



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

**ESTUDIO EXPERIMENTAL Y TEÓRICO DE LA FUSIÓN
DE AI EN BAÑOS DE AI**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO QUÍMICO METALÚRGICO**

PRESENTA

LUIS ENRIQUE JARDÓN PÉREZ



MÉXICO, D.F.

2014



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: Profesor: EUSEBIO CÁNDIDO ATLATENCO TLAPANCO

VOCAL: Profesor: CARLOS GONZÁLEZ RIVERA

SECRETARIO: Profesor: MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ

1er. SUPLENTE: Profesor: ADRIÁN MANUEL AMARO VILLEDA

2° SUPLENTE: Profesor: AGUSTÍN GERARDO RUIZ TAMAYO

SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA:

LABORATORIO 203, EDIFICIO D, FACULTAD DE QUÍMICA

ASESOR DEL TEMA:

Dr. Marco Aurelio Ramírez Argáez

SUPERVISOR TÉCNICO:

M. en M. Eusebio Cándido Atlatenco Tlapanco

SUSTENTANTE:

Luis Enrique Jardón Pérez

Agradecimientos

Agradezco el apoyo económico brindado por el proyecto PAPIIT IN113113 con el título “Modelación física y matemática de la fusión disolución de partículas metálicas”, para la realización de la presente tesis.

Dedicatorias

A mis padres, a mis hermanos y a demás miembros de familia, que para bien o para mal han sido parte importante de mi desarrollo como ser humano y que han participado en muchos de los sucesos más importantes de mi vida.

Recordare por siempre a todos mis amigos, algunos de los cuales puedo llamar hermanos, por estar siempre a mi lado tanto en las alegrías como en las tristezas.

Indiscutiblemente debo agradecer a todos mis profesores, que han logrado influenciar en mi pensamiento y me han apoyado para desarrollarme como persona, especialmente al Lic. Luis López González, a la Lic. Aída Star Bird Neri y al M. en C. Guillermo Amado Molina Gómez por todo lo que aprendí a su lado.

A todos los profesores del área de fundición, sobre todo al M. en M. Eusebio Cándido Atlatenco Tlapanco que me ha apoyado en el desarrollo experimental de esta tesis y que me ha ayudado a complementar el conocimiento teórico con la práctica.

Nunca podré terminar de agradecer a mi asesor el Dr. Marco Aurelio Ramírez Argáez por toda la confianza brindada, por darme su apoyo y por ser parte fundamental de mi desarrollo tanto académico como personal en estos últimos meses, ha sido muy gratificante trabajar con él, es en verdad una persona admirable.

Agradezco finalmente a quien ha influenciado más mi vida en este último año, para bien o para mal. Considero un verdadero placer que hayas sido parte de mi vida y nunca me arrepentiré de haberte conocido. Ariana, eres mi luna, eso es todo lo que se y todo lo que necesito saber.

Índice

Lista de Símbolos	Pág. 7
Índice de Figuras	Pág. 9
Capítulo 1	Pág. 19
Marco Teórico	
1.1 Introducción	Pág. 19
1.2 Revisión Bibliográfica	Pág. 23
1.3 Justificación	Pág. 27
1.4 Objetivos	Pág. 29
Capítulo 2	Pág. 30
Metodología Experimental y Desarrollo del Modelo Matemático	
2.1 Metodología Experimental	Pág. 30
2.1.1 Sistema experimental	Pág. 30
2.1.2 Materiales y equipo	Pág. 32
2.1.3 Preparación de esferas de aluminio y termopares tipo K	Pág. 33
2.1.4 Desarrollo de los experimentos	Pág. 39
2.1.5 Matriz Experimental	Pág. 43
2.2 Desarrollo del Modelo Matemático	Pág. 45
2.2.1 Sistema de ecuaciones diferenciales parciales del sistema bajo estudio	Pág. 45
2.2.2 Solución del sistema de ecuaciones diferenciales parciales por el método explícito de diferencias finitas	Pág. 49

2.2.3 Algoritmo de cálculo y programa de cómputo	Pág. 54
2.2.4 Mejoras al modelo matemático	Pág. 55
Capítulo 3	Pág.
Resultados y Discusión de Resultados	
3.1 Resultados Experimentales	Pág.
3.1.1 Resultados de los experimentos	Pág.
3.1.2 Efecto de la temperatura del baño	Pág.
3.1.3 Efecto del radio inicial de partícula	Pág.
3.1.4 Efecto de la temperatura inicial de partícula	Pág.
3.1.5 Efecto del transporte de energía por convección	Pág.
3.1.6 Análisis de proceso con mediciones experimentales	Pág.
3.2 Resultados del Modelo Matemático Obtenido	Pág.
3.2.1 Mejoras al modelo matemático	Pág.
3.2.2 Validación del modelo matemático	Pág.
3.2.3 Análisis de proceso con el modelo matemático	Pág.
Capítulo 4 Conclusiones	Pág.
Apéndice A Diagramas de Flujo del Modelo Matemático	Pág.
Apéndice B Código de Programación en Lenguaje C++ del Modelo Matemático	Pág.
Apéndice C Propiedades Térmicas del Aluminio Puro	Pág.
Bibliografía	Pág.

Lista de Símbolos

Símbolo	Definición
t	Tiempo [s]
t_s	Tiempo en que la coraza funde completamente [s]
T	Temperatura instantánea [K]
T_b	Temperatura del baño [K]
T_0	Temperatura inicial de la partícula esférica [K]
T_f	Temperatura de fusión [K]
R	Radio instantáneo de una partícula esférica [m]
R_0	Radio inicial de una partícula esférica [m]
R_{max}	Radio máximo alcanzado por una partícula durante su fusión [m]
$R(t)$	Radio de una partícula esférica en función del tiempo [m]
r	Coordenada radial [m]
k	Conductividad térmica [W/m K]
$k_s(T)$	Conductividad térmica del aluminio sólido en función de la temperatura [W/m K]
$k_l(T)$	Conductividad térmica del aluminio líquido en función de la temperatura [W/m K]
ρ	Densidad [kg/m ³]
$\rho_s(T)$	Densidad del aluminio sólido en función de la temperatura [kg/m ³]
$\rho_l(T)$	Densidad del aluminio líquido en función de la temperatura [kg/m ³]
C_p	Capacidad calorífica [J/kg K]
$C_{p_s}(T)$	Capacidad calorífica del aluminio sólido en función de la temperatura [J/kg K]
$C_{p_l}(T)$	Capacidad calorífica del aluminio líquido en función de la temperatura [J/kg K]
h	Coefficiente de transferencia de calor convectivo [W/m ² K]

Símbolo	Definición
λ_f	Calor latente de fusión [J/kg]
Δr	Distancia nodal en la coordenada radial [m]
N	Número de nodos en la discretización
i	Señala el i-ésimo nodo
r_i	Radio acumulado en el i-ésimo nodo [m]
A_i	Área de transferencia de calor a la derecha del i-ésimo nodo [m ²]
V_i	Volumen del i-ésimo nodo [m ³]
Δt	Tamaño de paso de tiempo [s]
T_i^t	Temperatura en el i-ésimo nodo al tiempo actual [K]
$T_i^{t+\Delta t}$	Temperatura en el i-ésimo nodo al tiempo futuro [K]
R^t	Radio de la esfera al tiempo actual [m]
$R^{t+\Delta t}$	Radio de la esfera al tiempo futuro [m]
ΔR	Cambio de radio de la partícula en el tiempo [m]
Nu	Número de Nussel
Pr	Número de Prandl
Gr	Número de Grashof
g	Aceleración de la gravedad [m/s ²]
β	Coefficiente de expansión térmica [1/K]
T_N	Temperatura en el N-ésimo nodo [K]
ν	Viscosidad cinemática [m ² /s]
μ	Viscosidad dinámica [kg/m s]
D	Diámetro de la partícula [m]

Índice de Figuras

Capítulo 1

Marco Teórico

Figura 1.1.1.- (A) Partícula esférica al comienzo del proceso de fusión/disolución. **(B)** Comienzo de la formación de una coraza sólida del baño alrededor de la partícula. **(C)** Radio máximo alcanzado por la partícula. **(D)** Disminución de la coraza alrededor de la partícula. **(E)** A un tiempo determinado (tiempo de coraza) la partícula regresa a su tamaño inicial. **(F)** Comienzo de la fusión/disolución de la partícula original.

Figura 1.1.2.- Formación de una capa solidificada alrededor de una partícula sólida sumergida en un baño de metal fundido con el campo de temperatura superpuesto.

Figura 1.2.1.- Dispositivo experimental utilizado por Taniguchi y colaboradores (1).

Figura 1.2.2.- Método usado por Ehrich y colaboradores (4) para medir el cambio en radio de la esfera con el tiempo durante la fusión de la partícula.

Figura 1.2.3.- Ejemplo de pellet usado por O'Malley (6) durante su experimentación.

Capítulo 2

Metodología Experimental y Desarrollo del Modelo Matemático

Figura 2.1.1.- (A) Esquema del aparato experimental construido. **(B)** Foto del sistema experimental funcionando. **(1)** Horno de resistencia eléctrica, **(2)** controlador de temperatura, **(3)** sistema de adquisición de datos, **(4)** computadora con software, **(5)** termopares tipo K, **(6)** crisol con baño de aluminio, **(7)** dispositivo para sumergir esferas de aluminio, **(8)** esferas de aluminio.

Figura 2.1.2.- Preformas de poliestireno expandido esféricas con un segmento de alambre recocido **(arriba)** y con un termopar tipo K **(abajo)**.

Figura 2.1.3.- Esferas de unicel cubiertas parcialmente con arena de careo con alambres de acero recocido insertados hasta el centro de las mismas.

Figura 2.1.4.- Molde obtenido con las esferas de unicel totalmente cubiertas y con los tubos de acero que servirán como entradas colocadas en las mismas.

Figura 2.1.5.- Molde para esferas totalmente terminado con sistema de colada, nótese que se pueden visualizar las esferas desde la parte superior.

Figura 2.1.6.- Esferas de aluminio puro con sistema de colada obtenidas tras vaciar en el molde aluminio puro.

Figura 2.1.7.- Ejemplo de esfera de aluminio puro obtenida al final de la preparación superficial.

Figura 2.1.8.- Pintura de zirconio y termopares pintados con la misma.

Figura 2.1.9.- Dispositivo para sostener los termopares en el baño de aluminio puro.

Figura 2.1.10.- Sujeción de esferas en el baño de metal líquido con ayuda del dispositivo mostrado en la **Figura 2.1.9** para pruebas de cambio en radio con el tiempo.

Figura 2.1.11.- Ejemplo de serie de esferas obtenidas durante la experimentación de cambio de radio en función del tiempo durante la fusión de aluminio en baños del mismo material.

Figura 2.2.1.- Esquema de la discretización para una esfera en dirección radial para la fusión de aluminio puro en un baño de aluminio puro.

Capítulo 3

Resultados y Discusión de Resultados

Figura 3.1.1.- Resultados del experimento R2T1B1N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.2.- Resultados del experimento R2T1B1S, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección forzada (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.3.- Resultados del experimento R1T1B1N, radio inicial 0.975cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.4.- Resultados del experimento R3T1B1N, radio inicial 1.50cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.5.- Resultados del experimento R2T2B1N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 160°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.6.- Resultados del experimento R2T3B1N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 265°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.7.- Resultados del experimento R1T1B2N, radio inicial 0.975cm, temperatura del baño 730°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.8.- Resultados del experimento R1T1B3N, radio inicial 0.975cm, temperatura del baño 770°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.9.- Resultados del experimento R2T1B2N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 730°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.10.- Resultados del experimento R2T1B3N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 770°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver **Tabla 2.1.1**)

Figura 3.1.11.- Efecto de la temperatura del baño en el radio de partícula durante el proceso de fusión, con radio inicial de 0.975cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.12.- Efecto de la temperatura del baño en la historia térmica durante el proceso de fusión, con radio inicial de 0.975cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.13.- Efecto de la temperatura del baño en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para radio inicial de 0.975cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.14.- Efecto de la temperatura del baño en el radio de partícula durante el proceso de fusión, con radio inicial de 0.98cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.15.- Efecto de la temperatura del baño en la historia térmica durante el proceso de fusión, con radio inicial de 1.23cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.16.- Efecto de la temperatura del baño en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para radio inicial de 1.23cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.17.- Efecto del radio inicial en la evolución del mismo durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.18.- Efecto del radio inicial en la evolución del radio adimensional durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.19.- Efecto del radio inicial de partícula en la historia térmica durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.20.- Efecto del radio inicial de partícula en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para una temperatura del baño de 700°C, con temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.21.- Efecto de la temperatura inicial en la evolución del radio durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm usando transferencia de calor por convección natural.

Figura 3.1.22.- Efecto de la temperatura inicial en la historia térmica durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm usando transferencia de calor por convección natural.

Figura 3.1.23.- Efecto de la temperatura inicial de partícula en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para una temperatura del baño de 700°C, con temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Figura 3.1.24.- Efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección en el cambio en radio durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm inmersas a 25°C en el baño metálico.

Figura 3.1.25.- Efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección en la historia térmica durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm inmersas a 25°C en el baño metálico.

Figura 3.1.26.- Efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección en el tiempo de coraza y tiempo de fusión durante el proceso de fusión, para partículas de 1.23cm de radio inicial, inmersas a 25°C en un baño a 700°C, el nivel 0 se refiere a convección natural y el nivel 1 a convección forzada.

Figura 3.1.27.- Efecto de las variables de proceso en el tiempo de fusión.

Figura 3.1.28.- Efecto de las variables de proceso en el tiempo de coraza.

Figura 3.1.29.- Efecto de las variables de proceso en el radio máximo.

Figura 3.1.30.- Efecto de las variables del proceso en el tiempo de calentamiento del centro de la partícula sólida hasta temperatura de fusión.

Figura 3.1.31.- Efecto de las variables de proceso en la rapidez de calentamiento del sólido.

Figura 3.2.1.- Efecto de relajar suposiciones y consideraciones en el modelo matemático obtenido, simulando la fusión de una partícula esférica de radio inicial de 0.975cm, inmersa a 25°C, en un baño a 700°C con transferencia de calor por convección natural.

Figura 3.2.2.- Validación del modelo para el efecto de la temperatura del baño, para esferas de radio inicial 0.975cm, inmersas a 25°C en un baño líquido, con convección natural.

Figura 3.2.3.- Validación del modelo para el efecto de la temperatura del baño, para esferas de radio inicial 1.23cm, inmersas a 25°C en un baño líquido, con convección natural.

Figura 3.2.4.- Validación del modelo para el efecto del radio inicial de partícula, para partículas esféricas, inmersas a 25°C en un baño a 700°C, con convección natural.

Figura 3.2.5.- Validación del modelo para el efecto del radio inicial de partícula, mostrando el radio adimensional contra el tiempo, para partículas esféricas, inmersas a 25°C en un baño a 700°C, con convección natural.

Figura 3.2.6.- Validación del modelo para el efecto de la temperatura inicial de partícula, para esferas de radio inicial 1.23cm, inmersas en un baño líquido a 700°C, con convección natural.

Figura 3.2.7.- Validación del modelo para el efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección, para esferas de radio inicial 1.23cm, a una temperatura inicial de 25°C, inmersas en un baño líquido a 700°C.

Figura 3.2.8.- Evolución del radio durante el proceso de fusión para cada una de las condiciones descritas en la Tabla 3.2.1.

Figura 3.2.9.- Radio máximo adimensional obtenido en cada una de las simulaciones.

Figura 3.2.10.- Tiempo de coraza obtenido en cada una de las simulaciones.

Figura 3.2.11.- Tiempo de fusión obtenido en cada una de las simulaciones.

Figura 3.2.12.- Energía necesaria para fundir la partícula obtenida en cada una de las simulaciones.

Figura 3.2.13.- Energía necesaria para fundir una tonelada de partículas obtenida en cada una de las simulaciones.

Figura 3.2.14.- Efectos medios de los factores e interacciones en el tiempo de fusión de la partícula.

Figura 3.2.15.- Efectos medios de los factores e interacciones en la energía requerida para fundir una tonelada de metal.

Figura 3.2.16.- Efectos medios de los factores e interacciones en el tiempo de fusión de la partícula y la energía requerida para fundir un gramo de estas

Apéndice A

Diagrama de Flujo del Modelo Matemático

Figura A.1.- Diagrama de flujo del modelo con propiedades constantes y h constante.

Figura A.2.- Diagrama de flujo del modelo con propiedades constantes y h función del radio.

Figura A.3.- Diagrama de flujo del modelo con propiedades en función de la temperatura y h función del radio.

Apéndice C

Propiedades térmicas del aluminio puro

Figura C.1.- Densidad del aluminio puro (kg/m^3) contra Temperatura (K).

Figura C.2.- Capacidad Calorífica del aluminio puro (J/kgK) contra Temperatura (K).

Figura C.3.- Conductividad térmica del aluminio puro (W/mK) contra Temperatura (K).

Capítulo 1

Marco Teórico

1.1 Introducción.

Cuando un metal sólido es inmerso en un baño líquido metálico que se encuentra a mayor temperatura que la temperatura de fusión del mismo pueden ocurrir diferentes fenómenos dependiendo de la composición química del metal y del baño metálico:

- En el caso de que las composiciones del baño y del metal sólido adicionado sean diferentes, la incorporación de la adición metálica sólida en el baño estará controlada tanto por la transferencia de energía como por la transferencia de masa, debido a la diferencia en temperatura entre el baño y la adición sólida y al cambio en composición en las inmediaciones del baño. El proceso que se lleva a cabo de esta manera se denominará disolución.
- Cuando el metal sólido y el baño tienen la misma composición, el proceso estará controlado exclusivamente por transferencia de energía, cancelándose el transporte de masa por no haber cambio de composición del baño en las inmediaciones al punto donde se sumerge la adición o el aleante sólido. En este caso el proceso se denomina propiamente fusión.

Es de conocimiento empírico en laboratorio y en la industria que al sumergir una pieza metálica (sólida) fría en baños de metal o sales fundidas, se forma una cáscara solidificada del baño (ya sea sal o metal) alrededor del metal sólido añadido. Esto es debido al choque térmico inicial producido por un desbalance entre los flujos de calor por convección y conducción en la intercara sólido-líquido, cambiando con esto las dimensiones de la pieza inmersa. Posteriormente

comienza la fusión o disolución (dependiendo de la composición del baño y la pieza) de la cáscara solidificada y de la pieza misma hasta llegar al punto en el cual el sólido forma parte del baño. En el caso de que el baño sea metálico, al terminar la fusión o disolución de la pieza se forma una sola fase homogénea, pero en el caso de que el baño sea de sales fundidas se generan dos fases el líquido de la sal y el líquido metálico.

La simetría de la geometría esférica permite verificar la formación de la coraza subenfriada del líquido en condiciones homogéneas del baño, ya que los fenómenos de transporte son unidimensionales en dirección radial y el cambio en volumen sólido solo se dará en dirección radial, primeramente incrementándose el radio de la partícula sólida al formarse una costra solidificada alrededor de la misma, y tras un cierto tiempo llegando a un radio máximo, tras el cual comienza a disminuir el mismo llegando finalmente a fundirse completamente el metal sólido. Un esquema mostrando este fenómeno se presenta en la **Figura 1.1.1**.

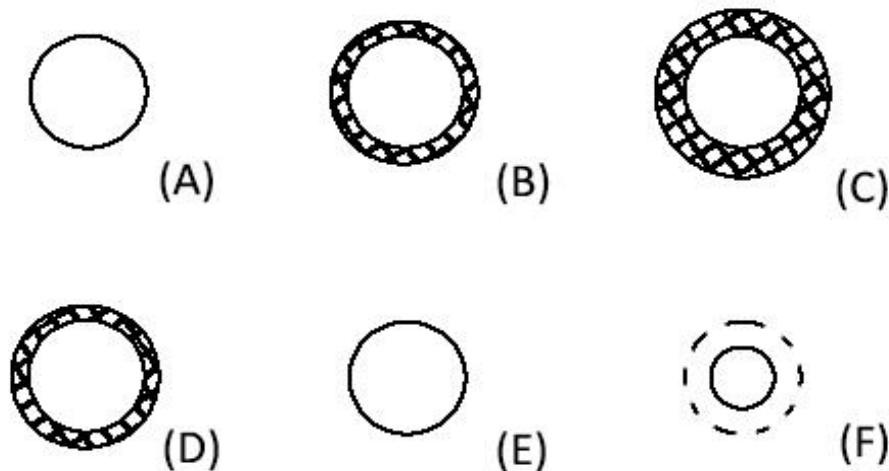


Figura 1.1.1.- (A) Partícula esférica al comienzo del proceso de fusión/disolución. (B) Comienzo de la formación de una coraza sólida del baño alrededor de la partícula. (C) Radio máximo alcanzado por la partícula. (D) Disminución de la coraza alrededor de la partícula. (E) A un tiempo determinado (tiempo de coraza) la partícula regresa a su tamaño inicial. (F) Comienzo de la fusión/disolución de la partícula original.

Nótese en la **Figura 1.1.1** que se tienen tres momentos importantes en el fenómeno: el tiempo al cual se alcanza el radio máximo de la partícula (C), el tiempo en el que la coraza se funde completamente (E) y la partícula alcanza su radio original denominado tiempo de coraza (t_c) y finalmente el tiempo de fusión que es cuando la partícula se vuelve totalmente líquida.

En el caso de la fusión de partículas esféricas en baños metálicos donde tanto la cascarilla o coraza como la esfera poseen la misma composición química, el cambio en radio será controlado exclusivamente por el proceso de transferencia de energía entre el baño líquido y el metal, dando un perfil térmico como el que se muestra en la **Figura 1.1.2**.

La **Figura 1.1.2** muestra una sección de la partícula esférica sumergida en un baño metálico junto con una historia térmica. En el eje r , el punto 0 corresponde al centro de una partícula, R_0 es el radio inicial de la partícula, y $R(t)$ es el radio a un tiempo determinado. En el eje T ; T_0 es la temperatura inicial de la partícula, $T(R_0)$ es la temperatura en la frontera entre la partícula inicial y la coraza, T_f es la temperatura de fusión que corresponde a la temperatura en la frontera de la esfera con el metal líquido, y T_b es la temperatura del baño de metal fundido. Nótese que el perfil de temperaturas muestra tres zonas: la primera corresponde al metal sólido sumergido inicialmente, la segunda corresponde a la cascarilla de metal que se forma que propiamente sería el metal del baño en estado sólido, y finalmente la tercera corresponde a la zona del baño, que en este esquema se muestra como una temperatura constante. Es por ello que se presenta el salto en el perfil de temperaturas entre la temperatura de fusión y la temperatura del baño.

Debe hacerse notar que el campo de temperaturas mostrado en la **Figura 1.1.2** es simplemente esquemático y varía dependiendo de las condiciones en las cuales se lleve a cabo la fusión o disolución de la partícula. Entre las variables que pueden afectarlo se encuentran: el radio inicial de partícula, la temperatura inicial de la partícula, el coeficiente de transferencia de calor por convección, la

temperatura del baño y finalmente la composición de la partícula y del baño. Esto último influye en el punto de fusión, ya que la aleación original y la que se está formando mediante las adiciones sólidas pueden presentar un rango de temperaturas de fusión y consecuentemente con la presencia de una zona pastosa en el borde de la partícula.

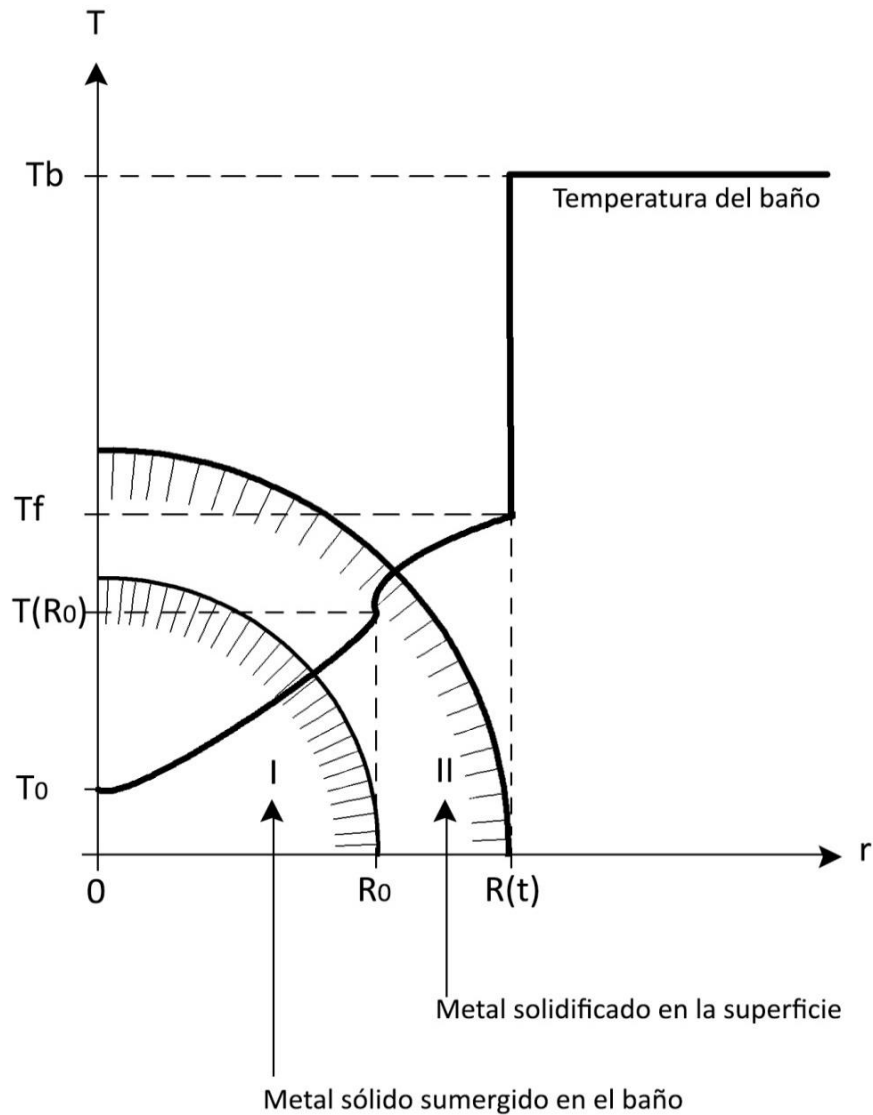


Figura 1.1.2.- Formación de una capa solidificada alrededor de una partícula sólida sumergida en un baño de metal fundido con el campo de temperatura superpuesto.

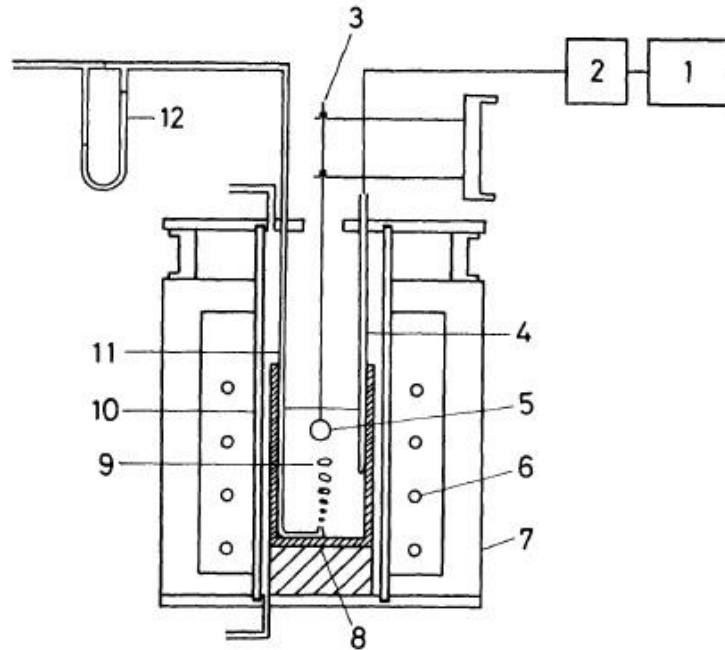
1.2 Revisión bibliográfica.

Dentro de la literatura existen varios esfuerzos que simulan mediante modelos matemáticos y recrean mediante experimentos la fusión y disolución de partículas sólidas en baños líquidos. En esta sección se reseñan algunos de los esfuerzos más relevantes encontrados.

Taniguchi y colaboradores (1) realizaron un estudio en el cual se desarrolló un modelo matemático para obtener el comportamiento de una esfera de aluminio en baños de aluminio y de Al – Si. En este modelo se presentan las ecuaciones gobernantes en cada uno de los puntos del sistema dependiendo del tiempo y del radio que se tiene en cada momento. En este trabajo también se realizaron experimentos para validar el modelo que desarrollaron y se llegaron a resultados bastante cercanos a los predichos por el modelo. Las variables bajo estudio en el trabajo son: la temperatura del baño de metal líquido y la agitación que se le da al mismo. Además de la fusión realiza experimentos sobre disolución para los cuales presenta diferentes composiciones en el baño de metal líquido añadiendo Si a la composición del baño de metal líquido. Para determinar el cambio en radio durante la experimentación se introducían esferas de aluminio en un horno al cual se le podía inyectar un flujo de argón en la parte inferior, estas esferas eran sostenidas por una varilla de acero inoxidable y eran sacadas a diferentes tiempos para ver el efecto en el cambio de radio de las mismas. Un esquema del dispositivo experimental usado por Taniguchi se muestra en la **Figura 1.2.1**.

Por su parte Jiao y colaboradores (2) realizaron un modelo matemático con fines similares. En este estudio desarrollaron un modelo matemático para obtener el cambio de radio por medio de ecuaciones de transferencia de calor. El modelo obtenido no se validó experimentalmente con mediciones propias de su grupo, sino que se usaron resultados obtenidos por Taniguchi (1) y otros autores que han experimentado al respecto para realizar la validación. El estudio presenta resultados teóricos (obtenidos con el modelo) sobre el efecto del cambio de

diámetro de la partícula, de temperatura del baño y de la temperatura inicial de la partícula, para diferentes sistemas teóricos, pero no los valida experimentalmente.



- | | |
|-------------------------------|-----------------------------|
| 1 Adquisidor | 7 Aislante |
| 2 Junta fría del termopar | 8 Crisol de grafito |
| 3 Varilla de acero inoxidable | 9 Baño de metal fundido |
| 4 Termopar | 10 Tubo de reacción |
| 5 Esfera de aluminio | 11 Tubo de inyección de gas |
| 6 Calentador | 12 Flujómetro |

Figura 1.2.1.- Dispositivo experimental utilizado por Taniguchi y colaboradores (1).

En el caso de Ehrich y colaboradores (3, 4) han hecho estudios sobre el tema, enfocándose en hierro esponja. En el primer estudio (3) desarrollaron un modelo matemático por medio de ecuaciones de transferencia de calor obteniendo el cambio en radio en función del tiempo para un pellet de hierro esponja en un baño de hierro. Para este estudio se consideró la diferencia de propiedades que presenta el hierro esponja con respecto al hierro sólido que se forma alrededor del mismo durante la fusión, es decir, se considera que la coraza que se solidifica al inicio de la fusión es de hierro sólido sin porosidades, mientras que el pellet se considera poroso. En este caso el modelo no se verifica ni se valida, pero presenta

resultados de modelar la temperatura del baño y la temperatura inicial de la esfera. En el siguiente estudio (4) Ehrich y sus colaboradores retoman el modelo generado en el estudio previo (3), pero en este nuevo estudio validan el modelo matemático, para ello obtienen perfiles de temperatura de la fusión de esferas de hierro esponja en el baño de hierro, y realizan una experimentación para determinar el cambio en radio a lo largo del tiempo, que a su vez se comparan con los resultados presentados por el modelo. En esta experimentación se fabricaron esferas de hierro esponja (pellets) a los que se les inserta una varilla de alúmina para sujetarla y unas varillas de alúmina cortas que se desprenden al alcanzar determinado radio la esfera. Los resultados que se obtienen se aproximan a los que el modelo matemático presenta, pero no con una buena precisión, sino que solo se acercan a la predicción del modelo. Un esquema de la forma de medir el radio en función del tiempo con marcadores de alúmina utilizada por Ehrich se presenta en la **Figura 1.2.2**.

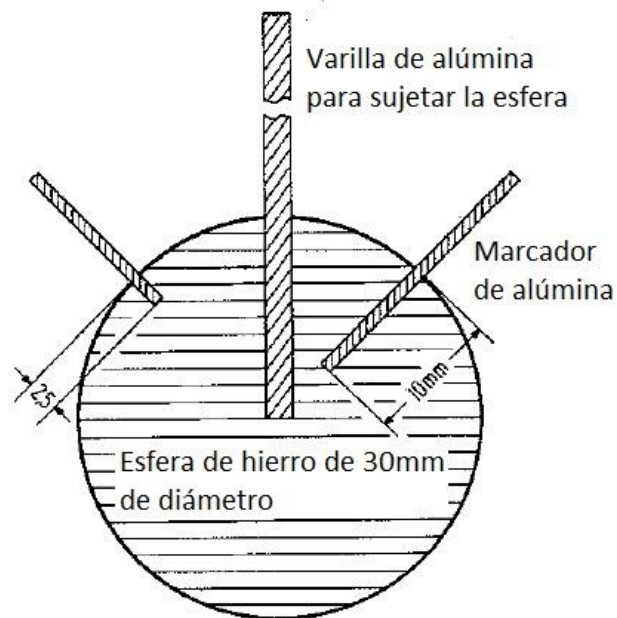


Figura 1.2.2.- Método usado por Ehrich y colaboradores (4) para medir el cambio en radio de la esfera con el tiempo durante la fusión de la partícula.

La investigación de Zhou y colaboradores (5) se enfoca en la fusión de aluminio en aluminio líquido con una superficie de sales de cloruros de sodio y potasio fundidas. En este caso en específico se considera que se ingresa la esfera de aluminio en el sistema, entrando en contacto con la capa de NaCl – KCl de la fase líquida formando una capa de sal solidificada alrededor de la esfera, después pasa a la fase de aluminio líquido donde se genera una segunda cascarilla sólida alrededor de la partícula, para posteriormente refundirse ambas capas. La parte crucial de este estudio es tomar las propiedades de las diferentes capas que se forman en la esfera. Las variables que se comparan en este estudio son: La temperatura del baño líquido (sal y aluminio, ya que se espera que ambas estén en equilibrio térmico), la composición de la sal (porcentajes de NaCl y KCl en la misma), la influencia del radio inicial de la partícula y la agitación del baño. Para validar al modelo se usaron bloques de aluminio (no se consideraba el cambio de geometría) y se realizó un experimento sin agitación en donde se metía el cubo sostenido con un alambre de acero en un baño de sal solamente y se sacaba a diferentes tiempos para ver el radio equivalente obtenido. Los resultados no fueron concluyentes y no fue posible validar el modelo. Con el fin de ver la cáscara solidificada se metieron esferas de acero en el baño de sal y se medía la cáscara solidificada, aun así, el resultado experimental obtenido es malo en general, ya que el modelo no presenta una buena concordancia con la experimentación.

O'Malley (6) realizó un estudio muy completo sobre el fenómeno para el caso de DRI, realizando un modelo matemático y una serie de experimentos para validarlo. La experimentación se hizo por medio de un procedimiento similar al usado por Taniguchi (1) pero con condiciones muy controladas. En su trabajo usaron baños de hierro y de sales. Se estudió el efecto de la densidad del pellet, del radio inicial del pellet, de la temperatura del baño líquido, de la temperatura inicial del pellet y de la agitación del baño, así como de la reactividad del pellet con el baño y de la composición del mismo. Este estudio es el más completo que se ha presentado, pero se refiere a hierro esponja exclusivamente. La **Figura 1.2.3** muestra uno de los pellets utilizados por O'Malley (6) durante su experimentación.

