



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

LOS DECAIMIENTOS BETA DE
BARIONES: QUARKS DE VALENCIA Y
DEL MAR

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:
FÍSICO

PRESENTA:
EMMANUEL ORTIZ PACHECO

DIRECTOR DE TESIS:
DR. ROELOF BIJKER
INVESTIGADOR TITULAR C, ICN-UNAM



CIUDAD UNIVERSITARIA, D.F.

2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice general

Introducción	1
1. El modelo de quarks, CQM	5
1.1. Bariones	6
1.1.1. Decuplete	7
1.1.2. Octete	10
1.1.3. Singulete	14
1.2. Mesones	14
1.2.1. Funciones de onda de espín	14
1.2.2. Función de onda de de sabor	15
1.2.3. Paridad de las funciones de onda de sabor	17
1.2.4. singulete	19
1.3. Decaimientos beta de bariones	19
1.3.1. Simetrías del CQM en los decaimientos beta	20
1.3.2. Parámetros F y D	22
2. Extensiones del modelo de quarks	25
2.1. Modelo de la nube mesónica, MCM	25
2.2. Modelo de quarks unquenched, UQM	26
3. Decaimientos beta: nube piónica	31
3.1. Funciones de onda	31
3.1.1. Coeficientes de isospín	32
3.1.2. Coeficientes de espín	33
3.1.3. Expresiones de los decaimientos beta	35
4. MCM y UQM	43
4.1. Decaimientos beta en el modelo CQM	43
4.1.1. CQM SU(3)	45
4.2. Decaimientos beta en el modelo MCM	45
4.2.1. MCM SU(3)	48
4.2.2. Ajuste de los resultados	49
4.3. Decaimientos beta en el modelo UQM	50
4.3.1. UQM SU(3)	51
4.3.2. Ajuste de los resultados	52

5. Resumen y Conclusiones	53
A. Álgebra de SU(3)	57
A.1. Relaciones entre elementos de matriz	58

Introducción

De acuerdo a la Cromodinámica Cuántica (QCD, por sus siglas en inglés), los nucleones consisten de quarks y gluones. Sin embargo, resolver las ecuaciones de la teoría fundamental de la interacción fuerte QCD, para sistemas con muchos cuerpos, con sus grados de libertad efectivos y a largas distancias, en la actualidad, está lejos de nuestras habilidades prácticas. La dispersión elástica profunda de leptones es una buena herramienta para estudiar la estructura del protón. Además el régimen perturbativo parece estar bien bajo el control y evolución de las ecuaciones de QCD, las cuales resultaron ser muy exitosas en relacionar la distribución de quarks en diferentes escalas de momento. Los efectos no-perturbativos apenas son escasamente conocidos, por lo cual resulta ser un gran problema el estudio de las ecuaciones de QCD en la región no-perturbativa. La violación de la regla de suma de Gottfried ha sido observada por NMC (New Muon Collaboration) [1]

$$\begin{aligned} S_G &= \int_0^1 \frac{F_2^p(x) - F_2^n(x)}{x} dx = \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \int_0^1 [\bar{d}_p(x) - \bar{u}_p(x)] dx = \frac{1}{3}[1 - 2\mathcal{A}(p)] \\ &= 0.24 \pm 0.016 \end{aligned} \quad (0.1)$$

donde $F_2^p(x)$ y $F_2^n(x)$ son las funciones de estructura electromagnética del protón y el neutrón respectivamente, y x es la variable de Bjorken que mide la fracción de momento que lleva el quark, en relación con el momento del hadrón. El resultado de esta integral muestra que el mar del nucleón no es simétrico de sabor, ya que bajo la suposición de un mar de quarks simétrico en sabor, se obtendría $S_G = 1/3$ [2], por lo que cualquier desviación de este valor implicaría una asimetría \bar{d}/\bar{u} en el mar de quarks. Ajustes de las distribuciones de quarks a los datos para la dispersión inelástica y procesos de Drell-Yan confirman la asimetría de sabor [3][4]. También existen resultados experimentales del CERN dedicados al experimento NA51 [5] sobre la producción dileptónica en protón-protón y dispersión protón deuterón que da evidencia de la asimetría. Al respecto los efectos perturbativos [6] no pueden explicar la asimetría observada. Debido a la existencia de esta asimetría se propone como solución alternativa extensiones del modelo de quarks constituyentes (CQM); modelos efectivos hadrónicos, como el modelo de los solitones, quarks quirales, el modelo de quarks unquenched (UQM) y el modelo de la nube mesónica (MCM). Esta tesis se desarrollará en el marco de los dos últimos modelos MCM y UQM.

En la década de los 60's Cabbibo propuso el modelo para las corrientes hadrónicas débiles, basadas en la simetría $SU(3)$. Este modelo condujo a detalladas predicciones para los decaimientos beta del octete de bariones, en particular para los decaimientos beta de hiperones. El modelo está ahora considerado en el modelo estandar de quarks, leptones y sus interacciones.

El modelo de la nube mesónica postula la existencia de un mayor número de grados de libertad debidos a un mar de mesones virtuales (pares quark-antiquark, $q\bar{q}$) que rodean al nucleón los cuales podría proveer una explicación natural para el exceso de quarks \bar{d} sobre \bar{u} en el protón [7][8][9][10]. Más aun existe una conexión directa de esta nube de mesones con los decaimientos beta para el octete de bariones. En base a estos principios se pueden hacer modificaciones de las constantes de los acoplamientos axiales que pueden ser muy significativas al considerar la nube mesónica.

En general las extensiones del modelo de quarks conservan los éxitos del modelo de quarks como los momentos magnéticos [11][12] y los decaimientos beta pero también dan una mejor aproximación a los resultados experimentales.

La presente tesis se enfoca en el estudio de los decaimientos beta, únicamente en el octete de bariones, el cuál incluye ejemplos con conservación de extrañeza y con cambio de extrañeza. Alrededor del primero se tiene un decaimiento beta nuclear ordinario, particularmente, el decaimiento beta de neutrones libres $N \rightarrow N$, pero también decaimientos beta $\Lambda, \Sigma \rightarrow \Lambda, \Sigma$ y $\Xi \rightarrow \Xi$. Decaimientos beta con cambio de extrañeza incluyen $\Lambda, \Sigma \rightarrow N$ y $\Xi \rightarrow \Lambda, \Sigma$.

Si no se toma en cuenta los efectos del rompimiento de la simetría $SU(3)$, el ensamble de los decaimientos beta de bariones puede ser descrito por dos parámetros F y D para los elementos de matriz de la corriente axial. Los parámetros D y F entran por que hay dos elementos de matriz irreducible para un octete de corrientes entre dos octetes. Estos fueron llevados a los experimentos para conocer que tan buenos son estos datos para describir los decaimientos beta de bariones en términos de estos dos parámetros. Desde el punto de vista teórico el rompimiento de la simetría de $SU(3)$ es debido principalmente a la diferencia de masas entre los quarks d y u . Sin embargo las extensiones del modelo de quarks al considerar términos extra en las componenets de las funciones de onda debidas a la presencia del mar de quarks, dan una aproximación a los datos experimentales de los decaimientos beta. Estas extensiones se basan en el modelo de quarks constituyentes y utilizan los acoplamientos axiales con los parámetros F y D experimentales resultados del los decaimientos beta bien conocidos del modelo de quarks para reajustar las contribuciones a los decaimientos beta.

Con base en lo anterior, en este trabajo se discute principalmente en el capítulo 1, el modelo de quarks, basado en tres quarks de valencia; con el grupo que los representa y el álgebra que los describe. Se construyen las funciones de onda cuánticas de los bariones y los mesones con su parte explícita de espín y sabor, se describe los números cuánticos de estas funciones y sus propiedades de simetría que los rige. Como un caso particular del modelo de quarks, reviso algunas propiedades fundamentales acerca de los acoplamientos axiales y los decaimientos beta propuestos por Cabibbo [13] en el marco de este modelo. A partir de los parámetros F y D que surgen en esta teoría como constantes de acoplamiento

se describen los decaimientos beta, utilizando sus valores teóricos que predice el modelo de quarks convencional con la simetría completa de espín-sabor $SU(6)$ y los F y D obtenidos experimentalmente $SU(3)$.

En el capítulo 2 se presenta el modelo de la nube mesónica y el modelo de quarks unquenched como extensiones del modelo de quarks. Al tratar con la nube mesónica desarrollo esencialmente las funciones de onda de los bariones y los mesones, pero ahora a diferencia del modelo de quark se considera la contribución de la nube de piones entorno al nucleo que modifica las funciones de onda que describen los hadrones. En cuanto al modelo de quarks unquenched se considera la creación de pares quark-antiquark en el mar de quarks los cuales son agregados como una perturbación. El trabajo de calcular directamente los decaimientos beta en presencia de la nube piónica y por otra parte con la contribución UQM se calcula en el capítulo 3. Finalmente en el capítulo 4 se comparan los resultados de los acoplamientos axiales de los decaimientos beta obtenidos a partir de los tres modelos (CQM, MCM y UQM) y se discuten respecto a los valores experimentales que a la fecha se tiene conocimiento.

Capítulo 1

El modelo de quarks, CQM

En 1961, Gell-Mann y Ne'eman postularon que los bariones y mesones podían ser organizados en octetes y decupletes, de acuerdo a ciertos números cuánticos, a esto lo llamaron the Eightfold Way. Entonces Gell-Mann y Zweig postularon la existencia de quarks como partículas interactuando fuertemente para formar hadrones, los cuales se transformaban como un triplete de acuerdo a las reglas de simetría de la representación $SU(3)$. Estos estados triplete a su vez eran estados ligados de tres tipos de quarks, que por razones históricas fueron llamados “*up, down y strange*”, los cuales se denotaron como los tres sabores u, d y s .

En la actualidad, en el *modelo de quarks* los hadrones están caracterizados como estados multiquarks que dependen de los grados de libertad internos como el color, sabor y espín así como los grados de libertad espaciales debidos al momento angular relativo entre las partículas.

El triplete de quarks u, d y s con espín $S = \frac{1}{2}$ y los tres colores r, g y b son los grados de libertad internos. La estructura algebraica de los quarks estará formada por las álgebras de espín-sabor (sf) y color (c)

$$\mathcal{G}_{sfc} = SU_{sf}(6) \otimes SU_c(3) \quad (1.1)$$

donde $SU_{sf}(6)$ representa el grupo de transformaciones unitarias del espín y el sabor como estados acoplados, y el grupo $SU_c(3)$ las transformaciones unitarias entre los tres colores. El álgebra de espín-sabor-color a su vez se puede dividir en los grupos

$$SU_{sf}(6) \supset SU_f(3) \otimes SU_s(2) \quad (1.2)$$

De igual forma podemos descomponer el álgebra de sabor como

$$SU_f(3) \supset SU_I(2) \otimes U_Y(1) \quad (1.3)$$

con I el isospín y Y la hipercarga de los quarks.

Estos números cuánticos pueden expresarse en términos de la carga Q de los quarks y su proyección de isospín I_3 , mediante la relación de Gell-Mann – Nishijima,

Tabla 1.1: Números cuánticos de los quarks y antiquarks. J denota el espín, S la extrañeza, I el isospín e I_3 la proyección de isospín.

	B	J	P	I	I_3	S	Y	Q
u	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
d	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
s	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$+$	0	0	-1	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$
\bar{u}	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$
\bar{d}	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
\bar{s}	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	$-$	0	0	1	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2} = I_3 + \frac{B + S}{2} \quad (1.4)$$

donde la hipergarga se define como la suma del número bariónico B más la extrañeza S de los quarks

$$Y \equiv B + S \quad (1.5)$$

En la tabla 1.1 se presentan los números cuánticos de los quarks y antiquarks cuya función de onda debe cumplir que sea un singulete de color. Esta condición restringe a los quarks a agruparse en *multipletes* con estados de solo tres quarks qqq : bariones y estados quark-antiquark $q\bar{q}$: mesones, y productos de estos. Es decir, que los estados de quark individual no existen de manera aislada.

1.1. Bariones

Los bariones como ya se mencionó anteriormente, están constituidos por estados de tres quarks, los cuales a su vez son partículas fermiónicas cuya función de onda total debe ser completamente antisimétrica ante el intercambio de cualesquiera dos quarks.

-Para que la función de onda de los bariones tengan representación de estados físicos, los estados deben ser un singulete de color.

La función de onda completa de los bariones se puede separar de acuerdo a sus grados de libertad como

$$|\Psi\rangle_{total} = \underbrace{|\psi\rangle_{orbital} \otimes |\chi\rangle_{espín} \otimes |\phi\rangle_{sabor}}_{\mathcal{S}} \otimes \underbrace{|\psi\rangle_{color}}_{\mathcal{A}} \quad (1.6)$$

donde se debe satisfacer de acuerdo al principio de exclusión de Pauli que la función de onda total de los bariones debe ser antisimétrica debido a su naturaleza fermiónica. \mathcal{S} , significa que la parte de las funciones actuando en el espacio

de espín, sabor y la parte orbital es simétrica y además la función de onda de color $|\psi\rangle_{color}$ debe cumplir con la *antisimetría* \mathcal{A} .

La función del **singlete de color** de la función de onda total, es

$$|\psi\rangle_{color} = \frac{1}{\sqrt{6}} (|rgb\rangle - |grb\rangle + |gbr\rangle - |bgr\rangle + |brg\rangle - |rbg\rangle) \quad (1.7)$$

con las 6 posibles combinaciones de los colores r, g y b .

-La función de onda orbital $|\psi\rangle_{orbital}$ es *simétrica* debido a que para el modelo de quarks constituyentes solo consideramos bariones en el estado base, por lo que el momento angular orbital relativo entre los quarks constituyentes es cero. Solo queda la parte del producto de las funciones de onda de espín-sabor la cual necesariamente debe cumplir con ser un producto simétrico. De esta manera las funciones de onda por separado deben ser simétricas χ_{sim}, ϕ_{sim} o bien tener ambas simetría mixta χ_{sm}, ϕ_{sm} .

-El momento angular total de barión estará dado solo por el acoplamiento de espines, ya que el momento angular es cero, i.e., $J = S$. Esto deriva en la existencia de los estados $J = \frac{1}{2}$ con simetría mixta y el estado totalmente simétrico $J = \frac{3}{2}$.

Los quarks que se consideran son de tres sabores distintos u, d y s , los cuales corresponden a la base de la representación fundamental del grupo $SU(3)$. Así para un sistema de tres quarks, con tres posibles sabores, se tendrá un total de 27 combinaciones las cuales se clasifican respecto a sus propiedades de simetría. De acuerdo a la regla de combinación de representaciones de $SU(3)$ se encuentra que

$$qqq \equiv \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{10}_S \oplus \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{8}_M \oplus \mathbf{1}_A \quad (1.8)$$

donde se tiene un arreglo de un decuplete de bariones $\mathbf{10}$, con $J^P = \frac{3}{2}^+$ totalmente simétrico, dos octetes con simetría mixta $\mathbf{8}$ y con $J^P = \frac{1}{2}^+$, y un singlete totalmente antisimétrico $\mathbf{1}$. Sus diagramas de peso pueden verse en las figuras (1.1 y 1.2).

1.1.1. Decuplete

Un barión es un sistema de tres cuerpos, el cual se analiza en el estado base, para el cual el momento angular relativo a los tres cuarks es cero. In este caso el momento angular total de los bariones viene enteramente de los espines combinados de los tres quarks. Los quarks lleban espín $J = S = \frac{1}{2}$, así que cada uno puede ocupar cualquiera de los dos estados: espín arriba (\uparrow) o espín abajo (\downarrow). Entonces se buscan configuraciones de estados de espín tales que sean eigenestados del momento angular total con espín total $\frac{3}{2}$ ó $\frac{1}{2}$.

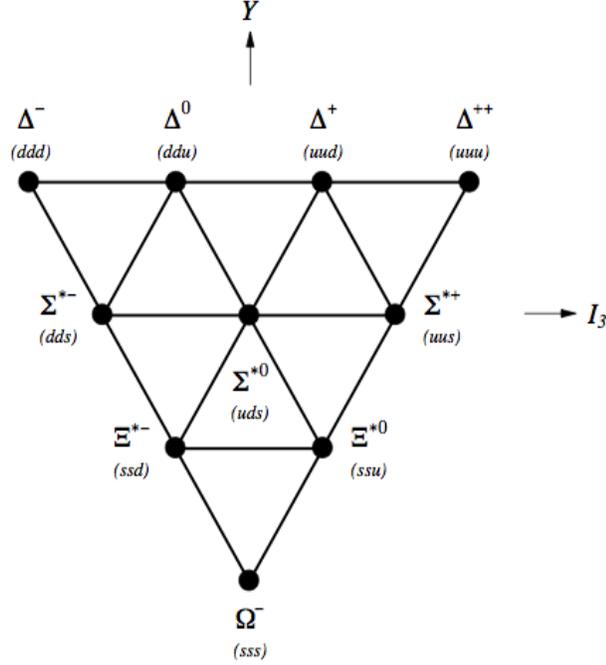


Figura 1.1: Decuplete de bariones $J^P = \frac{3}{2}^+$

Las configuraciones son las siguientes:

$$\begin{aligned}
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}} &= |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \\
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, \frac{1}{2}} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle) \\
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}} &= \frac{1}{\sqrt{3}}(|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\uparrow\downarrow\downarrow\rangle) \\
 |\chi^S\rangle_{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}} &= |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Para obtener las funciones de onda simétricas del decuplete en el espacio de sabor, cuyo contenido consta de tres sabores u, d y s , se tienen directamente los tres estados $|uuu\rangle, |ddd\rangle$ y $|sss\rangle$. El resto se obtendrá al aplicar los operadores de escalón $\hat{I}_{\pm}, \hat{V}_{\pm}$ y \hat{U}_{\pm} , asociados con los generadores del grupo SU(3); cuyo desarrollo y álgebra se encuentra en la sección de Simetrías del modelo de quarks equivalentes, al final de este capítulo.

