



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

Diagramas de fase y adaptabilidad de agentes
económicos que se difunden en redes con sitios
estratégicos o atractores

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

Físico

P R E S E N T A:

Thot Israel Rodríguez Alcántara



**DIRECTOR DE TESIS:
Dr. Marcelo del Castillo Mussot
México D.F. 2014**



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Datos del jurado

1. Datos del alumno

Rodríguez
Alcántara
Thot Israel
5543491999
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Física
093025591

2. Datos del tutor

Dr.
Marcelo
del Castillo
Mussot

3. Datos del Sinodal 1.

Dr.
Gerardo
García
Naumis

4. Datos del Sinodal 2.

Dr.
Alfredo Elmer
de la Lama
García

5. Datos del Sinodal 3.

Dr.
Jorge Humberto
Arce
Rincón

6. Datos del Sinodal 4.

Dr.
Pedro Eduardo
Miramontes
Vidal

7. Datos del trabajo escrito.

Diagramas de fase y adaptabilidad de agentes económicos que se difunden en redes con sitios estratégicos o atractores.

89 pp.
2014

*A mis padres, por su cariño,
quienes, siendo mis primeros maestros, me enseñaron cuanto supieron y pudieron,
de quienes nunca dejaré de aprender...*

Agradecimientos:

*Agradezco a la Universidad Nacional Autónoma de México todo cuanto me ha dado;
a la Facultad de Ciencias por enriquecer mi ser;
al Dr. Marcelo del Castillo Mussot, por su paciencia conmigo, casi infinita, y por confiar más
en mí que yo mismo;
a mis sinodales, por aceptar ser parte de mi jurado, por su amabilidad y su disposición:
Dr. Gerardo García Naumis,
Dr. Alfredo de la Lama García,
Dr. Jorge Humberto Arce Rincón,
Dr. Pedro Eduardo Miramontes Vidal,
a todos, gracias.*

Síntesis

En el capítulo 1, en la *Introducción*, este trabajo contiene los fundamentos lógicos, epistemológicos y axiológicos en que apoya su proceder. A la luz de ciertas ideas acerca del conocimiento científico, se discute la importancia del método en la ciencia, la validez de su aplicación en campos lejanos del suyo; se señalan, el método científico como herramienta formal ligada, así mismo, formalmente, a un «marco de referencia» o forma de ver el mundo; la axiología como ciencia y en qué radica la diferencia de las ciencias naturales y las axiológicas, el ámbito de realidad a que refiere el modelo de *sociofísica* que aquí se llama *Bonabeau modificado*; lo que aquí se entiende por simulación, modelo y experimento de simulación, y el algoritmo propuesto para planear uno, un experimento de simulación, en qué consiste el Método de Monte Carlo y cómo se usará aquí.

En el capítulo 2 se describe, sintéticamente, el modelo, el *Bonabeau modificado* que ha sido usado en algunas investigaciones en *Sociofísica*; se muestra que el *Bonabeau modificado* es una generalización del propuesto por E. Bonabeau, que aquí es llamado *Bonabeau puro*; se especifican el objetivo general perseguido, el de optimizar el *Bonabeau modificado* para atender a ciertas demandas que la realidad impone, y los objetivos inmediatos que se han de cumplir para lograr esta optimización.

En el capítulo 3 se hace una descripción detallada del modelo que aquí se usa, *Lucha de clases y Alianzas*, describiendo detalladamente sus características básicas, su «espacio» de movimiento, la «red»; las reglas de movimiento básico sobre esta red; las propiedades de los conjuntos de «puntos» que distribuyen «sitios de valor» en la red, el algoritmo de evolución en el tiempo, la lucha de clases y alianzas, etc.; mas, pueden considerarse algunos apartados como no-esenciales en una primera lectura, por ser detallados en características particulares; esta descripción detallada obedeció al propósito, primero, de una dar una argumentación «completa» de los «pasos» seguidos, y segundo, de proporcionar la información necesaria para construir los algoritmos correspondientes.

El anterior es, entonces, un capítulo importante en el que se describe el modelo detrás de las simulaciones o cálculos de los factores de interés especificados ahí mismo; pero pueden, los apartados más particulares, ser suprimidos de una lectura rápida sin afectar la comprensión general.

Se presentan los resultados de las simulaciones en el capítulo 4, en diagramas de fase, histogramas y superficies de nivel, todos para una concentración de agentes de 50 % de la

capacidad de la red, y se especifican las particularidades del algoritmo para cada uno de los resultados.

En el capítulo 5, se discuten, y se considera que, con amplitud, los resultados obtenidos en el anterior capítulo. Se intenta inferir una explicación general de la «dinámica de movimiento» detrás de ellos, siguiendo un análisis lógico, basado en las características formales del modelo, y mediante la observación de las particularidades de los resultados. Se concluyen, en cada apartado, algunas afirmaciones, que se siguen de la discusión.

En el capítulo 6, se reiteran los resultados obtenidos en el capítulo 5, y lo mostrado en el capítulo 3.

Índice general

1. Introducción	3
1.1. El método en la ciencia	5
1.2. La ciencia como concepción del mundo: paradigmas, marcos de referencia	7
1.3. <i>Sociofísica</i> , fundamentos axiológicos de un modelo científico	8
1.3.1. Un modelo de <i>sociofísica</i> : el «Bonabeau modificado»	11
1.4. Ciencias axiológicas y axiología como ciencia	13
1.5. Simulaciones digitales	15
1.5.1. Métodos de Monte Carlo	18
1.6. Fundamentos	19
2. El <i>Bonabeau modificado</i>	21
2.1. El modelo	21
2.2. El problema	25
3. Lucha de clases y Alianzas	28
3.1. Descripción analítica del <i>Bonabeau modificado</i>	28
3.1.1. Evolución en el tiempo del sistema: el algoritmo	31
3.2. Distribuciones de sitios de valor atractivo	33
3.2.1. <i>La Fortaleza (Fort)</i>	34
3.2.2. <i>La Frontera (Border)</i>	35
3.2.3. <i>La Cruz (Cross)</i>	38
3.2.4. <i>La Línea (Line)</i>	39
3.3. Lucha de Clases y Alianzas	40
3.3.1. <i>Lucha de clases: Fuertes Vs. Débiles</i>	41
3.3.2. <i>Lucha de clases: Fuertes Vs. Alianzas</i>	42
3.3.3. <i>Lucha de clases: Fuertes Vs. Fuertes y Alianzas</i>	42
3.4. Optimización del <i>Bonabeau modificado</i>	42

4. Resultados	48
4.1. Distribuciones de sitios de valor atractivo, lucha de clases y alianzas	48
4.1.1. <i>Lucha de clases y Alianzas</i>	50
4.1.2. <i>Lucha de clases y Alianzas por la Fortaleza</i>	53
4.1.3. <i>Lucha de clases y Alianzas por la Frontera</i>	56
4.1.4. <i>Lucha de clases y Alianzas por la Cruz</i>	59
4.1.5. <i>Lucha de clases y Alianzas por la Línea</i>	62
5. Análisis de resultados	65
5.1. El «mecanismo de olvido»	65
5.2. Distribuciones de sitios de valor atractivo	66
5.3. Lucha de clases	71
5.4. Lucha de clases en las distribuciones de sitios de valor atractivo	72
5.5. Alianzas	80
5.6. Alianzas en las distribuciones de sitios de valor atractivo	82
5.7. Fuertes en «pie de guerra»	84
6. Conclusiones	86
Bibliografía	90

Capítulo 1

Introducción

¿Hay características que definan al conocimiento científico, y, en general, al conocimiento genuino de la pseudociencia o charlatanería? Thomas S. Kuhn, físico e historiador de la ciencia, puso de relieve el papel de los valores, con toda su carga subjetiva, en la empresa científica; señaló también la dificultad para lograr una explicación acerca de cómo una empresa basada en valores consigue desarrollarse como lo hace la ciencia, logrando soluciones cada vez más detalladas y precisas a un número también creciente de problemas.

Se debería, en principio, por esta última cualidad de la ciencia que señaló Kuhn, responder a la pregunta anterior afirmativamente; el conocimiento, el que lo es *verdaderamente*, debe tener características que lo distingan claramente de la pseudociencia.

Mas, las dificultades que ha presentado desde los años 20's del siglo pasado, desde *El Círculo de Viena*, a la fecha, el desarrollo de una *teoría de la ciencia*, hacen que deba reconocerse la complejidad que significa el poder enunciarse características que distingan, objetiva, general y *verdaderamente*, al conocimiento científico, o genuino, de la pseudociencia.

Todavía hoy, no hay «reglas definitivas» que distingan el conocimiento científico del pseudoconocimiento. Y, este punto reclama tener cuidado. No han podido ser establecidos «criterios definitivos», y de esto no puede seguirse que no los haya, pero tampoco que los haya. Lo anterior significa que, es prudente que las comunidades científicas atiendan a los valores de su propio *ethos*, como lo llamó R. K. Merton, y mantengan una sana apertura de mente hacia nuevas ideas.

Hay criterios para reconocer la falsedad de una afirmación que se presenta como científica, pero no son «definitivos»; con esto último se ha querido significar que, el carácter de verdad de una afirmación que se presenta como científica se indaga con su escrutinio crítico, lógico, epistemológico, ontológico, pragmático etc.; dicho en palabras de la «tradicón científica»: con su contrastación exhaustiva teórica y experimental, pero esta última principalmente.

En lo que sigue, se presentarán consideraciones pertinentes al conocimiento científico; estas consideraciones, que pretenden verdad, objetividad y generalidad, son el fundamento para analizar las ideas que, a su vez, fundamentan algunos modelos de *sociofísica*, ya que uno de ellos será usado aquí. Este análisis pretende el escrutinio tanto del ámbito de la realidad, u ontológico, a que refiere, con su lenguaje, el modelo, si es que lo hay *en verdad*; como de las consecuencias, en términos del lenguaje formal o de lógica, que se siguen de aquellos fundamentos en que descansa el modelo. Esta discusión pretende comprender y demarcar el «orden» de la realidad a que refiere el modelo, como lenguaje formal, y con esto delimitar sus alcances; esclareciendo y demarcando, a su vez, sus pretensiones de verdad, generalidad y objetividad. Se intenta, pues, cumplir con una crítica constructiva, que permita esclarecer, fundamentar y demarcar la referencia y los alcances de un lenguaje con que se pretende explicar la realidad.

Antes de iniciar, sin embargo, es necesario advertir acerca de la significación de algunos términos aquí usados, ya que pueden parecer ambiguos o prestarse a una interpretación incorrecta. El lenguaje que usa la física, como los físicos, matemáticos, etc., saben, es una mezcla de lenguaje formal y natural; los conceptos de las teorías, como elementos formales que han de referir a la realidad, se definen rigurosamente para no ser ambiguos, usando para definirlos el lenguaje ambiguo natural.

Es, entonces, inevitable que este trabajo —y dadas, además, las características interdisciplinarias de su «materia de estudio»—, use del lenguaje natural para referir a los elementos del modelo. Con el uso de algunas palabras, se intenta sugerir imágenes que, se cree, pueden ayudar a la comprensión de la lógica del modelo; estas palabras sólo sugieren una posible interpretación acerca de los elementos del modelo, y de las relaciones entre éstos; por ejemplo, cuando se analizan los resultados, se refiere a una «dinámica», a un «movimiento», a un «mecanismo» etc.; «dinámica», «movimiento», «mecanismo» etc., son términos *ad hoc* que pretenden dar imágenes intuitivas acerca de cómo puede «verse» lo que está «detrás», como «razón», de los resultados. Se ha seguido la regla —aunque en ocasiones puede haberse fallado en su aplicación— de escribir los términos *interpretativos* entrecomillados, intentando así eliminar el error de darles significado a dichos términos a la luz de lo que reserva la Física o la Matemática para ellos, en sus distintas ramas.

Es necesario advertir también que, cuando se refiere a la «lógica», el concepto tiene una significación amplia que no limita su referencia a la lógica simbólica o matemática; con «lógica» puede referirse aquí a la llamada lógica clásica, o a la lógica de conceptos, o a la lógica simbólica o matemática, o, aun, a otros sistemas conceptuales que históricamente se les ha conocido como

«lógicas», como la *lógica kantiana*; así entendido, los términos «analítico» y «sintético» son usados aquí con una significación que rebasa la referencia reservada para ellos por la Matemática o la Física.

El significado de «lógica», entendido así como aquí es usado, es, pues, amplio.

Sintetizando, para las palabras «dinámica», «movimiento», «interacción» y algunas otras que aparecen, casi, siempre entrecomilladas, ha de aplicar lo que aquí se ha advertido, y entender su significado intuitivamente, pues su uso pretende facilitar el surgimiento de imágenes que guardan cierta analogía con lo que se intenta explicar.

1.1. El método en la ciencia

Un significado de «proceso», en el diccionario *online* de la RAE, es: «Conjunto de las fases sucesivas de un fenómeno natural o de una operación artificial». Y, en el mismo diccionario de la RAE, un significado de «procedimiento» es: «Método de ejecutar algunas cosas»; mas, en lo que sigue, «procedimiento» se entenderá con el significado de «modo de ejecutar algunas cosas en un cierto orden».

En un área científica específica, se confía en los métodos, principalmente, por dos criterios que destacan entre otros, primero: por el procedimiento mismo seguido para formularlos, es decir, por el razonamiento lógico, que les da coherencia con relación al modelo formal que los fundamenta y que refiere a la realidad, o ámbito ontológico, de los objetos de estudio de los métodos; y, segundo: por la efectividad que han mostrado para conducir investigaciones a «buen término», pero así mismo, hay que agregar, por las que no han culminado «bien», si es que ellos han sido esenciales para mostrar las razones por las que no han podido cumplirse las expectativas.

Los métodos, pues, están necesariamente, en términos de lógica, ligados al modelo formal en el que surgen.

Así entendido, los métodos en la ciencia son, entonces, procedimientos, o procesos, que se formulan de manera lógica; con su uso se pretende alcanzar un objetivo, quizá sumar un conocimiento nuevo al ya existente.

Ahora, se quiere distinguir, en términos lógicos, el uso que puede darse al significado, aquí usado, de «proceso» en el ámbito científico, entonces, habrá que distinguir en tal ámbito el «plano» de realidad a que refiere la palabra.

En el ámbito de la física, en la termodinámica específicamente, puede hablarse de «proceso termodinámico» para referir la «evolución» de un «sistema» en un determinado lapso de tiempo;

pero también se ha descrito al «método» como «proceso que se formula de manera lógica», refiriéndose al procedimiento «abstraído», en el plano lógico-formal, con que se planeó y se siguió la evolución de un fenómeno, del anterior «proceso termodinámico», por ejemplo.

Entonces, siguiendo un cierto método, o proceso, puede observarse la evolución en el tiempo de ciertas propiedades descriptivas, o variables, de un «sistema o proceso termodinámico» que intercambia «calor» con su «entorno»; el objetivo final que motivó la aplicación del método, o proceso, seguido en el caso anterior, pudo ser la generación de estadísticas que permitieran un análisis de la relación, si la hubiera, de las propiedades descriptivas con ciertas condiciones controladas, en la evolución del sistema.

Así, como nuevamente se ve, el método supone un modelo formal; por ejemplo, en el caso del sistema que evoluciona en el tiempo, el método se planeó suponiendo que la evolución sucederá y relacionará ciertos elementos del fenómeno como predice la teoría, en específico, lo que predice la termodinámica.

Como puede verse, un «proceso termodinámico» —aunque difícil de definir y «agotar», si se quiere hacerlo por medio de una definición analítica—, se distingue sin problemas del «proceso metodológico», en el plano lógico-formal, seguido para estudiar al termodinámico; así, ambos procesos no sólo son diferentes por ser dos manifestaciones reales separadas, también son diferentes por ser dos manifestaciones de *realidades distintas* —las razones de éstas y otras afirmaciones aparecerán un poco más adelante, en este capítulo—.

Obsérvese también que, al mirar hacia la referencia, puede hablarse de un «proceso de observación y abstracción» para referirse a un «procedimiento de análisis y síntesis» como «posible condición para la formulación lógica de un método».

Así entendido, un método es, entonces, un *proceso lógico* aplicado en distintas áreas de la actividad científica para generar otros procesos —adviértase que aparece de nuevo la referencia del método al modelo formal, ya que busca «generar otros procesos»—. El proceso lógico que genera al método refiere a una *realidad formal* mientras que el «proceso generado», el método, puede referir, nuevamente, a la realidad formal —puede ser un método para generar métodos—, pero también puede referir a una *realidad física*, estando, entonces, claramente, en un orden de realidad distinto del primero.

La obtención de un método y su posterior generalización a áreas científicas incluso ajenas a aquella que lo vio nacer son el «producto» más acabado que la lógica elabora —estas ideas pueden consultarse, compararse y discutirse, contra una concepción en ciertos puntos análoga con lo aquí expuesto, y, sin embargo, opuesta en otros, en (de Gortari, 1970), (Hartman, 1965)

y (Kuhn, 1996)—.

1.2. La ciencia como concepción del mundo: paradigmas, marcos de referencia

Fue importante subrayar los anteriores aspectos del método, distinguiéndolo como procedimiento o proceso lógico, pues su importancia se ha manifestado, en la historia de la ciencia, en momentos en que se buscan respuestas nuevas porque las existentes no satisfacen del todo, o aun ni siquiera lo hacen. Hubieron ocasiones, las hay y las seguirá habiendo, en que la realidad ha puesto, pone y pondrá, en «crisis» nuestras explicaciones acerca suyo; en aquellas ocasiones en que ya lo ha hecho, se han mostrado como insuficientes, o bien, incluso como incapaces, nuestras teorías, paradigmas o marcos de referencia, científicos, para referir y explicar adecuadamente ciertos fenómenos; y dada esta incapacidad, para ser explicados a cabalidad, es por lo que tales fenómenos se revelan, bajo la visión del paradigma o marco de referencia imperante, como «anomalías».

Dos de esos momentos de «crisis» fueron, uno, cuando, en la física, no podía determinarse la naturaleza de la luz, unas veces se la concebía como onda y otras como partícula, y, otro, cuando la teoría mecánica newtoniana fue incapaz de explicar el fenómeno de «radiación de cuerpo negro».

Como ya se ha hecho manifiesto desde párrafos atrás, en todo cuanto ahora se ha escrito, se está suponiendo *la ciencia*, es decir cualquier ciencia, *como un marco de referencia o paradigma que supone toda una forma de ver y concebir «la realidad»*.

Thomas S. Kuhn, quien introdujo la noción de «paradigma» como concepción y visión del mundo, señaló acertadamente la dificultad de lograr la «adecuación» de un paradigma a la realidad para dar significado a ésta. También señaló que, sólo cuando un hecho fortuito revela la incapacidad del «modo de ver la realidad» imperante para tratar con él, es cuando vienen los tiempos en que se multiplican los esfuerzos, tanto para proponer nuevas «formas de ver el mundo» —nuevos marcos de referencia o paradigmas—, abandonando «la vieja forma de ver el problema», así como otros, más conservadores, que buscan en las capacidades de la «vieja forma», intentando, en términos de ésta, dar satisfacción a las exigencias no resueltas. Y es que, si la vieja forma consigue explicar el fenómeno bajo sus términos, es muy probable que las nuevas formas —teorías, o marcos de referencia o paradigmas— no «sobrevivan».

El anterior es un señalamiento a ciertos hechos de la *realidad* de la ciencia que hay que tomar en cuenta.

Lo importante aquí es poner atención, debido a su relevancia, a que, en ocasiones, el *quid* de la cuestión para explicar una «anomalía» ha radicado en «mirar» con una visión diferente un «viejo fenómeno conocido»; y, en aquellas ocasiones, la forma diferente de ver la realidad ha sido por la «incursión» de «visiones» diferentes provenientes tanto del propio paradigma al que pertenece el problema como de paradigmas externos. Es decir, en ocasiones la solución ha venido al considerar el fenómeno «reformulado» y solucionable con metodologías externas a las del paradigma al que pertenece la «anomalía».

No se está afirmando aquí que cualquier «forma nueva» de mirar el problema sea capaz de explicarlo en la forma que se espera lo hará una explicación científica: abarcando y dando satisfacción a las cuestiones que se consideran fundamentales —«fundamentales», recuérdese, siempre referidas al marco, o paradigma, en donde se encuentra inmerso el problema—. El surgimiento y posterior apoyo a una teoría o paradigma nuevos es una cuestión «ardua»; su desenvolvimiento involucra complejos procesos psicosociales dentro de la comunidad de especialistas donde surgen estos cambios de concepción de la realidad, tanto éstos como sus inevitables problemas asociados; y es que esto último, como muestra la historia de la ciencia hasta nuestros días, es lo que involucra el surgimiento de una propuesta para cambiar la concepción, o paradigma, dominante de la realidad: una pugna de la nueva concepción para «ganar» adeptos y lograr el «consenso» para «adoptarla» como una nueva teoría sobre lo-que-sea-el-caso, aun cuando «sólo» sea una «comunidad de especialistas» en la que estos cambios ocurran —un tratamiento de estas ideas, con puntos en acuerdo y en contra con lo aquí expuesto, puede consultarse en (Hartman, 1966), (Kuhn, 1982) y (Kuhn, 1989)—.

1.3. *Sociofísica*, fundamentos axiológicos de un modelo científico

En la física, desde la última década del siglo pasado, una rama nueva, la *sociofísica*, ha venido «haciéndose»; estudiando el comportamiento colectivo, o «complejidad emergente», de «sistemas sociales» con métodos basados en modelos formales, físico-matemáticos, generalizados de la *mecánica estadística* y fortalecidos teóricamente por los avances de los *sistemas complejos*; estos métodos enfocan, desde un punto de vista cuantitativo, el estudio de los sistemas sociales considerando sus efectos termodinámico reales (Naumis, 2013).

Pero, la termodinámica, como es sabido, es una ciencia fenomenológica; si lo que se busca es profundizar, saber el porqué de sus fenómenos y formular de ellos expresiones analíticas en términos de sus «elementos constitutivos», hay el respaldo de una teoría de la materia —y sus

interacciones— en la *mecánica estadística*.

Los modelos desarrollados por la *sociofísica* tienen un fundamento en la *mecánica estadística*, es decir, en la física «detrás» de los efectos termodinámicos que, hablando en estos términos, resultan del «orden» que «imponen» sobre la materia las sociedades reales, y que supone para lograrse, así mismo en términos termodinámicos, un correspondiente, y significativo, flujo de energía (Naumis, 2013).

Este «orden», nuevamente considerándolo desde la perspectiva de la termodinámica del «proceso», supone la interacción de los agentes que intervienen en la sociedad, y estas interacciones, ahora considerándolo desde una perspectiva axiológica, suponen un comportamiento individual, en el caso de un sistema tan complejo como una sociedad real, contingente, es decir no-predecible.

Por otra parte, póngase atención a que, un *proceso físico* como un *proceso social*, por ejemplo, el *movimiento* de una sociedad generado por la búsqueda de satisfacción de necesidades biológicas vitales, las más básicas o fundamentales; *es, esencialmente, y desde una perspectiva física*, si bien un proceso muy complejo en el que influyen para su desenvolvimiento una cantidad enorme de factores y condiciones que lo hacen único e irrepetible —«culpables» también, en buena medida, de dificultar su análisis y predicción—, es pues, *un proceso*, desde sus efectos observables, hablando empíricamente, y cuantificables, hablando pragmáticamente, *que puede ser interpretado desde el marco referencial, o paradigma, científico de la física, en específico de la termodinámica y de la mecánica estadística*.

Llegado aquí, parece que podría advertirse, con respecto de lo último que se ha escrito, del peligro de interpretar demasiado libre o, hasta, ingenuamente los elementos de los modelos usados en *sociofísica*: es ingenuo pensar, dirían algunos acertadamente, que, vistos «macroscópicamente», desde la perspectiva de sus efectos, los agentes en una sociedad pueden ser considerados como partículas que interaccionan.

Podría pensarse, en términos lógicos, que, ante una interpretación demasiado libre como la descrita, se corre el peligro de tender a afirmaciones deterministas y de extender inválidamente, en términos de lógica y de epistemología, las leyes de la física a una esfera a la que no alcanza su «dominio»; y, por incurrir en estos dos errores, no hay objetividad ni validez lógica en una concepción tal acerca de la realidad, por lo que una explicación que se fundamentara sobre tal supuesto no sería una explicación científica, es decir con pretensiones de verdad, objetividad y generalidad.

La anterior es una objeción válida, a la que puede responderse aclarando, y subrayando

una distinción, acerca de que, en *este trabajo*, cuando se interpreta la aplicación de modelos de la *sociofísica* a sistemas complejos de sociedades reales, *no hay una concepción de los «agentes» integrantes del «sistema social» como, en general, partículas integrantes de algún sistema termodinámico de algún otro orden físico*, como por ejemplo un líquido, un sólido o un gas. Con respecto de la las «leyes», o, por mejor decir, «relaciones», que podrían encontrarse si las hubiese, entre los elementos considerados en el modelo, éstas sólo «se mostrarían a sí mismas»: mostrarían cómo los factores interaccionan, bajo ciertas condiciones, unos con otros. Porque, para ser «factores» en el modelo sólo se consideran los que pueden ser observados y cuantificados: *si tales relaciones mostraran limitaciones al comportamiento colectivo, ello sería, se cree aquí, un resultado tanto de la forma, que aquí se supone «difusa», de interacción como de la complejidad, en el número de agentes participantes, de las relaciones de interacción, pero no su razón de ser.*

Es decir, en este trabajo no se cree en la existencia de «leyes naturales» que dictan el comportamiento colectivo de las sociedades reales.

Y para aclarar el porqué de estas últimas afirmaciones, hay que recordar lo que se ha venido escribiendo hasta aquí: se han supuesto —con fundamento en evidencia empírica— las ciencias como paradigmas o marcos de referencia, en general, como «formas de concebir el mundo»; y, que, dentro de ellas, en sus distintas ramas, la lógica se ha encargado, y se encarga, de formular métodos de comprobada eficacia para tratar con los problemas del área. En ocasiones, la preparación en áreas «ajenas», con concepciones y metodologías externas al propio campo, ha sido esencial para «girar 360°» y resolver un problema que ponía en crisis a la «visión usual», dando lugar a una concepción diferente, hasta ese momento, pero fructífera de concebir lo real. Ahora, y teniendo lo anterior presente, cuando se escribió, con respecto de su forma, que la interacción de los agentes integrantes del sistema social se suponía «difusa», *se están suponiendo razones para que se den estas interacciones.*

En este trabajo, se suponen ciertos factores, los valores, en general, como determinantes de la conducta; esto hace que se considere la complejidad de la estratificación social como, no más que, el resultado de la conducta individual y social.

Entonces, y todavía con la mirada puesta en esclarecer por qué se ha negado que haya «leyes naturales» que dicten el comportamiento de las sociedades; hay que observar que si la física, la sociología, la economía, la psicología, la ética, etc., son marcos de referencia, paradigmas, o formas de ver el mundo, resulta de esta suposición que la *realidad objetiva*, es decir, *aquella realidad que es independiente del marco de referencia o paradigma*, está «escindida» en distintos

órdenes o realidades, y es descrita por los distintos significados que reservan para ella estas formas de ver el mundo, la física, la sociología, la economía, la psicología, la ética, etc. En lo concerniente al lenguaje de cada paradigma, hay que poner especial atención al ámbito que cada uno refiere con sus significados, resultado de su particular forma de concebir lo real; hay, también, y necesariamente, que poner especial atención a los alcances de sus afirmaciones.

Si se acepta que la conducta de un ser pensante es auto-determinada, deberá aceptarse que las leyes de su conducta, aunque sigan ciertas leyes, o relaciones, «naturales», son determinadas por dicho ser.

Si no se acepta lo anterior y se dice que hay leyes físicas, por ejemplo, que gobiernan la conducta, entonces, debe aceptarse que la física, como la conocemos hoy, exhibe una «anomalía»: las acciones de los seres humanos constituyen una auténtica anomalía para el paradigma, pues es un hecho que no pueden ser explicadas, a totalidad, ni predichas por éste. Mas, no es una opinión generalizada entre físicos la anterior; hay físicos y matemáticos que aceptan que el ámbito de la física, y el de las matemáticas, refiere a un orden de realidad distinto a aquél que la sociología y la ética refieren —y el de éstas es distinto del de la física—, y que es el de la *realidad social*.

Así, y a grandes rasgos, si se considera y se atiende al *fenómeno social* de la interacción de los agentes participantes de un «movimiento social» sin particularizar en la forma en que se da esta interacción, suponiendo que hay ciertos factores que resultan motivantes para el comportamiento individual de los agentes, y que éste puede tener efectos «globales» en la estratificación de la sociedad, lo que se denomina en *sociofísica* como «complejidad emergente», entonces, puede considerarse este efecto «global», efecto ya observable y cuantificable, es decir, real, en términos de termodinámica; las relaciones entre sus elementos pueden ser analizadas bajo tales términos, y formularse leyes termodinámicas *como resultado de una tal organización social, no como su razón de ser*.

Esta interpretación, se afirma aquí, de los modelos mecánico estadísticos aplicados a los fenómenos sociales, resulta altamente descriptiva y podría decirse que hasta «sugere» de la «mecánica» subyacente —de la lógica subyacente, podríamos también decir—, de fenómenos sociales reales. De la organización de sus elementos.

1.3.1. Un modelo de *sociofísica*: el «Bonabeau modificado»

Este trabajo se ha enfocado en dar continuidad a ciertos factores que se habían introducido en *algunos* modelos de *sociofísica* —véase (Naumis, del Castillo-Mussot, Perez, and Vazquez-

Fonseca, 2006)— que intentaban adecuarse para explicar el comportamiento de sistemas sociales.

Nuevamente, y como ya se aclaró, al seguir estas ideas, no hay algo tal como una interpretación del comportamiento de los agentes en una sociedad real como partículas de algún otro orden físico; tampoco hay consideración alguna sobre el comportamiento colectivo como determinado por ciertas «leyes fundamentales» naturales. Por el contrario, esos factores del modelo usado a los que aquí se da continuidad no son «naturales» —si se entiende aquí «natural» en términos de un realismo metafísico como «aquello que ocurre siempre»—; pero son considerados porque se piensa que, dada la forma «sutil» en que se presentan, cierta «relevancia» suya no fue observada en aquellos trabajos; y su importancia podría destacarse al observar los resultados de su inclusión en el modelo; además de revelar ciertos «mecanismos» que, quizá, deberían tomarse en cuenta al analizar una situación «similar» en una sociedad real.

Este trabajo puede considerarse como una exploración lógica de las posibilidades del modelo, o lenguaje, formal con que algunos estudios de *sociofísica* han venido estudiando fenómenos sociales reales —(Naumis et al., 2006)—; considerando como fundamento para tal exploración, de manera general, el carácter interdisciplinario de los fenómenos estudiados.

El modelo seguido, como ya se ha escrito, es el que han seguido algunas investigaciones en este campo, generalizado de la *mecánica estadística* y aplicado para analizar cuantitativamente ciertos factores abstraídos de la observación de fenómenos sociales reales, es el modelo de «Bonabeau modificado».

Esta «exploración» es «lógica», primero, porque se limita a considerar ciertas consecuencias que se siguen lógicamente de las suposiciones que subyacen en el *Bonabeau modificado* con relación a la realidad que refiere; el *Bonabeau modificado*, como teoría formal, pretende ser una explicación del fenómeno, entre otros, de «complejidad emergente» que se observa en la «realidad social»; es, entonces, en las suposiciones acerca de esta realidad donde yacen las consecuencias que se siguen; y, segundo, porque el desarrollo de esas consecuencias lógicas, al trabajar sobre el modelo, o lenguaje formal, para explicarlas en los términos de éste, supone trabajar con la lógica «detrás» del modelo.

Son dos niveles distintos de lógica los que se han explicado arriba, por un lado las consecuencias lógicas que se siguen de la realidad referida y por otro las condiciones lógicas que se han de imponer sobre el modelo para que éste refiera a la realidad que pretende referir.

1.4. Ciencias axiológicas y axiología como ciencia

En el modelo original de E. Bonabeau —el «Bonabeau puro» (Bonabeau, Theraulaz, and Deneubourg, 1995)— el movimiento de los agentes es al azar, se mueven por la red de manera aleatoria intentando ocupar posiciones. Sin embargo, en una sociedad real, si se observa con detenimiento, se convencerá que el movimiento de sus miembros no es azaroso; y, si se llega a preguntarse «¿a qué obedece este movimiento?», se encontrará con una pregunta sumamente compleja que requiere del concurso de distintos paradigmas, o marcos de referencia o ciencias, además de la física, como la sociología, la economía, la psicología, la ética, etc., para obtener la respuesta más completa que nos permita el saber científico de nuestro tiempo.

Ésta es la consideración que llevó del *Bonabeau puro* a su optimización en el *Bonabeau modificado*: *Las acciones de los agentes están motivadas por una «razón»*.

Una característica común que, sin embargo, no se advierte de manera inmediata en las ciencias cuyo concurso se citó, como necesario para delinear una respuesta completa a la pregunta acerca del movimiento de los miembros de una sociedad, es que todas ellas son ciencias que pueden considerarse «axiológicas» (Hartman, 1966), es decir, son ciencias que tienen por objeto de estudio un tipo específico de valor, por ejemplo, la «función» o la «estructura» social, lo «óptimo», lo «sano» y lo «moral», respectivamente, para cada una de las citadas.

La suposición que subyace en este trabajo con respecto del valor es que, ya que hay situaciones valorativas, *hay valores* y éstos *son cognoscibles, sistematizables, etc.*, como en la *axiología formal* (Hartman, 1959). Y esta es una suposición cuyo fundamento tiene raíces en evidencia empírica.

