



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
Ingeniería Eléctrica - Procesamiento digital de señales

**Estimación del Espectro de Alturas de Pulsos con  
corrección del efecto apilamiento para el Monitor de  
Neutrones 6NM – 64**

**TESIS**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ROCÍO GARCÍA GÍNEZ

TUTOR PRINCIPAL:

JOSÉ FRANCISCO VALDÉS-GALICIA  
Instituto de Geofísica

México, D.F junio 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Perez Alcázar Pablo Roberto  
Secretario: Dra. Medina Gómez Lucia  
Vocal: Dr. José Francisco Valdés Galicia  
1<sup>er</sup> Suplente: Dr. Demetrio Fabián García Nocetti  
2<sup>er</sup> Suplente: Dr. González Méndez Luis Xavier

Lugar donde se realizo la tesis:

**Observatorio de Rayos Cósmicos**  
**Instituto de Geofísica**  
**UNAM**

## TUTOR DE TESIS:

*Dr. José Francisco Valdés Galicia*  
*Investigador Titular C, T.C.*

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>IV</b>
<b>1. Radiación Cósmica</b>	<b>1</b>
1.1. Rayos Cósmicos Primarios y Secundarios . . . . .	1
<b>2. Detectores de Radiación</b>	<b>8</b>
2.1. Propiedades Generales . . . . .	9
2.1.1. Modelo Simplificado . . . . .	9
2.1.2. Modos de operación . . . . .	10
2.1.3. Espectro de Alturas de Pulsos PHS . . . . .	12
2.1.4. Resolución de Energía . . . . .	14
2.1.5. Tiempo muerto . . . . .	16
2.1.6. Apilamiento de pulsos . . . . .	18
2.2. Detectores por ionización de gas . . . . .	19
2.2.1. Contadores Proporcionales . . . . .	20
<b>3. Estándar 6 – NM64</b>	<b>23</b>
3.1. Diseño del NM64 . . . . .	24
3.1.1. Otras Especificaciones . . . . .	27
<b>4. Procesamiento Digital de Pulsos</b>	<b>30</b>
4.1. Introducción . . . . .	30
4.1.1. Planteamiento del Problema . . . . .	32
4.1.2. Objetivo Principal . . . . .	32
4.1.3. Estado del Arte . . . . .	33
4.2. Marco Teórico . . . . .	33
4.2.1. Análisis tiempo-frecuencia . . . . .	33
4.3. Metodología . . . . .	38
4.3.1. Módulo Transformada Wavelet . . . . .	38
4.3.2. Módulo Líneas de Cresta . . . . .	39
4.3.3. Corrección del Efecto Pile-Up . . . . .	42
4.3.4. Módulo Histograma . . . . .	42
<b>5. Resultados y Conclusiones</b>	<b>44</b>
5.1. Resultados . . . . .	44
5.2. Conclusiones . . . . .	48
<b>A. Resultados de los cinco contadores restantes</b>	<b>50</b>
<b>B. Hojas de Especificaciones del Osciloscopio MSO2024</b>	<b>58</b>

# Introducción

El presente trabajo tiene como objetivo principal desarrollar un algoritmo que permita calcular el espectro de alturas de pulsos del Monitor de Neutrones de Ciudad Universitaria, D.F. disminuyendo la deformación del espectro causado por el fenómeno de apilamiento de pulsos.

El Monitor de Neutrones 6NM – 64 de la ciudad de México instalado en el Observatorio de Rayos Cósmicos de Ciudad Universitaria, el cual esta a cargo del Instituto de Geofísica de la Universidad Nacional Autónoma de México trabaja de manera continua desde 1990. El Observatorio de rayos cósmicos forma parte de una red de más de cincuenta observatorios distribuidos en todo el mundo. Los datos recabados son publicados en tiempo real en la pagina web oficial del Instituto de Geofísica [1]. Actualmente, también se puede acceder a ellos en la pagina web *neutron monitor database* donde se encuentra la información de otros detectores de su tipo en el mundo con capacidad de vertir sus datos al sitio web en tiempo real - <http://www.nmdb.eu/nest/search.php>-. El trabajo realizado en el Observatorio ha contribuido de manera considerable a la investigación de los rayos cósmicos; redituando en la publicación de diversos artículos y tesis.

El 6NM – 64 esta formado por cuatro partes: productor, moderador, reflector y contador proporcional. El principio de funcionamiento se basa en una reacción nuclear que se produce dentro de los contadores proporcionales. Los contadores proporcionales son tubos rellenos de una gas a cierta presión, conectados a un alto voltaje. Al incidir una partícula en él, se genera una corriente eléctrica la cual se detecta y traduce a un pulso de voltaje. A la salida del detector se tiene una señal de *pulsos lineales*, cuya amplitud y ancho contiene la información energética de la partículas.

La motivación principal para el desarrollo de este trabajo es producir una herramienta de diagnóstico que permita evaluar el buen funcionamiento del Monitor de Neutrones aprovechando las técnicas de Procesamiento Digital de Señales.

Debido a la naturaleza aleatoria del fenómeno de la radiación cósmica, las características intrínsecas del detector y la electrónica asociada al mismo; siempre existe la posibilidad de que dos o mas pulsos se apilen. El apilamiento provoca la deformación de los pulsos y por consiguiente altera la información de la amplitud de los pulsos individuales e incluso, en algunos casos, dicha deformación es prácticamente irreconocible.

El procesamiento digital de señales cuenta con herramientas matemáticas que ayudan a identificar el apilamiento de pulsos de cierto tipo y ofrecen la posibilidad de corregirlo. Tal es el caso de la Transformada Wavelet Continua que permite eliminar el apilamiento de pulsos conocido como TailPile – Up.

Por otro lado, la elaboración del algoritmo aprovecha las ventajas del lenguaje de programación Python, el cual es un lenguaje de programación multiparadigma, multiplataforma, que posee licencia de código abierto y cuenta con una gran biblioteca estándar.

Conforme se avance en la lectura de este trabajo, el lector se encontrará con

material que le ayudará a introducirse en el área de investigación de los rayos cósmicos y los detectores de radiación. En el capítulo uno se contestan las siguientes interrogantes: ¿ qué son los rayos cósmicos?, ¿ De donde provienen?, ¿ Porqué se estudian?. En seguida se hablará de los detectores de radiación, algunas de sus características generales, tales como: modos de operación, tiempo muerto, modelo simplificado, entre otros.

En el capítulo tres se explica el diseño del Monitor de Neutrones NM64, los parámetros de funcionamiento, características de la electrónica asociada al detector y el modo de operación. Aunado a esto, se exponen los resultados esperados, tal como: las características del espectro de alturas de pulsos y su resolución.

Finalmente, en el capítulo cuatro se explica el diseño del *software* de detección y corrección del fenómeno de apilamiento de pulsos y el cálculo del histograma de las alturas de los pulsos. Posteriormente en el capítulo cinco se presenta: los resultados del tratamiento digital de los pulsos, el resultado de una prueba de bondad de ajuste proveniente de ajustar una función de densidad de probabilidad a los datos adquiridos de los contadores proporcionales, la resolución obtenida y las conclusiones.

# 1

## Radiación Cósmica

Al igual que la materia, la energía es capaz de moverse de un punto a otro en el espacio. El fenómeno de *radiación* es el proceso mediante el cual, las partículas u ondas, transportan energía a través del espacio vacío o la materia.

La radiación puede clasificarse de distintas maneras. En la mayoría de la literatura encontramos clasificaciones como: ionizante y no-ionizante; partículas y ondas; peligrosa y no peligrosa, etc. Esta clasificación principalmente depende del comportamiento en volumen de las partículas. Es decir, no podemos asegurar que un electrón siempre ioniza la materia al interactuar con ella, aun cuando éste se clasifica como partícula ionizante (S.N. Ahmed, 2007 [3]). No obstante, el modo predominante de interacción entre un gran número de átomos y electrones es la ionización. Por otro lado, la clasificación partícula-onda puede ser vaga y confuso debido a que, según la Física Moderna, una partícula que tiene masa puede actuar como onda y tomar parte en el patrón de interferencia y difracción. Otro ejemplo es la luz que casi siempre es descrita como una onda a pesar de estar compuesta por fotones.

La radiación cósmica se compone principalmente de protones y partículas de alta energía, cuyas características ondulares no son dominantes en los fenómenos que estudiaremos en éste trabajo, pudiendo caracterizar a ésta como *radiación corpuscular*. La radiación corpuscular está formada por partículas subatómicas de masa finita (Bruno Rossi, 1964 p16 [4]); por ejemplo, un haz de electrones con  $9,11 \times 10^{-31}$  kg moviéndose a grandes velocidades cercanas a la velocidad de la luz; las partículas alfa y beta, entre otras, son algunos de los tipos más comunes de radiación de partículas.

No es objetivo de este trabajo profundizar en el estudio de la radiación cósmica, sin embargo, hablar brevemente del tema es útil para entender los propósitos del presente trabajo.

### 1.1. Rayos Cósmicos Primarios y Secundarios

Los rayos cósmicos provienen del espacio exterior y llegan a la tierra en todas direcciones. A los rayos cósmicos que inciden en el tope de la atmósfera terrestre se les llama *rayos cósmicos primarios*. Se sabe que en el tope de la atmós-

fera cerca del 98 % de las part3culas detectadas son protones y n3ucleos mientras que el 2 % son electrones. De los protones y n3ucleos, aproximadamente el 87 % son protones y el 12 % son n3ucleos de helio y el 1 % restante son n3ucleos pesados (Longair,2012[5]).

La f3sica de la radiaci3n c3smica involucra grandes energ3as medidas en millones de electr3n volts  $eV$ — Un  $eV$  es la energ3a que toma un electr3n cuando es acelerado por una diferencia de potencial de 1V en una distancia de 1m—, el espectro de energ3a de los rayos c3smicos esta comprendido en el amplio rango de  $10^9 eV$  a  $10^{20} eV$ (*v.vid.* [6]).

En energ3as menores a 10GeV el espectro tiene un comportamiento casi constante, esto se debe a la influencia del sol en la propagaci3n de estos rayos c3smicos. El flujo de part3culas de energ3as entre  $10^{15} eV$  y  $10^{18} eV$  sufre peque3as variaciones, las cuales est3n relacionadas con el origen de los rayos c3smicos.

Por otra parte, para los rayos c3smicos con energ3as mayores a  $10^{17} eV$ , existen muchas preguntas sin responder acerca de su naturaleza y espectro, los mecanismos que les permiten alcanzar tales energ3as , su propagaci3n a trav3s del espacio, la ubicaci3n y caracter3stica de los objetos astrof3sicos donde se generan.

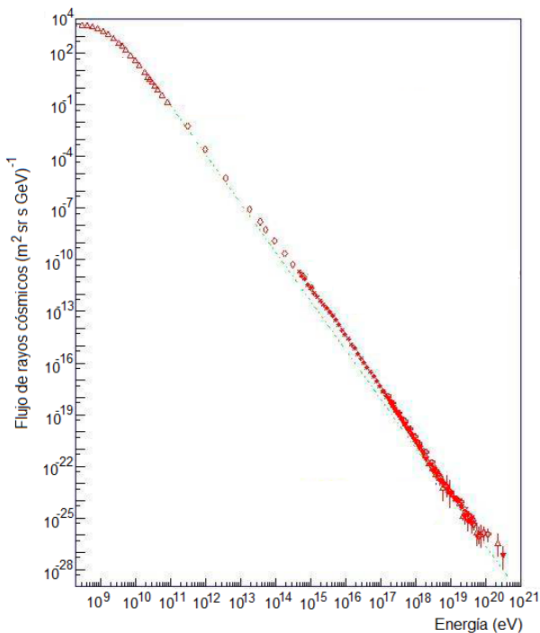


Figura 1.1: Espectro energ3tico de los rayos c3smicos construido con los datos de varios experimentos.[6]

Al entrar a la atm3sfera, existe una gran probabilidad de que las part3culas de los rayos c3smicos, colisionen con las mol3culas de aire ya sea con la estructura electr3nica del 3tomo o con el mismo n3ucleo. Cuando la interacci3n es



nuclear provoca la desintegración del átomo atmosférico.

Los protones (p) y neutrones (n) son, entre otros, productos de la colisión y al mismo tiempo son causantes de nuevos choques.

Los rayos cósmicos primarios ceden su energía para crear nuevas partículas de vida corta (inestables), tales como: piones ( $\pi$ ), piones pesados (K) e hiperones (Y). Si la energía cedida es lo suficientemente grande se pueden generar pares de : protones y antiprotones ( $\bar{p}$ ), neutrones y antineutrones ( $\bar{n}$ ). Dentro de todas estas partículas secundarias las más abundantes son los piones.

Los piones existen en tres estados de carga, positiva, negativa y neutra. Los piones cargados ( $\pi^+$ ,  $\pi^-$ ) que son inestables, tienen una vida media de  $2,6 \times 10^{-8}$  s pueden producir nuevas colisiones mientras que la mayoría de los piones neutros ( $\pi^0$ ), con vida media  $8,4 \times 10^{-17}$  s decaen antes de poder interaccionar ya que son partículas inestables.

Los piones  $\pi^0$  decaen en fotones y estos en un proceso de materialización se producen electrones positivos y negativos que posteriormente experimentan bremsstrahlung, radiación electromagnética que emite una partícula cuando es desacelerada [8], produciendo nuevamente radiación gamma. Los piones cargados decaen en muones ( $\mu^+$ ,  $\mu^-$ ) y neutrinos ( $\nu$ ), finalmente los muones decaen en electrones y neutrinos.

Son los piones y en lo que decaen, lo que determina casi toda la radiación cósmica secundaria que se detecta a nivel del mar. La mayor parte de las partículas secundarias que se producen se propagan en la misma dirección de la primaria.

En la Figura 1.2 se ilustra las interacciones descritas anteriormente, la partícula primaria forma un chubasco atmosférico lo cual da origen a la radiación cósmica secundaria.

### El sol y los Rayos Cósmicos

Los rayos cósmicos que se generan fuera del sistema solar se les llama *rayos cósmicos galácticos*. Al llegar a la heliosfera, son afectados por los campos electromagnéticos. Por esta razón, la detección de los mismos brindan información no solo del universo si no de la actividad solar.

Por un lado, el sol se ha identificado como la fuente de rayos cósmicos más cercana a la tierra y al mismo tiempo la actividad solar actúa sobre el flujo de rayos cósmicos, provenientes de otras fuentes, impidiendo indirectamente que penetren la tierra; a este fenómeno se le conoce como *modulación solar*.

Para entender el papel que juega el sol en relación con los rayos cósmicos hablaremos de su constitución y su actividad. La constitución del sol puede dividirse en dos partes: la interna —aquella que no se puede observar— y la atmósfera. Las capas de la atmósfera solar son tres; la *fotosfera* que, como su nombre lo indica, es una esfera de luz que emite un continuo de radiación electromagnética casi toda en el espectro visible. En la fotosfera se puede observar regiones oscuras conocidas como *manchas solares*, las cuales son la manifestación a pequeña escala del campo magnético solar.

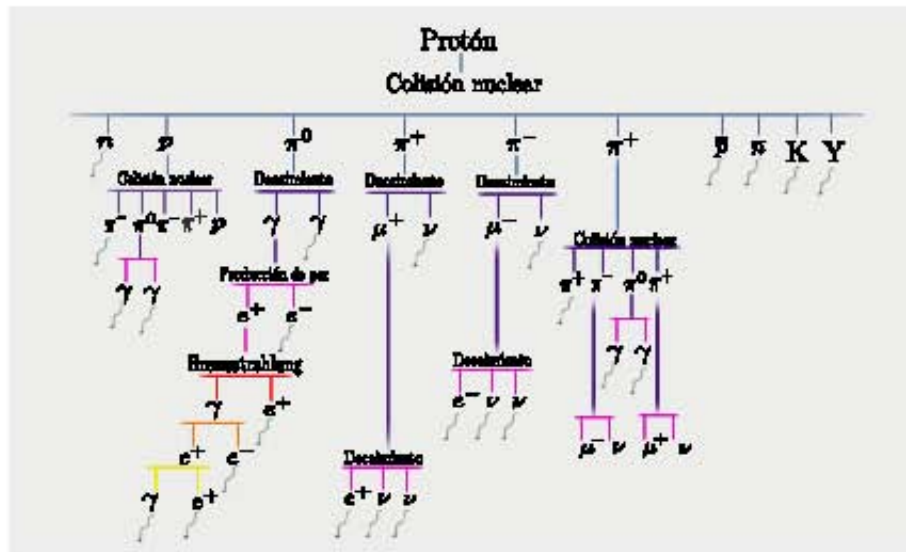


Figura 1.2: Chubasco atmosférico. Comienza con la colisión de una partícula de RC-primaria, generalmente un protón, con un núcleo de la atmósfera

La *cromosfera* que es una capa delgada de luz rojiza, puede ser observada sin ayuda de ningún equipo durante un eclipse solar, en palabras de la Dr. Silvia Bravo :

*La cromosfera presenta el aspecto de una llameante pradera de la cual surgen enormes lengüetas individuales aquí y allá. (Bravo, 1997, [9])*

Finalmente, la *corona* solar, la capa más externa del sol, esta compuesta de plasma cuya temperatura alcanza más de un millón de grados; la corona no esta confinada en una capa al rededor del sol si no que se extiende mucho más allá, incluso de la órbita terrestre; formando lo que se conoce como *viento solar*. El viento solar es un flujo de plasma y campo magnético.

A la región que se encuentra bajo la influencia del viento solar se llama *heliosfera*. Dado que el viento solar tiene conductividad eléctrica arrastra las líneas de campo magnético solar provocando que toda la heliosfera este bajo la influencia de un campo magnético que puede acelerar o desviar la trayectoria de la radiación cósmica.

Es así que el Sol es una estrella muy dinámica y da origen a una amplia gama de fenómenos. Por ejemplo, las Ráfagas y Eyecciones de masa coronal. Una Ráfaga es una explosión de gas cromosférico que puede tener duraciones de más de una hora y emisiones de energía en cantidades increíblemente grandes, acelerando partículas hasta el régimen relativista.

Las ráfagas son el resultado de la conversión de la energía magnética disponible en la corona en energía cinética de las partículas del medio. Algunas partículas salen disparadas hacia el medio interplanetario y pueden verse en

los alrededores de la Tierra en un tiempo después de la explosión, estas partículas se conocen como *rayos cósmicos solares*

Los rayos cósmicos solares son partículas de altas energías y forman parte de las emisiones generadas en una ráfaga. Están formados principalmente por protones y partículas alfa. El espectro de energías de los rayos cósmicos solares esta en el rango de unos cuantos eV hasta  $10^9$  eV. Debido al registro que se tiene de la detección de los rayos cósmicos solares se concluye que en promedio existe una ráfaga por año capaz de acelerar las partículas hasta energías de GeV.

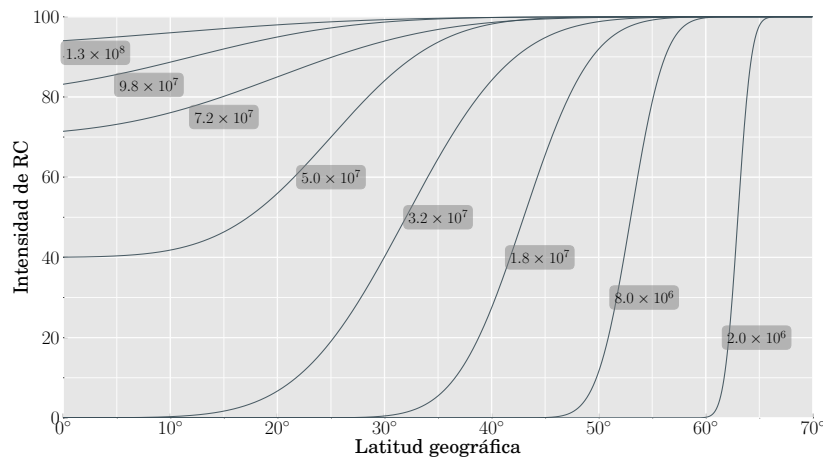


Figura 1.3: Efecto Latitudinal. Cada curva representa partículas de cierta rigidez magnética con unidades de  $\text{g a u s s} \cdot \text{c m}$ . La gráfica muestra el número total de partículas que llega al tope de la atmósfera en función de la latitud geográfica

Por otro lado, las Eyecciones de Masa Coronal— EMC—también son parte del origen de los rayos cósmicos solares. La EMC es la expulsión de gran cantidad de materia solar que arrastra consigo al campo magnético y perturba en gran medida al medio interplanetario. Dicho fenómeno puede acelerar  $\approx 10^{16}$ g de masa de el reposo hasta velocidades de miles de kilómetros por segundo en unos cuantos minutos.

Ahora bien, el campo geomagnético es otro modulador de los rayos cósmicos. Para interpretar las mediciones de la intensidad de la radiación cósmica es necesario considerar el campo magnético terrestre. No todas las partículas pueden penetrar hasta la superficie terrestre, algunas de ellas serán desviadas por el campo magnético. Partículas con menor energía cinética no pueden alcanzar puntos sobre la Tierra a bajas latitudes—ecuador— pero podrán llegar a latitudes mayores—polos—. Este fenómeno se conoce como *Efecto latitudinal*<sup>1.3</sup>.

El campo magnético de la tierra es un campo no uniforme sumado a esto la presencia del viento solar hace que las líneas del campo geomagnético estén comprimidas de un lado y estirada del otro. La trayectoria de una partícula que entra bajo la influencia de un campo no uniforme, como el de la tierra, es sumamente complicada.

Estudios del geof3sico C. St3rmer sobre la trayectoria de part3culas en un dipolo magn3tico concluyeron que: *para una part3cula positiva con cierta rigidez magn3tica existe un cono de direcciones prohibidas, cuyo eje apunta hacia el este*, en otras palabras, las part3culas con carga positiva llegar3n a la tierra en menor n3mero desde el Este del firmamento que de las regiones del Oeste del punto de observaci3n y para part3culas con carga negativa ocurre lo contrario. Esta asimetr3a se conoce como *-(Efecto este-oeste)-*.