Los operadores se definen como sigue

$$\begin{aligned} I_+ &= u^\dagger d, & U_+ &= d^\dagger s, & V_+ &= u^\dagger s \\ I_- &= d^\dagger u, & U_- &= s^\dagger d, & V_- &= s^\dagger u \end{aligned} \quad (1.10)$$

El resto de los estados del decuplete se generan al aplicar los operadores mencionados, por ejemplo al estado $|uuu\rangle$ correspondiente al barión Δ^{++} . Con sus números cuánticos $|(\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$ definidos como $|\Delta^{++}\rangle = |(3, 0) \frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\rangle$,

$$\hat{I}_- |\Delta^{++}\rangle = d^\dagger u |uuu\rangle = |duu\rangle + |udu\rangle + |uud\rangle \quad (1.11)$$

esta combinación de estados con su correspondiente normalización se asocian con el barión Δ^+

$$|\Delta^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|duu\rangle + |udu\rangle + |uud\rangle) \quad (1.12)$$

por otro lado $\hat{I}_+ |\Delta^{++}\rangle = \hat{V}_+ |\Delta^{++}\rangle = \hat{U}_\pm |\Delta^{++}\rangle = 0$, ya que no se puede subir más la proyección de isospín de acuerdo con (). La otra alternativa es aplicar \hat{V}_- ,

$$\hat{V}_- |\Delta^{++}\rangle = s^\dagger u |uuu\rangle = |suu\rangle + |usu\rangle + |uus\rangle \quad (1.13)$$

llegando al estado normalizado del barión Σ^{*+} definido como

$$|\Sigma^{*+}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{3}}(|suu\rangle + |usu\rangle + |uus\rangle) \quad (1.14)$$

otro ejemplo sería

$$\hat{I}_- |\Sigma^{*+}\rangle = \frac{2}{\sqrt{3}}(|sdu\rangle + |sud\rangle + |dsu\rangle + |usd\rangle + |dus\rangle + |uds\rangle) \quad (1.15)$$

obteniendo el estado Σ^{*0} con su respectiva normalización

$$|\Sigma^{*0}\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{6}}(|sdu\rangle + |sud\rangle + |dsu\rangle + |usd\rangle + |dus\rangle + |uds\rangle) \quad (1.16)$$

De esta manera se pueden obtener las 10 funciones simétricas de sabor del decuplete de bariones, las cuales se encuentran en la tabla (1.2).

Las funciones de *espín-sabor* debido a las relaciones de simetría del decuplete se pueden obtener simplemente a partir del producto

$$|\Phi\rangle_{sf} = |\chi^S\rangle |\phi^S\rangle \quad (1.17)$$

Tabla 1.2: Funciones de onda de sabor de los bariones del decuplete $J^P = \frac{3}{2}^+$.

Barión	$ (\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$	$ \phi^S\rangle$
Δ^{++}	$ (3, 0)\frac{3}{2}, \frac{3}{2}, 1\rangle$	$ uuu\rangle$
Δ^+	$ (3, 0)\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(uud\rangle + udu\rangle + duu\rangle)$
Δ^0	$ (3, 0)\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(ddu\rangle + dud\rangle + udd\rangle)$
Δ^-	$ (3, 0)\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}, 1\rangle$	$ ddd\rangle$
Σ^{*+}	$ (3, 0)1, 1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(uus\rangle + usu\rangle + suu\rangle)$
Σ^{*0}	$ (3, 0)1, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(uds\rangle + dus\rangle + usd\rangle + sud\rangle + sdu\rangle + dsu\rangle)$
Σ^{*-}	$ (3, 0)1, -1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(dds\rangle + dsd\rangle + sdd\rangle)$
Ξ^{*0}	$ (3, 0)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(uss\rangle + sus\rangle + ssu\rangle)$
Ξ^{*-}	$ (3, 0)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}(dss\rangle + sds\rangle + ssd\rangle)$
Ω	$ (3, 0)0, 0, -2\rangle$	$ sss\rangle$

1.1.2. Octete

En el caso de las funciones de onda con simetría mixta, se requiere un análisis diferente para el cual se considera el movimiento relativo de los quarks constituyentes. Este movimiento es descrito en términos de las coordenadas de Jacobi, las cuales están definidas para partículas idénticas con masas iguales,

$$\vec{\rho} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\vec{r}_1 - \vec{r}_2), \quad \vec{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{6}}(\vec{r}_1 + \vec{r}_2 - 2\vec{r}_3) \quad (1.18)$$

Se puede mostrar trivialmente que los vectores $\vec{\rho}$ y $\vec{\lambda}$ son antisimétrico y simétrico respectivamente ante el operador de permutaciones $P(12)$. En cuanto a las permutaciones $P(23)$, claramente se ve que las coordenadas ni siquiera son eigenestados de este operador.

Al aplicar el operador $P(23)$, se tienen las siguientes combinaciones lineales

$$P(23)\vec{\lambda} = -\frac{1}{2}\vec{\lambda} + \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\rho}, \quad P(23)\vec{\rho} = \frac{\sqrt{3}}{2}\vec{\lambda} + \frac{1}{2}\vec{\rho} \quad (1.19)$$

Para obtener las funciones de onda antisimétricas de sabor y en general de simetría mixta, del octete de bariones, se suele utilizar el operador de antisime-

trización \mathcal{A} y el operador de simetrización \mathcal{P} , los cuales se definen como:

$$\mathcal{A} = \frac{1}{n!} \sum_P \delta_P P, \quad \mathcal{P} = \frac{1}{n!} \sum_P P \quad (1.20)$$

donde δ_P es la paridad de las permutaciones definida como $\delta_P = (-1)^{n-k}$ con n el numero de objetos y k el número de ciclos. En general para un sistema qqq se toma un estado del octete de bariones; por ejemplo $|uud\rangle$ y se le aplican los operadores \mathcal{P} o \mathcal{A} con respecto a dos partículas y después nuevamente en orden inverso con respecto a las dos partículas resultantes de la acción de aplicar el primér operador. De esta forma se obtienen los estados

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \mathcal{A}_{13}\mathcal{P}_{12}\psi_N, & \psi_3 &= \mathcal{P}_{13}\mathcal{A}_{12}\psi_N \\ \psi_2 &= \mathcal{A}_{23}\mathcal{P}_{12}\psi_N, & \psi_4 &= \mathcal{P}_{23}\mathcal{A}_{12}\psi_N \end{aligned} \quad (1.21)$$

Para el estado $|uud\rangle$

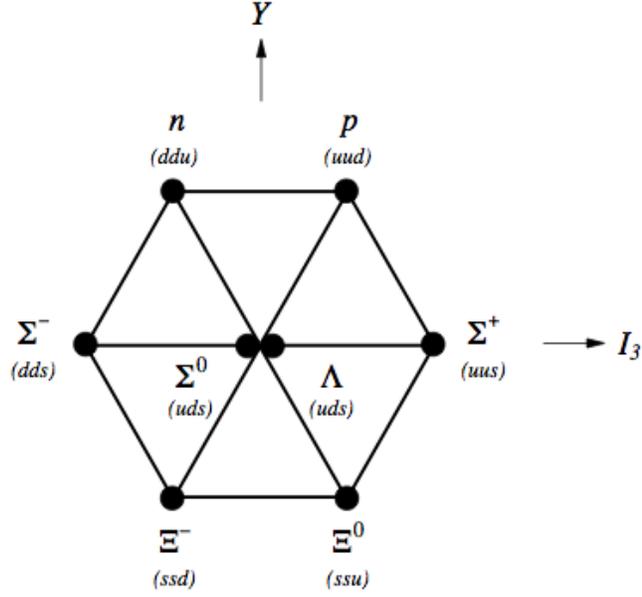
$$\begin{aligned} |\psi_1\rangle &= \mathcal{A}_{13}\mathcal{P}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e - P_{13})(e + P_{12})|uud\rangle = \frac{1}{2}(|uud\rangle - |duu\rangle) \\ |\psi_2\rangle &= \mathcal{A}_{23}\mathcal{P}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e - P_{23})(e + P_{12})|uud\rangle = \frac{1}{2}(|uud\rangle - |udu\rangle) \\ |\psi_3\rangle &= \mathcal{P}_{13}\mathcal{A}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e + P_{13})(e - P_{12})|uud\rangle = 0 \\ |\psi_4\rangle &= \mathcal{P}_{23}\mathcal{A}_{12}|uud\rangle = \frac{1}{4}(e + P_{23})(e - P_{12})|uud\rangle = 0 \end{aligned} \quad (1.22)$$

Ahora, se requiere que las funciones de onda sean ortonormales y se puede ver que $|\psi_1\rangle$ y $|\psi_2\rangle$ no lo son, pero si tomamos la suma y la resta y se normliza adecuadamente, se obtienen los estados

$$\begin{aligned} \psi'_1 &= |\psi_1\rangle + |\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}(2|uud\rangle - |udu\rangle - |duu\rangle) \\ \psi'_2 &= |\psi_1\rangle - |\psi_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|udu\rangle - |duu\rangle) \end{aligned} \quad (1.23)$$

como $|\psi'_1\rangle$ y $|\psi'_2\rangle$ tienen la misma simetría que la de las permutaciones λ y ρ respectivamente, se etiquetan los estados como $|\psi'_1\rangle = |\psi^\lambda\rangle$ y $|\psi'_2\rangle = |\psi^\rho\rangle$ los cuales corresponden a los estados de simetría mixta del protón. Como resultado, las funciones de onda del octete de bariones se muestran en la tabla (), las cuales se pueden derivar también a partir de los operadores escalón ().

Para obtener las funciones de onda simétricas del octete, el cálculo es similar al decuplete. Se considera el estado inicial del protón y las demas funciones de

Figura 1.2: Octete de bariones $J^P = \frac{1}{2}^+$

onda de los bariones del octete sin generadas a partir de los operadores \hat{I}_\pm , \hat{V}_\pm y \hat{U}_\pm . Da función de onda de sabor del protón, definida como:

$$|p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|udu - duu\rangle. \quad (1.24)$$

Se puede obtener la función de sabor del neutrón al aplicar el operador I_- , de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} I_-|p\rangle &= d^\dagger u \frac{1}{\sqrt{2}}|udu - duu\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|ddu + udd - ddu - dud\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}|udd - dud\rangle \equiv |n\rangle \end{aligned} \quad (1.25)$$

de la misma manera al aplicar U_- al estado del protón se obtiene

$$U_-|p\rangle = -s^\dagger d \frac{1}{\sqrt{2}}|udu - duu\rangle = -\frac{1}{\sqrt{2}}|usu - suu\rangle \quad (1.26)$$

lo cual con da como resultado la función,

$$|\Sigma^+\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|suu\rangle - |usu\rangle) \quad (1.27)$$

y así sucesivamente se construyen las 8 funciones de onda simétricas del octete.

Tabla 1.3: Funciones de onda de sabor de los bariones del octete $J^P = \frac{1}{2}^+$.

Barión	$ (\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$	$ \phi^\lambda\rangle$	$ \phi^\rho\rangle$
p	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(2 uud\rangle - udu\rangle - duu\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(udu\rangle - duu\rangle)$
n	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(udd\rangle + dud\rangle - 2 ddu\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(udd\rangle - dud\rangle)$
Σ^+	$ (1, 1)1, 1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(usu\rangle + suu\rangle - 2 uus\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(suu\rangle - usu\rangle)$
Σ^0	$ (1, 1)1, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{12}}(sdu\rangle + sud\rangle + usd\rangle + dsu\rangle - 2 uds\rangle - 2 dus\rangle)$	$\frac{1}{2}(sdu\rangle + sud\rangle - usd\rangle - dsu\rangle)$
Σ^-	$ (1, 1)1, -1, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(dsd\rangle + sdd\rangle - 2 dds\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(sdd\rangle - dsd\rangle)$
Λ^0	$ (1, 1)0, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{2}(sud\rangle - sdu\rangle - dsu\rangle + usd\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{12}}(2 uds\rangle - 2 dus\rangle + sdu\rangle - sud\rangle + usd\rangle - dsu\rangle)$
Ξ^0	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(2 ssu\rangle - uss\rangle - sus\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(sus\rangle - uss\rangle)$
Ξ^-	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(2 ssd\rangle - dss\rangle - sds\rangle)$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(sds\rangle - dss\rangle)$

Debido a la similitud entre la estructura algebraica, las funciones de onda de espín se obtienen de manera equivalente sustituyendo $\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \leftrightarrow \begin{pmatrix} \uparrow \\ \downarrow \end{pmatrix}$. Así para $S = \frac{1}{2}$, $S_3 = \frac{1}{2}$ y $S = \frac{1}{2}$, $S_3 = -\frac{1}{2}$ se sigue

$$\begin{aligned}
\chi_{\frac{1}{2}}^\rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle - |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle) \\
\chi_{-\frac{1}{2}}^\rho &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle) \\
\chi_{\frac{1}{2}}^\lambda &= -\frac{1}{\sqrt{6}}(|\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\downarrow\uparrow\uparrow\rangle - 2|\uparrow\uparrow\downarrow\rangle) \\
\chi_{-\frac{1}{2}}^\lambda &= \frac{1}{\sqrt{6}}(|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle - 2|\downarrow\downarrow\uparrow\rangle)
\end{aligned} \tag{1.28}$$

Las funciones de onda de *espn-sabor*, las cuales son simétricas debido a que ambas poseen el mismo tipo de simetría, se pueden obtener a partir de la siguiente

combinación lineal, debidamente normalizada,

$$|\Phi\rangle_{sf} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\chi^\rho\rangle|\phi^\rho\rangle + |\chi^\lambda\rangle|\phi^\lambda\rangle) \quad (1.29)$$

1.1.3. Singlete

Dado que para la configuración de tres quarks no hay función de onda de espín totalmente antisimétrica, los bariones correspondientes al singlete requieren una excitación orbital para que puedan existir estados de esta clase. La función de onda del singlete $\mathbf{1}_A$ de la ecuación 1.8 será:

$$\Lambda_1^0 \quad : \quad |\phi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}}[(ud - du)s + (ds - sd)u + (su - us)d] \quad (1.30)$$

1.2. Mesones

Además de los bariones los mesones son el otro tipo de hadrones, con espín semientero (bosones) y número bariónico 0. Desde el punto de vista del modelo de quarks, los mesones son estados ligados de un par quark-antiquark ($q\bar{q}$) más el "mar" de pares $q\bar{q}$.

Los estados $q\bar{q}$ se forman al combinar los tres sabores (u, d y s) pueden dividirse en 9 mesones, los cuales están clasificados como un octete $\mathbf{8}$ y un singlete de sabor $\mathbf{1}$

$$q\bar{q} \equiv \mathbf{3} \otimes \mathbf{3} = \mathbf{8} \oplus \mathbf{1} \quad (1.31)$$

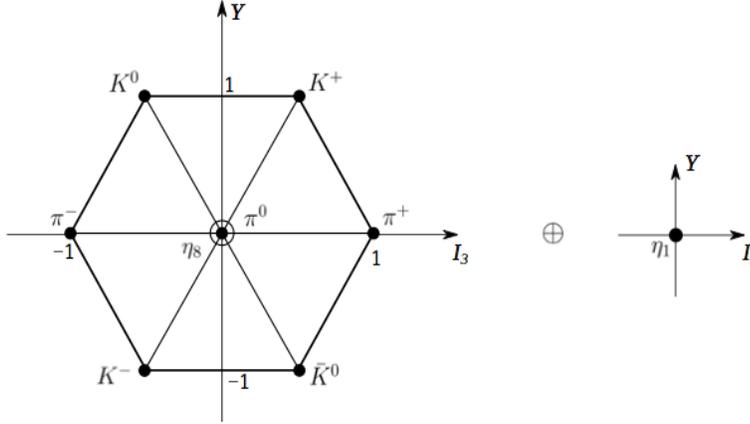
1.2.1. Funciones de onda de espín

Las configuraciones para los mesones $q\bar{q}$ con espín de los quarks $S = \frac{1}{2}$ y momento angular orbital relativo cero (es decir, sólo considerando estados base; sin excitaciones orbitales), son de dos tipos: $J = S = 0$ (Estados *pseudoescalares*) y $J = S = 1$ (Estados *vectoriales*). Por tanto las funciones de onda de espín correspondientes al triplete $S = 1$ son

$$\begin{aligned} |\chi\rangle_{1,1} &= |\uparrow\uparrow\rangle \\ |\chi\rangle_{1,0} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle) \\ |\chi\rangle_{1,-1} &= |\downarrow\downarrow\rangle \end{aligned} \quad (1.32)$$

y para el singlete $S = 0$ la función de onda es

$$|\chi\rangle_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad (1.33)$$

Figura 1.3: Mesones pseudoescalares $J^P = 0^-$

En las figuras 1.3 y 1.4 se muestran los diagramas de peso de los octetes y singletes de los mesones pseudoescalares y vectoriales.

