



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
MECÁNICA – TERMOFLUIDOS

ESTUDIO EXPERIMENTAL SOBRE LA ESTABILIDAD DE FLUJOS  
OSCILATORIOS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
GABRIELA HERNÁNDEZ LUNA

TUTOR PRINCIPAL  
GUADALUPE HUELSZ LESBROS, INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES  
COMITÉ TUTOR  
EDUARDO RAMOS MORA, INSTITUTO DE ENERGÍAS RENOVABLES  
FEDERICO MENDEZ LAVIELLE, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. AGOSTO 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## Agradecimientos

Este trabajo ha sido posible gracias a la colaboración de muchas personas, por ello agradezco infinitamente el apoyo de todas y cada una de ellas. Agradezco también a las instituciones dedicadas a la investigación y formación de recursos humanos.

A la Universidad Nacional Autónoma de México agradezco la oportunidad de prepararme en sus instalaciones y formar parte de ella durante este periodo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología agradezco el financiamiento otorgado para la realización de mis estudios de doctorado.

Al ahora Instituto de Energías Renovables (antes Centro de Investigación en Energía) agradezco el permitirme realizar en sus instalaciones mi formación a través del Departamento de Termociencias, específicamente al Laboratorio de Transferencia de Energía y Masa y a todo el personal que ahí labora.

A la Dra. Guadalupe Huelsz Lesbros agradezco la dirección de la tesis y los apoyos brindados a lo largo de esta etapa de mi vida.

A mi comité tutorial agradezco los comentarios realizados a este trabajo especialmente a Dr. Eduardo Ramos y Dr. Jorge Rojas por las críticas y sugerencias.

Un agradecimiento al Taller mecánico del IER, a todo su personal y especialmente al Sr. Simón Ortíz a quién agradezco la excelente calidad de su trabajo, su siempre amabilidad, su disponibilidad y así como sus valiosas sugerencias en la construcción de las piezas del sistema experimental.

A mis amigos y compañeros Raymundo Nájera, Efraín Ruiz y a Agustín Barreira agradezco profundamente el apoyo técnico brindado en la montura del sistema experimental en el Laboratorio de Termociencias, además de los buenos momentos compartidos, además al José Luis Luviano agradezco las facilidades brindadas para el procesamiento de los campos de velocidad. A Guillermo Barrios agradezco el apoyo en la edición de figuras utilizando LaTeX.

A la unidad de cómputo del IER, a través de su personal, Alfredo Quiroz, Héctor Cortés y Margarita Pedraza.

Al personal de la unidad de información del IER, especialmente a Patricia García y Carlos Ramírez les agradezco las facilidades otorgadas en la búsqueda de información bibliográfica requerida en esta tesis y su siempre amable trato.

A todo el personal del IER-UNAM.

---

# Índice general

---

Agradecimientos . . . . .	II
Resumen . . . . .	VII
Nomenclatura . . . . .	X
<b>1. Antecedentes</b>	<b>3</b>
1.1. Soluciones de flujos oscilatorios simples . . . . .	3
1.1.1. Flujo generado por una pared oscilatoria (Segundo problema de Stokes) . . . . .	4
1.1.2. Flujo generado por un gradiente de presión oscilatorio sobre una pared rígida . . . . .	5
1.2. Flujo oscilatorio en un ducto de sección circular . . . . .	8
1.2.1. Estabilidad del flujo oscilatorio en la zona central del ducto	9
1.2.2. Zona cercana al pistón . . . . .	13
1.3. Comentarios generales . . . . .	17
<b>2. Sistemas experimentales</b>	<b>19</b>
2.1. Primer sistema experimental . . . . .	19
2.2. Segundo sistema experimental . . . . .	20
<b>3. Metodología</b>	<b>27</b>
3.1. Instrumentación . . . . .	27
3.1.1. Velocidad del fluido . . . . .	27
3.1.2. Aceleración del pistón . . . . .	29
3.1.3. Temperatura . . . . .	29
3.2. Tipos de experimentos . . . . .	30

3.2.1.	Experimentos A . . . . .	31
3.2.2.	Experimentos B . . . . .	31
3.3.	Procedimiento experimental . . . . .	31
3.3.1.	Experimentos A . . . . .	31
3.3.2.	Experimentos B . . . . .	33
3.4.	Identificación de inestabilidades . . . . .	38
3.5.	Identificación tridimensional . . . . .	39
<b>4.</b>	<b>Resultados Experimentales</b>	<b>55</b>
4.1.	Experimentos A . . . . .	55
4.1.1.	Aceleración del pistón . . . . .	56
4.1.2.	Velocidad del flujo . . . . .	58
4.2.	Experimentos B . . . . .	72
4.2.1.	Aceleración del pistón . . . . .	72
4.2.2.	Temperatura . . . . .	77
4.2.3.	Velocidad del flujo . . . . .	78
4.2.4.	Identificación de inestabilidades . . . . .	85
4.2.5.	Identificación tridimensional . . . . .	99
<b>5.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>109</b>
	<b>Apéndices</b>	<b>115</b>
A.	Corrección óptica . . . . .	117
B.	Artículo: Methods for the detection of three-dimensionality in velocity maps from standard PIV of incompressible flows . . . . .	122
C.	Artículo: Instabilities in the oscillatory flow of a complex fluid . . . . .	140

---

# Índice de figuras

---

1.1. Geometría del flujo en el segundo problema de Stokes. La placa oscila con una frecuencia angular $\omega$ y una amplitud $U_0$ . . . . .	4
1.2. Distribución de velocidad cerca de la placa oscilatoria (Segundo problema de Stokes). La placa tiene una velocidad de la forma $U_0 \sin(\omega t)$ [2]. . . . .	5
1.3. Flujo oscilatorio sobre una placa. El flujo libre oscila como $U_\infty = \sin \omega t$ [3]. . . . .	8
1.4. Diagrama esquemático del sistema experimental usado por Hino y colaboradores [4]. . . . .	9
1.5. Comportamiento de la velocidad como función del tiempo de flujo oscilatorio tipo laminar (a) y tipo laminar perturbado (b) [4]. . .	10
1.6. Comportamiento de la velocidad como función del tiempo de un flujo oscilatorio tipo turbulento intermitente [4]. . . . .	10
1.7. Tipo de flujo en el espacio $(\Lambda, R_\delta)$ propuesto por [4] donde se incluyen resultados experimentales de [6] y [7]. Tipo de flujo: I Laminar, II Laminar distorsionado, III Turbulento intermitente, IV turbulento desarrollado. . . . .	11
1.8. Sistema experimental para el estudio de flujos oscilatorios empleado por Zhao y Cheng [9]. . . . .	12
1.9. Variaciones temporales de la velocidad axial y diferencia de presión al inicio de la transición a la turbulencia para (a) $A_0 = 97.1$ y $Re_\omega = 66.6$ y (b) $A_0 = 47.3$ y $Re_\omega = 302.2$ del experimento de Zhao & Cheng [9]. . . . .	13
1.10. Geometría del sistema para el estudio numérico de flujos oscilatorios utilizado por Juárez y Ramos [14]. . . . .	15

1.11. Geometría del sistema para el estudio de flujos oscilatorios con paredes verticales deslizantes y paredes horizontales fijas utilizada por Ovando <i>et al.</i> [15]. . . . .	15
2.1. Esquema del primer sistema experimental empleado en esta investigación. . . . .	20
2.2. Fotografía del segundo sistema experimental listo para realizar experimentos. . . . .	21
2.3. Esquema de la cavidad de acrílico del segundo dispositivo experimental. . . . .	22
2.4. Esquema de la brida superior que constituye el soporte inferior de la cavidad de acrílico correspondiente al segundo sistema experimental. Cotas en mm. . . . .	23
2.5. Esquema de los anillos metálicos empleados para sujetar el tubo de vidrio en el segundo sistema experimental. a) Primer anillo, b) segundo anillo y c) tercer anillo. Cotas en mm. . . . .	24
2.6. Esquema de la brida inferior que brinda soporte a la brida superior y a la cavidad de acrílico en el segundo sistema experimental. Cotas en mm. . . . .	24
2.7. Fotografía del soporte de la columna de estudio y el acoplamiento al motor, en el segundo sistema experimental. . . . .	25
2.8. Fotografía del regulador de frecuencia y el motor acoplados al segundo sistema experimental. . . . .	26
3.1. Diagrama que ejemplifica la metodología empleada por el <i>PIV-2C</i> para el cálculo de velocidad del flujo [19]. . . . .	28
3.2. Esquema de la zona de medición de velocidad (zona sombreada) en los experimentos A, $\eta$ es la posición radial adimensional, $\eta = 2r/D$ . . . . .	33
3.3. Esquema del arreglo del termopar diferencial en los experimentos tipo B. . . . .	34
3.4. Experimentos realizados en el espacio $(R_\delta, \Lambda)$ . . . . .	36
3.5. Imagen del sistema experimental de flujos oscilatorios especificando las zonas de medición en cada condición experimental en los experimentos B. . . . .	37

3.6.	Líneas en color, la PDF de la vorticidad y de la divergencia de un flujo contenido en un tanque a dos diferentes alturas, 4 cm debajo de la tapa (líneas sólidas) y 10 cm arriba de una zona dentada (líneas interrumpidas). La gráfica interior describe la Ec. 3.11 donde se observa que la PDF del área dentada es superior a la PDF del área de flujo cerca de la tapa del tanque (Ruppert-Felston <i>et al.</i> , 2005) [27]. . . . .	42
3.7.	Caso de estudio de convección natural de en una cavidad cúbica cerrada [29]. . . . .	44
3.8.	Posiciones de medición de velocidad del flujo de las válvulas experimentales [30]. . . . .	44
3.9.	Resultados obtenidos al aplicar los tres métodos propuestos al caso de estudio de la convección en la cavidad. (a) Componentes de velocidad en el plano, (b) Componente de velocidad fuera del plano, (c) Mapa de divergencia, y (d) Relación de PDFs, $R$ , para (i) plano cercano a la pared y (ii) plano central. . . . .	46
3.10.	Resultados obtenidos al aplicar los tres métodos de análisis al caso experimental de la válvula biológica.(a) Componentes de velocidad en el plano, (b) Componente de velocidad fuera del plano, (c) Mapa de divergencia, y (d) Relación de PDFs, $R$ , para (i) plano de salida de la válvula y (ii) plano localizado en $d_i/2$ [30].	48
3.11.	Resultados obtenidos al aplicar los tres métodos al caso experimental de la válvula mecánica. (a) Componente de velocidad en el plano, (b) Componente de velocidad fuera del plano, (c) Mapa de divergencia, y (d) relación de PDFs, $R$ , para (i) plano ubicado a $d_i/2$ de la salida de la válvula y (ii) plano ubicado a $2d_i$ de la salida de la válvula [30]. . . . .	51
4.1.	Ejemplo de gráfica de la aceleración del pistón como función del tiempo con $x_{0_3} = 1.6$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $\Lambda = 0.59$ y $Re = 0.10$ ) utilizando fluido viscoelástico. . . . .	56
4.2.	Ejemplo de gráfica de análisis de Fourier de la aceleración del pistón con $x_{0_3} = 0.8$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $\Lambda = 0.59$ y $Re = 0.05$ ) utilizando viscoelástico como fluido de trabajo. . . . .	57

4.3.	Relación entre la amplitud de la aceleración del primer armónico, con respecto a la amplitud de la frecuencia principal, parámetro $Co$ como función de la frecuencia para experimentos con fluido viscoelástico a amplitudes de desplazamiento de $x_{0_3} = 0.8, 1.2, 1.6, 2.0$ y $2.5$ mm. . . . .	58
4.4.	Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con $x_{0_3} = 0.8$ mm y $f = 6.5$ Hz ( $\Lambda = 0.032$ y $Re = 0.46$ ). . . . .	59
4.5.	Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 8.2$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.06$ ). . . . .	60
4.6.	Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con $x_{0_3} = 1.6$ mm y $f = 8.5$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.08$ ). . . . .	60
4.7.	Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con $x_{0_3} = 10.0$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $\Lambda = 0.59$ y $Re = 0.64$ ). . . . .	61
4.8.	Velocidad axial como función de la coordenada radial para $\omega_0 t = n2\pi$ , con $n$ número entero. Comparación teórica-experimental utilizando fluido newtoniano con $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 8.2$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.06$ ). Los símbolos corresponden a datos experimentales y la línea es la predicción teórica . . . . .	63
4.9.	Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo tipo laminar (L) con $x_{0_3} = 0.8$ mm y $f = 8.2$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.04$ ). Se observan dos líneas centrales de velocidad cero. . . . .	64
4.10.	Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo tipo laminar (L) con $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $\Lambda = 0.59$ y $Re = 0.07$ ). Se observan cuatro líneas centrales de velocidad cero. . . . .	65
4.11.	Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo laminar (L) con $x_{0_3} = 1.6$ mm y $f = 3.5$ Hz ( $\Lambda = 0.34$ y $Re = 0.03$ ). En este caso no existen líneas centrales de velocidad cero. . . . .	65
4.12.	Campo de velocidad experimental utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo laminar (L) con $x_{0_3} = 2.0$ mm y $f = 3.5$ Hz ( $\Lambda = 0.34$ y $Re = 0.04$ ). En este caso tampoco existen líneas centrales de velocidad cero. . . . .	66

4.13. Perfil de velocidad como función de la coordenada radial para $\omega_0 t = 0.66$ con $x_{0_3} = 0.8$ mm y $f = 8.2$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.04$ ). Los símbolos corresponden a datos experimentales y la línea es la predicción teórica. . . . .	67
4.14. Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando flujo viscoelástico con presencia de vórtices estacionarios simétricos, (VES), obtenidos con $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 8.2$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.06$ ). . . . .	69
4.15. Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con flujo viscoelástico con un vórtice estacionario asimétrico, (VEA), obtenido con $x_{0_3} = 2.0$ mm y $f = 8.2$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.10$ ). . . . .	70
4.16. Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con flujo viscoelástico con un vórtice estacionario asimétrico, (VEA), obtenido con $x_{0_3} = 2.0$ mm y $f = 11.5$ Hz ( $\Lambda = 0.61$ y $Re = 0.14$ ). . . . .	70
4.17. Campo de velocidad (a) y líneas de corriente (b) de flujo viscoelástico con vórtices no estacionarios y asimétricos (VNEA) obtenidos con $x_{0_3} = 2.5$ mm y $f = 8.2$ Hz ( $\Lambda = 0.52$ y $Re = 0.13$ ) . . . . .	71
4.18. Ejemplos de la aceleración del pistón como función del tiempo con (a) $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 3.5$ Hz ( $\Lambda = 90$ y $Re = 1500$ ); (b) $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 5.5$ Hz ( $\Lambda = 110$ y $Re = 2300$ ); (c) $x_{0_3} = 2.7$ mm y $f = 7.5$ Hz ( $\Lambda = 130$ y $Re = 6700$ ). . . . .	73
4.19. Ejemplos de análisis de Fourier aplicado a la aceleración del pistón con (a) $x_{0_3} = 1.2$ mm, $f = 3.5$ Hz ( $\Lambda = 90$ y $Re = 1500$ ); (b) $x_{0_3} = 1.2$ mm, $f = 5.5$ Hz ( $\Lambda = 110$ y $Re = 2300$ ); (c) $x_{0_3} = 2.7$ mm, $f = 7.5$ Hz ( $\Lambda = 130$ y $Re = 6700$ ) utilizando agua como fluido de estudio. . . . .	74
4.20. Relación de $Co$ , en las mediciones de aceleración del pistón presentadas para cada zona de medición de velocidad con $x_{0_3} = 1.2$ mm en el intervalo de $630 \leq Re \leq 4200$ . . . . .	75
4.21. Relación de $Co$ , en las mediciones de aceleración del pistón presentados para cada zona de medición de velocidad con $x_{0_3} = 1.6$ mm en el intervalo de $850 \leq Re \leq 5600$ . . . . .	76
4.22. Relación de $Co$ , en la aceleración del pistón presentadas para cada zona de medición de velocidad con $x_{0_3} = 2.7$ mm en el intervalo de $1500 \leq Re \leq 6700$ . . . . .	77

4.23. Gráfica de diferencia de temperatura en la columna de fluido durante experimentos con $x_{0_3} = 1.2$ mm a diferentes frecuencias, equivalente a un intervalo de $650 \leq Re \leq 4400$ , en una región de visualización de $Z2$ . . . . .	78
4.24. Ejemplo de campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) sin perturbaciones con $x_{0_3} = 2.7$ mm y $f = 1.5$ Hz ( $\Lambda = 90$ y $Re = 1500$ ) en $Z1$ utilizando agua como fluido de trabajo. . . . .	79
4.25. Ejemplo de campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con perturbaciones con $x_{0_3} = 2.7$ mm y $f = 7.5$ Hz ( $\Lambda = 130$ y $Re = 6700$ ) en $Z2$ utilizando agua como fluido de trabajo. . . . .	80
4.26. Ejemplo de campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con vórtices con $x_{0_3} = 1.6$ mm y $f = 10.0$ Hz utilizando agua como fluido de trabajo ( $\Lambda = 160$ y $Re = 5600$ ) en $Z2$ . . . . .	80
4.27. Promedio en la zona $Z1$ de la velocidad $u_3$ como función del tiempo en la coordenada central del sistema $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 1.5$ Hz ( $\eta = 0$ , con $\Lambda = 60$ y $Re = 640$ ) junto con un ajuste teórico a la Ec. 4.10, línea continua. . . . .	82
4.28. Parámetro de correlación $R^2$ de la velocidad experimental con la teórica para en el intervalo $60 \leq \Lambda \leq 160$ en $Z1$ y $Z2$ . . . . .	83
4.29. Parámetro de correlación $R^2$ de la velocidad experimental con la teórica para el intervalo $60 \leq \Lambda \leq 160$ en $Z3$ y $Z2$ . . . . .	84
4.30. Gráfica de la amplitud de la velocidad experimental en la coordenada central del sistema, $\eta = 0$ y la predicción teórica para las tres amplitudes y las cinco frecuencias de estudio . . . . .	85
4.31. Gráfica de $\bar{u}_3$ como función del tiempo de un ciclo en $Z1$ para tres casos. Los puntos rodeados de cuadros indican las condiciones con inestabilidades y los rodeados por círculos indican los momentos con vórtices en el campo de velocidad experimental. . . . .	87
4.32. Gráfica de $\bar{u}_3$ como función del tiempo en un ciclo en $Z2$ para distintas frecuencias. Los puntos rodeados de cuadros indican las condiciones con inestabilidades y los rodeados por círculos indican los momentos con vórtices en el campo de velocidad experimental. . . . .	88

4.33. Gráfica del promedio espacial de la componente de velocidad $\bar{u}_3$ como función del tiempo reordenado, obtenido en $Z3$ para distintas frecuencias. Los círculos indican los momentos donde se detectaron vórtices en el campo de velocidad experimental. . . . .	89
4.34. Gráfica del promedio espacial de la componente de velocidad $\bar{u}_3$ como función del tiempo reordenado, obtenido en $Z4$ y distintas frecuencias de oscilación. Los puntos rodeados por cuadros indican los momentos donde se detectaron inestabilidades en el campo de velocidad experimental. . . . .	90
4.35. Índice de inestabilidad, $I_{Zi}$ , como función del tiempo para $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $\Lambda = 160$ y $Re = 4400$ ) en las cuatro alturas de visualización. Los puntos rodeados por cuadrados indican inestabilidades y los rodeados por círculos indican vórtices. . . . .	91
4.36. Índice de inestabilidad, $I_{Zi}$ , como función del tiempo para $x_{0_3} = 1.6$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $\Lambda = 160$ y $Re = 5600$ ) en las cuatro alturas de visualización. . . . .	92
4.37. Índice de inestabilidad, $I_{Zi}$ , como función del tiempo para $x_{0_3} = 2.7$ mm y $f = 7.5$ Hz ( $\Lambda = 130$ y $Re = 6700$ ) en las cuatro alturas de visualización. . . . .	93
4.38. $\bar{I}_{Zi}$ como función de $Zi$ para una condición de $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $\Lambda = 160$ y $Re = 4400$ ). . . . .	94
4.39. $\bar{I}_{Zi}$ como función de $Re$ en un intervalo de $60 < \Lambda < 160$ . El código aplicado es el siguiente: de color negro se indica $Z1$ , de rojo $Z2$ , verde $Z3$ y azul $Z4$ . Los cuadros corresponden a $x_{0_3} = 1.2$ mm, los círculos a $x_{0_3} = 1.6$ mm y los triángulos a $x_{0_3} = 2.7$ mm. . . . .	95
4.40. $\bar{I}_{Zi}$ como función de $\Lambda$ en un intervalo de $650 < Re < 6700$ . El código aplicado es el siguiente: de color negro se indica $Z1$ , de rojo $Z2$ , verde $Z3$ y azul $Z4$ . Los cuadros corresponden a $x_{0_3} = 1.2$ mm, los círculos a $x_{0_3} = 1.6$ mm y los triángulos a $x_{0_3} = 2.7$ mm. . . . .	96
4.41. $N_{Zi}$ como función de $Re$ en un intervalo de $650 < Re < 67000$ . El código aplicado es el siguiente: de color negro se indica $Z1$ , de rojo $Z2$ , verde $Z3$ y azul $Z4$ . Los cuadros corresponden a $x_{0_3} = 1.2$ mm, los círculos a $x_{0_3} = 1.6$ mm y los triángulos a $x_{0_3} = 2.7$ mm. . . . .	97

4.42.	$N_{Z_i}$ como función de $\Lambda$ en un intervalo de $60 < \Lambda < 160$ . El código usado es el siguiente: de color negro se indica $Z1$ , de rojo $Z2$ , verde $Z3$ y azul $Z4$ . Los cuadros corresponden a $x_{0_3} = 1.2$ mm, los círculos a $x_{0_3} = 1.6$ mm y los triángulos a $x_{0_3} = 2.7$ mm. . . . .	98
4.43.	$N_{Z_i}$ como función de $Z_i$ para una condición de $x_{0_3} = 1.2$ mm y $f = 10.5$ Hz ( $160$ y $\Lambda = 4400$ ). . . . .	99
4.44.	Comparación de regiones tridimensionales en dos casos correspondientes al menor $I_{Z_i} = 0.0$ (i) y mayor $I_{Z_i} = 2.7$ (ii) en $Z1$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs. . . . .	100
4.45.	Comparación de regiones tridimensionales en los casos correspondientes al menor $I_{Z_i} = 0.0$ (i) y mayor $I_{Z_i} = 2.7$ (ii) en $Z2$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs. . . . .	102
4.46.	Comparación de regiones tridimensionales en los casos correspondientes al menor $I_{Z_i} = 0.0$ (i) y mayor $I_{Z_i} = 2.7$ (ii) en $Z3$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs en $Z3$ . . . . .	104
4.47.	Comparación de regiones tridimensionales en los campos correspondientes al menor $I_{Z_i} = 0.0$ (i) y al mayor $I_{Z_i} = 2.7$ (ii) en $Z4$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs. . . . .	106
1.	Esquema general de la distorsión óptica a las velocidades experimentales sin usar la cavidad exterior cuadrada. . . . .	118
2.	Acercamiento de la distorsión óptica a las velocidades experimentales sin usar la cavidad exterior cuadrada. . . . .	119

---

# Índice de cuadros

---

1.1. Parámetros dinámicos comúnmente usados en la descripción de flujos recíprocos . . . . .	17
3.1. Condiciones experimentales para los experimentos tipo A. . . . .	32
3.2. Condiciones de la medición de temperatura para los experimentos tipo B. . . . .	34
3.3. Condiciones para las mediciones de velocidad para los experimentos tipo B. . . . .	35
4.1. Comportamiento del flujo observado al realizar experimentos utilizando fluido newtoniano. Tipo de flujo L: Flujo laminar. . . . .	61
4.2. Comportamiento del flujo observado al realizar experimentos utilizando el fluido viscoelástico. Tipo de flujo: L: laminar, VES: Vórtices estacionarios y simétricos, VEA: Vórtices estacionarios asimétricos y VNEA: Vórtices no estacionarios y asimétricos. . . . .	68
4.3. Resultados obtenidos al aplicar el método de Relación de flujo, $\rho$ , en los casos de $I_{Zi}$ menor y $I_{Zi}$ mayor para las cuatro zonas. . . . .	107



---

# Resumen

---

En esta tesis se realiza una investigación acerca de las inestabilidades del flujo oscilatorio de un fluido newtoniano dentro de un tubo como función de la distancia al pistón oscilante. Adicionalmente se estudian las inestabilidades del flujo oscilatorio de un fluido viscoelástico comparado con el flujo oscilatorio de un fluido newtoniano con viscosidad semejante.

Las inestabilidades y vórtices formados en el flujo oscilatorio de fluido newtoniano se estudiaron en una columna de agua dentro de un tubo con un pistón en la parte inferior para generar el flujo oscilatorio. Los experimentos cubrieron el intervalo del número de Stokes,  $\Lambda$ , de 60 a 160 y de número de Reynolds,  $Re$ , de 650 a 6700. Se realizaron mediciones de campos de velocidad en el plano central empleando la técnica de velocimetría por imágenes de partículas *PIV-2C*. Las mediciones comprendieron cuatro zonas de visualización,  $Z_i$ , desde la zona cercana al pistón hasta cuatro diámetros de distancia.

Para cuantificar la magnitud de las inestabilidades en una  $Z_i$  a un tiempo  $t$ , se propuso un índice de inestabilidad,  $I_{Z_i}(Z_i, t) = \sigma_{u_{3\eta}}(Z_i, t) / \langle u_3 \rangle_\eta(Z_i, t)$ . Se determinaron también el número de inestabilidades por ciclo para cada  $Z_i$ ,  $N_{Z_i}$ . Adicionalmente se estudió la tridimensionalidad del flujo con tres métodos: divergencia, relación de PDFs y relación del flujo que atraviesa el plano y el flujo sobre el plano. Este estudio se realizó para dos condiciones de  $Re$  y  $\Lambda$  y para las cuatro  $Z_i$ . La primera condición es aquella donde se encontró el valor  $I_{Z_i}$  menor y la segunda condición es para aquella con el mayor valor de  $I_{Z_i}$ .

En los campos de velocidad de las cuatro  $Z_i$  se observó que las inestabilidades se presentan cuando la componente de velocidad vertical,  $u_3$ , es cercana a cero, tanto en la fase de aceleración como en la fase de desaceleración. Dadas las observaciones cualitativas se consideró que si  $I_{Z_i} > 0.025$  existe una inestabilidad

en el campo de velocidad. Se encontró que para una misma condición de  $Re$  y  $\Lambda$ , en general,  $I_{Z1} > I_{Z2} > I_{Z3} > I_{Z4}$ , indicando que la magnitud de las inestabilidades decrece al alejarse del pistón. Se observó que  $I_{Zi}$  decrece cuando se incrementa  $Re$  o  $\Lambda$ . Se observó, en general que  $N_{Z1} > N_{Z2} > N_{Z3} > N_{Z4}$  y  $N_{Zi}$  decrece cuando se incrementa  $Re$  y  $\Lambda$ . Al estudiar la tridimensionalidad del flujo, los resultados de aplicar los tres métodos señalan que sólo el método de relación de flujos identifica que el flujo con mayor tridimensionalidad es flujo con mayor valor de  $I_{Zi}$ .

La inestabilidades de los flujos oscilatorios, newtoniano y viscoelástico de viscosidad semejante también se estudiaron en una columna de fluido dentro de un tubo con un pistón en la parte inferior para generar el flujo oscilatorio. En este caso las mediciones de campos de velocidad *PIV-2C* se realizaron en la parte central de la columna, lejos del pistón y lejos de la superficie libre. Los experimentos se realizaron en un intervalo  $0.30 < \Lambda < 0.70$  y  $4 \times 10^{-3} < Re < 0.40$ . Se demostró la influencia de los efectos elásticos en la generación de inestabilidades, ya que sólo se presentaron inestabilidades y vórtices en los flujos del fluido viscoelástico.

---

# Nomenclatura

---



<b>Símbolo</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidades</b>
$a_0$	Coefficiente de Fourier	
$a_{cn}$	Coefficiente de Fourier	
$C_0$	Relación de frecuencia fundamental respecto al primer armónico	
$D$	Diámetro del ducto	m
$f$	Frecuencia de oscilación	Hz
$I_{Zi}$	Índice de inestabilidad de la componente de velocidad $u_3$	
$\overline{I_{Zi}}$	Promedio del índice de inestabilidad de la componenete de velocidad $u_3$	
$J_0$	Función de Bessel de orden cero	
$K$	Relación de velocidades	
$L$	Longitud del sistema experimental	m
$l_c$	Longitud característica	
$n_1$	Índice de refracción del silicón	
$n_2$	Índice de refracción del aire	
$N_{I_{Zi}}$	Cuantificación del número de inestabilidades por ciclo	
$r$	Coordenada radial	m
$R$	Relación de la PDF de la divergencia y de la PDF del rotacional	
$Re$	Número de Reynolds $Re = U_0 D / \nu$	
$R^2$	Parámetro de correlación	
$R_\delta$	Reynolds basado en la distancia de Stokes $R_\delta = U_0 \delta / \nu$	
$Re_\omega$	Número de Reynolds cinético $Re_\omega = \omega D / \nu$	
$t$	tiempo	s
$t_m$	Tiempo de relajación de Maxwell	
$t_n$	Tiempo dentro de un ciclo	
$\overline{U}$	Velocidad promedio en todo el ciclo	m/s
$\overline{U}_0$	Velocidad característica del flujo	m/s
$U_0$	amplitud máxima de la velocidad característica del flujo	m/s
$u$	Componente de velocidad genérica	m/s
$u_1$	Componente de velocidad en dirección $x_1$	m/s
$u_2$	Componente de velocidad en dirección $x_2$	m/s

$u_3$	Componente de velocidad en dirección $x_3$	m/s
$\bar{u}_1$	Promedio de la componente de velocidad en dirección $x_1$	m/s
$\bar{u}_2$	Promedio de la componente de velocidad en dirección $x_2$	m/s
$\bar{u}_3$	Promedio de la componente de velocidad en dirección $x_3$	m/s
$U_m$	La amplitud de la media de velocidad en la sección transversal	m/s
$VES$	Vórtices estacionarios simétricos	
$VEA$	Vórtices estacionarios asimétricos	
$VNEA$	Vórtices no estacionarios asimétricos	
$W_0$	Número de Womersley	
$x_0$	Amplitud de desplazamiento del pistón	mm
$x_1$	Coordenada transversal al movimiento del pistón	
$x_2$	Coordenada perpendicular al plano formado por $x_1$ y $x_3$	
$x_3$	Coordenada axial al movimiento del pistón	
$Z$	La distancia al pistón normalizada	
$z$	La distancia medida a partir del pistón	m
$\alpha$	Constante $2^{1/2}e^{3/4}\pi i$	
$\beta_0$	Parámetro de las características del fluido	
$\eta$	Coordenada radial normalizada	
$\sigma_{u_3}$	Variación de la componente de velocidad respecto al promedio en una posición	m/s
$\omega_0$	Frecuencia angular de oscilación	Hz
$\omega_0^*$	Frecuencia angular de oscilación normalizada con el tiempo relajación de Maxwell	
$\delta$	Distancia de penetración de Stokes	m
$\Lambda$	Parámetro de Stokes	
$\mu$	Viscosidad dinámica	Pa·s
$\pi$	Número adimensional	
$\nu$	Viscosidad cinemática	$m^2/s$
$\tau$	Tiempo de relajación	s
$\phi$	Fase de oscilación	
$\varrho$	Relación de flujos en zona de estudio	

---

# Introducción

---

Los flujos oscilatorios han sido estudiados dado que se encuentran presentes en muchos fenómenos de la naturaleza, además de localizarlos en diversas áreas de ingeniería y medicina. Los ejemplos abundan algunos son la propagación del sonido en la atmósfera y el océano, el movimiento de las olas y de las mareas, también los flujos en seres vivos suelen ser oscilatorios; ejemplos son los flujos respiratorios, la circulación sanguínea [1] y el movimiento del aire en el interior del oído. Igualmente, en muchos procesos industriales, se encuentra que flujos importantes son de carácter oscilatorio. Entre ellos los flujos producidos por dispositivos con álabes como turbinas o aquellos que se generan debido a vibraciones de partes de maquinaria rígidas, como las bombas de agua, motores de combustión interna, sistemas de control de fluidos, entre otros.

Los flujos oscilatorios en ductos presenta diversos comportamientos, dependiendo del número de Reynolds característico del sistema, que tienen consecuencias en las propiedades globales del flujo como los coeficientes de transferencia de escalares pasivos (calor o concentración), resistencia total al bombeo, etc.

Los estudios acerca de flujos oscilatorios se enfocan en tratar de comprender el origen de las inestabilidades y cómo es que éstas se propagan o disminuyen en cada sistema en una región definida. Sin embargo aún existen diversos factores que no se han descrito con suficiente claridad entre los que destacan la inestabilidad en la velocidad central producida por los efectos de los extremos ya que se han considerado como despreciables, sin embargo, los resultados muestran influencia de los extremos dependiendo del sentido del flujo.

El objetivo principal de esta tesis es analizar las perturbaciones del flujo oscilatorio de un fluido newtoniano dentro de un tubo como función de la distancia al pistón oscilante. Para lo cual se propone un método para cuantificar las inesta-

bilidades observadas en los campos de velocidad obtenidos por velocimetría por imágenes de partículas. También se propone un método para estimar la tridimensionalidad de un flujo.

Durante la investigación doctoral se colaboró con un estudio acerca de las diferencias entre dos flujos oscilatorios, uno newtoniano y uno viscoelástico de viscosidad semejante, bajo las mismas condiciones, en la zona central y lejos del pistón. Este estudio fue realizado antes de los experimentos correspondientes al objetivo principal de esta tesis (experimentos B), por lo que los experimentos correspondientes (experimentos A), se presentan primero.

El contenido de esta tesis tiene el siguiente orden. En el capítulo 1 se presentan una revisión de la literatura. El capítulo 2 presenta los sistemas experimentales empleados en esta investigación, las modificaciones al primero de ellos y sus principales características. Posteriormente, el capítulo 3 contiene las condiciones bajo las cuales se realizaron los experimentos. El capítulo 4 presenta las observaciones de cada una de las condiciones experimentales, el análisis a los mismos y las evaluaciones de las propuestas para analizar los resultados experimentales. Finalmente en el capítulo 5 se presentan las conclusiones de este proyecto de investigación con algunas sugerencias para investigaciones posteriores.

---

# Capítulo 1

## Antecedentes

---

En este capítulo se presenta una revisión general acerca del estudio de flujos oscilatorios newtonianos. El objetivo de este capítulo es llevar a contexto la contribución de esta tesis a las investigaciones hasta ahora realizadas.

Los flujos oscilatorios presentan diversos comportamientos, dependiendo de los parámetros característicos bajo los cuales se estudien. Estos parámetros asignan consecuencias en las propiedades globales del flujo como los coeficientes de transferencia de escalares pasivos (calor o concentración), resistencia total al bombeo y otros.

Para su estudio, se plantea una clasificación de los flujos oscilatorios en función de la velocidad temporal media del flujo de estudio,  $\bar{U}$  y en función de otros parámetros dimensionales y adimensionales que a continuación se describen.

Si consideramos la clasificación en función de la velocidad temporal media  $\bar{U}$ , observamos que se cuentan con dos tipos de flujos oscilatorios, los llamados reciprocantes y los flujos pulsantes. Los flujos reciprocantes son aquellos cuya velocidad promedio es cero,  $\bar{U} = 0$ , (como este caso de estudio) a diferencia de los flujos pulsantes cuya velocidad promedio es diferente de cero,  $\bar{U} \neq 0$ .

### 1.1. Soluciones de flujos oscilatorios simples

En esta sección se presentan varias soluciones clásicas de flujos oscilatorios en geometrías idealizadas. Estos resultados muestran características que son de gran

utilidad en la descripción del fenómeno de interés, aunque en detalle no capturan toda la física del problema principal a estudiar.

### 1.1.1. Flujo generado por una pared oscilatoria (Segundo problema de Stokes)

Un ejemplo clásico de flujos recíprocos es el segundo problema de Stokes donde se analiza el flujo de un fluido bidimensional sobre una placa infinita desplazándose armónicamente como se muestra en la Fig. 1.1. Este ejemplo se analiza a detalle en las referencias [2] y [3] y aquí solamente se presentan las propiedades más importantes. El objetivo es encontrar el movimiento del fluido promovido por la placa oscilante.

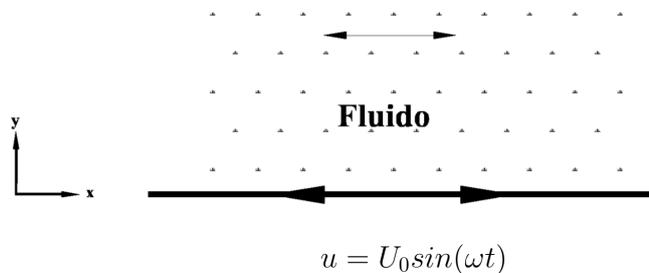


Figura 1.1: Geometría del flujo en el segundo problema de Stokes. La placa oscila con una frecuencia angular  $\omega$  y una amplitud  $U_0$ .

Asumiendo que el fluido tiene una sola componente de velocidad  $u = f(y, t)$ , con la presión constante en todo el espacio, es decir con  $\nabla p = 0$ , la ecuación de Navier-Stokes queda de la siguiente forma

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1.1)$$

donde  $\nu$  es la viscosidad cinemática. Ignorando el periodo transitorio, sólo es necesario establecer las siguientes condiciones de frontera en  $y = 0$  y  $y \rightarrow \infty$ ,

$$\begin{aligned} u(y=0, t) &= U_0 \sin \omega t \\ u(y \rightarrow \infty, t) &= 0 \end{aligned} \tag{1.2}$$

la solución a la Ec. 1.1 con condiciones de frontera 1.2 es

$$u(y, t) = U_0 e^{-y/\delta} \sin(\omega t - y/\delta) \tag{1.3}$$

donde  $\delta = \sqrt{2\nu/\omega}$  es una distancia característica. La distribución de velocidad es una función oscilatoria con amplitud decreciente en dirección  $y$ . La capa oscilatoria del fluido que se encuentra a una distancia  $y$  de la pared, tiene una fase de retraso de  $y/\delta$  comparada con el movimiento de la placa. La distancia  $\delta$  puede ser considerada como una longitud onda de la oscilación y es llamada la distancia de penetración de Stokes de la onda viscosa. Esta capa es más delgada conforme aumenta la frecuencia y disminuye con la viscosidad cinemática del fluido. En Fig. 1.2 se aprecian los perfiles de velocidad a distintos tiempos [2].

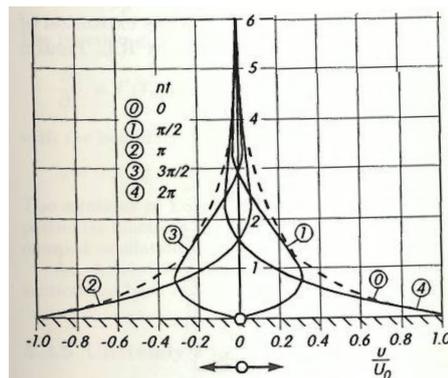


Figura 1.2: Distribución de velocidad cerca de la placa oscilatoria (Segundo problema de Stokes). La placa tiene una velocidad de la forma  $U_0 \sin(\omega t)$  [2].

### 1.1.2. Flujo generado por un gradiente de presión oscilatorio sobre una pared rígida

Es posible realizar otra interpretación del segundo problema de Stokes al considerar que las ecuaciones que gobiernan los flujos incompresibles son variantes

bajo una transformación galileana. Esto nos permite realizar un "giro" a las coordenadas del sistema del segundo problema de Stokes, es decir, considerar que las paredes del sistema se encuentran fijas y el fluido lejos se encuentra oscilando. Para provocar que el flujo oscile, es necesario un gradiente de presión de una fuerza externa.

El problema del flujo oscilante se analiza como sigue: se considera que el fluido tiene una velocidad  $\bar{U}$ . Cuando  $y \rightarrow \infty$  el fluido se encuentra oscilando con una velocidad

$$\bar{U}(y \rightarrow \infty, t) = U_0 \sin \omega t. \quad (1.4)$$

Una fuerza de presión  $dp/dx \propto \sin \omega t$  puede producir este movimiento. Como las paredes se encuentran estacionarias

$$\bar{U}(y = 0, t) = 0 \quad (1.5)$$

es posible elegir un nuevo sistema de coordenadas fijo en una partícula libre dentro del flujo ( $\hat{x} = x - U_0 \cos \omega t + 1, \hat{y} = y$ ). La componente de velocidad en la  $\hat{x}_i$  coordenada del nuevo sistema,  $V_i$ , es la misma que la velocidad del fluido, Ec. 1.4, esto es

$$V_x = U_\infty = U_0 \sin \omega t. \quad (1.6)$$

Cualquier velocidad  $\hat{U}$  medida en el nuevo sistema está relacionada a la velocidad del fluido y al sistema de velocidad mediante

$$\hat{U} = \bar{U} - V_x = \bar{U} - U_0 \sin \omega t \quad (1.7)$$

Así que las condiciones de frontera Ec. 1.4 y Ec. 1.5 se transforman en

$$\begin{aligned} \hat{U}(\hat{y} \rightarrow \infty, t) &= U_0 \sin \omega t - U_0 \sin \omega t = 0 \\ \hat{U}(\hat{y} = 0, t) &= -U_0 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (1.8)$$

Ya que las ecuaciones gobernantes de los flujos en las nuevas coordenadas oscilatorias no cambian de forma [3], se concluye que esta nueva forma es el problema de Stokes con movimiento  $-\cos \omega t$ . La solución al problema para  $\hat{U}$  es el negativo de 1.3

$$\hat{U} = -U_0 e^{-y/\delta} \sin(\omega t - y/\delta) \quad (1.9)$$

y la solución al problema original es encontrada por la combinación de este resultado con la Ec. 1.10

$$\bar{U} = -U_0 e^{-y/\delta} \sin(\omega t - y/\delta) + U_0 \sin \omega t. \quad (1.10)$$

Este es el perfil de velocidad para un flujo oscilatorio uniforme sobre una placa fija. El primer término son los efectos viscosos y el segundo término es la oscilación no viscosa del flujo principal.

A cualquier distancia de la pared, la Ec. 1.10 es la suma de dos ondas seno-iales con la misma frecuencia, existe la posibilidad de representarlo como una suma de dos ondas con la misma frecuencia o como una sola onda con diferente amplitud y fase de retraso. Así que una forma equivalente para la Ec. 1.10 es

$$\bar{U} = A \sin(\omega t + \phi) \quad (1.11)$$

donde

$$A = U_0 \left[ 1 - 2e^{-y/\delta} \sin(y/\delta) + e^{-2y/\delta} \right]^{1/2} \quad (1.12)$$

y

$$\phi = \tan^{-1} \left\{ \frac{e^{-y/\delta} \sin(y/\delta)}{1 - e^{-y/\delta} \cos(y/\delta)} \right\}. \quad (1.13)$$

Un resultado inesperado es que la máxima amplitud de la oscilación ya no es cuando  $y \rightarrow \infty$  sino en un punto intermedio cercano a la pared. En la Fig. 1.3 se aprecian perfiles de velocidad para distintos tiempos.

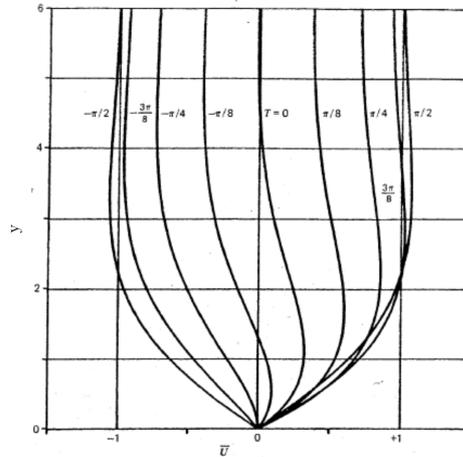


Figura 1.3: Flujo oscilatorio sobre una placa. El flujo libre oscila como  $U_\infty = \sin \omega t$  [3].

