



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
ENERGÍA – PROCESOS Y USO EFICIENTE DE LA ENERGÍA

**ANÁLISIS MAGNÉTICO Y MECÁNICO DE LAS BOBINAS DE CAMPO
TOROIDAL DEL TOKAMAK TPM1**

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
UZZIEL CALDIÑO HERRERA

TUTOR PRINCIPAL
DR. JUAN LUIS FRANCOIS LACOUTURE
FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Sergio Cuevas García
Secretario: Dr. Juan Luis Francois Lacouture
Vocal: Dr. José J. E. Herrera Velázquez
1^{er.} Suplente: Dr. Jaime Baltazar Morales Sandoval
2^{d o.} Suplente: Dr. Martín de Jesús Nieto Pérez

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: Instituto de Energías Renovables, UNAM
Facultad de Ingeniería, UNAM

TUTOR DE TESIS:

Dr. Juan Luis Francois Lacouture

FIRMA

A mis padres, que me inculcaron el valor de la responsabilidad, perseverancia y dedicación. Y aun más importante, me inculcaron el temor de Dios. A ellos que en todo momento me dieron su apoyo.

Agradecimientos

A mi padre y a mi madre.

A mi hermana Nadia por mostrarme que la vida se trata no sólo de querer, sino de esforzarse por lograr tus objetivos.

A la Universidad Nacional Autónoma de México

A mi asesor, el Dr. Juan Luis Francois por su paciencia y tiempo para llevar a cabo este trabajo.

Al Dr. Jaime Baltazar Morales Sandoval por su apoyo en instrucción en muchos de los temas que aquí se abarcan.

Al Dr. Julio Herrera por sus consejos y su apoyo.

Al Dr. Martín Nieto Pérez por el apoyo y las facilidades prestadas para poder trabajar con el TPM-1 del CICATA-Querétaro.

Al Dr. Sergio Cuevas García por sus comentarios y sugerencias para mejorar este trabajo

A mis compañeros del Instituto de Energías Renovables. De cada uno de ustedes aprendí algo y si la vida nos lleva por caminos diferentes voy a recordar lo aprendido.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

Uzziel Caldiño Herrera

Índice general

Resumen	1
Introducción	3
1. Fusión nuclear.	8
1.1. Principios físicos de fusión nuclear.	8
1.1.1. Plasma	9
1.1.2. Condiciones para la fusión	11
1.2. Confinamiento magnético	14
1.2.1. Tokamak	18
1.2.2. Stellarator	20
1.3. Desarrollo histórico	20
1.4. Desarrollo de la fusión nuclear en México	24
1.4.1. Novillo	24
1.4.2. Tokamak T	27
1.4.3. TPM-1	28
2. Problemática	32
2.1. Condiciones actuales del TPM-1	32
2.1.1. Sistema eléctrico	33
2.2. Objetivo y alcances	35
2.2.1. Bobinas de campo toroidal	35
3. Conceptos y principios básicos	41
3.1. Electromagnetismo	41
3.1.1. Ley de Biot-Savart	41
3.2. Diseño Mecánico	45
3.2.1. Esfuerzos mecánicos	45
3.2.2. Deformación	47

3.2.3.	Diagrama esfuerzo-deformación	48
3.2.4.	Ley de Hooke	50
3.2.5.	Fallas por fatiga.	51
4.	Condiciones electromagnéticas en el TPM-1	54
4.1.	Rizo	56
4.2.	Restricciones físicas	56
4.3.	Campo magnético toroidal	61
4.3.1.	Cálculos para 16 bobinas	62
4.3.2.	Cálculos para 15 bobinas	64
4.3.3.	Cálculos para 12 bobinas	66
4.4.	Selección de la configuración de bobinas	67
4.5.	Fuerzas magnéticas	71
4.5.1.	Fuerzas en una sola bobina	71
4.5.2.	Fuerza entre bobinas	75
5.	Diseño de una sola bobina	82
5.1.	Análisis mecánico	84
5.2.	Fatiga en la resina epoxi	93
6.	Diseño de soportes	95
6.1.	Elementos para los soportes	95
6.1.1.	Base de soportes	96
6.1.2.	Soportes inferior y superior	96
6.1.3.	Abrazadera de bobina	97
6.1.4.	Abrazadera central	98
6.1.5.	Anillo superior de soporte de carga	99
6.1.6.	Ensamble	100
6.2.	Análisis mecánico de los componentes de los soportes	101
6.2.1.	Análisis de la base de los soportes	102
6.2.2.	Análisis del Soporte inferior	103
6.2.3.	Análisis del Soporte superior	105
6.2.4.	Análisis de la abrazadera de bobina	106
6.2.5.	Análisis de la abrazadera central	107
6.2.6.	Análisis del anillo superior de soporte de carga	108
6.3.	Ensamble total	109
	Conclusiones	112

A. Campo magnético toroidal	114
B. Planos de piezas	119
Bibliografía	126

Índice de figuras

1.	Consumo energético mundial.	4
1.1.	Energía de enlace por nucleón	9
1.2.	Reacciones de fusión más estudiadas.	10
1.3.	Función de distribución de velocidades maxwellianas para los átomos de un gas en equilibrio térmico	12
1.4.	Secciones eficaces de diferentes reacciones de fusión	13
1.5.	Valor del producto $n\tau$ en función de la temperatura T para el criterio de Lawson y el criterio de ignición	14
1.6.	Deriva producida por la acción de una campo \vec{B} y una fuerza externa g	16
1.7.	Movimiento de partículas en un campo magnético no homogéneo	17
1.8.	Movimiento de partículas en un campo magnético no homogéneo	17
1.9.	Campos magnéticos en la configuración del Tokamak	18
1.10.	Esquema de un tokamak	19
1.11.	Stellerators	21
1.12.	El primer tokamak. Dispositivo T1 en el Instituto Kurchatov en Moscú.	23
1.13.	Cámara de vacío del tokamak Novillo	27
1.14.	Tokamak Novillo	28
1.15.	Proyecto del Tokamak T	29
1.16.	Cámara de vacío del TPM-1	31
1.17.	Estado actual del TPM-1	31
2.1.	Vista rederizada de la cámara de vacío del TPM-1	33
2.2.	Diagrama de la red de formación pulsada	34
2.3.	Dibujo esquemático de la cámara de vacío y 16 bobinas concéntricas a su sección transversal	39
2.4.	Vista superior de la cámara de vacío con bobinas concéntricas su sección transversal.	39
3.1.	Espira sobre el plano XY y centrada en el origen.	42

3.2. Espira de corriente	43
3.3. Diagrama de un cuerpo con fuerzas externas e internas	46
3.4. Estado general de esfuerzos	47
3.5. Probeta de tensión en una máquina de ensayos	48
3.6. Diagrama esfuerzo-deformación unitaria	49
3.7. Esquema de esfuerzos en un eje al girar	52
4.1. Esquema de dimensiones para la excentricidad de la bobina.	57
4.2. Esquema de distancias en bobinas de campo toroidal con ancho de bobina w_{bob}	59
4.3. Determinación del desplazamiento máximo para una bobina de campo toroidal	60
4.4. Variación del rizo con respecto al desplazamiento para una configuración de 16 bobinas.	63
4.5. Variación de B con respecto a la posición angular ϕ	65
4.6. Campo magnético B para 15 bobinas	65
4.7. Variación del rizo con respecto al desplazamiento para una configuración de 12 bobinas.	66
4.8. Campo magnético en un plano paralelo a una de las bobinas.	68
4.9. Campo magnético toroidal producido por la configuración final	68
4.10. Campo magnético toroidal producido por la configuración final en un solo cuadrante.	69
4.11. Campo magnético vs desplazamiento angular entre dos bobinas	69
4.12. Esquema de configuración final de bobinas.	70
4.13. Esquema con vista a detalle de la posición de las bobinas de campo toroidal	70
4.14. Caso general de dos espiras de corriente en una bobina.	71
4.15. Corte transversal en una bobina.	74
4.16. Corte de una bobina, sección de los conductores	74
4.17. Campo magnético producido por la espira 1 en las 35 espiras restantes.	75
4.18. Fuerzas producidas por la espira 1 en las 35 espiras restantes.	75
4.19. Fuerzas producidas por la espira 1 en las 35 espiras restantes.	77
4.20. Dirección de las fuerzas en los conductores en una sola bobina	77
4.21. Magnitud de la fuerza (en Newtons) en cada conductor en una sola bobina	78
4.22. Fuerzas en las espiras (en Newtons) de una bobina	78
4.23. Direcciones de $d\vec{B}$ y $d\vec{F}$ causadas por las otras 15 bobinas.	80
4.24. Diferenciales de fuerza $d\vec{F}$ causadas por las otras 15 bobinas.	80

4.25. Fuerzas actuando sobre una bobina.	81
5.1. Direcciones de las fuerzas en cada pared.	83
5.2. Perfil de las bobinas circulares	84
5.3. Restricciones de movimiento en la bobina.	85
5.4. Fuerzas en las bobinas para el análisis estático	86
5.5. Fuerzas y sujeciones en las bobinas para el análisis estático	86
5.6. Esfuerzos presentes en el encapsulado de 2.5 mm	87
5.7. Deformaciones unitarias presentes en el encapsulado de 2.5 mm	87
5.8. Desplazamientos presentes en el encapsulado de 2.5 mm	88
5.9. Esfuerzos presentes en el encapsulado de 5 mm	88
5.10. Deformaciones unitarias presentes en el encapsulado de 5 mm	89
5.11. Desplazamientos presentes en el encapsulado de 5 mm	89
5.12. Esfuerzos para encapsulado de 2.5 mm (nueva condición de frontera).	90
5.13. Deformaciones unitarias para encapsulado de 2.5 mm (nueva condición de frontera).	91
5.14. Desplazamientos para encapsulado de 2.5 mm (nueva condición de frontera).	91
5.15. Esfuerzos para encapsulado de 5 mm (nueva condición de frontera).	92
5.16. Deformaciones unitarias para encapsulado de 5 mm (nueva condición de frontera).	92
5.17. Desplazamientos para encapsulado de 5 mm (nueva condición de frontera).	93
5.18. Resultados de los ensayos de fatiga para resina epoxi como adhesivo.	94
6.1. Base de los soportes.	96
6.2. Soporte inferior.	97
6.3. Soporte superior	98
6.4. Abrazadera de bobina.	99
6.5. Abrazadera central.	99
6.6. Anillo superior de soporte de carga	100
6.7. Ensamble de los componentes de los soportes.	101
6.8. Esfuerzos en la base de los soportes.	103
6.9. Deformaciones unitarias en la base de los soportes.	103
6.10. Desplazamientos en la base de los soportes.	104
6.11. Esfuerzos en el soporte inferior.	104
6.12. Deformaciones unitarias en el soporte inferior.	104
6.13. Desplazamientos en el soporte inferior.	105
6.14. Esfuerzos en el soporte inferior.	105

6.15. Deformaciones unitarias en el soporte inferior.	106
6.16. Desplazamientos en el soporte inferior.	106
6.17. Esfuerzos en la abrazadera de bobina.	107
6.18. Deformaciones unitarias en la abrazadera de bobina.	107
6.19. Desplazamientos en la abrazadera de bobina.	108
6.20. Esfuerzos en la abrazadera central.	108
6.21. Deformaciones unitarias en la abrazadera central.	109
6.22. Desplazamientos en la abrazadera central.	109
6.23. Esfuerzos en el anillo superior.	110
6.24. Deformaciones unitarias en el anillo superior.	110
6.25. Desplazamientos en el anillo superior.	111
6.26. Ensamble de los 16 soportes.	111
A.1. Posición de las bobinas en la geometría de toroide.	115
A.2. Vectores en la espira de corriente.	116
A.3. Vectores en la espira para conocer \vec{r}	117

Índice de tablas

1.1. Eventos clave en el desarrollo de la fusión nuclear	25
1.2. Parámetros de Novillo	26
1.3. Parámetros de TPM-1	30
2.1. Parámetros para el pulso de salida del conjunto PFM-Marx	34
2.2. Parámetros fijos del diseño	36
2.3. Propiedades físicas del cobre	38
4.1. Intervalo del desplazamiento (excentricidad) para diferentes configura- ciones de bobinas	61
4.2. Rizo en borde interior, centro y borde exterior de la cámara para 16 bobinas.	64
4.3. Parámetros finales de las bobinas de campo toroidal.	67
4.4. Fuerzas por espira	76
4.5. Fuerzas entre bobinas para una bobina en el plano XZ	81
5.1. Fuerzas resultantes en una bobina.	83
5.2. Propiedades de la resina epoxi sin reforzar	84
5.3. Valores máximos de los resultados de análisis estático.	93
6.1. Fuerzas que actúan en el conjunto de bobinas.	95
6.2. Propiedades mecánicas del Nylamid-M	102
6.3. Propiedades mecánicas del Acero inoxidable 316	102

Resumen

Las dos principales líneas de investigación en torno a la producción de energía por reacciones de fusión son el confinamiento inercial y el confinamiento magnético. Actualmente se logra producir reacciones de fusión con ambas tecnologías, sin embargo, la energía invertida para lograr estas reacciones es mayor que la obtenida de las reacciones. La meta del confinamiento magnético es lograr llevar al plasma a un estado de ignición, donde la energía necesaria para mantener las condiciones de fusión sea suministrada por las mismas reacciones de fusión. El problema para lograr esto se encuentra principalmente en las inestabilidades del plasma, por lo que es necesario conocer el comportamiento de este estado de la materia bajo condiciones de fusión. Para el estudio del plasma se han desarrollado distintas máquinas, y en más de 50 años de investigación, los conocimientos en torno al plasma, su comportamiento, sus inestabilidades, han permitido un mayor entendimiento de las condiciones necesarias para alcanzar la fusión nuclear controlada como alternativa viable tanto económica como tecnológicamente.

En México, el Centro de Investigación en Ciencias Aplicadas y Tecnología Avanzada trabaja en el desarrollo de una máquina de confinamiento magnético para estudiar plasmas. El proyecto se encuentra en desarrollo y se cuenta con una cámara para el plasma. Para poder operar la máquina es necesario construir diferentes sistemas, uno de ellos son las bobinas de campo toroidal. En este trabajo se analiza el funcionamiento de este sistema bajo las condiciones de operación deseada, a fin de obtener los parámetros mecánicos y magnéticos mínimos para garantizar el correcto funcionamiento de la máquina. Dentro de los resultados obtenidos, se pueden mencionar los siguientes:

- La determinación de la configuración ideal para las bobinas de acuerdo al parámetro de un rizo menor al 5%. Esta configuración involucra el tamaño de las bobinas, la posición de las mismas, y el número de bobinas.
- El análisis y cálculo de las fuerzas producidas por la interacción magnética para cada bobina y para la interacción entre todas las bobinas que componen

el sistema.

- La elaboración de una propuesta para el diseño de los soportes que cumplen con los criterios establecidos para la operación de la máquina. En este caso se lleva a cabo un análisis mecánico de cada componente propuesto asegurando de esta manera estabilidad mecánica con factores de seguridad mayores a 1.5.
- El análisis del comportamiento magnético y mecánico de una sola bobina considerando la operación pulsada de la máquina. Con base en estos resultados se determina el espesor de encapsulado de resina epoxi para la bobina, considerando que el material se encuentra sometido a cargas repetidas (fatiga).

Introducción

En la actualidad la demanda energética está aumentado significativamente. Cualquier actividad económica consume energía; la agricultura, el transporte y los servicios la utilizan para cumplir con sus funciones. Estas actividades son indispensables para el desarrollo de la sociedad moderna (Ver Fig. 1).

Para dar una idea, según British Petroleum, el consumo energético en 2012 fue de 12476.6×10^6 toneladas equivalentes de petróleo, esto es, 522.37 EJ. Esto representó un aumento del 1.8% con respecto al 2011. China e India representaron casi el 90% del aumento neto en el consumo global de energía[1]. Lo que indica una tendencia de los países en vías de desarrollo a un mayor consumo de energía conforme su economía crece.

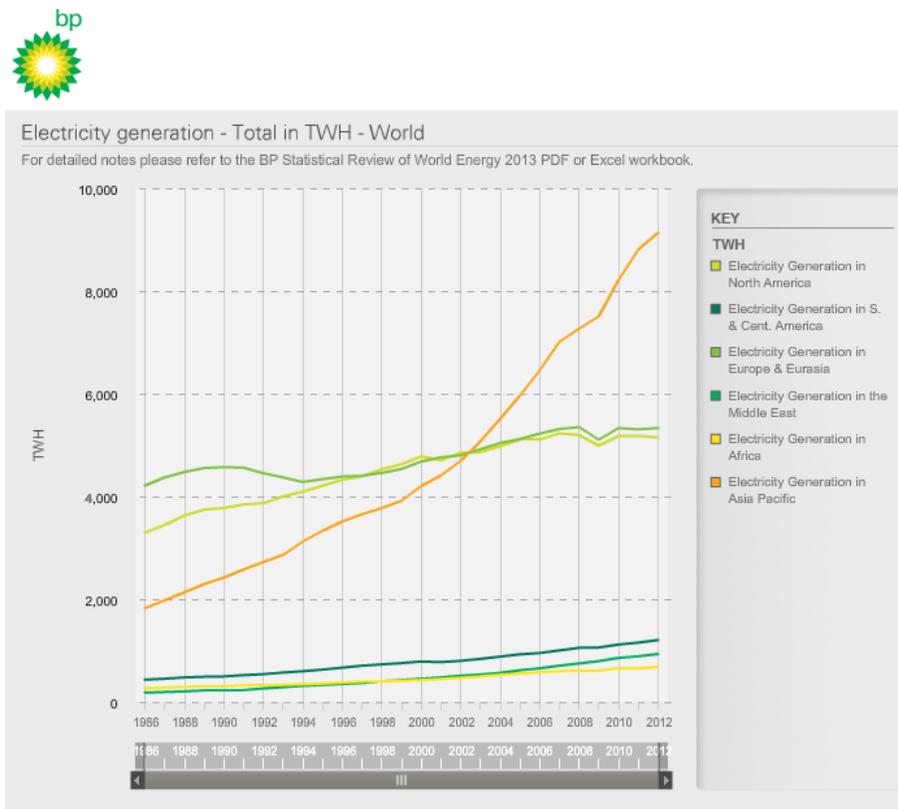
Por otro lado, el principal recurso energético proviene de combustibles fósiles que son petróleo, gas natural y carbón. La producción mundial de petróleo en 2012 fue de 4118.9 millones de toneladas[1] y el consumo mundial en el mismo año fue de 4130.5 millones de toneladas. Esto es, un aumento del 2.2% en la producción y 0.9% en el consumo con respecto al 2011. Las reservas de petróleo se calcularon para 2012 en 235.8 millones de toneladas o 1668.9 miles de millones de barriles, de los cuales, el 48.4% se encuentran en Medio Oriente[1].

La producción mundial de gas natural en 2012 fue de $3363.9 \times 10^9 m^3$, esto representa un aumento en la producción del 1.9% con respecto al 2011. Mientras que el consumo de este recurso energético en el 2012 fue de $3314.4 \times 10^9 m^3$, lo que implicó un aumento del 2.2% con respecto al 2011. En cuanto a las reservas probadas de este combustible son de $187.3 \times 10^{12} m^3$

Para el carbón se tiene una producción mundial en 2012 de 3845.3 millones de toneladas equivalentes de petróleo¹ lo que implica un aumento con respecto al 2011 del 2%. El consumo de este recurso fue de 3730.1 millones de toneladas equivalentes de petróleo, esto es, un aumento del 2.5% con respecto al 2011. Las reservas probadas de carbón son de 860 938 millones de toneladas.

¹1 tonelada equivalente de petróleo tiene un valor convencional de 11 630 kWh

Las proyecciones de crecimiento poblacional y económico a nivel nacional y mundial dejan ver que en algunas décadas será imposible cubrir las demandas energéticas mediante los combustibles convencionales.



Fuente: BRITISH PETROLEUM, *Statistical Review of World Energy*, Junio 2013

Figura 1: Consumo energético mundial.

Algunos factores que impedirán satisfacer la demanda energética nacional en un futuro son[5]:

1. La enorme cantidad de capacidad de generación eléctrica que, de acuerdo a lo proyectado, se requerirá en el año 2100, igual a más de 20 veces la capacidad de generación eléctrica instalada en el año 2010.
2. El agotamiento de las reservas de combustibles fósiles en México y en el mundo; combustibles que fueron aprovechados por el 73.9% de la infraestructura nacional de generación en el año 2010.

3. El aumento en el precio de los combustibles fósiles, derivado de su agotamiento
4. La imposibilidad de las fuentes de energía renovables para cubrir el grueso de la carga base requerida en cualquier país para asegurar el suministro de energía, debido a su intermitencia.

Es entonces evidente la necesidad de una alternativa energética capaz de satisfacer las demandas mundiales. Como se mencionó anteriormente, las energías renovables actualmente no podrían lograrlo debido a su intermitencia y a sus bajas eficiencias. Sin embargo, la energía nuclear cumple con lo necesario para cubrir paulatinamente los requerimientos energéticos mundiales. La tecnología de fisión se ha desarrollado de tal manera que en la actualidad el consumo energético mundial de esta fuente de energía es de 560.4 millones de toneladas equivalentes de petróleo[1], lo que representa el 4.49% del consumo mundial.

La otra cara de la energía nuclear es la fusión, ésta se encuentra en una etapa de investigación y desarrollo. Es una fuente energética prometedora ya que no emite gases de efecto invernadero, los desechos radiactivos son de bajo nivel y su combustible (Deuterio) es muy abundante² en el planeta (agua de mar). La investigación para lograr la fusión nuclear como recurso energético viable se concentra principalmente en dos líneas: el confinamiento inercial y el confinamiento magnético.

Este trabajo trata sobre el desarrollo de un dispositivo de fusión nuclear por confinamiento magnético conocido como *tokamak*. El tokamak TPM-1 se encuentra en el Centro de Investigación en Ciencias Aplicadas y Tecnología Avanzada (CICATA) en la ciudad de Querétaro. En capítulos posteriores se describen los conceptos de confinamiento magnético, tokamak y el proyecto del TPM-1.

Fusión nuclear

En 1967 Hans Bethe recibió el premio Nobel de Física por su trabajo ENERGY PRODUCTION IN STARS publicado en marzo de 1939. Este trabajo trata, como su nombre lo dice, de la manera en como las estrellas producen su energía.

A partir de núcleos de hidrógeno que se someten a grandes presiones provocadas por la propia masa del Sol, es posible vencer la barrera de Coulomb provocada por la carga positiva de ambos núcleos y fusionarlos en un nuevo núcleo más pesado y estable, teniendo como consecuencia la liberación de energía.

²El Tritio no se encuentra de manera natural en la tierra, sin embargo es posible obtenerlo a partir de reacciones nucleares a partir de Litio.

Lograr esto de manera controlada en la Tierra sería una solución al problema de recursos energéticos que afectaría al mundo en las próximas décadas. De alguna forma sería tener un pequeño Sol en la Tierra.

La dificultad principal de la fusión como una alternativa energética radica en lograr producir más energía de la que se invierte para lograrla. Para ello se realiza un importante esfuerzo a nivel mundial en cuanto a investigación se refiere.

Ventajas y desventajas

Ventajas[4]:

- El combustible utilizado para las reacciones es muy abundante. Una parte de cada 6500 en el agua es Deuterio
- No da lugar a productos radiactivos de larga vida media como resultado de la reacción nuclear, de tal forma que se puede considerar una energía limpia
- Las condiciones necesarias para la producción de energía dependen de ciertos parámetros que si se hacen variar ligeramente pueden apagar la reacción sin el problema de calor residual.

Desventajas:

- Las condiciones para lograr producir energía por este medio es tecnológicamente imposible en la actualidad. Esta es la razón de la gran inversión en el desarrollo tecnológico de esta área.
- Los intereses de la industria del petróleo y otras industrias de la energía van en contra de todo desarrollo que las pueda opacar.
- El Tritio no existe de manera natural en la Tierra, para obtenerlo es necesario una reacción nuclear del Litio, lo cual implica un costo elevado.

Estructura de la tesis

En el presente trabajo se lleva a cabo el diseño mecánico de las bobinas de campo toroidal para el tokamak TPM-1, para lo cual esta tesis se ha dividido en los siguientes seis capítulos:

1. En el primer capítulo se presentan un panorama de la fusión nuclear: principios de fusión, principios del confinamiento magnético en tokamaks y datos históricos de la fusión nuclear.
2. En el segundo capítulo se presenta el tokamak TPM-1, se plantea la problemática que se pretende resolver, así cómo las condiciones y restricciones del diseño.
3. En el tercer capítulo se muestran conceptos básicos de electromagnetismo y diseño mecánico que se utilizarán a lo largo de todo este trabajo.
4. En el cuarto capítulo se describen los fenómenos electromagnéticos producidos por las bobinas de campo toroidal, como los son campos magnéticos y fuerzas producidas por éstos, y la manera en cómo dichos fenómenos afectan en las dimensiones, las cotas y la configuración del tokamak.
5. En el quinto capítulo, con base en los datos obtenidos en el capítulo anterior, se realiza el diseño mecánico para una sola bobina, teniendo en cuenta su funcionamiento pulsado. Se verifican los resultados con simulaciones de la operación de las bobinas.
6. En el sexto capítulo se realiza un diseño mecánico conceptual para los soportes de las bobinas tomando en cuenta los resultados del capítulo tres. Asimismo se realiza su respectivo análisis y simulación para validar, dicho diseño.

Capítulo 1

Fusión nuclear.

La fusión nuclear es el proceso mediante el cual dos núcleos ligeros se unen para formar uno más pesado y estable. En el proceso se libera energía que está asociada al defecto de masa de los núcleos originales y los productos resultantes.

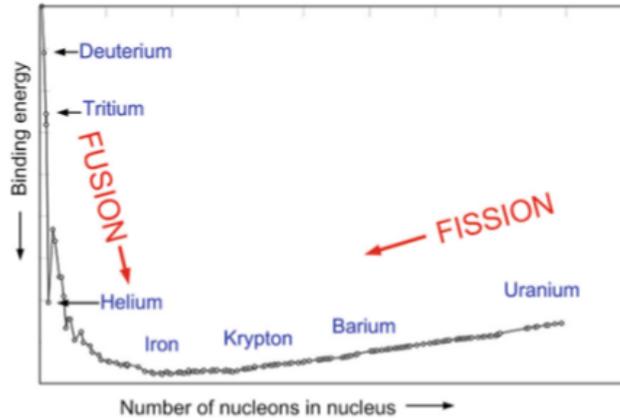
Mediante este proceso las estrellas producen su energía y así mismo, este fenómeno podría aprovecharse por la humanidad para producir energía útil.

1.1. Principios físicos de fusión nuclear.

Para lograr acercar los núcleos a distancias de orden nuclear es necesario vencer la repulsión eléctrica que ocurre debido a que los núcleos tienen cargas positivas. Esto se logra al hacer que los núcleos se acerquen entre sí con una velocidad inicial suficiente como para vencer la barrera de Coulomb.

La carga de los núcleos es proporcional a la fuerza de repulsión, por lo que utilizar núcleos como el de hidrógeno o de sus isótopos implica una menor velocidad inicial en los núcleos. La energía liberada en las reacciones nucleares es la energía de enlace por nucleón multiplicada por el número de nucleones. Se puede observar en la Figura 1.1 como la energía de enlace está presente al ir de elementos ligeros a elementos más pesados así como de elementos pesados a elementos ligeros. El pico en la gráfica se encuentra en el Hierro que es de los elementos más fuertemente unidos, por tanto, los procesos de fusión pueden llevarse a cabo hasta alcanzar al Hierro, de manera similar los procesos de fisión se desarrollan tratando de alcanzar la estabilidad de los núcleos, es decir, tratando de llegar al Hierro.

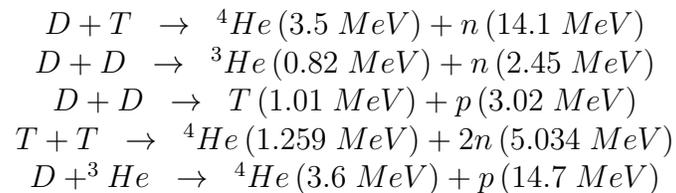
Se han obtenido fusiones de núcleos en aceleradores de partículas, y esto ha servido para conocer propiedades como secciones eficaces de diferentes reacciones y condiciones generales para poder llevar a cabo la fusión de dichos núcleos. A partir



Fuente: FRANCIS CHEN, *An Indispensable Truth*, Springer 2011

Figura 1.1: Energía de enlace por nucleón

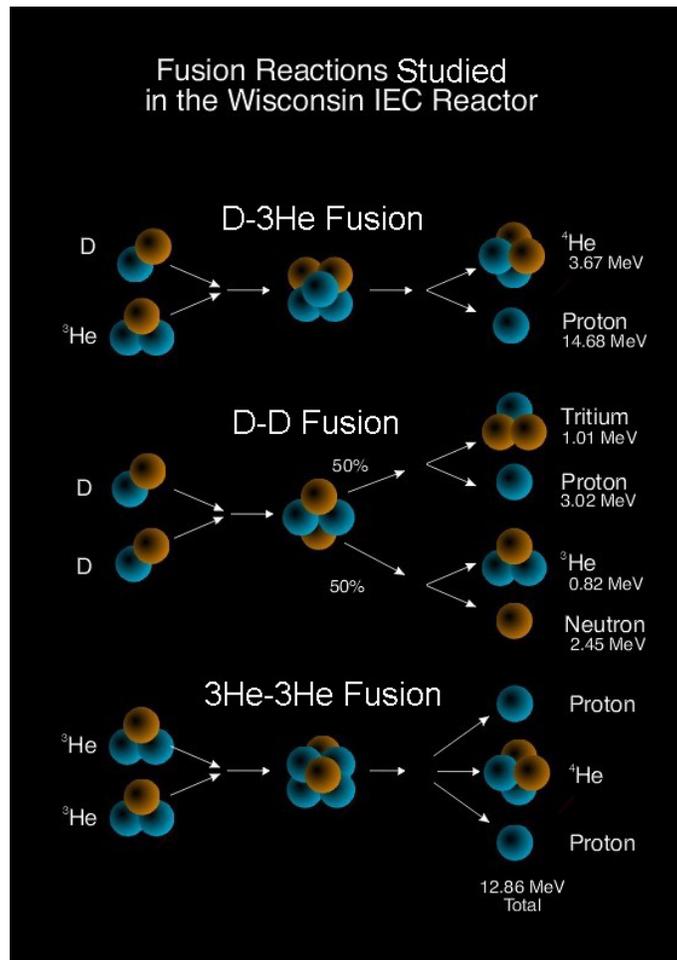
de estos datos obtenidos se determinaron las reacciones que requieren menores condiciones y por lo tanto las que se pretenden llevar a cabo. Las principales reacciones de fusión estudiadas son las siguientes[4] (Ver Figura 1.2).



1.1.1. Plasma

El plasma es un estado de la materia similar al gas; es considerado otro estado de la materia ya que tiene características propias que no se encuentran en los otros tres estados.

El plasma es un gas en el cual las moléculas o los átomos que lo conforman han perdido uno o más electrones. Los electrones permanecen en el gas pero son libres de moverse de manera independiente. Por esta razón, el plasma contiene algunas partículas con carga positiva y otras con carga negativa. El plasma puede estar ionizado totalmente si todas las partículas están cargadas, o parcialmente ionizado, si una fracción de ellas permanece con todos sus electrones, es decir, se mantiene



Fuente: UNIVERSITY OF WISCONSIN-MADISON , *Inertial Electrostatic Confinement Fusion*

Figura 1.2: Reacciones de fusión más estudiadas.

neutra. El hecho de que el plasma se encuentre ionizado hace que su comportamiento cambie notablemente con respecto al de un gas (y en general con respecto a cualquier otro estado de la materia), sobre todo porque el efecto de la fuerza eléctrica, que es de largo alcance, hace que las partículas que conforman al plasma interactúen debido a fenómenos electromagnéticos.

En el universo el plasma es el estado más abundante de la materia. En la Tierra debido a las condiciones de presión y temperatura el plasma no es ordinario. Sin embargo existen maneras de producir un plasma a partir de un gas. El requisito

esencial es suministrarle la suficiente energía para que los electrones ligados a los átomos o moléculas puedan ser desprendidos. Esto se puede lograr, por ejemplo, produciendo una descarga eléctrica a través del gas, o calentándolo hasta temperaturas muy elevadas, o también mediante la incidencia de radiación electromagnética de alta energía.

El estudio del plasma es fundamental para la investigación sobre la fusión termonuclear, y por ello el desarrollo de estas dos disciplinas se lleva a cabo de manera paralela.

1.1.2. Condiciones para la fusión

Los parámetros involucrados en las reacciones de fusión son:

Temperatura. Está asociada con la energía cinética de las partículas que componen al plasma. Para medir la temperatura en un plasma se emplean unidades de energía en lugar de Kelvin, ya que de esta manera la medición se realiza sobre el movimiento de las partículas que componen al plasma.

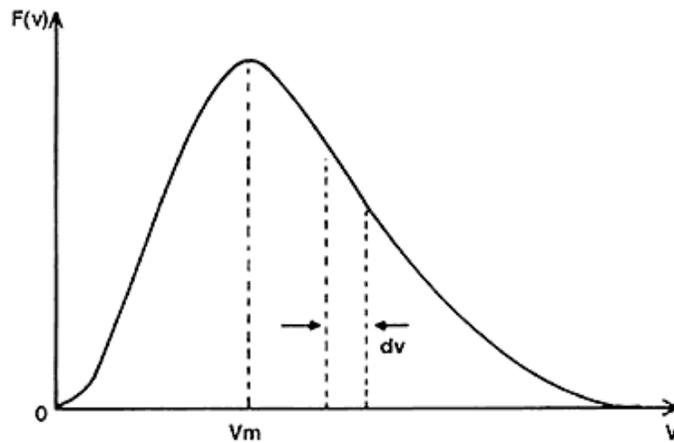
La velocidad de todas las partículas no es la misma, sino que obedece a una distribución maxwelliana como la que se muestra en la Fig. 1.3, por lo tanto existirá una velocidad más probable pero también partículas con velocidades superiores a la velocidad más probable.

Densidad. Debe mantenerse una densidad crítica de iones, para que la probabilidad de colisión sea suficientemente alta.

Tiempo de confinamiento. El plasma debe mantener las condiciones de temperatura y densidad durante cierto intervalo de tiempo para lograr un balance de energía positivo.

Para que la fusión sea viable es necesario obtener más energía de la que se invierte para iniciarla. Se realiza un balance energético en el cual se considera la potencia de las reacciones de fusión del combustible, la potencia necesaria para mantener el combustible a la temperatura de fusión y las pérdidas por radiación de tal manera que el balance energético no sea negativo se obtiene la relación conocida como *Criterio de Lawson*.

$$n\tau_E \geq \frac{3T}{[P_F \left(\frac{\epsilon}{1-\epsilon} - P_R\right)] / n^2} \quad (1.1)$$



Fuente: JULIO MARTINELL BENITO, *Los prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear*, Fondo de Cultura Económica, 1995

Figura 1.3: Función de distribución de velocidades maxwellianas para los átomos de un gas en equilibrio térmico

Donde:

P_F = potencia de fusión

P_R = potencia de radiación

T = temperatura en unidades de energía

ϵ = eficiencia de conversión de energía

n = densidad de las partículas

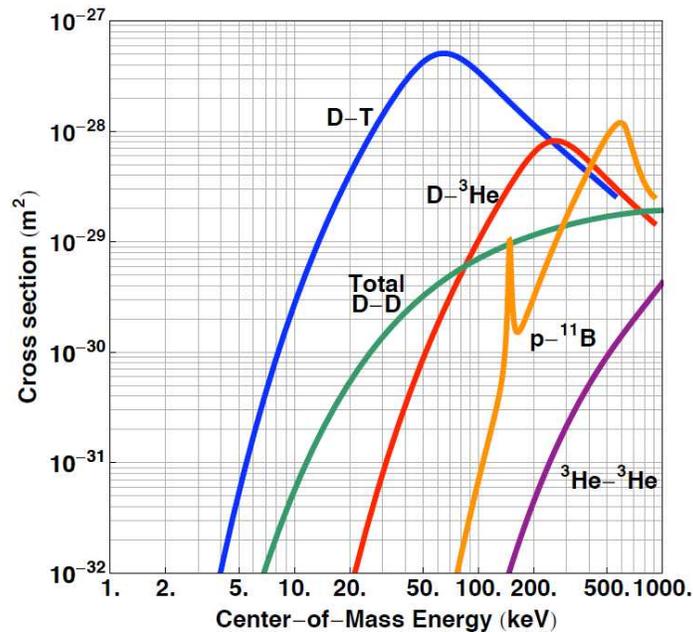
τ_E = tiempo de reemplazo de la energía del plasma

Estas condiciones varían dependiendo el combustible utilizado en parte debido a que las secciones eficaces de cada una de las reacciones varían en función de la temperatura. De tal manera que conociendo las secciones eficaces se puede encontrar una reacción que sea menos exigente en cuando a la magnitud de los parámetros de Lawson.

