambda_\eta^{\text{MC}}$ . Se sabe de trabajos anteriores que los valores de  $\Lambda_\eta^{\text{MC}}$  están directamente relacionados con las secciones eficaces hadrónicas usadas en las simulaciones [17, 122]. En consecuencia, se puede experimentar el efecto de cambiar las secciones eficaces empíricamente, multiplicando todas las secciones eficaces hadrónicas que entran en las simulaciones por un factor dependiente de la energía [123]:

$$f(E, f_{19}) = 1 + (f_{19} - 1) \frac{\log\left(\frac{E}{10^{15}} \text{ eV}\right)}{\log\left(\frac{10^{19}}{10^{15}} \frac{\text{eV}}{\text{eV}}\right)}, \quad (4.8)$$

donde  $E$  denota la energía de la cascada y  $f_{19}$  es el factor que nos permite reescalar la sección eficaz a  $10^{19}$  eV. Esta técnica de modificar las predicciones originales de las secciones eficaces durante el proceso de simulación asegura una suave transición desde los datos de aceleradores hasta las energías de rayos cósmicos.

Para cada modelo de interacción hadrónica, el valor de  $f_{19}$  se obtiene de modo que reproduzca el valor medido de  $\Lambda_\eta$ . La sección eficaz modificada se deduce entonces multiplicando la sección eficaz original usada en el modelo por el factor  $f(E, f_{19})$  de la ecuación (4.8), con  $E = 10^{18.24}$  eV. Para la conversión de  $\Lambda_\eta$  en la sección eficaz se usaron los cuatro modelos de interacción hadrónica de alta energía, comúnmente empleados en las simulaciones de cascadas atmosféricas: QGSJET01 [124], QGSJETII.3 [125], SIBYLL 2.1 [126] y EPOS1.99 [127]. Aunque en general ningún modelo presenta una exacta representación de los datos de rayos cósmicos en todos los aspectos, estos son los que razonablemente han dado mejores descripciones de la mayoría de las características principales. Se ha demostrado que las diferencias entre los modelos usados en el análisis son típicamente más grandes que las variaciones obtenidas dentro de un modelo por variación de un parámetro [128]. Por tanto, se usaron las diferencias en los modelos para estimar la dependencia sistemática del modelo global.

Las secciones eficaces  $p$ -aire de producción de partículas obtenidas por QGSJET01, QGSJETII, SIBYLL y EPOS fueron: 523.7, 502.9, 496.7 y 497.7 mb, respectivamente, con una incertidumbre estadística de 22 mb para cada uno de estos valores. Promediando los cuatro valores anteriores se llega al siguiente resultado:

$$\sigma_{p\text{-aire}}^{\text{prod}} = 505 \pm 22(\text{stat}) \pm_{-36}^{+28}(\text{syst}) \text{ mb}, \quad (4.9)$$

para la energía  $cm$  de:

$$\sqrt{s} = 57 \pm 0.3(\text{stat}) \pm 6(\text{syst}) \text{ TeV}. \quad (4.10)$$

En la figura 4.11 se compara el resultado anterior con los modelos de predicción y otros datos experimentales. Todos estos análisis se realizaron suponiendo que las partículas primarias eran únicamente protones. También, se basaron en un modelo con una simple interacción para describir las cascadas atmosféricas, solamente HiRes utilizó un segundo modelo para hacer chequeos sistemáticos.

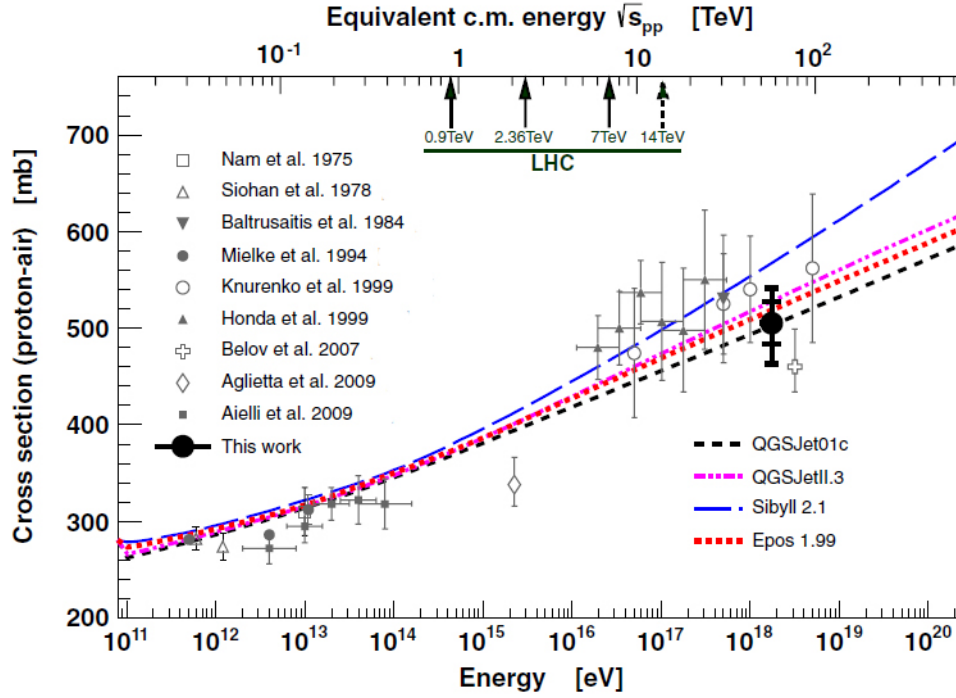


Figura 4.11. Resultado obtenido para la sección eficaz  $p$ -aire de producción de partículas, comparada con otros datos experimentales y modelos de predicción. Las barras de error interiores corresponden al error estadístico, mientras que las exteriores incluyen las incertidumbres sistemáticas para una fracción de helio del 25% y 10 mb para la incertidumbre sistemática asociada a la fracción de protones.

Para obtener la sección eficaz inelástica  $pp$  y la sección eficaz total  $pp$ , la Colaboración Pierre Auger utilizó el modelo de Glauber. Por medio del formalismo estándar de Glauber, extendido por una implementación de dos canales de estados inelásticos intermedios para tomar en cuenta la disociación por difracción. El primer canal corresponde a la dispersión  $p \rightarrow p$  y tiene una amplitud de  $\Gamma_{pp}$ , mientras que la amplitud para el otro canal es  $\Gamma_{pp^*} = \lambda\Gamma_{pp}$  y corresponde a la excitación de un estado intermedio de corta vida. El parámetro  $\lambda$  está asociado con el radio de la sección eficaz de difracción simple y con la sección eficaz elástica. Se usó un valor de  $\lambda = 0.5 \pm 0.15$  que está determinado por mediciones de la sección eficaz de difracción simple, así como también, por datos de la sección eficaz protón-carbón para bajas energías.

Este cálculo de Glauber es dependiente del modelo, ya que, ni los parámetros, ni los procesos físicos involucrados son conocidos de forma precisa en las energías de rayos cósmicos. En particular, esto aplica para el parámetro de pendiente elástica  $B_{el}$  definido implícitamente por:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} \propto e^{-|t|B_{el}} \quad \text{con } t \text{ muy pequeña,} \quad (4.11)$$

así como también, para la correlación de  $B_{el}$  con la sección eficaz y para la sección eficaz de la disociación difractiva. En el caso de  $\sigma_{pp}^{inel}$ , la correlación de  $B_{el}$  con la sección eficaz se



muestra en la figura 4.12 para  $\lambda = 0.5$ . Se utilizaron los mismos cuatro modelos de interacción hadrónica para determinar la banda de incertidumbre de la correlación  $B_{el} - \sigma_{pp}^{inel}$ .

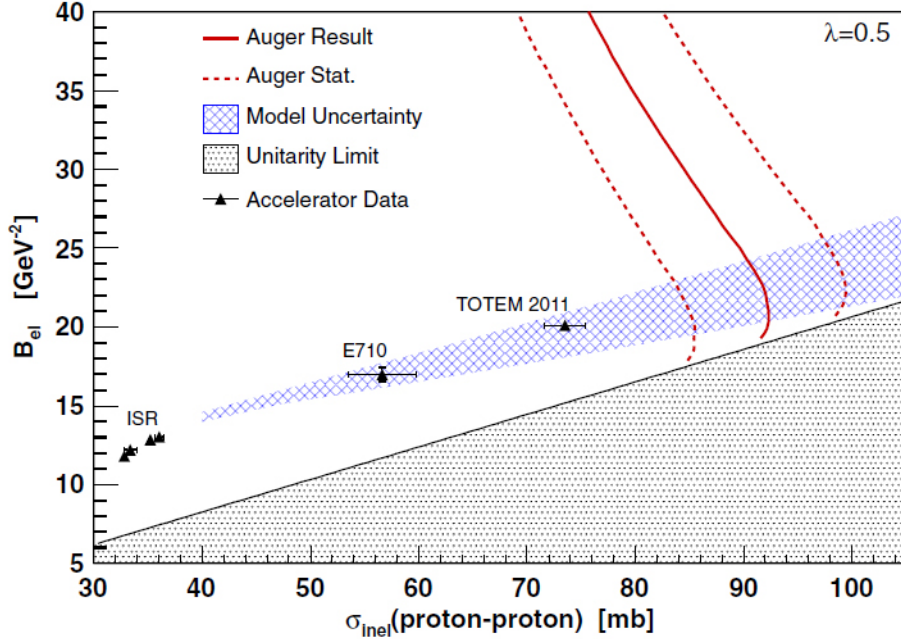


Figura 4.12. Correlación entre el parámetro de pendiente elástica  $B_{el}$  y la sección eficaz inelástica  $pp$  dentro del contexto de Glauber. La línea sólida indica la combinación de parámetros que producen la sección eficaz de producción  $p$ -aire observada, mientras que las líneas punteadas corresponden a las incertidumbres estadísticas. El área sombreada describe a las predicciones de SIBYLL, QGSJET, QGSJETII y EPOS.

De este modo, la Colaboración Pierre Auger obtuvo el siguiente resultado para la sección eficaz inelástica  $pp$ :

$$\sigma_{pp}^{inel} = 92 \pm 7(\text{stat}) \begin{matrix} +9 \\ -11 \end{matrix} (\text{syst}) \pm 7(\text{Glauber}) \text{ mb} \quad (4.12)$$

y para la sección eficaz total  $pp$ :

$$\sigma_{pp}^{tot} = 133 \pm 13(\text{stat}) \begin{matrix} +17 \\ -20 \end{matrix} (\text{syst}) \pm 16(\text{Glauber}) \text{ mb}. \quad (4.13)$$

Las incertidumbres sistemáticas de las secciones eficaces inelástica y total incluyen contribuciones del parámetro de pendiente elástica, de  $\lambda$ , de la distribución de densidad nuclear y de efectos por el chequeo de secciones al usar QGSJETII [125, 129]. Para el caso inelástico, estas cuatro contribuciones independientes son 1, 3, 5 y 4 mb, respectivamente. Para la sección eficaz total, ellas son 13, 6, 5 y 4 mb. Se menciona además, que la incertidumbre teórica total al convertir secciones eficaces  $p$ -aire a  $pp$  puede ser más grande que la estimado aquí dentro del modelo de Glauber. Hay otras extensiones del modelo de Glauber para tomar en cuenta el apantallamiento inelástico o las correlaciones nucleón-nucleón y aproximaciones alternativas que incluyen, por ejemplo, saturación de partones entre otros efectos.

En la figura 4.13 se comparan los resultados obtenidos para la sección eficaz inelástica, con los datos de aceleradores y con las secciones eficaces usadas en los modelos de interacción hadrónica.