Despu3s de una serie de experimentos, basados en los estudios de St3rmer, se estableci3 definitivamente que la radiaci3n c3smica es de naturaleza corpuscular y que la mayor3a de estas part3culas poseen carga positiva. El mexicano M. Sandoval Vallarta y el belga O. Lemaitre completaron los estudios del efecto este-oeste aplicado a la radiaci3n c3smica

La detecci3n de los rayos c3smicos nos provee una herramienta para relacionar las observaciones con fen3menos ya conocidos, por ejemplo los fen3menos eruptivos en el sol, y adem3s nos dan la posibilidad de continuar descubriendo nuestro universo. La medici3n de la RC, en la tierra, en sat3lites e incluso en sondas enviadas m3s all3 del planeta Plut3n, ha llevado a estudiar fen3menos como: la variaci3n diurna, el Decrecimiento Forbush y la variaci3n de 11 a3os, todas estas relacionadas con la actividad solar.

La *Variaci3n diurna* es el cambio en la intensidad de la radiaci3n c3smica que expone un m3ximo y un m3nimo durante un lapso de 24 horas (Fig.1.4). Esta variaci3n se debe al arrastre de los rayos c3smicos provocado por las l3neas del campo magn3tico interplanetario. Por un lado, las l3neas de campo dirigen a los rayos c3smicos hacia adentro de la heliosfera. Mientras que la expansi3n del viento solar provoca que las l3neas del campo interplanetario sean arrastradas hacia afuera de la heliosfera. El flujo neto de los rayos c3smicos, resultado de la suma de estas dos fuerzas, presenta un m3ximo aproximadamente a las 15 horas y un m3nimo a las 3 horas en tiempo local [8].

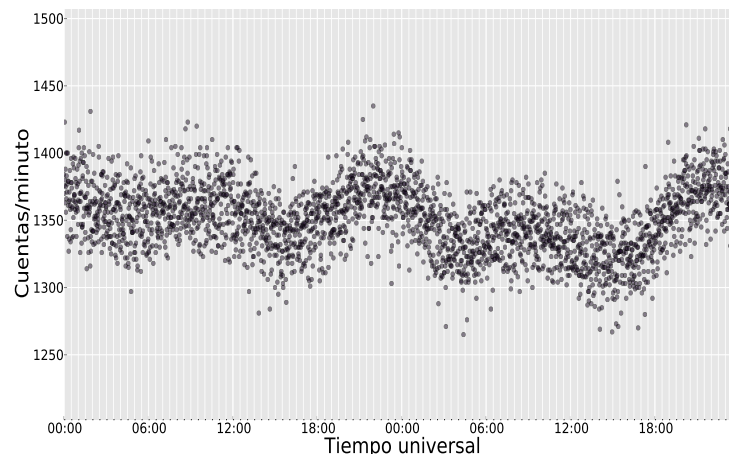


Figura 1.4: Variaci3n diurna. Datos extra3dos de la base de datos del Observatorio de rayos c3smicos de la ciudad de M3xico-CU, 10-Noviembre-2013 a 11-Noviembre-2013 con una resoluci3n de 1 min. (v.vid.[1])

La *Variación de 11 años* se refiere al periodo pico de actividad solar. Durante el máximo de la actividad solar se transportan campos magnéticos de mayor intensidad hacia afuera del sol, arrastrados por el viento solar, desviando un número mayor de partículas. Mientras que en el periodo de menor actividad solar, las partículas de la radiación cósmica pueden alcanzar mejor el interior de la heliósfera y, en particular, las proximidades de la tierra. Las manchas solares, manifestaciones visibles de enormes tubos de flujo magnético, son un parámetro que permite medir de manera indirecta la actividad solar. La presencia abundante de manchas solares coincide aproximadamente con un mínimo en la intensidad de rayos cósmicos. (Maria G.,2013[10])

El *decrecimiento forbush* es una disminución en la intensidad de los rayos cósmicos. Se caracteriza por dos fases: un decrecimiento repentino, que dura unas cuantas horas, y una recuperación gradual, que dura varios días e incluso semanas (Fig.1.5). La teoría mayormente aceptada para explicar el decrecimiento forbush es una eyección de masa coronal a grandes velocidades. Un plasma tan rápido produce una onda de choque que crea una nube magnética impidiendo el paso de la radiación cósmica; a medida que la onda de choque se aleja de la tierra permitirá el arribo de las partículas. (Maria G.,2013[10])

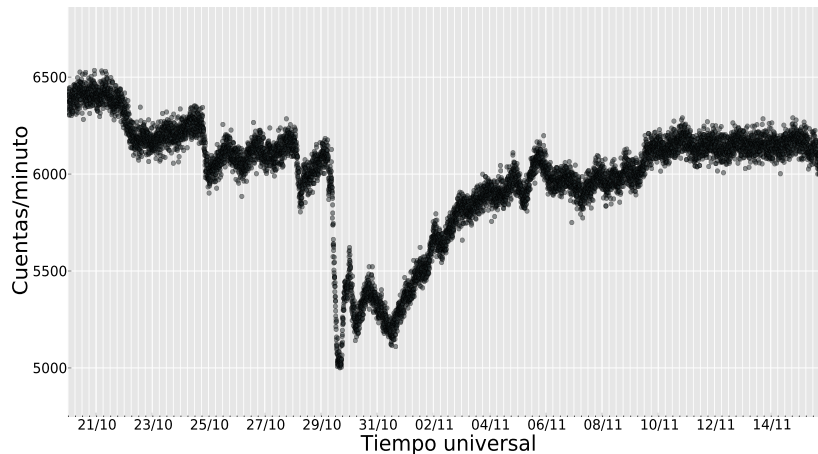


Figura 1.5: Decrecimiento Forbush. Datos extraídos de la base de datos del Observatorio de rayos cósmicos de la ciudad de México-CU, 20-October-2003 a 15-Noviembre-2003 con una resolución de 5 min. (v.vid.[1])

# 2

## Detectores de Radiación

La radiación es detectada sólo a través de su interacción con la materia.[11] Cuando las partículas cargadas interactúan con los electrones de cierto medio provocan: la excitación o ionización de sus átomos, de tal forma que la radiación incidente pierde su energía mientras atraviesa dicha materia.

Mientras que la ionización produce portadores de cargas libre capaces de generar campos eléctricos, la desexcitación de los átomos genera emisión de fotones.[12] La mayoría de los detectores de radiación depende de la detección de los portadores de cargas libre *-Detectores por ionización-* o de la emisión de fotones *-Detectores de centelleo-*.

Metodos de Detección	Tipos de Detector	Medios de Detección
Detectando Portadores de carga libres	Cámara de Ionización	Gases, Semi-conductores, Formas condensadas de elementos nobles.
	Contadores Proporcionales	Líquidos de elementos nobles.
	Contadores Geiger-Müller y contadores avalancha	Gases.
Detectando Luz	Detectores de centelleo	Cristales Inorganicos, Líquidos organicos Pasticos de elementos nobles.
	Detectores Cherenkov	Gases, Líquidos y solidos transparentes
Detectando Portadores de carga libres + Detectando luz.	Detectores Híbridos	Gases y Líquidos de elementos nobles (Argón, Xenón)
Segimiento de Trazas	Detectores de grabado de trazas	Minerales Cristal Plastico

Figura 2.1: Tipos de Detectores de partículas energéticas

La detección de partículas neutras se realiza de forma indirecta, generando partículas cargadas que posteriormente pueden ser detectadas. En el caso de un neutrón, una iteración con los núcleos del medio detector, tal como la dispersión elástica, permite la liberación de una partícula cargada que puede ionizar el material. En otras palabras, cuando un neutrón colisiona con un núcleo preferentemente con uno de masa similar, transfiere su energía cinética

provocando la liberación de un protón.

En la tabla 2.1 se ilustra la clasificación de los detectores que comúnmente son utilizados (S.N.Ahmed,2007[3]); los detectores de ionización de gas y los basados en material semiconductor encabezan la lista. Entre los detectores que dependen de los portadores de energía libre está la *cámara de ionización* que permite medir el flujo total de la radiación. Está conformada por un contenedor esférico, lleno de Argón, y blindado con placas de Bronce para evitar la contaminación por radiactividad local. En la parte interior de la cámara se encuentra un electrodo conectado a una fuente de alto voltaje. Cuando una partícula penetra el blindaje, ioniza el gas y los iones positivos y negativos son acelerados, por el alto voltaje, hacia el contenedor y el electrodo, respectivamente. Como consecuencia de esto se produce una pequeña corriente eléctrica que puede ser medida por medio de un amperímetro.

El desarrollo de la tecnología a impulsado al diseño de nuevos detectores de radiación como los *contadores proporcionales* y los *contadores Geiger-Müller* los cuales utilizan la amplificación de los portadores de carga libre para producir una ionización secundaria en el gas a través de un campo eléctrico grande. A principios de los sesenta se desarrollaron los *detectores semiconductores*, lo que significó un gran avance en el desarrollo de detectores de radiación. El uso de materiales semiconductores como detectores de radiación permite crear un número de portadores mucho mayor que con cualquier otro tipo de detector. Por ello, se alcanza la mejor resolución en energía.

El campo de *detectores de radiación* es extenso, por lo que en este trabajo solo prestaremos atención a algunas propiedades generales de los detectores.

## 2.1. Propiedades Generales

### 2.1.1. Modelo Simplificado

El modelo simplificado de un detector supone que una carga eléctrica  $Q$  es depositada en el detector, en el tiempo  $t = 0$ , cuando una o varias partículas atraviesan e interaccionan con el mismo. Enseguida la carga  $Q$  es recolectada, generalmente se aplica un campo eléctrico al detector con el propósito de que la carga positiva y negativa liberadas fluyan en diferentes direcciones. Las cargas positivas son atraídas hacia el cátodo del detector mientras que las negativas se dirigen hacia el ánodo.

El *tiempo de recolección* ( $t_c$ ) de toda la carga liberada varía dependiendo del detector. Este tiempo incluye el tiempo de movilidad de la partícula en el detector y el tiempo en que la carga emitida llega a los electrodos del mismo. El resultado es la aparición de una corriente que circula durante un lapso de tiempo igual al tiempo  $t_c$ . Al estar sometido bajo una radiación constante la señal de salida será un tren de *pulsos lineales*, en donde cada señal pulso lleva información en su amplitud y su forma.

Un detector de RC está recibiendo radiación de forma aleatoria y continua, por lo que, el tiempo entre eventos y pulsos de corriente sucesivos también

es aleatorio. Cuando la tasa de radiación es muy grande se produce una corriente de mayor duración en comparación con un evento típico en una tasa de radiación baja. Por supuesto siempre existirán diferencias entre eventos registrados debido a que la duración y la amplitud de cada pulso de corriente varia dependiendo del tipo de interacción.

### 2.1.2. Modos de operación

Existen dos modos de operación de los detectores de radiación; *modo pulso* y *modo corriente*.

El modo de operación *corriente* consiste en conectar a la salida del detector un medidor de corriente -amperímetro- y registrar el valor promedio de la intensidad de corriente en un intervalo de tiempo T. La señal medida es una corriente en función del tiempo dada por:

$$I(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t i(t') dt' \tag{2.1}$$

Debido a que T es mayor comparado con el tiempo promedio entre los pulsos de corriente, la medición sera el resultado de la interacción de varias partículas en el volumen activo del detector.

En un periodo de adquisición, donde T sea constante, la corriente promedio puede ser expresada como la suma de una constante  $I_0$  más una fluctuación  $\sigma_i(t)$ . La variable aleatoria  $\sigma_i(t)$  se presenta como consecuencia de la naturaleza aleatoria de la radiación; ya que en cada intervalo de tiempo T se tendrá diferente número de pulsos, con diferentes anchos y amplitudes. En este modo de operación se pierde la información individual de cada partícula sin embargo es característico de los detectores usados en dosimetría, en los que las magnitudes de interés suelen ser promedios estadísticos durante tiempos mas o menos largos.

El modo de operación pulso es el más utilizado, está diseñado para que el sistema de adquisición registre pulsos lineales generados por eventos individuales en el detector. Este modo de operación es utilizado en aplicaciones de *espectroscópica* —análisis de altura de pulsos— o en el *conteo de pulsos*—tasa de cuentas por intervalos de tiempo—.

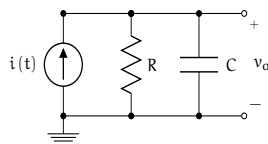


Figura 2.2: Circuito Equivalente.

La señal producida por un evento, en el modo pulso, depende de las características de entrada del circuito conectado al detector; comúnmente un preamplificador. Un preamplificador es un eficiente amplificador que se conecta directamente a la salida del detector y se utiliza para elevar la amplitud de la



señal hasta un valor útil, produciendo una distorsión no lineal mínima y el menor ruido térmico posible. Dicho circuito puede representarse como un circuito RC en paralelo (Fig. 2.2). Donde R representa la resistencia de entrada del circuito y C la capacitancia equivalente del detector mismo y del circuito conectado. Si por ejemplo un preamplificador es conectado al detector; entonces, R es la resistencia de entrada del circuito y C la capacitancia equivalente de: el detector, del cable que conecta el detector al preamplificador y la capacitancia de entrada del preamplificador.

Del circuito equivalente sabemos que la impedancia equivalente  $Z_{eq}$  esta dada por:

$$Z_{eq} = \frac{Z_R Z_C}{Z_R + Z_C} \quad (2.2)$$

Donde  $Z_C$  es:

$$Z_C = j \frac{1}{\omega C} \quad (2.3)$$

Ahora bien, cuando:

$$Z_C \Big|_{\omega \rightarrow 0} = \infty \quad (2.4)$$

$\therefore$  el valor de  $Z_{eq} = R$ , ya que la rama del circuito donde esta el capacitor figura en circuito abierto. Lo contrario sucede cuando  $\omega \rightarrow \infty$ , la rama del circuito donde esta el capacitor estará en corto circuito.

De esta forma, la respuesta en frecuencia del circuito es la de un filtro pasa bajas, donde la frecuencia de corte esta dada por:

$$\omega_c = \frac{1}{2\pi RC} \quad (2.5)$$

La señal de salida  $V_o$  depende de la razón entre el valor de la *constante de tiempo*  $\tau = RC$  y la duración del pulso de corriente  $i(t)$  —tiempo de recolección de carga  $t_c$ —. Por lo tanto, debemos considerar dos casos, cuando:  $\tau \ll t_c$  y  $\tau \gg t_c$ .

Cuando la constante de tiempo  $\tau$  es mucho menor que el *tiempo de recolección de la carga*  $t_c$ , la corriente circulara a través de la resistencia R casi en el mismo instante que la corriente fluye en el detector; lo que significa que la señal  $V(t)$  tiene una forma idéntica a la señal de corriente producida por el detector. Este modo de operación es útil cuando se desea conocer el tiempo de arribo de la partícula más que su energía.

En el segundo caso, cuando  $\tau$  es más grande que el tiempo  $t_c$ , muy poca corriente fluye en la resistencia cuando la carga se esta recolectando. La señal de corriente es integrada por el capacitor, si el tiempo entre pulsos es lo suficientemente grande, el capacitor se descarga a través de la resistencia regresando su voltaje a cero. En la figura 2.3 se expone, para su mejor explicación, la formación de la señal de salida  $V(t)$  para este modo de operación.

El tiempo requerido para que  $V(t)$  alcance el valor máximo depende únicamente del tiempo de recolección de la carga en el detector, por otro lado, el

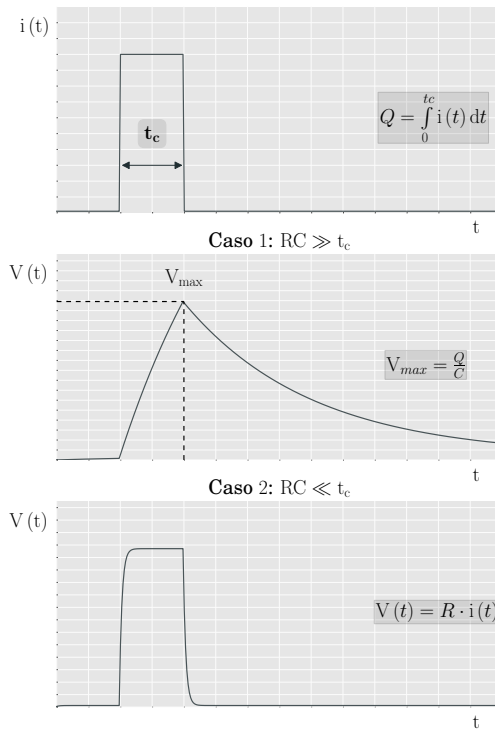


Figura 2.3: Modo Pulso de operación.

tiempo de decaimiento esta determinado solo por el circuito conectado al detector. La amplitud  $V_{max}$ , cuando  $C$  es constante, es directamente proporcional a la carga  $Q$  liberada en el detector a causa de una interacción y esta dada por:

$$V_{max} = \frac{Q}{C} \tag{2.6}$$

Finalmente la señal medida, en un detector que opera en modo pulso, es una señal de pulsos lineales. Por lo tanto el calculo de la distribución de amplitudes de pulsos refleja la distribución correspondiente en energía de la radiación incidente.

### 2.1.3. Espectro de Alturas de Pulsos PHS

Cuando se opera un detector en modo pulso, la amplitud de los pulsos lleva información importante sobre la carga de la radiación incidente en el detector. La diferencia de amplitudes entre los pulsos de voltaje puede deberse a diferencias en la energía de la radiación incidente o a fluctuaciones inherentes al detector para una radiación monoenergética. El calculo del Espectro de Alturas de pulsos, también llamado Distribución de alturas de pulsos, provee de una herramienta para realizar un análisis de los datos.

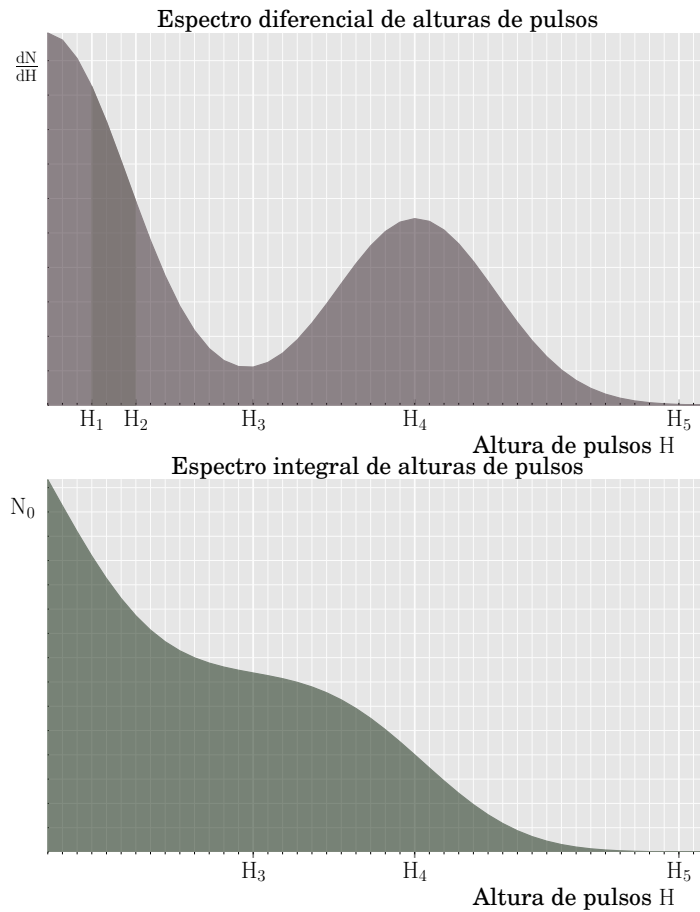


Figura 2.4: Espectro Diferencial e Integral de Alturas de pulsos

En términos generales el espectro de alturas de pulsos de una fuente de radiación consiste en picos y valles relacionados a la energía de la fuente, también refleja algunas interacciones que ocurren dentro del detector y las características de operación de la electrónica asociada al mismo. Existen dos técnicas para el análisis de la altura de pulsos; el tipo *integral* y el tipo *diferencial*.

En la figura 2.4 se representa una distribución hipotética. En la distribución diferencial de alturas de pulsos el eje de las abscisas es la escala de amplitud de pulsos, el eje de las ordenadas el número de pulsos observados dentro de un intervalo de altura de pulsos dividido entre el ancho del intervalo  $\frac{dN}{dH}$ . Así que, el número de pulsos entre las alturas  $H_1$  y  $H_2$  se obtiene calculando el área bajo la curva de la distribución de la siguiente manera:

$$N^{\circ}\text{pulsos} = \int_{H_1}^{H_2} \frac{dN}{dH} dH \quad (2.7)$$

El número total de pulsos  $N_0$  es obtenido integrando todo el espectro de alturas:

$$N_0 = \int_0^{\infty} \frac{dN}{dH} dH \quad (2.8)$$

El punto  $H_4$  de la distribución ejemplificada representa la amplitud donde existe un gran número de incidencia de pulsos, por el contrario, los puntos de valle como  $H_3$  indica las amplitudes en las cuales se producen relativamente pocos pulsos.

Por otro lado, en el espectro integral de alturas de pulsos, mostrado en la figura 2.4, el eje horizontal es la escala de alturas y el eje vertical el número de pulsos cuya amplitud excede un determinado valor de la abscisa  $H$ . Debido a que todos los pulsos tienen una altura finita, el valor de la distribución integral en  $H = 0$  es el número total de pulsos analizados  $N_0$ .