A partir de la Fig. 1.4 se puede concluir que la reacción que requiere condiciones menores de temperatura es la de Deuterio y Tritio. Esa es la razón por la cual los experimentos que se realizan con el fin de probar la factibilidad de la fusión nuclear se realizan con estos dos elementos.

El valor del criterio de Lawson para esta reacción es:

$$n\tau_E \geq 5 \times 10^{14} \frac{s}{cm^3}$$



Fuente: UNIVERSITY OF WISCONSIN-MADISON , *Inertial Electrostatic Confinement Fusion*

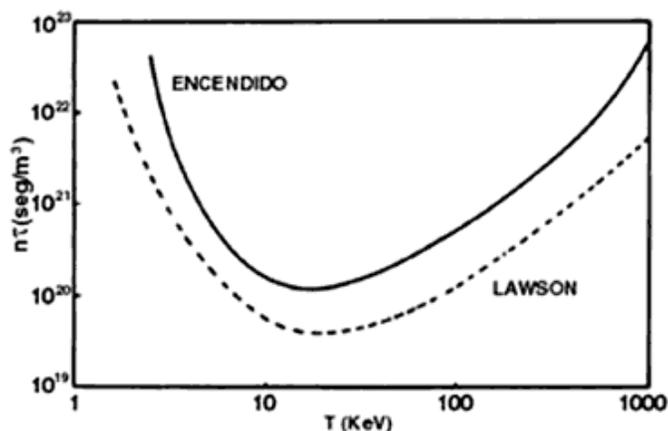
Figura 1.4: Secciones eficaces de diferentes reacciones de fusión

Existe otro criterio que utiliza el balance energético de un dispositivo de fusión: la ignición. Se dice que un plasma termonuclear ha alcanzado el estado de ignición cuando la energía de fusión producida puede ser reabsorbida manteniendo la temperatura del plasma constante. El plasma habrá llegado entonces a una situación autosostenida, donde ya no es necesario que se suministre energía del exterior. La condición de encendido es más exigente que el criterio de Lawson para el balance de pérdidas y ganancias como puede apreciarse en la Fig. 1.5. Si se supone que las partículas alfa son las únicas que pueden quedar dentro del plasma y transferir su energía al mismo, entonces:

$$n\tau_E \geq \frac{3T}{[P_\alpha - P_R]/n^2} \quad (1.2)$$

donde P_α es la potencia de las partículas α .

El factor Q es el cociente de la energía producida por fusiones dividido entre la energía utilizada para llevar al plasma a las condiciones requeridas para la fusión. Por lo tanto, la intención es encontrar valores de Q lo más grandes posibles[8].



Fuente: JULIO MARTINELL BENITO, *Los prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear*, Fondo de Cultura Económica, 1995

Figura 1.5: Valor del producto $n\tau$ en función de la temperatura T para el criterio de Lawson y el criterio de ignición

Actualmente el único aparato diseñado para alcanzar la ignición es el proyecto italiano de fusión nuclear *IGNITOR* [9]. Esto es algo relevante ya que actualmente la física de los plasmas en ignición es algo desconocido.

1.2. Confinamiento magnético

Es entonces necesario, para llevar a cabo la fusión nuclear controlada, confinar un plasma muy caliente el tiempo suficiente para permitir que se lleven a cabo las reacciones nucleares. Como la temperatura es un factor muy importante, no se puede colocar el plasma simplemente en un contenedor ya que al calentarse e interactuar con las paredes de éste, habrá pérdidas de energía y las condiciones necesarias no podrán ser alcanzadas.

El confinamiento magnético aprovecha el hecho de tratar con un plasma, el cual es eléctricamente neutro a nivel global, pero como se mencionó en la Sección 1.1.1 contiene partículas cargadas debido a la ionización de las partículas que lo componen. Por lo tanto si se aplica un campo magnético a las partículas cargadas en movimiento éstas viajarán en trayectorias helicoidales alrededor de las líneas de campo y no en trayectorias aleatorias, para que de esta forma el plasma caliente no interactúe con las paredes de la cámara de confinamiento.

En este tipo de confinamiento permite densidades del plasma pequeñas, por lo que para cumplir el criterio de Lawson es necesario un tiempo de confinamiento mayor.

Se han desarrollado dos maneras de llevar a cabo el confinamiento magnético:

Confinamiento abierto Es aquél en el que las líneas de campo magnético no cierran y el plasma debe ser confinado por espejos magnéticos.

Confinamiento cerrado Es aquél en el cual las líneas de campo magnético cierran sobre si mismas. Para esto se utiliza un arreglo de bobinas externas en configuración toroidal.

En los dispositivos de confinamiento abierto se han logrado avances interesantes referentes a espejos magnéticos, aunque no han logrado convencer a la comunidad científica que busca lograr la factibilidad comercial de la fusión. La causa principal es debido al escape de plasma y energía en sus extremos. Esta es la razón por la cual la mayoría de las investigaciones se llevan a cabo en dispositivos de confinamiento cerrados.

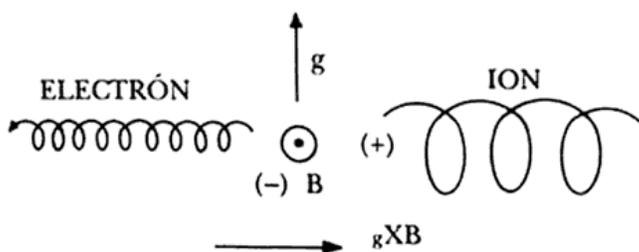
En el confinamiento magnético cerrado, si únicamente estuviera presente un campo magnético toroidal, las partículas cargadas no podrían moverse a través de las líneas de campo debido principalmente a dos razones:

- La curvatura en las trayectorias de estas líneas de campo.
- El campo magnético no es homogéneo.

Estas dos características producen un fenómeno conocido como deriva.

Supóngase que se analiza la trayectoria de una partícula cargada en un plano perpendicular a \vec{B} . La única fuerza presente es la fuerza de Lorentz cuya dirección siempre apunta hacia la línea de campo. Esto hace que la trayectoria sea un movimiento circular uniforme. Si se le añade una fuerza en el este plano, al sumarse vectorialmente con la fuerza de Lorentz produce que el movimiento ya no sea circular, sino que cuando la fuerza de Lorentz y esta nueva fuerza tengan la misma dirección, la curvatura de la trayectoria es mayor, y cuando son antiparalelas la curvatura es menor. El resultado de esto es un desplazamiento de la partícula en dirección perpendicular a la fuerza externa, es decir, la partícula cargada ya no orbita alrededor de la línea de campo. A este movimiento perpendicular a la línea de campo se le conoce como *deriva*.

La presencia de un campo no homogéneo produce el efecto de deriva. En la Fig. 1.7 se representa por puntos el campo magnético que sale del plano. Cuando los puntos están mas cercanos entre sí existe un campo magnético más intenso en esa región.



Fuente: JULIO MARTINELL BENITO, *Los prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear*, Fondo de Cultura Económica, 1995

Figura 1.6: Deriva producida por la acción de una campo \vec{B} y una fuerza externa g

Si el campo fuera uniforme la partícula seguiría una trayectoria circular alrededor de la línea de campo. El radio del círculo dependerá del inverso de la intensidad del campo magnético.

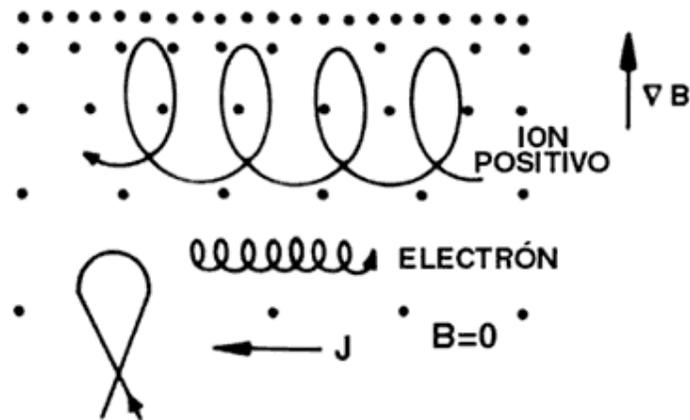
En el caso de campos heterogéneos, la partícula trata de seguir la trayectoria circular, pero al encontrar una región de mayor campo magnético su radio es muy pequeño y al encontrar una región de menor campo su radio es mayor. De tal manera que se va desplazando en dirección perpendicular al campo magnético y perpendicular al gradiente del mismo. El signo de la carga definirá por completo el sentido de este desplazamiento.

Las trayectorias de las partículas son diferentes para el caso de cargas positivas y negativas como se muestra en la Figs. 1.6 y 1.7, es decir, electrones e iones se mueven en direcciones opuestas. Esta separación de carga produce un campo eléctrico que da lugar a otra deriva, que finalmente produce que todas las partículas independientemente del signo de su carga se desplacen en la dirección $\vec{E} \times \vec{B}$, esto es, hacia el borde exterior del toroide. De esta manera escapan del confinamiento magnético.

Es necesario evitar esta separación de carga. Una de las formas de lograr esto es obligar a las partículas a que, en su desplazamiento por la cámara de confinamiento, recorran tanto el borde superior como el borde inferior de la cámara. Para esto las líneas de campo magnético deben no solo formar anillos alrededor del toroide, sino formar una hélice alrededor del mismo[10].

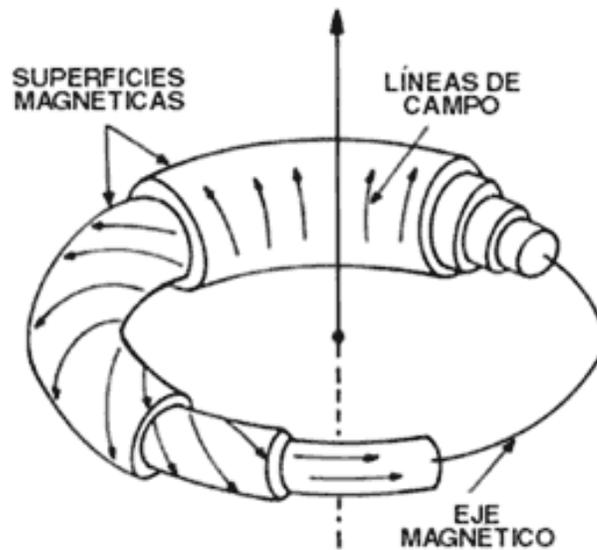
Al seguir una línea de campo por muchas vueltas alrededor del eje del toroide se va cubriendo una superficie toroidal. A estas superficies, donde están alojadas las líneas de campo, se les llama superficies magnéticas.

La manera en como se producen estas líneas define el dispositivo de confinamiento. Existen dos principales líneas para lograr este confinamiento: Tokamaks y Stellara-



Fuente: JULIO MARTINELL BENITO, *Los prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear*, Fondo de Cultura Económica, 1995

Figura 1.7: Movimiento de partículas en un campo magnético no homogéneo



Fuente: JULIO MARTINELL BENITO, *Los prometeos modernos o el esfuerzo para controlar la fusión nuclear*, Fondo de Cultura Económica, 1995

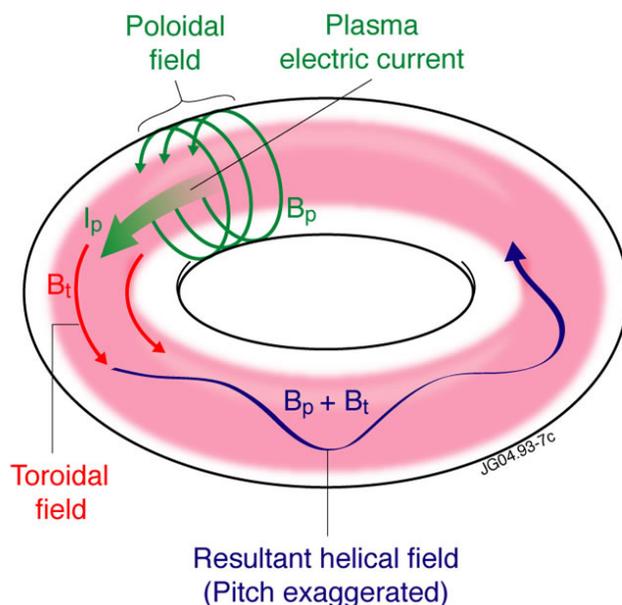
Figura 1.8: Movimiento de partículas en un campo magnético no homogéneo

tors.

1.2.1. Tokamak

El término “Tokamak” es un acrónimo de *Toroidal'naya kamera s magnitnymi katushkami* que en ruso significa cámara toroidal y bobina magnética. Utiliza un juego de bobinas de campo toroidal para generar el campo en esta dirección. Para lograr producir líneas de campo como las de la Fig. 1.8 se induce un campo magnético en la dirección toroidal haciendo circular una corriente por el plasma. Esto se logra al hacer funcionar al plasma como el secundario de un transformador. La superposición del campo toroidal producido por las bobinas y el campo poloidal inducido consiguen las líneas de campo helicoidales alrededor del eje toroidal (Figs. 1.9 y 1.10).

El plasma es calentado al inducirse la corriente en él a través del principio del transformador en un solenoide central. Esto es debido al efecto Joule, que disipa energía por la corriente en el plasma conductor.

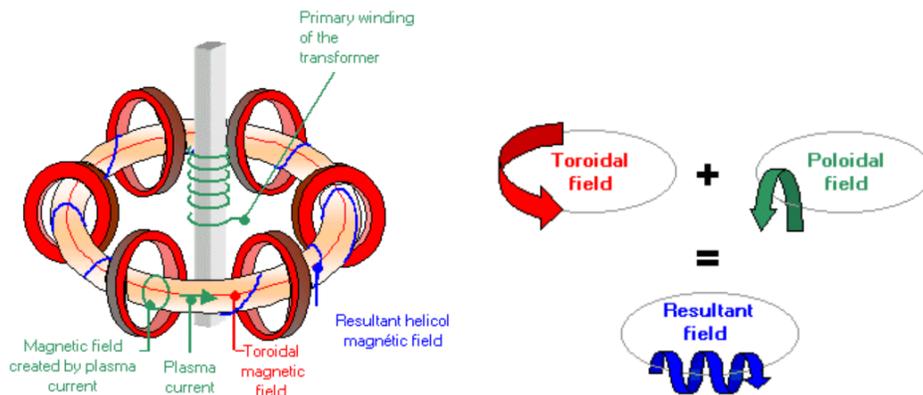


Fuente: EUROPEAN FUSION DEVELOPMENT AGREEMENT, *JET Operations*, <http://www.efda.org/glossary/toroidal-field/>, Página web consultada el 15 de enero del 2014.

Figura 1.9: Campos magnéticos en la configuración del Tokamak

El tokamak es entonces una máquina pulsada, ya que el principio de transformador utilizado para inducir la corriente en el plasma funciona con corriente alterna. Por lo tanto, se deben lograr pulsos suficientemente largos para cumplir con los criterios de fusión deseados.

Hasta el momento, los dispositivos Tokamak han alcanzado los factores de ganancia Q más grandes. El máximo valor de Q se ha alcanzado en el Tokamak JET y ha sido del orden de 0.65[11], por lo que se considera como la tecnología más prometedora para la generación de energía, viable tanto técnica como económicamente.



Fuente: ASSOCIATION EURATOM-CEA, *Institut de Recherche sur la Fusion Magnétique*, <http://www-fusion-magnetique.cea.fr/gb/fusion/physique/configtokamak.htm>, Página web consultada el 15 de enero del 2014.

Figura 1.10: Esquema de un tokamak

Los parámetros más importantes de un tokamak son:

Radio mayor Es la distancia que va del origen del sistema de referencia hasta el centro de la sección transversal de la cámara de vacío.

Radio menor Es la distancia que va del radio mayor hasta la periferia de la sección transversal del toroide. En el caso de un tokamak de sección transversal circular, es el radio de dicho círculo.

Corriente del plasma Es la corriente inducida al plasma cuando éste viene a hacer las veces de secundario de un transformador. El circuito primario será el solenoide central.

Densidad de electrones en el plasma Es en número de partículas por unidad de volumen en el plasma.

Temperatura de iones Es la temperatura promedio de las partículas con carga positiva.

Campo magnético toroidal Es el campo magnético generado por las bobinas de campo toroidal.

Campo magnético poloidal Es el campo magnético inducido por la corriente que circula por el plasma.

1.2.2. Stellarator

Este dispositivo produce el campo magnético buscado utilizando bobinas con devanado helicoidal y no a partir de inducir corriente en el plasma. Esto permite que su funcionamiento sea continuo, lo que es una de sus principales ventajas.

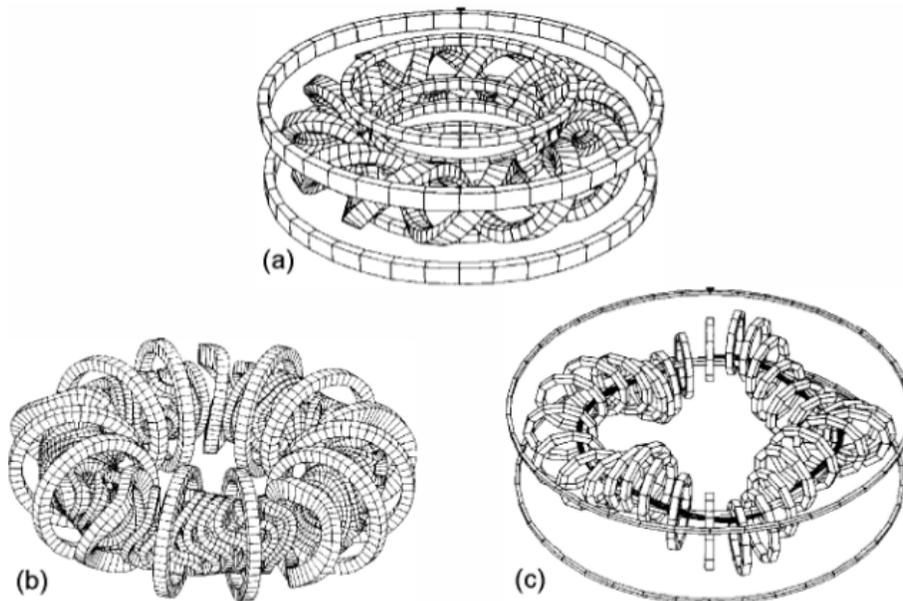
Existen tres tipos de Stellaratos: Torsatrons, que poseen bobinas helicoidales continuas; Stellarators modulares, con una disposición de bobinas toroidales no planas y Heliaacs, formados por un conjunto de bobinas planas circulares, distribuidas a lo largo de una hélice enrollada alrededor de una bobina central circular (ver Figura 1.11).

1.3. Desarrollo histórico

Como se mencionó en la Sección 1.2.1, la tecnología de confinamiento magnético es la que presenta un mayor desarrollo en la actualidad. A continuación se presenta el desarrollo histórico[6] de la fusión nuclear mostrando sobre todo los acontecimientos del confinamiento magnético, en especial de lo tokamaks.

El estudio de la fusión nuclear tiene sus inicios en 1939, cuando Hans Bethe explicó en su artículo *Energy production in stars* la manera en que se generaba energía en el interior de las estrellas[3]. Aquí se describe la reacción nuclear de fusión protón-protón a través de la cual el Hidrógeno es convertido en Helio.

Paralelo a este acontecimiento, también en 1938, con el reciente descubrimiento del neutrón, Enrico Fermi realizó experimentos que consistieron en bombardear prácticamente todos los elementos conocidos con neutrones. Como consecuencia se obtenían especies radiactivas nuevas que emitían partículas β y por ende aumentaban en uno su número atómico.



Fuente: FONTANET SAEZ, JOAN, *Simulación de plasmas de dispositivos de fusión por confinamiento magnético tipo tokamak y stellarator. Validación experimental y aplicación al estudio del Heliac Flexible TJ-II*, Univertitat Politecnica de Catalunya BarcelonaTech, 5 de julio de 2001

Figura 1.11: Stellarators

a)Torsatron, b)Modular, c)Heliac

En ese entonces el elemento de mayor número atómico conocido era el uranio. Fermi entonces sugirió que se podrían obtener elementos con números atómicos mayores a 92 bombardeando núcleos de Uranio. Los resultados publicados por Otto Hahn y Fritz Strassman al respecto afirmaban que la radiactividad producida por la reacción de uranio al ser bombardeado con neutrones era producida por Bario (con número atómico 56), deduciendo que el resultado de esta reacción era romper el núcleo del uranio en isótopos más pequeños.

Este descubrimiento trajo consigo un desarrollo científico y tecnológico muy acelerado que se vio impulsado por razones políticas y militares debido a la inminente guerra que estaba por iniciar.

En los años 1940, como parte del proyecto Manhattan, se estudió la posibilidad del uso de la fusión nuclear en la bomba nuclear. En 1942 se investigó la posibilidad

del uso de una reacción de fisión como método de ignición para una reacción de fusión, sabiendo que podría resultar en una potencia miles de veces superior. Para este tiempo la fusión nuclear con fines militares no tuvo éxito. Finalmente se construyeron las dos bombas de fisión *Little Boy* y *Fat Man*.

La capacidad de la energía nuclear fue evidente con el poder destructivo de estas dos bombas, y se sabía que el potencial de la fusión era aun mayor.

En 1946, George Thomson y Moses Blackman del Imperial College de Londres registraron una patente para una planta de potencia termonuclear. Su patente fue rápidamente clasificada como secreta, así que, en su tiempo, los detalles no fueron hechos públicos.

La investigación de la fusión nuclear continuó después de la Segunda Guerra Mundial por diferentes países, todo esto con fines militares. En 1952 se detonó en Eniwetok, Islas Marshall, la primera bomba termonuclear de nombre Ivy Mike, como respuesta a la primera bomba de fisión de los soviéticos.

Entonces las investigaciones se enfocaron en lograr la fusión nuclear controlada para de esta manera comprender la física de este fenómeno. Desde 1950 fue propuesta la idea del tokamak como un reactor de fusión nuclear por Andrei Sakharov e Igor Tamm. Para 1956 se inicio la investigación experimental sobre tokamaks en el Instituto Kurchatov, Moscú, a cargo de Lev Artsimovich. En la Figura 1.12 se muestra el dispositivo de Artsimovich.

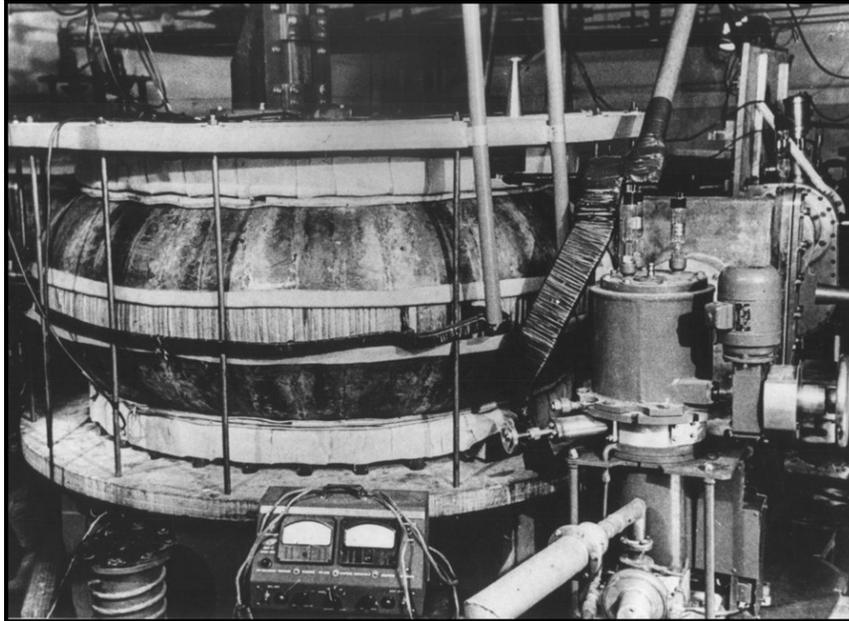
En 1953 el presidente de Estados Unidos, Dwight D. Eisenhower, pronuncia el famoso discurso *Átomos por la Paz*, el cual tuvo como consecuencia la fundación del Organismo Internacional de Energía Atómica en 1957. Con la creación de este organismo comenzaron los tratados y acuerdos entre los países involucrados para desclasificar los programas nucleares y permitir la cooperación científica en el desarrollo de la energía nuclear.

En 1956 John Lawson estableció las condiciones fundamentales necesarias para obtener una potencia neta positiva de salida de las reacciones de fusión. Su elegante análisis de balance de energía mostró que el producto de la densidad del combustible (n) y del tiempo de reemplazo de la energía del plasma (τ_E) es función únicamente de la temperatura del plasma (T), de las impurezas contenidas y de la potencia de fusión (Q)

Una vez acordada la cooperación internacional, científicos de Estados Unidos y de Reino Unido dieron a conocer en 1958 que habían logrado la fusión. Algunos investigadores, en especial Artsimovich, se mostraron escépticos al respecto.

En 1961 la Unión Soviética prueba su propia bomba de fusión, la bomba Tsar; que con sus 50 megatones es el arma más poderosa de su tipo.

Para 1968, 10 años después de la conferencia de Ginebra, los resultados del toka-



Fuente: <http://www.iter.org/sci/beyonditer>

Figura 1.12: El primer tokamak. Dispositivo T1 en el Instituto Kurchatov en Moscú.

mak de Arstimovich muestran resultados en los cuales se alcanzan temperaturas del 1000 eV. Esto causó escepticismo por parte de la comunidad científica occidental ya que ellos se encontraban muy lejos de alcanzar estas temperaturas.

En 1969 la Unión Soviética envió una invitación a científicos británicos para una demostración del experimento de Arstimovich para verificar dichos resultados. Su sorpresa fue muy grande al comprobar las temperaturas y el confinamiento alcanzado en este dispositivo[6]. A partir de esto se tuvo un gran optimismo en torno al tokamak y se pensó haber encontrado la forma de confinamiento y el dispositivo ideal para lograr la fusión nuclear controlada.

En 1973 se inicia el diseño de *Joint European Torus* (JET). Un tokamak de bobinas no superconductoras financiado por la Unión Europea.

En 1982 se inicia la construcción de *Tore Supra* en Cadarache, Francia. Un dispositivo que utiliza bobinas superconductoras que permiten generar campos magnéticos más intensos y continuos.

Para 1983 se termina la construcción de JET y se obtienen los primeros plasmas en este dispositivo.

En 1985, Mikhail Gorbachov (Secretario General del Partido Comunista de la Unión Soviética) propuso a Ronald Reagan (presidente de los EUA) que el Tokamak que daría el siguiente paso en la investigación en fusión, debería ser desarrollado mediante la colaboración internacional. El gobierno de Reagan consultó sobre su interés en el proyecto con Japón y con la Comunidad Europea, y acordaron comenzar la fase de diseño del proyecto ITER[?]

El objetivo actual de la investigación en esta área es obtener mayor energía de la que se invierte para generar fusiones. De esta manera se comprobaría factibilidad de la fusión como fuente energética. En la Tabla 1.1 se muestran algunos de los eventos importantes en el desarrollo histórico de la fusión nuclear.

1.4. Desarrollo de la fusión nuclear en México

La participación de México en la investigación de fusión nuclear controlada está concentrada principalmente en tres dispositivos de confinamiento magnético:

- Novillo
- Tokamak T
- TPM-1

En los tres se busca desarrollar investigación experimental para comprender la física de los plasmas termonucleares, así como producir recursos humanos que puedan continuar con esta línea de investigación.

1.4.1. Novillo

En 1978, en el Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, se inicio un proyecto en fusión nuclear, y para 1983 se propuso el diseño, desarrollo y construcción de un equipo de confinamiento magnético de plasma de baja potencia para investigar las propiedades de este estado de la materia.

Novillo es un Tokamak de bajo factor de rizo¹ del campo toroidal[12] (0.7% en $R=23$ cm), campo vertical entre 150 G y 180 G, con índices de decaimiento adecuados para equilibrio y muchos puertos de acceso para diagnóstico. Las bobinas de campo toroidal y poloidal funcionan con bancos de capacitores como fuentes de energía. El plasma puede alcanzar temperaturas de 20×10^6 K.

¹El factor de rizo es un valor que involucra la magnitud del campo magnético máximo y mínimo en una región, y se define con más detalle en el Capítulo 4.

Tabla 1.1: Eventos clave en el desarrollo de la fusión nuclear

Año	Personajes	Eventos
1929	Atkinson y Houtermans	Plantearon la posibilidad de obtener energía de reacciones de fusión
1940's	Beth, Fermi	Fundamentos de la fusión nuclear en el artículo Energy on Stars
1953-58	Proyecto Sherwood	Primeros avances tecnológicos que permitieron desarrollar el concepto de confinamiento magnético
1961	Nuckolls y Basov	Desarrollan una técnica mediante la cual se puede obtener reacciones de fusión nuclear mediante altas compresiones provocadas por la cesión de energía
1965	Artsimovich	Presenta el concepto TOKAMAK
1968	Basov	Obtuvo temperaturas de ignición y de la producción de neutrones en las reacciones de fusión nuclear empleando láseres
1970's	EUA y URSS	Fusión por Confinamiento Inercial
1990's	Europa, EUA, Japón	Se consigue producir temperaturas de 30 keV y 6 MW invirtiendo 29 MW
2010	EUA, Japón, UE, China, India Rusia e India	Proyecto ITER

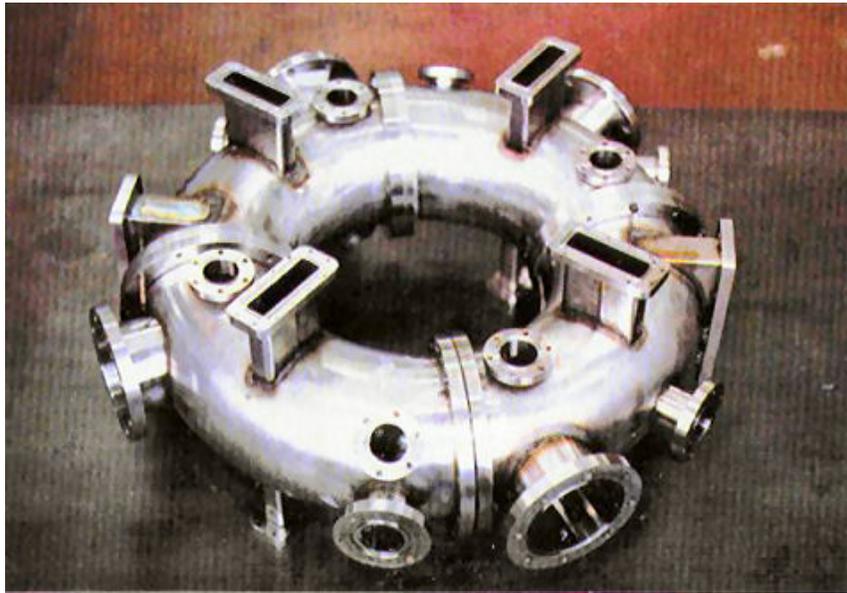
La cámara de vacío se construyó a partir de cuatro codos de 90° de acero inoxidable con 3.2 mm de espesor de pared. El radio mayor de la cámara es de 23 cm y el radio menor de 8 cm.[12] Mediante el sistema de vacío se puede alcanzar una presión base estimada de vacío de 1×10^{-7} torr, por medio de la combinación de una bomba rotatoria y otra turbomolecular. La medición de presión se hace mediante puertos de acceso ubicados en diversos puntos de la cámara de vacío y de la línea de bombeo.

En las Figuras 1.13 y 1.14 se muestra al tokamak Novillo.

Tabla 1.2: Parámetros de Novillo

Característica	Nomenclatura	Dimensión
Radio mayor	R_0	0.23 m
Radio menor (cámara)	a_v	0.08 m
Radio menor (plasma)	a_p	0.06 m
Relación de aspecto	$\frac{R_0}{a_p}$	3.83
Factor de seguridad	q	3
Campo magnético Toroidal	B_T	0.47 T
Campo magnético Poloidal	B_P	0.04 T
Corriente en el plasma	I_p	12 kA
Densidad de electrones	n_e	$2.1 \times 10^{19} \text{ m}^{-3}$
Temperatura de electrones	T_e	150 eV
Temperatura de iones	T_i	50 eV

A finales del siglo pasado, la falta de presupuesto provocó la interrupción de las investigaciones desarrolladas en el Tokamak Novillo, como lo menciona L. Meléndez: “En febrero de 1999 la administración del ININ cancela, verbalmente, el proyecto Tokamak arguyendo falta de presupuesto y el fracaso de la investigación en Tokamaks



Fuente: FRENTE DE TRABAJADORES DE LA ENERGÍA DE MÉXICO, Volumen 5, Número 65, agosto 10 de 2005, <http://www.fte-energia.org/E65/e65-12.html>

Figura 1.13: Cámara de vacío del tokamak Novillo

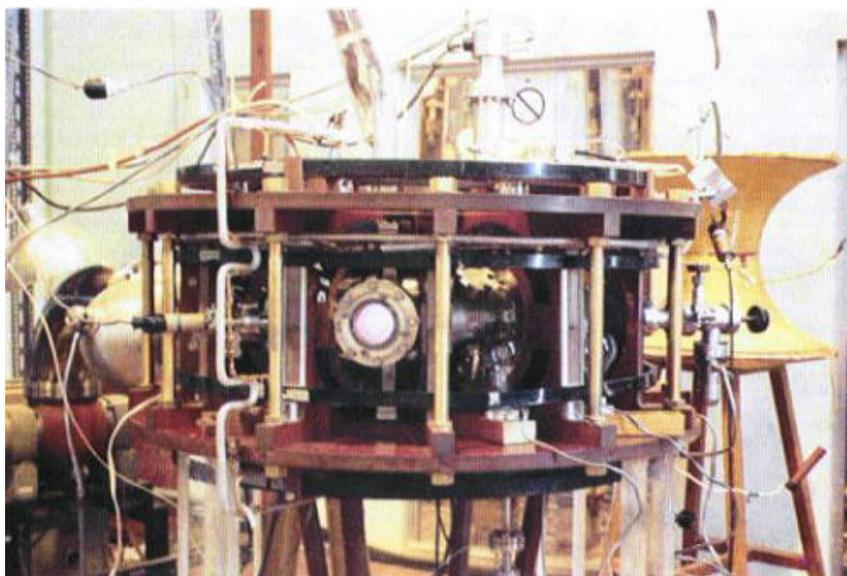
a nivel mundial. La máquina fue readaptada para su uso en la investigación de materiales, con el fin de no ser desmantelada.”[13]

1.4.2. Tokamak T

El proyecto de desarrollo e investigación *Tokamak T* fue aprobado en 2007 por el Programa para el Mejoramiento del Profesorado (PROMEP) de la Secretaría de Educación Pública (SEP), y actualmente se encuentra en la fase de desarrollo en la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) de la Universidad Autónoma de Nuevo León (UANL)[14].

Tendrá un solenoide central, 12 bobinas de campo toroidal, 6 bobinas de campo poloidal, 2 bobinas pequeñas para el divertor y de 10 a 12 bobinas de corrección. Generarán un campo magnético total de aproximadamente 1.6 T. El pulso de descarga de energía tendrá una duración de entre 300 ms y 1 s.

El Tokamak “T” es un Tokamak esférico de baja potencia (ver Figura 1.15). Tendrá una sección toroidal y bobinas toroidales en forma de “D” que son el tipo de



Fuente: FRENTE DE TRABAJADORES DE LA ENERGÍA DE MÉXICO, Volumen 13, Número 265, septiembre 27 de 2013, <http://fte-energia.org/E265/06.html>

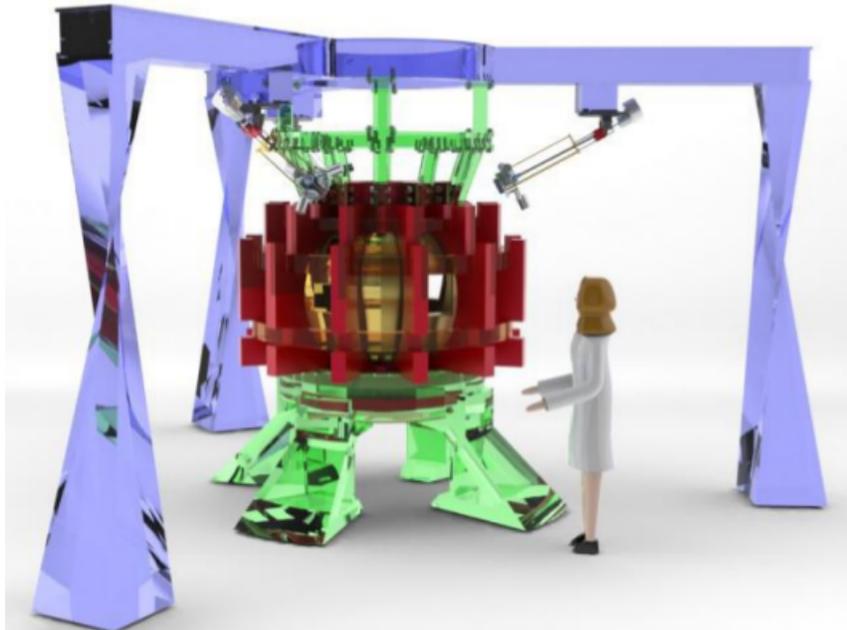
Figura 1.14: Tokamak Novillo

bobinas que se utilizarán en ITER.