Los valores, supuestos en términos de una teoría formal, son herramientas teóricas tan útiles y adecuadas —en términos pragmáticos— para explicar y referir la realidad social como en la física lo es el átomo para explicar y referir la realidad física; cada uno, el átomo y el valor, son adecuados y útiles en sus respectivos paradigmas.

Su utilidad, como herramientas teóricas, se aprecia si se pone atención a que estos elementos fueron, cada vez más, un elemento teórico insoslayable en estudios sociales y humanistas, que pretendían explicar objetivamente ciertos hechos estudiados. Por ejemplo —aunque ciertamente no sean tan «actuales» pero sí muy importantes dada la repercusión de sus planteamientos—, en los estudios sobre filosofía y sociología de la ciencia de Thomas S. Kuhn y Robert K. Merton —véase a (Merton, 1985)—; se observa en ellos que partiendo de la observación empírica de situaciones valorativas en donde la existencia del valor se supuso como fundamento de ellas,

la teoría —el marco teórico, o de referencia, o paradigma—, la cual proporcionaba el lenguaje con el que la explicación refería a lo estudiado, contó con elementos necesarios para analizar, es decir identificar ciertos factores que intervenían en el hecho observado, y sintetizar, o sea proporcionar la relación en que los factores se hallaban interrelacionados, objetivamente lo observado.

Es decir, al conceder, en estos planteamientos, el justo papel que en la realidad «jugaban» los valores, como factores determinantes, entre otros, del comportamiento colectivo de los sistemas sociales estudiados, la realidad pudo ser mejor analizada y explicada; mejor analizada ya que el paradigma contó con suficientes elementos teóricos para estudiar el fenómeno y mejor explicada porque lo fue en concordancia con los hechos observados, de manera objetiva.

Se ha dicho en la sección anterior que el fundamento de este trabajo, de manera general, si se lo considera como una exploración lógica de las posibilidades del modelo de *Bonabeau modificado*, radicaba en el carácter interdisciplinario del fenómeno bajo estudio; y también se ha resaltado, en esta sección, el carácter axiológico de la sociología, la economía, la psicología y la ética como ciencias, advirtiendo así de no caer en el error tan común de considerarlas como ciencias del «deber ser» y distinguirlas de las ciencias cuyo objeto de estudio es empírico, llamando a éstas ciencias de «lo que es».

Una ciencia, como se considera aquí, es un paradigma o marco de referencia, cuyo objeto de estudio puede ser empírico o no; el carácter científico de tal marco de referencia está dado por diversas consideraciones de índole lógico, epistemológico, pragmático, etc. Es importante poner atención a esto último, como aquí se supone y se plantea, porque *no resulta de esta manera de concebir la ciencia que cualquier concepción acerca de la realidad pueda decirse científica*.

Otra manera de hablar de las características lógicas, epistemológicas y pragmáticas de las concepciones científicas es hablando de su propiedades; la objetividad, la generalidad, la efectividad en términos pragmáticos, la capacidad de predicción, entre otras, se consideran propiedades de los paradigmas científicos, así que cualquier marco de referencia o paradigma que los exhiba será considerado científico, independientemente de la naturaleza de su objeto de estudio que puede ser empírica o no serlo.

Así pues, y por lo que se ha dicho, ha de observarse que una ciencia axiológica *analiza*, como las empíricas, *el objeto bajo su estudio*, que en el caso de las axiológicas es un valor, *no lo valora*. Por ejemplo, cuando un estudio psicológico, científico, anuncia, por ejemplo, lo «pernicioso» de cierto tipo de conducta, *analiza, razona, objetivamente*, determinando el alejamiento de la conducta de ciertos parámetros, establecidos como «normales» o «sanos» así mismo de manera

objetiva. El investigador psicólogo para analizar la conducta del paciente él mismo no ha de estar loco.

No hay razón válida entonces, para la distinción entre ciencias de «lo que es» y ciencias del «deber ser», si es que ambas, las empíricas y las axiológicas, son consideradas ciencias —una discusión profunda y que, sin embargo, mantiene acuerdos y desacuerdos con las ideas aquí expresadas, puede consultarse en (Hartman, 1959), (Hartman, 1965) y (Hartman, 1966)—.

1.5. Simulaciones digitales

El *Bonabeau modificado* es un modelo venido hacia la *sociofísica* de la *mecánica estadística*, y en ésta se pone atención a los «efectos promedio» de los elementos del sistema más que a los elementos individuales. Por otro lado, los recursos modernos de cómputo son herramientas indispensables cuando se buscan los resultados de cálculos de grandes volúmenes de datos; tales herramientas son empleadas para calcular los resultados de los modelos usados tanto en *mecánica estadística* como en *sociofísica*.

En lo que sigue, al escribir «simulación» se referirá a «simulación digital», refiriendo a su vez, con éste, a «simulación hecha en una computadora digital».

Desde los inicios de la ciencia de la computación, se han ensayado varias definiciones para «simulación»; una primera aproximación para delimitar el significado del término es entendiéndolo en el contexto de la programación de computadoras; así, «simulación» puede ser entendido como una técnica. Siguiendo a (Allen, 1972), si se entiende «sistema» como «un agrupamiento de objetos unidos por alguna forma de interacción regular o dependencia mutua», un elemento que pertenece a un sistema es una *entidad*, y representa ciertas propiedades, sus *atributos*; una *actividad* es un proceso —entendido aquí «proceso» como en la sección 1 de este capítulo— que causa cambios en el sistema. Simulación será, entonces, un *método experimental* cuyo uso aplicará particularmente en sistemas que no pueden ser representados por modelos analíticos, como los sistemas complejos; una de las propiedades más importantes del método será su capacidad de predicción, lo que hace que su uso sea tan importante.

La simulación digital, tal como comúnmente es entendida, implica que, uno: se represente el sistema bajo estudio de un modo que pueda solucionarse con una computadora digital, y, dos: el modelo de la simulación se programe para ser realizado, o ejercitado, en la computadora, manteniendo el objetivo de obtener información sobre el sistema representado; sin embargo, un estudio de simulación implica más de lo que sugiere esta definición. Lo que sigue es lo que, citado por (Allen, 1972), propone Donald E. Knuth, como un algoritmo, para generar un experimento

de simulación:

- S1. Definir el problema, lo que implica, formular cuidadosamente el propósito del estudio, las preguntas a responder, los cálculos a realizar. También debe indicarse explícitamente el criterio que aplicará para determinar el éxito o fracaso de la simulación.
- S2. Construir un modelo lógico-matemático, lo que incluye lo necesario para responder a las preguntas en S1, el modelo debe representar las características esenciales del sistema haciendo posible la predicción de estados futuros del sistema con la información de estados iniciales. Para la construcción del modelo se requiere una extensa colección de datos que han de ser analizados, tanto para proporcionar datos al modelo como para validarlo.
- S3. Construir el programa para que la computadora lo ejecute, lo que incluye, codificar el modelo en algún lenguaje de programación cuyo paradigma de programación sea compatible con las características del modelo; el programa debe permitir fijar datos iniciales, introducir datos, generar variables estocásticas y números aleatorios y las soluciones a lo planteado en S1.
- S4. Validar el modelo y el programa, lo que incluye que, en caso de que el programa no represente correctamente al modelo, se vuelva a S3; si el programa representa correctamente al modelo pero el modelo no al sistema, ir a S2; si lo anterior se repite sin obtener mejora, regresar a S1 para reformular los propósitos del estudio; si se da el caso que el modelo no pueda validarse hasta completar los experimentos a efectuarse en otro paso, se hará sólo una validación parcial del modelo.
- S5. Planear los experimentos de simulación, lo que supone formular un plan cuidadoso de los experimentos que se efectuarán con el modelo y cuyo objetivo es obtener las soluciones a lo planteado en S1. El plan incluye datos y condiciones iniciales para los experimentos y el número de ejecuciones necesarias para asegurar la significancia estadística.
- S6. Efectuar las ejecuciones de la simulación, que supone ejecutar el programa en la computadora como en S5, analizar los resultados con referencia a lo planteado en S1. Si los objetivos no han sido alcanzados, regresar a S1, S2, S3, S4 o S5 según corresponda.

Según (Allen, 1972), dos formas, entre otras, de clasificar los modelos de simulación son en modelos de *sistema continuo* y de *sistema discreto*. En los primeros, las variables matemáticas que describen el estado del sistema varían continuamente con el tiempo, y tales modelos se

describen matemáticamente por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias o parciales junto con la lógica que describe la relación entre los elementos del sistema; en los segundos, el estado del sistema cambia de manera discreta durante ciertos instantes de tiempo, pero entre tales instantes el sistema no cambia, permanece fijo.

Dependiendo del grado de detalle que requiera un estudio de simulación, los sistemas se pueden modificar ya sea por un modelo de sistema continuo o discreto.

(Se ha intentado cumplir con el anterior procedimiento; en este trabajo, en este capítulo, se pretende cumplir, en términos formales, con S1; los dos siguientes, capítulos 2 y 3, pretenden cumplir, así mismo formalmente, con S2 y S3, mientras que el capítulo 4 pretende cumplir con S6. Sin embargo, son las particularidades del sistema bajo estudio las que, finalmente, imponen ciertas condiciones sobre S4 y S5, y, como el mismo algoritmo muestra, pueden varios pasos ser repetidos hasta contar con un modelo y un programa validados para iniciar el experimento de simulación. El algoritmo propuesto está, pues, condicionado por las características particulares del sistema bajo estudio; el algoritmo es, pues, el «correlato» racional de un proceso con muchos «pasos» intuitivos. En este trabajo, en su planeación y desarrollo, se ha intentado seguir la guía de este algoritmo propuesto por D. E. Knuth.)

El modelo de *Bonabeau modificado*, implica, como sistema, un «sistema social» cuyas entidades, los «agentes», «habitan» una determinada «región» en la que su actividad modifica el estado del sistema. La actividad de los agentes supone su interacción, «peleando» para ocupar los sitios de la región, y modifica sus atributos, «fortaleciéndolos» o «debilitándolos», según los resultados de sus peleas; los «estratos» de esta «dinámica» son cuantificados para medir la estratificación que sufre en este proceso la «sociedad», esto es lo que se denomina «complejidad emergente».

La dinámica anterior —que se describe de manera tan sencilla y rápida—, puede ser descrita mediante un modelo lógico-matemático que, a su vez, puede ser codificado en un lenguaje de programación, como FORTRAN, para generar un programa de computadora —lo que, como puede verse, no es tan «sencillo y rápido»—; siguiendo el algoritmo de Knuth, una vez validado el modelo, pueden planearse los experimentos para responder a lo planteado en S1, y que, en el caso de este trabajo, serán los resultados de la «actividad del sistema», o «evolución en el tiempo del sistema» según el lenguaje que aquí se usa, buscados en datos estadísticos, como diagramas de fase, histogramas, superficies de nivel, etc., para la complejidad emergente.

El *Bonabeu modificado*, que es el modelo con que se ha trabajado aquí, dadas las características de su evolución en el tiempo, y según lo que se ha discutido al respecto, puede considerarse

como un modelo de sistema continuo.

1.5.1. Métodos de Monte Carlo

«La técnica de simular muchos experimentos casuales e inferir algo a partir de los resultados de los experimentos simulados se denomina Método de Monte Carlo. [...]» (Dorn and Greenberg, 1970, p. 467)

El método fue utilizado por primera vez por el naturalista de origen francés Buffon en 1773 para estimar el valor de π ; el experimento consistió en arrojar una barra de longitud L sobre una extensión de papel en la que habían líneas paralelas dibujadas, con una separación entre líneas de $2L$; en el experimento, se arrojó la vara un número muy grande de veces y se anotó si la vara tocaba las líneas o no; si N es el número de veces que se arroja la vara y X el número de veces que la vara cae de forma que toca, o cruza, una línea, si N es suficientemente grande, $N = \pi X$, lo que comúnmente se llama *problema de la aguja de Buffon* (Dorn and Greenberg, 1970, Ibidem).

La potencia de los sistemas computacionales modernos permite el cálculo de miles de operaciones matemáticas que serían prácticamente imposibles sin ellos, y esto hace posible la realización, o ejecución, de un número considerable de experimentos de simulación para modelos de sistema continuo, o discreto, como los usados en *sociofísica*, lo que posibilita, también, la aplicación de métodos de Monte Carlo a tales modelos.

En el caso del *Bonabeau puro* o el *modificado*, una simulación o «realización» prototípica, requiere de una capacidad de cómputo que puede ser proporcionada por una computadora de escritorio de capacidad media —no es necesaria una *super computadora*, si la red no es «grande» o no se quiere el promedio de muchas redes «medianas»—.

Siguiendo el algoritmo de Knuth presentado en esta sección, con respecto de S1, se estableció que, para decidir sobre si el modelo que ha resultado de este trabajo es una *optimización* con respecto del que se ha partido, el referente serán los resultados acerca de la complejidad emergente; *los resultados de ambos*, del *Bonabeau puro* y del *Bonabeau modificado*, *deben recuperarse del modelo obtenido cuando no intervienen en él los factores, según sea el caso, que se consideran en este trabajo*.

Con respecto de S5, en este trabajo, se han utilizado los recursos modernos del cómputo para calcular los efectos de los factores introducidos, pero limitadamente, ya que el tiempo de ejecución es un límite experimental práctico, que impide extender a un número muy grande de ejecuciones la simulación. Sin embargo, pero sin soslayar la importancia de la significancia

estadística, y atendiendo principalmente a la demostración teórico-formal, se decidió que el número de ejecuciones fuese tal que las estadísticas permitieran inferir, «casi seguramente», para las condiciones numéricas particulares del modelo, los «mecanismos» detrás de tales resultados.

Mas, los resultados experimentales, que en este trabajo tuvieron una limitación práctica de tiempo, pueden, sin embargo, ya que aquí se atendió a su demostración formal, continuarse sin tal restricción experimental.

1.6. Fundamentos

El modelo de *Bonabeau modificado*, con el que se ha trabajado aquí, consideró optimizaciones al *Bonabeau puro*, atendiendo éstas a su carácter «realista»; pero estas optimizaciones suponen «factores», los valores, que motivan el comportamiento, «desplazando» el modelo original del mundo de los hechos al mundo del valor.

Con decir que el modelo original se ha «desplazado», sólo se ha querido decir que *la optimización* —la cual no podía dejar de hacerse ya que lo que en ella se consideran son hechos observables y por lo tanto no prescindibles—, *al suponer a los valores como «determinantes» de la conducta individual, introduce en el modelo la lógica del valor*. Así pues, suponiendo lo enunciado por una teoría formal del valor, sobre el surgimiento e influencia de los valores en un sistema social, nuevas optimizaciones, ahora motivadas por consideraciones lógico-axiológicas, pueden traerse al *Bonabeau modificado*.

La teoría formal del valor que aquí se supone —es considerada aquí por su estructura, que la hace destacar entre todas las demás teorías sobre el valor—, anuncia y exhibe una estructura lógica para el valor que permite inferir cierto «mecanismo» por el que resultan diseminados los valores; tal estructura señala al valor relacionado con el significado o creencia —«significado» o «creencia» en términos epistemológicos— (Hartman, 1959).

Los valores *dominantes*, en una sociedad cualquiera, comenzarían, al principio, con el «movimiento» de ciertas ideas, o creencias —en términos epistemológicos—, «flotando» en el «ideario colectivo» de la sociedad, aunque aun no en una forma clara, por ello su adopción es no-consciente como significado o creencia por los agentes; al pasar el tiempo estas creencias «cobran fuerza», imponiendo ciertos significados acerca de la vida social, política, económica, cultural, etc., así, estos significados «inconscientes», motivarían, en la practicidad de la vida, una conducta —una realización concreta de ciertos valores definidos—.

Esta consideración es la que ha motivado este trabajo, el *Bonabeau modificado*, como en su momento el *Bonabeau puro*, puede ser optimizado para atender a ciertos fenómenos reales

observables, introduciendo, además de regiones con formas geométricas definidas que resultan valiosas para los agentes, una modificación al movimiento dado en él —que, a su vez, era una modificación de las leyes de movimiento del *Bonabeau puro*—.

Éstas, pues, son, fundamentalmente, las consideraciones que se tomaron en cuenta para introducir la optimización al *Bonabeau modificado*: las concernientes a lo inferido de la lógica del valor, y las observaciones sobre la relevancia del valor en los efectos totales de los fenómenos sociales reales. Se considera que hay suficiente evidencia empírica acerca de que las motivaciones o valoraciones «culturales», no necesariamente «vitales» o biológicas, influyen en los intereses de los agentes, afectando la complejidad «total» de la estratificación social.

Los sitios «distribuidos», así como otros «objetos» no necesariamente materiales, son «encontrados» valiosos por los agentes en este modelo; estos «objetos», bajo las suposiciones que ya he explicado se suponen aquí, resultan «atractivos» o «motivantes», influyendo en la complejidad de la estratificación, o «jerarquización».

Así, y finalmente, hay que enfatizar que, considerar la relevancia del valor, de los valores en general, como determinante en la conducta es, pues, una consideración que, en efecto, puede hacerse y se ha hecho ya en el modelo de *Bonabeau modificado*, aunque, en aquél, según puede apreciarse por lo ahí expuesto, en (Naumis et al., 2006), atendiendo a razones teóricas distintas de las aquí consideradas.

Este trabajo está inmerso dentro de la nueva rama que la *sociofísica* representa en la física; aunque aquí se ha soslayado atender a los efectos que la física, desde su marco teórico, puede analizar, como la entropía y la energía, que resultan de un «sistema termodinámico» en el que los factores que aquí se consideran están en juego. Se ha soslayado, pues, analizar desde el marco teórico de la física los efectos observables y cuantificables, sin por esto menospreciar su importancia, para adentrarse en las posibilidades lógicas que nuevas consideraciones en un modelo formal, el *Bonabeau modificado*, pueden ofrecer, en cuanto a sus resultados, como herramienta teórica, para interpretar y analizar los mecanismos subyacentes acerca de la complejidad emergente en sociedades reales.

Capítulo 2

El *Bonabeau modificado*

2.1. El modelo

En el modelo original de Bonabeau, se comienza con una red cuadrada bidimensional finita donde cada agente sólo puede moverse a posiciones vecinas. Dichos agentes son diseminados en los sitios que ocuparán sobre la red de manera aleatoria, y se mueven sobre la red también de manera aleatoria; cuando un agente cualquiera —digamos i — intenta moverse a un lugar —y éste es vecino del que ocupa—, y este sitio está vacío, el agente se mueve sobre el sitio lo ocupa y listo; sin embargo, si el sitio sobre el que se mueve ya está ocupado por otro agente —digamos j —, hay entre ambos agentes — i y j —, una pelea por el sitio: i intenta ocupar la posición deseada y j defenderla. El resultado de la pelea condiciona el posterior movimiento de los agentes: si i gana, intercambian lugares i y j , si no (si j gana), se quedan en los lugares que ya ocupan (Bonabeau et al., 1995).

Ya que la red es finita hay una densidad de población de agentes que la habitan, éste es un factor que ha de mantenerse constante durante toda la evolución del proceso en el tiempo, durante el movimiento y diseminación de los agentes por la red durante un determinado factor de tiempo.

El *Bonabeau modificado* optimiza el movimiento «errático» de los agentes por la red del *Bonabeau puro*; en éste la dirección de movimiento de un agente cualquiera se elige «sin razón» alguna, pero una optimización de esto, buscando un modelo que describa adecuadamente una situación real, se logra introduciendo una «razón» para elegir un agente la dirección de su movimiento: los agentes, antes de iniciar un movimiento, registran y evalúan, buscando los sitios más valiosos de su vecindario.

Las reglas de movimiento que siguen los agentes en el *Bonabeau modificado* son (Naumis et al., 2006) —y (Naumis, 2013, p. 324)—: Un agente cualquiera registra su vecindario buscando sitios con mayor valor que el que ocupa; a) si los hay, intentará ocupar, entre los que hay, el

sitio de mayor valor, b) si no hay sitios con mayor valor que el suyo, intentará moverse a uno de igual valor que el ocupa, y g) si no hay sitios de valor mayor o igual que el que ocupa, el agente intentará permanecer en el suyo.

Las reglas anteriores permiten el movimiento de los agentes como en el modelo original, el *Bonabeau puro*, cuando todos los sitios de la red tienen el mismo valor; así que, el *Bonabeau puro* es un caso particular del *Bonabeau modificado*, se obtiene cuando todos los sitios son valiosos —o, cuestión de perspectiva, cuando ninguno lo es—.

Ahora, siguiendo a (Naumis et al., 2006, p. 790), donde se afirma seguir a Stauffer, la probabilidad $q(i)$ para ganar del agente i , es decidida al azar, pero está condicionada siguiendo una función de distribución del tipo de Fermi:

$$q(i) = \frac{1}{1 + \exp(\sigma(i-1)\eta[h(j) - h(i)])}$$

aquí, $h(i)$ —o $h(j)$ — es un factor que mide la «condición física» del agente i —o del agente j —, y depende funcionalmente de las victorias y derrotas sobre otros agentes; cada agente cuenta con el suyo, su «h», éste es un resultado de su movimiento por la red; este factor se llama el *historial* del agente, y $\sigma(i-1) = \sqrt{\langle q(i-1)^2 \rangle - \langle q(i-1) \rangle^2}$, y, como puede verse, estos promedios se llevan acabo sobre los valores «q» de cada agente «anterior» a i .

Como pudo observarse en lo anterior, los agentes en la red se hallan «ordenados» por un número i , pero éste no es más que un número arbitrario que se asigna a cada agente para contarlos, es decir, para indicar qué número, del total, es el que identifica al agente; y una vez asignado un número al agente ya no puede asignársele ningún otro, porque tal número, repito, le identifica, señalándolo entre todos los agentes. En vista de lo anterior, para evaluar el valor de $q(i)$, que requiere funcionalmente de $\sigma(i-1) = \sqrt{\langle q(i-1)^2 \rangle - \langle q(i-1) \rangle^2}$, se observa que $\sigma(i-1)$, requiere, a su vez, para ser evaluado de los promedios $\langle q(i-1)^2 \rangle$ y $\langle q(i-1) \rangle^2$, es decir de los valores previos $q(l)$, para cada l anterior a i .

Entonces, parecería, dado lo anterior, y si se observa sin suficiente profundidad, que el movimiento de los agentes es ordenado: al movimiento del primero sigue el del segundo y a éste el del tercero etc., pero, esto es cierto sólo con respecto de que, luego del movimiento del agente «n» sigue el movimiento del agente «n +1», pero el movimiento de los agentes no es «ordenado» en el sentido que pueda anticiparse qué posición será la siguiente en moverse, ya que, recuérdese, los agentes son posicionados al azar en la red antes de ser identificados con un número distintivo, y antes de iniciar su movimiento en búsqueda de posiciones valiosas; sus

posiciones en la red cambian como resultado de sus peleas contra otros agentes en la red.

Al inicio, todos los habitantes de la red tienen la misma probabilidad de ganar una confrontación cuando intentan ocupar una posición ocupada por otro agente, pues $\forall i\{h(i) = 0\}$, pero por cada unidad de tiempo su valor decrece en 10% —por cada unidad de tiempo, t , si $h'(i)$ es el valor de h para i en t , después de t , en t' será: $h(i) = h'(i) - 0,1$ —, así que es mejor para un agente mantenerse «activo» enfrentando a otros agentes, ya sea atacando o defendiéndose; pues, cada vez que un agente enfrenta con éxito a otro, el valor de su historial se incrementa en una unidad —si $h'(i)$ es el valor de h para i antes de la pelea: $h(i) = h'(i) + 1,0$ es el valor después de la pelea, si es que i ganó—; mas, si el agente no enfrenta a otros, lo que ocurre frecuentemente a bajas concentraciones de población en la red, cuando el agente «vaga» en busca de sitios de valor, éste tiende a «debilitarse» por «inactividad». Este «mecanismo», de «debilitamiento por inactividad», es llamado «de olvido».

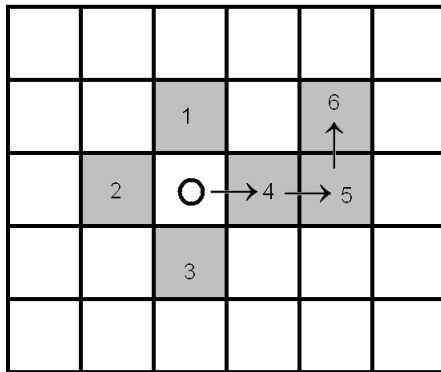


Fig. 1. Una red que muestra un agente en ella; los sitios 1, 2, 3 y 4 son sus vecinos y 4, 5 y 6 una posible ruta de movimiento.

El proceso del movimiento inicia como sigue: en *una unidad de tiempo* un agente «registra» alrededor suyo, en su vecindario, en busca de un lugar para moverse, y lo hace en un solo paso, esto es, a un lugar próximo en un solo movimiento para ocupar una posición, como en la Fig. 1 —suponiendo, como se ve en ella, que ningún sitio estaba ocupado al iniciar el agente su movimiento—. Una vez que el agente ha terminado su turno, en la misma unidad de tiempo otro agente en la red inicia el proceso de registro y movimiento hacia otra posición; y una vez que ha completado su movimiento inicia el del siguiente agente, y se sigue así hasta que el último haya tenido su turno. Todos los agentes en la red se mueven así: un paso cada unidad de tiempo; con fines de ilustración, supóngase una «población» pequeña de 25 agentes en una red cuadrada, de cualquier área, y un lapso de tiempo que contenga 100 unidades, cada uno de los 25 agentes tendrá 100 turnos para moverse.

El primer agente, en una unidad de tiempo, que tiene turno para moverse es elegido por

su identificador, que lo distingue, como lo hace con todos, de los demás en la red, y además lo designa como el «primero»; los agentes ocupan posiciones al azar en la red, pero ellos están «numerados» de cierta forma —sólo hay que considerar un cierto orden para numerarlos, sin importar cuál sea éste—, y además, su posición en la red no es fija sino cambiante como resultado de las peleas en la red. Siguiendo el «orden» de la numeración es como van eligiéndose los turnos en que van moviéndose, cada uno, durante cada unidad de tiempo.

A manera de síntesis, y como puede verse, en el modelo de *Bonabeau modificado* los agentes se mueven todos en una unidad de tiempo, uno después del otro, y *la dirección de su movimiento es decidida atendiendo a su posición*; pero puede suceder que el agente que inició el movimiento no lo «complete», porque el sitio que intenta ocupar está ya ocupado, entonces, como ya se describió, se dará una pelea entre ambos agentes interesados en la posición, entre el *atacante* y el *defensor*, y el resultado de la pelea determinará el movimiento posterior de los agentes, intercambiando lugares —en cuyo caso el atacante habría tenido éxito— o quedándose cada uno en el suyo —en donde el defensor habría triunfado—, como en la Fig. 2.

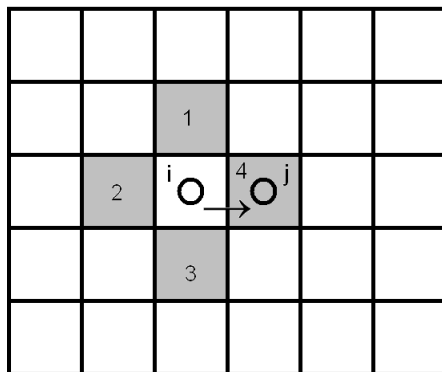


Fig. 2. Un agente intenta moverse al sitio con el número 4 —indicado por la flecha—, que está ocupado. El movimiento posterior será decidido por la relación:

$$q(i) = 1/[1 + \exp(\eta\sigma(i-1)[h(j)-h(i)])]$$

El número de unidades de tiempo, el *tiempo total o número de pasos*, puede ser establecido como un número natural suficientemente grande que haga posible registrar un número suficiente de datos, de « $q(i)$'s», para generar con éstos, $\sigma(i)$'s, es decir, estadísticas, tales como la «magnitud de la desigualdad», o jerarquización, $\sigma(\rho)$, de la «sociedad habitante» de la red, en función de la densidad de agentes distribuidos en ella, es decir, de la densidad de población en ella; este factor de jerarquización $\forall i\{\sigma(i) = \sqrt{\langle q(i-1)^2 \rangle - \langle q(i-1) \rangle^2}\}$, esto es que, $\sigma = f(\rho)$, donde ρ es la densidad de agentes distribuidos en la red.

Hasta ahora, se ha venido haciendo una descripción muy sintética del modelo de *Bonabeau modificado*, intentando resaltar en ella los elementos del modelo y las relaciones entre éstos más evidentes —es decir, los elementos del lenguaje formal y las relaciones entre éstos, que son,

también, parte de tal lenguaje formal—; y dar una vista «panorámica» del «proceso», que es, básicamente, el movimiento e interacción de los agentes sobre la red.

Pero, el *Bonabeau modificado* es un modelo «venido» hacia la *sociofísica* desde la *mecánica estadística*; es, entonces, básicamente, una estructura lógico-matemática, un modelo formal, que pretende modelar ciertos aspectos de la realidad sobre la que es aplicado.

Ahora bien, y recordando todavía que, en la termodinámica la forma analítica de las ecuaciones de estado, que describen relaciones entre propiedades observables o macroscópicas de la sustancia, depende de una teoría microscópica de la materia. Así, una vez que se ha mostrado cuál es la «mecánica general» del *Bonabeau modificado*, se profundizará analíticamente en ella, en las relaciones entre los elementos del modelo, para así entender mejor su función en los efectos macroscópicos, u observables, que nos interesa estudiar.

2.2. El problema

El *Bonabeau modificado*, como se explicó, y como se habrá observado en la sección anterior cuando se presentaron sus reglas de movimiento, es un modelo de *sociofísica* que refiere a la realidad del valor: pero, permite «desplazarse» a la realidad del hecho cuando los agentes no tienen la necesidad de «evaluar» su vecindario. Este trabajo, como se explicó, es una exploración en la lógica del modelo que intenta explotar las posibilidades de éste; el objetivo es incorporar una optimización al *Bonabeau modificado* —de lo que ya se explicó en la *Introducción*, debe ser claro que, el significado para «optimización» que aquí se entiende es el de «referencia adecuada a lo observado empíricamente»—, pero limitándose a sus posibilidades lógicas como modelo formal.

Para explicar claramente lo anterior, obsérvese, primero, que la modificación busca resultados en términos estadísticos, *cuantitativos*, en factores como σ , para evaluar la relación entre la complejidad emergente y la densidad de población; y *cualitativos*, al poner atención a los «mecanismos» que los valores «implantan» y que se observan, por ejemplo, en la distribución espacial de los agentes en la red, en la relación entre el estatus del agente y la zona ocupada, etc.; se busca, en suma, evaluar el «peso» que los «factores» incorporados traen como «consecuencia»; y, segundo, la modificación no es «a ciegas», no «explora» en la lógica del modelo sin un objetivo, la optimización obedece a modificar para adecuar el modelo a lo observado en la realidad, porque las capacidades del modelo, según se ha analizado en el capítulo 1, en la *Introducción*, lo permiten. Hay, por último, que poner atención a la relación entre los resultados estadísticos y lo observado en la realidad empírica para juzgar, en última instancia, que la

modificación representa, en verdad, una optimización del *Bonabeau modificado*.

Ahora, los resultados no se buscan sólo porque sean interesantes en sí mismos, sólo por sus características formales, o de teoría; son atrayentes e interesantes por el objetivo de compararlos, por supuesto interpretándolos con mucho tiento, con lo observado en la realidad empírica; esto es, hay que compararlos con situaciones concretas, en hechos reales, donde ciertos valores, con una significación semejante a la supuesta aquí, fueron considerados como motivantes de la conducta individual, y por ello de la social.

Ahora que se ha especificado que el objetivo es la modificación del modelo buscando su optimización —de nuevo, no se olvide el significado de «optimo», del que se deriva «optimización», tenido en cuenta para lo aquí escrito—, el objetivo inmediato será, entonces, mostrar la «lógica básica» del lenguaje formal, esperando que, a través de la exposición, puedan apreciarse, claramente, primero de manera intuitiva y luego en términos formales, las condiciones lógicas que es necesario imponer al *Bonabeau modificado* para optimizar, en términos axiológicos, efectivamente, su descripción de la realidad del valor. La optimización debe, incluso, permitir regresar a la «realidad del hecho» cuando los valores no son «factores en juego».

Pero, como seguramente se observó, cumplir este objetivo «inmediato» supone cumplir con otros objetivos más básicos o fundamentales, en términos lógicos, como mostrar y explicar los «factores internos» y las relaciones entre ellos, de manera que pueda seguirse lógicamente la modificación y verificar que es, primero en términos lógicos, verdaderamente, una optimización. La verificación «completa» de la optimización requiere, además, de la contrastación del modelo con observaciones de la realidad empírica. Pero ésta última es una condición que se impone, en general, al conocimiento, para juzgar su adecuación con la realidad a la que refiere; de aquí se infiere una concepción acerca de la verdad, que puede encontrarse ya en Aristóteles, y que otorga *la verdad* como *una cualidad que distingue al conocimiento de la mera creencia*.

Este trabajo se enfoca en el estudio de la referencia y la lógica de un modelo científico para modificarlo, intentando adecuarlo a lo observado en la realidad empírica; el éxito de lo anterior se lo valora como una «optimización», y la verificación de ésta en términos lógicos es lo que, directamente, se propone mostrar este trabajo. La verificación de la concordancia del modelo con la realidad referida, que, como se ha mostrado, es una exigencia a la que se somete el conocimiento para ser llamado tal, no se considera, directamente, aquí.

Entonces, habiendo primero, en el capítulo 1, en la *Introducción*, puesto de manifiesto la realidad referida por el modelo y las consideraciones con respecto de ello tomadas en cuenta para modificarlo, se investigará en el lenguaje formal. La descripción analítica, pues, del modelo

es una condición necesaria que hay que cumplir para entender los pasos necesarios para su modificación; esta descripción se intentará aquí, y será el tema del capítulo siguiente.

