



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA – TELECOMUNICACIONES

**ESTUDIO Y DISEÑO DE UNA ESTRATEGIA PARA AUMENTAR LA CALIDAD DE
LA INFORMACIÓN EN TRANSMISIONES DE DATOS A TRAVÉS DE LA RED ELÉCTRICA,
BASADA EN ESQUEMAS DE CONTROL DE ERRORES**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:
CARLOS ALBERTO BALBUENA CAMPUZANO

TUTOR PRINCIPAL
FRANCISCO JAVIER GARCÍA UGALDE, FACULTAD DE INGENIERÍA
COMITÉ TUTOR
JAVIER GÓMEZ CASTELLANOS, FACULTAD DE INGENIERÍA
VÍCTOR RANGEL LICEA, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. JUNIO 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. JAVIER GÓMEZ CASTELLANOS
Secretario: DR. VÍCTOR RANGEL LICEA
Vocal: DR. FRANCISCO JAVIER GARCÍA UGALDE
1 er. Suplente: DR. FEDERICO KUHLMANN RODRÍGUEZ
2 d o. Suplente: DR. HORACIO TAPIA RECILLAS

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: CD. UNIVERSITARIA. MÉXICO D.F.

TUTOR DE TESIS:

DR. FRANCISCO JAVIER GARCÍA UGALDE

FIRMA

Agradecimientos

Quiero agradecer el apoyo del Dr. Francisco García Ugalde y al jurado en la elaboración de este trabajo.

A la Universidad Nacional Autónoma de México por darme una formación de posgrado, y por las facilidades otorgadas para la realización de este trabajo, así como a la CEP por su apoyo económico.

A mis padres, hermano y a mi tía Malenita, que me apoyaron a lo largo de este tiempo.

A mi esposa y a mi hija, quienes me han dado los momentos más felices de mi vida, impulsando a superarme y seguir adelante.

A DGAPA-UNAM por el apoyo recibido para la realización de este proyecto de tesis, a través de los proyectos PAPIIT IN-102410 e IN-112513.

Resumen

En los últimos años ha existido un esfuerzo internacional en desarrollar tecnologías encaminadas a la transmisión de datos por la red eléctrica conocida popularmente por sus siglas en inglés: PLC (Power Line Communications). Una de las principales razones por las que PLC se presupone como una tecnología adecuada es debido a que usa los cables de potencia como medio de comunicación y es capaz de alcanzar todos los lugares donde la energía este presente.

No obstante, la tecnología PLC ha de enfrentarse al hecho de que los cables eléctricos presentan un entorno muy dañino para la transmisión de señales. Esto se debe a la existencia de diferentes fuentes de ruido y atenuación que introduce el canal. Ambos efectos afectan la calidad de las comunicaciones.

Por lo anterior, en esta tesis la eficiencia de turbo códigos para el control de errores con diferentes tipos y longitudes de entrelazadores, son analizados en el contexto de sistemas de comunicaciones a través de la red eléctrica, específicamente en el modelo que se encuentra en la literatura conocido como *indoor*. Este tipo de sistemas normalmente operan en ambientes muy ruidosos; el ruido presente es una combinación de ruidos coloreado, de banda estrecha e impulsivos; así como las fuertes atenuaciones que provoca el canal. El canal está basado en el sistema desarrollado por el organismo Open PLC European Research Alliance (OPERA).

La modulación digital utilizada frecuentemente en las redes eléctricas para contrarrestar los efectos del canal, suele ser la modulación OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) dada su alta eficiencia espectral y robustez ante ambientes con multitrayectorias, por ello considerado en este estudio.

En este trabajo se reporta el desempeño de los turbo códigos con dos tipos de entrelazadores; los high spread random (HSR) y los basados en polinomios de permutación cuadrática (QPP-based). Los códigos turbo están constituidos por los polinomios del estándar 3GPP. Como parte ultima de los códigos turbo, se utiliza una matriz de perforado para alcanzar una tasa de código de $\frac{1}{2}$.

El desempeño es evaluado en términos de bit en error, a través de simulaciones que comprenden la utilización de entrelazadores de tamaños en elementos de 256, 1024 y 2048.

Finalmente, dados los resultados de desempeño de los turbo códigos y las características del canal y de la modulación, se propone una metodología para minimizar la tasa de bit en error (BER), como una función de la relación señal a ruido (SNR) promedio en el receptor.

Índice General

Agradecimientos.....	i
Resumen.....	iii
Índice General.....	v
Índice de Figuras.....	ix
Índice de Tablas.....	xiii
Acrónimos.....	xv
Símbolos.....	xvii
1. Introducción.....	1
1.1. Aplicaciones de la tecnología BPL.....	3
1.2. Ventajas y desventajas.....	5
1.3. Objetivos y Metas.....	6
1.4. Contribuciones.....	6
1.5. Estructura de la tesis.....	7
2. Estado del arte de las tecnologías PLC.....	9
2.1. Introducción.....	9
2.2. Descripción.....	9
3. Especificaciones del canal PLC.....	15
3.1. Introducción.....	15
3.2. Efectos físicos sobre la propagación de la señal.....	15
3.2.1. Atenuación causada por pérdidas en el cable.....	15
3.2.2. Atenuación y multitrayectoria.....	18
3.2.3. Modelos en canales externos.....	20
3.2.4. Modelos en redes de casa o <i>indoor</i>	23
3.2.5. Procedimiento general para obtener los modelos de red domestica del tipo <i>indoor</i>	24
3.3. Modelo de ruido.....	28

3.3.1.	Ruido coloreado.....	29
3.3.2.	Ruido de banda estrecha.....	30
3.3.3.	Ruido impulsivo periódico síncrono.....	30
3.3.4.	Ruido impulsivo periódico asíncrono.....	31
3.3.5.	Ruido impulsivo aperiódico.....	31
4.	Descripción multiplexación OFDM.....	33
4.1.	Introducción.....	33
4.2.	Descripción.....	33
4.3.	iFFT / FFT.....	35
4.4.	Intervalo de guardia.....	39
5.	Códigos convoluciones.....	41
5.1.	Introducción.....	41
5.2.	Estructura del codificador.....	41
5.2.1.	Codificadores.....	42
5.2.2.	Codificadores catastróficos.....	43
5.3.	Códigos de decodificación convolucional.....	44
5.3.1.	Diagrama de enrejado “trellis”.....	45
5.3.2.	Algoritmo de Viterbi en decisión dura (distancia de Hamming).....	46
5.3.3.	Algoritmo de Viterbi con decisión suave.....	54
5.3.3.1.	Soft-Decisión Viterbi Algorithms, SDVA1.....	55
5.3.3.2.	Soft-Decisión Viterbi Algorithms, SDVA2.....	56
5.4.	Distancia libre.....	57
5.4.1.	Cálculo de la distancia libre.....	58
6.	Turbo codificación y decodificación. Fundamentos y operación.....	61
6.1.	Introducción.....	61
6.2.	Turbo Codificación.....	63
6.2.1.	Entrelazadores.....	63
6.2.1.1.	Entrelazador HSR.....	63
6.2.1.2.	Entrelazador QPP-based.....	65
6.2.2.	Codificador del código turbo.....	67
6.3.	Turbo decodificación.....	68

6.3.1. Algoritmo para la turbo decodificación.....	68
6.3.2. Algoritmo SOVA.....	70
7. Metodología de diseño de la turbo codificación.....	75
7.1. Introducción.....	75
7.2. Planteamiento del problema.....	75
7.3. Parámetros del turbo código.	81
7.3.1. Códigos convolucionales recursivos sistemáticos RSC.....	81
7.3.2. Entrelazadores.....	82
7.3.3. Patrón de perforado.....	83
7.4. Sistemas propuestos.....	85
8. Resultados comparativos de las simulaciones en computadora.....	89
8.1. Introducción.....	89
8.2. Resultados.....	89
9. Conclusiones y trabajo futuro.....	99
Bibliografía.....	103
Anexos.....	111
Productos de Proyecto.....	111

Artículo: “Performance of HSR and QPP-based interleavers for turbo coding on power line communication systems”

Artículo: “Rendimiento de un sistema de control de errores con turbo códigos para canales PLC”

Índice de Figuras

Figura 1.1. Aplicaciones de la tecnología PLC dentro del hogar.....	4
Figura 2.1. Esquema a bloques del Transmisor del estandar HomePlug [18].....	12
Figura 2.2. Esquema a bloques del Transmisor de OPERA [22].....	12
Figura 3.1. Modelo de una línea de transmisión.....	16
Figura 3.2. Sección cruzada de un cable de línea eléctrica.....	17
Figura 3.3. Multitrayectoria en la propagación de la señal.....	18
Figura 3.4. Canal de referencia 1 (150 m, “bueno”).....	22
Figure 3.5. Canal de referencia 2 (150 m, “malo”).....	22
Figure 3.6. Canal de referencia 3 (250 m, “medio”).....	23
Figure 3.7. Canal de referencia 4 (350 m, “bueno”).....	23
Figura 3.8. Diseño de modelos de referencia de una red doméstica <i>indoor</i>	25
Figura 3.9. Modelos de referencia para canales de una red doméstica <i>indoor</i>	27
Figura 3.10. Modelo general de ruido de un canal PLC.....	29
Figura 3.11. Ruido coloreado.....	29
Figura 3.12. Ruido de banda estrecha.....	30
Figura 3.13. Ejemplo de ruido impulsivo.....	31
Figura 3.14. Modelo de ruido impulsivo aperiódico.....	32
Figura 3.15. Ejemplo de ruido impulsivo aperiódico.....	32
Figura 4.1. Comparación entre transmisión SC y multiportadora (OFDM).....	34
Figura 4.2. Modulación OFDM realizada en RF con 8 subportadoras.....	35
Figura 4.3. Disposición de los datos en los canales de frecuencias ortogonales contiguos en OFDM.....	38
Figura 4.4. Modulador OFDM.....	39
Figura 4.5. Esquema OFDM.....	40
Figura 5.1. Codificador convolucional no recursivo y no sistemático, con dos registros de memoria (cuatro estados). MSB y LSB refieren al bit más significativo y menos significativo respectivamente.....	42
Figura 5.2. Codificador convolucional recursivo sistemático de tasa $\frac{1}{2}$ con dos registros de memoria (cuatro estados).....	42

Figura 5.3. Diagrama de estados del codificador convolucional de la figura 5.1 con tasa 1/2.....	43
Figura 5.4. Diagrama de estados del codificador convolucional de la figura 5.2 con tasa 1/2.....	43
Figura 5.5. Lazo de un diagrama de estados correspondiente a un código catastrófico...	44
Figura 5.6. Un paso del diagrama de “trellis” de un código convolucional no recursivo y no sistemático, de tasa 1/2 correspondiente a las figuras 5.1 y 5.3.....	45
Figura 5.7. Diagrama de trellis para la ruta de la figura 5.3.....	46
Figura 5.8. Modelo del canal simétrico binario donde $p < 1/2$, es la probabilidad de error..	48
Figura 5.9. Diagrama de transición de estados.....	53
Figura 5.10. Ejemplo de decodificación con el algoritmo HDVA.....	54
Figura 5.11. Aplicación del algoritmo de Viterbi para identificar la distancia libre de Hamming del código descrito. Las distancias de columna son mostradas bajo cada columna. Solo las ramas sobrevivientes son mostradas, y la rama con mínima distancia se muestra con flechas de trazo grueso.....	59
Figura 6.1. Esquema general de un turbo codificador con una matriz de perforado a la salida.....	62
Figura 6.2. Esquema del turbo decodificador.....	62
Figura 6.3. Descripción general de un entrelazador.....	63
Figura 6.4. Modelo simple de canal con ruido.....	69
Figura 7.1. Diagrama de bloques del sistema de comunicaciones.....	77
Figura 7.2. Densidad espectral de potencia, respuesta en frecuencia del canal.....	78
Figura 7.3. Señal en el tiempo.....	79
Figura 7.4. Señal en la frecuencia.....	80
Figura 7.5. Diagrama de flujo de la metodología de perforado propuesta [42].....	85
Figura 8.1. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] del modelo del canal con la modulación OFDM sin el sistema de control de errores.....	90
Figura 8.2. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando codificación Reed Solomon.....	91
Figura 8.3. Comparación de gráficas BER vs. E_b/N_0 [dB] del sistema sin codificación y con codificación R.S. y convolucional.....	92

Figura 8.4. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando turbo codificación con diferentes longitudes del entrelazador HSR (256,1024 y 2048).....	93
Figura 8.5. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando turbo codificación con diferentes longitudes del entrelazador HSR (256,1024 y 2048) y matriz de perforación 2.....	94
Figura 8.6. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando turbo codificación con ambas matrices De perforado y entrelazador HSR de: a) 256 bits, b) 1024 bits y c) 2048 bits.....	95
Figura 8.7. Gráfica comparativa entre el modelo sin código y el turbo código con mejor rendimiento.....	96
Figura 8.8. BER vs. E_b/N_0 [dB] del sistema PLC con un entrelazador basado en polinomios de permutación cuadráticos QPP para turbo codificación.....	97

Índice de Tablas

Tabla 1.1 Aplicaciones de uso de la tecnología BPL y/o PLC.....	4
Tabla 2.1 Objetivos del Proyecto OPERA (2004).....	10
Tabla 3.1. Trayectorias de la propagación de la señal para la figura 3.3.....	19
Tabla 3.2. Parámetros del canal de referencia 1.....	20
Tabla 3.3. Parámetros del canal de referencia 2.....	21
Tabla 3.4. Parámetros del canal de referencia 3.....	21
Tabla 3.5. Parámetros del canal de referencia 4.....	22
Tabla 3.6. Valores para los canales de referencia domésticos <i>indoor</i>	24
Tabla 3.7. Parámetros para el canal de referencia <i>indoor</i> modelo 1.....	26
Tabla 3.8. Parámetros para el canal de referencia <i>indoor</i> modelo 2.....	26
Tabla 3.9. Parámetros para el canal de referencia <i>indoor</i> modelo 3.....	27
Tabla 3.10. Parámetros para el canal de referencia <i>indoor</i> modelo 4.....	28
Tabla 5.1 Valores convencionales de una métrica binaria.....	49
Tabla 5.2 Valores alternativos para la métrica binaria.....	50
Tabla 7.1. Características del sistema PLC utilizadas en las simulaciones.....	76
Tabla 7.2. Parámetros utilizados de OFDM.....	78
Tabla 7.3. Longitudes y tipo de entrelazador utilizados en las simulaciones por computadora, así como la matriz de perforación.....	87

Acrónimos

PLC:	Power Line Communication
OFDM:	Orthogonal Frequency Division Multiplexing
BPL:	Broadband Power Line
IP:	Internet Protocol
ADSL:	Asymmetric Digital Subscriber Line
BER:	Bit Error Rate
MAC:	Medium Access Control
IEEE:	Institute of Electrical and Electronics Engineers
OPERA:	Open PLC European Research Alliance
AWGN:	<i>Additive White Gaussian Noise</i>
FDM:	<i>Frequency Division Multiplexing</i>
RF:	Radio Frequency
FFT:	<i>Fast Fourier Transform</i>
iFFT:	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
DFT:	<i>Discrete Fourier Transform</i>
iDFT:	<i>Inverse Discrete Fourier Transform</i>
QPSK:	Quadrature Phase Shift Keying
QAM:	Quadrature Amplitude Modulation
MAP:	Máximo A Posteriori
BSC:	<i>Binary Symmetric Channel</i>
HDVA:	Hard Decision Viterbi Algorithm
SDVA:	Soft Decision Viterbi Algorithm

SNR:	Signal To Noise Ratio
HSR:	High Spread Random
QPP:	<i>Quadratic Permutation Polynomials</i>
LPP:	Lineal Permutation <i>Polynomials</i>
SISO:	Soft Input Soft Output
RSC:	<i>Recursive Systematic</i> Convolutional
SOVA:	Soft Output Viterbi Algorithm
ML:	<i>Maximum Likelihood</i>
RCPC:	Rate Compatible Punctured Convolutional Code

Símbolos

Capítulo 1

E_b	Energía de bit
N_o	Densidad espectral de potencia de ruido

Capítulo 3

L'	Inductancia
C'	Capacitancia
R'	Resistencia
G'	Conductancia
$U(x)$	Voltaje
$I(x)$	Corriente
j	Número imaginario
ω	Frecuencia angular
Z_L	Impedancia característica
γ	Constante de propagación
$H(f)$	Función de transferencia
μ_0	Permeabilidad magnética en el vacío
μ_r	Permeabilidad magnética relativa
ϵ_0	Permitividad eléctrica en el vacío
ϵ_r	Permitividad eléctrica relativa
r	Radio del conductor
a	Sección entre conductores
l	Longitud

f	Frecuencia
$A(f, d)$	Atenuación
$l_1, l_2, \text{ y } l_3$	Longitudes
i	Trayectoria
g_i	Factor de peso de la trayectoria
τ_i	Tiempo de retraso de la trayectoria
d_i	Largo de la trayectoria
v_p	Velocidad de propagación
i	Número de la trayectoria
a_0	Offset de atenuación
a_1	Incremento de atenuación
k	Exponente de atenuación
N_p	Numero de trayectorias
k_s	Factor de variación
f_i	Frecuencia

Capítulo 4

ω	Frecuencia angular
f	Frecuencia
W	Ancho de banda
T_u	Tiempo útil del símbolo generado con OFDM
N_{FFT}	Número de muestras en el tiempo para la transformada rápida de Fourier
k	Número de subportadora
A_k	Amplitud de k
θ_k	Fase de k

j Numero imaginario

Capítulo 5

x Información de entrada

r Secuencia recibida

$p(r|y)$ Probabilidad condicional

k Bits de entrada

d_{free} Distancia libre

$M(r|y)$ Métrica binaria

Capítulo 6

r_0 y r_1 Señal recibida correspondiente a v_0 y v_1

W_{1k} Salida del decodificador 1

W_{2k} Salida del decodificador 2

v_{in} Vector de símbolos de entrada

v_{out} Vector de salida los símbolos permutados

S Factor de dispersión

π Operación de permutación

X_k Codificador

X'_k Segundo codificador

v_0 Salida sistemática

v_1 y v_2 Salidas de redundancia

S'_{Real} Esparcimiento mínimo real asociado con el índice de escritura i

S''_{Real} Esparcimiento que define la salida del entrelazador, asociado con los índices i y j

1. Introducción

Actualmente los sistemas de transmisión de información son de muy diversos tipos y cada vez tienen más cobertura en tiempo, frecuencia y espacio, por lo tanto, nuevas formas y medios de comunicación son requeridos. Uno de estos medios, el cual ha sido considerado como una opción de comunicación viable, es el cableado de la red eléctrica. Esto debido a su vasta cobertura, es decir, es un medio ya establecido que se encuentra en mayor o menor medida en todos los puntos geográficos, desde las grandes zonas metropolitanas, hasta en muchos lugares alejados de ellas, o en espacios donde otro tipo de cableado sería difícil o impráctico, por ejemplo: algunos centros industriales. Sin embargo, dado que este medio no fue diseñado para transmitir datos -lo cual normalmente se realiza en altas frecuencias- sino que dicha infraestructura fue diseñada para una transmisión de energía eléctrica a 50 Hz / 60 Hz, es necesario adaptarse a las condiciones electromagnéticas adversas que tiene este medio para este fin. Algunos de los problemas más evidentes que presenta son la atenuación, los efectos de multitrayectoria [1] y los ruidos de varios tipos [2].

Como es sabido, las redes de distribución de energía eléctrica están constituidas por varios tipos de conductores, los cuales frecuentemente están unidos en condiciones muy precarias y con terminaciones de cargas con diferentes impedancias. Por consecuencia, el canal que existe entre dos contactos eléctricos cualesquiera dentro de una casa, o un ambiente habitacional, consiste en una red que tiene muchas ramas con cargas terminales de varios valores de impedancia. Estas redes tienen una respuesta en fase y en amplitud que varía drásticamente con la frecuencia, es decir, en algunas frecuencias no habrá problemas para que la señal llegue del transmisor al receptor sin muchas pérdidas, pero en otras la señal llegará con muchas pérdidas y ruido. Otra característica es que esto varía con el tiempo, lo cual puede ser debido a que se conectó en la red un nuevo dispositivo, o bien que alguno de los dispositivos varía su impedancia en el tiempo (como pueden ser las fuentes de alimentación conmutada y motores).

En consecuencia, algo importante que debe de ser considerado son las interferencias. Las interferencias más importantes son de tipo impulsivo y de banda estrecha, y sus causas típicas son los motores, lámparas fluorescentes y de halógeno, fuentes conmutadas, reguladores de

voltaje, etc. Así como otro tipo de fuentes de interferencia como transmisores de radio en la banda de frecuencias para aficionados.

Otro aspecto que impacta la transmisión de información por las redes eléctricas es la topología de las mismas, ya que usualmente los complejos habitacionales son conectados a un mismo transformador, el cual bloquea por completo la señal de información hacia el lado opuesto del mismo, sin embargo, no evita que se propague la información entre los complejos habitacionales que se encuentran conectados al mismo transformador. Con esto podemos decir que las señales generadas en una casa pueden ser captadas en otra.

La comunicación por líneas de potencia de energía eléctrica recibe el nombre -debido a sus siglas en inglés- de PLC (*power line communication*), y está referida al intervalo de frecuencias que pueda ser empleado para la transmisión de datos.

Diferentes técnicas para combatir los problemas mencionados han sido estudiadas, entre ellas la modulación digital y la detección y corrección de errores; siendo la modulación OFDM (*ortogonal frequency división multiplexing*) y los turbo códigos una de las combinaciones más eficientes.

Es importante mencionar un término que se usa frecuentemente en la literatura “BPL” [3], el cual corresponde a *broadband power line*, y se refiere a las aplicaciones de banda ancha como son: Internet, audio, video, texto, etc.

Como prospectiva de negocios, principalmente en Europa, Asia y América, se ha podido observar que en los últimos años las grandes compañías eléctricas han optado por una clara diversificación, invirtiendo en nuevos negocios de diversos sectores, siendo el de las telecomunicaciones uno de los más representativos debido fundamentalmente a sus proyecciones de crecimiento.

Las compañías de electricidad tienen la oportunidad de contribuir en la evolución del sector de las telecomunicaciones, aportando un nicho en el mercado para el PLC, debido al avance tecnológico (Internet de alta velocidad y voz sobre protocolo de Internet (IP) son ya una realidad) y sus ventajas competitivas.

Las normas de PLC han demostrado claramente su viabilidad, por ejemplo para BPL en la IEEE 1901-2010 se establece una tasa de transmisión superior a 100 Mbits/seg en la capa física, y la no afectación de los servicios de electricidad. Se ha buscado la maximización en el aprovechamiento del potencial de las infraestructuras de redes ya existentes; y se ha tratado de compensar la baja penetración de los servicios de banda ancha en los segmentos residenciales y de las pequeñas empresas, y la falta de cobertura de redes de telefonía en zonas rurales y de baja densidad de ciertos países.

1.1. Aplicaciones de la tecnología BPL

Existe un amplio espectro de aplicaciones que usan varias tecnologías simultáneamente [4].

En la figura 1.1 se muestran algunas de estas posibilidades y sugieren como funcionarían con el uso del concepto de BPL. Se observa como el Internet es proporcionado por una tecnología ADSL, la señal es introducida en un equipo modulador/demodulador ADSL / BPL, con ello la información se canaliza a través de la red eléctrica, la cual es la encargada de distribuirla a diferentes equipos o puntos de la red.

Como por ejemplo: se pueden tener equipos de cómputo, directamente conectados a la red o bien, a través de un ruteador inalámbrico el cual esté conectado a la red eléctrica, y en general, diferentes equipos que tengan comunicación con Internet o intercambio de datos como equipos de la domótica. Con ello se puede tener un acceso automático para varios servicios en las casas habitación.

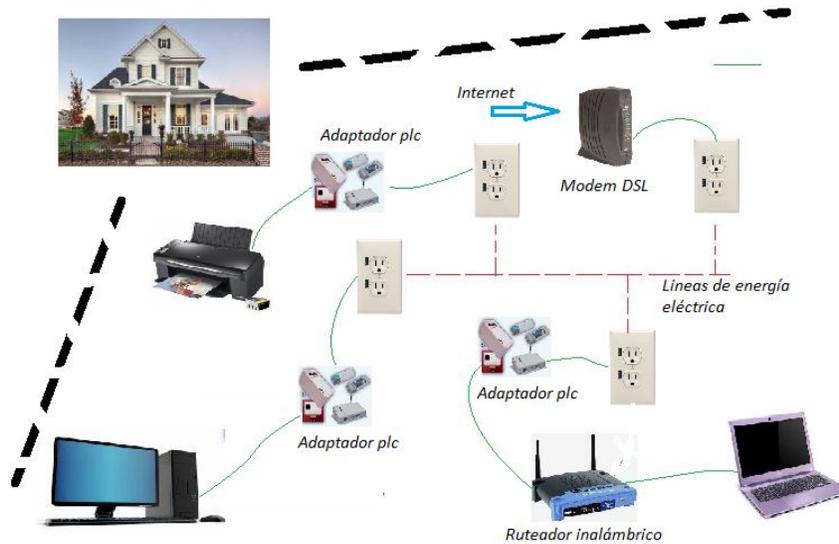


Figura 1.1. Aplicaciones de la tecnología PLC dentro del hogar.

Como una aplicación importante a considerar, es el uso de las redes de datos en el hogar, las cuales permiten habilitar muchas opciones de entretenimiento e intercambio de información, algunas de las que destacan son: distribución de video, como DVD, televisión, etc. La tabla 1.1 muestra algunas de estas aplicaciones.

Tabla 1.1 Aplicaciones de uso de la tecnología BPL y/o PLC.

<i>Aplicación</i>	<i>Actividad</i>	<i>Productos</i>
Video, audio y música	Distribución de contenido multimedia	Receptores de TV, pantallas, DVDs, equipos de videos para el hogar
Presencia remota	Acceso remoto a redes	Computadoras, teléfonos.
Comunicaciones	Voz y video	Teléfonos, cámaras de video.
Productividad	Periféricos de PC compartidos, acceso a internet.	Computadoras, teléfonos software
Administración de casas	Mejor uso de la energía	Electrodomésticos, controles de temperatura e iluminación.
Seguridad	Monitoreo	Cámaras de vigilancia

Estas facilidades tecnológicas pueden ser posibles con el empleo de la tecnología PLC o bien BPL, ya que todos los equipos pueden tener interconectividad con el uso de una sola infraestructura de cableado, tanto para la alimentación, como para la transferencia de información. Con ello se logra una simplificación en la implementación y una reducción de los costos de los medios de comunicación.

1.2. Ventajas y desventajas

El PLC presenta grandes ventajas competitivas frente al llamado asymmetric digital subscriber line (ADSL) y al cable, que son sus principales competidores como solución tecnológica para la provisión de servicios de banda ancha en los mercados masivos y en las pequeñas empresas. Esto mantiene abierta una ventana de oportunidad para el desarrollo y expansión comercial de esta tecnología, sobre todo en los países con menor tele-densidad y penetración de Internet.

Despliegue de la red: al usar la infraestructura existente, el despliegue de la red es especialmente rápido, simple, modular y selectivo.

Cobertura: por su inicio temprano, en todos los países la infraestructura eléctrica tiene un mayor nivel de penetración, comparado con el que tienen las redes de telecomunicaciones, lo que se traduce en un alto potencial de mercado para el PLC.

Economía de instalación: con la infraestructura instalada no se requiere obra civil en el hogar u oficina del usuario final, lográndose con ello grandes economías.

Variedad de servicios y ancho de banda: PLC ofrece una gran variedad de servicios de voz, datos y red interna con velocidades y anchos de banda superiores o iguales, a los ofrecidos por tecnologías competidoras con conexión permanente las 24 horas del día.

Accesibilidad y multinodo: cualquier enchufe eléctrico se convierte en un nodo de acceso.

Como cualquier tecnología, la transmisión de datos a través de la red eléctrica tiene aspectos a favor y en contra. Es decir, existen también algunas desventajas, entre las principales tenemos:

Como se verá más adelante en este escrito, el PLC se puede modelar como un canal muy ruidoso, lo cual limita su velocidad de transmisión, debido a que existe una cantidad muy alta de generadores de ruido conectados en este sistema.

Otra desventaja, es la normalización con respecto a otras tecnologías, de una normalización, ya que las normas ya implantadas en algunos mercados, o las leyes regulatorias referentes al uso de las líneas eléctricas como medio de transmisión de datos, dificultan el poder llegar a una normalización global para el uso de la tecnología PLC.

1.3. Objetivos y Metas

Desarrollar una metodología para la transmisión de señales a través de la red eléctrica, la cual mejore la calidad de la información.

Implementar diferentes códigos de corrección de errores ya utilizados en la literatura, para validar el sistema utilizado en este trabajo de tesis.

Realizar simulaciones con diferentes elementos constitutivos de los turbo códigos, para evaluar su desempeño en las transmisiones sobre la red eléctrica.

1.4. Contribuciones

Una metodología de diseño de los códigos turbo acoplada al sistema PLC. Resultados obtenidos mediante las simulaciones por computadora, que muestran los resultados que obedecen a los cambios de los parámetros de los turbo códigos, estos son expresados principalmente en términos de tablas y curvas de E_b/N_o (dB) vs. BER. El mejor resultado alcanza una diferencia de 30 dB en comparación con la gráfica que muestra el comportamiento del sistema sin algún código de corrección de errores.

1.5. Estructura de la tesis

Esta tesis se divide en los siguientes capítulos: el capítulo 2 describe el estado del arte del sistema PLC, enfocándonos principalmente en el tipo de modulación digital para combatir los ruidos existentes en el medio y los códigos correctores recomendados para este tipo de canal. Los capítulos 3 y 4 presentan respectivamente las características del canal PLC y la modulación OFDM (orthogonal frequency division multiplexing). En relación al sistema PLC, se abordan las características de atenuación, multitrayectoria y de los ruidos que se presentan en el canal. El capítulo 5 se refiere a los códigos correctores, se explican los códigos convolucionales, los cuales se consideran la base de los códigos turbo. Los códigos turbo se presentan en el capítulo 6, donde de igual forma que los códigos convolucionales, se explican desde la parte de la codificación y la decodificación.

El capítulo 7 es la parte medular de esta tesis y presenta la metodología de diseño de los códigos turbo acoplada al sistema PLC. En el capítulo 8, se dan los resultados obtenidos mediante las simulaciones por computadora correspondientes, los principales resultados que obedecen a los cambios de los parámetros, se expresan principalmente en términos de tablas y curvas de E_b/N_o (dB) vs. BER. Finalmente, se presentan las conclusiones obtenidas y el trabajo a futuro.

2. Estado del arte de las tecnologías PLC

2.1.Introducción

La primera señal portadora en bajo y medio voltaje fue introducida en 1930. Este esfuerzo continuó las siguientes décadas para poder alcanzar una comunicación bidireccional necesaria para varias aplicaciones, como el control y la medición. Como un ejemplo, el Tokio Electro Compañía llevó a cabo varios experimentos durante los años 70, la presentación de informes de comunicaciones exitosas con varios cientos de dispositivos [60].

Debido al reciente interés en el paradigma de redes inteligentes, la posibilidad de comunicarse utilizando las líneas de energía ha atraído la atención de la industria una vez más debido a la conveniencia de este medio de transmisión [61, 62]. Como resultado, especificaciones para nuevos diseños del transceptor se han estandarizado con el fin de permitir la creación de redes coexistentes y PLC de banda estrecha compatible.

La transmisión de señales de banda estrecha a través de la red de alimentación se limita a frecuencias específicas. La norma europea CENELEC EN 50065 [63] especifica la transmisión de señales de PLC entre las frecuencias de 9 kHz a 148.5 kHz. Esta banda es más amplia en el caso de la regulación de Japón y EE.UU., donde las frecuencias disponibles llegan hasta 500kHz y estén regularizadas por la entidad FCC [64].

2.2.Descripción

Como se mencionó en la introducción, este medio de comunicación (red eléctrica, o PLC) tiene tanto ventajas como desventajas. La ventaja más importante a considerar, es la cobertura del medio de transmisión, ya que prácticamente cualquier inmueble tiene, o conlleva, un cableado eléctrico, inclusive aquellos registrados como monumentos históricos o laboratorios de máquinas electromecánicas, donde un nuevo cableado es muy difícil de realizar o es restrictivo, dado que tiene que respetar cierta normatividad relativa a las modificaciones. Al ser hoy en día, la utilización de la electricidad algo indispensable, existen grandes redes de cobertura y siguen incrementándose; por consiguiente, grandes extensiones de redes de transmisión de datos son

posibles. Es por ello que la tecnología PLC es una atractiva área de investigación actual, y por lo cual, se describirá el comportamiento de dicho canal de comunicación.

Diferentes sectores y organizaciones de estándares, así como foros industriales han realizado esfuerzos para lograr una estandarización de las redes de PLC. El mayor trabajo ha sido en relación a la capa física y a la capa MAC. Primeramente, la norma IEEE P1675 [5] se orientó al *hardware* de inserción de la señal en la red cableada. Por otra parte, la norma IEEE P1901 [6] definió el estándar de alta velocidad ($> 100\text{Mb/s}$) en la capa física.

La norma IEEE P1775 [7] corresponde al estándar sobre el equipo PLC, requerimientos de compatibilidad y métodos de medición y pruebas. OPERA es el acrónimo de Open PLC European Research Alliance [8]; un proyecto de más de 20 M€ cofinanciado por el 6º Programa Marco de la Comisión Europea (área de tecnologías de la información, IST), que empezó en enero de 2004, y como objetivos principales fueron los mostrados en la tabla 2.1

Tabla 2.1 Objetivos del Proyecto OPERA (2004)

Concepto	Actual	Futuro
Velocidad	Hasta 45 Mbps	Hasta 200 Mbps
Instalación		Fácil y de bajo costo
Sistema	Soluciones	Plug and Play
Servicios multimedia	Pruebas iniciales	Listo para la venta
Estándar	No existe	Internacional
Compatibilidad	No garantizada	Garantizada
Mercado de banda ancha	$\ll 1\%$	$> 10\%$

Para realizar los estudios y poder optimizar el esquema de comunicaciones, es necesario tener un modelo de canal. Por esto, muchos investigadores han propuesto varios modelos para el canal del PLC y existen ya modelos bastante completos [9]. Debido a los diferentes tipos de ruidos presentes el modelado de dicho canal no es una tarea fácil, investigadores lo han denotado de manera genérica como un “canal horrible” [10], con un modelado extremadamente difícil. Las

principales características del modelo que nos dan las referencias mencionadas anteriormente son:

- a) La función de transferencia depende fuertemente del lugar, de la topología de la red y de los componentes conectados a ella.
- b) Debido a los diversos equipos conectados a la red eléctrica, se tiene la presencia de diferentes tipos de ruido que se superponen.

Para obtener un panorama más amplio de los modelos sugeridos en la literatura, tanto para el ruido como para la función de transferencia, el lector puede consultar [9, 11].

Tomando en cuenta el modelo del canal de PLC, se verá e ilustrará más adelante cómo el uso de la multiplexación OFDM, es de gran ayuda para la transmisión de datos por la red eléctrica. Esto es debido tanto a las características del ruido de banda estrecha, como a la de la respuesta al impulso del canal, y adicionalmente a la manera en que la señal de OFDM se distribuye en un ancho de banda [12, 13, 14]. Logrando con esto que no toda la potencia de la señal se aloje en una sola frecuencia; ya que si se llegase a concentrar en una sola frecuencia y existiera una gran atenuación en la misma, se perdería fácilmente la señal completa. Con OFDM se logra una distribución de la potencia de la señal en una gran cantidad de frecuencias, haciendo que no toda la energía de la señal coincida con fuertes atenuaciones y pudiendo entonces recuperar los datos perdidos por medio de métodos de corrección de errores, como pueden ser: códigos cíclicos de Reed-Solomon, convolucionales, esquemas concatenados y códigos turbo [15, 16, 17].

El comportamiento de dichos métodos de modelado del canal PLC se puede estudiar en las publicaciones de las referencias [15, 16]; en las cuales para el control de errores se han usado diversos tipos de códigos correctores. Los códigos correctores se han estudiado con múltiples tasas de codificación, evaluando el desempeño con varios polinomios generadores, y en general con diferentes características.

En las tecnologías recientes como por ejemplo HomePlug [18], OFDM es la técnica de transmisión usada y usa 917 portadoras con intervalo de guardia flexible, usa desde BPSK un bit de información por portadora, hasta 1024-QAM 10 bits de información por portadora. Finalmente usa un turbo código convolucional definido así en la referencia y el cual es mostrado

en el diagrama a bloques del sistema en la figura 2.1. Con ello alcanza una tasa de información de hasta 150 Mbps.

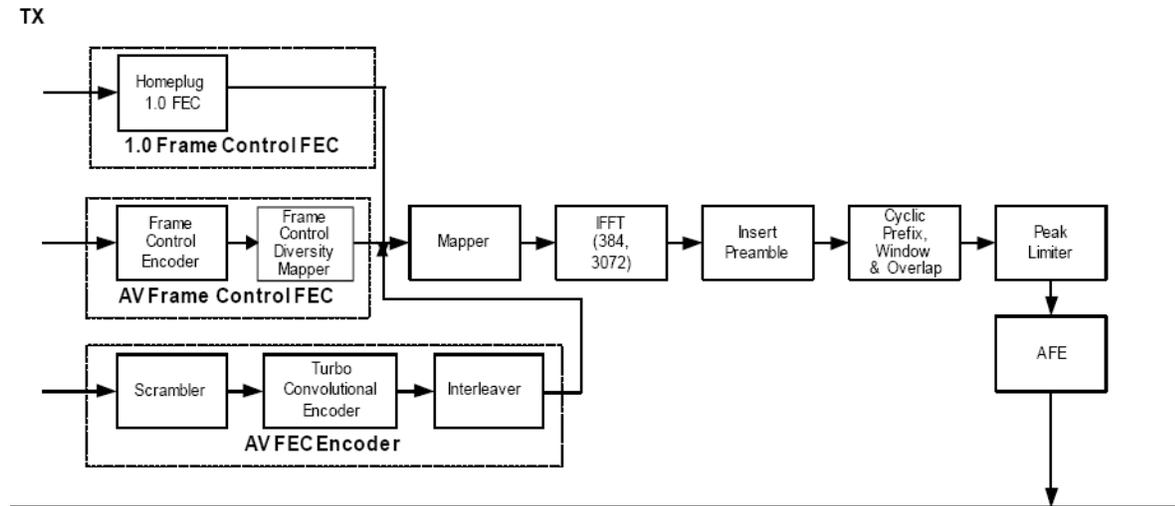


Figura 2.1. Esquema a bloques del Transmisor del estandar HomePlug [18].

Por otra parte, OPERA [22] de igual forma usa una modulación OFDM, y como codificación usa una concatenación en serie de códigos Reed Solomon y 4D-TCM (Four Dimensional Trellis Coded Modulation), esto se puede ver en la figura 2.2.

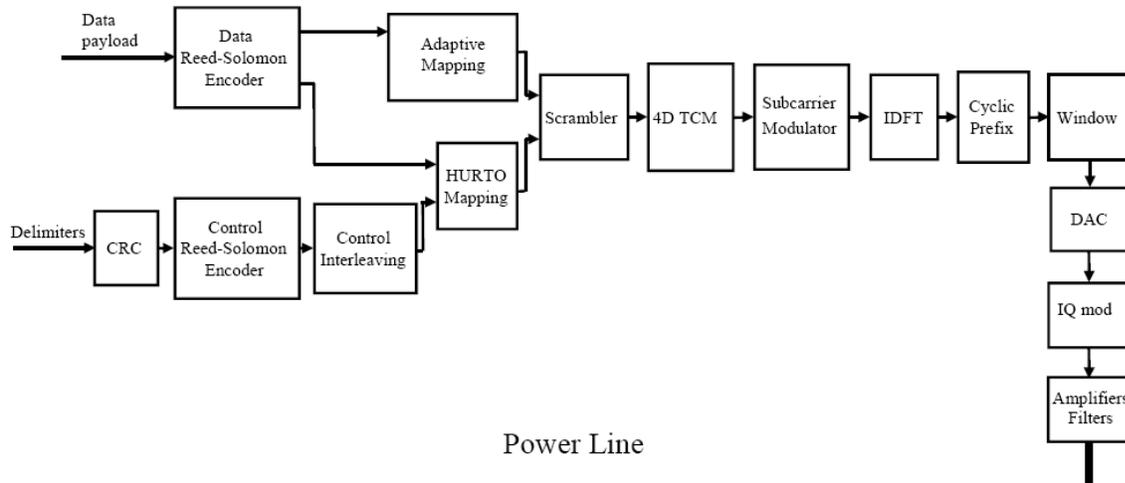


Figura 2.2. Esquema a bloques del Transmisor de OPERA [22].

Recientemente, en las últimas publicaciones relativas a los canales de tipo PLC, las técnicas de codificación con el uso de los códigos turbo han tomado gran importancia [18, 19]. Por otra parte, en el campo de los turbo códigos, otro factor relevante que está siendo estudiado es el diseño y efecto en el desempeño global de la turbo codificación de los entrelazadores constitutivos de un código turbo; proponiendo entonces esquemas de entrelazado con propiedades de dispersión y de aleatoriedad diferentes. Estos puntos han sido temas de estudio relevantes y actuales abordados en esta tesis [15, 16, 20].

Por lo anterior, sería importante no solo implementar la turbo codificación en los canales de tipo PLC como un bloque aislado, sino realizar modificaciones a los principales parámetros de los turbo códigos para que se puedan adaptar de una mejor forma a las características del canal y a la modulación utilizada.

3. Especificaciones del canal PLC

3.1. Introducción

Simon Haykin [65] escribió “El estudio de la propagación también proporciona pistas sobre las técnicas del receptor para compensar las degradaciones introducidas a través de la transmisión inalámbrica”. Esto da una idea de que tan importante es el estudio del canal desde que este es la fuente de los mayores problemas y limitaciones. Además, ambos canales PLC e inalámbrico son ambientes que comparten muchas características, tal vez las más importantes son que ambos medios, no se realizaron para la transmisión de información y dependen del lugar y del tiempo.

Como se verá en este capítulo, las consecuencias del canal son la atenuación de la señal transmitida, un cambio en el espectro de frecuencias, así como la suma de múltiples ruidos, donde los principales son: el Coloreado, de Banda Estrecha e Impulsivo; tanto síncrono como asíncrono.

3.2. Efectos físicos sobre la propagación de la señal

3.2.1. Atenuación causada por pérdidas en el cable

Como es sabido en una propagación de señales existe una atenuación, esta se incrementa con la longitud de la línea y la frecuencia. En este subcapítulo se presenta un panorama de las pérdidas y del modelo matemático asociado.

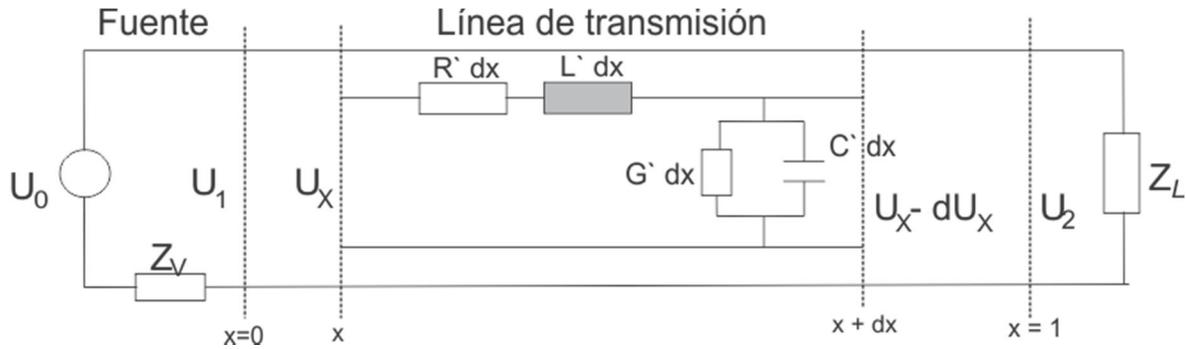


Figura 3.1. Modelo de una línea de transmisión. [22]

La teoría de las líneas de transmisión describe el voltaje (3.1) y la corriente (3.2) a lo largo de una línea (figura 3.1) de la siguiente forma [21]:

$$U(x) = U_2 \cosh(\gamma x) + I_2 Z_L \sinh(\gamma x) \quad (3.1)$$

$$I(x) = I_2 \cosh(\gamma x) + \frac{U_2}{Z_L} \sinh(\gamma x) \quad (3.2)$$

De las anteriores ecuaciones, se deducen los parámetros para describir una línea de transmisión, es decir, la impedancia característica Z_L y la constante de propagación γ .

$$Z_L = \sqrt{\frac{R' + j\omega L'}{G' + j\omega C'}} \quad (3.3)$$

$$\gamma = \sqrt{(R' + j\omega L')(G' + j\omega C')} = \alpha + j\beta \quad (3.4)$$

Teniendo en cuenta una sola línea de transmisión, que es equivalente a tener una onda propagándose desde la fuente al destino, la función de transferencia $H(f)$ de una línea de longitud l está dada por:

$$H(f) = \frac{U(x=1)}{U(x=0)} = e^{-\alpha(f) \cdot l} e^{-j\beta(f) \cdot l} \quad (3.5)$$

La figura 3.2 muestra una sección de cruce típica ampliamente usada, con cuatro conductores. Cuando se alimentan señales en dos conductores adyacentes, la mayoría del campo eléctrico es concentrado entre estos dos conductores. Los parámetros del cable pueden ser estimados por las dimensiones geométricas y algunas propiedades del material.

