



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
INGENIERÍA EN SISTEMAS - INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES

TRAZA ÓPTIMA DE RUTAS DE PATRULLAS EN LA DELEGACIÓN COYOACÁN

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
GLORIA RAMÍREZ ROMERO

TUTOR PRINCIPAL  
DRA. HÉRICA SÁNCHEZ LARIOS, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. JUNIO, 2014



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

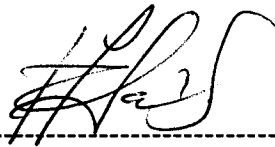
El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: M.I. Fuentes Zenón Arturo  
Secretario: Dr. Aceves García Ricardo  
Vocal: Dra. Sánchez Larios Hérica  
1 er. Suplente: Dr. Guillén Burguete Servio Tulio  
2 d o. Suplente: M.I. Rivera Colmenero José Antonio

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO, FACULTAD DE  
INGENIERÍA

**TUTOR DE TESIS:**



---

Dra. Hérica Sánchez Larios



## Agradecimientos

A mis profesores por la formación.

A mis compañeros y amigos por su apoyo y compañía.

A mi mamá y abuela por su amor incondicional.

A Antonio Miralles Escobar por su amor y ayuda para mejorar el rumbo de mi vida.

A mi tutora por sus conocimientos y apoyo.

M.I. Leonardo Bañuelos Saucedo por su ayuda, apoyo y consejos desde 1997.

Dr. Ricardo Aceves García por sus conocimientos, apoyo, confianza y paciencia.

A la Universidad Nacional Autónoma de México.



---

## Contenido

Resumen .....	1
Introducción.....	2
1 Planteamiento del problema .....	4
1.1 Objetivo general .....	9
1.2 Objetivos particulares .....	9
2 Estado del arte.....	10
3 Marco de referencia.....	13
3.1 Conceptos básicos.....	13
3.1.1 Modelos de localización.....	13
3.1.2 Funciones distancia.....	14
3.1.3 Complejidad computacional.....	15
3.2 Problemas de cobertura (Covering Problems).....	16
3.3 Modelos de localización con optimación determinísticos .....	20
3.4 Problemas de localización de servicios de emergencia .....	22
3.5 Modelos de localización-distribución de servicios (location-allocation) .....	26
3.5.1 Servidores.....	26
3.5.2 Ubicaciones .....	27
3.5.3 Clientes o puntos de demanda .....	27
3.5.4 Modelo de localización-distribución .....	27
4 Solución del problema.....	29
4.1 Recopilación de datos .....	29
4.2 Ajuste y filtro de datos.....	32



---

4.2.1	Estimación de tiempos y distancias de recorrido .....	35
4.3	Seccionamiento de información (división principal).....	35
4.3.1	Subdivisión con base en Sule (2001).....	38
4.4	Solución por secciones.....	39
4.4.1	Ubicación de centros ficticios .....	39
4.4.2	Ordenamiento de puntos de demanda.....	41
4.5	Proceso iterativo .....	42
4.6	Generación de las rutas .....	42
5	Resultados, conclusiones y referencias .....	43
5.1	Resultados .....	43
5.2	Conclusiones.....	48
5.3	Referencias .....	49
Anexo 1	.....	52



## Resumen

En las delegaciones del D.F. se cuenta con seguridad pública basada en módulos de seguridad que no cuentan con el personal necesario, ni con el equipamiento para acudir al lugar de los incidentes en un tiempo cercano a los 5 minutos. Por otro lado se cuenta con patrullas sin rutas determinadas que difícilmente se ubican a la distancia adecuada para acudir en auxilio de los habitantes. Un buen escenario sería tener una patrulla lo suficientemente cerca de cada vivienda como para llegar en 5 minutos o menos, además de mantenerse en movimiento como protección preventiva.

En esta tesis se presenta una estrategia para determinar las trazas de los caminos de recorrido que deben seguir las patrullas en un área urbana, en específico en la Delegación Coyoacán.

La metodología se basa en la ubicación de centros (de despacho) para cada una de las rutas a seguir, que se puede comparar con la localización de centros de distribución con el objetivo de abarcar la totalidad de la demanda (o peticiones de servicio) con la menor cantidad de centros, garantizando la menor cantidad de patrullas asignadas a seguir las rutas finales.

Dada la gran cantidad de puntos de demanda, el problema abordado resulta ser demasiado complejo para su resolución por los métodos convencionales, de tal forma que se propone una estrategia que reduce la cantidad de valores dato, dadas las proximidades geográficas para su resolución.

La ubicación de dichos centros debe estar localizada en un punto tal que la distancia a cualquier punto de su periferia cumpla con la norma internacional de respuesta igual o menor a cinco minutos de traslado al lugar desde donde se solicite la patrulla.

Se determinan las rutas de las patrullas con ayuda de un software para Sistemas de Información Geográfica, trazando así las calles que se ubiquen lo más alejado posible, con la condición del tiempo de traslado desde el centro de cada patrulla.

Los resultados obtenidos muestran rutas que no son excluyentes entre sí que, además, permiten que a pesar de tener una patrulla ocupada en un incidente, se tenga una de respaldo.



## Introducción

La seguridad pública en áreas urbanas es uno de los problemas más importantes y que requieren estrategias, tanto en la prevención como en una rápida respuesta y solución de incidentes, por lo que los gobiernos invierten muchos recursos en ella; en países en vías de desarrollo ha aumentado la necesidad de establecer metodologías y estrategias que permitan optimizar tales recursos.

“La investigación de operaciones ha sido aplicada de manera extensa en áreas tan diversas como manufactura, transporte, construcción, telecomunicaciones, planeación financiera, cuidado de la salud, fuerzas armadas y servicios públicos” (Hillier 2010).

Entre las características principales de la investigación de operaciones es que intenta encontrar solución óptima con el uso de modelos y estrategias que permiten utilizar recursos con necesidades específicas y cumpliendo con las restricciones del sistema.

Los modelos de localización de servicios son un claro ejemplo de la optimización que permite, plantear un objetivo como maximizar el beneficio o minimizar el costo, limitado por las condiciones del problema. En el caso de la seguridad pública los recursos con los que se cuenta son patrullas y el personal que las opera, y las condiciones que debe cumplir dependen de la población a la que se va a prestar el servicio, incluyendo su ubicación geográfica y sus líneas de acceso.

"¿En qué momento debería estar una patrulla en una esquina específica, o mejor aún, dónde debería estar cada patrulla en algún momento del día para reducir la criminalidad en el área de estudio?" preguntan Marianov y ReVelle (1996), como ejemplo de la aplicación que tiene la localización de servicios de emergencia.

En la actualidad existen trabajos que han propuesto solución, a la necesidad de tener a una considerable cercanía los servicios de emergencia, tales como: Saladin (1980) con patrullas; Baker (1989), Marianov (1996), Brotcorne (2003) y Gendreau (2006) con ambulancias y Galvao (2008) con servicios médicos. Sin embargo en el área de vigilancia sólo se han





establecido pocas soluciones, respecto a la proximidad de las patrullas dado el origen de los incidentes con base en patrullaje continuo.

A pesar de contar con módulos de atención, donde se encuentra el personal de seguridad, es conveniente que constantemente las patrullas realicen rondas para prevenir la delincuencia, de tal forma que, resulta necesario contar con rutas de patrullaje que a su vez cumplan con la cercanía a los incidentes.

En consecuencia, en esta tesis se propone una estrategia para determinar la traza de las rutas a seguir por las patrullas en la Delegación Coyoacán, con el objetivo de cumplir con los llamados de la población y haciendo uso de la menor cantidad de patrullas.

La estructura de este trabajo es: en el capítulo uno se presenta el planteamiento del problema con sus antecedentes y características específicas de la delegación, en el capítulo dos se presentan algunos trabajos que han establecido los antecedentes, en el tercer capítulo se muestra el marco de referencia, y en el capítulo cuatro se presenta la solución del problema, para finalmente presentar los resultados y conclusiones en el capítulo 5.



## 1 Planteamiento del problema

En México y en específico en la Ciudad de México, la delincuencia ha ido en aumento a lo largo de los últimos años. La Secretaría de Seguridad Pública del Distrito Federal ha invertido en tecnología durante las últimas administraciones, un ejemplo de ello es la creación de la SEDEPOL (Sala de Evaluación de Desempeño Policial) entre otras, lo que permite pensar que se puede invertir en un proyecto como el que aquí se presenta.

La Secretaría de Seguridad Pública del Distrito Federal (SSPDF) es una dependencia de la Secretaría de Seguridad Pública (SSP) y ha dividido la ciudad, de lo general a lo particular, de la siguiente manera:

- 5 zonas: Centro, Sur, Oriente, Poniente y Norte
- 15 regiones
- 74 Sectores
- 865 cuadrantes

La SSPDF tiene una organización policial de la siguiente estructura:

- Tránsito.- salvaguardan la vialidad, seguridad, integridad y bienestar de la ciudadanía. Es un escuadrón motorizado de seguridad vial.
- Policía auxiliar.- También es conocida como policía complementaria que protege la integridad física de las personas y sus bienes, mantienen el orden público y auxilian a la población en caso de siniestro. Tiene entre sus programas la policía de proximidad.
  - Policía de proximidad.- conocidos como “policieitos” con disponibilidad las 24 hrs, con el objetivo de ser el primer vínculo con la ciudadanía. Combaten delitos como el robo a transeúnte y a casa habitación.
- Policía bancaria e industrial.- Proporcionan servicios de seguridad privada a empresas e instituciones públicas y privadas, mediante la suscripción de contratos y a costa de los solicitantes.



- Agrupamientos.- Existen seis agrupamientos: a caballo que se dedica a evitar asentamientos irregulares y apoyar en eventos masivos; el agrupamiento acrobático dedicado a presentaciones nacionales e internacionales; el agrupamiento ambiental que cuenta con ocho patrullas y 44 caballos para vigilar la zona de conservación ecológica, además de un helicóptero; el agrupamiento femenino enfocado a la vigilancia de escuelas, recuperar espacios públicos y promover una cultura ciudadana de autoprotección; el agrupamiento de fuerza de tarea cuyas funciones son combatir el terrorismo, negociar la liberación de rehenes, evitar atentados, entre otras y final mente el agrupamiento de granaderos que se dedica al control de multitudes, eventos deportivos , culturales y religiosos.
- Estado mayor policial.- trabaja en coordinación con el Secretario de Seguridad Pública
- Cóndores.- escuadrón de helicópteros

La policía auxiliar a bordo de patrullas es la encargada de responder a llamadas ciudadanas, y en específico las generadas por casas habitación, pequeños negocios y centros educativos, entre otros. Elementos de la policía de proximidad también acude ante incidentes de esta índole, siendo estos 2,400 policías que se transportan en bicicleta, que atienden las peticiones de la ciudadanía desde los 409 módulos de seguridad. Adicionalmente están en operación 8,000 cámaras de video-vigilancia (de las 10,000 propuestas en el “Proyecto Bicentenario”)

La Delegación Coyoacán tiene una extensión aproximada de 53.62 [km<sup>2</sup>] y tiene 620,416 habitantes. En la actualidad cuenta con 46 módulos de seguridad como los que se muestran en la Figura 1.1 y cuya distribución se puede observar en la Figura 1.2. Los “policiletos”, que son sus principales elementos de respuesta, se desplazan a una velocidad promedio de 30 [km/h] con lo que se cubren las calles de esta delegación como se muestran en la Figura 1.3.