## 1.2. Flujo oscilatorio en un ducto de sección circular

Los ejemplos descritos en la sección anterior indican que hay un conocimiento relativamente profundo en flujos oscilatorios tanto en dominios infinitos como en ductos. Sin embargo es claro que este tipo de flujos presenta inestabilidades que no necesariamente tienen una dependencia temporal igual a la del forzante y que en condiciones extremas pueden convertirse en flujos turbulentos. Este tema de investigación es de gran relevancia en el presente trabajo y en esta sección se describen algunos de los trabajos que se encuentran en la literatura y que conciernen al fenómeno de estabilidad en flujos oscilatorios en distintas regiones de estudio. Dado que este tipo de flujos han sido estudiados desde diversos puntos de vista, a continuación se presentan investigaciones considerando inicialmente la estabilidad en la región central del sistema experimental contenedor del flujo de estudio.

### 1.2.1. Estabilidad del flujo oscilatorio en la zona central del ducto

Uno de los trabajos más ilustrativos en este sentido es el presentado por Hino y colaboradores [4]. En esta investigación se estudia un flujo contenido en un arreglo experimental que consta de un ducto conectado a una campana en un extremo y conectado a una cámara con un pistón que oscila con un motor a distintas condiciones en el otro, presentado en la Fig. 1.4.

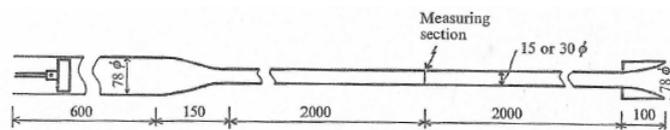


Figura 1.4: Diagrama esquemático del sistema experimental usado por Hino y colaboradores [4].

La componente de velocidad axial del flujo se midió empleando la técnica de anemometría de hilo caliente en el centro del ducto. La medición de velocidad se realizó en distintas posiciones radiales, equidistantes del eje del ducto hacia la pared del mismo. Dado que la técnica empleada no logra discriminar el sentido del flujo, las mediciones de velocidad obtenidas son absolutas. Se logra identificar tres distintos regímenes de flujo: flujo débilmente turbulento, condicionalmente turbulento y totalmente turbulento. Al graficar la variación de velocidad temporal, se observa que en el régimen de flujo condicionalmente turbulento, la turbulencia es disparada o inicia en la fase de desaceleración tornándose nuevamente a laminar en la fase de aceleración del flujo.

El trabajo presentado por Hino y colaboradores [4] ha sido un pilar en el estudio de flujos oscilatorios, sin embargo diversos autores han identificado un régimen de flujo adicional, es decir, se han identificado básicamente los siguientes cuatro regímenes de flujo típicos.

- I Flujo laminar durante todo el ciclo que coincide esencialmente con la solución analítica de las ecuaciones linealizadas (flujo de Stokes). En este tipo de flujos, la velocidad como función del tiempo tiene un comportamiento semejante a la Fig. 1.5(a).
- II Flujo laminar perturbado o distorsionado, donde aparecen oscilaciones de pequeña amplitud superpuestas al flujo laminar en la fase de desaceleración, tal como se aprecia en la Fig. 1.5(b).

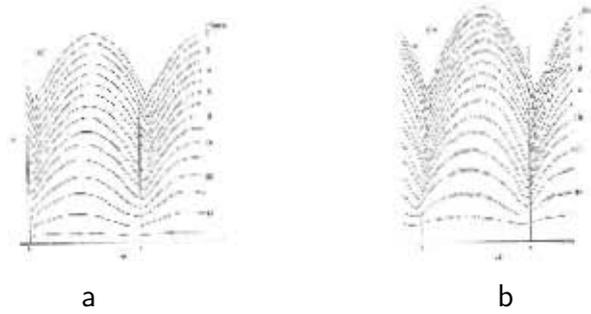


Figura 1.5: Comportamiento de la velocidad como función del tiempo de flujo oscilatorio tipo laminar (a) y tipo laminar perturbado (b) [4].

**III** Flujo turbulento intermitente, caracterizado por la aparición súbita de episodios turbulentos (*turbulent bursts*) al final de la fase de aceleración manteniéndose durante toda esta fase, posteriormente, al inicio de la fase de desaceleración el comportamiento retorna a laminar, tal como se presenta en la Fig. 1.6 [5].

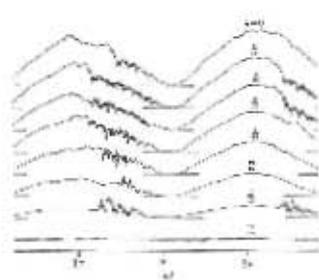


Figura 1.6: Comportamiento de la velocidad como función del tiempo de un flujo oscilatorio tipo turbulento intermitente [4].

**IV** Flujo turbulento durante todo el ciclo. Este tipo de flujos no ha sido visualizado dada su complejidad [5].

En la Fig. 1.7 se presenta una clasificación de flujos oscilatorios, previamente mencionada, como función de dos variables, el parámetros de Stokes y el número

de Reynolds basado en la distancia de penetración de Stokes. El parámetro de Stokes se define como  $\Lambda = D/2\delta$  y el número de Reynolds basado en la distancia de penetración de Stokes como  $R_\delta = U_0\delta/\nu$ . La clasificación de flujos oscilatorios considera las aportaciones de tres diferentes autores [4; 6; 7].

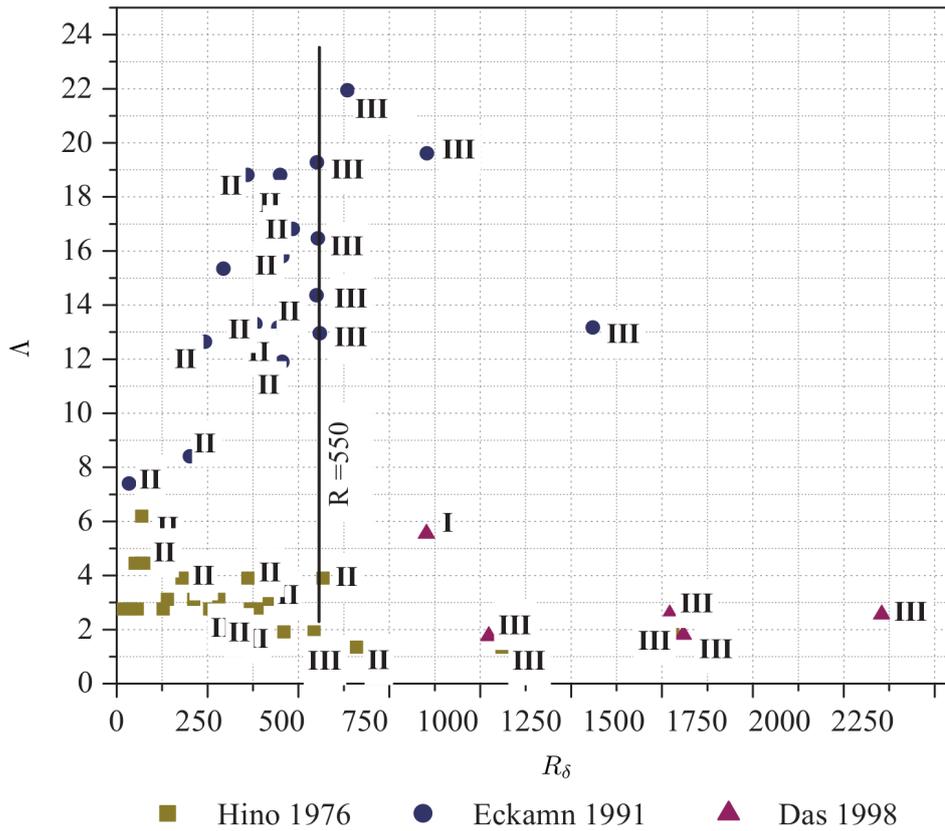


Figura 1.7: Tipo de flujo en el espacio  $(\Lambda, R_\delta)$  propuesto por [4] donde se incluyen resultados experimentales de [6] y [7]. Tipo de flujo: I Laminar, II Laminar distorsionado, III Turbulento intermitente, IV turbulento desarrollado.

En los estudios [4; 6; 7], existe coincidencia respecto a la transición de flujo tipo *II* a flujo tipo *III*, ya que se identifica a esta transición como un evento local, gobernado por  $R_\delta$ , siempre y cuando  $\Lambda \gg 1$ . Para flujos líquidos en

ductos y en canales, con  $\Lambda > 2$ , se ha identificado un  $R_\delta$  de transición en el intervalo de 500 – 570. , aunque existe un caso de  $R_{\delta_{crit}} \sim 280$ , sin embargo para este caso el flujo analizado es aire y no se especifica si la transición es a flujo tipo *II* o *III* [8]. A pesar de esta incertidumbre, los resultados coinciden con otros autores en caso de transición a flujo tipo *II*.

Zhao & Cheng [9] realizan una investigación experimental acerca de la transición a la turbulencia considerando pérdidas debidas a la fricción. En esta investigación se analiza el aire contenido en un ducto a través de mediciones de velocidad y de presión del flujo en un sistema que es accionado por un pistón con movimiento sinusoidal dentro de un ducto, presentado en la Fig. 1.8. Para medir la velocidad se emplea la técnica de anemometría de hilo caliente y para la presión se empleó un transductor diferencial. Los parámetros descriptivos son el número de Reynolds cinético,  $Re_\omega = \omega D/\nu$  y una amplitud adimensional de oscilación,  $A_0$  definida como la relación del desplazamiento máximo del pistón respecto al diámetro del ducto, es decir,  $A_0 = x_0/D$ . En términos de estos parámetros, los autores proponen una ecuación de correlación para la predicción del inicio de la turbulencia basada en sus mediciones experimentales de velocidad media en la sección transversal y diferencias de presión.

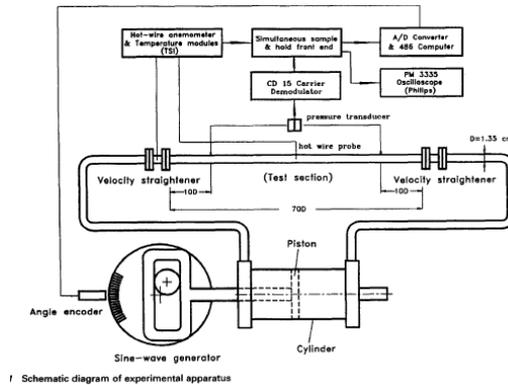


Figura 1.8: Sistema experimental para el estudio de flujos oscilatorios empleado por Zhao y Cheng [9].

Consistentemente con los resultados obtenidos con Hino *et al.* [4], los autores encuentran que el inicio de la turbulencia se presenta solamente en la fase de desaceleración de la mitad del ciclo si se observa un cambio de presión de positiva a negativa cuando  $Re_\omega$  presenta valores altos, como se aprecia en la Fig. 1.9.

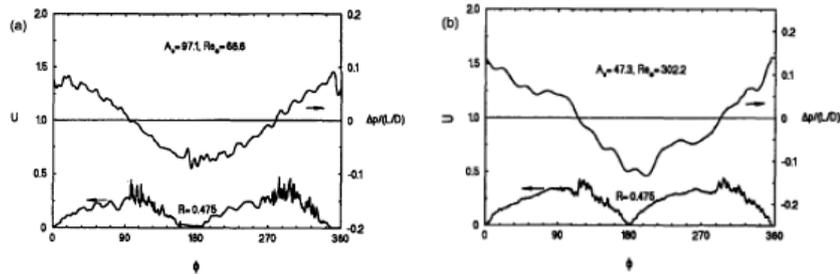


Figura 1.9: Variaciones temporales de la velocidad axial y diferencia de presión al inicio de la transición a la turbulencia para (a)  $A_0 = 97.1$  y  $Re_\omega = 66.6$  y (b)  $A_0 = 47.3$  y  $Re_\omega = 302.2$  del experimento de Zhao & Cheng [9].

### 1.2.2. Zona cercana al pistón

La región cerca al movimiento del pistón,  $L = 0$ , ha sido estudiada desde dos distintas perspectivas, en una de ellas se ha considerado que el movimiento oscilatorio del flujo es generado por paredes oscilantes con un pistón fijo y en la segunda se considera que la oscilación se genera con un pistón oscilante y paredes fijas.

Un estudio de flujo oscilatorio considerando paredes oscilantes y un pistón fijo fue realizado por Tabaczynski y colaboradores [10], enfatizando el análisis sólo cuando el movimiento del cilindro es hacia el pistón. De los principales resultados se destaca la presencia de tres tipos de flujo: estable, en transición y flujo inestable a través de mediciones de velocidad del flujo bajos dos distintas frecuencias de perturbación 0.5 y 3.5 Hz. Además se observaron vórtices estables para  $Re < 12500$  y vórtices turbulentos para  $Re > 17500$  con lo que realizan una correlación de la geometría de los vórtices con el diámetro de su sistema experimental.

Además de estudiar los flujos oscilatorios experimentalmente y dado el acelerado crecimiento de la tecnología computacional, ésta ha sido empleada como una herramienta importante y ha contribuido significativamente para entender la complejidad del fenómeno de estudio.

Como ejemplo de aplicar estas tecnologías se presenta la investigación realizada por Cosgrove y colaboradores [11] quienes estudian numéricamente los flujos oscilatorios de forma bidimensional y tridimensional utilizando el método de *lattice* Boltzman. El enfoque principal de esta investigación es la generación y evolución de estallidos o ráfagas turbulentos de un flujo contenido dentro de un canal. En los dos tipos de simulaciones, se logra observar que perturbaciones del flujo incian cerca de las paredes y son desplazadas hacia el centro del canal formando vórtices que persisten en la capa límite, posteriormente se deforman, estiran e inclinan para inevitablemente romperse lo que incrementa la intensidad de turbulencia. Esta investigación se centra en la física del mecanismo que detona la aparición de los vórtices sin tomar en cuenta la influencia ocasionada por el mecanismo de generación senoidal sobre su región de estudio, como se plantea en este trabajo de investigación.

En los estudios hasta ahora presentados no se considera la influencia de la rugosidad, es decir, se modelan las paredes lisas pero es posible encontrar estudios donde consideran la influencia de la rugosidad en este tipo de flujos, por ejemplo, Thais y colaboradores [12] quienes modelan flujos oscilatorios tomando en cuenta la rugosidad.

Costamagna *et al.* [13] reportan estructuras que se forman en la transición de flujo laminar a turbulento utilizando simulaciones numéricas. Confirman el proceso de relaminarización durante la fase de aceleración del flujo, observado por otros autores, además reportan la influencia de las paredes en las estructuras presentes en el flujo. Cuando se analiza el régimen laminar perturbado, la influencia de las paredes es importante ya que disparan las inestabilidades del flujo y posteriormente se forman los vórtices; en cambio en el régimen turbulento intermitente las imperfecciones de la pared no tienen influencia alguna en el fenómeno. En este análisis se suponen fronteras periódicas y no considera la influencia de los extremos del sistema.

Juárez y Ramos [14] estudiaron numéricamente un flujo oscilatorio en todo lo largo de un canal con extremos expandidos, presentado en la Fig. 1.10, de forma bidimensional bajo tres distintos regímenes, laminar  $R_\delta = 25$ , laminar con pequeñas perturbaciones,  $R_\delta = 302$ , y laminar con presencia de vórtices,  $R_\delta = 537$ , en los tres casos  $\Lambda = 4$ . Observan comportamientos característicos de cada tipo de flujo; en el flujo tipo laminar el movimiento es sincronizado con la presión de oscilación; en el caso laminar perturbado se detectó la presencia de vórtices al final de la fase de aceleración y en el último caso, laminar con vórtices, se detectaron vórtices en casi toda la duración del ciclo excepto cuando

se tienen velocidades muy cercanas a cero. Los vórtices se observaron cuando las velocidades son grandes en amplitud.

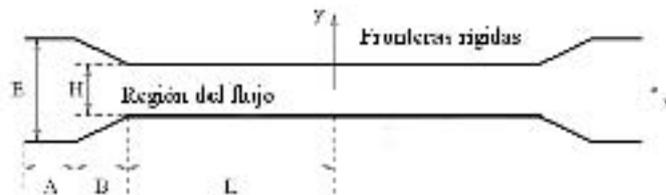


Figura 1.10: Geometría del sistema para el estudio numérico de flujos oscilatorios utilizado por Juárez y Ramos [14].

Para analizar el comportamiento de las estructuras vorticales, Ovando *et al.* [15] realizan un estudio numérico empleando una cavidad bidimensional. El arreglo consta de paredes horizontales fijas y paredes verticales con movimiento oscilatorio, con relación de aspecto de 1.5 y es presentado en la Fig 1.11.

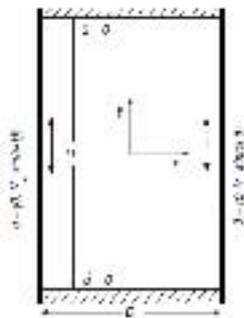


Figura 1.11: Geometría del sistema para el estudio de flujos oscilatorios con paredes verticales deslizantes y paredes horizontales fijas utilizada por Ovando *et al.* [15].

Las condiciones donde se analizó la formación de los vórtices fueron para  $Re = 50, 500$  y  $1000$  y con tres distintos desplazamientos de las paredes  $Y = 0.2, 0.4$  y  $0.8$  ( $Y = \text{amplitud}/\text{ancho}$ ). En la condición de  $Re = 50$  se observaron un par de vórtices elongados verticalmente con longitud casi constante durante

todo el ciclo pero no así su diámetro, para el caso de  $Re = 500$  los vórtices observados son de mucho menor diámetro situados en las esquinas superior e inferior de la cavidad, semejante a los observados para  $Re = 1000$  sólo que para este último caso, el diámetro es menor. Dentro de los resultados principales se destaca la identificación de dos mecanismos de formación de vórtices además de identificar la región que éstos ocupan en función del número de Reynolds y la amplitud de desplazamiento del pistón. Vale la pena destacar que este estudio es muy detallado en cuanto a la descripción de los vórtices y aunque es una referencia importante, el trabajo desarrollado en esta tesis va dirigido en un sentido diferente.

Los estudios hasta ahora presentados han centrado como región de análisis, dos distintas zonas, considerando el sistema en que se encuentra confinado el flujo, la región cercana a alguno de los extremos  $L = 0$ , donde se genera el movimiento oscilatorio y la región central del ducto, es decir en  $L/2$ , considerando a  $L$  como la longitud total del sistema. La zona  $L/2$  ha sido la región más estudiada de este tipo de flujos, en ésta se han planteado las clasificaciones así como las caracterizaciones a través de los parámetros descritos, sin embargo, también es posible encontrar en la literatura estudios de flujos oscilatorios con especial atención en los extremos, sean numéricos o experimentales, especialmente en la región donde se genera la perturbación, es decir, en  $L = 0$ .

Las investigaciones presentadas contribuyen significativamente al estudio de flujos oscilatorios newtonianos ya que se evidencian características que hacen más fácil realizar estudios detallados, sin embargo aún se tienen interrogantes acerca de este tipo de flujos como las posibles estratificaciones del mismo, los mecanismos de inestabilidad presentes, sólo por mencionar algunos tópicos.

En los flujos oscilatorios se han observado estructuras distintas en dos regiones características, considerando la longitud transversal del contenedor, cerca y lejos de la pared. En las regiones cercanas a la pared se han visualizado vórtices y estructuras peculiares en la fase de desaceleración mientras que la región exterior a la capa límite se ha caracterizado por poseer movimientos rectilíneos del flujo de acuerdo con Fishler y Brodkey [16]. Las estructuras observadas presentan un orden de aparición, inician con una desaceleración seguida de un proceso de aceleración local, posteriormente vórtices transversales, seguidos de una expulsión y un barrido o retorno del flujo a un movimiento rectilíneo. Este estudio se realizó a través de visualizaciones con *PIV* el régimen 'flujo cuasi-turbulento' (en nuestro contexto flujo turbulento intermitente).

### 1.3. Comentarios generales

De las investigaciones analizadas observamos a cada autor utilizar parámetros característicos particulares para describir el mismo fenómeno de estudio, un compilado de estos parámetros se presenta en el Cuadro 1.1.

Parámetros	Nombre	Autor
$\Lambda = D/2\delta$	Parámetro de Stokes	Hino <i>et al.</i> (1976) [4] Eckman y Grotberg (1991) [6] Akhavan <i>et al.</i> (1991) [5]
$Re = U_0D/\nu$	Número de Reynolds ordinario	Akhavan <i>et al.</i> (1991) [5] Merkli y Thomann(1975) [8] Hino <i>et al.</i> (1983) [17] Eckman y Grotberg (1991) [6]
$R_\delta = U_0\delta/\nu$	Número de Reynolds basado en la distancia de penetración de Stokes	Hino <i>et al.</i> (1976) [4] Cosgrove <i>et. al</i> (2003) [11]
$W_0 = r\sqrt{\omega/\nu}$	Número de Womersley	Eckman y Grotberg (1991) [6] Cosgrove <i>et. al</i> (2003) [11]
$Z$	La distancia al pistón	

Cuadro 1.1: Parámetros dinámicos comúnmente usados en la descripción de flujos recíprocos

En este caso de estudio observamos que contamos con dos cantidades físicas independientes,  $L$  y  $t$  expresadas en términos de las cantidades físicas dimensionalmente independientes:  $x_0$ ,  $D$ ,  $1/\omega$ ,  $\nu$  y  $Z$ . Al realizar un análisis dimensional aplicando el teorema  $\pi$  de Buckingham obtenemos tres parámetros adimensionales e independientes, en función de los cuales es posible expresar los parámetros restantes. Si se selecciona a  $Re$ ,  $\Lambda$  y  $Z$  como los parámetros independientes, los restantes se expresan en función de éstos como sigue:  $W_0 = 2^{1/2}\Lambda$ ,  $R_\omega = 2\Lambda^2$  y  $R_\delta = (\delta/D) Re$ .

Para la descripción de los resultados obtenidos en esta investigación, los parámetros a emplear son  $\Delta$ ,  $\delta$  y  $Re$ , como se apreciará en la sección de Resultados.



---

## Capítulo 2

# Sistemas experimentales

---

El desarrollo de esta investigación se llevó a cabo empleando dos sistemas experimentales con geometría semejante, en todos ellos el ducto es fijo y el pistón oscilante. El primero, diseñado previamente para el estudio de la dinámica de fluidos viscoelásticos en tubos [18], se usó para realizar experimentos utilizando un fluido viscoelástico y uno newtoniano. Se diseñó un segundo dispositivo experimental para estudiar zonas a varios diámetros de distancia del pistón. A continuación se explica cada uno de los sistemas usados en esta investigación, con mayor detalle el segundo dispositivo, que fue diseñado específicamente para la investigación de esta tesis.

### 2.1. Primer sistema experimental

El primer sistema experimental oscilatorio fue diseñado para estudiar el flujo en la zona central del ducto, está formado por un tubo cilíndrico de acrílico dentro del cual se genera un movimiento oscilatorio promovido por un pistón acoplado a un motor de frecuencia regulable. El cilindro utilizado tiene un diámetro interior de 5 cm, una longitud de 48 cm y se encuentra unido a una camisa de acero inoxidable del mismo diámetro interior a través de una brida en la parte inferior. Dentro de la camisa de acero inoxidable se encuentra un pistón que oscila verticalmente mediante una biela movida por un motor industrial cuya tasa de giro está regulada por un sistema *Varispeed 606PC3*. El sistema que se encuentra

colocado por encima de la brida está contenido en una cavidad de acrílico transparente, de sección transversal rectangular. Dentro de este recipiente se vierte glicerol, que es un fluido con índice de refracción similar al del acrílico, para evitar la deformación óptica debida a que el cilindro actúa como lente. En este primer sistema experimental se utilizó un fluido viscoelástico cuyas propiedades se presentan a detalle en la sección de Metodología. En la Fig. 2.1 se presenta el esquema del sistema experimental descrito.

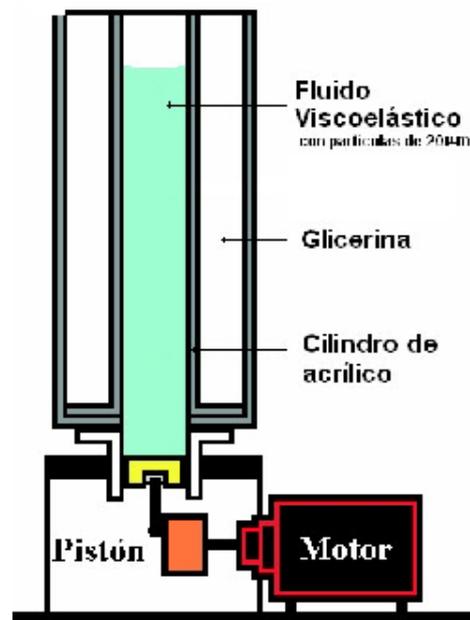


Figura 2.1: Esquema del primer sistema experimental empleado en esta investigación.

## 2.2. Segundo sistema experimental

El segundo dispositivo experimental se construyó para cumplir el objetivo principal de este proyecto de investigación. Considerando la técnica a emplear para las mediciones de velocidad velocimetría por imágenes de partículas, *PIV-2D* por sus siglas en inglés, la visibilidad en todo el sistema experimental juega un papel muy importante. Durante el diseño se consideró que el material fuese transparente, con índice de rugosidad pequeño, que la longitud de este nuevo

sistema fuese superior a la longitud de los sistemas experimental anteriores y que tuviese visibilidad desde la zona contigua al pistón como en el segundo sistema.

La geometría de este sistema, al igual que el primer dispositivo experimental, se basa en un tubo circular contenido en una cavidad de acrílico transparente de sección transversal cuadrada, en este caso se utilizó agua entre el tubo y la cavidad con el fin de que el tubo no trabajara como una lente. En este dispositivo, el material del tubo cambió de acrílico a vidrio con un diámetro interior de 5.6 cm y una longitud de 1.3 m.

En la Fig. 2.2 se presenta una fotografía del sistema montado y acoplado para realizar pruebas. En las figuras subsecuentes se presentan los diagramas que describen el sistema experimental en el siguiente orden y de forma independiente. Primero se presenta la cavidad de acrílico, posteriormente las bridas que brindan soporte mecánico al sistema y finalmente los anillos metálicos cuya función es sujetar el tubo de vidrio.



Figura 2.2: Fotografía del segundo sistema experimental listo para realizar experimentos.

Un esquema de la cavidad de acrílico se presenta en la Fig. 2.3. La cavidad tiene una longitud de 1.2 m y está constituida de cuatro placas de acrílico de 12 mm de espesor, en las paredes y dos placas más en la base. La placa inferior tiene las dimensiones externas de la cavidad y la placa superior las dimensiones internas, esto con el fin de darle mayor soporte a la estructura.

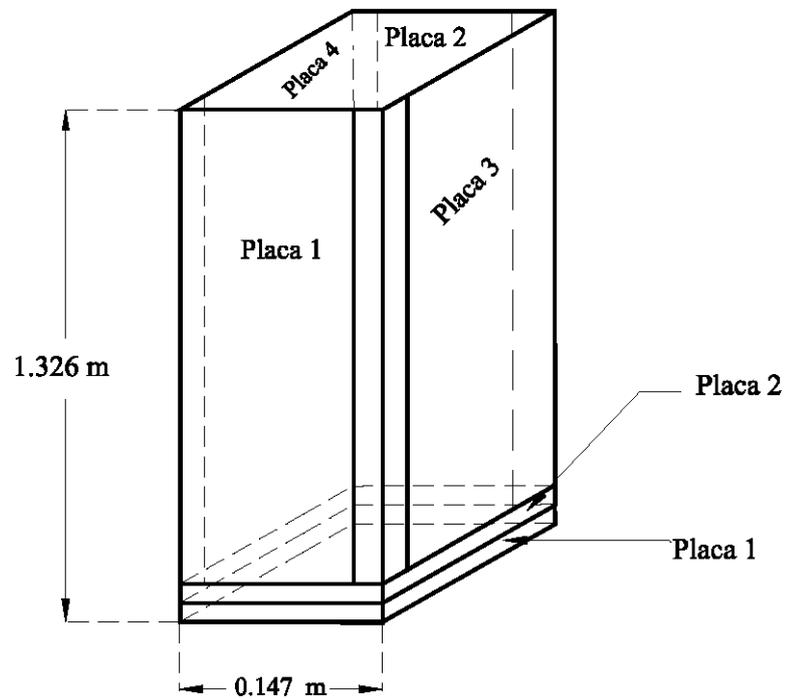


Figura 2.3: Esquema de la cavidad de acrílico del segundo dispositivo experimental.

Este sistema experimental cuenta con dos bridas de acero inoxidable que soportan a todo el sistema. La brida superior contiene al tubo de vidrio, con ayuda de tres anillos del mismo material y un par de arosellos, el tubo es sujetado para fijarlo y evitar posibles desplazamientos del mismo cuando el pistón se mueva en su interior. En la Fig. 2.4 se presenta el esquema correspondiente a la brida superior donde se aprecian las dimensiones, se puede observar que tiene una rosca en la parte superior.

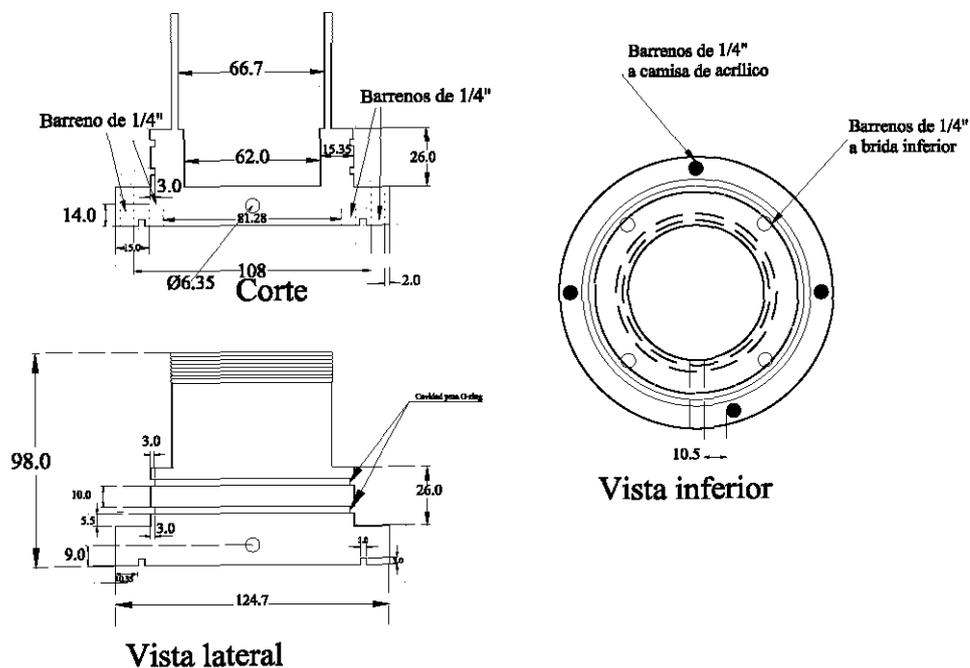


Figura 2.4: Esquema de la brida superior que constituye el soporte inferior de la cavidad de acrílico correspondiente al segundo sistema experimental. Cotas en mm.

En la Fig. 2.5 se presentan tres anillos metálicos que sirven para sujetar al tubo de vidrio dentro de la brida superior. Estos anillos se disponen de la siguiente forma, entre los dos primeros anillo se coloca un arosello, el tercer anillo se sobrepone a ellos y los tres acoplados se colocan en un extremo del tubo de vidrio. El tubo y los anillos se colocan dentro de la brida superior y finalmente el tercer anillo se enrosca con la brida superior, ejerciendo presión sobre los otros dos anillos. El movimiento del pistón se realiza en el interior del tubo de vidrio ligeramente por arriba la brida superior.

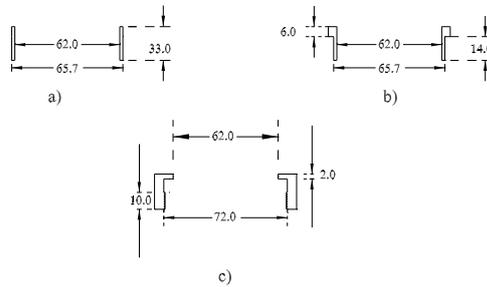


Figura 2.5: Esquema de los anillos metálicos empleados para sujetar el tubo de vidrio en el segundo sistema experimental. a) Primer anillo, b) segundo anillo y c) tercer anillo. Cotas en mm.

Tal como se mencionó anteriormente, el sistema también tiene una brida inferior del mismo material que la brida superior. En la Fig. 2.6 se muestra un esquema de esta brida. En esta brida se apoya la cavidad de acrílico y la brida superior. La unión entre las dos bridas es por medio de tornillos tipo *allen*. Vale la pena destacar que el diámetro interior de las bridas de acero es el mismo que el diámetro exterior del tubo de vidrio, ya que es dentro de éstas donde el pistón se desplaza hasta llegar a la zona visible de la cavidad de acrílico.

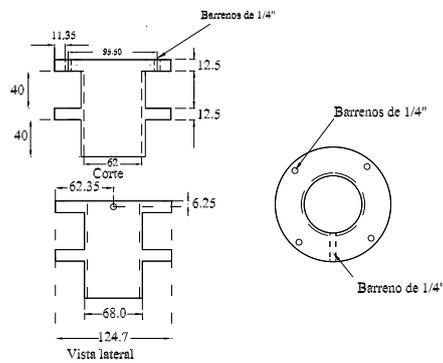


Figura 2.6: Esquema de la brida inferior que brinda soporte a la brida superior y a la cavidad de acrílico en el segundo sistema experimental. Cotas en mm.

En la Fig. 2.7 se presenta una fotografía del sistema acoplado al motor,

también es posible apreciar parte de la cavidad de acrílico y el pistón dentro del tubo de vidrio.



Figura 2.7: Fotografía del soporte de la columna de estudio y el acoplamiento al motor, en el segundo sistema experimental.

El movimiento oscilatorio del flujo de estudio se lleva a cabo empleando un pistón acoplado a un motor industrial marca *Siemens* de 1 HP con un regulador de frecuencia *Yaskawa* GPD315/V7, los cuales se aprecian en la Fig. 2.8.



Figura 2.8: Fotografía del regulador de frecuencia y el motor acoplados al segundo sistema experimental.

---

# Capítulo 3

## Metodología

---

Este capítulo describe la metodología seguida en esta investigación. Primero se presenta la instrumentación usada para la medición de la velocidad del flujo, la aceleración del pistón y la temperatura del tubo de vidrio. Posteriormente se presentan los dos tipos de experimentos realizados con los fluidos de trabajo y finalmente se describe el procedimiento experimental para cada tipo de experimento.

### 3.1. Instrumentación

Esta investigación se basa en la medición de campos de velocidad de flujo en un plano sobre el diámetro del tubo. Además se midieron la aceleración del pistón y la temperatura sobre el tubo en la zona de desplazamiento del pistón. A continuación se describen cada una de estas mediciones.

#### 3.1.1. Velocidad del fluido

Para la medición de velocidad del flujo se empleó la técnica *PIV – 2C* (Velocimetría por imágenes de partículas, por sus siglas en inglés).

La velocimetría por imágenes de partículas estándar es una técnica que provee mediciones de dos componentes (*2C*) de los vectores de velocidad en un plano del flujo de estudio. Esta técnica consiste en iluminar un plano del flujo con una

hoja de luz láser para una captura digital de imágenes a través de una cámara CCD (*Charge couple device*, dispositivo de carga acoplada). En cada secuencia de dos pulsos láser se genera un par de imágenes a una velocidad de adquisición y son guardadas en formato digital. Para el procesamiento, las imágenes son divididas en áreas de interrogación y las correspondientes áreas de interrogación son correlacionadas por el método de correlación cruzada con la transformada de Fourier para identificar desplazamientos estadísticos de partículas trazadoras [19], obteniendo así un campo de velocidad por cada par de imágenes analizadas. Un esquema de este proceso se presenta en la Fig. 3.1. En esta investigación la resolución espacial es de  $1008 \times 1016$  píxeles a una velocidad de adquisición de 15 pares de imágenes por segundo (15 Hz).

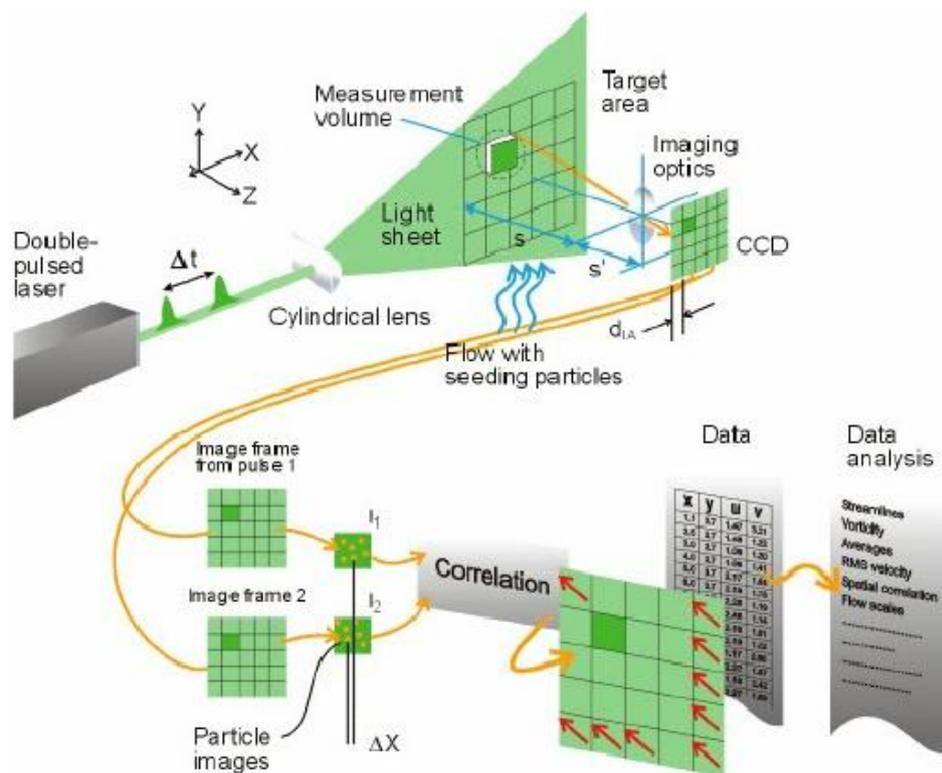


Figura 3.1: Diagrama que ejemplifica la metodología empleada por el *PIV-2C* para el cálculo de velocidad del flujo [19].

El *PIV-2C* usado en esta investigación consiste en un láser doble de Nd-YAG. La hoja de luz láser se obtuvo utilizando un sistema óptico ya integrado al *PIV* que consiste en un lente cilíndrico de 4 mm con el cual se obtiene una hoja láser cuyo espesor es del orden 1 mm. En todos los experimentos la hoja láser se colocó en el plano central del cilindro. La toma de imágenes digitales se realizó usando una cámara Kodak modelo E1.0, en total se adquirieron 50 pares de imágenes para cada condición experimental. El cálculo de los vectores de velocidad se realizó con el software de Dantec Flow Map y un procesador Flow Map PIV 1100.

### **3.1.2. Aceleración del pistón**

La aceleración del pistón se midió antes de realizar mediciones de la velocidad del flujo para asegurar que el sistema mecánico trabajase de forma adecuada, es decir, que las frecuencias de desplazamiento del pistón, para cada rotor, presenten un comportamiento senoidal correspondiente a la frecuencia inducida. En el caso de observar anomalías, es decir, frecuencias no inducidas, se ajustó el sistema experimental para eliminarlas o en su defecto, reducirlas al máximo.

La medición de la aceleración del pistón se realizó con un acelerómetro marca *Kistler 8704B100* cuyo rango de medición es de  $\pm 981 \text{ m/s}^2$  y sensibilidad de  $48.39 \text{ mV/g} \pm 2\%$ . Este acelerómetro se conectó a un acoplador de la misma marca, modelo 5134, y a su vez, el acoplador se conecta a un adquisidor de datos, *Acquisition/Control Unit* modelo 3852A HP configurable. Este adquisidor de datos se comunica con la PC y a través del software HP VEE-Test permite programar, mediante diagramas de bloques, los requerimientos necesarios para el análisis y despliegue de datos así como también el formato de las variables involucradas [20]. Este sistema ha sido creado para soportar sistemas que requieren alta precisión y velocidad de adquisición.

Una vez verificado el comportamiento mecánico del sistema, se midió también la aceleración de forma simultánea a la velocidad en cada uno de los experimentos realizados.

### **3.1.3. Temperatura**

La medición de temperatura surge como una interrogante ante la posibilidad de que el desplazamiento del pistón dentro del tubo provoque un aumento de temperatura dada la configuración del sistema. Para resolver la duda se realizaron mediciones de temperatura en la zona de desplazamiento del pistón dentro del

tubo, o zona de fricción, empleando termopares tipo T de forma diferencial. En los termopares tipo T, el alambre de cobre es el positivo y el alambre de constantán (aleación cobre y níquel) es el negativo, este tipo de termopares se recomienda para rangos de temperatura entre  $-270$  y  $400^{\circ}\text{C}$ . El comportamiento de los termopares se basa en un fenómeno descubierto por Seebeck que consiste en crear una fuerza electromotriz térmica, función de la densidad de portadores de carga (o electrones en los metales) que es diferente de un conductor a otro y depende de la temperatura de la junta. En un termopar cuyas juntas se mantienen a diferentes temperaturas, ocurre una difusión de cargas a diferente razón en cada junta, el efecto neto es la aparición de una corriente eléctrica en el circuito provocada por un campo no electrostático. En un circuito de termopares se presentan dos fuerzas electromotrices más, una de estas fuerzas es denominada Peltier, ocasionada por el flujo de corriente en el circuito y la otra fuerza electromotriz, denominada *fem* de Thompson, que se debe a los gradientes de temperatura en el metal [21]. Si las dos juntas del termopar se encuentran a diferentes temperaturas, un voltaje proporcional a la diferencia de temperaturas se induce en los termopares. Cuando la temperatura en la junta de referencia es conocida, la temperatura de la junta de medición puede ser determinada midiendo el voltaje del termopar y adicionando la correspondiente diferencia de temperatura a la temperatura de referencia.

El sistema de adquisición utilizado para la temperatura de los termopares es Hewlett-Packard (HP) modelo 34970A con un módulo multiplexor HP 34908A de 40 canales [22]. Este sistema permite leer señales directas de termopares, ya que cuenta con medición de temperatura de la junta de referencia.

Entre las características principales de este sistema se encuentran las siguientes: sistema portátil, programable desde panel o desde computadora externa, capacidad de almacenamiento hasta de 50,000 lecturas, velocidad de lectura hasta de 600 lecturas por segundo en un solo canal y velocidades de adquisición de datos hasta de 250 canales por segundo.

## 3.2. Tipos de experimentos

Se realizaron dos tipos de experimentos A y B. Los experimentos A corresponden al estudio de las diferencias entre flujos oscilatorios de fluido newtoniano y fluido viscoelástico. Los experimentos B corresponden al objetivo principal de esta tesis.

### 3.2.1. Experimentos A

El primer tipo de experimento, tiene por objetivo comparar el comportamiento de dos diferentes fluidos, un fluido viscoelástico y un fluido newtoniano con viscosidad semejante sometidos a la influencia de condiciones iguales, es decir, las mismas frecuencias de oscilación y amplitudes de desplazamiento del pistón. Un fluido maxwelliano es un caso particular de los fluidos viscoelásticos, en este tipo de fluidos la aplicación de un esfuerzo es retardada por los términos elásticos, en otras palabras, un fluido maxwelliano tiene un tiempo de reacción a las perturbaciones a diferencia de un fluido newtoniano en los cuales los cambios aplicados producen un cambio en la velocidad de manera directa [18]. El fluido maxwelliano empleado es una solución acuosa de cloruro de cetilpiridinio y silicilato de sodio (100:60 PyCl/NaSal), cuyas propiedades son viscosidad dinámica  $\mu = 60 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ , densidad  $\rho = 1.05 \times 10^3 \text{ Kg/m}^3$  y viscosidad cinemática  $\nu = 0.05741 \text{ m}^2/\text{s}$  con un tiempo de relajación  $\tau = 1.9 \text{ s}$ . Como fluido newtoniano se usó un aceite de silicón marca Brookfield Viscosity Standar Fluid 60000 cuyas propiedades son  $\mu = 56 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\rho = 973 \text{ Kg/m}^3$  y  $\nu = 0.0575 \text{ m}^2/\text{s}$  con  $\tau = 0$ .