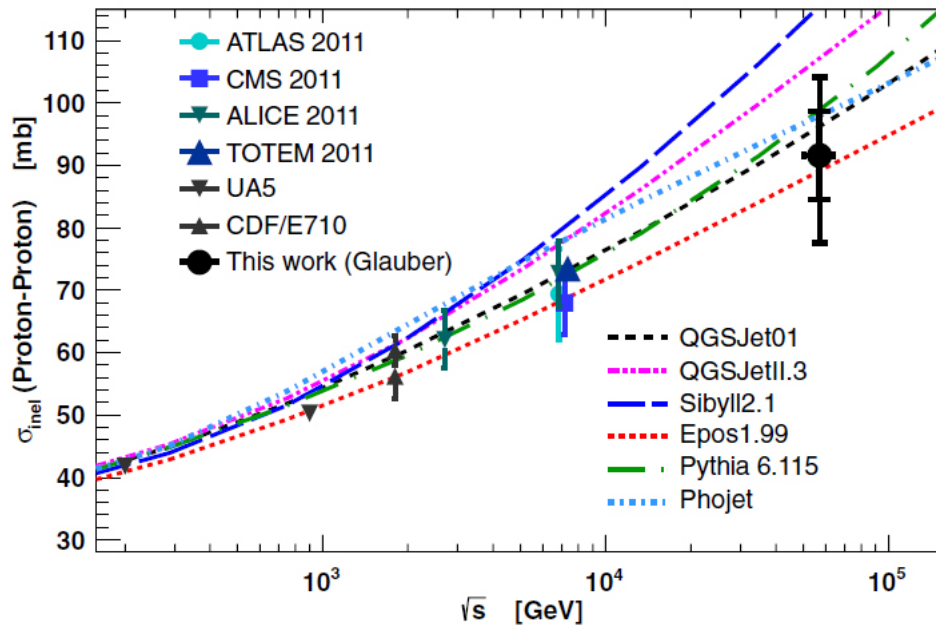


Figura 4.13. Comparación de la sección eficaz inelástica  $pp$  con los modelos de predicción y los datos experimentales de aceleradores. También se muestran las secciones eficaces de dos modelos típicos de alta energía, PYTHIA6 [130] y PHOJET [131, 132]. Las barras de error interiores corresponden al error estadístico, mientras que las exteriores a las incertidumbres sistemáticas.

## Conclusiones y observaciones finales.

Basados en la difracción múltiple de primer orden de Glauber [1–5], se desarrolló en la presente Tesis, un modelo para la dispersión  $pp$  y  $\bar{p}p$ , utilizando un eikonal que depende de parámetros para describir el factor de forma hadrónica y la amplitud elemental partón-partón. Por medio de este eikonal se calcularon a continuación las partes real e imaginaria de la amplitud hadrónica. Para cada uno de los parámetros asociados al eikonal se obtuvieron ajustes que posteriormente se utilizaron para calcular la sección eficaz diferencial. Los resultados obtenidos de esta forma, describen adecuadamente los datos experimentales obtenidos en los aceleradores de partículas para la energías  $cm$  desde 13.8 hasta 1800 GeV.

Con los buenas predicciones obtenidas para la sección eficaz diferencial, a continuación, por medio de la amplitud hadrónica y con los ajustes de los parámetros asociados con el eikonal, se calcularon ajustes para las secciones eficaces totales  $pp$  y  $\bar{p}p$ , los cuales describen satisfactoriamente los datos experimentales de aceleradores y de rayos cósmicos obtenidos por:

- El Fermilab para 13.8 y 19.4 GeV [100, 101].
- El ISR del CERN para 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV [19].
- El SPS del CERN para 546 y 900 GeV [20, 22].
- El Tevatron para 546 y 1800 GeV [21, 23–25].
- El LHC del CERN para 7 y 8 TeV [12–15].
- La Colaboración Akeno para 6, 8, 10, 14, 18 y 24 TeV [16].
- La Colaboración Fly’s Eye para 30 TeV [17].
- La Colaboración Pierre Auger para 57 TeV [18].

Las predicciones que se obtuvieron en la presente Tesis para la sección eficaz total  $pp$  mejoraron las que hemos presentado en aproximaciones previas [6–10].

Utilizando las funciones de superposición elástica e inelástica, se hizo un análisis de una importante característica de la dispersión elástica  $pp$  y  $\bar{p}p$  que se ha observado en los resultados experimentales, la cual consiste en el aumento de la expansión y el obscurecimiento de los hadrones conforme aumenta la energía  $cm$ . Además, se hizo una comparación con los resultados obtenidos por otros investigadores.

Se realizó un análisis de los métodos usados para obtener la sección eficaz total  $pp$  en los experimentos de rayos cósmicos, a partir de las cascadas atmosféricas extensas, realizados por las Colaboraciones: Fly’s Eye, Akeno y Pierre Auger.

## Apéndice A. Secciones eficaces diferenciales $pp$ y $\bar{p}p$ . La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

En este apéndice se muestran los resultados obtenidos para las secciones eficaces diferenciales  $pp$  (que corresponden a las energías  $cm$ : 13.8, 19.4, 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV) y  $\bar{p}p$  (546, 630 y 1800 GeV). La parte imaginaria de la amplitud hadrónica fue calculada con (1.26) y la parte real a través de la fórmula de Martin (1.27). Se muestran en las gráficas los ajustes obtenidos para la parte real (línea roja) y la parte imaginaria (línea azul) de la amplitud, junto con el ajuste para la sección eficaz diferencial (línea negra). Los datos experimentales se obtuvieron de las siguientes referencias: 13.8 y 19.4 GeV [91–94]; 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV [80]; 546 GeV [95, 96]; 630 GeV [97]; 1800 GeV [98].

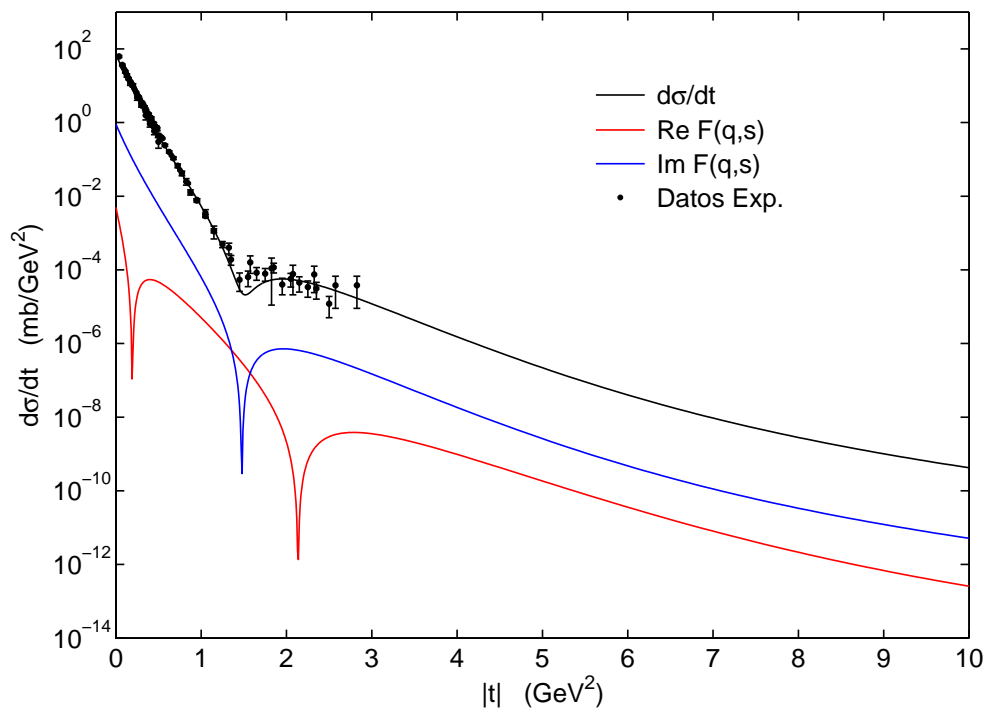


Figura A.1. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 13.8$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

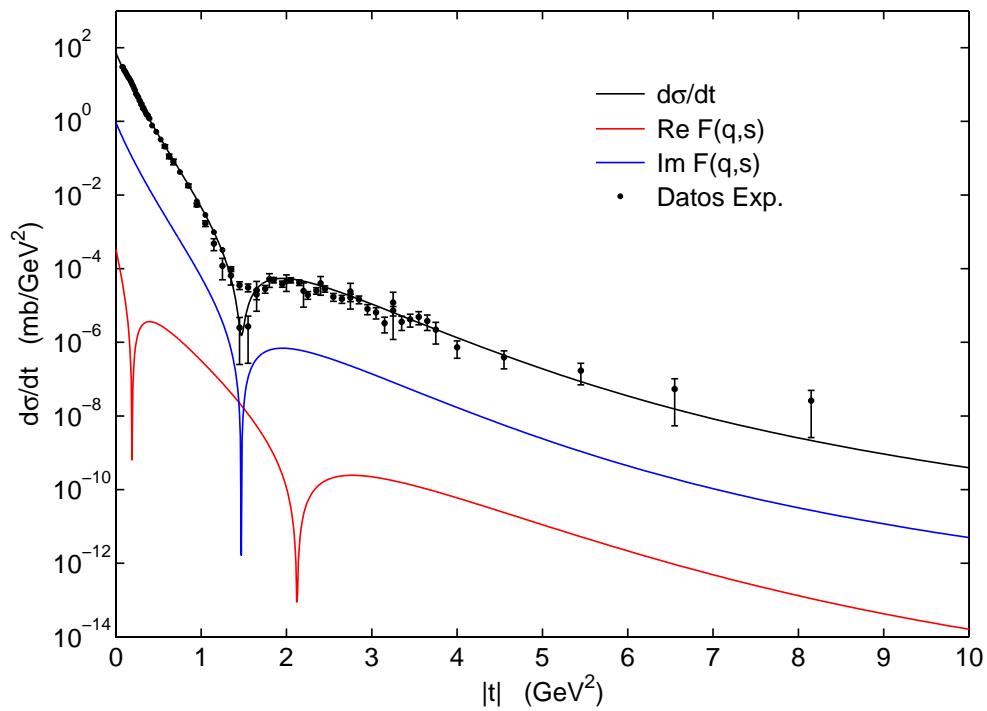


Figura A.2. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 19.4$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

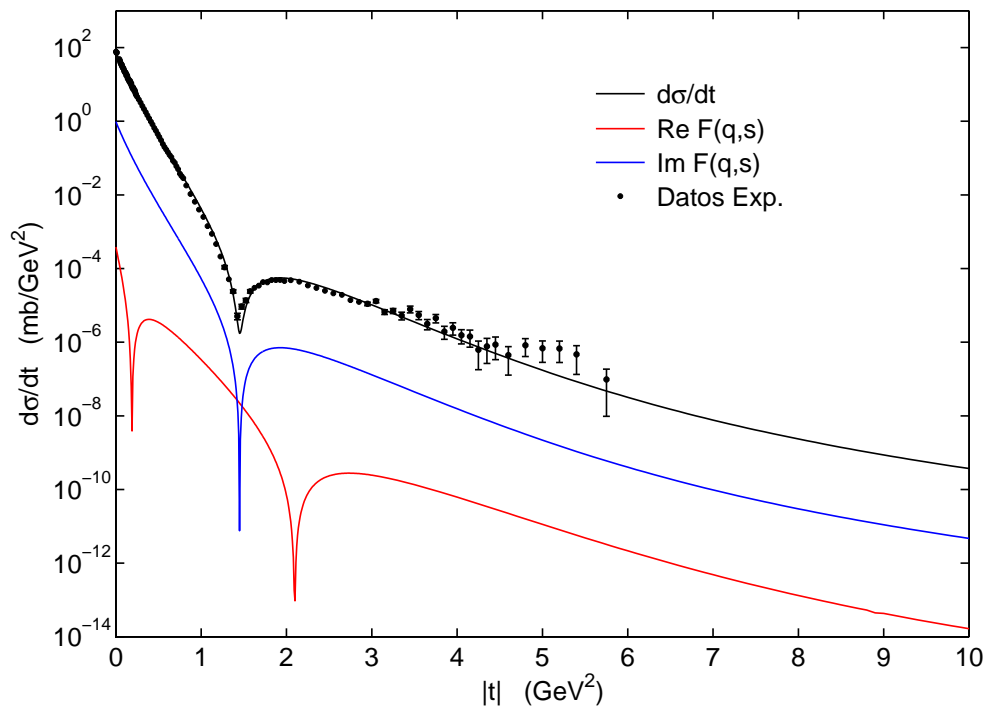


Figura A.3. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 23.5$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