Figura 1.1 Módulos de seguridad

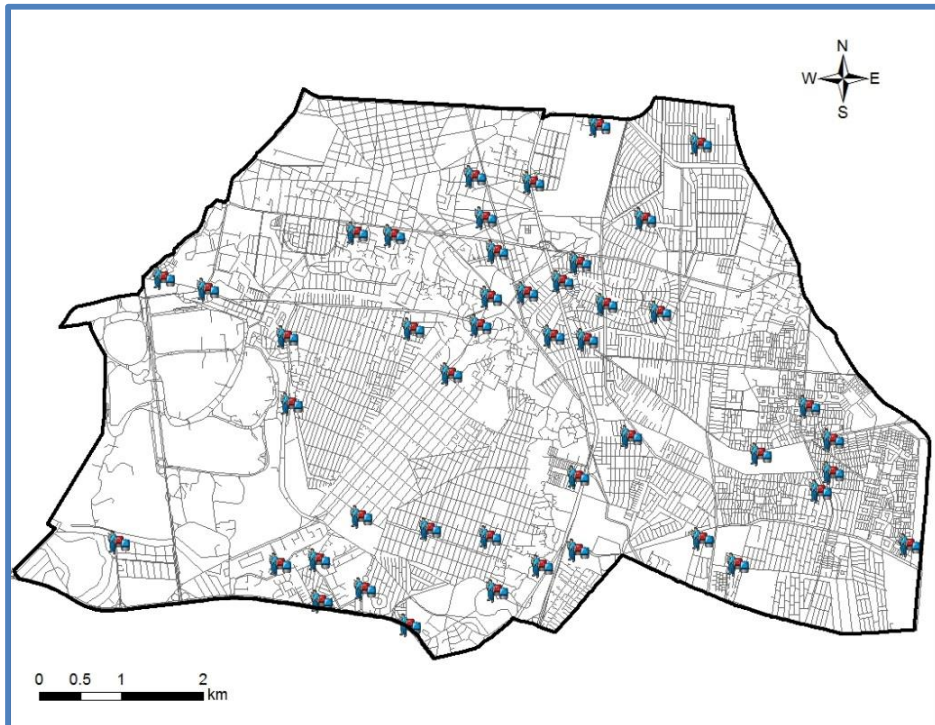
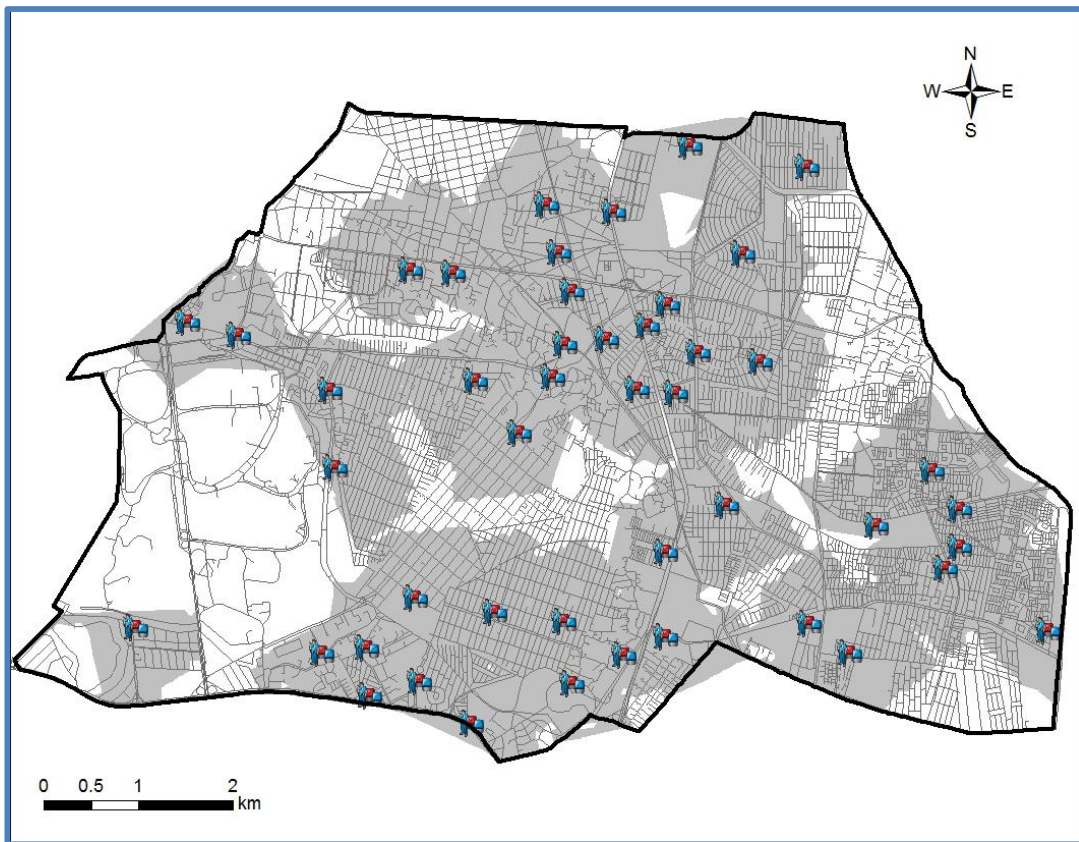


Figura 1.2 Distribución de los módulos en Coyoacán



**Figura 1.3 Áreas que cubren los módulos de seguridad**

La delegación cuenta además, con 20 patrullas a su servicio como apoyo directo a los módulos de vigilancia, formando así, parte de la policía de proximidad.

Las llamadas que atiende la policía de proximidad son de tres tipos: faltas administrativas, lesiones y delitos. Para prestar el servicio a delitos es necesario contar con más de un elemento, por lo que en estos casos se hace contacto con las patrullas asignadas al módulo correspondiente.

De las cámaras de vigilancia no se tienen datos completos sobre su ubicación por actualización.

Con los datos anteriores se puede decir que existe una cobertura total de la población, con los medios de Seguridad Pública de bajo impacto, es decir, que sólo cubren incidentes en los que basta con un elemento de seguridad o en el caso de las cámaras, como un factor de presencia a distancia. Por otro lado cubrir incidentes de alto impacto, la Delegación cuenta



con 20 patrullas y cada una con dos miembros del personal de seguridad, y que por descompostura, mantenimiento u otra actividad asignada, no están en servicio todas ellas, además este servicio no cuenta con una cobertura estandarizada o sistematizada. Por lo que a lo largo de sus rutas, no pueden cubrir los llamados en un tiempo menor o igual a cinco minutos<sup>1</sup>, (indicador internacional como respuesta estándar para servicios de emergencia), fundamentalmente por no encontrarse a una distancia lo suficientemente cercana al incidente.

Actualmente las rutas de las patrullas obedecen a la estructura de colonias o barrios<sup>2</sup>, son independientes de los cuadrantes “vigilados” por los módulos, a través del personal con bicicleta. Estas rutas no tienen una cobertura equitativa que permita generar zonas óptimas de protección para la población.

Por lo cual se hace necesario redefinir la estructura de las rutas, para optimizar el uso de patrullas y cubrir a la totalidad de la población, con un tiempo de respuesta similar al estándar internacional.

---

<sup>1</sup>[www.cityindicators.org](http://www.cityindicators.org)

<sup>2</sup>Mapa de colonias en Coyoacán



## **1.1 Objetivo general**

Con el fin de que las autoridades correspondientes proporcionen un ambiente social con mayor seguridad pública, en este trabajo de tesis se propone una estrategia que podría ayudar a determinar las rutas óptimas para el recorrido de las patrullas, de tal forma que se maximice el área de cobertura con incidentes, se minimice la cantidad de patrullas a utilizar y se establezca un tiempo de respuesta estandarizado.

## **1.2 Objetivos particulares**

Desarrollar una estrategia para determinar las rutas de patrullaje, utilizando un modelo matemático que considere a la población y la geografía de la zona.

Determinar la cantidad mínima de patrullas necesarias, para atender a la población con posibles incidentes, en un tiempo preestablecido.



## 2 Estado del arte

La bibliografía consultada presenta modelos para solución de coberturas y soluciones a problemas de localización de vehículos de emergencia, que parten de un módulo central para proveer del servicio a los alrededores, haciendo referencia en su mayoría, a ambulancias o camiones de bomberos.

**Dynamic Double Standard Model.**- formulado por Gendreau et al (2001) con base en su mismo modelo (*Double Standard Model*) de máxima cobertura, que incluye en su planteamiento dos límites de tiempo: uno de ellos para cubrir toda el área de demanda y otra para cubrir cada parte de ella por separado, ahora incorporando dimensiones prácticas, tomando en cuenta la naturaleza dinámica del problema.

**Hypercube Queueing Model (HQM).** El primer modelo probabilístico que incorporó la teoría de líneas de espera en los problemas de localización de servicios. Este modelo analiza problemas de ubicación espacial de vehículos y diseño de respuesta por distrito en servicios de respuesta de emergencia que opera en el modo “servicio al cliente” (servicios como policía, bomberos, emergencias médicas y vehículos patrulla de servicio a carreteras). La solución del modelo ofrece el estado de las probabilidades y las medidas de desempeño del sistema asociado (carga de trabajo, tiempos de viaje etc.) dadas las posiciones del servidor. Dada una configuración del sistema, es decir, la localización de los servidores, HQM es capaz de evaluar la variedad de medidas de desempeño pero no puede determinar una configuración única y óptima para el sistema.

**Maximal Expected Coverage Relocation Problem.**- para vehículos de emergencia por Gendreau et al (2006) donde su objetivo es proveer una estrategia de reubicación dinámica para vehículos de emergencia en sitios de espera de tal manera que se maximice la demanda cubierta esperada, además, el número de reubicaciones en espera está controlado. El problema puede ser formulado con un programa lineal entero. Cuando el número de vehículos es relativamente pequeño se puede resolver dentro de un tiempo de cómputo razonable.





**Chaiken M. and Larson R. (1972)** “Methods for Allocation Urban Emergency Units: A survey” *Management Science*. Un sistema de servicios de emergencia urbano provee unidades móviles (vehículos) para responder solicitudes que pueden ocurrir en cualquier momento y en cualquier lugar dentro de una ciudad. Este artículo describe las características comunes y problemas operacionales de estos sistemas y estudia varios métodos, tanto tradicionales como los desarrollados recientemente, que pueden ser utilizados para localizar las unidades. Se discuten aspectos de localización que incluyen: determinar el número de unidades que se tienen por turno de trabajo, localización de unidades, designación de áreas de respuesta o de patrullaje, relocalización de unidades y planeación de patrones de patrullaje preventivo. A pesar de lo completo del documento, sólo se trata de un ensayo acerca de los métodos, pero no se realiza ninguno de ellos.

**Geroliminis N; Karlaftis M y Skabardonis A. (2009).** “A spatial queuing model for emergency vehicle districting and location problem” *Transportation Research Part B* 43. Este documento desarrolla un modelo para localización de servicios de emergencia tomando en cuenta la demanda de espacio y tiempo así como la probabilidad de que el servicio sea requerido pero no esté disponible. Además considera que las tasas de servicio no son iguales y que podrían variar según los servidores, así como relajar la suposición de que las ubicaciones de los servidores y las preferencias de atención están definidas previamente, es decir es un modelo de optimización que liga la separación de áreas y la atención de cada servicio al problema de localización y utiliza una formulación híbrida para cobertura y tiempo de respuesta promedio a las ubicaciones óptimas de los vehículos de emergencia, en lugar de analizar las medidas de rendimiento dadas por un sistema pre-configurado. Finalmente los resultados se comparan con la cobertura existente y con modelos tipo “median”.

**Curtin K; Hayslett-McCall K; Qiu F. (2010)** “Determining Optimal Police Patrol Areas with Maximal Covering and Backup Covering Location models”. *Networks and Spatial Economics* 10. Este artículo consta de dos etapas para la ubicación de áreas de patrullaje, en primer lugar plantea un método para integrar GIS (Sistemas de Información Geográfica) con programación lineal y después plantea un modelo de cobertura de respaldo. Posteriormente



hace una comparación con las áreas existentes, con lo que se mostraron mejorías substanciales.

**Sule, D. (2001)** “Logistics of facility location and allocation” se basan en problemas de localización con una gran cantidad de variables tanto en la demanda como en los servidores, sin embargo se establece la idea de delimitar las zonas de estudio, de tal forma que se puede subdividir el problema para evitar combinaciones innecesarias o ilógicas según las necesidades del problema. De esta forma se obtienen varios problemas similares en tamaño, que se pueden resolver con métodos comunes o que al menos no necesitan largos periodos de operación.



### **3 Marco de referencia**

#### **3.1 Conceptos básicos**

##### **3.1.1 Modelos de localización**

Los modelos de localización surgieron históricamente, por la necesidad de optimizar la ubicación de diferentes servicios, con la finalidad de reducir cualquier tipo de costo, como el tiempo o costo de viaje y la distancia. Estos problemas son conocidos como de localización de servicios o “Facility location problem” FLP.

Un modelo de localización de servicios puede ser simple o múltiple, en el caso simple se trata de ubicar un solo servicio que tenga la mejor ubicación con las características que requiere el problema y en el caso múltiple, se ubicará a más de un servicio para todas las demandas (conocidos así los puntos que requieren el servicio).

El problema de localización de servicios tiene como objetivo básico ubicar espacialmente un “servidor”, de tal forma que se pueda optimizar el servicio prestado a las demandas, el término demandas se refiere a todos los puntos o ubicaciones que requieran el servicio.

A pesar de que cada problema, en el ámbito de localización, tiene características específicas y que harán la diferencia entre ellos, hay algunas que son comunes a todos, como el interés por conocer el número de elementos que prestarán el servicio solicitado, estos elementos son llamados –servidores- y para cada caso son definidos antes o durante el proceso de modelado, de igual manera interesa conocer el tamaño o capacidad de cada servidor que puede ser predefinido o bien, determinado posteriormente.

Tanto la cantidad de servidores como sus tamaños o capacidades, se determinan en función de los costos asociados a cada servicio. Estos costos dependen de diferentes factores según las necesidades del problema, como pueden ser costo de viaje, tiempo de traslado, costo de instalación del servicio, etc.



Una manera práctica de diseñar y plantear este tipo de problemas, es a partir de redes o grafos con las características que defina cada problema, los nodos son los servicios y/o servidores, y los arcos que unen los nodos, representan las distancias o costos de cada servicio por atender.

A lo largo de las últimas décadas se han hecho investigaciones que han arrojado una gran cantidad de problemas tipo, para los cuales, investigadores como Drezner, Daskin, ReVelle, Love y Larson, entre otros, han creado modelos que se adaptan a las necesidades de cada problema.

### 3.1.2 Funciones distancia

La distancia entre dos puntos, se basa en la ubicación de cada uno de ellos con coordenadas en un plano y su estimación dependerá de las condiciones de estudio.

Si  $X = (x_1, y_1)$  y  $Y = (x_2, y_2)$ , entonces  $d(X, Y)$  es la función distancia entre los puntos  $X$  y  $Y$ , y debe tener las siguientes características.

$$d(X, Y) \geq 0 \quad \forall X, Y$$

$$d(X, Y) = 0 \Leftrightarrow X = Y \quad \forall X, Y$$

$$d(X, Y) = d(Y, X) \quad \forall X, Y$$

$$d(X, Y) \leq d(X, R) + d(R, Y) \quad \forall X, Y$$

En lo general una función distancia entre  $X = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  y  $Y = (y_1, y_2, y_3, \dots, y_n)$  se llama  $d_{K,p}(X, Y)$  distancia Minkowski de orden  $p$ , y se define como:

$$d_{K,p}(X, Y) = \left( \sum_{i=1}^n k_i |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Para el caso en el que  $k_1 = k_2 = k_3 = \dots = k_n = 1$  es decir que todos los puntos tienen el mismo peso se tiene:



$$d_{K,p}(X, Y) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^p \right)^{\frac{1}{p}}$$

Existen algunas distancias “comunes” donde el factor  $p$  tiene un valor específico, por ejemplo si  $p = 1$  se trata de distancias rectilíneas o en una sola dirección como sigue

$$d_{K,p}(X, Y) = \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|$$

Si  $p = 2$  la distancia se conoce como Euclidiana de la siguiente forma

$$d_{K,p}(X, Y) = \left( \sum_{i=1}^n |x_i - y_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

### 3.1.3 Complejidad computacional

Un sistema computacional será el encargado de resolver los modelos a plantear, por lo que es importante señalar la clase de problemas, respecto a su complejidad operacional, que se pueden presentar en el momento de generar las combinaciones apropiadas.

