UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS

El Riesgo Operacional en las instituciones de seguros, una propuesta de medición bajo el entorno de Solvencia II.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIO

P R E S E N T A :

JOSÉ IRVIN HERNÁNDEZ GARCÍA

DIRECTOR DE TESIS:

M. en F. FERNANDO PÉREZ MÁRQUEZ

2014

Agradecimientos

El presente trabajo se lo quiero dedicar especialmente a mis padres agradeciendo el incondicional apoyo que me han brindado a lo largo de mi vida; sin excepción alguna también se lo dedico a mi familia en general y a las personas que me han brindado su amor, amistad, cariño y apoyo, a todos aquellos que me han hecho crecer como persona, que han sido y son parte importante en mi vida para poder lograr todos mis sueños y metas.

Gracias a todos.

Índice general

Introducción

La última crisis financiera ha dejado en claro la importancia de contar con un adecuado marco de gestión de los riesgos a los cuales las instituciones financieras están expuestas, no sólo por la necesidad cada vez más creciente de responder a la normatividad emanada de las entidades reguladoras nacionales e internacionales, sino también para mejorar los procesos de toma de decisiones y tener claridad sobre el marco conceptual y metodológico para la gestión y cuantificación de dichos riesgos.

Debido a la reciente aprobación de la implementación del proyecto de Solvencia II en nuestro país, es evidente que se presenta un gran reto para el sector asegurador ya que se van a tener que realizar cambios fundamentales en la administración de las instituciones aseguradoras. Claramente tanto las autoridades y las instituciones aseguradoras necesitan tiempo para poder ajustar su modelo de administración a estas nuevas reglas. Uno de los Objetivos de dicho proyecto es pretender que las aseguradas tengan una mejor gestión y control de los riesgos a las que están expuestas, pues no todos los riesgos con los que puede lidiar una aseguradora son tradicionales, por ejemplo una aseguradora tiene que prever el riesgo de invertir sus reservas técnicas, ya que esta inversión puede incurrir en una pérdida, o poder medir el impacto que se puede tener en caso de que alguien incurra en fraude, etc. Todos estos tipos de riesgo se conocen como riesgos financieros, riesgos que se proponen dentro del proyecto de Solvencia II y lo cual nos lleva a querer tener una mejor gestión y medición de dichos riesgos.

Con la próxima implementación en las instituciones de seguros, se busca que las aseguradoras puedan determinar sus recursos mínimos en función de los riesgos asumidos, es decir se busca que las compañías aseguradoras cuenten con un nivel de solvencia adecuado a través de la gestión y cuantificación que se realice a cada uno de los riesgos que lleguen asumir.

A pesar de que dicho reto puede ser arduo, por todo el tipo de implementación, requisitos y la preparación que se va requerir dentro del sector asegurador para poder cumplir con estas normas, el presente trabajo pretende contribuir en la gestión y cuantificación principalmente del "Riesgo Operacional" bajo Solvencia II; ya que en los últimos años se ha tenido un crecimiento en la preocupación de las entidades financieras por el Riesgo Operacional ya que siempre ha existido y quizás se manifiesta con mayor intensidad debido a la creciente complejidad y globalización del sistema financiero.

Este trabajo cuenta con cuatro capítulos. El primero presenta una descripción de los tipos de riesgos financieros a los que están expuestas las instituciones financieras, haciendo énfasis en las generalidades del "Riesgo Operacional" y en la importancia que tiene, citando algunos antecedentes que resaltan la mala gestión y regulación del mismo.

En el segundo capítulo se aborda la definición del "Riesgo Operacional" y la relevancia que tiene dicho riesgo tanto en el proyecto de Basilea II, como en el proyecto de Solvencia II, se aborda de manera muy general el proyecto de Basilea III y se realiza una breve descripción de las características de cada uno de estos proyectos; así como también se presenta la determinación del cálculo de dicho riesgo en el proyecto Basilea II y Solvencia II.

El tercer capítulo se centra en la importancia de contar con bases de datos tanto internas y externas para la medición del "Riesgo Operacional"; también se presenta una propuesta de eventos de pérdida con sus respectivas descripciones para el ámbito asegurador.

Finalmente en el cuarto capítulo se presenta una propuesta de modelo para medir el riesgo operacional en las instituciones de seguro, dando una breve descripción de las distribuciones de frecuencia y severidad, así como también la descripción de los modelos de agregación de riesgo y algunas otras alternativas para medir el riesgo operacional.

Capítulo I

Definición y Generalidades del Riesgo Operacional

1.1 Riesgos financieros

En la actualidad la mayoría de las instituciones financieras necesitan tener una administración de los riesgos que llegan afectar de manera potencial a la institución; ya que en un contexto financiero cuando se habla de riesgo, se hace referencia a la posibilidad de pérdidas causadas por variaciones en ciertos factores que llegan afectar el valor de un activo. Por esa razón es importante que los riesgos se identifiquen, se midan, se controlen y se vigilen cuidadosamente ya que pueden llegar a causar pérdidas financieras de gran magnitud para la entidad.

La palabra riesgo tienen varios significados dependiendo del contexto en el que se esté trabajando, pero podemos comenzar dando algunas definiciones de lo que es riesgo. Por ejemplo (Jorion, 2002) define al riesgo como la volatilidad de los flujos financieros no esperados, generalmente derivada del valor de los activos o pasivos. La bolsa mexicana y de valores (BMV) define al riesgo como la probabilidad de observar rendimientos distintos a los esperados, es decir que la dispersión de los resultados puede ser ocasionada por los movimientos de las distintas variables financieras en el mercado. (Rincón, 2011) En el contexto financiero nos dice que el riesgo se denota en términos de la variación o volatilidad de una inversión, ya que existen inversiones a tasa variable que son más riesgosas que una inversión a tasa fija.

La cuantificación del riesgo financiero ha sido una de las preocupaciones centrales de los investigadores y operadores en finanzas. El riesgo financiero básicamente está relacionado con las posibles pérdidas del mercado financiero, ya que los movimientos en las variables financieras llegan a ser de gran importancia para las empresas pues son variables de riesgo de alto impacto, como el tipo de cambio y las tasas de interés. Dado que las empresas pueden llegar a incurrir en pérdidas derivadas de los riesgos financieros es esencial que cuenten con una administración cabal de los riesgos, sean capaces de identificarlos, medirlos y controlarlos con el fin de enfrentar la incertidumbre futura sobre las variables que puedan afectar los resultados de la empresa.

1.1.1 Tipos de riesgos financieros

Existen varios tipos de riesgo pero en el caso de los riesgos financieros podemos mencionar los siguientes[1]:

Riesgo de Mercado

El riesgo de mercado se deriva de las volatilidades que se llegan a presentar en los precios de los activos y pasivos financieros debido a los cambios en los factores de mercado sobre la valuación de las posiciones, dichos factores pueden ser las tasas de interés o el tipo de cambio. El riesgo de mercado incluye el riesgo base, el cual se presenta cuando se rompe o cambia la relación de los productos utilizados para cubrirse mutuamente; también incluye el riesgo gamma que es ocasionado por las relaciones no lineales entre los subyacentes y el precio o valor del derivado. El riesgo de mercado puede tomar dos formas que se conocen como riesgo absoluto, el cual mide la pérdida potencial y se concentra en la volatilidad de las ganancias totales, y el riesgo relativo, que mide el riesgo en términos de la desviación respecto a un índice base.

Riesgo de Crédito

El riesgo de crédito se presenta cuando las contrapartes están indispuestas o son totalmente incapaces de cumplir con sus obligaciones contractuales, haciendo que la otra parte incurra en una pérdida. El riesgo de crédito se divide en dos tipos: riesgo de incumplimiento, el cual se refiere a la pérdida potencial derivada de la probabilidad de que una contraparte incumpla. Se pueden tener pérdidas cuando los deudores son clasificados duramente por las agencias crediticias. EL riesgo de crédito incluye el riesgo soberano, este riesgo se refiere a la parte de incumplimiento por parte de un país.

Riesgo de Liquidez

El riesgo de liquidez se define como la pérdida potencial por la imposibilidad de renovar pasivos. El riesgo de liquidez se presenta en dos formas: *mercado*/producto y *efectivo/financiamiento*. La primera forma se presenta cuando una transacción no puede ser conducida debido a una baja operatividad en el mercado. El segundo tipo se refiere a la incapacidad de conseguir obligaciones de flujo de efectivo, es decir se transforman en pérdidas.

[1] Definiciones tomadas http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/intermedio/riesgos/%7BA5059B92-176D-0BB6-2958-7257E2799FAD%7D.pdf , (Jorion, 2002)

Riesgo Operacional

El riesgo operacional se refiere a las pérdidas potenciales resultantes de fallas o deficiencias en los sistemas, en la administración, en el control interno, y eventos externos, también incluye el error humano, error en el procesamiento de las operaciones, el cual se conoce como riesgo de ejecución que incluye penalizaciones costosas o cualquier problema en el área de compensación y liquidación, fraudes, riesgo tecnológico, que se refiere a la protección de los sistemas. Las pérdidas ocasionadas por desastres naturales o accidentes que involucren a individuos claves de la empresa también se incluyen. El riesgo operacional también contempla el riesgo de modelo, el cual se puede dar por una mala valuación en las posiciones debido a la implementación de un modelo erróneo. Otro riesgo que se toma en consideración es el riesgo legal y este se presenta cuando una contraparte no tiene la autoridad legal para realizar una transacción.

1.2 El concepto de Riesgo Operacional y su importancia.

Dada una definición de riesgo operacional podemos profundizar más en la precisión de dicho concepto, haciendo notar que en los últimos años dicho riesgo se ha ido incrementando sustancialmente debido al uso de procedimientos automatizados, el crecimiento del comercio electrónico, al hecho de que los bancos sean proveedores de servicios a gran escala, etc.[2] Lo más probable es que el riesgo operacional se hizo notar exaltadamente por primera vez debido a la quiebra del famoso banco Barings, la cual se dio por una mala administración en cobertura de futuros y otros derivados, (más adelante checaremos con detalle este acontecimiento).

Eventos como el de Barings han hecho que el riesgo operacional se esté convirtiendo en una parte importante de las empresas, especialmente en el sector de servicios financieros, como los bancos y las entidades aseguradoras. Según se menciona en (Cruz, 2002), un estudio mostro que en la actualidad los bancos estiman sus riesgos en un 50% por parte de riesgo de crédito, 15% por riesgo de mercado y de liquidez, y un 35% por parte del riesgo operacional. Claramente el riesgo operacional puede varias dependiendo de las características que tenga la compañía., ya que por ejemplo una empresa manufacturera se verá expuesta a un riesgo operacional distinto al de un banco o una aseguradora.

Como podemos ver el definir al riesgo operacional e identificarlo puede llegar a ser una tarea muy complicada, pero nos podemos dar una idea de lo que no se llega a considerar como riesgo operacional dado la definición que ya tenemos., por ejemplo:

Todo lo que no es riesgo de mercado, riesgo de crédito, riesgo de reputación, que se refiere al peligro de una opinión publica negativa la cual puede llegar hacer que se disminuya la capacidad de una empresa para realizar sus negocios, riesgo sistémico, que se llega a considerar como la presencia de la inestabilidad en el sistema financiero, y el riesgo estratégico que se refiere a las pérdidas ocasionadas por las estrategias

[2] Si desea checar más hechos del crecimiento del riesgo operacional vea (Carrillo, y otros, 2009).

inadecuadas o errores en el diseño de planes, programas, estructura, asignación de recursos, etc., dentro del entorno empresarial.

Por lo tanto esto nos da idea de que el riesgo operacional está relacionado con aquellas pérdidas que se originan a partir de los errores de manejo de cualquier tipo que afectan a los ingresos de la compañía, y debido a la presencia y crecimiento radical dentro del sector financiero, el riesgo operacional está teniendo una gran importancia en la administración de riesgos, ya que una compañía que tiene una carencia de control o una descripción engañosa de las responsabilidades que se están llevado a cabo dentro del control de algunos procesos, puede llegar a ser una compañía más riesgosa en términos de riesgo operacional pudiendo contraer al mismo tiempo una pérdida potencial o incluso la bancarrota de la compañía.

El tener un buen control del riesgo operacional contempla una gran variedad de tareas. Algunas de las tareas que se consideran son las siguientes[3]:

- Establecimiento de normas y políticas internas de riesgo operacional
- Tener una descripción y una modelación de todos los procesos internos
- Analizar los procesos internos para detectar debilidades de los mismos
- Desarrollo de tecnología para el riesgo operacional, (Como bases de datos)
- Mantenimiento de la base de datos
- Valoración de riesgos inherentes a las operaciones
- Desarrollo de indicadores de riesgo (KRI)
- Desarrollo de métricas para las exposiciones al riesgo operacional
- Desarrollo de métricas para la eficiencia de los controles
- Modelización de la pérdidas a partir de la severidad y frecuencia
- Hacer uso de técnicas y modelos estadísticos para modelar pérdidas potenciales
- Tener un cálculo para el capital económico regulatorio por riesgo operacional

1.2.1 Indicadores de riesgo (KRI)

Los KRI[4] o indicadores de riego son variables de carácter financiero u operacional que ofrecen una base razonable para estimar la probabilidad y severidad de uno o más eventos de riesgo operativo los cuales pueden ser de carácter cualitativo o cuantitativo. Los KRI de carácter cuantitativo suelen ser los más usados e incorporados en técnicas de estimación para el riesgo operacional. Este tipo de KRI pueden ser expresados en porcentajes, cantidades o montos, pero es esencial que tengan un vínculo con la causa o evento de pérdida del riesgo.

Los KRI tienen como objetivo establecer y medir niveles de riesgo teniendo control sobre el mismo, permitiendo tomar acciones preventivas que minimicen las pérdidas; detectan cambios en el nivel del riesgo, dando señales de alerta ante los posibles

[3] Ver (Panjer, 2006)
[4] Para más detalles de los (KRI) Ver (Delfiner, y otros, 2008)

cambios del entorno, ante la eficacia de los procesos y ante la exposición de riesgos potenciales que se pueden convertir en pérdidas materiales.

Así que es muy importante tratar de identificar lo que es y no es riesgo operacional, medir los eventos así como llevar seguimiento de los mismos, obtener un buen control y claridad de los procesos con el fin de tener una excelente administración del riesgo operacional.

1.3 Acontecimientos relacionados con el Riesgo Operacional

El hablar de ciertos acontecimientos que estén relacionados con el riesgo operacional nos puede dar una mejor visión de la importancia que tiene este riesgo. Comenzaremos por checar los acontecimientos más sonados:

En febrero 1995 el banco inglés Barings quiebra como resultado de una mala administración por sus posiciones de futuros del índice Nikkei de la bolsa de Tokio ya que el ejecutivo Nick Leeson había comprado ocho mil millones de dólares en futuros apostando a la alza del índice japonés; lamentablemente este índice se desplomo y en solo un mes el banco Barings perdió 1.200 millones de dólares, lo que hizo que quebrara. Al principio de su administración Nick Leeson fue felicitado y recompensado por las destacadas ganancias que había conseguido para el banco, pero la suerte de Leeson se acabó cuando el terremoto de Kobe envió a los mercados financieros de Asia a la baja. Cuando los auditores Baring descubrieron el fraude ya era demasiado tarde y el banco fue declarado insolvente el 26 de febrero de 1995. El 6 de marzo del mismo año Barings fue comprado por la compañía de seguros holandés ING por la suma nominal de 1 libra, haciéndose cargo de todos los pasivos de Baring.

En septiembre de 1995 ocurrió un incidente similar ocurrió en la sucursal neoyorkina del banco japonés Daiwa. El responsable fue Toshihide Iguchi quien perdió 1.100 millones de dólares especulando con bonos. El banco Daiwa no quebró pero perdió ciertos beneficios.

En 1996 el banco Sumitomo a lo largo de tres años un trader acumulo pérdidas, no registradas por 2.600 millones de dólares con lo cual la reputación del banco se vio seriamente afectada.

En 1997 el banco Natwest perdió 127 millones debido a un trader en swaptions (Kyriacos Papouis) utilizó volatilidades equivocadas en un modelo para valorar un swap; esto le llevo a sobrevalorar el valor de los contratos y genero grandes pérdidas que intento ocultar. La reputación del banco sufrió un serio golpe.

En 2001 una gestión errónea con futuros sobre el Euro Stoxx 50 (Eurex) conllevo una caída de 800 puntos en el índice de futuros sobre la Bolsa de Frankfurt mejor conocido como Dax.

En el 2003 un trader del banco Allied Irish oculto tres años de pérdidas debido al tipo de cambio yen/ dólar con lo cual se vio afectada seriamente la reputación del banco

En el 2004 Bank of America y FleetBoston Financial fuerón condenados a pagar una multa de 515 millones dólares por una mala práctica con los fondos de pensiones.

Y en el 2007 con la famosa "crisis subprime" que también puede ser asociada a factores de riesgo operacional, como la deficiencia en los sistemas de control o en los procesos de evaluación correspondientes a los otorgamientos de créditos hipotecarios y fallas en el control de riesgos, pues también tienen mucho que ver el riesgo de crédito, mercado y liquidez. Los errores que se tuvo en la evaluación de los riesgos por parte de las entidades financieras así como también por las clasificadoras, errores en la determinación de los precios de instrumentos financieros, errores en la tasación prudente y de largo plazo de las garantías. También hubo una baja comprensión de los nuevos instrumentos financieros y de la correlación que existía entre los riesgos.

Como demuestran todos estos ejemplos, el riesgo operacional esta omnipresente en la vida empresarial; además de que las grandes empresas comerciales están cada día más atentas a los riesgos que asumen en todas sus operaciones, pues con todos estos acontecimientos mencionados y la existencia de muchos otros son lo que llegan a catalogar al riesgo operacional como un riesgo de eventos raros pero de gran severidad ya que el riesgo operacional se encuentra entre los más devastadores y difíciles de anticipar y como se ha visto su aparición puede resultar en un dramático colapso en el valor de la firma.

Referencias

Definiciones básicas de Riesgos ,Banxico, 2005. http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/intermedio/riesgos/%7BA5059B92-176D-0BB6-2958-7257E2799FAD%7D.pdf

Introduccion a la teoría del riesgo Rincón Luis., 2011.

Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk, Cruz Marcelo G.. - Chichester, West Sussex, England : John Wiley & Sons Ltd, 2002.

Operational Risk Modeling Analytics, Panjer Harry H.. - Hoboken : John Wiley & Sons, 2006.

Riesgo Operativo un enfoque global, Carrillo Santiago y Cruz Marcelo. - [s.l.] : Risk Mathics , 2009. - Vol. I.

Técnicas cualitativas para la gestión del riesgo operacional , Delfiner Miguel y Pailhé Cristina. - 2008. http://mpra.ub.uni-muenchen.de/15809/1/MPRA_paper_15809.pdf

Valor en Riesgo, Jorion Philippe. - Universidad de California, Irvine : Limusa Noriega Editores, 2002.

Capítulo II

El Riesgo Operacional en intermediarios financieros.

2.1 El Riesgo Operacional en Instituciones Bancarias.

En este apartado se detallara en términos generales en que consiste el proyecto de Basilea II el cual se implementa en las instituciones bancarias, centrándose en la parte de la definición del riesgo operacional y mostrando algunos de los modelos que se utilizan para la medición y gestión de dicho riesgo.

2.1.1 Principios Generales del Proyecto Basilea II

El desarrollo que se ha tenido en los últimos años en el sistema financiero internacional dio origen al proyecto de Basilea II, el cual ha tenido como objetivo lograr una medición más sensible al riesgo y establecer los requerimientos de capital necesarios por parte de las instituciones bancarias, con el fin de asegurar la protección de dichas entidades, complementando dicho proceso con una supervisión bancaria y una disciplina en el mercado.

El proyecto de Basilea II se basa en los siguientes tres pilares:

PILAR I.-Requerimiento mínimos de capital.

- El cual establece el nivel mínimo de capital que requerirá la institución bancaria para los diversos tipos de riesgo, que en este caso son: "riesgo de crédito", "riesgo operativo" y "riesgo de mercado".

PILAR II.-Proceso de supervisión bancaria

- Se requiere que las autoridades supervisoras establezcan las medidas necesarias para que las instituciones bancarias demuestren que han puesto en marcha un manejo integral de riesgos que cubra adecuadamente los requerimientos de capital que se establecen en el pilar I

PILAR III.-Disciplina en el mercado

- Con el tercer pilar se busca una mayor trasparencia en el manejo de la información que los bancos proporcionan a los participantes del mercado sobre su capital y perfil de riesgos.

Figura 2-1 Pilares del proyecto de Basilea II. Fuente: Elaboración propio con información tomada de (Martinez Castillo, 2007), (Supervision, 2009)

Esta propuesta está orientada para que los bancos puedan escoger de acuerdo a sus necesidades una serie de modelos para la cuestión de medición de los riesgos o adopten los modelos estándar que el regulador impone.

Para el pilar I se obtiene el "requerimiento mínimos de capital" utilizando el capital regulador y los "activos ponderados por su nivel de riesgo" (RWA) y en ningún caso podrá ser menor al 8% del capital total. Con lo cual se obtiene el índice de capitalización el cual tiene la siguiente definición:

"El Índice de Capitalización representa la fortaleza financiera de la institución para soportar Pérdidas no Esperadas (UL) en función de su perfil de riesgo"

La determinación del índice de capitalización, (ICAP), se da de la siguiente manera:

$$ICAP = \frac{Capital\ neto}{RWA_{Riesgo\ de\ crédito} + RWA_{Riesgo\ de\ mercado} + RWA_{Riesgo\ operacional}} \geq 8\%$$

Claramente un adecuado volumen de capital mejora la estabilidad financiera del banco, dando seguridad a clientes e inversionistas.

En México, las Instituciones Financieras deben conservar al menos el 10% de Índice de Capitalización con el objetivo de prever con antelación algún problema de solvencia, y por tanto brindarle la oportunidad de actuar en tiempo y con ello minimizar los costos. Es de suma importancia mantener un Índice de Capitalización al menos igual al que las autoridades regulatorias piden con el fin de garantizar la solvencia de la institución.

La incorporación del riesgo operacional dentro del cálculo del Índice de Capitalización pretende reconocer las necesidades de capital que tienen las instituciones bancarias por errores en sus operaciones normales, sean estos de sistemas, legales o de cualquier otra índole no relacionada con el riesgo de crédito y de mercado. El cálculo con la fórmula de Basilea II no garantiza que se vayan a tener Índices de Capitalización más altos, más bien lo que se busca es incentivar a los bancos a mejorar su administración y medición de riesgo.

En el caso del pilar II que se encarga del proceso de supervisión bancaria cabe mencionar que no consiste únicamente en garantizar que los bancos posean el capital necesario para cubrir sus riesgos; también tiene como función alentar a los bancos a desarrollar y utilizar mejores técnicas para la gestión de los riesgos. Esto requiere de un dialogo activo del supervisor con los bancos ya que en el caso de detectarse insuficiencias, se pueda actuar con rapidez con el fin de restaurar e nivel del capital.

El aumento en el capital puede ser una de las alternativas para contrarrestar un aumento en los niveles de riesgo, pero existen otras opciones como el fortalecimiento de la gestión de riesgos, mejora de controles internos y esfuerzo en el nivel previsiones y reservas.

El proceso de supervisión contiene cuatro principios básicos establecidos por el comité de Basilea y son los siguientes:

- ❖ Los bancos deberían contar con un proceso para evaluar la suficiencia de capital total en función de su perfil de riesgo y con una estrategia de mantenimiento de su nivel de capital

- ❖ Los supervisores deberían examinar las estrategias y evaluaciones internas de la suficiencia de capital de los bancos. Las autoridades supervisoras deberán intervenir cuando no queden satisfechas con el resultado de este proceso.

- ❖ Los supervisores deberían tener expectativas de que los bancos operen por encima de los coeficientes mínimos de capital requerido y deberían tener la capacidad de exigirles que mantengan capital por encima del mínimo.

- ❖ Los supervisores deberían intervenir con prontitud a fin de evitar que el capital descienda por debajo de los niveles mínimos requeridos. Asimismo, deberían exigir la inmediata adopción de medidas correctivas si el capital no se mantiene en el nivel requerido o no se restaura a ese nivel.

Para el tercer pilar, que se encarga de la disciplina de mercado, tiene como objetivo complementar el proceso de supervisión, desarrollando un conjunto de principios de la divulgación de información, permitiendo a los participantes del mercado evaluar el perfil de riesgo de un banco.

Debido a los métodos de estimación de riesgos y ante la posibilidad de que las entidades bancarias pueden utilizar metodologías propias para determinar sus necesidades de capital se hace necesaria la trasparencia de la información.

Basilea II no requiere que la información de divulgación esté auditada por un auditor externo, a menos que las autoridades locales establezcan los contrario.

2.1.2 Enfoques y definición de Riesgo Operacional dentro de Basilea II

Una de las mayores novedades de Basilea II ha sido la introducción del riesgo operacional en el pilar I, ya que el riesgo operacional es un riesgo inherente a cualquier negocio y no se puede excluir de la actividad financiera, de aquí que la preocupación por este riesgo se ha ido incrementando tanto por la entidades financieras y por los supervisores.

El primer peldaño en la medición de un riesgo contar es con la definición del mismo por lo que de acuerdo al proyecto de Basilea II el riesgo operacional es definido de la siguiente manera:

"El riesgo operacional es el riesgo de las pérdidas resultantes de procesos internos inadecuados o a fallos en dichos procesos, personas y sistemas internos o bien por causa de eventos externos." Incluye el riesgo legal pero excluye el riesgo estratégico y riesgo de reputación.

Uno de los mayores avances que se consiguió al consensuar una definición para riesgo operacional es que a partir de ella se puedo establecer una clasificación y determinación de los principales factores y eventos de pérdida que presentamos a continuación pero se dará un mayor detalle de cada uno de ellos en el siguiente capítulo, así como también a las líneas de negocio que se tienen contempladas para dicho riesgo.

Eventos de riesgo operacional de acuerdo a Basilea II

- [5]Fraude Interno
- Fraude Externo
- Relaciones Laborales y Seguridad en el Puesto de Trabajo
- Clientes, Productos y Prácticas Empresariales
- Desastres naturales y otros acontecimientos
- Incidencias en el Negocio y Fallos en los Sistemas
- Ejecución, Entrega y Gestión de Procesos

Líneas de negocio para el riesgo operacional

- Finanzas corporativas
- Negociación y ventas
- Banca minorista
- Banca comercial
- Pago y liquidación
- Servicios de agencia
- Administración de activos
- Intermediación minorista

Basilea II propone tres métodos de cálculo para el riesgo operacional los cuales detallaremos a continuación

2.1.3 Método del indicador básico

Este método es el más simple de los propuestos por el comité de Basilea, ya que consiste en multiplicar un porcentaje fijo, que denotaremos por α y fijado en un 15%, sobre el promedio de los ingresos brutos anuales positivos de los tres últimos años[6]. Y matemáticamente se expresa de la siguiente manera:

$$K_{OR} = \alpha * \frac{\sum_{t=1}^{3} \max(0, IB_t)}{n}$$

Donde:

$K_{OR} = Requerimiento\ de\ capital\ por\ Riesgo\ operacional$

$\alpha = Factor\ fijo\ del\ 15\%$

[5] Categorías tomadas del Anexo 12 A de la CNBV

[6] Es decir, se excluyen tanto del numerador como del denominador los ingresos brutos que presentan valores menores o igual a cero, lo que no permite la compensación entre ingresos brutos positivos y negativos en distintos años

$IB_t = Ingreso\ bruto\ anual\ del\ año\ t\ anterior$

$n = Número\ de\ años, dentro\ de\ los\ tres\ últimos\ con\ IB\ anuales\ positivos$

El indicador *ingresos brutos* pretende ser una aproximación al tamaño de la actividad de una entidad. Se buscó una medida que fuese simple y pudiera ser comparable. Obviamente, no es una medida perfecta de riesgo operacional debido a que este método es muy simple y no requiere ningún otro requisito cualitativo.

Basilea II define a los ingresos brutos como los ingresos netos por intereses mas otros ingresos netos. Esta medida debe excluir las provisiones dotadas, los gastos de explotación, los resultados realizados por la venta de valores de la cartera de inversión y los resultados extraordinarios o los ingresos derivados de las actividades de seguros.

2.1.4 Método estándar

El método Estándar presenta una estructura muy similar al anterior pero utiliza una segmentación de los ingresos brutos en función de las ocho líneas de negocio consideradas para el riesgo operacional. Se utiliza el promedio simple de los requerimientos de capital por riesgo operacional en cada uno de los tres últimos años; donde el requerimiento en cada año corresponde a la suma ponderada de los ingresos brutos de cada una de las ocho línea de negocio, multiplicada por un factor fijo asociado a cada una de ellas (denominado B_j). Si la carga de capital en un año resulta negativa, se considera igual a cero. Es decir:

$$K_{OR} = \frac{\sum_{t=1}^{3} \max[\sum_{j=1}^{8} (IB_{j,t} * B_j), o]}{3}$$

Donde:

$K_{OR} = Requerimiento\ de\ Capital\ por\ Riesgo\ operacional$

$B_j = factor\ fijo\ para\ la\ linea\ de\ negocio\ j - ésima$

$IB_{j,t} = Ingreso\ bruto\ anual\ de\ la\ linea\ de\ negocio\ j - ésima\ en\ el\ año\ t$

Los factores B_j propuestos por el Comité son presentados en la siguiente tabla, donde la ponderación de cada línea de negocio representa una menor o mayor exposición al riesgo operacional.

