



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE INGENIERÍA

DIVISIÓN DE INGENIERÍA EN CIENCIAS DE LA TIERRA

## INTERFERENCIA ENTRE YACIMIENTOS LOCALIZADOS EN UN ACUÍFERO COMÚN

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO PETROLERO

PRESENTA

**JOSÉ ERNESTO PARRA PÉREZ**

DIRECTOR DE TESIS

**DR. FERNANDO SAMANIEGO VERDUZCO**



MEXICO, D.F., 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# DEDICATORIA

## A mis padres,

Ustedes son las personas que más quiero y admiro, éste y todos mis logros son por  
y para ustedes.

## A Mariana,

Por ser la mejor hermana del mundo

## A Lore,

Por ser el amor y la mayor alegría de mi vida

Y a mi querida

UNAM

# AGRADECIMIENTOS

A mis padres, por todo su amor, y por demostrar con su ejemplo e inculcarme siempre, que con esfuerzo y pasión se puede alcanzar cualquier meta; ustedes son mi ejemplo a seguir.

A mi hermana Mariana, por todo el cariño y apoyo.

Al Dr. Fernando Samaniego Verduzco, por ser un excelente mentor y sobre todo una excelente persona; gracias por todo el esfuerzo dedicado a esta tesis y por apoyarme siempre. Lo aprecio y admiro muchísimo.

A mis sinodales, Ing. Israel Castro Herrera, por su gran apoyo a lo largo de mi carrera; Ing. Manuel Juan Villamar Viguera, gracias por todas las lecciones; Dr. Edgar René Rangel Germán y Dr. Nestor Martínez Romero, por su dedicación y compromiso con esta tesis.

A todos mis amigos del PetroBowl y de la UNAM.

Al Dr. Rafael Rodríguez Nieto, por todas sus enseñanzas.

Al M.I. José de Jesús Huevo Casillas, por todo el apoyo que me ha brindado y por ser el mejor tutor.

A todas las personas que colaboraron para poder realizar esta tesis.

Y sobre todo, a mi querida Universidad Nacional Autónoma de México, que me ha dado tanto; gracias por la gran educación y por todos estos increíbles años en la mejor universidad del mundo.

# ÍNDICE

<b>RESUMEN</b> .....	vi
<b>LISTA DE FIGURAS</b> .....	vii
<b>LISTA DE TABLAS</b> .....	ix
<b>CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>CAPÍTULO 2 REVISIÓN DE LA LITERATURA</b> .....	5
2.1 Introducción .....	5
2.2 Tipos de energía en el yacimiento .....	6
2.2.1 Producción por expansión .....	6
2.2.2 Producción por contracción del volumen poroso .....	7
2.2.3 Producción por entrada de agua .....	8
2.3 Índice de producción y factor de recuperación .....	8
2.4 Clasificación de acuíferos .....	9
2.4.1 Localización .....	9
2.4.2 Intensidad .....	10
2.5 Técnicas para caracterizar el comportamiento acuífero-yacimiento .....	11
2.5.1 Ecuación de Balance de Materia .....	11
2.5.2 Dispositivo eléctrico (analizador) .....	12
2.5.3 Modelos de entrada de agua .....	13
2.6 Yacimientos localizados en un acuífero común .....	19
2.7 Técnicas para caracterizar el comportamiento acuífero-yacimientos .....	19
2.7.1 Modelos matemáticos .....	20
2.7.2 Modelos físicos .....	24
<b>CAPÍTULO 3 MODELO MATEMÁTICO</b> .....	27
3.1 Introducción .....	27

3.2 Consideraciones y restricciones del modelo .....	28
3.3 Construcción del modelo .....	30
3.3.1 Acuífero .....	30
3.3.2 Yacimientos .....	40
3.3.3 Sistema .....	41
<b>CAPÍTULO 4 CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA DE CAMPOS: KU, MALOOB, ZAAP, KUTZ, IXTOC, ABKATÚN, POL, CHUC, AYATSIL, TEKEL Y EL ACUÍFERO QUE COMPARTEN .....</b>	<b>44</b>
4.1 Introducción .....	44
4.2 Datos requeridos .....	45
4.3 Información del sistema acuífero-yacimientos .....	45
4.3.1 Discretización del sistema acuífero-yacimientos .....	48
4.3.2 Estimación inicial de las propiedades petrofísicas .....	51
4.3.3 Historia del sistema acuífero-yacimientos .....	52
4.3.4 Datos presión-producción .....	53
4.3.5 Factor de recuperación .....	56
4.4 Resultados .....	57
4.4.1 Parámetros petrofísicos .....	57
4.4.2 Ajuste de presión .....	59
4.4.3 Entrada de agua .....	65
4.4.4 Índice de empuje .....	67
<b>CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES .....</b>	<b>72</b>
<b>NOMENCLATURA .....</b>	<b>74</b>
<b>REFERENCIAS .....</b>	<b>75</b>
<b>APÉNDICE A: FUNCIONES DE GREEN .....</b>	<b>78</b>
<b>APÉNDICE B: OTROS VALORES PARA LOS PARÁMETROS PETROFÍSICOS OBTENIDOS POR MEDIO DEL MODELO .....</b>	<b>82</b>

# RESUMEN

El objetivo de esta tesis es estudiar el modelo matemático desarrollado por Rodríguez, Samaniego y Cinco, el cual describe la interferencia en un sistema de yacimientos localizados en un acuífero común. El modelo se construye a partir de dos ecuaciones; una ecuación de difusión que describe el flujo de fluidos en el acuífero y una ecuación de balance de materia en forma diferencial, que describe el comportamiento de los yacimientos; al acoplar las soluciones particulares del acuífero y de los yacimientos, se obtiene la expresión que describe el comportamiento de la presión debido a la interferencia en el sistema. El modelo se utilizó para caracterizar un sistema de diez campos en el Sureste de México, integrado por: Ku, Maloob, Zaap, Kutz, Ixtoc, Abkatún, Pol, Chuc, Ayatsil, Tekel y el acuífero que comparten, de tal forma que se logró describir el comportamiento del sistema acuífero-yacimientos. Empleando los resultados de esta tesis se demuestra que al tomar en cuenta los efectos de interferencia se puede optimizar la explotación de los campos, logrando así, maximizar los factores de recuperación y los beneficios económicos.

# ABSTRACT

It is the purpose of this thesis to study the mathematical model developed by Rodríguez, Samaniego and Cinco, to characterize the interference in a system composed of multiple reservoirs located in a common aquifer. The model is constructed from two equations; a diffusivity equation that describes the flow of fluids within the aquifer and a material balance equation in differential form, that describes the performance of the reservoirs. The two individual solutions were coupled together, and thus the expression to describe the pressure behavior due to the interference between the reservoirs and the aquifer is obtained. The model was used to characterize a system of ten reservoirs in the Mexican Southeast, integrated by: Ku, Maloob, Zaap, Kutz, Ixtoc, Abkatún, Pol, Chuc, Ayatsil, Tekel and the common aquifer that they share; in this sense it was possible to describe the behavior of the reservoir-aquifer system. With this thesis it is demonstrated that accounting for the interference effects can result in field optimization, and therefore in achieving higher recovery factors and greater economic benefits.

# LISTA DE FIGURAS

<b>Fig 2.1.-</b>	Influencia de los mecanismos naturales de producción en el mantenimiento de presión y el factor de recuperación .....	9
<b>Fig 2.2.-</b>	Acuífero subyacente .....	10
<b>Fig 2.3.-</b>	Acuífero lineal lateral .....	10
<b>Fig 2.4.-</b>	Acuífero radial lateral .....	10
<b>Fig 2.5.-</b>	Esquema del analizador (Bruce,1942) .....	13
<b>Fig 2.6.-</b>	Caídas de presión en la formación Woodbine (Bell y Shepherd, 1951) .....	20
<b>Fig 2.7.-</b>	Caída de presión en el campo Andector debida a la interferencia (Moore y Truby, 1952) .....	26
<b>Fig. 3.1.-</b>	Sistema acuífero-yacimientos (Rodríguez de la Garza y cols., 1988) .....	28
<b>Fig. 3.2.-</b>	Discretización de los planos de contacto acuífero-yacimientos (Rodríguez de la Garza y cols., 1988) .....	29
<b>Fig. 3.3.-</b>	Representación esquemática de un volumen elemental del acuífero...	30
<b>Fig. 3.4.-</b>	Función Delta de Dirac .....	39
<b>Fig. 4.1.-</b>	Región Marina Noreste .....	46
<b>Fig. 4.2.-</b>	Región Marina Suroeste .....	46
<b>Fig. 4.3.-</b>	División por bloques para los yacimientos de la Región Marina (Ortuño, 2012) .....	47
<b>Fig. 4.4.-</b>	Discretización del acuífero asociado a los yacimientos del Bloque II ...	49
<b>Fig. 4.5.-</b>	Discretización del sistema acuífero-yacimientos .....	50
<b>Fig. 4.6.-</b>	Declinación de la presión de los yacimientos del sistema .....	54
<b>Fig. 4.7.-</b>	Producción de aceite diaria de los yacimientos Ku, Maloob, Zaap, Ixtoc, Abkatún, Pol y Chuc .....	55
<b>Fig. 4.8.-</b>	Producción de aceite diaria por cada yacimiento .....	55
<b>Fig. 4.9.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Abkatún .....	60



<b>Fig. 4.10.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Ku .....	60
<b>Fig. 4.11.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Pol .....	61
<b>Fig. 4.12.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Chuc .....	61
<b>Fig. 4.13.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Ixtoc .....	62
<b>Fig. 4.14.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Maloob .....	62
<b>Fig. 4.15.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Zaap .....	63
<b>Fig. 4.16.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Kutz .....	63
<b>Fig. 4.17.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Ayatsil .....	64
<b>Fig. 4.18.-</b>	Declinación de la presión promedio del yacimiento Tekel .....	64
<b>Fig. 4.19.-</b>	Volumen acumulado de entrada de agua para los yacimientos del Bloque II .....	66
<b>Fig. 4.20.-</b>	Comportamiento de los índices de empuje, debidos a la expansión del aceite con su gas disuelto, agua congénita y roca de los yacimientos .....	71

# LISTA DE TABLAS

<b>Tabla 2.1.-</b> Mecanismos de producción y factor de recuperación .....	8
<b>Tabla 4.1.-</b> Área de los yacimientos involucrados en este estudio .....	48
<b>Tabla 4.2.-</b> Estimación inicial de las propiedades petrofísicas del sistema comprendido en el Bloque II .....	51
<b>Tabla 4.3.-</b> Propiedades petrofísicas del acuífero asociado a los yacimientos del Bloque II .....	51
<b>Tabla 4.4.-</b> Propiedades de los fluidos de los yacimientos del Bloque II .....	52
<b>Tabla 4.5.-</b> Presiones iniciales del sistema acuífero-yacimientos del Bloque II .....	54
<b>Tabla 4.6.-</b> Factores de recuperación por yacimiento (hasta 2013) .....	56
<b>Tabla 4.7.-</b> Valores obtenidos para el producto $V_{p}c_t$ del acuífero y de los yacimientos del Bloque II .....	58
<b>Tabla 4.8.-</b> Valores obtenidos para la constante de difusión y la permeabilidad del acuífero .....	58
<b>Tabla 4.9.-</b> Índices de empuje por campo .....	69
<b>Tabla A.1.-</b> Funciones de Green para diferentes geometrías y condiciones de frontera (Gringarten y Ramey, 1973) .....	79
<b>Tabla B.1.-</b> Valores obtenidos previamente para los parámetros petrofísicos del acuífero del Bloque II .....	82
<b>Tabla B.2.-</b> Valores obtenidos previamente para el producto $V_{p}c_t$ de los yacimientos del Bloque II .....	83

## INTRODUCCIÓN

En el año 2013 se consumieron en promedio 90 millones de barriles de petróleo al día<sup>2</sup> en todo el mundo.

Para que el petróleo se pueda utilizar, debe procesarse, refinarse y transformarse en sus diferentes derivados. Aproximadamente el 75% del volumen total de petróleo se utiliza para la generación de energía a través de la quema de gas, gasolina, diesel, turbosina, combustóleo, keroseno, etc.; de esta forma se puede disponer de electricidad, transporte, calefacción, aire acondicionado, etc., el 25% restante está compuesto por asfaltos, coque, parafinas, ceras, lubricantes, etc., que se utilizan para la construcción de carreteras y para la fabricación de plásticos, alimentos, medicinas y demás productos que se usan día con día.

Es misión del ingeniero petrolero proveer a la sociedad de esta fuente de energía y materia prima para mejorar y conservar la calidad de vida de todos los seres humanos; además, debe hacerlo de forma óptima; es decir, aprovechando al máximo los recursos naturales, cuidando el medio ambiente y realizando todo esto al menor costo posible.

Uno de los problemas más grandes con respecto a la explotación de los recursos naturales, específicamente del petróleo, es el factor de recuperación bajo.

El factor de recuperación se define como la fracción del volumen de hidrocarburos total que se recupera de un yacimiento; este factor es en promedio del orden del 30%, pudiendo variar desde 10% hasta valores tan altos como del 80%. El factor de recuperación depende de las propiedades de los fluidos y de las formaciones, de los mecanismos naturales de producción (expansión del aceite y gas disuelto,

expansión del gas libre, entrada de agua, expansión de roca y agua de formación y de la segregación gravitacional), así como de los métodos de explotación ya sea en la fase de recuperación primaria, administrando la energía del yacimiento o en las etapas de recuperación secundaria o mejorada.

En los últimos años la industria petrolera se ha enfocado principalmente en las técnicas de recuperación secundaria y mejorada, lo que ha resultado en un aumento considerable en el factor de recuperación en los campos en donde se han aplicado, sin embargo, en la mayoría de los casos el costo que tiene la implementación de estas técnicas es elevado y la viabilidad de los proyectos depende directamente del precio del barril de petróleo, por ejemplo, en Canadá, las técnicas de recuperación mejorada requeridas para producir aceite de las arenas bituminosas de la provincia de Alberta tardaron varias décadas para poder ser rentables.

Una alternativa para incrementar el factor de recuperación sin la necesidad de realizar grandes inversiones, es la optimización de la explotación de los yacimientos en la fase de recuperación primaria, para lograrlo se debe tener una caracterización adecuada de los fluidos y del yacimiento, así como un entendimiento excelente de los mecanismos naturales de producción.

Uno de los mecanismos de producción más importantes es la entrada de agua, el cual resulta en un factor de recuperación que varía del 15 al 60% del volumen original de los yacimientos, e incluso se han reportado casos en los que el empuje hidráulico ha alcanzado factores de recuperación del 80%, como en el caso del campo East Texas.

En la literatura se describen varias técnicas para caracterizar el empuje hidráulico, las cuales se presentan en el capítulo 2, ya sea para un solo yacimiento y su acuífero asociado o para la condición de yacimientos múltiples localizados en un acuífero común, en este sentido se han desarrollado diferentes modelos matemáticos que emplean diferentes consideraciones; existen modelos simples y con aplicaciones directas y modelos tan complejos que su aplicación requiere de programas de cómputo avanzado para utilizarse en forma práctica. También se han desarrollado modelos físicos de los fluidos y de los yacimientos que los contienen, como se discutirá más adelante, los resultados obtenidos tienden a ser muy precisos y a proporcionar información importante para predecir y estudiar su comportamiento; aún así, en los últimos años los modelos matemáticos han cobrado mayor importancia; anteriormente eran difíciles de usar pero hoy en día se pueden

programar en una gran cantidad de lenguajes o se encuentran disponibles en los paquetes de cómputo.

El objeto de esta tesis es estudiar el comportamiento de un sistema compuesto por yacimientos múltiples localizados en un mismo acuífero, los cuales se encuentran en comunicación hidráulica y por lo tanto existe interferencia entre ellos; es decir, la producción de un campo causa una caída de presión en ese campo y en los campos vecinos que conforman el sistema, que se transmite a través del acuífero, la cual se contrarresta por la entrada de agua del acuífero a los campos, por la expansión de los campos y por la expansión del propio acuífero.

En el capítulo 3 se presenta la formulación, derivación, consideraciones y restricciones del modelo semi-analítico Rodríguez-Samaniego-Cinco, que permite caracterizar el comportamiento de un sistema integrado por yacimientos asociados a un mismo acuífero.

Comportamiento en este contexto se debe entender como la variación de la presión en cualquier punto del sistema, ya sea en el acuífero o en los yacimientos a un tiempo determinado debido a la producción de uno o varios yacimientos, a la inyección de agua al acuífero, a la entrada de agua del acuífero a los yacimientos y a la expansión del acuífero y de los yacimientos.

El modelo se programó en lenguaje BASIC, el cual se utiliza en el capítulo 4 para caracterizar un sistema en el Sureste de México compuesto por los campos: Ku, Maloob, Zaap, Kutz, Ixtoc, Abkatún, Pol, Chuc y el acuífero que comparten, se ha identificado que estos, así como algunos otros yacimientos del Sureste de nuestro país que son los más importantes en términos de producción, presentan esta condición; he aquí la gran importancia que tiene entender y poder describir el comportamiento de estos sistemas, en este capítulo también se presenta la información general del sistema, los datos de presión-producción y las propiedades petrofísicas de cada campo y del acuífero, mismas que se requieren como estimaciones iniciales para utilizar el modelo.

El modelo matemático permite calcular la variación de la presión en los campos que conforman el sistema; la presión puede referirse a un plano o puede ser la presión promedio de los campos, la decisión de que presión utilizar depende estrictamente de la disponibilidad de información, en el caso de contar con ambas se debe optar por las presiones medidas al nivel de un plano de referencia debido a la propia naturaleza del modelo.

Para poder calcular la variación de la presión en los diferentes campos se debe conocer el volumen de agua acumulado que entra a cada campo para un tiempo determinado; en el modelo se realizan tantos cálculos de variación de presión como de volumen de entrada de agua.

Durante el proceso de caracterización, los resultados de la variación de la presión obtenidos por medio del modelo se comparan con los datos de campo; a continuación se realiza un ajuste de las propiedades de los yacimientos y del acuífero por medio de un proceso de ensayo y error, hasta obtener la mejor representación de las presiones de los yacimientos del sistema, logrando así la caracterización del sistema.

Un buen ajuste de presiones significa que el modelo es capaz de representar el comportamiento del sistema y que se puede utilizar para estudiar el comportamiento futuro, o para ensayar diferentes estrategias de explotación y poder seleccionar la opción óptima para el sistema.

En la parte final de la tesis se realiza un análisis de los resultados obtenidos con la aplicación del modelo, y se presentan las conclusiones y recomendaciones correspondientes.

# REVISIÓN DE LA LITERATURA

### 2.1 INTRODUCCIÓN

La ingeniería de yacimientos tuvo grandes avances a partir de la década de 1920; uno de los acontecimientos que impulsaron estos avances fue el descubrimiento del campo East Texas en 1930, el más grande en el mundo hasta ese momento.

Una de las mayores contribuciones derivadas de este descubrimiento fue la identificación de formaciones adyacentes a los yacimientos, cuyas rocas contenían agua y que se denominaron acuíferos; sin embargo, no sería hasta algunos años más tarde que se lograría comprender la importancia verdadera y los efectos que los acuíferos tienen en el comportamiento de los yacimientos petroleros; es decir en la relación que existe entre la producción de hidrocarburos y agua y la caída de presión resultante.

## **2.2 TIPOS DE ENERGÍA EN EL YACIMIENTO**

La energía necesaria para llevar los fluidos desde el yacimiento hasta la superficie proviene de alguno de los mecanismos siguientes:

- Expansión del aceite
- Expansión del gas disuelto en el aceite
- Expansión del gas libre
- Expansión del agua congénita del yacimiento
- Expansión de la roca del yacimiento
- Entrada de agua
- Expansión del agua del acuífero
- Expansión de la roca del acuífero
- Segregación gravitacional

En términos generales todos los yacimientos se clasifican en tres grandes grupos dependiendo de su mecanismo de producción principal:

- Producción por expansión (aceite, gas disuelto y/o gas libre)
- Producción por contracción (volumen poroso)
- Producción por entrada de agua

\*La segregación gravitacional como tal, no genera la expulsión de fluidos del yacimiento; sin embargo, la diferencia de densidades entre los fluidos provoca que se separen a diferentes profundidades, por lo que es posible producir únicamente de las zonas deseadas y obtener factores de recuperación altos.

### **2.2.1 Producción por expansión**

#### *Yacimientos bajosaturados*

La caída de presión asociada al inicio de la producción resulta en la expansión del aceite y su gas disuelto, el cual es en ciertos casos, el mecanismo de producción principal.



### *Yacimientos saturados*

En estos casos la expansión del gas libre es por mucho la más importante, debido a su gran compresibilidad.

#### **2.2.2 Producción por contracción**

Son pocos los yacimientos que producen principalmente por la contracción del volumen poroso resultante de la expansión del agua congénita y de la roca del yacimiento, debido a que en algunos casos las compresibilidades son bajas, del orden de  $4.26 \times 10^{-5}$  a  $8.532 \times 10^{-5} \text{ (kg/cm}^2\text{)}^{-1}$  ó de  $3 \times 10^{-6}$  a  $6 \times 10^{-6} \text{ psi}^{-1}$ .

#### **2.2.3 Producción por entrada de agua**

También llamado empuje hidráulico, ocurre cuando existe un acuífero adyacente a un yacimiento; para que el empuje hidráulico contribuya a la producción del yacimiento debe cumplir con las condiciones siguientes:

1. Comunicación entre el acuífero y el yacimiento, dada principalmente por la permeabilidad de sus unidades geológicas.
2. En relación al tamaño del acuífero, como regla de dedo, éste debe ser mínimo 10 veces mayor que el yacimiento para que asista en su producción y mantenimiento de presión.
3. El volumen de agua que entra al yacimiento, derivado de los dos incisos anteriores debe ser suficiente para contribuir a la producción del yacimiento.

La diferencia entre las propiedades de los fluidos del yacimiento y el acuífero también es un factor importante, el parámetro más importante es la viscosidad; en el mejor caso la viscosidad del aceite debe ser menor o igual que la del agua, a medida que la viscosidad del aceite aumenta y la diferencia con respecto a la del agua sea mayor, se tendrá un empuje hidráulico menos eficiente debido a que el agua fluye con mayor facilidad.

### **2.3 ÍNDICE DE EMPUJE Y FACTOR DE RECUPERACIÓN**

El concepto que permite cuantificar la fracción de la producción (generalmente de aceite) que proviene de cada uno de los diferentes mecanismos naturales, se denomina índice de empuje.

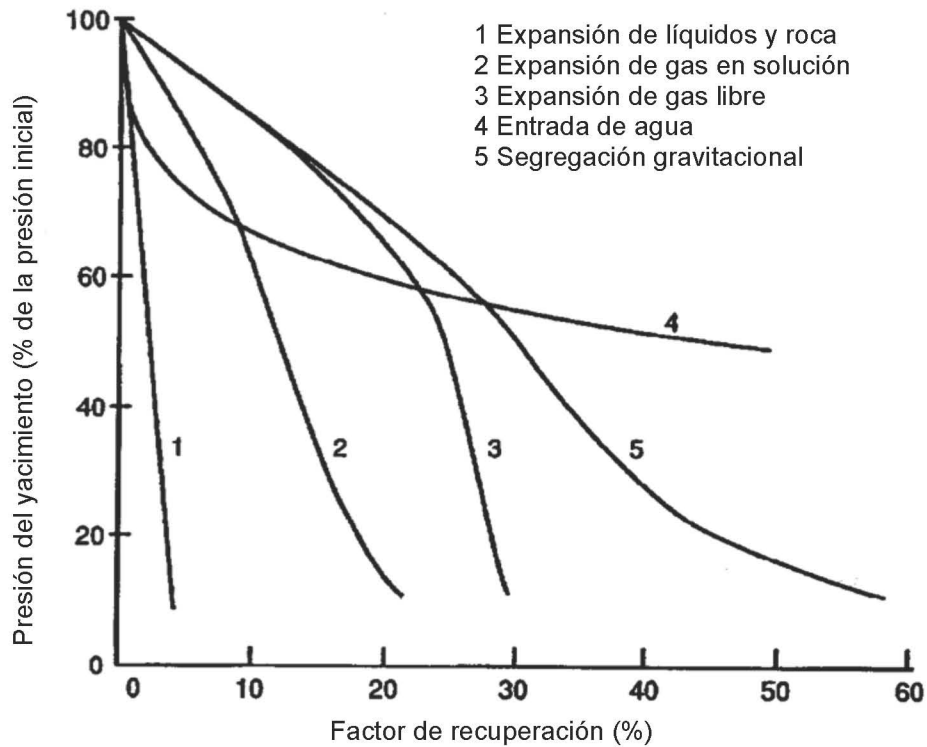
Otro concepto importante es el factor de recuperación, definido como la fracción del volumen producido con respecto al volumen original (generalmente de aceite).