Ambas distribuciones contienen la misma información y pueden obtenerse una a partir de la otra. El valor de la distribución diferencial en cualquier altura de pulso  $H$  es el valor absoluto de la pendiente de la distribución integral en el mismo valor.

#### 2.1.4. Resolución de Energía

La definición de *resolución de energía* de un detector es el cociente:

$$R = \frac{FWHM}{H_0} \quad (2.9)$$

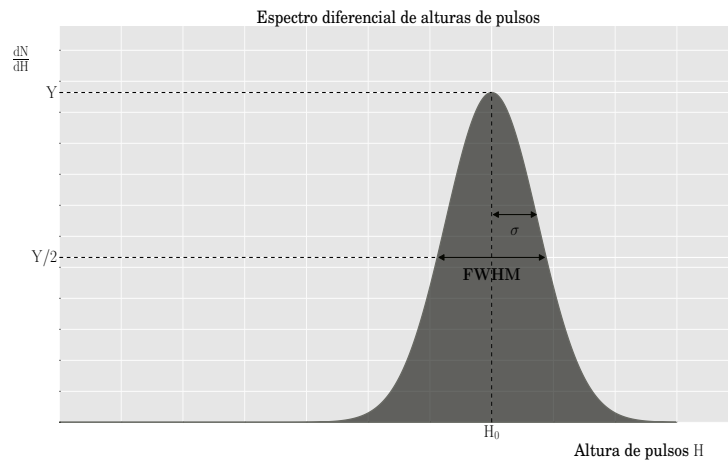


Figura 2.5: Definición de Resolución de Energía

Donde FWHM, del inglés Full Width at Half Maximum, es un parámetro con una interpretación geométrica simple; es una medida de la extensión de una función, que viene dada por la diferencia entre los dos valores extremos de

la variable independiente en los que la variable dependiente es igual a la mitad de su valor máximo. La resolución R es un valor adimensional, frecuentemente expresada en porcentaje. Por ejemplo, para un detector de centelleo usado en espectroscopia de rayos gama su resolución normalmente se encuentra en el rango de 5% – 10%.

Entre menor sea el valor de R mejor será la resolución del detector debido a que podrá distinguir entre radiaciones cuyas energías sean similares. Sin embargo, la resolución de un detector puede ser afectada por algunas fuentes que introducen fluctuaciones o cambios en la respuesta del detector, tal es el caso del ruido del sistema de instrumentación (déficit balístico, presencia de pulsos pile-up), modificaciones en las características de operación del mismo y ruido aleatorio intrínseco al propio detector — *ruido estadístico*—.

El ruido estadístico es una de las fluctuaciones más importantes ya que siempre va a estar presente en la señal obtenida del detector, sin importar cuan cuidadosos seamos con el montaje y funcionamiento del resto del equipo. El ruido estadístico se genera a partir de que la carga Q generada dentro del detector por la radiación incidente; representa un número discreto de portadores de carga. El número de portadores esta sujeto a un proceso totalmente aleatorio, esto genera fluctuaciones entre eventos. A pesar de que dos eventos depositen la misma cantidad de energía, el numero de fluctuaciones puede ser distinto. Por ejemplo, en una cámara de ionización el número de pares de iones producidos por cada partícula que interacciona con el detector, no es exactamente el mismo, incluso cuando tienen la misma energía. Además no todas las partículas pierden totalmente su energía en el medio detector.

En la figura 2.5 se ilustra un Espectro de Alturas de Pulsos-Diferencial hipotético de un detector que recibe radiación de una fuente mono-energética  $H_0$ , afectado por ruido estadístico. El espectro que se espera, debería ser una espiga (impulso) y no una campana. La distribución tiene a una forma gaussiana cuando N es grande, la cual se define, como:

$$G(H) = \frac{A}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(H-H_0)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.10)$$

La desviación estándar  $\sigma$  es utilizada para calcular el FWHM de cualquier gaussiana a través de:

$$\text{FWHM} = 2,35\sigma \quad (2.11)$$

Por otro lado, si otras fuentes de fluctuación simétricas e independientes, mencionadas anteriormente, se suman al ruido estadístico en la señal, la resolución de energía del detector sera la contribución de todas las  $\text{FWHM}_{\text{ruido}_i}$  — Ecuación 2.12— de todas las fuentes de ruido en el sistema. La teoría estadística -Teorema 1- predice que la función de respuesta en general siempre tenderá hacia una forma gaussiana, aun si cada fuente tiene una distribución diferente.

$$\text{FWHM}_{\text{total}}^2 = \text{FWHM}_{\text{ruido}_e}^2 + \text{FWHM}_{\text{ruido}_i}^2 + \dots \quad (2.12)$$

Por lo tanto, la ecuación (2.10) es utilizada para calcular la resolución de energía total, es decir, para aquellos detectores que son afectados por varias fuentes de ruido.

**TEOREMA 1 (DEL LÍMITE CENTRAL)** Sea  $X_1, X_2, \dots, X_n$  un conjunto de variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas con una distribución no específica, con media  $\mu_{x_i}$  y varianza  $\sigma_{x_i}^2$  diferentes de cero. El promedio muestral  $\bar{X}$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

tiene una distribución con media  $\mu$  y varianza  $\frac{\sigma^2}{n}$  que tiende hacia una distribución normal conforme  $n$  tiende a  $\infty$

(A. Papoulis, 1991, p.214,[13])

### 2.1.5. Tiempo muerto

En los detectores de radiación existe un tiempo mínimo entre dos sucesos consecutivos para que ambos puedan ser registrados como procesos independientes. Este tiempo mínimo de separación es llamado comúnmente *tiempo muerto*- $\tau_m$  y esta determinado por el detector y/o la electrónica asociada al mismo. Por ejemplo, en los contadores proporcionales interviene el hecho de que el gas necesita un tiempo de relajamiento después de haber sido ionizado por la radiación.

Debido a la naturaleza aleatoria del fenómeno de la radiación cósmica, existe la probabilidad de que un evento pueda no ser detectado como evento individual si se presenta casi al mismo tiempo que un evento predecesor. Por otra parte, si el detector trabaja con algún circuito electrónico durante su operación, los elementos del circuito cuentan con un tiempo de respuesta por lo que serían incapaces de tratar un segundo pulso por un periodo de tiempo después del primer pulso.

Las pérdidas por tiempo muerto pueden llegar a ser significativas cuando la intensidad de la radiación aumenta. Para detectores, utilizados como contadores de pulsos, existen dos modelos sobre el comportamiento del tiempo muerto: respuesta *extensible* y respuesta *no extensible*(G.F.Knoll,2000,p.120,[14]).

Con referencia a lo anterior, utilizaremos la figura para ejemplificar los modelos de tiempo muerto. A la mitad de la imagen se representan seis eventos en el detector distribuidos de forma aleatoria. En la gráfica inferior de la imagen, se ilustra el comportamiento no extensible del tiempo muerto, se observa que cada vez que se presenta un evento verdadero en el detector durante el tiempo  $\tau_m$  se pierden y no se produce ningún efecto en el comportamiento del detector. Por el contrario, en la parte superior de la imagen, se tiene la respuesta extensible del detector lo que implica que cada vez que se registran dos o más

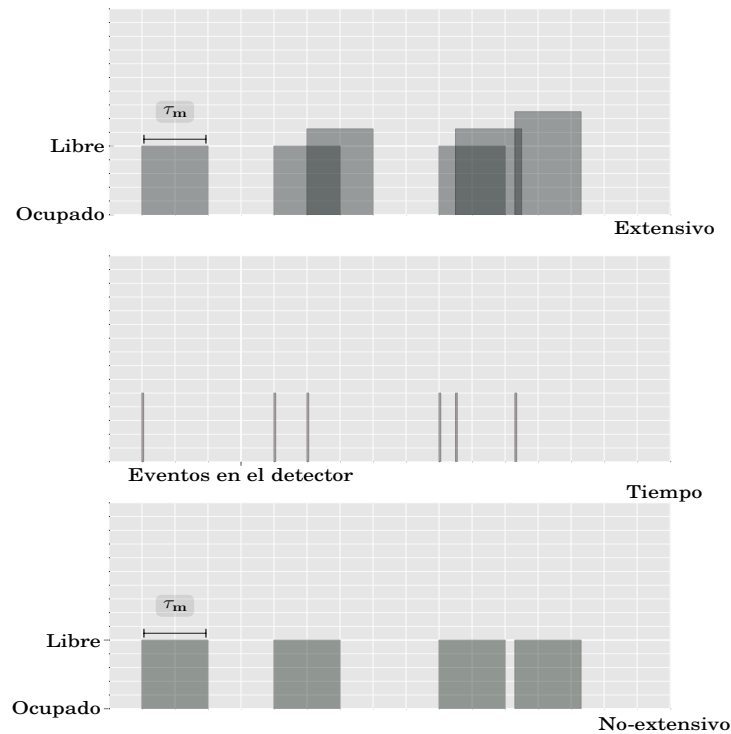


Figura 2.6: Formación de pulsos, a la salida del preamplificador

eventos verdaderos consecutivos con una diferencia temporal mínima, el tiempo muerto crece en otro periodo  $\tau_m$  perdiendo la individualidad del primer evento.

De acuerdo con la imagen en ambos modelos se predicen pérdidas, sin embargo son diferentes cuando la intensidad de la radiación es alta. En otras palabras, si  $n$  es la tasa de eventos reales y  $m$  la tasa observada, cuando  $n$  crece en un modelo no extensible los eventos observados se incrementan. A diferencia de un modelo extensible cuando  $n$  crece los eventos registrados decrecen. En condiciones reales, un sistema de detección trabajando como contador de pulsos muestra un comportamiento intermedio entre estos dos modelos ideales de tiempo muerto. El comportamiento detallado, en un sistema específico, puede depender de: procesos físicos que tienen lugar en el detector, tiempos de retardos en la electrónica o en el sistema de adquisición.

Finalmente, es importante mencionar la importancia de los sistemas de procesamiento de la señal ya que extrae la información de los detector, la elección de este dependerá del tipo de detector, el preamplificador y la tasa media de pulsos que el sistema requiere manejar.

Hasta aquí hemos mencionado algunas de las características de los detectores. Lo siguiente es hablar sobre un fenómeno, que aunque no es una característica, es un efecto muy común en los sistemas de detección de radiación:

Apilamiento de pulsos.

### 2.1.6. Apilamiento de pulsos

Debido a la naturaleza aleatoria de la radiación, a las características intrínsecas del detector y a la duración finita de los pulsos; siempre existe la posibilidad que dos eventos ocurran en rápida sucesión y que pueden apilarse, este fenómeno se denomina *Apilamiento de pulsos— Pile-up—*. Para sistemas de detección cuyo objetivo es el análisis de la altura de pulsos -espectroscopia- los efectos pueden ser significativos y aun más si la intensidad de la radiación es alta.

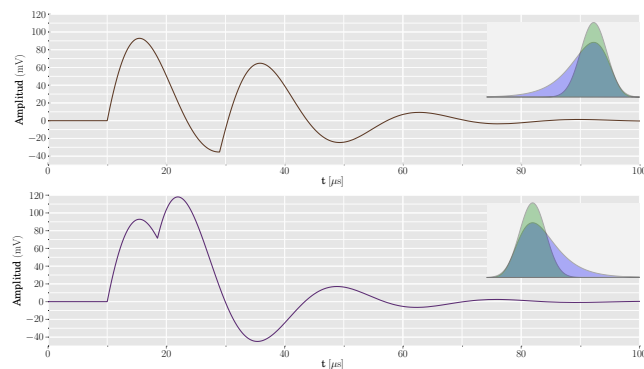


Figura 2.7: Apilamiento de pulsos. Imagen superior *Tail pile-up A*, línea de referencia movida a un nivel menor a 0. Imagen inferior *Tail pile-up B*, línea de referencia movida a un nivel mayor a 0. (G.F.Knoll,2000,p.633,[14])

Existen algunas técnicas que pueden llevar a reducir los efectos debido al apilamiento de pulsos; por ejemplo, reducir el ancho de los pulsos. Es importante considerar el déficit balístico y la relación señal-ruido que impiden la reducción de los anchos de pulsos hasta cierto punto. En el caso del déficit balístico, medida de variación desviación entre la amplitud de la señal de salida del preamplificador  $V_{max}$  y el pulso de corriente  $i(t)$  debida a una integración inexacta, su valor es mayor mientras más angosto se forme el pulso. Entre mas grande sea el déficit balístico mayor sera la distorsión en la amplitud del pulso de salida y por lo tanto en la información de energía contenida en él.

El fenómeno de apilamiento se divide en dos clases, cada clase tiene diferentes efectos en el espectro de alturas de pulsos. Cuando un pulso se apila en algún punto durante el tiempo de caída de un pulso precedente, ocasiona una aparente alteración en la altura del segundo pulso; este comportamiento es generalmente conocido como *tail pile-up*. La deformación del espectro obedece al instante en que el segundo punto se apila con el primero.

La figura 2.7 muestra dos ejemplos en que el *tail pile-up* puede presentarse. Por ejemplo, un sistema analizador de amplitudes resuelve al segundo pulso con mayor altura que el primero, o con mayor energía, cuando el segundo pulso se presenta en  $t_p$  a pesar de que ambos eventos sean producidos por



el mismo valor de carga liberada en el detector. La repetición frecuente de este tipo de apilamiento, deforma el espectro ensanchándolo de un lado u otro, dependiendo el caso.

El segundo tipo de apilamiento es llamado *peak pile-up*, ocurre cuando dos pulsos están lo suficientemente cercanos uno del otro que son definidos por el sistema analizador de alturas como un solo evento. El resultado es un pulso combinado con una altura aparentemente igual a la suma de dos eventos individuales. Los efectos del segundo tipo no solo se ven reflejados en el análisis del espectro de alturas de pulsos sino en sistemas de conteo de pulsos ya que en lugar de registrar dos pulsos solo registra uno.

## 2.2. Detectores por ionización de gas

Un detector por ionización de gas consiste de un gas encapsulado y dos electrodos -positivo y negativo-, los electrodos son originados por una diferencia de potencial grande que puede variar aproximadamente de 100V a 900V dependiendo del diseño y modo de operación del detector. La mayoría poseen geometría cilíndrica, aunque también existen con geometría esférica o plana.

El principio de funcionamiento radica en la ionización de las moléculas del gas debido al paso de la radiación a través del detector. La elección del gas, presión del gas, la geometría del detector y el voltaje aplicado controla la producción de carga y su comportamiento cinemático en el gas.

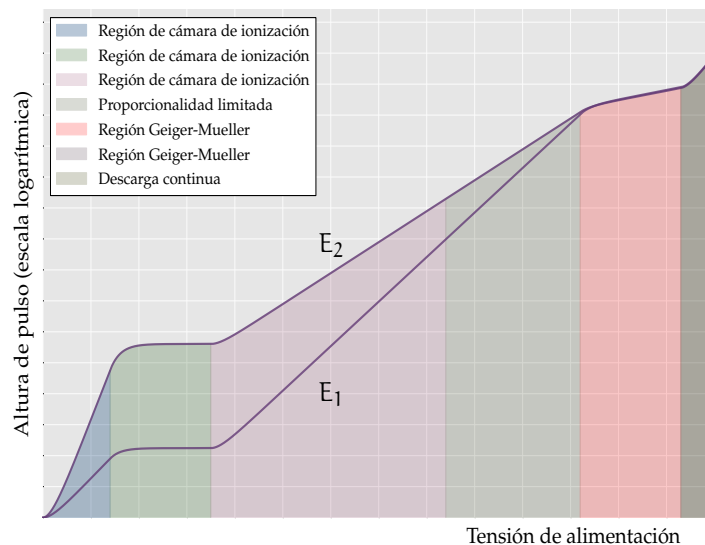


Figura 2.8: Variación de la altura de pulsos producidos por un detector relleno de gas con respecto al voltaje aplicado. Donde  $E_2 > E_1$ . (S.N.Ahmed,2007,p.162,[3])

En la figura 2.8 se muestran las diferentes regiones de operación de un detector de gas en función de la diferencia de potencial aplicada a los electrodos.

Cuando la tensión es pequeña  $V \approx 0$ , el campo eléctrico en el detector es débil y las cargas producidas por el paso de la radiación incidente no son atraídas a los electrodos; por lo que los pares de iones se recombinan. La recombinación ocurre cuando un ión positivo captura un electrón libre para formar así, un átomo neutro. (Robert W. Christy, 1971 [15])

Conforme aumenta el voltaje todos los iones son recolectados por los electrodos, se dice entonces que se encuentra en la región *de cámara de ionización*. Las corrientes generadas en las cámaras de ionización suelen ser de muy bajo valor, del orden de  $10^{-12}$  amperes, lo que impone precauciones especiales para su medición.

Cuando los iones adquieren suficiente energía para ionizar al gas mientras se mueven hacia los electrodos se produce el fenómeno de *multiplicación*, es decir, los iones alcanzados por los electrodos serán  $nM$  donde  $n$  son los iones primarios y  $M$  un factor de multiplicación; cuando  $M$  es menor a  $10^4$  se está en la *zona de proporcionalidad estricta* y cuando  $nM$  está al rededor de  $10^1$  se define la *zona de proporcionalidad limitada*. La amplitud de los pulsos generados en esta zona guarda proporcionalidad con la energía de las partículas ionizantes.

Finalmente, entre más aumenta la tensión aplicada a los electrodos, se entra a la *zona Geiger* en la que el número de iones recolectados deja de ser dependiente de los iones primarios, cesa de aumentar la multiplicación y la amplitud del impulso resulta máxima. La principal característica de un contador Geiger-Müller es que la amplitud de la señal eléctrica es independiente de la energía y naturaleza de la partícula, resultando la de mayor amplitud obtenible con la configuración del detector gaseoso utilizado.

### 2.2.1. Contadores Proporcionales

El contador proporcional es un tipo de contador relleno de gas introducido a finales de 1940s. Es utilizado casi siempre en modo pulso. La característica principal de este detector es que amplifica la carga de los iones primarios. A diferencia de otros detectores por ionización, los contadores proporcionales siempre tienen una geometría cilíndrica (Fig. 2.9).

#### Formación de avalancha

Para situaciones en que la energía de la partícula incidente al detector no es grande o el flujo es pequeño, la amplitud del pulso generado puede no ser lo suficientemente grande para distinguirse del ruido, por lo tanto, es necesario incrementar la amplitud del pulso en función de producir nuevos procesos de ionización.

Al incrementar el campo eléctrico en el gas, la migración de los electrones libres a los electrodos son fácilmente acelerados por el campo aplicado y pueden tener la energía cinética suficiente para sumar un par iónico en una nueva ionización. El segundo electrón liberado puede ser nuevamente acelerado y posiblemente producir otra ionización, y así sucesivamente. El proceso de

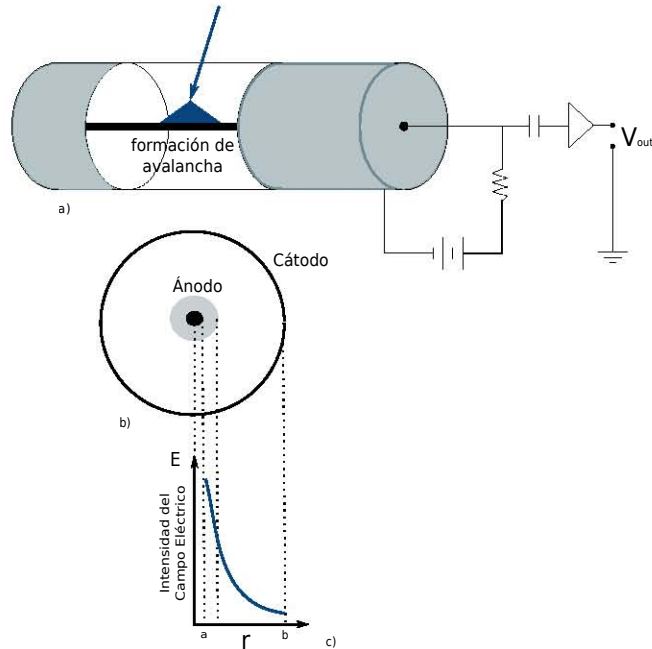


Figura 2.9: a) Esquema de un contador proporcional. b) Corte transversal del contador proporcional. El círculo central representa el ánodo y el círculo de mayor diámetro es el cátodo. c) Intensidad del campo eléctrico radial

multiplicación toma la forma de una cascada, conocida como *avalancha Townsend*

La intensidad de campo eléctrico en cualquier distancia radial  $r$  de un cilindro de radio  $b$  que tiene en el centro un alambre de radio  $a$  esta dada por:

$$E = \frac{V}{r \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \quad (2.13)$$

Como se puede observar en la figura 2.9.(c) la intensidad del campo eléctrico es alta en las proximidades del ánodo lo cual asegura una mejor eficiencia de recolección de electrones. La intensidad alta del campo eléctrico permite iniciar el proceso de avalancha pero el número de iones totales producidos esta en función del *factor de multiplicidad*  $M$

Existe un rango de tensiones aplicadas a los electrodos en las cuales el número de cargas producidas- $n$  en la avalancha es proporcional a el número de cargas primarias producidas por la radiación incidente de la siguiente manera:

$$n = Mn_0 \quad (2.14)$$

Donde el *factor de multiplicidad*, para un campo uniforme, esta definido por:

$$M = e^{\alpha x} \quad (2.15)$$

$\alpha$  es conocido como el *primer coeficiente de Townsend* (Fig. 2.10). El primer coeficiente de Townsend representa el número de colisiones ionizantes por unidad de longitud de la trayectoria de partículas.