### 3.2.2. Experimentos B

El segundo tipo de experimento se llevó a cabo para estudiar las fluctuaciones en el flujo de estudio debido al movimiento del pistón y la influencia a diferentes distancias del pistón. Para estas condiciones se usó como fluido newtoniano agua cuyas propiedades son  $\mu = 1.006 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ,  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  y  $\nu = 1.006 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  y dado que se trata de un fluido newtoniano, su tiempo de relajación es  $\tau = 0 \text{ s}$ .

## 3.3. Procedimiento experimental

El procedimiento experimental usado en la investigación se presenta para los dos distintos tipos de experimentos. En cada uno de ellos se llevaron a cabo mediciones de la aceleración del pistón con el sistema vacío cuya finalidad es poner a punto el sistema.

### 3.3.1. Experimentos A

En estos experimentos se utilizaron el fluido viscoelástico y el fluido newtoniano bajo condiciones experimentales iguales con el objetivo de identificar

diferencias de comportamiento atribuibles a las características inherentes de los fluidos de estudio. Con ambos fluidos, se utilizó el primer sistema experimental pues la zona de estudio fue la longitud axial central y por lo tanto no era necesario la visualización en la región cercana al pistón.

### Aceleración del pistón

La medición de la aceleración del pistón es muy importante, ya que nos indica, tal como se mencionó anteriormente, el comportamiento del sistema experimental de estudio como función del tiempo. La medición de la aceleración temporal para la puesta a punto del sistema experimental se llevó a cabo colocando el acelerómetro en la base del pistón a las frecuencias y amplitudes de estudio presentadas en el Cuadro 3.1 con el sistema experimental sin ningún líquido.

$x_{03}$ (mm)	f (Hz)					
0.8	2.0	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5
1.2	2.0	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5
1.6	2.0	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5
2.0	2.0	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5
2.5	2.0	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5
10.0	2.0	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5

Cuadro 3.1: Condiciones experimentales para los experimentos tipo A.

El acelerómetro empleado se acopló a la fuente de energía con parámetros de filtros y ganancia apropiados para obtener la señal de aceleración temporal. A su vez, el acoplador se conecta al adquisidor de datos y posteriormente a una PC a través del programa visual *HP VEE* (Hewlett-Packard's Visual Engineering Environment).

Una vez medida la aceleración, se realizó un análisis como función del tiempo y posteriormente un análisis de Fourier para identificar la presencia de posibles armónicos. Ya identificados los armónicos se estableció un criterio a cumplir bajo el cual se realizarían mediciones de velocidad en el fluido de estudio. Este criterio establece que la relación de la amplitud de la frecuencia del primer armónico, respecto a la amplitud de la frecuencia fundamental,  $C_o$ , no sea mayor del 15%, esto es  $C_o \leq 0.15$ . Este valor de  $C_o$  es arbitrario, sin embargo, por las observaciones experimentales se consideró adecuado, ya que al reducirlo se habrían perdido muchos experimentos y aumentarlo significaba incrementar las perturbaciones de origen.

Los resultados correspondientes al análisis se presentan a detalle en la sección de resultados.

Una vez seleccionadas las condiciones que cumplen el criterio establecido sin ningún líquido, se llenó el sistema con uno de los dos líquidos experimentales y se realizaron mediciones de velocidad y aceleración de forma simultánea en cada condición de amplitud y frecuencia para las condiciones presentadas en el Cuadro 3.1, seleccionadas en función de la respuesta dinámica del sistema de estudio de una investigación previa [18].

### Velocidad del flujo

La velocidad del flujo se midió en la zona central de la columna del líquido donde los efectos de frontera, tanto por el pistón como de la superficie libre fueran despreciables. La Fig. 3.2 esquematiza la zona de visualización en este tipo de experimentos.

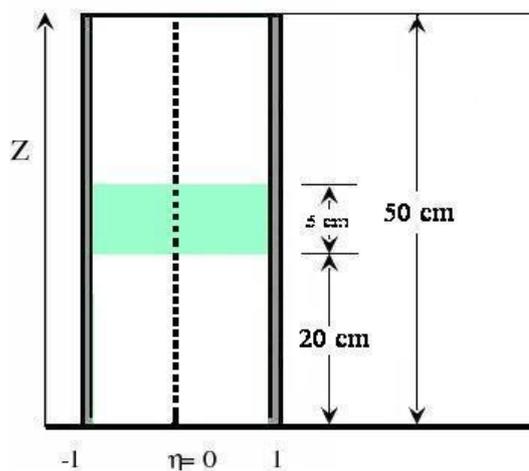


Figura 3.2: Esquema de la zona de medición de velocidad (zona sombreada) en los experimentos A,  $\eta$  es la posición radial adimensional,  $\eta = 2r/D$ .

### 3.3.2. Experimentos B

El segundo tipo de experimentos tiene por objetivo principal analizar las perturbaciones del flujo oscilatorio de un fluido newtoniano dentro de un tubo como

función de la distancia al pistón oscilante utilizando agua como fluido de estudio cuyas propiedades son viscosidad dinámica  $\mu = 1.003 \times 10^{-3}$  Pa·s, densidad  $\rho = 1.00 \times 10^3$  Kg/m<sup>3</sup> y viscosidad cinemática  $\nu = 1.006 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s.

### Temperatura

El aumento de temperatura en la zona cercana al pistón se midió con un termopar diferencial colocado en la superficie exterior del tubo de vidrio, cada punta pegada con un cemento de alta temperatura marca Omega [23]. Una de las puntas del termopar fue colocada a la altura de desplazamiento del pistón ( $T_i$ ) y la otra ( $T_s$ ) se colocó en la parte superior del mismo tubo de vidrio, como se presenta en la Fig. 3.3.

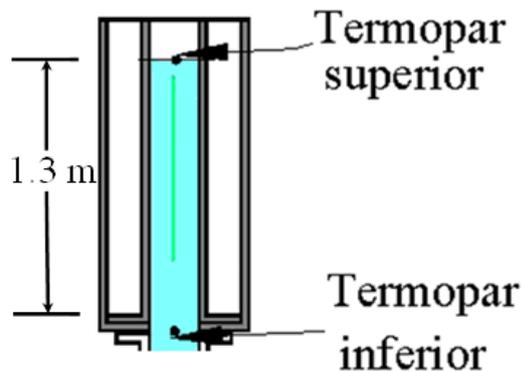


Figura 3.3: Esquema del arreglo del termopar diferencial en los experimentos tipo B.

Las condiciones bajo las cuales se midió la temperatura se presentan en el Cuadro 3.2.

$x_{03}$ (mm)	f (Hz)				
1.2	1.5	3.5	5.5	7.5	10.5

Cuadro 3.2: Condiciones de la medición de temperatura para los experimentos tipo B.

## Aceleración del pistón

Para el caso de los experimentos B, la aceleración del pistón se midió con dos distintos objetivos: puesta a punto del sistema experimental y durante el desarrollo experimental.

La aceleración para la puesta a punto del sistema experimental, se realizó con el sistema vacío, colocando el acelerómetro en la base del pistón a las frecuencias y amplitudes de estudio presentadas en el Cuadro 3.3.

$x_{0_3}$ (mm)	f (Hz)				
1.2	1.5	3.5	5.5	7.5	10.5
1.6	1.5	3.5	5.5	7.5	10.5
2.7	1.5	3.5	5.5	7.5	(10.5)

Cuadro 3.3: Condiciones para las mediciones de velocidad para los experimentos tipo B.

De la misma forma que en los experimentos tipo A, la señal de aceleración también se analizó y se le aplicó el mismo criterio a satisfacer bajo el cual se consideraran las mediciones de velocidad del flujo. Cabe señalar que en las pruebas con  $x_0 = 2.7$  mm y  $f = 10.5$  Hz no fue posible ajustar el sistema experimental para satisfacer el criterio, por lo que no se realizaron mediciones de velocidad para esta condición.

Las condiciones experimentales en el espacio de los parámetros adimensionales  $(\Lambda, R_{\delta})$  se muestra en la Fig. 3.4

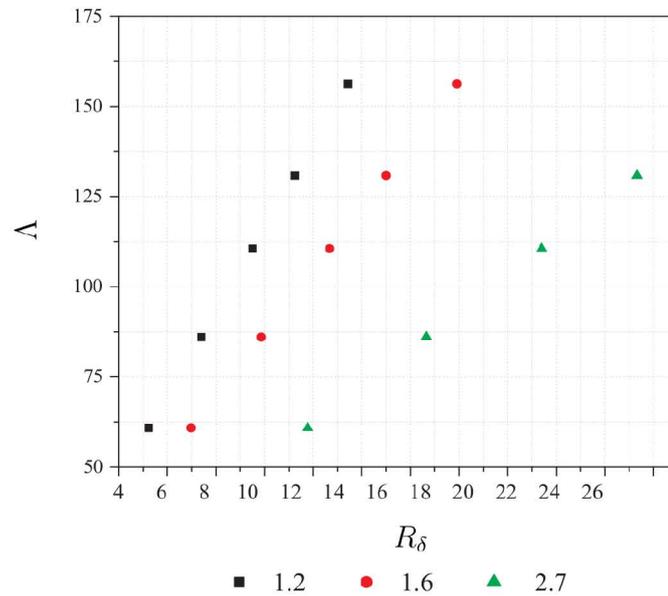


Figura 3.4: Experimentos realizados en el espacio  $(R_\delta, \Lambda)$

En el espacio  $(\Lambda, R_\delta)$ , estas condiciones cubren el intervalo  $60 \leq \Lambda \leq 160$  y  $5 \leq R_\delta \leq 30$ . Comparado con los experimentos reportados en los estudios lejos de la zona del pistón (Fig. 1.7) señalarían que se trata de flujos tipo I; laminar, es decir no se esperan inestabilidades debidas a las capas límite. Esto permite estudiar las inestabilidades debidas solamente al pistón.

### Velocidad del flujo

Como ya se mencionó, la velocidad del flujo se midió con la técnica de velocimetría por imágenes de partículas bidimensional,  $PIV - 2C$  y con esta técnica es necesario usar partículas trazadoras del movimiento del flujo, con características de acuerdo al mismo; para este caso las partículas usadas fueron *Polyamid Seeding Particles* (PSP) cuyo diámetro es de  $20 \mu m$  (marca Dantec Dynamics); entre sus propiedades se destaca que posee densidad semejante a la densidad del agua así como tamaño uniforme, por lo tanto la cercanía de las densidades hace que el tiempo de suspensión de las partículas en el agua sea grande. Para

estudiar las estructuras del flujo formadas cerca del pistón, se usó el segundo sistema experimental.

Los experimentos se llevaron a cabo tomando como zonas de medición diferentes alturas a partir de la zona del pistón cada una de 5.5 cm de altura y 5.58 cm de ancho ( $0.98D \times 1D$ ), cada zona cuenta con un área de empalme respecto a la altura previa  $0.09D$ , como se esquematiza en la Fig. 3.5. Cada zona se identifica con un número iniciando de abajo hacia arriba. La posición central de cada zona,  $Z_i$ , se expresa normalizada con el diámetro, de tal manera que:  $Z_1 = 0.5$ ,  $Z_2 = 1.4$ ,  $Z_3 = 2.3$  y  $Z_4 = 3.2$ . Las zonas estudiadas se encuentran distantes a la superficie libre, por lo que se condiera que su influencia es despreciable.

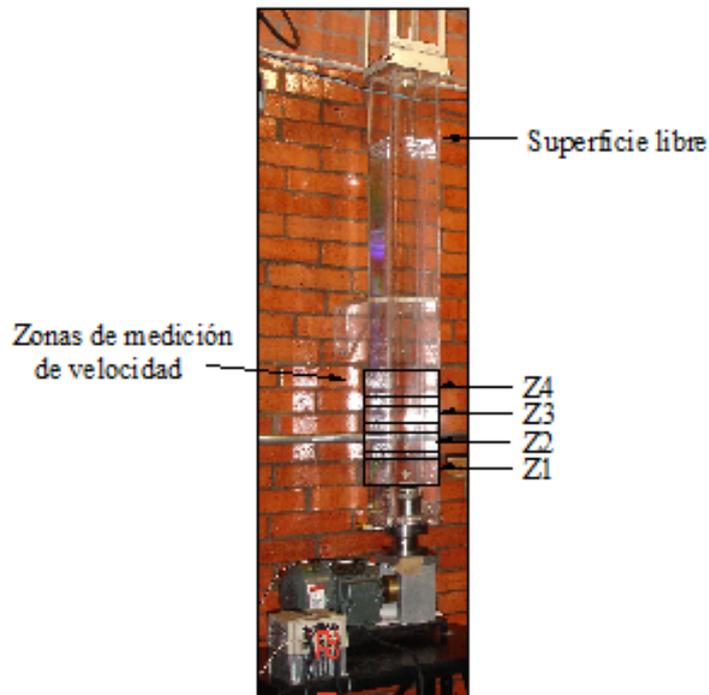


Figura 3.5: Imagen del sistema experimental de flujos oscilatorios especificando las zonas de medición en cada condición experimental en los experimentos B.

Las condiciones específicas de frecuencia y amplitud de desplazamiento del pistón con las cuales se realizaron los experimentos son las mismas de la aceleración y se presentan en el Cuadro 3.3.

### 3.4. Identificación de inestabilidades

Los campos de velocidad experimentales se analizaron cualitativa y cuantitativamente. Con este análisis se identificaron básicamente dos fenómenos, las inestabilidades y los vórtices, descritos a continuación.

#### Identificación cualitativa

Para el análisis cualitativo se identificaron inestabilidades y vórtices, considerando un concepto de inestabilidad más allá del término en su sentido más estricto. De acuerdo a la literatura, se define la presencia de una inestabilidad cuando se observa una perturbación en el equilibrio de las fuerzas externas de un sistema [24], sin embargo en este trabajo, se define la presencia de inestabilidad cuando se observa cualitativamente, en el campo de velocidad, una componente horizontal significativa de la velocidad.

El vórtice se identifica al observar cualitativamente un remolino definido en el campo de velocidad.

#### Identificación de la fase donde se observaron inestabilidades y vórtices

Para identificar la fase en que se observaron inestabilidades y vórtices, se realizó un reordenamiento temporal del promedio de la componente vertical de la velocidad,  $\bar{u}_3$  en la coordenada central  $\eta = 0$ . El reordenamiento se aplica a través de la Ec. 3.1

$$t_n = t - \frac{\text{int}(t \cdot f)}{f} \quad (3.1)$$

donde  $t_n$  es el tiempo dentro de un ciclo,  $t$  es el tiempo en el cual se obtuvo el campo de velocidad experimental y  $f$  es la frecuencia experimental del sistema. El término  $\text{int}(t \cdot f)$  significa que se considera sólo la parte entera del producto señalado.

En el capítulo de Resultados, en la sección de Experimentos B, se presentan las condiciones experimentales con inestabilidades una vez aplicado el reordenamiento de datos para  $Z1$ ,  $Z2$ ,  $Z3$  y  $Z4$ .

## Identificación cuantitativa

Una vez identificadas cualitativamente las condiciones donde se observaron inestabilidades como función de  $Re$  y  $\Lambda$ , se propone una metodología para cuantificar dichas inestabilidades. Para esto se sugiere calcular un índice de inestabilidad ( $I_{Zi}$ ) de la componente de velocidad vertical de la velocidad,  $u_3$ , en cada mapa de velocidad usando el siguiente procedimiento. El índice de inestabilidad  $I_{Zi}$  en una zona  $Zi$  a un tiempo dado se define como

$$I_{Zi}(Zi, t) = \frac{\sigma_{u_{3\eta}}(Zi, t)}{\langle u_3 \rangle_{\eta}(Zi, t)} \quad (3.2)$$

donde

$$\sigma_{u_{3\eta}}(Zi, t) = \sqrt{\left[ \langle u_3 \rangle_y(\eta, Zi, t) - \langle \langle u_3 \rangle_y \rangle_{\eta}(Zi, t) \right]^2} \quad (3.3)$$

y  $\langle u_3 \rangle_y(\eta, Zi, t)$  es el promedio de la componente de la velocidad en  $x_3$  para todo el campo de velocidad  $Zi$  tomado al tiempo  $t$  y  $\langle \langle u_3 \rangle_y \rangle_{\eta}(Zi, t)$  es el promedio de la componente de velocidad  $u_3$  de la coordenada  $\eta$  dentro del mapa de velocidad,  $t$  es el tiempo,  $N$  es el número total de datos en la coordenada  $\eta$ .

Con estos conceptos, se analizaron todos los campos de velocidad experimental y los resultados obtenidos son presentados en el capítulo de Resultados.

## 3.5. Identificación tridimensional

Para estudiar la tridimensionalidad del flujo en campos de velocidad obtenidos con la técnica  $PIV - 2C$  en esta investigación se desarrolló una propuesta que consta de tres métodos, el método de divergencia, el método de relación de funciones de probabilidad de densidad (PDFs) y el método de relación de flujos. A continuación se presenta esta metodología, vale la pena mencionar que estos métodos fueron reportados en un artículo [25], mismo que se incluye en el Apéndice B.

En cada propuestas se estudia el plano formado por  $x_1$  y  $x_3$ , con  $u_1$  y  $u_3$  en general diferentes de cero, ya sea en coordenadas cartesianas o cilíndricas.

Antes de describir las propuestas, se presenta la diferencia entre el concepto de dimensionalidad y el concepto de número de componentes de la velocidad [26], que con frecuencia son confundidos.

## Flujos bidimensionales y flujos tridimensionales

La forma de definir si un flujo es bidimensional o tridimensional, en términos del cambio de la velocidad con respecto a la componente transversal al plano de estudio, es

$$\partial_{x_2} \mathbf{U} \begin{cases} = 0 & \text{Flujo bidimensional} \\ \neq 0 & \text{Flujo tridimensional} . \end{cases} \quad (3.4)$$

## Flujos bicomponentes y flujos tricomponentes

Ya que  $u_1$  y  $u_3$  son en general diferentes de cero, los flujos pueden ser bicomponentes o tricomponentes dependiendo del valor de la componente de velocidad transversal al plano de análisis, como sigue

$$u_2 \begin{cases} = 0 & \text{Flujo bicomponente} \\ \neq 0 & \text{Flujo tricomponente} . \end{cases} \quad (3.5)$$

Una vez presentada la diferencia entre la dimensionalidad de un flujo y el número de componentes de la velocidad que lo describe, se presentan tres propuestas para estudiar la dimensionalidad del flujo usando la Ec. 3.5. Aunque se conozcan sólo las componentes de velocidad de un plano, la tridimensionalidad puede ser evaluada utilizando la ecuación de continuidad para flujos incompresibles como a continuación se describe.

### 1. Método de la divergencia de la velocidad

La ecuación de continuidad o de conservación de masa para flujos incompresibles es

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0 , \quad (3.6)$$

considerando  $\mathbf{U} = (u_1, u_2, u_3)$  donde

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = \frac{1}{h_1 h_2 h_3} \left[ \frac{\partial(h_2 h_3 u_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(h_1 h_3 u_2)}{\partial x_2} + \frac{\partial(h_1 h_2 u_3)}{\partial x_3} \right] , \quad (3.7)$$

en la que  $h_1$ ,  $h_2$  y  $h_3$  representan coeficientes que dependen de las coordenadas a utilizar,  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  son las coordenadas del sistema,  $u_1$ ,  $u_2$  y  $u_3$  representan las velocidades correspondientes. Cuando se elige el sistema de coordenadas cartesianas  $h_1 = h_2 = h_3 = 1$  y en el sistema cilíndrico  $h_1 = 1$ ,  $h_2 = r$  y  $h_3 = 1$ .

Sustituyendo Ec. 3.7 en la Ec. 3.6 se puede despejar el término que depende de  $u_2$ , obteniendo

$$\frac{h_1 h_3 \partial(u_2)}{\partial x_2} = - \left[ \frac{h_2 h_3 \partial(u_1)}{\partial x_1} + \frac{h_1 h_2 \partial(u_3)}{\partial x_3} \right]. \quad (3.8)$$

Por lo que, en un flujo incompresible la Ec. 3.5 se reduce a

$$\frac{\partial(u_2)}{\partial x_2} \begin{cases} = 0 & \text{Flujo bidimensional} \\ \neq 0 & \text{Flujo tridimensional} \end{cases}. \quad (3.9)$$

Cuando sólo se conocen las velocidades  $u_1$  y  $u_3$  en el plano en un flujo incompresible, es decir  $\mathbf{u} = (u_1, u_3)$ , la evaluación de la dimensionalidad del flujo hace uso de la Ec. 3.8, por lo que se expresa como

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \frac{h_2 h_3 \partial(u_1)}{\partial x_1} + \frac{h_1 h_2 \partial(u_3)}{\partial x_3} \begin{cases} = 0 & \text{Flujo bidimensional} \\ \neq 0 & \text{Flujo tridimensional} \end{cases}. \quad (3.10)$$

donde  $\mathbf{u}$  es la velocidad en el plano dada por  $\mathbf{u} = (u_1, u_3)$ .

Es de observarse que un flujo bicomponente, *i.e.*  $u_2 = 0$  (Ec. 3.5) en todo el volumen, implica que el flujo es bidimensional pero no a la inversa.

Este método de divergencia de velocidad se usa comúnmente para, cualitativamente, identificar regiones tridimensionales dentro de planos de velocidad de flujos obtenidos con la técnica de *PIV - 2C* aunque también puede ser usado para analizar diferencias entre distintos planos.

## 2. Método de relación de PDFs

Esta propuesta evalúa entre dos planos cuál es más tridimensional a través de la comparación de la relación de la función de densidad de probabilidad (PDF, por sus siglas en inglés) de la divergencia de la velocidad en el plano respecto a la PDF del rotacional de la velocidad en el plano, lo que permite identificar qué plano tiene menor  $\nabla \cdot \mathbf{u}$  comparado  $\nabla \times \mathbf{u}$  como lo muestra la Fig. 3.6. Esta metodología fue propuesta por Ruppert *et. al* (2005) [27] dentro de un estudio a cerca de la dinámica de estructuras en un flujo rotatorio turbulento. La razón de las PDF se calcula mediante

$$R = \frac{PDF(\nabla \cdot \mathbf{u})}{PDF(\nabla \times \mathbf{u})} \quad (3.11)$$

En la Fig. 3.6 se muestran las gráficas correspondientes al criterio presentado donde se analiza un flujo dentro de un tanque a dos diferentes alturas, 4 cm debajo de una tapa (líneas sólidas) y 10 cm arriba de una zona dentada (líneas interrumpidas). La gráfica principal compara la magnitud de la PDF de la vorticidad y la PDF de la divergencia, se observa que el flujo cerca de la zona dentada (*near teets*) presenta divergencias mayores que las del flujo en la zona cerca de la tapa (*near lid*). La gráfica interior describe la Ec. 3.11 como función de la divergencia (o vorticidad) de las dos regiones de estudio. En esta gráfica interior observamos que la región de flujo cerca a la zona dentada (*near teets*) presenta una relación mayor para altos valores de la divergencia que la región cerca de la tapa del tanque (*near lid*), debido a que en esta región se introduce el fluido a través de una bomba por lo que lleva consigo movimientos turbulentos.

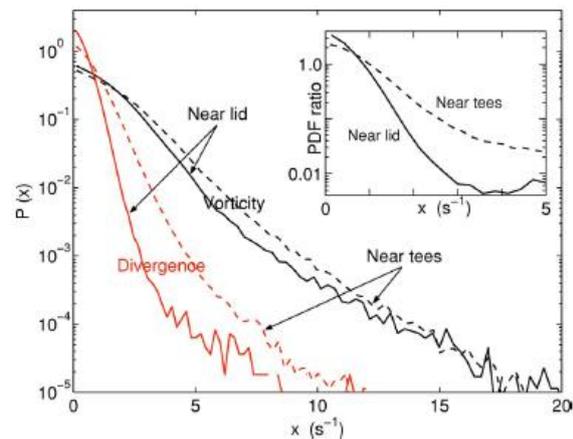


Figura 3.6: Líneas en color, la PDF de la vorticidad y de la divergencia de un flujo contenido en un tanque a dos diferentes alturas, 4 cm debajo de la tapa (líneas sólidas) y 10 cm arriba de una zona dentada (líneas interrumpidas). La gráfica interior describe la Ec. 3.11 donde se observa que la PDF del área dentada es superior a la PDF del área de flujo cerca de la tapa del tanque (Ruppert-Felston *et al.*, 2005) [27].

### 3. Método de relación de flujos

En esta propuesta se compara el flujo que atraviesa un plano de estudio respecto del flujo que pasa sobre ese plano. El flujo que atraviesa el plano es

determinado mediante

$$\Delta Q = \sum (|PDF(\nabla \cdot \mathbf{u})|) \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3 , \quad (3.12)$$

en el cual  $|PDF(\nabla \cdot \mathbf{u})|$  es la función de densidad de probabilidad de la divergencia de  $\mathbf{u}$ ,  $\Delta x_1$ ,  $\Delta x_2$  y  $\Delta x_3$  indican la distancia entre los nodos de estudio en las coordenadas  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$ , respectivamente. El flujo que pasa sobre el plano analizado,  $Q$ , será para cada caso particular. Al comparar los flujos, se obtiene un valor característico para cada plano analizado mediante la expresión

$$\varrho = \frac{\Delta Q}{Q} . \quad (3.13)$$

Esta propuesta fue modificada a partir de un estudio basado en una metodología para validar mediciones de velocidad experimentales con velocimetría por imágenes de partículas holográficas [28].

Una vez presentadas las propuestas de análisis para identificar zonas tridimensionales en planos de flujos se presentan casos de estudio a los cuales se aplicaron cada una de las propuestas con la idea de identificar la mejor de ellas para posteriormente analizar el flujo dentro de la columna oscilatoria.

## Casos de estudio

Tres diferentes estudios se usaron como guía para la aplicación de las propuestas presentadas, uno de éstos es un estudio numérico y los otros dos son estudios experimentales. En los tres casos se cuenta con las tres componentes de la velocidad lo cual facilita la validación de cada propuesta. La descripción de los casos se presenta a continuación.

### Caso numérico. Cavidad cúbica

El primer flujo analizado se obtuvo de un estudio numérico de convección en una cavidad cúbica de longitud  $L$ , en donde la pared vertical se encuentra a una temperatura caliente constante ( $T_w$ ) y la cara opuesta se encuentra a una temperatura fría ( $T_c$ ), las otras dos paredes son adiabáticas [29]. Un esquema de la cavidad se presenta en la Fig. 3.7.

Los planos de velocidad analizados se localizan cerca de la pared, plano 1, y el otro en el centro de la cavidad, plano 2.

Figura 3.7: Caso de estudio de convección natural de en una cavidad cúbica cerrada [29].

Las coordenadas que describen al flujo son  $x_1$ ,  $x_2$  y  $x_3$  mientras que las componentes de velocidades son correspondientes. En el análisis se seleccionó como plano de estudio el plano formado por  $x_1$  y  $x_3$ , por tanto la coordenada perpendicular a este plano es  $x_2$ .

### **Casos experimentales. Válvulas**

Los casos experimentales provienen de una investigación del flujo a la salida de dos válvulas, una válvula biológica y otra válvula mecánica utilizando PIV-3C [30]. Los campos de velocidad analizados corresponden a mediciones realizadas en el instante de mayor intensidad de la velocidad,  $t = 0.3T$ , del flujo generado. Se cuenta con mediciones en 5 diferentes posiciones respecto a la colocación de cada válvula en  $0$ ,  $D/2$ ,  $D$ ,  $3D/2$  y  $2D$ , donde  $D$  corresponde al diámetro interior de cada válvula de 30 y 24 mm para la válvula biológica y la mecánica, respectivamente.

Figura 3.8: Posiciones de medición de velocidad del flujo de las válvulas experimentales [30].

Para el análisis se seleccionaron dos campos de velocidad a distintas longitudes axiales, diferentes para cada tipo de válvula. La selección de cada una de ellas se presenta a continuación y por separado.

#### **Válvula biológica**

Los planos de estudio seleccionados de la válvula biológica fueron a la salida de la válvula, es decir, en  $L = 0$  y el segundo en  $L = D/2$ , donde  $D$  es el diámetro de la salida de la válvula y  $L$  la posición.

## **Válvula mecánica**

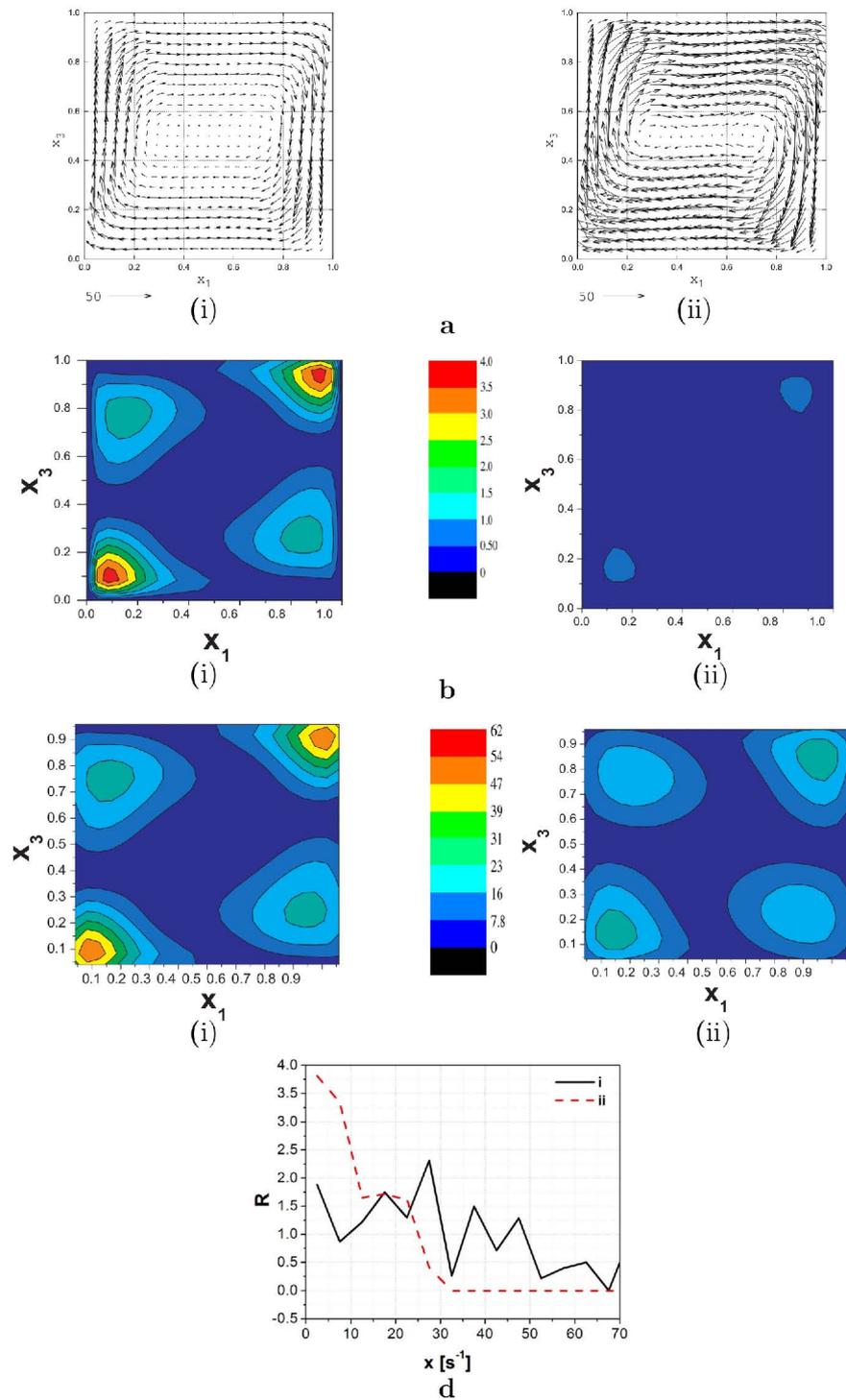
Los planos de velocidad de flujo analizados para este caso se localizan, el primero en  $L = D/2$  y el segundo en  $L = 2D$  de la salida, siendo  $D$  el diámetro de la válvula.

## **Resultados**

Esta sección contiene los resultados de aplicar cada criterio propuesto en los casos presentados, como se recordará, se pretende identificar cuál de las propuestas reconoce satisfactoriamente zonas tridimensionales dentro de cada plano de velocidad experimental.

## **Cavidad cúbica**

Al aplicar cada una de las normalizaciones y criterios propuestos se obtuvieron resultados que son presentados y resumidos en la Fig. 3.9.



46

Figura 3.9: Resultados obtenidos al aplicar los tres métodos propuestos al caso de estudio de la convección en la cavidad. (a) Componentes de velocidad en el plano, (b) Componente de velocidad fuera del plano, (c) Mapa de divergencia, y (d) Relación de PDFs,  $R$ , para (i) plano cercano a la pared y (ii) plano central.

Como se aprecia en la Fig. 3.9(a), para ambos planos, el flujo forma un vórtice con centro elongado. El plano cercano a la pared presenta velocidad menor, en el plano, respecto al central.

La componente de velocidad fuera del plano,  $u_2$ , (Fig. 3.9(b)), es cero o positiva en ambos planos. En el plano cercano a la pared se observa que las regiones cerca de las esquinas presentan mayores  $u_2$ . Esta componente es cercana a cero en el plano central.

Para ambos planos se observa que la componente de velocidad en el plano es mayor que la componente de velocidad fuera de éste. La velocidad máxima en el plano es alrededor de 10 veces la máxima velocidad fuera del plano, en el caso del plano cercano a la pared y alrededor de 120 veces en el plano central.

Como se aprecia en la Fig. 3.9(c) el método de divergencia de la velocidad identifica regiones tridimensionales en las cuatro esquinas de los dos planos analizados, claramente la tridimensionalidad es mayor en el plano cercano a la pared, especialmente en las esquinas de parte inferior izquierda y superior derecha.

Los resultados del método de relación de PDFs son presentados en la Fig 3.9(d), y muestran que el plano cercano a la pared presenta valores mayores de  $R$  para los valores mayores de divergencia y vorticidad  $x$ , que los correspondientes del plano central indicando una mayor tridimensionalidad respecto al plano central.

Al aplicar el método de relación de flujos, se obtiene un valor de  $\rho = 4.1\%$  para el plano cercano a la pared y un valor de  $\rho = 1.4\%$  para el plano central, indicando que el plano cercano a la pared es 2.9 veces más tridimensional que el plano central.

## Válvula biológica

Para el caso de la válvula biológica, los resultados se presentan en la Fig. 3.10. La Fig. 3.10(c) presenta los mapas de divergencia, mientras que (d) presenta los resultados de aplicar el método de relación de PDFs, para el caso (i), en el plano de salida de la válvula y para el plano (ii), localizado a  $d_i/2$  de la válvula. Como referencia la Fig. 3.10(a) representa las componentes de velocidad  $u_1$  y la Fig. 3.10 $u_3$  mientras que la Fig. 3.10(b) muestra la componente de velocidad fuera del plano.

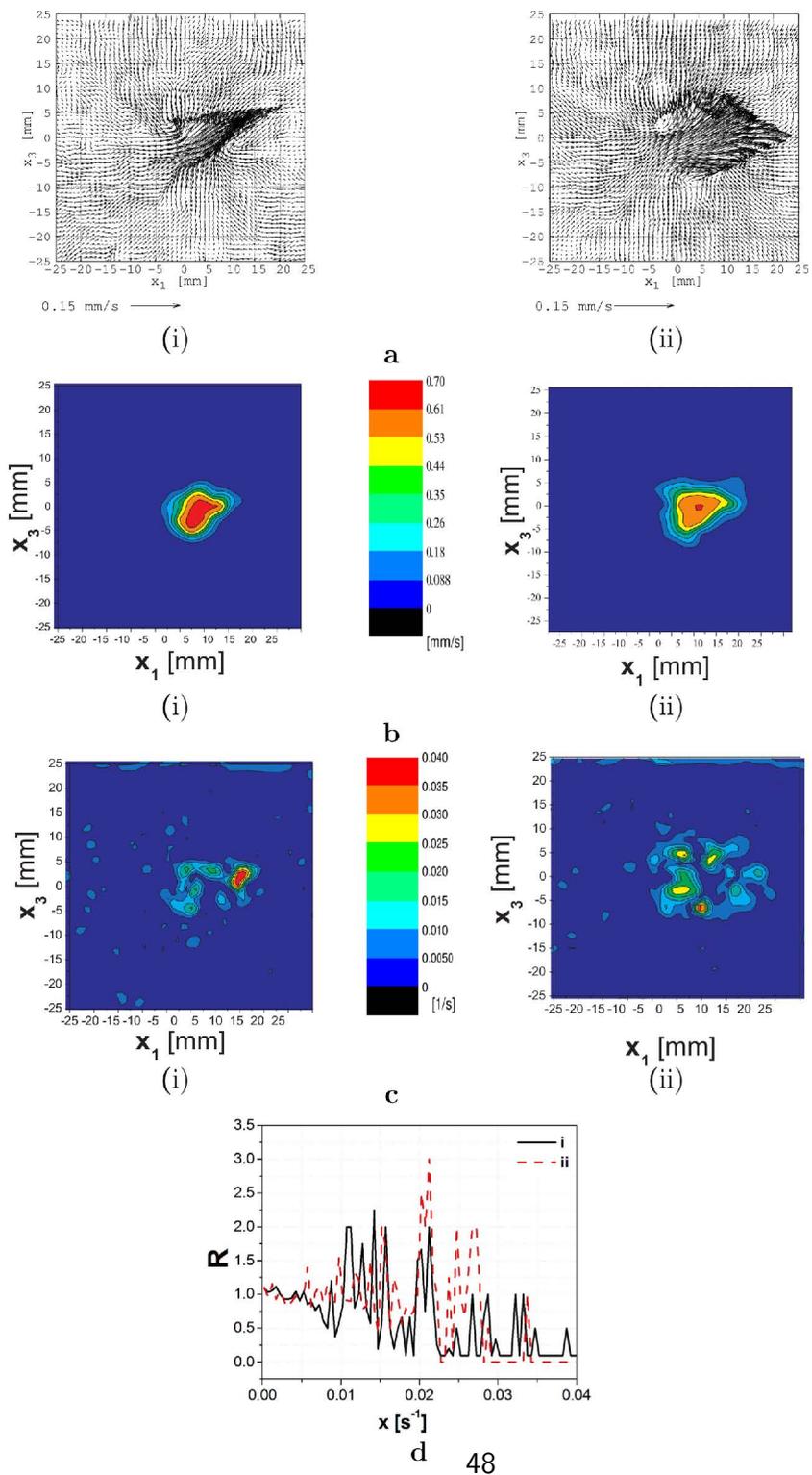


Figura 3.10: Resultados obtenidos al aplicar los tres métodos de análisis al caso experimental de la válvula biológica. (a) Componentes de velocidad en el plano, (b) Componente de velocidad fuera del plano, (c) Mapa de divergencia, y (d) Relación de PDFs,  $R$ , para (i) plano de salida de la válvula y (ii) plano localizado en  $d_i/2$  [30].

Como se aprecia en la Fig. 3.10(a), en los dos campos analizados, las componentes de velocidad del plano son mayores en la región cuasi-central del mapa. Al comparar las regiones entre los dos planos, se observa que la zona más amplia corresponde al plano  $x_2 = d_i/2$ , (ii).

En la Fig. 3.10(b) se observa que la componente de velocidad,  $u_2$  es cero o positiva en los dos planos, además se visualiza al flujo confinado en la región casi central, ligeramente desplazado hacia la derecha. El flujo a la salida de la válvula presenta magnitudes mayores de las componentes en el plano que el flujo que el flujo localizado en  $x_2 = d_i/2$  pero en una región más pequeña.

En ambos planos se cumple que la componente de velocidad fuera del plano presenta magnitudes mayores que la componente en el plano, la máxima magnitud de la componente de velocidad fuera del plano es alrededor de 5 veces la máxima magnitud de la componente en el plano.

Como se aprecia en la Fig. 3.10(c) el método de divergencia de velocidad identifica regiones tridimensionales en la zona cuasi-central de forma discontinua y ligeramente sesgada hacia la derecha del mapa en los dos planos analizados. Bajo estas condiciones no es fácil valorar la tridimensionalidad pues aunque el flujo localizado a la salida de la válvula presenta divergencia de velocidad mayores que el plano  $x_2 = d_i/2$ , este último presenta un área mayor de divergencia diferente de cero.

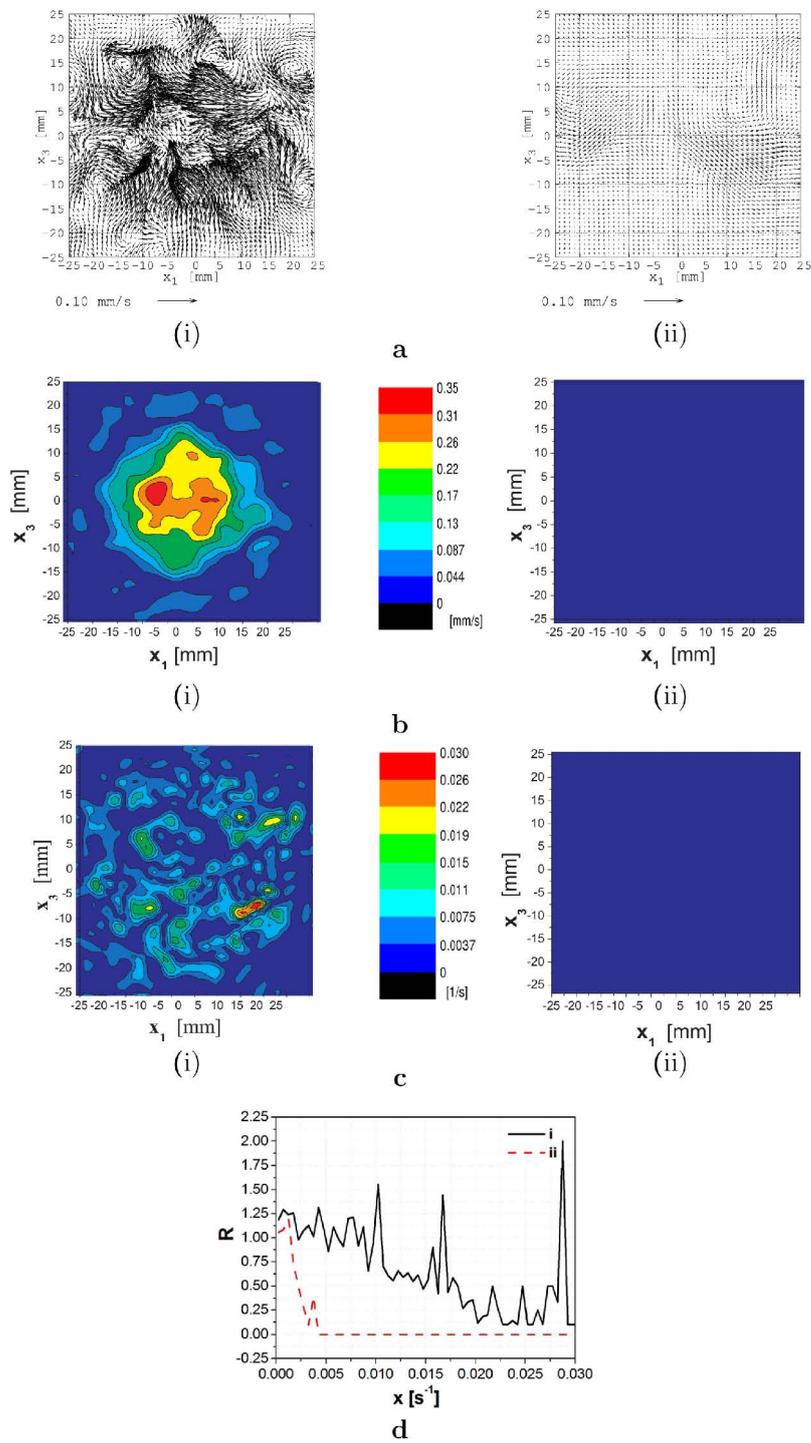
Los resultados obtenidos de aplicar el método de relación de PDFs a ambos planos son presentados en la Fig 3.10(d). Los resultados presentan un comportamiento similar en casi todo el intervalo  $x$ , pero para valores mayores de  $x$ , el plano localizado a la salida de la válvula presenta mayores  $R$ , indicando una mayor tridimensionalidad.