Línea de negocio		Factor fijo
j	Nombre	
1	Administración de activos	12%
2	Banca minorista	12%
3	Intermediación minorista	12%
4	Banca comercial	15%
5	Servicios de agencia	15%

6	Finanzas corporativas	18%
7	Negociación y ventas	18%
8	Pago y liquidación	18%

Figura 2-2 Factores de ponderación por línea de negocio. Fuente: Elaboración propia con información tomada de (Giménez-Montesinos)

Debido a una alta dispersión en los datos asociados a la utilización del método estándar y altas cargas de capital en las líneas de negocio de Banca Minorista y Banca Comercial que conforman lo que se conoce como banca tradicional. El Comité concluyó que aquellos factores producían una doble contabilización de riesgos, crédito y operacional, sin realmente estar asociados a éste último, por lo que propuso una modificación al método Estándar denominada Método Estándar Alternativo

Para la banca tradicional, el indicador de riesgo operacional corresponde a "los préstamos y anticipos pendientes, ambos sin ponderación de riesgo de crédito y brutos de provisiones". Para las restantes seis líneas de negocios, que constituyen la denominada banca no tradicional, se aplican las reglas del método ASA.

Par la banca tradicional el cálculo de los requerimientos de capital por riesgo operacional consistirá en multiplicar las B_j por un coeficiente reductor *(m),* que ha sido fijado en un 3.5% y para el caso de la banca no tradicional sus betas permanecen igual. Por lo que el cargo de capital por riesgo operacional quedaría de la siguiente manera:

$$K_{OR} = \frac{\sum_{t=1}^{3} \max[\sum_{j=1}^{8}(I_{j,t} * F_j)]}{3}$$

Donde:

$$I_{j,t} = \begin{Bmatrix} IB_{j,t} \;\; para\ banca\ no\ tradicional \\ LA_{j,t}\ para\ banca\ tradicional \end{Bmatrix}$$

$$F_j = \begin{Bmatrix} B_j \;\; para\ banca\ no\ tradicional \\ (B_j * m)\ para\ banca\ tradiciona \end{Bmatrix}$$

$LA_{j,t}$ representa los préstamos y anticipos pendientes, ambos sin ponderación de riesgo de crédito y brutos de provisiones.

Una vez que una entidad haya elegido el método estándar alternativo, no podrá volver a usar el método estándar sin autorización del supervisor, esto con el fin intentar evitar posibles arbitrajes regulatorios.

2.1.5 Métodos de medición Avanzada

Como ya se mencionó anteriormente dentro de Basilea II los bancos pueden utilizar el modelo estándar que les impone el regulador o se admiten las propuestas de los modelos internos de medición del riesgo operacional para calcular los requerimientos de capital, estos modelos internos deben tener previa aprobación del supervisor.

Dentro de Basilea II el comité ha sugerido una serie de criterios, cualitativos y cuantitativos que las instituciones bancarias deben cumplir para que los supervisores autoricen la utilización de modelos internos.

Criterios generales:

Participación activa de la alta administración y directorio de la institución en el monitoreo del marco de gestión de riesgo operacional

Existencia de un sistema y marco de administración del riesgo operacional conceptualmente sólido e integral

Suficiente asignación de recursos para utilizar el método en las más importantes líneas de negocio, así como en los ámbitos de control, y auditoría

Documentación de las políticas y criterios para la estimación de los ingresos brutos por línea de negocio y actividad respectiva.

Criterios cualitativos:

Existencia de una unidad independiente a cargo de la gestión completa del riesgo operacional de la institución responsable, entre otras cosas, del diseño, desarrollo e implementación del sistema de medición del riesgo operacional

Existencia de un sistema de evaluación interna de riesgo operacional, que deberá analizar detalladamente y por línea de negocio la información disponible, y que deberá encontrarse perfectamente integrado a los procesos de administración del riesgo

Existencia de un sistema periódico de reportes sobre la exposición al riesgo operacional, que sea dirigido a la alta administración y a la unidad responsable de cada línea de negocio

Validación detallada y periódica de los procesos de gestión y sistemas de evaluación del riesgo operacional, mediante auditoría interna y externa.

Criterios Cuantitativos:

La institución bancaria debe demostrar que los métodos considerados en su sistema permiten identificar y representar adecuadamente los eventos extremos de pérdidas por riesgo operacional, tanto en severidad como en frecuencia. Además, la entidad debe utilizar criterios dentro de una ventana temporal de un año y un nivel de confianza del 99,9% para la determinación de pérdidas inesperadas.

Basilea II considera cuatro fuentes principales de información de pérdidas y de escenarios para el desarrollo de métodos de valoración interna de capital por riesgo operacional: i) datos internos, ii) datos externos, iii) análisis de escenarios y iv) factores del entorno e internos de control.

2.1.6 Basilea III

Debido la crisis económica y financiera del 2007 y a que numerosos bancos mantenían niveles de liquidez insuficientes el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea acordó implantar un conjunto de medidas de capital y de liquidez, con el objeto de fortalecer la solvencia del sistema bancario. Este conjunto de medidas es lo que se conoce como Basilea III.

Entre las causas que originaron la crisis financiera internacional se encuentra el crecimiento excesivo del apalancamiento de las instituciones financieras a través de diversas operaciones que eran registradas dentro o fuera de su balance general. Aquellas operaciones que están fuera del balance general se les conocen como *"shadow banking system*[7]*"* las cuales fomentaron el endeudamiento de los bancos ya que la información financiera de estas operaciones no estaba registrada en los estados financieros de las instituciones.

En general el proyecto de Basilea III incluye los siguientes elementos que lo distinguen de Basilea II:

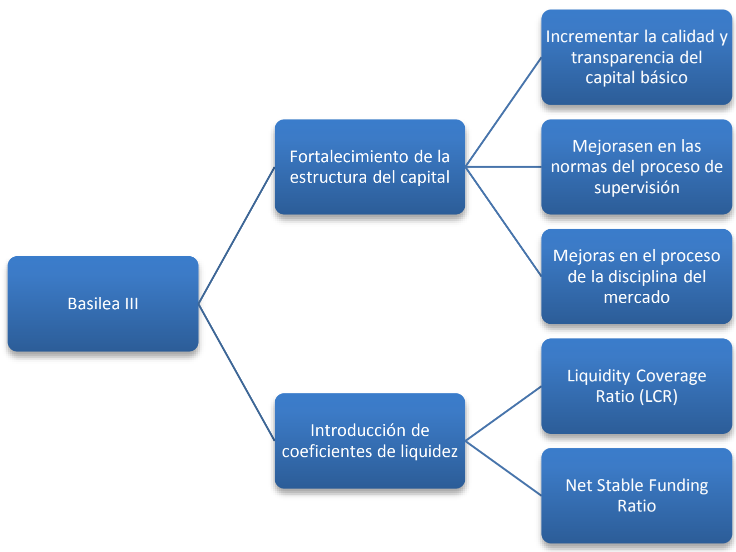


Figura 2-3 Elementos que distinguen a Basilea III. Fuente: Elaboración propia con información de (CNBV, 2011) y (CNBV)

Como podemos notar el Comité de Basilea ha ampliado su enfoque regulatorio con el fin de promover la solvencia de la entidades de manera individual y dar estabilidad al sistema financiero en conjunto.

En las cuestiones de capital regulatorio, dentro del proyecto de Basilea III va a estar conformado por dos elementos: Capital de nivel 1 o *Tier* 1 y Capital de nivel dos o *Tier*

[7] Shadow Banking System: Se refiere a la intermediación crediticia que es realizada fuera de los mecanismos tradicionales de intermediación bancaria, provocando la transformación de las características de liquidez y vencimiento del instrumento intermediado.

2. Los cuales en nuestro país se conocen como Capital básico 1 y Capital básico 2 los cuales conforman el Capital básico o capital regulatorio. Y el capital neto contendrá el capital básico 1 y 2 más un capital complementario.

A continuación se resume las partes que integraran a cada parte del capital básico y el capital complementario[8]:

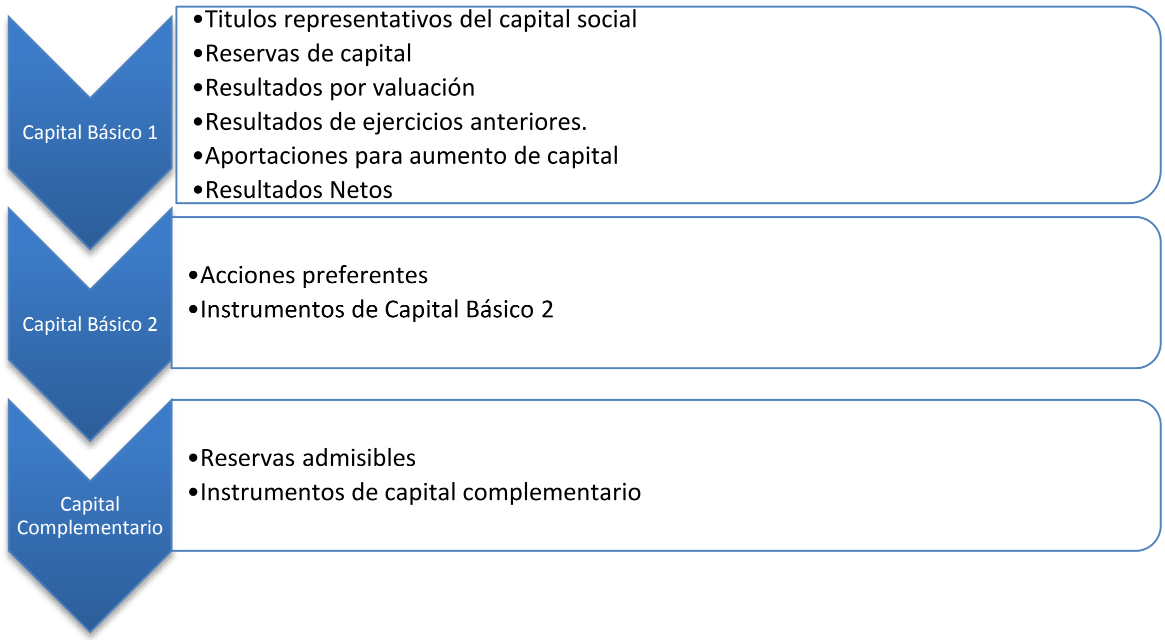


Figura 2-4 Componentes del capital básico. Fuente: Elaboración propia con información de (CNBV, 2011) y (CNBV)

Como se mencionó anteriormente actualmente la Comisión Nacional Bancaria y de Valores publica periódicamente el Índice de Capitalización (ICAP, el cual ha quedado establecido y se mantiene en un mínimo de 8%). Este índice se refiere al porcentaje de capital neto con respecto a los activos ponderados por riesgo que mantiene cada banco.

Los activos ponderados por riesgo que establece la ley para el cálculo del ICAP son:

- Activos sujetos a riesgo de crédito ($RWA_{Riesgo\ de\ crédito}$)
- Activos sujetos a riesgo de mercado ($RWA_{Riesgo\ de\ mercado}$)
- Activos sujetos a riesgo operacional ($RWA_{Riesgo\ Operacional}$)

Y la desigualdad de abajo que anteriormente ya se había planteado para dicho índice.

[8] Para profundizar más en los títulos representativos del capital básico 1 se puede checar las condiciones establecidas en el Anexo 1-Q de la ley de la CNBV. Para profundizar en los títulos representativos del capital básico 2 se puede checar el anexo 1-R de la ley de la CNVB y los del capital complementario el artículo 2 bis 7 de la correspondiente ley.

$$ICAP = \frac{Capital\ neto}{RWA_{Riesgo\ de\ crédito} + RWA_{Riesgo\ de\ mercado} + RWA_{Riesgo\ operacional}} \geq 8\%$$

En este sentido, la CNBV clasifica a las instituciones de banca múltiple de acuerdo a su ICAP en 5 categorías. Con lo cual la CNBV, a partir de la entrada de Basilea III, cambia el esquema de alertas tempranas al pasar de un enfoque basado únicamente en el Índice de Capitalización Neto a uno basado en los componentes de dicho índice. Los cuales definimos a continuación con un ICAP deseable:

$$Ind_1 = \frac{Capital\ Básico\ 1}{Activos\ Ponderados\ por\ Riesgo} \geq 7\%$$

$$Ind_2 = \frac{Capital\ Básico\ 1 + Capital\ Básico\ 2}{Activos\ Ponderados\ por\ Riesgo} \geq 8.5\%$$

$$ICAP = \frac{Capital\ Neto}{Activos\ Ponderados\ por\ Riesgo} \geq 10\%$$

Y con esta nueva integración de capital, un banco podrá entrar en el esquema de alertas tempranas si incumple al menos una de las siguientes condiciones:

$$CCB_1 = \frac{Ind_1}{ICAP} \geq .875$$

$$CCB = \frac{Ind_2}{ICAP} \geq 1.0625$$

Con lo cual la clasificación de las instituciones de banca será de la categoría I a la V conforme a la siguiente matriz:

Índices		Índice de capitalización				
Ind1/ICAP	Ind2/ICAP	ICAP ≥ 10%	10% > ICAP ≥ 8%	8% > ICAP ≥ 7%	7% > ICAP ≥ 4%	4% > ICAP
CCB1 ≥ 0.875	CCB ≥ 1.0625	**I**	**II**			
	1.0625 > CCB ≥ 0.875		**II**	**III**		
0.875 > CCB1 ≥ 0.5625	CCB ≥ 1.0625		**II**			
	1.0625 > CCB ≥ 0.75		**II**	**III**	**IV**	
	CCB < 0.75		**II**	**IV**	**IV**	
CCB1 < 0.5625						**V**

Figura 2-5 Clasificaciones de instituciones financieras. Fuente: Elaboración propia con información de (CNBV)

Estar dentro de la categoría I quiere decir que la institución esta cumpliendo los requerimientos. Estar dentro de la categoría II quiere decir que la institución esta incumpliendo con el suplemento de conservación y pertenecer a una categoría menor a II implica la que la institución esta incumpliendo con los coeficientes mínimos.

Por otro lado en Basilea III se va introducir los coeficientes de liquidez ya que durante la crisis financiera se mostró que la ausencia de recursos líquidos en los mercados de deuda durante largos periodos puede ocasionar que el capital de una institución resulte insuficiente para hacer frente a sus obligaciones. Derivado a esto el Comité de Basilea ha establecido algunos principios básicos para tener una administración eficiente de riesgo de liquidez los cuales se enuncian a continuación de forma general.

- Gobierno corporativo[9] en la administración de liquidez
- Medición y administración del riesgo de liquidez
- Transparencia de los indicadores del riesgo de liquidez
- Supervisión regulatoria del riesgo de liquidez

Con el fin de complementar estos principios y fortalecer los niveles de liquidez que debe mantener un banco de acuerdo a sus operaciones, se han desarrollado dos requerimientos mínimos de liquidez, Liquidity Coverage Ratio (LCR) y Net Stable Funding Ratio (NSFR) cuyo objetivo es proporcionar mayor resistencia a los bancos contra la paralización del financiamiento a corto plazo, así como para identificar y disminuir la inconsistencia en la estructura de liquidez entre los activos y pasivos.

El requerimiento mínimo de liquidez (LCR) promueve la resistencia de las fuentes de financiamiento de corto plazo ante posibles anomalías en los mercados financieros, los cuales son traducidos en la ausencia repentina de recursos líquidos, este indicador cubre un horizonte de 30 días.

El LCR ayudará a los bancos a mantener una mayor cantidad de activos financieros de alta calidad, de tal forma que éstos puedan ser utilizados en cualquier momento, mediante su venta o uso como garantía, para obtener recursos líquidos ante situaciones extremas de mercado. La fórmula es la siguiente:

$$\frac{Monto\ de\ activos\ liquidos}{Flujos\ de\ efectivo\ netos\ sobre\ los\ siguientes\ 30\ días} \geq 100\%$$

Este indicador deberá ser analizado bajo escenarios similares a los ocurridos en la última crisis financiera internacional.

El indicador (NSFR) permitirá identificar el monto mínimo de financiamiento estable que es suficiente para el funcionamiento normal de una institución de acuerdo a los activos que componen su información financiera, la idea es que este indicador complemente al LCR de tal forma que se sustituyan aquellas fuentes de financiamiento de corto plazo por fuentes de financiamiento de largo plazo que representen una mayor estabilidad. La fórmula es la siguiente:

$$\frac{Monto\ disponible\ de\ financiamiento\ estable}{Monto\ requerido\ de\ financiamiento\ estable} \geq 100\%$$

Una de los puntos más importantes que ataca este indicador, es evitar el exceso de confianza en los mercados de deuda de corto plazo. El Comité de Basilea establece que cada país debe verificar la realización de pruebas de estrés y planes de contingencia financiera para casos extremos en las condiciones de mercado. Además deberán dar

[9] El Gobierno Corporativo de una empresa se puede definir como el conjunto de prácticas que gobiernan las relaciones entre los participantes que la administran y los que invierten los recursos en dicha empresa. (CAF, 2005)

seguimiento a las fuentes de liquidez de las instituciones financieras.

2.1.7 El riesgo operacional en Basilea III

En el Nuevo Acuerdo de Basilea III, el tratamiento del riesgo operacional no ha sido sometido a ningún tipo de cambio respecto a Basilea II. Sin embargo el Comité de Supervisión Bancaria de Basilea ha publicado un documento que tiene por nombre "Buenas prácticas para la gestión y supervisión del riesgo operativo" en cual esencialmente se recogen una serie de principios para una gestión y supervisión eficaces del riesgo operativo. Para un desarrollo adecuado de la gestión del riesgo se establecen los siguientes principios:

- El Consejo de administración deberá conocer cuáles son los principales aspectos de los riesgos operativos para el banco
- La gestión del riesgo operativo deberá estar sujeto a un proceso de auditoría interna.
- La alta gerencia deberá ser la responsable de poner en práctica la gestión del riesgo operativo.

En cuanto a la identificación, evaluación, seguimiento y la cobertura los bancos:

- Deberán identificar y evaluar el riesgo operativo inherente a todos sus productos, actividades, procesos y sistemas relevantes.
- Deberán vigilar periódicamente los perfiles de riesgo operativo y las exposiciones sustanciales a pérdidas
- Deberán contar con políticas, procesos y procedimientos para controlar y cubrir los riesgos operativos más relevantes

En cuanto a los supervisores:

- Deben exigir a todos los bancos que mantengan un marco eficaz para identificar, evaluar, seguir y controlar o mitigar sus riesgos operativos más relevantes
- Deben realizar, directa o indirectamente, una evaluación periódica de las políticas, prácticas y procedimientos con los que cuentan los bancos para gestionar sus riesgos operativos

Por otra parte esta la divulgación de información en el cual los bancos deberán proporcionar información pública suficiente para que los partícipes del mercado puedan evaluar sus estratégicas de gestión del riesgo operativo

2.2 El Riesgo Operacional en Instituciones de Seguros.

En esta parte abordaremos el tema de Solvencia II que se implementara en las instituciones de seguros, dando un enfoque general de los conceptos y términos que la integran, se mostrará la definición y el modelo estándar que se propone para la medición del riesgo operacional dentro de dicho proyecto.

2.2.1 Solvencia II

Solvencia II es un proyecto que surgió en Europa con el fin de establecer un esquema para la administración de riesgos de las compañías aseguradoras y reaseguradoras, proponiendo la implementación de procesos y procedimientos para medir, identificar y gestionar los niveles de riesgo que lleguen asumir las compañías de seguros, ya que la solvencia de una entidad no se debe de basar únicamente en datos financieros, deben de considerarse otros aspectos tales como su exposición al riesgo, tamaño de la empresa, estrategias que realice la compañía, políticas de protección de reaseguro, entre otros factores.

Es importante resaltar que uno de los principales objetivos de Solvencia II es que las empresas establezcan y desarrollen un sistema que permita medir los recursos necesarios, a través de la definición del requerimiento de capital de solvencia, se decir que se garantice la solvencia de la compañía en función de los riesgos asumidos por ésta ya que las empresas financieras pueden sufrir un colapso financiero agravante derivado de una mala administración de riesgos.

Lo que se busca lograr con Solvencia II es que cada aseguradora conozca cómo está afrontando los riesgos que asume, la capacidad de gestión que tiene sobre los mismos y la incidencia que tienen en las distintas líneas de negocio. Todo esto con el fin de determinar el monto de recursos que se debe destinar para las coberturas de los riesgos asumidos.

A continuación presentamos un esquema de las bases que pretende fomentar Solvencia II en general:

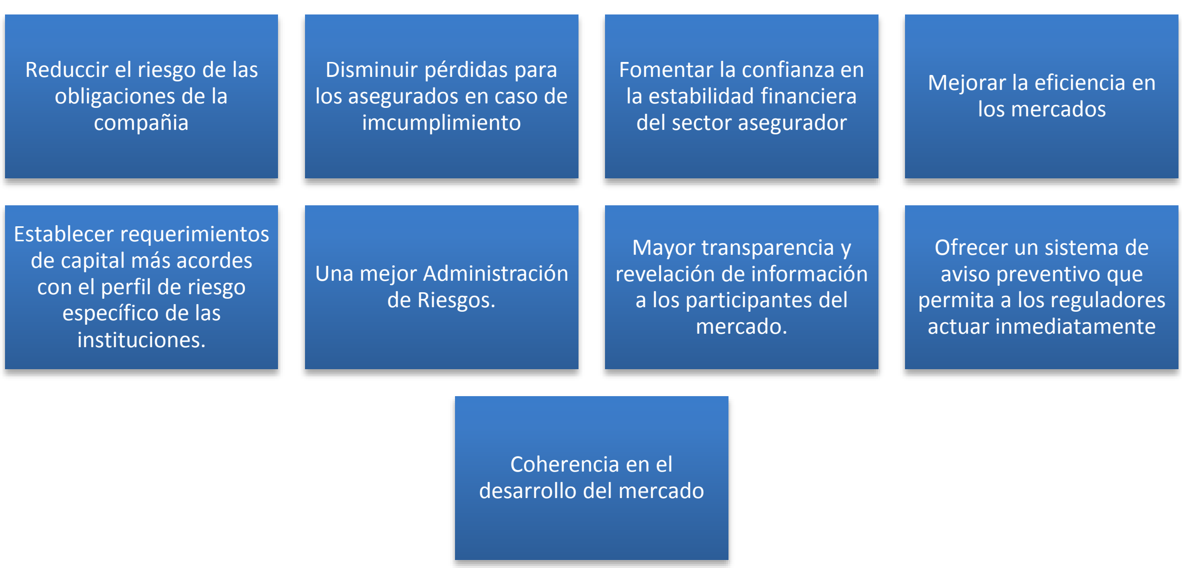


Figura 2-6 Bases del proyecto de Solvencia II. Fuente: Elaboración propia con información de (COMMISSION, 2010)

Con estas bases se logrará mejorar la protección de los asegurados así como de los beneficiarios, la rentabilidad de las aseguradoras y la trasparencia de las compañías con el fin de generar confianza en el mercado.

2.2.2 Principios Generales del Proyecto Solvencia II

El proyecto de Solvencia II esta diseñado sobre tres pilares, donde cada uno de los pilares esta ajustado a la características específicas del mercado asegurador.

Pilar I (Necesidades financiera mínimas o requerimiento mínimo de capital). Este pilar es de carácter cuantitativo y está básicamente centrado en el mantenimiento de las reservas, activos y pasivos apropiados que soporten las obligaciones asumidas y así como cuantificar los requerimientos de capital.

Pilar II (Proceso de supervisión). El segundo pilar analiza los principios básicos del proceso de evaluación de la afectividad de los sistemas, de la gestión y control de los riesgos. También se evalúa el control interno y el gobierno corporativo. Con la implementación de dicho pilar se pretende que las compañías aseguradoras cumplan con el capital adecuado para poder hacer frente a sus obligaciones, permitiéndoles soportar todos los riesgos asumidos.

Pilar III (Medidas para fomentar la disciplina del mercado). Este tercer pilar busca establecer las obligaciones de información que las aseguradoras deberán presentar al mercado; por lo tanto podemos observar que este pilar es complementario a los otros dos pilares con la finalidad de mejorar el sector asegurador.

Tomando en cuenta las características de cada pilar vamos a profundizar un poco más en los conceptos que conforman a cada uno de ellos. Comenzaremos con el Pilar I el cual como ya mencionamos es de naturaleza cuantitativa y se ocupa de tres elementos, a determinación de los fondos propios o capital de la compañía, la valuación de reservas y el requerimiento de capital.

Los fondos propios de la compañía se obtienen del Valor de Mercado de los Activos (VMA) menos el Valor de Mercado de los Pasivos (VMP), en donde el VMP está compuesto por el "margen de riesgo" y el "mejor estimador", estos dos últimos conceptos hacen referencia al pasivo más importante de la compañía aseguradora, las reservas técnicas, las cuales según el proyecto de Solvencia II deben ser valuadas como la suma del "mejor estimado" más el "margen de riesgo". Con los cual los fondos propios de la compañía resultan ser los rubros de capital que se encuentran respaldados por los activos y con los cuales cuenta la institución para cubrir sus requerimientos de capital.

El mejor estimador se define como el valor esperado de los flujos futuros del portafolio de riesgos. Es decir el mejor estimado corresponde a la metodología para realizar el cálculo de las reservas técnicas que sea más óptima de acuerdo al riesgo y características propias de cada aseguradora. Por otro lado el margen de riesgo representa el costo de asegurar que el capital que se requiera esté disponible para mantener las obligaciones futuras de la compañía. Por lo tanto la suma del margen de riesgo y el mejor estimador dará como resultado el valor que tiene el portafolio de riesgos de la aseguradora.

En el cuadro de abajo se muestra gráficamente la proporción que representan los fondos propios de una compañía aseguradora teniendo el Valor de mercado de los Activos del lado derecho y por el otro tenemos el margen de riesgo y el mejor estimado que representan el Valor de Mercado de los Pasivos.

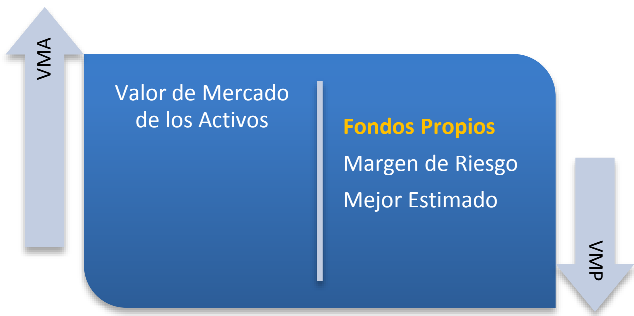


Figura 2-7 Balance Financiero. Fuente: Elaboración propia con información de (AMIS) y (COMMISSION, 2010)

El requerimiento de capital busca garantizar que la compañía tendrá recursos suficientes para hacer frente a las operaciones y los riesgos a los que este expuesta la institución. El requerimiento de capital contempla los riesgos financieros que fueron mencionados en la sección 1.1 del presente trabajo, por lo que se necesita tomar en cuenta las siguientes consideraciones, de acuerdo al proyecto de Solvencia II, para el cálculo del mismo:

- Que los riesgos y responsabilidades sean considerados y analizados de acuerdo a la naturaleza y características de cada uno de ellos.
- Dar continuidad a la suscripción de cada riesgo
- Tener en cuenta las pérdidas imprevistas en función de los riesgos y tener responsabilidades con un nivel de confianza del 99.5%
- La diversificación entre los riesgos

Para la determinación del requerimiento de capital de solvencia, las compañías pueden optar por usar el modelo estándar, el cual es propuesto por las autoridades de seguros, o buscar un modelo interno. El modelo estándar que se propone se le conoce como "Formula general de Requerimiento de Capital de Solvencia" el cual será descrito en términos generales más adelante en este trabajo.

Por último una vez determinado el Requerimiento de Capital de Solvencia y los Fondos Propios de la compañía se procede a calcular el índice de Solvencia de la siguiente manera:

$$IS = \frac{FP}{RCS}$$

FP=Fondos Propios de la compañía

RCS=Requerimiento de Capital de Solvencia

El segundo pilar pretende que la gestión de los riesgos sea mejorada y consistente, esto se quiere lograr a partir de la implementación de una planeación correcta en donde se pretende disponer de un sistema eficaz de la administración de los riesgos que comprenda estrategias, tenga límites y tolerancia de los mismos.

Es muy importante que la institución cuente con un sistema de gestión del riesgo, además de contar con un gobierno corporativo sólido y un sistema de administración de riesgos eficiente es esencial para contar con un sistema de solvencia sólida, ya que de no ser así la compañía podría ser susceptible a sufrir problemas financieros.

Toda compañía debe tener una autoevaluación del riesgo y la solvencia con que cuenta, con el fin de que sirva como un proceso de valoración en donde se lleve a cabo una revisión del perfil de riesgo y los niveles de capital de solvencia de la compañía.

El hecho de que la compañía cuente con un control interno es una pieza clave dentro del sector asegurador ya que con este se busca establecer y mantener mecanismos adecuados de información mediante la validación periódica de auditoria interna y auditoria externa.

Por último el Pilar III simplemente busca que exista transparencia a través de la publicación de la información financiera de la compañía estableciendo disciplina en el mercado asegurador.

En el cuadro de abajo se muestra un resumen concreto de lo que engloba cada uno de los pilares que conforman el proyecto de solvencia II.