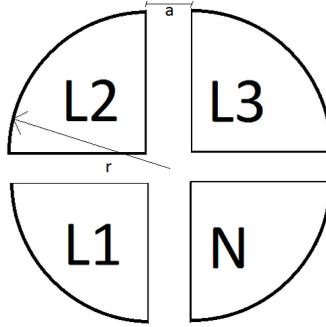


Figura 3.2. Sección cruzada de un cable de línea eléctrica.

La inductancia y capacitancia por unidad de longitud son expresadas respectivamente como:

$$L' = \mu_0 \mu_r \frac{a}{r} \quad (3.6)$$

$$C' = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{r}{a} \quad (3.7)$$

Considerando frecuencias en el rango de los MHz, la resistencia por unidad de longitud es afectada por el efecto conocido como “*skin*”, y se puede expresar por:

$$R' = \sqrt{\frac{\pi \mu_0}{kr^2} f} \quad (3.8)$$

La conductancia por unidad de longitud G' es afectada por el factor de disipación del material dieléctrico; tomando en consideración que el conductor es de forma circular y con diámetro r se tendrá:

$$G' = 2\pi f C' \tan \delta \quad (3.9)$$

De acuerdo a las ecuaciones anteriores, a la geometría y a las propiedades del material, resulta que en el rango de frecuencias de interés: $R' \ll \omega L'$ y que $G' \ll \omega C'$.

La impedancia característica Z_L , así como la constante de propagación γ pueden ser determinadas usando las siguientes expresiones:

$$Z_L = \sqrt{\frac{L'}{C'}} \quad (3.10)$$

$$\gamma = \frac{1}{2} \frac{R'}{Z_L} + \frac{1}{2} G' Z_L + j\omega \sqrt{L' C'} \quad (3.11)$$

La ecuación (3.11) puede simplificarse por medio de tres constantes k_1 , k_2 y k_3 , que a su vez simplifican los parámetros característicos de los cables.

$$\gamma = k_1\sqrt{f} + k_2f + jk_3f \quad (3.12)$$

Basado en las mediciones de respuesta en frecuencia medidas en [22], la parte real de la constante de propagación se describe como:

$$\alpha(f) = a_0 + a_1f^k \quad (3.13)$$

En la parte real de la constante de propagación, la atenuación α se incrementa con la frecuencia f . La relación entre α y f de un cable específico puede ser proporcional a la raíz cuadrada de f , proporcional a f , o proporcional a la mezcla de ambos, por ello cualquiera de las constantes k_1 y k_2 podría ser dominante.

Finalmente, con una selección de los parámetros a_0 , a_1 y k , la atenuación de un cable de energía eléctrica puede caracterizarse por:

$$A(f, d) = e^{-\alpha(f)d} = e^{-(a_0+a_1f^k)d} \quad (3.14)$$

3.2.2. Atenuación y multitrayectoria

Zimmermann y Dostert describen la propagación de señales en un ambiente de multitrayectoria [1], en su trabajo detallan como con diferentes trayectorias, longitudes, e impedancias, se generan retrasos en tiempo de la señal de interés. Esto se aprecia en la figura 3.3, donde por razones explicativas el enlace tiene solo un nodo y consiste en los segmentos 1, 2 y 3 con longitudes l_1, l_2 , y l_3 .

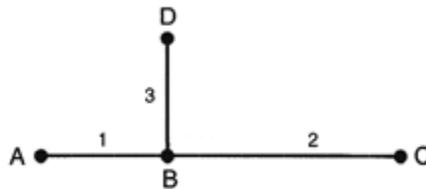


Figura 3.3. Multitrayectoria en la propagación de la señal.

Cada trayectoria i tiene un factor de peso g_i , el cual representa el producto de los factores de reflexión y transmisión a lo largo de la trayectoria. El tiempo de retraso τ_i de una trayectoria puede ser calculado dependiendo del largo de la misma d_i y de la velocidad de propagación v_p . La tabla 3.1 muestra los posibles caminos que puede tomar la señal, así como las longitudes.

Tabla 3.1. Trayectorias de la propagación de la señal para la figura 3.3

Trayectoria No.	<i>Camino de la señal</i>	<i>Largo de la trayectoria</i>
1	A→B→C	$l_1 + l_2$
2	A→B→D→B→C	$l_1 + 2l_3 + l_2$
N	A→B(→D→B) ^{N-1} →C	$l_1 + 2(N - 1) \cdot l_3 + l_2$

Al combinar la propagación en multitrayectorias con la atenuación, se puede obtener el modelo de la función de transferencia $H(f)$ dado en (3.15):

$$H(f) = \sum_{i=1}^N g_i \cdot e^{-(a_0 + a_1 j^k) d_i} \cdot e^{-j2\pi f (d_i / v_p)} \quad (3.15)$$

Donde, el índice i es el número de la trayectoria; \mathbf{a}_0 (offset de atenuación) y \mathbf{a}_1 (incremento de atenuación) son los parámetros de atenuación; k es un exponente de atenuación (cuyos valores están usualmente en el rango de 0.2 a 1); g_i es el factor de peso para la i -ésima trayectoria, físicamente caracterizada por los factores de reflexión / transmisión de la trayectoria; d_i es el largo de la trayectoria i ; $\tau_i = d_i / v_p$ representa el retraso de la trayectoria i y la velocidad de propagación v_p .

En resumen, la ecuación (3.15) proporciona un modelo paramétrico del fenómeno de la atenuación y de la multitrayectoria, mismo que describe la respuesta en frecuencia de los canales de la red eléctrica, la cual cubre efectos característicos dentro del rango de frecuencias de 500 kHz a 20 MHz. El número de trayectorias permite controlar la precisión del modelo, este número es importante para definir los canales de referencia en un sistema PLC [1,9].

Para tomar en cuenta una variedad de diferentes características posibles, en la práctica se proponen canales de referencia, tomando información de una gran base de consulta de datos [22, 23].

3.2.3. Modelos en canales externos

Para poder cubrir los diversos tipos de canales y sus diferentes características, se han seleccionado varias longitudes y niveles de calidad; con ello se han determinado algunos modelos.

Las siguientes longitudes han sido definidas [22]:

- a) Distancias cortas: 150 m.
- b) Distancias medias: 250 m.
- c) Distancias largas: 350 m.

Se tienen diferentes calidades para cada distancia, en la referencia [22] se puede encontrar las características de todos los modelos. A continuación se exponen 4 de estos modelos, considerados como suficientemente representativos:

- Canal de referencia 1:

Representa un canal sin bifurcaciones con distancias cortas de 150 m., por lo que solo 5 trayectorias son consideradas. El canal provoca poca atenuación. En la tabla 3.2 se muestran los parámetros relacionados con este canal.

Tabla 3.2. Parámetros del canal de referencia 1

Parámetros de atenuación: $a_0 = 0$ $a_1 = 1.65 \cdot 10^{-9} s/m$ $k=1$					
Parámetros de trayectoria:					
i	g_i	d_i/m	i	g_i	d_i/m
1	0.09	100	4	-0.012	190
2	-0.012	130	5	0.022	300
3	0.012	160			

- Canal de referencia 2:

Este canal también tiene poca atenuación, maneja los mismos 150 m. de longitud, pero tiene caídas con selección en frecuencias. Este modelo maneja 15 trayectorias. La tabla 3.3 muestra los parámetros de dichas características.

Tabla 3.3. Parámetros del canal de referencia 2

Parámetros de atenuación: $a_0 = 0$ $a_1 = 2.5 \cdot 10^{-9} s/m$ $k=1$					
Parámetros de trayectoria:					
i	$g_i \cdot 10^2$	d_i/m	i	$g_i \cdot 10^2$	d_i/m
1	1.832	113.2	9	1.263	411
2	0.516	90.1	10	-0.622	490
3	0.765	101.8	11	1.156	567
4	-1.031	143	12	-0.978	740
5	-0.800	148	13	0.747	960
6	-0.711	200	14	-1.049	1130
7	0.676	261	15	0.871	1250
8	-0.676	322			

- Canal de referencia 3:

Este modelo representa 12 trayectorias, con una distancia media de 250 m. y con caídas en el rango de los 4 MHz. Los cuales están regidos por los parámetros de la tabla 3.4.

Tabla 3.4. Parámetros del canal de referencia 3

Parámetros de atenuación: $a_0 = 0$ $a_1 = 4.5 \cdot 10^{-9} s/m$ $k=1$					
Parámetros de trayectoria:					
i	$g_i \cdot 10^2$	d_i/m	i	$g_i \cdot 10^2$	d_i/m
1	3.02	211.5	7	3.20	330
2	4.45	228	8	-3.56	360
3	-1.78	243	9	0.89	390
4	-2.13	254	10	-2.67	420

5	5.87	278	11	2.67	540
6	-6.58	306	12	-2.67	740

- Canal de referencia 4:

Este modelo de canal corresponde al tercer grupo de distancias largas de 350 m., pero solo tiene 5 trayectorias y no presenta caídas grandes en frecuencia. La tabla 3.5 muestra los parámetros de este canal.

Tabla 3.5. Parámetros del canal de referencia 4

Parámetros de atenuación: $a_0 = 8 \cdot 10^{-3} /m$ $a_1 = 3.5 \cdot 10^{-9} s/m$ $k=1$					
Parámetros de trayectoria:					
i	g_i	d_i/m	i	g_i	d_i/m
1	0.26	300	4	0.25	450
2	0.05	350	5	-0.35	510
3	-0.03	370			

Las figuras de la 3.4 a la 3.7 [22], muestran las características en frecuencia de cada uno de estos cuatro modelos.

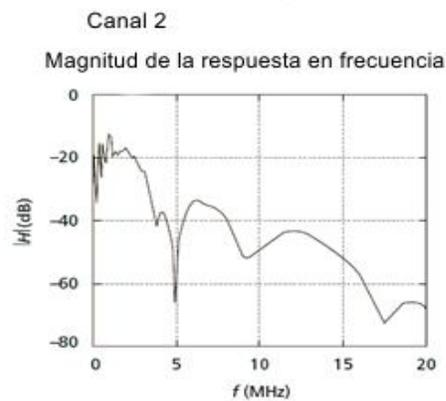
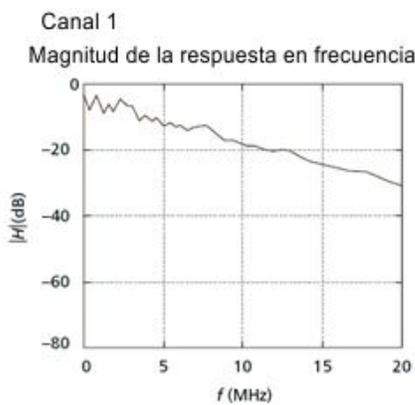


Figure 3.4. Canal de referencia 1 (150 m, “bueno”).

Figure 3.5. Canal de referencia 2 (150 m, “malo”).

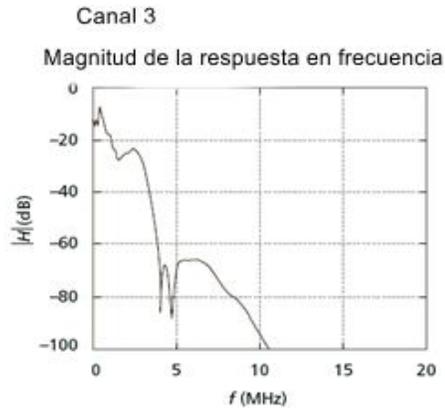


Figure 3.6. Canal de referencia 3 (250 m, “medio”)

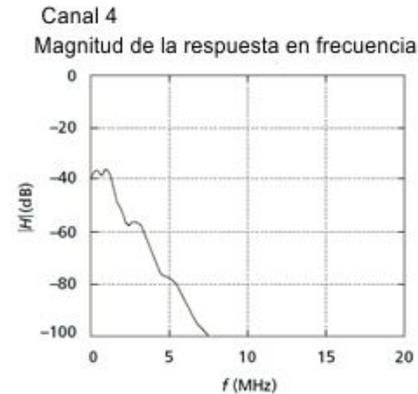


Figure 3.7. Canal de referencia 4 (350 m, “bueno”)

3.2.4. Modelos en redes domésticas o *indoor*

Diferentes aproximaciones para modelos de redes domésticas han sido utilizadas, en [24] se divide a las mediciones en tres clases. La fase en estos modelos es considerada como cero para cada trayectoria, lo cual conduce a respuestas de impulso con valores positivos únicamente.

La duración de la respuesta al impulso, es la diferencia en tiempo entre el primero y el segundo impulso. El número de trayectorias genera el número de impulsos simples, formando así la respuesta global al impulso. Adicionalmente, como consecuencia del retardo de la propagación de la señal en la trayectoria más corta, un retardo inicial puede ser añadido antes del primer impulso.

De acuerdo a [22] los valores máximos y mínimos están acotados por los valores de la tabla 3.6, la cual muestra los valores de los diferentes modelos, mismos que fueron obtenidos por mediciones reales. En estos modelos se aprecia el número de trayectorias, así como los tiempos de retardo de la respuesta al impulso.

Tabla 3.6. Valores para los canales de referencia domésticos *indoor*.

Modelo	Número de trayectorias	Retardo de la respuesta al impulso μs	Retardo inicial μs	Amplitud máxima	Amplitud mínima
1	5	0.5	0.2	0.05	0.005
2	10	1.0	0.2	0.01	0.002
3	15	1.5	0.5	0.003	0.0003
4	20	2.0	0.5	0.0005	0.0001

3.2.5. Procedimiento general para obtener los modelos de una red doméstica del tipo *indoor*.

Dependiendo del modelo de canal, el número de trayectorias es considerado, la duración de la respuesta al impulso y los rangos de las amplitudes están dados en la tabla 3.6. Dicho procedimiento puede ser utilizado en redes domésticas *indoor* con muchos nodos y distribuciones aleatorias en longitud para cada trayectoria. También, se toma en cuenta que las propiedades del canal están en constante cambio, debido a que dispositivos eléctricos dentro de la red, son encendidos y/o apagados de manera aleatoria.

De acuerdo al estudio de estas redes, la generación de los modelos de referencia se obtiene de la siguiente manera [22].

- La respuesta al impulso inicia con un impulso positivo de amplitud máxima, las amplitudes disminuyen exponencialmente hasta que el último impulso tiene la amplitud mínima.
- Empezando desde el segundo impulso, las polaridades de los impulsos son aleatoriamente escogidas.
- La posición en el tiempo de los impulsos también es aleatoriamente escogida respecto a la variación del ancho de banda.

La figura 3.8 ilustra el procedimiento para un número de $N_p = 5$ trayectorias.

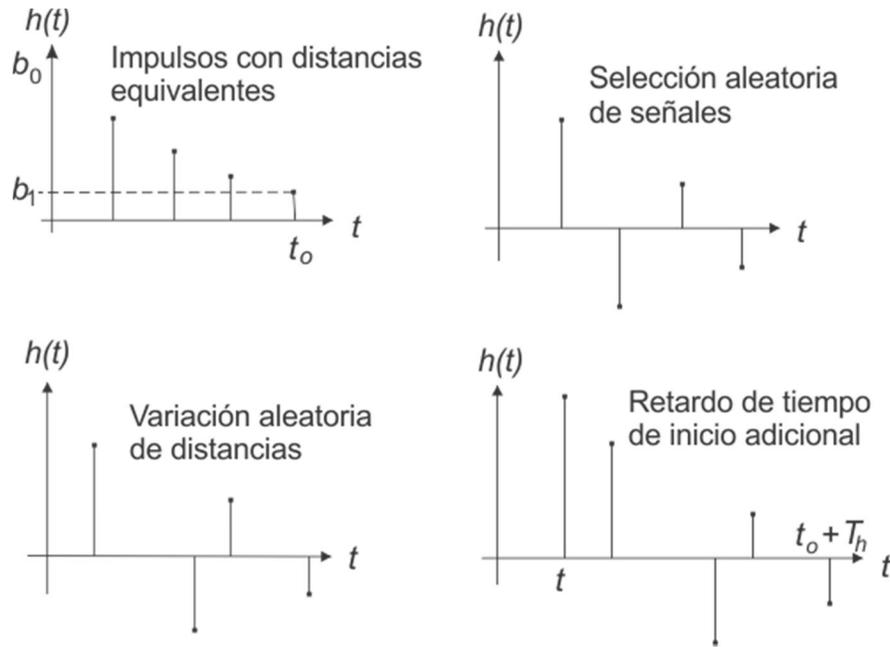


Figura 3.8. Diseño de modelos de referencia de una red doméstica *indoor*. [22]

Primeramente los impulsos son distribuidos uniformemente sobre el valor de la respuesta al impulso T_h .

$$t_i = \frac{T_h}{N_p - 1} \cdot i, \quad i = 1, \dots, N_p - 1 \quad (3.16)$$

Las amplitudes son dadas por un decaimiento exponencial definido por:

$$f(t) = b_0 \cdot \left(\frac{b_1}{b_0}\right)^{\frac{t}{T_h}} \quad (3.17)$$

Enseguida el signo de los impulsos es escogido aleatoriamente. Las posiciones en el tiempo de las trayectorias restantes $2 \dots N_p - 1$ son cambiadas con valores aleatorios entre cero y

$$\Delta t = \pm \frac{1}{2} \frac{T_h}{N_p - 1} \cdot k_s \quad (3.18)$$

El factor de variación k_s corresponde al valor absoluto de la variación máxima y está normalizado entre cero y uno.

Como un último paso, el pulso generado es desplazado a la derecha proporcionalmente al tiempo de retardo inicial.

La figura 3.9 muestra el resultado del modelado para cuatro casos de canal, generados con los valores de las tablas 3.7 – 3.10. Un valor de variación de $k_s= 0.9$ fue usado para cada canal. Mientras más trayectorias se consideren, se puede apreciar el esparcimiento entre ellas y el decaimiento generado.

Para más detalles de los modelos de redes domésticas *indoor* el lector puede ir a la referencia [24].

Tabla 3.7. Parámetros para el canal de referencia *indoor* modelo 1

I	Tiempo	Amplitud	i	Tiempo	Amplitud
1	0.2 μ s	0.05	4	0.63 μ s	0.0089
2	0.36 μ s	-0.028	5	0.68 μ s	-0.0050
3	0.40 μ s	0.0158			

Tabla 3.8. Parámetros para el canal de referencia *indoor* modelo 2

i	Tiempo	Amplitud	i	Tiempo	Amplitud
1	0.2 μ s	0.01	6	0.72	0.0041
2	0.34 μ s	-0.0084	7	0.89	-0.0034
3	0.40 μ s	-0.0070	8	1.01	-0.0029
4	0.54 μ s	0.0058	9	1.11	-0.0025
5	0.63 μ s	-0.0049	10	1.15	0.0020

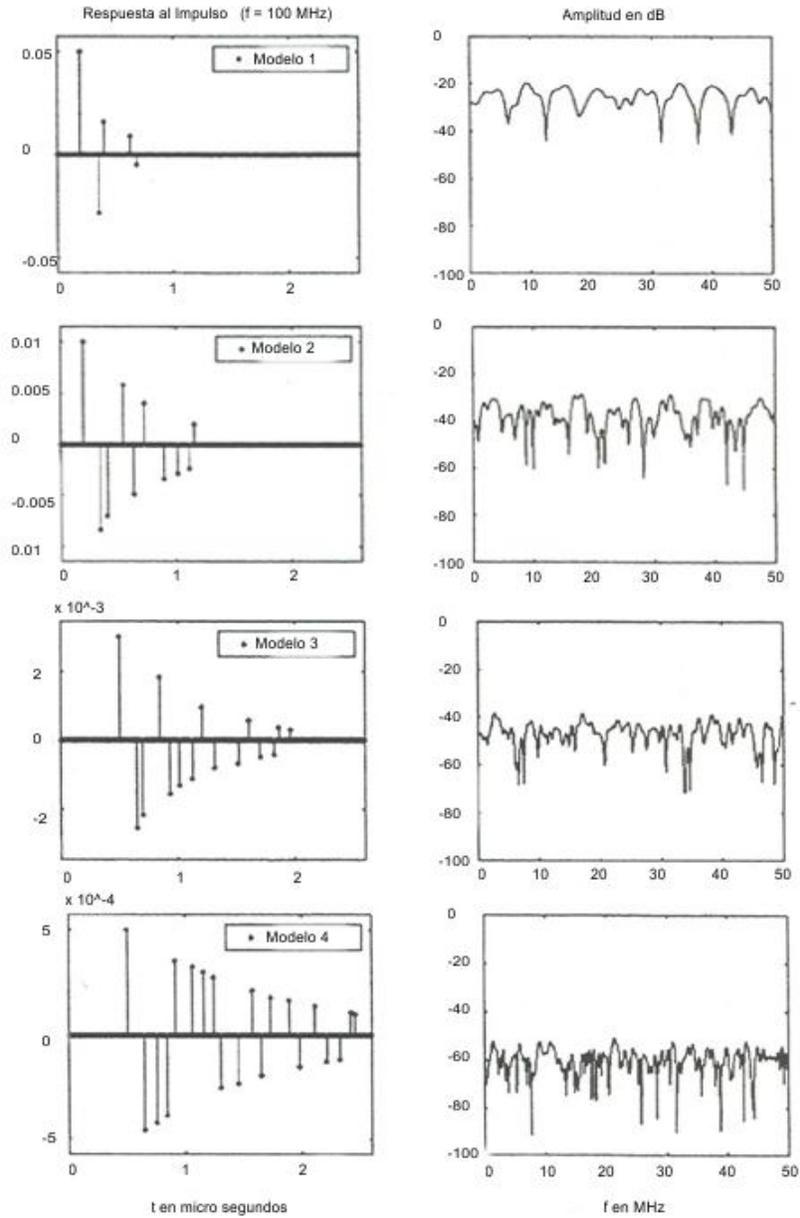


Figura 3.9. Modelos de referencia para canales de una red doméstica *indoor*. [22]

Tabla 3.9. Parámetros para el canal de referencia *indoor* modelo 3

i	Tiempo	Amplitud	i	Tiempo	Amplitud
1	0.5	3.00	9	1.31	-0.80
2	0.65	-2.55	10	1.51	-0.68
3	0.7	-2.16	11	1.60	0.58

4	0.84	1.83	12	1.70	-0.49
5	0.93	-1.55	13	1.82	-0.42
6	1.01	-1.32	14	1.86	0.35
7	1.12	-1.12	15	1.96	0.30
8	1.2	0.95			

Tabla 3.10. Parámetros para el canal de referencia *indoor* modelo 4

i	Tiempo	Amplitud	i	Tiempo	Amplitud
1	0.50	0.500	11	1.57	0.214
2	0.65	-0.459	12	1.65	-0.197
3	0.75	-0.422	13	1.73	0.181
4	0.84	-0.388	14	1.89	0.166
5	0.91	0.356	15	1.98	-0.153
6	1.06	0.327	16	2.11	0.140
7	1.15	0.301	17	2.21	-0.129
8	1.24	0.276	18	2.33	-0.119
9	1.30	-0.254	19	2.42	0.109
10	1.45	-0.233	20	2.46	0.100

3.3. Modelo de ruido

Dado que se trata de un modelo de ruido compuesto por varias perturbaciones, no es posible analizar estos tipos de canales con un modelo de ruido convencional de los sistemas de comunicaciones, como es el modelo clásico de ruido aditivo, blanco, Gaussiano (AWGN). Zimmermann et al. [1,9] clasifican los varios tipos de ruidos del sistema PLC como se muestra en la figura 3.10 y los describe de la siguiente manera.

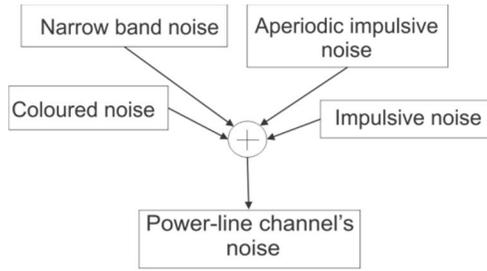


Figura 3.10. Modelo general de ruido de un canal PLC.

3.3.1. Ruido coloreado

Este tipo de ruido es causado por la superposición de múltiples fuentes de ruido, es de baja potencia y decrece su densidad espectral de potencia conforme la frecuencia es mayor. La curva de la densidad espectral de potencia se aproxima por una exponencial [22]. Dicha función está dada por la siguiente ecuación:

$$A(f) = A_{\infty} + A_0 \cdot e^{-f/f_0} \tag{3.19}$$

donde A_{∞} , es la densidad espectral de potencia para cuando $f \rightarrow \infty$, A_0 es la diferencia entre $A(0)$ y $A(\infty)$ y la cantidad f_0 representa la tasa de decaimiento, figura 3.11.

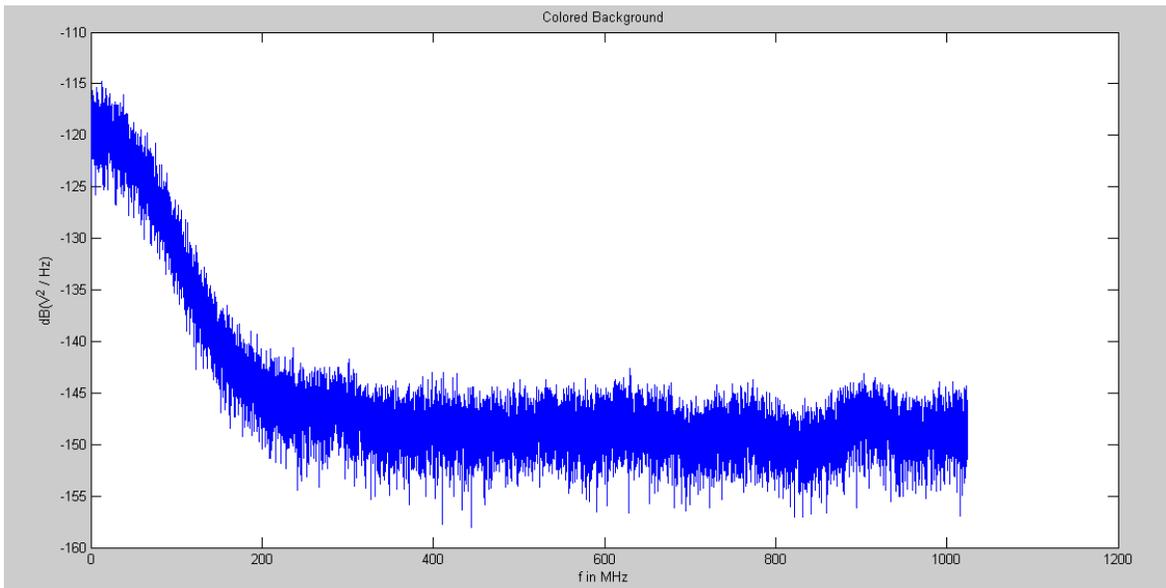


Figura 3.11. Ruido coloreado.

3.3.2. Ruido de banda estrecha

Este ruido se compone de señales de radio presentes en el rango de frecuencias de uso. Por tal motivo la intensidad y la frecuencia dependen del espacio y del tiempo. Este ruido se puede expresar por la suma de funciones sinusoidales con diferentes amplitudes. Una representación gráfica está dada en la figura 3.12.

$$n(t) = \sum_{i=1}^N A_i(t) \cdot \sin(2\pi f_i t + \varphi_i) \quad (3.20)$$

En esta expresión las N señales tienen diferentes parámetros en frecuencia f_i , amplitud $A_i(t)$ y fase φ_i .

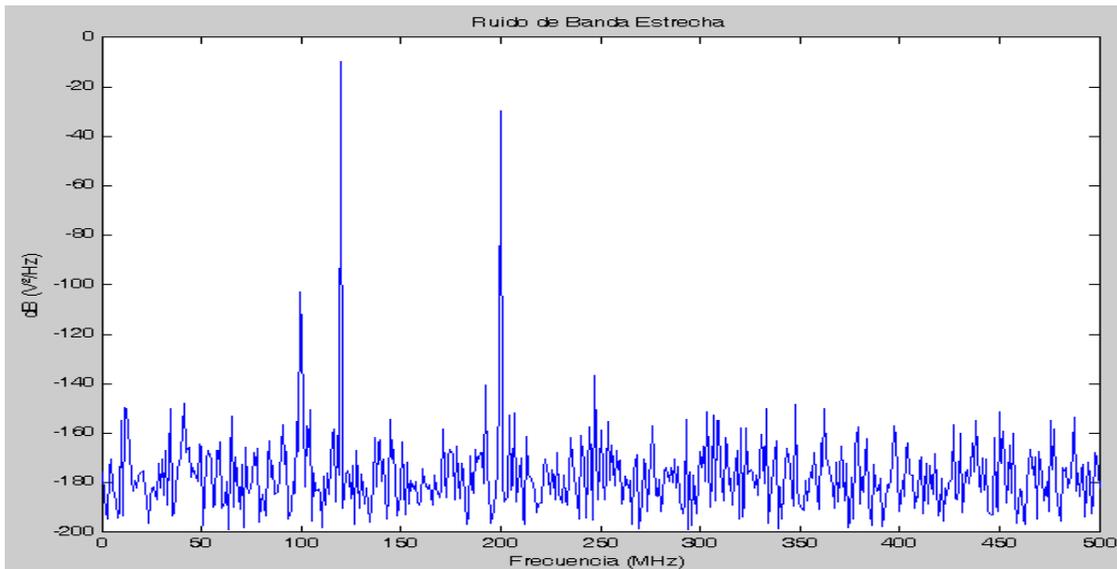


Figura 3.12. Ruido de banda estrecha.

3.3.3. Ruido impulsivo periódico síncrono

Este ruido se encuentra en el rango de frecuencias entre 50 y 100 Hz y es causado por los convertidores de potencia. La figura 3.13 ilustra un ejemplo de este tipo de ruido.

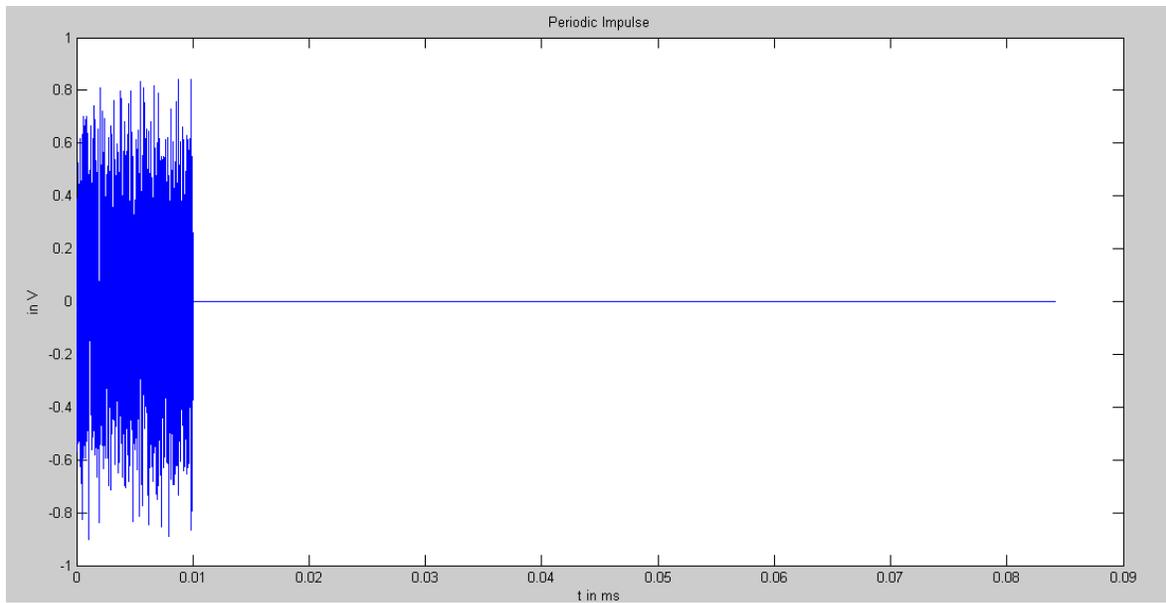


Figura 3.13. Ejemplo de ruido impulsivo.

3.3.4. Ruido impulsivo periódico asíncrono

Este tipo de ruido es causado principalmente por fuentes de alimentación conmutadas. El rango de frecuencias en donde tiene efecto está entre 50 KHz y 2 MHz, sin embargo, actúa por cortos tiempos y en bajas potencias, por lo cual en las simulaciones, éste puede ser considerado como parte del ruido coloreado.

3.3.5. Ruido impulsivo aperiódico

Puede ser considerado como el ruido más perjudicial, causado por todas aquellas operaciones de encendido y apagado de motores, ocasionadas por electrodomésticos, máquinas electromecánicas, etc. Debido a ello, este ruido a menudo puede ser un ruido de tipo ráfaga.

Este ruido tiene tres parámetros que lo caracterizan: amplitud, tiempo de impulso y tiempo entre impulsos, estos parámetros no son constantes, figuras 3.14 y 3.15.

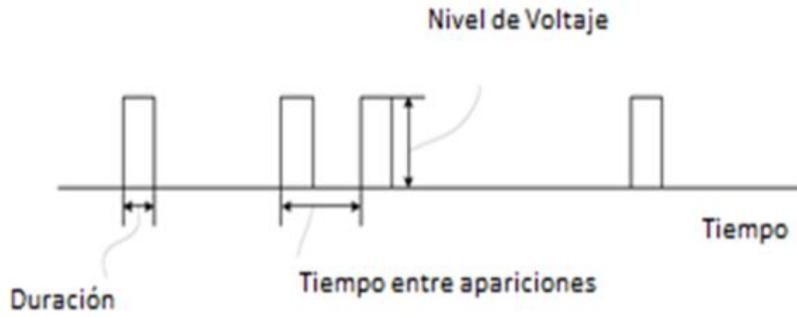


Figura 3.14. Modelo de ruido impulsivo aperiódico.

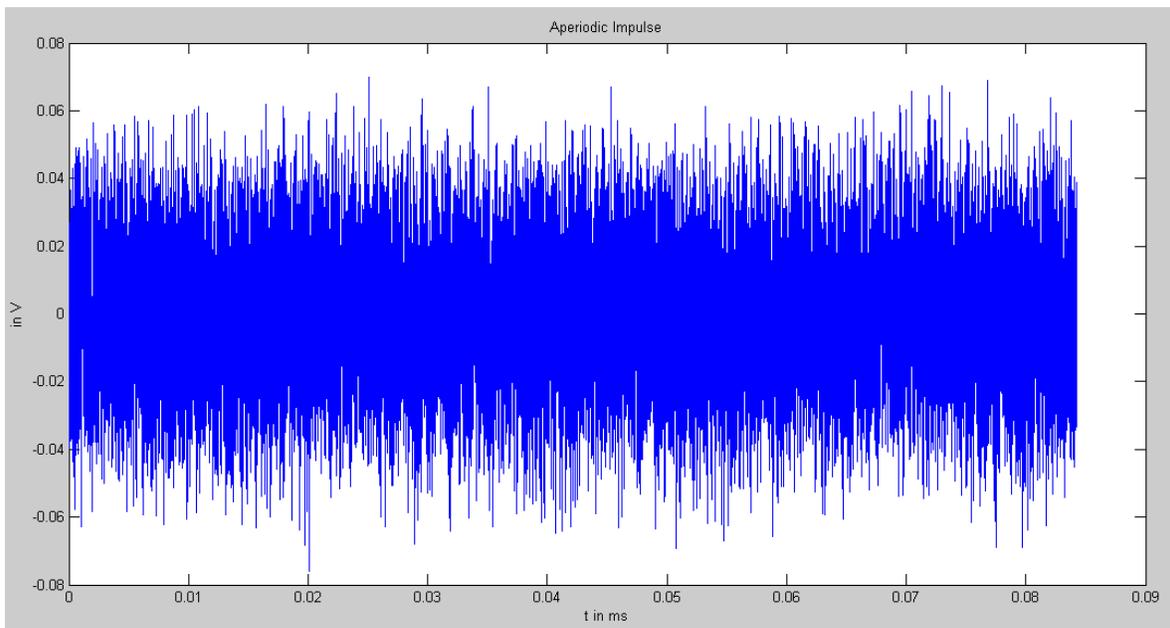


Figura 3.15. Ejemplo de ruido impulsivo aperiódico.

Para las transmisiones de datos por la red eléctrica este ruido es muy perjudicial, ya que sus características de amplitud y de densidad espectral de potencia exceden por mucho los parámetros de los otros ruidos.

4. Multiplexación ortogonal por división en frecuencia OFDM

4.1. Introducción

OFDM es una técnica multiportadora ampliamente probada en aplicaciones como transmisión de audio digital (DAB), transmisión terrestre de video digital (DVBT) y ADSL (línea de suscriptor digital asimétrica), en estas últimas OFDM recibe más comúnmente el nombre de DMT (Multi Tonos Discretos).

La historia de OFDM se remonta a la década de 1960 cuando R. W. Chang publicó su documento sobre la síntesis de señales de banda limitada para transmisión multi-canal [66], donde presentó el principio para transmitir mensajes simultáneamente a través de un canal lineal limitado en banda sin la ISI (Interferencia Inter Símbolo) e ICI (Interferencia Inter Canal). Poco después que Chang presentó su documento, B. R. Saltzberg realizó un análisis del desempeño [49] donde concluyó que “la estrategia para diseñar un sistema paralelo eficiente debe concentrarse más en reducir el efecto crosstalk entre canales adyacentes que en perfeccionar los canales individuales, ya que las distorsiones producto del efecto crosstalk tienden a dominar”. Esta fue una conclusión importante que fue comprobada en el procesamiento digital de banda base que surgió algunos años después.

4.2. Descripción

La multiplexación ortogonal por división en frecuencia (orthogonal frequency division multiplexing: OFDM) es una técnica usada frecuentemente en comunicaciones inalámbricas, debido a sus características de robustez respecto al ruido del canal de radiofrecuencia. Esta técnica, que es una combinación de modulación y multiplexación, puede operar a grandes tasas de transmisión dado que mantiene un buen desempeño aún en condiciones de baja relación señal a ruido. Es aplicada a una serie de señales independientes las cuales son creadas a partir de una señal principal.

En contraposición con la manera en que operan las comunicaciones típicas monoportadora, o *single carrier* (SC), donde cada símbolo se transmite en serie (uno a la vez) ocupando todo el ancho de banda disponible, en una modulación multiportadora se envían los símbolos paralelamente en subportadoras adyacentes, es decir, usando algún tipo de multiplexación por división de frecuencias (FDM). Una representación gráfica de esta forma de hacer una comunicación se puede apreciar en la figura 4.1.

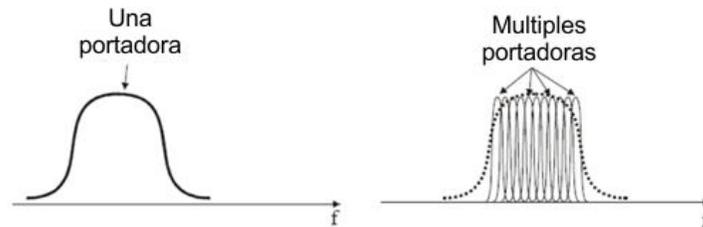


Figura 4.1. Comparación entre transmisión SC y multiportadora (OFDM).

A lo largo del desarrollo de las comunicaciones, diversos métodos para FDM han sido ampliamente utilizados para canales selectivos en frecuencia, tal como lo sería un canal con multitrayectoria. El problema constante que había presentado este tipo de multiplexación es la prevención del traslape entre subportadoras, lo que exige la consideración de una región de espectro de separación entre ellas (bandas de guardia). Esta banda de guardia debía ser igual a lo que permitiera la precisión de los filtros en el receptor.

La separación y posterior discriminación entre subportadoras no supone tampoco un eficiente aprovechamiento del ancho de banda. Es entonces que se propone como alternativa la OFDM [13, 14, 26].

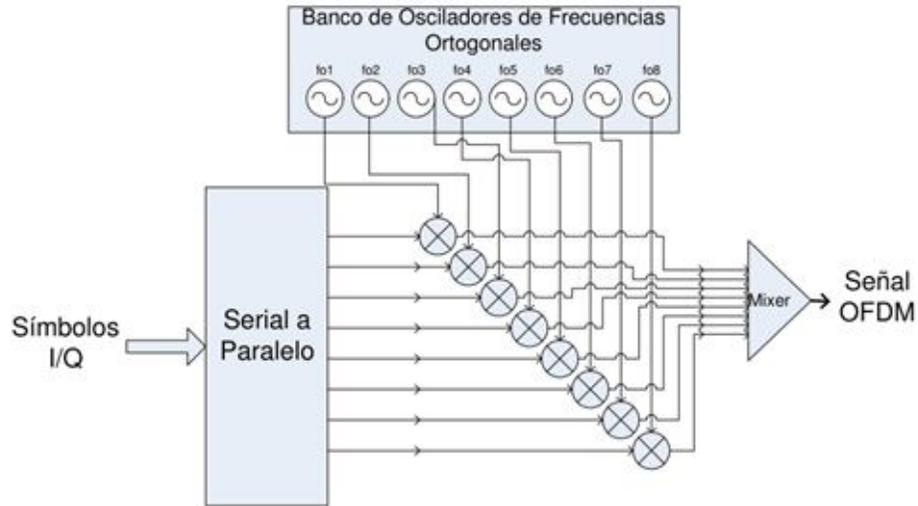


Figura 4.2. Modulación OFDM realizada en RF con 8 subportadoras.

En la figura 4.2 se puede observar un esquema de lo que sería una implementación de OFDM con únicamente 8 frecuencias ortogonales, por facilidad en la representación, realizada totalmente en la etapa de radiofrecuencia (RF). Se observa la dependencia del sistema respecto a la precisión de cada oscilador y demás elementos como mezcladores y divisores, que pueden introducir espurias, debiendo considerar también las no linealidades de los filtros y los amplificadores que suponen una demodulación coherente en el receptor. Si tomamos en cuenta que normalmente en los sistemas actuales de comunicaciones se requeriría un número mucho más elevado de subportadoras, la complejidad y los costos serían prohibitivos en este tipo de dispositivos. A pesar de estas limitantes, este concepto fue introducido desde los años 60's para usarse en transmisiones militares de alta frecuencia, con la tecnología de aquella época.

4.3. iFFT/FFT

En vez de utilizar los bancos de osciladores y la onerosa circuitería de RF, como parte teórica fundamental, la transformada discreta de Fourier (DFT) y su inversa (iDFT) son las herramientas que le han dado viabilidad a OFDM.

En 1971, Weinstein y Ebert [27] introdujeron la iFFT/FFT para OFDM junto con el concepto de intervalo de guardia, para evitar la interferencia intersimbólica (ISI) y la interferencia intercanal (ICI).

De la algorítmica de Fourier correspondiente, se sabe que el algoritmo rápido de la FFT, como una implementación de la DFT, también tiene su versión inversa, la iFFT, que funciona exactamente con el mismo algoritmo.