Capítulo 3

Lucha de clases y Alianzas

3.1. Descripción analítica del *Bonabeau modificado*

En el capítulo anterior, se hizo una descripción sintética del *Bonabeau modificado* que, sin embargo, mostró sus características principales. El objetivo del presente capítulo es describir detalladamente, en la medida de lo posible, la lógica detrás de las «características principales», las importantes para lo aquí perseguido, sólo delineadas en el anterior capítulo.

Los «sitios de valor» fueron una optimización del *Bonabeau modificado* con respecto del *Bonabeau puro*, y éstos eran distribuidos al azar, estableciendo que ciertas posiciones de la red debían ser encontradas valiosas por los agentes; pero estas posiciones valiosas no poseían una «geometría definida».

Pueden distribuirse configuraciones de sitios de valor sobre una red, buscando que las formas de dichas configuraciones asemejaran ciertas estructuras —geográficas o estratégicas— que en la realidad son, o fueron en algún momento, consideradas valiosas, y establecerse el movimiento de los agentes por la red de manera que los agentes «dirijan» su movimiento, «buscando» sitios «valiosos», «evaluándolos». A pesar que las configuraciones tienen una geometría sencilla, pueden simbolizar efectivamente ciertas «formas» reales.

Si bien la distribución de posición de sitios valiosos sobre una determinada situación geográfica no parece, y de hecho, no sigue patrón alguno. (Piénsese esto último como una vista «de conjunto»: supongamos que estamos demarcando una cierta región en un mapa que está escalado suficientemente «grande», y que en el mapa no puede precisarse forma alguna para la región que se considera valiosa, sino sólo su posición sobre el mapa; entonces, la distribución de sitios aparece como una distribución al azar. Sin embargo, notemos que, así como no nos es posible determinar forma alguna —pues la escala del mapa es grande— de los sitios valiosos, tampoco tendremos una vista de los habitantes que se mueven por o hacia el sitio de valor, en el mapa. Pensemos, por otro lado, que podemos hacer un *zoom* sobre la posición valiosa deter-

minada en el mapa y que podemos distinguir su forma, si es un río, un campo de cultivo, una fortaleza, etc.; también es cierto que podemos distinguir, aunque nos parezcan muy pequeños, puntos alrededor y sobre la posición valiosa: son los habitantes de la región. Parece factible incorporar la idea de este hecho y modelarla a través del *Bonabeau modificado*.)

Para que los agentes «valoren» los sitios, haciendo que su movimiento tenga una «razón», las leyes de movimiento serán las del *Bonabeau modificado* (Naumis et al., 2006) —y (Naumis, 2013, p. 324)—: a) Un agente cualquiera intentará ocupar un sitio si éste tiene mayor valor que el que ya ocupa, b) si ningún sitio del vecindario tiene valor mayor que el que ya ocupa el agente, éste intentará moverse a uno de igual valor que el que ya ocupa, y c) si ningún sitio del vecindario tiene valor mayor o igual que el que ya ocupa, entonces, el agente intentará permanecer en el suyo.

Ahora bien, para las distribuciones los sitios de valor, si se denota con L la longitud de un lado de la red cuadrada donde los agentes se mueven, entonces se tiene una red de $L \times L$ casilleros o intersecciones, que representan, cada uno, una posición que puede ser ocupada por un agente. Como $L \in \mathbb{N}$ —donde \mathbb{N} son los naturales—, así, claramente, $L \times L$ es un subconjunto de $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, (\mathbb{R}^2) el plano cartesiano. Los sitios de los vecinos próximos son las posiciones adyacentes que pueden ser alcanzadas con movimientos horizontales y verticales (como en la Fig.3).

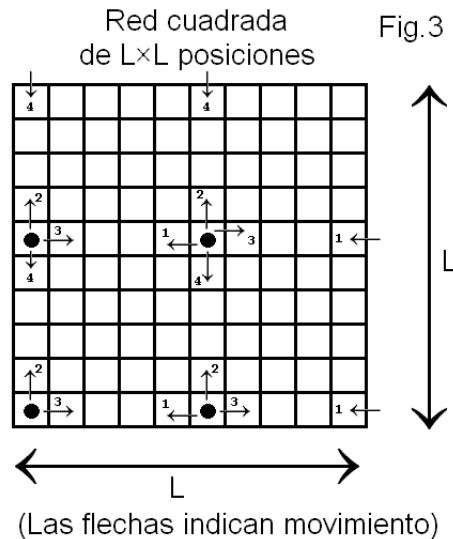


Fig.3

Así, cada agente cuenta con 4 sitios que forman su «vecindario» y son «vecinos próximos»: consideremos un agente, digamos a , situado en las coordenadas (i, j) , como $1 \leq i \leq L$ y $1 \leq j \leq L$, entonces la abscisa x , de cualquiera de los sitios vecinos de a está dada por:

$x = 1$, si $i = L$, o
 $x = i + 1$, si $1 \leq i \leq L - 1$, o
 $x = L$, si $i = 1$, o
 $x = i - 1$, si $2 \leq i \leq L$; donde i es la coordenada x de $a...$

y la ordenada y por:

$y = 1$, si $j = L$, o
 $y = j + 1$, si $1 \leq j \leq L - 1$, o
 $y = L$, si $j = 1$, o
 $y = j - 1$, si $2 \leq j \leq L$; donde j es la coordenada y de $a...$

La Fig.4 muestra la geometría de movimiento de los agentes, debida a la definición de vecindad para los agentes en $L \times L$.

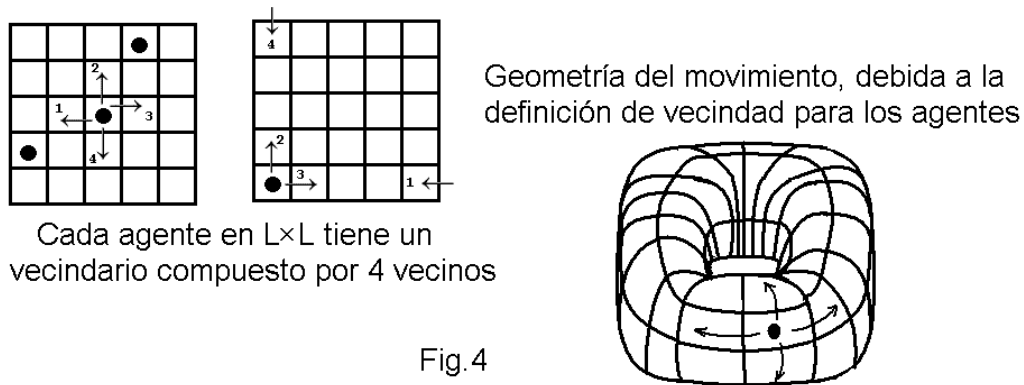


Fig.4

Considérese también una función $V: D \subseteq L \times L \rightarrow \{0,1\}$, que «asigna» un valor a una posición en $L \times L$. Entonces, el dominio de V puede restringirse —definiéndolo analíticamente, mediante una ecuación—, para asignar valores sólo a ciertas regiones, generando así, configuraciones de sitios valiosos definidas en $L \times L$.

Así, pues, ya definido el dominio de V , si denotamos un elemento (r, s) de $L \times L$ con x_n , siendo $n = n(i, j)$, con $1 \leq i, j \leq L$ y $n \in \{1, 2, 3, \dots, L^2\}$ de tal manera que $\forall x_n [x_n \in \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_{L^2}\}]$, $x_n \mapsto (i, j) \in L \times L$, entonces se define un orden en $L \times L$ tal que, dados x_i y x_j en $L \times L$, « $x_i < x_j$ » si $i < j$.

El movimiento de un agente a_k cuya posición está dada por x_n (obsérvese que $a_k \in \{1, 2, 3, \dots, L^2\}$), y puede ser denotado ya sea por su «identificador», que es un elemento de $\{1, 2, 3, \dots, L^2\}$,

ya sea por su posición en la red, ya que $k = x_n$, pero $a_k \neq x_n$), quedará determinado al buscar entre sus vecinos próximos, en su vecindario, x_{n-1} , x_{n+1} , x_{n-L} y x_{n+L} , el que posea el sitio de mayor valor, esto es, el sitio para el cual $\max(\{V(x_{n-1}), V(x_{n+1}), V(x_{n-L}), V(x_{n+L})\})$, si $\max(\{V(x_{n-1}), V(x_{n+1}), V(x_{n-L}), V(x_{n+L})\})$ indica el mayor de los números reales cualquiera $V(x_{n-1})$, $V(x_{n+1})$, $V(x_{n-L})$ y $V(x_{n+L})$, pues a_k «elegirá» moverse yendo a la posición del sitio x_i para el que $V(x_i) = \max(\{V(x_{n-1}), V(x_{n+1}), V(x_{n-L}), V(x_{n+L})\})$.

Pero, si no hay $\max(\{V(x_{n-1}), V(x_{n+1}), V(x_{n-L}), V(x_{n+L})\})$, esto significa que cualquier sitio vecino es del mismo valor que el que ya posee el agente a_k , o bien de valor menor que el suyo.

Recuérdese que en su camino, en búsqueda de posiciones valiosas, a_k puede encontrarse con *oponentes* que *defiendan* sus *posesiones*. Así, si entre sus vecinos, a_k elige ir al lugar ocupado por b porque la suya es una posición valiosa, habrá entre ambos una pelea por la posición, y cuyo resultado será aleatorio, pero siguiendo el valor de una función de distribución de probabilidad del tipo de Fermi, así, suponiendo que $a_k = i$ y que $b = j$:

$$q(i) = \frac{1}{1 + \exp(\sigma(i-1)\eta[h(j) - h(i)])}.$$

El valor $\sigma = \sigma(\rho)$, donde $\rho = n/L \times L$, se define analíticamente como $\sigma(i-1) = \sqrt{\langle q(i-1)^2 \rangle - \langle q(i-1) \rangle^2}$, y se ve que $q(i)$, para el agente i , depende para su cálculo de σ , que a su vez depende de los valores anteriores a $q(i)$, desde $q(1)$ hasta $q(i-1)$ (aquí póngase atención a que, cuando $i = 1$, $q(1) = f(\sigma(0))$ y $\sigma(0) = g(q(0))$, entonces $q(1) = f(g(q(0)))$).

3.1.1. Evolución en el tiempo del sistema: el algoritmo

Recapitulando: cada agente se mueve a un vecino próximo y en un solo paso a la vez, entonces, si t_0 es la unidad de tiempo que representa el intervalo de tiempo *primero* en que un agente, por ejemplo i , inicia, intentando moverse a un vecino próximo ocupado por un agente, por ejemplo por j , entonces, ya que el sitio que se intenta ocupar no está vacío, habrá pelea entre ambos, i y j , por su posesión y el resultado de aquella se decidirá por el valor de:

$$q(i) = \frac{1}{1 + \exp(\sigma(i-1)\eta[h(j) - h(i)])},$$

$$\sigma(i-1) = \sqrt{\langle q(i-1)^2 \rangle - \langle q(i-1) \rangle^2},$$

$$\langle q(i-1)^2 \rangle = \frac{[q(1)^2 + q(2)^2 + q(3)^2 + \dots + q(1-1)^2]}{i-1},$$

$$\langle q(i-1) \rangle^2 = \left(\frac{[q(1) + q(2) + q(3) + \dots + q(1-1)]}{i-1} \right)^2,$$

claramente, se que $q(i)$ requiere de los promedios $\langle q(i-1)^2 \rangle$ y $\langle q(i-1) \rangle^2$, que se calculan con valores previos de $q(i)$; así, si $i = 1$, se hacen $\sigma(0) = 0$ y

$$q(1) = \frac{1}{1 + \exp(\eta[h(j) - h(1)])},$$

tomando $\eta = 0,1$, que finalmente da

$$q(1) = \frac{1}{1 + \exp([h(j) - h(1)]/10)}.$$

Se ve que, como se considera un determinado intervalo de tiempo T , debe establecerse un orden en la jerarquía de operaciones: sea $\rho = n/(L \times L)$ la densidad poblacional de la red, entonces $n = \rho \times (L \times L)$, y como $0 \leq \rho \leq 1$, así, para todo valor de ρ podemos considerar un determinado «intervalo» de tiempo $T \leq M$, con M natural suficientemente grande —haciendo $\eta = 0,1$ en la función de distribución—, tal que...

Si denotamos con «:=» la operación de asignación, con «<=» la relación «menor o igual que», con «exp()» la función exponencial y con «*», «()**2», «sqrt()» y «prom()», las operaciones de multiplicación, potenciación al cuadrado, raíz cuadrada y promedio aritmético, respectivamente, de números reales —y en el caso de la raíz cuadrada, de números reales positivos—, entonces:

Si $(1 \leq i \leq n)$, entonces:

{

Si $(1 \leq T \leq k)$, entonces:

{

Si $T = 1$, entonces

{sigma(0) := 0,

q(i) := 1/(1+exp((h(j)-h(i))/10))

}

pero si no,

```

    {
      prom((q(i-1))**2) := ((q(1))**2+(q(2))**2+...+(q(i-1))**2)/(i-1),
      (prom(q(i-1)))**2 := ((q(1)+q(2)+...+q(i-1))/(i-1))**2,
      sigma(i-1) := sqrt(prom((q(i-1))**2)-(prom(q(i-1)))**2),
      q(i) := 1/(1+exp((h(j)-h(i))/10))
    }
  }
pero si no,
  {
    prom((q(i-1))**2) := ((q(1))**2+(q(2))**2+...+(q(i-1))**2)/(i-1),
    (prom(q(i-1)))**2 := ((q(1)+q(2)+...+q(i-1))/(i-1))**2,
    sigma(i-1) := sqrt(prom((q(i-1))**2)-(prom(q(i-1)))**2),
    q(i) := 1/(1+exp(sigma(i-1)*(h(j)-h(i))/10))
  }
}

```

3.2. Distribuciones de sitios de valor atractivo

Posiciones valiosas de formas geométricas definidas pueden generarse sobre $L \times L$, al tomar subconjuntos de $L \times L$ y asignarles valores en el conjunto $\{0,1\}$; así se define una función:

$V: D \subseteq L \times L \longrightarrow \{0,1\}$ tal que,

$V((x,y)) = 1$, si $(x,y) \in D$ y

$V((x,y)) = 0$, si $(x,y) \notin D$.

(Cabe enfatizar en este punto que, independientemente de su forma geométrica o su posición estratégica, no puede considerarse que los sitios posean valor alguno intrínsecamente; su valor les es «otorgado» por los agentes en la red, así que, la función $V: D \subseteq L \times L \longrightarrow \{0,1\}$ ha de considerarse que está dentro de la «psique» de cada agente, «implantándole» ciertos significados o creencias —nuevamente: «creencias» en el sentido epistemológico—, que son producto del ideario social, que le hacen valorar ciertas regiones como valiosas o «buenas».)

3.2.1. La Fortaleza (*Fort*)

Un sitio de valor, simbolizando algo como un feudo, que se ha llamado *Fortaleza*, se obtiene de la siguiente manera: Sea (r, s) un elemento de $L \times L$, con $k \in \mathbb{N}$; si denotamos con $\lfloor x \rfloor$ la función «mayor entero menor o igual que x », y con $\lceil x \rceil$ la función «menor entero mayor igual que x », donde $x \in \mathbb{R}$, y establecemos $k \leq \lfloor L/4 \rfloor$, con $L \in \mathbb{N}$ así, definimos D:

$$D = \{(x, y) \in L \times L \mid (r - k \leq x \leq r + k) \wedge [(r - k < 1) \Rightarrow ((1 \leq x \leq r + k) \wedge (L + r - k \leq x \leq L))] \wedge [(r + k > L) \Rightarrow (r - k \leq x \leq L) \wedge (1 \leq x \leq r + k - L)] \wedge (s - k \leq y \leq s + k) \wedge [(s - k < 1) \Rightarrow ((1 \leq y \leq s + k) \wedge (L + s - k \leq y \leq L))] \wedge [(s + k > L) \Rightarrow ((s - k \leq y \leq L) \wedge (1 \leq y \leq s + k - L))], \text{ con } 1 \leq k \leq \lfloor L/4 \rfloor \text{ y } L > 4 \times n, n = 1, 2, 3, \dots\}$$

Puede calcularse el área que resulta de los puntos definidos por la región dada por D, considerando la definición de vecindad en $L \times L$, D representa una región cuya forma es la de un cuadrado: Sea $(x, y) \in D$, y ya que los valores para x están dados por la desigualdad $(r - k \leq x \leq r + k) \wedge [(r - k < 1) \Rightarrow ((1 \leq x \leq r + k) \wedge (L + r - k \leq x \leq L))] \wedge [(r + k > L) \Rightarrow ((r - k \leq x \leq L) \wedge (1 \leq x \leq r + k - L))]$; suponiendo que $r - k \leq x \leq r + k$, se ve que el número de puntos en el intervalo definido por la anterior desigualdad tiene $2k + 1$ puntos.

Supongamos, para los puntos definidos por las desigualdades para y , que $s - k \leq y \leq s + k$, el número de puntos en el intervalo definido por la anterior desigualdad, para los valores de y , tiene, claramente, $2 \times k + 1$ puntos; así, la región definida para (x, y) por D, con las desigualdades $(r - k \leq x \leq r + k) \wedge (s - k \leq y \leq s + k)$, tiene un área de $(2k + 1) \times (2k + 1) = (2k + 1)^2$.

Se puede calcular en cada caso restante el área resultante de la definición de la región por D, y resulta ser también, para cada caso, la de un cuadrado.

Supongamos que $r - k \leq 0$, entonces, $(1 \leq x \leq r + k) \wedge (L + r - k \leq x \leq L)$ son las desigualdades que definen el intervalo de valores para x , supongamos también que $s - k \leq y \leq s + k$; así, es claro que $[1, r + k] \cap [L + r - k, L] = \phi$, y el número de puntos en el intervalo $[1, r + k] \cup [L + r - k, L]$ es $(r + k) + (k - r + 1) = 2k + 1$; y el número de puntos en el intervalo en que toma valores y es $2k + 1$, por lo que el área de la región está dada por $(2k + 1) \times (2k + 1) = (2k + 1)^2$.

Supongamos ahora que $r + k > L$, entonces el intervalo de valores para x está dado por las desigualdades $(r - k \leq x \leq L) \wedge (1 \leq x \leq r + k - L)$, es claro que $[r - k, L] \cap [1, r + k - L] = \phi$, entonces el número de puntos en el intervalo dado por la desigualdades $(r - k \leq x \leq L)$ y $(1 \leq x \leq r + k - L)$ es $(L + k - r + 1) + (r + k - L) = 2k + 1$. Ahora, en las desigualdades

que definen el intervalo, o unión de intervalos, sobre los que se mueve x basta sustituir x por y y r por s , para obtener las desigualdades que definen el intervalo, o unión de intervalos, de los valores posibles para y —es decir, estoy suponiendo que $s + k > L$, entonces $s - k \leq y \leq L$ y $1 \leq y \leq s + k - L$ son las desigualdades que definen el intervalo de valores para y —; estas desigualdades son análogas a las de x ; así, siguiendo el mismo razonamiento que para x , puede mostrarse para y que el número de puntos del intervalo donde toma sus valores es $2k + 1$.

El área para los casos restantes se calcula de manera análoga.

Debe aparecer claramente, debido a cómo se ha definido la vecindad de los sitios sobre $L \times L$, que dado cualquier $(r, s) \in D$ entonces puede construirse con él una región sobre $L \times L$ definida por D , y que dicha región representa claramente (de manera lógica, no geométrica) un cuadrado de área $(2k + 1)^2$. Entonces la función V es:

$$V((x, y)) = 1, \text{ si } (x, y) \in D \text{ y}$$

$$V((x, y)) = 0, \text{ si } (x, y) \notin D.$$

y D representa un cuadrado de área $(2k + 1)^2$.

3.2.2. La Frontera (Border)

El modelo *Frontera*, que asemeja la situación entre dos regiones: una llena de, lo que para los agentes representan, sitios valiosos y la otra sin ellos, se genera al definir $D \subseteq L \times L$ de la siguiente manera: Dado $(r, s) \in L \times L$, y $L \in \mathbb{N}$

$$D = \{(x, y) \in L \times L \mid (r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge (s - \lfloor (L - 2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L - 2)/4 \rceil) \wedge [(r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor < 1) \Rightarrow ((1 \leq x \leq r + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge (L + r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq x \leq L)) \wedge [(r + \lceil (L - 1)/2 \rceil > L) \Rightarrow (r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq x \leq L) \wedge (1 \leq x \leq r + \lceil (L - 1)/2 \rceil - L)] \wedge [(s - \lfloor (L - 2)/4 \rfloor < 1) \Rightarrow ((1 \leq y \leq s + \lceil (L - 2)/4 \rceil) \wedge (L + s - \lfloor (L - 2)/4 \rfloor \leq y \leq L)) \wedge [(s + \lceil (L - 2)/4 \rceil > L) \Rightarrow (s - \lfloor (L - 2)/4 \rfloor \leq y \leq L) \wedge (1 \leq y \leq s + \lceil (L - 2)/4 \rceil - L)]\},$$

con $L \geq 2$,

O bien,

$$D = \{(x, y) \in L \times L \mid (s - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge (r - \lfloor (L - 2)/4 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L - 2)/4 \rceil) \wedge [(s - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor < 1) \Rightarrow ((1 \leq y \leq s + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge (L + s - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq$$

$y \leq L)) \wedge [(s + \lceil(L-1)/2\rceil > L) \Rightarrow (s - \lfloor(L-1)/2\rfloor \leq y \leq L) \wedge (1 \leq y \leq s + \lceil(L-1)/2\rceil - L)] \wedge [(r - \lfloor(L-2)/4\rfloor < 1) \Rightarrow ((1 \leq x \leq r + \lceil(L-2)/4\rceil) \wedge (L + r - \lfloor(L-2)/4\rfloor \leq x \leq L))] \wedge [(r + \lceil(L-2)/4\rceil > L) \Rightarrow (r - \lfloor(L-2)/4\rfloor \leq x \leq L) \wedge (1 \leq x \leq r + \lceil(L-2)/4\rceil - L)],$
 con $L \geq 2\}$,

Puede elegirse cualquiera de las 2 definiciones anteriores para D , ya que ambas definen una región rectangular de sitios en $L \times L$. Haciendo que V sea $V((x, y)) = 1$, si $(x, y) \in D$ y $V((x, y)) = 0$, si $(x, y) \notin D$, tenemos una región rectangular de sitios que se valúan como valiosos, separándose la red en dos regiones, una cuyos sitios pueden ser considerados valiosos y otra en la que no se vislumbran sitios valiosos.

D representa un rectángulo lógicamente, no geoméricamente, de sitios valiosos.

Así, supongamos D definido como en la primera forma, sea $(x, y) \in D$ y $(r, s) \in L \times L$, supongamos también L par; ahora, obsérvese que si $z \in \mathbb{N}$ es par entonces $\lfloor z/2 \rfloor = \lceil z/2 \rceil$, pero si z es impar, se tiene que $\lfloor z/2 \rfloor + 1 = z/2 - 1/2 + 1 = z/2 + 1/2 = \lceil z/2 \rceil$; en general, se observa que, para $p, q \in \mathbb{N}$, se tiene que $\lfloor p/q \rfloor = p/q - r/q$, donde $r > 0$ es el residuo de p/q .

Ahora, para $p, q \in \mathbb{N}$, se observa que, en general, $\lceil p/q \rceil = p/q + (q - r)/q$, donde $r > 0$ es el residuo de p/q .

En lo que sigue, para la *Frontera* se probará que, siendo L par, la región definida por D tiene un área que corresponde con cierta geometría que se infiere de la definición de vecindad en $L \times L$. Los casos para L impar, debe ser claro del razonamiento para L par, se prueban de manera análoga.

Para $(x, y) \in D$, supongamos L par, entonces $L - 1$ es impar y $\lfloor(L-1)/2\rfloor + 1 = (L-1)/2 - 1/2 + 1 = (L-1)/2 + 1/2$, así, el número de puntos en el intervalo dado por la desigualdad $r - \lfloor(L-1)/2\rfloor \leq x \leq r + \lceil(L-1)/2\rceil$ es $\lceil(L-1)/2\rceil + \lfloor(L-1)/2\rfloor + 1 = \lceil(L-1)/2\rceil + \lceil(L-1)/2\rceil = (L-1)/2 + 1/2 + (L-1)/2 + 1/2 = 2(L-1)/2 + 1 = L - 1 + 1 = L$.

También, para el número de puntos en el intervalo de valores de y , definido por $s - \lfloor(L-2)/4\rfloor \leq y \leq s + \lceil(L-2)/4\rceil$, como L es par, se tiene que $L - 2$ es par, luego $\lfloor(L-2)/4\rfloor = \lceil(L-2)/4\rceil$, y el número de puntos en el intervalo dado por la desigualdad $s - \lfloor(L-2)/4\rfloor \leq y \leq s + \lceil(L-2)/4\rceil$ es $\lceil(L-2)/4\rceil + \lfloor(L-2)/4\rfloor + 1$, y como $\lceil(L-2)/4\rceil = \lfloor(L-2)/4\rfloor$, entonces $\lceil(L-2)/4\rceil + \lfloor(L-2)/4\rfloor + 1 = 2\lceil(L-2)/4\rceil + 1$, si $4 \mid (L-2)$, entonces $2\lceil(L-2)/4\rceil + 1 = 2(L-2)/4 + 1 = (L-2)/2 + 1 = L/2$ (obsérvese que si $p \in \mathbb{N}$, con p par y $4 \nmid p$ entonces $p/4 = p'/2$), pero si $4 \nmid (L-2)$, entonces $2\lceil(L-2)/4\rceil + 1 = 2((L-2)/4 + 1/2) + 1 = (L-2)/2 + 1 + 1 = (L-2)/2 + 2 = (L+2)/2$.

Y, recordando cómo está definida la vecindad de puntos en $L \times L$, y ya que el número de puntos para el valor de x dado por $r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil$ es L , y el número de puntos en el intervalo definido para y por $s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-2)/4 \rceil$ es, según se acaba de calcular, para L par, $L/2$, si $4 \mid (L-2)$; o $(L+2)/2$, si $4 \nmid (L-2)$; se concluye que la región que representan los intervalos dados por las desigualdades $(r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-2)/4 \rceil)$ es un rectángulo de área $L(L/2)$, si $4 \mid (L-2)$, o un rectángulo de área $L(L+2)/2$, si $4 \nmid (L-2)$.

Se calculará ahora para L par, y $(r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil)$, con $r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor < 1$, y $s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-2)/4 \rceil$ que la región definida por D —como en la primera definición de D — representa un rectángulo de área $L(L/2)$, si $4 \mid (L-2)$, o un rectángulo de área $L(L+2)/2$, si $4 \nmid (L-2)$. Como $r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor < 1$, tenemos que $(1 \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq L) \wedge (s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-2)/4 \rceil)$ son las desigualdades que definen el intervalo para (x, y) , obsérvese que $[1, r + \lceil (L-1)/2 \rceil] \cap [L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor, L] = \phi$, así que, el número de puntos en $[1, r + \lceil (L-1)/2 \rceil] \cup [L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor, L]$ está dado por $r + \lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor - r + 1$, como L es par, $L-1$ es impar, entonces $\lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil$, así $\lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil + \lceil (L-1)/2 \rceil = 2\lceil (L-1)/2 \rceil = 2((L-1)/2 + 1/2) = 2(L/2) = L$. Así que el intervalo que define los valores en que x se mueve tiene L puntos.

Por otro lado, se tiene que el número de puntos en el intervalo definido para y , dado por la desigualdad $s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-2)/4 \rceil$, cuyo intervalo es $[s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor, s + \lceil (L-2)/4 \rceil]$, es $\lceil (L-2)/4 \rceil + \lfloor (L-2)/4 \rfloor + 1$; y como L es par, $L-2$ es par, entonces $\lfloor (L-2)/4 \rfloor = \lceil (L-2)/4 \rceil$, así que, $\lceil (L-2)/4 \rceil + \lfloor (L-2)/4 \rfloor + 1 = \lceil (L-2)/4 \rceil + \lceil (L-2)/4 \rceil + 1 = 2\lceil (L-2)/4 \rceil + 1$; si $4 \mid (L-2)$, entonces $2\lceil (L-2)/4 \rceil + 1 = 2(L-2)/4 + 1 = (L-2)/2 + 1 = L/2$; si $4 \nmid (L-2)$, entonces $2\lceil (L-2)/4 \rceil + 1 = 2((L-2)/4 + 1/2) + 1 = (L-2)/2 + 1 + 1 = (L-2)/2 + 2 = (L+2)/2$.

Y, recordando cómo está definida la vecindad de puntos en $L \times L$, se ve que la región que representan los intervalos definidos por las desigualdades $(1 \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq L) \wedge (s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-2)/4 \rceil)$ es un rectángulo de área $L(L/2)$, si $4 \mid (L-2)$; o bien, un rectángulo de área $L(L+2)/2$, si $4 \nmid (L-2)$; resultado que es congruente con lo obtenido para el área de D , asimismo, cuando L es par; y (x, y) está dado por $(r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (s - \lfloor (L-2)/4 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-2)/4 \rceil)$.

Para D definido de la primera forma, el área para los casos restantes se calcula de manera análoga.

También puede mostrarse que la región representada por D en el segundo caso de la definición representa —recuérdese que, dada la forma en que se definen los vecinos de cada sitio en $L \times L$, la representación es una representación no geométrica, sino lógica—, un rectángulo cuya área es, cuando L es par, numéricamente igual a $L(L/2)$, si $4 \mid (L - 2)$; o bien, $L(L + 2)/2$, si $4 \nmid (L - 2)$; ahora, obsérvese que $L(L + 2)/2 = L(L/2) + L$, entonces, cuando L es par, la región es un rectángulo cuya área puede tener un número de sitios ya igual a la mitad de la totalidad —esto es, $L(L/2)$, si $4 \mid (L - 2)$ —, ya mayor en un número L que la mitad del número total de sitios — $L(L/2) + L$, si $4 \nmid (L - 2)$ —.

Ahora, sólo ha de definirse V sobre su dominio como $V((x, y)) = 1$ cuando $(x, y) \in D$ y $V((x, y)) = 0$ cuando $(x, y) \notin D$; y se tiene así el modelo *Frontera (Border)*.

3.2.3. La Cruz (Cross)

Sea $(r, s) \in L \times L$ y consideremos D definido como:

$$\begin{aligned}
 D = \{ & (x, y) \in L \times L \mid \text{dados } (r, s) \in L \times L, (x, y) = (x, s) \wedge (r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge \\
 & [(r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor < 1) \Rightarrow ((1 \leq x \leq r + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge (L + r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq x \leq L))] \wedge \\
 & [(r + \lceil (L - 1)/2 \rceil > L) \Rightarrow ((r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq x \leq L) \wedge (1 \leq x \leq r + \lceil (L - 1)/2 \rceil - L))] \} \\
 \vee \\
 & (r, s) \in L \times L, (x, y) = (r, y) \wedge (s - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge [(s - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor < 1) \Rightarrow \\
 & ((1 \leq y \leq s + \lceil (L - 1)/2 \rceil) \wedge (L + s - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq y \leq L))] \wedge [(s + \lceil (L - 1)/2 \rceil > L) \Rightarrow \\
 & ((s - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq y \leq L) \wedge (1 \leq y \leq s + \lceil (L - 1)/2 \rceil - L)), \text{ con } L \geq 2 \}
 \end{aligned}$$

Puede probarse que D define una región cuya área es $2L$, cuando L es par.

Sea $(r, s) \in L \times L$ y $(x, y) \in D$, supóngase que $(x, y) = (x, s)$ y que $r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor < 1$, entonces $1 \leq x \leq r + \lceil (L - 1)/2 \rceil \wedge L + r - \lfloor (L - 1)/2 \rfloor \leq x \leq L$ son las desigualdades que definen el intervalo de valores para x ; la longitud de este intervalo es, entonces, $r + \lceil (L - 1)/2 \rceil + \lfloor (L - 1)/2 \rfloor - r + 1 = \lceil (L - 1)/2 \rceil + \lfloor (L - 1)/2 \rfloor + 1$ y siendo L par, se tiene que $L - 1$ es impar, entonces $\lfloor (L - 1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L - 1)/2 \rceil$, y se tiene que $\lceil (L - 1)/2 \rceil + \lfloor (L - 1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L - 1)/2 \rceil + \lceil (L - 1)/2 \rceil = 2\lceil (L - 1)/2 \rceil = 2((L - 1)/2 + 1/2) = L - 1 + 1 = L$, y el intervalo de valores para x tiene un número L de puntos.

Supóngase ahora que $(x, y) = (r, y)$ y que $s - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-1)/2 \rceil$, entonces la longitud del intervalo de valores para y es $\lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1$, y como L es par, $L-1$ es impar, entonces $\lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil$, y se tiene que $\lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil + \lceil (L-1)/2 \rceil = 2\lceil (L-1)/2 \rceil = 2((L-1)/2 + 1/2) = L - 1 + 1 = L$, y se tiene que la longitud del intervalo de valores para y tiene L puntos. Así, dado $(x, y) \in D$, ya sea que $(x, y) = (x, s)$ o ya que $(x, y) = (r, y)$, en ambos casos se tiene que los puntos pertenecen a un segmento de longitud L , por lo que se concluye que el área de la región definida por D tiene $2L$ puntos.

Análogamente se prueba que la región tiene $2L$ posiciones cuando L es impar.

Este conjunto es usado para generar el modelo *Cruz* (*Cross*), al asignar $V((x, y)) = 1$, si $(x, y) \in D$ y $V((x, y)) = 0$, si $(x, y) \notin D$.

