UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

LA RELACIÓN ENTRE LA FÍSICA Y LAS MATEMÁTICAS A LO LARGO DE LA HISTORIA: DE PITÁGORAS A GALILEO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

F Í S I C O

P R E S E N T A :

DAMIÁN FLORES SÁNCHEZ

DIRECTOR DE TESIS:
DR. JOSÉ LUIS ÁLVAREZ GARCÍA
20014

1. Datos del alumno
Flores
Sánchez
Damián
57 65 09 30
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
077383350

2. Datos del tutor
Dr.
José Luis
Álvarez
García

3. Datos del sinodal 1
Dr.
Shahen
Hacyan
Saleryan

4. Datos del sinodal 2
Dr.
Alejandro Ricardo
Garcíadiego
Dantan

5. Datos del sinodal 3
Dr.
Luis
Estrada
Martínez

6. Datos del sinodal 4
Dr.
José Ernesto
Marquina
Fabregat

7. Datos del Trabajo escrito.
La relación entre la física y las matemáticas a través de la historia: de Pitágoras a Galileo.
184 p.
2014

La relación entre la física y las matemáticas a lo largo de la historia: de Pitágoras a Galileo

ÍNDICE PÁG.

CAPITULO I

INTRODUCCIÓN

El tema de este trabajo es la historia, no de un personaje real o de la evolución de algún concepto físico, sino de las formas diversas en que la física y las matemáticas se han relacionado a través del tiempo. El objetivo es estudiar cómo se ha llevado a cabo esa relación entre estas dos disciplinas y cómo ha llegado ser fundamental en la construcción del pensamiento científico moderno.

Este trabajo no pretende, desde luego, estudiar esta relación a lo largo de toda la historia; tarea por demás imposible de abordar en el reducido espacio de una tesis. Para un estudio más amplio, se requeriría de varios y amplios volúmenes, por tal razón se limitara a un periodo particular de la historia que va de Pitágoras a Galileo.

El punto inicial es reconocer que esta relación no se ha dado siempre del mismo modo. Aquí se propone llevar a cabo el estudio de las distintas formas que se ha dado esta interrelación durante las diversas etapas históricas de la ciencia. Se plantea que la misma relación entre la física y las matemáticas es la que ha definido a ambas ciencias a lo largo de la historia.

El marco de referencia de este trabajo se ubica dentro una posición diacrónica y contextual, Cohen lo señala de la siguiente manera:

> El trabajo del historiador consiste más bien en sumergirse en las obras de los científicos de épocas anteriores y en sumergirse tanto como para llegar a familiarizarse con la atmósfera y con los problemas de dichas épocas, sólo así, y no mediante análisis lógico-filosófico anacrónico alguno, puede el historiador llegar a comprender por completo la naturaleza del pensamiento científico del pasado.[1]

[1] Cohen, I.B. "La historia y el filósofo de la ciencia". En F. Suppes (Comp.) *La estructura de las teorías científicas,* Editora Nacional, España (1979), p. 389.

Bajo este enfoque serán las líneas que tratarán de seguir este trabajo.

En cada uno de los periodos históricos que serán estudiados, se observa que estas dos disciplinas han tenido una definición específica, de aquí que se debe tomar en cuenta el contexto cultural en general que ha determinado su interrelación.

Desde los mismos orígenes de estas dos ciencias, hasta la actualidad, la relación de la física con las matemáticas ha llegado a ser muy compleja, así que antes de abordar el tema principal de esta tesis, se hará una breve revisión de algunas opiniones que se tienen en la actualidad sobre la relación entre estas dos disciplinas. Dichas opiniones van de un extremo a otro; por un lado están los que consideran que la física subordina a las matemáticas; mientras que en el otro extremo, está la opinión de los que consideran que las matemáticas son las que subordinan a la física. Desde luego, está la posición intermedia, de aquellos que consideran que la física y las matemáticas son disciplinas independientes.

Se expondrán brevemente en este capítulo, algunas de estas opiniones modernas sobre la relación entre la física y las matemáticas, para luego proceder a su estudio en el periodo histórico mencionado. Como ejemplo de tales opiniones acerca de la relación física-matemáticas, se puede citar lo expresado por Barut:

> Tanto la eficacia como las limitaciones de la física y las matemáticas tal como se aplica a los fenómenos naturales, pueden ser captadas a partir de la constatación de que las entidades básicas que subyacen en las teorías físicas son conceptos relativos, y estrictamente hablando, indefinidos. La física no empieza desde el principio, sino en algún lugar intermedio. El intermedio es la esfera de la experiencia y experimentación humana con los fenómenos naturales. Hay necesariamente un elemento antrópico en el inicio de la física. Lo mismo ocurre con las matemáticas; desde el conteo de los dedos para los números y de las formas que observamos alrededor, a las formas geométricas.[2]

---

[2] Barut, A.O. "On the effectiveness and limits of Mathematics in Physics". En Mikens R.E. *Mathematics and Science* World Scientific Publishing, London (1990), p. 2.

Este autor afirma que las matemáticas como la física surge a partir de la esfera de la intuición; inicialmente comprende cosas parciales de lo que nos rodea, pero a partir de ahí se hacen enunciados bien precisos y predicciones acerca de ciertos aspectos de lo que se reconoce como un fenómeno natural.

El papel que juegan las matemáticas en la descripción del mundo natural ha inquietado a más de un científico. En esto precisamente, Wigner da una pauta sobre el papel de las matemáticas en las teorías físicas.

> Naturalmente, utilizamos las matemáticas en la física cotidiana para evaluar los resultados de las leyes de la naturaleza, […]. Con el fin de que eso sea posible, las leyes de la naturaleza deben estar formuladas previamente en lenguaje matemático. Sin embargo el papel de evaluar las consecuencias de teorías ya establecidas no es el más importante de las matemáticas en la física. Las matemáticas o, más bien, las matemáticas aplicadas, no son tanto la dueña de la situación en esta función, sino que sirve meramente como herramienta.[3]

El ser humano tiene la capacidad para abstraer y aislar ciertos hechos relevantes de un fenómeno, apartándolo del resto del Universo; también es capaz de reemplazar todos los efectos del medio ambiente y los efectos de los factores secundarios; luego, pone en juego la capacidad innata del ser humano, que es el razonamiento. Es así como trata de conectar y correlacionar unas con otras las diferentes observaciones, bajo la suposición de que existe una conexión.

Esa conexión entre los diferentes factores observados se puede dar de diversas formas, se reconocen regularidades en los cambios. Por lo tanto: "La noción fundamental de las matemáticas: números, espacios y funciones (o mapeos) se puede decir que tienen su origen en la física".[4] Cuando las matemáticas dan un paso más hacia la abstracción, por medio de la investigación de las relaciones de sus expresiones, todas las matemáticas se alejan de su origen histórico hacia las grandes abstracciones.

---

[3] Wigner, E. "The unreasonable effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences" Mikens R. E. *Op. cit.,* p. 297.

[4] Barut, A.O. "On the effectiveness and limits of Mathematics in Physics" Mikens R E. *Op. cit.,* p. 3.

Algunos autores más, sin dejar de reconocer este origen, consideran que la gran matemática es estudiada por sí misma y sin referencia a nada fuera de ella misma. Se dice que las matemáticas tienen una belleza inherente y existe en ellas un goce estético. En esa dirección, encontramos una de las posiciones extremas, la del matemático inglés Hardy, quien se niega a justificar las matemáticas en términos de su utilidad práctica, e incluso va más allá:

> […] muy pocas matemáticas son prácticamente útiles y que estas pocas, son relativamente estúpidas. La 'seriedad' de un teorema matemático reside, no en sus consecuencias prácticas, que generalmente son despreciables, sino en el significado de las ideas matemáticas que relaciona. Diremos, a grandes rasgos, que una idea matemática es significativa, cuando puede relacionarse de manera natural e ilustrativa, con una buena colección de otras buenas ideas matemáticas.[5]

Lo paradójico es que aún en lo más abstracto, las matemáticas resultan ser "una herramienta que los físicos emplean en el trabajo de tornillos y tuercas del universo".[6] En esta perspectiva, algunos físicos de la vieja escuela se refieren a las matemáticas como 'la sierva de la física'.

Se tiene también que a partir de la idea de Galileo, el cual expresa que la naturaleza es un gran libro que está escrito en el lenguaje matemático, y esta idea ha sido asumida por casi todos los físicos de nuestro tiempo. Se ha llegado incluso a estimar que las matemáticas actuales han ocupado una posición tan importante en la física que, "algunos comentaristas han considerado que las matemáticas empiezan a dirigir las investigaciones en física, […]. Las matemáticas están llenando los huecos que dejaron, por la falta de ideas [físicas] profundas".[7]

Entre los juicios más neutrales en cuanto a la interrelación de estas dos ciencias, está lo expresado por de Broglie, cuando dice:

[5] Hardy, G.H. *A mathematician's apology,* Cambridge University Press, England (1992), p. 89.
[6] Peat, D. "Mathematics and Languages of Nature" Mikens R. *Op. cit.,* p. 156.
[7] *Ibid*., p. 154.

> Los progresos de las diversas ciencias matemáticas y de las grandes síntesis de la filosofía natural han corrido siempre paralelos; las concepciones y los métodos elaborados por los matemáticos han rendido los mayores servicios a los teóricos de los fenómenos físicos y fueron ellos los que les permitieron avanzar rápidamente, a la par que, por una justa retribución, el estudio de los fenómenos físicos planteó constantemente problemas cuyo examen fue para los matemáticos motivo de nuevas adquisiciones.[8]

También, es un hecho que para una mejor comprensión de la supuesta lógica de la naturaleza, es necesaria la intervención de las matemáticas, Peat lo expresa de esta manera:

> Los físicos de hecho no tienen alternativa. Las matemáticas han sido forzadas en ellos como la única lengua de comunicación, la cual sirve para hacer predicciones y comparaciones cuantitativas, con precisión y economía. En aquellos casos en los que la forma del lenguaje matemático hace una perfecta alianza con el contenido de las ideas físicas, la comunicación y desarrollo de la física es altamente exitoso.[9]

Ante la naturaleza en apariencia caótica, la ciencia física busca esencialmente en los fenómenos algo más que semejanza: busca orden. Pero en un principio, cualquier semejanza aparente entre fenómenos, bastaba para asignarles un nombre común, es decir, una clasificación. Se busca una regularidad o un patrón y éste es el primer paso en la búsqueda de una ley.

Se puede afirmar que las leyes de la naturaleza son la síntesis de la regularidad de los fenómenos que presenta en su basta complejidad el Universo. El ser humano le da un fin a estas leyes. Citando una vez más a Wigner, quien señala en este sentido: “Todas las leyes de la naturaleza son afirmaciones condicionales que permiten la predicción de algunos sucesos futuros sobre la base del conocimiento del presente

---

[8]De Broglie, L. “El papel de las matemáticas en el desarrollo de la física teórica contemporánea” *Antología de Matemáticas* vol. 2. Lecturas Universitarias. UNAM, México (1983), p. 9.
[9] Peat, D. “Mathematics and Languages of Nature”. Mickens R.E. *Op. cit.,* p. 159.

[…]”.[10] Es decir, es predictiva. Ahora bien, ¿cómo surge esta necesidad de las matemáticas en las ciencias, específicamente en la física?

Un primer paso, es el reconocimiento de lo que nos rodea, es clasificar y dar nombre a las cosas. Se trata de encontrar relaciones entre ellas, ordenarlas con respecto al espacio, al tiempo y a nosotros mismos, los observadores. Esto da lugar a la observación simple de los hechos, a una aproximación de los fenómenos que nos rodean para encontrar una conexión entre las simples observaciones. Se pone en juego la notable capacidad de razonar y reconocer algún patrón. Posteriormente, hacemos uso de nuestra habilidad para hacer abstracción, esto significa, incluso aislar ciertos hechos característicos del fenómeno o al menos disminuir los efectos del medio ambiente, y a partir de ahí construir modelos.

Las observaciones que se hacen son ineludiblemente cuantificando y midiendo, esto hace a las observaciones objetivas, para lo cual se definen escalas y unidades. Éste sería el inicio histórico del proceso de la construcción de una teoría física a la par de una teoría matemática.

Para enunciar las leyes físicas, en primer lugar usamos el lenguaje común, pero éste es muy amplio, vago y redundante, por lo que se requiere de un lenguaje preciso, que signifique lo mismo para todos. Es en esta situación que el lenguaje matemático también cumple la función, como cualquier otro lenguaje, de la comunicación; en este caso, de leyes físicas. Pero el problema de enunciar las leyes físicas va más allá de la simple elaboración del lenguaje. Al enunciar una ley no es simplemente una traducción al lenguaje elaborado y compacto de las matemáticas, sino también respalda la construcción de una teoría matemática y marca la pauta para la construcción de otras teorías matemáticas sujetas a la lógica incluso de las teorías físicas.

Queda ahora el planteamiento que a menudo se hace en la ciencia, el cual ‘postula’ que, ‘las matemáticas son el lenguaje de la física’. Varios autores han tratado este tema y han reconocido la importancia del ‘modo de ser’ de la relación entre estas

[10]Wigner, E. “The unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences” Mikens R. E. *Op. cit*., p. 291.

dos ciencias. También se ha reconocido unánimemente el beneficio mutuo que han obtenido tanto la física como las matemáticas gracias a su estrecha relación.

Whitehead, toma la noción anterior y nos habla acerca de la complementariedad que se da entre el quehacer de la física y el de las matemáticas:

> Habitualmente se cree que la certeza de las matemáticas es un fundamento para la certeza de nuestro conocimiento geométrico del espacio del universo físico. Esto es un error [...]. En cuanto a nuestras propias observaciones se refiere, no somos lo bastante precisos para tener certeza de las condiciones exactas que regulan las cosas con que nos encontramos en la naturaleza. Pero con una ligera ampliación de la hipótesis, podemos identificar estas condiciones observadas con alguna serie de las condiciones geométricas puramente abstractas [...]. La certeza de las matemáticas depende de su completa y abstracta generalidad. Pero no podemos tener una certeza *a priori* de que tenemos la razón cuando creemos que las entidades observadas en el universo concreto constituyen un ejemplo particular de lo que cae dentro de nuestro razonamiento general.[11]

En la historia de la ciencia se pueden distinguir etapas históricas en las que se marca claramente la posición que asumen las matemáticas con la física. En esta tesis se revisará esta relación en algunos periodos característicos, representativos de la ciencia.

Los vestigios más remotos que se tienen registro de alguna actividad matemática[12], datan de alrededor de 1800 años antes de nuestra era (papiro de Moscú y Rhind), en Egipto, y las tablillas de arcilla de aproximadamente 1900 antes de nuestra era, en la antigua Mesopotamia. Los rastros que dejaron estas culturas dan cuenta del tipo de matemáticas que utilizaron. La motivación para el desarrollo de las matemáticas se halla en la búsqueda de mejores calendarios, puesto que las

---

[11] Whitehead, A.N. "La matemática como elemento en la historia del pensamiento". Newman J.R. *El mundo de las matemáticas* Vol. I, *Op. cit.,* p. 327.

[12] El registro más antiguo que se conoce de un artefacto matemático, se encontró en la región de Moravia en la actual Republica Checa, se calcula de unos treinta mil años de antigüedad. Es una tibia de un lobo de aproximadamente 18 cm. Presenta 55 muescas profundas agrupadas de cinco en cinco,"... También se pueden ver en ellas un incipiente sistema de numeración".

necesidades sociales de estas culturas descansaban en el conocimiento de las fechas religiosas, las temporadas agrícolas y una mejor administración pública sobre los impuestos. Estas necesidades prácticas, impulsan una primera actividad científica, como la nombra Clagett, una 'protociencia', esto es, una ciencia primaria totalmente empírica (ampliamente observacional, con poca estimación a la teoría). El desarrollo de sus matemáticas empíricas (lo que actualmente llamaríamos aritmética, geometría y principios de álgebra) conduce a los egipcios y babilonios al manejo de un rudimentario sistema de numeración y técnicas de cálculos numéricos de áreas. Pero sin duda la astronomía es la fuente principal de motivación para el desarrollo de sus matemáticas.

Respecto a la física en la Antigüedad (entendiendo por física en este momento de la historia a toda reflexión o actividad relativa a la explicación racional de los fenómenos naturales, incluida la vida misma, así como también toda explicación acerca de cómo estaba constituido el Universo), sus orígenes se hallan en las primeras ideas totalizadoras de los pensadores griegos, llamados éstos, 'filósofos de la naturaleza'. En ellos se observa una posición teórica acerca de todo lo que les rodea; aquí se establece una diferencia con respecto a cualquier otro pensamiento, dada su posición crítica, racional y laica. En los filósofos jonios (siglo VI a. C.) se observa este pensamiento; en ellos se encuentran los primeros indicios de una actividad teórica consciente sobre el Universo. En la historia de la filosofía, a Tales de Mileto, Anaxágoras y Anaxímenes se les ubica como los primeros filósofos naturales. La explicación del mundo la atribuyen a una sustancia primigenia (monismo materialista). A su vez Tales de Mileto es el primer pensador que enuncia un conjunto de proposiciones geométricas abstractas, independientes de cualquier aplicación práctica a la que pudieran destinarse.

Los pitagóricos son, para algunos historiadores, el punto de partida de lo que modernamente llamamos ciencia. En esta etapa histórica de nuestro estudio, se puede distinguir la primera relación de la física como ciencia racional con las matemáticas. En esta fase de la ciencia se tiene conocimiento de una primera cosmología basada en las matemáticas. Con Pitágoras, las matemáticas subordinan a la física, es decir, se considera que la naturaleza se reduce a una serie de números y relaciones entre números, propone desde ahora que: 'la tarea del filósofo es descubrir esas reglas' Históricamente se marca así el carácter del papel que va jugar el hombre de ciencia en el estudio de la naturaleza.

La ciencia en la Grecia de Platón, se deja llevar por la influencia de Pitágoras en cuanto a la relación de la física con las matemáticas. Se renueva la cosmología pitagórica con este filósofo ateniense; inclusive la lleva más allá. Para él no hay duda que el Universo sigue reglas estrictamente matemáticas y que están por encima de los sentidos, pues lo que es percibido por los sentidos es confuso, engañoso y perecedero. Para Platón, entonces, el mundo físico, es efímero. De aquí que sustituye la propia naturaleza por las matemáticas.

Una relación clave a lo largo de la historia del conocimiento es aquella que se da entre la astronomía y las matemáticas. La astronomía y cosmología que aparecen específicamente durante los siglos VI al IV antes de nuestra era, tienen rasgos de carácter pitagórico, es decir, presupone que los principios matemáticos estaban incorporados a la estructura global del Universo.

Más adelante (siglo IV a. C.), aparece la filosofía aristotélica, la influencia de su visión acerca del mundo se extendió hasta la Edad Media. El cosmos aristotélico que cubre la mentalidad medieval europea es dual, es decir, en él hay una separación tajante del Universo en dos partes, una es la región celeste (con leyes propias) y la otra la región sublunar (donde rige la física terrestre). Esto trae como consecuencia un distanciamiento entre la física y las matemáticas. Para Aristóteles, la geometría se ocupa de las abstracciones, en tanto la física trata de cosas reales. La construcción teórica que relaciona las matemáticas con el mundo natural que se da inicialmente con Pitágoras (aritmética) y con Platón se interrumpe. La física de Aristóteles es no matematizable, por una simple razón, no hay manera de describir matemáticamente la naturaleza de las cosas (física) como él la concibe. Koyré describe el rasgo distintivo de la física de Aristóteles, "su física está basada en la percepción sensible y por eso es resueltamente anti-matemática".[13]

Durante el periodo alejandrino (del siglo IV a. C. al III), tiene lugar el resurgimiento de las ciencias y técnicas, propiciadas éstas por características muy particulares derivadas del intenso comercio que se da a raíz de las guerras de conquista que emprende Alejandro Magno. Alejandro funda ciudades y favorece la creación de centros culturales, uno de los más importantes es el de Alejandría. A este periodo pertenecen lo mejor de la ciencia y técnica de la Antigüedad. Aquí se distinguen tres vertientes que conforman el conocimiento de la época, las cuales serán tratados en esta tesis: Euclides con su compendio geométrico; Hiparco, Apolonio y Ptolomeo (con su astronomía y geometría) y Arquímedes y Herón con su física-matemática aplicada. En este periodo hace su aparición una física, la física del equilibrio, tratada ésta con una lógica deductiva semejante a la seguida por Euclides en sus *Elementos.* Ésta física argumentada con geometría sirve para resolver problemas técnicos. En la construcción de esta nueva forma de concebir la naturaleza intervienen pensadores como Euclides, Hiparco, Apolonio, Arquímedes y Ptolomeo; todos ellos son representantes genuinos de este nuevo pensamiento.

Euclides proporciona en *Los Elementos*, una recopilación del estado de los conocimientos alcanzados hasta entonces por las matemáticas de la Grecia clásica, haciendo énfasis en el aspecto lógico-deductivo. Con la misma metodología aprendida posiblemente en la academia de platón, además trata los problemas de la luz y la visión.

Con Arquímedes se podría afirmar que se inaugura un nuevo tipo de relación entre la física y las matemáticas. En este periodo se recupera nuevamente el vínculo entre ambas ciencias, ya que para Aristóteles ambas disciplinas resultaban ajenas. Con este pensador siracusano, surge una matemática aplicada; una nueva forma de vincular la física con las matemáticas, ésta surge de aplicar las matemáticas a los problemas mecánicos e hidráulicos. Es una matemática práctica con toda su

---

[13] Koyré, A. *Historia del pensamiento científico*. Siglo XXI España (1977), p. 185.

racionalidad y lógica. El principio del método de Arquímedes consiste en el descubrimiento de verdades matemáticas por consideraciones mecánicas.

Esta manera de tratar la física con las matemáticas resulta muy importante en la historia de la relación de estas dos ciencias, pues con el descubrimiento de Arquímedes en Europa (dado a conocer por los árabes), sus ideas llegan a impactar a los mecánicos italianos del Renacimiento; la física arquimediana de hecho, está en la base de la construcción de la nueva física que construye Galileo.

Con la implantación del Cristianismo como religión del Estado Romano en el siglo IV, el proceso de la construcción del conocimiento sufrió un doloroso retroceso en el mundo europeo. La ciencia medieval desde sus orígenes proviene de una civilización exhausta, de la Grecia de los tiempos de la conquista macedónica. La heredera natural de la civilización occidental de los griegos, es la civilización latina. Así mismo Bizancio será refugio de todo el conocimiento griego. El mundo latino es la era de los movimientos migratorios y conquistas por las tribus germanas del norte de Europa durante los siglos V y IX: francos, sajones, vándalos, godos, anglos, etc.

A pesar de la persecución, el Cristianismo penetra finalmente en Roma y se impone en lo que correspondía a los territorios del Imperio Romano de Occidente. Al triunfo del Cristianismo en la Edad Media, el empeño intelectual se orienta a otros intereses; "[…] poniéndose principalmente al servicio de una característica radicalmente nueva de la civilización: la fe religiosa organizada".[14] Cuando se llega a imponer esta organización en Europa, despliega toda su fuerza política y social. En consecuencia, prácticamente todo el desarrollo cultural e intelectual es sometido bajo este régimen.

Por otro lado, a partir del siglo VII, el mundo musulmán convirtió a Bagdad, Damasco y Córdoba en centros culturales en los que se preservó y desarrolló el saber de la antigüedad clásica. Los musulmanes tradujeron a su lengua, la *Física* de Aristóteles, el *Almagesto* de Ptolomeo, los *Elementos* de Euclides y las obras de Arquímedes. Con el redescubrimiento de la lógica aristotélica y de la matemática

[14] Bernal, J. D. *La ciencia en la historia*. Ed. Nueva Imagen, UNAM. México (1981), p. 270.

griega, se recupera la idea del método deductivo sobre el modelo de la demostración matemática.

Posteriormente, durante los siglos XIII y XIV el redescubrimiento de Aristóteles cambió el alma intelectual de Europa y se reanima el estudio de la naturaleza. Aristóteles había construido una ciencia física con el método de razonamiento *apriori*: 'razonando a partir de nociones y no de hechos'; toma de la biología las ideas que atribuye a todos los objetos inanimados una clara tendencia hacia un fin, definido por la naturaleza inherente al objeto (*i.e*. su física). La Edad Media estuvo sumergida en las ideas aristotélicas. La filosofía natural aristotélica es parte esencial del pensamiento medieval y como característica sustancial de estas doctrinas, la ciencia es desligada de las matemáticas.

También habrá que agregar, que en esta época se fundan los primeros centros de estudio en sedes eclesiásticas, las cuales derivarán posteriormente en las universidades. En estos centros de estudio, la libertad de pensamiento es nula, se encuentra enclaustrada como la ciencia misma. Académicamente gobernaba la teología, y su estudio constituía el propósito fundamental; de esta manera, el conocimiento es considerado completo y cerrado. Pero también en estos centros de estudio es donde surgen las primeras ideas críticas por parte de eruditos eclesiásticos: Robert Grosseteste, Roger Bacon, Duns Scoto, Guillermo de Ockam, Jean Buridan y Nicolas Oresme, entre otros. Así pues, los primeros estudios que se llevan a cabo durante la Edad Media sobre los fenómenos naturales, se circunscribían al ámbito eclesiástico y metafísico y esto lo llevan a cabo clérigos.

Los pensadores del inicio del Renacimiento, constituyen una etapa de transición a la ciencia moderna. En los siglos XV y XVI, el Renacimiento es una época que vuelve la cara al mundo clásico. Existe un entusiasmo por las artes y las letras de los antiguos griegos y romanos. Pero también al conocimiento técnico y práctico desarrollado en talleres.

Existen hechos y conocimientos nuevos que marcan el cambio de la Edad Media al Renacimiento, por ejemplo: la invención de la imprenta, separación de la Iglesia (la reforma de Lutero y Calvino), descubrimiento de nuevas tierras, etc.

Un factor fundamental es respecto a la astronomía, ésta seguía siendo una astronomía matemática, en la que el *Almagesto*, todavía hasta principios del siglo XVII, seguía siendo el paradigma a seguir. Sin embargo, en el siglo XV se manifestó una abierta rebelión debida al descontento que provocaba entre los astrónomos, la imprecisión y extremada (e incluso para algunos, 'absurda') complejidad de este paradigma, cuya crisis ya había comenzado con los árabes.

Respecto a las matemáticas, cuando Europa recuperó el conocimiento de las matemáticas clásicas, las matemáticas del Renacimiento se encontraban frente a un dilema planteado por dos clases de matemáticas: una, la geometría deductiva de los griegos que parecía ser la auténtica, y la otra, la aritmética, de la cual no podían negar su utilidad y eficacia, con su inminente extensión el álgebra; ésta se venía desarrollando desde los tiempos antiguos, pero carecía de una fundamentación lógica. Así aparecen los algebristas, Tartaglia, Cardano, Vietê, Stevin, Harriot y otros, quienes trabajan con los conjuntos numéricos (negativos e irracionales) y se encargan de sentar las bases del álgebra que recibirá un gran impulso a partir de este momento. Durante los siglos XIII y XIV hubo avances importantes en el desarrollo de la lógica y comienzan a construirse dos elementos que eran necesarios para dar a la ciencia un avance decisivo: emancipar por completo el cálculo del lenguaje cotidiano y romper totalmente con la concepción cualitativa de la ciencia. Las universidades de Oxford y París fueron protagonistas importantes de estos procesos.

La siguiente etapa dentro de la relación entre física y matemáticas, está dada por Kepler y Galileo. Los dos ámbitos donde se desarrolla esta historia son la astronomía y el fenómeno del movimiento. Con estos dos pensadores hay una vuelta a la importancia de las matemáticas dentro del estudio de los fenómenos físicos en ambos terrenos. Kepler retoma la idea pitagórica-platónica de la armonía matemática de la naturaleza y es uno de los fundadores de la astronomía moderna.

En el ámbito de la astronomía, la teoría copernicana heliocéntrica pone en peligro la estructura teológica católica y será en muchos sentidos telón de fondo donde aparecen nuevas formas de la relación entre la física y las matemáticas.

De los fenómenos naturales, el que necesitaba explicación, pues las teorías tradicionales no la proporcionaban satisfactoriamente, era el del movimiento, más particularmente la caída de los cuerpos y el movimiento de proyectiles. Aquí aparecen personajes como Da Vinci, Tartaglia y Benedetti.

Galileo, emprende su estudio de la dinámica y pronto se percata de que la única manera de construirla es a través de las matemáticas. Retoma, entre otras cosas, la línea de Arquímedes para la formulación de las leyes de la dinámica. Si Arquímedes matematiza la estática, Galileo lo hace con el movimiento. Dice en una de sus obras:

"Vamos a empezar una novísima ciencia sobre un tema antiquísimo. Nada hay tal vez en la naturaleza, más antiguo que el movimiento".[15] Galileo, tendrá que emprender una lucha contra las ideas aristotélicas que aún se conservaban y ataban a los académicos contemporáneos. El principio de autoridad, basado en la tradición, ejercía su poder directamente en el campo de la teología, pero también sobre la filosofía y desde luego en la ciencia.

La intención de Galileo era la de rescatar la ciencia de las ideas eclesiásticas y reclamar el derecho de pensar libremente al margen de las doctrinas jerárquicas de la Iglesia. Será el nacimiento de la física moderna y de las matemáticas como la ciencia indisoluble a ella. La física no se puede concebir sin las matemáticas y ésta a su vez se alimenta de las relaciones de simetrías que surgen de la naturaleza.

[15] Galilei, G. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* Editora Nacional, Madrid. (1981), p. 265.

CAPITULO II

PITÁGORAS: LA NATURALEZA ES MATEMATICA

1. Las matemáticas empíricas. Mesopotamia y Egipto

Se tienen vestigios de que las primeras civilizaciones datan de unos cuatro mil años antes de nuestra era en tres importantes áreas: el valle del Nilo, la región de Mesopotamia y el valle del Indo. La importancia de estas civilizaciones se debe en parte al descubrimiento del manejo de los metales y sus aleaciones.[16] El dominio de los metales se llevó a cabo bajo un arduo proceso de ensayo y error. Por otra parte, la invención de la escritura es otro 'accidente social' y constituye el gran paso cultural que le permite a estas civilizaciones, en primera instancia, la clasificación de sus pertenencias e inventarios.

Los antecedentes de una actividad matemática se remontan a las culturas desarrolladas en la antigua Babilonia[17]; allí se han hallado rastros de las matemáticas antiguas que se remontan al menos en unos 1800 años a. C. Acerca de estas matemáticas, Clagett y Lindberg coinciden en afirmar que eran unas matemáticas más desarrolladas que la egipcia, y la clave de este desarrollo, es debido "al sistema numérico nada complicado, que exige una breve caracterización".[18] El surgimiento de estas matemáticas con carácter de conocimiento organizado corresponde a una intensa actividad cultural, propia de una civilización sedentaria y compleja: la actividad agrícola, comercial, la arquitectura y los ritos religiosos están detrás de esas primeras matemáticas.

Motivados por obtener un calendario más exacto por la necesidad de predecir inundaciones, lleva a los babilonios y egipcios a refinar sus métodos empíricos en la

[16] Clagett, M. *The Origins of Science in Antiquity*. Dover publication New York (1957), p. 6.

[17] En realidad el adjetivo babilónico abarca a una serie de pueblos que ocuparon simultáneamente, o en épocas diferentes, la región del Tigris y el Éufrates. Comprenden: los sumerios, los acadios, asirios, caldeos, medos y persas.

[18] *Ibid*., p. 16.

observación de las estrellas; en estas culturas es vital para su supervivencia el manejo de buenos calendarios. Se puede rastrear que el uso más antiguo de la aplicación de las matemáticas a datos observacionales se encuentra en la astronomía. Se infiere que existe un vínculo cercano entre el refinamiento de un calendario con el desarrollo de las matemáticas en las antiguas culturas. Al respecto señala Clagett, "Neugebauer ha descrito brillantemente la aplicación de las matemáticas a la astronomía, mostrando cómo condujo al desarrollo de una muy importante técnica en astronomía".[19]

Civilizaciones como las de los babilonios y egipcios, poseían una fuerte concepción mágica y mística de la naturaleza y del ser humano, que para ellos formaban una sola unidad. Los babilonios fueron los primeros en tener una actitud de búsqueda consciente en el cielo y con sus propias observaciones obtienen un primer catálogo de posiciones de estrellas y planetas, en el cual descubren una cierta periodicidad en sus movimientos. De estas observaciones se derivan (por un lado la astrología y por el otro) el inicio de la astronomía.

La relación entre las matemáticas y la física en este periodo antiguo, originalmente es entre la astronomía y la geometría propiamente. De tal manera que a mejores matemáticas, mejores calendarios, en consecuencia, mejores predicciones climatológicas. En este caso, parece ser que la astronomía babilónica también estaba más adelantada que la astronomía egipcia. Nuevamente Clagett plantea la hipótesis del porqué se da esto:

> En Babilonia fue adoptado el calendario lunar, el cual era ajustado continuamente a las estaciones; esto demanda cálculos detallados del movimiento lunar. Pero es igualmente probable que una razón para la superioridad de la astronomía babilónica, esté relacionado con el desarrollo de un sistema superior de cálculos numéricos [aritmética]. Las matemáticas babilónicas parecen haberse desarrollado considerablemente mejor que en Egipto, excepto tal vez, en la geometría práctica.[20]

Pero a pesar de una intensa actividad observacional, estas culturas mesopotámicas babilonio-asiria y egipcia no desarrollan una explicación racional de cómo está

[19] Clagett, M. *Op. cit.,* p. 11.
[20] *Ibid*., p. 13.

constituido el Universo, en el que den cuenta de los misterios que subyacen en los cielos. En este periodo primigenio del conocimiento priva todavía el asombro a los fenómenos naturales, a los que se les atribuyen fuerzas místicas. La naturaleza está plagada de dioses y tienen el control de sus fuerzas e inclusive la de los mismos seres humanos.

Como algo inherente a su cosmología, estas civilizaciones contemplan la naturaleza como algo caótico, misterioso y terrorífico; pues consideraban que los acontecimientos de la naturaleza estaban manipulados por dioses. Los sacerdotes y magos podían inducir a los dioses a ser magnánimos, incluso la vida de las personas estaba completamente sometida a su antojo. En estas culturas la comunicación entre los seres humanos y la naturaleza circundante, se da través de sacerdotes.

En cuanto a sus matemáticas, ambas culturas poseen un sofisticado sistema de numeración. Por ejemplo, los babilonios desarrollan la aritmética con un sistema de numeración de base sesenta (también manejaban simultáneamente otro de base diez). Aún se encuentran vestigios de este sistema de base sesenta, por ejemplo, en las unidades para medir el tiempo, basado en el sistema sexagesimal (horas, minutos y segundos).

Sobre esta línea, algunos historiadores vuelven a dar cuenta de la superioridad de las matemáticas babilónicas sobre las matemáticas desarrolladas en Egipto. Así lo comenta Lindberg:

> La total superioridad de las matemáticas babilónicas sobre la egipcia es evidente cuando tratamos problemas más difíciles, que podríamos resolver algebraicamente. Los historiadores a veces se refieren a estos problemas como 'álgebra', tal vez la abreviatura es útil para emprender el trabajo matemático babilónico, pero peligroso, si se toma en el sentido de que practicaban la verdadera álgebra, esto es, que tenían una notación algebraica generalizada o una comprensión de los que consideramos reglas algebraicas. Lo que podemos decir con seguridad es que los matemáticos babilonios usaron operaciones aritméticas para resolver problemas para los cuales podríamos emplear ecuaciones cuadráticas.[21]

[21]Lindberg, D. C. *The Beginning of Western Science*. The university Chicago press. Chicago (1992), p. 16.

Ni en los babilonios ni en los egipcios existe una matemática generalizada, sistemática y abstracta, es decir, una matemática teórica; esto a pesar del gran desarrollo metodológico para resolver problemas prácticos. No hay manera que se dé una generalización conceptual o una racionalización sistemática de la naturaleza en términos de sus matemáticas. Su aritmética y su geometría, estaban orientadas a resolver problemas prácticos y cotidianos. Cada problema lo resolvían tomando como experiencia un caso particular anterior, por lo que carecen de una metodología general. Las matemáticas y la física están asociadas a fines prácticos; todavía no aparecen como actividades intelectuales abstractas y diferenciadas. Es la fase del conocimiento empírico.

2. Los filósofos jonios y la racionalización de la naturaleza

En Grecia, alrededor del año 600 a. C., encontramos en los pensadores una actitud completamente nueva frente a la naturaleza: con un pensamiento racional, crítico y laico. La mitología era rechazada, ahí donde se cree que los dioses manipulaban al hombre y al mundo físico de acuerdo con sus caprichos. La nueva doctrina establece que la naturaleza es ordenada y que funciona invariablemente conforme a un plan. El ser humano no sólo puede aprender los caminos de la naturaleza, sino incluso, puede predecir los acontecimientos como resultado de una especulación teórica y totalizadora. Son los primeros intentos del ser humano en Occidente para explicarse el Universo en que vive; en una época en que lo sobrenatural se admitía todavía como algo común.

El esfuerzo intelectual llevado a cabo por los griegos, hace que la visión sobre el Universo se aparte del carácter místico y mítico; éste es uno de los pasos trascendentes en la historia del pensamiento. Para emprender el estudio del mundo debían de partir de planteamientos muy básicos, hacer el esfuerzo intelectual de desprenderse de lo innecesario para poder captar lo fundamental y trascendental de aquello que nos rodea. El objetivo supremo que hará trascender al ser humano es hallar la verdad última en cuanto a la forma de la naturaleza; la fuerza de la naturaleza se atribuía a la acción de dioses antropomórficos. Con el pensamiento griego la razón humana se reafirmó y produjo una explicación puramente natural.

El interés por resolver los problemas del universo a partir de la razón se podría ubicar en las prósperas ciudades comerciales de Jonia a principios del siglo VI a. C. Los milesios, conocidos también como los filósofos jonios de la naturaleza, son llamados a su vez como los 'primeros físicos', ya que ellos centraron su interés en los acontecimientos del mundo natural, y sobre todo en el fenómeno del cambio y mutación que se observa en la naturaleza. Esta escuela está integrada por Tales, Anaximandro y Anaxímenes. Ellos se consagran totalmente al estudio de la naturaleza, y parten de una pregunta muy simple: ¿De qué está hecho el mundo? Ésta es una de las primeras preguntas totalizadoras que se responde en términos filosóficos. Esta escuela de pensamiento se le denomina monismo materialista.

Los filósofos jonios comenzaron la tarea de determinar la naturaleza del mundo material. Cada uno de ellos distingue una sustancia concreta e inmutable que permea a través de todos los cambios aparentes. La identidad subyacente de esta primera substancia se conserva, en consecuencia todas las formas de la materia se pueden explicar en términos de ella. Esta filosofía natural de los jonios dio lugar a una serie de denodadas especulaciones y audaces conjeturas. Quizá fueron muy ambiciosos al querer ver el mundo en su totalidad, pero a estos filósofos se les debe el que hayan sustituido las historias míticas por explicaciones materiales y objetivas de la estructura y diseño del universo. Le quitaron a su explicación, narraciones imaginativas; en esto consiste la racionalización del Universo.

Tales de Mileto (624-546 a. C.) a partir de sus observaciones y experiencias del mundo circundante, supone que el agua es la materia esencial en la formación del mundo. Este filósofo da cuenta que el agua se encuentra en los grandes mares, en forma de lluvia y en forma de vapor en las nubes, está rodeado de agua. El mundo está hecho de agua, sostenía, e incluso que la Tierra flotaba sobre el mar. Resulta claro que en la explicación del mundo, este elemento es fundamental para él. El agua se presenta naturalmente a los sentidos sin necesidad de ninguna especulación teórica ni práctica. Existe una constante transformación en sus formas: el agua en sólido hielo o en vapor semejante al aire. Por lo tanto, para Tales de Mileto, era natural que el agua fuera el elemento básico para el sostenimiento de la vida del ser humano.

Cabe aclara que en este momento de la historia, esas conjeturas son producto de reflexiones, basadas en sus propias intuiciones. Hay una ausencia de cuantificación y medición de los fenómenos naturales. Pero por otro lado, Tales de Mileto sabía del poder de las matemáticas para resolver problemas. Es conocida la leyenda acerca de un método de comparación de sombras que Tales habría utilizado para medir la altura de las pirámides egipcias. Este método (semejanza de triángulos) lo aplica luego a otros fines prácticos de la navegación.

Tales conocía ya muchas de las bases de la geometría. Se le atribuyen varios descubrimientos matemáticos que Euclides los incluirá en los *Elementos*. También es el primero en establecer proposiciones geométricas abstractas, independientes de cualquier aplicación práctica a la que pudieran ser destinadas. Son cinco proposiciones sencillas y generales, en donde se advierte el intento consciente de establecer los fundamentos matemáticos sobre bases que fueran indudables e inamovibles:

i) Todo círculo es bisecado por su diámetro.

ii) En un triángulo isósceles, los dos ángulos opuestos son iguales.

iii) Al cortarse dos líneas rectas, se obtienen cuatro ángulos; de éstos, los que son opuestos son iguales.

iv) Todo triángulo inscrito en un semicírculo es un triángulo rectángulo.

v) Dos triángulos son congruentes si tienen iguales un lado y dos ángulos.

En este punto es notable la diferencia entre las matemáticas empíricas, aquella formada a partir de un conjunto de reglas prácticas y de experiencias inmediatas, con la idea básica de una ciencia generalizada, con conceptos teóricos. Con Tales de Mileto surge una geometría teórica y abstracta, pero sin vínculo alguno todavía en la racionalización de la naturaleza. De esta manera se van conformando dos ciencias independientes.

Autores antiguos mencionan que Tales es quien introduce la geometría en Grecia después de sus viajes a Egipto y Mesopotamia. Proclo es una de las fuentes, acerca del origen de la geometría en Grecia:

> Fue Tales, quien después de visitar Egipto, trajo este estudio a Grecia. No solamente él mismo hizo numerosos descubrimientos, sino que estableció los fundamentos para muchos otros descubrimientos, por parte de sus predecesores, al emprender algunos problemas con mayor generalidad y otras empíricamente.[22]

Anaximandro (aproximadamente 610 a. C.), da un paso adelante en la filosofía, sin embargo, aún no logra desembarazarse de los elementos fantásticos que contiene su teoría.[23] Anaximandro fue un filósofo notable del pensamiento racional; hizo uso de la observación de la naturaleza para apoyar su teoría. En su explicación, se aparta de lo concreto y propone una respuesta totalmente abstracta: del infinito (el *apeiron*) provienen, según él, todas las cosas, pues advierte que no puede aceptarse en calidad de principio a un elemento que pertenece a la misma naturaleza; considera que en este mundo todas las cosas están constituidas por elementos que son contradictorios y se encuentran en permanente estado de lucha o conflicto. Cuatro de esas cualidades (caliente-frio, seco-húmedo) son primarias, como un círculo que no tiene ni principio ni fin. El proceso del mundo es cíclico, esto se advierte en las estaciones, por ejemplo, el calor del sol seca el agua, el agua apaga el fuego.

Anaximandro proporciona las primeras concepciones de la estructura y forma del mundo:

---

[22] Proclo. *A comentary on the first book of Euclid's Element.* Princenton University Press N.J. (1970), p. 52.

[23] "El sol [no es un 'objeto'], es simplemente un agujero en el aro de una enorme rueda. El aro está lleno de fuego, y el agujero gira en torno a la Tierra al mismo tiempo que él, como un pinchazo en un gigantesco neumático lleno de llamas. Para la Luna da una explicación similar: Koestler, A. *Los Sonámbulos*. CONACULTA. México. (2007), p. 28.

> Concibe la Tierra cilíndrica como un tambor, sin apoyo alguno, en el centro de un universo esférico [...] la Tierra no se apoya sobre nada y la razón por la que no cae es porque está en el centro de un universo esférico, por lo que es equidistante de todos sus puntos, no hay motivo para que caiga en una dirección más bien que en cualquier otra.[24]

La génesis habla de una masa incandescente de enorme extensión, en la que los elementos antagónicos o sus propiedades no estaban diferenciados, estaban en estado latente aún. Ésta es ya una explicación racional del origen del mundo; es producto de una reflexión en el cual hace uso de elementos puramente naturales. En el cosmos de Anaximandro no hay alguna referencia matemática.

Anaxímenes (siglo VI a. C.), discípulo de Anaximandro, vuelve a considerar como principio de todo lo existente, otro elemento primigenio de la naturaleza; dice que el aire es ilimitado y está dotado de una fuerza divina. Hace una primera distinción entre las estrellas fijas y las estrellas móviles. La tradición también le atribuye a Anaxímenes, haber sido el primero en concebir una idea justa acerca del origen de la luz de la Luna y de los eclipses lunares. Al igual que su maestro, Anaxímenes no plantea alguna referencia matemática en su física, que es también una cosmología.

Las teorías expuestas por estos primeros filósofos de la naturaleza, son resultado de profundas reflexiones, no son resultado de observaciones de su entorno, no median experimentos para dar sus explicaciones, son fundamentalmente especulaciones de carácter totalmente cualitativas; por lo tanto no hay un empleo de las matemáticas para sustentar tales reflexiones; sus ideas cosmológicas carecen de sustento matemático. En este periodo (siglos VI y V a. C.) las especulaciones cosmológicas son abstractas y generales.

---

[24] Guthrie, W. *Los filósofos griegos (De Tales a Aristóteles).* FCE. México (1999), p. 34.

3. El cosmos de Pitágoras

Entre los grandes pensadores de la antigua Grecia, se encuentra Pitágoras de Samos (probablemente 572–500 a. C.)[25], quien establece un sistema filosófico de gran generalidad, en el que las matemáticas son la piedra angular en la comprensión del mundo. Se carece de alguna obra escrita directamente por Pitágoras y sólo se tienen referencias de ellos por los escritos de otros autores. Aunque Jámblico, Porfirio e incluso Diógenes Laercio escriben sobre la vida de Pitágoras, ésta no está exenta de fábulas y leyendas. Los miembros más conocidos de esta escuela son Filolao (470-385 a. C.) y Arquitas de Tarento (428 – 347 a. C.), además del propio maestro. Entre los relatos que se cuentan; que después de estudiar con Tales de Mileto, Pitágoras viaja a Egipto y Babilonia, donde estudia y asimila las matemáticas de estas civilizaciones, así como sus teorías místicas.

Al sur de Italia, en Crotona, funda y dirige una hermandad de tipo filosófico, científico y religioso. Esta comuna la conforman matemáticos, músicos, filósofos, astrónomos y médicos; en ella se practica el ascetismo y se enseñaba formalmente, tal como una escuela. Se especula que ciertas enseñanzas las mantenían en secreto, pero como señala el propio Kline, “por lo que se refiere a las matemáticas y a la física, algunos historiadores niegan que existiera tal secreto”.[26] Las matemáticas eran parte de sus ritos, eran el medio para la purificación del alma y a la vez la clave para la comprensión del universo.