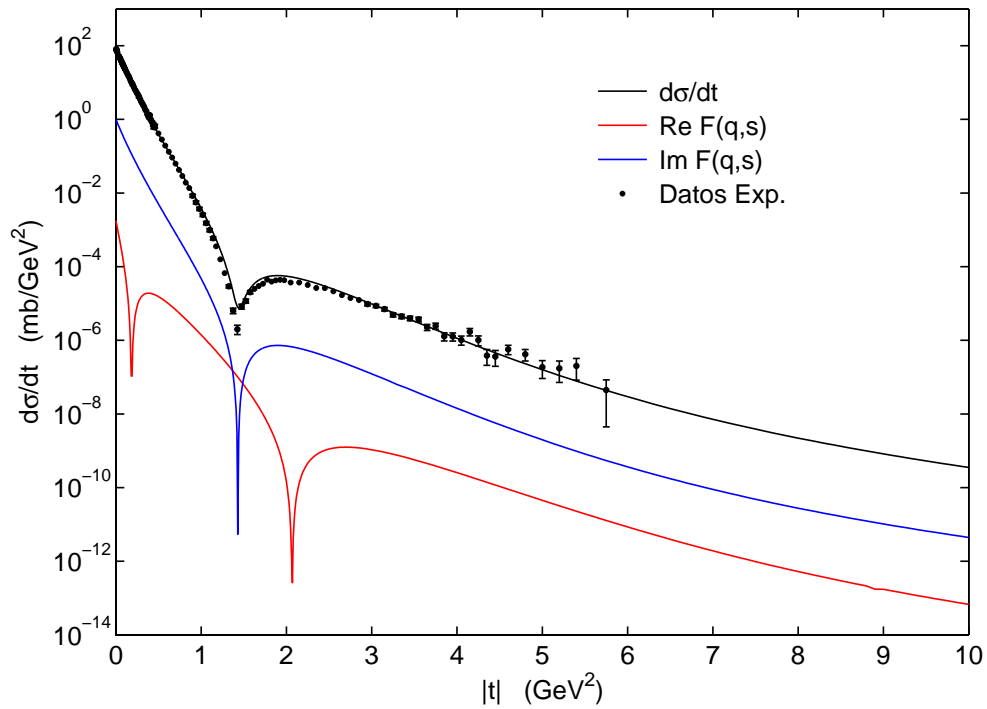


Figura A.4. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 30.7$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

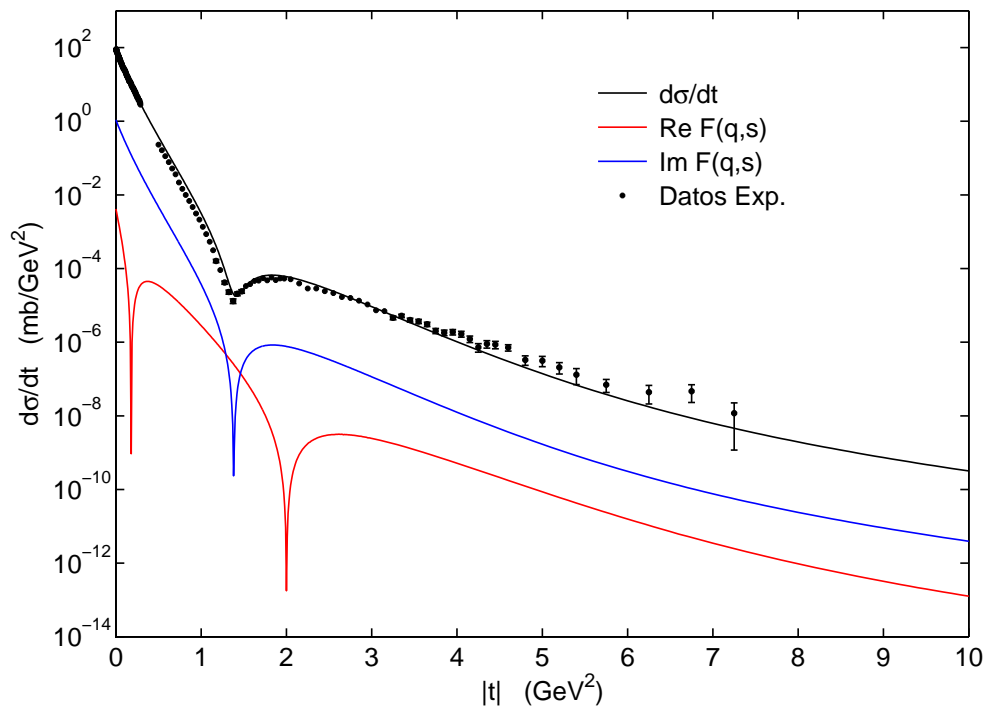


Figura A.5. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 44.7$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

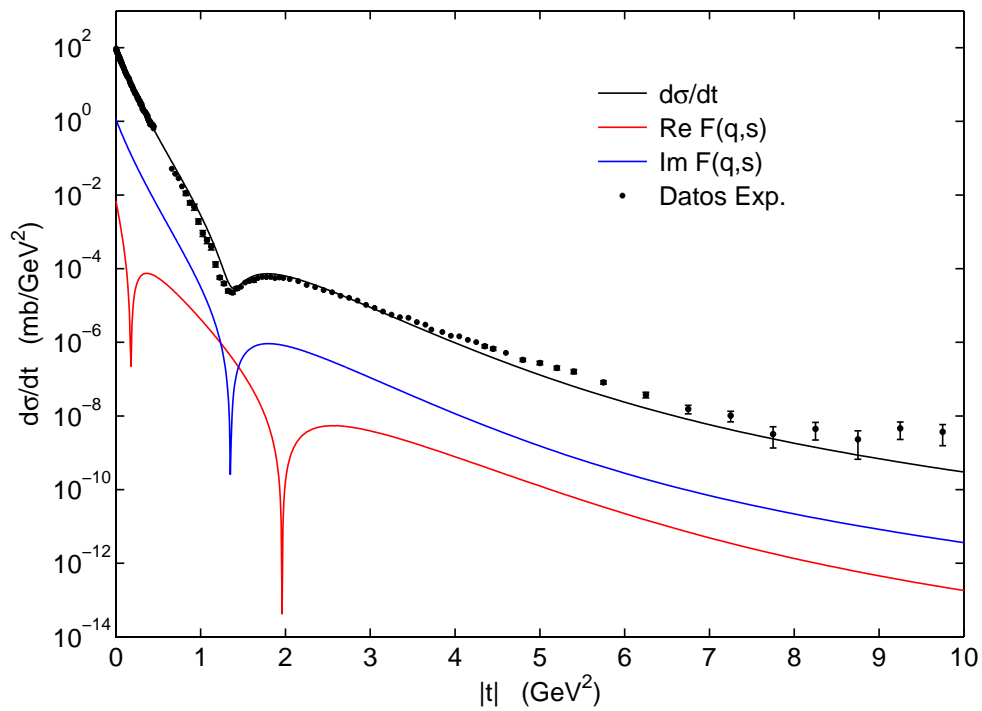


Figura A.6. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

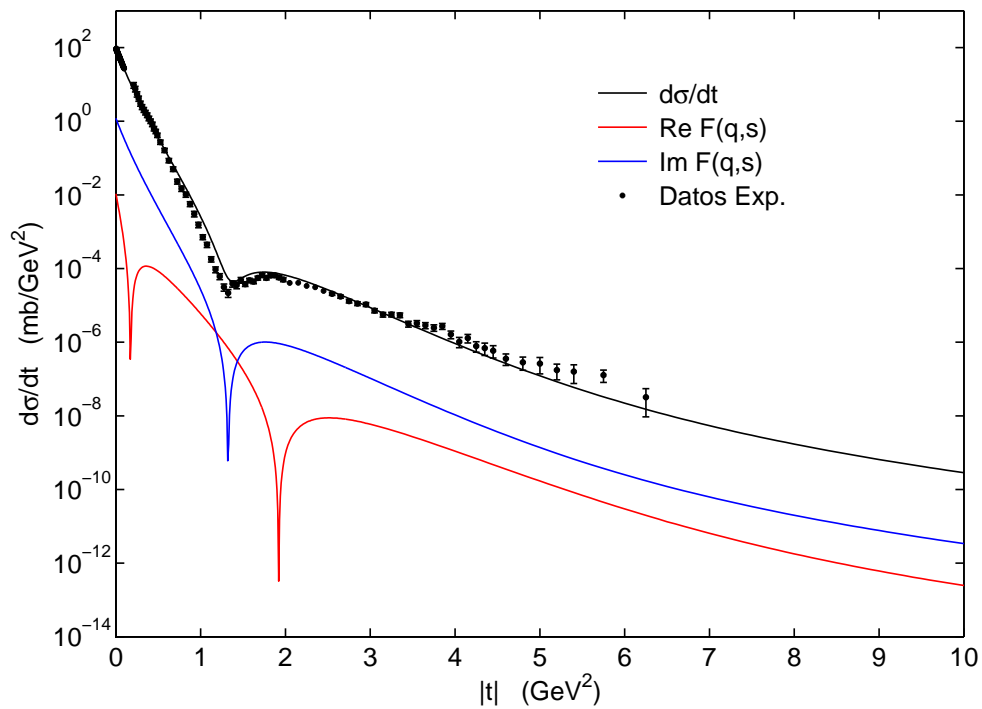


Figura A.7. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 62.5$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

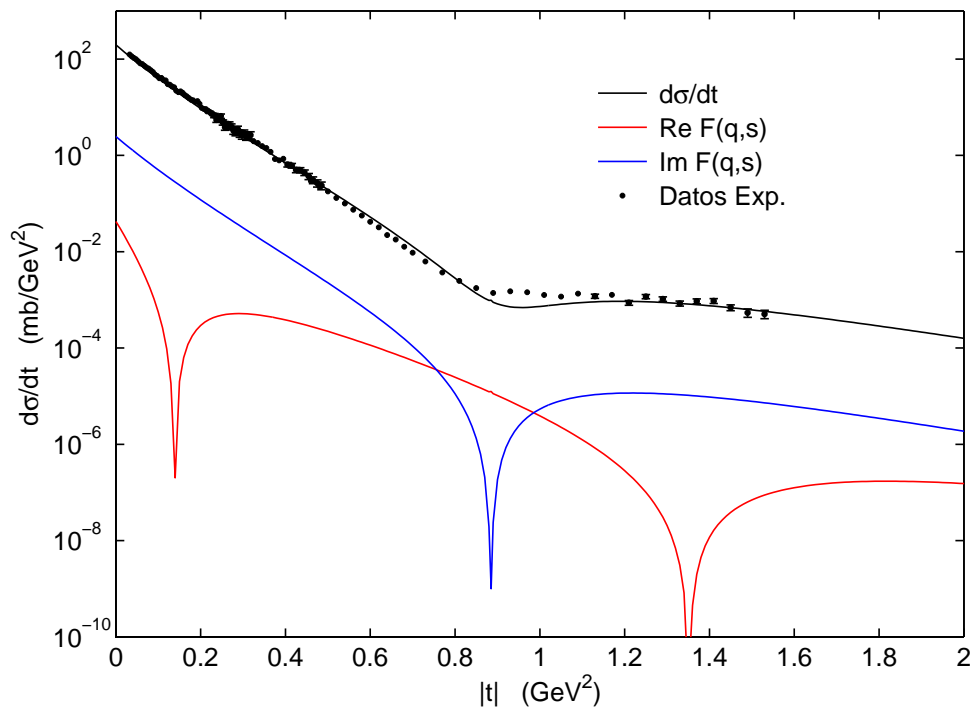


Figura A.8. Sección eficaz diferencial  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s} = 546$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