Para comprender su utilización deberemos partir del concepto mismo de la transformada de Fourier y su inversa. Teniendo establecida cualquier señal continua $x(t)$ en el dominio del tiempo, la transformada de Fourier $F\{x(t)\}$, constituye la relación con la misma señal en su representación en el dominio de la frecuencia, $X(\omega)$, tal como se puede ver en (4.1) y (4.2) que definen la transformada de Fourier y su transformada inversa respectivamente.

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt = \mathcal{F}\{x(t)\} \quad (4.1)$$

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega = \mathcal{F}^{-1}\{X(\omega)\} \quad (4.2)$$

Donde la relación entre la frecuencia en radianes y la frecuencia en Hz, está dada en (4.3).

$$\omega = 2\pi f \quad (4.3)$$

Estas nociones son ampliamente conocidas en la teoría de las telecomunicaciones, y de manera más particular en las comunicaciones inalámbricas, donde el análisis en frecuencia tiene mucha importancia, al ser el espectro un recurso caro y controlado por los reguladores estatales. Por tanto, su utilización puede mejorarse, usando conceptos de procesamiento de señales y métodos numéricos.

Conociendo la base de que la transformada rápida de Fourier, en su operación se toma un número definido de muestras N_{FFT} en el tiempo, y nos calcula como resultado el mismo número N_{FFT} de muestras en el dominio de la frecuencia.

Al obtener una multiplexación OFDM de una señal formada por la sumatoria de señales, tales que en el dominio de la frecuencia correspondan a frecuencias adyacentes y con una separación constante. Esta disposición coincide con la utilizada en la información del contenido espectral que tiene la FFT. Es por esto que para la generación y transmisión de OFDM, se utiliza la transformación iFFT, puesto que el paso previo en el esquema de transmisión consiste en hacer un mapeo del contenido de cada subportadora, para que luego la transformada inversa convierta

esta información en las muestras de una señal en el tiempo. En el lado del receptor, es en consecuencia la FFT la que hace la operación de separar los datos entre las subportadoras en el demodulador. La figura 4.5 muestra el esquema general de un sistema OFDM.

El mérito de esta metodología es que de una manera sencilla y muy eficiente, con la iFFT se asegura que las subportadoras producidas sean además, ortogonales entre sí.

Como se indica en (4.4), la operación con las señales discretas y sus transformadas, implica el trabajo bajo el régimen de un tiempo de muestreo T_u , que es esencialmente el que pone las limitantes básicas de tiempo, y por ende, de alguna de las principales características temporales del sistema.

Es así que el ancho de banda teórico W es igual a f_s , y el espaciamiento entre subportadoras, o lo que es lo mismo, el ancho de banda de subportadora, queda dado por:

$$\Delta f = \frac{f_s}{N_{FFT}} = \frac{1}{T_u} \quad (4.4)$$

Denotando T_u como el tiempo útil del símbolo generado con OFDM. Este valor se puede despejar de la misma ecuación (4.4), reescribiéndola como:

$$T_u = \frac{N_{FFT}}{f_s} \quad (4.5)$$

En la figura 4.3 se puede observar la disposición ideal de las subportadoras dentro de un rango de frecuencias. Esta disposición, se encuentra en el rango $[d_{\frac{N_{FFT}}{2}} \dots d_{\frac{N_{FFT}}{2}-1}]$, considerando f_k como la frecuencia correspondiente a la subportadora d_k , $f_k = \frac{k \cdot f_s}{N_{FFT}} + f_0$, $k \in [-\frac{N_{FFT}}{2}, \frac{N_{FFT}}{2} - 1]$.

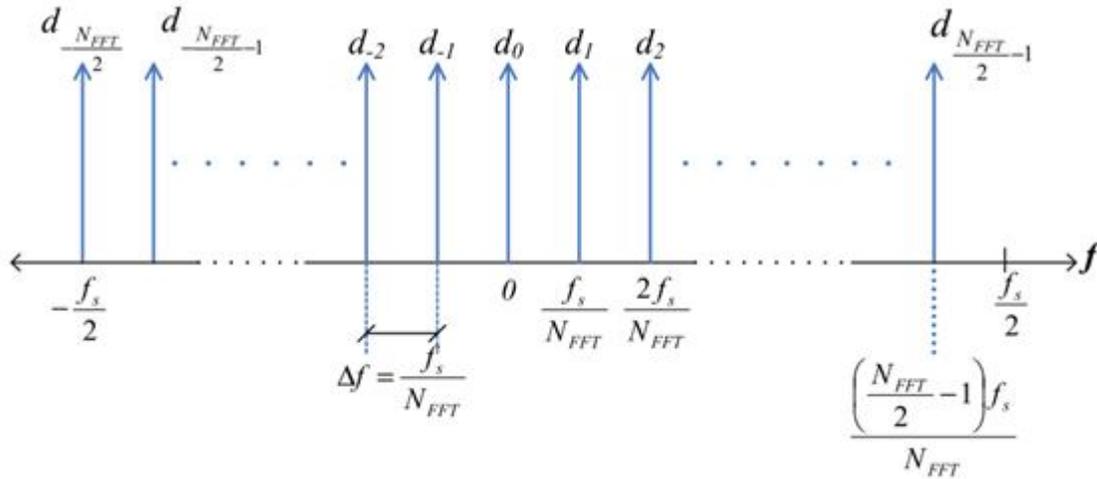


Figura 4.3. Disposición de los datos en los canales de frecuencias ortogonales contiguos en OFDM.

En OFDM, un número grande de subportadoras ortogonales, superpuestas, de banda estrecha, transmiten información en paralelo, esto es, se comparte entre ellas el ancho de banda disponible. La separación de las subportadoras es teóricamente mínima de tal manera que la utilización del espectro es bastante eficiente. Una de las características y ventajas del uso de OFDM es principalmente el manejo eficaz del receptor respecto a la interferencia debida a la multitrayectoria [28].

Siendo N subportadoras ortogonales las que se utilizan en un sistema OFDM cualquiera, éstas estarán separadas en frecuencia justamente por el valor correspondiente al inverso del tiempo útil del símbolo OFDM (T_u), y durante este período se transmitirán N símbolos independientes codificados por alguna de las modulaciones en fase y cuadratura I/Q conocidas: QPSK, 16-QAM, 64-QAM, etc. Entonces la señal modulada puede escribirse mediante la siguiente expresión:

$$s(t) = \text{Re} \left[e^{j\omega_c t} \cdot \sum_{k=1}^N A_k e^{j\frac{2\pi k t}{T_u}} \cdot e^{j\theta_k} \right] = \sum_{k=1}^N A_k \cos \left[\left(\omega_c + \frac{2\pi k}{T_u} \right) \cdot t + \theta_k \right] \quad (4.6)$$

donde las amplitudes A_k y las fases θ_k toman todos los valores propuestos de acuerdo a la potencia y al tamaño de la constelación correspondiente.

Idealmente, si cada fase y amplitud se mantienen estables durante todo el período de símbolo como se especifica en la teoría, entonces se puede demostrar la ortogonalidad que existe entre las subportadoras. Comprobando entonces la restricción de que para valores diferentes de los índices m y n , se cumple que el producto punto de dos cualesquiera señales moduladas es nulo, y está dado por:

$$\int_{T_u} A_m e^{j\left(\left(\omega_c + \frac{2\pi n}{T_u}\right)t + \theta_m\right)} \cdot A_n e^{-j\left(\left(\omega_c + \frac{2\pi m}{T_u}\right)t + \theta_n\right)} dt = 0 \tag{4.7}$$

Para este caso, las partes real e imaginaria correspondientes a las partes en fase y en cuadratura de la señal, tienen que ser multiplicadas por una forma de onda coseno o una senoide, para determinar la frecuencia de la señal OFDM. La figura 4.4 muestra un diagrama a bloques de un modulador OFDM.

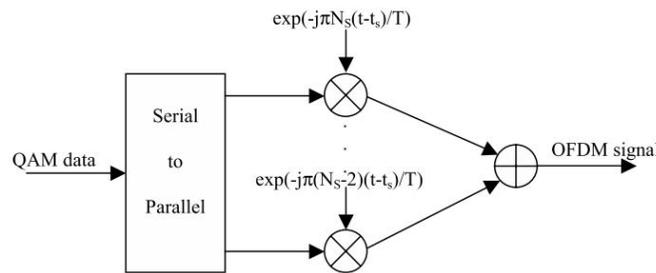


Figura 4.4. Modulador OFDM

4.4. Intervalo de guardia

El tiempo de guardia o intervalo de guardia (GI) se refiere a aquel período que se deja entre los símbolos OFDM consecutivos. Esta técnica tiene la finalidad de evitar la interferencia intersímbolo (ISI) e intercanal (ICI), en canales multitrayectoria. De acuerdo a la teoría, para cumplir con estos objetivos, su longitud debe corresponder al menos a la misma longitud del tiempo máximo de exceso de retardo (*maximum excess delay time*) (T_m) que caracteriza al canal.

Finalmente, en la figura 4.5 se observa un sistema completo de modulación OFDM, primeramente el proceso de modulación seguido del canal y terminando con la demodulación. En el proceso de modulación, se tienen los bloques de conversión de en serie a paralelo, seguido de la modulación I/Q, así como la inserción del intervalo de guardia y el bloque de la iFFT, por último la conversión de paralelo a en serie. Mientras que en el proceso de demodulación el proceso es inverso al correspondiente de la modulación.

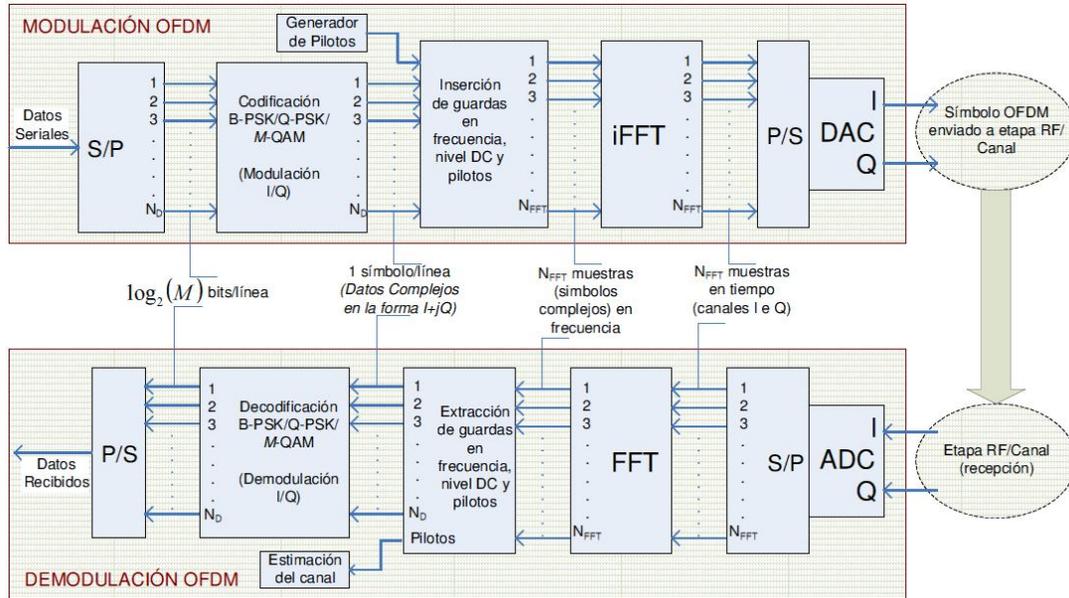


Figura 4.5. Esquema general para OFDM

5. Los códigos convolucionales

5.1. Introducción

Los códigos convolucionales representan un área de investigación dentro de la clase general de códigos de canal correctores de errores. Los códigos de canal permiten una comunicación segura de una secuencia de información sobre un canal con ruido.

Elias en [29] introduce la codificación convolucional en 1955. Estos códigos han encontrado muchas aplicaciones en transmisiones digitales de información, incluyendo comunicaciones en el espacio profundo y módems de voz y datos. Los códigos de convolución tienen su mayor uso en aplicaciones de baja latencia, tales como comunicaciones espaciales y son componentes importantes en los códigos turbo. Referencias clásicas sobre códigos convolucionales se encuentran en Lin y Costello [30] y Johannesson y Zigangirov [31].

5.2. Estructura del codificador

Como cualquier código de control de errores, los códigos convolucionales protegen la información adicionando bits de redundancia necesarios para introducir una distancia entre las palabras o secuencias codificadas que permita corregir los errores generados en el canal de comunicaciones.

Un codificador convolucional de tasa de codificación k/n procesa la secuencia de entrada formada por sucesiones de k -bits de información, a través, de uno o más registros de corrimiento binarios. El codificador convolucional calcula las sucesiones de símbolos codificados de n -bits ($n > k$), formando la secuencia de salida por medio de operaciones modulo 2 con el símbolo de la entrada de información actual y los contenidos de los registros de corrimiento que constituyen una memoria. Las figuras 5.1 y 5.2 ilustran un ejemplo en la implementación de un codificador de tasa de codificación típica de $1/2$.

5.2.1. Codificadores

Los codificadores convolucionales son máquinas de estados finitos, por lo tanto, los diagramas de estado proporcionan una representación del comportamiento de los códigos convolucionales. Las figuras 5.3 y 5.4 proporcionan los diagramas de estado para los codificadores de las figuras 5.1 y 5.2, respectivamente. El bit más significativo de los 2 bits de salida es el identificado como MSB (*most significant bit*) en las figuras 5.1 y 5.2.

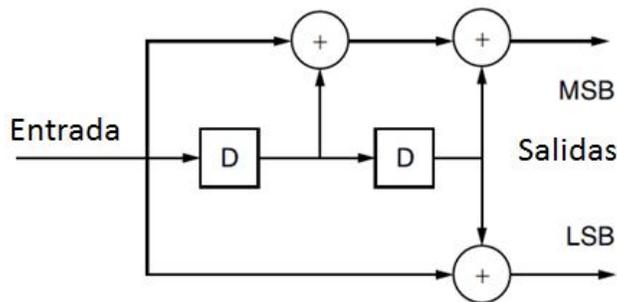


Figura 5.1. Codificador convolucional no recursivo y no sistemático, con dos registros de memoria (cuatro estados). MSB y LSB refieren al bit más significativo y menos significativo, respectivamente.

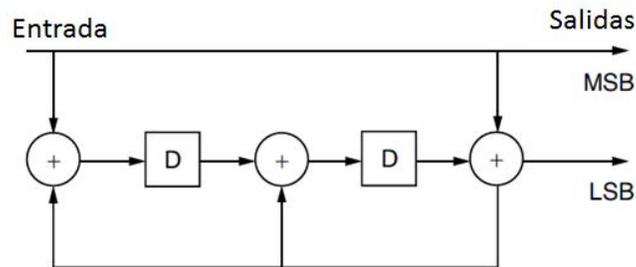


Figura 5.2. Codificador convolucional recursivo sistemático de tasa $\frac{1}{2}$ con dos registros de memoria (cuatro estados).

Estrictamente hablando, un código convolucional genera una secuencia codificada que corresponde a una sucesión de estados en el tiempo, a partir de un estado inicial que normalmente es el estado nulo.

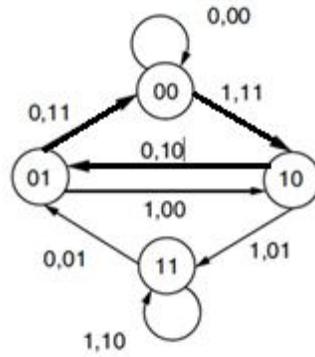


Figura 5.3. Diagrama de estados del codificador convolucional de la figura 5.1 con tasa 1/2.

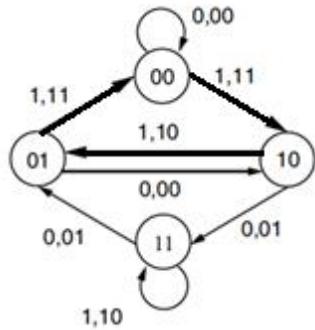


Figura 5.4. Diagrama de estados del codificador convolucional de la figura 5.2 con tasa 1/2.

5.2.2. Códigos catastróficos.

Se dice que un código convolucional es catastrófico si un número finito de errores en el canal, puede causar un número infinito de errores en la decodificación. Es por tanto necesario evitar este tipo de códigos. La característica catastrófica se puede identificar en el diagrama de estados del código. Un diagrama de estados que tiene un lazo en el cual una secuencia de información distinta de cero, corresponde a una secuencia de salida nula, lo cual identifica un código de este tipo. Figura 5.5.

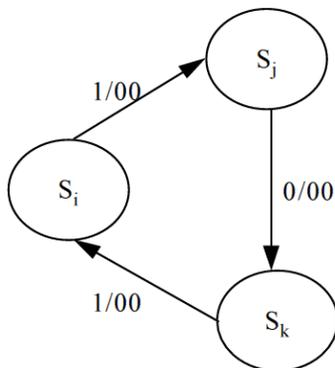


Figura 5.5. Lazo de un diagrama de estados correspondiente a un código catastrófico

5.3. Algoritmos de decodificación convolucional

Los algoritmos de decodificación convolucional infieren la secuencia de los valores de información transmitidos, a partir de la secuencia de símbolos recibidos con ruido. Existen tres familias de algoritmos de decodificación de estos códigos: secuencial, Viterbi, y máximo a posteriori (MAP). Wozencraft propuso la decodificación secuencial en 1957 [32]. Fano en 1963 [33] y Zigangirov en 1966 [34] complementan esta decodificación secuencial, misma que no se utiliza mucho por las cantidades de memoria que requiere, y que desde un punto de vista probabilístico puede llegar a desbordarse independientemente de su tamaño. Viterbi describe su algoritmo de decodificación en 1967 [35], el cual es el más utilizado en la actualidad para la decodificación clásica de códigos convolucionales. Se puede ver el trabajo de Forney en [36,37], quien introduce la estructura de enrejado “trellis” y muestra que la decodificación de Viterbi trabaja bajo el principio de máximo valor de verosimilitud (*maximum-likelihood*), en el sentido de que selecciona la secuencia recibida más cercana a la secuencia recibida con ruido, en términos de una distancia que puede ser la distancia de Hamming (decisión dura) o la distancia euclidiana entre vectores (decisión suave).

En 1974, Bahl et al [38] propusieron la decodificación MAP, bajo el criterio de máximo a posteriori, el cual minimiza la probabilidad de bit en error. Comparado con el algoritmo de Viterbi, el algoritmo MAP produce una pequeña disminución en la probabilidad de bit en error. Esta pequeña diferencia en rendimiento requiere aproximadamente dos veces la complejidad del

algoritmo de Viterbi, haciendo que el algoritmo MAP no sea muy atractivo en la práctica. Sin embargo, este algoritmo MAP es de suma importancia para la decodificación de turbo códigos. Para la aplicación del algoritmo MAP en los turbo códigos se puede consultar el artículo original de Berrou [39] y Benedetto [40].

5.3.1. Diagrama de enrejado “trellis”

Los diagramas de estado de las figuras 5.3 y 5.4 muestran las transiciones de estados posibles de un código en particular sin mostrar explícitamente el tiempo. Por otra parte, el diagrama de enrejado “trellis” consiste en las transiciones de los estados, pero registradas a lo largo del tiempo. Como resultado, los diagramas de “trellis” muestran largas trayectorias a través de los estados. La figura 5.6 muestra las transiciones en un tiempo dado del diagrama de “trellis” asociado a un codificador no recursivo y no sistemático, con tasa de codificación de $\frac{1}{2}$ y transición hacia adelante (*feed forward*), correspondiente a las figuras 5.1 y 5.3. Cada columna de estados en el diagrama de “trellis” incluye todos los estados del diagrama de estados original (cuatro para el ejemplo). Las ramas que salen de los estados de una determinada columna, llegan a los estados donde puede haber transición un tiempo después, en la columna siguiente.

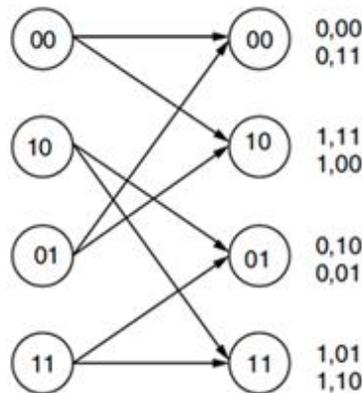


Figura 5.6. Un paso del diagrama de “trellis” de un código convolucional no recursivo y no sistemático, de tasa $\frac{1}{2}$ correspondiente a las figuras 5.1 y 5.3.

Se puede observar en la figura 5.6, que las etiquetas de rama aparecen a la izquierda y a la derecha del enrejado en lugar de en la misma rama. Para cada estado, la etiqueta superior pertenece a la rama superior que emana de, o incide en ese estado. En la figura 5.7 se muestra la ventaja del enrejado respecto al diagrama de estados, porque una transición de estados queda registrada en el tiempo, se utilizan flechas gruesas para mostrar el mismo camino marcado que en el diagrama de estados de la figura 5.3. Sin embargo, en la figura 5.3 el principio y el final de la ruta no quedaban suficientemente claros. En cambio en la figura 5.7 el camino claramente comienza en el estado 00, luego viaja a través de 10 y 01, antes de volver nuevamente a 00.

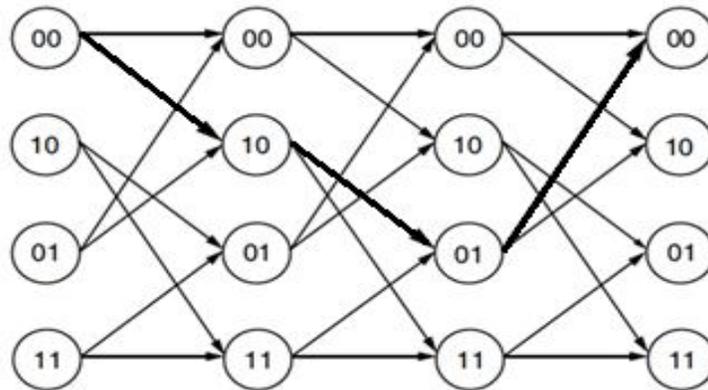


Figura 5.7. Diagrama de trellis para la ruta (trazo grueso) de la figura 5.3.

5.3.2. Algoritmo de Viterbi con decisión dura (distancia de Hamming)

En un código convolucional, la secuencia de entrada de información x es codificada en una secuencia c . Dicha secuencia es modulada y transmitida sobre un canal con ruido, en el receptor, se recibe una secuencia r ruidosa.

El algoritmo de Viterbi estima la secuencia (posiblemente transmitida) más cercana y , respecto a la secuencia recibida r , bajo el criterio de máxima verosimilitud (maximum likelihood, ML), de tal manera que maximiza la probabilidad condicional $p(r|y)$. En un código convolucional de tasa $r = \frac{k}{n}$, se considera una ventana deslizante en el tiempo en donde por cada k bits de entrada se generan n bits codificados. Se tiene entonces la secuencia de información de entrada al codificador:

$$x = (x_0^{(1)}, x_0^{(2)}, \dots, x_0^{(k)}, x_1^{(1)}, \dots, x_1^{(k)}, x_{L+m-1}^{(1)}, \dots, x_{L+m-1}^{(k)}) \quad (5.2)$$

Donde L indica el largo total de la secuencia de información de entrada y m denota la máxima longitud de los registros de corrimiento que forman el codificador. Adicionalmente a los datos, en la práctica son agregados m ceros al final de la secuencia de información para regresar al codificador a un estado inicial nulo. Por cuestiones de simplificación de la decodificación es recomendable que el codificador empiece y termine en el estado nulo de la máquina de estados asociada. En (5.2) el subíndice indica el tiempo, mientras que el superíndice denota el bit correspondiente en una ventana deslizante de longitud k a la entrada del codificador y de longitud n a la salida del mismo.

La secuencia recibida y estimada r e y respectivamente, pueden ser descritas de igual manera como:

$$r = (r_0^{(1)}, r_0^{(2)}, \dots, r_0^{(n)}, r_1^{(1)}, \dots, r_1^{(n)}, r_{L+m-1}^{(1)}, \dots, r_{L+m-1}^{(n)}) \quad (5.3)$$

$$y = (y_0^{(1)}, y_0^{(2)}, \dots, y_0^{(n)}, y_1^{(1)}, \dots, y_1^{(n)}, y_{L+m-1}^{(1)}, \dots, y_{L+m-1}^{(n)}) \quad (5.4)$$

Para la decodificación con el criterio de máxima verosimilitud ML, el algoritmo de Viterbi selecciona la posible secuencia transmitida y , tal que se maximice $p(r|y)$. El canal se supone que es sin memoria, por lo tanto, hay independencia estadística y el proceso de ruido que afecta a un bit recibido, es independiente del proceso de ruido que afecta a todos los otros bits recibidos. Por lo tanto, podemos escribir [41]:

$$\begin{aligned} p(r|y) &= \prod_{i=0}^{L+m-1} [p(r_i^{(1)} | y_i^{(1)}) p(r_i^{(2)} | y_i^{(2)}) \dots p(r_i^{(n)} | y_i^{(n)})] \\ &= \prod_{i=0}^{L+m-1} \left(\prod_{j=1}^n p(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) \right) \end{aligned} \quad (5.5)$$

Esta ecuación es la función de probabilidad condicional de r dada y , cuando r es recibida [41]. La estimación que maximiza $p(r|y)$, también maximiza la función $\log p(r|y)$ porque la función logarítmica es una función monótonica creciente. Así, la función de probabilidad condicional logarítmica puede ser definida como:

$$\log p(r|y) = \sum_{i=0}^{L+m-1} \left(\sum_{j=1}^n \log p(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) \right) \quad (5.6)$$

Para una mejor manipulación de las sumatorias sobre la función logarítmica, la métrica binaria es definida [41]:

$$M(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) = a [\log p(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) + b] \quad (5.7)$$

Donde a y b son escogidas de tal manera que la métrica binaria sea un entero pequeño positivo [41].

Los valores de a y b pueden ser definidos para un canal simétrico binario (BSC), o decodificación con decisión dura.

El canal simétrico binario es mostrado en la figura 5.8.

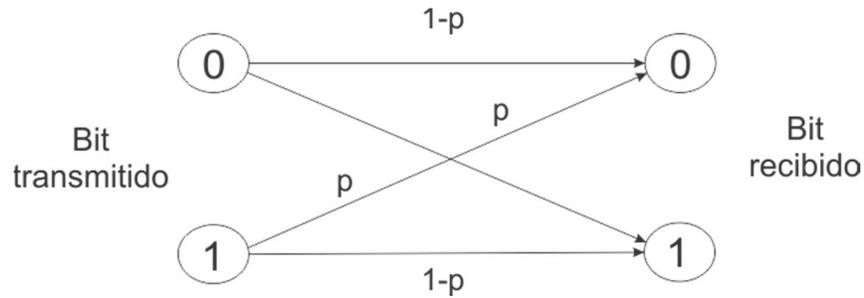


Figura 5.8. Modelo del canal simétrico binario donde $p < 1/2$, es la probabilidad de error.

Para un BSC, los valores a y b pueden escogerse en dos distintas maneras. En la forma más convencional, se tiene:

$$a = \frac{1}{\log p - \log(1-p)} \quad (5.8)$$

y

$$b = -\log(1-p) \quad (5.9)$$

La métrica binaria resultante es entonces [41]:

$$M(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) = \frac{1}{[\log p - \log(1-p)]} [\log p(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) - \log(1-p)] \quad (5.10)$$

Del modelo BSC, es claro que $p(r_i^{(j)} | y_i^{(j)})$ puede solo tomar valores de p y $1-p$.

La tabla 5.1 muestra la métrica binaria resultante.

Tabla 5.1 Valores convencionales de una métrica binaria [41].

$M(r_i^{(j)} y_i^{(j)})$	Bit recibido $r_i^{(j)} = 0$	Bit recibido $r_i^{(j)} = 1$
Bit decodificado $y_i^{(j)} = 0$	0	1
Bit decodificado $y_i^{(j)} = 1$	1	0

La métrica binaria muestra el costo de recibir y decodificar bits. Por ejemplo, si el bit decodificado es $y_i^{(j)} = 0$ y el bit recibido es $r_i^{(j)} = 0$, entonces el costo será $M(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) = 0$. Sin embargo, si se tiene el bit decodificado $y_i^{(j)} = 0$ y el bit recibido $r_i^{(j)} = 1$, entonces el costo será $M(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) = 1$. Así, el algoritmo de Viterbi escoge a lo largo del enrejado de “trellis” la secuencia del código y , que tenga el menor costo, o la menor distancia relativa de Hamming respecto a la secuencia recibida ruidosa r .

De manera alternativa, a y b pueden ser escogidas como:

$$a = \frac{1}{\log(1-p) - \log p} \tag{5.11}$$

y

$$b = -\log p \tag{5.12}$$

Ahora, la métrica binaria resultante es [41]:

$$M(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) = \frac{1}{[\log(1-p) - \log p]} [\log p(r_i^{(j)} | y_i^{(j)}) - \log p] \tag{5.13}$$

La tabla 5.2 muestra dicha métrica.

Tabla 5.2 Valores alternativos para la métrica binaria [41].

$M(r_i^{(j)} y_i^{(j)})$	Bit recibido $r_i^{(j)} = 0$	Bit recibido $r_i^{(j)} = 1$
Bit decodificado $y_i^{(j)} = 0$	1	0
Bit decodificado $y_i^{(j)} = 1$	0	1

Para este caso, el algoritmo de Viterbi decide cuál es la secuencia de código y , a lo largo del enrejado de “trellis” que tiene el mayor costo o mayor distancia de Hamming con respecto a la secuencia recibida r . Adicionalmente, para un canal arbitrario, los valores de a y b se pueden determinar mediante un experimento de “prueba y error” para obtener una métrica binaria aceptable.

Considerando la métrica binaria [41], una ruta es definida de la siguiente manera:

$$M(r|y) = \sum_{i=0}^{L+m-1} \left(\sum_{j=1}^n M(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) \right) \quad (5.14)$$

e indica el costo total de estimar la secuencia decodificada y , a partir de la secuencia recibida r , utilizando el enrejado de “trellis”, siguiendo entonces el criterio de máxima verosimilitud. También, la k -ésima métrica de una rama del enrejado es definida como:

$$M(r_k|y_k) = \sum_{j=1}^n M(r_k^{(j)}|y_k^{(j)}) \quad (5.15)$$

y la k -ésima métrica parcial de una rama es definida como:

$$M^k(\mathbf{r}|\mathbf{y}) = \sum_{i=0}^k M(r_i|y_i) = \sum_{i=0}^k \left(\sum_{j=1}^n M(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) \right) \quad (5.16)$$

la k -ésima métrica de una rama indica el costo de escoger una rama del diagrama de “trellis”. La k -ésima métrica parcial de una rama indica el costo de escoger una secuencia de bits decodificada parcialmente y , hasta el índice de tiempo k .

El algoritmo de Viterbi utiliza el diagrama de “trellis” para calcular las métricas de rama. Cada nodo, en el diagrama de trellis (Figuras 5.6 y 5.7) tiene asignado un valor, que corresponde a la métrica de rama parcial. La métrica de rama parcial es determinada para los estados $s = 0$, en el tiempo $t = 0$, y para un estado particular $s = k$ para el tiempo $t > 0$. En cada estado, la mejor métrica de rama parcial puede ser cualquier métrica, la mayor o la menor, dependiendo si a y b son escogidas de la forma convencional, o alternativa respectivamente. La métrica seleccionada representa la rama sobreviviente y las métricas remanentes representan las ramas que se cancelan. El algoritmo de Viterbi selecciona el camino único sobreviviente desde el estado inicial en $t=0$ hasta el estado final del proceso, como la ruta que verifica el criterio de máxima verosimilitud ML. El seguimiento de la ruta de máxima verosimilitud en el diagrama de enrejado proporcionaría entonces la secuencia decodificada ML.

El algoritmo de Viterbi con decisión dura (*hard-decision Viterbi algorithm*, HDVA) utiliza la distancia de Hamming en el cálculo de la métrica y se puede implementar de la siguiente forma:

Sea $S_{k,t}$ el estado en el diagrama de enrejado que corresponde al estado S_k en el tiempo t . A cada estado en el enrejado se le asigna un valor denotado como $V(S_{k,t})$.

1. Inicializar $t = 0$. Inicializar $V(S_{0,0})$ y todos los otros $V(S_{k,t}) = +\infty$.
2. Establecer $t = t + 1$.

Calcular la métrica de ruta parcial para todas las rutas que pasan al estado S_k en el tiempo t .

Primeramente, se calcula la t -ésima métrica de rama $M(\mathbf{r}_t|\mathbf{y}_t) = \sum_{j=1}^n M(r_t^{(j)}|y_t^{(j)})$. Esto se obtiene calculado de la distancia de Hamming $\sum_{j=1}^n |r_t^{(j)} - y_t^{(j)}|$. En seguida, se calcula la t -ésima métrica parcial de la ruta $M^t(\mathbf{r}|\mathbf{y}) = \sum_{i=0}^t M(r_i|y_i)$. Esto es haciendo el cálculo de $V(S_{k,t-1}) + M(r_t|y_t)$.

3. Establecer $V(S_{k,t})$ para la mejor métrica parcial de ruta llegando al estado S_k en el tiempo t . Convencionalmente, la mejor métrica de ruta parcial es la métrica de ruta parcial con el valor más pequeño.

Si hay un empate en la mejor métrica de ruta parcial, se puede elegir arbitrariamente cualquiera de las rutas.

4. Se guarda la mejor métrica de ruta parcial, sus bits sobrevivientes asociados y rutas de estado.

5. Si $t < L + m - 1$, vuelva al paso 2.

El resultado del algoritmo de Viterbi es un camino único en el enrejado, que corresponde a la palabra de código que cumple con el criterio de máxima verosimilitud ML.

Un ejemplo sencillo de decodificación con el algoritmo HDVA se muestra a continuación. La secuencia de información es $x = \{1010100\dots\}$, donde se utilizan los dos últimos bits para regresar al codificador al estado nulo. Utilizando el codificador de la Figura 5.1 la secuencia codificada es $c = \{11, 10, 00, 10, 00, 10, 11, 00\dots\}$. Después de la transmisión en un canal con ruido, la secuencia recibida supuesta es $r = \{10, 10, 00, 10, 00, 10, 11, 00\dots\}$ que tiene un error en el segundo bit. La figura 5.9 muestra el diagrama de transición de estados del codificador convolucional del ejemplo.

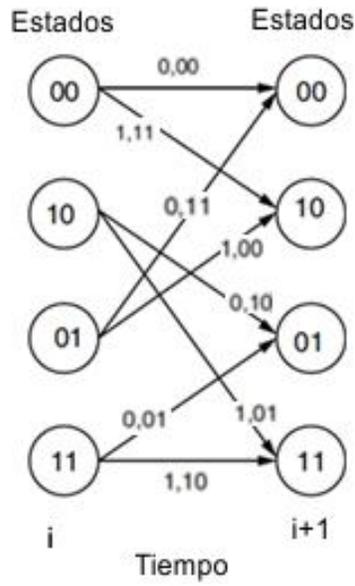


Figura 5.9. Diagrama de transición de estados.

El diagrama de transición de estados muestra la información y los bits codificados a lo largo de las ramas. La decodificación HDVA elige el camino que cumple con el criterio ML a través del “trellis” como se muestra en la Figura 5.10. La métrica de ruta parcial elegida para este ejemplo es la menor distancia de Hamming y se muestran en la figura para cada nodo. Las métricas de ruta parciales en negritas corresponden a la ruta que cumple con el criterio ML. Las rutas sobrevivientes están representadas por líneas continuas gruesas y las rutas que compiten están representadas por líneas continuas delgadas. Para las métricas iguales en un nodo, siempre se elige la rama superior.

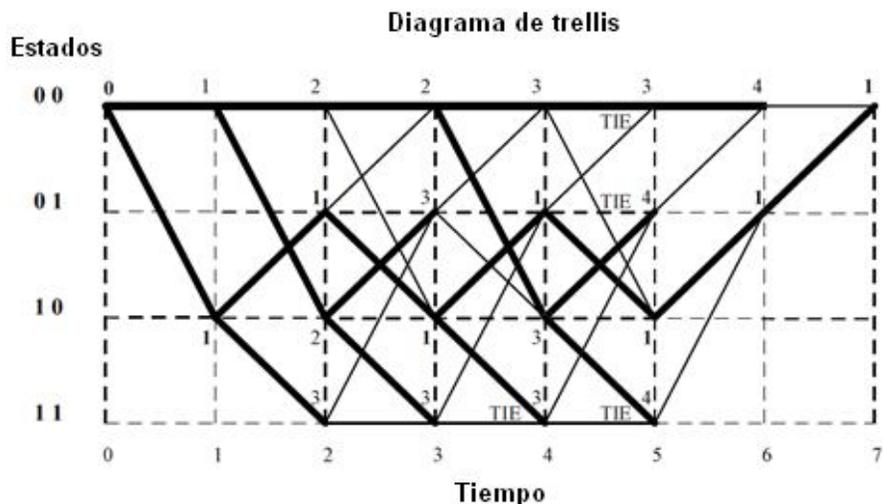


Figura 5.10. Ejemplo de decodificación con el algoritmo HDVA

Del diagrama de “trellis” en la figura 5.10, la secuencia de código estimada es $y = \{11, 10, 00, 10, 00, 10, 11, 00 \dots\}$ que coincide con la secuencia de código c . Utilizando el diagrama de transición de estados de la Figura 5.9, la secuencia de la información estimada es $x' = \{1010100 \dots\}$.

5.3.3. Algoritmo de Viterbi con decisión suave

Existen dos métodos generales para la implementación de un algoritmo de Viterbi con decisión suave.

El primer método utiliza la métrica de distancia euclidiana en lugar de la métrica de distancia de Hamming. Los bits recibidos resultan de un proceso de cuantificación con más de dos niveles, generando múltiples bits por cada bit recibido. En el segundo método se utiliza una métrica de correlación, donde los bits recibidos también son resultado de un proceso de cuantificación con más de dos niveles.

En la decodificación con decisión suave, el demodulador opera con más de dos regiones en la etapa de decisión, pudiendo tender a infinito en el caso límite de generar números reales [41]. Es decir, en el caso límite, la secuencia recibida r es cuantificada con un número infinito de bits, y se usa directamente en el decodificador de Viterbi con decisión suave. En la práctica, el

algoritmo de Viterbi con decisión suave donde los bits son cuantificados con un número finito de niveles, superior a dos, es similar al algoritmo con decisión dura, excepto que se utiliza el cuadrado de la distancia euclidiana en la métrica (evitando así el cálculo de la raíz cuadrada, que numéricamente es costoso), en vez de la distancia de Hamming.

5.3.3.1. Algoritmo de Viterbi con decisión suave, versión SDVA1

El algoritmo de Viterbi con decisión suave, puede ser implementado de la siguiente manera: sea $S_{k,t}$ el estado en el diagrama de “trellis” que corresponde al estado S_k en el tiempo t . A cada estado en el enrejado de “trellis” se le asigna un valor denotado $V(S_{k,t})$.

1. Inicializar el tiempo $t = 0$.

Inicializar $V(S_{0,0}) = 0$ y los demás $V(S_{k,t}) = +\infty$.

2. Establecer el tiempo $t = t + 1$.

Calcular la métrica de ruta parcial para todas las rutas que van al estado S_k en el tiempo t .

Primero se calcula la t -ésima métrica de rama $M(r_t|y_t) = \sum_{j=1}^n M(r_t^{(j)}|y_t^{(j)})$. Esto se obtiene calculado la distancia euclidiana al cuadrado $\sum_{j=1}^n (r_t^{(j)} - y_t^{(j)})^2$. En seguida, calcular la t -ésima métrica de ruta parcial $M^t(\mathbf{r}|\mathbf{y}) = \sum_{i=0}^t M(r_i|y_i)$, la cual se calcula de $V(S_{k,t-1}) + M(r_t|y_t)$.

3. Establecer $V(S_{k,t})$ para la mejor métrica de ruta parcial llegando al estado S_k en el tiempo t . Convencionalmente, la mejor métrica de ruta parcial es la que posee el valor más pequeño.

Si hay un empate en la mejor métrica de ruta parcial, se puede elegir arbitrariamente cualquiera de las métricas de ruta parcial vinculada.

4. Guardar la mejor métrica de ruta parcial y los bits sobrevivientes asociados, así como las rutas de estado.
5. Si $t < L + m - 1$, ir al paso 2.

5.3.3.2. Algoritmo de Viterbi con decisión suave, versión SDVA2

El segundo algoritmo de Viterbi con decisión suave se desarrolla de la siguiente manera. La función de probabilidad se obtiene con una función de densidad de probabilidad gaussiana (5.17):

$$p(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) = \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} e^{-\frac{(r_i^{(j)} - y_i^{(j)} \sqrt{E_b})^2}{N_0}} \quad (5.17)$$

donde E_b es la energía promedio recibida por bit de palabra código y N_0 es la densidad espectral de potencia de ruido unilateral. El bit recibido es una variable aleatoria gaussiana con media $y_i^{(j)} \sqrt{E_b}$ y varianza $N_0/2$. La función de probabilidad logarítmica se puede expresar como [41].

$$\begin{aligned} \log p(r|y) &= \sum_{i=0}^{L+m-1} \left(\sum_{j=1}^n \log p(r_i^{(j)}|y_i^{(j)}) \right) \\ &= \sum_{i=0}^{L+m-1} \left(\sum_{j=1}^n -\frac{(r_i^{(j)} - y_i^{(j)} \sqrt{E_b})^2}{N_0} - \log \sqrt{\pi N_0} \right) \\ &= \frac{-1}{N_0} \sum_{i=0}^{L+m-1} \left(\sum_{j=1}^n (r_i^{(j)} - y_i^{(j)} \sqrt{E_b})^2 \right) - \frac{(L+m)n}{2} \log \pi N_0 \end{aligned} \quad (6.18)$$

A partir de esto, se ve que la métrica binaria se puede calcular como:

$$M(r_t^{(j)}|y_t^{(j)}) = r_t^{(j)} y_t^{(j)} \quad (6.19)$$

El algoritmo de Viterbi con decisión suave versión (SDVA2) puede ser implementado de la siguiente manera:

Sea $S_{k,t}$ el estado en el diagrama de “trellis” que corresponde al estado S_k en el tiempo t . A cada estado en el enrejado se le asigna un valor representado como $V(S_{k,t})$.

1. Inicializar el tiempo $t = 0$.

Inicializar $V(S_{0,0}) = 0$, y todos los demás $V(S_{k,t}) = -\infty$

2. Establecer el tiempo $t = t + 1$.

Calcular la métrica de ruta parcial para todos los caminos que llegan al estado S_k en el tiempo t .

En primer lugar, calcular la t -ésima métrica de rama $M(\mathbf{r}_i|\mathbf{y}_i) = \sum_{j=1}^n M(r_i^{(j)}|y_i^{(j)})$. Esta es obtenida a partir de la correlación de $r_i^{(j)}$ y $y_i^{(j)}$, $\sum_{j=1}^n r_i^{(j)} y_i^{(j)}$. En seguida, calcular la t -ésima métrica de ruta parcial $M^t(\mathbf{r}|\mathbf{y}) = \sum_{i=0}^t M(r_i|\mathbf{y}_i)$. La cual es calculada de $V(S_{k,t-1}) + M(r_t|\mathbf{y}_t)$.

3. Establecer $V(S_{k,t})$ como la mejor métrica de ruta parcial en el estado S_k del tiempo t .

La "mejor" métrica de ruta parcial es la métrica de ruta parcial con el valor más alto.

Si hay un empate en la "mejor" métrica de ruta parcial, entonces cualquiera de las métricas de rutas parciales puede ser elegida arbitrariamente.

4. Guardar la "mejor" métrica de ruta parcial, los bits sobrevivientes asociados y los caminos de estados.

5. Si $t < L + m - 1$, vuelva al paso 2.

Generalmente, utilizando la decodificación con decisión suave y 8 niveles de cuantificación de los bits detectados, se obtiene aproximadamente 2 dB de ganancia con respecto a la decodificación con decisión dura en los canales Gaussianos.