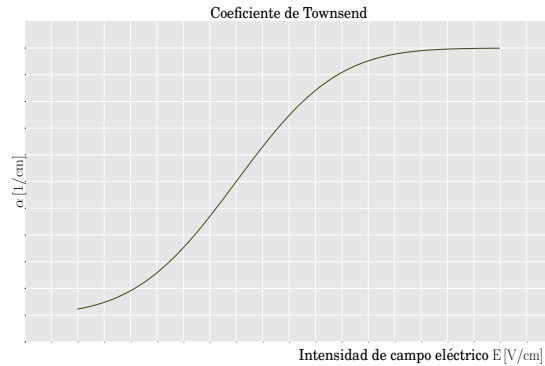


Figura 2.10: Gráfica del primer coeficiente de Townsend como una función del campo eléctrico para un gas típico. (S.N.Ahmed,2007,p.188,[3])

Un efecto negativo de incrementar la tensión al contador proporcional es la acumulación de iones positivos alrededor del ánodo. Debido a que la carga positiva se mueve mucho más lento que los electrones, se produce la disminución en la intensidad del campo eléctrico efectivo en el interior del volumen activo. Cuando esto sucede la proporcionalidad entre la energía depositada y la altura del pulso de salida ya no se puede garantizar.

# 3

## Estándar 6 – NM64

Entre 1948 y 1950 John Alexander Simpson de la Universidad de Chicago diseñó el monitor de neutrones IGY -International Geophysical Year-. Este detector fue estandarizado en el año Geofísico Internacional -1957- para medir las variaciones de intensidad de la radiación cósmica cerca de la tierra. Se colocaron más de una docena en distintas localidades del mundo, entre ellas: Colorado, Perú, México, Sacramento y Chicago. Uno de los monitores de neutrones IGY más destacados fue el de Climax, Colorado. Instalado en 1950, tiene más de 60 años operando en forma continua, lo que lo hace el detector de neutrones más antiguo del mundo.

El monitor IGY usa contadores proporcionales de 86cm de largo y 4cm de diámetro y puede producir una razón de conteo de hasta 25000 cuentas por hora.



Figura 3.1: Monitor de Neutrones 6-NM64 instalado en el Observatorio de Rayos C3smicos en Ciudad Universitaria

En 1964 Hugh Carmichael dise1n3 el Super Monitor de Neutrones NM64 en los laboratorios Chalk River con el prop3sito de iniciar una red internacional de detectores de neutrones para el estudio de rayos c3smicos. Fue el detector de rayos c3smicos est1ndar en el congreso *International Quiet Sun Year -IQSY-*. En

comparación con el detector IGY, el Super Monitor es de mayores dimensiones y tiene una capacidad de conteo de hasta 750000 cuentas por hora.

Ambos detectores -IGY, NM64- son considerados como tecnología de punta en el estudio de la radiación cósmica, a pesar de sus décadas de uso, juegan un papel importante como herramienta en la investigación de la física espacial debido principalmente a su largo tiempo en operación. Estos detectores son sensibles a los rayos cósmicos que penetran la atmósfera de la tierra con energías de aproximadamente 0,5-20 GeV ([17]), un rango de energía que no pueden ser medidas con detectores en el espacio con la misma simpleza, economía y estabilidad.

En Ciudad Universitaria en el **Observatorio de Rayos Cósmicos** se tiene trabajando de forma continua, desde 1990, un Monitor de Neutrones 6-NM64 a cargo del *Instituto de Geofísica de la UNAM* el cual es objeto de estudio del presente trabajo(Fig.3.1). Los datos expuestos son extraídos de las referencias [18, 17].

### 3.1. Diseño del NM64

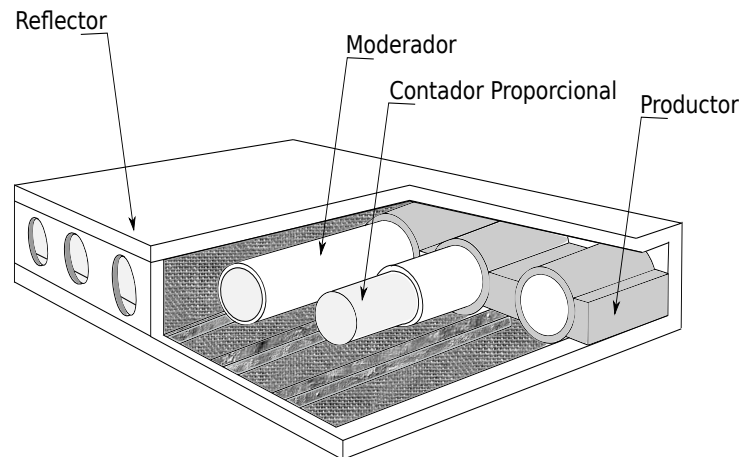


Figura 3.2: Esquema del Monitor de Neutrones 6-NM64

Los monitores de neutrones se denominan de acuerdo con el número de contadores proporcionales de trifloruro de boro — $\text{BF}_3$ — que utilice. Un monitor con tres contadores proporcionales es llamado *3-NM64*, para seis *6-NM64*. El monitor de neutrones con tamaño máximo tiene cuarenta y ocho contadores y esta localizado en Deep River-Canadá.

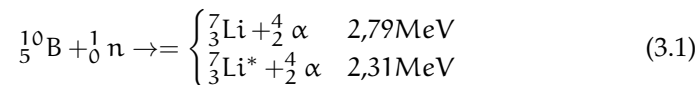
El diseño del NM64 se compone principalmente de las siguientes partes: reflector, productor, moderador y contador proporcional. En la figura 3.2, se presenta un esquema del Monitor de Neutrones, en el se observa el orden de los elementos comenzando con el contador proporcional en la parte central del

monitor, seguido por el moderador; ambos cercados por el productor. Por último, alrededor del contador proporciona, moderador y productor se encuentra el reflector.

A continuación se describen el funcionamiento de cada una de las partes que componen al monitor de neutros.

### contador proporcional $\text{BF}_3$

El contador proporcional relleno de trifloruro de boro  $\text{—BF}_3\text{—}$ , enriquecido con  $^{10}\text{B}$  es uno de los más utilizados en la detección de neutrones (S.N. Ahmed, 2007 [3]). La reacción más recurrente que sirve para detectar los *neutrones lentos*—neutrones con energía menor o igual a  $0,4\text{eV}$ — es la reacción  $^{10}\text{B}(n, \alpha)$ , la cual puede ser escrita como:



Donde \* indica el estado excitado de los núcleos de Litio  $\text{—Li—}$  producido en la reacción. Cuando un *neutrón térmico*—( $0,025\text{eV}$ )— reacciona con el boro, cerca del 94% de toda la reacción lleva al litio a su estado excitado mientras que solo 6% permanece en su estado base (G. F. Knoll, 2000, [14]). El valor de la energía liberada (Q) en la reacción es muy grande comparada con la energía de un *neutrón lento*. El valor de la energía liberada esta dada por la ecuación 3.2.

$$Q = E_{\text{Li}} + E_{\alpha} \quad (3.2)$$

Para el estado excitado:

$$E_{\text{Li}} = 0,84\text{MeV} \text{ y } E_{\alpha} = 1,47\text{MeV}$$

Para el estado base:

$$E_{\text{Li}} = 1,02\text{MeV} \text{ y } E_{\alpha} = 1,78\text{MeV}$$

Por lo tanto, la energía cinética de la carga liberada es sumergida en una reacción lo suficientemente exotérmica de modo que es casi imposible extraer información acerca del valor de la energía del neutrón incidente.

Las partículas  $\alpha$  interactúan con las moléculas del gas liberando electrones, los cuales bajo la influencia del campo eléctrico inician el proceso de *avalancha*—proceso típico de un contador proporcional—; esto asegura que el pulso de salida sea de un ancho relativamente grande.

En la figura 3.3 se muestra el espectro de altura de pulsos obtenido de un contador  $\text{BF}_3$  de dimensiones grandes ( $\approx 10\text{cm}$  de diámetro). En un contador con un diámetro grande los electrones producidos depositan toda su energía en el volumen activo del detector así que solo se definen dos picos correspondientes a las posibles energías de Q. Sin embargo los contadores con diámetros pequeños presentan una deformación en el espectro de alturas de pulsos conocido como *Efecto pared*.

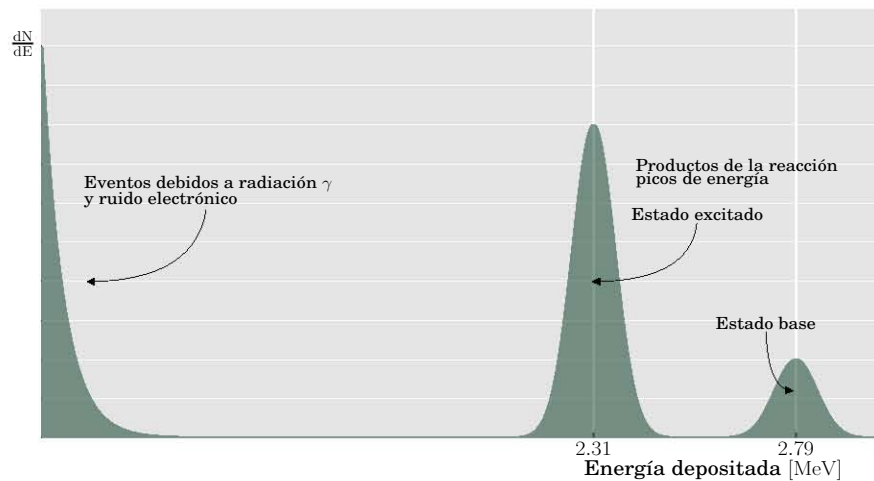


Figura 3.3: Espectro de Alturas de Pulsos para un contador proporcional  $\text{BF}_3$

Un contador proporcional de  $\text{BF}_3$  no puede ser usado directamente para detectar *neutrones rápidos*, neutrones con energías de 1-10 MeV (A.P. French, 1982 [19]), debido a su pequeña sección eficaz —probabilidad de interacción— con el boro-10, por lo tanto se debe utilizar un *moderador* con el fin de detectar neutrones rápidos.

De acuerdo con los requerimientos oficiales hechos por la Sub-Comisión on Cosmic Ray Intensity Variations—SCRIV— y la IQSY (H.Carmichael, 1964 [18]), la compañía *Atomic Energy of Canada Limited* fabricó los contadores proporcionales *BP28 Chalk River Neutron Counter* para el estándar NM64, el cual tiene las siguientes características:

- \*— Construido de acero inoxidable con grosor de 0,075cm a 0,084cm.
- \*— Diámetro interno de 14,85cm
- \*— Longitud activa de 191cm
- \*— Volumen efectivo de 33lt
- \*— Relleno de Trifloruro de Boro ( $96\% \text{B}^{10}$ ) a una presión de 20cmHg a  $22^\circ \text{C}$

Según el Manual de instrucciones No. 7 del IQSY, un contador BP28 expuesto a una fuente mono-energética de un flujo de neutrones lentos, operando a 2800V tiene una resolución del 8,5% (H.Carmichael, 1964 [18]). Se establece para el estándar una resolución menor al 20%.

### Moderador

El moderador tiene la forma de un tubo de polietileno con espesor de 2cm y diámetro exterior de 24,5cm.



Los neutrones que se dirigen hacia esta capa de polietileno son demasiado rápidos, si llegaran de esta forma al contador proporcional tendrían muy poca probabilidad de ser detectados. Por esta razón, es necesario desacelerarlos haciendo que los neutrones colisionen con otros núcleos; intercambiando su energía cinética.

En otras palabras, la función del moderador es reducir las energías de los neutrones incidentes, para dejarlos en el rango de las energías térmicas  $\sim .0,025\text{eV}$  como sea posible.

### Productor

El productor esta hecho de anillos de plomo, con una pureza no menor a 99%. Los anillos tienen 25,4cm de diámetro interno y 35,6cm de diámetro exterior.

Los protones y neutrones que inciden en el monitor, procedentes de rayos cósmicos secundarios, producen reacciones nucleares con el plomo. Las cuales dan como resultado *neutrones de evaporación* de baja energía. Los neutrones de evaporación están en el rango de energía entre 2MeV y 15MeV aproximadamente. Gracias a esta reacción nuclear, la probabilidad de detección incrementa ya que por cada partícula incidente en el monitor se generan aproximadamente 15 *neutrones de evaporación*. Finalmente, la probabilidad de detección de estos neutrones de evaporación por parte del tubo contador es del  $\sim 6\%$ .

### Reflector

El reflector es una caja rectangular construida de bloques de polietileno de baja densidad con un grosor de 7,5cm y 37cm de ancho. Los rayos cósmicos secundarios que llegan al monitor, atraviesan el reflector sin pérdidas de energía significativas.

La tarea de este sistema es reflejar los neutrones de evaporación producidos en el plomo hacia los contadores proporcionales. Además aísla y absorbe neutrones de baja energía producidos en el entorno externo del monitor.

#### 3.1.1. Otras Especificaciones

El Monitor de Neutrones esta diseñado para el *conteo de pulsos* en un intervalo de tiempo fijo. La intensidad de la radiación cósmica en la localidad del detector se estima a partir del conteo de los pulsos generados por los contadores proporcionales.

La finalidad es contar *pulsos-verdaderos* generados por partículas individuales. Un *pulso-verdadero* es entendido como aquel que ha sido generado por la radiación incidente y no por efectos del ruido. En términos generales, se cuentan aquellos pulsos que tienen cierta energía. Dicha tarea se realiza con ayuda de un circuito *discriminador*.

El *discriminador integral* deja pasar únicamente aquellos pulsos cuyas amplitudes exceden un cierto valor y elimina aquellos cuyas amplitudes son infe-

riores. También puede utilizarse un *discriminador diferencial* el cual cuanta tanto con un umbral inferior como con un umbral superior para separar los pulsos. El diseño de cualquier sistema de adquisición de datos, en gran medida, depende de la aplicación del detector. El discriminador es visto como la unidad que convierte los pulsos lineales, entregados por el detector, en pulsos lógicos que serán posteriormente enviados a un *contador* o también conocido como *escalador*.

Se denomina *escalador* a la unidad de *conteo* debido a que, hace no mucho tiempo, no se disponía de dispositivos masivos para almacenar la información por lo tanto era necesario dividir la tasa de cuentas de modo que fuese lo suficientemente baja para ser registrada directamente por un registro electromecánico.

La unidad de conteo puede trabajar en dos modos: el *tiempo preestablecido* o *cuentas preestablecidas*. En el *tiempo preestablecido* el periodo de conteo es establecido por un intervalo de tiempo, mientras que en el *modo de cuentas preestablecidas* el conteo de pulsos se acumulará hasta que se haya alcanzado un total especificado, momento en que se termina el período de conteo.

En la figura 3.4 se muestra un esquema general de un sistema de detección trabajando como conteo de pulsos.

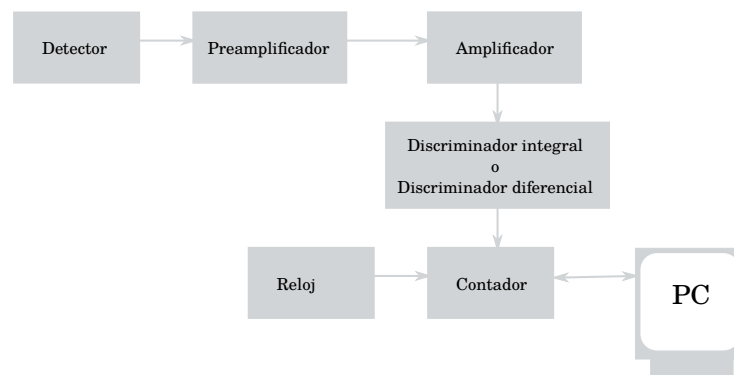


Figura 3.4: Diagrama a bloques de un sistema contador de pulsos

El circuito *preamplificador-discriminador*, viene ensamblado en cada contador proporcional —BP28—. De manera general el circuito esta compuesto por tres etapas. La primera etapa del circuito es un *integrador de Miller* que convierte los pulsos de corriente a pulsos de voltaje, en seguida, un bloque de amplificación con ganancia total de  $G \approx 45$ . Finalmente la señal pasa por un diodo tunel que sirve como discriminador; a la salida de éste se tiene una señal con una amplitud de  $\approx 0,3V - 0,4V$ , con un *tiempo muerto*  $\approx 20\mu s$ .

Los sistemas de adquisición más utilizados en la detección de radiación cósmica son: sistemas NIM, sistemas CAMAC y sistemas VME.

Un sistema Nuclear Instrumentation Modules (NIM) consiste de dos partes: NIM crate y módulos NIM. El NIM crate provee la alimentación eléctrica y proporciona la conexión entre los módulos. Dichos módulos sirven para

realizar tareas específicas como por ejemplo; unos contienen la etapa de acondicionamiento de la señal mientras que otro la etapa de conteo. Este sistema tiene la desventaja de no contar con una conexión directa a una PC. Además no se adapta a situaciones en las que se requiere procesar grandes cantidades de datos digitales, debido a que el NIM crate está limitado en la cantidad de módulos NIM que puede soportar. Estas consideraciones llevaron al desarrollo del estándar CAMAC.

El estándar CAMAC —Computer Automated Measurement and Control— cuenta con una arquitectura mucho más versátil. Esta provisto de una interfaz directa a la PC y con ella se pueden mandar comandos a cada uno de los módulos. Los módulos CAMAC se conectan a un CAMAC crate ; el cual puede alojar hasta 24 módulos CAMAC, el doble del estándar NIM, Una parte fundamental del sistema CAMAC es el módulo denominado *crate controller*, el cual es una parte integral del sistema ya que es el encargado de controlar la adquisición y el envío de datos a la computadora.

Finalmente el estándar VME —VERSAmodule Euro— La motivación principal detrás de la creación de VME era introducir el concepto de alta densidad de computo.



Figura 3.5: Diagrama a bloques del sistema de adquisición de datos del observatorio de CU

En el Observatorio de Rayos C3smicos de Ciudad Universitaria, el Sistema Adquisidor de Datos se encuentra en una etapa de actualizaci3n. El nuevo Sistema de Adquisici3n es un dise1o de aplicaci3n especifca desarrollado en un dispositivo l3gico programable. El *software* que controla la adquisici3n y despliega la informaci3n est1 programado en Python. Adem1s el sistema cuenta con una interfaz de comunicaci3n basada en el protocolo de comunicaci3n I<sup>2</sup>C — Inter-Integrated Circuit—. La figura 3.5 ilustra el dise1o del sistema de adquisici3n. Sin embargo, no es objetivo en este trabajo profundizar sobre este tema. Si se desea conocer m1s, ver [20].

# 4

## Procesamiento Digital de Pulsos

### 4.1. Introducción

Actualmente el procesamiento digital de señales ofrece una alternativa poderosa en el tratamiento de pulsos para detectores, sobre todo, por el desarrollo de convertidores analógico-digital —ADC— de alta velocidad con buena resolución. El *procesamiento digital de pulsos* consiste en la manipulación matemática de un señal para extraer la información deseada.

Un convertidor analógico-digital es un dispositivo que convierte una amplitud de tensión o corriente a su entrada en un código binario que representa la amplitud cuantificada más cercana a la amplitud de la entrada. Con una conversión adecuada toda la información contenida en un pulso analógico, puede ser preservada en una secuencia digital de valores.

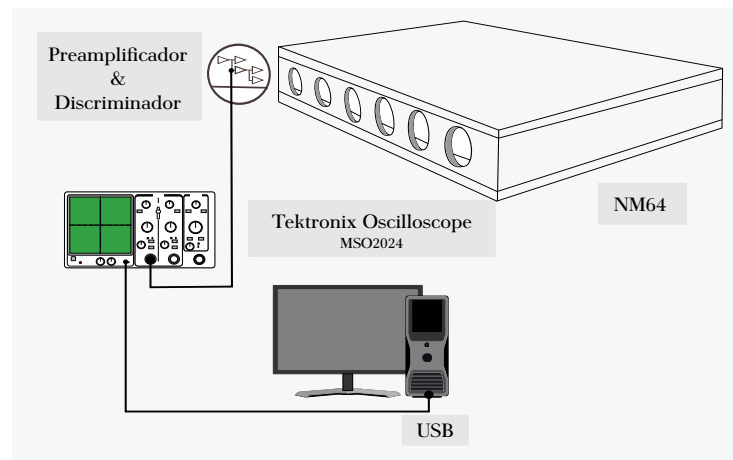


Figura 4.1: Esquema del Sistema de Adquisición de la señal proveniente de los contadores proporcionales.

Como ya se mencionó el Monitor de Neutrones trabaja en modo *Conteo de Pulsos* por lo que el Sistema Adquisidor de Datos proporciona únicamente cuentas por intervalos de tiempo. Así que se requiere de un sistema que digi-

talice la señal saliente del preamplificador, para lograr este objetivo se empleó un osciloscopio Tektronix modelo MS02024(figura4.1).

El MS02024 tiene diferentes modos de adquisición de datos. Se utilizó el llamado *Modo Muestra* el cual consiste en dividir la señal en varios intervalos de adquisición, se almacena la primera muestra de cada intervalo, como se observa en la imagen 4.2.

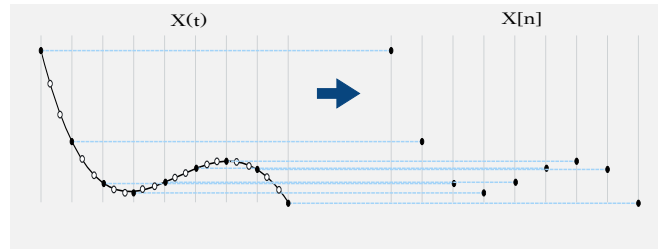


Figura 4.2: Muestreo de la señal

Este instrumento tiene un ancho de banda de 200MHz, una frecuencia de muestreo de hasta 2GHz y una resolución de 8bit/muestra. Si se desea conocer más características de este instrumento ver Apéndice B. Los datos se adquieren mediante *ventanas de adquisición*(4.3) con duración de 1ms, frecuencia de muestreo igual a 5,2MHz.