Figura 2-8 Representación de los pilares del proyecto de Solvencia II. Fuente: (AMIS)

2.2.3 Formula general de Solvencia II

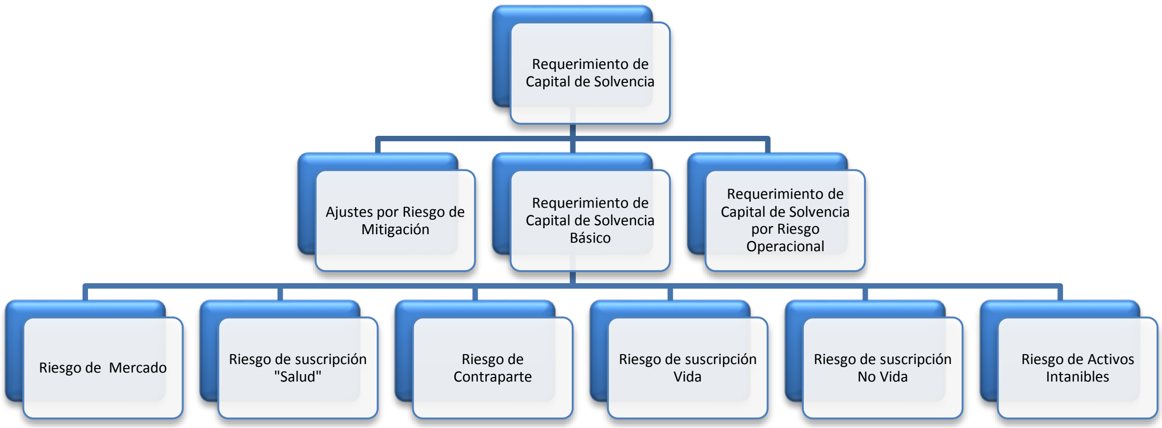


Figura 2-9 Diagrama de SCR. Fuente: Elaboración propia con información tomada de (COMMISSION, 2010)

De acuerdo al diagrama de arriba la formula general de Solvencia se divide en tres módulos:

- El requerimiento de capital de solvencia básico (RCSB)
- El requerimiento de capital de solvencia por riesgo operacional(RCS_{OP})
- El ajuste por el riesgo de absorción de participación en las ganancias futuras y los impuestos diferidos (Ajus)

Una vez definidos los tres módulos que componen la formula general del requerimiento de capital de solvencia (RCS), esta se puede determinar de la siguiente manera:

$$RCS = RCSB - Ajus + RCS_{OP}$$

Con esta forma de determinar el requerimiento de capital de solvencia se pretende reflejar la medida de riesgo "VaR", calibrando a un nivel de confianza del 99.5% cada uno de los riesgos que componen RCSB y tomando como horizonte de tiempo un año; el RCSB contiene la combinación de los requerimientos de capital de los seis riegos mas importantes a considerar que están en el figura 2-9, que son los siguientes:

Riesgo de mercado.-Como ya se mencionó este riesgo surge de la volatilidad que se presenta en los precios de los instrumentos financieros. (Ver definición de riesgo de mercado en la sección 1.1.1)

Riesgo de contraparte o incumplimiento.-El riesgo de incumplimiento prácticamente refleja las posibles pérdidas que se lleguen a derivar de incumplimientos por las contrapartes o deudores, de seguros o reaseguros, durante un periodo de 12 meses de acuerdo a lo que establece el proyecto de Solvencia II.

Riesgo de suscripción de vida.-Se refiere a los riesgos que se derivan de la suscripción de los contratos del seguro de vida, los cuales están asociados tanto con los riesgos que ya están cubiertos y con los procesos que se siguen durante la actividad del negocio.

Riesgo de suscripción no vida.-Se refiere a la incertidumbre sobre los resultados de la suscripción de la aseguradora tales como la cantidad de reclamaciones en relación con los pasivos existentes, el volumen del negocio, las tasas de primas y las tarifas que son necesarias para cubrir las obligaciones creadas.

Riesgo de suscripción "Salud".-Engloba las obligaciones del seguro de salud que básicamente son todos los tipos de compensación causadas por enfermedad, accidentes, invalidez (seguro de ingresos), o gastos médicos por enfermedad, ya sea preventivo o curativo (seguro médico).

De acuerdo al proyecto de solvencia II el requerimiento de capital de solvencia básico es determinado por la siguiente formula:

$$RCSB = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} * RCS_I * RCS_J} + RCS_{int}$$

Donde $Corr_{ij}$ representa la celda correspondiente a la matriz de correlación del requerimiento de capital en la fila *i* y la columna *j.* Como podemos ver en la matriz se presentan dos niveles de correlación entre cada uno de los riesgos, *0.25* para una correlación baja y *0.50* para una correlación media, para fines de modelos internos se pueden utilizar otras técnicas para determinar la diversificación de dichos riesgos.

$RCS_i = Requerimiento\ de\ Capital\ de\ Solvencia\ para\ el\ riesgo\ i$

$RCS_j = Requerimiento\ de\ Capital\ de\ Solvencia\ para\ el\ riesgo\ j$

$RCS_{int} = Requerimiento\ de\ Capital\ de\ Solvencia\ del\ riesgo\ de\ activos\ intangibles$

Cabe mencionar que para este cálculo cada uno de los riesgos se considera sin el ajuste por parte del efecto del riesgo de mitigación.

Matriz de correlación del Requerimiento de Capital de Solvencia					
i\j	Mercado	Contraparte	Vida	Salud	No-vida
Mercado	100%	25%	25%	25%	25%
Contraparte	25%	100%	25%	25%	50%
Vida	25%	25%	100%	25%	0.0%
Salud	25%	25%	25%	100%	0.0%
No-vida	25%	50%	0.0%	0.0%	100%

Figura 2-10 Matriz de correlaciones. Fuente: Elaboración propia con información tomada de (COMMISSION, 2010)

2.2.4 Definición y modelo de Riesgo Operacional de Solvencia II para las instituciones de Seguros.

De acuerdo al proyecto de Solvencia II tenemos la siguiente definición para el riesgo operacional:

"El riesgo operacional es el riesgo de pérdida que se deriva de los procesos internos inadecuados o fallidos, de eventos externos, del personal o de los sistemas de la compañía. El riesgo operacional contempla los riesgos legales pero excluye los riesgos derivados de las decisiones estratégicas, como el riesgo de reputación".[10]

Para el cálculo del requerimiento de capital de solvencia de dicho riesgo, como lo indica el proyecto de Solvencia II, comenzaremos definiendo el "Cargo básico para el riesgo operacional para todos los negocios que no sean "unit-linked" (Productos flexibles), el cual se obtiene de la siguiente manera:

$$OP_{lnul} = \max(oppremiums, opprovisions)$$

Donde "Oppremiums" será definido de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} Oppremiums = {} & 0.04 * \left(Earn_{life} - Earn_{life-ul}\right) + 0.03 * (Earn_{nl}) \\ & + \max\left(0, 0.04 * \left(Earn_{life} - 1.1 * pEarn_{life} - \left(Earn_{life-ul} - 1.1 * pEarn_{life-ul}\right)\right)\right) \\ & + \max\left(0, 0.03 * (Earn_{nl} - 1.1 * pEarn_{nl})\right) \end{aligned}$$

Donde:

$Earn_{life}$	•Total de prima devengada correspondiente al seguro de vida de los ùltimos 12 meses
$pEarn_{life}$	•Total de prima devengada correspondiente al seguro de vida de los 12 meses anteriores a $Earn_{life}$
$Earn_{life-ul}$	•Total de prima devengada correspondiente al seguro de vida en donde el riesgo de inversión es asumido por los aseguradores de los últimos 12 meses
$pEarn_{life-ul}$	•Total de prima devengada correspondiente al seguro de vida en donde el riesgo de inversión es asumido por los aseguradores de los 12 meses anteriores a $Earn_{life-ul}$
$Earn_{nl}$	•Total de prima devengada correspondiente a los seguros de no-vida de los últimos 12 meses
$pEarn_{nl}$	•Total de prima devengada correspondiente a los sehuros de no vidade los 12 meses anteriores a $Earn_{life}$

Figura 2-11 Elementos que conforman la fórmula de Oppremiums. Fuente: Elaboración propia con información de (COMMISSION, 2010)

[10] Definición tomada de (COMMISSION, 2010)

Para “Opprovisions” tenemos que se calcula de la siguiente manera:

$$Opprovisions = 0.0045 * \max\left(0, TP_{life} - TP_{life-ul}\right) + 0.03 * \max(0, TP_{nl})$$

En donde:

TP_{life}	•Total de reservas técnicas del seguro de vida
$TP_{life-ul}$	•Total de reservas técnicas del seguro de vidaen donde el riesgo de inversión es asumido por los asegurados
TP_{nl}	•Total de reservas técnicas del seguro de no vida.

Figura 2-12 Elementos que componen la fórmula de Opprovisions. Fuente: Elaboración propia con información tomada de (COMMISSION, 2010)

Una vez teniendo estos cálculos el requerimiento de capital de solvencia para el riesgo operacional se calcula de la siguiente manera:

$$RCS_{OP} = \min(0.30 * BRCS, OP_{lnul}) + 0.25 * Exp_{ul}$$

Dónde:

$BRCS = Requerimiento\ de\ capital\ de\ solvencia\ básico$

$Exp_{ul} = Importe\ de\ los\ gastos\ de\ administración\ anuales$

2.2.5 Modelos Internos

Solvencia II prevé la posibilidad de utilización de modelos internos para la determinación del RCS por parte de las compañías aseguradoras, tanto modelos internos completos o modelos internos parciales.

Los modelos internos completos abarcarían la totalidad de los riesgos, mientras que los modelos internos parciales podrían ser utilizados por ejemplo para estimar únicamente el riesgo operacional, que es el tema central del presente trabajo.

Cuando la entidad gestione y mida sus riesgos conforme a un modelos diferente del subyacente en la formula estándar, el modelo interno podrá ser reconocido por el supervisor para cuantificar los requerimientos de capital. Solicitada la aplicación de un modelo interno, el supervisor dispone de un plazo establecido para la aprobación o no del modelo interno.

Solvencia II prevé la realización de test de uso, de calidad estadística, la calibración del modelo interno y su documentación. Se prevé que al menos durante dos años, la compañía aseguradora deberá comparar el RCS según el modelo propuesto y el RCS estándar.

Cabe la posibilidad de usar otras medidas de riesgo distintas del VaR, y horizontes temporales distintos de un año, siempre y cuando se garantice un nivel de protección mínimo equivalente al VaR 99.5% a un año.

2.2.6 Análisis comparativo de Basilea II, Basilea III y Solvencia II

A pesar de que el proyecto de Solvencia II se ha desarrollado teniendo en cuenta los acuerdos alcanzados en Basilea II es importante mencionar que ambos proyectos difieren en varios aspectos. Por un lado ambos proyectos comparten aspectos en común, una estructura común de tres pilares, los dos buscan el establecimiento de un requerimiento de capital basado en los riesgos asumidos por la institución financiera y en ambos casos se permite el uso, previa autorización, de modelos internos de medición del riesgo.

Por otro lado, en cuanto al objetivo final que persiguen, Basilea II busca lograr la estabilidad y solidez del sistema bancario internacional, mientras que Solvencia II tiene como principal objetivo la protección del asegurado. En cuanto a su ámbito de aplicación, Basilea II apunta principalmente a los bancos y Solvencia II pretende ser de aplicación para todas las entidades aseguradoras.

Basilea II se centra en los riesgos propios del activo bancario, fundamentalmente crédito, mercado y operacional. Por su parte, Solvencia II trata de abarcar todos los riesgos tanto de activo como de pasivo.

En cuanto al análisis de los riesgos, Basilea II emplea modelos separados para cada uno de ellos, mientras que Solvencia II considera las interrelaciones que puedan existir entre ellos para lograr la cifra óptima de capital.

En el caso de Basilea III y Basilea II podemos ver que aún se mantiene la estructura de tres pilares, lo que hace diferente al proyecto de Basilea III es que busca promover la solvencia de las entidades de manera individual y brindar una estabilidad financiera en conjunto.

Este objetivo que presenta dicho proyecto se pretende alcanzar mediante una modificación en la estructura del capital regulatorio de las instituciones bancarias, que como ya se mencionó antes estará conformado por un capital básico 1, capital básico 2 y un capital complementario.

Adicionalmente Basilea III pretende establecer mejoras tanto en los procesos de supervisión y en procesos en cuanto a la disciplina del mercado, también se incluirán dos nuevos coeficientes que servirán para hacer una medición al riesgo de liquidez, (LCR y NSFR mencionados anteriormente), con lo cual dicho riesgo pasará a formar parte indispensable del requerimiento de capital para las instituciones bancarias.

A continuación se muestra un cuadro conceptual destacando las características principales los proyectos de Basilea II, Basilea III y Solvencia II:

Figura 2-13 Características principales de Basilea II, Basilea III y Solvencia II. Fuente: Elaboración propia con información tomada de (COMMISSION, 2010), (CNBV), (Banking, 2010)

Referencias

Anexo 2 a Anexo 66 de la Ley de la CNBV, CNBV. http://www.cnbv.gob.mx/Normatividad/Disposiciones%20de%20car%C3%A1cter%20general%20aplicables%20a%20las%20instituciones%20de%20cr%C3%A9dito.docx

BASILEA III, CNBV, 2011. http://www.cnbv.gob.mx/Documents/Basilea%203%20en%20M%C3%A9xico%20(v16).pdf

Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios, Banking Supervision Basel Committee, 2010. http://www.bis.org/publ/bcbs189_es.pdf

Basilea II, retos y oportunidades, Martinez Castillo Carlos Alberto, 2007. http://www.gestionypoliticapublica.cide.edu/num_anteriores/Vol.XVI_No.II_2dosem/Martinez_Castillo.pdf

Enhancements to the Basel II framework, Supervision Basel Committee on Banking, 2009. http://www.bis.org/publ/bcbs157.pdf

El tratamiento del riesgo operacional en Basilea II, Nieto Giménez-Montesinos María de los Angeles. http://www.riesgooperacional.com/docs/21%20%20estfin0807.pdf.

Errata to the QIS5 Technical Specifications, COMMISSION EUROPEAN. - 2010. http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical_specifications_errata_en.pdf

Gobierno Corporativo, CAF Banco de desarrollo de América Latina, 2005. http://www.caf.com/media/73507/gobierno-corporativo-importancia-empresas-estado.pdf

Principles for the Sound Management of Operational Risk, Banking Supervision Basel Committee on, 2011. http://www.bis.org/publ/bcbs195.pdf

QIS5 Technical Specifications, COMMISSION EUROPEAN. - 2010. http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical_specifications_en.pdf

Solvencia II, AMIS. https://www.mediafire.com/?a1gs2n8cdgf02dx

Capítulo III

Una propuesta de la definición de Eventos de Riesgo Operacional en el Sector Asegurador

3.1 La importancia de contar con bases de datos

Una de las fases más importantes en cualquier proceso analítico es contar con datos que sean de cierta forma susceptibles al análisis para contar con el buen desarrollo de modelos y en este caso tener una mejor gestión y cuantificación de los riesgos. En el caso de la gestión y cuantificación del riesgo operacional es un aspecto de vital importancia en el ámbito de Solvencia II ya que puede ser utilizado para poder evaluar la efectividad de los sistemas del control interno en las entidades aseguradoras, el problema de la gestión y cuantificación de dicho riesgo es que requiere de una infraestructura en la cual se deben recopilar eventos históricos. Es por esto que se debe dar un importante paso en el hecho de contar con información sobre los eventos que se consideran por riesgo operacional, por lo que resulta fundamental la creación de una base de datos.

El artículo (Rivas López, y otros, 2009) hace constar que el supervisor de la Unión Europea, London Group, informo que el déficit de gestión del riesgo operacional provoco errores en las aseguradoras de la Unión Europea, esto se dio esencialmente por la falta de suficientes datos cuantitativos sobre riesgo operacional ya que para las aseguradoras es complejo identificar este riesgo.

De aquí que existe una problema grave para la obtención de datos por lo que en este mismo artículo se da una recomendación de que las bases datos deben estar integradas por fuentes de información tanto internas como externas, donde los datos internos se deben obtener a partir de la información de la compañía y la elaboración de estudios sobre los procesos y procedimientos que se realicen. En el caso de los datos externos se deberán obtener cooperando con las instituciones que estén de acuerdo en compartir su información interna. También es muy importante que las compañías aseguradoras dispongan de datos históricos de sus bases de datos por pérdida operacional, esto con el fin de contar con datos que sean significativos para poder realizar la creación de un análisis predictivo del riesgo operacional. Después de determinar el proceso de obtención de los datos de pérdida sería muy bueno categorizar los datos o agruparlos por categorías. Es esta tesis se prende dar una propuesta de eventos para el sector asegurador en cuestiones de pérdidas de riesgo operacional.

Otra de las propuestas que se debería consolidar es la creación de bases de datos nacionales, que involucra la parte de datos externos como ya se mencionó, esto con el fin de enriquecer la información con que se cuente y poder hacer una comparativa del sector asegurador permitiendo realizar un modelo que sea óptimo para la cuestión de las pérdidas operacionales y también optimizar el control sobre el mismo. Este tipo de proceso ya ha sido realizado en Inglaterra por un consorcio denominado Operational Risk Insurance Consortium[11] (ORIC), en el cual participan las principales compañías aseguradoras inglesas, ORIC recoge, estandariza e informa los datos de pérdida por riesgo operacional para aseguradoras, este proyecto fue lanzado en el 2005 justamente para hacer frente a la falta de datos de alta calidad que provocaban pérdidas en el sector asegurador. Por lo cual ORIC ofrece y proporciona una base de datos para que sus miembros puedan tener una mejor medición y modelación del riesgo operacional.

ORIC funciona o recolecta datos de la siguiente manera:

- Aquellas aseguradoras que son miembros de ORIC reportan los datos de pérdida cada trimestre en anonimato completo.
- ORIC comprueba que lo datos proporcionados cumplan las normas que establece el consorcio con el fin de garantizar que los datos que se almacenan son de alta calidad.
- El consorcio emite informes trimestrales los cuales están disponibles para todos sus miembros con el fin de que puedan llevar a cabo su propio análisis y tener informes personalizados de sus experiencias.

Este tipo de procedimiento es muy importante ya que el tratar de cuantificar y gestionar el riesgo operacional solamente con la base de datos internos daría como resultado un control limitado y parcial de dicho riesgo.

Por lo tanto es muy importante contar con bases de datos y fuentes de información tanto internas como externas que nos ayuden al tratamiento y comprensión del riesgo operacional con el fin de obtener una optimización tanto del control, la gestión y cuantificación del mismo. El contar con la fuente de datos interna nos da idea de la situación en la que se encuentra la entidad seguradora y las necesidades que posee; el contar con una fuente de información externa nos proporciona evidencia de las necesidades de capital de riesgo operacional que pudieran tener otras compañías y así poder darse una idea de los posibles escenarios y los problemas que se experimentan en el mercado.

[11] Información tomada de http://www.oricinternational.com/about-oric/

3.2 Base de datos de eventos de riesgo operacional en el sector bancario

Dado que es necesario que se cuente con un sistema para identificar, cuantificar y gestionar el riesgo operacional; en el sector bancario se ha dado un mayor avance en la complementación de información a través de la creación de bases de datos para el uso de la información con que se cuente y poder tener un mejor control, cuantificación y gestión del riesgo operacional.

Por esto en el sector bancario mexicano la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV) ha expedido un documento con los requisitos para la elaboración y actualización de la base de datos histórica de eventos por riesgo operacional para las instituciones de crédito, en base a las normas y medidas del Comité de Supervisión Bancaria de Basilea.

Dicho documento está dividido en tres secciones, en la sección I se dan las consideraciones que deben tener las instituciones de crédito para la recolección de datos internos de eventos por pérdida operacional, en la sección II se da la categorización de los eventos de pérdida por riesgo operacional y en la sección III se presentan las líneas de negocio. Para la sección I tenemos simplificadamente las siguientes consideraciones para las instituciones:

- [12]La institución debe contar con ciertos criterios preestablecidos con los cuales le sea posible identificar eventos por pérdida operacional.
- La institución deberá identificar eventos simples y eventos múltiples, es decir aquellos que tengan un impacto en la contabilidad.
- Se le deberá dar un seguimiento a los eventos que se presenten por pérdida operacional y dicho seguimiento de puede dar por concluido si no se presentan en los siguientes 12 meses.
- La actualización de la base de datos se deberá actualizar de forma trimestral
- La institución deberá establecer un umbral mínimo de pérdidas brutas para la recopilación de los datos internos de pérdida.
- La institución debe incorporar a todos los eventos de pérdida que surjan así como los montos de pérdida asociados respecto al umbral establecido, la fecha en que surgieron y las recuperaciones que se pueden tener respecto a las cantidades brutas de las pérdidas.
- Se debe asegurar que las pérdidas derivadas de procesos legales se agreguen a las pérdidas.
- Las pérdidas por riesgo operacional que estén relacionadas con el riesgo de crédito, se consideran pérdidas por riesgo de crédito.
- En el caso de las pérdidas operacionales relacionadas con el riesgo de mercado se consideran como riesgo operacional.

[12] Consideraciones tomadas del Anexo 12 A de la CNBV http://www.cnbv.gob.mx/Anexos/Anexo%2012-A%20CUB.docx

Para la sección II se tiene la definición de siete categorías de eventos por riesgo operacional que potencialmente llegan a impactar de forma negativa en cada categorización. Las categorías a considerar son las siguientes:

[13]**Fraude Interno**: Pérdidas derivadas de algún tipo de actuación encaminada a defraudar o apropiarse de bienes indebidamente en las que se encuentra implicada, al menos, una parte interna a la empresa

Fraude Externo: Pérdidas derivadas de algún tipo de actuación encaminada a defraudar, apropiarse de bienes indebidamente por parte de un tercero.

Relaciones Laborales y Seguridad en el Puesto de Trabajo: Pérdidas derivadas de actuaciones incompatibles con la legislación o acuerdos laborales, sobre higiene o seguridad en el trabajo, sobre el pago de reclamaciones por daños personales, o sobre casos relacionados con la discriminación.

Clientes, Productos y Prácticas Empresariales: Pérdidas derivadas del incumplimiento involuntario de una obligación profesional frente a clientes.

Desastres naturales y otros acontecimientos: Pérdidas derivadas de daños o perjuicios a activos materiales como consecuencia de desastres naturales u otros acontecimientos.

Incidencias en el Negocio y Fallos en los Sistemas: Pérdidas derivadas de incidencias en el negocio y de fallos en los sistemas.

Ejecución, Entrega y Gestión de Procesos: Pérdidas derivadas de errores en el procesamiento de operaciones o en la gestión de procesos.

Y por último en la sección III se tienen las siguientes líneas de negocio que ya se habían mencionado en el capítulo 2:

- Finanzas corporativas
- Negociación y ventas
- Banca minorista
- Banca comercial
- Pago y liquidación
- Servicios de agencia
- Administración de activos
- Intermediación minorista

Este tipo de esquema es el que se pretende hacer para el sector asegurador para que las instituciones aseguradoras puedan contar con un mejor control, cuantificación y gestión del riesgo operacional. Cabe mencionar que realizar un esquema así es algo complicado y difícil de aterrizar de acuerdo al sector que se desea enfocar.

---

[13] Categorías tomadas del Anexo 12 A de la CNBV http://www.cnbv.gob.mx/Anexos/Anexo%2012-A%20CUB.docx

3.3 Definición de Eventos de Riesgo Operacional en el Sector Asegurador

Basándose en las definiciones que se tienen para los eventos de riesgo operacional en el sector bancario, podemos dar un esquema de clasificación de eventos para el sector asegurador. Prácticamente usaremos los mismos eventos y la definición de cada uno de ellos con la diferencia de que agregaremos ejemplos para cada evento de acuerdo a una actividad relacionada con el ámbito asegurador.

En los siguientes cuadros se muestran los ejemplos que se pueden tener para cada evento:

Evento	***Categorías***	***Actividad***	***Ejemplos***
Fraude Interno	**Actividades no autorizadas**	El uso no autorizado de sistemas con el fin de estafar a la empresa.	Uso inapropiado del nombre de usuario y contraseña para eludir los controles de sistema
		Transacciones no autorizadas	Realización de algún pago no autorizado
		Realización de transacciones no reportadas	Puede implicar que no se reporten las pérdidas que se pueden tener en la inversión
		Over-reporting de transacciones	Eludir los pagos
		Falsificación de datos personales	Uso de datos personales falsos para hace una reclamación
	Robo y Fraude	Robo de activos	Robo de oficinas con complicidad
		Destrucción de activos	Sabotaje deliberado de alguna propiedad de la empresa con complicidad interna
		Falsificación o suplantación	Se puede dar el caso de que un empleado suplante la identidad de un cliente con el fin de hacer una reclamación con intenciones de fraude
		Divulgación de información confidencial	Un empleado en complicidad con un individuo puede realizar reclamaciones fraudulentas.
		Irregularidades contables o apropiación indebida de activos	El procedimiento de una contabilidad incorrecta puede llevar a que se generen ganancias fraudulentas

Figura 3-1 Fraude Interno. Fuente Elaboración Propia

Evento	Categorías	Actividad	Ejemplos
Fraude Externo	**Robo y Fraude**	Robo de activos	Robo en una oficina
		Falsificación o suplantación	Se puede dar la falsificación de datos que suministre el asegurado con el objetivo de obtener ciertas coberturas a favor
		Facturaciones fraudulentas	Un proveedor puede realizar una sobrecarga en la factura por sus servicios
		Reclamaciones fraudulentas	Monto de reclamaciones alteradas con el fin de obtener una comisión por dicho fraude
	Seguridad de los sistemas	Hacking	
		Robo de información	
		Virus informáticos	

Figura 3-2 Fraude Externo. Fuente: Elaboración propia

Evento	Categorías	Actividad	Ejemplos
Desastres Naturales y otros acontecimientos	**Daño a los activos físicos**	Pérdidas por desastre natural	Costos para reemplazar o reparar activos y edificios
		Pérdidas por fuentes externas	Costos debido a terrorismo o vandalismo

Figura 3-3 Desastres Naturales y otros acontecimientos. Fuente: Elaboración propia

Evento	*Categorías*	*Actividad*	*Ejemplos*
Clientes, Productos y Prácticas profesionales	**Divulgación**	Impacto regulatorio	Se puede dar este impacto debido a un cumplimiento contractual del asegurado
		Protección de datos	Se pueden tener multas bajo las normas de protección de datos, ya que se puede vender una cartera de clientes con información detallada a otra empresa y no hacer un buen uso de ella.
		Cumplimiento de las normas designadas	Multas por el incumplimiento normativo por parte de un asesor financiero
		Quejas de clientes	Quejas por mal servicio
		Acuerdos con los clientes	Se pueden tener multas debido a un mal proceso de aseguramiento en la cual el cliente tiene información para la tramitación de sus reclamaciones.
	Prácticas inadecuadas de negocio o de mercado	Lavado de dinero	
		Otras prácticas inadecuadas en el mercado	Multas debidas a una venta o un consejo que se puede tomar como una violación de la privacidad
		Operaciones con informaciones privilegiada	
		Evasiones fiscales	Multas debido a infracciones de la curación tributaria
		Anti-Monopolios	Multas debido a malas prácticas en el mercado, tales como la fijación de precios
	Productos defectuosos	Defectos de producto	Se pueden tener quejas del producto y dejar de venderse, ocasionando pérdidas
		Defectos de redacción de un producto	Redacción engañosa dentro de una póliza o producto de seguros

		Diseño del producto	Costos asociados con la salida de un producto que requiere un desarrollo no planificado al salir al mercado
		Garantías que no son intencionales	La aplicación de algún descuento que se aplicó en manera incorrecta en alguna póliza
	Patrocinio y exposición	Exposición del cliente	Se pueden tener gastos, que están asociados al incumplimiento contractual de alguna alianza o de terceros
	Actividades de asesoramiento	prácticas abusivas de venta	

Figura 3-4 **Clientes, productos y prácticas profesionales. Fuente: Elaboración propia**

Evento	***Categorías***	***Actividad***	***Ejemplos***
Ejecución, entrega y gestión de procesos	**Transacción, ejecución y mantenimiento**	Fallas del servicio para el cliente	Provoca un servicio relacionado con quejas por parte de los clientes
		Captura errónea de los datos	
		Errores en el sistema de transacciones	
		Error en la administración de la información	Provoca una incorrecta administración de información
		Errores contables	Errores en la conciliación de la empresa
		Asignación incorrecta de precios	Errores en los precios de los productos de seguros
		Fallos de administración	Proyectos iniciados que después son cancelados
		Formación y competencia	Insuficiencia de personal para algún proyecto requerido
	Admisión y documentación del cliente	Documentación incompleta o incorrecta	Entrega incorrecta de documentación por parte del cliente
		Documentos contractuales incorrectos	Creación de documentos ineficaces

		Suscripción inapropiada de un cliente	Se pueden provocar límites de suscripción del cliente involuntarios
		Pérdida de documentación	Pérdida de la póliza
	Cuentas de los clientes	Registro incorrecto del cliente	
		Realización de pago a un cliente incorrecto	
		Pago incorrecto a un cliente	
	Vendedores y proveedores	Error de entrega de la venta	
		Disputas con el vendedor	Recuperaciones financieras debido a la disputa con el vendedor

Figura 3-5 **Ejecución, entrega y gestión de procesos. Fuente: Elaboración propia**

Evento	*Categorías*	*Actividad*	*Ejemplos*
Relaciones Laborales y Seguridad en el Puesto de Trabajo	**Relaciones Laborales**	Acoso Laboral	Se puede tener multas por acoso laboral
		Terminaciones laborales que llegan a tribunales	Pérdida que se puede dar en caso de que una persona gane caso por despido injusto
		Actividad industrial	Se puede tener pérdidas por costos de inactividad, debido a una huelga
		Administración	Pérdidas por falta de planificación
		Dependencia de personal	Pérdida de personal clave
	Ambiente de trabajo seguro	Salud y Seguridad	Multas por la institución de salud y seguridad
		Responsabilidad civil	Reclamaciones de indemnización publica
		Responsabilidad de los empleados	
	Discriminación	Igualdad de oportunidades	Discriminación religiosa, sexo, edad, etnia etc.
		Derechos Humanos	Multas por violaciones de derechos humanos

Figura 3-6 **Relaciones Laborales y Seguridad en el Puesto de Trabajo. Fuente: Elaboración propia**

Evento	***Categorías***	***Actividad***	***Ejemplos***
Incidencias en el negocio y fallas en el sistema	**Sistemas**	Hardware	Fallas en los sistemas y en las telecomunicaciones de la empresa
		Software	Fallas en software
		Red informática(network)	Virus en el sistema
		Telecomunicaciones	Fallas en el sistema telefónico
		Interferencia externa en los sistemas	Hacking

Figura 3-7**Incidencias en el negocio y fallas en el sistema. Fuente: Elaboración propia**

Referencias

Anexo 12 A de la CNBV http://www.cnbv.gob.mx/Anexos/Anexo%2012-A%20CUB.docx

Basilea II, retos y oportunidades, Martinez Castillo Carlos Alberto, 2007. http://www.gestionypoliticapublica.cide.edu/num_anteriores/Vol.XVI_No.II_2dosem/Martinez_Castillo.pdf

Definiciórn de un modelo dinámico de gestión y cuantificación del riesgo operacional para las entidades aseguradoras, Rivas López María Victoria, Pérez-Fructuoso María José y Montoya Martín Javier, 2009. http://www.mapfre.com/fundacion/html/revistas/gerencia/n105/estud_01.html

El tratamiento del riesgo operacional en Basilea II, Nieto Giménez-Montesinos María de los Angeles. http://www.riesgooperacional.com/docs/21%20%20estfin0807.pdf.