5.4. Distancia Libre

Un parámetro de medida del desempeño de un código convolucional es la tasa de bits en error (BER) con respecto a la relación señal a ruido (SNR). Sin embargo, la distancia libre es un buen indicador del desempeño de un código convolucional, corresponde a la distancia de Hamming mínima entre un par de palabras de código, es decir, la distancia mínima entre dos secuencias de salida válida distintas, y se define como:

$$d_{free} = \min\{d(y_1, y_2) | y_1 \neq y_2\} = \min\{w(y) | y \neq 0\} \quad (5.20)$$

donde $d(\cdot, \cdot)$ es la distancia de Hamming entre un par de palabras del código convolucional, y $w(\cdot)$ es la distancia de Hamming entre una palabra de código y la palabra de código nula (el peso de Hamming de la palabra de código). La distancia libre mínima, corresponde a la capacidad del código convolucional para estimar la mejor secuencia de bits decodificada. A medida que aumenta la distancia libre, el rendimiento del código convolucional también aumenta. Esta característica es similar a la distancia mínima para un código de bloque corrector de t errores: $d_{free} \geq 2t + 1$.

5.4.1. Cálculo de la distancia libre.

El conjunto de distancias de una palabra de código con respecto a cada uno de sus vecinos es la misma para todas las palabras de código, por lo tanto, la distancia libre es la distancia desde la secuencia nula, a su más cercana palabra de código vecina.

La figura 5.11 ilustra el cálculo de la distancia de Hamming libre utilizando el algoritmo de Viterbi para el codificador descrito en las Figuras 5.1, y 5.3. La rama anulada se muestra como una línea discontinua. Sólo las ramas tomadas en cuenta se muestran, y las ramas gruesas indican la ruta con distancia mínima. Debajo de cada columna se muestra la métrica de ruta mínima, que se denomina distancia de columna. La distancia libre se define formalmente como el límite de la distancia de columna, mientras la longitud de trayectoria sobreviviente tiende a infinito. Este límite es 5 en la figura 5.11.

Para codificadores convolucionales recursivos no catastróficos, la distancia libre es equivalente a la distancia libre de la ruta que regresa el estado cero. En general, el camino de distancia mínima no necesita ser el camino más corto. Para los codificadores con más estados que el del ejemplo de la figura 5.11, típicamente tendrán varios de estos caminos que tienen la misma distancia mínima. El número de rutas con distancia mínima es el número de secuencias de salida de vecinos más cercanos, este usualmente es llamado multiplicidad de la distancia libre. Si dos

códigos tienen la misma distancia libre, el código con menor multiplicidad es preferido porque reduce la probabilidad de error.

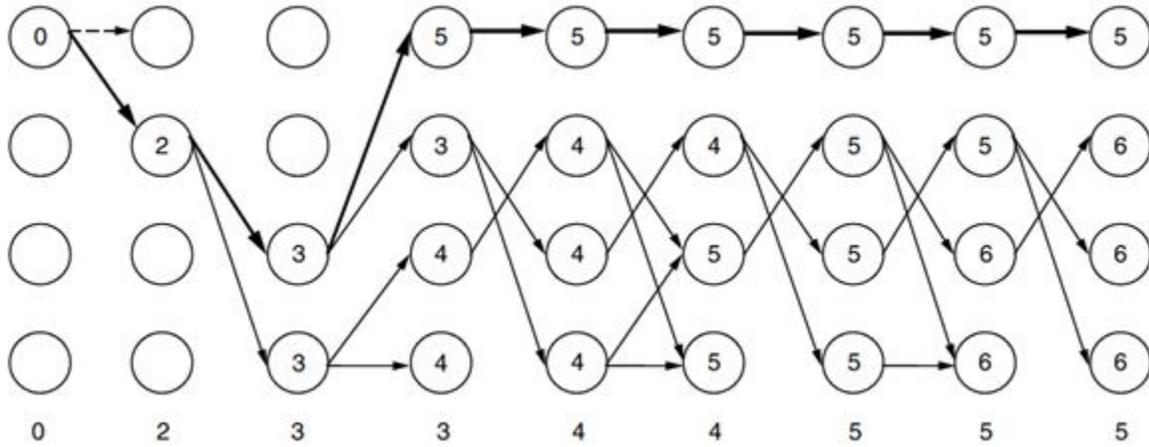


Figura 5.11. Aplicación del algoritmo de Viterbi para identificar la distancia libre de Hamming del código descrito. Las distancias de columna son mostradas bajo cada columna. Solo las ramas sobrevivientes son mostradas, y la rama con mínima distancia se muestra con flechas de trazo grueso.

6. Turbo codificación y decodificación. Fundamentos y operación.

6.1. Introducción

En la teoría de códigos correctores Berrou et al., en 1993 [39] publican un nuevo concepto de codificación nombrado códigos turbo, el cual alcanza un desempeño cercano al límite de capacidad del canal postulado por Shannon en su segundo teorema de la teoría de la información. El nombre de turbo codificación se debe al principio de las “máquinas turbo”, donde la eficiencia del motor se optimiza reutilizando la energía residual de los gases de escape. Por analogía de este concepto en el caso de la turbo codificación consiste en la utilización de un algoritmo iterativo para la decodificación donde en cada iteración i se mejora la confianza en los símbolos decodificados por medio de una medida de probabilidad, en estadística este concepto ha sido ampliamente utilizado en los algoritmos *bayesianos* de propagación de creencia (*belief propagation*) para resolver el problema de la interferencia presente en varios fenómenos físicos (física estadística, visión por computadora, corrección de errores, etc.). En el trabajo original de Berrou et al. se consideró una longitud de trama de datos lo suficientemente larga (65536 bits) para reducir la probabilidad de error, sin embargo, esto representa un reto dado que en muchas aplicaciones en tiempo real esta longitud es prohibitiva, la pregunta es: ¿cómo diseñar un turbo codificador que mantenga sus buenas características de baja probabilidad de bit error, del orden de 10^{-5} , para una razón señal a ruido en el receptor E_b/N_0 , también baja, de entre 1 y 5 dB?, pero al mismo tiempo con una longitud de trama de datos de unas cuantas centenas. El esquema general del codificador se muestra en la figura 6.1, en la cual se puede observar la estructura de dos codificadores convolucionales concatenados en paralelo, así como un estrelizador a la entrada del segundo codificador X'_k para descorrelacionar esta entrada, y adicionalmente una matriz de perforado que permite cambiar la tasa global R del código, esto es, con la matriz de perforado se anulan ciertos bits normalmente de las salidas de redundancia v_1 y v_2 para alcanzar la tasa requerida [42]. De las tres salidas del codificador: v_0 es la salida sistemática -salida directa de información sin pasar por el codificador $X_k = v_0$, adicionalmente v_1 y v_2 son las salidas de redundancia respectivas de los 2 codificadores. Por otra parte en la figura 6.2, se puede ver el

diagrama del turbo decodificador, el cual está compuesto por dos decodificadores convolucionales, así como el mismo entrelazador usado en el codificador y su respectivo desentrelazador. Como ya se mencionó, el proceso de decodificación es iterativo, el primer decodificador recibe las señales r_0 y r_1 . Su correspondiente salida W_{1k} es enviada a través del entrelazador al segundo decodificador, el cual también recibe la señal r_0 pasada a través del entrelazador. La salida del decodificador 2, W_{2k} , es enviada a un entrelazador inverso y retroalimentada al primer decodificador. Con este lazo se logra el proceso que se describió anteriormente llamado “turbo”, mismo que es iterativo. Una vez terminadas las i iteraciones (en la práctica, del orden de una decena), se obtiene finalmente una decisión dura (*hard decision*) para determinar el valor estimado de los bits decodificados.

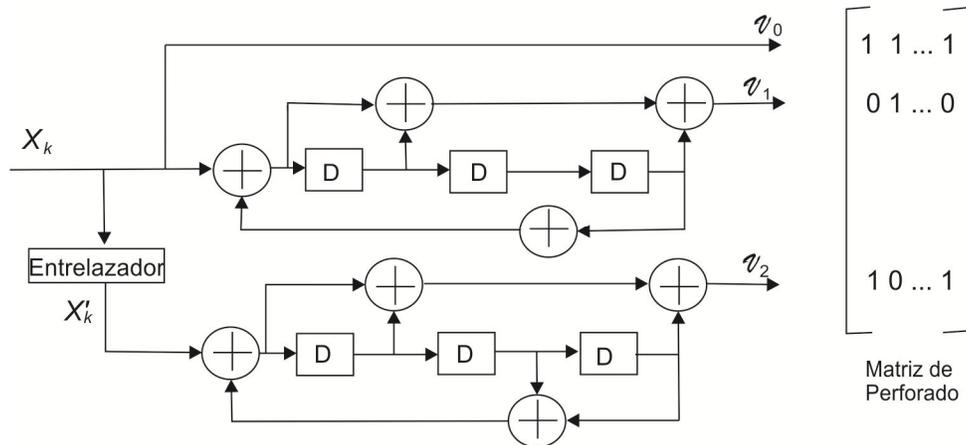


Figura 6.1. Esquema general de un turbo codificador con una matriz de perforado a la salida.

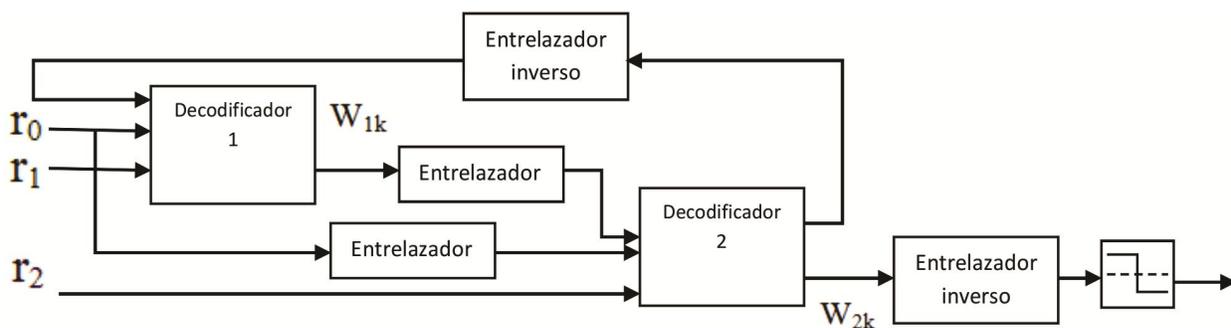


Figura 6.2. Esquema general del turbo decodificador.

6.2. Turbo Codificación

6.2.1. Entrelazadores

Es bien sabido que el entrelazador, es un componente esencial para la codificación de canal específicamente en el rendimiento de los códigos turbo, dado que le proporciona el carácter aleatorio. Dolinar S. et al. [43] han encontrado que el rendimiento de un esquema de codificación turbo, se puede mejorar si el dispositivo de entrelazado es capaz de eliminar secuencias de entrada que producen palabras de código de bajo peso de Hamming.

Dado que existen varios tipos, los entrelazadores pueden definirse y aplicarse en un número de maneras diferentes. La figura 6.3 muestra una descripción gráfica general del proceso de entrelazamiento, en donde se puede observar que el entrelazador lee de un vector de símbolos de entrada, v_{in} y escribe en un vector de salida los símbolos permutados, v_{out} .

Los símbolos de salida se escriben utilizando el índice i , a partir del vector $I(i)$, donde $i = 0 \dots K - 1$, y K es el tamaño del entrelazador. Con este patrón se define el entrelazador, correspondiente al orden de lectura del vector $I(i)$.

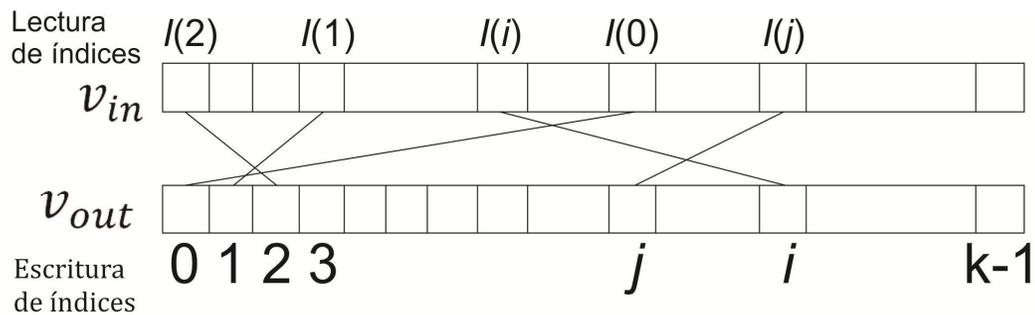


Figura 6.3. Descripción general de un entrelazador.

6.2.1.1. Entrelazador HSR.

Uno de los entrelazadores con mejor rendimiento en términos de un parámetro de dispersión, definido en la literatura es el entrelazador *high-spread random* (HSR). Debido a su similitud y

con el fin de explicar el funcionamiento de este entrelazador, a continuación se da una breve explicación de otro entrelazador, previamente definido en la literatura, llamado S-random.

Dolinar S. et al. [43] propusieron el entrelazador S-random, o bien, entrelazador semi-aleatorio, donde $S = 1, 2, 3, \dots$ representa el factor de dispersión con la siguiente propiedad:

Si la permutación π es la ley de entrelazado, la nueva posición seleccionada $\pi(i)$ es aceptada sólo si su diferencia absoluta de los anteriores números seleccionados $\pi(j)$ es mayor que S . Expresado matemáticamente en (6.1)

$$|i - j| \leq S \xrightarrow{\text{interleaving}} |\pi(i) - \pi(j)| > S \quad (6.1)$$

Si la diferencia entre la selección actual $\pi(i)$ y la selección anterior $\pi(j)$ es inferior o igual a S , el número entero aleatorio se rechaza. Este proceso se repite hasta que N enteros distintos han sido seleccionados. Las simulaciones en computadora han demostrado que si $S \leq \sqrt{\frac{N}{2}}$, entonces este proceso converge en un tiempo razonable de acuerdo a la aplicación [43].

El entrelazador HSR es similar al S-random con la diferencia de que en la primera etapa del proceso de diseño, este algoritmo utiliza "índices" reales en lugar de índices enteros. En un proceso de decodificación, el rendimiento de este entrelazador en términos de tasa de error de bits es mejor que el correspondiente al entrelazador S-random.

Con la definición anterior un método para el diseño de un entrelazador *high-spread random* se describe en [44]. La técnica es similar a la usada en [45] para el diseño de entrelazadores de tipo Golden, y enseguida se dan los pasos principales:

Sean $R(i)$ y $R(j)$ dos números reales con "índices" i, j en el intervalo real $[0, K)$. El esparcimiento que define la salida del entrelazador, asociado con los índices i y j se define como:

$$S''_{Real}(i, j) = |R(i) - R(j)| + |i - j| \quad (6.2)$$

El esparcimiento mínimo real asociado con el índice de escritura i es entonces:

$$S'_{Real}(i) = \min_j [S''_{Real}(i, j)] \quad (6.3)$$

Con estas definiciones, la restricción para la primera etapa del proceso de diseño es como sigue: para el índice de escritura entero i , la lectura actual de un "índice" $R(i)$ se selecciona al azar en el intervalo real $[0, K)$. Si $S'_{Real}(i)$, como se define en la ecuación 6.3, es inferior al entero ideal, S_{goal} entonces $R(i)$ se rechaza y se selecciona un nuevo "índice", hasta que la condición se cumple. Hay que tener en cuenta que el índice j de escritura sólo necesita tomar los valores entre $i - S_{goal} + 1$ y $i - 1$ en (6.2). Este proceso se repite hasta que se extraen los K "índices". Al igual que en el algoritmo de S-random, el tiempo de búsqueda aumenta de acuerdo con S_{goal} , y no hay garantía de que el proceso termine con éxito. Sin embargo, se ha encontrado en la práctica que el proceso relajado en el esparcimiento por lo general si acaba con éxito, incluso cuando S_{goal} se encuentra cerca de la nueva propagación máxima teórica.

El siguiente paso es el de ordenar el vector de "índices" \mathbf{R} , y encontrar el índice entero del vector \mathbf{Z} que define este tipo. En otras palabras, consiste en encontrar el índice del vector \mathbf{Z} tal que $A(i) = R(Z(i))$, $i = 0 \dots K - 1$, donde el vector \mathbf{A} contiene los elementos de \mathbf{R} ordenados de menor a mayor. El paso final es asignar los índices de lectura de acuerdo con los enteros, $I(Z(i)) = i, i = 0 \dots K - 1$.

El objetivo del esparcimiento óptimo no se logra necesariamente. Sin embargo, los diferenciales asociados con la mayoría de los índices suelen alcanzar el objetivo, o son muy cercanos a él. Como un ejemplo, para $K = 512$ bits de datos, y un objetivo de esparcimiento de 28, se encontró que casi todos los índices tenían una propagación asociada de al menos 26. La extensión mínima global de 24 se produjo sólo dos veces. En comparación, esto es mucho más alto que la propagación de 17 lograda con el algoritmo S-random.

6.2.1.2. Entrelazador QPP-based

Recientemente y con una estructura algebraica que los hace interesantes, se han propuesto entrelazadores basados en polinomios de permutación cuadráticos (QPP-based) [46], que constituyen una buena alternativa, los cuales han dado resultados excelentes, para bloques de tamaño corto y medio.

De acuerdo con [46] este tipo de polinomios cuadráticos de permutación se definen de la siguiente forma:

Dado un entero $N \geq 2$, se dice que un polinomio cuadrático $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$, donde f_1 y f_2 son enteros no negativos, es un polinomio de permutación cuadrático QPP sobre el anillo de los enteros Z_N , cuando $f(x)$ permuta en el rango $\{0, 1, 2, \dots, N-1\}$. Donde N se puede factorizar como $N = \prod_{p \in \mathcal{P}} p^{n_{N,p}}$, y $\mathcal{P} = \{2, 3, 5, 7, \dots\}$, es el conjunto de los números primos, tal que $n_{N,p} \geq 1$ para un número finito de p 's y $n_{N,p} = 0$ en cualquier otro caso.

Como un ejemplo, en la misma referencia tenemos: si $N = 3888 = 2^4 \times 3^5$, por lo cual se tendrá $n_{3888,2} = 4$ y $n_{3888,3} = 5$.

La condición necesaria y suficiente para que el polinomio cuadrático $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$ determine una permutación polinomial (PP) se puede dividir en dos casos:

- 1) Para $n_{N,2} \neq 1$ el máximo común divisor $(f_1, N) = 1$ y $f_2 = \prod_{p \in \mathcal{P}} p^{n_{F,p}}$, $n_{F,p} \geq 1$, $\forall p$ tal que $n_{N,p} \geq 1$.
- 2) Para $n_{N,2} = 1$, $f_1 + f_2$ es impar, el máximo común divisor $(f_1, \frac{N}{2}) = 1$ y $f_2 = \prod_{p \in \mathcal{P}} p^{n_{F,p}}$, $n_{F,p} \geq 1$, $\forall p$ tal que $p \neq 2$ y $n_{N,p} \geq 1$

Como un ejemplo, se tiene que si $N = 256$, se puede determinar del caso 1 que $f_1 \in \{1, 3, 5, \dots, 255\}$ y $f_2 \in \{2, 4, 6, \dots, 254\}$. Esto nos da $128 \times 127 = 16256$ posible pares de coeficientes f_1 y f_2 para desarrollar un polinomio cuadrático de permutación $f(x)$.

Estudios realizados en [47] demuestran que algunos polinomios $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$ tal que $f_2 \neq 0 \pmod{N}$ recaen en una permutación polinomial lineal (LPP), es decir, existe un LPP equivalente al QPP, el cual genera una permutación equivalente sobre el anillo de enteros Z_N .

Los QPP que no recaen en LPP se llaman irreducibles, y las siguientes proposiciones pueden ser usadas para determinar si un QPP es, o no, irreducible.

Proposición 1 [47]: Un QPP, $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$ es irreducible, sí y sólo si, $N/\text{mcd}(2f_2, N) \neq 1$. Donde mcd significa el máximo común divisor.

Proposición 2 [48]: Sea $N = \prod_{p \in \mathcal{P}} p^{n_{N,p}} \leq 2^{50}$, $\varphi(k) = \prod_{l=k}^{2k-2} l$ y $f(x)$ un polinomio de permutación. Al descomponer $\varphi(k)$ en factores primos, y representar el exponente del factor

primo de la forma $n_{\varphi(k),p}$. Entonces, $f(x)$ tenderá a $\prod_{k=1}^L mcd(k!, N)$ como polinomio inverso de grado L tal que

$$n_{F,p} \geq \begin{cases} \max\left(\left\lfloor \frac{n_{N,2} - n_{\varphi(L+1),2}}{L} \right\rfloor, 1\right), & \text{si } n_{N,2} > 1 \text{ y } p = 2 \\ 0, & \text{si } n_{N,2} \leq 1 \text{ y } p = 2 \\ \max\left(\left\lfloor \frac{n_{N,p} - n_{\varphi(L+1),p}}{L} \right\rfloor, 1\right), & \text{si } n_{N,p} > 0 \text{ y } p \neq 2 \\ 0, & \text{si } n_{N,p} = 0 \text{ y } p \neq 2 \end{cases} \quad (6.4)$$

Como otro ejemplo, en la referencia [46] tenemos:

Dados $N = 5504 = 2^7 \times 43$. Con $L = 3$, tenemos $\varphi(L + 1) = \varphi(4) = 120 = 2^3 \times 3 \times 5$.

Por lo tanto:

$$n_{F,p} \geq \begin{cases} 2, & \text{si } p = 2 \\ 1, & \text{si } p = 43 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad (6.5)$$

donde el universo son los números primos que multiplicados por una potencia de dos den como resultado 5504.

6.2.2. Codificador del código turbo

El turbo codificador es concatenado en paralelo y está compuesto por dos codificadores RSC (convolutivos sistemáticos recursivos), que están conectados mediante un entrelazador, ver figura 6.1. Como se mencionó en la introducción de este capítulo, la salida del codificador se compone de las salidas de paridad de ambos codificadores v_1 y v_2 , y de la salida sistemática del primer codificador v_0 . De este modo, la tasa de codificación del turbo codificador es de $T = 1/3$. Desde luego que otras combinaciones pueden ser posibles, para lograr otras tasas.

Con esta concatenación en paralelo, ambos trabajan con los mismos datos, pero descorrelacionados por el entrelazador, lo que le da el carácter aleatorio.

Cuando se requiere de una tasa superior, se puede optar por una de las siguientes dos opciones:

1. Se hace la selección de codificadores de tasa $T = k/n$, $k > 1$; esta solución conlleva la desventaja de que el enrejado de “trellis” tendrá un número mayor de ramificaciones en cada

nodo, 2^k , por lo que el proceso de decodificación se hace más complejo y lento. Siendo entonces poco atractiva para aplicaciones en tiempo real.

2. Se utiliza un perforado (*punctured codes*) para lograr tasa $T = k/n$, $k > 1$ deseada. El perforado se puede definir como el proceso mediante el cual, para obtener la tasa requerida, se elimina de manera sistemática algunos bits del flujo de salida del codificador.

En la figura 6.1, se muestra la matriz de perforado binaria, donde se especifican los bits a eliminar con ceros.

6.3. Turbo decodificación

6.3.1. Algoritmos para la turbo decodificación

Un turbo decodificador, como el que se muestra en la figura 6.2, consiste de dos módulos decodificadores con entrada y salida “suave” (SISO, *soft input soft output*) los cuales trabajan en una forma iterativa, intercambiando información entre ellos. El entrelazador empleado para interconectar al primer decodificador con el segundo, es el mismo que se emplea en el codificador.

Asumiendo que la secuencia binaria de información \mathbf{c} contiene elementos equiprobables, que son variables aleatorias independientes con una probabilidad a priori de:

$$P \{c_i = 1\} = P \{c_i = 0\} = 0.5$$

Donde c_i representa al i -ésimo elemento de la secuencia \mathbf{c} .

La salida \mathbf{v} del codificador se compone de la multiplexación de la salida sistemática v_0 , de la salida de paridad v_1 del primer codificador RSC, así como de la salida de paridad v_2 del segundo codificador RSC, quedando globalmente ordenada de la siguiente forma:

$$\mathbf{v} = \{(v_{0,1}, v_{1,1}, v_{2,1}), (v_{0,2}, v_{1,2}, v_{2,2}), (v_{0,3}, v_{1,3}, v_{2,3}), \dots\}.$$

Después de una comunicación en un canal con ruido, el decodificador recibe una secuencia \mathbf{r} , que corresponde a la salida del codificador más un ruido aleatorio, como se muestra en la figura 6.4.

La entrada \mathbf{r}' al primer decodificador está compuesta por la secuencia:

$$\mathbf{r}' = \{(r_{0,1}, r_{1,1}), (r_{0,2}, r_{1,2}), (r_{0,3}, r_{1,3}), \dots\}.$$

El entrelazador recibe la secuencia \mathbf{r}_0 , correspondiente a la salida sistemática v_0 del codificador, más una componente de ruido, y genera la secuencia $\tilde{\mathbf{r}}_0$. La entrada al segundo decodificador, \mathbf{r}'' , está dada por la secuencia:

$$\mathbf{r}'' = \{(\tilde{r}_{0,1}, r_{2,1}), (\tilde{r}_{0,2}, r_{2,2}), \dots\}.$$

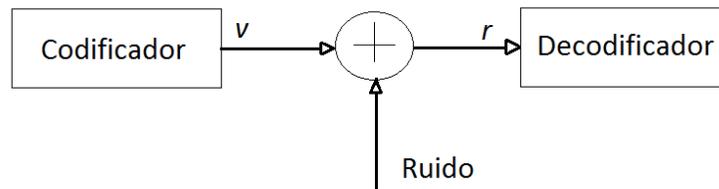


Figura 6.4. Modelo simple de canal con ruido.

Dados los vectores \mathbf{r}' y \mathbf{r}'' , el decodificador toma una decisión basándose en los vectores mencionados y en el modelo de ruido del canal. De este modo, un algoritmo óptimo (orientado a generar bits) toma la decisión sobre el bit c_t de acuerdo a la siguiente relación logarítmica [39]:

$$W(c_t) = \log \frac{P_r(c_t=1|\mathbf{r}',\mathbf{r}'')}{P_r(c_t=0|\mathbf{r}',\mathbf{r}'')} = \log \frac{\sum_{c:c=1} P_r(c_t=1|\mathbf{r}',\mathbf{r}'')}{\sum_{c:c=0} P_r(c_t=0|\mathbf{r}',\mathbf{r}'')} \quad (6.6)$$

La regla de decisión es:

$$c_t = \begin{cases} 1, & \text{si } W(c_t) \geq 0 \\ 0, & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (6.7)$$

La ecuación 6.6 se basa en estimar con el criterio de máxima verosimilitud el valor del bit c_t basándose en los valores recibidos \mathbf{r}' y \mathbf{r}'' . El valor $W(c_t)$ se conoce como relación logarítmica de máxima verosimilitud.

Las variables aleatorias \mathbf{r}' y \mathbf{r}'' deben tener la menor correlación posible, lo cual se logra con el entrelazador; éste debe de ser elegido de modo tal que se asegure que las secuencias a ser codificadas X_k y X'_k estén lo menos correlacionadas posibles [43 - 46], garantizando así que \mathbf{r}' y \mathbf{r}'' sean independientes y entonces poder asumir que:

$$P_r(\mathbf{r}', \mathbf{r}'' | \mathbf{c}) = P_r(\mathbf{r}' | \mathbf{c}) P_r(\mathbf{r}'' | \mathbf{c}).$$

De acuerdo a Bayes, la ecuación 6.6 queda entonces:

$$W(c_t) = \log \frac{\sum_{\mathbf{c}: c_t=1} P_r(\mathbf{r}' | \mathbf{c}) P_r(\mathbf{r}'' | \mathbf{c}) P_r(\mathbf{c})}{\sum_{\mathbf{c}: c_t=0} P_r(\mathbf{r}' | \mathbf{c}) P_r(\mathbf{r}'' | \mathbf{c}) P_r(\mathbf{c})}. \quad (6.8)$$

Es la manera de calcular la expresión 6.6 lo que hace diferentes a los algoritmos definidos para la decodificación turbo.

6.3.2. Algoritmo SOVA

El algoritmo SOVA (*soft output Viterbi algorithm*), propuesto en 1989 por J. Hagenauer y P. Hoeher [50] se basa en el algoritmo de Viterbi, el cual se modifica para convertirlo en un algoritmo de entrada y salida “suaves”, es decir, a la entrada recibe información “suave” en forma de probabilidades a priori, y en la salida de igual forma se produce una salida “suave” en forma de probabilidades a posteriori. De esta manera, la salida se puede utilizar en el algoritmo iterativo de turbo decodificación.

Este algoritmo hace un doble recorrido del enrejado, el primero en dirección hacia adelante (en el mismo sentido del flujo de datos), conocido como recursión hacia adelante (*forward recursion*), lo cual es equivalente a ejecutar el algoritmo de manera tradicional. El segundo recorrido se hace en sentido inverso, o hacia atrás (*backward recursion*). En este segundo recorrido se calculan las probabilidades de transición de estados. La utilización conjunta de las métricas obtenidas en ambos recorridos permite obtener la salida “suave”. Esta salida “suave” es retroalimentada al otro decodificador en forma de información a priori en un esquema iterativo, es decir, la salida a posteriori de un decodificador es la entrada a priori del otro decodificador. A continuación se describe de manera similar a como se realiza en [39].

Este algoritmo hace un estimado de la decisión suave de cada símbolo binario c_t transmitido con base en la secuencia recibida \mathbf{r} , tal como se describe en (6.8). El valor absoluto de $W(c_t)$ se

toma como la salida “suave” y su signo como la decisión “dura”, es decir, si $W(c_t)$ es positivo se decide como un “uno” binario, o un “cero” en caso contrario. Para el cálculo de la métrica de una trayectoria dentro del enrejado “trellis”, el algoritmo maximiza el logaritmo de la probabilidad a posteriori $P_r\{\mathbf{c}, \mathbf{r}\}$:

$$\log P_r\{\mathbf{c}, \mathbf{r}\} = \log P_r\{\mathbf{c}\} + \log P_r\{\mathbf{r}|\mathbf{c}\}. \quad (6.9)$$

La métrica de una rama en el enrejado “trellis” en un instante t queda dada por la siguiente expresión:

$$v_t^{c_t} = \sum_{i=0}^{n-1} (r_{t,i} - x_{t,i})^2 - \log P_t(c_t) \quad (6.10)$$

La métrica de una trayectoria x a través del enrejado “trellis”, se realiza a su vez mediante la siguiente expresión:

$$\mu_t^x = \sum_{t'=1}^t v_{t'}^{c_{t'}} = \mu_{t-1}^x + v_t^{c_t} \quad (6.11)$$

El decodificador SOVA selecciona la trayectoria \hat{X} con la menor métrica acumulada $\mu_{\tau, min}$, y la cataloga como la trayectoria de mayor verosimilitud, (ML, *maximum likelihood*). Adicional a la trayectoria ML, el algoritmo considera además otra trayectoria con la menor métrica de entre todas las trayectorias que llegan al restante de los símbolos de la trayectoria ML en el instante t . Por ejemplo, si en el instante t , se tiene que el símbolo ML corresponde a un bit “1”, entonces esta trayectoria será aquella que presente la menor métrica para el símbolo complementario de entrada “0”, y viceversa. A esta trayectoria se le denota como $\mu_{t,c}$. Asumiendo que en el instante t , la trayectoria ML corresponde a un bit “1” recibido, las probabilidades de que el bit recibido en el instante t sea “1” o “0”, son proporcionales al peso de la trayectoria ML y de la trayectoria con menor métrica, respectivamente.

$$P_r(c_t = 1 | \mathbf{r}_1^t) \sim e^{-\mu_{\tau, min}}, P_r(c_t = 0 | \mathbf{r}_1^t) \sim e^{-\mu_{t,c}} \quad (6.12)$$

El algoritmo calcula el valor de $W(c_t)$, y considerando la simplificación de (6.12), la ecuación (6.6) queda:

$$W(c_t) = \log \frac{P_r(c_t=1 | \mathbf{r}_1^t)}{P_r(c_t=0 | \mathbf{r}_1^t)} \sim \log \frac{e^{-\mu_{\tau, min}}}{e^{-\mu_{t,c}}} = \mu_{\tau, min} - \mu_{t,c}, \quad (6.13)$$

Finalmente, el cálculo de $W(c_t)$ queda:

$$W(c_t) = \mu_t^0 - \mu_t^1 = (-1)^{c_t}(\mu_{\tau,min} - \mu_{t,c}) \quad (6.14)$$

Donde μ_t^0 y μ_t^1 son las métricas de las trayectorias de menor peso para el bit recibido “0” y “1”, respectivamente, en el instante t . En resumen, la salida “suave” se puede calcular como la diferencia entre las métricas de la trayectoria de menor peso que tenga el valor “0” como bit recibido, y la trayectoria de menor peso que tenga el valor “1” como bit recibido. El signo de esta diferencia determina la decisión “dura” del bit recibido en el instante t , y el valor absoluto corresponde a la medida de confiabilidad de la decisión tomada, es decir, la información “suave” que es retroalimentada al otro decodificador, el cual la tomará como información a priori en la siguiente iteración.

Como se mencionó anteriormente, para obtener la información “suave” se requiere la métrica de la trayectoria ML (ya obtenida con la recursión hacia adelante) y la trayectoria con menor métrica. O como se mencionó anteriormente en (6.14), se requiere calcular las métricas de la trayectoria de menor peso que tengan como entrada el valor de bit “0” y “1” respectivamente y calcular su diferencia. Esto se hace analizando a partir del instante $t = 0$, continuando en cada instante t y de esta manera se identifica la trayectoria ML.

$$\mu_t^i = \mu_{\tau,min} . \quad (6.15)$$

Para hallar la métrica de la trayectoria μ_t^c , donde $c = i \oplus 1$ (\oplus corresponde a la operación suma módulo 2), se emplea la siguiente ecuación [39]:

$$\mu_{t,c} = \min\{\mu_{t-1}^f(l') + v_t^c(l', l) + \mu_t^b(l)\} \quad (6.16)$$

Donde:

l, l' son todos los posibles estados dentro del enrejado “trellis”.

$\mu_{t-1}^f(l')$ es la métrica de la trayectoria sobreviviente en el instante $(t - 1)$ y nodo l' , recorrida hacia adelante (*forward*). También se puede interpretar como la trayectoria ML en el instante $t - 1$.

$v_t^c(l', l)$ es la métrica de la rama que va del nodo l' al nodo l en el instante t , para el bit $c = i \oplus 1$ (complemento del bit ML).

$\mu_t^b(l)$ es la métrica de la trayectoria sobreviviente en el instante t y nodo l , en la dirección hacia atrás (*backward*).

La ecuación (6.16) indica que la métrica μ_t^c depende de la métrica de la trayectoria sobreviviente en el instante $t - 1$ (*forward*) y se considera que para la transición de los instantes $t - 1$ a t (nodos l' a l respectivamente) se tiene a la entrada el bit complemento del ML estimado. Se toma dicha métrica de transición y se completa con la métrica de la trayectoria sobreviviente al nodo l (*backward*). Para esta ecuación, se analizan las trayectorias hacia atrás, hacia adelante y las transiciones de estado que impliquen un bit de entrada $c = i \oplus 1$, y se toma la trayectoria de menor métrica.

Para el caso de un turbo decodificador típico (figura 6.2), se realiza un intercambio de información “suave” entre los decodificadores, esto refina el proceso de decodificación haciendo más confiable la información que cada decodificador toma [39].

En la figura 6.2 se observa el efecto “turbo”, dado que la salida del primer decodificador W_{1k} , se entrelaza y se retroalimenta hacia el segundo decodificador, el cual la toma como su información a priori. A su vez la salida del segundo decodificador, W_{2k} , es desentrelazada y enviada hacia el primer decodificador, el cual la toma respectivamente como su información a priori, para empezar así la siguiente iteración. Estas informaciones a priori afectan el cálculo de la métrica de cada rama, como se muestra en (6.10). Cada nueva iteración afecta el valor de las probabilidades a priori debido al intercambio de información entre los decodificadores. Este proceso iterativo se repite hasta alcanzar un número predeterminado de iteraciones, o hasta que se alcance un cierto criterio de calidad en la información decodificada, entendiéndose calidad como un número máximo de errores permitido.

En el instante t , el estimado ML para el símbolo c_t se puede obtener a partir de la métrica de trayectoria ML, $\mu_{t,min}$ de la siguiente manera:

$$\mu_{t,c_t} = \mu_{t,min}$$

$$= \sum_{t'=0}^{t-1} v_{t'} + v_t^{c_t} + \sum_{t'=t+1}^{\tau} v_{t'} \quad (6.17)$$

$$= \mu'_t + \mu_t^{c_t} \quad (6.18)$$

en donde:

$$\mu'_{t,1} = \sum_{t'=0}^{t-1} v_{t'} + \sum_{t'=t+1}^{\tau} v_{t'} \quad (6.19)$$

Con base en la ecuación anterior, se puede escribir la salida “suave” del primer decodificador como:

$$W(c_t) = (-1)^{c_t} \{(\mu'_{t,1} + v_{t,1}^{c_t}) - (\mu''_{t,1} + \mu_{t,1}^c)\} \quad (6.20)$$

En donde:

$\mu'_{t,1}$ se calcula de acuerdo con (6.19), para la trayectoria ML.

$v_{t,1}^{c_t}$ es la métrica de la rama, del instante $t - 1$ al instante t , para el símbolo ML.

$\mu''_{t,1}$ se calcula de acuerdo con (6.19), para la trayectoria de menor métrica al símbolo ML.

y, $\mu_{t,1}^c$ es el peso de la rama, del instante t , para el simbolo complemento al simbolo ML.

Reorganizando (6.20) y normalizando los valores de voltaje de la modulación empleada, de modo que a un bit “1” se le asigne un nivel de 1 Volt, y a un bit “0” se le asigne un valor de -1 Volt, quedando de la siguiente forma [39]:

$$W_1(c_t) = \log \frac{p_t^1(1)}{b} + 4r_{t,0} + W_{1_e}(c_t) \quad (6.21)$$

En donde:

$p_t^1(1)$ es la probabilidad a priori para un “1”.

$p_t^1(0)$ es la probabilidad a priori para un “0”.

$W_{1_e}(c_t)$ es la información extrínseca del decodificador 1, que se calcula con la siguiente ecuación:

$$W_{1_e}(c_t) = (-1)^{c_t} \{(\mu'_{t,1} - \mu''_{t,1} - 2 \sum_{i=1}^{n-1} (v_{t,1}^{c_t} - \mu_{t,1}^c))\} \quad (6.22)$$

7. Metodología de diseño de la turbo codificación

7.1. Introducción

Diferentes estándares y tecnologías se han tratado de implementar en los últimos años, o bien, se han implementado [6, 7, 8, 63 y 64]. Los más importantes mencionados en el capítulo 2. También en los capítulos anteriores, se explican en forma detallada los diferentes tipos de ruido y la atenuación presentes en la red eléctrica (PLC), las características de la modulación utilizada principalmente en este tipo de canal y los elementos que componen la turbo codificación; esto con el fin de seguir en el mismo sentido y desarrollar experimentación en este contexto.

En este capítulo, se presenta el planteamiento del problema en donde se muestran los parámetros utilizados en las simulaciones de modelo de canal y de la modulación OFDM, seguido de los parámetros y la explicación de los elementos de los turbo códigos los cuales se pretenden modificar. Finalmente, se exponen los sistemas propuestos en este trabajo de tesis, con los cuales se pretende la obtención de mejores resultados a los obtenidos en otros trabajos en el tema. [15, 16, 17 y 26].

7.2. Planteamiento del problema

Dados los problemas de calidad en las comunicaciones que se hacen en los canales PLC del tipo *indoor* modelo 1, que consisten principalmente en su característica de multitrayectoria y en los diferentes tipos de ruido que coexisten: coloreado, de banda estrecha, e impulsivo; adicionalmente, considerando la alta capacidad de corrección de los códigos correctores turbo y la fuerte robustez respecto al ruido que tiene la multiplexación OFDM. En esta investigación se ha estudiado el desempeño de tales codificadores y se ha propuesto una metodología de diseño, haciendo variar sus propiedades de codificación, principalmente en función de las características de los entrelazadores, que como se ha visto son partes constitutivas importantes de los turbo códigos, que les proporcionan el carácter aleatorio. Para el modelo del canal de la red eléctrica, se tomó el modelo mencionado en el capítulo 3, identificado como modelo 1. En la tabla 7.1 se proporcionan los valores de los principales parámetros de ruido utilizados en las pruebas simuladas en computadora [51]. Efectivamente, en estudios recientes [52] se ha mostrado que

las propiedades de aleatoriedad y de dispersión logradas con los entrelazadores, juegan un papel muy importante en el desempeño global de los turbo códigos, incluyendo el caso práctico de una transmisión con tramas de datos relativamente cortas, es decir, de unas cuantas centenas de bits. Lo que los hace atractivos desde el punto de vista de implementación. En consecuencia, en este trabajo se llevó a cabo una investigación orientada al análisis, clasificación y comparación con estudios previos del desempeño de los turbo códigos en este tipo de canales PLC, poniendo un énfasis en el tipo de entrelazadores utilizados y considerando también entre ellos los más promisorios, es decir, aquellos denominados en la literatura del tipo HSR (*high spread random*), mismos que fueron explicados con más detalle en el Capítulo 6. En la figura 7.1 se puede ver el diagrama general de bloques del sistema de comunicaciones utilizado en las simulaciones en computadora.

Tabla 7.1. Características del sistema PLC utilizadas en las simulaciones.

Ruido coloreado	$A_{\infty} = -147 \text{ dB (V}^2/\text{ Hz)}$, $A_0 = -28 \text{ dB (V}^2/\text{ Hz)}$ $A(0) = -120\text{dB(V}^2 / \text{ Hz)}$, $A(\infty)=-147\text{dB(V}^2/\text{ Hz)}$, una máxima amplitud de 0.03V			
Ruido de banda estrecha	Se generaron en diferentes frecuencias aleatorias en donde existiera transmisión. En frecuencias hasta 20 MHz.			
Ruido impulsivo periódico	Se generó con un ancho de impulso de 10 μ s, y 1/100 como el tiempo de periodo, con amplitud máxima de 1Volt			
Ruido impulsivo aperiódico	Tasa	Amplitud	Ancho	Espaciamiento
	Entre 0.1 y 100 impulsos / seg	Distribución exponencial		
		Amplitud máxima de 1.9V	Valor típico 100 μ s	Valores entre 0.01 s y 1 s

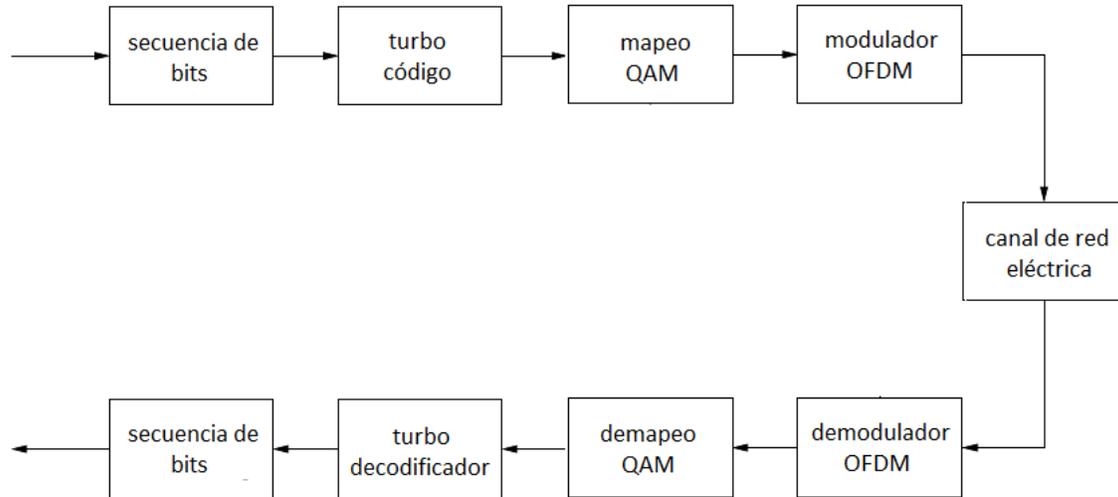


Figura 7.1. Diagrama de bloques del sistema de comunicaciones, utilizado en las simulaciones por computadora.

En la figura 7.2 se muestra la densidad espectral de potencia como respuesta en frecuencia del canal del sistema PLC utilizado, en la cual podemos observar cómo la atenuación no es constante para todas las frecuencias, sino que existen frecuencias donde dicha atenuación es mucho mayor, aproximadamente de hasta 50 dB de diferencia. Esto es debido a los diferentes tipos de ruidos, mismos que se explicaron con anterioridad en el capítulo 3 de este documento.