El operador \hat{I}_3 es identificado como uno de los generadores del grupo $SU(3)_f$, y también uno de los generadores del subgrupo $SU(2)_f$, ya que el álgebra del grupo es prácticamente la misma a la del espín, entonces en la representación fundamental los generadores de isospín están definidos como $\hat{I}_i = \frac{1}{2}\hat{\tau}_i$, donde los generadores de isospín son las matrices de Pauli:

$$\hat{\tau}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \hat{\tau}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.34)$$

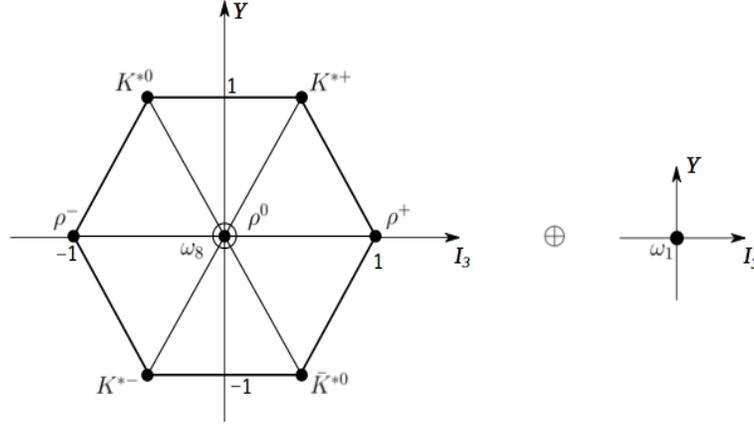
1.2.2. Función de onda de sabor

Para construir las funciones de onda de sabor de los mesones, es necesario estudiar primero el comportamiento de los antiquarks bajo los operadores de isospín. Se define el doblete de isospín como

$$\phi = \begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

el cual se transforma bajo rotaciones como

$$\begin{aligned} \phi' &= U\phi \\ U &= \exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n}\cdot\tau\right) \equiv \cos\frac{\theta}{2} + i\hat{n}\cdot\tau\sin\frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (1.36)$$

Figura 1.4: Mesones vectoriales $J^P = 1^-$

donde τ lleva las matrices de espín de Pauli σ . En particular una rotación alrededor del eje 2, implica

$$\begin{aligned} u' &= \cos\frac{\theta}{2}u + \text{sen}\frac{\theta}{2}d \\ d' &= -\text{sen}\frac{\theta}{2}u + \cos\frac{\theta}{2}d \end{aligned} \quad (1.37)$$

Ahora, aplicando en ambos lados el operador de conjugación de carga, de modo que $u \rightarrow \bar{u}$, $d \rightarrow \bar{d}$, entonces

$$\begin{aligned} \bar{d}' &= -\text{sen}\frac{\theta}{2}\bar{u} + \cos\frac{\theta}{2}\bar{d} \\ \bar{u}' &= \cos\frac{\theta}{2}\bar{u} + \text{sen}\frac{\theta}{2}\bar{d} \end{aligned} \quad (1.38)$$

$$\begin{pmatrix} \bar{d}' \\ \bar{u}' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\frac{\theta}{2} & -\text{sen}\frac{\theta}{2} \\ \text{sen}\frac{\theta}{2} & \cos\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{d} \\ \bar{u} \end{pmatrix} \quad (1.39)$$

Si el doblete se define como

$$\phi = \begin{pmatrix} \bar{d} \\ -\bar{u} \end{pmatrix} \quad (1.40)$$

entonces

$$\begin{aligned} \bar{d}' &= \cos\frac{\theta}{2}\bar{d} + \text{sen}\frac{\theta}{2}(-\bar{u}) \\ -\bar{u}' &= -\text{sen}\frac{\theta}{2}\bar{d} + \cos\frac{\theta}{2}(-\bar{u}) \end{aligned} \quad (1.41)$$

lo cual es la forma estandar de la rotación del doblete $ecs(\dots)$. En general el doblete

$$\tilde{\phi} = \begin{pmatrix} \vec{d} \\ -\vec{u} \end{pmatrix} \quad (1.42)$$

Así las antipartículas se transforma como

$$\tilde{\phi}' = U\tilde{\phi}, \quad U \equiv \exp\left(\frac{1}{2}i\theta\hat{n} \cdot \tau\right) \quad (1.43)$$

de modo que un estado con contenido \vec{d} , mediante el operador de isoespín se transforma como

$$I_- \vec{d} = -\vec{u} \quad (1.44)$$

Ahora, para derivar los estados del octete de mesones se suele usar directamente la simetría de isoespín y los operadores de ascenso y descenso U_{\pm} y V_{\pm} . A partir del estado del pión π^+ con contenido de sabor $-|u\bar{d}\rangle$, al aplicarle sucesivamente los operadores anteriores, por ejemplo el de isoespín I_- , se tiene:

$$I_- |\pi^+\rangle = -d^\dagger u |u\bar{d}\rangle = -|d\bar{d}\rangle + |u\bar{u}\rangle \quad (1.45)$$

esta operación conduce a la función de onda normalizada

$$|\pi^0\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(|u\bar{u}\rangle - |d\bar{d}\rangle) \quad (1.46)$$

por tanto mediante la simetría de isoespín se obtiene

$$I_- |\pi^+\rangle = \sqrt{2}|\pi^0\rangle \quad (1.47)$$

de esta manera de pueden generar de acuerdo a los diagramas de peso; dos dobletes de isoespín, un triplete y un singulete para cada octete. Las funciones de onda de los mesones se muestran en la tabla () El mesón η_1 es un singulete de sabor, cuya función de onda es

$$|\eta_1(\omega_1)\rangle \equiv |(0,0)0,0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|u\bar{u}\rangle + |d\bar{d}\rangle + |s\bar{s}\rangle) \quad (1.48)$$

1.2.3. Paridad de las funciones de onda de sabor

Se debe tener cuidado al etiquetar los quarks y antiquarks explícitamente en los estados $SU(3)$. El estado $u\bar{d}$ por ejemplo puede ser ademas

$$|\phi_S\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}|u(1)\bar{d}(2) + \bar{d}(1)u(2)\rangle \quad o \quad |\phi_A\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}|u(1)\bar{d}(2) - \bar{d}(1)u(2)\rangle \quad (1.49)$$

Tabla 1.4: Funciones de onda de sabor de los mesones $J^P = 0^-(1^-)$.

Mesones	$ (\lambda, \mu)I, I_3, Y\rangle$	$ \phi\rangle$
$K^+(K^{*+})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, 1\rangle$	$- u\bar{s}\rangle$
$K^0(K^{*0})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1\rangle$	$- d\bar{s}\rangle$
$\pi^+(\rho^+)$	$ (1, 1)1, 1, 0\rangle$	$- u\bar{d}\rangle$
$\pi^0(\rho^0)$	$ (1, 1)1, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(u\bar{u}\rangle - d\bar{d}\rangle)$
$\pi^-(\rho^-)$	$ (1, 1)1, -1, 0\rangle$	$ d\bar{u}\rangle$
$\eta_8(\omega_8)$	$ (1, 1)0, 0, 0\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(u\bar{u}\rangle + d\bar{d}\rangle - 2 s\bar{s}\rangle)$
$\bar{K}^0(\bar{K}^{*0})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -1\rangle$	$- s\bar{d}\rangle$
$\bar{K}^-(\bar{K}^{*-})$	$ (1, 1)\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -1\rangle$	$ s\bar{u}\rangle$

los subíndices denotan las propiedades de simetría bajo el intercambio de las etiquetas 1 y 2, las cuales denotan el orden de los quarks en los estados, por lo tanto

$$|\phi_S, A\rangle \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}|u\bar{d} \pm \bar{d}u\rangle \quad (1.50)$$

Esos dos estados son distinguibles por su paridad-G ($G \equiv Ce^{i\pi T_2}$). Con $T_2 \equiv \frac{1}{2}\tau_2$ entonces de la ecuación (1.37) se tiene $G = Ci\tau_2 \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ donde C es el operador de conjugación de carga. por lo tanto al aplicar sucesivamente G se tiene consecuentemente,

$$u \rightarrow \bar{d} \rightarrow -u \quad ; \quad d \rightarrow -\bar{u} \rightarrow -d \quad (1.51)$$

$$G\phi_S \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-\bar{d}u - u\bar{d}) \equiv -\phi_S, \quad G\phi_A \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(-\bar{d}u + u\bar{d}) \equiv +\phi_A \quad (1.52)$$

$$\phi_S \rightarrow G = -1(\pi^+)y \quad , \quad \phi_A \rightarrow G = +(\rho^+) \quad (1.53)$$

Así, las parejas neutrales son

$$\begin{aligned}\phi_S &: \frac{1}{2}[(d\bar{d} - u\bar{u}) + (\bar{d}d - \bar{u}u)] = \pi^0 \\ \phi_A &: \frac{1}{2}[(d\bar{d} - u\bar{u}) - (\bar{d}d - \bar{u}u)] = \rho^0\end{aligned}\quad (1.54)$$

los cuales son eigenestados del operador de conjugación de carga.

1.2.4. singulete

Finalmente, debido a que el álgebra de color es igual a la de sabor, las funciones de onda de color de los mesones, estarán dadas por el producto totalmente simétrico

$$|\psi_{color}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(|r\bar{r}\rangle + |g\bar{g}\rangle + |b\bar{b}\rangle) \quad (1.55)$$

1.3. Decaimientos beta de bariones

El modelo de quarks implementa la conservación del vector de corriente (CVC) cuya hipótesis a nivel de quarks es esencialmente consistente con la corriente electromagnética excepto por la estructura de SU(3). La expresión de la corriente débil J_μ de acuerdo a la hipótesis de Cabbibo de que la corriente pertenece a un octete de SU(3) está dada por $J_\mu = V_\mu^i + A_\mu^i$, donde V_μ^i y A_μ^i son octetes de corrientes vectoriales y axiales [16].

Expresada en términos de los quarks, los elementos de matriz de transición para el proceso de decaimiento beta de los bariones $B_2 \rightarrow B_1 + e^- + \bar{\nu}_e$ de la corriente débil de Cabbibo puede escribirse en la forma:

$$\begin{aligned}\langle B_1 | J_\mu | B_2 \rangle &= \langle B_1 | V_\mu + A_\mu | B_2 \rangle \\ &= C \bar{u}_{B_1} \left[f_1(q^2) \gamma_\mu + i \frac{f_2(q^2)}{m_1 + m_2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu + \frac{f_3(q^2)}{m_1 + m_2} q_\mu \right. \\ &\quad \left. + g_1(q^2) \gamma_\mu \gamma^5 + i \frac{g_2(q^2)}{m_1 + m_2} \sigma_{\mu\nu} q^\nu \gamma^5 + \frac{g_3(q^2)}{m_1 + m_2} q_\mu \gamma^5 \right] u_{B_2}\end{aligned}\quad (1.56)$$

Donde B_2 y B_1 son los estados de los bariones iniciales y finales, el factor C aquí es el factor de Cabbibo. A baja transferencia de momento solo hay dos términos, f_1 (vector) y g_1 (vector axial) importantes. Es costumbre extraer de los experimentos la cantidad $g_A/g_V = g_1(0)/f_1(0)$.

En general $q^\mu = (p_e + p_{\nu_e})^\mu = (p_{B_2} - p_{B_1})^\alpha$, sin embargo debido a que de las constantes de acoplamiento g_A y g_V evaluadas en cero (cuya razón puede obtenerse de manera experimental considerando $q = 0$) conduce a la reducción de la expresión general para los decaimientos beta a solo dos términos, correspondientes a los acoplamientos axiales y vectoriales. Los operadores son los siguientes Axial y vectorial son los siguientes

$$\begin{aligned} V_\mu^i &= \bar{q} \frac{\lambda^i}{2} \gamma_\mu q \\ A_\mu^i &= \bar{q} \frac{\lambda^i}{2} \gamma_\mu \gamma^5 q \end{aligned} \quad (1.57)$$

En esta tesis, sólo se calcularán los acoplamientos axiales A_μ de las 8 corrientes (generadas debido a las λ^i) pertenecientes al octete de bariones. Aquí $q \equiv \begin{pmatrix} u \\ d \\ s \end{pmatrix}$ y $\bar{q} \equiv (\bar{u}, \bar{d}, \bar{s})$ correspondiente a los quarks y anti-quarks.

Los decaimientos beta pueden ser bien descritos a través de la simetría de SU(3). Con este modelo los operadores de corriente axial para las transiciones $d \rightarrow u$ y $s \rightarrow u$ pueden ser expresados en términos de los generadores de grupo de SU(3)

$$\begin{aligned} d \rightarrow u, \quad A_\mu &= \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 (T^1 + iT^2) q = \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 d \\ s \rightarrow u, \quad A'_\mu &= \bar{q} \gamma_\mu \gamma^5 (T^4 + iT^5) q = \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 s \end{aligned} \quad (1.58)$$

los cuales estan relacionados con las matrices de Gell-Mann $T^k = \frac{1}{2}\lambda^k$, como generadores de SU(3).

1.3.1. Simetrías del CQM en los decaimientos beta

Las configuraciones de estado de los bariónes obedecen las reglas de simetría del álgebra de los grupos SU(2)-isoespín, SU(3)-sabor y SU(6)-espín-sabor de acuerdo a sus números cuánticos. Las propiedades mas importantes de estos grupos son brevemente revisadas en el apéndice de esta tesis.

Bajo estas simetrías, los procesos de decaimiento de las partículas del octete de bariones en modelo de quarks se pueden reescribir como la suma de los elementos de matriz diagonales del protón.

Para ver esto se considera el decaimiento $n \rightarrow p$, su estado inicial corresponde al $|n\rangle$ y el final al estado a $|p\rangle$, de cuyo operador encargado de medir el proceso con a través de su valor esperado es el operador de corriente A_μ ,

Tabla 1.5: Elementos de matriz de los decaimientos beta de bariones *octete* – *octete* ($J^P = \frac{1}{2}^+$), en términos de los 3 elementos de matriz diagonales e independientes del protón con su contribución $(\Delta q)_p = \langle p|\bar{q}\gamma_\mu\gamma^5 q|p\rangle$ donde $q = u, d, s$. El decaimiento : $n \rightarrow p$, se lee $\langle p\frac{1}{2}|A|n\frac{1}{2}\rangle = \langle p|\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma^5 d|p\rangle$ y de manera similar la lista completa.

Decaimiento – β	$\langle p \bar{u}\gamma^\mu\gamma_5 u p\rangle$	$\langle p \bar{d}\gamma^\mu\gamma_5 d p\rangle$	$\langle p \bar{s}\gamma^\mu\gamma_5 s p\rangle$
$\langle p\frac{1}{2} A n\frac{1}{2}\rangle$	1	-1	0
$\langle \Sigma^0\frac{1}{2} A \Sigma^{-\frac{1}{2}}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\langle \Sigma^+\frac{1}{2} A \Sigma^0\frac{1}{2}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\langle \Xi^0\frac{1}{2} A \Xi^{-\frac{1}{2}}\rangle$	0	1	-1
$\langle \Sigma^+\frac{1}{2} A \Lambda^0\frac{1}{2}\rangle$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{2}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$
$\langle \Lambda^0\frac{1}{2} A \Sigma^{-\frac{1}{2}}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{2}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$
$\langle p\frac{1}{2} A \Sigma^0\frac{1}{2}\rangle$	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$
$\langle n\frac{1}{2} A \Sigma^{-\frac{1}{2}}\rangle$	0	1	-1
$\langle p\frac{1}{2} A \Lambda^0\frac{1}{2}\rangle$	$\frac{2}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{1}{\sqrt{6}}$
$\langle \Lambda^0\frac{1}{2} A \Xi^{-\frac{1}{2}}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$\frac{1}{\sqrt{6}}$	$-\frac{2}{\sqrt{6}}$
$\langle \Sigma^+\frac{1}{2} A \Xi^0\frac{1}{2}\rangle$	1	-1	0
$\langle \Sigma^0\frac{1}{2} A \Xi^{-\frac{1}{2}}\rangle$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	0

$$\begin{aligned}
\langle p|A|n\rangle &= \langle p|AI_-|p\rangle = \langle p|I_-A|p\rangle + \langle p|[A, I_-]|p\rangle = \langle p|[A, I_-]|p\rangle \\
&= \langle p|\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma^5 d|p\rangle.
\end{aligned} \tag{1.59}$$

Un segundo ejemplo, pero esta vez para notar un cambio de extrañeza en el proceso, se tiene al tomar un segundo operador del conjunto de operadores del octete de corrientes axiales denotado A' , para un decaimiento del tipo $\Sigma^- \rightarrow n$,

resulta

$$\begin{aligned}
\langle n|A'|\Sigma^- \rangle &= \langle n|A'V_-|n \rangle = \langle n|V_-A'|n \rangle + \langle n|[A', V_-]|n \rangle \\
&= \langle n|[A', V_-]|n \rangle = \langle n|\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5u - \bar{s}\gamma_\mu\gamma^5s|n \rangle \\
&= \langle p|\bar{d}\gamma_\mu\gamma^5d - \bar{s}\gamma_\mu\gamma^5s|p \rangle,
\end{aligned} \tag{1.60}$$

ya que el operador de corriente axial con cambio de extrañeza $A' = \bar{u}\gamma^\mu\gamma_5s$. El mismo análisis se puede expandir para todos los procesos de decaimiento beta del octete de bariones para obtenerse así las contribuciones de u , d y s como elementos de matriz del protón. La tabla 1.5 contiene todas estas contribuciones,

1.3.2. Parámetros F y D

Observando los resultados de la tabla 1.5 se puede inferir que cada uno de los decaimientos beta semileptónicos se pueden reescribir como combinaciones lineales de solo dos términos los cuales se conocen como parámetros D Y F . De esta forma, todos los decaimientos beta obtenidos con sus elementos de matriz diagonales del protón, se pueden reescribir en términos de dos parámetros F y D los cuales se definen como

$$\begin{aligned}
F &= \frac{1}{2}(\Delta u - \Delta s)_p \\
D &= \frac{1}{2}(\Delta u - 2\Delta d + \Delta s)_p
\end{aligned} \tag{1.61}$$

Así, los decaimientos de la tabla 1.5 se pueden reescribir como combinaciones lineales de estos nuevos valores tabulados en la segunda columna g_A de la Tabla 1.6. Donde $(\Delta q)_p = \langle p|\bar{q}\gamma_\mu\gamma^5q|p \rangle$ con $q = u, d, s$.