Riesgo Operacional: Conceptos y mediciones Pachecho López David. - 2009. http://www.sbif.cl/sbifweb/internet/archivos/publicacion_8511.pdf

Sitio web ORIC, http://www.oricinternational.com/about-oric/

Solvencia II, AMIS. https://www.mediafire.com/?a1gs2n8cdgf02dx

Capítulo IV

Una propuesta de modelo para el Riesgo Operacional en las Instituciones de Seguros

4.1 Distribuciones de Frecuencia

En el contexto del riesgo operacional las distribuciones de frecuencia son aquellas que se les denominan distribuciones de conteo, las cuales describen el número de pérdidas o el número de eventos causantes de pérdidas para alguna empresa como puede ser la caída del sistema provocando una interrupción en la negociación de dicha empresa o institución.

Las distribuciones de probabilidad que llegan a ser de interés en el riesgo operacional para medir la frecuencia con que ocurren los eventos de pérdida pueden ser clasificadas en tres clases: las distribuciones ordinarias, las truncadas en cero y las modificadas en cero. Generalmente las distribuciones que son consideradas como ordinarias para medición de la frecuencia de las pérdidas operacionales son la Poisson, Geométrica, Binomial, Hipergeométrica, entre otras. Las distribuciones que están truncadas en cero son aquellas en donde existe la posibilidad de que la variable aleatoria o distribución en estudio no contenga el valor cero en su soporte y por lo tanto es necesario estimar dicho valor, es por ello que este tipo de distribuciones son usualmente utilizadas cuando el valor cero es imposible de obtener; cabe mencionar que este tipo de distribuciones no son usadas comúnmente en el riesgo operacional.

Para el caso de las distribuciones modificadas en cero, una vez obtenida la distribución truncada en cero a partir de esta se le designa una probabilidad arbitraria al valor cero y el resto de probabilidades se van ajustando de acuerdo a la probabilidad designada en cero, pero al igual que las distribuciones truncadas este tipo de distribuciones no son muy utilizadas en el riesgo operacional.

Se debe mencionar por otro lado que para el caso de las distribuciones de probabilidad que miden la frecuencia de los eventos de riesgo operacional se puede clasificar también en dos términos: simple o compuesta. En esta última clasificación existe una composición entre la distribución Poisson y la distribución Geométrica que forma una nueva distribución de frecuencia que es muy popular en el riesgo operacional de la cual se mencionara más adelante.

Ahora se dará una formalización de la notación que puede ser utilizada para las distribuciones y modelos de esta índole, y comenzaremos por denotar a la función de probabilidad p_k como la probabilidad de que exactamente k eventos ocurran. Ahora definimos a la variable aleatoria N como la representación del número de dichos eventos, entonces:

$$p_k = P(N = k), \qquad para \quad k = 0,1,2,3 \ldots$$

De la misma manera una variable aleatoria discreta N con función de probabilidad p_k tiene como función generadora de probabilidad la siguiente expresión:

$$P_N(z) = E(z^N) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k \, z^k$$

Y claramente sabemos que esta función generadora de probabilidad se usa para estimar los momentos de la variable aleatoria N simplemente derivando la expresión de arriba y evaluando en 1, esto significa que $P_N^{`}(1) = E(N)$ y $P_N^{``}(1) = E[N(N-1)]$. Ahora daremos una breve descripción de las distribuciones de conteo comúnmente usadas en el riesgo operacional.

4.1.1 La distribución Poisson

La distribución Poisson es una de las más usadas y populares dentro del riesgo operacional para la estimación de la frecuencia debido a su simplicidad. La función de probabilidad de la distribución Poisson es la siguiente:

$$p_k = \frac{e^{-\lambda}\lambda^k}{k!} \quad para \quad k = 0,1,2,3 \ldots$$

La función de generadora de probabilidad es:

$$P_N(z) = e^{\lambda(z-1)} \quad para \quad \lambda > 0$$

El parámetro de estimación está dado por:

$$\hat{\lambda} = \frac{\sum_{k=0}^{\infty} k n_k}{\sum_{k=0}^{\infty} n_k}$$

El primer momento, segundo momento y varianza de la distribución Poisson está dado por las siguientes expresiones:

$$E(N) = P^{`}(1) = \lambda$$

$$E[N(N-1)] = P^{``}(1) = \lambda^2$$

$$Var(N) = E[N(n-1)] + E(N) - E(N)^2 = \lambda^2 + \lambda - \lambda^2 = \lambda$$

Con esto observamos que la media y la varianza de la distribución Poisson es λ. Ahora mencionaremos dos propiedades muy útiles de esta distribución, la primera propiedad es la siguiente[14]:

Sean $N_1 \dots N_n$ variables aleatorias independientes Poisson con parámetros $\lambda_1 \dots \lambda_n$, entonces la variable aleatoria definida como $N = N_1 + N_2 + \cdots + N_n$ tiene una distribución Poisson con parámetro $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n$.

Demostración: Haciendo uso de la función generadora de momentos y tomando en cuenta que la suma de variables aleatorias independientes es el producto de las funciones generadoras de momentos de cada una de las variables aleatorias, tenemos el siguiente resultado:

$$P_N(z) = \prod_{j=1}^{n} P_{N_j}(z) = \prod_{j=1}^{n} e^{[\lambda_j(z-1)]}$$

$$= e^{[\sum_{j=1}^{n} \lambda_j(z-1)]} = e^{\lambda(z-1)}$$

Donde $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2 + \cdots + \lambda_n$, con lo cual queda demostrado y por lo tanto N tiene una distribución Poisson con parámetro λ.

La segunda propiedad de la distribución Poisson que vamos a mencionar es particularmente usada en los modelos de riesgo de seguro y en este caso en el riesgo operacional. Para hacer más clara esta propiedad supondremos que el número de pérdidas en un periodo de tiempo fijo, supongamos un año, siguen una distribución Poisson; además tomaremos la suposición de que las perdidas pueden ser clasificadas en m distintos tipos. Ahora digamos que las pérdidas esta clasificadas por su tamaño y que se ha establecido un límite del tamaño de las pérdidas, con esto existen pérdidas que están por arriba del límite y otras que están por abajo del límite establecido, y si nosotros estamos interesados en estudiar el número de pérdidas que están por arriba del límite nos daremos cuenta de que también siguen una distribución Poisson pero con un nuevo parámetro.

Esta propiedad es también muy útil cuando se considera la adición o eliminación de un nuevo tipo de riesgo de acuerdo a la definición de riesgos operacionales, por ejemplo supongamos que un conjunto de tipos de riesgo operacional sigue una distribución Poisson y si uno de los riesgos es eliminado, la distribución de los tipos de riesgos operacionales restantes seguirá teniendo una distribución Poisson pero con un nuevo parámetro. Esta propiedad la enunciaremos en el siguiente teorema

Supongamos que el número de eventos N sigue una distribución Poisson con media λ. Además supongamos que cada evento puede ser clasificado en uno de m tipos posibles, con probabilidades $p_1 \dots p_m$ respectivamente, cada evento es independiente de todos los

[14] Ver (Rincón, 2007) y (Rincón, 2011)

demás. Entonces el número de eventos $N_1 \dots N_m$ *que corresponde al tipo de evento* $1 \dots m$ *respectivamente, son variables aleatorias Poisson con media* $\lambda p_1 \dots \lambda p_m$ *respectivamente e independientes entre si.*

Demostración:

Para $N = n$ fijada, la distribución conjunta condicional del vector $(\boldsymbol{N_1}, \dots, \boldsymbol{N_m})$ sigue una distribución multinomial con parámetros $(n, p_1, \dots, p_m)$. También para $N = n$ fijada la distribución marginal condicional de N_j es binomial con parámetros (n, p_j). Entonces la función de probabilidad conjunta para $(\boldsymbol{N_1}, \dots, \boldsymbol{N_m})$ está dado por:

$$P(N_1 = n_1, \dots, N_m = n_m) = P(N_1 = n_1, \dots, N_m = n_m | N = n) * P(N = n)$$

$$= \frac{n!}{n_1!\, n_2! \dots n_3!} * p_1^{n_1} \dots p_m^{n_m} * \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!}$$

$$= \prod_{j=1}^{m} e^{-\lambda p_j} * \frac{(\lambda p_j)^{n_j}}{n_j!}$$

Donde $n = n_1 + \cdots + n_m$. Ahora con un Procedimiento similar para N_j tenemos:

$$P(N_j = n_j) = \sum_{n=n_j}^{\infty} P(N_j = n_j | N = n) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=n_j}^{\infty} \binom{n}{n_j} p_j^{n_j} (1 - p_j)^{n-n_j} \frac{e^{-\lambda}\lambda^n}{n!}$$

$$= e^{-\lambda} \frac{(\lambda p_j)^{n_j}}{n_j!} \sum_{n=n_j}^{\infty} \frac{[\lambda(1 - p_j)]^{n-n_j}}{(n - n_j)!}$$

$$e^{-\lambda} \frac{(\lambda p_j)^{n_j}}{n_j!} e^{\lambda(1-p_j)} = e^{-\lambda p_j} \frac{(\lambda p_j)^{n_j}}{n_j!}$$

Por lo tanto podemos observar que la función de probabilidad conjunta es el producto de las funciones de probabilidad marginales con lo que se prueba que existe independencia entre los eventos[15].

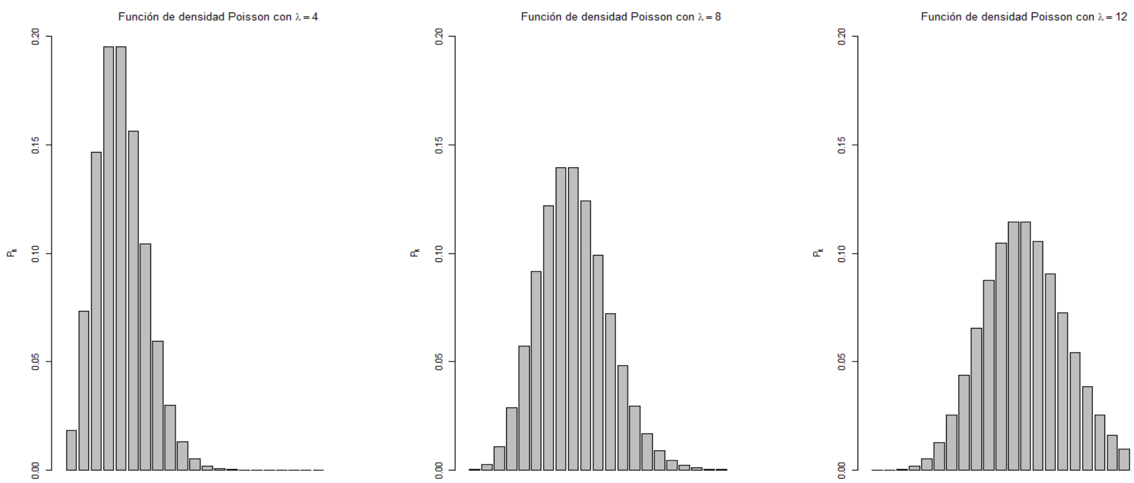
Solo mencionaremos la función de probabilidad de la distribución Poisson truncada en cero:

$$p_k^T = \frac{\lambda^k}{k!\,(e^k - 1)} \quad para\ k = 0,1,2, \dots$$

[15] (Rincón, 2007) y (Rincón, 2011)

Donde T es el valor truncado.

En la siguiente figura se presentan diferentes representaciones de la distribución Poisson cuando varía el valor de λ. Podemos observar que con $\lambda = 4$ la forma de la función de densidad se encuentra pegada a la izquierda con lo cual podemos notar intuitivamente que tiene un skewness[16] positivo con una curtosis[17] también positiva, mientras que con $\lambda = 8$ la forma de la función de densidad se encuentra centrada con lo cual podemos decir que tiene skewness positivo con curtosis positiva y en el caso de $\lambda = 12$ se encuentra un poco más achaparrada y más centrada por lo que podemos pensar que tiene skewness cero y una curtosis positiva.



[18]**Figura 4-1 Formas de la distribución Poisson con diferente valor de λ**

4.1.2 La distribución Binomial Negativa

La distribución Binomial Negativa es probablemente la más popular en el riesgo operacional después de la distribución Poisson. Esto se debe a que dicha distribución tiene dos parámetros y la hace más flexible en el parámetro de forma que el de la distribución Poisson, en pocas palabras se llega ajustar mejor a los eventos de riesgo operacional que la distribución Poisson. La función de probabilidad de dicha distribución es:

$$p_k = \binom{k+r-1}{k}\left(\frac{1}{1+\beta}\right)^r\left(\frac{\beta}{1+\beta}\right)^k \quad para\ k = 0,1,\dots,n; r > 0, \beta > 0, con\ p = \frac{1}{1+\beta}$$

La función generadora de probabilidad para dicha distribución está dada por la siguiente expresión:

[16] "Skewness" se le conoce como la oblicuidad de la distribución
[17] Curtosis determina el grado de concentración de los valores alrededor de la media
[18] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

$$P(z) = [1 - \beta(z-1)]^{-r}$$

Los parámetros $r\, y\, \beta$ pueden ser estimados resolviendo el siguiente sistema de ecuaciones:

$$r\beta = \frac{\sum_{k=0}^{n} k n_k}{n}$$

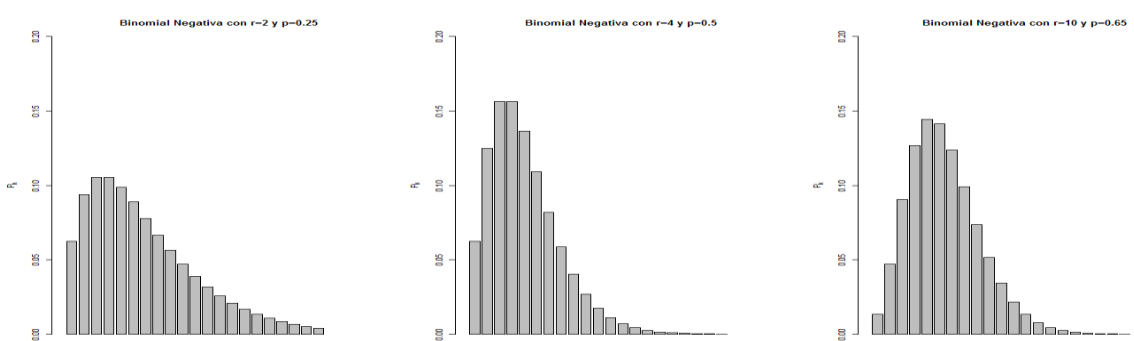
$$r\beta(1+\beta) = \frac{\sum_{k=0}^{n} k^2 n_k}{n} - \left(\frac{\sum_{k=0}^{n} k\, n_k}{n}\right)^2$$

La media y la varianza de dicha distribución se puede obtener a partir de la función generadora de probabilidad y nos da los siguientes resultados:

$$E(N) = r\beta \;\; y\, Var(N) = r\beta(1+\ \beta)$$

Como β esta definida positivamente es claro que la varianza de la distribución binomial negativa es mayor que la esperanza, y esto es un contraste con la distribución Poisson ya que tiene la misma esperanza y varianza. Con esto tal vez nos podemos dar cuenta de que si en algún conjunto de datos la varianza es mayor que la esperanza de dicho conjunto entonces un buen ajuste podría ser la distribución Binomial negativa.

En la siguiente figura se presentan diferentes representaciones de la distribución Binomial Negativa cuando varía el valor de *r* y *p,* donde observamos que con $r = 2\, y\, p = 0.25$ la forma de la función de densidad se ve pegada a la izquierda un tanto achaparrada notando intuitivamente que tiene un skewness positivo con curtosis positiva. Con $r = 4\, y\, p = 0.5$ observamos que la función de densidad se pega también a la izquierda con un poco más de altura y un descenso más notorio haciendo pensar que tiene un skewness mayor que la anterior al igual que una curtosis más grande. Mientras que con $r = 10\, y\, p = 0.65$ notamos que la forma de la distribución se encuentra ligeramente pegada a la izquierda con un poco de tendencia centrada lo cual hace ver que también tiene skewness positivo y curtosis positiva por el pico pronunciado que muestra la forma de la función de densidad.



[19]Figura 4-2 **Formas de la distribución Binomial Negativa con diferentes valores de r y p**

4.1.3 La distribución Geométrica

La distribución geométrica es un caso especial de la distribución binomial negativa cuando $r = 1$, esta distribución modela el número de fallas que pueden ocurrir antes de que sucedan, en cierto sentido esta distribución es el caso discreto de la distribución exponencial ya que ambas distribuciones tienen la propiedad de perdida memoria. Por ejemplos si la distribución geométrica describe el número de perdidas entonces la pérdida de memoria puede ser interpretada de la siguiente manera: "Teniendo en cuenta que existen al menos *m* pérdidas, la distribución de probabilidad del número de pérdidas en exceso de *m* no depende de *m*". La función de probabilidad de dicha distribución es la siguiente:

$$p_k = \frac{\beta^k}{(1+\beta)^{k+1}}$$

La función generadora de probabilidad para dicha distribución está dada por la siguiente expresión:

$$P(z) = [1 - \beta(z-1)]^{-1}$$

El parámetro β puede ser estimado mediante la siguiente formula:

$$\hat{\beta} = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{\infty} kn_k$$

La media y la varianza de dicha distribución se puede obtener a partir de la función generadora de probabilidad y nos da los siguientes resultados:

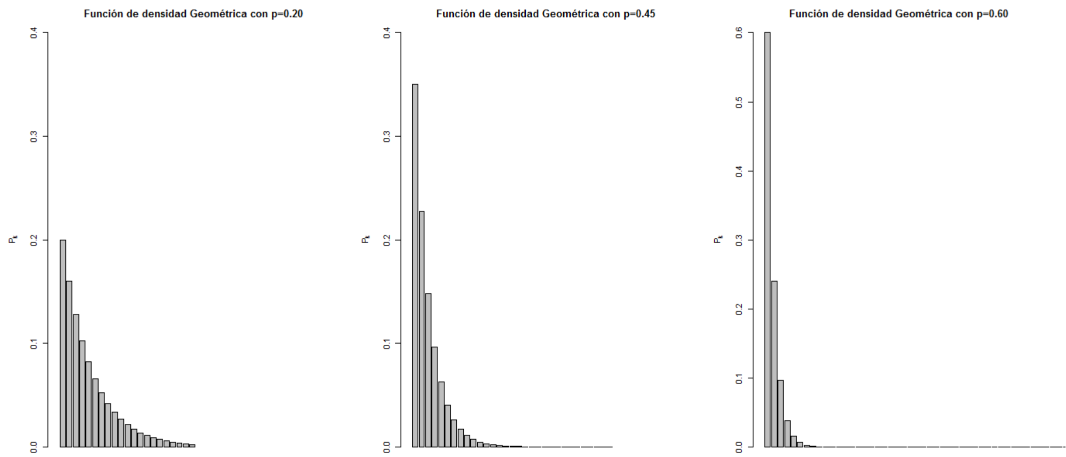
$$E(N) = \beta \ \ y \, Var(N) = \beta(1+\ \beta)$$

Y como β es positiva claramente la varianza de dicha distribución es mayor que la esperanza.

No está de más dar la expresión de la distribución geométrica truncada en cero, así como la estimación del parámetro β.

$$p_k^T = \frac{\beta^{k-1}}{(1+\beta)^k} \quad y \quad \breve{\beta} = \hat{\beta}\left(\frac{1}{n}\sum_{k-1}^{\infty} kn_k\right) - 1$$

[19] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R



[20]Figura 4-3 **Formas de la distribución Geométrica con diferente valor de p**

En la figura de arriba se muestran las representaciones de la función de densidad de la distribución Geométrica con distintos valores de p. Podemos notar que conforme va aumentando el valor de *p la forma de la función de densidad se va pegando notoriamente más a la izquierda, obteniendo más altura en su forma y un descenso más abrupto con lo cual podemos notar que el skewness y la curtosis van aumentando también.*

4.1.4 La distribución Binomial

Otra importante distribución que mide la frecuencia de eventos operacionales es la binomial. Esta distribución posee algunas propiedades que son diferentes a la distribución Poisson y a la distribución Binomial Negativa. La primer diferencia en que la caracteriza es que su varianza es más pequeñas que su esperanza y esto nos dice que para muestras operacionales que contengan una varianza pequeña en comparación con la media, la distribución binomial puede ser un buen ajuste para dichas muestras; claramente esto contrasta con la Binomial negativa donde su varianza excede a la media y con la Poisson donde su media es igual a la varianza.

La segunda diferencia la podemos explicar con una situación física donde se suponen *m* riesgos cada uno sujeto a una pérdida. Consideremos *m* transacciones idénticas e independientes entre sí cada una con probabilidad *q* de incurrir en una perdida, entonces el número de pérdidas por una sola transacción sigue una distribución Bernoulli, que tiene probabilidad $1-q$ para un estado cero y probabilidad q para el estado 1. La función generadora de probabilidad del número de pérdidas por transacción está dada por la siguiente expresión:

$$P(z) = (1-q)z^0 + qz^1 = 1 + q(z-1)$$

Como nosotros tomamos la hipótesis de que existen *m* transacciones idénticas e independientes entonces podemos multiplicar las funciones generadoras de probabilidad

[20] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

para dichas transacciones obteniendo la función generadora de probabilidad del número de pérdidas totales:

$$P(z) = [1 + q(z-1)]^m \quad con \quad 0 < q < 1$$

La función de densidad de la distribución Bernoulli está dado por la siguiente expresión con parámetros m que hace referencia a los riesgos y q la probabilidad de dichos riesgos.

$$p_k = \binom{m}{k} q^k (1-q)^{m-k} \; para \; k = 0,1,2 \ldots, m$$

Uno de los atributos de la distribución Binomial que en ocasiones suele ser útil es que el soporte de dicha variable es finito. La esperanza y varianza de la distribución binomial que se puede obtener a partir de $P(z)$, cabe mencionar que tanto la esperanza y la varianza dependen del valores que pueden tener *n* y *p.*

A continuación se muestra la esperanza y varianza de la distribución Binomial:

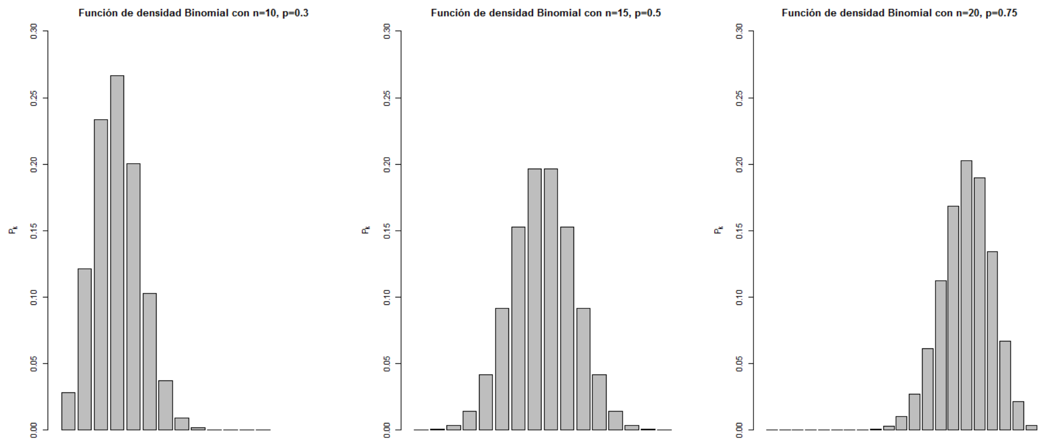
$$E(N) = np \quad y \quad Var(N) = np(1-p) = npq$$

La estimación del parámetro m es generalmente un valor conocido y fijado por el usuario y por otro lado la estimación de q es:

$$\hat{q} = \frac{\# \; de \; enevtos \; observados}{Máximo \; \# \; de \; los \; posibles \; eventos}$$

$$= \frac{1}{\hat{m}} \frac{\sum_{k=0}^{m} k n_k}{\sum_{k=0}^{m} n_k}$$

En la siguiente figura se muestran representaciones de la función de densidad de dicha distribución. Se puede observar que cuando $n = 10 \; y \; p = 0.3$ la forma de la función de densidad de la distribución binomial se encuentra pegada a la izquierda con lo cual podemos deducir que tiene skewness positivo y una curtosis positiva, con $n = 15 \; y \; p = 0.5$ se puede observar con mayor claridad que la función de densidad tiene forma de campana y se encuentra totalmente centrada aunque un poco achaparrada por lo cual tiene un skewness neutral y una curtosis positiva. Por último la forma de la función de densidad con $n = 20 \; y \; p = 0.75$ se encuentra pegada a la derecha eso quiere decir que su skewness es negativo y una curtosis positiva.



[21]Figura 4-4 **Formas de la distribución Binomial con diferentes valores de n y p**

4.1.5 La distribución Hipergeométrica

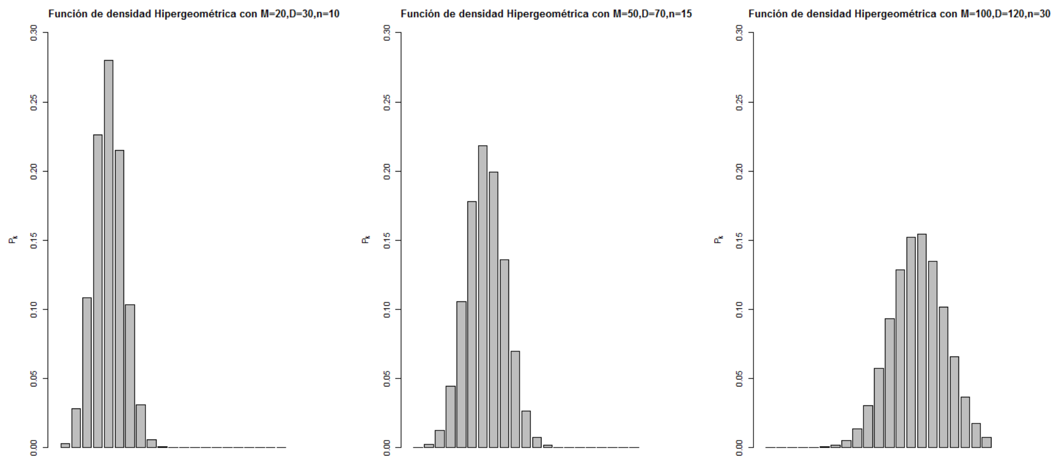
La distribución Hipergeométrica refleja un proceso en el que estamos en una muestra aleatoria sin remplazo y cuenta el número de muestras que cuentan con alguna característica en especial de una población. La función de densidad de dicha distribución está dada por:

$$f(x) = \frac{\binom{D}{x}\binom{M-D}{n-x}}{\binom{M}{n}}$$

Donde M representa el número de individuos de un grupo de cosas, D representa el número de ciertos individuos con una característica deseada y el total de los individuos es la suma de M y D. La esperanza y varianza de esta distribución son las siguientes:

$$E(N) = \frac{nD}{M} \qquad Var(N) = \left(\frac{M-n}{M-1}\right)\left(\frac{nD}{M}\right)\left(1-\frac{D}{M}\right)$$

[21] Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R



[22]Figura 4-5 **Formas de la distribución Binomial con diferentes valores de M, D y n**

En la figura anterior se muestran las representaciones función de densidad de la distribución Hipergeométrica cuando van variando los parámetros $M, D\ y\ n$. Con $M = 20, D = 30\ y\ n = 10$ la forma de la función de densidad se pega a la izquierda mostrando cierta altura con lo cual podemos pensar intuitivamente que tiene un skewness positivo y una curtosis positiva. Para $M = 50, D = 70, y\ n = 15$, la gráfica se encuentra de una forma similar a la primer gráfica, mientras que con $M = 100,\ D = 120\ y\ n = 30$ mantiene una forma de campana con lo cual podríamos pensar que tiene un skewness nulo y una curtosis positiva.