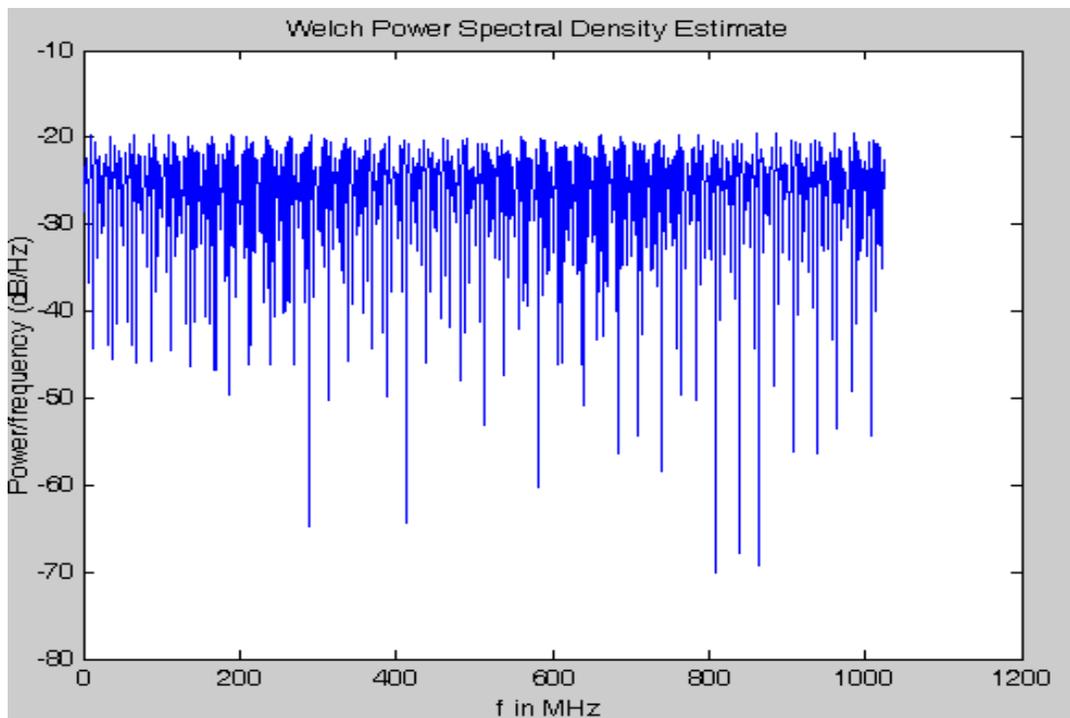


Figura 7.2. Densidad espectral de potencia, respuesta en frecuencia del canal.

Para tener un punto de referencia común con otras publicaciones [15, 16, 26] y poder estudiar el desempeño de los codificadores utilizados, en todas las simulaciones realizadas por computadora, la tasa de codificación escogida ha sido de $\frac{1}{2}$, es decir, por cada bit de información se agrega un bit de redundancia, que corresponde a valores estándar en este tipo de codificadores.

Tabla 7.2. Parámetros utilizados de OFDM.

Periodo de muestreo	1/80 MHz
Número de sub-portadoras útiles (N_s)	2048
Intervalo de guarda(T_m)	$1024 \times \text{periodo de muestreo} = 13 \mu s$
Periodo DFT	$4096 \times \text{periodo de muestreo} = 52 \mu s$
Duración del símbolo OFDM	64 μs
Ancho de banda	3 MHz – 43 MHz
Modulación	4 – QAM

En este contexto de la transmisión de datos a través del canal PLC, las características de la multiplexación OFDM son muy adecuadas para resolver los problemas de ruido y multitrayectoria, como lo muestran múltiples referencias [15, 16, 26], y los turbo códigos

constituyen la mejor opción en control de errores para disminuir la probabilidad de error [15, 16]. Como se detalló, la modulación OFDM realiza una multiplexación ortogonal en frecuencia (figura 4.1), y de acuerdo con los valores de los parámetros de la Tabla 7.2, se tiene que un símbolo OFDM está compuesto por 2048 símbolos QAM o 4096 bits. Con estos valores, para lograr una mejor adaptación entre el codificador de canal y el modulador, es conveniente tener el mismo tamaño de bloque. Por ello, en este trabajo se propone que el tamaño máximo del entrelazador del codificador turbo sea de 2048 bits de información: esto permitirá tener 4096 bits codificados con un código de tasa $r = 1/2$. Mientras más grande sea el tamaño del entrelazador, mejor será el desempeño del turbo código, por su carácter aleatorio que permite lograr una mayor descorrelación entre las entradas de los dos codificadores convolucionales conectados en paralelo. En contraparte la latencia aumenta, lo cual podría ser restrictivo en ciertas aplicaciones en tiempo real. En consecuencia será necesario encontrar un compromiso de la longitud de la trama de datos.

En las figuras 7.3 y 7.4 se pueden observar las gráficas en el tiempo y en la frecuencia, correspondientes a la señal OFDM, resultado de las simulaciones realizadas con los parámetros que se muestran en la tabla 7.2, mismos que fueron propuestos en [26].

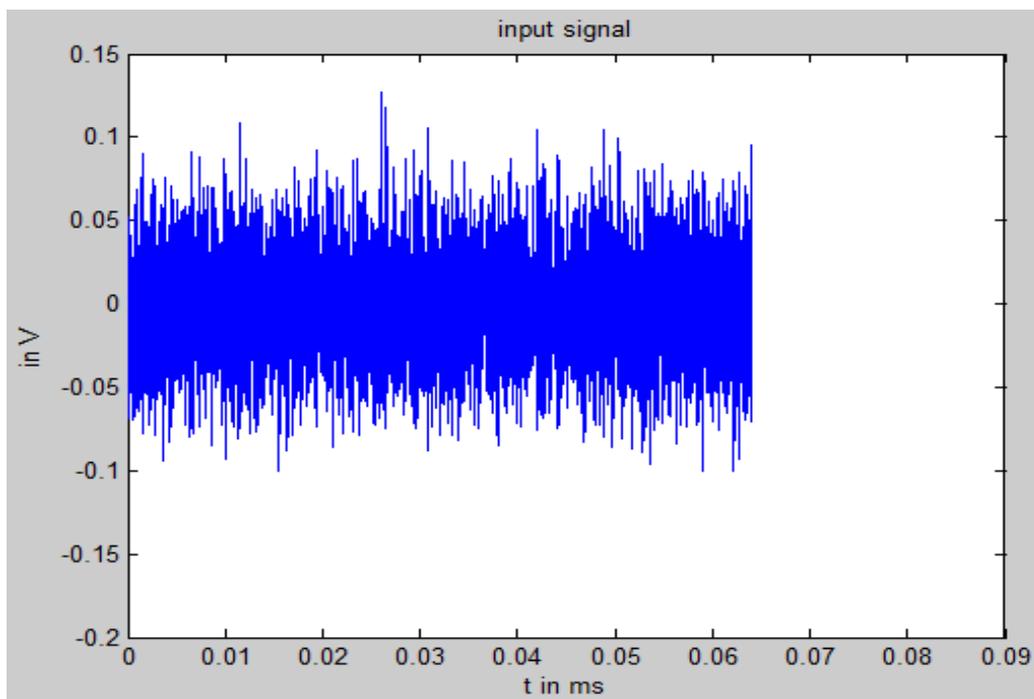


Figura 7.3. Señal en el tiempo.

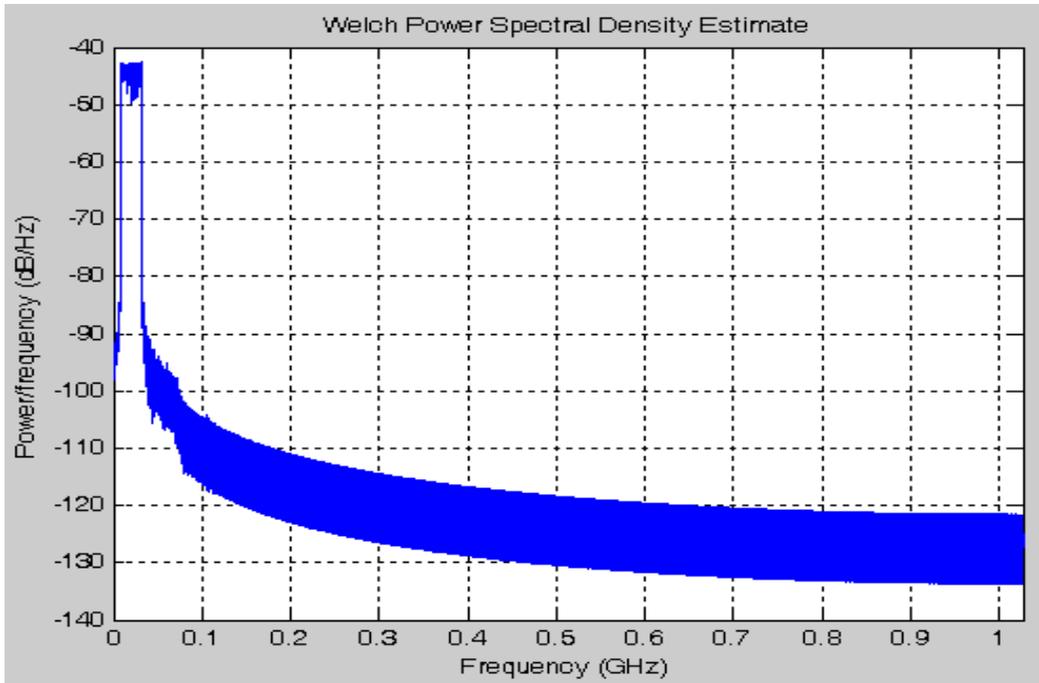


Figura 7.4. Señal en la frecuencia.

Con el propósito de poder contar con un punto de referencia y así poder determinar el desempeño de diferentes esquemas de codificación de canal. En la investigación preliminar en este trabajo se han probado diferentes métodos de corrección de errores, entre los cuales consideramos inicialmente: códigos de bloque (Reed Solomon) y códigos convolucionales. Los parámetros utilizados en cada caso se proporcionan a continuación:

- 1) Códigos de Reed Solomon: Para estos códigos, como para todos los códigos, un parámetro indispensable es la capacidad de corrección de error, en este caso está dada por: $t = (n - k)/2$. Donde $n = 2^m - 1$ es el número de símbolos por palabra de código, m es el número de bits por símbolo, $k < n$ es el número de símbolos de información por mensaje y la distancia mínima es $d = n - k + 1 = 2t + 1$. A partir de [53] los códigos RS (n, k, d) probados en este trabajo fueron: (8,4,5), (255,129,127).
- 2) Códigos convolucionales: Considerando los amplios estudios realizados sobre los códigos convolucionales [54], los parámetros considerados en las simulaciones fueron: $r = \frac{k}{n} = \frac{1}{2}$. Recordando que estos códigos operan sobre secuencias binarias semi-infinitas: k es el

número de bits a la entrada y n es el número de bits codificados a la salida en una ventana deslizante de tiempo. La longitud de restricción K y los polinomios generadores dados en octal, considerados fueron: $K = 5$, $g_0(x) = 25$, $g_1(x) = 35$.

7.3. Parámetros de los turbo códigos.

Uno de los objetivos importantes respecto a los turbo codificadores, corresponde a su diseño. Esto, dado que no existe un turbo codificador que en absoluto trabaje mejor que cualquier otro en cualquier aplicación.

Entre las características más importantes a considerar en el diseño y entorno de aplicación de un turbo codificador podemos mencionar:

- Relaciones señal a ruido (SNR) predominantes en el sistema: esto permitiría hacer la elección de algunos elementos como los codificadores convolutivos del sistema.
- Limitantes de memoria del sistema: un sistema donde se cuente con memoria limitada para el codificador de canal, por cuestiones de operación en tiempo real, puede requerir que se empleen tramas pequeñas, lo cual conlleva a consideraciones para la elección del tamaño y diseño del entrelazador a ser empleado en el turbo codificador.
- Latencia del sistema: dependiendo de las aplicaciones del sistema, se pueden tolerar retrasos de tiempo donde es importante determinar los órdenes de magnitud. Esto limita el tamaño del entrelazador a emplear, mientras más grande sea el tamaño del entrelazador, mejor será el rendimiento en términos de probabilidad de error, pero se requiere mayor tiempo de procesamiento, principalmente en el proceso de decodificación. Esto puede llegar a ser prohibitivo en aplicaciones en tiempo real.

7.3.1. Códigos convolucionales recursivos sistemáticos RSC

Dado que los códigos turbo son concatenados, se ha demostrado [39] que un mejor desempeño se puede obtener utilizando códigos constitutivos convolucionales recursivos sistemáticos. Es por lo tanto una etapa importante en la construcción del turbo codificador la elección de los

codificadores que permitirán obtener el turbo código. Entre los aspectos que se deben considerar destacan principalmente:

- Entre mayor sea la longitud de restricción (K), mejor será la distancia libre d_{free} que los codificadores RSC presentan [55], sin embargo, la complejidad del enrejado “trellis” asociado aumenta en la misma proporción, y por consiguiente el tiempo de procesamiento requerido para la codificación y para la decodificación. En la referencia antes citada se presentan tablas con espectros de distancias para valores de K variando entre 3 y 9.
- Cuando se trabaja con razones señal a ruido SNR bajas, es recomendable trabajar con codificadores RSC con valores más altos de K , dado que en esa zona, el fenómeno del “piso de ruido” (*error floor*), propio de la decodificación iterativa, depende de la distancia libre del turbo codificador construido. Sin embargo, para no aumentar en demasía la complejidad del enrejado “trellis” asociado a los codificadores RSC elegidos, se recomienda buscar un compromiso para el valor de K , que pueda dar un buen desempeño tanto para SNR altas, como bajas.

7.3.2. Entrelazadores

La elección del entrelazador es otro de los puntos críticos que determinan el desempeño de un turbo codificador, en las referencias [43 - 46] se muestran los datos generales de algunos de ellos, el entrelazador es el que permite:

- Asegurar que las secuencias de entrada a los respectivos codificadores convolucionales tengan la menor correlación posible. Lo anterior ocasiona que en la decodificación, el intercambio de información entre los decodificadores RSC sea más eficiente por el carácter aleatorio asociado, concordando con la teoría de la información de Shannon.
- Construir un código de bloque virtual de tamaño N . La presencia del entrelazador conlleva que el turbo codificador se vea en conjunto como un gran código de bloque de tamaño N , obteniéndose de este modo un código con una mucho mejor distancia libre, comparado con

los codificadores RSC constitutivos, a partir de los cuales se construye el turbo codificador. A esta ganancia se le conoce como ganancia de entrelazado, que se ve reflejada en una disminución de la probabilidad de bit erróneo en un factor de N [39]. Sin embargo, mientras más grande sea el tamaño del entrelazador, los requerimientos de memoria crecen en el decodificador, así como el tiempo necesario para decodificar una trama. Con lo cual trabajar con tamaños de entrelazador muy grandes hace difícil la implementación.

- Cuando se trabaja con tramas pequeñas, el entrelazador debe, de manera adicional, buscar descomponer las entradas de bajo peso, responsables de una distancia libre baja en el turbo código resultante.

Para balancear todos estos aspectos, es recomendable tomar como punto de partida el tamaño del entrelazador, el cual está determinado por el tamaño de la trama a ser utilizada, y estará limitado por factores como: la latencia máxima permitida en el sistema donde se desea utilizar el turbo codificador y la memoria disponible, entre otros.

Si se desea trabajar con tramas grandes, un entrelazador de naturaleza pseudoaleatoria es una buena opción. Ya que para valores de $N > 1024$, este tipo de entrelazadores garantizan en buena medida que las características que se deben de cumplir sean satisfactorias.

7.3.3. Patrón de perforado

Para adaptar la tasa del código se utilizan las matrices de perforación (*punctured matrices*). En la construcción de los patrones de perforado, evitando la generación de un código catastrófico. Se recomienda en general no perforar las posiciones correspondientes a la salida sistemática v_0 .

La matriz de perforado puede degradar el desempeño de los turbo códigos, en consecuencia para realizar el perforado, en este trabajo se utilizó una metodología de diseño que toma en cuenta los entrelazadores utilizados, y los polinomios generadores del turbo código [42]. Las principales características de esta metodología se presentan enseguida:

Primero se hace el análisis de las posiciones “candidatas” a ser perforadas de acuerdo al siguiente criterio: sea d_w el peso mínimo de las palabras codificadas, generadas por entradas al codificador de peso w , y sea M_w el número de palabras de código de peso d_w [56]. Para $w=2$, la dupla (d_w, M_w) es igual a (d_{free}, M_{free}) , siendo d_{free} la distancia libre del código convolucional, relacionada con la capacidad de corrección t del código, y M_{free} la repetitividad, es decir, el número de palabras del código de peso d_{free} . Se consideran como posiciones candidatas a ser perforadas únicamente las correspondientes a los bits de paridad de los codificadores 1 y 2: v_1 y v_2 . Los bits sistemáticos del codificador 1, v_0 , no se perforan [56]. De acuerdo a una restricción de tasa compatible (*rate compatible punctured convolutional code*: RCPC) [57], se analiza cada posición candidata a ser perforada calculando sus correspondientes duplas (d_w, M_w) . Finalmente, se elige como posición a ser perforada, aquella que presente “la mejor” dupla (d_w, M_w) para no degradar la probabilidad de error, es decir, d_w debe ser el valor más alto encontrado (palabras de peso mínimo grande), y M_w el menor valor obtenido posible (poca duplicidad de palabras del mismo peso). Para la obtención de las duplas (d_w, M_w) se emplea el algoritmo propuesto en [58]. En la figura 7.5 se muestra el diagrama de flujo de la metodología de diseño de la matriz de perforado descrita y utilizada en este trabajo.



Figura 7.5. Diagrama de flujo de la metodología de perforado propuesta [42].

7.4. Sistemas propuestos

Con el propósito de efectuar las simulaciones por computadora, se ha considerado un turbo código de tasa $r = 1/2$. Y con el objetivo de acoplarse a los parámetros de la multiplexación OFDM, se tienen 4096 bits codificados para una entrada de 2048 bits de información. Esto nos lleva a usar un entrelazador en los turbo códigos de tamaño grande, con un tamaño máximo de 2048 bits. Las subportadoras del símbolo OFDM representan cada una un símbolo 4-QAM y dado que es necesario tener los 2048 datos para el proceso de envío, entonces para efectos prácticos, también puede ser considerada la misma duración de tiempo que tarda el turbo

codificador en el llenado de su entrelazador. De esta manera, los tiempos de latencia no se incrementarán.

En lo que concierne a los polinomios generadores del turbo código, por su buen desempeño en términos de probabilidad de bit en error, se usaron los publicados en varios trabajos previos [42], correspondientes al estándar 3GPP [59]: $g_0(D) = 1 + D^2 + D^3$, $g_1(D) = 1 + D + D^3$.

Para comparar el desempeño obtenido proponemos el uso de dos tipos de entrelazador: el primer tipo, de acuerdo a la literatura y por sus propiedades de descorrelación, se consideró el denominado HSR [42, 44]. Como se vio en el capítulo 6, su implementación es similar a la del entrelazador *S-random* [43], con la variante de que se generan N números reales aleatorios, en vez de N números enteros aleatorios. El entrelazador final se obtiene al ordenar los N números reales aleatorios, y su desempeño en términos de la tasa de errores binarios (BER) es superior a la del entrelazador *S-random*. En este trabajo, los parámetros del entrelazador HSR que se usaron fueron: matrices de tamaños 256, 1024 y 2048 bits, con condiciones de esparcimiento máximo de 20, 32 y 45, respectivamente.

Por sus buenas propiedades algebraicas, el segundo entrelazador considerado es de particular interés debido a su diseño simple y sobre todo, a su implementación práctica. Consiste en un entrelazador recientemente definido basado en una permutación polinomial cuadrática QPP [52], mismo que ha dado excelentes resultados para bloques de tamaño pequeño y medio. Los polinomios cuadráticos utilizados y evaluados en la literatura son: $31x + 192x^2$, $221x + 832x^2$ y $21x + 128x^2$; para tamaños de entrelazador de 256, 1024 y 2048, respectivamente [46].

Finalmente para la matriz de perforación, con un periodo de perforado de 16, se trabajó primeramente con la propuesta en [42], identificada en este trabajo con el número 1, con el propósito de poder hacer comparaciones. También se trabajó con la matriz de perforación especificada para el sistema, obtenida con la metodología desarrollada en nuestro grupo de investigación, con longitudes correspondientes de: 256, 1024 y 2048 bits, e identificada con el número 2.

En la Tabla 7.3, se muestra un resumen con las longitudes y tipos de los entrelazadores utilizados en las simulaciones por computadora, así como el tipo de matriz de perforación considerada.

Tabla 7.3. Longitudes y tipo de entrelazador utilizados en las simulaciones por computadora, así como la matriz de perforación.

	Longitud del entrelazador	Matriz de perforación	Entrelazador
Simulación 1	Sin control de errores		
Simulación 2	256	1	HSR
	1024		
	2048		
Simulación 3	256	2	HSR
	1024		
	2048		
Simulación 4	256	2	QPP-based
	1024		
	2048		

8. Resultados comparativos de las simulaciones en computadora

8.1. Introducción

El presente capítulo, muestra una evaluación del desempeño del uso de códigos correctores, principalmente los denominados turbo códigos, solución para la transmisión de datos por la red eléctrica.

La evaluación toma en consideración la capa física del modelo de canal. La métrica usada en este análisis es la tasa de bit en error (BER) alcanzada para una relación señal a ruido (SNR) dada. Esta característica es normalmente usada cuando se evalúan sistemas de comunicaciones en la capa física.

Esta análisis toma en cuenta los ruidos presentados en el capítulo 3 y los parámetros presentados en el capítulo 7. Se presentan algunos resultados para validar nuestro sistema comparándolo con algunas publicaciones [16, 26], y principalmente se muestran resultados de simulaciones en donde se varían la matriz de perforado y los entrelazadores internos de los turbo códigos; tanto en tipo como en tamaño.

8.2. Resultados

De acuerdo a los métodos de control de errores, modulación digital OFDM y modelo del canal PLC, utilizados en este trabajo de investigación, se realizaron simulaciones en computadora considerando el sistema completo. Se especificaron y cubrieron varios objetivos: comparar los resultados con algunas de las publicaciones existentes en la literatura [15, 16, 26]; corroborar que aplicando un sistema de corrección de errores que se adapta lo más posible a las características de la modulación utilizada, se puede obtener una disminución en la probabilidad de error, toda vez que la información es transmitida a través del canal de la red eléctrica (PLC del tipo *indoor* modelo 1) con todos los tipos de ruidos combinados descritos anteriormente. Probar la validez de

la metodología de diseño definida en nuestro grupo de trabajo, y en el caso de los turbo códigos, comparar su desempeño en función del tipo y parámetros del entrelazador utilizado. Estos dos últimos objetivos constituyen la parte fundamental de la propuesta de esta tesis.

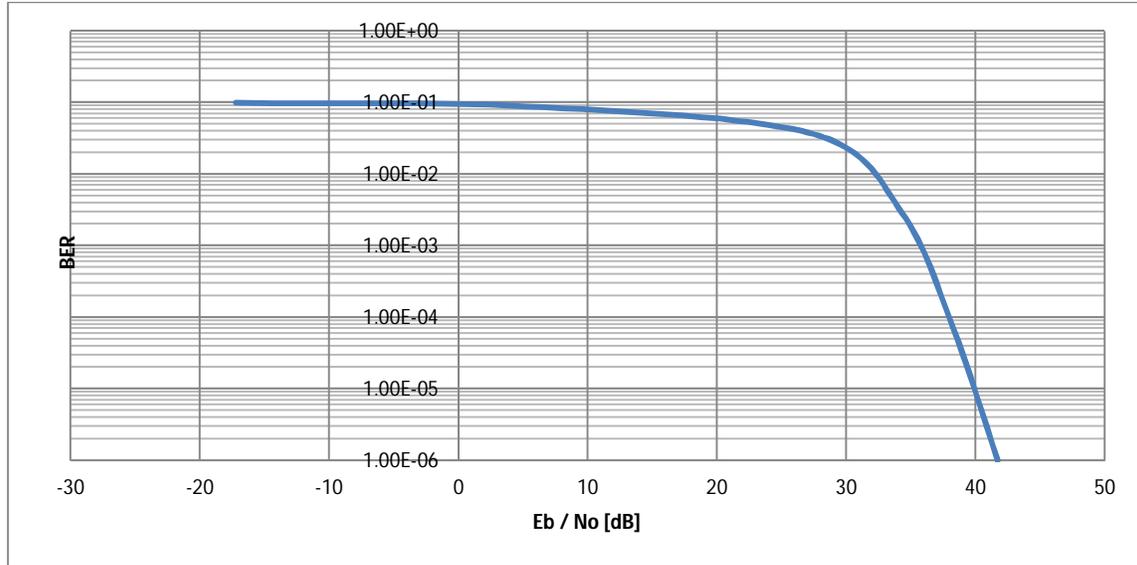


Figura 8.1. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] del modelo del canal con la modulación OFDM sin el sistema de control de errores.

En la figura 8.1 se muestra la gráfica de la razón señal a ruido E_b/N_0 vs. la tasa de bits en error BER (*bit error rate*) del comportamiento del canal, con la modulación OFDM sin el sistema de control de errores y con los parámetros considerados en la Tabla 7.2. Se observa cómo empieza a bajar la curva alrededor de $E_b/N_0=30$ dB, al igual que en las gráficas obtenidas en [26], así también alrededor de $E_b/N_0=40$ dB se tiene una tasa de bits en error del orden de 1×10^{-5} .

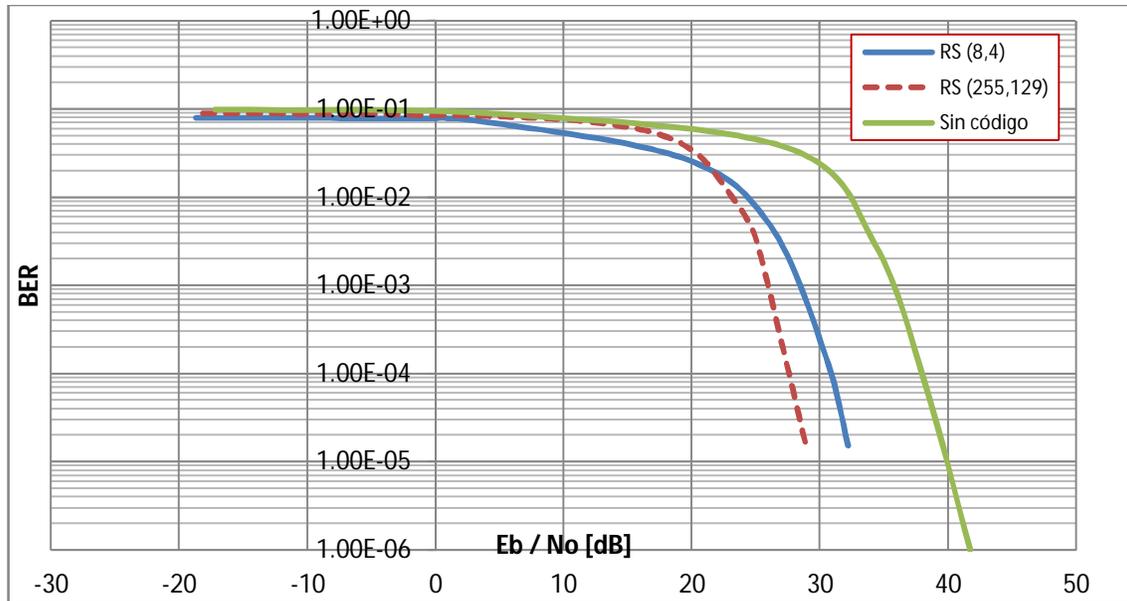


Figura 8.2. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando codificación Reed Solomon.

Con la finalidad de poder comparar nuestros resultados con los de otras publicaciones, en las figuras 8.2 y 8.3 podemos observar el comportamiento del canal, con las mismas características con las cuales se obtuvo la gráfica de la figura 8.1, pero ahora utilizando dos técnicas diferentes de corrección de errores (Reed Solomon y convolucional), las cuales como característica principal, para poder hacer una validación con las otras simulaciones, es que ambas tienen una tasa de codificación de $\frac{1}{2}$, y se pueden comparar con las obtenidas en [26], donde se usan también códigos con los mismos parámetros, las características y parámetros de estos códigos fueron descritos en el capítulo anterior. En las figuras 8.2 y 8.3 se puede observar el desempeño de los códigos Reed Solomon y se puede apreciar cómo la curva cae en un valor menor en dB, respecto a la correspondiente cuando no se utilizaba ningún código de corrección de errores. También de la figura 8.3, existe una mejoría en la relación entre E_b/N_0 contra BER, cuando se utilizan códigos convolucionales con respecto a la curva sin codificación, siendo el punto aproximado de inicio de caída de la curva en 20 dB.

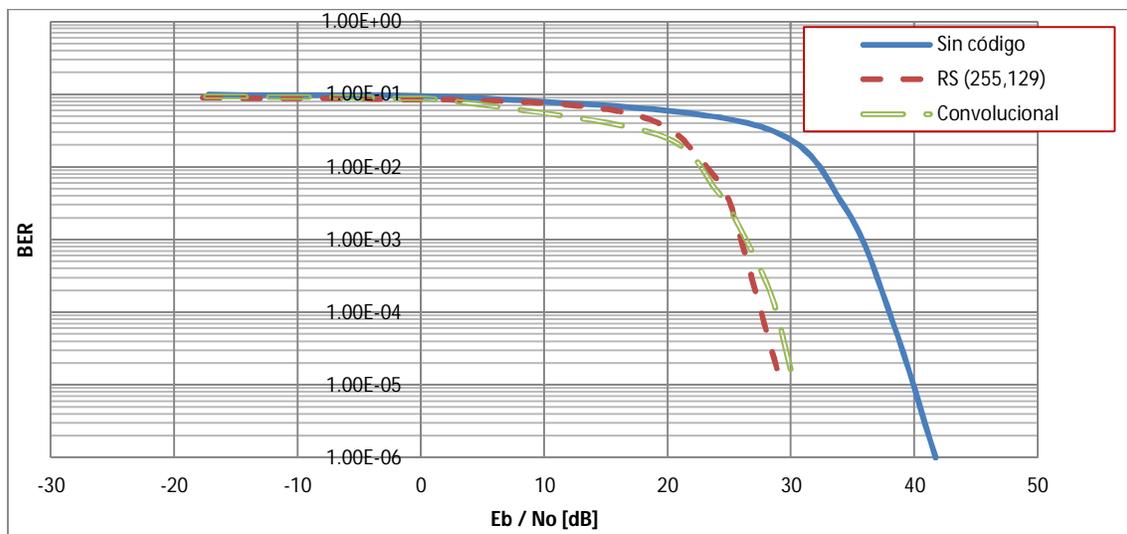


Figura 8.3. Comparación de gráficas BER vs. E_b/N_0 [dB] del sistema sin codificación y con codificación R.S. y convolucional.

Otra de las simulaciones realizadas con el sistema de control de errores consistió en la utilización de turbo códigos. En la figura 8.4 se puede observar la gráfica de probabilidad de error, esta simulación se identifica en la Tabla 7.3 como la “simulación 2”, en donde fue utilizada la matriz de perforado tipo 1. Se puede hacer notar que es una matriz de perforación óptima para las características definidas en [42], no para las características de ruido de un canal PLC, sin embargo, como se mencionó anteriormente, ésta simulación es importante para contar con un punto de referencia, y con ello confirmar que con la obtención de dicha matriz por la metodología de diseño descrita en el capítulo anterior, y mediante un estudio más a profundidad para la selección de los parámetros de los turbo códigos adaptados a las condiciones del sistema PLC, se obtienen mejores resultados. Como se ha podido comprobar con los resultados de esta tesis.

El desempeño del sistema de comunicaciones depende principalmente de la modulación y del tipo de codificación de canal. Uno de los objetivos de este trabajo consistió en proponer el diseño de un sistema de transmisión de información donde cada bloque, o subsistema constitutivo, se complemente con los demás, es decir, que la modulación digital sea la más adecuada de acuerdo a las características del canal y que el código de corrección de errores se adecue a su vez a las características, principalmente de la modulación. De esa manera, se propone una metodología global de diseño de un turbo código incluyendo a la modulación y al modelo del canal PLC [42].

Para las curvas obtenidas en las simulaciones con los turbo códigos, se utilizaron en un primer tiempo los siguientes parámetros: entrelazador HSR de longitudes: 256, 1024 y 2048, polinomios generadores $g_0(D) = 1 + D^2 + D^3$, $g_1(D) = 1 + D + D^3$ [59] y una matriz de perforado tipo 1 con periodo 16.

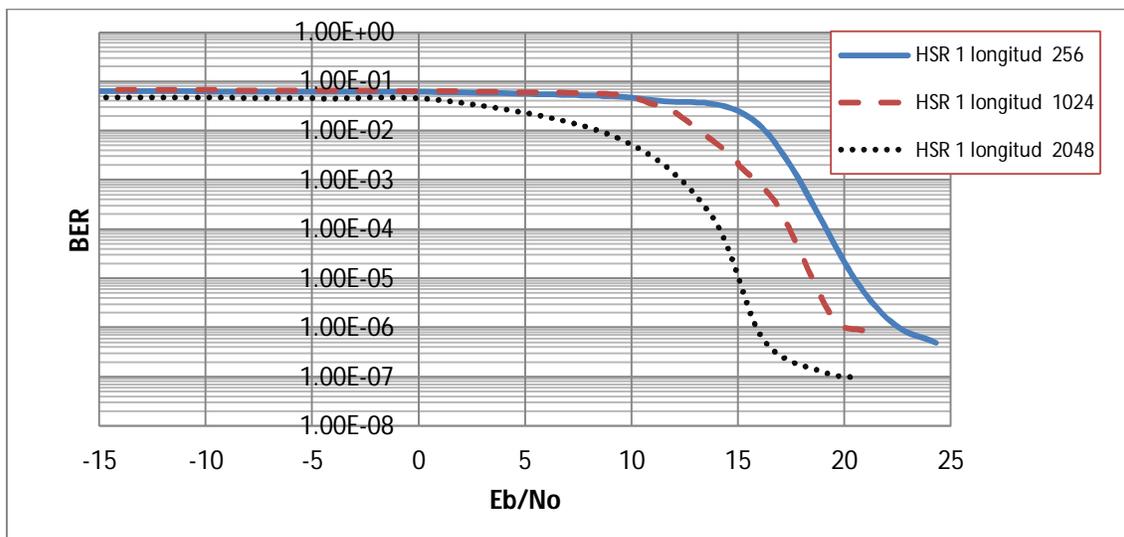


Figura 8.4. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando turbo codificación con diferentes longitudes del entrelazador HSR (256,1024 y 2048).

Luego, tomando en cuenta los valores y la forma de operar de la modulación OFDM, se realizó el siguiente cambio: la longitud del entrelazador HSR se aumentó a 1024 y 2048 bits. Como se puede apreciar en las gráficas de la figuras 8.4, con dicha modificación la mejora en el desempeño es significativa ya que conforme se incrementa el tamaño del entrelazador, aumenta la descorrelación entre su entrada y su salida, aumentando en consecuencia la eficiencia del código por el carácter aleatorio de acuerdo a la teoría de la información, sin embargo, incrementando también la latencia de procesamiento.

En la figura 8.5, se tienen las gráficas obtenidas mediante las simulaciones, en las cuales se usó la nueva matriz de perforado tipo 2 propuesta en esta tesis, la cual ha sido optimizada para el sistema PLC con modulación OFDM. Esto, nos permite el uso de entrelazadores de hasta 2048 bits. En estas gráficas, se puede constatar que existe una mejoría en el rendimiento con respecto a las anteriores, en donde no se usaba una matriz de perforado optimizada para los parámetros del sistema PLC.

De manera comparativa para una E_b/N_0 de 15 dB en la figura 8.4 con un tamaño de entrelazador de 2048 bits se tiene un BER de $1E-5$, mientras que en la figura 8.5 se tiene una tasa BER de $3E-7$, siendo con este tamaño de entrelazador, donde se genera una mayor ganancia en la gráfica y con ello un mejor desempeño en la turbo codificación.

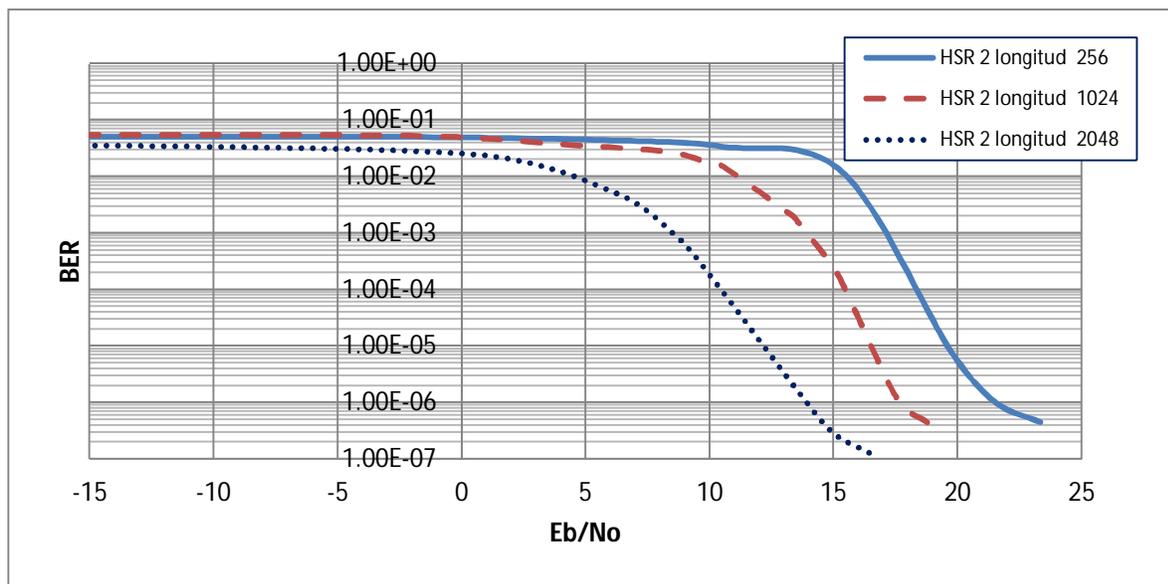
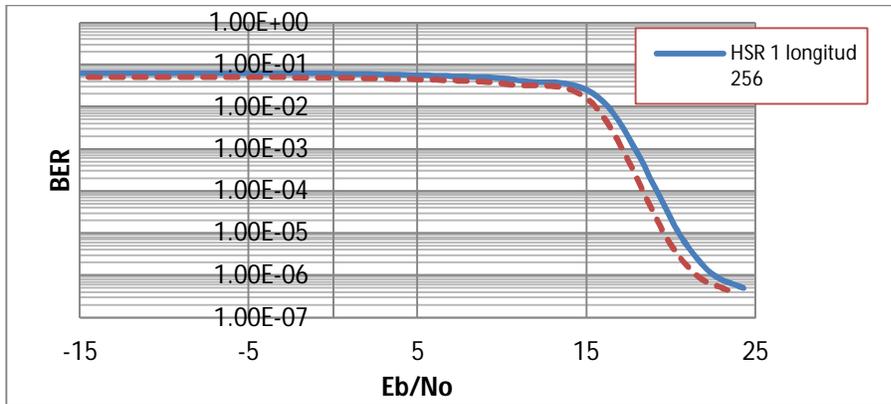


Figura 8.5. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando turbo codificación con diferentes longitudes del entrelazador HSR (256,1024 y 2048) y matriz de perforación 2.

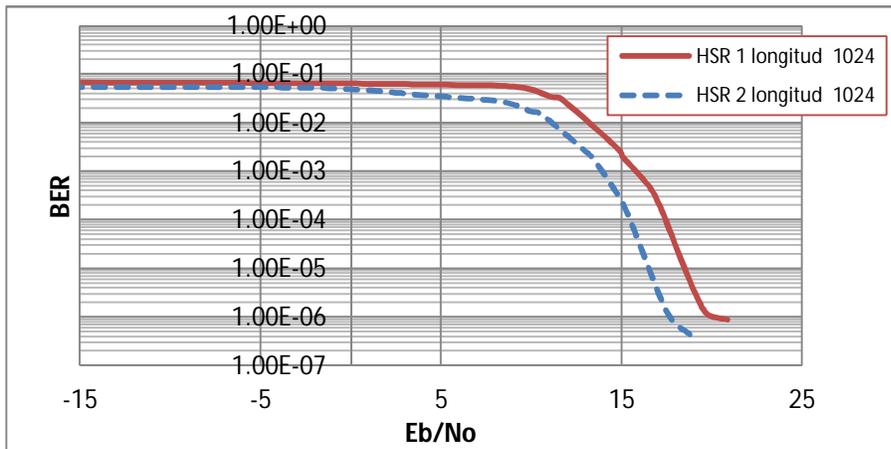
En la figura 8.6, se tienen las gráficas en donde se comparan las curvas generadas con los diferentes tamaños de entrelazador, a) 256, b) 1024 y c) 2048 respectivamente, y con diferentes matrices de perforado. Las líneas continuas corresponden a la utilización de la matriz de perforado tipo 1, mientras que las líneas punteadas corresponden a las simulaciones con la matriz de perforado tipo 2.

En los tres casos, al utilizar la matriz de perforado tipo 2 diseñada en esta tesis, la caída de la curva empieza más a la izquierda, lo cual indica un mejor desempeño. En c) donde se utiliza el entrelazador lo más grande posible, 2048, la diferencia es más marcada.

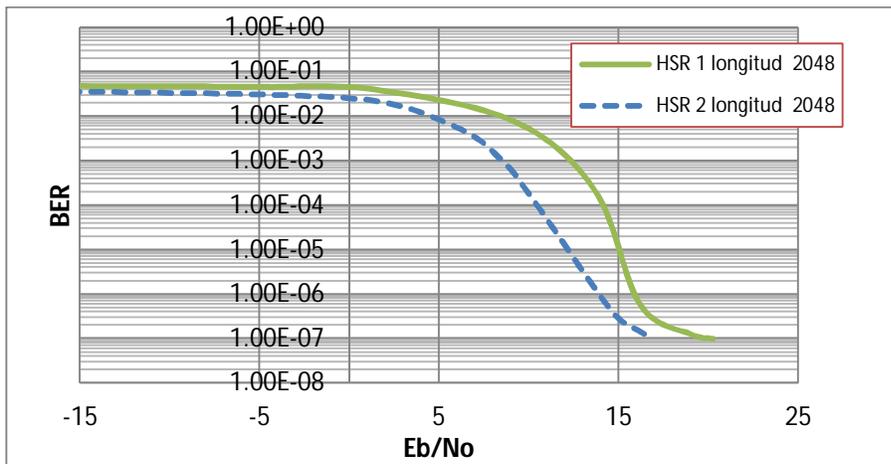
Como ejemplo, cuando se usa el entrelazador HSR, en la figura 8.6 las curvas empiezan a caer en valores de E_b/N_0 de aproximadamente 13dB, 9dB y 4dB con longitudes de 256, 1024 y 2048 elementos, respectivamente.



a)



b)



c)

Figura 8.6. Gráfica BER vs. E_b/N_0 [dB] aplicando turbo codificación con ambas matrices de perforado y entrelazador HSR de: a) 256 bits, b) 1024 bits y c) 2048 bits.