1.4.3. TPM-1

TPM-1 es un tokamak pequeño cuya idea surgió paralela a la del diseño de Novillo en la Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (ESIME) del Instituto Politécnico Nacional. El objetivo fue construir un tokamak con dimensiones mayores a las de Novillo, para realizar también estudios de inestabilidades en el plasma y para formar recursos humanos. Desgraciadamente, por falta de recursos y de personal la construcción fue interrumpida.

La infraestructura de este dispositivo fue traspasada al Centro de Investigación en Ciencias Aplicadas y Tecnología Avanzada, del Instituto Politécnico Nacional (CICATA-IPN), en donde existe un grupo activo en el área de confinamiento magnético de plasmas, que trabaja para terminar la construcción y poner en operación este tokamak. Además de que en esta institución hay mayores oportunidades de obtener financiamiento para el proyecto. Los parámetros de funcionamiento, así como algunas especificaciones de esta máquina se presentan en la Tabla 1.3.



Fuente: MAX SALVADOR HERNÁNDEZ, OMAR ALEJANDRO MUÑOZ OVALLE, *Mexican Design of a Tokamak Experimental Facility*, FTP/P6-36, 2010

Figura 1.15: Proyecto del Tokamak T

En las Figuras 1.16 y 1.17 se muestra la cámara de vacío del TPM-1.

El propósito de estos dispositivos es realizar investigación principalmente sobre el comportamiento de plasmas termonucleares.

Tabla 1.3: Parámetros de TPM-1

Característica	Nomenclatura	Dimensión
Radio mayor	R_0	0.4 m
Radio menor (cámara)	a_v	0.1524 m
Relación de aspecto	$\frac{R_0}{a_p}$	2.62
Campo magnético Toroidal	B_T	0.5 T
Campo magnético Poloidal	B_P	0.04 T
Corriente en el plasma	I_p	5 kA
Densidad de electrones	n_e	10^{13} cm^{-3}
Temperatura de electrones	T_e	120 eV
Temperatura de iones	T_i	35 eV
Tiempo de confinamiento	τ_p	5.6 ms



Figura 1.16: Cámara de vacío del TPM-1



Figura 1.17: Estado actual del TPM-1

Capítulo 2

Problemática

La participación de un país en el desarrollo tecnológico de la fusión nuclear controlada es muy importante. De esta manera, al alcanzar el objetivo, dicho país tendrá una base sólida en cuanto a ciencia básica, ciencia aplicada y desarrollo tecnológico. De otra forma resultará muy costoso adquirir la tecnología, y las ventajas que ésta conlleva no serían de beneficio para dicho país, ya que se tendría que invertir tanto en tecnología como en recursos humanos que se desarrollen en ciencia básica y en el aspecto técnico que habrán llevado décadas de trabajo.

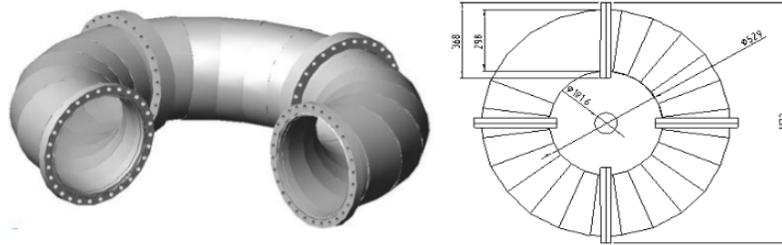
De los tres tokamaks que se desarrollan en México sólo dos son proyectos vigentes, Novillo ya no se encuentra operando y tanto *Tokamak T* como *TPM-1* están en construcción.

Este trabajo se desarrolla en colaboración con CICATA en el tokamak TPM-1. En la siguiente sección se describe, grosso modo, el estado actual de esta máquina, para después abordar los objetivos de este trabajo y sus alcances.

2.1. Condiciones actuales del TPM-1

Actualmente se cuenta con la cámara de vacío ya fabricada. Ésta se compone de cuatro codos de 90° , dos de los cuales se encuentran aislados eléctricamente con O-rings de VitonTM. Tiene un radio mayor de 0.4 m y un radio menor de 0.1524 m (6 pulgadas). Cada codo se compone de 5 placas flexionadas para formar un gajo, los cuales van soldados unos con otros hasta formar los 90° de cada codo. Una vista rederizada de la cámara de vacío se muestra en la Figura 2.1.

La cámara tiene 10 puertos de 3.75 cm orientados en diferentes posiciones y un puerto para el bombeo, que se acopla a una brida CF de 8 pulgadas. El vacío se consigue utilizando una bomba turbomolecular Pfeiffer Balzers TPU-520, con una



Fuente: M NIETO-PEREZ, D HERNANDEZ-ARRIAGA, F CEBALLOS-SOTO, *Design and Construction Status of the TPM-1U Tokamak*.

Figura 2.1: Vista rederizada de la cámara de vacío del TPM-1

velocidad de bombeo nominal de 520 litros por segundo para el nitrógeno. Esta bomba está respaldada por una bomba mecánica Balzers DUO 016.

El control de vacío se lleva a cabo con un espectrómetro de masas de cuadrupolo Accu-Cuad, con un rango de 1 - 100 uma. Las mediciones preliminares de los niveles de vacío alcanzables muestran que un vacío de 5×10^{-7} torr se puede conseguir sin ningún condicionamiento de la cámara, y las impurezas principales son el agua y el aire.

2.1.1. Sistema eléctrico

Para proporcionar la potencia necesaria para la operación del tokamak, hay 60 capacitores de Maxwell, con una tensión de carga máxima de 7,5 kV y una capacitancia de 20 μF cada uno, por lo que este banco de capacitores puede almacenar una energía total máxima de 33 kJ.

Para cargar el banco, se dispone de una fuente de alimentación de 20 kV DC y de hasta 500 mA. Esta potencia es suficiente para producir el campo magnético toroidal y lograr impulsos de hasta 10 ms, así como proporcionar la potencia del transformador óhmico utilizado para inducir la corriente en el plasma.[15]

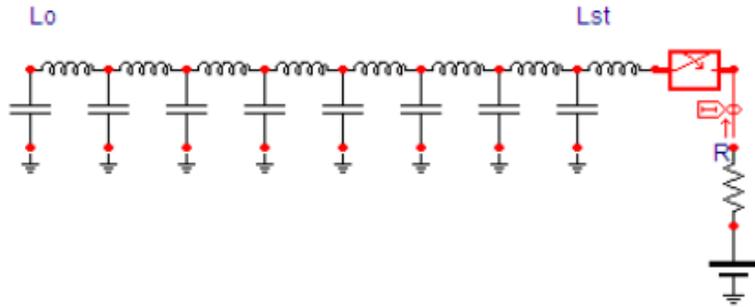
El diseño del sistema eléctrico capaz de proporcionar las condiciones de operación del tokamak TPM-1 ha sido desarrollado por el equipo de trabajo de CICATA-IPN[15]. Los principales parámetros de operación de este sistema se describen a continuación.

Las condiciones eléctricas se logran a través de una red de formación pulsada (PFN por sus siglas en inglés) que tiene dos principales ventajas:

- Puede almacenar la energía requerida

- Esta energía se puede liberar como un pulso rectangular.

El PFN consiste en inductores y capacitores conectados en una configuración de escalera (ver Figura 2.2). Para generar el pulso cuadrado que se desea, los capacitores e inductores deben tener los mismos valores. Estos valores determinarán la forma del pulso y la duración de éste.



Fuente: M NIETO-PEREZ, D HERNANDEZ-ARRIAGA, F CEBALLOS-SOTO, *Design and Construction Status of the TPM-1U Tokamak*.

Figura 2.2: Diagrama de la red de formación pulsada

El resistor de carga afecta el valor del pico de voltaje de salida. Para lograr la potencia de salida del PFN se utiliza un generador Marx ya que éste multiplica el voltaje de salida. Para conjunto PFM-Marx los parámetros del pulso de salida quedan definidos como se muestra en la Tabla 2.1

Tabla 2.1: Parámetros para el pulso de salida del conjunto PFM-Marx

Parámetro	Expresión
Duración del pulso	$\tau = 2k\sqrt{LC}$
Impedancia característica	$Z_M = n\sqrt{\frac{L}{C}}$
Voltaje del pulso	$V_0 = \frac{nV_0}{2}$
Potencia entregada	$P_L = \frac{nV_0^2}{4\sqrt{\frac{L}{C}}}$

Donde:

\sqrt{LC} representa la impedancia ideal.

n es el número de pares de la red formadora de pulsos.

2.2. Objetivo y alcances

El objetivo de esta tesis es diseñar las bobinas de campo toroidal para el tokamak TPM-1 desde el punto de vista mecánico, considerando los esfuerzos producidos por las interacciones electromagnéticas. También se presentará una propuesta de diseño para los soportes de dichas bobinas.

El diseño mecánico de este trabajo abarca al análisis a nivel de una sola bobina así como el conjunto de todas las bobinas, considerando las fuerzas electromagnéticas generadas por la operación de éstas por las cuales circulará una corriente considerable. Además de que estas fuerzas se aplican de manera cíclica ya que el tokamak es una máquina cuyo funcionamiento es pulsado.

El propósito es diseñar estas bobinas y soportes de tal manera que sean de fácil montaje y desmontaje, pensando en ampliar en un futuro la capacidad de la máquina. También se considera el posterior diseño de soportes y sujeciones para otros dispositivos electromagnéticos como lo es el solenoide central o las bobinas poloidales. Las bobinas de campo toroidal deben ser diseñadas para operar con esfuerzos repetidos para no exceder el criterio de falla por fatiga.

2.2.1. Bobinas de campo toroidal

El campo toroidal buscado en el TPM-1 es de campo de 0.5 T y el valor del rizo¹ debe ser menor al 5%. Las bobinas de campo toroidal serán bobinas circulares, el conductor será cobre y éstas serán encapsuladas con resina epóxica. La propuesta de diseño incluye además una protección con un estuche que también cumplirá la función de acoplamiento para los soportes de las bobinas.

Actualmente la cámara de vacío ya está construida, por lo que el diseño debe ajustarse a ésta. Tampoco es posible disponer de más corriente. Éstos son por lo tanto, los parámetros que no pueden ser modificados y sobre los cuales se debe realizar el diseño. Otra restricción es la necesidad de permitir un diámetro no menor a 8 pulgadas en el centro de la máquina. Este espacio es necesario para el solenoide central.

¹En el Capítulo 4 se explicará a detalle el efecto de rizo.

Tabla 2.2: Parámetros fijos del diseño

Parámetro	Dimensión
Radio mayor	0.4 m
Radio menor	0.1524 m
Espacio libre	0.2032 m
Corriente	5 kA
Campo toroidal	0.5 T
Rizo	$\leq 5\%$

Es necesario poner especial atención en las restricciones mecánicas, ya que éstas afectan directamente las dimensiones y la configuración de las bobinas a fin de evitar interferencias.

Conductor de la bobina

La corriente disponible para operar las bobinas es de 5 kA. Ya que la máquina funciona de manera pulsada, la corriente sólo circulará por las bobinas como máximo por 10 ms^2 . Por lo tanto, conociendo la resistividad del conductor y la longitud del alambre es posible conocer la resistencia en el mismo.

$$R = \rho(T) \frac{L}{S} \quad (2.1)$$

$$\rho(T) = \rho_0 [1 + \alpha (T - T_0)] \quad (2.2)$$

Donde:

R es la resistencia en el conductor.

L es la longitud del conductor.

S es el área de la sección transversal del conductor.

$\rho(T)$ es la resistividad a la temperatura T .

ρ_0 es la resistividad a una temperatura de referencia T_0 .

²Para estudios de física que se consideran relevantes (turbulencia, MHD, espectroscopía, etc.) se requiere una duración mínima del pulso. Comparando maquinas de tamaño similar al TPM-1 como lo son: ISTTOK[16], CASTOR[17], EGYPTOR[18] y ADITYA[19], pulsos de 5 ms son típicos, por tanto, realizar un diseño considerando pulsos de 10 ms permitirá realizar estudios físicos muy interesantes.

α es el coeficiente de temperatura de la resistividad.

Sabiendo la cantidad energía depositada en el alambre durante los 10 milisegundos es posible calcular la temperatura máxima alcanzada en el conductor.

$$E = I^2 R t \quad (2.3)$$

Donde:

I es la corriente.

R es la resistencia.

t es la duración del pulso.

Por otro lado, se sabe que el calor está dado por:

$$Q = \rho C_p \Delta T \quad (2.4)$$

Donde:

ρ es la densidad del conductor.

C_p es la capacidad calorífica.

ΔT es el incremento en la temperatura.

Igualando entonces las Ecs. (2.3) y (2.4) es posible despejar el incremento de temperatura y verificar que éste no supere a la temperatura de fusión considerando como temperatura inicial a la temperatura ambiente. También es posible construir una gráfica de dos variables en función de la temperatura y de la duración del pulso.

$$\frac{t}{\Delta T} = \frac{\rho C_p}{I^2 R} = cte \quad (2.5)$$

El conductor propuesto para las bobinas de campo toroidal es cobre, del que se conocen los valores dados en la Tabla 2.3.[20] [21] [22].

Elección de la bobina

La elección del conductor depende de la bobina que se utilizará. Como se puede ver en la Ec. (2.1) la resistencia depende de la longitud del conductor, y a su vez el tamaño de la bobina determinará el largo del conductor utilizado.

La bobina debe proporcionar el campo magnético toroidal de 0.5 T y ser lo más compacta posible por cuestiones de espacio y de peso. Además se debe dejar libre un

Tabla 2.3: Propiedades físicas del cobre

Propiedad	Valor	Unidades
ρ_0	1.72×10^{-8}	$\Omega \cdot \text{m}$
α	0.00393	$^{\circ}\text{C}^{-1}$
ρ	8.93	g/cm^3
T_{fus}	1084.9	$^{\circ}\text{C}$
C_p	385	$\text{J}/\text{kg} \cdot \text{K}$

espacio de 8 in de diámetro en el centro de la máquina para el solenoide central. Es importante definir la excentricidad de la bobina con respecto a la cámara de vacío que proporcione el rizo⁴ menor al 5 %.

Para esto es necesario modelar el campo magnético producido por las bobinas propuestas y verificar que se cumplan los parámetros requeridos. Comprobar que el valor del rizo esté dentro del rango requerido en las zonas donde se presenta mayor variación del campo magnético, esto es, en los bordes interior y exterior. De esta forma se podrá elegir la bobina de menores dimensiones que cumpla con lo requerido.

A continuación en la Figura 2.3 se muestra un dibujo esquemático de una configuración de 16 bobinas de 10.5 pulgadas de radio y concéntricas con la sección transversal de la cámara de vacío. En la vista a detalle de la Figura 2.4 es posible apreciar la necesidad de determinar correctamente las dimensiones de las bobinas y de la excentricidad de la misma, ya que en el caso de la Figura 2.3 al ser concéntricas la bobina y la sección transversal de la cámara de vacío (excentricidad 0) la interferencia mecánica no existe, pero existirá un diámetro mayor que no permita esta configuración.

Para evitar la interferencia mecánica intervienen los valores de los siguientes parámetros:

- Número de bobinas
- Diámetro de las mismas
- Excentricidad con respecto a la sección transversal de la cámara de vacío
- Diámetro del conducto
- Espesor del encapsulado.

⁴Ver sección 4.1.

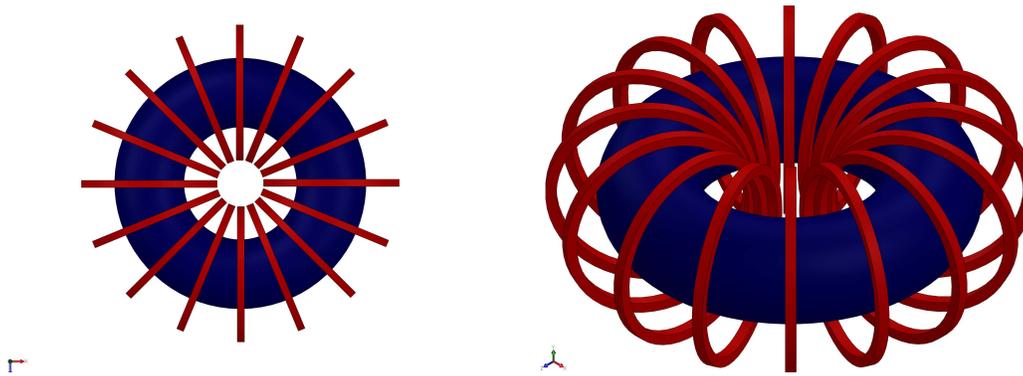


Figura 2.3: Dibujo esquemático de la cámara de vacío y 16 bobinas concéntricas a su sección transversal

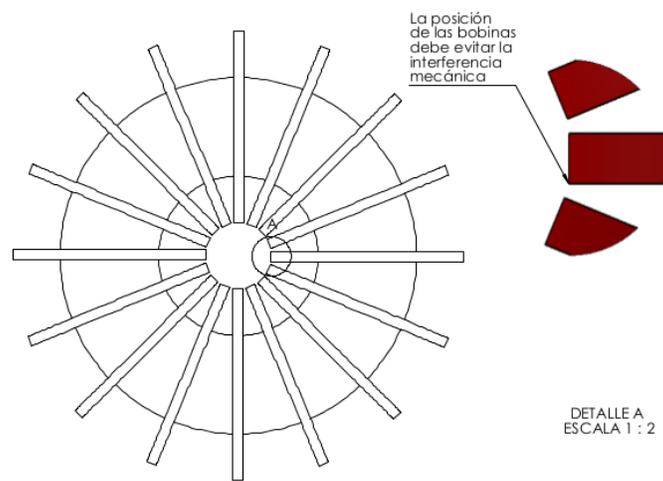


Figura 2.4: Vista superior de la cámara de vacío con bobinas concéntricas su sección transversal.

Encapsulado

Al circular una corriente sobre conductores cercanos aparecerán fuerzas producidas por el movimiento de las cargas. En un análisis que se realizará en los siguientes capítulos podrá conocerse la forma en que estas fuerzas interactúan en la bobina. Es necesario conocer el estado de esfuerzos sobre el encapsulado producido por las

fuerzas magnéticas, ya que éste protege al embobinado y debe resistir dicho estado de esfuerzos. Además, éstos serán aplicados de manera repetida, lo que podría producir una falla por fatiga. El ejemplo que se tiene de tokamaks que funcionan con bobinas no superconductoras es JET, que a pesar de tener dimensiones mucho más grandes al TPM-1, puede dar una idea de las consideraciones tomadas en el diseño mecánico que se plantea en este caso. El encapsulado es una forma de proteger a las bobinas de esfuerzos dinámicos de corto circuito y de dar resistencia ante ambientes agresivos (humedad, temperatura, polvo, etc.) además de que permite mantener las posiciones de los conductores y de esta manera no hacer variar los efectos magnéticos como la inductancia.

Estuche y soportes

Además del encapsulado, el embobinado debe estar cubierto por un estuche (winding case) que también funciona como acoplamiento para los soportes. Éstos en su conjunto también sufrirán efectos de las fuerzas electromagnéticas entre bobinas y deben ser analizados a fin de obtener un buen diseño funcional y sencillo, considerando un proyecto futuro de aumentar las capacidades de la máquina.

Se debe diseñar una bobina que satisfaga todos estos requerimientos

Capítulo 3

Conceptos y principios básicos

Este trabajo utiliza conceptos de diseño mecánico y de electromagnetismo para poder desarrollarse. En este capítulo se da una breve descripción de esos conceptos

3.1. Electromagnetismo

El cálculo de campos magnéticos y las fuerzas producidas por éstos son los conceptos de electromagnetismo utilizados para este trabajo. A continuación se desarrollan de manera breve las ecuaciones que gobiernan dichos fenómenos

3.1.1. Ley de Biot-Savart

Esta ley permite calcular, en cualquier punto del espacio, el campo magnético generado por una corriente que atraviesa un conductor que describe una trayectoria cualquiera.

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (3.1)$$

Donde:

\vec{B} es el vector de campo magnético.

μ_0 es la permeabilidad del vacío.

I es la corriente

$d\vec{l}$ es el elemento diferencial de la trayectoria por la cual transita la corriente.

\vec{r} es el vector que va del elemento diferencial de trayectoria al punto sobre el cual se calcula el campo magnético

Es decir, que para calcular el campo magnético sobre un punto en el espacio es necesario sumar las contribuciones de cada elemento diferencial por el cual circula la corriente

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_L \frac{d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2} \quad (3.2)$$

Campo producido por una espira de corriente

Para el caso de una espira circular de corriente de radio a en el plano XY y centrada en el origen (Véase Fig. 3.1) se puede calcular el campo magnético en cualquier punto a partir de la Ec. (3.2).

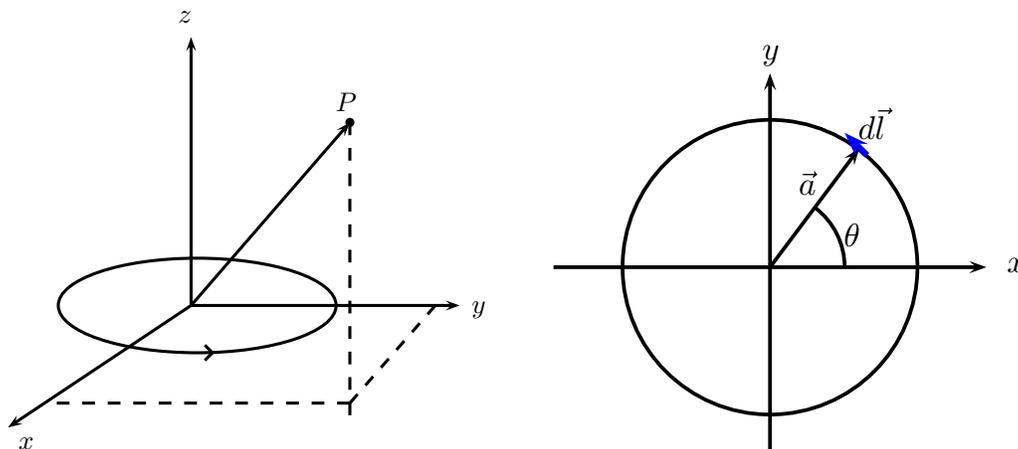


Figura 3.1: Espira sobre el plano XY y centrada en el origen.

En este caso $d\vec{l}$ es un elemento diferencial de la trayectoria circular de la espira de corriente de radio a . Se puede expresar a $d\vec{l}$ en función de un ángulo $d\theta$ de la siguiente manera:

- Supóngase que se traza un vector \vec{a} del centro de la espira a un punto de la circunferencia. Este vector tendrá una magnitud a , y un ángulo θ medido con respecto a la horizontal.
- Ahora se traza un nuevo vector de magnitud a desde el origen con un ángulo $\theta + \Delta\theta$ medido con respecto a la horizontal.

- El vector que une a \vec{a} con el último vector trazado será $\Delta\vec{l}$, el cual tiene una magnitud de $a\Delta\theta$.
- Haciendo que el ángulo $\Delta\theta$ tienda a 0 se tendrá el vector $d\vec{l}$ con magnitud $ad\theta$ y con dirección \hat{e}_θ , la cual es perpendicular a \vec{a} .

El vector \vec{a} queda definido en función del ángulo θ de la siguiente manera:

$$\vec{a} = a [\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}] d\theta \quad (3.3)$$

El vector $d\vec{l}$ es:

$$d\vec{l} = ad\theta \hat{e}_\theta$$

y

$$\hat{e}_\theta = -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} \quad (3.4)$$

Por lo tanto

$$d\vec{l} = a [-\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}] d\theta \quad (3.5)$$

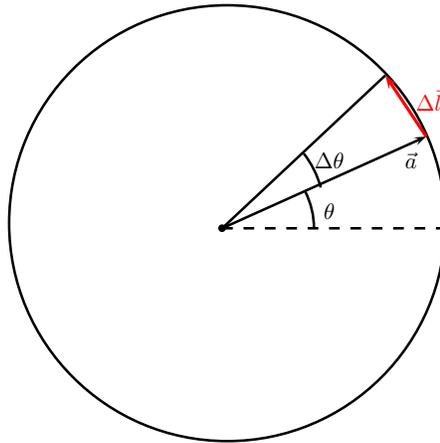


Figura 3.2: Espira de corriente

El vector \vec{r} es aquel que va desde un punto de la espira (definido por \vec{a}) hasta un punto P en el espacio donde se quiera calcular el campo magnético. Se identifica a este punto P como un vector que va del origen a cualquier punto del espacio; esto es:

$$\vec{P} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$$

El vector \vec{r} es entonces la diferencia de \vec{P} y \vec{a} :

$$\vec{r} = [x - a \cos \theta] \hat{i} + [y - a \sin \theta] \hat{j} + [z] \hat{k} \quad (3.6)$$

y su magnitud es:

$$r = [x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - 2a(x \cos \theta + y \sin \theta)]^{\frac{1}{2}} \quad (3.7)$$

Para conocer el campo magnético producido por la espira es necesario aplicar la Ec. (3.2) con los valores de (3.5) y (3.6), donde después de realizar el producto cruz se obtiene:

$$B_x = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \cos \theta}{[x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - 2a(x \cos \theta + y \sin \theta)]^{\frac{3}{2}}} d\theta \quad (3.8)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \sin \theta}{[x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - 2a(x \cos \theta + y \sin \theta)]^{\frac{3}{2}}} d\theta \quad (3.9)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a - (y \sin \theta + x \cos \theta)}{[x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - 2a(x \cos \theta + y \sin \theta)]^{\frac{3}{2}}} d\theta \quad (3.10)$$

Fuerza producida por cargas en movimiento

Al existir cargas en movimiento, éstas ejercen fuerzas sobre otras cargas en movimiento. Esta fuerza es proporcional a la magnitud de la carga en movimiento q y de la velocidad \vec{v} a la que ésta se mueva (corriente). También es proporcional al campo magnético \vec{B} . La dirección de la fuerza magnética tiene una dirección perpendicular tanto al campo magnético como a la velocidad de la partícula, y la magnitud de ésta resulta ser proporcional a la componente de \vec{v} sobre \vec{B} , por lo que cuando \vec{v} y \vec{B} son paralelos, entonces la fuerza es igual a cero.

La fuerza magnética sobre una partícula cargada en movimiento está dada por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (3.11)$$

Conociendo el campo magnético producido por una corriente circulando por un conductor es posible conocer las fuerzas producidas sobre otros conductores. Esto es útil en solenoides donde se encuentran muy cerca alambres conductores. En este caso es posible analizar las direcciones de las fuerzas producidas.

- Las espiras contiguas conducen corrientes paralelas, por lo tanto éstas se atraen entre sí
- Lados opuestos de una misma espira conducen corrientes antiparalelas, por lo que existen fuerzas de repulsión

Por lo tanto, un solenoide experimenta una fuerza de tensión en la dirección de su eje, y una de compresión en dirección radial. En capítulos posteriores se realizará un análisis con mayor detalle de este fenómeno.

3.2. Diseño Mecánico

Los conceptos de diseño mecánico utilizados en este trabajo son los de esfuerzos aplicados, criterios de falla producidos por cargas estáticas y dinámicas así como selección de materiales.

3.2.1. Esfuerzos mecánicos

Cuando a un cuerpo sólido se le aplica una fuerza externa, por la tercera ley de Newton debe existir una fuerza interna de reacción que mantiene el equilibrio del cuerpo.

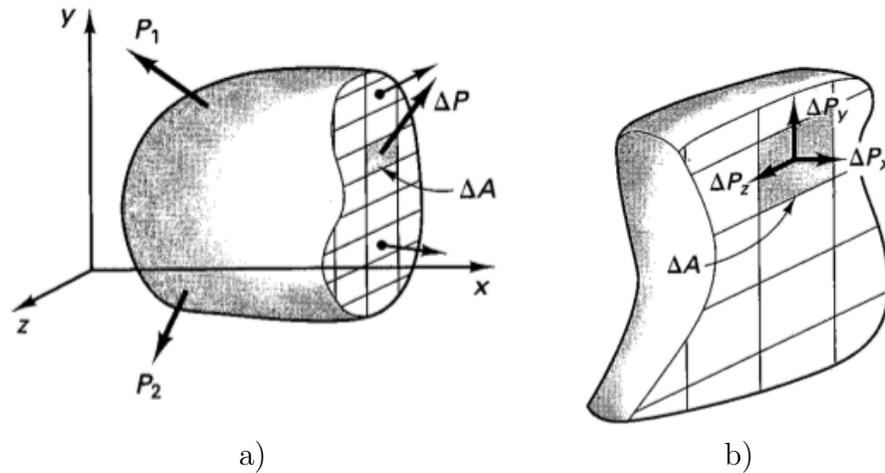
Las fuerzas internas que actúan sobre áreas infinitesimales en una sección transversal son de naturaleza vectorial y en general estas fuerzas varían de un punto a otro tanto en magnitud como en dirección. Es por esto que en mecánica de sólidos es importante determinar estas fuerzas sobre diferentes regiones de una sección transversal.

Supóngase que a un cuerpo sobre el cual se están aplicando dos fuerzas externas se le hace un corte imaginario, aparecerán fuerzas internas que permiten que el estado de equilibrio se mantenga (ver Figura 3.3b)

Para el análisis de sólidos es conveniente descomponer las fuerzas internas en un área ΔA sobre una sección transversal en su componente paralela al plano de la sección y perpendicular al mismo, como se puede ver en la Figura 3.3b

El esfuerzo está definido por la fuerza interna por unidad de área que se tiene en un punto, esto es:

$$\begin{aligned}\sigma_{xx} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta A} \\ \sigma_{yy} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_y}{\Delta A} \\ \sigma_{zz} &= \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta P_z}{\Delta A}\end{aligned}$$



Fuente: EGOR P. POPOV, *Introducción a la mecánica de sólidos*, Editorial Limusa

Figura 3.3: Diagrama de un cuerpo con fuerzas externas e internas

Dependiendo si la fuerza es la componente perpendicular o paralela al plano el esfuerzo, se conoce como *esfuerzo normal* o *esfuerzo cortante*, respectivamente

Tensor de esfuerzos

Si ahora en lugar de hacer un corte en el cuerpo se toma un elemento infinitesimal del mismo se obtiene el cubo de la Fig. 3.4. En donde el primer subíndice los esfuerzos indica la cara en donde está siendo aplicado y el segundo subíndice indica la dirección.

Existen tres esfuerzos normales; σ_{xx} , σ_{yy} y σ_{zz} y seis esfuerzos cortantes; τ_{xy} , τ_{yx} , τ_{yz} , τ_{zy} , τ_{zx} y τ_{xz} . Por otro lado un vector de fuerza \vec{P} tiene únicamente tres componentes; P_x , P_y y P_z que se pueden escribir como un vector columna:

$$\begin{pmatrix} P_x \\ P_y \\ P_z \end{pmatrix}$$

y de manera análoga las componentes de esfuerzo se pueden agrupar en una matriz:

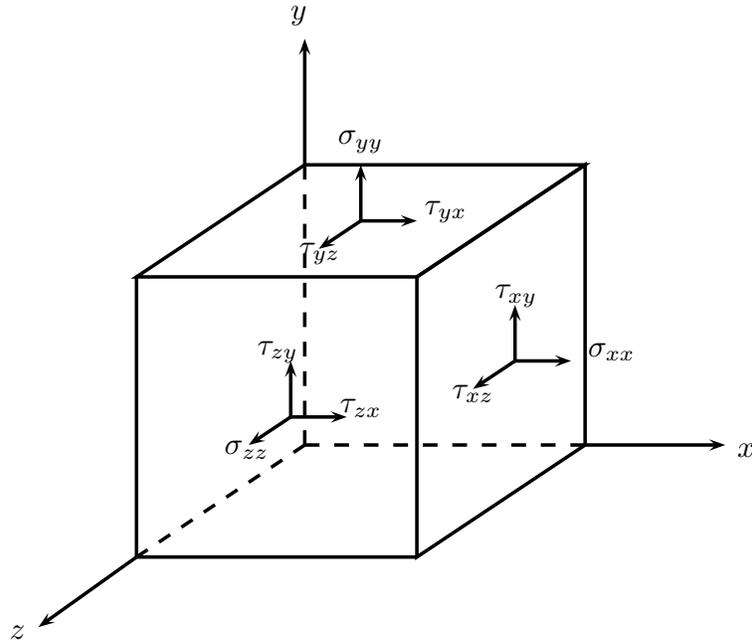


Figura 3.4: Estado general de esfuerzos

Únicamente se muestran los esfuerzos de las caras visibles

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

A esta matriz se le conoce como el tensor de esfuerzos y es la manera de describir el estado de esfuerzos de cualquier cuerpo.

3.2.2. Deformación

Un cuerpo sólido sufre deformación cuando es sometido a un cambio de temperatura o a una carga externa. En los ensayos de tracción una probeta es sometida a una fuerza P y como consecuencia sufre una elongación. Esta elongación depende de la carga aplicada y de la longitud inicial de la probeta. Es por esta razón que se considera el alargamiento por unidad de longitud de la probeta. A esta relación se le conoce como deformación lineal.

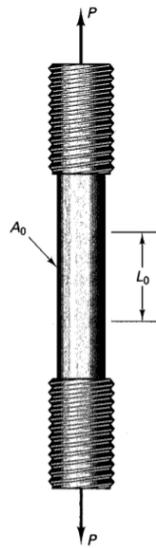


Figura 3.5: Probeta de tensión en una máquina de ensayos

Si l_0 es la longitud de medición original y l es la longitud después de aplicar la carga, la elongación es:

$$\Delta l = l - l_0$$

Y la deformación lineal es:

$$\epsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3.13)$$

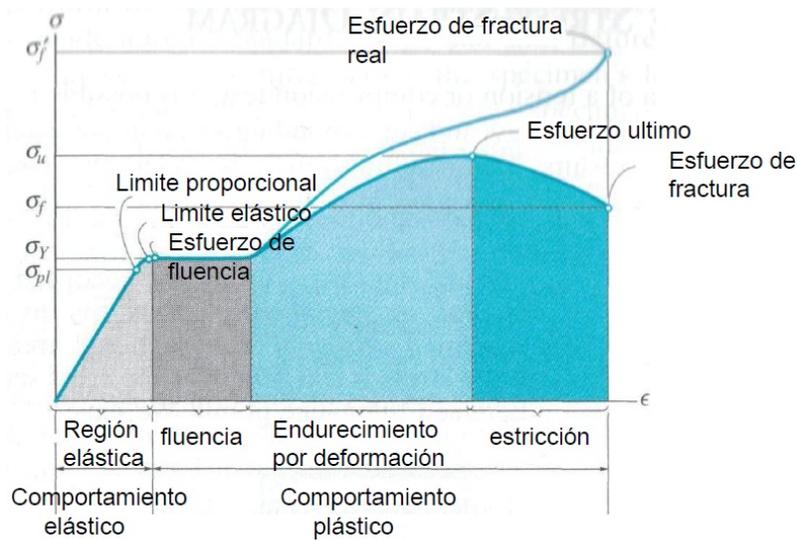
Dependiendo de la manera en que la carga se aplica, es posible tener deformaciones lineales en las tres direcciones.

Si el sólido es sometido a esfuerzos cortantes, la deformación resulta ser una deformación angular.

3.2.3. Diagrama esfuerzo-deformación

Cuando se realiza un ensayo de tensión se hace la suposición de que el esfuerzo es constante sobre toda la sección transversal A_0 , de tal manera que el esfuerzo nominal está dado por:

$$\sigma = \frac{P}{A_0}$$



Fuente: UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA, *Apuntes de Metalografía*, <http://blog.utp.edu.co/metalografia/2012/07/31/2-propiedades-mecanicas-de-los-materiales/>

Figura 3.6: Diagrama esfuerzo-deformación unitaria

La deformación está dada por la Ec. (3.13).

Si se trazan los valores del esfuerzo contra la deformación unitaria durante el ensayo de tracción, la curva resultante se conoce como *Diagrama esfuerzo-deformación*. Este diagrama proporciona información para conocer las propiedades mecánicas de un material independientemente de su tamaño o geometría.

En el diagrama de la Fig. 3.6 se puede observar que existen cuatro regiones:

- Zona elástica
- Zona de fluencia
- Zona de endurecimiento por deformación
- Zona de esfuerzo último

Es en la zona elástica donde el material tiene un comportamiento tal que regresa a su estado original después de haberse aplicado la carga. Si el esfuerzo aplicado sobrepasa esta región, entonces el material queda deformado permanentemente.