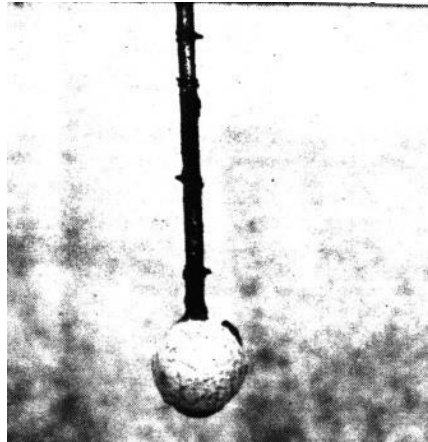


Figura 1.2.3.- Ejemplo de pellet usado por O'Malley (6) durante su experimentación.

1.3 Justificación.

El presente trabajo tiene como objetivo estudiar de manera cuantitativa los efectos de las variables que afectan el proceso de fusión de una partícula metálica esférica en un baño líquido de su misma composición. Para ello se centra en cuatro variables a estudiar; el radio inicial de la partícula a fundir, la temperatura inicial de la misma, la temperatura del baño líquido en que se llevará a cabo el proceso y finalmente el efecto que tiene el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el baño y la partícula. Todo esto para el caso de aluminio puro en un baño de su misma composición.

Para cuantificar el efecto de las variables previamente mencionadas se ha decidido elaborar un modelo matemático fundamentado en la transferencia de energía que se da entre la partícula y el baño líquido, considerando el cambio en el radio que se da en el proceso, es decir, un modelo de transferencia de calor con frontera móvil. El modelo matemático se desarrolló utilizando las ecuaciones

gobernantes del sistema, resolviéndolas con el método explícito de diferencias finitas considerando las condiciones de frontera e iniciales pertinentes.

Con el fin de validar el modelo matemático obtenido y para entender mejor el proceso de fusión se desarrolló un método experimental, cuyo propósito es evaluar experimentalmente las cinéticas de fusión de esferas de aluminio puro en un baño de aluminio puro y poder cuantificar el efecto de las variables de interés en el proceso. La cinética de fusión se interpreta con la evolución del radio a lo largo del proceso y con la historia térmica en el centro de la esfera.

Anteriormente ya se han desarrollado investigaciones sobre el proceso de fusión, y se han desarrollado sistemas experimentales para estudiarlo, además de modelos matemáticos que lo representan, buscando entender el proceso para aplicar este conocimiento a nivel industrial y llegar a implementar mejoras en los procesos industriales que integran la fusión de metales en los mismos, los cuales son parte fundamental del desarrollo económico de cualquier país, pues implica la manufactura de productos metálicos terminados.

El poder llegar a analizar el proceso de fusión, es decir, cuantificar el efecto de las variables que lo afectan, es el objetivo que se persigue al realizar el modelo matemático y el método experimental presentados en este trabajo. El conocimiento obtenido puede, eventualmente, usarse para mejorar o aplicar en procesos industriales que involucren la fusión de cualquier metal en baños metálicos.

1.4 Objetivos.

- Desarrollar un modelo matemático de transferencia de calor resuelto por el método de diferencias finitas explícitas que prediga el cambio en radio a través del tiempo para una esfera de aluminio puro que está fundiéndose en un baño líquido del mismo material.

- Desarrollar un sistema experimental en un laboratorio de fundición que sea capaz de evaluar la velocidad de fusión de una partícula esférica de aluminio puro sumergida en un baño de aluminio puro, a través de curvas de enfriamiento, evaluando el cambio en el radio inicial de las mismas en función de tiempo y que registre simultáneamente la temperatura del baño en el cual se sumergen las partículas.

- Validar el modelo matemático desarrollado con las mediciones experimentales.

- Realizar un análisis de procesos para determinar de manera cuantitativa el efecto del radio inicial de la partícula, de la temperatura inicial de la partícula, de la temperatura del baño y del grado de agitación del baño sobre el tiempo de fusión de las adiciones sólidas.

Capítulo 2

Metodología Experimental y Desarrollo del Modelo Matemático

2.1 Metodología Experimental.

2.1.1.- Sistema experimental.

En la **Figura 2.1.1**, se muestra un esquema del sistema experimental empleado (**Figura 2.1.1 (A)**) y una fotografía (**Figura 2.1.1 (B)**) que muestra la manera en que en realidad se presentan los elementos mostrados en el esquema. El sistema experimental consta de un horno de resistencia eléctrica marca Lindberg Blue con un controlador de temperatura, adentro del cual se fundió aluminio puro grado comercial en un crisol de carburo de silicio tamaño A12. Se usó un sistema de adquisición de datos iotechTempscan 1100 con 30 canales para lectura de igual número de termopares, el cual puede registrar lecturas con una precisión de 0.1°C cada 0.1 segundos, en donde se registran historias térmicas con el software ChartView 1.02. Se usó un dispositivo mecánico para sumergir esferas de aluminio puro grado comercial sólido colgando de alambres de acero, o bien, una esfera instrumentada con un termopar tipo K dependiendo del experimento a realizar, mientras que la temperatura del baño también se registró con un termopar tipo K.

Se realizaron experimentos variando el tamaño de la esfera de aluminio, la temperatura del baño de aluminio, la temperatura inicial de las esferas (temperatura ambiente) y el tipo de convección que se produce entre la esfera sólida y el baño de metal líquido (convección forzada o natural). En cada experimento se midieron las historias térmicas de una esfera de aluminio y del baño durante el proceso de fusión, tras lo cual se sumergieron varias esferas de aluminio, las cuales fueron inmersas en el baño distintos tiempos de residencia para evaluar la evolución del tamaño de la esfera durante el proceso.

Antes de describir la secuencia de pasos realizados en cada experimentación, se describirá en detalle la preparación necesaria para realizar cada experimentación, lo cual involucró la adquisición de materiales, la fabricación de las esferas de aluminio de distintos tamaños por fundición, la puesta en forma del dispositivo, así como la configuración del horno y del sistema de adquisición de datos.

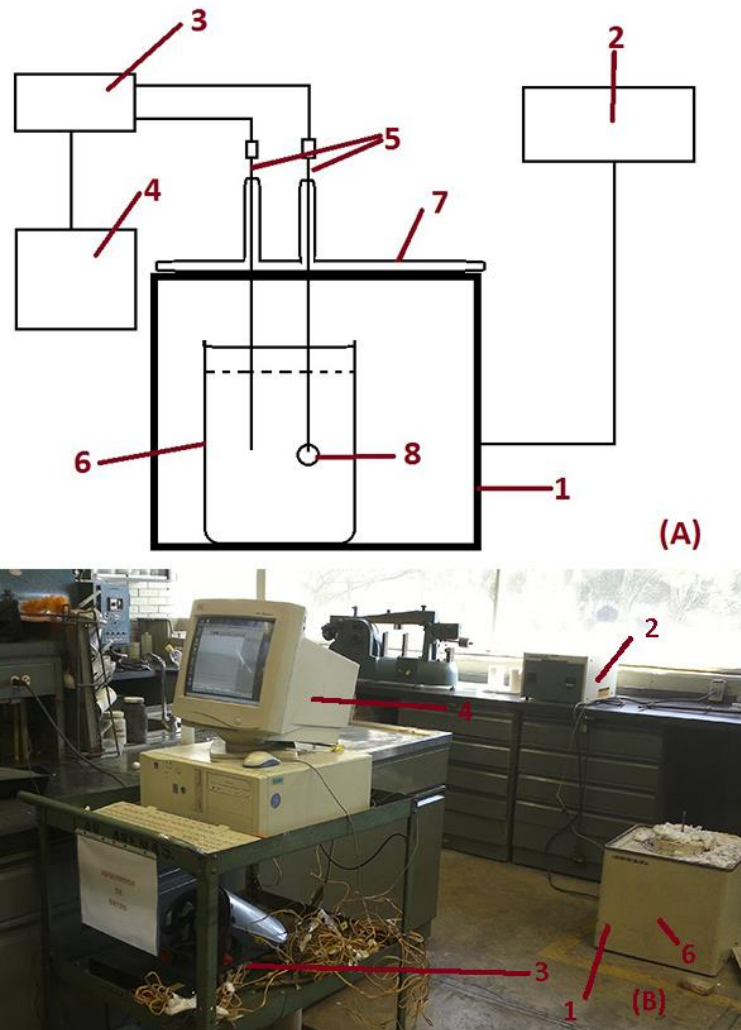


Figura 2.1.1.- (A) esquema del aparato experimental construido; (B) foto del sistema experimental funcionando. (1) Horno de resistencia eléctrica, (2) controlador de temperatura, (3) sistema de adquisición de datos, (4) computadora con software, (5) termopares tipo K, (6) crisol con baño de aluminio, (7) dispositivo para sumergir esferas de aluminio, (8) esferas de aluminio.

2.1.2.- Materiales y equipo.

Listado de materiales y equipo empleados:

- Lingotes de aluminio puro grado comercial.
- Alambre de acero recocido.
- Arena de moldeo para metales no ferrosos.
- Latas de acero para moldear.
- Esferas de poliestireno expandido de 2.0cm de diámetro y de 2.5cm de diámetro.
- Lima de acero.
- Segueta.
- Pintura de zirconio.
- Lija de agua de carburo de silicio del número 60.
- Crisol de carburo de silicio tamaño A12.
- Horno de resistencia eléctrica con control de temperatura marca Lindberg Blue.
- Termopares tipo K.
- Equipo adquirente de datos modelo iotechTempscan 1100 conectado a un equipo con el programa ChartView 1.02.
- Bifilares redondos calibre 30.
- Miniconectores para termopar tipo K.
- Alambres de termopar tipo K cromel – alumel calibre 30.
- Extensiones para termopar tipo K calibre 30.
- Molino chileno.
- Tubería con aire comprimido y manguera.
- Equipo de seguridad para fundición (guantes de asbesto, careta, botas con casquillo de acero y bata de algodón).
- Herramientales para fundición (maneral, pinzas, cucharillas, etcétera).
- Lingoteras de acero.
- Cámara de video.

- Balanza digital.
- Vernier pie de rey.
- Mufla de resistencia eléctrica.
- Tanque de gas argón y lanza para su inyección en el crisol.

2.1.3.- Preparación de esferas de aluminio y de termopares tipo K.

Se realizaron experimentos para obtener curvas de fusión de las esferas de aluminio así como el cambio en radio durante el proceso de fusión. Para realizar las pruebas pertinentes es necesario realizar una preparación de los elementos requeridos durante la experimentación. Esto comprende la obtención de las esferas de aluminio puro y la preparación de termopares tipo k.

Para obtener las esferas de aluminio se usó el método de fundición por espuma perdida (FEP, también conocido como lost foam casting). Este método hace uso de preformas realizadas en poliestireno expandido (unicel) para obtener el metal con su forma final mediante fundición. En este experimento se usaron esferas de unicel de 2.0 cm, 2.5 cm y 3.0 cm de diámetro como preformas, dependiendo del experimento a realizar.

Se preparó arena de moldeo en verde para metales no ferrosos por medio de un molino chileno, con una humedad aproximada del 3 %, que es menor al punto temper pero no se requieren propiedades muy elevadas debido a las dimensiones de las piezas a obtener y a la baja densidad del metal que se usará (aluminio puro), pero sobre todo al método de fundición que se seleccionó para producir las esferas. Como moldes se usaron latas de acero de dimensiones diversas, pero suficientemente grandes para que se puedan obtener varias esferas. Esta lata es llenada con arena de moldeo hasta cerca de 2/3 partes de la misma. La arena se apisona hasta quedar bastante compacta. Posteriormente se criba arena con el fin

de eliminar partículas extrañas de la misma y deshacer cualquier aglomeración que se presente en la misma. Esta arena se usará como arena de careo durante el resto del moldeo.

A las preformas de unicel se les inserta un termopar, en el caso de que la esfera se use para obtener curvas de fusión a través del tiempo, o un segmento de alambre recocido de acero en el caso de que se esté preparando para realizar un experimento de cambio de radio durante el proceso de fusión. Es importante que se verifique que la punta del termopar o de la sección de alambre recocido (40cm de longitud aproximadamente), quede exactamente en el centro de la esfera, con el fin de mejorar la sujeción y para que los resultados sean lo más fidedignos posibles. Esto se muestra en la **Figura 2.1.2**.

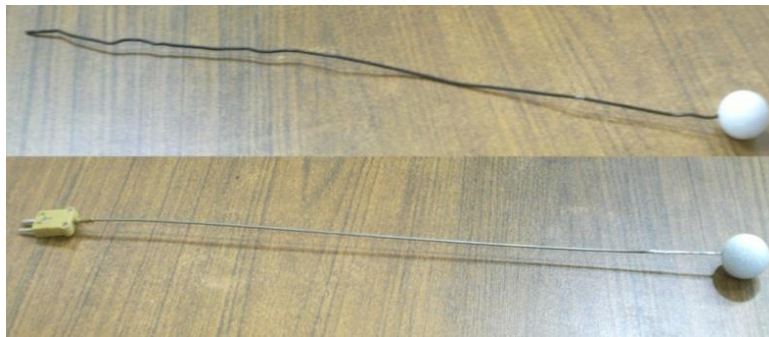


Figura 2.1.2.- Preformas de poliestireno expandido esféricas con un segmento de alambre recocido (arriba) y con un termopar tipo K (abajo).

Con la arena previamente cribada se forma una capa en el molde sobre la capa de arena apisonada, y sobre de esta se colocan las esferas con el termopar o la varilla de alambre recocido y se comienzan a cubrir con esta misma arena de careo. Es importante que a partir de este punto todo el apisonamiento sobre la arena se haga manualmente para asegurar que la preforma de poliestireno expandido no sufra deformación y asegurar obtener una partícula esférica. La **Figura 2.1.3** muestra cómo se comienzan a cubrir las esferas con la arena cribada.

Nótese que a diferencia de lo que se hace comúnmente en el proceso FEP, aquí no se realizó el sistema de colada completamente de unicel, ni se recubrieron las preformas con pintura cerámica. Estas modificaciones se deben a que el proceso se lleva a cabo en pequeña escala, además de que al no recubrir la preforma es más fácil la salida de los gases generados por el proceso y se disminuye la generación de poros internos. La única desventaja de esta metodología es que el acabado superficial no es tan bueno, lo que conlleva un maquinado posterior.

Al colocar las esferas en el molde se debe tener cuidado de que el termopar no se deforme plásticamente, por lo que se deben colocar las preformas lo más cercano a la superficie, sin olvidar que se hará un sistema de colada para vaciar el metal fundido por lo que hay que dejar libre una pequeña zona en la parte superior de las latas. Este sistema se moldea sobre la arena debido a que no se fabricó en espuma de poliestireno expandido como ya se mencionó anteriormente. En el caso de las esferas con el alambre recocado, este se puede doblar con el fin de facilitar el moldeo. Dadas las dimensiones de las latas usadas para el moldeo no se pueden colocar más de dos esferas con termopar, ni más de tres esferas con alambre recocado por cada lata, pero el uso de latas de estas dimensiones facilita el control del moldeo y mejora la forma final de las esferas al culminar el proceso fundición.

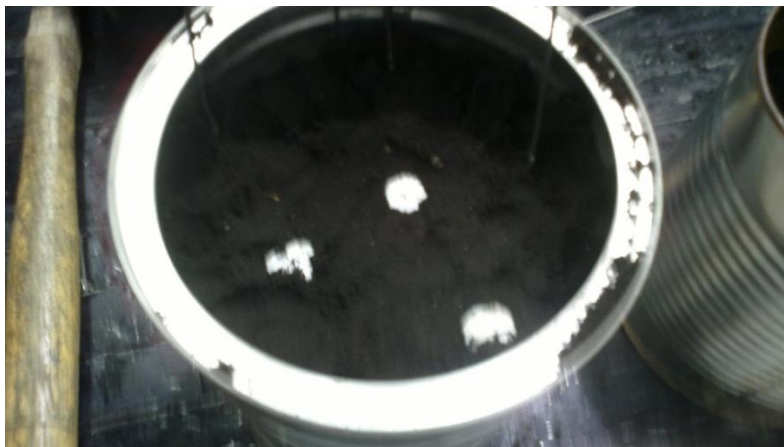


Figura 2.1.3.- Esferas de unicel cubiertas parcialmente con arena de careo con alambres de acero recocado insertados hasta el centro de las mismas.

Antes de que las esferas sean cubiertas por completo de arena se les coloca en la parte superior un tubo de acero de media pulgada de diámetro, el cual sirve para moldear la entrada del metal líquido hacia la esfera, después de colocar éste se cubre completamente el molde de arena con la arena apisonando con las manos y cuidando que todas las esferas tengan su respectiva entrada y que no sean aplastadas durante el proceso. Los moldes al final del proceso se muestran en la **Figura 2.1.4**. Cabe mencionar que los termopares se deben colocar en posición diagonal al centro de la esfera para evitar la deformación de los mismos, mientras que en los alambres recocidos se realiza un dobléz en los mismos para facilitar el moldeo.

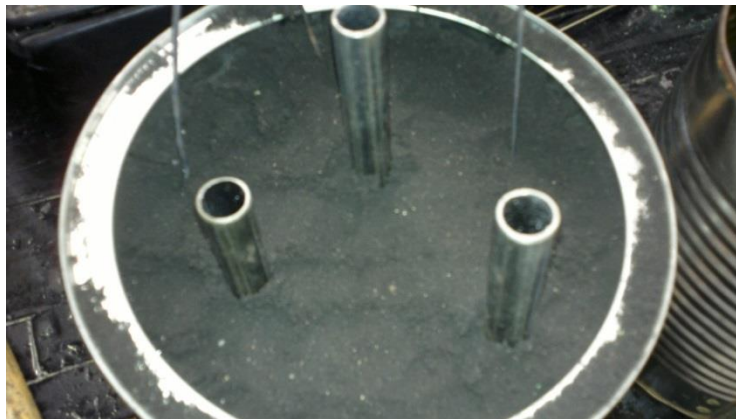


Figura 2.1.4.- Molde obtenido con las esferas de unigel totalmente cubiertas y con los tubos de acero que servirán como entradas colocadas en las mismas.

Una vez obtenido el molde se le fabrica un sistema de colada sencillo, con una bajada y con tantos corredores como esferas haya en el molde. En este punto se retiran los tubos de acero y se sopla al molde con aire comprimido para eliminar el exceso de arena. La esfera al final de cada entrada tiene el aspecto que se muestra en la **Figura 2.1.5**.

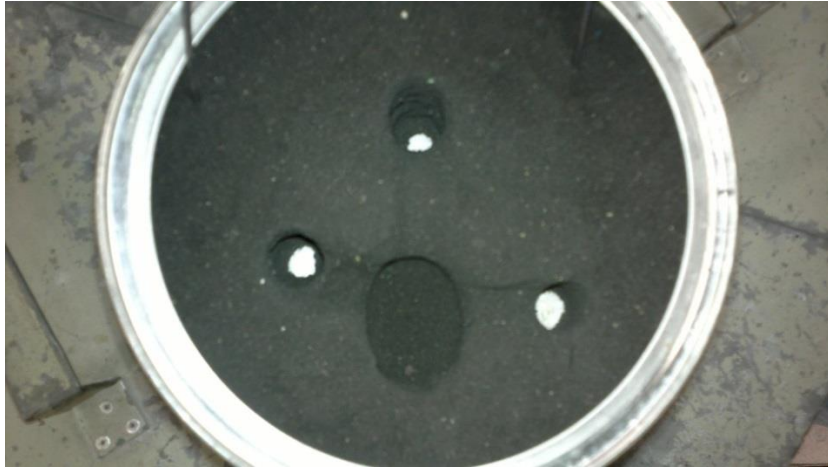


Figura 2.1.5.- Molde para esferas totalmente terminado con sistema de colada, nótese que se pueden visualizar las esferas desde la parte superior.

Una vez obtenidos los moldes, se funde aluminio comercialmente puro en un horno de resistencias con control de temperatura y un crisol de carburo de silicio y se vacía en los moldes. Se dejan enfriar las esferas y se desmoldean, resultando en una pieza como la que se muestra en la **Figura 2.1.6**. Es importante señalar que para el proceso de fundición de las esferas se usa el equipo de seguridad correspondiente (guantes de asbesto, careta, botas y bata de algodón) y todos los herramientas requeridos para la misma (maneral, pinzas, cucharillas, etcétera).



Figura 2.1.6.- Esferas de aluminio puro con sistema de colada obtenidas tras vaciar en el molde aluminio puro.

Estas esferas son cortadas, cuidando de no dañar el termopar o los alambres recocidos según sea el caso. Después, se les elimina el metal sobrante con ayuda de una lima de acero buscando remover todas las imperfecciones que muestre la esfera y dejándola lo más homogénea y redonda posible. El acabado final se da con una lija de carburo de silicio de tamaño 60. Las esferas obtenidas al final del proceso se muestran en la **Figura 2.1.7**.



Figura 2.1.7.- Ejemplo de esfera de aluminio puro obtenida al final de la preparación superficial.

Por otra parte, se fabricaron termopares tipo K, usando bifilares cerámicos y alambres de cromel y alumel, además de conectores para termopar. Estos termopares son usados para medir la temperatura del baño líquido debido a que el termopar comercial (que se encuentra recubierto de acero inoxidable) puede llegarse a disolverse en el aluminio, por lo que la permanencia de este termopar en el baño debe ser el menor tiempo posible.

Para obtener las curvas de fusión o historias térmicas se toma una esfera con termopar (del tamaño que se requiere para el experimento) y un termopar construido con bifilares cerámicos, estos se pintan con pintura de zirconio para protegerlos durante su contacto con el baño metálico, como se muestra en la **Figura 2.1.8**. Ambos termopares se conectan a canales independientes del adquisidor de temperaturas Tempscan 1100, que a su vez está conectado a un equipo con el programa ChartView 1.02 que guarda los datos obtenidos durante la

experimentación. Estos dispositivos se muestran en la **Figura 2.1.1 (B)**. Para verificar que los termopares registren temperatura de manera correcta, se realiza una prueba a los mismos con ayuda de un encendedor, calentando la punta del termopar construido o la esfera que contiene al termopar de fábrica.



Figura 2.1.8.- Pintura de zirconio y termopares pintados con la misma.

2.1.4.- Desarrollo de los experimentos.

Una vez preparadas las esferas y conectados los termopares al sistema de adquisición de datos, se procedió a realizar la experimentación. El horno de resistencias se calienta hasta la temperatura a la que se desea esté el baño para realizar la prueba (por medio del controlador) y se coloca el crisol de carburo de silicio con aluminio puro como carga. Una vez que el baño está fundido, se le coloca encima un dispositivo diseñado para sostener los dos termopares que se utilizarán durante la prueba, el cual se presenta en la **Figura 2.1.9**. El dispositivo debe colocarse exactamente encima del centro del baño de aluminio puro. Se coloca el termopar fabricado con bifilares y se verifica la temperatura del baño. Es muy importante señalar que se debe apagar el horno para que se elimine la

interferencia que se genera por la corriente eléctrica, con el propósito de que las mediciones de temperatura tengan el menor ruido posible. Una vez verificada la temperatura del baño se comienza con la adquisición de datos, y con ayuda del dispositivo presentado en la **Figura 2.1.9** se coloca la esfera exactamente en el centro del baño, sin dejar de medir la temperatura del mismo. Una vez finalizada la fusión se retira el termopar comercial para protegerlo de una posible disolución. Se retiran el resto de los aditamentos usados y se procede a vaciar el aluminio fundido en lingoteras, con el equipo de seguridad y aditamentos necesarios.



Figura 2.1.9.- Dispositivo para sostener los termopares en el baño de aluminio puro.

Para el caso de las pruebas de cambio de radio durante el proceso de fusión, se enciende el horno de resistencias a la temperatura a la cual se desea éste el baño para la prueba, se coloca el crisol de carburo de silicio y se le agrega una carga de aluminio puro. Una vez fundido el baño se coloca el dispositivo para sujetar las esferas (**Figura 2.1.9**) sobre el baño fundido (en este caso no se requiere apagar el horno para la prueba). Previo a la prueba se deben pesar y medir por triplicado todas las esferas que se usaran en la misma.

Se toma una esfera y se le realiza un dobléz al alambre recocido de tal forma de que se pueda sujetar del dispositivo mostrado en la **Figura 2.1.9**, sobre el baño de metal líquido, como se muestra en la **Figura 2.1.10**. Para realizar la prueba se

graba en video el experimento con el fin de obtener exactamente el tiempo de residencia de las esferas. La esfera se sumerge en el metal líquido y se deja determinado tiempo de residencia, tras el cual se remueve del baño. El proceso se repite varias veces para obtener la evolución del volumen de la esfera a lo largo del proceso de fusión. El número de esferas a usarse y el tiempo de residencia de cada una se seleccionan usando como criterio los resultados de las historias térmicas, por lo cual se requiere obtener primero dicha información.



Figura 2.1.10.- Sujeción de esferas en el baño de metal líquido con ayuda del dispositivo de la Figura 2.1.9 para pruebas de cambio en radio con el tiempo.



Figura 2.1.11.- Ejemplo de serie de esferas obtenidas durante la experimentación de cambio de radio en función del tiempo durante la fusión de aluminio en baños del mismo material.

Una vez terminada la prueba con todas las esferas (la **Figura 2.1.11** muestra un ejemplo de las esferas obtenidas) se pesan y se miden por triplicado nuevamente para de esta forma obtener el cambio en radio como función del tiempo, para ello se maquinan nuevamente eliminando el líquido de arrastre que se presenta en forma de rebaba en la parte inferior de las mismas.

En caso de los experimentos con una temperatura inicial alta de las esferas y que por consiguiente requieren un precalentamiento de las mismas, se hizo uso de una mufla dejando las esferas el suficiente tiempo de residencia para asegurar una temperatura homogénea en las mismas para después proceder con el experimento. En el caso de requerir agitación en el experimento se utilizó una lanza que insufla argón en el baño, generando una agitación del mismo por burbujeo.

2.1.5.- Matriz experimental.

Para estudiar el efecto de las principales variables que interesan en el proceso (radio inicial de la partícula, temperatura del baño, temperatura inicial de la partícula, efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección) se definió un diseño experimental que permitiera el análisis de cada una de las variables. Este diseño se presenta en la **Tabla 2.1.1**, donde la nomenclatura que se utiliza se basa en cuatro letras: R para el nivel del radio inicial de la partícula, T para la temperatura inicial de la partícula, B para la temperatura del baño fundido y N o S dependiendo de si se utilizó agitación o no en el experimento.

Tabla 2.1.1.- Matriz de experimentos realizados.

Experimento	Radio inicial de la partícula (cm)	Temperatura inicial de la partícula (°C)	Temperatura del baño fundido (°C)	Agitación del baño (si/no)
R2T1B1N	1.23	25	700	No
R2T1B1S	1.23	25	700	Si
R1T1B1N	0.975	25	700	No
R3T1B1N	1.50	25	700	No
R2T2B1N	1.23	160	700	No
R2T3B1N	1.23	265	700	No
R1T1B2N	0.975	25	730	No
R1T1B3N	0.975	25	770	No
R2T1B2N	1.23	25	730	No
R2T1B3N	1.23	25	770	No

Tratándose de cuatro variables, para el estudio de los efectos de las mismas se dejan fijos los niveles de tres variables y se hace el cambio en la que se desea estudiar, de tal manera que se pueda observar el efecto de las mismas en la fusión de las esferas de aluminio puro en baños líquidos del mismo material. La **Tabla 2.1.2** resume las comparaciones que se realizaron para el estudio de las variables de interés.

Tabla 2.1.2.- Resumen de los niveles estudiados en cada variable de interés para la fusión de aluminio puro en baños del mismo material.

Variable bajo estudio	Experimentos involucrados	Niveles fijos	Niveles de la variable bajo estudio
Temperatura del baño	R1T1B1N	Radio inicial: 0.975cm	700°C
	R1T1B2N	Temp. inicial: 25°C	730°C
	R1T1B3N	Agitación: No	770°C
	R2T1B1N	Radio inicial: 1.23cm	700°C
	R2T1B2N	Temp. inicial: 25°C	730°C
	R2T1B3N	Agitación: No	770°C
Radio	R1T1B1N	Temp. inicial: 25°C	0.975cm
	R2T1B1N	Temp. baño: 700°C	1.23cm
	R3T1B1N	Agitación: No	1.50cm
Precalentamiento	R2T1B1N	Radio inicial: 1.23cm	25°C
	R2T2B1N	Temp. baño: 700°C	160°C
	R2T3B1N	Agitación: No	265°C
Agitación	R2T1B1N	Radio inicial: 1.23cm	No
	R2T1B1S	Temp. Inicial: 25°C Temp. baño: 700°C	Si

2.2 Desarrollo del modelo matemático.

2.2.1.- Sistema de ecuaciones diferenciales parciales del sistema bajo estudio.

Si se sumerge una partícula esférica sólida de aluminio puro a una temperatura inicial T_0 y con un radio inicial definido como R_0 , en un baño de aluminio puro a una temperatura T_b que es constante a un tiempo inicial $t = 0$ donde la T_b es mayor a la temperatura de fusión T_f del aluminio puro ocurrirá el fenómeno de fusión de la partícula esférica. Como resultado de la transferencia de calor hacia la esfera se generara una capa de metal sólido alrededor de la misma, esta coraza crece hasta alcanzar un radio máximo R_s a un tiempo específico t_s , tras el cual comienza a fundirse esta coraza y eventualmente la esfera se funde completamente, este fenómeno se presentó previamente en las **Figuras 1.1.1 y 1.1.2**.

Con el fin de desarrollar un modelo matemático que prediga este fenómeno se plantearon inicialmente las siguientes suposiciones:

- 1.- Las propiedades físicas del aluminio puro sólido y líquido permanecen constantes.
- 2.- La transferencia de calor de la esfera se da exclusivamente en dirección radial.
- 3.- La temperatura del baño permanece constante durante el proceso.
- 4.- La transferencia de calor en la interfase sólido – líquido está dada por convección.
- 5.- La temperatura de la coraza al solidificar es instantáneamente igual a la temperatura de fusión del aluminio.

Las ecuaciones gobernantes del fenómeno, así como las condiciones de frontera e iniciales son las siguientes:

➤ *Para la región del aluminio puro sólido:*

Ecuación gobernante:

$$\frac{k}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{para} \quad 0 < r < R_0 \quad (2.1)$$

Condición inicial ($t = 0$):

$$T = T_0 \quad \text{para} \quad 0 \leq r < R_0 \quad (2.2)$$

Condiciones de frontera:

$$1) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{para} \quad r = 0 \quad (2.3)$$

$$2) \quad T = T_b \quad \text{para} \quad r = R_0 \quad (2.4)$$

➤ *Para la región de la coraza solidificada ($0 \leq t \leq t_s$):*

Ecuación gobernante:

$$\frac{k}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{para} \quad R_0 < r < R \quad (2.5)$$

Condiciones iniciales ($t = 0$):

$$1) \quad T = T_0 \quad \text{para} \quad r < R_0 \quad (2.6)$$

$$2) \quad R = R_0 \quad (2.7)$$

Condiciones de frontera:

$$1) \quad T = T_f \quad \text{para} \quad r = R_0 \quad (2.8)$$

$$2) \quad k \frac{\partial T}{\partial r} - h(T_b - T_f) = \frac{dR}{dt} \rho \lambda_f \quad \text{para} \quad r = R \quad (2.9)$$

La **Ecuación 2.9** presenta el balance de energía en la interfase sólido – líquido. Se observa que está involucrado el cambio en radio con el tiempo, esta condición implica que la interfase es móvil, con el fin de realizar el cálculo se presenta en la suposición 5 una condición adicional:

$$T = T_f \quad \text{para} \quad r = R \quad (2.10)$$

Con el fin de que sea continuo el perfil de temperatura en el sistema y que el flujo de calor sea el mismo en la interfase sólido - líquido ($r = R_0$) se deben igualar las temperaturas y los flujos de calor en este punto del sistema:

$$T_{R_0} = T_{coraza,R_0} \quad (2.11)$$

$$k \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{R_0} = k_{coraza} \left(\frac{\partial T}{\partial r} \right)_{coraza,R_0} \quad (2.12)$$

➤ Para la región de la esfera tras fundirse la coraza ($t > t_s$):

Ecuación gobernante:

$$\frac{k}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad \text{para} \quad 0 < r < R \quad (2.13)$$

Condiciones iniciales ($t = t_s$):

$$1) \quad T = T(r, t_s) \quad \text{para} \quad r \leq R_0 \quad (2.14)$$

$$2) \quad R = R_0 \quad (2.15)$$

Condiciones de frontera:

$$1) \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad \text{para} \quad r = 0 \quad (2.16)$$

Si $T|_{r=R} < T_f$:

$$2.1) \quad k \frac{\partial T}{\partial r} = h(T_b - T(R)) \quad \text{para} \quad r = R_0 \quad (2.17)$$

Si $T|_{r=R} \geq T_f$:

$$2.2) \quad k \frac{\partial T}{\partial r} - h(T_b - T_f) = \frac{dR}{dt} \rho \lambda_f \quad \text{para} \quad r = R \quad (2.18)$$

2.2.2.- Solución del sistema de ecuaciones diferenciales parciales por el método explícito de diferencias finitas.

Para solucionar el sistema de ecuaciones diferenciales parciales se usa el método explícito de diferencias finitas explícitas, para ello es necesario realizar una discretización del sistema que consiste en dividir el sistema en elementos esféricos con un grosor Δr , como se muestra en la **Figura 2.2.1**. Esta discretización solo se da en dirección radial, dada la suposición de simetría angular ya descrita en el planteamiento del modelo.

Para este sistema se pueden distinguir 3 tipos de nodos característicos en la esfera, cada uno de los cuales es único y debe resolverse de cierta manera: nodo central (simetría), nodos intermedios (conducción) y el nodo convectivo en la interfase sólido – líquido. Nótese que en este caso en particular al tratarse de un problema donde la coraza y la partícula están compuestas del mismo material no se requiere que haya una interfase entre ellos, dado que no hay cambio en propiedades por un cambio de material, como sería el caso de una disolución.

Con el fin de obtener las ecuaciones para nuestro método de diferencias finitas, primeramente observemos que en la discretización del sistema, el nodo de simetría tendrá una longitud de $\Delta r/2$, mientras que los nodos centrales tendrán una de Δr y el nodo convectivo nuevamente tendrá una longitud de $\Delta r/2$, debido al posicionamiento espacial de los mismos. Si tenemos N nodos, el cálculo de Δr estará dado por la expresión:

$$\Delta r = \frac{R}{N - 1} \quad (2.19)$$

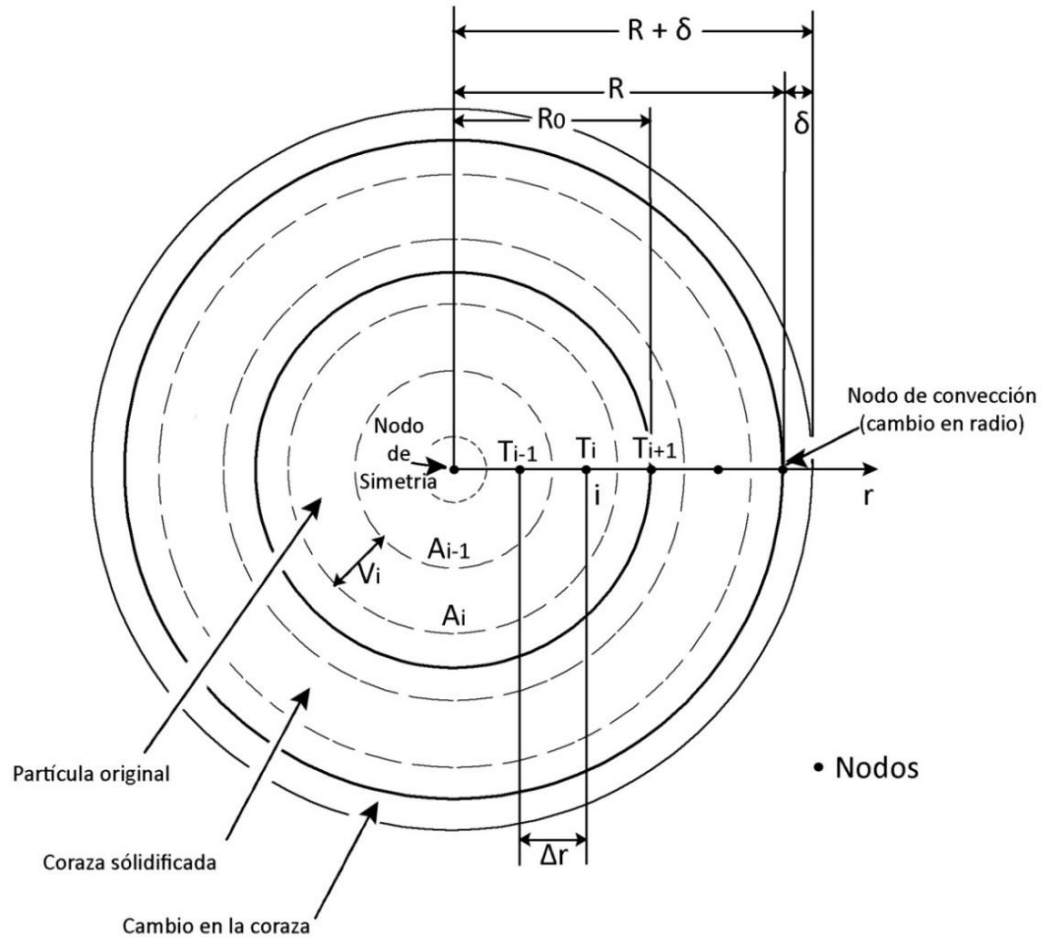


Figura 2.2.1.- Esquema de la discretización para una esfera en dirección radial para la fusión de aluminio puro en un baño de aluminio puro.