La tabla 2.1 tomada de datos publicados por la SPE, muestra el rango de los factores de recuperación promedio para diferentes mecanismos de producción correspondientes a una muestra representativa de yacimientos de aceite negro, la Fig. 2.1 muestra los mismos resultados pero en forma gráfica, en ellas se observa que la segregación gravitacional es el mecanismo de producción más efectivo; sin embargo, ya se ha mencionado que sólo se asocia a la producción selectiva proveniente de diferentes profundidades, además sus altos valores de recuperación final se asocian a grandes caídas de presión, las cuales en muchas ocasiones son imposibles de lograr de forma que la explotación del yacimiento sea rentable.

El empuje hidráulico, que es el objeto central de esta tesis es el segundo mecanismo de producción en términos de recuperación pero es indiscutiblemente el primero si evaluamos la recuperación de todos los mecanismos a un cierto valor de presión, es decir que el empuje hidráulico no requiere de una gran inversión en procesos de mantenimiento de presión y que además incrementa el tiempo productivo del yacimiento.

**Tabla 2.1 Mecanismos de producción y factor de recuperación**

Mecanismo de empuje	Factor de recuperación
Expansión de aceite con gas disuelto	10 a 25%
Expansión de gas libre sin segregación gravitacional	15 a 40%
Expansión de gas libre con segregación gravitacional	15 a 80%
Entrada de agua	15 a 60%



**Fig 2.1 Influencia de los mecanismos naturales de producción en el mantenimiento de presión y el factor de recuperación (Satter y Thakur, 1994)**

En 1934 Schilthuis y Hurst concluyeron que el empuje hidráulico en el campo East Texas era por mucho el más importante para la producción de aceite y mantenimiento de presión, debido al volumen de entrada de agua a la zona original de hidrocarburos causado por la expansión del agua y de la roca del acuífero. Estos resultados generaron un gran interés, encaminado hacia la comprensión e influencia de los efectos que ocurren en un yacimiento debido al acuífero al que se encuentra asociado.

## 2.4 CLASIFICACIÓN DE ACUÍFEROS

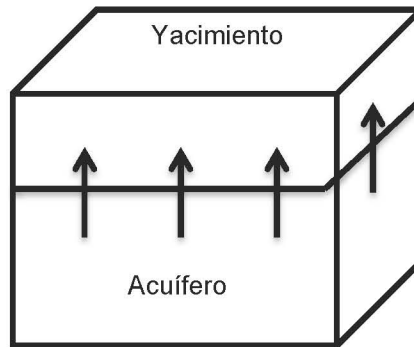
Los acuíferos se clasifican con base en su localización o intensidad de la forma siguiente:

### 2.4.1 Localización

Por su localización con respecto al yacimiento se clasifican en tres tipos:

*Subyacentes*

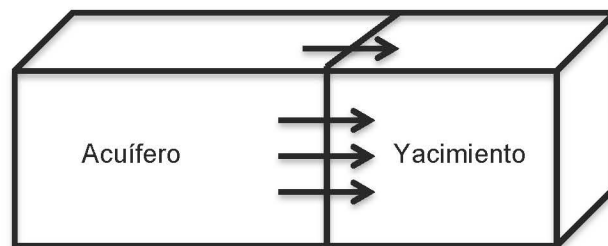
Alimentan al yacimiento por abajo, dependen en gran medida de la permeabilidad vertical.



**Fig 2.2 Acuífero subyacente**

*Lineales*

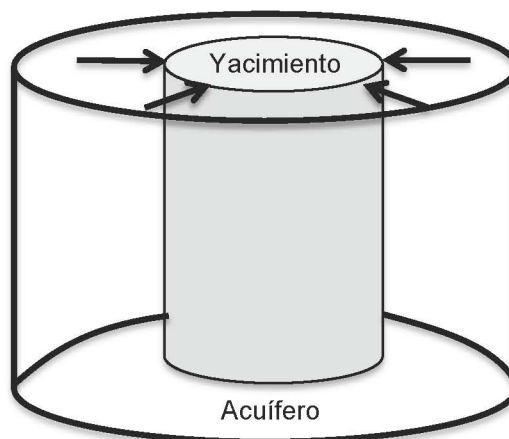
Se comunican con un solo lado o flanco del yacimiento.



**Fig 2.3 Acuífero lineal lateral**

*Radiales*

Encierran al yacimiento de forma parcial o total.



**Fig 2.4 Acuífero radial lateral**

## **2.4.2 Intensidad**

En relación al volumen de entrada de agua y capacidad para mantener la presión en el yacimiento, se clasifican en dos tipos:

### *Completos*

Ocurren cuando el gasto de entrada de agua del acuífero al yacimiento es igual o muy similar al volumen producido; en estos casos generalmente se tiene una caída de presión mínima.

### *Parciales*

Se presentan cuando el gasto de entrada de agua al yacimiento es menor que su producción y no se mantiene la presión debido al tamaño del acuífero o su poca conductividad.

\*En cualquiera de los casos anteriores la caída de presión en el yacimiento es muy sensible al gasto de producción, por lo que el empuje hidráulico perderá su efectividad si la producción es demasiado grande con respecto al gasto de entrada de agua.

## **2.5 TÉCNICAS PARA CARACTERIZAR EL COMPORTAMIENTO ACUÍFERO-YACIMIENTO**

Se han desarrollado diferentes técnicas para describir el comportamiento acuífero-yacimiento, a continuación se presentan las más importantes:

### **2.5.1 Ecuación de Balance de Materia**

En 1936 Schilthuis introdujo la ecuación de balance de materia (EBM), ésta es la expresión más simple de la conservación de masa en un yacimiento; describe que la producción total de fluidos de un yacimiento está asociada a una caída de presión, que resulta en la expansión del aceite, gas disuelto, agua congénita y la formación, así como de la entrada de agua de un acuífero.

La ecuación de balance de materia es en realidad un balance volumétrico que establece que la suma algebraica del cambio de volumen de aceite, gas, agua y formación causados por el abatimiento de la presión.

En su forma más general la EBM se escribe como:

$$Producción = Expansión + Entrada de agua , ... .. (2.1)$$

La ecuación de balance de materia se puede aplicar para todo tipo de yacimientos, de aceite o gas, bajosaturados o saturados, con o sin entrada de agua y en algunas ocasiones, es común omitir los términos correspondientes a la expansión del agua congénita y roca del yacimiento, si fueran pequeños, por lo que se consideran despreciables.

La EBM permite calcular el volumen original de hidrocarburos y el volumen de entrada de agua, así como el comportamiento futuro de la presión debido a la producción y al gasto de entrada de agua e inyección de fluidos, o predecir el comportamiento de la producción para diferentes escenarios de explotación.

La precisión de los resultados obtenidos con la EBM depende de las suposiciones realizadas acordes a las condiciones físicas del yacimiento, de la calidad de los datos de presión-producción y de las propiedades de los fluidos que se utilizan en la ecuación.

El desarrollo completo de la EBM se puede encontrar en las referencia 34.

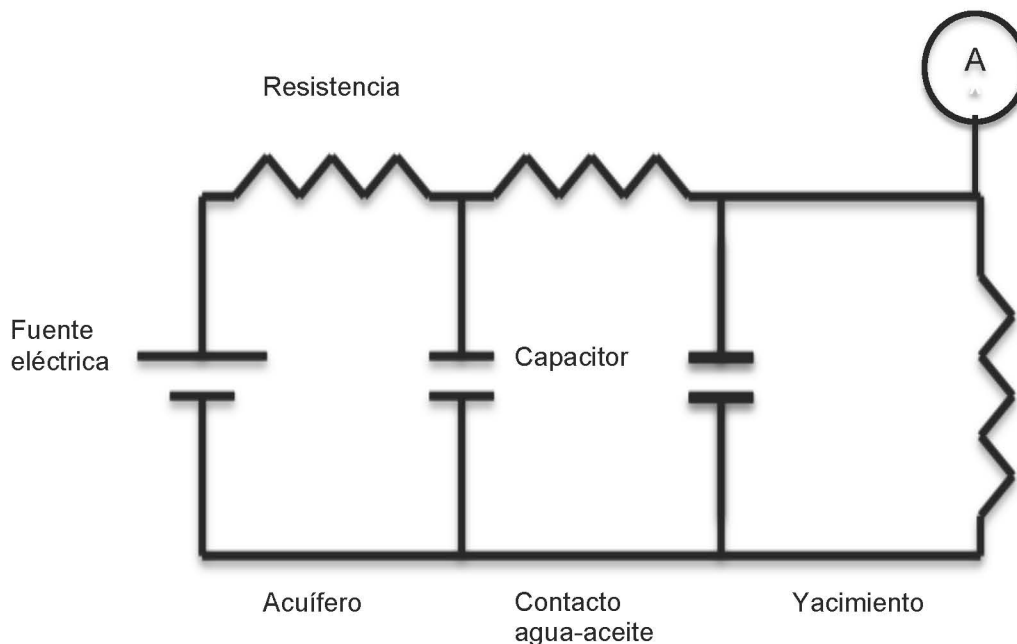
Havlena y Odeh<sup>14,15</sup> desarrollaron un método considerando que la ecuación de balance de materia puede expresarse en la forma de la ecuación de una línea recta, por medio de la cual se simplifican los cálculos de la EBM original, y se puede calcular simultáneamente el volumen de entrada de agua a un yacimiento y el volumen original de aceite.

Se han publicado en la literatura otras formas de la EBM aplicadas a yacimientos con entrada de agua, mayor detalle de estos métodos está disponible en las referencias 40 y 41.

### **2.5.2 Dispositivo eléctrico (analizador)**

En 1942 Bruce desarrolló un aparato eléctrico con el cual era posible resolver los problemas de flujo en un yacimiento asociado a un acuífero, en el que la entrada de agua se presenta en estado estacionario o transitorio; éste método considera que las propiedades eléctricas se comportan similarmente a las propiedades de los fluidos y del yacimiento en el subsuelo, en este sentido se utiliza un capacitor que almacena carga eléctrica c tal y como almacena fluidos el yacimiento, el gasto de fluidos que

fluye a través del yacimiento se representa como la intensidad de corriente  $i$  con unidades de  $[amp/s]$ ; el acuífero se puede representar como una serie de capacitores y resistencias o a través de una batería; además, el dispositivo eléctrico se arregla de tal forma que al retirarse o perderse carga eléctrica  $c$  se presenta una reducción de potencial  $F$  (*volts*) que es análoga a la caída de presión que ocurre en el yacimiento causada por la producción de fluidos y que en el dispositivo se registra por un amperímetro (A). El esquema del dispositivo eléctrico se muestra en la Fig. 2.5., para ser eficiente, el aparato debía ser capaz de reproducir adecuadamente la historia de la presión y producción del yacimiento a través de sus unidades eléctricas respectivas, una vez logrado este ajuste, el aparato podía utilizarse para estudiar el comportamiento futuro del yacimiento.



**Fig 2.5 Esquema del analizador (Bruce,1942)**

### 2.5.3 Modelos de entrada de agua

Son modelos matemáticos que simulan y predicen el comportamiento del acuífero, particularmente el volumen de entrada de agua, se clasifican en modelos estacionarios, pseudo-estacionarios y transitorios.

### Modelo de Schilthuis

Éste es el modelo más simple para caracterizar el empuje hidráulico, es un modelo estacionario que considera que el acuífero asociado es muy grande y muy permeable, tanto que el gradiente de presión en el acuífero es despreciable, que el yacimiento es pequeño en relación al acuífero y de gran permeabilidad, y que el volumen de entrada de agua es proporcional a la caída de presión en el contacto agua-aceite.

La ecuación básica del modelo de Schilthuis es la integral de la Ley de Darcy, si se considera que la presión en el acuífero es siempre constante y que la presión en el yacimiento decrece por el efecto de la producción, entonces se tendrá un diferencial cada vez más grande en el contacto agua-aceite, por esta razón el flujo de agua que entra al yacimiento se considera como una sucesión de entradas de agua.

$$W_e = C \int_0^t (p_i - p) dt, \dots \dots \dots (2.2)$$

donde:

$W_e$  = volumen acumulado de entrada de agua (barriles)

$C$  = constante de la Ley de Darcy (barriles/tiempo/psi)

$p_i$  = presión inicial del acuífero (psi)

$p$  = presión del yacimiento (psi)

$dt$  = intervalo de tiempo (días, meses, años, etc.)

Por simplicidad este modelo también se puede expresar como la sumatoria para “ $n$ ” intervalos de tiempo de la manera siguiente:

$$(W_e)_n = C \sum_{j=1}^n \left[ p_i - \left( \frac{p_{j-1} + p_j}{2} \right) \right] \Delta t_j, \dots \dots \dots (2.3)$$

Esta expresión se puede programar directamente para obtener resultados en forma rápida; este modelo no es muy utilizado, debido a que en la realidad es muy difícil encontrar entrada de agua a los yacimientos en condiciones totalmente estacionarias.



### Modelo de van Everdingen y Hurst

En 1949 estos autores presentaron dos soluciones para la ecuación de difusión; una para el caso de presión constante y la otra para el caso de gasto constante; en esta tesis sólo se estudia el primer caso por su relación directa con la influencia de un acuífero. El modelo considera que la presión en el contacto agua-aceite del yacimiento es igual a la presión del yacimiento; las propiedades del acuífero se suponen constantes y uniformes. Basándose en estas consideraciones, utilizando el principio de superposición, se obtiene la ecuación que describe el comportamiento del acuífero; en unidades de campo es la siguiente:

$$W_e = A \sum_{i=1}^n \Delta p_i Q_D(t_{D(n-i+1)}), \dots \dots \dots (2.4)$$

$$A = 1.119 h \phi c_t r^2, \dots \dots \dots (2.5)$$

$$t_D = \frac{0.0002637 kt}{\phi \mu c_t r^2}, \dots \dots \dots (2.6)$$

$$r_D = \frac{r_a}{r}, \dots \dots \dots (2.7)$$

donde:

$W_e$  = volumen acumulado de entrada de agua (barriles)

$h$  = espesor del acuífero (pies)

$\phi$  = porosidad del acuífero

$c_t$  = compresibilidad total del acuífero (psi<sup>-1</sup>)

$\Delta p$  = caída de presión en el acuífero (psi)

$Q_D(t_D)$  = función de entrada de agua cuyo valor depende de  $r_D$  y de  $t_D$

$t_D$  = tiempo adimensional

$t$  = tiempo (horas)

$k$  = permeabilidad (md)

$\mu$  = viscosidad del agua (cp)

$r_D$  = radio adimensional

$r$  = radio externo del yacimiento (pies)

$r_a$  = radio externo del acuífero (pies)

Los valores de  $Q_D(t_D)$  se pueden consultar en tablas y figuras en las referencias 7, 10, 39. La variación de la presión para cada intervalo de tiempo se calcula con la expresión siguiente:

$$\Delta p_1 = \frac{(p_i - p_1)}{2}, \dots \dots \dots (2.8)$$

$$\Delta p_2 = \frac{(p_i - p_2)}{2}, \dots \dots \dots (2.9)$$

$$\Delta p_2 = \frac{(p_{i-2} - p_i)}{2}, i \geq 3 \dots \dots \dots (2.10)$$

El modelo de van Everdingen y Hurst es el más realista que existe y se ha demostrado que es efectivo para simular cualquier estado de flujo con geometría radial o lineal de acuíferos periféricos y laterales. Los dos métodos que se presentan a continuación son simplificaciones de éste.

*Modelo de Fetkovich*

Este modelo es aplicable para acuíferos radiales o lineales, en los cuales el flujo ocurre en estado pseudo-estacionario; se desarrolló combinando una ecuación de balance de materia y una ecuación que describe el flujo del acuífero al yacimiento, bajo la premisa de que el concepto de índice de productividad es adecuado para describir el volumen de agua que entra a un yacimiento proveniente de un acuífero finito; es decir, que el gasto de entrada de agua es directamente proporcional a la caída de presión entre el acuífero y la presión en el contacto agua aceite, (Ec. 2.11).

Ecuación de balance de materia:

$$\frac{dW_e}{dt} = - \frac{W_{ei}}{p_{ai}} \frac{dp_a}{dt} \dots \dots \dots (2.11)$$

Ecuación de flujo:

$$q_w = J(p_a - p_r)^m = \frac{dW_e}{dt}, \dots \dots \dots (2.12)$$

donde:

- $W_e$  = volumen acumulado de entrada de agua (barriles)
- $W_{ei}$  = máximo volumen de entrada de agua disponible a condiciones iniciales
- $t$  = tiempo (días)
- $p_a$  = presión promedio en acuífero (psi)
- $p_{ai}$  = presión inicial del acuífero
- $p_r$  = presión en el contacto agua aceite (psi)
- $q_w$  = gasto de entrada de agua al yacimiento (barriles/día)
- $J$  = índice de entrada de agua del acuífero (barriles/día/psi)
- $m$  = exponente de flujo ( $m=1$  para estado estacionario y pseudo-estacionario)

Al igualar e integrar las ecuaciones 2.11 y 2.12 se obtiene la expresión para calcular el volumen de agua que entra a un yacimiento:

$$W_e = \frac{W_{ei}}{p_{ai}} (p_{ai} - p_r) \left( 1 - e^{-\frac{J p_i \Delta t_n}{W_{ei}}} \right) \dots \dots \dots (2.13)$$

Para utilizarse, la Ec. 2.13 requiere de la aplicación del principio de superposición; sin embargo, Fetkovich resolvió esta ecuación por medio del método de diferencias finitas; tomando intervalos de tiempo cortos. La ecuación de Fetkovich para el cálculo de volumen de entrada de agua es la siguiente:

$$\Delta W_e = \frac{W_{ei}}{p_{ai}} (p_{a,n-1} - p_{r,n}) \left[ 1 - e^{-\frac{-J p_{ai} \Delta t_n}{W_{ei}}} \right] \dots \dots \dots (2.14)$$

donde:

$$p_{a,n-1} = p_{ai} \left( 1 - \frac{W_{e,n-1}}{W_{ei}} \right) \dots \dots \dots (2.15)$$

$$p_{r,n} = \frac{p_{r,n-1} + p_{r,n}}{2} \dots \dots \dots (2.16)$$

El modelo de Fetkovich no toma en cuenta los efectos transitorios asociados a la etapa inicial de explotación del yacimiento por lo que se introduce cierto error; los volúmenes de entrada de agua estimados son generalmente menores a los

estimados con el modelo de van Everdingen y Hurst; sin embargo, los resultados obtenidos con este modelo son muy similares y el tiempo requerido para su aplicación es mucho menor.

*Modelo de Carter-Tracy*

El modelo es aplicable para acuíferos radiales o lineales, tanto en estado estacionario como transitorio; está basado en el modelo propuesto por van Everdingen y Hurst, pero no se requiere aplicar el principio de superposición.

El modelo utiliza el concepto de convolución y la transformada de Laplace, para calcular el volumen acumulado de entrada de agua como función de la variación de la presión; la ecuación de Carter-Tracy está expresada en la forma siguiente:

$$W_e(t_{Dn}) = W_e(t_{Dn-1}) + \left[ \frac{A\Delta p(t_{Dn}) - W_e(t_{Dn-1})p'_D(t_{Dn})}{p_D(t_{Dn}) - t_{Dn-1}p'_D(t_{Dn})} \right] (t_{Dn} - t_{Dn-1}), \dots \dots \dots (2.17)$$

$$t_D = \frac{0.00634kt}{\phi\mu c_t r^2}, \dots \dots \dots (2.18)$$

donde:

$W_e$  = volumen acumulado de entrada de agua (barriles)

$A$  = constante del acuífero (Ec. 2.5)

$\phi$  = porosidad del acuífero

$c_t$  = compresibilidad total del acuífero (psi<sup>-1</sup>)

$\Delta p$  = caída de presión en el acuífero (psi)

$p_D(t_D)$  = presión adimensional en función del tiempo adimensional

$t_D$  = tiempo adimensional

$t$  = tiempo (días)

$p'_D(t_D)$  = derivada de la presión en función del tiempo adimensional

$k$  = permeabilidad (md)

$\mu$  = viscosidad del agua (cp)

$r$  = radio externo del yacimiento (pies)

$n$  = intervalo de tiempo

El modelo de Carter-Tracy es el más utilizado actualmente, debido a que sus soluciones son comparables con las de van Everdingen y Hurst, pero el método es mucho más simple y directo, lo que reduce considerablemente el tiempo de cómputo requerido.

## **2.6 YACIMIENTOS LOCALIZADOS EN UN ACUÍFERO COMÚN**

Fue poco después del descubrimiento del campo Hawkins en Estados Unidos en 1940 que se identificaron ciertas anomalías en sus presiones; en primer lugar se detectó una gran falla que dividía al campo en dos partes, las cuales se denominaron East Hawkins y West Hawkins; la presión inicial medida en el campo East Hawkins era de  $120 \text{ kg/cm}^2$  a la profundidad de 1242 metros, mientras que la presión en el campo West Hawkins era de  $140 \text{ kg/cm}^2$  a la misma profundidad. Los ingenieros consideraron tres posibilidades para explicar esta condición; la primera, que la presión en la parte Este del campo era normal y que la del campo Oeste era anormal, debido a procesos diagenéticos o de compresión ocasionados por las fallas; la segunda infería que el campo en el Oeste estaba comunicado con otros yacimientos de la región a través de un acuífero y que el campo en la parte Este se encontraba completamente aislado; la tercera hipótesis era que la parte Este del campo estaba comunicada con otros yacimientos a través de un acuífero y que la parte Oeste se encontraba aislada. Se llevaron a cabo diferentes estudios en el laboratorio y se determinó que todas las características del campo en la parte Oeste eran normales, por lo tanto la tercera hipótesis era correcta y el campo East Hawkins en efecto se encontraba en comunicación hidráulica vía el acuífero con otros yacimientos de la región. Este hallazgo resultaría en el desarrollo de diferentes técnicas para describir el comportamiento de yacimientos localizados en un acuífero común, ya que ninguna de las técnicas presentadas en la sección anterior era capaz de resolver este problema.

## **2.7 TÉCNICAS PARA CARACTERIZAR EL COMPORTAMIENTO DE YACIMIENTOS LOCALIZADOS EN UN ACUÍFERO COMÚN**

Para facilitar el estudio de las diferentes técnicas utilizadas para caracterizar el comportamiento de yacimientos localizados en un acuífero común, se agrupan en dos grandes tipos: modelos matemáticos y modelos físicos. A continuación se presentan los ejemplos más relevantes y representativos de cada uno de ellos.

## 2.7. Modelos matemáticos

*Bell y Shepherd*

Estos autores estudiaron el caso del campo East Hawkins presentado en la sección anterior<sup>1</sup>, determinando que adicionalmente a este yacimiento, había un total de 42 campos asociados través del acuífero, siendo el campo East Texas el de mayor volumen original y mayor producción; en primer lugar calcularon la caída de presión total experimentada en cada uno de los campos y elaboraron un mapa cuyos contornos muestran las caídas de presión respectivas (Fig. 2.6), los contornos indican que las caídas de presión mayores se encuentran cerca del campo East Texas, del orden de 500 *psi*, y a medida que se aproximan al centro tienden a ser menores, demostrando que la causa principal del abatimiento de presión en todo el sistema acuífero-yacimientos, era la producción de este campo. Considerando flujo radial, concluyeron que las pérdidas de presión están en función del logaritmo de la distancia desde el punto de mayor producción (representado por las coordenadas relativas del campo East Texas), hasta las coordenadas relativas de los diferentes campos, de esta forma Bell y Shepherd introdujeron el primer modelo matemático para cuantificar la interferencia entre yacimientos asociados a un mismo acuífero.