3.2.4. La Línea (*Line*)

Sea $(r, s) \in L \times L$ y consideremos D definido como:

$$D = \{(x, y) \in L \times L \mid (y = s) \wedge (r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge [(r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor < 1) \Rightarrow ((1 \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq L))] \wedge [(r + \lceil (L-1)/2 \rceil > L) \Rightarrow ((r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq L) \wedge (1 \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil - L))\}, \text{ con } L \geq 2\}$$

o bien,

$$D = \{(x, y) \in L \times L \mid (x = r) \wedge (s - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq y \leq s + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge [(s - \lfloor (L-1)/2 \rfloor < 1) \Rightarrow ((1 \leq y \leq s + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (L + s - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq y \leq L))] \wedge [(s + \lceil (L-1)/2 \rceil > L) \Rightarrow ((s - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq y \leq L) \wedge (1 \leq y \leq s + \lceil (L-1)/2 \rceil - L))\}, \text{ con } L \geq 2\}$$

Supóngase que D está definido como en la primera forma, que $(x, y) \in D$, y también que $r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor < 1$ y que L es par, entonces $(1 \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq L)$ son las desigualdades que definen el intervalo de valores para x ; y, para estas desigualdades, la longitud del intervalo resulta $r + \lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor - r + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1$ y ya que L es par, tenemos que $L-1$ es impar, entonces $\lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil$, y se tiene que $\lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil + \lceil (L-1)/2 \rceil = 2\lceil (L-1)/2 \rceil = 2((L-1)/2 + 1/2) = L - 1 + 1 = L$, así, como $y = s$, observando la definición de vecindad en $L \times L$, es claro que D representa un segmento de longitud L .

Bien, supóngase las mismas condiciones que en el caso anterior, excepto que L es impar, como $r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor < 1$, entonces tenemos $(1 \leq x \leq r + \lceil (L-1)/2 \rceil) \wedge (L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq L)$, la longitud del intervalo para x definido por la desigualdades $(1 \leq x \leq r + \lfloor (L-1)/2 \rfloor) \wedge (L + r - \lfloor (L-1)/2 \rfloor \leq x \leq L)$, es $\lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1$ y ya que L es impar, $L-1$ es par y se tiene que $\lfloor (L-1)/2 \rfloor = \lceil (L-1)/2 \rceil$, entonces $\lceil (L-1)/2 \rceil + \lfloor (L-1)/2 \rfloor + 1 = \lceil (L-1)/2 \rceil + \lceil (L-1)/2 \rceil + 1 = 2\lceil (L-1)/2 \rceil + 1 = 2(L-1)/2 + 1 = L-1 + 1 = L$, y como $y = s$, D representa un segmento vertical de longitud L .

El área para los casos restantes para D definido como en la primera forma, para L par e impar, se calcula de manera análoga y muestran que D representa una línea horizontal; asimismo se calcula el área para los casos para D definido como en la segunda forma. Así pues, definiendo como en los casos anteriores $V((x, y)) = 1$, si $(x, y) \in D$, y $V((x, y)) = 0$, si $(x, y) \notin D$, tenemos el modelo llamado *Línea* (*Line*).

3.3. Lucha de Clases y Alianzas

Lucha de clases y Alianzas, la optimización del *Bonabeau modificado*, puede usarse en simulaciones numéricas tipo Monte Carlo con una red de $L \times L$ posiciones como la descrita; modificando el hecho de que las peleas para ocupar un sitio sobre la red no discriminen la situación jerárquica de sus miembros. Se modificará la «elección» de los contrincantes en las peleas, de manera que sólo haya «luchas» entre miembros de distinto «estatus»; para ello hay que considerar un referente para establecer dicho «estatus», es decir, para decidir quién pelea con quién; este referente será el historial de cada agente en la red.

El historial, hay que recordar, es un registro de la «condición física» de los agentes en $L \times L$, por esto es por lo que el historial de cada agente puede servir para clasificar a los agentes, estableciendo «tipos» en los agentes, o clases. Si, sencillamente, se considera el promedio aritmético del historial para todos los agentes de la red —puede considerarse que este promedio, que es el «historial medio», es análogo a la «renta media» que utilizan los economistas para evaluar el nivel de riqueza por habitante para una determinada región—, se tiene un referente para establecer una distinción entre agentes. Puede, por ejemplo, decirse que el agente para el que el valor numérico de su historial es menor que el valor medio es «débil», y aquél para el que el valor numérico de su historial es mayor o igual que el valor medio es «fuerte».

Esta distinción entre agentes, débiles y fuertes, traerá consigo la posibilidad en los agentes de «decidir», cuando se muevan por la red buscando posiciones valiosas, si atacan o no a su vecino por su posición.

3.3.1. *Lucha de clases: Fuertes Vs. Débiles*

Puede hacerse que los agentes débiles «valoren» el «compañerismo de clase» y «decidan» no atacar a su vecino débil como ellos.

El significado de «compañerismo de clase» en que aquí se piensa es, a grandes rasgos, que «el agente considera a otro agente como compañero suyo, cuando ambos están en condiciones similares de desigualdad frente a otros que se interpretan como antagonistas, un compañero.^{es} sujeto de consideraciones: el agente no intentará acciones que puedan perjudicar a ningún compañero».

No hay nada que impida que los agentes fuertes valoren también el «compañerismo de clase» y decidan, también, no atacar a sus compañeros de clase; se pensaría, entonces, que hay que considerar diferentes situaciones referentes a los tipos de lucha que podrían darse.

Si se permite que el agente débil valore el «compañerismo de clase» y se permite que el agente fuerte valore no atacar a su compañero fuerte, no necesariamente por el mismo significado de «compañerismo de clase» que poseen los débiles —se puede suponer alguna razón, *intrínseca* a la diferencia entre clases, por la que los fuertes no valoran con el mismo significado de «compañerismo de clase» que los débiles; mas, para los efectos perseguidos, esta diferencia en el significado de unos y otros resulta irrelevante—, los agentes débiles, o fuertes, decidirán no atacar a sus vecinos débiles, o fuertes, para ocupar sus posiciones, aunque éstas sean valiosas, estableciéndose el tipo de lucha de *Fuertes Vs. Débiles (Strongvs Vs. Weak)*.

(Como se escribió en la sección 4 del capítulo 1, la ética, la psicología, la economía, la sociología etc., son ciencias que pueden considerarse axiológicas, ciencias que trabajan un valor específico, y que debido a este valor, que representa su objeto de estudio, es por lo que pueden formular enunciados, basados en tal parámetro, estableciendo juicios de valor como «x es bueno» o «x es malo» —o «x es funcional» o «x es disfuncional» etc.,— en su campo de estudio; lo que comúnmente ha llevado a concebirlas como ciencias del «deber ser». Cuando se dice aquí que se permitirá que los agentes «valoren moralmente» no debe entenderse que se está diciendo que «así es como debería ser»; se está diciendo que, como en *la realidad* los valores morales, sin juzgar, en este momento, de su correspondencia, esto es, sobre si son, en efecto, *valores en el ámbito de lo moral*; representan, de hecho, factores motivantes reales determinantes de la conducta de los individuos; permitir su valoración en el modelo es una consideración que puede seguirse de la propia lógica del *Bonabeau modificado*, ya que, se repite aquí, éste introdujo la realidad del valor en el *Bonabeau puro* como optimización del modelo para modelar situaciones reales.)

3.3.2. *Lucha de clases: Fuertes Vs. Alianzas*

Si se permite que el agente débil valore el «compañerismo de clase» y además la «solidaridad de clase», el agente débil, cuando intente atacar a su vecino fuerte, buscará apoyo para la pelea en algún otro vecino, débil como él; así mismo, cuando el agente débil se vea amenazado porque un vecino fuerte suyo intenta atacarlo para ocupar su posición, buscará, el agente débil, apoyo para la pelea en algún otro vecino suyo, débil como él.

El significado de «solidaridad de clase» que aquí se concibe puede definirse, a grandes rasgos, como «el agente apoyará a otro agente al que considere compañero, además de la abstenerse de acciones que puedan perjudicarlo, involucrándose en acciones conjuntas, ya contra lo que pueda perjudicar a su compañero, ya en lo que pueda aportar un beneficio a su compañero».

Al agente fuerte se lo dejará que no ataque a sus compañeros de clase, pero tampoco hará alianzas con ellos, ni para atacar ni para defenderse —podría explicarse esta renuencia a aliarse con sus compañeros de clase, por sus resabios a ver amenazado su estatus de «fuerte»—, y de esta forma se dará el tipo de lucha de *Fuertes Vs. Alianzas* (*Strongs Vs. Alliances*).

3.3.3. *Lucha de clases: Fuertes Vs. Fuertes y Alianzas*

Si se deja al agente débil aliarse con algún vecino suyo, débil también, tanto para atacar como para defenderse, y se deja al agente fuerte libre para atacar tanto a sus enemigos de clase como a los de la suya; tenemos en el modelo la situación de *Fuertes Vs. Fuertes y Alianzas* (*Strongs Vs. Strongs & Alliances*).

(Puede suponerse una razón para esta conducta de los fuertes, y que surge como consecuencia de su «deseo natural de ser fuertes», esto es lo que puede conducirlos a querer incrementar sin límite su fortaleza, y también puede hacerlos percibir a sus compañeros de clase como un peligro para su propio estatus de «fuertes»; esto, que sólo es una suposición psicológica para explicar el porqué de esta conducta individual, no tiene por qué darse siempre y bajo cualquier circunstancia.)

3.4. Optimización del *Bonabeau modificado*

Este modelo modificado de *Bonabeau modificado* es llamado *Lucha de clases y Alianzas*.

En el *Bonabeau modificado*, el movimiento de los agentes se decide por el valor de la posición a ocupar; así, si se establece que todos los sitios aparezcan igualmente valiosos para los agentes se recupera el *Bonabeau puro*, entonces, el primer paso para estudiar los resultados del modelo de

Lucha de clases y Alianzas será comenzar con la situación más simple de movimiento, haciendo, como en el *Bonabeau puro*, que todos los sitios aparezcan igualmente valiosos para los agentes, permitiendo la evolución en el tiempo del modelo, para cada uno de los tres tipos de lucha que se consideran, y ver los resultados.

El segundo paso será introducir las *distribuciones de sitios de valor atractivo* en el modelo de *Lucha de clases y Alianzas*, permitir su evolución en el tiempo, para cada uno de los tipos de lucha que permite, y generar los resultados.

En el modelo de *Lucha de clases y Alianzas*, debe ponerse atención a que los valores aparecen en «blanco y negro», esto es, no poseen matices, lo que, desde el punto de vista de la concordancia, no representa *totalmente* la realidad. Mas, la complejidad de las situaciones de valor contempladas puede irse, en posteriores refinamientos, aumentando; el modelo *Lucha de clases y Alianzas* es un «*Bonabeau modificado modificado*», así que todo lo explicado para aquél en la sección 1 del capítulo 3 puede aplicarse a éste, la salvedad la constituye la situación de permitir a los agentes valorar, ya habiendo o no habiendo sitios de valor en la red, el «compañerismo» y la «solidaridad» de clases.

Como en el caso del *Bonabeau modificado* con respecto del *Bonabeau puro*, la salvedad se vuelve entonces una cuestión acerca del movimiento de los agentes por la red. En *Lucha de clases y Alianzas*:

- A) un agente registra en su vecindario, antes de iniciar su movimiento, si alguna posición vecina próxima suya es valiosa, entonces 1) si ninguna posición vecina próxima es más valiosa sino que son menos valiosas, el agente intenta permanecer en la suya, 2) si alguna posición es más valiosa intenta tomarla considerando B), 3) si todas las posiciones vecinas próximas son del mismo valor que la que posee, el agente elige una posición al azar para tomarla, pero considerando B); donde «B)» es
- B) el agente valora el estatus de clase del agente que ocupa la posición, entonces a) si es de la misma clase que él, el agente, no intenta ocuparla; b) si no son de la misma clase, intenta tomar la posición, pero considerando α) registrar entre las posiciones vecinas próximas buscando un compañero de clase; β) si encuentra más de uno, elige al «más fuerte» para hacer alianza, γ) si todos los que encuentra son de la misma condición, o estatus, elige uno al azar, δ) si no encuentra ninguno, intenta tomar la posición él solo.

Si se considera B) en 2) y 3), se han de considerar las siguientes reglas para la lucha de clases y las alianzas: 1) si la posición de un agente es amenazada por un atacante, entonces se

considera α).

Obsérvese que puede elegirse hacer: «B) Nada», o bien considerar B) y hacer « α) Nada»; en el primer caso, se tiene el *Bonabeau modificado*, si se considera el segundo caso, se tiene un modelo de «lucha de clases», si se consideran B) y α), se tiene un modelo de «lucha de clases y alianzas». En la Fig.5 puede consultarse un esquema lógico para la aplicación de estas reglas.

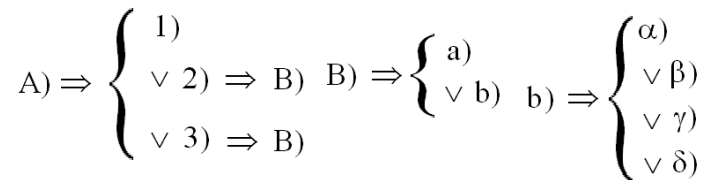


Fig.5. Esquema lógico para la aplicación de las reglas de movimiento de los agentes

Como se ve, hay distintas particularidades que pueden especificarse y que limitan, como condiciones, el movimiento de los agentes si se consideran B) y α); las que se consideran en el modelo de *Lucha de clases y Alianzas* usado aquí han sido descritas al principio de este capítulo: tanto los agentes débiles como los fuertes pueden «elegir» no atacar a sus compañeros de clase, pero sólo los débiles pueden aliarse con sus compañeros ya sea para atacar como para defenderse. Las razones para la particularización de estas reglas en los modelos aquí usados han sido descritas tanto en la *Introducción* como en este capítulo, si llegado aquí se tienen dudas acerca del por qué tales modelos, debería consultarse nuevamente lo dicho para ello en los capítulos mencionados.

Así, ya contando con las reglas que definen el movimiento de los agentes y que los hace distinguir un compañero de clase de uno que no lo es, además de aliarlos para confrontar a sus antagónicos de clase; sólo falta describir el «mecanismo» cuantitativo detrás de las alianzas.

Obsérvese que cuando no hay alianza entre los agentes de la clase débil, si i, j son los identificadores de dos agentes o habitantes de $L \times L$; y $(x(i), y(i))$ y $(x(j), y(j))$ son sus respectivas coordenadas con $1 \leq x(i), x(j) \leq L$ y $1 \leq y(i), y(j) \leq L$, supongamos, entonces, sin pérdida de generalidad, que $(x(i), y(i)) = (a, b)$ y $(x(j), y(j)) = (a + 1, b)$ (por la condiciones antes impuestas: $a < L, a + 1 < L$ y $b < L$), y j es un vecino próximo de i ; supongamos ahora que, si $h(i)$ y $h(j)$ son los historiales respectivos de i y j , \bar{h} es el historial medio, y $h(i) < \bar{h}$ y $\bar{h} < h(j)$; esto es que, i es un agente de la clase débil y j un agente de la clase fuerte; al ser de clases distintas, habrá pelea entre ambos. El resultado de ésta será al azar, pero siguiendo la distribución dada por

$$q(i) = \frac{1}{1 + \exp(\sigma(i-1)\eta[h(j) - h(i)])},$$

Si i gana, entonces su historial, $h(i)$ antes de la pelea, después de la pelea será $h'(i) = h(i) + 1$, y si $h(j)$ es el historial de j antes de la pelea, después de ésta será $h'(j) = h(j) - 1$, e intercambian posiciones i y j . Si $(x'(i), y'(i))$ y $(x'(j), y'(j))$ representan las coordenadas de los agentes i y j después de la pelea, éstas serán $(x'(i), y'(i)) = (a + 1, b) = (x(j), y(j))$ y $(x'(j), y'(j)) = (a, b) = (x(i), y(i))$; si no gana i , $h'(i) = h(i) - 1$ y $h'(j) = h(j) + 1$ y se quedan en sus respectivos sitios.

Ahora supongamos que i es de la clase débil, j de la clase fuerte e i tiene un vecino próximo k , cuyas coordenadas en la red son $(x(k), y(k)) = (a - 1, b)$, con historial $h(k) < \bar{h}$, entonces i establecerá una alianza con k y esta relación entre ambos incrementará sus «fuerzas» de la siguiente manera: $h_{Al} = h(i) + (\alpha)(\delta)$, donde

$$\alpha = \frac{\delta}{|h(k) - \bar{h}|},$$

$$\bar{h} = \frac{\sum_{i=1}^n h_i}{n},$$

$$\delta = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i^2 - \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h_i\right)^2},$$

Como puede verse, \bar{h} es el historial medio, y es el promedio aritmético para cada agente i de su historial h_i , δ es la desviación estándar para cada h_i con respecto de \bar{h} , y α es el «factor de alianza», este factor mide la fortaleza o debilidad del aliado que se ha elegido; se ha acotado el rango de valores para α de manera que $1 \leq \alpha \leq 10$ y la razón de esta elección es «empírica»; al observar en el *Bonabeau puro*, en su histograma, los valores de historial de los agentes, se aprecia que los mayores son, aproximadamente, de orden 10δ , mientras que los menores son, también aproximadamente, del orden de -10δ ; así, se eligió hacer que α «regule» el fortalecimiento de la alianza, esto es, de h_{Al} , aportando los agentes más débiles un sumando δ , mientras que los aliados con valores de historial próximos a \bar{h} —que son más fuertes que el más débil en, aproximadamente, 10δ — aportan a la fortaleza de la alianza, h_{Al} , un sumando de 10δ .

Así, pues, obsérvese que δ es usado para «calibrar» qué tan débil o fuerte es el agente con el que se alía; así, el «factor de alianza», α , está en función de la fortaleza o debilidad del aliado, con lo que el sumando de h_{Al} será en proporción a esta fortaleza o debilidad.

Ahora, si $h'(i)$ es el historial de i después de establecer una alianza con k , tenemos que $h'(i) = h_{AI} = h(i) + (\alpha)(\delta)$, con $\alpha = \delta/|h(k) - \bar{h}|$; así, cuando se da la pelea entre i y j , el resultado de ésta se sigue de:

$$q(i) = \frac{1}{1 + \exp(\sigma(i-1)\eta[h(j) - h_{AI}])},$$

i es de la clase débil, entonces $h(i) < \bar{h}$, j es de la clase fuerte, entonces $\bar{h} < h(j)$; y aquí hay que poner atención a que $0 \leq \sigma(\rho) \leq 0,5$, y que cuando $h(j) - h(i) \approx 0$, es decir cuando $h(j) \approx h(i)$, i tiene más probabilidades de ganar, porque $q(i) \approx 1/(1 + \exp(0)) \approx 1/2$, que cuando $h(j) \gg h(i)$.

Así, como la alianza con k hace a i más fuerte, le da más «esperanzas» de salir victorioso de la pelea con j .

Ahora, si i gana, si $h(i)$ es el historial de i antes de la pelea con j , entonces $h'(i) = h(i) + 0,5$; y si $h(k)$ es el historial de k antes de aliarse con i , y antes de que *ambos* como alianza enfrenten a j , $h'(k) = h(k) + 0,5$; ahora, si $h(j)$ es el historial de j antes de la pelea con la alianza de i y k , $h'(j) = h(j) - 1$ (e intercambian posiciones i y j : $(x(i), y(i)) = (a + 1, b)$ y $(x(j), y(j)) = (a, b)$); si no gana la alianza, $h'(i) = h(i) - 0,5$ y $h'(k) = h(k) - 0,5$ y $h'(j) = h(j) + 1$ (y se quedan i y j , en sus respectivas posiciones).

Cuando i y k establecen una alianza, ya sea para atacar una posición que alguno de ambos intenta ocupar, ya sea para defender la posición de alguno de los dos cuando es amenazada por otro agente; si la alianza de ambos gana la pelea, sus respectivos historiales se incrementan con 0.5, pero si no gana la alianza, $h(i)$ y $h(k)$ se disminuyen, respectivamente, en 0.5.

Ahora, la lucha de clases supone la división en clases de los agentes, entre fuertes y débiles, así que debe comenzar una vez que se ha establecido una diferencia entre jerarquías entre agentes. Volviendo al algoritmo de evolución en el tiempo —véase el apartado 1 de la sección 1 del capítulo 3—, para aclarar el proceso de jerarquización, se recuerda que cada agente se mueve 10 000 pasos en todas las situaciones, con y sin distribución de sitios valiosos, con y sin lucha de clases etc., la lucha de clases comenzará en la segunda mitad; los primeros 5 000 pasos de cualquier agente en la «sociedad» son dados sin distinguir entre clases, es en el primer paso arriba de 5 000 cuando los agentes comienzan a distinguir en cada agente a un compañero de clase de un antagonista.

Ahora, un punto importante, que tiene que ver con la descripción realista que se espera del modelo, es el reconocimiento *genuino*, o *válido* en términos lógicos, de un compañero o de

un antagonista de clase; si el «conocimiento» que el agente tiene de la «situación económica», tasada con la «moneda» del valor numérico de los historiales, es «vieja» con respecto de la situación actual; como, por ejemplo, que cuando toca al agente moverse, en el paso 9 000, valore a los compañeros y antagonistas de clase con el valor del historial medio, calculado en el paso 5 000, \bar{h}_{5000} , no es una valoración legítima, genuina o válida, porque la información con que cuenta no está actualizada, es posible que el valor del historial medio actual, recordando que el agente intenta moverse en el paso 9 000, \bar{h}_{9000} , sea muy diferente que el que él tiene como cierto —él «cree» que la «historia media» es \bar{h}_{5000} —.

El historial medio se calculará cada 1 000 pasos desde el 5 000 hasta el final de la evolución, y éste será el historial medio, \bar{h} , con que un agente valorará a sus compañeros y su antagonistas de clase, esto es, \bar{h}_{5000} para el paso 5 000 hasta el 5999, \bar{h}_{6000} para el paso 6 000 hasta el 6 999, etc., serán los historiales medios con que cada agente valorará el estatus de clase de los demás agentes.

Con esto puede considerarse completada la descripción analítica necesaria para entender y reproducir, si es que se quiere, el modelo *Lucha de clases y Alianzas*.

Capítulo 4

Resultados

4.1. Distribuciones de sitios de valor atractivo, lucha de clases y alianzas

A continuación, se mostrarán los resultados de las simulaciones para cada modelo y en cada situación considerada. Se usó una red cuadrada de lado $L = 60$, teniendo, entonces, la red, un total de $(60)(60) = 3\,600$ posiciones; la concentración de agentes, ρ , se incrementó desde 0 hasta 100 % con incrementos de 5 %; para cada concentración se obtuvo el valor de $\sigma(\rho)$, obteniendo, con estos valores de σ para cada ρ , el diagrama de fase correspondiente.

De cada situación se hicieron 25 simulaciones; es decir, se hicieron 25 simulaciones para cada situación considerada en el modelo *Lucha de clases y Alianzas*: 25 simulaciones para la situación *Fortaleza, Frontera, Cruz y Alianza* que es la situación del modelo en la que se distribuyen sitios de valor atractivo pero no hay lucha de clases; se hicieron 25 para la situación llamada *Fuertes Vs. Débiles* con distribución de sitios valiosos y sin ellos; 25 para la situación llamada *Fuertes Vs. Alianzas* con sitios y sin ellos, y 25 para *Fuertes Vs. Fuertes y Alianzas* con sitios y sin ellos; se usaron los datos obtenidos de cada situación, o sea los datos de cada simulación para cada situación, para obtener un diagrama de fase «promediado» que representa el promedio de los diagramas de fase para cada simulación y cada situación.

Se construyeron histogramas de «tendencia general» con respecto de la condición física, o historial, de los agentes para concentraciones de población de 50 %; estos histogramas, a diferencia de los diagramas de fase «promedio» que se obtienen al promediar cada uno de los 25 de las simulaciones, no pueden ser promediados a partir de los histogramas de cada simulación sino que se obtienen del total de datos de cada simulación para cada situación; es decir, se obtienen del historial de los agentes, en las concentraciones mencionadas, de cada simulación para cada situación.

Con los datos de las 25 simulaciones para cada situación, se graficaron superficies de nivel, en

ellas se muestra la «tendencia promedio», con la frecuencia de ocupación: asignando colores de una escala de 25 matices a los puntos de ciertas zonas de la red de acuerdo con la frecuencia con que eran ocupadas por los agentes; todas las superficies de nivel muestran las zonas ocupadas al finalizar el proceso de interacción, es decir al finalizar las simulaciones.

Como se vio en el capítulo anterior, el modelo de *Lucha de clases y Alianzas* es una optimización del *Bonabeau modificado*; así, cuando se distribuyen en aquel modelo las configuraciones de sitios valiosos *Fortaleza*, *Frontera*, *Cruz* y *Línea* sin atender a otra valoración de los agentes que la de los sitios estratégicos, se genera el movimiento de búsqueda del *Bonabeau modificado*, y el modelo de *Lucha de clases y Alianzas* se vuelve, básicamente, aquél, con la salvedad que los sitios valiosos no están distribuidos al azar sino que presentan formas geométricas definidas.

Una vez que se permite que los agentes evalúen los valores aquí considerados, ya el «compañerismo de clase» ya la «solidaridad de clase» o ambos, el movimiento de los agentes se «gobierna» por las reglas dadas en el capítulo anterior, que son las de *Lucha de clases y Alianzas*. Por ejemplo, al generar, en el modelo *Lucha de clases y Alianzas*, una fortaleza de lado $= (0,25)L$ y se restringe a los agentes a que sólo se «concentren» en los sitios valiosos, se obtiene, fundamentalmente, el modelo de *Bonabeau modificado* con la salvedad que los sitios valiosos forman un cuadrado de área $(0,0625)L^2$, que para una red de lado $L = 60$ es una fortaleza que contiene 3 825 sitios valiosos.

Como en el anterior caso, si se distribuye una *Frontera*, una *Línea* o una *Cruz* sin considerar mayor «visión» de los agentes para valorar nada más que los sitios que forman estas configuraciones, se tiene, en cada caso, el *Bonabeau modificado*; en general, independientemente de la forma que adopten las configuraciones de sitios de valor, cuando, en el modelo de *Lucha de clases y Alianzas*, sólo aparece como valor el de los sitios estratégicos, el modelo se reduce al *Bonabeau modificado*, como se vio en el capítulo anterior.

Así, como se hicieron 25 simulaciones en el modelo de *Lucha de clases y Alianzas* sin permitir que los agentes valoraran ningún valor, se generó el diagrama de fase promediado de estas simulaciones y el histograma para una concentración de 50% en la red, ambos para el *Bonabeau puro*.

Se hicieron también 25 simulaciones introduciendo la *Fortaleza*, la *Frontera*, la *Cruz* y la *Línea* sin permitir que los agentes valoraran nada más, para una red con las mismas características que las descritas; para cada una de las configuraciones de sitios mencionadas, se obtuvieron diagramas de fase del *Bonabeau modificado*, para una concentración de 50% de agentes, para cada una de estas configuraciones.

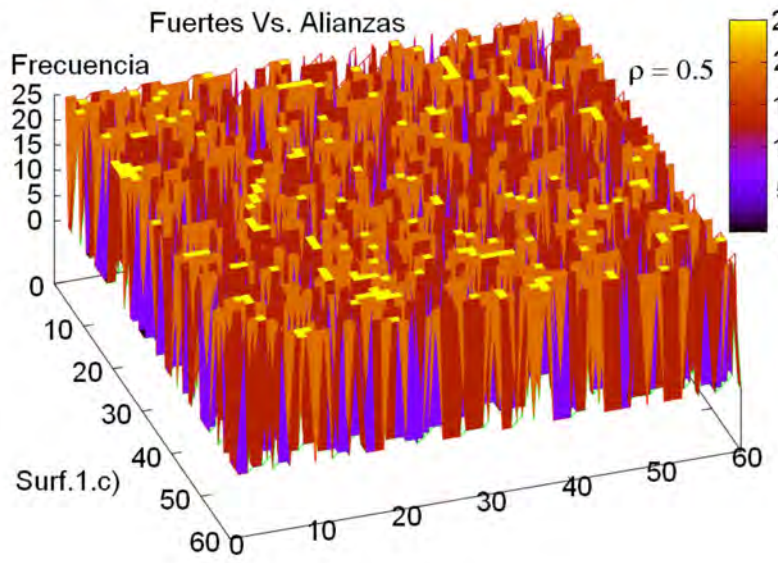
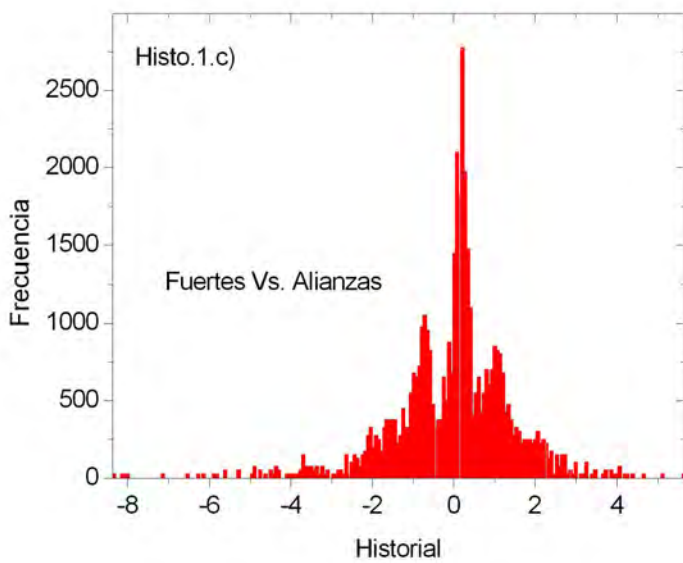
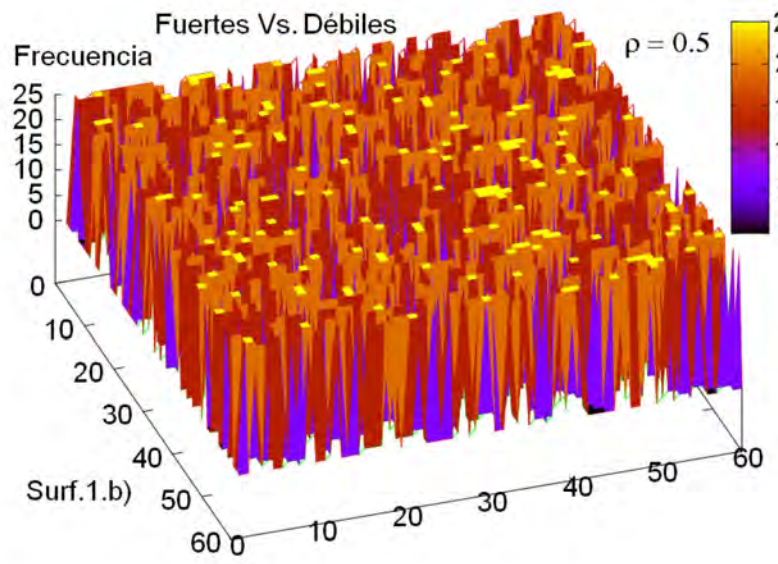
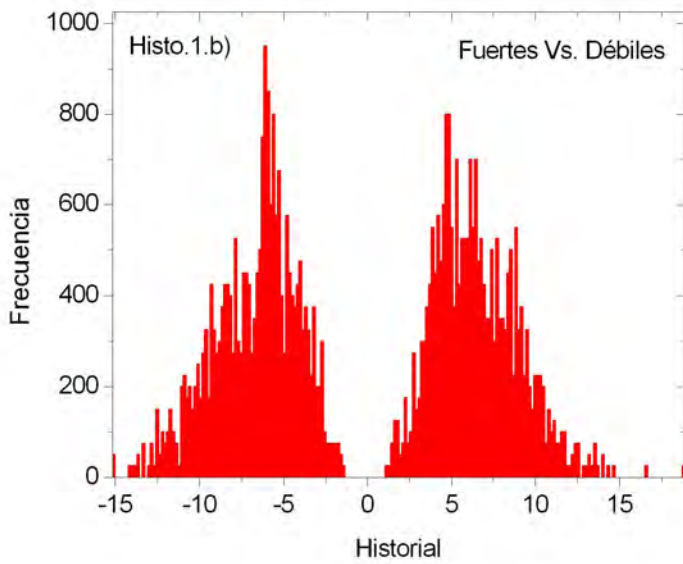
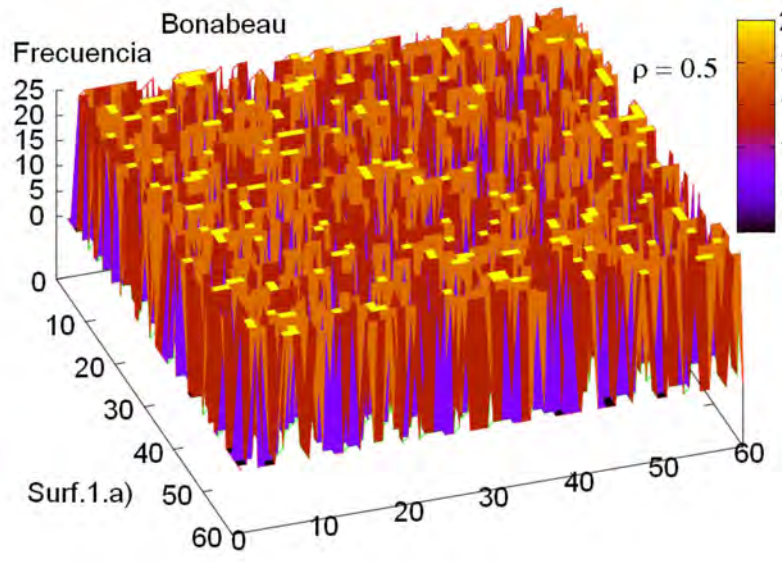
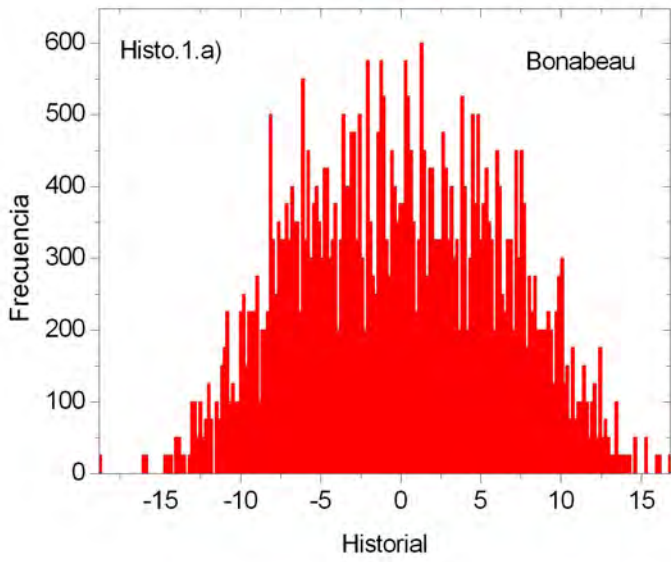
Con respecto de los valores numéricos usados en el algoritmo; todas las simulaciones fueron realizadas con un *tiempo total* o *numero de pasos*, N , para el movimiento de los agentes, que se eligió desde 1, hasta $N = 10\,000$, cada agente se movió 10 000 «pasos»; esto es, por ejemplo, cuando la concentración en la red era de 100 %, los 3 600 agentes se movieron 10 000 veces; para empezar a calcular $\sigma(\rho)$ se eligió hacer $k = 10$ en el algoritmo (véase para esto el apartado 1 de la sección 1 del capítulo 3) de diseminación de los agentes por la red; se usó $\eta = 1,0$ en la función de distribución; y, el valor h_{AI} , el historial «virtual» de una alianza entre agentes, cuando hubo lucha de clases, se calculó como en la sección 4 del capítulo 3.