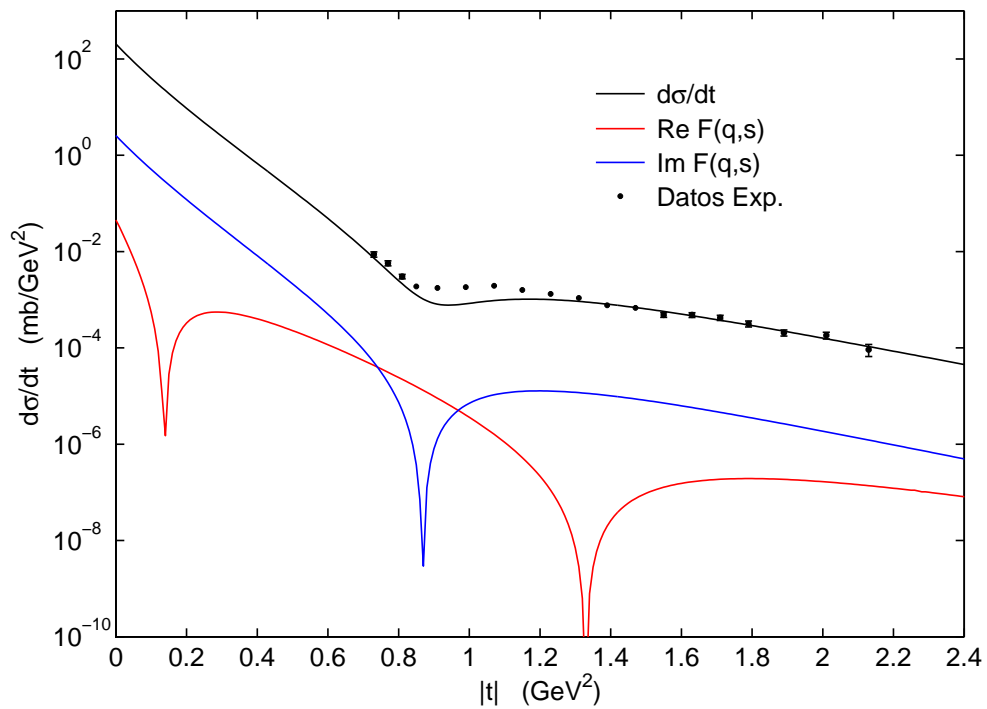


Figura A.9. Sección eficaz diferencial  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s} = 630$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.



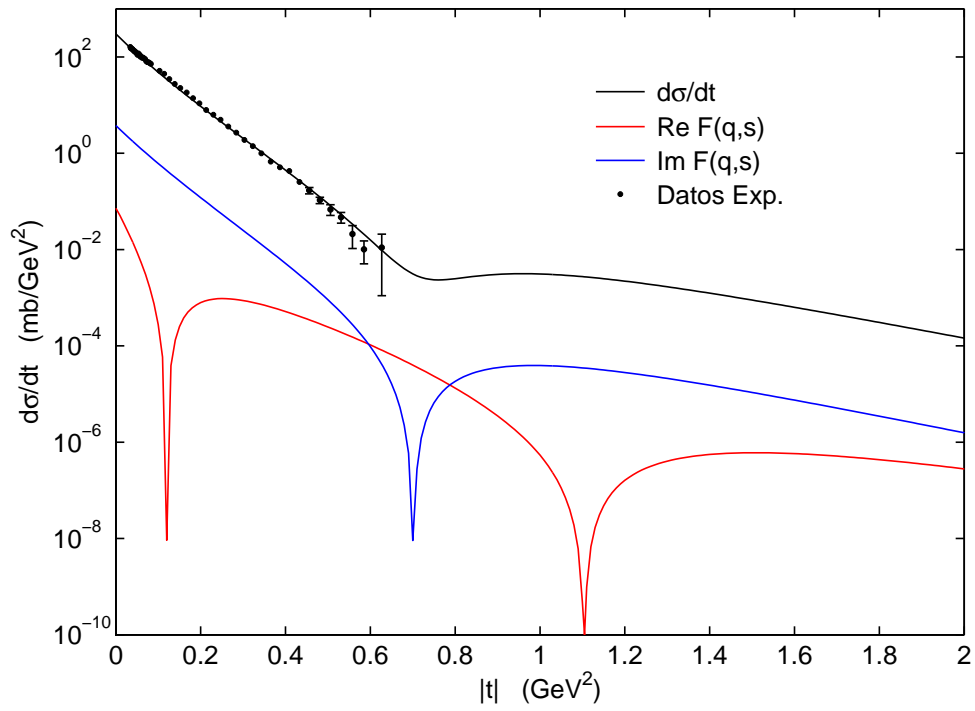


Figura A.10. Sección eficaz diferencial  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s} = 1800$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la fórmula de Martin.

## Apéndice B. Secciones eficaces diferenciales $pp$ y $\bar{p}p$ . La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó por medio de la condición de Martini y Menon.

En este apéndice se muestran los resultados obtenidos para las secciones eficaces diferenciales  $pp$  (que corresponden a las energías  $cm$ : 13.8, 19.4, 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV) y  $\bar{p}p$  (546, 630 y 1800 GeV). Las partes real (1.32) e imaginaria (1.33) de la amplitud hadrónica fueron calculadas haciendo uso de la condición de Martini y Menon (1.28). Se muestran en las gráficas los ajustes obtenidos para la parte real (línea roja) y la parte imaginaria (línea azul) de la amplitud, junto con el ajuste para la sección eficaz diferencial (línea negra). Los datos experimentales se obtuvieron de las siguientes referencias: 13.8 y 19.4 GeV [91–94]; 23.5, 30.7, 44.7, 52.8 y 62.5 GeV [80]; 546 GeV [95, 96]; 630 GeV [97]; 1800 GeV [98].

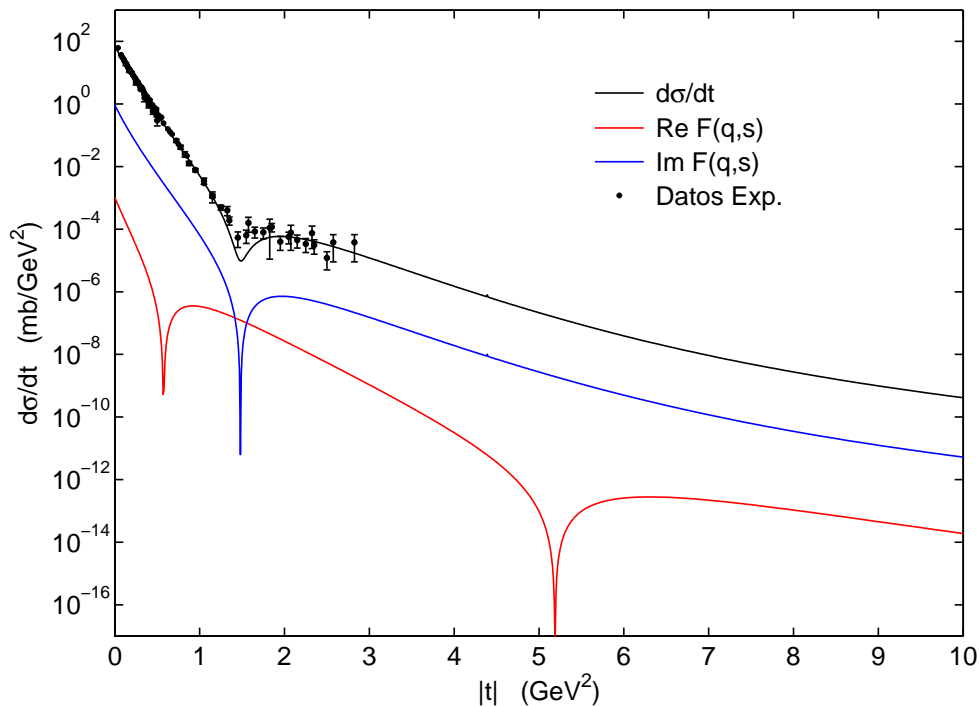


Figura B.1. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 13.8$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

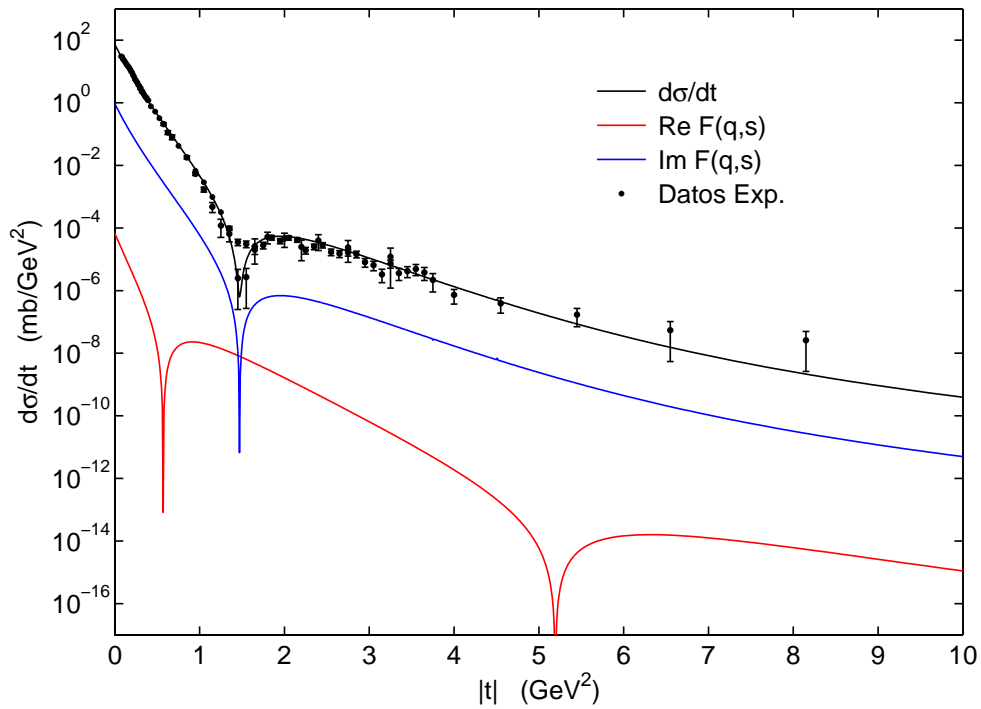


Figura B.2. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 19.4$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