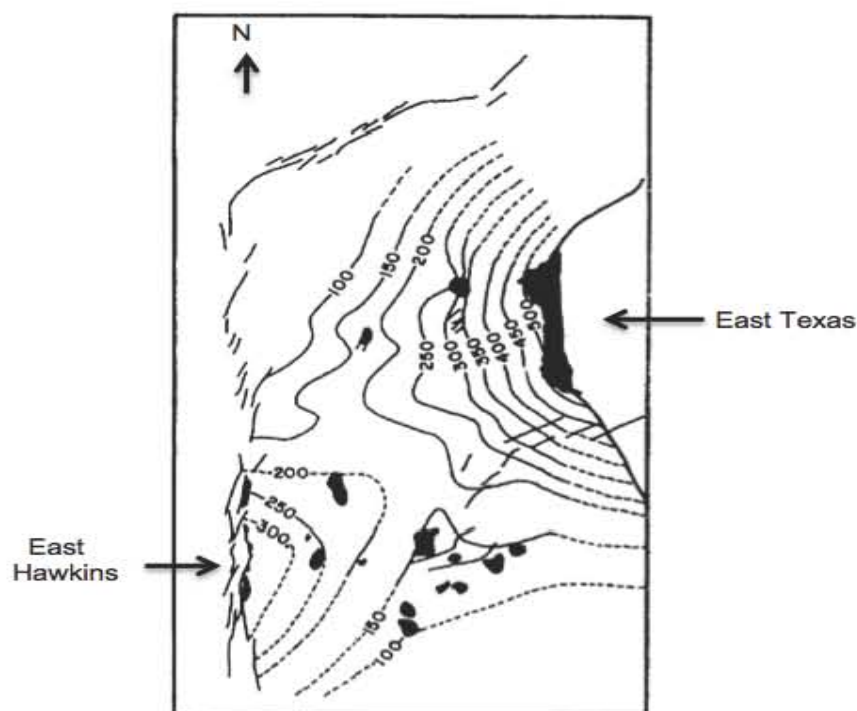


Figura 2.6 Caídas de presión en la formación Woodbine  
(Bell y Shepherd, 1951)

### *Mortada*

En 1955 Mortada<sup>21</sup> desarrolló un método analítico para analizar problemas de interferencia aplicando el principio de superposición.

El principio de superposición establece que la combinación lineal de las soluciones particulares de la ecuación diferencial homogénea, es una solución de la ecuación diferencial asociada.

El flujo de fluidos en el medio poroso se describe por medio de la ecuación de difusión; la ecuación de difusión es lineal y homogénea y por lo tanto está sujeta al principio de superposición, de tal forma que se puede estudiar el comportamiento de yacimientos asociados a un mismo acuífero, a través del acoplamiento de las soluciones del problema de flujo de cada yacimiento. En esencia, si el cambio de presión debido a la producción de cada uno de los yacimientos asociados al acuífero se realizará por separado, la caída de presión total en un solo yacimiento, se calcula como la suma de las caídas de presión causados por cada uno de los yacimientos. Mortada ilustró este concepto considerando dos campos A y B asociados a un mismo acuífero, estableciendo lo siguiente:

La producción de A genera una caída de presión en A y una caída menor en B y la producción de B genera una caída de presión en B y menor en A.

$p_{Aa}$  = caída de presión en el campo A debido a la producción de A

$p_{Ab}$  = caída de presión en el campo A debido a la producción de B

Las caídas de presión totales en A y en B son respectivamente:

$$p_A = p_{Aa} + p_{Ab} \dots \dots \dots (2.19)$$

$$p_B = p_{Bb} + p_{Ba} \dots \dots \dots (2.20)$$

$p_{Ab}$  y  $p_{Ba}$  son los términos de variación de presión causados por la interferencia.

Mortada presentó la solución al problema de flujo de un sistema de yacimientos localizados en un acuífero común, resolviendo la ecuación de difusión con las consideraciones siguientes:

Acuífero (a):

- a.1) Existencia de un acuífero de mínimo 600 veces mayor tamaño que el yacimiento más grande del sistema (compuesto por los yacimientos y el acuífero).
- a.2) Compresibilidad pequeña y constante del acuífero, despreciando la de la roca.
- a.3) Medio homogéneo e isotrópico de espesor constante.
- a.4) Acuífero representado por un plano horizontal y flujo laminar.

Yacimientos (y):

- y.1) Se representan como círculos dentro del plano del acuífero, con producción igual a la entrada de agua, despreciando los efectos de la expansión de fluidos y roca del yacimiento.
- y.2) Presión original igual a la presión en el contacto agua-aceite.
- y.3) La caída de presión debida a la interferencia correspondiente al centro relativo del yacimiento, representa un valor promedio cuando el yacimiento es pequeño comparado con el acuífero, o cuando la distancia entre los yacimientos es grande; en caso de no cumplirse estas condiciones se deben considerar más de dos puntos para representar al yacimiento.
- y.4) La caída de presión depende del gasto de producción y de las características físicas de cada yacimiento.

La ecuación de difusión en forma radial se expresa en unidades del sistema cgs por medio de la Ec. 2.21:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t}, \dots \dots \dots (2.21)$$

El término  $\phi \mu c_t / k$  se puede eliminar mediante la introducción de los términos adimensionales:

$$t_D = \frac{kt}{\phi \mu c_t r_r^2}, \dots \dots \dots (2.22)$$

$$r_D = \frac{r}{r_r}, \dots \dots \dots (2.23)$$

$$p_D(r_D, t_D) = 2\pi kh \frac{p(r, t)}{\mu q} \dots \dots \dots (2.24)$$



El cambio de presión en un yacimiento debido a su producción se obtiene a un radio  $r_D=1$ ; la caída de presión debido a la interferencia causada por la producción de otros yacimientos se obtiene cuando  $r_D$  es igual a la distancia adimensional entre los centros de los yacimientos.

Mortada presentó las soluciones para las combinaciones prácticas de los valores de  $t_D$  y  $r_D$  en forma gráfica, las soluciones representan la distribución de la presión en el acuífero debido a la producción de un yacimiento circular.

Para calcular la caída de presión en el contacto agua-aceite de un yacimiento de radio  $r_A$  y producción  $q_A$ , en un periodo de tiempo  $t$ , se utiliza la ecuación siguiente:

$$p_{Aa}(t) = p(r_A, t) = \frac{\mu}{2\pi kh} (q_A) p_D(1, t_D) \dots \dots \dots (2.25)$$

Y la caída de presión debido a la interferencia generada por la producción de A en un campo B se obtiene como:

$$p_{Ba}(t) = p(r_{DAB} r_A, t) = \frac{\mu}{2\pi kh} (q_A) p_D(r_{DAB}, t_D) \dots \dots \dots (2.26)$$

donde  $r_{DAB}$  es igual a la distancia entre los centros de los campos A y B, expresada en múltiplos de  $r_A$ .

*Hurst*

Este modelo consiste en una extensión de la ecuación de balance de materia, que permite caracterizar la interferencia entre yacimientos que comparten un acuífero, logrando eliminar el proceso iterativo requerido previamente, debido a los cambios en las propiedades de los fluidos al declinar la presión. La ecuación de balance de materia en cambio permite que estas propiedades se ajusten automáticamente. Como se ha establecido, el modelo considera el efecto de la expansión de los fluidos y también de las formaciones en los yacimientos del sistema; además permite estudiar el comportamiento aún cuando existen cambios de permeabilidad y espesor en el acuífero, ya que en la ecuación de balance de materia no se utilizan estas variables.

Por simplicidad se consideran dos campos A y B que producen en el mismo acuífero; se establecen dos condiciones de tiempo; la primera considera que sólo el campo B se encuentra produciendo, de tal forma que genera una caída de presión en A. La segunda condición considera que ya existe producción en los dos campos. Hurst obtuvo la ecuación que permite calcular la caída de presión en el campo A para las dos condiciones; en el primer caso debido a su propia expansión y a la influencia del campo B; en el segundo caso debido a su propia expansión, a la entrada de agua y a la influencia del campo B.

El cálculo de la caída de presión en el campo B para la primera condición se obtiene por medio del balance entre el volumen de expansión de B, el volumen de entrada de agua a B y su producción respectiva; para la segunda condición se toman en cuenta los factores anteriores y la influencia del campo A en B.

Con este modelo se determinó que la influencia que un campo tiene en otro u otros, depende en mayor medida del término de acumulación de cada uno de ellos, de la distancia que debe recorrer la onda de presión para alcanzar los otros campos, y en menor medida del gasto de entrada de agua correspondiente a cada yacimiento, y de las variaciones en las propiedades del acuífero; principalmente dadas por su capacidad de flujo  $kh$ .

Modelos similares o derivados de los trabajos de Mortada y Hurst se han reportado en la literatura y se encuentran en las referencias 23 y 25.

## **2.7. MODELOS FÍSICOS**

### *Bruce*

En 1945 Bruce extendió el uso de su dispositivo eléctrico, para analizar el comportamiento de 12 yacimientos asociados a un mismo acuífero, en la formación de calizas Smackover. Ya se ha mencionado que el uso del dispositivo, se basa en la analogía que existe entre las propiedades de los fluidos y del yacimiento con ciertas propiedades eléctricas, de tal forma que los datos obtenidos de núcleos y registros geofísicos se utilizaron para calibrar los instrumentos del dispositivo; se modificaron las magnitudes de las propiedades eléctricas se modificaron hasta lograr reproducir la historia de presión de los yacimientos del sistema, obteniendo la transmisibilidad  $kh/\mu$  y la capacidad de almacenamiento  $\phi h c_t$  de los yacimientos y del acuífero. Los valores de permeabilidad obtenidos con el dispositivo fueron

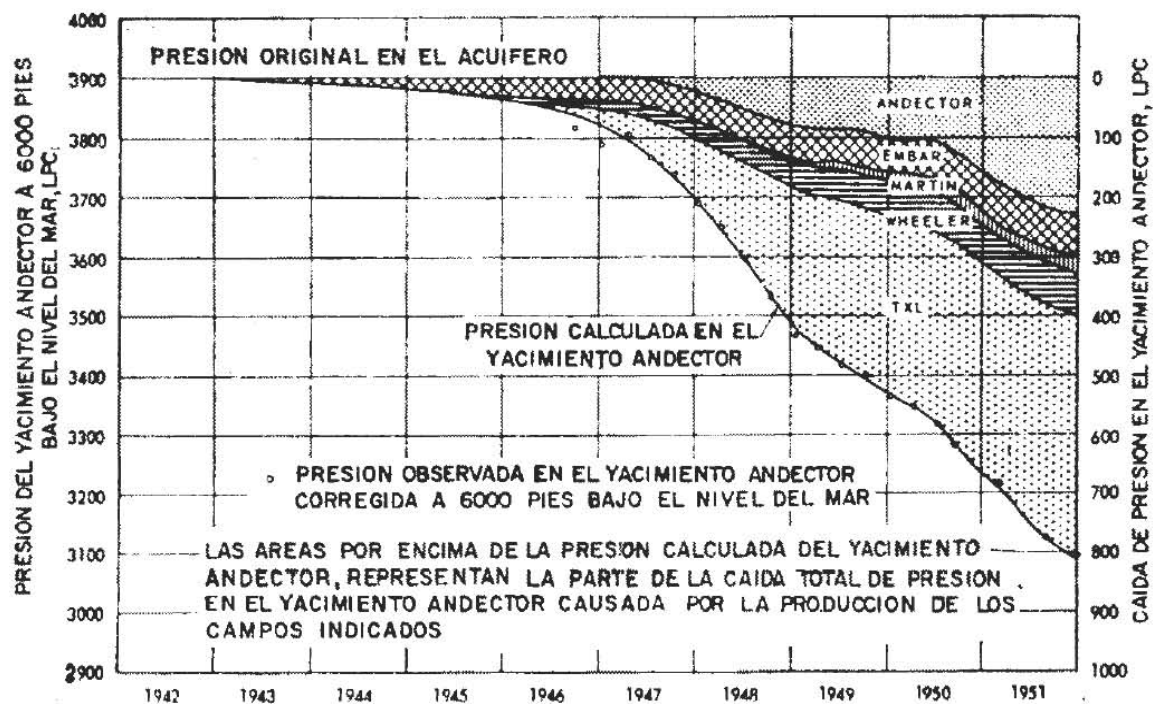
menores que los estimados a través de núcleos, la interpretación física es que las zonas entre los yacimientos de la formación tienen una permeabilidad inferior a la de los yacimientos; se demostró que cuando existen barreras al flujo cerca de cualquier medio poroso, las estimaciones de presión serán más reducidas que las reales y cuando las barreras se localicen a distancias mayores de 15 km los valores de presión estarán sobreestimados, debido a que la caída de presión en el sistema depende en gran medida de su permeabilidad. También se obtuvieron valores de almacenamiento mayores a los estimados en el laboratorio, determinándose debido a que el valor de la compresibilidad del acuífero se había menospreciado. Se concluyó que cuando existen dos yacimientos, uno grande y el otro pequeño, asociados a través de un acuífero, la influencia que tiene el más grande en el menor puede ser mucho mayor que la propia influencia de la producción del más pequeño, debido a la capacidad de almacenamiento o a la producción elevada del yacimiento de mayor tamaño. Finalmente se determinó que las propiedades que más afectan el empuje hidráulico para este sistema son la permeabilidad vertical y la relación entre el tamaño del acuífero y el yacimiento, de tal manera que un yacimiento pequeño con poco gasto de entrada de agua puede tener mayor empuje hidráulico que un yacimiento más grande y con mayor gasto de entrada de agua.

#### *Moore y Truby*

En 1952 Moore y Truby utilizaron un dispositivo eléctrico para caracterizar las presiones de un sistema de cinco campos asociados a través de un acuífero en el Oeste de Texas; después de obtener el ajuste de las presiones para cada campo se determinó el efecto de la interferencia en el sistema mediante la producción selectiva de un campo, y al mismo tiempo se registraban las caídas de presión en dicho y en este yacimiento y en los campos vecinos.

Se concluyó que los efectos de interferencia son aditivos; es decir que la caída de presión total en un campo es igual a la suma de las caídas de presión debido a la producción de los otros campos y de él mismo; las caídas de presión debido a la interferencia medidas para uno de los campos del sistema (Andector) se muestran en la Fig. 2.7, entre 1942 y 1952 el yacimiento Andector registró una caída de presión de 810 psi (57 kg/cm<sup>2</sup>), para 1952 la producción del yacimiento Andector había provocado su caída de presión en 230 psi (16 kg/cm<sup>2</sup>), los otros 580 psi (40 kg/cm<sup>2</sup>) se atribuyen a la interferencia causada por los otros campos.

Los autores elaboraron figuras similares para los 5 campos en estudio, a partir de las cuales lograron determinar las fronteras del acuífero y el grado de comunicación entre los yacimientos denotada por la permeabilidad del acuífero.



**Fig 2.7 Caída de presión en el campo Andector debida a la interferencia (Moore y Truby, 1952)**

Se han reportado otros estudios basados en el uso del analizador; en 1951 Rumble Spain y Stamm<sup>31</sup> lograron caracterizar la formación Woodbine; en su estudio indican que la reinyección de aproximadamente 90% del agua producida y la disminución del gasto de producción, resultaría en una forma excelente de mantenimiento de presión, a través de la cual se podría producir el campo East Texas tan sólo por la acción de la entrada de agua hasta que la presión declinará casi en su totalidad. Cabe mencionar que a inicios del 2014 el campo East Texas había producido más de 5 mil millones de barriles y que tiene uno de los factores de recuperación más altos en todo el mundo, del orden del 80% del volumen original de aceite, sin realizar grandes inversiones, principalmente a través de la reinyección de agua como indicaron los autores. Este logro demuestra que una caracterización adecuada es el camino hacia una explotación responsable de los recursos petroleros, la cual además permite obtener beneficios económicos mayores.

# MODELO MATEMÁTICO

### 3.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presenta el modelo de Rodríguez, Samaniego y Cinco con el cual se describe el comportamiento de un sistema de yacimientos que comparten un mismo acuífero; para estas condiciones los yacimientos y el acuífero se encuentran en comunicación hidráulica y existe interferencia en el sistema debido a la producción, expansión y entrada de agua correspondiente a cada yacimiento, así como a la expansión del acuífero; estos mecanismos generan una variación de la presión en el propio yacimiento y en los yacimientos vecinos (interferencia) que conforman el sistema, la cual se transmite a través del acuífero.

Este capítulo se divide en dos partes; en la primera se enuncian las consideraciones que se realizan para poder construir el modelo, y en la segunda se proporciona una explicación detallada sobre la construcción del mismo.

El procedimiento consiste en formular por separado el modelo matemático del acuífero y el de los yacimientos; las soluciones individuales se acoplan con base en las condiciones de continuidad en la presión en el contacto agua-aceite y en el gasto de transferencia de los fluidos (acuífero-yacimiento o yacimiento-acuífero).

Finalmente se presentan las expresiones matemáticas con las cuales se determina:

- La presión de cada yacimiento.
- El volumen acumulado de agua que entra a cada yacimiento.

### 3.2 CONSIDERACIONES Y RESTRICCIONES DEL MODELO

El modelo matemático que describe el comportamiento de un sistema de  $n$  yacimientos asociados a un mismo acuífero, Fig. 3.1, se basa en las consideraciones siguientes:



**Fig. 3.1 Sistema acuífero-yacimientos  
(Rodríguez de la Garza y cols., 1988)**

#### Acuífero

- El acuífero es de dos dimensiones, rectangular, finito, con espesor uniforme y fronteras impermeables.
- El acuífero es homogéneo e isotrópico.
- La compresibilidad del agua contenida en el acuífero es pequeña y constante
- El acuífero está saturado 100% con agua.
- El flujo de agua en el acuífero se describe por medio de la ecuación de difusión.

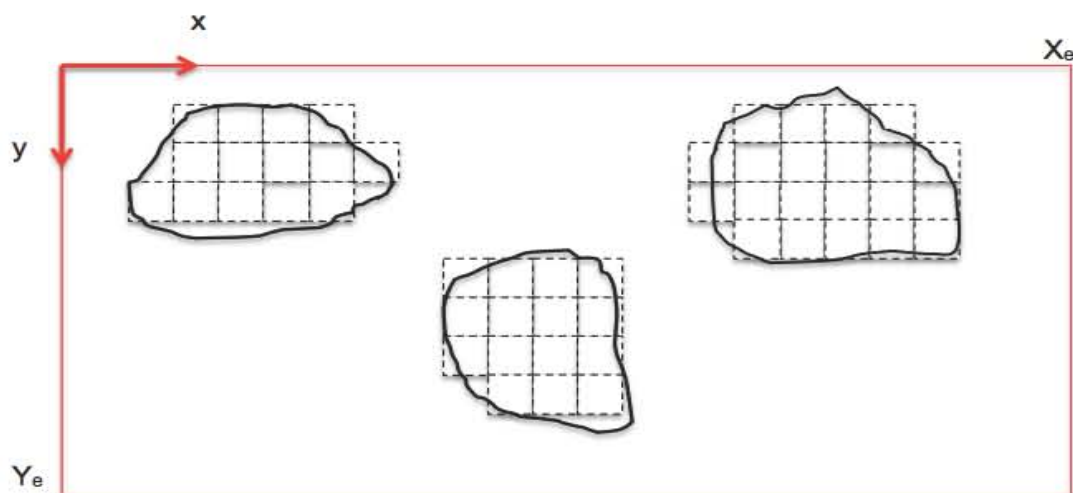
#### Yacimientos

- Los yacimientos se representan como planos fuente y se pueden localizar en cualquier posición del dominio del acuífero.
- La forma, extensión y localización de los yacimientos se determina a partir del modelo geológico del sistema.
- La forma de los planos fuente se establece discretizando los yacimientos y eliminando las celdas localizadas fuera del contorno, Fig. 3.2.

- El modelo aplica para yacimientos de aceite bajosaturados.
- La permeabilidad de los yacimientos es suficientemente alta, tal que los gradientes de presión en ellos son despreciables, por lo que se utilizan presiones promedio para cada yacimiento.
- Los compresibilidad de las formaciones es pequeña y constante.
- Saturación de agua irreductible en los yacimientos.
- Las propiedades del acuífero y de los yacimientos pueden ser diferentes.
- El comportamiento de cada yacimiento se describe por medio de una ecuación de conservación (ecuación de balance de materia), que postula que el ritmo de transferencia de fluidos acuífero-yacimientos menos el gasto total de fluidos producidos (aceite, gas y agua) a condiciones de yacimiento, debe ser igual al ritmo de expansión total del sistema.
- El ritmo de transferencia de fluidos acuífero-yacimientos, es igual al gasto de entrada de agua a un yacimiento debido al acuífero o a la inyección de agua.

Pozos inyectores:

- Los pozos inyectores se representan como líneas fuente y se pueden localizar en cualquier posición dentro del dominio del acuífero.
- El número y localización de los pozos inyectores se determina de acuerdo a las consideraciones en el proyecto posible de inyección.



**Fig. 3.2 Discretización de los planos de contacto acuífero-yacimientos (Rodríguez de la Garza y cols., 1988)**

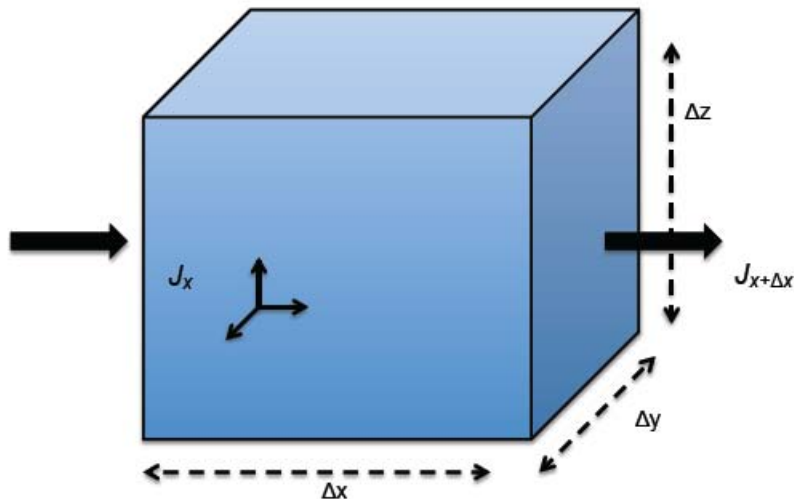
### 3.3 CONSTRUCCIÓN DEL MODELO

#### 3.3.1 Acuífero

Se presenta la derivación de la ecuación de difusión en dos dimensiones, que describe el flujo de fluidos en el acuífero.

En su forma más general el flujo de fluidos que pasa a través de un volumen de control, se puede describir por medio de una ecuación de continuidad (de balance de masa).

Considerar que un volumen elemental representativo del acuífero se representa por medio del volumen de control que se muestra en la Fig. 3.3:



**Fig. 3.3 Representación esquemática de un volumen elemental del acuífero**

El acuífero tiene longitud ( $\Delta x$ ), amplitud ( $\Delta y$ ) y espesor ( $\Delta z$ ).

El flujo másico que entra al acuífero a través de una sección transversal se representa como ( $J_x$ ); las dimensiones de  $J$  son  $M/L^2t$ ; el subíndice  $x$  se utiliza para representar el flujo en la dirección  $x$  perpendicular al plano formado por los ejes  $y$ - $z$ .

Se utiliza la notación  $(J_x)_x$  para indicar flujo en la dirección  $x$ , en el punto  $x$ .



Aplicando el principio de conservación de masa se tiene que:

$$\begin{aligned} & \text{Masa que entra} - \text{Masa que sale} + (\text{Masa generada o perdida}) \\ & = \text{Masa acumulada.} \dots \dots \dots (3.1) \end{aligned}$$

La masa que entra al acuífero a través del plano formado por  $\Delta y \Delta z$  en el punto  $x$ , en un intervalo de tiempo  $\Delta t$  es:

$$J_{x_x} [\Delta y \Delta z \Delta t] = \text{Masa entrada.} \dots \dots \dots (3.2)$$

La masa que sale del acuífero a través del plano formado por  $\Delta y \Delta z$  en el punto  $x + \Delta x$  en el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es:

$$(J_x)_{x+\Delta x} [\Delta y \Delta z \Delta t] = \text{Masa salida.} \dots \dots \dots (3.3)$$

La masa que se genera o pierde del volumen de control se denomina fuente y se denota con la letra  $Q$ ; cuando el flujo es hacia fuera del volumen de control,  $Q$  es positiva y representa el flujo másico que fluye a través de los planos de contacto acuífero-yacimientos; cuando el flujo es hacia adentro del volumen de control,  $Q$  se considera negativa y representa el flujo másico que ingresa al acuífero a través de los pozos inyectores,  $Q$  tiene dimensiones  $M/L^3t$ .

$$Q[\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t] = \text{Fuente.} \dots \dots \dots (3.4)$$

La masa que se acumula en el sistema es igual al cambio en la cantidad de masa por unidad de volumen (densidad) en un intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

Considerando sólo el volumen poroso del acuífero, se tiene que:

$$[(\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_{\Delta t}] \Delta x \Delta y \Delta z = \text{Masa acumulada.} \dots \dots \dots (3.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.2 a 3.5 en la ecuación 3.1:

$$(J_x)_x[\Delta y \Delta z \Delta t] - (J_x)_{x+\Delta x}[\Delta y \Delta z \Delta t] + Q[\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t] = [(\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_{\Delta t}]\Delta x \Delta y \Delta z \dots \dots \dots (3.6)$$

Dividiendo entre  $\Delta x \Delta y \Delta z \Delta t$

$$\frac{(J_x)_x}{\Delta x} - \frac{(J_x)_{x+\Delta x}}{\Delta x} + Q = \frac{[(\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_{\Delta t}]}{\Delta t} \dots \dots \dots (3.7)$$

Agrupando los primeros dos términos del miembro izquierdo de la ecuación:

$$- \left[ \frac{(J_x)_{x+\Delta x}}{\Delta x} - \frac{(J_x)_x}{\Delta x} \right] + Q = \frac{[(\rho\phi)_{t+\Delta t} - (\rho\phi)_{\Delta t}]}{\Delta t} \dots \dots \dots (3.8)$$

Aplicando el concepto de límite, conforme  $\Delta x \rightarrow 0$  y  $\Delta t \rightarrow 0$  entonces las diferencias se pueden reemplazar por ecuaciones diferenciales parciales, para este propósito se considera que las funciones son continuas:

$$- \frac{\partial J_x}{\partial x} + Q = \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} \dots \dots \dots (3.9)$$

Si definimos el flujo másico como  $J_x [M/L^2t] = \rho [M/L^3t] = v_x [M/t]$ , se obtiene la ecuación de continuidad para un medio poroso; en este caso el acuífero:

$$- \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + Q = \frac{\partial \rho\phi}{\partial t} \dots \dots \dots (3.10)$$

La ecuación 3.10 debe expresarse en términos de la presión ya que a diferencia de la densidad y velocidad, se puede medir directamente.