3.2.4. Ley de Hooke

La zona elástica de los materiales es gobernada por la ley de Hooke, la cual enuncia que la deformación de un material es directamente proporcional al esfuerzo aplicado. La constante de proporcionalidad es llamada *Módulo de Young*. Para el caso de una probeta la ley de Hooke es:

$$\sigma_x = E\epsilon.$$

Esta relación indica que habrá un aumento en la longitud de la barra, pero en la experimentación se puede ver que además de este incremento en la dirección de fuerza aplicada, existe un decremento en las otras dos direcciones. Si las propiedades del material son las mismas en todas direcciones (materiales isotrópicos), la ley de Hooke generalizada para un material isotrópico es:

$$\begin{aligned}\epsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_y &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} + \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_z}{E} \\ \epsilon_z &= -\nu \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} + \frac{\sigma_z}{E} \\ \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G} \\ \gamma_{zx} &= \frac{\tau_{zx}}{G}\end{aligned}$$

Donde:

ν es el modulo de Poisson

G es el módulo de elasticidad al corte

Y estas propiedades se encuentran relacionados con el módulo de Young con:

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad (3.14)$$

3.2.5. Fallas por fatiga.

La resistencia de materiales estudia el comportamiento de un cuerpo sometido a diferentes estados de esfuerzo. La geometría es un factor importante en el comportamiento de esfuerzos y deformaciones en un material, así como también lo es la forma en que las cargas se aplican.

La aplicación de una carga constante sobre un cuerpo y el comportamiento de éste en el tiempo será diferente a la aplicación de una carga que está variando en el tiempo.

Esto es causado porque las cargas variables producen grietas en el material que crecen a medida que las cargas se repiten. Por lo tanto, el diseño de elementos sometidos a cargas variables debe hacerse mediante una teoría que tenga en cuenta los factores que influyen en la aparición y desarrollo de las grietas, las cuales pueden producir la falla después de cierto número de repeticiones (ciclos) de esfuerzo. La teoría que estudia el comportamiento de los materiales sometidos a cargas variables se conoce como teoría de fatiga.

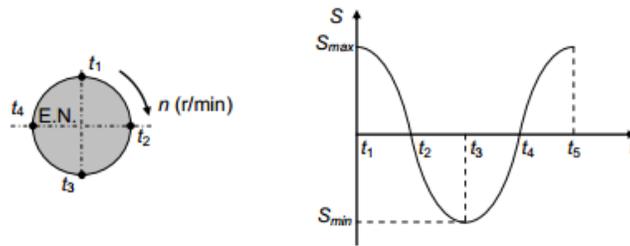
Debido a la aplicación cíclica de cargas, un material falla cuando se somete a esfuerzos muy por debajo del límite elástico del material, además que la falla producida es similar a la falla de un material frágil aun cuando éste sea dúctil.

Mecanismo de falla.

Las fallas por fatiga se conocieron cuando al fabricar ejes para ferrocarriles, éstos fallaban al poco tiempo de estar en operación, lo cual causó gran sorpresa, a pesar de que el material para su construcción fue acero dúctil, la falla se presentaba como la de un material frágil. En los ejes, la variación de la carga se produce debido al giro del mismo. Si se fija un punto en la superficie del eje, debido a las cargas externas, en un instante de tiempo este punto se encontrará sometido a esfuerzos de tensión, en otro instante de tiempo la carga será cero y en otro instante de tiempo estará sometido a compresión. Esto se repetirá de manera cíclica mientras el eje se encuentre en operación.

Si las cargas variables sobre un elemento son de magnitud suficiente como para producir fluencia en ciertos puntos, es posible que después de cierto tiempo aparezca una grieta microscópica. Normalmente, ésta se genera en la vecindad de una discontinuidad o en un punto que soporta un gran esfuerzo o una gran fluctuación de éste. La grieta que se inicia es un concentrador de esfuerzos altamente nocivo; por lo tanto, tiende a expandirse con cada fluctuación de los esfuerzos. Con cada ciclo de esfuerzos la grieta aumentará sus dimensiones.

A pesar de que en materiales dúctiles los esfuerzos cortantes son los encargados



Fuente: VANEGAS, LIBARDO V, *Conceptos Básicos sobre Diseño de Máquinas*.

Figura 3.7: Esquema de esfuerzos en un eje al girar

de iniciar las grietas, los esfuerzos normales de tracción son los que actúan en la grieta tratando de abrirla y haciendo que crezca. La sección del material se reduce con el crecimiento gradual de la grieta, hasta que finalmente se rompe cuando la combinación del tamaño de la grieta y de la magnitud del esfuerzo nominal produce una fractura súbita de tipo frágil[24].

Se pueden enumerar entonces tres etapas de fallas por fatiga:

- Iniciación de las grietas.
- Propagación de las grietas.
- Fractura.

Modelos de fatiga.

Dependiendo de el número de ciclos sobre el que se diseña el elemento, se puede clasificar en dos regímenes de fatiga:

- Fatiga de bajo ciclaje.
- Fatiga de alto ciclaje.

La división entre una y otra se encuentra alrededor de lo 10^3 ciclos.

Para las aplicaciones de fatiga de alto ciclaje el modelo más utilizado es el *Procedimiento esfuerzo-vida*. Este modelo está basado en el esfuerzo que busca encontrar un límite de resistencia a la fatiga para de esta forma mantener los esfuerzos cíclicos por debajo de este valor, para de esta forma evitar la falla durante el número de ciclos requerido.

El objetivo es mantener los esfuerzos locales de las muescas tan bajos, que la etapa de iniciación de la grieta nunca comience, esto es, que tanto esfuerzos como deformaciones en cualquier punto del elemento siempre se encuentren en la zona elástica.

Capítulo 4

Condiciones electromagnéticas en el TPM-1

En este capítulo se definirá la configuración de las bobinas, esto es:

- Calibre del conductor
- Diámetro de bobinas
- Posición de las bobinas
- Campo magnético toroidal alcanzado
- Fuerza entre conductores de la misma bobina
- Fuerza entre bobinas

Con base en los resultados obtenidos se podrá proceder a establecer el estado de esfuerzos y realizar el análisis mecánico para definir finalmente dimensiones, geometrías y materiales.

El primer paso para lograr un diseño mecánico sencillo y funcional es comprender lo mejor posible el fenómeno al cual estará sometido la pieza o el ensamble. En este caso, el fenómeno es el campo magnético toroidal (TF) producido por una configuración de bobinas circulares para confinar un plasma en una cámara de vacío con geometría toroidal.

Los parámetros fijos están limitados por cuestiones económicas, de espacio u otras. Estos deben considerarse como constantes a la hora de realizar los cálculos para el diseño:

- Corriente en las bobinas
- Dimensiones de la cámara de vacío
- Geometría de las bobinas

Por otra parte, las condiciones magnéticas que se deben cumplir para el confinar el plasma y operar esta máquina son:

- Campo magnético en la región de confinamiento mayor o igual a 0.5 T
- Rizo menor al 3%

Como las dimensiones de la cámara de vacío ya están establecidas y son fijas, se debe lograr que los parámetros magnéticos se cumplan en dicha región. Estas dimensiones son:

$$R_m = 0.4 \text{ m}$$

$$r_m = 0.1524 \text{ m}$$

Donde:

R_m es el radio mayor del toroide.

r_m es el radio menor del toroide.

Para conocer la configuración óptima de bobinas (número de bobinas, excentricidad respecto a la cámara de vacío y tamaño de la bobina) se realizaron cálculos para diferentes configuraciones de bobinas. De tal forma que la distancia angular que separa una bobina de otra ($\Delta\phi$) multiplicado por el número de bobinas sea igual a 2π . Es decir:

$$\Delta\phi \times N_{bob} = 2\pi$$

Los valores de N_{bob} que satisfacen esta condición son:

$N_{bob} = 16$	con $\Delta\phi = \frac{\pi}{8} = 22.5^\circ$
$N_{bob} = 15$	con $\Delta\phi = \frac{2\pi}{15} = 24^\circ$
$N_{bob} = 12$	con $\Delta\phi = \frac{\pi}{6} = 30^\circ$
$N_{bob} = 10$	con $\Delta\phi = \frac{\pi}{5} = 36^\circ$

Los diámetros de las bobinas a se hacen variar desde 9 in hasta 12 in en incrementos de 0.5 in y la excentricidad de las bobinas con respecto a la cámara toroidal será hacia afuera del origen del eje de simetría del toro y está limitada por condiciones geométricas, hasta el punto en que las bobinas se junten en la parte más cercana al eje de simetría.

4.1. Rizo

El efecto rizo (Ripple Effect) se define como un error relativo entre el valor máximo y mínimo de campo magnético toroidal. Los puntos sobre los cuales se realiza la medición de campo magnético se establecen de tal forma que un punto se tome a una distancia r del origen y a un determinado valor angular ϕ tal que coincida con el $\Delta\phi$ correspondiente, es decir, que si se prolonga el segmento del origen al punto de medición la línea formada estará en el plano sobre el cual se encuentra la sección transversal de la bobina.

El otro punto se coloca desplazando $\frac{\Delta\phi}{2}$ sobre el mismo plano z donde se ubicó el primer punto de tal forma que se encuentre justo en medio de dos bobinas de campo toroidal y a la misma distancia r del origen.

El campo magnético siempre será mayor cerca de las espiras de corriente, pero será todavía mayor cuando estas espiras se encuentren más cerca una de otra. Entonces el valor del rizo dentro del toroide formado por las bobinas aumentará a medida que se calcule en puntos más alejados del origen.

Lo que interesa es conocer el valor del rizo en la cámara de vacío. Los puntos de interés son: los bordes y en el centro de la cámara. Estos valores varían en función del diámetro de la bobina y de la excentricidad de la misma con respecto a la cámara.

4.2. Restricciones físicas

Como se mencionó existen limitaciones referente a qué tanta excentricidad se le puede dar a las bobinas con respecto a la cámara de vacío. Estas restricciones dependen del número de vueltas del conductor y del calibre del mismo.

Para el caso de TPM-1 se tiene:

- 36 vueltas
- 6 capas
- Conductor de alambre magneto (cobre) calibre 4

Esto indica que la bobina tendrá un espesor

$$l^* = 6 \times d_{conductor} \tag{4.1}$$

Ya que las 36 vueltas se distribuyen en las 6 capas.

Donde el diámetro máximo del conductor para el calibre 4 es de $d_{conductor} = 5.225 \text{ mm}$ [23]

Considérese la situación límite en la que una bobina topa con la otra, es decir, la posición de excentricidad máxima permitida por los parámetros físicos como se muestra en la Figura 4.1.

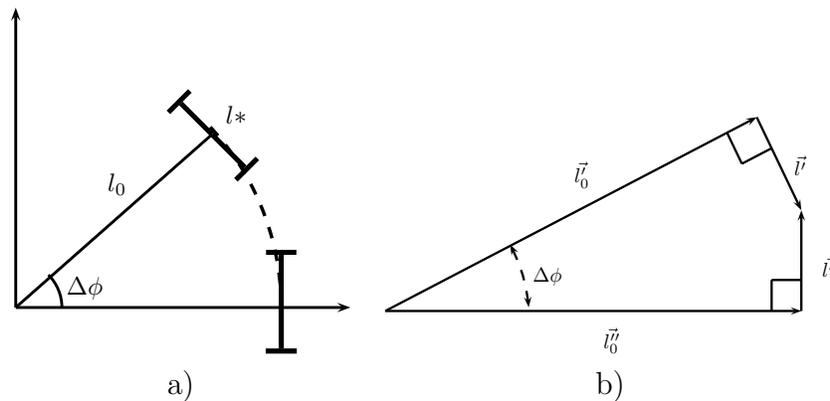


Figura 4.1: Esquema de dimensiones para la excentricidad de la bobina.

a) Arreglo de dos bobinas. b) Esquema de vectores de las bobinas en offset máximo.

Sea \vec{l}'_0 un vector que está dirigido desde el origen y hasta el borde de una bobina. Este vector forma un ángulo $\Delta\phi$ con la horizontal, en donde se encuentra otro vector \vec{l}''_0 que es de igual magnitud de \vec{l}'_0 para así permitir la configuración toroidal.

La magnitud de \vec{l}'_0 está dada por:

$$||\vec{l}'_0|| = R_m - a + excentricidad \tag{4.2}$$

Donde:

a es el radio interior de la bobina.

Los vectores \vec{l}' y \vec{l}'' son perpendiculares a \vec{l}'_0 y \vec{l}''_0 respectivamente. Estos representan la mitad del espesor de la bobina, es decir, su magnitud es $\frac{l^*}{2}$.

Para obtener la magnitud l_0 se hace la suma de los vectores de tal forma que sea 0. Esto es, cuando el extremo de una bobina toque con el extremo de la otra. Se debe cumplir entonces:

$$\vec{l}'_0 + \vec{l}' - \vec{l}'' + \vec{l}''_0 = 0$$

De donde podemos obtener lo siguiente:

$$l_0 (\cos \Delta\phi \hat{i} + \sin \Delta\phi \hat{j} - \hat{i}) + \frac{1}{2} l^* (\sin \Delta\phi \hat{i} - \cos \Delta\phi \hat{j} - \hat{j}) = 0$$

$$l_0 [(\cos \Delta\phi - 1) \hat{i} + \sin \Delta\phi \hat{j}] + \frac{1}{2} l^* [\sin \Delta\phi \hat{i} - (\cos \Delta\phi + 1) \hat{j}] = 0$$

Resolviendo por componentes se tiene:

- Componente x

$$l_0 (\cos \Delta\phi - 1) + \frac{1}{2} l^* (\sin \Delta\phi) = 0$$

- Componente y

$$l_0 \sin \Delta\phi - \frac{1}{2} l^* (\cos \Delta\phi + 1) = 0$$

Resolviendo se tienen dos maneras de calcular el valor de l_0 y por lo tanto el valor máximo de la excentricidad.

$$l_0 = -\frac{1}{2} \left(\frac{\sin \Delta\phi}{\cos \Delta\phi - 1} \right) l^*$$

$$l_0 = \frac{1}{2} \left(\frac{\cos \Delta\phi + 1}{\sin \Delta\phi} \right) l^*$$

La excentricidad mínima necesaria para evitar la interferencia entre bobinas se obtiene despejando la Ec. (4.2):

$$exc_{min} = l_0 + a - R_m$$

Sustituyendo el valor de l_0 obtenemos que la excentricidad es:

$$exc_{min} = \frac{1}{2} \left[2a - \left(\frac{\sin \Delta\phi}{\cos \Delta\phi - 1} \right) l^* \right] - R_m$$

$$exc_{min} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\cos \Delta\phi + 1}{\sin \Delta\phi} \right) l^* + 2a \right] - R_m$$

De estas ecuaciones, R_m es conocido, $\Delta\phi$ depende del número de bobinas y l^* depende del calibre del conductor utilizado (Ec.(4.1)). Esto quiere decir que si se fija un calibre de conductor, el valor de la excentricidad mínima necesaria será únicamente función del número de bobinas y del diámetro de las mismas.

Hasta este punto no se ha considerado el ancho de la bobina. Al tener 6 capas esta dimensión no puede ser despreciada, por lo tanto, para obtener un valor correcto de la excentricidad máxima se le debe sumar esta cantidad que está dada por:

$$w_{bob} = 6 \times d_{conductor} \tag{4.3}$$

Sumando la Ec.(4.3) a la ecuación anterior obtenemos el valor de la excentricidad máxima. Se puede ver además que existe una relación entre l^* y w_{bob} ya que ambas dimensiones son múltiplos del diámetro del conductor, lo que puede simplificar la expresión que determina la excentricidad mínima a:

$$exc_{min} = 6d_{cond} \left[\left(\frac{\cos(\Delta\phi) + 1}{\sin \Delta\phi} \right) + 1 \right] + a - R_m \tag{4.4}$$

$$exc_{min} = 6d_{cond} \left[1 - \left(\frac{\sin \Delta\phi}{\cos(\Delta\phi) - 1} \right) \right] + a - R_m \tag{4.5}$$

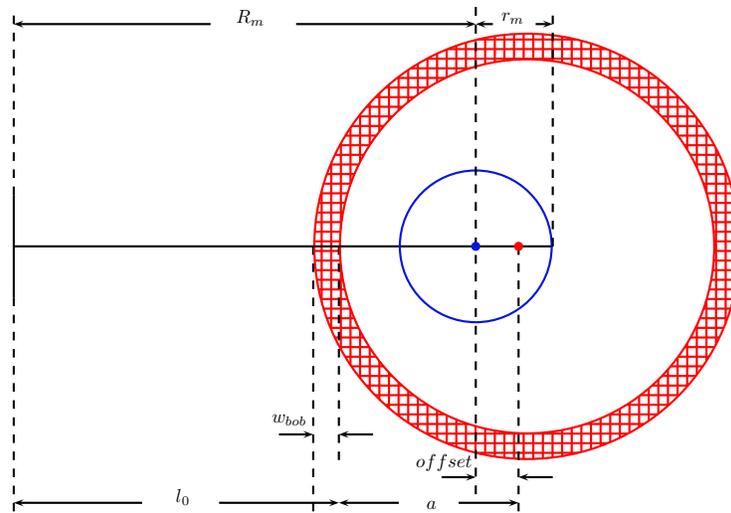


Figura 4.2: Esquema de distancias en bobinas de campo toroidal con ancho de bobina w_{bob}

Existe además otra restricción física: La bobina sólo puede desplazarse hasta topar con la cámara de vacío. Sabiendo que la cámara de vacío tiene un radio $r_m = 0.1524$ m, podemos decir que la excentricidad máxima debido a esta restricción se obtiene cuando se cumple:

$$r_m = a - exc_{max}$$

A esta expresión se le tiene que sumar un término h , ya que al momento en el que la bobina tope con la cámara de vacío no será en su centro, sino en su extremo, como se muestra en la Fig.(4.3)

$$h = R_m - r_m - \sqrt{(R_m - r_m)^2 - (3d_{cond})^2}$$

y por lo tanto:

$$exc_{max} = a - r_m + h \tag{4.6}$$

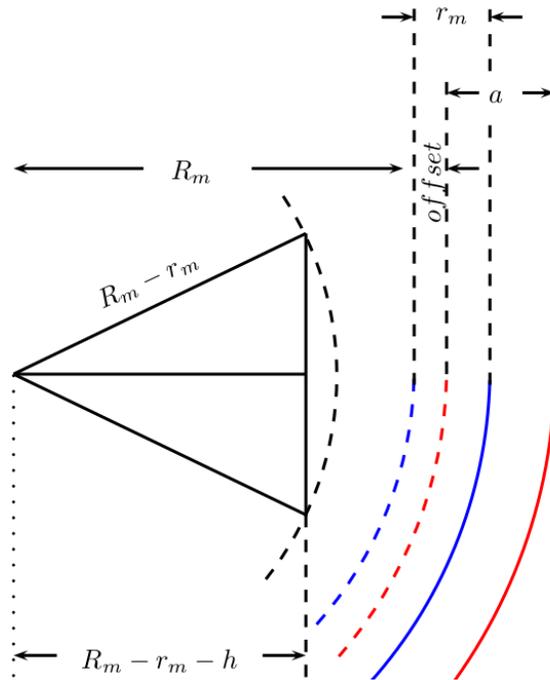


Figura 4.3: Determinación del desplazamiento máximo para una bobina de campo toroidal

Tenemos entonces, dos restricciones para el desplazamiento de la bobina, es decir, el valor de la excentricidad estará en un intervalo donde el límite inferior dependerá de la Ec. (4.4) y el límite superior de la Ec. (4.6)

Tabla 4.1: Intervalo del desplazamiento (excentricidad) para diferentes configuraciones de bobinas

$a = 9$ in			$a = 9.5$ in		
Bobinas	exc_{min}	exc_{max}	Bobinas	exc_{min}	exc_{max}
16	-0.0612465 m	0.0766967 m	16	-0.0485465 m	0.0893967 m
15	-0.0663049 m	0.0766967 m	15	-0.0536049 m	0.0893967 m
12	-0.0815501 m	0.0766967 m	12	-0.0688501 m	0.0893967 m
10	-0.0918073 m	0.0766967 m	10	-0.0791073 m	0.0893967 m

$a = 10$ in			$a = 10.5$ in		
Bobinas	exc_{min}	exc_{max}	Bobinas	exc_{min}	exc_{max}
16	-0.0358465 m	0.102097 m	16	-0.0231465 m	0.114797 m
15	-0.0409049 m	0.102097 m	15	-0.0282049 m	0.114797 m
12	-0.0561501 m	0.102097 m	12	-0.0434501 m	0.114797 m
10	-0.0664073 m	0.102097	10	-0.0537073 m	0.114797 m

$a = 11$ in			$a = 11.5$ in		
Bobinas	exc_{min}	exc_{max}	Bobinas	exc_{min}	exc_{max}
16	-0.0104465 m	0.127497 m	16	0.00225355 m	0.140197 m
15	-0.0155049 m	0.127497 m	15	-0.00280492 m	0.140197 m
12	-0.0307501 m	0.127497 m	12	-0.0180501 m	0.140197 m
10	-0.0410073 m	0.127497 m	10	-0.0283073 m	0.140197 m

Para determinar el máximo desplazamiento posible, es decir, cuando la bobina tope con la cámara de vacío, se considerará un factor adicional de 5 mm que incluye a la resina que cubrirá el conductor y una longitud extra para componentes de los soportes de la bobina.

4.3. Campo magnético toroidal

Partiendo de las restricciones mecánicas para evitar interferencia entre bobinas, se calculará el campo magnético y el rizo producido en la región de la cámara de vacío para diferentes arreglos de bobinas, a fin de encontrar la configuración óptima para la operación de la máquina con las características planteadas.

Se calcularán los valores del rizo para el borde exterior, el centro y el borde interior de la cámara de vacío en función del desplazamiento de la bobina para una misma configuración de bobinas (número de bobinas y radio de bobinas). De esta manera se podrá analizar el comportamiento de este fenómeno y determinar el desplazamiento óptimo.

Para esto se tiene que calcular el campo magnético generado por el conjunto de N bobinas en configuración toroidal. Considerando cada bobina como una sola espira por la que circula una corriente I_{tot} de $5000 \text{ A} \times 36$. Las ecuaciones que definen el campo generado son¹

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \int_0^{2\pi} \frac{\sin \phi (a + r_m \cos \theta - z \sin \theta) - y \cos \theta}{|\vec{r}|^3} d\theta \quad (4.7)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \int_0^{2\pi} \frac{-\cos \phi (a + r_m \cos \theta - z \sin \theta) + x \cos \theta}{|\vec{r}|^3} d\theta \quad (4.8)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta (2a \cos \theta \sin \phi \cos \phi - (x \sin \phi + y \cos \phi))}{|\vec{r}|^3} d\theta \quad (4.9)$$

Donde:

$$|\vec{r}|^2 = [x - (r_m \cos \phi + a \cos \theta \cos \phi)]^2 + [y - (r_m \sin \phi + a \cos \theta \sin \phi)]^2 + [z - a \sin \theta]^2$$

Estos cálculos se realizan para diferentes configuraciones de bobinas a fin de seleccionar la que cumpla con los requerimientos y que sea la más compacta posible.

4.3.1. Cálculos para 16 bobinas

Calculando el valor del rizo en función del desplazamiento de la bobina es posible observar bajo qué condiciones el rizo es menor del 5 %, esto se debe realizar para los puntos de interés en la cámara de vacío, esto es, en los bordes exterior e interior y el el centro de la misma. Todo esto sobre el plano de simetría que corresponde a $z=0$.

Se puede observar en la Figura 4.4 cómo el valor del rizo en el centro de la cámara se mantiene siempre en un valor menor al mínimo buscado, mientras que el rizo en el borde interior aumenta conforme aumenta el desplazamiento de las bobinas. Por otro lado, en el borde exterior el valor del rizo disminuye conforme el desplazamiento de las bobinas aumenta.

¹El desarrollo completo de estas ecuaciones se encuentra en el Apéndice A.

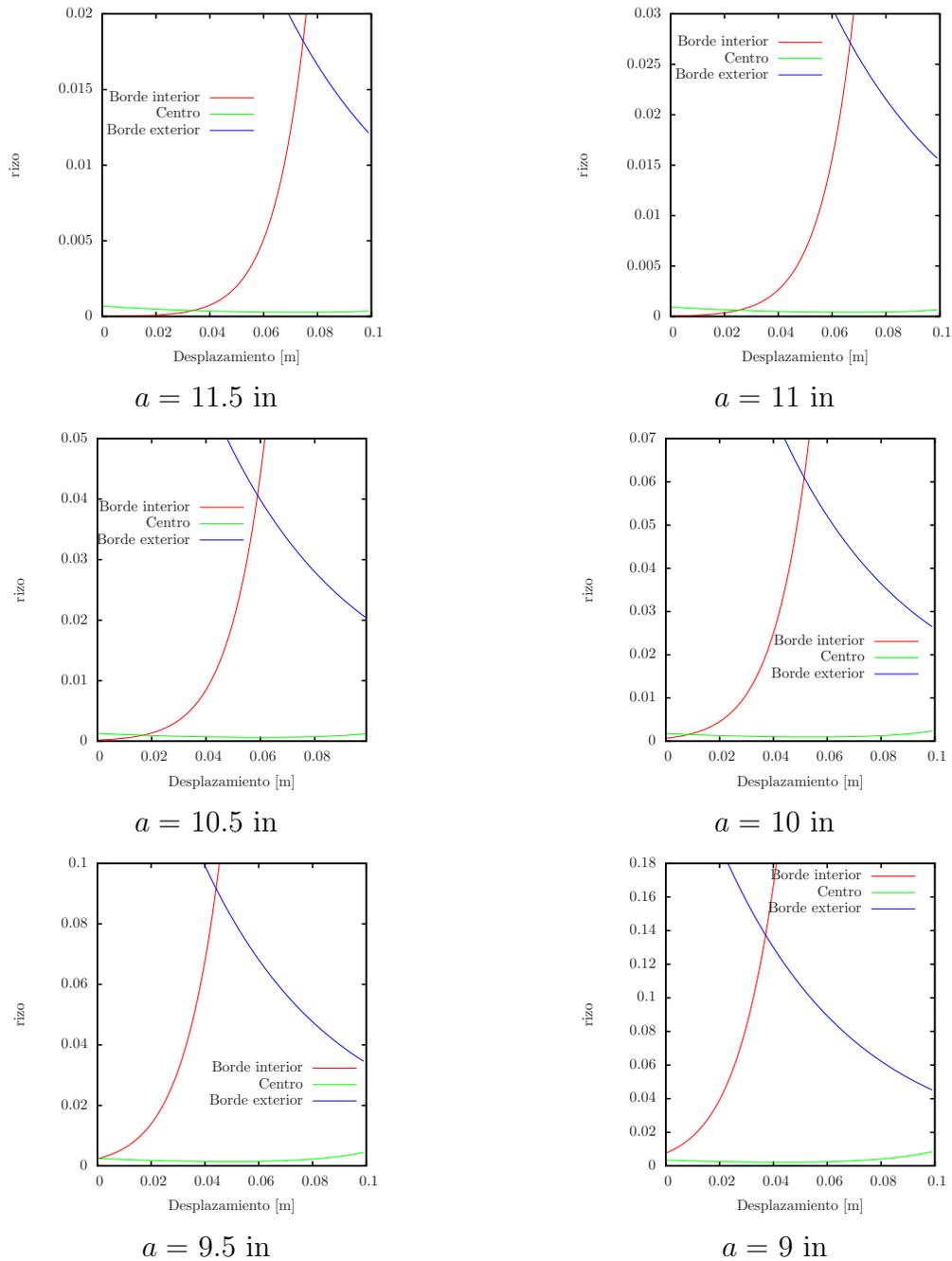


Figura 4.4: Variación del rizo con respecto al desplazamiento para una configuración de 16 bobinas.

Los valores de importancia, es decir, la intersección de las curvas de borde exterior e interior se encuentran tabulados en la Tabla 4.2

Tabla 4.2: Rizo en borde interior, centro y borde exterior de la cámara para 16 bobinas.

a [in]	Desp [m]	Rizo [%]
11.5	0.074375	1.821
11	0.0667	2.72
10.5	0.05896	4.065
10	0.05145	6.1
9.5	0.0442	9.17
9	0.03711	13.738

De estos valores se deben descartar todos aquellos en los que el valor del rizo es mayor al 5%. Esto descarta las bobinas con radio menor a 10.5 in.

4.3.2. Cálculos para 15 bobinas

Para 15 bobinas ocurre una situación particular: Si enumeramos las bobinas del 1 al 15, la variación del campo magnético entre la bobina 1 y la bobina 2 no es la misma que de la bobina 2 a la bobina 3. Esto se puede ver en la Figura 4.5 para el borde interior, centro y borde exterior de la cámara. Es por eso que para efectos del diseño se descarta la opción de una configuración con 15 bobinas.

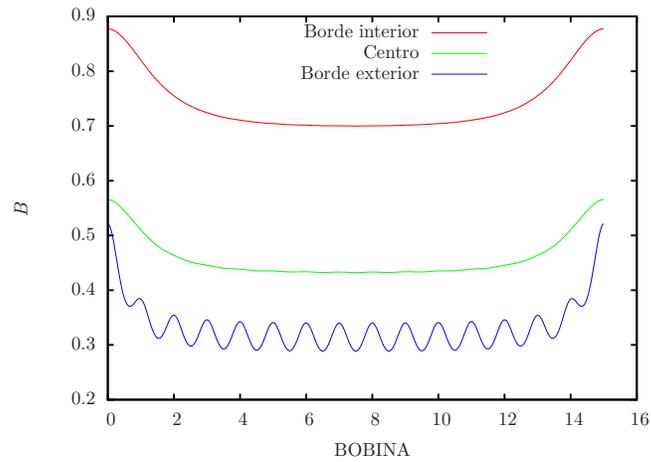


Figura 4.5: Variación de B con respecto a la posición angular ϕ

En la Figura 4.6 se observa el comportamiento de la magnitud del campo magnético con isoclinas de campo en el plano XY.

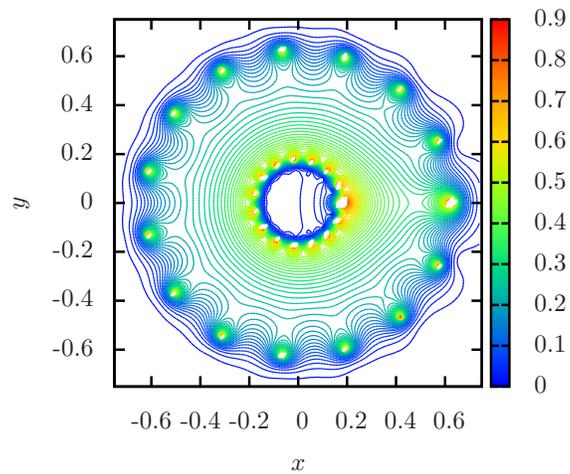


Figura 4.6: Campo magnético B para 15 bobinas

4.3.3. Cálculos para 12 bobinas

Las gráficas de rizo contra desplazamiento se muestran a continuación en la Fig. 4.7

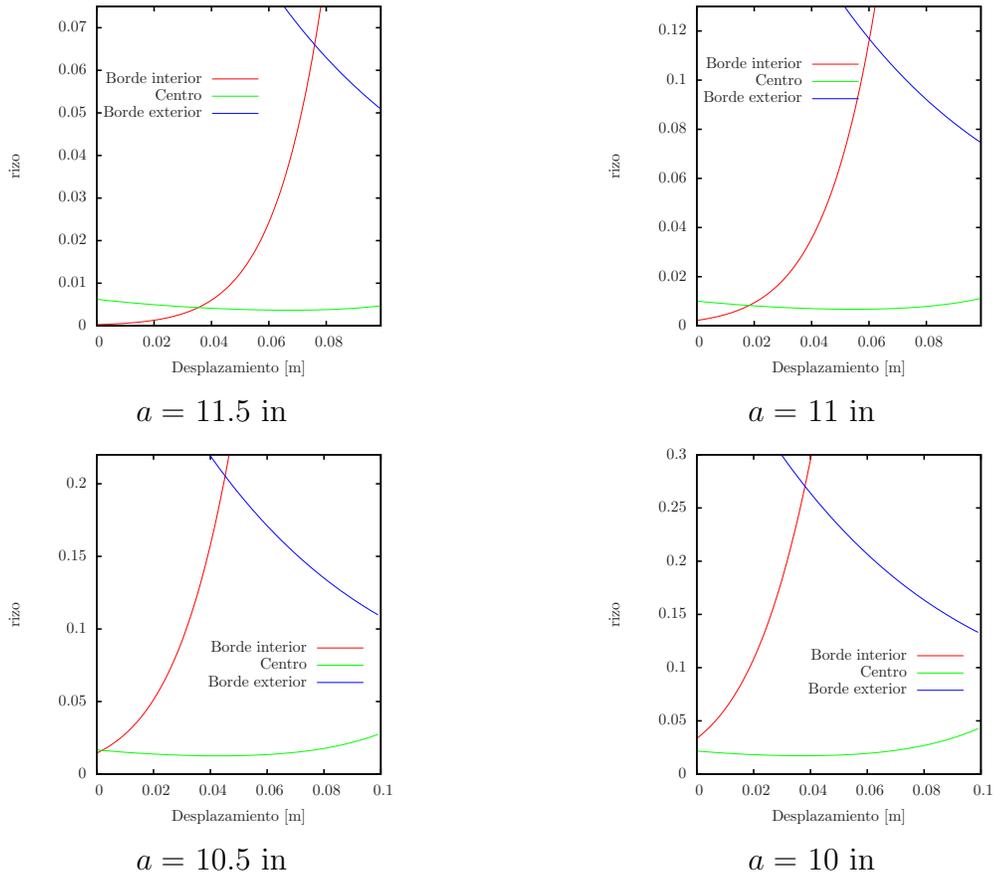


Figura 4.7: Variación del rizo con respecto al desplazamiento para una configuración de 12 bobinas.

Con ninguna de los diámetros analizados se alcanzó en rizo menor al 5%. Conforme aumenta la dimensión de la bobina el punto de intersección de las curvas *rizo-desplazamiento* para borde exterior e interior corresponde a un rizo menor. En el caso de 12 bobinas este tamaño de bobinas es mayor a 12 pulgadas y por lo tanto se descarta este arreglo de bobinas.

A medida que el número de bobinas disminuye, el radio necesario para lograr

el rizo menor al 5% aumenta, por lo tanto para la configuración de 10 bobinas el radio de la bobina necesario está por encima de las dimensiones que la cámara de vacío permite. De esta manera se descarta cualquier configuración que incluya menos bobinas.

4.4. Selección de la configuración de bobinas

A partir de estos datos se concluye que la configuración sobre la cual se trabajará es de 16 bobinas de 10.5 in de radio y con un desplazamiento respecto a la cámara de vacío de 59 mm. Los campos magnéticos generados con esta configuración se muestran en las Figuras 4.8, 4.9 y 4.10. En la primera figura se muestra el campo magnético en la región que contiene a una bobina, es decir, el plano $x=0$. En las dos últimas se muestra el campo en el plano $z=0$ para toda la región de las bobinas y un cuadrante respectivamente. Es posible apreciar en las Figuras 4.9 y 4.10 que la región más cercana al borde de la bobina presenta una mayor intensidad de campo magnético, sin embargo al graficar el rizo con respecto a la posición angular entre dos bobinas se observa un comportamiento aceptable y dentro del criterio de diseño establecido (Figura 4.11).

Tabla 4.3: Parámetros finales de las bobinas de campo toroidal.

Característica	Valor
Número de bobinas	16
Radio de la bobina	10.5 in
Desplazamiento de la bobina	59 mm
Calibre del conductor	4 AWG

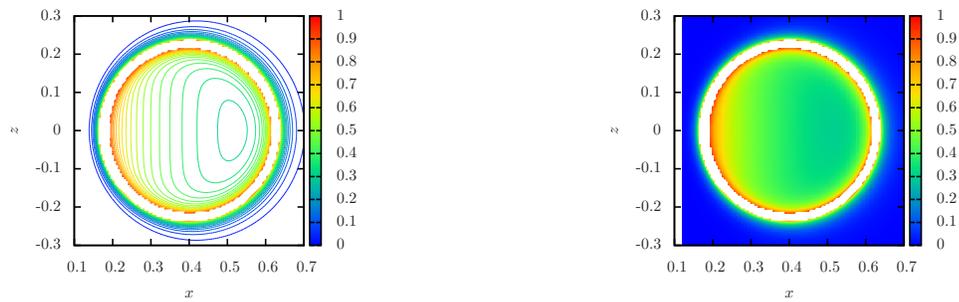


Figura 4.8: Campo magnético en un plano paralelo a una de las bobinas.