Al aplicar el método de relación de flujos obtenemos que para el flujo a la salida de la válvula se obtuvo un valor de  $\varrho = 19.0\%$  y para el flujo ubicado en  $x_2 = d_i/2$  el resultado obtenido es de  $\varrho = 17.8\%$ , inicando que el flujo a la salida de la válvula es 1.1 veces más tridimensional que el flujo en el plano central.

### **Válvula mecánica**

Los resultados de aplicar las propuestas al flujo experimental obtenido de la válvula mecánica son presentados en la Fig. 3.11. La Fig. 3.10(c) presenta los mapas de divergencia, la Fig. 3.10(d) presenta los resultados del método de relación de PDFs, para los casos (i), plano ubicado a  $x_2 = d_i/2$  de la salida de la válvula y (ii) localizado a  $x_2 = 2d_i$  de la salida de la válvula. Como referencia,

la Fig. 3.10(a) presenta las componentes de velocidad en el plano mientras que (b) presenta la componente de velocidad fuera del plano.



51  
 Figura 3.11: Resultados obtenidos al aplicar los tres métodos al caso experimental de la válvula mecánica. (a) Componente de velocidad en el plano, (b) Componente de velocidad fuera del plano, (c) Mapa de divergencia, y (d) relación de PDFs,  $R$ , para (i) plano ubicado a  $d_i/2$  de la salida de la válvula y (ii) plano ubicado a  $2d_i$  de la salida de la válvula [30].

En la Fig. 3.11(a), se aprecia que la componente de velocidad en el plano en  $x_2 = d_i/2$  es mucho mayor que la correspondiente del plano en  $x_2 = 2d_i$  y no presenta ninguna estructura definida.

Como puede apreciarse en la Fig. 3.11(b), la componente de velocidad fuera del plano,  $u_2$ , es cero o positiva en los dos casos analizados. En el plano ubicado en  $x_2 = d_i/2$ , la zona central presenta regiones con magnitudes altas de  $u_2$  pero las mayores magnitudes se localizan ligeramente sesgadas hacia la izquierda del plano, esta componente es casi cero en el segundo plano analizado, en  $x_2 = 2d_i$ .

En los dos planos se observa que la componente de velocidad  $u_2$  presenta magnitudes mayores que las componentes  $u_1$  y  $u_3$ . En el plano localizado en  $x_2 = d_i/2$  esta máxima magnitud es aproximadamente 5 veces la magnitud más grande de las componentes  $u_1$  y  $u_3$  mientras que para el plano localizado en  $x_2 = 2d_i$  este valor es aproximadamente 2.

En la Fig. 3.11(c) se aprecia el resultado de aplicar el método de mapa de divergencia de velocidad a los planos (i), localizado a  $x_2 = d_i/2$  de la válvula y al plano (ii), localizado a  $x_2 = 2d_i$  de la válvula. Para el caso del plano (i) este método identifica regiones tridimensionales dispersas en casi todo el plano, en cambio para el plano (ii) no se identifican regiones tridimensionales.

Los resultados de aplicar el método de PDFs son presentados en la Fig 3.11(d). Se observa una definida diferencia entre los planos analizados en todo el intervalo  $x$ . El plano localizado a  $x_2 = d_i/2$  de la salida de la válvula presenta valores más altos que el plano localizado a  $x_2 = 2d_i$  de la salida de la válvula, indicando una mayor tridimensionalidad para el primer campo de velocidad analizado.

Al aplicar el método de relación de flujos a los dos planos, se obtiene  $\varrho = 17.6\%$  para el plano localizado a  $x_2 = d_i/2$  de la salida de la válvula y  $\varrho = 11.8\%$  para el otro plano, indicando que el primer plano es 1.5 veces más tridimensional que el plano localizado a  $x_2 = 2d_i$  de la salida de la válvula.

De los tres métodos analizados, el único que cualitativamente identifica regiones tridimensionales dentro del plano mismo es el método de la divergencia. Éste y el método de relación de PDFs permiten comparación cualitativa del nivel de tridimensionalidad de los planos analizados. El método de relación de flujos es el único que brinda una comparación cuantitativa entre los planos analizados.

Como se observa, las tres metodologías arrojan resultados congruentes al comparar mapas de velocidad en términos del grado de tridimensionalidad, sin embargo existe un hecho importante por mencionar. Cuando la técnica de *PIV* – *2C* es usada, es común considerar a la componente de velocidad principal como una componente dentro del mapa de estudio, como es el caso de la configuración en la cavidad; bajo esta condición, los resultados obtenidos con el método de

relación de flujos son más evidentes, es decir, la relación  $\rho$  de los mapas analizados es mayor que aquellas obtenidas en el caso de las válvulas ya que en estos flujos la componente de velocidad principal se encuentra fuera del plano.

Las tres metodologías descritas fueron aplicadas a los campos de velocidad experimental obtenidos utilizando agua como fluido de estudio en cada una de regiones de estudio  $Z1$ ,  $Z2$ ,  $Z3$  y  $Z4$ . Los resultados obtenidos se presenta a detalle en el capítulo correspondiente.



---

## Capítulo 4

# Resultados Experimentales

---

Este capítulo contiene los resultados de los dos tipos de experimentos realizados en esta investigación, experimentos tipo A y tipo B. Para cada caso, se presentan los registros de la aceleración del pistón con los que se verifica el criterio establecido para asegurar el buen desempeño del sistema y se analiza, en experimentos que satisfacen el criterio, el flujo a través de los campos de velocidad obtenidos experimentalmente.

En los experimentos A se comparan dos fluidos distintos bajo las mismas condiciones experimentales, adicionalmente se realiza la comparación de los resultados experimentales con los resultados de un modelo teórico.

En los experimentos B, se estudian las inestabilidades y vórtices formados en el flujo de estudio debido al movimiento del pistón y se analizan zonas a distintas distancias del pistón. Se propone una metodología para analizar las inestabilidades observadas.

### 4.1. Experimentos A

Antes de presentar los resultados de este tipo de experimentos, vale la pena recordar que el objetivo de los experimentos A es comparar el comportamiento de dos diferentes fluidos, un fluido viscoelástico y un fluido newtoniano con viscosidad semejante sometidos a la influencia de condiciones iguales, es decir, a frecuencias de oscilación y amplitudes de desplazamiento del pistón iguales.

### 4.1.1. Aceleración del pistón

Como primera etapa en los experimentos, se analiza la aceleración en el pistón en función del tiempo y se verifica que ésta presente un comportamiento de acuerdo a las perturbaciones inducidas.

En la Fig. 4.1 se aprecia un ejemplo de gráficas de la aceleración del pistón como función del tiempo para una de las condiciones especificadas en el Cuadro 3.1. Cualitativamente se observa que la señal temporal tiene la frecuencia principal claramente definida.

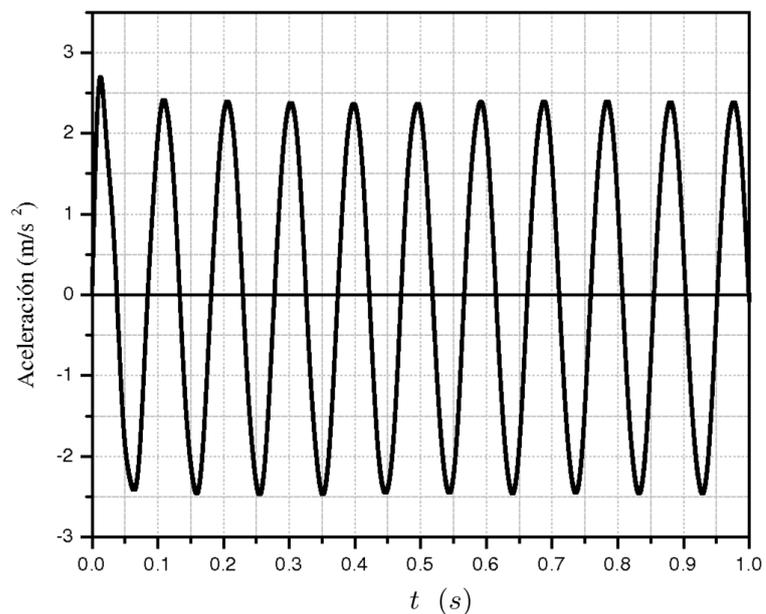


Figura 4.1: Ejemplo de gráfica de la aceleración del pistón como función del tiempo con  $x_{0_3} = 1.6$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 0.59$  y  $Re = 0.10$ ) utilizando fluido viscoelástico.

Además de analizar cualitativamente la señal temporal de la aceleración del pistón también se analizó utilizando la Transformada Rápida de Fourier (FFT). Con esta herramienta se identifican la frecuencia principal o fundamental y sus

armónicos presentes. Para los casos de estudio, la frecuencia principal corresponde a la frecuencia inducida al sistema por el motor. Ejemplo de este análisis se presenta en la Fig.4.2.

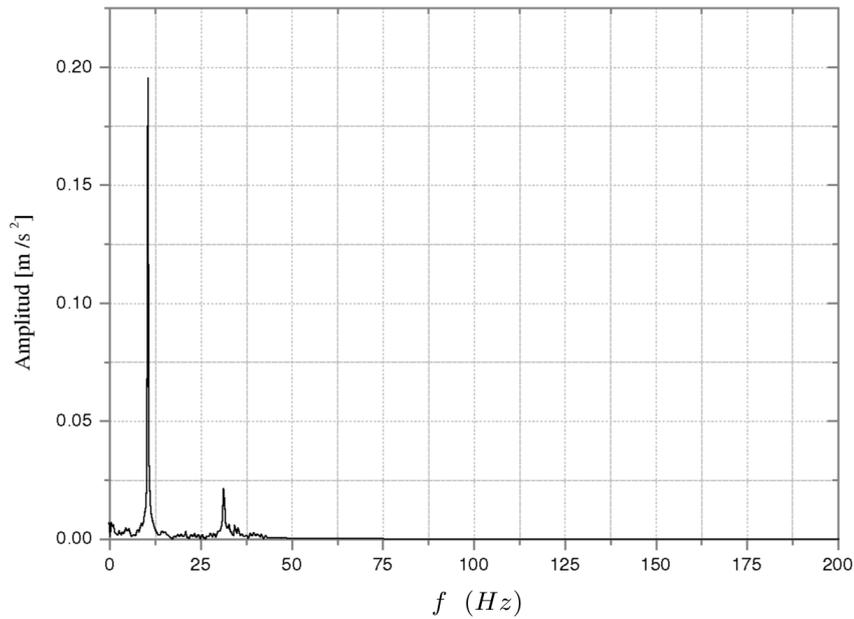


Figura 4.2: Ejemplo de gráfica de análisis de Fourier de la aceleración del pistón con  $x_{03} = 0.8$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 0.59$  y  $Re = 0.05$ ) utilizando viscoelástico como fluido de trabajo.

Una vez identificados los armónicos presentes se aplicó el criterio bajo el cual se realizarían mediciones de velocidad en el fluido de estudio. Este criterio establece que la relación de la amplitud de la aceleración del pistón del primer armónico con respecto a la amplitud de la frecuencia principal no sea mayor del 15 %, esto es  $C_o \leq 0.15$ . En la Fig. 4.3 se presenta  $C_o$ , para todos los experimentos realizados, sin embargo para el análisis sólo se consideraron las condiciones que satisfacen el criterio.

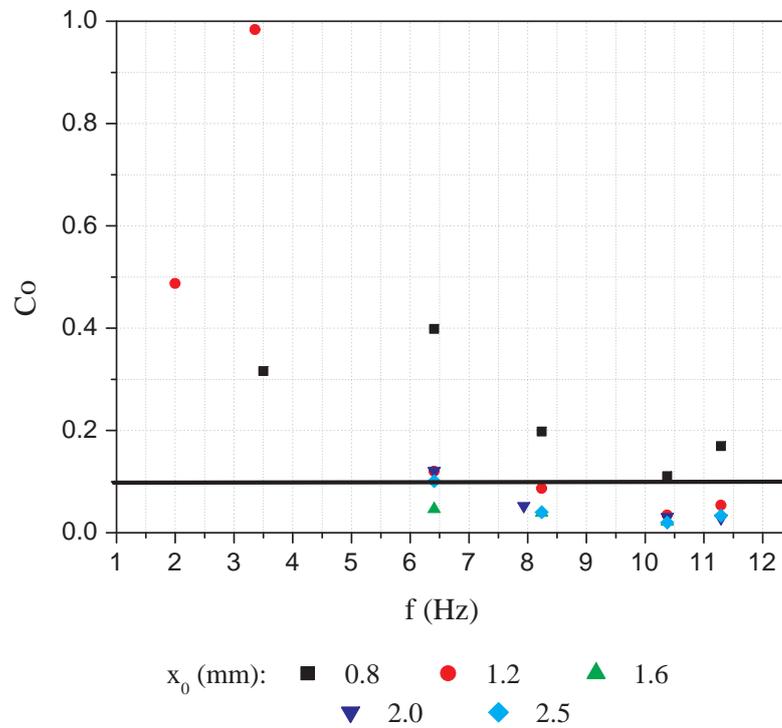


Figura 4.3: Relación entre la amplitud de la aceleración del primer armónico, con respecto a la amplitud de la frecuencia principal, parámetro  $C_0$  como función de la frecuencia para experimentos con fluido viscoelástico a amplitudes de desplazamiento de  $x_{0_3} = 0.8, 1.2, 1.6, 2.0$  y  $2.5$  mm.

### 4.1.2. Velocidad del flujo

Los resultados de las mediciones de velocidad del flujo en el plano central se presentan por tipo de fluido, primero el fluido newtoniano y después con el fluido viscoelástico.

## Fluido newtoniano

Las condiciones experimentales en amplitud y frecuencia bajo las cuales se llevaron a cabo los experimentos para el aceite de silicón, son presentadas en el Cuadro 3.1, implican un intervalo de estudio de  $0.30 < \Lambda < 0.70$  y  $4 \times 10^{-3} < Re < 0.40$ .

En las Figs. 4.4, 4.5, 4.6 y 4.7 se observan ejemplos de los campos experimentales de velocidad con sus respectivas líneas de corriente obtenidos en las condiciones mencionadas. Al visualizar los campos de velocidad, se observa que el flujo en el plano de medición se mueve simultáneamente en la misma dirección, con velocidad alrededor de cero muy cerca de las fronteras del sistema, comportamiento característico del flujo laminar.

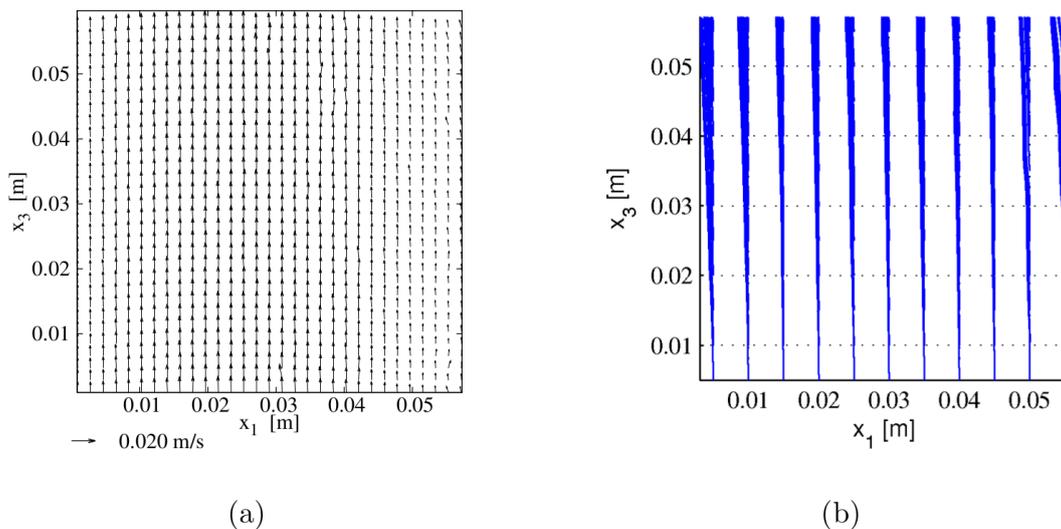


Figura 4.4: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con  $x_{0_3} = 0.8$  mm y  $f = 6.5$  Hz ( $\Lambda = 0.032$  y  $Re = 0.46$ ).

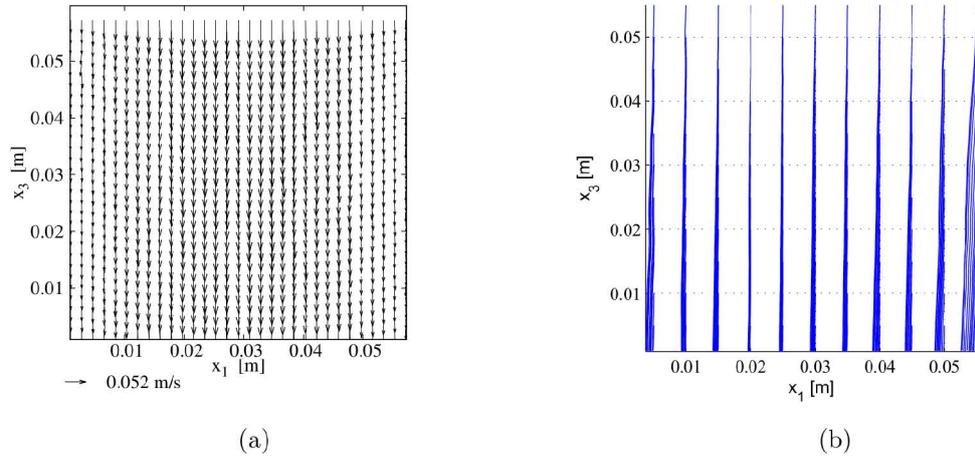


Figura 4.5: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 8.2$  Hz ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.06$ ).

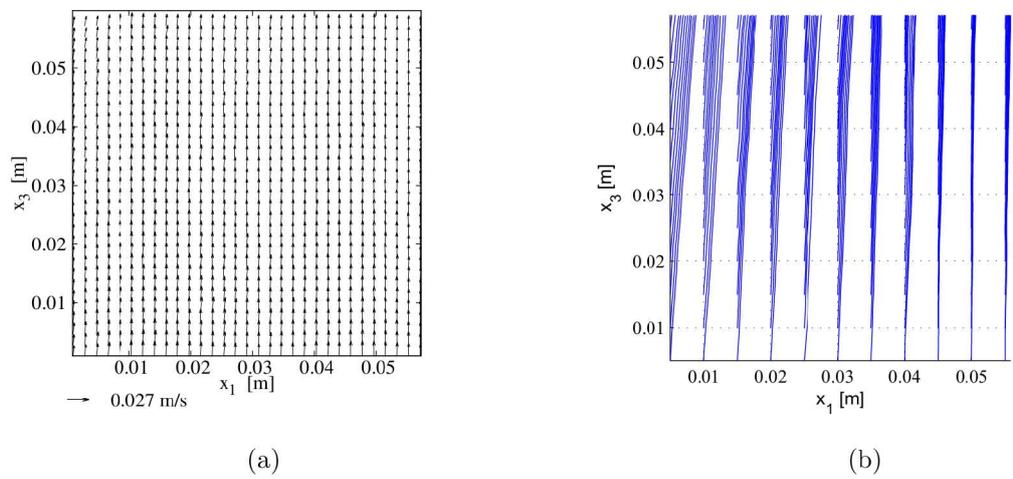


Figura 4.6: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con  $x_{0_3} = 1.6$  mm y  $f = 8.5$  Hz ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.08$ ).

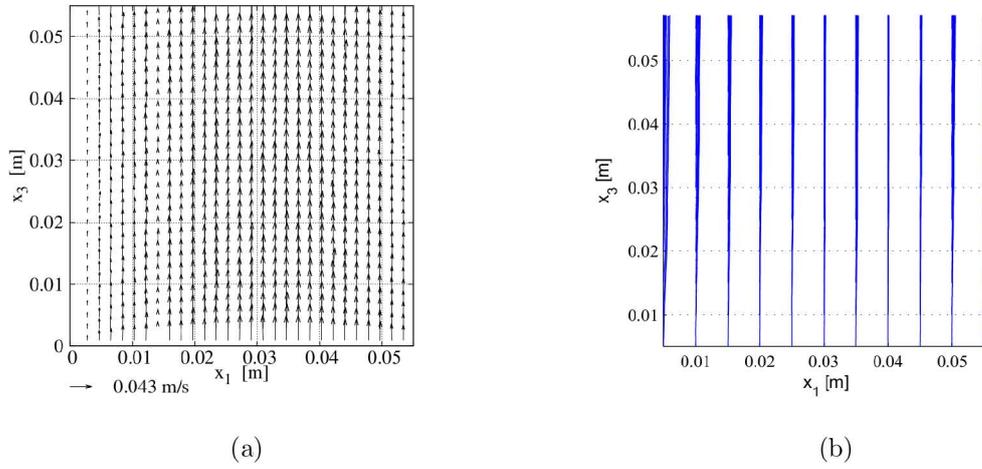


Figura 4.7: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido newtoniano con  $x_{0_3} = 10.0$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 0.59$  y  $Re = 0.64$ ).

$x_{0_3}$ (mm)	f (Hz)				
	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5
0.8	L	L	L	L	L
1.2	L	L	L	L	L
1.6	L	L	L	L	L
10.0	L	L	L	L	L

Cuadro 4.1: Comportamiento del flujo observado al realizar experimentos utilizando fluido newtoniano. Tipo de flujo L: Flujo laminar.

En el Cuadro 4.1, se observa que para todas las condiciones experimentales el flujo es laminar. Cabe señalar que para el fluido newtoniano no se realizaron mediciones con  $x_{0_3} = 2.0$  mm y  $x_{0_3} = 2.5$  mm. Dado que se observó flujo tipo laminar en las tres amplitudes anteriores, se planteó realizar experimentos considerando la mayor amplitud disponible,  $x_{0_3} = 10.0$  mm. El flujo observado con esta condición también fue de tipo laminar, se considera razón suficiente para afirmar que en las condiciones intermedias faltantes también observaríamos flujo

tipo laminar. Con este ajuste, el intervalo de estudio se amplió a  $4 \times 10^{-3} < Re < 0.40$ , permaneciendo  $\Lambda$  sin cambio ya que éste depende de la frecuencia de la amplitud de desplazamiento del pistón.

Adicional a la medición de velocidad experimental, se realizó una comparación del perfil de velocidad entre los resultados experimentales con un modelo teórico para flujo laminar [4]. Este modelo considera la componente axial de la velocidad con dependendencia de la coordenada radial así como del tiempo a través de la sección transversal y está relación está dada por la Ec. 4.1

$$u(r, t) = Re \left[ -iK\omega_0^{-1} \left( 1 - \frac{J_0(\alpha\Lambda\eta)}{J_0(\alpha\Lambda)} \right) e^{i\omega_0 t} \right] \quad (4.1)$$

siendo

$$K = \frac{x_0\omega_0}{U_m} \quad (4.2)$$

donde  $x_0$  es la amplitud de desplazamiento de la oscilación,  $\omega_0$  es la frecuencia angular de la oscilación y

$$U_m = \omega_0^{-1} \left| 1 - \frac{(2/\alpha\Lambda) J_1(\alpha, \Lambda)}{J_0(\alpha, \Lambda)} \right|, \quad (4.3)$$

$$\omega_0 = 2\pi f, \quad (4.4)$$

siendo  $f$  la frecuencia con que se oscila el sistema,  $\Lambda$  el parámetro de Stokes definido como

$$\Lambda = \frac{D}{2} \sqrt{\frac{\omega_0}{2\nu}} \quad (4.5)$$

$$\alpha = 2^{\frac{1}{2}} e^{\frac{3}{4}\pi i}, \quad (4.6)$$

$$\eta = \frac{2r}{D}, \quad (4.7)$$

donde  $r$  y  $D$  son la coordenada radial y el diámetro del sistema experimental, respectivamente.

Al graficar la amplitud de la velocidad de la componente axial como función de  $\eta$  se observa que el flujo presenta un comportamiento laminar en todas las condiciones experimentales, como ejemplo se muestra la Fig. 4.8. Para comparar las velocidades experimentales con las velocidades teóricas, se implementó una corrección en la velocidad experimental del flujo. Esta corrección es debido a una distorsión óptica originada por la geometría cilíndrica del sistema experimental,

pues esta serie de experimentos se realizaron sin la cavidad exterior. Los detalles de la corrección se presentan en el Apéndice A.

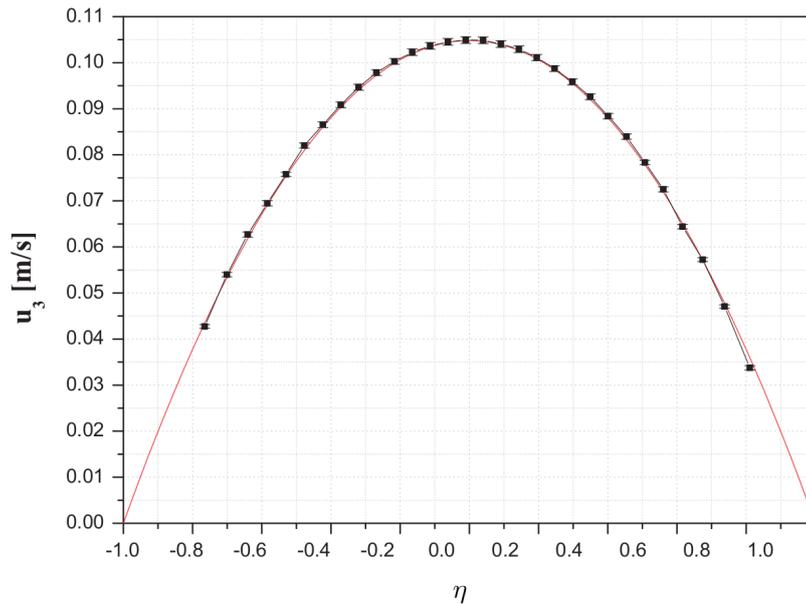


Figura 4.8: Velocidad axial como función de la coordenada radial para  $\omega_0 t = n2\pi$ , con  $n$  número entero. Comparación teórica-experimental utilizando fluido newtoniano con  $x_{03} = 1.2$  mm y  $f = 8.2$  Hz ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.06$ ). Los símbolos corresponden a datos experimentales y la línea es la predicción teórica

En el perfil de velocidad de la Fig. 4.8 se aprecia una distribución de velocidad parabólica a través de la sección del ducto con un máximo en el centro del tubo. La disminución de la velocidad en las paredes del tubo se debe a la condición de no deslizamiento por la viscosidad del fluido. Al graficar los resultados experimentales con los del modelo teórico (Ecs. 4.1 a la 4.7) se observa que existe concordancia entre ambos.

## Fluido viscoelástico

Las condiciones experimentales de amplitud y frecuencia bajo las cuales se realizaron los experimentos del fluido viscoelástico se presentan en el Cuadro 3.1, estas condiciones equivalen un intervalo de estudio de  $0.30 < \Lambda < 0.70$  y  $4 \times 10^{-3} < Re < 0.40$ , mismo intervalo experimental con fluido newtoniano. En los campos de velocidad experimentales con el fluido viscoelástico se observaron dos comportamientos característicos; flujo laminar y flujo con vórtices.

En el primero se observa que el fluido se mueve alineado al eje del tubo con velocidades cercana a cero en la zona de las paredes del sistema, como se aprecia en las Figs. 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12, característico de flujo tipo laminar (L). Este comportamiento se presenta a bajas amplitudes y baja frecuencia. A pesar de observar flujo tipo laminar, se observan esfuerzos cortantes elásticos formando regiones donde el flujo presenta movimientos alternados hacia arriba y hacia abajo en zonas separadas por líneas de flujo cero o zonas de estancamiento. Teóricamente, estos puntos de estancamiento son debido a las raíces que contiene la expresión del modelo que lo describe [18]. Este comportamiento es notorio en los campos de velocidades de las Figs. 4.9 y 4.10. Observando el flujo como función del tiempo para las condiciones de las Figs. 4.9, 4.10, 4.11 y 4.12 se nota que las líneas de velocidad cero permanecen fijas y fuera de ellas el flujo es oscilatorio con la frecuencia del pistón.

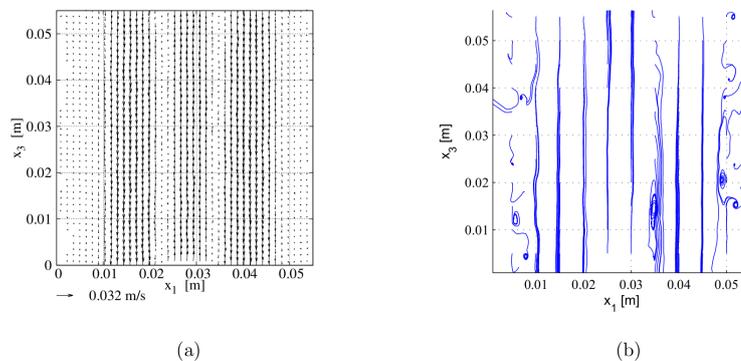


Figura 4.9: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo tipo laminar (L) con  $x_{0_3} = 0.8$  mm y  $f = 8.2$  Hz ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.04$ ). Se observan dos líneas centrales de velocidad cero.

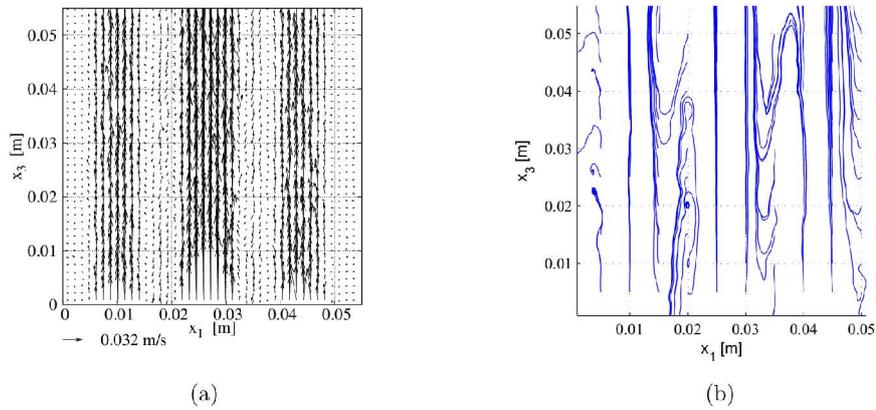


Figura 4.10: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo tipo laminar (L) con  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 0.59$  y  $Re = 0.07$ ). Se observan cuatro líneas centrales de velocidad cero.

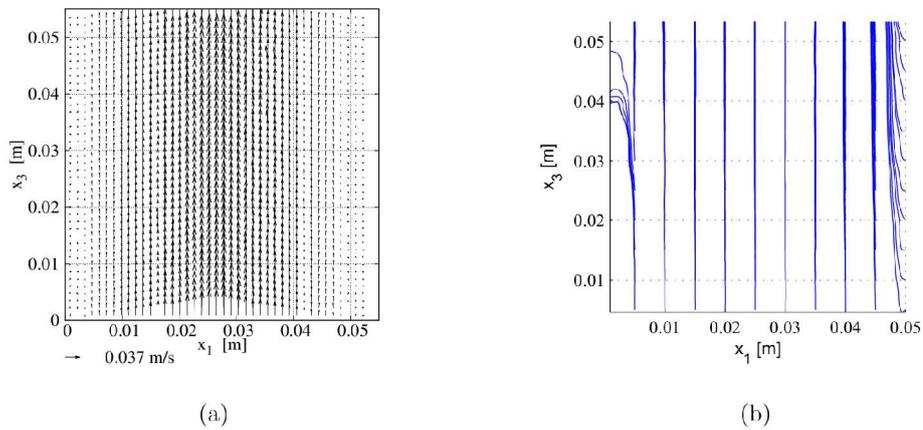


Figura 4.11: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo laminar (L) con  $x_{0_3} = 1.6$  mm y  $f = 3.5$  Hz ( $\Lambda = 0.34$  y  $Re = 0.03$ ). En este caso no existen líneas centrales de velocidad cero.

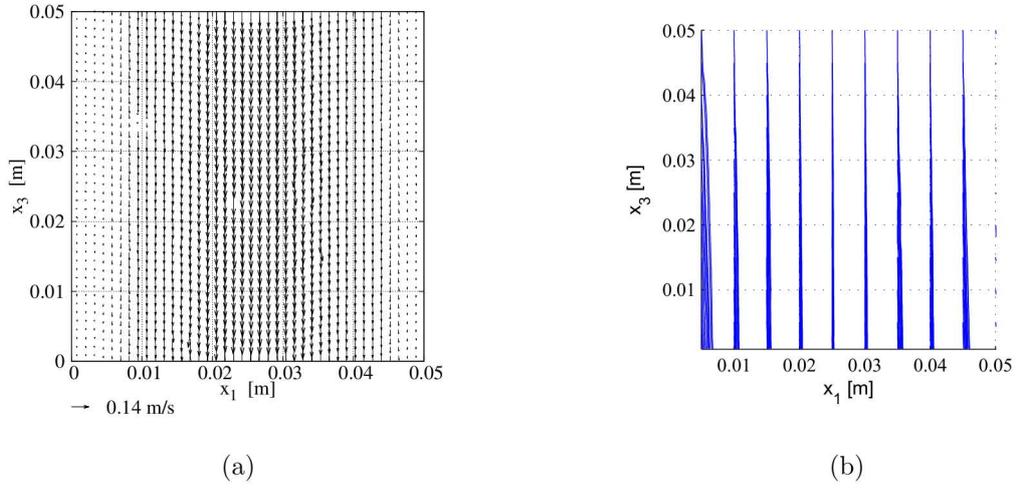


Figura 4.12: Campo de velocidad experimental utilizando fluido viscoelástico donde se observa flujo laminar (L) con  $x_{0_3} = 2.0$  mm y  $f = 3.5$  Hz ( $\Lambda = 0.34$  y  $Re = 0.04$ ). En este caso tampoco existen líneas centrales de velocidad cero.

En la region de flujo laminar se realizó una comparación del perfil de velocidad experimental con el perfil obtenido con un modelo teórico de flujo maxwelliano [18]. Este modelo considera que la velocidad a través de la sección transversal del ducto está dada por

$$u(r, t) = Re \left[ \frac{\rho x_0 \omega_0^2 (1 - i\omega_0^*)}{\frac{2r}{D} \beta_0^2} \left( 1 - \frac{J_0(\beta_0 r)}{J_0(\beta_0 a)} \right) e^{i\omega_0 t} \right] \quad (4.8)$$

donde  $\rho$  es la densidad del fluido de estudio,  $x_0$  es la amplitud de desplazamiento de la oscilación,  $\omega_0$  es la frecuencia angular de la oscilación,  $\omega_0^* = t_m \omega_0$ ,  $t_m$  es el tiempo de relajación de Maxwell y  $\beta_0$  es un parámetro en función de las características del fluido y se define como

$$\beta_0 = \left( \frac{\rho}{\mu t_m} [(t_m \omega_0)^2 + i\omega_0 t_m] \right)^{1/2}. \quad (4.9)$$

En la Fig. 4.13 se aprecia el perfil de velocidad teórico comparado con el perfil de velocidad experimental para el caso del viscoelástico con  $x_{0_3} = 0.8$  mm y  $f = 8.2$  Hz.

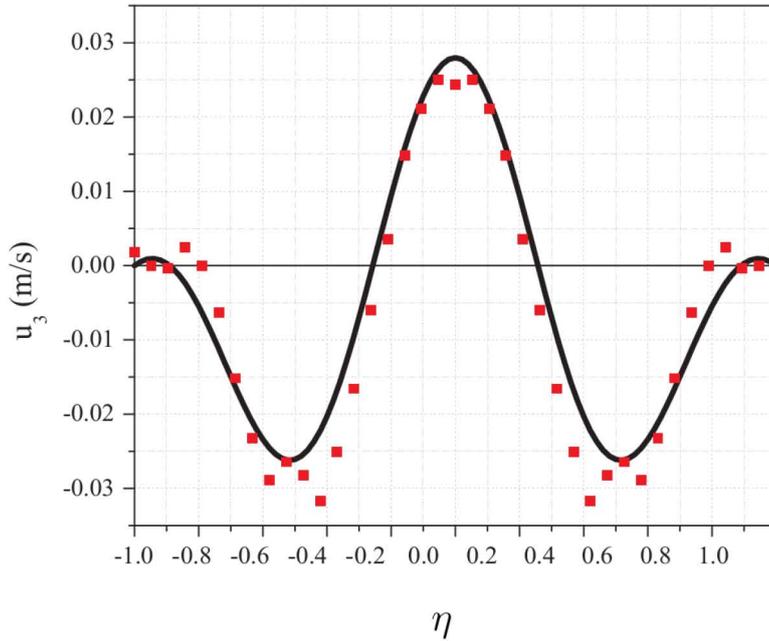


Figura 4.13: Perfil de velocidad como función de la coordenada radial para  $\omega_0 t = 0.66$  con  $x_{03} = 0.8$  mm y  $f = 8.2$  Hz ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.04$ ). Los símbolos corresponden a datos experimentales y la línea es la predicción teórica.

En el perfil de velocidad de la Fig. 4.13 se aprecia una distribución con velocidades ascendentes en la región cerca de la mitad del ducto con un máximo en  $\eta = 0$  y en sentido contrario en las regiones cercanas a las paredes. La disminución de la velocidad cerca de la pared del tubo se debe a la condición de no deslizamiento por la viscosidad del fluido y el cambio de dirección de flujo cerca de la parte central se debe a que los esfuerzos elásticos empiezan a manifestarse. Al graficar los resultados experimentales con el modelo teórico se observa que existe una satisfactoria concordancia entre ambos resultados. La teoría sobrestima ligeramente el valor de la velocidad en la parte central y subestima ligeramente las regiones cercanas a las paredes.

El segundo tipo de flujo se caracteriza por la aparición de vórtices con diferentes configuraciones y estructuras. Los vórtices observados presentan tres

distintas conformaciones; vórtices de tipo estacionario simétrico (VES), vórtices de tipo estacionario asimétrico (VEA) y finalmente en la última configuración se observan vórtices no estacionarios asimétricos (VNEA). El Cuadro 4.2 presenta el resumen del tipo de estructuras observadas utilizando fluido viscoelástico de acuerdo con las condiciones de amplitud y desplazamiento experimentales.

$x_{0_3}$ (mm)	f (Hz)					
	2.0	3.5	6.5	8.2	10.5	11.5
0.8	L	L	L	L	L	L
1.2	L	L	L	VES	L	VES
1.6	L	L	VES	VEA	VEA	VES
2.0	L	L	VES	VEA	VEA	VEA
2.5	L	L	VEA	VNEA	VEA	VEA

Cuadro 4.2: Comportamiento del flujo observado al realizar experimentos utilizando el fluido viscoelástico. Tipo de flujo: L: laminar, VES: Vórtices estacionarios y simétricos, VEA: Vórtices estacionarios asimétricos y VNEA: Vórtices no estacionarios y asimétricos.

Debido al incremento en la intensidad de los esfuerzos cortantes elásticos se forman regiones donde el flujo presenta vórtices de tipo estacionarios simétricos (VES) con regiones cuyas velocidades se observan cuasi-estáticas en el centro de éstos. Este tipo de vórtices son independientes del tiempo y presentan simetría axial, un ejemplo se presenta en la Fig. 4.14.

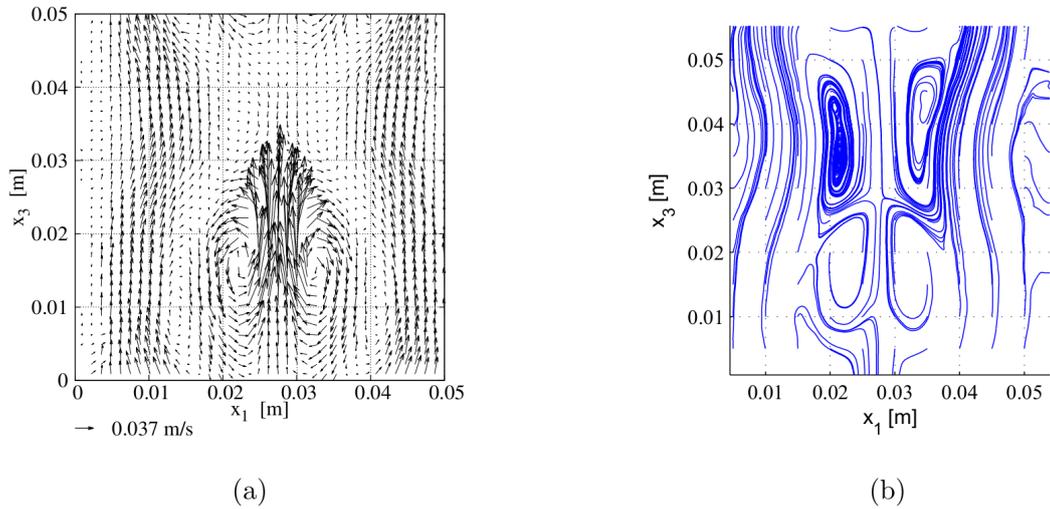


Figura 4.14: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) utilizando flujo viscoelástico con presencia de vórtices estacionarios simétricos, (VES), obtenidos con  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 8.2$  Hz ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.06$ ).

Al incrementar la amplitud de desplazamiento del pistón y la frecuencia en el flujo, se pierde la simetría axial pero se conserva el estado estacionario, cada par de vórtices se fusiona en un vórtice distorcido cercano al eje del tubo, por lo que el flujo se define como con vórtices estacionarios asimétricos (VEA). Ejemplo de este tipo de vórtices se presentan en las Figs. 4.15 y 4.16.

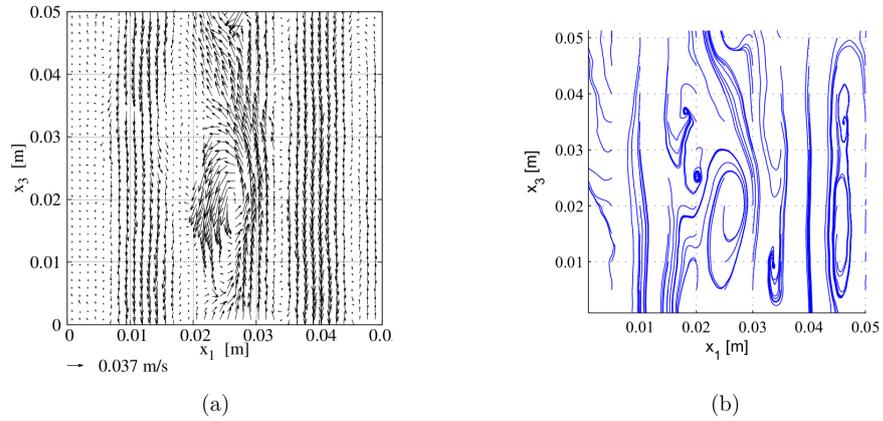


Figura 4.15: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con flujo viscoelástico con un vórtice estacionario asimétrico, (VEA), obtenido con  $x_{0_3} = 2.0$  mm y  $f = 8.2$  Hz ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.10$ ).