4.2 Distribuciones de Severidad

Ahora toca el turno de mencionar algunas de las distribuciones que modelan el tamaño de las pérdidas en el contexto del riesgo operacional; por lo general el tipo de distribuciones que modelan dicho fenómeno se les conoce como como "distribuciones continuas".

Dado que nos tendremos que concentrar en las pérdidas, nos limitaremos a las distribuciones que no toman valores negativos, ya que si consideramos el listado de distribuciones continuas que tenga un soporte que tome valores negativos estaríamos considerando errores que resultan ganancias y eso no sería coherente pues por definición las pérdidas solo pueden tomar valores que sean no negativos.

El conjunto de todas las posibles funciones de distribución con soporte en los no negativos es el conjunto de todas las posibles funciones no decrecientes que tomen el valor cero para todos los valores negativos que la variable aleatoria pueda tomar.

Por lo tanto vamos a examinar el número de distribuciones que pueden ser usadas para la modelación de las pérdidas de eventos operacionales, aquellas que tengan un soporte

[22] Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

que vaya de cero a infinito. Mencionaremos las distribuciones continuas con soporte en los no negativos clasificándolas de acuerdo al número de parámetros que utilizan, que va desde un parámetro hasta cuatro parámetros empezando por la distribución exponencial hasta llegar a la distribución beta transformada, mencionando su función de densidad de cada variable, función de distribución, media, varianza, su moda correspondiente y su función generadora de momentos de algunas distribuciones.

4.2.1 Distribuciones con un parámetro

4.2.1.1 La distribución Exponencial

La distribución exponencial se usa para modelar tiempos de espera para la ocurrencia de un cierto evento. Una aplicación común de la distribución exponencial es el análisis del tiempo hasta el fallo de un elemento de la máquina.Decimos que una variable aleatoria continua X tiene una distribución exponencial con parámetro $\theta > 0$ cuando la función de densidad y la función de distribución de la variable aleatoria tienen la siguiente expresión:

$$f(x) = \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}} \ con \ \theta, x > 0 \quad y \quad F(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\theta}} \ para \ x > 0$$

La media y varianza de la distribución exponencial está dado por las siguientes expresiones:

$$E(x) = \theta \qquad y \qquad Var(x) = \theta^2$$

A continuación presentamos la función generadora de momentos, la expresión del k-ésimo momento, cabe mencionar que la moda de dicha variable aleatoria es cero.

$$M(t) = (1 - \theta t)^{-1} \qquad para \ t < \frac{1}{\theta}$$

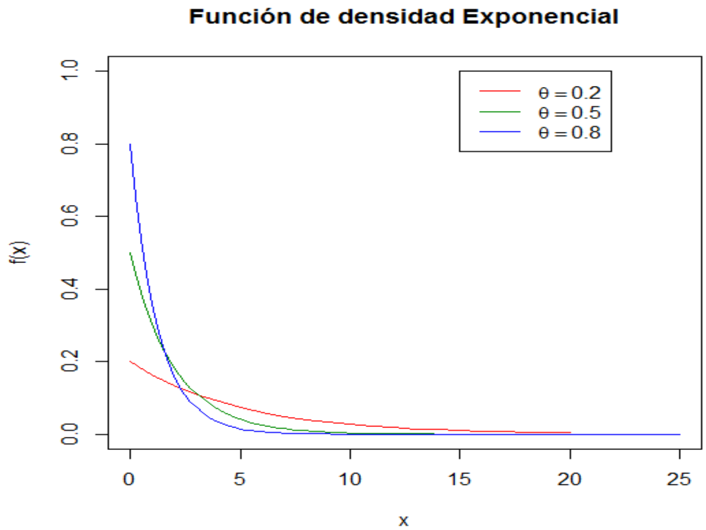
$$E(X^k) = \theta \Gamma(k+1), \qquad si \ k > -1$$

$$E(X^k) = \theta k! \qquad si \ k \ es \ entero$$

Haciendo uso del método de momentos el parámetro de la distribución Exponencial es calculado por:

$$\hat{\theta} = \frac{1}{\frac{\sum_{j=1}^{n} X_j}{n}}$$

En la siguiente figura se muestran tres representaciones de la función de densidad de la distribución exponencial variando el valor de θ. Se puede notar que en el caso de las tres gráficas en $x = 0$ el valor que toman es justamente el del parámetro θ. Para el primer caso que corresponde a $\theta = 0.2$ y se puede observar que la gráfica de la función de densidad tiene un comportamiento decreciente pero no tan pronunciado, en el caso de $\theta = 0.5$ este decrecimiento se ve un poco más abrupto que la anterior pegándose con más rapidez hacia el cero y para $\theta = 0.8$ el decrecimiento de la función de densidad es más rápido y abrupto que las anteriores.



[23]**Figura 4-6 Formas de distribución exponencial con distinto valor de** θ

4.2.1.2 La distribución Exponencial inversa

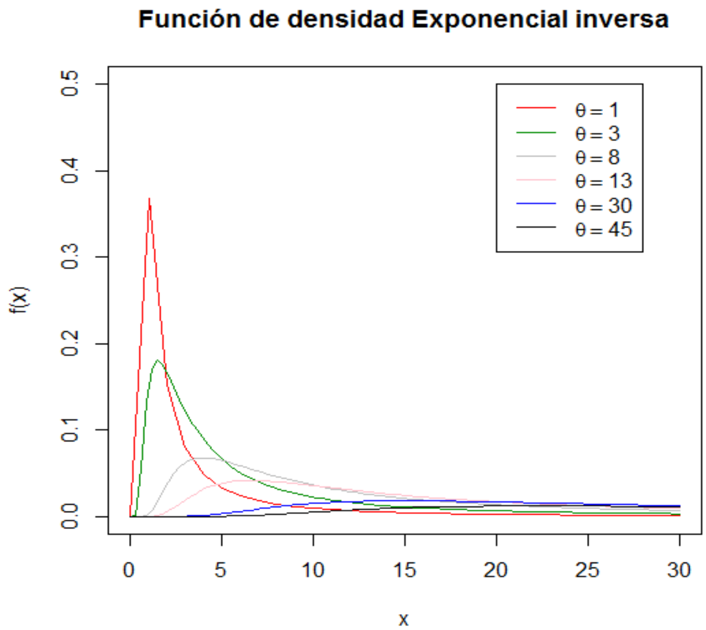
La distribución exponencial inversa está muy relacionada con la distribución exponencial que acabamos de mencionar. Debemos tomar en cuenta y hacer hincapié en que esta distribución no tiene primer momento finito pero sus demás momentos suelen ser muy grandes lo que indica que tiene una cola pesada. A continuación se mencionan tanto su función de probabilidad y función de distribución.

$$f(x) = \frac{\theta e^{-\frac{\theta}{x}}}{x^2} \qquad y \qquad F(x) = e^{-\frac{\theta}{x}}$$

Basta mencionar que su moda es $\frac{\theta}{2}$

En la siguiente gráfica podemos observar diferentes representaciones de la función de densidad de la distribución exponencial inversa con distintas variaciones de su parámetro θ.

[23] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R



[24]Figura 4-7 **Función de densidad exponencial inversa**

Lo que podemos observar es que aun variando el valor de θ *de* 1 hasta 13 intuitivamente parece ser que su skewness es positiva lo cual indica que la variable llega asignar probabilidades a valores muy pequeños, claramente mientras el valor de θ *aumenta* su skewness va disminuyendo y en la cuestión de la curtosis podemos observar que conforme va aumentando θ se va volviendo negativa.

4.2.1.3 La distribución Pareto con un solo parámetro

Usualmente el soporte de esta distribución comienza en un valor θ que generalmente es conocido, este valor θ que aparece en dicha distribución no es considerado un parámetro. Esta distribución es considera como una distribución con cola pesada ya que tiene solamente un numero finito de momentos. Su función de densidad y su función de distribución están dadas por las siguientes expresiones:

$$f(x) = k\theta^k x^{-k-1} \quad para \quad x > 0$$

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\theta}{x}\right)^k \quad para \quad x > 0$$

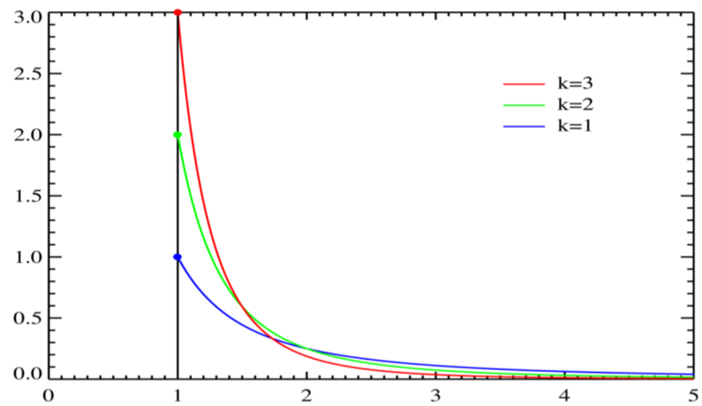
El primer momento y la expresión general para el cálculo de los momentos de dicha distribución son las siguientes:

$$E(X) = \frac{\alpha\theta}{\alpha - 1} \quad y \quad E(X^\alpha) = \frac{k\theta^\alpha}{k - \alpha} \; para \quad \alpha < k$$

[24] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

La moda de la distribución Pareto a pesar de que no se considera como parámetro es θ. Por otro lado la estimación del parámetro α se calcula de la siguiente manera:

$$\hat{k} = \frac{\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}}{\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n} - \theta}$$



[25]Figura 4-8 **Formas de la distribución Pareto con un solo parámetro con distinto valor de k**

En la figura anterior donde se muestran tres representaciones de la función de densidad de la distribución Pareto con un solo parámetro podemos observar que tiene un comportamiento similar al de la distribución exponencial.

4.2.2 Distribuciones con dos parámetros

4.2.2.1 La distribución Gamma

La distribución Gamma apareció por primera vez en 1836 y fue obtenida por el matemático francés Pierre-Simon Laplace. Esta distribución es usada en muchas aplicaciones en especial para situaciones de cuestiones físicas, como en la teoría de la relatividad. Una característica de esta distribución es que si el parámetro α es un número entero se puede considerar como la suma de α independientes e idénticamente distribuidas variables aleatorias que se distribuyen exponencialmente. Su función de densidad y de acumulación son las siguientes:

$$f(x) = \frac{\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\alpha} e^{-\frac{x}{\theta}}}{x\Gamma(\alpha)} \quad y \quad F(x) = \Gamma\left(\alpha; \frac{x}{\theta}\right) \; con \; \theta, \alpha > 0$$

Donde $\Gamma(\alpha; x)$ esta dado por $\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t}\, dt$

La esperanza de su k-ésimo momento está dado por dos expresiones dependiendo de k.

[25] Fuente: http://es.wikipedia.org/wiki/Distribuci%C3%B3n_de_Pareto#mediaviewer/Archivo:Pareto_distributionPDF.png

$$E(X^k) = \frac{\theta^k \Gamma(\alpha + k)}{\Gamma(\alpha)} \quad Si \quad k > -\alpha$$

$$E(X^k) = \theta^k(\alpha + k - 1) \ldots \alpha \quad Si \;\; k \; es \; entero$$

$$\Rightarrow E(X) = \theta\alpha$$

$$\Rightarrow Var(X) = \theta^2\alpha$$

Su generadora momentos y la moda de la distribución Gamma están dados por las siguientes expresiones:

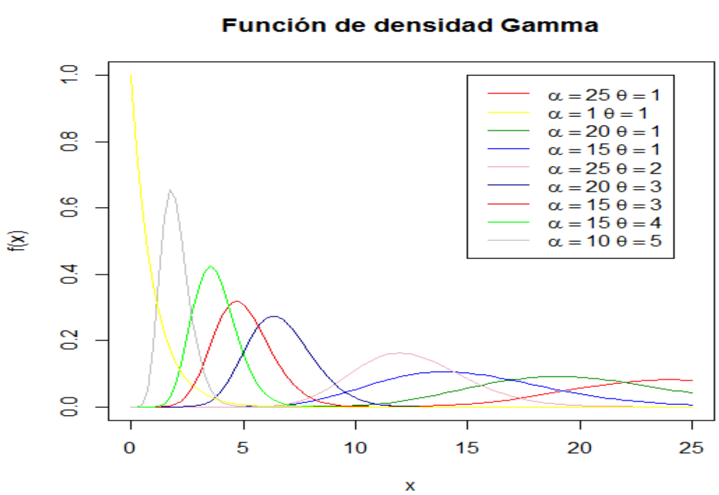
$$M(t) = (1 - \theta t)^{-\alpha} \quad con \; t < {}^{1}\!/_{\theta}$$

$$Moda = \theta(\alpha - 1) \qquad si \;\; \alpha > 1,$$

En el caso de que α sea menor que uno la moda es cero. Usando el método de momentos los parámetros para esta distribución pueden ser estimados de la siguiente manera:

$$\hat{\alpha} = \frac{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right)^2}{\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^2}{n}\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right)^2}$$

$$\hat{\theta} = \frac{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^2}{n}\right) - \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right)^2}{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right)}$$



[26]Figura 4-9 **Formas de la distribución Gamma con valores distintos en** $\alpha \; y \; \theta$

[26] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

En la figura de arriba se muestran distintas representaciones de la función de densidad de la distribución Gamma variando los valores de sus respetivos parámetros $\alpha\, y\, \theta$. Podemos notar que cuando $\alpha = 1\, y\, \theta = 1$ la función de densidad se esta distribución es idéntica a una función de densidad de una distribución exponencial. Conforme los valores de $\alpha\, y\, \theta$ van variando lo mismo ocurre con su skewness y curtosis de la función de densidad de dicha variable

4.2.2.2 La distribución Gamma Inversa

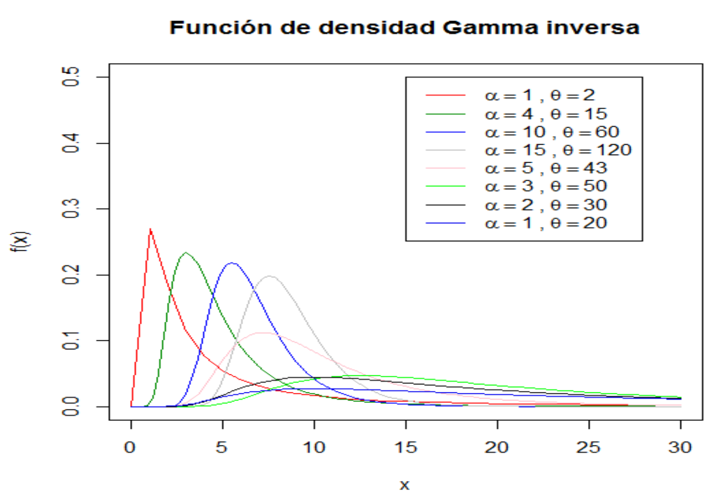
La distribución Gamma inversa también es conocida como la distribución Vinci tiene como función de densidad y de acumulación las siguientes funciones:

$$f(x) = \frac{\left(\frac{\theta}{x}\right)^{\alpha} e^{-\frac{\theta}{x}}}{x\Gamma(\alpha)} \qquad y \qquad F(x) = 1 - \Gamma\left(\alpha; \frac{\theta}{x}\right)$$

Podemos notar que tanto la función de densidad y la función de acumulación de la distribución Gamma inversa son muy similares con la distribución Gamma y únicamente varían en el coeficiente $\frac{\theta}{x}$. Daremos la expresión del k-ésimo momento de esta distribución notando que también es muy similar al k-ésimo momento de la distribución Gamma, observando el cambio en un signo dentro de la función Gamma y la condición para k.

$$E(X^k) = \frac{\theta^k \Gamma(\alpha - k)}{\Gamma(\alpha)} \quad Si \quad k < \alpha$$

La moda para esta distribución es $\frac{\theta}{(\alpha+1)}$.



[27]**Figura 4-10 Formas de la distribución Gamma inversa con distintos valores de $\alpha\, y\, \theta$**

[27] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

En la figura de arriba donde se muestran distintas formas de la función de densidad de la distribución Gamma inversa podemos observar que en el caso cuando $\alpha = 1$ las gráficas de la función de densidad son idénticas a las gráficas de la función de densidad de la distribución exponencial inversa. Para los casos donde α toma valores de 4 a 15 y θ va de 15 a 120 podemos notar intuitivamente que el skewness de estas densidades es positivo, mientras que la curtosis es también es positiva y se va volviendo negativa mientras los valores de $\alpha \; y \; \theta$ decrecen.

4.2.2.3 La distribución Log-normal

La distribución Log-normal es obtenida a partir de la distribución Gaussiana haciendo el cambio de variable o el remplazo de x por $\ln x$, lo cual podríamos decir que es una transformación de la distribución normal. Esta distribución tiene la siguiente función de densidad y función de acumulación:

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)^2\right] = \frac{\Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)}{\sigma x} \quad con \; \mu \in \mathbb{R}, \sigma^2 > 0$$

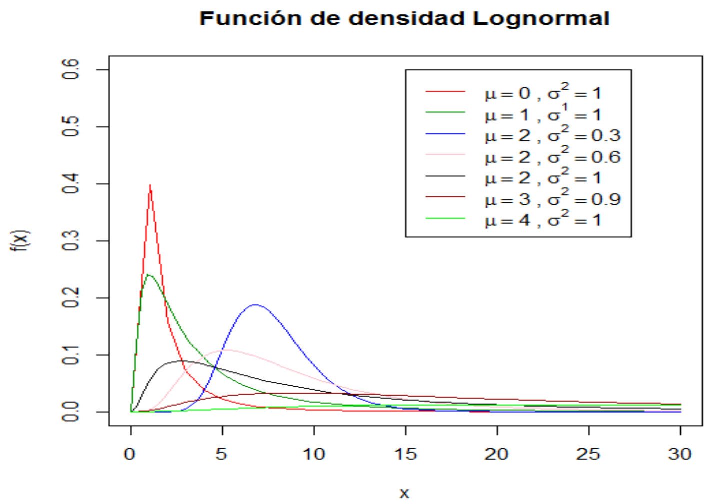
$$F(x) = \Phi\left(\frac{\ln x - \mu}{\sigma}\right)$$

El primer momento, el k-ésimo momento y la moda de la distribución Log-normal se presentan a continuación:

$$E(X) = \exp\left(\mu + \frac{1}{2}\sigma^2\right), \qquad E(X^k) = \exp\left(\mu k + \frac{1}{2}k^2\sigma^2\right), \qquad Moda = \exp(\mu - \sigma^2)$$

La estimación de los parámetros $\mu \; y \; \sigma$ se pueden realizar mediante las siguientes expresiones considerando que $Z_i = \ln X_i - \mu$.

$$\hat{\mu} = \bar{Z} \quad y \quad \hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{n}(Z_j - \bar{Z})^2}{n}}$$



[28]Figura 4-11 **Formas de la distribución Log-normal con distintos valores de $\mu\ y\ \sigma^2$**

En la figura de arriba se muestran distintas representaciones de la función de densidad de la distribución Log-normal haciendo variar los parámetros $\mu\ y\ \sigma^2$. Por ejemplo cuando $\mu = 0\ y\ \sigma^2 = 1$ parece tener intuitivamente un skewness positivo con curtosis positiva también, para el caso $\mu = 2, con\ \sigma^2 = 0.3$ podemos notar intuitivamente que su skewness puede ser casi nulo ya que adquiere una forma parecida a la función de densidad de una distribución normal y con una curtosis pequeña.

4.2.2.4 La distribución Normal inversa

La distribución Normal inversa fue obtenida por Wald en 1947[29] de la limitación de la forma de la distribución del tamaño de una muestra de ciertas pruebas probabilísticas.

El nombre de normal inversa fue aplicado por primera vez por Tweedie en el mismo año (1947)[30], quien observo que había una relación inversa entre la función generadora de momentos de la distribución Normal y esta distribución. La función de densidad y de acumulación de la distribución normal inversa son las siguientes:

$$f(x) = \sqrt{\frac{\theta}{2\pi x^3}} \exp\left(-\frac{\theta z^2}{2x}\right) \quad con \quad z = \frac{x-\mu}{\mu}$$

$$F(x) = \Phi\left(z\sqrt{\frac{\theta}{x}}\right) + \exp\left(\frac{2\theta}{\mu}\right)\Phi\left[-y\sqrt{\frac{\theta}{x}}\right] \quad con \quad y = \frac{x+\mu}{\mu}$$

La esperanza y varianza de esta distribución son:

---

[28] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R
[29]Ver (Cruz, 2002)
[30] Ver (Cruz, 2002)

$$E(X) = \mu \quad y \quad Var(X) = \frac{\mu^3}{\theta}$$

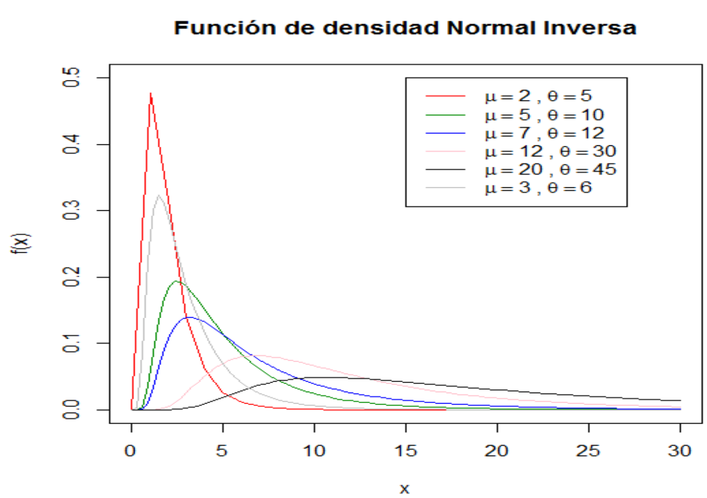
La función generadora de momentos de la distribución Normal inversa tiene la siguiente expresión:

$$M(t) = \exp\left[\frac{\theta}{\mu}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{2\mu^2}{\theta}t}\right)\right] \quad con \quad t < \frac{\theta}{2\mu^2}$$

Usando el método de momentos los parámetros de esta distribución pueden ser estimados como se muestra a continuación:

$$\hat{\mu} = \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} X_j}{n}\right) \quad y \quad \hat{\theta} = \frac{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} X_j}{n}\right)^3}{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right) - \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} X_j}{n}\right)^3}$$

En la siguiente figura se tienen las representaciones de la función de densidad de la distribución Normal inversa, donde podemos observar que cuando sus parámetros μ y θ toman el valor 2 y 5 respectivamente, la gráfica de la función de densidad muestra tener intuitivamente una curtosis positiva al igual que un skewness positivo. Cuando μ y θ van aumentando su valor se puede notar que a pesar de que el skewness se mantiene positivo la curtosis parece ir decreciendo hasta tomar valores negativos ya que las gráficas de las funciones de densidad se van expandiendo sobre el eje x, tal es caso en esta figura cuando $\mu = 20$ y $\theta = 45$.



[31] Figura 4-12 **Formas de la distribución Normal Inversa con distintos valores de μ y θ**

[31] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

4.2.2.5 La distribución Weibull

La distribución Weibull fue usada por el físico Waloddi Weibull[32] para la resistencia de la rotura de los materiales en 1939 fue muy impresionante el acercamiento de la observación de los datos que mostro y la predicción del modelo que creo. Esta distribución recibió demasiada atención de los investigadores en el siglo pasado.

La distribución Weibull puede ser obtenida a través de la distribución exponencial haciendo un simple cambio de variable o remplazando en la función de acumulación de dicha distribución a $x/_\theta$ por $\left(x/_\theta\right)^\tau$. Por lo que la distribución Weibull tiene como expresión la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \frac{\tau\left(x/_\theta\right)^\tau e^{-\left(x/_\theta\right)^\tau}}{x} \quad con\ \tau, \theta > 0$$

Y como función de acumulación la distribución Weibull tiene la siguiente expresión:

$$F(x) = 1 - e^{-\left(x/_\theta\right)^\tau}$$

La esperanza de la distribución Weibull es la siguiente:

$$E(X) = \theta\Gamma\left(1 + \frac{1}{\tau}\right)$$

Su k-ésimo momento puede ser calculado por:

$$E(X^k) = \theta^k\Gamma\left(1 + \frac{k}{\tau}\right) \quad para \quad k > -\tau$$

La moda de la distribución Weibull puede ser calculada por la siguiente expresión:

$$Moda = \theta\left(\frac{\tau - 1}{\tau}\right)^{\frac{1}{\tau}}$$

El método de percentiles provee un método para el cálculo de los parámetros de la distribución Weibull, aunque inicialmente necesitamos el cálculo auxiliar de un parámetro c, el cual se calcula de la siguiente manera:

$$c = \frac{\ln(\ln 4)}{\ln\left(\ln\left(\frac{4}{3}\right)\right)} = -0.262167$$

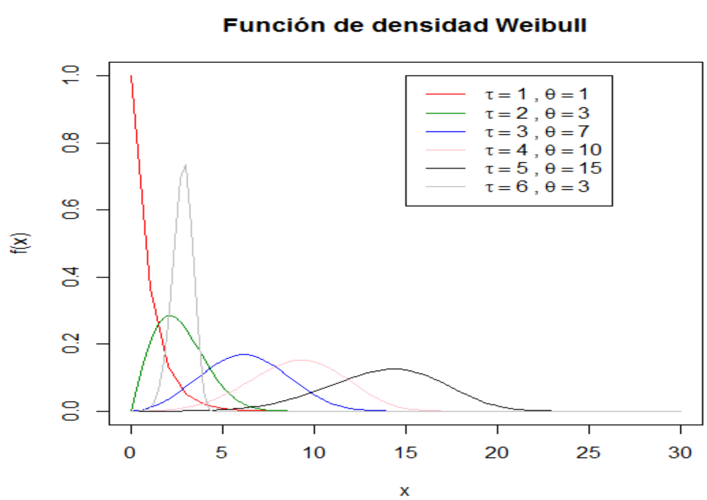
Con esto podemos usar c para el cálculo correspondiente de los parámetros $\theta\ y\ \tau$ que tienen la siguiente expresión:

$$\hat{\tau} = \frac{c \ln a - \ln b}{c - 1} \quad y \quad \hat{\theta} = \frac{\ln(\ln 4)}{\ln b - \ln \tau}$$

[32] Ver (Cruz, 2002)

Donde a y b son el primer cuartil y el tercer cuartil respectivamente de la distribución Weibull.

En la siguiente figura que se muestran representaciones de la función de densidad de la distribución Weibull con variaciones en sus parámetros $\tau\, y\, \theta$, podemos hacer una observación un tanto importante, es que cuando $\tau = 1$ y simplemente hacemos variar el parámetro θ obtenemos funciones de densidad de la distribución exponencial. Pero para los casos cuando $\tau > 1$ y haciendo variar los valores del otro parámetro podemos observar por ejemplo que para el caso cuando $\tau = 5\, y\, \theta = 15$ dicha función de densidad parece tener intuitivamente un skewness negativo ya que la gráfica de la función se encuentra ligeramente pegada a la izquierda teniendo en cuenta que puede contar con una curtosis también negativa. Para el caso cuando $\tau = 6\, y\, \theta = 3$, podemos observar que tiene intuitivamente un skewness positivo pues la gráfica de la función de densidad se encuentra pegada a la izquierda y una curtosis positiva también pues se puede observar que se encuentra más alargada y puntiaguda.



[33]**Figura 4-13 Formas de la distribución Weibull con distintos valores de $\tau\, y\, \theta$**

4.2.2.6 La distribución Weibull inversa

La distribución Weibull inversa es conocida como la distribución Log-Gompertz. Comenzaremos por mencionar su función de densidad:

$$f(x) = \frac{\tau\left(\theta/_x\right)^{\tau} e^{-\left(\theta/_x\right)^{\tau}}}{x}$$

Podemos notar que la función de densidad de la distribución Weibull inversa tiene mucho parecido con la función de densidad de la distribución Weibull el único argumento de la

[33] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

función que cambia es $\theta/_x$ por $x/_\theta$. Ahora vamos a mostrar la expresión de la función de acumulación de esta distribución.

$$F(x) = e^{-\left(\theta/_x\right)^{\tau}}$$

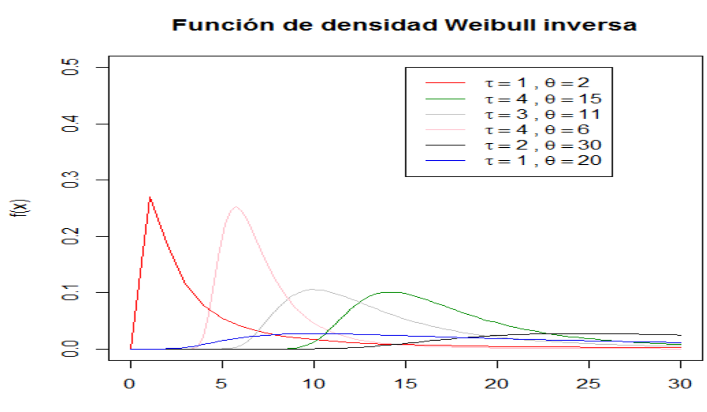
El cálculo del k-ésimo momento de la distribución Weibull inversa está dado por la siguiente expresión:

$$E(X^K) = \theta^K \Gamma\left(1 - k/_\tau\right) \quad con \quad k < \tau$$

Podemos observar que esta expresión es muy similar a la de la distribución Weibull y lo único cambio es el signo que se observa en la función Gamma y la condición respecto a k. La moda de dicha distribución de calcula de la siguiente manera:

$$Moda = \theta \left(\frac{\tau}{\tau + 1}\right)^{1/_\tau}$$

En la figura de abajo se muestran las representaciones de la función de densidad de la distribución Weibull inversa haciendo variar sus parámetros $\tau\, y\, \theta$. Podemos notar que cuando $\tau = 1$ y variamos el valor del parámetro θ las gráficas de la función de densidad de dicha variable son las mismas que las de la distribución exponencial inversa, por ejemplo en la figura de abajo tenemos dos funciones de densidad de la distribución exponencial inversa una cuando $\theta = 2$ y la otra cuando $\theta = 20$. Ahora cuando $\tau > 1$ podemos observar que ya tenemos gráficas distintas, por ejemplo cuando $\tau = 3\, y\, \theta = 11$ intuitivamente podemos notar que la gráfica se encuentra un poco más achaparrada lo cual nos indica tiene una curtosis negativa aunque sigue manteniendo un skewness positivo. Pero en el caso cuando $\tau = 4\, y\, theta = 6$ podemos observar que esta función de densidad tiene tanto un skewness positivo y una curtosis positiva pues se encuentra un poco más alargada y puntiaguda.