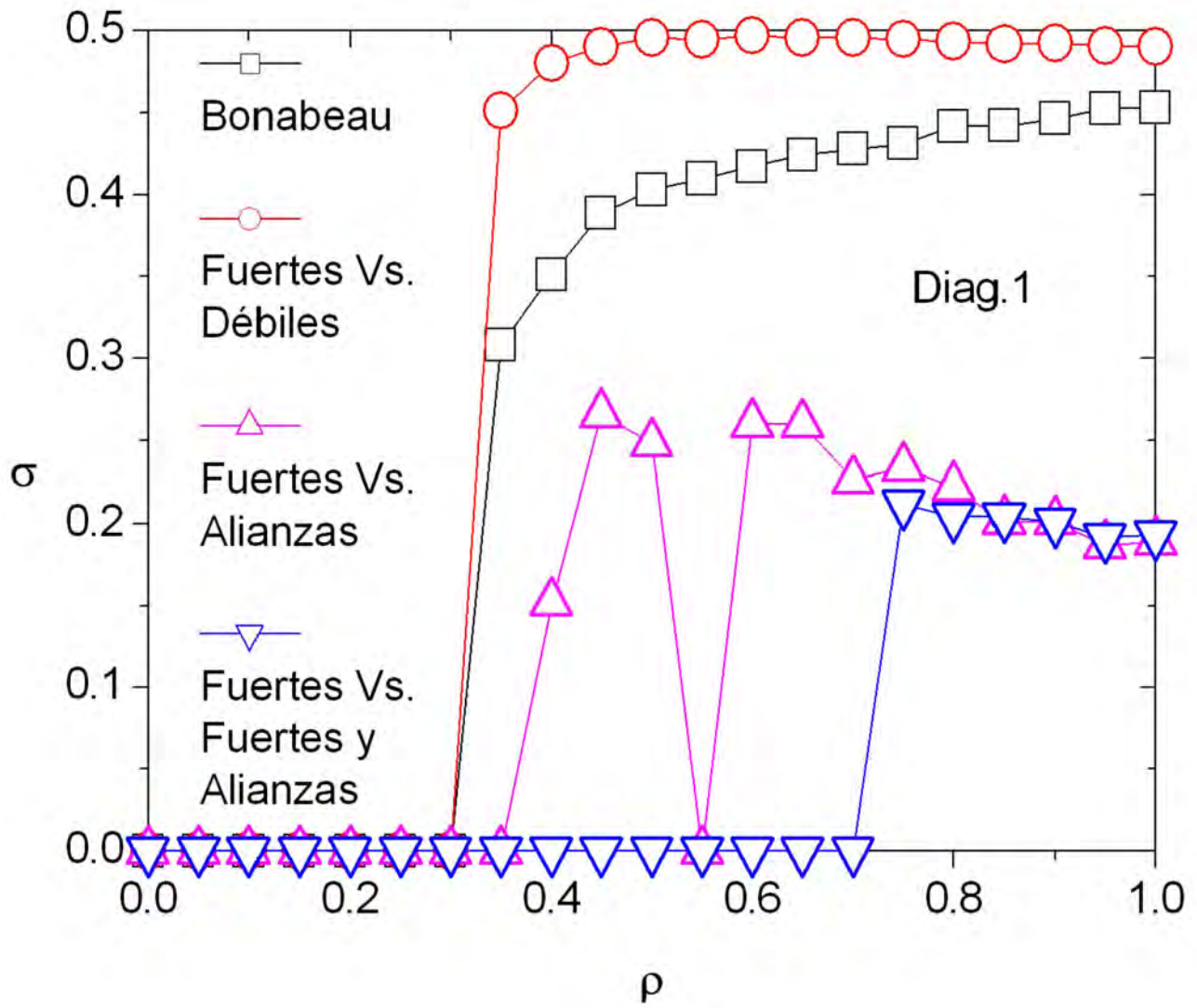
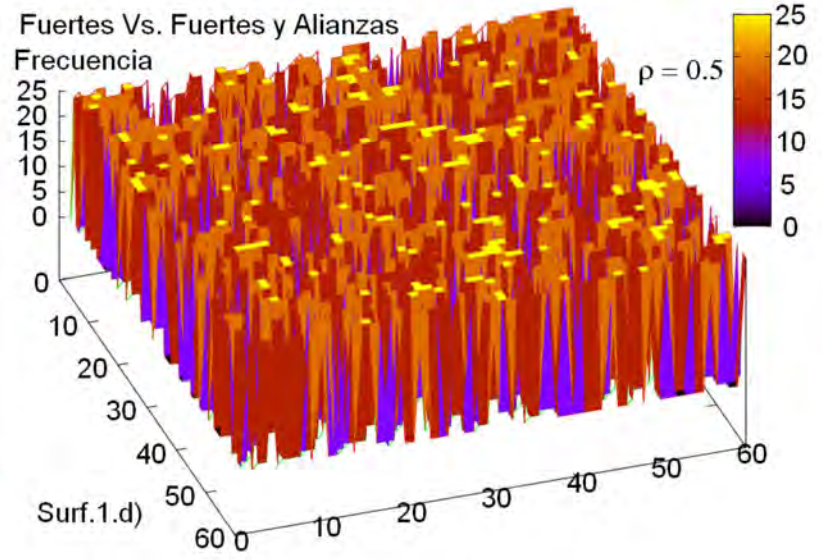
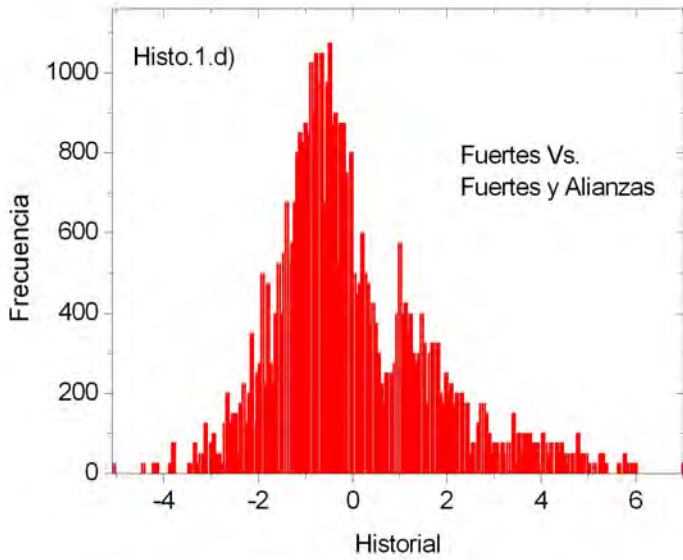
4.1.1. *Lucha de clases y Alianzas*

El histograma Hist.1.a) muestra el histograma acumulado de 25 simulaciones para una concentración $\rho = 50\%$, con una red de dimensiones como las especificadas en la que no se distribuyeron sitios de valor, ni se permitieron la lucha de clases ni alianzas, por lo que sus resultados son los del *Bonabeau Puro*; la gráfica Surf.1.a) es la «superficie de nivel», en ella se muestra la frecuencia, o «tendencia promedio», para ocupar ciertas zonas de la red al finalizar el proceso de interacción.

Los histogramas Hist.1.b), Hist.1.c), Hist.1.d) son los histogramas para $\rho = 50\%$, al permitir las luchas de *Fuertes Vs. Débiles*, las luchas de *Fuertes vs. Alianzas*, y las luchas de *Fuertes vs. Fuertes y Alianzas*, respectivamente, con todos los sitios de la red con igual valor (sin distribución de sitios valiosos); las gráficas Surf.1.b), Surf.1.c), Surf.1.d) son las superficies de nivel respectivas, en el mismo orden, para las situaciones mencionadas, con respecto de la lucha de clases y sin distribución de sitios valiosos.

La gráfica Diag.1 es el diagrama de fase conjunto de los diagramas de fase promediados a partir de las 25 simulaciones para cada uno de las situaciones descritas.

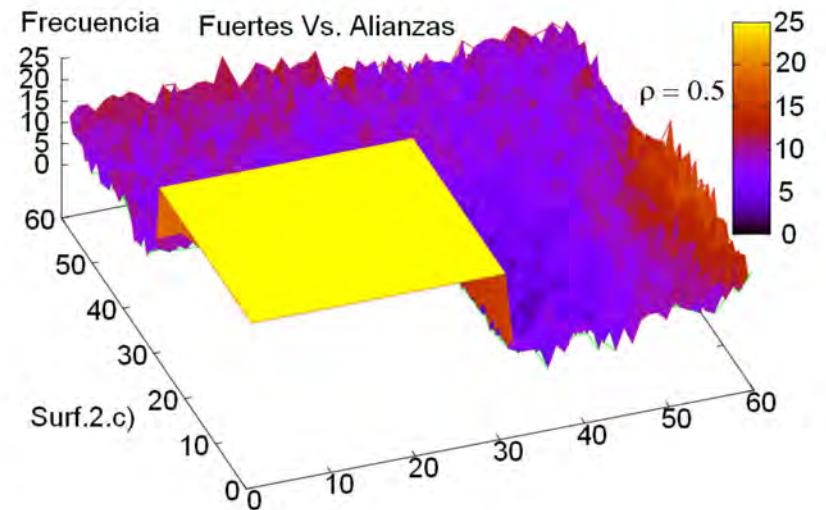
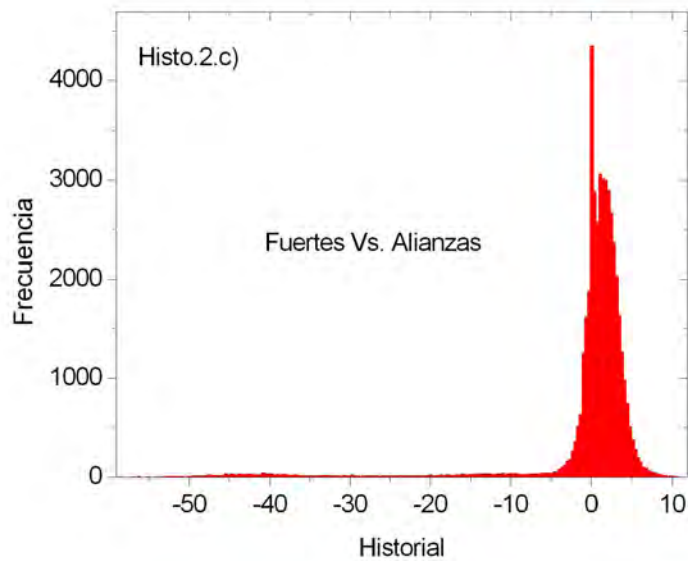
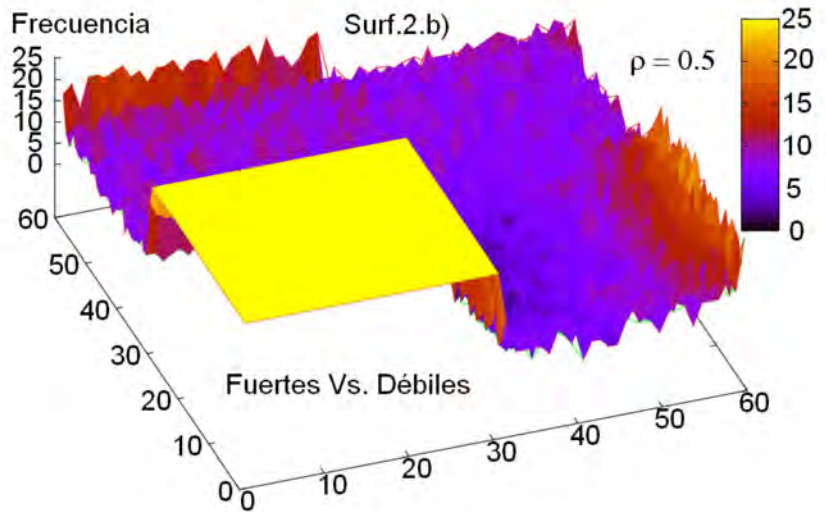
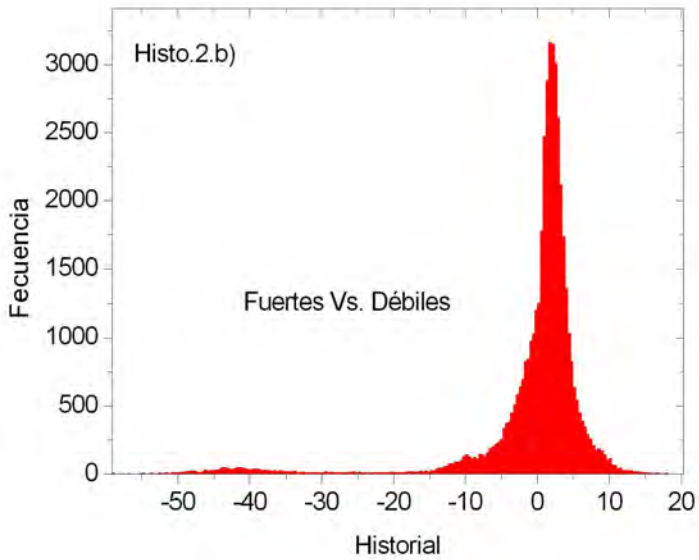
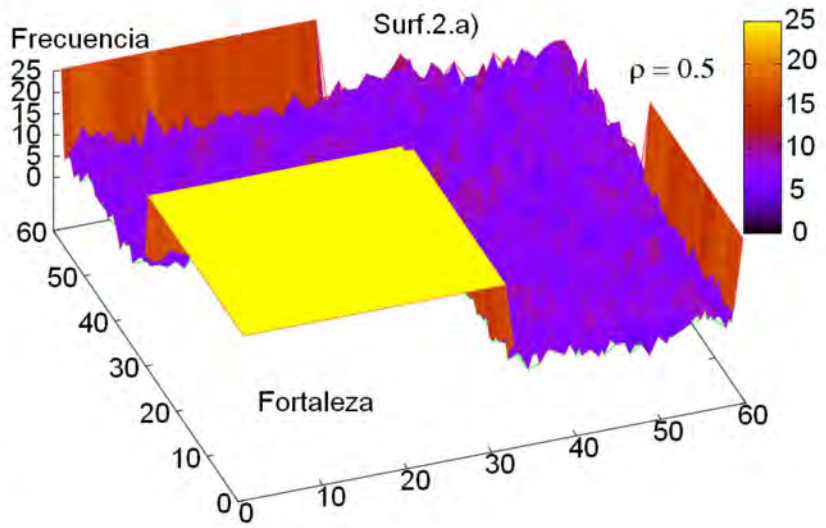
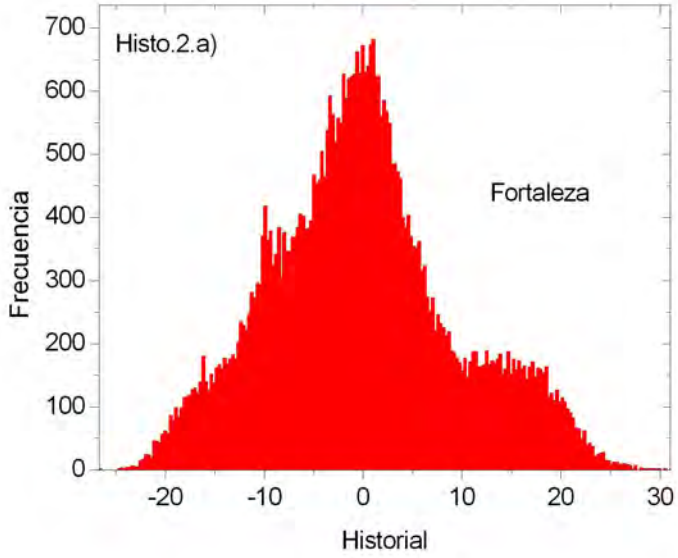


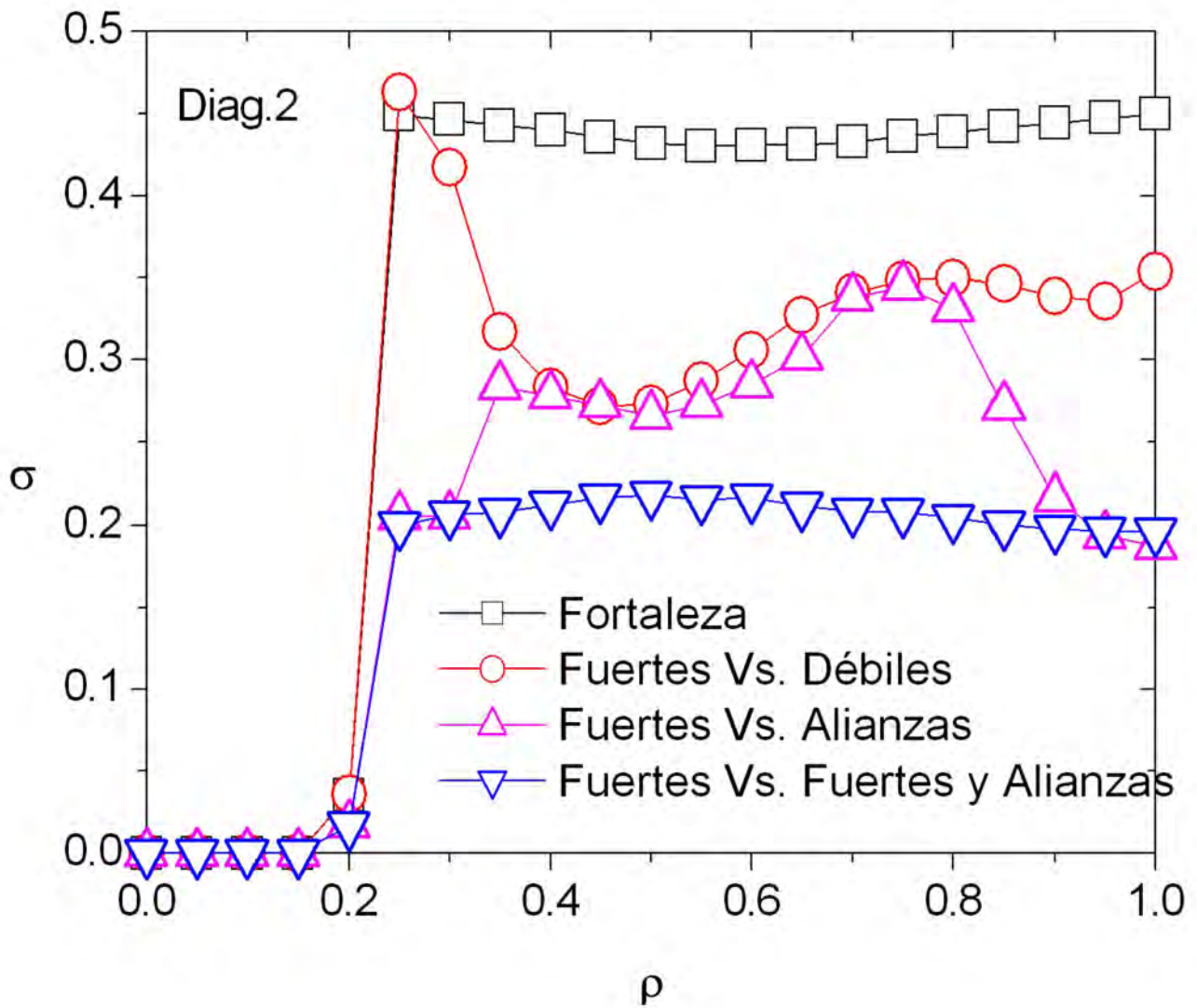
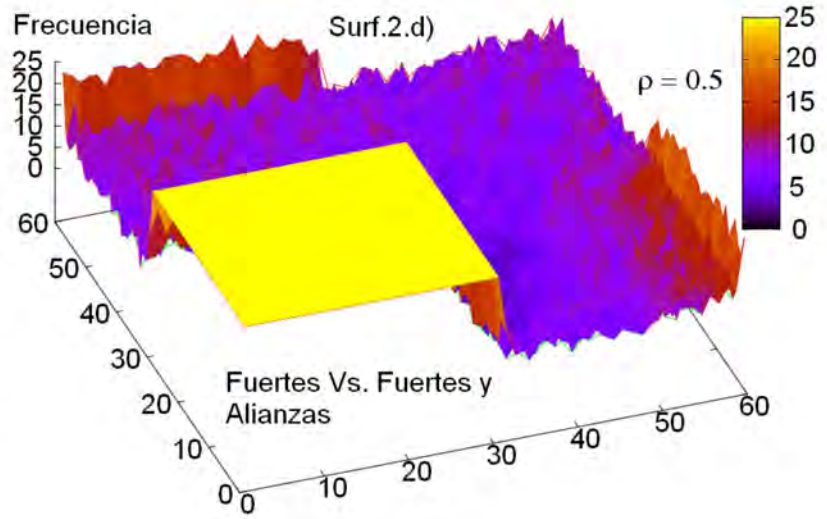
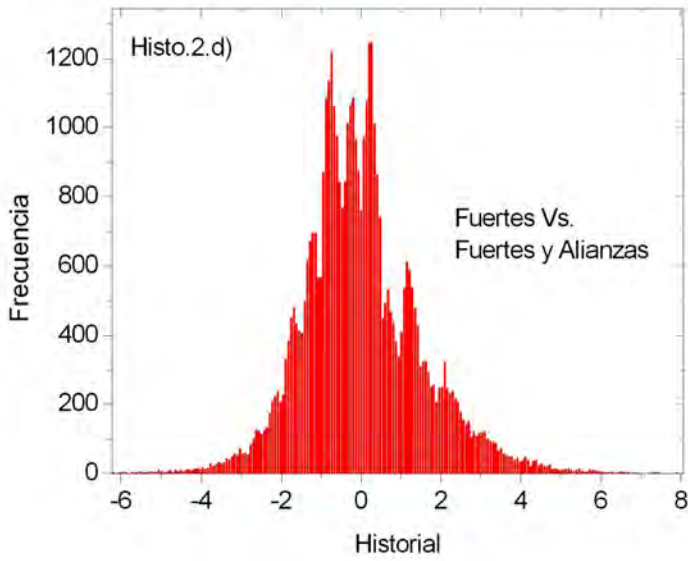


4.1.2. *Lucha de clases y Alianzas por la Fortaleza*

El histograma Hist.2.a) y la superficie de nivel dada por la gráfica Surf.2.a), ambos para una concentración de 50 % de agentes en la red, son resultado de distribuir cuadrados de lado $= L/2 + 1 = 60/2 + 1 = 31$ posiciones (área = $(31)(31) = 961$ posiciones, véase el apartado 1 de la sección 2 del capítulo 3, «*La Fortaleza*») de manera aleatoria en la red en cada simulación y permitir la interacción de los agentes pero no las luchas de clase ni las alianzas; para obtener el diagrama de fase promedio y la superficie de nivel se eligió, de manera arbitraria, como posición «de origen» el centro de la Fortaleza y con respecto de este origen, haciendo coincidir el centro de las 25 fortalezas de cada simulación, se promediaron los resultados.

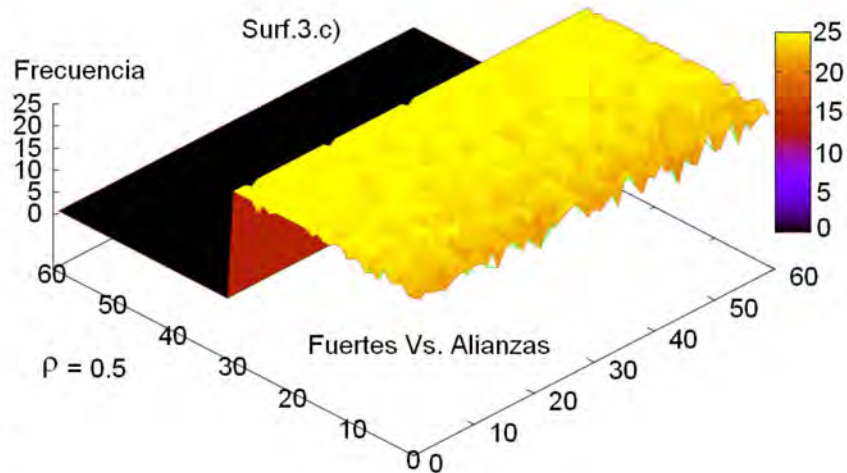
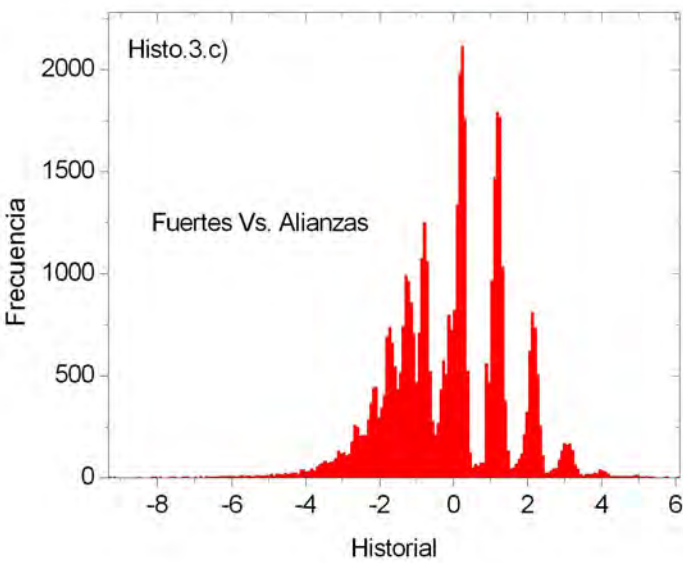
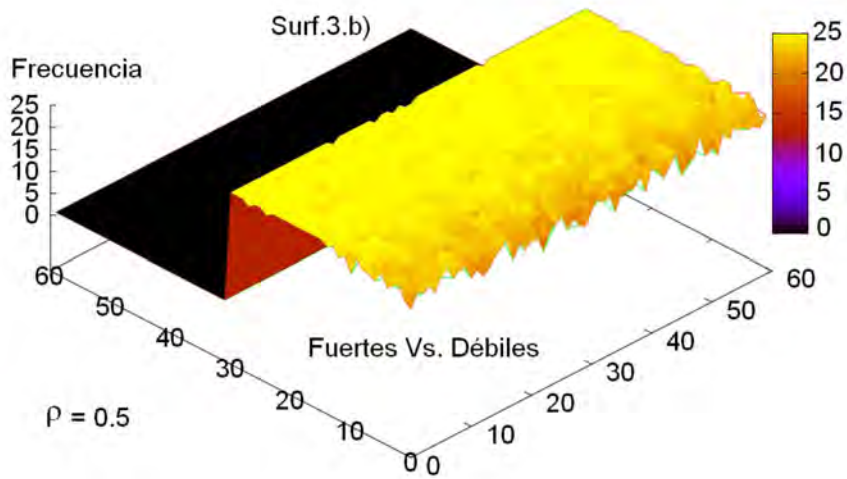
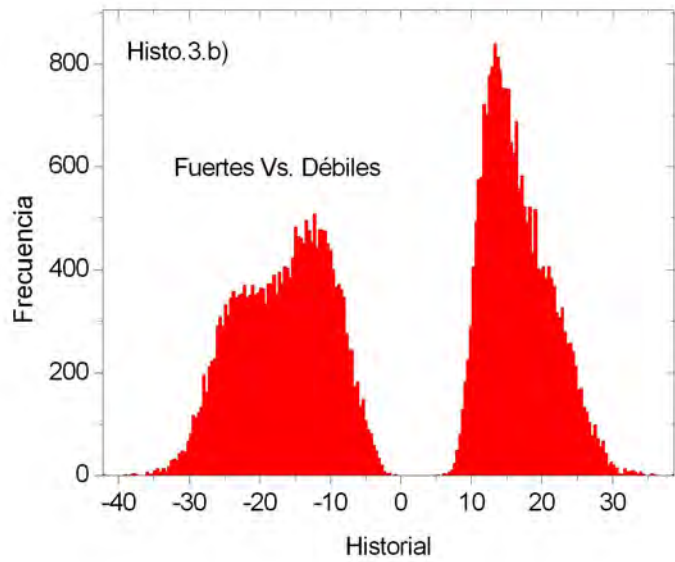
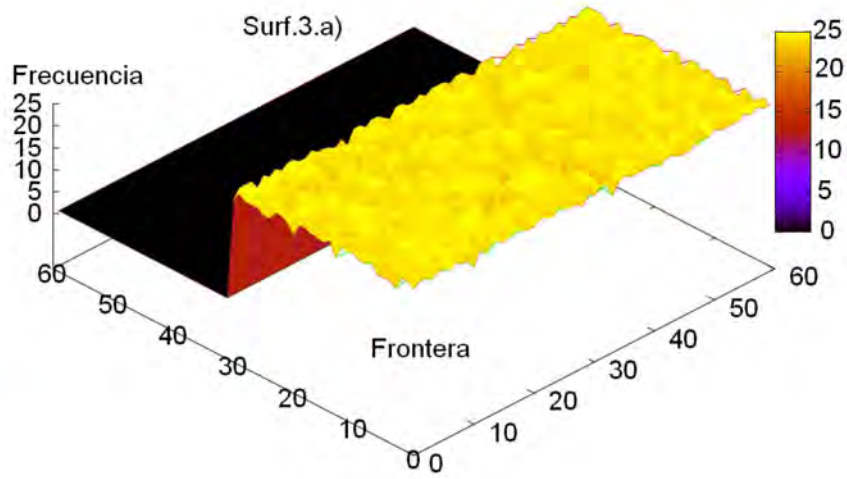
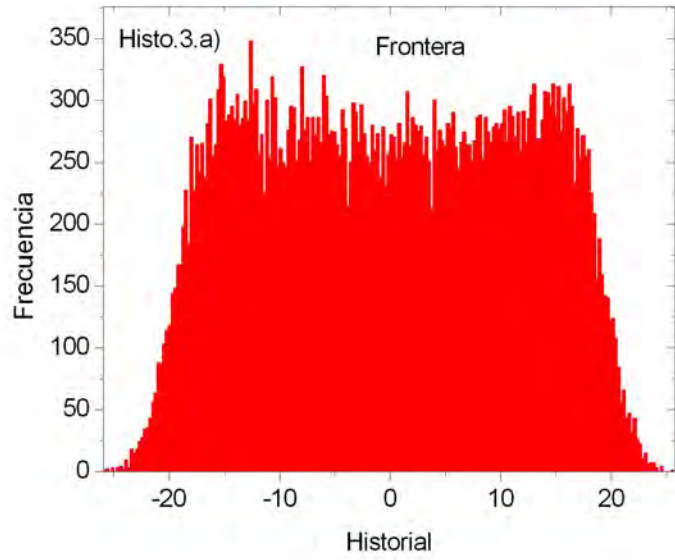
Los resultados correspondientes, bajo las mismas condiciones, para la lucha de *Fuertes Vs. Débiles*, *Fuertes Vs. Alianzas* y *Fuertes Vs. Fuertes y Alianzas* se muestran en las gráficas Hist.2.b) y Surf.2.b), Hist.2.c) y Surf.2.c) e Hist.2.d) y Surf.2.d), respectivamente; la gráfica Diag.2 es el diagrama de fase conjunto de cada situación.