La expresión matemática que relaciona la densidad con la presión es la siguiente:

$$c = \frac{1}{\rho} \left[ \frac{\partial \rho}{\partial P} \right] \dots \dots \dots (3.11)$$

Separando variables y utilizando derivadas ordinarias:

$$c dp = \frac{d\rho}{\rho} \dots \dots \dots (3.12)$$

La compresibilidad del agua es muy pequeña y para efectos prácticos se puede considerar constante; integrando la ecuación 3.12 se obtiene:

$$c \int_{p_b}^p dp = \int_{\rho_b}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho}, \dots \dots \dots (3.13)$$

donde  $\rho_b$  se utiliza para denotar la densidad a la presión de burbuja  $p_b$

$$c(p - p_b) = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_b}\right) \dots \dots \dots (3.14)$$

Aplicando la función exponencial a ambos lados de la ecuación se obtiene:

$$e^{c(p-p_b)} = \frac{\rho}{\rho_b} \dots \dots \dots (3.15)$$

Despejando a la densidad  $\rho$ :

$$\rho = \rho_b e^{c(p-p_b)} \dots \dots \dots (3.16)$$

La expresión matemática que relaciona la velocidad con la presión es la Ley de Darcy:

$$v_x = -\frac{k\rho}{\mu} \frac{\partial \Phi}{\partial x}, \dots \dots \dots (3.17)$$

donde  $\Phi$  es el potencial y se define como:

$$\Phi = \int_{p_b}^p \frac{dp}{\rho} + g(z - z_0) \dots \dots \dots (3.18)$$

La ecuación de Darcy considera que flujo es de tipo laminar (número de Reynolds menor a 2700, Muskat, 1938), que el medio es isotrópico y que la viscosidad del agua también es constante con respecto a la presión.

En la mayoría de acuíferos o yacimientos se puede suponer que el término  $g(z - z_0) = 0$ , ya que su espesor es relativamente pequeño, de tal forma que la ecuación 3.18 puede simplificarse como sigue:

$$\Phi = \int_{p_b}^p \frac{dp}{\rho} \dots \dots \dots (3.19)$$

Resolviendo la integral anterior se obtiene:

$$\Phi = \frac{1}{\rho} [p - p_b] \dots \dots \dots (3.20)$$

Sustituyendo la ecuación 3.20 en la Ec. 3.17 y aproximando la diferencia a una derivada parcial cuando  $\Delta x \rightarrow 0$  se obtiene

$$v_x = -\frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right] \dots \dots \dots (3.21)$$

Para obtener la ecuación de difusión que describe el flujo de agua en el acuífero, se combinan una ecuación de continuidad (3.10), una ecuación de estado (3.16) y una ecuación de flujo (3.21).

Aplicando la regla para la derivación de un producto a ambos lados de la Ec. 3.10:

$$-\left[ \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] + Q = \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \dots \dots \dots (3.22)$$

Se resuelve la parte derecha de la ecuación aplicando la regla de la cadena:

$$-\left[ \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] + Q = \phi \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \rho \frac{\partial \phi}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.23)$$

Derivando la ecuación 3.16:

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = c \rho_b e^{c(p-p_b)} \dots \dots \dots (3.24)$$

Tomando en cuenta que la compresibilidad del agua es muy pequeña, el valor de:

$$e^{c(p-p_b)} \sim 1$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial p} = c\rho \dots \dots \dots (3.25)$$

Empleando la definición general para la compresibilidad  $c$  (Ec. 3.11), se define la compresibilidad de la formación como:

$$c_f = \frac{1}{\phi} \frac{\partial \phi}{\partial p} \dots \dots \dots (3.26)$$

$$c_f \phi = \frac{\partial \phi}{\partial p} \dots \dots \dots (3.27)$$

Se sustituyen las ecuaciones 3.25 y 3.27 en el miembro derecho de la ecuación 3.23 y se obtiene:

$$-\left[ \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] + Q = \phi c \rho \frac{\partial p}{\partial t} + \rho c_f \phi \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.28)$$

Se define la compresibilidad total del sistema acuífero-fluido (agua) como:

$$c_t = c + c_f; \dots \dots \dots (3.29)$$

por lo tanto la Ec. 3.28 puede expresarse:

$$-\left[ \rho \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_x \frac{\partial \rho}{\partial x} \right] + Q = \phi \rho c_t \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.30)$$

Para la parte izquierda de la ecuación 3.30 se sustituye  $v_x = -\frac{k}{\mu} \left[ \frac{\partial p}{\partial x} \right]$  (ecuación 3.21), se aplica la regla de la cadena para  $\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{\partial \rho}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial x}$  y recordando que  $\frac{\partial \rho}{\partial p} = c\rho$  (ecuación 3.25), se obtiene que:

$$-\left[ \rho \frac{\partial \left( -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right)}{\partial x} + \left( -\frac{k}{\mu} \frac{\partial p}{\partial x} \right) \left( c\rho \frac{\partial p}{\partial x} \right) \right] + Q = \phi \rho c_t \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.31)$$

Desarrollando los términos en la parte izquierda:

$$\rho \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + c\rho \frac{k}{\mu} \left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 + Q = \phi \rho c_t \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.32)$$

Considerando que tanto la compresibilidad del agua ( $c$ ) como los gradientes de presión  $\left( \frac{\partial p}{\partial x} \right)$  son muy pequeños, es posible despreciar el segundo término del lado izquierdo. Factorizando y simplificando la ecuación se obtiene:

$$\left( \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + Q = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.32)$$

La ecuación 3.32 describe el flujo de fluidos en el acuífero en una sola dimensión. Esta ecuación se puede expresar en términos del cambio de presión ( $\Delta p$ ) en lugar de la presión ( $p$ ) y para dos dimensiones como:

$$\left( \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2} \right) + \left( \frac{\partial^2 \Delta p}{\partial y^2} \right) + Q = \frac{\phi \mu c_t}{k} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.33)$$

El término fuente ( $Q$ ) se debe expresar en las mismas dimensiones que los otros miembros, para ello se utiliza la ecuación 3.21, dividiendo ambos lados de la ecuación por  $\Delta x \Delta y$  ( $\Delta x = \Delta y$ ):

$$Q = \frac{\mu q_a}{kh} = \frac{\Delta p}{\Delta x^2} \dots \dots \dots (3.34)$$

donde ( $q_a$ ) es el término fuente con dimensiones  $L^3/L^2t$ .

Se define la difusividad hidráulica del acuífero como:

$$\eta_a = \frac{k}{\phi \mu c_t} \dots \dots \dots (3.35)$$

Se obtiene la ecuación que describe el flujo de fluidos en el acuífero:

$$\left(\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial y^2}\right) + \left(\frac{\mu}{kh}\right) q_a = \frac{1}{\eta_a} \frac{\partial \Delta p}{\partial t} \dots \dots \dots (3.36)$$

En unidades de campo y recordando que el término fuente ( $q_a$ ) está en función del espacio y tiempo:

$$\left(\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial x^2}\right) + \left(\frac{\partial^2 \Delta p}{\partial y^2}\right) + C \left(\frac{\mu}{kh}\right) q_a(x, y, t) = \frac{C}{\eta_a} \frac{\partial \Delta p}{\partial t}, \dots \dots \dots (3.37)$$

donde:

$C = \text{factor de conversión a unidades internacionales de campo} = 119.56$

$0 < x < x_e, \quad 0 < y < y_e, \quad t > 0$

$x_e, y_e = \text{dimensiones del acuífero en los ejes } x, y$

Para poder resolver la ecuación 3.37 se establecen las condiciones siguientes:

Condición inicial:

$$\Delta p(x, y, 0) = p_i - p(x, y, 0) = 0. \dots \dots \dots (3.38)$$

El acuífero tiene la misma presión inicial en cualquier posición ( $x, y$ ) cuando  $t = 0$ .

Condiciones de frontera:

$$\left.\frac{\partial \Delta p}{\partial x}\right]_{x=0} = 0, \dots \dots \dots (3.39)$$

$$\left.\frac{\partial \Delta p}{\partial x}\right]_{x=x_e} = 0, \dots \dots \dots (3.40)$$

$$\left.\frac{\partial \Delta p}{\partial y}\right]_{y=0} = 0, \dots \dots \dots (3.41)$$

$$\left.\frac{\partial \Delta p}{\partial y}\right]_{y=y_e} = 0. \dots \dots \dots (3.42)$$

El acuífero se comporta como un tanque, aislado, en él que no hay flujo a través de su frontera externa.

El término  $q_a(x, y, t)$  de la ecuación 3.38 está compuesto por  $n$  fuentes representadas por los planos de contacto a través de los cuales fluyen los fluidos del acuífero a los yacimientos y por  $n$  sumideros que representan los puntos donde se localizan los pozos inyectores posibles, por lo tanto:

$$q_a(x, y, t) = \sum_{r=1}^{nr} q_{er}(x, y, t) + \sum_{w=1}^{nw} q_{inj}(t) \dots \dots \dots (3.43)$$

Es necesario definir una función que permita restringir las fuentes  $q_{er}$  al subdominio  $D_r$  que pertenece a cada yacimiento, que se encuentra dentro del dominio del acuífero:

$$\Delta H_R(x, y) = \Delta H_{i,j}(x, y) = \Delta H_i(x) \Delta H_j(y), \dots \dots \dots (3.44)$$

donde:

$$\Delta H_i(x) = H(x - x_{i-1}) - H(x - x_i), \dots \dots \dots (3.45)$$

$$\Delta H_i(x) = 1 \text{ si } (x_{i-1} < x < x_i) \text{ ó } (0) \text{ de cualquier otra forma. } \dots (3.46)$$

De manera análoga para  $\Delta H_i(y)$ :

$$\Delta H_i(y) = 1 \text{ si } (y_{i-1} < y < y_i) \text{ ó } (0) \text{ de cualquier otra forma. } \dots (3.47)$$

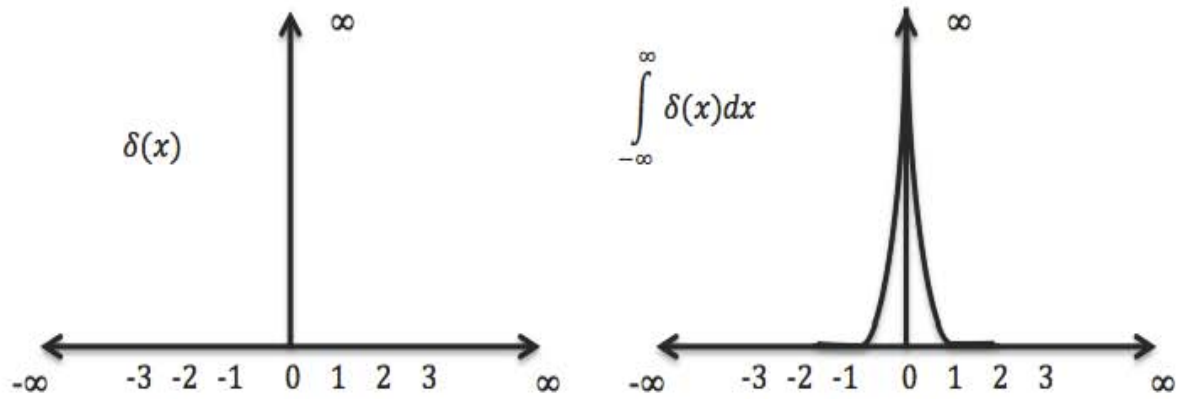
De igual forma se requiere aplicar una función que restrinja los sumideros ( $q_{inj}$ ) a la localización de los pozos inyectores; se utiliza la función delta de Dirac ( $\delta$ ), la cual se define como:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}, \dots \dots \dots (3.48)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1. \dots \dots \dots (3.49)$$



Al efectuar un análisis dimensional se puede comprobar que  $\delta(x)$  tiene dimensiones recíprocas a  $dx$ . En forma gráfica la función delta de Dirac ( $\delta$ ), se muestra en la Fig 3.4, la integral de esta función permite las líneas fuente o sumideros a la localización de los pozos inyectoros.



**Fig. 3.4 Función Delta de Dirac**

La función delta de Dirac ( $\delta$ ) aplicada al modelo en dos dimensiones se expresa como:

$$\delta(x - x_w, y - y_w) = \begin{cases} 0, & x \neq x_w, y \neq y_w \\ \infty, & x = x_w, y = y_w \end{cases}, \dots \dots \dots (3.50)$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_w, y - y_w) dx dy = \iint_{-\infty}^{\infty} \delta(x - x_w) \delta(y - y_w) dx dy = 1, \dots (3.51)$$

Con dimensiones  $[1/L^2]$ , por lo tanto la ecuación 3.43 se reescribe como:

$$q_a(x, y, t) = \sum_{r=1}^{nr} q_{er}(x, y, t) \Delta H_r(x, y) + \sum_{w=1}^{nw} q_{inj}(t) \delta(x - x_w, y - y_w); \dots (3.52)$$

para resolver esta ecuación es necesario discretizar el subdominio del espacio y el dominio del tiempo; es decir dividirlos en intervalos finitos, utilizando celdas en dos dimensiones para los yacimientos como se muestra en la Fig. 3.2 y en una secuencia de tiempos, con duración definida por  $\Delta t^k$ ;  $k = 1, 2, \dots, K$ .

Se introduce una función que restringe el dominio del tiempo:

$$\Delta H_k(t) = H(t - t_{k-1}) - H(t - t_k), \dots \dots \dots (3.53)$$

$$\Delta H_k(t) = 1 \text{ si } (t_{k-1} < t < t_k) \text{ ó } (0) \text{ de cualquier otra forma. } \dots (3.54)$$

Por lo tanto el término fuente definido por la Ec. 3.52 puede expresarse:

$$q_a(x, y, t) = \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{I_r} \sum_{j=1}^{J_r} q_{er,i,j}^k \Delta H_{r,i,j}(x, y) \Delta H_k(t) - \sum_{w=1}^{nw} \sum_{k=1}^K q_{inj}^k \delta(x - x_w, y - y_w) \Delta H_k(t). \dots \dots \dots (3.56)$$

La solución a las ecuaciones de flujo en el acuífero (3.37 a 3.43) se obtienen por medio del método de las funciones de Green, descrita en el apéndice A.

La expresión que permite determinar la presión en cualquier punto del acuífero a un tiempo determinado es la siguiente:

$$\Delta p(x, y, t) = \frac{1}{(V_p c_t)_a} \left[ \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{I_r} \sum_{j=1}^{J_r} \alpha_{i,j}^k(x, y, t) q_{er,i,j}^k - \sum_{w=1}^{nw} \sum_{k=1}^K \beta_w^k(x, y, t) q_{inj}^k \right]. \dots \dots \dots (3.56)$$

**3.3.2 Yacimientos**

La ecuación que describe el comportamiento de los fluidos en los yacimientos se basa en el principio de conservación de la masa a través de la ecuación de balance de materia; para efectos prácticos la ecuación de balance de materia se puede expresar en términos de volumen por unidad de tiempo como:

$$\begin{matrix} \text{Expansión total} \\ \text{del sistema de} \\ \text{yacimientos} \end{matrix} + \begin{matrix} \text{Entrada de} \\ \text{agua al} \\ \text{sistema de} \\ \text{yacimientos} \end{matrix} = \begin{matrix} \text{Producción total} \\ \text{de fluidos del} \\ \text{sistema de} \\ \text{yacimientos} \end{matrix} \dots \dots \dots (3.58)$$

Al igual que con el acuífero las variables, se discretizan en tiempo y espacio, sustituyendo y ordenando se tiene que:

$$q_{t,r}(t) - \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{r,i,j} \Delta H_k(t) = (V_p c_t)_r \frac{\partial \Delta p_r}{\partial t} \dots \dots \dots (3.59)$$

Con la condición inicial:

$$\Delta p_r(0) = p_i - p_r(0) = 0 \dots \dots \dots (3.60)$$

El yacimiento tiene la misma presión inicial en cualquier posición  $(x, y)$  cuando  $t = 0$ . Separando variables e integrando:

$$\frac{1}{(V_p c_t)_r} \int q_{t,r}(t) dt - \int \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{r,i,j} \Delta H_k(t) dt = \int \partial \Delta p_r \dots \dots \dots (3.61)$$

Se obtiene la ecuación que describe el flujo de fluidos en los yacimientos que conforman el sistema:

$$\Delta p_r(t) = \frac{1}{(V_p c_t)_r} \left[ V_{t,r}(t) - \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{r,i,j}(x, y) \Delta t^k \right] \dots \dots \dots (3.62)$$

### 3.3.3 Sistema

El problema de interferencia en el sistema se resuelve acoplando las soluciones individuales del acuífero y de los yacimientos.

Considerando que los gradientes de presión en los yacimientos son despreciables y con base en las condiciones de continuidad en la presión en los contactos entre el acuífero y los yacimientos, se puede establecer que:

$$\Delta p_a(x, y, t) = \Delta p_r(t) \dots \dots \dots (3.63)$$

$$s = 1, 2, \dots, nr; (x, y) \in D_r$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.57 y 3.62 en 3.63:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(V_p c_t)_a} \left[ \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{I_r} \sum_{j=1}^{J_r} \alpha_{i,j}^k(x, y, t) q_{er,i,j}^k - \sum_{w=1}^{nw} \sum_{k=1}^K \beta_w^k(x, y, t) q_{in,j}^k \right] \\ &= \frac{1}{(V_p c_t)_s} \left[ V_{t,s}(t) - \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{s,i,j}(x, y) \Delta t^k \right] \dots \dots \dots (3.64) \end{aligned}$$

Esta ecuación es la base para la resolución del problema de flujo en el sistema.

Ordenando términos:

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{I_r} \sum_{j=1}^{J_r} \alpha_{i,j}^k(x, y, t) q_{er,i,j}^k + \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_s} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{s,i,j}(x, y) \Delta t^k \\ &= \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_s} V_{t,s}(t) + \sum_{w=1}^{nw} \sum_{k=1}^K \beta_w^k(x, y, t) q_{in,j}^k \dots \dots \dots (3.65) \end{aligned}$$

La parte izquierda de la ecuación también puede expresarse como sigue:

$$\begin{aligned} & \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{I_r} \sum_{j=1}^{J_r} \alpha_{i,j}^k(x, y, t) q_{er,i,j}^k + \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_s} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{s,i,j}(x, y) \Delta t^k \\ &= \sum_{r=1}^{nr} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ \alpha_{i,j}^K(x, y, t) + \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_s} A_{s,i,j} \Delta t^K \delta_{rs} \right] q_{er,i,j}^K \\ &+ \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ \alpha_{i,j}^k(x, y, t) + \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_r} A_{s,i,j} \Delta t^k \delta_{rs} \right] q_{er,i,j}^k \dots \dots \dots (3.66) \end{aligned}$$

$$s = 1, 2, \dots, nr; (x, y) \in D_s \text{ y } \delta_{rs} = \begin{cases} 0 & \text{si } r \neq s \\ 1 & \text{si } r = s \end{cases}$$

Sustituyendo la Ec. 3.66 en la Ec. 3.65:

$$\begin{aligned}
& \sum_{r=1}^{nr} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ \alpha_{i,j}^K(x, y, t) + \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_s} A_{s,i,j} \Delta t^K \delta_{rs} \right] q_{er,i,j}^K \\
&= - \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^{K-1} \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \left[ \alpha_{i,j}^k(x, y, t) + \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_r} A_{s,i,j} \Delta t^k \delta_{rs} \right] q_{er,i,j}^k \\
&+ \frac{(V_p c_t)_a}{(V_p c_t)_s} V_{t,s}(t) + \sum_{w=1}^{nw} \sum_{k=1}^K \beta_w^k(x, y, t) q_{inj}^k \dots \dots \dots (3.67)
\end{aligned}$$

La ecuación 3.67 es en realidad un sistema de ecuaciones con  $\sum_{r=1}^{nr} (I_r x J_r)$  incógnitas de  $(q_{er,i,j}^K)$ ; al resolverlo se obtiene la expresión para calcular el volumen de agua acumulado que entra a cada yacimiento a un tiempo  $t = t^k$ :

$$W_{er}^K = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{r,i,j}(x, y) \Delta t^k \dots \dots \dots (3.68)$$

Finalmente la expresión que permite evaluar la presión en cualquier yacimiento es la siguiente:

$$p_r = p_i - \Delta p_r(t), \dots \dots \dots (3.69)$$

Sustituyendo el término  $\Delta p_r(t)$  en la Ec. 3.69 por la Ec. 3.62, se obtiene:

$$p_r = p_i - \frac{1}{(V_p c_t)_r} \left[ V_{t,r}(t) - \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J q_{er,i,j}^k A_{r,i,j}(x, y) \Delta t^k \right] \dots \dots \dots (3.70)$$

# CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA DE YACIMIENTOS KU, MALOOB, ZAAP, KUTZ, IXTOC, ABKATÚN POL, CHUC, AYATSIL, TEKEL Y EL ACUÍFERO QUE COMPARTEN

### 4.1 INTRODUCCIÓN

El modelo matemático presentado en el capítulo anterior se programó (Rodríguez de la Garza y cols., 1988) en lenguaje BASIC, para caracterizar el sistema de yacimientos compuesto por: Ku, Maloob, Zaap, Kutz, Ixtoc, Abkatún, Pol, Chuc, Ayatsil, Tekel y el acuífero que comparten, mismos que conforman el Bloque II de la Región Marina. A lo largo de los más de treinta años de explotación se ha identificado que estos campos se encuentran asociados a un mismo acuífero, debido a que casi todos ellos (excepto Abkatún que fue el primero en explotarse) han experimentado una caída de presión, incluso antes de haber iniciado su etapa de producción; además, todos los campos siguen la misma tendencia de declinación de presión; por estas razones, se llegó a la conclusión de que los campos están en comunicación hidráulica a través del acuífero.

## **4.2 DATOS REQUERIDOS**

Para poder ejecutar el programa y consecuentemente caracterizar el sistema acuífero-yacimientos se requiere conocer:

- Las dimensiones en el eje “x” y eje “y” del acuífero.
- Las dimensiones en el eje “x” y eje “y” de cada yacimiento.
- La localización relativa de los yacimientos con respecto al acuífero.
- La presión inicial promedio del sistema.
- La historia de la producción de aceite medida a condiciones de yacimiento

En la caracterización de este sistema no se toma en cuenta el volumen de gas y agua producidos medidos a condiciones de yacimiento proveniente de todos los campos ya que es mínimo y puede despreciarse comparado con el volumen de la producción de aceite medida también a condiciones de yacimiento.

Además se requiere tener una estimación inicial para los parámetros siguientes:

- El volumen poroso del acuífero
- El volumen poroso de cada yacimiento
- Un valor promedio de la compresibilidad total de cada yacimiento
- Un valor promedio de la compresibilidad total del acuífero
- La difusividad hidráulica del acuífero

Estos valores se modificaron sistemáticamente hasta lograr el ajuste de las presiones de cada campo, referidas al plano de 3000 metros bajo nivel del mar.

## **4.3 INFORMACIÓN DEL SISTEMA ACUÍFERO-YACIMIENTOS**

Los yacimientos que conforman el sistema se localizan en la Provincia Petrolera del Sureste y pertenecen a la Región Marina; los campos Ku, Maloob, Zaap, Kutz, Ixtoc, Ayatsil y Tekel pertenecen a la Región Marina Noreste; mientras que los campos Abkatún, Pol, Chuc pertenecen a la Región Marina Suroeste, la localización de la Región Marina Noreste, se muestra en la Fig. 4.1; y la de la Región Marina Suroeste, se muestra en la Fig. 4.2.