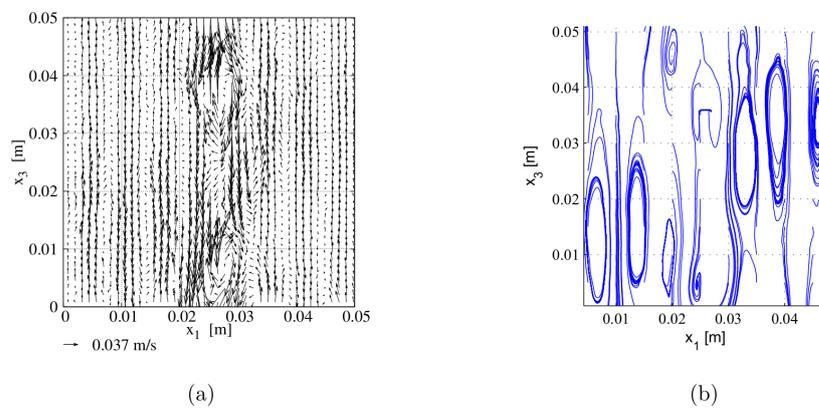


Figura 4.16: Campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con flujo viscoelástico con un vórtice estacionario asimétrico, (VEA), obtenido con  $x_{0_3} = 2.0$  mm y  $f = 11.5$  Hz ( $\Lambda = 0.61$  y  $Re = 0.14$ ).

Al incrementar la frecuencia de oscilación del sistema a 8.2 Hz, los esfuerzos cortantes se incrementan y los vórtices definidos pierden su estado estacionario ocasionando una elongación de los mismos que dan como resultado vórtices no estacionarios asimétricos (VNEA), como ejemplo se presenta la Fig. 4.17. Finalmente con esta amplitud al incrementar a las frecuencia a 10.5 y 11.5 Hz el flujo logra restablecer el estado estacionario (VEA) que presentaban a frecuencias menores de los 8.2 Hz.

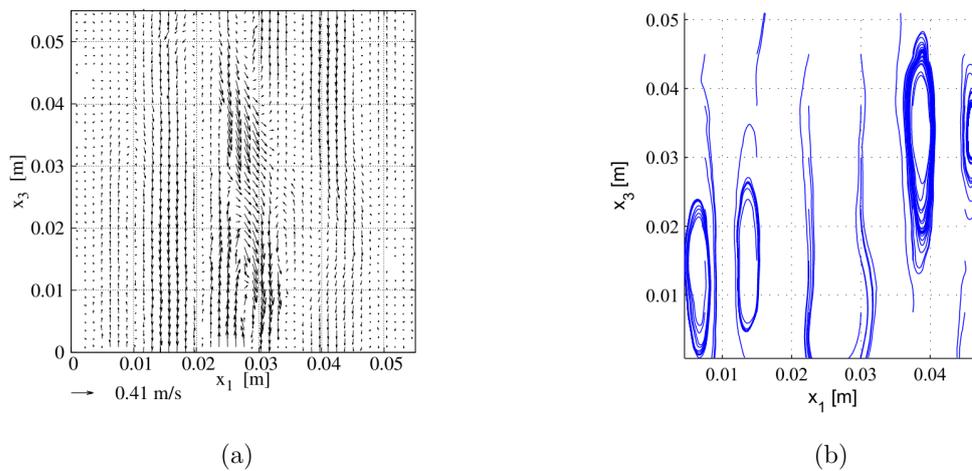


Figura 4.17: Campo de velocidad (a) y líneas de corriente (b) de flujo viscoelástico con vórtices no estacionarios y asimétricos (VNEA) obtenidos con  $x_{0_3} = 2.5 \text{ mm}$  y  $f = 8.2 \text{ Hz}$  ( $\Lambda = 0.52$  y  $Re = 0.13$ )

Con los resultados experimentales obtenidos en esta parte de la investigación, se logra observar la influencia de los efectos elásticos respecto a los efectos viscosos, pues al perturbar dos fluidos cuya viscosidad es semejante sólo se forman estructuras en el fluido viscoelástico. En el caso del fluido newtoniano no se presentaron inestabilidades ni vórtices en todo el intervalo de estudio sin embargo en el fluido viscoelástico no sólo se se observan vórtices sino también se observan diferentes configuraciones. Estos resultados fueron parte de una colaboración y fueron reportados en el artículo que se presenta en el Apéndice C.

## 4.2. Experimentos B

Los experimentos tipo B se llevaron a cabo para estudiar las inestabilidades del flujo oscilatorio del fluido newtoniano dentro del tubo como función de la distancia al pistón oscilante. En este tipo de experimentos se usó agua con propiedades de viscosidad dinámica  $\mu = 1.006 \times 10^{-3}$  Pa.s, densidad  $\rho = 1000$  kg/m<sup>3</sup>, viscosidad cinemática  $\nu = 1.006 \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s y dado que se trata de un fluido newtoniano, su tiempo de relajación  $\tau = 0$  s.

Las condiciones de amplitud y frecuencia bajo las cuales se realizaron este tipo de experimentos se presentan en el Cuadro 3.3, mismas que equivalen un intervalo de estudio de  $60 < \Lambda < 160$  y  $650 < Re < 6700$ . Vale la pena recordar que cada condición se realizó a diferentes alturas a partir de la posición media del pistón.

Los resultados obtenidos en esta parte de la investigación se presentan siguiendo la misma metodología que los experimentos tipo A, se inicia el análisis con los datos experimentales de la aceleración del pistón, posteriormente con la velocidad experimental del flujo.

### 4.2.1. Aceleración del pistón

Inicialmente se analizó la aceleración en el pistón como función del tiempo y se verificó que ésta tuviese un comportamiento esperado bajo condiciones de amplitud de desplazamiento del pistón y frecuencia de perturbación inducida. Una gráfica ejemplo de estas mediciones se presenta en la Fig. 4.18 para los casos de  $\Lambda = 90$  y  $Re = 1500$ ,  $\Lambda = 110$  y  $Re = 2300$  y para  $\Lambda = 130$  y  $Re = 6700$ .

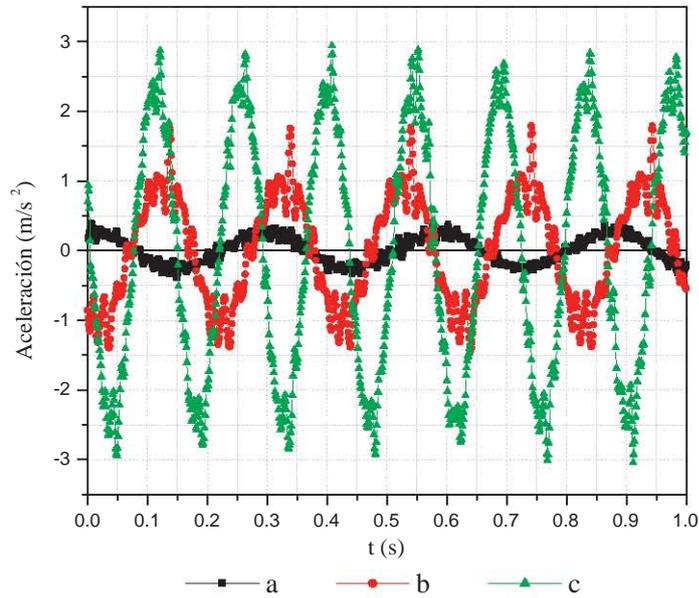


Figura 4.18: Ejemplos de la aceleración del pistón como función del tiempo con (a)  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 3.5$  Hz ( $\Lambda = 90$  y  $Re = 1500$ ); (b)  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 5.5$  Hz ( $\Lambda = 110$  y  $Re = 2300$ ); (c)  $x_{0_3} = 2.7$  mm y  $f = 7.5$  Hz ( $\Lambda = 130$  y  $Re = 6700$ ).

Además de visualizar la aceleración del pistón temporalmente también se analizó con la Transformada Rápida de Fourier (FFT) para verificar que el armónico fundamental corresponda a la frecuencia con que se induce al sistema. Ejemplos de este análisis se presentan en la Fig. 4.19.

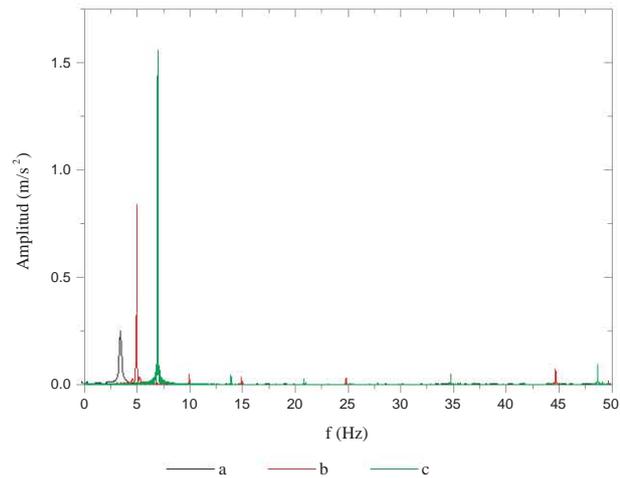


Figura 4.19: Ejemplos de análisis de Fourier aplicado a la aceleración del pistón con (a)  $x_{0_3} = 1.2$  mm,  $f = 3.5$  Hz ( $\Lambda = 90$  y  $Re = 1500$ ); (b)  $x_{0_3} = 1.2$  mm,  $f = 5.5$  Hz ( $\Lambda = 110$  y  $Re = 2300$ ); (c)  $x_{0_3} = 2.7$  mm,  $f = 7.5$  Hz ( $\Lambda = 130$  y  $Re = 6700$ ) utilizando agua como fluido de estudio.

Con el análisis de Fourier de la señal de aceleración, se aplicó el criterio  $Co$ , para considerar sólo las condiciones que cumplan con el mencionado criterio, ya que de no hacerlo es posible de identificar fenómenos que no corresponden al tema de estudio sino al sistema mecánico. Este análisis se llevó a cabo en todas las condiciones experimentales y se presenta para cada amplitud de desplazamiento en un gráfico integrado.

Para  $x_{0_3} = 1.2$  mm, las condiciones experimentales que satisfactoriamente cumplen con  $Co$  son presentadas en la Fig. 4.20 como función de la zona de visualización a partir de la posición del pistón. Esta amplitud equivale a un intervalo de  $650 \leq Re \leq 4400$ .

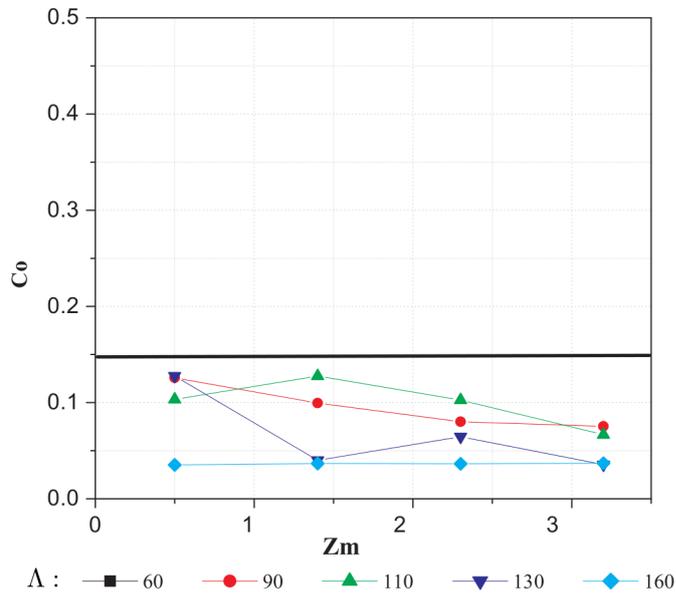


Figura 4.20: Relación de  $C_o$ , en las mediciones de aceleración del pistón presentadas para cada zona de medición de velocidad con  $x_{0_3} = 1.2$  mm en el intervalo de  $630 \leq Re \leq 4200$ .

Con  $x_{0_3} = 1.6$  mm las condiciones experimentales que satisfacen con el criterio  $C_o$  son presentadas en la Fig. 4.21. De la misma forma que la amplitud anterior,  $C_o$  se presenta para cada zona de visualización a partir de la posición del pistón. Con la amplitud y las frecuencias experimentales mencionadas, los parámetros característicos van de  $850 \leq Re \leq 5600$ .

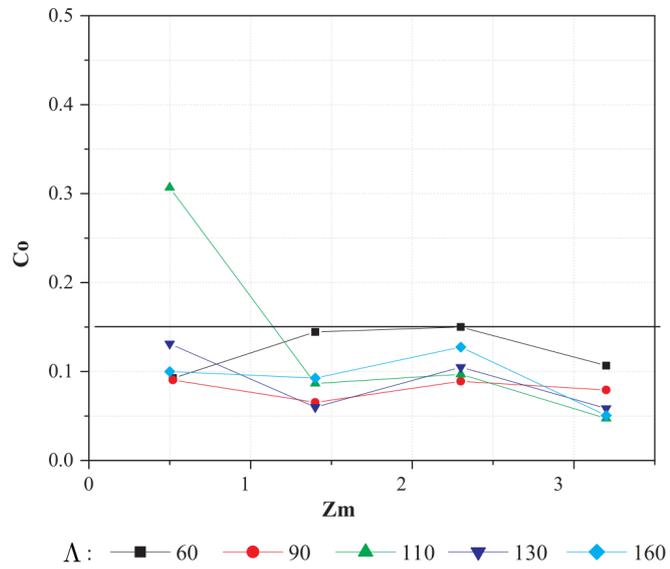


Figura 4.21: Relación de  $C_o$ , en las mediciones de aceleración del pistón presentados para cada zona de medición de velocidad con  $x_{0_3} = 1.6$  mm en el intervalo de  $850 \leq Re \leq 5600$ .

Para  $x_{0_3} = 2.7$  mm las condiciones experimentales que satisfacen el criterio  $C_o$  se presentan en la Fig.4.22 como función de la zona de medición de velocidad. Estas condiciones experimentales equivalen a un intervalo de  $1500 \leq Re \leq 6700$ .

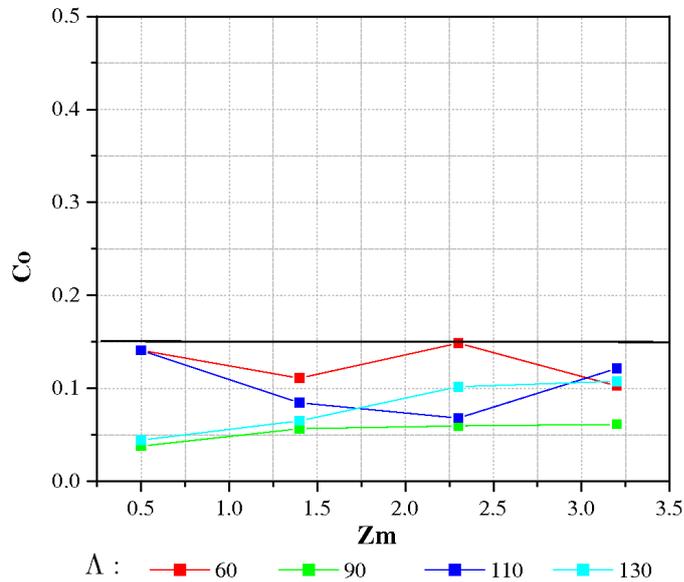


Figura 4.22: Relación de  $C_o$ , en la aceleración del pistón presentadas para cada zona de medición de velocidad con  $x_{0_3} = 2.7$  mm en el intervalo de  $1500 \leq Re \leq 6700$ .

Se dispuso de variedad que condiciones de amplitud y frecuencia de desplazamiento del pistón y la mayoría lograron satisfacer el criterio  $C_o$  de toda la gama de experimentos realizados.

#### 4.2.2. Temperatura

Posterior a la caracterización del sistema mecánico surge la interrogante acerca del incremento de temperatura en el fluido dentro del tubo debido a la fricción inherente por desplazamiento del pistón, dicha interrogante dió la pauta para medir la temperatura en forma diferencial dentro en el sistema experimental. Las condiciones bajo las cuales se midió la temperatura son presentadas en el Cuadro 3.2.

Como ejemplo de la diferencia de temperatura registrada en los experimentos, se muestran los resultados con  $x_{0_3} = 1.2$  mm bajo diferentes frecuencias de

perturbación en una altura de medición de velocidad  $Z_2$ , los cambios de temperatura observados varían un intervalo de 1.80 a 2.10<sup>0</sup>C apreciables en la Fig. 4.23.

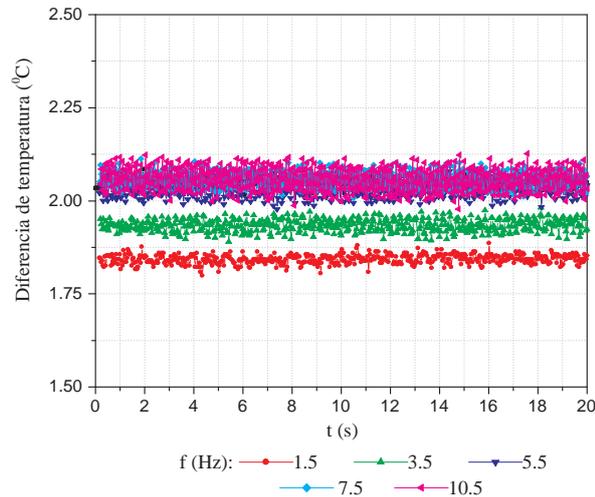


Figura 4.23: Gráfica de diferencia de temperatura en la columna de fluido durante experimentos con  $x_{0_3} = 1.2$  mm a diferentes frecuencias, equivalente a un intervalo de  $650 \leq Re \leq 4400$ , en una región de visualización de  $Z_2$ .

Con estos resultados se determina que la diferencia de temperatura no es suficiente para inducir efectos convectivos dentro del sistema ya que la literatura destaca influencia convectiva a partir de diferencias de temperatura del orden de 80<sup>0</sup>C [31].

Una vez descartadas las posibles fuentes de inestabilidades fuera de control del sistema, mecánicas y térmicas, se realizó el análisis de campos de velocidad experimental que se describe enseguida.

### 4.2.3. Velocidad del flujo

Las condiciones experimentales en amplitud y frecuencia bajo las cuales se llevaron a cabo los experimentos son presentadas en el Cuadro 3.3 y son equivalentes a un intervalo de estudio de  $640 < Re < 6700$ . En esta investigación se

realizaron experimentos para 15 diferentes condiciones (3 amplitudes y 5 frecuencias). Para cada una de estas condiciones se realizaron mediciones de los campos de velocidad en 4 distintas distancias al pistón, por lo que se tienen 60 series temporales de campos de velocidad con al menos 50 campos cada uno, es decir, se obtuvieron más de 3000 campos de velocidad. Estos campos fueron analizados cualitativamente encontrándose tres tipos principales de comportamiento:

- laminar (Fig. 4.24)
- con perturbaciones (Fig. 4.25)
- con vórtices (Fig. 4.26).

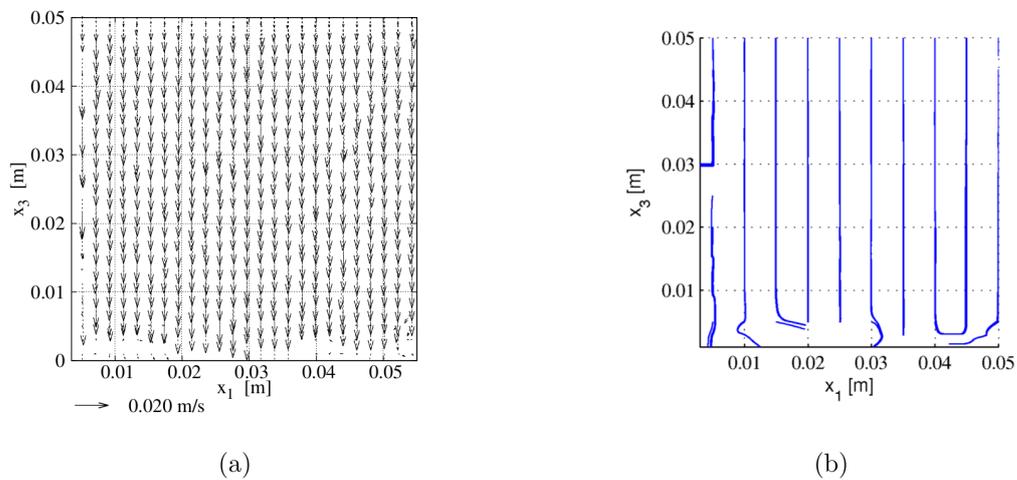


Figura 4.24: Ejemplo de campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) sin perturbaciones con  $x_{0_3} = 2.7$  mm y  $f = 1.5$  Hz ( $\Lambda = 90$  y  $Re = 1500$ ) en  $Z1$  utilizando agua como fluido de trabajo.

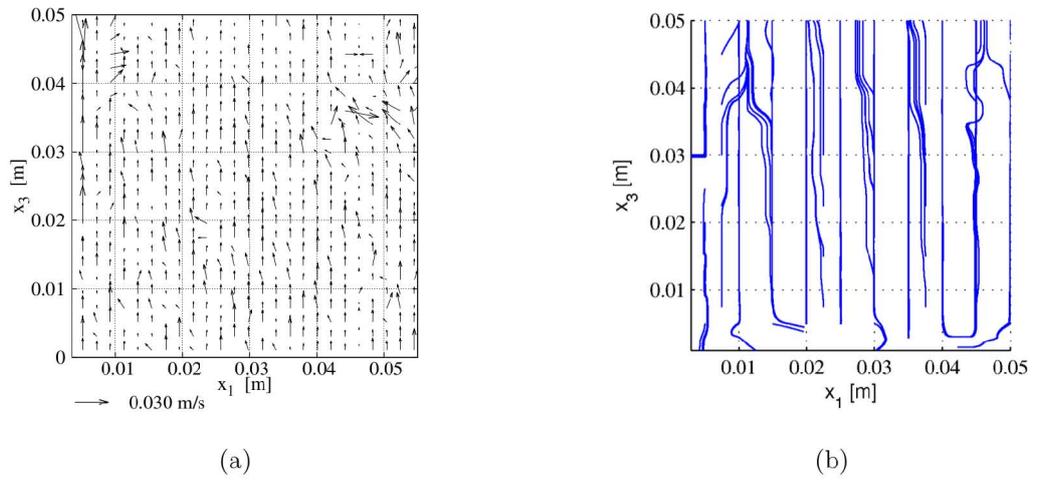


Figura 4.25: Ejemplo de campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con perturbaciones con  $x_{0_3} = 2.7$  mm y  $f = 7.5$  Hz ( $\Lambda = 130$  y  $Re = 6700$ ) en  $Z2$  utilizando agua como fluido de trabajo.

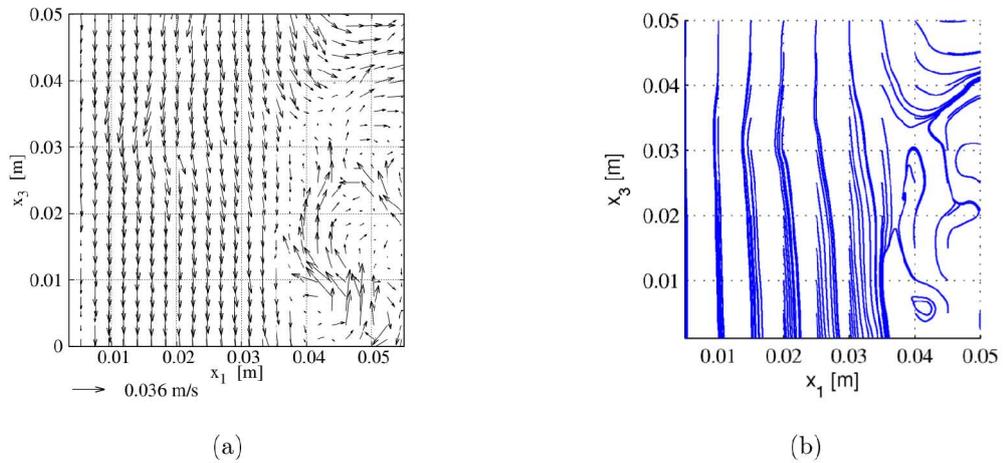


Figura 4.26: Ejemplo de campo de velocidad experimental (a) y líneas de corriente (b) con vórtices con  $x_{0_3} = 1.6$  mm y  $f = 10.0$  Hz utilizando agua como fluido de trabajo ( $\Lambda = 160$  y  $Re = 5600$ ) en  $Z2$ .

## Análisis de velocidad como función del tiempo

Para el estudio de los campos de velocidad es importante verificar que la velocidad del flujo corresponda a la velocidad inducida al sistema, con esta idea se procedió a evaluarla. Este procedimiento se realizó en la coordenada central,  $\eta = 0$ , de la matriz de datos experimentales como función del tiempo en cada condición experimental siguiendo los pasos descritos a continuación:

- Seleccionar la coordenada dentro de la matriz de resultados en la cual se desea llevar a cabo el análisis,  $\eta = 0$ , centro de la coordenada radial de la matriz de datos
- Considerar la componente de velocidad vertical,  $u_3 = u_z$ , promediarla dentro de cada campo experimental
- Graficar la velocidad, junto con su desviación estándar, como función del tiempo en cada condición y verificar que la respuesta temporal corresponda a la frecuencia inducida al sistema.

En la Fig.4.27 se puede apreciar un ejemplo del resultado de aplicar esta metodología para una condición de  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 1.5$  Hz ( $\Lambda = 60$  y  $Re = 650$ ) en una zona de visualización  $Z2$ ; la gráfica presenta el promedio de la velocidad axial como función del tiempo, la línea muestra el ajuste de los datos experimentales a la ecuación

$$u_3 = 2\pi x_0 f \cos(2\pi ft - \phi), \quad (4.10)$$

donde  $u_3$  es la componente axial de la velocidad del flujo como función del tiempo (m/s),  $x_0$  la amplitud de desplazamiento del pistón (m),  $f$  la frecuencia de oscilación (Hz) y  $\phi$  es la fase de la oscilación.

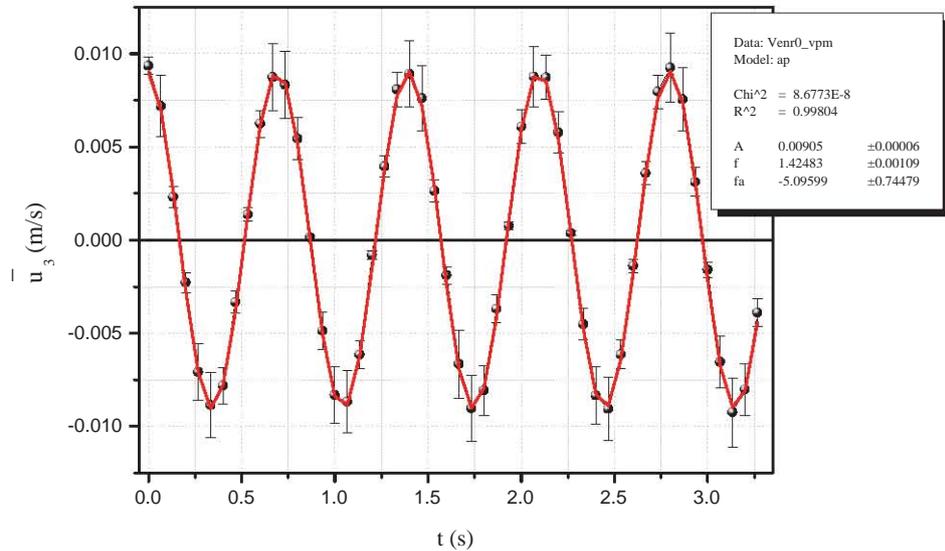


Figura 4.27: Promedio en la zona  $Z1$  de la velocidad  $u_3$  como función del tiempo en la coordenada central del sistema  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 1.5$  Hz ( $\eta = 0$ , con  $\Lambda = 60$  y  $Re = 640$ ) junto con un ajuste teórico a la Ec. 4.10, línea continua.

Es importante señalar que el procedimiento descrito se aplicó a todas las condiciones experimentales aunque sólo se muestra un caso representativo.

El valor del parámetro de correlación  $R^2$  del ajuste de los datos de velocidad experimental con el ajuste teórico para cada condición en el intervalo  $60 \leq \Lambda \leq 160$  se presenta en las Figs. 4.28 para  $x_{0_3} = 1.2$  mm,  $x_{0_3} = 1.6$  mm y  $x_{0_3} = 2.7$  mm en  $Z1$  y  $Z2$ .

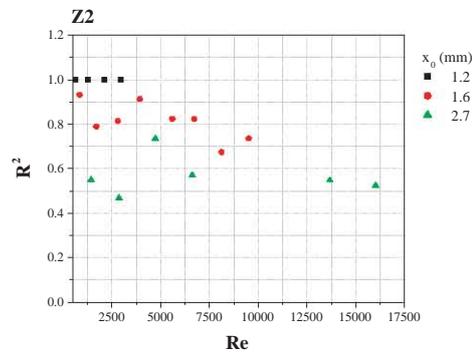
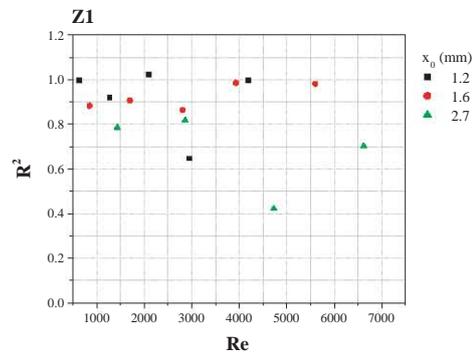


Figura 4.28: Parámetro de correlación  $R^2$  de la velocidad experimental con la teórica para en el intervalo  $60 \leq \Lambda \leq 160$  en  $Z1$  y  $Z2$

Un ajuste teórico a cada uno de los casos experimentales en el intervalo  $60 \leq \Lambda \leq 160$  se presentan en las Figs. 4.29 para  $x_{0_3} = 1.2$ ,  $x_{0_3} = 1.6$  y  $x_{0_3} = 2.7$  mm en  $Z3$  y  $Z4$ .

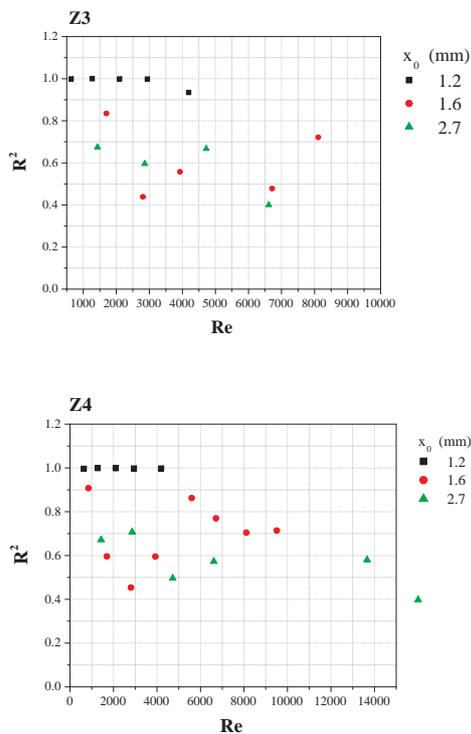


Figura 4.29: Parámetro de correlación  $R^2$  de la velocidad experimental con la teórica para el intervalo  $60 \leq \Lambda \leq 160$  en  $Z3$  y  $Z2$

Se concluye que en general las correlaciones más altas son para las condiciones  $x_{0_3} = 1.2$  mm, seguidas de  $x_{0_3} = 1.6$  mm y finalmente las de  $x_{0_3} = 2.7$  mm. No se observa ninguna tendencia en función de  $Z_i$ .

Además del análisis temporal, se realizó una comparación de la amplitud de la velocidad experimental en  $\eta = 0$  y la predicción teórica, los resultados son presentados en la Fig. 4.30.

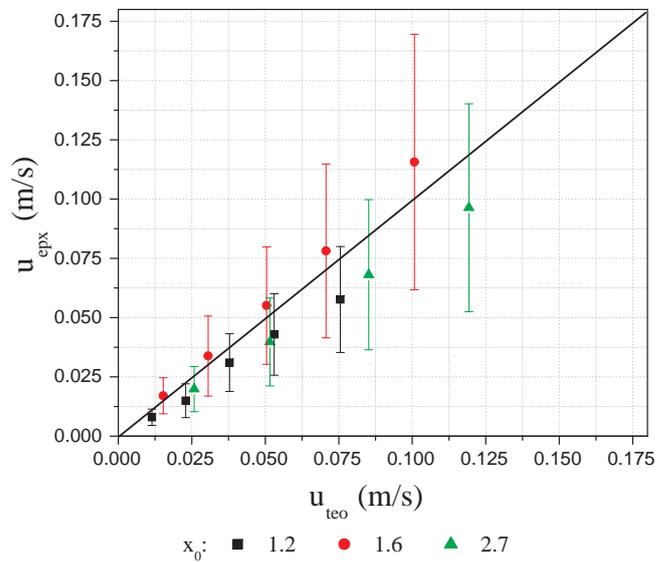


Figura 4.30: Gráfica de la amplitud de la velocidad experimental en la coordenada central del sistema,  $\eta = 0$  y la predicción teórica para las tres amplitudes y las cinco frecuencias de estudio

Como se observa, existe una buena correspondencia entre los resultados experimentales y teóricos en cada condición analizada, considerando el error experimental, lo cual nos da confianza para llevar a cabo otro tipo de análisis en los campos de velocidad.

#### 4.2.4. Identificación de inestabilidades

En el análisis cualitativo se identificaron básicamente dos fenómenos, las inestabilidades y los vórtices, cuya descripción se detalla en el capítulo de Metodología, sin embargo, se recuerda brevemente los conceptos.

##### Identificación cualitativa

Es importante recordar que en el análisis de inestabilidades se considera la presencia de inestabilidad al observar cualitativamente, en el campo de velocidad, una componente horizontal significativa de la velocidad.

El vórtice se identifica al observar cualitativamente un remolino definido en el campo de velocidad.

Con estos conceptos, se analizaron todos los campos de velocidad experimental en el intervalo de estudio,  $60 \leq \Lambda \leq 160$ ,  $650 \leq Re \leq 6700$  y  $Z1 \leq Zi \leq Z4$  y se determinó que en todas las condiciones se encontraron inestabilidades en los campos de velocidad tomados en las cuatro zonas  $Zi$  con excepción de la zona en  $Z2$  con  $x_{03} = 1.2$  mm y  $f = 7.5$  Hz ( $\Lambda = 130$  y  $Re = 3200$ ).

### **Identificación de la fase donde se observaron inestabilidades y vórtices**

Para identificar la fase donde se observaron inestabilidades y vórtices, se realizó un reordenamiento temporal del promedio de la componente vertical de la velocidad,  $\bar{u}_3$  en la coordenada central  $\eta = 0$ . El reordenamiento se aplica a través de la Ec. 3.1 presentada en la sección 3.4 Identificación cuantitativa de inestabilidades, específicamente, en la sección de Fase donde se identificaron inestabilidades y vórtices.

En la Fig. 4.31 se presentan las condiciones en las que se observaron inestabilidades en  $Z1$  una vez aplicado el reordenamiento de datos.

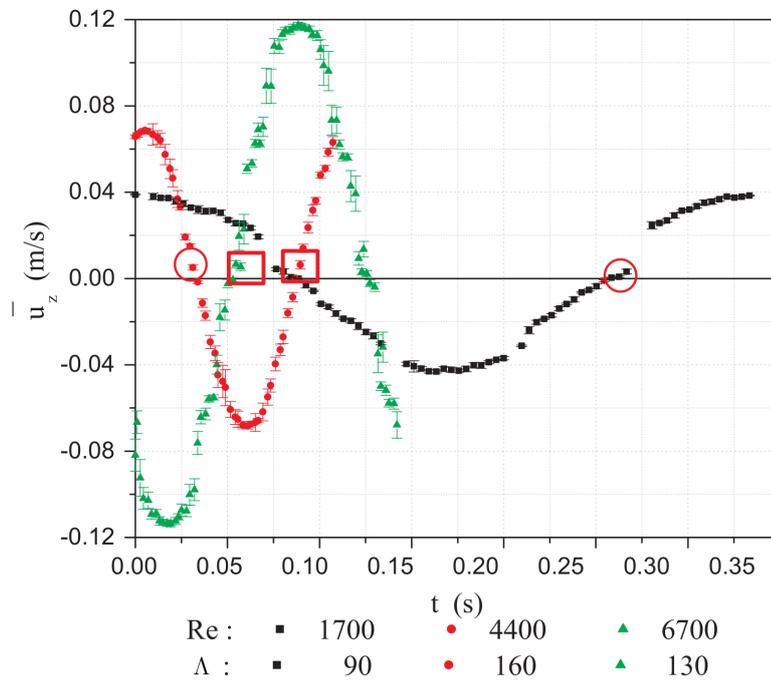


Figura 4.31: Gráfica de  $\bar{u}_3$  como función del tiempo de un ciclo en  $Z1$  para tres casos. Los puntos rodeados de cuadros indican las condiciones con inestabilidades y los rodeados por círculos indican los momentos con vórtices en el campo de velocidad experimental.

En la Fig. 4.32 se presentan las condiciones en las que se observaron inestabilidades en  $Z2$  una vez aplicado el reordenamiento de datos.

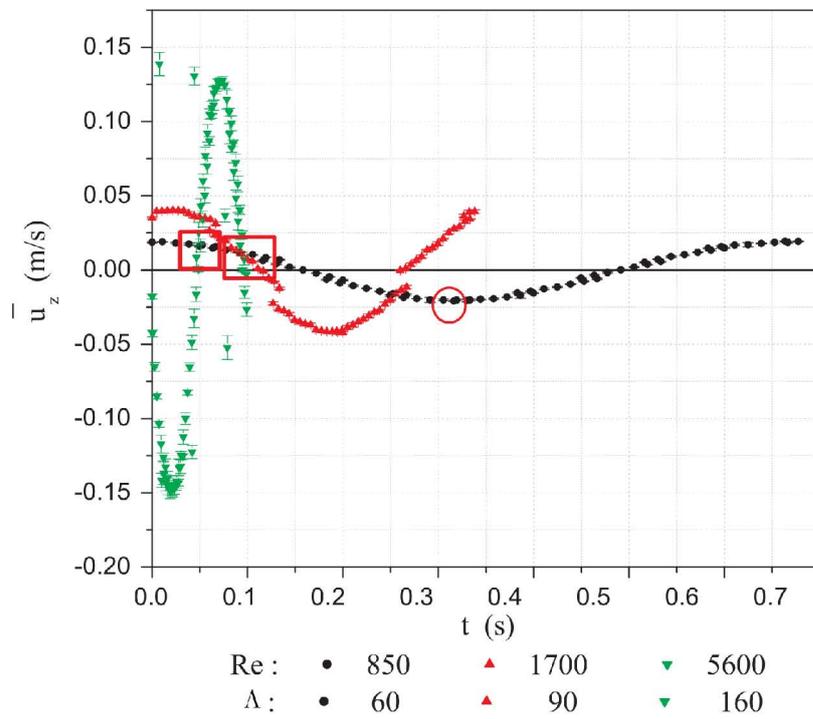


Figura 4.32: Gráfica de  $\bar{u}_3$  como función del tiempo en un ciclo en  $Z2$  para distintas frecuencias. Los puntos rodeados de cuadros indican las condiciones con inestabilidades y los rodeados por círculos indican los momentos con vórtices en el campo de velocidad experimental.

En la Fig. 4.33 se presentan las condiciones en las que se observaron inestabilidades en  $Z3$  una vez aplicado el reordenamiento de datos.

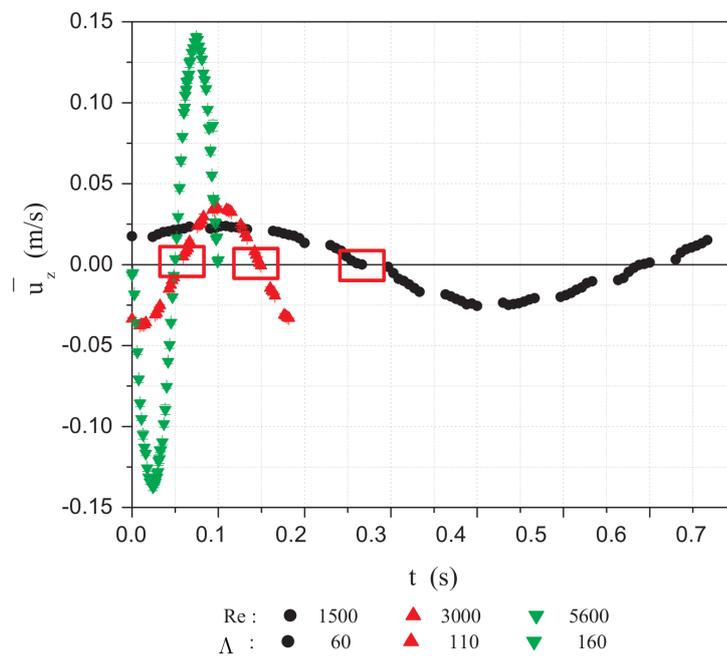


Figura 4.33: Gráfica del promedio espacial de la componente de velocidad  $\bar{u}_3$  como función del tiempo reordenado, obtenido en  $Z3$  para distintas frecuencias. Los círculos indican los momentos donde se detectaron vórtices en el campo de velocidad experimental.

En la región  $Z4$  las condiciones donde se detectaron vórtices disminuyen, lo cual se puede apreciar en la Fig. 4.34.

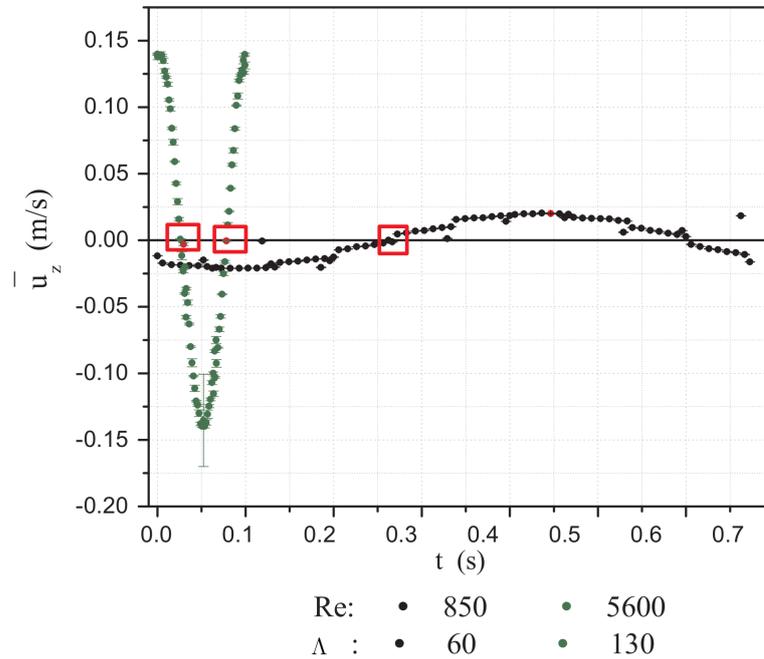


Figura 4.34: Gráfica del promedio espacial de la componente de velocidad  $\bar{u}_3$  como función del tiempo reordenado, obtenido en  $Z4$  y distintas frecuencias de oscilación. Los puntos rodeados por cuadros indican los momentos donde se detectaron inestabilidades en el campo de velocidad experimental.

Al analizar las condiciones donde se identificaron inestabilidades y vórtices, se observa que éstas se presentan, en general, cuando la componente de velocidad vertical,  $u_3$ , tiene valores muy cercanos a cero, es decir,  $u_3 \simeq 0$ , y se presentan tanto en la fase de aceleración como en la de desaceleración para todas las zonas  $Z_i$ . Vale la pena mencionar que en la literatura se cuenta con un estudio donde sólo se habían detectado vórtices en la fase de desaceleración [16].