Dependiendo del algoritmo en el que esté basada la resolución del modelo, será su complejidad operacional. Los factores que afectan la complejidad son el tiempo y el espacio, es decir el tiempo necesario para poder ejecutar todos los pasos y el espacio en memoria física donde se deberán almacenar los resultados parciales y totales de todo el procedimiento. La forma en que se miden la complejidad de tiempo y espacio de un problema o programa es de  $N$  a  $N$ , es decir las combinaciones posibles, ya sea de multiplicidad ( $N \times N$ ) o exponencial ( $N^N$ ) y se le ha dado una denominación de orden, por una notación de “O” mayúscula, lo que expresa el orden de complejidad que tiene un algoritmo en un problema dado.

Un algoritmo de orden constante es decir  $O(2)$ , se entiende que no depende del tamaño de los datos. Un algoritmo que toma un tiempo lineal o de orden  $O(n)$ , se refiere a que necesita un tiempo que depende del tamaño de los datos de entrada, lo que normalmente se denota



por la letra  $n$ . Los algoritmos que necesitan un tiempo polinomial, no utilizarán más allá de un tiempo generado por un polinomio de grado  $n$ , y se conocen como de orden  $O(f(n))$ , con  $f$  como una función de tipo polinómica.

Existen ciertas clases de complejidad. La clase  $P$ , es una clase de lenguajes que se dedican en tiempo polinomial a modelos determinísticos sencillos basados en la máquina de Turing. La clase NP es la que está basada en modelos NO determinísticos de la máquina de Turing en tiempo polinomial. La clase NP-Hard es una clase basada en modelos no determinísticos de la máquina de Turing HARD, entendiéndose como “difícil” que este tipo de problemas son al menos tan complejos como un NP.

### 3.2 Problemas de cobertura (Covering Problems)

Los siguientes modelos presentan un amplio panorama de los problemas que se pueden resolver a partir del estudio de localización de servicios.

*Set Covering Model.* Está basado en la cobertura que puede abarcar cada servidor, es decir, conocer cuáles de los clientes pueden ser atendidos por cada servidor con una restricción, que comúnmente se establece desde el principio (tiempo límite, costo máximo, etc.), así, como el servidor y los clientes forman parte del conjunto de nodos, la solución del problema es determinar el nodo que puede cubrir la mayoría de los servicios o nodos sin rebasar la restricción.

El modelo determinará de un conjunto de servidores el conjunto que genere el menor costo para cubrir todas las demandas. Como se muestra a continuación.

Minimizar 
$$z = \sum_j f_j X_j$$

Sujeto a:

$$\sum_j a_{ij} X_j \geq 1 \quad \forall i$$
$$X_j = 0,1 \quad \forall j$$



Donde:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la ubicación } j \text{ cubre la demanda del nodo } i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$f_j$  = costo de ubicar un servidor en la ubicación  $j$

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{si se utilizará un servidor en la ubicación } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

*Maximum Covering Location Model (MCLP)*. Este modelo difiere del ‘Set Covering Model’ en que puede variar el número de servidores para que se cubra el máximo número de demandas. El modelo matemático, se muestra a continuación.

Maximizar 
$$z = \sum_{i \in I} a_i y_i$$

Sujeto a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq y_i \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq P$$

$$x_j = (0,1) \quad \forall j$$

$$y_i = (0,1) \quad \forall i$$

Donde:

$I$  = es el conjunto de puntos de demanda

$J$  = es el conjunto de ubicación de servidores

$S$  = la distancia para considerar un punto de demanda no cubierto



$d_{ij}$  = la distancia más corta del nodo  $i$  al nodo  $j$

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si el servidor está ubicado en el nodo } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$N_i = \{j \in J \mid d_{ij} \leq S\}$$

$a_i$  = población a ser cubierta por el nodo  $i$

$p$  = número de servidores a ser ubicados

*P-center problem (problema minimax)*. Determinará la ubicación de  $P$  servidores para cubrir todas las demandas (en sitios predefinidos) a distancias mínimas.

Minimizar  $W$

Sujeto a:

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$$\sum_j X_j = P$$

$$Y_{ij} \leq X_j \quad \forall i, j$$

$$W \leq \sum_j d_{ij} Y_{ij} \quad \forall i$$

$$X_j = 0, 1 \quad \forall j$$

$$Y_{ij} \geq 0 \quad \forall i, j$$

Donde:

$d_{ij}$  = distancia desde el punto de demanda hasta la ubicación del servidor  $j$ .





$h_i$  = el punto de demanda en el nodo  $i$

$P$  = número de servidores a ubicar

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{si el servidor se ubica en } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$Y_{ij}$  = porción de la demanda en el nodo  $i$  que es cubierto por el servidor en  $j$

$W$  = máxima distancia entre un punto de demanda y el servidor más cercano

*P-Median problem.* En este tipo de problemas surge la relación entre los costos y las distancias, de manera que entre mayor sea la distancia que se recorra para satisfacer una demanda, mayor será el costo, por lo que un problema que originalmente plantea la maximización de demandas cubiertas ahora busca la solución de uno que minimiza costos.

Minimizar 
$$\sum_i \sum_j h_i d_{ij} Y_{ij}$$

Sujeto a:

$$\sum_j Y_{ij} = 1 \quad \forall i$$

$$\sum_j X_j = P$$

$$Y_{ij} - X_j \leq 0 \quad \forall i, j$$

$$X_j = 0, 1 \quad \forall j$$

$$Y_{ij} = 0, 1 \quad \forall i, j$$

Donde:

$h_i$  = el punto de demanda en  $i$ .



$d_{ij}$  = la distancia entre el punto de demanda  $i$  y el sitio candidato  $j$ .

$P$  = número de servidores para ubicar.

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{si se ubica el servidor en el sitio } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si el punto de demanda } i \text{ e cubierto por el servidor ubicado en } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Los *median problem* pueden ser complejos y difíciles de resolver desde el enfoque de optimación, dada la cantidad de demandas y posibles ubicaciones de los servidores, por lo que se han desarrollado técnicas heurísticas para su solución.

### 3.3 Modelos de localización con optimación determinísticos

Una serie de modelos han sido desarrollados con base en la programación matemática determinista para su optimación. El objetivo de estos modelos es establecer unidades de servicio de una forma óptima, a costo mínimo con cobertura máxima, dadas las restricciones y requerimientos que son fijos para el sistema. El primero en la secuencia de estos modelos de servicios que incorporan la cobertura, fue el denominado problema de localización con cobertura LSCP (Location Set Covering Problem). El LSCP busca la ubicación del mínimo número de servidores, de tal manera que todos y cada uno de los puntos de demanda en la red, tengan al menos un servidor inicialmente localizado dentro de una distancia o tiempo estándar  $S$ .

En un contexto de servicios de emergencia, toda la población tiene al menos un vehículo de emergencia localizado a un tiempo o distancia establecidos. En este caso, un punto de demanda o nodo de demanda es considerado cubierto, si el servidor "alcanza" al nodo en el estándar establecido, aun cuando el servidor se encuentre ocupado. La formulación del modelo es como sigue:

Minimizar 
$$z = \sum_{j \in J} x_j$$



Sujeto a:

$$\sum_{j \in N_i} x_j \geq 1 \quad \forall i \in I; x_j \in \{0,1\}; \quad \forall j \in J$$

Donde

J: conjunto de lugares factibles para los vehículos de emergencia (indexado por j).

I: conjunto de nodos de demanda (indexado por i).

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si el servidor está localizado en } j \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$N_i = \{j | t_{ji} \leq S\};$$

Donde:

$t_{ji}$ : es el tiempo más corto desde la ubicación vehicular potencial  $j$ , al nodo demanda  $i$ .

$S$ : es el tiempo o distancia estándar para la cobertura.

$N_i$ : es el conjunto de nodos  $j$  ubicados dentro del estándar para el nodo  $i$ .

El objetivo de este modelo es minimizar el número de instalaciones requeridas. Las restricciones establecen que cada nodo  $i$  debe ser cubierto por al menos un servidor localizado dentro de un tiempo o distancia estándar  $S$ . El modelo puede ser resuelto fácilmente por programación lineal, al relajar las variables enteras a ser solamente continuas y no-negativas.

Tomando en cuenta que los recursos requeridos pueden ser excesivos para cubrir todos los puntos de demanda, sin importar lo pequeños o remotos que se encuentren, se planteó un nuevo problema que no requiere la cobertura de todos los nodos. Este problema es llamado modelo de localización con cobertura máxima MCLP (Maximal covering location problem). Este modelo considera un presupuesto limitado, lo que se establece como una restricción por el número de servidores a localizar.

Por lo tanto, el modelo busca ubicar un número fijo de  $p$  servidores (probablemente insuficiente para cubrir la población completa dentro de los estándares), tal que, la atención



a la población sea maximizada, por los servidores ubicados a una distancia o tiempo  $S$  establecidos. La formulación del problema es como sigue:

$$\text{Maximizar } Z = \sum_{i \in I} a_i y_i$$

Sujeto a:

$$y_i \leq \sum_{j \in N_i} x_j \quad \forall i \in I$$

$$\sum_{j \in J} x_j = p$$

$$x_j, y_j \in \{0,1\} \quad \forall j \in J, i \in I$$

Donde:

$$y_i = \begin{cases} 1 & \text{si el nodo } i \text{ es cubierto} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$p$  = el número de servidores a ubicar.

$a_i$  = la población y nodo de demanda  $i$ .

### 3.4 Problemas de localización de servicios de emergencia

Para estos problemas existen dos principales factores que darán la pauta para un buen funcionamiento:

- la velocidad a la que el sistema reacciona al momento de registrarse una emergencia
- la capacidad del personal para tratar efectivamente la situación, una vez que el vehículo (servidor) ha llegado



La ubicación inicial de los servidores afecta directamente la estructura de respuesta de un sistema de atención a emergencias, por lo que también es necesario considerar las características que se muestran a continuación.

Para decidir la ubicación se requiere conocer la cantidad de vehículos o servidores necesarios o con los que se cuenta, para atender a la población que demanda el servicio o los posibles clientes, el tiempo o distancia máximos en que el vehículo puede atender el servicio.

También es importante diferenciar en la calidad de cobertura. Por ejemplo, para el caso de las patrullas existen llamados o incidentes en los que se requiere más de una persona para atenderlos, y si es atendido por una sola persona, se debe considerar que la cobertura no fue suficiente (mala calidad de cobertura). Marianov y ReVelle (1995) lo plantea como: “Si menos de  $P$  oficiales cubren la emergencia, se contará como no cubierto, por lo que será necesario pensar en una respuesta de multi-servicios”.

La mayoría de los modelos de localización de servicios tienen el objetivo de minimizar el tiempo de respuesta a los clientes, o maximizar la cobertura del servicio en el área de estudio. Una forma de considerar clientes más equitativamente es ubicar servicios de tal forma que se minimice el promedio de tiempo de respuesta a un sujeto requerido a un (alto) valor predefinido por la red de cobertura para así igualar la situación de todos los clientes potenciales.

Además de que existen modelos de localización basados en formulaciones estáticas y determinísticas, en investigaciones recientes se ha incorporado la incertidumbre para modelar mejor la operación de los sistemas de respuesta a emergencias. Considerando la incertidumbre relacionada con la planeación de condiciones futuras o predicciones (modelos dinámicos), y/o la incertidumbre en los parámetros de entrada del modelo (modelos estocásticos o probabilísticos).

Los primeros problemas que consideraron la incertidumbre, se plantearon principalmente para productos que serán entregados o servicios que se pueden atender, con un margen considerable en tiempo, sin embargo en problemas más recientes donde el tiempo de



respuesta es crítico como en casos de emergencia, específicamente para vehículos de emergencia como ambulancias, bomberos y patrullas. En estos casos los tiempos de respuesta se vuelven sumamente importantes y la diferencia de llegar un minuto antes o después puede significar la vida o muerte de personas.

Para el modelado de sistemas de emergencias en áreas urbanas, es necesario considerar las siguientes características:

- 1) la variación probabilística de la demanda y el requerimiento del servicio por unidad de tiempo
- 2) la distribución que tienen los incidentes en el espacio de estudio y las unidades de respuesta existentes o necesarias

Las primeras dan lugar a la saturación, cuando se demanda mucho servicio en un período corto de tiempo, y el problema puede ser examinado utilizando teoría de líneas de espera. Las segundas características dan lugar a distribuciones del tiempo de traslado, patrones de patrullaje, etc. Problemas que pueden ser estudiados utilizando consideraciones geométricas esencialmente. En general, este tipo de situaciones se encuentran combinadas en los problemas de localización para servicio de emergencia.

También se tienen indicadores que miden la eficiencia de los nuevos servicios, sin embargo para el caso de servicios existentes reestructurados, es posible que estos indicadores no ofrezcan suficiente información o inclusive información errónea.

En general los indicadores pueden ser cuantitativos o cualitativos y servirán como criterios para evaluar el desempeño de los servicios. Uno de los indicadores cuantitativos es el tiempo de respuesta, es decir, la cantidad de tiempo que transcurre entre una llamada de emergencia y la presencia de la patrulla en el lugar de la solicitud. Un indicador cualitativo es la habilidad del personal para atender la llamada, que no se considerará en este estudio.

Una vez establecido el indicador del tiempo de respuesta como una restricción a cumplir (parámetro que se considerará en este trabajo), se requieren tomar en cuenta algunas otras



características del sistema como: la cantidad de servidores, el tiempo extra de espera que se permitiría sobre el tiempo de respuesta estimado, la cobertura total, políticas de respuesta en cuanto el servidor o patrulla que originalmente fuese solicitado, es decir qué tipo de cambios se generan en el sistema en cuanto se reduce el número de servidores.