Para la escuela pitagórica, a diferencia de los filósofos jonios, lo importante era la forma y la estructura (el *eidos* y el *schema*), pues sólo así se podían explicar la infinita variedad de objetos y fenómenos presentes en la naturaleza, la materia sola no podía dar esa explicación. Así es como los pitagóricos plantean que la forma y estructura de la naturaleza, estaban fundados en los números enteros y las proporciones entre ellos.

---

[25] De acuerdo a A. Reymond en su *History of the sciences in Greco-Roman Antiquity.*

[26] Kline, M. *El pensamiento Matemático de la Antigüedad a nuestros días I*. Alianza editorial Madrid (1994), p. 53.

Con Pitágoras es cuando aparece una diferencia con cualquier otra actividad intelectual anterior. Es la teorización explicativa a partir del dato observable[27]; explicar los fenómenos y revelar la realidad que subyace en su desorden aparente y hacerlo inteligible. De este modo, son los pitagóricos quienes configuran una dualidad en la confección del cosmos; por un lado el misticismo emanado de una tradición religiosa (sus miembros debían hacer diariamente un examen de conciencia, y creían en la inmortalidad y transmigración de las almas), y por otro la creencia de un orden cosmológico del cual se puede extraer un modelo comprensible y ordenado del aparente caos. Para entender el universo, recurren a la estructura matemática (en particular, en la aritmética). Esta primera matematización de la naturaleza, es el carácter de la primera ciencia de los pitagóricos.

Aunque el pensamiento religioso de los pitagóricos era indudablemente místico, su filosofía natural era eminentemente racional. Para ellos resultaba sorprendente el hecho de que fenómenos que cualitativamente eran muy diferentes, estaban fundadas en reglas matemáticas idénticas. Esto no podía ser casual, por lo que las propiedades matemáticas debían ser la esencia de dichos fenómenos. El descubrimiento que incide en la filosofía pitagórica para su descripción cosmológica, es aquel que relaciona un hecho físico con una relación matemática y que presenta una regularidad:

> la altura de una nota depende de la longitud de una cuerda que la produce y que los intervalos concordantes en la escala obedecen a simples relaciones numéricas (2:1, octava; 3:2, quinta; 4:3, cuarta, etc.) hizo época; fue la primera reducción exitosa de cualidad [física] a cantidad [número], el primer paso para cuantificar la experiencia humana y, en consecuencia, el inicio de la ciencia.[28]

[27] No es todavía el experimento de la ciencia moderna como interrogación metódica de la naturaleza, ésta aparece con Galileo.
[28] Koestler, A. *Los Sonámbulos*. *Op. cit.,* p. 32.

La relación descubierta entre la música y el número, se convierte en la base del sistema pitagórico, y la clave de este sistema era la armonía.[29] De este modo, Pitágoras ve en los números la clave para comprender el Universo. Los pitagóricos son los primeros en concebir el número como elemento omnicomprensivo y su uso ya no se haya confinado a los límites de un campo especial de la investigación, sino se extiende a toda la naturaleza. Cuando Pitágoras descubre que el tono dependía de la longitud de las cuerdas, no podía pensar en este fenómeno como algo casual, sino más bien, da cuenta de la existencia de proporciones entre los números en la música. Dice Cassirer, que para Pitágoras:

> Parecía haberse revelado uno de los misterios más profundos, el de la belleza. Para la mente griega la belleza ha tenido siempre una significación enteramente objetiva. La Belleza es verdad; constituye un carácter fundamental de la realidad. Si la belleza que sentimos en la armonía de los sonidos se puede reducir a una simple proporción numérica, entonces resulta que el número nos revela la estructura fundamental del orden cósmico.[30]

Así pues para los pitagóricos las relaciones matemáticas contienen el secreto del universo. Cada cosa es lo que es, no por sus elementos naturales, sino por la proporción en que éstos se combinan; y es por esta proporción, por lo que las cosas difieren unas de otras. Se hacía hincapié en la forma, las proporciones y la estructura; "en el *eidos* y el *schema*; en la relación, no en lo relacionado".[31] La estructura es lo esencial y ésta puede ser expresada numéricamente. En ello radica el dogma fundamental pitagórico: 'Todas las cosas son números'. Nos dice Farrington, "las relaciones matemáticas pasan a ocupar el lugar de los procesos o estados físicos".[32] Los números adquieren carácter material.

---

[29] "Entendiéndose ésta simplemente como la afinación de las cuerdas según los distintos intervalos de la escala y la estructura de ésta. Significa que el equilibrio y el orden, no el placer, constituye la ley del mundo". Koestler, A. *Op. cit.,* p. 34.
[30] Cassirer, E. *Antropología Filosófica*. Colección Popular FCE. México (1979), p. 310.
[31] Koestler, A. *Op. cit*. p. 33.
[32] Farrington, B. *Op. cit.,* p. 44.

Como resultado de la cuantificación de la experiencia, se asume, que la esencia de todo lo que sustenta el Universo es el número. Los números son sagrados, la contemplación extática de las formas geométricas y leyes matemáticas constituyen entonces el medio efectivo para purgar el alma de las pasiones terrenas y es el vínculo entre el ser humano y la divinidad.

Particularmente, los pitagóricos conferían especial importancia a los números 1, 2, 3 y 4, cuya suma da 10, el número perfecto, al cual le denominan *tetractus*, según ellos es representación del Universo. Este número resulta importante para su cosmología. Se dice que el juramento de la hermandad pitagórica era, al parecer: "juro en el nombre del *tetractus* que ha sido conferido a nuestra alma. La fuente y las raíces de la naturaleza eternamente fluyente están contenidas en él".[33]

Con Pitágoras la aritmética y la geometría se entrelazan a través del *tetractus*, el 1 corresponde al punto, el dos a la línea, el 3 corresponde al plano y el 4 al espacio. De tal manera que los cuerpos sólidos son engendrados por los números. Así el cosmos está formado en base a tétradas, por ejemplo, los elementos que componen a la naturaleza: tierra, agua, aire y fuego. A través de estas teorías describen el Universo. Puede decirse que para los pitagóricos, las matemáticas contienen el universo y, la ciencia que quiera desentrañar a éste, tendrá que descubrir las relaciones y proporciones de los números. Es importante señalar como característica propia de las matemáticas pitagóricas, la importancia que se le da en el sustento de las 'artes prácticas', lo que posteriormente con Platón sucederá lo contrario.

En cuanto a la astronomía, los pitagóricos extendieron la concepción armónica que se observa en la naturaleza hacia las estrellas, la doctrina tomó la forma de la 'armonía de las esferas'. Redujeron los movimientos planetarios a las relaciones entre números, pues pensaban que los planetas se mueven en órbitas circulares en el espacio y producen sonidos, de aquí que, cuando un cuerpo gira más rápidamente, produce un sonido o nota más alta que cuando lo hace más lentamente. Por lo tanto, cuanto mayor es la distancia del planeta a la Tierra, el planeta se moverá con mayor velocidad, luego entonces, el planeta producirá un sonido propio de acuerdo al radio

[33] Kline, M. *Op. cit.,* p. 205.

de su órbita. Si no escuchamos esta música, decían, es porque 'estamos acostumbrados a ella desde que nacemos'.

En el universo pitagórico, el mundo toma forma esférica, el Sol, la Luna y los planetas giran en torno suyo en círculos concéntricos, unido cada uno a una rueda. En esta cosmología, consideran la existencia de un Fuego Central, alrededor del cual se movían los cuerpos celestes, incluida la Tierra.

> La rápida revolución de cada uno de los cuerpos [celestes], causa un silbido o zumbido musical en el aire. Evidentemente cada planeta zumba en distinto tono que depende de la relación entre sus respectivas órbitas [...]. De este modo, el conjunto de las órbitas en que se mueven los planetas constituye una especie de enorme lira de cuerdas curvadas en forma de círculo.[34]

Tenían el conocimiento de cinco planetas además de la Tierra. Estos seis cuerpos, más el Sol, la Luna y la esfera a la que estaban sujetas las estrellas fijas, daban un total de nueve cuerpos móviles solamente. En consecuencia, para completar el número perfecto, 10, afirmaban la existencia de un décimo cuerpo, llamado Anti-tierra (*antichton*), que también giraba en torno al fuego central (corazón del Universo). Nosotros no podemos ver éste décimo cuerpo, decían, debido a que se mueve a la misma velocidad de la Tierra pero del lado opuesto del Fuego Central. Aquí tenemos la primera teoría que quita a la Tierra del centro del Universo y lo pone en movimiento alrededor de ese mítico 'Fuego Central'.

El mundo constituye finalmente un cosmos, "palabra indescifrable que combina la idea de orden, correspondencia y belleza".[35] El cosmos pitagórico está sustentado en las relaciones numéricas, se trata no sólo de observar y describir los movimientos celestes sino de obtener una regularidad en ellos, a partir del movimiento observado de la Luna y del Sol. Suponían que todos los planetas giraban de una manera regular (circular y uniforme) y poseían ya la noción de una Tierra esférica. Ésta constituye la primera astronomía que se funda bajo la hipótesis de una Tierra esférica.

---

[34] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 35.
[35] "Se dice que fue Pitágoras el primero que lo llamó de esa manera". Guthrie, W. *Op. cit.,* p. 42.

4. La relación entre la física y las matemáticas en los pitagóricos

Para la enseñanza de la doctrina pitagórica, la física, entendiendo ésta como el estudio de los fenómenos naturales, no constituían un cuerpo de conocimientos aparte, sino más bien, estaba subordinada al estudio de los números y sus proporciones. Se puede decir que con Pitágoras, las matemáticas rigen a la naturaleza. La matematización de la naturaleza se da fundamentalmente a través de la astronomía y dado que esta descripción matemática rinde frutos, su metodología se extiende a otros temas tales como la óptica y la acústica.

La forma en que se establece la relación entre la física y las matemáticas se puede observar claramente, cuando Pitágoras dice: ‘el universo es un número’. Esto condujo al extremo de considerar al número como la ‘última realidad’. Aquí se establece una diferencia primordial con respecto a la escuela jónica; ésta consiste en establecer que la última realidad no es material, sino algo intangible como son los arreglos numéricos. Aristóteles fue un comentarista de las ideas pitagóricas, decía por ejemplo que para los pitagóricos los números constituían el verdadero elemento de que el mundo está hecho. Así la teoría de números, al cual dedicaron su estudio, fue para ellos “algo más que matemática: fue también física”.[36]

Las matemáticas que desarrollan están plagadas de elementos místicos. Los pitagóricos relacionaron el alma eterna con las formas eternas de los números, atribuyéndola particularmente al número 10 = 1 + 2 + 3 + 4.

o
o o
o o o
o o o o

Según ellos, el mundo en su integridad estaba constituido por números puros y éstos eran los números enteros. El cociente entre dos números no era considerado otro número más dentro de la aritmética griega, la cosmología pitagórica, estaba

[36] Farrington, B. *Op. cit.,* p. 43.

sustentada en base a una estructura de números enteros. La idealidad del 10 exigía que la totalidad del Universo se pudiera describir en términos de 10 categorías de opuestos: par e impar, limitado e ilimitado, bueno y malo, derecho e izquierdo, uno y varios, macho y hembra, recto y curvo, cuadrado y oblongo, luz y obscuridad, y reposo y movimiento. Hay una relación directa -esto debido a las propiedades mágicas de los números- entre la realidad sólida de la naturaleza con los números.

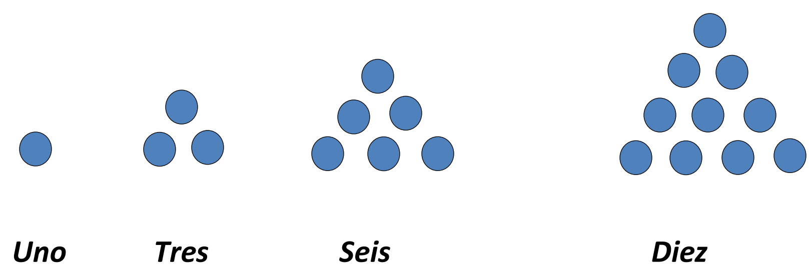
Desde la perspectiva moderna, se puede considerar que la filosofía pitagórica combina pensamientos 'serios' con doctrinas que se podrían juzgar como 'fantasiosas'. Pero en la cosmología pitagórica existe una unidad alrededor de la Verdad y la Belleza. El cosmos es verdad porque es bello, porque recrea una ley perfecta y matemática. Para Pitágoras la belleza consiste en orden y simetría.

La obsesión de los pitagóricos por la importancia de los números dio como resultado una filosofía natural que en realidad tenía poca correspondencia con la naturaleza; no obstante, con ello orientaron la comprensión del mundo circundante, a diferencia de los milesios, que lo hacían a través de una sustancia única y material, los pitagóricos lo hacían por medio de la estructura formal de relaciones numéricas. Decían que el verdadero sentido de las cantidades debía ser un orden armonioso de la naturaleza.

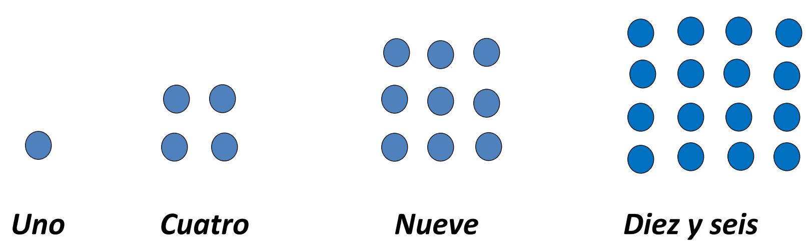
Como ya se ha observado, el interés de los pitagóricos por la aritmética no fue por los valores puramente estéticos de dicha disciplina, sino por una búsqueda de la explicación de fenómenos naturales en términos numéricos; y por esta valoración se puso énfasis en proporciones especiales y en las formas triangulares, cuadrangulares, pentagonales y de orden superior en que se pueden ordenar los números. Las relaciones matemáticas toman el lugar de los procesos o estados físicos (como la condensación o rarefacción).

Propiamente la relación entre la física y la estructura matemática lo era todo. Para estudiar y comprender la naturaleza era necesario entender la estructura y leyes de los números. El hecho de que la geometría se relaciona con los números, se pone en evidencia cuando los cuadrados y los triángulos pueden ser construidos ordenando los números de manera apropiada. Solían representar a los números en la arena mediante puntos (o piedrecillas), con ello elaboran su clasificación y desarrollan una teoría de números; tomando como base la configuración que adquirían estas piedrecillas (números figurados) Así por ejemplo:

Números triangulares: 1, 3, 6, 10,… (Forman triángulos)



Números cuadrados: 1, 4, 9, 16,… (forman cuadrados)



Números pentagonales, etc.

Esta forma de analizar las propiedades de los números los conduce a identificarlos con las cosas.

A su vez, cuando relacionan los números con la física, por ejemplo las cuerdas cuyas longitudes se encuentran conectadas por razones simples, éstas emiten notas musicales regulares. Se descubre entonces la conexión entre la armonía apreciada con los sentidos y las razones entre los números. Esto no es más que la geometrización de la naturaleza, esto se entiende como una guía en la búsqueda de la explicación de la naturaleza con base en las estructuras numéricas. Para los pitagóricos el papel de la ciencia es buscar algo más que las semejanzas, es buscar el orden. Esto constituye un primer principio de la matematización de la naturaleza.

En cuanto a la ciencia práctica, los pitagóricos establecieron la posibilidad de aprehender la naturaleza por medio de las magnitudes físicas reduciéndolas a números y medidas. Pero fueron más allá de los hechos haciendo de lado el conocimiento empírico, y en vez de eso lo sustituyen por el orden y reglas de los números hasta conducirlo al carácter místico de los números.

En la escuela pitagórica existía una síntesis entre religión y ciencia. Su orden religiosa era a la vez una academia de ciencias; en su doctrina se mezclaba la inmortalidad del alma, la magia y la numerología. Por lo tanto, se entiende que la relación entre la física y las matemáticas se desenvuelve entre lo místico y mágico y el goce estético; aquí la belleza proviene del ejercicio de la razón. En la fraternidad pitagórica aparece la identidad indistinguible del místico y del sabio, pero que históricamente se separan, aunque en ocasiones vuelven a unirse. (Para algunos científicos, Kepler es el mejor ejemplo contra la idea generalizada de que la razón y la lógica siempre rigen el camino de la ciencia).[37]

La 'tragedia pitagórica' fue el descubrimiento de una clase de números en la que se destruía la identificación del número con la geometría. La existencia de números que no pueden ser expresados en términos de números enteros y fracciones racionales, sin embargo pueden ser fácilmente representados en términos de rectas o magnitudes continuas de geometría, por ejemplo, la magnitud de la diagonal de un cuadrado de lado 1, es una magnitud inconmensurable. En este caso $\sqrt{2}$ no encaja en ningún diagrama de puntos, sin embargo es el segmento que corresponde a la diagonal de un cuadrado de lado unitario. Los pitagóricos descubrieron la imposibilidad de representar por medio de un número la razón de la hipotenusa de un triángulo rectángulo isósceles a un cateto.

[37] Kepler parte de hipótesis falsas en la búsqueda de una cosmología, sin embargo después de equívocos sobre equívocos llega a la construcción de sus leyes fundamentales de la astronomía matemática.

La demostración de la inconmensurabilidad de $\sqrt{2}$ por parte de los pitagóricos, según Aristóteles, fue por 'reducción al absurdo' (método indirecto). Este método consiste en suponer lo contrario de lo que se quiere demostrar, hasta llegar a una contradicción, que se deriva de la hipótesis inicial, por lo tanto queda demostrada la afirmación inicial.

De este modo se demuestra que $\sqrt{2}$ es irracional (*arretos,* decían los griegos). Suponemos que $\sqrt{2}$ es racional, por lo que se puede expresar como un cociente: $\sqrt{2} = \frac{p}{q}$ de enteros p, q irreductibles, es decir no tiene factores comunes. De tal modo que $2 = \left(\frac{p}{q}\right)^2$; entonces $p^2 = 2q^2$, esto significa que p es par y por lo tanto q debe ser impar (por ser irreductibles). Entonces $p = 2k$, luego $p^2 = 4k^2$. De aquí se sigue que $2q^2 = 4k^2$, luego también se obtiene que, $q^2 = 2k^2$, por lo que se concluye que q es par. Esto último está en contradicción con lo dicho anteriormente de que q era impar. El hecho de llegar a un absurdo proviene de suponer que $\sqrt{2}$ es racional. De aquí se infiere que $\sqrt{2}$ es irracional.

Más en el terreno de la leyenda, se dice que fue Hipaso quien dio a conocer los números inconmensurables, y por tal motivo fue lanzado al mar.

Cuando se descubren los números irracionales, su cosmos resulta una catástrofe. Hasta este momento se había identificado el número con la geometría, pero la existencia de razones inconmensurables destruía esa identificación. Según algunos autores este descubrimiento de los números irracionales contribuyó junto con otras causas, a la debacle de la escuela pitagórica. Sin embargo, debido a su generalidad y su capacidad unificadora para la explicación de la naturaleza, las enseñanzas pitagóricas no desaparecieron en lo esencial. Un siglo más tarde, esas enseñanzas se convirtieron en una de las fuentes del platonismo y entraron así en la corriente principal del pensamiento europeo.

Con los pitagóricos hay una unificación entre las matemáticas, la ciencia y la filosofía, de aquí que la enseñanza de esta escuela histórica resulta trascendental para la construcción del pensamiento científico posterior. A pesar del aspecto inequívocamente místico de sus doctrinas religiosas, su filosofía natural era indudablemente racional; debido a esto, la influencia de las ideas pitagóricas en su visión totalizadora del Universo con un trasfondo matemático, se deja sentir desde Platón hasta Galileo.

CAPITULO III

PLATON: LA MATEMÁTICA RIGE LA REALIDAD

1. Antecedentes. Parménides (540-470 a. C.)

La influencia de Pitágoras se deja ver en el pensamiento de los siglos posteriores. De hecho marca el rumbo de las ciencias, las matemáticas y la filosofía.

a) El aspecto lógico deductivo lo retoma de Parménides (aun con los rasgos místicos propios de los pitagóricos). Él, antes que nadie, sienta las bases del pensamiento abstracto, con el cual Platón fundamenta parte de su filosofía. Esto para las matemáticas resulta trascendental, pues establece el método de prueba en el razonamiento matemático; y será a la vez el método general para el inicio del conocimiento, el método deductivo.
b) En el enfoque matemático, se piensa que la naturaleza está escrita bajo un orden matemático. Resulta el punto de partida de la visión platónica de la naturaleza.
c) La cosmología basada en la esfericidad del Universo y la uniformidad del movimiento.

Parece ser que Platón tuvo contacto con la escuela pitagórica en alguno de sus viajes, en su cosmología, se nota la influencia del pensamiento pitagórico. Pero a diferencia de Pitágoras, Platón soslaya la ciencia que proviene de la experiencia, no obstante, su contribución fue "en la filosofía de las matemáticas. Lo que más le fascinó fue el significado de aquellas verdades matemáticas que parecen ser independientes de la experiencia".[38]

Parménides, filósofo exponente de la escuela eleática, tiene una oposición a la filosofía materialista y naturalista. Las ideas de este filósofo de la ciudad de Elea las comenta Koestler: "Parménides enseña que todo cambio, evolución y decadencia

---

[38] Farrington, B. *Op. cit.,* p. 94.

aparente son ilusiones de los sentidos, porque todo lo que existe no puede surgir de algo inexistente o distinto de ello, y que la realidad tras la ilusión, es indivisible, inmutable y se halla en un estado de perfección estática".[39] La realidad que perciben nuestros sentidos, no es igual a la realidad que capta la razón. Parménides establece por primera vez la distinción entre el mundo sensible e inteligible, para él, la razón subordina lo sensible. Es también el filósofo de lo inmutable, según él, el cambio lleva a una imposibilidad lógica, por lo que se puede afirmar que: "el mundo real, todo lo que es, tiene que ser una masa inmutable e inmóvil de una sola clase de sustancia, y que permanece siempre en quietud eterna e inalterable".[40] Aquí surge el principio lógico de identidad, que pretende la supremacía del logos sobre el ser.

Se puede considerar a Parménides como el filósofo de la razón pura; está en contra de la ciencia observacional y experimental, y decía que sólo se podrían dar opiniones inciertas debido a la falibilidad de los sentidos, en tanto que las verdades obtenidas por la razón pura, eran absolutas. Comentaba que, "todo lo que los hombres se imaginan acerca del universo, todo lo que piensan, ven y oyen es pura ilusión. Sólo la mente puede alcanzar la verdad […]."[41] Así Parménides distingue, la 'forma de la apariencia', asociado con la observación y la 'forma de la verdad' obtenida por la razón.

Estas posturas idealistas son adoptadas posteriormente por Platón,[42] las cuales están claramente ilustradas en su famosa alegoría de la caverna (libro VII de *la República*) que constituyen la base de sus 'teorías de las ideas'.

---

[39] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 61.
[40] Guthrie, W. *Op. cit.,* p. 53.
[41] *Ibid*., p. 54.
[42] Platón. *Diálogos* (libro VII) Vol. II. Ed. Porrúa. México (2009), p. 155-178.

2. Las matemáticas en Platón

De Platón (427-347 a. C.) proviene la idea de que el conocimiento es una reminiscencia, un recuerdo. Cuando se interpretan sus alegorías, dice Xirau R. "…nos damos cuenta que para Platón no se adquiere [el conocimiento] a partir de la experiencia. El conocimiento se tiene, lo único que debemos hacer, mediante la reflexión, es revelarnos a nosotros mismos aquello que sabemos y que nuestra vida sensible nos hace olvidar."[43] En efecto, Platón, trata acerca de la adquisición del conocimiento. En uno de sus *Diálogos* (Fedón o del Alma):

> Nuestra ciencia no es más que una reminiscencia. Si este principio es verdadero, es de toda necesidad que hayamos aprendido en otro tiempo las cosas que nos acordamos en éste, y esto es imposible si nuestra alma no existe antes de aparecer bajo esta forma humana.[44]

La escuela platónica toma la cabeza en la actividad intelectual y científica. Sus precursores inmediatos, Teodoro de Cirene (475 a. C.) y Arquitas de Tarento (428-347 a. C.) fueron pitagóricos y ambos también fueron maestros de Platón, por lo que se puede inferir que sus enseñanzas dieron lugar a la influencia pitagórica en la escuela platónica. Por ejemplo, consideraban que la verdad absoluta se encuentra en las ideas abstractas, y preferían las ideas matemáticas como preparación para la filosofía. Así pues una noción evidentemente pitagórica de Platón, es el de considerar las matemáticas como la preparación para el conocimiento del universo ideal. Platón, aunque no era matemático, comprendió la importancia de esta materia para el entendimiento del Universo, por ello incentivó a los filósofos a cultivarla. Existe una clara referencia acerca de su apreciación de las matemáticas y el valor que les asignaba en el proceso de llegar a conocer la verdad**.** Platón refiere en *La República* (cuarto libro) la gran estima que tiene de las matemáticas:

---

[43] Xirau R. *Introducción a la Historia de la Filosofía*. Textos Universitarios UNAM. México (2008), p. 60.
[44] Platón. *Diálogos* vol. I. Ed. Porrúa, México (2009), p. 557.

> Pues bien ves mi querido amigo [Glaucón], que no podemos pasarnos absolutamente sin esa ciencia [la aritmética y la ciencia del cálculo] puesto que es evidente que obliga al alma servirse del entendimiento para conocer la verdad.[45]

Además estaba convencido que la implementación de un orden en la adquisición del conocimiento, es la condición para llevar a buen término la tarea de la ciencia que era descubrir la estructura de la naturaleza. Ese orden se articula en forma de un sistema deductivo. Con Platón, se distingue lo que viene siendo la abstracción, pues asume absolutamente que los números y conceptos geométricos carecen de materialidad, son cosa aparte de lo físico. Así entonces, los conceptos matemáticos se apartan de la experiencia y tienen una realidad propia, sólo queda descubrirlos, no se les inventa o crea.

Siempre inclinados al razonamiento (*dianoia*) los griegos, tanto geómetras como filósofos, les gustaba el razonamiento, pues mediante él podían llegar a la verdad. Consideraban que la inducción, la experimentación y generalización basada en la experiencia, conduce solo a un conocimiento probable; la deducción en cambio lleva a resultados totalmente correctos si se parten de premisas correctas. Así los platónicos contribuyen a la estructura deductiva de las matemáticas.

El método platónico, el cual tiene como fundamento su apriorismo (racionalismo puro), es el principio del método hipotético-deductivo. Este método será esencial para el desarrollo de la geometría y de las otras ciencias, tales como la astronomía, la acústica y la óptica.

Kline considera a Platón "como el primero en sistematizar las reglas de la demostración rigurosa, y se supone que sus seguidores ordenaron los teoremas en un orden lógico".[46] La escuela platónica vio la necesidad de estudiar geometría del espacio, la matemática de los sólidos en movimiento a fin de poder estudiar la astronomía. Estas consideraciones geométricas representan un significativo paso

[45] Platón Vol. II. *Op. cit.,* p.164.
[46] Kline, M. *Op. cit.,* p. 75.

hacia la matematización de la naturaleza. En su cosmología geométrica, el *Demiurgo*[47] no únicamente es un artesano racional, "sino también un matemático que construye el Cosmos sobre principios geométricos".[48]

3. Teoría de las ideas

En esencia, lo que constituye la teoría de las ideas de Platón, se puede interpretar de la siguiente manera. La realidad intangible a la que llama 'ideal', tiene carácter inmaterial, eterno e inmutable, es decir, ajeno a todo cambio. Cuando se refiere a lo 'ideal', el sentido que Platón le da a este término es el de un modelo o arquetipo[49]. Sólo hay una realidad a la que se accede únicamente por el intelecto, en particular, mediante las matemáticas, concretamente la geometría. El mundo sensible es mera ilusión y consta de lo que ordinariamente se llaman 'cosas tangibles', que corresponden a los objetos materiales, susceptibles de ser corruptibles y sometidos al cambio. Este mundo de lo sensible resulta ser sólo una 'burda copia' de la realidad intangible. "son las sombras que van a producirse frente a ellos al fondo de la caverna",[50] es la alegoría de la caverna.

La primera forma de realidad, la constituida por las ideas o arquetipos, representaría el verdadero ser, mientras que el mundo sensorial, las realidades materiales o 'cosas', se hallan en un constante devenir, nunca podrá decirse de ellas, que verdaderamente son [Parménides]. Por lo tanto, sólo la Idea está sujeta a un verdadero conocimiento o *episteme*, mientras que las cosas materiales, sólo son susceptibles de opinión o *doxa*. Al respecto Platón se refiere al conocimiento en el *Fedon*:

---

[47] Es un artesano de gran tolerancia, es la personificación misma de la razón. En definitiva un Dios racional.
[48] Lindberg, D. *Op. cit.,* p. 40.
[49] Platón sostenía que "los objetos del conocimiento, las cosas que pueden ser definidas, existen, pero no pueden ser identificadas con nada del mundo perceptible. Existen en un mundo ideal, fuera del espacio y del tiempo. Tales son las famosas "Ideas" platónicas, llamadas así por una transliteración de la palabra griega *Eidos*, que Platón aplicó y que significa modelo o patrón". Guthrie, W. *Op. cit.,* p. 91.
[50] Platón. Vol. II *Op. cit.,* p. 155.

> ¿Y qué diremos de la adquisición de la ciencia? El cuerpo ¿es o no un obstáculo cuando se le asocia a esta indagación? [...]. ¿Cuándo encuentra entonces el alma la verdad? Porque cuando la busca con el cuerpo, vemos claramente que este cuerpo la engaña y la induce a error.
> -Es cierto.
> ¿Y no es por medio del razonamiento como el alma descubra la verdad? –Sí.
> ¿Y no razona mejor que nunca cuando no se ve turbada por la vista, ni por el oído, ni por el dolor, ni por el placer, y cuando, encerrada en sí misma abandona el cuerpo, sin mantener con él relación alguna?.[51]

Esta separación en dos mundos diferentes, entre lo sensorial y el mundo 'ideal', marca el camino en cuanto a la adquisición del conocimiento. Y será ésta la idea que rige para cultivar la ciencia, concretamente la astronomía. Con Platón surge la que él consideraba la verdadera ciencia, la astronomía matemática, y es aquella, la que se manifiesta a través de los números, geometría y esoterismo. Lo anterior se deja ver en el *Timeo*.

Lo inteligible pertenece al mundo ideal, es decir, son arquetipos o 'formas' y representan la esencia de los objetos del conocimiento. No hay que confundir el concepto con el contenido del concepto; esto significa que las 'Ideas' no son contenidos mentales, sino objetos a los que se refieren los contenidos mentales designados por el concepto, y expresados por medio del lenguaje. Tal vez el término 'Idea' sugiere algo que no tiene existencia fuera de nuestras mentes, pero para Platón, "únicamente las ideas tenían existencia plena, completa e independiente [de que sean o no sean pensados]".[52] Es el realismo platónico o absoluto. Extendiendo las ideas de Parménides, Platón afirma que las ideas no pueden ser objeto de conocimiento sensible, solamente son cognoscibles por la razón, y al no estar sujetos por el conocimiento sensible, no pueden ser materiales; sin embargo tienen una existencia real e independiente tanto del sujeto que las piensa como del objeto del que son esencia.

---

[51] Platón. Vol. II *Op. cit.,* p. 549.
[52] Guthrie, W. *Op. cit.,* p. 91.

En lo que se refiere a la realidad sensible, para Platón, ésta se caracteriza por estar sometida al cambio y 'al proceso de corrupción'. Este mundo es al que se tiene acceso por medio de los sentidos.

Como este mundo está en constante cambio, entonces todo conocimiento que de él emane es relativo y temporal. Este mundo se corresponde con el no-ser y la ignorancia. Las imágenes de los objetos materiales dan lugar a una representación confusa (imaginación), mientras que los objetos materiales dan lugar a una representación más precisa (creencia). Ambas formas pertenecen a la opinión (*doxa*) y no constituyen un conocimiento verdadero.

La relación entre lo físico y el conocimiento verdadero, es que el primero es una copia del mundo inteligible, una aproximación de la verdadera ciencia. Pero el fundamento de su ciencia se basa en hacer a un lado el mundo sensible, la mente debe soslayarlo para crear un mundo de perfección, y del cual emergerá la 'ciencia verdadera'.

Pero Platón no descarta de manera definitiva los sentidos, tal como Parménides lo había hecho. Platón le asigna a los sentidos funciones prácticas.[53] Está consciente de que aparte del conocimiento de las formas eternas a través del ejercicio de la razón, la naturaleza física es un objeto aceptable y susceptible de estudio. Los sentidos tienen el propósito de proporcionar los mecanismos de operación del Cosmos y esto tendrá que ser necesariamente a través de la observación. Ellos son pues, el medio para aprender esa naturaleza física. Los sentidos son solamente auxiliares para la obtención del conocimiento.

> Y si después de haber tenido estos conocimientos antes de nacer, y haberlos perdido después de haber nacido, llegamos en seguida a recobrar esta ciencia anterior, sirviéndonos del ministerio de nuestros sentidos, que es lo que llamamos aprender.[54]

---

[53] En el libro VII de la *Republica* plantea: "El estudio de las ciencias de que hemos hablado produce el mismo efecto. Eleva la parte más noble del alma hasta la contemplación del más excelente de todos los seres, como en el otro caso, el órgano más agudo del cuerpo humano se eleva hasta la contemplación de lo más luminoso que existe en el mundo material y visible". Platón vol. II *Op. cit.,* p. 170.

[54] Platón vol. I, *Op. cit.,* p. 561.

4. El Cosmos de Platón

Para visualizar al Cosmos, Platón parte de la existencia de un artesano divino; es también un matemático, el cual ejecuta el mundo bajo principios geométricos. La obra del *Demiurgo*, que es un Dios racional, diseñó un producto final de la mayor racionalidad y belleza. Es así como Platón le da al Universo el carácter de una criatura viviente; con un alma que se encuentra en el centro del Cosmos; entonces describe un mundo animado, permeado por la racionalidad. Aquí los dioses platónicos garantizan la regularidad de la naturaleza (a diferencia de la religión tradicional griega). La función de los dioses, para Platón, es dar cuenta del orden y racionalidad del Cosmos.

Cabe aclarar que el Demiurgo no es el ser omnipotente que crea a partir de la nada, como el dios de la tradición judeo-cristiana; él sólo da forma y ordena el caos inicial. Y mantiene una lucha:

> Contra las limitaciones propias de la materia con el cual deberá trabajar a fin de producir un cosmos tan bueno, bello e intelectualmente satisfactorio como sea posible. El Demiurgo toma un caos primitivo, lleno de materia amorfa del cual será construido el mundo e impone orden de acuerdo a un plan racional.[55]

Resumiendo todo lo anterior, el Demiurgo ensambla el Universo respondiendo a las ideas de belleza y perfección, y para ello le proporciona alma y razón. El producto es un cosmos vivo dotado de ambas cualidades, de las que participa también el hombre: alma y razón, o si se quiere, espíritu e inteligencia, imbuidas en nosotros y en este vasto universo gracias al deseo de bondad y perfección del Demiurgo, nuestro hacedor. De lo anterior se deduce que se trata de un cosmos imperfecto, surgido de un material imperfecto, pero que proviene de las ideas eternas o arquetipos.

Platón expone en dos ocasiones su sistema cosmológico; en ambas utiliza un lenguaje simbólico, alegórico y cargado de misticismo. En el mito de '*Her el armenio*', en el libro X de la *República*[56] y en el *Timeo.*[57] A través de su lenguaje esotérico, se

---

[55] Lindberg, D. *Op. cit.,* p. 40.

[56] Platón vol. II *Op. cit.,* p. 239-242.

traduce una cosmología que se basa en el principio de la no mutabilidad. Su temor al cambio le hace mantener una repulsión a la idea de la evolución, como lo expresa Koestler: "Cambio para Platón es sinónimo de degeneración; su historia de la creación es de la sucesiva aparición de formas de vida cada vez más bajas y menos valiosas".[58]

Bajo la mejor tradición astronómica pitagórica, su cosmología está planteada fundamentalmente en forma geométrica; esto a pesar de su exposición en forma de mito. Su hipótesis geométrica establece en conjunto al mundo como una esfera armilar, es decir, una esfera constituida por discos y bandas.

Platón proporciona las características del Cosmos, en el orden sofisticado que menciona en el *Timeo*, habla de una Tierra esférica fija en el centro rodeada de una envolvente esférica de astros fijos. Definió varios círculos en la esfera celeste, y traza las trayectorias del Sol, la Luna y los demás planetas. Asienta que el Sol se mueve alrededor de la esfera celeste una vez al año sobre un circulo inclinado respecto al eje ecuatorial celeste, la eclíptica. De lo que estaba seguro era la trayectoria circular de la Luna, la cual hacía un círculo mensual.

Pero es en esto, precisamente, cuando comprende que dichas irregularidades del movimiento planetario, pueden ser explicadas por la composición de movimientos circulares uniformes, llevando el dogma de lo circular al extremo.

Finalmente, la descripción que hace, tanto en *La República* como en el *Timeo*, aunque de forma mitológica, no carece de sentido matemático. Trata de determinar numéricamente las relaciones de los astros. En ello se establece una astronomía matemática y fundamenta la estructura del mundo con relaciones numéricas, cuando trata de las distancias relativas de los astros, con una evidente influencia de Pitágoras. En el mismo relato mitológico del *Timeo,*[59] hay una serie de números que se refieren precisamente a los planetas, estos números se definen por la progresión de los pares: 1, 2, 4, 6, … y de los triples: 1, 3, 6, 9, …. ambas series parten del número 1. Pero estas

---

[57] Platón vol. II *ibid*., p. 301.
[58] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 56.
[59] Platón vol. II *Op. cit.,* p. 317.

progresiones son un tanto confusas, si es que se refieren a las distancias de los planetas a la Tierra.

La Tierra está fija en el centro del mundo como ya se mencionó; dos ejes parten de este punto central: uno perpendicular al plano ecuatorial terrestre y celeste y, en torno a éste, gira la esfera de los astros fijos. Ahora de acuerdo con las apariencias de la observación más elemental, realizada ya desde la Antigüedad, la esfera de las estrellas fijas, que es el límite del Universo, gira de este a oeste, para un observador situado en la Tierra. Es un universo cerrado, en el interior de esta esfera que el instrumento representaba con grandes círculos apoyados en la gran corona ecuatorial, se encuentra, como en los planetarios, el plano de la eclíptica, que gira en torno de un eje inclinado sobre la órbita. Este plano contiene los anillos de los siete planetas, que a partir de la Tierra, siguen el orden: la Luna, el Sol, Venus, Mercurio, Marte, Júpiter y Saturno.

Para Platón, en su descripción matemática y en la abstracción geométrica está la realidad de los cielos y eso es lo único que va importar; así lo refiere en el libro X de la *República*:

> Que se admite la belleza y el orden de los astros de que está ornado el cielo, nada mejor; [pero como] después de todo, son esos objetos sensibles, quiero que se ponga su belleza muy por debajo de las relaciones mutuas y en los movimientos que comunican a los astros, según el verdadero número y todas las verdaderas figuras. Ahora bien, esas cosas escapan a la vista, y sólo pueden ser captadas por el entendimiento y por el pensamiento. [...]. Quiero pues, que la belleza del cielo visible no sea sino imagen del cielo inteligible y que nos sirva como servirían a un geómetra las figuras ejecutadas por Dédalo.[60]

Es precisamente en este Diálogo, donde sintetiza su filosofía en cuanto a la astronomía y la ciencia en general:

> Nos serviremos pues, de los astros en el estudio de la astronomía, como quien se sirve de las figuras en la geometría, sin detenernos de los que ocurre en el cielo, si queremos llegar a ser verdaderos astrónomos y sacar

[60] Platón vol. II *Op. cit.,* p. 168.

> alguna utilidad de la parte inteligente de nuestra alma, que sin eso sería inútil.[61]

Finalmente el Cosmos es concebido como un ser vivo, con un alma que es responsable del orden y de todos los movimientos en el Cosmos.

La astronomía pitagórica anteriormente había proyectado la escala musical sobre su sistema: era la armonía de las esferas. Ya se mencionó, en un capitulo anterior, que los pitagóricos creyeron que las alturas de los sonidos (tonos) estaban relacionadas con la velocidad de tales sonidos, puesto que la nota era más alta, cuanto mayor era la velocidad. Como la mayor velocidad era la de la bóveda celeste entonces la esfera de los astros fijos daba la nota más alta. A partir de ahí los planetas poseían velocidad decreciente, así la Luna, con menor velocidad, daba la nota más grave. Es la armonía de las esferas.

Los movimientos del Sol, la Luna y de los demás planetas habían sido ya observados y caracterizados desde siglos anteriores. En el modelo de Platón y Eudoxo, el Sol circunda la eclíptica una vez al año, mientras que la Luna completa su círculo una vez al mes, ambos astros se mueven en apariencia, en dirección este-oeste (pues la tierra rota de oeste a este), prácticamente con una velocidad uniforme. Los otros planetas también siguen la eclíptica (sólo se desvían unos cuantos grados), moviéndose en la misma dirección del Sol y la Luna, pero con una considerable variación de sus velocidades. Por ejemplo, Marte, que pasa alrededor de la eclíptica una vez en casi de 22 meses. Pero una vez cada 26 meses se aletarga hasta detenerse, se vuelve sobre sí mismo, invirtiendo su dirección (moviéndose ahora en dirección oeste-este), Se detiene de nueva cuenta y retoma su dirección original de este a oeste. Esta inversión de movimiento es llamado movimiento retrogrado y es exhibido por todos los planetas (Mercurio, Venus, Marte, Júpiter y Saturno). Otra característica del movimiento planetario que llamó la atención de Platón y Eudoxo, fue el hecho de que Mercurio y Venus nunca se alejaban mucho del Sol, a veces se adelantaba y a veces se atrasaban, pero siempre a una distancia fija del Sol. Platón no es capaz de explicar

[61] *Ibid.,* p. 168.

tales ‘irregularidades’, entonces afirma que los planetas tienen movimientos tan constantes y simples como de los astros fijos; ‘no son errantes’, sino en apariencia y a causa de nuestra ignorancia. Reta a astrónomos y matemáticos para determinar la combinación de movimientos circulares y uniformes que explicaría el movimiento irregular planetario.

La tarea de los astrónomos por lo tanto se volvió más ardua cuando Platón impone su axioma, de que ‘todos los cuerpos celestes se mueven en círculos perfectos’. La tarea de los geómetras que desarrollan la astronomía académica, consistía ahora en probar que los recorridos de los planetas, en apariencia errantes bajo nuestros sentidos y que se muestran totalmente irregulares, son el resultado de alguna combinación de varios movimientos simples, circulares y uniformes. Ahora se entiende el alcance de la expresión de Platón: ‘salvar las apariencias’ con la ayuda de la hipótesis anterior -geométrica en sí- y que se convierte en dogma, conduce a una representación que coincide con la forma de la manera más exacta posible, como se nos aparecen los astros en el cielo. Platón delega a las matemáticas, la ciencia de lo abstracto, para dar explicación de lo real, independiente de lo que sucede en los cielos.

Con la astronomía matemática, abarcó y extendió las concepciones místicas de Pitágoras acerca de la importancia cósmica del número y de las figuras geométricas, encontrando en ellos verdades absolutas independientes de los sentidos. Platón equiparó la astronomía con las matemáticas; pero se trataba de una especie muy particular de astronomía, ya que trataba a las estrella como debían ser, más que como son en realidad. Bernal al respecto comenta:

> La antigua concepción popular de los cuerpos celestes, consistía en considerarlos seres vivos. De ahí que las personas anticuadas juzgaran impías la concepción de los jonios, según la cual los astros eran esferas de fuego que erraban por el cielo. Platón salvo la situación, combinando las matemáticas con la teología.[62]

[62] Bernal, J. D. *Op. cit.,* p. 212.

Platón funda sobre hipótesis, geométricas y matemáticas, es decir, proposiciones y postulados, lo que considera la verdadera astronomía.[63] La influencia de Platón en las matemáticas es indudable, impulsa su estudio y le da prestigio. Sin embargo, debido a su espíritu abstracto y contemplativo, apartó a las matemáticas de su origen y de su aplicación en la experiencia práctica.

Platón plantea los problemas de la astronomía en la academia: "¿Qué movimientos regulares y ordenados hay que imaginar para conservar los movimientos aparentes observados en los planetas?, los cuales no podían ser sino circulares y uniformes".[64] La respuesta vino de su discípulo Eudoxo (408-355 a. C.), quien propone una forma muy ingeniosa para resolver el problema, es el primer intento serio para explicarlo. La hipótesis de Eudoxo da homogeneidad al sistema, al sustituir los anillos pitagóricos por esferas concéntricas, centradas con respecto a la Tierra, teniendo como envolvente y límite la esfera celeste. Los astros errantes estarán adscritos a estas esferas y para explicar las 'errantes trayectorias', se multiplican las esferas que rigen el movimiento de un solo astro; pero cada astro posee su propio sistema autónomo con relación a los otros planetas. Se puede considerar que Eudoxo es el autor de los primeros sistemas matemáticos que simplifica la astronomía, es a lo que se le llamará astronomía matemática.

La idea es que los movimientos reales aparentemente sin leyes, eran comprensibles en términos de movimientos circulares sencillos. Se trata de que el movimiento irregular de cada planeta sea descrito como la composición de una serie de simples movimientos circulares y uniformes. Para llevar a cabo esto, Eudoxo asignó a cada planeta un conjunto de esferas anidadas concéntricas, y a cada esfera una componente del movimiento complejo del planeta. Así para cualquier cuerpo celeste (excepto las estrellas fijas), existía un conjunto de tres o cuatro esferas, todas concéntricas, cuyo centro común es la Tierra girando cada una de ellas alrededor de

[63] Lo que impulsa el surgimiento de la astronomía (matemática), fue el problema de explicar el movimiento irregular de los planetas en tanto vagan a través de las estrellas fijas. Esta actividad irregular de los planetas podría ser reducidos a un número de otros movimientos. Platón busca lo que considera la verdadera astronomía a través de las matemáticas.

[64] Rey, A. *El Apogeo de la Ciencia Técnica Griega*. Tomo II Ed. UTEHA México (1962), p. 39.

un eje. La esfera más interior contenía el cuerpo que se movía a lo largo de lo que se podría llamar el ecuador de dicha esfera, es decir, el eje de rotación es perpendicular al camino circular del cuerpo. De esta manera, mientras gira sobre su eje, esta esfera es arrastrada por la rotación de la esfera concéntrica siguiente. Eudoxo encontró que para describir el movimiento del Sol y la Luna bastaba una combinación de tres esferas, movimiento que es observado desde la Tierra. Luego, cada planeta requería de una cuarta esfera, relacionada con la tercera. La esfera más exterior daba una vuelta cada veinticuatro horas alrededor de un eje que pasaba por los polos de la esfera celeste.