Para calcular el área y el volumen de cada nodo se recurre a expresiones que se encuentran en función del radio, por ello, primeramente se debe calcular el radio de cada nodo, cada elemento está numerado, la numeración empezará en $i = 1$, y terminará en N :

Para el nodo de simetría ($i = 1$):

$$r_i = r_1 = \frac{\Delta r}{2} \quad (2.20)$$

Para el i-ésimo nodo ($1 < i < N$):

$$r_i = r_{i-1} + \Delta r \quad (2.21)$$

Para el nodo convectivo ($i = N$):

$$r_i = r_N = r_{N-1} + \frac{\Delta r}{2} = R \quad (2.22)$$

El cálculo del área de transferencia de calor entre los nodos, donde A_i se referirá al área superior de cada nodo, es como sigue:

Para el nodo de simetría ($i = 1$):

$$A_i = A_1 = 4\pi r_1^2 \quad (2.23)$$

Para el i-ésimo nodo ($1 < i < N$):

$$A_i = 4\pi r_i^2 \quad (2.24)$$

Para el nodo convectivo ($i = N$):

$$A_i = A_N = \pi r_N^2 = 4\pi R^2 \quad (2.25)$$

Finalmente para obtener los volúmenes de cada nodo se obtienen las siguientes ecuaciones:

Para el nodo de simetría ($i = 1$):

$$V_i = V_1 = \frac{4}{3}\pi r_1^3 \quad (2.26)$$

Para el i-ésimo nodo ($1 < i < N$):

$$V_i = \frac{4}{3}\pi r_i^3 - V_{i-1} \quad (2.27)$$

Para el nodo convectivo ($i = N$):

$$V_i = V_N = \frac{4}{3}\pi r_N^3 - V_{N-1} = \frac{4}{3}\pi R^3 - V_{N-1} \quad (2.28)$$

Una vez dimensionado completamente el sistema se procede a realizar los balances de calor en cada uno de los nodos del sistema, con lo cual, se obtienen ecuaciones para calcular las temperaturas futuras en cada uno de los nodos, y al ser usado un método explícito es necesario que haya un criterio de estabilidad asociado a cada uno de los nodos con el fin de que el cálculo sea estable, las ecuaciones resultantes del proceso son:

➤ *Nodo de simetría ($i=1$):*

Expresión para el cálculo de temperaturas:

$$T_1^{t+\Delta t} = T_1^t \left[1 - \frac{kA_1\Delta t}{\rho C_p V_1 \Delta r} \right] + T_2^t \left[\frac{kA_1\Delta t}{\rho C_p V_1 \Delta r} \right] \quad (2.29)$$

Criterio de estabilidad:

$$\Delta t \leq \frac{\rho C_p V_1 \Delta r}{kA_1} \quad (2.30)$$

➤ *Nodos centrales* ($1 < i < N$):

Expresión para el cálculo de temperaturas:

$$T_i^{t+\Delta t} = T_{i-1}^t \left[\frac{kA_{i-1}\Delta t}{\rho C_p V_i \Delta r} \right] + T_i^t \left[1 - \frac{kA_{i-1}\Delta t}{\rho C_p V_i \Delta r} - \frac{kA_i\Delta t}{\rho C_p V_i \Delta r} \right] + T_{i+1}^t \left[\frac{kA_i\Delta t}{\rho C_p V_i \Delta r} \right] \quad (2.31)$$

Criterio de estabilidad:

$$\Delta t \leq \frac{\rho C_p V_i \Delta r}{k(A_{i-1} + A_i)} \quad (2.32)$$

Debe recordarse que al tratarse de un problema en el cual la coraza y la partícula original son del mismo material no es necesario un nodo en la interfase entre ambas, pues las propiedades se pueden considerar contantes en toda la esfera sólida.

➤ *Nodos convectivo* ($i = N$):

Dadas las suposiciones del modelo, la expresión para el cálculo de temperaturas:

$$T_N^{t+\Delta t} = T_f \quad (2.33)$$

Dada la expresión de este nodo, no existe un criterio de estabilidad de este nodo.

Para calcular el cambio en radio se debe seguir la siguiente expresión basada en la **Ecuación 2.18**:

$$k \frac{T_N^t - T_{N-1}^t}{\Delta r} - h(T_b - T_f) = \frac{R^{t+\Delta t} - R^t}{\Delta t} \rho \lambda_f \quad (2.34)$$

De donde:

$$\left[k \frac{T_N^t - T_{N-1}^t}{\Delta r} - h(T_b - T_f) \right] \left(\frac{\Delta t}{\rho \lambda_f} \right) = R^{t+\Delta t} - R^t \quad (2.35)$$

De ahí que:

$$\Delta R = \left[k \frac{T_N^t - T_{N-1}^t}{\Delta r} - h(T_b - T_f) \right] \left(\frac{\Delta t}{\rho \lambda_f} \right) \quad (2.36)$$

Finalmente:

$$R^{t+\Delta t} = R^t + \Delta R \quad (2.37)$$

2.2.3.- Algoritmo de cálculo y programa de cómputo.

Se realizó un programa de cómputo en el lenguaje C++ con el fin de poder usar el método de diferencias finitas para resolver el sistema de ecuaciones diferenciales parciales obtenido mediante el balance de transferencia de energía en el proceso de fusión de una esfera con las suposiciones realizadas. Para ello se usaron las propiedades que se presentan en el **Apéndice C**. En el **Apéndice A** de esta tesis se presenta el algoritmo de cómputo (diagrama de flujo), mientras que el **Apéndice B** se presenta el código desarrollado en C++.

Para estimar el valor de h en un medio con convección natural se usó la siguiente relación, la cual se reporta usada por Taniguchi y colaboradores (1):

$$Nu = 2 + 0.60Gr^{1/4}Pr^{1/3} \quad \text{para} \quad Gr^{1/4}Pr^{1/3} < 200 \quad (2.38)$$

Dónde:

$$Nu = \frac{hD}{k} \quad (2.39)$$

$$Gr = \frac{g\beta D^3 (T_N - T_b)}{\nu^2} \quad (2.40)$$

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} \quad (2.41)$$

En el mismo texto se presenta la siguiente relación para el caso de la convección forzada:

$$Nu = 2 + (0.4Re^{1/2} + 0.06Re^{2/3})Pr^{4/10} \left(\frac{\mu_b}{\mu_s}\right)^{1/4} \text{ para } 3.5 < Re < 76000 \quad (2.42)$$

Dónde:

$$Re = \frac{\rho V_b D}{\mu} \quad (2.43)$$

2.2.4.-Mejoras al modelo matemático

Con el fin de realizar una aproximación mejor a la realidad se realizaron dos mejoras al modelo, las cuales son:

- 1) Considerar el valor de h como función del radio de la partícula, y no constante a lo largo de todo el proceso de fusión.
- 2) Cambiar la suposición 1 del modelo (pág. 32), es decir, que las propiedades sean función de la temperatura.

Si bien estas dos modificaciones alteran muy poco la ecuación gobernante y no alteran las ecuaciones de diferencias finitas, si alteran el método de cálculo, lo cual se reporta en los **Apéndices A y B**.

Capítulo 3

Resultados y Discusión de Resultados

3.1 Resultados Experimentales

3.1.1.- Resultados de los experimentos.

Se obtuvo la historia térmica y puntos experimentales del radio durante el proceso de fusión para cada uno de los experimentos descritos en la **Tabla 2.1.1**. En las historias térmicas (líneas verdes) se usaron líneas continuas debido a la gran cantidad de datos generados por el adquisidor que se posee. En el caso de los puntos experimentales donde se involucra el radio de la partícula a través del proceso de fusión (rombos azules), se tomaron mediciones del radio de la partícula y de su masa antes y después de realizado el experimento. Con estas mediciones se calculó el radio instantáneo de la esfera a cada tiempo. Se presentan también las barras de error (barras rojas), las cuales representan que tan esférica es la partícula al finalizar el experimento.

Los resultados experimentales se presentan en las **Figuras 3.1.1 a 3.1.10**. En todos los casos se han señalado las condiciones en que se realizó la prueba al pie de cada figura y adicionalmente se pueden ver cada una de las 10 condiciones experimentales en la **Tabla 2.1.1**. En todos los casos se han superpuesto las historias térmicas con la evolución del radio durante el proceso de fusión, el radio medido en cm y la temperatura en °C, en ambos casos las variables se grafican contra el tiempo del proceso.

En todas las historias térmicas (líneas verdes continuas) de los 10 experimentos se notan claramente tres zonas: la primera correspondiente al calentamiento del sólido que varía en cada experimento en cuanto a pendiente y duración, la segunda zona que es una meseta a una temperatura constante, en esta zona se

está llevando a cabo el proceso de fusión de la esfera de aluminio por lo cual la temperatura permanece prácticamente constante (debido a la liberación del calor latente de fusión para llevar a cabo la transformación de sólido a líquido) y finalmente una tercera zona correspondiente al calentamiento del líquido que también varía en cuanto a la pendiente y duración con cada experimento y se considera terminada cuando el líquido proveniente de la fusión de la esfera alcanza la temperatura del baño. En el seguimiento del radio de la partícula durante la fusión es posible apreciar primeramente un aumento inicial del radio original de la partícula debido a la cáscara de líquido subenfriado solidificado sobre la esfera inicial. Este incremento se prolonga hasta que alcanza un tamaño máximo. Posteriormente se observa una disminución del tamaño de la coraza hasta que se alcanza el tamaño original de la partícula, a este momento de la fusión se le denomina tiempo de coraza. Finalmente se comienza a fundir la partícula original hasta que se complete la transformación del sólido en líquido momento que se denomina tiempo de fusión.

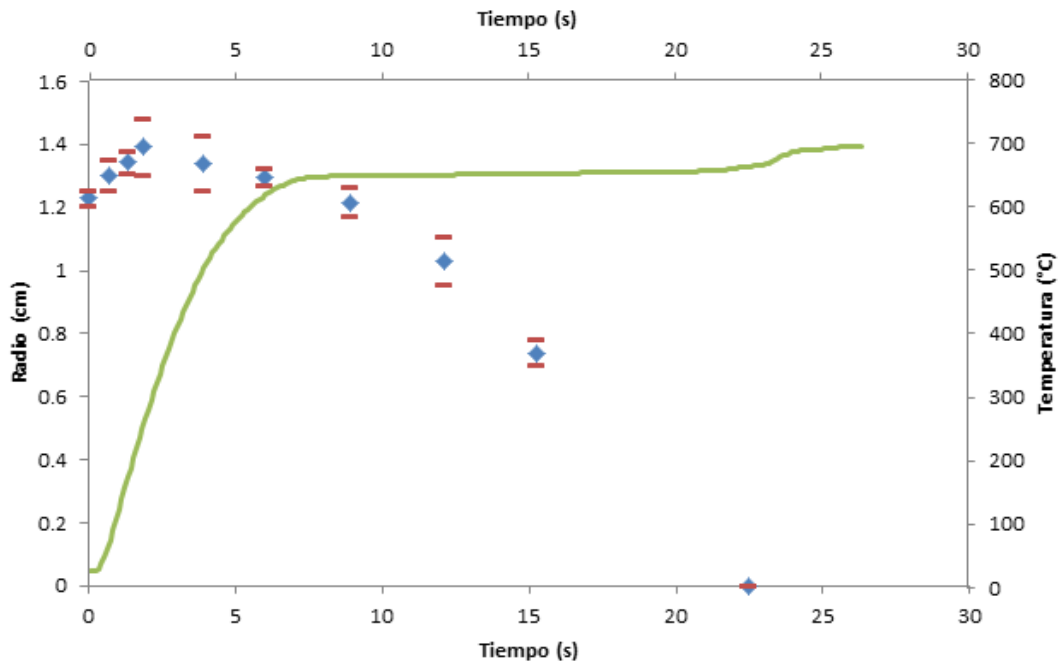


Figura 3.1.1.- Resultados del experimento R2T1B1N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

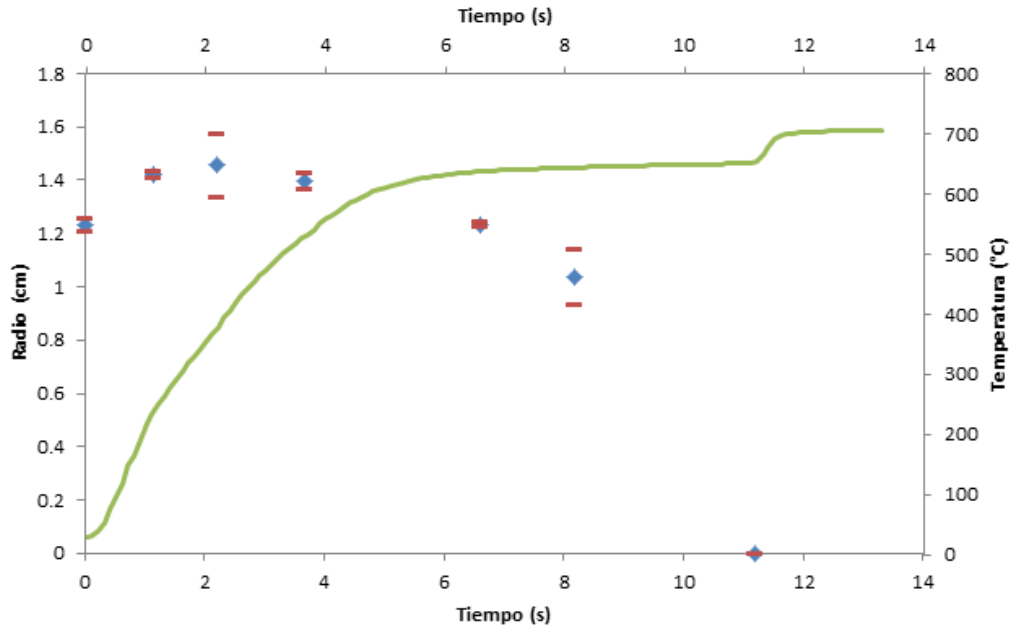


Figura 3.1.2.- Resultados del experimento R2T1B1S, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección forzada (ver Tabla 2.1.1)

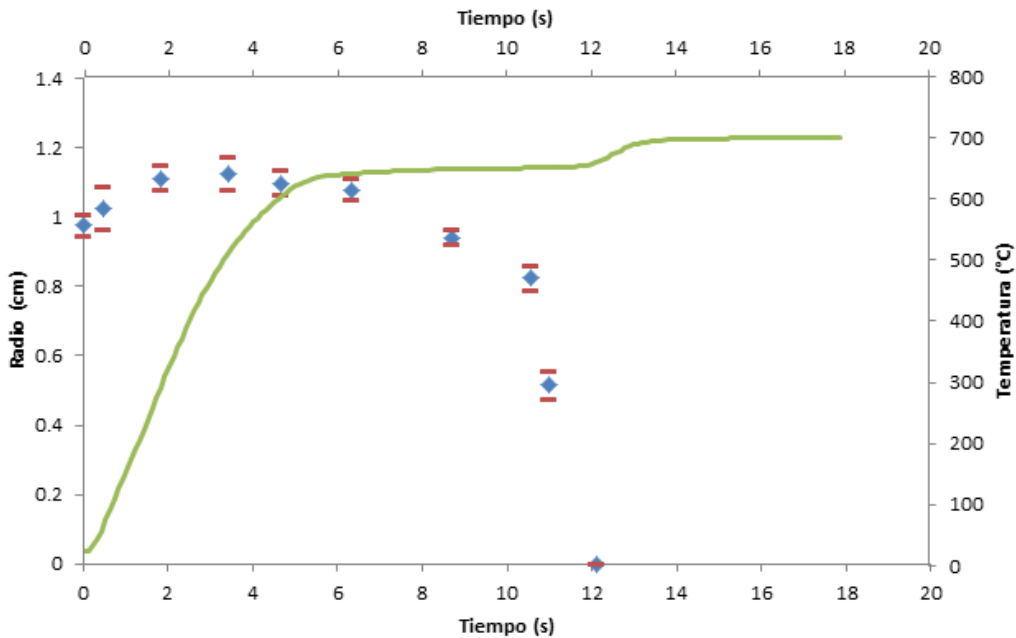


Figura 3.1.3.- Resultados del experimento R1T1B1N, radio inicial 0.975cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

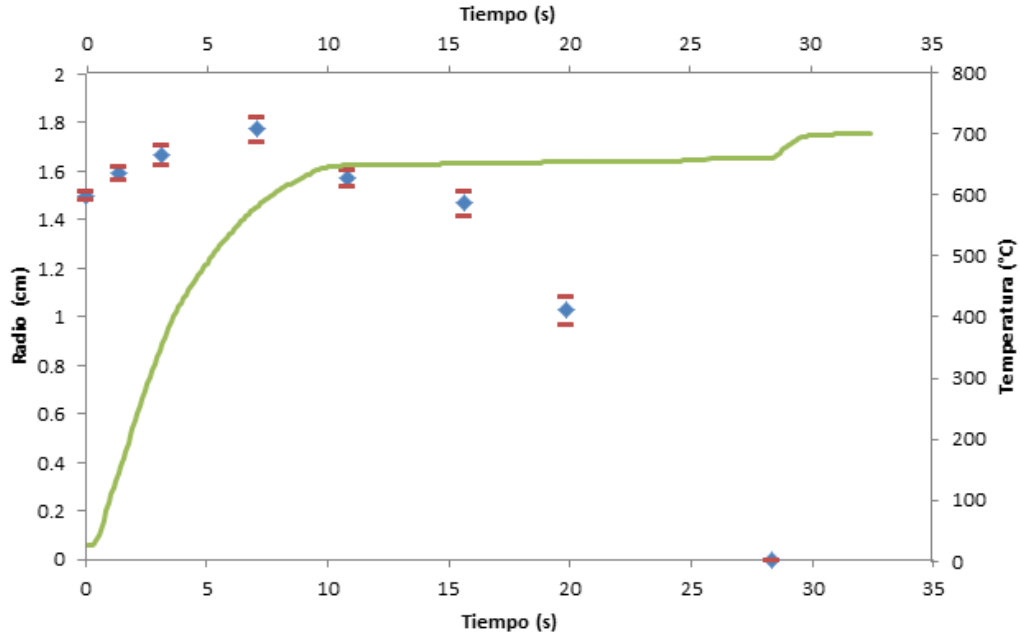


Figura 3.1.4.- Resultados del experimento R3T1B1N, radio inicial 1.50cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

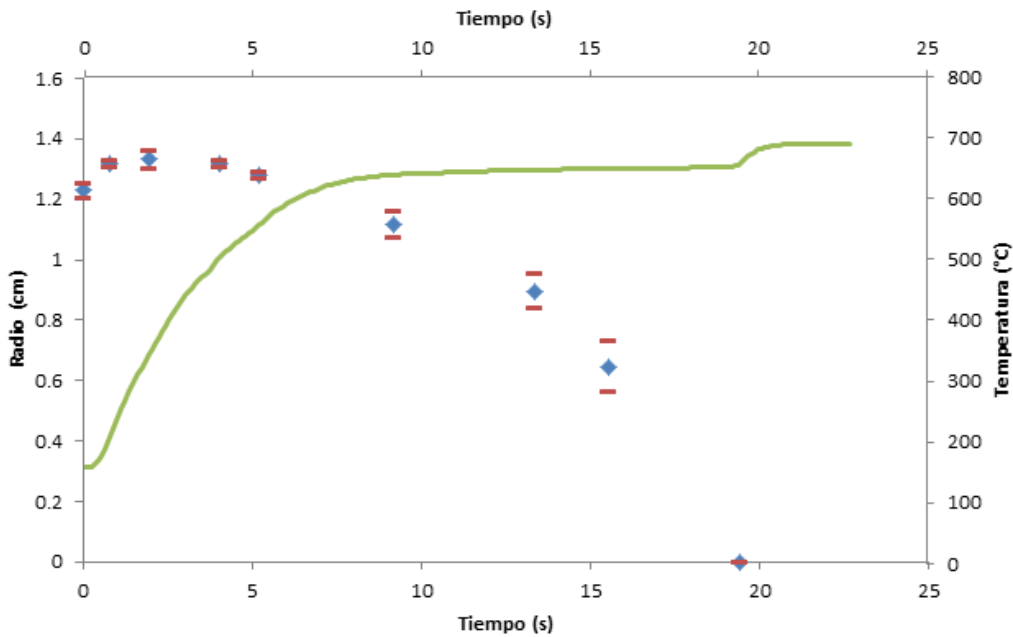


Figura 3.1.5.- Resultados del experimento R2T2B1N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 160°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

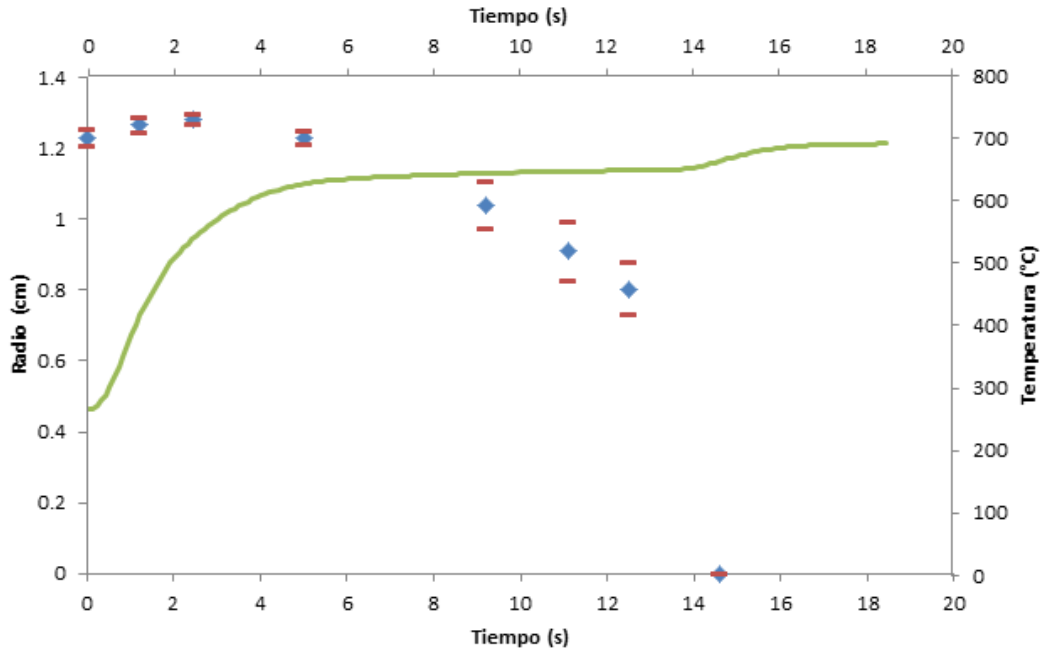


Figura 3.1.6.- Resultados del experimento R2T3B1N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 700°C, temperatura inicial de partícula 265°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

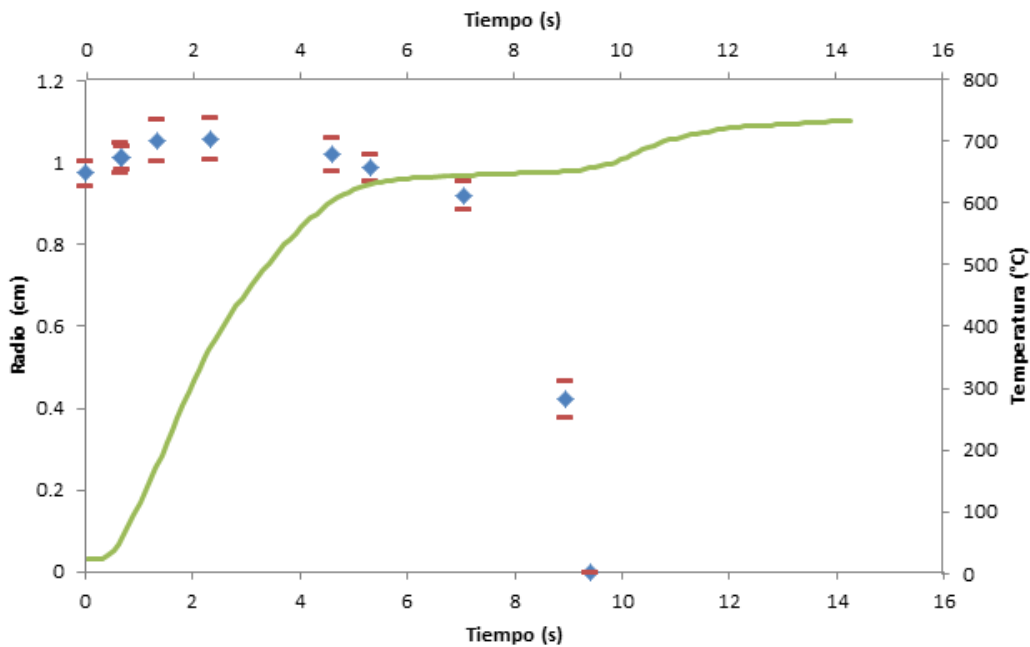


Figura 3.1.7.- Resultados del experimento R1T1B2N, radio inicial 0.975cm, temperatura del baño 730°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

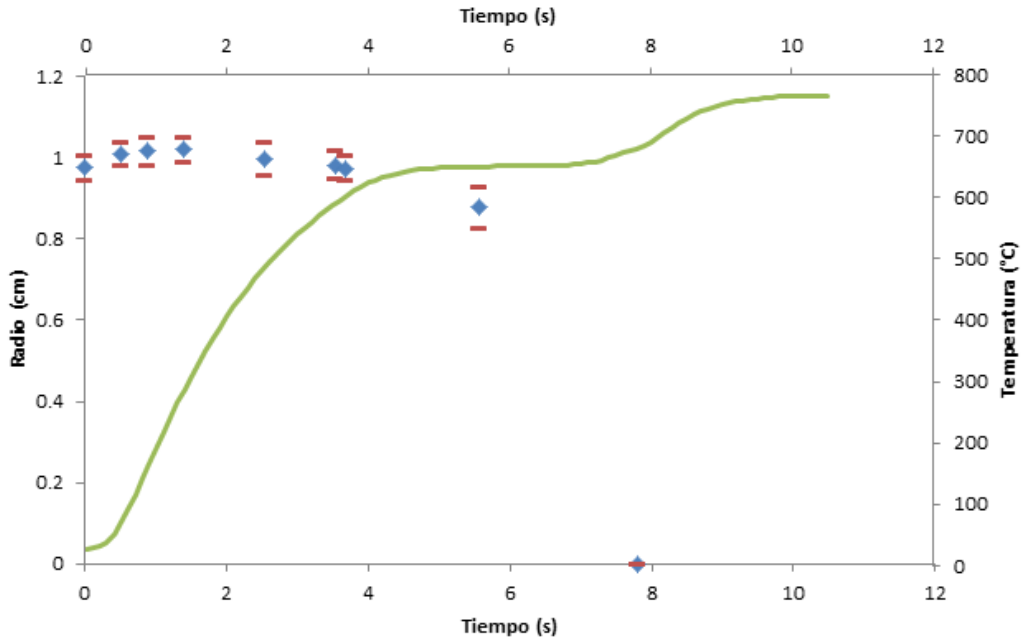


Figura 3.1.8.- Resultados del experimento R1T1B3N, radio inicial 0.975cm, temperatura del baño 770°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

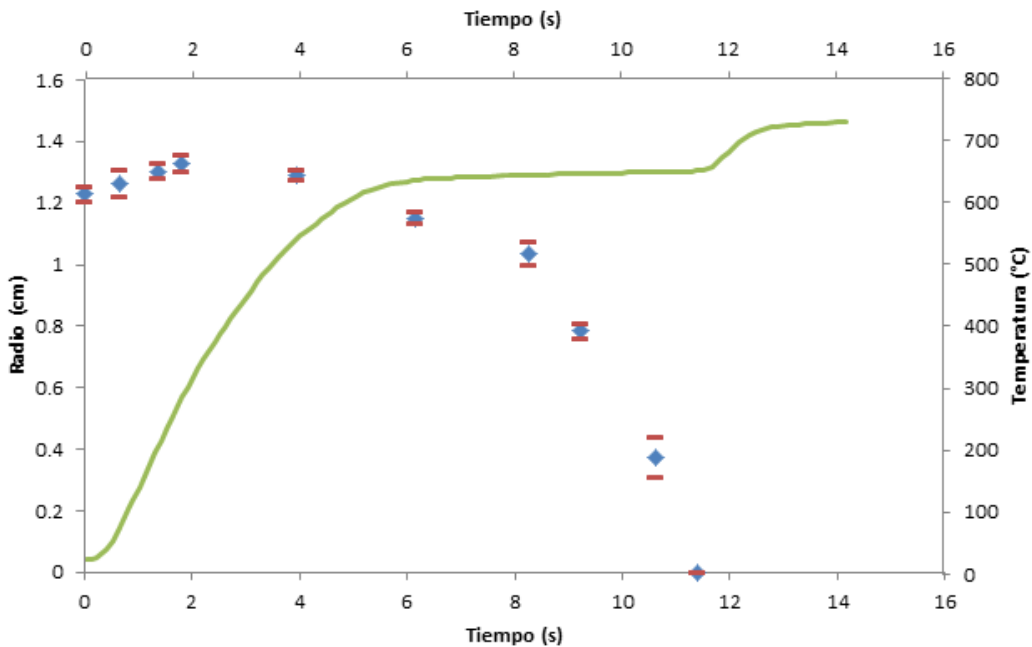


Figura 3.1.9.- Resultados del experimento R2T1B2N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 730°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

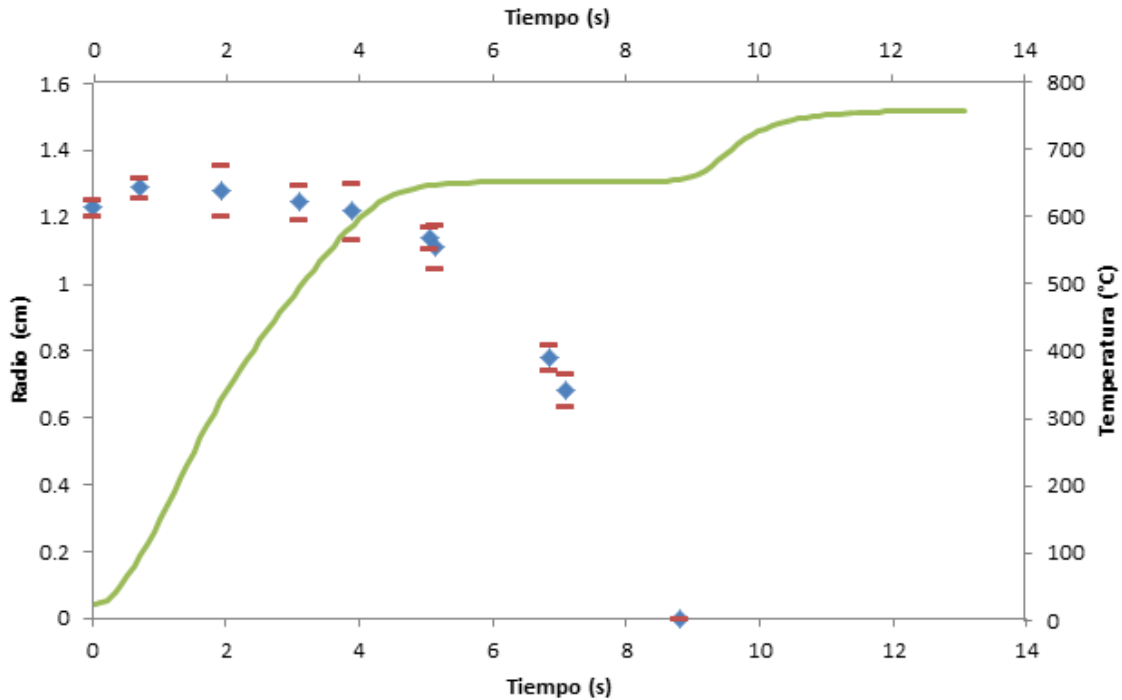


Figura 3.1.10.- Resultados del experimento R2T1B3N, radio inicial 1.23cm, temperatura del baño 770°C, temperatura inicial de partícula 25°C con convección natural (ver Tabla 2.1.1)

De cada uno de los experimentos se obtuvieron como respuestas de los mismos el tiempo de coraza, el tiempo de fusión, el tiempo de calentamiento del sólido, además del radio máximo de la esfera, obtenidas todas estas respuestas por medio de la historia térmica y de la evolución del radio a través del tiempo de proceso. Es importante señalar que existe una gran complejidad para poder obtener experimentalmente resultados precisos, porque se requieren de condiciones muy controladas en la experimentación con metal líquido, además de un número muy grande de mediciones experimentales para determinar la evolución del radio que aún con los mayores cuidados presentan un buen grado de dispersión como se aprecia en las **Figuras 3.1.1 a 3.1.10**. Es por ello que el radio máximo simplemente corresponde al máximo radio medido experimentalmente y el tiempo de coraza se obtiene por interpolación entre los tiempos experimentales consecutivos midiendo un radio mayor y uno menor al radio original de la esfera. El tiempo de coraza se refiere al tiempo en el cual la

esfera regresa a su tamaño inicial, es decir, el tiempo en el cual ya no presenta una coraza alrededor de la partícula original. En cuanto al tiempo de calentamiento del sólido y el tiempo de fusión se toman a partir de la historia térmica. Adicionalmente se calculó la pendiente de calentamiento de la partícula sólida. La **Tabla 3.1.1** muestra los resultados obtenidos de la experimentación.

Tabla 3.1.1.- Resumen de las variables respuesta para los experimentos realizados (ver Tabla 2.1.1 para observar las condiciones de cada uno).