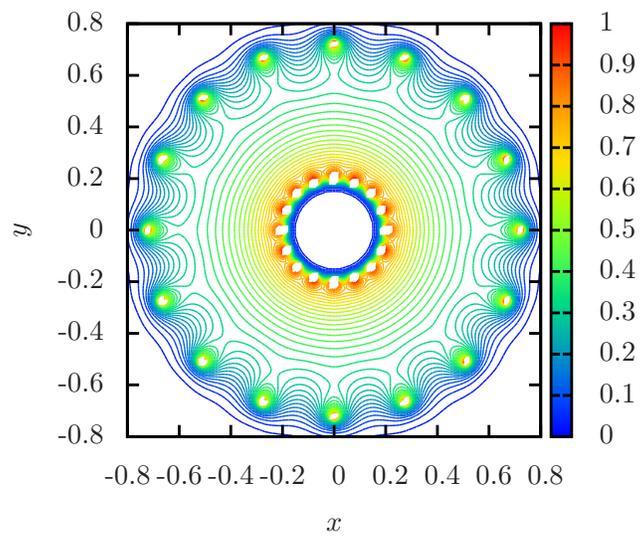


Figura 4.9: Campo magnético toroidal producido por la configuración final

Ahora es importante verificar que esta configuración no esté impedida por restric-

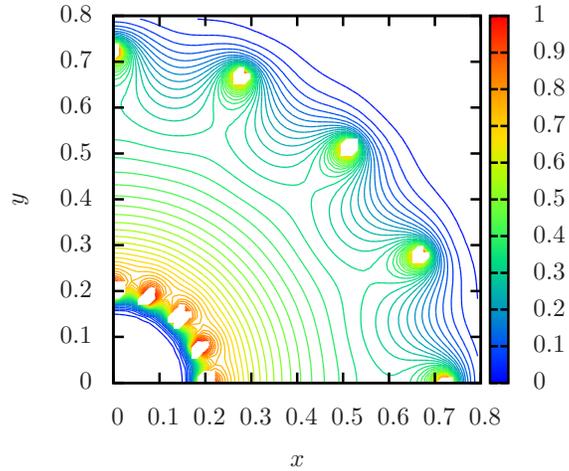


Figura 4.10: Campo magnético toroidal producido por la configuración final en un solo cuadrante.

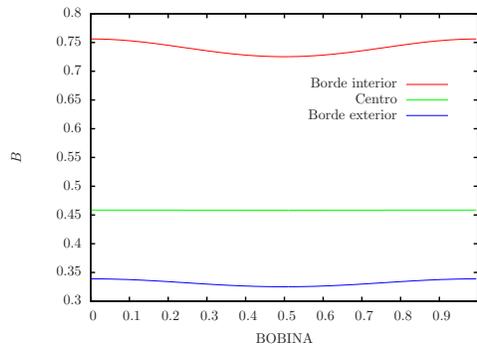


Figura 4.11: Campo magnético vs desplazamiento angular entre dos bobinas

ciones mecánicas, es decir, se debe cumplir que no exista interferencia entre bobinas en la zona cercana al origen del sistema de referencia.

En la Figura 4.12 se muestran las bobinas en la posición correspondiente a 16 bobinas de 10.5 pulgadas de radio interior y con un desplazamiento de 59 mm con

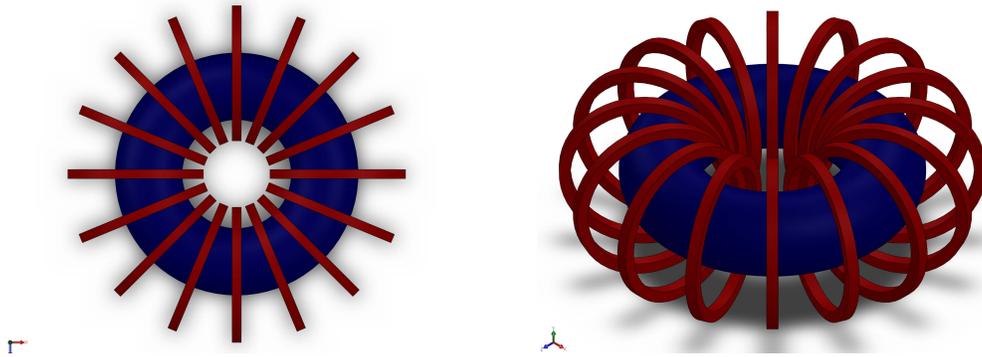


Figura 4.12: Esquema de configuración final de bobinas.

respecto al centro de la sección circular transversal de la cámara de vacío. Además, se considera un encapsulado de 5 mm por lado.

Se puede ver en la Figura 4.13 una vista a detalle del espacio entre bobinas, y el espacio mayor a una circunferencia de 8 pulgadas (203.2 mm) en el origen del sistema de referencia .

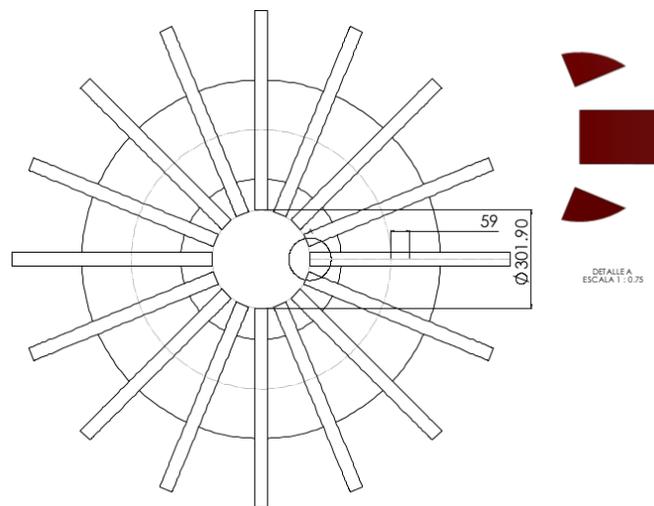


Figura 4.13: Esquema con vista a detalle de la posición de las bobinas de campo toroidal

4.5. Fuerzas magnéticas

Una vez definida la configuración de bobinas, es posible determinar las fuerzas producidas por el campo magnético. Estas fuerzas servirán como base para el análisis mecánico tanto en las bobinas, como en la estructura de los soportes de las mismas.

4.5.1. Fuerzas en una sola bobina

Supóngase dos espiras circulares de corriente en planos paralelos, cuyos centros están alineados sobre el mismo eje, y se encuentran separadas una distancia c . La espira A tiene un radio a y la espira B un radio b (Ver Figura 4.14). Este es el caso general en el que se encuentran las espiras de cada bobina en el tokamak TPM-1.

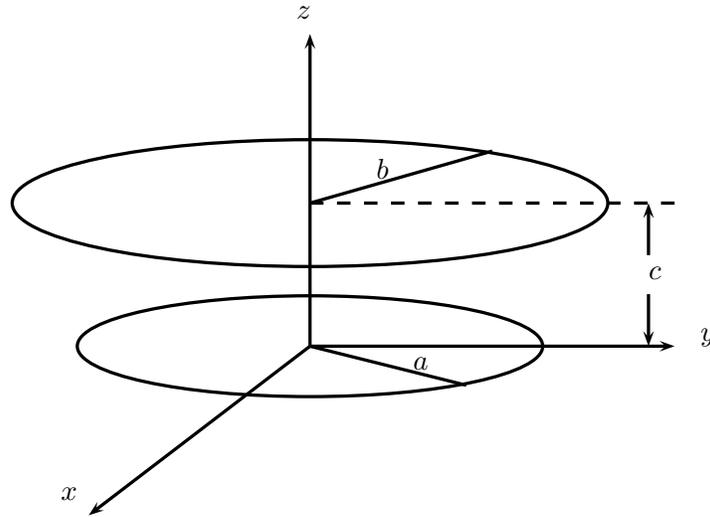


Figura 4.14: Caso general de dos espiras de corriente en una bobina.

Por ambas espiras circula una corriente I de 5000 A en la misma dirección. La fuerza producida por la espira A en un punto de la espira B está dado por la Ec. (3.11), donde el campo magnético \vec{B} es conocido y $d\vec{l}$ es la dirección de trayectoria de la espira B sobre la cual circula una corriente I en el punto.

El campo magnético producido por la espira A en cualquier punto del espacio está dado por:

$$B_x = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \cos \alpha}{[x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - 2a(x \cos \alpha + y \sin \alpha)]^{\frac{3}{2}}} d\alpha$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{z \sin \alpha}{[x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - 2a(x \cos \alpha + y \sin \alpha)]^{\frac{3}{2}}} d\alpha$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a - (y \sin \alpha + x \cos \alpha)}{[x^2 + y^2 + z^2 + a^2 - 2a(x \cos \alpha + y \sin \alpha)]^{\frac{3}{2}}} d\alpha$$

Y $d\vec{l}$, que es la diferencial de trayectoria de la espira sobre la que se está ejerciendo la fuerza, está dado por:

$$d\vec{l} = b [-\sin \beta \hat{i} + \cos \beta \hat{j}] d\beta.$$

En donde β es el ángulo medido desde el eje x en la espira B. Por lo tanto la fuerza ejercida por la espira A en un punto de la espira B es:

$$d\vec{F} = I \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -b \sin \beta d\beta & b \cos \beta d\beta & 0 \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$d\vec{F} = Ib \left[(B_z \cos \beta) \hat{i} + (bB_z \cos \beta) \hat{j} - (bB_y \sin \beta + bB_x \cos \beta) \hat{k} \right] d\beta$$

Para obtener la fuerza total que ejerce la espira A sobre la espira B es necesario realizar la integral sobre todo el ángulo β .

$$\vec{F}_{tot} = Ib \int_0^{2\pi} \left[(B_z \cos \beta) \hat{i} + (bB_z \cos \beta) \hat{j} - (bB_y \sin \beta + bB_x \cos \beta) \hat{k} \right] d\beta$$

Es importante hacer notar que lo que se pretende hacer para obtener la fuerza total de la bobina A sobre la bobina B, es primeramente, calcular el campo magnético producido por cada elemento diferencial de trayectoria de la espira A sobre un solo punto de la espira B, y después realizar la operación correspondiente para conocer la fuerza que produce toda la espira A sobre ese punto en B. Posteriormente, se realiza este mismo procedimiento para todos los puntos de la espira B y finalmente se suman todos estos valores de fuerza para así conocer la fuerza total de la espira A sobre la espira B.

Para hacer esto, los puntos x y y z sobre los que se calcula el campo magnético producido por A están dados por:

$$x = b \cos \beta$$

$$y = b \sin \beta$$

$$z = c$$

Sustituyendo los valores de x y y z correspondientes para calcular el campo magnético, las componentes de la diferencial de fuerza son:

$$dF_x = Ib \left[\frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{c \cos \alpha}{r^{\frac{3}{2}}} d\alpha \right] d\beta \quad (4.10)$$

$$dF_y = Ib \left[\frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{c \sin \alpha}{r^{\frac{3}{2}}} d\alpha \right] d\beta \quad (4.11)$$

$$dF_z = Ib \left[\frac{\mu_0 I a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{a - (b \sin \beta \sin \alpha + b \cos \beta \cos \alpha)}{r^{\frac{3}{2}}} d\alpha \right] d\beta \quad (4.12)$$

Donde r está dado por:

$$r = (b \cos \beta)^2 + (b \sin \beta)^2 + c^2 + a^2 - 2a (b \cos \beta \cos \alpha + b \sin \beta \sin \alpha)$$

De esta manera se obtiene un diferencial de fuerza correspondiente a un diferencial de trayectoria en la espira sobre la cual se ejerce la fuerza. Para obtener la fuerza total sobre la espira es necesario integrar las Ecs. (4.10), (4.11) y (4.12) con respecto al ángulo β correspondiente a la espira sobre la que está siendo ejercida la fuerza magnética.

Este cálculo debe realizarse para las 36 espiras de corriente, es decir, se debe calcular la fuerza que ejerce la espira 1 sobre cada una de las otras 35, posteriormente la fuerza que ejerce la espira 2 sobre las otras 35 y finalmente conocer cual es la fuerza total ejercida sobre cada espira de corriente.

Para esto se enumeran las espiras de tal forma que sea sencillo identificarlas. Para esto se realiza un corte de tal forma que es posible visualizar la sección transversal de la bobina. En este corte los conductores se visualizan de igual manera, en su sección transversal circular (ver Figura 4.15).

La numeración utilizada es la mostrada en la Figura 4.16a y también se le asocian otra numeración alternativa para facilitar la graficación y visualización en un plano. Esta otra numeración se encuentra en la Figura 4.16b

Por lo tanto cada espira experimenta 35 fuerzas diferentes las cuales al ser cantidades vectoriales pueden sumarse para obtener una fuerza resultante. La dirección y magnitud de éstas determinará el estado de esfuerzos del encapsulado de la bobina. En las Figs. 4.17 y 4.18 se muestran los campos magnéticos y las diferenciales de fuerzas (ambas normalizadas) producidas por la espira 1 sobre las otras 35 espiras.

A continuación (Fig. 4.19) se muestran una superposición del campo magnético y la fuerza producido por el mismo en 8 puntos de cada una de las 35 espiras sobre las que se produce la fuerza magnética. Los 8 puntos es para permitir mejor visibilidad

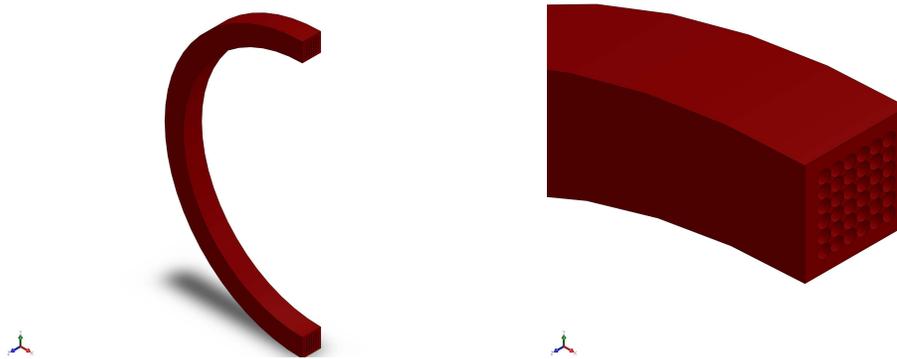


Figura 4.15: Corte transversal en una bobina.

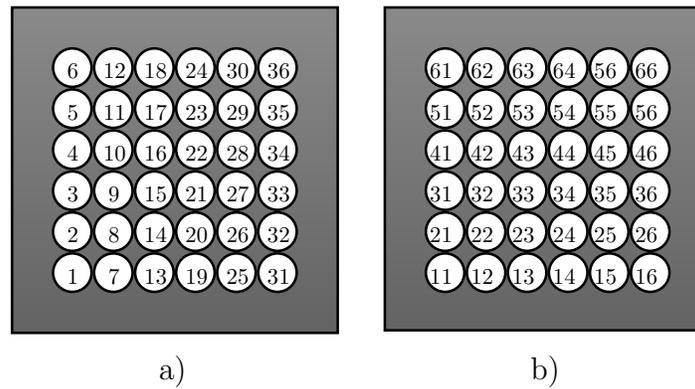


Figura 4.16: Corte de una bobina, sección de los conductores

en las direcciones de los campos vectoriales y poder apreciar como se cumple la condición de ortogonalidad.

La fuerza total que experimenta cada espira es la suma de todas las contribuciones de las demás espiras sobre ella. Visualizar todas las contribuciones sería complicado, pero en el corte de la sección de los conductores de la Figura 4.16 es posible ver cual es el comportamiento de las fuerzas. Estas fuerzas se encuentran tabuladas en la Tabla 4.4. Las direcciones de las fuerzas se muestran en la Figura 4.20 y la magnitud de la fuerza en las Figuras 4.21 y 4.22.

En la Tabla 4.4 se muestran las fuerzas totales sobre cada espira:

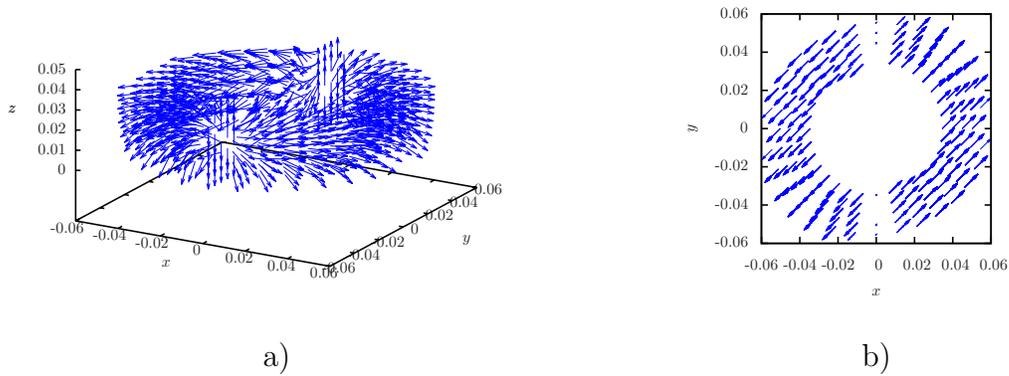


Figura 4.17: Campo magnético producido por la espira 1 en las 35 espiras restantes.

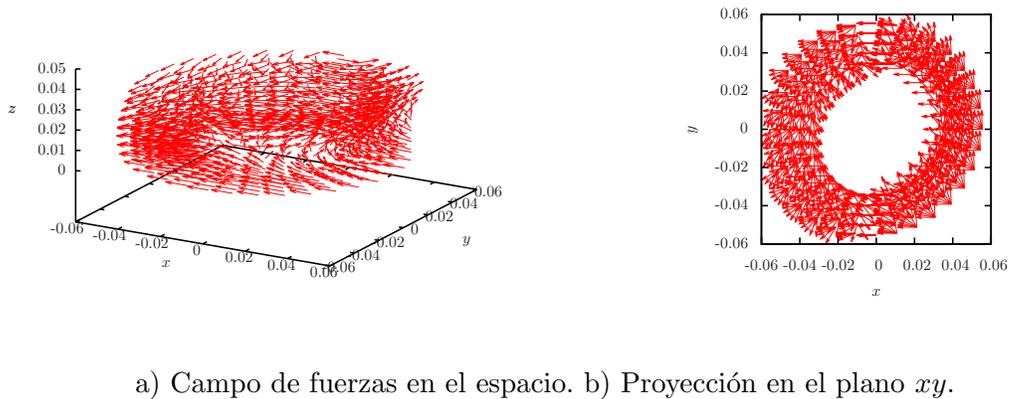


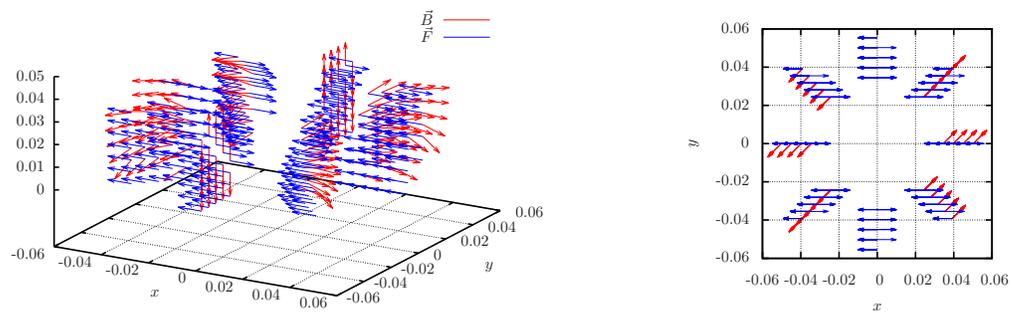
Figura 4.18: Fuerzas producidas por la espira 1 en las 35 espiras restantes.

4.5.2. Fuerza entre bobinas

Supóngase que cada bobina es equivalente a una espira circular sobre la que circula una corriente de 36×5000 A. Ya se ha calculado el campo magnético producido por las 16 bobinas (ver Apéndice A). Como en el caso de una sola bobina (Sec.

Tabla 4.4: Fuerzas por espira

Espira	Identificador	F_x [N]	F_y [N]	F_z [N]	F_{total} [N]
1	1 1	237.872045	0	213.490949	319.6271188391
2	1 2	282.795529	0	159.059575	324.4584096946
3	1 3	299.182705	0	48.426887	303.076647658
4	1 4	299.182705	0	-22.95343	300.0619118114
5	1 5	282.795529	0	-95.597394	298.5166209141
6	1 6	237.872045	0	-208.927852	316.5974686156
7	2 1	131.521102	0	262.998489	294.0510253129
8	2 2	154.792806	0	146.245161	212.9517783567
9	2 3	165.519088	0	51.158645	173.2448424935
10	2 4	165.519088	0	-30.615737	168.326741323
11	2 5	154.792806	0	-118.897037	195.1853431914
12	2 6	131.521102	0	-258.579249	290.1052020987
13	3 1	62.809958	0	286.07177	292.885896579
14	3 2	71.700913	0	143.575132	160.4831438309
15	3 3	75.958288	0	49.593205	90.7146487513
16	3 4	75.958288	0	-36.600507	84.3164196853
17	3 5	71.700913	0	-132.390443	150.5597898603
18	3 6	62.809958	0	-282.114599	289.0220368638
19	4 1	-3.456663	0	293.314058	293.3344254252
20	4 2	-7.246142	0	142.762882	142.9466580611
21	4 3	-9.487244	0	47.328648	48.2701638719
22	4 4	-9.487244	0	-39.209491	40.3409467315
23	4 5	-7.246142	0	-136.250438	136.4429860018
24	4 6	-3.456663	0	-289.96072	289.9813229538
25	5 1	-80.706295	0	283.289071	294.5610357815
26	5 2	-101.03107	0	133.806449	167.6646739756
27	5 3	-110.630529	0	43.223254	118.7744233123
28	5 4	-110.630529	0	-37.892611	116.9400013478
29	5 5	-101.03107	0	-129.421995	164.1868749173
30	5 6	-80.706295	0	-280.532086	291.910529663
31	6 1	-214.23531	0	240.105409	321.7877801935
32	6 2	-262.263042	0	112.606549	285.4157285028
33	6 3	-279.167903	0	36.40531	281.5316406048
34	6 4	-279.167903	0	-32.71163	281.0778696423
35	6 5	-262.263042	0	-109.452024	284.1859404629
36	6 6	-214.23531	0	-237.863924	320.1187504528



a) Campos vectoriales en el espacio. b) Proyección en el plano xy .

Figura 4.19: Fuerzas producidas por la espira 1 en las 35 espiras restantes.

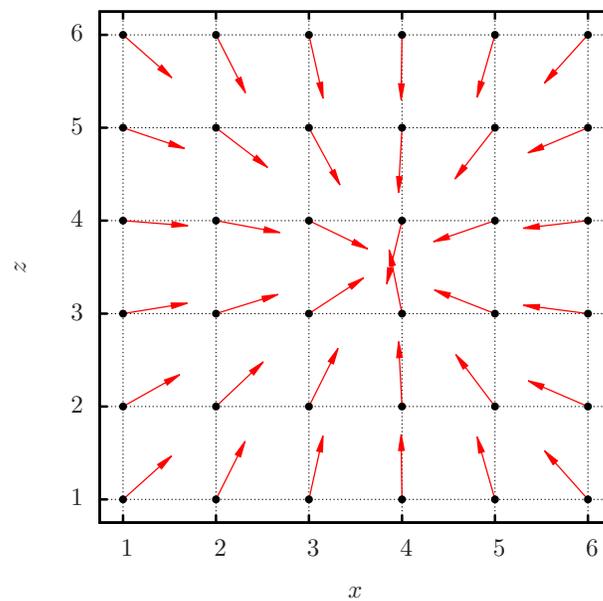


Figura 4.20: Dirección de las fuerzas en los conductores en una sola bobina

4.5.1) el campo magnético en cualquier bobina tendrá como consecuencia una fuerza magnética, ya que sobre ésta circula una corriente. En este caso, las otras 15 bobinas

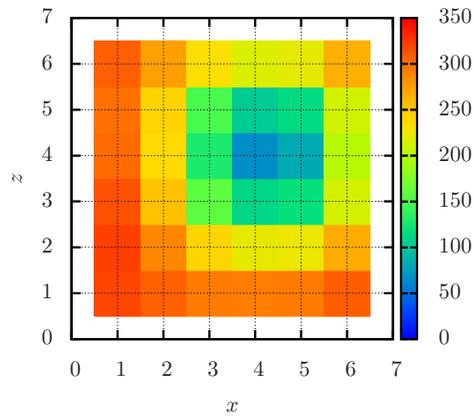


Figura 4.21: Magnitud de la fuerza (en Newtons) en cada conductor en una sola bobina

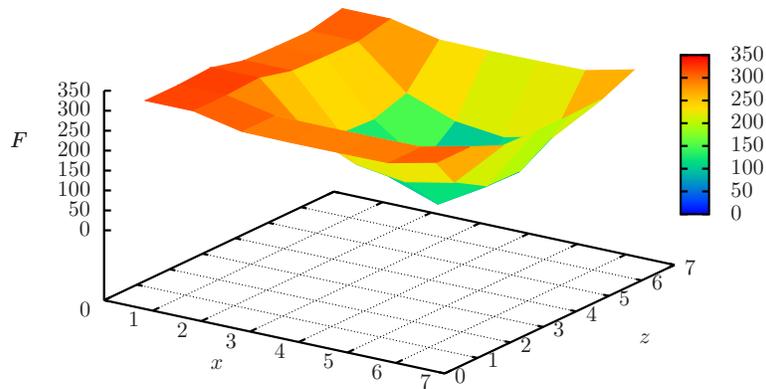


Figura 4.22: Fuerzas en las espiras (en Newtons) de una bobina

generan una fuerza resultante sobre la bobina restante, y con base en esa fuerza se puede determinar un arreglo para los soportes.

Al existir simetría en esta situación sólo es necesario calcular el campo producido por 15 bobinas sobre la bobina restante. Por simplicidad se toma la primer bobina sobre la que se calculó el campo magnético, esto es, la que se encuentra en el plano XZ. De tal manera que la el centro de la espira se encuentra en el eje X a una distancia de 0.459 mm y tiene un radio a de 10.5 pulgadas (0.2667 m).

Una vez conocido el campo magnético \vec{B} podemos calcular la fuerza producida en la espira con:

$$\vec{F} = I \left[d\vec{l} \times \vec{B} \right]$$

Al encontrarse la espira en el plano XZ, el diferencial de trayectoria en la espira $d\vec{l}$ está dado por:

$$d\vec{l} = [-a \sin(\alpha)] \hat{i} + [a \cos(\alpha)] \hat{k} \tag{4.13}$$

Y la fuerza magnética es entonces:

$$d\vec{F} = I \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -a \sin(\alpha)d\alpha & 0 & a \cos(\alpha)d\alpha \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

Por lo tanto, los componentes de la fuerza son:

$$dF_x = -Ia [B_y \cos \alpha] d\alpha \tag{4.14}$$

$$dF_y = Ia [B_z \sin \alpha + B_x \cos \alpha] d\alpha \tag{4.15}$$

$$dF_z = -Ia [B_y \sin \alpha] d\alpha \tag{4.16}$$

En la Figura 4.23 se muestran las direcciones del campo magnético y de las fuerzas causadas por las otras 15 bobinas sobre la bobina restante.

En la Figura 4.24 se puede apreciar las fuerzas ejercidas sobre la bobina, y cómo la fuerza resultante apunta hacia el eje z . En la Figura 4.25 se muestra un esquema donde la línea punteada es el eje toroidal y sobre la bobina (en azul) actúan las fuerzas F_x y F_y .

Al realizar la integral de estas diferenciales de fuerza sobre la trayectoria de la espira se obtienen las fuerzas resultantes mostradas en la Tabla 4.5. Considerando la geometría toroidal, las bobinas están sujetas a fuerzas principalmente en la dirección radial negativa con una pequeña componente de fuerza en la dirección toroidal. Esto significa que las fuerzas provocan que cada una de las bobinas se desplace hacia el centro de la máquina.

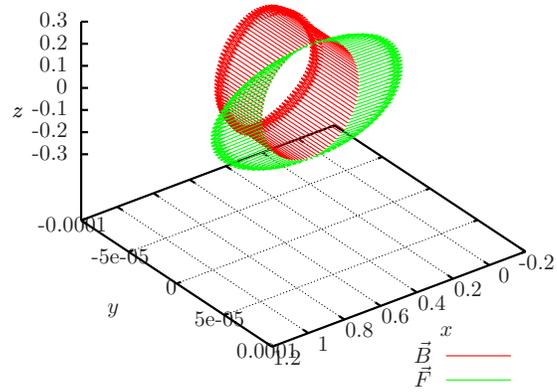


Figura 4.23: Direcciones de $d\vec{B}$ y $d\vec{F}$ causadas por las otras 15 bobinas.

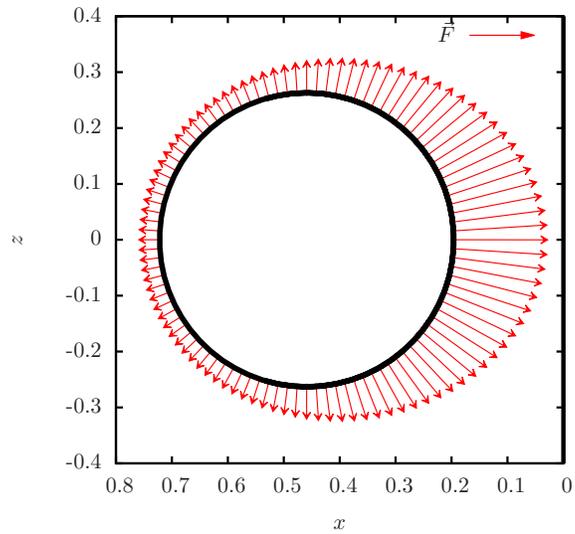


Figura 4.24: Diferenciales de fuerza $d\vec{F}$ causadas por las otras 15 bobinas.

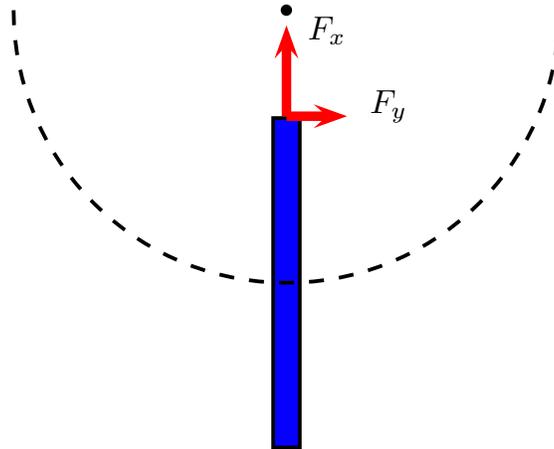


Figura 4.25: Fuerzas actuando sobre una bobina.

Tabla 4.5: Fuerzas entre bobinas para una bobina en el plano XZ

Componente	Magnitud [N]
F_x	-60 232.1795
F_y	264.0742
F_z	0

Capítulo 5

Diseño de una sola bobina

Los resultados obtenidos en el Capítulo 4 permiten realizar un análisis estático para conocer el comportamiento mecánico del encapsulado de la bobina. Este análisis mostrará los esfuerzos, las deformaciones y los desplazamientos que sufrirá la bobina debido a la aplicación de las cargas magnéticas.

Se hace la consideración de que la sección transversal de la bobina es un cuadrado con las esquinas redondeadas de tal forma que el radio del redondeo es igual al radio del conductor. De esta manera es posible establecer las fuerzas de cada conductor a una pared correspondiente. Para lograr esto es necesario nombrar cada una de las 4 paredes internas. Tomando la vista de la sección transversal en el plano xz , las caras se nombran norte, sur, este y oeste según corresponda (ver Figura 5.1). Las fuerzas aplicadas en cada cara son:

Cara norte: Todas la componentes de fuerza x negativas

Cara sur: Todas la componentes de fuerza x positivas

Cara este: Todas la componentes de fuerza z negativas

Cara oeste: Todas la componentes de fuerza z positivas

La magnitud de estas fuerzas se muestra en la Tabla 5.1. El estado de esfuerzos para la forma en que las fuerzas magnéticas actúan es de solamente esfuerzos normales.

Sabiendo que las dimensiones del espesor del encapsulado es importante para cumplir las condiciones de espacio (ver Sección 2.2.1), el análisis se realizará para espesores de 2.5 y 5 mm de encapsulado de resina epoxi sin reforzar.

Las propiedades de la resina epoxi sin reforzar utilizados para este análisis se muestran en la Tabla 5.2.

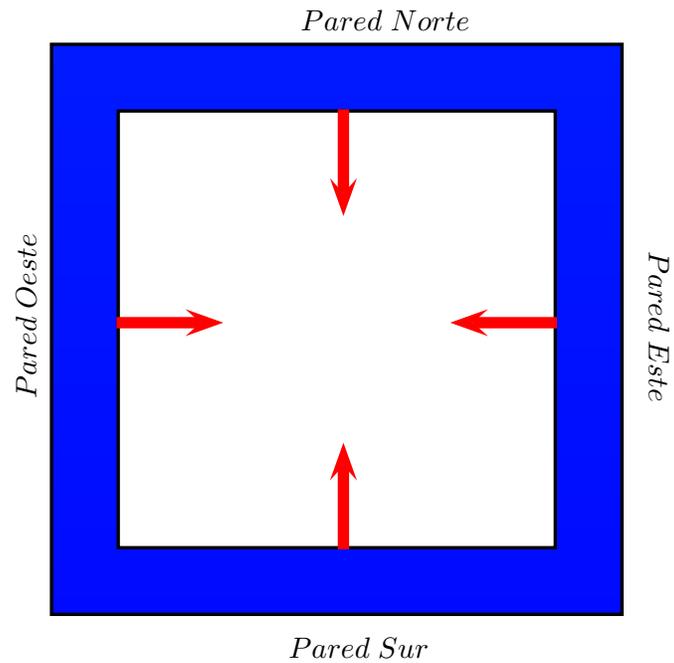


Figura 5.1: Direcciones de las fuerzas en cada pared.

Tabla 5.1: Fuerzas resultantes en una bobina.

Cara	Magnitud
F_N	2136.44 N
F_S	2904.304 N
F_E	2479.97 N
F_O	2693.46 N

Se utilizará el software *Solidworks* para realizar el modelado de la geometría correspondiente al encapsulado, y en este mismo software se realizará el análisis mecánico por el método de elementos finitos.

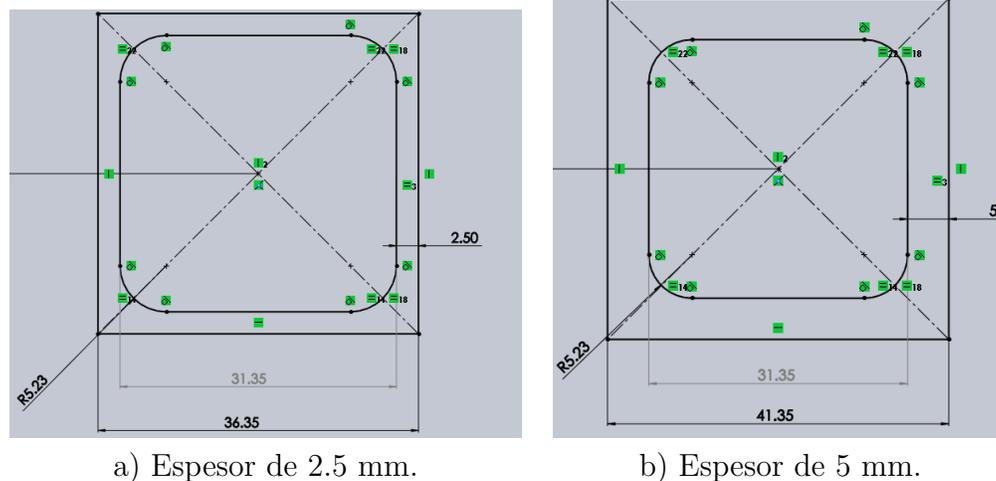
Tabla 5.2: Propiedades de la resina epoxi sin reforzar

Fuente: SOLIDWORKS 2013, Librería de materiales.

Propiedad	Valor
Módulo de elasticidad	2415 MPa
Coefficiente de Poisson	0.35
Densidad	1100 kg/m ³
Límite a la tensión	28 MPa
Limite a la compresión	104 MPa

5.1. Análisis mecánico

La geometría fue construida a partir de una revolución a un croquis sobre el cual se construyó el perfil descrito al inicio de este capítulo (ver Figura 5.2). El análisis estático se llevará a cabo para encapsulados de 2.5 y 5 mm de espesor.

**Figura 5.2:** Perfil de las bobinas circulares

Las condiciones de frontera que permitirán conocer el comportamiento mecánico bajo las acción de las fuerzas ejercidas por los conductores serán sujeciones fijas en los cuatro vértices de la bobina como se muestra en la Figura 5.3 y las fuerzas actuarán en las paredes interiores de la bobina con las magnitudes de la Tabla

reftabla:fuerzas-caras-bobinas, como se muestra en la Figura 5.5. Este primer análisis permitirá obtener conclusiones sobre el comportamiento general de las bobinas en operación, sin embargo, las condiciones bajo las cuales estarán funcionando las bobinas no incluye cero desplazamiento en las aristas. En secciones posteriores se realizará un análisis más apegado a la situación real.