El esquema astronómico de Eudoxo, responde parcialmente al problema de los movimientos erráticos de algunos planetas, pero aún no explica los movimientos retrógrados, ni sus cambios de brillo. Salva matemáticamente las apariencias.

Para explicar los movimientos de los siete planetas, Eudoxo concibe veintisiete esferas, más la esfera de los astros fijos, es decir, la bóveda celeste. El sistema de las homoesferas está dado de la siguiente manera: tres esferas para La luna, tres para el Sol, cuatro para cada uno de los cinco planetas restantes. Este sistema de esferas está coordinado por una unión rígida de las esferas que la constituyen.

El progreso de este sistema astronómico consistirá fundamentalmente en multiplicar las esferas. Así, por ejemplo, Calipo de Cízico (370-310 a. C.) mejora el sistema a costa de añadirle siete esferas más con lo que alcanzó un total de treinta y cuatro esferas. Posteriormente, Aristóteles complementa el sistema de Calipo y aumenta el número total de esferas hasta cincuenta y cinco, el cual convierte la cosmología original, simple e ingeniosa de Eudoxo, en un intrincado aparato matemático, que se aleja cada vez de la realidad. Pero las motivaciones de Aristóteles se apartan de la idea original de Platón que en principio era ‘salvar las apariencias’.

Mientras que para Eudoxo y Calipo, el conjunto de esferas de cada planeta es independiente, para Aristóteles resulta un mecanismo en el que todos dependerán unos de otros, de hecho, el Primer Móvil, con su movimiento circular y uniforme arrastrará a todos los demás astros que están en su interior, comunicándoles el movimiento de que está animado.

Si partimos de la idea principal que Platón promueve acerca de las matemáticas y su relación con las cosas físicas, 'los números y los conceptos geométricos no tienen nada de material y son distintos de los objetos físicos.' Por lo que se puede afirmar directamente de Platón que los conceptos matemáticos son independientes de la experiencia y tienen una realidad propia. Las matemáticas tienen como fin la preparación para la filosofía. Prevalece una idea suprema, así lo consigna Kline:

> Las ideas abstractas de las que se ocupan las matemáticas son afines a otras, tales como la bondad y la justicia, cuyo entendimiento es la meta de la filosofía de Platón. Así pues, las matemáticas son la preparación para el conocimiento del universo ideal.[65]

Bajo este enfoque resulta que las matemáticas son la verdadera ciencia, es la que estudia la auténtica realidad, porque surge de la razón. El carácter totalmente abstracto e ideal que les confiere Platón a las matemáticas las aparta de las aplicaciones en la experiencia práctica. No obstante servirá para cubrir las 'apariencias' en el campo de la astronomía.

Como ya se ha mencionado, Platón soslaya el conocimiento de la naturaleza. El mundo físico, corpóreo, es imperfecto y transitorio; de este modo, el mundo físico es menos real, en el sentido de que los cuerpos físicos son réplica imperfecta del mundo ideal y el cual está sujeto a la degradación. Así, 'sólo el mundo ideal merece estudio y sólo se puede obtener un conocimiento infalible de las formas inteligibles'. Se puede decir acerca del mundo físico que sólo se es capaz de obtener 'opiniones'. Para Platón, "la ciencia física está condenada a verse hundida en el fango del mundo de sensaciones"[66]. El conocimiento surgido de esta naturaleza no llega a ser ciencia, en el sentido trascendental como en Pitágoras.

Una de las razones del porqué no se cultivaban la técnica y conocimiento práctico, era por el desprecio a la actividad considerada propia de los esclavos (medicina, artes mecánicas, el comercio, etc.). Como consecuencia, ningún

---

[65] Kline, M. *Op. cit.,* p. 73.
[66] *Ibid*., p. 74.

conocimiento verdadero podría derivarse con esas actividades. La relación entre la filosofía y las técnicas fue nula. Platón rompe de forma tajante la vinculación del pensamiento griego con la práctica griega.

Finalmente, la física no sería un conocimiento verdadero puesto que no tiene por objeto el conocimiento de las 'formas', ya que pertenece al terreno de lo ambiguo e inseguro, es la *doxa*. De aquí que sólo las matemáticas serán las que nos darán el verdadero conocimiento, son las que nos conducirán a la verdadera ciencia, a la ciencia de las formas.

La relación que rige la astronomía y las matemáticas está fuertemente influenciada por el enfoque platónico de la realidad. El modelo planetario responde al concepto de modelo de naturaleza de Platón; de aquí que no necesariamente responda a la realidad física, la estructura matemática es en sí misma la realidad. Se desprende de esta idea pitagórica-platónica, que existe un Cosmos, una armonía, un orden en la naturaleza a la que habrá que descubrir.

En resumen, el tipo de relación que guarda la física (naturaleza) con las matemáticas (razón) en las doctrinas de Platón, es que la razón prevalece sobre los objetos, de hecho como decía, la física 'es una sombra de la realidad que va más allá'. Por lo tanto los sentidos sólo nos ayudan a 'aprehender' los objetos físicos, que serán la entrada para un conocimiento verdadero y esencial. Se puede decir que con Platón 'salvar el fenómeno' (la apariencia), es forzar a la realidad aparente para que cumpla con la geometría. Las matemáticas subordinan a la física.

CAPITULO IV

ARISTÓTELES: EJEMPLO DE UNA FISICA NO MATEMATIZABLE

1. Fundamentos

Aristóteles (384-322 a. C.) realiza una gran síntesis del conocimiento, tomando algunos elementos de los pensadores anteriores, rechazando otros y aportando los propios. De hecho, y contrariamente a la filosofía unificadora que había enseñado Pitágoras, Aristóteles proporciona la primera división entre las distintas áreas del conocimiento (física, biología, lógica, meteorología, etc.). Divide el Universo (finito para él) en dos regiones: el mundo que está por debajo de la esfera de la Luna, que es donde se lleva a cabo el cambio y la sede de lo imperfecto, en concordancia con la filosofía de Heráclito; y la región supralunar que será sede de lo inmutable y lo perfecto, de acuerdo a la filosofía de Parménides y de Platón. Aristóteles añade a la astronomía de las esferas homocéntricas desarrollada por Eudoxo y Calipo un mayor número de ellas hasta llegar a un total de cincuenta y cinco, pero en lo que se refiere al mundo sublunar, en éste no presenta ninguna referencia matemática. En franca oposición a Platón, Aristóteles considera que el mundo verdadero es el que nos llega a través de los sentidos. No existe alguna relación esencial entre las matemáticas y el mundo físico, pues son campos diferentes y no deben y ni pueden –según él- mezclarse. Por esta razón –añade- no debe confundirse la geometría con la física: el físico razona sobre lo real (cualitativo); el geómetra sólo se ocupa de abstracciones.

Es oportuno señalar aquí que el concepto 'física de Aristóteles', tiene varios significados, de esos hay tres significados diferentes que es necesario aclarar. Uno de ellos es el contenido de una de las obras de Aristóteles que ha llegado hasta nosotros bajo el título de *Física* y que Andrónico de Rodas reunió bajo el título original griego de *Physike akróasis* (Curso de Física). No es, desde luego, una obra editada por su autor, ni tampoco lo que ahora se llamaría una obra 'inédita', ya que estos escritos no fueron redactados para su publicación, sino que estaban destinados para las lecciones que Aristóteles impartía en el Liceo. Esta obra trata sobre el movimiento como cambio en general.

Un segundo significado del término 'física de Aristóteles' es el que consideraba el propio Aristóteles. En un párrafo de *Los Meteorológicos* es posible percatarse de que el objeto de investigación de la física para Aristóteles era mucho más amplio que el de la física tal como se entiende en la actualidad. Aristóteles tenía un programa de investigación muy amplio que incluía desde la metafísica, la ética, la política, hasta la crítica literaria. Pero lo que interesa destacar aquí es lo que él consideraba el objeto de la física. El programa que enuncia Aristóteles en *Los meteorológicos* incluye temas que actualmente estarían en los campos de la astronomía, la física, la química, la geología, la biología, inclusive la psicología. En ocasiones se ha querido subrayar esta mayor extensión del término por el de 'filosofía natural'.

Un tercer sentido a lo que se le da en llamar 'física de Aristóteles' es el de la teoría del movimiento local. Como ya se mencionó, Aristóteles desarrolló su teoría del movimiento como cambio en general; para él había cuatro tipos de cambio: sustanciales, cuantitativos, cualitativos y locales. Al explicar el movimiento local, Aristóteles desarrolla su explicación de la caída de los graves y del movimiento de proyectiles. Divide los movimientos en naturales y violentos. Entre los primeros se encuentran la caída de los cuerpos, y entre los segundos está el lanzamiento de proyectiles. De acuerdo a esta física, los cuerpos graves caen hacia el centro del Universo (ocupado por el centro de la Tierra), porque están dotados de la *cualidad* de gravedad y al hacerlo se están dirigiendo al lugar que por su naturaleza (*physis*), les corresponde en el Universo. Entre mayor es el peso de un cuerpo mayor será la rapidez con la que se dirigirá al centro de la Tierra. De aquí se desprende la aseveración de que, en la física aristotélica, los cuerpos caen con una velocidad 'proporcional' a su peso. Se reconoce que esta afirmación constituye un total anacronismo, pues la noción de peso, como fuerza gravitacional, y la de velocidad, tal como se conceptualiza en la actualidad, no existía en Aristóteles. Así, entonces, los cuerpos graves (constituidos esencialmente de tierra y agua) se moverán hacia el centro de manera natural; los cuerpos leves (constituidos fundamentalmente de aire y fuego) se moverán, también de manera natural, hacia la periferia del mundo sublunar, pues están dotados de la cualidad de levedad.

La física de Aristóteles, en el sentido más general, es una teoría que partiendo de nociones del sentido común, los procesa y somete a un tratamiento coherente y sistemático. Se trata de una física basada en la experiencia cotidiana y de las causas finales (*teleología*); esto quiere decir que todos los organismos, inclusive los cuerpos físicos, están dotados del propósito de alcanzar sus 'fines apropiados'. Aristóteles construye su mundo físico a partir del 'estado natural de las cosas'. En tal mundo cada cosa 'conoce' su lugar y que cada cosa, según su naturaleza, tiene determinado un lugar en el Universo. Aquí radica el fundamento para su filosofía natural: 'un lugar para cada cosa y cada cosa en su lugar'. Acerca de esto Koyré dice, "La noción del 'lugar natural' traduce una concepción del orden puramente estática. En efecto, si cada cosa estuviera 'en orden', cada cosa estaría en su lugar natural y por supuesto, ahí se quedaría y permanecería para siempre".[67]

Uno de los rasgos más notables de la ciencia aristotélica es que hace trascender los hechos del sentido común; por ejemplo, la distinción entre los fenómenos 'naturales' y los fenómenos 'violentos' en cuanto al movimiento; es parte de una realidad física, la cual tiene dos aspectos básicos en los que descansa esta filosofía natural:

- cree en la existencia de 'naturalezas' cualitativamente definidas.
- cree en la existencia de un orden.

El hecho de que cada cosa pertenezca a un lugar, 'su lugar natural', implica que de manera natural permanecerá en reposo ahí, como parte del equilibrio del Universo. Así entonces, la única manera que se rompa dicho equilibrio, es sacarlo de ese lugar,

---

[67] Koyré, A. *Estudios Galileanos*. Ed. Siglo XXI Madrid (1988), p. 9.

esto se lograría sólo por medio de 'la violencia'. Esta 'violencia' no sería otra cosa que una fuerza exterior aplicada al objeto.

A diferencia de Platón, Aristóteles comprende que la clave para la comprensión del mundo radica en el conocimiento de la naturaleza, es decir, su física. Éste ya no resulta ser sólo el reflejo titubeante de la idea suprema o forma como Platón concebía, sino que se puede confrontar racionalmente con la realidad que nos rodea. Como naturalista, Aristóteles "tenía un profundo apego a la realidad concreta de los seres",[68] su afán en la investigación científica era encontrar la naturaleza de todas las cosas, a manera taxonómica. Para Aristóteles, esa naturaleza es fuente del conocimiento.

Como se explicó anteriormente, Platón en su filosofía divide al mundo en dos partes: materia y forma; sin embargo, en Aristóteles son uno mismo y se encuentran a nuestro alcance por medio de un vigoroso sentido común, y es a partir de éste, que elabora toda su filosofía.

Lo que resulta una preocupación en la física de Aristóteles (en el sentido amplio), es el problema del cambio o movimiento en la naturaleza, algo que es característico de ella precisamente. Este tema fue tratado por Heráclito y Parménides, ambos con posiciones encontradas, de aquí que Aristóteles en principio trata de precisar lo que significa el *cambio.*[69] Al igual que ellos, para Aristóteles el cambio es el paso entre dos contrarios. Pero se da cuenta que no sólo de la existencia de los contrarios proviene el cambio; por ejemplo, si se considera seres de especie diferente (contrarias), es decir, un elefante no se torna en un ave o una piedra en un árbol. Y a diferencia de Parménides, que consideraba el cambio como una degeneración y degradación, Aristóteles lo considera generación y desarrollo. El cambio se realiza entre seres de la misma especie; pero el cambio real se da no sólo entre los contrarios absolutos, sino entre los estados intermedios. No sólo se trata el cambio como la

[68] Xirau, R. *Op. cit.,* p. 80.

[69] El término empleado por Aristóteles para referirse al cambio se vertió al latín, como "*motio*" y su significado pronto se vio restringido a lo que Aristóteles denominara "locomoción" (cambio de lugar con respecto al tiempo); a esta clase de cambio se le reconocía una cierta prioridad lógica sobre los demás…" Drake, S. *Galileo*. Alianza Editorial Madrid (1980), p. 25.

diferencia entre el principio y el final. Aristóteles trata de explicar el sentido del cambio mismo y para ello, introduce las nociones de *potencia* y *acto*. Potencia se puede decir, en términos generales, es la capacidad de una cosa para modificarse. El acto es la realización de esa capacidad.

Aristóteles, asevera acerca de la fenomenología del movimiento o cambio, que todas las cosas contienen en sí mismo el principio del movimiento y del reposo como algo propio. En su dinámica todo cuerpo se concibe como algo que posee una tendencia a encontrarse en su lugar natural y, por tanto, volver a él desde el mismo momento en que fue alejado por medio de un acto violento.

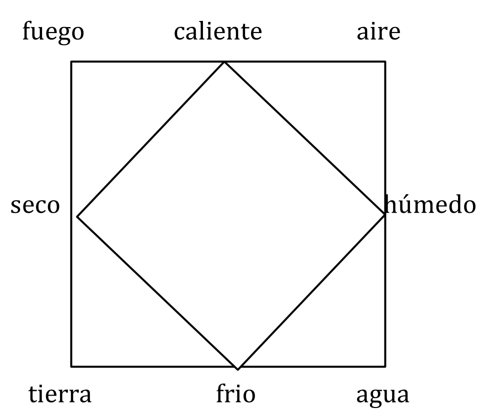
De ahí surgen las preguntas cuyas respuestas constituyen gran parte de su tratado de física: ¿Cuál es la causa del movimiento?, ¿cuál es el sentido y fin de todo cuanto se mueve o cambia?.

2. Cosmología aristotélica

En el cosmos aristotélico las cosas están distribuidas y dispuestas en un orden determinado y su ubicación en el Universo obedece a una causa final. Aristóteles también afirma que el Universo es eterno, es decir que no hay un inicio y que siempre ha estado ahí, cree en un Universo finito, ordenado de forma esférica, cuyo centro se encuentra en la Tierra. Adopta la cosmología de Eudoxo pero le da otra interpretación (realista, ya no instrumental), en la cual dentro de la esfera más exterior están, una dentro de otra, las esferas que contienen a los planetas, el Sol y la Luna. Este Universo está dividido en dos regiones y áreas de actividad, siendo la esfera de la Luna el límite entre ambas regiones. Luego por encima de la región lunar, se encuentra la región celeste y como límite exterior se halla la esfera de las estrellas fijas. Es la noción de un universo finito.

Para Aristóteles las esferas están compuestas de un incorruptible quinto elemento (o quinta esencia), es una sustancia más pura que el fuego: el éter. Esta quinta sustancia llena todo el Universo (no hay espacio vacío). El éter, al ser divino, lo son también por consiguiente las esferas y los cuerpos celestes que están hechos de él o una mezcla de éter y fuego. Las estrellas y los planetas están fijos en un punto de sus respectivas esferas, a los cuales son arrastradas en el movimiento rotatorio de toda la esfera.

Por otro lado, la región sublunar es donde se lleva a cabo la generación y corrupción de las cosas. Es donde se desarrolla la vida terrestre y ocurren todos los fenómenos de la materia: movimientos, nacimientos, muerte y todos los cambios que se pueden observar, y al igual que sus antecesores, a Aristóteles le interesa investigar en su filosofía natural los elementos básicos de los cuales están compuestas toda la multitud de sustancias de la Tierra. Acepta los cuatro elementos fundamentales propuestos originalmente por Empédocles y los cuales había aceptado también Platón. Dice que toda la materia de la región sublunar consiste en distintas combinaciones de los cuatro elementos inferiores: tierra, agua, aire y fuego; con cuatro cualidades asociadas a ellas y organizados en dos pares de opuestos: calor y frío, seco y húmedo. Cada elemento tiene un movimiento natural, el del éter es circular, la de la pareja tierra-agua, hacia abajo; la de la pareja aire-fuego, hacia arriba. Así quedan explicados el peso (gravedad) y la levedad (ligereza) como una *dinamys* propia, de los elementos mismos.



Cuadro aristotélico de oposición de los elementos y cualidades

Si Platón consideraba que de los fenómenos naturales y de las cosas no es posible extraer el conocimiento verdadero, para Aristóteles sin embargo, la clave para entender el mundo es precisamente la física en el sentido más general. El propósito de su investigación científica es encontrar la naturaleza de todas las cosas, y para ello la percepción sensorial es fundamental. Aristóteles lleva a cabo la aspiración que en principio es 'superar los fenómenos', es decir, formular una teoría explicativa del dato observable.

Como se acaba de mencionar, la naturaleza es traducida a través del mundo sensorial, a partir de dos pares de cualidades fundamentales en la naturaleza: caliente-frío y húmedo-seco; con la transformación de las sustancia se observa el movimiento y generación de la naturaleza. Los cuatro elementos se transforman constantemente entre ellos y en eso consiste precisamente la esencia de todos los cambios. Se puede ver que se trata de una teoría fundamentalmente cualitativa, sin necesidad de las matemáticas.

Para Aristóteles, entonces, la filosofía natural es la ciencia de lo real, y agrega que no necesita de las determinaciones numéricas para describir el rasgo más esencial de la naturaleza que es su mutación, el cambio. Finalmente, por transcripción del lenguaje, el cambio es el movimiento. El movimiento local tiene lugar si se parte del hecho de que cada objeto del Universo conoce 'su lugar' y trata de mantenerlo, porque ésa es su causa propia; de aquí que el movimiento ocurrirá cuando ese objeto es retirado de su lugar y tiende a recuperarlo. Por ejemplo, una piedra, cuyo elemento básico es la tierra, cae a través del aire y del agua para reunirse con su tierra nativa, dirigiéndose al centro del universo que es el centro de la Tierra o, como la chispa que se eleva para unirse a los fuegos celestes. Pero esto ocurre únicamente con aquellas cosas que por sí mismas no tienen movimiento. En cuanto a las aves, peces y otros seres con movimiento, de acuerdo a su física, están hechos para volar, para nadar o reptar (llevar a cabo su naturaleza, su física). Lo anterior es ejemplo de uno de los aspectos de la filosofía aristotélica, la de las causas finales: 'la naturaleza se sigue por sus causas finales', dice, y esto quiere decir, como se anotó arriba, que los organismos de la naturaleza, inclusive las cosas inertes, están dotados del propósito de alcanzar fines apropiados. Interpretaba al mundo como si todas las cosas tuviesen vida. Ahí está la clave de su conceptualización de la naturaleza, en la que no son necesarias las matemáticas para describir aspectos de esa física.

Lindbergh anota una de las características de la cosmología de Aristóteles y que resulta muy importante para entender su filosofía natural.

> Finalmente, debemos señalar una de las implicaciones de esta cosmología -a saber- que el espacio, en lugar de ser un fondo neutro, homogéneo (análogo a nuestra noción de espacio geométrico), ante los eventos que ocurren, tiene propiedades. O para expresar este punto con más precisión, el nuestro es un mundo del 'espacio', mientras que para Aristóteles era un mundo del 'lugar'. Los cuerpos pesados se mueven hacia su lugar en el centro del universo, no por una tendencia a unirse con otros cuerpos pesados localizados ahí, sino simplemente porque es su naturaleza buscar el punto central. Si por algún milagro sucediera que el centro estuviera vacío [...], aun así seguiría siendo el destino de los cuerpos pesados.[70]

Con lo anterior no es de sorprender la consideración aristotélica en cuanto al carácter cualitativo de su ciencia, decía que la naturaleza del ser físico es cualitativa de modo que no necesita de la rigidez y precisión de los conceptos matemáticos. Aquí se deja ver el carácter de su vocación y metodología, no era matemático pero su inclinación de biólogo-naturalista, le hacía un minucioso clasificador y jerarquizador. La física aristotélica es de carácter clasificatorio, es decir, no era descriptivo. Si se recuerda los primeros filósofos naturales griegos (jonios y pitagóricos), no pretendían dar una explicación detallada de los mecanismos que rigen el comportamiento de la Naturaleza, y tampoco pretendía lograr predicciones cuantitativas a partir de sus observaciones. Aristóteles más bien buscaba analogías de los fenómenos naturales en términos más familiares. Se considera que para el estudio de las cosas naturales no hay la obligación de las demostraciones matemáticas. Decía 'en las demostraciones relativas a la naturaleza no hay que buscar la exactitud matemática' porque la

[70] Lindberg, D. *Op. cit.,* p. 58.

naturaleza del ser físico es cualitativo y vago, no necesita de la rigidez y precisión de los conceptos matemáticos.

3. La dinámica de Aristóteles

La dinámica aristotélica se funda sobre el siguiente principio: todo movimiento en la naturaleza va dirigido hacia un fin y un propósito. En síntesis, las ideas básicas sobre el movimiento en la filosofía natural de Aristóteles, son:

- Todo movimiento precisa de un motor que lo cause y lo mantenga, si ha de perdurar. El movimiento no perdura por si solo como el reposo, el móvil precisa de una causa eficiente para mantenerse en movimiento.

- Si no hubiera aire la velocidad se haría infinita, lo cual sería imposible. Por esta contradicción lógica el vacío no existe.

- Para que un cuerpo adquiera una velocidad, es necesario aplicar una fuerza mayor a la resistencia.

Ésta es una noción bastante intuitiva, para mover algo debemos empujarlo, y el movimiento se da sólo cuando el empuje sobrepasa la resistencia que ofrece el medio o la superficie en que se encuentre el cuerpo. Así la velocidad del cuerpo depende de la resistencia al movimiento; de hecho, el cuerpo en movimiento adquirirá una velocidad 'proporcional' a la fuerza e 'inversamente proporcional' a la resistencia del medio en que se encuentra.

Al traducir las ideas acerca del movimiento, Aristóteles dice que, para que se lleve a cabo el cambio accidental violento (movimiento o *kinesis*), ha de ser por una causa eficiente o causa motriz externa. Se dirá que en todos los movimientos, excepto en los naturales, debe existir como causa eficiente un agente en contacto con el objeto móvil; éste es el principio de la acción por contacto y sólo hay dos tipos de transmisión, la presión y la atracción; entonces para hacer mover un cuerpo sólo hay que empujar o tirar de él. Aristóteles no consideraba la acción a distancia, y como en tantos otros resultados, esta idea es deducida a partir de la percepción sensorial, es decir, la observación directa de la naturaleza circundante (y del sentido común); de ahí que tenía dificultades para explicar los movimientos de los proyectiles. Aristóteles expone la teoría de la *antiperístasis*, que consiste en que el proyectil al avanzar va dejando tras de sí un vacío, y como la naturaleza no permite la formación de éste (*horror vacui*), el aire se dirige inmediatamente a llenarlo y, al hacerlo, empuja al móvil. Esto conduce a la idea de que el aire tenía doble papel, en este caso de motor y, el caso contrario era el factor que impedía el movimiento; esta explicación constituía una falla de la física aristotélica. En el lanzamiento de una flecha o una piedra por ejemplo, el aire es el que sigue impulsando el proyectil, cuando el arco o la mano han dejado de actuar.

Esta teoría nunca convenció a los filósofos naturales que criticaban las teorías aristotélicas del movimiento y como consecuencia surgieron teorías alternativas. Este sentido de la 'física de Aristóteles', como teoría del movimiento local, fue el que desarrollaron los críticos de Aristóteles desde la Antigüedad, así como los eruditos medievales y el que llegó hasta Galileo y Newton. En cuanto a la negación del vacío, Aristóteles explica:

> Como el aire se opone al movimiento, si se pudiera retirar el aire, entonces un cuerpo siempre permanecería en reposo, ya no podría ir a ninguna parte o bien si se moviera lo haría perpetuamente a la misma velocidad, y como esto es absurdo, no puede existir el vacío.[71]

Aristóteles establece que el vacío no existe, esto a partir de la imposibilidad lógica y en contradicción con el sentido común. En el aspecto más general, el vacío está en contradicción con la idea del orden cósmico; en el vacío no existen los lugares naturales, por lo que no es posible que se dé el movimiento. "El vació es la nada, y

[71] Bernal, J.D. *Op. cit.,* p. 219.

colocar algo en la nada es absurdo".[72] El espacio está totalmente lleno, es decir, siempre habrá una densidad y por lo tanto una oposición al movimiento, si no lo hubiera, la velocidad sería infinita. Respecto al movimiento violento, el movimiento en el vacío equivaldría a un movimiento sin motor. Efectivamente, el vacío no es un medio y no puede recibir, ni por consiguiente transmitir y mantener el movimiento.

Ahora bien, el movimiento que se lleva a cabo en la región supralunar, está regido por sus propias leyes.

- Está habitado por cuerpos celestes con carácter divino y éstos son inmutables, formados por un quinto elemento o quinta esencia (el éter). Al carecer de los elementos inferiores, no está sujeto a la corrupción y degeneración.
- El movimiento natural del quinto elemento es circular. De aquí que el movimiento circular es el único movimiento perfecto, no tiene principio ni fin, es un movimiento uniforme y perpetuo.
- La frontera del Universo es la esfera de las estrellas fijas. Se habla de un Universo finito.

Para Aristóteles, la comprensión del mundo reside en la comprensión del movimiento, decía que "todo movimiento en la naturaleza iba dirigida hacia un fin y un propósito".[73] Esto se cumplía incluso para los cuerpos inanimados; interpretaba al mundo como si todas las cosas tuvieran vida. El término física (*physis*) lo entiende como el modo de ser de las cosas, es decir, la naturaleza de todo lo existente.

Una gran parte de la filosofía de Aristóteles fue la fuente donde se nutrió el pensamiento académico en las universidades de la Edad Media, la doctrina aristotélica se hizo estatus y se adaptó al pensamiento de la Iglesia católica. Aquella parte que resultaba incómoda para la Iglesia, simplemente se hizo a un lado. Por ejemplo, la Iglesia no toma las ideas del universo eterno de Aristóteles; para la Iglesia

[72] Koyré, A. *Op. cit.,* p. 14.
[73] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 62.

hay una creación y habrá un juicio final. Pero buena parte de la filosofía aristotélica, se tomó como fundamento en la enseñanza escolástica y así se impuso en el ambiente académico de las universidades, sin mayor crítica al pensamiento aristotélico y fue así como sobrevivió por más de mil años.

Es necesario traer a esta historia la crítica que se hizo a partes de la dinámica de Aristóteles por algunos pensadores de la Antigüedad. En particular, durante el siglo II a. C., Hiparco de Rodas planteó la teoría del *impetus* como una explicación alternativa a los fenómenos del movimiento que la teoría de Aristóteles no resolvía satisfactoriamente. Más tarde, en el siglo VI esta teoría será desarrollada por Juan Filopón y será la base de todos los desarrollos posteriores en la física del movimiento hasta principios del siglo XVII. Es importante subrayar que todos estos desarrollos fueron hechos desde el interior del estricto marco de la doctrina aristotélica. El *impetus* seguía siendo una cualidad que se transmitía a los cuerpos para su movimiento y nunca se planteó como un concepto cuantitativo y matematizable, dada la premisa aristotélica de no mezclar los géneros de la física y las matemáticas. Esta posición epistemológica se mantuvo en la obra de los eruditos medievales, quienes realizaron más que nada *ejercicios lógicos* en sus estudios del fenómeno del movimiento. No fue sino hasta la obra de Galileo, que cambió las cualidades por una física cuantitativa, lo que le permitió escapar del callejón sin salida al que la física no matematizable de Aristóteles había conducido al conocimiento.

4. La relación de la física con las matemáticas en Aristóteles

Para Aristóteles resulta inútil intentar edificar una filosofía matemática de la naturaleza. Todas las sutilezas matemáticas son verdaderas en abstracto, pero aplicadas a la materia sensible y física no funciona; en la naturaleza real, no hay círculos, ni triángulos, ni líneas rectas. Dice que es inútil aprender el lenguaje de las matemáticas; el libro de las matemáticas no está escrito en ellas. Cuanto más se acostumbra el espíritu a la precisión y rigidez del pensamiento geométrico, menos será capaz de captar la diversidad móvil, cambiante del ser. Por lo tanto, no se puede establecer una teoría matemática de la cualidad ni tampoco del movimiento.

En la forma misma como se ha planteado el significado de lo que es la 'física aristotélica', no es posible cuantificar. Hay que recordar que el objeto de su estudio, era la naturaleza de las cosas a través de sus cambios, es decir, de su movimiento.

En resumen conocer algo verdaderamente bajo la visión de Aristóteles, es decir, saber la física de las cosas, era conocer sus causas:

- La causa material
- La causa formal
- La causa motriz o eficiente
- La causa final

En ninguna de esas categorías es posible matematizar. Esta filosofía natural, es una ciencia alejada del razonamiento matemático. He aquí la razón de fondo del porqué su incapacidad para traducir matemáticamente sus tesis acerca del movimiento: es el hecho de que el cambio lo concibe como una alteración cualitativa, esto quiere decir, que si un objeto se transforma de uno a otro y el nuevo elemento está formado fuera de su lugar natural, entonces la tendencia de este nuevo elemento formado buscará su lugar natural, de esta forma el movimiento se produce. Esto no tiene nada que ver con una formulación matemática.

Hacer abstracción de objetos físicos no nos conduce a la verdad; el físico razona a través del mundo sensorial mediante el instrumento lógico; en cambio el matemático se ocupa de cosas abstractas (círculos, rectas etc.), propias del espacio geométrico donde no caben cosas reales. En este sentido su física resulta totalmente antimatemática, pues el formalismo de las matemáticas no funciona para describir cualidades de la naturaleza.

Al estudio que realiza acerca del cambio accidental (local) es a lo que se le da en llamar posteriormente cinemática**,** es decir, la descripción del movimiento. Como se puede observar no es posible matematizar bajo el estudio jerárquico que elabora. Así pues, Aristóteles refuerza su idea de que la física no necesita de las determinaciones numéricas. Al formular sus teorías del movimiento, basta con enumerar sus principales categorías (natural, violento, rectilíneo, circular), describir sus características generales y cualitativas.

Como mérito dentro de la historia de la física, es que se trata por primera vez el aspecto cinemático de la mecánica. Aristóteles es el primero que proporciona reglas específicas para comparar las velocidades de los cuerpos en términos del espacio recorrido respecto al tiempo. Aunque de ningún modo lo traduce a un cociente numérico.[74] Proporciona el significado del término 'más rápido', cuando dice que el movimiento de un cuerpo es más rápido que la del otro. En su cinemática, clasifica las velocidades y nos dice cuando un cuerpo tiene mayor velocidad, menor velocidad o la misma velocidad que otro cuerpo móvil.

Adicionalmente A. Koyré señala:

> La física de Aristóteles está basada en la percepción sensible y por eso es resueltamente anti matemática. Se niega a sustituir por una abstracción geométrica hechos cualitativamente determinados por la experiencia y por el sentido común y niega la posibilidad misma de una física matemática.[75]

Finalmente, se puede establecer que entre la física y las matemáticas hay un total divorcio, aunque es claro que la física como es entendida por Aristóteles, no es necesaria la utilización de las matemáticas para estudiar la naturaleza. Esta posición entre la física y las matemáticas prevalecerá durante la Baja Edad Media. Cuando se recupera el discurso aristotélico, vía la preservación que de él hacen los árabes, las opiniones de Aristóteles pasan a formar parte del marco epistemológico de los estudiosos europeos medievales cuando éstos realizan estudios del movimiento local.

[74] De hecho los matemáticos griegos por lo general no expresaban sus relaciones entre cantidades de la naturaleza, por medio de fórmulas métricas, que implican razones entre cantidades de diferente especie, por ejemplo: longitud y tiempo.

[75] Koyré, A. *Historia del pensamiento científico* Op. cit., p. 185.

CAPITULO V

LA FISICA Y LAS MATEMATICA EN EL PERIODO HELENISTA

1. Las tres vertientes de la ciencia helenista

Al terminar la preeminencia intelectual y cultural de Atenas, el quehacer de la ciencia y técnica se traslada a Alejandría. Aquí se da el segundo periodo de auge de la cultura griega: el helenista (también llamado alejandrino). El término 'helenístico' sugiere lo helénico y algo más extraño a éste, es una fusión de lo griego con los elementos extranjeros conquistados por el imperio griego-macedonio, lo egipcio y lo oriental. En efecto, en este lugar se dio uno de los encuentros más afortunados de la historia entre diversas culturas. El periodo helenista empieza poco después del año 334 a. C. cuando Alejandro Magno inicia sus campañas de conquista. En el año 304 a. C. Ptolemaios I Soter se convierte en Rey de Egipto y le sucede su hijo, Ptolemaios II Filadelfo, quien reina hasta el año 246 a. C. Ésta es la época de oro del periodo alejandrino, del Museo y la Biblioteca de Alejandría. En el siglo II a. C., los romanos saquearon la Biblioteca, ésta y el Museo dejaron de existir en tiempos de Aureliano (270-275). En el año 391, Teófilo (obispo de Alejandría), deseando terminar con el paganismo, destruye el Serapeum (anexo a la Biblioteca). Y finalmente, los musulmanes acaban con lo poco que quedaba de la Biblioteca al saquear Alejandría en el año 646.

Este centro cosmopolita albergó a poetas, filósofos, filólogos, astrónomos, geógrafos, médicos, historiadores, artistas y la mayoría de los matemáticos más productivos de la civilización de esta época. En este lugar estudiarían y enseñarían todos los sabios llegados de diversas regiones. Alejandría y su enorme biblioteca se convierten en depositarias de la ciencia clásica y centro del quehacer intelectual de ese momento y de los siguientes cuatro siglos.

La dinastía de los ptolemeos con gran sabiduría continuó con la idea de Alejandro Magno de fomentar la fusión de los pueblos, por lo que, en la capital del imperio confluyeron libremente griegos, persas, judíos, etíopes, árabes e indios. El cultivo de la ciencia por parte de los gobernantes fue ejemplar e inédito, incluso para hoy en día. Estos reyes griegos, llevaron a Alejandría estudiosos de todos los centros de cultura existentes de la época y los subsidiaron con la ayuda estatal. La civilización en Egipto se ve enriquecida por el conocimiento práctico que traían consigo estas corrientes migratorias. En la capital del imperio se da a conocer una enorme cantidad de artefactos que causan hilaridad y asombro en ese tiempo.

> Los aparatos mecánicos creados por los alejandrinos resultan sorprendentes incluso para los criterios modernos: bombas para elevar agua desde pozos y cisternas, poleas mecánicas, cuñas, poleas marinas, sistemas de drenajes [...]. La fuerza de vapor se emplea para conducir un vehículo a lo largo de las calles de la ciudad durante las procesiones religiosas. El agua calentada mediante el fuego en vasijas ocultas en los altares del templo, se utilizaban para estatuas móviles.[76]

Pero también la ciencia pura siguió cultivándose, continuando así la larga tradición científica de los griegos clásicos. El carácter de la ciencia que se cultiva a lo largo de este periodo es muy diverso y tiene amplios intereses. Los representantes de la ciencia de esta etapa de la historia son Euclides, Apolonio, Arquímedes, Herón, Hiparco y Ptolomeo. Aun cuando todos estos pensadores incursionaron en varias ramas del conocimiento como son las matemáticas puras, la mecánica, la óptica, la astronomía y la hidrostática, es posible dividir la obra de estos filósofos en tres grandes vertientes, que van a conformar el cuerpo de la ciencia helenista fundamentalmente en lo que respecta a la física y a las matemáticas. Una es la vertiente académica de las matemáticas, directamente derivada de las enseñanzas de Platón y que se centró en una de sus ramas: la geometría. Aquí los máximos exponentes fueron Euclides y Apolonio, sobre todo el primero con su *Elementos*, en donde expone la geometría con el método axiomático-deductivo, tan importante para las matemáticas y la ciencia en general. Otra es la vertiente desarrollada por Herón y Arquímedes, quienes no obstante que incursionaron en diversas ramas de la ciencia,

[76] Kline, M. *Op. cit.,* p. 145.

su principal aportación en lo que a la física y matemáticas se refiere que fueron en un sentido eminentemente práctico. Arquímedes es considerado el más grande ingeniero de la Antigüedad. La tercera vertiente es la de la astronomía matemática, donde sus principales exponentes fueron Hiparco y Ptolomeo.

2. La primera vertiente: la geometría abstracta y el álgebra

Apolonio de Perga (262-190 a. C.) contribuye de manera muy importante a la geometría con su tratado de las secciones cónicas, este tema resultó crucial posteriormente en la obra de Kepler y Newton. Su obra sobre las cónicas, considerarse como la culminación de la geometría clásica griega. Cierto que las secciones cónicas fueron estudiadas antes de Apolonio por Menecmo e Hipócrates de Quios; pero Apolonio fue quien desarrolló su estudio en la forma más acabada, con una mayor madurez, haciéndolo más sucinto, y darle una forma coherente. Además de sus méritos por su capacidad de síntesis, contribuye con material propio original; hace una presentación organizada, que prácticamente cierra el tema de las cónicas desde el punto de vista geométrico.

Euclides de Atenas (siglo III a. C.) es probable que haya conocido la Academia de Platón, pero vivió en Alejandría durante los reinados de Ptolomaios I y Ptolomaios II. Poco se sabe de su vida personal pero existen anécdotas que ilustran su personalidad; la más famosa es aquella donde el rey Ptolemaios I Soter le pregunta si acaso existía en geometría un camino más corto que el de los *Elementos*, a lo que Euclides responde que no había un camino real hacia la geometría. Esta anécdota puede no ser cierta pero posee validez universal.

Los *Elementos*[77] constan de trece libros. Libros I – VI tratan la geometría plana; los Libros VII–X hablan de aritmética y teoría de números; los Libros XI-XIII, geometría de los sólidos. Si bien es cierto que no todo el contenido de la obra es

[77] La primera traducción al latín medieval de los *Elementos* se debe a Adelardo de Bath quien lo introduce en Europa en el siglo XII.

original de Euclides, si lo es en la mayoría de sus partes. En ella se plasma una gran capacidad de síntesis; desarrolla un método con base en un sistema axiomático y deductivo.

Las fantásticas especulaciones de Platón habían dado a la teoría de los sólidos regulares un significado muy elevado, de ahí que muchos consideraran el estudio de los 'sólidos pitagóricos' como el pináculo de la geometría. A finales del siglo XVI, Kepler, persigue la idea platónica-pitagórica y, basándose en esos sueños armónicos, construyó con métodos de razonamiento igualmente erróneos, el edificio de la astronomía moderna.

Ya se mencionó anteriormente que Euclides se educó en Atenas y muy probablemente su aprendizaje en matemáticas lo realizó en la Academia. Esto seguramente es la razón por la que su obra maestra se refiere a la disciplina preferida por Platón: la geometría. Por lo mismo, algunos historiadores lo consideran un auténtico seguidor del filósofo ateniense. Su trabajo sobre la geometría se inscribe dentro de las matemáticas puras, pone énfasis en el aspecto lógico deductivo, sin embargo, su concepción de las matemáticas estaba muy lejos de la adoptada por Platón. Euclides sí tenía intereses prácticos (en la óptica y astronomía), utiliza como herramienta la misma geometría que desarrolla. Asume entonces una posición muy diferente a la sostenida por Platón, que despreciaba todo aquel conocimiento que tuviera que ver con las aplicaciones prácticas.[78] Proclo precisamente atribuye a Euclides dos tratados: *Óptica* y *Catóptrica,*[79] en las cuales se tiene uno de los primeros intentos de una teoría matemática de la visión; en ella define el fenómeno óptico de la visión y desarrolla una teoría de perspectiva visual. La física de Euclides, es decir, la *Óptica* y la *Catóptrica,* también son una recopilación del estado de conocimientos alcanzados hasta ese momento por las matemáticas aplicadas al fenómeno de la visión. En los trabajos de Euclides, la mayoría de las hipótesis acerca de la óptica se desprenden de las ideas de Platón y de la experiencia práctica. Aborda la óptica y

[78] En general la preferencia griega por el método deductivo, en contraposición al inductivo derivado de la experiencia, es por el rechazo mostrado por la clase cultivada del periodo clásico en los asuntos prácticos. Por ejemplo Platón sostenía que la ocupación de los hombres libres en el comercio debería ser castigada como un crimen.

[79] *Cf*. Rey, A. *Op. cit.,* p. 18.

establece que la visión es posible porque los rayos de luz emitidos por el ojo viajan en línea recta e inciden sobre los objetos vistos (teoría del ojo activo).

También se le acreditan otras obras referentes a la astronomía y música, aunque se consideran que son obras cuyas exposiciones ya fueron superadas y que resultan insignificantes ante la trascendencia que han tenido los *Elementos* en el desarrollo del pensamiento científico.

Los Elementos son uno de los más grandes tratados de geometría que ha trascendido en la historia de las matemáticas. Se ha especulado que el logro de Euclides no es tanto por su aportación original a la geometría, sino por su gran capacidad de síntesis de todo el conocimiento geométrico de su época. Por la forma y la organización de la obra, ésta constituye un modelo de presentación para otros textos matemáticos y físicos en el mismo periodo helenista; por ejemplo, el análisis que Arquímedes hace sobre mecánica tiene un paralelismo metodológico con la obra de Euclides. Por lo que la obra de Euclides resulta ser una de las más importantes en la historia del pensamiento científico.

Por otra parte, en algún momento se llegó a pensar que Euclides desconocía las demostraciones de los teoremas que aparecen en los *Elementos*, ya que hasta el siglo XII, se conocían en Occidente muchas versiones de la obra en las que sólo aparecían teoremas sin demostraciones, y que varias de estas demostraciones habían sido realizadas por Theón de Alejandría en el siglo IV. Esto resultaba insostenible, pues en el caso de que Euclides no hubiera conocido las demostraciones, no le hubiera dado a su obra el estricto orden lógico que presenta; orden que constituye la esencia y la grandeza de los *Elementos*. Al respecto, Proclo, un comentarista de la obra de Euclides, dice que: “proporciona demostraciones irrefutables de cosas que se tenían vagamente probadas por sus antecesores”.[80]

Una relación fundamental entre la física y las matemáticas, que si bien no apareció ni se desarrolló en el periodo alejandrino pero que tuvo una enorme importancia más adelante, es a partir del postulado número 5 de *Los Elementos*, el

[80] Clagett, M. *Op. cit.,* p. 58.

cual desempeña un papel de primerísima importancia en la historia de estas dos disciplinas. Citado literalmente:

> Si una recta al incidir sobre dos rectas hace los ángulos internos del mismo lado menores que dos rectos, las dos rectas prolongadas indefinidamente se encontraran en el lado en el que están los [ángulos] menores que dos rectos.[81]

Ninguna proposición de los *Elementos* ha tenido una vida tan agitada como la de este célebre postulado. Han aparecido muchas proposiciones, lógicamente equivalentes, que se fueron haciendo explícitas a lo largo del proceso para reducirlo; tal vez la más conocida, debida a Ptolomeo, es la siguiente:

'Por un punto exterior a una recta sólo se puede trazar una paralela'

Los múltiples intentos fallidos para reducirlo conducen a la creación de nuevas geometrías no-euclideanas. Muchos matemáticos talentosos creyeron que podían prescindir de este postulado, y lo consiguieron, pero a expensas de introducir otro equivalente a él. El genio de Euclides radica en haber visto la necesidad de tal proposición y por intuición haberla escogido. La importancia de las geometrías no-euclideanas es patente y fundamental en el desarrollo de la física contemporánea, concretamente en la relatividad general.

Es necesario señalar que dentro de esta misma vertiente, pero con sustanciales diferencias metodológicas con la geometría de Euclides, se desarrolló otra rama de las matemáticas durante el periodo alejandrino y paulatinamente fue adquiriendo importancia a lo largo de la historia: el álgebra. En suma, los griegos legaron dos ramas de las matemáticas: la geometría deductiva y sistemática y la aritmética con su extensión al álgebra. (No obstante habría que mencionar que el documento más antiguo que se conoce donde aparece un desarrollo algebraico es el Papiro Rhind, en Egipto, fechado en el año 1700 a.n.e).

[81] Heath, T.L. *Thirteen books of Euclide's Elements*. Dover Publication N.Y. (1956), p. 155

Herón y Diofanto, durante el siglo III, en Alejandría trataron problemas aritméticos y algebraicos, en un sentido totalmente diferente al tratado por Euclides en geometría, sin buscar ni motivación ni fundamentación lógica. Herón formuló y resolvió problemas algebraicos por procedimientos puramente aritméticos. De hecho se puede afirmar que el álgebra apareció como una extensión de la aritmética. En esta época, los problemas que llevaban a ecuaciones tenían la forma común de un enigma.