Por ejemplo, $n \rightarrow p$;

$$\langle p|\frac{1}{2}A|n\frac{1}{2} \rangle = \langle p|\bar{u}\gamma^\mu\gamma_5u - \bar{d}\gamma^\mu\gamma_5d|p \rangle = (\Delta u - \Delta d)_p = F + D \tag{1.62}$$

o para el decaimiento $\Sigma^- \rightarrow n$,

$$\langle n|\frac{1}{2}A'|\Sigma^-\frac{1}{2} \rangle = \langle p|\bar{d}\gamma^\mu\gamma_5d - \bar{s}\gamma^\mu\gamma_5s|p \rangle = (\Delta d - \Delta s)_p = F - D \tag{1.63}$$

Siquiendo este razonamiento de manera analoga se puede generar la lista de los 12 decaimientos beta con sus constantes de acoplamiento axial g_A de la segunda columna de la tabla 1.6. Puede notarse que los acoplamientos axiales solo son simples combinaciones de F y D , así que si se conocen estas dos cantidades, en principio se obtendrían la lista completa de los decaimientos beta.

Tabla 1.6: Decaimientos β en términos de los parámetros F y D

<i>Decaimiento</i> – β	g_A
$n \rightarrow p$	$F + D$
$\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+$	$\sqrt{2}F$
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0$	$F - D$
$\Sigma^- \rightarrow n$	$F - D$
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	$F + D$
$\Lambda^0 \rightarrow p$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(3F + D)$
$\Sigma^0 \rightarrow p$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(F - D)$
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$	$\sqrt{\frac{2}{3}}D$
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$	$\sqrt{2}F$
$\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}D$
$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(3F - D)$
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(F + D)$

Capítulo 2

Extensiones del modelo de quarks

2.1. Modelo de la nube mesónica, MCM

En este modelo el barión es un núcleo de quarks de valencia, el cual se denomina "barión puro", rodeado por una nube mesónica que es generada por la emisión de mesones virtuales por el barión en cuestión (Figura 3.2). La configuración del barión puro es simplemente de quarks de valencia qqq como la descrita por el modelo de quarks constituyentes. Se asume que la distribución del mar de los quarks de estos estados es simétrica, por lo tanto la asimetría esta relacionada, con los mesones de la nube.

La función de onda de los bariones en general se puede expresar como una combinación lineal del estado puro más los estados barión-mesón, tomando acoplamiento del octete de bariones al decuple y octete de mesones seudoescales como $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{10} \otimes \mathbf{8}$, $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{8} \otimes \mathbf{8}$ y $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{8} \otimes \mathbf{1}$. Así se postula la función de onda del nucleón

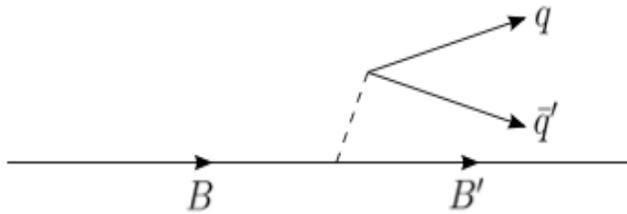


Figura 2.1: Proceso de emisión de un mesón por un barión B en el MCM.

$$\begin{aligned}
|\psi_p\rangle &= \mathcal{N}_N [|p\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} |N\pi\rangle + b_{N \rightarrow \Delta\pi} |\Delta\pi\rangle + c_{N \rightarrow p\eta} |p\eta_8\rangle \\
&\quad + d_{N \rightarrow \Sigma K} |\Sigma K\rangle + e_{N \rightarrow p\eta} |p\eta_1\rangle + g_{N \rightarrow \Sigma^* K} |\Sigma^* K\rangle] \quad (2.1)
\end{aligned}$$

Esta función de onda se puede reescribir con sus coeficientes de Clebsch-Gordan de isoespín explícitamente,

$$\begin{aligned}
|\psi_p\rangle &= \mathcal{N}_N \left[|p\rangle + a \left(\frac{1}{\sqrt{3}} |p\pi^0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |n\pi^+\rangle \right) \right. \\
&\quad + b \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |\Delta^{++}\pi^-\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |\Delta^+\pi^0\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |\Delta^0\pi^+\rangle \right) \\
&\quad + c |p\eta_8\rangle + d \left(\sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^+ K^0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |\Sigma^0 K^+\rangle \right) + e |p\eta_1\rangle \\
&\quad \left. + g \left(\sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^{*+} K^0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |\Sigma^{*0} K^+\rangle \right) \right] \quad (2.2)
\end{aligned}$$

con el factor de normalización

$$\mathcal{N}_N = \frac{1}{\sqrt{1 + a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + e^2 + f^2 + g^2}} \quad (2.3)$$

Otro ejemplo de este tipo de extensión, considerando la nube de piones con la simetría completa que incluye a todas las partículas correspondientes a los mesones pseudoescalares es el siguiente desarrollo para el barión

$$\begin{aligned}
|\psi_{\Sigma^+}\rangle &= \mathcal{N}_N \left[|p\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{3}} |p\pi^0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |n\pi^+\rangle \right) \right. \\
&\quad + b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |\Delta^{++}\pi^-\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |\Delta^+\pi^0\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |\Delta^0\pi^+\rangle \right) \\
&\quad + c |p\eta_8\rangle + d \left(\sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^+ K^0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |\Sigma^0 K^+\rangle \right) + e |p\eta_1\rangle \\
&\quad \left. + g \left(\sqrt{\frac{2}{3}} |\Sigma^{*+} K^0\rangle - \frac{1}{\sqrt{3}} |\Sigma^{*0} K^+\rangle \right) \right] \quad (2.4)
\end{aligned}$$

Este tipo de funciones de onda se utilizarán posteriormente con su parte explícita de espín-sabor para calcular los decaimientos semileptónicos de los bariones del octete.

2.2. Modelo de quarks unquenched, UQM

El modelo de quarks unquenched está basado en el modelo de quarks quirales para el cual las parejas quark-antiquark con sus respectivos números cuánticos

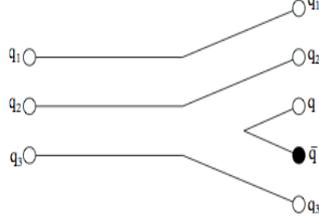


Figura 2.2: Creación de un par quark-antiquark a través del mecanismo 3P_0 .

son agregados como una perturbación, empleando un modelo 3P_0 para la creación de pares $q\bar{q}$. El mecanismo de creación de pares es introducido en el nivel de quark. Bajo estas condiciones las funciones de onda de los bariones, consisten de una configuración de tres quarks de orden cero $|A\rangle$ más la suma sobre todos los posibles componentes de Fock de mayor orden, debido a la creación de pares $q\bar{q}$. Así la función de onda de los bariones es

$$|\Psi_A\rangle = \mathcal{N} \left[|A\rangle + \sum_{BC J_b J_c J_{bc} l} \int d\vec{K}_0 k_0^2 dk_0 |BC, (J_b J_c) J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0\rangle \times \frac{\langle BC, (J_b J_c) J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0 | T^\dagger | A \rangle}{\Delta E_{bc}(k_0)} \right] \quad (2.5)$$

A denota el barión inicial, B y C representan los bariones y mesones intermedios m_a , $E_b(k_0) = \sqrt{m_b^2 + k_0^2}$ y $E_c(K_0) = \sqrt{m_c^2 + K_0^2}$ son sus respectivas energías calculadas en el marco en reposo del barión inicial A , $\Delta E_{bc} = M_A - E_b(k_0) - E_c(K_0)$, k_0 y l son el momento radial relativo y el momento angular orbital de B y C , J_a es el momento angular total $\vec{J}_a = \vec{J}_b + \vec{J}_c + \vec{l} = \vec{J}_{bc} + \vec{l}$; J_b y J_c son los momentos totales del barión y mesón intermedio. en el estado 3P_0 con los números cuánticos de el vacío: $L = S = 1$ Y $J = 0$. El operador T^\dagger que crea un par $q\bar{q}$ en el estado 3P_0 , con los numeros cuanticos del vacío: $L = S = 1$ Y $J = 0$ es

$$T^\dagger = -3\gamma \int d\vec{p}_4 d\vec{p}_5 \delta(\vec{p}_4 + \vec{p}_5) C_{45} F_{45} e^{-\alpha_a^2 (\vec{p}_4 - \vec{p}_5)^2 / 8} \times [\chi_{45} \times \mathcal{Y}_1(\vec{p}_4 - \vec{p}_5)]_0^{(0)} b_4^\dagger(\vec{p}_4) d_5^\dagger(\vec{p}_5) \quad (2.6)$$

Donde $b_4^\dagger(\vec{p}_4)$ y $d_5^\dagger(\vec{p}_5)$, son los operadores de creación para un quark y un antiquark, con momento \vec{p}_4 y \vec{p}_5 respectivamente, ver fig.

El par quark-antiquark esta caracterizado por la función de onda de un singulete de color C_{45} , una función de onda de un singulete de sabor F_{45} , una función de onda triplete de espín χ_{45} con espín $S=1$ y un harmonico esférico $\mathcal{Y}_1(\vec{p}_4 - p_5)$

eso indica que los quarks y antiquarks relativos están en una onda P relativa. El operador T^\dagger crea un par de quarks constituyentes con un tamaño efectivo. La amplitud de transición 3P_0 puede ser expresada como

$$\langle BC, (J_b J_c) J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0 | T^\dagger | A \rangle = \delta(\vec{K}_0) M_{A \rightarrow BC}(k_0) \quad (2.7)$$

el factor de normalización puede ser calculado de la siguiente expresión

$$1 = \mathcal{N}^2 \left(1 + \sum_{BC J_b J_c J_{bc} l} \int k_0^2 dk_0 \frac{|M_{A \rightarrow BC}(k_0)|^2}{\Delta E_{bc}^2(k_0)} \right) \quad (2.8)$$

y también se usa la siguiente igualdad de el trabajo de Roberts and Silvestre Brac [??]

$$\int d\vec{K}_0 |\langle BC, (J_b J_c) J_{bc}, l; J_a M_a; \vec{K}_0 k_0 | T^\dagger | A \rangle|^2 = |M_{A \rightarrow BC}(k_0)|^2 \quad (2.9)$$

La finalidad principal es obtener las funciones de onda de los bariones de modo que así se puedan calcular las diferentes aproximaciones a determinadas magnitudes físicas en el marco de este modelo de este modo. Siendo así se calculan los elementos de matriz del operador T^\dagger . La expresión general para la amplitud de transición, puede ser expresada como

$$M_{A \rightarrow BC}(k_0) = 6 \gamma \theta_{A \rightarrow BC} \epsilon(l_{\lambda_b}, l_c, L_{bc}, l, l_{\lambda_a}, L, k_0) \quad (2.10)$$

donde $\theta_{A \rightarrow BC}$ contiene la dependencia de la parte de color-espín-sabor, y $\epsilon(l_{\lambda_b}, l_c, L_{bc}, l, l_{\lambda_a}, L, k_0)$ representa la contribución espacial.

Para el caso especial donde los mesones pseudoescalares y bariones se encuentran en el estado base, el momento angular orbital es $l_{\lambda_a} = l_{\lambda_b} = l_c = L_{bc} = 0$ por lo tanto no habrá contribución al momento angular total, lo que implica que $J_a = S_a, J_b = S_b, J_c = S_c = 0$ y $J_{bc} = S_{bc} = J_b$. Además por la conservación del momento angular y paridad, el momento angular orbital relativo entre el barión B y el mesón C es igual a $l = L = 1$. Como un resultado, la expresión general para el 3P_0 amplitud de transición se simplifica considerablemente. Primero que todo la parte de color-espín-sabor $\theta_{A \rightarrow BC}$ se reduce a

$$\theta_{A \rightarrow BC} = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2J_b + 1}{2}} (-1)^{J_\rho + J_a - \frac{1}{2}} \left\{ \begin{matrix} J_a & 1 & J_b \\ \frac{1}{2} & J_\rho & \frac{1}{2} \end{matrix} \right\} \mathcal{F}_{A \rightarrow BC} \quad (2.11)$$

donde J_ρ es el momento angular total de los primeros dos quarks. El coeficiente $\mathcal{F}_{A \rightarrow BC}$ contiene los acoplamientos de sabor.

Ahora de los coeficientes de espín-sabor para el caso del estado base de los bariones del octete y decuplete combinados con mesones pseudoescalares.

$$\begin{pmatrix} N \\ \Sigma \\ \Lambda \\ \Xi \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} N\pi & \Delta\pi \\ \Sigma\pi, \Lambda\pi & \Sigma^*\pi \\ \Sigma\pi & \Sigma^*\pi \\ \Xi\pi & \Xi^*\pi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{5}{18\sqrt{3}} & -\frac{2\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} \\ -\frac{2\sqrt{2}}{27}, -\frac{1}{9\sqrt{3}} & -\frac{2}{27} \\ \frac{1}{9} & -\frac{\sqrt{2}}{9} \\ \frac{1}{18\sqrt{3}} & -\frac{\sqrt{2}}{9\sqrt{3}} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

la contribución espacial $\epsilon(k_0)$, se puede escribir como:

$$\epsilon(k_0) = -\frac{1}{2} \left(\frac{9\alpha_b^4 \alpha_c^2}{\pi} \right)^{3/4} \frac{4\alpha_b^2 + \alpha_c^2}{(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)^{5/2}} k_0 e^{-F^2 k_0^2} \quad (2.13)$$

$$F^2 = \frac{\alpha_b^2(12\alpha_b^2 + 5\alpha_c^2) + \alpha_d^2(20\alpha_b^2 + 3\alpha_c^2)}{24(3\alpha_b^2 + \alpha_c^2 + \alpha_d^2)} \quad (2.14)$$

donde las α 's son el ancho de la gaussiana considerada en la definición del operador T^\dagger .

Como un ejemplo para el nucleón con únicamente fluctuaciones piónicas, la función de onda está dada por:

$$\begin{aligned} |\Psi_N\rangle &= \mathcal{N} \left[|N\rangle + \int d\vec{K}_0 k_0^2 dk_0 \delta(\vec{K}_0) \right. \\ &\quad \left. \times \left\{ \frac{M_{N \rightarrow N\pi}(k_0)}{\Delta E_{N\pi}(k_0)} |N\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle + \frac{M_{N \rightarrow \Delta\pi}(k_0)}{\Delta E_{\Delta\pi}(k_0)} |\Delta\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle \right\} \right] \end{aligned} \quad (2.15)$$

Capítulo 3

Decaimientos beta: nube piónica

El renovado interés en la nube mesónica viene del hecho que provee una explicación natural de la asimetría $\bar{d} - \bar{u}$ como una consecuencia, la violación de la regla de suma de Gottfried, expresada como $S_G = \frac{1}{3} + \frac{2}{3}A_{\bar{u}-\bar{d}}$, donde $A_{\bar{u}-\bar{d}} = \int_0^1 [\bar{u}(x) - \bar{d}(x)]dx$. En el MCM, la asimetría $A_{\bar{u}-\bar{d}}$ puede entenderse en términos de las contribuciones de los piones. Para el cálculo que se realiza de los decaimientos solo se consideran los mesones π en las componentes de fock $B_8\pi$ y $B_{10}\pi$ de la función de onda.

3.1. Funciones de onda

Tomando en cuenta las fluctuaciones piónicas del MCM en el núcleo con acoplamientos del tipo $N\pi, \Delta\pi, \Sigma\pi, \Lambda\pi, \Sigma^*\pi, \Xi\pi$ y $\Xi^*\pi$; se obtiene una extensión del modelo de quarks constituyentes.

Las nuevas funciones de onda para los bariones del octete serán una combinación lineal del estado del barión en el modelo de quarks equivalentes, más los estados *barión-mesón*.

$$|\Psi_N\rangle = \mathcal{N}_N [|N\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} |N\pi\rangle + b_{N \rightarrow \Delta\pi} |\Delta\pi\rangle] \quad (3.1)$$

$$|\Psi_\Sigma\rangle = \mathcal{N}_\Sigma [|\Sigma\rangle + a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} |\Sigma\pi\rangle + a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} |\Lambda\pi\rangle + b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} |\Sigma^*\pi\rangle] \quad (3.2)$$

$$|\Psi_\Lambda\rangle = \mathcal{N}_\Lambda [|\Lambda\rangle + a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} |\Sigma\pi\rangle + b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} |\Sigma^*\pi\rangle] \quad (3.3)$$

$$|\Psi_\Xi\rangle = \mathcal{N}_\Xi [|\Xi\rangle + a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} |\Xi\pi\rangle + b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} |\Xi^*\pi\rangle] \quad (3.4)$$

Con sus respectivos factores de normalización.

$$\begin{aligned}
\mathcal{N}_N &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{N \rightarrow N\pi}^2 + b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2}} \\
\mathcal{N}_\Sigma &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}^2 + a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi}^2 + b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}^2}} \\
\mathcal{N}_\Lambda &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi}^2 + b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi}^2}} \\
\mathcal{N}_\Xi &= \frac{1}{\sqrt{1 + a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi}^2 + b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi}^2}}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Donde los parametros $a_{B_1 \rightarrow B_2\pi}$ son los coeficientes relativos a los términos de la función de onda del barión B_1 del octete, con la contribución barión-pión $B_2\pi$, también del octete. Los $b_{B_1 \rightarrow B_3\pi}$ son los coeficientes debidos a los términos del barión B_1 del octete con la contribución $B_3\pi$ pero ahora B_3 , es un barión del decuplete.