Experimento	Tiempo de coraza (s)	Tiempo de fusión (s)	Radio máximo de partícula (cm)	Tiempo de calentamiento del sólido (s)	Pendiente de calentamiento del sólido (°C/s)
R2T1B1N	8.8	22.5	1.39	7.1	89.44
R2T1B1S	6.6	11.1	1.46	6.0	105.83
R1T1B1N	8.2	12.1	1.13	5.3	119.81
R3T1B1N	14.3	28.3	1.77	9.7	65.46
R2T2B1N	6.5	19.4	1.33	8.4	59.52
R2T3B1N	5.0	14.6	1.28	4.8	82.29
R1T1B2N	5.8	9.4	1.06	5.3	119.81
R1T1B3N	3.6	7.8	1.02	4.2	151.19
R2T1B2N	5.0	11.4	1.33	6.0	105.83
R2T1B3N	4.0	8.8	1.29	4.7	135.10

De esta tabla, se aprecia que el mínimo tiempo de coraza, el mínimo tiempo de fusión, el mínimo tiempo de calentamiento del sólido y el menor radio máximo de partícula de 3.6 s, 7.8 s, 4.2 s y 1.02 cm respectivamente, provienen del mismo experimento R1T1B3N que corresponde a un tamaño de partícula pequeño (0.925 cm) y alta temperatura del baño (770°C), mientras que el máximo tiempo de coraza, el máximo tiempo de fusión, el máximo tiempo de calentamiento del sólido y el mayor tamaño máximo de partícula de 14.3 s, 28.3 s, 9.7 y 1.77 cm

respectivamente, corresponde al caso R3T1B1N con un baño relativamente frío (700°C) y una esfera grande (1.5 cm). Ambos casos corresponden a convección natural y con la misma temperatura inicial de 25°C. Esto sugiere que el tamaño de partícula y la temperatura del baño son variables muy significativas en la cinética de fusión. En cuanto a la velocidad de calentamiento en estado sólido, la mayor velocidad se da con el mismo experimento que acelera la cinética de fusión, es decir el experimento R1T1B3N, pero la menor velocidad de calentamiento no es el caso ya referido R3T1B1N con 65.46 °C/s sino que se da en el caso R2T2B1N con 59.52 °C/s.

Con el fin de realizar un análisis más profundo de los resultados se ha decidido estudiar el efecto de cada variable por separado, es decir, el efecto de la temperatura del baño, el efecto del radio inicial de partícula, el efecto de la temperatura inicial de la partícula y el efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección. Para realizar este análisis se superpusieron los puntos de radio contra tiempo de fusión, así como las historias térmicas, además de analizar el efecto de las variables en el tiempo de coraza y tiempo de fusión.

3.1.2.- Efecto de la temperatura del baño.

Para observar el efecto de la temperatura del baño en el proceso de fusión se usaron tres niveles de la misma (700°C, 730°C, 770°C), fijando la temperatura en la cual se introducen las esferas en el baño a 25°C y usando la convección natural en el proceso. En cuanto al radio fijado se utilizaron dos niveles 0.975cm y 1.23cm, es decir, en total se hicieron dos corridas para estudiar el efecto de la temperatura del baño (**ver Tabla 2.1.2**). Para comenzar con el análisis se comenzara con el radio inicial de 0.975cm para posteriormente analizar el caso en el que se fijó el radio inicial de partícula a 1.23cm.

La Figura **3.1.11** muestra el efecto de la temperatura del baño para esferas de 0.975cm de radio. Se observa que a 700°C el radio máximo corresponde a 1.13cm, mientras que a 730°C es de 1.06 cm y a 770°C de 1.02 cm, observándose con esto que un incremento en la temperatura del baño hace que el radio máximo alcanzado sea menor. En esta misma figura se midió el tiempo de coraza el cual es de 8.2 s, 5.8 s y 3.6 s para las temperaturas del baño de 700°C, 730°C y 770°C respectivamente.

La **Figura 3.1.12** muestra el efecto en las historias térmicas de la temperatura del baño para esferas de 0.975cm de radio inicial. En estas se mide el tiempo de fusión, en el caso de la curva a 700°C se observa que el tiempo de fusión es de 12.1 segundos de los cuales 5.3 corresponden al calentamiento del sólido. En el caso del experimento a 730°C el tiempo de fusión se reduce a 9.4 segundos pero se observa que la zona de calentamiento dura prácticamente lo mismo que en el nivel anterior, es decir 5.3 segundos. Finalmente en el caso de 770°C se puede ver que el tiempo de fusión se reduce a 7.8 segundos, siendo 4.2 necesarios para el calentamiento de la partícula sólida. Se observa que al incrementar la temperatura del baño, se incrementa el gradiente térmico entre la frontera de la esfera y el baño líquido, lo que incrementa la transferencia de calor por convección, lo cual implica finalmente que la cinética de fusión se vea incrementada.

En cuanto a las pendientes de calentamiento se observa que la más pronunciada es la que se obtiene con el baño a 770°C, mientras que las de 700 y 730°C son prácticamente iguales, aunque se esperaría que la de 730°C fuera un poco más pronunciada que la de 700°C debido a la temperatura del baño, ya que el mayor gradiente térmico incrementa la transferencia de calor por convección del baño con el sólido.

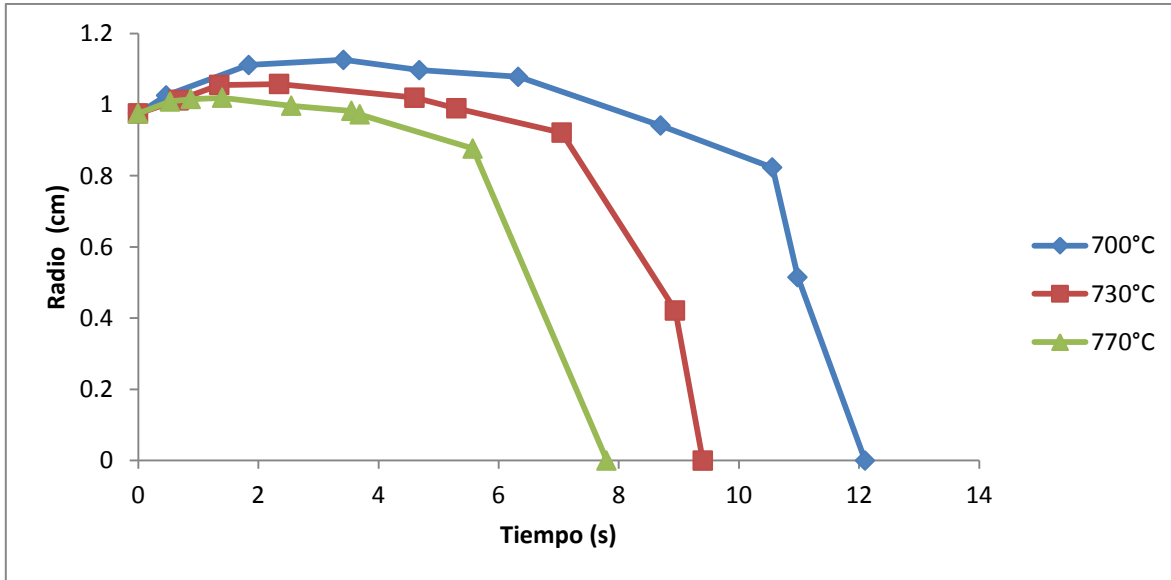


Figura 3.1.11.- Efecto de la temperatura del baño en el radio de partícula durante el proceso de fusión, con radio inicial de 0.975cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

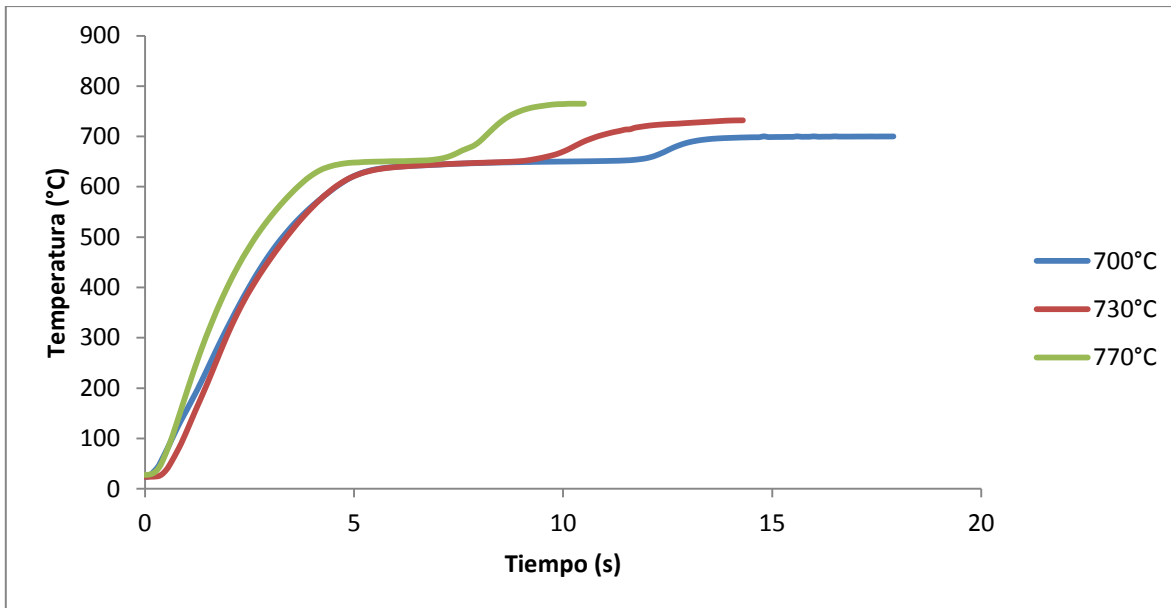


Figura 3.1.12.- Efecto de la temperatura del baño en la historia térmica durante el proceso de fusión, con radio inicial de 0.975cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

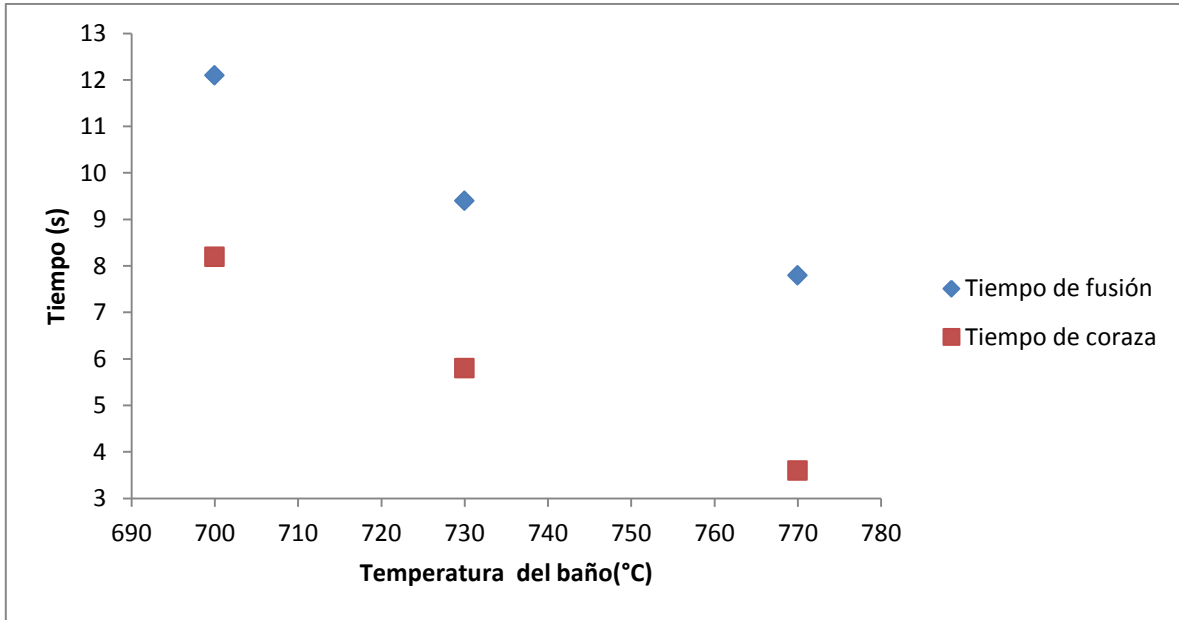


Figura 3.1.13.- Efecto de la temperatura del baño en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para radio inicial de 0.975cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

La **Figura 3.1.13** muestra el efecto de la temperatura del baño en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para las condiciones experimentales descritas en la misma. Se puede ver claramente que a mayor temperatura del baño líquido se obtiene un menor tiempo de fusión así como un menor tiempo de coraza.

En el caso de las esferas con radio inicial de 1.23 cm también se fijó la temperatura inicial a 25°C, y se realizó el experimento con convección natural. Los niveles de temperatura del baño estudiados son igualmente 700°C, 730°C y 770°C. La **Figura 3.1.14** muestra el efecto de la temperatura del baño en la evolución del radio durante el proceso de fusión. En cuanto al radio máximo se alcanzan 1.39, 1.33 y 1.29 centímetros de radio a 700°C, 730°C y 770°C de temperatura del baño respectivamente. El tiempo de coraza con un baño a 700°C es de 8.8 segundos, con un baño a 730°C es de 5.0 segundos y con uno a 770°C se reduce a 4.0 segundos.

Para ver el efecto de la temperatura del baño en el tiempo de fusión y el calentamiento de la esfera se usaron las historias térmicas, las cuales se presentan en la **Figura 3.1.15**. Se observa que el tiempo de fusión es de 22.5s para el caso de 700°C, 11.4 s para 730°C y 8.8 s para el caso de 770°C. De los cuales el tiempo de calentamiento es de 7.1, 6.0 y 4.7 segundos respectivamente. En este caso las pendientes en el calentamiento de la partícula crecen conforme crece la temperatura del baño, tal como se esperaría (el resultado cuantitativo se ve en la **Tabla 3.1.1**). Esto debido a que a mayor temperatura del baño el calentamiento de la esfera por convección debe ser mayor y por ello debe ser visible un incremento en la pendiente durante la zona de calentamiento del sólido. Estos resultados con esferas de mayor dimension confirman que el efecto de aumentar la temperatura del baño es incrementar el gradiente térmico entre el baño y la partícula, con lo cual se incrementa la transferencia de calor por convección entre el sólido y el líquido, esto implica finalmente que se acelere la cinetica de fusión obteniendose una mejora en el proceso.

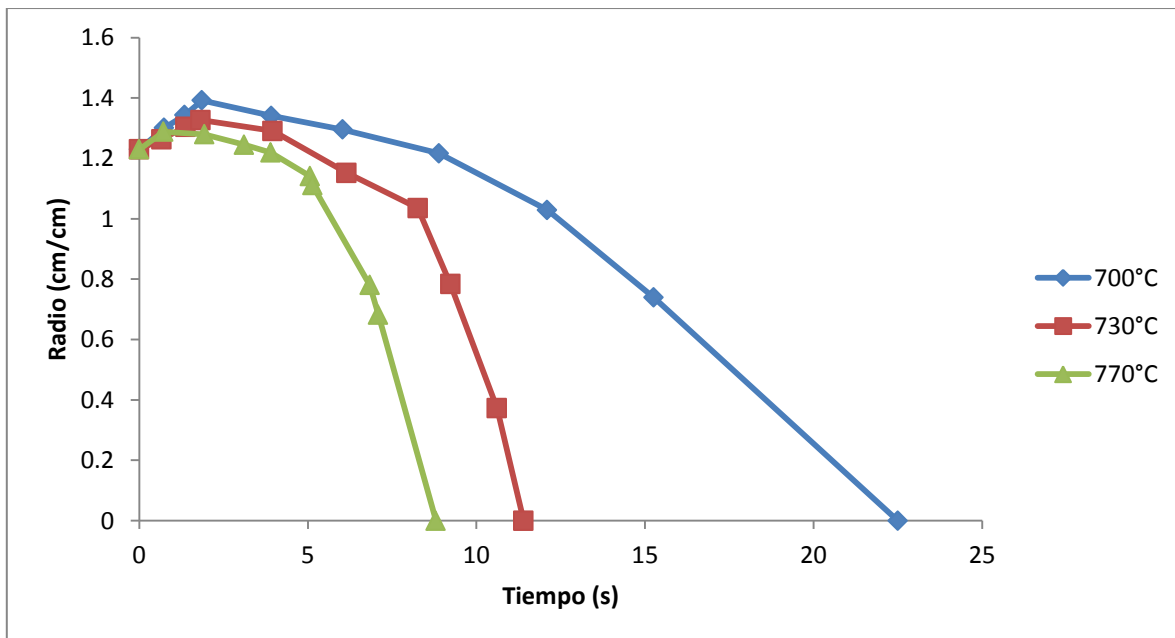


Figura 3.1.14.- Efecto de la temperatura del baño en el radio de partícula durante el proceso de fusión, con radio inicial de 1.23cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

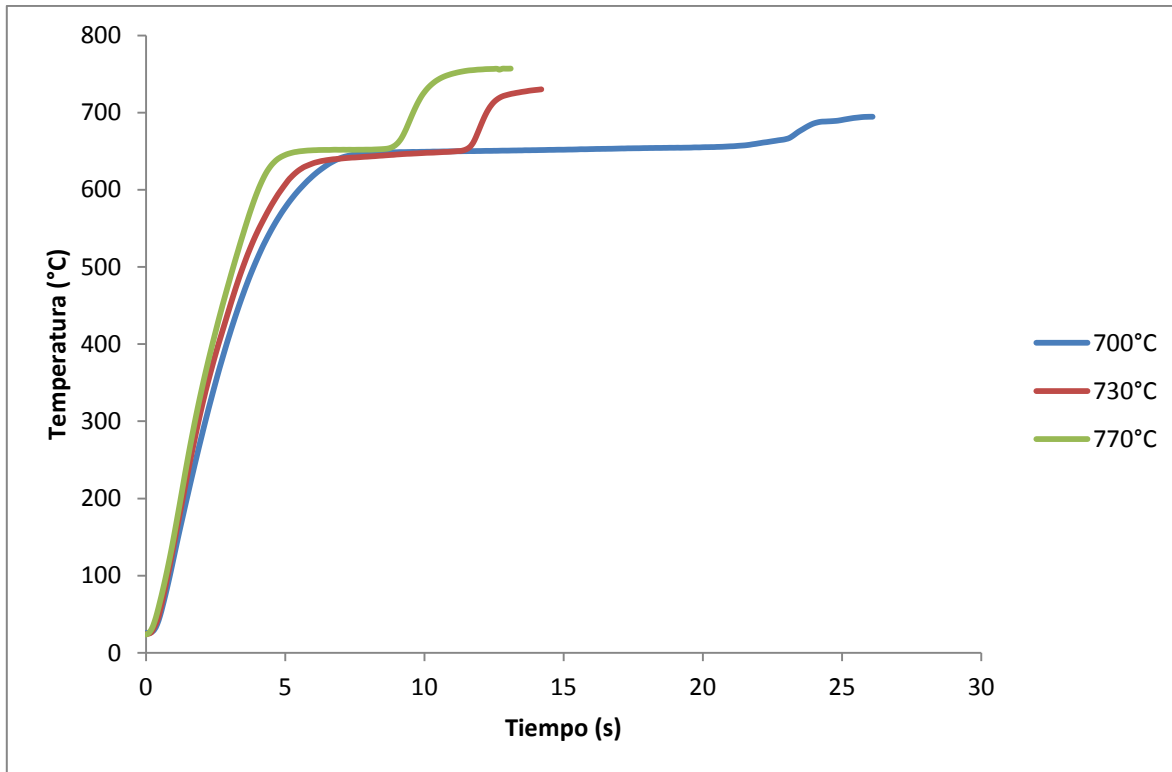


Figura 3.1.15.- Efecto de la temperatura del baño en la historia térmica durante el proceso de fusión, con radio inicial de 1.23cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Finalmente se revisó el efecto de la temperatura del baño en el tiempo de coraza y el tiempo de fusión por medio de la **Figura 3.1.6**. En ella se puede visualizar claramente el efecto de la temperatura del baño en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza.

En general se puede mencionar que los resultados son similares para ambos radios estudiados (0.975cm y 1.23cm), ya que en ambos casos se puede observar un efecto muy parecido por el incremento de la temperatura del baño líquido.

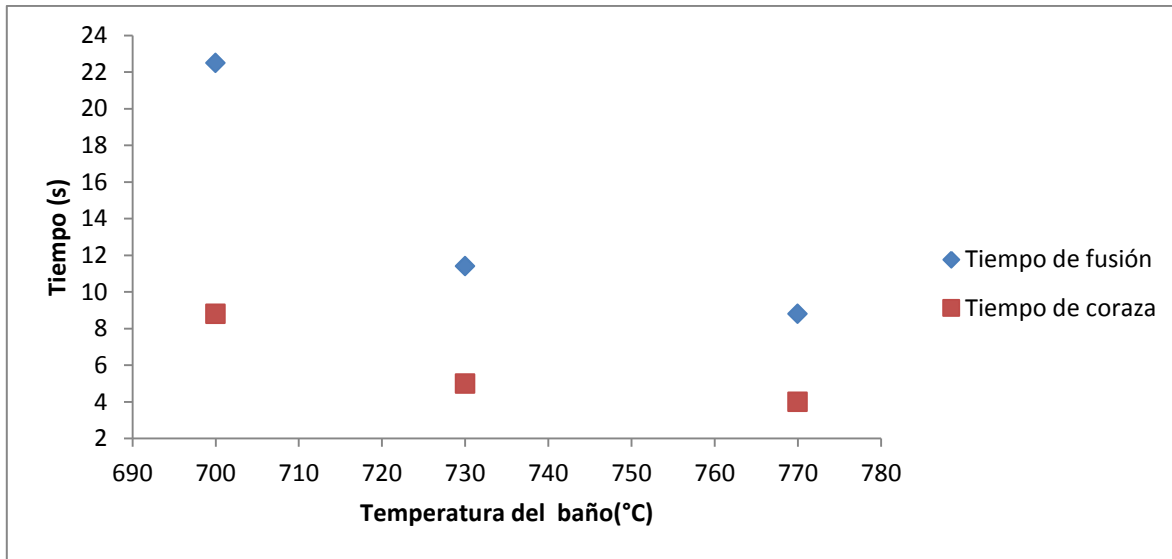


Figura 3.1.16.- Efecto de la temperatura del baño en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para radio inicial de 1.23cm, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

3.1.3.- Efecto del radio inicial de partícula.

Para observar el efecto del radio de la partícula en el proceso de fusión se fijaron los valores de temperatura inicial de partícula en 25°C, y de temperatura del baño a 700°C, estudiando bajo convección natural el efecto de la variable de interés. Se dieron tres niveles al radio inicial de partícula, 0.975cm, 1.23cm y 1.50cm. La **Figura 3.1.17** muestra el efecto de radio inicial de la partícula en la evolución del radio durante el proceso de fusión.

En la **Figura 3.1.17** se midió el tiempo de coraza y el radio máximo alcanzado de la partícula, en el caso de partículas de radio 0.975cm el radio máximo es de 1.13cm y el tiempo de coraza es de 8.2 segundos, para el radio inicial de 1.23cm el radio máximo fue de 1.39cm y el tiempo de coraza fue de 8.8 segundos, finalmente los resultados para 1.50cm son 1.77cm y 14.3 segundos para radio máximo y tiempo de coraza respectivamente.

Con el objetivo de visualizar de mejor manera el efecto del radio y comparar objetivamente el crecimiento de la partícula durante su fusión se hizo una gráfica donde se compara el radio adimensional contra el tiempo (**Figura 3.1.18**). De esta se obtuvo el radio adimensional máximo en cada uno de los tres niveles, 0.975cm, 1.23cm y 1.50cm, siendo 1.16, 1.13 y 1.18 respectivamente. En la **Figura 3.1.18** se observa que al incrementar el radio inicial de partícula el radio adimensional máximo es muy similar, y hay un incremento en el tiempo de coraza y el tiempo de fusión, para explicar esto hay que considerar que al ser radio adimensional el crecimiento en material solidificado en la coraza es bastante considerable, por ello aunque el radio adimensional máximo es muy parecido el material solidificado es mucho mayor para esferas de mayor radio.

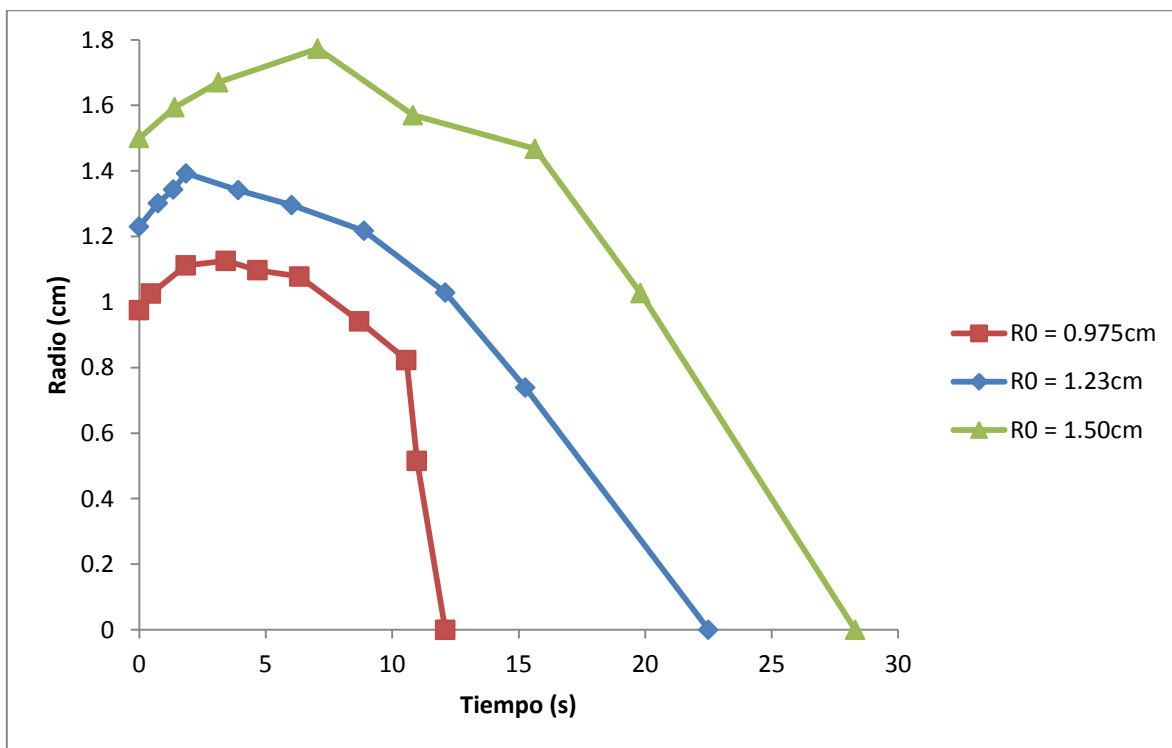


Figura 3.1.17.- Efecto del radio inicial en la evolución del mismo durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

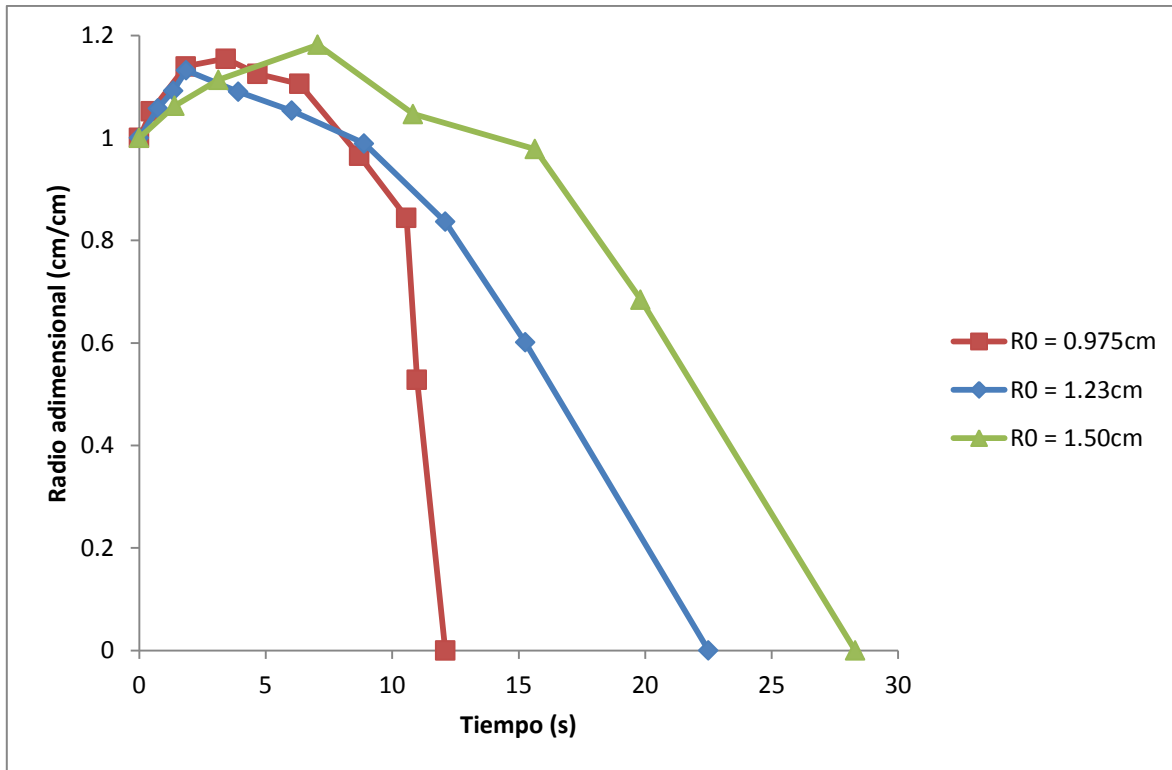


Figura 3.1.18.- Efecto del radio inicial en la evolución del radio adimensional durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Para obtener los tiempos de fusión y el tiempo de calentamiento de la partícula sólida, así como la pendiente de calentamiento del sólido, se usaron las historias térmicas para cada uno de los niveles estudiados, las cuales se presentan en la **Figura 3.1.19**.

De la **Figura 3.1.19** se obtuvieron los tiempos de fusión y el de calentamiento del sólido, así como las pendientes de calentamiento del sólido. Para el radio inicial de partícula de 0.975cm se obtuvieron 12.1 segundos de tiempo de fusión, de los cuales 5.3 segundos son para el calentamiento del sólido a temperatura de fusión calentándose a una rapidez de 119.81°C/S. La partícula de radio 1.23cm se funde en un total de 22.5 segundos, usando 7.1 segundos en el calentamiento del sólido siendo realizado éste a una rapidez de 89.44°C/s. Finalmente 28.3 segundos fueron necesarios para fundir la esfera de 1.50cm de radio inicial, siendo

calentada a una rapidez de $65.43\text{ }^{\circ}\text{C/s}$ durante 9.7 segundos. Estos resultados son muy lógicos debido a que una partícula de mayor tamaño tarda más en calentarse por conducción desde el borde hacia el centro de la misma, por ello de los resultados de la zona de calentamiento del sólido.

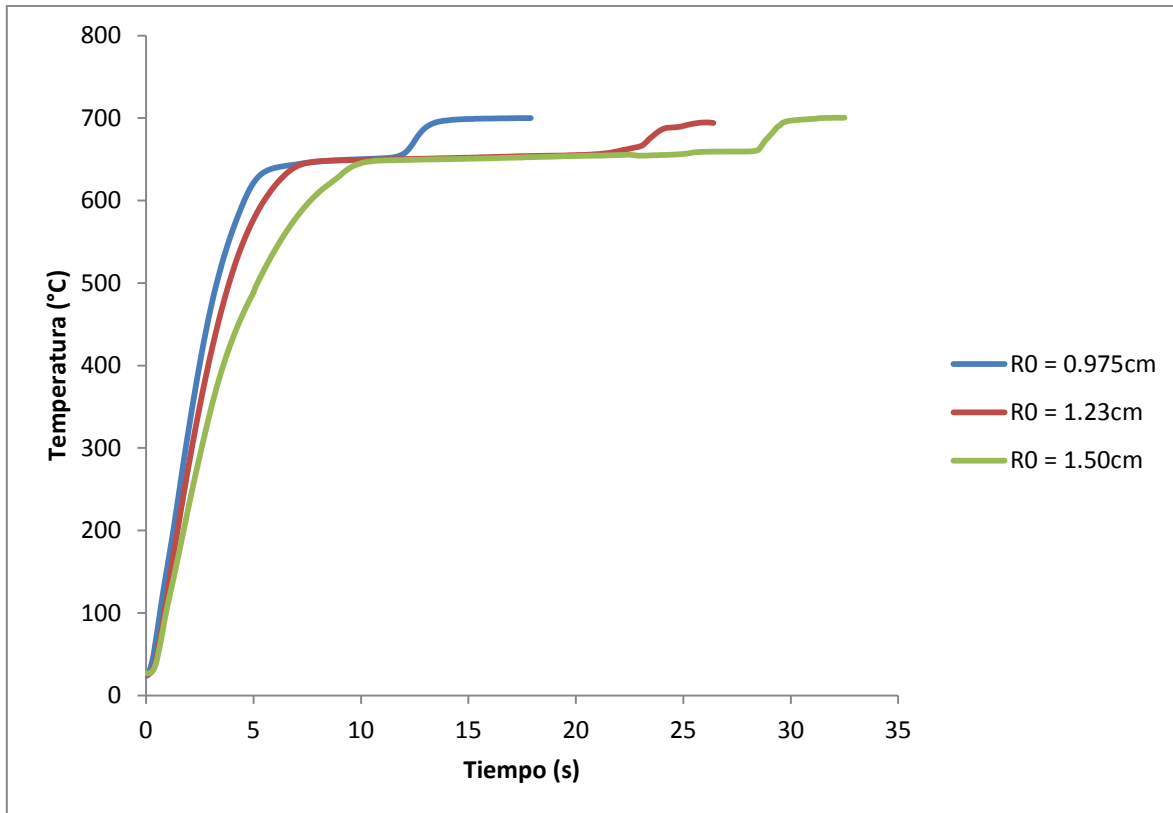


Figura 3.1.19.- Efecto del radio inicial de partícula en la historia térmica durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C , la temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

También se observa que en general a mayor radio una partícula tarda mayor tiempo en su fusión y el radio máximo alcanzado se incrementa lo que supone una mayor cantidad de energía gastada en el proceso. Para observar el efecto de manera cuantitativa se graficaron los tiempos de coraza y de fusión contra el radio inicial de la partícula (**Figura 3.1.20**).

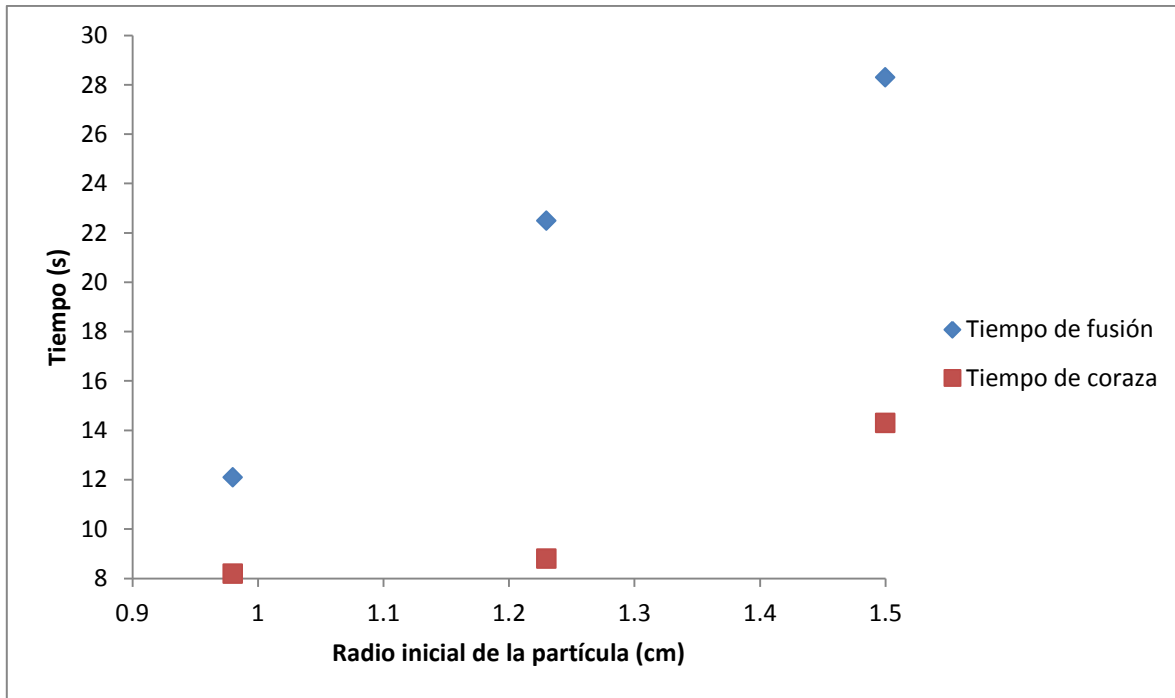


Figura 3.1.20.- Efecto del radio inicial de partícula en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para una temperatura del baño de 700°C, con temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

Se observa que el efecto del incremento en el radio es el esperado, un incremento en el radio de partícula incrementa el tiempo de fusión, pero además incrementa el tamaño de la coraza y la duración de la misma.