**Fig 4.1 Región Marina Noreste**



**Fig 4.2 Región Marina Suroeste**



Los campos que conforman el sistema de estudio pertenecen al Bloque II, el cual tiene un área de 2,269 km<sup>2</sup>; las áreas de los yacimientos en estudio se muestran en la Tabla 4.1.

**Tabla 4.1 Área de los yacimientos involucrados en este estudio**

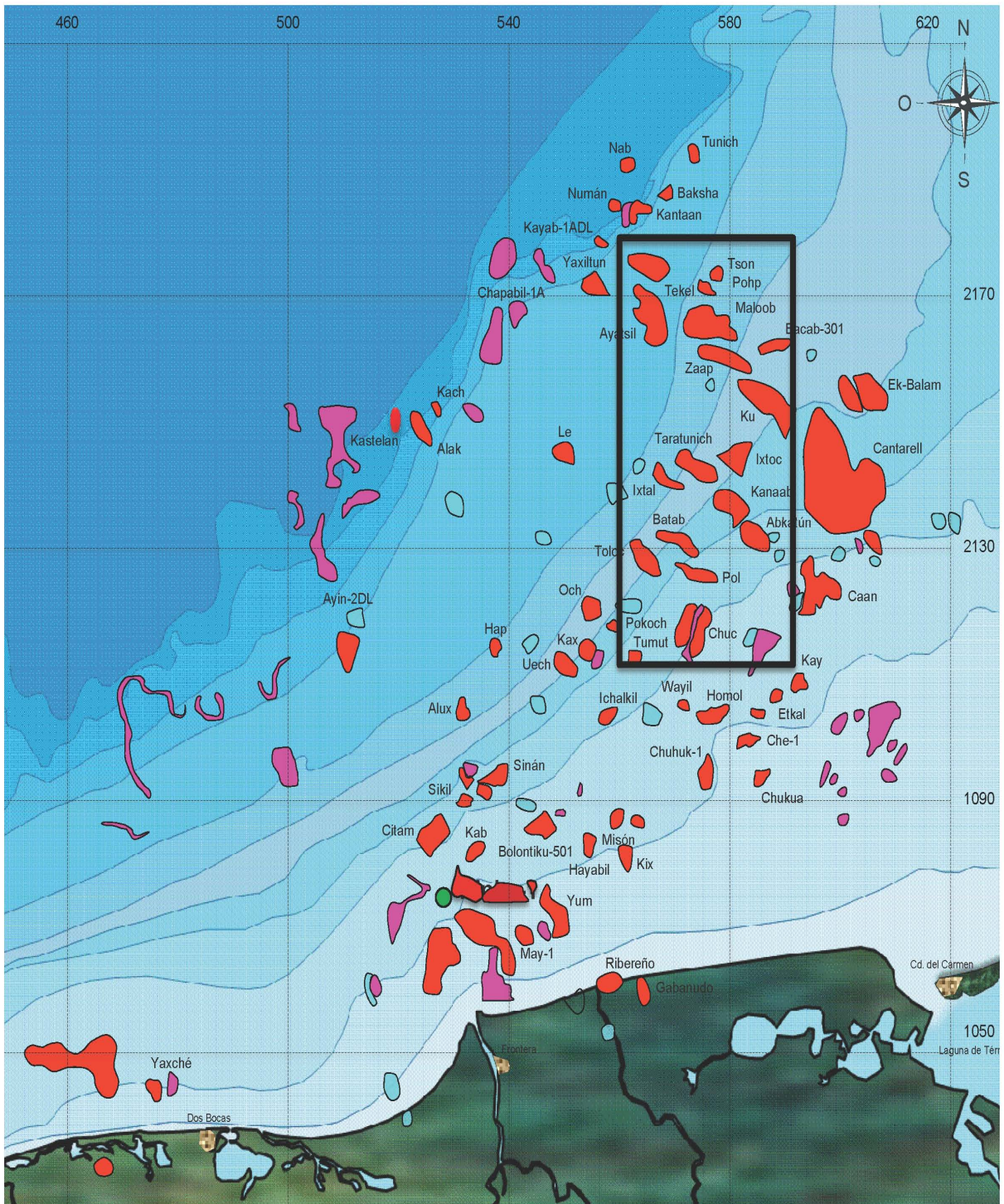
Yacimiento	Área (Km <sup>2</sup> )
Ku	44
Maloob	55
Zaap	32
Kutz	5
Ixtoc	21
Abkatún	52
Pol	33
Chuc	22
Ayatsil	74
Tekel	15

#### 4.3.1 Discretización del sistema acuífero-yacimientos

El acuífero se discretizó; considerando un área rectangular idéntica al área del Bloque II (2,269 Km<sup>2</sup>), la cual se muestra en la Fig. 4.4.

El área de los yacimientos también se discretizó para cumplir con las restricciones del modelo, en la Fig 5.5 se muestran las dimensiones del acuífero y de los yacimientos, la localización relativa de los yacimientos con respecto al acuífero, el número el número de celdas que se usaron para representarlos y la localización relativa de los pozos inyectores considerados en este estudio.

Existe una relación entre el número de celdas y la aproximación a la solución del problema de interferencia entre yacimientos localizados en un acuífero común; entre mayor es el número de celdas, más aproximada es la solución; sin embargo, al aumentar el número de celdas, aumenta también el tamaño del sistema de ecuaciones, así como el tiempo de cómputo y el requerimiento de memoria del programa; por lo tanto, hay un número óptimo de celdas a partir del cual la solución no cambia significativamente.



**Fig. 4.4 Discretización del acuífero asociado a los yacimientos del Bloque II**

### 4.3.2 Estimación inicial de las propiedades petrofísicas

Para caracterizar el sistema por medio del programa de cómputo se requiere conocer el producto  $V_p c_t$  del acuífero y de los yacimientos, la difusividad hidráulica  $\eta_a$  del acuífero y el factor de volumen de aceite  $B_o$ , en las tablas siguientes se muestran los valores que se utilizaron como estimación inicial:

**Tabla 4.2 Estimación inicial de las propiedades petrofísicas del sistema comprendido en el Bloque II**

	$V_p$ (mmM <sup>3</sup> )	$c_t$ (kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup> $\times 10^{-4}$	$V_p c_t$ m <sup>3</sup> /(kg/cm <sup>2</sup> )
<b>Acuífero</b>	38119	0.85	3,252,330
<b>Ku</b>	980	3.55	347,900
<b>Maloob</b>	1490	1.13	193,700
<b>Zaap</b>	758	1.27	96,266
<b>Kutz</b>	1020	4.12	420,240
<b>Ixtoc</b>	421	4.55	191,555
<b>Abkatún</b>	388	4.4	170,720
<b>Pol</b>	122	3.98	48,556
<b>Chuc</b>	64	3.83	24,512
<b>Ayatsil</b>	677	1.11	75,147
<b>Tekel</b>	188	1.12	21,056

**Tabla 4.3 Propiedades petrofísicas del acuífero asociado a los yacimientos del Bloque II**

	$\phi^1$	$k$ (md)	$h$ (m)	$kh$ (md*m)	$c_t$ (kg/cm <sup>2</sup> ) <sup>-1</sup> $\times 10^{-5}$	$\mu_w @ cy$ (cp)	$\eta_a$ [md(kg/cm <sup>2</sup> )/cp]
<b>Acuífero</b>	0.056	482	300	144,600	8.532	0.9012	112,000,000

1.  $\phi$  tomada de estudios de Ortuño, 2012.

**Tabla 4.4 Propiedades de los fluidos de los yacimientos del Bloque II**

	Densidad °API	$B_o$
<b>Ku</b>	22	1.31
<b>Maloob</b>	13	1.26
<b>Zaap</b>	13	1.27
<b>Kutz</b>	22	1.33
<b>Ixtoc</b>	29	1.51
<b>Abkatún</b>	28	1.42
<b>Pol</b>	31	1.73
<b>Chuc</b>	30	1.64
<b>Ayatsil</b>	11	1.05
<b>Tekel</b>	11	1.06

#### **4.3.3 Historia del sistema acuífero-yacimientos**

En los años de 1969 y 1970 comenzó la exploración de lo que hoy conocemos como la Región Marina; se utilizaron métodos sísmicos, magnetométricos, gravimétricos y en 1976 se perforó el primer pozo (Chac-1), el cual registró una producción de 952 barriles por día, confirmando así la existencia de hidrocarburos en el área. Este descubrimiento aceleró la exploración y la perforación de nuevos pozos, en el año de 1977, el pozo Akal-1 con una producción de 34 mil barriles por día demostró el verdadero potencial de la Región.

En 1979 se perforaron los primeros pozos exploratorios de los campos que comprenden el sistema de estudio; se descubrieron los yacimientos Abkatún, Ku e Ixtoc; en éste último se descontroló el pozo Ixtoc-1 en junio del mismo año, y por alrededor de diez meses derramó un gasto aproximado de 100 mil barriles por día; el campo se reabrió hasta 1984. En julio de 1980 comienza la explotación del campo Abkatún y en ese mismo año se termina el pozo productor Pol-1. En marzo de 1981 los campos Ku y Pol comienzan su etapa de producción.

La exploración de la Región continuó al sur de Pol y en 1982 se descubre el campo Chuc que comenzó a producir a finales de ese año.

El potencial del campo Maloob se reconoció en 1983 con el pozo Ku-407 y una producción de 5 mil barriles por día; sin embargo, la explotación del campo inició hasta finales de 1988 seguido por el campo Zaap en 1992.

En el año 1993 el campo Ku y posteriormente Abkatún alcanzaron la presión de saturación (el modelo de Rodríguez de la Garza y cols. no es aplicable para yacimientos saturados) por lo que sólo se estudiará el comportamiento del sistema en el intervalo de tiempo de 1980 a 1992.

Los campos campo Kutz, Ayatsil y Tekel se descubrieron en 1991, 2006 y 2007 respectivamente; por lo tanto, no contribuyen a la producción del Bloque II durante el periodo de estudio en esta tesis, pero sí afectan al sistema por medio de su término de acumulación  $V_p C_t$  a lo largo de todo este tiempo.

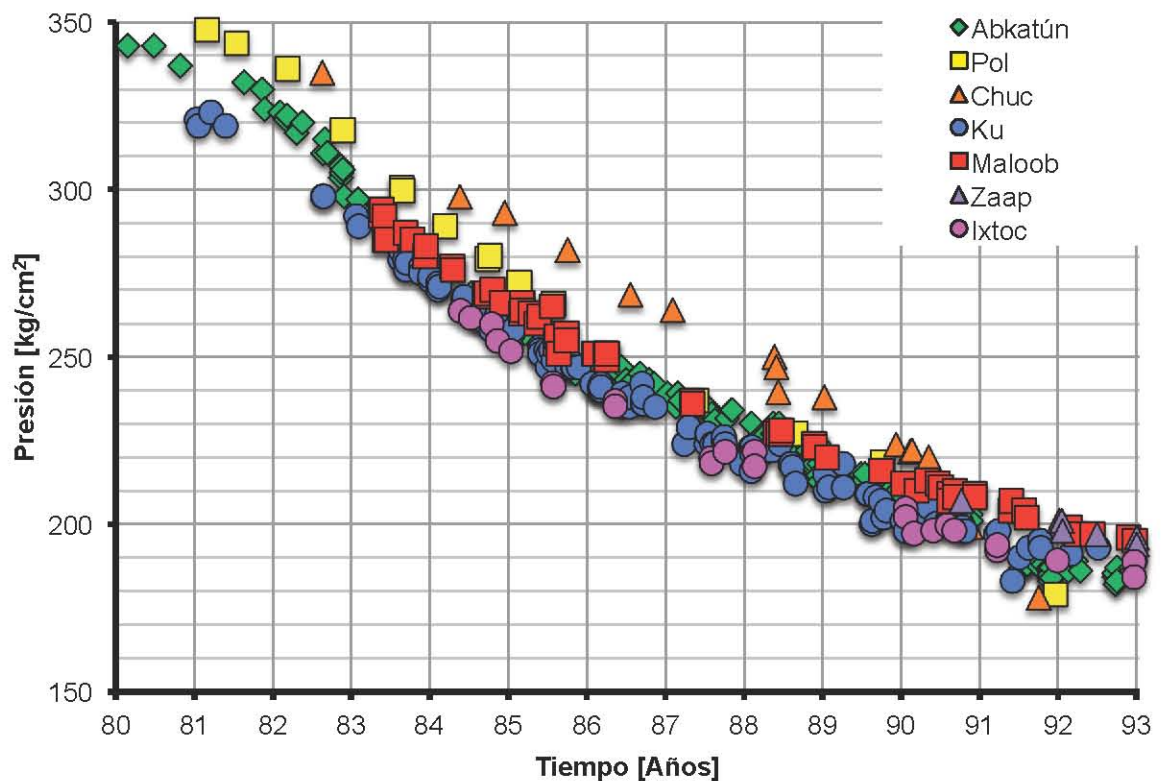
#### **4.3.4 Datos presión-producción**

En la tabla 4.5 se muestra la presión inicial de los yacimientos del Bloque II, referida al plano de 3 mil metros bajo nivel del mar; como se puede observar, existen diferencias en los valores para la presión medida al plano de referencia; las cuales se deben a características geológicas y geomecánicas, ya que los yacimientos, al igual que las formaciones adyacentes a ellos, son anisotrópicos, heterogéneos y contienen diferentes fluidos; además de que los yacimientos también están sometidos a esfuerzos geomecánicos que varían en magnitud, dirección y sentido, y finalmente se registran variaciones en las estimaciones para la presión, debido a las particularidades de las pruebas de presión e instrumentos con las que se obtuvieron. El modelo matemático de Rodríguez de la Garza y cols., considera que el sistema acuífero-yacimientos se encuentra a una misma presión inicial; en este estudio se utilizaron los registros para las presiones de los yacimientos medidos al plano de referencia de 3 mil metros bajo nivel del mar, y se consideró que la presión inicial del sistema acuífero yacimientos en el Bloque II para esta profundidad era de  $330 \text{ kg/cm}^2$  en el mes de enero de 1980.

En la Fig. 4.6 se muestra la gráfica del comportamiento de la presión al plano de referencia de 3 mil metros bajo nivel del mar contra el tiempo para los siete yacimientos con registros de presión-producción para el intervalo de tiempo que va de enero de 1980 a diciembre de 1992, se puede observar que la tendencia de declinación de los siete campos es muy similar por lo que se concluye que los campos están en comunicación hidráulica a través del acuífero que comparten.

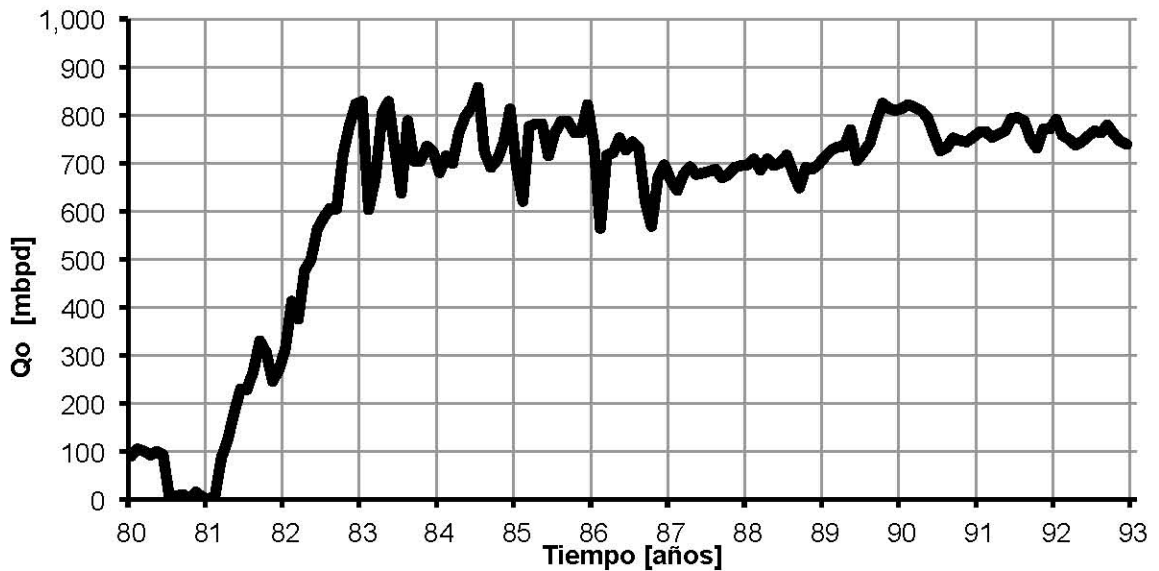
**Tabla 4.5 Presiones iniciales del sistema acuífero-yacimientos del Bloque II**

	Presión inicial al plano de referencia de 3000 mvbnm (kg/cm <sup>2</sup> )	Año
<b>Abkatún</b>	342	1980
<b>Pol</b>	343	1981
<b>Ku</b>	320	1981
<b>Chuc</b>	300	1982
<b>Ixtoc</b>	264	1984
<b>Maloob</b>	292	1988
<b>Zaap</b>	207	1992
<b>Kutz</b>	173	2000
<b>Ayatsil</b>	152	2006
<b>Tekel</b>	159	2007

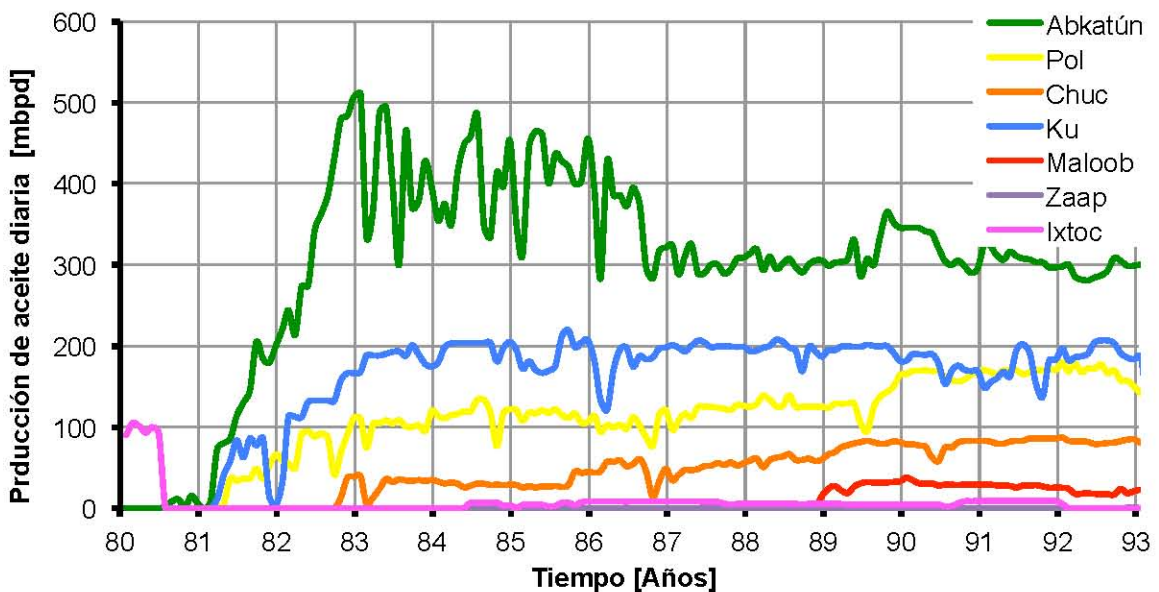


**Fig. 4.6 Declinación de la presión de los yacimientos del sistema**

En las Figs. 4.7 y 4.8 se muestra el comportamiento de la producción de aceite diaria del sistema y de cada yacimiento para el intervalo de tiempo en estudio; estos valores se multiplicaron por el factor de volumen de aceite para expresarlos a condiciones de yacimiento, datos que se requieren en el programa de cómputo, para la solución del problema de interferencia entre yacimientos localizados en un acuífero común, descrito en esta tesis.



**Fig. 4.7 Producción de aceite diaria de los yacimientos Ku, Maloob, Zaap, Ixtoc, Abkatún, Pol y Chuc**



**Fig. 4.8 Producción de aceite diaria para cada yacimiento**

### 4.3.5 Factor de recuperación

Una de las aplicaciones posibles para el modelo de Rodríguez de la Garza y cols., es poder predecir el comportamiento de las presiones de un sistema de yacimientos localizados en un acuífero común, para condiciones en que las presiones son superiores a las de saturación; por medio del modelo se pueden ensayar diferentes estrategias de explotación, logrando así seleccionar la alternativa óptima, que resulte en el factor de recuperación más alto.

En la Tabla 4.6 se listan los factores de recuperación de ocho de los diez yacimientos en estudio, calculados con información oficial al 31 de diciembre de 2013 (Ayatsil y Tekel todavía no comienzan a explotarse).

El factor de recuperación se calcula como:

$$FR = \frac{N_p}{NB_{oi}}, \dots \dots \dots (4.1)$$

donde:

$FR$  = factor de recuperación

$N_p$  = volumen acumulado de aceite producido a condiciones estándar

$NB_{oi}$  = volumen original de aceite a condiciones de yacimiento

**Tabla 4.6 Factores de recuperación por yacimiento (hasta 2013)**

Yacimiento	Factor de recuperación (%)
Abkatún	41.1
Pol	41.7
Chuc	46.4
Ku	49.1
Maloob	10.2
Zaap	19.1
Kutz	15.6
Ixtoc	17.5



## 4.4 RESULTADOS

La caracterización de las presiones del sistema de yacimientos Ku, Maloob, Zaap, Kutz, Ixtoc, Abkatún, Pol, Chuc, Ayatsil, Tekel y el acuífero que comparten, se obtuvo mediante un proceso de ensayo y error, dentro del cual se modificaron los parámetros petrofísicos ya señalados, registrando las presiones y comparándolas con los datos de campo.

En esta sección se presentan los valores de los parámetros petrofísicos que se utilizaron para obtener el mejor ajuste de las presiones de los yacimientos; posteriormente se muestran las gráficas de declinación de la presión para cada yacimiento, comparando los resultados obtenidos con el modelo con los datos obtenidos en campo para el intervalo de tiempo de 1980 a 1992; además se presenta la gráfica del volumen acumulado de entrada de agua para el mismo periodo de tiempo y se efectúa un análisis de los resultados.

### 4.4.1 Parámetros petrofísicos

Los parámetros petrofísicos obtenidos de la caracterización del sistema se muestran a continuación; el producto  $V_{pC_t}$  del acuífero y los productos  $V_{pC_t}$  de los yacimientos se listan en la tabla 4.6, la difusividad hidráulica del acuífero  $\eta_a$  y la permeabilidad  $k$  correspondiente se incluyen en la tabla 4.7, con base en el proceso de ensayo y error requerido para la caracterización del sistema acuífero-yacimientos, y en los resultados obtenidos se determinó lo siguiente:

1. El aumento en el término de acumulación  $V_{pC_t}$  de cualquier yacimiento provoca un atenuamiento en la caída de presión, principalmente en dicho yacimiento y en menor proporción en el resto del sistema.
2. El término de acumulación  $V_{pC_t}$  de los yacimientos considera el empuje debido a la expansión del aceite con su gas disuelto, agua congénita y de la roca que conforman el yacimiento; mientras mayor sea este valor se tendrá un empuje mayor debido a la contribución de estos mecanismos de producción.
3. El aumento en el producto  $V_{pC_t}$  del acuífero ya sea en el término de almacenamiento  $\phi h c_t$  o en su extensión  $x_e y_e$ , resulta en una caída de presión menor en todo el sistema acuífero-yacimientos.

4. El término de acumulación  $V_{p}c_t$  del acuífero considera la expansión del agua y de la roca que lo conforma; en forma análoga al caso anterior, el empuje que existe en los yacimientos debido a estos mecanismos de producción es directamente proporcional al valor del producto  $V_{p}c_t$  del acuífero.
5. El aumento en la difusividad hidráulica  $\eta_a$  del acuífero generó un atenuamiento en la caída de presión en todo el sistema, ya que existe más permeabilidad y por lo tanto hay una transferencia de fluidos del acuífero a los yacimientos mayor, que contrarresta su caída de presión.

**Tabla 4.7 Valores obtenidos para el producto  $V_{p}c_t$  del acuífero y de los yacimientos del Bloque II**

	$V_{p}c_t$ $m^3/(kg/cm^2)$
<b>Acuífero</b>	3,134,372
<b>Abkatún</b>	495,879
<b>Pol</b>	154,555
<b>Chuc</b>	120,720
<b>Ku</b>	285,607
<b>Maloob</b>	131,700
<b>Zaap</b>	86,266
<b>Ixtoc</b>	29,561
<b>Kutz</b>	10,299
<b>Ayatsil</b>	85,734
<b>Tekel</b>	23,340

**Tabla 4.8 Valores obtenidos para la constante de difusión, capacidad de flujo, permeabilidad y espesor del acuífero**

	$\eta_a$ [md*(kg/cm <sup>2</sup> )/cp]	$kh$ (md*m)	$k$ (md)	$h$ (m)
<b>Acuífero</b>	175,000,000	226,060	753	300

En el Apéndice B, se muestran otros valores para los parámetros petrofísicos de los yacimientos y el acuífero, obtenidos de caracterizaciones previas.