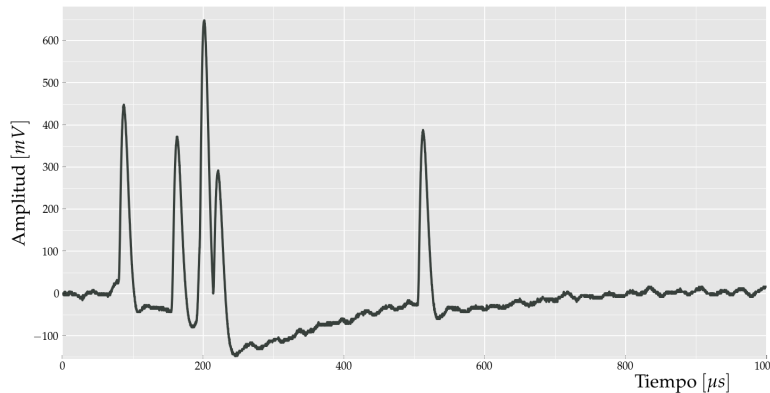


Figura 4.3: Ventana de adquisición

El tiempo de levantamiento de los pulsos es  $\approx 2,2\mu\text{s}$ . El tiempo de levantamiento define el ancho de banda porque es la componente más rápida de la señal; los pulsos tienen una subida rápida y una caída lenta. La frecuencia de muestreo mínima para representar una señal de este tipo, considerando el teorema de Nyquist 2, debe ser mayor a dos veces el valor del ancho banda de la señal ( $2 \frac{1}{2,2\mu\text{s}} \approx 1\text{MHz}$ ). Por esta razón el teorema de muestreo, en el presente trabajo, es respetado.

**TEOREMA 2 (DE MUESTREO DE NYQUIST-SHANNON)** Sea  $x_c(t)$  una señal de banda limitada que cumple que

$$X_c(j\omega) = 0 \text{ para } |\omega| \geq \omega_N$$

Entonces  $x_c(t)$  estará determinada de forma única por sus muestras  $x[n] = x_c(nT)$ ,  $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ , si se cumple que

$$\omega(s) = \frac{2\pi}{T} \geq 2\omega_N$$

Donde  $2\omega_N$  se denomina generalmente como frecuencia de Nyquist

(Oppenheim, 2011, p.158 [21])

#### 4.1.1. Planteamiento del Problema

El Monitor de Neutrones 6 – NM64 que está en funcionamiento en el Observatorio de Rayos Cósmicos de CU es considerado uno de los detectores de neutrones más estables del mundo. Los datos generados han ayudado al desarrollo de trabajos sobresalientes en el campo de estudios de la Física Espacial. Alguno de ellos: Detección del evento de neutrones solares del 24 de mayo de 1990 [22], Hallazgo de una variación de 115 días en el ciclo solar [23] e, incluso ha servido para calibrar otros detectores [24] [25], entre otros.

El mantenimiento, el diseño de nuevo equipo electrónico que respalde y garantice el buen funcionamiento del detector, además del monitoreo constante de los datos juegan un papel importante. El calculo del espectro de Alturas de Pulsos ofrece un índice de resolución del detector y un parámetro útil para diagnosticar el funcionamiento de nuestro sistema de detección.

Debido a la naturaleza aleatoria de la radiación cósmica, al detector mismo y a la electrónica asociada al detector, pueden existir efectos de interferencia entre pulsos a la salida del detector. Este efecto es generalmente llamado *Pile-Up*. El fenómeno de *Pile-Up* afecta la altura de los pulsos y por consiguiente al cálculo del Espectro de Altura de pulsos —Histograma—. La presencia de pulsos con *Pile-Up* es directamente proporcional al incremento de la tasa de cuentas de la radiación incidente y en algunas ocasiones puede durar por intervalos de tiempo largos.

#### 4.1.2. Objetivo Principal

Desarrollar un *software* basado en técnicas de Procesamiento Digital de Señales, que sirva como herramienta de diagnóstico y calcule el Espectro de Alturas de Pulsos del Monitor de Neutrones, reduciendo el efecto de distorsión producido por el fenómeno de *Pile-Up*.

### 4.1.3. Estado del Arte

Generalmente en sistemas de análisis de espectro de alturas, los efectos por apilamiento son reducidos haciendo que los anchos de los pulsos sean lo más angostos posibles, desde un enfoque de procesamiento digital de pulsos se utilizan filtros lineales que intentan reducir la longitud de pulsos para mejorar la resolución. ([26], [27]). Esta técnica debe ser utilizada con mucho cuidado ya que reducir significativamente la energía de la señal resulta en una pérdida de la relación señal a ruido. Esta pérdida de relación señal a ruido —SNR— puede conducir a la reducción de la precisión espectral, y la falsa detección de pulsos.

Otra técnica, también de uso extendido, es identificar los pulsos apilados para poder eliminarlos y posteriormente analizar sólo los pulsos limpios. Aunque este enfoque mejora la precisión del espectro, el tiempo requerido para realizar una estadística confiable aumenta dramáticamente, sin considerar que una buena proporción de la información se puede perder debido a la densa presencia del apilamiento de pulsos.

Aunado a esto, se han desarrollado algoritmos de procesamiento de señales basado en modelos matemáticos para estimar los parámetros de la señal de salida de los detectores de radiación —tren de pulsos—. El sistema de detección de radiación es modelado como la suma de un número desconocido de señales, de forma predeterminada, energía desconocida y tiempo de arribo desconocido. ([28]) La detección de la radiación involucra la interacción de muchos procesos físicos, algunos bien descritos y otros no, por consiguiente un modelo matemático de dimensiones finitas no es capaz de caracterizar por completo el proceso de detección.

En suma, se debe tener mucho cuidado en escoger la técnica más adecuada para procesar los datos del detector. Debido a que el Monitor de Neutrones no es un detector dedicado a la espectroscopia y la señal es un tren de pulsos, se decidió utilizar un algoritmo de detección de picos. Dicho algoritmo toma los datos en crudo, la señal digital procedente del preamplificador, sin la necesidad de hacerla pasar por un tratamiento previo para remover los cambios en la línea de referencia o realizar algún acondicionamiento de la señal.

## 4.2. Marco Teórico

### 4.2.1. Análisis tiempo-frecuencia

Existen dos herramienta altamente utilizadas en el tratamiento de señales que analizan de forma simultánea una señal en tiempo y frecuencia, proporcionando información importante con respecto a las propiedades de la señal. Dichas herramientas son: *La Transformada de Fourier de tiempo-corto*—STFT— y *La Transformada Wavelet*— $\mathfrak{W}$ —.

La *transformada de Fourier*— $\mathfrak{F}$ — de una función  $f(t)$  dada por:

$$\mathfrak{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (4.1)$$

Ofrece información acerca del contenido frecuencial de una señal pero no proporciona información sobre la localización de estas frecuencias en el dominio del tiempo, por lo tanto, la Transformada de Fourier no es satisfactoria para el análisis de señales cuyo espectro varía en el tiempo—señal no-estacionaria—

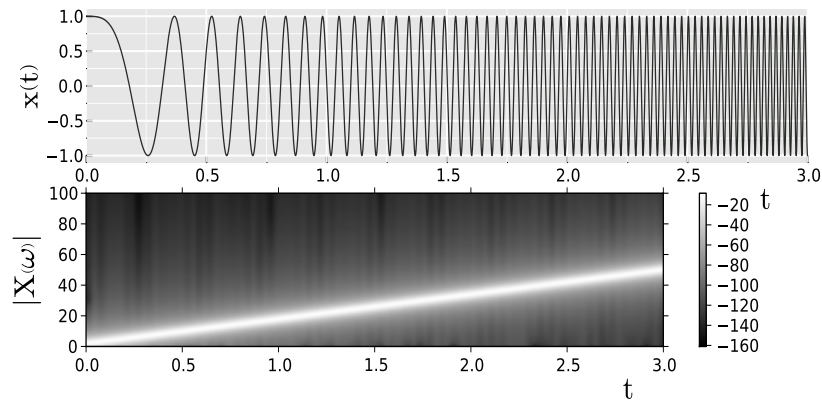


Figura 4.4: Ejemplo de la Transformada de Fourier de tiempo-corto. En la parte inferior de la imagen se encuentra la STFT de la señal  $x(t)$  y en ella se observa el cambio de frecuencia al paso del tiempo.

La *Transformada de Fourier de tiempo-corto* es una alternativa para analizar una señal no-estacionaria. El análisis consiste en segmentar la señal de interés para posteriormente calcular la *Transformada de Fourier* a cada parte, de esta forma se obtendrá más información de cuando y donde se presentan las componentes frecuenciales. Dicho procedimiento fue introducido por Dennis Gabor en 1946 en su trabajo *Theory of communication* (R. X. Gao, 2010, p.27[29]). La Transformada de Fourier de tiempo-corto se define como: :

**DEFINICIÓN 1 (TRANSFORMADA DE FOURIER DE TIEMPO-CORTO)**  
 Sea una función  $g(t)$  real, simétrica, integrable de un ancho fijo (llamada función ventana). Que se desplaza a lo largo del eje de tiempo por un factor  $\nu$ . La Transformada de Fourier de Tiempo-Corto—STFT— de una función  $f$  esta definida como:

$$STFT\{f(t)\} = \int f(t)g(t - \nu)e^{i\xi t} dt$$

La definición de la STFT puede ser entendida como una medida del grado de similitud entre la señal  $f(t)$  y la señal  $g(t)$  — es decir:  $f(t) * g(t)$  —.

Debido a que la convolución de dos señales en el tiempo es la multiplicación de ambas en el dominio de la frecuencia, el espectro de la función  $g(t)$  es importante para definir la resolución en la frecuencia. Por ejemplo: si la ventana seleccionada es de corta duración se analizarán segmentos de señal pequeños que permiten tener una buena resolución en tiempo pero una mala resolución en



la frecuencia ya que se podrán observar las componentes de frecuencias igual y mayores al inverso del tamaño de la ventana. Lo contrario sucede cuando se decide por una ventana de mayor ancho.

Dicha limitación se explica por el *Principio de Incertidumbre*, en el contexto del análisis tiempo-frecuencia el principio de incertidumbre también se conoce como *Límite de Heisenberg–Gabor* (S.Mallat,1999,p.30, [30]). En el contexto del procesamiento de señales, el principio de incertidumbre dice que es imposible conocer la frecuencia exacta en el tiempo exacto en el que se presenta una componente frecuencial de una señal. Esto explica la importancia de cómo debe ser segmentada una señal.

En resumen, la elección de la función  $g(t)$  afecta la resolución en tiempo y la resolución en frecuencia de la STFT.

En contraste con la técnica de la STFT donde el tamaño de la ventana es fijo, la *Transformada Wavelet* permite utilizar ventanas de diversos tamaños con el proposito de comparar la señal a analizar con un conjunto — o familia— de funciones base.

### Transformada Wavelet

Jean Morlet (1931 – 2007) al experimentar con la STFT desarrolló e implementó la técnica de escalamiento y desplazamiento de la *función ventana* (R. X Gao,p.27, [29]), llamó *Wavelet* a la forma de onda que era estirada y comprimida.

El fundamento teórico de la *Transformada Wavelet* fue propuesta por Morlet en colaboración con Alex Grossman en 1984. Sin embargo, la primera referencia que se tiene de la *Wavelet* se le atribuye a Alfred Haar en su trabajo titulado *On the theory of the orthogonal function systems* en 1909 (R. X . Gao, 2010,p.27[29]). Su investigación sobre los sistemas de funciones ortogonales llevó al desarrollo de un conjunto de funciones de base ortogonal; más tarde una familia Wavelet llevarían su nombre; Haar wavelet.

Para que una función sea clasificada como *wavelet* debe cumplir con cierto criterios. Una función *Wavelet*  $\psi(t)$  es una *función sumable en sentido cuadrático medio* que satisface la *Condición de Admisibilidad*, lo que significa que la integral del cuadrado de la función es una valor finito.

Con energía finita:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(\omega)|^2 d\omega < \infty \quad (4.2)$$

Condición de Admisibilidad:

$$c_{\psi} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < \infty \quad (4.3)$$

Donde  $c_{\psi}$  se llama constante de admisibilidad. La condición de admisibilidad implica que el espectro de la función wavelet vale cero en la frecuencia cero, esto significa que la transformada de Fourier de la función  $\psi(t)$  es semejante a la función de transferencia de un filtro paso bandas.

$$|\Psi(\omega)|^2 \Big|_{\omega=0} = 0 \quad (4.4)$$

Lo anterior es equivalente, en el dominio del tiempo, a que la función wavelet tenga valor medio igual a cero.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) dt = 0 \quad (4.5)$$

Ahora bien,  $\psi_{v,s}(t)$  es un conjunto de funciones o familia de funciones, donde:  $s \in \mathfrak{R}$ ,  $v \in \mathfrak{R}$  menos  $\{0\}$ ; generado por la traslación y escalamiento de la función  $\psi(t)$ , que también es conocida como *wavelet madre*:

$$\psi_{v,s}(t) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi\left(\frac{t-v}{s}\right) \quad (4.6)$$

Donde  $s$  es el parámetro de escala y  $v$  el parámetro de traslación. El factor de normalización  $\frac{1}{\sqrt{s}}$  asegura que la energía de las funciones de la *familia wavelet* es la misma bajo diferentes escalas.

### Transformada Wavelet Continua

La *Transformada Wavelet Continua* de una señal  $f(t)$  es la proyección de dicha función en un conjunto de funciones base  $\psi_{v,s}(t)$  llamadas *base wavelet* o *familia wavelet*:

$$\mathfrak{W}f(v, s) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{t-v}{s}\right) dt \quad (4.7)$$

Donde  $*$  es el complejo conjugado. El parámetro de la escala  $s$  fija el tamaño de la ventana de la wavelet por lo que para escalas grandes —baja frecuencia— se realizará un análisis de la señal desde un punto de vista global mientras que para escalas pequeñas —altas frecuencias— se realizará un análisis mucho más detallado.

Por otro lado, al igual que la STFT, la transformada wavelet puede ser reescrita como la convolución entre la señal a analizar y la función wavelet a una escala dada, de la siguiente manera:

$$\mathfrak{W}f(v, s) = f(t) * \bar{\psi}_s(v) \quad (4.8)$$

Con:

$$\bar{\psi}_s(v) = \frac{1}{\sqrt{s}} \psi^*\left(\frac{-t}{s}\right) \quad (4.9)$$

En resumen, aplicar la Transformada Wavelet Continua a una señal básicamente significa proyectar dicha señal en el tiempo, seña en 1-dimension, a un plano de tiempo-escala o lo que es equivalente tiempo-frecuencia.

La familia wavelet pueden ser ortonormales o no-ortonormales, compleja o real, etc. La elección de cual utilizar depende específicamente de la aplicación. Por lo que al hablar de la transformada wavelet se debe especificar que wavelet se está utilizando.

### Mexican Hat

La wavelet *Mexican Hat* es la segunda derivada de la función gaussiana. Su expresión matemática, considerando el factor de normalización, es:

$$\psi(t) = \frac{2}{\pi^{\frac{1}{4}}\sqrt{3s}}(t^2 - 1)e^{-\frac{t^2}{2s}} \quad (4.10)$$

La imagen 4.5 muestra la gráfica en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia.

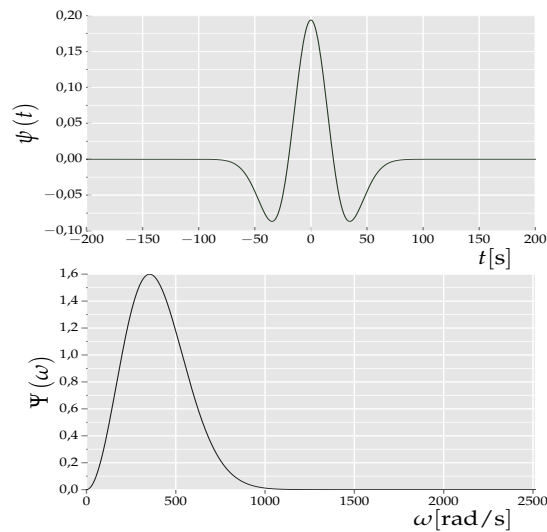


Figura 4.5: Wavelet Mexican Hat, en el dominio del tiempo y frecuencia.

En el área de las ciencias geofísicas la *wavelet Mexican Hat* es frecuentemente conocida como *wavelet Ricker* y es utilizada para el procesamiento de datos sísmicos.

Para el procesamiento de la señal del Monitor de Neutrones se optó por utilizar como *wavelet madre* a la *Mexican Hat* porque cuenta con características que son muy convenientes para el algoritmo propuesto. En primer lugar, es una función real, por lo que, la transformada wavelet producirá un solo valor el cual se utiliza para aislar picos o discontinuidades [32].

La característica más importante es la forma de onda de la Mexican Hat, ver figura 4.5, la cual es más estrecha en el dominio del tiempo y más amplia en el dominio de la frecuencia, por lo que se tendrá mejor resolución en tiempo. Además la forma de la wavelet asemeja la forma de un pico, lo cual es conveniente ya que el algoritmo que se está implementando busca detectar picos en la señal [33].

### 4.3. Metodología

El algoritmo que se desarrolló se dividió en diferentes etapas para simplificar el tratamiento de la señal— divide y vencerás—. Bajo este esquema el programa se divide en los siguientes sub-programas: *Módulo Transformada Wavelet*, *Módulo Líneas de Cresta* y *Módulo Histograma*. Cabe mencionar que el algoritmo implementado en esta Tesis se basó en un algoritmo detector de picos que es presentado por Pan Du, et. al. ([33]) para el análisis de datos Proteómica. Se realizaron algunas modificaciones requeridas por las características propias de la señal del 6 – NM64 y sobre todo para los intereses particulares del trabajo.

El programa se escribió utilizando el lenguaje de programación Python ya que es un lenguaje de programación de alto nivel que tiene una sintaxis sencilla y legible, permite el desarrollo de programas compactos y se puede ajustar a diferentes paradigmas de programación. Contiene un número grande de bibliotecas con multitud de funciones para aplicaciones de computación científica y técnica. Ejemplo de estas bibliotecas son :Numpy y Scipy, ambas utilizadas en este trabajo. Además cuenta con herramientas para la generación de gráficos, en este caso se utilizó la biblioteca Matplotlib ([34]).

#### 4.3.1. Módulo Transformada Wavelet

El vector de entrada es  $x[n]$ ; la señal discreta de los datos. Tiene un periodo de muestreo  $T$  con  $n = \{0, \dots, N - 1\}$ .

Lo primero es calcular la Transformada de Fourier Discreta a los datos, dada por (J.G.Proakis,2007,p.409,[35]):

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n]e^{-j2\pi kn/N}$$

$$k = 0, 1, \dots, N - 1$$

El cálculo se realizó a través de la siguiente instrucción: `numpy.fft.fft()` que es una función de la biblioteca de `numpy` del lenguaje de programación `Python`. Esta función calcula la Transformada de Fourier discreta (DFT) de un vector de una dimensión, puede ser real o compleja.[36]

Una vez que se tiene la transformada de Fourier de los datos, se multiplica  $X[k]$  por la Transformada de Fourier de la función Mexican Hat, definida de la siguiente forma:

$$\Psi(s\omega_k) = \frac{\sqrt{8s^{\frac{5}{2}}\pi^{\frac{1}{4}}}}{\sqrt{3}}\omega_k^2 e^{-\frac{s^2\omega_k^2}{2}}$$

Donde:

- \*— la función  $\Psi(s\omega_k)$  esta normalizada, para que la energía de cada wavelet tenga energía unitaria sin importar la escala.
- \*—  $s$  es el vector que contiene las escalas  $s = [1, \dots, smáx]$ .

- \*—  $\omega_k$  es un vector de la siguiente forma:  $\omega_k = [-\frac{N}{2}, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}](\frac{2\pi}{N})$
- \*— considerando el periodo de muestreo  $T = 1$

Se calcula la *Transformada de Fourier Inversa* y así se obtiene la matriz de los Coeficientes Wavelet  $C_\psi$ . Dicho valor representa la relación entre la *Wavelet Madre* y la sección de la señal sobre la que se trabaja, un valor más grande de  $C_\psi$  significa mayor similitud.

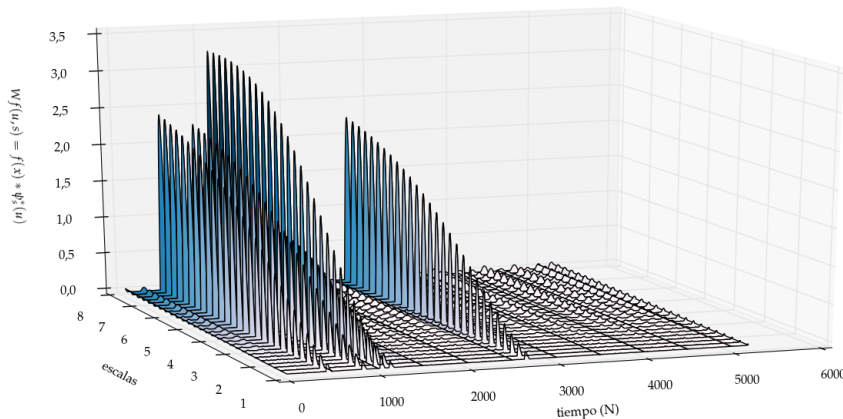


Figura 4.6: Transformada Wavelet Continua de una ventana de datos del 6 – NM64

### 4.3.2. Módulo Líneas de Cresta

Una vez calculada la transformada wavelet de los datos se tiene una matriz de coeficientes wavelet  $N \times M$ , (figura 4.7). El *módulo Líneas de Cresta* tiene como objetivo procesar dicha matriz de tal forma que se obtengan vectores de coeficientes wavelet —líneas de cresta—, los cuales pertenecen a *pulsos verdaderos*. Se dice que los pulsos verdaderos son los picos generados por el arribo de una partícula al detector.