Para obtener los decaimientos beta de las partículas del octete de bariones en términos de los parámetros $a_{B_1 \rightarrow B_2\pi}$ y $b_{B_1 \rightarrow B_3\pi}$ es necesario desarrollar sus funciones de onda en términos de su parte explícita de espín e isospín. Para este fin, se calculan los coeficientes de Clebsch-Gordan para los oclamientos de isospín.

3.1.1. Coeficientes de isospín

En el caso de los nucleones (3.2), por ejemplo el protón; se tienen las combinaciones de estados $|p\pi^0\rangle, |n\pi^+\rangle$ del término $|N\pi\rangle$,

$$\begin{aligned}
\langle p\pi^0|p\rangle &= \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 10 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{1}{3}} \\
\langle n\pi^+|p\rangle &= \langle \frac{1}{2} - \frac{1}{2} 11 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = -\sqrt{\frac{2}{3}}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

y para el término $|\Delta\pi\rangle$ se tienen: $|\Delta^{++}\pi^-\rangle, |\Delta^+\pi^0\rangle, |\Delta^0\pi^+\rangle$. Donde es evidente que todas las posibles combinaciones de cada estado conservan la carga positiva del protón. La derivación de estos coeficientes es análoga a la del espín y se presentará con mas detalle en la siguiente sección.

$$\begin{aligned}
\langle \Delta^{++}\pi^-|p\rangle &= \langle \frac{3}{2} \frac{3}{2} 1 - 1 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{1}{2}} \\
\langle \Delta^+\pi^0|p\rangle &= \langle \frac{3}{2} \frac{1}{2} 10 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = -\sqrt{\frac{1}{3}} \\
\langle \Delta^0\pi^+|p\rangle &= \langle \frac{3}{2} - \frac{1}{2} 11 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle = \sqrt{\frac{1}{6}}
\end{aligned} \tag{3.7}$$

La función de onda (3.1) para el protón con sus coeficientes de isospin, se reescribirá como:

$$\begin{aligned}
|\psi_p\rangle = \mathcal{N}_N & \left[|p\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\pi^0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|n\pi^+\rangle \right) \right. \\
& \left. + b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^{++}\pi^-\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^+\pi^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^0\pi^+\rangle \right) \right] \quad (3.8)
\end{aligned}$$

De manera analoga se obtiene la función de onda para el neutrón.

$$\begin{aligned}
|\psi_n\rangle = \mathcal{N}_N & \left[|n\rangle + a_{N \rightarrow N\pi} \left(-\sqrt{\frac{1}{3}}|n\pi^0\rangle + \sqrt{\frac{2}{3}}|p\pi^-\rangle \right) \right. \\
& \left. + b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^+\pi^-\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^0\pi^0\rangle + \sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^-\pi^+\rangle \right) \right] \quad (3.9)
\end{aligned}$$

3.1.2. Coeficientes de espín

El proceso dominante en el Meson Cloud Model (MCM) que estamos considerando debido a la presencia de la nube piónica alrededor del núcleo, es la fluctuación de un barión A en otro barión B mas un mesón C, en este caso π . Los términos $|BC\rangle$ en la función de onda son los responsables de generar el mar de quarks, y por tanto es necesario determinar su cantidad de momento angular que aportan al espín total del barión. El momento anular total de estas componentes estará dado por

$$\vec{J}_{BC} = \vec{J}_B + \vec{J}_C + \vec{l} \quad (3.10)$$

Donde \vec{J}_B y \vec{J}_C son los momentos angulares del barión B y el mesón C respectivamente y \vec{l} el momento angular orbital entre B y C. Bajo la suposición de que B y C son estados base, y además tomando solo piones (los cuales son mesones pseudoescalares con momento angular y paridad $J^P = 0^-$) se tiene que $J_C = S_C = 0$ y $J_B = S_B = \frac{1}{2}$ para los bariones del octete y $\frac{3}{2}$ para los del decuplete. La conservación de paridad $P_A = P_B P_C (-1)^l$ determina que el momento angular orbital l debe ser impar; sin embargo si el estado físico A pertenece al octete de bariones. entonces $l = 1$.

Así para la configuración $|p\pi^0\rangle$ con sus números cuánticos, tenemos

$$\begin{aligned}
|p\pi^0; J = M = \frac{1}{2}\rangle & = \sum_{mm_p} \langle \frac{1}{2} m_p 1 m | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |p m_p \pi^0; l = 1, m\rangle \\
& = \langle \frac{1}{2} \frac{1}{2} 1 0 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |p, \frac{1}{2} \pi^0; 10\rangle + \langle \frac{1}{2} -\frac{1}{2} 1 0 | \frac{1}{2} \frac{1}{2} \rangle |p, -\frac{1}{2} \pi^0; 11\rangle \\
& = \sqrt{\frac{1}{3}} |p, \frac{1}{2} \pi^0; 10\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}} |p, -\frac{1}{2} \pi^0; 11\rangle \quad (3.11)
\end{aligned}$$

De la misma manera se pueden obtener los coeficientes de espín para los acoplamientos $|n\pi^+\rangle, |\Delta^{++}\pi^-\rangle, |\Delta^+\pi^0\rangle$ y $|\Delta^0\pi^+\rangle$ de la ecuación 3.8 para el protón. La forma explícita de la función de onda del protón y neutrón con sus factores de espín e isospín estara dada por

$$\begin{aligned}
|\psi_{p,J=M=\frac{1}{2}}\rangle &= \mathcal{N}_N \left[|p\frac{1}{2}\rangle + \sqrt{\frac{1}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\pi^0; 1, 0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\pi^0; 1, 1\rangle \right) \right. \\
&\quad - \sqrt{\frac{2}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\pi^+; 1, 0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\pi^+; 1, 1\rangle \right) \\
&\quad + \sqrt{\frac{1}{2}}b_{N\rightarrow\Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^{++}\frac{3}{2}\pi^-; 1, -1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^{++}\frac{1}{2}\pi^-; 1, 0\rangle \right. \\
&\quad + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^{++} - \frac{1}{2}\pi^-; 1, 1\rangle \left. \right) - \sqrt{\frac{1}{3}}b_{N\rightarrow\Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^+\frac{3}{2}\pi^0; 1, -1\rangle \right. \\
&\quad - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^+\frac{1}{2}\pi^0; 1, 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^+ - \frac{1}{2}\pi^0; 1, 1\rangle \left. \right) \\
&\quad + \sqrt{\frac{1}{6}}b_{N\rightarrow\Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^0\frac{3}{2}\pi^+; 1, -1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^0\frac{1}{2}\pi^+; 1, 0\rangle \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^0 - \frac{1}{2}\pi^+; 1, 1\rangle \right) \left. \right] \tag{3.12}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\psi_{n,J=M=\frac{1}{2}}\rangle &= \mathcal{N}_N \left[|n\frac{1}{2}\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|n\frac{1}{2}\pi^0; 1, 0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|n - \frac{1}{2}\pi^0; 1, 1\rangle \right) \right. \\
&\quad + \sqrt{\frac{2}{3}}a_{N\rightarrow N\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{3}}|p\frac{1}{2}\pi^-; 1, 0\rangle - \sqrt{\frac{2}{3}}|p - \frac{1}{2}\pi^-; 1, 1\rangle \right) \\
&\quad + \sqrt{\frac{1}{6}}b_{N\rightarrow\Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^+\frac{3}{2}\pi^-; 1, -1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^+\frac{1}{2}\pi^-; 1, 0\rangle \right. \\
&\quad + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^+ - \frac{1}{2}\pi^-; 1, 1\rangle \left. \right) - \sqrt{\frac{1}{3}}b_{N\rightarrow\Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^0\frac{3}{2}\pi^0; 1, -1\rangle \right. \\
&\quad - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^0\frac{1}{2}\pi^0; 1, 0\rangle + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^0 - \frac{1}{2}\pi^0; 1, 1\rangle \left. \right) \\
&\quad + \sqrt{\frac{1}{2}}b_{N\rightarrow\Delta\pi} \left(\sqrt{\frac{1}{2}}|\Delta^-\frac{3}{2}\pi^+; 1, -1\rangle - \sqrt{\frac{1}{3}}|\Delta^-\frac{1}{2}\pi^+; 1, 0\rangle \right. \\
&\quad \left. + \sqrt{\frac{1}{6}}|\Delta^- - \frac{1}{2}\pi^+; 1, 1\rangle \right) \left. \right] \tag{3.13}
\end{aligned}$$

3.1.3. Expresiones de los decaimientos beta

Se calculan los decaimientos beta con las funciones de los bariones y su correspondiente operador de corriente axial A o A' dependiendo si se conserva o no el cambio de extrañeza en los procesos.

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle - \frac{1}{3} a_{N \rightarrow N\pi}^2 \left(\frac{1}{3} \langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle + \frac{2}{3} \langle p - \frac{1}{2} | A | n - \frac{1}{2} \rangle \right) \right. \\
&\quad + \frac{1}{2\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Delta^{++} \frac{3}{2} | A | \Delta^+ \frac{3}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Delta^{++} \frac{1}{2} | A | \Delta^+ \frac{1}{2} \rangle \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{6} \langle \Delta^{++} - \frac{1}{2} | A | \Delta^+ - \frac{1}{2} \rangle \right) + \frac{1}{3} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Delta^+ \frac{3}{2} | A | \Delta^0 \frac{3}{2} \rangle \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{3} \langle \Delta^+ \frac{1}{2} | A | \Delta^0 \frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{6} \langle \Delta^+ - \frac{1}{2} | A | \Delta^0 - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad + \frac{1}{2\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \left(\frac{1}{2} \langle \Delta^0 \frac{3}{2} | A | \Delta^- \frac{3}{2} \rangle + \frac{1}{3} \langle \Delta^0 \frac{1}{2} | A | \Delta^- \frac{1}{2} \rangle \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{6} \langle \Delta^0 - \frac{1}{2} | A | \Delta^- - \frac{1}{2} \rangle \right) + \frac{1}{9} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle p\frac{1}{2} | A | \Delta^0 \frac{1}{2} \rangle \right. \\
&\quad \left. + \langle p - \frac{1}{2} | A | \Delta^0 - \frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^+ \frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^+ - \frac{1}{2} | A | n - \frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad \left. \frac{1}{3\sqrt{3}} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle n\frac{1}{2} | A | \Delta^- \frac{1}{2} \rangle + \langle n - \frac{1}{2} | A | \Delta^- - \frac{1}{2} \rangle \right) \right. \\
&\quad \left. - \langle \Delta^{++} \frac{1}{2} | A | p\frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^{++} \frac{1}{2} | A | p\frac{1}{2} \rangle \right] \tag{3.14}
\end{aligned}$$

Debido a que no todos los elementos de matriz del operador de corriente A son independientes, el cálculo se puede simplificar significativamente si se factorizan los valores esperados de los paréntesis a una sola proyección de espín. Por ejemplo

$$\langle p, -\frac{1}{2} | A | n, -\frac{1}{2} \rangle = -\langle p, \frac{1}{2} | A | n, \frac{1}{2} \rangle \tag{3.15}$$

y en general para dos estados bariónicos del octete con proyección de espín $S = \frac{1}{2} := \uparrow$ se cumple la relación anterior.

Demostración.

Los operadores S_+ y S_- tienen el efecto de subir y bajar la proyección de espín ($S = \pm \frac{1}{2}$); de los estados de una configuración dada. Los operadores de ascenso y descenso de espín y el operador de corriente axial A , en términos de su contenido de *espín-sabor* se definen como:

$$S_{\pm} = S_x \pm iS_y \tag{3.16}$$

$$A = \bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 d \quad (3.17)$$

Así, se calcula el elemento de matriz del decaimiento beta menos, con proyección de espín hacia abajo

$$\begin{aligned} \langle p \downarrow | A | n \downarrow \rangle &= \langle p \downarrow | AI_- | p \downarrow \rangle \\ &= \langle p \downarrow | I_- A + [A, I_-] | p \downarrow \rangle \\ &= \langle p \downarrow | [A, I_-] | p \downarrow \rangle \end{aligned} \quad (3.18)$$

evaluando el conmutador $[A, I_-]$, con I_- definido como $I_- = d^\dagger u$

$$[A, I_-] = [\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 d, d^\dagger u] = \bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma^5 d \quad (3.19)$$

Para simplificar la expresión $\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 u - \bar{d}\gamma_\mu\gamma^5 d$ se hace la siguiente aproximación. Por definición

$$\bar{u}\gamma_\mu\gamma^5 u = u^\dagger \gamma^0 \gamma_\mu \gamma^5 u \quad (3.20)$$

donde

$$u \sim \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_s \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

y

$$\begin{aligned} \gamma^0 \gamma_\mu \gamma^5 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \sigma_z \\ -\sigma_z & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & -\sigma_z \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (3.22)$$

Entonces

$$u^\dagger \gamma^0 \gamma_\mu \gamma^5 u = \begin{pmatrix} \chi_s^\dagger & \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_s^\dagger \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_z & 0 \\ 0 & \sigma_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_s \\ \frac{\vec{\sigma} \cdot \vec{p}}{E+m} \chi_s \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

Esta expresión se reduce al tomar el *límite no-relativista* (donde se considera $p \approx 0$) a la componente superior

$$\chi_s^\dagger \sigma_z \chi_s \quad (3.24)$$

cuyo resultado contiene explícitamente la matriz σ_z de Pauli. De igual manera se puede hacer el mismo análisis para $\bar{d}\gamma^z\gamma^5 d$. Obteniéndose finalmente la aproximación

$$\langle p \downarrow | A | n \downarrow \rangle \rightarrow 2 \langle p \downarrow | S_z(u) - S_z(d) | p \downarrow \rangle \quad (3.25)$$

Regresando al cálculo de la ecuación (3.18)

$$\begin{aligned}
\langle p \downarrow |A|n \downarrow \rangle &= \langle p \downarrow | \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d | p \downarrow \rangle \\
&= \langle p \downarrow | (\bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d) S_- | p \uparrow \rangle \\
&= \langle p \downarrow | S_- (\bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d) + [\bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d, S_-] | p \uparrow \rangle \\
&= \langle p \uparrow | \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d + [S_+ [\bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d, S_-]] | p \uparrow \rangle \\
&= 2 \langle p \uparrow | S_z(u) - S_z(d) | p \uparrow \rangle + 2 \langle p \uparrow | [S_+, [S_z(u) - S_z(d), S_-]] | p \uparrow \rangle \\
&= 2 \langle p \uparrow | S_z(u) - S_z(d) | p \uparrow \rangle - 4 \langle p \uparrow | S_z(u) - S_z(d) | p \uparrow \rangle \\
&= -(\Delta u - \Delta d)_p
\end{aligned} \tag{3.26}$$

ya que simplificando el doble conmutador

$$\begin{aligned}
[S_+, [\bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d, S_-]] &= 2[S_+[S_z(u) - S_z(d), S_-]] \\
&= -2[S_+, S_-(u) - S_-(d)] \\
&= -4(S_z(u) - S_z(d))
\end{aligned} \tag{3.27}$$

donde, se sabe que

$$[S_z, S_x - iS_y] = -(S_x - iS_y) = -S_- \tag{3.28}$$

$$[S_x + iS_y, S_x - iS_y] = 2S_z \tag{3.29}$$

por lo tanto

$$\langle p \downarrow |A|n \downarrow \rangle = -(\Delta u - \Delta d)_p \tag{3.30}$$

Si se realiza el mismo cálculo para $\langle p \uparrow |A|n \uparrow \rangle$, se obtiene

$$\langle p \uparrow |A|n \uparrow \rangle = (\Delta u - \Delta d)_p \tag{3.31}$$

Comparando las ecuaciones (3.30) Y (3.31) se obtiene finalmente lo que se quería demostrar : $\langle p, -\frac{1}{2}|A|n, -\frac{1}{2} \rangle = -\langle p, \frac{1}{2}|A|n, \frac{1}{2} \rangle$

De la misma manera se puede demostrar $\langle \Delta^{++\frac{1}{2}}|A|\Delta^{+\frac{1}{2}} \rangle = \frac{1}{3}\langle \Delta^{++\frac{3}{2}}|A|\Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle$, $\langle \Delta^{++-\frac{1}{2}}|A|\Delta^{+-\frac{1}{2}} \rangle = -\frac{1}{3}\langle \Delta^{++\frac{3}{2}}|A|\Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle$, $\langle p - \frac{1}{2}|A|\Delta^0 - \frac{1}{2} \rangle = \langle p \frac{1}{2}|A|\Delta^0 \frac{1}{2} \rangle$ y los valores esperados semejantes de (3.14) para simplificar esta ecuación. Las relaciones generales (3.15) para obtener todas estas derivaciones se pueden revisar en las ecuaciones (A.4) del apéndice.