En particular, para los problemas de servicios de emergencia, los dos principales indicadores que darán la pauta para un buen funcionamiento son:

- a) La velocidad a la que el sistema reacciona al momento de registrarse una emergencia.
- b) La capacidad del personal para tratar efectivamente la situación una vez que el vehículo ha llegado.

Otra característica importante es la disponibilidad del servicio, lo que dependerá de ciertos aspectos como: la falla de un vehículo o equipo, los períodos de descanso del personal y por supuesto el tiempo necesario para atender un incidente.

Respecto al dinamismo de los modelos, sus formulaciones abordan el problema de reubicar repetidamente los vehículos de emergencia para proveer mejor servicio a largo plazo. Drezner y Wesolowsky (1991) ubicaron un solo servidor en una ciudad en crecimiento donde la demanda cambia determinísticamente en el tiempo. Los modelos de localización de servicios múltiples dinámicos también han sido formulados, autores como Scott (1971) estudió extensiones dinámicas para el problema de localización de múltiples servicios de forma discreta, con periodos de tiempos igualmente espaciados.

Para la solución de problemas de localización de servicios de emergencia, Sule (2001) sugiere comenzar con un modelo sencillo e ir modificándolo al adicionar diferentes restricciones. Estos modelos que además hacen uso de líneas de espera, pueden llegar a ser realistas y completos.



### **3.5 Modelos de localización-distribución de servicios (location-allocation)**

Este tipo de modelos tienen como objetivo seleccionar, de entre las ubicaciones disponibles o predeterminadas, la mejor opción según las características solicitadas y además asignarle los puntos de demanda de manera óptima.

Los componentes básicos de los modelos de localización-distribución son: servidores, sitios factibles para las ubicaciones y clientes o puntos de demanda.

#### **3.5.1 Servidores**

Los servidores se caracterizan por su número, el tipo y sus costos asociados. Otras propiedades de los servidores pueden ser: el beneficio que aportan, la capacidad, el grado de “atracción” (clientes atraídos por el servidor) y el tipo de servicio que prestan.

En función con el número de servidores, los problemas de localización se pueden considerar, con un solo servidor y el caso más general con múltiples servidores (multi-facility), en el cual el objetivo es localizar simultáneamente más de un servidor.

Si se consideran los problemas de localización por el tipo de servidor, el caso más sencillo es cuando todos los servidores se suponen idénticos, con respecto a su tamaño y el tipo de servicio que ofrecen. Sin embargo, a menudo es necesario proponer que difieran uno de otro, por ejemplo, entre hospitales y unidades médicas más pequeñas.

Los modelos de localización-distribución también se pueden diferenciar con respecto al número de servidores, o si los servidores pueden proporcionar uno o varios servicios.

También se puede considerar si las instalaciones pueden atender una demanda infinita o si su capacidad de producción y el suministro son limitados. En este sentido, los problemas a menudo se clasifican como con capacidad o sin ella.





### 3.5.2 Ubicaciones

El conjunto de ubicaciones factibles o espacio de soluciones, se puede presentar de tres formas, Azarmand (2009); discreto, continuo y en red. En los modelos espaciales continuos el espacio de soluciones es todo el plano. En el caso de los modelos discretos se refiere a aquellos que el espacio de soluciones es un conjunto de sitios predeterminados. Y los modelos de red, que a su vez pueden ser continuos si se consideran los arcos de la red o discretos si solamente los nodos son elegibles para la colocación de nuevos servidores.

### 3.5.3 Clientes o puntos de demanda

Según Azarmand (2009), por sus necesidades de servicio se pueden clasificar a los clientes o demanda como determinística o estocástica.

### 3.5.4 Modelo de localización-distribución

Una representación matemática del problema de localización-distribución que corresponde a los modelos de cobertura, en el espacio de soluciones continuo, puede ser como el que se muestra a continuación, para el caso de distancia Euclidiana<sup>3</sup>.

Minimizar:

$$F = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m z_{ji} w_{ji} \left[ (x_j - a_i)^2 + (y_j - b_i)^2 \right]^{1/2} + g(n)$$

Sujeto a:

$$\sum_{j=1}^n z_{ji} = 1$$
$$i = 1, \dots, m$$
$$n = 1, 2, \dots, m$$

Donde

$F$ : costo total por unidad de tiempo

---

<sup>3</sup>Conceptos básicos



$w_{ji}$ : costo por unidad de tiempo por unidad de distancia, si el nuevo servidor  $j$  interactúa con el servidor existente  $i$

$$z_{ji} = \begin{cases} 1 & \text{si el nuevo servidor } j \text{ interactúa con el servidor existente } i \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$(x_j, y_j)$ : coordenadas de ubicación del nuevo servidor  $j$

$(a_i, b_i)$ : coordenadas de ubicación de los servidores existentes  $i$

$g(n)$ : costo por unidad de tiempo por instalar nuevos servidores

Con base en este modelo se establece el modelo para la solución del problema en el siguiente capítulo.

## 4 Solución del problema

En este capítulo se explica la metodología propuesta para determinar las rutas de las patrullas que cubrirán la demanda por incidentes ocurridos en la Delegación Coyoacán.

La metodología se puede ver representada por el diagrama de la Figura 4.1.

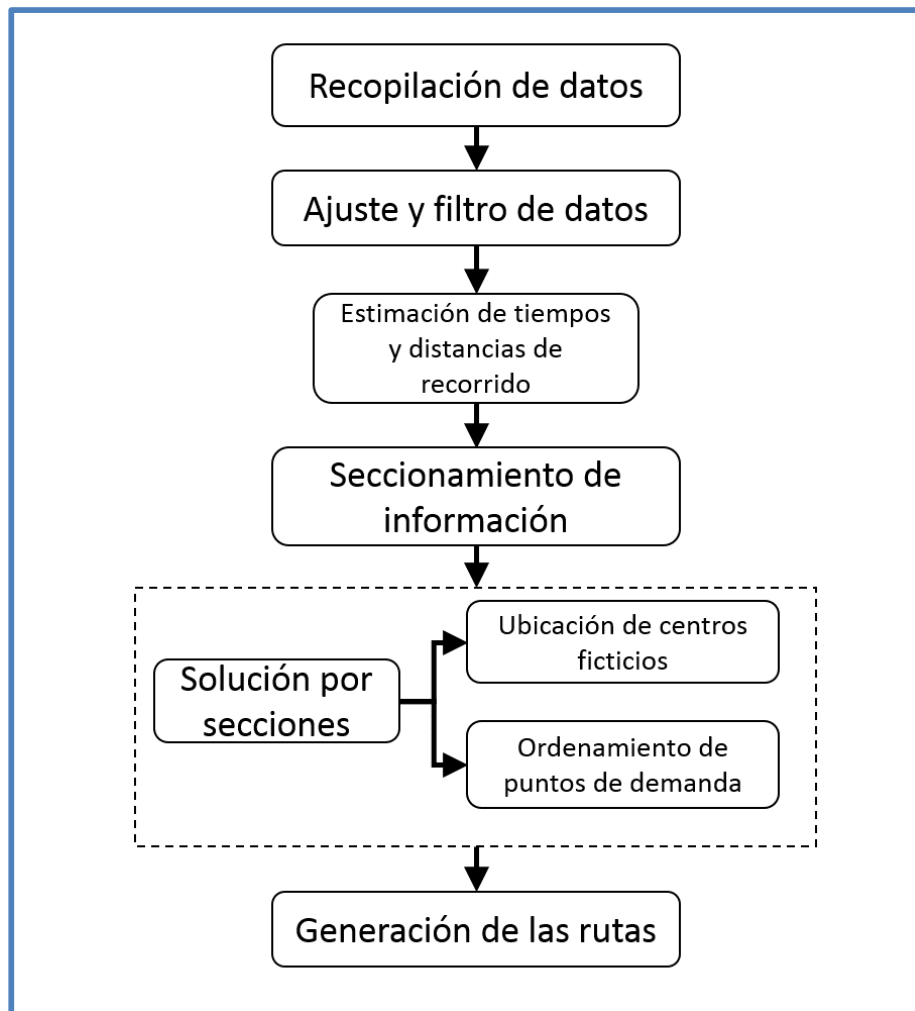


Figura 4.1 Diagrama de flujo sobre la metodología

### 4.1 Recopilación de datos

La información necesaria para la resolución del problema es:



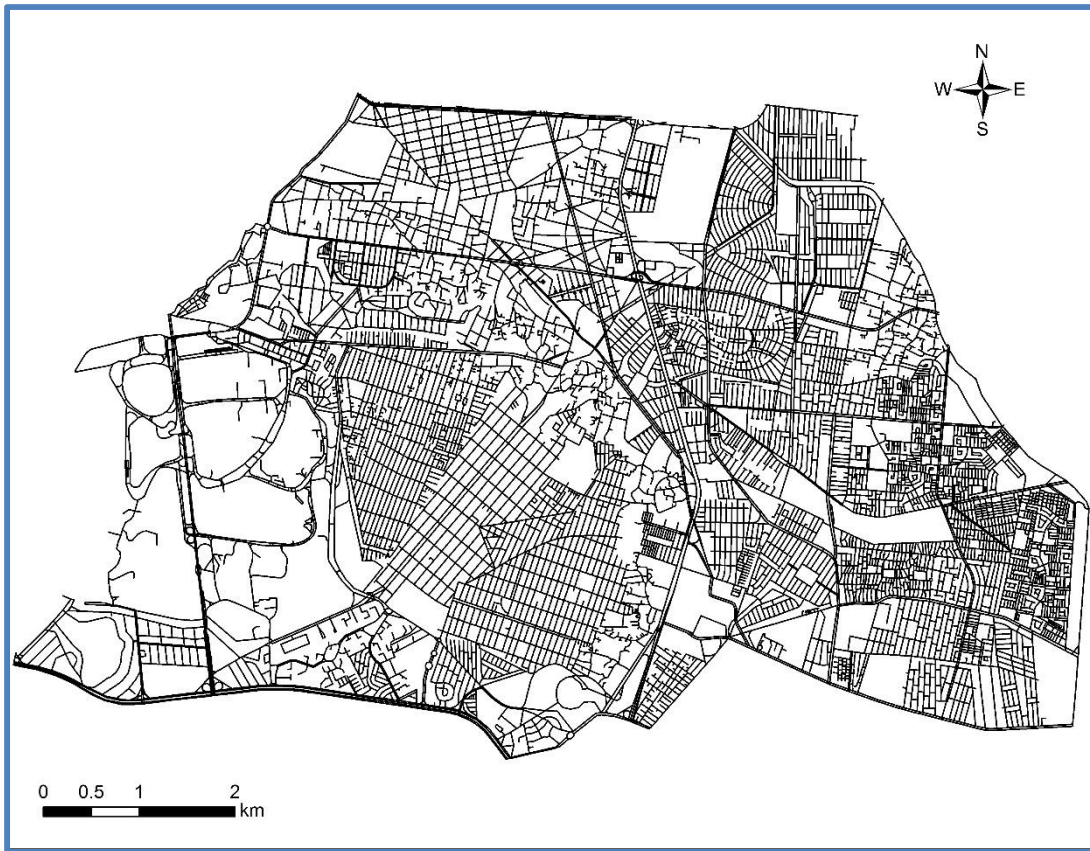
- a) Las coordenadas que trazan todas las calles de la Delegación Coyoacán<sup>4</sup>, mostradas en la Figura 4.2
- b) El número de rutas, limitado al número máximo de patrullas que tiene la delegación y que pueden estar en servicio a la vez (en uno o varios turnos)<sup>5</sup>.
- c) Los lugares que se consideran factibles para tener incidentes:
  - a. Casas habitación
  - b. Bibliotecas y escuelas
  - c. Locales comerciales
  - d. Parques y espacios públicos
  - e. Museos, cines, teatros y otros lugares de entretenimiento

En la práctica no existe diferencia al momento de cubrir los incidentes según los lugares donde se lleven a cabo, además si se considera que todos estos sitios se encuentran agrupados en manzanas, las cuales están delimitadas por vialidades, se tomará en cuenta que las intersecciones entre éstas (esquinas) serán las ubicaciones geográficas que formarán el conjunto de sitios de demandas.

---

<sup>4</sup>INEGI 2010

<sup>5</sup> Delegación 2012



**Figura 4.2 Mapa de todas las calles de Coyoacán**

De la base de datos que contiene las calles de la Ciudad de México INEGI (2010), se hizo un filtrado para obtener sólo las que pertenecen a la Delegación Coyoacán, considerando la información que incluye nombres, sentidos y clasificación por importancia o uso, así como su referencia geográfica para trazarlas con ayuda de software especializado en Sistemas de Información Geográfica.

Con esta información se generaron dos conjuntos de datos: las calles o vialidades que se representan por líneas (gráficamente) y los cruces o intersecciones entre calles que se representan por puntos, al igual que el final de las calles cerradas. De esta forma, la información se encuentra almacenada en listas que se pueden manipular a través de sus coordenadas, para obtener su ubicación geográfica y así, alimentar el modelo.



Como el número de rutas estará limitado por el número máximo de patrullas que tiene la delegación y que pueden estar en servicio a la vez (en uno o varios turnos)<sup>6</sup>, entonces el número máximo de patrullas factibles de estar en operación son 25 unidades.

## 4.2 Ajuste y filtro de datos

En esta etapa se realiza un análisis sobre las vialidades almacenadas en la base de datos, para determinar aquellas susceptibles de ser eliminadas, debido a que no pueden circular libremente los automóviles, las razones son:

- Es un callejón
- Es una calle cerrada
- Es una calle dentro de una unidad habitacional o centro educativo
- La calle forma parte de un área que cuenta con vigilancia privada
- Es una calle parcial o totalmente peatonal

Por lo tanto, se hace necesario prescindir de tales calles para la solución del problema, pues la traza final no puede incluirlas en la ruta.

Entre las limitaciones para la circulación también se encuentran las vialidades en las que sólo se circula en un solo sentido (aunque se trate de una patrulla) como Calzada de Tlalpan o Río Churubusco. El total de calles por las que se permite el libre tránsito se muestra en la Figura 4.3.