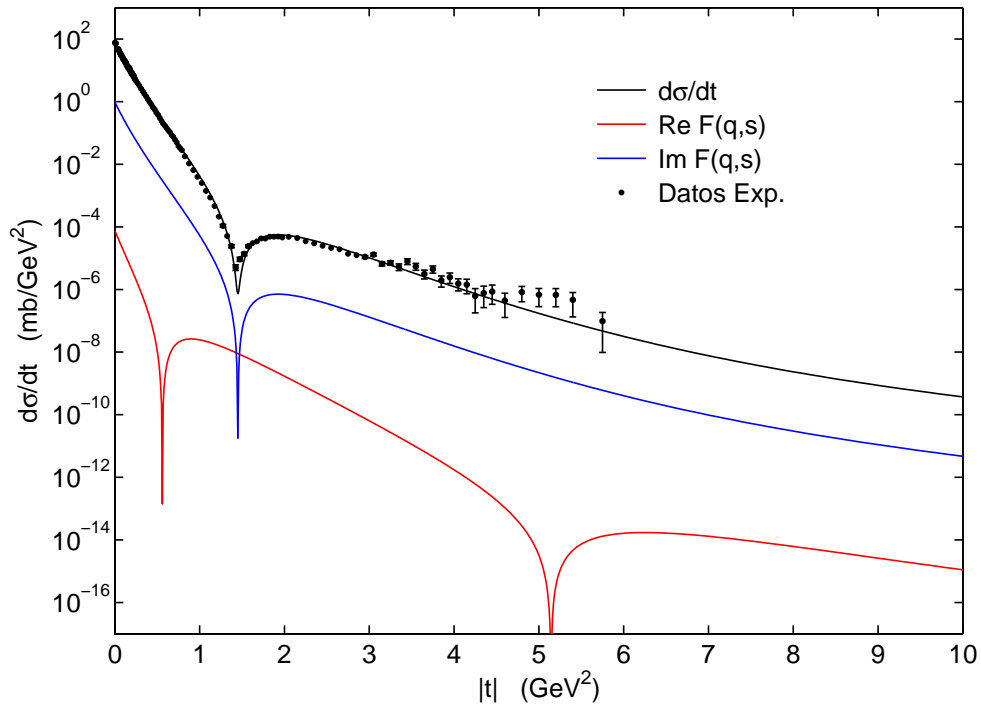


Figura B.3. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 23.5$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

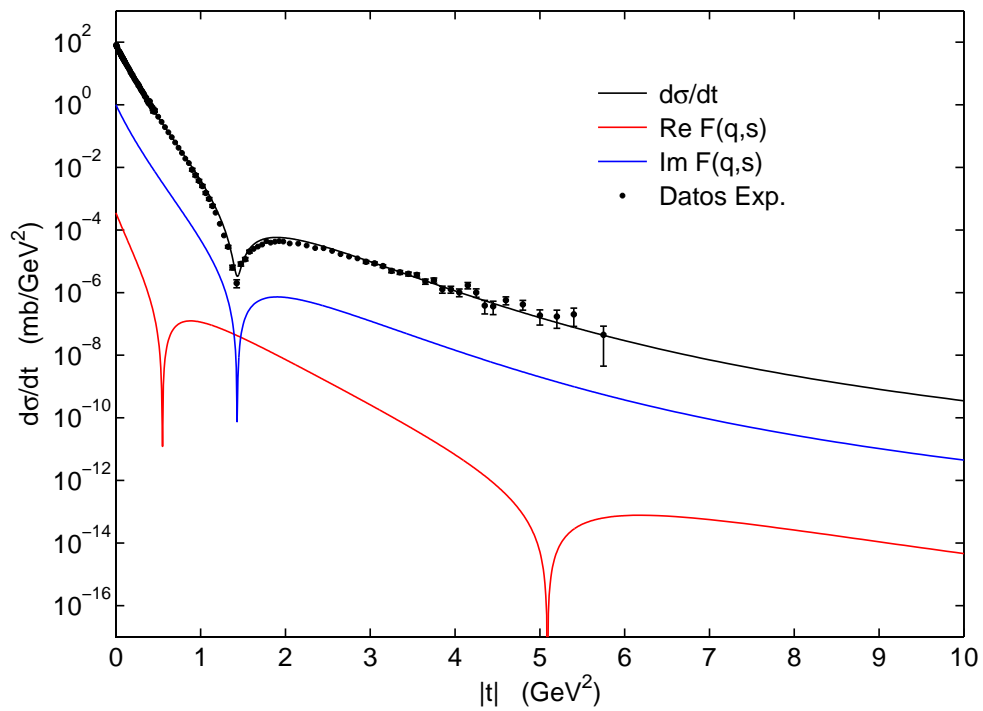


Figura B.4. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 30.7$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

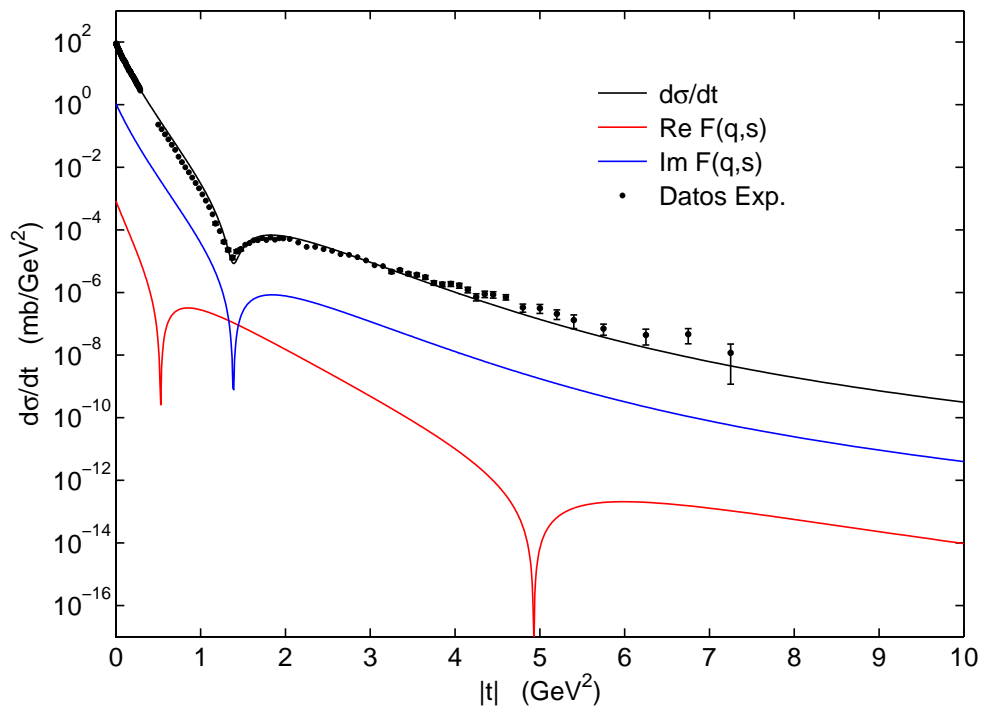


Figura B.5. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 44.7$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

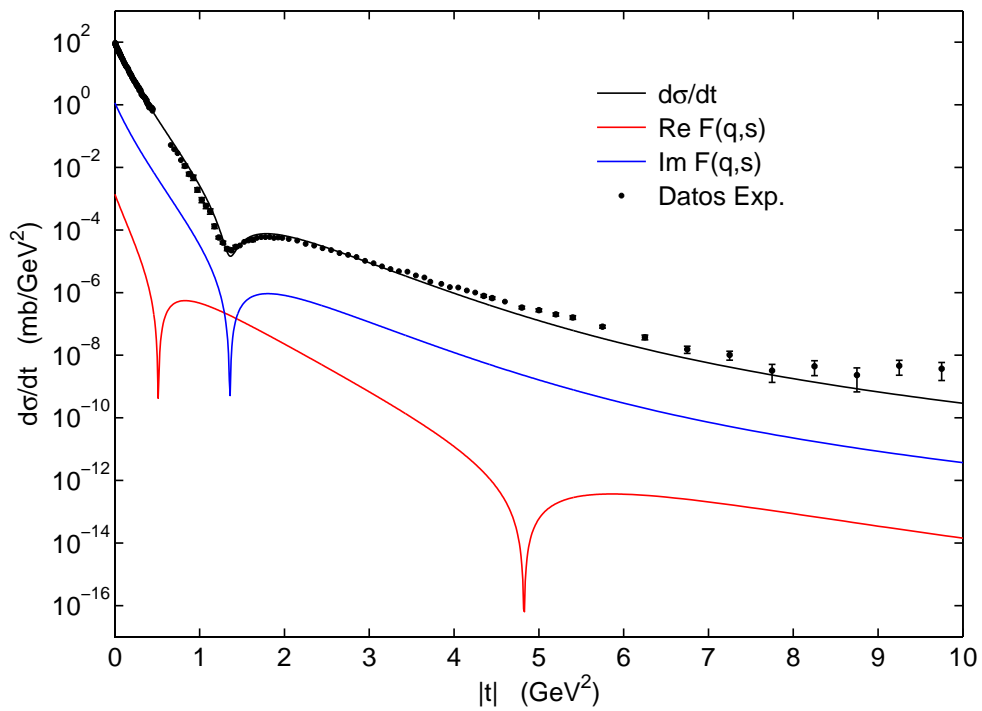


Figura B.6. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 52.8$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

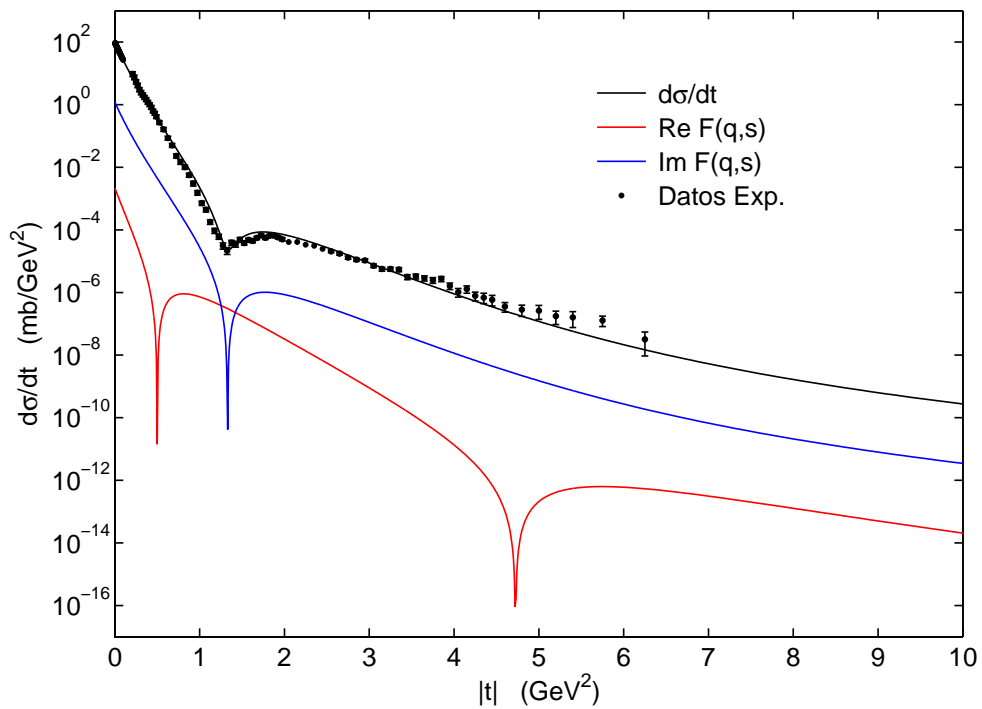


Figura B.7. Sección eficaz diferencial  $pp$  para  $\sqrt{s} = 62.5$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