[34]Figura 4-14 **Formas de la distribución Weibull inversa con distintos valores de $\alpha\, y\, \theta$**

[34] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

4.2.2.7 La distribución Pareto (con dos parámetros)

La distribución Pareto obtiene su nombre gracias al economista Vilfredo Pareto, quien formuló en la teoría económica una ley que lleva su nombre, en la cual hace uso de dicha distribución, modelando los ingresos de una población.

La distribución Pareto es una distribución que tiene una cola pesada y es extensamente usada para los modelos de pérdida cuando existe una alta probabilidad de pérdidas muy grandes.

A continuación daremos la expresión de la función de densidad que tiene la distribución Pareto con dos parámetros:

$$f(x) = \frac{\alpha\theta^{\alpha}}{(x+\theta)^{\alpha+1}} \quad con\ \alpha, \theta > 0$$

Como función de acumulación de dicha distribución tenemos lo siguiente:

$$F(x) = 1 - \left(\frac{\theta}{x+\theta}\right)^{\alpha}$$

Esta distribución tiene dos maneras de calcular su k-ésimo momento dependiendo de k. Estas dos maneras se representan por el siguiente cálculo:

$$E(X^k) = \frac{\theta^k \Gamma(k+1)\Gamma(\alpha-k)}{\Gamma(\alpha)} \quad para \quad -1 < k < \alpha$$

$$E(X^k) = \frac{\theta^k k!}{(\alpha-1)\dots(\alpha-k)} \quad para\ \ k\ entero$$

Cabe mencionar que la distribución Pareto con dos parámetros tiene una moda con valor cero, por otro lado el cálculo de la estimación de los parámetros de esta distribución son representados de la siguiente forma:

$$\hat{\alpha} = 2\frac{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^2}{n}\right) - \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right)^2}{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^2}{n}\right) - 2\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right)^2}$$

$$\hat{\theta} = \frac{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right) - \left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^2}{n}\right)}{\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j^2}{n}\right) - 2\left(\frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n}\right)^2}$$

Para la siguiente figura donde se muestran las representaciones de la función de densidad de la distribución Pareto, podemos observar intuitivamente que para todas las variaciones realizadas para los parámetros α y θ las gráficas de las funciones de densidad mantienen un skewness positivo pues se encuentran pegadas a la derecha y tienen una curtosis positiva pues las gráficas son muy puntiagudas.

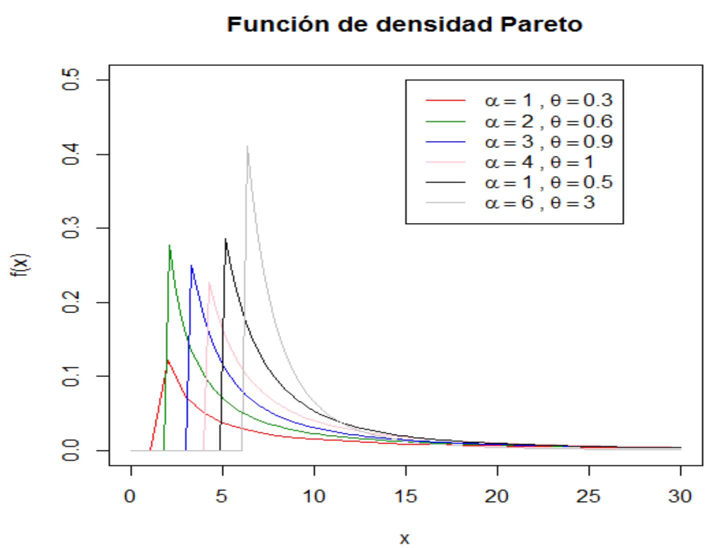


Figura 4-15 Formas de la distribución Pareto

4.2.2.8 La distribución Pareto inversa

Para la distribución Pareto inversa mostraremos su función de densidad y de acumulación, así como la expresión para calcular su k-ésimo momento dependiendo de las características de k, y daremos la expresión de la moda de esta variable.

$$f(x) = \frac{\tau\theta x^{\tau-1}}{(x+\theta)^{\tau+1}}$$

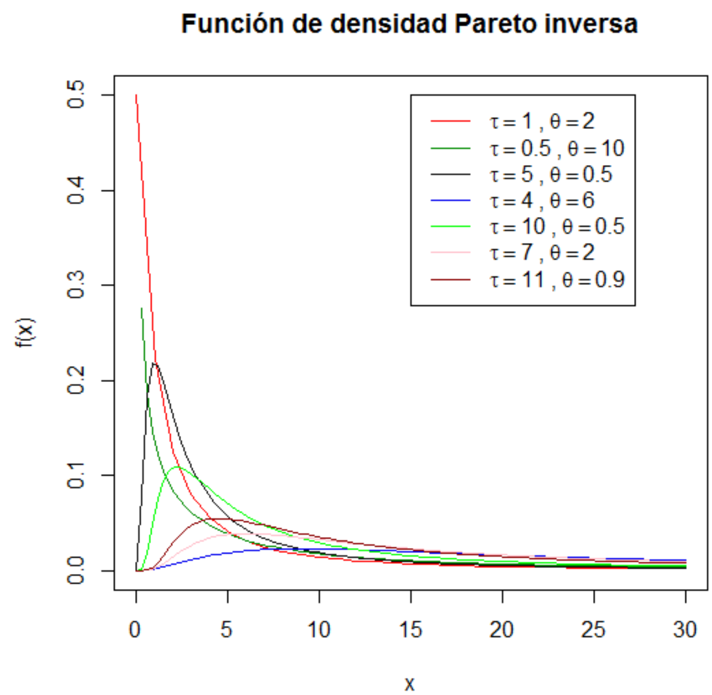
$$F(x) = \left(\frac{x}{x+\theta}\right)^{\tau}$$

$$E(X^k) = \frac{\theta^k \Gamma(\tau+k)\Gamma(1-k)}{\Gamma(\tau)} \quad para \ \ -\tau < k < 1$$

$$E(X^k) = \frac{\theta^k(-k)!}{(\tau-1)\ldots(\tau+k)} \quad para \;\; k \; si\; es\; entero \;\; negativo$$

$$Moda = \theta\frac{\tau-1}{2} \; si\; \tau > 1 \;, si\; no\; la\; moda\; es\; cero$$

En la siguiente figura que se muestran las representaciones de la función de densidad de la distribución Pareto podemos notar que cuando $\tau = 1\; y\; \theta = 2$ la gráfica tiene caída pronunciada decreciendo rápidamente hacia cero, con $\tau = 0.5\; y\; \theta = 10$ la gráfica de la función mantiene un comportamiento similar a la anterior.



[35]Figura 4-16 **Formas de la distribución Pareto inversa con distintos valores de** $\tau\; y\; \theta$

Ahora para las demás gráficas podemos observar que su skewness se mantiene positivo aunque va disminuyendo y en el caso de la curtosis comienza siendo positiva para el caso cuando $\tau = 5\; y\; \theta = 0.5$ y termina siendo negativa por ejemplo cuando $\tau = 4\; y\; \theta = 6$.

Haremos la aclaración de que existen aún más distribuciones que contienen tres y cuatro parámetros, prácticamente son trasformaciones que se les aplican a las distribuciones que acabamos de mencionar, en esta tesis se omitirán ya que para fines prácticos son poco utilizadas en el riesgo operacional.

[35] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

4.2.3 Distribuciones con soporte finito

4.2.3.1 La distribución Beta

La distribución Beta puede ser aplicada para estudiar el porcentaje de los defectos de ciertas unidades en un proceso de manufactura, el porcentaje de errores que pueden ocurrir en la entrada de datos, así como también el porcentaje de clientes que se encuentran satisfechos con algún servicio dado.

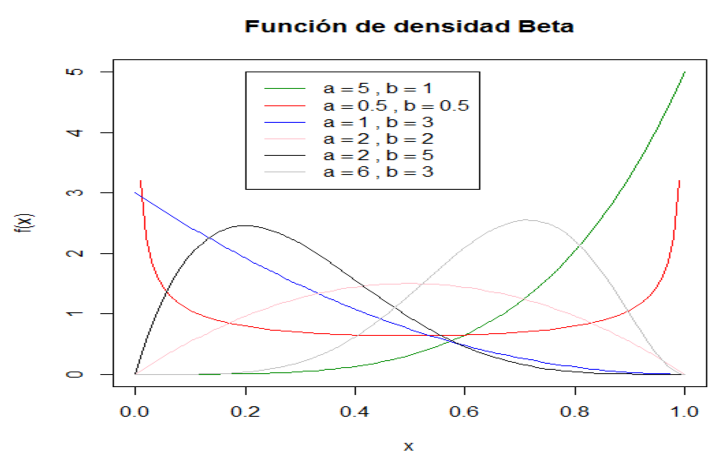
De igual forma para la distribución Beta daremos su función de densidad, su función de acumulación, el cálculo de su *k-ésimo* momento dependiendo del valor de *k* y la expresión de la estimación de los parámetros que tiene esta distribución.

$$f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} u^a (1-u)^{b-1} \frac{1}{x} \quad con\ u = {}^{x}/_{\theta}\ , para\ 0 < x < \theta\ \ y\ \ a, b > 0$$

[36] $F(x) = \beta(a, b; u)$

$$E(X^k) = \frac{\theta^k \Gamma(a+b)\Gamma(a+k)}{\Gamma(a)\Gamma(a+b+k)} \quad para\ k > -a$$

$$E(X^k) = \frac{\theta^k a(a+1) \ldots (a+k-1)}{(\mathrm{a+b})(a+b+1) \ldots (a+b+k-1)} \quad si\ k\ es\ un\ entero$$



[37] **Figura 4-17 Formas de la distribución Beta con distintos valores de a y b**

Como podemos observar en la figura de arriba donde se muestran las distintas formas de la función de densidad de la distribución Beta, debemos hacer notar que estas funciones de densidad fueron graficadas en el intervalo $[0,1]$ con lo cual $\theta = 1$, Podemos observar que para esta gráfica existen muchas formas de la función de densidad con lo

---

[36] Ver el Apéndice A

[37] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

cual nos podemos dar una idea de que tanto su skewness y curtosis pueden variar demasiado

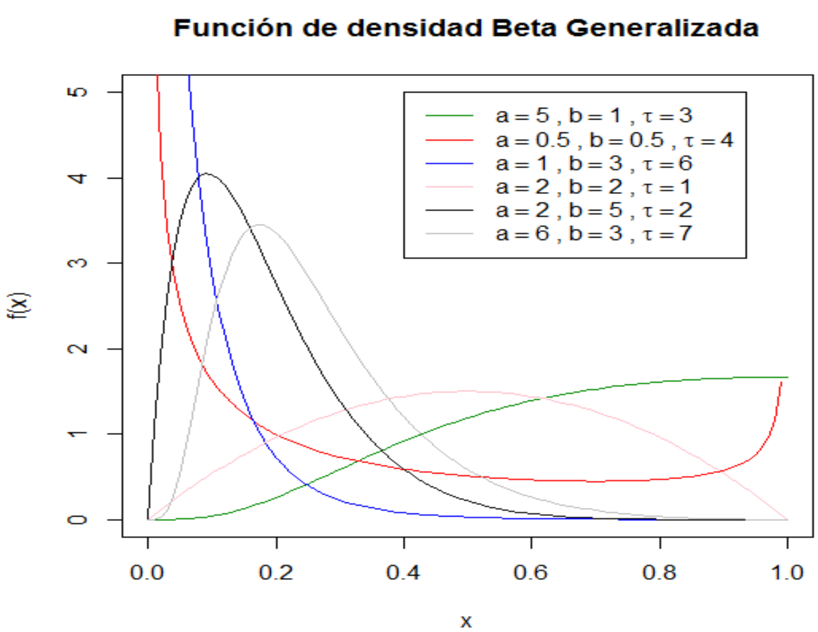
4.2.3.2 La distribución Beta generalizada

Para la distribución Beta generalizada simplemente mencionaremos las mismas características que las de la distribución Beta

$$f(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} u^a (1-u)^{b-1} \frac{\tau}{x} \quad con\ u = \left({}^{x}/_{\theta}\right)^{\tau}\ y\ para\ 0 < x < \theta$$

$$F(x) = \beta(a, b; u)$$

$$E(X^k) = \frac{\theta^k \Gamma(a+b)\Gamma(a+k/\tau)}{\Gamma(a)\Gamma(a+b+k/\tau)} \quad para\ k > -a\tau$$



[38]Figura 4-18 **Formas de la distribución Beta Generalizada con distintos valores de a, b y τ**

En la figura de arriba podemos notar que las representaciones de las funciones de densidad de la distribución Beta Generalizada muestran muchas formas al igual que la distribución Beta.

[38] Fuente: Elaboración propia con ayuda del paquete estadístico R

4.3 Modelos de Agregación de Riesgo.

En este apartado mencionaremos algunos conceptos y características de los modelos de agregación para el riesgo operacional. Prácticamente en la ciencia actuarial existen dos modelos básicos de riesgo para estimar el total de pérdidas que son: el modelo de riesgo individual y el modelo de riesgo colectivo. Daremos una pequeña descripción de los dos modelos a continuación.

4.3.1 Modelo de riesgo Individual

En el modelo individual tenemos interés en saber la distribución del número total de pérdidas agregadas, las cuales denotaremos con la letra S, a partir de la siguiente formula:

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_n$$

Donde $X_i, para\ i = 1,2, \dots n$, denota el *i-ésimo* monto de pérdida y se asume que son variables aleatorias independientes.

Vamos a denotar la operación convolución que calcula la función de distribución de la suma de dos variables aleatorias independientes de la siguiente manera:

$$F_{X+Y}(s) = P(X + Y \leq s)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} P(X + Y \leq s\ |X = x) dF_x(x)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} P(x + Y \leq s\ |X = x) dF_x\,(x)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} P(Y \leq s - x\ |X = x) dF_x(x)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} P(Y \leq s - x) dF_x(x)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty} F_Y(s - x) dF_x\,(x) = F_X * F_Y(s)$$

A $F_X * F_Y(s)$ le llamaremos la convolución de la función de distribución de $F_X(s)\ y\ F_Y(s)$. Cuando las variables aleatorias $X\ e\ Y$ son discretas entonces tenemos la siguiente expresión para el cálculo de la convolución de la función de distribución de $X + Y$:

$$F_X * F_Y(s) = \sum_x F_Y(s - x) f_X(x) \quad y \ \ f_X * f_Y(s) = \sum_x f_Y(s - x) f_X(x)$$

En el caso cuando las variables aleatorias X e Y son continuas y la suma es tomada sobre todas las x y $f_X > 0$ entonces tenemos la siguiente expresión para el cálculo de la convolución:

$$F_X * F_Y(s) = \int_{-\infty}^{\infty} F_Y(s-x) f_x(x) dx \;\; y \;\; f_X * f_Y(s) = \int_{-\infty}^{\infty} f_Y(s-x) f_x(x) dx$$

Cabe mencionar que la convolución es conmutativa, con lo cual $X + Y \equiv Y + X$ o que $F_X * F_Y(s) = F_Y * F_X(s)$. La convolución también es asociativa lo que significa que:

$$(F_X * F_Y) * F_Z = F_X * (F_Y * F_Z) = F_X * F_Y * F_Z$$

Ahora podemos definir la convolución de la suma de n variables aleatorias independientes de la siguiente manera:

$$F * F * F *** F = F^{*n}$$

4.3.1.1 Ejemplo 1

Mostraremos un ejemplo de una convolución para obtener la función de densidad de la suma de variables aleatorias Poisson, donde $X \sim Poiss(\lambda), Y \sim Poiss(\mu)$, entonces aplicando la fórmula de la convolución para el caso discreto tenemos lo siguiente:

$$f_X * f_Y(s) = \sum_x f_Y(s-x) f_X(x) = \sum_{x=0}^{s} \frac{e^{-\mu} \mu^{s-x}}{(s-x)!} * \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

$$= \sum_{x=0}^{s} \frac{e^{-(\lambda+\mu)} \mu^{s-x} \lambda^x}{(s-x)!\, x!} = \frac{e^{-(\lambda+\mu)}}{s!} \sum_{x=0}^{s} \frac{s!\, \mu^{s-x} \lambda^x}{(s-x)!}$$

$$\frac{e^{-(\lambda+\mu)}}{s!} \sum_{x=0}^{s} \binom{s}{x} \mu^{s-x} \lambda^x$$

Haciendo uso del binomio de Newton que tiene como expresión:

$$(x+y)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} x^{n-k} y^k$$

Obtenemos el siguiente resultado:

$$\frac{e^{-(\lambda+\mu)}}{s!} \sum_{x=0}^{s} \binom{s}{x} \mu^{s-x} \lambda^x = \frac{e^{-(\lambda+\mu)} (\mu+\lambda)^s}{s!}$$

Con lo cual podemos concluir que la función de densidad de $X + Y$ tiene una distribución $Poisson(\mu + \lambda)$.

4.3.1.2 Ejemplo 2

En la siguiente tabla se presenta un ejemplo de una convolución con funciones de densidad discretas donde se tienen tres funciones de densidad y se fija una $n = 3$ deseando conocer la función de densidad y distribución de la suma de estas tres funciones.

Primero se tiene que realizar la convolución de $f_1(x)\ y\ f_2(x)$, y así poder obtener la función de densidad $f_{1+2}(x)$. Una vez obtenida la función de densidad de la suma de las primeras dos funciones se debe realizar la convolución de $f_{1+2}(x)$ y $f_3(x)$ para conseguir analíticamente la función de densidad de la suma de las tres funciones denotada por $f_{1+2+3}(x)$ y por último es muy fácil obtener la función de distribución $F_{1+2+3}(x)$ a partir de $f_{1+2+3}(x)$.

x	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$	$f_{1+2}(x)$	$f_{1+2+3}(x)$	$F_{1+2+3}(x)$
0	0	0.05	0	0	0	0
1	0.05	0.15	0	0.0025	0	0
2	0.1	0	0.02	0.0125	0	0
3	0.2	0.08	0.05	0.025	0.00005	0.00005
4	0.15	0.02	0.03	0.0415	0.000375	0.000425
5	0.3	0.2	0.1	0.0465	0.0012	0.001625
6	0.2	0	0.2	0.083	0.002705	0.00433
7	0	0.25	0.4	0.066	0.005505	0.009835
8	0	0.25	0.2	0.0795	0.01123	0.021065
9	0	0	0	0.0895	0.021515	0.04258
10	0	0	0	0.139	0.03283	0.07541
11	0	0	0	0.1275	0.046945	0.122355
12	0	0	0	0.1125	0.05974	0.182095
13	0	0	0	0.125	0.075835	0.25793
14	0	0	0	0.05	0.080645	0.338575
15	0	0	0	0	0.08875	0.427325
16	0	0	0	0	0.102875	0.5302
17	0	0	0	0	0.1165	0.6467
18	0	0	0	0	0.1153	0.762
19	0	0	0	0	0.1005	0.8625
20	0	0	0	0	0.0825	0.945
21	0	0	0	0	0.045	0.99
22	0	0	0	0	0.01	1

[39] Figura 4-19 **Convolución de tres funciones de densidad discreta**

[39] Fuente: Elaboración propia en Microsoft Excel VBA

4.3.2 Modelo de riesgo Colectivo

El modelo colectivo es el que usualmente se usa para representar las pérdidas agregadas del riesgo operacional, las cuales podemos ver como la suma, que denotaremos como S, de un número aleatorio, denotado por N, de los montos de pérdida individuales $X_1, X_2, \dots, X_N$. Esta suma puede ser representada de la siguiente manera:

$$S = X_1 + X_2 + \cdots + X_N, para\ N = 1,2, \dots$$

Claramente $S = 0$ cuando $N = 0$. El modelo colectivo asume que las variables aleatorias $X_{i's}$, que denotan el monto de pérdida, son independientes e idénticamente distribuidas. Además la distribución de N, (frecuencia), es independiente de la distribución de las $X_{i's}$. Bajo este esquema la frecuencia y la severidad son modeladas separadamente y la información de las dos distribuciones es utilizada para obtener información sobre S. Al modelar la frecuencia y la severidad separadamente se tiene cierta ventaja en la comprensión del efecto que tiene la distribución de agregación ya que la forma de la distribución de S depende de la forma que tengan las distribuciones $N\ y\ X$. Por ejemplo si la distribución de severidad tiene una cola más pesada que la distribución de frecuencia entonces la forma de la cola de la distribución de S será determinada por la distribución de X y será insensible a la elección de distribución de N.

Una vez definida S, podemos dar una expresión de su función de distribución. Antes podemos definir a $F_x(x) = P(X \leq x)$ y $p_k = P(N = k)$ y con estas expresiones obtenemos lo siguiente:

$$F_S(s) = P(S \leq s) = \sum_{n=0}^{\infty} p_k P(S \leq s | N = k)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} P(N = k) P(X_1 + X_2 + \cdots + X_k | N = k) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k F_X^{*k}(x)$$

Y para el caso de la función de densidad de la distribución de S se tiene que:

$$f_S(x) = \sum_{k=0}^{\infty} p_k f_X^{*k}(x)$$

Donde la expresión F_X^{*k} representa la *k-ésima* convolución. Si X es una variable aleatoria que tiene probabilidad cero para los valores negativos tenemos la siguiente expresión para la el cálculo de la convolución de X:

$$F_X^{*k}(x) = \int_0^x F_X^{*(k-1)}(x - y)\, f_X(y) dy \ \ para\ k = 2,3 \dots$$

$$f_X^{*k}(x) = \int_0^x f_X^{*(k-1)}(x-y) f_X(y) dy \ \ para\ k = 2, 3 \ldots$$

En caso de que las variables aleatorias $X_{i's}$ sean variables discretas tenemos la siguiente expresión para el cálculo de la convolución:

$$F_X^{*k} = \sum_{y=0}^{x} F_X^{*(k-1)}(x-y) f_X(y) \ \ para\ x = 0{,}1 \ldots y\ k = 2{,}3 \ldots$$

$$f_X^{*k} = \sum_{y=0}^{x} f_X^{*(k-1)}(x-y) f(y)\ para\ x = 0{,}1 \ldots y\ k = 2{,}3 \ldots$$

Asumiendo que S es una variable aleatoria compuesta podemos calcular el valor de la esperanza de S usando la distribución condicional de S dado N, donde el primer paso consiste en usar la condición $N = n$, sustituir dicha condición y después usar la hipótesis de independencia de las variables aleatorias $X_{i's}$ y de N. Por lo cual tenemos el siguiente calculo:

$$E(s) = E[E(S|N)] = \sum_{n=0}^{\infty} E(X_1 + X_2 + \cdots + X_N | N = n) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E(X_1 + X_2 + \cdots + X_n | N = n) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E(\, X_1 + X_2 + \cdots + X_n) \mathrm{P(N = n)}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} nE(X)\, P(N = n) = E(X)E(N)$$

Ahora haciendo uso de que el segundo momento de S tiene la siguiente expresión:

$$E(S^2) = E(N)E(X^2) + E(N(N-1))E^2(X)$$

Podemos calcular la expresión de la varianza de la variable aleatoria compuesta S

$$Var(S) = E(S^2) - E^2(S)$$

$$= E(N)E(X^2) + E\big(N(N-1)\big)E^2(X) - E^2(X)E^2(N)$$

$$= E(N)[E(X^2) - E^2(X)] + [E(N^2) - E^2(N)]E^2(X)$$

$$= E(N)Var(X) + Var(N)E^2(X)$$

De la manera en que se calculó la esperanza de S se puede obtener la función generadora de momentos de dicha variable aleatoria.

$$M_s(t) = E[E(e^{tS}|N)]$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left(e^{t(X_1+X_2+\cdots+X_N)} \middle| N = n\right) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left(e^{t(X_1+X_2+\cdots+X_n)} \middle| N = n\right) P(N = n)$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} E\left(e^{t(X_1+\cdots+X_n)}\right) P(N = n)\ por\ independencia$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} (M_x(t))^n\, P(N = n) = E[M_x(t)^N]$$

$$= E\left[e^{N \ln\left(M_x(t)\right)}\right] = M_N[\ln\left(M_x(t)\right)]$$

4.3.2.1 ¿Qué es el VaR?

Como respuesta a importantes desastres financieros, en 1994 fue introducida una medida uniforme de riesgo llamada Value-at-Risk, la cual tuvo una casi unánime recepción. Esta medida surge como una respuesta a las siguientes preguntas: ¿Cuánto podemos esperar perder en un día, semana, mes o año dada una cierta probabilidad? ¿Cuál es el porcentaje del valor de la inversión que está en riesgo? Con estas preguntas podemos dar una definición y descripción breve de lo que es el VaR

Prácticamente la necesidad de realizar una administración cuidadosa de los riesgos financieros que enfrentan las empresas y la incrementación precipitada que han presentado estos riesgos, es lo que ha dado origen a la necesidad de cuantificarlos y medirlos. El VaR es un método que consiste y sirve para cuantificar el riesgo usando métodos y técnicas estadísticas que utilizamos los actuarios día a día en otros campos relacionados con nuestro estudio. Hablando en términos formales podemos definir al VAR de la siguiente manera:

Es un método cuantitativo que mide la peor pérdida esperada en un intervalo de tiempo, bajo condiciones normales del mercado ante un nivel de confianza dado[40]*.*

Cabe mencionar que este método se enfoca principalmente en los riesgos de mercado, por lo que se ha ido estableciendo como una medida resumida y útil para evaluar los riesgos correspondientes a las operaciones de mercado y de inversión; también se utiliza para determinar límites de posición, tomar decisiones de asignación de los recursos limitados al capital; además se puede descomponer el riesgo total de una empresa en ‶VaRs″ o ‶incrementales″ los cuales sirven para obtener información de las posiciones que contribuyen con mayor riesgo a la empresa o institución, y en dado caso de que se tomara un riesgo extra en la operaciones del entorno, el VaR puede dar un desempeño de dicho riesgo.

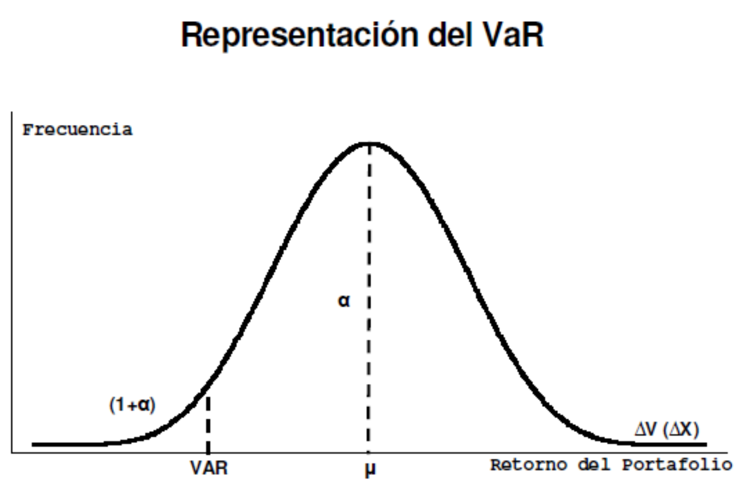
[40] Ver (Jorion, 2002)

El atractivo de VaR, así como de otras medidas de riesgo, es informar a través de reportes financieros de las pérdidas esperadas, tal que accionistas y administradores puedan decidir si tal nivel de riesgo es aceptable o bien si es necesario reducirlo.

Este método puede ayudar a confrontar a cualquiera empresa la exposición de otros tipos de riesgos financieros que en nuestro caso lo enfocaremos hacia el riesgo operacional utilizando una aproximación basada en la combinación de los modelos de severidad y frecuencia.

Esencialmente existen dos diferencias entre los modelos del VaR para riesgo de mercado y el riesgo operacional. La primera diferencia está relacionada con el hecho de aplicar la teoría de valores extremos (EVT), en donde los modelos de riesgo de mercado se basan y hacen uso de la Hipótesis Gaussiana, (Hipótesis que es muy cuestionada para el riesgo de mercado), por otro lado las pérdidas operacionales no pueden ser explicadas y descritas por una distribución Gaussiana. La segunda diferencia radica en que los modelos de riesgo de mercado para el VaR no toma en consideración la frecuencia con que ocurren los eventos ya que se asume que los precios de los activos siguen el comportamiento de procesos estocástico continúo conocido específicamente como movimiento Browniano mientras que las pérdidas operacionales siguen el comportamiento de procesos discretos.