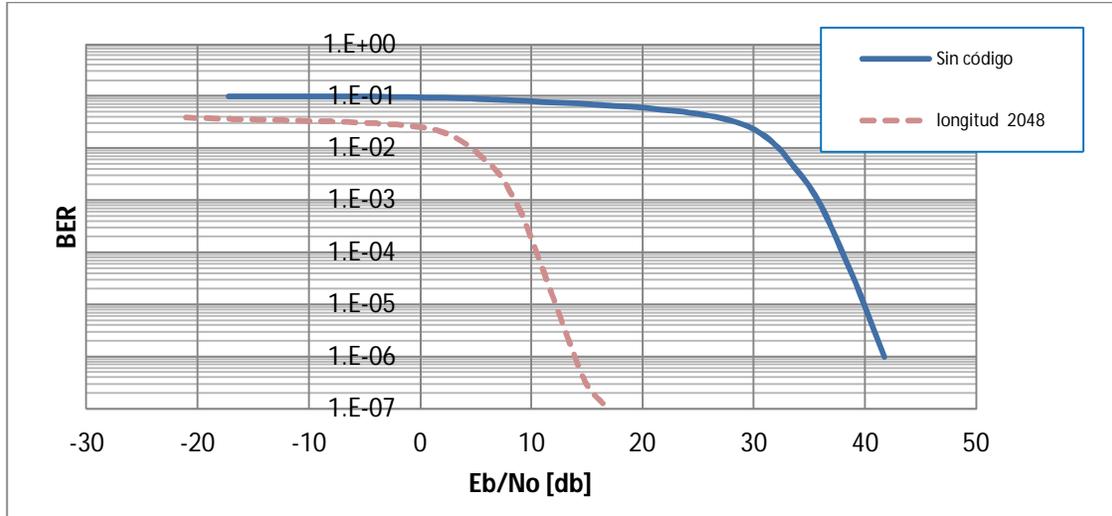


Figura 8.7. Gráfica comparativa entre el modelo sin código y el turbo código con mejor rendimiento.

En la figura 8.7, para una BER de 10^{-5} , la curva generada al utilizar el turbo codificador con un entrelazador HSR y matriz de perforación tipo 2 de longitud 2048 elementos, existe una ganancia de 28 dB aproximadamente en la E_b/N_0 , con respecto a la curva obtenida cuando no se utiliza ningún código de corrección de errores.

En la figura 8.8 se puede apreciar el comportamiento usando el entrelazador basado en polinomios de permutación cuadráticos QPP, correspondientes a longitudes de 256, 1024 y 2048 elementos. Se puede ver, como era de esperarse que incrementando la longitud, se mejora el rendimiento; esto debido a que como se ha venido mencionando a lo largo de este escrito, es menor la correlación entre las entradas de los dos codificadores convolucionales constitutivos del turbo código.

Otro punto de interés, es la comparación de los resultados con el uso de ambos tipos de entrelazadores, los HSR y los basados en polinomios de permutación cuadráticos QPP. En general, cuando se usa el entrelazador HSR se experimenta una mejor eficiencia en todos las longitudes de entrelazado utilizadas: 256, 2014 y 2048 elementos.

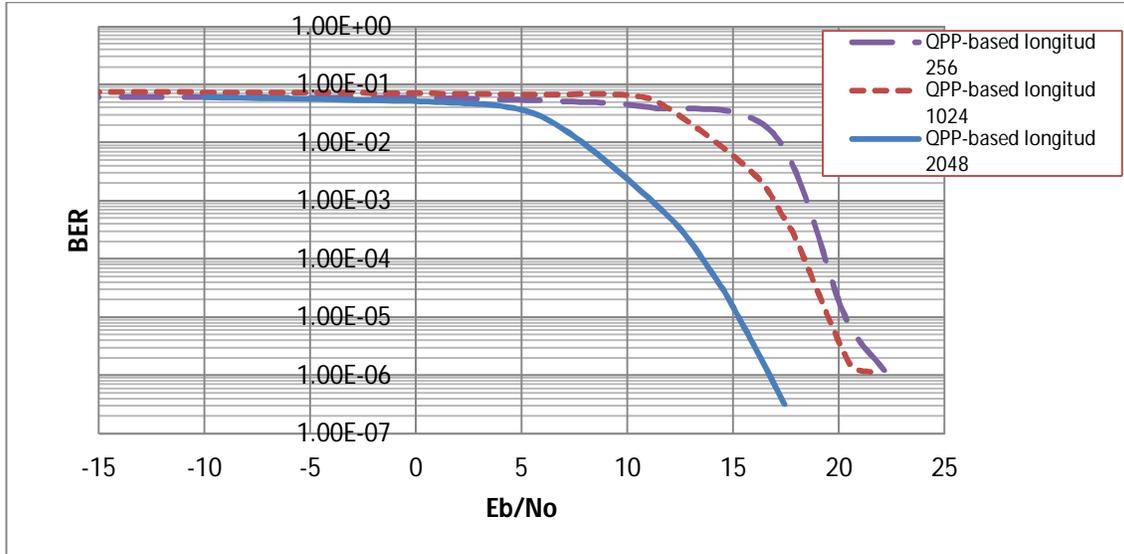


Figura 8.8. BER vs. E_b/N_0 [dB] del sistema PLC con un entrelazador basado en polinomios de permutación cuadráticos QPP para turbo codificación.

Considerando un BER de 10^{-5} entre el desempeño cuando se utilizan los entrelazadores basados en polinomios cuadráticos QPP y el HSR con longitud de 2048, existe una diferencia de 3 dB, correspondiendo el mejor desempeño a cuando se usa el entrelazador HSR. En el mismo contexto, es posible comparar con longitudes de 256 y 1024 elementos, dando como resultado que las gráficas con el entrelazador basado en polinomios cuadráticos QPP empiezan a decaer en 15 dB y 11 dB respectivamente, teniendo una diferencia de aproximadamente 2 dB respecto al entrelazador HSR a favor de este en el punto donde empiezan a bajar las curvas.

9. Conclusiones y trabajo futuro

En esta trabajo, se abordó el problema del desempeño de las comunicaciones digitales a través de la red de potencia PLC, medido por la probabilidad de bit en error, considerando las características del canal y la problemática que representa el enviar los datos a través de la red eléctrica; donde, la atenuación y los efectos multitrayectoria, así como los diferentes ruidos existentes hacen de este medio una alternativa difícil de manejar, pero muy interesante por su disponibilidad en tiempo y en espacio.

En este contexto, y teniendo en cuenta la evolución reciente de las comunicaciones digitales se estudiaron las principales técnicas disponibles para un correcto envío y recepción de la información, como es la modulación OFDM y los códigos turbo como una alternativa de los códigos de corrección de errores.

Derivado de la utilización y eficiencia probada de los códigos turbo, como un antecedente, se explicó el funcionamiento de los códigos convolucionales, los cuales son la base de los códigos turbo. Como siguiente aspecto, se estudió cada uno de los componentes de los códigos turbo, su efecto sobre el desempeño del sistema y la algorítmica asociada a la codificación y la decodificación.

Como aportación principal de la tesis, se proporcionó la metodología adaptada al medio PLC para el diseño de los turbo códigos, llevando a cabo diferentes simulaciones, considerando cambios principalmente en los entrelazadores internos y también en la matriz de perforado, para adaptar la tasa de transmisión y con ello poder obtener gráficas de desempeños de los diferentes códigos turbo en el canal PLC.

De las primeras simulaciones en computadora realizadas con el sistema que incluye el modelo del canal PLC, con sus diferentes ruidos y modulación OFDM, se compararon los resultados obtenidos con los correspondientes a las publicaciones encontradas a este respecto [1, 15, 16, 22, 26]. Se pudo validar el funcionamiento de nuestro sistema comparando el comportamiento del canal con una modulación OFDM sin ningún código de corrección de errores, y con códigos también de otro tipo, como son los códigos de Reed Solomon y convolucionales.

En las simulaciones con los turbo códigos se varían los parámetros de tipo y longitud de entrelazado, es decir, se utilizó el entrelazador HSR y alternativamente el obtenido a través de polinomios de permutación cuadráticos QPP, con longitudes de 256, 1024 y 2048 elementos.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede concluir: que los turbo códigos tienen un muy buen desempeño en cuanto a corrección de errores, para un sistema PLC con una modulación OFDM. Además, para estas condiciones de transmisión con los parámetros de la OFDM, se propone usar en el turbo código un entrelazador de hasta 2048 elementos, lo cual hace mucho más eficiente al código, por la mayor descorrelación de los elementos de entrada a los codificadores constitutivos de los códigos turbo (Figura 6.1), reforzando su carácter aleatorio. Adicionalmente, se puede cambiar la tasa de codificación utilizando una matriz de perforado cuya metodología de diseño, adaptada en esta tesis al medio PLC, permite maximizar la distancia libre d_{free} del código.

Se pudo corroborar, que el desempeño de los códigos turbo tiene mejoras sustanciales cuando el tamaño del entrelazador es mayor. Como se puede ver en el capítulo 8, en nuestra experimentación fueron utilizados entrelazadores de tamaños 256, 1024 y 2048 elementos; es con los entrelazadores de 2048 que se obtuvo un mejor desempeño. En la figura 8.5 en donde se utiliza un entrelazador HSR con un BER de 10^{-5} se obtiene una ganancia de cerca de 7 dB respecto al de longitud de 256. De manera similar en la figura 8.8, con el uso del otro tipo de entrelazador utilizado QPP-based se obtiene una ganancia de 5 dB.

Adicionalmente, comparando el desempeño de los turbo códigos, con ambos tipos (muy representativos en el área) de entrelazadores utilizados de tamaño 2048, respecto al desempeño en donde no se usa un código de corrección de errores, con el mismo BER de 10^{-5} , se obtuvieron ganancias 25 dB y 28 dB para el entrelazador QPP-based y HSR, respectivamente.

Estos resultados permiten concluir que mediante el uso de entrelazadores HSR, con la matriz de perforado diseñada con la metodología adaptada en esta tesis al canal PLC, la tasa de bit en error para una particular señal a ruido (E_b/N_o dB) es menor, comparada con el caso correspondiente al uso de un entrelazador QPP-based. Sin embargo, este último tipo de entrelazador es de gran importancia, por el diseño analítico asociado y la simple (y práctica) implementación en *hardware*.

Con la propuesta realizada en esta tesis, se pudo lograr un desempeño mejor al reportado en las referencias [15, 16]. La aportación de este trabajo para alcanzar este mejor desempeño está en la utilización de una metodología de diseño de los turbo códigos adaptada a PLC, abordada como un problema de optimización global que maximiza la distancia libre d_{free} del código, y que optimiza el desempeño global de los mismos a partir de considerar una optimización conjunta de cada una de sus principales partes constitutivas: entrelazador-polinomios-matriz de perforado.

Como trabajo futuro se propone primeramente hacer una adaptación dinámica del uso del espectro en partes donde el ruido es menos fuerte, por medio de una modulación OFDM adaptable, seguido del diseño de los entrelazadores utilizando otros polinomios de permutación, quizás cúbicos, cuyos parámetros de longitud se adapten a las características de la multiplexación OFDM, e integrando este diseño a la metodología de optimización propuesta, para mejorar el desempeño de los turbo códigos en los sistemas PLC. Como último punto a ser considerado, se sugiere la implementación en *hardware* del sistema y aplicado a un canal de tráfico de datos real. Estas propuestas tendrían cabida no solamente en PLC, sino también en el área emergente de *software radio*.

Bibliografía

- [1] Zimmermann M., and Dostert K., “A Multipath Model for the Powerline Channel” Communications, IEEE Transactions on Volume: 50. 2002, Page(s): 553 – 559.
- [2] Zimmermann M. and Dostert K., “Analysis and Modeling of Impulsive Noise in Broad-Band Powerline Communications”. IEEE Transactions on electromagnetic compatibility, Volume: 44, No. 1, February 2002, Page(s) 249 – 258.
- [3] Basu, S.; Roy, S.; Ray, P.K., "Broadband over Power Lines (BPL)," Power Systems, 2009. ICPS '09. International Conference on , vol., no., pp.1,4, 27-29 Dec. 2009.
- [4] Salinas M. “Análisis de la redes de Energía Eléctrica como Canal de Comunicaciones de Banda Ancha por Algoritmos Genéticos”, Tesis de maestría, IPN, 2006.
- [5] Draft Standard for Broadband over Powerline Hardware," IEEE Unapproved Draft Std P1675_D7, May 2008.pdf, vol., no., pp.,, 2008.
URL: <http://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=4540134&isnumber=4540133>
- [6] IEEE Standard for Low Frequency (less than 500 kHz) Narrow Band Power Line Communications for Smart Grid Application - Coexistence text from IEEE P1901.2_vD0.07.01, IEEE P1901.2_vD0.07.01, March 2013 , vol., no., pp.1,29, Dec. 6 2013.
- [7] IEEE Draft Standard for Powerline Communication Equipment - Electromagnetic Compatibility (EMC) Requirements - Testing and Measurement Methods, IEEE P1775/2.0.0 June 2010 , vol., no., pp.1,67, Aug. 17 2010.
- [8] Institute for Research in Technology. OPERA (Open PLC European Research Alliance).
- [9] Götz M., Rapp M., and Dostert K., “Power Line Channel Characteristics and Their Effect on Communication System Design”. Communications Magazine, IEEE Volume: 42 Year: 2004, Page(s): 78 – 86.
- [10] Biglieri, E., Coding and Modulation for a Horrible Channel, IEEE Communications Magazine, Vol.41, May, 2003, pp. 92—98.

- [11] Wei, X., Liu, J. and Li, Y., “Simulation and Analysis of Power Transmission Line Model”, IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications ISPLC '06, 2006, pp. 256—260.
- [12] José Mauricio Vergara González. “Simulación de un Esquema de Modulación/Demodulación OFDM Utilizando un Modelo de Canal Multitrayectoria”. Tesis de grado. Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación. Escuela Superior Politécnica del Litoral. Guayaquil – Ecuador. 2008.
- [13] Charan Langton, “OFDM Tutorial” Copyright 2004. www.complextoreal.com
- [14] Litwin and Michael Pugel. “The principles of OFDM” January 2001 www.rfdesign.com.
- [15] Yanxia Wang, Libo Yang and Lei Wei “Turbo TCM Coded OFDM System for Powerline Channel”. Turbo Codes & Related Topics; 6th International ITG - Conference on Source and Channel Coding (TURBOCODING), 2006 4th International Symposium on Year: 2006 , Page(s): 1 – 5.
- [16] L. Guerrieri, P. Bisaglia, G. Dell’Amico, E. Guerrini “Performance of the turbo coded HomePlug AV system over power-line channels”. Power Line Communications and Its Applications, 2007. ISPLC '07. IEEE International Symposium on Year: 2007, Page(s): 138 – 143.
- [17] Arijon, I. M.; Farrell, P.G., "Performance of an OFDM system in frequency selective channels using Reed-Solomon coding schemes," *Multipath Countermeasures, IEE Colloquium on* , vol., no., pp.6/1,6/7, 23 May 1996.
- [18] HomePlug Green PHY whitepaper. <http://www.homeplug.org>
- [19] Brian Chen; Sundberg, C.-E.W. “Complementary punctured -pair convolutional codes for digital audio broadcasting” Communications, IEEE Transactions on Volume: 48, Issue: 11 Year: 2000 , Page(s): 1829 – 1839.

- [20] Lazcano Salas S. “Algoritmos iterativos de control de errores para sistemas de transmisión de información con razón señal - ruido en la región de piso de ruido” Tesis de doctorado. UNAM 2011.
- [21] Steinbuch K, Rupprecht W, Nachrichtentechnik. Springer, 3 Auflage, Berlin 1982.
- [22] Babic et al. OPERA deliverable D4. Theoretical postulation of PLC channel model. OPERA-IST Integrated Project No. 507667, funded by EC, 2005.
- [23] Cañete F., Diez L., Cortés J., Entrambasaguas J. Broadband Modelling of Indoor Power-Line Channels. IEEE Transactions on Consumer Electronics, vol 48, no 1, Feb 2002, pp 175-183.
- [24] Philipps, H Hausinterne Stromversorgungsnetze als Übertragungswege für hochratige digitale Signale. Shaker, Aachen 2002.
- [25] Jung S. Y., “A channel Model for powerline communications in home network”, Proceedings on the 15th CISL Winter Workshop, Kushi, Japan, February 2002.
- [26] Marko Babic, Jorg Bausch, Timo Kistner, Klaus Dostert, “Performance Analysis of Coded OFDM Systems at Statistically Representative PLC Channels”. Power Line Communications and Its Applications, 2006 IEEE International Symposium on Year: 2006 , Page(s): 104 – 109.
- [27] Weinstein, S. B. & Ebert, P. M. (1971). Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete fourier transform, IEEE Transactions on Communication Technology Vol. 19(No. 5): 628–634.
- [28] Yong-Hwa Kim, Seong-Cheol Kim, Hui Myong Oh, “OFDM Receiver Performance Analysis with Measured Power Line Channel Model for Coded OFDM System”. Power Line Communications and Its Applications, 2005 International Symposium on April 2005 Pages: 201 – 205.
- [29] P. Elias, Coding for noisy channels, Proc. IRE Conv. Rec. part 4• 37–46 (1955).
- [30] S. Lin and D. J. Costello, Jr., Error Control Coding: Fundamentals and Applications, Prentice-Hall, 1983.

- [31] R. Johannesson and K. Sh. Zigangirov, *Fundamentals of Convolutional Coding*, IEEE Press, 1999.
- [32] J. M. Wozencraft, Sequential decoding for reliable communication, *Proc. IRE Conv. Rec. part 2*• 11–25 (1957).
- [33] R. M. Fano, A heuristic discussion of probabilistic decoding, *IEEE Trans. Inform. Theory* 9: 64–74 (April 1963).
- [34] K. Sh. Zigangirov, Some sequential decoding procedures, *Pronl. Peredachi Inform.* 2: 13–25 (1966) (in Russian).
- [35] A. J. Viterbi, Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimal decoding algorithm, *IEEE Trans. Inform. Theory* 13: 260–269 (April 1967).
- [36] G. D. Forney, Jr., The Viterbi algorithm, *Proce. IEEE* 61: 268–278 (March 1973).
- [37] G. D. Forney, Jr., Convolutional codes II: Maximum likelihood decoding, *Inform. Control* 25: 222–266 (July 1974).
- [38] L. R. Bahl, J. Cocke, F. Jelinek, and J. Raviv, Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate, *IEEE Trans. Inform. Theory* 20(2): 248–287 (March 1974).
- [39] Berrou, C.; Glavieux, A.; Thitimajshima, P., "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo-codes." *Communications, 1993. ICC '93 Geneva. Technical Program, Conference Record, IEEE International Conference on*, vol.2, no., pp.1064,1070 vol.2, 23-26 May 1993 doi: 10.1109/ICC.1993.397441.
- [40] S. Benedetto, D. Divsalar, G. Montorsi, and F. Pollara, A softinput soft-output APP module for the iterative decoding of concatenated codes, *IEEE Commun. Lett.* 1(1): 22–24 (Jan. 1997).
- [41] Wicker, S. B., *Error Control Systems for Digital communication and Storage*, New Jersey, Prentice-Hall, 1995.
- [42] Lazcano-Salas S., Garcia-Ugalde F., "An improved methodology to design rate compatible punctured turbo codes" *Signal, Image and Video Processing Volume 1 / 2007 - Volume 6 / 2012*

- [43] S. Dolinar and D. Divsalar, "Weight Distribution for Turbo codes Using Random and Nonrandom Permutations", JPL Progress report 42-122, August 15, 1995, pp. 56-65.
- [44] S. Crozier, "New High-Spread High-Distance Interleavers for turbo-Codes", On: 20th Biennial Symposium on Communications, Kingston Canada, May. 28-31, 2000, Queen's University.
- [45] S. Crozier, J. Lodge, P. Guinand and A. Hunt, "Performance of Turbo Codes with Relative Prime and Golden Interleaving Strategies", Sixth International Mobile Satellite Conference (IMSC'99), Ottawa, Canada, June 16-18, 1999, pp. 268-275.
- [46] J. Sun and O.Y. Takeshita, "Interleavers for turbo codes using permutation polynomials over integer rings", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. 51, no. 1, Jan. 2005, pp. 101-119.
- [47] O. Y. Takeshita, "Permutation polynomial interleavers: An algebraicgeometric perspective," IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 53, no. 6, pp. 2116–2132, Jun. 2007.
- [48] J. Ryu, "Permutation polynomial based interleavers for turbo codes over integer rings: Theory and applications," Ph.D. issertation, Ohio State University, OH, Jun. 2007.
- [49] Hendrik C. Ferreira, Lutz Lampe, and John Newbury. Power Line Communications: Theory and Applications for Narrowband and Broadband Communications Over Power Lines. John Wiley and Sons, 2010.
- [50] J. Hagenauer and P. Hoher, "A viterbi algorithm with soft-decision outputs and its applications", in IEEE GLOBECOM, vol.3 pp.1680-1686, 1989.
- [51] Chan M. H. L., Donaldson R. Amplitude, Width, and Interarrival Distribution for Noise Impulses on Intrabuilding Power Line Communication Networks. IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, vol 31, no 3, August 1989, pp 320-323.
- [52] Rosnes E., "On the minimum distance of turbo codes with quadratic permutation polynomial interleavers" Information theory IEEE transactions on vol pp Issue: 99.
- [53] Xuemin Chen and Irving S. Reed, Error-control coding for data networks, Kluwer Academic Publishers, 1999.

- [54] J. P. Odenwalder, Error control coding handbook, Linkabit Corporation, 1976.
- [55] P. Thitimajshima, “Les codes convolutifs récurrents systématiques et leur application à la concaténation parallèle”, Master’s thesis, Université de Bretagne Occidentale, 1993.
- [56] Babich F., Montorsi G., Vatta F. “Some Notes on Rate-Compatible Punctured Turbo Codes (RCPTC) Design”. IEEE Trans. Commun., 52(5):681–684, May 2004.
- [57] Hagenauer J. Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes (RCPC Codes) and their Applications. IEEE Trans.on Communications, 36(4):389-400, April 1988.
- [58] Garelo R., Pierleoni P., Benedetto S. Computing the Free Distance of Turbo Codes and Serially Concatenated Codes with Interleavers: Algorithms and Applications. IEEE J. Select. Areas Commun., 9(5):800– 812, May 2001.
- [59] Morelos-Zaragoza R.H. The Art of Error Correcting Coding. England. John Wiley & Sons. 2006. 3GPPP Technical Specification Group: Multiplexing and Channel Coding (TDD), TS 125.212 V6.7.0. December 2005.
- [60] H. Hosono. Improved automatic meter reading and load control system and its operational achievement. In 4th Int. Conf. Metering, Apparatus, and Tari_s for Electricity Supply, pages 90{94, 1982.
- [61] G Deconinck. An evaluation of two-way communication means for advanced metering in Flanders (Belgium). In IEEE Instrumentation and Measurement Technology Conference Proceedings (IMTC), pages 900{905, 2008.
- [62] Ahmad Usman and Sajjad Haider Shami. Evolution of Communication Technologies for Smart Grid applications. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 19:191{199, March 2013.
- [63] CENELEC. Signalling on low-voltage electrical installations in the frequency range 3 kHz to 148,5 kHz - 50065, 2011.

[64] Federal Communications Commission Office of Engineering and Technology Policy and Rules Division. FCC Online Table for Frequency Allocations, 2012.

[65] S Haykin. Modern wireless communications. Pearson Prentice Hall, 2005.

[66] Klaas De Craemer and Geert Deconinck. Analysis of State-of-the-art Smart Metering Communication Standards. In YRS, pages 1{6, Leuven, 2010.

Productos de proyecto

Artículos de revista:

Balbuena-Campuzano C.A. and García-Ugalde F. “Performance of HSR and QPP-based interleavers for turbo coding on power line communication systems”, *Signal, Image and Video Processing*. Publicado en línea: 09 Octubre 2013. DOI 10.1007/s11760-013-0567-6.

Balbuena Campuzano C.A. y García Ugalde F. “Rendimiento de un sistema de control de errores con turbo códigos para canales PLC”. *Ingeniería Investigación y Tecnología*. Aceptado 24 Julio 2013.

Performance of HSR and QPP-based interleavers for turbo coding on power line communication systems

Carlos Alberto Balbuena-Campuzano & Francisco Javier García-Ugalde

Signal, Image and Video Processing

ISSN 1863-1703

SIViP

DOI 10.1007/s11760-013-0567-6



Your article is protected by copyright and all rights are held exclusively by Springer-Verlag London. This e-offprint is for personal use only and shall not be self-archived in electronic repositories. If you wish to self-archive your article, please use the accepted manuscript version for posting on your own website. You may further deposit the accepted manuscript version in any repository, provided it is only made publicly available 12 months after official publication or later and provided acknowledgement is given to the original source of publication and a link is inserted to the published article on Springer's website. The link must be accompanied by the following text: "The final publication is available at link.springer.com".

Performance of HSR and QPP-based interleavers for turbo coding on power line communication systems

Carlos Alberto Balbuena-Campuzano ·
Francisco Javier García-Ugalde

Received: 9 April 2013 / Revised: 24 July 2013 / Accepted: 14 September 2013
© Springer-Verlag London 2013

Abstract In this paper, the performance of different type and length interleavers for turbo codes is analyzed in the context of power line communication systems. This system typically operates in very noisy environments; the noise, in this channel, is a combination of colored, narrow band and impulsive noises; it has also strong amplitude attenuations. The digital modulation frequently employed in power line communication to counteract the channel's noise effects is the orthogonal frequency division multiplexing due to its high spectral efficiency and robustness in multipath fading environments; hence, it is also considered in our experimentation. We report the performance of turbo codes with the two types of interleavers: the high-spread random and the based quadratic permutation polynomial. The constituent codes are part of the 3GPP standard. Finally, it is used a punctured matrix in order to achieve a coding rate of $1/2$. The performance is evaluated in terms of bit error rate, through the way of simulations.

Keywords PLC · OFDM · Turbo codes · Interleavers · Punctured matrix

1 Introduction

Nowadays, communications systems with different structures are widely used and increase everyday. Therefore, new

ways of data transmission are required. Power line communications (PLC) has considerable potential in many applications, such as remote metering, distribution automation, and Internet access through home networking. Nevertheless, power lines are heavily affected by attenuation, multipath effects, and strong noisy during data transmission, because the nature of the channel itself, and these effects may vary over time and over network links [1].

Digital modulation and channel coding methods about how to reduce these issues have been studied; one of the promising modulation techniques for high-speed data transmission is OFDM (orthogonal frequency division multiplexing) [2], a kind of multicarrier modulation scheme.

It has excellent and attractive benefits like high-spectral efficiency, low complexity in comparison with other techniques, robustness in multipath environments, etc. In OFDM schemes, the DFT (discrete Fourier transform) is applied for multiplexing blocks of data symbols over subchannels, from which sidebands of the individual carriers overlap spectrally, but carriers must be mathematically orthogonal in order that the blocks are still received without adjacent carrier interference. In a single-carrier system, a single fade or interference can cause the entire link to fail, but in a multicarrier system, only a small percentage of subcarriers will be affected. Thus, error correction coding can be used to correct the erroneous subcarriers. In this aspect, since Berrou et. al. introduced the new technique called "turbo code" [3], it has attracted so much attention to the channel coding problem.

The fact that error correction capability in turbo codes reaches a very close value to the theoretical Shannon limit that has been confirmed, specifically in AWGN channels [3]. Therefore, it is expected that turbo coding over PLC channels leads to an important coding gain too.

Currently now, the study of the design, the implementation, and properties of interleavers as a needed part to improve

C. A. Balbuena-Campuzano (✉) · F. J. García-Ugalde
División de Ingeniería Eléctrica, Facultad de Ingeniería,
Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad Universitaria,
Circuito Exterior Coyoacán, 04510 Mexico, DF, Mexico
e-mail: abalbuena_80@yahoo.com.mx

F. J. García-Ugalde
e-mail: fgarciau@unam.mx
URL: <http://dps.fi-p.unam.mx/FGU/FGU.html>

the turbo codes performance has been widely spread and oriented the research [4–6].

The scheme of turbo code is explained, and algorithms of encoding/decoding are described in order to readers understand details of turbo code procedures. In this paper, the communication system performance is evaluated in terms of bit error rate.

Considering that the turbo code performance is very dependent on the properties of the interleavers, the simulation results are presented with the following varying parameters: (1) two kinds of interleavers have been tested, the HSR (high-spread random) [5] and the QPP-based (quadratic permutation polynomial-based) [6]; (2) the bit error rate performance is compared with respect to the interleaver's length.

This paper is structured as follows: Sect. 2 illustrates the channel model employed and key features, such as attenuation and the kind of noises presented in the channel. It also indicates the best properties of the digital modulation technique applied, according to the channel model. Section 3 shows the different elements of turbo codes. In Sect. 4, properties of the two kinds of interleavers implemented in this system are explained. The error correction design methodology employed is described in Sect. 5. Section 6 is dedicated to the results of the simulations. The simulation as mentioned before, and involves the use of the two kinds of interleavers in the turbo codes. Finally, the results are commented in the conclusions.

2 The PLC system

The PLC system scheme with turbo coding considered in this work is shown in the Fig. 1; input data sequence is first encoded by the turbo encoder, with a coding rate of 1/2, and then by the OFDM/QAM encoder: In the OFDM/QAM encoder, the data symbols are serial to parallel converted, and each OFDM subcarrier has one 4-QAM symbol. In our experiments, the OFDM modulation is implemented by using the parameters in Table 1 [7].

2.1 PLC model

Zimmermann and Dostert [8] propose a parametric model (1) of the PLC channel through an example of multipath.

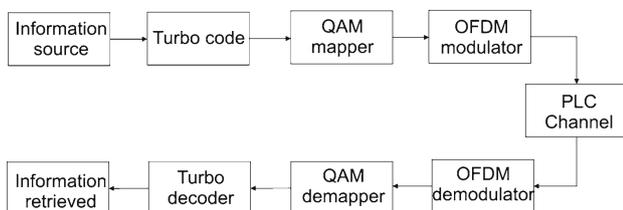


Fig. 1 Block diagram of the turbo coded OFDM/QAM system

Table 1 OFDM typical parameters

Sampling period	1/80 MHz
Number of useful subcarriers (N _s)	2,048
Guard interval (T _m)	(1,024) (Sampling period) = 13 μs
DFT period	(4,096)(Sampling period) = 52 μs
Symbol's time OFDM	64 μs
Bandwidth	3–43 MHz
Modulation	4-QAM

That example details how time delays are generated by given paths, length cables, and different impedances, and describes the transfer characteristics in the frequency range from 500 KHz up to 20 MHz.

$$H(f) = \sum_{i=1}^N g_i \cdot e^{-(a_0+a_1 f^k)d_i} \cdot e^{-j2\pi f(d_i/v_p)} \quad (1)$$

In (1), *i* is the index of the path, *a*₀ (offset of attenuation) and *a*₁ (increase of attenuation) are attenuation parameters, *k* is the attenuation exponent usually between 0.2 and 1, *g*_{*i*} is the weighting factor of the *i*th path of length *d*_{*i*}, and *v*_{*p*} the propagation speed.

There have been many kinds of channel models for the PLC channel [1]. In this research, by considering higher interest for many common applications, the reference channel used is the one known as “indoor”, which refers to the environment found in a house or a small industry, with low voltage supplies. Its power spectral density graphically is shown in Fig. 2.

The main kinds of noises in the PLC system are shown in Fig. 3 and its main characteristics are as follows:

Colored noise

It is caused by overlaying of multiple sources of noise with relatively low power. This kind of noise, generally, decreases its power spectral density toward higher frequencies. That decreasing effect can be approximated by a decaying exponential curve in a logarithmic scale [9]. Power spectral density of colored noise can be given as follows:

$$A(f) = A_\infty + A_0 \cdot e^{-f/f_0} \quad (2)$$

with *A*_∞ refers to the power spectral density when *f* → ∞, while *A*₀ refers to a difference between *A*(0) and *A*(∞). The third parameter *f*₀ represents the decay rate of rise.

Narrow-band noise

One characteristic of this noise is the variation on intensity and frequency with respect to space and time. The main sources for narrow band noise are broadcasters in everyone wave rage, so that almost all frequency range until 20 MHz is affected by this noise.

Fig. 2 PLC power spectral density

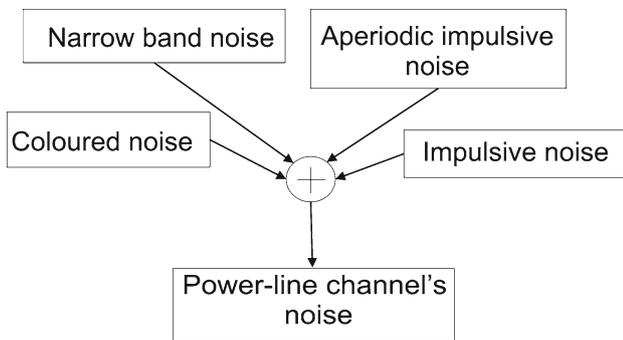
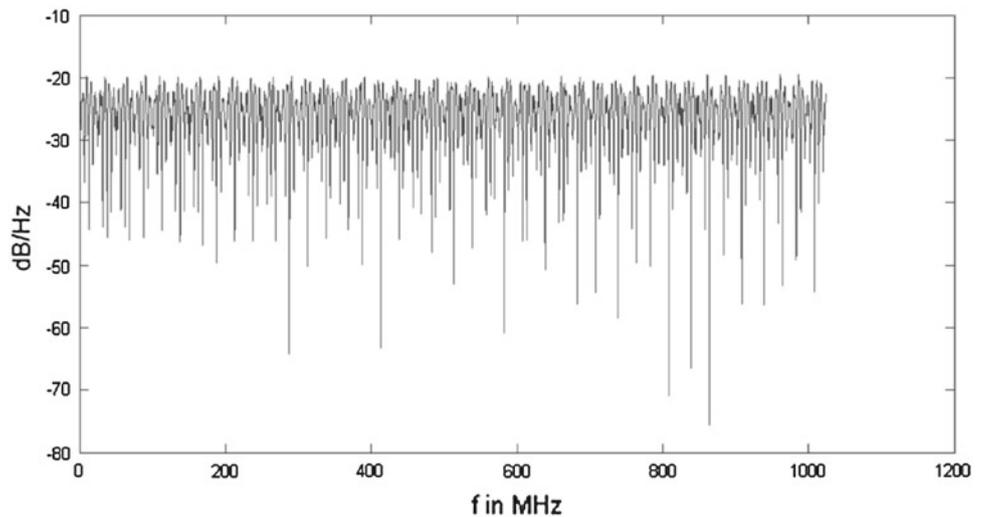


Fig. 3 Different types of noises in PLC channel

The narrow-band noise can be expressed by a sum of multiple sine noises with different amplitudes.

$$n(t) = \sum_{i=1}^N A_i(t) \cdot \sin(2\pi f_i t + \phi_i) \quad (3)$$

The N different waves have different parameters in frequency f_i , amplitude $A_i(t)$, and phase ϕ_i .

Impulsive noise

Synchronous periodic impulsive noise occurs between 50 and 100 Hz, and it is caused by synchronous power converters.

Asynchronous periodic impulsive noise is mainly caused by switching power supplies. The frequencies may range from 2 to 50 MHz; nevertheless, they occurs only for a short time and with low amplitude, and as a result of that, this noise is considered as part of the colored noise.

Aperiodic impulsive noise

The most harmful noise is a randomly noise caused by all kind of switching operations, for example by household appliances, electric motors, and others. Very often occurs in bunches (so called “burst noise”).

With many different sources, this noise may have different properties regarding time response and spectral properties.

This noise, like the periodic impulsive noise, can also be characterized with three parameters: amplitude, time of impulse, and time between impulses, with the difference that those parameters are vary randomly.

For data transmissions, via power line networks, aperiodic noise is especially important because its amplitude and power density generally exceeds the parameters of other noises by far.

For more details about the noises, the reader may refer to [9–12].

2.2 OFDM

OFDM is a modulation technique or a multiplexing technique which works with a large number of narrow band, overlapping, orthogonal subcarriers, which share the available bandwidth, to transmit information simultaneously, product of some digital modulation such as the following: ASK, PSK, or QAM depending on the system [2].

The OFDM signal is distributed over a bandwidth, and thus achieving that the signal energy is distributed in frequency, as if one were to concentrate in a single frequency and with a large attenuation in this frequency so that it could be easy to lose the signal. Taking into account one of the characteristic of the PLC channel (the concentration of a large attenuation or high level of noise in a narrow band), OFDM becomes into a relevant and robust against noise option.

To achieve simultaneous transmission of several subcarriers (through the main tool for implementing purposes) is the use of the fast Fourier transform (FFT), by eliminating the possible interference or overlapping between subcarriers. Because of this characteristic, the number of subcarriers is related to the number of samples used in the FFT (N_{FFT}).

As given in (4), discrete signals operations and their transformations involve a regime of sampling time, which estab-

lishes the time limitations, and hence some of the major temporal characteristics of the system.

The bandwidth per subcarrier is given by the sampling frequency f_s divided by the number of samples used in the FFT (4).

$$\Delta f = \frac{f_s}{N_{\text{FFT}}} = \frac{1}{T_u} \tag{4}$$

In (4), T_u is the OFDM symbol useful time.

From QAM mapping and OFDM modulation, let

$$\mu = \log_2 M \tag{5}$$

where μ is the number of bits per symbol and M the number of symbols, and the μ bits are mapped into x_k symbols which are chosen from the symbols group $S = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_M\}$.

In our system, 4-QAM is employed, so $\mu = 2$ and $M = 4$, where two dimensional symbol is used, represented by complex numbers $\alpha = \alpha_I + j\alpha_Q$.

Let $x_i[k] = a_{I,i}[k] + ja_{Q,i}[k]$ the transmitted symbols through the k th sub-carrier in the OFDM symbol.

3 Turbo code

As the definition of the turbo code name refers to turbo principle of the ‘‘internal combustion engine turbo’’ where the engine efficiency is optimized by reusing the residual energy of the exhaust gases. So, this concept extrapolated to error correction demands an iterative decoding algorithm where in each iteration j , and it is improved by the confidence in the decoded symbols by means of a probability measurement.

In general, turbo code consists of two constituent codes and an interleaver in between. In our scheme, in order to adjust the global rate of the code, a puncturing matrix is added at the encoder’s output [4] Fig. 4.

The information bits are first encoded by a recursive convolutional code; and in parallel, after passing through the

interleaver, they are encoded by a second recursive convolutional encoder. All the encoders are systematic. The code sequences are formed by the information systematic bits v_0 , followed by the parity check bits generated by each of the encoders’ v_1 and v_2 , to achieve the global rate.

Additionally, a punctured matrix permits to adapt the global rate of the code. That is, the matrix removes some bits usually from parity outputs (v_1 and v_2). As a point of reference, the simulations shown in this paper resulted into a rate of 1/2 instead of the original output of 1/3, after puncturing, Fig. 4.

The punctured matrix is required in applications on time-varying channels; a common error control strategy is to adapt the code rate according to the available channel state information (CSI). An effective way to achieve this strategy is to use a lower rate code named mother code and puncture it in a rate compatible punctured manner (RCPC) [13,14] in order to obtain high-rate codes. In such an approach, the following restriction is imposed: the rates are organized in a hierarchy, which means the high-rate codes are embedded into the lower rate codes of the family; in other words, all the code bits of a high-rate punctured code are a subset of the code bits used by the lower rate code. That leads to systematic rate compatible codes where the transmitter punctures parity bits in a codeword, and the punctured locations are known in the receiver. Since the decoder for the lower rate code (the mother code) is compatible with those ones of the other high-rate codes, RCPC needs no additional complexity for the rate adaptability. Moreover, RCPC permits one to transmit redundancies progressively in conjunction with automatic repeat request (ARQ) [13,15].

The turbo decoder scheme we have implemented in this work is displayed in Fig. 5. The first SISO (soft in–soft out) decoder with two signals (r_0 and r_1) generates weighted (soft) decision W_{1k} , which is send to the second SISO decoder through the interleaver. The second decoder also receives r_0 passed through the interleaver and the signal r_2 .

Fig. 4 Turbo code scheme with puncturing matrix

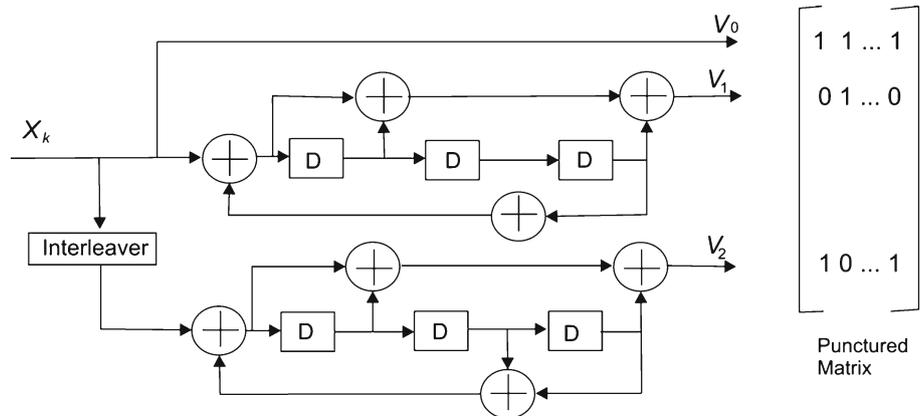
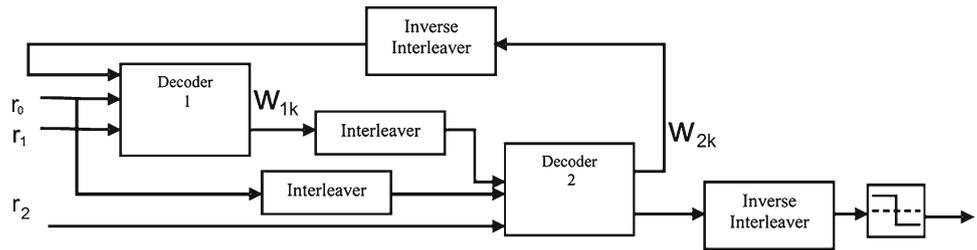


Fig. 5 Turbo decode system



The output from the second SISO decoder, the extrinsic information, W_{2K} , is turbo de-interleaved, and the algorithm is iterated (in practice, the number of iterations is of the order of a dozen). After a suitable number of iterations, the a posteriori measure is passed to the hard decision unit for the final decision.

The decision algorithm used in this paper during the decoding procedure is the called Max-log-MAP [16].

4 Interleavers

It is well known that the interleaver is an essential component for the channel coding performance of random-like turbo codes. Dolinar et al. [17] have found that the performance of a turbo coding scheme can be improved if the interleaver is capable of eliminating input sequences that produce code-words of low Hamming weight.

Interleavers can be defined and implemented in a number of different ways; Fig. 6 shows a graphical description illustrating a general possible implementation, and it does not represent a preferred method. The interleaver reads from a vector of input symbols, v_{in} , and writes into a vector of permuted output samples, v_{out} .

The output symbols are written using the index i , from the vector $I(i)$, where $i = 0, \dots, K - 1$, and K is the size of the interleaver. With this pattern, by the integer reading order vector $I(i)$, the interleaver is defined.

4.1 HSR Interleaver

One of the best interleavers defined in the literature is the high-spread random interleaver (HSR). Because of its similarity and in order to explain the operation of this interleaver, hereafter is given a brief explanation of the S-random interleaver.

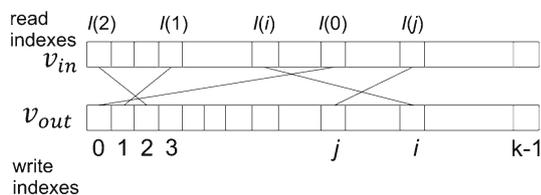


Fig. 6 Interleaver description and one possible implementation

Dolinar et al. [17] proposed the S -random interleaver, where $S = 1, 2, 3, \dots$ denotes the spread factor with the following property:

If the permutation π is the interleaving law, the new selected position $\pi(i)$ is accepted only if its absolute difference from the S previous selected numbers $\pi(j)$ is higher than S . Expressed mathematically in (6)

$$|i - j| \leq S \xrightarrow{\text{interleaving}} |\pi(i) - \pi(j)| > S \quad (6)$$

If the difference between the current selection $\pi(i)$ and previous selections $\pi(j)$ is smaller than S , the random integer is rejected. This process is repeated until N distinct integers have been selected. Computer simulations have shown that if $S \leq \sqrt{\frac{N}{2}}$, and then, this process converges in a reasonable time [17].

The HSR interleaver implementation is similar to the S -random with the difference that this algorithm uses real read “indexes” instead of integer read indexes in the first stage of the design process. The performance of this interleaver in bit error rate terms is better than the corresponding to the S -random interleaver.

With the previous definition, a method for designing a high-spread random interleaver is now described [5]. The technique is similar to that used in [18] for designing dithered golden interleavers.