El punto más alto del álgebra griega alejandrina fue alcanzado por Diofanto. No se sabe con certeza sus fechas de nacimiento y muerte; sólo se sabe que vivió entre el año 100 y el año 400, pero lo que sí se sabe con certeza es que vivió 84 años, debido a que uno de sus seguidores describió su vida con base en un acertijo algebraico. Uno de los primero adelantos de este matemático alejandrino consistió en introducir algún tipo de simbolismo en el álgebra que desarrolló. Diofanto utilizó cierta simbolización para la variable desconocida y para la resta, pero sólo utilizó abreviaturas para las potencias. Todo esto era manejado desde un punto de vista enteramente aritmético, pues consideraba que las potencias no tenían ningún sentido geométrico. En la historia del álgebra, ésta, que desarrolla Diofanto, se ubica en la llamada álgebra sincopada. Aunque notable, su álgebra aceptaba solamente raíces racionales positivas, ignorando todas las demás. A diferencia de Euclides, no recurrió a la geometría para desarrollar su método. En las matemáticas de Diofanto aparecen los problemas indeterminados y escribió las soluciones de sus problemas en un texto continuo, de la misma forma que nosotros escribimos en prosa. Dado que los griegos clásicos exigían que los resultados matemáticos se derivaran deductivamente de una base axiomática explícita, el surgimiento de una aritmética y un álgebra independientes sin estructura lógica propia era contrario al pensamiento matemático de los griegos clásicos que poseían un sentido axiomático-deductivo. No se conoce ninguna referencia entre el álgebra de Diofanto con alguna aplicación en la física.

3. La segunda vertiente: la física y matemáticas aplicadas

La segunda vertiente que conforma el *corpus* de la ciencia en Alejandría, fue en un sentido eminentemente práctico. Aquí la figura principal es Arquímedes de Siracusa (287-212 a. C.), quien se sabe estudió en Alejandría. Fueron muy amplios los temas de interés que abarcó; sus trabajos se extienden a temas de geometría, aritmética, mecánica, hidrostática y astronomía. Sus investigaciones abarcan tanto problemas de índole teórica como práctica, en él se sintetiza el carácter de la ciencia griega helenista. Como claro ejemplo que muestra esta nueva forma de asumir las matemáticas en la solución de problemas prácticos, se puede recordar el problema de la corona de oro del rey Hierón II de Siracusa,[82] el cual pide su solución a Arquímedes. El planteamiento del problema se reduce a calcular la densidad de la corona para saber si está formada únicamente de oro. El problema entrañaba calcular el volumen de la corona. En su investigación descubre uno de los principios básicos de la hidrostática, ahora llamado Principio de Arquímedes, el cual expone que:

> ‘Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de fluido desalojado’.

Este principio, expresado cuantitativamente con el lenguaje moderno de las matemáticas queda: $E = P_l$ ó $E = \rho_l \cdot g \cdot V_l$.

Dónde: E es el empuje, P_l es el peso del líquido desalojado, g es la aceleración de la gravedad, ρ_l es la densidad del líquido y V_l es el volumen del líquido desalojado.

A causa del efecto del empuje, los cuerpos sumergidos en un líquido tienen un peso aparentemente menor a su peso verdadero, y se le llama peso aparente. El valor de la fuerza de empuje se determina mediante la diferencia del peso real y la del peso aparente:

Empuje = peso real – peso aparente o peso aparente = peso real – empuje.

---

[82] La anécdota se debe a Vitruvio, arquitecto romano del siglo I. Aunque el relato parece ser más una leyenda que realidad.

Si, peso real $= m_c g = \rho_c V_c g$ y empuje $= m_l g = \rho_l V_l g$.

Donde m_c, V_c, y ρ_c son la masa, el volumen y la densidad del cuerpo; de manera análoga, m_l, V_l y ρ_l son la masa, el volumen y la densidad del líquido desplazado. Por lo tanto, como el cuerpo está totalmente sumergido (el cuerpo es de metal, aunque tal vez no totalmente de oro), $V_c = V_l$. Así entonces:

Peso aparente $= \rho_c V_c g - \rho_l V_l g = V_c g(\rho_c - \rho_l)$.

Despejando: $\rho_c = \frac{Peso\ aparente}{V_c\ g} + \rho_l$

Entonces, para saber si el cuerpo es de oro, hay que conocer su peso aparente sumergido totalmente en un líquido de densidad conocida ρ_l y conocer su volumen V_c. Luego el valor de ρ_c que se obtiene con estos datos debe ser el de la densidad del oro

($\rho_{oro} = 19.3x10^3\ {}^{kg}/_{m^3}$).

Se puede apreciar que entre los propósitos de Arquímedes está también el de proporcionar significado matemático a las máquinas simples, es decir, elaborar la teoría de las máquinas con fundamentos matemáticos. A él se deben los primeros planteamientos de una geometrización del espacio, el cual se da por ejemplo de la siguiente manera: al elevar un peso entre dos puntos del espacio, la línea que une ambos y que se encuentra en equilibrio operado por la máquina, la identifica como una línea recta (un ente totalmente geométrico). El sistema en equilibrio corresponde implica una simetría, que a su vez, se traduce a una proporcionalidad. Esta apropiación de la experiencia por una concepción geométrica resulta ser el primer paso de la matematización de la experiencia; aquí se busca una expresión matemática entre tales relaciones que es producto de una experiencia.

Dice A. Rey: “No en modo alguno, una experiencia común, sino son resultados experimentales obtenidos por medidas, lo más preciso posible de aparatos que por su misma construcción, analizan las relaciones de los efectos y de las causas”.[83]

En *El Método* (obra que descubre Heigberg sobre un palimpsesto de Jerusalén), se da la pauta que permite investigar, descubrir e inventar. Arquímedes admite que el descubrir o el hallar bien, no significa con ello probar bien. Está consciente que su *Método* no es riguroso en el sentido de cómo se concebía una demostración formal en geometría, pero le permite resolver problemas y asume un pragmatismo en sus matemáticas. En sus trabajos de investigación en general, plantea el uso de ideas físicas para llevarlas a enunciados matemáticos correctos (teoremas). En esta obra ilustra su método de descubrimiento para calcular el área de un segmento parabólico, con una argumentación fundamentalmente mecánica.

Del mismo modo que Euclides, Arquímedes empieza por plantear postulados; las hipótesis fundamentales desempeñan para el conjunto de las demostraciones un papel análogo al de la hipótesis en cada demostración. Así mismo, está consciente de la importancia de su método como método de invención, incluso para él mismo. Tiene claro su alcance:

> Estoy persuadido [afirma en el mismo preámbulo al enviar su tratado a Eratóstenes] de que se puede representar una contribución no poco provechosa a la investigación matemática. Pues supongo que algunos de mis contemporáneos o sucesores llegarán a encontrar por el método expuesto otros teoremas que a mí todavía no se me han ocurrido.[84]

El principio general de este método, Arquímedes lo resume así, ‘el descubrimiento por consideraciones mecánicas de ciertas verdades matemáticas’. Sin embargo advierte que su método no es del todo confiable; “el método que propongo no constituye una demostración verdadera”,[85] dice. Desde luego conoce el método de demostración clásica de Platón y Euclides, pues para el griego no hay sino sólo un método que garantice la verdad, y ésta es la demostración tradicional, es decir el

[83] Rey, A. *Op. cit.,* p. 207.
[84] Arquímedes *El método*, Alianza Editorial. México (1988), p. 36.
[85] Rey, A. Op. cit., p. 183.

razonamiento deductivo. En sus razonamientos matemáticos usa teoremas de Euclides y sigue el mismo método axiomático que él.[86]

Arquímedes, en su ciencia de la mecánica, trata de obtener las condiciones de equilibrio y el centro de gravedad de figuras planas plenamente identificadas en su geometría dentro de un espacio geométrico (homogéneo e isótropo), de tal manera que se puede abstraer de lo físico para resolver problemas prácticos como construcciones de geometría pura (a la manera de Euclides). El método de Arquímedes consiste en utilizar los principios mecánicos de la palanca a fin de mostrar que los entes geométricos, esto es fracciones de espacio homogéneo, se comportan como seres reales. Con lo anterior se está en condiciones de buscar la expresión matemática que relaciona objetos geométricos que surgen totalmente de la experiencia. Se está en posibilidades de matematizar. Explica A. Rey: "esta matematización, es la gran teoría física en todo el rigor de la expresión [...], por su matematización de la experiencia. No en modo alguno, una experiencia común, sino de resultados experimentales obtenidas por mediciones".[87] A partir de ahí, se introduce el dominio de la física-matemática, esto es, en un dominio en el que los resultados de la experiencia están racionalizados en forma matemática.

Los trabajos de Arquímedes sobre centros de gravedad de los cuerpos y su teoría de la palanca constituyen grandes aportaciones a la teoría física y al mismo tiempo a la ingeniería; se registra como el primero en la historia de proporcionar una formulación matemática de las condiciones de equilibrio de las palancas. Lo que se extrae de la obra de Arquímedes es la aplicación de las matemáticas y de la física en problemas totalmente prácticos. El problema de los pesos o del equilibrio se aborda desde un enfoque matemático formal, es decir, un problema práctico resulta ser un sujeto del análisis matemático teórico. Con Arquímedes las matemáticas vuelven a tomar el mando en la apropiación de la naturaleza. Parece ser que lo físico podía ser reducible a las matemáticas. Se le da un vuelco a las consideraciones de Aristóteles

[86] "Se desprende de un pasaje de Diodoro, que él [Arquímedes] pasó un tiempo considerable en Alejandría, de donde se infiere que estudió con los discípulos de Euclides": Heath, T.L. *The Works of Archimedes*. Cambridge University Press Warehouse, London (1913). p. xvii.

[87] Rey, A. *Op. cit.,* p. 207.

acerca de la física y las matemáticas. En su obra *Sobre los equilibrios*, los postulados provienen de una experiencia, de la que son fiel traducción. Entonces no se trata de axiomática pura, sino de una axiomática de la experiencia. Representa, en la historia de la relación de la física con las matemáticas, el primer logro consciente hacia una matematización de un suceso de la naturaleza. Las leyes de las palancas están basadas completamente sobre bases geométricas.

La prueba de Arquímedes depende fundamentalmente sobre la extensión de dos ideas:

- Iguales pesos a iguales distancias del punto de apoyo, están en equilibrio.
- El centro de gravedad de dos pesos iguales que no tienen el mismo centro de gravedad, está en el punto medio de la línea que las une.

Arquímedes además escribió otras obras, *Sobre la esfera y el cilindro*, *Sobre conoides y esferoides* y *La cuadratura de la parábola*. En éstas, trata sobre el cálculo de áreas y volúmenes más complejos utilizando un método introducido por Eudoxo, conocido como método de exhaución o de agotamiento y que ahora es la base del cálculo integral. Aparte de sus trabajos sobre áreas y volúmenes, estudia la hidrostática, la estática (cuerpos en equilibrio) y la astronomía.

Para su análisis, las herramientas más poderosas fueron:

- El desarrollo de un procedimiento del método de reducción al absurdo.
- Método de exhaución.

El desarrollo de la ciencia de los números era necesario para tener el conocimiento cuantitativo de resultados geométricos. Con el estudio de la mecánica de parte de los matemáticos alejandrinos, necesariamente tuvieron que caracterizar los hechos concretos, limitados y finitos, mediante cantidades y números. Matemáticos como Arquímedes y Herón se involucran en cálculos de centros de gravedad de diversos cuerpos y trabajan con el concepto de fuerza y máquinas simples.

Después de la astronomía y la mecánica, la óptica ya era una de las ciencias más cultivadas en la Antigüedad. Despertó interés de los pitagóricos, pues éstos ya especulaban acerca de la naturaleza de la luz, la visión y el color. Estos temas constituyen otra rama del conocimiento que fue de interés de los sabios griegos de la Grecia clásica. En consecuencia, en la época helenísta se escribieron diversos trabajos sobre la reflexión de la luz en espejos de variadas formas. Arquímedes escribió sobre los espejos en su *Catóptrica*, en ella da muestra de conocer muy bien las propiedades reflectoras de los espejos curvos. Según se cuenta, más como leyenda, estas propiedades fueron las que aprovechó este pensador siracusano para concentrar los rayos del sol sobre las naves romanas que asediaban la ciudad de Siracusa y, de esta manera, incendiarlas. Arquímedes es considerado como el fundador de la hidrostática y es famoso por su tratado de los cuerpos flotantes y en particular, como ya se vio, por su principio sobre el empuje que experimentan los cuerpos sumergidos en un fluido. Inventó numerosos aparatos de utilidad práctica e incluso realizó importantes cálculos numéricos, como el del número π hasta cinco decimales, el método que utilizó fue circunscribiendo e inscribiendo polígonos en una circunferencia (método de exhaución). En su obra, *El contador de arena*, aborda el problema de la representación de los números grandes,[88] tema que es de gran importancia y utilidad en la física y ciencias en general. Arquímedes es considerado el más grande ingeniero e inventor de la Antigüedad. Galileo en su análisis de la ley de la caída de los cuerpos utiliza la hidrostática arquimediana; el mismo físico pisano hará siempre un reconocimiento a la influencia de Arquímedes, que al referirse a él, lo hace llamándolo 'el Divino'.

Otros personajes que contribuyeron en la construcción de la ciencia y técnica durante el periodo alejandrino fueron Eratóstenes de Cirene (276-194 a. C.) y Herón de Alejandría (10-70). Eratóstenes fue director del Museo de Alejandría, el cual incluía su famosa biblioteca. Calculó con notable precisión la circunferencia de la

[88] Se sabe que los griegos expresaban todos los números del 1 al 999 por medio de letras del alfabeto, incorporando otros signos para completar la numeración. Además se agrega un acento en cada letra: Por ejemplo el número 153 podría ser expresado como $\rho\nu\gamma'$,'. De modo que no existía un signo para el cero, por lo tanto, 780 se escribía simplemente como $\psi\pi'$ y 306 como $\tau\varsigma'$.

Tierra y puede ser considerado en la misma vertiente del periodo alejandrino que Arquímedes.

Herón es el otro matemático e ingeniero que se inserta dentro de esta corriente de la ciencia alejandrina. Tiene una gran actividad e inventiva en la elaboración de mecanismos prácticos. En su *Métrica*, Herón proporciona teoremas y reglas para calcular áreas de superficie y volúmenes; en su trabajo la geometría toma un carácter cuantitativo, su afán es el de obtener resultados numéricos. La característica del trabajo de Herón y que marca la ciencia de este tiempo es su mezcla de rigor matemático y lo aproximado de los métodos de la ciencia egipcia. Marca un cambio en lo epistemológico, con respecto a la ciencia clásica griega, en tanto que se reconoce la forma de adquirir el conocimiento a través de la observación y práctica, es decir una experiencia consciente para traducir nociones cualitativas a datos numéricos. Esto es parte del cuerpo de conocimiento de la matemática alejandrina.

> Herón aplicó varios de sus teoremas y reglas al diseño de teatros, salas para banquetes y baños. Sus trabajos de aplicación incluyen *Mecánica*, *La Construcción de Catapultas*, *Mediciones*, *El diseño de armas*, *Neumática*, y *Sobre el Arte* y *construcción de Autómatas*.[89]

4. La tercera vertiente: la astronomía matemática

La tercera vertiente que conforma la relación entre la física y las matemáticas en el periodo helenístico fue la astronomía. Donde hubo mayor actividad matemática y con éxito es dentro de las ciencias físicas fue en este campo. En este periodo la astronomía desarrollada es una astronomía matemática. En la historia de la astronomía se sabe cómo el primer modelo el de las esferas homocéntricas de Eudoxo, el cual fue después reemplazado por el modelo de Hiparco y Apolonio conformado por epiciclos y deferentes. En todos estos modelos, los movimientos celestes eran explicados a partir del dogma de la preeminencia de las figuras circular y esférica en la naturaleza.

[89] Kline, M. Op. cit., p. 163.

El punto culminante de la astronomía alejandrina son los trabajos de Hiparco y Ptolomeo. Hiparco resulta ser un antecedente fundamental de Ptolomeo, al grado de que no se puede hablar de este último sin mencionar al primero. Se sabe que Hiparco de Rodas (180-125 a. C.) vivió en Alejandría del año 160 al 146 a. C. y en Rodas del año 146 al 125 a. C. La obra original de Hiparco no se conserva, sin embargo se conoce bastante de ella pues es frecuentemente citada por Ptolomeo (100-178) en el *Almagesto*. Hiparco es considerado el más grande astrónomo observacional de la Antigüedad; fue el primero en descubrir la precesión de los equinoccios (el cual se refiere al eje de la Tierra que varía continuamente su dirección con respecto a las estrellas con un movimiento periódico). También inventó la mayoría de los instrumentos utilizados por los astrónomos hasta el siglo XVI, compiló el primer catálogo de estrellas y realizó muchísimos estudios sobre a Luna. Junto con Apolonio, Hiparco introdujo los epiciclos y deferentes, reemplazando la teoría de las esferas homocéntricas desarrolladas por Eudoxo. El epiciclo es un pequeño círculo que gira con movimiento uniforme alrededor de un punto situado sobre la circunferencia de un segundo círculo en rotación, el deferente. En el esquema de epiciclos y deferentes, el planeta está situado sobre el epiciclo, y el centro del deferente coincide con el centro de la Tierra. Más tarde se elaboraron técnicas más complicadas agregando excéntricas y ecuantes. La excéntrica es un dispositivo que correspondía a un deferente cuyo centro se encuentra desplazado respecto al de la Tierra; el ecuante es un punto desplazado del centro del deferente, con respecto al cual la velocidad de rotación del planeta es constante.

En el sistema de Hiparco desaparecía toda posibilidad de factibilidad, y con ello se continuaba con la tradición instrumentalista en la astronomía, en la cual bastaba con agregar epiciclos para incrementar la precisión del modelo sin importar qué tan real lo fuera.

Es notable la versatilidad y el poder del sistema epiciclo-deferente como método para ordenar y predecir los movimientos planetarios. No obstante, es sólo el primer paso para dar cuenta de las irregularidades más notorias de los movimientos planetarios. Durante todo el tiempo que separa a Hiparco de Copérnico, todos los astrónomos técnicos más creativos se esforzaron por inventar nuevos dispositivos geométricos menores que convirtieran el modelo original de un epiciclo-un deferente en una base que se pudiera amoldar a los movimientos planetarios. Todos estos dispositivos son resultado del dogma platónico prevaleciente de la circularidad del Universo.

En esta tradición, la contribución más importante fue realizada por Ptolomeo, quien recopiló la parte esencial de la astronomía griega. Su obra, el *Almagesto*, publicado alrededor del año 150, representó el primer tratado matemático elaborado de una manera sistemática, que daba una explicación completa, detallada y cuantitativa de todos los movimientos celestes. En el *Almagesto* se ofrecía la primera evidencia razonablemente completa de la uniformidad e invariabilidad de la naturaleza y representa al final la respuesta de la ciencia greco-alejandrina al problema planteado originalmente por Platón, de racionalizar los movimientos aparentes de los cuerpos celestes.

El genio de Ptolomeo como matemático se basa en el hecho de concebir un modelo tan complejo para satisfacer plenamente las observaciones de ese tiempo; sin embargo nunca afirmó que su modelo describiera la realidad. Su elaborado esquema era sobretodo una representación matemática para predecir las posiciones de los planetas en cualquier tiempo. El *Almagesto,* como se ha dicho, está inscrito en la tradición instrumentalista de 'salvar los fenómenos', la cual deriva de la doctrina platónica que consideraba el mundo visible como una copia imperfecta del mundo de los arquetipos. Así que para dar cuenta de los movimientos planetarios no debían basarse en lo que indicaban los sentidos (la observación), sino que tenía que ser resultado del razonamiento puro, guiado por las matemáticas, particularmente la geometría bajo la preeminencia del círculo y la esfera. La motivación de crear una astronomía cuantitativa da origen al desarrollo de la trigonometría, para con ello dar certidumbre a las predicciones de las trayectorias y las posiciones de los cuerpos celestes. En el primer libro del *Almagesto*, trata del cálculo de cuerdas y sumas y diferencias de ángulos esféricos y planos, constituye la herramienta matemática indispensable para su modelo.

Para un astrónomo 'salvar los fenómenos' significaba inventar una hipótesis que resolviese los movimientos irregulares de los planetas en movimientos regulares, con órbitas circulares, sin atender al hecho de que la hipótesis fuese verdadera o no, es decir, no importaba si físicamente era posible o no. La astronomía se convierte así en una abstracta geometría celeste, divorciada de la realidad física. Su misión principal consiste en explicar y eliminar el 'escándalo' de los movimientos no circulares del cielo. El propio Ptolomeo está consciente que el objetivo que debe plantearse un astrónomo es demostrar que todos los fenómenos del cielo se producen por movimientos circulares y uniformes. Él mismo se ha impuesto las tarea de demostrar que las irregularidades aparentes de los cinco planetas, más el Sol y la Luna pueden representarse siguiendo la tradición platónica. Pero no pretende que su modelo sea representación de la física de los cielos, de acuerdo a Aristóteles (con quien Ptolomeo comulgaba), ellos obedecen a una naturaleza propia diferente a la física sublunar.

Ptolomeo también aclara por qué la astronomía debe renunciar a toda tentativa de explicar la realidad física; porque los cuerpos celestes, en virtud de su naturaleza divina, no obedecen a leyes que se dan en la Tierra. No existe ningún lazo común entre ambas esferas. Por eso no se puede conocer nada sobre la naturaleza de los cielos. En esta vertiente alejandrina de la relación entre matemáticas y física, la primera (la geometría) vuelve a adquirir una total preeminencia sobre la segunda (la astronomía), así la cosmología aceptada era una combinación de Ptolomeo y Aristóteles. El universo aristotélico, centrado en la Tierra inmóvil, estaba dividido de dos regiones: la región supralunar, esto es, la física celeste, estaba determinada por las matemáticas (la geometría); la región sublunar, donde la explicación al fenómeno del movimiento estaba dada por la física aristotélica, la cual era totalmente independiente de cualquier consideración matemática, pues eran géneros diferentes y no había manera de que se mezclaran.

A partir de la circularidad del universo pitagórico, la ciencia académica avanzó triunfante desde Platón, vía Eudoxo y las 55 esferas de Aristóteles, continuando con los modelos de Apolonio e Hiparco hasta llegar a un artefacto todavía más ingenioso e improbable: el laberinto de epiciclos ideado por Claudio Ptolomeo.

Las obras principales de Ptolomeo fueron el *Almagesto*, la *Geografía y La Óptica*. El primero consta de trece libros. Los libros I y II son una introducción en la que se explican las proporciones astronómicas y los métodos matemáticos (trigonometría); demuestra la esfericidad de la Tierra y postula la de los cielos girando en torno a la misma, que esta inmóvil en el centro. En el libro III trata de la duración del año y de los movimientos del Sol; el Libro IV, trata de la duración del mes y de los movimientos de la Luna; Libro V, trata de la construcción del astrolabio y continúan los estudios sobre el Sol; Libro VI, eclipses de Luna y de Sol; Libros VII y VIII, trata de estrellas; Libros IX al XIII, trata de los movimientos de los planetas. Esta última parte es tal vez la más original de toda la obra.

A pesar de que la astronomía matemática propuesta en el *Almagesto* era un intrincado laberinto de círculos y epiciclos, por su flexibilidad, complejidad y potencia, la técnica del epiciclo-deferente no ha tenido parangón posible dentro de la historia de las ciencias. En su forma más elaborada el sistema de círculos era un logro asombroso, pero es reconocida su inexactitud y su asombrosa falta de economía. Jamás fue satisfactorio su funcionamiento, no obstante gozó de una considerable longevidad.

En cuanto a la óptica geométrica de Ptolomeo, ésta representa lo más acabado de la óptica del periodo alejandrino. Aunque Ptolomeo también hace suya la teoría del cono visual (de Platón y Euclides), la diferencia se marca en que Ptolomeo, "intenta crear una teoría más comprensiva que combinara la teoría geométrica de Euclides de la visión, con un minucioso análisis del aspecto físico y psicológico del proceso visual".[90]

Los estudios alejandrinos de óptica tienen un enfoque totalmente matemático, pues se asocian de manera natural los rayos de luz con las rectas en un plano. En sus investigaciones sobre la refracción, Ptolomeo pensó que habría una relación entre el rayo incidente y el rayo refractado. Para tal efecto hace uso de un disco de bronce con su circunferencia marcada en grados, para medir los ángulos de incidencia y sus correspondientes ángulos de refracción en tres medios.

[90] Lindberg, D. *Op. cit.,* p. 106.

La catóptrica o teoría de los espejos describe el comportamiento de los rayos de luz reflejados sobre los espejos planos. Ptolomeo trata sobre los fenómenos de la reflexión y refracción, conjuntando el análisis matemático con una investigación experimental. A partir de las primeras prácticas experimentales, estudia la refracción en distintos medios (agua, vidrio y aire) y observa que los rayos de luz se refractan cuando pasan de un medio a otro, además que, "el ángulo de refracción depende de la densidad de esos medios y que el ángulo de refracción es mayor, con relación a la normal, que el ángulo de incidencia cuando el rayo pasa de un medio más denso a uno menos denso".[91]

Se considera que el texto de óptica geométrica más completo de la antigüedad alejandrina fue escrito por Ptolomeo. Lleva a cabo una síntesis de lo que habían hecho sus antecesores (Platón, Euclides y Aristóteles): "es el mejor de los numerosos tratados de óptica [del periodo alejandrino y post-alejandrino]. En ninguna parte se hallará tan bella conjunción entre las matemáticas y los resultados experimentales".[92]

Las matemáticas alejandrinas en cuanto a sus métodos, provienen en principio de las matemáticas clásicas griegas (Pitágoras, Eudoxo, Tales de Mileto y otros) se cultivaron las matemáticas teóricas y abstractas, pero se percibe una notable diferencia: la geometría alejandrina se dedica sustancialmente a la obtención de resultados útiles para el cálculo de longitudes, áreas y volúmenes, en general, se utiliza para aplicaciones prácticas.

En conclusión, en este periodo helenista de la ciencia, la física tiene los encuentros más provechosos. Pero sobretodo hay un cambio de visión de las matemáticas con respecto a los periodos históricos anteriores. Por ejemplo Arquímedes proporciona una visión diferente de las matemáticas al caracterizar al espacio geométrico, creando el espacio arquimediano. Las principales ideas de Arquímedes prácticamente quedan sepultadas por siglos hasta que en el Renacimiento es recuperada con los mecánicos italianos. Para Galileo las ideas

[91] Rey, A. *Op. cit.,* p. 21.
[92] Clagett, M. *Op. cit.,* p. 115.

arquimedianas serán la plataforma de la nueva filosofía para cambiar la manera de visualizar la naturaleza.

CAPITULO VI

LA FÍSICA Y LAS MATEMÁTICAS EN LOS ÁRABES E HINDÚES

1. Antecedentes

Con el ascenso del cristianismo como religión de Estado en el Imperio Romano (siglo IV), la construcción del conocimiento sufrió un doloroso retroceso en el mundo europeo. Esto viene casi a la par con la caída del Imperio Romano de Occidente (año 457), que cae bajo el dominio de los germanos. La preeminencia en la actividad cultural y científica se traslada al Imperio Romano de Oriente, el Imperio bizantino. Ante la bancarrota cultural de Alejandría, Constantinopla, la capital de Bizancio se convierte en receptáculo y sede del conocimiento griego.

La relativa estabilidad política y social, más la condición geográfica del Imperio Romano de Oriente, propició que hubiera una continuidad en la enseñanza de la ciencia clásica griega; no hubo barrera lingüística con las fuentes originales del conocimiento griego. Es de notar que la actividad intelectual por parte de los estudiosos en Constantinopla era principalmente teológica y literaria, en cambio la postura ante la actividad científica se centró en el comentario y la traducción de autores clásicos que abarcaban temas de filosofía natural, astronomía, matemáticas y medicina, principalmente. El proceso de helenización del imperio bizantino fue lento que llevó varios siglos. De este modo la civilización bizantina es caracterizada por su papel de transmisor de la cultura antigua grecorromana a Oriente.

La transmisión del conocimiento clásico se lleva a cabo cuando los árabes, después de ocupar Alejandría y Siria (siglo VII), dominan al imperio bizantino. De ahí los historiadores registran dos fuentes principales donde los árabes adquieren el conocimiento clásico griego. Una gran parte de ella la adquieren de los bizantinos, pero la otra la adquirieron de segunda mano, de los cristianos nestorianos de habla siriaca de Persia oriental. Los cristianos nestorianos tradujeron durante los siglos VI y

VII una gran cantidad de obras científicas griegas al siriaco (fundamentalmente lógica y medicina), que había remplazado al griego como lengua culta en el Cercano Oriente desde el siglo III. Los musulmanes tuvieron a su disposición escritos griegos en versiones hebreas y sirias de las obras fundamentales de Aristóteles, Apolonio, Arquímedes, Diofanto, Herón y Ptolomeo.

Luego, cuando se establece el imperio árabe, la cultura científica y matemática es desarrollada por intelectuales provenientes de los diferentes pueblos conquistados: persas, sirios, judíos, griegos, cristianos, etc. La ciencia musulmana se alimenta de manuscritos tanto en griego o versiones sirias y hebreas traducidas ya al árabe; de ahí proviene la rápida traslación de obras de Aristóteles, Arquímedes, Diofanto y Herón al árabe.

Las ciudades capitales del imperio musulmán, Bagdad, Damasco y Córdoba comparten la actividad intelectual; estas ciudades se convirtieron en centros culturales en los cuales se preservó y desarrolló el saber de la Antigüedad clásica. La cultura científica y matemática fue desarrollada por pensadores provenientes de los diferentes pueblos conquistados, persas, judíos, griegos y cristianos.

En el siglo IX, en Bagdad ('la Casa de la Sabiduría') ya se hacían traducciones directas del griego al árabe. Para el siglo X casi todos los textos de la ciencia griega que posteriormente se conocieron en Occidente estaban traducidos al árabe. Probablemente de ahí viene la idea acerca de la ciencia árabe, la cual sostiene que, "poseía poca originalidad científica y creatividad propias",[93] y se le tenga como simple transmisora y custodia del conocimiento, lo cierto es que no se puede cuantificar el verdadero valor de las contribuciones hechas por los intelectuales musulmanes.

En líneas arriba se menciona que el mérito de los sabios musulmanes radica en que supieron valorar el conocimiento griego y de éste, supieron absorber las matemáticas, astronomía y la medicina, pero también habrá que reconocer con justicia la influencia de las matemáticas hindúes. En este periodo el estudio de las matemáticas fue en la geometría y en el álgebra, las cuales tuvieron un desarrollo

[93] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 103.

bastante dispar, mientras, el desarrollo en la física se dio básicamente en la astronomía y un tanto en la óptica, con importantes exponentes musulmanes en estos temas. Continuando la tradición, la astronomía seguía siendo considerada una parte de las matemáticas como lo fue para los griegos.

La astronomía islámica es un buen ejemplo de relación entre la ciencia griega y la ciencia islámica. La producción de los astrónomos musulmanes resulta un trabajo muy sofisticado. Éstos buscaron articular y corregir el sistema de Ptolomeo, mejorar las mediciones de las constantes astronómicas, compilar las tablas planetarias, y diseñar dispositivos para la ampliación y mejoramiento de la astronomía ptolemaica en general.

Pero es en las matemáticas donde los musulmanes hicieron los mayores progresos, esto en parte porque supieron aprovechar los conocimientos de esta materia de culturas como la babilónica y la hindú, ésta incluso, más desarrollada que la de los mismos árabes. El uso de los numerales que apareció tarde entre los griegos, tuvo un mayor desarrollo con la introducción en gran escala del sistema hindú de numeración.

2. Las matemáticas hindúes

Alrededor del siglo III, aparecen los símbolos numéricos. La particularidad de este conjunto de símbolos es que cada símbolo individual es asociado a un número comprendido entre 1 y 9; estos numerales se irán transformando con el transcurso del tiempo. Dice Kline: “El acierto de usar símbolos independientes no fue previsto indudablemente por el pueblo matemáticamente ignorante; la práctica pudo haber surgido a partir de la utilización de las primeras letras de las palabras que designaban dichos números”.[94]

[94] Kline, M. *Op. cit.,* p. 249.

La geometría hindú indudablemente era de origen griego, consecuencia del dominio de los alejandrinos. Pero la aritmética hindú en cambio era más original. La notación posicional en base 10 es de uso corriente en las matemáticas hindúes; el cero es considerado ahora como un número más, se opera como cualquier otro número, para ellos la multiplicación de un número por cero da cero, la sustracción de cero no disminuye el valor del número; Bashkara (1114) al hablar de una fracción con denominador cero, dice que tal fracción permanece invariable.

Los hindúes acrecentaron los infortunios lógicos de las matemáticas al introducir los números negativos para representar las deudas, así como los positivos representaban los activos. El primer uso conocido de los números negativos se debe a Brahmagupta hacia el año 628. Los hindúes hicieron también algunos progresos en álgebra; utilizaron abreviaturas de palabras y unos pocos símbolos para describir operaciones e incógnitas, su simbolismo aunque no muy extenso fue superior al de Diofanto. Los hindúes usaron el álgebra muy libremente, no estaban interesados en el modelo deductivo ni metodológico, estaban más interesados en las actividades aritméticas y relativas al cálculo numérico, por lo que no tenían escrúpulos lógicos. Además utilizaron el álgebra en la solución de problemas habituales del comercio (cálculos de interés) y cálculos de porciones de herencias.

Los hindúes rompen con el orden axiomático-deductivo que los griegos tenían de las matemáticas y utilizan sin vacilación libremente, fracciones, enteros y números irracionales. Operaron los números carentes de una lógica-deductiva, sólo por analogía. Incluso señalaban que los radicales podían manejarse como enteros, los irracionales como racionales; esto los lleva a cometer errores.

Es casi seguro que los hindúes no apreciaran la importancia de sus propias y valiosas contribuciones, tales como la utilización de símbolos distintos para los dígitos del 1 al 9, la conversión de la notación posicional de base 60 a base 10, el reconocimiento del 0 como nuevo número y la introducción de los números negativos. Las matemáticas hindúes, en el sentido metodológico y de abstracción, que era muy propio de las matemáticas griegas, estaban más cercanas a las desarrolladas por los antiguos egipcios y babilonios. Los hindúes contribuyeron a aumentar el conocimiento matemático en la parte que descansa sobre fundamentos empíricos e intuitivos. Aunque los hindúes, al igual que los árabes, estaban al tanto de la demostración matemática típica de los griegos, no se interesaron en la parte teórica de la aritmética y el álgebra. Es de esa manera que afrontan los números irracionales para operarlos, Kline cita al matemático indio Bhaskara: "Llamemos la suma de dos irracionales al mayor número irracional, y dos veces su producto al menor de ellos. La suma y la diferencia de ellos se efectúa como si fueran números enteros".[95] Por otro lado la trigonometría hindú tuvo avances de poca consideración y consiste básicamente en la modificaron de la manera de efectuar los cálculos con las semicuerdas del círculo que era utilizado por Ptolomeo. En cuanto a la física no se tiene referencia de ningún trabajo teórico o práctico por parte de los hindúes. Su cosmología está plagada de viejas tradiciones esotéricas y cargadas de misticismo.

3. La ciencia árabe

Cuando Justiniano cerró la Academia de Platón (año 529), muchos de los maestros griegos marcharon a Persia. Con la conquista árabe, pasan posteriormente a formar parte del mundo musulmán. Los califas árabes adquirieron manuscritos griegos que estaban en posesión de los bizantinos. La ciencia árabe (astronomía, matemáticas y medicina) en primera instancia era sólo la ciencia en lengua árabe de la ciencia griega adquirida directamente de los manuscritos griegos o de versiones sirias o hebreas. La fuerza que adquiere la ciencia árabe se debe a las corrientes de pensamiento griego.

A partir de la conquista, el efecto que produjo fue el que la ciencia en particular recibiera un gran estímulo, pues los árabes no eran extraños a la civilización.[96] Al inicio de su dominio la religión musulmana trajo consigo mucho menos sujeción del pensamiento humano del que había establecido el cristianismo. El Imperio árabe llegó

---

[95] *Ibid*., p. 251.
[96] Los árabes habían desempeñado una función esencial en la organización del comercio entre Europa y el mundo oriental y habían desarrollado sus propias ciudades.

a estar en posesión del control de los hombres y de los grandes centros de cultura del imperio bizantino, incluidos Egipto, Siria, Persia e India.

Se puede reconocer la ruta del conocimiento árabe, "todos los trabajos que tenían una gran importancia eran accesibles para ellos. Los bizantinos les proporcionaron una copia de los *Elementos* de Euclides alrededor del 800 y los tradujeron al árabe. *La sintaxis Matemática* de Ptolomeo fue traducida también al árabe el año 827".[97]

En la cumbre del imperio musulmán (siglo IX), se funda la capital Bagdad y ésta se convierte en el centro principal de actividad intelectual musulmana. En el siglo IX casi todos los textos de la ciencia griega estaban traducidos al árabe.

En el apogeo del dominio árabe fueron traducidos los trabajos de Aristóteles, Apolonio, Arquímedes, Herón y Diofanto. Estas obras se preservaron y las traducciones árabes se encontraron en Europa cuando los originales griegos ya se habían perdido. Por ejemplo la *Sintaxis Matemática* de Ptolomeo fue traducida en 827 al árabe por Thabit Ibn Qurra, astrónomo de la corte en Bagdad. Este libro se convirtió en el texto fundamental para los musulmanes, era conocido como el *Almagesto* que significa 'el libro mayor', es un tratado de astronomía (de astronomía matemática para ser exactos), llevaba el título original griego de *Mathematike sintaxis*, y en un principio se le conoció como *Megale sintaxis* (la gran colección), pero llegó a ser tan importante que se le denominaba *Magiste Sintaxis* (la grandísima colección). El título de *Almagesto* habla de la importancia de la tradición árabe al combinar el artículo árabe *al* con el superlativo griego *megiste.* El *Almagesto* se tradujo del griego al latín en 1160, y Gerardo de Cremona hace la traducción al latín de una versión árabe en Toledo en 1175. Era tal el prestigio de la fuente árabe que la traducción indirecta de Gerardo de Cremona desplazó a la directa de 1160.

Los astrónomos árabes adoptaron el paradigma[98] ptolomeico y trabajaron dentro de este marco conceptual durante varios siglos. El primero de ellos fue Al-

[97] Kline, M. *Op. cit.,* p. 259
[98] Sobre el concepto de paradigma consultar T. S. Kuhn, *La estructura de las revoluciones científicas* Breviarios FCE. México (2010).

Fargani, cuya obra llegó a ser, en el original árabe y en las versiones latinas y hebreas, una de las principales fuentes de la astronomía ptolomeica hasta el Renacimiento. El más famoso de ellos fue Al Batani (Albetanius, siglo IX), quien también fue un importante seguidor de la obra de Ptolomeo y el *Almagesto*. Ibn al-Haytham (962-1037), conocido en Occidente como Al-Hazen, matemático, físico y médico, apodado Ptolomeo II, introdujo el concepto aristotélico de las esferas celestes en sus investigaciones astronómicas. La sistematización definitiva de la sabiduría del mundo musulmán está representada precisamente por Ibn Sina (Avicena, 987-1037). Y el punto más alto de la cultura árabe se dio en Córdoba con la extraordinaria obra de Ibn Rushd (Averroes, 1126-1198), comentarista y crítico de Aristóteles, en cuya cosmología dice que los cuerpos celestes son eternos, y dotados de un movimiento perpetuo continuo y circular que es la perfección misma. Para él, cada una de las esferas celestes gira dentro de su órbita específica y este orden universal es necesario y perfecto.

No sólo era posible leer el *Almagesto* en árabe, así como y los tratados de Al-Fargani y Al-Battani que procedían de él, sino que los astrónomos musulmanes trabajaron de manera tan eficiente que pronto estuvieron capacitados para hacer una crítica de las ideas de Ptolomeo. A medida que las observaciones astronómicas iban siendo más numerosas y precisas se fue haciendo cada vez más difícil conciliarlas con la teoría. Durante el siglo XII el gran filósofo Ibn Bajja (Avempace) puso de manifiesto estas dificultades; lo que hizo también y con mayor autoridad, Yabir ibn Aflah, en el tratado titulado Islah al-Mayisti (*La Rectificación del Almagesto*). Averroes mismo criticó el modelo planetario de Ptolomeo, le parecía que el uso de las excéntricas, epiciclos y ecuantes no reflejaban la realidad física, expresaba: 'la astronomía ptolomeica nada tiene que ver con lo existente, pero es útil para calcular lo no existente'. Con esta afirmación hacía patente el creciente descontento que aparecía entre los astrónomos musulmanes con el sistema ptolomeico, iniciándose así, en la cultura musulmana el periodo de crisis de este paradigma. Algunos de estos sabios musulmanes, junto a Ibn Tufayl y su discípulo Al-bitruyi (Alpetragius), pugnaban por el retorno al modelo de esferas concéntricas de Eudoxo y Aristóteles.

Es importante recalcar que en astronomía, los árabes, trabajaron en un inicio dentro de la tradición instrumentalista de Ptolomeo, pero ellos llegaron ser tan eficientes que, después de eso, el siguiente paso fue trabajar de manera independiente y se percataron de las anomalías que presentaba el paradigma ptolomeico al no coincidir adecuadamente con las observaciones. Esto necesariamente obligó a los pensadores árabes a comenzar a alejarse de la posición instrumentalista y a dirigirse hacia una solución realista, baste recordar la afirmación de Averroes citada anteriormente. De tal manera que se puede afirmar que la crisis del paradigma ptolomeico, que llevó finalmente a la revolución científica de los siglos XVI y XVII, se inició con la obra de los astrónomos y filósofos árabes, que constituye la edad de oro de la ciencia árabe a finales del siglo XII.

El sabio musulmán Ibn Qurra estudio los movimientos aparentes del Sol y la Luna bajo los principios ptolomeicos; concluye que la precesión de los equinoccios es no uniforme, por lo que elabora una teoría de precesión variable ('trepidación') que la toma en cuenta. Al-Battani (929) introduce mejoras matemáticas al esquema de Ptolomeo, estudia los movimientos del Sol y la Luna, calcula nuevos valores para los movimientos de estos astros, y la inclinación de la eclíptica; elabora un nuevo catálogo de estrellas y da instrucciones para la construcción de instrumentos astronómicos. "El hecho de que al-Battani haya sido citado en el siglo XVI y XVII, tanto por Copérnico y Kepler, entre otros, testifica la calidad de su trabajos astronómicos".[99]

Los árabes mejoraron los calendarios fundados en la astronomía ptolomeica y elaboraron eficaces tablas planetarias y afinaron los modelos del universo aristotélico y ptolomeico antes de percatarse de la inexactitud y complejidad exagerada de este último. Además, es fundamental en la historia de la ciencia la preservación que los musulmanes hicieron de la ciencia antigua; eso permitió que Occidente pudiera recuperarla.

Adicionalmente, de sus trabajos en matemáticas y astronomía, la óptica es otra ciencia que estudian los árabes. Alhazen escribió un libro de óptica, *Kitab-al Manazer*,

[99] Lindberg, D. *Op. cit.,* p. 177.

(*El tratado de óptica*). Este libro se mantuvo como la obra básica de óptica hasta el siglo XVII; en él se hace el primer estudio científico acerca de la refracción, proporciona una prueba de la ley de reflexión aproximada de Ptolomeo. Habla de los espejos esféricos y parabólicos. Otro de sus resultados consiste en el descubrimiento de la cámara obscura, mediante la cual se pudo formar una imagen invertida de un objeto luminoso, haciendo pasar la luz por un pequeño orificio. Su teoría de la visión, elaborada sobre la idea de que la luz se transmite desde el objeto hacia el ojo, prevaleció no sólo en el mundo musulmán, sino que prevaleció hasta Kepler, el cual elabora la teoría de la imagen retinal en el siglo XVII. Alhezen (nacido en Basora) fue la autoridad científica más grande de la Edad Media. Otro de los grandes filósofos y científicos musulmanes fue Al-kindi (813-880). Este intelectual nacido probablemente en Kufa, Persia (Irak), escribió también un libro sobre óptica llamado *De Aspectibus*. En esta obra, Al-Kindi hace algunas consideraciones generales acerca de la refracción de la luz, pero además contradice a Platón al afirmar, lo mismo que Aristóteles, que la visión se debe a unos rayos que emanan de los cuerpos luminosos de donde parten en línea recta para luego penetrar al ojo.

4. Las matemáticas árabes

En cuanto a las matemáticas estudiadas por los árabes, el desarrollo se dio en la geometría y el álgebra. En la geometría los árabes siguieron la misma línea epistemológica de los *Elementos* de Euclides, esto es, una geometría con fundamentación lógico-deductiva y conectadas con las aplicaciones prácticas. La primera traducción de los *Elementos* al árabe se realiza en la ‘Casa de la Sabiduría’, en Bagdad y corre a cargo de Al Hayyay Ibn Yusuf, quien realizó la traducción para Harun al-Rashid (Califa de 786 a 809). Durante los doscientos cincuenta años siguientes los matemáticos árabes se apegaron estrechamente a Euclides y sacaron a la luz otras traducciones y numerosos comentarios. En el primer cuarto del siglo X, Ibn Yaquab al-Dimasqui dio otro gran paso en el estudio de Euclides al traducir el libro X con el comentario de Pappus (cuya versión griega se ha perdido). El contenido de este libro es sobre la clasificación de las líneas inconmensurables, lo que acrecentó el estudio de Euclides por parte de todos los matemáticos árabes. El siglo XI fue particularmente fructífero con las obras de Al Kindi, quien además se interesó por la óptica y sus estudios se extendieron a campos que no había considerado Euclides.

Otro notable matemático y astrónomo de la misma época fue Muhammad Ibn Musa al-khwarizmi (año 825). Algunos historiadores refieren que vino de una región cercana de Bagdad, Qutrubull, que es una localidad situada entre el Tigris y el Éufrates. Durante el califato de al-Ma'mun (quien gobernó de 813 al 833), al-Khwarizmi fue miembro de la 'Casa de la Sabiduría'. Es el gobernante quien solicita a al-Khwarizmi la realización de su obra astronómica y su máxima obra matemática: *Al-jabr w'al muqabala.* Se reconoce a ésta como la primera obra musulmana que utiliza el método *al-jabr* y *al-muqabala*. El significado usual de *jabr* en los tratados matemáticos es agregar términos iguales en ambos lados de una ecuación, para eliminar términos negativos y el significado más usual para el término *muqabala* es: "reducción de términos positivos por sustracción de cantidades iguales de ambos lados de una ecuación".[100] La combinación de las dos palabras simplemente se traduce como restauración y simplificación.

Las matemáticas de Al-Khwarizmi es completamente retórica, sin ninguna abreviación o simbolización que ya se encontraba en la *Aritmética* de Diofanto o en la obra del matemático hindú Brahmagupta. Sin embargo *Al-jabr w´al muqabala* está más próxima al álgebra elemental moderna que las obras de Diofanto o de Brahmagupta, ya que el libro no trata de complicados problemas de análisis indeterminado, sino de exposición directa y elemental de la resolución de ecuaciones,

Al-Khwarizmi explica la solución de seis tipos de ecuaciones a las que todas las ecuaciones cuadráticas y lineales pueden ser reducidas (escritas en notación moderna: $ax^2 = bx$; $ax^2 = b$; $ax = b$; $ax^2 + bx = c$; $ax^2 + c = bx$; $ax^2 = bx + c$). Además proporciona las reglas para resolver estas ecuaciones. Presenta demostraciones de estas reglas y las ilustra con ejemplos prácticos.