### Identificación cuantitativa

En las condiciones donde se observaron inestabilidades como función de  $Re$  y  $\Lambda$ , se aplicó la metodología presentada en la sección 3.4 Identificación cuan-

titativa de inestabilidades, donde se propone el Índice de inestabilidad  $I_{Z_i}$ . Con este concepto, se analizaron todos los campos de velocidad experimental en el intervalo de estudio  $60 \leq \Lambda \leq 160$ ,  $650 \leq Re \leq 6700$  y  $Z1 \leq Z_i \leq Z4$  obteniendo los siguientes resultados.

La Fig. 4.35 presenta el índice de inestabilidad  $I_{Z_i}$  en las cuatro alturas experimentales en  $\Lambda = 160$  y  $Re = 4400$ . Se destaca que los puntos más altos corresponden a las inestabilidades identificadas cualitativamente y son rodeados por cuadrados, los rodeados por círculos indican vórtices identificados cualitativamente.

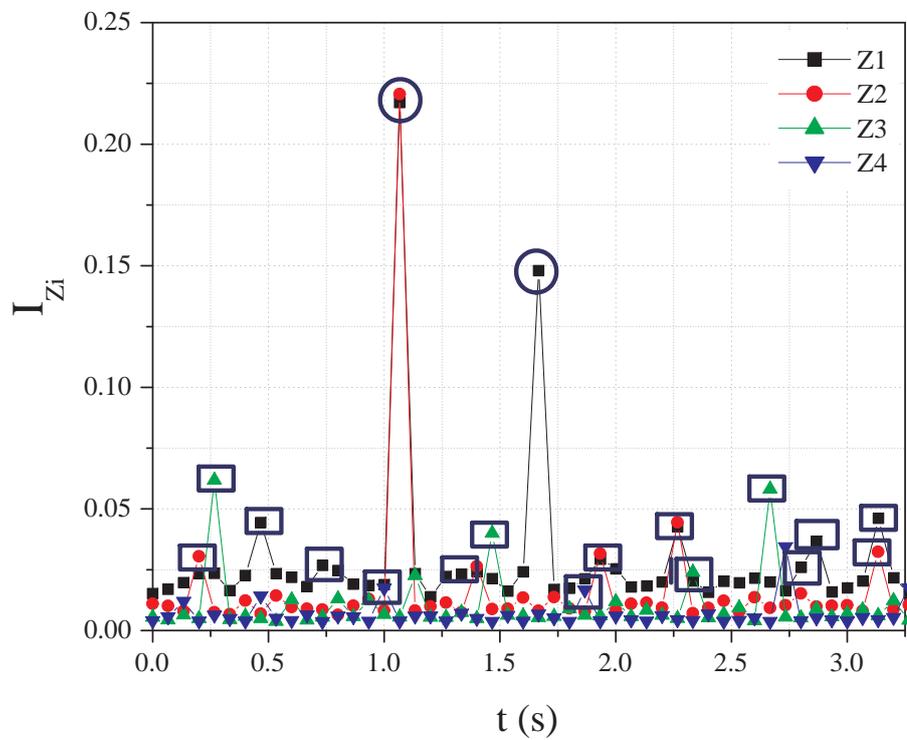


Figura 4.35: Índice de inestabilidad,  $I_{Z_i}$ , como función del tiempo para  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 160$  y  $Re = 4400$ ) en las cuatro alturas de visualización. Los puntos rodeados por cuadrados indican inestabilidades y los rodeados por círculos indican vórtices.

La Fig. 4.36 presenta el  $I_{Zi}$  para  $x_{03} = 1.6$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 160$  y  $Re = 5600$ ) en  $Z1$ ,  $Z2$ ,  $Z3$  y  $Z4$ . Vale la pena observar que las mayores inestabilidades corresponden a  $Z1$  seguidas de las observadas en  $Z2$  a pesar de contar con un caso fortuito en  $Z4$  con valor mayor. Los puntos rodeados por cuadrados indican la presencia de inestabilidades.

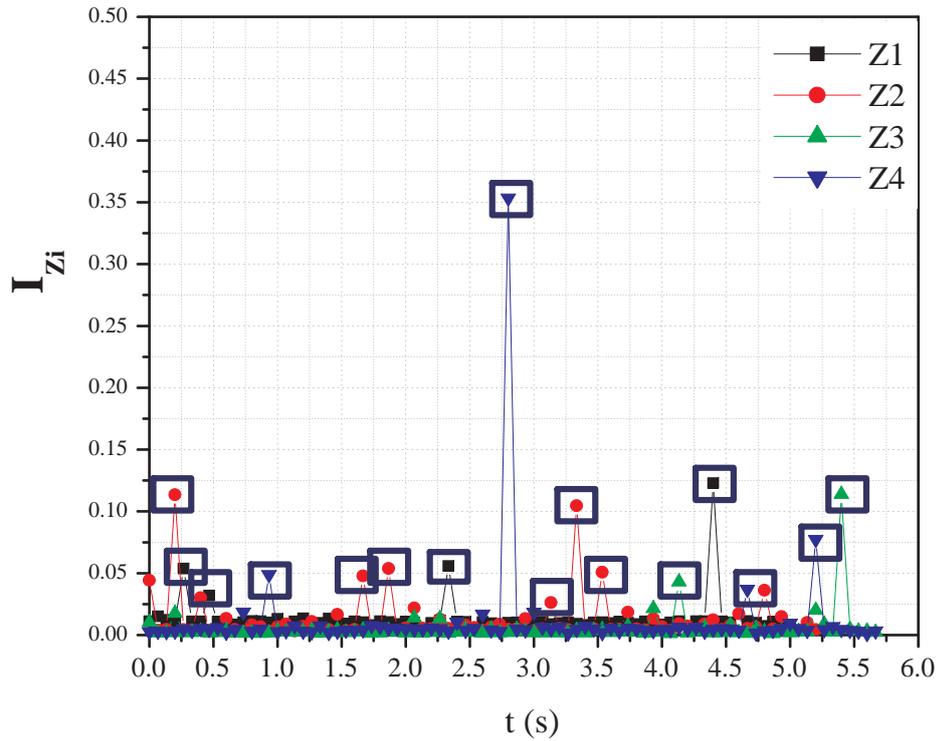


Figura 4.36: Índice de inestabilidad,  $I_{Zi}$ , como función del tiempo para  $x_{03} = 1.6$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 160$  y  $Re = 5600$ ) en las cuatro alturas de visualización.

La Fig. 4.37 presenta  $I_{Zi}$  para la condición de  $x_{03} = 2.7$  mm y  $f = 7.5$  Hz ( $\Lambda = 130$  y  $Re = 6700$ ), al igual que las condiciones anteriores, se indican con cuadrados las inestabilidades. Las mayores inestabilidades se observan en  $Z1$  aunque se presentan dos eventos aislados en  $Z3$  y  $Z2$ .

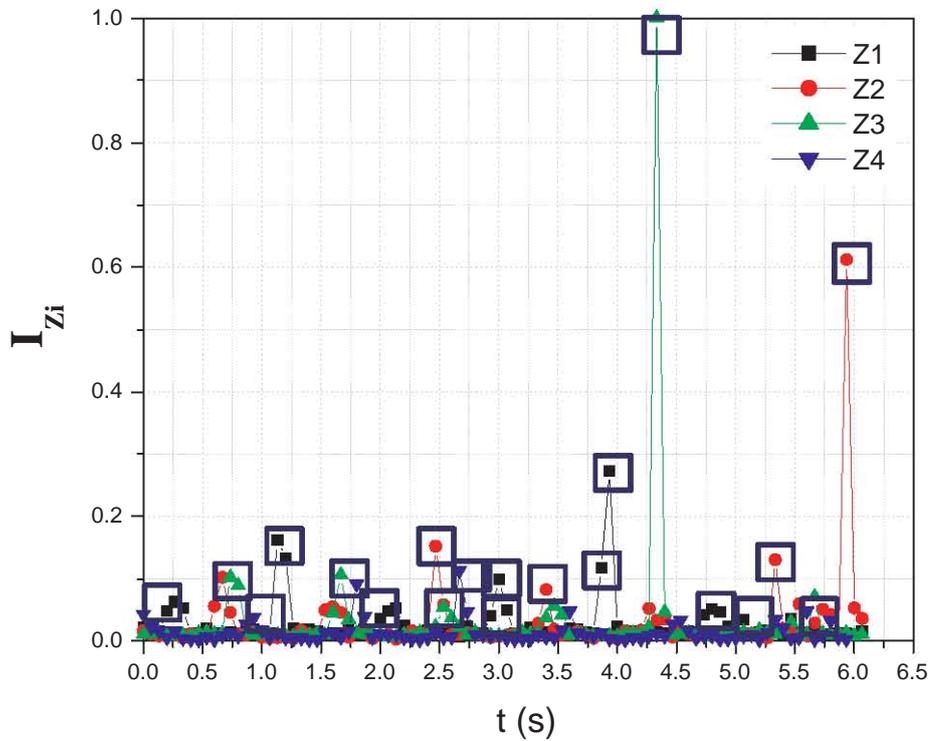


Figura 4.37: Índice de inestabilidad,  $I_{Zi}$ , como función del tiempo para  $x_{0_3} = 2.7$  mm y  $f = 7.5$  Hz ( $\Lambda = 130$  y  $Re = 6700$ ) en las cuatro alturas de visualización.

En todas las condiciones experimentales se observa, en general,

$$I_{Z1} > I_{Z2} > I_{Z3} > I_{Z4}. \quad (4.11)$$

Lo anterior significa que las inestabilidades son mayores en regiones cercanas al pistón y al alejarse del pistón éstas disminuyen como se aprecia en la Fig. 4.38 para el caso  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 160$  y  $Re = 4400$ ).

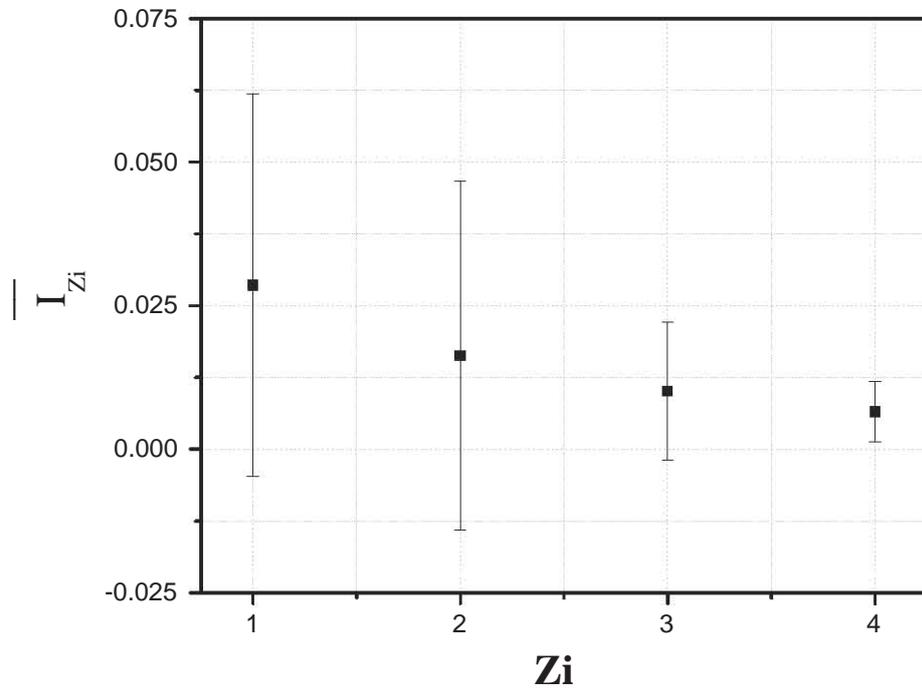


Figura 4.38:  $\bar{I}_{Z_i}$  como función de  $Z_i$  para una condición de  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $\Lambda = 160$  y  $Re = 4400$ ).

Se encontró que en general, las inestabilidades detectadas cualitativamente corresponden a valores de  $\bar{I}_{Z_i} \geq 0.025$  en toda la región de estudio,  $60 \leq \Lambda \leq 160$ ,  $650 \leq Re \leq 6700$  y  $Z_1 \leq Z_i \leq Z_4$ .

En la Fig. 4.39 se muestra  $\bar{I}_{Z_i}$  en función  $Re$  en el intervalo de  $60 < \Lambda < 160$  y para las tres amplitudes,  $x_{0_3} = 1.2$  mm,  $x_{0_3} = 1.6$  mm y  $x_{0_3} = 2.7$  mm. Se observa una tendencia no clara que  $\bar{I}_{Z_i}$  decrece al aumentar  $Re$ . Para poder determinar si esta tendencia realmente existe, las mediciones de velocidad deben hacerse en fases fijas de la oscilación.

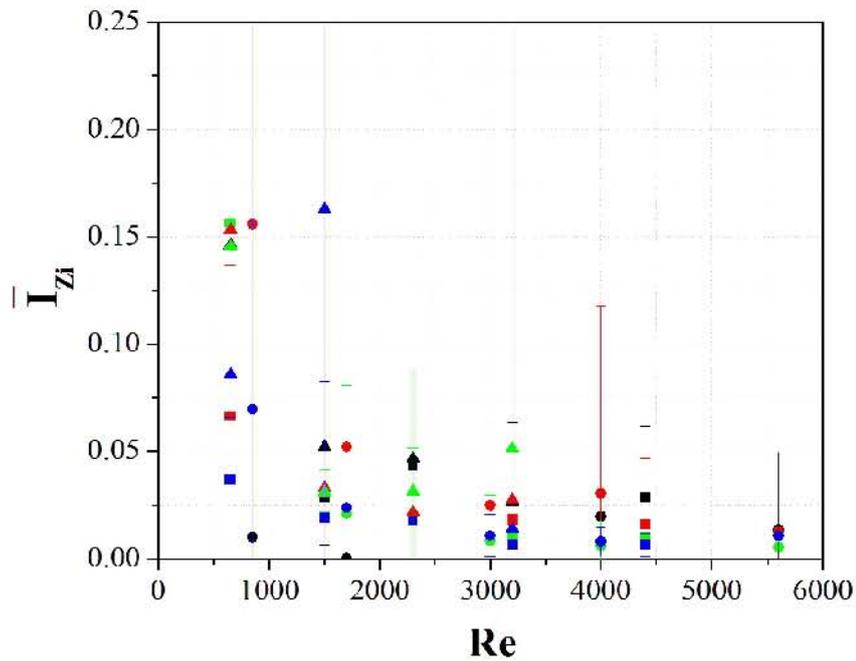


Figura 4.39:  $\bar{I}_{Z_i}$  como función de  $Re$  en un intervalo de  $60 < \Lambda < 160$ . El código aplicado es el siguiente: de color negro se indica  $Z_1$ , de rojo  $Z_2$ , verde  $Z_3$  y azul  $Z_4$ . Los cuadros corresponden a  $x_{0_3} = 1.2$  mm, los círculos a  $x_{0_3} = 1.6$  mm y los triángulos a  $x_{0_3} = 2.7$  mm.

La Fig. 4.40 presenta  $\bar{I}_{Z_i}$  como función de  $\Lambda$  en un intervalo de  $650 < Re < 6700$ . En esta gráfica se observa la misma tendencia de  $I_{Z_i}$  respecto a  $Re$ . Para poder determinar si esta tendencia realmente existe, las mediciones de velocidad deben hacerse en fases fijas de la oscilación.

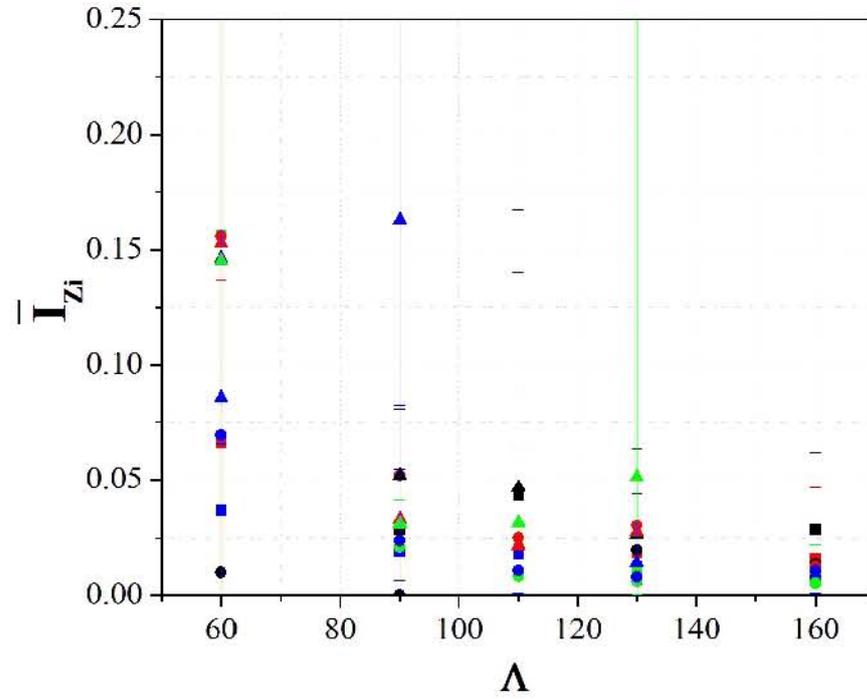


Figura 4.40:  $\bar{I}_{Z_i}$  como función de  $\Lambda$  en un intervalo de  $650 < Re < 6700$ . El código aplicado es el siguiente: de color negro se indica  $Z_1$ , de rojo  $Z_2$ , verde  $Z_3$  y azul  $Z_4$ . Los cuadros corresponden a  $x_{0_3} = 1.2$  mm, los círculos a  $x_{0_3} = 1.6$  mm y los triángulos a  $x_{0_3} = 2.7$  mm.

Adicionalmente, se contabilizaron el número de inestabilidades identificadas por ciclo,  $N_{Z_i}$ , dado por

$$N_{Z_i} = \frac{\text{Número de inestabilidades en } Z_i}{\text{Número de ciclos}}. \quad (4.12)$$

En la Fig. 4.41 se muestra  $N_{Z_i}$  en función  $Re$  en el intervalo de  $60 < \Lambda < 160$  y para las tres amplitudes,  $x_{0_3} = 1.2$  mm,  $x_{0_3} = 1.6$  mm y  $x_{0_3} = 2.7$  mm, se observa que en general  $N_{Z_i}$  decrece al aumentar  $Re$ .

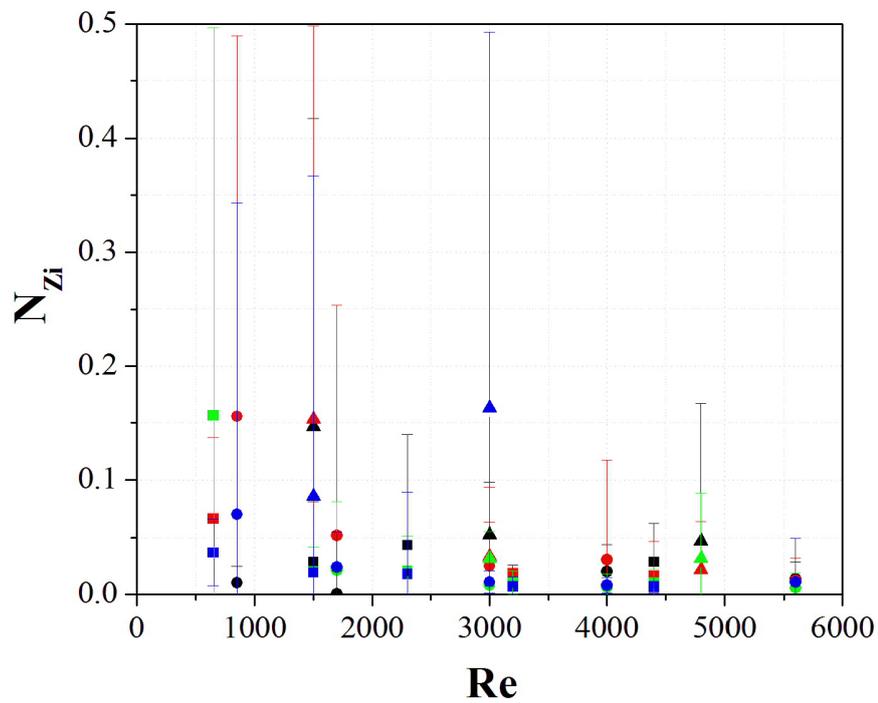


Figura 4.41:  $N_{Z_i}$  como función de  $Re$  en un intervalo de  $650 < Re < 67000$ . El código aplicado es el siguiente: de color negro se indica  $Z_1$ , de rojo  $Z_2$ , verde  $Z_3$  y azul  $Z_4$ . Los cuadros corresponden a  $x_{0_3} = 1.2$  mm, los círculos a  $x_{0_3} = 1.6$  mm y los triángulos a  $x_{0_3} = 2.7$  mm.

La Fig. 4.42 presenta  $N_{Z_i}$  como función de  $\Lambda$  en un intervalo de  $60 < \Lambda < 160$ . En general,  $N_{Z_i}$  decrece al aumentar  $\Lambda$ .

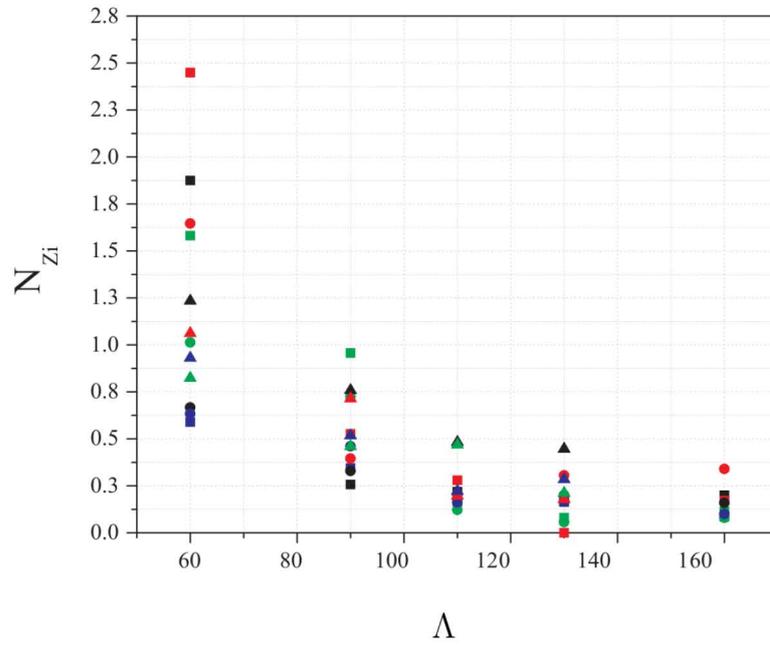


Figura 4.42:  $N_{Z_i}$  como función de  $\Lambda$  en un intervalo de  $60 < \Lambda < 160$ . El código usado es el siguiente: de color negro se indica  $Z_1$ , de rojo  $Z_2$ , verde  $Z_3$  y azul  $Z_4$ . Los cuadros corresponden a  $x_{0_3} = 1.2$  mm, los círculos a  $x_{0_3} = 1.6$  mm y los triángulos a  $x_{0_3} = 2.7$  mm.

Para una misma condición de  $x_{0_3}$  y  $f(Re, \Lambda)$ ,  $N_{Z_i}$  decrece con la distancia al pistón, es decir,

$$N_{Z_1} > N_{Z_2} > N_{Z_3} > N_{Z_4}. \quad (4.13)$$

La Fig. 4.43 se presenta un caso ejemplo de esta condición.

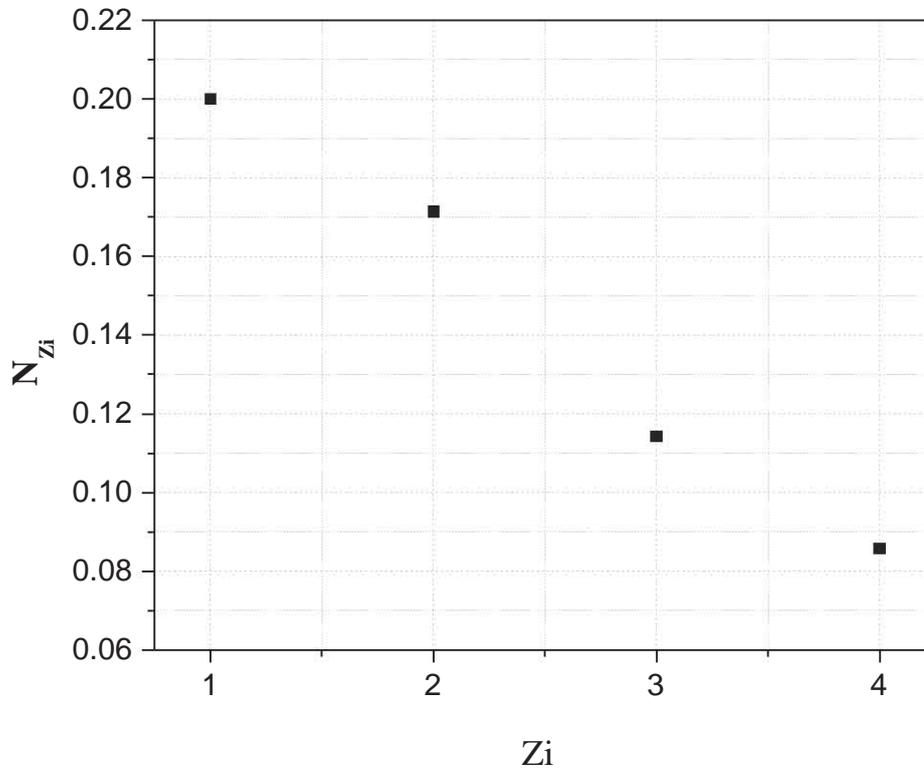


Figura 4.43:  $N_{Z_i}$  como función de  $Z_i$  para una condición de  $x_{0_3} = 1.2$  mm y  $f = 10.5$  Hz ( $160$  y  $\Lambda = 4400$ ).

#### 4.2.5. Identificación tridimensional

Una vez comparadas y analizadas las propuestas para identificar zonas tridimensionales en campos de velocidad experimentales bidimensionales, se aplicaron los tres métodos a los campos obtenidos en el sistema de estudio en la cuatro regiones de estudio,  $Z_1$ ,  $Z_2$ ,  $Z_3$  y  $Z_4$ .

Para este análisis se eligieron dos condiciones  $(Re, \Lambda)$ , una con el menor valor de  $I_{Z_i}$  y otra con el mayor valor de  $I_{Z_i}$  en todos los campos de velocidad analizados. Los valores de  $Re = 650$  y  $\Lambda = 130$  corresponde al de menor  $I_{Z_i}$  y

$Re = 3200$  y  $\Lambda = 130$  corresponde al de mayor  $I_{Zi}$ .

Para  $Z1$  los campos de velocidad y los resultados del método de divergencia y del de relación de PDFs se presentan en la Fig. 4.44.

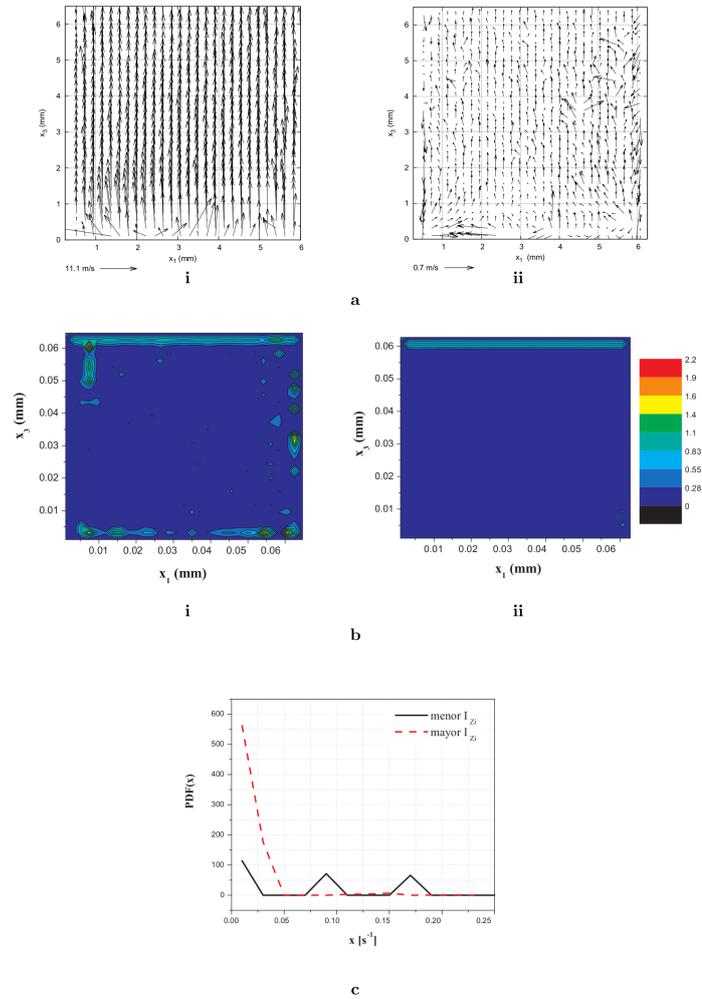


Figura 4.44: Comparación de regiones tridimensionales en dos casos correspondientes al menor  $I_{Zi} = 0.0$  (i) y mayor  $I_{Zi} = 2.7$  (ii) en  $Z1$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs.

La Fig. 4.44 presenta el análisis de tridimensionalidad en  $Z1$ . En la Fig. 4.44(a)

se presentan los campos de velocidad correspondientes al menor  $I_{Zi}$ , (i), y al mayor  $I_{Zi}$ , (ii). En la Fig. 4.44(b) presenta el método de divergencia aplicado a los planos (i) y (ii). De acuerdo a este método el plano (i) presenta una tridimensionalidad mayor que el plano (ii). En la Fig. 4.44(c) se presenta el resultado de aplicar el método de relación de PDFs, este método identifica mayor tridimensionalidad para el plano con menor  $I_{Zi}$ . El método de relación de flujos se presenta para las cuatro zonas analizadas en el Cuadro 4.3.

Los campos de velocidad y los resultados de los métodos de divergencia y de relación de PDFs para el caso  $Z2$  se presentan en la Fig. 4.45.

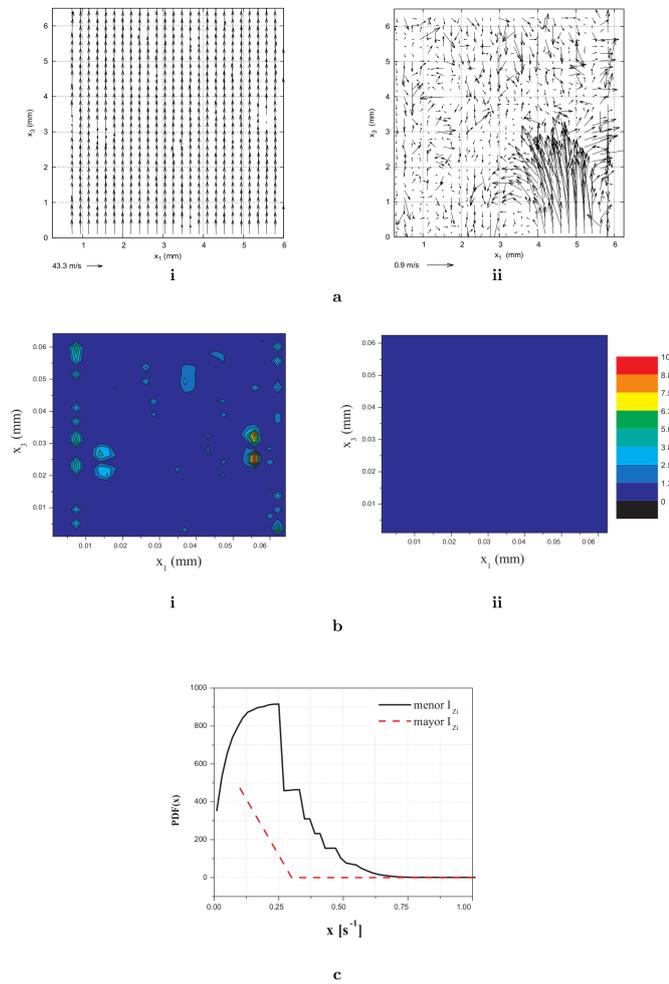


Figura 4.45: Comparación de regiones tridimensionales en los casos correspondientes al menor  $I_{Zi} = 0.0$  (i) y mayor  $I_{Zi} = 2.7$  (ii) en  $Z2$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs.

La Fig. 4.45 presenta el análisis de tridimensionalidad en  $Z2$ . La Fig. 4.45(a) presenta los campos de velocidad correspondientes al menor  $I_{Zi}$ , (i), y al mayor  $I_{Zi}$ , (ii). En la Fig. 4.45(b) muestra el método de divergencia aplicado a los planos (i) y (ii). De acuerdo a este método el plano (i) presenta una tridimensionalidad mayor que el plano (ii). En la Fig. 4.45(c) se presenta el resultado de aplicar el

método de relación de PDFs, este método identifica mayor tridimensionalidad para el plano con menor  $I_{Zi}$ .

Los campos de velocidad y los resultados de los métodos de divergencia y de relación de PDFs para el caso  $Z3$  se presentan en la Fig. 4.46.

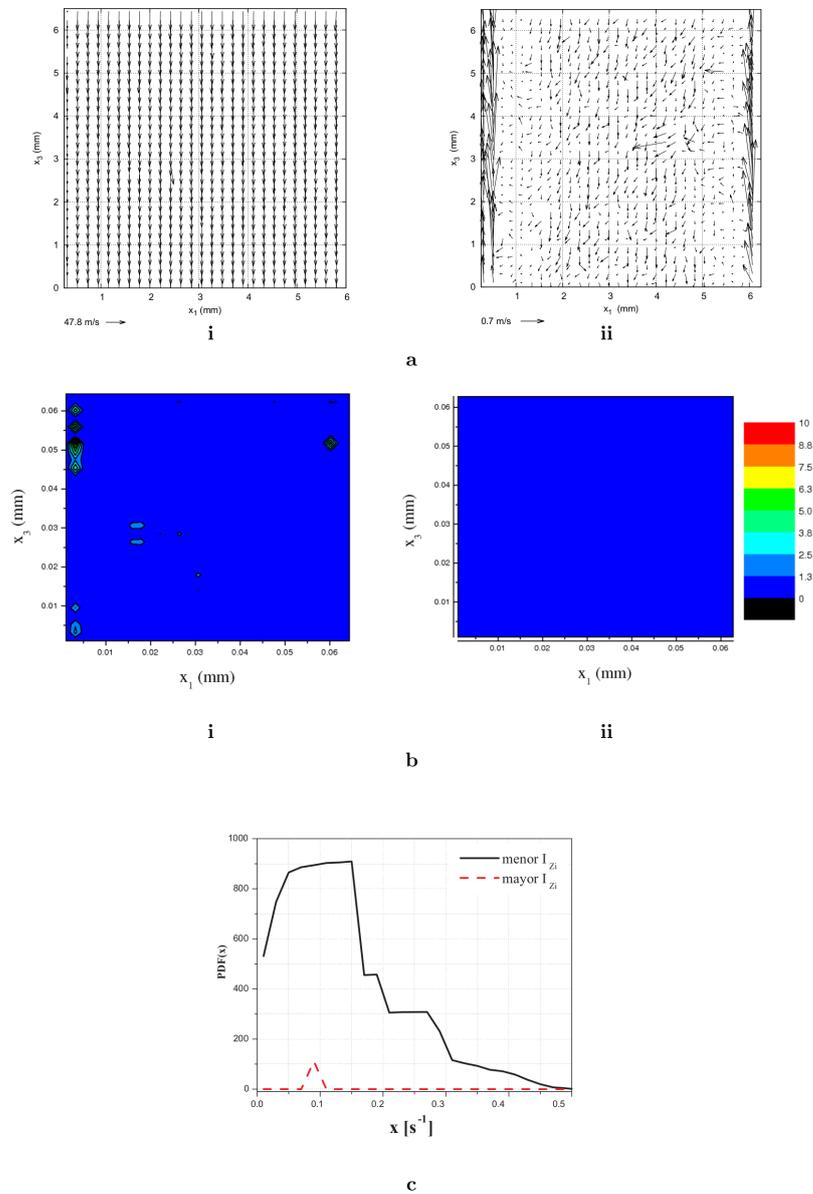


Figura 4.46: Comparación de regiones tridimensionales en los casos correspondientes al menor  $I_{Zi} = 0.0$  (i) y mayor  $I_{Zi} = 2.7$  (ii) en  $Z_3$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs en  $Z_3$ .

La Fig. 4.46 presenta el análisis de tridimensionalidad en  $Z3$ . Los campos de velocidad correspondientes al menor  $I_{Zi}$  (i) y al mayor  $I_{Zi}$  (ii) son presentados en Fig. 4.46(a). En la Fig. 4.46(b) se muestra el método de divergencia aplicado a los planos (i) y (ii). De acuerdo a este método el plano (i) presenta una tridimensionalidad mayor que el plano (ii). En la Fig. 4.46(c) se presenta el resultado de aplicar el método de relación de PDFs, este método identifica mayor tridimensionalidad para el plano con menor  $I_{Zi}$ .

Para  $Z4$  los campos de velocidad y los resultados del método de divergencia y de el relación de PDFs se presentan en la Fig. 4.47.

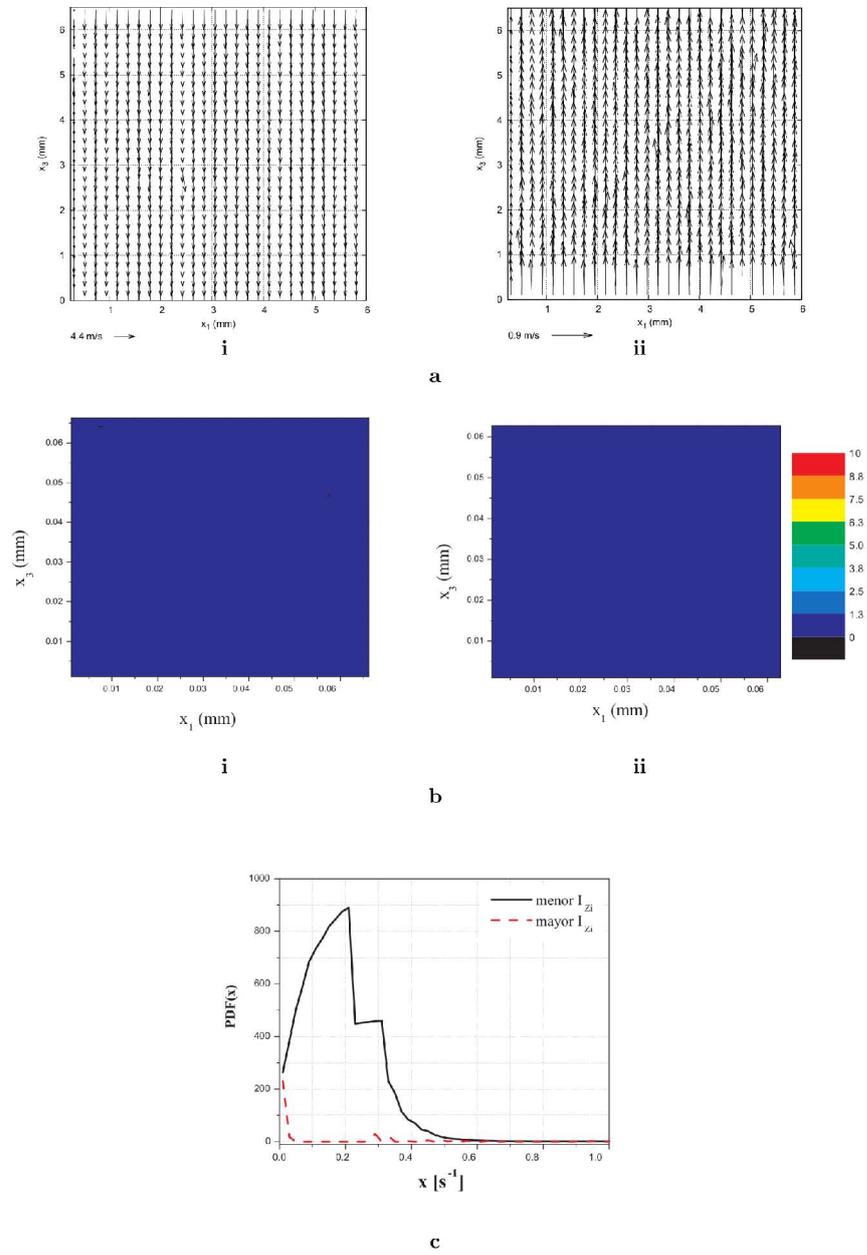


Figura 4.47: Comparación de regiones tridimensionales en los campos correspondientes al menor  $I_{Zi} = 0.0$  (i) y al mayor  $I_{Zi} = 2.7$  (ii) en  $Z4$ . (a) Velocidad en el plano, (b) mapas de divergencia y (c) relación de PDFs.

La Fig. 4.47 presenta el análisis de tridimensionalidad en  $Z4$ . Los campos de velocidad correspondientes al menor  $I_{Zi}$ , (i), y al mayor  $I_{Zi}$ , (ii) son presentados en Fig. 4.47(a). La Fig. 4.47(b) muestra el método de divergencia aplicado a los planos (i) y (ii). De acuerdo a este método el plano (i) presenta una tridimensionalidad mayor que el plano (ii). En la Fig. 4.46(b) se presenta el resultado de aplicar el método de relación de PDFs, este método identifica mayor tridimensionalidad para el planor con menor  $I_{Zi}$ .

En el cuadro 4.3 se pueden apreciar los resultados de aplicar el método de Relación de flujos a las cuatro alturas de visualización, se observa una clara tendencia en cuanto al incremento de la tridimensionalidad en las regiones más cercanas al pistón, y conforme se aleja de esta zona, la tridimensionalidad también disminuye. Se confirma también la relación de la tridimensionalidad respecto a la magnitud de las inestabilidades.

	Menor $I_{Zi}$	Mayor $I_{Zi}$
	$\varrho$	$\varrho$
Z1	3.6	78.1
Z2	3.0	60.0
Z3	1.3	60.0
Z4	0.9	2.5

Cuadro 4.3: Resultados obtenidos al aplicar el método de Relación de flujo,  $\varrho$ , en los casos de  $I_{Zi}$  menor y  $I_{Zi}$  mayor para las cuatro zonas.

Se concluye que sólo el método de relación de flujos señala que el nivel de tridimensionalidad disminuye al aumentar la distancia al pistón.



---

# Capítulo 5

## Conclusiones

---

El resultado más importante de los experimentos para comparar el comportamiento de dos diferentes fluidos (experimentos tipo A) es la diferenciación de los efectos elásticos respecto a los efectos viscosos en un intervalo de estudio de  $0.30 < \Lambda < 0.70$  y  $4 \times 10^{-3} < Re < 0.40$ . Esto se logró evidenciar cuando se analizaron los flujos oscilatorios de fluidos con viscosidad semejante y sólo se observaron estructuras en el fluido viscoelástico, en el caso del fluido newtoniano sólo se presentó comportamiento laminar.

En el fluido viscoelástico se realizó una comparación del perfil de velocidad experimental con el perfil obtenido con un modelo teórico de flujo maxwelliano, en la region laminar, obteniendo satisfactoria concordancia entre ambos resultados. Los vórtices observados muestran tres configuraciones distintas: vórtices estacionarios y simétricos, vórtices estacionarios asimétricos y vórtices no estacionarios y asimétricos.

En el fluido newtoniano se presentó flujo laminar cuyo perfil de velocidad presenta una distribución de velocidad parabólica a través de la sección del ducto con un máximo en el centro del tubo y una disminución de la velocidad en las paredes del tubo en todas las condiciones experimentadas. Al graficar el modelo teórico con las mediciones de velocidad experimentales se observa que existe buena concordancia entre ambos resultados.