El valor esperado del operador de corriente axial para el decaimiento β^+ : $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_{e^-}$, se reduce a la siguiente expresión.

$$\begin{aligned}
\langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{5}{3} - \frac{1}{9} a_{N \rightarrow N\pi}^2 \langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle + \frac{11}{36\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \langle \Delta^{++}\frac{3}{2} | A | \Delta^+\frac{3}{2} \rangle \right. \\
&\quad + \frac{11}{54} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \langle \Delta^+\frac{3}{2} | A | \Delta^0\frac{3}{2} \rangle + \frac{11}{36\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \langle \Delta^0\frac{3}{2} | A | \Delta^-\frac{3}{2} \rangle \\
&\quad + \frac{2}{9} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle p\frac{1}{2} | A | \Delta^0\frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^+\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle \right) \\
&\quad \left. + \frac{2}{3\sqrt{3}} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \left(\langle n\frac{1}{2} | A | \Delta^-\frac{1}{2} \rangle - \langle \Delta^{++}\frac{1}{2} | A | p\frac{1}{2} \rangle \right) \right] \quad (3.32)
\end{aligned}$$

Entre paréntesis están simplificados los elementos de matriz correspondientes a proyecciones de espín más bajas. Solo falta calcular *numéricamente* los valores esperados restantes entre estados inicial y final correspondientes al *octete-octete*, *decuplete-decuplete* y *octete-decuplete*. De las tablas (1.3.1) del Cap. 1 y (A.1) del apéndice pueden encontrarse los acoplamientos de la corriente axial en función de Δu , Δd , Δs y de los elementos de matriz diagonales de los estados $|p\rangle$ y $|\Delta^{++}\rangle$.

Para $\langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle$; de la tabla (1.3.1), todos los decaimientos beta se pueden escribir en términos de solo dos combinaciones de parámetros independientes, a saber:

$$\langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle = (\Delta u)_p - (\Delta d)_p. \quad (3.33)$$

En el modelo de quarks equivalentes, $(\Delta u)_p = \frac{4}{3}$, $(\Delta d)_p = -\frac{1}{3}$ y $(\Delta s)_p = 0$, esto puede resolverse directamente estudiando la función de onda del protón con su contenido explícito de espín-sabor.

$$\begin{aligned}
|p\frac{1}{2}\rangle &= \frac{1}{3\sqrt{2}} [uud(2\uparrow\downarrow - \uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow) + udu(2\uparrow\uparrow - \downarrow\uparrow - \uparrow\downarrow) \\
&\quad + duu(2\downarrow\uparrow - \uparrow\uparrow - \uparrow\downarrow)]. \quad (3.34)
\end{aligned}$$

Conociendo el contenido del sabor, se puede calcular el valor esperado

$$\langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle = \frac{5}{3}. \quad (3.35)$$

Este valor puede sustituirse en (3.32) al igual que $\langle \Delta^{++}\frac{3}{2} | A | \Delta^+\frac{3}{2} \rangle = \sqrt{3}$, lo cual puede derivarse al hacer el producto directo de su función de onda explícita de

espín $S = \frac{3}{2}$ con su parte de sabor.

$$|\Delta^{++}, \frac{3}{2}\rangle = uuu \uparrow\uparrow\uparrow \quad (3.36)$$

donde $(\Delta u)_{\Delta^{++}, \frac{3}{2}} = 3$ y $(\Delta d)_{\Delta^{++}, \frac{3}{2}} = (\Delta s)_{\Delta^{++}, \frac{3}{2}} = 0$

$$\begin{aligned} \langle \Delta^{++}, \frac{3}{2} | A | \Delta^{++}, \frac{3}{2} \rangle &= \langle \Delta^{++}, \frac{3}{2} | \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 u - \bar{d} \gamma_\mu \gamma^5 d | \Delta^{++}, \frac{3}{2} \rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta u)_{\Delta^{++}} - \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta d)_{\Delta^{++}} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned} \quad (3.37)$$

Haciendo exactamente el mismo análisis se pueden encontrar los demás elementos de matriz de (3.32). Una vez sustituidos dichos valores, el decaimiento beta se puede reducir a la siguiente expresión.

$$\langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle = \mathcal{N}_N^2 \left[\frac{5}{3} + \frac{5}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right] \quad (3.38)$$

El resultado en este decaimiento solo dependerá de los parametros $a_{N \rightarrow N\pi}$ y $b_{N \rightarrow \Delta\pi}$ los cuales se derivarán en la siguiente sección, bajo la suposición del resultado experimental de la distribución de probabilidad de encontrar quarks \bar{d} y \bar{u} en el protón.

Los demás decaimientos beta del octete de bariones, con y sin cambio de extrañeza se calculan directamente de manera analoga al decaimiento $p \rightarrow n$. La única diferencia estará en el operador de corriente axial, cuya definición para una transición de un quark $s \rightarrow u$ estará definido de la siguiente manera,

$$A' = \bar{u} \gamma_\mu \gamma^5 s \quad (3.39)$$

Los resultados obtenidos para los seis decaimientos beta que conservan la extrañeza dentro del octete de bariones son los siguientes:

$$\begin{aligned}
A(n \rightarrow p) &= \mathcal{N}_N^2 \left(\frac{5}{3} + \frac{5}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right) \\
A(\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0) &= \mathcal{N}_\Sigma^2 \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}^2 + \frac{2}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} + \frac{5}{9\sqrt{2}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \\
A(\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+) &= \mathcal{N}_\Sigma^2 \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}^2 + \frac{2}{3\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} + \frac{5}{9\sqrt{2}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}^2 \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \\
A(\Xi^- \rightarrow \Xi^0) &= \mathcal{N}_\Xi^2 \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{27} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi}^2 - \frac{5}{27} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi}^2 - \frac{8\sqrt{2}}{27} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} \right) \\
A(\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+) &= \mathcal{N}_\Lambda \mathcal{N}_\Sigma \left(-\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{4}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} - \frac{\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} \right. \\
&\quad - \frac{10}{9\sqrt{3}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} \\
&\quad \left. - \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \\
A(\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0) &= \mathcal{N}_\Sigma \mathcal{N}_\Lambda \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{4}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} + \frac{\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} \right. \\
&\quad + \frac{10}{9\sqrt{3}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} + \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} \\
&\quad \left. + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} + \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \tag{3.40}
\end{aligned}$$

Donde es evidente la necesidad de conocer las constantes $a_{B_1 \rightarrow B_2\pi}$ y $b_{B_1 \rightarrow B_3\pi}$ de cada expresión para obtener los decaimientos semileptónicos finales. B_1, B_2 son los bariones iniciales y finales respectivamente de los acoplamientos axiales y B_3 son los bariones finales correspondientes al decuplete. Para los otros seis

decaimientos axiales con cambio de extrañeza se tiene las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
A'(\Sigma^0 \rightarrow p) &= \mathcal{N}_\Sigma \mathcal{N}_N \left(-\frac{1}{3\sqrt{2}} - \frac{1}{3\sqrt{2}} a_{N \rightarrow N\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} + \frac{1}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{N \rightarrow N\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{5}{9\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{N \rightarrow N\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right. \\
&\quad \left. - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} \right) \\
A'(\Sigma^- \rightarrow n) &= \mathcal{N}_\Sigma \mathcal{N}_N \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{3} a_{N \rightarrow N\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} + \frac{1}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{N \rightarrow N\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{5}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{8}{9\sqrt{3}} a_{N \rightarrow N\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right. \\
&\quad \left. - \frac{8}{9\sqrt{3}} b_{N \rightarrow \Delta\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} \right) \\
A'(\Lambda^0 \rightarrow p) &= \mathcal{N}_\Lambda \mathcal{N}_N \left(\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{N \rightarrow N\pi} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{N \rightarrow \Delta\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{9} a_{N \rightarrow N\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} - \frac{8}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right) \\
A'(\Xi^- \rightarrow \Lambda^0) &= \mathcal{N}_\Xi \mathcal{N}_\Lambda \left(\frac{1}{\sqrt{6}} - \frac{5}{9\sqrt{2}} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} + \frac{5\sqrt{2}}{9} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{9} a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} - \frac{4}{9} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \\
A'(\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+) &= \mathcal{N}_\Xi \mathcal{N}_\Sigma \left(\frac{5}{3} + \frac{10}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} + \frac{8}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} - \frac{5}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} - \frac{8}{9\sqrt{3}} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \\
A'(\Xi^- \rightarrow \Sigma^0) &= \mathcal{N}_\Xi \mathcal{N}_\Sigma \left(\frac{5}{3\sqrt{2}} + \frac{10}{9\sqrt{3}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} + \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} \right. \\
&\quad \left. + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} - \frac{5}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} + \frac{1}{9\sqrt{2}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} \right. \\
&\quad \left. - \frac{4}{9} \sqrt{\frac{2}{3}} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \tag{3.41}
\end{aligned}$$

En el siguiente capítulo se dará un método para calcular cada una de las constantes $a_{B_1 \rightarrow B_2\pi}$ y $b_{B_1 \rightarrow B_3\pi}$ de acuerdo al MCM de este capítulo y el UQM.

Capítulo 4

MCM y UQM

En este capítulo se presenta una lista de todos los decaimientos semileptónicos del octete de bariones en términos de sus constantes de acoplamiento axial g_A ; calculadas con el modelo de la nube mesónica (MCM) y el modelo de quarks unquenched (UQM). El cálculo que se realiza para los hadrones comunes en el marco del modelo MCM es etiquetado *MCM SU(6)* y *UQM SU(6)* para el modelo UQM. Los resultados mostrados en términos de la parametrización F y D cuyos valores experimentales dan otra aproximación son $F = 0.465$ y $D = 0.805$ serán etiquetados *MCM SU(3)* y *UQM SU(3)* debido al rompimiento de la simetría SU(6).

Por comparación también mostramos los resultados para el modelo de quarks constituyentes *CQM SU(6)* sin correcciones mesónicas ($D = 1, F = 2/3$) y el modelo puro *CQM SU(3)* (con D y F de los datos experimentales).

Finalmente se realiza el reajuste $F = 0.444$ y $D = 0.806$, de acuerdo a los resultados obtenidos con los modelos mencionados y se refinan los cálculos de los decaimientos beta para ser comparados con los datos experimentales de los decaimientos de los que actualmente se tiene conocimiento.

4.1. Decaimientos beta en el modelo CQM

Con la finalidad de obtener los acoplamientos axiales de los decaimientos semileptónicos para los diferentes modelos *CQM, MCM* y *UQM*, se analizan sus simetrías y contenidos de manera sistemática.

De acuerdo con el modelo de quarks, usando la simetría de isospín y los operadores escalón V_{\pm} podemos escribir los decaimientos beta en términos de los elementos de matriz en la base del protón. Los resultados de estos cálculos se encuentran en la tabla 1.3.1 y son proporcionales a $(\Delta u)_p = \langle p | \bar{u} \gamma_{\mu} \gamma^5 u | p \rangle$, $(\Delta d)_p = \langle p | \bar{d} \gamma_{\mu} \gamma^5 d | p \rangle$ y $(\Delta s)_p = \langle p | \bar{s} \gamma_{\mu} \gamma^5 s | p \rangle$.

Tabla 4.1: Decaimientos beta en términos de los parametros $D = 1$, $F = \frac{2}{3}$ correspondiente a $SU(6)$ y los valores experimentales $D = 0.805$, $F = 0.465$ para $SU(3)$. Las cantidades con asterisco * en la última columna son los decaimientos tomados experimentalmente para obtener los demás.

<i>Decaimiento</i> $-\beta$	g_A	SU(6)	SU(3)
$n \rightarrow p$	$F + D$	1.67	1.27*
$\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+$	$\sqrt{2}F$	0.94	0.66
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0$	$F - D$	-0.33	-0.34
$\Sigma^- \rightarrow n$	$F - D$	-0.33	-0.34*
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	$F + D$	1.67	1.27
$\Lambda^0 \rightarrow p$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(3F + D)$	1.22	0.90
$\Sigma^0 \rightarrow p$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(F - D)$	-0.24	-0.24
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$	$\sqrt{\frac{2}{3}}D$	0.82	0.66
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$	$\sqrt{2}F$	0.94	0.66
$\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}D$	-0.82	-0.66
$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$	$\frac{1}{\sqrt{6}}(3F - D)$	0.41	0.24
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$	$\frac{1}{\sqrt{2}}(F + D)$	1.18	0.90

Ahora, si definimos los parametros F y D como

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{1}{2}(\Delta u - \Delta s)_p \\
 D &= \frac{1}{2}(\Delta u - 2\Delta d + \Delta s)_p
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Los decaimientos de la tabla 1.3.1 se pueden reescribir como combinaciones lineales de estos nuevos valores tabulados en la segunda columna de la Tabla 4.1

En el límite no relativista $(\Delta u)_p \approx \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(u) | p, \frac{1}{2} \rangle$. Tomando esta aproximación, la simetría de espín-sabor del modelo de quarks y la ecuación (3.34) se puede derivar que

$$\begin{aligned}
 (\Delta u)_p &= \langle p, \frac{1}{2} | \bar{u}\gamma^z\gamma_5 u | p, \frac{1}{2} \rangle \longrightarrow \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(u) | p, \frac{1}{2} \rangle = \frac{4}{3} \\
 (\Delta d)_p &= \langle p, \frac{1}{2} | \bar{d}\gamma^z\gamma_5 d | p, \frac{1}{2} \rangle \longrightarrow \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(d) | p, \frac{1}{2} \rangle = -\frac{1}{3} \\
 (\Delta s)_p &= \langle p, \frac{1}{2} | \bar{s}\gamma^z\gamma_5 s | p, \frac{1}{2} \rangle \longrightarrow \langle p, \frac{1}{2} | 2S_z(s) | p, \frac{1}{2} \rangle = 0
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

Los parametros (4.1) ahora serán $F = \frac{2}{3}$ y $D = 1$.

Sustituyendo estas nuevas cantidades en las expresiones para los decaimientos beta en terminos de las combinaciones F y D , se obtienen los valores esperados para cada decaimiento con la simetría del modelo de quarks SU(6), i.e, para el modelo en el cual todas las partículas son descritas por sus funciones de onda con simetría SU(6). Estos datos se pueden ver en la tercera columna de la tabla 4.1

4.1.1. CQM SU(3)

Se conocen las constantes F y D obtenidas de manera experimental, en base al modelo de la nube mesónica. Estos datos están reportados actualmente como $D = 0.805$, $F = 0.465$. Así de esta manera, con las nuevas constantes, quedan determinados todos los decaimientos beta en el modelo SU(3) cuyos resultados quedan tabulados en la última columna de la 4.1

4.2. Decaimientos beta en el modelo MCM

Una manera de calcular el efecto de la nube mesónica en los decaimientos beta; es mediante el análisis de las fluctuaciones piónicas en la función de onda de los bariones del octete, debido a la presencia del mar de quarks.

En el UQM; de la función de onda del protón (3.8) se obtiene la probabilidad de encontrar quarks anti-d como anti-u en el núcleo.

$$P(\bar{d}) = \frac{5a_{N \rightarrow N\pi}^2 + 2b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2}{6(1 + a_{N \rightarrow N\pi}^2 + b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2)}, \quad P(\bar{u}) = \frac{a_{N \rightarrow N\pi}^2 + 4b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2}{6(1 + a_{N \rightarrow N\pi}^2 + b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2)}. \quad (4.3)$$

Del trabajo realizado por Chang y Peng [30], se obtuvo el contenido de quarks \bar{u} y \bar{d} en el protón, cuyo resultado es

$$P_p(\bar{u}) = 0.176, \quad P_p(\bar{d}) = 0.294, \quad (4.4)$$

de aquí puede observarse una *asimetría del sabor* en el protón denotada por: $\mathcal{A}(p) = P_p(\bar{d}) - P_p(\bar{u}) = 0.118$. [31]

Al comparar las ecuaciones (4.3) y (4.4) se tiene

$$a_p^2 = 0.518, \quad b_p^2 = 0.368. \quad (4.5)$$

Los parámetros del a's y b's de las demás funciones de onda del resto de los bariones son diferentes. Sin embargo se pueden relacionar con los parámetros

del protón $a_{N \rightarrow N\pi}^2$ y $b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2$ a través de la simetría de sabor para bariones del octete. Para ello se supone que estos parámetros están determinados por los acoplamientos g_1 y g_2 para procesos del tipo $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{8} \otimes \mathbf{8}$ y g para procesos de acoplamiento de bariones del decuplete y mesones del octete $\mathbf{8} \rightarrow \mathbf{10} \otimes \mathbf{8}$. Los coeficientes que aparecen para g_1 , g_2 y g corresponden a los factores isoescales de SU(3). De esta manera los parámetros se escriben como

$$a_{N \rightarrow N\pi} = g_1 \sqrt{\frac{9}{20}} + \frac{g_2}{2} \qquad b_{N \rightarrow \Delta\pi} = -g \sqrt{\frac{4}{5}} \quad (4.6)$$

$$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} = -g_1 \sqrt{\frac{3}{5}} \qquad b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi} = -g \sqrt{\frac{3}{5}} \quad (4.7)$$

$$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} = g_2 \sqrt{\frac{2}{3}} \qquad b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} = -g \sqrt{\frac{2}{15}} \quad (4.8)$$

$$a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} = g_1 \sqrt{\frac{1}{5}}$$

$$a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} = -g_1 \sqrt{\frac{9}{20}} + \frac{g_2}{2} \qquad b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} = -g \sqrt{\frac{1}{5}} \quad (4.9)$$

Ya que existen dos formas de acoplar bariones-mesones del octete, es necesaria mas información para hallar todos los parametros. Con este fin se relacionan los acoplamientos g_1 y g_2 con los parámetros F y D que aparecen en el lagrangiano de interacción

$$\mathcal{L} = -\sqrt{2}D\text{Tr}(\{\bar{B}, B\}M) + \sqrt{2}F\text{Tr}([\bar{B}, B]M) \quad (4.10)$$

donde B es la matriz del octete de bariones, \bar{B} su matriz adjunta y M la matriz del octete de mesones. La relación entre los parámetros es

$$D = \frac{\sqrt{30}}{40}g_1 \qquad , \qquad F = \frac{\sqrt{6}}{24}g_2 \quad (4.11)$$

Los coeficientes F y D se pueden determinar de dos de los decaimientos β del octete, de los cuales se tiene conocimiento experimental:

$$\begin{aligned} n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e & \qquad F + D = 1.2701(25) \\ \Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e & \qquad F - D = -0.340(17). \end{aligned}$$

De estas dos ecuaciones se obtiene $D = 0.805$ y $F = 0.465$, donde para este propósito se utiliza la razón $\frac{F}{D} = 0.578$ en conjunto con el valor $a_{N \rightarrow N\pi}^2 = 0.520$ para determinar g_1 y g_2

$$g_1 = \frac{2\sqrt{5}}{3(1 + F/D)} = 0.681 \qquad , \qquad g_2 = \frac{2F/D}{1 + F/D} = 0.528 \quad (4.12)$$

donde g_1 y g_2 tienen el mismo signo que D y F . Comparando los resultados anteriores con la ecuación (4.7), se concluye que $a_{N \rightarrow N\pi}$ es positivo. Con este

análisis, se obtiene equivalentemente el resto de los coeficientes de las funciones de onda de los bariones, ecuaciones (3.3-3.5). Los resultados están en la tabla 3.2.