#### 4.4.2 Ajuste de presión

Las Figs. 4.9 a 4.18 muestran el comportamiento de la presión de cada yacimiento, las curvas representan las presiones calculadas con el modelo mientras que los valores puntuales representan las presiones medidas en campo (se ordenan por el tiempo de inicio de producción); se observa que las presiones calculadas con el modelo siguen la misma tendencia de declinación que las presiones medidas en campo; las máximas diferencias entre los valores calculados y los medidos son menores al 10.29% (Ixtoc, 1985). El yacimiento Abkatún presenta diferencias del orden de 5 a 12 kg/cm<sup>2</sup>, particularmente durante los primeros dos años de explotación, debido a que se consideró una presión inicial del sistema de 330 kg/cm<sup>2</sup> que difiere con su registro de presión inicial (342 kg/cm<sup>2</sup>), su ajuste tiende a mejorar en los años siguientes y al final del periodo de estudio las presiones obtenidas con el modelo son muy similares a las presiones medidas en campo. El campo Ku comenzó a producir a inicios de 1981; se puede observar que la pendiente de su curva de presión sufre menos cambios que la curva para Abkatún, debido a que su gasto de producción fue más constante y menor que éste último, el campo Ku presenta diferencias entre los valores calculados y medidos de hasta el 8% durante el año de 1987. El ajuste de las presiones para los campos Pol y Chuc son muy similares al caso del campo Abkatún, se menospreciaron los valores para sus presiones iniciales que eran de 345 y 335 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente, ocasionando las diferencias que se observan en los primeros años, de la misma forma, los campos presentan ajustes más precisos a medida que el tiempo transcurre y que los errores en los cálculos son menores. La Fig. 4.13 muestra que la pendiente de la curva de la presión con respecto al tiempo para el campo Maloob es pequeña hasta el año de 1983, concluyéndose así que los efectos de interferencia son mínimos; sin embargo, a partir de este año se observa que la pendiente de la curva de presión se vuelve mucho mayor, debido a que ya se sienten los efectos de interferencia y la caída de presión se vuelve mucho más grande. Para el yacimiento Zaap ocurre algo similar a Maloob en los primeros dos años; sin embargo, el yacimiento Zaap experimenta una caída de presión anticipada al tener un menor valor para el producto  $V_p c_t$  y no poder contrarrestarla como Maloob. El campo Ixtoc presenta en la etapa inicial del estudio un comportamiento de presión totalmente diferente a los otros campos del sistema, debido al derrame que sufrió en estos años y que ocasionó una caída de presión elevada, se observa que en los años siguientes su

comportamiento se ajusta al de todo el sistema, de forma que el modelo es capaz de representarlo más adecuadamente en los últimos años del estudio.

No se cuenta con información de campo para los yacimientos Kutz, Ayatsil y Tekel, por lo que sólo se muestran las presiones calculadas con el modelo.

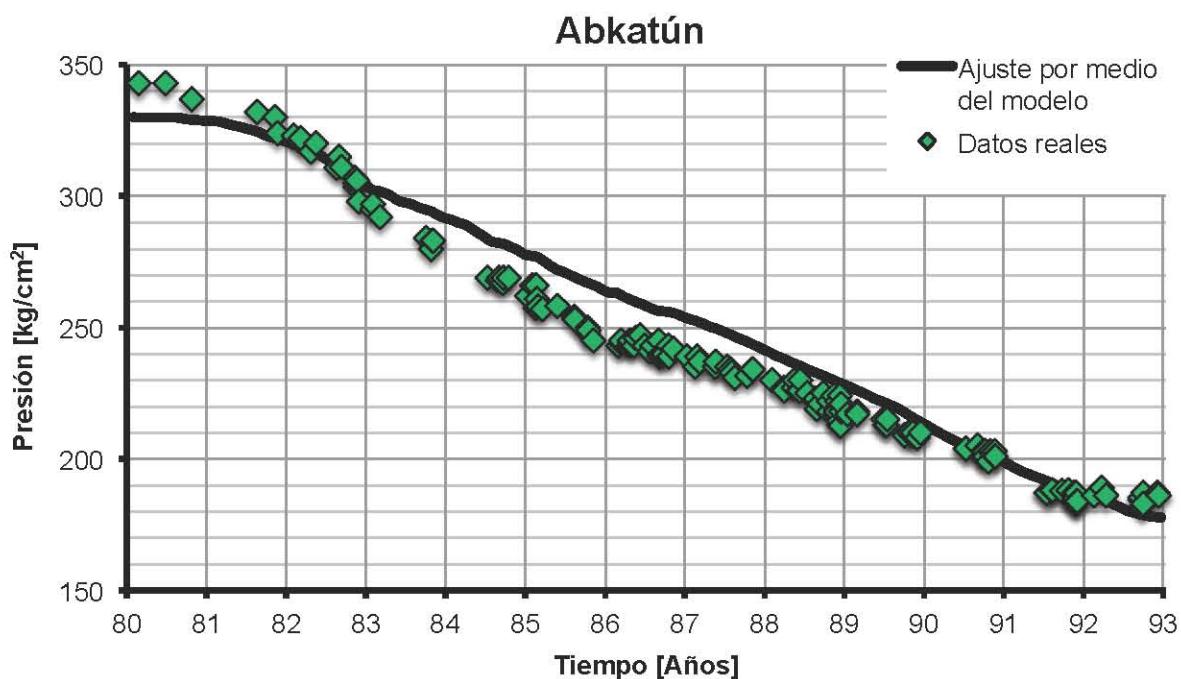


Fig. 4.9 Declinación de la presión promedio del yacimiento Abkatún

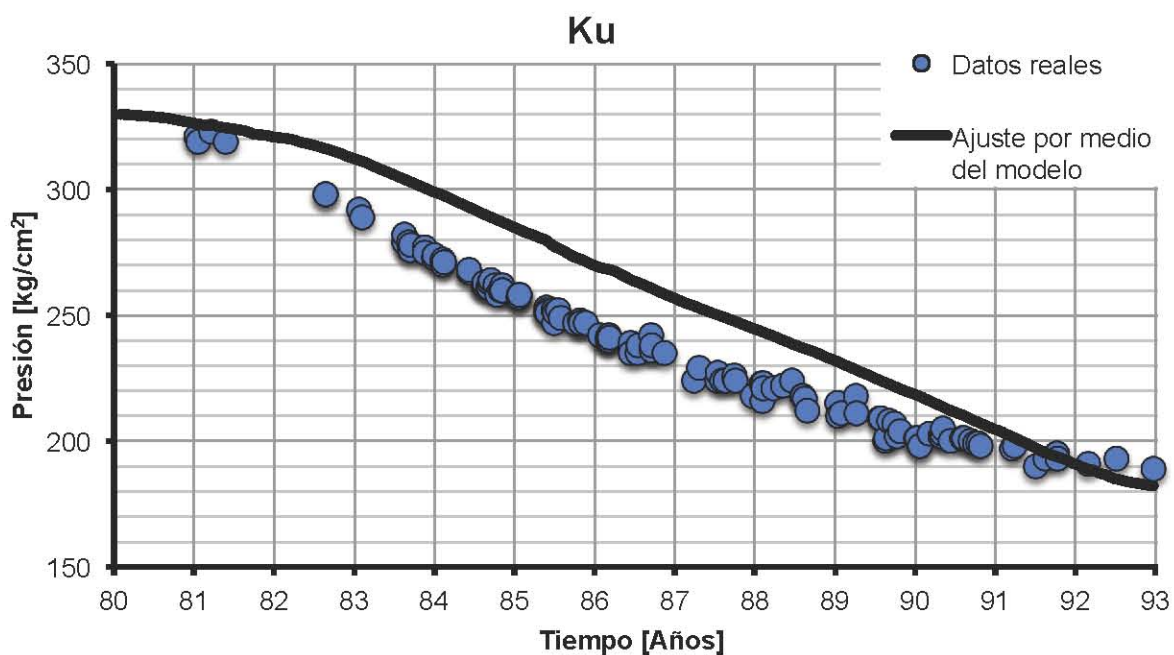
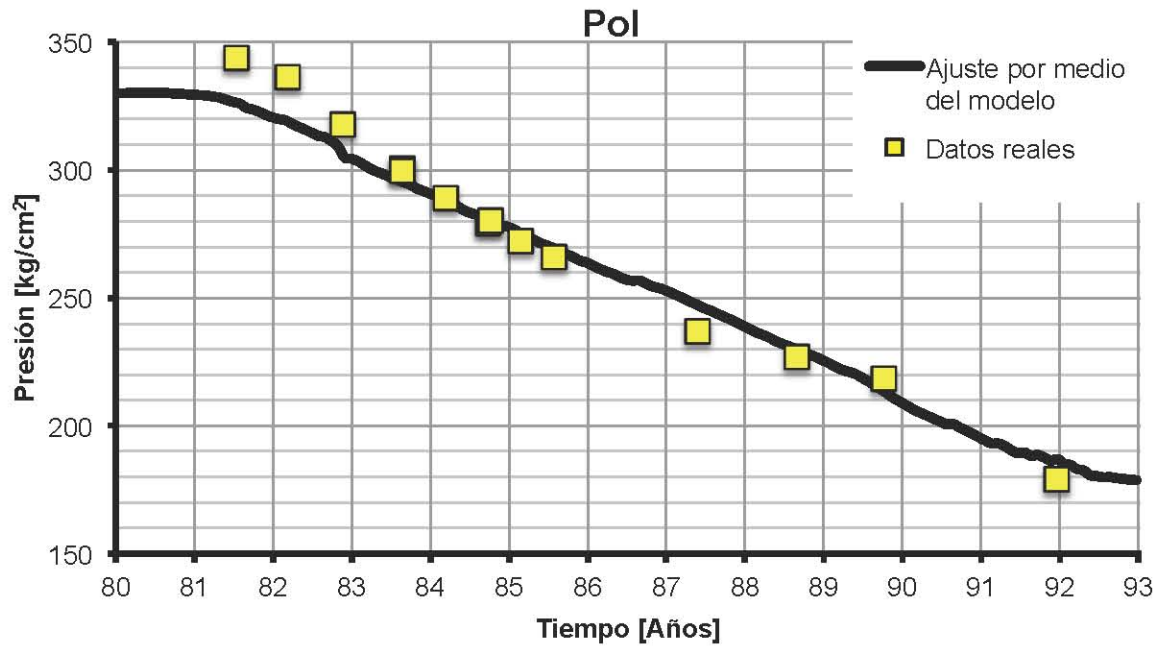
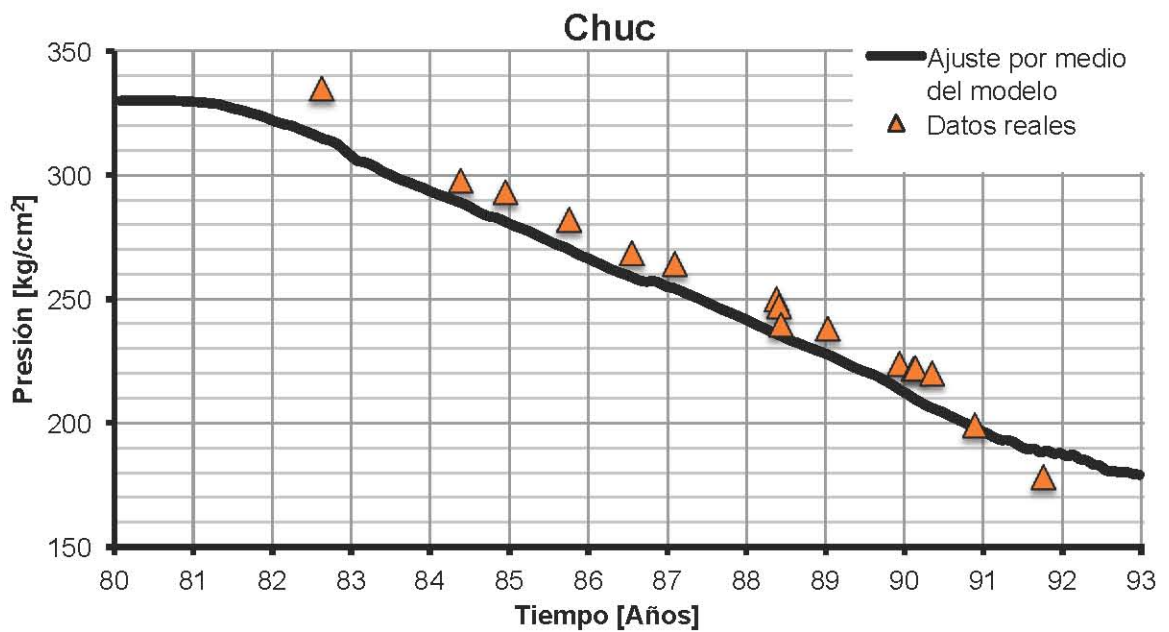


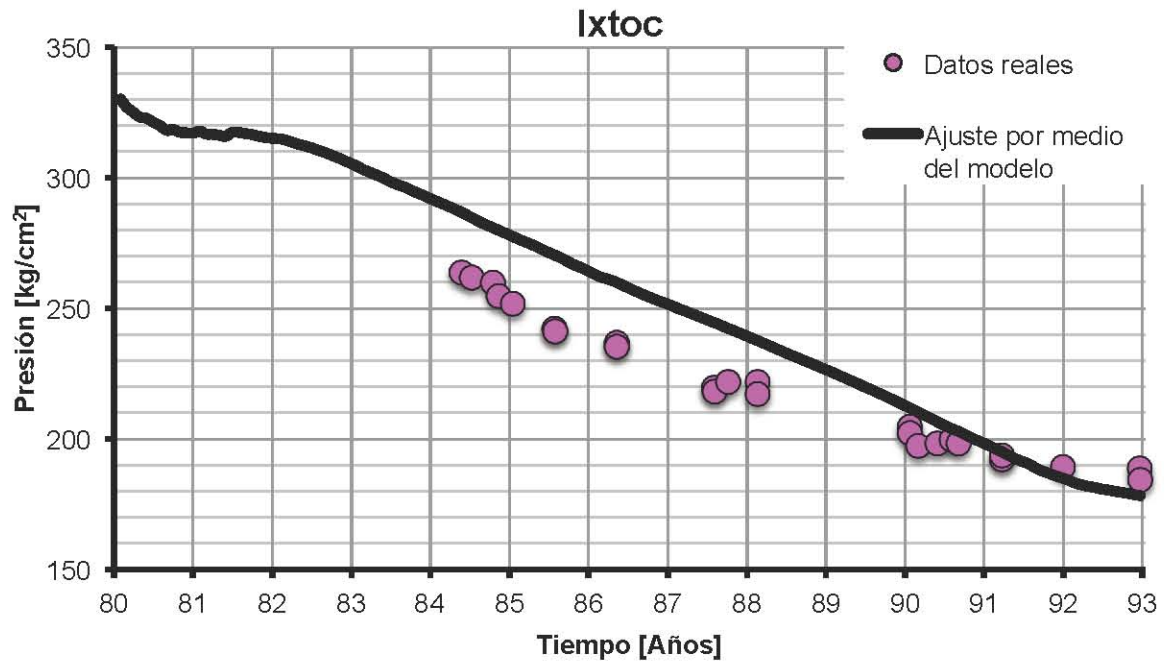
Fig. 4.10 Declinación de la presión promedio del yacimiento Ku



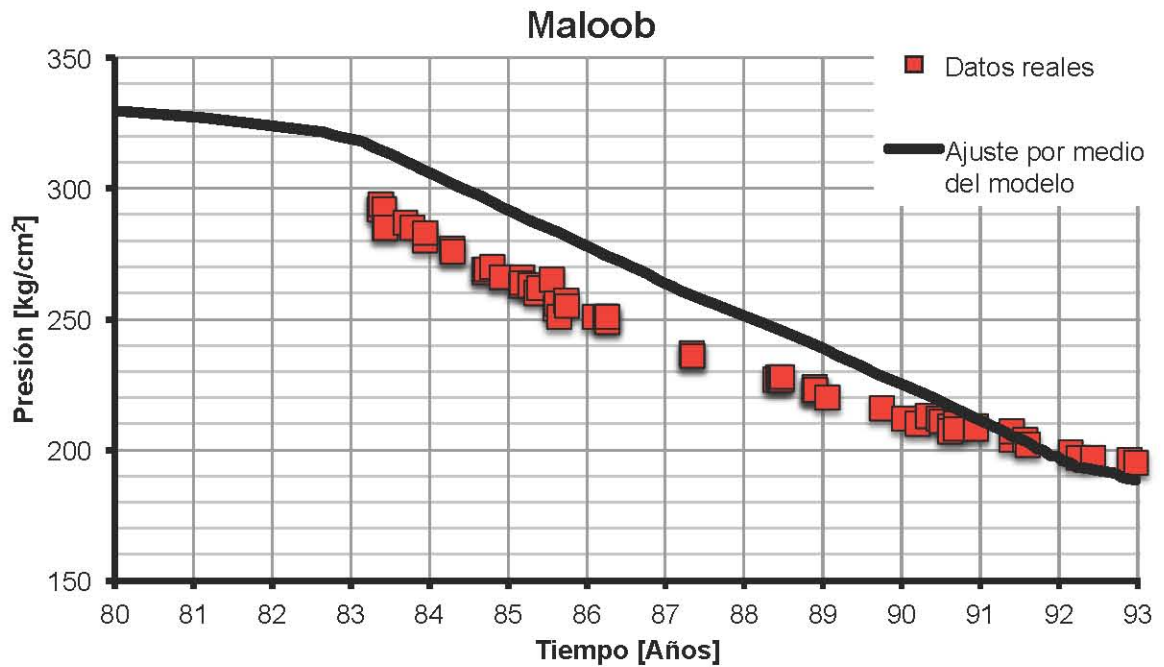
**Fig. 4.11 Declinación de la presión promedio del yacimiento Pol**



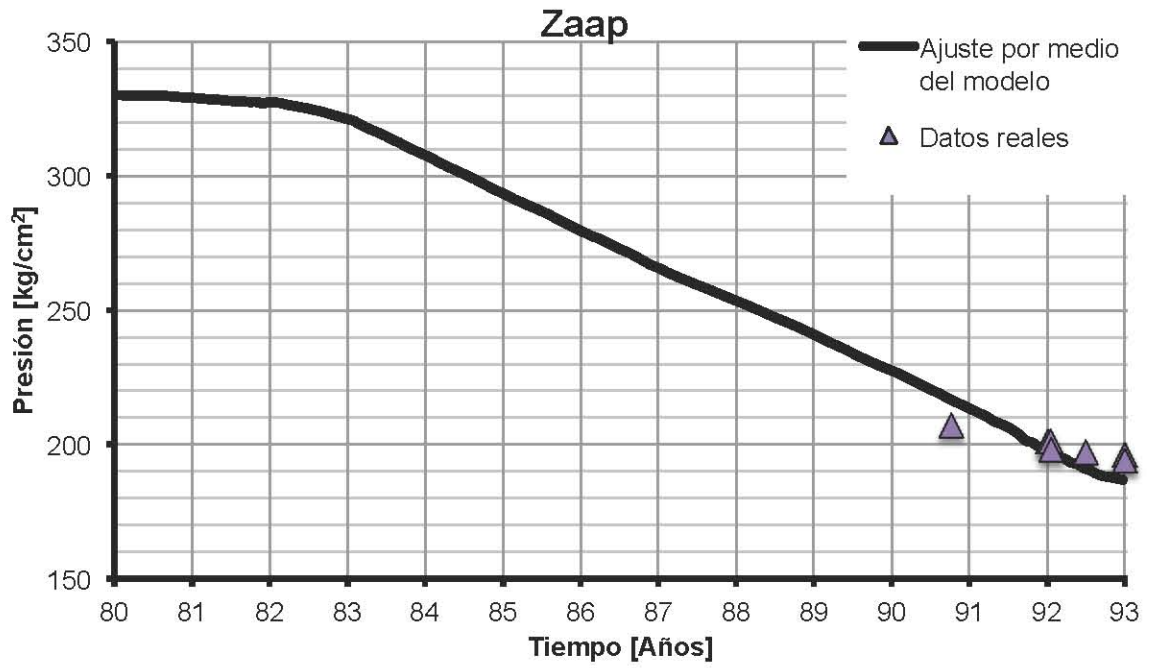
**Fig. 4.12 Declinación de la presión promedio del yacimiento Chuc**



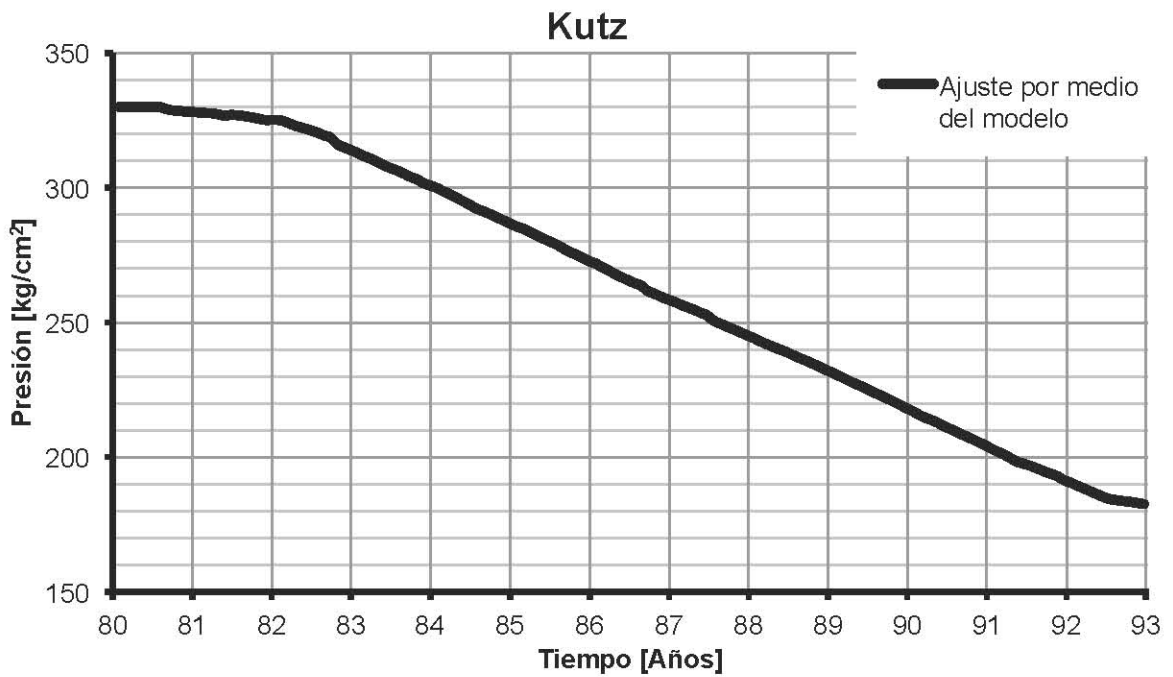
**Fig. 4.13** Declinación de la presión promedio del yacimiento Ixtoc



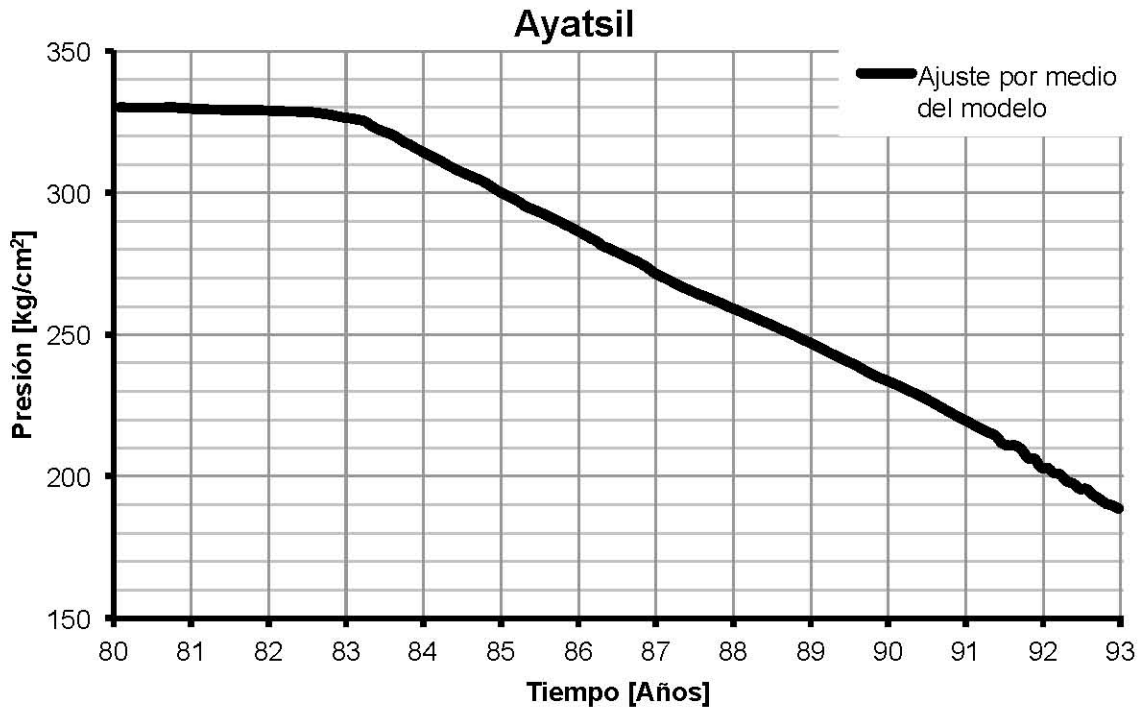
**Fig. 4.14** Declinación de la presión promedio del yacimiento Maloob