3.1.4.- Efecto de la temperatura inicial de partícula.

Para observar el efecto de la temperatura inicial de la partícula se utilizaron partículas de 1.23cm de radio inicial, introducidas en un baño a 700°C y llevando a cabo el proceso de fusión por convección natural, las esferas se introdujeron a tres temperaturas iniciales: 25°C, 160°C y 265°C. La **Figura 3.1.21** muestra el efecto de esta variable en la evolución del radio contra el tiempo. De esta se obtuvieron los radios máximos y los tiempos de coraza, para 25°C se obtienen 1.39cm de

radio máximo y 8.8 segundos de coraza, esferas introducidas a 160°C tienen un radio máximo de 1.33cm y un tiempo de coraza de 6.5s, por otra parte en el caso de partículas introducidas a 265°C el radio máximo disminuye a 1.28cm y el tiempo de coraza a 5.0 segundos. Estos resultados son coherentes debido a que al incrementar la temperatura de la partícula el choque térmico al introducirla en el baño es menor haciendo con esto que la coraza generada decrezca en tamaño y por ende en duración.

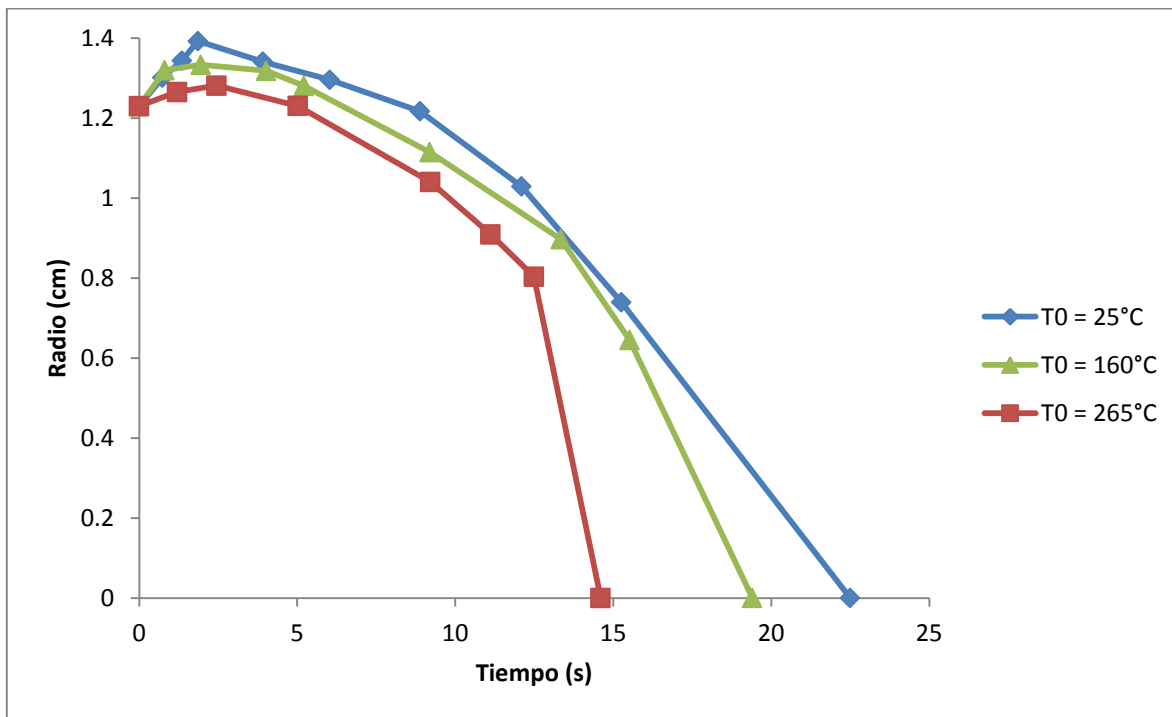


Figura 3.1.21.- Efecto de la temperatura inicial en la evolución del radio durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm usando transferencia de calor por convección natural.

Para obtener los tiempos de fusión y las características del calentamiento del sólido se usó la historia térmica de cada experimento, estas se presentan en la **Figura 3.1.22**. La esfera inmersa a 25°C se funde en un tiempo de 22.5 segundos usando 8.8 para alcanzar la temperatura de fusión a una velocidad de 89.44°C/s. La esfera precalentada a 160°C alcanza la temperatura de fusión en 8.4 segundos, alcanzándola a una rapidez de 59.52°C/s. Finalmente en el caso de la

partícula a 265°C se funde la misma tras 14.6 segundos de proceso, de los cuales 4.8 segundos se tarda el calentamiento del sólido a una rapidez de 82.29°C/s. Se observa que entre mayor temperatura inicial presente la partícula inmersa en el baño líquido se obtiene un menor tiempo de fusión.

En cuanto al efecto en la zona de calentamiento no se observa una tendencia muy clara, pero se puede decir que la rapidez de calentamiento debe disminuir, debido a que se abate el gradiente de temperaturas haciendo más lento el transporte de energía por convección y esto a su vez disminuye la conducción en la zona sólida. Este fenómeno se ve en ambas esferas con alta temperatura, pero no se ve una tendencia clara, y en el caso del esfera a 265°C es muy poca la disminución en la pendiente, mientras que en la sumergida a 160°C es mucho más notable la reducción.

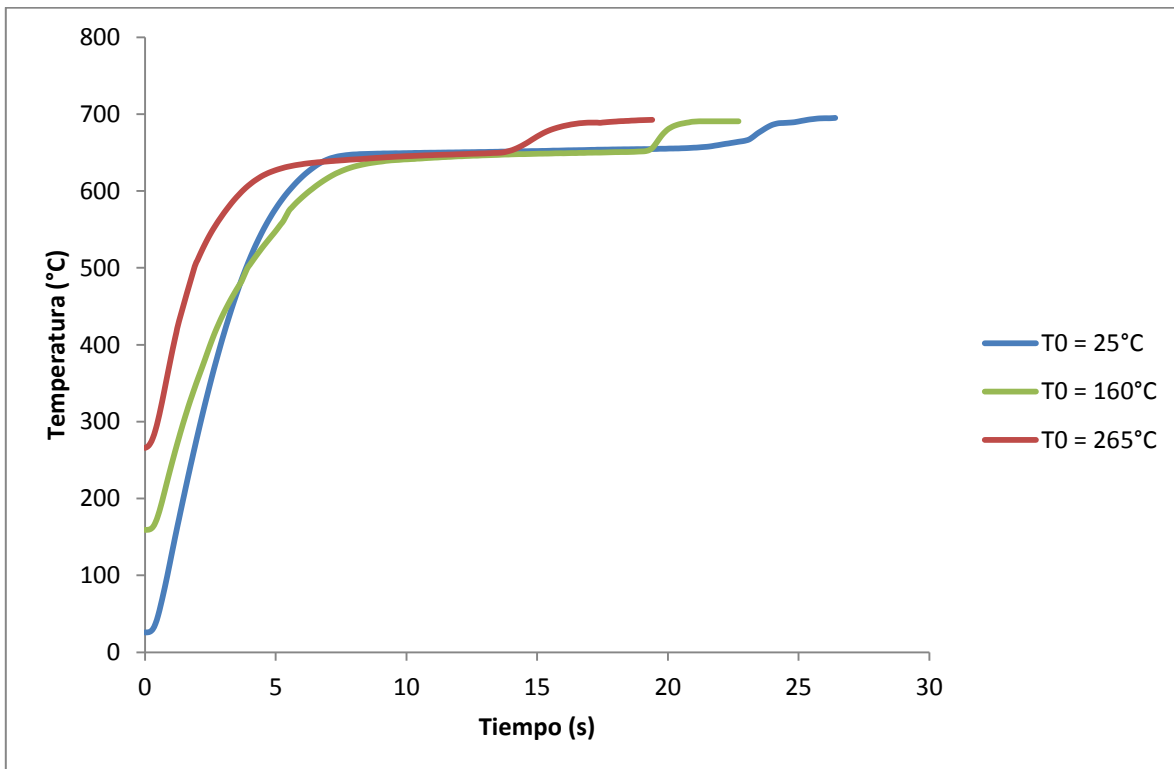


Figura 3.1.22.- Efecto de la temperatura inicial en la historia térmico durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm usando transferencia de calor por convección natural.

Se graficó cuantitativamente el efecto de la temperatura inicial de la partícula en los tiempos de coraza y de fusión, esto se muestra en la **Figura 3.1.23**. Se puede ver que un aumento en la temperatura de la partícula implica una disminución en los tiempos de coraza y de fusión, debido a que un incremento en la temperatura inicial de la partícula implica que se debe calentar menos para alcanzar la temperatura de fusión, disminuyendo así el tiempo de fusión.

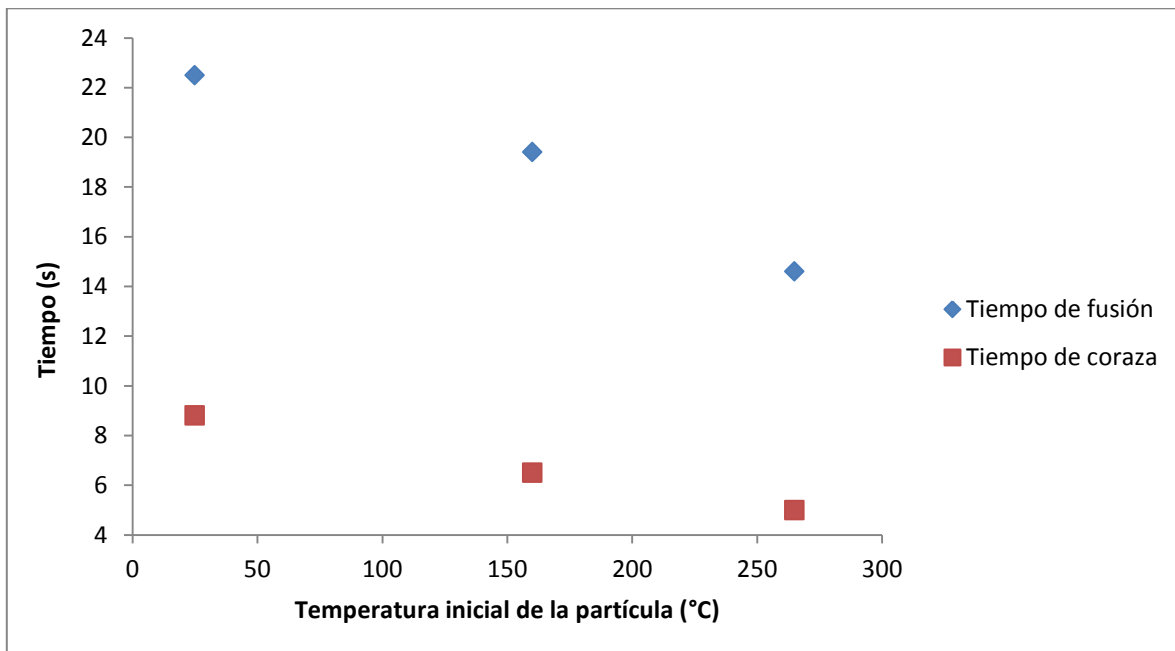


Figura 3.1.23.- Efecto de la temperatura inicial de partícula en el tiempo de fusión y el tiempo de coraza, para una temperatura del baño de 700°C, con temperatura inicial de partícula de 25°C y convección natural.

3.1.5.- Efecto del transporte de energía por convección.

Para verificar el efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección se usaron esferas de 1.23cm de radio, inmersas a 25°C en un baño a 700°C, con el fin de obtener una diferencia en el coeficiente de transferencia de calor por convección se hizo un primer experimento con convección natural y un segundo

experimento con convección forzada. Para el experimento con convección forzada se usó una lanza para inyectar argón al baño y agitar el mismo, pero debido a las dimensiones del crisol que contenía el baño de metal líquido hubo limitaciones en el grado de agitación que se podía aplicar.

La **Figura 3.1.24** muestra el efecto del tipo de convección en el radio presentado por las esferas a lo largo del proceso de fusión. De estas se obtuvo el radio máximo y el tiempo de coraza. En el caso de las esferas fundidas por medio de convección natural el radio máximo alcanzado por la partícula es de 1.39 cm y la coraza desaparece tras 8.8 segundos. Para el caso de la esfera fundida por convección forzada el radio máximo se incrementa a 1.46 cm pero el tiempo de coraza se reduce a 6.6 segundos. Esto se debe a que al incrementarse la transferencia de calor en la frontera de la esfera el choque térmico es mayor (mayor diferencia entre los flujos convectivos y conductivos en la intercara) y consecuentemente el crecimiento de la coraza es más rápido, pero también el abatimiento de la misma se acelera, es por ello que el tiempo de coraza se reduce mientras que el radio máximo alcanzado se incrementa.

Para obtener el tiempo de fusión y las condiciones de calentamiento del sólido se usaron las historias térmicas obtenidas en la experimentación. La **Figura 3.1.25** muestra que en el caso del experimento realizado con convección natural el tiempo de calentamiento es de 7.1 segundos calentándose a 89.44 °C/s tardándose un total de 22.5 segundos en fundirse totalmente la partícula sólida. Mientras que el experimento realizado por convección forzada el tiempo de fusión se reduce 11.1 segundos y el calentamiento se reduce a 6.0 segundos incrementándose la rapidez de calentamiento a 105.83 °C/s. El resultado del efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección es muy importante, pues muestra que un incremento en el mismo afecta el proceso de manera sustancial, pues reduce el tiempo del mismo de manera importante aun cuando la coraza formada es mayor. La agitación con gases incrementa la productividad de incorporar metales sólidos a baños metálicos sin aumentar el consumo de energía,

como en su caso lo incrementaría el aumentar las temperaturas ya sea del baño o de los sólidos, por lo que es muy recomendable la agitación en estos casos.

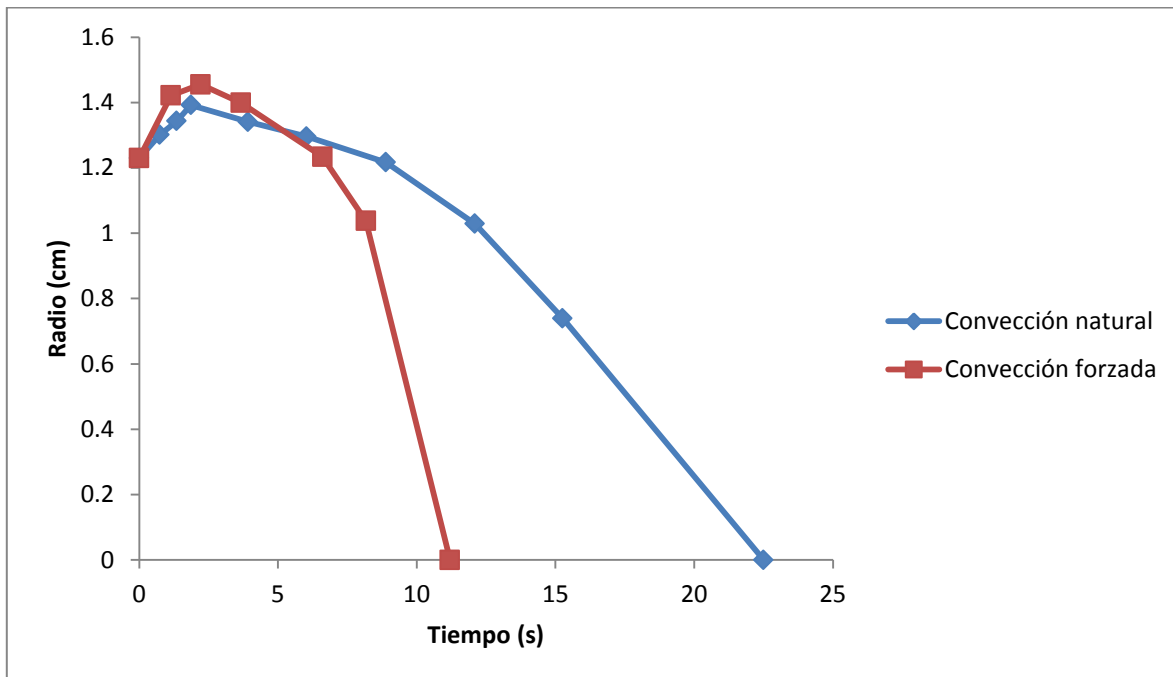


Figura 3.1.24.- Efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección en el cambio en radio durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm inmersas a 25°C en el baño metálico.

La **Figura 3.1.26** presenta el efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección en los tiempos de fusión y de coraza. Se observa que en ambos casos incrementar el transporte de calor en la coraza se reduce el tiempo de coraza y el tiempo de fusión. Sin embargo no se hizo un estudio realmente cuantitativo del efecto, ya que no se contaban con los medios para el mismo, es por ello que aunque se observa el efecto no se puede dar un nivel al mismo así que se dio el valor de 0 a la convección natural y 1 a la convección forzada. Se deben realizar experimentaciones más controladas para cuantificar de mejor manera este fenómeno.

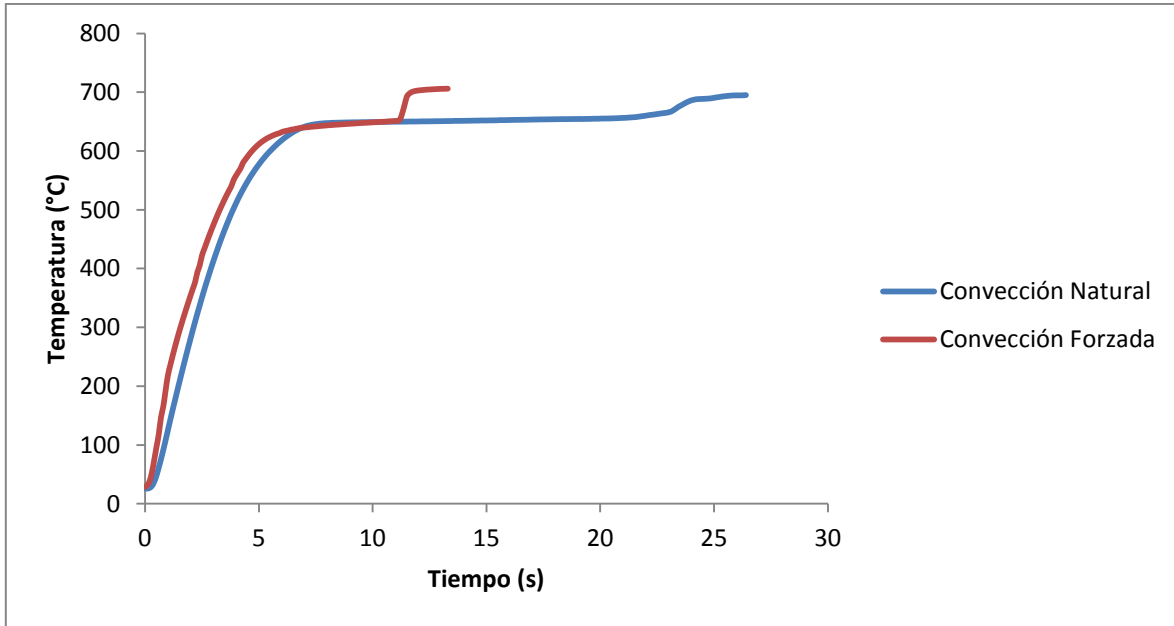


Figura 3.1.25.- Efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección en la historia térmica durante el proceso de fusión, con temperatura del baño de 700°C, y partículas esféricas de radio inicial 1.23cm inmersas a 25°C en el baño metálico.

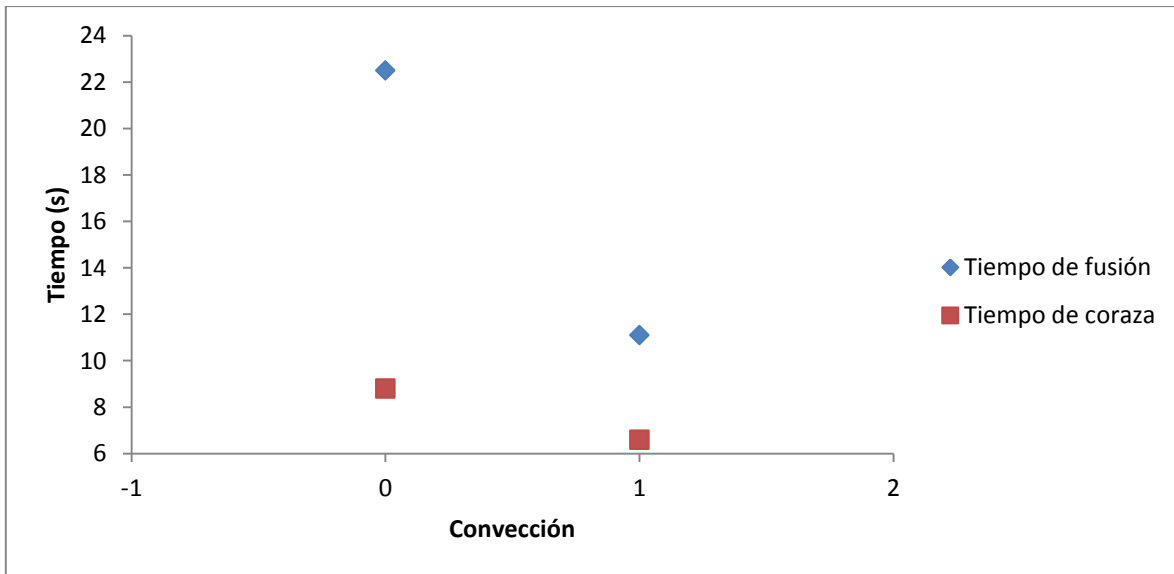


Figura 3.1.26.- Efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección en el tiempo de coraza y tiempo de fusión durante el proceso de fusión, para partículas de 1.23cm de radio inicial, inmersas a 25°C en un baño a 700°C, el nivel 0 se refiere a convección natural y el nivel 1 a convección forzada.

3.1.6.- Análisis de proceso con mediciones experimentales.

Con la finalidad de comprender mejor el efecto de las variables estudiadas en el proceso de fusión de una partícula sólida de aluminio puro en baños de su misma composición, se comparará cuantitativamente el efecto de cada una de ellas en el proceso, estas son, temperatura inicial de la partícula, radio inicial de la partícula, temperatura del baño líquido y coeficiente de transferencia de calor por convección, y se estudiará cuantitativamente el efecto de cada variable en el tiempo de fusión, el tiempo de coraza, el radio máximo alcanzado, el tiempo en que se calienta el sólido y la rapidez de calentamiento del mismo determinando cuál de ellas es más significativa.

La **Figura 3.1.27** presenta el efecto de las variables del proceso en el tiempo de fusión de la esfera, se observa primeramente que el incremento del radio de la partícula hace que el tiempo de fusión crezca bastante incrementándose 10.2 segundos del primer al segundo nivel y 5.8 segundos adicionales al tercer nivel, esta es la única variable que tiene un efecto inversamente proporcional. Si la esfera se precalienta se observa una reducción en el tiempo de fusión de manera casi lineal, disminuyendo prácticamente 7.9 segundos al incrementar la temperatura inicial de las esferas en 240°C, sin embargo, esta reducción es en mucho menor grado que en el caso de la temperatura del baño o del incremento en el transporte de energía por convección en el baño. En el caso del efecto de la convección la diferencia entre agitar y no agitar es muy significativa en el tiempo de fusión (una diferencia de casi 11 segundos). En el efecto de la temperatura del baño se observa que calentar este apenas 30°C respecto al nivel base del experimento (700°C) hace que se reduzca en 11.1 segundos el tiempo de fusión, pero un incremento posterior parece tener un efecto menos fuerte ya que de 730°C a 770°C solo se redujo el tiempo de fusión en 2.6 segundos.

El efecto de las variables en el tiempo de coraza se ve en la **Figura 3.1.28**, donde se observa un efecto similar al observado en el tiempo de fusión, ya que tanto

disminuir el tamaño de la esfera como incrementar la temperatura del baño son las variables que reducen de manera más significativa el tiempo de coraza, seguidas del precalentamiento de la partícula y de la agitación que también disminuyen el tiempo de coraza, pero en menor medida.

Se observa al comparar los efectos en las **Figuras 3.1.27 y 3.1.28** que la forma en que responde el proceso para el tiempo de coraza y de fusión cuando se altera una misma variable es prácticamente la misma. Es decir si la variable afecta el tiempo de coraza de cierta manera habrá un efecto similar en el tiempo de fusión.

La **Figura 3.1.29** presenta el radio máximo de la partícula en función de cada una de las variables, y se puede visualizar que la variable con mayor efecto es el radio inicial de la partícula, debido a que partículas mayores obtendrán corazas mayores. En el caso de la convección se observa que también incrementa el tamaño del radio. Incrementar tanto la temperatura del baño como la temperatura inicial de la esfera reducen el radio máximo alcanzado, y presentan ambas un comportamiento cercano a ser lineal, y se obtuvieron valores prácticamente iguales de radio máximo para una esfera introducida a 160°C y un baño a 730°C (1.08cm), así como para una esfera a 265°C y un baño a 770°C (1.04cm y 1.05cm respectivamente) el efecto que se observa en la pendiente es debido únicamente a la escala utilizada.

La **Figura 3.1.30** presenta el tiempo de calentamiento de la partícula sólida (el centro de la misma) durante el proceso de fusión de la misma. El radio de la esfera, nuevamente es la variable más significativa, ya que un incremento en radio disminuye el tiempo de calentamiento del sólido pasando de 5.3 segundos en el menor radio a 9.7s en el experimento con mayor radio. En el caso del incremento en la temperatura del baño, un incremento en esta disminuye el tiempo de calentamiento del sólido, lo cual es fundamentado con los principios de transferencia de calor, ya que un gradiente mayor de temperatura hace que se incremente el flujo de calor, y esto se observa con una disminución de 1.1

segundos cuando se incrementa en 30°C la temperatura del baño y de 2.4 segundos cuando se incrementa de 700°C a 770°C. Los resultados para el efecto de la temperatura del baño no son concluyentes, pues como se observó en la **Figura 3.1.22** no se presentó una tendencia clara en la experimentación. En el caso del experimento con convección forzada se observa que se disminuye de manera significativa el tiempo de calentamiento con respecto al experimento con convección natural.

Finalmente el último efecto a estudiar es el de la rapidez de calentamiento del sólido, que se observa en la **Figura 3.1.31**. Esta figura complementa las observaciones de la **Figura 3.1.30**, ya que indica básicamente la misma información que es el efecto de cada variable en la transferencia de energía entre el baño líquido y la partícula esférica. Se observa que la pendiente del calentamiento es mayor al incrementarse la temperatura del baño, al disminuir el radio de la partícula y al realizar el experimento bajo convección forzada. En el caso del precalentamiento de la partícula no es muy concluyente el resultado. Los resultados cuantitativos de las pendientes se presentaron previamente en la **Tabla 3.1.1**. Al comparar las pendientes con el tiempo de calentamiento se observa que son resultados complementarios, una mayor rapidez en el calentamiento de la partícula implica que tarda menos tiempo en alcanzar la temperatura de fusión.

Figura 3.1.27.- Efecto de las variables de proceso en el tiempo de fusión.

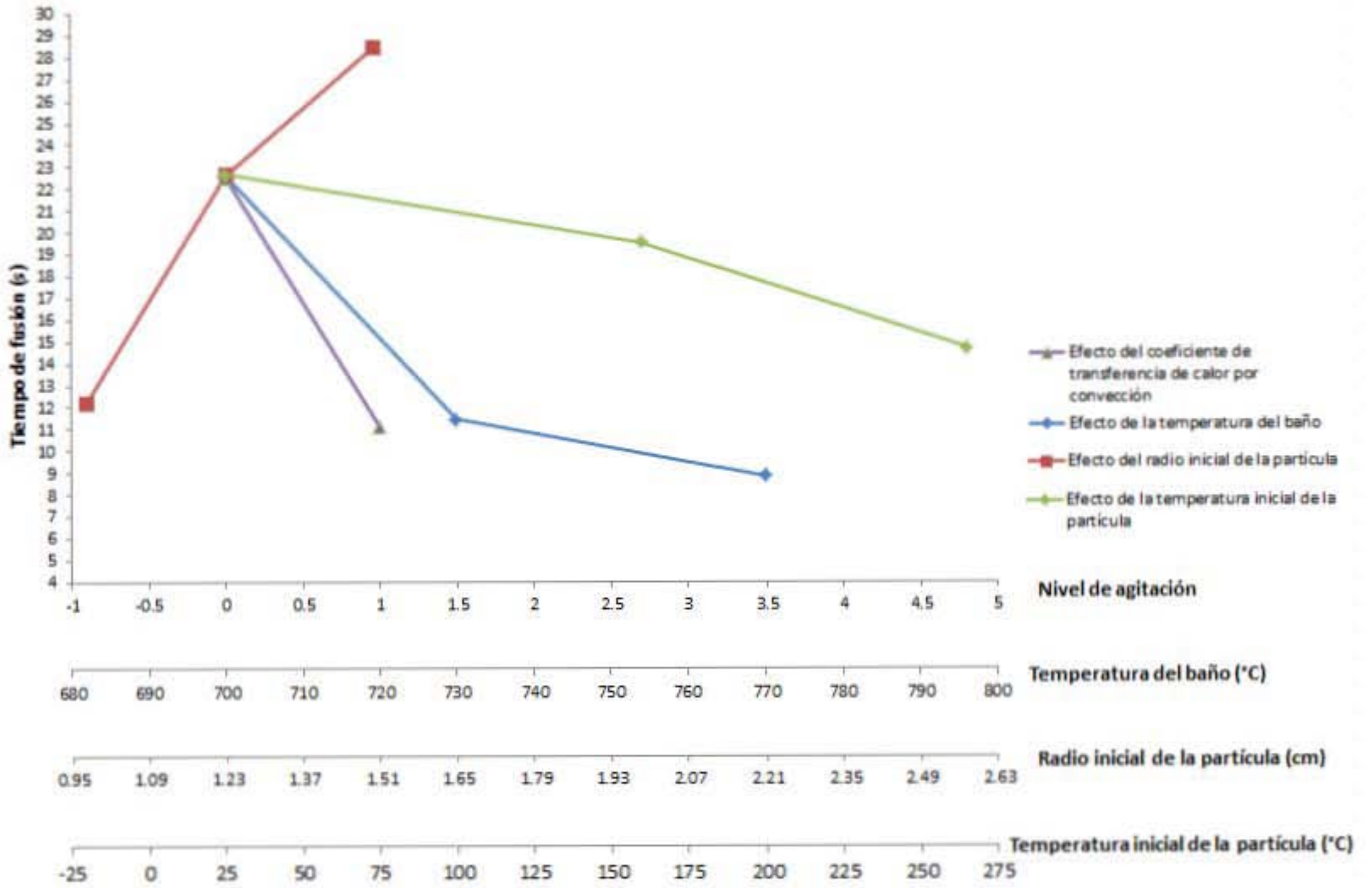


Figura 3.1.28.- Efecto de las variables de proceso en el tiempo de coraza.

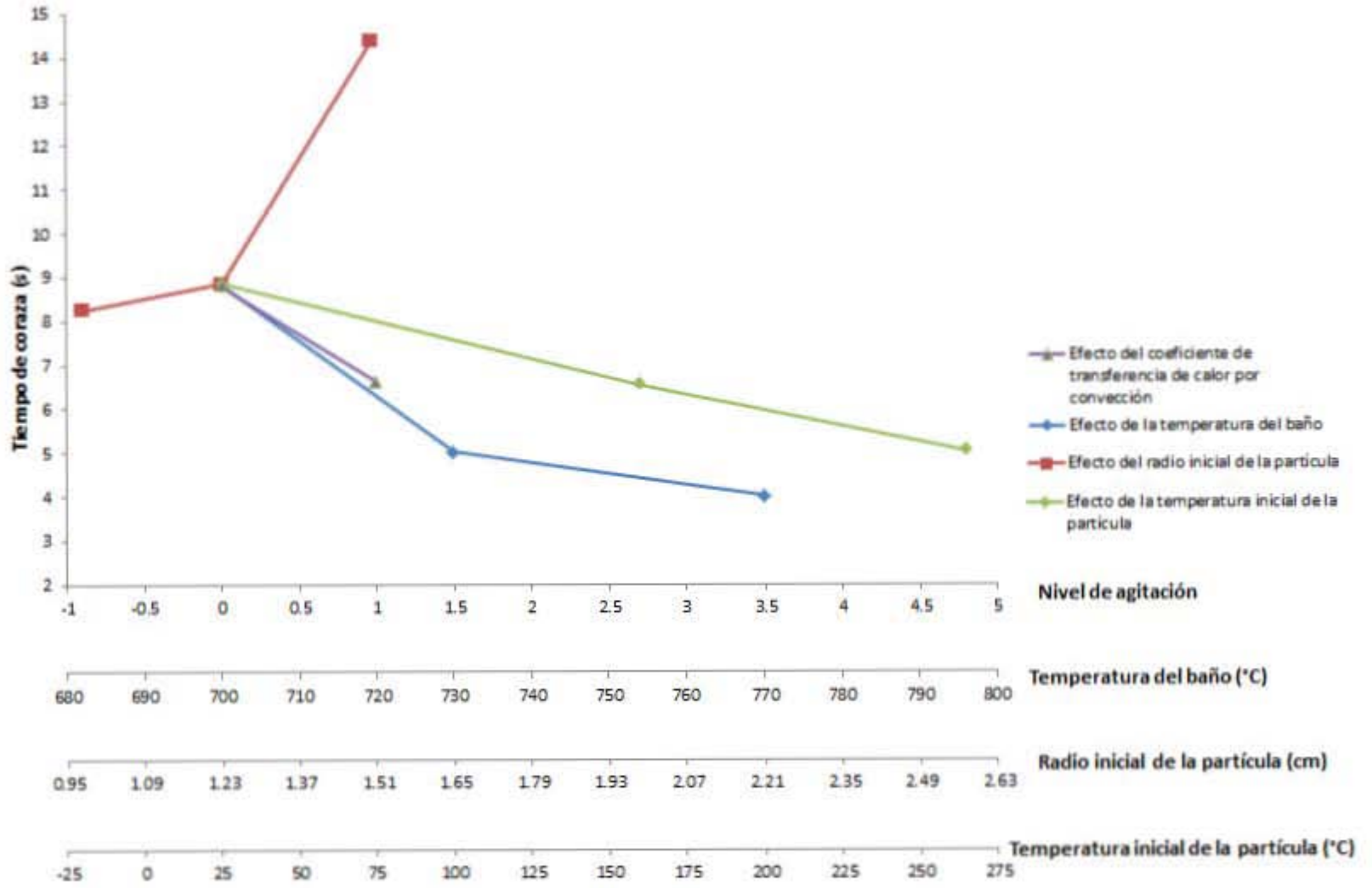
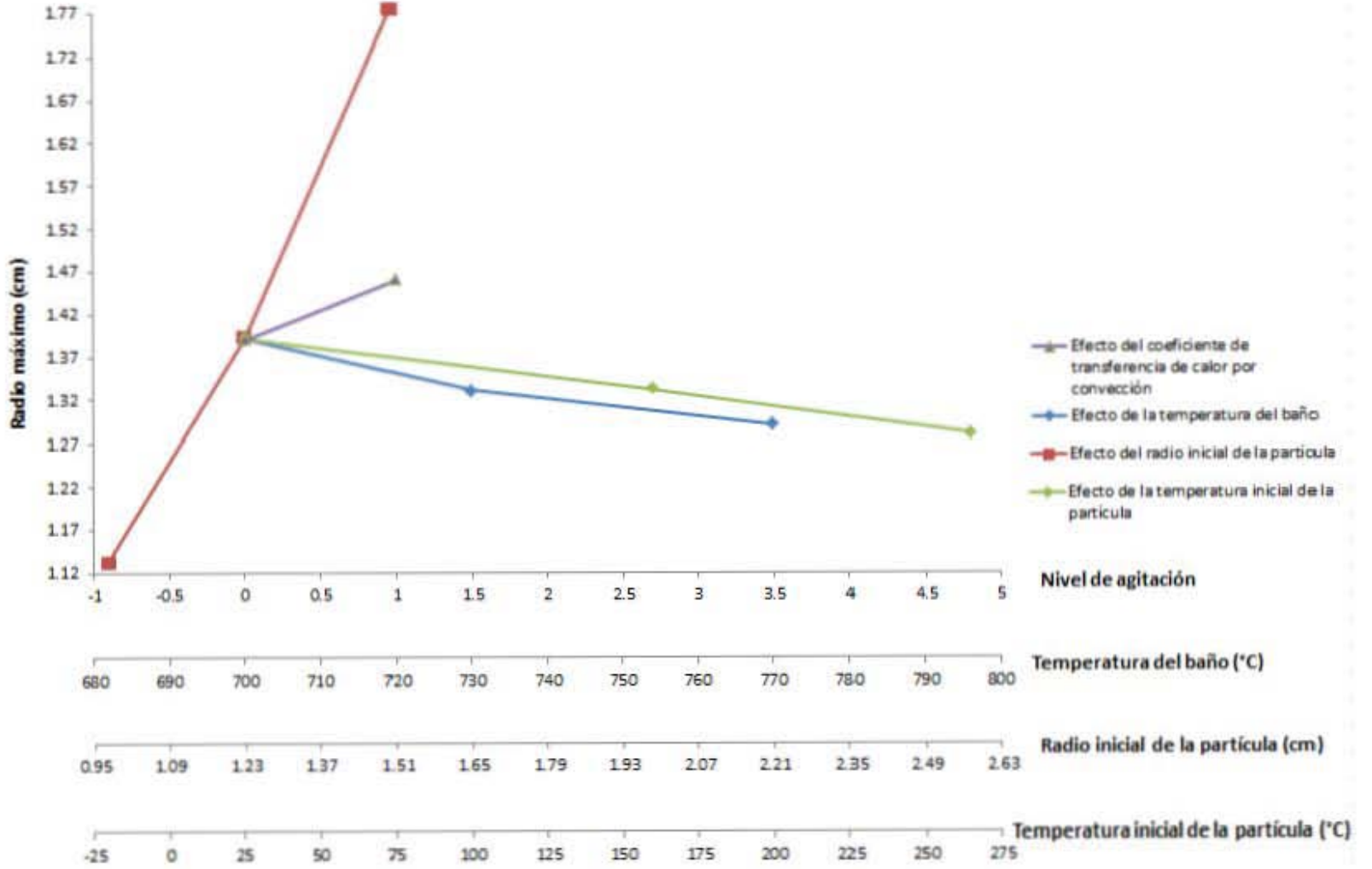


Figura 3.1.29.- Efecto de las variables de proceso en el radio máximo.