---

<sup>6</sup> Delegación 2012



**Figura 4.3** Mapa de las calles de libre tránsito en Coyoacán

Ahora, si del conjunto de calles filtradas se generan cruces o uniones que físicamente no son esquinas, como en los casos de retornos o glorietas, o esquinas que están separadas por camellones, se eliminan todos estos puntos que forman un solo lugar geométrico para fines prácticos. Los puntos de demanda finales se muestran en la Figura 4.4. Y con los filtros anteriores se obtienen cerca de 4,000 puntos de demanda.

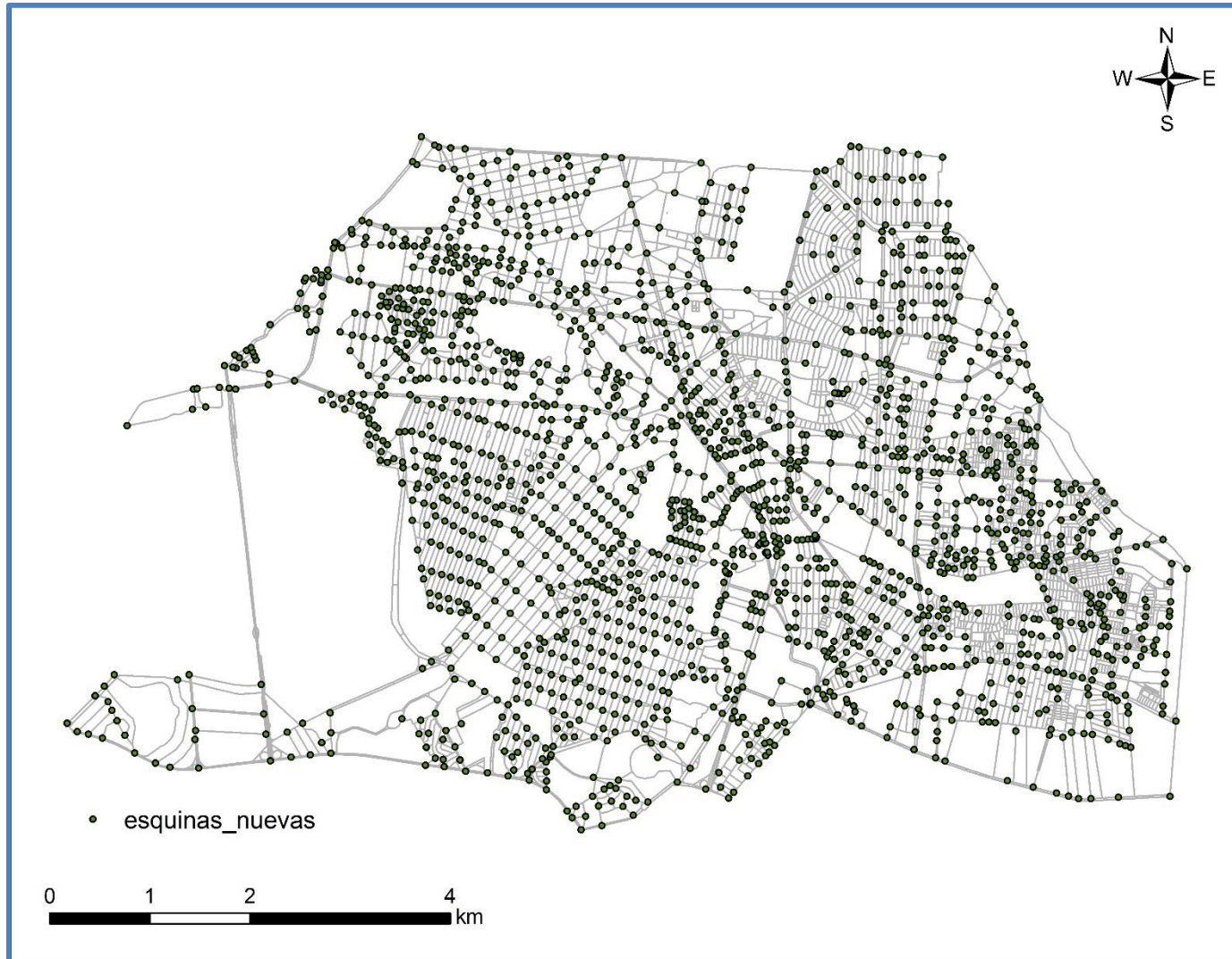


Figura 4.4 Puntos de demanda





#### 4.2.1 Estimación de tiempos y distancias de recorrido

Si se considera que el tiempo máximo de respuesta a un incidente es de cinco minutos, y que la velocidad media de una patrulla es de 40 km/h (0.667 km/min) en línea recta, ésta recorrería 3.33 km, lo que corresponde a una circunferencia de 1.67 km de radio, es decir, cubriría un área de 8.73 km<sup>2</sup>. Así que bastaría, en ese caso hipotético, con siete patrullas para cubrir el área total de la delegación.

En el caso anterior se tomaron las distancias euclidianas, sin embargo para poder trasladarse de un punto a otro en una ciudad, es necesario recorrer las calles que unen esos puntos. Por lo que la medida de las calles es un dato que se obtiene de la base filtrada y las distancias de recorrido se calculan sumando estas distancias con ayuda del software.

#### 4.3 Seccionamiento de información (división principal)

Como la solución del problema puede tomar mucho tiempo debido al número de puntos de demanda considerados, se decidió utilizar una estrategia que emplea parcialmente estos puntos, y que consiste en descartar aquellos que no se pueden alcanzar en un recorrido de cinco minutos<sup>7</sup>.

Si una patrulla comienza su recorrido en un lugar extremo de las esquinas propuestas, ésta puede llegar a cualquiera de los puntos de demanda<sup>8</sup> que muestra la Figura 4.5, cubriendo un área aproximada de 6.5 km<sup>2</sup>.

Un *centro geométrico*, físicamente se puede comparar con el centroide de un área o el centro que geográficamente se ubica a la misma distancia de todos los puntos de la periferia.

Las calles más alejadas del *centro geométrico* del área cubierta, puede ser una de las rutas a seguir para el recorrido asignado a esa zona. Con esta primera aproximación se realiza una reducción considerable en el número de combinaciones para la resolución del problema. El centro asignado a cada patrulla se determinará a partir del modelos propuesto.

---

<sup>7</sup>[www.cityindicators.org](http://www.cityindicators.org)

<sup>8</sup>ArcGIS



Como cada patrulla puede estar a una distancia, con recorrido de cinco minutos o menos hacia los puntos de demanda, es posible desechar muchos de los puntos del conjunto original, esto es, se puede generar un sub-problema que tenga un área geográfica menor, donde el número de sitios que pueda alcanzar la patrulla, sea considerablemente menor.

De esta forma, se puede dividir el área total de la delegación en un determinado número de secciones, que reduzcan el número de combinaciones para la resolución del problema. Tal subdivisión se realizó siguiendo las recomendaciones de Sule (2001).

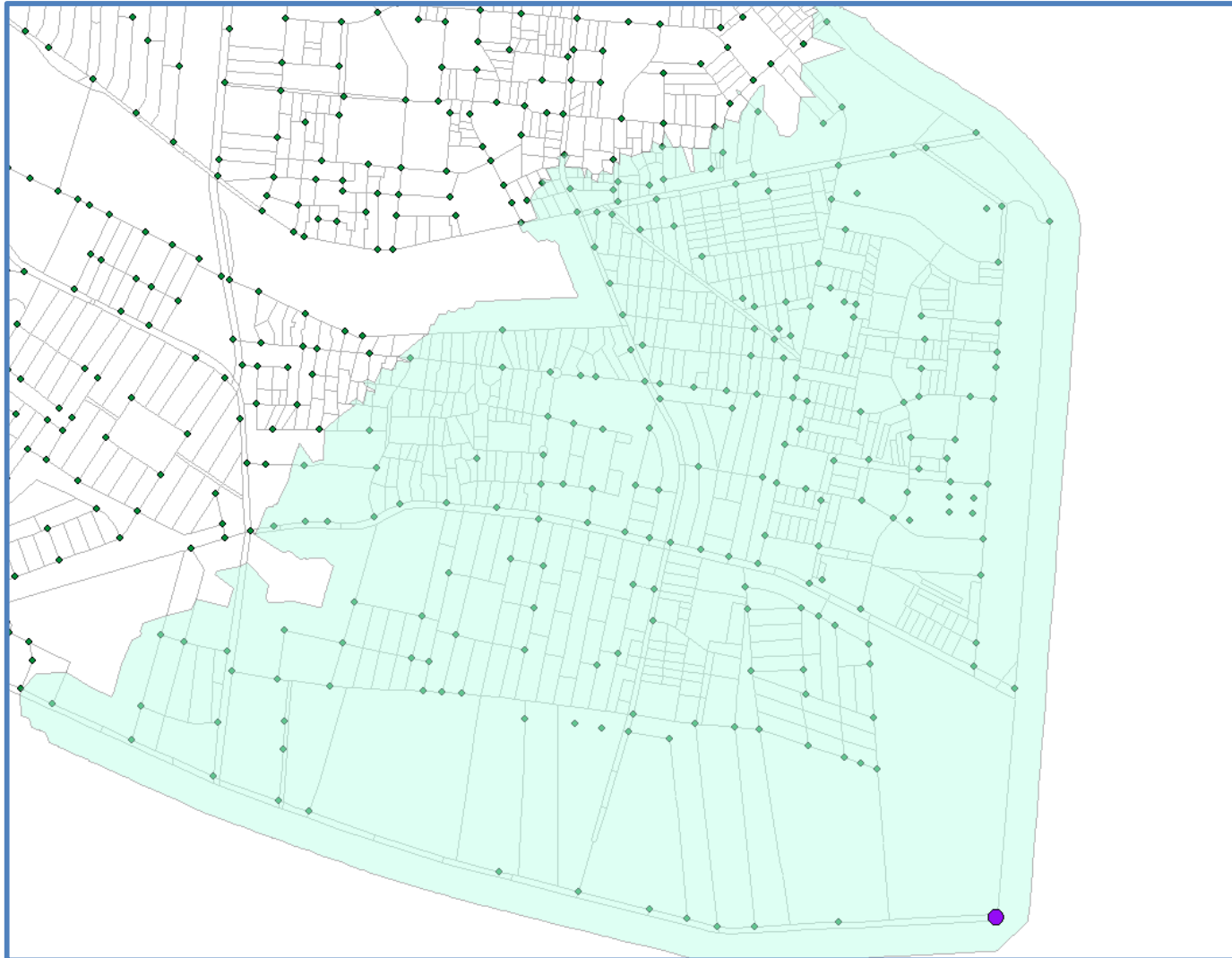


Figura 4.5 Área de cobertura por una patrulla



### 4.3.1 Subdivisión con base en Sule (2001)

Este seccionamiento se realiza simétricamente a lo largo y ancho del área total. Se divide en renglones y columnas creando una matriz de secciones de manera simétrica, es decir, si se divide en  $n$  el número de columnas, también se dividirá en  $n$  el número de renglones. El área total se toma como un rectángulo y el número de secciones resultantes serán de iguales dimensiones, la división simétrica pueden ser, para este caso, de 2x2, 3x3, 4x4 o hasta 5x5, (renglones por columnas) por lo que se podrían tener 4, 9, 16 o hasta 25 secciones, dado que se cuenta con 25 patrullas.

Al hacer las divisiones en cuatro y nueve secciones, el número de puntos de demanda por sección no se reduce lo suficiente. Para cuatro secciones el número de puntos de demanda se redujo por sección en un 20% y para nueve secciones en un 35%, por lo que no es significativo.

Con 25 secciones, las áreas a cubrir resultan ser muy pequeñas, al resolverlas el resultado arroja una patrulla por sección y se tiene un desperdicio del servicio, pues el 50% de los puntos de demanda cuentan en todo momento con dos patrullas, a una distancia que se recorre en menos de cinco minutos.

Por lo anterior se decidió por una división de cuatro columnas y cuatro renglones (16 secciones en total), como en la Figura 4.6.

En este seccionamiento seleccionado, se observan desigualdades en las áreas de cobertura, fundamentalmente por la irregularidad en la geometría de la delegación, sin embargo con base en una primera división, se resuelve para uno de los sub-problemas de cobertura y posteriormente se propondrá una nueva división, que poco a poco serán más homogéneas entre sí.

Este es un procedimiento iterativo, a través del cual se irán descartando puntos de demanda conforme se vayan resolviendo cada una de las zonas generadas, y se volverán a hacer divisiones del resto de los puntos.

## 4.4 Solución por secciones

La estrategia con la que se irán resolviendo las secciones, puede compararse con la colocación de azulejo en una pared, con la finalidad de tener la menor cantidad de “desperdicio”, se comienza en una esquina para dejar las piezas de ajuste en un solo extremo. Para el caso de los puntos de demanda, se abarcará la mayor cantidad de estos y sólo se ajustarán los que se encuentren en los extremos de la delegación, si fuera necesario. De las cuatro esquinas disponibles, la que contiene la mayor cantidad de puntos de demanda es la inferior derecha, ese será el primer sector a resolver.