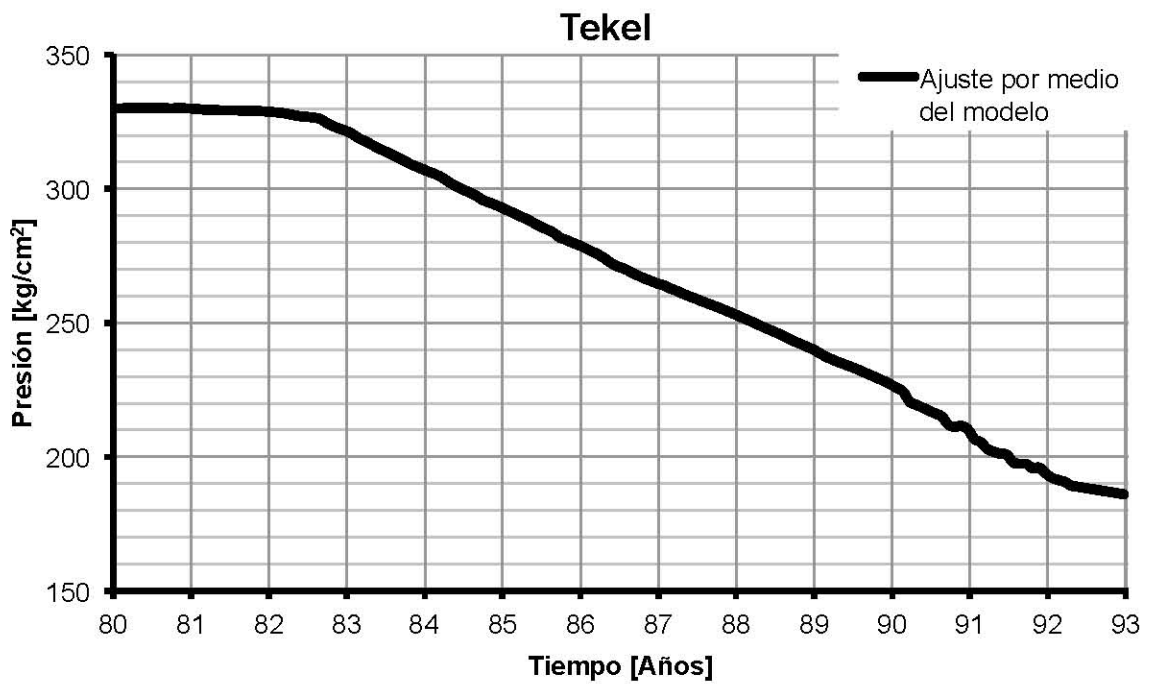
**Fig. 4.15** Declinación de la presión promedio del yacimiento Zaap



**Fig. 4.16** Declinación de la presión promedio del yacimiento Kutz



**Fig. 4.17 Declinación de la presión promedio del yacimiento Ayatsil**



**Fig. 4.18 Declinación de la presión promedio del yacimiento Tekel**

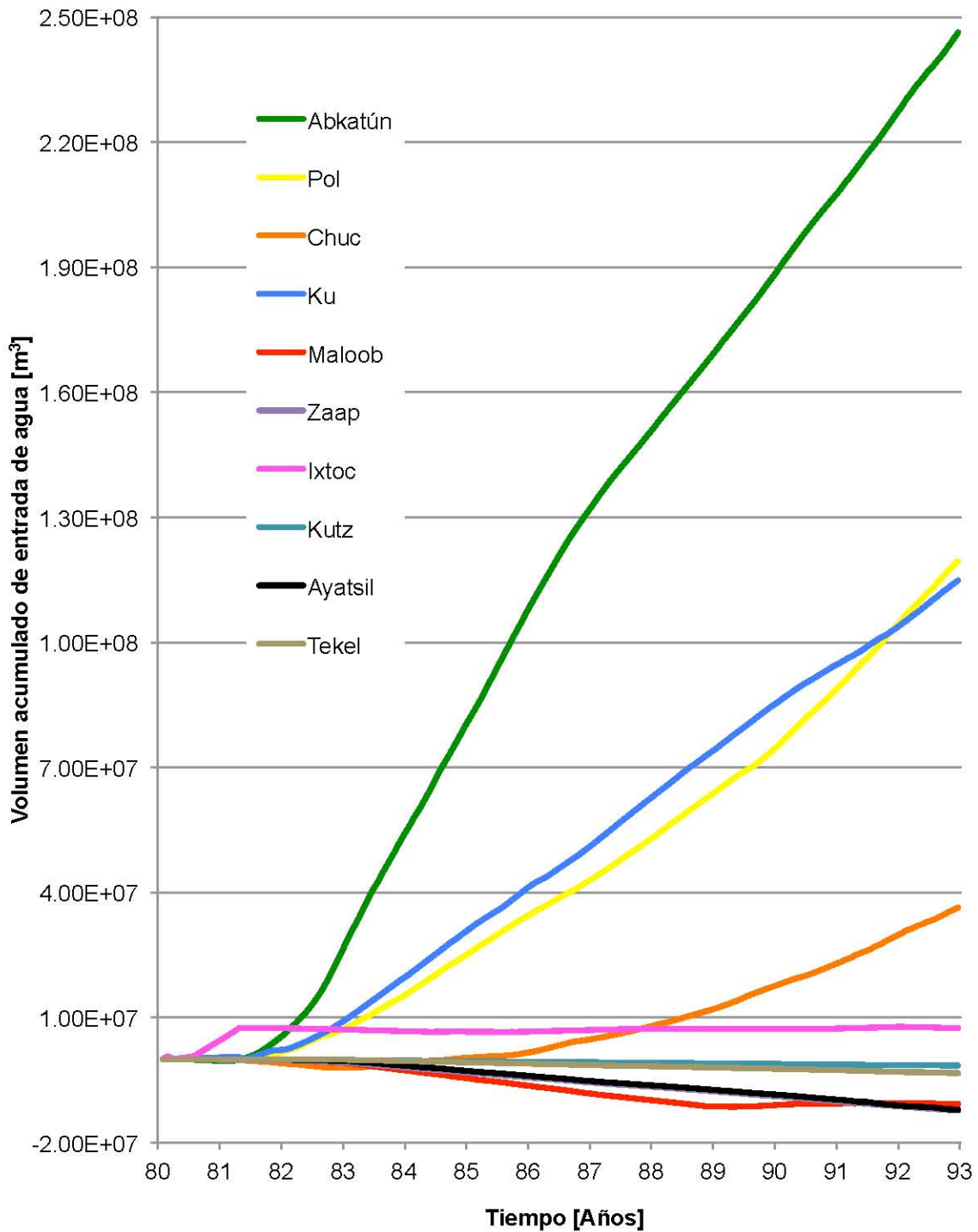


#### 4.4.3 Entrada de agua

En la Fig. 4.19 se muestra el volumen acumulado de entrada de agua para cada uno de los yacimientos del sistema, el rango varía desde  $-2.00E+7$  hasta  $2.50E+8$  m<sup>3</sup>.

Los campos Abkatún, Ku, Pol, Chuc e Ixtoc presentan valores positivos de entrada de agua, siendo Abkatún, el que registra el volumen acumulado de entrada de agua mayor, seguido por el campo Pol, que incrementó su producción en el año 1990, (Fig. 4.8), lo que también resultó en un aumento del volumen de entrada de agua al yacimiento, sobrepasando así, el volumen de entrada de agua al yacimiento Ku en 1991. En el caso del yacimiento Chuc el volumen de entrada de agua es inicialmente negativo mientras el campo se encuentra cerrado, y alcanza su valor mínimo en el momento en que comienza su explotación; el signo negativo indica que existe transferencia de fluidos del yacimiento hacia el acuífero debido a la expansión que los fluidos experimentan al caer la presión en el sistema y transmitirse a través del acuífero; al empezar la etapa de producción, se revierte el proceso y comienza la transferencia de fluidos del acuífero al yacimiento. En la Fig. 4.19 también se observa que el mecanismo de entrada de agua actúa en primera instancia en el campo Ixtoc, lo cual se explica, a través del descontrol ya señalado; el derrame de aproximadamente treinta millones de barriles provocó que el agua del acuífero entrará al yacimiento, alcanzando un volumen de entrada de agua cercano a los diez millones de m<sup>3</sup> en 1981, a partir de este año el volumen acumulado de entrada de agua se mantiene constante, lo cual significa que por ciertos períodos de tiempo existe transferencia de fluidos del yacimiento al acuífero y viceversa, las cuales coinciden con los periodos de apertura y cierre que ha tenido el campo. El campo Maloob presenta una tendencia negativa hasta 1989; año en que alcanza su valor mínimo y a partir del cual, el volumen de entrada de agua se mantiene prácticamente constante, indicando que comienza la entrada de agua al mismo. Zaap presenta valores negativos a lo largo de todo el periodo de estudio, debido a que su producción comienza hasta 1992; su periodo de producción es tan corto que no existe entrada de agua del acuífero al yacimiento; por lo tanto su producción proviene totalmente de la expansión de los fluidos y de la roca del yacimiento. Los yacimientos Kutz Ayatsil y Tekel no tienen producción durante el periodo de estudio; los yacimiento Kutz y Tekel poseen valores de  $V_{p}c_t$  pequeños comparados con el producto  $V_{p}c_t$  de Ayatsil (Tabla 4.6), por lo que el volumen de entrada de agua a los dos primeros es muy cercano a cero, es decir, que el intercambio de fluidos acuífero-

yacimientos y yacimientos-acuífero es mínimo; el campo Ayatsil por otro parte, registra un volumen acumulado de entrada de agua negativo y de magnitud superior al de todos los otros campos, lo que significa que transfiere fluidos del yacimiento al acuífero, contrarrestando su propia caída de presión y la del sistema.



**Fig. 4.19 Volumen acumulado de entrada de agua para los yacimientos del Bloque II**

#### 4.4.4 Índices de empuje

En esta sección se presenta una forma adicional de cuantificar la interferencia; se utiliza el concepto del índice de empuje discutido en el capítulo 2.

El modelo matemático objeto de esta tesis, considera que la energía natural de los yacimientos del sistema proviene únicamente de los propios yacimientos, del acuífero, y por último de los yacimientos vecinos que se encuentran asociados a través del acuífero; a continuación se listan los diferentes mecanismos de empuje provenientes de estas tres fuentes.

Los mecanismos de empuje que actúan en estos yacimientos son:

- Expansión del aceite con su gas disuelto
- Expansión del agua congénita y de la roca

Los mecanismos de empuje provenientes del acuífero son:

- Entrada de agua a los yacimientos (la cual resulta de la expansión del agua y compresibilidad del acuífero).

Los mecanismos de empuje correspondientes a los yacimientos vecinos, los cuales se transmiten su efecto (se relacionan con los otros yacimientos a través del acuífero) son:

- Expansión del aceite con su gas disuelto (yacimiento vecino)
- Expansión del agua congénita y roca (yacimiento vecino)

Para cuantificar el efecto total de los mecanismos de empuje establecidos, que actúan en un yacimiento determinado del conjunto que se localizan en un mismo acuífero, se utiliza la expresión siguiente:

$$\frac{V_p c_t \Delta p}{N_p B_o} = E_r, \dots \dots \dots (4.2)$$

donde:

$V_p$  = volumen poroso de cada yacimiento

$c_t$  = compresibilidad total de cada yacimiento

$\Delta p$  = caída de presión desde  $p_i$  hasta  $p$

$V_p c_t \Delta p$  = expansión del yacimiento debido a la caída de presión desde  $p_i$  hasta  $p$

$N_p$  = volumen de aceite producido medido a condiciones de yacimiento

$B_o$  = factor de volumen del aceite (promedio)

$N_p B_o$  = volumen acumulado de aceite producido a condiciones de yacimiento

$E_r$  = índice de empuje correspondiente al yacimiento

El modelo matemático de Rodríguez de la Garza y cols., considera que los yacimientos y el acuífero se encuentran a una misma presión inicial (330 kg/cm<sup>2</sup>, para este estudio); por tal razón, se utilizará esta presión como la presión inicial  $p_i$  para todos los yacimientos, y se utilizará la presión final calculada por medio del programa de cómputo como  $p$ , de esta forma, es que se toman en cuenta los efectos de interferencia en el sistema yacimientos-acuífero común.

Para cuantificar los mecanismos de empuje provenientes del acuífero y de los yacimientos vecinos transmitidos a través del acuífero se utiliza la expresión siguiente:

$$1 - E_r = E_a, \dots \dots \dots (4.3)$$

donde:

$E_a$  = Índice de empuje correspondiente al acuífero.

Ejemplo de cálculo:

La presión inicial del campo Ku y del sistema acuífero-yacimientos fue de 330 kg/cm<sup>2</sup> en enero de 1980; en diciembre de 1992, la presión del campo había disminuido a 183 kg/cm<sup>2</sup> y su volumen acumulado de aceite producido era de 740 millones de barriles (117 mmm<sup>3</sup>); con base en los resultados PVT se determinó un factor de volumen de 1.31 (Tabla 4.4), y además por medio del modelo se estimó su producto  $V_p c_t = 285,607 \text{ m}^3/(\text{kg}/\text{cm}^2)$ ; sustituyendo estos valores en la ecuación 4.2 se obtiene lo siguiente:

$$E_r = \frac{285,607 * (330 - 183)}{117,000,000 * 1.31} = 0.27, \dots \dots \dots (4.4)$$

$$E_r = 0.27$$

por lo tanto:

$$E_a = 0.73$$

El índice de empuje debido al yacimiento es igual a 0.27, mientras que el índice de empuje proveniente del propio acuífero y de la expansión de los yacimientos vecinos; transmitido a través del acuífero es igual a 0.73.

Se aplicó el mismo procedimiento para los otros seis yacimientos con producción en el periodo de estudio de esta tesis (excepto Kutz, Ayatsil y Tekel); los resultados se muestran en la Tabla 4.8; partir de los resultados obtenidos, se concluye que el mecanismo de empuje asociado al acuífero, debido a la entrada de agua, expansión del agua y roca del acuífero y de la energía proveniente expansión de los yacimientos vecinos transmitida a través del acuífero, es el más importante para los yacimientos Abkatún, Pol, Chuc y Ku.

Para el yacimiento Ixtoc se obtuvo un índice de empuje de 0.53, por lo que se concluye que el mecanismo por la expansión del aceite con su gas disuelto, del agua congénita y de la roca que conforman el yacimiento es el más importante.

**Tabla 4.9 Índices de empuje por campo considerando los efectos de interferencia**

Índice de empuje \ Campo	Abkatún	Pol	Chuc	Ku	Ixtoc
Yacimiento $E_r$	0.24	0.17	0.33	0.27	0.53
Acuífero $E_a$	0.76	0.83	0.67	0.73	0.47
Total	1	1	1	1	1

\*No se incluyen los yacimientos Maloob y Zaap.

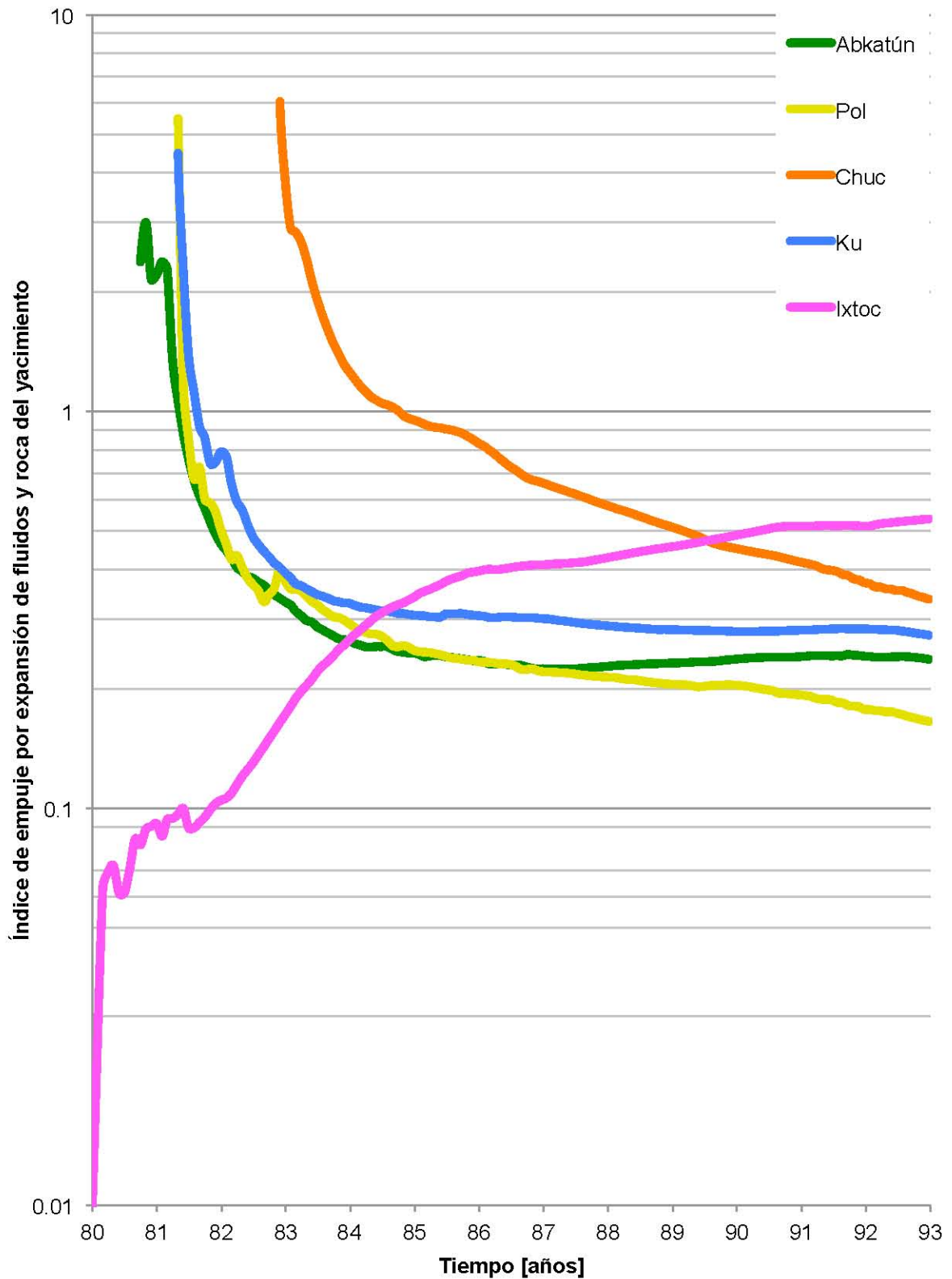
Para los yacimientos Maloob y Zaap se registraron índices de empuje mayores a uno, la razón física, es que todos los yacimientos del sistema se encuentran en comunicación hidráulica a través del acuífero, por lo que experimentan una caída de presión incluso antes de iniciar su etapa de explotación; principalmente debido a la producción de los otros campos; los campos Maloob y Zaap iniciaron su producción en 1988 y 1992 respectivamente; sin embargo, ya habían experimentado una caída de presión desde 330 kg/cm<sup>2</sup> hasta 292 y 207 kg/cm<sup>2</sup> respectivamente, periodo en el

que el abatimiento de la presión ocasionó la expansión de sus fluidos y la transferencia hacia el acuífero (indicado por el signo negativo del índice de empuje debido al acuífero); por lo tanto, se concluye que la expansión de los fluidos y de la roca que conforman los yacimientos Maloob y Zaap actúa como mecanismo de empuje de los propios yacimientos y de los yacimientos vecinos, a través del acuífero.

Adicionalmente se calcularon los índices de empuje para intervalos de tiempo menores (de forma mensual), obteniendo así; la curva que representa el comportamiento de los índices de empuje para los yacimientos Ku, Ixtoc, Abkatún, Pol y Chuc (Fig. 4.20); se observa que el yacimiento Ixtoc, es el único cuyo índice de empuje, debido a la expansión de los fluidos y roca del yacimiento comienza en cero, ya que el abatimiento de presión en el sistema comenzó realmente en el momento en que se produjo el descontrol del pozo Ixtoc-1; a partir de los resultados mostrados en la Fig. 4.20 se puede concluir que el volumen de aceite derramado proveniente de la energía del acuífero era del orden del 90%, mientras que la expansión del propio yacimiento suministraba el 10% restante.

Como resultado del abatimiento de presión en el sistema, se obtuvieron índices de empuje mayores a uno para los otros seis yacimientos, al momento del inicio de su explotación; los campos Abkatún, Pol, Chuc, Ku, presentan un comportamiento similar; se observa que el mecanismo de empuje por expansión de los propios yacimientos decrece conforme avanza el tiempo y se incrementan sus producciones, el cual es contrarrestado por la entrada de agua.

Para los campos Maloob y Zaap se obtuvieron índices de empuje mayores a uno a lo largo de todo el periodo de estudio; concluyéndose que su expansión sustenta totalmente su producción e incluso suministra energía al resto del sistema.



**Fig 4.20 Comportamiento de los índices de empuje, debidos a la expansión del aceite con su gas disuelto, agua congénita y roca de los yacimientos.**

# CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El propósito principal de esta tesis ha sido estudiar el modelo de Rodríguez, Samaniego y Cinco que describe la interferencia entre yacimientos localizados en un acuífero común; el modelo se utilizó para caracterizar el comportamiento de las presiones de un sistema acuífero-yacimientos en el Sureste de México, conformado por los campos Ku, Maloob, Zaa, Kutz, Ixtoc, Abkatún, Pol, Chuc, Ayatsil, Tekel y el acuífero que comparten; la caracterización del sistema se logró mediante un proceso de ensayo y error, en el que se modificaron parámetros petrofísicos de los yacimientos ( $V_{pC_t}$ ), y del acuífero ( $V_{pC_t}$ ,  $x_e$ ,  $y_e$ ,  $\eta_a$ ); con base en los resultados obtenidos en este estudio se pueden listar las conclusiones siguientes:

- 1) Se determinó que el comportamiento de las presiones de los yacimientos del sistema, esta en función, de la producción proveniente de los propios yacimientos, de la producción proveniente de los yacimientos vecinos; de sus términos de acumulación  $V_{pC_t}$ , del término de acumulación  $V_{pC_t}$  del acuífero, y de los términos de acumulación  $V_{pC_t}$  de los yacimientos que se encuentran asociados a través del acuífero; también se determinó que los efectos de interferencia, los cuales son transmitidos a través del acuífero, dependen principalmente de las dimensiones  $x_e$ ,  $y_e$  del acuífero, de la difusividad hidráulica  $\eta_a$  del acuífero y de la localización relativa de los yacimientos con respecto al acuífero y a los otros yacimientos.



- 2) Se obtuvieron valores estimados para los parámetros petrofísicos utilizados para caracterizar el sistema, los cuales se pueden tomar en cuenta para estudios futuros relacionados o no con la interferencia entre yacimientos; en este sentido, es posible determinar el volumen poroso de los yacimientos si se cuenta con buenas estimaciones para su compresibilidad total o viceversa; con el modelo también es posible determinar los parámetros petrofísicos del acuífero ( $V_p c_t$ ,  $\chi_e$ ,  $y_e$ ,  $\eta_a$ ), que generalmente se desconocen.
- 3) Se determinaron los índices de empuje correspondientes a las fuentes de energía naturales de los yacimientos y del acuífero; concluyendo que el empuje hidráulico es el mecanismo de empuje más importante en el sistema; el empuje hidráulico está compuesto por la entrada de agua; por la expansión del agua congénita y roca que conforman el acuífero; y por los efectos de interferencia que son transmitidos a través del acuífero, los cuales son causados por la expansión de los fluidos y de las formaciones de los yacimientos vecinos.
- 4) Es necesario que en los estudios de comportamiento de yacimientos de la Región Marina se consideren los efectos de interferencia en el sistema acuífero-yacimientos.
- 5) Se considera que por medio del modelo de Rodríguez de la Garza, Samaniego y Cinco se pueden ensayar diferentes estrategias de explotación; logrando así, seleccionar la alternativa que permita optimizar el factor de recuperación de yacimientos localizados en un acuífero común.