[100] Van der Waerden B.L. *A history of algebra*. Springer –Verlag Berlin-Heilde (1985), p. 4.

Los hindúes y los árabes al tomar el relevo de las matemáticas después de la destrucción de Alejandría, no repararon en la metodología ni en las preocupaciones lógicas de los griegos. El álgebra que utilizan los árabes es más cercana metodológicamente al álgebra hindú.

La relación entre la física y las matemáticas en la cultura árabe de este periodo se siguió dando, como ya se mencionó, a través del *Almagesto*, en el cual la astronomía está supeditada totalmente a la geometría del círculo y la esfera. La matemática que se desprende directamente de la astronomía cuantitativa es la trigonometría. Esta materia es trabajada tanto por los árabes, como por los hindúes, es más aritmética que geométrica (como en Hiparco y Ptolomeo). Así para calcular valores de algún coseno, utilizaban una identidad trigonométrica ($sen^2A + cos^2A = 1$, en notación actual). Tabit ibn Qurra y el astrónomo al-Batani (858-929) introdujeron este uso de *senos* entre los árabes. Además los astrónomos árabes introdujeron las razones trigonométricas, tangente y cotangente; estas dos razones se pueden encontrar en el trabajo de al-Batani. Abul-Wefa, por otro lado, introdujo la secante y la cosecante. Calculó también tablas de senos y tangentes para intervalos de diez minutos de ángulo. Al Biruni proporcionó y demostró el teorema del seno para triángulos planos.

En el trabajo de los árabes no se implementaron ideas originales sobre temas de matemáticas, más bien continuaron las líneas propuestas por los griegos, pero sí hicieron un gran trabajo de ampliación.

No obstante que la ciencia musulmana se funda sobre la metodología y contenidos de la ciencia griega y que no intentaron abrir nuevos caminos del conocimiento, edificaron su ciencia sobre los cimientos de la ciencia antigua. A partir del conocimiento griego, asumen críticamente los proyectos científicos de los griegos y los revitalizan, sus campos de conocimiento son en la medicina, astronomía, matemáticas y óptica.

Así se puede afirmar en la perspectiva histórica que el mérito de la ciencia musulmana consiste principalmente en la innovación, corrección, extensión, articulación y aplicación de los esquemas existentes, más que en la creación de uno nuevo.

El declive en la actividad científica y cultural musulmana proviene de las continuas disputas internas entre facciones y los pequeños estados ortodoxos establecidos en el imperio, pero lo que en definitiva acabó con la civilización de los árabes, fueron las tres invasiones provenientes de Mongolia, cuenta Antaki: "La llegada de tropas de Halagu a Bagdad tuvo como consecuencia el incendio de su biblioteca. En las aguas del Tigris, negras por las cenizas, se hundió el espíritu árabe. Fue un desastre definitivo. Las civilizaciones no se recobran"[101].

El desastre cultural de los árabes viene emparejado con el reencuentro de Europa con el conocimiento griego gracias a las traducciones árabes. Finalmente queda registrado en la historia como la etapa más floreciente de la ciencia islámica los siglos IX, X, XI y XII.

[101] Antaki, I. *La cultura de los árabes*. Siglo XXI editores. México. (1990), pág. 86.

CAPITULO VII

LA RELACION ENTRE LA FISICA Y LAS MATEMATICA EN EL MEDIOEVO

1. El neoplatonismo

Después del derrumbe de la actividad científica alejandrina, surgen diversas corrientes filosóficas. Una de ellas es el neoplatonismo; éste constituye un sistema de filosofía idealista y espiritualista tendiente al misticismo. Floreció en el mundo pagano de Grecia y Roma durante los primeros siglos de la era cristiana. Es de interés e importancia, no sólo porque es el último intento del pensamiento griego por rehabilitarse a sí mismo y reestablecer su vitalidad decadente mediante el recurso a las ideas religiosas orientales, sino también porque entró en servicio del politeísmo pagano, es decir, que trató de dar una contrapropuesta ante el avance del cristianismo, y a partir de su racionalismo, trata de combatir las ideas cristianas. El neoplatonismo es un referente en esta etapa de la historia, debido a la actividad crítica que tiene en el desarrollo de la ciencia, en ella se puede mencionar a importantes intelectuales neoplatónicos, por ejemplo Plotino (205-270), Proclo (410-485), Simplicio (490-560) y Juan Filopono (490-566). Estos dos últimos, quienes florecieron en la primera parte del siglo VI, jugaron un rol importante en el surgimiento de la crítica a las ideas de Aristóteles, particularmente en mecánica.

Proclo, es considerado como uno de los matemáticos más capaces de su época. Enseñó matemáticas en la academia de Platón, y como productos de esta enseñanza sin duda fueron sus *Comentarios* al Libro I de los *Elementos* de Euclides.

Simplicio y Filopono debatieron las ideas de Aristóteles, en particular este último rechazaba la oposición entre una física celeste (de movimientos circulares eternos) y una terrestre (de movimientos rectilíneos que comienzan y terminan). Negaba la existencia del éter y sostenía que los cuerpos celestes tenían una 'naturaleza ígnea'. Afirmaba que la luz del Sol es la misma que la que puede hallarse en muchas fosforescencias terrestres y que no era blanca sino amarilla. También polemizó con el obispo Teodoro, en el que éste afirmaba que los planetas eran movidos por ángeles, mientras que Juan Filopono sostenía que eran movidos por el 'impulso' (*impetus*) que Dios les había impreso. Esta postura, contraria a la de Aristóteles, sería revivida más tarde por Jean Buridán (1300-1358), con su teoría del *impetus*; tal teoría afirma que el motor imprime inicialmente en el móvil, en el momento de dar origen al movimiento, una fuerza que va disminuyendo por la resistencia del medio o por una tendencia contraria. Como ya se dijo en líneas anteriores, la teoría del *impetus,* fue esbozada desde el siglo II por Hiparco

Así mismo, Filopono, rechazó las ideas físicas de Aristóteles y de los atomistas sobre la caída de los cuerpos y defendía que en el vacío un cuerpo caería con una velocidad finita característica de su gravedad, mientras que en el aire esta velocidad finita se veía reducida en proporción a la resistencia del medio. La rotación de las esferas celestes proporcionaba un ejemplo de velocidad finita que tenía lugar en ausencia de resistencia. Filopono señaló que la velocidad de los cuerpos que caen en el aire no era simplemente proporcional a sus pesos, esto se observa cuando un cuerpo pesado y otro menos pesado eran dejados caer desde la misma altura, la diferencia entre sus tiempos de caída era mucho menor que la que existía entre sus pesos. Se considera a Filopono como el primero en afirmar que el medio no podía ser la causa del movimiento del proyectil.

Sobre la caída de los cuerpos, Filopono expone la siguiente idea: la causa eficiente de la caída de un cuerpo es el peso (cualidad de gravedad), es la fuente primordial como fuerza motriz. En un vacío donde no hay resistencia, el único determinante del movimiento será el peso del cuerpo; por lo tanto, los cuerpos con más peso recorrerán una distancia con mayor rapidez que los cuerpos con menos peso, y desde luego, en ningún caso se moverán con velocidad infinita, contrario a lo que Aristóteles afirmaba. Ante la cuestión de que si el aire no mueve el proyectil, entonces, ¿qué causa el movimiento continuo del cuerpo? La explicación de Filopono es que una fuerza cinética incorpórea ha sido transmitida al cuerpo y esta fuerza impresa sigue el movimiento del cuerpo hasta que se gasta por la resistencia continua del aire y por el peso del cuerpo. Supone entonces que alguna fuerza motriz incorpórea es impartida al proyectil y que el "conjunto de aire en movimiento, contribuye en casi nada en el movimiento". Concluye, en oposición a Aristóteles, que los movimientos, el natural y el violento, requieren de un motor interno. La teoría del *impetus* de Filopono tenía un origen claramente anti-aristotélico en lo que respecta al movimiento de proyectiles, pero la tradición aristotélica medieval, supo absorber y acomodar dichas ideas a la filosofía del cristianismo.

A partir de los siglos II y III el cristianismo empezó a conformar una fuerza intelectual, la cual estaba dedicada a defender su fe y su doctrina contra los oponentes eruditos paganos. La actividad intelectual con los eruditos eclesiásticos no desapareció, sólo hubo un cambio de intereses. Los nuevos intereses fueron religiosos y eclesiásticos. Los académicos de esta época (Boecio, Isidoro de Sevilla, etc.), no sólo escribían extensas enciclopedias de filosofía natural sino también manuales de instrucción para el clero.

Con este torrente espiritual hubo nulo interés por el mundo físico; las inquietudes e interrogantes hacia la Naturaleza, motivados por la curiosidad o por fines utilitarios, se les consideraba como banales e intrascendentes al ser humano. En la práctica no existe la ciencia y la filosofía natural en los trabajos teológicos, pero sí estaban presentes la lógica y la metafísica griega.

Durante la Edad Media temprana se cultiva la filosofía platónica en general, al menos en su versión cristiana. Por lo común, para quienes cultivaron la ciencia en este periodo, su conocimiento era parcial y fragmentado; de este conocimiento de los compiladores latinos, se dice al respecto: "La ciencia, los primeros 600 años de la cristiandad fueron un periodo árido, en la que sólo brillaba la luna del neoplatonismo".[102] Circulaban ideas vagas plagadas de misticismo; nociones provenientes de la superstición, eran tomadas como si fueran verdades religiosas.

[102] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 103.

La poca ciencia griega se mantuvo de cierta manera viva, en el periodo que comprende la Edad Media temprana, gracias a los compiladores y enciclopedistas (Boecio, Casiodoro, Isidoro de Sevilla); ellos se ocuparon de recoger y divulgar el conocimiento que aún se conservaba. Los contenidos de las obras de estos compiladores se les consideran de poca originalidad científica, pero se tuvo que fiar de ellas hasta el encuentro con la ciencia griega a través de los árabes.

Históricamente la Iglesia carga con el estigma de que es profundamente anti-intelectual, que la base de su desarrollo está en que sobreponen la fe sobre la razón, ignorancia sobre educación. De hecho para algunos historiadores contemporáneos, se tiene la idea en general de que la Edad Media es un periodo estéril en cuanto a ciencia.[103] La ciencia alcanza su nivel más bajo entre los siglos los años 500 y 1000 aproximadamente, hasta que el influjo de los tratado científicos griegos y árabes en el siglo XII y principio del XIII introdujeron un nuevo cuerpo de literatura científica.

Sin embargo la Iglesia feudal resultó ser la principal promotora y patrocinadora de las enseñanzas y el cultivo de las artes. Sobre el estudio de la naturaleza, su acción ciertamente fue limitada y selectiva, y de algún modo significó un obstáculo al progreso científico; pero sin duda promovió la alfabetización y finalmente de su seno emergen los intelectuales y eruditos que conservarán, comentarán y transmitirán la ciencia de su tiempo.

Los enciclopedistas latinos en los inicios de la Edad Media, conforman una ciencia modesta, poseen una información cosmológica básica, obtenidas fundamentalmente de fuentes platónicas. Describieron la esfera celeste y usaron círculos para mapearlos; se discutió la naturaleza y el tamaño del Sol, los movimientos planetarios y algunos fenómenos meteorológicos. Por ejemplo Calcidio (300-390), escritor latino de la antigüedad tardía, quien traduce el *Timeo* de Platón, ejerció su influencia en la ciencia medieval temprana. Las traducciones de Calcidio proporcionaron el conocimiento directo de las principales ideas físicas de Platón;

[103] "Hasta qué punto estaba en deuda Galileo con la ciencia y filosofía medievales ha sido objeto de enconadas disputas…" Drake, S. *Galileo. Op. cit***.** p. 34.

describe brevemente la teoría astronómica de las esferas concéntricas, afirma la esfericidad del Universo y de la Tierra.

Un elemento propio del carácter del pensamiento medieval es el uso del concepto de verdad por revelación, éste es uno de los elementos intelectuales presentes en los escritos medievales; sobre estas bases se construirá la ciencia escolástica. En general el desarrollo cultural del pensamiento científico, en esta primera etapa del periodo medieval, y específicamente las primeras discusiones sobre filosofía natural y matemáticas, es el que se da en el seno de las escuelas monásticas y universidades.

Como antecedente de las universidades, se puede señalar a las escuelas catedralicias, propiciadas y auspiciadas en sus orígenes por Carlomagno. Estas primeras escuelas monásticas y catedralicias, en sus inicios tenían exclusivamente propósitos religiosos, eventualmente basaron su curriculum en concepciones más amplias del rango de estudios que contribuye a fines eclesiásticos. El prototipo de la escuela de principios de la Edad Media era una escuela monástica–rural, aislada del mundo secular y dedicado a estrechos objetivos educacionales. Entre las escuelas urbanas que alcanzaron la preeminencia en esta época fueron las escuelas catedralicias, así como las escuelas parroquiales dirigidas por clérigos. A pesar de haber emergido desde las sombras de los monasterios, estas escuelas se convirtieron en las principales fuerzas educativas.

En Francia algunas de las escuelas más fuertes fueron anexadas a las catedrales en regiones influenciadas por las reformas carolingias. En el siglo XII, las escuelas de Chartres, Orleans y París emergieron como centros líderes para las artes liberales. De éstas la más famosa de las escuelas catedralicias del siglo XII es la escuela de Chartres. Aunque en principio la filosofía natural no ocupó un lugar central en los *curricula* de estas escuelas, sí se beneficiaron del fermento intelectual propiciada en estos centros educativos; en éstos la determinación entre los académicos por dominar latín clásico se extendió a la filosofía natural. La emergencia de las universidades está estrechamente asociada con el nuevo aprendizaje. Se tiene la traducción de El *Timeo* de Platón con comentarios de Calcidio, Martianus Capella, Macrobio y Séneca.

En el transcurso del siglo XII un verdadero torrente de traducciones llevó al latín una parte significativa de la ciencia griega y árabe. Con la caída del imperio árabe, los cristianos occidentales entran en posesión de los grandes centros de enseñanza árabe junto a la literatura científica de éstos; pronto los occidentales trasladaron al latín, que se había convertido en el lenguaje universal de la enseñanza en Europa occidental, el conocimiento guardado por los árabes; hombres de todas las nacionalidades, "convierten la ciencia, la técnica y la filosofía del árabe a un lenguaje largamente ajeno a tales materias".[104] De este modo las universidades fueron los medios institucionales a la par de los monasterios, por los cuales el mundo occidental organizó, absorbió y expandió el gran volumen del nuevo conocimiento. La lógica, la ciencia y la filosofía de Aristóteles llegaron ser parte central en el plan de estudios de las escuelas. De un modesto inicio, a finales del siglo XII, la influencia de Aristóteles aumentó hasta que en la segunda parte del siglo XIII sus trabajos de metafísica, cosmología, física, meteorología e historia natural, resultaron temas de estudio obligatorio: "ningún estudiante egresó de la universidad sin estar enraizado en la filosofía natural de Aristóteles".[105] Sin embargo las matemáticas permanecían todavía intrascendentes en la enseñanza de estas primeras universidades medievales, debido sobre todo, a la doctrina aristotélica de no mezclar las matemáticas con el estudio de la naturaleza. Pero también estaba la tradición neoplatónica, que junto con el interés que se despertó en la época por el estudio de los fenómenos naturales, lograron que paulatinamente las matemáticas y la física se combinaran en lugares como las universidades de Oxford y París, abonando el terreno para la obra de los pensadores que aparecerán años más tarde.

Las obras de Aristóteles resultarán fundamentales en la educación medieval, así como en la vida intelectual. Algunas de sus obras científicas y filosóficas fueron vistas por los teólogos con suspicacia y hostilidad, de tal manera que a finales del siglo XIII, hubo una reacción de algunos clérigos contra ciertas ideas de Aristóteles. El temor a la influencia de este filósofo griego, proviene de su libro sobre filosofía natural; en él

[104] Grant, E. *Physical sciences in the Middle Edge*. Cambridge University Press. (1977), p. 16.
[105] Lindberg, D. *Op. cit.,* p. 206.

contiene juicios que fueron subversivos a los dogmas de la fe cristiana, por ejemplo, dice Aristóteles:

> 1. El mundo es eterno, el cual niega efectivamente el acto de la creación, de Dios; 2. Un accidente o propiedad podría no existir aparte de una sustancia material, una visión que chocaba con la doctrina de la eucaristía. De acuerdo a esta doctrina después de toda la sustancia del pan y del vino, había sido cambiada a la sustancia del cuerpo y la sangre de Cristo… 3. El proceso de la naturaleza es irregular e inalterable, el cual elimina los milagros; y finalmente 4. El alma no sobrevive al cuerpo, el cual niega la creencia fundamental cristiana de la inmortalidad del alma.[106]

No obstante los 'peligros' que implicaba la filosofía aristotélica, resultó ser muy atractiva para ser ignorada y eliminada de una vez. Las traducciones de Boecio (siglo VI) le habían dado a Aristóteles una autoridad en cuanto a la lógica. Así en el siglo XIII, el pensamiento de Aristóteles ganó el centro de la escena; poco a poco sustituyó las concepciones platónicas sobre el cosmos que imperaba al inicio de la Edad Media, de hecho la concepción platónica se ve enriquecida con el descubrimiento de Aristóteles; pero eventualmente la imagen aristotélica del cosmos desplazó a la de Platón. La disponibilidad de las obras de Aristóteles sobre filosofía natural, a pesar de la prohibición de su enseñanza de algunas de sus ideas, fue en aumento y su filosofía resultó imparable. Había una tendencia creciente para permitir a la filosofía aristotélica dirigir la especulación teológica y la reflexión. De los primeros en enseñarlo fueron Roger Bacon y Grosseteste (siglo XIII).

El trabajo científico llevado a cabo entre los años 1100 y 1450 fue realizado en mayor parte por religiosos, quienes se plegaban a la autoridad de los padres cristianos y de Aristóteles. No obstante, dentro del marco de referencia del aristotelismo, algunos eruditos tenían una visión crítica de la enseñanza escolástica y se rebelaron contra el dogmatismo dominante y corrupción de la ciencia aristotélica. Uno de estos estudiosos de la Edad Media es Robert Grosseteste (1168-1253), quien sintió la necesidad de obtener principios generales a partir de la experimentación.

[106] Grant, E. *Op. cit.,* p. 24.

Robert Grosseteste y Roger Bacon (1214-1294) son los primeros en comprender los principios de la ciencia empírica; no obstante su marco de referencia seguía siendo la filosofía aristotélica, que sustenta la ciencia escolástica. Kline escribe al respecto de Bacon: "era un producto de su tiempo, creía en la magia y astrología, y además sostenía que la teología era objeto del aprendizaje".[107]

El resurgimiento de la erudición en el siglo XIII, vislumbraba un buen augurio para la ciencia, aparecen, aparte de Robert Grosseteste y Roger Bacon, Pedro de Pericourt y Alberto Magno. Como parte de la enseñanza escolástica algunas de las tesis del esquema filosófico aristotélico eran elevadas a dogmas; las cuales paralizaron el estudio de la naturaleza. Pero aún dentro de un contexto lógico y retórico, se da un debate en el seno de esa filosofía. Al respecto señalan algunos historiadores de la ciencia: "estas críticas iban a producir el derrocamiento de todo el sistema de la física de Aristóteles. Gran parte de ellas se desarrollaron dentro el mismo pensamiento científico aristotélico".[108]

2. Física en la Edad Media

La ciencia física medieval descansaba sobre los dogmas aristotélicos y bajo el paradigma ptolemaico. De manera sintética se puede numerar algunos de los principios que rigen esa física:

- El mundo se separa en dos esferas, la celeste y la terrestre.
- Impera la visión de un universo geocéntrico.
- Los movimientos celestes son circulares.
- El enfoque del estudio de la naturaleza es con una separación entre física y matemáticas.

[107] Kline, M. *Op. cit.,* p. 282.
[108] Crombie, A. C. *Op. cit.,* p. 11.

- Principio de la causa eficiente del movimiento. Todo lo que se mueve es movido por algo, si la causa cesaba el movimiento cesaba. Sus leyes del movimiento necesitan de la presencia continua de un motor y un móvil.

A partir del siglo XII las obras (o fragmentos de ellas) de Arquímedes, de Euclides, de Herón, así como de Aristóteles y Ptolomeo, llegaron a Europa. En este siglo con la emergencia de las universidades en varias ciudades europeas, la actividad de la traducción de las obras recuperadas fue intensa. El Occidente cristiano recuperó el discurso aristotélico; de esta manera se cuenta con un Aristóteles remodelado, el cual se convierte en el centro de la cultura (era el autor griego cuya obra completa estaba traducida). En lo que a cosmología y astronomía se refiere, los paradigmas aristotélicos y ptolomeico son asumidos plenamente y esta combinación de Aristóteles y Ptolomeo es tamizada por la perspectiva cristiana. La obra de Aristóteles resulta particularmente idónea para ser adecuada al dogma cristiano. Esto puede observarse en la obra de Santo Tomas de Aquino (1225-1274), quien señala lo siguiente:

> Por lo tanto antes que todo movimiento empiece a ser nuevo, había algún movimiento y, consecuentemente, siempre hubo algún movimiento. También hubo siempre algún motor, porque no es posible el movimiento sin motor[…]

Y, además:

> Digamos también. Dios es anterior al mundo sólo por naturaleza o por duración, por ser Dios eterno, también el mundo existirá desde la eternidad… Dios es la causa eficiente del mundo. Por lo tanto al existir Dios desde la eternidad, también desde la eternidad ha existido el mundo.[109]

Esta cosmovisión afecta todas las experiencias de la cultura de la época, y no extraña que en la obra de Dante (1265-1321), 'el gran plan del Universo' esté construido basándose en la cosmología aristotélica:

[109] Tomas de Aquino. Suma de teología I parte I, biblioteca. C.ampusdominicano.org/suma. (Consulta:2014)

> No obstante, más allá de todas estas esferas (esferas cristalinas), los católicos colocan el *Empireo*…y admiten que permanece en reposo porque todas y cada una de sus partes tienen consigo lo que pide su materia. Esta es la razón por la que el "*primum mobile*" o novena esfera se mueve con tan gran velocidad, pues el anhelo que sienten todas sus partes por unirse con las del cielo más tranquilo la hace girar con tan gran deseo que su velocidad es casi inconmensurable. Este reposado y pacifico cielo es la sede de la suprema Divinidad, la única que puede contemplarse así misma con toda perfección.

Luego: "La luz y el amor le rodean de un círculo [...], círculo que rige solamente Aquel en quien está comprendido"

El paradigma ptolomeico volvió a afirmarse a partir del siglo XIII por medio del *Almagesto*, porque no existía otra teoría tan amplia y detallada; aunque después nació una vigorosa corriente de crítica y oposición, que había sido anunciada por los árabes pero que quedó interrumpida. Averroes, el gran comentador aristotélico árabe-cordobés, lo había señalado; su epigrama serviría como divisa del creciente descontento respecto de la confusión que comenzaba a predominar en la cosmología. Alfonso X de Castilla, el Sabio (1221-1284), gran protector de la astronomía, expuso la cuestión más sucintamente. Cuando lo iniciaron en el sistema de Ptolomeo, dijo: "Si el Señor Todopoderoso me hubiera consultado antes de embarcarse en la creación, yo le hubiera recomendado algo mucho más sencillo".[110]

En su tratado del *Cielo*, Aristóteles describía la globalidad del Universo en términos relativamente simples. El *Almagesto* de Ptolomeo, más elaborado, se ocupaba casi exclusivamente del cálculo matemático de las posiciones planetarias; pero el modelo ptolomeico se correspondía perfectamente con la cosmología aristotélica. Tanto las obras de Aristóteles como las de Ptolomeo se tradujeron simultáneamente hacia finales del siglo XII, pero la elaborada astronomía ptolomeica tardó mucho más en ser asimilada que los trabajos aristotélicos sobre lógica, filosofía y cosmología. Con todo, hasta mediados del siglo XV los europeos no produjeron una tradición propia capaz de rivalizar con la obra de Ptolomeo. El primer tratado

[110] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 69.

europeo de astronomía que alcanzó una amplia difusión, fue escrito hacia 1223 por Juan de Sacrobosco; en él, copiaba un tratado árabe elemental y consagraba un solo capitulo al estudio de los planetas, en comparación con los nueve dedicados al tema por Ptolomeo. Durante los dos siglos siguientes solo vieron la luz una serie de comentarios al libro de Sacrobosco y algunos textos de corte parecido, todos ellos sin demasiado éxito. Hasta dos décadas antes del nacimiento de Copérnico (1473-1543), pocas fueron las manifestaciones concretas de un progreso técnico en el campo de la astronomía planetaria. Este progreso se hace patente en obras como las del alemán Georg Peuerbach y las de su pupilo Johannes Müller, Regiomontano.

Durante los siglos XIII al XV, el periodo de la Baja Edad Media, continuó la crisis del paradigma ptolemaico, que ya se había iniciado en la astronomía árabe. En esta etapa también entra en crisis el paradigma aristotélico de una Tierra inmóvil en el centro del universo.

En lo que respecta a las matemáticas y a la física (fenómenos del movimiento local), los eruditos medievales estudiaron los textos aristotélicos correspondientes y comenzaron el estudio lógico de los fenómenos naturales. Esta actividad se desarrolló en los siglos XIII y XIV, fundamentalmente en el Merton College de la Universidad de Oxford y en la Universidad de Paris. En Oxford aparece una corriente de pensadores tales como Roberto Grosseteste (1175-1253), Roger Bacon (1214-1294), Thomas Brawardine (1290-1349) y William Heytesbury (1313-1372). En Paris, Jean Buridan (1295-1358), Alberto de Sajonia (1316-1390) y Nicole de Oresme (1323-1382). En estos dos centros académicos hubo desarrollos importantes en las matemáticas y en la mecánica. En particular cobró importancia el estudio del fenómeno del movimiento. El estudio comprendía críticas a la explicación que Aristóteles daba a los fenómenos del lanzamiento de proyectiles y a la caída libre. De esta manera, los estudios matemáticos relativos al movimiento fueron realizados como ejercicios intelectuales, como simples posibilidades en el terreno de la lógica, sin ser considerados jamás como hipótesis verdaderas acerca del mundo físico. Los estudios llevados a cabo por mertonianos y parisinos fueron realizados dentro de la más estricta tradición escolástica y sin abandonar los fundamentos de la doctrina de

Aristóteles; en particular donde señala que las matemáticas y la física eran géneros diferentes y era imposible mezclarlos. Jean Buridán, miembro importante de la escuela nominalista de Paris, retoma la teoría del *impetus*, que había sido revivida desde el siglo VI por Juan Filopono de una antigua idea de Hiparco. La teoría del *impetus* es una idea crítica y alternativa a la idea aristotélica sobre el lanzamiento de proyectiles y caída de los cuerpos que Aristóteles no explicaba satisfactoriamente. Jean Buridán, en su libro *Cuestiones sobre ocho libros de la física de Aristóteles*, explica el movimiento continuo de los cuerpos lanzados por una fuerza y Buridan se la atribuye a las fuerzas impresas adquiridas en el movimiento por el objeto, desarrollando la teoría de Filopono. Afirma que la potencia motriz aplicada a una flecha o a un proyectil estaba aplicada al objeto mismo y no al aire. Esta fuerza impresa al cuerpo más que a la fuerza impulsora del aire, mantendría la velocidad uniforme del objeto indefinidamente, en ausencia de fuerzas externas. Buridan emplea el nuevo término, *ímpetus.*[111] Este concepto lo describe como una cualidad cuya naturaleza es mover el cuerpo en el que está impresa. Aunque de manera teórica, Buridan indica una primera cuantificación del *impetus*, estableciendo que su fuerza debe ser medida por la velocidad y la cantidad de materia en el cuerpo. Con la teoría del *impetus*, Buridan explica el movimiento de los cielos argumentando que el movimiento que se da en esta región, era posible por la acción de Dios, que proporcionó el *impetus* inicial en la esfera celeste en el momento de la creación y puesto que el cielo no ofrece resistencia (constituido de un quinto elemento), este *impetus* no se corrompería, de modo que la esfera se movería en un movimiento inmutable y eterno. Es la explicación en una sola teoría a los movimientos en el cielo y en la Tierra. Buridan escribe:

> Uno no encuentra en la Biblia que haya inteligencias encargadas de comunicar a las esferas celestes sus movimientos adecuados [...]. Se puede decir de hecho, que cuando Dios creo el Universo, puso en movimiento las esferas a su gusto, imprimiendo a cada una de ellas un *impetus* que las ha movido desde siempre [...]. Este *impetus* que Dios imprimió en los cuerpos celestes no ha sido reducido o destruido por el paso del tiempo.[112]

---

[111] "Esta terminología se mantuvo como norma hasta los tiempos de Galileo": Lindberg, D. *Op. cit.,* p. 303.
[112] *Questiones super Octo libros Physicorum, libro 8, cuestión 12*. Citado por Crombie, A. *Op. cit.,* p. 69.

Las ideas desarrolladas por Buridan son extendidas y profundizadas por su discípulo, Nicole de Oresme, quien en particular critica la refutación que Aristóteles hace de la teoría de Heráclides, que explicaba el movimiento diario de las estrellas mediante la rotación de una Tierra central. Oresme no cree en la rotación de la Tierra, solamente señala que ningún argumento lógico, físico, o incluso bíblico, puede refutar la posibilidad de una Tierra en rotación. En Oresme aparece el principio de la relatividad óptica entre los movimientos y que jugará un importante papel en las obras de Copérnico y Galileo. Oresme va más adelante aun, cuando ataca el argumento aristotélico que deriva la inmovilidad de la Tierra del hecho de que un objeto lanzado hacia arriba verticalmente caerá siempre en el mismo lugar de donde partió. Sin embargo, Oresme no dedujo de lo anterior la rotación diaria de la Tierra, mucho menos su movimiento alrededor del centro del Universo. Lo que hizo Oresme –y ésta es una característica del pensamiento escolástico- fue el estudio y la comprobación de las demostraciones aristotélicas y la búsqueda de nuevas doctrinas alternativas, que generalmente se descartaban una vez que se había demostrado su posibilidad lógica. Esto era más bien un ejercicio lógico donde quedaba de manifiesto una vez más, la gran autoridad de Aristóteles en los círculos de los eruditos medievales.

Al final del siglo XIV, una versión de la teoría del *impetus*, similar a la expuesta por Buridan y Oresme, había reemplazado a la defectuosa explicación aristotélica del lanzamiento de proyectiles en prácticamente todas las obras científicas medievales. Así se enseñaba en Padua cuando Copérnico frecuentó su universidad y Galileo la aprendió en Pisa de su maestro Bonamico (1565-1603). Los contemporáneos y sucesores de Buridan y Oresme utilizaron la teoría del *impetus*, tanto explicita como implícitamente; ésta juega un importante papel en la revolución copernicana, y aparece en casi todos los argumentos en donde se considera como posible el movimiento terrestre, sin que los cuerpos lanzados desde la superficie de la Tierra se queden atrás. Así mismo en Inglaterra, en el Merton College de Oxford, basadas en la teoría del *impetus*, se desarrollaron alternativas para la explicación del movimiento.

Durante el siglo XIV, tanto en Oxford como en Paris, se tenía una marcada actitud empírica y se realizaban elaborados cálculos matemáticos.

Uno de los primeros intentos en la Edad Media para sentar las teorías físicas sobre bases matemáticas es con la obra de Gerardo de Bruselas, un matemático escolástico que impartía cátedra en la Universidad de París. Este pensador es influenciado por el modelo de Euclides y Arquímedes, fundamentalmente en su metodología, el cual utiliza la prueba por reducción al absurdo. Se considera a Gerardo como el primer autor occidental en intentar un análisis puramente cinemático. En su obra *De Motu*, escrito probablemente, según el historiador Clagett, entre 1187 y 1260, analiza el movimiento circular. Gerardo adopta un enfoque que es propio de la cinemática moderna, se limita a la descripción matemática y tiene claro que el movimiento puede ser examinado desde dos puntos de vista: el de las causas (dinámica) o el de los efectos (cinemática). Es conveniente aclarar aquí que Gerardo de Bruselas no llega a definir la velocidad como una razón de magnitudes no comparables (el espacio y el tiempo).

Conceptos y definiciones básicas en el campo de la mecánica (que tradicionalmente se atribuye a Galileo) fueron establecidas por mertonianos y parisinos. En Oxford, por ejemplo se manejaban definiciones de movimientos con rapidez uniforme y uniformemente variado tal y como fueron adoptadas más tarde por Galileo. También aparece la definición de velocidad instantánea, casi exactamente igual a la utilizada por Galileo tres siglos más tarde. La famosa 'regla mertoniana' o 'teorema de la velocidad media' fue establecida ahí y es generalmente considerada como la más simple y primordial contribución a la física por la ciencia medieval. Una demostración original de este teorema fue realizada por Oresme (alumno de Buridan) alrededor de 1350 y señalaba que:

> Un cuerpo que se mueve uniformemente adquiriendo o perdiendo un determinado incremento [de rapidez] recorrerá en algún tiempo dado una distancia completamente igual a aquella que debería recorrer si se estuviera

> moviendo con rapidez uniforme durante el mismo tiempo con el grado medio [de velocidad].[113]

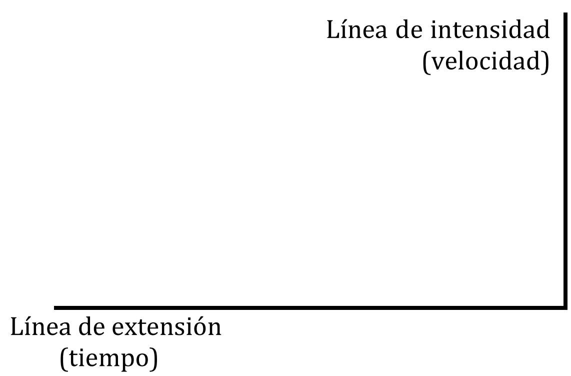
Durante el siglo XIV, estudian la cinemática en el Merton College de Oxford, distinguidos lógicos y matemáticos, entre los que se distinguen Thomas Bradwardine, William Heytesbury, John Dumbleton y Richard Swineshead. Los trabajos de estos eruditos se enfocan a responder más por el 'cómo' que por el 'porqué' del movimiento. De este modo asumen una posición crítica en esta materia, respecto a las ideas de Aristóteles sobre el movimiento local. Elaboran un análisis cuantitativo y siguen una descripción matemática del movimiento, además desarrollan un marco conceptual con un vocabulario técnico para tratar los movimientos cinemáticamente; definen de una manera más precisa los conceptos de velocidad y aceleración, esto todavía bajo la tradición escolástica, es decir, en términos puramente lógicos y ajenos al mundo físico. En ningún caso sus teorías las asocian con movimientos en la naturaleza.

En la obra de los mertonianos estaba claramente definido el movimiento uniforme, el movimiento no uniforme: uniformemente acelerado o disformemente acelerado. Así pudieron explicar con precisión el movimiento uniformemente variado como aquel en el que la velocidad aumenta mediante incrementos iguales en unidades iguales de tiempo. Es de notar que la cinemática medieval era un empeño totalmente abstracto, tal como las matemáticas y se debe reconocer que era retórico y especulativo. Lindberg dice acerca de ello: "se afirmaba por ejemplo que si un movimiento uniformemente acelerado existiera, entonces la regla de Merton se aplicaría. Nunca un erudito medieval identificó un ejemplo de tal movimiento en el mundo real".[114] Pero un gran mérito de este grupo de académicos, es el hecho de haber transformado a la velocidad en una medida cuantificable. Los calculadores inventaron el concepto abstracto de velocidad, ello fue posible gracias al análisis

---

[113] Clagett, M. *Nicole de Oresme and the geometry of qualities and motion*. The University of Wisconsin Press. (1988), p. 46.
[114] Lindberg, D.C. *Op. cit.,* p. 301.

filosófico de las cualidades y los diferentes registros de la intensidad en los fenómenos que implican cambio o movimiento. Estas intensidades pueden medirse, puesto que se da una variación de grados dentro de una escala. Oresme, por ejemplo, para estudiar el cambio y la velocidad del cambio en el tiempo, representa al tiempo a lo largo de una línea horizontal, que llama la longitud y las velocidades en distintos instantes de tiempo mediante líneas verticales, que llamó latitudes. Oresme asociaba el cambio físico con la figura geométrica.



A partir del esquema anterior, Oresme procedió a analizar varias configuraciones de velocidad con respecto al tiempo. Por ejemplo:

a) Velocidad uniforme. Será representado por un rectángulo, en el cual todas las líneas verticales son iguales en longitud.

b) Velocidad no uniforme (con aceleración constante). Las líneas verticales son de diferente longitud. Su figura corresponde a un triángulo.

c) Velocidad no uniforme con aceleración no uniforme. Se representa con cualquier otra figura.

De esta manera, Oresme contribuyó a la aplicación de la geometría al movimiento. Aunque este autor no identifica su modelo con algún movimiento de la naturaleza, pues no hay una búsqueda para confrontarlo con la realidad física. Muy pronto estas nuevas teorías se transmitieron en los principales centros intelectuales de Europa. Al parecer todos estos estudios eran como *ejercicios lógicos* en la más pura tradición escolástica, siguiendo siempre la doctrina aristotélica de no vincular los diferentes campos de la física y las matemáticas.

3. Las matemáticas en el Medioevo

Europa hasta los siglos X y XI poseía pocos conocimientos de aritmética, las matemáticas de los griegos se conocieron a través de los traductores latinos como Boecio, cuyas matemáticas fueron ampliamente utilizadas hasta el siglo XII. Sus obras carecían de profundidad y algunos resultados eran incorrectos. Sin embargo, una de sus obras fue el texto básico de la aritmética que se enseñó durante casi mil años. Del año 400 al año 1100, aproximadamente, las matemáticas no experimentan ningún progreso. Una de las razones del porqué se da esta situación, es por la ausencia de interés por el mundo físico y material. El cristianismo dictaba sus valores y fines e incluso su modo de vida; la preocupación fundamental era de carácter espiritual, de aquí que la curiosidad o cuestionamiento por razones prácticas eran consideradas frívolos y carentes de valor. Las matemáticas, hasta antes del siglo XII, tenían una intencionalidad espiritual, es decir, eran para tratar asuntos del orden metafísico o teológico, no para cuantificar leyes naturales o para representar geométricamente fenómenos naturales. Lo más racional era que se tomaban las matemáticas como modelo del método axiomático de demostración. Era utilizado como un buen entrenamiento para el razonamiento teológico. El principal problema aritmético de la época estaba vinculado al calendario y en la determinación de forma precisa del día de la Pascua.

La aritmética medieval está constituida por las cuatro operaciones básicas con enteros, en la práctica los cálculos se hacían con varios tipos de ábaco. Los números racionales se utilizaban rara vez y no se tenía idea de los números negativos. En cuanto a los números irracionales, se desconocían totalmente. El método para efectuar operaciones resultaba muy complejo, de ahí que los buenos calculadores, "fueron conocidos en la Edad Media como practicantes de una forma de magia, el *arte negro*".[115]

Los primeros avances de la matemática en la Europa occidental, aparece a principios del siglo XIII, con el primer matemático verdaderamente original de la Edad Media, Leonardo de Pisa, Fibonacci, con su libro *Liber Abaci* (redactado en el año 1202). En esta obra se expone por primera vez el sistema de numeración indo-arábigo. Enseña el método hindú de cálculo con números enteros y fracciones, raíces cuadradas y raíces cubicas; interpreta los números negativos como deuda. También se ocupa del álgebra, en esto, al igual que los árabes utiliza palabras en lugar de símbolos. La influencia de esta obra llega hasta el Renacimiento.

A partir del siglo XII, a la par de las universidades, surgen las escuelas del ábaco, éstas se podrían considerar como las primeras escuelas de formación profesional; en ellas se daban clases a mercaderes y comerciantes, que se instruían en los algoritmos árabes para las operaciones comerciales y se usaba el *Liber Abaci* como texto.

En las matemáticas y física seguía prevaleciendo el esquema filosófico aristotélico: la separación de la física con las matemáticas, dos ramas ajenas que son importantes pero cada una de ellas estudia aspectos diferentes del mismo fenómeno. El dogmatismo en estas ideas se mantiene, al igual que la confianza en las autoridades (principio de autoridad en la ciencia), que eran consultadas constantemente. Las ideas místicas estaban por encima de cualquier sistema físico.

A pesar de lo anterior, los siglos XIII y principalmente el XIV, contribuyeron a un progreso de la lógica y de las matemáticas, pero faltaban dos elementos que eran necesarios para dar a la ciencia un avance decisivo: emancipar por completo el cálculo del lenguaje cotidiano y romper totalmente con la concepción cualitativa de la ciencia. Oxford y Paris fueron protagonistas de estos procesos.

[115] Kline, M. *Op. cit.,* p. 274.

CAPITULO VIII

FISICA Y MATEMÁTICAS EN EL RENACIMIENTO

1. El contexto

La relación entre la física y las matemáticas en el Renacimiento se va configurando paulatinamente de una manera totalmente distinta a como se había establecido en los siglos anteriores, que era de acuerdo a la doctrina aristotélica de no mezclar los géneros diferentes de la física y de las matemáticas. Relación que adquirirá su forma más terminada con Galileo.

En el siglo XV la recuperación de los textos clásicos de Platón, Aristóteles, Hipócrates, Galeno, etc., vía la tradición árabe, está realizada prácticamente en su totalidad. Aristóteles es asimilado y tamizado por el racionalismo cristiano, la escolástica, que tenía como tarea principal participar en la justificación del orden divino del Universo, cuyas características principales eran obtenidas por revelación y se sustentaban en la lógica y la filosofía. Es la lucha entre la fe y la razón, aunque esta última estaba sujeta a la primera. La ciencia cristiana consistía esencialmente en servir como ilustración a las verdades teológicas. La necesidad suprema consistía en justificar las verdades del cristianismo, lo que era considerado como la verdadera finalidad de la existencia humana sobre la Tierra.

No obstante que la razón seguía siendo gobernada por la fe, al final de la Edad Media aparecen importantes desarrollos sobre el estudio de la Naturaleza, la lógica, las matemáticas y la física. Es resultado de una combinación entre Aristóteles y Platón, que aparece entre los eruditos medievales (en Chartres, Oxford y París), lo que será el antecedente inmediato de la física-matemática de Galileo.

Es también la época de importantes fenómenos naturales, sociales y económicos. Todavía se recordaba la epidemia de la peste negra de 1348, que había reducido la población europea a la mitad. En el siglo XV comienzan las grandes exploraciones marítimas del planeta. Es también la época de la revolución copernicana, la cual cambió radicalmente la idea que el ser humano había obtenido hasta entonces del Universo.

Por lo anterior es necesario mencionar mínimamente el ambiente general en el que se da la relación entre las dos disciplinas

La cultura dominante durante la Edad Media se sustentaba en partir de las doctrinas religiosas. Se hacían inseparables la física y la teología, esto daba como producto una ciencia que, como se decía entonces, "en lógica, filosofía natural, filosofía moral y metafísica, se seguirá la doctrina de Aristóteles y también en otras artes liberales."[116]

En esta etapa de transición, entre la visión teológica de la naturaleza y la época moderna, se encuentra el hombre del Renacimiento. Su surgimiento tiene que ver también con el desarrollo de una clase intelectual seglar (intelectuales independientes de la Iglesia), como producto de una clase económica ascendente y urbana (comerciantes, artesanos y banqueros). Ahora la meta de esta clase social es la productividad, la ganancia y el disfrute de la vida, para lo cual es necesario el refinamiento de la técnica. Es el cambio hacia una ciencia utilitaria, en la cual ya no se busca la verdad última en términos metafísicos, sino las explicaciones útiles de los fenómenos.

La característica fundamental de la ciencia que se estaba gestando durante este periodo, entre la ciencia medieval y lo que conocemos como ciencia moderna (siglos XV y XVII) fue el surgimiento de la ciencia útil (ciencia aplicada) contrapuesta a la ciencia pura (ciencia especulativa). Si bien la utilidad había sido excluida de la filosofía de la naturaleza escolástica y tradicional, habría que cambiar la tradición griega de atribuirle escaso valor intelectual a la *techne.*[117] La experiencia práctica va generando un conocimiento técnico, propio de los artesanos. En cambio, el conocimiento científico de la época se genera de la especulación, donde la razón va en

---

[116] Galilei G. *Dialogo sobre los dos máximos sistemas del mundo ptolomeico y copernicano* Alianza Editorial Madrid. (1994), p. XX.

[117] "techne": Aristóteles denominaba así al conocimiento práctico.

búsqueda de las causas finales. Este cambio en el estudio de la naturaleza, tuvo como consecuencia, la progresiva disolución de esta clasificación tradicional. Hay una reconciliación de la *techne* con el conocimiento adquirido por medio de la razón; así lo resume Drake: "De forma más elegante se ha descrito este proceso diciendo que se pasa de la búsqueda de las causas a la búsqueda de las leyes".[118]

No obstante en el Renacimiento existe aún un ambiente cargado de misticismo y superstición. Koyré describe puntualmente el ambiente intelectual de esta época: "[la] del Renacimiento fue una de las épocas menos dotadas de espíritu crítico que haya conocido el mundo. Es la época de la más burda y profunda superstición, una época en la que la creencia en la magia y en la brujería se propagó de manera prodigiosa, más extendida que en la Edad Media".[119] La astrología desempeña en esta época un papel mucho mayor que la astronomía. Dentro de ese ambiente religioso y mágico, la reflexión científica de acercamiento a la naturaleza, se consideraba como otra forma de acercarse a Dios. Ya que Dios había incorporado leyes perfectas en su construcción del Universo, y al hombre le había dado razón para descubrirlas. Como documento de la época se puede citar las palabras de Kepler en su *Armonía del Universo*:

> Te doy gracias a ti, Dios señor y creador nuestro, porque me dejas ver la belleza de tu creación, y me regocijo con las obras de tus manos. Mira, ya he concluido la obra a la que me sentí llamado; he cultivado el talento que Tú me diste; he proclamado la magnificencia de tus obras a los hombres que lean estas demostraciones, en la medida en que pudo abarcarla la limitación de mi espíritu.[120]

Realmente el Renacimiento no fue de inspiración científica, sino más bien un Renacimiento en el humanismo, que impacta sobre todo en las letras y las artes. Por ejemplo en la pintura y escultura, de las representaciones de motivos religiosos, se pasa a la representación de motivos de la naturaleza y escenas de género. Heisenbgerg complementa el comentario acerca del ambiente en general que imperaba durante el periodo de transición entre la Edad Media y la época moderna:

---

[118] Drake S. *Galileo Op. cit.,* p. 27.
[119] Koyré, A. *Historia del pensamiento científico Op. cit.,* p. 41.
[120] Citado por Heisenberg, W. *La Imagen de la naturaleza en la Física actual*. Orbis Barcelona. (1955), p. 4.