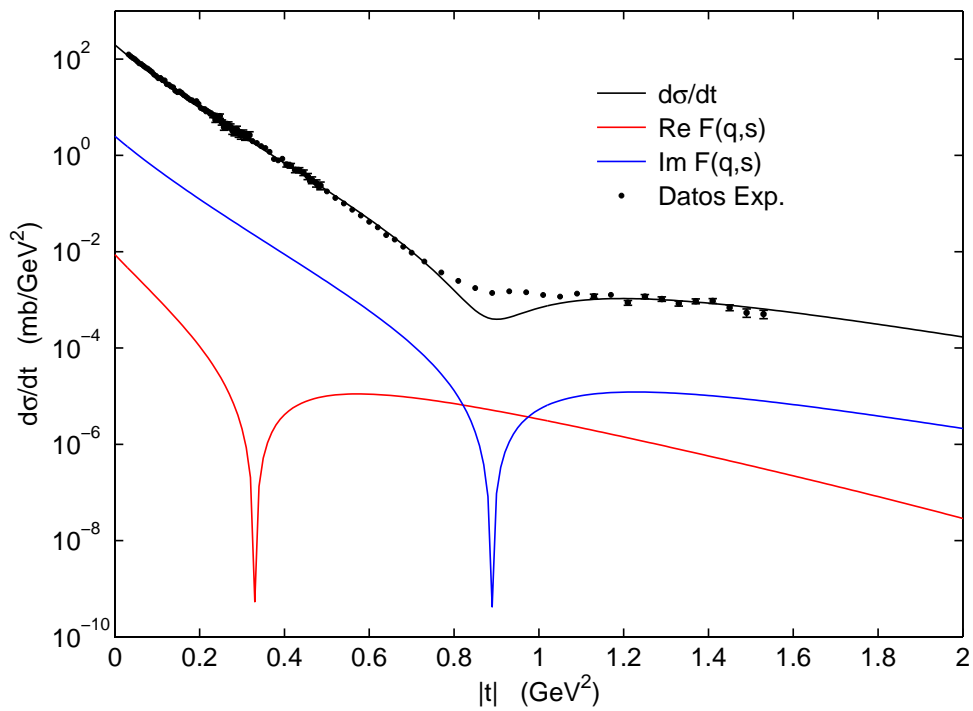


Figura B.8. Sección eficaz diferencial  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s} = 546$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

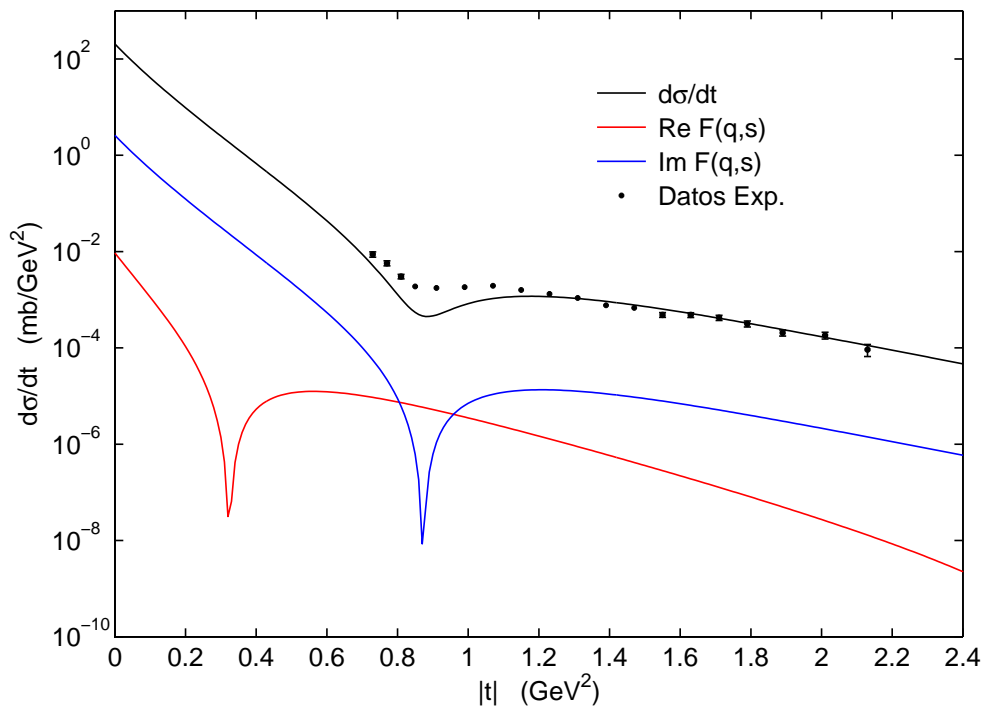


Figura B.9. Sección eficaz diferencial  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s} = 630$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

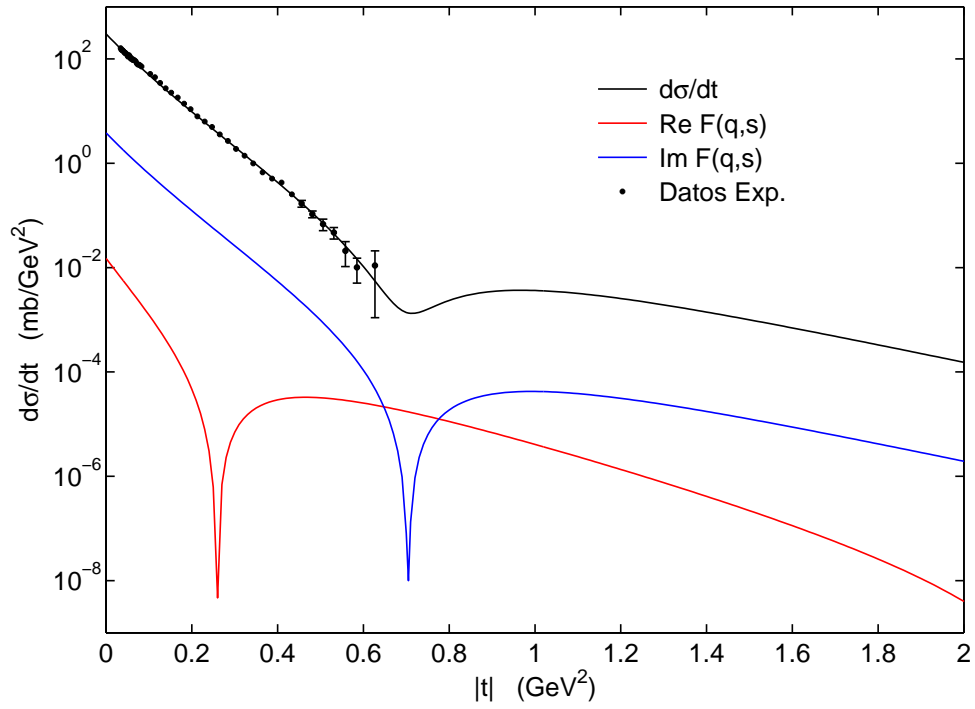


Figura B.10. Sección eficaz diferencial  $\bar{p}p$  para  $\sqrt{s} = 1800$  GeV. La parte real de la amplitud de dispersión hadrónica se calculó con la condición de Martini y Menon.

## Apéndice C. Forma explícita de la función $\Omega$ .

Para obtener la forma explícita de  $\Omega$ , definimos los siguientes coeficientes en función de los parámetros asociados con el eikonal ( $\alpha^2$ ,  $\beta^2$ ,  $a^2$  y  $C$ ):

$$A1 = -\frac{1}{a^4 + \alpha^4}$$

$$B1 = \frac{\alpha^2}{a^4 + \alpha^4}$$

$$C1 = -A1$$

$$A2 = \frac{a^2 + \alpha^2}{2\alpha^2\beta^2 - \alpha^4 - \beta^4}$$

$$B2 = \frac{a^2}{\alpha^2} + A2 \left( \frac{\beta^4}{\alpha^2} \right)$$

$$C2 = -A2$$

$$A3 = \frac{A1A2a^4 + (A1B2 + A2B1)\beta^2 - B1B2}{\beta^4 + a^4}$$

$$B3 = \frac{A2B1a^4 + A1B2a^4 - A1A2a^4\beta^2 + B1B2\beta^2}{\beta^4 + a^4}$$

$$C3 = A1A2 - A3$$

$$A4 = \frac{A3\beta^2 - B3}{\beta^4 + a^4}$$

$$B4 = \frac{A3a^4 + B3\beta^2}{\beta^4 + a^4}$$

$$C4 = -A4$$

$$A5 = \frac{A1C2\alpha^2 - B1C2}{\alpha^4 + a^4}$$

$$B5 = \frac{C2(A1a^4 + B1\alpha^2)}{\alpha^4 + a^4}$$

$$C5 = -A5$$

$$A6 = \frac{C1(A2\alpha^2 - B2)}{\alpha^4 - 2\alpha^2\beta^2 + \beta^4}$$

$$B6 = \frac{B2C1 + A6\beta^4}{\alpha^2}$$

$$C6 = -A6$$



Con los valores anteriores, podemos ahora obtener los coeficientes  $E_i$  de la ecuación (1.17), la cual define la forma explícita de  $\Omega$ :

$$E1 = a^2 \alpha^4 \beta^4 (C5 + C6)$$

$$E2 = a^2 \alpha^4 \beta^4 (A6 + C4)$$

$$E3 = -\alpha^4 \beta^4 (B4 + B5)$$

$$E4 = a^2 \alpha^4 \beta^4 (A4 + A5)$$

$$E5 = \frac{a^2 \alpha^3 \beta^4 C1 C2}{2\gamma(2)}$$

$$E6 = a^2 \alpha^4 \beta^4 \left( \frac{C3 + B6}{2\beta\gamma(2)} - \frac{A6\beta}{2\gamma(2)} \right)$$

## Bibliografía.

- [1] Glauber, R. J. and Velasco, J. **Proceedings of the 2nd International Conference on Elastic and Diffractive Scattering. New York, USA, October 15-18, 1987.** p. 219. Edited by K. Goulianos. Editions Frontières, Gif-sur-Yvette, France. (1987).
- [2] Glauber, R. J. and Velasco, J. Multiple diffraction theory of  $p-\bar{p}$  scattering at 546 GeV. **Phys. Lett. B 147**, 380, (1984).
- [3] Glauber, R. J. and Matthiae, G. High-energy scattering of protons by nuclei. **Nucl. Phys. B 21**, 135, (1970).
- [4] Glauber, R. J. **High energy physics and hadron structure.** p. 207. Edited by S. Devons et al. Plenum, New York. (1970).
- [5] Glauber, R. J. **Lectures in theoretical physics. Vol. 1.** p. 315. Interscience, New York. (1959).
- [6] Pérez Peraza, J., Sánchez Hertz, A., Alvarez Madrigal, M., Gallegos Cruz, A., Velasco, J. and Faus Golfe, A. Proton-Proton total cross-sections at VHE from accelerator data. **New J. Phys. 7**, 150, (2005).
- [7] Pérez Peraza, J., Velasco, J., Sánchez Hertz, A., Gallegos Cruz, A., Faus Golfe, A. and Alvarez Madrigal, M. Application of the - Forecasting - pronostic method to the evaluation of  $\sigma_{pp}^{tot}$  at very high energies. **Proceedings of the 27th ICRC. Hamburg, Germany, August 07-15, 2001. Vol. 4.** p. 1354. Copernicus Gesellschaft. (2001).
- [8] Pérez Peraza, J., Velasco, J., Gallegos Cruz, A., Alvarez Madrigal, M., Faus Golfe, A. and Sánchez Hertz, A. Parametrization of hadronic cross sections in the range  $10^{-2} - 10^2$  TeV. **AIP Conf. Proc. 566**, 326, (2001).
- [9] Pérez Peraza, J., Velasco, J., Gallegos Cruz, A., Alvarez Madrigal, M., Faus Golfe, A. and Sánchez Hertz, A. Prediction of  $\sigma_{pp}^{tot}$  at high energies with highly confident uncertainty band. **AIP Conf. Proc. 566**, 343, (2001).
- [10] Velasco, J., Pérez Peraza, J., Gallegos Cruz, A., Alvarez Madrigal, M., Faus Golfe, A. and Sánchez Hertz, A.  $\sigma_{tot}^{pp}$  estimations at very high energies **Proceedings of the 26th ICRC. Salt Lake City, USA, August 17-25, 1999. Vol. 1.** p. 198. Edited by D. Kieda, M. Salamon and B. Dingu.s (1999).
- [11] Antchev, G. et al. The TOTEM Collaboration. Proton-proton elastic scattering at the LHC energy of  $\sqrt{s} = 7$  TeV. **EPL 95**, 41001, (2011).