Lo primero es definir dos variables: un vector  $\max_{\text{dist}}$  y un entero  $\text{umb}$ . Los elementos del vector  $\max_{\text{dist}}$  son distancias máximas que se utilizan como referencias; su tamaño es igual al número de las escalas. El siguiente paso es localizar los máximos locales (máximos relativos) de cada renglón (escala), para cada escala se tendrá cierto número de máximos locales encontrados, cada uno con su respectiva ubicación— un valor del renglón  $N$  y uno de la columna  $M$ . Al final se tendrá un arreglo de vectores  $L$ , cada vector compuesto por tres valores: el renglón  $n$  y la columna  $m$  que pertenece a  $i$ -ésimo máximo relativo encontrado y  $\max_{\text{dist}}[n]$ .

Después de esto, con ayuda del vector  $L$  se busca *conectar* — en el sentido que dos puntos pertenecen a una misma línea recta — los máximos relativos de todos los renglones de la matriz  $N \times M$ ; formar líneas de cresta. Con dos condiciones: primero, que el máximo relativo  $i$  del renglón  $n$  tenga una diferencia

absoluta en columnas con el mismo máximo relativo del renglón  $n + 1$  menor o igual a  $\max_{\text{dist}}[n + 1]$ . La segunda condición es que en el caso que no se cumpla la primera condición se tendrá una tolerancia de ocurrencia igual a  $\text{umb}$ , de tal forma que pasando esta tolerancia se da por terminada la conexión y se comienza una nueva formación de líneas de cresta. (1)

Finalmente se tienen todas las líneas de cresta que cumplen con las dos condiciones incluyendo aquellas líneas de cresta pertenecientes al ruido. La información de una línea de cresta se almacena en un arreglo de 2 vectores; renglones y columnas. La segunda etapa es filtrar las líneas de cresta. Como se puede observar en la figura 4.8, la mayoría de las líneas de cresta son producidas por ruido. Sin embargo, existen dos características importantes en aquellas líneas producidas por pulsos verdaderos —pulsos de señal—. En primer lugar, la longitud de las líneas de cresta es mayor, lo que significa que son detectadas en todas las escalas. La segunda característica esta relacionada con la energía; las líneas de cresta pertenecientes a pulsos verdaderos son de mayor energía en comparación con las originadas por ruido.

**Data:** Matriz  $N \times M$ , vector  $\max_{\text{dist}}$ , cte  $\text{int umb}$ .

**Result:** Líneas de Cresta

initialization;

**for**  $n = 1$  hasta  $N$  **do**

    Calcular los máximos relativos  $i$  de  $n$ ;

    Salvar  $L[i] = n, m, \text{umb}$ ;

**end**

**if**  $M_i[n] - M_i[n + 1] == \max_{\text{dist}}[N + 1]$  **then**

**if** tolerancia  $\leq \text{umb}$  **then**

        Conecta máximos locales.

**end**

**else**

    tolerancia = tolerancia + 1;

**if** tolerancia  $> \text{umb}$  **then**

        Termina línea de cresta y comienza una nueva;

        tolerancia = 0;

**end**

**end**

#### Algorithm 1: Detección de Líneas de Cresta A

El algoritmo es el siguiente por medio de una variable  $\min_{\text{long}}$  se eliminan la mayoría de los pulsos por ruido, esté umbral no puede ser tan estricto ya que los pulsos apilados generan líneas de cresta de longitud corta, así que el valor de  $\min_{\text{long}}$  podría limitar la detección de Pile-Up. Lo restante es eliminar por energía.

El algoritmo calcula la *relación señal a ruido* —SNR— de cada línea de cresta después lo compara con un valor umbral  $\text{SNR}_{\text{min}}$ , si resulta ser mayor a este umbral la línea de cresta es considerada lo suficientemente energética para pertenecer a un pulso verdadero; aquellas líneas que no pase el umbral son borradas. La relación señal a ruido se define como el cociente del valor de la

potencia de la señal entre el valor de la potencia del ruido. Con frecuencia se expresa en forma de función logarítmica, en unidades de decibeles, como:

$$\text{SNR}(\text{dB}) = 10 \log \frac{P_{\text{señal}}}{P_{\text{ruido}}}$$

Para calcular la SNR de las líneas de cresta se utilizan los coeficientes wavelet, lo primero es definir la energía de la señal como el coeficiente wavelet de la línea de cresta en la escala mas chica. En cuanto al ruido, una buena estimación son los coeficientes wavelet en la escala más pequeña, o sea  $s = 1$ . Con ayuda de una ventana de tamaño fijo se toman intervalos de datos de la CWT en  $s=1$  para estimar el nivel del ruido. El nivel de ruido local de un pico es definido como el cuantil 95 % de los valores de los coeficientes wavelet de una ventana dada que rodea al pico ( Pan Du, et. al., 2006, [33] ). De esta manera se define el ruido para diferentes lugares de la ventana de adquisición (2).

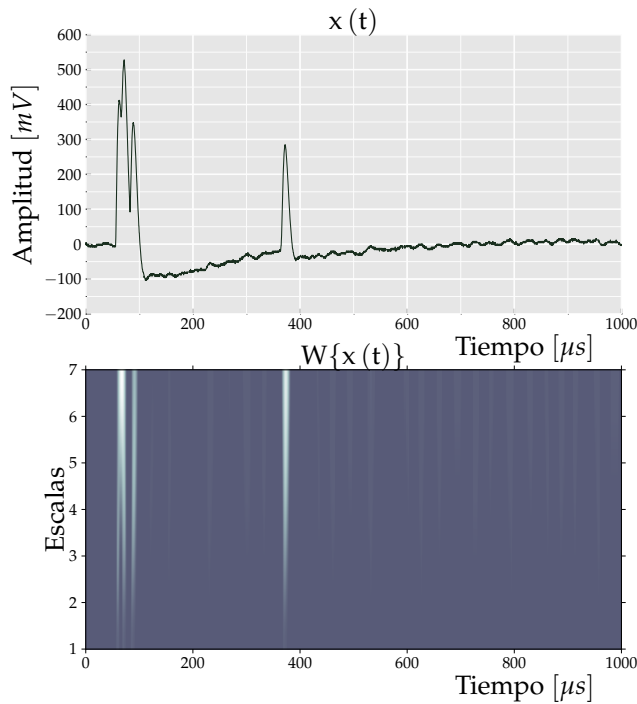


Figura 4.7: Transformada Wavelet Continua de una ventana de datos del 6 – NM64

Por ultimo, las líneas de cresta resultantes, producto de pulsos verdaderos, se almacenan en un archivo para que puedan ser procesadas en la siguiente etapa. En la parte inferior de la imagen 4.8 se ilustra la segunda parte de este

algoritmo.

```

Data: Matriz CWT, Líneas de cresta, longitudmin, SNRmin
Result: Líneas de Cresta de Pulsos verdaderos
initialization;
for  $\forall$  ventanai do
  | ruidoi=percentil 90 de ventana;
end
if size(líneas de cresta) < longitudmin then
  | Eliminar línea de cresta;
else
  | snr=cwt[línea de cresta]/ruidoi;
  | if snr < SNRmin then
  | | Se elimina línea de cresta;
  | end
end

```

**Algorithm 2:** Detector de Líneas de Cresta B

### 4.3.3. Corrección del Efecto Pile-Up

Es importante mencionar que el algoritmo detector de picos basado en la Transformada Wavelet Continua nos permite resolver el problema del apilamiento de pulsos del tipo Tail Pile-up (ver secc2.7), ya que remueve el desvío de la línea de referencia sobre la que se montan los pulsos de interés.

Lo anterior se explica suponiendo que cada pico  $P_{det}(t)$  detectado en los datos se define como:

$$P_{det}(t) = P(t) + B(t) + C \quad t \in [t_1, t_2] \quad (4.11)$$

Donde  $C$  es una función constante y  $B(t)$  es la función de la línea base, o de referencia, con media cero en el intervalo de tiempo  $[t_1, t_2]$ , dicha función  $B(t)$  esta caracterizada por un cambio lento y casi uniforme.

La Transformada Wavelet Continua de la función  $P(t)$ , utilizando una wavelet simétrica, es:

$$\mathfrak{W}\{P_{det}(t)\} = \mathfrak{W}\{P(t)\} + \mathfrak{W}\{B(t)\} + \mathfrak{W}\{C\} \quad (4.12)$$

Como puede observarse en la expresión anterior, el cálculo de la transformada wavelet en la ventana de datos  $[t_1, t_2]$  implica únicamente la transformada de la función pico  $P(t)$ . Debido a que el espectro de la función  $B(t)$  esta compuesta por frecuencias bajas, al aplicar la CWT resultará filtrada.

### 4.3.4. Módulo Histograma

Después de localizar las líneas de cresta de pulsos verdaderos, se guardan en un archivo los coeficientes wavelet:  $archivo_{CWT}$ , por cada línea de cresta que tenga el valor más grande. El coeficiente wavelet es un estimador de la



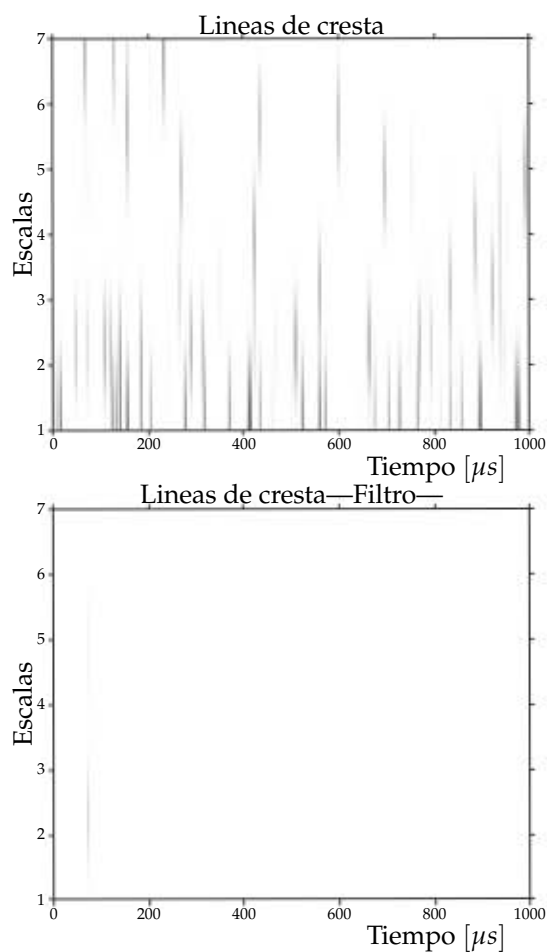


Figura 4.8: Desarrollo del algoritmo detector de líneas de cresta aplicado en la ventana de adquisición mostrada en la figura 4.7

energía de los pulsos verdaderos, dichos coeficientes son directamente proporcionales a la altura de los pulsos, considerando un ancho de pulsos constante (2.1.2). Por lo tanto, los coeficientes wavelet se utilizan para calcular el Histograma de altura de pulsos.

Se utilizó la biblioteca de *Python* llamada *Matplotlib* para calcular el histograma; *pylab* de *Matplotlib* es un conjunto de funciones que son utilizadas para crear gráficos con código similar al utilizado en *MATLAB*, con la ventaja de ser de *código abierto*.

# 5

## Resultados y Conclusiones

Con el fin de ilustrar la aplicación del método diseñado en el Cap. 4 a continuación se presentan los resultados obtenidos. Se presenta lo correspondiente a un sólo contador proporcional del Monitor de Neutrones de CU, D.F. El resto de los contadores son analizados en el apéndice A.

### 5.1. Resultados

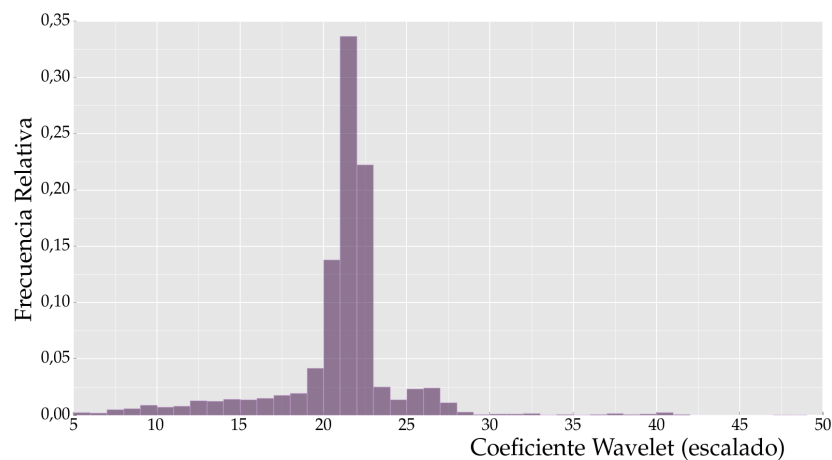


Figura 5.1: Histograma de los Coeficientes Wavelet

En la figura 5.1 se observa el histograma de coeficientes wavelet perteneciente al contador proporcional C2. Se puede notar que cumple con el comportamiento del Espectro de Alturas de Pulos —PHS— teórico; está formado por dos picos principales ( $\sim 21,5$  y  $\sim 26,5$ ), producto de las dos posibles reacciones llevadas dentro del volumen activo del detector. Esto se explica en el capítulo 3 (ver fig. 3.3).

En el eje de las ordenadas se tiene la *frecuencia relativa*— $F(x)$  con la que aparece cierta cantidad —CWT— en la recopilación de los datos — $N$ —. Es decir,  $F(x)$

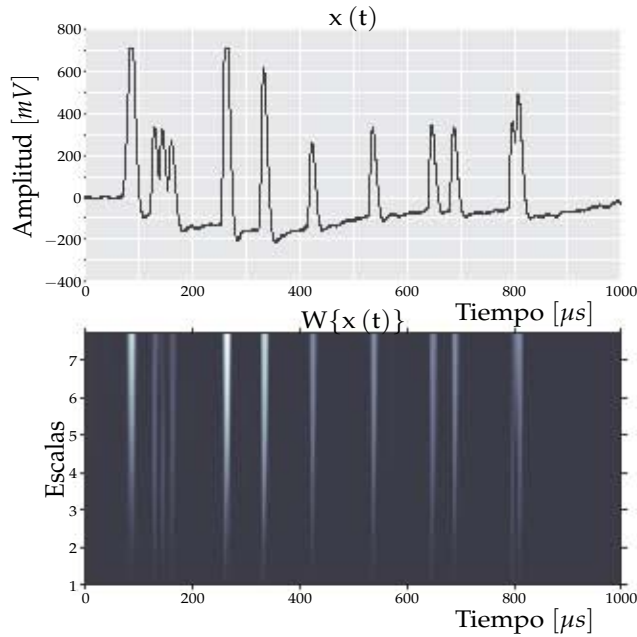


Figura 5.2: Ventana de Adquisición que presenta *peak pile-up*

por definición se obtiene:

$$F(x) = \frac{\text{Núm. de ocurrencia de } x}{N} \quad (5.1)$$

Donde  $N$  es el número total de muestras.

Los valores de los Coeficientes Wavelet se escalan multiplicándolos por 10, de la tal forma que la función  $F(x)$  se normaliza:

$$\sum_0^{\infty} F(x) = 1 \quad (5.2)$$

Algo más que notar del histograma, es el registro de pulsos para coeficientes wavelet mayores a 35 aproximadamente. En la figura 5.2 se muestra una ventana de adquisición y en ella se encuentran los pulsos que provocan esta distorsión en el espectro. En los tiempos iguales a  $\approx 100$ ,  $\approx 250$  y  $\approx 350$ , los pulsos son afectados por apilamiento tan significativo que el algoritmo es incapaz de resolverlos. Dichos pulsos tienen amplitudes más grandes de lo que se espera ( $\approx 100 - 400\text{mV}$ ) ( $\approx 0,5 - 3,0$  CWT) por lo que es probable que su origen sea el resultado del apilamiento del tipo *Peak Pile-up*, que como ya se menciono, no se puede resolver.

Ahora bien, para poder calcular la resolución del contador proporcional es necesario aislar el pico principal del histograma y ajustar una función gaussiana de densidad de probabilidad. Normalmente se supone que una variable aleatoria se ajusta, por lo general, a una distribución normal.

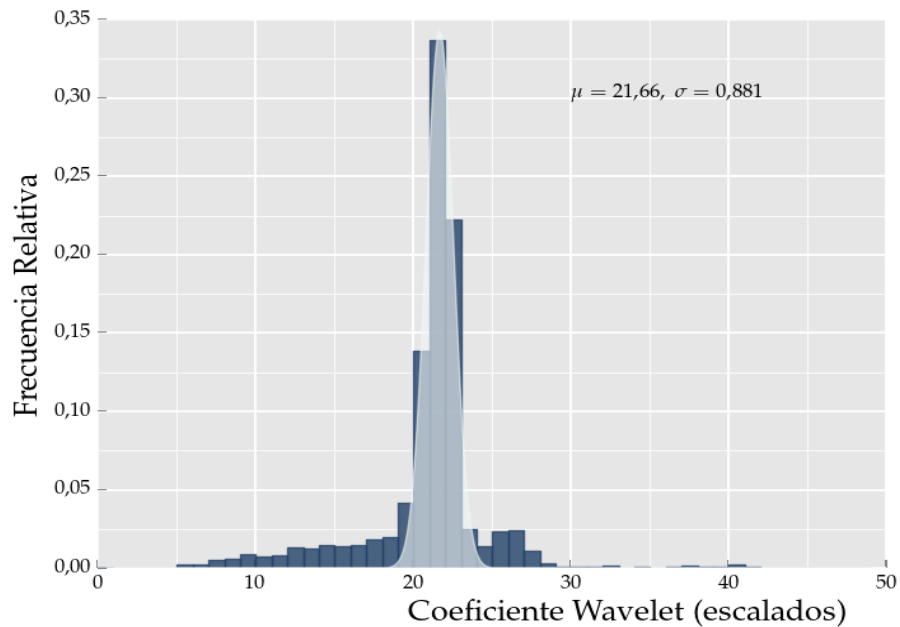


Figura 5.3: Ajuste del pico principal a una función de distribución de probabilidad

La función gaussiana que se utilizó en el ajuste tiene una media  $\mu = 21,66$  y  $\sigma = 0,881$ . La herramienta que se utilizó para realizar el ajuste fue *Curve Fitting Tool* del software matemático *Matlab*.

De la ecuación 2.11, la resolución está dada por:

$$R = \frac{2,35\sigma}{H_0} \quad (5.3)$$

Sustituyendo los valores, se tiene un valor en resolución de  $R = 9,5\%$  con una *R-cuadrada*, coeficiente de determinación, de 0,97. El coeficiente de determinación proporciona información acerca de la bondad de ajuste de un modelo. Una prueba de bondad de ajuste nos dice en qué medida un conjunto de datos se apega a una distribución de probabilidad dada.

Como se menciona en el capítulo cuatro (sección 4.1.3), otra manera de eliminar el efecto producido por el fenómeno del apilamiento de pulsos, es localizarlo para posteriormente eliminarlo, de esta manera es posible calcular el histograma solo con los *pulsos limpios*. Por este motivo, se decidió calcular el histograma borrando por completo los pulsos afectados por apilamiento, con esto, se tiene un histograma de referencia para conocer qué tanto se aproxima a el histograma de los datos tratados por el algoritmo detector de picos al caso en que no existiera los efectos por apilamiento.

En un registro de 9250 pulsos procesados se detectaron 266 pulsos distorsionados por apilamiento, por lo tanto se tiene  $\approx 3\%$  de contaminación por *Tail Pile-up*, sin considerar el tipo ocasionado por el cambio de la línea referencia a

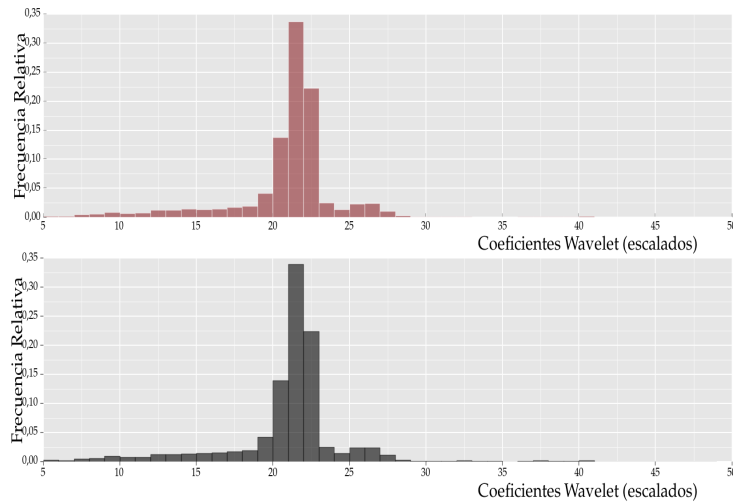


Figura 5.4: Comparación de los resultados del algoritmo. Histograma de datos arrojados por el algoritmo detector de picos (superior). Histograma calculado a partir de eliminar los pulsos apilados. (inferior)

un valor menor a 0 2.7. Como es de esperarse, el apilamiento se presenta en un porcentaje bajo ya que como se vio en el capítulo 1 ( 1.3), debido a la ubicación geográfica y a la altura en la que se encuentra instalado el Monitor de Neutrones la intensidad de la radiación es baja.

En la figura 5.4, en la parte inferior, se muestra el histograma de los pulsos limpios. Se observa que los histogramas son casi idénticos, al calcular el ajuste de una función de densidad de probabilidad en ambos histogramas resulta una función gaussiana con los mismos valores  $\mu$  y  $\sigma$ .

Aunado a esto, se calculo el histograma de las alturas de pulsos sin quitar el apilamiento, el propósito es comprobar que el algoritmo detector de picos elimina la distorsión del histograma.