Parámetros	Valores	Parámetros	Valores
$a_{N \rightarrow N\pi}$	0.7209	$b_{N \rightarrow \Delta\pi}$	0.6085
$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi}$	-0.5275	$b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.5270
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}$	0.4312	$b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.2484
$a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi}$	0.3046	$b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi}$	0.3043
$a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi}$	-0.1928		

El valor de g se obtiene de (4.6) y (4.7), como:

$$g = \pm 0.680 \quad (4.13)$$

Es evidente que se tienen una indeterminación de signo para los parámetros b 's debido a los dos valores diferentes de g , tabla.

Se sabe de los momentos magnéticos de los quarks μ_u , μ_d y μ_s que se calculan en el marco del modelo UQM que a partir de los momentos magnéticos del protón, neutrón y lambda, es posible determinar el signo de g [27]. Para valores de g negativos, los datos se aproximan más a los del modelo de quarks, en contraste con los valores positivos de g los cuales se alejan. Por esta razón se elige el valor de $\mathbf{g} < \mathbf{0}$.

Utilizando los parámetros de las tablas anteriores con la condición de que solo tomamos los datos con g negativo, se obtienen los decaimientos semileptonicos de los bariones con la contribución de la nube piónica de las ecuaciones en (3.40).

Para el decaimiento $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$

$$\begin{aligned} \langle p \uparrow | A | n \uparrow \rangle &= \mathcal{N}_N^2 \left(\frac{5}{3} + \frac{5}{27} a_{N \rightarrow N\pi}^2 + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right) \\ &= 1.5032 \end{aligned} \quad (4.14)$$

de igual manera en el decaimiento beta: $\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0 + e^- + \bar{\nu}_e$

$$\begin{aligned} \langle \Sigma^0 \uparrow | A | \Sigma^- \uparrow \rangle &= \mathcal{N}_\Sigma^2 \left(\frac{2\sqrt{2}}{3} - \frac{3\sqrt{2}}{27} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}^2 + \frac{6\sqrt{3}}{27} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} \right. \\ &\quad \left. + \frac{5\sqrt{2}}{18} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}^2 + \frac{4}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} + \frac{8}{3\sqrt{6}} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \\ &= 0.8343 \end{aligned} \quad (4.15)$$

y así en general se obtienen los 12 decaimientos beta del octete de bariones.

Los datos restantes se encuentran en la columna etiquetada como MCM SU(6) (correspondiente al modelo con simetría SU(6), pero cuyos parámetros se obtuvieron a partir de suposiciones con datos experimentales), de la Tabla 4.2

4.2.1. MCM SU(3)

Se pueden incorporar los parámetros F, D que simplifican las expresiones resultantes de los decaimientos beta del modelo de quarks, a la extensión del modelo de quarks que se obtiene al bajar la simetría de SU(6) → SU(3) para considerar los efectos de los piones a los decaimientos, se introducen los valores F=0.465 Y D=0.805 de la nube mesónica (Meson Cloud Model); obteniendose así los resultados a los que llamaremos MCM SU(3).

El desarrollo de MCM SU(3) puede generarse (por ejemplo para el decaimiento $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$, ya que los demás se obtienen de manera similar) al considerar la expresión (2.22) del decaimiento $\langle \psi_{p\frac{1}{2}} | A | \psi_{n\frac{1}{2}} \rangle$, en función únicamente de los elementos de matriz: octete-octete, del operador de corriente axial A

$$A(n \rightarrow p) = \mathcal{N}_N^2 \left(\langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle + \frac{1}{9} a_{N \rightarrow N\pi}^2 \langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right) \quad (4.16)$$

intercambiando $\langle p\frac{1}{2} | A | n\frac{1}{2} \rangle \rightarrow F + D = 0.465 + 0.805 = 1.270$, con los parámetros $a_{N \rightarrow N\pi}$, $b_{N \rightarrow \Delta\pi}$ y el factor \mathcal{N}_N^2 de (2.5); todos ya determinados. Se tiene

$$A(n \rightarrow p) = \mathcal{N}_N^2 \left((F + D) \left(1 + \frac{1}{9} a_{N \rightarrow N\pi}^2 \right) + \frac{25}{27} b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 + \frac{32\sqrt{2}}{27} a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \right) \quad (4.17)$$

$$A(n \rightarrow p) = 1.2701 \quad (4.18)$$

Un segundo ejemplo para un decaimiento con cambio de extrañeza: $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ +$

$e^- + \bar{\nu}_e$. De (3.41) la expresión queda

$$\begin{aligned}
A'(\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+) &= \mathcal{N}_\Xi \mathcal{N}_\Sigma \left((F + D) \left(1 - \frac{2}{3\sqrt{6}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} \right) \right. \\
&\quad + \frac{1}{9} (3F - D) a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} \\
&\quad + \frac{20}{9\sqrt{6}} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} + \frac{4\sqrt{2}}{9} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} \\
&\quad \left. + \frac{8}{9\sqrt{3}} a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi} - \frac{8}{9\sqrt{3}} a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi} \right) \quad (4.19)
\end{aligned}$$

$$A'(\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+) = 1.2300 \quad (4.20)$$

Los decaimientos restantes calculados con MCM SU(3) se encuentran en la tabla 4.2, donde es importante hacer énfasis en que los valores obtenidos de los decaimientos $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ y $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$, son tomados experimentalmente como referencia para derivar los otros 10 restantes.

4.2.2. Ajuste de los resultados

Por último se puede realizar un ajuste a los resultados anteriores al considerar básicamente la diferencia entre los valores experimentales y teóricos obtenidos de F, D mediante un análisis numérico de la desviación de los decaimientos. Así se cambian los valores efectivos de F y D de acuerdo al presente modelo de la nube piónica, ajustando nuevamente a los valores experimentales $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ y $\Sigma^- \rightarrow n + e^- + \bar{\nu}_e$

La lista de todos los posibles decaimientos semileptónicos de bariones en el octete se muestran en la tabla 4.2. El acoplamiento axial del operador de corriente se ha calculado para el Modelo de Quarks Equivalentes y para la extensión del modelo de quarks, incluyendo los términos debidos a la nube piónica; donde se baja la simetría de SU(6) \rightarrow SU(3) para considerar a los estados con contenido de piones. MCM SU(3) se utilizan los valores experimentales para F=0.465 Y D=0.805. También se obtuvieron los resultados con exclusión explícita de las correcciones mesónicas de SU(3), donde se calcularon los nuevos valores $F' = 0.444$ y $D' = 0.806$. Con un nuevo reajuste a los decaimientos mostrados en la última columna MCM SU(3)*. ¹

¹*Experimentalmente no es posible considerar el decaimiento $\beta^- : \Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ debido a que en esta reacción no se conserva la masa, pues $m(\Lambda^0) = 1115.683 \pm 0.006 \text{ MeV}/c^2$ y $m(\Sigma^+) = 1189.37 \pm 0.07 \text{ MeV}/c^2$.

Tabla 4.2: *Experimentalmente no es posible considerar el decaimiento β^- : $\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ debido a que en esta reaccion no se conserva la masa, pues $m(\Lambda^0) = 1115.683 \pm 0.006 \text{ MeV}/c^2$ y $m(\Sigma^+) = 1189.37 \pm 0.07 \text{ MeV}/c^2$.

	CQM		MCM			exp
	SU(6)	SU(3)	SU(6)	SU(3)	SU(3)*	
$n \rightarrow p$	1.67	1.27	1.50	1.28	1.27	1.2701±0.0025
$\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+$	0.94	0.66	0.83	0.62	0.60	
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0$	-0.33	-0.34	-0.29	-0.30	-0.31	
$\Sigma^- \rightarrow n$	-0.33	-0.34	-0.34	-0.33	-0.34	-0.340±0.017
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	1.67	1.27	1.56	1.23	1.21	1.21±0.05
$\Lambda^0 \rightarrow p$	1.22	0.90	1.14	0.95	0.94	0.879±0.018
$\Sigma^0 \rightarrow p$	-0.24	-0.24	-0.24	-0.23	-0.24	
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$	0.82	0.66	0.72	0.60	0.60	0.60±0.03
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$	0.94	0.66	0.83	0.62	0.60	
$\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+$	-0.82	-0.66	-0.72	-0.60	-0.60	
$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$	0.41	0.24	0.35	0.23	0.21	0.31±0.06
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$	1.18	0.90	1.10	0.87	0.86	

4.3. Decaimientos beta en el modelo UQM

Se puede medir el efecto que tiene el mar de quarks en los decaimientos beta mediante el análisis del creación de pares quark-antiquark del modelo de quarks unquenched.

Con la descripción que ya se dio para construir las funciones de onda de los bariones en el modelo de quarks “unquenched” del capítulo 2, se escribe la función de onda para el nucleón tomando solamente fluctuaciones piónicas.

$$\begin{aligned}
 |\Psi_N\rangle &= \mathcal{N} \left[|N\rangle + \int d\vec{K}_0 k_0^2 dk_0 \delta(\vec{K}_0) \right. \\
 &\quad \left. \times \left\{ \frac{M_{N \rightarrow N\pi}(k_0)}{\Delta E_{N\pi}(k_0)} |N\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle + \frac{M_{N \rightarrow \Delta\pi}(k_0)}{\Delta E_{\Delta\pi}(k_0)} |\Delta\pi; \vec{K}_0 k_0\rangle \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

donde existe una relación entre los coeficientes a_N y b_N y los factores que dependen de la integral sobre k_0 . Estos coeficientes fueron obtenidos mediante el cálculo de los momentos magnéticos del octete de bariones [27].

$$a_{N \rightarrow N\pi}^2 \longrightarrow \int k_0^2 dk_0 \frac{|M_{N \rightarrow N\pi}(k_0)|^2}{\Delta E_{N\pi}^2(k_0)} \tag{4.22}$$

$$b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2 \longrightarrow \int k_0^2 dk_0 \frac{|M_{N \rightarrow \Delta\pi}(k_0)|^2}{\Delta E_{\Delta\pi}^2(k_0)} \tag{4.23}$$

$$a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi} \longrightarrow \text{Re} \left(\int k_0^2 dk_0 \frac{M_{N \rightarrow N\pi}^*(k_0)}{\Delta E_{N\pi}(k_0)} \frac{M_{N \rightarrow \Delta\pi}(k_0)}{\Delta E_{\Delta\pi}(k_0)} \right) \quad (4.24)$$

De manera análoga se construyen las funciones de onda para los hiperones, sabiendo que existe una equivalencia entre las funciones de onda del MCM y el UQM, que implica que los resultados al cálculo de momentos magnéticos de los bariones del octete son los mismos para el modelo de quarks unquenched con una diferencia en el modo de obtener los valores de los parámetros $a_{B_1 \rightarrow B_2}$ y $b_{B_1 \rightarrow B_3}$, ya que ahora estos dependen de una integral sobre el impulso relativo entre el barión y el mesón. Estas integrales se pueden calcular para cada uno de los parámetros de los bariones del octete correspondientes. Los resultados de este cálculo se encuentran en la tabla 4.3. Con estos parámetros $a_{B_1 \rightarrow B_2}$ y $b_{B_1 \rightarrow B_3}$ y las expresiones de las ecuaciones (3.40 y 3.41) se pueden calcular los decaimientos beta semileptónicos en el contexto del modelo unquenched con la simetría SU(6). Los resultados se pueden ver en la tabla 4.4. De esta manera se tiene la aportación del modelo unquenched a los decaimientos beta, los cuales han sido calculados desde el punto de vista del modelo de la nube piónica. Por esta razón y por los valores de los parámetros a y b, no es de extrañarse, que los resultados de los decaimientos en ambos modelos sean muy similares.

Tabla 4.3: Comparación de los coeficientes a y b para el modelo MCM y UQM.

Parámetros	MCM	UQM
$a_{N \rightarrow N\pi}$	0.7209	0.7035
$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi}$	-0.5227	-0.4528
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}$	0.4310	0.4778
$a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi}$	0.3046	0.3339
$a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi}$	-0.1930	-0.1487
$b_{N \rightarrow \Delta\pi}$	0.6085	0.5833
$b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.5270	0.5242
$b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.2484	0.2678
$b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi}$	0.3043	0.3239

4.3.1. UQM SU(3)

Al igual que en el modelo MCM SU(3), se pueden parametrizar los acoplamientos axiales g_A del modelo de quarks (tabla 1.6), mediante el uso de los valores experimentales actuales $F = 0.465$, $D = 0.805$ y los parámetros $a_{B_1 \rightarrow B_2}$ y $b_{B_1 \rightarrow B_3}$ de la tabla 4.3 correspondientes al modelo unquenched. A estos resultados los etiquetamos como UQM SU(3), debido a los datos experimentales efectivos tomados y se encuentran en la tabla 4.4.

Tabla 4.4: Decaimientos semileptónicos del octete de bariones. Los acoplamientos axiales fueron calculados en el modelo UQM, con el uso de $F = 2/3$, $D = 1$, el conicimiento de los parámetros experimentales $D = 0.805$ y $F = 0.465$ del modelo de quarks constituyentes y el reajuste $F' = 0.444$ Y $D' = 0.806$ para el MCM y UQM

	UQM SU(6)	UQM SU(3)	UQM SU(3)*	exp
$n \rightarrow p$	1.50	1.28	1.27	1.2701 ± 0.0025
$\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+$	0.82	0.61	0.61	
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0$	-0.30	-0.30	-0.31	
$\Sigma^- \rightarrow n$	-0.34	-0.33	-0.34	-0.340 ± 0.017
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	1.54	1.22	1.20	1.21 ± 0.05
$\Lambda^0 \rightarrow p$	1.15	0.95	0.94	0.879 ± 0.018
$\Sigma^0 \rightarrow p$	-0.24	-0.24	-0.24	
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$	0.74	0.62	0.62	0.60 ± 0.03
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$	0.82	0.61	0.62	
$\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+$	-0.74	-0.62	-0.62	
$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$	0.38	0.25	0.24	0.31 ± 0.06
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$	1.09	0.86	0.86	

4.3.2. Ajuste de los resultados

Por comparación con el MCM SU(3)* se puede hacer el mismo reajuste a las cantidades F y D cuyos valores ya conocidos son $F' = 0.444$ y $D' = 0.806$. Con esta variante, los decaimientos quedan finalmente como en la tabla 4.4, etiquetados como UQM SU(3)*.

Capítulo 5

Resumen y Conclusiones

En el desarrollo de este trabajo se calcularon los decaimientos beta entre bariones del octete de acuerdo a los acoplamientos axiales con y sin cambio de extrañeza en su contenido de sabor de quarks, en el contexto del modelo de la nube mesónica (MCM) y el modelo de quarks unquenched (UQM). Para esto fue necesario expandir la teoría del modelo de quarks constituyentes (CQM); en el cual son bien conocidos los resultados de las predicciones teóricas de los decaimientos beta propuestos por Cabibbo. En el caso del (MCM) se han considerado los términos procedentes de la contribución de la nube mesónica a la función de onda de los bariones; estos términos incluyen solamente acoplamientos del tipo barión-pión debido a que se considera que son los mesones con mayor contenido de masa y por ende los que aportarán los resultados mas significativos al cálculo de los decaimientos beta. Es por esta razón que la simetría del MCM esta rota, ya que no se considera todo el espectro de partículas del octete de mesones.

Una vez obtenidas las expresiones para los decaimientos beta se parametrizaron estas en términos de las cantidades F y D cuyo valor para el modelo de quarks se tomó $F = \frac{2}{3}$ y $D = 1$. A partir de ello se establecieron los decaimientos beta del modelo de quarks constituyentes. Ya que existe información experimental actualizada de los acoplamientos axiales en los que toman parte dichas cantidades; se recalculan los decaimientos beta en el modelo CQM SU(3).

Con la finalidad de obtener los acoplamientos axiales y poder comparar cuantitativamente las predicciones de cada modelo; se tomaron en cuenta únicamente las componentes relacionadas a las fluctuaciones piónicas del modelo MCM, debido a que estas justifican directamente la asimetría de sabor. Bajo esta proposición se extendió el modelo de quarks al agregar acoplamientos del tipo barión-pión a la función de onda de los bariones los cuales dependían linealmente de estas combinaciones. Las nuevas expresiones de las funciones de onda de los bariones ahora tenían el contenido de la nube piónica que rodeaba el núcleo de acuerdo al MCM. Básicamente el cálculo de los decaimientos beta para los modelos de la nube mesónica MCM SU(3) y el modelo unquenched

UQM SU(3) se realizaron a partir de estas expresiones que contienen las contribuciones de la nube mesónica.