- 
- [12] Antchev, G. et al. The TOTEM Collaboration. First measurement of the total proton-proton cross-section at the LHC energy of  $\sqrt{s} = 7$  TeV. **EPL** **96**, 21002, (2011).
- [13] Antchev, G. et al. The TOTEM Collaboration. Measurement of proton-proton elastic scattering and total cross-section at  $\sqrt{s} = 7$  TeV. **EPL** **101**, 21002, (2013).
- [14] Antchev, G. et al. The TOTEM Collaboration. Luminosity-independent measurements of total, elastic and inelastic cross-sections at  $\sqrt{s} = 7$  TeV. **EPL** **101**, 21004, (2013).
- [15] Antchev, G. et al. The TOTEM Collaboration. Luminosity-independent measurement of the proton-proton total cross-section at  $\sqrt{s} = 8$  TeV. **Phys. Rev. Lett.** **111**, 012001, (2013).
- [16] Honda, M. et al. Inelastic cross section for *p-air* collisions from air shower experiments and total cross section for *p-p* collisions up to  $\sqrt{s} = 24$  TeV. **Phys. Rev. Lett.** **70**, 525, (1993).
- [17] Baltrusaitis, R. M. et al. Total proton-proton cross section at  $s^{1/2} = 30$  TeV. **Phys. Rev. Lett.** **52**, 1380, (1984).
- [18] Abreu, P. et al. The Pierre Auger Collaboration. Measurement of the proton–air cross section at  $\sqrt{s} = 57$  TeV with the Pierre Auger Observatory. **Phys. Rev. Lett.** **109**, 062002, (2012).
- [19] Amaldi, U. and Schubert, K. R. Impact parameter interpretation of proton-proton scattering from a critical review of all ISR data. **Nucl. Phys. B** **166**, 301, (1980).
- [20] Bozzo, M. et al. Measurement of the proton-antiproton total and elastic cross sections at the CERN SPS collider. **Phys. Lett. B** **147**, 392, (1984).
- [21] Abe, F. et al. Measurement of the antiproton-proton total cross section at  $\sqrt{s} = 546$  and 1800 GeV. **Phys. Rev. D** **50**, 5550, (1994).
- [22] Alner, G. J. et al. Antiproton-proton cross sections at 200 and 900 GeV c.m. energy. **Z. Phys. C** **32**, 153, (1986).
- [23] Amos, N. A. et al. Measurement of the  $\bar{p}p$  total cross section at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV. **Phys. Rev. Lett.** **63**, 2784, (1989).
- [24] Avila, C. et al. A measurement of the proton-antiproton total cross section at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV. **Phys. Lett. B** **445**, 419, (1999).
- [25] Amos, N. A. et al. Measurement of  $\rho$ , the ratio of the real to the imaginary part of the  $\bar{p}p$  forward elastic-scattering amplitude, at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV. **Phys. Rev. Lett.** **68**, 2433, (1992).

- 
- [26] Landshoff, P. V. and Nachtmann, O. Vacuum structure and diffraction scattering. **Z. Phys. C** **35**, 405, (1987).
- [27] Nachtmann, O. Considerations concerning diffraction scattering in quantum chromodynamics. **Ann. Phys. (NY)** **209**, 436, (1991).
- [28] Margolis, B., Valin, P., Block, M. M., Halzen, F. and Fletcher, R. S. Forward-scattering amplitudes in semi-hard QCD. **Phys. Lett. B** **213**, 221, (1988).
- [29] Durand, L. and Pi, H. Meson-Proton scattering at high energies. **Phys. Rev. D** **43**, 2125, (1991).
- [30] Capella, A., Tran Thanh Van, J. and Kwiecinski, J. Minijets, QCD, and unitarity. **Phys. Rev. Lett.** **58**, 2015, (1987).
- [31] Kuraev, E. A., Lipatov, L. N. and Fadin, V. S. The Pomeron singularity in nonabelian gauge theories. **Sov. Phys. JETP.** **45**, 199, (1977).
- [32] Lipatov, L. N. The bare pomeron in quantum chromodynamics. **Sov. Phys. JETP.** **63**, 904, (1986).
- [33] Dias de Deus, J. and Kroll, P. Dips, zeros and large  $|t|$  behaviour of the elastic amplitude. **Acta Phys. Pol. B** **9**, 157, (1978).
- [34] Goulianos, K. Diffractive interactions of hadrons at high energies. **Phys. Rep.** **101**, 169, (1983).
- [35] Chou, T. T. and Yang, C. N. Elastic  $\bar{p}p$  scattering from ISR to Tevatron energies. **Phys. Lett. B** **244**, 113, (1990).
- [36] Chou, T. T. and Yang, C. N. Model of high-energy elastic scattering and diffractive excitation processes in hadron-hadron collisions. **Phys. Rev.** **175**, 1832, (1968).
- [37] Chou, T. T. and Yang, C. N. **High energy physics and nuclear structure.** p. 348. Edited by G. Alexander. North-Holland, Amsterdam. (1967).
- [38] Chou, T. T. and Yang, C. N. Model of elastic high-energy scattering. **Phys. Rev.** **170**, 1591, (1968).
- [39] Chou, T. T. and Yang, C. N. Possible existence of kinks in high-energy elastic  $pp$  scattering cross section. **Phys. Rev. Lett.** **20**, 1213, (1968).
- [40] Gribov, V. N. Glauber corrections and the interaction between high-energy hadrons and nuclei. **Sov. Phys. JETP.** **29**, 483, (1969).
- [41] Augier, C. et al. UA4/2 Collaboration. Predictions on the total cross section and real part at LHC and SSC. **Phys. Lett. B** **315**, 503, (1993).

- 
- [42] Amaldi, U. et al. The real part of the forward proton proton scattering amplitude measured at the CERN Intersecting Storage Rings. **Phys. Lett. B** **66**, 390, (1977).
- [43] Donnachie, A. and Landshoff, P. V. Elastic scattering at large  $t$ . **Z. Phys. C** **2**, 55, (1979).
- [44] Donnachie, A. and Landshoff, P. V.  $pp$  and  $\bar{p}p$  elastic scattering. **Nucl. Phys. B** **231**, 189, (1984).
- [45] Donnachie, A. and Landshoff, P. V. Elastic scattering and diffraction dissociation. **Nucl. Phys. B** **244**, 322, (1984).
- [46] Donnachie, A. and Landshoff, P. V. Dynamics of elastic scattering. **Nucl. Phys. B** **267**, 690, (1986).
- [47] Bueno, A. and Velasco, J. A comparative study on two characteristic parametrizations for high energy  $pp$  and  $\bar{p}p$  total cross sections. **Phys. Lett. B** **380**, 184, (1996).
- [48] Nicolescu, B. et al. COMPETE Collaboration. Analytic parametrizations of the non-perturbative pomeron and QCD-inspired models. **Proceedings of the 9th International Conference on Elastic and Diffractive Scattering. Pruhonice, Prague, Czech Republic, June 9-15, 2001.** pp. 265–274. Edited by V. Kandrát and P. Závada. (2002).
- [49] Nicolescu, B. et al. COMPETE Collaboration. Analytic amplitudes for hadronic forward scattering: COMPETE Update. **Proceedings of the 31st International Conference on High Energy Physics. Amsterdam, The Netherlands, July 24-31, 2002.** pp. 400–402. Edited by S. Bentvelsen, P. de Jong, J. Koch and E. Koch. Elsevier Science. (2002).
- [50] Cudell, J. R. et al. COMPETE Collaboration. Bounds on the soft pomeron intercept. **Phys. Lett. B** **395**, 311, (1997).
- [51] Cudell, J. R. et al. COMPETE Collaboration. High-energy forward scattering and the pomeron: simple pole versus unitarized models. **Phys. Rev. D** **61**, 034019, (2000). [Erratum-ibid. D 63, 059901 (2001)].
- [52] Cudell, J. R. et al. COMPETE Collaboration. Benchmarks for the forward observables at RHIC, the Tevatron-Run II, and the LHC. **Phys. Rev. Lett.** **89**, 201801, (2002).
- [53] Cudell, J. R. et al. COMPETE Collaboration. Hadronic scattering amplitudes: medium energy constraints on asymptotic behavior. **Phys. Rev. D** **65**, 074024, (2002).
- [54] Cudell, J. R. et al. COMPETE Collaboration. Forward observables at RHIC, the Tevatron Run II and the LHC. **NATO Advanced Research Workshop on Diffraction. Alushta, Ukraine, August 31 - September 6, 2002.** pp. 1–11. Kluwer Academic Publishers. (2002).

- 
- [55] Martin, A. Asymptotic behaviour of the real part of the scattering amplitude at  $t \neq 0$ . **Lett. Nuovo Cimento** **7**, 811, (1973).
- [56] Martini, A. F. and Menon, M. J. Multiple diffraction model for proton-proton elastic scattering and total cross section extrapolations to cosmic-ray energies. **Phys. Rev. D** **56**, 4338, (1997).
- [57] Nikolaev, N. N. Asymptotic behavior of the total cross section of  $p$ - $p$  scattering and the Akeno cosmic ray data. **Phys. Rev. D** **48**, R1904, (1993).
- [58] Gaisser, T. K., Sukhatme, U. P. and Yodh, G. B. Hadron cross sections at ultrahigh energies and unitarity bounds on diffraction. **Phys. Rev. D** **36**, 1350, (1987).
- [59] Czyż, W. and Maximon, L. C. High energy, small angle elastic scattering of strongly interacting composite particles. **Ann. Phys. (NY)** **52**, 59, (1969).
- [60] Franco, V. and Varma, G. K. Collisions between composite particles at medium and high energies. **Phys. Rev. C** **18**, 349, (1978).
- [61] Grandel, U. and Weise, W. Non-perturbative scales in soft hadronic collisions at high energy. **Phys. Lett. B** **356**, 567, (1995).
- [62] Dosch, H. G., Ferreira, E. and Krämer, A. Nonperturbative QCD treatment of high-energy hadron-hadron scattering. **Phys. Rev. D** **50**, 1992, (1994).
- [63] Dosch, H. G., Ferreira, E. and Krämer, A. Soft high-energy hadron-hadron scattering. **Phys. Lett. B** **289**, 153, (1992).
- [64] Dosch, H. G. and Ferreira, E. Soft high-energy scattering in a non-perturbative QCD model. **Phys. Lett. B** **318**, 197, (1993).
- [65] Furget, C., Buenerd, M. and Valin, P. Systematics of hadron-proton diffractive scattering at high energies. **Z. Phys. C** **47**, 377, (1990).
- [66] Menon, M. J. Elementary amplitudes in the multiple diffraction theory of  $pp$  and  $\bar{p}p$  elastic scattering. **Phys. Rev. D** **48**, 2007, (1993).
- [67] Menon, M. J. Phenomenological description of  $pp$  and  $\bar{p}p$  elastic scattering above 10 GeV. **Nucl. Phys. B Proc. Suppl.** **25**, 94, (1992).
- [68] Bourrely, C., Soffer, J. and Wu, T. T. Impact-picture expectations for very high-energy elastic  $pp$  and  $\bar{p}p$  and scattering. **Nucl. Phys. B** **247**, 15, (1984).
- [69] Bourrely, C., Soffer, J. and Wu, T. T.  $pp$  and  $p\bar{p}$  elastic scattering at  $\sqrt{s} = 0.55$  to 40 TeV. **Phys. Rev. Lett.** **54**, 757, (1985).