Let $R(i)$ and $R(j)$ be two real read “indexes” in the real interval $[0, K)$. The real spread associated with write indexes i and j is defined as

$$S''_{Real}(i, j) = |R(i) - R(j)| + |i - j| \quad (7)$$

The (minimum) real spread associated with write index i is then

$$S'_{Real}(i) = \min_j [S''_{Real}(i, j)] \quad (8)$$

With these definitions, the constraint for the first stage of the design process is as follows. The current real read “index” $R(i)$, for the integer write index i , is selected at random from the real interval $[0, K)$. If $S'_{Real}(i)$, as defined in (8), is less than the integer spreading goal, S_{goal} , then $R(i)$ is rejected and a new real read “index” is selected until the condition is satisfied. Note that the write index j needs only take on values from $i - S_{goal} + 1$ to $i - 1$ in (7). This process is

repeated until K real read “indexes” are extracted. Similar to the S-random algorithm, the search time increases with S_{goal} , and there is no guarantee that the process will finish successfully. However, it has been found in practice that the process usually does finish successfully even when S_{goal} is set close to the new theoretical maximum spread.

The next step is to sort the vector of real read “indexes” \mathbf{R} and find the integer index vector \mathbf{Z} that defines this sort. In other words, find index vector \mathbf{Z} such that $A(i) = R(Z(i))$, $i = 0 \dots K - 1$, where vector \mathbf{A} contains the elements of \mathbf{R} in sorted (increasing) order. The final step is to assign the integer read indexes according to, $I(Z(i)) = i$, $i = 0, \dots, K - 1$.

The spreading goal is not necessarily achieved throughout. However, the spreads associated with most of the indexes usually achieve the goal or come very close. As an example, for $K = 512$ data bits and a spreading goal of 28, it was found that almost all the indexes had an associated spread of at least 26. The overall minimum spread of 24 occurred only twice. This is much higher than the spread of 17 achieved with the S-random algorithm.

4.2 QPP-based interleaver

As another type of interleavers with good properties, algebraic constructions are of particular interest because they admit analytical designs, and simple and practical hardware implementations. Also, the recently proposed quadratic permutation polynomial (QPP)-based interleavers by Sun and Takeshita [19] provide excellent performance for short-to-medium block lengths.

Considering the same notation as in [19], it is established the criterion for the existence of QPPs over integer rings as follows. The reader is referred to [19,20] for further details.

Given an integer $N \geq 2$, a polynomial $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$, where f_1 and f_2 are nonnegative integers, is said to be a QPP over the ring of integers Z_N when $f(x)$ permutes $\{0, 1, 2, \dots, N - 1\}$. Let the set of primes be $\{2, 3, 5, 7, \dots\}$. Then, an integer N can be factored as $N = \prod_{p \in P} p^{n_{N,p}}$, where $n_{N,p} \geq 1$ for a finite number of p 's and $n_{N,p} = 0$ otherwise.

For example, if $N \geq 3888 = 2^4 \times 3^5$, we have $n_{3888,2} = 4$ and $n_{3888,3} = 5$.

For a quadratic polynomial $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$, we will reuse the previous notation by writing $f_2 = \prod_{p \in P} p^{n_{F,p}}$, i.e., the exponents of the prime factors of f_2 will be written as $n_{F,p}$ instead of the more cumbersome $n_{F_2,p}$ because we will be mainly interested in the factorization of f_2 . The greatest common divisor of a and b is denoted by $\text{gcd}(a, b)$. The necessary and sufficient condition for a quadratic polynomial $f(x)$ to be a PP is given in the following proposition.

Proposition 1 [19,20] *Let $N = \prod_{p \in P} p^{n_{N,p}}$. The necessary and sufficient condition for a quadratic polynomial $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$, to be a PP can be divided into two cases.*

- 1 For $n_{N,2} \neq 1$, the $\text{gcd}(f_1, N) = 1$ and $f_2 = \prod_{p \in P} p^{n_{F,p}}$, $n_{F,p} \geq 1$, $n_{F,p} = 1, \forall p$ such that $n_{N,p} \geq 1$.
- 2 In case $n_{N,2} = 1$, $f_1 + f_2$ is odd, the $\text{gcd}(f_1, \frac{N}{2}) = 1$, and $f_2 = \prod_{p \in P} p^{n_{F,p}}$, $n_{F,p} \geq 1, \forall p$ such that $p \neq 2$ and $n_{N,p} \geq 1$.

For example, if $N = 256$, then we determine from case 1) of Proposition 1 that $f_1 \in \{1, 3, 5, \dots, 255\}$ (set of numbers relatively prime to N) and $f_2 \in \{2, 4, 6, \dots, 254\}$ (set of numbers that contains 2 as a factor). This gives us $128 \times 127 = 16,256$ possible pairs of coefficients f_1 and f_2 that make $f(x)$ a PP. It is shown in [21] that some QPPs $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$, such that $f_2 \neq 0 \pmod{N}$ degenerate to a linear permutation polynomial (LPP), i.e., there is an LPP equivalent to the QPP generating the same permutation over the integer ring Z_N . QPPs that do not degenerate to an LPP are called irreducible QPPs. The following proposition from [21] can be used to check if a QPP is irreducible.

Proposition 2 [21] *A QPP $f(x) = f_1x + f_2x^2 \pmod{N}$ is irreducible if and only if $N | \text{gcd}(2f_2, N) \neq 1$. Combining Propositions 1 and 2, we conclude that if the length N can be written as the product of distinct prime numbers, then either there are no QPPs for this length or all QPPs are equivalent to LPPs.*

5 Parameters of the turbo code

Considering the noise model in the PLC channel system, high capacity error correction of turbo codes and the strong robustness with respect to noise of OFDM multiplexing, this paper presents the study of the performance of such encoders on this kind of channel by making their coding properties vary mainly depending on the strength properties of which may be obtained from the code's interleaver.

Taking into account the parameters given in Table 1, the maximum size of the interleaver proposed is 2,048, corresponding to the maximum value allowed by the useful subcarriers N_{FFT} , of the OFDM. The reason of this maximum length is practical because if it was of greater length, it would generate a higher latency in the system, due to the interleaver's matrix filling time.

In order to compare the performance obtained, we propose the use of two kinds of interleavers: The first one is based on an algebraic construction and is of particular interest because of its simple design and practical implementation. Besides, interleavers of this kind have recently been proposed based on quadratic polynomial permutation [6], which have given excellent results for short and medium block size

interleavers. The quadratic polynomials used are as follows: $31x + 192x^2$, $221x + 832x^2$ and $21x + 128x^2$; for 256, 1,024, and 2,048 interleaver sizes, respectively [19].

In addition to this kind of interleaver, as a second one, it is considered the well-known high-spread random interleaver (HSR) [18]. One of its characteristics reported in the literature is that the larger the block size, the better the performance of the turbo code will be, because there is greater noncorrelation between inputs of the two convolutional encoders, and thus preserving the good properties of the random-like turbo codes [16].

For compatibility reasons, the constituent codes of the turbo code are the corresponding to the 3GPP standard [22]. Considering the scheme presented in Section 3, the interleaver, the turbo code, and the punctured matrix are a global error control system. The puncturing matrix design is obtained using the methodology defined in [4].

We denote $d_\omega = d_{\text{free}}$ as the minimum weight of code words generated by input words with weight ω and respective multiplicities N_ω . Babich et al. [23] define three design criterions to construct their puncturing patterns. The best criterion selects as position to be punctured that position with the best (d_ω, N_ω) pair. Best (d_ω, N_ω) pair means that first d_ω must be maximum, and second N_ω must be minimum [23].

Instead of considering a uniform interleaver approximation to calculate (d_ω, N_ω) pairs as in the original methodology, we use the algorithm proposed by [24] in order to have an algorithm that considers the interleaver structure and puncturing pattern used.

Our final methodology is described in the following steps:

1. Select an interleaver that could maximize d_{free} of the final turbo code and supports puncturing conditions (degrade the BER performance as low as possible with puncturing).
2. Select as candidates to be punctured, only parity bits from both encoders. Keeping the systematic bits from the first encoder none punctured [24].
3. Follow a rate compatible restriction [14]. Analyze each candidate position to be punctured and calculate their (d_ω, N_ω) pairs list. Select as position to be punctured this position with the best (d_ω, N_ω) pairs values. In case of more than one position, present the same (d_ω, N_ω) best pairs values, and analyze the next (d_ω, N_ω) pairs values in a recursive way until we have one position with the best (d_ω, N_ω) pairs values.

In summary, this methodology can provide the punctured matrix in which the turbo code gives a better performance; considering the interleaver used and the code generator polynomials, this is given by finding the couples (d_ω, N_ω) that minimize the degradation caused by the matrix; in this paper are considered for the proposed interleaving two kind of matrices: QPP-based and HSR.

6 Numerical results

Considering the system described in previous sections, including the channel modeling, the OFDM modulation technique, and the error correction, simulations are performed implementing the whole system. In order to evaluate our system with others published in the literature, especially taking into account the reference [7] (from which the same OFDM characteristic parameters data has been taken), the bit error rate probability graph was obtained and is illustrated in Fig. 7. This figure refers to our system without using any error correction code. The behavior of the graph is similar to that reported in the reference and permits us to compare our results.

On Figs. 8 and 9, it is shown the system behavior using the interleavers HSR and QPP-based, respectively, with corresponding lengths of 256, 1,024, and 2,048 matrix elements. It can be seen, as expected by increasing the length, the performance is improved; this is because there is a greater noncor-

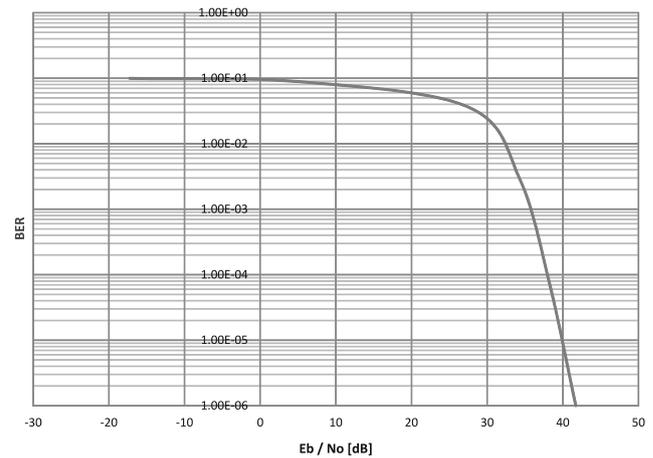


Fig. 7 BER versus Eb/No (dB) over PLC system model without any correction code

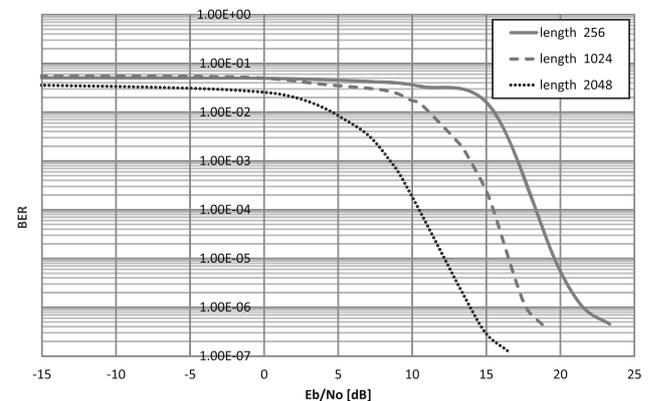


Fig. 8 BER versus Eb/No (dB) PLC system: HSR interleaver in turbo code

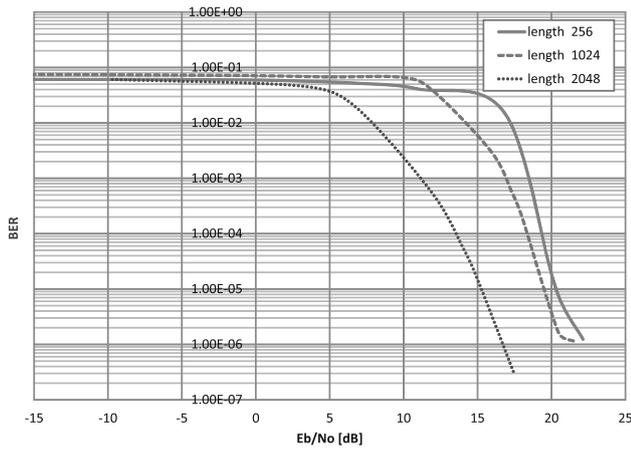


Fig. 9 BER versus E_b/N_0 (dB) PLC system: QPP-based interleaver in turbo code

Table 2 HSR and QPP-based pairs (d_ω, N_ω) , and d_{free} of the mother code

Polynomial	(d_ω, N_ω)	$(d_{\omega+1}, N_{\omega+1})$	$(d_{\omega+2}, N_{\omega+2})$	Mother code $d_\omega = d_{free}$
HSR 2,048	(7, 2)	(8, 4)	(9, 2)	14
HSR 1,024	(10, 2)	(11, 7)	(12, 8)	14
QPP 2,048	(13, 1)	(15, 2)	(16, 2)	21
QPP 1,024	(10, 2)	(12, 2)	(13, 3)	19

relation between the inputs of the two convolutional encoders constituting the random-like turbo code.

As an example, when is used the HSR interleaver, in Fig. 8, the curves start to go down in values of E_b/N_0 of approximately 13, 9, and 4 dB with lengths of 256, 1,024, and 2,048 elements respectively.

Also, from both Figs. 8 and 9, we can compare the results in performance when these two kinds of interleavers are used in the turbo code. In general, the HSR interleaver performs better than QPP-based interleaver for all lengths tested (256, 1,024 and 2,048 elements). As expected, the best performance achieved was obtained with the use of the HSR interleaver of length 2,048, which has an initial drop in its curve at E_b/N_0 of about 4 dB. Comparing at BER of 10^{-5} the QPP-based interleaver of length 2,048 in Fig. 9 with the corresponding HSR interleaver of identical length 2,048 in Fig. 8, there is a difference of approximately 3 dB. In the same way, it is possible to compare the curves with lengths of 256 and 1,024, in which for the QPP-based interleaver, Fig. 9, the graphs start to fall in 15 and 11 dB, respectively, having a difference of approximately 2 dB with respect to the HSR interleaver at the point where they begin to fall.

In Table 2, are shown some pairs (d_ω, N_ω) , of the systems more relevant in performance according to the results that

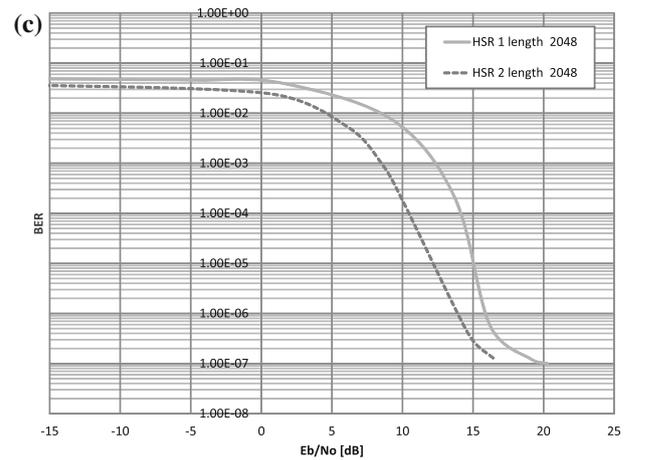
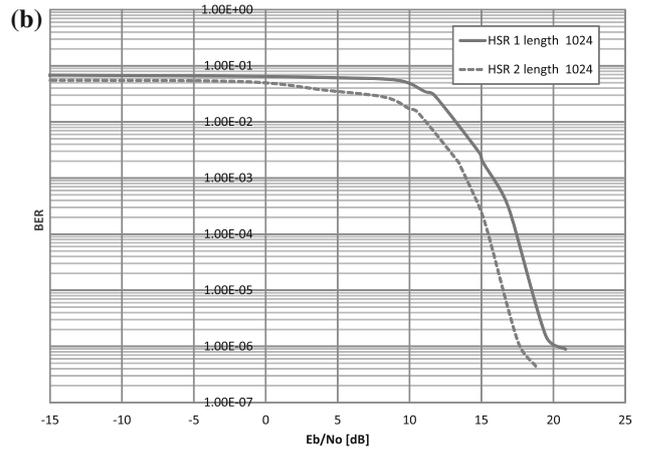
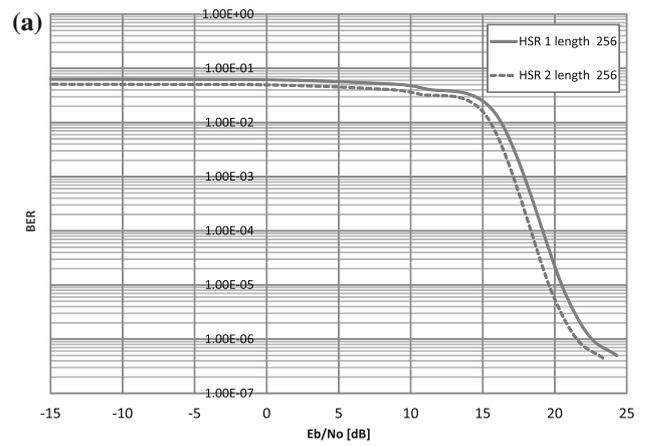


Fig. 10 BER versus E_b/N_0 (dB) using turbo codes with the methodology proposed (HSR 2) and without it (HSR 1). HSR interleaver's sizes: **a** 256, **b** 1,024 and **c** 2,048 elements

were used in this work, as well as, the d_ω or d_{free} of the mother code.

Considering that the best performance was obtained with the use of the HSR interleaver and in order to compare the behavior when the methodology proposed in this paper is user, in Fig. 10, it can be seen the graphs with this inter-

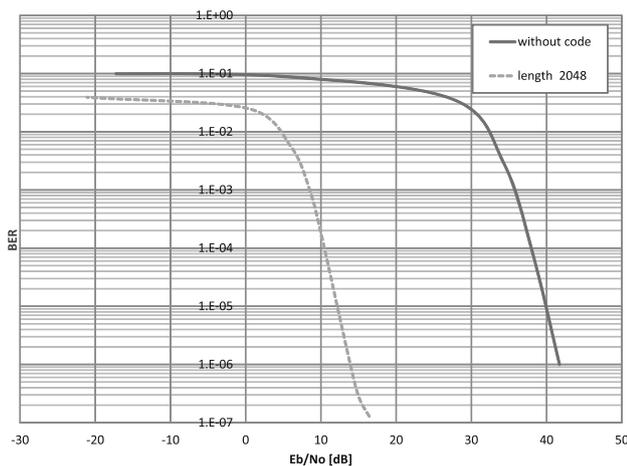


Fig. 11 BER versus E_b/N_0 (dB) PLC system: without any code, and with HSR interleaver and turbo code

leaver with three interleaver's sizes (256, 1,024, and 2,048 elements), the label HSR 1 (continuous line) refers the case when the methodology proposed is not used and the HSR 2 (dashed line) when it is used (the punctured matrix is generated with the steps defined in Sect. 5).

In all cases, the dashed line curves start falling to the left of the continuous line, indicating an improvement. In Fig. 10c where it is used the largest possible interleaver (2,048), this difference is clearly noticed.

As seen in the graph of Fig. 11, for a BER of 10^{-5} , the curve, generated using the HSR interleaver of 2,048 elements in the turbo code, produces a gain of approximately 28 dB with respect to the curve in Fig. 7 obtained when no error correction code is used at all.

7 Conclusions

As the results have shown, turbo codes are an excellent option as an error correction method in the context of the PLC systems and the OFDM modulation used. In our system, as an important part of the turbo code, we can use an interleaver matrix with a length of up to 2,048 elements that produce a good performance. That is because it reduces the correlation within the inputs of the two convolutional encoders that constitute the random-like turbo code.

As expected, the performance of the turbo code is improved substantially when the interleaver's size is increased. As seen in the section of results, in our experimentation, there were used interleavers of 256, 1,024, and 2,048 elements. Interleavers of 2,048 elements have the best performance with both kinds of interleavers tested in the paper (HSR and QPP-based). From Fig. 8 at BER of 10^{-5} , the HSR interleaver of length 2,048 has a gain of about 7 dB respect to the corresponding one of length 256. Similar comparison from Fig. 9 for QPP-based interleavers gives a gain of about 5 dB.

From the results shown in Fig. 10, we conclude that using the methodology proposed in this paper, i.e., with the use of OFDM, PLC noises described in Sect. 2, and finally working with the turbo codes as the Sect. 5 defines; there is a significant improvement in the results whose behavior depend on the length of the interleaver.

At a BER of 10^{-5} comparing the two kinds of interleavers tested of length 2,048 with respect to the case with no error correction is used at all, we can roughly find a gain of about 25 dB for the QPP-based interleaver. And from Fig. 11 a gain of about 28 dB for the HSR interleaver is obtained at the same BER of 10^{-5} respect to the uncoded case.

These results permit also to conclude that by using HSR interleavers, in the interleaving matrix of the turbo encoder (in the system with the parameters proposed in the paper), the bit error rate for a particular signal-to-noise ratio (E_b/N_0 (dB)) is lower, compared to the case where QPP-based interleavers are used. Nevertheless, QPP-based interleaver is of high importance and interest, since it admits analytical designs, and simple and practical hardware implementations.

Acknowledgments We thank the program of Doctoral Scholarships CEP in the UNAM in Mexico, and DGAPA-UNAM project PAPIIT IN-112513.

References

1. Gotz, M., Rapp, M., Dostert, K.: Power line channel characteristics and their effect on communication system design. *IEEE Commun. Mag.* 0163–6804 (2004)
2. Vergara, G.J.: Simulación de un Esquema de Modulación/Demodulación OFDM Utilizando un Modelo de Canal Multitrayectoria. Tesis de grado, Facultad de Ingeniería en Electricidad y Computación, Escuela Superior Politécnica del Litoral. Guayaquil–Ecuador (2008)
3. Berrou, C., Glavieux, A., Thitimashida, P.: Near Shannon limit error-correcting coding and decoding: Turbo codes. In: *Proceedings of IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, pp. 1064–1070. Geneva (1993)
4. Lazcano-Salas, S., Garcia-Ugalde, F.: An improved methodology to design rate compatible punctured turbo codes. *Signal Image Video Process.* 4(4), 405–408 (2010). doi:10.1007/s11760-009-0130-7
5. Crozier, S.: New high-spread high-distance interleavers for turbo-codes. In: *20th Biennial Symposium on Communications*, Queen's University, Kingston, Canada, May 28–31, 2000
6. Rosnes, E.: On the minimum distance of turbo codes with quadratic permutation polynomial interleavers. *IEEE Trans. Inf. Theory* 58(7), 4781–4795 (2012)
7. Babic, M., Bausch, J., Kistner, T., Dostert, K.: Performance analysis of coded OFDM systems at statistically representative PLC channels. In: *Power Line Communications and Its Applications*, 2006 IEEE International Symposium on, pp. 104–109 (2006)
8. Zimmermann, M., Dostert, K.: A multipath model for the power-line channel. *IEEE Trans. Commun.* 50, 553–559 (2002)
9. Mlynek, P., Koutny, M., Misurec, J.: Multipath channel model of power line. *Elektroreview* 1(2), 48–53 (2010). ISSN 1213–1539

10. Jung, S.: A channel model for powerline communications in home network. In: Proceedings on the 15th CISL Winter Workshop, Kushu, Japan, February (2002)
11. Banwell, T.C., Galli, S.: A novel approach to the modeling of the indoor power line channel part I: circuit analysis and companion model. *IEEE Trans. Power Deliv.* **20**(2), 655–666 (2005)
12. Wei, X., Liu, J., Li, Y.: Simulation and analysis of power transmission line model. In: IEEE International Symposium on Power Line Communications and Its Applications ISPLC '06, pp. 256–260 (2006)
13. Mandelbaum, D.M.: An adaptive feed-back coding using incremental redundancy. *IEEE Trans. Inf. Theory* **IT-20**, 388–389 (1974)
14. Hagenauer, J.: Rate-compatible punctured convolutional codes (RCPC codes) and their applications. *IEEE Trans. Commun.* **36**, 389–400 (1988)
15. Lugand, L.R., Costello Jr, D.J., Deng, R.H.: Parity retransmission hybrid ARQ using rate 1/2 convolutional codes on a nonstationary channel. *IEEE Trans. Commun.* **37**, 755–765 (1989)
16. Sklar, B.: *Digital Communication Fundamentals and Applications*, 2nd edn, pp. 477–511. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, 07458
17. Dolinar, S., Divsalar, D.: Weight Distribution for Turbo codes Using Random and Nonrandom Permutations. JPL Progress report 42–122, pp. 56–65, August 15 (1995)
18. Crozier, S., Lodge, J., Guinand, P., Hunt, A.: Performance of turbo codes with relative prime and golden interleaving strategies. In: Sixth International Mobile Satellite Conference (IMSC'99), pp. 268–275. Ottawa, Canada, June 16–18 (1999)
19. Sun, J., Takeshita, O.Y.: Interleavers for turbo codes using permutation polynomials over integer rings. *IEEE Trans. Inf. Theory* **51**(1), 101–119 (2005)
20. Ryu, J., Takeshita, O.Y.: On quadratic inverses for quadratic permutation polynomials over integer rings. *IEEE Trans. Inf. Theory* **52**(3), 1254–1260 (2006)
21. Takeshita, O.Y.: Permutation polynomial interleavers: an algebraic-geometric perspective. *IEEE Trans. Inform. Theory* (2006). Submitted for publication [Online]. Available: <http://arxiv.org/abs/cs.IT/0601048/>
22. 3GPP Technical Specification Group: Multiplexing and Channel Coding (TDD), TS 125.212 V6.7.0. December 2005
23. Babich, F., Montorsi, G., Vatta, F.: Some notes on rate-compatible punctured turbo codes (RCPTC) design. *IEEE Trans. Commun.* **52**(5), 681–684 (2004)
24. Garelo, R., Pierleoni, P., Benedetto, S.: Computing the free distance of turbo codes and serially concatenated codes with interleavers: algorithms and applications. *IEEE J. Select. Areas Commun.* **19**(5), 800–812 (2001)

Rendimiento de un sistema de control de errores con turbo códigos para canales PLC

Performance of an Error Control System with Turbo Codes in Powerline Communications

Balbuena-Campuzano Carlos Alberto

*Posgrado de Ingeniería Eléctrica
Universidad Nacional Autónoma de México
Correo: abalbuena_80@yahoo.com.mx*

García-Ugalde Francisco Javier

*División de Ingeniería Eléctrica
Universidad Nacional Autónoma de México
Correo: fgarciau@unam.mx*

Información del artículo: recibido: octubre de 2012, reevaluado: enero de 2013, aceptado: julio de 2013

Resumen

En este trabajo se estudia el desempeño de los turbo códigos para el control de errores en transmisiones de datos que se realizan a través de la red eléctrica (*Powerline Communications*), para el modelado del sistema de esta red de datos se utilizan simulaciones por computadora, basadas en el modelo que se encuentra en la literatura conocido como *indoor*, y como técnica de modulación se usa la OFDM (*Orthogonal Frequency Division Multiplexing*). Tomando en cuenta el canal, la modulación y los turbo códigos, se propone una metodología para minimizar la tasa de bit en error (BER), como una función de la relación señal a ruido (SNR) promedio en el receptor.

Descriptores:

- powerline communication
- orthogonal frequency division multiplexing
- turbo códigos
- entrelazadores

Abstract

This paper reports the performance of turbo codes as an error control technique in PLC (Powerline Communications) data transmissions. For this system, computer simulations are used for modeling data networks based on the model classified in technical literature as indoor, and uses OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing) as a modulation technique. Taking into account the channel, modulation and turbo codes, we propose a methodology to minimize the bit error rate (BER), as a function of the average received signal to noise ratio (SNR).

Keywords:

- powerline communication
- orthogonal frequency division multiplexing
- turbo codes
- interleavers

Introducción

En el estudio de los sistemas de comunicaciones a través de medios de transmisión de datos con un alto nivel de ruido y poca accesibilidad como los talleres industriales o edificios clasificados como patrimonio de las naciones, se propuso la utilización de la red eléctrica como una opción de un medio de transmisión, lo cual dio como resultado, los sistemas denominados PLC de uso interior, por sus siglas en inglés (*Indoor Powerline Communications*). En este contexto, la utilización de los códigos turbo como una técnica de control y corrección de errores se presenta como una alternativa viable para resolver el problema de ruido.

En este trabajo se presenta el desarrollo y propuesta de una metodología de diseño de codificación con códigos turbo, adaptada a las comunicaciones PLC que toman en cuenta la interacción entre las partes constitutivas principales de una turbo codificación, es decir: entrelazador, polinomios generadores y matriz de perforado. Con el propósito de optimizar su desempeño para el control de errores.

Adicionalmente, en el estudio se toma en cuenta el uso de una multiplexación ortogonal por división en frecuencia (*Orthogonal Frequency División Multiplexing*), la cual ha demostrado su robustez en relación con el ruido, al sacar ventaja de su propiedad de ortogonalidad.

La organización del presente trabajo es como sigue, primero se presentan los antecedentes del modelo de comunicaciones PLC, haciendo hincapié en el modelo de ruido asociado y en el tipo de modulación utilizada, enseguida se introducen los parámetros de la codificación turbo, resaltando sus partes constitutivas: entrelazador, polinomios generadores y matriz de perforado. Posteriormente se presenta la metodología propuesta que permite escoger los diferentes parámetros de los turbo códigos, de tal manera que el diseño global genere como resultado una reducción de la probabilidad de error en función de la razón señal a ruido promedio. Los resultados expresados a través de las curvas de probabilidad de error se muestran enseguida, y finalmente se presentan las conclusiones del trabajo.

Antecedentes

El sistema PLC

Atenuación y multitrayectoria

Zimmermann y Dostert (2002) describen la propagación de señales en un ambiente de multitrayectoria, el cual detalla cómo con diferentes trayectorias, longitudes e impedancias se generan retrasos en tiempo de la señal de interés.

Al combinar la propagación en multitrayectorias con la atenuación, se puede obtener el modelo de la función de transferencia $H(f)$ dado en (1):

$$H(f) = \sum_{i=1}^N \underbrace{g_i}_{\text{factor de peso}} \cdot \underbrace{e^{-(a_0+a_1j^{-k})d_i}}_{\text{factor de atenuación}} \cdot \underbrace{e^{-j2\pi f(d_i/v_p)}}_{\text{retraso}} \quad (1)$$

donde el índice i es el número de la trayectoria; a_0 y a_1 son parámetros de atenuación; k es un exponente de atenuación (cuyos valores experimentales están usualmente en el rango de 0.2 a 1); g_i es el factor de peso para la i -ésima trayectoria, físicamente interpretada como los factores de reflexión/transmisión de la trayectoria; d_i es el largo de la trayectoria i ; $\tau_i = d_i/v_p$ es el retraso de la trayectoria i .

La ecuación (1) proporciona un modelo paramétrico del fenómeno de la atenuación y de la multitrayectoria, mismo que describe la respuesta en frecuencia de los canales de la red eléctrica, la cual cubre efectos característicos dentro del rango de frecuencias de 500 kHz a 20 MHz. El número de trayectorias permite controlar la precisión del modelo, cuestión importante para definir los canales de referencia para el sistema PLC (Zimmermann y Dostert, 2002a; Götz *et al.*, 2004).

Para el modelo *indoor* se tienen 4 tipos de canal de referencia, los cuales tienen como principales características las mostradas en la tabla 1.

Modelo	Número de trayectorias	Retraso de la respuesta al impulso	Retraso inicial	Amplitud máxima	Amplitud mínima
1	5	0.5 μ s	0.2 μ s	0.05	0.005
2	10	1.0 μ s	0.2 μ s	0.01	0.002
3	15	1.5 μ s	0.5 μ s	0.003	0.0003
4	20	2.0 μ s	0.5 μ s	0.0005	0.0001

Tabla 1. Características de modelos *indoor*

En lo referente a este trabajo nos interesa solo el modelo 1, en la tabla 2 se anotan los tiempos y la amplitud utilizados en las simulaciones, asimismo en la figura 1 se muestra la densidad espectral de potencia de dicho modelo, en donde se ven claramente las grandes atenuaciones en ciertas frecuencias. Para tener más detalles de los modelos *indoor* el lector puede referirse a (Cañete *et al.*, 2002).

Modelo de ruido

Dado que se trata de un modelo de ruido compuesto por varias perturbaciones, no es posible analizar estos tipos de canales con un modelo de ruido convencional de los sistemas de comunicaciones, como es el modelo de ruido aditivo, blanco, Gaussiano (AWGN). Zimmermann y Dostert (2002b) y Jung (2002) clasifican los diversos tipos de ruido del sistema PLC acorde con la figura 2 y los describen de la siguiente manera:

Ruido coloreado: este es ocasionado por la superposición de múltiples fuentes de ruido, es de baja potencia y decrece su densidad espectral de potencia conforme la frecuencia es mayor. La curva de la densidad espectral de potencia se aproxima por una exponencial (Babic *et al.*, 2005). Dicha función está dada por la ecuación 2.

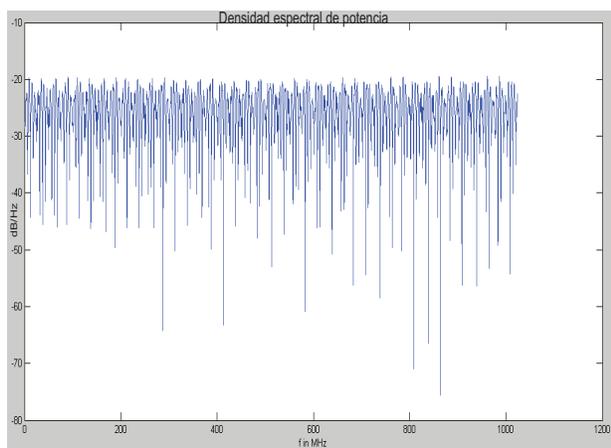


Figura 1. Densidad espectral de potencia del canal *indoor* modelo 1

Tabla 2. Parámetros para el canal de referencia *indoor* modelo 1

i	Tiempo	Amplitud	i	Tiempo	Amplitud
1	0.2 μs	0.05	4	0.63 μs	0.0089
2	0.36 μs	-0.028	5	0.68 μs	-0.0050
3	0.40 μs	0.0158			

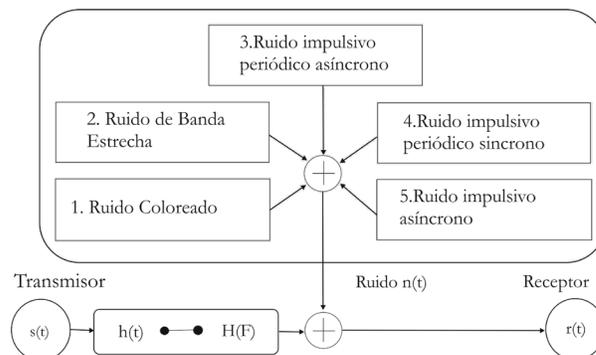


Figura 2. Modelo de ruido de un canal PLC

$$A(f) = A_{\infty} + A_0 \cdot e^{-f/f_0} \tag{2}$$

donde A_{∞} es la densidad espectral de potencia para cuando $f \rightarrow \infty$, A_0 es la diferencia entre $A(0)$ y $A(\infty)$. La cantidad f_0 representa la tasa de decaimiento (figura 3).

Ruido de banda estrecha: este ruido se compone de señales de radio que se encuentran en el espectro, por esto, la intensidad y la frecuencia dependen del espacio y del tiempo. Este ruido se puede expresar como la suma de funciones sinusoidales con diferentes amplitudes, una representación gráfica está dada en la figura 4.

$$n(t) = \sum_{i=1}^N A_i(t) \cdot \sin(2\pi f_i t + \varphi) \tag{3}$$

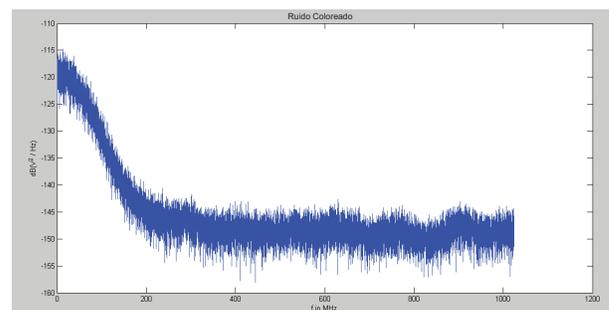


Figura 3. Ruido coloreado

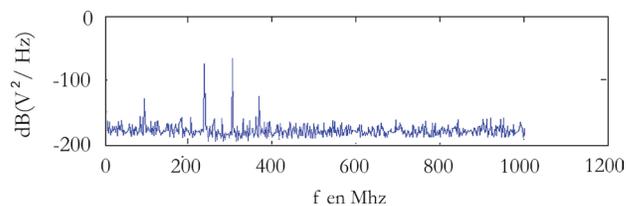


Figura 4. Ruido de banda estrecha

donde las señales tienen diferentes parámetros en frecuencia f_i , con amplitud $A_i(t)$ y fase φ .

Ruido impulsivo periódico síncrono: en un estudio electromagnético este ruido se encuentra en el rango de frecuencias entre 50 Hz y 100 Hz, causado por los convertidores de potencia. La figura 5 presenta un ejemplo de este tipo de ruido.

Ruido impulsivo periódico asíncrono: es ocasionado principalmente por fuentes de alimentación conmutadas. El rango de frecuencias en donde actúa está entre 50 KHz y 2 MHz, sin embargo actúa por cortos tiempos y en bajas potencias, por lo tanto, este puede considerarse como parte del ruido coloreado.

Ruido impulsivo aperiódico: puede considerarse el ruido más perjudicial, debido a todas aquellas operaciones

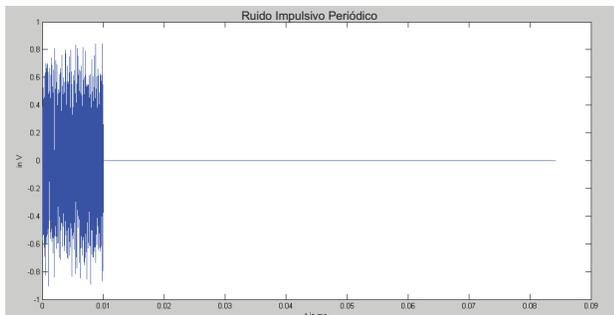


Figura 5. Ejemplo de ruido impulsivo

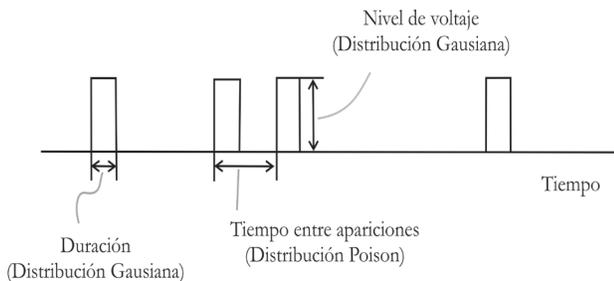


Figura 6. Modelo de ruido impulsivo aperiódico

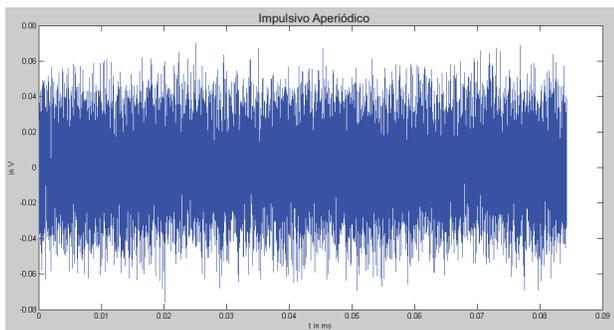


Figura 7. Ejemplo de ruido impulsivo aperiódico

de encendido y apagado de motores, ocasionadas por aparatos electrodomésticos, máquinas electromecánicas, entre otros. Debido a ello, este ruido es aleatorio y a menudo puede ser un ruido de tipo ráfaga.

Este ruido tiene tres parámetros: amplitud, tiempo de impulso y tiempo entre impulsos, estos parámetros no son constantes (figuras 6 y 7).

Para las transmisiones de datos por la red eléctrica este ruido es muy perjudicial, ya que sus características de amplitud y densidad espectral de potencia exceden por mucho los parámetros de los otros ruidos.

La multiplexación OFDM

Debido a su característica de ortogonalidad posee una fuerte robustez respecto al ruido, por esta razón la multiplexación ortogonal por división en frecuencia OFDM es una técnica usada frecuentemente en comunicaciones inalámbricas. Esta técnica puede operar para grandes tasas de transmisión con suficiente robustez respecto a las características del ruido del canal de comunicaciones. OFDM es una combinación de modulación y multiplexación. Esta multiplexación se aplica a una serie de señales independientes, las cuales se crean a partir de una señal principal.

En contraposición con las comunicaciones típicas, monoportadora o *single carrier* (SC), donde cada símbolo se transmite en serie (uno a la vez) ocupando todo el ancho de banda disponible, en una modulación multiportadora se envían los símbolos simultáneamente en subportadoras adyacentes, es decir, usando algún tipo de *multiplexación por división en frecuencia* (FDM). Una representación gráfica se puede apreciar en la figura 8.

A lo largo del desarrollo de las comunicaciones, diversos métodos para multiplexación por división en frecuencia FDM se han utilizado ampliamente para canales selectivos en frecuencia, tal como lo sería un canal con multitrayectoria. El problema recurrente que presentó este tipo de multiplexación es la prevención del traslape entre subportadoras, lo que exige la colocación de una región de espectro de separación entre ellas (bandas de guardia), esta banda de guardia debía ser igual al rango que permitiera la precisión de los filtros en el receptor.

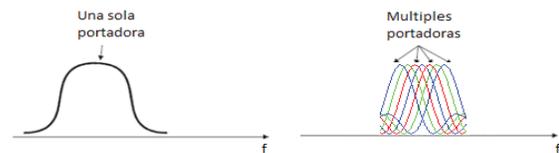


Figura 8. Comparación entre transmisión SC y multiportadora (OFDM)

La separación y posterior discriminación entre subportadoras no supone tampoco un aprovechamiento eficiente del ancho de banda. Es entonces que se propone como alternativa OFDM (Babic *et al.*, 2006; Langton, 2004; Litwin y Pugel, 2001).

Como parte teórica fundamental, en lugar de los bancos de osciladores y la inmensa y costosa circuitería de *radio frecuencia*, RF, la *transformada discreta de Fourier* (DFT) y su inversa (iDFT), son las herramientas que le han dado viabilidad a OFDM.

En 1971 Weinstein y Ebert introdujeron la iFFT/FFT para OFDM junto con el concepto de intervalo de guardia para evitar la *interferencia intersimbólica* (ISI) y la *interferencia intercanal* (ICI).

De la teoría correspondiente se conoce que la FFT (como una implementación de la DFT), también tiene su inversa, la iFFT, que funciona exactamente con el mismo algoritmo. En su operación se toma un número definido de muestras NFFT en el tiempo y da como resultado el mismo número NFFT de muestras en el dominio de la frecuencia.

Al requerir OFDM de una señal constituida por la suma de señales, el dominio de la frecuencia corresponde a frecuencias adyacentes, con una separación constante. Esta disposición coincide con la utilizada en la información del contenido espectral que tiene la FFT. Es por eso que para la generación y transmisión de OFDM, se utiliza la transformación inversa iFFT, ya que el paso previo en el esquema de transmisión consiste en hacer un mapeo del contenido de cada subportadora para que luego la transformada inversa convierta esta información en las muestras de una señal en tiempo. En el lado del receptor; por lo tanto, la transformación directa FFT es la que hace la operación de separar los datos entre subportadoras en el demodulador. La figura 11 muestra el esquema general de un sistema OFDM.

De esta manera, de una forma sencilla y muy eficiente con la iFFT se asegura que las subportadoras producidas sean además, ortogonales entre sí.

En OFDM, un número grande de subportadoras ortogonales, superpuestas, de banda estrecha, transmiten información en paralelo, esto es, se comparte entre ellas el ancho de banda total disponible. La separación de las subportadoras es teóricamente mínima de tal manera que la utilización del espectro es bastante eficiente. Una de las características y ventajas del uso de OFDM es principalmente el manejo eficaz del receptor respecto a la interferencia debida a la multitrayectoria.