Se puede determinar un ajuste a los parámetros característicos F y D de cada modelo a través de la información experimental disponible para los decaimientos $n \rightarrow p$ y $\Sigma^- \rightarrow n$. Los resultados obtenidos permitieron establecer una correspondencia uno a uno con las predicciones de los decaimientos beta de cada uno de los modelos MCM y UCQM. Los resultados finales pueden apreciarse en la tabla 5.1 como una comparación del cálculo en el marco de los tres modelos.

Tabla 5.1: Lista de todos los posibles decaimientos semileptónicos en el octete de bariones. Los acoplamientos axiales fueron calculados en tres diferentes modelos: CQM, MCM y UQM, los cuales cuales estan descritos por la simetría SU(3) con el conicimiento de los parámetros experimentales $D = 0.805$ y $F = 0.465$ del modelo de quarks constituyentes y un reajuste $F' = 0.444$ Y $D' = 0.806$ para el MCM y $F'' = 0.458$ Y $D'' = 0.805$ UQM

	CQM SU(3)	MCM SU(3)	UQM SU(3)	exp
$n \rightarrow p$	1.27	1.27	1.27	1.2701 ± 0.0025
$\Sigma^0 \rightarrow \Sigma^+$	0.66	0.60	0.61	
$\Xi^- \rightarrow \Xi^0$	-0.34	-0.31	-0.31	
$\Sigma^- \rightarrow n$	-0.34	-0.34	-0.34	-0.340 ± 0.017
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$	1.27	1.21	1.21	1.21 ± 0.05
$\Lambda^0 \rightarrow p$	0.90	0.94	0.94	0.879 ± 0.018
$\Sigma^0 \rightarrow p$	-0.24	-0.24	-0.24	
$\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$	0.66	0.60	0.62	0.60 ± 0.03
$\Sigma^- \rightarrow \Sigma^0$	0.66	0.60	0.62	
$\Lambda^0 \rightarrow \Sigma^+$	-0.66	-0.60	-0.62	
$\Xi^- \rightarrow \Lambda^0$	0.24	0.21	0.24	0.31 ± 0.06
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0$	0.90	0.86	0.86	

Es claro que los resultados para los decaimientos $n \rightarrow p$ y $\Sigma^- \rightarrow n$ son los mismos ya que ambos resultados experimentales se fijaron como parámetros para determinar el resto de los decaimientos a partir de los acoplamientos axiales g_A . En cuanto a los decaimientos con cambio de extrañeza por ejemplo $\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+$ puede verse una mejor aproximación de la predicción de los modelos MCM y UQM al resultado experimental, en comparación con el modelo de quarks constituyentes. Para los decaimientos beta cuyos procesos implican la conservación de la extrañeza de los quarks, se encontro que los rangos de las cantidades los tres modelos son muy similares, en cuando al hecho de que solo difieren aproximadamente en no más de un 20% de sus valores para cada decaimiento. Sin embargo para el dato experimental del cuál se tiene conocimiento $\Sigma^- \rightarrow \Lambda^0$, el resultado del MCM se aproxima mejor nuevamente, siguiendolo el modelo UQM.

Como argumentación para justificar la similitud entre los resultados de los modelos UQM y MCM al calcular los decaimientos beta, se presenta una tabla comparativa con los valores de los coeficientes a y b del cual dependen las expresiones de los decaimientos beta en los marcos de los modelos MCM y UQM. Tabla 5.2.

Tabla 5.2: Comparación de los coeficientes a y b para el modelo MCM y UQM.

Parámetros	MCM	UQM
$a_{N \rightarrow N\pi}^2$	0.5197	0.4949
$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi}^2$	0.2784	0.2050
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi}^2$	0.1858	0.2283
$a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi}^2$	0.1313	0.1115
$a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi}^2$	0.0372	0.0221
$b_{N \rightarrow \Delta\pi}^2$	0.3703	0.3402
$b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi}^2$	0.2777	0.2748
$b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}^2$	0.0928	0.0718
$b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi}^2$	0.0926	0.1049
$a_{N \rightarrow N\pi} b_{N \rightarrow \Delta\pi}$	0.4387	0.4056
$a_{\Lambda \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Lambda \rightarrow \Sigma^*\pi}$	-0.2781	-0.2365
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi}$	0.1313	0.1589
$a_{\Sigma \rightarrow \Sigma\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.1071	0.1272
$a_{\Sigma \rightarrow \Lambda\pi} b_{\Sigma \rightarrow \Sigma^*\pi}$	0.0757	0.0876
$a_{\Xi \rightarrow \Xi\pi} b_{\Xi \rightarrow \Xi^*\pi}$	-0.0587	-0.0477

Los resultados anteriormente presentados para los decaimientos beta, dan sustento a la proposición de considerar extensiones del modelo de quarks equivalentes para garantizar mejores aproximaciones en los cálculos que este modelo describe. Justifica la asimetría del modelo de quarks para dar solución a problemas dentro del régimen perturbativo de QCD.

Apéndice A

Álgebra de SU(3)

$$\hat{I} \pm |I, I_3, Y\rangle = \sqrt{I(I+1) - I_3(I_3 \pm 1)} |I, I_3 \pm 1, Y\rangle \quad (\text{A.1})$$

$$\begin{aligned} a_+ &= \left[\frac{(I + I_3 + 1) \left[\frac{1}{3}(\lambda - \mu) + I + \frac{1}{2}Y + 1 \right] \left[\frac{1}{3}(\lambda + 2\mu) + I + \frac{1}{2}Y + 2 \right] \left[\frac{1}{3}(2\lambda + \mu) - I - \frac{1}{2}Y \right]}{2(I+1)(2I+1)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ b_+ &= \left[\frac{(I - I_3) \left[\frac{1}{3}(\mu - \lambda) + I - \frac{1}{2}Y \right] \left[\frac{1}{3}(\lambda + 2\mu) - I + \frac{1}{2}Y + 1 \right] \left[\frac{1}{3}(2\lambda + \mu) + I - \frac{1}{2}Y + 1 \right]}{2I(2I+1)} \right]^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

$$\hat{V}_{\pm} |I, I_3, Y\rangle = a_{\pm} |I + \frac{1}{2}, I_3 \pm \frac{1}{2}, Y \pm 1\rangle + b_{\pm} |I - \frac{1}{2}, I_3 \pm \frac{1}{2}, Y \pm 1\rangle$$

$$\hat{U}_{\pm} |I, I_3, Y\rangle = c_{\pm} |I + \frac{1}{2}, I_3 \mp \frac{1}{2}, Y \pm 1\rangle + d_{\pm} |I - \frac{1}{2}, I_3 \mp \frac{1}{2}, Y \pm 1\rangle$$

$$\begin{aligned} a_-(I, I_3, Y) &= b_+(I + \frac{1}{2}, I_3 - \frac{1}{2}, Y - 1) \\ b_-(I, I_3, Y) &= a_+(I - \frac{1}{2}, I_3 - \frac{1}{2}, Y - 1) \\ c_+(I, I_3, Y) &= \left[(I + \frac{1}{2})(I + \frac{3}{2}) - (I_3 + \frac{1}{2})(I_3 - \frac{1}{2}) \right]^{\frac{1}{2}} a_+(I, I_3, Y) \\ &\quad - [I(I+1) - I_3(I_3 - 1)]^{\frac{1}{2}} a_+(I, I_3 - 1, Y) \\ d_-(I, I_3, Y) &= c_+(I - \frac{1}{2}, I_3 + \frac{1}{2}, Y - 1) \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

A.1. Relaciones entre elementos de matriz

Para pasar de un estado de un decuplete de bariones a otro, con proyección de espín diferente; $3/2, 1/2, -1/2, -3/2$. Se utilizan las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
\langle B_{10}, \frac{1}{2} | \theta | B'_{10}, \frac{1}{2} \rangle &= \frac{1}{3} \langle B_{10}, \frac{3}{2} | \theta | B'_{10}, \frac{3}{2} \rangle \\
\langle B_{10}, -\frac{1}{2} | \theta | B'_{10}, -\frac{1}{2} \rangle &= -\langle B_{10}, \frac{1}{2} | \theta | B'_{10}, \frac{1}{2} \rangle \\
\langle B_{10}, -\frac{3}{2} | \theta | B'_{10}, -\frac{3}{2} \rangle &= -\langle B_{10}, \frac{3}{2} | \theta | B'_{10}, \frac{3}{2} \rangle \\
\langle B_{10}, -\frac{1}{2} | \theta | B_8, -\frac{1}{2} \rangle &= \langle B_{10}, \frac{1}{2} | \theta | B_8, \frac{1}{2} \rangle \\
\langle B'_8, \frac{1}{2} | \theta | B_8, \frac{1}{2} \rangle &= -\langle B'_8, -\frac{1}{2} | \theta | B_8, -\frac{1}{2} \rangle
\end{aligned} \tag{A.4}$$

Para el caso de los decaimientos beta de bariones entre miembros *decuplete-decuplete*, se puede hacer una reducción a sus términos dependientes de $\Delta u, \Delta d$ y Δs como en el caso anterior, por ejemplo en el decaimiento $\Delta^+ \rightarrow \Delta^{++}$, haciendo uso únicamente de la simetría de isoespín, se tiene

$$\begin{aligned}
\langle \Delta^{++} \frac{3}{2} | A | \Delta^+ \frac{3}{2} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \Delta^{++} | I_- A + [A, I_-] | \Delta^{++} \rangle \\
&= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \Delta^{++} | [A, I_-] | \Delta^{++} \rangle \\
&= \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \Delta^{++} | \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 u - \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 d | \Delta^{++} \rangle \\
&= \frac{1}{\sqrt{3}} (\Delta d - \Delta s)_\Delta^{++}
\end{aligned} \tag{A.5}$$

sin embargo, para este tipo de elementos de matriz de los 12 decaimientos del decuplete tabulados en la tabla 1.7, solo existen dos parámetros independientes, y el resto de los decaimientos se pueden generar, a partir de una combinación lineal de estos, por tanto el número de columnas solo se reduce a dos, tomando Δu y Δd , donde $\Delta d = \Delta s$.

Tabla A.1: Elementos de matriz de los decaimientos beta de bariones *decuplete*–*decuplete* ($J^P = \frac{3}{2}^+$), en términos de los elementos de matriz diagonales del hiperón Δ^{++} . El decaimiento : $\Delta^+ \rightarrow \Delta^{++}$, se lee $\langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | A | \Delta^+\frac{3}{2} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \Delta^{++} | \bar{u}\gamma^\mu\gamma_5 u - \bar{d}\gamma^\mu\gamma_5 d | \Delta^{++} \rangle$. En este tipo de configuraciones, solo dos elementos de matriz son independientes; elegidos como Δu y $\Delta d = \Delta s$

$\beta - \text{Decay}$	$\langle \Delta^{++} \bar{u}\gamma^\mu\gamma_5 u \Delta^{++} \rangle$	$\langle \Delta^{++} \bar{d}\gamma^\mu\gamma_5 d \Delta^{++} \rangle$
$\langle \Delta^{++\frac{3}{2}} A \Delta^+\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle \Delta^+\frac{3}{2} A \Delta^0\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$\langle \Delta^0\frac{3}{2} A \Delta^-\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle \Sigma^{*\frac{3}{2}} A \Sigma^{*0}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*0}\frac{3}{2} A \Sigma^{*-}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Xi^{*0}\frac{3}{2} A \Xi^{*-}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$
$\langle \Delta^{++\frac{3}{2}} A \Sigma^{*+}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle \Sigma^{*+}\frac{3}{2} A \Xi^{*0}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$
$\langle \Xi^{*0}\frac{3}{2} A \Omega^-\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$
$\langle \Delta^+\frac{3}{2} A \Sigma^{*0}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*0}\frac{3}{2} A \Xi^{*-}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Delta^0\frac{3}{2} A \Sigma^{*-}\frac{3}{2} \rangle$	$\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$

Tabla A.2: Elementos de matriz de los decaimientos beta de bariones *decuplete*–*decuplete* ($J^P = \frac{3}{2}^+$), en términos de los elementos de matriz diagonales del hiperón Δ^{++} . El decaimiento : $\Delta^+ \rightarrow \Delta^{++}$, se lee $\langle \Delta^{++\frac{3}{2}} | A | \Delta^{+\frac{3}{2}} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} \langle \Delta^{++} | \bar{u} \gamma^\mu \gamma_5 u - \bar{d} \gamma^\mu \gamma_5 d | \Delta^{++} \rangle$. En este tipo de configuraciones, solo dos elementos de matriz son independientes; elegidos como Δu y $\Delta d = \Delta s$

<i>Decaimiento</i> – β	Δu	Δd	Δs
$\langle \Delta^+ \uparrow A p \uparrow \rangle$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0
$\langle \Delta^0 \uparrow A n \uparrow \rangle$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0
$\langle \Sigma^{*+} \uparrow A \Sigma^+ \uparrow \rangle$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*0} \uparrow A \Sigma^0 \uparrow \rangle$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$-\frac{\sqrt{2}}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*-} \uparrow A \Sigma^{*-} \uparrow \rangle$	0	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Sigma^{*0} \uparrow A \Lambda^0 \uparrow \rangle$	$\sqrt{\frac{2}{3}}$	$-\sqrt{\frac{2}{3}}$	0
$\langle \Xi^{*0} \uparrow A \Xi^0 \uparrow \rangle$	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	0	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$
$\langle \Xi^{*-} \uparrow A \Xi^- \uparrow \rangle$	0	$-\frac{2\sqrt{2}}{3}$	$\frac{2\sqrt{2}}{3}$

Bibliografía

- [1] P. Amaudruz et al., Phys. Rev. Lett. **66**, 2712 (1961).
- [2] K. Gottfried, Phys. Rev. Lett. **18**, 1174 (1967).
- [3] A. Baldit et al., Phys. Lett. B **332**, 244 (1994).
- [4] E.A Hawker et al. (E866/NuSea Collaboration), Phys. Rev. Lett. **80**, 3715 (1998); J.C. Peng et al., Phys. Rev. D **58**, 092004 (1998); R.S. Towell et al., Phys. Rev. D **64**, 052002 (2001).
- [5] A. Baldit et al., Phys. Lett. **B332**, 244 (1994).
- [6] G.T. Garvey et al.,FNAL proposal, **P866** (1992).
- [7] W.-Y.P. Hwang and J. Speth, Chin. J. Phys. **A 570**, 765 (1994) .
- [8] A. Szczurek and J. Speth, Nucl. Phys. A **555**, 249 (1993).
- [9] V.R. Zoller, Z. Phys. **C 53**, 443 (1992).
- [10] S. Kumano, Phys. Rev. **D 43**, 3067 (1991).
- [11] E. Jenkins, Phys. Rev. **85**, 65007 (2012).
- [12] L. S. Geng, J. M Camalich, and M. J. V. Vacas, Phys. Rev **80**, 34027 (2009).
- [13] N. Cabibbo, Phys. Rev. Lett. **10:531**, (1963).
- [14] Ulf-G. Meißner, S. Steininger, Nucl. Phys. B **499**, 349-367, (1997).
- [15] H. Holtmann, A. Szczurek and J. Speth, Nucl. Phys. A **596**, 631-669 (1996).
- [16] N. Cabibbo, E. C. Swallow and R. Winston, Ann.Rev.Nucl.Part.Sci., **53**, 39-75, (2003), [arXiv:hep-ph/0307298].
- [17] Nathan Isgur, Spin structure of the proton: A Quark modeler's view, Jefferson Lab, 10-13 (1996), [JLAB-THY-96-14].

- [18] N. Cabibbo, E. C. Swallow and R. Winston, Phys. Rev. Lett. **92**, 251803 (2004).
- [19] Hyun-Chul Kim, Michał Przaszałowicz, and Klaus Goeke, Phys. Rev. D **61**, 114006 (2000).
- [20] Gerald T. Garvey Phys. Rev. C **81**, 055212 (2010)
- [21] A. Le Yaouanc, *Hadron Transitions of the Quark Model*, (Gordon and Breach Science Publishers. 1988).
- [22] Murray Gell-mann, Yuval Ne'eman, New York, (1964) *The Eightfold Way*,
- [23] R. Bijker, J. Ferretti and H. García, 3P_0 *Amplitudes*, Lecture notes: Instituto de Ciencias Nucleares, UNAM.
- [24] Fl. Stancu, *Group Theory in Subnuclear Physics*, (Oxford University Press, 1996).
- [25] D. Griffiths, *Introduction to Elementary Particles*, (2nd Revised Edition. WILEY- VCH. 2010).
- [26] R. Bijker, *Quark models of the nucleon*, Lecture notes: “VIII Escuela Mexicana de Física Nuclear”, (2013).
- [27] Díaz S., Los momentos magnéticos de bariones, quarks de valencia y del mar, Tesis F. C. UNAM, (2013)
- [28] F.E. Close, *An Introduction to Quarks and Partons*, (Academic Press. 1982).
- [29] W. Roberts and Silvestre-Brac, Few-Body Syst. **11**, 171 (1992)
- [30] W.C. Chang and J.C. Peng, Phys. Rev. Lett. **106**, 252002 (2011).
- [31] S.J. Brodsky, P. Hoyer, C. Peterson, and N. Sakai, Phys. Lett. B **93**, 451 (1980); S.J. Brodsky, C. Peterson, and N. Sakai, Phys. Rev. D **23**, 2745 (1981).