Con estas diferencias fundamentales nos podemos dar cuenta de que se puede contar en cierto periodo la ocurrencia de eventos operacionales n veces por día, con lo que podemos medir la observación de las pérdidas y no el valor perdido debido a los cambios del mercado ya que solo nos estaríamos enfocando en el tamaño de las perdidas dejando a un lado la frecuencia con que dichos eventos ocurren y claramente con la comprensión tanto del número de pérdidas y el tamaño de las mismas se puede dar y obtener una mejor estimación y comprensión del riesgo operacional.



[41]Figura 4-20 **Representación gráfica del VaR**

[41] Fuente: Imagen Tomada de (Jara Padilla, y otros, 2007)

4.3.2.2 Ejemplo 3

A continuación se presenta una simulación en la cual se pretende hacer una especie de análisis de los escenarios que se pueden presentar de acuerdo a las distribuciones de severidad y de frecuencia que se ajusten mejor a los datos que se tengan. Haciendo uso de las herramientas estadísticas para la asignación de distribuciones de probabilidad y la estimación de parámetros a partir del patrón de comportamiento de los datos, de la frecuencia con que ocurren los eventos y de la severidad de los mismos se puede dar una predicción de que tan severas pueden ser las pérdidas operacionales en un cierto número de días futuros.

Comenzaremos por mostrar el menú que se despliega de la macro que se ha programado para las distribuciones de frecuencia:

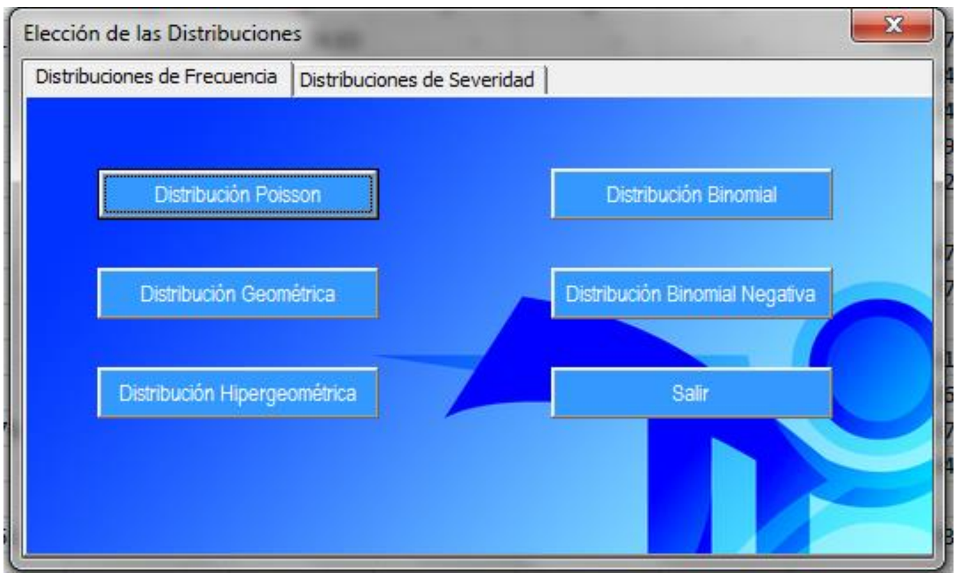


Figura 4-21 **Menú de distribuciones de frecuencia**

En el menú de la figura de arriba aparecen las siguientes distribuciones:

- Distribución Poisson
- Distribución Binomial
- Distribución Geométrica
- Distribución Hipergeométrica
- Distribución Binomial Negativa

Este es el menú que despliega la macro para las distribuciones de severidad:

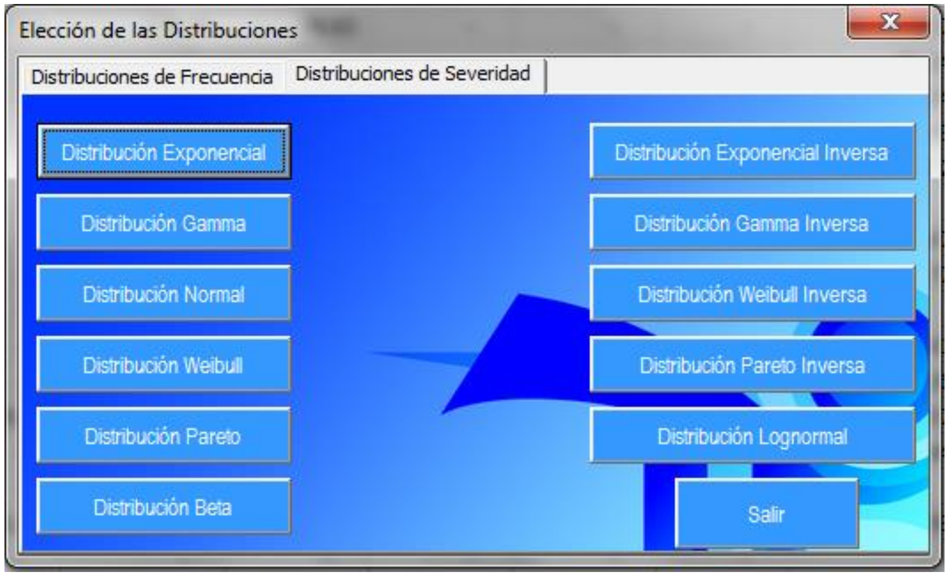


Figura 4-22 **Menú de selección de la distribución de severidad**

El menú de arriba despliega las siguientes distribuciones de severidad

- Distribución Exponencial y Exponencial Inversa
- Distribución Gamma y Gamma Inversa
- Distribución Weibull y Weibull inversa
- Distribución Pareto y Pareto Inversa
- Distribución Log-normal
- Distribución Normal
- Distribución Beta

El procedimiento para hacer uso de la macro consta de los siguientes pasos:

1.-Una vez elegida la distribución de frecuencia tenemos que introducir el número de días que deseamos, la representación gráfica se observa en la figura 4-21.

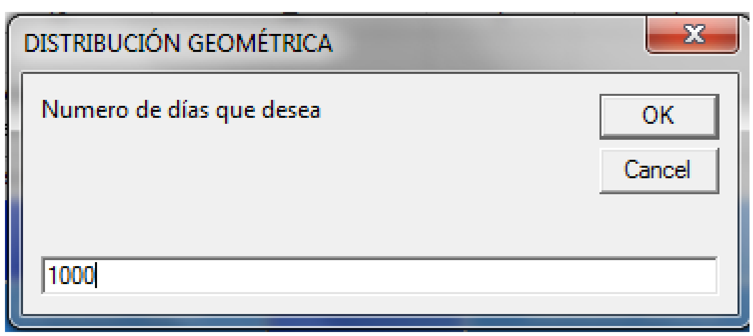


Figura 4-23 **Input de días**

2.-Justo después de ingresar el número de días, dependiendo de la distribución de frecuencia que se haya seleccionado, nos pedirá introducir los parámetros de dicha distribución como se muestra en la siguiente figura:

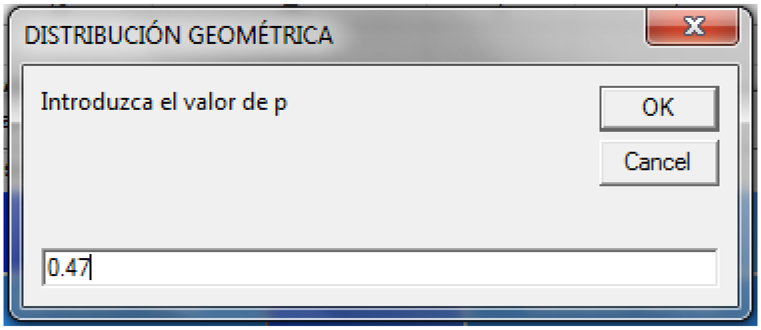


Figura 4-24 **Input del parámetro de la distribución.**

Una vez introducido el valor del parámetro la hoja de cálculo obtiene el formato que se presenta en la imagen de abajo, donde en la primera columna aparece "Run#" y representa el número de días, la segunda columna "Frequency Poisson" tiene el número de eventos operacionales que pueden ocurrir en cada día.

En el resto de las columnas presentan los eventos, después tenemos el "Total" que representa la suma de la severidad de las pérdidas operacionales por día. "Ordered Total" va a contener los valores de las pérdidas operacionales que se pudieran tener día a día ordenadas de mayor a menor.

Las últimas dos columnas son "Aggregated Quantile" y "Operational VaR", la primera nos indica el porcentaje del cuantil que representa la pérdida operacional y en la última columna se va a presentar el VaR por riesgo operacional a un nivel de 99.5%.

En la imagen de abajo se puede observar cómo queda el formato de la hoja de Excel después de haber completado los pasos 1 y 2.

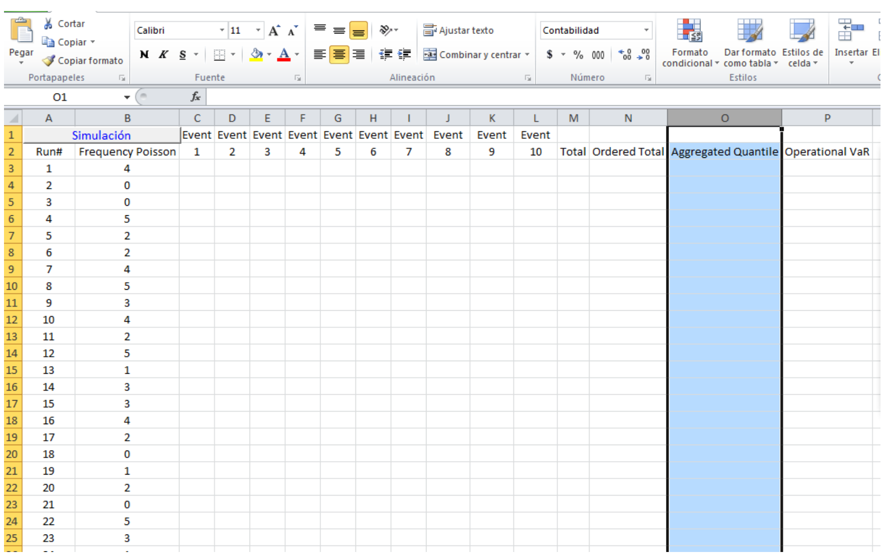


Figura 4-25 **Formato de la hoja de cálculo**

3.- Posteriormente se procede a realizar la selección de la distribución de severidad y de nuevo dependiendo de la distribución que se seleccione se tendrá que proceder a introducir los respetivos parámetros como se muestra en la imagen de abajo:

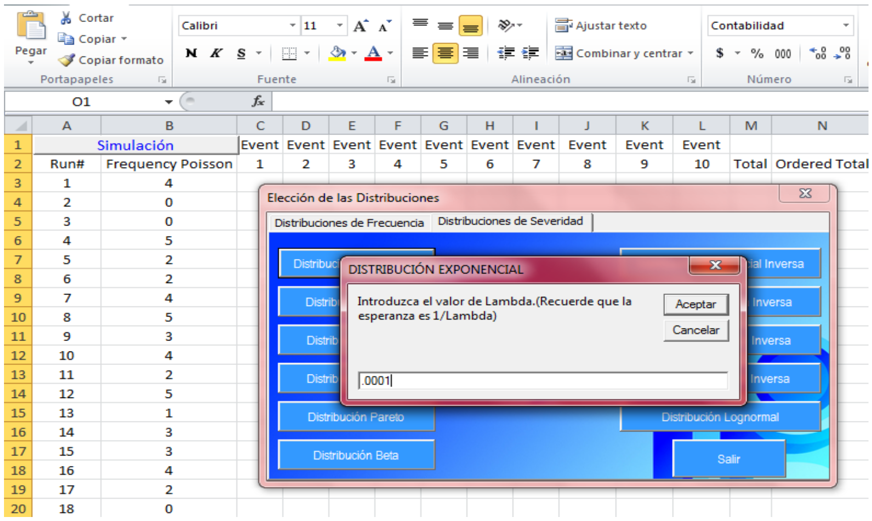
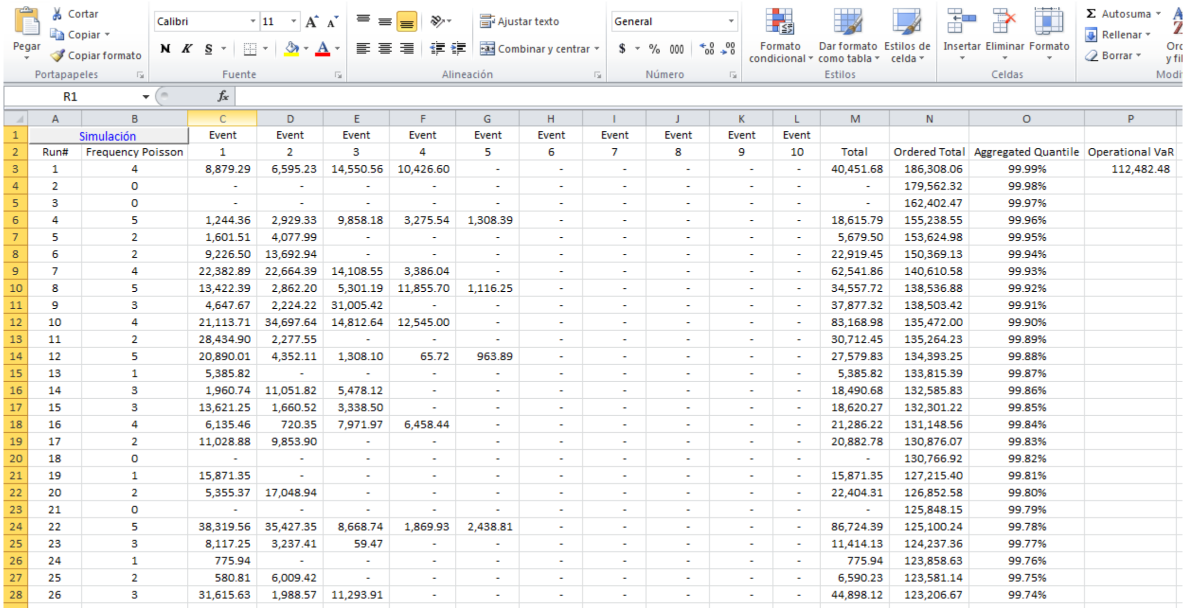


Figura 4-26 **Input del parámetro de la distribución de severidad**

El resultado que se obtiene para la predicción de las pérdidas operacionales se muestra en la imagen de abajo con las características que se describieron anteriormente para cada columna.

Cabe mencionar que esta simulación se ha realizado con la sincronización de Microsoft Office Excel y el programa estadístico R[42] mediante un programa llamado "statconn"[43] lo cual permite la creación de una herramienta poderosa para el uso estadístico y actuarial. Permitiendo tener acceso a las funciones de distribución que se presentan en este trabajo.

[42] Fuente: Elaboración propia con ayuda del programa Microsoft VBA, Excel y el paquete estadístico R.
[43] Fuente: http://www.statconn.com/



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P
1	Simulación		Event	Event	Event	Event	Event	Event	Event	Event	Event	Event				
2	Run#	Frequency Poisson	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Total	Ordered Total	Aggregated Quantile	Operational VaR
3	1	4	8,879.29	6,595.23	14,550.56	10,426.60	-	-	-	-	-	-	40,451.68	186,308.06	99.99%	112,482.48
4	2	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	179,562.32	99.98%	
5	3	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	162,402.47	99.97%	
6	4	5	1,244.36	2,929.33	9,858.18	3,275.54	1,308.39	-	-	-	-	-	18,615.79	155,238.55	99.96%	
7	5	2	1,601.51	4,077.99	-	-	-	-	-	-	-	-	5,679.50	153,624.98	99.95%	
8	6	2	9,226.50	13,692.94	-	-	-	-	-	-	-	-	22,919.45	150,369.13	99.94%	
9	7	4	22,382.89	22,664.39	14,108.55	3,386.04	-	-	-	-	-	-	62,541.86	140,610.58	99.93%	
10	8	5	13,422.39	2,862.20	5,301.19	11,855.70	1,116.25	-	-	-	-	-	34,557.72	138,536.88	99.92%	
11	9	3	4,647.67	2,224.22	31,005.42	-	-	-	-	-	-	-	37,877.32	138,503.42	99.91%	
12	10	4	21,113.71	34,697.64	14,812.64	12,545.00	-	-	-	-	-	-	83,168.98	135,472.00	99.90%	
13	11	2	28,434.90	2,277.55	-	-	-	-	-	-	-	-	30,712.45	135,264.23	99.89%	
14	12	5	20,890.01	4,352.11	1,308.10	65.72	963.89	-	-	-	-	-	27,579.83	134,393.25	99.88%	
15	13	1	5,385.82	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5,385.82	133,815.39	99.87%	
16	14	3	1,960.74	11,051.82	5,478.12	-	-	-	-	-	-	-	18,490.68	132,585.83	99.86%	
17	15	3	13,621.25	1,660.52	3,338.50	-	-	-	-	-	-	-	18,620.27	132,301.22	99.85%	
18	16	4	6,135.46	720.35	7,971.97	6,458.44	-	-	-	-	-	-	21,286.22	131,148.56	99.84%	
19	17	2	11,028.88	9,853.90	-	-	-	-	-	-	-	-	20,882.78	130,876.07	99.83%	
20	18	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	130,766.92	99.82%	
21	19	1	15,871.35	-	-	-	-	-	-	-	-	-	15,871.35	127,215.40	99.81%	
22	20	2	5,355.37	17,048.94	-	-	-	-	-	-	-	-	22,404.31	126,852.58	99.80%	
23	21	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	125,848.15	99.79%	
24	22	5	38,319.56	35,427.35	8,668.74	1,869.93	2,438.81	-	-	-	-	-	86,724.39	125,100.24	99.78%	
25	23	3	8,117.25	3,237.41	59.47	-	-	-	-	-	-	-	11,414.13	124,237.36	99.77%	
26	24	1	775.94	-	-	-	-	-	-	-	-	-	775.94	123,858.63	99.76%	
27	25	2	580.81	6,009.42	-	-	-	-	-	-	-	-	6,590.23	123,581.14	99.75%	
28	26	3	31,615.63	1,988.57	11,293.91	-	-	-	-	-	-	-	44,898.12	123,206.67	99.74%	

Figura 4-27 **Resultado de la Simulación**

A nivel de ejemplificar un poco más los resultados de las simulaciones podemos poner algunos ejemplos, en donde todos van estar basado en un periodo de 10,000 días.

Comenzaremos por fijar como distribución de frecuencia a la distribución Poisson con un parámetro $\lambda = 1.2$

En el primer ejemplo podemos suponer que tenemos para los eventos de Riesgo Operacional una distribución de severidad Log normal con parámetros $\mu = 6.1$ y $\sigma = 2.3$ con lo cual nos da un valor de $181,086.16 como VaR al 99.5%

Para el segundo la distribución de severidad a un exponencial con parámetro $\lambda = .0001$ con lo cual el VaR al 99.5% nos da un valor de $74,539.53

Ahora podemos fijar una distribución de frecuencia Geométrica con parámetro $p = 0.5$

Para el tercer ejemplo podemos suponer una distribución de severidad Gamma con $\alpha = 9.3$ y $\theta = .0001$ nos da un VaR al 99.5% de $ 681,539.11

Para un cuarto ejemplo podría ser una distribución de severidad Pareto con $\alpha = 0.5$ y $\theta = 12.4$ nos da un VaR al 99.5% de $ 599,709.69

Si dejamos fija una Distribución Binomial con parámetro n=3 y p=0.5

Para un quinto ejemplo podemos proponer de nuevo una distribución exponencial con $\lambda = .0003$ el VaR al 99.5% nos da un valor de $ 17,500.06

Para el sexto ejemplo podemos proponer de nuevo una distribución log normal con $\mu = 5.6$ y $\theta = 2.7$ en donde el VaR al 99.5% nos da un valor de $ 278,715.94

Como podemos observar en la siguiente tabla que se muestra, el VaR depende mucho de las distribuciones que se tengan tanto para la frecuencia y la severidad de los eventos, así como la estimación de los parámetros que se tenga.

Poisson	Lognormal	VaR al 99.5%
$\lambda = 1.2$	$\mu = 6.1\ y\ \sigma = 2.3$	$181,086.16
Poisson	Exponencial	VaR al 99.5%
$\lambda = 1.2$	$\lambda = .0001$	$74,539.53

Geométrica	Gamma	VaR al 99.5%
P=0.5	$\alpha = 9.3\ y\ \theta = .0001$	$ 681,539.11
Geométrica	Pareto	VaR al 99.5%
P=0.5	$\alpha = 0.5\ y\ \theta = 12.4$	$ 599,709.69

Binomial	Exponencial	VaR al 99.5%
n=3 y p=0.5	$\lambda = .0003$	$ 17,500.06
Binomial	Lognormal	VaR al 99.5%
n=3 y p=0.5	$\mu = 5.6\ y\ \sigma = 2.7$	$ 278,715.94

Figura 4-27 **Resultado de las Simulaciones**

4.4 Decisión de la distribución.

La toma de decisión de las distribuciones tanto de frecuencia y severidad depende de varios factores es por eso que se necesita hacer una prueba a la base de datos, que en este caso es de riesgo operacional, para saber que patrón siguen nuestras pérdidas. Por supuesto una vez elegida la distribución y el modelo que se va a emplear debe ser probado con rigurosidad para mitigar el error del modelo cuanto sea posible.

Unos cuantos pasos que se pueden seguir para el proceso de selección de las distribuciones en el caso de riesgo operacional una vez teniendo la base de datos pueden ser los siguientes:

- Hacer la elección de la distribución a través de la media, desviación estándar, skewness y curtosis de la base de datos. Dependiendo de los valores hacer la elección, como por ejemplo de algunas distribuciones que tienen las siguientes características.

Distribución	Skewness	Curtosis
Normal	0	3
Log-normal	De 0 a ∞	De 3 a ∞
Poisson	De 0 a ∞	De 3 a ∞
Binomial	De $-\infty\ a\ \infty$	De 0 a ∞

Figura 4-28 **Skewness y Curtosis de las distribuciones**

- Se debe proceder a estimar los parámetros de las distribuciones que se hayan elegido

- Se debe proceder a realizar una prueba de ajuste de las distribuciones seleccionadas con sus respectivos parámetros para observar cuál de las distribuciones seleccionadas se ajusta mejor a los datos de la base. Existen varias pruebas de bondad de ajuste para las distribuciones. A continuación se hace mención de algunas de las pruebas:
    - Kolmogorov-Smirnov(Caso continuo)
    - Anderson-Darling (Una versión sofisticada de K-S)
    - QQ-plots
    - Chi Square test (Para el caso discreto)

  Una vez hecha la prueba de ajuste debemos saber si acepta o se rechaza la distribución, y que tan conveniente para nuestro modelo

4.5 Otras alternativas para medir el Riesgo Operacional

4.5.1 Medidas coherentes de riesgo

Una apropiada medición de riesgos es fundamental para una correcta gestión del riesgo, así como una apropiada regulación del sistema financiero. Por lo cual mencionaremos que es el Valor en Riesgo debido a que en los últimos años, gracias a su simpleza conceptual, es una de las medidas de riesgo más populares en la actualidad, pero cabe aclarar que el Valor en Riesgo (VaR) de mercado no llega a ser una medida de riesgo coherente debido a ciertas deficiencias y limitaciones que se mencionaran más adelante. También se enunciaran las medidas de riesgo que llegan a ser más usuales y si cumplen con ser medidas coherentes de riesgo o no. Daremos un pequeño recorrido histórico en el desarrollo financiero en el caso de las medidas de riesgo.

En un contexto histórico se pueden identificar tres periodos en los cuales se dieron importantes desarrollos en el campo financiero:

- 1952-1956 Uso de la media y la varianza
- 1969-1973 Uso de los modelos en tiempo continuo
- 1997 Uso de las medidas de riesgo

El primer punto hace referencia a los trabajos que realizo Markowitz[44] entre los años 1952-1956 y donde el riesgo financiero se visualizaba como un factor correctivo del retorno esperado, es por eso que Markowitz propuso como medidas de riesgo el cuadrado de la desviación con respecto a la media de la distribución de los retornos, y en el caso de una combinación de activos propuso la covarianza. El objetivo en el esquema de Markowitz, en el caso de una combinación con dos activos, es elegir la ponderación de cada activo tal que se minimice la varianza del portafolio; el único inconveniente con dicho modelo es que se requiere suponer que la distribución de los retornos es normal, con lo cual si se utiliza una distribución distinta a la normal se pueden subestimar eventos extremos que llegan a causar las mayores pérdidas.

En el segundo punto se dio un desarrollo en uso de modelos continuos donde estos modelos permiten abordar problemas como la valoración de opciones y otros productos financieros derivados, esto se debe gracias a la fórmula de Black-Scholes.

[44] Ver (Romero)

El tercer punto es el más reciente donde se dan los primeros resultados sobre medidas de riesgo coherentes, en donde se tratan de modelar situaciones más reales por ejemplo en lugar de que los retornos de activos sigan una distribución normal, presenten skewness, curtosis y/o colas anchas. Debido a esto de han derivado un con junto de condiciones que debe cumplir cualquier medida de riesgo y si llega a cumplir con todas las condiciones dicha medida recibe el nombre el "medida de riesgo coherente" o "medida de riesgo aceptable".

A si mismo vamos a suponer que la variable aleatoria X está definida sobre un espacio de probabilidad fijo $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$. Entonces definimos la familia:

$$\mathcal{A} = \{X \mid X: \Omega \to \mathbb{R}\}$$

Medir riesgo es equivalente a establecer una correspondencia ρ entre la familia $\mathcal{A}$ de variables aleatorias y un número real no negativo es decir ρ es una función que va de $\mathcal{A} \to \mathbb{R}^{+}$. Con esto una medida de riesgo coherente debe de cumplir con las siguientes propiedades:

Subaditividad [45]
Sean $X, Y \in \mathcal{A}$ dos riesgos ya sean correlacionados o no, y la suma de dichos riesgos debe ser menor o igual que la suma de los riesgos individuales bajo una medida de riesgo coherente, esta propiedad expresa que una fusión de portafolios no crea riesgo adicional, es decir:

$$\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$$

Homogeneidad positiva
Si $t \geq 0$ y $X \in \mathcal{A}$ se tiene entonces que:

$$\rho(tX) = t\rho(X)$$

Esta propiedad establece que el tamaño del portafolio influye directamente en el riesgo. No es lo mismo invertir una unidad monetaria en activos financieros que invertir un millón en los mismos activos ya que en el segundo caso es un millón de veces más riesgoso el portafolio.

Monotonía
Sean $X, Y \in \mathcal{A}$ tal que $X \leq Y$ entonces:

$$\rho(X) \geq \rho(Y)$$

Es decir, si partiendo de un mismo portafolio, el cambio en el valor del portafolio X es menor que el de Y, entonces, por la pérdida de valor de X, el riesgo de X debería ser mayor que el de Y.

Condición libre de riesgo o invarianza bajo traslaciones
Si $X \in \mathcal{A}$ y $\alpha \in \mathbb{R}$ se tiene la lo siguiente:

$$\rho(X+\alpha) = \rho(X) - \alpha$$

[45] Definiciones tomadas de (Martínez, 2005)

Si se tiene un sistema bancario en el que los agentes pueden prestar y pedir prestado a una tasa de interés libre de riesgo, r, se puede interpretar a α como el interés, libre de riesgo, que paga un depósito bancario sobre una inversión inicial $\frac{\alpha}{r}$. Si α es negativa esto se puede interpretar como un adeudo al banco, lo cual hace que se incremente el riesgo en el portafolio. Además si $\alpha = \rho(X)$ tendríamos que $\rho\big(X + \rho(X)\big) = 0$ ya que por definición: $\rho\big(X + \rho(X)\big) = \rho(X) - \rho(X) = 0$ De esta manera se puede interpretar a α como la cantidad monetaria que se requiere para eliminar el riesgo de X.

4.5.2 Medidas de riesgo más usuales

Como medidas de riesgo usuales tenemos a la varianza, al VaR, y al CVaR o VaR condicional. Las dos primeras, en especial el VaR, como ya se mencionó son muy utilizadas debido a su simpleza conceptual y el CVaR se utiliza porque cumple con ser una medida de riesgo coherente. Empezaremos por dar la definición y expresión de cada una de las medidas que mencionamos y después procederemos a dar una descripción breve y general de cada una.

Se define la varianza de una variable aleatoria de la siguiente manera:

$$\rho^{(1)}(X) = Var(X) = E\left[\big(X - E(X)\big)^2\right] = E(X^2) - E^2(X)$$

Y la desviación estándar de X se define como la raíz de la varianza.

El valor en riesgo o VaR se define a un nivel $1-\alpha$ con $0 < \alpha < 1$ de la siguiente manera:

$$\rho^{(1)}(X) = VaR_{1-\alpha}^{X} = -\inf\{x \in \mathbb{R} |\, P(X \leq x) \geq \alpha\}$$

Y se define al CVaR como la esperanza condicional de X dado el VaR es decir:

$$\rho^{(3)}(X) = CVaR_{1-\alpha}^{X} = -E[X|X < \; -VaR_{1-\alpha}^{X}] = E[-X|-X > VaR_{1-\alpha}^{X}]$$

Por último según el trabajo seminal de (Artzner, 1999) el VaR no es una medida de riesgo coherente ya que no satisface la propiedad de subaditividad.