> A fines del siglo XVI y a principios del XVII, las ciencias de la Naturaleza se hallaban todavía sometidas en gran medida al influjo de la concepción medieval del Universo, que veía en la Naturaleza ante todo y en primer lugar la obra de Dios.[121]

Para establecer el análisis de la relación entre la física y las matemáticas en este periodo, se considerará, por un lado, el terreno de la astronomía y la física del movimiento y, por otro, el desarrollo de los sistemas numéricos y del álgebra.

2. Crisis del paradigma ptolomeico en el Renacimiento

La astronomía descriptiva era la única ciencia que en esa época había acumulado bastantes datos y también había desarrollado métodos matemáticos (trigonometría) lo suficientemente precisos, lo cual permitió la construcción de hipótesis claramente establecidas y susceptibles de ser comprobadas cuantitativamente. El enfoque es importante desde el punto de vista cosmológico; con Copérnico se sustituye el punto de vista cosmológico por el punto de vista físico. "La Tierra está en el centro del mundo porque por su naturaleza [es pesada] debe encontrarse en el centro. Los cuerpos pesados, van hacia la Tierra, no es porque vayan hacia el centro, es decir, hacia un lugar determinado del Universo; van simplemente porque quieren regresar a la Tierra".[122] En ello da cuenta de que existe un lazo físico, más que un lazo metafísico, aristotélico.

Es notable que el *Almagesto* fuese aún la Biblia de la astronomía hasta principios del siglo XVII, ya que no existía otra obra que fuera tan amplia, detallada y que diera cuenta de los eventos astronómicos de manera tan puntual, como lo hacía la obra de Ptolomeo. Sin embargo, en el siglo XV se manifestó una abierta rebelión debido al descontento que empezaba a suscitar entre los astrónomos la imprecisión y

[121] *Ibid.*, p. 52.
[122] Koyré, A. *Historia del pensamiento científico*. *Op. cit.,* p. 45.

extremada (e inclusive absurda para algunos) complejidad de este paradigma. La crisis inició con los intelectuales árabes y había sido interrumpida al declinar la cultura musulmana.

Esta rebelión se declara abiertamente en la obra de Nicolás de Cusa (1401-1464), un teólogo alemán que llegó a ser cardenal y fue el primero en oponerse a la estructura del universo ptolomeico. En su *De Docta ignorantia*, escrita en 1440 e impresa en 1514, veintinueve años antes que el *De Revolutionibus*. De Cusa afirmó que el mundo no tenía límites y, en consecuencia, ni periferia ni centro. No afirmaba que el Universo es infinito, sino 'tan sólo ilimitado'. Dice en su *De Docta ignorantia*:

> Puesto que la Tierra no puede ser el centro, tampoco puede ser enteramente desprovista de movimiento [...]. Es evidente que la Tierra se mueve en verdad, aunque nosotros no podamos advertir su movimiento, puesto que sólo percibimos el movimiento por comparación con algo fijo.[123]

Nicolás de Cusa no era un astrónomo de profesión y no instituyó ningún sistema, pero su doctrina confirma que mucho antes que Copérnico ya eran seriamente cuestionadas la cosmología aristotélica y el modelo ptolomeico. Nicolás de Cusa murió siete años antes de que naciera Copérnico y éste tuvo conocimiento de la obra del primero.

Otros que conocían la obra del cusano fueron el astrónomo alemán Peuerbach (1423-1461) y su discípulo Johannes Müller de Königsberg (1436-1476), conocido como Regiomontano, quienes suscitaron en Europa la renovación de la astronomía como ciencia exacta. Ambos personajes pertenecen a la transición, con un pie en el Medioevo y otro en el Renacimiento, trabajaban dentro del paradigma ptolomeico, pero conocían y se percataron directamente, pues eran astrónomos profesionales, de lo inapropiado que ya resultaba este modelo. Peuerbach escribió un excelente manual sobre astronomía ptolomeica, pero al mismo tiempo presidía discusiones públicas sobre el movimiento de la Tierra. Regiomontano escribió en sus últimos años sobre el creciente descontento con la astronomía tradicional. Se han perdido sus escritos

[123] De Cusa, N. *De docta ignorantia.* Hypamerica Ediciones argentinas (1984), p. 155.

originales, pero al final de su vida escribió en un pedazo de papel que acompañaba a una de sus cartas: 'Es necesario alterar el movimiento de los astros, a causa del movimiento de la Tierra'. Regiomontano había llegado a las mismas conclusiones que Aristarco y Copérnico, pero su prematura muerte le impidió llegar más lejos. Murió a los cuarenta años, tres años después del nacimiento de Copérnico.

A partir de los primeros esbozos de inconformidad con la cosmología prevaleciente en la época, Copérnico con su *De Revolutionibus* transforma el concepto del Universo que imperaba hasta ese momento. Kuhn comenta: 'Copérnico se propuso incrementar la precisión y sencillez de la teoría astronómica vigente, transfiriendo al Sol muchas funciones, que hasta entonces se atribuían a la Tierra'. Hasta ese momento, la Tierra ocupaba el lugar de privilegio, en el centro del sistema. La astronomía moderna tendrá los resultados más importantes basados en el nuevo estatus, en el que el Sol reemplaza a la Tierra como centro de los movimientos planetarios. (Postulado III): "Todas las esferas giran en torno al Sol, que se encuentra en medio de todas ellas, razón por la cual el centro del mundo está situado en las proximidades del Sol".[124] Sin embargo, Copérnico todavía trata de seguir la línea tradicional de Ptolomeo, donde los planetas cumplían rigurosamente el precepto cosmológico de la circularidad de las órbitas y, sobre todo, donde el dinamismo cósmico descansaba sobre la voluntad de Dios.

El paradigma ptolomeico estaba estrechamente relacionado con el paradigma aristotélico. Este último comprendía una cosmología que se correspondía, esencialmente con una física (teorías acerca del fenómeno del movimiento). Por lo tanto, para poder establecer el modelo heliocéntrico de Copérnico era necesario elaborar una física del movimiento acorde con la idea de una Tierra móvil alrededor del Sol. Debido a esta estrecha interrelación de la astronomía y la física terrestre, para que los astrónomos reelaboraran la astronomía para resolver el problema de los movimientos planetarios con base en la idea de una Tierra en movimiento, no lo hubieran podido lograr sin alterar las bases universalmente aceptadas de la física terrestre.

[124] Copérnico, Digges, Galilei. *Opúsculos sobre el movimiento de la Tierra*. Alianza Ed. México (1988), p. 27.

La astronomía ya no era considerada una rama de las matemáticas y había adquirido autonomía, ya que se fue alejando de su concepción instrumentalista, debido a los desacuerdos que había entre las observaciones y la teoría y, sobre todo, a la ya mencionada complejidad excesiva que presentaba; ahora se encaminaba hacia una concepción más realista. Como resultado de ese mismo proceso también cobró una enorme importancia la física del movimiento. La lucha por el establecimiento del modelo heliocéntrico se dio en dos frentes del conocimiento científico: en la astronomía y en la física el movimiento. Kepler y Galileo fueron de importancia capital en esta lucha.

En 1543, Copérnico recibe en su lecho de muerte un ejemplar de su obra maestra, el *De revolutionibus orbium coelestium*. Pasarían cerca de cincuenta años sin que esta obra provocara la menor conmoción en la sociedad, y sólo hasta entonces el modelo copernicano empezaría a popularizarse y a establecerse definitivamente

En cuanto al impulso de una nueva cosmología, en esta etapa de transición hacia el pensamiento moderno, uno fundamental es proporcionado por Giordano Bruno (1548 – 1600), fiel representante del espíritu romántico renacentista. No obstante sus revolucionarias ideas, acerca de la infinitud de los mundos,[125] éstas no se apartan de la visión aristotélica y mágica, según la cual la filosofía es la ciencia de las causas primeras.

Sin embargo, paradójicamente, la importancia de Giordano Bruno dentro de la historia de la ciencia, radica en la contribución que hace para el derrumbe de la ciencia aristotélica, y lo que ello implicaba: la idea del Cosmos cerrado y jerárquicamente estructurado, conformado por objetos con naturaleza propia y que obedecen a movimientos naturales según esa 'naturaleza'. Bruno confronta las ideas físicas de Aristóteles, dice:

---

[125] Aunque, el precursor de la idea de infinitud es el astrónomo ingles Thomas Digges: "Y sin embargo, como ya se dijo, el gran circulo no es más que un punto, en comparación con la inmensidad del firmamento: de ello puede fácilmente colegirse cuan ínfima es la parte de la creación divina que nuestro mundo elemental y corruptible representa. Pero, aun así, nunca podremos dejar de admirar la inmensidad de todo lo demás…" Copérnico,Digges, *Op. cit.,* p. 61.

> Es completamente falsa la teoría de la gravedad y de la levedad que encontramos en Aristóteles… no se dice grave y leve de los cuerpos naturalmente constituidos, ni tampoco de sus esferas enteras ni de sus partes, si es que conviene al globo terrestre y a todos los astros tener partes constituidas en el mismo lugar.[126]

Las ideas de Giordano Bruno son la visión de la ciencia renacentista: fluctúa entre lo mágico y fantasioso. Si bien es uno de los precursores de la ciencia moderna, ésta queda aún a nivel especulativo. Giordano no es un científico, es más bien un teólogo y filósofo, pero que renueva la antigua visión del Universo, y su visión es contraria a un cosmos finito, jerarquizado, fijo e inmutable. Bruno vislumbra la necesidad de los métodos cuantitativos que se apoyan en la misma noción del universo infinito, a éste sólo es posible conocerlo y desentrañarlo a través del análisis de las relaciones espaciales entre los cuerpos, es decir, mediante relaciones geométricas y matemáticas. Una noción fundamental para la física moderna y que es introducida por G. Bruno es la de sistema físico. Bruno, como ya se dijo, no es un científico, pero esta idea que él introduce revela lo íntimo de la relación entre la física que se está construyendo y sus bases metafísicas.

3. La física del Renacimiento

Una diferencia básica entre la ciencia de la Edad Media y la ciencia del Renacimiento, consiste en que la primera se diluye sin trascendencia por no tener aplicación práctica;[127] el conocimiento cultivado en la primera, se debatía en los ámbitos metafísicos; en cambio, de la segunda se puede decir que forma en principio la ciencia pragmática. Hay un cambio total de intensión de la ciencia de una etapa a otra; en esta

[126] Koyré, A. *Estudios Galileanos*, *Op. cit.,* p. 164.

[127]“Fue Pedro Lombardo [durante la Edad Media] quien planteo el problema al afirmar que la virtud teológica de la caridad podía aumentar y disminuir en una persona y ser más o menos intensa en momentos diferentes …” Crombie, A. C. Op. cit., p. 83.

intención la matemática asume el papel que desde un principio le había ya atribuido Pitágoras para entender la naturaleza.

Leonardo Da Vinci (1452– 1519), es el prototipo del hombre del Renacimiento, en este artista se encarna el espíritu de esta etapa. Como hombre de ciencia, se da cuenta que la mera observación no es suficiente, hasta que no se lleva a cabo sobre un proyecto hipotético y práctico. Las hipótesis se han de verificar en la experiencia. Dice Leonardo:

> Las verdaderas ciencias son aquellas a las cuales la experiencia ha hecho penetrar por los sentidos y que imponen silencio a la lengua de los discutidores y que no alimentan de sueños a sus investigadores; si no que, sobre los primeros, verdaderos y conocidos principios proceden sucesivamente, y, con verdadera continuidad, llegan a conclusiones de índole matemática.[128]

El rasgo distintivo del espíritu de Leonardo es el desapego a la concepción cristiana del Universo, y su combate frontal al principio de autoridad para establecer la verdad, basado en la tradición. Es un hombre de *praxis*, es decir, rescata el valor de la práctica como conclusión de la teoría.

Una de las ramas que desarrolla Leonardo, y la cual será un antecedente de los estudios de Galileo, es el de la mecánica. Con su gran capacidad en la geometría aplicada a la técnica, domina la ciencia del ingeniero. Al respecto, dice Leonardo: "La mecánica es el paraíso de las ciencias matemáticas; porque con ella se obtiene el fruto matemático."[129] Si la matemática de la Edad Media eran juegos retóricos, en Leonardo, las matemáticas son prácticas.

A pesar que en física algunos de sus conceptos son erróneos; por ejemplo, describe la pesantez (gravedad) a veces como una causa y otras como un efecto del movimiento; la velocidad de caída libre de los cuerpos a veces la presenta como proporcional al espacio recorrido por el cuerpo, y en otras al tiempo transcurrido durante la caída. En su búsqueda de sentar bases teóricas matemáticas de la

[128] Da Vinci, L. Breviarios. Cap. 5. Trad. José de España, p. 2.
[129] *Ibid*., p. 9.

dinámica, trata de proporcionar la ley de la aceleración de la caída. Su principio está basado en la teoría del *impetus*, pero aún conserva la idea aristotélica de que es el aire quien acelera al cuerpo, cuando éste es abandonado por el proyector. En su dinámica, la descripción que hace de la trayectoria de un proyectil, consiste en una curva continua.

Entre las ciencias aplicadas que se cultivan en el Renacimiento, la ciencia de la mecánica es una de ellas. El desarrollo de las máquinas y el de la dinámica será utilizado en el 'arte' de la artillería. Estas ciencias, son de hecho objeto de estudio profesional, por parte de técnicos y científicos; están dedicados a resolver problemas prácticos de las empresas más vitales, activas y productivas, como son el comercio y la guerra. Uno de los problemas era el de determinar la trayectoria de un proyectil.

El estudio de la mecánica se produce en un nuevo marco de referencia, proporcionado por la práctica sistemática de la experiencia, que conduce al método experimental y la abstracción matemática. La mecánica desarrollada por los intelectuales renacentistas, era aún una mecánica de transición, esto es, su física partía de la crítica a la mecánica de Aristóteles, pero todos ellos siempre pasaban por los axiomas fundamentales aristotélicos, a saber, la fuerza motriz es proporcional al peso del cuerpo y a la velocidad de éste, y que la aceleración de un proyectil después de abandonar el proyector, se debe al aire. La dinámica desarrollada tanto por Leonardo, Tartaglia, Cardano y Benedetti, todavía no abandona la idea de que es necesario un agente externo para que siga moviéndose un cuerpo. Estos físicos italianos cambiaron progresivamente de las explicaciones físicas cualitativas de Aristóteles, a las formulaciones matemáticas de Arquímedes. Todos ellos son seguidores de la idea del *impetus*, como causa del movimiento y básicamente en esta idea basan su dinámica.

Uno de los problemas dinámicos que Galileo trató de resolver fue el de la trayectoria de un proyectil. Como antecedente se puede recordar a Alberto de Sajonia (1366) que en su tratado sobre el *impetus*, es de los primeros en dividir la trayectoria de un proyectil en tres momentos. i) Un periodo inicial de movimiento puramente violento y rectilíneo, aquí el *impetus* impreso en el cuerpo aniquilaba la gravedad natural; ii) un periodo intermedio de *impetus* compuesto, durante el cual el movimiento era a la vez violento y natural; y seguía una circunferencia y iii) un periodo final de movimiento puramente natural de caída vertical, después de que la gravedad había superado al *impetus* impreso.

Estos mecánicos renacentistas, estudian matemáticamente la trayectoria de un proyectil. Este problema se puso de moda (siglo XVI), cuando se mejoraron los cañones, el alcance aumentaba y hubo necesidad de mejorar la puntería. Las principales ideas dinámicas de los mecánicos del Renacimiento, pasan al conocimiento de Galileo.

Niccoló Fontana (Tartaglia) (1499 – 1557) expone que la naturaleza real era percibida por los sentidos, pero se apartaba de los objetos geométricos, de la demostración geométrica, de tal modo que una partícula por ejemplo, es una cosa material susceptible de ser dividida hasta el infinito, en tanto que un punto geométrico, era indivisible, es una abstracción, al igual que las rectas y planos que se definen sólo a través de las operaciones matemáticas. En su concepción aristotélica sobre el ámbito de las matemáticas, aclara, que la geometría no le interesa lo que existe, la naturaleza real. La matemática sólo interviene cuando se ha hecho abstracción de las propiedades físicas, mediante la medición de sus propiedades físicas: longitud, peso, tiempo. Así, la física podía utilizar la matemática, pero disponía de un campo propio, independiente, no matemático. Tomando como ejemplo el tratamiento matemático que hace de la estática Arquímedes, Tartaglia inaugura el estudio de la trayectoria de los proyectiles en su aspecto puramente geométrico. En su obra *La nova scientia*, (1532) inicia dando una serie de definiciones, le siguen axiomas y juicios comunes de los que finalmente deduce proposiciones de la ciencia nueva. En su tratamiento se desprende de los aspectos metafísicos con que hasta entonces se había tratado la física. En su dinámica excluye las condiciones ambientales, es decir la resistencia del aire (definición primera[130]) como factor determinante en la variación de la velocidad y alcance de una bala de cañón. Tartaglia, divide el movimiento de un proyectil en dos etapas:

---

[130] Tartaglia, N. *La nueva ciencia*. Colección MATHEMA F. Ciencias UNAM (1998), p. 67.

> Y comienzo a investigar la clase de movimientos que pudieran ocurrir en un cuerpo grave, donde encontré que éstos eran dos, es decir, naturales y violentos, y se encuentran que en tanto que accidentes son contrarios. De manera semejante encuentro con argumentos evidentes para el intelecto, que es imposible que el movimiento de un cuerpo grave, sea natural y violento a la vez.[131]

Girolamo Cardano (1501-1576), es otro físico del Renacimiento. Dentro de sus estudios sobre mecánica, emprende el estudio matemático sobre el vuelo de un proyectil. Un discípulo de Tartaglia, que continuó sus estudios sobre la mecánica, es Giovanni Batista Benedetti (1530-1590), maestro de Galileo. Benedetti, plantea dos ideas originales que representan una fuerte crítica a la dinámica aristotélica. La primera concierne a la forma de entender el movimiento circular cuando afirma que éste origina en los cuerpos un *impetus* tendiente a moverse en línea recta (la idea de la fuerza centrífuga). La otra, de mayor trascendencia, se relaciona con la caída libre de los cuerpos y rompe una de las tesis fundamentales de Aristóteles, en el cual afirma que dos cuerpos caen con la misma aceleración con independencia del peso de cada uno de ellos. Las bases de la teoría desarrollada por Benedetti se consideran muy parecidas a las que Galileo expone en 1590, en su obra *De Motu*. Benedetti, logra otro paso más en la concepción de la matematización de la física, que él mismo llama, *filosofía matemática* de la naturaleza. En su amplio trabajo sobre mecánica, introduce la técnica de Arquímedes y hace un esfuerzo por matematizar la ciencia, oponiéndose a la física cualitativa de Aristóteles. Intentó construir sobre las bases de la mecánica estática de Arquímedes una ciencia matemática de la naturaleza. De la teoría aristotélica del tiro, Benedetti dice que "esta teoría no vale nada".[132] No obstante, al igual que sus predecesores (Tartaglia, etc.) se asume como un partidario de la teoría del *impetus*. Finalmente, este físico todavía cree que las velocidades de los cuerpos del mismo volumen, pero de distinta naturaleza (materia), es proporcional a sus pesos. Tomando el argumento de Filopono, demuestra que la velocidad no podía ser infinita en el vacío. Asume que en un proyectil, la gravedad natural no era eliminada

[131] *Ibid.*, p. 61.
[132] Koyré, A. *Historia del Pensamiento Científico,* Op. cit., p. 131.

completamente por el *impetus* del lanzamiento, y siguió a Leonardo, al defender que el *impetus* engendraba movimiento solamente en línea recta: 'todo cuerpo grave, recibe en sí un *impetus*, una impresión de movimiento de forma que separado de la virtud motriz, continúa moviéndose por sí mismo durante cierto tiempo'.

Sobre la caída de los cuerpos, argumenta que si un grupo de cuerpos del mismo material y del mismo peso, que caen una al lado del otro, primero unido, luego separados, concluye que al estar unidos no podía alterar sus velocidades. Un cuerpo que tuviera el tamaño de todo el grupo, caería por tanto a la misma velocidad, que cada uno de sus componentes. Así, por lo tanto, todos los cuerpo de la misma materia, cualquiera fuera su tamaño, caería a la misma velocidad. De los logros de Benedetti está el de demostrar bajo la teoría del *impetus* que el medio no favorece la acción del movimiento, por el contrario, dice, la retrasaría. También observa que los cuerpos homogéneos caen con la misma velocidad, sea cual fuere el peso individual de ellos. Galileo generalizará esta proposición y la extenderá a todos los cuerpos sin distinción de su naturaleza. Benedetti es el antecedente inmediato de la dinámica de Galileo. Pero sobre todo la influencia sobre Galileo radica en la manera resuelta de asumir la filosofía matemática en la ciencia física. Koyré cita a Benedetti, cuando expresa: "Es tal la autoridad de Aristóteles, que es difícil y peligroso escribir algo en contra de lo que se ha enseñado. [Sin embargo], no dudo en decir, en interés común en que me fuerza a separarme de él, es el fundamento inquebrantable de la filosofía matemática."[133]

El *Liber mechanicorum* (*Libro de las mecánicas*), es una obra de Guidobaldo del Monte (1545-1607) escrito en 1577, es una obra sobre mecánica en la cual se la trata con rigor matemático como no se había hecho desde los tiempos de Arquímedes. Galileo al ser amigo cercano de él, se piensa que: 'probablemente aprendió mucho de él'.[134] En este trabajo sobre estática, se prescinde de la dinámica del movimiento. Guidobaldo, al considerar que la potencia que mueve una resistencia es superior a la que equilibra, supuso que a la dinámica y a la estática le correspondían principios

[133] *Ibid.*, p. 140.
[134] Vaquero, J. M. *La nueva física Galileo*. Nivola Libros Ediciones España (2003), p. 20.

distintos. Su tratado se entendió como un retorno a los modelos arquimedianos clásicos de pruebas matemáticamente rigurosas y significó la clave del resurgimiento de Arquímedes. También considera que la mecánica, siendo una ciencia mixta, debe referirse a fenómenos físicos y no debe ser simplemente una ciencia abstracta y contemplativa. Guidobaldo considera que los estudiosos de la mecánica se involucren en los asuntos prácticos concernientes a las máquinas reales; considera la nobleza de esta ciencia, porque, 'Da al hombre el control del reino de la naturaleza'.

El enfoque que utiliza Guidobaldo en su trabajo fue adoptado por Galileo, de hecho, como indica Naylor:

> Es probable que Galileo estuviera familiarizado desde antes de 1601, con la idea de que los proyectiles se mueven en una curva simétrica. La idea fue aparentemente discutida por Guidobaldo del Monte desde antes de 1601, pero evidentemente, aunque algunas evidencias observacionales fueron discutidas, no fueron nada concluyentes. Guidobaldo se refiere a la curva simétrica y establece que podría ser una curva parabólica o hiperbólica.[135]

En su desarrollo trata de llegar a que una fuerza insensible podría poner en movimiento a un cuerpo que está en reposo sobre un plano horizontal. A partir de esto se podría pensar que un cuerpo podría mantenerse indefinidamente en movimiento sobre una superficie horizontal, si se prescinde de la fricción, empujado por una fuerza insensible.

Simon Stevin (1548-1620), da otro paso más en el estudio de la nueva física, en particular de la hidrostática y la estática. En tales estudios, concluye que una masa dada de agua estaba en equilibrio en todas sus partes, porque si no fuera así, estaría en movimiento continuo; así demuestra con ello que la presión de un líquido sobre la base del recipiente que lo contenía dependía sólo de la profundidad y era independiente de la forma del volumen. También realiza el experimento[136] (atribuido a Galileo) de dejar caer simultáneamente dos bolas pesadas, una de ellas, diez veces

[135] Naylor, N.H. "Galileo: The Search for the parabolic trajectory". *Annals of science* 33 (1976), p. 153-173.
[136] "En 1586, año en que Galileo iniciaba su carrera científica, Stevin publicó sus resultados de las pruebas desde una altura de 30 pies, hallando que cuerpos con muy distintos pesos, caen con la misma velocidad". Drake, S. *Galileo: Pioneer scientist*. University of Toronto Press (1990), p. 46.

más que la otra, desde una altura de 30 pies sobre una plancha. Las bolas golpearon al mismo tiempo la plancha y de ello afirma entonces, que sucede lo mismo con cuerpos de igual tamaño, pero de distinto peso, esto es, de diferente material.

4. Las matemáticas del Renacimiento

El auge de los viajes a las nuevas tierras (siglos XV y XVI), impulsa el uso de las matemáticas aplicadas, por ejemplo la trigonometría, ésta es utilizada para la navegación y la agrimensura. Se sistematizan los resultados y se enriquecen las tablas trigonométricas. Hay un exhaustivo trabajo de recopilación, por parte de Johannes Müller, Rhaeticus, F. Viete (1540-1603) y Bartolomäus Pitiscus (1561-1613) -cuyo término ‘trigonometría’, es suyo-. Así, corresponde a este periodo la aparición de una trigonometría sistematizada y revitalizada, que hasta entonces era considerada únicamente como auxiliar de la astronomía. El valor de las matemáticas renacentistas, no es tanto de contenidos originales, sino más bien, es una actividad de recopilación, de métodos y enfoques, pero sobre todo, el hecho importante de vincular las matemáticas con las aplicaciones prácticas. Bajo este enfoque la mejor obra de matemáticas conocida durante el Renacimiento es una obra de Luca Pacioli (1494) escrita en italiano, la *Summa de arithmetica, geometrica, proportioni et proportionalita*. La *Summa* es una compilación de material en cuatro campos: aritmética, álgebra, geometría euclidiana elemental y contabilidad. Es un compendio de trabajos hechos por el autor con anterioridad y recoge el conocimiento general de ese tiempo.

Con la relativa bonanza económica de las ciudades italianas y la evolución del comercio, hubo necesidad de nuevos instrumentos comerciales (letras de cambio e instituciones bancarias). Con este desarrollo económico, las grandes empresas de distribución y comercialización, demandaban personal que supiera leer y escribir, además, que fueran capaces de hacer cálculos de manera ágil y rápida; que efectuaran conversiones de unidades de medida de un país a otro, conversiones de una moneda a otra y cálculos de tasas y aranceles. Nace así la necesidad de popularizar la enseñanza de las matemáticas, para que resolvieran estos problemas prácticos. Las escuelas de ábaco son la respuesta a esta necesidad en el Renacimiento. En ellas, se enseñaban los números indoarábigos y los algoritmos árabes, basados en el papel y pluma, prescindiendo precisamente del ábaco. En estas escuelas acudían empleados comerciales, pero incluso, acudían a recibir instrucción matemática: artesanos, arquitectos, pintores y cartógrafos.

En cuanto a las matemáticas prácticas, los comerciantes italianos, por su posición geográfica, estuvieron más en contacto con los árabes del norte de África, que el resto de Europa, de tal modo que aprendieron a través de ellos, métodos que utilizaban los mismos comerciantes árabes. Éstos, dominaban el sistema de numeración posicional hindú, con lo cual resultaba mucho más práctico el cálculo algorítmico. Este método, facilitaba la elaboración de operaciones comerciales bastante complejas, incluso permitía la supervisión de las operaciones y la detección de posibles errores. A partir del *Liber Abaci*, entre los siglos XIII y XVI, se escriben numerosos tratados con el mismo enfoque. No sólo los maestros, sino también algunos artistas y comerciantes escribieron instrucción de los tratados de ábaco,

Por otro lado, la necesidad de la geometría, es ahora por parte de los artistas y arquitectos, cuando miran a la naturaleza como objeto estético y de él observan que siguen formas y reglas matemáticas (geometría proyectiva). Así es como el acercamiento de las matemáticas a la visión de la naturaleza fue del lado del arte. Para Leonardo Da Vinci esto está claro, para él la pintura es una ciencia porque, 'revela la realidad de la naturaleza'. Con este enfoque general se estudia una gran parte de la geometría.

Entonces, la contribución en las matemáticas renacentista, se localiza más en el ámbito del arte. Grandes artistas se dedicaron a escribir compendios y manuales para la aplicación de la geometría,[137] con ello, resolver problemas propios de la pintura y arquitectura (es la geometría proyectiva). En general, estos artistas carecían de una

[137] "Della Pittura" de Leone B. Albertti; "Trattato de la Pittura" de Leonardo Da Vinci; "De Propesttiva pingendi" de P. de la Francesca; Albrecht Dürer con "Introducción en la medida con regla y compas"

educación escolástica, pues gran parte eran autodidactas, aprendieron matemáticas de esta manera, y esto les permitió ser relativamente libres de los dogmas académicos.

Los europeos de la Baja Edad Media y del Renacimiento adquieren el conocimiento clásico de las matemáticas, por un lado a través de los árabes y por el otro por el acceso directo a los manuscritos griegos, de tal manera que se ven enfrentados al dilema planteado por las dos clases de matemáticas. Las auténticas parecían ser, definitivamente, las de la geometría deductiva de los griegos. Por otra parte, no se podía negar la utilidad y eficacia de la aritmética y el álgebra que había venido desarrollándose desde los tiempos antiguos, pero que carecían de una fundamentación lógica.

El primer problema al que se enfrentaron fue el de, qué hacer con los irracionales. El matemático italiano Luca Pacioli (1445-1514), el destacado monje alemán y profesor de matemáticas en Jenna, Michel Stifel (1486-1567), el físico, matemático y erudito Girolamo Cardano y el ingeniero militar Simon Stevin, utilizaron los números irracionales siguiendo la tradición de los hindúes y los árabes, introduciendo más y más tipos de tales números. Françoise Viête (1540-1603) realizó aproximaciones para el número π por medio de polígonos regulares de 4, 8, 16,… lados inscritos en un círculo de radio unitario. Los números irracionales fueron usados libremente en una de las nuevas creaciones del Renacimiento: los logaritmos por John Napier (1550-1617). Todos los matemáticos dieron la bienvenida a los logaritmos, aun cuando los logaritmos de los números positivos son en su mayoría irracionales, pero fueron bien recibidos por el ahorro de trabajo que aportaban. Los cálculos con irracionales fueron muy utilizados, pero el problema de si los irracionales eran realmente números preocupaba a algunos de los mismos que trabajaban con ellos. Stevin reconoció a los irracionales como auténticos números y los aproximó con números racionales cada vez con mayor precisión. Más adelante otros matemáticos también los reconocían como verdaderos números y trabajaban con ellos pero sin aportar fundamentación lógica alguna.

Los europeos también tuvieron que enfrentarse a los números negativos. Estos números llegaron a ser conocidos en Europa a través de los textos árabes, pero la mayor parte de los matemáticos del siglo XVI y XVII no los aceptaron como números o, si los aceptaron, no los consideraban como raíces de ecuaciones. Nicolás Chuquet (1445-1500) y Stifel en el siglo XVI se referían a ellos como números absurdos. Cardano dio números negativos como raíces de ecuaciones, pero los consideraban soluciones imposibles, meros símbolos. A éstas las llamó ficticias y a las positivas como reales. Viête descartó por completo los números negativos.

Uno de los primeros algebristas que colocó un número negativo en un miembro de una ecuación fue Thomas Harriot (1560-1621), que también era astrónomo, pero no aceptaba las raíces negativas y demostró que tales raíces eran imposibles. Rafael Bombelli (siglo XVI) dio definiciones bastante claras de los números negativos, aunque no pudo justificar las reglas de las operaciones ya que todavía no se disponía de la fundamentación necesaria, incluso para los positivos. Stevin utilizó coeficientes positivos y negativos en las ecuaciones y acepto raíces negativas. En general, no fueron muchos los matemáticos de los siglos XVI y XVII que se sintieron cómodos con los números negativos o los aceptaran y por supuesto no los reconocieron como soluciones o verdaderas raíces de las ecuaciones. Incluso, ya en pleno siglo XVII, Pascal (1623-1662) consideraba la sustracción de 4 a 0 como un absurdo. Decía en sus *Pensses*: ‘He conocido a algunos que no podían entender que al restar cuatro de cero quede cero’.

Algunos de los pensadores más avanzados, como Bombelli y Stevin, propusieron una representación que ciertamente contribuyó a la aceptación final del sistema completo de los números reales. Bombelli supuso que existe una correspondencia exacta entre los números reales y los segmentos sobre una recta (habiendo elegido una unidad) y definió para las longitudes las cuatro operaciones básicas. Consideraba los números reales y sus operaciones como definidos por esas longitudes y las correspondientes operaciones geométricas. De esta forma, el sistema de los números reales fue racionalizado sobre bases geométricas. Stevin era de la misma opinión.

Sin haber resuelto todavía sus dificultades con los números irracionales y los negativos, los europeos aumentaron su pesada carga al tropezar con los que hoy conocemos como números complejos. Estos también fueron objeto de incomprensión durante algún tiempo por los más ilustres pensadores (Leibnitz, Newton y otros). Tal y como ocurrió con los negativos, los números complejos tuvieron muchas objeciones a lo largo del siglo XVIII, pero se utilizaron eficazmente.

Durante los siglos que los europeos lucharon por entender los distintos tipos de números, otro problema lógico de importancia fue también objeto de debate: el de dotar al álgebra de una fundamentación lógica. El primer libro que organizó de forma significativa los nuevos resultados fue el *Ars magna* de Cardano, en el cual mostraba cómo resolver ecuaciones particulares de tercero y cuarto grado. Otro algebrista que había desarrollado fórmulas para resolver una clase particular de ecuaciones de tercer grado fue Nicolo Fontana, mejor conocido como Tartaglia (Tartamudo). Tartaglia era un hábil solucionador de ecuaciones algebraicas y participaba en torneos para resolver tipos particulares de ecuaciones. Durante unos cien años fueron añadiéndose al cuerpo del álgebra una gran cantidad de resultados, pero no había demostraciones de tales resultados. Éstos, ofrecidos por la mayoría de los autores, eran afirmaciones sugeridas por ejemplos concretos. No existía una generalización en la que se abarcaran todos los casos, el álgebra desarrollada por todos los algebristas italianos es del tipo retórico, es decir desarrollada con palabras.

Durante la transición de las matemáticas de la Edad Media al Renacimiento, hay un proceso de transformación paulatina del álgebra; del álgebra retorica (‘algebra de palabras’), al álgebra ‘sincopada’, hasta llegar finalmente al álgebra simbólica.

- El álgebra retórica. Sin ningún símbolo, está escrita con el lenguaje ordinario. Este método es utilizado primordialmente por los matemáticos árabes y por los primeros algebristas italianos (Fibonacci, Pacioli, Cardano).[138]

[138] En la demostración de Cardano de la regla de la ecuación cúbica, “Lo primero que sorprende de la demostración de Cardano es la ausencia total de simbolización –algebraica-, utiliza letras para referirse a las

- Álgebra sincopada. Todo se escribe con palabras, pero ya se utilizan abreviaciones en algunas operaciones; aquí todavía se le llama a la incógnita 'cosa', no hay aún símbolos. El álgebra de Diofanto es por excelencia sincopada.
- Álgebra simbólica. En ésta, todo se expresa con símbolos (incluso los coeficientes). Fue introducida por François Viête[139] (siglo XVI), quien se propuso utilizar vocales para referirse a la 'cosa' –incógnita-, y las consonantes para los números (coeficientes)-, introdujo los símbolos 'p' y 'm', en vez del *plus* (+) y *minus* (-). Se utiliza el lenguaje simbólico no sólo para resolver ecuaciones, sino también para para probar reglas generales. No era, sin embargo, totalmente el lenguaje moderno, como se le conoce actualmente; Viete no incorpora los símbolos $\mathbf{x^2}$ y $\mathbf{x^3}$ a sus expresiones, él escribe '**A cuadratus'** y '**A cubus**', respectivamente.

En la metodología, uno de los pasos en la dirección correcta fue dado por Viête. Desde los tiempos de los egipcios y los babilonios hasta el trabajo de Viête, los matemáticos resolvían ecuaciones lineales, de segundo, de tercero y cuarto grado solamente con coeficientes numéricos particulares, donde eran consideradas diferentes unas de las otras. Por tanto, había muchos casos de ecuaciones del mismo grado y cada una era tratada por separado. La aportación de Viête, consistió en introducir coeficientes literales. De esta forma todas las ecuaciones de segundo grado por ejemplo, podían ser tratadas de una sola vez. Viête llamó a su nueva álgebra *logística speciosa* (cálculo con letras), en contraposición a la *logística numerosa* (cálculo con números). Al hacer la distinción, Viête trazó la línea de demarcación entre la aritmética y el álgebra. Sin embargo, aún no se definía bien, ni se aceptaban, todos los distintos números, así que la aportación de Viête fue de una generalidad limitada; no se había demostrado la validez de las operaciones para todos los tipos de números. El mismo Viête rechazó

figuras pero en ningún momento aparece ninguna ecuación. Todos los pasos del razonamiento están narrados con palabras." Casadelrrey, M. *Las Matemáticas del renacimiento italiano*. Nivola Ediciones Madrid, p. 122.

[139] Viete, no llegó a escribir una ecuación como se escribe actualmente: $3x^2 + 5x = 9$. Él escribiría así: 3 in A cuad + 5 in A plano aequatur 9.

los números negativos y los complejos. Las reglas de las operaciones para los números negativos existían desde hacía unos ochocientos años y daban resultados correctos. Viête no podía oponerse a esas reglas, porque eso era más o menos todo lo que el álgebra tenía que ofrecer en esa época. Pero los números negativos carecían del significado intuitivo y físico que poseían los positivos. Parece claro que no era la lógica sino la intuición, la que determinaba lo que los matemáticos estaban dispuestos a aceptar. No fue sino hasta 1657 cuando John Hudde (1633-1704) aceptó que esos coeficientes literales representaran tanto números negativos como positivos. A partir de entonces, la mayoría de los matemáticos lo hicieron sin reserva.

Otra innovación que dio impulso al álgebra fue el uso de fórmulas algebraicas para representar, en física, cantidades relacionadas entre sí (hoy las llamaríamos 'funciones'). Galileo había introducido la idea de describir el movimiento de los objetos mediante fórmulas (ley de caída libre). La potencia del álgebra fue pronto reconocida hasta tal punto que los matemáticos comenzaron a usarla ampliamente y el álgebra pasó a ocupar una posición preponderante sobre la geometría. Se da un cambio en el enfoque de las matemáticas con respecto a la naturaleza. Se sientan las bases para la ciencia cuantitativa. Lo primordial es que para conocer la naturaleza de manera efectiva, tendría que conformarse con reconocerla en sus aspectos cuantitativos, ya no responde acerca de los fenómenos, el 'porqué', sino en el 'cómo'; para ello se necesitan mejores métodos matemáticos para entender las reglas de la naturaleza.

CAPITULO IX

KEPLER Y EL REENCUENTRO DE LA FISICA CON LAS MATEMÁTICAS

1. Introducción

La metafísica que envolvió la actividad científica de los intelectuales de los siglos XVI y XVII, según la cual Dios había diseñado el universo matemáticamente, hacía posible dotar de un sentido religioso a la búsqueda de las leyes matemáticas de la naturaleza. Kepler, que asumió públicamente su copernicanismo, vio en esto que no había contradicción alguna con las ideas místicas. Es rasgo común que el científico del Renacimiento era un teólogo, cuyo tema era la naturaleza en vez de la Biblia; tanto Copérnico, Brahe, Kepler y Galileo hablan repetidamente de la armonía que Dios imprimió al Universo mediante su diseño matemático.

Kepler no es ajeno a las ideas de su tiempo, donde el ambiente está plagado de animismo, alquimia, astrología, numerología y la brujería misma; éstos constituían gran parte de los argumentos científicos de la época.

Kepler, a final de cuentas pitagórico y, como es común en la época mágica del Renacimiento, es en muchos sentidos también aristotélico. Concibe todavía un Universo limitado por la bóveda celeste y no admite más allá la posibilidad de un espacio con más estrellas. Kepler no se desprende jamás de la idea de un mundo que es expresión del Creador, es esta concepción de un universo limitado y finito, que no le permite franquear los límites de la dinámica aristotélica. Kepler, sin embargo, aun sin saberlo él mismo, le está asestando un severo golpe a la concepción aristotélica del mundo, pues para él el Universo está regido en todas sus partes por las mismas leyes; además, son leyes de índole matemática. En su cosmología copernicana, el Sol representa a Dios, es el Dios visible del Universo, por lo cual es necesario que se encuentre en el centro del mismo Universo. Lo que Kepler aporta como realmente nuevo en la concepción del mundo, es la idea de que el Universo está regido en todas sus partes por las mismas leyes, por leyes de naturaleza estrictamente matemática.

Éste es Kepler, el que se debate entre una ciencia mística y una ciencia moderna.

> Johannes Kepler, Keppler, Khepler, Kheppler o Keplerus, fue concebido el 16 de mayo de 1571, a las 4:37 de la mañana y nació el 27 de diciembre a las 2:30 de la tarde, después de un embarazo que duró 224 días, 9 horas y 53 minutos.[140]

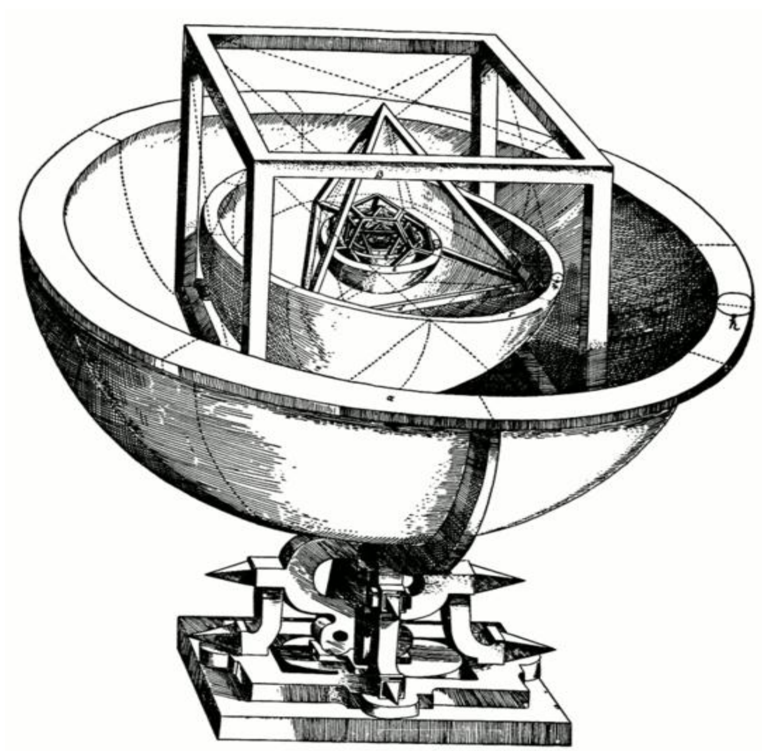
Así, con las palabras propias de Kepler, empieza la biografía que Arthur Koestler realiza del gran astrónomo alemán, quien elaboró su propio horóscopo, y en el cual resalta la importancia que tenían para él los números y la precisión, mostrando además, que creía que la realidad última, la verdad y la belleza radicaban en el lenguaje de los números, contrastando con la forma imprecisa de escribir su nombre.

Kepler fue a la Facultad de artes en la Universidad de Tübingen y se graduó a los veinte años. Ahí conoció a Michael Maestlin, su profesor de astronomía, quien le ofreció el panorama de la astronomía y le dio a conocer la obra de Copérnico. Su vocación lo llevó más tarde a matricularse en la Facultad de Teología, en la cual estuvo durante cuatro años. Luego, antes de aprobar los exámenes finales, le fue ofrecido el puesto de profesor de matemáticas y astronomía ('*mathematicus* de la provincia') en Gratz (ciudad capital de Estiria, Austria). Aceptó con ciertas reticencias, ya que se sentía llamado a los estudios teológicos (a los cuales nunca volvió). A Kepler, además, se le asignó (como parte de las obligaciones que incluía el cargo) un trabajo adicional en Gratz: el de publicar un calendario anual de predicciones astrológicas.

A la edad de veinticuatro años, en julio de 1595, en Gratz, se le aparece como una auténtica revelación divina que el Universo está construido con base en ciertas figuras geométricas, los sólidos pitagóricos. En éstos todas las caras son perfectamente simétricas. Cada uno de estos cuerpos geométricos, puede ser inscrito en una esfera de tal modo que sus vértices se apoyen en la superficie de la misma, y cada uno de ellos puede ser circunscrito en torno a una esfera, de forma que ésta toque el centro de cada una de las caras del sólido correspondiente. Euclides había demostrado que sólo pueden ser construidos esos cinco sólidos. En aquel momento

[140] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 207.

sólo se conocían seis planetas (Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter y Saturno), entre cuyos espacios –pensó Kepler-, se podían insertar los cinco sólidos pitagóricos. Era sumamente difícil de creer que esto fuera producto del azar y no de una disposición divina. Creía que proporcionaba la respuesta a la pregunta del porqué sólo había seis planetas y no veinte o cien. Permitía así mismo comprender el porqué de las distancias entre las órbitas planetarias; éstas debían estar dispuestas de tal manera que los cinco sólidos pudieran encajar exactamente en los intervalos, como un armazón invisible. Dentro de la órbita, o esfera de Saturno, Kepler inscribió un cubo; y dentro del cubo otra esfera que era la de Júpiter. Inscrita en ésta se hallaba el tetraedro, e inscrita en él la esfera de Marte. Entre las esferas de Marte y la Tierra estaba el dodecaedro; entre la Tierra y Venus, el icosaedro; entre Venus y Mercurio, el octaedro (ver figura).[141]



Esquema cosmológico de Kepler.

[141] Koestler, A. Op. cit., p. 227.

El misterio del Universo había sido resuelto por el joven Kepler y, según lo expresa en el *Mysterium Cosmographycum*, estaba convencido de la realidad de su sueño y empezó a trabajar para hallar los datos que lo comprobarían; al intentar ajustar los datos de la órbita de Marte al sistema copernicano (basados en todavía en movimiento circular uniforme), estos nuevos datos colocan la órbita justamente ocho minutos de arco fuera del esquema de Copérnico; esto en un principio lo atribuyó a la inexactitud de los datos que poseía, provenientes de Copérnico y Ptolomeo. Después de un intenso trabajo, habían pasado varios años tratando infructuosamente para adaptarse a varias combinaciones de movimiento circular, incluyendo excéntricas y ecuantes; no le fue posible ajustar los datos de Tycho para los movimientos observados de Marte, en base al esquema copernicano. Ante los hechos cuantitativos, Kepler no quiso ocultar con teorías convenientes los ocho minutos de error, para él significaba que el esquema fallaba para describir el movimiento. Finalmente Kepler trató de representar la órbita de Marte con un oval y pronto se dio cuenta que la órbita podría ser ajustado a una curva como la elipse, cuyas propiedades ya eran conocidas desde la antigüedad (Apolonio siglo III a. C.).