En la figura 5.5, en la parte inferior, se encuentra el histograma de alturas de pulsos que se obtuvo calculando los máximos relativos de los datos, se conservaron los pulsos con alturas en el rango de [100, 600)mV. Lo primero que se puede notar es que el apilamiento de pulsos provoca que el segundo pico más significativo del espectro de alturas de pulsos se confunda entre los pulsos apilados, de tal forma que es imposible notar su presencia en el espectro. Por otro lado, para el caso del pico principal, se tiene una deformación considerable hacia el lado de amplitudes menores, esto se debe a que cada vez que se presenta un cambio en la línea de referencia se modifica la altura de pulsos; es decir, disminuye el valor de la altura del pulso. Ambos pertenecen al tipo de apilamiento llamado *tail pile-up*.

Con la finalidad de comparar ambos resultados se hizo, para cada histograma, un ajuste de una función de densidad de probabilidad y se hicieron coincidir sus medias. En la figura 5.6 se observan ambos histogramas, en el histograma sin corrección del efecto apilamiento se registran pulsos con am-

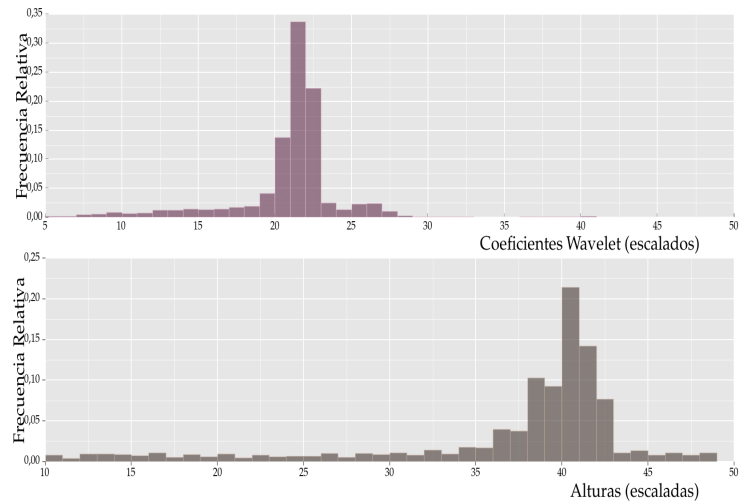


Figura 5.5: Comparación de los resultados del algoritmo. Histograma de datos arrojados por el algoritmo detector de picos (superior). Histograma de las alturas de pulsos, sin corrección del fenómeno de apilamiento de pulsos. (inferior)

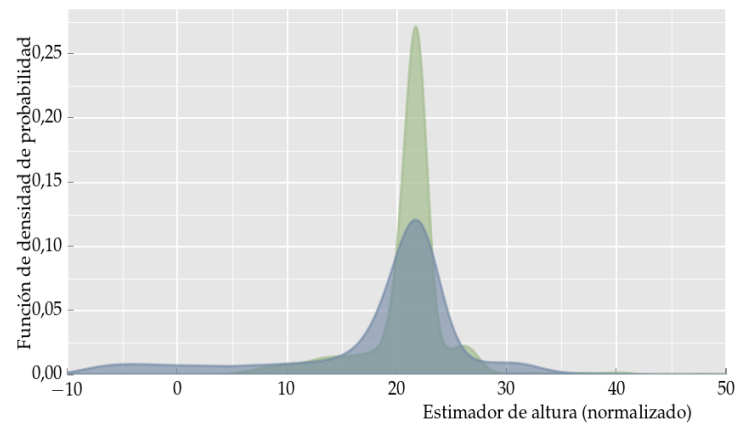


Figura 5.6: Comparación de PDF de los datos con corrección y sin corrección del efecto apilamiento. El histograma en verde pertenece a los datos procesados por el algoritmo descrito en el capítulo cuatro y el histograma en azul a los datos sin corrección del efecto apilamiento.

plitudes negativas y la energía está menos concentrada en el pico principal del histograma lo que resulta en un pico pequeño y ensanchado.

## 5.2. Conclusiones

Los resultados con resolución de  $\approx 10\%$  nos demuestran que los contadores proporcionales se encuentran en buen estado a pesar de más de dos décadas y media de funcionamiento ininterrumpido. El ensamble de las partes que

conforman al monitor de neutrones funciona correctamente, ya que no permite que el ruido debido a perturbaciones en el ambiente alteren la detección de neutrones generados en el *productor*. De tal forma que la resolución es casi igual a la esperada en un contador proporcional BP28 expuesto a una fuente mono-energética, es decir 8 %.

En relación con los parámetros impuestos por el estándar 6-NM64, los contadores proporcionales A2, B2, C1 y C2 están dentro del parámetro del manual de instrucciones No. 7 IQSY [18], el cual establece que la resolución debe ser menor al 20 %.

Con respecto al contador proporcional A1 se concluye que el circuito preamplificador esta trabajando de forma incorrecta ya que esta alterando la forma de los pulsos, por lo que no se pudo procesar los datos. Asimismo, el circuito preamplificador del contador proporcional B1 también esta funcionando de forma incorrecta ya que esta introduciendo una cantidad de ruido mayor lo que provoca que se detecten pulsos falsos.

Finalmente con base en los resultados obtenidos se concluye lo siguiente:

1. Se diseño y probo exitosamente una metodología que permitió calcular el espectro de altura de pulsos del Monitor de Neutrones instalado en CU disminuyendo los efectos provocados por el fenómeno del apilamiento de pulsos.
2. Se diagnostico el funcionamiento de los contadores proporcionales BP28; con algunas modificaciones en los parámetros, el algoritmo sería apto para cualquier otro contador proporcional.
3. Se determino que el apilamiento de pulsos no es un factor importante en el conteo del NM64 pues esta limitado a un porcentaje bajo de los pulsos.
4. Se identificaron fallas en la electrónica asociada al detector, lo que permitirá corregirlas para garantizar el funcionamiento correcto del NM64.

# A

## Resultados de los cinco contadores restantes

### Contador Proporcional A2

En la figura A.1 se muestra el espectro de alturas de pulsos para el contador proporcional A2, el cual fue calculado por el algoritmo expuesto en el presente trabajo.

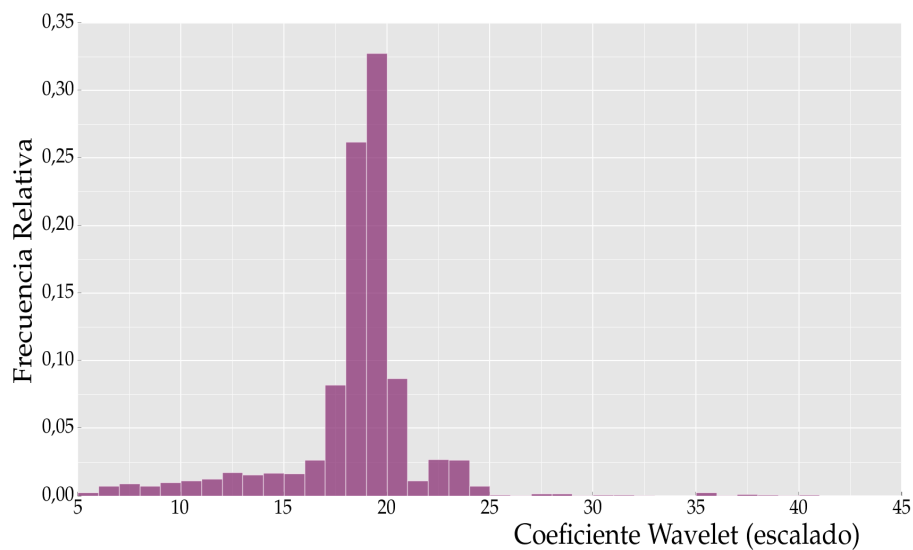


Figura A.1: Histograma del contador proporcional A2.

El ajuste de la función de densidad de probabilidad — función gaussiana— al pico principal del histograma se ilustra en la figura A.2

La función gaussiana que se utilizó en el ajuste tiene una media  $\mu = 19,11$  y  $\sigma = 0,886$ . Con éstos parámetros se calcula un valor en resolución de  $R = 10,8\%$  con una *R-cuadrada*, coeficiente de determinación, de 0,98.



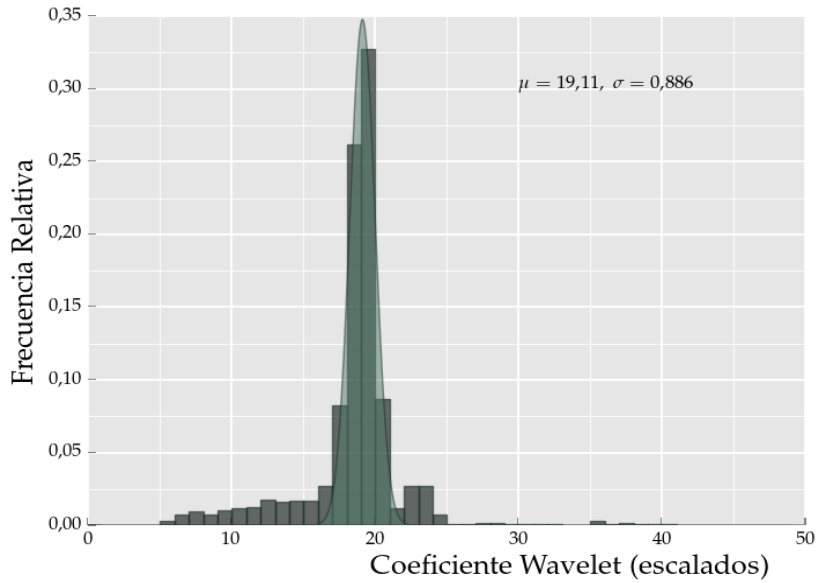


Figura A.2: Ajuste para contador proporcional A2.

En la figura A.3, se tiene el espectro de alturas de pulsos calculado para los datos sin corregir el efecto debido al apilamiento de pulsos; se observa que el pico principal del espectro no tiene una forma gaussiana esto es resultado de la distorsión debido al fenómeno de apilamiento de pulsos. Se concluye, comparando ambos histogramas, que el algoritmo corrigió dicha distorsión

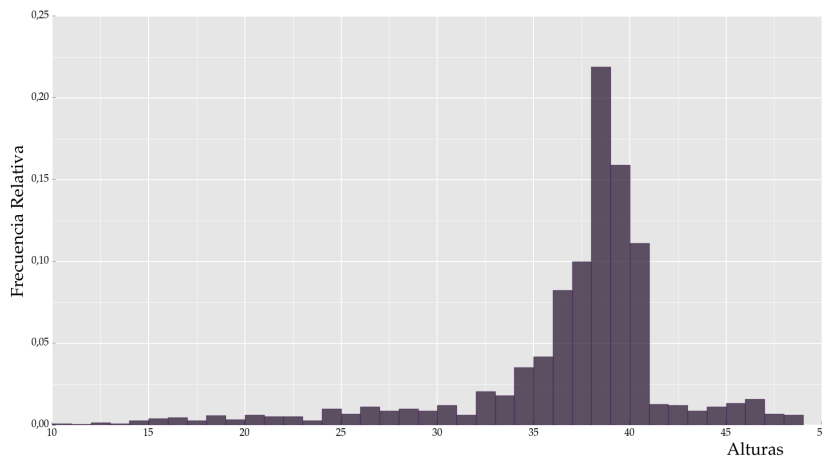


Figura A.3: Histograma de alturas de pulsos sin corrección del efecto apilamiento de pulsos para el contador proporcional A2.

## Contador Proporcional B2

En la figura A.4 se muestra el espectro de alturas de pulsos para el contador proporcional B2, el cual fue calculado por el algoritmo expuesto en el presente trabajo.

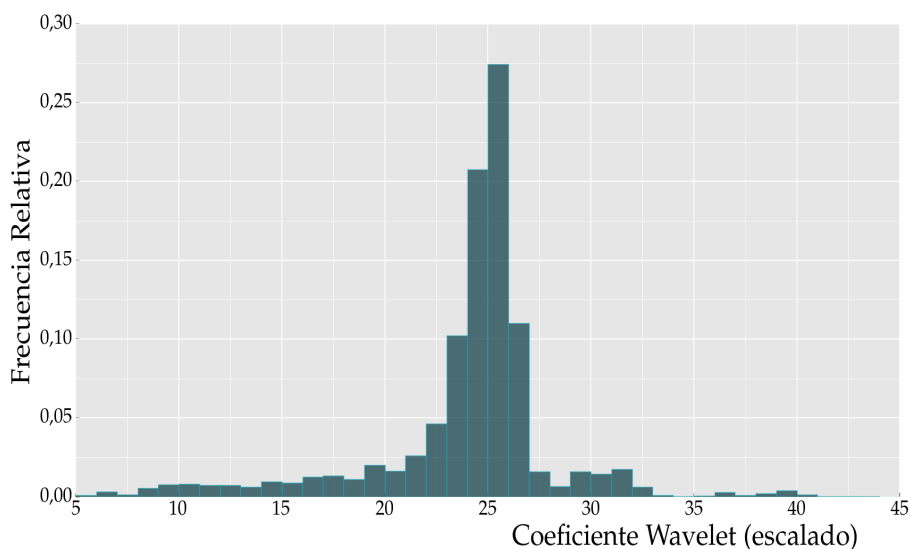


Figura A.4: Histograma del contador proporcional B2.

El ajuste de la función de densidad de probabilidad — función gaussiana— al pico principal del histograma se ilustra en la figura A.5

La función gaussiana que se utilizó en el ajuste tiene una media  $\mu = 25,11$  y  $\sigma = 1,11$ . Un valor en resolución de  $R = 10,4\%$  con una *R-cuadrada*, coeficiente de determinación, de  $0,95$ .

En la figura A.6, se tiene el espectro de alturas de pulsos calculado para los datos sin corregir el efecto debido al apilamiento de pulsos. El eje de las abscisas tiene una escala de 10 a 80 con el propósito de mostrar la distorsión producida por el apilamiento *peak-pileup* lo que resulta en un histograma muy disperso.

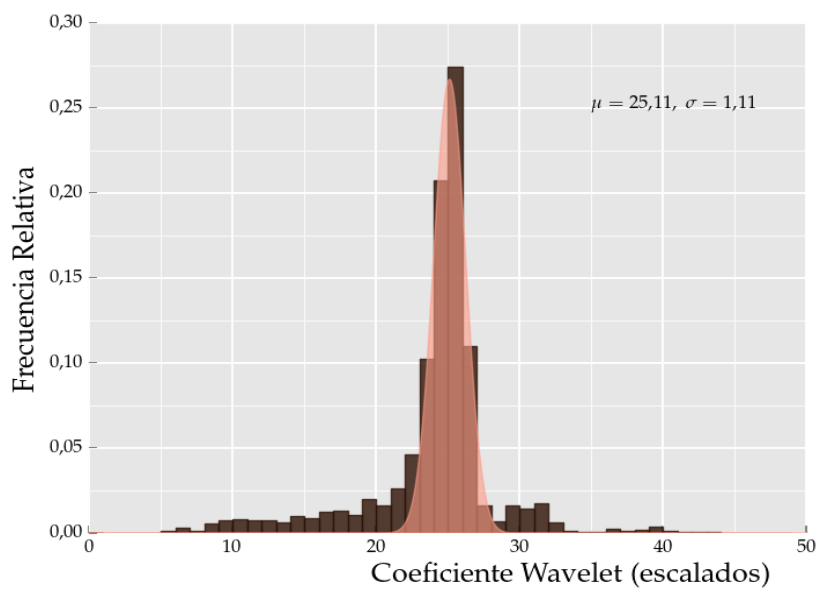


Figura A.5: Ajuste para contador proporcional B2.

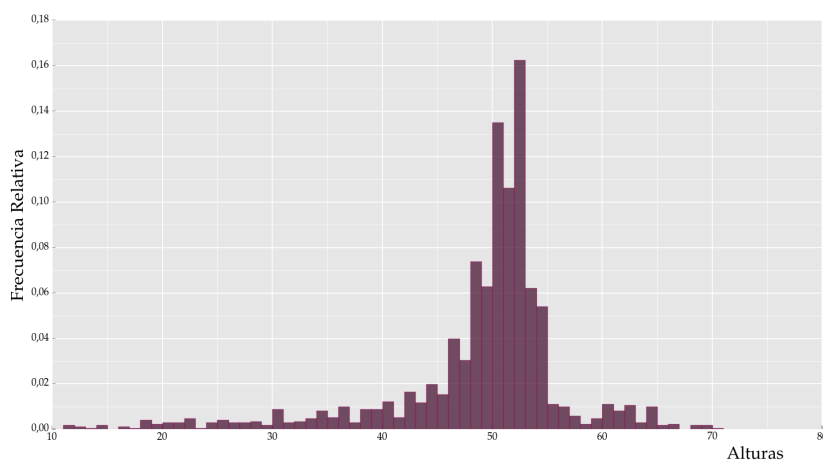


Figura A.6: Histograma de alturas de pulsos sin corrección del efecto apilamiento de pulsos para el contador proporcional B2.

## Contador Proporcional C1

En la figura A.7 se muestra el espectro de alturas de pulsos para el contador proporcional C1, el cual fue calculado por el algoritmo expuesto en el presente trabajo.

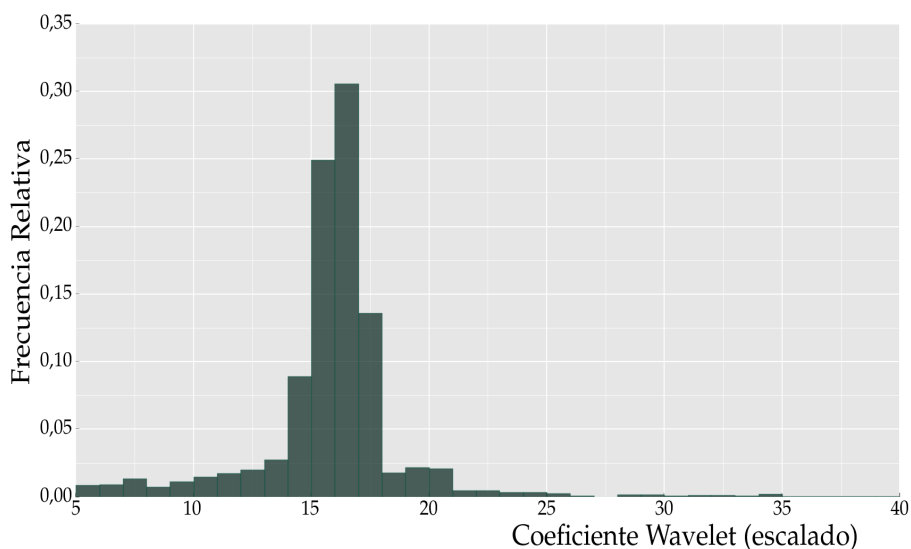


Figura A.7: Histograma del contador proporcional C1.

El ajuste de la función de densidad de probabilidad — función gaussiana— al pico principal del histograma se ilustra en la figura A.8

La función gaussiana que se utilizó en el ajuste tiene una media  $\mu = 16,17$  y  $\sigma = 1,037$ . Un valor en resolución de  $R = 15\%$  con una *R-cuadrada*, coeficiente de determinación, de 0,99.

En la figura A.9, se tiene el espectro de alturas de pulsos calculado para los datos sin corregir el efecto debido por apilamiento de pulsos. Al igual que la figura A.3 el pico principal no tiene una forma gaussiana y se ve claramente la deformación del espectro.

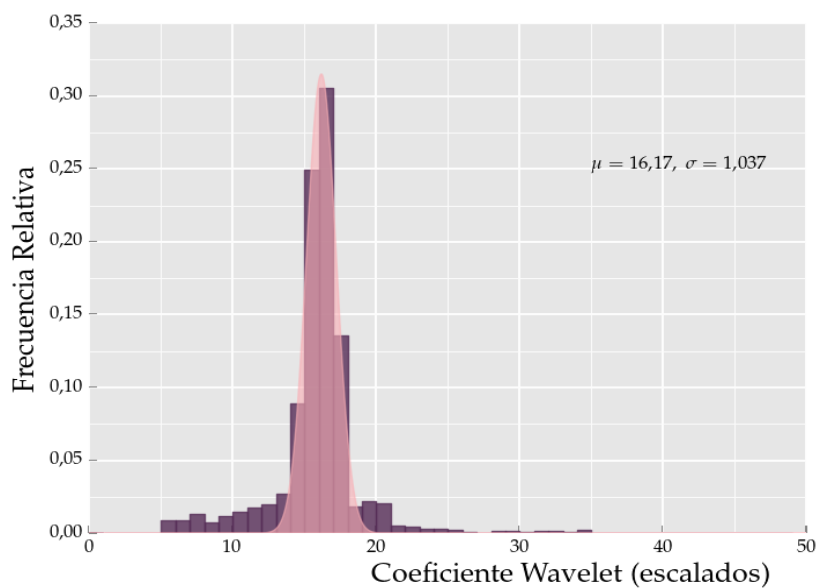


Figura A.8: Ajuste para contador proporcional C1.

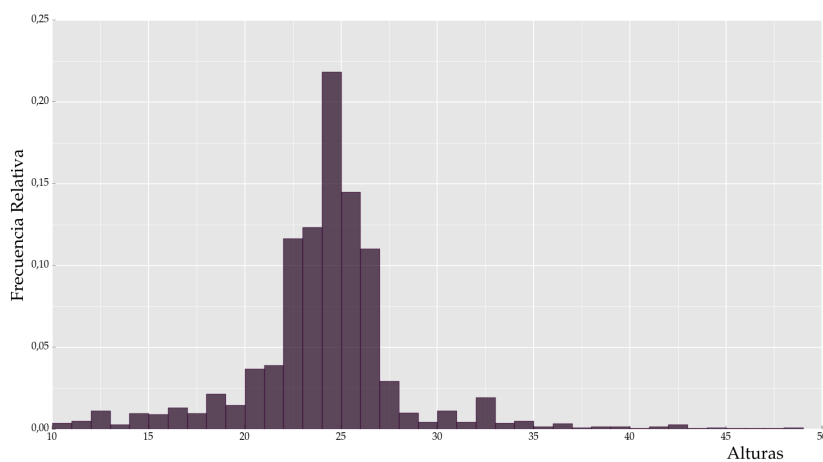


Figura A.9: Histograma de alturas de pulsos sin corrección del efecto apilamiento de pulsos para el contador proporcional C1.