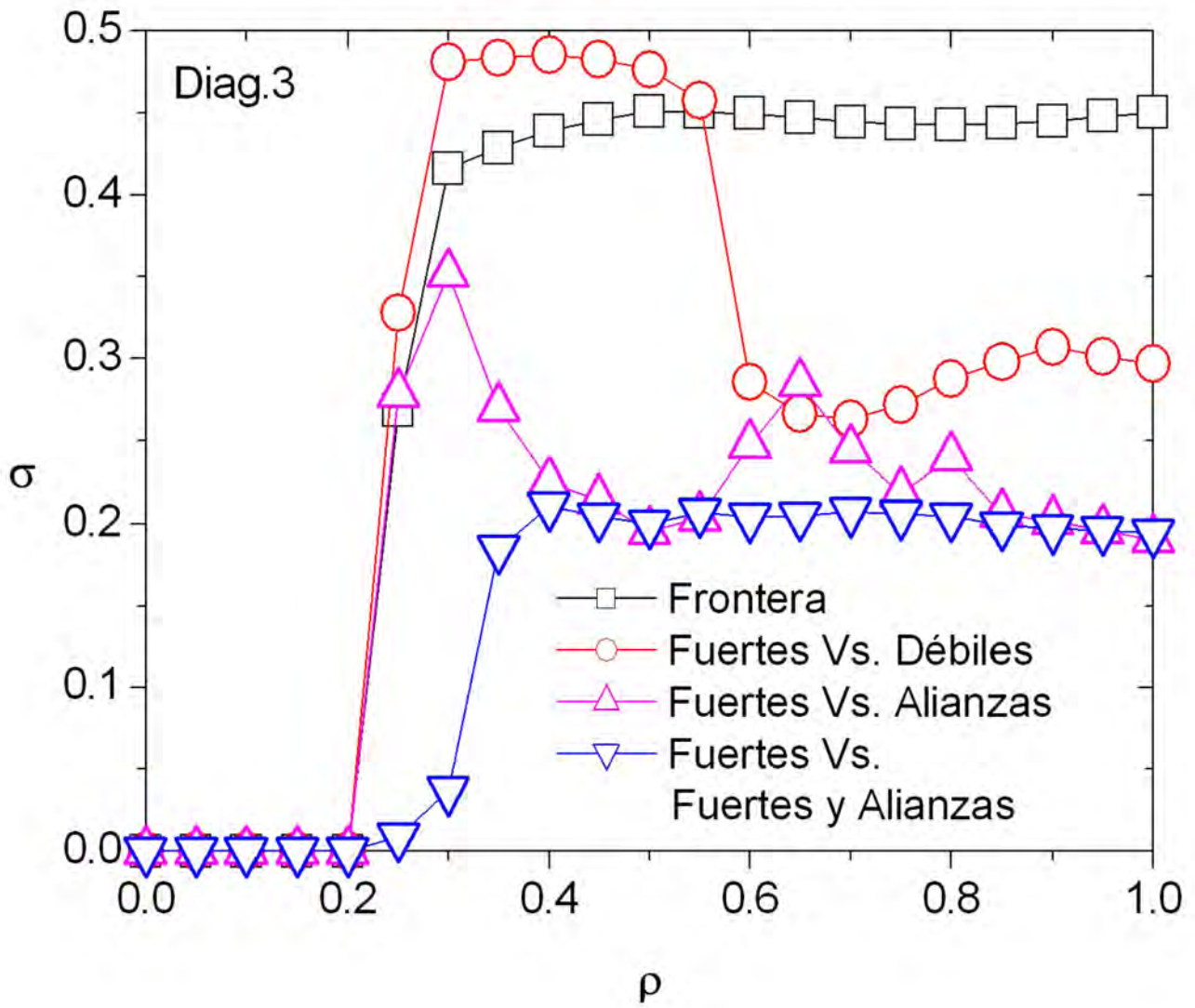
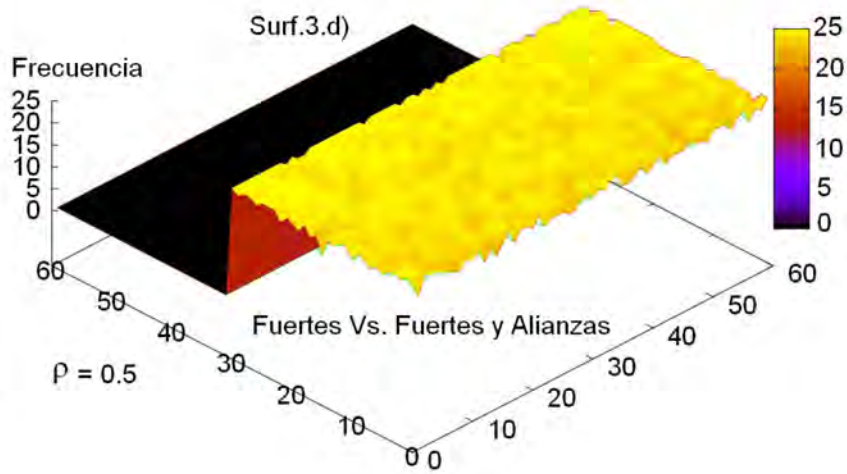
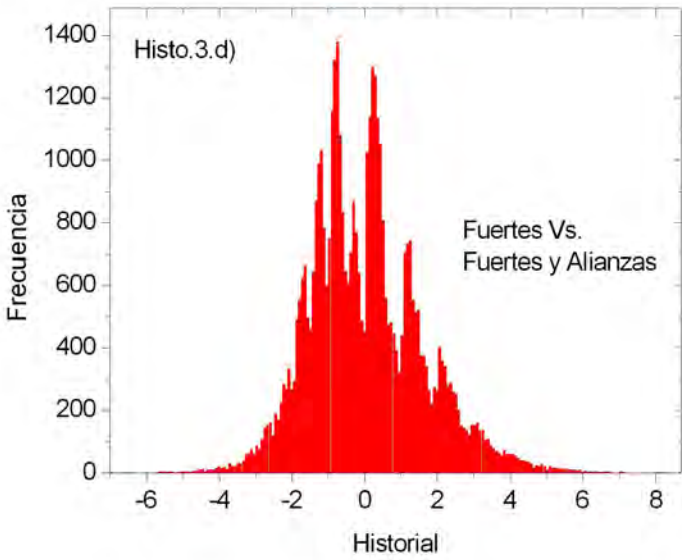




4.1.3. *Lucha de clases y Alianzas por la Frontera*

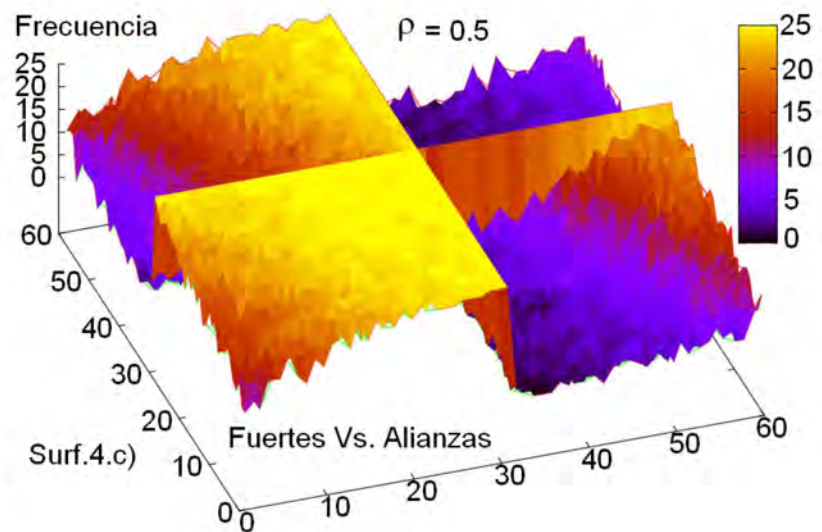
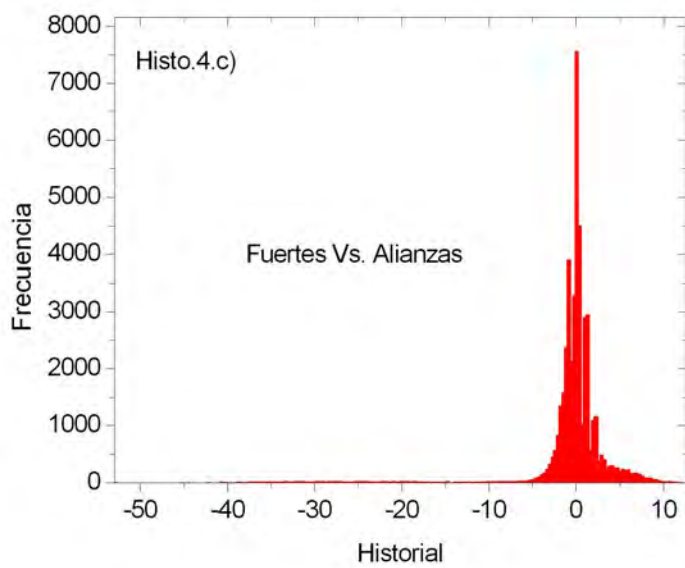
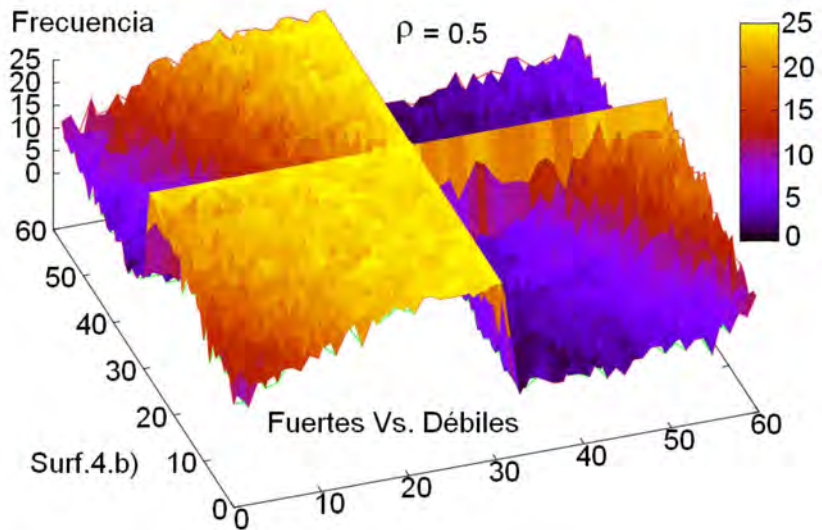
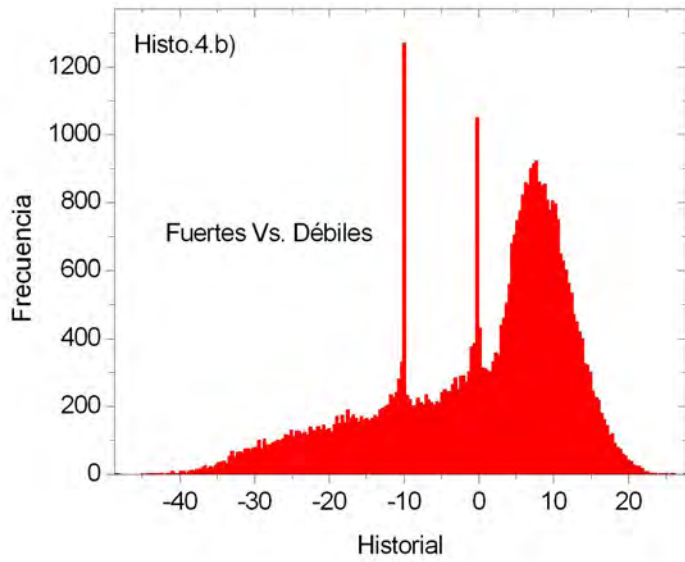
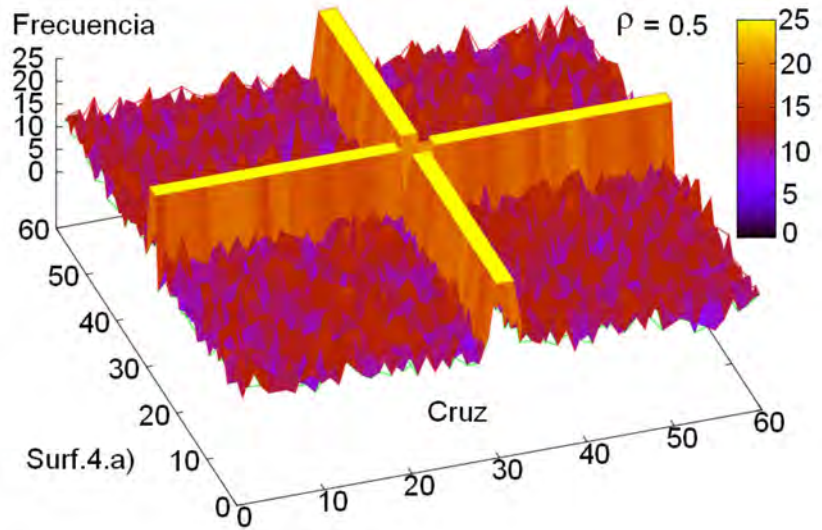
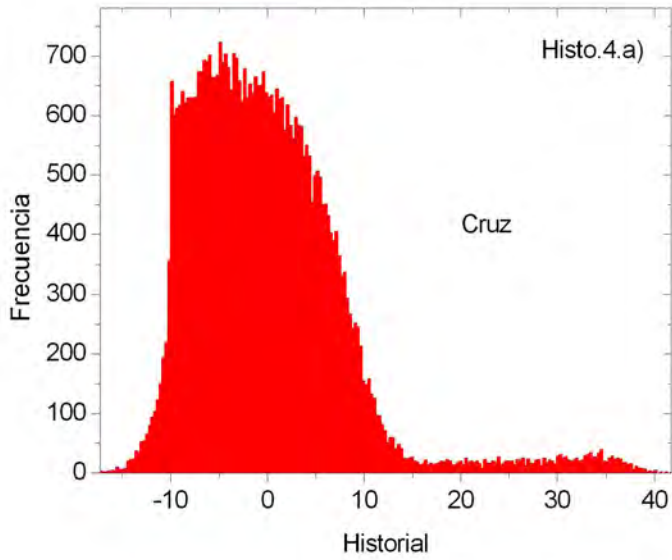
Los resultados para una *Frontera* distribuida de manera aleatoria sobre la red —en el mismo caso que la *Fortaleza*, y debido a cómo está definido el movimiento de los agentes por la red—, se decidió, arbitrariamente, distribuir en la red horizontalmente —aunque puede también hacerse verticalmente sin afectar el resultado, consecuencia que se debe a la forma en que los agentes se mueven, consúltese la sección 1 del capítulo 3—, de manera aleatoria, rectángulos horizontales; ya que el lado de la red fue de $L = 60$ y como $4 \nmid (60 - 2)$, entonces, el área de la *Frontera* resultó $L(L+2)/2 = 60(60+2)/2 = (60)(60)/2+60 = 1\ 860$ posiciones —consúltese el apartado 2 de la sección 2 del capítulo 3 para la distribución de sitios valiosos llamada *Frontera*—. Los histogramas Hist.3.a), Hist.3.b), Hist.3.c) e Hist.3.d) son los resultados de los datos dados por 25 simulaciones para las situaciones *Frontera, sin Lucha de clases, Fuertes Vs. Débiles, Fuertes Vs. Alianzas, Fuertes Vs. Fuertes y Alianzas*; en el mismo orden, las gráficas Surf.3.a), Surf.3.b), Surf.3.c) y Surf.3.d) son las superficies de nivel para cada situación; se eligió, arbitrariamente, el «centro» de la *Frontera* — $(L/2, L/4) = (30, 15)$ — como origen para promediar los resultados de cada una de las 25 de cada simulación; Diag.3 es el diagrama de fase conjunto de los diagramas de fase promedio de las simulaciones.

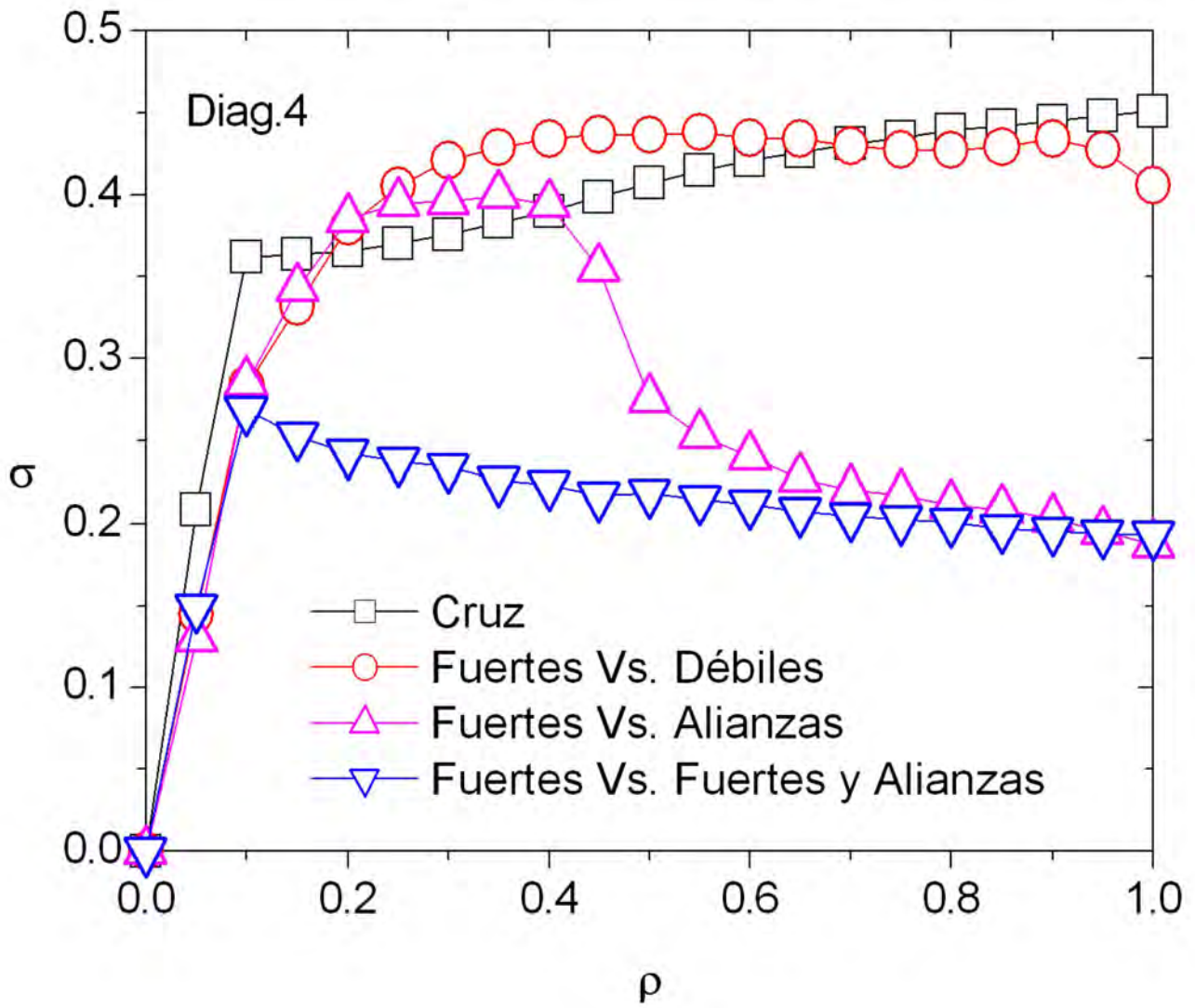
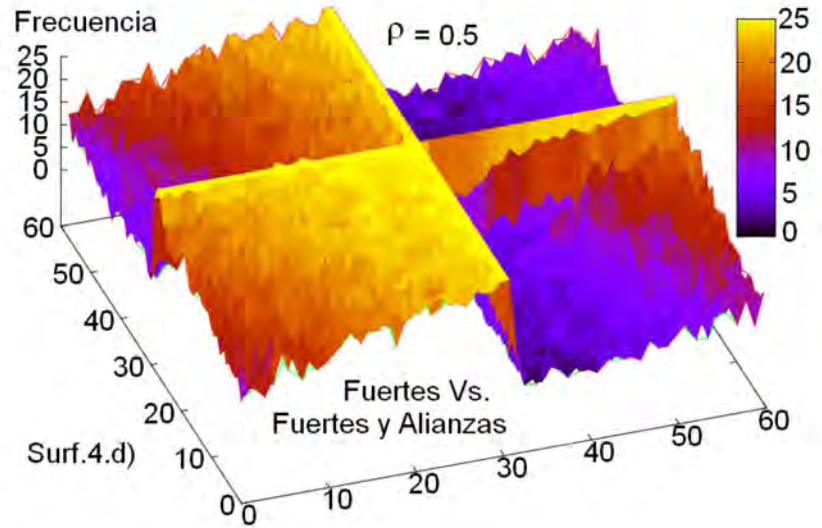
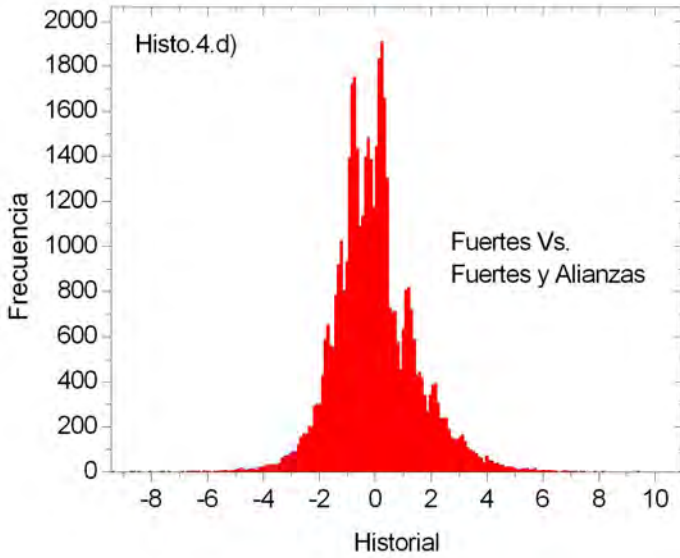




4.1.4. *Lucha de clases y Alianzas por la Cruz*

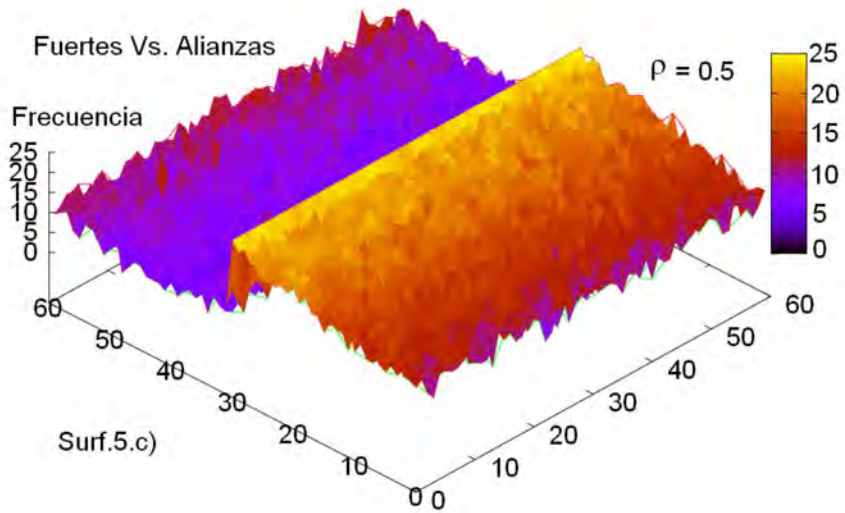
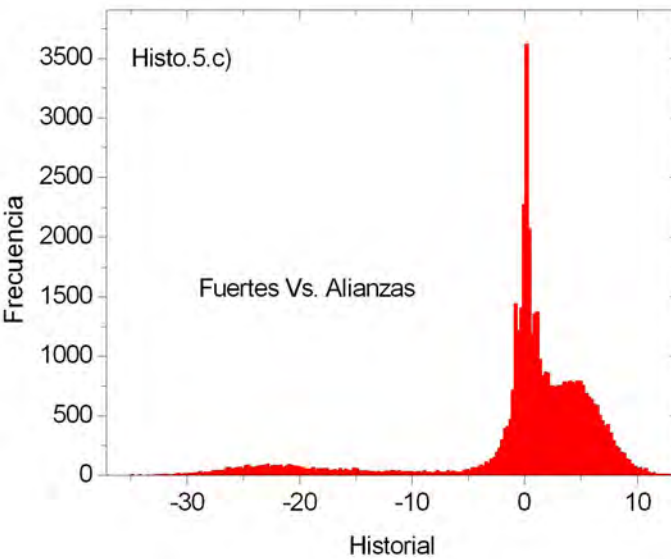
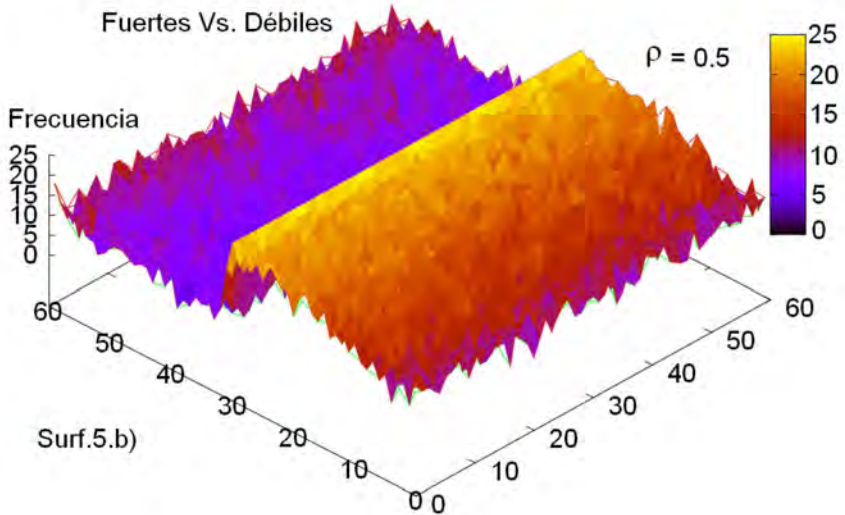
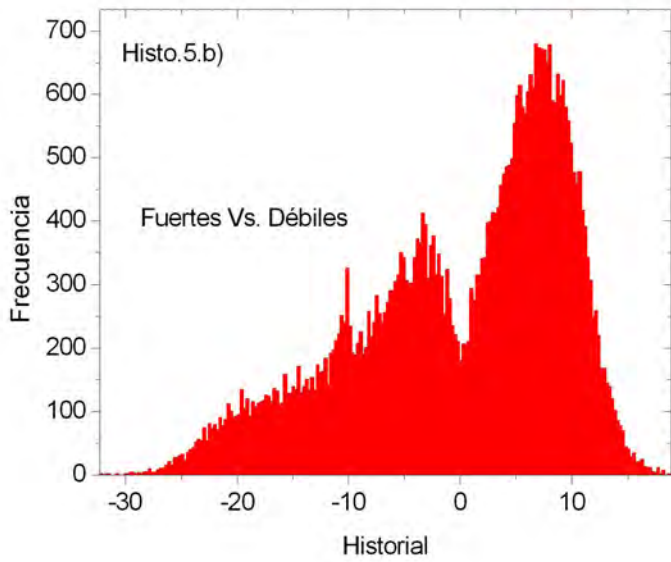
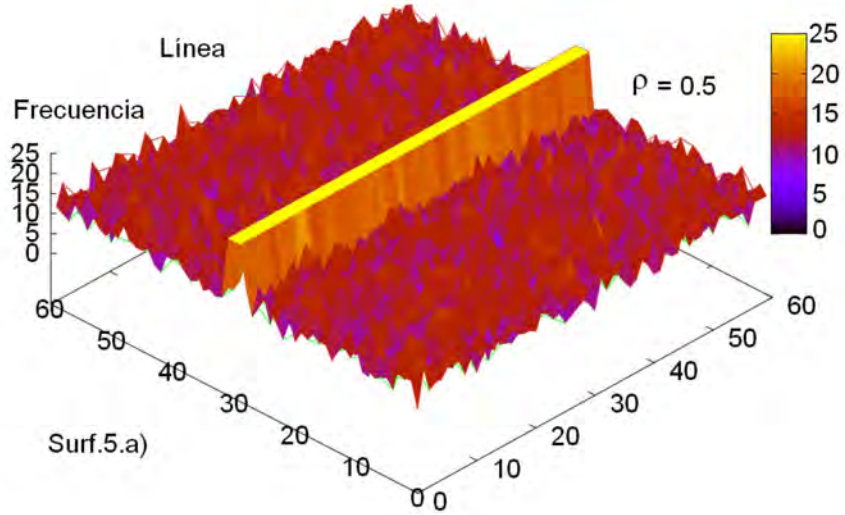
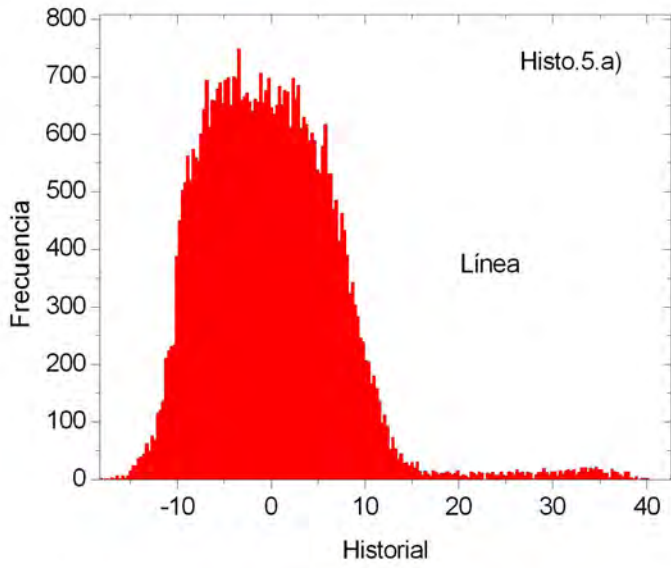
La distribución de sitios de valor llamada *Cruz*, como lo fueron la *Fortaleza* y la *Frontera*, fue introducida de forma aleatoria en la red en cada simulación, al final se decidió arbitrariamente un origen común para todas las simulaciones para promediar los resultados. Hist.4.a), Hist.4.b), Hist.4.c) e Hist.4.d) , Surf.4.a), Surf.4.b), Surf.4.c) y Surf.4.d) son los histogramas y superficies de nivel para cada situación especificada en ellos. Se eligió, arbitrariamente, el centro de la *Cruz* como origen para promediar los resultados para las 25 cruces; Diag.4 es el diagrama de fase conjunto para cada situación. Ya que el lado de la red fue de $L = 60$ posiciones, cada *Cruz* tuvo $2L = 2(60) = 120$ posiciones.