Kepler concluyó que Marte tiene una órbita que es una elipse y que el Sol está en uno de los focos. La excentricidad de la órbita de Marte es tan sólo de casi 0.1. La órbita apenas difiere de un círculo. Es de gran mérito las observaciones de Tycho y la perseverancia de Kepler, y el hecho de que Kepler fuera capaz de determinar que la órbita era una elipse en absoluto. Suponiendo que Marte era un planeta representativo, razonó que las órbitas de todos los planetas (incluida la Tierra), tienen una órbita elíptica. Aquí está contenida la primera ley del movimiento planetario.

Mientras tanto, desvió su atención hacia otro problema y se le ocurrió algo que nunca se le había ocurrido a ningún otro astrónomo: buscar una relación matemática entre la distancia que separaba a un planeta del Sol y el tiempo que necesitaba para completar una revolución. Los periodos se conocían desde la Antigüedad con suficiente precisión y no coincidían con la distancia del planeta al Sol suponiendo el principio del movimiento con rapidez uniforme. Kepler encontró de acuerdo a sus datos, que los planetas se movían más de prisa cuando se encontraban más cerca del Sol y su movimiento se tornaba más lento cuando se alejaba. Kepler se hizo la pregunta de por qué esto era así, junto a la de por qué había sólo seis planetas. La primera pregunta resultó enormemente fecunda y la segunda científicamente estéril. Se trataba no solamente de describir los movimientos planetarios utilizando algún modelo geométrico, sino también de explicar por qué ocurría de esta manera, es decir, asignarles una causa física. Kepler también necesitaba comprender cómo varía la velocidad de Marte en diferentes partes de su órbita. Después de algunos cálculos, él encontró que la velocidad de Marte se acelera a medida que se acerca al Sol y se hace lento cuando se aleja. Kepler imaginó que el Sol y Marte están conectados por una línea recta elástica. Dado que Marte viaja en una órbita elíptica alrededor del Sol, el área barrida en el espacio por esta línea imaginaria en iguales intervalos de tiempo es siempre igual. Esta relación es la segunda ley de movimiento planetario, llamada también la ley de áreas iguales.

La grandeza de Kepler radica en plantearse como objetivo la física del sistema solar. Él es el primero en buscar una ley física universal basada en la mecánica terrestre para comprender el universo total en sus detalles cuantitativos. La obra de Kepler fue mucho más que el simple descubrimiento de las verdaderas leyes descriptivas del movimiento planetario, también hizo las primeras sugerencias de una nueva cosmología física. Su intención es "mostrar que la máquina celeste debe ser equiparado no a un organismo divino, sino más bien [obedeciendo] a un mecanismo de relojería".[142]

Kepler alcanza a comprender que las fuerzas entre los cuerpos son por interacciones mecánicas entre objetos materiales y no por sus posiciones relativas o sus arreglos geométricos, como lo afirmaban Aristóteles, Ptolomeo y Copérnico. La causa física del movimiento, de cada planeta está sujeta a dos influencias contradictorias. Si el Sol regía los movimientos, entonces tenía que ejercer más poderosamente su fuerza sobre el planeta cuando éste estuviera más cerca, y menor

---

[142] Holton, G. "Johannes Kepler's Universe: its physics and metaphysics". *American Journal of Physics*. Vol. 24 (1956), p. 341.

fuerza cuando estuviera más alejado de él. En este punto aceptó la concepción aristotélica acerca del movimiento como proceso que exigía la operación continuada de una fuerza motriz. El tema del magnetismo de la Tierra[143] lo estimuló para dar cuenta de la física del Universo. Con ello se explica la rotación diaria y continua de la Tierra sobre su eje por medio del *impetus* que Dios le había imprimido en la Creación, así crea una teoría de la fuerza magnética que emana de los cuerpos físicos.

2. Astronomía y física de Kepler

Para responder a las objeciones tradicionales a la rotación diaria de la Tierra, Kepler atribuye un *anima motrix* de la Tierra de la cual emanaban radialmente líneas, o cadenas elásticas de fuerza, que él sostenía que eran magnéticas, que arrastraban a la Luna y a todos los cuerpos proyectados sobre la superficie de la Tierra. Líneas semejantes surgidas de las *animae motrices* de Júpiter y Saturno arrastraban a sus satélites, y líneas poderosas del Sol arrastraban todo el sistema planetario cuando el Sol giraba alrededor de su eje. Según esta teoría, la fuerza magnética, que disminuía al aumentar la distancia, hacía que la velocidad de un planeta en su órbita variaba inversamente con la distancia del Sol. La rotación del Sol, haciendo oscilar sus líneas magnéticas en un torbellino, movería los planetas en círculo; la existencia de órbitas elípticas trató de explicarla por las oscilaciones provocadas por la atracción y repulsión de sus polos. Con esto aparece por primera vez una causalidad física del movimiento. La respuesta de Kepler de la causa del movimiento fue que existía una fuerza que radicaba en el Sol, que obligaba a los planetas a girar en torno suyo. Y la causa por la que a veces se movían más rápido y otras más lento era porque había una resistencia a moverse que radicaba en el planeta mismo. Esta teoría es el embrión de la ley de la inercia y de la atracción gravitacional. Es la unión de la física y astronomía, por medio de las matemáticas, después de dos mil años de divorcio. Con Kepler

[143] Pocos años antes, en 1600, William Gilbert había realizado experimentos que demostraban que la Tierra se comportaba como un imán gigantesco.

retorna la figura pitagórica del místico y el sabio, de esta manera expresaba su deseo de "proporcionar una filosofía o física de los fenómenos del cielo en lugar de la teología o metafísica de Aristóteles".[144]

Kepler puede ahora explicar que un satélite es mantenido en su órbita por dos fuerzas, una de atracción mutua radial con el cuerpo central y la otra fuerza del *anima motrix* del otro cuerpo que le impulsa lateralmente. Este esquema es el que hizo que el sistema físico de Newton fuera la vía de acceso para a la unificación de la dinámica terrestre y celeste. El logro inicial de Kepler en esta dirección fue su desarrollo del concepto pitagórico de gravedad, lo consideró como una tendencia que es causada por una atracción real (*virtus tractoria*) ejercida externamente por un cuerpo sobre otro. La innovación consistió precisamente en hacer que la atracción (tanto en la gravitación como en el magnetismo) fuera recíproca y expresarla entonces en forma dinámica. Escribía en la introducción a su *Astronomía Nova*:

> Si uno tuviera que transportar dos piedras a cualquier lugar del universo, muy cercano entre sí pero fuera del campo de fuerza de un tercer cuerpo, entonces esas piedras se reuniría en algún lugar intermedio similar a dos cuerpos magnéticos, la primera se acercaría a la segunda a través de una distancia que es proporcional a la masa de la segunda.[145]

A través de esta teoría, Kepler considera que si la Tierra y la Luna fueran cuerpos análogos como dos piedras, y, "si la Tierra y la Luna no fueran mantenidas, cada una en su órbita, por sus fuerzas animales y otras equivalentes, la Tierra ascendería hacia la Luna $\frac{1}{54}$ parte de la distancia entre ellas, y la Luna descendería hacia la Tierra unas las restantes 53 partes. Pero este cálculo presupone que ambos cuerpos poseen la misma densidad".[146]

[144] Holton, G. *Op. cit.,* p. 345.
[145] *Ibid*., p. 343.
[146] Koestler, A. *Op. cit.,* p. 302.

El tema de las mareas[147] es explicado de dos maneras, una por Kepler y otra por Galileo, sólo que el primero está más cerca de explicar sus causas, cuando dice que la fuerza atractiva de la Luna se extendía efectivamente hasta la Tierra, provocando el flujo y reflujo de las masas marítimas. Galileo le atribuye otra causalidad, lo atribuye básicamente como consecuencia del movimiento de la Tierra, esta idea, como se sabe ahora, es errónea.

Algo que asestó el golpe definitivo a la cosmología ptolomeica, fue cuando determina la órbita de la Tierra alrededor del Sol. Su procedimiento es auténticamente original e ingenioso, el cual nadie se le había ocurrido antes. Su método consistía en ubicarse como un observador ubicado en Marte para describir el movimiento terrestre. Con ello verificó efectivamente, que la Tierra como los demás planetas no giraban con velocidad uniforme. Esto no sólo es un desafío a la tradición ptolomeica sino también al propósito de Copérnico, el cual aseguraba la uniformidad del movimiento planetario. Cuando Kepler logra desembarazarse del antiguo dogma platónico, pudo suprimir los epiciclos que describían el movimiento.

3. Las matemáticas en la física de Kepler

Por otro lado los progresos generales de la tecnología propiciaban un nuevo clima de respeto hacia los datos duros y las medidas exactas. Así por ejemplo, el debate entre el sistema copernicano y ptolomeico ya no se desarrollaba únicamente a partir de argumentos teóricos, sino con base en datos, por lo que tanto Kepler como Tycho, por separado, estaban sujetos al árbitro de las mediciones para comprobar sus teorías. Con Kepler ahora la geometría es la que se sujetará a la armonía de la naturaleza,

[147] El fenómeno de las mareas era visto por los aristotélicos como el único fenómeno cosmológico al que el Filósofo no había logrado dar ninguna explicación. Durante los siglos XVI y XVII la explicación teórica de las mareas representaba un desafío tal para la filosofía natural que el filósofo que lo consiguiera podría estar seguro de adquirir una notoriedad y autoridad considerables, y tal vez esa pudo haber sido la motivación inicial del interés de Galileo por este fenómeno. Hacer de la búsqueda de una prueba del doble movimiento de la Tierra el origen de las investigaciones galileanas sobre las mareas.

obtenida mediante la observación y cuantificación. Holton cita las palabras de Kepler: "Las armonías ya no residen en los números que se pueden obtener de la aritmética sin observación. Las armonías ya no son también propiedad del círculo en mayor medida que la elipse. La armonía está presente cuando una multitud de fenómenos está regulada por la unidad de una ley matemática que expresa una idea cósmica".[148] Esta es una novedosa concepción de la física, que como se ve, busca expresar en última instancia los fenómenos naturales con la idea de leyes matemáticas.

Para Kepler es clara la relación entre la física y las matemáticas, la dimensión entre estos dos campos está dada en función de los datos precisos que se necesitan para dar validez a las hipótesis. Pero sin perder el marco teológico basa la armonía de universo en una Deidad quien sustenta las leyes físicas basadas en el concepto de fuerzas específicas cuantitativas.

Con ese espíritu, Kepler intenta verificar cuantitativamente su modelo de los sólidos pitagóricos con los datos conocidos, y para lograr el ajuste deseado necesitaba tener datos confiables. Sólo había un hombre en el mundo que poseía los datos exactos que necesitaba. Kepler acudió a Tycho para arrancarle las cifras exactas de las excentricidades y las distancias medias, a fin de mejorar su modelo del universo construido en torno a los cinco sólidos. La unión de la obra de estos dos hombres dio por resultado el nacimiento de la astronomía moderna. Kepler publica sus tres leyes de los movimientos planetarios en la *Astronomía nova* (primera y segunda leyes) y en la *Harmonice mundi* (la tercera ley). En este paso de la astronomía ptolomeica a la astronomía moderna (astronomía física) Tycho Brahe juega un papel de primer orden, quien, aunque partidario de la concepción geocéntrica, aportó a la astronomía y a la ciencia en general algo absolutamente nuevo (si se toma en cuenta que para la física aristotélica, lo que prevalecía era lo cualitativo), un espíritu de precisión: precisión en la observación de los hechos, precisión en la cuantificación y la medida que sirva para la observación. Aún no es el espíritu experimental; sin embargo, es ya la introducción en la conciencia de un universo cuantitativo. Según el mismo Kepler,

[148] Holton, G. *Op. cit.,* p. 349.

Tycho ha destruido definitivamente la concepción de las esferas celestes que soportan a los planetas y que rodean la Tierra y el Sol, y por eso mismo ha impuesto a sus sucesores la consideración de las causas físicas de los movimientos celestes.

La explicación de Kepler está guiada por la idea de la explicación causal: si el Sol se encuentra en el centro del mundo, es necesario que los movimientos de los planetas no estén ordenados con relación a él de un modo geométrico u óptico, sino que lo estén también de un modo físico y dinámico. El esfuerzo de Kepler consiste de este modo en encontrar no sólo una concepción astronómica que permita ordenar y 'salvar' los fenómenos, sino también una concepción física que permita explicar por causas físicas el movimiento real de los cuerpos celestes en el mundo. Él es el primero en buscar una ley física universal basada en la mecánica terrestre para comprender el universo total en sus detalles cuantitativos.

Kepler al final lo que hace es sustituir la cinemática abstracta ptolomeica por una dinámica celeste; obtiene como resultado la unificación científica del Universo, es decir la caracterización de la física celeste y la terrestre. No deja de ser paradójico que lo haya hecho con fundamento en Copérnico, quien a su vez, destruyera la división aristotélica de la esfera sublunar y la esfera celeste; pero Kepler aún se sostiene en la fidelidad a la concepción aristotélica del movimiento-proceso. Esta concepción de la dinámica que poseía, marca la diferencia filosófica con respecto a Galileo.

En su *Mysterium cosmographicum*, (publicado en 1596), Kepler reseña cómo llega a desentrañar el 'misterio del cosmos', no obstante que su idea (el Universo está construido en torno a sólidos platónicos que forman una especie de esqueleto invisible), aunque poética, está totalmente equivocada, sin embargo es la que finalmente le habría de conducir a las leyes que contribuye a la demolición de la antigua concepción del Universo a base de ruedas y al nacimiento de la cosmología moderna. Kepler narra:

> Al cabo de unos pocos días todo encajaba en su lugar. Vi cómo, uno tras otro, los sólidos simétricos encajaban tan perfectamente en las órbitas adecuadas que si un campesino preguntara de qué tipo de gancho están colgados los

> cielos para que no se caigan, resultaría muy fácil explicárselo, ¡a Dios![149]

El periodo más fructífero de Kepler fue de 1601 a 1612, fue nombrado *matematicus*, en sustitución de Tycho Brahe. En este periodo hace aportaciones en el campo de la óptica y funda una nueva ciencia: la óptica instrumental. Su *magnum opus*, publicada en 1609, lleva el significativo título de *NUEVA ASTRONOMÍA basada en la causalidad/ o FÍSICA DEL CIELO/fundada en las observaciones del noble TYCHO BRAHE*. Contiene las dos primeras de sus tres leyes del movimiento planetario:

- Primera ley: Los planetas se mueven alrededor del Sol, en órbitas elípticas, uno de cuyos focos lo ocupa el Sol.
- Segunda ley: Los planetas no se desplazan por sus órbitas a velocidad uniforme, sino de tal manera que una línea trazada desde el planeta hasta el Sol barre siempre áreas iguales en tiempos iguales.

Kepler descubre que la armonía reside en el hecho de que las relaciones son cuantitativas y que éstas subyacen en todo acto de la naturaleza. Busca las relaciones numéricas en el reino celestial. Este rasgo de su física es más prominente en la última obra, la *Harmonice Mundi* (1619), donde es enunciada la tercera ley del movimiento planetario, sin ningún intento de deducirla a partir de principios mecánicos. No hay manera de obtener los 'dispositivos' mecánicos del universo, pero al menos puede dar sus ecuaciones de movimiento. Es un gran triunfo personal cuando encuentra finalmente la relación algebraica simple entre los tamaños de las órbitas de los planetas y sus periodos siderales. La manera de expresarla es con la ecuación:

- Tercera ley de movimiento planetario: $T^2 = \boldsymbol{K}a^3$

Donde T representa el periodo sideral del planeta, a es el semi eje mayor de su órbita y **K** es una constante numérica cuyo valor depende del tipo de unidades elegidas para medir tiempo y distancia. Para obtener esta ley, no fue necesario para Kepler conocer

[149] Koestler A. Op. cit., p. 228.

la distancia real de los planetas al Sol (en kilómetros), únicamente en unidades terrestres.

Buena parte de su obra *Harmonice Mundi* trata de los intentos de Kepler para buscar relaciones numéricas en el sistema solar con la música. Trató de derivar notas musicales interpretadas por los planetas cuando se mueven armoniosamente en sus órbitas. La Tierra, según Kepler, toca las notas mi, fa, mi que él tomo para simbolizar, 'miseria, hambre, miseria' de nuestro planeta.

Kepler tiene clara la relación entre la física y las matemáticas, la dimensión entre estos campos está dada en función de los datos precisos que se necesitan para dar validez a las hipótesis.

Kepler se encuentra en la encrucijada de los siglos XVI y XVII, su ciencia no está exenta de un claro misticismo, su versión final de la física celeste es heliocéntrica en cuanto a su cinemática, pero teocéntrica en su dinámica, en la que su cosmos basado en parte en las propiedades de la Deidad sirve para complementar las leyes físicas basadas en el concepto de fuerzas cuantitativas específicas.

Pero finalmente las leyes de Kepler resultan un paradigma en la historia. Éstas fueron las primeras 'leyes naturales', en el sentido moderno: afirmaciones precisas y verificables acerca de las relaciones universales que gobiernan fenómenos de la naturaleza, expresados en términos matemáticos. Estas leyes separaron la astronomía de la teología y la unieron con la física.

4. Consideraciones finales

Las matemáticas que se requerían para demostrar las leyes del movimiento planetario (Geometría analítica y Cálculo) Kepler no las tenía. Hasta la llegada de Newton con sus nuevos métodos matemáticos y sus leyes de la física universal se pudieron demostrar formalmente las leyes de Kepler.

Aquí tenemos un caso en el cual queda de manifiesto que el desarrollo científico no siempre está regido por la lógica y la racionalidad. Kepler es uno de los fundadores de la ciencia moderna y obtiene sus leyes empíricas a partir de una idea errónea, que es la de creer que el Sistema Solar está constituido con base en los cinco sólidos pitagóricos. Newton (1642-1727), una generación científica después de Kepler (1571-1630), llega al descubrimiento de la ley de la gravitación universal utilizando las leyes de éste último. Luego, matemáticamente, se puede deducir las leyes de Kepler a partir de la gravitación de Newton.

Se tiene entonces, que si se niega –absurdamente- el carácter histórico del desarrollo científico, se puede eliminar la figura y obra de Kepler, entonces se estaría ignorando el 'menudo detalle' de que Newton, para llegar a su ley de la gravitación universal, utilizó las leyes empíricas de Kepler.

Como ejemplo de lo anterior, se deduce a continuación la tercera ley de Kepler a partir de la ley de la gravitación universal de Newton y de paso se ilustra el grado creciente de matematización en la física (donde uno de sus iniciadores es precisamente Kepler).

La interacción gravitacional entre dos cuerpos puede expresarse por una fuerza de atracción central proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa. Esta ley se puede expresar de la forma:

$$\vec{F} = -G\,\frac{M_S\,M_p}{r^2}\,\hat{r}\,. \qquad (1)$$

Ahora consideremos un planeta de masa M_p que se mueve alrededor del Sol, de masa M_S en una órbita circular. De tal modo que la fuerza gravitacional sobre el planeta es igual a la fuerza centrípeta necesaria para que mantenga su movimiento circular:

$$G\,\frac{M_S M_p}{r^2} = \frac{M_p v^2}{r} \qquad (2)$$

Pero la velocidad orbital del planeta es

$$v = \frac{2\pi r}{T} \quad \text{(donde } T \text{ es su periodo),} \qquad (3)$$

Sustituyendo esta última en (2), queda la ecuación:

$\frac{GM_S}{r^2} = \frac{(2\pi r/T)^2}{r} = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \frac{1}{r}$, ahora despejando T^2

$$T^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right) r^3 \qquad (4)$$

Del cual, $K = \left(\frac{4\pi^2}{GM_S}\right)$ es una constante. La ecuación (4) queda finalmente como:

$$T^2 = Kr^3$$

que se reconoce como la *Tercera ley de Kepler*, y es válida para cualquier planeta. Es notable que Kepler haya obtenido ésta relación de manera totalmente empírica.

CAPITULO X

LA FÍSICA- MATEMÁTICA DE GALILEO

1. El contexto

La tarea intelectual del Renacimiento consistió fundamentalmente en redescubrir y dominar el mundo del arte y el de la naturaleza. En este periodo se rompe cualquier obstáculo para tratar todos los terrenos del conocimiento, no hay límites; se da rienda suelta a la imaginación, inclusive a la magia. Esta capacidad de ampliar la visión del mundo y ampliar sus intereses, es propia del espíritu del Renacimiento. Un representante típico de este hombre renacentista es Leonardo da Vinci (artista, literato, científico, ingeniero, inventor). Los máximos logros intelectuales de esta época son, por un lado, la creación del sistema heliocéntrico por parte de Copérnico, y por otro, la creación de la primera descripción anatómica completa del cuerpo humano en *De Humani Corporis Fabrica*, de Andries van Wesel (1514-1564). Ambas obras salen a la luz el mismo año (1543) y constituyen las primeras versiones del mundo en que se podían representar las esferas celestes y el cuerpo humano con una visión fuera de la autoridad académica. Es el auge de los talleres y escuelas técnicas como centros de enseñanza; de ahí salen los mejores profesionista, técnicos y artesanos.

Si bien -para algunos- fue dentro de la filosofía donde inicia la crisis[150] por el cambio de la vieja visión del mundo, es la astronomía la que se encargará de conmover los cimientos de las ideas establecidas por más de mil años, cultivadas y reverenciadas durante la Edad Media. Aunado a lo anterior, otro factor intelectual surge en el enfoque de la ciencia. Se re-descubre el camino mostrado por Arquímedes, pues en 1543 ya se dispone de traducciones de Arquímedes al italiano, hechas por

[150] "Es cierto que fue la concepción de Nicolás de Cusa la que inauguró el trabajo destructivo que lleva a la demolición del cosmos bien ordenado, poniendo en el mismo plano ontológico la realidad de la Tierra y la de los cielos". Koyré A. *Historia del Pensamiento Científico. Op. cit.,* p. 45.

Tartaglia. Arquímedes había mostrado la capacidad de las matemáticas en la investigación experimental, aplicando su método a la mecánica estática y con ello dar inicio a la geometrización del espacio. La pauta lo marca en la obra *Sobre el equilibrio de los Planos*.

Se ha mencionado en capitulo anterior que la física aristotélica del movimiento local estaba íntimamente ligada con la cosmología que consideraba a la Tierra inmóvil en el centro del Universo y que existían dos físicas diferentes, una para el mundo sublunar y otra para las regiones celestes. Así también, hay que recordar que la física aristotélica, en general, es una física de cualidades, en donde matemáticas y física no tienen ninguna relación. Puesto que la física aristotélica daba explicaciones para el movimiento local que no eran satisfactorias, los especialistas desarrollaron teorías alternativas para explicarlo, pero éstas siempre fueron hechas desde el interior del estricto marco general de la filosofía del Estagirita.

En la obra de Galileo Galilei está implícito el grado de desarrollo del quehacer científico de los siglos XVI y XVII, se puede decir, que la ciencia galileana es de algún modo la representación de la Revolución Científica que se lleva a cabo en aquellos siglos. Su obra la hemos de ubicar en el punto de convergencia de tres tradiciones culturales que constituyeron el marco dentro del cual se dio dicha revolución: la organicista, la neoplatónica y la mecanicista.

La organicista tiene su origen en Aristóteles e incluye a Ptolomeo. Esta tradición es la que aparece y se desarrolla dentro de las universidades; en éstas el desarrollo del pensamiento se ceñía a la doctrina general escolástica. La doctrina que surge en contraposición a la organicista, es la neoplatónica, que se remonta al pensamiento de Pitágoras, Platón y los neoplatónicos posteriores; tiene su origen en el humanismo literario y artístico, que se desarrolló principalmente en la academia florentina de Marsilio Ficino como su principal exponente. El neoplatonismo influenció grandemente a pensadores como Copérnico, Kepler y Galileo, así como a matemáticos como Tartaglia y Osticlio Ricci, este último fue quien introdujo a Galileo en el estudio de las matemáticas. Finalmente, la tradición del mecanicismo que se desarrolló en los talleres de los escultores, pintores, arquitectos e ingenieros, los trabajos del artesano se desarrollan fuera de las universidades, academias y las cortes. Significa que el interés volvió el rostro a las necesidades productivas de la época; se debaten los temas de interés técnico y práctico. En este ámbito, bajo la tutela de Andrea Verrochio (1435-1488), creció uno de los grandes ingenieros renacentistas, Leonardo da Vinci (1452-1519). Galileo mismo vivió esta tradición en los impresionantes astilleros venecianos. Entre otros méritos, los mecánicos rescatan la figura del más celebre ingeniero y matemático de la antigüedad, Arquímedes. Este último ejerce su influencia sobre los matemáticos renacentistas (Cardano, Vieta, etc.) y a tutores directos de Galileo como el ya mencionado Ostilio Ricci, Benedetti y Guidobaldo dal Monte. La estática, la ciencia de los cuerpos en equilibrio, quedó establecida desde la Antigüedad como disciplina en forma rigurosa y matemática. De tal forma que el enfoque arquimediano tendrá el impulso con estos mecánicos italianos. Pero es Galileo, formado también en la escuela de Arquímedes, quien logra conectar la tradición estática con la dinámica; consciente de la posibilidad de fundamentar rigurosa y geométricamente el estudio del movimiento bajo la línea de Arquímedes. De este modo conduce la matemática renacentista a una efectiva descripción de la naturaleza. Es el camino que sigue la construcción de la nueva física.

Varios predecesores de Galileo, que criticaban fuertemente la teoría de Aristóteles del lanzamiento de proyectiles, continuaron los estudios de los nominalistas parisinos (siglo XIV) e introdujeron elementos de la matemática y la hidrostática arquimediana, así como los conceptos de peso absoluto y peso relativo. Sin embargo, era tal el poder intelectual y autoridad del gran filósofo griego, que todas las críticas a su teoría del movimiento no bastaban hasta este momento para romper el marco general de su doctrina.

Los problemas en conflicto en la dinámica entre los filósofos naturales del Medioevo (Jean Buridan (1300-1358), Nicole d' Oresme (1323-1382), Alberto de Sajonia (1316-1390), Leonardo Da Vinci (1452-1519) y Gianbattista Benedetti (1530-1590), y la física aristotélica, son los que atañen al lanzamiento de proyectiles y la caída de los cuerpos. Los eruditos medievales enfrentaron un problema difícil, puesto que confundían el concepto aristotélico de 'tendencia' con el de 'fuerza'; la interrogante era, ¿cómo es posible que una causa constante como lo es el peso, produjera un efecto variable, como el cambio de velocidad?, ¿cuál era el origen de esta aceleración? Los comentaristas escolásticos resolvían el dilema de dos maneras: a) unos, lo atribuían a la disminución de la resistencia del medio; b) otros, los partidarios de la física del *impetus*, buscaban la solución en la variación de la fuerza motriz, es decir, el *impetus* que anima al cuerpo. Se pensaba que el cuerpo mismo adquiría una cierta impetuosidad al caer y esta impetuosidad del movimiento, sumada al *impetus* natural de la pesantez, explicaría el aumento de la velocidad.

Existe toda una teoría basada en el concepto del *impetus*, por medio del cual, Benedetti explica el lanzamiento.[151] Su explicación consiste en una combinación de tres líneas del pensamiento en boga en la época, respecto al problema del movimiento: la tradición aristotélica, la tradición parisiense e incluye una tradición más reciente, la física arquimediana. Los mecánicos renacentistas obtienen de Arquímedes lo mejor de su pensamiento científico; pero todos ellos, como el mismo Benedetti, aún no abandonan la cosmovisión aristotélica.

Galileo inicia sus estudios del movimiento en el punto donde habían llegado los seguidores de la teoría del *impetus* medieval. Concretamente estudia el fenómeno de la caída de los graves y el lanzamiento de proyectiles. Estaba consciente también de la estrecha relación que había entre la física y la cosmología; si quería convencer a sus contemporáneos de la teoría heliocéntrica, tenía que construir una física acorde con la idea de una Tierra en movimiento.

---

[151] Dice Benedetti: "éste *impetus impressus* decrece continuamente, y poco a poco se introduce la inclinación de la gravedad, lo cual combinándose con la impresión hecha por la fuerza, no permite que la línea AB siga recta durante mucho tiempo, pronto se hace curva, porque el cuerpo en cuestión está movido por dos virtudes, una de las cuales es la violencia impresa, y la otra, la naturaleza, …". Koyré, A. *Estudios Galileanos*. *Op. cit.,* p. 41.

2. Galileo y los primeros esfuerzos en la construcción de la física-matemática

Galileo Galilei (1564-1642) aprende de primera mano la dinámica de Benedetti. Éste, como ya se mencionó, es un resuelto partidario de la física parisiense y manifiesta que la teoría aristotélica del lanzamiento carece de valor alguno. Para el mecánico italiano, el movimiento es efecto de la fuerza (*impetus*) comprendida en el móvil y su espacio, el cual ya no es un espacio físico sino geométrico. Para él, el movimiento en el vacío es perfectamente admisible, algo contrario a las enseñanzas de Aristóteles. De este modo, Galileo profesa en su juventud las teorías del *impetus*. El pensamiento de Galileo durante este tiempo es todavía en gran medida influenciado por elementos aristotélicos y medievales; más tarde, en su afán de matematizar la dinámica, abandona estas primeras ideas sobre el *impetus* cuando llega a contradicciones con este concepto. De las ideas de los nominalistas conserva, sin embargo, algunas como la 'regla del grado medio' y la representación del triángulo, que le serán de ayuda cuando trata de resolver su ley de la caída de los cuerpos. El problema de la dinámica que trató de resolver Galileo con un enfoque diferente, fuera del marco conceptual aristotélico, fue precisamente el de la trayectoria de un proyectil.

Así, el *impetus* es punto de partida en la dinámica de Galileo para la explicación de la naturaleza. Esta teoría concibe el movimiento como el efecto producido por una causa interna del móvil; la fuerza impresa al móvil, surge a partir del motor externo (por ejemplo el choque), al persistir en el cuerpo movido, se explica la continuación de su movimiento. Esta teoría conceptualmente muy elaborada por los nominalistas parisienses, era bastante popular entre los pensadores del siglo XVI. Incluso a finales de este siglo, aun con todas las críticas y explicaciones alternativas a la teoría de Aristóteles sobre el movimiento, no existía ninguna teoría que pudiera rivalizar con su explicación global del Universo. Todas las teorías y explicaciones alternativas surgieron de los restos del pensamiento aristotélico, desgarrado por la crítica escolástica y representaron el telón de fondo que posibilitó el desarrollo conceptual en el siglo XVII. Ahora bien, ¿cuál fue la diferencia entre lo que hacían los mertonianos y parisinos y la actitud de Galileo, si utilizaban prácticamente las mismas definiciones, en sus respectivos análisis del movimiento? ¿Y por qué las explicaciones de mertonianos y parisinos no sustituyeron a las teorías aristotélicas, si sus explicaciones del movimiento eran, con mucho, mejores que estas últimas?

En un principio Galileo hizo su análisis del movimiento de manera similar a como lo hacían los pensadores medievales (con la 'regla mertoniana' de la velocidad media uniformemente variable), utilizaba mucha de las argumentaciones ya hechas por los nominalistas y los filósofos de la teoría del *impetus*. La diferencia es que cuando Galileo aplicaba la regla mertoniana, estaba describiendo cómo caen 'realmente' los cuerpos. La naturaleza de la transición que hizo la diferencia entre la revolución científica y la ciencia medieval radica fundamentalmente en el papel que juegan las hipótesis y la explicación en la ciencia. Con ello no se trata ya de salvar las apariencias, sino de plantear hipótesis verdaderas respecto a la realidad del mundo físico. En este sentido, es muy diferente el uso que los eruditos medievales hacían de las matemáticas -para ellos sólo eran ejercicios lógicos- con el uso que Galileo hacía de ellas y que se refieren al mundo físico. También es muy diferente la actividad empírica que los eruditos medievales llevaban a cabo, comparada con la interrogación metódica de la naturaleza que realiza Galileo, ella es la base del experimento moderno.

Inicialmente para Galileo, la caída de un cuerpo se efectúa debido a una fuerza constante, su peso (o gravedad), por lo tanto, ésta no puede tener otra velocidad que la constante. La velocidad no está determinada por algo exterior al cuerpo, sino que es algo inherente y propio del objeto. Así, a un cuerpo con mayor peso le corresponde una mayor velocidad. De esta manera –señala en *De Motu*- la velocidad de caída de un cuerpo es proporcional a su peso y de un valor constante para cada uno. Sin embargo, Galileo estaba obligado a reconocer que una piedra que cae lo hace cada vez más rápido, y esta aceleración ocurre hasta que el cuerpo adquiere su velocidad característica; a partir de este momento su movimiento se efectúa con una velocidad constante; esta velocidad –como ya se señaló-, está en función del peso, pero no del peso absoluto sino del peso específico de los cuerpos. Un pedazo de plomo caerá más rápido que uno de madera, y dos pedazos de plomo caerán con la igual velocidad. Más aún Galileo introdujo en su física que no se trata del peso específico absoluto de los cuerpos, sino de su peso específico relativo.

Hahn nos habla acerca de los primeros esfuerzos de Galileo para entender el fenómeno del movimiento:

> Los primeros esfuerzos en Pisa (1589-1592) para comprender el fenómeno del movimiento son los temas de los escritos en *De Motu*. Lo central de la explicación de Galileo son dos conceptos subyacentes, uno de velocidad específica uniforme básica de caída y otra, una fuerza impresa que se cuentan para los movimientos no uniformes observados en la realidad. La velocidad específica uniforme de los objetos depende del medio en el que el objeto se mueve y es determinada, por la diferencia de las densidades entre el objeto y el medio.[152]

El propósito explícito es analizar y criticar la doctrina aristotélica acerca de los movimientos naturales y violentos. Empleando métodos de análisis tomados tanto de la estática como de la hidrostática de Arquímedes, Galileo intentó construir una dinámica general, válida para todo tipo de movimientos. No obstante, sigue sus estudios sobre la caída de los cuerpos. La velocidad de caída de los cuerpos, entonces, no está definida por su peso absoluto, sino por el específico y el relativo. Estas precisiones permitieron a Galileo trascender el aristotelismo y la dinámica del *impetus*, al hacer la sustitución de la contraposición de cualidades (levedad y gravedad) por una escala cuantitativa, y este método cuantitativo le fue proporcionado por la hidrostática de Arquímedes: un trozo de madera, la fuerza (y la velocidad) con la cual desciende o sube un objeto, está en proporción a la diferencia entre el peso específico del objeto y el peso de un volumen del medio que es desalojado por el mismo cuerpo. De lo anterior, concluye que no hay cuerpos leves, todos son graves. En la física galileana, el fenómeno de la caída representa un papel de primer orden.

A partir de aquí Galileo comenzó a construir la nueva física, donde el único movimiento natural que se reconoce es el de los cuerpos pesados que son atraídos

[152] Hahn, *A. "*Pendulum Swing again: A Mathematical Reassessment of Galileo's Experiment with inclined planes". *Archives for history of exact science* (2002), 56 p. 339-361.

hacia abajo. La distinción entre el peso absoluto y relativo, y la repetida afirmación de que la velocidad de caída de un cuerpo está en función de su peso relativo en un medio determinado (y no de su peso absoluto), conduce a la inevitable conclusión de que es en el vacío, y sólo en él, donde los cuerpos tienen un peso absoluto y todos caen con la misma velocidad. Ésta es la mitad de la ley de la caída de los cuerpos. La otra mitad es cuando establece que la distancia recorrida es proporcional al cuadrado del tiempo, relacionando así dos cantidades físicas matemáticamente.

Para llegar a lo anterior, Galileo da un paso más que Benedetti, comienza a emplear en su análisis del movimiento, la abstracción, es decir, se sitúa fuera de la realidad. Cuando impone condiciones para estudiar el movimiento: un plano totalmente pulido, una esfera totalmente esférica, ambos absolutamente duros; no son cosas que existan en la realidad física. No son conceptos extraídos de la experiencia, son conceptos que se les suponen, es decir, abstracciones. Por lo que es de esperarse que la realidad extraída por nuestros sentidos, no concuerdan del todo con la deducción, sin embargo es a partir de esta abstracción, lo que nos permite comprender y explicar la naturaleza.

Cuando Galileo se propone así mismo el estudio matemático de un movimiento real, propio de la naturaleza, como objeto de estudio, prescinde de las causas últimas y profundas de tipo metafísico. Su ruptura con la tradición está en camino. Se va conformando un nuevo tipo de ciencia, en el que el estudio de los fenómenos físicos no es necesario que vaya acompañado de las causas.

3. El papel de la experimentación en el desarrollo de la física-matemática

Diversos autores coinciden en llamar a Galileo el 'padre de la metodología experimental', ¿pero qué tanto esta metodología experimental se relaciona con las matemáticas para conformar lo que en la actualidad llamamos física moderna?. Álvarez G. menciona: "Para fundamentar su cinemática, Galileo necesitaba demostrar empíricamente algunas proposiciones que sirvieran de base a los principios con los cuales habría de construir la nueva ciencia".[153]

La física moderna se funda no únicamente a partir de argumentaciones lógico-matemáticos, sino también de la experimentación, y con ello se lograría dar consistencia real a los principios y teoremas de esta nueva ciencia. Al respecto, Settle nos recuerda lo que el mismo Galileo manifestaba en torno a la experimentación, "en aquellas ciencias donde la demostración matemática, tal como el caso de la perspectiva, astronomía, mecánica, música y otros, los principios, una vez establecidos por experimentos bien elegidos, se convierten en los fundamentos de la superestructura total",[154] es decir, se conforma en una teoría.

Como ya se dijo, Galileo representa por excelencia al científico del Renacimiento tardío. Su compromiso con las nuevas ideas recogidas por sus predecesores no le impiden afrontar nuevas ideas con sus propios recursos, quizá poco rigurosos técnicamente pero sí eficaces.

En contra de lo que Koyré planteaba en sus estudios, acerca de que Galileo realmente era un físico teórico (un Galileo que reivindica un matematismo platónico), y que "los experimentos a los que apela, -o apelará más tarde- Galileo, incluso los que realmente ejecuta, no serán otra cosa que experimentos mentales",[155] diversos autores (S. Drake., Naylor R.H., y Settle T. entre otros) han demostrado, con el descubrimiento e interpretación de las hojas manuscritas de los trabajos de Galileo (conocidos como folios), que durante el periodo paduano (1592-1609) había desarrollado gran parte de su teoría de los proyectiles. Precisamente Drake descubre que:

> Durante los años 1602 a 1608 Galileo desarrolló varios teoremas concernientes al movimiento de caída libre vertical a lo largo de un plano inclinado y en combinación de dos movimientos. Fue durante este periodo que experimentó con un plano nivelado real. En el documento llamado f.117

[153] Álvarez G. J. Y. Posadas V. "La obra de Galileo y la conformación del experimento en la física". *Rev. de la Soc. Méx. de Física*. 49 (1), 2003 62-72., p. 63.
[154] Settle, T. B. "An experiment in the history of sciences", *Sciences*, vol. 133. January 1961. p. 19
[155] Koyré, A. *Estudios Galileanos.* Op. cit., p. 71.

> en el vol. 72 en los manuscritos de Galileo en una serie de números decrecientes se ve a lo largo de la línea horizontal central [...]. Los números probablemente representan la distancia recorrida por la bola en sucesivos tiempos iguales después de que le han dado un empujón inicial a lo largo de un canal en un plano nivelado.[156]

Unánimemente se tiene ya aceptado que Galileo sí desarrolló minuciosas investigaciones experimentales, con los que fundamenta sus avances teóricos.[157] El estudio de los folios 114r y 116v han dejado en claro la evidencia de una primera experimentación de la serie en el que Galileo estudió la trayectoria de los proyectiles.

El carácter de la nueva ciencia que inaugura Galileo se funda en la comprobación empírica sistematizada (propiamente la experimentación moderna), de los principios físicos. Una de estas prácticas experimentales la realiza alrededor de 1600 a instancias de Guidobaldo del Monte. Este experimento confirmará la forma de la trayectoria seguida por los graves al caer después de rodar por un plano inclinado. Desde luego los resultados que obtiene a partir de su práctica experimental difieren de los resultados teóricos en el cual se supone condiciones ideales (plano liso sin fricción, bola perfectamente esférica). Es bajo estas condiciones que lleva a cabo su análisis matemático ideal, sin considerar la situación real (plano rugoso, bola esféricamente imperfecta, etc).

Galileo está iniciando la construcción de la nueva física con la matematización que la acompaña. Sin embargo no está exento de errores, pues considera que una bola rodando sin resbalar es lo mismo que un bloque deslizándose sin fricción hacia abajo del plano. Esto es, no toma en cuenta el factor de la rotación de la esfera y piensa que su movimiento es de traslación pura. Afortunadamente la diferencia entre ambos casos es sólo de un factor numérico para la relación entre la velocidad del cuerpo respecto al tiempo transcurrido, y lo mismo para la relación entre la distancia recorrida y el tiempo. Este factor era imposible que Galileo lo conociera.

---

[156] Drake S., McLachlan, J. "Galileo's Discovery of the Parabolic Trajectory". *Scientific American* (1975), p. 104.

[157] Se han reproducido a partir de sus folios, los experimentos de Galileo (Settle, Mac Lachlan, Naylor, Wisan) lo más fielmente posible a las condiciones que imperaban en esa época. Y se ha verificado que Galileo si llevó a cabo sus experimentos, y de este modo soportar sus teorías.

A continuación se hace el desarrollo matemático (en notación moderna) para encontrar el factor de corrección entre ambos casos.

Para el caso de traslación pura:

${}^{1}/_{2}\, mv_t^2 = mgh$, donde v_t es la velocidad final de traslación de la esfera y h la altura del plano. De aquí, se cumple entonces que:

$$v_t = \sqrt{2gh} \qquad (1)$$

Ahora para el caso en que la bola cae (sobre el plano inclinado) con una rotación:

$${}^{1}/_{2}\, v_r^2 + {}^{1}/_{2}\, Iw^2 = mgh, \qquad (2)$$

donde v_r es la velocidad de la bola rodando, w es la velocidad angular e I es el momento de inercia de la esfera.

dado que, $w = \frac{v_r}{r}$ *es la velocidad angular de la bola y además* $I = {}^{2}/_{5}\, mr^2$, para una esfera de radio *r.*

Ahora sustituyendo estas dos últimas ecuaciones en la relación (2), queda:

$${}^{1}/_{2}\, mv_r^2 + {}^{1}/_{2}\left({}^{2}/_{5}\, mr^2\right)\left({}^{v_r}/_{r}\right)^2 = mgh.$$

De esta última se tiene que: $\frac{1}{2}v_r^2 + \frac{1}{5}v_r^2 = gh$

De ahí se obtiene:

$$\frac{7}{10}v_r^2 = gh.$$

Al despejar queda:

$$v_r = \sqrt{\frac{10}{7}gh}\,, \tag{3}$$

Esta es la velocidad de una esfera que rueda a través de un plano inclinado desde una altura h. Ahora, La última ecuación se puede escribir como:

$$v_r = \sqrt{\frac{(5)(2)}{7}gh} = \sqrt{\frac{5}{7}}\sqrt{2gh},$$ por lo tanto comparando (1) y (3)

$$v_r = \sqrt{\frac{5}{7}}\,v_t$$

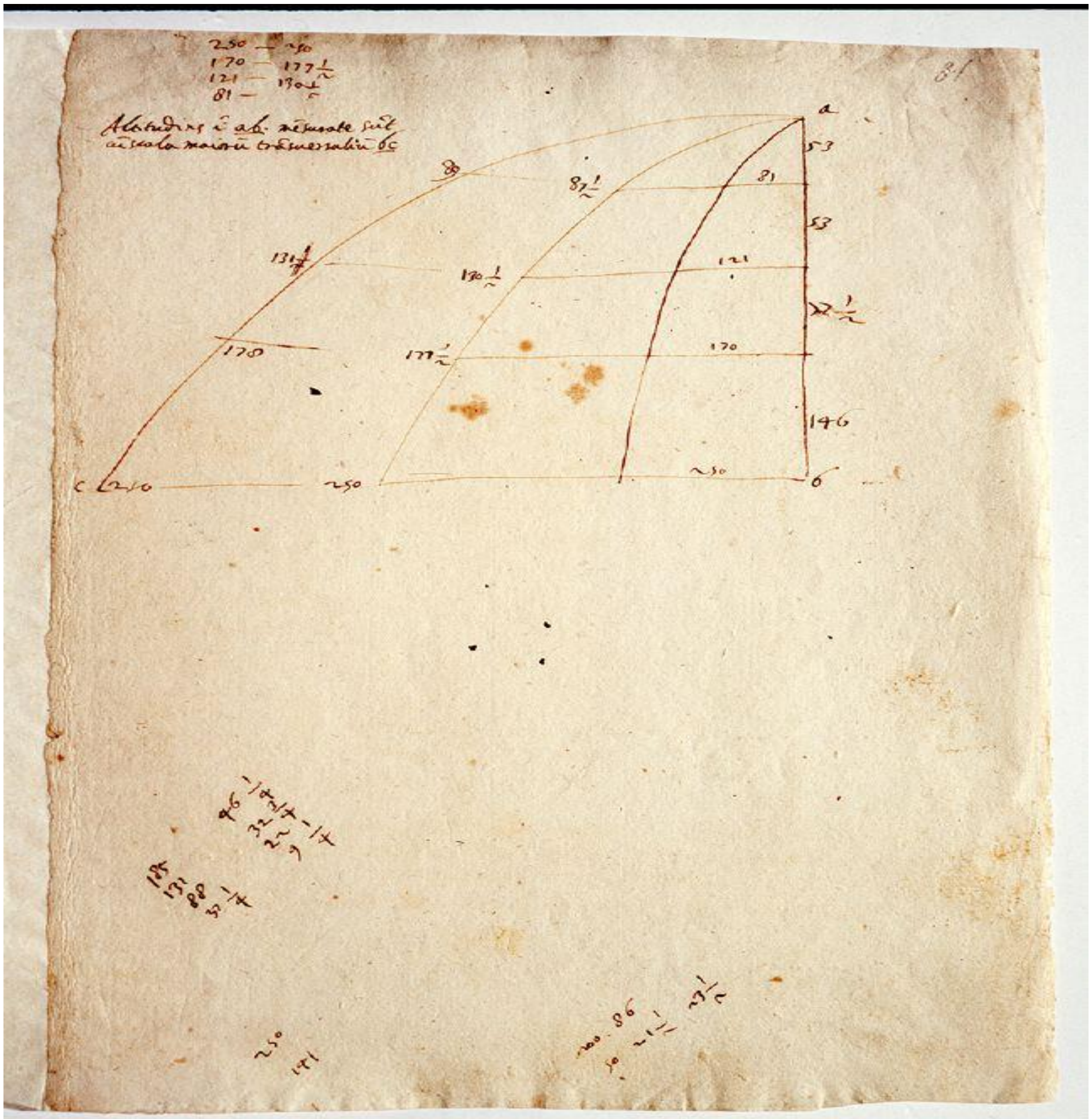
Es decir el factor numérico entre ambos casos es $\sqrt{\frac{5}{7}}$

Así mismo, Naylor, de sus investigaciones de estos folios, puntualiza el carácter e intensión de los experimentos cuando dice:

> La reconstrucción del uso de Galileo del Folio 81r, como lo he indicado, sugeriría que uno de los principales objetivos en la realización de este experimento, fue establecer la trayectoria de un proyectil con precisión. La selección de una constante para la "mayor transversal" [a lo largo de *bc*] – ver folio pág. siguiente-, indica su intención de buscar una relación simétrica.[158]

Es decir una fórmula.