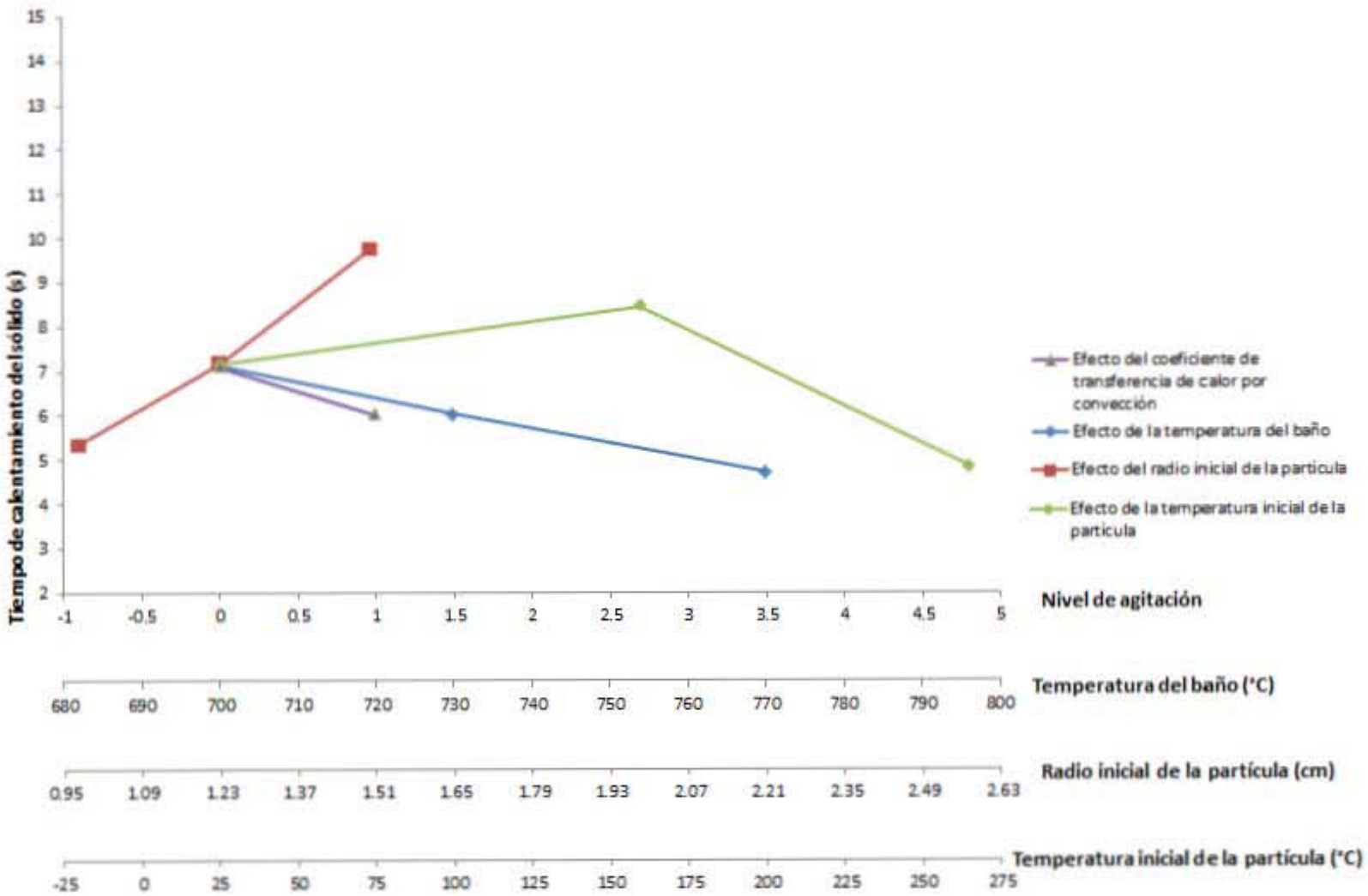


Figura 3.1.30.- Efecto de las variables del proceso en el tiempo de calentamiento del centro de la partícula sólida hasta temperatura de fusión.

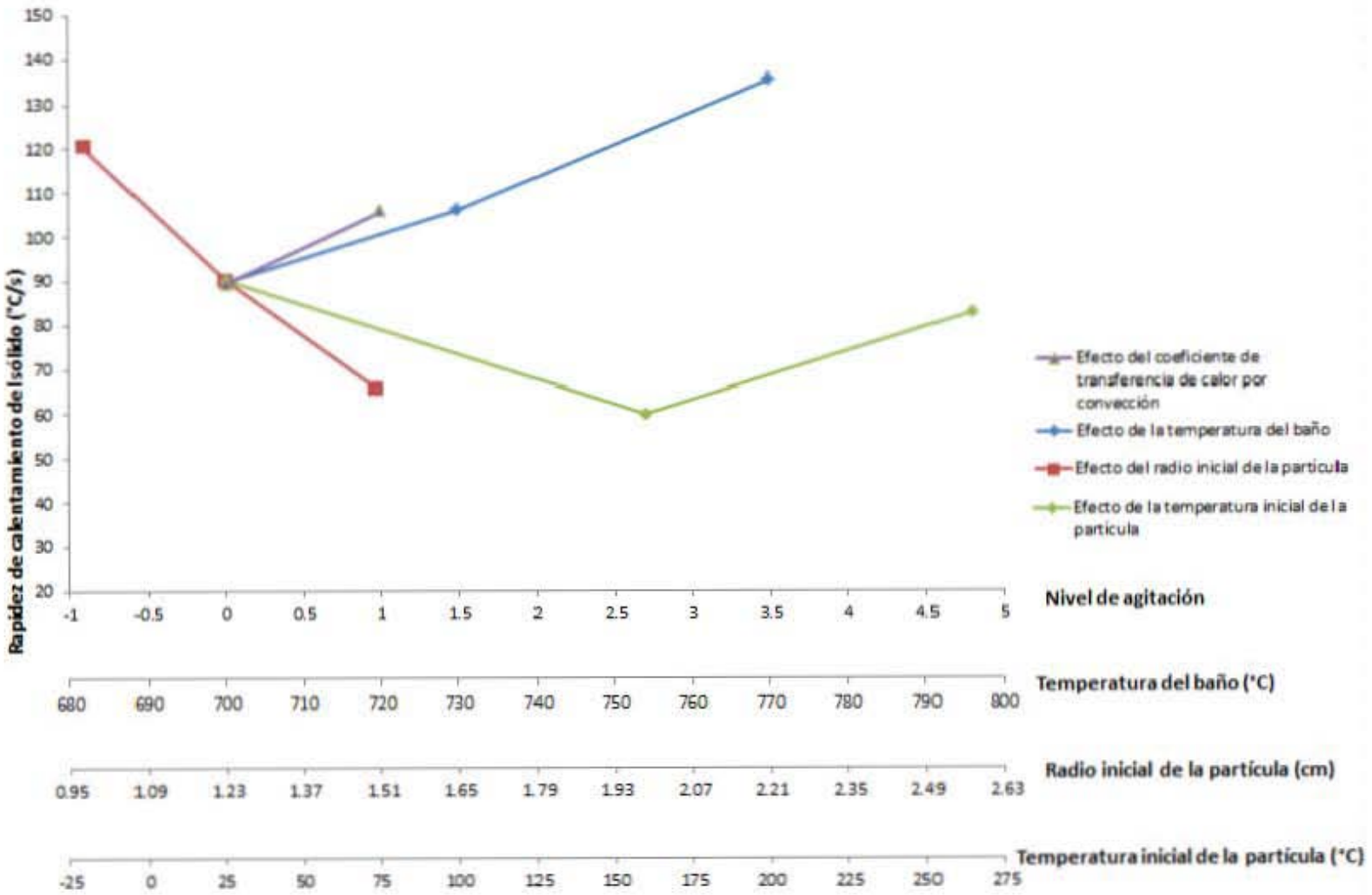


Figura 3.1.31.- Efecto de las variables de proceso en la rapidez de calentamiento del sólido.

3.2 Resultados del Modelo Matemático Obtenido

3.2.1.- Mejoras al modelo matemático.

Para comprender mejor el fenómeno de la fusión de una partícula metálica en baños de su misma composición se desarrolló un modelo matemático basado en los principios de transferencia de calor, el cual es capaz de simular la fusión de una partícula esférica de aluminio puro en un baño de aluminio puro líquido, obteniendo el radio de la partícula a lo largo del proceso de fusión. El modelo matemático que se planteó en primera instancia tiene las siguientes suposiciones:

- 1.- Las propiedades físicas del aluminio puro sólido y líquido permanecen constantes.
- 2.- La transferencia de calor de la esfera se da exclusivamente en dirección radial.
- 3.- La temperatura del baño permanece constante durante el proceso.
- 4.- La transferencia de calor en la interfase sólido – líquido está dada por convección natural.
- 5.- La temperatura de la coraza al solidificar es instantáneamente igual a la temperatura de fusión del aluminio.

Para obtener el coeficiente de transferencia de calor por convección se utilizaron las **Ecuaciones 2.38, 2.39, 2.40 y 2.41** en el caso de que la convección sea natural y las **Ecuaciones 2.39, 2.41, 2.42 y 2.43** para el caso de convección forzada, su uso es reportado previamente por Taniguchi y colaboradores (1). En un principio se consideró que el coeficiente de transferencia de calor por convección no era función del radio y que por lo tanto permanecía constante a lo

largo del proceso, sin embargo, se hizo una primera mejora al modelo considerando el coeficiente de transferencia de calor por convección como función del radio. En una segunda mejora al modelo se relajó la primera suposición, considerando la variación de las propiedades físicas del aluminio puro sólido y líquido con la temperatura.

La **Figura 3.2.1** muestra el efecto de estas consideraciones y relajación de suposiciones en el modelo matemático obtenido, en todos los casos se simula la fusión de una partícula esférica de radio inicial de 0.975cm, inmersa a 25°C, en un baño a 700°C con transferencia de calor por convección natural. En el caso del modelo en el cual se consideran las propiedades y el valor de h constantes a lo largo del proceso (línea azul) se observa que hay un rápido crecimiento del radio inicialmente llegando a un máximo y después decae el mismo linealmente, este comportamiento se debe a que al no haber variación de h una vez que la esfera alcanza la temperatura de fusión la transferencia de calor entre la esfera y el baño líquido se vuelve constante y por ello el cambio en radio también.

En la **Figura 3.2.1** al hacer que h varía con el radio (línea roja) se observa un cambio en el comportamiento del radio de la partícula a lo largo del proceso, aun cuando las propiedades del baño y de la partícula permanecen constantes. Nuevamente se observa un incremento en el radio muy rápido al inicio de la fusión al generarse la coraza sólida alrededor de la partícula inicial, pero en este caso se alcanza un radio máximo mayor, la pendiente del crecimiento es un poco menos pronunciada y presenta una ligera curvatura. Tras alcanzar el radio máximo se observa como comienza el colapso del radio de la partícula, pero en este caso es menos pronunciado al inicio acelerándose a medida que se disminuye el radio de partícula, obteniéndose con esto un comportamiento parecido a una parábola, y por ende un mayor tiempo de coraza y de fusión de la partícula.

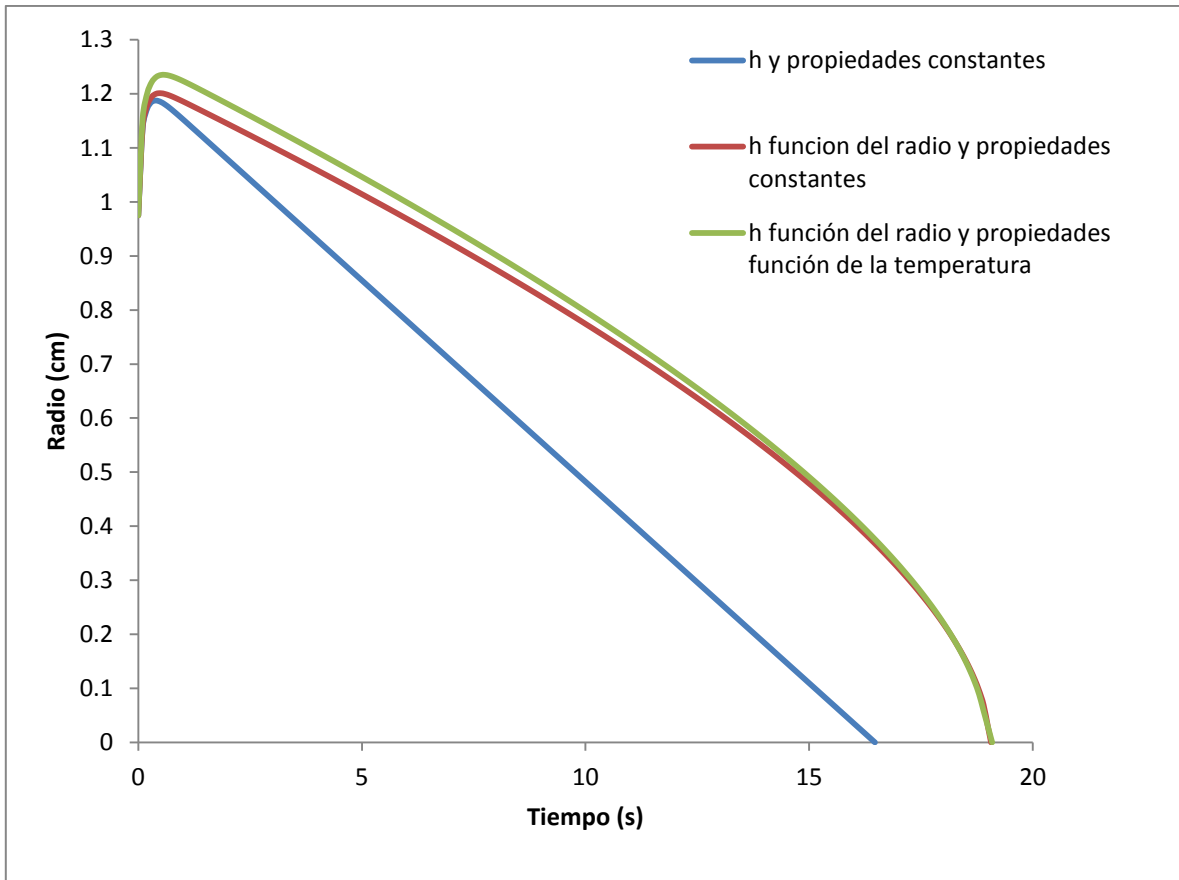


Figura 3.2.1.- Efecto de relajar suposiciones y consideraciones en el modelo matemático obtenido, simulando la fusión de una partícula esférica de radio inicial de 0.975cm, inmersa a 25°C, en un baño a 700°C con transferencia de calor por convección natural.

Finalmente si observamos el modelo tras considerar como varían las propiedades del aluminio con la temperatura y calculando el cambio en el valor de h con el radio (línea verde **Figura 3.2.1**) se observa que el radio máximo se incrementa aún más pero el crecimiento presenta una menor pendiente y durante la disminución del radio se presenta una curvatura mayor, lo que implica un mayor tiempo de coraza aunque el tiempo de fusión prácticamente empata con el caso de h variable y propiedades constantes. Al ser este el caso con menos suposiciones se consideró el adecuado para realizar las simulaciones posteriores.

3.2.2.- Validación del modelo matemático.

Una vez obtenido el modelo matemático para representar el proceso de fusión de una partícula metálica en un baño de su misma composición (en este caso aluminio puro) se procedió a validar el mismo, para esto se efectuaron simulaciones con las mismas condiciones usadas en todos los experimentos realizados, los cuales se resumen en la **Tabla 3.1.1**. Para la validación se decidió estudiar el efecto de cada una de las variables del proceso, con el fin de observar si el comportamiento del modelo y el que se obtuvo en la experimentación son similares.

La **Figura 3.2.2** presenta la validación del modelo para el efecto de la temperatura del baño, para partículas de 0.975cm de radio inicial, inmersas en un baño líquido, a una temperatura inicial de 25°C, con convección natural. Se observa que tanto experimentalmente (puntos) así como en la simulación (líneas continuas) un incremento en la temperatura del baño implica un decremento en el radio máximo, así como en el tiempo de coraza y en el tiempo de fusión. En general las tendencias son las mismas entre las simulaciones o predicciones y las mediciones. El modelo presenta un crecimiento mucho más acelerado en el radio y alcanza un radio máximo mayor en todos los casos. En cuanto a tiempos de coraza y tiempos de fusión se observa que en general no hay una concordancia entre predicciones y mediciones, pero en general están muy cercanos, salvo en el tiempo de fusión para el caso del baño a 700°C donde experimentalmente se midió 12.1 segundos, mientras que en el modelo se predicen 19.09 segundos.

La **Figura 3.2.3** al igual que la **Figura 3.2.2** muestra la validación para el efecto de la temperatura del baño, pero para esferas de 1.23cm de radio inicial, mientras que las demás condiciones permanecen inalterables. En la **Figura 3.2.3** se observa que el comportamiento de las curvas obtenidas por el modelo es similar al que se obtuvo de la experimentación, el incremento en la temperatura del baño hace que el radio máximo alcanzado sea menor, decrementando además los

tiempos de coraza y de fusión. En todos los casos se observa que las simulaciones tienen un incremento mucho más pronunciado en el radio alcanzando también un radio máximo mayor, en cuanto al tiempo de coraza se observa que es muy parecido el obtenido experimentalmente al que se predice, obteniéndose una diferencia de 0.5, 0.1 y 0.49 segundos para 700°C, 730°C y 770°C de temperatura del baño respectivamente, mientras que los tiempos de fusión no son tan concordantes, disminuyendo la diferencia conforme se incrementa la temperatura del baño.

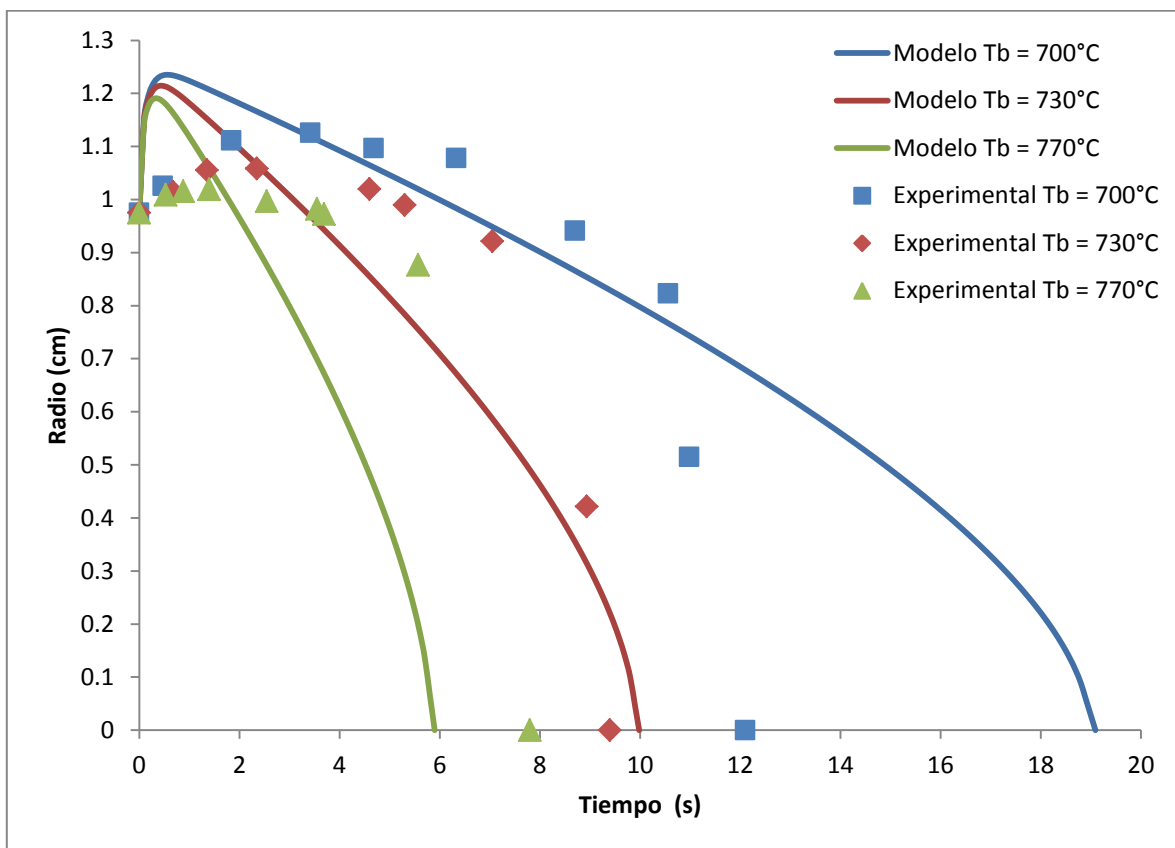


Figura 3.2.2.- Validación del modelo para el efecto de la temperatura del baño, para esferas de radio inicial 0.975cm, inmersas a 25°C en un baño líquido, con convección natural.

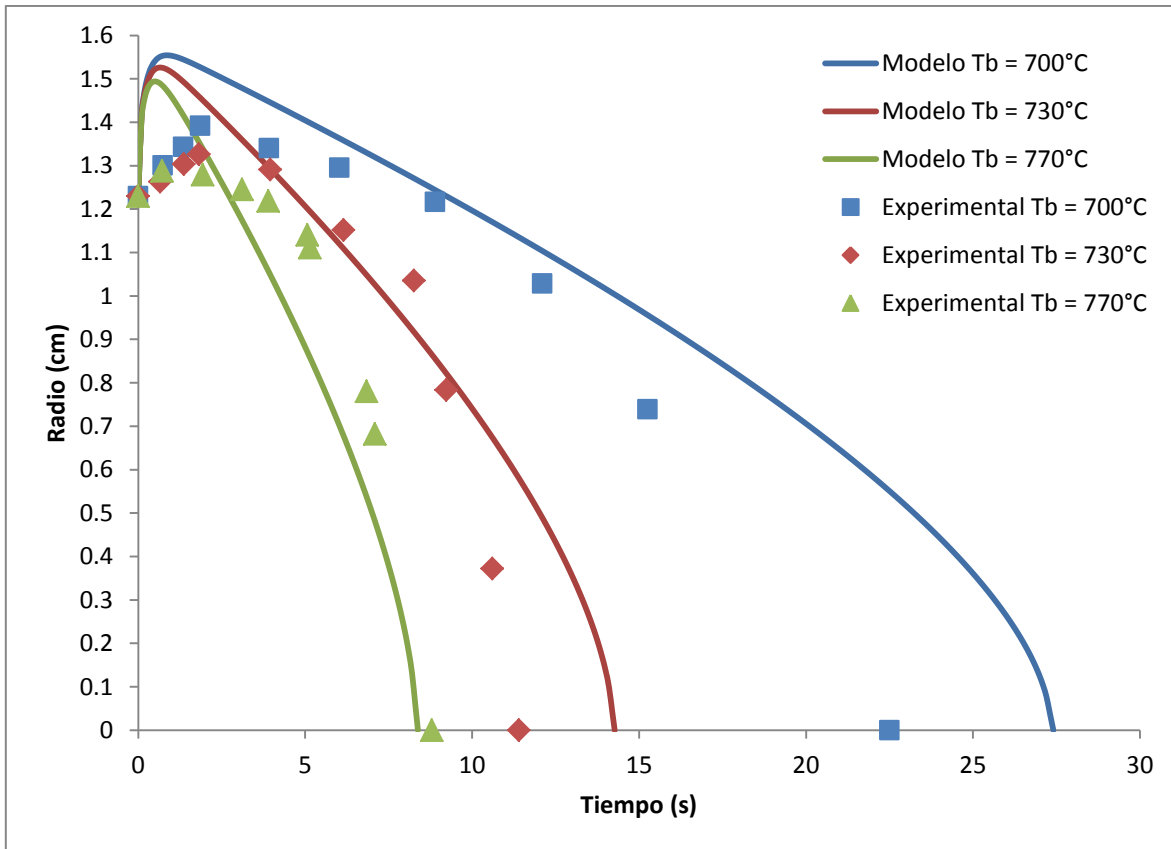


Figura 3.2.3.- Validación del modelo para el efecto de la temperatura del baño, para esferas de radio inicial 1.23cm, inmersas a 25°C en un baño líquido, con convección natural.

Para validar el modelo con el efecto del radio inicial de partícula se usaron los datos experimentales presentados en la **Sección 3.1.3** en los cuales se compara el efecto del radio inicial en partículas inmersas a 25°C en un baño a 700°C con convección natural, este efecto se presenta en la **Figura 3.2.4**. Se observa que el comportamiento simulado es el esperado, un incremento en el radio inicial hace que la curva se desplace hacia arriba, incrementándose el radio máximo, así como el tiempo de coraza y el tiempo de fusión. Se observa que el comportamiento de los datos experimentales es muy similar, nuevamente el radio máximo alcanzado experimentalmente es menor, pero el tiempo de coraza es muy similar, mientras que el tiempo de fusión no lo es tanto, pero la tendencia es la misma.

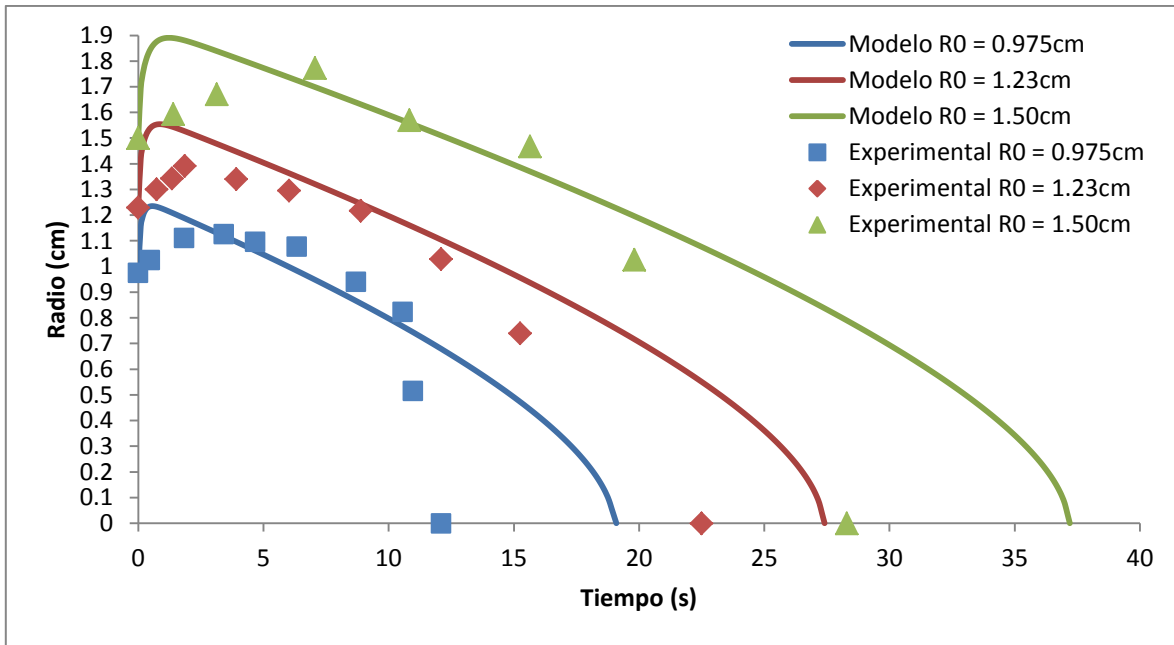


Figura 3.2.4.- Validación del modelo para el efecto del radio inicial de partícula, para partículas esféricas, inmersas a 25°C en un baño a 700°C, con convección natural.

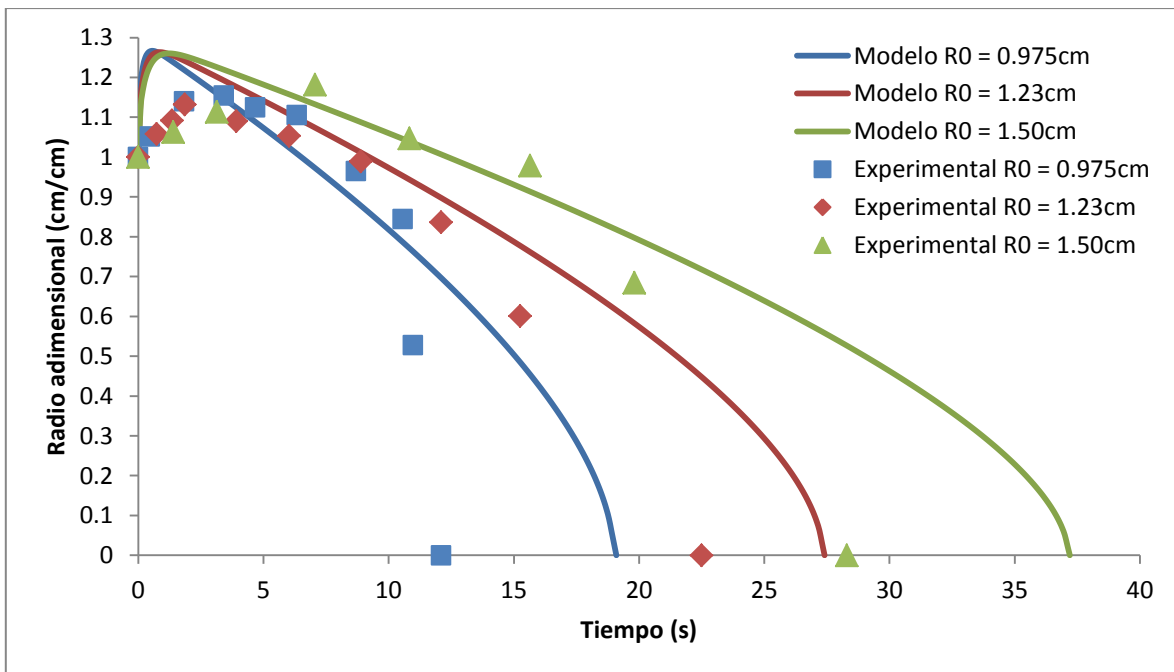


Figura 3.2.5.- Validación del modelo para el efecto del radio inicial de partícula, mostrando el radio adimensional contra el tiempo, para partículas esféricas, inmersas a 25°C en un baño a 700°C, con convección natural.

Con el fin de visualizar correctamente el efecto del radio se decidió visualizar el radio adimensional contra el tiempo durante la fusión, la **Figura 3.2.5** muestra que cuando el radio inicial es menor, el crecimiento del radio adimensional es más rápido y se alcanza un radio adimensional mayor, aunque por ser valores tan cercanos de radio no se ve tan pronunciado este efecto, este comportamiento también fue observado experimentalmente, aunque en el modelo es más fácil de visualizar.

En cuanto al efecto de la temperatura inicial de la partícula, se corrieron simulaciones con partículas de 1.23cm de radio inicial, inmersas en un baño líquido a 700°C, con convección natural. Las temperaturas iniciales seleccionadas corresponden a las que se analizaron experimentalmente (**Tabla 2.1.2**). Al validar el modelo (**Figura 3.2.6**) se puede ver que la tendencia es la misma en la experimentación y el modelo, un incremento en la temperatura de la partícula hace que disminuya el radio máximo, así como el tiempo de coraza y el tiempo de fusión, dando curvas prácticamente paralelas. En todos los casos el radio máximo experimental es menor al simulado, mientras que en tiempos de coraza empatan de manera adecuada. El tiempo de fusión da menor en todos los experimentos al simulado. También se observa que el efecto de precalentar las partículas es pequeño en general, dando cercanos los valores de radio máximo, tiempo de coraza y tiempo de fusión.

Finalmente, el último efecto que falta por validar es el del tipo de convección que se presenta en la fusión. Para ello se simuló un caso con convección natural y uno con convección forzada, simulando la fusión de partículas esféricas de aluminio puro de radio inicial 1.23cm, inmersas con una temperatura inicial de 25°C en un baño de aluminio puro fundido a 700°C, para el caso de la convección forzada se simuló con una velocidad en el baño de 0.1m/s. La **Figura 3.2.7** presenta la validación del modelo para el tipo de convección que presenta el baño, se observa que se respeta la tendencia observada experimentalmente, en el caso de la convección forzada el radio crece más rápido y su máximo valor es también más

grande, y cuando decrece lo hace mucho más rápidamente. Los radios máximos alcanzados en la simulación nuevamente son superiores a lo experimentales, mientras que los tiempos de coraza experimentales y simulados son casi idénticos. Nuevamente se presenta una diferencia en los tiempos de fusión, pero la forma general y la tendencia de las curvas es muy similar entre los puntos experimentales y los resultados del modelo matemático.