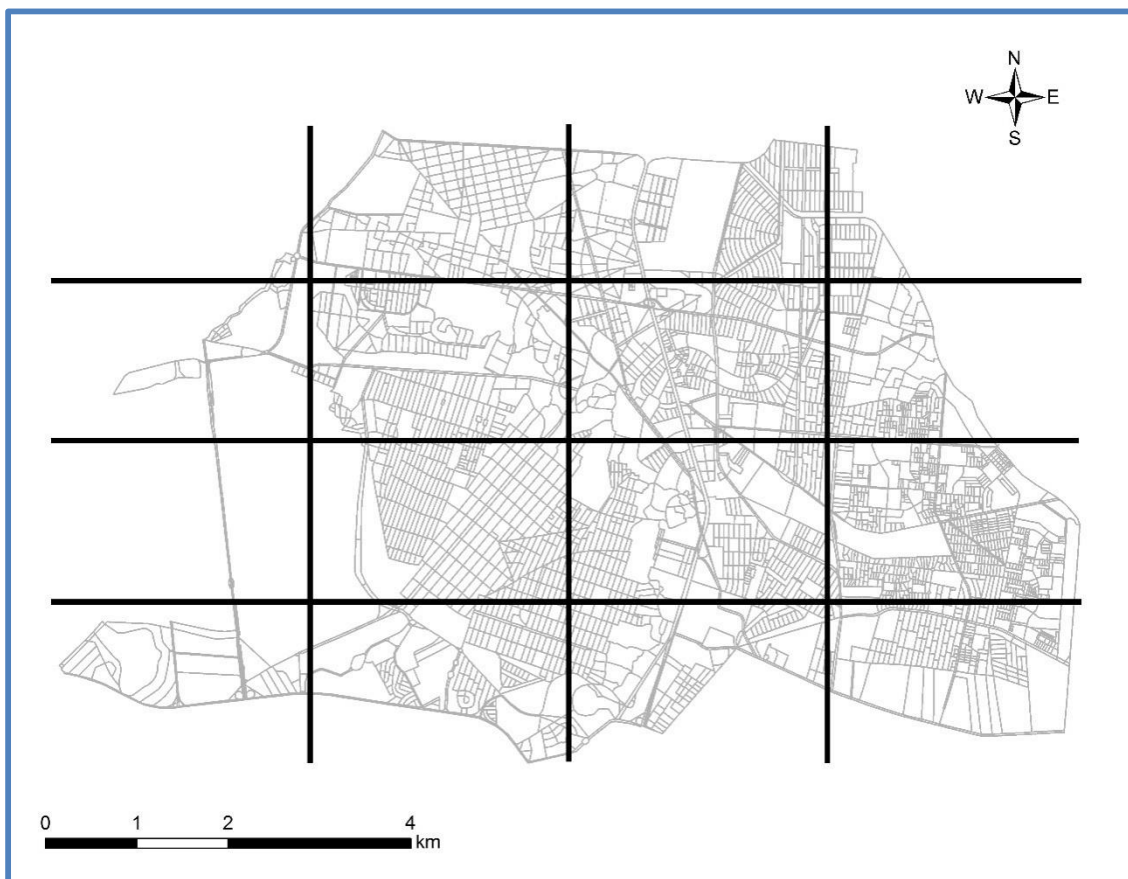


Figura 4.6 Primer seccionamiento de áreas

### 4.4.1 Ubicación de centros ficticios

Para resolver cada sección, se determinará la ubicación de la menor cantidad de puntos estratégicos en los que podrían mantenerse estacionada una patrulla, desde los cuales se pueda cubrir a la mayor demanda posible en el tiempo establecido. En otras palabras se resuelve la sección como un problema de máxima cobertura. Estas ubicaciones serán



llamados en esta sección: centros ficticios. Y sólo ayudarán a determinar el área que cubrirán las rutas de las patrullas, mas no funcionarán como un punto estacionario real, es decir no se propone que se estacione la patrulla en tal lugar como solución parcial ni total.

Los puntos de demanda están establecidos por las esquinas predefinidas, que se encuentran localizadas dentro de la sección, incluyéndose las esquinas de los bordes aunque éstas compartan calles y/o áreas con otras delegaciones. Las ubicaciones potenciales para mantener las patrullas estacionadas, serán los cruces de las avenidas más concurridas, estas esquinas son las que cuentan con semáforo.

El modelo que determina la ubicación de cada centro ficticio se formula de la siguiente manera:

Sea  $N = \{1, \dots, n\}$  el conjunto de índices para las ubicaciones de los puntos de demanda por sección.

Sea  $M = \{1, \dots, m\}$  el conjunto de índices para las ubicaciones potenciales de los centros ficticios.

Sea  $D\{a, b\}$  la distancia (por las calles) entre la ubicación potencial del centro ficticio  $a$  y el punto de demanda  $b$ .

Sea  $d$  la distancia máxima a recorrer.

Y sea  $C$  el número total de patrullas a considerar.

La variable de decisión se define como:

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{si la ubicación } j \text{ será un punto ficticio} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad \forall j \in M$$

$$\text{Min } \sum_{j=1}^m x_j \left( \sum_{i=1}^n D\{j, i\} \right) \quad (1)$$

sujeto a

$$\sum_{j=1}^m x_j \leq C \quad (2)$$



$$\sum_{j=1}^m \left( \sum_{l=1}^n D\{j, l\} \right) x_j \geq n \quad (3)$$

$$D\{j, l\} \leq d \quad (4)$$

El objetivo (1) minimiza las distancias que resulten entre los puntos de demanda y las ubicaciones de los centros.

La restricción (2) estipula que el número de ubicaciones no sea mayor al número de patrullas disponibles.

La restricción (3) establece que se deben cubrir el total de esquinas (puntos de demanda).

La restricción (4) establece que la distancia entre una esquina (punto de demanda) y un centro no sea mayor a la establecida por  $d$ .

Este modelo se puede resolver sencillamente como un problema de programación entero binario.

Con este modelo se conoce la menor cantidad de ubicaciones (esquinas con semáforo) en las que, si se mantuviera estacionada una patrulla, todas las casas de la sección tendrían disponible una de estas patrullas a una distancia tal que, el tiempo de recorrido sea menor o igual a cinco minutos.

En el siguiente paso se ordenarán los puntos cubiertos para obtener la periferia del área que cubre cada centro ficticio.

#### 4.4.2 Ordenamiento de puntos de demanda

Se genera una lista ordenada de todos los puntos de demanda que pueden ser cubiertos por cada centro ficticio, incluyendo las secciones adyacentes.

En esta etapa se toman en cuenta puntos fuera de la sección en estudio pues las patrullas no estarán limitadas por el seccionamiento propuesto.

Para cada lista se eligen los puntos más alejados a su centro, los cuales se ubican a una distancia tal que, se puede llegar a ellos en 2.5 minutos. Si se toma en cuenta que del



centro a cualquier extremo, el tiempo es la mitad del necesario, se deduce que de un extremo al otro le toma a lo más 5 minutos. Así, se garantiza que aunque recorra la ruta más larga (la que pasa por el centro), el tiempo de recorrido no supera el esperado.

Los puntos de demanda seleccionados se encuentran en la periferia, con los cuales se puede crear la ruta que seguirá cada patrulla.

#### **4.5 Proceso iterativo**

Antes de aplicar el procedimiento anterior para la nueva sección, se realiza un nuevo seccionamiento con los puntos de demanda que no se utilizaron en el o los procesos previos, de esta manera se irán cubriendo todos los puntos de demanda, así, el proceso terminará cuando todos hayan sido cubiertos.

#### **4.6 Generación de las rutas**

Finalmente, se crea la ruta que pase por los puntos que forman la periferia de cada centro ficticio. Tal ruta debe cumplir con características viales como el sentido de las calles, vueltas prohibidas, etc. La información de la restricción se encuentra en la base de datos, que se genera para la entrada de la información del software (ARCGIS).

El software procesa los datos de entrada ligados a una red de datos reconocida, como las calles de la delegación. El algoritmo de solución que se utiliza para determinar la ruta requerida es, a través de encontrar la ruta más corta que pase por todos los puntos de entrada.

El software utiliza el algoritmo de Dijkstra para calcular la ruta más corta, que recorra los puntos de la periferia de cada patrulla, generándose así las calles por las que circulará cada una de las patrullas.



## 5 Resultados, conclusiones y referencias

### 5.1 Resultados

El modelo propuesto minimiza la cantidad de centros ficticios y en consecuencia el número de patrullas, para poder cubrir toda la demanda. Los centros ficticios, o centros que permiten ubicar las áreas de influencia, que se obtuvieron se muestran en la Figura 5.1.

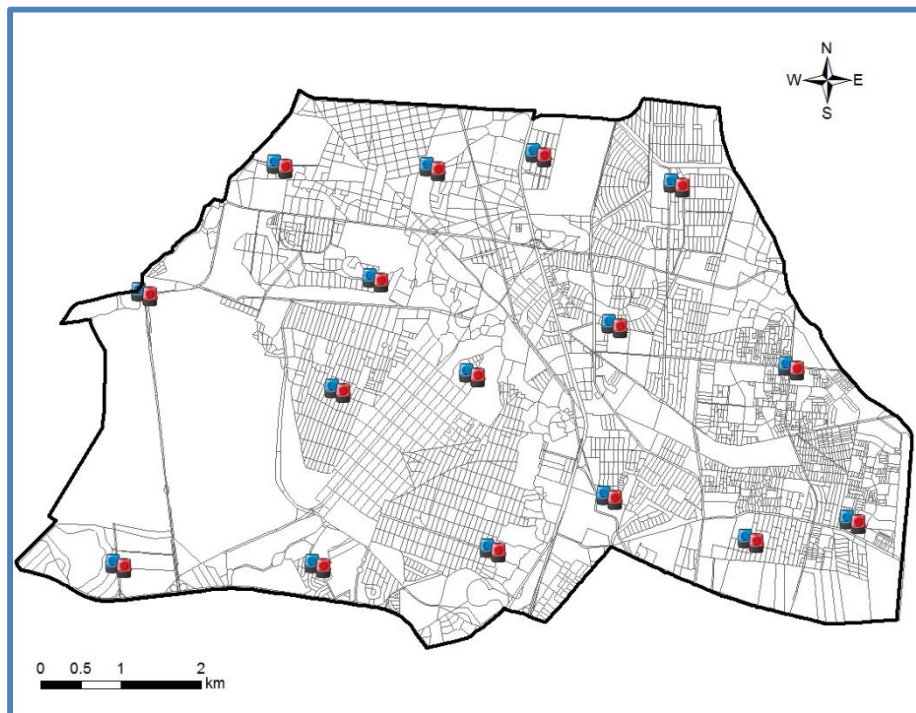


Figura 5.1 Distribución de los 16 centros

Para cada sección se obtuvieron diferente tipo de respuestas, en la Figura 5.2, por ejemplo, se puede observar que hay secciones que no tienen centros asociados y otras que tienen dos centros; este seccionamiento es con el que se inició la solución. Cabe mencionar que a pesar de coincidir el número final de centros con la división original, ésta no obliga a tener un centro por cada sección.



Figura 5.2 División de zonas y centros

La traza de cada ruta se determinó, a partir de las esquinas más alejadas de cada centro y que cumplen con el tiempo permitido. Por ejemplo en la Figura 5.3, para el centro número uno (esquina inferior derecha) y las esquinas que se muestran. La ruta que pasa por todas estas esquinas y cumple con el sentido de las calles, es la traza para la patrulla 1.



Figura 5.3 Esquinas para la traza de la patrulla 1



Así, en la Figura 5.4 se observa la traza de la patrulla uno, de la cual se aprecia cómo la ruta incluye calles principales como calzada del Hueso, calzada de Las Bombas, Canal Nacional, Cafetales y calzada de La Virgen, así como calles pequeñas que se encuentran dentro de colonias.

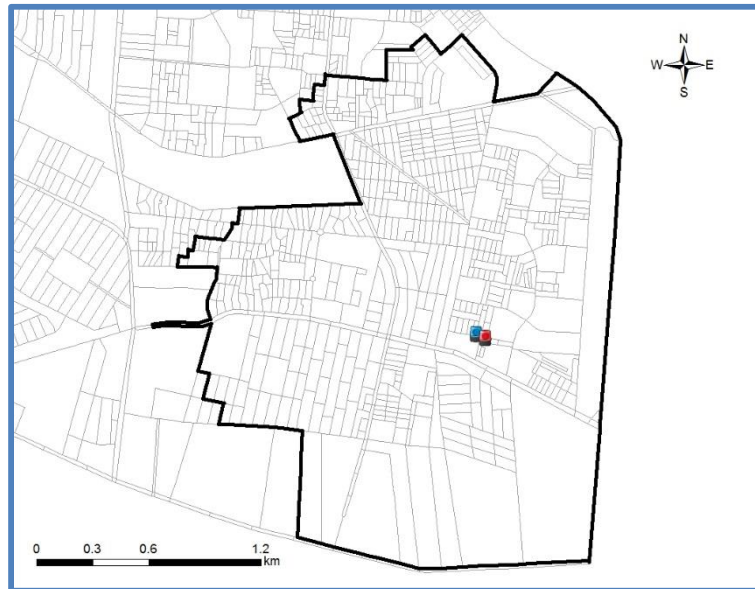


Figura 5.4 Traza de la patrulla 1

Como se mencionó anteriormente las rutas están traslapadas, de tal forma que el área que cubre para incidentes la patrulla uno, también tendrá otros vehículos patrullando dentro de esta área, esto se puede observar en la Figura 5.5 donde se aprecia el traslape de las rutas de las patrullas uno y dos.

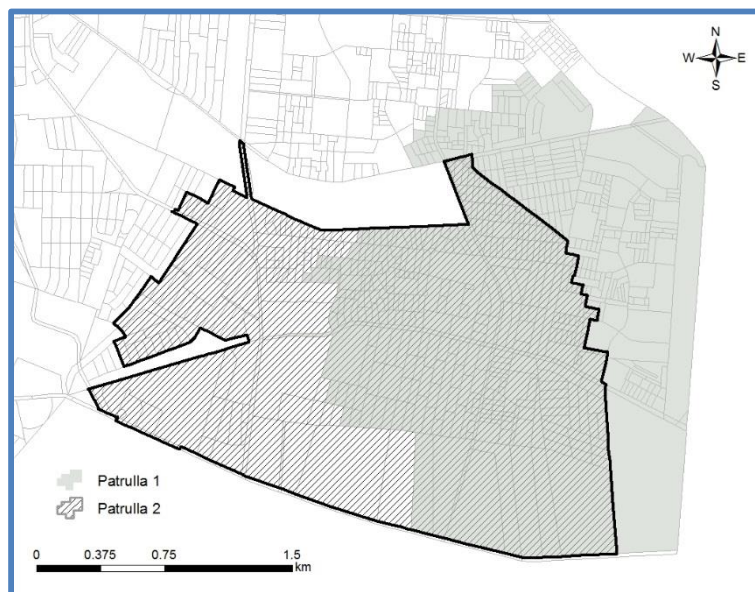


Figura 5.5 Áreas de cobertura de las patrullas 1 y 2



De la Figura 5.6 a la Figura 5.9 se muestran las rutas de las 16 patrullas sin traslape o intersecciones y agrupadas (Figura 5.10) se observa que todos los puntos de demanda quedan cubiertos. En el Anexo 1 se encuentran los mapas de las rutas de todas las patrullas de forma independiente.