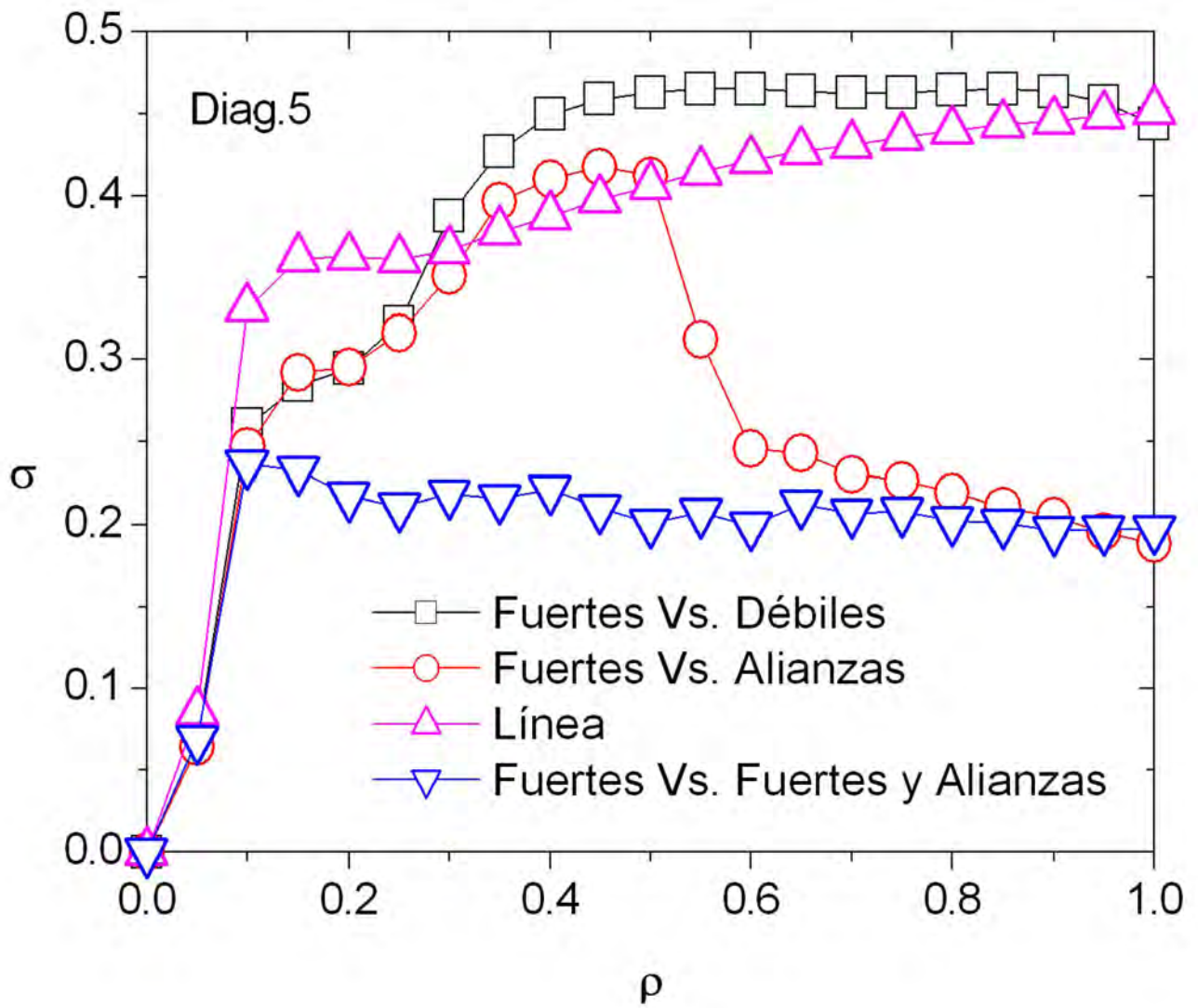
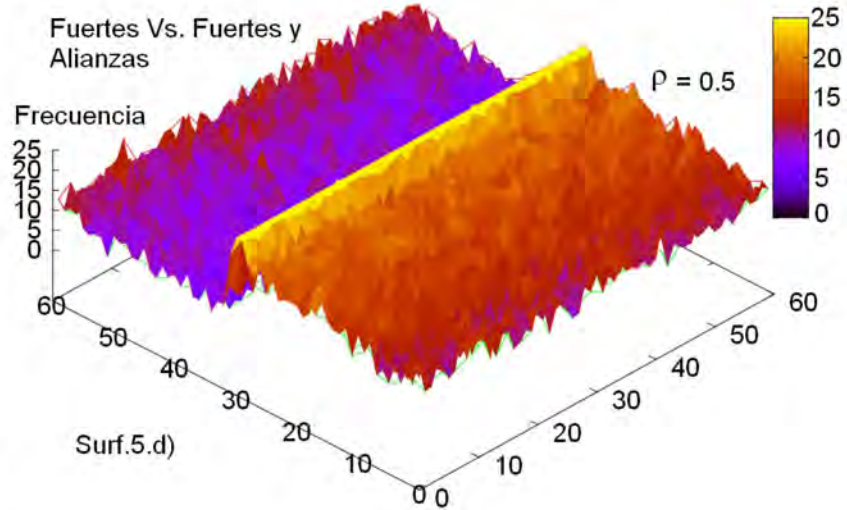
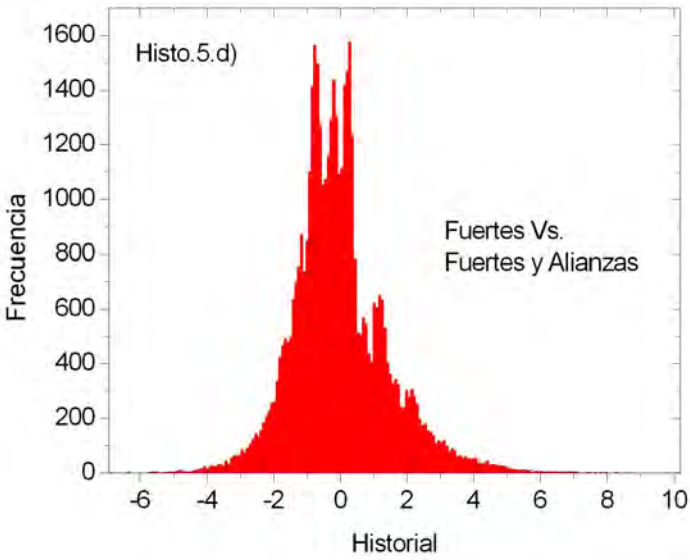




4.1.5. *Lucha de clases y Alianzas por la Línea*

La distribución de sitios de valor llamada *Línea*, como las anteriores distribuciones de sitios de valor atractivo, fue introducida de forma aleatoria en la red en cada simulación; al final se decidió arbitrariamente un origen común para promediar los resultados de las simulaciones. Hist.4.a), Hist.4.b), Hist.4.c) e Hist.4.d), Surf.4.a), Surf.4.b), Surf.4.c) y Surf.4.d) son los histogramas y superficies de nivel para cada situación especificada en ellos. Arbitrariamente, se eligió el «centro» $-(L/2, y_0) = (30, y_0)$, donde y_0 es el valor generado al azar durante la ejecución— para promediar los resultados de las 25 líneas; Diag.4 es el diagrama de fase conjunto para cada situación. Cada *Línea* tuvo 60 posiciones.





Capítulo 5

Análisis de resultados

Los resultados de las simulaciones, representados por los diagramas de fase, los histogramas y las superficies de nivel, pueden usarse para inferir y explicar, de manera general, la lógica «detrás» de tales resultados; lo que se busca es, pues, la explicación de un proceso «genérico», inferido de situaciones particulares, que permita, a su vez, deducir cada proceso particular, en concreto los aquí considerados: *distribución de sitios de valor sin lucha de clases ni alianzas, luchas de clases y alianzas en la Fortaleza, en la Frontera, etc.*

Así pues, de la observación de ciertas «propiedades» que se muestran en los resultados particulares se construirá una explicación general que pretenda abarcar la totalidad de los casos particulares.

5.1. El «mecanismo de olvido»

Ahora, es momento para recordar las particularidades del modelo que están asociadas a su evolución en el tiempo. Cuando el tiempo transcurre, digamos de t_0 a t_1 , y a un agente, digamos a_k cuyo historial es $h(a_k)$, toca hacer su movimiento por la red en el tiempo t_0 , si el agente no se mueve de su posición, ya sea porque el valor de todos sus vecinos próximos es menor que el de su posición, ya porque sus vecinos próximos son de la misma clase —esto último sólo se cumple cuando los agentes valoran el «compañerismo de clase»—, y en general por cualquier caso que no resulte de una lucha, su historial en t_1 será $h'(a_k) = h(a_k) - 0,1$; si al agente tocaba moverse pero permanece en su posición como resultado de una lucha, su historial en t_1 será $h'(a_k) = h(a_k) - 1,0$.

Con lo anterior en mente, primero se pondrá atención a la situación más sencilla: en la que no hay distribuciones de sitios de valor atractivo ni lucha de clases.

En esta situación, que es modelada por el *Bonabeau puro*, sin distribución de sitios de valor atractivo ni lucha de clases; debe señalarse que sólo a concentraciones bajas de población en la

red aplica el «mecanismo de olvido», el diagrama de fase, Diag.1., señala que para $\rho \geq 0,35$ las luchas por obtener posiciones en la red empiezan a jugar un papel más significativo, apreciándolo en términos cuantitativos, que el «mecanismo de olvido» y comienzan a generarse diferencias de jerarquía entre los agentes.

La superficie de nivel Surf.1.a), como podía preverse, no revela patrón alguno de frecuencia en la ocupación de ciertas zonas de la red por el movimiento de los agentes. Sin embargo, el anterior análisis debe poner de manifiesto la importancia del «mecanismo de olvido» para tenerla en cuenta al analizar los siguientes resultados.

5.2. Distribuciones de sitios de valor atractivo

El siguiente paso, en complejidad creciente con respecto de la valoración, es analizar los resultados de las distribuciones de sitios de valor sin lucha de clases; podría seguirse con el análisis de los resultados de la lucha de clases sin alianzas y sin distribuciones de sitios de valor atractivo, pero una mirada rápida sobre las superficies de nivel, para la lucha de clases con y sin alianzas, no revela, por lo menos no de manera inmediata, patrón alguno sobre la frecuencia de ocupación, si es que lo hubiera. Los histogramas y los diagramas de fase pueden revelar mucho sobre la «dinámica» detrás de tales resultados, pero, apoyándose en una mirada rápida, parece que el análisis será más fructífero, y menos especulativo, si el siguiente paso del análisis se da sobre las distribuciones de sitios de valor atractivo *sin* lucha de clases.

Se observa en los histogramas para la distribución de sitios de valor atractivo sin lucha de clases, Histo.2.a), Histo.4.a) e Histo.5.a), que hay una porción en ellos que señala frecuencias bajas, en comparación con el resto del histograma, para los historiales con mayor valor. Lo interesante es que estas «porciones» del histograma, de frecuencias bajas para los historiales más altos, aparecen en todos los histogramas para distribución de sitios de valor sin lucha de clases, y no aparecen en el histograma del *Bonabeau puro* —tampoco en el caso de la *Frontera*, pero la explicación de esto aparecerá más adelante—; lo anterior, se agrega a que, en los mismos histogramas, de distribución de sitios de valor atractivo sin lucha de clases, esta «porción», de frecuencias bajas para historiales altos, es «proporcional» al número de sitios de valor distribuidos, en la situación que describe el histograma. Para la *Fortaleza*, se observa en Histo.2.a) que las frecuencias bajas para los historiales más altos forman una pequeña porción, que va disminuyendo y alargándose hasta hacerse un «segmento», al extremo derecho del histograma; para la *Cruz* y la *Línea*, la porción es una «barra» o «segmento» alargado, al extremo derecho del histograma, pero, en ambos casos, esta porción puede inferirse como

proporcional al número de sitios de valor distribuidos.

En el caso de la *Fortaleza* los sitios de valor corresponden, según su área, a $961/3600 \approx 27\%$ de las posiciones de la red; ahora, el histograma Histo.2.a) corresponde a una concentración de población de 50% de la capacidad de la red, lo que significa que él muestra los resultados de la evolución en el tiempo de una red con 1 800 agentes que interaccionan, intentando ocupar uno de los 961 sitios de la fortaleza moviéndose 10 000 «pasos» por ella.

Si se pone atención a la superficie de nivel correspondiente, Surf.2.a), a las frecuencias, o tendencias, que ella muestra, se puede observar que la *Fortaleza* «alberga» siempre a 961 agentes, ya que, según se aprecia en la gráfica de la superficie, la *Fortaleza* tiene siempre sus posiciones ocupadas en las 25 simulaciones realizadas.

Para entender el proceso de diferencia en las jerarquías, o incremento de σ , de los agentes es preciso preguntarse acerca del estatus de los agentes dentro de la *Fortaleza* ¿son todos fuertes o son todos débiles, o unos son fuertes y otros débiles? En la *Fortaleza* hay 961 agentes, según se aprecia en la superficie de nivel, pero hay 1 800 en la red, entonces hay 839 fuera; entre los que se hayan dentro de la *Fortaleza* han de estar *los más fuertes* además de algunos débiles; los agentes más débiles, según se ve en la superficie de nivel, han de ser los que «asedian» las «fronteras» sur y oeste de la *Fortaleza*. Dentro debe haber débiles, que lo son como resultado de sus enfrentamientos contra otros fuertes, pues, mientras más fuerte es un agente su probabilidad de ganar una pelea es más alta, y serán expulsados cuando, llevados a los límites de los sitios de valor por las luchas, algún agente fuera, débil pero más fuerte que el que defiende su posición adentro, logré sacarlos.

Algunos débiles de los que asedian las fronteras sur y oeste lograrían cierto fortalecimiento al enfrentar a agentes más débiles, y podrían penetrar en la *Fortaleza* no sólo al vencer a algún débil dentro sino al vencer a algún fuerte en el perímetro; sin embargo, sólo los más fuertes pueden permanecer siempre dentro; este «mecanismo» que se ha descrito sería el encargado de hacer «entrar» y «salir» agentes en la *Fortaleza*; y ello explicaría por qué ciertas zonas en la superficie de nivel están siempre ocupadas y también cómo es que, a los más fuertes, los que siempre se encuentran dentro, son a los que correspondan los historiales de la pequeña porción al extremo derecho del histograma Histo.2.a).

En el caso de la *Frontera* no hay, como en los otros casos, alguna sección del histograma que destaque para resaltarla, éste aparece uniforme; la razón de esto es porque la *Frontera* tiene un área de 1 860 posiciones, y puede, en teoría, albergar a todos los agentes cuando su concentración es de 50% del total de la red. Dentro de la *Frontera*, los agentes se mantienen

en movimiento peleando por las posiciones y como cada posición dentro de ella tiene el mismo valor, la *Frontera* es como una red rectangular «pequeña» dentro de la «red mayor»; dentro de la *Frontera* los agentes se mueven siguiendo las reglas del *Bonabeau puro*, excepto en los límites con la red, pues los agentes nunca «deciden» moverse fuera de las posiciones a la «orilla», esto es, de las posiciones del perímetro de la *Frontera* lindantes con las que carecen de valor.

Las peleas dentro de la *Frontera* no arrojan a los débiles fuera de ella, como en el caso de la *Fortaleza*, y esto es así, al parecer, porque hay «suficientes lugares para todos»; no hay un asedio desde fuera, como en el caso de la *Fortaleza: las posiciones, después de una pelea, se intercambian dentro de la Frontera siempre*. Lo anterior significa que dentro de la *Frontera* hay suficiente movimiento de los agentes, esto es que, la distribución del historial de los agentes es bastante uniforme. Dentro de la *Frontera*, las jerarquías o estatus de los agente cubren una amplia gama, y la geometría —recuérdese las características del movimiento de los agentes por la red, consúltese la sección 1 del capítulo 3— permite que el movimiento, como es dado, haga ingresar a la totalidad de agentes; esto no ocurre en la *Fortaleza* en la que la geometría de ésta hace que sólo un grupo, que sobresale por su fortaleza, pueda permanecer e impida el ingreso de otros.

Lo anterior puede explicar por qué en la superficie de nivel Surf.3.a) se observa que, para una concentración de 50 % de ocupación de la red, prácticamente, la frecuencia, o tendencia, de los agentes para posicionarse fuera de la *Frontera* es 0, y por qué el movimiento dentro de la red, que se aprecia por la tonalidad del color que no es «macizo» sino que tiene distintas tonalidades, no se concentra en zonas específicas de la *Frontera* sino que se da en toda la superficie.

Los diagramas de fase de la *Fortaleza* y de la *Frontera*, en las gráficas Diag.2 y Diag.3 respectivamente, muestran un nivel en la diferencia de jerarquía o incremento de σ mayor para la misma concentración, $\rho = 0,5$, que el *Bonabeau puro*. En el caso de la *Fortaleza* la diferencia de jerarquías, σ , es ligeramente mayor que para la *Frontera*. Algo que pueden mostrar, claramente al parecer, las superficies de nivel es que *las distribuciones de sitios de valor atractivo limitan el movimiento de los agentes, generando «zonas de flujo», en los sitios de valor y sus zonas colindantes, en donde la «frecuencia de ocupación» es alta* —con «frecuencia» se quiere significar, con respecto de lo que se está describiendo, que los sitios son constantemente ocupados—.

El valor de σ que se aprecia en el caso de la *Frontera* puede explicarse siguiendo lo que se había dicho al respecto líneas arriba: dentro de la *Frontera* los agentes se mueven como en el *Bonabeau puro*; hay en la *Frontera* 1 800 agentes que no saldrán de ella, porque ella tiene las

únicas 1 860 posiciones valiosas de la red; no hay agentes afuera asechando para entrar, y éstos podrían ser los que «echaran» fuera, al intercambiar lugares, luego de la pelea, a los de las zonas colindantes con los sitios carentes de valor. Los 1 800 agentes, fuertes y débiles, se encuentran, pues, dentro de la *Frontera*, y por esto ella es una red en donde se aplica el *Bonabeau puro*. Puede comprobarse lo anterior, si se observa que la concentración en la *Frontera*, de acuerdo a su capacidad de 1 860 posiciones, es de $100(1800/1860) \approx 97\%$ agentes, y se compara σ con el valor, para esta misma concentración, del *Bonabeau puro*: σ para ambos es similar.

El caso de la *Fortaleza* es distinto, porque dentro de ella el movimiento es como en el *Bonabeau puro*, pero el número de posiciones es sólo el 27% del total con que cuenta la red, y debido a esto hay un «asedio» constante de las «fronteras» sur y oeste por agentes débiles que son echados fuera y que luego de un tiempo de fortalecimiento intentan entrar; es decir, afuera de la *Fortaleza* y en su frontera, esto es, en los sitios colindantes con los de la red, el movimiento es el del *Bonabeau modificado*. El histograma de la *Fortaleza* parece revelar esta «zona de flujo», en ella la frecuencia de movimiento de los agentes es más alta que en otras zonas de la red; él «muestra» que sólo los más fuertes consiguen mantenerse dentro; esto es, la zona valiosa, la *emphFortaleza*, es pequeña, y esta limitación en el espacio de movimiento de los agentes hace que los más fuertes estén constantemente enfrentados, esto termina arruinando a algunos de éstos, haciéndolos «casi débiles», pasándolos a la «clase media» y al exterior de la *Fortaleza*, y a otros, quizá, a la clase débil, convirtiéndose unos y otros en constantes «merodeadores» del interior de la *Fortaleza*.

El hecho de que sólo los fuertes puedan permanecer en el interior de la Fortaleza y que se encuentren enfrentados constantemente puede explicar por qué en una zona tan pequeña, que está ocupada en su totalidad, en la que el movimiento en su interior es como en el Bonabeau puro, para la que se esperaría observar, en su correspondiente diagrama de fase, un valor mayor, o al menos igual, de σ que para el Bonabeau Puro a una concentración de 100%, el valor de σ sea ligeramente menor que el correspondiente al Bonabeau Puro; y también menor que para la Frontera, que, se vio, en su interior, no así en sus fronteras, es como un Bonabeau puro con una concentración de 97% de su capacidad.

Sintetizando todo lo dicho, un «mecanismo», de la «dinámica de movimiento» que se pretende inferir de los resultados, que se evidencia en las gráficas de las superficies de nivel es que, *las distribuciones de sitios de valor atractivo, como podía preverse de la lógica del movimiento de los agentes, limitan el movimiento, generando en las zonas de valor, y las colindantes con ellas, «zonas de flujo»; éstas son zonas en donde la frecuencia de ocupación es alta en comparación*

con otras zonas de la red, dependiendo el movimiento con las fronteras de los sitios de valor, el de las zonas colindantes, del número de posiciones de valor distribuidas.

Otro «mecanismo» de esta «dinámica», éste relacionado con la jerarquía de los agentes en la red, se pone de manifiesto por los diagramas de fase y los histogramas: al concentrarse el movimiento principalmente en ciertas zonas, el valor para la diferencia en la jerarquía, σ , se incrementa, con respecto del valor de σ para el *Bonabeau puro* tomado como referencia, y depende del número de sitios de valor distribuidos, porque los sitios de valor atractivo son —en su interior, no así en sus fronteras— «pequeñas redes de *Bonabeau puro*» que son asediadas desde «fuera» por agentes que se mueven como en el *Bonabeau modificado*. Cuando el número de los sitios de valor es pequeño y la concentración de agentes los rebasan en número, en la «red pequeña», constituida por estos sitios, σ crece siguiendo la tendencia como en el *Bonabeau puro*, pero los agentes entran y salen de la red pequeña por el frecuente enfrentamiento entre fuertes; este «mecanismo», de fortalecimiento y debilitamiento, proporciona una «frecuencia de ocupación» alta, en ciertas zonas de la red, que se muestra en las superficies de nivel, en las «zonas de flujo»; en los histogramas también se muestra, en el desplazamiento del valor de los historiales de los agentes, donde se aprecia la constitución de un sector muy reducido, que no se aprecia en el histograma del *Bonabeau puro*, «sector reducido» que sobresale entre todos por sus elevados valores de historial.

Todo lo dicho, aunque lo fue haciendo uso de los resultados para los casos de la *Fortaleza* y la *Frontera*, es absolutamente general y puede aplicarse para la *Cruz* y la *Línea*, y se puede comprobar su correspondencia al contrastarse con los respectivos resultados para esas situaciones.

Entonces,

- 1) Las distribuciones de sitios de valor atractivo condicionan el movimiento de los agentes por la red, generando «zonas de flujo» en las zonas que corresponden a los sitios de valor y las colindantes con ellos,
- 2) Cuando los sitios de valor no son suficientes para ser ocupados por la totalidad de la concentración de agentes, de estos últimos, los que tienen los mayores valores numéricos de historial, «los más fuertes», se «asientan» en los sitios de valor,
- 3) El movimiento de los agentes, cuando se da 2) se limita principalmente a las zonas dichas en 1) entrando y saliendo de los sitios de valor. Los fuertes pueden ver disminuido el valor de su historial debido al espacio reducido, que permite enfrentamientos frecuentes entre

agentes fuertes. Los agentes con los valores más pequeños, numéricamente, de historial son echados fuera, pero pueden fortalecerse después de un tiempo y buscarán ingresar de nuevo.

5.3. Lucha de clases

El siguiente punto a explicar, nuevamente, creciente en «complejidad» con respecto de la valoración de los agentes, es el de la lucha de clases, cuando los agentes hacen distinciones entre su clase y sus antagonistas de clase.

Hay que tener presentes, como en el caso de las distribuciones de sitios de valor, las características del modelo que están asociadas a su evolución en el tiempo; además del «mecanismo de olvido», será muy importante tener presente que la lucha de clases comienza en la segunda mitad del tiempo de evolución, comienza arriba de los 5 000 pasos —para esto véase la sección 4 del capítulo 3—; a esta característica del modelo de lucha de clases será necesario tenerla en cuenta para entender la diferencia de jerarquías, o incremento de σ , particular, así para la distribución de sitios de valor como sin ella; además, esta característica se ve reflejada, principalmente, en los histogramas y los diagramas de fase.

Se iniciará el análisis de la lucha de clases, primero, poniendo atención a la gráfica del diagrama de fase de «Fuertes Vs. Débiles» en Diag.1, y al correspondiente histograma, Histo.1.b); según puede revelar una mirada «superficial», la superficie de nivel Surf.1.b) no muestra ninguna tendencia con respecto de la ocupación de los agentes en la red, por esto se eligen el diagrama de fase y el histograma.

Para «Fuertes Vs. Débiles», Diag.1 muestra un incremento de σ con respecto de su valor para el *Bonabeau puro*, e Histo.1.b) muestra que los agentes débiles tienen, en promedio, historiales con valores numéricos por debajo del historial medio, mientras que los fuertes tienen historiales con valor numérico por arriba, *pero no hay agentes con historiales en la «clase media»*, como sí muestra Histo.1.a).

Sin perder de vista que los resultados que se están analizando corresponden a una concentración de agentes de $\rho = 0,5$, se infiere que, a tal concentración, hay todavía una gran libertad de movimiento como para que los agentes fuertes no caigan en «posiciones desfavorables», en relación a incrementar el valor numérico de su historial, donde las formaciones en grupos de fuertes obraría en contra de los que se encontraran en las posiciones más internas. Los que se encontrasen rodeados de compañeros de clase dejarían pasar turnos de movimiento, no atacarían ni serían atacados y el «mecanismo de olvido» terminaría debilitándolos, incluso llevándolos

a la debilidad, y, en esta situación, se convertirían en antagonistas de sus antiguos compañeros, atacando y siendo atacados a su vez. Los débiles podrían así mismo verse afectados por esta situación, aunque con la diferencia que sus compañeros debilitados no serían atacados ni atacarían a sus vecinos, que serían débiles como ellos.

Mas, Histo.1.b) muestra que el anterior no es el caso, por lo menos no de manera predominante; pues no se ven en él agentes con historiales cuyos valores se acerquen al que, se estima según lo que se ve en la gráfica, es el historial medio, \bar{h} ; si los agentes fuertes se viesen, en algún momento y frecuentemente, rodeados por sus compañeros de clase se esperaría que sus valores de historial se encontraran más cercanos a \bar{h} , pues la situación era frecuente; sin embargo, se observa que esta situación, si se da, es de tal forma que, el agente debilitado lo es aun más hasta que es alejado de la «condición media».

Es más probable que la situación anterior, de hecho, casi no se dé; hay en la red, a la concentración analizada, suficiente movimiento como para que los débiles sirvan como «sparrings» —«sparring» como ayudante de boxeo— a los fuertes y estos incrementen sus valores de historial cada que hay una pelea, es decir, cada que un débil enfrenta a un fuerte; pues no hay que olvidar que aunque el resultado de la pelea es aleatorio, está condicionado por una función de distribución de probabilidad, y puede esperarse «razonablemente» que el fuerte salga triunfante de la pelea con el débil con más frecuencia que éste contra aquél.

5.4. Lucha de clases en las distribuciones de sitios de valor atractivo

Toca el turno de analizar la lucha de clases en las distribuciones de valor atractivo; las mismas consideraciones con respecto de las características del modelo que se tuvieron en cuenta en la sección anterior se mantendrán aquí.

Al poner atención a la gráfica de la superficie de nivel para la *Fortaleza*, Surf.2.b), se observa un desplazamiento de los límites de las «zonas de asedio», el movimiento se ha incrementado hacia el «interior» de la red y alejado de los límites con la *Fortaleza*; con respecto de Surf.2.a), la ocupación de las zonas colindantes con las fronteras sur y oeste parece haber disminuido en frecuencia, los agentes parecen moverse por ambas zonas de manera «errática», o aleatoria.

En las superficie de nivel Surf.3.b) que corresponde a la *Frontera*, y a diferencia de Surf.3.a) en donde no se aprecia una zona específica de concentración, la ocupación de los agentes parece haberse concentrado hacia el norte de la *Frontera* y haber movimiento aleatorio de agentes en la frontera sur.

Las superficies Surf.4.b) y Surf.5.b) que corresponden a la *Cruz* y la *Línea* muestran resultados similares a los de la *Fortaleza* y los de la *Frontera* con respecto de la ocupación, ésta se ha concentrado en los sitios de valor; pero, además, aparece un resultado interesante y muy diferente del que puede apreciarse en Surf.4.a) y Surf.5.a), es decir, sin lucha de clases: con la lucha de clases la ocupación se ha concentrado, de manera no-uniforme alrededor de los sitios de valor, es decir, se ha concentrado en determinadas zonas colindantes con los sitios de valor.

En lo que sigue, el análisis acerca del movimiento y la jerarquización cuando hay lucha de clases usará los resultados de la *Cruz*, ya que éstos parecen los «menos esperados»; se usarán, entonces, siendo los más particulares, para ejemplificar la descripción, pero, el análisis y la explicación basada en éste será general, pudiendo aplicarse todo lo dicho para las otras situaciones.

Lo explicado para la «dinámica de entrada y salida» en la *Fortaleza*, sin lucha de clases, cambia bastante para la *Cruz* cuando hay lucha de clases. Cuando hay lucha de clases, y ambas clases valoran el «compañerismo de clase», *si suponemos que los fuertes logran adentrarse en los sitios de valor*, no hay que perder de vista que al permanecer juntos, en grupos, los agentes de una misma clase, *la evolución del sistema en el tiempo tiende a debilitarlos por el «mecanismo de olvido»*.

Los «más fuertes» pueden adentrarse en las distribuciones de sitios de valor si es que hay débiles dentro, siendo éstos echados fuera por los fuertes, pero, si suponemos que el número de sitios es pequeño, y que los débiles han sido echados de los sitios valiosos, los fuertes adentro, rodeados de compañeros de clase, al transcurrir el tiempo, no atacan a sus vecinos próximos ni son atacados, y se suceden los turnos en que permanecen varados, esto termina por debilitarlos.

Dentro de la *Cruz* sólo hay un sitio en el que los agentes pueden ser rodeados por sus compañeros de clase, el centro de la *Cruz*, así que cualquier fuerte que logré posicionarse en el centro terminará debilitándose, pasando entonces a la clase débil, esto si se mantiene la suposición que todos los agentes dentro son fuertes. Mas, no es «realista», con respecto de la evolución real del sistema, mantener esta suposición: *dentro, con los fuertes, hay necesariamente agentes débiles*. Por el momento no es necesario abundar en esto, más adelante se volverá sobre este punto.

Así pues, un agente fuerte en el centro de la cruz se debilitará, pasará a la clase débil y será atacado por sus ex-compañeros de clase.

El tiempo «obra en contra» si los agentes se hallan en posiciones «desfavorables». Los que se hallan en las «orillas» de los sitios valiosos sólo atacarán —según se infiere de lo explicado para

el caso, en el apartado 4 del capítulo 3 y sintetizado en la Fig.5—, a los débiles si además sus posiciones son valiosas, pero al hallarse fuera, contiguos a la «orilla», de los sitios valiosos, los fuertes no los atacarán. Los fuertes que se hallan dentro de los sitios de valor sólo podrán saltar hacia «adentro», todavía en los sitios de valor, sólo si hay un sitio vacío o si algún compañero se ha debilitado y se ha vuelto débil; y ya sea por el primero o por el segundo caso lo harán porque esa posición es valiosa, porque está dentro de los sitios de valor.

Mas, no hay que perder de vista un segundo «mecanismo», en esta «dinámica», que puede mantener a los fuertes de las orillas, en los sitios de valor, incrementando su estatus continuamente, y que es el ataque continuo de los débiles. Los débiles que se hallan en posiciones contiguas a los límites de los sitios de valor no serán atacados por los fuertes, porque sus posiciones no tienen valor; pero los fuertes que se hallan en los límites de los sitios de valor sí serán atacados en cada «oportunidad», es decir en cada turno que corresponda a los débiles que se hallan contiguos a sus posiciones.

Estos ataques pueden constituir un mecanismo de incremento de estatus para los fuertes y de disminución del mismo para los débiles; porque no hay que olvidar que los débiles que «acechan» intentando entrar no son atacados ni atacan a sus compañeros de clase; así que, si en los sitios de valor en los que intentan posicionarse, hay compañeros de clase, los débiles que «acechan», no atacarán ni serán atacados y, conforme pasen los turnos, serán debilitados, no sólo por sus anteriores intentos fallidos contra los fuertes en las orillas, también lo serán por el «mecanismo de olvido».

El *mecanismo de olvido siempre juega en contra de los «mal posicionados» agentes rodeados de compañeros de clase*, disminuyendo su condición física, o historial. Este debilitamiento de sus compañeros de clase *constituye un segundo «mecanismo»*, con respecto del primero que se ha venido describiendo que hace a los fuertes de las orillas incrementar su estatus, *de fortalecimiento para los «bien-posicionados» agentes en los límites de los sitios de valor*, ya que proporciona otra forma de incrementar el estatus.

Por supuesto que los fuertes de las orillas pueden perder sus luchas y ver su condición física, o historial, mermado; sin embargo, y a pesar de lo anterior, debido a la distribución de probabilidad que siguen los resultados de las peleas, tienen más probabilidades de ganar sus enfrentamientos contra un débil que las que tiene este último contra aquéllos. Puede esperarse entonces, razonablemente, que los resultados de los enfrentamientos entre fuertes y débiles tiendan a favorecer a los primeros.

Si ahora se pone atención a los diagramas de fase correspondientes a la lucha de clases,

Diag.1, Diag.2, Diag.3, Diag.4 y Diag.5, y en ellos nos concentramos en las curvas que corresponden a las situaciones de lucha de clases sin alianzas, «Fuertes Vs. Débiles», con la excepción de la curva correspondiente a la *Fortaleza* en Diag.2, es claro que, para la concentración ahora analizada, $\rho = 0,5$, la diferencia entre estatus, σ , es más alta que para las demás situaciones.

Lo anterior es un apoyo para lo que se había venido describiendo.

Se «desvió» la atención de la «dinámica» de movimiento de los agentes a la diferencia entre estatus, σ , mostrada en los diagramas de fase correspondientes, con el objetivo de que se apreciara con más claridad lo que se había venido describiendo antes: *los más fuertes entre los agentes están «inmersos», dentro, de las zonas de sitios de valor, pero también hay débiles dentro con ellos*; estos débiles dentro de las zonas valiosas lo son porque,

- a) eran fuertes que devinieron débiles al no ser atacados, por hallarse rodeados de compañeros de clase, así que el mecanismo de olvido «obró en contra suya», haciéndolos débiles y poniéndolos en la mira de los ataques de sus antiguos compañeros de clase; estos ex-compañeros no corrieron con la misma suerte, no se debilitaron, por hallarse mejor posicionados, en zonas en las que podían incrementar su condición física al defenderse, esto es, se hallaban en los límites de los sitios de valor colindantes con sitios sin valor, o se hallaban en posiciones dentro de los sitios de valor contiguas a agentes débiles;
- b) lograron introducirse en las zonas al haber ganado alguna pelea con un agente fuerte posicionado en los límites de los sitios de valor; siendo así, puede apreciarse que, quizá, tal agente débil pudiera verse «arrastrado» hacia el interior de los sitios de valor por el «mecanismo» de la lucha de clases, ya intentando defender su posición ya intentando ganar otra. Los fuertes posicionados en las orillas, como se ha señalado líneas arriba, pueden verse atacados por los débiles fuera de los sitios de valor; pero ellos, los fuertes, se defenderán de estos ataques con una probabilidad alta de salir victoriosos y sólo atacarán, también con una probabilidad alta de salir triunfantes, a los débiles posicionados en posiciones de valor. Es por esto que un débil que lograra introducirse en los sitios de valor reforzaría el «mecanismo», siendo llevado por las luchas a través de toda la zona valiosa; unas veces, las menos, logrando quedarse en su posición pero otras, las más, intercambiando posiciones con su antagónico, además que, si alguna ocasión, en este ir y venir por los sitios valiosos, fuera llevado hasta los límites de la zona valiosa, este agente funcionaría como un «tapón»: no sería atacado por los débiles que pretenden entrar y sí por los fuertes que se encuentran dentro; así que, los débiles tanto como los fuertes son

«paredes» que impiden el acceso de otros débiles a la zona valiosa.

Los más fuertes tienden a estar dentro de las zonas de valor, pero necesitan de agentes débiles acompañándolos dentro; éstos les «sirven» como «sparrings» con los que refuerzan su condición física o jerarquía en la red. Es por esto que en las superficies de nivel hay zonas que aparecen siempre ocupadas, zonas de *mucho* movimiento, en que el color, el que señala el número mayor para la frecuencia de ocupación, es de una sola tonalidad o «macizo», y zonas en que se aprecia *poco* movimiento, zonas en que el mismo color tiene distintas tonalidades o es no-macizo.

Las zonas en que el color es bien definido son zonas siempre ocupadas; en ellas hay luchas constantes entre fuertes y débiles y las posiciones tienen siempre un ocupante, en las que la tonalidad del color es cambiante, se señala una frecuencia no constante de ocupación; en ellas hay movimiento pero éste es aleatorio y tiende a dejar posiciones sin ocupante.