En los experimentos para analizar las perturbaciones del flujo oscilatorio de un fluido newtoniano dentro de un tubo como función de la distancia al pistón

(experimentos tipo B), la velocidad del flujo presentó tres tipos de comportamiento, desde flujo laminar sin inestabilidades, flujo con inestabilidades y flujo con vórtices. Para campos de velocidad laminar sin perturbaciones, la velocidad se comparó con un modelo teórico obteniendo buena correspondencia entre ambos.

Se propuso una metodología para identificar inestabilidades de forma cualitativa y cuantitativa en la componente de velocidad vertical,  $u_3$ . En toda la región de estudio,  $60 \leq \Lambda \leq 160$ ,  $650 \leq Re \leq 6700$  y  $Z1 \leq Zi \leq Z4$ , se detectaron inestabilidades a excepción del caso  $x_{03} = 1.2$  mm y  $f = 7.5$  Hz ( $\Lambda = 130$  y  $Re = 3200$ ) en  $Z2$ . Se observa que las inestabilidades se presentan, en general cuando la componente de velocidad vertical,  $u_3$ , tiene valores muy cercanos a cero, es decir,  $u_3 \simeq 0$  tanto en la fase de aceleración como en la fase de desaceleración.

Para cada campo de velocidad se detectó cuantitativamente la existencia de inestabilidades. Se encontró que en general, en toda la región de estudio  $60 \leq \Lambda \leq 160$ ,  $650 \leq Re \leq 6700$  y  $Z1 \leq Zi \leq Z4$  las inestabilidades detectadas cualitativamente corresponden a valores  $I_{Zi} > 0.025$ . En general, se tiene que  $I_{Z1} > I_{Z2} > I_{Z3} > I_{Z4}$  indicando que las inestabilidades son más importantes en regiones cercanas al pistón y al alejarse del pistón éstas disminuyen.

Se contabilizó el número de inestabilidades por ciclo para cada experimento,  $N_{Zi}$ . Se encontró que  $N_{Zi}$  disminuye con el aumento de  $\Lambda$  y de  $Re$ . Esto se debe a que en los flujos oscilatorios, las inestabilidades se desarrollan en el momento de velocidades cercanas a cero. Para una misma condición,  $N_{Zi}$  decrece con la distancia al pistón.

Se estudió la tridimensionalidad de los campos de velocidad en dos casos, con  $I_{Zi}$  menor y con  $I_{Zi}$  mayor como función de  $Zi$ . Esto se hizo aplicando tres métodos desarrollados en esta investigación [25]: el método de la divergencia, el método de la relación de funciones de densidad de probabilidad y el método de relación de flujos. Sólo el método de relación de flujo señala que el nivel de tridimensionalidad aumenta con el aumento de  $I_{Zi}$  y que disminuye con el aumento de la distancia al pistón.

Como sugerencia para trabajo futuro, se propone realizar mediciones a distancias más alejadas del pistón, también se propone hacerlas en fase con el acelerómetro y en determinadas fases del ciclo (*phase locking*). Además se sugiere realizar experimentos de forma tal que el número de tomas por ciclo sea constante para todas las condiciones.

## Bibliografía

- [1] N. D. Ku. Blood flow in arteries. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, (29):399–434, 1997.
- [2] H. Schlichting and K. Gersten. *Boundary layer theory*. Springer, 2000.
- [3] R. L. Panton. *Incompressible flow*. Springer, 1996.
- [4] M. Hino, M. Sawamoto, and S. Takasu. Experiments on the turbulence in oscillatory pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 75(4):193–207, 1976.
- [5] R. Akhavan, R. D. Kamm, and A H. Shapiro. An investigation on transition to turbulence in bounded oscillatory stokes flows. part 1. experiments. *J. Fluid Mech.*, 225:395–422, 1991.
- [6] V. Eckmann and J. B. Grotberg. Experiments on transition to turbulence in oscillatory pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 222:329–350, 1991.
- [7] D. Das and J. H. Arakeri. Transition of unsteady velocity profiles with reverse flow. *J. Fluid Mech.*, 374:251–283, 1998.
- [8] P. Merkli and H. Thomann. Transition to turbulence in oscillating pipe flow. *J. Fluid Mech.*, 68:567–575, 1975.
- [9] T. S. Zhao and P. Cheng. Experimental studies on the onset of turbulence and frictional losses in an oscillatory turbulent pipe flow. *Int. J. Heat and Fluid Flow*, 17:356–362, 1995.
- [10] R. J. Tabaczynski, D. P. Hault, and J. C. Keck. High reynolds number flow in a moving corner. *J. Fluid Mech.*, 42, Part 2(249-255), 1970.
- [11] J. A. Cosgrove, J. M. Buick, S. J. Tongue, C. G. Munro, C. A. Greated, and D. M. Cambell. Application of the lattice boltzmann method to transition in oscillatory channer flow. *Journal of Phisics A: Mathematical and General*, 36:2609–2620, 2003.
- [12] L. Thais, G. Chapalain, and H. Samaoui. Reynolds number variation in oscillatory boundary layers. part i. purely oscillatory motion. *Coastal Engineering*, 36(111-146), 1999.

- [13] P. Costamagna, G. Vittori, and P. Blondeaux. Coherent structures in oscillatory boundary layers. *J. Fluid Mech.*, 474:1–33, 2003.
- [14] L. H. Juárez and E. Ramos. Direct numerical simulation of transition to turbulence in oscillatory channel flow. *C.R Mechanique*, 331(1):55–60, 2003.
- [15] G. Ovando, H. Juárez, G. Huelsz, and E. Ramos. Vortex formation in a cavity with oscillating walls. *Physic of fluids*, 21(024101):1–13, 2009.
- [16] L. S. Fishler and R. S. Brodkey. Transition, turbulence and oscillating flow in a pipe. a visual study. *Experiments in fluids*, 11(388-398), 1991.
- [17] M. Hino, M. Kashiwayanagi, A. Nakayama, and T. Hara. Experiments on the turbulence statistics and the structure of a reciprocating oscillatory flow. *J. Fluid Mech.*, 131:363–400, 1983.
- [18] J. R. Castrejón Pita. Estudio teórico-experimental de la dinámica de fluidos viscoelásticos en tubos. Master's thesis, Posgrado en Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México, 2003.
- [19] Dantec Measurement Technology. *Flow map Particle Image Velocimetry. Instalation and User's Guide*. Dantec Measurement Technology, 1998.
- [20] Hewlett Packard. *Using HP VEE-Engine and HP VEE-Test*. Hewlett Packard, Loveland, Colorado 80539, 1 edition, April 1991.
- [21] I. Pilatowski. *Notas del Curso de Actualización en Energía Solar. México*. Universidad Nacional Autónoma de México, 2000.
- [22] Campbell Scientific Inc. *CR10X Measurement and control sistem, Operators manual*. Campbell Scientific Inc., ov-1, 7-6, 13-12 edition, 1996.
- [23] Omega Engineering Inc. *User's guide. CC Cement. High Temperature Cement*, 2000.
- [24] P. G. Drazin and W. H. Reid. *Hydrodinamic Stability*. Cambridge University Press, 2004.
- [25] G. Hernández-Luna and G. Huelsz. Methods for the detection of three-dimensionality in velocity maps from standard piv of incompressible flows. *Experiments in Fluids*, Enviado, 2013.

- [26] H. M. Blackburn and J. M. López. The onset of three-dimensional standing and modulated travelling waves in periodically driven cavity flow. *J. Fluid Mech.*, 497:289–317, 2003.
- [27] J. E. Ruppert-Felston, O. Praud, E. Sharon, and H. L. Swinney. Extraction of coherent structures in a rotating turbulent flow experiment. *Physical Review E.*, 72(016311):1–14, 2005.
- [28] Y. Pu and H. Meng. An advanced off-axis holographic particle image velocimetry (hpiv) system. *Experiments in fluids*, 29:184–197, 2000.
- [29] L. De La Cruz and E. Ramos. 3d chaotic mixing promoted with time-dependent natural convection. *Proceedings of the Forth UNAM-Cray Supercomputing Conference: Computational Fluid Dynamics*, 2006.
- [30] A. López-Zazueta, R. Ledesma-Alonso, J. E. V. Guzman, and R. Zenit. Study of the velocity and strain fields in the flow through prosthetic heart valves. *J. Biomechanical Engineering*, 12(133), 2011.
- [31] M. G. Vargas. *Convección natural en sistemas rotatorios*. PhD thesis, División de estudios de posgrado de la Facultad de Ingeniería. Universidad Nacional Autónoma de México, 2005.



---

# Apéndices

---



---

## A. Corrección óptica

---

Los experimentos con aceite de silicón se realizaron usando el primer sistema experimental sin la cavidad exterior. Este arreglo conlleva a emplear un ajuste o corrección óptica a los campos de velocidad experimentales obtenidos bajo estas condiciones. En la Fig. 1 se muestra un esquema de la distorsión óptica debida a la ausencia de la cavidad exterior.

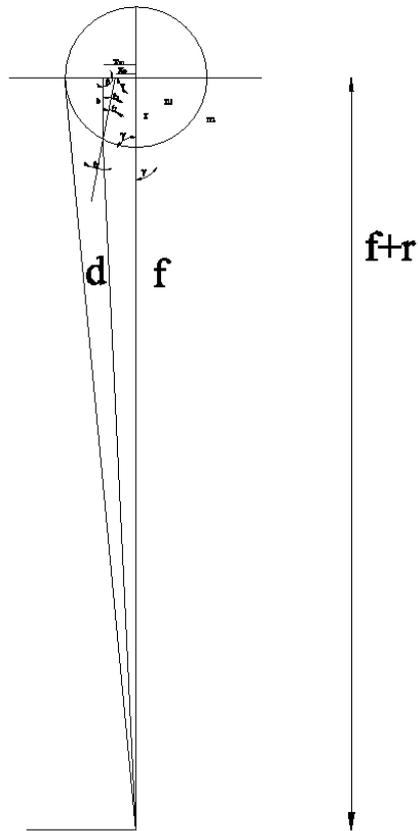


Figura 1: Esquema general de la distorsión óptica a las velocidades experimentales sin usar la cavidad exterior cuadrada.

En la Fig. 2 se observa que el medio 1 corresponde al aceite de silicón mientras que el medio 2 al aire, se consideran como índices de refracción  $n_1 = 1.33$  y  $n_2 = 1$  para el silicón y el aire, respectivamente.

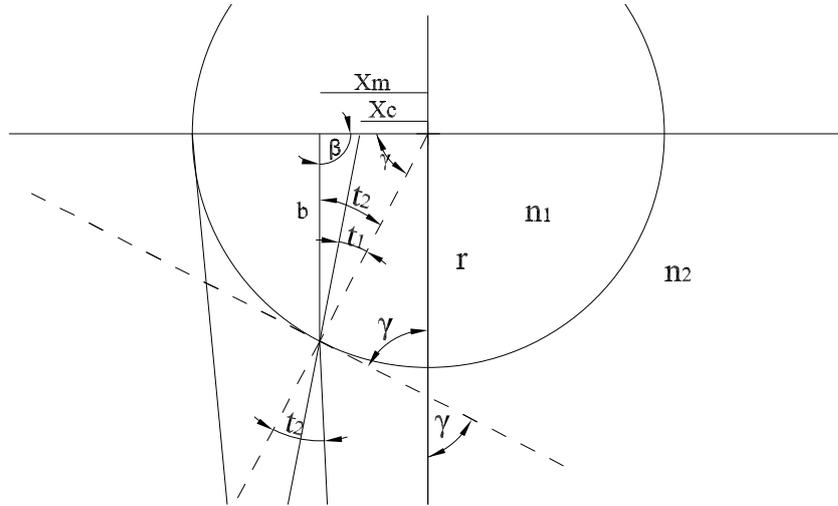


Figura 2: Acercamiento de la distorsión óptica a las velocidades experimentales sin usar la cavidad exterior cuadrada.

Para realizar el ajuste se usa la Ley de Snell:

$$n_1 \operatorname{sen} t_1 = n_2 \operatorname{sen} t_2 \quad , \quad (1)$$

así como también se emplea la suma de los ángulos internos de un triángulo es igual a  $\pi$ . Bajo esta consideración y de acuerdo a la Fig. 1 se obtiene

$$\beta = \pi - t_2 - \gamma \quad . \quad (2)$$

Haciendo uso de la Ley de los Senos se llega a

$$\frac{x_c}{\operatorname{sen} t_1} = \frac{r}{\operatorname{sen} \beta} \quad . \quad (3)$$

Para conocer  $t_1$ , ésta se despeja de la Ley de Snell, obteniéndose

$$t_1 = \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left[ \frac{n_2 \operatorname{sen} t_2}{n_1} \right] \quad . \quad (4)$$

Despejando  $x_c$  de Ec. 3 y sustituyendo  $t_1$  de la Ec. 4

$$x_c = \frac{n_2 r \operatorname{csc} \left[ \gamma + \operatorname{arc} \operatorname{sen} \left( \frac{n_2 \operatorname{sen} t_2}{n_1} \right) \right] \operatorname{sen} t_2}{n_1} \quad . \quad (5)$$

Tomando en cuenta la Ley de los Senos para el triángulo cuyos ángulos interiores son  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $t_2$  de la Fig. 1, se obtiene

$$b = x_m \csc t_2 \operatorname{sen} \gamma. \quad (6)$$

Por otro lado, considerando la distancia focal desde la cámara hasta el plano de velocidad medido experimentalmente se tiene

$$x_m^2 + (r + f)^2 = (d + b)^2, \quad (7)$$

despejando  $d$  por anterior, se llega a

$$d = \sqrt{f^2 + 2rf + r^2 + x_m^2} - r \cos t_2 - \sqrt{-r^2 + x_m^2 + r^2 \cos^2 t_2}. \quad (8)$$

Retomando Ec. 2, despejando  $t_2$ , se obtiene

$$t_2 = \pi - \beta - \gamma \quad (9)$$

y considerando que

$$\tan \beta = \frac{r + f}{x_m} \quad (10)$$

despejando  $\beta$  y sustituyendola en Ec. 9 se llega a

$$t_{2a} = \pi - \arctan \left[ \frac{r + f}{x_m} \right] - \gamma. \quad (11)$$

Haciendo uso nuevamente de la Ley de los Senos,

$$\frac{b}{\operatorname{sen} \gamma} = \frac{r}{\operatorname{sen} \beta}, \quad (12)$$

dentro de Ec. 12 se sustituye  $b$  de la Ec. 6 y despejando  $t_2$ , se obtiene

$$t_{2b} = \left[ \frac{(r - x_m \cos \gamma) \csc \gamma}{x_m} \right]. \quad (13)$$

Considerando que el radio  $r = 3$  cm y la distancia de la cámara hasta el plano de luz es  $f = 60$  cm. Este modelo se aplicó a los resultados experimentales y fue resuelto usando Mathematica.

---

**B. Artículo: Methods for the  
detection of three-dimensionality  
in velocity maps from standard  
PIV of incompressible flows**

---



# Methods for the detection of three-dimensionality in velocity maps from standard PIV of incompressible flows

G. Hernández-Luna, G. Huelsz

*Instituto de Energías Renovables  
Universidad Nacional Autónoma de México,  
Ap. P. 34  
62580, Temixco Morelos, México  
ghl@ier.unam.mx*

---

## Abstract

Three methods, the velocity divergence map; the ratio of the probability distribution function, and the flow ratio, are used to assess the level of three-dimensionality in planar velocity maps. These methods are based on the continuity equation of incompressible flows. The results of this methods applied to three different flows show that the three methods are consistent and can be used separately or as complementarily to study the three-dimensionality of any planar velocity map obtained from standard particle image velocimetry.

*Keywords:* PIV, velocity components

---

## 1. Introduction

Although stereoscopic particle image velocimetry (SPIV), which gives on a plane the three velocity components of a flow, is more and more used, standard particle image velocimetry (PIV), which only gives two velocity components on a plane is still the most employed due to its lower price, easier operation, and grater experimental flexibility. For PIV users it is important to have a method to compare velocity maps in terms of their degree of three-dimensionality.

Some methods to study the dimensionality of a flow from PIV maps are discussed in what follows. It is important to distinguish the concepts of flow

dimensionality and the number of components of a flow. A flow with velocity  $\mathbf{u}$  is considered  $n$ -dimensional if  $\partial_i \mathbf{u} \neq 0$  for  $i = 1, \dots, n$  and  $N$ -component if  $u_i \neq 0$  for  $i = 1, \dots, N$  [1].

Some authors [2] [3] [4] have used the velocity divergence maps to compare flow planes in terms of their three-dimensionality or to evaluate the presence of  
15 three-dimensional regions within a plane itself.

Ruppert-Felsot *et al.* [5] have proposed a method to classify velocity maps obtained by PIV in the same experiment in terms of their degree of three-dimensionality. They used the ratio of probability distribution function (PDF) of the velocity divergence and the PDF of the vorticity, and state that the flow plane with higher values of the ratio of the PDFs for the higher values of the divergence and vorticity indicates a higher three-dimensionality. Since the ratio of PDFs is a global measure for a velocity map, this method can not detect three-dimensional regions within the velocity map itself.

These two methods are based on the continuity equation for incompressible flows. It is interesting to note that this equation has been used to calculate the third component of the velocity by measuring multiple parallel vector maps obtained from PIV. The out-of-plane component of velocity is obtained by integrating the continuity equation [6] [7]. This method, however, it is not possible to use in systems with cylindrical symmetry.

In this work a new method to classified velocity maps obtained by PIV in  
30 terms of its degree of three-dimensionality is presented. This method, named flow ratio, is also based on the continuity equation for incompressible flows. This method has the advantage to give a quantitative measure of the three-dimensionality. The velocity divergence map; the ratio of PDFs and the flow ratio methods are also applied to three flows to analyze their usefulness.

## 2. Continuity equation for incompressible flows

The continuity equation or mass conservation equation for an incompressible 2D flow states that the divergence of the velocity is zero [8].

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0. \quad (1)$$

Thus,

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right] = 0, \quad (2)$$

where  $x_1, x_2$  is the set of orthogonal coordinates and in cartesian coordinates  $x_1 = x, x_2 = y$ .

Considering that the two component velocity maps are taken in the  $x_1 - x_3$  plane of one of this sets of coordinates, it is useful to express equation 2 in terms of the velocity divergence of the two component velocity map  $(\nabla \cdot \mathbf{u})_2$ ,

$$(\nabla \cdot \mathbf{u})_2 = -\frac{\partial u_2}{\partial x_2} = 0, \quad (3)$$

45 where

$$(\nabla \cdot \mathbf{u})_2 = \left[ \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \right] = 0, \quad (4)$$

In a two dimensional flow in the  $x_1 - x_3$  plane,  $\partial_2 \mathbf{u} = 0$ , thus  $(\nabla \cdot \mathbf{u})_2 = 0$ . Last equation represents the mass conservation equation for an incompressible two dimensional flow. Thus, the flow can be either bi-dimensional or three-dimensional as

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \begin{cases} = 0 & \longrightarrow \text{Bi-dimensional flow} \\ \neq 0 & \longrightarrow \text{Three-dimensional flow} \end{cases} \quad (5)$$

It is important to note that  $(\nabla \cdot \mathbf{u})$  can be zero with  $u_2 \neq 0$ . Thus, a bicomponent flow with  $u_2 = 0$  in all the volume, implies that the flow is bidimensional with  $(\nabla \cdot \mathbf{u})$ , but not the contrary.

### 3. Methods

#### 3.1. Velocity divergence map method

As it has been pointed in the Introduction section, the velocity divergence map is a common method that qualitatively identify the three-dimensional regions in a flow plane from PIV measurements. This method can also be used to qualitatively compare flow planes.

### 3.2. Ratio of the PDFs method

60 The ratio of the PDFs method was presented by [5] to qualitatively compare the three-dimensionality of two flow planes. The ratio of PDFs is given by

$$R = \frac{PDF(\nabla \cdot \mathbf{u})_2}{PDF(\nabla \times \mathbf{u})_2}. \quad (6)$$

where  $PDF((\nabla \cdot \mathbf{u})_2)$  is the probability density function (PDF) of the velocity divergence in the plane  $(\nabla \cdot \mathbf{u})_2$  and  $PDF(\nabla \times \mathbf{u})_2$  is the vorticity PDF in the plane.

The flow plane with higher  $R$  value for the higher values of the divergence and vorticity indicates a higher three-dimensionality.

It is important to be careful when selecting the size of the box for counting the PDF of the divergence and the PDF of the vorticity. If the size of the box is too small, many boxes will have zero values, if it is too big, information can be lost.

### 3.3. Flow ratio method

The flow ratio method compares the net flux entering the plane  $\Delta Q$  respect to the total flux passing over the plane  $Q$

$$\eta = \frac{\Delta Q}{Q}, \quad (7)$$

where the flux entering to the plane is given by

$$\Delta Q = \langle (\nabla \cdot \mathbf{u})_2 \rangle \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3. \quad (8)$$

75 The symbol  $\langle \rangle$  represents the spatial average on the plane. The total flux passing over the plane is estimated using a characteristic velocity  $U$  and a characteristic area  $A$ . Thus the total flux passing through the plane,  $Q$ , is given by

$$Q = UA. \quad (9)$$

To evaluate the usefulness of the presented methods, they are applied to two planar velocity maps from each one of three different flows. Although, for the

applicability of the three methods, only the velocity components in the plane are needed, as in the standard PIV, for a complementary analysis, in the studied flows, the out-of-plane velocity component is known. For the analyzed cases the characteristics velocity  $U$  and area  $A$  for the flow ratio method are taken as the mean speed on the plane and  $\Delta x_2(\Delta x_1 + \Delta x_3)/2$ , respectively.

#### 4. Study cases

The first analyzed flow is obtained from a numerical study and the other two from experimental studies, that are describe in the following.

##### 4.1. Convection in a cavity

90 The first analyzed flow is obtained from a numerical study of the convection in a cubic cavity, of edge length  $L$ , where a vertical wall is at constant warm temperature ( $T_w$ ) and its opposite wall is at constant cold temperature ( $T_c$ ), meanwhile the other walls are adiabatic [9]. The finite volume technique and integration SIMPLEC strategy were used to solve the equations. A sketch of the cavity is presented in Fig. 1

For the convection in a cavity case, the two planes to be analyzed are the vertical plane near a wall at  $x_2 = 0.04L$  from the wall and the other is the symmetry vertical plane of the cavity at  $x_2 = 0.50L$ .

##### 4.2. Experimental biological valve

105 The second flow is obtained form experimental research on a biological heart valve from bovine. Experiments were performed using a flow circuit based on the Windkessel model which emulates the basic dynamic characteristics of the human circulatory system. A pulsatile pump was connected, through a check-valve, to a laminarization chamber at the inlet of the valve support. The valve has an internal diameter,  $d_i = 3.0$  cm. Flow velocity vertical maps down-stream the valve were obtained with phase-locked stereoscopic particle image velocimetry technique (SPIV) at the moment of highest velocity. The valve and vertical

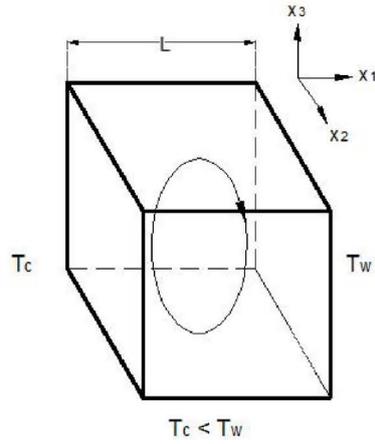


Figure 1: Sketch of the convection in a cubic cavity [9](#)

planes are shown in Fig. [2](#) [10](#).

The vertical planes to be analyzed are at the valve exit,  $x_2 = 0$ , and the other at a distance  $x_2 = d_i/2$  from the valve exit.

#### 4.3. Experimental mechanical valve

The third flow is obtained down-stream a mechanical heart valve using the same experimental set-up and technique as the used for the biological heart valve [10](#). This mechanical valve has a internal diameter  $d_i = 2.4$  cm. The two analyzed planes are vertical and are located at a distance  $x_2 = d_i/2$  from the valve exit and the other at  $x_2 = 2d_i$  from the valve exit.

## 5. Results

The results obtained from the two planes of each one of the flows applying 120 the three methods are presented in this section. The the velocity components

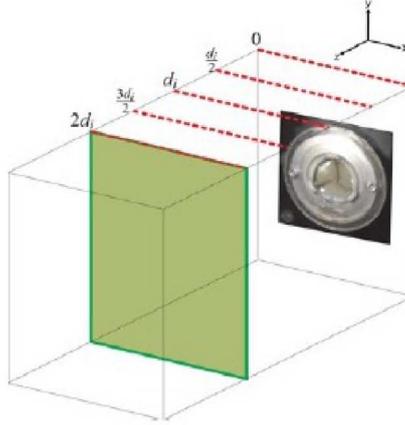


Figure 2: Flow measurement velocity positions of the experimental valves [10].

on the plane,  $u_1$  and  $u_3$ , and the out of plane component,  $u_2$ , for both planes, are also presented.

### 5.1. Convection in a cavity

The results of the convection in a cavity case are next presented. Fig. 3(c) shows the divergence map, (d) the PDFs ratio results, for (i) the near-wall plane, at  $x_2 = 0.04L$ , and (ii) the central plane, at  $x_2 = 0.50L$ . As a reference, (a) presents the velocity components on the plane,  $u_1$  and  $u_3$ , and (b) shows the out-of-plane velocity component,  $u_2$ .

As can be observed in Fig. 3(a), for both planes, the flow forms a vortex with an elongated core. The near-wall plane presents lower on-plane velocity than the central plane.

The out-of-plane velocity component,  $u_2$ , (Fig. 3(b)), is zero or positive in both planes. The plane near the wall, has regions near the corners with higher values of  $u_2$ . This component is almost zero for all the central plane.

135

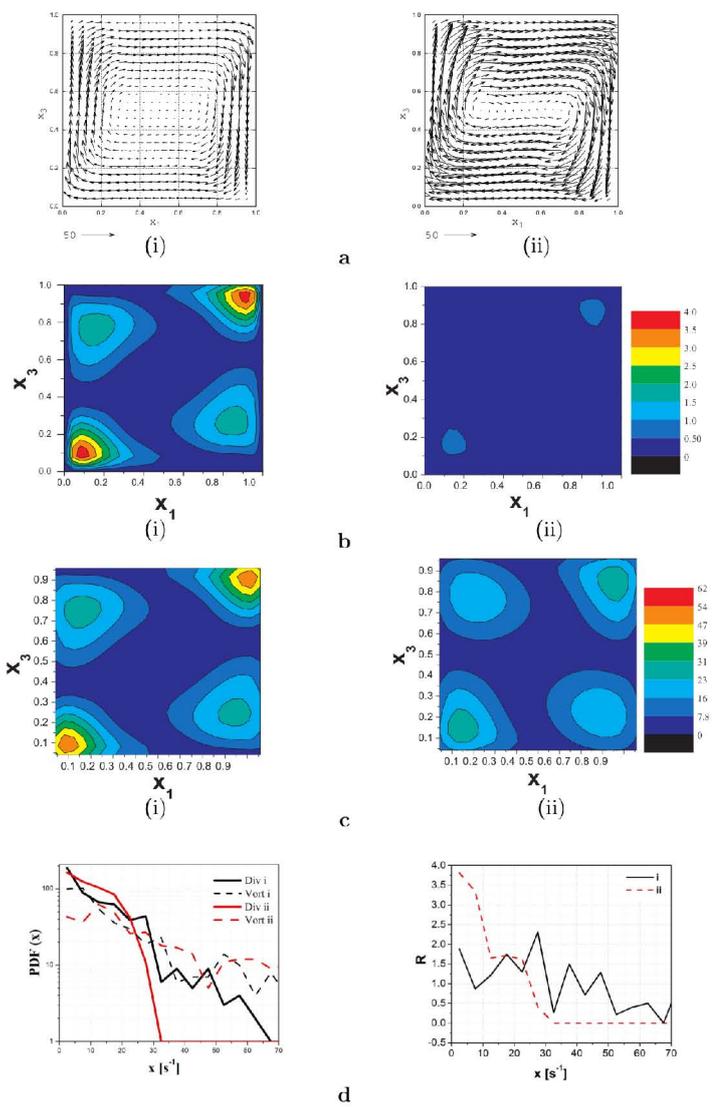


Figure 3: Convection in a cavity results. (a) On-plane velocity, (b) Out-of-plane velocity component, and (c) Divergence map for (i) near-wall plane and (ii) central plane. The PDF of the magnitude of vorticity and divergence for the two analyzed planes are presented at the left side of (d) and at the right side the PDFs ratio,  $R$ .

For both planes, the on-plane-velocity is higher than the out-of-plane velocity component, the maximum velocity on the plane is about 10 times the maximum of the out-of-plane velocity for the near-wall plane, and about 120 time for the central plane.

As can be observed in Fig. 3(c) the velocity divergence map method identifies three-dimensional regions in the four corners of both planes, clearly the three-dimensionality is higher in the near-wall plane, specially, at the bottom-left and upper-right corners.

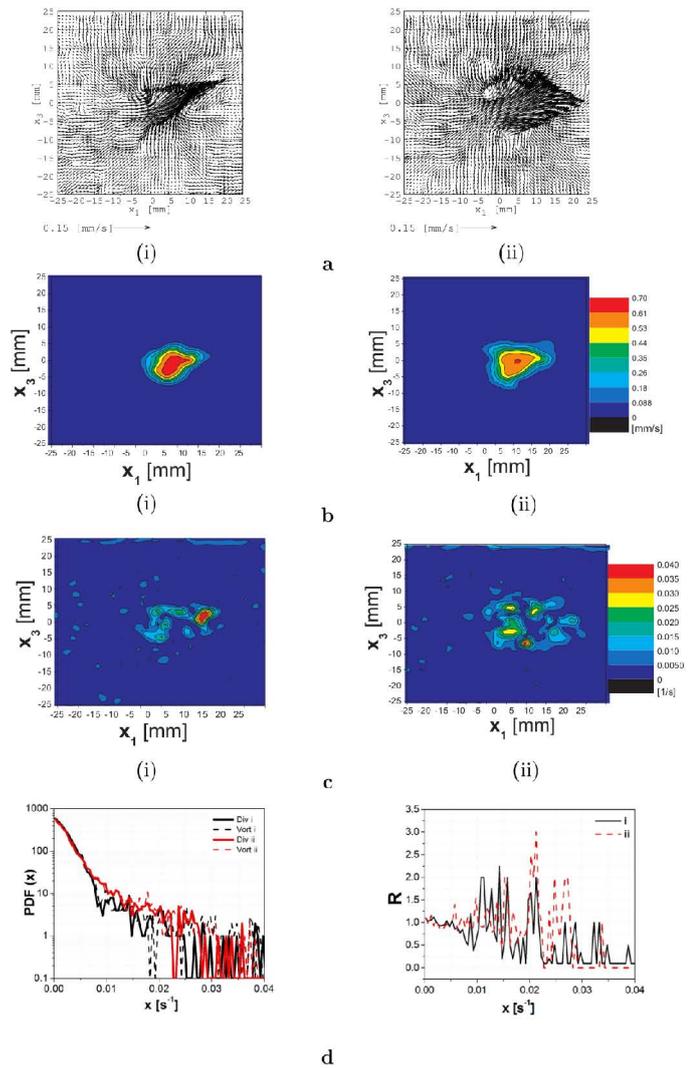
Fig. 3(i) compares the magnitude of the divergence and vorticity of the flow at two different positions. For the vary lowest values the divergence, the flow in the central plane is higher than the near-wall plane, as the values increase, the behavior is inverted until it returns again as the very beging observed with the vorticity of almost all the studied region of both planes.

The Fig. 3(d) presents at the left side the results of the PDFs of the di-  
 150 vergence and vorticity and at the right side the PDFs ratio,  $R$ , for the two analyzed planes. For the higher values of  $x$ , the near-wall plane (i) presents the higher values of the divergence PDF, while for the vorticity PDF near-wall plane (i) has slightly lower values. As expected, the ratio of the PDFs,  $R$ , is higher for the near-wall plane (i) for the higher values of  $x$ , indicating a higher three-dimensionality with respect to the central plane (ii).

The flow ratio method gives a value of  $\eta = 4.1\%$  for the near-wall plane and a value of  $\eta = 1.4\%$  for the central plane, indicating that the near-wall plane is 2.9 times more three-dimensional than the central plane.

## 5.2. Biological valve

The results of the second flow obtained from the experimental biological heart valve case are next presented. Fig. 4(c) shows the divergence maps, (d) the results of the ratio of the PDFs method, for (i) the valve exit plane and (ii) plane at  $d_i/2$  from the valve exit. As a reference, (a) presents the velocity components  $u_1$  and  $u_3$  mean while (b) shows the out of plane velocity  
 165 component.



10

Figure 4: Results of the set-up flow obtained from experimental biological heart valve case. (a) On-plane velocity, (b) Out-of-plane velocity component, (c) Divergence map for (i) the valve exit plane and (ii) the plane at  $d_i/2$  from the valve exit. The PDF of the magnitude of vorticity and divergence for the two analyzed planes are presented on the left side of (d) and at the right side the PDFs ratio,  $R$  is presented.

As can be observed in Fig. 4(a), for both planes the greatest on-plane velocities are in the central region, lightly shifted to the right. This area is broader in the  $x_2 = d_i/2$  plane, (ii), than in the valve exit plane,  $x_2 = 0$ , (i).

The out-of-plane velocity component,  $u_2$ , (Fig. 4(b)) is zero or positive in the two cases. In both planes, the flow is confined almost at the central region, lightly shifted to the right. The flow at the valve exit plane has higher values of the on-plane velocity than the plane at  $x_2 = d_i/2$ , but in a lightly smaller area.

For both planes, the out-of-plane velocity component presents higher values than the on-plane velocity, the maximum of the out-of-plane velocity component is about 5 times the maximum of the on-plane velocity.

As can be observed in Fig. 4(c) the velocity divergence map method identifies three-dimensional areas, in both planes, at the central region also lightly shifted to the right. In contrast to the  $u_2$  maps, these regions are fragmented. It is difficult to assess which plane is more three-dimensional, because, although the valve exit plane has values of the velocity divergence higher than the plane at  $x_2 = d_i/2$ , this last plane has a bigger area of velocity divergence different from zero.

The Fig. 4(d) presents at the left side the results of the PDFs of the divergence and vorticity and at the right side the PDFs ratio,  $R$ , for the two analyzed planes. For the higher values of  $x$ , the valve exit plane (i) presents the higher values of the divergence PDF and for the vorticity PDF. The ratio of the PDFs,  $R$ , is higher for the valve exit plane (i) for the higher values of  $x$ , indicating a higher three-dimensionality with respect to the plane at  $x_2 = d_i/2$  from valve exit (ii).

The flow ratio method gives a value of  $\eta = 19.0\%$  for the valve exit plane and a value of  $\eta = 17.8\%$  for the plane at  $x_2 = d_i/2$ , indicating that the valve exit plane is 1.1 times more three-dimensional than the central plane.

### 5.3. Mechanical valve

The results of the third flow obtained from the experimental mechanical heart valve case are next presented. Fig. 5(c) shows the divergence maps, (d)

the results of the ratio of the PDFs method, for **(i)** the plane at  $x_2 = d_i/2$  from the valve exit and **(ii)** for the plane at  $x_2 = 2d_i$  from the valve exit. As a reference, **(a)** presents the on-plane velocity mean while **(b)** shows the out-of-plane velocity component.

Fig. **5(a)**, shows that the on-plane velocity on the  $x_2 = d_i/2$  plane is much higher than that of the  $x_2 = 2d_i$  plane, and has not structure.

As can be observed in the Fig. **5(b)**, the out-of-plane velocity component  $u_2$  is zero or positive in both planes. In the  $x_2 = d_i/2$  plane, the flow presents regions with high values of  $u_2$  almost in the center of the plane but the higher values are lightly shift to the left; this component is almost zero for all the  $x_2 = 2d_i$  plane.

For both planes, the out-of-plane velocity component presents higher values than the on-plane velocity. For the  $x_2 = d_i/2$  plane the maximum out-of-plane velocity component is about 5 times the maximum on-plane velocity, while for  
 210 the  $x_2 = 2d_i$  plane this quantity is about 2.

As can be observed in Fig. **5(c)** the velocity divergence map method identifies three-dimensional scattered region in almost all the plane at  $x_2 = d_i/2$  from valve exit, mean while there are not three-dimensional regions in the plane at  $x_2 = 2d_i$  from the valve exit.

The Fig. **5(d)** presents at the left side the results of the PDFs of the divergence and vorticity and at the right side the PDFs ratio,  $R$ , for the two analyzed planes. For the higher values of  $x$ , the plane at  $x_2 = d_i/2$  (i) from valve exit presents the higher values of the divergence PDF and for the vorticity PDF. As expected, for the higher values of  $x$ , the ratio of the PDFs,  $R$ , is higher for the plane at  $x_2 = d_i/2$  from valve exit (i), indicating a higher three-dimensionality with respect to the plane at  $x_2 = 2d_i$  from valve exit (ii).

The flow ratio method gives a value of  $\eta = 17.6\%$  for the plane at  $x_2 = d_i/2$  from valve exit and a value of  $\eta = 11.8\%$  for the other plane, indicating that  
 225 the plane at  $x_2 = d_i/2$  from valve exit is 1.5 times more three-dimensional than plane located at  $x_2 = 2d_i$  from the exit.

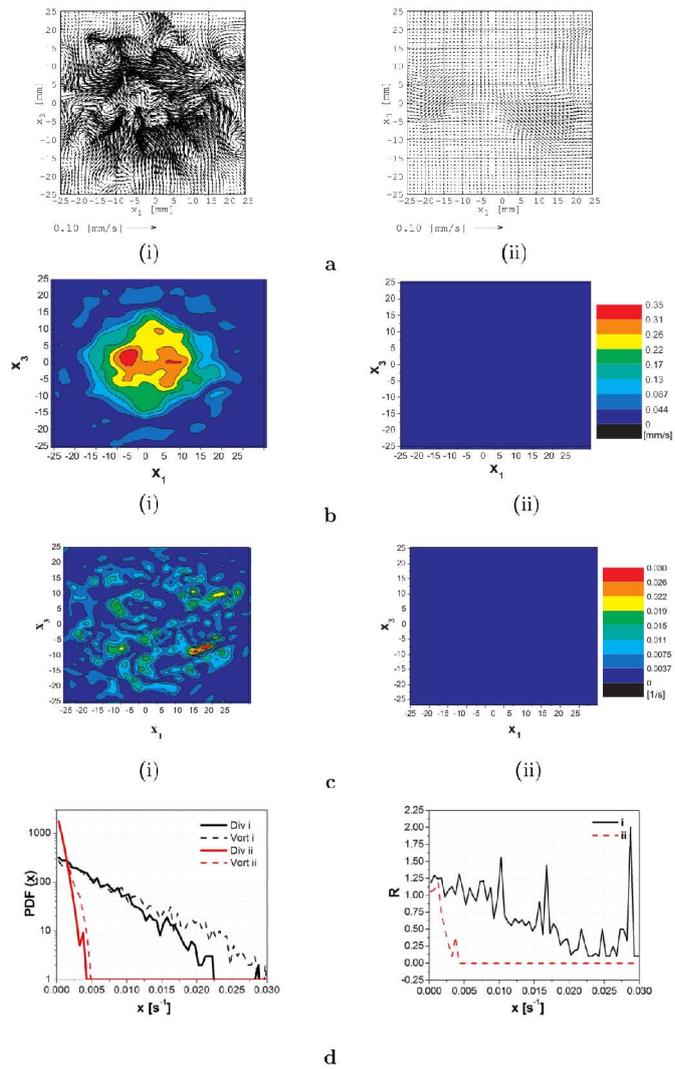


Figure 5: Results of the second flow obtained from experimental mechanical heart valve case. (a) On-plane velocity, (b) Out-of-plane velocity component, (c) Divergence map for (i) the plane at  $x_2 = d_i/2$  from the valve exit and (ii) for the plane at  $x_2 = 2d_i$  from the valve exit. The PDF of the magnitude of vorticity and divergence for the two analyzed planes are presented on the left side of (d) and at the right side the PDFs ratio,  $R$  is presented.

## 6. Discussion and conclusions

In the present study, three methods to assess the level of three-dimensionality from two-dimensional velocity maps, based on the continuity equation for incompressible flows are analyzed in three different flows. These methods are: the divergence map; the ratio of the PDFs; and the flow ratio.

The only method that allows the qualitative identification of three-dimensional regions within a plane itself is the divergence method. This method and the ratio of the PDFs method allow the qualitative comparison of the level of three-dimensionality of planes. The flow ratio method is the only one that gives a quantitative comparison between planes.

Experimental velocity data obtained from PIV or SPIV are not free of noise, thus, the divergence map method is not free of errors. The ratio of the PDFs and the flow ratio methods use a value to normalize the divergence. In the ratio of the PDFs, the PDF of the divergence is divided by the PDF of the vorticity, and in the flow ratio, the divergence, expressed as the flux entering to the plane, is normalized with the total flux passing through the plane. These procedures reduce the effect of noise.

The results obtained from these three methods are consistent in the three analyzed flows. These methods can be used as complementarily to study the three-dimensionality of any flow. These methods are easily implementable.

Even congruent results obtained in the three different flows when three methods were employed to compare velocity maps in terms of their degree of three-dimensionality, there is an important fact that must be mentioned. When the PIV technique is used, it is common to consider the main velocity component as one component in the study map, as the case of the convection in cavity. Under this condition, the results obtained when the flow ratio method is applied, are more evident, meaning the ratio of  $\eta$  of the maps analyzed is higher than the ones obtained in the case of the biological and mechanical valves. In this flows the main velocity component is the out-of-plane.

The authors wish to thank Luis Miguel de la Cruz and Roberto Zenit for

the velocity data from the cavity and valves used in this paper.

### References

- [1] L. J. Blackburn H M, The onset of three-dimensional standing and modulated travelling waves in a periodically driven cavity flow., *J Fluid Mech* 497 (2003) 289–317.
- [2] M. H.-E. Fritz H M, Hager W H, Landslide generated impulse wave. hydrodynamic impact craters, *Experiments in Fluids* 35-6 (2003) 520–32.
- [3] B. R. C. G. Moreau J, Boree J, Destabilisation of a compressed vortex by a round jet., *Experiments in Fluids* 37-6 (2004) 856–71.
- [4] H. G.-H. G. d. R. J. A. O. J. Torralba M, Castrejón-Pita A A, Instabilities in the oscillatory flow of a complex fluid., *Physical Review E* 75-056307 (2007) 1–9.
- [5] S. E.-S. H. L. Ruppert-Felsot J E, Praud O, Extraction of coherent structures in a rotating turbulent flow experiment., *Phys Rev E* 72-016311 (2005) 1–14.
- [6] B. C, Digital-particle-image-velocimetry (dpiv) in a scanning light-sheet: 3-d starting flow around a short cylinder., *Exp. Fluids* 19 (1995) 255–263.
- [7] S. J. M. M, Turbulent flow around a surface-mounted obstacle using 2d-3c dpiv, *Exp Fluids* 33 (2002) 854–862.
- [8] C. I. G, *Fundamental Mechanics of Fluids*, Vol. 13, McGraw-Hill, Inc., USA, 1993.
- [9] D. la Cruz S L M, *Cómputo paralelo en la solución numérica de las ecuaciones de balance en flujo turbulento*. philosophy doctor (2005).
- [10] G. J. E. V. Z. R. López-Zazueta A, Ledesma-Alonso R, Study of the velocity and strain fields in the flow through prosthetic heart valves., *Journal of Biomechanical Engineering* 133-121003 (2011) 1–10.