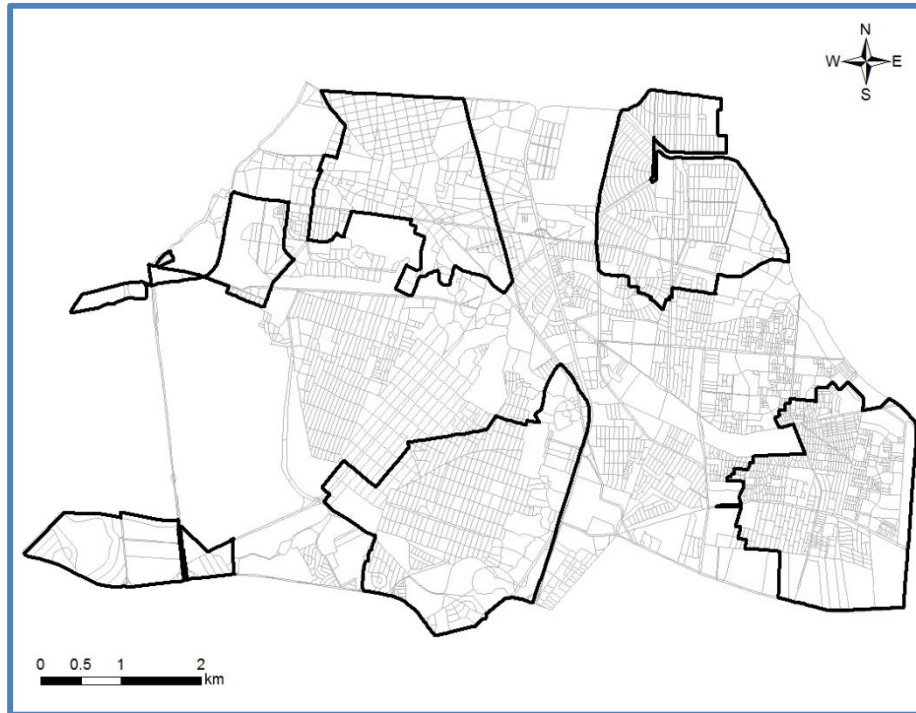


Figura 5.6 Rutas 1, 6, 8, 10, 15 y 16

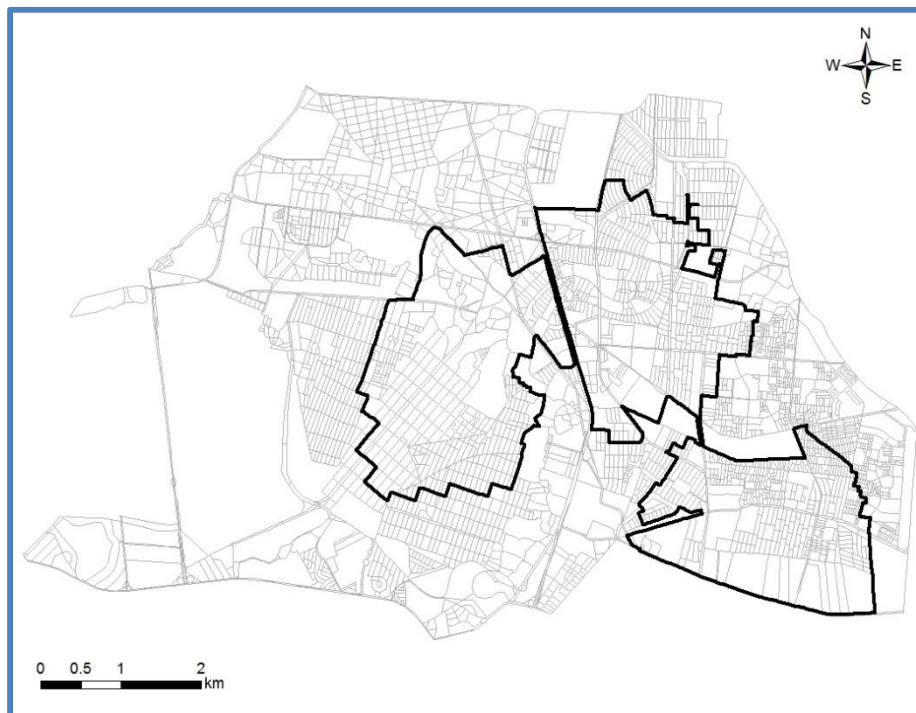


Figura 5.7 Rutas 2, 4 y 9



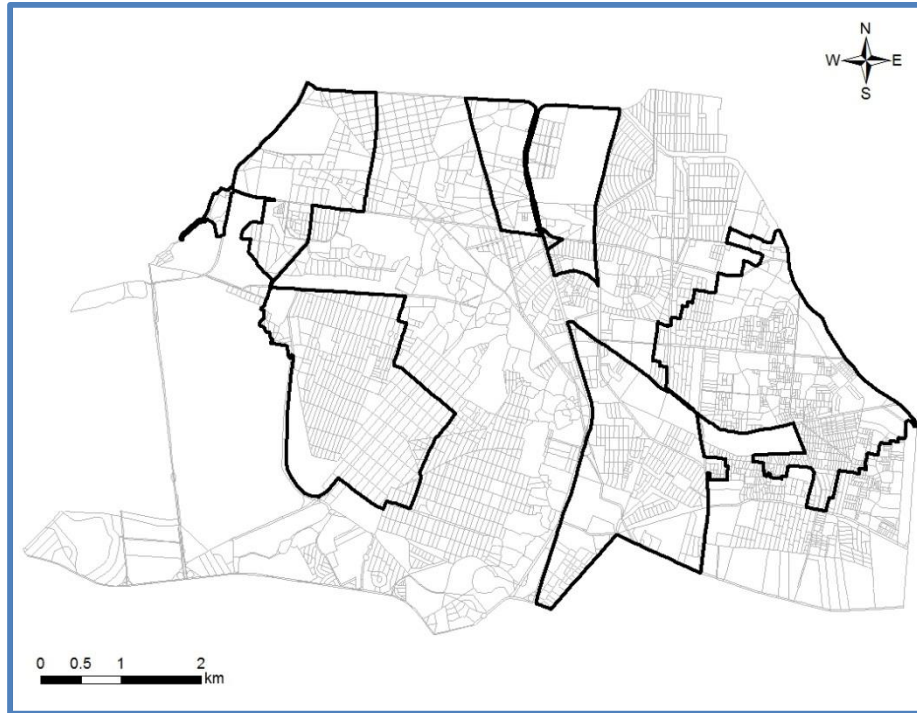


Figura 5.8 Rutas 3, 5, 7, 12 y 14



Figura 5.9 Rutas 11 y 13



## 5.2 Conclusiones

La metodología propuesta permitió resolver, en la primera etapa, un problema con cerca de 180 variables en lugar de un problema con hasta 1,850 de ellas, a partir de un modelo matemático para localización de servicios.

Se combinó el modelo matemático propuesto con base en algoritmos conocidos para localización-distribución junto con el uso de software para determinar ubicaciones dinámicas de servidores (patrullas).

Se obtuvieron las trazas de las rutas de patrullaje de tal manera que se cubre la totalidad de la población estudiada, con la menor cantidad de vehículos.

Para las rutas propuestas se necesitan sólo 16 patrullas con dos elementos de seguridad, tomando en cuenta que en la actualidad se cuenta con 20 de ellas dedicadas a las rondas entre las colonias, se redujo 20% la cantidad de patrullas que se necesitan para este servicio, dejando a cuatro de ellas como respaldo y como apoyo a los módulos de seguridad ya establecidos.

El tiempo máximo de respuesta a partir de la asignación del vehículo más cercano al lugar del incidente es de cinco minutos, es decir todos los puntos de demanda tendrán asignada al menos una patrulla que pueda acudir a un llamado en cinco minutos o menos.

Se tiene una cobertura total de la delegación, mejorando el tipo de respuesta a los incidentes, pues se pueden cubrir incidentes que requieren de al menos dos elementos de seguridad pública (policía de proximidad), además de contar con los módulos con policiletos.

Con la implementación de los patrullajes continuos por las rutas propuestas, se mejora la prevención de incidentes en las calles por las que circularán las patrullas. En la Figura 5.10 se muestra la totalidad de las calles, por las que continuamente estarán circulando las patrullas (todas las trazas).

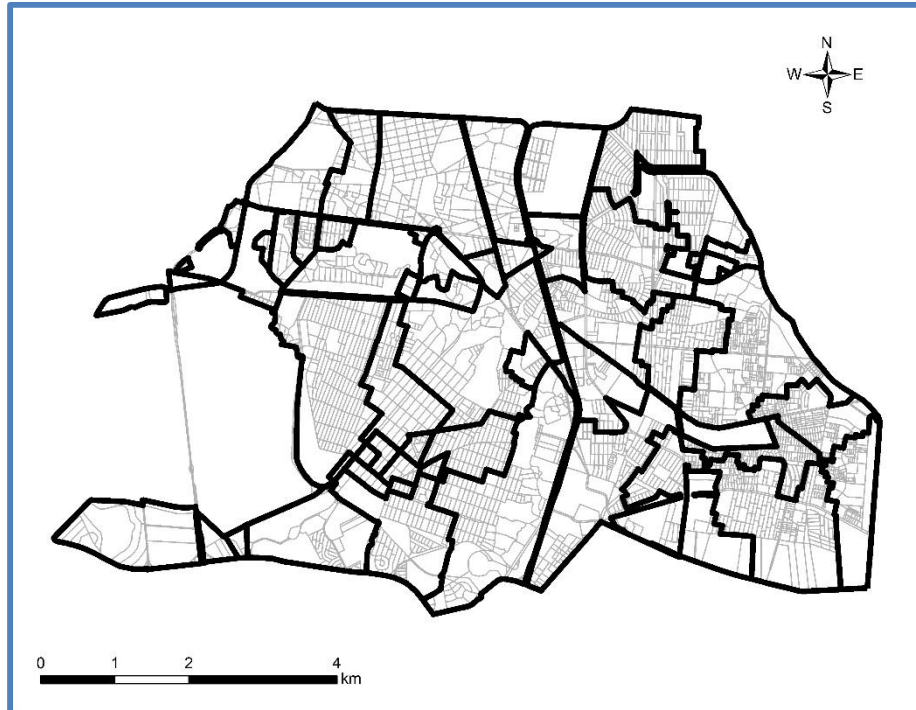


Figura 5.10 Calles con patrullaje continuo

### 5.3 Referencias

Azarmand, Z., Jami E. N. “Location Allocation Problem” in Farahani R. Z., Hekmatfar M. *Facility Location*, New York pp. 93-109. 2009.

Baker J., Clayton E. and Taylor B. “A non-linear multi-criteria programming approach for determining county emergency medical service ambulance allocations”. *The Journal of the operational research society*. 1989.

Ballou, R.H. “Dynamic warehouse location analysis”. *Journal of Marketing Research* 5 (3), 271–276. 1968.

Bammi D. “Design of police patrol beats to minimize response time to calls for service. Doctoral Dissertation Illinois Institute of Technology, Chicago, Il. 1972.

Brotcorne L., Laporte G and Semet F “Ambulance location and relocation models” *European Journal for Operational Research* 147. 2003

Chaiken M. and Larson R. “Methods for Allocation Urban Emergency Units: A survey” *management Science*, Vol. 19, No. 4, December, Part 2. 1972.



Daskin M. “Network and Discrete location: models, algorithms, and applications” A Wiley-Interscience Publication. 1995.

Drezner, Z., Wesolowsky, G.O. “Facility location when demand is time dependent”. *Naval Research Logistics* 38 (5), 763–777. 1991.

Francis R., White J. *Facility layout and location*. Prentice Hall. New Jersey, 1974.

Galvao R., Morabito R. “Emergency services systems: The use of the hypercube queueing model in the solution of probabilistic location problems”. *International transactions in operational research*, 2008.

Gendreau M., Laporte G and Semet F. “The Maximal Expected Coverage Relocation Problem for emergency Vehicles” *The Journal of Operational Research Society*, Vol 57 No. 1 January. 2006.

Gendreau M. Guertin F, Potvin J-Y and Taillar É. “Parallel tabu search for real-time vehicle routing and dispatching” *Transportation Science* 33. 1999.

Geroliminis N, Karlaftis M and Skabardonis A. “A special queueing model for emergency vehicle districting and location problem” *Transportation Research Part B* 43, 798-811. 2009.

Ghosh A, McLafferty S and Craig C. “Multifacility retail networks” in Drezner Z. *Facility Location*. Springer, New York pp. 301-330. 1995.

Hakimi S.L. “Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph”. *Operations Research* 12 (3), 450–459. 1964.

Hillier F., Lieberman G. *Introducción a la investigación de operaciones*. Mc Graw Hill. 9a ed., 2010.

Larson, R.C. “A hypercube queueing model for facility location and redistricting in urban facility service”. *Computers & Operations Research* 1 (1), 67–95. 1974.

Love R., Morris J. and Wesolowsky G. “Facilities Location. Models & methods”. Editorial North Holland. New York. 1988.





Marianov V. and ReVelle C.S. “Siting emergency services” in Drezner Z. (Ed.) *Facility Location*. Springer, New York pp. 199-223. 1995.

Marianov, V., Revelle, C. “The Queueing Maximal Availability Location Problem: a model for the siting of emergency vehicles”. *European Journal of Operational Research* 93 (1), 110–120. 1996.