# NOMENCLATURA

$A$  = área,  $L^2$ ,  $m^2$

$c$  = compresibilidad de fluido,  $Lt^2/M$ ,  $(kg/cm^2)^{-1}$

$c_f$  = compresibilidad de la formación,  $Lt^2/M$ ,  $(kg/cm^2)^{-1}$

$c_t$  = compresibilidad total,  $Lt^2/M$ ,  $(kg/cm^2)^{-1}$

$E$  = índice de empuje, adimensional, fracción

$h$  = espesor,  $L$ ,  $m$

$I_r, J_r$  = número de celdas en el eje  $x$  y eje  $y$  yacimiento  $r$

$J$  = flujo másico,  $M/L^2t$

$k$  = permeabilidad,  $L^2$ ,  $md$

$p$  = presión,  $ML/t^2$ ,  $(kg/cm^2)$

$p_i$  = presión inicial,  $ML/t^2$ ,  $(kg/cm^2)$

$Q$  = fuente másica,  $M/L^3t$

$q$  = fuente,  $L/t$

$x, y$  = coordenadas del acuífero,  $L$ ,  $m$

$x_e, y_e$  = dimensiones del acuífero,  $L$ ,  $m$

$\alpha$  = coeficiente para los yacimientos de la Función de Green,  $t/L^2$ ,  $días/m^2$

$\beta$  = coeficiente para los pozos inyectores de la Función de Green,  $t$ ,  $días$

$\delta$  = función Delta de Dirac,  $L^{-2}$ ,  $1/m^2$

$\mu$  = viscosidad,  $M/Lt$ ,  $cp$

$\eta$  = difusividad hidráulica,  $L^2/t$ ,  $md(kg/cm^2)/cp$

$\phi$  = porosidad, fracción

$\Phi$  = término de potencial de la Ecuación de Darcy

$\tau$  = tiempo de la Función de Green,  $t$ ,  $días$

$G$  = Función de Green

$M$  = coordenadas de la Función de Green

$w$  = dominio de la Función de Green

## Subíndices y superíndices

$r$  = yacimiento

$a$  = acuífero

$k$  = nivel de tiempo

$i, j$  = subíndices de las celdas en los ejes  $x$  y  $y$  respectivamente

# REFERENCIAS

1. Bell, J.S. y Shepherd, J.M. 1951. Pressure Behavior in the Woodbine Sand. *J. Pet Tech* **3** (1): 19-28. SPE-951019-G. <http://dx.doi.org/10.2118/951019-G>.
2. BP. 2013. BP Statistical Review of World Energy, June 2013. [http://www.bp.com/content/dam/bp/pdf/statistical-review/statistical\\_review\\_of\\_world\\_energy\\_2013.pdf](http://www.bp.com/content/dam/bp/pdf/statistical-review/statistical_review_of_world_energy_2013.pdf) (descargado el 01 de marzo de 2014).
3. Bruce, W.A. 1943. An Electrical Device for Analyzing Oil-Reservoir Behavior. *Trans.*, AIME **151**: 112-124.
4. Bruce, W.A. 1951. A Study of the Smackover Limestone Formation and the Reservoir Behavior of Its Oil and Condensate Pools. *Trans.*, AIME **155**: 88-119.
5. Carter, R.D. y Tracy, G.W. 1960. An Improved Method for Calculating Water Influx. *Trans.*, AIME **219**: 415-417.
6. Comisión Nacional de Hidrocarburos. 2012. Dictamen del Proyecto de Explotación Chuc. CNH, México (mayo 2012). [http://www.cnh.gob.mx/docs/dictamenes/Dictamen\\_Proyecto\\_Explotacion\\_Chuc.pdf](http://www.cnh.gob.mx/docs/dictamenes/Dictamen_Proyecto_Explotacion_Chuc.pdf) (descargado el 10 de abril de 2014).
7. Craft, B.C. y Hawkins, M.F. 1991. *Applied Petroleum Reservoir Engineering*, second edition revised. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice Hall.
8. Dake, L.P. 1978. *Fundamentals of Reservoir Engineering*. Amsterdam: Elsevier Scientific.
9. Dake, L.P. 2001. *The Practice of Reservoir Engineering*, revised edition. Amsterdam: Elsevier.
10. Ezekwe, N. 2011. *Petroleum Reservoir Engineering Practice*. Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall.
11. Farlow, S. 1993. *Partial Differential Equations for Scientists and Engineers*. New York: Dover Publications.
12. Fetkovich, M.J. 1971. A Simplified Approach to Water Influx Calculations-Finite Aquifer Systems. *J. Pet Tech* **23** (7): 814-828. SPE-2603-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/2603-PA>.
13. Gringarten, A.C. y Ramey Jr., H.J. 1973. The Use of Source and Green's Functions in Solving Unsteady-Flow Problems in Reservoirs. *SPE J.* **13** (5): 285-296. SPE-3818-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/3818-PA>.

14. Havlena, D. y Odeh, A.S. 1963. The Material Balance as an Equation of a Straight Line. *J. Pet Tech* **15** (8): 896-900. SPE-559-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/559-PA>.
15. Havlena, D. y Odeh, A.S. 1964. The Material Balance as an Equation of a Straight Line—Part II, Field Cases. *J. Pet Tech* **16** (7): 815-822. SPE-869-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/869-PA>.
16. Holstein, E.D., ed. 2004. *Reservoir Engineering and Petrophysics*, Vol. V (B). Richardson, Texas: Petroleum Engineering Handbook, SPE.
17. Hurst, W. 1960. Interference Between Oil Fields. *Trans.*, AIME **219**: 175-192.
18. Lyons, W.C. 2010. *Working Guide to Reservoir Engineering*. Burlington, Massachusetts: Gulf Professional Publishing/Elsevier.
19. Mattax, C.C. y Dalton, R.L. 1990. *Reservoir Simulation*, Vol. 13. Richardson, Texas: Monograph Series, SPE.
20. Moore, W.D. y Truby Jr., L.G. 1952. Pressure Performance of Five Fields Completed in a Common Aquifer. *Trans.*, AIME **195**: 297-302.
21. Mortada, M. 1955. A Practical Method for Treating Oilfield Interference in Water-Drive Reservoirs. *Trans.*, AIME **204**: 217-226.
22. Mortada, M. 1960. Oilfield Interference in Aquifers of Non-Uniform Properties. *J. Pet Tech* **12** (12): 55-57. SPE-1507-G. <http://dx.doi.org/10.2118/1507-G>.
23. Mueller, T. y Witherspoon, P.A. 1965. Pressure Interference Effects Within Reservoirs and Aquifers. *J. Pet Tech* **17** (4): 471-474. SPE-1020-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/1020-PA>.
24. Ortuño Maldonado, E. 2012. Estudio de Distribución, Comportamiento y Magnitud de los Acuíferos del Cretácico en los Campos de la SPRMNE, APAPCh de la SPRMSO. Artículo presentado en el Congreso Mexicano del Petróleo, Ciudad de México, septiembre 9-14.
25. Paxman, D.S. y Havlena, D. 1966. Effects of Hydrodynamic Pressure Interference on Reservoir Performance, Buffalo Lake D-3 Pool. *J. Pet Tech* **18** (1): 23-30. SPE-1173-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/1173-PA>.
26. PEMEX. 1999. Hydrocarbon Reserves of Mexico, Vol. 2: Major Oil and Gas Fields. PEMEX, México.
27. PEMEX. 2013. Anuario Estadístico 2013. PEMEX, Dirección Corporativa de Finanzas, México, D.F. [http://www.pemex.com/acerca/informes\\_publicaciones/Documents/anuario\\_estadistico\\_2013/anuario-estadistico-2013\\_131014.pdf](http://www.pemex.com/acerca/informes_publicaciones/Documents/anuario_estadistico_2013/anuario-estadistico-2013_131014.pdf) (descargado el 01 de marzo de 2014).

28. PEMEX Exploración y Producción. 2013. Provincias Petroleras de México, versión 2.0, 2013. PEP, México. <http://www.cnh.gob.mx/rig/PDF/PROVINCIAS%20PETROLERAS.pdf> (descargado el 20 de marzo de 2014).
29. Rodríguez, F., Cinco-Ley, H. y Samaniego-V., F. 1988. Caracterización del Sistema Abkatún-Pol-Chuc-Acuífero a través de un Modelo Semianalítico. *Ingeniería Petrolera XXVIII* (10): 23-28.
30. Rodríguez, F., Samaniego-V., F. y Cinco-Ley, H. 1996. A Model for the Production Interference of Multiple Reservoirs Sharing a Common Aquifer. *SPE Advanced Technology Series* 4 (1): 38-43. SPE-26975-PA. <http://dx.doi.org/10.2118/26975-PA>.
31. Rumble, R.C., Spain, H.H. y Stamm III, H.E. 1951. A Reservoir Analyzer Study of the Woodbine Basin. *J. Pet Tech* 3 (12): 331-340. SPE-122-G. <http://dx.doi.org/10.2118/122-G>.
32. Santana Noriega, J.M. 2009. Reducción de la Saturación de Aceite Remanente en Núcleos de la RMSO Invasados por Agua, Mediante la Inyección de un Surfactante y Nitrógeno. Tesis de Maestría, Universidad Nacional Autónoma de México, Programa de Maestría y Doctorado en Ingeniería, México, D.F.
33. Satter, A. y Thakur, G.C. 1994. *Integrated Petroleum Reservoir Management: A Team Approach*. Tulsa, Oklahoma: PennWell Books.
34. Schilthuis, R.J. 1936. Active Oil and Reservoir Energy. *Trans., AIME* 118: 33-52.
35. Secretaría de Energía. 2014. Sistema de Información Energética. <http://sie.energia.gob.mx/> (fecha de acceso 21 de abril de 2014).
36. Smith, C.R., Tracy, G.W. y Farrar, R.L. 1992. *Applied Reservoir Engineering*. Tulsa, Oklahoma: OGCI Publications.
37. Stewart, J. 2013. *Cálculo*, séptima edición. México: Cengage Learning.
38. U.S. Energy Information Administration. 2014. Petroleum & Other Liquids. <http://www.eia.gov/petroleum/> (fecha de acceso 21 de abril de 2014).
39. van Everdingen, A.F. y Hurst, W. 1949. The Application of the Laplace Transformation to Flow Problems in Reservoirs. *J. Pet Tech* 1 (12): 305-324. SPE-949305-G. <http://dx.doi.org/10.2118/949305-G>.
40. van Everdingen, A.F., Timmerman, E.H. y McMahon, J.J. 1953. Application of the Material Balance Equation to a Partial Water-Drive Reservoir. *J. Pet Tech* 5 (2): 51-60. SPE-229-G. <http://dx.doi.org/10.2118/229-G>.
41. Woods, R.W. y Muskat, M. 1945. An analysis of Material-Balance Calculations. *Trans., AIME* 160: 124-139.

## FUNCIONES DE GREEN

Las funciones de Green se definen como la solución de una ecuación diferencial parcial para la cual existen fuentes y condiciones de frontera específicas; la función de Green también es conocida como la solución fundamental de una ecuación diferencial parcial.

Las funciones de Green se utilizan para resolver problemas de flujo en el medio poroso, en este contexto las fuentes representan acuíferos, yacimientos o pozos productores e inyectores, los cuales pueden tener diferentes geometrías: un punto, línea, plano o volumen; por convención la salida de fluidos del yacimiento se considera positiva y la entrada negativa. La función de Green para el flujo de fluidos en el medio poroso, se define como la función que permite evaluar la presión en un punto  $M(x, y)$  a un tiempo determinado debido a una fuente instantánea de impulso unitario generada en un punto  $M'(x', y')$  en un tiempo  $\tau < t$ . Si la función de Green se define como  $G(M, M', t - \tau)$ , entonces la expresión que permite calcular la caída de presión en un cierto punto a un tiempo determinado debido a una fuente ubicada en otro punto es:

$$\Delta p(M, t) = \frac{1}{\phi c_t} \int_0^t \int_{\Gamma_w} q(M', \tau) G(M, M', t - \tau) dM'_w d\tau, \dots \dots \dots (A.1)$$

donde:

$q$  es el gasto de producción instantáneo y el término  $\int_{\Gamma_w} G(M, M', t - \tau) dM'_w$  representa la distribución instantánea de los puntos fuente en una longitud, superficie o volumen y su solución es la función fuente instantánea.

La ecuación A.1 se puede reescribir como:

$$\Delta p(M, t) = \frac{1}{\phi c_t} \int_0^t \int_0^{x_e} \int_0^{y_e} q(x', y', \tau) G(x, x', y, y', t - \tau) dx' dy' d\tau \dots \dots \dots (A.2)$$

En 1973 Gringarten y Ramey publicaron las expresiones correspondientes a las funciones fuente instantáneas (Green), para resolver problemas de flujo con diferentes geometrías y condiciones de frontera. La Tabla A.1 presenta las funciones de Green principales que se incluyen en este artículo.

**Tabla A.1 Funciones de Green para diferentes geometrías y condiciones de frontera (Gringarten y Ramey, 1973)**

TABLE 3.2—BASIC INSTANTANEOUS SOURCE FUNCTIONS <sup>13</sup>	
Infinite Reservoirs	
I. Infinite-Plane Source	$\frac{1}{2\sqrt{\pi\eta_x(t-\tau)}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2}{4\eta_x(t-\tau)}\right]$
II. Infinite-Line Source	$\frac{1}{4\pi\sqrt{\eta_x\eta_y}(t-\tau)} \exp\left[-\frac{(x-x')^2/\eta_x + (y-y')^2/\eta_y}{4(t-\tau)}\right] \text{ or}$ $\frac{1}{4\pi\eta_r(t-\tau)} \exp\left[-\frac{d^2}{4\eta_r(t-\tau)}\right] \text{ where } d^2 = (x-x')^2 + (y-y')^2$ $d^2 = r^2 + r'^2 - 2rr'\cos(\theta - \theta')$
III. Point Source	$\frac{1}{8\sqrt{\eta_x\eta_y\eta_z}[\pi(t-\tau)]^{3/2}} \exp\left[-\frac{(x-x')^2/\eta_x + (y-y')^2/\eta_y + (z-z')^2/\eta_z}{4(t-\tau)}\right]$
IV. Infinite-Slab Source	$\frac{1}{2} \left[ \operatorname{erf} \frac{x_p + (x-x')}{2\sqrt{\eta_x(t-\tau)}} + \operatorname{erf} \frac{x_p - (x-x')}{2\sqrt{\eta_x(t-\tau)}} \right] \text{ where } \operatorname{erf}(z) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^z \exp(-u^2) du$
Infinite-Plane Sources in Infinite-Slab Reservoirs	
V. Closed Boundaries	$\frac{1}{x_e} \left\{ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\eta_x(t-\tau)}{x_e^2}\right] \cos \frac{n\pi x'}{x_e} \cos \frac{n\pi x}{x_e} \right\}$
VI. Constant-Pressure Boundaries	$\frac{2}{x_e} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\eta_x(t-\tau)}{x_e^2}\right] \sin \frac{n\pi x'}{x_e} \sin \frac{n\pi x}{x_e}$
VII. Mixed Boundaries	$\frac{2}{x_e} \sum_{n=1}^{\infty} \exp\left[-\frac{(2n+1)^2\pi^2\eta_x(t-\tau)}{x_e^2}\right] \cos \frac{(2n+1)\pi x'}{x_e} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{x_e}$
Infinite-Slab Sources in Infinite-Slab Reservoirs	
VIII. Closed Boundaries	$\frac{2x_p}{x_e} \left\{ 1 + \frac{2x_e}{\pi x_p} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\eta_x(t-\tau)}{x_e^2}\right] \sin \frac{n\pi x_p}{x_e} \cos \frac{n\pi x'}{x_e} \cos \frac{n\pi x}{x_e} \right\}$
IX. Constant-Pressure Boundaries	$\frac{4}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \exp\left[-\frac{n^2\pi^2\eta_x(t-\tau)}{x_e^2}\right] \sin \frac{n\pi x_p}{x_e} \sin \frac{n\pi x'}{x_e} \sin \frac{n\pi x}{x_e}$
X. Mixed Boundaries	$\frac{8}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1} \exp\left[-\frac{(2n+1)^2\pi^2\eta_x(t-\tau)}{x_e^2}\right] \sin \frac{(2n+1)\pi x_p}{2x_e} \cos \frac{(2n+1)\pi x'}{x_e} \cos \frac{(2n+1)\pi x}{x_e}$

Para aplicar el método de las funciones de Green al problema de flujo de fluidos en el acuífero, se debe recordar que el acuífero compartido por los yacimientos del Bloque II, se representa arealmente en dos dimensiones, con espesor constante y

fronteras impermeables. Para obtener la solución o función fuente instantánea para un sistema en dos dimensiones con fronteras impermeables y una superficie fuente (yacimientos), es necesario utilizar el método de imágenes que es una aplicación del principio de superposición, el cual establece que si las funciones  $f_1$  y  $f_2 \dots f_n$  son soluciones linealmente independientes de una ecuación diferencial parcial lineal y  $c_1$  y  $c_2$  son dos constantes arbitrarias, entonces  $f_3 = c_1 f_1 + c_2 f_2$  es también una solución para la ecuación diferencial parcial, a partir de este método se obtiene la solución al problema de flujo en el acuífero, cuyas fuentes se representan a través de planos.

$$\Delta p(x, y, t) = C_1 \frac{x_e x_e}{(V_p c_t)_a} \int_0^t \int_0^{x_e} \int_0^{y_e} q_a(x', y', \tau) G(x, y, x', y', t - \tau) dy' dx' d\tau \dots (A.3)$$

De la Tabla A.1 se obtiene la función de Green para el sistema acuífero-yacimientos:

$$\begin{aligned} G(x, y, x', y', t - \tau) &= \frac{1}{x_e y_e} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{\left( \frac{n\pi}{x_e} \right)^2 \frac{\eta_a}{C_1} (t-\tau)} \cos\left( \frac{n\pi x'}{x_e} \right) \cos\left( \frac{n\pi x}{x_e} \right) \right] \\ &* \left[ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{\left( \frac{m\pi}{y_e} \right)^2 \frac{\eta_a}{C_1} (t-\tau)} \cos\left( \frac{m\pi y'}{y_e} \right) \cos\left( \frac{m\pi y}{y_e} \right) \right] \dots \dots \dots (A.4) \end{aligned}$$

Sustituyendo en la ecuación A.3 el término para la entrada de agua  $q_a(x', y', \tau)$  expresado por la ecuación 3.56, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta p(x, y, t) &= C_1 \frac{X_e Y_e}{(V_p c_t)_a} \int_0^t \int_0^{x_e} \int_0^{y_e} \sum_{r=1}^{nr} \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^{I_r} \sum_{j=1}^{J_r} q_{er,i,j}^k \Delta H_{r,i,j}(x, y) \Delta H_k(t) \\ &- \sum_{w=1}^{nw} \sum_{k=1}^K q_{in,j}^k \delta(x - x_w, y - y_w) \Delta H_k(t) \\ &* \left\{ \frac{1}{x_e y_e} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{\left( \frac{n\pi}{x_e} \right)^2 \frac{\eta_a}{C_1} (t-\tau)} \cos\left( \frac{n\pi x'}{x_e} \right) \cos\left( \frac{n\pi x}{x_e} \right) \right] \right. \\ &* \left. \left[ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{\left( \frac{m\pi}{y_e} \right)^2 \frac{\eta_a}{C_1} (t-\tau)} \cos\left( \frac{m\pi y'}{y_e} \right) \cos\left( \frac{m\pi y}{y_e} \right) \right] \right\} dy' dx' d\tau \dots \dots \dots (A.5) \end{aligned}$$



La Ec. A.5 se simplificó con el uso de coeficientes, en los que se agruparon los términos correspondientes a las diferentes fuentes,  $\alpha_{i,j}^k$  para los yacimientos y  $\beta_w^k$  para los pozos inyectores.

Yacimientos:

$$\alpha_{i,j}^k(x, y, t) = C_1 x_e y_e \int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_{y_{i-1}}^{y_i} G(x, y, x', y', t - \tau) dy' dx' d\tau, \dots \dots (A.6)$$

$$\alpha_{i,j}^k(x, y, t) = C_1 x_e y_e \int_{t_{k-1}}^{t_k} \int_{x_{i-1}}^{x_i} \int_{y_{i-1}}^{y_i} \frac{1}{x_e y_e} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{\left( \frac{(n\pi)^2 \eta_a}{C_1} (t-\tau) \right) \cos\left( \frac{n\pi x'}{x_e} \right) \cos\left( \frac{n\pi y}{y_e} \right)} \right] \\ * \left[ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{\left( \frac{(m\pi)^2 \eta_a}{C_1} (t-\tau) \right) \cos\left( \frac{m\pi y'}{y_e} \right) \cos\left( \frac{m\pi y}{y_e} \right)} \right] dy' dx' d\tau, \dots \dots \dots (A.7)$$

Pozos inyectores:

$$\beta_w^k(x, y, t) = C_1 x_e y_e \int_{t_{k-1}}^{t_k} G(x, y, x_w, y_w, t - \tau) d\tau, \dots \dots \dots (A.8)$$

$$\beta_w^k(x, y, t) = C_1 x_e y_e \int_{t_{k-1}}^{t_k} \frac{1}{x_e y_e} \left[ 1 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{\left( \frac{(n\pi)^2 \eta_a}{C_1} (t-\tau) \right) \cos\left( \frac{n\pi x'}{x_e} \right) \cos\left( \frac{n\pi y}{y_e} \right)} \right] \\ * \left[ 1 + 2 \sum_{m=1}^{\infty} e^{\left( \frac{(m\pi)^2 \eta_a}{C_1} (t-\tau) \right) \cos\left( \frac{m\pi y'}{y_e} \right) \cos\left( \frac{m\pi y}{y_e} \right)} \right] d\tau, \dots \dots \dots (A.9)$$

La solución final al problema de flujo en el acuífero, obtenida por medio del método de las funciones de Green, se presenta en el texto principal por medio de la ecuación 3.57.

# OTROS VALORES PARA LOS PARÁMETROS PETROFÍSICOS OBTENIDOS POR MEDIO DEL MODELO

Rodríguez de la Garza y cols., caracterizaron el mismo acuífero que el estudiado en esta tesis (1988); tomando en cuenta únicamente tres de los veinte yacimientos comprendidos en el Bloque II (Abkatún, Pol y Chuc). Por otro lado, en los intentos primeros para caracterizar el sistema acuífero-yacimientos descrito en esta tesis, no se incluyó a los yacimientos Ayatsil y Tekel, y tampoco se consideró el efecto de la inyección de agua a los campos Abkatún, Pol y Chuc de la prueba piloto (1985-1988), ni del proceso de recuperación secundaria que inicio en 1991.

En las Tablas B.1 y B.2 se muestran los valores de los parámetros petrofísicos del acuífero y de los yacimientos, resultantes de las caracterizaciones ya señaladas.

**Tabla B.1 Valores obtenidos previamente para los parámetros petrofísicos del acuífero del Bloque II**

	Acuífero	
	*Tesis	Rodríguez y cols.
<b>A (km<sup>2</sup>)</b>	1,440	582
<b>V<sub>p</sub>c<sub>t</sub> [m<sup>3</sup>/(kg/cm<sup>2</sup>)]</b>	1,877,414	1,585,214
<b>η<sub>a</sub> [md*(kg/cm<sup>2</sup>)/cp]</b>	198,000,000	30,000,000
<b>kh (md*m)</b>	255,000	36,720
<b>k (md)</b>	850	-

**Tabla B.2 Valores obtenidos previamente para el producto  $V_p c_t$  de los yacimientos del Bloque II**

	$V_p c_t$ $m^3/(kg/cm^2)$	
	<b>*Tesis</b>	<b>Rodríguez y cols.</b>
<b>Abkatún</b>	491,676	596,117
<b>Pol</b>	175,631	175,618
<b>Chuc</b>	131,158	95,336
<b>Ku</b>	201,784	-
<b>Maloob</b>	140,675	-
<b>Zaap</b>	84,954	-
<b>Ixtoc</b>	25,184	-
<b>Kutz</b>	11,357	-

\* No se incluyeron los yacimientos Ayatsil y Tekel, ni la inyección de agua.