---

**C. Artículo: Instabilities in the  
oscillatory flow of a complex fluid**

---



## Instabilities in the oscillatory flow of a complex fluid

M. Torralba,<sup>1</sup> A. A. Castrejón-Pita,<sup>2,\*</sup> G. Hernández,<sup>2</sup> G. Huelsz,<sup>2</sup> J. A. del Río,<sup>2</sup> and J. Ortín<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Departament ECM, Facultat de Física, Universitat de Barcelona, Avenida Diagonal 647, E-08028 Barcelona, Catalonia, Spain

<sup>2</sup>Centro de Investigación en Energía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 34, 62580 Temixco (Morelos), Mexico

(Received 10 January 2007; published 17 May 2007)

The dynamics of a fluid in a vertical tube, subjected to an oscillatory pressure gradient, is studied experimentally for both a Newtonian and a viscoelastic shear-thinning fluid. Particle image velocimetry is used to determine the two-dimensional velocity fields in the vertical plane of the tube axis, in a range of driving amplitudes from 0.8 to 2.5 mm and of driving frequencies from 2.0 to 11.5 Hz. The Newtonian fluid exhibits a laminar flow regime, independent of the axial position, in the whole range of drivings. For the complex fluid, instead, the parallel shear flow regime exhibited at low amplitudes [Torralba *et al.*, Phys. Rev. E **72**, 016308 (2005)] becomes unstable at higher drivings against the formation of symmetric vortices, equally spaced along the tube. At even higher drivings the vortex structure itself becomes unstable, and complex nonsymmetric structures develop. Given that inertial effects remain negligible even at the hardest drivings ( $Re < 10^{-1}$ ), it is the complex rheology of the fluid that is responsible for the instabilities observed. The system studied represents an interesting example of the development of shear-induced instabilities in nonlinear complex fluids in purely parallel shear flow.

DOI: 10.1103/PhysRevE.75.056307

PACS number(s): 47.50.-d, 47.60.+i, 83.60.Wc

### I. INTRODUCTION

The oscillatory flow of a viscoelastic (complex) fluid is remarkably different from that of a Newtonian (simple) fluid, even at very low driving amplitudes. In particular, it has been predicted theoretically [1,2] and demonstrated experimentally [3] that the response of a viscoelastic fluid in a vertical tube to an oscillatory pressure gradient—measured by the flow velocity at the tube axis, for a given amplitude of the pressure gradient—exhibits very large resonance peaks at particular driving frequencies. The resonant behavior of the viscoelastic-fluid-tube system is in striking contrast with the purely dissipative response of a Newtonian fluid in the same experimental conditions.

The structure of the oscillatory flow in the tube is also much more complex for the viscoelastic fluid than for the Newtonian one, even at very low driving amplitudes [4]. At sufficiently low driving amplitudes [Reynolds number ( $Re$ )  $< 10^{-3}$ ] a purely parallel shear flow, with the axial symmetry of the tube and the periodicity of the driving, is established in both cases. However, while for the Newtonian fluid the instantaneous velocity field has the same sign everywhere, for the viscoelastic fluid the flow resolves into annular regions of alternating upward and downward motion. These regions are separated by quiescent boundaries (nodes of the velocity profile in the radial direction of the tube), where shear stresses reach local maxima. The quiescent cylindrical boundaries remain static, and their number increases with increasing driving frequency, in such a way that an additional annular region of flow is present at each new resonance frequency [4]. All these features are well captured by a linear theory based on a linear approximation of the hydrodynamic

equations, where inertial effects are neglected, and a linear Maxwell model is used as constitutive equation of the viscoelastic fluid [1,3].

The study of an oscillatory flow in a circular cross section finds applications in several branches of technology. Oscillatory flows have been proposed for stimulation of oil reservoirs [5], for reducing wetting layers of viscoelastic fluids [6], and also for the treatment of groundwater aquifers contaminated by organic liquids, using elastic waves [7]. Oscillatory flows are also present in the circulatory and breathing system of living creatures [8], where it has been suggested that the pumping frequency is selected to provide maximum power [7].

The aim of the present investigation is to explore experimentally in which ways the basic parallel shear flow described above becomes unstable as the fluid is subjected to a harder oscillatory driving, by increasing the forcing amplitude and/or the forcing frequency. We focus on driving frequencies that correspond to either maxima or minima of the viscoelastic fluid response. In all instances the Reynolds number remains very small ( $Re < 10^{-1}$ ), ensuring that the increasing complexity of the flow (in the case of the viscoelastic fluid) is due to the rheological properties of the fluid, not to inertial effects. This is a natural extension of our previous work in this field [3,4]. In all cases we analyze the flow sufficiently far from the two ends of the system (the piston and the free surface). Another important motivation comes from the fact that, although parallel shear flows of viscoelastic fluids are acknowledged to be linearly stable [9], Morozov and van Saarloos have demonstrated very recently that plane Couette flow undergoes a purely elastic subcritical instability, by which a small finite-size perturbation is sufficient to create a secondary flow [10]. Our system exhibits a parallel shear flow, with shear stresses accumulating near the quiescent cylindrical boundaries, and as such it is a promising candidate to exhibit a similar kind of nonlinear elastic instability.

\*Present address: Atmospheric, Oceanic and Planetary Physics, Clarendon Laboratory, University of Oxford, Parks Road, Oxford, OX1 3PU, U.K.

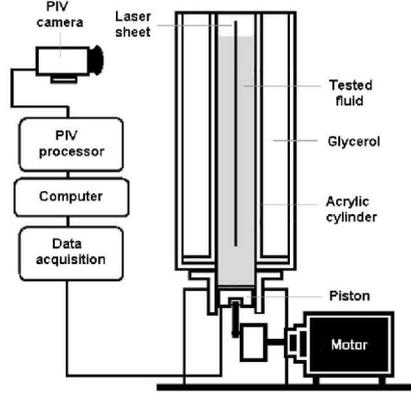


FIG. 1. Schematic view of the experimental device, including the setup for particle image velocimetry (PIV) measurements.

## II. EXPERIMENT

In this section we review briefly our experimental setup, the properties of the fluids considered, and the measurement techniques used.

The experimental device (Fig. 1) consists of a vertical cylinder made of transparent acrylic, of inner radius  $a = 25$  mm and height 500 mm, filled with the test fluid. In order to avoid optical aberrations, this cylinder is placed inside a second recipient of transparent acrylic, of square section, filled with glycerol to match the refractive index of the acrylic walls. A Teflon piston at the bottom end of the cylinder, driven by a motor of variable frequency, produces harmonic oscillations of the pressure gradient in the liquid column. The amplitude of the oscillation can be modified by changing the eccentricity of the driving wheel. Amplitudes of 0.8, 1.2, 1.6, 2.0, and 2.5 ( $\pm 0.05$ ) mm have been studied.

We have chosen a silicone oil of nominal dynamic viscosity  $\eta = 56$  Pa s and density  $\rho = 973$  kg/m<sup>3</sup>, at the working temperature of  $25 \pm 0.5$  °C, as Newtonian fluid. The viscoelastic fluid is an aqueous solution of cetylpyridinium chloride (CPyCl) 100 mM and sodium salicylate (NaSal)

60 mM. In a range of concentrations, including the 100-60 considered here, this surfactant solution forms wormlike micelles and exhibits the rheological behavior of a linear Maxwell fluid [11,12]. In our case the solution has dynamic viscosity  $\eta = 60$  Pa s, density  $\rho = 1050$  kg/m<sup>3</sup>, and Maxwell relaxation time  $t_m = 1.9$  s, at the working temperature of  $25 \pm 0.5$  °C. At high shear rates ( $\dot{\gamma} > 0.1$  s<sup>-1</sup>) the fluid exhibits shear thinning [13].

The velocity fields in a vertical plane, along the symmetry axis of the tube, have been measured by two-dimensional (2D) particle image velocimetry (PIV) [14]. The fluid is seeded with Dantec 20  $\mu$ m polyamide spheres. Dual-pulsed neodymium-doped yttrium aluminum garnet (Nd:YAG) lasers are used to illuminate the interrogation plane, of about 1 mm thickness. Two consecutive frames, one corresponding to each laser light pulse, are recorded with a digital camera (spatial resolution  $1008 \times 1016$  pixels), at an acquisition rate of 15 pairs of images per second (15 Hz). The velocity maps are obtained by data postprocessing, measuring the statistical displacement of the seeding particles in the fluid in the time interval between two consecutive laser pulses, using the Dantec FLOW MAP software.

Our measurements have been performed in an interrogation plane of  $50 \times 50$  mm<sup>2</sup>, at about 250 mm (five tube diameters) from the neutral position of the piston. This distance is large enough to ensure that the flow in the interrogation plane does not feel the proximity of the piston. By covering the fluid surface at the top end of the tube with a cover lid, we have verified that oscillations of the free surface do not have any measurable effect on the flow in the region of interest.

The 2D PIV technique provides only the two in-plane components of the actual 3D velocity field in the interrogation plane, in a vertical section of the tube. This information is complete only if the velocity field is contained within the interrogation plane and the flow is axisymmetric. We investigate whether this is the case in our experiments by checking whether the velocity field in the interrogation plane satisfies  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v} = 0$  (within experimental error), meaning that the velocity component perpendicular to the interrogation plane is negligible. The background (zero) level of  $\vec{\nabla} \cdot \vec{v}$  is determined by the laminar base flow, for which the radial and azimuthal components of  $\vec{v}$  are 0 and the vertical component of  $\vec{v}$  depends only on the radius.

TABLE I. Summary of PIV results for the 100:60 CPyCl-NaSal solution.  $z_0$  and  $\nu$  are driving amplitude and frequency. At each driving frequency, the behavior of the dynamic response of the viscoelastic-fluid-tube system and the number of internal nodes observed in the laminar regime (away from the tube wall) are also indicated. Vortex-s and vortex-ns indicate symmetric and nonsymmetric vortices, respectively.

Dynamic response	Internal nodes	$z_0$ (mm)	0.8	1.2	1.6	2.0	2.5
			$\nu$ (Hz)	Flow structure			
Maximum	0	2.0	Laminar	Laminar	Laminar	Laminar	Laminar
Minimum	0	3.5	Laminar	Laminar	Laminar	Laminar	Laminar
Maximum	2	6.5	Laminar	Fluctuating laminar	Vortex-s	Vortex-s	Vortex-ns
Minimum	2	8.2	Laminar	Vortex-s	Vortex-s	Vortex-ns	Vortex-ns
Maximum	4	10.5	Laminar	Fluctuating laminar	Vortex-s	Vortex-ns	Vortex-ns
Minimum	4	11.5	Laminar	Vortex-s	Vortex-s	Vortex-ns	Vortex-ns

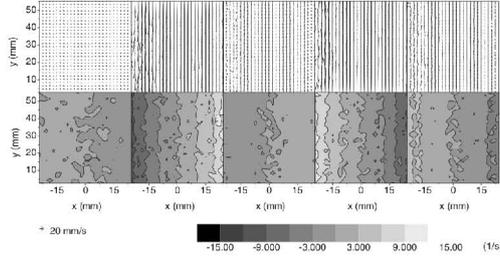


FIG. 2. Silicone oil: PIV results for  $\nu=8.2$  Hz and  $z_0=1.2$  mm ( $Re=3 \times 10^{-2}$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

Wormlike micellar solutions are known to be birefringent. A number of authors have used this property to visualize the stress field in flows of these non-Newtonian fluids [15,16]. In our case, since the light sheet of the interrogation plane is already polarized, it suffices to place a polarizer on the front wall of the acrylic box containing the tube. The state of repose is chosen as reference state to set the orientation of the polarizer. Birefringence measurements have been acquired at a sampling rate of one image every 2.667 s. Qualitative representations of the stress field in the flow have been obtained in this way, and compared to their velocity field counterparts.

### III. RESULTS

The oscillating flow in the tube has been studied at driving frequencies that coincide with either the first three maxima in the dynamic response of the complex-fluid-tube system (first three resonance frequencies), 2.0, 6.5, and 10.5( $\pm 0.1$ )Hz, or the first three minima, 3.5, 8.2, and 11.5( $\pm 0.1$ )Hz [4].

The PIV measurements of the Newtonian fluid show that the flow remains laminar in the whole range of driving parameters explored in the present investigation. The results are presented in Sec. III A 1. This is not the case for the viscoelastic fluid. Table I provides a summary of the flow structures observed at different values of the driving parameters. Laminar flows are described in Sec. III A 2, and more complex flows in Sec. III B.

The PIV acquisition rate is very low compared to the driving frequency. Actually, we cannot acquire a significant number of image pairs in a single oscillation period for any of the driving frequencies. In practice, we acquire pairs of images at the maximum affordable rate. We fold PIV measurements back to the first period during data postprocessing. This strategy optimizes the temporal resolution of our experiments within a driving period, assuming that the flow follows exactly the periodicity of the driving (see the discussion in Sec. III C 1) and it has been adopted in all the measurements presented below.

The relevant dimensionless numbers that characterize the flow at given driving amplitude and frequency are the following.

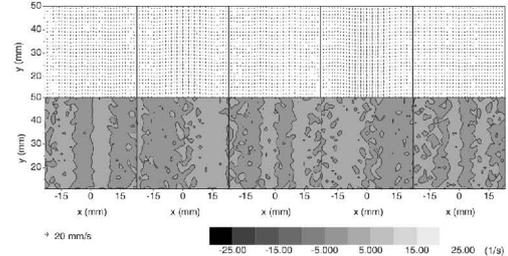


FIG. 3. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu=2.0$  Hz and  $z_0=0.8$  mm ( $Re=4 \times 10^{-3}$ ,  $Wi=0.8$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

*Reynolds number.* The Reynolds number measures the ratio of inertial to viscous forces. In our system  $Re$  can be defined as  $Re=\rho 2\pi\nu z_0 a/\eta$ , where  $\nu$  and  $z_0$  are the driving frequency and amplitude. For the values of  $\nu$  and  $z_0$  explored in the present experiments  $Re$  is very small, in the range  $4 \times 10^{-3}$  to  $8 \times 10^{-2}$ , ensuring that inertia is not responsible for the destabilization of the basic flow. If the decrease in  $\eta$  due to shear thinning is taken into account,  $Re$  increases by about two orders of magnitude, but remains much smaller than the critical value for which the oscillatory flow of a Newtonian fluid would become unstable [17].

*Stokes parameter.* For an oscillatory viscous flow in a tube, the Stokes parameter ( $\Lambda$ ) measures the ratio of the tube radius to the viscous penetration depth  $\Lambda=a/\delta_\nu$ , where  $\delta_\nu=\sqrt{\eta/(\rho\nu)}$  [17]. For all the experiments reported here  $\Lambda < 2$ , which means that all the flow is influenced by the tube wall, i.e., viscous oscillatory boundary layers occupy all the tube.

*Deborah number.* For a viscoelastic fluid, the relative importance of the relaxation time of the fluid to the time scale of the flow is measured by the Deborah number  $De=t_m\eta/(a^2\rho)$ . In our case  $De=174 \gg 1$ , so that elasticity of the viscoelastic fluid is important enough for resonances to occur. The decrease in  $\eta$  due to shear thinning still leads to a minimum  $De \gg 1$ . It is also worth noting that, if the frequencies are made dimensionless in the form  $2\pi\nu\tau$ , where the characteristic time  $\tau=10^{2/5}t_m\sqrt{1/De}$ , the dimensionless resonance frequencies become universal, i.e., independent of fluid parameters and system dimensions [1].

*Weissenberg number.* The Weissenberg ( $Wi$ ) number is the ratio of the relaxation time of the fluid to a characteristic inverse shear rate,  $Wi=t_m\dot{\gamma}$ , where the shear rate gives the relative velocity of two fluid layers moving with respect to each other. A value  $Wi \geq 1$  indicates that elastic stresses become large. Thus, the onset of elastic instability of a basic laminar flow is characterized by a critical  $Wi$  [9,18]. We define the characteristic shear rate as the ratio between the velocity of the piston and the distance  $r_d$  between the tube axis and the first quiescent point of the flow [4]:

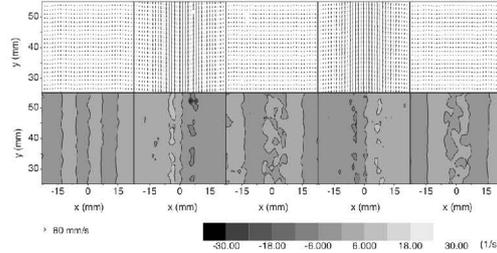


FIG. 4. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 2.0$  Hz and  $z_0 = 2.5$  mm ( $Re = 10^{-2}$ ,  $Wi = 2.4$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

$$\dot{\gamma}_{char} = \frac{2\pi\nu z_0}{r_q}. \quad (1)$$

For the experiments reported here,  $Wi$  takes values between 0.7 and 60.

#### A. Basic flow

Our PIV measurements of the basic (laminar) flow, for both silicone oil and the 100:60 CPyCl-NaSal aqueous solution, are presented here. The behavior for a driving amplitude  $z_0 = 0.8$  mm and  $\nu = 2.0, 6.5, 10.0$  Hz has already been described in detail in Ref. [4] and reviewed in the Introduction. We focus therefore on new results for other frequencies at the same amplitude, and for higher amplitudes. It is important to notice that the viscosity of the silicone oil is very similar to the viscosity of the surfactant solution, so that the main difference between both fluids is the elasticity of the surfactant solution. The following figures represent the flow at time phases 0,  $T/4$ ,  $T/2$ ,  $3T/4$ , and  $T$ .

##### 1. Newtonian fluid: Silicone oil

For the Newtonian fluid, silicone oil, the flow remains laminar at all the amplitudes and frequencies explored in the present investigation.

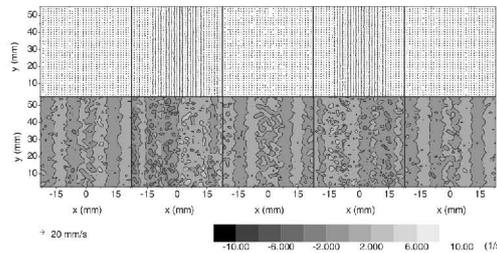


FIG. 5. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 3.5$  Hz and  $z_0 = 0.8$  mm ( $Re = 8 \times 10^{-3}$ ,  $Wi = 1.3$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

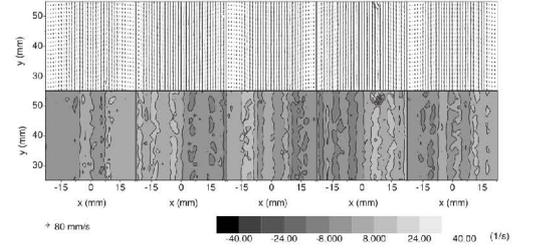


FIG. 6. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 3.5$  Hz and  $z_0 = 2.5$  mm ( $Re = 2 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 4.2$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

Figure 2 presents the velocity vector field for a driving amplitude of 1.2 mm and a driving frequency of 8.2 Hz. The results show that a parallel shear flow is established. The fluid oscillates in the tube following the periodicity of the driving. All fluid elements in the interrogation plane move instantaneously in the same direction, the velocity approaching zero near the tube boundaries.

Our experimental results show that this laminar flow is always stable for all the frequencies explored and up to a driving amplitude of 10 mm.

##### 2. Viscoelastic fluid: 100:60 CPyCl-NaSal aqueous solution

As discussed in the Introduction, the basic (laminar) flow of the viscoelastic fluid consists of annular regions of alternating upward and downward motion, separated by quiescent boundaries [4]. Shear stresses concentrate at these quiescent boundaries and increase as the magnitude of the driving increases.

According to Table I, the viscoelastic flow remains laminar at all amplitudes for the two lower driving frequencies explored, 2.0 and 3.5 Hz. Figures 3–6 show our results for the two extreme driving amplitudes 0.8 and 2.5 mm. This observation is related to the fact that the number of annular

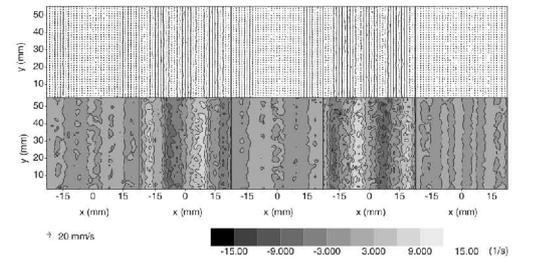


FIG. 7. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 8.2$  Hz and  $z_0 = 0.8$  mm ( $Re = 2 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 12.8$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

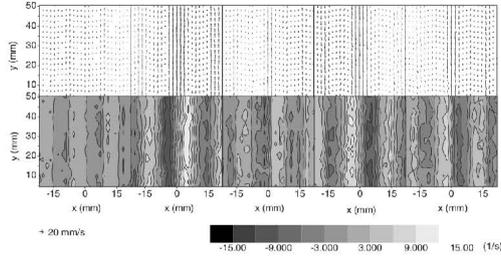


FIG. 8. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 11.5$  Hz and  $z_0 = 0.8$  mm ( $Re = 3 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 18.6$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

regions does not depend on driving amplitude, as predicted by a linear theory valid at low driving amplitudes [4].

The number of alternating annular regions increases with driving frequency. At a driving amplitude of 0.8 mm, however, the flow remains laminar at all frequencies. Results for the resonance frequencies 6.5 and 10.5 Hz were already presented in Ref. [4]. Results for the frequencies 8.2 and 11.5 Hz (minima of the dynamic response) are shown in Figs. 7 and 8.

The azimuthal vorticity contours reveal that the vorticity, as expected, concentrates at the vertical lines where the flow is quiescent. These are cuts of the actual cylindrical vortex sheets associated with the quiescent cylindrical boundaries.

**B. Flow instabilities**

Table I shows that the viscoelastic flow becomes unstable at  $\nu = 6.5$  Hz (second resonance frequency),  $z_0 = 1.2$  mm, and at all higher frequencies and amplitudes.

At the onset of instability ( $\nu = 6.5$  Hz,  $z_0 = 1.2$  mm) the laminar flow exhibits modulations of the vertical streamlines, already visible in Fig. 9. At  $\nu = 10.5$  Hz,  $z_0 = 1.2$  mm, i.e., at the next resonance frequency and same amplitude, another

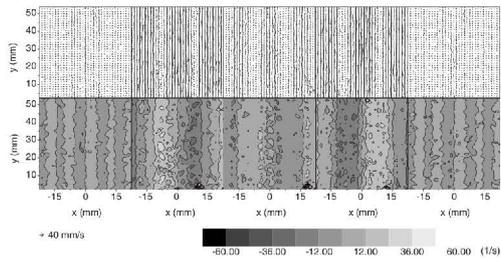


FIG. 9. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 6.5$  Hz and  $z_0 = 1.2$  mm ( $Re = 2 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 11.4$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

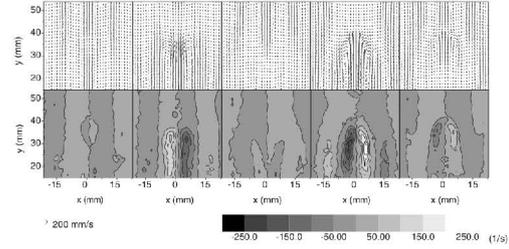


FIG. 10. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 8.2$  Hz and  $z_0 = 1.2$  mm ( $Re = 3 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 19.3$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

annular region has formed (two new nodes), and modulations of the vertical streamlines are also observed.

Interestingly, at the intermediate frequency  $\nu = 8.2$  Hz and at the same amplitude  $z_0 = 1.2$  mm, the flow presents two stationary symmetric vortices (vortex-s) (Fig. 10). The two vortices are centered at the two nodes of the base flow closer to the tube axis, and change their rotation direction every half period of the driving.

By taking low-resolution PIV measurements in a larger image area, we have found that several equidistant toroidal vortices form along the tube, with a center-to-center separation of about 2.5 tube radius for a forcing frequency of 8.2 Hz, and of 1.25 tube radius for a forcing frequency of 11.5 Hz. Figure 11 shows an example.

The cylindrical symmetry of the flow is still preserved at the onset of instability. This has been verified by repeating the measurements several times from the state of repose. Therefore Fig. 10 is actually showing a transverse cut of a toroidal vortex around the symmetry axis of the tube. This is also true for the experiments at a driving amplitude of 1.6 mm (Figs. 12 and 13), and for the experiment at 6.5 Hz and 2.0 mm (Fig. 14).

For stationary symmetric vortices the radial coordinate of the vortex center is independent of driving amplitude (Fig.

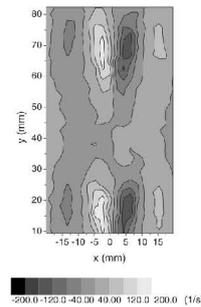


FIG. 11. Low-resolution azimuthal vorticity contours for the 100:60 CPyCl-NaSal solution driven at  $\nu = 8.2$  Hz and  $z_0 = 1.2$  mm ( $Re = 3 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 19.3$ ), showing that several toroidal vortices form along the tube.

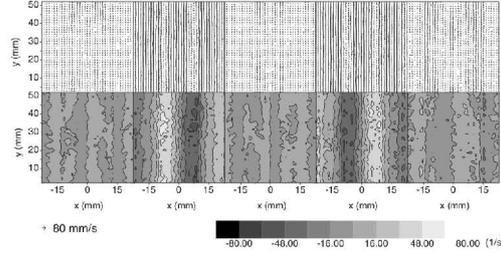


FIG. 12. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 6.5$  Hz and  $z_0 = 1.6$  mm ( $Re = 3 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 15.1$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

15) but strongly dependent on driving frequency. As the driving frequency is increased the vortex center approaches the center of the tube, following the behavior of the quiescent flow points (Fig. 15). It is also interesting to notice that the presence of these symmetric vortices does not modify the location of the quiescent flow points.

As the driving increases further, the vortices get distorted and lead to more complex nonsymmetric structures (vortexns). At forcings of 2.0 mm, 8.2 (Fig. 16), 10.5, and 11.5 Hz, and at forcings of 2.5 mm, 8.2 Hz the vortices form very close to the tube axis and are heavily distorted, but their center does not move in time. At this same amplitude (2.5 mm) and at forcing frequencies of 6.5, 10.5, and 11.5 Hz, we observe nonsymmetric and nonstationary vortices. Figure 17 shows that the flow loses its axial symmetry and, furthermore, the non-negligible magnitude of the local divergence at the vortices reveals that the velocity field at the vortices presents an azimuthal component.

### C. Velocity fluctuations

An integrated (global) measure of the destabilization of the basic laminar flow is given by the rms fluctuations of the  $r$  and  $z$  components of the velocity along the vertical direc-

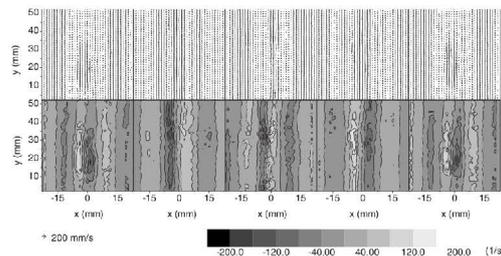


FIG. 13. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 8.2$  Hz and  $z_0 = 1.6$  mm ( $Re = 4 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 25.7$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

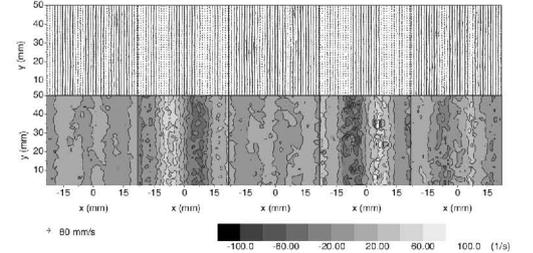


FIG. 14. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 6.5$  Hz and  $z_0 = 2.0$  mm ( $Re = 4 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 18.9$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

tion. For convenience, we use Cartesian coordinates  $v_x$  and  $v_y$ . We define

$$\sigma_{v_x}(x, t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i [v_x(x, y_i, t) - \bar{v}_x(x, t)]^2}, \quad (2)$$

$$\sigma_{v_y}(x, t) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_i [v_y(x, y_i, t) - \bar{v}_y(x, t)]^2}, \quad (3)$$

where  $\bar{v}_x(x, t)$  and  $\bar{v}_y(x, t)$  are the velocity components averaged along the vertical ( $y$ ) direction and  $N$  is the number of velocity measurements in the image plane along the vertical direction. Although the magnitude of  $\sigma_{v_x}$  is usually higher than  $\sigma_{v_y}$ , both magnitudes behave very similarly. Finally, to make the rms fluctuations comparable for different magnitudes of the forcing we make them dimensionless in the form

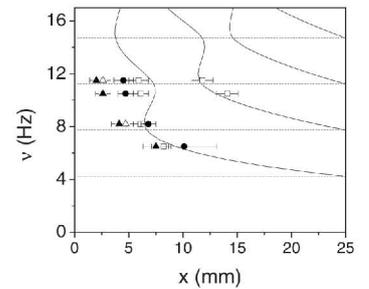


FIG. 15. Location of the quiescent flow points along the radial coordinate  $x$  (solid lines), and minima of the permeability (dashed horizontal lines), as derived from a linear theory. The parameters  $\rho$ ,  $\eta$ , and  $t_{0j}$  used to calculate the diagram are those given for CPyCl-NaSal 100:60 in the text, and the radius of the cylinder is  $a = 25$  mm. The different symbols (experimental data) give the radial location of the quiescent points of the flow, for  $z_0 = 0.8$  mm ( $\square$ ); the maxima of the vorticity closer to the center of the tube, for  $z_0 = 0.8$  mm ( $\bullet$ ); the vortex center, for  $z_0 = 1.2$  mm ( $\triangle$ ) and  $z_0 = 1.6$  mm ( $\blacktriangle$ ).

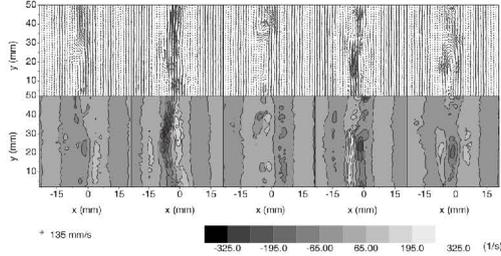


FIG. 16. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 8.2$  Hz and  $z_0 = 2.0$  mm ( $Re = 5 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 32.1$ ). Top: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the gray level scale at the bottom of the figure.

$$\tilde{\sigma}_{v_x}(x, t) = \frac{\sigma_{v_x}(x, t)}{2\pi\nu z_0}, \quad (4)$$

$$\tilde{\sigma}_{v_y}(x, t) = \frac{\sigma_{v_y}(x, t)}{2\pi\nu z_0}. \quad (5)$$

### 1. Space averages

The time dependence of the velocity fluctuations is computed by averaging  $\tilde{\sigma}_{v_x}(x, t)$  and  $\tilde{\sigma}_{v_y}(x, t)$  along the radial direction  $x$ .

If a velocity component follows the periodicity of the driving, its rms fluctuations are periodic as well, with a frequency two times the driving frequency. This is visible in Fig. 18, which shows the  $x$ -averaged rms fluctuations of the  $y$  component of the velocity vs time,  $\tilde{\sigma}_{v_y}(t)$ , for the viscoelastic fluid driven at 8.2 Hz. The correlation between adjacent

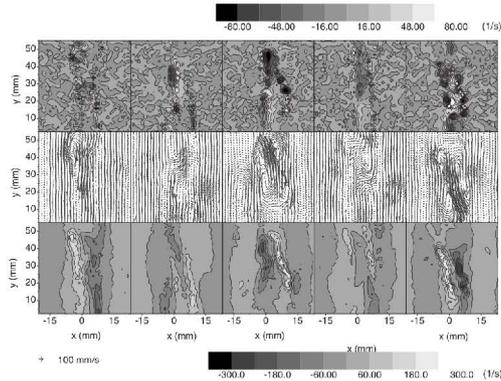


FIG. 17. 100:60 CPyCl-NaSal solution: PIV results for  $\nu = 6.5$  Hz and  $z_0 = 2.5$  mm ( $Re = 4 \times 10^{-2}$ ,  $Wi = 40.1$ ). Top: local divergence. Middle: velocity vector field. Bottom: azimuthal vorticity contours. The corresponding scales are given by the little arrow and the two gray level scales.

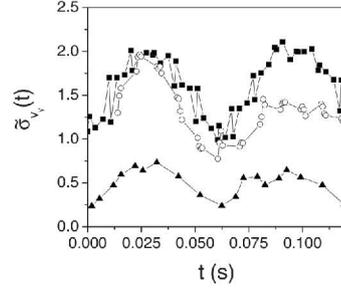


FIG. 18. 100:60 CPyCl-NaSal solution:  $x$ -averaged rms fluctuations of the  $y$  component of the velocity as a function of time,  $\tilde{\sigma}_{v_y}(t)$ , for the viscoelastic fluid driven at 8.2 Hz and amplitudes  $z_0 = 0.8$  ( $\blacktriangle$ ),  $z_0 = 1.6$  ( $\circ$ ), and 2.0 mm ( $\blacksquare$ ).

points validates the procedure of folding the PIV data back to the first oscillation period, thus confirming that even this nonlaminar flow follows the periodicity of the basic flow. We must say that for a forcing frequency of 10.5 Hz the correlation between adjacent points is worse than the correlation observed at other frequencies.

### 2. Time averages

The spatial dependence of the velocity fluctuations is computed by averaging  $\tilde{\sigma}_{v_x}(x, t)$  and  $\tilde{\sigma}_{v_y}(x, t)$  in a time pe-

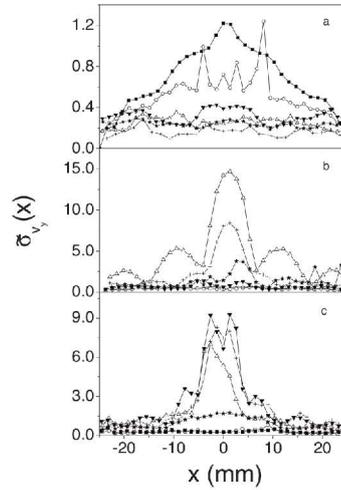


FIG. 19. 100:60 CPyCl-NaSal solution: time-averaged rms fluctuations of the  $y$  component of the velocity,  $\tilde{\sigma}_{v_y}(x)$ , as a function of the radial coordinate  $x$  for the viscoelastic fluid driven at an amplitude (a) 0.8, (b) 1.2, and (c) 1.6 mm. The symbols correspond to the different driving frequencies (in Hz) 2.0 ( $\blacksquare$ ), 3.5 ( $\circ$ ), 6.5 ( $\star$ ), 8.2 ( $\triangle$ ), 10.5 ( $\blacktriangledown$ ), and 11.5 ( $+$ ). Notice the different magnitude of the vertical scales.

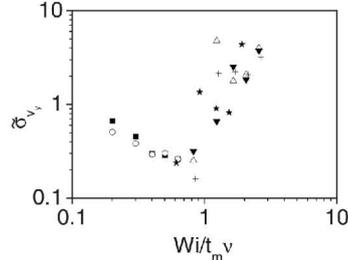


FIG. 20. 100:60 CPyCl-NaSal solution: space- and time-averaged rms fluctuations of the  $y$  component of the velocity, as a function of the dimensionless control parameter  $\chi = Wi/t_m \nu$ , at the different driving frequencies (in Hz) 2.0 (■), 3.5 (○), 6.5 (★), 8.2 (△), 10.5 (▼), and 11.5 (+).

riod. Figure 19 shows the latter result,  $\bar{\sigma}_{v_y}(x)$ , for different driving amplitudes.

At the lowest driving amplitude, 0.8 mm [Fig. 19(a)], for which the flow is always laminar,  $\bar{\sigma}_{v_y}(x)$  is nearly structureless and has a small magnitude at all driving frequencies. Fluctuations are slightly larger for the weakest forcing, simply because of the experimental uncertainty in the velocity measurements. At 1.2 mm [Fig. 19(b)]  $\bar{\sigma}_{v_y}(x)$  is still very small for the two lowest frequencies (laminar flow); for the second and third resonance frequencies it has a similar value as for 0.8 mm; for the second and third minima of the dynamic response, instead, it becomes large and peaked at the tube axis. Finally, at 1.6 mm [Fig. 19(c)]  $\bar{\sigma}_{v_y}(x)$  exhibits similar trends as at the previous driving amplitude for the three highest driving frequencies.

The time-averaged rms fluctuations of the velocity can also be integrated in space, to obtain a global magnitude  $\bar{\sigma}_{v_y}$ , which behaves as an “order parameter” for the instability. The corresponding control parameter should be the Weissenberg number, given the elastic nature of the instability. However, since we are driving the flow at periods much shorter than  $t_m$  (the relaxation time of the fluid) the driving period ( $1/\nu$ ) is possibly a more relevant time scale for the formation of the vortices than  $t_m$ . Considering this, we define a dimensionless control parameter

$$\chi = \frac{Wi}{t_m \nu} = \frac{2\pi z_0}{r_q}. \quad (6)$$

Figure 20 shows the behavior of  $\bar{\sigma}_{v_y}$  as a function of  $\chi$  at the different driving frequencies. The onset of a secondary flow on top of the basic parallel shear flow is made manifest by a noticeable increase in this magnitude as vortices develop. Interestingly, the onset of the instability occurs at a value  $\chi \approx 1$ .

#### D. Birefringence measurements

We performed simultaneous PIV and qualitative birefringence measurements in our system, at forcing frequencies of 8.2 and 11.5 Hz and a forcing amplitude  $z_0 = 1.2$  mm. Figure



FIG. 21. Birefringence map for  $\nu = 8.2$  Hz and  $z_0 = 1.2$  mm. Time phases: 0,  $T/4$ ,  $T/2$ ,  $3T/4$ , and  $T$ .

21 shows the time evolution of the stress map at  $\nu = 8.2$  Hz and  $z_0 = 1.2$  mm. The time phase of each image corresponds approximately to the time phases of the velocity and vorticity maps in Fig. 10.

Near the tube walls the stresses align vertically and are rather large at all time phases. On the contrary, in the central part of the flow the stress field depends strongly on the time phase. Stresses are distributed rather inhomogeneously in the vertical direction. Birefringent bands are wider at the center of the vortices at time phases  $T/4$  and  $3T/4$ , when the vorticity is large. At time phases 0,  $T/2$ , and  $T$ , when the vorticity is small, the stress field relaxes and the bands break into small birefringent zones.

#### IV. SUMMARY AND CONCLUSIONS

The periodic flow of a Newtonian fluid in a vertical pipe, driven by an oscillatory pressure gradient, is stable in the whole range of driving frequencies and amplitudes explored in the present experiments [17]. Our experiments with silicone oil show indeed that a relatively simple parallel shear flow is established, in which all the fluid moves in the same direction following the periodicity of the driving.

The behavior of the wormlike micellar solution CPyCl-NaSal 100:60 mM is rather similar at low driving frequencies. At higher driving frequencies, however, the laminar base flow turns out to be unstable at increasing driving amplitudes.

The structure of the laminar base flow is important to the development of the first instability. At the lowest driving amplitudes that make the flow unstable, two symmetric vortices (actually a cut of a single toroidal vortex) appear always where the shear rate is maximum in the laminar velocity profiles, in radial positions for which the velocity is relatively low. Indeed, vortices are present only at driving frequencies for which the laminar velocity profiles display alternating regions of upward and downward motion. This points to the large shear rates experienced by the fluid, at the quiescent points of the flow, as responsible for the first instability of the laminar base flow.

Since the driving amplitude  $z_0$  in our experimental setup cannot be modified in a continuous way, we cannot answer the question whether the instability observed presents hysteresis. This information is relevant to ascertain the critical or subcritical nature of this first bifurcation. A modification of the setup that will allow us to modify  $z_0$  (and thus the control parameter  $\chi$ ) in a continuous way is currently in progress.

Elastic instabilities at very low Reynolds number have been reported only for flows with curved streamlines. In these flows the curvature of the streamlines gives rise to

elastic normal stresses that destabilize the flow, ultimately leading to elastic turbulence (or turbulence without inertia) [9,19,20]. Since shear flows of viscoelastic fluids with parallel streamlines do not give rise to normal stresses, it was the common thought that this kind of flow would not undergo elastic instabilities. However, Morozov and van Saarloos showed theoretically that parallel shear flows of purely viscoelastic fluids might be nonlinearly unstable [10]. Connecting with these predictions, we have presented an experimental scenario that allows the generation of parallel shear flows with large shear rates (high  $Wi$ ) at small  $Re$ . This is achieved by the oscillatory driving, which makes the elastic properties of the fluid very important even in the laminar regime. It is important, however, to stress the fact that the micellar solution used in the present experiments presents shear thinning at high shear rates ( $\dot{\gamma} > 0.1 \text{ s}^{-1}$ ) [13]. Since these shear rates are reached in most of our measurements, we cannot rule out that shear thinning plays a role in making the base flow unstable. The instability in this case would not be purely viscoelastic. We believe, however, that the essential ingredient to render the laminar flow unstable is its complex structure of alternating, stationary regions of upward and downward motion, which is entirely due to the elasticity of the fluid. More experimental work using complex fluids of different rheological behavior is needed to elucidate this point.

In conclusion, we have carried out PIV measurements of an oscillatory flow in a tube for a Newtonian and a Maxwell fluid with similar material properties. The oscillatory flow of the Newtonian fluid is stable in the whole range of parameters explored. The oscillatory flow of the Maxwell fluid is unstable at high driving frequencies, even though  $Re$  remains very small. The first instability observed gives rise to a toroidal vortex with axial symmetry and stationary. At increasing driving amplitudes these simple vortices are unstable and more complex structures are found. These results are potentially relevant in the search for experimental observations of a subcritical instability in parallel viscoelastic shear flows.

#### ACKNOWLEDGMENTS

We are grateful to A. Morozov (Universiteit Leiden) for pointing out to us the interest in looking for instabilities in the oscillatory flow of complex fluids, and to him and W. van Saarloos (Universiteit Leiden) for interesting discussions. This research has received financial support through Projects No. FIS2006-03525 (MEC, Spain), No. SGR-2005-00507 (DURSI, Generalitat de Catalunya), and No. CONACyT 38538 (Mexico). A.A.C.P. acknowledges the support given by the Dorothy Hodgkin Foundation.

- 
- [1] J. A. del Río, M. López de Haro, and S. Whitaker, *Phys. Rev. E* **58**, 6323 (1998); **64**, 039901(E) (2001).  
 [2] D. Tsiklauri and I. Beresnev, *Phys. Rev. E* **63**, 046304 (2001).  
 [3] J. R. Castrejón-Pita, J. A. del Río, A. A. Castrejón-Pita, and G. Huelsz, *Phys. Rev. E* **68**, 046301 (2003).  
 [4] M. Torralba, J. R. Castrejón-Pita, A. A. Castrejón-Pita, G. Huelsz, J. A. del Río, and J. Ortín, *Phys. Rev. E* **72**, 016308 (2005).  
 [5] T. Drake and I. Beresnev, *Am. Oil Gas Reporter*, September issue, 101 (1999).  
 [6] E. Corvera-Poiré, J. A. del Río, and M. López de Haro, U.S. Patent No. 20050028971 (1994).  
 [7] A. A. Lambert, G. Ibáñez, S. Cuevas, and J. A. del Río, *Phys. Rev. E* **70**, 056302 (2004).  
 [8] A. C. T. Aarts and G. J. Ooms, *J. Eng. Math.* **34**, 435 (1998).  
 [9] P. Pakdel and G. H. McKinley, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2459 (1996).  
 [10] A. N. Morozov and W. van Saarloos, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 024501 (2005).  
 [11] H. Rehage and R. H. Hoffman, *J. Phys. Chem.* **92**, 4712 (1988).  
 [12] J. F. Berret, J. Apell, and G. Porte, *Langmuir* **9**, 2851 (1993).  
 [13] A. F. Méndez-Sánchez, M. R. López-González, V. H. Rolón-Garrido, J. Pérez-González, and L. de Vargas, *Rheol. Acta* **42**, 56 (2003).  
 [14] R. J. Adrian, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **23**, 261 (1991).  
 [15] E. Fischer and P. T. Callaghan, *Europhys. Lett.* **50**, 803 (2000).  
 [16] N. Z. Handzy and A. Belmonte, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 124501 (2004).  
 [17] M. Hino, M. Sawamoto, and S. Takasu, *J. Fluid Mech.* **75**, 193 (1976).  
 [18] K. Arora, R. Sureshkumar, and B. Khomami, *J. Non-Newtonian Fluid Mech.* **108**, 209 (2002).  
 [19] A. Groisman and V. Steinberg, *Nature* **405**, 53 (2000).  
 [20] A. Groisman and V. Steinberg, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 1460 (1997).