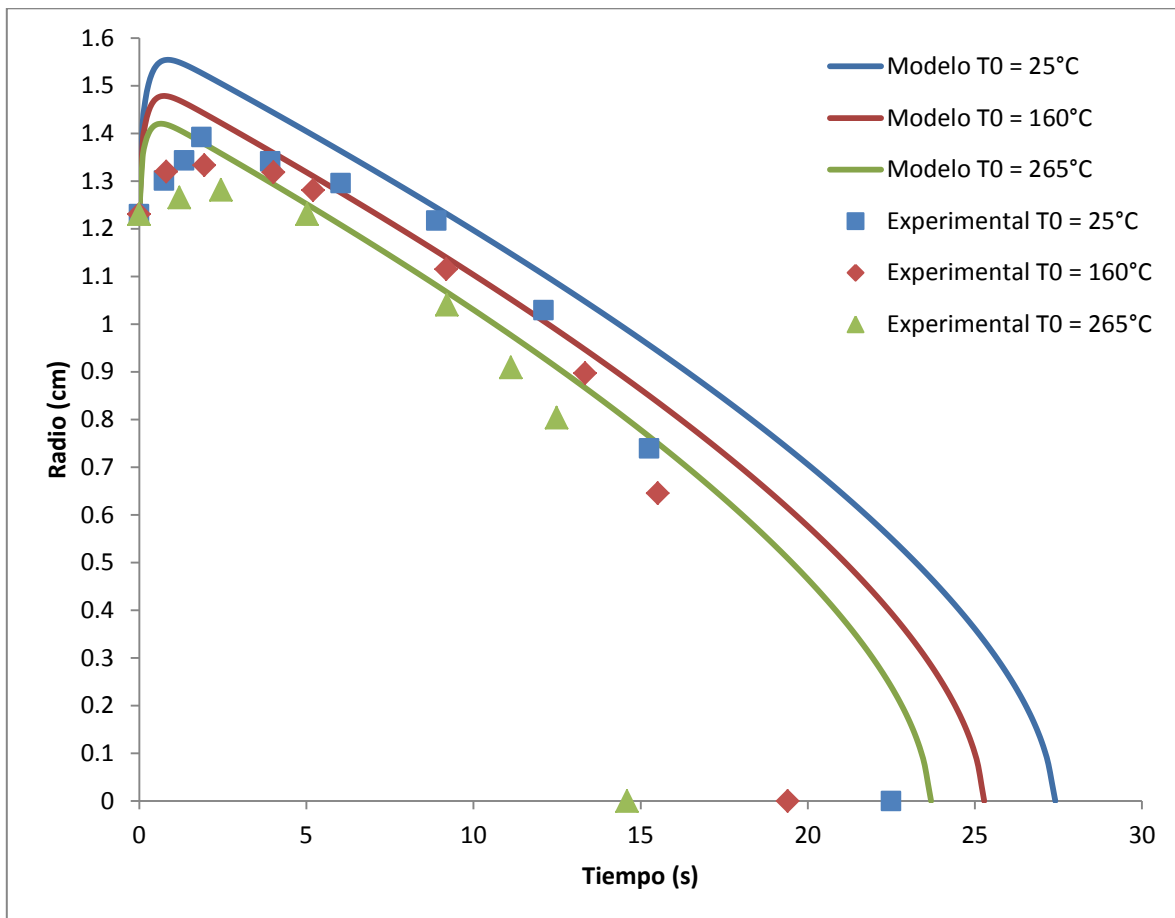


Figura 3.2.6.- Validación del modelo para el efecto de la temperatura inicial de partícula, para esferas de radio inicial 1.23cm, inmersas en un baño líquido a 700°C, con convección natural.

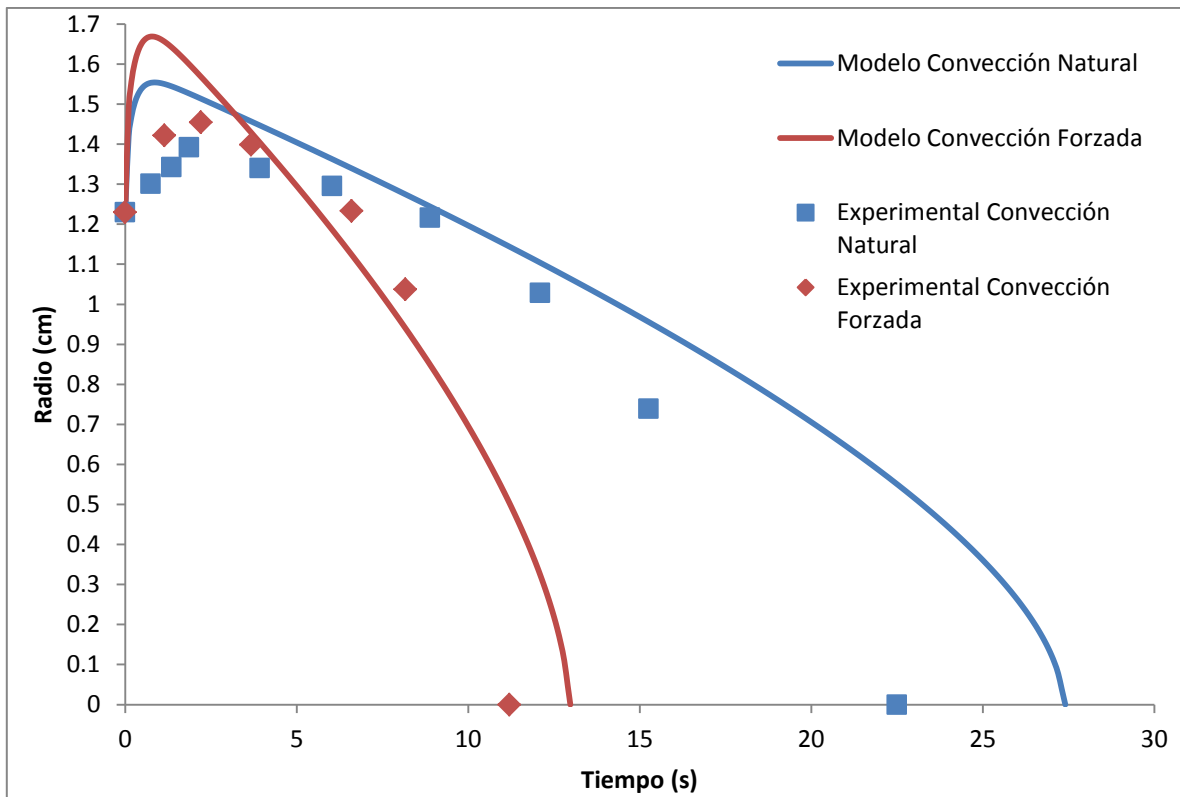


Figura 3.2.7.- Validación del modelo para el efecto del coeficiente de transferencia de calor por convección, para esferas de radio inicial 1.23cm, a una temperatura inicial de 25°C, inmersas en un baño líquido a 700°C.

Se observa que en todos los casos las tendencias obtenidas y la forma de las curvas generadas por los puntos experimentados y las obtenidas por las simulaciones son muy similares, además de que se obtienen buenas concordancia entre simulaciones y mediciones en cuanto a radio máximo, tiempo de coraza y tiempo de fusión en menor o mayor grado dependiendo del experimento simulado.

Hay que considerar que la experimentación implica un cierto grado de error, ya sea por el equipo utilizado o por el error que se pueda presentar durante cada prueba, además de que el modelo matemático es una representación de la realidad e implica el uso de suposiciones que producen en menor o mayor medida un error con respecto al proceso real. Sin embargo, el resultado obtenido del modelo es satisfactorio, ya que presenta las mismas tendencias que presenta la

experimentación y se observa que es muy consistente, es decir, que el modelo representa una misma tendencia para el crecimiento del radio y que siempre se obtiene un radio mayor al medido experimentalmente, y durante la disminución siempre se observa una curva que va incrementando de pendiente conforme la partícula se reduce de tamaño. El modelo es, pues, una buena aproximación al proceso.

Finalmente cabe recalcar que el modelo aún se puede afinar más si se relajan suposiciones adicionales, como por ejemplo que la temperatura del baño no es afectada por la fusión de la partícula o el hecho de que en la frontera sólido – líquido la temperatura sea siempre la temperatura de fusión. Esta y otras suposiciones alejan al modelo de la realidad, pero nuevamente se debe enfatizar que el resultado obtenido es bastante satisfactorio.

3.2.3.- Análisis de proceso con el modelo matemático.

Una vez validado el modelo matemático se decidió usarlo para realizar un análisis del proceso de fusión de una partícula esférica de aluminio puro en un baño líquido del mismo material, sobre todo por la complicación experimental que supone la agitación del baño y el aumento de la temperatura inicial de las partículas. Por ello se hizo un diseño de experimento que permite ver los efectos de las cuatro variables de proceso; radio inicial de partícula, temperatura inicial de partícula, temperatura del baño y el tipo de convección en el baño; cada una con dos niveles, lo cual dio un total de 16 procesos simulados, la **Tabla 3.2.1** presenta la matriz de proceso que se llevó a cabo. En el caso de la convección forzada siempre se consideró que el baño se mueve a una velocidad de 0.1 m/s.

En la **Figura 3.2.8** se presentan todas las simulaciones que se realizaron, de las cuales se midieron las variables respuesta, debido a lo complicado que es analizar

el efecto por medio de las gráficas. Como variables respuesta del modelo se tiene el radio máximo, el tiempo de coraza, el tiempo de fusión y se añadió el cálculo de la energía necesaria para fundir la partícula y para fundir una tonelada de metal bajo cada una de las condiciones. Los resultados se presentan en la **Tabla 3.2.2** en la cual se decidió añadir el radio adimensional máximo debido a que se usan dos radios distintos en las simulaciones.

Tabla 3.2.1.- *Diseño de experimentos para el análisis de proceso con ayuda del modelo matemático desarrollado.*

Simulación n	Radio inicial de la partícula (cm)	Temperatura inicial de la partícula (°C)	Temperatura del baño (°C)	Tipo de convección n
1	1	25	700	Natural
2	0.5	25	700	Natural
3	1	400	700	Natural
4	0.5	400	700	Natural
5	1	25	800	Natural
6	0.5	25	800	Natural
7	1	400	800	Natural
8	0.5	400	800	Natural
9	1	25	700	Forzada
10	0.5	25	700	Forzada
11	1	400	700	Forzada
12	0.5	400	700	Forzada
13	1	25	800	Forzada
14	0.5	25	800	Forzada
15	1	400	800	Forzada
16	0.5	400	800	Forzada

Con el fin de visualizar los efectos de cada variable se obtuvieron graficas cuantitativas del efecto de cada una de las variables. La **Figura 3.2.9** presenta el radio adimensional máximo para cada una de las condiciones simuladas. Si comparamos el efecto de la convección primeramente, se observa que aquellas partículas fundidas bajo convección forzada obtienen un mayor radio adimensional que sus símiles fundidos bajo convección natural. Si observamos el efecto que tiene la temperatura del baño, se observa que las que se funden en un baño a mayor temperatura desarrollan un radio adimensional menor que aquellas que se funden a temperaturas de baño menores. En cuanto al efecto del precalentamiento se puede visualizar que las esferas que se funden a mayores temperaturas presentan un radio máximo adimensional menor, debido a que se abate la diferencia de temperaturas entre la esfera y el baño, reduciéndose así el choque térmico. Finalmente la variable que tiene menor efecto es el radio inicial de la partícula, pero se observa que un menor radio inicial obtiene un mayor radio adimensional durante el proceso.

La **Figura 3.2.10** presenta los tiempos de coraza que se obtiene bajo cada condición que se utilizó en el modelo. Primeramente se observa que la convección tiene un efecto muy fuerte en el tiempo de coraza disminuyéndolo notablemente, aun cuando la coraza formada es de mayores dimensiones como se ve en la **Figura 3.2.9**, lo cual implica que hay una mayor transferencia de calor entre el sólido y el baño líquido. Un incremento en la temperatura del baño también muestra reducir de manera notable el tiempo de coraza. El precalentamiento de partícula y el reducir el radio también reducen el tiempo que tarda en fundirse la coraza sólida formada.

Tabla 3.2.2.- Resultados del modelo matemático para el análisis de proceso.

Simulación	Radio Máximo (cm)	Radio Máximo Adimensional (cm/cm)	Tiempo de coraza (s)	Tiempo de fusión (s)	Energía para fundir una partícula (J)	Energía para fundir una tonelada de metal (KWh)
1	1.266	1.266	6.760	19.771	4174.572	102.601
2	0.637	1.274	2.290	6.409	495.884	97.501
3	1.097	1.097	2.580	15.593	4338.987	106.642
4	0.551	1.101	0.860	4.986	536.233	105.434
5	1.205	1.205	1.490	4.563	4198.911	103.199
6	0.612	1.224	0.520	1.543	494.976	97.322
7	1.062	1.062	0.570	3.644	4330.497	106.433
8	0.536	1.071	0.200	1.210	532.334	104.668
9	1.362	1.362	4.090	9.360	4040.819	99.313
10	0.689	1.378	1.380	3.105	450.043	88.488
11	1.122	1.122	1.490	6.751	4308.129	105.883
12	0.565	1.130	0.500	2.223	527.103	103.639
13	1.263	1.263	1.110	2.606	4084.210	100.380
14	0.646	1.292	0.380	0.868	452.494	88.969
15	1.072	1.072	0.390	1.903	4302.458	105.744
16	0.542	1.084	0.130	0.624	520.720	102.384

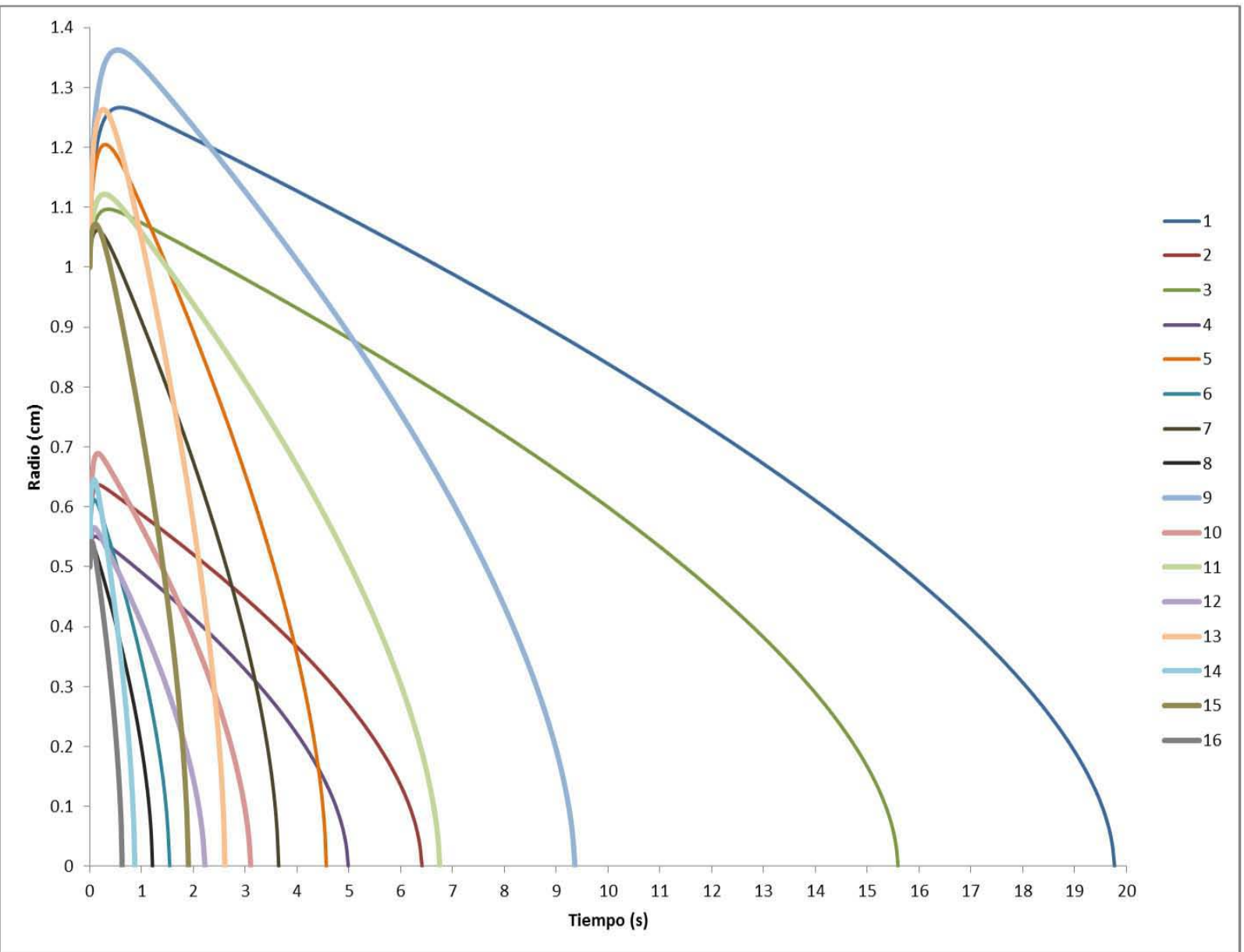


Figura 3.2.8. - Evolución del radio durante el proceso de fusión para cada una de las condiciones descritas en la Tabla 3.2.1.

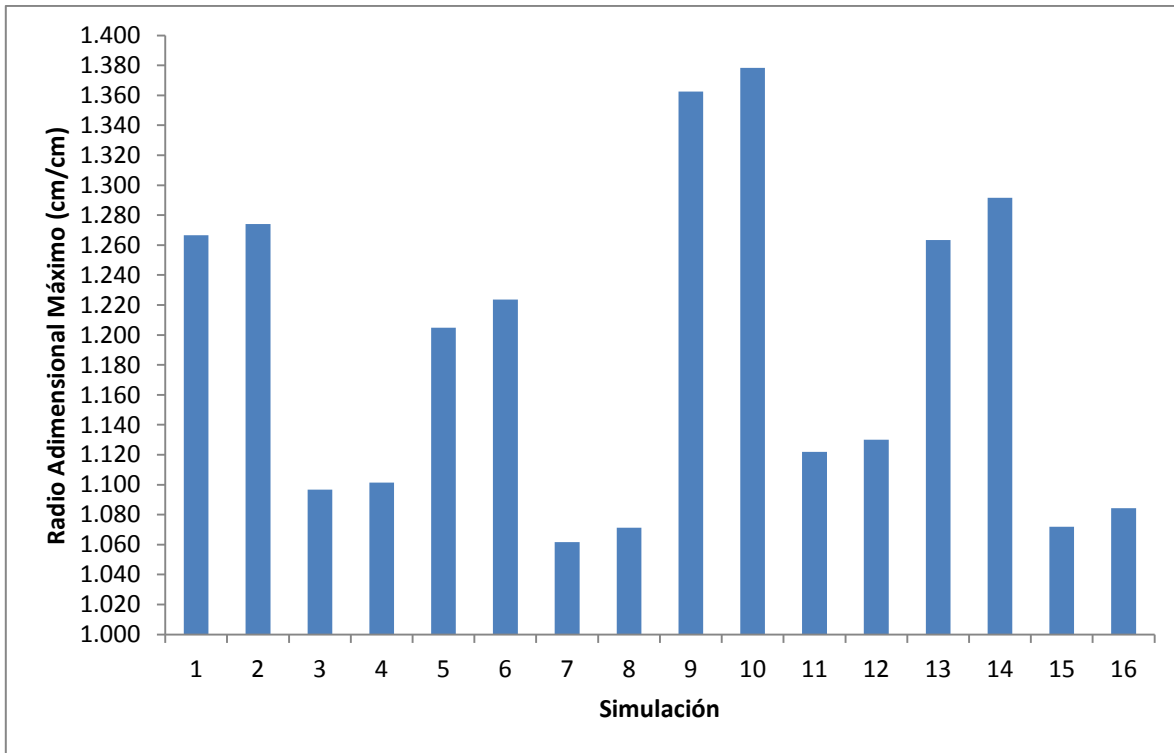


Figura 3.2.9.- Radio máximo adimensional obtenido en cada una de las simulaciones.

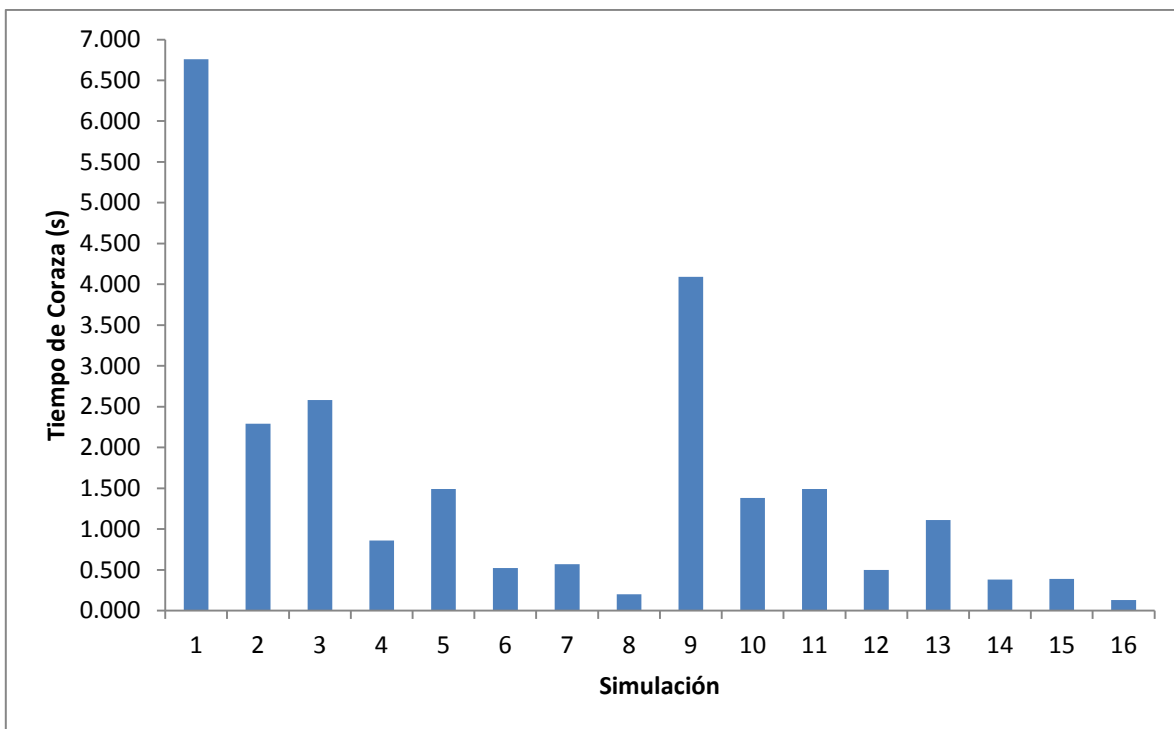


Figura 3.2.10.- Tiempo de coraza obtenido en cada una de las simulaciones.

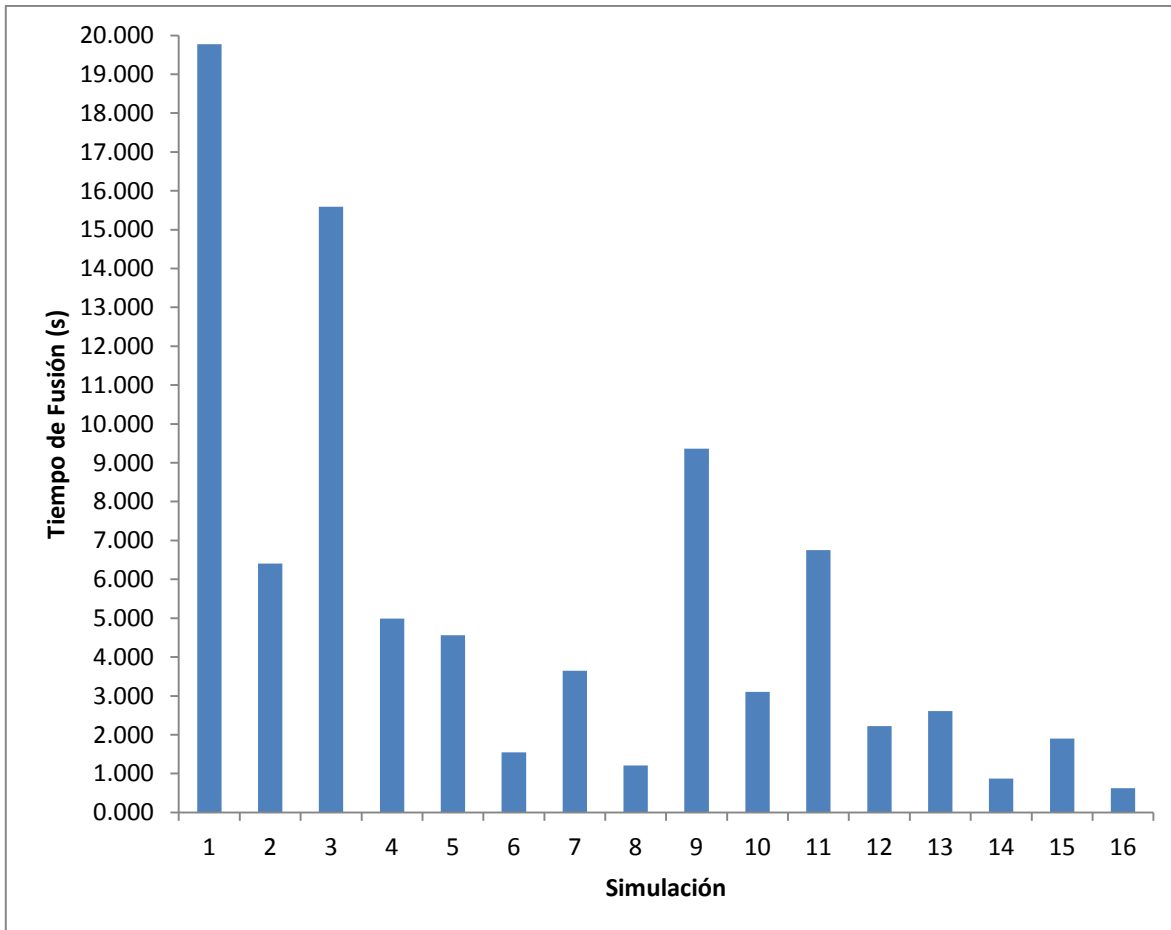


Figura 3.2.11.- Tiempo de fusión obtenido en cada una de las simulaciones.

Los efectos que se observan en el tiempo de fusión (**Figura 3.2.11**) son muy similares a los que se observan en el tiempo de coraza, sin embargo aquí el precalentamiento de partícula no tiene un efecto verdaderamente fuerte, esto se debe a que la temperatura inicial de la partícula solo afecta el transporte de energía durante el principio del proceso, es decir, solo hasta que la esfera alcance la temperatura de fusión, tras lo cual precalentar la partícula ya no tiene efecto en el resto de la fusión, entonces la reducción en el tiempo de fusión se debe a que se forma una coraza de menor dimensión. Esto no sucede con el radio inicial, la temperatura del baño y la convección las cuales alteran la totalidad del proceso y afectan de manera clara el tiempo de fusión.

La **Figura 3.2.12** presenta la energía necesaria para fundir una partícula individual bajo las condiciones mostradas en la **Tabla 3.2.1**. El mayor efecto es sin duda el radio inicial de la partícula gastándose casi 10 veces más energía en fundir las partículas de 1cm de radio comparadas con las que solo poseen 0.5cm de radio, pero es debido a que la masa de metal que se debe fundir es mucho mayor ya que pasa de 11.3 gramos a solo 1.4 gramos. El segundo efecto en importancia es la convección reduciendo ligeramente la energía necesaria para fundir las partículas, es importante señalar que en este análisis solo se está cuantificando la energía utilizada en la fusión de la partícula, así que la energía para mantener una agitación en el baño metálico no se considera. El siguiente efecto es el precalentamiento de la partícula, el cual incrementa la energía necesaria para la fusión, debido a que no se solidifica una coraza tan grande alrededor de la esfera que es un proceso exotérmico, mientras que la fusión de la coraza y la esfera son endotérmicas, es por ello que el precalentamiento afecta negativamente, y eso sin considerar la energía necesaria para precalentar las esfera. Finalmente la temperatura del baño es la variable que menos afecta incrementando ligeramente el gasto energético, debido a que la energía transferida del baño a la partícula es prácticamente la misma, sin embargo no se está cuantificando la energía necesaria para mantener el baño a determinada temperatura, lo cual incrementaría sustancialmente la energía necesaria requerida para baños a alta temperatura. Se requeriría un análisis más profundo para cuantificar las fuentes de gasto energético que no se han considerado, pero que son importantes para el proceso a nivel industrial.

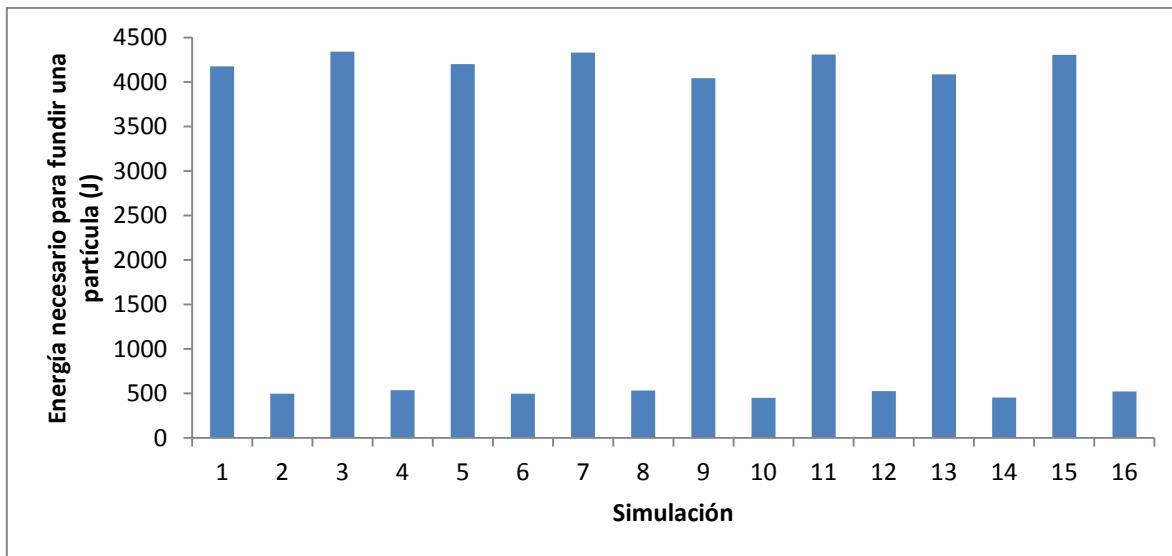


Figura 3.2.12.- Energía necesaria para fundir la partícula obtenida en cada una de las simulaciones.

Para cuantificar verdaderamente el efecto del radio inicial de la partícula se hizo la gráfica de la energía necesaria para fundir una tonelada de metal bajo las condiciones que se presentan en las simulaciones (**Figura 3.1.13**) no se están considerando las posibles interacciones entre las partículas sino solamente cuantificando la energía que se requeriría bajo las suposiciones del modelo. En este caso el efecto de la agitación del baño (convección), la temperatura inicial de partícula y la temperatura del baño son similares a los observados en cada partícula individual (**Figura 3.1.12**). Pero en el caso del efecto del radio inicial se observa que se reduce sustancialmente la diferencia entre la energía para partículas grandes y pequeñas, aunque sigue siendo menor la energía requerida para fundir una tonelada de partículas pequeñas que para una tonelada de partículas grandes. Esto se debe a que la cantidad de material solidificado es menor en partículas pequeñas, mientras que un incremento en la partícula de mayor dimensión implica la solidificación de mayores masas de metal, ya que un incremento en el radio implica que se incrementa el volumen de la partícula de manera considerable. De la misma manera se observa que cuando las esferas están precalentadas la diferencia entre la energía necesaria para fundir una tonelada de material es menor entre las esferas pequeñas y grandes, debido a

que la coraza que se forma es menor y por ello afecta en menor manera la energía que se gasta en el proceso.

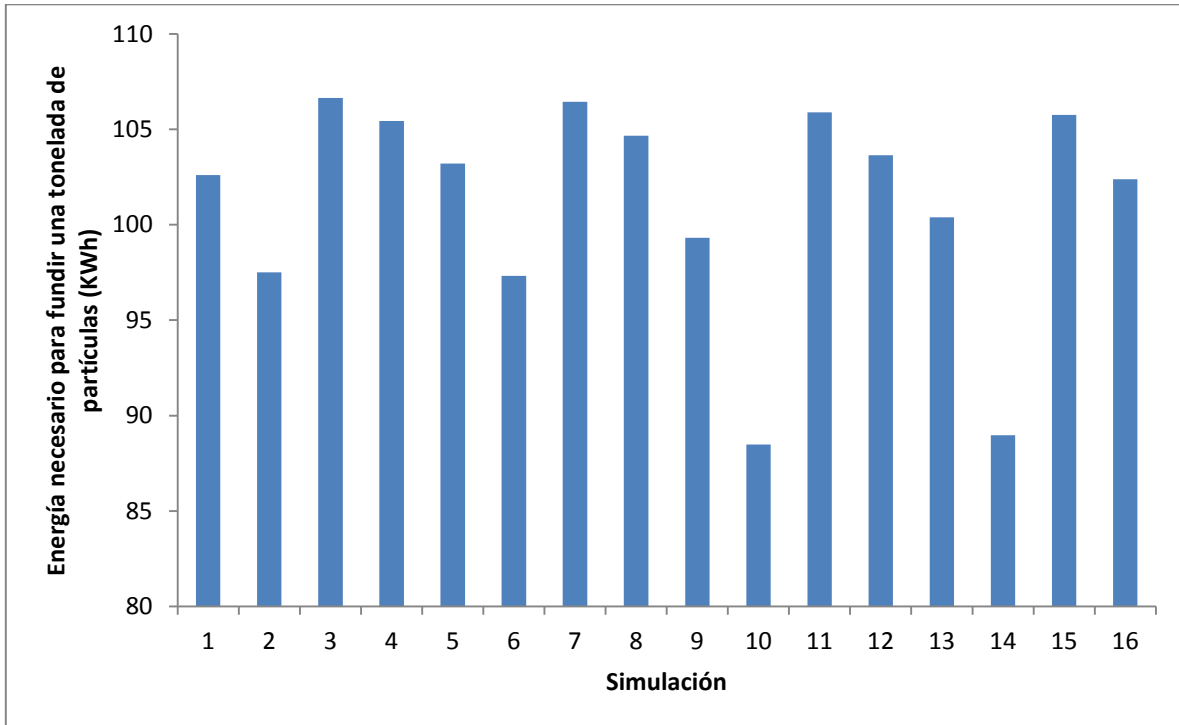


Figura 3.2.13.- Energía necesaria para fundir una tonelada de partículas obtenida en cada una de las simulaciones.

Se decidió hacer un análisis de varianza para el diseño factorial 2^4 que se realizó con el modelo matemático, para esto se consideraron como variables de importancia el tiempo de fusión y la energía consumida por unidad de masa. Primeramente se definen los factores que se consideraron de la siguiente manera:

$R \equiv$ radio inicial de la partícula

con niveles $r_0 = 0.5\text{cm}$ y $r_1 = 1.0\text{cm}$.

$T \equiv$ temperatura inicial de la partícula

con niveles $t_0 = 25^\circ\text{C}$ y $t_1 = 400^\circ\text{C}$.

$B \equiv$ temperatura del baño líquido

con niveles $b_0 = 700^\circ\text{C}$ y $b_1 = 800^\circ\text{C}$.

$C \equiv$ efecto de la convección entre el baño y la partícula sólida

con niveles $c_0 =$ convección natural y $c_1 =$ convección forzada.

La **Tabla 3.2.3** presenta los resultados del análisis de varianza para el tiempo de fusión de la esfera de aluminio puro, y la **Tabla 3.2.4** presenta los resultados del análisis de varianza para el efecto de las variables en la energía consumida por unidad de masa, que para este caso se decidió hacer en KWh requeridos por cada tonelada de metal que se funda bajo las suposiciones del modelo.