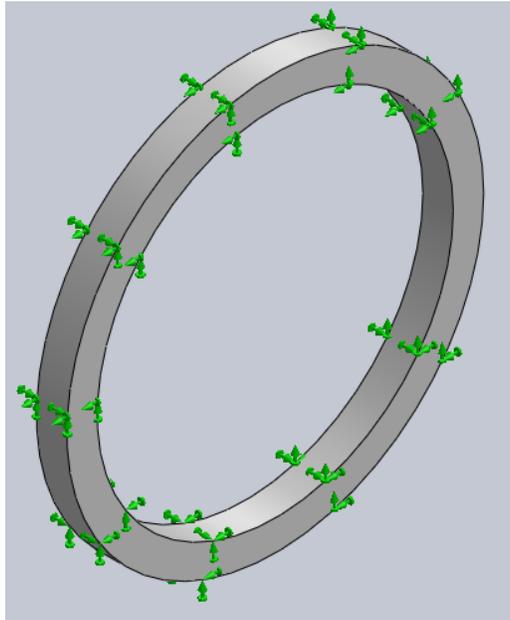


Figura 5.3: Restricciones de movimiento en la bobina.

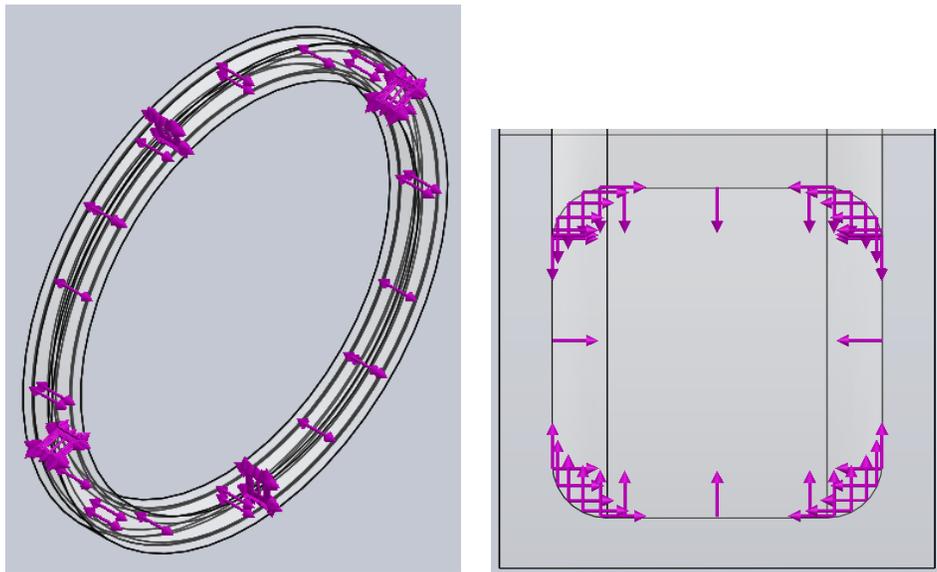


Figura 5.4: Fuerzas en las bobinas para el análisis estático

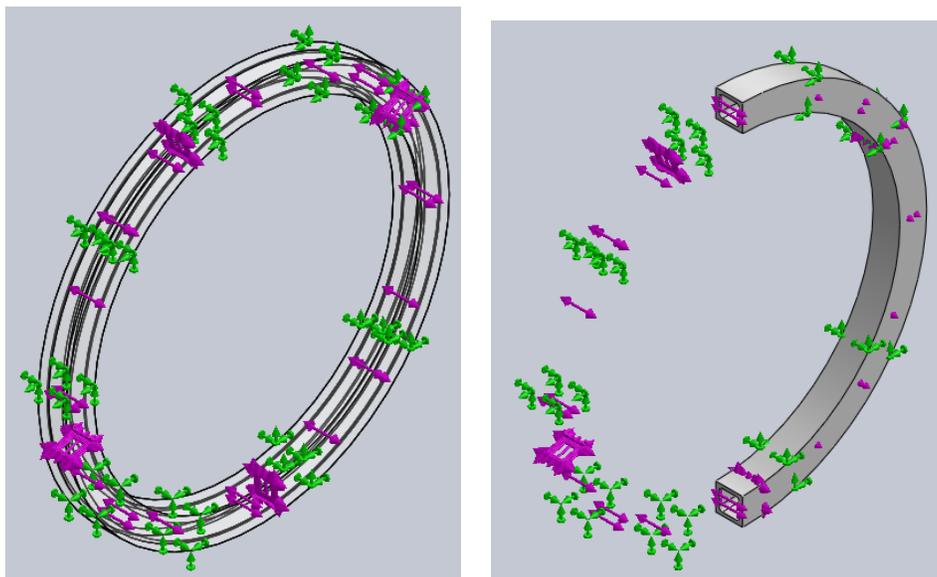


Figura 5.5: Fuerzas y sujeciones en las bobinas para el análisis estático

Encapsulado de 2.5 mm

Los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos se obtuvieron a través de *Solidworks Simulation*. Para el caso del encapsulado de 2.5 mm de espesor, los resultados de estas simulaciones se muestran en las Figuras 5.6, 5.7 y 5.8.

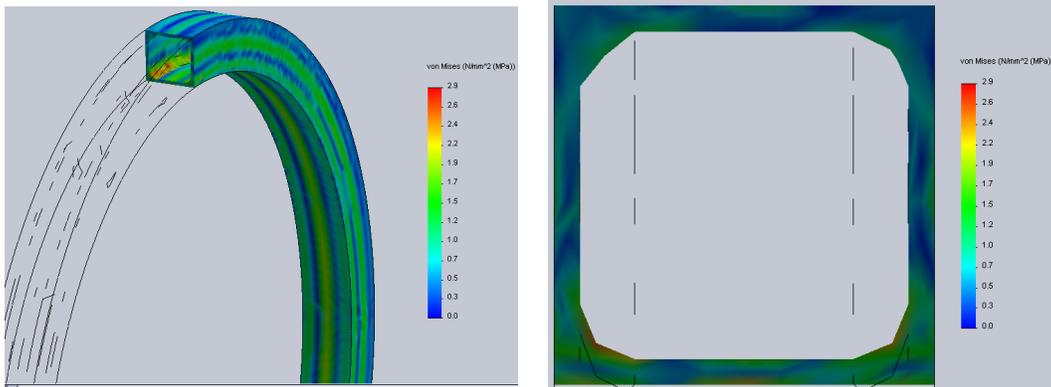


Figura 5.6: Esfuerzos presentes en el encapsulado de 2.5 mm

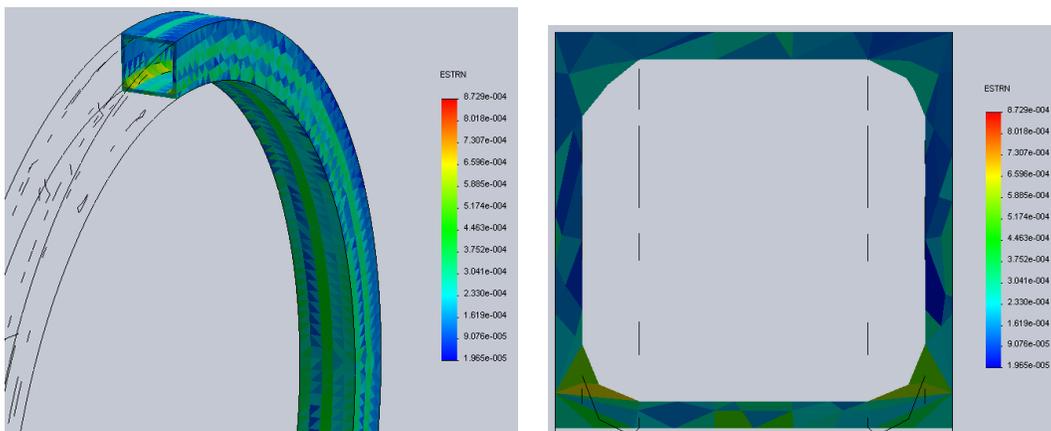


Figura 5.7: Deformaciones unitarias presentes en el encapsulado de 2.5 mm

Los esfuerzos más grandes ocurren en las esquinas, esto es en parte por la condición de no desplazamiento en las aristas. La magnitud del esfuerzo máximo es de 4.5 MPa, la deformación máxima es de 1.164×10^{-3} y el desplazamiento máximo es de 0.04378 mm.

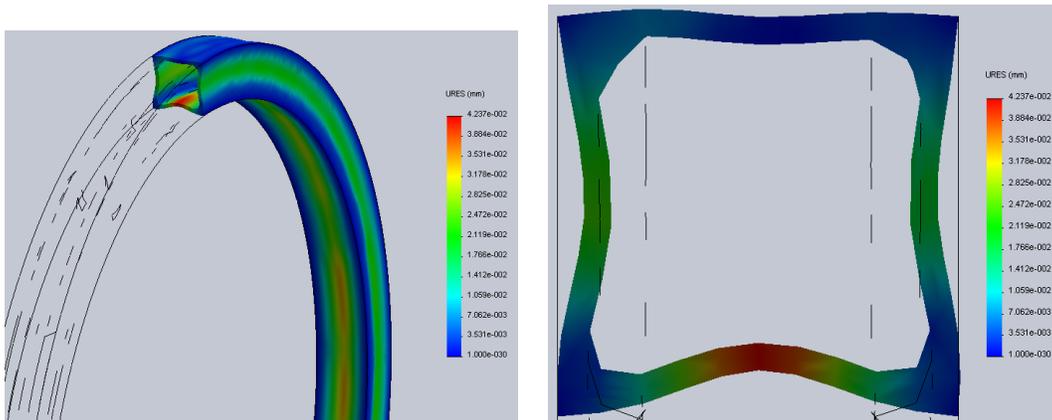


Figura 5.8: Desplazamientos presentes en el encapsulado de 2.5 mm

Escala de deformación: 100

Encapsulado de 5mm

Para este espesor en el encapsulado, el comportamiento mecánico presenta, como es de esperarse, menores esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos. Estos se muestran en las Figuras 5.9, 5.10 y 5.11 respectivamente.

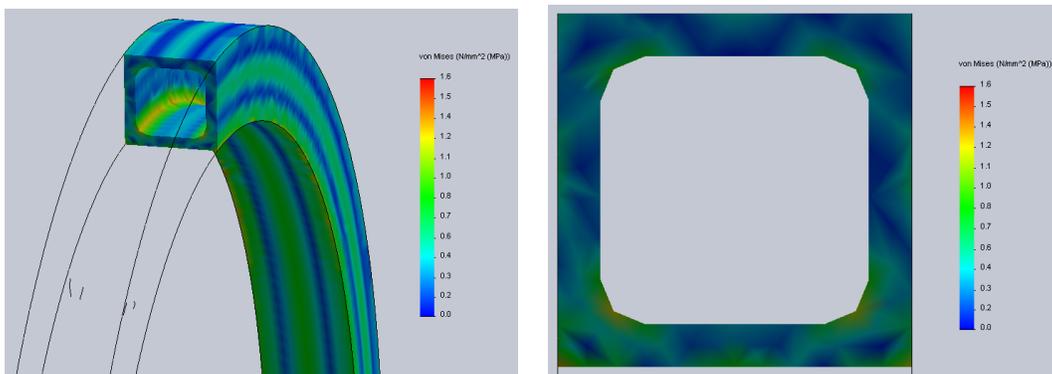


Figura 5.9: Esfuerzos presentes en el encapsulado de 5 mm

Los esfuerzos más grandes ocurren en las esquinas, esto es en parte por la condición de no desplazamiento en las aristas. La magnitud del esfuerzo máximo es de

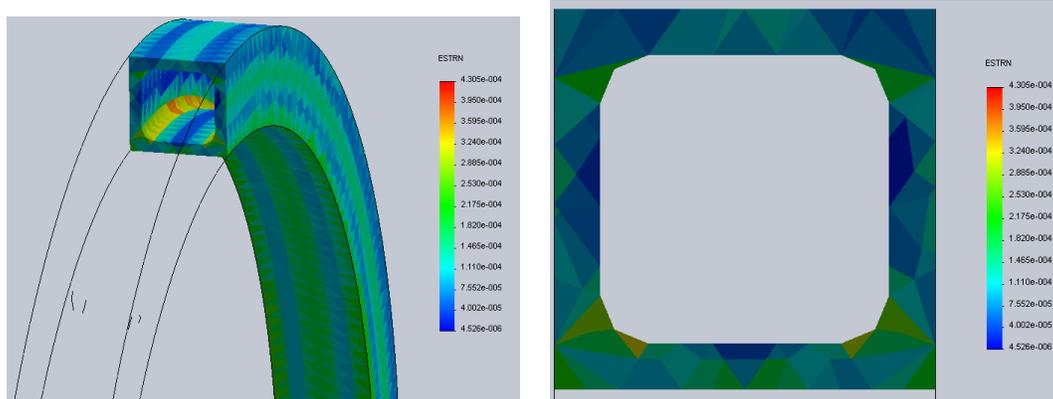


Figura 5.10: Deformaciones unitarias presentes en el encapsulado de 5 mm

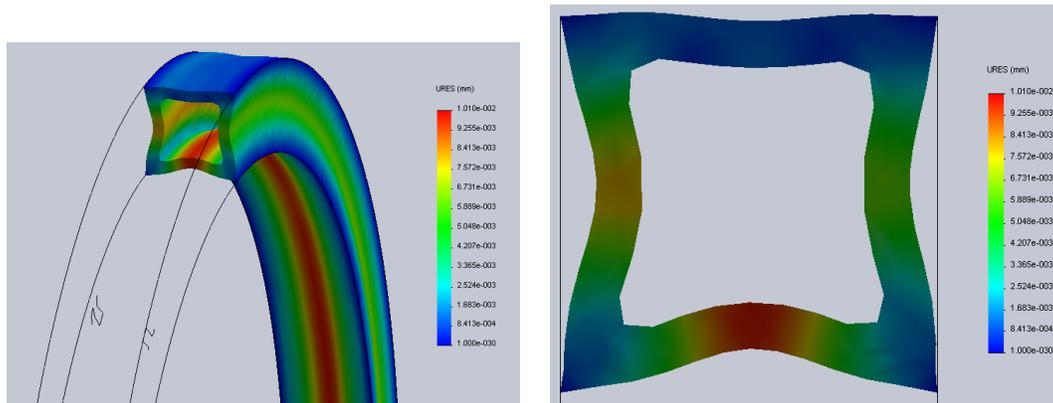


Figura 5.11: Desplazamientos presentes en el encapsulado de 5 mm

Escala de deformación: 500

1.99 MPa, la deformación máxima es de 5.045×10^{-4} y el desplazamiento máximo es de 0.01048 mm.

Nuevas condiciones de frontera

De los resultados obtenidos, se puede ver que los mayores esfuerzos se encuentran en las esquinas del perfil del encapsulado y los mayores desplazamientos en la parte media de la zona inferior del encapsulado. Es en esas regiones donde se debe conocer con mayor detalle el comportamiento del encapsulado operando bajo las fuerzas magnéticas. Para lograr esto, se realiza el análisis estático con las condiciones de no desplazamiento en las aristas que comprenden la cara exterior del encapsulado, de esta manera se deja libre la cara superior y será posible conocer el comportamiento de esta zona de manera más cercana al funcionamiento real.

En las Figuras 5.12, 5.13 y 5.14 se muestran los resultados del análisis estático bajo estas nuevas condiciones de frontera para el encapsulado de 2.5 mm de espesor. En la Tabla 5.3 se encuentran los valores máximos de estas propiedades.

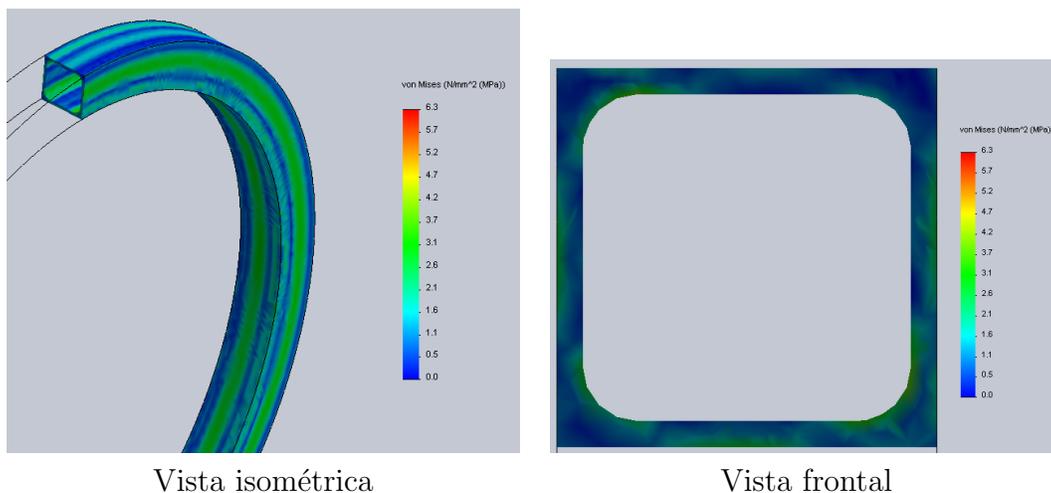


Figura 5.12: Esfuerzos para encapsulado de 2.5 mm (nueva condición de frontera).

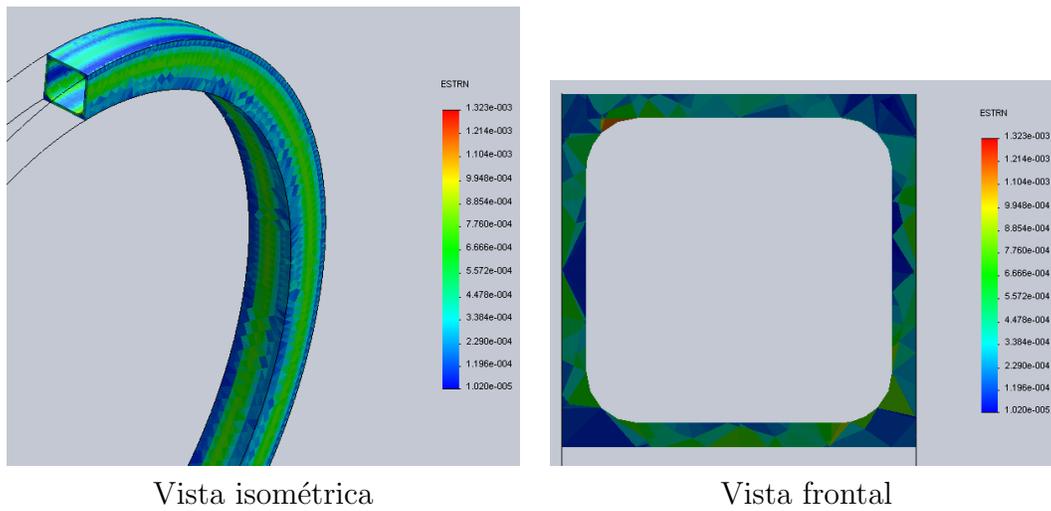


Figura 5.13: Deformaciones unitarias para encapsulado de 2.5 mm (nueva condición de frontera).

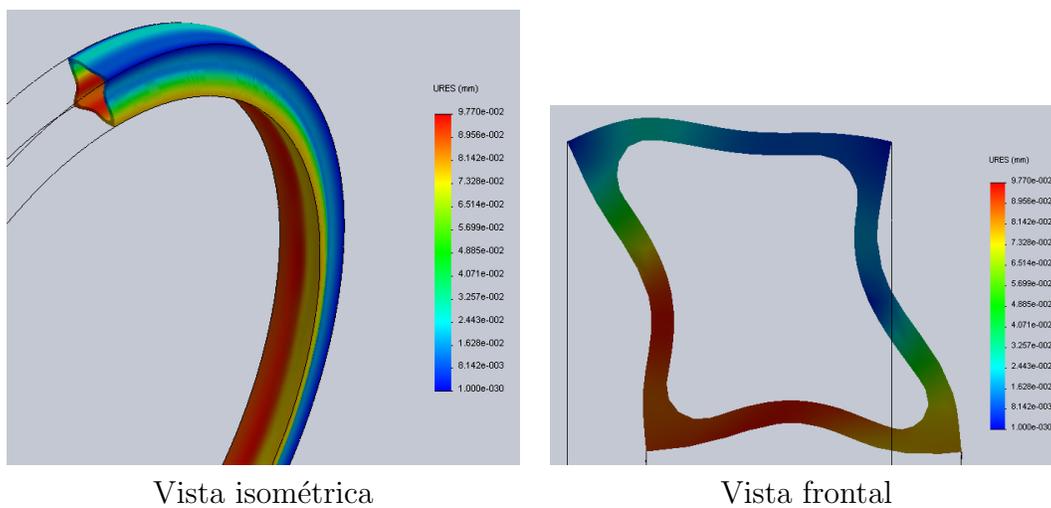


Figura 5.14: Desplazamientos para encapsulado de 2.5 mm (nueva condición de frontera).

Escala de deformación: 100

En las Figuras 5.15, 5.16 y 5.17 se muestran los resultados del análisis estático bajo estas nuevas condiciones de frontera para el encapsulado de 5 mm de espesor. La

Tabla 5.3 muestra los valores máximos de esfuerzos, deformaciones y desplazamientos y se comparan con los de el encapsulado de 2.5 mm de espesor.

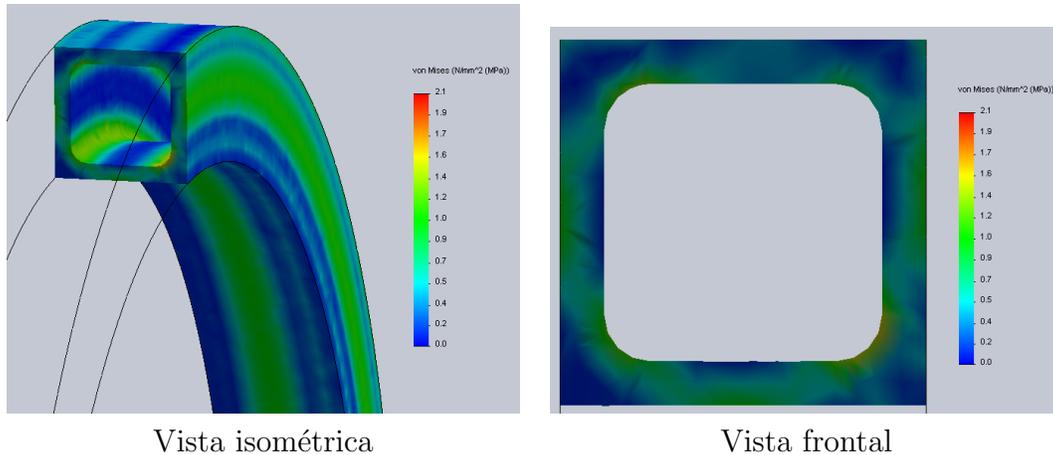


Figura 5.15: Esfuerzos para encapsulado de 5 mm (nueva condición de frontera).

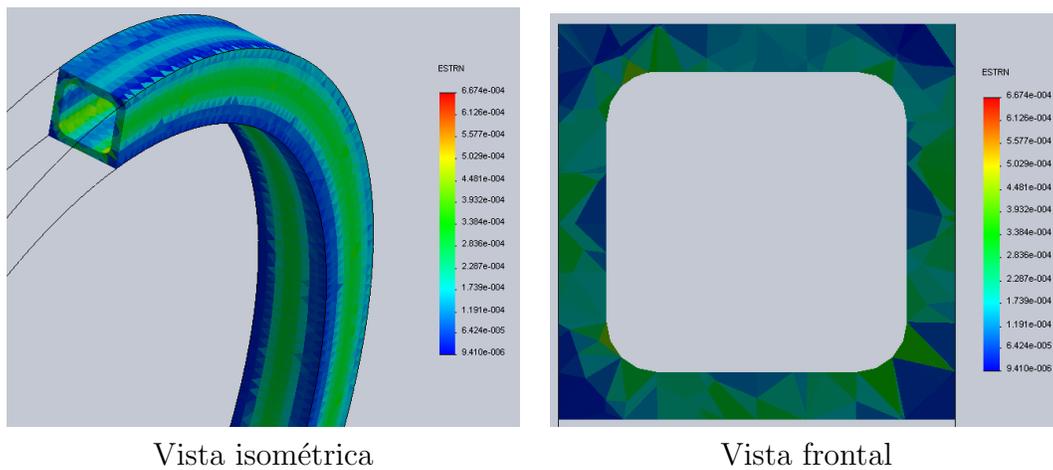


Figura 5.16: Deformaciones unitarias para encapsulado de 5 mm (nueva condición de frontera).

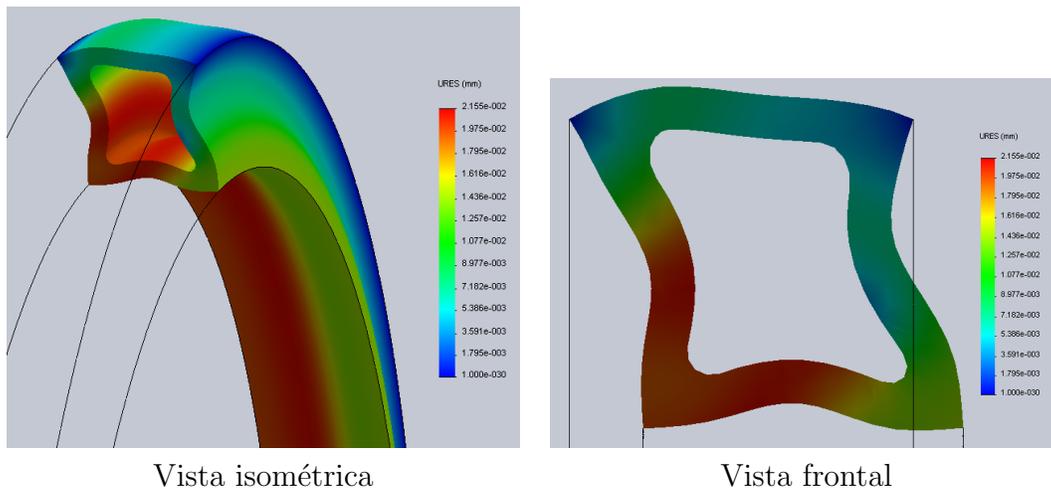


Figura 5.17: Desplazamientos para encapsulado de 5 mm (nueva condición de frontera).

Escala de deformación: 500

Tabla 5.3: Valores máximos de los resultados de análisis estático.

Propiedad	Valor máximo (2.5 mm)	Valor máximo (5 mm)
Esfuerzo	6.3 MPa	2.1 MPa
Deformación	1.323×10^{-3}	6.674×10^{-4}
Desplazamiento	9.77×10^{-2} mm	2.155×10^{-2} mm

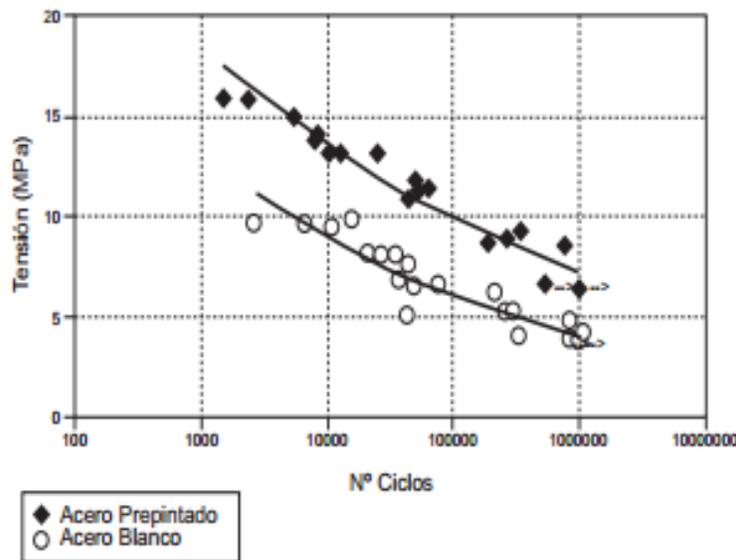
5.2. Fatiga en la resina epoxi

En todos los casos, se presentan esfuerzos muy por debajo del límite de tensión, sin embargo, como se mencionó en el Capítulo 3, las fallas por esfuerzos alternantes o repetidos (fatiga) ocurren a esfuerzos muy por debajo del límite de resistencia estática. En el caso de las bobinas, estarán operando con esfuerzos repetidos.

Para la resina epoxi se han realizado pruebas experimentales que evalúan a ésta como adhesivo para la unión de piezas metálicas cuando éstas se encuentran sometidas a fatiga[25]. Los resultados de este experimento para chapas de acero prepintado y acero blanco se muestran en la Figura 5.18. Se puede observar como el esfuerzo de

falla disminuye conforme el número de ciclos aumenta.

Se toma entonces el valor más conservador y se considera una operación de 10^6 ciclos, esto es, 3.6 MPa. Este valor límite de fatiga, representa para la resina epoxi, cerca del 13 % del esfuerzo límite de tensión en el caso estático. Estos valores porcentuales y la forma relativamente similar de las curvas esfuerzo-vida obtenidas, indican que las condiciones de fallo en fatiga están directamente relacionadas con la resistencia estática del material.



Fuente: R. BERMEJO, J. OÑORO Y R. GARCÍA-LEDESMA, *Comportamiento a fatiga de uniones a solape simple con adhesivo epoxi de acero y acero pintado*, Revista de Metalurgia, 44 (4), Julio-Agosto, 310-316, 2008, ISSN: 0034-8570.

Figura 5.18: Resultados de los ensayos de fatiga para resina epoxi como adhesivo.

Con estos datos se concluye que para una operación pulsada, el espesor del encapsulado debe ser de 5 mm de espesor para mantenerse por debajo del límite de fatiga con un factor de seguridad de 1.7. Esto no afecta las condiciones de no interferencia mecánica que se deben cumplir, por lo tanto es un valor aceptable y es el valor propuesto para el espesor del encapsulado de las bobinas de campo toroidal del TPM-1.

Capítulo 6

Diseño de soportes

Según se desarrolló en la Sección 4.5.2 cada bobina sufrirá una fuerza que tiene como componente principal una componente negativa en la dirección radial y una componente positiva en la dirección toroidal. Los valores de estas fuerzas se indican nuevamente en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1: Fuerzas que actúan en el conjunto de bobinas.

Dirección	Valor
Radial	-60232.17 N
Toroidal	264 N

6.1. Elementos para los soportes

Para mantener a las bobinas en la posición correspondiente es necesario diseñar soportes que resistan estas fuerzas y que permitan el menor desplazamiento posible de sus componentes, para que de esta manera el campo magnético generado dentro de la cámara no varíe a causa de los desplazamientos. El ensamble de los soportes diseñados consta de seis diferentes elementos listados a continuación, con sus respectivas uniones atornilladas.

- Base de soportes.
- Soporte superior.

- Soporte inferior.
- Abrazadera de bobina.
- Abrazadera central de bobina.
- Anillo superior de soporte de carga.

6.1.1. Base de soportes

Para lograr la ubicación de las bobinas a la distancia establecida, esto es, que el centro de la bobina se encuentre desplazado 59 mm hacia afuera de la máquina en dirección radial, se propone utilizar una restricción geométrica. Esta consiste en construir como base para los soportes, placas con forma trapecoidal de Nylamid-M (ver Figura 6.1), con geometría tal que al unirse formen un polígono de 16 lados y con las dimensiones necesarias para ubicar el centro de la bobina en la posición de diseño. A estas placas se les nombrará base de los soportes.

Existen 3 barrenos equidistantes en la base del soporte, en estos barrenos se fijarán los soportes por lo que el espesor de este elemento es de gran importancia ya que soportará la carga de la interacción de las bobinas.

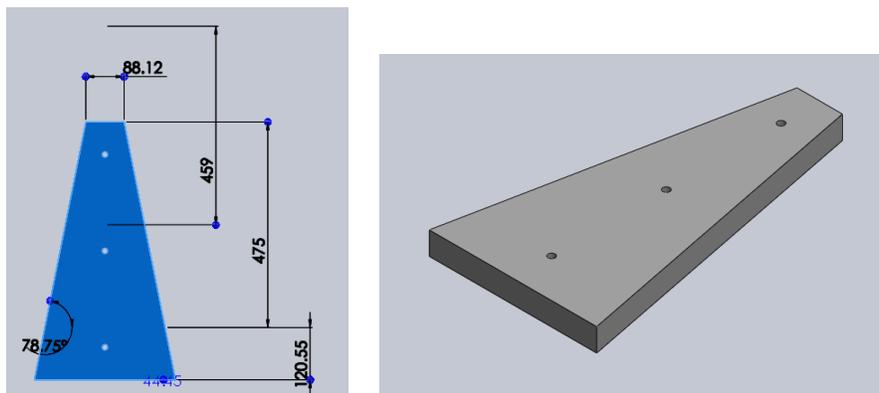


Figura 6.1: Base de los soportes.

6.1.2. Soportes inferior y superior

Sobre las bases de los soportes se encuentran los soportes de las bobinas. Estos se componen de dos piezas de Nylamid-M de igual geometría. La diferencia está en

que el soporte superior no tiene barrenos roscados, ya que no va fijo a la base de los soportes, en cambio, puede tener un barreno en la parte frontal para sujetar el anillo de soporte de carga superior. Los soportes tienen un canal con el perfil de la bobina para contenerla en su posición y no cubren la totalidad de la bobina por cuestiones de espacio (ver Figura 6.1).

La bobina superior y la bobina inferior se unen a través de la abrazadera central de la bobina por dos varillas roscadas que atraviesan los soportes y se fijan con arandela, tuerca y contratuerca. Esta unión es de interés en el comportamiento mecánico y se analizará en secciones posteriores.

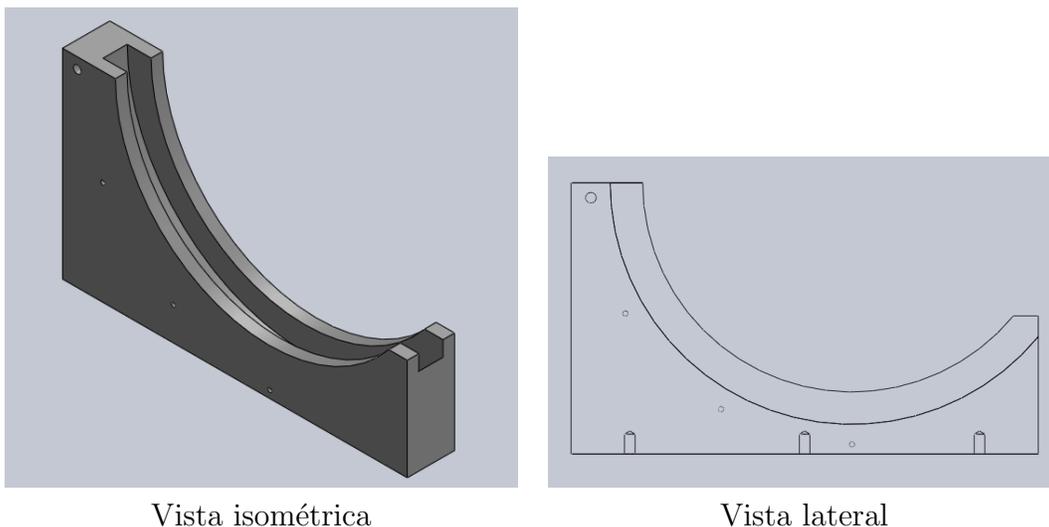


Figura 6.2: Soporte inferior.

6.1.3. Abrazadera de bobina

Para mantener a la bobina en su lugar es necesario restringir el movimiento de la bobina en las direcciones descritas anteriormente. Para sujetar la bobina a los soportes, se proponen seis elementos a manera de abrazaderas fabricadas con Nylamid M (ver Figura 6.4). Tres de estos elementos sujetarán la bobina al soporte inferior mientras que las tres abrazaderas restantes en el soporte superior. Estos elementos irán sujetos a los soportes a través de pasadores que se fijarán con arandelas y tuercas. La posición de estos pasadores se ubica en una circunferencia con radio 25.4 mm mayor que el radio más grande de la bobina. El primer barreno se encuentra en

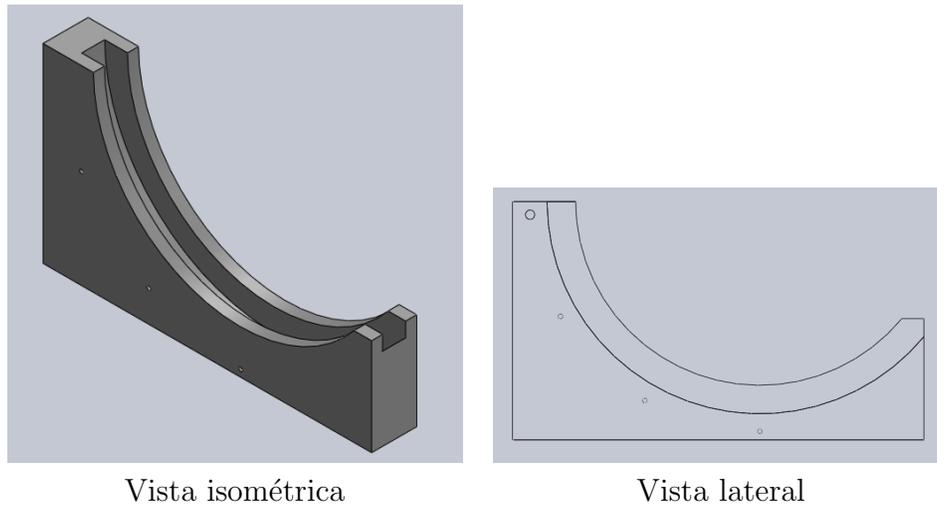


Figura 6.3: Soporte superior

dirección vertical, y a partir de éste, los otros barrenos se encuentran separados cada 30° .