Neebe A. “A procedure for locating Emergency-Service Facilities for all possible Response Distance” *The Journal of the Operational Research Society* Col 39, No. 8, August. 1988.

Powell W.B., Jaillet P. and Odoni A. “Stochastic and Dynamic Networks and Routing” in *Networks Routing, Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 8. 1995.

ReVelle, C. “The maximum capture or ‘sphere of influence’ location problem: hotelling revisited on a network”. *Journal of Regional Science* 26 (2), 343–358. 1986.

ReVelle, C., Hogan, K. “The maximum availability location problem”. *Transportation Science* 23 (3), 192–200. 1989.

Saladin, B. “A methodology for the allocation of police patrol vehicles”. *The Ohio State University*. 1980.

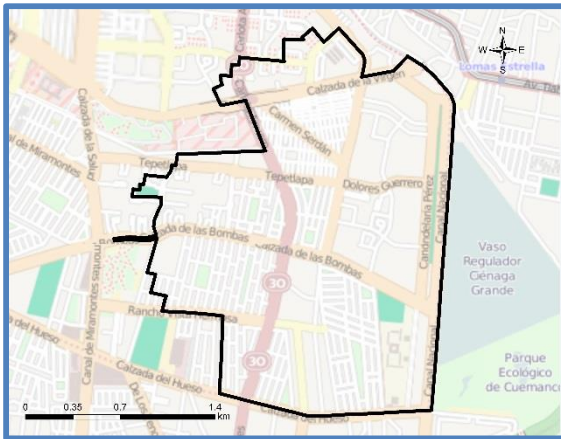
Schilling, D. A. “Dynamic Location modeling for public-sector facilities: a multicriteria approach”. *Decision Science* 11 (4), 714–724. 1980.

Scott, A.J. “Dynamic location–allocation systems: some basic planning strategies”. *Environment and Planning* 3 (1), 73–82. 1971.

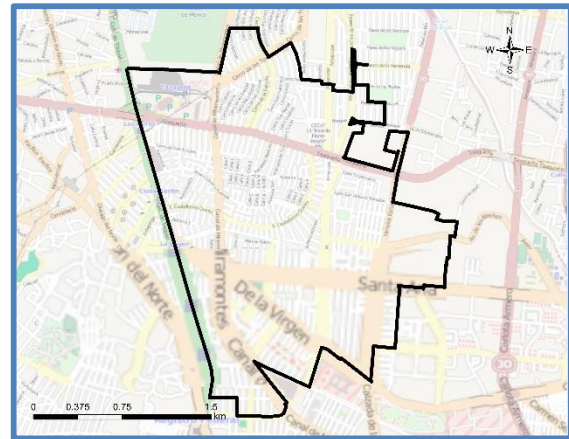
Sule D. *Logistics of facility location and allocation*. Marcel Dekker, Inc. New York, 2001.



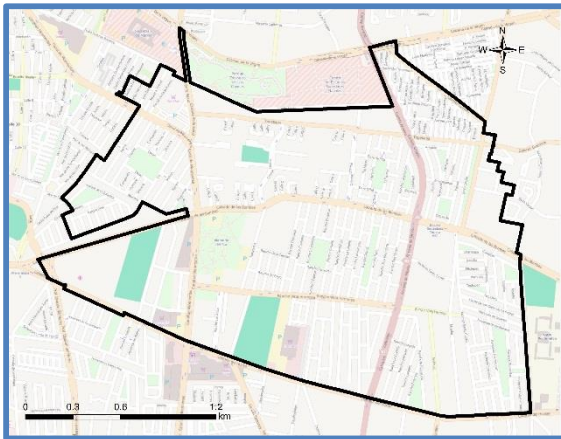
# Anexo 1



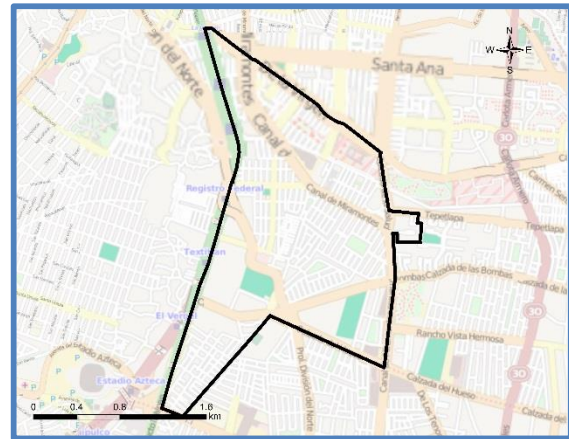
Ruta 1



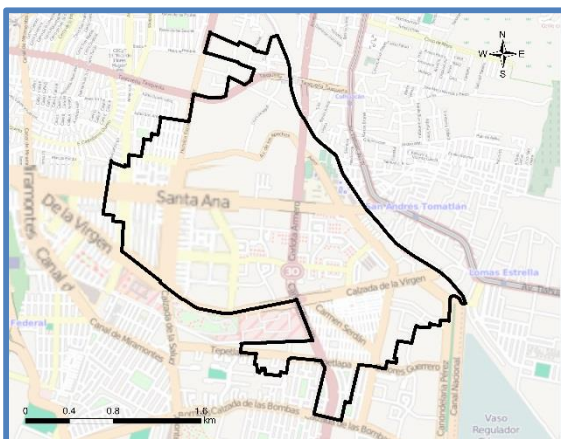
Ruta 4



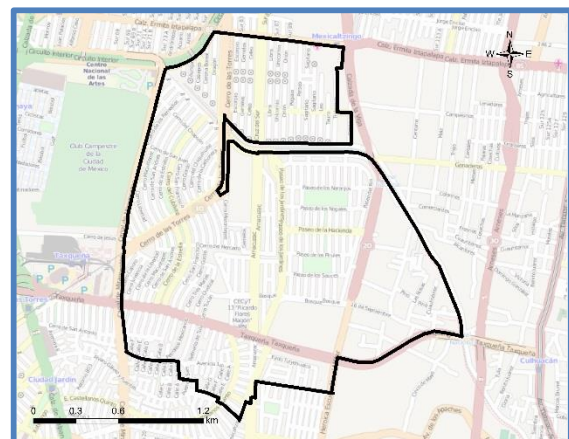
Ruta 2



Ruta 5

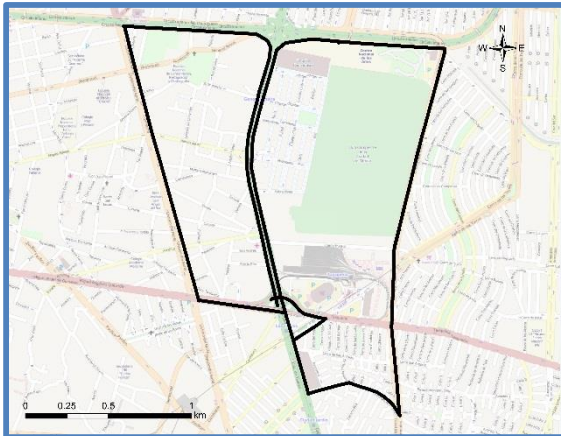


Ruta 3

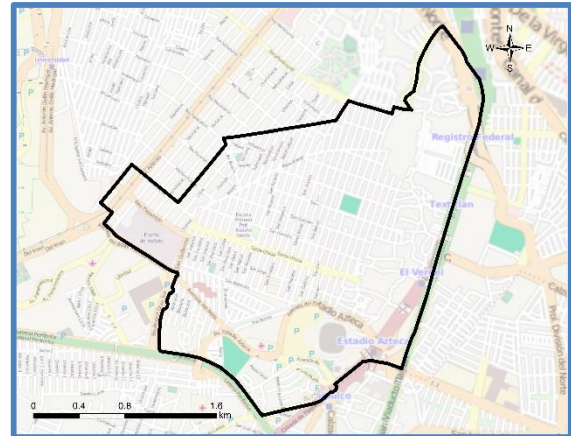


Ruta 6

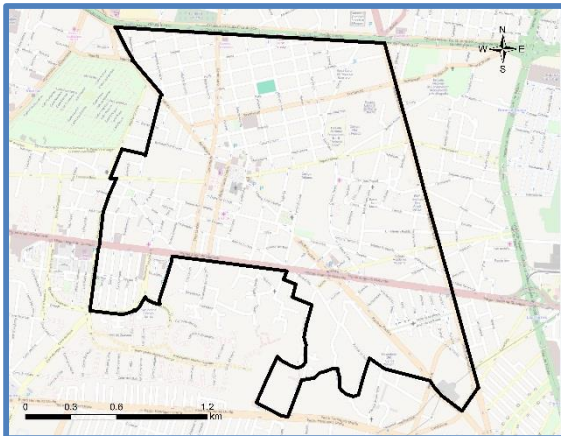




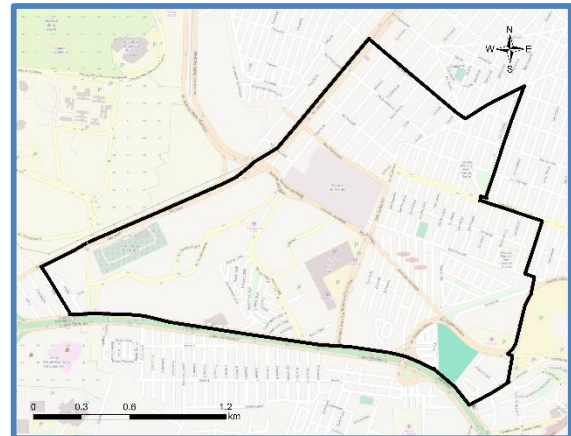
Ruta 7



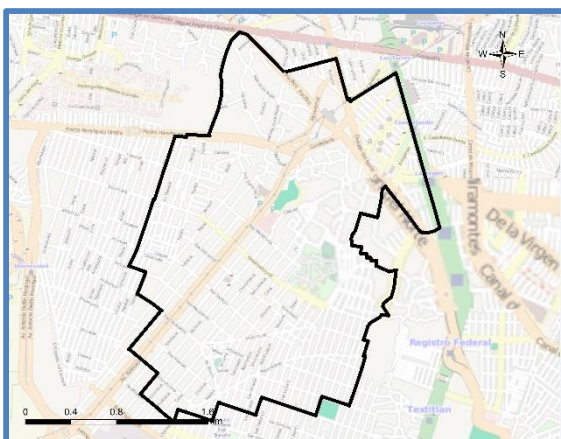
Ruta 10



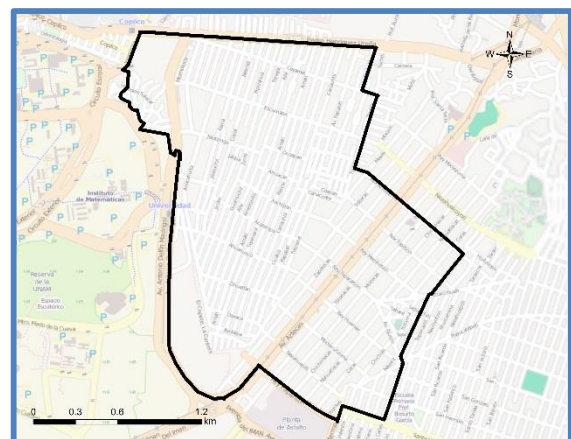
Ruta 8



Ruta 11



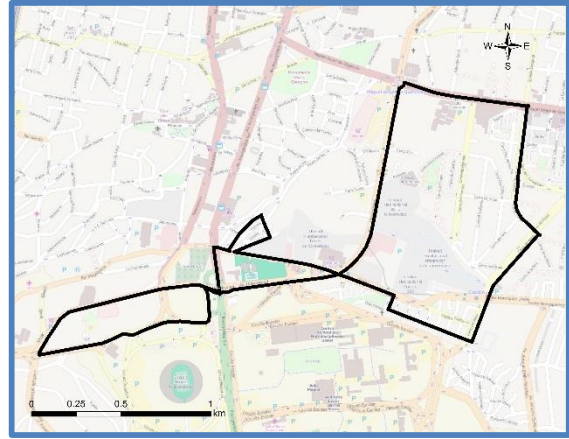
Ruta 9



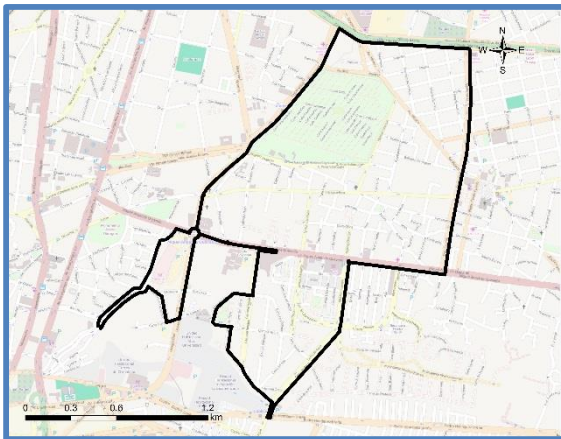
Ruta 12



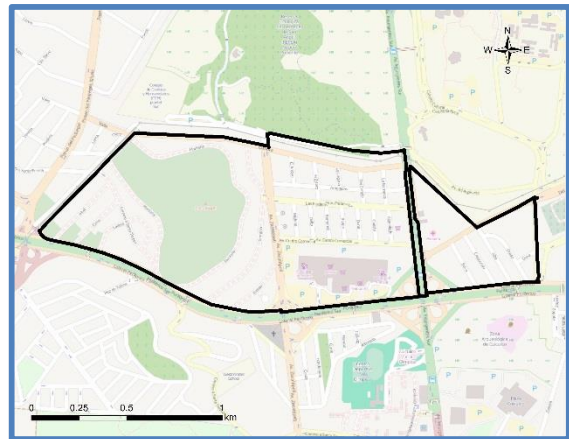
**Ruta 13**



**Ruta 15**



**Ruta 14**



**Ruta 16**