4.5.2.1 El CVaR como una medida de riesgo coherente

Dado que el VaR no cumple con las condiciones de una medida coherente de riesgo se han propuesto otras medidas de riesgo que satisfacen las condiciones de una medida coherente. Una medida que viene siendo de las más aceptadas en el ámbito financiero es el Valor en Riesgo Condicional o mejor conocido por sus siglas en inglés como CVaR. En realidad el CVaR es una medida de riesgo alternativa al VaR que cuantifica las pérdidas que se pueden encontrar en las colas de las distribuciones. El CVaR se define como la pérdida esperada para los casos en que la pérdida de valor en la cartera exceda el valor del VaR; esto tiene como consecuencia que el valor del VaR de un portafolio no será nunca mayor al valor del CVaR.

Veamos que existen lo siguientes tipos de CVaR

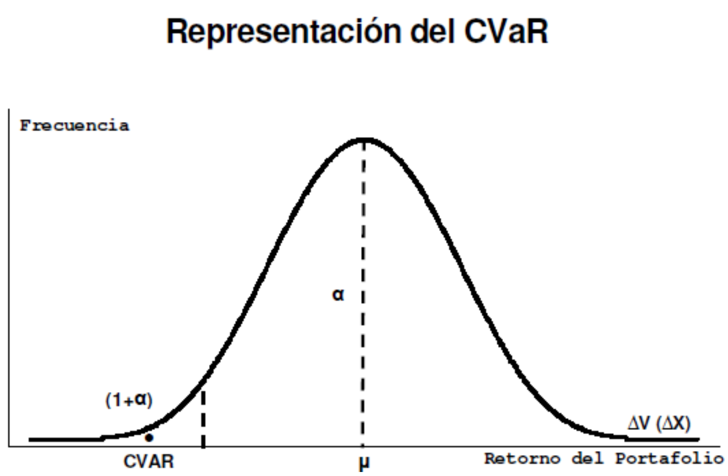
$\boldsymbol{CVaR^{+}}$ llamado "upper CVaR". El upper CVaR es igual a las pérdidas esperadas que exceden estrictamente el valor del VaR. Al $CVaR^{+}$ también se le conoce como "Mean Excess Loss" y "Expected Shortfall".

$\boldsymbol{CVaR^{-}}$ llamado "lower CVaR". El lower CVaR llega a ser mayor o igual que el valor de las perdidas esperadas del VaR, o lo que podría ser equivalente es que llega a exceder débilmente el valor del VaR. El $CVaR^{-}$ también conocido como "Tail VaR".

El CVaR llega a ser un promedio ponderado del VaR y el $CVaR^{+}$. Algunas características del CVaR son las siguientes:

- Una representación simple del riesgo a través de un solo número
- Es una medida que disminuye aún más el riesgo.
- Es aplicable para las distribuciones de pérdida no simétricas
- El CVaR es más conservativo que el VaR
- Es convexo con respecto a la posición que se tenga en los portafolios
- $VaR \leq CVaR^{-} \leq CVaR \leq CVaR^{+}$
- Es una medida coherente de riesgo de acuerdo a las propiedades que establece (Artzner, 1999).

Estas características son revisadas con mayor detalle en (Rockafellar Tyller, y otros, 2000). A continuación se da una representación gráfica del CVaR.



[46]Figura 4-29 **Representación gráfica del CVaR**

[46] Fuente: Imagen Tomada de (Jara Padilla, y otros, 2007)

4.6 Teoría de Valores Extremos

La teoría de valores extremos[47] (TVE o EVT en inglés) surge por el interés en el estudio de la ocurrencia de los riesgos que se llegan a consideras poco probables en el mercado financiero, este tipo de riesgos se les llega a conocer como riesgos extremos que por definición poco comunes.

El riesgo operacional llega a tener eventos de alta frecuencia con poca severidad, hasta eventos de poca frecuencia pero con una alta severidad, es por eso que debe haber un enfoque en los eventos individuales que son cada vez más raros pero que tienen pérdidas potenciales muy graves cuando ocurre dicho evento. A este tipo de eventos en el ámbito asegurador se les puede denominar como "pérdidas jumbo" con lo cual estos eventos llegan a tener un gran impacto en la organización poniéndola en peligro.

En la práctica llegan a existir dos problemas con las pérdidas jumbo. El primero es que existen muchos tipos de riesgos para los cuales nunca ha ocurrido una pérdida y con esto el análisis estadístico de los datos históricos de las pérdidas no son muy útiles ya que el mejor análisis estadístico está basado en el estudio de pérdidas muy grandes sobre un período de tiempo. El segundo problema es la observación y estudio de los resultados extremos, ya que esto depende de la frecuencia con que ocurran pérdidas grandes y del periodo de observación. Una alternativa para el segundo problema sería en lugar de estudiar las grandes pérdidas cada año, se podría hacer cada mes. Otra alternativa es estudiar todas las pérdidas grandes que se tengas donde se establezca un límite o umbral de lo que significaría para la empresa una "pérdida grande".

Es por este tipo de eventos que se ha desarrollado la teoría de valores extremos ya que se concentra básicamente en la forma asintótica de la distribución. El uso de la teoría de valores extremos en el riesgo operacional no solamente se basa en estudiar el evento más grande ya que nosotros estamos interesados en conocer el impacto de todas las pérdidas que se tengas por riesgo operacional. La implementación de esta teoría nos permite obtener el valor de las pérdidas que se pueden tener por encima de cualquier pérdida histórica que se tenga registrada y por lo tanto nos da una idea de las probabilidades de "pérdidas jumbo" incluso cuando estas pérdidas no hayan ocurrido.

A continuación mencionaremos algunas distribuciones que son conocidas como distribuciones de valores extremos dando su función de densidad estandarizada y su función de densidad con el respectivo parámetro de ubicación y el parámetro de escala.

- Distribución Gumbel

  Su función de densidad estandarizada es la siguiente:

  $$G_0(x) = \exp[-exp(-x)] \quad con\ x > 0$$

  Su función de densidad con parámetro de ubicación y escalar es:

  $$G_{0,\mu,\theta}(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\theta}\right)\right] \quad con\ x > \mu, \theta > 0$$

[47] (Panjer, 2006)

- Distribución Fréchet
  Su función de densidad estandarizada es la siguiente:
  $$G_{1,\alpha}(x) = \exp[-\,exp(-x)] \quad con\ x \geq 0, \alpha > 0$$
  Su función de densidad con parámetro de ubicación y escalar es:
  $$G_{1,\alpha,\mu,\theta}(\mathrm{x}) = \exp\left[-\exp\left(\{-\frac{x-\mu}{\theta}\}^{-\alpha}\right)\right] \ con\ x \geq \mu, \alpha, \theta > 0$$

- Distribución Weibull
  Su función de densidad estandarizada es la siguiente:
  $$G_{2,\alpha}(x) = \exp(-(-x)^{-\alpha}) con\ x\ \leq 0, \alpha < 0$$
  Su función de densidad con parámetro de ubicación y escalar es:
  $$G_{2,\alpha,\mu,\theta}(x) = \exp\left(-\{-\frac{x-\mu}{\theta}\}^{-\alpha}\right)\ x \leq \mu, \alpha < 0$$

Existe una distribución generalizada de valor extremo en la cual con simplemente evaluar en un parámetro de la distribución obtenemos como caso especial alguna de las tres distribuciones anteriores. La expresión general de la función de densidad estandarizada es:

$$G_\gamma(x) = \exp[-(1+\gamma x)^{-\frac{1}{\gamma}}]$$

Es claro ver que el valor límite cuando $\gamma \to 0$ de la expresión $(1+\gamma x)^{-\frac{1}{\gamma}}$ es $\exp(-x)$ y es claro que obtenemos la función de densidad estandarizada de la distribución Gumbel. Cuando γ es positiva obtenemos la distribución Fréchet y cuando es negativa obtenemos la distribución Weibull.

Referencias

Administración Coherente de Riesgos con Futuros del MexDer, Martínez Francisco Venegas, 2005. http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX_Repositorio/_vtp/MEX/1cf6_2005/_rid/21/_mto/3/Administracion_Coherente_de_Riesgos_con_Futuros_del_MexDer.pdf

Coherent Measures of Risk Artzner, 1999. http://www.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/CoherentMF.pdf

Curso Intermedio de Probabilidad Rincón Luis, 2007.

Introduccion a la teoría del riesgo Rincón Luis., 2011.

Loss Models From Data to Decisions, Klugman Stuart A., Panjer Harry H. y Willmot Gordon E., 2004.

Medidas de Riesgo Financiero, Romero Rafael. http://www.captura.uchile.cl/bitstream/handle/2250/2592/149%20Medidas_de_Riesgo_Financiero_Rafael_Romero_M.pdf?sequence=1

Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk, Cruz Marcelo G.. - Chichester, West Sussex, England : John Wiley & Sons Ltd, 2002.

Modern Actuarial Risk Theory, Kaas Rob [y otros]. - [s.l.] : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

Operational Risk Modeling Analytics, Panjer Harry H.. - Hoboken : John Wiley & Sons, 2006.

Optimization of conditional Value-at-Risk, Rockafellar Tyller R. y Uryasev stanislav // Journal of Risk. - 2000. http://www.math.washington.edu/~rtr/papers/rtr-CVaR1.pdf

Probability for risk management Hassett Matthew y Stewart Donald G.. - [s.l.] : ACTEX Publications, 2006.

Valor en Riesgo Jorion Philippe. - Universidad de California, Irvine : Limusa Noriega Editores, 2002.

VaR vs. CVaR ¿Què estimador se ajusta mejor al riesgo de mercado de renta variable en el Perù? Jara Padilla Rafael y Melgar Chamorro Juan Pablo. - 2007. http://www.griskm.com/articulo02.pdf

Conclusiones

Dada la evolución que tiene el mercado financiero hoy en día se hace cada vez mas indispensable contar con sistemas de supervisión que estén centrados en el análisis, control y gestión de los riesgos financieros; es decir se necesita que los sistemas y las metodologías para la cuantificación de riesgos evolucionen también. De aquí que en el ámbito asegurador Europa pretende alinearse bajo el proyecto de Solvencia II, tal como se aspira en nuestro país también.

Si bien Solvencia II propone la utilización del VaR como medida de riesgo a un 99.5% y con un horizonte temporal de un año; es necesario que se tenga en cuenta la calibración del modelo del Requerimiento de Capital de Solvencia, de acuerdo a las características del mercado asegurador de nuestro país.

Una opción sería que las compañías aseguradoras tomen en cuenta el desarrollo de modelos internos. Aun sabiendo que esto no es una tarea fácil debido a que se necesita un dominio de técnicas cuantitativas, actuariales y un adecuado conocimiento del negocio, esta opción puede dar una gran mejora en el uso de técnicas estadísticas y una adecuada calibración al modelo de administración y gestión de los riesgos a los que esta expuesto el mercado asegurador.

En el caso del Riesgo operacional es claro que para la evaluación e identificación de dicho riesgo se necesita el uso de técnicas cualitativas, ya que el perfil de este riesgo se deriva a partir de los datos de pérdidas con gran severidad pero con poca frecuencia, y es de mucha importancia que las compañías puedan tomar acciones correctivas y preventivas a la ocurrencia de dichos eventos mediante metodologías que permitan reflejar el ambiente de control interno de la entidad financiera a través del uso de datos propios y externos en la valuación de este riesgo.

Debido a que las compañías aseguradoras tienen particularidades que las diferencian entre sí, no puede existir una única técnica o metodología universal que aplique para todas las compañías, sino que la implementación práctica depende en gran medida de las características específicas de los negocios, procesos y controles internos de cada institución.

Es muy importante mencionar la necesidad de contar con bases de datos, ya que sin información a la mano es muy difícil realizar el desarrollo de un modelo para la medición y gestión del riesgo operativo.

Debido a la falta de información en el presente trabajo se propone que las compañías aseguradoras cuenten con una definición de eventos de riesgo operacional para la identificación de los mismos con el fin de que se vayan alimentando una base datos que contenga la información necesaria para aplicar algunas metodologías estadísticas y actuariales para el desarrollo de un modelo para la medición del riesgo operacional.

Algunas de las técnicas mostradas en esta tesis puedan dar pie al desarrollo de los modelos internos para tener una medición más exacta del riesgo operacional, e incluso de los demás riesgos que contempla el proyecto de Solvencia II, de acuerdo a las características de las compañías aseguradas.

Por lo que queda como tarea a los actuarios que se desempeñan en el ámbito asegurador familiarizarse con todo el conjunto de conceptos, las políticas y medidas que pueda requerir el proyecto de Solvencia II.

Apéndice A

Función generadora de probabilidad

Esta función es una transformación de la distribución de probabilidad y constituye una herramienta muy útil en la teoría moderna de probabilidad.

Definición.-La función generadora de probabilidad de una variable aleatoria X es la función:

$$G(t) = E(t^X) = \sum_{k=o}^{\infty} t^X P[X = k]$$

Definida para valores reales de t tal que la esperanza sea absolutamente convergente.

Esta función se utiliza principalmente, no aun que no únicamente para variables aleatorias con valores enteros. Además Calculando la *k-ésima* derivada puede comprobarse además que a partir de la f.g.p.[48] puede reconstruirse la función de densidad a través de la siguiente fórmula:

$$P(X = k) = \frac{G^{(k)}(0)}{k!}$$

A continuación se muestran algunas propiedades de la función generadora de probabilidad:

1) Sean X y Y variables aleatorias con valores en $\{0,1,2 \dots\}$ tales que $G(t)_X$ y $G(t)_Y$ existen y coinciden en algún intervalo alrededor de $t = 0$. Entonces X y Y tienen la misma distribución de probabilidad.

2) Si el *n-ésimo* momento factorial de X existe, entonces:

$$\lim_{t \nearrow 1} \frac{d^n}{dt^n} G(t)_X = E[X(X-1) \dots (X-n+1)]$$

3) Sean X y Y independientes con función generadora de probabilidad $\mathrm{G(t)_X}$ y $\mathrm{G(t)_Y}$ respectivamente, entonces:

$$G(t)_{X+Y} = G(t)_X G(t)_Y$$

Debido a la segunda propiedad, a la f.g.p. también se le conoce como función generadora de momentos factoriales

---

[48] Función Generadora de Probabilidad (Rincón, Curso Intermedio de Probabilidad, 2007)

Función generadora de Momentos

La función generadora de momentos (f.g.m.) es una función que se puede usar tanto para variables aleatorias discretas como continuas, la existencia de dicha función no esta garantizada, pero cuando esta función llega a existir determina de manera única a la distribución de probabilidad que se tiene asociada.

Definición.-La función generadora de momentos para una variable aleatoria X se representa con la siguiente función:

$$M(t) = E(e^{tX})$$

La cual esta definida para valores reales de t tales que la esperanza es absolutamente convergente.

Algunas propiedades más comunes de la f.g.m. se enuncian a continuación:

1) Sea X con f.g.m. *M (t)* finita para cada $t \epsilon (-s, s)$, para algún $s > 0$. Entonces:
   - Todos los momentos de X son finitos
   - $M(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{t^n}{n!} E(X^n)$
   - $M(t)$ tiene derivadas continuas de cualquier orden en el intervalo $(-s, s)$ y se cumple que $\frac{d^n}{dt^n} M(t)$ evaluada en t=0 es igual a $E(X^n)$

2) Si X y Y son independientes y su f.g.m. existe en una vecindad no trivial alrededor del cero entonces para cualquier $t \epsilon (-s, s)$, para algún $s > 0$
   - $M_{X+Y}(t) = M_X(t) M_Y(t)$

3) Las variables X y Y tienen la misma distribución si y solo si, $M_X(t) = M_Y(t)$ para valores de t no triviales en una vecindad alrededor del cero.

4) Sean $X_1, X_2 \dots$ una sucesión de variables aleatorias cuyas funciones generadoras de momentos existen en algún intervalo no trivial alrededor del cero. Sea X con función generadora de momentos $M_X(t)$. Entonces $X_n \xrightarrow{d} X$ si y solo si $M_{X_n}(t) \rightarrow M_X(t)$.

Función Gamma

Varias aplicaciones requieren una integración de expresiones de la siguiente forma $x^n e^{-ax}$, desde $0 \; hasta \; \infty$, para el parámetro a>0. El caso más simple es cuando $n = 0$ y tenemos lo siguiente:

$$\int_0^{\infty} e^{-ax} dx = 0 - \frac{1}{-a} = \frac{1}{a} + C$$

Si $n = 1$ podemos usar integración por partes con $u = x$ y $dv = e^{-ax}dx$ y tenemos el siguiente resultado:

$$\int x\, e^{-ax}dx = \frac{-xe^{-ax}}{a} - \frac{e^{-x}}{a^2} + C$$

Ahora como se mencionó antes para $a > 0$ y evaluando el resultado de la integral anterior de $0\; hasta\; \infty$ obtenemos el siguiente resultado:

$$\int_0^\infty xe^{-ax}dx = (0-0) - \left(0 - \frac{1}{-a^2}\right) = \frac{1}{a^2}$$

Usando repetidamente integración por partes se puede mostrar que la siguiente integral tiene como resultado:

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}dx = \frac{n!}{a^{n+1}}\; para\; a > 0\; y\; n\; un\; entero\; positivo$$

Con este último resultado podemos definir a la función Gamma con la siguiente expresión:

$$\Gamma(n) = \int_0^\infty x^{n+1}e^{-x}\, dx$$

Donde se puede utilizar la siguiente expresión para la función Gamma:

$$\Gamma(n) = (n-1)!$$

Con lo cual podemos concluir el siguiente resultado:

$$\int_0^\infty x^n e^{-ax}dx = \frac{\Gamma(n+1)}{a^{n+1}}\; para\; a > 0\; y\; n > -1$$

Función Beta

La función Beta está definida de la siguiente manera:

$$\int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1}dt\;\; para\; x > 0, y > 0$$

Con lo cual haciendo uso de la función Gamma tenemos la siguiente expresión para la función beta;

$$\int_0^1 t^{x-1}(1-t)^{y-1}dt = \frac{\Gamma(x)\Gamma(y)}{\Gamma(x+y)}$$

Otra expresión que tiene la función Beta haciendo un cambio de variable $t = sen^2 z$ en la siguiente integral

$$\int_{\psi}^{\eta} t^{x-1}(1-t)^{y-1}dt \; con \;\; 0 < \psi < \eta < 1$$

Tenemos lo siguiente haciendo el respectivo cambio de variable:

$$\int_{\psi}^{\eta} t^{x-1}(1-t)^{y-1}dt = 2\int_{arcsen\sqrt{\psi}}^{arcsen\sqrt{\eta}} sen^{2x-1}z \; cos^{2y-1}z \; dz$$

Ahora tomando límites cuando $\psi \to 0 \; y \; \eta \to 1$ en los límites de integración tenemos la siguiente expresión para la función Beta:

$$\mathrm{B}(x,y) = 2\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} sen^{2x-1}t \; cos^{2y-1}t \; dt$$

Momentos de una variable aleatoria

Los momentos de una variable aleatoria son un concepto básico e importante en la teoría de probabilidad. Es importante mencionar que no todas las variables aleatorias tienen momentos finitos. En general los momentos son representados por la siguiente formula;

$$m_k = E(X^k)$$

El primer momento de una base de datos puede ser calculado de la siguiente manera:

$$m_1 = E[(X-\mu)] = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(x_j - \bar{X}\right)$$

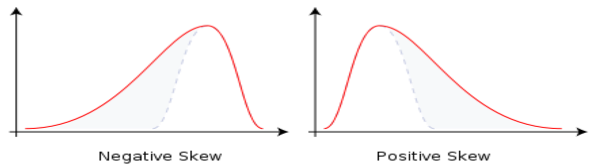
$donde \; \bar{X} \; es \; la \; media \; de \; la \; muestra$. El segundo momento es la desviación estándar y esta es simplemente la raíz cuadrada de la varianza y está representada por la siguiente formula:

$$\sigma = \sqrt{E(X-\mu)^2}$$

El tercer momento es el "Skewness o Asimetría", el skewness de una distribución simétrica es cero y puede ser calculado de la siguiente manera:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_j-\mu)^3 \, p_i}{\sigma^2} \; para \; el \; caso \; discreto$$

$$\frac{\int_{min}^{max}(x_j-\mu)^3 f(x)dx}{\sigma^2} \; para \; el \; caso \; continuo$$



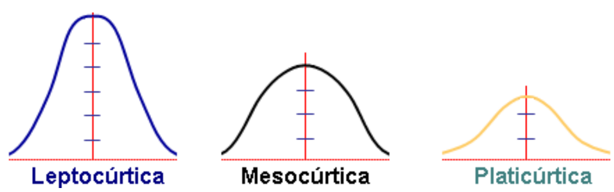
[49]Figura A.1 Representación gráfica del skewness

En el grafico podemos observar que cuando el skew es negativo la gráfica de la función se pega a la derecha y la cola es más larga hacia el lado izquierdo cando es positivo entonces la gráfica se pega hacia la izquierda y la cola es más larga hacia el lado derecho.

El cuarto momento es la curtosis la cual mide el "spread" de los valores alrededor de la media. La curtosis se puede calcular a partir de la siguiente formula:

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_j-\mu)^4\,p_i}{\sigma^4}\ \textit{para el caso discreto}^{50}$$

$$\frac{\int_{min}^{max}(x_j-\mu)^4 f(x)dx}{\sigma^4}\ \textit{para el caso continuo}$$



[51]Figura A.2 Representación Gráfica del cuarto momento curtosis

En la figura de arriba se muestran las representaciones del cuarto momento donde a una distribución se le llama Leptocúrtica cuando se presentan grandes valores de la curtosis, se le denomina Mesocúrtica cuando se presenta un valor aproximado a tres de la curtosis ya que la distribución Normal tiene curtosis igual a tres y cuando los valores de la curtosis son negativos se le denomina Platicúrtica.

[49] Fuente: Tomada de internet "http://www.google.com.mx/search?pq=skewness"

[51] Fuente: Tomada de internet "http://www.google.com.mx/search?tbm=isch&hl=es&source=hp&biw=1311&bih=646&q=curtosis"

Formula de Black-Scholes

Cerca de los años 70, Fisher Black, Myron Scholes y Robert Merton realizaron un avance importante en la fijación de precios de las opciones sobre acciones desarrollando lo que hoy se conoce como el modelo de Black-Scholes, este modelo ha tenido una gran influencia en cuanto a los precios y coberturas tanto de las opciones de compra mejor conocidas como "call" y las opciones de venta que se conocen como "put".

Una opción *call* da a su comprador el derecho, pero no la obligación, a comprar un activo subyacente a un precio predeterminado en una fecha concreta. El vendedor de la opción call tiene la obligación de vender el activo en el caso de que el comprador ejerza el derecho a comprar.

Una opción *put* da a su poseedor el derecho, pero no la obligación, a vender un activo a un precio predeterminado hasta una fecha concreta. El vendedor de la opción put tiene la obligación de comprar el activo subyacente si el tenedor de la opción (comprador del derecho de vender) decide ejercer su derecho.

La fórmula de Black-Scholes para el precio de una opción europea Call a tiempo cero que no paga dividendos sería:

$$c = S_0 N(d_1) - X e^{-rT} N(d_2)$$

Y para una opción Europea put que no paga dividendos es:

$$p = X e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

Donde

$$d_1 = \frac{\ln\left({S_0}/{X}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}}$$

$$d_2 = \frac{\ln\left({S_0}/{X}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

Y N(x) es la función de distribución acumulativa de una variable aleatoria normal estándar, es decir con media cero y desviación estándar 1. La variable S_0 es el precio de la acción al tiempo cero, X es el precio strike, r es la tasa libre de riesgo compuesta continuamente, σ es la volatilidad del precio de la acción y T es el tiempo de maduración de la opción.[52]

[52] Para saber mas acerca del tema ver (Hull, 2000)

Bibliografía

Administración Coherente de Riesgos con Futuros del MexDer, Martínez Francisco Venegas, 2005. http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/MEX_Repositorio/_vtp/MEX/1cf6_2005/_rid/21/_mto/3/Administracion_Coherente_de_Riesgos_con_Futuros_del_MexDer.pdf

Anexo 2 a Anexo 66 de la Ley de la CNBV, CNBV. http://www.cnbv.gob.mx/Normatividad/Disposiciones%20de%20car%C3%A1cter%20general%20aplicables%20a%20las%20instituciones%20de%20cr%C3%A9dito.docx

Basilea II, retos y oportunidades, Martinez Castillo Carlos Alberto, 2007. http://www.gestionypoliticapublica.cide.edu/num_anteriores/Vol.XVI_No.II_2dosem/Martinez_Castillo.pdf

Basilea II: Esquema de medición de riesgos, Marasca Rubén, 2003. http://www.felaban.com/boletin_clain/basileaII.pdf

BASILEA III, CNBV, 2011. http://www.cnbv.gob.mx/Documents/Basilea%203%20en%20M%C3%A9xico%20(v16).pdf

Basilea III: Marco regulador global para reforzar los bancos y sistemas bancarios, Banking Supervision Basel Committee, 2010. http://www.bis.org/publ/bcbs189_es.pdf

Coherent Measures of Risk Artzner, 1999. http://www.math.ethz.ch/~delbaen/ftp/preprints/CoherentMF.pdf

Curso Intermedio de Probabilidad Rincón Luis, 2007.

Definiciones básicas de Riesgos Banxico, 2005. http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/intermedio/riesgos/%7BA5059B92-176D-0BB6-2958-7257E2799FAD%7D.pdf

Definicióm de un modelo dinámico de gestión y cuantificación del riesgo operacional para las entidades aseguradoras, Rivas López María Victoria, Pérez-Fructuoso María José y Montoya Martín Javier, 2009. http://www.mapfre.com/fundacion/html/revistas/gerencia/n105/estud_01.html

El tratamiento del riesgo operacional en Basilea II, Nieto Giménez-Montesinos María de los Angeles. http://www.riesgooperacional.com/docs/21%20%20estfin0807.pdf.

Enhancements to the Basel II framework, Supervision Basel Committee on Banking, 2009. http://www.bis.org/publ/bcbs157.pdf

Errata to the QIS5 Technical Specifications, COMMISSION EUROPEAN. - 2010. http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical_specifications_errata_en.pdf

Gobierno Corporativo, CAF Banco de desarrollo de América Latina, 2005. http://www.caf.com/media/73507/gobierno-corporativo-importancia-empresas-estado.pdf

Índice de Capitalización Gaceta de Basilea II , HSBC, 2007. http://www.mediafire.com/view/71mmrxq5xm9h25x/Gaceta_basilea_n8_indice_de_capitalizacion.pdf

Introduccion a la teoría del riesgo Rincón Luis., 2011.

LAS NUEVAS MEDIDAS DE BASILEA III EN MATERIA DE CAPITAL Elorriaga Elena Rodríguez de Codes. http://www.bde.es/f/webbde/Secciones/Publicaciones/InformesBoletinesRevistas/RevistaEstabilidadFinanciera/10/Nov/Fic/ref0119.pdf

Loss Models From Data to Decisions, Klugman Stuart A., Panjer Harry H. y Willmot Gordon E., 2004.

Medidas de Riesgo Financiero, Romero Rafael. http://www.captura.uchile.cl/bitstream/handle/2250/2592/149%20Medidas_de_Riesgo_Financiero_Rafael_Romero_M.pdf?sequence=1

Modeling, Measuring and Hedging Operational Risk, Cruz Marcelo G.. - Chichester, West Sussex, England : John Wiley & Sons Ltd, 2002.

Modern Actuarial Risk Theory, Kaas Rob [y otros]. - [s.l.] : Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2008.

Operational Risk Modeling Analytics, Panjer Harry H.. - Hoboken : John Wiley & Sons, 2006.

Optimization of conditional Value-at-Risk, Rockafellar Tyller R. y Uryasev stanislav // Journal of Risk. - 2000. http://www.math.washington.edu/~rtr/papers/rtr-CVaR1.pdf

Options, futures and other derivatives Hull John C.. - Toronto : Prentice Hall, 2000.

Principles for the Sound Management of Operational Risk, Banking Supervision Basel Committee on, 2011. http://www.bis.org/publ/bcbs195.pdf

Probability for risk management Hassett Matthew y Stewart Donald G.. - [s.l.] : ACTEX Publications, 2006.

QIS5 Technical Specifications, COMMISSION EUROPEAN. - 2010. http://ec.europa.eu/internal_market/insurance/docs/solvency/qis5/201007/technical_specifications_en.pdf

Riesgo Operacional: Conceptos y mediciones Pachecho López David. - 2009. http://www.sbif.cl/sbifweb/internet/archivos/publicacion_8511.pdf

Riesgo Operativo un enfoque global, Carrillo Santiago y Cruz Marcelo. - [s.l.] : Risk Mathics , 2009. - Vol. I.

Solvencia II, AMIS. https://www.mediafire.com/?a1gs2n8cdgf02dx

Técnicas cualitativas para la gestión del riesgo operacional , Delfiner Miguel y Pailhé Cristina. - 2008. http://mpra.ub.uni-muenchen.de/15809/1/MPRA_paper_15809.pdf

Valor en Riesgo Jorion Philippe. - Universidad de California, Irvine : Limusa Noriega Editores, 2002.

VaR vs. CVaR ¿Què estimador se ajusta mejor al riesgo de mercado de renta variable en el Perù? Jara Padilla Rafael y Melgar Chamorro Juan Pablo. - 2007. http://www.griskm.com/articulo02.pdf