Las abrazaderas deben ser construidas con las dimensiones especificadas y con tolerancias estrictas, ya que de presentar dimensiones mayores permitirán holgura en la bobina, y de llegar a tener menores dimensiones, para fijarlas a los soportes, se aplicará tensión que se sumará a la ejercida por las fuerzas magnéticas en las bobinas.

6.1.4. Abrazadera central

La función de esta pieza, además de sujetar la bobina, es de unir los soportes inferior y superior. Es por esto que sus dimensiones son mayores que la de la abrazadera de bobina. Tiene dos barrenos para sujetar cada uno de los soportes a través de varillas roscadas de $\frac{1}{2}$ in y sus respectivas arandelas y tuercas (ver Figura 6.5).

Esta pieza tiene una curvatura que coincide con la de la bobina en la zona de sujeción y la manera de ubicarla en su posición correcta es haciendo coincidir los barrenos en los dos soportes.

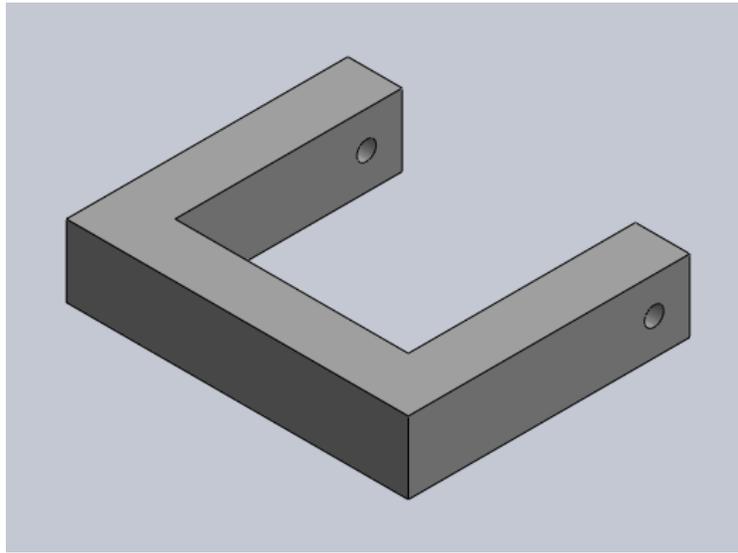


Figura 6.4: Abrazadera de bobina.

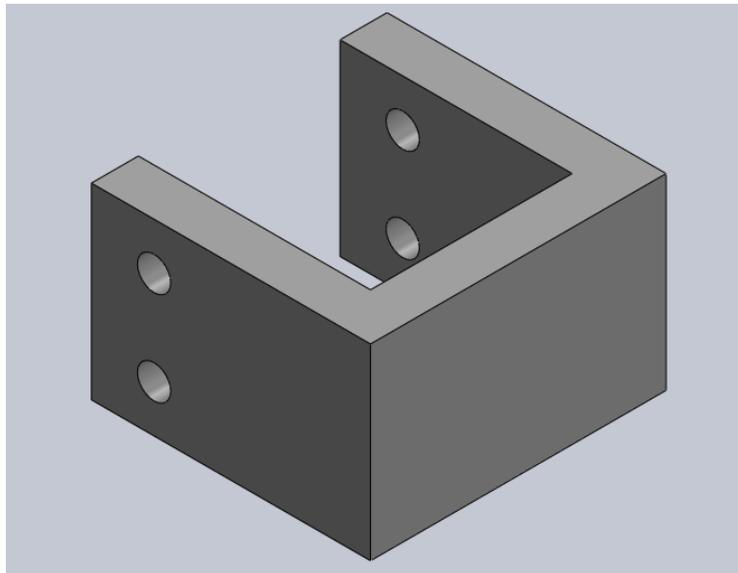


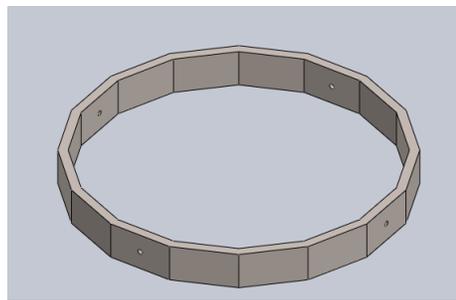
Figura 6.5: Abrazadera central.

6.1.5. Anillo superior de soporte de carga

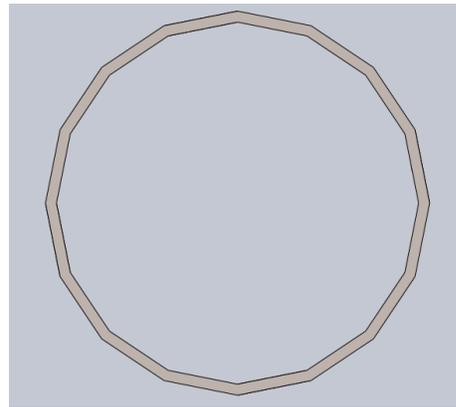
Esta pieza cumple la función de restringir los desplazamientos y absorber los esfuerzos generados en la parte superior de los soportes. En esta posición la fuerza

actúa generando momentos máximos causados por la distancia entre este punto y la zona de sujeción (en la base de los soportes). Por lo tanto, una pieza que se oponga a las fuerzas en esta posición ayudará a disminuir los esfuerzos.

A causa de las grandes fuerzas, esta pieza debe ser de un material con mayor resistencia. Se elige acero inoxidable. Las dimensiones coinciden con el polígono de 16 lados formado por las bases menores de los trapecios que conforman la base de los soportes ensamblados. Tendrán cuatro barrenos para sujetarse a la parte superior de los soportes. Esta pieza se muestra en la Figura 6.6.



Vista isométrica



Vista superior

Figura 6.6: Anillo superior de soporte de carga

6.1.6. Ensamble

Para lograr el ensamble del soporte de una bobina es necesario realizar el montaje en el siguiente orden:

1. Colocar la bobina en el soporte inferior y sobre ésta el soporte superior.
2. Fijar los dos soportes con la abrazadera central a través de las varillas roscadas y las tuercas.
3. Fijar el soporte inferior a la base de soportes con los tornillos en la parte inferior.
4. Fijar por completo la bobina a los soportes con las seis abrazaderas de bobinas.

La Figura 6.7 muestra el ensamble de los soportes en diferentes vistas.

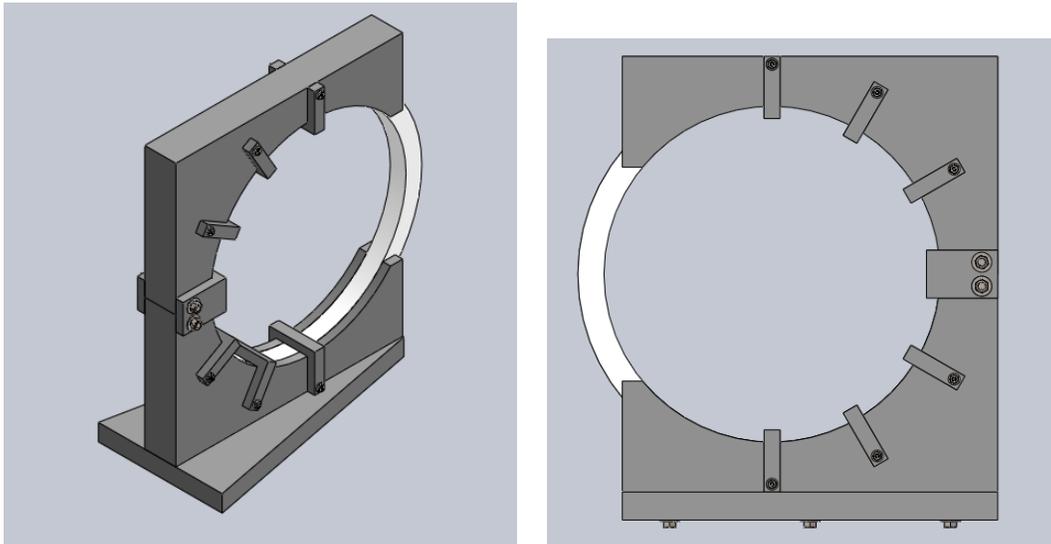


Figura 6.7: Ensamble de los componentes de los soportes.

6.2. Análisis mecánico de los componentes de los soportes

Se realizará el análisis mecánico para cada pieza según la forma en que la fuerza esté siendo aplicada en cada caso. El material de los elementos es Nylamid-M y el material de las uniones (tornillos, varillas roscadas, tuercas y arandelas) será acero inoxidable 316. Las propiedades de ambos materiales se muestran en las Tablas 6.2 y 6.3.

Tabla 6.2: Propiedades mecánicas del Nylamid-M

Fuente: MIDSA, <http://www.midsa.com.mx/pdf/NYLAMID-M.pdf>, Consultado el 18 de febrero del 2014.

Propiedad	Valor
Resistencia a la tensión	82.7 MPa
Elongación a la ruptura	20 %
Resistencia a la flexión	110.3 MPa
Módulo de elasticidad	3.4 GPa
Resistencia a la compresión	103.4 MPa
Densidad	1140 $\frac{kg}{m^3}$

Tabla 6.3: Propiedades mecánicas del Acero inoxidable 316

Fuente: SOLIDWORKS, Librería de materiales.

Propiedad	Valor
Resistencia a la tensión	580 MPa
Límite elástico	172.37 MPa
Módulo de elasticidad	193 GPa
Coefficiente de Poisson	0.27
Densidad	8000 $\frac{kg}{m^3}$

6.2.1. Análisis de la base de los soportes

Esta pieza soporta la carga en la región de los barrenos. Es importante mantener los esfuerzos por debajo del límite de tensión. Este valor estará en función del espesor de la pieza. Después de realizar varias iteraciones, se eligió un espesor de $1\frac{3}{4}$ in, obteniendo los resultados de esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos mostrados en las Figuras 6.8, 6.9 y 6.10 respectivamente.

El esfuerzo máximo es de 23.7 MPa, muy por debajo del límite permisible de 82.7 MPa. Entonces se tiene un factor de seguridad de 3.48.

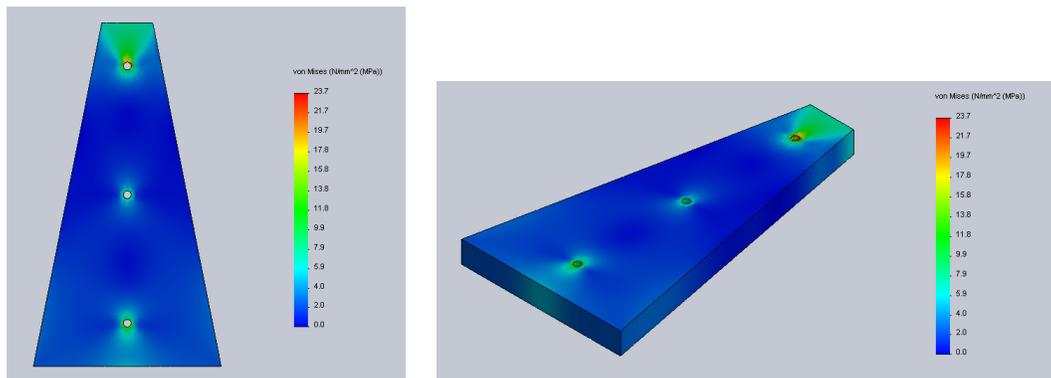


Figura 6.8: Esfuerzos en la base de los soportes.

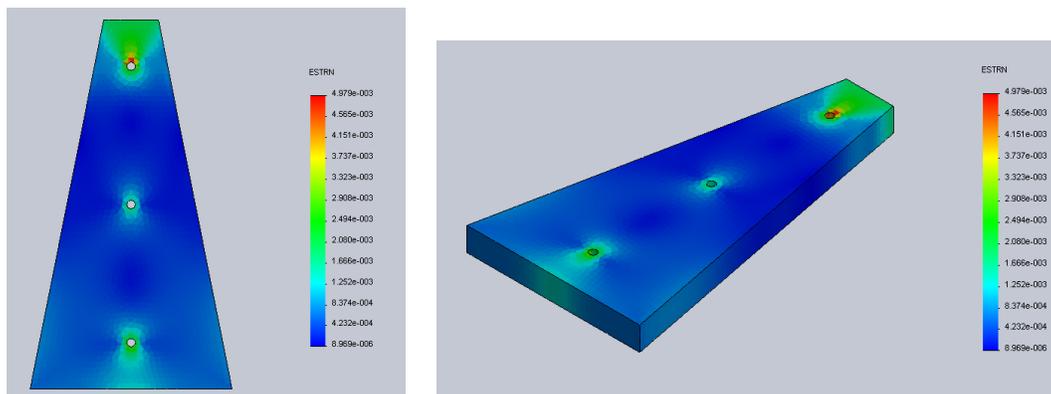


Figura 6.9: Deformaciones unitarias en la base de los soportes.

6.2.2. Análisis del Soporte inferior

El soporte inferior recibe la carga de las bobinas en los barrenos interiores y en los barrenos laterales, donde se fijan las abrazaderas. La fuerza aplicada a este soporte crea los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos mostrados en las Figuras 6.11, 6.12 y 6.13 respectivamente

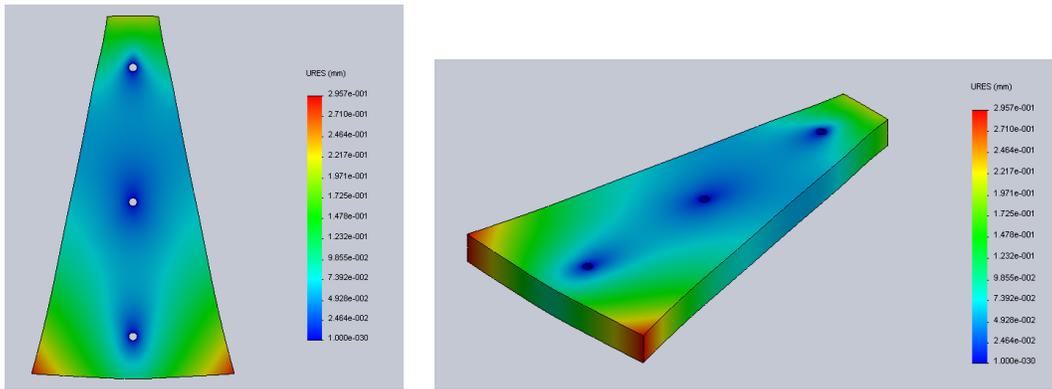


Figura 6.10: Desplazamientos en la base de los soportes.

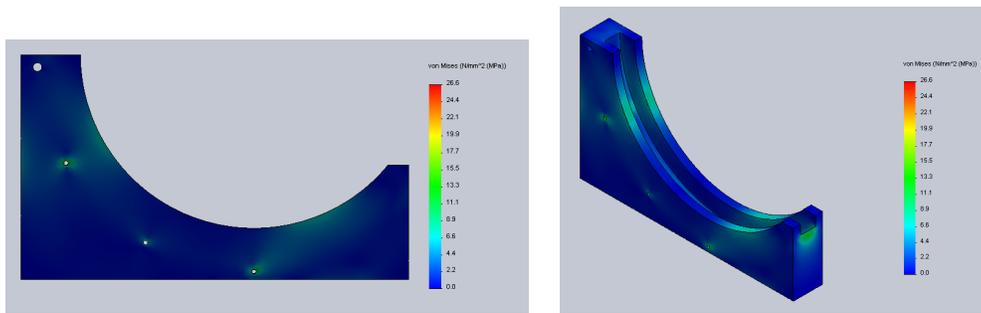


Figura 6.11: Esfuerzos en el soporte inferior.

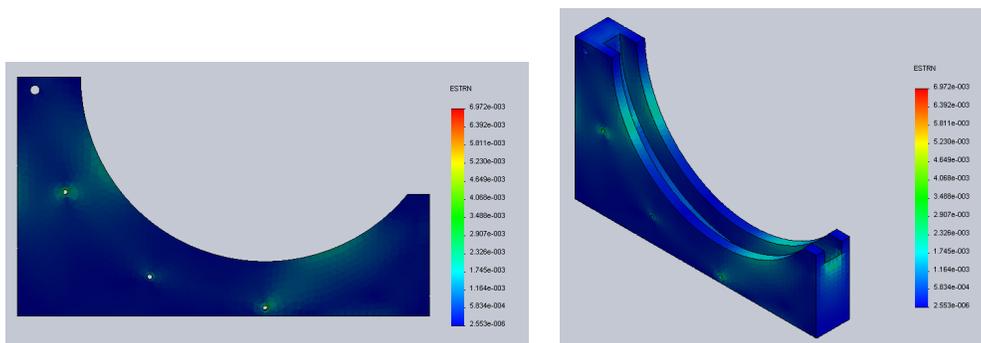


Figura 6.12: Deformaciones unitarias en el soporte inferior.

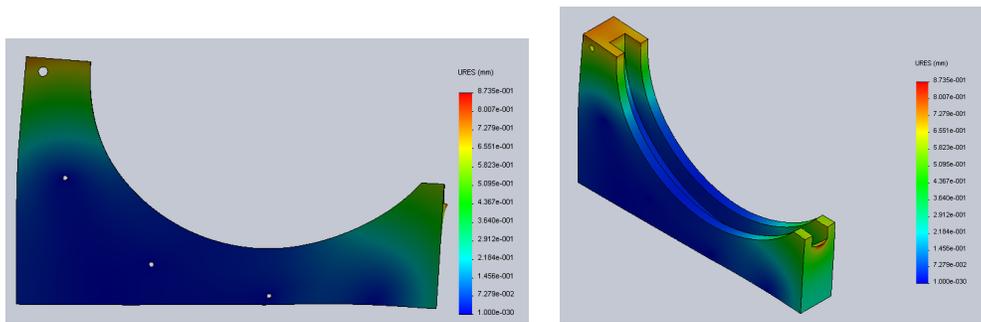


Figura 6.13: Desplazamientos en el soporte inferior.

6.2.3. Análisis del Soporte superior

Similar al soporte inferior, con la diferencia de la sujeción con la abrazadera central. Los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos son mostrados en las Figuras 6.14, 6.15 y 6.16 respectivamente.

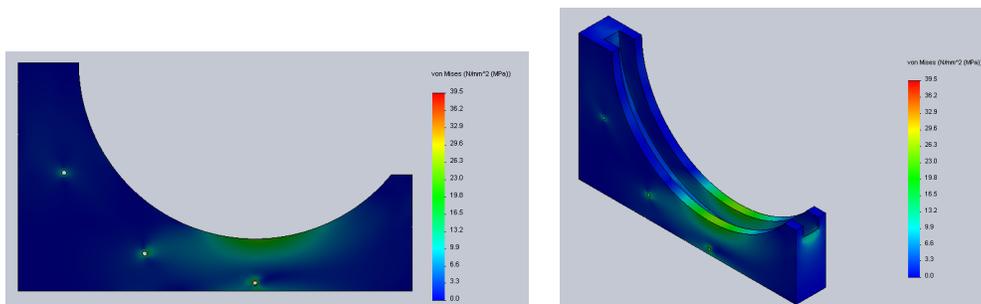


Figura 6.14: Esfuerzos en el soporte inferior.

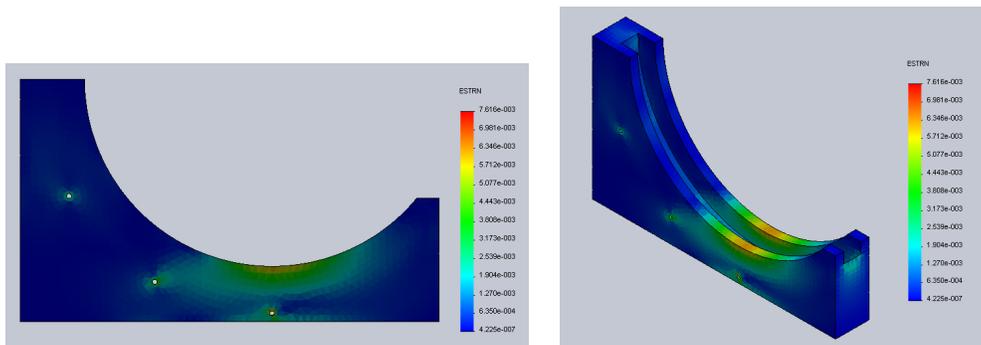


Figura 6.15: Deformaciones unitarias en el soporte inferior.

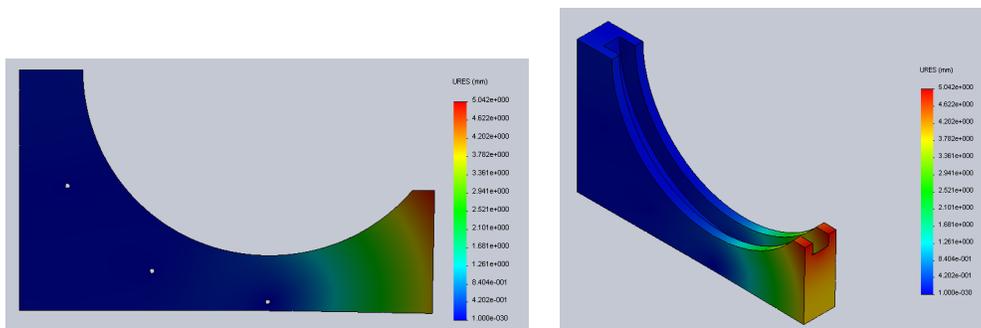


Figura 6.16: Desplazamientos en el soporte inferior.

6.2.4. Análisis de la abrazadera de bobina

Las fuerza que la bobina ejerce se reparte entre las siete abrazaderas; una abrazadera central y seis más en la periferia. Se debe obtener un espesor para estas piezas que resulte en esfuerzos por debajo del límite permisible del Nylamid-M y las menores deformaciones. Los resultados obtenidos para un espesor de 1 in se muestran en las Figuras 6.17, 6.18 y 6.19 para esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos respectivamente.

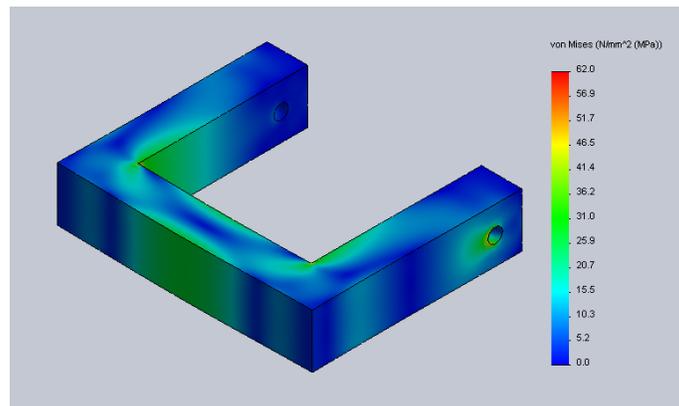


Figura 6.17: Esfuerzos en la abrazadera de bobina.

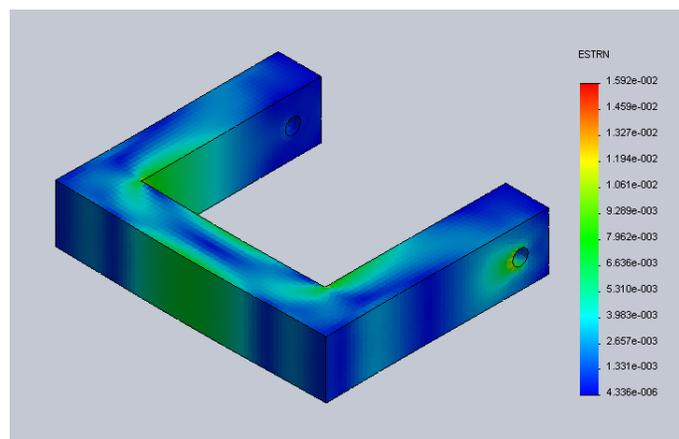


Figura 6.18: Deformaciones unitarias en la abrazadera de bobina.

6.2.5. Análisis de la abrazadera central

El análisis es similar al la abrazadera de bobina con la diferencia de que en este caso es de mayores dimensiones y con dos barrenos para sujetarse. Los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos se muestran en las Figuras 6.20, 6.21 y 6.22.

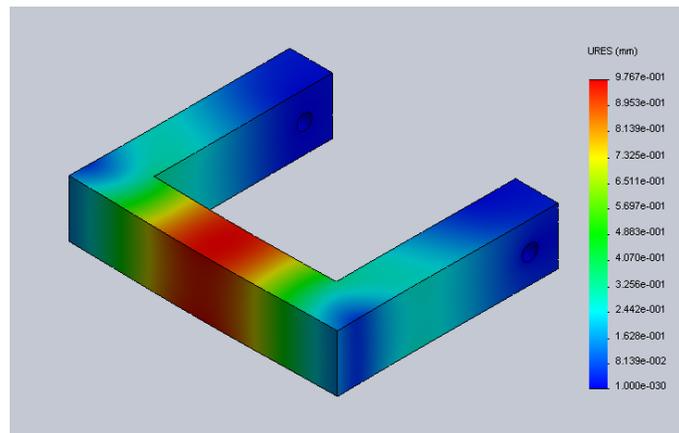


Figura 6.19: Desplazamientos en la abrazadera de bobina.

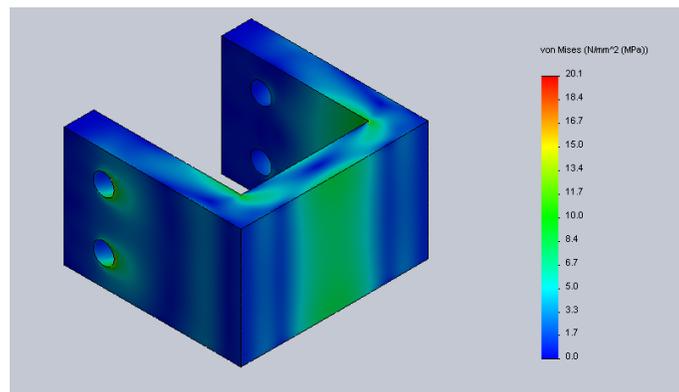


Figura 6.20: Esfuerzos en la abrazadera central.

6.2.6. Análisis del anillo superior de soporte de carga

Este elemento es de acero inoxidable 316 y debe soportar las cargas de empuje de los soportes de las bobinas. Los esfuerzos permisibles en este caso son mayores debido al material. Se muestran los resultados de los esfuerzos, deformaciones unitarias y desplazamientos en las Figuras 6.23, 6.24 y 6.25. Se observa un comportamiento aceptable muy por debajo de los límites permisibles.

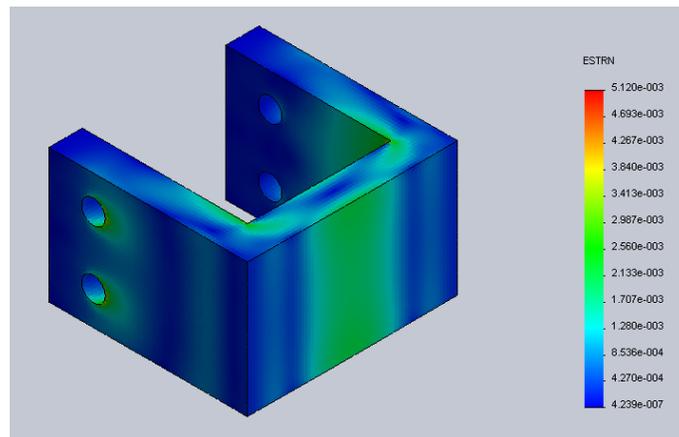


Figura 6.21: Deformaciones unitarias en la abrazadera central.

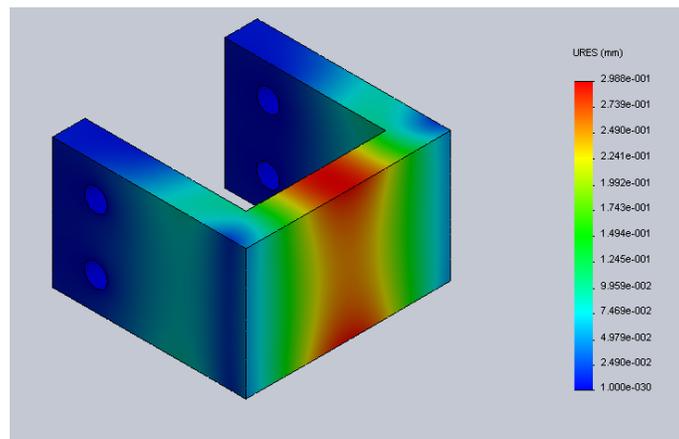


Figura 6.22: Desplazamientos en la abrazadera central.

6.3. Ensamble total

El conjunto de estas piezas montadas y fijas forman los soportes para las bobinas dejando un espacio libre en el centro de la máquina de 300 mm, esto es cerca de 10 cm más que las 8 pulgadas requeridas, lo que permitirá el diseño de soportes para el solenoide central. El ensamble de los 16 soportes se muestra en las Figura 6.26. Una de las ventajas de este diseño es el número de elementos necesarios. Para cada soporte se necesitan 10 piezas, de las cuales 6 son el mismo elemento (abrazadera

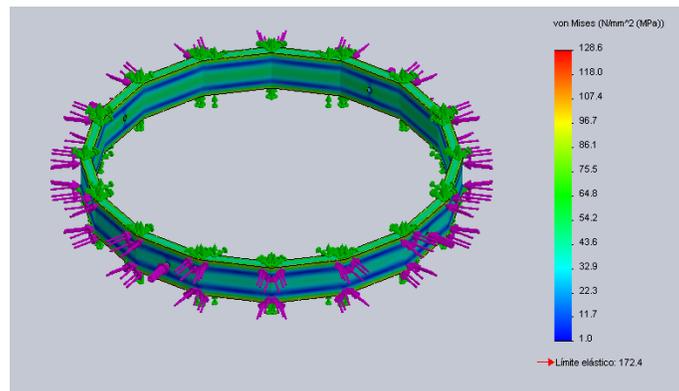


Figura 6.23: Esfuerzos en el anillo superior.

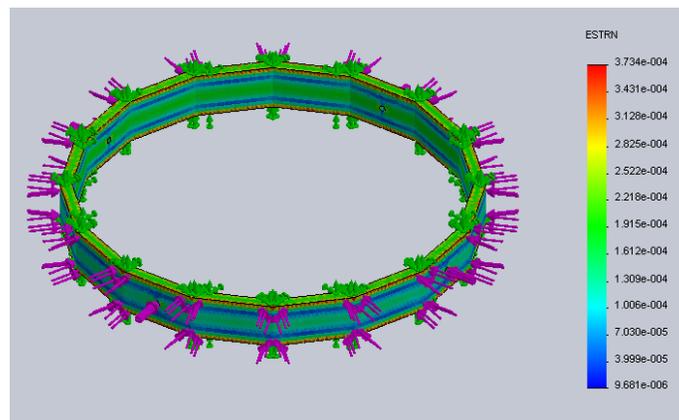


Figura 6.24: Deformaciones unitarias en el anillo superior.

de bobina), además el ensamblaje se lleva a cabo soporte por soporte, para después unirse y fijarse cada uno de éstos en la estructura que se decida para la máquina.

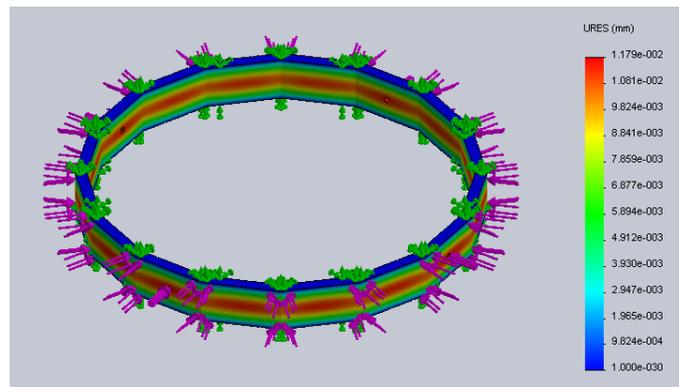


Figura 6.25: Desplazamientos en el anillo superior.

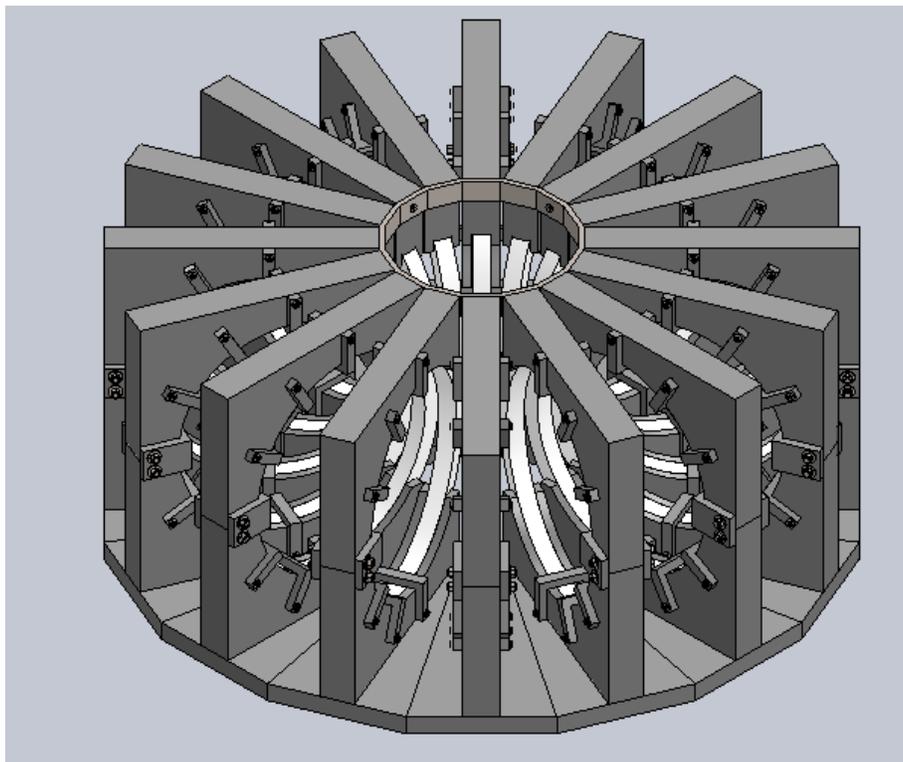


Figura 6.26: Ensamble de los 16 soportes.

Conclusiones

En este trabajo se desarrolló un modelo para calcular el campo magnético producido por la configuración toroidal de bobinas circulares del tokamak TPM-1. Este modelo se ejecuta en C# y el programa está escrito de tal manera que se pueden modificar algunas condiciones para resolver otros casos, por ejemplo, si la bobina no es circular es posible determinar el campo magnético producido si se conoce la ecuación paramétrica de la trayectoria de la bobina. Una restricción del programa es que la distancia angular entre bobinas debe ser la misma para todas las bobinas.

En cuanto a la determinación de fuerzas producidas en una sola bobina y entre varias bobinas, el programa funciona de manera similar, es decir, si la geometría de las bobinas se puede describir con una ecuación paramétrica, entonces es posible modificar el programa para obtener las fuerzas producidas en una sola bobina, así como la interacción entre el conjunto de bobinas.

También se desarrolló un programa para evaluar el valor del rizo producido en la máquina en diferentes puntos. En el caso de este trabajo los puntos de interés fueron el centro y los bordes de la cámara de vacío, pero es posible modificar el programa para conocer el valor del rizo en cualquier punto. Para el TPM-1, el desplazamiento de las bobinas necesario para lograr un rizo menor al 5% en los puntos evaluados fue de 59 mm hacia afuera de la máquina.

Se determinaron las fuerzas ejercidas en cada bobina y para el análisis mecánico se hizo la consideración de que éstas actúan en las paredes interiores del encapsulado. A partir de esto se determinó que para un encapsulado de resina epoxi sin reforzar, y considerando esfuerzos a fatiga, el espesor necesario para la operación de la máquina es de 5 mm, teniendo de esta manera una bobina con perfil cuadrado de 41.35 mm de lado.

En cuanto a la fuerza producida entre bobinas, se encontró una componente de fuerza principal en dirección radial, es decir hacia el centro de la máquina. El valor de esta fuerza es de 60 232.17 N y se elaboró una propuesta de diseño para los soportes. Se eligió Naylamid-M como el material para la mayoría de las piezas, únicamente el anillo superior es de acero inoxidable. En todos los análisis de esfuerzos se presentan

esfuerzos por debajo de los límites permisibles. Los planos de las piezas que componen el diseño se encuentran en el Apéndice B.

Finalmente, el trabajo restante para el desarrollo de este proyecto en general es mucho, a partir de los resultados encontrados en el presente trabajo se pueden fabricar los soportes y las bobinas, sin embargo es posible realizar experimentos para determinar mejores materiales para los mismos, tales como fibra de carbono o fibra de vidrio. También es posible analizar más a detalle el modo de falla de las bobinas en operación pulsada. El fenómeno de la fractura en resina epoxi sin reforzar no está desarrollado por completo, y como trabajo futuro se podría estudiar el modo de falla, desde la iniciación de la grieta y el crecimiento de la misma.