- 
- [70] Block, M. M. and Cahn, R. N. High-energy  $p\bar{p}$  and  $pp$  forward elastic scattering and total cross sections. **Rev. Mod. Phys.** **57**, 563, (1985).
- [71] Aleem, F., Saleem, M. and Yodh, G. B. Antiproton-Proton elastic scattering at 1.8 TeV. **J. Phys. G** **16**, L269, (1990).
- [72] Aleem, F., Saleem, M. and Yodh, G. B. New results for antiproton-proton elastic scattering and various theoretical models. **Phys. Rev. D** **44**, 81, (1991).
- [73] Hüfner, J. and Povh, B. Diffractive elastic scattering and hadronic radii: geometric and pomeron approaches. **Phys. Rev. D** **46**, 990, (1992).
- [74] Lukaszuk, L. and Nicolescu, B. A possible interpretation of  $pp$  rising total cross sections. **Lett. Nuovo Cimento** **8**, 405, (1973).
- [75] Bernard, D., Gauron, P. and Nicolescu, B. Odderon interpretation of the new UA4  $\sigma_{\bar{p}p}$  datum. **Phys. Lett. B** **199**, 125, (1987).
- [76] Buttimore, N. H., Gotsman, E. and Leader, E. Spin-dependent phenomena induced by electromagnetic-hadronic interference at high energies. **Phys. Rev. D** **18**, 694, (1978).
- [77] Cahn, R. Coulombic-hadronic interference in an eikonal model. **Z. Phys. C** **15**, 253, (1982).
- [78] Fajardo, L. A. et al. Real part of the forward elastic nuclear amplitude for  $pp$ ,  $\bar{p}p$ ,  $\pi^+p$ ,  $\pi^-p$ ,  $K^+p$ , and  $K^-p$  scattering between 70 and 200 GeV/c. **Phys. Rev. D** **24**, 46, (1981).
- [79] Augier, C. et al. UA4/2 Collaboration. A precise measurement of the real part of the elastic scattering amplitude at the S $\bar{p}p$ S. **Phys. Lett. B** **316**, 448, (1993).
- [80] Schubert, K. R. **Landolt-Börnstein. Numerical data and functional relationships in science and technology, new series. Vol. I/9a.** Tables on nucleon-nucleon scattering. Springer-Verlag, Berlin. (1979).
- [81] Dias de Deus, J. Geometric scaling, multiplicity distributions and cross sections. **Nucl. Phys. B** **59**, 231, (1973).
- [82] Dias de Deus, J. On the real part of a geometrical pomeron. **Nuovo Cimento A** **28**, 114, (1975).
- [83] Buras, A. J. and Dias de Deus, J. Scaling law for the elastic differential cross section in  $pp$  scattering from geometric scaling. **Nucl. Phys. B** **71**, 481, (1974).
- [84] Henzi, R. and Valin, P. On the validity of Martin's real-part formula. **Phys. Lett. B** **149**, 239, (1984).

- 
- [85] Kandrát, V. and Lokajicěk, M. V. Geometrical scaling in high-energy hadron collisions. **Phys. Rev. D** **31**, 1045, (1985).
- [86] Kandrát, V. and Lokajicěk, M. V. Critical comments on the standard description of elastic hadron scattering. **Phys. Lett. B** **232**, 263, (1989).
- [87] Kandrát, V. and Lokajicěk, M. V. High-energy elastic scattering amplitude of unpolarized and charged hadrons. **Z. Phys. C** **63**, 619, (1994).
- [88] Kandrát, V. and Lokajicěk, M. V. Applicability of Martin's equations in high-energy elastic hadron scattering. **Phys. Rev. D** **55**, 3221, (1997).
- [89] Kawasaki, M., Maehara, T. and Yonezawa, M. Comment on the Kandrát-Lokajicěk assertion about the applicability of the Martin formula. **Phys. Rev. D** **55**, 3225, (1997).
- [90] Menon, M. J. and Pimentel, B. M. **Hadronic J. Suppl.** **5**, 189, (1990).
- [91] Ayres, D. S. et al.  $\pi^\pm p$ ,  $K^\pm p$ ,  $pp$ , and  $\bar{p}p$  elastic scattering from 50 to 175 GeV/c. **Phys. Rev. D** **15**, 3105, (1977).
- [92] Akerlof, C. W. et al. Hadron-proton elastic scattering at 50, 100, and 200 GeV/c momentum. **Phys. Rev. D** **14**, 2864, (1976).
- [93] Fidecaro, G. et al. Measurement of the differential cross section and of the polarization parameter in pp elastic scattering at 200 GeV/c. **Phys. Lett. B** **105**, 309, (1981).
- [94] Rubinstein, R. et al. Large-momentum-transfer elastic scattering of  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ , and  $p^\pm$  on protons at 100 and 200 GeV/c. **Phys. Rev. D** **30**, 1413, (1984).
- [95] Bozzo, M. et al. Low momentum transfer elastic scattering at the CERN proton-antiproton collider. **Phys. Lett. B** **147**, 385, (1984).
- [96] Bozzo, M. et al. Elastic scattering at the CERN SPS collider up to a four-momentum transfer of 1.55 GeV<sup>2</sup>. **Phys. Lett. B** **155**, 197, (1985).
- [97] Bernard, D. et al. Large- $t$  elastic scattering at the CERN SPS Collider at  $\sqrt{s} = 630$  GeV. **Phys. Lett. B** **171**, 142, (1986).
- [98] Amos, N. A. et al. Antiproton-proton elastic scattering at  $\sqrt{s} = 1.8$  TeV from  $|t| = 0.034$  to  $0.65$  (GeV/c)<sup>2</sup>. **Phys. Lett. B** **247**, 127, (1990).
- [99] Mendenhall, W. and Sincich, T. **A second course in statistics: regression analysis (5th Edition)**. pp. 494–551. Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall. (1996).
- [100] Carrol, A. S. et al. Total cross sections of  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$  and  $\bar{p}$  on protons and deuterons between 23 and 280 GeV/c. **Phys. Rev. Lett.** **B 61**, 303, (1976).



- 
- [101] Carrol, A. S. et al. Total cross sections of  $\pi^\pm$ ,  $K^\pm$ ,  $p$  and  $\bar{p}$  on protons and deuterons between 200 and 370 GeV/c. **Phys. Rev. Lett. B** **80**, 423, (1979).
- [102] Matthiae, G. Proton and antiproton cross sections at high energies. **Rep. Prog. Phys.** **57**, 743, (1994).
- [103] Cheng, H. and Wu, T. T. **Expanding protons: scattering at high energies**. MIT Press, Cambridge, Mass. (1987).
- [104] Hayot, F. and Sukhatme, U. P. Test of a generalized Chou-Yang model at currently available high energies. **Phys. Rev. D** **10**, 2183, (1974).
- [105] Henzi, R. and Valin, P. Towards a blacker, edgier and larger proton. **Phys. Lett. B** **132**, 443, (1983).
- [106] Henzi, R. and Valin, P. Does the proton look BEL at super- $t$  and supercolliders? **Phys. Lett. B** **160**, 167, (1985).
- [107] Menon, M. J. and Pimentel, B. M. **Hadronic J.** **13**, 325, (1990).
- [108] Amaldi, U., Jacob, M. and Matthiae, G. Diffraction of hadronic waves. **Ann. Rev. Nucl. Sci.** **26**, 385, (1976).
- [109] Gotsman, E., Levin, E. M. and Maor, U. A quantitative investigation of the pomeron. **Z. Phys. C** **57**, 677, (1993).
- [110] Gotsman, E., Levin, E. M., Maor, U. and Menon, M. J. Lipatov like pomeron and geometrical approaches to elastic hadron scattering. **Proceedings of the XIVth Brazilian National Meeting on Particles and Fields. Caxambu, Minas Gerais, Brazil, September 29 - October 9, 1993**. p. 257. Sociedade Brasileira de Física, São Paulo, Brazil. (1993).
- [111] Covolan, R. J. M., Jenkovzsky, L. L. and Predazzi, E. The pomeron from dual models: beyond the naive geometrical picture. **Z. Phys. C** **51**, 459, (1991).
- [112] Menon, M. J. Blackening and expansion in elastic hadron scattering. **Can. J. Phys.** **74**, 594, (1996).
- [113] Kroll, P., Schürmann, M. and Schweiger, W. Electromagnetic form factors of the nucleon in the few GeV region. **Z. Phys. A** **338**, 339, (1991).
- [114] Schekhter, V. M. **Sov. J. Nucl. Phys.** **33**, 426, (1981).
- [115] Gaisser, T. K. and Hillas, A. M. Reliability of the method of constant intensity cuts for reconstructing the average development of vertical showers. **Proceedings of the 15th ICRC. Plovdiv, Bulgaria, August 13-26, 1977. Vol. 8**. pp. 353–357. Sofia, B'lgarska Akademiia na Naukite. (1978).

- 
- [116] Prike, C. L. A comparative study of the depth of maximum of simulated air shower longitudinal profiles. **Astropart. Phys.** **14**, 319, (2001).
- [117] Engel, R. et al. Proton-proton cross section at  $\sqrt{s} \sim 30$  TeV. **Phys. Rev. D** **58**, 014019, (1998).
- [118] Block, M. M., Halzen, F. and Stanev, T. Predicting proton-air cross sections at  $\sqrt{s} \sim 30$  TeV using accelerator and cosmic ray data. **Phys. Rev. Lett.** **83**, 4926, (1999).
- [119] Block, M. M., Halzen, F. and Stanev, T. Extending the frontiers: reconciling accelerator and cosmic ray  $p$ - $p$  cross sections. **Phys. Rev. D** **62**, 077501, (2000).
- [120] Block, M. M. et al. Photon-proton and photon-photon scattering from nucleon-nucleon forward amplitudes. **Phys. Rev. D** **60**, 054024, (1999).
- [121] Abraham, J. et al. The Pierre Auger Collaboration. Measurement of the depth of maximum of extensive air showers above  $10^{18}$  eV. **Phys. Rev. Lett.** **104**, 091101, (2010).
- [122] Ellsworth, R. W. et al. Ultrahigh-energy cross section from study of longitudinal development of air showers. **Phys. Rev. D** **26**, 336, (1982).
- [123] Ulrich, R. et al. On the measurement of the proton-air cross section using air shower data. **New J. Phys.** **11**, 065018, (2009).
- [124] Kalmykov, N. and Ostapchenko, S. The nucleus-nucleus interaction, nuclear fragmentation, and fluctuations of extensive air showers. **Phys. At. Nucl.** **56**, 346, (1993).
- [125] Ostapchenko, S. Nonlinear screening effects in high energy hadronic interactions. **Phys. Rev. D** **74**, 014026, (2006).
- [126] Ahn, E. et al. Cosmic ray interaction event generator SIBYLL 2.1. **Phys. Rev. D** **80**, 094003, (2009).
- [127] Werner, K. et al. Parton ladder splitting and the rapidity dependence of transverse momentum spectra in deuteron-gold collisions at the BNL Relativistic Heavy Ion Collider. **Phys. Rev. C** **74**, 044902, (2006).
- [128] Parsons, R. D. et al. Systematic uncertainties in air shower measurements from high-energy hadronic interaction models. **Astropart. Phys.** **34**, 832, (2011).
- [129] Ostapchenko, S. Total and diffractive cross sections in enhanced Pomeron scheme. **Phys. Rev. D** **81**, 114028, (2010).
- [130] Schuler, G. A. and Sjostrand, T. Hadronic diffractive cross sections and the rise of the total cross section. **Phys. Rev. D** **49**, 2257, (1994).

- 
- [131] Engel, R. Photoproduction within the two-component Dual Parton Model: amplitudes and cross sections. **Z. Phys. C** **66**, 203, (1995).
- [132] Engel, R. and Ranft, J. Hadronic photon-photon interactions at high energies. **Phys. Rev. D** **54**, 4244, (1996).