[158] Naylor N.H. "Galileo: The Search for the parabolic trajectory". *Op. cit.,* p. 167.



Hoja de trabajo de Galileo (f.117), donde se muestra los resultados obtenidos directamente de un montaje experimental.

En sus investigaciones del folio 117 Drake, reafirma la relación del método experimental en esta nueva ciencia con las matemáticas:

> Una vez que la idea de las trayectorias parabólicas se había sugerido a Galileo, fue fácil para él derivarlo teóricamente. Si miramos hacia atrás en la hoja f.117, vemos que él comenzó a la vez a diseñar una trayectoria parabólica y bosquejar pequeñas parábolas con los pasos previstos en ellas, cada uno de igual longitud horizontal, correspondiente a la altura de la

> curva por encima del piso para cada unidad igual de distancia horizontal atravesada. En el otro lado de la página hay algunos cálculos relacionados. Un grupo de páginas posteriores, escritos a principios de 1609, contiene los teoremas básicos de la trayectoria parabólica que él no publicó sino hasta 30 años después.[159]

A partir de estas declaraciones, finalmente se podría agregar que la física arquimediana no sólo está constituida por una física deductiva y abstracta, como la considera Koyrè, sino además, como lo dice Drake, "La nueva base de la ciencia galileana del movimiento residía en cuidadosas mediciones, con la que se empezó a sustituir la antigua búsqueda de las causas por la moderna búsqueda de las leyes".[160]

Galileo va en búsqueda de una armonía en la naturaleza, como heredero de la actitud platónica acerca de que existen regularidades matemáticas en ella. Se puede observar que existe una diferencia fundamental con Platón, ya que, según éste, sólo se puede acceder a la auténtica realidad del mundo mediante la razón, mientras que para Galileo, estas regularidades se pueden hallar sabiendo preguntar a la naturaleza; aquí nace la experimentación en el sentido moderno. Galileo fue consciente de que sólo abstrayendo las propiedades (matemáticamente hablando) de un objeto real, a fin, precisamente, de transformarlo en un objeto geométrico, se podía adecuarlo para un análisis cuantitativo. El genio galileano conjuga razón y experiencia, matemáticas y física, contrariamente a la posición aristotélica de no mezclar géneros. Galileo se percató de la diferencia entre lo abstracto y lo concreto, pero supo igualmente reconocer las similitudes entre uno y otro. Galileo también se percata de esa asombrosa concordancia entre teoría y observación y las conjuga de una manera extraordinaria para iniciar la construcción de la nueva ciencia. Galileo realizó experimentos aplicando, en muchos casos, un análisis matemático ideal (plano liso sin fricción, bola perfectamente esférica, rozamiento con el aire, despreciable) a una situación real (plano rugoso con fricción, bola cuasi esférica), lo cual demuestra cómo se empezaba reconocer la importancia de la abstracción matemática en la descripción de los fenómenos naturales. Con esta concepción de la experiencia controlada con la

[159] Drake, S. MacLachlan. Op. cit., p. 106.
[160] Drake, S. *Galileo*, Op. cit., p. 27.

intención de preguntar a la naturaleza, en el año 1604, Galileo ideó un procedimiento para medir las velocidades reales durante la aceleración. Elabora sus montajes experimentales, para comprobar sus fórmulas que asocian la duración de la caída, al espacio recorrido; posee ya el principio fundamental de la conservación del movimiento y de la velocidad. Pero renuncia al intento de obtener una explicación causal del fenómeno; sólo busca un principio, un axioma que permita deducir las leyes descriptivas de la caída. Este principio debe ser traducido a un lenguaje matemático, que es como se expresa la naturaleza. Lo anterior pasa a formar lo que será la epistemología galileana, que es la de ofrecer experimentos construidos a partir de una teoría, el papel de ellos será la de confirmar la validez de esta última.

4. La física- matemática en la perspectiva de Galileo

El estudio del movimiento parece ser que inicia con Gerardo de Bruxelas, cuyo tratado *De Motu* fue escrito probablemente entre 1187 y 1260 y su influencia se hizo sentir a través de la Universidad de Oxford. Posteriormente en el siglo XIV se encuentran algunos desarrollos muy interesantes en cuestiones de aplicación de las matemáticas a la cinemática. El caso por ejemplo de W. Heytesbury y R. Swinneshead del Colegio de Merton en Oxford y Jean Buridan y Nicole Oresme de la Universidad de Paris, que analizaron los movimientos uniformes y uniformemente acelerados. Aunque estas investigaciones medievales se limitaban a problemas teológicos; por ejemplo, el aumento de la caridad en un hombre y otras aplicaciones filosóficas y teológicas. Todos estos estudios, aún eran simples ejercicios lógicos, por tal motivo estos autores nunca rebasaron el contexto aristotélico.

Es en el periodo paduano donde Galileo desarrolla casi toda su teoría del movimiento y trabaja en la física arquimediana, esto es, una física matemática, deductiva y abstracta, en la cual las leyes del movimiento, en particular la ley de la caída de los graves, son deducidas ‘abstractamente’, sin recurrir a la experiencia de los cuerpos reales.

Ahora bien, para emprender el estudio de un fenómeno natural no basta una observación atenta y paciente, sino que es necesario tener previamente una representación idealizada del fenómeno, es decir, una hipótesis matemática. Ésta es la forma de abordar un fenómeno natural por parte de Galileo. En su desarrollo cinemático, el movimiento de caída está representado por un triángulo (AEB) (fig. 2), el lado vertical de la figura, no representa precisamente el espacio recorrido en la caída, simboliza el tiempo transcurrido (CD); de esta manera se está estudiando matemáticamente el fenómeno al trabajarlo en ese ámbito geométrico y desarrollar conclusiones fundadas en la hipótesis geométrica. Se entiende la geometrización, como una serie de pasos cuya meta es el de reconstruir los fenómenos del movimiento dentro del dominio de la inteligibilidad geométrica, de tal modo que cualquier fenómeno puede ser abstraído y ser sujeto a la razón e idealización.

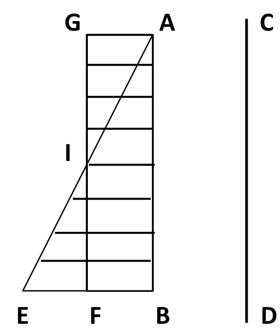


Fig. 2

Para la matematización de su física, Galileo deriva sus conclusiones deductivamente tomando como modelo a Euclides, Arquímedes y las cónicas de Apolonio; además de apoyarse en construcciones geométricas. De este modo expresa las relaciones cuantitativas en términos de proporciones entre magnitudes de la misma especie, esto es, distancia a distancia, velocidad a velocidad; pero no de distancia a tiempo. Galileo, siguiendo la tradición de la matemática clásica griega, la relación entre magnitudes la expresa en forma de proporción. Hay que recordar que el álgebra comienza a desarrollar sus aplicaciones hasta fines del siglo XVII.[161] Las razones obtenidas y expresadas en notación moderna:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{t_2}{t_1} \quad \text{ó} \quad \frac{S_2}{S_1} = \frac{t_2^2}{t_1^2}, \qquad \text{todavía serán utilizadas hasta el siglo XIX}$$

De acuerdo al grado de desarrollo de las matemáticas de la época, a Galileo no le es posible tener un sistema de números reales, ni tampoco una notación decimal; por tal razón no formula sus conclusiones en términos de ecuaciones que involucren variables y constantes.

Al respecto, Settle hace la siguiente consideración:

> Galileo pensaba en el lenguaje y forma de la geometría euclideana. Él no tenía ni el aparato ni las matemáticas funcionales, ni los sistemas de pesos y medidas estándar, el cual le permitieran trabajar con fórmulas
>
> tales como $s = \frac{1}{2}gt^2$.
>
> Diseñó su equipo para un uso menos sofisticado. En esencia, el sólo respondió para mostrar que:
>
> i) Para una inclinación del plano, la distancia que recorre una bola está en proporción directa a los cuadrados de los tiempos.
>
> $$\frac{S_1}{S_2} = \frac{T_1^2}{T_2^2}.$$
>
> ii) Para planos de diferente inclinación, los tiempos de caída son directamente proporcionales al espacio recorrido e inversamente a la raíz cuadrada de la
>
> altura vertical de caída: $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{L_1}{L_2}\right)\left(\frac{H_2}{H_1}\right)^{1/2}$ [162]

---

[161] Descartes casi al mismo tiempo que Galileo, da a conocer su método de '*algebrizar*' la geometría. Su geometría analítica se publica en 1637 como uno de los apéndices de su obra: *Discurso del Método.*

[162] Settle T.B. "An experiment in the History of Science". *Op. cit*. p. 21.

En su *Discorsi,* (G*iornata quarta*) Galileo hace las demostraciones de los teoremas del movimiento de los proyectiles, utilizando las matemáticas clásicas. Pero también implementando innovaciones propias. En esa apropiación de la naturaleza, no únicamente geometriza sino también, como buen pitagórico, le atribuye una sencilla armonía a la naturaleza, a la cual se le debe interpretar de la manera más simple, sin complicaciones matemáticas. Dice en su *Discorsi*:

> Cuando observo, por tanto, una piedra que cae desde cierta altura, partiendo del reposo, que va adquiriendo poco a poco, más velocidad, ¿por qué no he de creer que tales aumentos de velocidad no tengan lugar según la más simple y evidente proporción? Ahora bien, si observamos con cierta atención el problema, no encontraremos ningún aumento o adición más simple que aquel que va aumentando siempre de la misma manera.[163]

En la fundamentación matemática, a partir de haber expresado la proporcionalidad directa entre velocidades y tiempos, Galileo puede establecer la relación entre los espacios recorridos y los tiempos. ¿Cómo procede Galileo para deducir a partir de la relación entre $v \sim t$, la correspondiente $s \sim t$? La respuesta consiste en asimilar el Movimiento Uniforme Acelerado (MUA) al Movimiento Uniforme (MU) siguiendo el 'teorema de la velocidad media'.[164] El cual probablemente ya era conocido por Galileo. Para llegar a la ley de la caída de los graves, Galileo sigue el camino deductivo a partir de la definición del movimiento.

Del Teorema del Valor Medio de Oresme: $t_{MUA} = t_{MU}$

Entonces, $s_{MUA} = s_{MU}(\frac{v_{máx}}{2})$. Una vez que Galileo establece la equivalencia entre el MUA y MU solo quedaba dar el último paso, el cual corresponde al teorema II de su *Discorsi*: "Si un móvil cae, a partir del reposo, en un MUA, los espacios recorridos por él en cualquier tiempo en tiempos iguales, están entre ellos en proporción duplicada de los tiempos, es decir, están entre ellos como los cuadrados de los tiempos".[165]

---

[163]Galilei, G. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. *Op. cit*. p. 276
[164]Grant, E., *Op. cit.,* p. 58.
[165] Galilei, G. Consideraciones *y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias*. *Op. cit.,* p. 294.

En seguida, en el corolario 1 de los *Discorsi*, Galileo, expresa la misma ley de la caída mediante otro enunciado: "los espacios recorridos en intervalos iguales y sucesivos de tiempo están entre sí como los números impares, es decir, como 1, 3, 5, 7, [...]".[166] En su *Discorsi* de hecho omite los detalles de sus prácticas experimentales, que apoyan sus demostraciones teóricas. Como resultado de su matematización y fundado con una exhaustiva experimentación,[167] Galileo finalmente aporta estas ideas que constituyen el fundamento para la nueva ciencia, pero más aún, deja el camino abierto mediante conceptos aún no acabados, pero que se encuentran latentes; por ejemplo: el concepto de inercia, el concepto de fuerza, energía cinética, entre otros. Estos serán retomados por los siguientes físicos (Newton, Huygens, etc.).

5. Consideraciones finales

Epistemológicamente, la ley de la caída de los graves es un claro ejemplo de una manera de hacer ciencia. Galileo abandona la explicación de "las últimas causas" para centrarse objetivamente en las regularidades del fenómeno. Así manifiesta su intención de describir matemáticamente el movimiento natural de caída. Hace a un lado, las causas que lo provocaban y de la especulación del por qué lo hace de tal modo; su estudio era sólo el aspecto descriptivo del fenómeno del movimiento.

En la obra de Galileo Galilei se ve reflejado el proceso transición de la revolución científica de los siglos XVI y XVII. Como ya se mencionó, su obra la hemos de ubicar en el punto de convergencia de tres tradiciones culturales que constituyeron el marco dentro del cual se dio la revolución científica: la organicista, la neoplatónica y la mecanicista. En lo que se refiere a la relación entre la física y las matemáticas, en la obra de Galileo encontramos nuevamente la unión entre ambas disciplinas después de siglos de divorcio impuesto por la filosofía aristotélica. Kepler es un baluarte en la

[166] Galilei, G. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias* Editora Nacional, p. 295.
[167] Como ejemplo de estas minuciosas investigaciones experimentales se cuentan con las hojas manuscritas de Galileo, en las cuales se pueden ver datos, cálculos, gráficas, esquemas y comentarios de sus actividades.

construcción de esta nueva física. Este último en particular contribuye a esa unión en el terreno de la astronomía. Entre ambos inician la construcción de una sola física para las regiones terrestre y celeste.

Para Aristóteles las matemáticas eran inútiles en la naturaleza. No así para Galileo quien le asigna a éstas, un papel sustancial en la descripción del mundo natural. El hecho de que abandone la explicación de las causas últimas, busque las regularidades del fenómeno, para luego traducirlas a regularidades matemáticas, implica una nueva postura del filósofo de la naturaleza; éste va en búsqueda de un axioma o ley descriptiva del fenómeno, pero ahora una descripción cuantitativa. Galileo, con su filosofía de la ciencia, rompe tajantemente con lo especulativo y lo místico, lo cambia por una visión mecánica y matemática de la naturaleza. Así se establecen claramente los ámbitos propios de la ciencia; la clara distinción entre el discurso científico y los argumentos teológicos. El principio de autoridad en la ciencia no le sirve; esto lo lleva a reclamar la libertad de investigación.

De acuerdo a lo que se acaba de exponer, puede decirse en general que Galileo construye su ciencia con los antecedentes siguientes: el método deductivo de la geometría euclidiana, el pensamiento mecánico de Arquímedes y la práctica experimental que minuciosamente lleva a cabo. Esto último constituye el rasgo característico de la ciencia moderna. A partir de ahí el experimento ha asumido un papel de validación de las teorías científica.

Tal vez la característica más notable de la obra de Galileo Galilei es que, por un lado, se da en el centro de la convergencia de varias tradiciones de pensamiento, pero, por otro lado, su obra, al final, no obedece a ninguna filosofía previa en particular. Galileo aporta un espíritu realmente nuevo a la ciencia, al margen de todo esquema preestablecido. Y, paradójicamente, ésta es la razón por la cual la obra galileana es emparentada con diversas filosofías: la platónica, la aristotélica, la atomista, el empirismo, etc. Galileo utilizó muy hábilmente elementos platónicos renacentistas, apeló al 'verdadero Aristóteles'. Inventó hechos y resultados acordes con el marco teórico que iba desarrollando, apeló continuamente a la *anamnesis* platónica y escribió en forma de diálogos su obra de difusión. Todo lo anterior lo realizó de una manera extraordinariamente flexible, sin parangón en la historia de la ciencia. La obra galileana, tan vasta y compleja, es utilizada como base o referente de prácticamente cualquier análisis que se haga de las metodologías científicas en la actualidad para apoyarlas o refutarlas; se podría decir, incluso, que cada quien tiene su Galileo. Por todo lo anterior, en el gran proyecto galileano se puede encontrar atisbos de las más diversas filosofías. Más aún, en el sentido de que no se adhirió a ninguna filosofía en particular, podríamos señalar la opinión de los físicos e ingenieros, que no tienen ningún desvelo filosófico y que consideran a Galileo como un personaje que solamente enfrentó y resolvió problemas particulares de su ciencia.

Finalmente se puede resumir que, en la obra de Galileo, aparece de manera muy clara y consciente el afán de matematizar la física. Primero intenta matematizar la física aristotélica de las cualidades y fracasa; luego intenta matematizar la física del *impetus*, vuelve a fracasar. Entonces sustituye las cualidades aristotélicas (gravedad y levedad) por escalas cuantitativas, cuyo modelo le es proporcionado por la hidrostática de Arquímedes; sabe de la nueva matemática (algebra simbólica) que se está construyendo (Viêta, Stevin, Harriot, etc.), con lo cual se puede hacer simbólico todo argumento matemático.

Galileo contribuye de manera esencial a la unión entre matemáticas y física conjugando de manera audaz la filosofía de Pitágoras, Platón y Arquímedes, después de un divorcio entre ellas que duró varios siglos, impuesto por la filosofía aristotélica. Y esta actitud epistemológica que caracteriza a la ciencia actual, puede ser resumida en la famosa cita de *Il Saggiatore*:

> La filosofía está escrita en ese grandioso libro que está continuamente abierto ante nuestros ojos (lo llamo Universo). Pero no se puede descifrar si antes no se comprende el lenguaje y se conocen los caracteres en que está escrito. Está escrito en lenguaje matemático, siendo sus caracteres triángulos, círculos, y figuras geométricas. Sin estos medios, es humanamente imposible comprender una palabra; sin ellos, deambulamos vanamente por un obscuro laberinto.[168]

[168] Galilei, G. Il *Saggiatore* Proyecto Editora web design multimedia. www.liberliber.it (1977), p. 16.

CONCLUSIONES

La relación entre la física y las matemáticas ha sido muy diversa a lo largo de la historia y la definición de cada una de ellas ha sido distinta en las diferentes épocas, y es la propia relación la que ha definido a cada una de las dos disciplinas.

Los orígenes de ambas hay que buscarlos en la experiencia cotidiana. De los dedos de la mano, las marcas de un hueso o algún conjunto de piedras (*calculi*) para llevar un registro de las pertenencias o el número de miembros de algún clan o tribu, hasta llegar a los números naturales. De manera similar, la física surge del enfrentamiento del ser humano con los fenómenos naturales hasta las primeras explicaciones racionales de los mismos.

En la filosofía pitagórica las matemáticas son los números (enteros positivos) y las proporciones entre ellos (los racionales positivos, llamados "conmensurables"); luego la física está definida como el estudio acerca de qué y cómo está formado el Universo, pero más importante que conocer la materia que constituye el Universo para los pitagóricos lo esencial era la estructura que lo forma. Tal estructura estaba dada por los números naturales y sus proporciones, estos números eran inmanentes a las cosas; eran las cosas mismas. La materia que constituye a estas últimas era algo secundario. Por tal razón, cuando hallaron números que no eran proporciones entre números enteros, su fraternidad filosófica y religiosa sufrió duro revés y esto contribuyó a su desaparición. Para la escuela pitagórica la física estaba subsumida en las matemáticas.

Con Platón, las matemáticas, específicamente la geometría, se entronizan como la ciencia por excelencia, por su invariabilidad en el tiempo, será el modelo a seguir. Los fenómenos naturales, la materia que constituye el Universo, la medición del tiempo, en una palabra, la física, carecen de interés para el filósofo ateniense. El mundo que captan los sentidos es una burda copia de un mundo perfecto donde están los arquetipos de todas las cosas. Y este mundo perfecto (*Topos Uranus*) está diseñado matemáticamente. En la filosofía de Platón la geometría y los números trascienden el mundo físico que se percibe a través de los sentidos. Los conceptos matemáticos se apartan de la experiencia. Como consecuencias de esto, las figuras circular y esférica son las formas perfectas que imita la naturaleza; dogma filosófico que prevalecerá durante veinte siglos.

Contrariamente, para Aristóteles, quien se rebela contra las enseñanzas de su maestro, lo esencial es el mundo físico, el mundo que se conoce por medio de los sentidos, y la auténtica realidad son los seres y los objetos individuales. La física (*physis*) para Aristóteles es el estudio de todo lo que tiene materia y forma, su campo de estudio es muy extenso, incluye áreas del conocimiento que en la actualidad corresponderían a la meteorología, la biología, la mineralogía, incluso la psicología. Un fenómeno que era importante para el Estagirita, y de hecho para todos los filósofos presocráticos, es el del cambio o movimiento. En la filosofía aristotélica había cuatro tipos de cambio o movimiento: substancial, cuantitativo, cualitativo y local. Este último tipo de cambio, el local (de lugar), es el fenómeno que estudiará su física y que heredarán los pensadores del Medioevo y el Renacimiento hasta llegar con Galileo y Newton. La física de Aristóteles (en cualquiera de sus sentidos) es una física de cualidades y no debe ni puede cuantificarse ni matematizarse; resulta inútil intentar edificar una filosofía matemática de la naturaleza, no hay manera de aplicarlas a la materia sensible y física, no funciona. Y esta posición epistemológica de divorcio entre la física y las matemáticas determinará, en general, los estudios de los eruditos medievales después de que fueron recuperados por Europa los textos de la Grecia clásica, en particular la obra de Aristóteles.

A partir del siglo IV a. C., el desarrollo y la preeminencia cultural e intelectual de Atenas se traslada a Alejandría, fundada por Alejandro Magno en el siglo IV a. C.; uno de los más afortunados encuentros de la historia entre varias civilizaciones. Es el periodo alejandrino o helenístico; el término sugiere el desarrollo de lo griego y algo más: lo egipcio y lo oriental. En esta etapa la relación entre la física y las matemáticas es muy diversa. Se mencionan en este trabajo tres vertientes. Se trata de la geometría deductiva y abstracta desarrollada por Euclides y Apolonio y que se deriva de las enseñanzas de Platón. Sin embargo, hay diferencias importantes entre la postura de los sabios alejandrinos y la del filósofo ateniense, pues los primeros aplican las matemáticas a problemas físicos como la óptica y la hidrostática, mientras que para el segundo la física carecía de interés. Esta explicación de las matemáticas a problemas prácticos verdaderamente se magnifica en la segunda vertiente, representada principalmente por Herón y por Arquímedes; este último considerado el más grande ingeniero e inventor de la antigüedad. Además, incluso, en esta vertiente también está presente el rigor matemático. La tercera vertiente se da en el campo de la astronomía matemática, cuyos máximos representantes son Hiparco y Ptolomeo. La obra de este último, el *Almagesto*, será la biblia de la astronomía hasta principios del siglo XVII. En esta vertiente, la física (la astronomía) está totalmente supeditada a las matemáticas, concretamente a la geometría.

Con el advenimiento del Cristianismo en el siglo IV hay un retroceso del conocimiento en el mundo europeo. Por otro lado, el mundo musulmán preservó y cultivó el saber de la antigüedad clásica y los hindúes hicieron valiosas aportaciones en la aritmética. Los astrónomos árabes adoptaron el paradigma ptolomeico y siguieron el *Almagesto*, desarrollaron el álgebra y la geometría; esta última siguiendo a Euclides. En el álgebra, árabes e hindúes utilizaron los números enteros, las fracciones y los irracionales, pero sin una base teórica y sistemática, propio de la matemática deductiva tradicional de los griegos. No es fácil determinar las aportaciones originales de árabes e hindúes. Sin embargo, los primeros, además de su labor de preservación en el terreno astronómico, fueron los primeros que se percataron de la imprecisión y extremada complejidad de la astronomía ptolomeica. En matemáticas, los árabes junto con los hindúes, hicieron aportaciones más bien en el terreno de la aritmética. Las innovaciones que realizaron como la utilización de símbolos distintos para los números del 1 al 9, la conversión de base 60 a base 10, la introducción de los números negativos y del cero como un nuevo número fueron casi por azar y no se percataron de la importancia y profundidad de tales innovaciones. En suma, la astronomía (esto es la física) siguió estando supeditada a la geometría del círculo y la esfera, y los avances en matemáticas fueron desde un punto de vista esencialmente empírico.

Durante la Baja Edad Media, en el siglo XII, las obras de Arquímedes, Euclides, Herón, Aristóteles, Ptolomeo y otros son recuperadas por el saber europeo. En este siglo se desarrolla un interés por el estudio de la naturaleza siguiendo a Aristóteles, pero al mismo tiempo también aparecen los seguidores neoplatónicos, quienes creen en la importancia de las matemáticas para alcanzar el conocimiento. De esta manera se desarrollan en la época simultáneamente la física de cualidades aristotélicas y las matemáticas neoplatónicas. Predominaban estos estudios con fines teológicos, y muchos eran realizados como ejercicios lógicos, sin aplicación al mundo físico. En la astronomía seguía predominando el modelo ptolomeico, Será la filosofía de Aristóteles la que conformará el *corpus* de la enseñanza escolástica. Las doctrinas del Filósofo, como era llamado, serán fundamento para conformar el cosmos medieval. Las matemáticas serán consideradas ajenas a la representación de la naturaleza. Se decía que la naturaleza no requiere de la precisión de las matemáticas. Las matemáticas teóricas y abstractas, pasan a segundo término aunque se les concede una función pedagógica, por su valor en la formación de hábitos argumentativos rigurosos y una función instrumental. Los paradigmas aristotélico y ptolomeico son asumidas plenamente. Sin embargo, algunos clérigos neoplatónicos se dan cuenta de la importancia de las matemáticas en el estudio de los fenómenos físicos y paulatinamente comienzan a establecerse algunos estudios que intentan matematizar el mundo físico. Es en las recién creadas universidades de Oxford y de Paris, donde da inicio este proceso.

Las ciencias y en particular la física que se cultiva en el Renacimiento son esencialmente pragmáticas. El nuevo conocimiento se empleará para resolver problemas técnicos, pero uno de los aspectos que hace la distinción entre la ciencia renacentista y la ciencia medieval, es el papel que asumen las matemáticas en la comprensión de la naturaleza. Las matemáticas renacentistas no son tanto de contenidos originales, sino más bien de una actividad de recopilación, de implementar nuevos métodos y nuevos enfoques. El método arquimediano es revitalizado. La visión medieval y tradicional del mundo se pone en crisis, y en todo este proceso es fundamental la obra de Bruno. La infinitud del Universo, la unidad de la naturaleza, la geometrización del espacio, la negación de los 'lugares naturales' y la relatividad del movimiento son elementos básicos en la discusión de la nueva física; la física que construirá Galileo. La ciencia tenía que desenvolverse fuera de las universidades, atender necesidades más productivas y prácticas. Surge una ciencia seglar, una ciencia empírica; en el campo de la aplicación se va a desarrollar una mecánica de transición, de la cinemática 'retórica' de la Edad Media a la dinámica práctica de la época moderna. Se borra definitivamente aquella dicotomía aristotélica de la física y de las matemáticas. En matemáticas se da un gran desarrollo en el álgebra con algebristas como Viête, Cardano, Tartaglia, Stevin, etc. En particular hay un avance en la simbolización de los argumentos físicos.

Éste es el ambiente intelectual imperante entre los años 1500 y 1600, es el inicio de la revolución científica. Se pueden mencionar los elementos más representativos que constituirán las bases sobre las cuales Galileo construirá su filosofía natural, es decir, su física.

- La idea pitagórica sobre el orden que guarda la naturaleza.
- La geometrización del espacio (Arquímedes).
- Modificación del cosmos por un universo heliocéntrico.
- La física de la teoría del *impetus*.
- Universo abierto de Giordano Bruno.
- La mecánica de los físicos renacentistas.

Kepler y Galileo serán la cumbre de la ciencia representativa de este periodo, como rasgo distintivo es que ambos científicos son parte de ese grupo de pensadores que no pertenece a la grey eclesiástica. En ellos se plasma mejor que nadie el espíritu del intelectual del Renacimiento: místico, imaginativo, osado (para ir más allá de lo que la ciencia dogmática imponía). Ambos se dan cuenta de la necesidad de la precisión de los datos y refinamiento del método para la obtención de los mismos. En Kepler se resumen la innovación de Copérnico y una nueva actitud epistemológica ante los datos observacionales; actitud que aprendió de Tycho Brahe y que lo obligó a ajustar con todo detalle la teoría con los hechos. El pensamiento de Kepler se puede inscribir en la más clara tradición pitagórica respecto al papel de las matemáticas en el mundo físico. Kepler es el primer constructor de leyes de la naturaleza, y lo que le permitió lograr eso fue, por un lado, mantener la creencia de regularidades matemáticas en los movimientos planetarios, y segundo, la introducción de la causalidad física de la geometría formal de los cielos. Kepler vuelve a unir plenamente la física y las matemáticas después de un divorcio que había durado varios siglos.

En cuanto a la física-matemática de Galileo, son tres aspectos que marcarán la construcción de la física de Galileo y los cuales representan el punto de inflexión que marcan un cambio en las ciencias. Estos constituyen el marco referencial en donde tiene lugar el cambio epistemológico para la aprehensión de la naturaleza. El primero de ellos es el hecho de cambiar la pregunta fundamental que se hacía en la filosofía natural: el 'porqué' ocurre por el 'cómo' ocurre. Galileo abandona la explicación de las 'últimas causas' para centrarse objetivamente en las regularidades del fenómeno, así, comienza a caer definitivamente la imagen teleológica del mundo natural, la ontología jerarquizada, sus relaciones cualitativas y el fundamento teológico del conocimiento transmitido a través del dogma religioso. En esto último las matemáticas asumen el papel fundamental en la descripción del mundo. Luego, cambia la explicación de las 'últimas causas' por la búsqueda de las simetrías y regularidades en la naturaleza, y estas traducirlas después a regularidades matemáticas, en ellas va implícita una nueva postura filosófica hacia la naturaleza. El segundo aspecto que se observa en la ciencia galileana, que marca también un cambio es en cuanto a la descripción cuantitativa del mundo; esta nueva física rompe el carácter especulativo y místico de la ciencia medieval, por una visión mecánica y matemática de la naturaleza. Lo anterior deriva en una clara separación de los ámbitos de la ciencia, hace más clara la distinción entre el discurso científico y los argumentos teológicos. Su lucha contra la academia escolástica va ser una lucha contra la tradición y contra los principios de autoridad. El principio de autoridad en esta ciencia carece de valor, esto implica establecer un terreno propio para la investigación científica y se reclamar una libertad de investigación. El tercer cambio en la ciencia de Galileo es en cuanto a la manera de cuestionar a la naturaleza, esto lo tiene que hacer en el lenguaje mismo de la naturaleza; Galileo descubre que este lenguaje es matemático. Esto lo lleva a buscar la expresión matemática del mundo físico y hacer abstracción de él; con ello da origen a la noción de sistemas físicos del cual parte para elaborar sus experimentos (reales o pensados). La experimentación guiada por la teoría será ahora quien proporcione el juicio de valor de verdadero o falso de las verdades científicas en la nueva ciencia física de Galileo.

La historia de la ciencia da cuenta que éstos son los elementos esenciales que fundamentan el método galileano, en la búsqueda de principios cuantitativos que puedan explicar las observaciones en la física. Más allá de sus aportes en el aspecto metodológico, es en el terreno de la filosofía donde radica el logro de Galileo, en ella funda una nueva epistemología. En su propuesta de la nueva visión del mundo, las matemáticas serán la clave de esta postura hacia la ciencia.

En cuanto a la caída de los cuerpos, Galileo no se limitó a explicar el porqué del movimiento, no buscó causas últimas que lo provocaran, sino que elaboró una nueva física apelando a una representación idealizada del acontecimiento concreto. Su intención fue describir matemáticamente el movimiento natural de caída, pasó por alto la gravedad y la causa de la aceleración; es la cinemática pura (en opinión de Aristóteles, sólo la dinámica conducía a la ciencia verdadera). El cosmos aristotélico es definitivamente reemplazado por otro concebido a partir del enfoque mecanicista, en el que subyacen las relaciones cuantitativas en los fenómenos físicos. Cabría agregar aquí lo que dice Drake: "Las viejas barreras filosóficas erigidas por Platón y Aristóteles dieron paso a un nuevo entendimiento entre la física y las matemáticas".[169]

Podemos concluir que, si bien es cierto que la Edad Media tardía proporcionó los elementos teóricos, de donde surgen una serie de problemas y posibles soluciones novedosas, Galileo es quien consolida un nuevo modo de ver el mundo y explicarlo.

[169] Drake, S. *Galileo*, *Op. cit.,* p. 86.

Newton resuelve los dilemas que dejan abiertos tanto Kepler como Galileo; libre ya de la división aristotélica, construye su física y sus matemáticas para abrir todo el universo. A partir de ahí la relación entre la física y las matemáticas se profundizará y ampliará en todos los terrenos de la física (óptica, electromagnetismo, termodinámica, acústica, etc.). Newton no deja de reconocer la labor de gigantes que existieron previos a él y, sobre cuyos hombros él está parado.

Finalmente, como se ha observado, a partir de los trabajos de galileo la relación entre la física y las matemáticas se tornó más profunda y complicada, desde entonces la matematización de la física ha sido cada vez más creciente, al grado de que no es posible concebir la física sin las matemáticas, baste mencionar tan sólo unos personajes y áreas de la física-matemática cuya lista es interminable. Está la geometría analítica de Descartes, el cálculo diferencial e integral de Leibniz y Newton. Están los trabajos de Euler, Laplace, Lagrange y otros en matemáticas y astronomía. Hasta aquí, y en términos muy generales, la física había estado reducida fundamentalmente al fenómeno del movimiento (caída libre, movimientos de proyectiles, movimientos en el cielo) y a la hidrostática, pero a finales del siglo XVIII la física y su matematización se extienden a los fenómenos ópticos, eléctricos y magnéticos de Faraday, hasta llegar al trabajo de Maxwell y sus ecuaciones del electromagnetismo. Durante el siglo XIX aparecen áreas como el cálculo tensorial, la geometría diferencial y las geometrías no-euclidianas con personajes como Gauss, Lobachevsky, Riemann y otros. La extensión de la física hacia el mundo microscópico y subatómico está acompañada desde luego por unas fuertes matemáticas. Luego en el siglo XX la aparición de la mecánica cuántica y la teoría de la relatividad de Einstein, desarrolladas a la par con el gran avance de la computación y teorías físico-matemáticas altamente elaboradas.

La relación entre la física y las matemáticas ha quedado plenamente reconocida. Existe una asociación indisoluble y se admite que ambas se han nutrido de ideas entre sí. Parece que a partir de la idea fundamental de Galileo: “la filosofía [natural] está escrita en ese grandioso libro que está continuamente abierto ante nuestros ojos [...]” con el cual establece una nueva epistemología en la ciencia.

Por último se puede traer aquí las palabras de Heisenberg que remarca el enfoque moderno de la física con las matemáticas, “La Matemática es, por así decir, el lenguaje en que la ciencia plantea sus problemas y puede formular sus soluciones, pero el hecho de que se planteen problemas es regido por el interés hacia los procesos del mundo real y la voluntad de influir en ellos”.[170] Como puede verse la intención parece que sigue vigente de aquellas primeras búsquedas con la filosofía natural de los antiguos pensadores griegos.

[170] Heisenberg, W. *Op. cit*., p. 42.

BIBLIOGRAFIA

1. Aicken, F. *Galileo. The first Modern Scientist*. The English Universities Press. London. (1971).

2. Álvarez G. J. y Posadas V., "El movimiento de Caída Libre (de Galileo a Huygens): Afinando el valor de una constante", *Revista. de Soc. Mex. de Física* p. 91-96.

3. Álvarez G.J. "La Obra de Galileo y la Conformación del Experimento en la Física." *Revista de La Soc. Méx. de Física*. 49 (1) 2003. p. 62-72.

4. Antaki, Ikram. *La cultura de los árabes*. Siglo XXI editores. Méx. (1990).

5. Antología de Matemáticas. *Lecturas universitarias*. UNAM. Vol. 1. y 2 México (1983).

6. Aquino, Tomas. *Suma de teología I parte I* biblioteca. C.ampusdominicano.org/suma. (Consultado en 2013).

7. Aristóteles, *Metafísica*, Libro XII, Editorial Porrua, México (1980).

8. Arquímedes, *El método*, Alianza Editorial. México (1988).

9. Barut, A.O. "On the effectiveness and limits of Mathematics in Physics". En Mickens R. E. (Ed.) *Mathematics and Science* (p. 1) World scientific publishing. London. 1990.

10. Bernal, J.D. *La Ciencia en la historia*. Edit. Nueva Imagen. México. (1981).

11. Bernal, J.D. *La proyección del hombre. Historia de la física clásica*. Siglo XXI, México (1975).

12. Bohm, David. *Causalidad y azar en la física moderna*. UNAM México (1959).

13. Boas H. Marie, *The scientific Renaissance* 1450-1630. Dover publications N.Y. (1994).

14. Bruno, Giordano. *Dialoghi italiani*. Sansoni editore firenze. (1985).

15. Büttner J., "Galileo´s Cosmogony". *Largo Campo di Filosofare*. Eurosympusium Galileo 2001. Fundación Canarias. www.gobiernodecanarias.org/educacion

16. Casadelrrey, M. F. *Cardano y Tartaglia las Matemáticas en el Renacimiento Italiano*. Nivola Libros y Ediciones Madrid (2000).

17. Cassirer. Ernst. *Antropología Filosófica*, Colección Popular, FCE. México, (1979).

18. Clagett, Marshall. *Greek science in antiquity*. Dover Publication New York (1955).

19. Clagett, Marshall. *Nicole de Oresme and the geometry of qualities and motion*. The University of Wisconsin Press. (1988).

20. Clagett, Marshall, *A source book in medieval science.* Harvard University Press (1974).

21. Cohen, I.B., "La historia y el filósofo de la ciencia". En F. Suppes (Comp.) *La estructura de las teorías científicas* Editora Nacional. España (1979).

22. Cohen I. B. *La revolución de las ciencias* Ed. Gedisa, Barcelona (1989).

23. Copérnico, N.,Digges, T,Galilei G.. *Opúsculos sobre el movimiento de la Tierra Alianza editorial*. México. (1988).

24. Crombie, A. C.. *Historia de las Ciencia: Vol. I De Sn Agustín a Galileo*. Alianza Editorial. Madrid, 1974.

25. Danzig T. *Number*. *The language of sciences*. Pi Press edition N.Y. (1971).

26. De Cusa, N. *De docta ignorantia.* Hypamerica Ediciones argentinas. (1984).

27. De Broglie L. *Por los senderos de la* ciencia. ESPASA-CALPE Madrid. (1963).

28. Dijksterhuis, E. J. *The mechanization of the World picture (Pythagoras to Newton)* Princeton University Press N. J. (1986).

29. Drake, Stillman. *Galileo*. Libro de Bolsillo. Alianza Editorial S.A. Madrid. (1984).

30. Drake, Stillman. *Galileo*: *Pioneer Scientist*. University of Toronto Press. Canada (1990).

31. Drake S. MacLachlan, J. "Galileo's Discovery of the Parabolic Trajectory". *Scientific American* 1975. p. 102-110.

32. Drake Stillman. "The Role of Music in Galileo's Experiments". *Scientific American* 1975, p. 98-104.

33. Drake Stillman. "Galileo's Discovery of the Law of the Free Fall". *Scientific American*. 1973 p. 84-92.

34. Farrington B. *Ciencia griega*. Icaria Editorial, Barcelona (1986).

35. Galilei, G. *Dialogo Sobre los dos Máximos Sistemas del Mundo Ptolemaico y Copernicano*. Alianza Madrid, S.A., Madrid, 1994.

36. Galilei, G. *Consideraciones y demostraciones matemáticas sobre dos nuevas ciencias.* Editora Nacional, Madrid (1976).

37. Galilei, G. Il *Saggiatore* Proyecto Editora web design multimedia. www.liberliber.it (1977).

38. Gamow, George. *Biografía de la Física*. FCE. México (1982).

39. Grant, Edward. *Physical Science in middle Ages*. Cambridge University Press. Cambridge England. (1978).

40. Guthrie, W. *Los Filósofos griegos (De Tales a Aristóteles).* Breviarios FCE. México. 1999.

41. Hacyan, S. S.. *El descubrimiento del Universo* FCE México (1999).

42. Hahn Alexander. "Pendulum swing again: A mathematical Reassessment of Galileo's Experiments with Inclined Planes*". Archive for History of Exact Science* 56. 339-361.

43. Hardy, G. H. *A mathematician's apology*, Cambridge University press, England (1992)

44. Heath, T. L. *The works of Archimedes*. Cambridge University press. Warehouse London 1898.

45. Heath, T. L. *Aristarchus of Samos*. Oxford at the Claredon press (1913).

46. Heath, T. L. *Thirteen books of Euclide's Elements*. Vol. I Dover publication N.Y. (1956).

47. Heisenberg, Werner. *La imagen de la naturaleza en la física actual*. Ediciones Orbis S.A. Barcelona (1985).

48. Holton, Gerald. "Johannes Kepler's Universe: Its physics and metaphysics" *American Journal of Physics*. Vol. 24 p. 340-351 (1956).

49. Kline, Morris. *El pensamiento matemático de la antigüedad a nuestros días*. Alianza Editorial. Madrid. (1994).

50. Kline, Morris. *Matemáticas. La pérdida de la certidumbre*, Siglo XXI Editores, México (2000).

51. Koestler, Arthur. *Los Sonámbulos, Origen y Desarrollo de la Cosmología*, CONACULTA. México. (2007).

52. Koyré, Alexander. *Estudios Galileanos*. Edit. Siglo XXI Editores de España Madrid. (1988).

53. Koyré, Alexander. *Historia del Pensamiento Científico*. Edit. Siglo XXI Editores España, Madrid. (1991).

54. Kuhn, T.S*., La Estructura de las Revoluciones Científicas*, Breviarios FCE., México., (2010).

55. Kuhn, T.S. *La revolución Copernicana*. Edit. Ariel. España (1996)

56. Lindberg, D. C. *The Beginning of western science*. The University Chicago press. (1992).

57. Moreno C., R. *Fibonacci*. *El primer matemático Medieval*. Nivola libros y ediciones España. (2004).

58. Moreno C., R. *Omar Jayyam poeta y matemático*. Nivola libros y ediciones España (2002).

59. Naylor N.H. "Galileo: The Search for the Parabolic Trajectory". *Annals of Science*. 33(1976), p. 153-172.

60. Newman, J.R., *El Mundo de las Matemáticas*. SIGMA. Vol. I. Grijalbo México (1997).

61. Osler M. J. "Galileo, motion and essences" *Isis* Vol. 64. Num. 4 Dec. (1973)

62. Peat, D. "Mathematics and Languages of Nature". En Mickens R. E.(Ed) *Mathematics and science*. World scientific publishing. London. 1990.

63. Pérez Camacho, J.J., L. "Domingo de Soto en el Origen de la Ciencia Moderna", *Revista de Filosofía*, Vol. VII (1994) núm. 12 p. 27-49 E.C. Madrid.

64. Platón. *Diálogos*. *Vol. I y II*. Edit. Porrúa. México. (2009).

65. Prieto López, L. "*Buridán,* el *impetus* y la primera unificación de la física terrestre y celeste"*. Thémata. Revista de Filosofía*. Núm. 41. (2009) p. 350-371.

66. Proclo. *A comentary on the first book of Euclid's Element*. Princenton University Press, N.J. (1970).

67. Ptolomeo, *Almagesto*, Libro III, Ptolemy, Copernicus, Kepler, Great Books of the Western World, vol. 16, *Enciclopaedia Británnica*, University of Chicago (1952).

68. Rey, Abel. *El Apogeo de la ciencia técnica griega,* Tomo II, Ed. UTEHA, México (1962).

69. Reymond, Arnold. *History of the sciences in Greco-Roman Antiquity*. Methuen & Co. London (1927).

70. Sarton, George., *Ciencia antigua y civilización moderna*, Editorial FCE, México (1960)

71. Schiffer, M. M, Bowden, L. *The role of mathematics in science*. Dover N.Y. (1984).

72. Settle T. B. "An experiment in the history of science"*. Science* vol. 133 (1961). p. 19-23.

73. Shea, W. *Galileo´s intellectual revolution. Middle Period*, 1610-1632. Academic Publication N. Y. (1977).

74. Sylla Edith D. "Mathematical physical and imagination in the work of the Oxford calculator: Roger Sweneged's on natural motion". Grant, E. and J. E. Murdoch, (eds). *Mathematics and Its Applications to Science and Natural Philosophy in the Middle Ages,* Cambridge: Cambridge University Press) (1987).

75. Tartaglia, Nicolo. *La Nueva Ciencia.* Colección MATHEMA. Fac. de Ciencias UNAM. (1998).

76. Uritam, R. A., "Medieval science, the copernican revolution, and physics teaching", *American Journal of Physics*, 42, 10 (1974), p. 811

77. Vaquero José M. *Galileo (La Nueva física).* Nivola Libros y Ediciones España, (2003).

78. Van der Waerden B.L. *A history of algebra*. Springer –Verlag Berlin-Heilde (1985).

79. Vasconcelos, Julio C.R. "Inertia as a theorem in Galileo's Discorsi" *Largo campo di filosofare Eurosymposium Galileo* 2001. Montesinos J, Solís C. (Eds.) Fundación canaria orotava (www.gobiernodecanarias.org/educacion).

80. Wallace W. “Domingo de Soto’s “law” of Motion”*. Texts and contexts in ancient and medieval science* edited by Sylla, E. and Mc Vaugh, M. NY-Köln (1997). p. 271.

81. Wigner, E. “The unreasonable effectiveness of mathematics in natural science*”* Mickens R.E. (Ed.) *Mathematics and science.* World scientific publishing. London. (1990). p. 291.

82. Xirau, Ramón. *Introducción a la historia de la filosofía*. Temas universitarios. UNAM. México (2008).

83. Zagar, Francesco. “La opera astronómica di Giovanni Keplero”. *Academia nazionale dei Lincei.* Roma. (1972). p. 21-46.