Apéndice A

Campo magnético toroidal

Para calcular el campo magnético producido por una sola bobina circular en configuración toroidal, se considera que el centro de la bobina se encuentra a una distancia r_m del eje z , que es el eje de simetría del toroide, de tal forma que el vector \vec{r}_m siempre se encuentra en el plano XY . De esta manera, la bobina siempre se encuentra en el plano formado por el vector \vec{r}_m y el eje z , y es en este plano donde se encuentra siempre el vector \vec{a} que va del centro de la bobina al circuito formado por el material conductor como se muestra en la Fig. (A.1)

Imaginemos que a partir del centro de la espira trazamos un nuevo sistema de referencia, de tal manera que satisface lo siguiente:

$$x' = \cos \phi \hat{i} + \sin \phi \hat{j} + 0 \hat{k} \quad (\text{A.1})$$

$$y' = -\sin \phi \hat{i} + \cos \phi \hat{j} + 0 \hat{k} \quad (\text{A.2})$$

$$z' = \hat{k} \quad (\text{A.3})$$

La bobina de campo toroidal se encuentra siempre en el plano $X'Z$. Si se siguen las ecuaciones descritas anteriormente (Ecs. (A.1) (A.2) (A.3)) se puede ver que cuando $\phi = \frac{\pi}{2}$ la bobina o espira estará ubicada en el plano YZ .

Analizando la espira en el nuevo plano $X'Z$ (Fig. (A.2)) se pueden calcular los vectores $d\vec{l}$ y \vec{r} que son necesarios para calcular el campo magnético.

Entonces tenemos lo siguiente:

$$d\vec{l} = dl \hat{e}_\theta$$

Donde \hat{e}_θ es la dirección del vector $d\vec{l}$, que siempre es perpendicular al vector \vec{a} y está dado por:

$$\hat{e}_\theta = -\sin \theta \hat{x}' + \cos \theta \hat{z}'$$

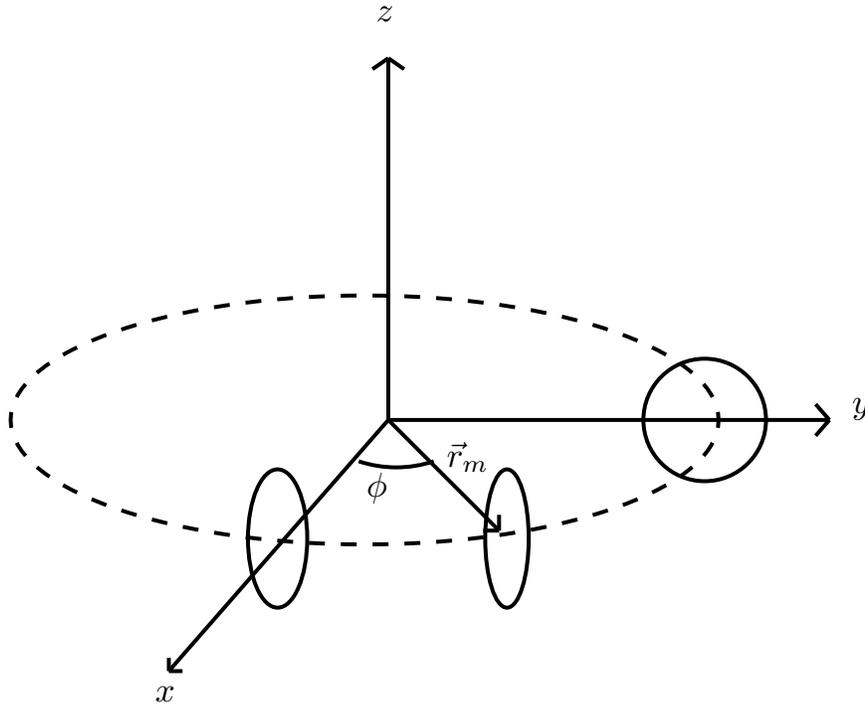


Figura A.1: Posición de las bobinas en la geometría de toroide.

De tal forma que el $d\vec{l}$ expresado en función del eje de referencia original XYZ es:

$$d\vec{l} = ad\theta [-\sin\theta\hat{x}' + \cos\theta\hat{z}']$$

$$d\vec{l} = ad\theta [-\sin\theta(\cos\phi\hat{i} + \sin\phi\hat{j}) + \cos\theta\hat{k}]$$

De tal forma que:

$$\boxed{d\vec{l} = a [-\sin\theta\cos\phi\hat{i} - \sin\theta\sin\phi\hat{j} + \cos\theta\hat{k}] d\theta} \quad (\text{A.4})$$

Para conocer el vector \vec{r} debemos fijar un punto en el espacio, ya que el \vec{r} va de $d\vec{l}$ al punto P como se ve en la Figura (A.3)

El vector \vec{r} es igual a la diferencia del vector que va del origen a la punta de flecha de \vec{r} y el vector que va del origen a donde inicia \vec{r} , esto es, la ubicación de $d\vec{l}$. Definimos entonces el vector \vec{a} considerando que está ubicado en el plano X'Z'

$$\vec{a} = a [\cos\theta\hat{x}' + \sin\theta\hat{z}']$$

$$\vec{a} = a [\cos\theta(\cos\phi\hat{i} + \sin\phi\hat{j}) + \sin\theta\hat{k}]$$

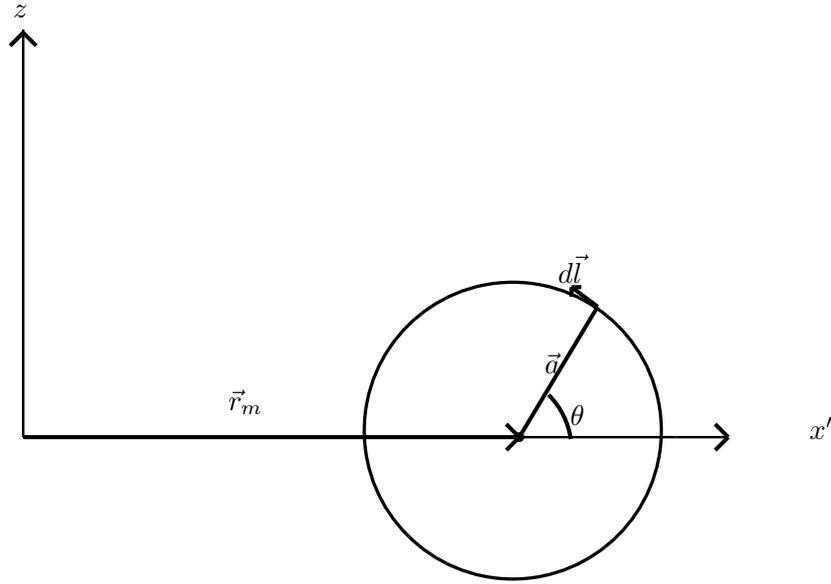


Figura A.2: Vectores en la espira de corriente.

De tal manera que:

$$\vec{a} = a \left[\cos \theta \cos \phi \hat{i} + \cos \theta \sin \phi \hat{j} + \sin \theta \hat{k} \right] \quad (\text{A.5})$$

Sabiendo esto podemos definir el vector \vec{r} (que es el vector que va de $d\vec{l}$ al punto P) como:

$$\vec{r} = \vec{p} - (\vec{r}_m + \vec{a})$$

Donde \vec{p} es el vector que va del origen al punto P sobre el cual se va a calcular el campo magnético.

De tal manera que:

$$\begin{aligned} \vec{r} = & [x - (r_m \cos \phi + a \cos \theta \cos \phi)] \hat{i} + [y - (r_m \sin \phi + a \cos \theta \sin \phi)] \hat{j} \\ & + [z - a \sin \theta] \hat{k} \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

y la magnitud de \vec{r} es:

$$\begin{aligned} \|\vec{r}\|^2 = & [x - (r_m \cos \phi + a \cos \theta \cos \phi)]^2 + [y - (r_m \sin \phi + a \cos \theta \sin \phi)]^2 \\ & + [z - a \sin \theta]^2 \end{aligned}$$

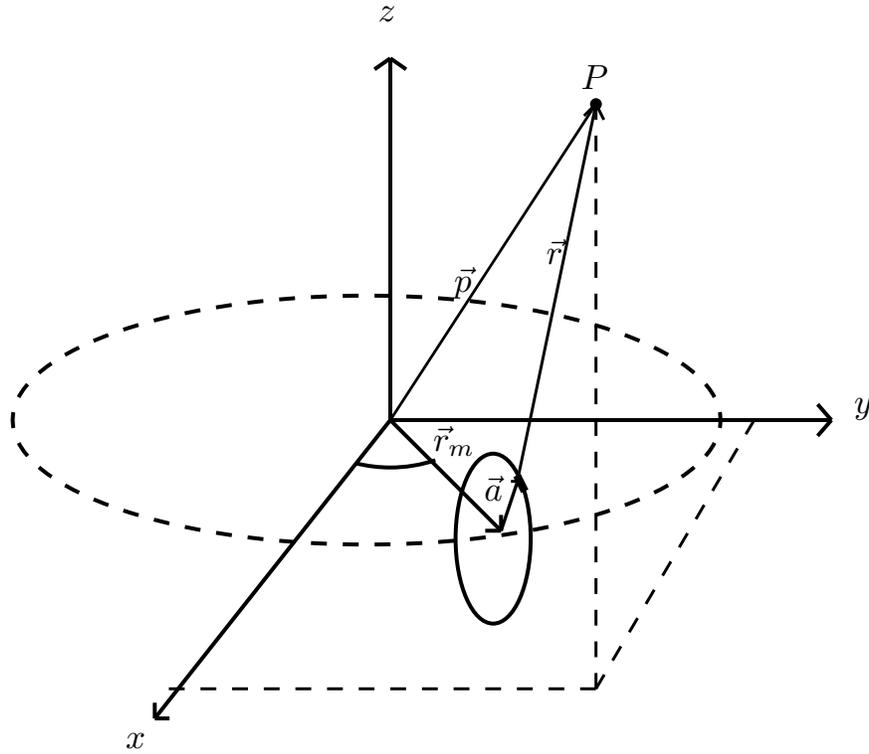


Figura A.3: Vectores en la espira para conocer \vec{r} .

Después de reducir y simplificar términos se llega a:

$$\boxed{\begin{aligned} \|\vec{r}\|^2 &= x^2 + y^2 + z^2 + a^2 + r_m^2 - 2(x \cos \phi + y \sin \phi)(a \cos \theta + r_m) \\ &\quad + 2a(r_m \cos \theta - z \sin \theta) \end{aligned}} \quad (\text{A.7})$$

Una vez conociendo $d\vec{l}$ y \vec{r} podemos calcular el campo magnético en cualquier punto del espacio a partir de la Ley de Biot-Savart:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \oint \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} \quad (\text{A.8})$$

Realizando el producto vectorial:

$$d\vec{l} \times \vec{r} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -a \sin \theta \cos \phi d\theta & -a \sin \theta \sin \phi d\theta & a \cos \theta d\theta \\ x - (r_m \cos \phi + a \cos \theta \cos \phi) & y - (r_m \sin \phi + a \cos \theta \sin \phi) & z - a \sin \theta \end{vmatrix}$$

De tal manera que, después de reducir términos y simplificar, se tiene que:

$$\begin{aligned}
 d\vec{l} \times \vec{r} = & [a (\sin \phi (a + r_m \cos \theta - z \sin \theta) - y \cos \theta)] d\theta \hat{i} \\
 & + [a (x \cos \theta - \cos \phi (a + r_m \cos \theta - z \sin \theta))] d\theta \hat{j} \\
 & + [a \sin \theta (2a \cos \theta \sin \phi \cos \phi - (x \sin \phi + y \cos \phi))] d\theta \hat{k}
 \end{aligned} \tag{A.9}$$

De esta manera, la integral se evalúa en el circuito pero sólo en función del ángulo θ , es decir, en el intervalo $[0, 2\pi]$.

Las componentes del campo magnético producido por una espira de corriente en configuración toroidal (en función del ángulo ϕ) para cualquier punto del espacio (x, y, z) son:

$$B_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \int_0^{2\pi} \frac{\sin \phi (a + r_m \cos \theta - z \sin \theta) - y \cos \theta}{|\vec{r}|^3} d\theta \tag{A.10}$$

$$B_y = \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \int_0^{2\pi} \frac{-\cos \phi (a + r_m \cos \theta - z \sin \theta) + x \cos \theta}{|\vec{r}|^3} d\theta \tag{A.11}$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{4\pi} a \int_0^{2\pi} \frac{\sin \theta (2a \cos \theta \sin \phi \cos \phi - (x \sin \phi + y \cos \phi))}{|\vec{r}|^3} d\theta \tag{A.12}$$

El valor de $|\vec{r}|$ se toma de la Ec. (A.7).

Para conocer el campo generado por una configuración de N espiras es necesario que el ángulo entre bobinas $\Delta\phi$ esté dado por:

$$\Delta\phi = \frac{360}{N}$$

Se debe realizar la integral de las Ecs. (A.10) (A.11) y (A.12) para las N bobinas es decir:

$$B_{x_{tot}} = \sum_{i=1}^N B_{x_i} \tag{A.13}$$

$$B_{y_{tot}} = \sum_{i=1}^N B_{y_i} \tag{A.14}$$

$$B_{z_{tot}} = \sum_{i=1}^N B_{z_i} \tag{A.15}$$

Donde el subíndice i representa la i -ésima bobina

Apéndice B

Planos de piezas

En este Apéndice se incluirán los planos de las piezas diseñadas para los soportes. Para el ensamble de todos los soportes para la máquina, se necesitará fabricar los siguientes elementos

- 16 Abrazaderas de bobinas
- 16 Abrazaderas centrales
- 16 Bases de soporte
- 16 Soportes inferiores
- 16 Soportes superiores
- 1 Anillo superior

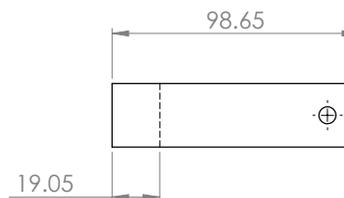
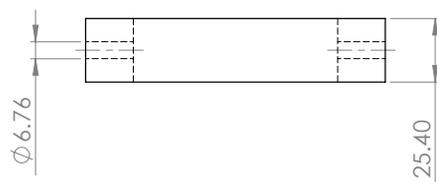
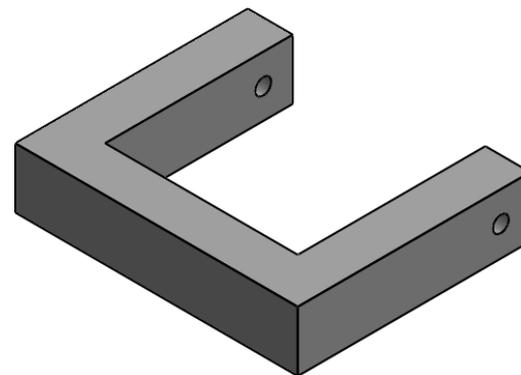
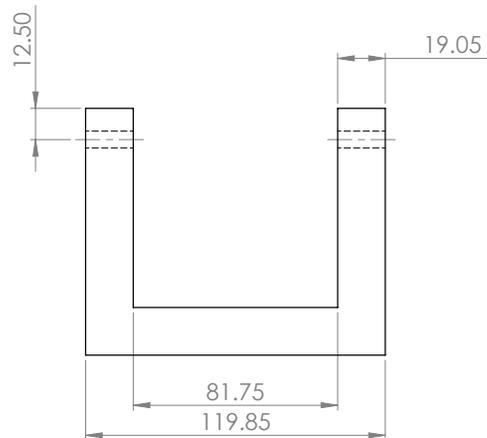
También es necesario por cada abrazadera de bobina, una varilla roscada de $\frac{1}{4}$ in y 140 mm de largo, dos arandelas de $\frac{1}{4}$ in, una tuerca hexagonal de $\frac{1}{4}$ in y una contratuerca hexagonal de $\frac{1}{4}$ in.

Para fijar la base de soportes y el soporte inferior son necesarios 3 tornillos con cabeza hexagonal de $\frac{1}{2}$ in por 3 in de largo.

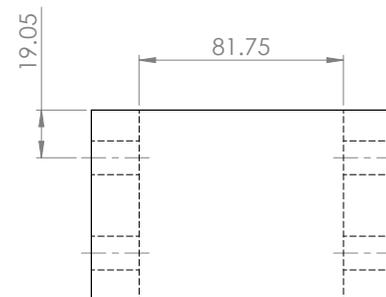
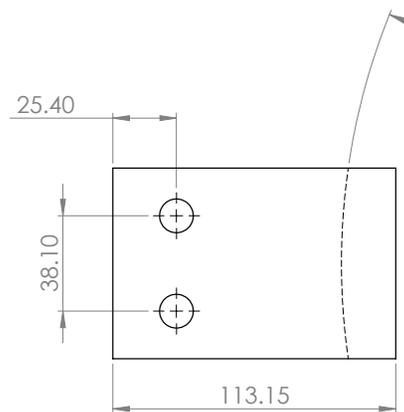
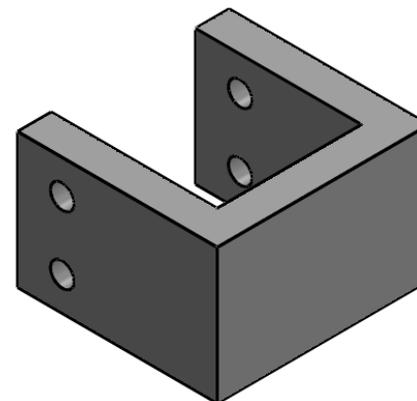
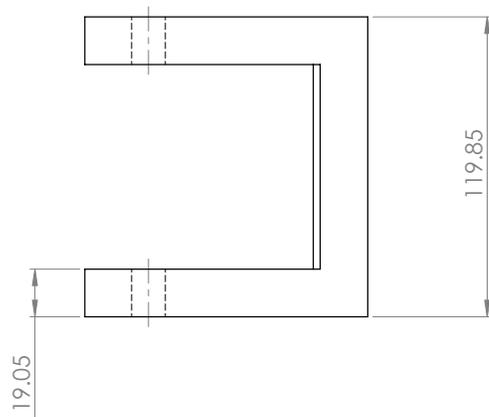
Para unir los soportes inferior y exterior es necesario una varilla roscada de $\frac{1}{2}$ in de diámetro y 155 mm de longitud, además de dos arandelas de $\frac{1}{2}$ in, una tuerca hexagonal de $\frac{1}{2}$ in y una contratuerca hexagonal de $\frac{1}{2}$ in.

Finalmente, para fijar el anillo superior se necesitan 4 tornillos con cabeza hexagonal de $\frac{1}{4}$ in de diámetro y $1\frac{1}{4}$ in de largo.

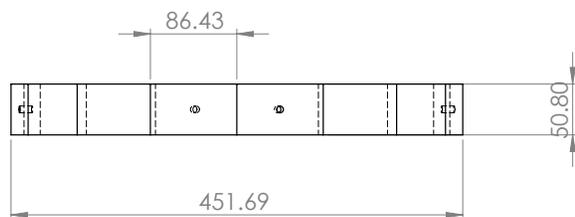
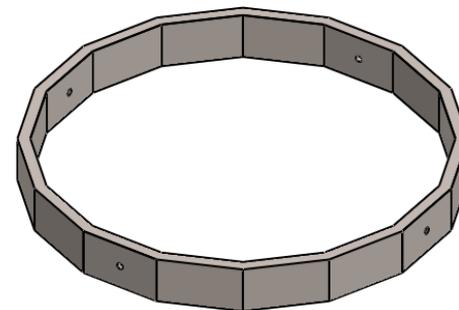
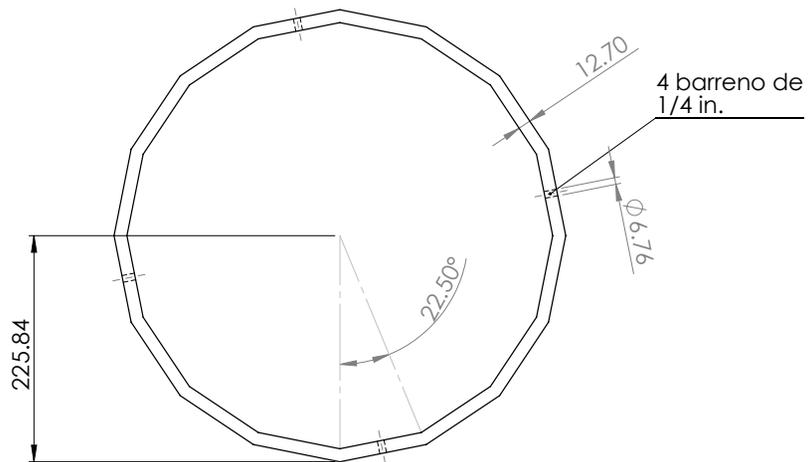
Los planos de las piezas se muestran a continuación.



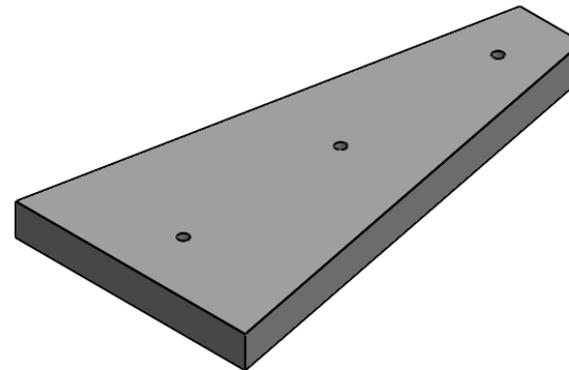
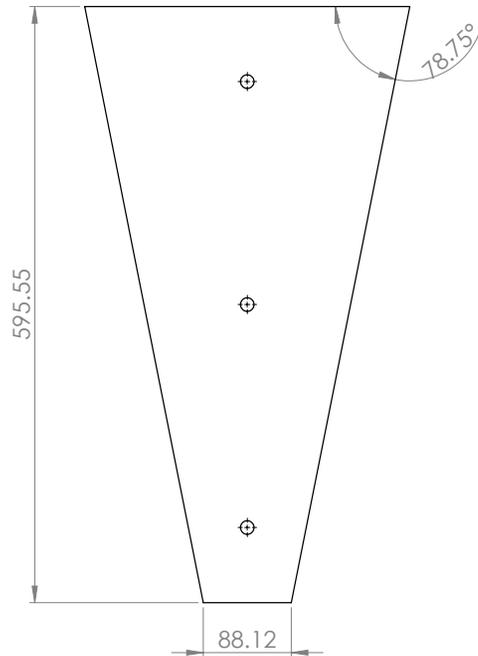
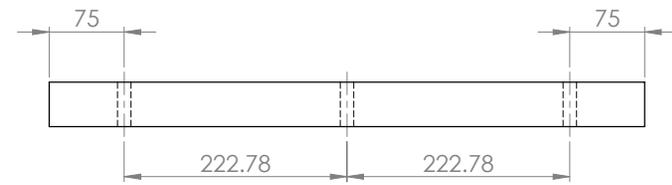
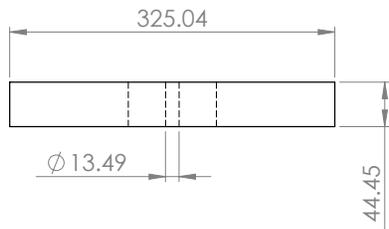
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM. ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:			ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN		
DIBUJ.			FIRMA		FECHA		TÍTULO:				
VERIF.					19/04/12		abrazadera-bobina				
APROB.											
FABR.											
CALID.							MATERIAL:		N° DE DIBUJO		A3
							NYLAMID-M				
							PESO:		ESCALA:1:1		HOJA 1 DE 1



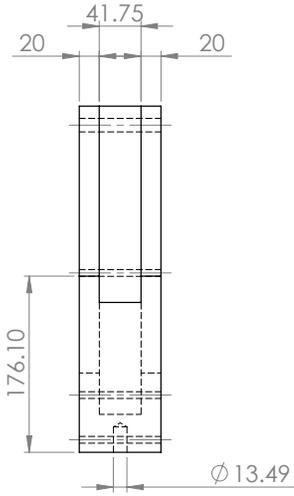
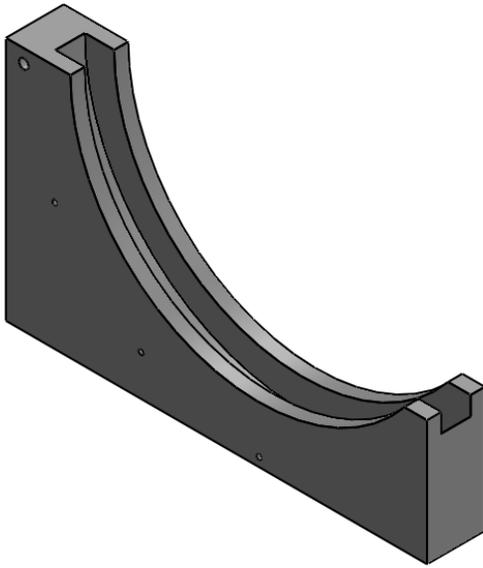
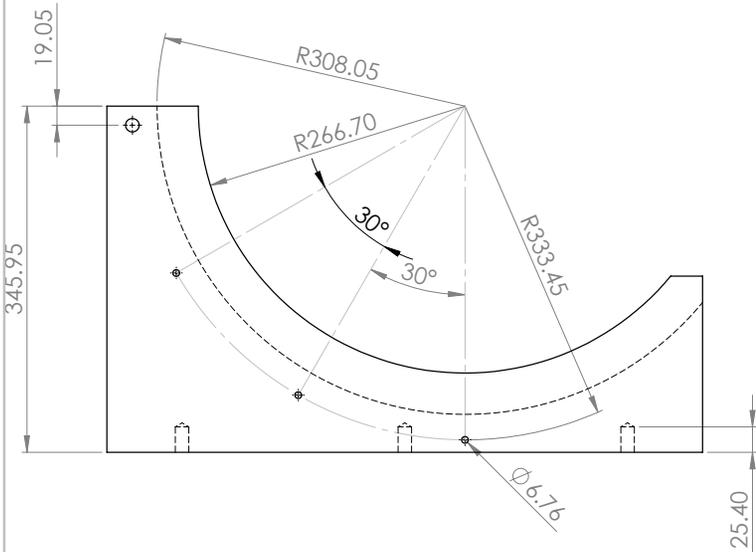
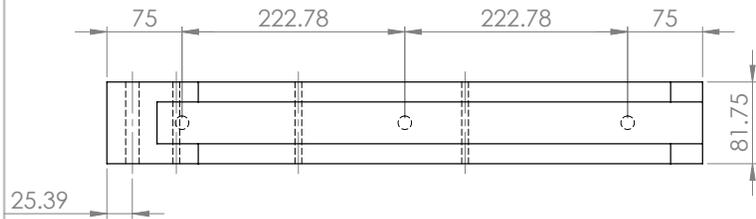
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM. ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:			ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN		
DIBUJ.			NOMBRE		FIRMA		FECHA		TÍTULO:		
VERIF.			Uzziel Caidiño H.				19/02/14		abrazadera-central		
APROB.									MATERIAL:		
FABR.									NYLAMID-M		
CALID.									N° DE DIBUJO		A3
							PESO:		ESCALA:1:2		HOJA 1 DE 1



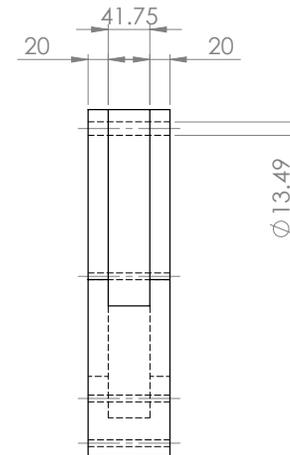
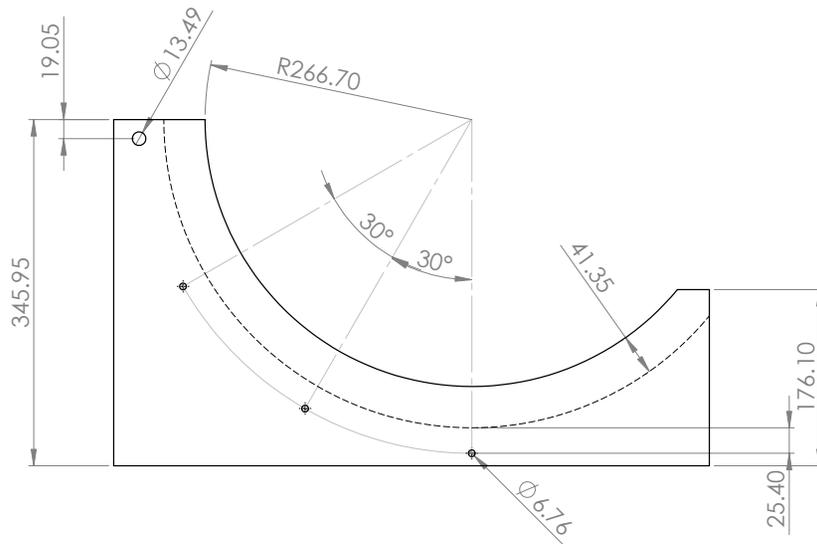
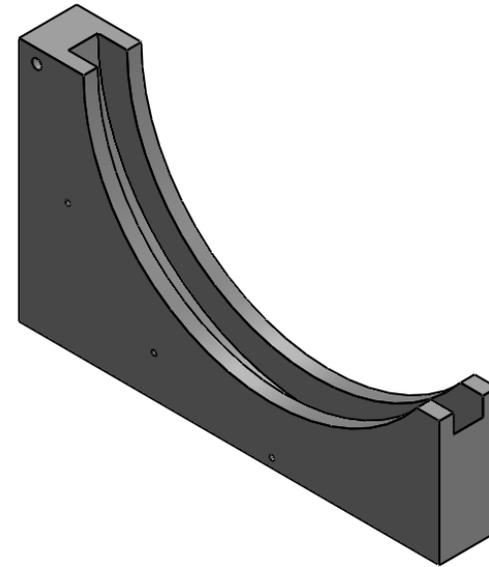
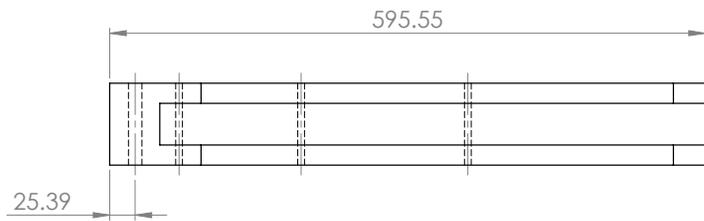
SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM. ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:			ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN		
DIBUJ. Uzziel Caidiño H.			FIRMA		FECHA 19/02/14		TÍTULO:				
VERIF.											
APROB.											
FABR.											
CALID.					MATERIAL: NYLAMID-M		N° DE DIBUJO		anillo1		A3
					PESO:		ESCALA:1:5		HOJA 1 DE 1		



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM. ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:			ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN			
DIBUJ.			NOMBRE		FIRMA		FECHA		TÍTULO:			
VERIF.			Uzziel Caidiño H.				19/02/14					
APROB.												
FABR.												
CALID.									MATERIAL:		N° DE DIBUJO	
									NYLAMID-M		base-soporte1	
									PESO:		ESCALA:1:5	
											HOJA 1 DE 1	
											A3	



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM. ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:			ACABADO:	REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS	NO CAMBIE LA ESCALA	REVISIÓN
DIBUJ.	NOMBRE	FIRMA	FECHA		TÍTULO:	
VERIF.	Uzziel Caidiño H.		19/02/14			
APROB.						
FABR.						
CALID.				MATERIAL: NYLAMID-M	Nº DE DIBUJO soporte-inferior	A3
				PESO:	ESCALA:1:5	HOJA 1 DE 1



SI NO SE INDICA LO CONTRARIO: LAS COTAS SE EXPRESAN EN MM. ACABADO SUPERFICIAL: TOLERANCIAS: LINEAL: ANGULAR:			ACABADO:		REBARBAR Y ROMPER ARISTAS VIVAS		NO CAMBIE LA ESCALA		REVISIÓN		
DIBUJ.			NOMBRE		FIRMA		FECHA		TÍTULO:		
VERIF.			Uzziel Caidiño H.				19/02/14				
APROB.											
FABR.											
CALID.							MATERIAL:		Nº DE DIBUJO		A3
							NYLAMID-M		soporte-superior		
							PESO:		ESCALA:1:5		HOJA 1 DE 1

Bibliografía

- [1] BRITISH PETROLEUM, *Statistical Review of World Energy*, June 2013
- [2] ENERDATA, *Global Energy Statistical Yearbook 2013*
- [3] H. A. BETHE, *Energy Production in Stars*, *Physical Review*; 1939
- [4] TERRY KAMMASH, *REACTOR PHYSICS principles and technology*, Ann Arbor Science Publishers Inc, 1977
- [5] J.L. DE LA MATA, *Justificación técnica, económica y ambiental de la inclusión de México en el desarrollo tecnológico de la energía de fusión nuclear y propuesta de programa nacional de fusión nuclear*. Tesis de Maestría. Universidad Nacional Autónoma de México; 2013
- [6] GARRY MCCRACKEN & PETER STOTT, *FUSION The Energy of the Universe*, ELSEVIER Academic Press; 2005
- [7] J. D. LAWSON , *Some Criteria for a Power Producing Thermonuclear Reactor*, Proceedings of the Physical Society B, Volume 70 (1957), p. 6
- [8] J. JULIO E. HERRERA VELÁZQUEZ , *La fusión nuclear como opción energética para el siglo XXI*, Sociedad Mexicana de Física.
- [9] <http://www2.lns.mit.edu/ignitorproject/Ignitor@MIT/Home.html>
Consultado el 4 de febrero del 2014
- [10] FRANCIS F. CHEN, *An Indispensable Truth*, Springer; 2011
- [11] EUROPEAN FUSION DEVELOPMENT AGREEMENT, *Fusión, la energía de las estrellas*, Assoc. Euroatom – Consorzio RFX, 2003

- [12] J. RAMOS S., J. DE URQUIJO C., *Diseño del Tokamak Novillo*, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, Centro Nuclear, Salazar. Edo. De México, Revista Mexicana de Física 29 no. 4, 1983
- [13] L. MELÉNDEZ, S.R. BAROCIO, *MÉXICO ANTE LA NUEVA PANORÁMICA MUNDIAL EN FUSIÓN NUCLEAR CONTROLADA*, Laboratorio de Física de Plasmas, Instituto Nacional de Investigaciones Nucleares, 14 p.
- [14] MAX SALVADOR HERNÁNDEZ, OMAR ALEJANDRO MUÑOZ OVALLE, *Mexican Design of a Tokamak Experimental Facility*, FTP/P6-36.
- [15] M NIETO-PEREZ, D HERNANDEZ-ARRIAGA, F CEBALLOS-SOTO, *Design and Construction Status of the TPM-1U Tokamak*, CICATA Queretaro – IPN; 2011.
- [16] http://www.cfn.ist.utl.pt/eng/Prj_Tokamak_main.html.
- [17] <http://www.ipp.cas.cz/Tokamak/index?m=castor>.
- [18] A. B. EL SISI, H. HEGAZY, *EGYPTOR Tokamak: Modification of the Original Design Using Permanent Compensation Coils and First Results of the Breakdown Discharge*, Journal of Fusion Energy, September 2003, Volume 22, Issue 3, pp 191-194.
- [19] <http://www.ipr.res.in//projects.html#ADITYA/>
- [20] FRANCIS W. SEARS, MARK W. ZEMANSKY, *Física Universitaria con Física Moderna Volumen 2*, Capítulo 25, Editorial Pearson, 2005
- [21] DONALD R. ASKELAND, *Ciencia e Ingeniería de los Materiales*, Tercera Edición, Editorial International THOMPSON, 1998.
- [22] YANUS A. CENGEL, *Transferencia de Calor y Masa*, Tercera Edición, Editorial Mc Graw Hill, 2007.
- [23] CONDUMEX
Tablas de características dimensionales, peso y resistencia eléctrica, factores de corrección, rangos y tensiones
http://www.condumex.com.mx/ES/alambre_magneto/Informacin\%20tcnica/Tablas\%20de\%20caracter\%C3\%ADsticas\%20dimensionales,\%20peso\%20y\%20resistencia\%20el\%C3\%A9ctrica,\%20factores\%20de\%20correcci\%C3\%B3n,\%20rangos\%20y\%20tensiones.pdf
Consultado el 21 de enero del 2014

-
- [24] VANEGAS, LIBARDO V, *Conceptos Básicos sobre Diseño de Máquinas*.
- [25] R. BERMEJO, J. OÑORO Y R. GARCÍA-LEDESMA, *Comportamiento a fatiga de uniones a solape simple con adhesivo epoxi de acero y acero prepintado*, Revista de Metalurgia, 44 (4), Julio-Agosto, 310-316, 2008, ISSN: 0034-8570.