El movimiento señalado por las superficies de nivel en los límites de la zona valiosa es ocasionado por luchas de fuertes contra débiles; primero obsérvese que cualquier agente fuerte fuera de la zona valiosa y alejado de ella podría aumentar suficientemente su estatus, al usar a los débiles como «sparrings», como para entrar a la zona valiosa; y si se viera «repelido» en su intento por entrar por algún agente demasiado fuerte en los límites de la zona, no por lucha sino por el valor de «compañerismo de clase», sería repelido en sucesivos intentos, a menos que el agente que impide su ingreso cambiara de sitio. Mientras los agentes de los límites sean fuertes obrará el «compañerismo de clase» y el fuerte no podrá entrar, entre tanto, el agente fuerte se vería muchas veces atacado por los débiles que se hallan junto, es probable que unas veces ganen éstos, pero es más probable que más veces gane el agente fuerte, fortaleciéndose en este proceso; pero sólo cuando el movimiento de lucha de clases dentro de la zona valiosa «trajera» un agente débil a la posición por la que intenta entrar, podría pasar el «muro», todo esto en la suposición que, en la espera por entrar, se halla rodeado de débiles que no le debilitan sino le «ayudan» fortaleciéndolo.

Es posible, también, que en la espera por entrar, si no ataca, por ser compañeros de clase los que se hallan en la «entrada» a la zona valiosa, ni es atacado, porque no hay antagonistas de clase junto, se debilite el agente fuerte por el «mecanismo de olvido», pasando a formar parte de la clase débil; entonces intentará entrar en cada turno que toque a él, cuando los agentes en las zonas valiosas que intenta ocupar sean fuertes.

Sin embargo, esto último, aunque posible, sólo ocurre habiendo concentraciones bajas de ocupación de la red y escasas posiciones de valor —obsérvese el diagrama de fase de la *Línea*—.

Esta «dinámica», o lógica, detrás del movimiento de los agentes por la red, que intenta explicar los resultados de las simulaciones, apunta a que, cuando hay lucha de clases, *la diferencia de jerarquía, σ , entre agentes es pequeña, si la frecuencia de movimiento es limitada*; las limitaciones al movimiento, una función que claramente se ve que cumplen la distribución de sitios de valor atractivo y la lucha de clases, en la medida en que sean más severas o restrictivas, «estancarán» a agentes de la misma clase en grupos que, con el paso del tiempo, la inactividad y el «mecanismo de olvido» asociado, se debilitarán, pasando a las filas de la clase débil, pero siendo aun lo suficientemente fuertes como para debilitar a sus ex-compañeros de clase, generando el movimiento necesario para ocupar frecuentemente ciertas zonas de la red, las zonas valiosas.

Póngase atención aquí en la superficie de nivel para la *Cruz*, la ocupación aparece limitada principalmente al cuadrante sur-oeste hacia el centro, y en menor medida al cuadrante norte-oeste, hacia el norte y el cuadrante norte-este hacia el este. La *Cruz* y las zonas que colindan con sus límites, en los cuadrantes antes dichos, son zonas de mucho movimiento; la *Cruz* esta asediada en sus fronteras, o límites, por agentes débiles concentrados en ciertas zonas, las que se aprecian en su superficie de nivel, en los cuadrantes antes dichos, pero también hay fuertes en estas zonas.

En la *Cruz*, todo el movimiento es proporcionado por la «dinámica» antes descrita, pero el número de sitios es tan escaso que la geometría del sitio acompañada de la lógica de la lucha de clases, se convierte en un gran limitante al espacio de movimiento y a su frecuencia, *limitando, pero no «estancando»*, la ocupación a las zonas que se aprecian en la superficie de nivel.

El histograma de la *Cruz* revela más cuestiones importantes acerca de la «dinámica de movimiento»; teniendo en cuenta que la lucha de clases en la *Cruz* empezó en la segunda mitad del tiempo de evolución; el movimiento de los agentes hasta el paso 5 000 debía ser tal que la «riqueza» —recuérdese que esta riqueza es tasada en la moneda del valor numérico del historial— era acumulada siguiendo la tendencia como en Histo.4.b), pero para el primer paso arriba de 5 000 la lucha de clases comienza y la «dinámica de movimiento» del *Bonabeau modificado* que venía ejecutándose es modificada por la de *Lucha de clases y Alianzas*; no hay aun alianzas, pero el movimiento es modificado para que cada agente distinga entre un compañero de un antagonista de clase.

Todo lo que se venía describiendo acerca del movimiento cuando hay lucha de clases puede aplicarse en este momento: en la primera mitad del tiempo de evolución, los agentes más fuertes se han «entronizado» en los sitios de valor y hay una frecuencia alta de movimiento en

la *Cruz* y sus fronteras, los agentes entran y salen de los sitios valiosos, fortaleciéndose fuera y debilitándose dentro, porque los sitios de valor son escasos y las luchas entre fuertes son frecuentes, los agentes débiles acechan en las fronteras intentando, en cada movimiento, entrar.

Esta frecuencia alta de movimiento se «ralentiza» cuando los agentes distinguen compañeros de antagonistas, el movimiento de los agentes se limita a las «zonas de flujo» y los agentes ya no entran y salen con tanta frecuencia de los sitios de valor; los débiles se vuelven necesarios, tanto dentro como fuera de los sitios de valor, pues sin débiles no hay fuertes dentro de la *Cruz*; éstos, como los débiles, pueden verse rodeados de compañeros de clase, entonces su condición, en esta «posición desfavorable», disminuye como resultado del «mecanismo de olvido»; los fuertes en esta posición se debilitan pasando a formar parte de las filas de sus antiguos antagonistas, los débiles, pero un fuerte debilitado por olvido es aun peligroso para sus antiguos compañeros de clase: es lo suficientemente fuerte, pues es de «clase media», como para debilitar a alguno de los fuertes que se hallan rodeándolo, pues, cabe esperar, que estén debilitados como su ex-compañero por el «mecanismo de olvido».

Hay fuertes dentro y fuera de la *Cruz*, pero no necesariamente, como ocurría cuando no había lucha de clases, los más fuertes se «entronizan» en los sitios de valor, pues el «mecanismo» por el que son echados de los sitios de valor es diferente: Los fuertes pueden ser llevados por el movimiento de las luchas a «malas posiciones» en que no atacan ni son atacados y terminan debilitados por el «mecanismo de olvido», esto les ocurre también a los débiles rodeados por sus compañeros de clase. Hay, sin embargo, un punto en que la *Cruz* se distingue de la *Fortaleza* a pesar que ambos sitios de valor condicionen el movimiento de forma severa cuando en ambos hay lucha de clases, según se ve en Surf.2.c) y Surf.4.c). La *Cruz* permite un flujo constante de agentes a través de ella, a manera de un «tren» que puede «abordarse», por ejemplo, en algún punto al sur y ser «echado», u obligado a dejarlo, en el centro.

Los fuertes que logran adentrarse en los sitios de valor, al moverse por la *Cruz*, peleando por las posiciones de ésta con los débiles dentro, pueden verse «rodeados» en el centro por compañeros de la misma clase, y terminan arruinados.

Este constante «fluir» de agentes es lo que permite la diferencia de jerarquías, o incremento de σ , para la *Cruz*, y que puede verse en Diag.4, que no se observa para la *Fortaleza*, y que puede verse en Diag.2.

Se escribió que el histograma Histo.4.c) revela algunos «factores» de la «dinámica de movimiento» de la lucha de clases, y eso es lo que se ha venido describiendo, al discutir el movimiento en la *Cruz* y luego comparar sus resultados para σ con los de la *Fortaleza*.

Ambas distribuciones de sitios valiosos concentran el movimiento de los agentes en las «zonas de flujo» y la lucha de clases se encarga de «ralentizar» la frecuencia de movimiento, casi de «estancarlo», en dichas zonas. La diferencia entre ambas situaciones es que, cuando hay lucha de clases, en la *Fortaleza* y sus fronteras, esto es, en la «zona de flujo», se «ralentiza» todo el movimiento, «estancándose» en ciertos puntos dentro de la zona; mientras que en la *Cruz*, aunque se limita el espacio de movimiento aún más que en la *Fortaleza*, sigue habiéndolo un «flujo», a través de la *Cruz*, es decir, través de la «zona de flujo», y por esto, en la red.

Este movimiento es lo que Histo.3.c) revela, cuando se observa que los fuertes siguen «prosperando», porque esto no podría ser si el movimiento de éstos se «estancara».

El movimiento en la *Cruz*, a pesar de la lucha de clases, que como se ha visto «ralentiza» el movimiento e incluso lo «estanca» en ciertos puntos, es una consecuencia necesaria de su condición, pues *la geometría de la Cruz permite la percolación*.

Todo este análisis, que ha pretendido describir las características generales de la «dinámica» de la lucha de clases, aunque se ha inferido, en gran parte, de la situación con más características particulares, la distribución de sitios valiosos llamada *Cruz*, puede aplicarse para describir cualquiera de las otras situaciones, *Fortaleza*, *Frontera*, *Línea* etc., tomando en cuenta las características particulares de cada una, como su geometría, su área, la concentración de agentes, etc., ya que ha sido una explicación que ha pretendido generalidad, yendo tras la lógica detrás los hechos, y no limitándose a ser meramente descriptiva.

De lo discutido se sigue que,

- 1) Al haber distribuciones de sitios de valor, la lucha de clases «ralentiza» la frecuencia de movimiento de los agentes; podría decirse que «estanca» el «flujo»,
- 2) En las «zonas de flujo», que son los sitios de valor y las zonas de la red colindantes con ellos, se distribuyen los agentes fuertes y débiles; como en las situaciones donde no hay lucha de clases, los más fuertes se «entronizan» en los sitios de valor, pero para permanecer en ellos necesitan de los débiles tanto adentro, con los fuertes, como afuera, es decir dentro y fuera de los sitios de valor,
- 3) Cuando hay distribuciones de sitios de valor y lucha de clases, hay dos «mecanismos» que permiten el incremento de jerarquía de los fuertes y uno que lo hace caer: los fuertes necesitan de los débiles dentro y fuera de los sitios de valor, ya que las victorias constantes contra éstos permiten el incremento de su valor de historial; por otro lado, el hacinamiento

en las zonas de ocupación puede jugar en contra de ambos, fuertes y débiles, mediante el «mecanismo de olvido»,

- 4) Cuando hay distribuciones de sitios de valor y lucha de clases, la frecuencia de movimiento, el «flujo», en las «zonas de flujo» depende de la geometría de los sitios de valor; el «mecanismo de olvido» se vuelve una «fuente» que proporciona movimiento, al debilitar a algunos fuertes en posiciones «desfavorables», convirtiéndolos en agentes débiles y antagonistas para sus antiguos compañeros de clase,
- 5) La diferencia de jerarquía, σ , cuando hay lucha de clases en los sitios de valor, depende de la geometría de éstos, como resultado de 1), 2), 3) y 4), una geometría que limita el movimiento sin estancarlo genera un valor alto de σ , mientras una que lo limita estancándolo además genera un valor bajo de σ .

5.5. Alianzas

Además del valor estratégico o económico de los sitios y el «compañerismo de clase», la «solidaridad de clase» es el tercer valor que, como factor, juega un papel importante en la lógica del modelo de *Lucha de clases y Alianzas*, en relación a su complejidad creciente; por ello será el siguiente objetivo en el análisis.

Cuando los agentes valoran el compañerismo de clase, «aparecen» los compañeros y los antagonistas de clase, cuando valoran la «solidaridad de clase» aparecen las alianzas.

Se ha hecho un análisis lo suficientemente amplio de los resultados, tanto de las distribuciones de sitios de valor como de la lucha de clases, como para contar con una explicación lo suficientemente general acerca de la lógica, o «dinámica de movimiento», cuando «entran en juego» estos factores, los valores mencionados, en el modelo. Ya no será necesario repetir lo que se discutió con amplitud para el caso en las secciones anteriores, sólo se hará uso de ello, si es necesario, citando el caso correspondiente —al que puede recurrirse, en los incisos de las conclusiones de cada sección—.

Así, un vistazo rápido sobre la gráfica de la superficie de nivel Surf.1.c), no revela, no de manera inmediata, un patrón, tendencia o frecuencia en la ocupación, pero el histograma Histo.1.c), comparándolo con el correspondiente a la lucha de clases, Histo.1.b), revela mucho acerca de la dinámica de movimiento. Histo.1.b) muestra una «alteración» a la «dinámica» de la primera mitad del tiempo; en la segunda mitad del tiempo de evolución empieza la lucha de clases, sólo que, a diferencia de la situación anterior, la de lucha de clases sin alianzas, los agentes

ya no sólo valoran el «compañerismo de clase» y se abstienen de atacar a sus compañeros de clase, sino que valoran también la «solidaridad de clase» y apoyan a sus compañeros de clase —recuérdese la significación que, con respecto de estos valores, se explicó en el apartado 1 de la sección 3 del capítulo 3—; así que, cuando un agente débil, ya sea que ataque a un fuerte para ocupar su posición, ya sea que defienda su posición del ataque de un antagonista de clase, se fortalecerá con el apoyo de un compañero de clase, vecino próximo suyo, si lo encuentra.

El crecimiento de una «clase media» —no es una tercera clase, son agentes fuertes y débiles cuyo valor de historial tiende al valor medio de historial \bar{h} — revela que a pesar de la libertad de movimiento, que implica que no es frecuente la formación de grupos de agentes de la misma clase, los agentes débiles tienen oportunidades para establecer alianzas; por otro lado, al comparar en el diagrama de fase correspondiente, «Fuertes Vs. Alianzas», en Diag.1, el valor de σ , se observa que éste es menor que del *Bonabeau puro* —recuérdese que la concentración analizada es la de los resultados, $\rho = 0,5$ —.

Los agentes tienen libertad para moverse, y, según se ve en el diagrama de fase para «Fuertes Vs. Alianzas», en Diag.1, aun para $\rho = 0,4$ hay contacto frecuente entre agentes de la clase débil como para establecer alianzas. El «desplazamiento» de las frecuencias, tanto de los historiales por debajo como de los que están arriba del historial medio \bar{h} , según un cálculo por «apreciación» del histograma Histo.1.c), que se evidencía cuando se compara con el histograma de la situación anterior, cuando no había alianzas, Histo.1.b), significa que las alianzas entre agentes débiles fortalecen a la clase débil y debilitan a la fuerte.

Lo que supone que, si se comparan los resultados para «Fuertes Vs. Débiles» con los de «Fuertes Vs. Alianzas», los agentes tienen suficiente libertad para moverse por la red, de manera que no quedan «atrapados» en grupos con agentes de su clase, pero, aun cuando no queden «atrapados», el contacto con agentes tanto de su clase como de la antagonista es frecuente.

Que haya zonas de la red donde se agrupen los agentes es cuestión de azar. La superficie de nivel Surf.1.c) no muestra un patrón, con respecto de la ocupación, para los «cúmulos» de agentes que ahí se ven, pero muestra que hay estos cúmulos, y en estos grupos hay agentes de ambas clases, fuertes y débiles. Por otro lado, no hay nada relacionado con la lógica del modelo que impida la formación de grupos de agentes de la misma clase, que los haya es, también, cuestión del azar. Mas, atendiendo a lo mostrado en los resultados, se infiere de ellos que la «dinámica de movimiento», cuando no hay sitios de valor, permite la suficiente libertad en el movimiento de los agentes, como para separarlos en dos clases, como muestra Histo.1.b), y, a la vez, la frecuencia de contacto entre agentes débiles suficiente como para que las alianzas de

éstos «desplacen» a las clases fuertes y débiles hacia el historial medio, como se ve en Histo.1.c).

5.6. Alianzas en las distribuciones de sitios de valor atractivo

Se considerarán para el análisis general de los sitios de valor los resultados para la *Cruz*; la razón de esto radica, como en su caso para la lucha de clases, por la característica peculiar de su geometría, que además permite la percolación; así que, lo particular de sus características la hacen un buen candidato para inferir la «dinámica general de movimiento» detrás de las alianzas.

Como ya se sabe, en la primera mitad del tiempo de evolución del sistema la «dinámica de movimiento» es la del *Bonabeau modificado*, en la segunda mitad comienza la lucha de clases, pero ahora, además, los agentes valorarán la «solidaridad de clases», y esto significa que establecerán alianzas de clase. Que la «dinámica de movimiento» durante la segunda mitad del tiempo sea la de la lucha de clases, debe esclarecer que el referente para determinar cuánto alteran aquella «dinámica» las alianzas sean los resultados de la lucha de clases sin alianzas; a partir de los resultados de la lucha de clases sin alianzas se determinará el «desvío» cuando hay lucha de clases y además alianzas de clase.

Entonces, un vistazo sobre la superficie de nivel Surf.4.c), al compararla con Surf.4.b), muestra que el color se vuelve de una tonalidad definida, se ha puesto macizo, en el cuadrante sur-oeste hacia el centro; esto significa que el movimiento ha aumentado en frecuencia, y con él la frecuencia de ocupación. Ahora, y por otro lado, la comparación de los diagramas de fase «Fuertes Vs. Débiles» y «Fuertes Vs. Alianzas», en Diag.4, muestra también una «alteración» a la «dinámica» de la primera mitad del tiempo de evolución del sistema; la diferencia de jerarquía, σ , es menor numéricamente cuando hay alianzas; y esto significa, cualitativamente hablando, que los fuertes ya no pueden ir por ahí en la red «causando estragos», «entronizándose» en los sitios de valor, y «valiéndose» de los débiles, usándolos como «sparrings», para incrementar su fuerza, como ocurría cuando no había alianzas de clase entre los débiles.

Los fuertes encuentran «alianzas fuertes» de agentes débiles, las cuales, al entrar en pelea con los fuertes, tienen probabilidades de vencerlos y, al ir acumulando estas alianzas victorias consecutivas, debilitarlos hasta hacerlos pasar a la clase débil. Obsérvese una característica «buena», si lo que se quiere es mantener σ numéricamente bajo, del «mecanismo» de las alianzas: si las victorias de las alianzas son frecuentes, esto puede hacer que un sector de agentes débiles pasen a la clase fuerte después de un cierto tiempo, pero, al ocurrir esto, se volverán antagonistas

de las alianzas de débiles, y serán blanco de sus ataques; cabe esperar que volverán a la clase débil.

Las alianzas, pues, proporcionan un «mecanismo» a la «dinámica» que mantiene la diferencia de jerarquía, σ , en un nivel relativamente bajo, sobre todo a concentraciones altas de agentes en la red, como se aprecia en Diag.4. Según se ve ahí, las alianzas son más efectivas para mantener bajo el valor de σ para valores de ρ tales que $\rho > 0,4$; parece sencilla la razón de que a concentraciones bajas, para $0 < \rho \leq 0,4$, el valor de σ para «Fuerzas Vs. Alianzas» sea ligeramente mayor que para la *Cruz*, «Cruz» —aunque menor que para la lucha de clases, «Fuerzas Vs. Débiles»—, como puede verse en el diagrama de fase en Diag.4; a concentraciones bajas de agentes en la red, y a pesar que las distribuciones de sitios de valor y la lucha de clases limitan, o «estancan», el movimiento, haciéndolo que predomine hacia las «zonas de flujo» en la red, parece haber el suficiente espacio en tales zonas como para reducir la concentración de grupos de agentes, «dificultando» a los agentes débiles el encontrar compañeros de clase para establecer alianzas. Conforme crece la concentración de agentes en la red, es razonable esperar que, debido al hacinamiento en las zonas de movimiento, las concentraciones de agentes altas proporcionen la proximidad de agentes de la misma clase suficiente para establecer alianzas de clase frecuentemente.

Ahora, y para completar con la discusión de los resultados, cuando se comparan Histo.4.b) con Histo.4.c) se observa una frecuencia muy alta de agentes con valores de historial próximos a un estimado, según puede apreciarse en un vistazo en el histograma, valor del historial medio, \bar{h} , en Histo.4.c); hay, también, una «cola» de frecuencias muy bajas de agentes con valores de historial muy pequeños. Éstos pueden ser agentes «mal» posicionados, rodeados de compañeros de clase, o alejados de las zonas de valor, que no son atacados y tampoco atacan, por lo que no se benefician de las alianzas y son debilitados por el «mecanismo de olvido».

Es necesario, al ver estos grupos que no alcanzan a beneficiarse de las alianzas de clase, preguntarse si las alianzas alcanzan a beneficiar siempre a los agentes débiles, ayudándolos a aumentar el valor de su historial; puede suceder que algunas ocasiones se establezcan alianzas con, o entre, compañeros de clase muy débiles, con lo que el «mecanismo» —véase para esto la sección 4 del capítulo 3— de la alianza no «beneficia mucho» al agente ya para defenderse ya para atacar; sin embargo, apoyándose en lo que se observa en los resultados, las alianzas benefician, generalmente, a la clase débil; esas frecuencias, pequeñas si se las compara con las demás en el histograma, en Histo.4.c) es más probable que se deban a la «posición desfavorable» de los agentes, que no les permite beneficiarse de las alianzas, que a una «mala», o escasa,

efectividad del «mecanismo de alianza».

De lo discutido aquí se concluye que,

- 1) Las alianzas hacen «fluir» el movimiento, ya «ralentizado» por la lucha de clases, de los agentes en las «zonas de flujo», y de manera general en la red, concentrándolo, si cabe, aún más, en zonas específicas dentro del rango de las «zonas de flujo»,
- 2) Las alianzas entre agentes débiles benefician, de manera general, a los agentes de esta clase, al «equilibrar» su probabilidad de vencer en sus peleas contra los fuertes, resultando de estos triunfos un aumento del valor del historial de los agentes débiles y una disminución del de los agentes fuertes,
- 3) El «mecanismo» de las alianzas mantiene bajo el valor de la diferencia de jerarquía, σ , al imponer un «límite» a los agentes en la «clase media»: cada vez que uno de éstos logra pasar a la clase de los fuertes, se vuelve un antagonista de clase para los débiles, se defenderán de él y le atacarán, así mismo, en alianza,
- 4) Hay grupos de agentes que no pueden beneficiarse del «mecanismo» de las alianzas, como un resultado de la lucha de clases y la escasez de sitios de valor, pues estos agentes se encuentran en posiciones «desfavorables», en las que el «mecanismo de olvido» actúa en contra de ellos.

5.7. Fuertes en «pie de guerra»

Éste es el último caso, y corresponde, como situación, a una lucha de clases en la que sólo una de las clases valora el «compañerismo de clase» y la «solidaridad de clase». En verdad, esta situación no representa mayor complejidad en cuanto a la discusión de sus resultados, porque todo lo que se necesita para analizarlos ha sido discutido ya al analizar la lucha de clases y las alianzas de clase.

En la *Cruz*, según se aprecia en su correspondiente superficie de nivel, Surf.4.d), el movimiento de los agentes, que había sido localizado hacia el centro en el cuadrante sur-oeste por las alianzas, disminuye en frecuencia en aquellas «zonas de flujo» en que se había concentrado y vuelve a fluir hacia y en los sitios de valor.

Lo anterior se aprecia en todas las superficies de nivel, para las distintas distribuciones de sitios de valor atractivo en esta situación, Surf.2.d), Surf.3.d), Surf.4.d) y Surf.5.d), y si se pone especial atención a Surf.4.d y Surf.5.d), se notará que la «zona de flujo» sigue las distribuciones

de sitios de valor atractivo, la *Cruz* y la *Línea*, y el color aparece de una tonalidad «maciza», y ellas, tanto la *Cruz* como la *Línea* se ven «gruesas», si se las compara con Surf.4.c) y Surf.4.d); el movimiento de los agentes es fluido, aunque muy limitado, espacialmente.

Los fuertes están en «pie de guerra» —quizá creyendo en «sólo el más fuerte sobrevive»— y el resultado de esta guerra se aprecia, si se sigue poniendo atención a la *Cruz* y la *Línea*, en Histo.4.d) e Histo.5.d). Las alianzas siguen «equilibrando» los resultados hacia la clase débil, y los fuertes les ayudan, y unos y otros, alianzas y fuertes, «mantienen a raya» a los más fuertes entre los fuertes, pues, según se aprecia en el histograma, además de ser muy pocos, el orden del valor de sus historiales no rebasa 10δ —para esto, véase la sección 4 del capítulo 3—, y el valor de σ , para esta situación, es el más bajo, en los diagramas de fase, en todas las situaciones consideradas, con y sin distribuciones de sitios de valor atractivo.

Capítulo 6

Conclusiones

En cada sección del capítulo anterior se enunciaron las conclusiones que se seguían de lo discutido ahí. Se recordara que lo concluido fue:

Para las distribuciones de sitios de valor:

- 1) Las distribuciones de sitios de valor atractivo condicionan el movimiento de los agentes por la red, generando «zonas de flujo» en las zonas que corresponden a los sitios de valor y las colindantes con ellos,
- 2) Cuando los sitios de valor no son suficientes para ser ocupados por la totalidad de la concentración de agentes, de estos últimos, los que tienen los mayores valores numéricos de historial, «los más fuertes», se «asientan» en los sitios de valor,
- 3) El movimiento de los agentes, cuando se da 2) se limita principalmente a las zonas dichas en 1) entrando y saliendo de los sitios de valor. Los fuertes pueden ver disminuido el valor de su historial debido al espacio reducido, que permite enfrentamientos frecuentes entre agentes fuertes. Los agentes con los valores más pequeños, numéricamente, de historial son echados fuera, pero pueden fortalecerse después de un tiempo y buscarán ingresar de nuevo.

Para la lucha de clases:

- 1) Al haber distribuciones de sitios de valor, la lucha de clases «ralentiza» la frecuencia de movimiento de los agentes; podría decirse que «estanca» el «flujo»,
- 2) En las «zonas de flujo», que son los sitios de valor y las zonas de la red colindantes con ellos, se distribuyen los agentes fuertes y débiles; como en las situaciones donde no hay lucha de clases, los más fuertes se «entronizan» en los sitios de valor, pero para permanecer

en ellos necesitan de los débiles tanto adentro, con los fuertes, como afuera, es decir dentro y fuera de los sitios de valor,

- 3) Cuando hay distribuciones de sitios de valor y lucha de clases, hay dos «mecanismos» que permiten el incremento de jerarquía de los fuertes y uno que lo hace caer: los fuertes necesitan de los débiles dentro y fuera de los sitios de valor, ya que las victorias constantes contra éstos permiten el incremento de su valor de historial; por otro lado, el hacinamiento en las zonas de ocupación puede jugar en contra de ambos, fuertes y débiles, mediante el «mecanismo de olvido»,
- 4) Cuando hay distribuciones de sitios de valor y lucha de clases, la frecuencia de movimiento, el «flujo», en las «zonas de flujo» depende de la geometría de los sitios de valor; el «mecanismo de olvido» se vuelve una «fuente» que proporciona movimiento, al debilitar a algunos fuertes en posiciones «desfavorables», convirtiéndolos en agentes débiles y antagonistas para sus antiguos compañeros de clase,
- 5) La diferencia de jerarquía, σ , cuando hay lucha de clases en los sitios de valor, depende de la geometría de éstos, como resultado de 1), 2), 3) y 4), una geometría que limita el movimiento sin estancarlo genera un valor alto de σ , mientras una que lo limita estancándolo además genera un valor bajo de σ .

Para las Alianzas:

- 1) Las alianzas hacen «fluir» el movimiento, ya «ralentizado» por la lucha de clases, de los agentes en las «zonas de flujo», y de manera general en la red, concentrándolo, si cabe, aún más, en zonas específicas dentro del rango de las «zonas de flujo»,
- 2) Las alianzas entre agentes débiles benefician, de manera general, a los agentes de esta clase, al «equilibrar» su probabilidad de vencer en sus peleas contra los fuertes, resultando de estos triunfos un aumento del valor del historial de los agentes débiles y una disminución del de los agentes fuertes,
- 3) El «mecanismo» de las alianzas mantiene bajo el valor de la diferencia de jerarquía, σ , al imponer un «límite» a los agentes en la «clase media»: cada vez que uno de éstos logra pasar a la clase de los fuertes, se vuelve un antagonista de clase para los débiles, se defenderán de él y le atacarán, así mismo, en alianza,

- 4) Hay grupos de agentes que no pueden beneficiarse del «mecanismo» de las alianzas, como un resultado de la lucha de clases y la escasez de sitios de valor, pues estos agentes se encuentran en posiciones «desfavorables», en las que el «mecanismo de olvido» actúa en contra de ellos.

Puede parecer, a quien esté familiarizado con la ética, o la sociología, que los resultados que se muestran en las superficies de nivel, referentes a las restricciones al movimiento de los agentes, son «naturales», pues las normas morales y sociales, que representan restricciones a las acciones individuales en favor del bienestar social, se formulan teniendo presentes ciertos valores.

Mas, como se advirtió en su momento, debe tenerse cuidado con una interpretación demasiado libre acerca de los resultados de un modelo «tan matemático» como el que aquí se ha usado. Y en el que, como también se advirtió ya, la valoración de los agentes no posee matices, es una valoración en «blanco y negro».

Lo anterior se ha traído para llamar la atención acerca de que, efectivamente, quien éste familiarizado con cierta-forma-de-ver-el-mundo, quien esté familiarizado a verlo con una «mirada axiológica», encontrará «semejanzas» con hechos que se dan en la realidad social.

Y es que, los valores aquí considerados, el «compañerismo de clase» y la «solidaridad de clase», como los valores económicos, estratégicos, etc., de los sitios valor, se ha mostrado aquí, imponen *necesariamente* restricciones a la acción, o movimiento, de los agentes; y es así, porque detrás de ellos, de manera más fundamental, hablando aquí en términos de lógica, han de suponerse, para cumplirlos, ciertas reglas para su aplicación en casos concretos.

El modelo *Lucha de clases y Alianzas*, se ha mostrado, es una generalización del *Bonabeau modificado*, como éste lo es del *Bonabeau puro*.

Hay un punto que puede y debe ser refinado al tratar este problema con más amplitud. La forma en que trabajan las alianzas es intuitiva: el «factor de alianza» que representa el historial de la alianza es un factor que fue introducido de manera intuitiva, buscando que el factor de fortaleza agregado al agente por la alianza estuviera en función del estatus del agente con que se alía. Este punto del modelo, como se escribió, puede ser refinado y mejorado.

Se mostró en, términos generales, cualitativamente, por las conclusiones obtenidas de la discusión de los resultados, y cuantitativamente, por los resultados, qué condiciones han de darse para generar valores grandes de σ , y cuáles para generar valores pequeños de σ .

Se mostró, entonces, que el objetivo que se pretendía fue cumplido: se optimizó el *Bonabeau modificado*, obteniéndose su generalización en el de *Lucha de clases y Alianzas*, y se exploró, en términos de lógica, en las posibilidades de éste, obteniéndose una gran cantidad de información

cualitativa y cuantitativa acerca de las relaciones entre los sitios de valor, el historial de los agentes, el movimiento en la red y la complejidad emergente, tasada en el valor de σ .

Es muy interesante y atrayente pensar en las posibles implicaciones que posteriores refinamientos al modelo, al introducir valoraciones «matizadas», puedan mostrar. *Lucha de clases y Alianzas*, el modelo de *sociofísica* que ha resultado de este trabajo, puede verse como una fase inicial; faltan numerosos refinamientos posteriores para adecuarlo, para que refiera, como lenguaje formal, correctamente a la realidad. Su alcance *real* sólo podrá probarse al contrastar lo predicho por el modelo con la realidad objetiva.

Mas, corresponderán los refinamientos y las contrastaciones con la realidad objetiva a un estudio posterior.

Bibliografía

- Arnold O. Allen. Simulación digital. In A. F. Cárdenas L. Presser and M. A. Marín, editors, *Ciencias de la computación. Volumen 2: Lenguajes, Traductores y Aplicaciones*. Limusa-Wiley, México, 1972.
- E. Bonabeau, G. Theraulaz, and J.J. Deneubourg. Phase diagram of a model of self-organizing hierarchies. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, 217(3-4):373–392, 1995.
- Eli de Gortari. Método del discurso científico. In *El método dialéctico*. Grijalbo, México, 1970.
- William S. Dorn and Herbert J. Greenberg. *Matemáticas y computación con programación FORTRAN*. Limusa-Wiley, México D.F., 1970.
- Robert S. Hartman. *La estructura del valor*. FCE, México, 1959.
- Robert S. Hartman. *El conocimiento del bien*. FCE, México, 1965.
- Robert S. Hartman. La axiomática del valor. *Diánoia*, 12(12):104–131, 1966.
- Thomas S. Kuhn. Objetividad, juicios de valor y elección de teoría. In *La tensión esencial*. FCE, México, 1982.
- Thomas S. Kuhn. ¿qué son las revoluciones científicas? In *¿Qué son las revoluciones científicas? y otros ensayos*. ICE/UAB Paidós, Barcelona, 1989.
- Thomas S. Kuhn. Las revoluciones como cambios en la concepción del mundo. In *La estructura de las revoluciones científicas*. FCE, México, 1996.
- Robert K. Merton. La estructura normativa de la ciencia. In *La sociología de la ciencia: investigaciones teóricas y empíricas, Volumen 2*. Alianza Editorial, Madrid, 1985.
- G. G. Naumis, M. del Castillo-Mussot, L. Perez, and G. Vazquez-Fonseca. Phase transition and diffusivity in social hierarchies with attractive sites. *Physica A: Statistical and Theoretical Physics*, 369(2):789–798, 2006.

Gerardo G. Naumis. Física y sociedad. In O. Miramontes and K. Volka, editors, *Fronteras de la física en el siglo XXI*, pages 309–338. CopIt-arXives/UNAM, México, 2013.