Así, de manera general, OFDM se refiere a la transmisión de una trama digital que requiere una alta tasa de transferencia en subportadoras contiguas y ortogonales mediante NFFT líneas paralelas más lentas, que

transportan símbolos independientes que son producto de algún otro tipo de modulación digital, como puede ser: QPSK, 16-QAM, 64-QAM, etcétera, dependiendo del sistema.

Como se indica en (4), la operación con las señales discretas y sus transformadas, implica el trabajo bajo el régimen de un tiempo de muestreo T_u , que es esencialmente el que fija las limitantes básicas de tiempo y, por ende, de alguna de las principales características temporales del sistema.

Es así que el ancho de banda teórico W es igual a f_s y el espaciamiento entre subportadoras, o de manera similar, el ancho de banda de subportadora, queda dado por

$$\Delta f = \frac{f_s}{N_{FFT}} = \frac{1}{T_u} \quad (4)$$

denotando por T_u el tiempo útil del símbolo OFDM. Este valor se puede despejar de (4), reescribiéndola como:

$$T_u = \frac{N_{FFT}}{f_s} \quad (5)$$

En la figura 9 se puede observar la disposición de las subportadoras dentro de un rango de frecuencias. La disposición de las subportadoras, se encuentra en el

rango $[d_{\frac{N_{FFT}}{2}} \dots d_{\frac{N_{FFT}-1}{2}}]$. Considerando f_k como la frecuencia correspondiente a la subportadora d_k , queda

$$\text{dada por: } f_k = \frac{k \cdot f_s}{N_{FFT}} + f_0, \quad k \in \left[-\frac{N_{FFT}}{2}, \frac{N_{FFT}}{2} - 1 \right].$$

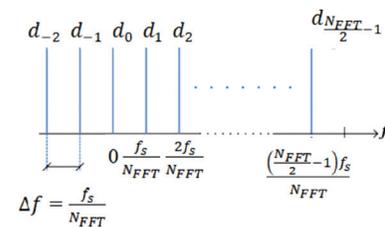


Figura 9. Disposición de los datos en los canales de frecuencias ortogonales contiguos en OFDM

Al utilizar N subportadoras ortogonales en un sistema OFDM cualquiera, estas estarán separadas en frecuencia justamente por el valor correspondiente al inverso del tiempo útil del símbolo OFDM (T_u) y durante este periodo se transmitirán N símbolos independientes codificados por alguna de las modulaciones en cuadratura I/Q conocidas como: QPSK, 16-QAM, 64-QAM, etcétera. Entonces la señal modulada puede escribirse mediante la siguiente expresión:

$$s(t) = \text{Re} \left[e^{j\omega_c t} \sum_{k=1}^N A_k e^{j \frac{2\pi k t}{T_u}} e^{j\theta_k} \right] = \sum_{k=1}^N A_k \cos \left[\left(\omega_c + \frac{2\pi k}{T_u} \right) t + \theta_k \right] \quad (6)$$

donde las amplitudes A_k y fases θ_k toman todos los valores posibles de acuerdo con el tamaño de la constelación correspondiente.

Si cada fase y amplitud se mantienen estables durante todo el periodo de símbolo, como se especifica en la teoría, entonces se puede demostrar la ortogonalidad que existe entre las subportadoras. Comprobando que para valores diferentes de los índices m y n se cumple que el producto punto de dos cualesquiera señales moduladas está dado por

$$\int_0^{T_u} A_m e^{j \left(\omega_c + \frac{2\pi m}{T_u} \right) t + \theta_m} A_n e^{-j \left(\omega_c + \frac{2\pi n}{T_u} \right) t + \theta_n} dt = 0 \quad (7)$$

Para este caso, las partes real e imaginaria corresponden a las partes en fase y en cuadratura de la señal. Tienen que multiplicarse por una forma de onda coseno o una senoide para determinar la frecuencia de la señal OFDM. Las figuras 10 y 11 muestran un diagrama a bloques de un modulador OFDM.

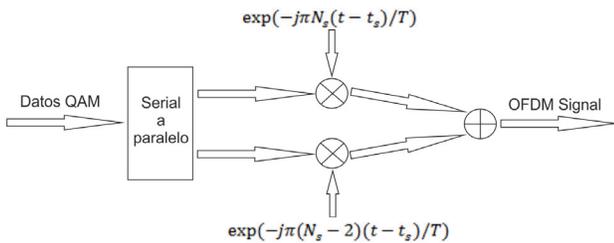
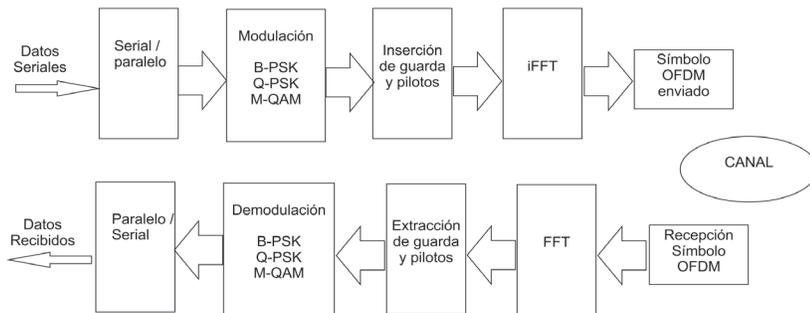


Figura 10. Modulador OFDM

Modulación OFDM



Demodulación OFDM

Figura 11. Esquema general OFDM

El tiempo de guardia o *intervalo de guardia* (GI), se refiere a aquel periodo que se deja entre símbolos OFDM consecutivos. Esta técnica tiene la finalidad de evitar la *interferencia entre símbolos* (ISI), e *interferencia entre canales* (ICI), en canales multitrayectoria. De acuerdo con la teoría, para cumplir con estos objetivos, su duración debe corresponder al menos a la misma duración del tiempo máximo de exceso de retardo (*maximum excess delay time*) (T_m) que caracteriza al canal.

En una transmisión de datos en un sistema PLC, debido tanto a las características del ruido de banda estrecha, como a las de la respuesta en frecuencia del canal, existen grandes variaciones de la atenuación en ciertas frecuencias o en rangos de ellas y, considerando que la energía de la señal de OFDM se distribuye en un ancho de banda, se tiene la posibilidad de corregir errores, ya que no toda la energía de la señal se afecta con la misma magnitud de la atenuación.

Turbo códigos

En 1993, Berrou y Glavieux publicaron un nuevo concepto de codificación nombrado turbo códigos, el cual alcanza un desempeño cercano al límite de capacidad postulado por Shannon en su segundo teorema, publicado en 1948. El nombre de turbo codificación se debe al principio de las "máquinas de combustión interna tipo turbo", donde la eficiencia del motor se optimiza reutilizando la energía residual de los gases de escape, es decir, existe un ciclo cerrado. Este concepto extrapolado a la turbo codificación consiste en utilizar un algoritmo iterativo para la decodificación, donde en cada iteración i se mejora la confianza en los símbolos decodificados por medio de una medida de probabilidad. En estadística este concepto se utiliza ampliamente para los algoritmos *bayesianos* de propagación de creencia (*belief propagation*) para resolver el problema de la interferencia presente en varios fenómenos físicos (física estadística, visión por computadora, corrección de errores, etcétera).

En el trabajo original de Berrou y Glavieux, y de acuerdo con la teoría de Shannon, se consideró una longitud de trama de datos lo suficientemente larga (65536 bits) para reducir la probabilidad de error.

Sin embargo, esto representa un reto, porque en muchas aplicaciones en tiempo real esta longitud es difícil de alcanzar, en consecuencia la pregunta es ¿cómo diseñar un turbo codificador que mantenga sus buenas características de

baja probabilidad de bit error, del orden de 10^{-5} , para una razón señal a ruido E_b/N_0 también baja, entre 1 y 5 dB, pero al mismo tiempo con una longitud de trama de datos de unas cuantas centenas de bits? El esquema general del codificador se muestra en la figura 12, en el cual se puede observar la estructura de dos codificadores convolucionales, así como un entrelazador a la entrada del segundo codificador X'_k y adicionalmente una matriz de perforado que permite cambiar la tasa global r del código. Esto es, con la matriz de perforado se anulan o perforan ciertos bits normalmente de las salidas de redundancia: v_1 y v_2 , para alcanzar la tasa requerida (Lazcano y García, 2007, 2012). De las tres salidas del codificador, v_0 es la salida sistemática –salida directa de información sin pasar por el codificador, e igual a X'_k . Adicionalmente, v_1 y v_2 son las salidas de redundancia respectivas de los codificadores 1 y 2. Por otra parte, en la figura 13 se tiene el diagrama del turbo decodificador, el cual está compuesto por dos decodificadores convolucionales, así como el mismo entrelazador usado en el codificador, y su respectivo desentrelazador. Como se mencionó, el proceso de decodificación es iterativo, el primer decodificador recibe las señales r_0 y r_1 . Su correspondiente salida W_{1k} se envía a través del entrelazador al segundo decodificador, el cual también recibe la señal r_0 pasada a través del entrelazador, y la señal r_2 . La salida del decodificador 2, W_{2k} , se envía a un

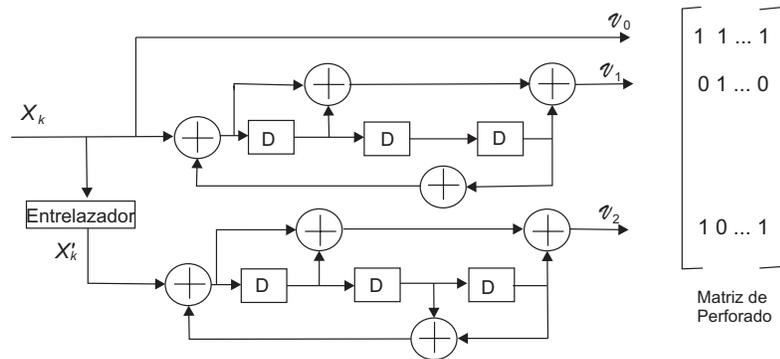


Figura 12. Esquema general de un turbo codificador con una matriz de perforado a la salida

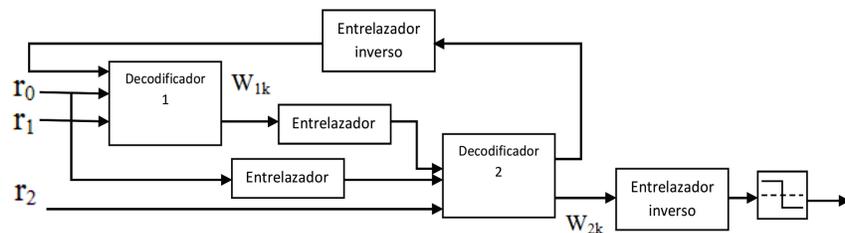


Figura 13. Esquema del turbo decodificador

entrelazador inverso (o desentrelazador) y se trasmite al primer decodificador. Con este lazo se logra el proceso que se describió, llamado “turbo”, mismo que es iterativo. Una vez terminadas las i iteraciones (en la práctica, del orden de una decena), se toma finalmente una decisión dura para determinar el valor de los bits decodificados.

En forma general un turbo codificador está compuesto por al menos un par de codificadores de convolución conectados en paralelo a través de entrelazadores.

Para la decodificación turbo existen básicamente dos tipos de algoritmos equivalentes: los basados en una modificación del algoritmo de Viterbi con entrada y salida suave, llamados SOVA (*Soft Output Viterbi Algorithm*), y los llamados *Max-Log-Maximum a Posteriori* (MAP), donde los primeros tienen menor complejidad, son casi óptimos, con entradas suaves y salidas suaves (IEEE Communications Letters, 1998).

Problema planteado y metodología

Dados los problemas de calidad de la transmisión en los canales PLC del tipo *indoor* modelo 1, que consisten principalmente en su característica de multitrayectoria, y de los diferentes tipos de ruido descritos: coloreado, de banda estrecha, e impulsivo, por otro lado, considerando la alta capacidad de corrección de los códigos turbo y la fuerte robustez respecto al ruido del canal de la multiplexación OFDM, en este trabajo se ha estudiado el desempeño de esos codificadores en estos canales, haciendo variar sus propiedades de codificación principalmente en función de las propiedades de los entrelazadores, que son partes constitutivas importantes de los turbo códigos; en la tabla 3 se proporcionan los valores de los principales parámetros utilizados en las pruebas simuladas en computadora (Chan y Donaldson, 1989). Efectivamente, en estudios recientes (Rosnes, 2012) se ha mostrado que las propiedades de aleatoriedad y de dispersión logradas con los entrelazadores juegan un papel muy importante en el desempeño global de los turbo códigos, incluyendo el caso práctico de una transmisión con tramas de datos relativamente cortas, es decir, de unas cuantas centenas de bits. En conse-

cuencia, en este trabajo se lleva a cabo un estudio de análisis, clasificación y comparación con estudios previos del desempeño de los turbo códigos en este tipo de canales PLC, dando importancia a los entrelazadores utilizados, considerando también entre ellos los más promisorios, es decir, aquellos denominados HSR (*High Spread Random*), los cuales se explican con más detalle en esta misma sección. En la figura 14 se puede ver el diagrama general en bloques del sistema de comunicaciones utilizado en las simulaciones en computadora.

Para tener un punto de referencia común con otras publicaciones (Babic *et al.*, 2006; Wang *et al.*, 2006; Guerrieri *et al.*, 2007) y poder estudiar el desempeño de los codificadores utilizados en todas las simulaciones por computadora realizadas, la tasa de codificación elegida fue de $\frac{1}{2}$, es decir, por cada bit de información se agrega un bit de redundancia, valores comunes en este tipo de codificadores.

En este contexto de la transmisión de datos a través del canal PLC, las características de la multiplexación OFDM son muy adecuadas para resolver los problemas de ruido y multitrayectoria, como lo muestran múltiples referencias (Babic *et al.*, 2006; Wang *et al.*, 2006; Guerrieri *et al.*, 2007), y los turbo códigos constituyen la mejor opción para disminuir la probabilidad de error (Wang *et al.*, 2006; Guerrieri *et al.*, 2007). Como se detalló, la modulación OFDM realiza una multiplexación ortogonal en frecuencia (figuras 8 y 9) y de acuerdo con los valores de los parámetros de la tabla 4, se tiene que un símbolo OFDM está compuesto por 2048 símbolos QAM, o 4096 bits. Con estos valores, para lograr una mejor adaptación entre el codificador de canal y el modulador es conveniente tener el mismo tamaño de bloque, por ello, en este trabajo se propone que el tamaño máximo del entrelazador del codificador turbo sea también de 2048 bits. Mientras más grande sea el tamaño

del entrelazador, mejor será el desempeño del turbo código, porque se logra una mayor descorrelación entre las entradas de los dos codificadores convolucionales conectados en paralelo. En contraparte, la latencia aumenta, lo cual podría ser restrictivo en ciertas aplicaciones en tiempo real. En consecuencia será necesario encontrar un valor intermedio de la longitud de la trama de datos.

En resumen, con el propósito de desarrollar las primeras simulaciones, se ha considerado un turbo código de tasa $\frac{1}{2}$. Y con el objetivo de acoplarse a los parámetros de la multiplexación OFDM, se tienen 4096 bits codificados para una entrada de 2048 bits de información. Esto nos lleva a usar un entrelazador en los turbo códigos de tamaño grande, con un máximo de 2048 bits. Las subportadoras del símbolo OFDM, representan cada una un símbolo 4-QAM y dado que es necesario tener los 2048 datos para el proceso de envío, entonces para efectos prácticos, también puede considerarse la misma duración del tiempo que tarda el turbo codificador en el llenado de su entrelazador (figura 12). De esta manera, los tiempos de latencia no se incrementarán.

De acuerdo con la literatura, por sus propiedades de descorrelación el tipo de entrelazador utilizado es el denominado HSR (Lazcano y García, 2007 y 2012; Crozier, 2000). Su implementación es similar a la del entrelazador *S-random* (Divsalar y Pollara, 1995), con la variante de que se generan N números reales aleatorios, en vez de N números enteros aleatorios. El entrelazador final se obtiene al ordenar los N números reales aleatorios y su desempeño en términos de la tasa de errores binarios (BER) es superior al obtenido con el entrelazador *S-random*. En este trabajo, los parámetros del entrelazador HSR que se usaron son matrices de tamaños 256, 1024 y 2048 bits, con condiciones de espaciamiento máximo de 20, 32 y 45, respectivamente.

Tabla 3. Características PLC utilizados en las simulaciones

Ruido coloreado	$A_{\infty} = -147 \text{ dB (V}^2/\text{Hz)}$, $A_0 = -28 \text{ dB (V}^2/\text{Hz)}$ $= -120\text{dB(V}^2/\text{Hz)}$, $A_{\infty} = -147\text{dB(V}^2/\text{Hz)}$, una máxima amplitud de 0.03V			
Ruido de banda estrecha	Se generaron en diferentes frecuencias en donde existiera transmisión. En frecuencias hasta 20 MHz.			
Ruido impulsivo periódico	Se generó con un ancho de impulso de 10 μ s, y 1/100 como el tiempo de periodo, con amplitud máxima de 1Volt			
Ruido impulsivo aperiódico	Tasa	Amplitud	Ancho	Espaciamiento
	Entre 0.1 y 100 impulsos / seg	Distribución exponencial		
		Amplitud máxima de 1.9V	Valor típico 100 μ s	Valores entre 0.01 s y 1 s

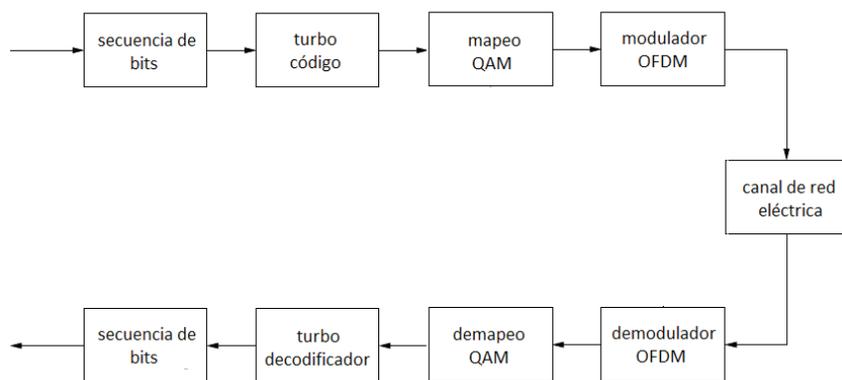


Figura 14. Diagrama a bloques del sistema de comunicaciones

En lo que concierne a los polinomios generadores del turbo código, por su buen desempeño en términos de probabilidad de bit en error, se usaron los publicados en varios trabajos previos (Lazcano y García, 2007 y 2012), correspondientes al estándar 3GPP (Morelos, 2005): $g_0(D) = 1 + D^2 + D^3$, $g_1(D) = 1 + D + D^3$. Finalmente para la matriz de perforación, con un periodo de perforado de 16, se trabajó principalmente con la de Lazcano y García (2007 y 2012), identificada en esta publicación con el número 1, con el propósito de poder hacer comparaciones. También se trabajó con la matriz de perforación especificada en el sistema, obtenida con la metodología desarrollada en esa misma referencia, con longitudes correspondientes de 256, 1024 y 2048 bits e identificada en esta publicación con el número 2.

En la tabla 5, se muestran las longitudes de los entrelazadores utilizados en las simulaciones, así como el tipo de matriz de perforación utilizada.

La matriz de perforado puede degradar el desempeño de los turbo códigos, en consecuencia, para realizar el perforado, en este trabajo se utilizó una metodología de diseño que toma en cuenta los entrelazadores utilizados, y los polinomios generadores del turbo código (Lazcano y García, 2007 y 2012). Las principales características de esta metodología son:

Se hace el análisis de las posiciones “candidatas” a ser perforadas de acuerdo con el siguiente criterio: sea d_w el peso mínimo de palabras codificadas generadas por entradas de peso w , y sea N_w el número de palabras código de peso d_w (Babich *et al.*, 2004). Para $w = 2$, la dupla (d_w, N_w) es igual a (d_{free}, N_{free}) , donde d_{free} es la distancia libre del código convolucional, relacionada con la capacidad de corrección t del código y N_{free} es el número de palabras del código de peso d_{free} . Se consideran posiciones candidatas a ser perforadas solo las correspondientes a los bits de paridad de los codificadores 1 y 2. Los bits sistemáticos del codificador 1 no se perforan (Babich *et al.*, 2004). De acuerdo con una restricción de

tasa compatible RCPC (*Rate Compatible Punctured Convolutional Code*) (Hagenauer, 1988), se analiza cada posición candidata a ser perforada calculando sus duplas (d_w, N_w) . Finalmente se elige como posición a ser perforada, aquella que presente “la mejor” dupla (d_w, N_w) para no degradar la probabilidad de error, es decir, d_w debe ser el valor más alto encontrado (palabras de peso mínimo grande) y N_w el menor valor obtenido posible (poca duplicidad de palabras del mismo peso). Para la obtención de las duplas (d_w, N_w) se emplea el algoritmo propuesto en Garello *et al.* (2001). En la figura 15 se muestra el diagrama de flujo de la metodología de diseño de la matriz de perforado descrita.

Tabla 4. Parámetros utilizados de OFDM

Periodo de muestreo	1/80 MHz
Número de sub-portadoras útiles (N_s)	2048
Intervalo de guarda (T_m)	1024 · periodo de muestreo = 13 μ s
Periodo DFT	4096 · periodo de muestreo = 52 μ s
Duración del símbolo OFDM	64 μ s
Ancho de banda	3 MHz – 43 MHz
Modulación	4-QAM

Tabla 5. Longitudes de los entrelazadores utilizados en las simulaciones y tipo de matriz de perforación

Simulación	Sin control de errores	
	Longitud del entrelazador	Matriz de perforación
Simulación 2	256	1
	1024	1
	2048	1
Simulación 3	256	2
	1024	2
	2048	2

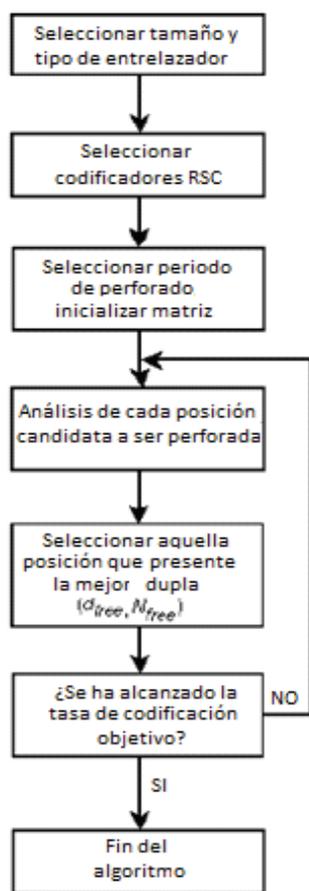


Figura 15. Diagrama de flujo, metodología de perforado (Lazcano y García, 2007 y 2012)

Resultados

De acuerdo con los esquemas de control de errores, modulación digital OFDM y modelo de canal PLC utilizados en este trabajo, se realizaron simulaciones en computadora implementando el sistema completo. El primer objetivo fue comparar los resultados con algunas de las publicaciones existentes en la literatura (Babic *et al.*, 2006; Wang, *et al.*, 2006; Guerrieri *et al.*, 2007). El segundo objetivo consistió en corroborar, que al aplicar un sistema de corrección de errores que se adapta lo más posible a las características de la modulación utilizada, se puede obtener una disminución en la probabilidad de error, toda vez que la información se transmite a través del canal de la red eléctrica (PLC) con todos los tipos de ruidos combinados descritos.

En la figura 16 se muestra la gráfica de la razón señal a ruido E_b/N_0 vs la tasa de bits en error BER (*Bit Error Rate*) del comportamiento del canal, con la modulación OFDM sin el sistema de control de errores y con los parámetros considerados en la tabla 3. Se observa

cómo empieza a bajar la curva alrededor de $E_b/N_0 = 30$ dB al igual que en las gráficas obtenidas en Babic *et al.* (2006), también alrededor de $E_b/N_0 = 40$ dB se tiene una tasa de bits en error del orden de 1×10^{-5} .

Otra de las simulaciones realizadas con el sistema de control de errores consistió en la utilización de turbo códigos. En la figura 17 se puede observar la gráfica de probabilidad de error, esta simulación se identifica en la tabla 5 como “simulación 2”, en donde se utilizó la matriz de perforado tipo 1. Se puede hacer notar que es una matriz de perforación óptima para las características definidas en (Lazcano y García, 2007 y 2012), no para las características de ruido de un canal PLC. Sin embargo, como se mencionó, esta simulación es importante para contar con un punto de referencia y, con ello, confirmar que con la obtención de dicha matriz por la metodología de diseño descrita en el párrafo anterior y mediante un estudio más a profundidad para la selección de los parámetros de los códigos turbo adaptados a las condiciones del sistema PLC, seguramente se obtendrán mejores resultados.

El desempeño del sistema de comunicaciones depende principalmente de la modulación y del tipo de codificación de canal. Uno de los objetivos de este trabajo consistió en proponer el diseño de un sistema de transmisión de información donde cada bloque o subsistema constitutivo, se complemente con los demás, es decir, que la modulación digital sea la más adecuada de acuerdo con las características del canal y que el código de corrección de errores se adecue a su vez a las características, principalmente de la modulación. De esa manera se propone una metodología global de diseño de un código turbo incluyendo a la modulación y al modelo del canal PLC (Lazcano y García, 2007 y 2012).

Para las curvas obtenidas en las simulaciones con los turbo códigos, se utilizaron en un primer tiempo los siguientes parámetros: entrelazador HSR de 256, polinomios generadores $g_0(D) = 1 + D^2 + D^3$, $g_1(D) = 1 + D + D^3$ (3GPP, 2005) y una matriz de perforado tipo 1 con periodo 16.

Luego, tomando en cuenta los valores y la forma de operar de la modulación OFDM, se realizó el siguiente cambio: la longitud del entrelazador HSR se aumentó a 1024 y 2048 bits. Como se puede apreciar en las gráficas de la figura 18 con dicha modificación la mejora en el desempeño es significativa, ya que conforme se incrementa el tamaño del entrelazador, aumenta la descorrelación entre su entrada y su salida, aumentando en consecuencia la eficiencia del código, sin embargo, incrementando también la latencia de procesamiento.

En la figura 19, se tienen las gráficas obtenidas mediante las simulaciones, en las cuales se usó la nueva

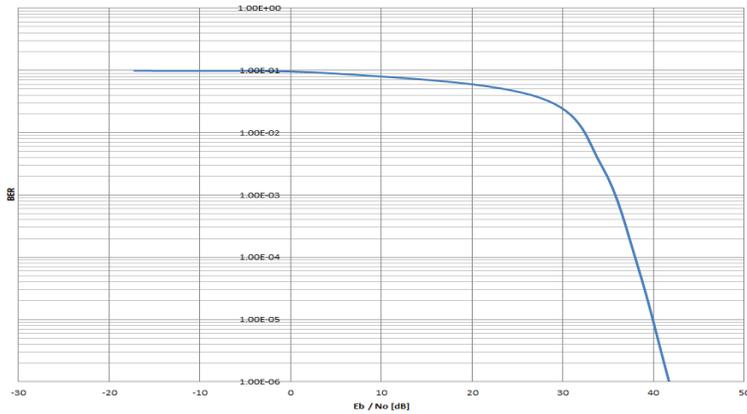


Figura 16. Gráfica BER vs E_b/N_0 del modelo de canal con la modulación OFDM sin el sistema de control de errores

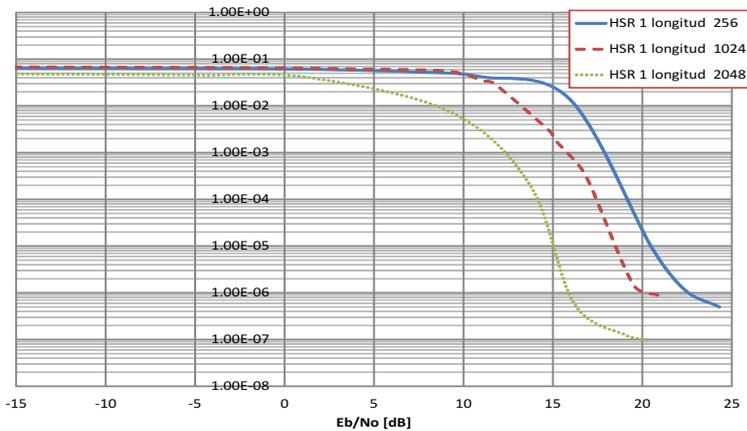


Figura 17. Gráfica BER vs E_b/N_0 aplicando turbo codificación con diferentes longitudes del entrelazador HSR (256, 1024 y 2048)

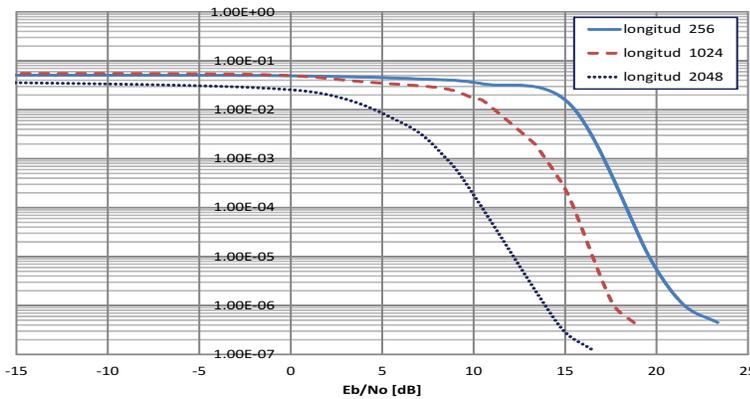
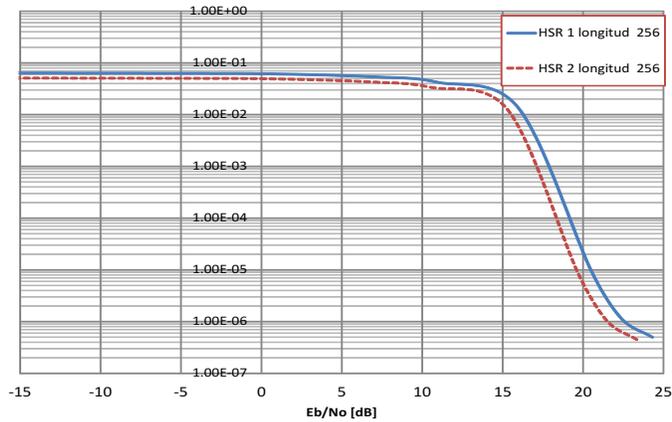


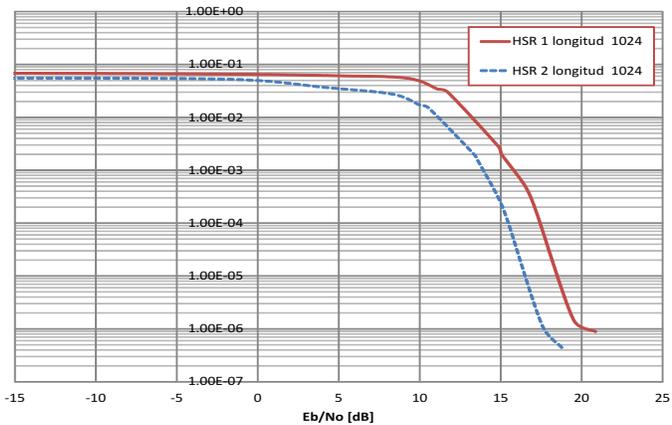
Figura 18. Gráfica BER vs E_b/N_0 aplicando turbo codificación con diferentes longitudes del entrelazador HSR (256, 1024 y 2048) y matriz de perforación 2

matriz de perforado tipo 2, la cual fue optimizada para el sistema PLC con modulación OFDM. Esto, permite el uso de entrelazadores de hasta 2048 bits. En estas gráficas se puede constatar que existe una mejoría en el rendimiento, con respecto a las anteriores, en donde no se usaba una matriz de perforado optimizada para nuestros parámetros.

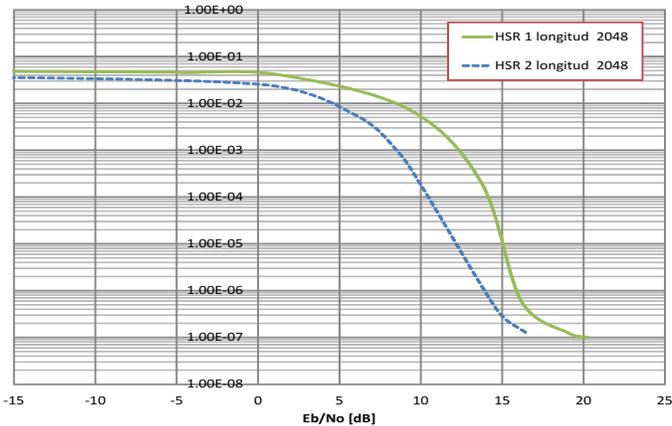
De manera comparativa para una E_b/N_0 de 15[db] en la figura 17 con un tamaño de entrelazador de 2048 bits, se tiene un BER de 1E-5 mientras que en la figura 18 se tiene una tasa BER de 3E-7. Este tamaño de entrelazador genera una mayor ganancia en la gráfica y con ello un mejor desempeño en la turbo codificación.



a)



b)



c)

Figura 19. Gráfica BER vs E_b/N_0 aplicando turbo codificación con ambas matrices de perforado y entrelazador HSR de: a) 256 bits, b) 1024 bits y c) 2048 bits

En la figura 19, las gráficas comparan las curvas generadas con diferentes tamaños de entrelazador, a) 256, b) 1024 y c) 2048, respectivamente, y con diferentes matrices de perforado. Las líneas continuas corresponden a la utilización de la matriz de perforado tipo 1, mientras que las líneas punteadas corresponden a las simulaciones con la matriz de perforado tipo 2.

En los tres casos, al utilizar la matriz de perforado tipo 2 la caída de la curva empieza más a la izquierda, lo cual indica una mejora. En c) donde se utiliza el en-

trelazador lo más grande posible, 2048, la diferencia es más marcada.

Por último en la figura 20, para una BER de 10^{-5} , la curva generada al utilizar el turbo codificador con un entrelazador HSR y matriz de perforación tipo 2 de longitud 2048 elementos, existe una ganancia de 30 dB aproximadamente en la E_b/N_0 con respecto a la curva obtenida cuando no se utiliza ningún código de corrección de errores.

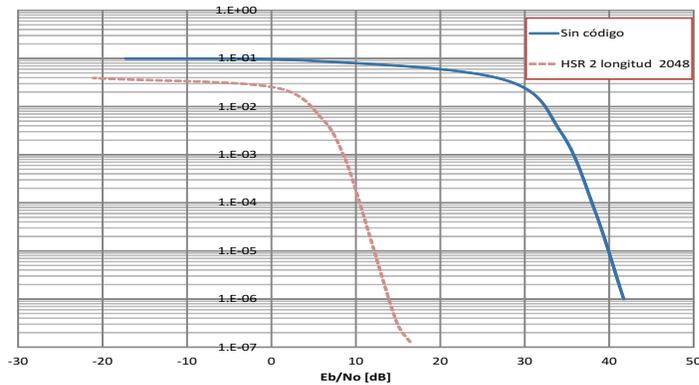


Figura 20. Gráfica comparativa entre el modelo sin código y el turbo código con mejor rendimiento

Conclusiones

De las primeras simulaciones en computadora realizadas con el sistema que incluye el modelo del canal PLC con sus diferentes ruidos y modulación OFDM, comparando los resultados obtenidos con los correspondientes a las publicaciones encontradas a este respecto (Zimmermann y Dostert, 2002a; Babic *et al.*, 2005 y 2006; Wang, *et al.*, 2006 y Guerrieri *et al.*, 2007), se pudo validar el funcionamiento de nuestro sistema. Tales simulaciones se refieren entonces al comportamiento del canal con una modulación OFDM sin ningún código de corrección de errores.

Se realizaron las simulaciones con los turbo códigos variando los parámetros de longitud de entrelazado, es decir, utilizando el entrelazador HSR con longitudes de 256, 1024 y 2048 elementos.

De acuerdo con los resultados obtenidos, se puede concluir: que los turbo códigos son una excelente opción en cuanto a corrección de errores para un sistema PLC con una modulación OFDM. Además, para estas condiciones de transmisión con los parámetros de la OFDM, se propone usar en el turbo código un entrelazador de hasta 2048 elementos, lo cual hace mucho más eficiente el código, por la mayor descorrelación de los elementos de entrada a los codificadores constitutivos de los códigos turbo (figura 12). Adicionalmente, se puede cambiar la tasa de codificación utilizando una matriz de perforado, cuya metodología de diseño permite maximizar la distancia libre d_{free} del código.

Con las simulaciones realizadas se pudo lograr un desempeño mejor al reportado en las referencias de Wang (2006) y Guerrieri (2007). La aportación de este trabajo para lograr este mejor desempeño está en la utilización de una metodología de diseño de los turbo códigos, como un problema de optimización global que maximiza la distancia libre d_{free} del código, y que optimiza el desempeño global de los mismos a partir de

considerar una optimización conjunta de cada una de las principales partes constitutivas: entrelazador-polinomios-matriz de perforado.

Como trabajo futuro se propone el diseño de los entrelazadores utilizando polinomios de permutación cuadráticos o cúbicos, cuyos parámetros de longitud se adapten a las características de la multiplexación OFDM para integrar este diseño a la metodología de optimización del desempeño de los turbo códigos para los sistemas PLC.

Agradecimientos

Agradecemos a la DGAPA-UNAM por el apoyo para la realización de este trabajo a través del proyecto IN-102410, así como a la CEP-UNAM por la beca de doctorado otorgada.

Referencias

- Babic *et al.* OPERA Deliverable D4. Theoretical Postulation of PLC Cannel Model. OPERA-IST Integrated Project Núm. 507667, fundada por EC, 2005.
- Babic M., Bausch J., Kistner T., Dostert K. Perfomance Analysis of Coded OFDM Systems at Statistically Representative PLC Channels, en: Power Line Communications and Its Applications, 2006, IEEE International Symposium, 2006, pp. 104-109.
- Babich F., Montorsi G., Vatta F. Some Notes on Rate-Compatible Punctured Turbo Codes (RCPTC) Design. *IEEE Trans. Commun.*, volumen 52 (número 5), mayo de 2004: 681-684.
- Berrou C., Glavieux A., Thitimaishida P. Near Shannon Limit Error-Correcting Coding and Decoding: Turbo Codes, en: Proceedings of IEEE International Conference on Communications, Geneva, 1993, volumen 2, pp. 1064-1070.
- Chan M.H.L., Donaldson R. Amplitude, width, and Interarrival Distribution for Noise Impulses on IntraBuilding Power Line Communication Networks. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, volumen 31 (número 3), agosto de 1989: 320-323.

- Cañete F., Diez L., Cortés J., Entrambasaguas J. Broadband Modeling of Indoor Power-Line Channels. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, volumen 48 (número 1), febrero de 2002: 175-183.
- Crozier S. New High-Spread High-Distance Inter Leavers for Turbo-Codes, en: 20th Biennial Symposium on Communications, Kingston, Canada, mayo 28-31, 2000.
- Divsalar D., Pollara F. Multiple Turbo Codes. En: MILCOM 95 (noviembre 6-8, 1995), pp. 279-285.
- Garello R., Pierleoni P., Benedetto S. Computing the Free Distance of Turbo Codes and Serially Concatenated Codes with Interleavers: Algorithms and Applications. *IEEE J. Select. Areas Commun.*, volumen 9 (número 5), mayo de 2005: 800-812.
- Guerrieri L., Bisaglia P., Dell'Amico G., Guerrini E. Performance of the Turbo Coded HomePlug AV System Over Power-Line Channels, Power Line Communications and Its Applications, ISPLC '07, en: IEEE International Symposium on year 2007, pp. 138-143.
- Götz M., Rapp M., Dostert K. Power Line Channel Characteristics and Their Effect on Communication System Design. *Communications Magazine, IEEE*, volumen 42, 2004: 78- 86.
- Hagenauer J. Rate-Compatible Punctured Convolutional Codes (RCPC Codes) and their Applications. *IEEE Trans. on Communications*, volumen 36 (número 4), abril de 1998: 389-400.
- IEEE Communications Letters, volumen 2, Núm. 5, mayo 1998.
- Jung S.Y. A Channel Model for Powerline Communications in Home Network, en: Proceedings on the 15th CISL Winter Workshop, Kushu, Japón, febrero 2002.
- Langton C. OFDM Tutorial [en línea] Copyright 2004. Disponible en: ww.complextoreal.com
- Lazcano-Salas S., Garcia-Ugalde F. An Improved Methodology to Design Rate Compatible Punctured Turbo Codes. *Signal, Image and Video Processing*, volúmenes 1 y 6, 2007 y 2012.
- Litwin L. y Pugel M. The Principles of OFDM, [en línea] enero 2001. Disponible en: www.rfdesign.com
- Morelos-Zaragoza R.H. The Art of Error Correcting Coding. England, John Wiley & Sons, 2006. 3GPP Technical Specification Group: Multiplexing and Channel Coding (TDD), TS 125.212 V6.7.0, diciembre 2005.
- Rosnes E. On the Minimum Distance of Turbo Codes with Quadratic Permutation Polynomial Interleavers. *Information Theory IEEE Transactions*, volumen 58 (número 7), julio de 2012: 4781-4795.
- Shannon C.E. A Mathematical Theory of Communication. *Bell System Techn. Journal*, volumen 27, octubre de 1948: 623-656.
- Wang Y., Yang L., Wei L. Turbo TCM Coded OFDM System for Powerline Channel. Turbo Codes & Related Topics, en: 6th International ITG-Conference on Source and Channel Coding (TURBOCODING), 2006, 4th International Symposium, 2006, pp. 1-5.
- Weinstein S.B. y Ebert P.M. Data Transmission by frequency Division Multiplexing, *IEEE Trans. Communications*, volumen COM-19, octubre de 1971: 628-634.
- Zimmermann M. y Dostert K. A Multipath Model for the Powerline Channel. *Communications, IEEE Transactions*, volumen 50, 2002a: 553-559.
- Zimmermann M. y Dostert K. Analysis and Modeling of Impulsive Noise in Broad-Band Powerline Communications. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, volumen 44 (número 1), febrero de 2002b: 249-258.
- 3GPP Technical Specification Group: Multiplexing and Channel Coding (TDD), TS 125.212 V6.7.0., diciembre 2005.

Este artículo se cita:

Citación estilo Chicago

Balbuena-Campuzano, Carlos Alberto, Francisco Javier García-Ugalde. Rendimiento de un sistema de control de errores con turbo códigos para canales PLC. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, XV, 03 (2014): 363-376.

Citación estilo ISO 690

Balbuena-Campuzano C.A., García-Ugalde F.J. Rendimiento de un sistema de control de errores con turbo códigos para canales PLC. *Ingeniería Investigación y Tecnología*, volumen XV (número 3), julio-septiembre 2014: 363-376.

Semblanza de los autores

Carlos Alberto Balbuena-Campuzano. Obtuvo su título como ingeniero en electrónica por la Universidad Autónoma del Estado de México en 2003, igualmente la maestría en ingeniería en telecomunicaciones por la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional Autónoma de México. Actualmente desarrolla su trabajo doctoral enfocado al tema de turbo codificación en ambientes de red eléctrica, en la Facultad de Ingeniería en la UNAM. Desde 2011 es profesor de tiempo completo en la Universidad Politécnica del Valle de Toluca en el área de Mecatrónica.

Francisco García-Ugalde. Obtuvo su título como ingeniero mecánico electricista en la Universidad Nacional Autónoma de México en 1977, en el área de ingeniería de sistemas eléctricos y electrónicos. Su M.C. (Diplôme d'Ingénieur) en sistemas de comunicaciones/electrónica del estado sólido de la Ecole Supérieure d'Electricité de Francia (SUPELEC) en 1980. Realizó el doctorado en la Universidad de Rennes I, Francia en 1982, en el área de procesamiento de la información. Desde 1983 es profesor de tiempo completo en la Facultad de Ingeniería de la UNAM. Sus intereses de investigación actuales son: codificación y análisis de imágenes y video digitales, marcado de agua en imágenes digitales, análisis, diseño y desarrollo de herramientas para filtros digitales, teoría y aplicaciones de codificación para el control de errores, turbo codificación, aplicaciones de criptografía, procesamiento paralelo y bases de datos.