## Contador Proporcional B1

En la figura A.10 se muestra el espectro de alturas de pulsos para el contador proporcional B1, el cual fue calculado por el algoritmo expuesto en el presente trabajo.

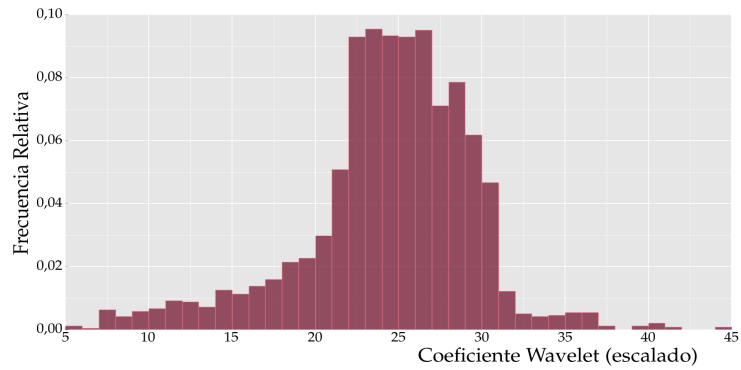


Figura A.10: Histograma del contador proporcional B1.

Debido a que el espectro de alturas de pulsos no resultó de la forma esperada, se calculó la *distribución de Poisson* de las cuentas de pulsos por unidad de tiempo. Un proceso de Poisson es un proceso aleatorio que cuenta el número de eventos que ocurren en un intervalo de tiempo dado.

En la imagen A.11 se observa que B1 no tiende a una distribución de Poisson, por lo que el ruido introducido por la electrónica si afecta el proceso de cuentas de eventos del sistema de detección.

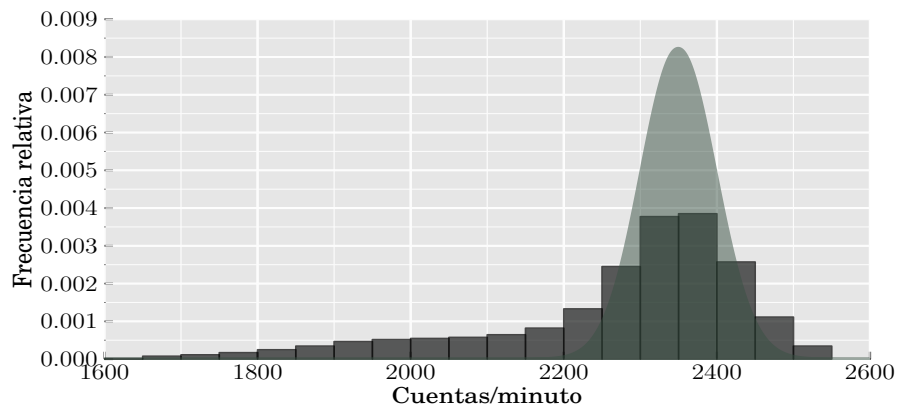


Figura A.11: Distribución de la tasa de cuentas en un intervalo de tiempo dado, del contador proporcional B1

## Contador Proporcional A1

Con respecto al contador proporcional A1 se identifico una falla en el preamplificador, el cual deforma el pulso saliente del detector. Aparentemente esto no altera la tasa de cuentas del sistema de detección ya que se calculo la distribución de Poisson de las cuentas y se obtuvo que el ajuste es correcto a dicha distribución; en la figura A.12 se observa el resultado.

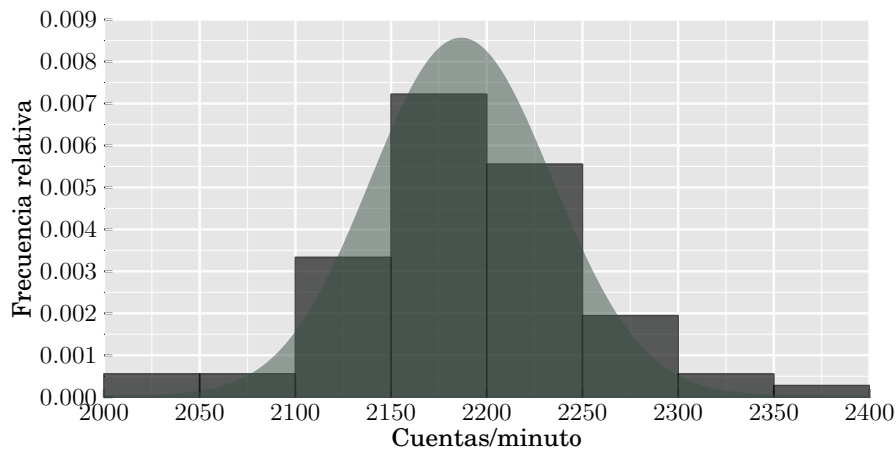


Figura A.12: Distribución de la tasa de cuentas en un intervalo de tiempo dado, del contador proporcional A1



# **Hojas de Especificaciones del Osciloscopio MSO2024**



# Mixed Signal Oscilloscopes

## MSO2000B Series, DPO2000B Series Datasheet



Offering up to 200 MHz bandwidth and 1 GS/s sample rate, the MSO/DPO2000B Mixed Signal Oscilloscope Series from Tektronix delivers advanced debug features at an entry-level price. Quickly find and diagnose problems in complex designs with up to 20 channels for analyzing analog and digital signals. With a deep record length of 1 Mpoints standard on all channels, the MSO/DPO2000B lets you capture long windows of signal activity while maintaining fine timing resolution.

### Key performance specifications

- 200, 100, 70 MHz bandwidth models
- 2 and 4 analog channel models
- 16 digital channels (MSO series)
- 1 GS/s sample rate on all channels
- 1 megapoint record length on all channels
- 5,000 wfms maximum waveform capture rate
- Suite of advanced triggers

### Key features

- Wave Inspector<sup>®</sup> controls provide easy navigation and automated search of waveform data
- FilterVu<sup>™</sup> variable low-pass filter allows for removal of unwanted signal noise while still capturing high-frequency events
- 29 automated measurements, and FFT analysis for simplified waveform analysis
- TekVPI<sup>®</sup> probe interface supports active, differential, and current probes for automatic scaling and units
- 7 in. (180 mm) wide-screen TFT-LCD color display
- Small footprint and lightweight - only 5.3 in. (134 mm) deep and 7 lb. 14 oz. (3.6 kg)
- Five-year warranty

### Connectivity

- USB 2.0 host port on the front panel for quick and easy data storage
- USB 2.0 device port on rear panel for easy connection to a PC or direct printing to a PictBridge<sup>®</sup>-compatible printer
- Optional 10/100 Ethernet port for network connection and video-out port to export the oscilloscope display to a monitor or projector

### Optional serial triggering and analysis

- Automated serial triggering, decode, and search options for I<sup>2</sup>C, SPI, CAN, LIN, and RS-232/422/485/UART

# Specifications

All specifications apply to all models unless noted otherwise.

## Model overview

	MSO2002B and DPO2002B	MSO2004B and DPO2004B	MSO2012B and DPO2012B	MSO2014B and DPO2014B	MSO2022B and DPO2022B	MSO2024B and DPO2024B
Analog channels	2	4	2	4	2	4
Bandwidth <sup>1</sup>	70 MHz	70 MHz	100 MHz	100 MHz	200 MHz	200 MHz
Rise time	5 ns	5 ns	3.5 ns	3.5 ns	2.1 ns	2.1 ns
Sample rate	1 GS/s	1 GS/s	1 GS/s	1 GS/s	1 GS/s	1 GS/s
Record length	1 M points	1 M points	1 M points	1 M points	1 M points	1 M points
Digital channels	MSO models - add 16 digital channels to the corresponding DPO model					

## Vertical system analog channels

<b>Hardware bandwidth limits</b>	20 MHz
<b>Input coupling</b>	AC, DC, GND
<b>Input impedance</b>	1 M $\Omega$ $\pm$ 2%, 11.5 pF $\pm$ 2 pF
<b>Input sensitivity range</b>	2 mV/div to 5 V/div
<b>Vertical resolution</b>	8 bits
<b>Maximum input voltage, 1 M<math>\Omega</math></b>	300 V <sub>RMS</sub> with peaks $\leq$ $\pm$ 450 V
<b>DC gain accuracy (with offset set to 0 V)</b>	$\pm$ 3% for 10 mV/div to 5 V/div $\pm$ 4% for 2 mV/div to 5 mV/div

**Channel-to-channel isolation** (Any two channels at equal vertical scale)

MSO2002B, DPO2002B, MSO2004B, DPO2004B	MSO2012B, DPO2012B, MSO2014B, DPO2014B	MSO2022B, DPO2022B, MSO2024B, DPO2024B
$\geq$ 100:1 at $\leq$ 70 MHz	$\geq$ 100:1 at $\leq$ 100 MHz	100:1 at $\leq$ 200 MHz

**Offset range**

Volts/div setting	Offset range
	<b>1 M<math>\Omega</math> input</b>
2 mV/div to 200 mV/div	$\pm$ 1 V
>200 mV/div to 5 V/div	$\pm$ 25V

## Vertical system digital channels

<b>Input channels</b>	16 digital (D15 to D0)
<b>Thresholds</b>	Threshold per set of 8 channels
<b>Threshold selections</b>	TTL, CMOS, ECL, PECL, User-defined
<b>User-defined threshold range</b>	$\pm$ 20 V
<b>Threshold accuracy</b>	$\pm$ [100 mV + 3% of threshold setting]
<b>Maximum input voltage</b>	$\pm$ 40 V
<b>Input dynamic range</b>	80 V <sub>pk-pk</sub> (threshold setting dependent)

<sup>1</sup> Bandwidth is 20 MHz at 2 mV/div, all models.

## Datasheet

Minimum voltage swing	500 mV <sub>p-p</sub>
Input resistance	101 kΩ
Probe loading	8 pF
Vertical resolution	1 bit

### Horizontal system analog channels

Maximum duration of time captured at highest sample rate (all channels)	1 ms
Time base range	200 MHz models: 2ns to 100s 70, 100 MHz models: 4ns to 100s
Time-base delay time range	-10 divisions to 5000 s
Channel-to-channel deskew range	±100 ns
Time base accuracy	±25 ppm over any ≥1 ms interval

### Horizontal system digital channels

Maximum sample rate (main)	<b>When using any of channels D7 - D0</b>	<b>When using any of channels D8 - D15</b>
	1 GS/s (1 ns resolution)	500 MS/s (2 ns resolution)
Maximum record length (main, all channels)	1 M points	
Minimum detectible pulse width	5 ns	
Channel-to-channel skew	2 ns typical	

### Trigger system

Trigger modes	Auto, Normal, and Single
Trigger coupling	DC, HF reject (attenuates >85 kHz), LF reject (attenuates <65 kHz), noise reject (reduces sensitivity)
Trigger holdoff range	20 ns to 8 s

Trigger sensitivity, typical	<b>Trigger source</b>	<b>Sensitivity</b>
	Internal DC coupled	0.4 div from DC to 50 MHz 0.6 div > 50 MHz to 100 MHz 0.8 div > 100 MHz to 200 MHz
	External (aux input)	200 mV from DC to 100 MHz, 1X attenuation

#### Trigger level ranges

Any input channel	±4.92 divisions from center of screen
Aux Input (external trigger)	±6.25 V, 1X attenuation ±12.5 V, 10X attenuation

#### Trigger types

Edge	Positive or negative slope on any channel or front-panel auxiliary input. Coupling includes DC, AC, HF reject, LF reject, and noise reject.
Pulse Width	Trigger on width of positive or negative pulses that are >, <, =, ≠, or inside/outside a specified period of time.
Runt	Trigger on a pulse that crosses one threshold but fails to cross a second threshold before crossing the first again.

<b>Logic</b>	Trigger when any logical pattern of channels goes false or stays true for specified period of time. Any input can be used as a clock to look for the pattern on a clock edge. Pattern (AND, OR, NAND, NOR) specified for all input channels defined as High, Low, or Don't Care.
<b>Setup and Hold</b>	Trigger on violations of both setup time and hold time between clock and data present on any of the analog and digital input channels.
<b>Rise/Fall Time</b>	Trigger on pulse edge rates that are faster or slower than specified. Slope may be positive, negative, or either.
<b>Video</b>	Trigger on all lines, odd, even, or all fields on NTSC, PAL, and SECAM video signals.
<b>I<sup>2</sup>C (optional)</b>	Trigger on Start, Repeated Start, Stop, Missing ACK, Address (7 or 10 bit), Data, or Address and Data on I <sup>2</sup> C buses up to 3.4 Mb/s.
<b>SPI (optional)</b>	Trigger on SS, MOSI, MISO, or MOSI and MISO on SPI buses up to 10.0 Mb/s.
<b>RS-232/422/485/UART (optional)</b>	Trigger on Tx Start Bit, Rx Start Bit, Tx End of Packet, Rx End of Packet, Tx Data, Rx Data, Tx Parity Error, and Rx Parity Error up to 10 Mb/s.
<b>CAN (optional)</b>	Trigger on Start of Frame, Frame Type (data, remote, error, overload), Identifier (standard or extended), Data, Identifier and Data, End of Frame, Missing ACK, or Bit Stuffing Error on CAN signals up to 1 Mb/s. Data can be further specified to trigger on $\leq$ , $<$ , $=$ , $>$ , $\geq$ , or $\neq$ a specific data value. User-adjustable sample point is set to 50% by default.
<b>LIN (optional)</b>	Trigger on Sync, Identifier, Data, Identifier and Data, Wakeup Frame, Sleep Frame, Errors such as Sync, Parity, or Checksum Errors.
<b>Parallel (available on MSO models only)</b>	Trigger on a parallel bus data value.

## Acquisition system

### Acquisition Modes

<b>Sample</b>	Acquire sampled values.
<b>Peak Detect</b>	Captures glitches as narrow as 3.5 ns at all sweep speeds.
<b>Averaging</b>	From 2 to 512 waveforms included in average.
<b>Roll</b>	Scrolls waveforms right to left across the screen at sweep speeds slower than or equal to 40 ms/div.

## Waveform measurements

<b>Cursors</b>	Waveform and Screen.
<b>Automatic measurements</b>	29, of which up to four can be displayed on-screen at any one time. Measurements include: Period, Frequency, Delay, Rise Time, Fall Time, Positive Duty Cycle, Negative Duty Cycle, Positive Pulse Width, Negative Pulse Width, Burst Width, Phase, Positive Overshoot, Negative Overshoot, Peak to Peak, Amplitude, High, Low, Max, Min, Mean, Cycle Mean, RMS, Cycle RMS, Positive Pulse Count, Negative Pulse Count, Rising Edge Count, Falling Edge Count, Area and Cycle Area.
<b>Gating</b>	Isolate the specific occurrence within an acquisition to take measurements on, using either the screen, or waveform cursors.

## Waveform math

<b>Arithmetic</b>	Add, subtract, and multiply waveforms.
<b>FFT</b>	Spectral magnitude. Set FFT Vertical Scale to Linear RMS or dBV RMS, and FFT Window to Rectangular, Hamming, Hanning, or Blackman-Harris.

# Bibliografía

- [1] Instituto de Geofísica. Website: Cosmic ray. <http://www.cosmicrays.unam.mx/>. IV, 6, 7
- [2] Javier A. Otaola / José F. Valdés Galicia. *Los rayos cósmicos : Mensajeros de las estrellas*. Fondo de Cultura Económica S.A. de C.V., 2 edition, 1995.
- [3] Syed Naeem Ahmed. *Physics and Engineering of Radiation Detection*. Academic Press Inc., Gran Bretaña, 1 edition, 2007. 1, 9, 19, 22, 25
- [4] Bruno Rossi. *Cosmic Rays*. McGraw-Hill, Inc., EU, 1 edition, 1964. 1
- [5] Malcolm S. Longair. *High Energy Astrophysics*. High Energy Astrophysics, 3 edition, 2012. 2
- [6] whanlon@cosmic.utah.edu. Website: Cosmic ray spectra of various experiments. <http://www.physics.utah.edu/~whanlon/spectrum.html>. 2
- [7] Bernardo Vargas Cárdenas. *Detección de Rayos Cósmicos Solares con el Monitor de Neutrones de la Ciudad de México*. PhD thesis, Instituto de Geofísica UNAM, 2012.
- [8] Ernesto Ortiz Fragoso. Detector prototipo de rayos cósmicos secundarios para conocer la contribución relativa de cada una de sus componentes. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2013. 3, 6
- [9] Silvia Bravo. *Encuentro con una estrella*. Fondo de Cultura Económica S.A. de C.V., 2 edition, 1997. 4
- [10] Maria G. Cordero Tercero *et al.* *Introducción a la Física Espacial*. Universidad Nacional Autónoma de México, 1 edition, 2013. 7
- [11] S.S.Kapoor and V.Ramamurthy. *Nuclear Radiation Detectors*. New Age International, 1 edition, 1986. 8
- [12] Antonio Ferrer Soria. *Física Nuclear y de partículas*. Universitat de València, España, 2 edition, 2006. 8
- [13] Athanasios Papoulis. *Probability Random Variables, and Stochastic Processes*. McGraw-Hill, Inc., 3 edition, 1991. 16
- [14] Glenn F. Knoll. *Radiation detection and measurement*. Wiley and Sons, Inc, New York, EU, 3 edition, 2000. 16, 18, 25
- [15] Robert W. Christy / Agnar Pytte. *Estructura de la materia: una introducción a la física moderna*. Editorial Reverté, S.A., 1 edition, 1971. 20
- [16] Paul W. Nicholson. *Nuclear Electronics*. John Wiley and Sons, Inc., California, EU, 1 edition, 1974.

- [17] Union Europea. Website: Neutron monitor database. <http://www.nmdb.eu/?q=node/380>. 24
- [18] Sub-Comission IUPAP H.Carmichael. *Cosmic Rays: IQSY Instruction Manual No. 7*. London, 1964. 24, 26, 49
- [19] A.P. French and Edwin F. Taylor. *Introducción a la física cuántica*. Editorial Reverté, S.A., 1 edition, 1982. 26
- [20] Anzorena Méndez Marcos A / García Gínez Rocío. Diseño e implementación de un sistema de adquisición de datos para el observatorio de rayos cósmicos de ciudad universitaria, 2011. <http://132.248.9.195/ptd2012/febrero/0677241/Index.html>. 29
- [21] Alan V. Oppenheim / Ronald W. Schafer. *Tratamiento de señales en Tiempo Discreto*. Pearson Educación S.A., Madrid, España, 3 edition, 2011. 32
- [22] C. R. Barrat H. Debrunner, J. A. Lockwood *et al.* Energetic neutrons, protons and  $\gamma$  rays during the 1990 may 24 solar cosmic-ray event. *The astrophysical journal*, 479:997–1011, 1997. 32
- [23] Rogelio A. Caballero López. *Estudio de las fluctuaciones de la radiación cósmica detectadas en la superficie terrestre durante los ciclos solares 22 y 23*. PhD thesis, Instituto de Geofísica UNAM, 2001. 32
- [24] L. I. Dorman N. Lucci, G. Villaresi and M. Parisi. Cosmic-ray survey to antarctica and coupling functions for neutron component near solar minimum (1996-1997) 2. meteorological effects and correction of survey data. *Proceedings ICRC, 1997 Salt Lake City*, 7:321, 1997. 32
- [25] L. I. Dorman N. Lucci, G. Villaresi and M. Parisi. Determination of neutron monitor barometric effect on the base of the altitude cosmic-ray intensity dependence as measured by the israelo-italian mobile laboratory. *Proceedings ICRC, 1997 Salt Lake City*, 7:371, 1997. 32
- [26] D. Wegrzynek A. Markowicz and M. Bogovac. Implementation of digital signal processor for nuclear spectrometry using state of the art tools. *Signal Processing and Electronics for Nuclear Spectrometry, Proceedings of a Technical Meeting Vienna 2007*, pages 17–28, 2009. 33
- [27] Valentin T. Jordanov Glenn F. Knoll *et al.* Digital techniques for real-time pulse shaping in radiation measurements. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, pages 261–264, 1994. 33
- [28] Paul A. B. Scoullar Prof. Robin J. Evans. Maximum likelihood estimation techniques for high rate, high throughput digital pulse processing. *Nuclear Science Symposium Conference Record NSS '08. IEEE*, pages 1668–1672, 2008. 33

- [29] Robert X Gao and Ruqiang Yan. *Wavelets: Theory and Applications for Manufacturing*. Springer, 1 edition, 2010. 34, 35
- [30] Stephane Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing*. Academic Press Inc., 2 edition, 1999. 35
- [31] Alexander D. Poularikas. *Transforms and Applications*. CRC Press, 3 edition, 2009.
- [32] Christopher Torrence / Gilbert P. Compo. A practical guide to wavelet analysis. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 79:61–78, 1998. 37
- [33] Simon M. Lin Pan Du, Warren A. Kibbe. Improved peak detection in mass spectrum by incorporating continuous wavelet transform-based pattern matching. *Bioinformatics*, 22:2059–2065, 2006. 37, 38, 41
- [34] Matplotlib. Matplotlib.org. <http://matplotlib.org/>. 38
- [35] Jhon G. Proakis / Dimitris G. Manolakis. *Tratamiento Digital de Señales*. Pearson Educación S.A., Madrid, España, 4 edition, 2007. 38
- [36] NumPy. Scipy.org. <http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/generated/numpy.fft.fft.html>. 38