Tabla 3.2.3.- Análisis de varianza para el diseño factorial efectuado con el modelo matemático, midiendo el efecto de las variables en el tiempo de fusión (s).

Factor	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrados Medios	Efectos Medios
R	116.7693	1	116.7693	5.4030
T	7.9691	1	7.9691	-1.4115
B	164.0693	1	164.0693	-6.4045
C	57.2959	1	57.2959	-3.7847
RT	1.9088	1	1.9088	-0.6908
RB	43.1705	1	43.1705	-3.2852
RC	15.2515	1	15.2515	-1.9527
TB	2.9684	1	2.9684	0.8615
TC	0.3647	1	0.3647	0.3020
BC	25.9108	1	25.9108	2.5451
RTB	0.7389	1	0.7389	0.4298
RTC	0.0837	1	0.0837	0.1447
RBC	7.2195	1	7.2195	1.3435
TBC	0.2033	1	0.2033	-0.2255
RTBC	0.0506	1	0.0506	-0.1125
Error	0.0000	0		
Total	443.9746	15		

Tabla 3.2.4.- Análisis de varianza para el diseño factorial efectuado con el modelo matemático, midiendo el efecto de las variables en la energía consumida (KWh) por tonelada de metal fundido.

Factor	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	Cuadrados Medios	Efectos Medios
R	109.1436	1	109.1436	5.2236
T	248.4840	1	248.4840	7.8817
B	0.0101	1	0.0101	-0.0502
C	52.5576	1	52.5576	-3.6248
RT	37.9331	1	37.9331	-3.0795
RB	0.5757	1	0.5757	0.3794
RC	12.0596	1	12.0596	1.7363
TB	1.1759	1	1.1759	-0.5422
TC	20.1290	1	20.1290	2.2433
BC	0.0315	1	0.0315	0.0887
RTB	0.0061	1	0.0061	0.0390
RTC	4.6532	1	4.6532	-1.0786
RBC	0.0084	1	0.0084	0.0457
TBC	0.1498	1	0.1498	-0.1935
RTBC	0.0352	1	0.0352	0.0938
Error	0.0000	0		
Total	486.9526	15		

Lo primero que hay que señalar es que al no haber replicas en los resultados no hay suficientes grados de libertad para calcular la varianza del error, sin embargo, se obtiene suficiente información para calcular los resultados de cada factor y de las interacciones que se producen entre ellos. Primeramente, en cuanto al tiempo de fusión el efecto de las variables individuales es más fuerte que las interacciones de las variables, tal como se observa gráficamente en la **Figura 3.2.14** en la cual se presentan los efectos medios de los factores e interacciones para el tiempo de fusión. Se observa que hay interacciones que parecen fuertes,

como el caso del radio con la temperatura del baño o de esta última con el coeficiente de transferencia de calor por convección, sin embargo, su efecto es en realidad bajo y no se pueden considerar interacciones fuertes, esto se constata con el valor obtenido de los cuadrados medios para las interacciones (**Tabla 3.2.3**) que en general son menores que los de las variables por sí mismas. Por ejemplo incrementar el radio hace que el tiempo de fusión medio se incremente en 5.4030 segundos, mientras que incrementar a temperatura del baño disminuye el tiempo de fusión en 6.4045 segundos, por otra parte la interacción entre el radio y el baño disminuye el tiempo de fusión en solo 3.2852 segundos, que pareciera un valor elevado pero solo se debe a que está considerando el gran efecto que produce la temperatura del baño en el experimento, y si observamos el valor de la suma de cuadrados medios es de solo 43.1705 que es mucho menor a lo que provoca el baño (164.0693) o el radio (116.7693) por sí mismos. Siguiendo con este mismo razonamiento se observa que en general las interacciones presentadas son débiles.

Se observa también (**Figura 3.2.14**) que agregar convección forzada al baño presenta un efecto positivo para el proceso disminuyendo el tiempo de fusión en 3.7847 segundos, que es un decremento bastante aceptable en el tiempo de fusión. Así mismo en la **Figura 3.2.14** se observa que el factor que menos influye es la temperatura inicial de la partícula teniendo solo por efecto el disminuir el tiempo de fusión en 1.4115 segundos, y esta poca influencia se observa tanto individualmente como en las interacciones que involucran a este mismo factor (T), por lo cual se podría considerar fuera de una futura matriz experimental con lo que se pueden agregar más niveles a las otras tres variables estudiando si hay interacciones más fuertes entre estas últimas durante el proceso.

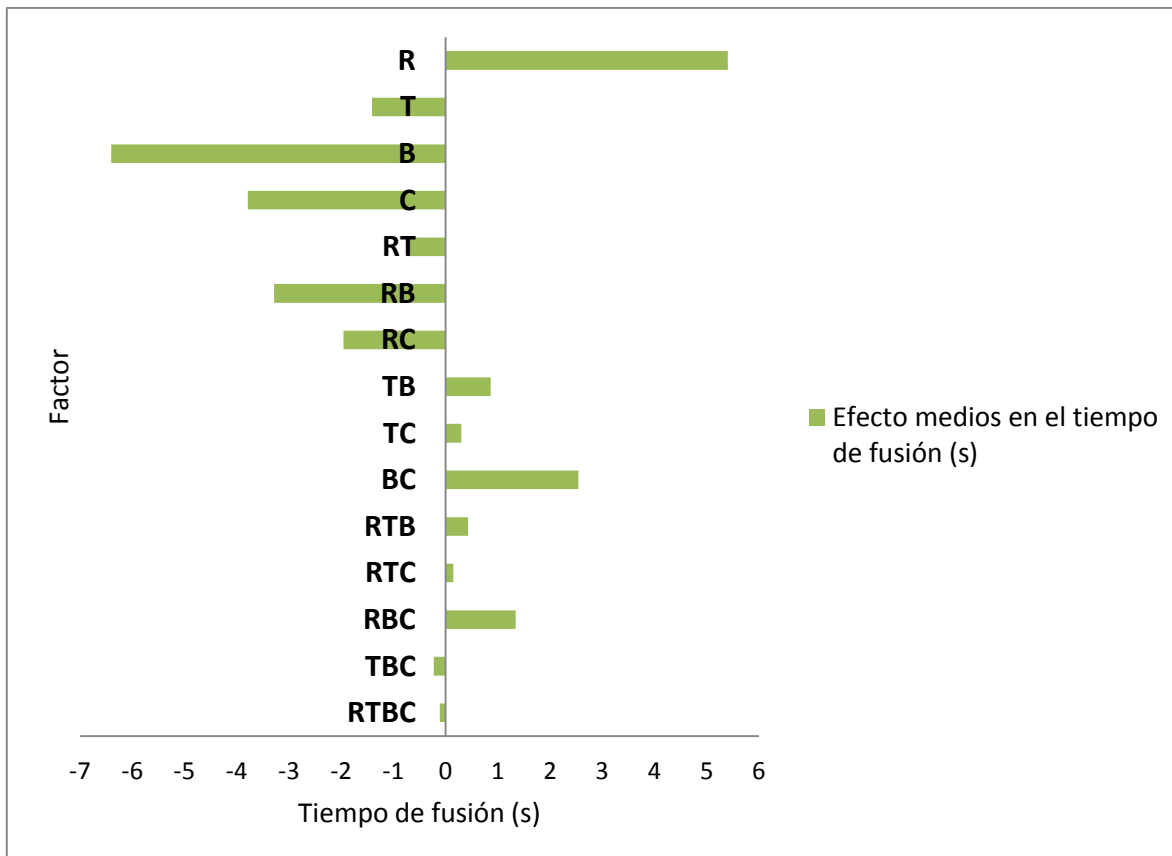


Figura 3.2.14.- Efectos medios de los factores e interacciones en el tiempo de fusión de la partícula.

En cuanto al efecto de las variables en la energía consumida por unidad de masa durante la fusión se observa en la **Tabla 3.2.4** así como en la **Figura 3.2.15** que nuevamente se presentan interacciones cuyo efecto medio es débil en comparación con lo que se presenta por si solo en las variables individuales, lo cual se corrobora al observar los valores de los cuadrados medios. En este caso se observa que la temperatura inicial de partícula presenta un incremento muy grande en la energía requerida para la fusión de la partícula incrementando la misma en 7.8817KWh por cada tonelada de metal que se funda, el radio también implica un efecto muy grande en la energía gastada durante la fusión incrementando en 5.2236KWh/ton el requerimiento energético. La temperatura del baño no parece influir en la energía requerida para la fusión sin embargo hay que recordar que no se considera la que se está utilizando para mantener el baño a

una temperatura más elevada, por ello se realizó un calculo sencillo sin considerar perdidas de calor y se obtiene que se requieren 31.4306KWh/ton para incrementar la temperatura del baño de 700°C a 800°C que es un gasto energético muy importante. Finalmente se observa que incrementar el coeficiente de transferencia de calor por convección entre el baño y la partícula reduce el gasto energético para la fusión de esta última en 3.6248KWh/ton, lo cual es un efecto positivo para el proceso y que debe ser considerado para la mejora del mismo.

Analizando los resultados arrojados por la **Tabla 3.2.4** y la **Figura 3.2.15** se llegan a observaciones similares que en el caso del tiempo de fusión, las interacciones mostradas con estos niveles son débiles, y en el caso de la energía necesaria para fundir las partícula se observa que el menor efecto lo da la temperatura del baño, la cual presenta un muy ligero decremento en la misma que prácticamente se puede despreciar, por lo que para analizar a futuro el proceso se recomienda eliminar el efecto de la temperatura del baño en el caso de que se estudie la energía requerida para fundir las partículas de metal sólido, teniendo en mente que se debe calcular la energía que se requiere para calentar el baño, que como se vio en él calculo sin considerar perdidas de calor es un gasto energético muy grande.

Una vez visto que las interacciones para los niveles estudiados en el modelo son débiles, se decidió analizar más profundamente el efecto de las variables individuales por lo cual se concentraron los efectos de las variables en la **Figura 3.2.16**, en la cual se presentan los efectos medios del radio inicial de partícula, la temperatura inicial de la misma, la temperatura del baño y el coeficiente de transferencia de calor por convección tanto en el tiempo de fusión, como en la energía requerida para fundir una tonelada de metal.

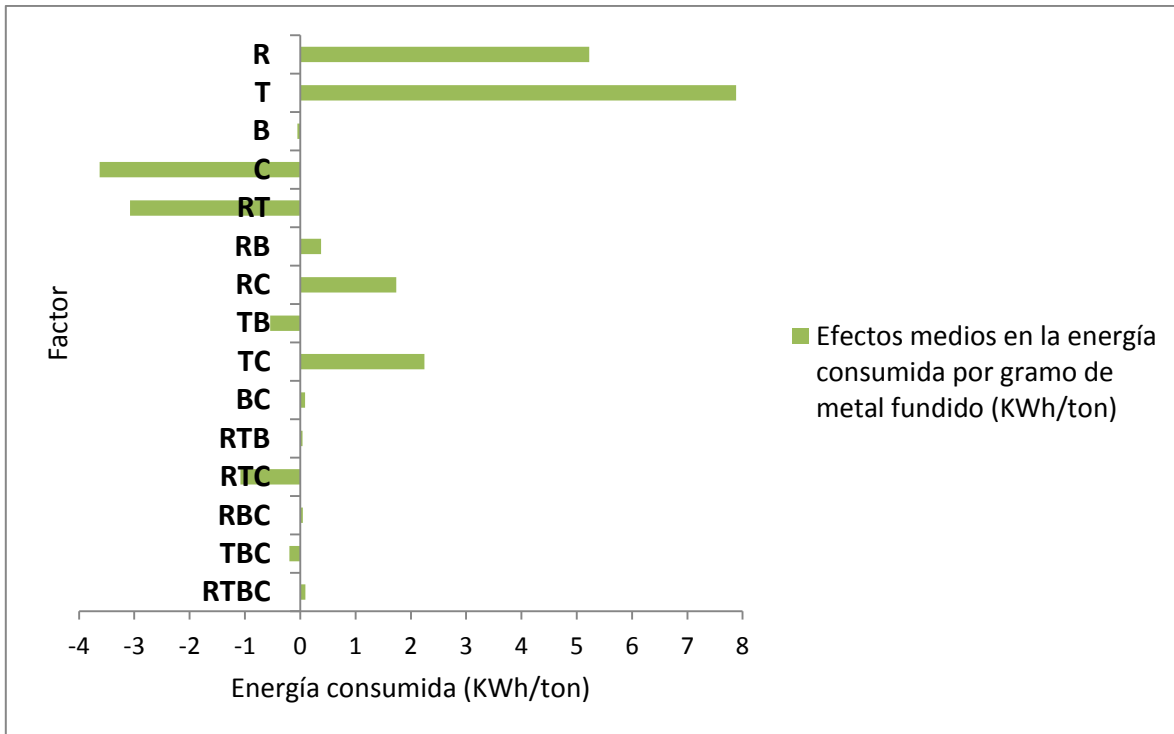


Figura 3.2.15.- Efectos medios de los factores e interacciones en la energía requerida para fundir una tonelada de metal.

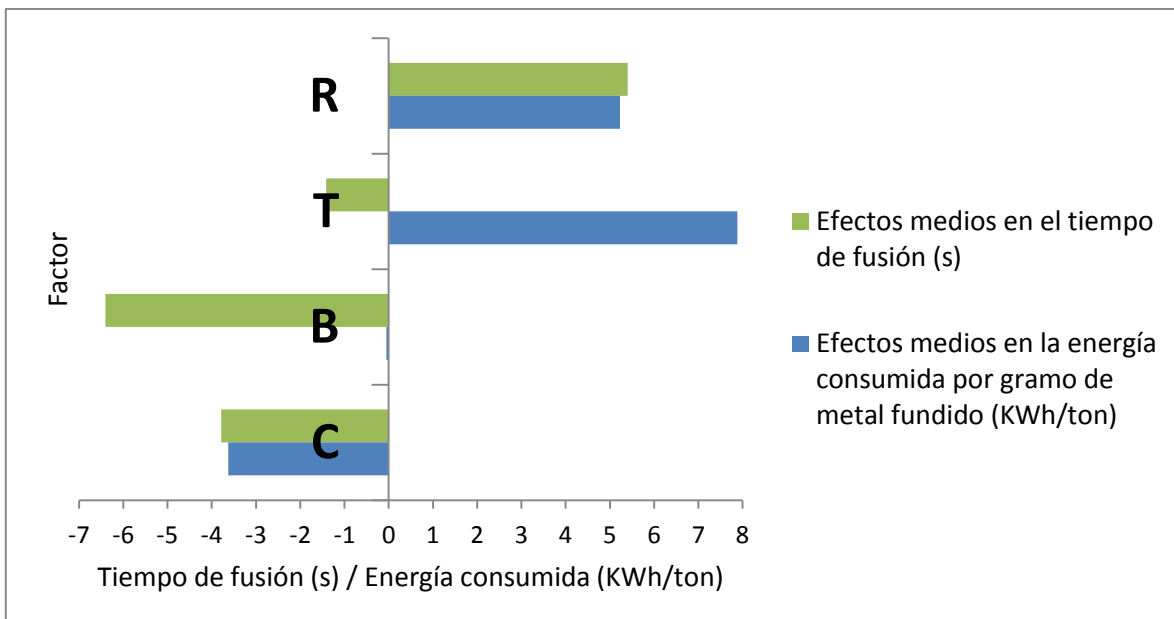


Figura 3.2.16.- Efectos medios de los factores e interacciones en el tiempo de fusión de la partícula y la energía requerida para fundir un gramo de estas.

Al visualizar solo los efectos medios de los factores sin interacciones (**Figura 3.2.16**) se observan cosas muy importantes, primeramente, que incrementar el radio de partícula en el proceso tiene un efecto negativo tanto en el tiempo de fusión como en la energía consumida, por lo cual se recomienda el uso de radios pequeños en la fusión de partículas metálicas en baños de su misma composición. El precalentar las partículas disminuye muy poco el tiempo de fusión y hace que se consuma más energía en la fusión de las mismas, y esto sin considerar la energía requerida para precalentarlas, por lo cual se puede decir que se recomienda introducir las partículas a temperatura ambiente. En cuanto a la temperatura del baño se observa que su efecto es muy grande en cuanto a disminuir el tiempo de fusión (disminuye el mismo en 6.4045 segundos), pero hay que recordar que entre un nivel y otro hay 100°C de diferencia, que implica un gasto energético de 31.4306KWh por cada tonelada de líquido que se calienta, lo cual supera por mucho el efecto de los demás factores. Finalmente el efecto de la convección es muy interesante disminuye el tiempo de fusión en 3.7847 segundos y reduce a su vez la energía requerida durante el proceso en 3.6248KWh/ton, es decir provoca una mejora en ambos casos y eso considerando que en la simulación con convección forzada se usó una velocidad de fluido de 0.1m/s que es una velocidad baja del mismo, por lo cual se espera que incrementar la velocidad implique un efecto aún mayor en ambas variables (tiempo de fusión y consumo energético), lo cual demuestra que la dinámica de fluidos del proceso es la variable a la que se debe prestar más atención si se quiere mejorar el mismo, claro que sin despreciar el efecto de las demás variables estudiadas que llegan a afectar de manera considerable el mismo.

Finalmente se debe mencionar que para un análisis de proceso más profundo se deben estudiar con mayor detalle los efectos de cada una de las variables bajo estudio, incrementando los niveles que se simulan, pero el presente análisis ayuda a comprender de una mejor manera el proceso de fusión de una partícula metálica en baños de su misma composición por medio de los fundamentos de transferencia de calor.

También se debe mencionar que es posible mejorar el modelo presentado relajando algunas suposiciones del mismo que lo alejan de la realidad, aunque el presente modelo ha demostrado ser consistente con los principios de transferencia de calor y ha ayudado a explicar de manera adecuada el proceso de fusión y el efecto de las variables que lo afectan, llegando a conocer de una manera profunda el mismo.

Capítulo 4

Conclusiones

Se desarrolló un sistema experimental que es capaz de medir las historias térmicas, así como el cambio en radio durante el proceso de fusión de una partícula metálica esférica en un baño metálico de su misma composición. Para ello se utilizó aluminio puro durante la experimentación. El sistema experimental mostró ser adecuado para medir la cinética de fusión con buena precisión. Así mismo, se desarrolló un modelo matemático basado en los principios de transferencia de energía que simula el proceso de fusión de una partícula metálica en un baño líquido de su misma composición. El modelo fue razonablemente validado por medio de los resultados experimentales obtenidos durante el presente trabajo, mostrando con esto que el modelo es robusto y que sirva para entender los principios de transferencia de calor que se siguen durante el proceso de fusión.

Y como objetivo último, se realizó un análisis de proceso que permitió verificar el efecto de la temperatura inicial de la partícula metálica, el radio inicial de la misma, la temperatura del baño y el coeficiente de transferencia de calor por convección durante el proceso de fusión de una partícula esférica de aluminio puro en un baño líquido de su misma composición, llegando a las siguientes conclusiones:

- I. Incrementar la temperatura inicial de la partícula disminuye el radio máximo obtenido, el tiempo de coraza y el tiempo de fusión, sin embargo energéticamente no supone una mejora considerable gastándose prácticamente la misma e inclusive un poco más de energía de la que se gasta si no se incrementa la temperatura de partícula, además, la energía requerida para calentar las partículas representa un gasto energético considerable.

- II. Incrementar el radio inicial de la partícula implica que se obtienen radios mayores de coraza, y mayores tiempos de fusión y de coraza. También un aumento en radio implica un incremento en la energía consumida por lo que para fundir una misma masa es preferible fundir partículas de menor radio.

- III. En cuanto a la temperatura del baño, incrementarla implica disminuir el radio máximo alcanzado por la partícula, así como disminuir considerablemente tiempos de fusión y de coraza. Y el gasto energético muestra que prácticamente no se ve afectado la cantidad de calor transferido del baño a la partícula sólida por la temperatura que presente el baño, sin embargo, la energía requerida para incrementar la temperatura del baño es muy grande, llegando a ser un gasto energético mucho mayor que el presentado por el resto de las variables en el proceso.

- IV. El coeficiente de transferencia de calor por convección es la variable que muestra un mayor efecto en la fusión de partículas metálicas en baños de su misma composición, agregar agitación al baño implica que el radio alcanzado será mayor, pero disminuye de manera considerable los tiempos de coraza y de fusión. Energéticamente presenta una mejora produciendo una pequeña disminución en el consumo energético.

Del análisis de proceso se constató que la dinámica de fluidos del baño es el parámetro más importante a controlar durante la fusión de una partícula metálica en baños de su misma composición. Se recomienda realizar un análisis más extenso del efecto de este factor, estudiando el mejor tipo de agitación ya sea neumática o mecánica, así como relajar las suposiciones del modelo para trabajos futuros.

Apéndice A

Diagramas de Flujo del Modelo Matemático

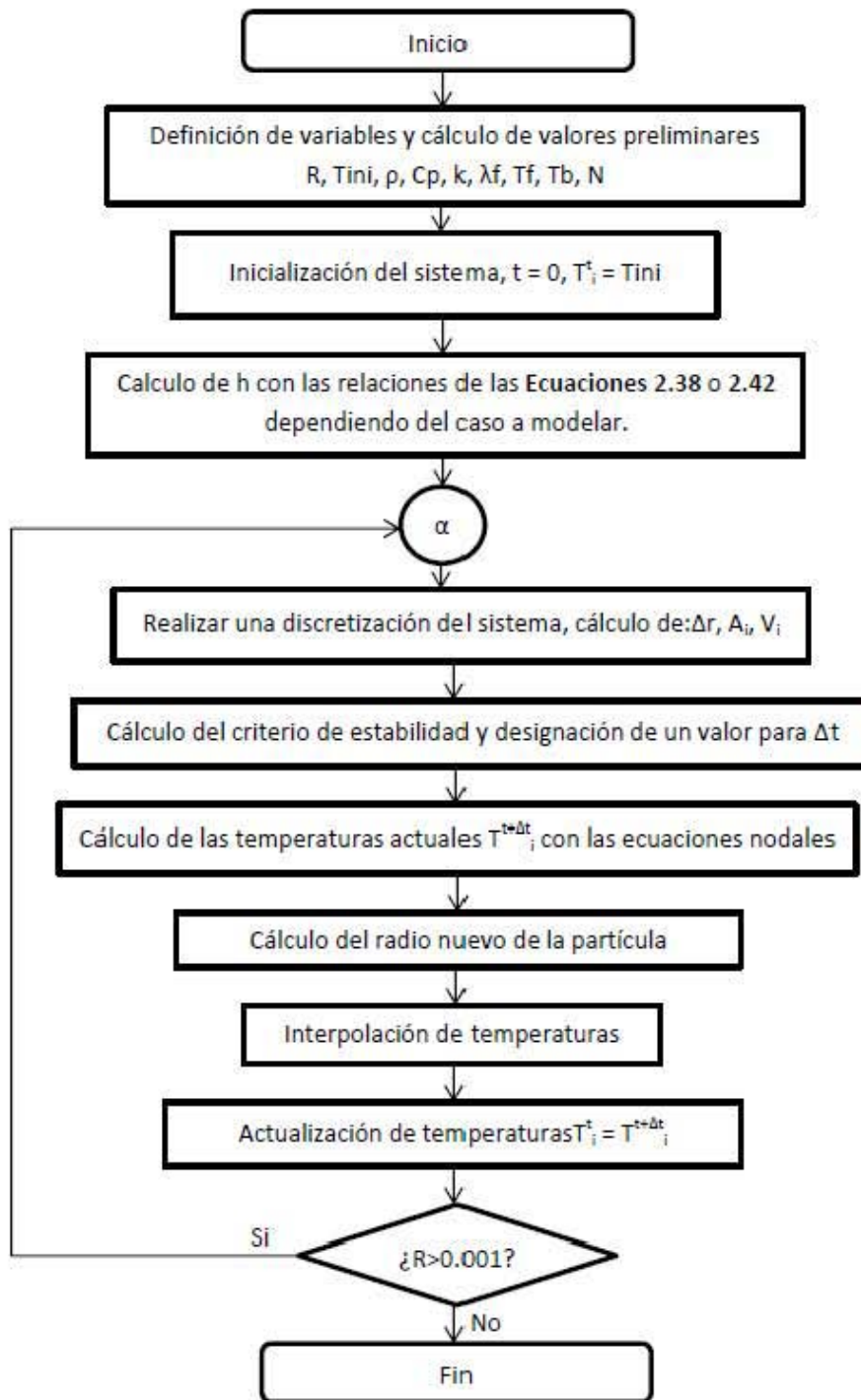


Figura A.1.- Diagrama de flujo del modelo con propiedades constantes y h constante.

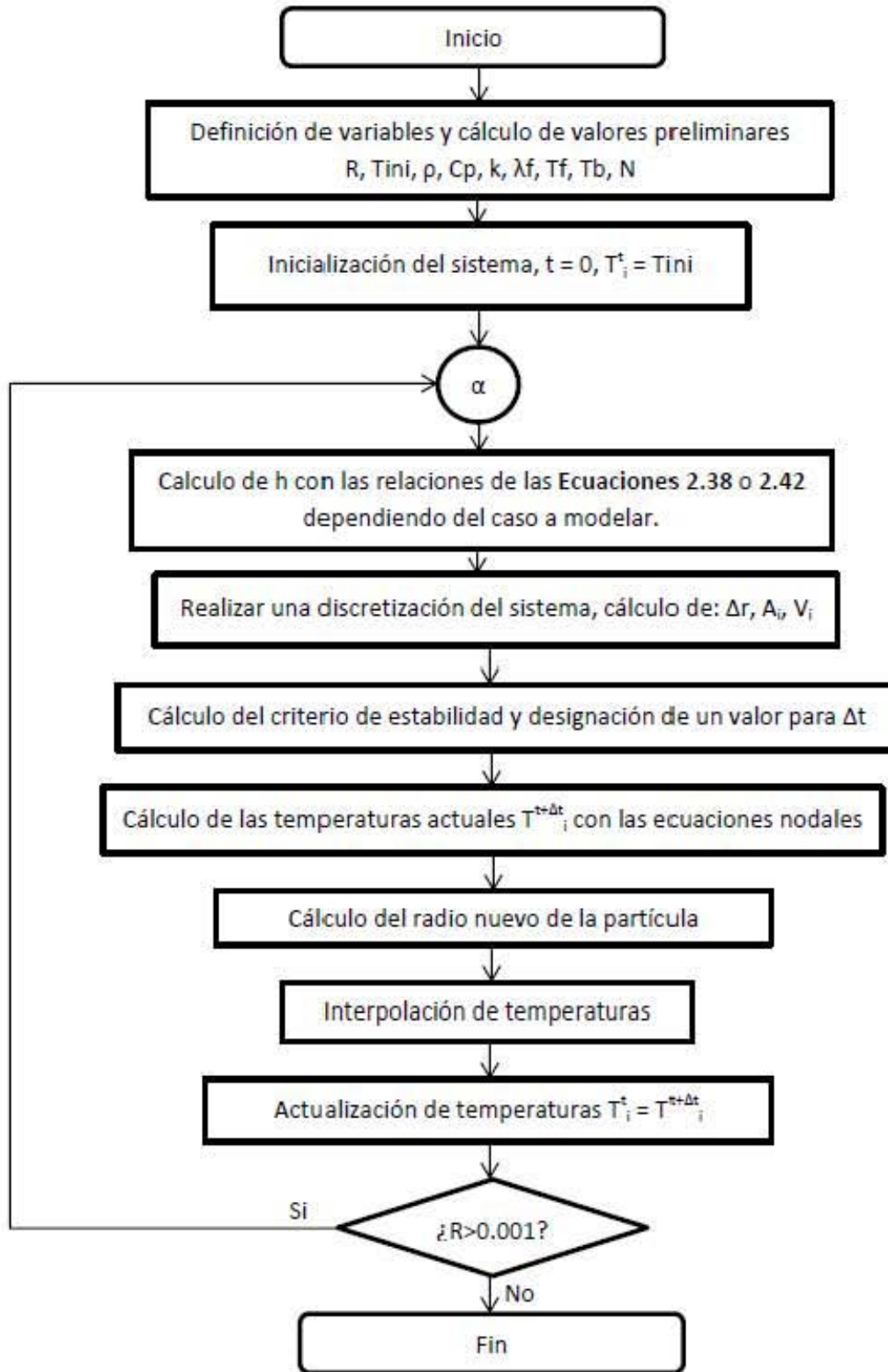


Figura A.2.- Diagrama de flujo del modelo con propiedades constantes y h en función del radio.

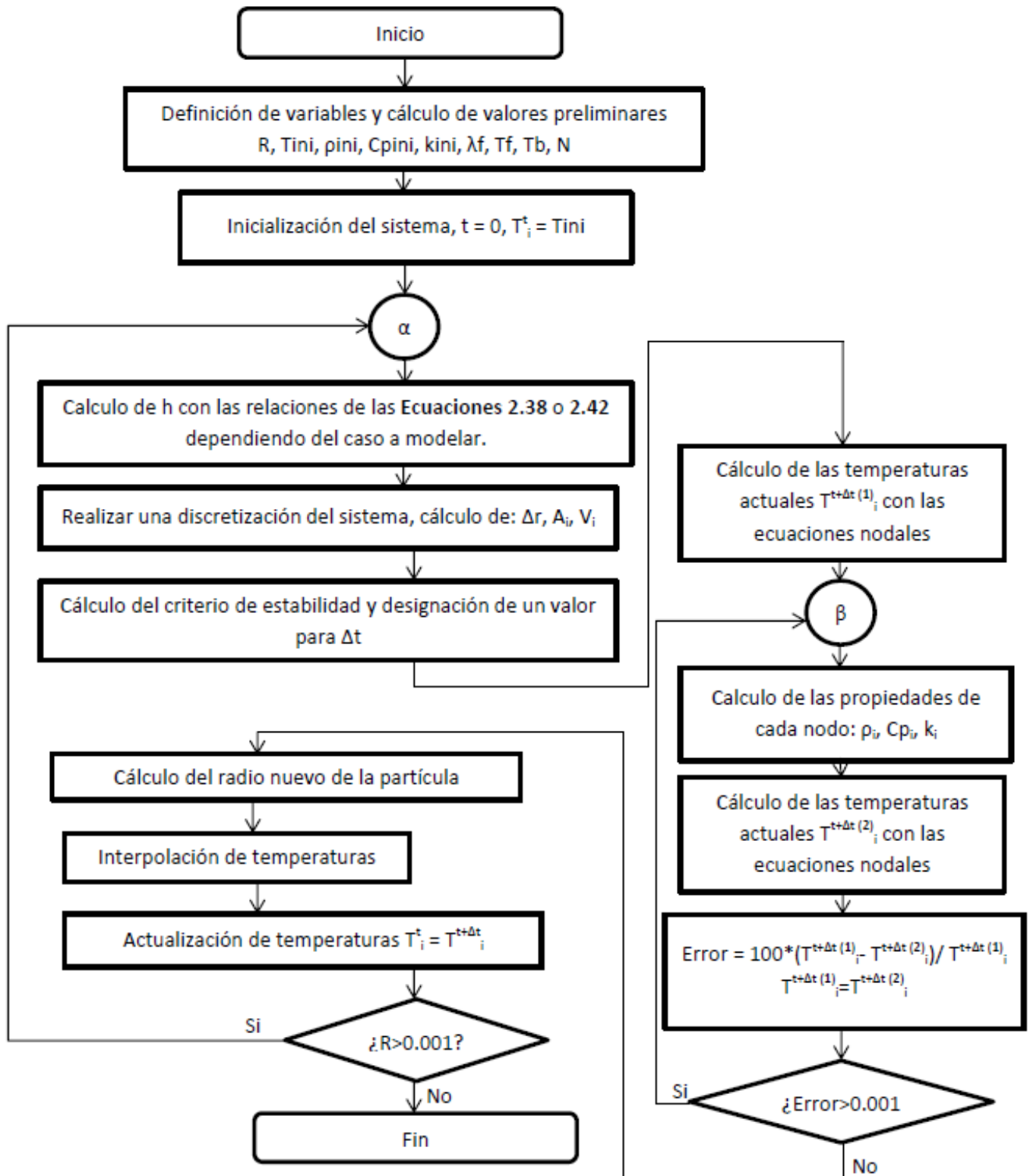


Figura A.3.- Diagrama de flujo del modelo con propiedades en función de la temperatura y h en función del radio.

En las **Figuras A.1, A.2 y A.3** se presentan los diagramas de flujo que incluyen el algoritmo de solución mediante diferencias finitas explícitas correspondientes a: a) al algoritmo con propiedades físicas constantes y coeficiente de transferencia de calor también constante (**Figura A.1**) ; b) con propiedades físicas constantes pero con el coeficiente de transferencia de calor por convección en función del radio de la esfera (**Figura A.2**) y finalmente c) con propiedades físicas en función de la temperatura y con h en función del radio (**Figura A.3**).

Apéndice B

Código de Programación en Lenguaje C++ del Modelo Matemático

En seguida se presenta a manera de ilustración un programa escrito en lenguaje de programación C++ que resuelve el problema de la fusión de una esfera de aluminio puro en un baño de aluminio puro mediante la técnica numérica de diferencias finitas explícitas, para el caso de convección natural con propiedades función de la temperatura y h en función del radio.

```
// Fusion Esfera h constante borde Tf.cpp : Defines the entry point for the console application. //
```

```
#include <stdafx.h>
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <conio.h>
#include <math.h>
#define M_PI      3.14159265358979323846      /* pi */

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[]){
    FILE *fp;
    FILE *temp;
    errno_t res;
    errno_t restemp;
    int i, Ns, Nini, S;
    double imp, delthaimp;
    double aporte1, aporte2, aporte3;
    double Tvieja[500], Tnueva[500], Area[500], Vol[500];
```

```

double Radios[500], Radioac[500];
double aux;
double k[200], rho[200], cp[200], h;
double R, kini, cpini, rhoini;
double klini, cplini, rholini;
double Tini, Tinf;
double cond, conv, Rinc;
double delthar, delthat, tiempo;
double lambdaf, Tfus;
double Rmovil, deltharmovil, Raux, Volaux;
double mu, nu, beta, g, Nussel, Grashof, Prandl;
res = fopen_s(&fp, "resultadosmarc2.csv", "w+");

```

```

// Propiedades del sistema

```

```

R = 0.01; // m
Rmovil = R; // m
Nini = 50;
Ns = Nini;
S = 10;
delthar = R/(Nini-1); // m
deltharmovil = delthar; // m
Tini = 25.0+273.0; // K
Tfus = 660.0+273.0; // K
Tinf = 700.0+273.0; // K
lambdaf = 397000; // J/kg
kini = (0.0000002*pow(Tini,3.0))+(-0.0004*pow(Tini,2.0))+(0.2456*Tini)
      +196.91; // W/mK
cpini = 0.3162*Tini+788.95; // J/kgK
rhoini = (-0.0002*pow(Tini,2.0))+(0.0282*Tini)+2697.6; // kg/m3
klini = 0.03*Tinf+63.0; // W/mK

```

```

cplini = 1131.5; // J/kgK
rholini = (-0.00009*pow(Tinf,2.0))+(-0.0706*Tinf)+2522.1; // kg/m3
mu = 0.00172; // kg/ms
nu = mu/rholini; // m2/s
beta = 0.000024; // 1/K
g = 9.81; // m/s2

```

```
// Estimación inicial de h
```

```

Grashof = (g*beta*pow(2*Rmovil,3.0)*abs(Tini - Tinf))/pow(nu,2.0);
Prandl = (mu*cplini)/klini;
Nussel = 2.0 + 0.60*pow(Grashof,1.0/4.0)*pow(Prandl,1.0/3.0);
h = Nussel*klini/(2.0*Rmovil); // W/m2K

```

```
// Inicialización
```

```

i = 0;
do{
    Tvieja[i] = Tini;
    cp[i] = cpini;
    rho[i] = rhoini;
    k[i] = kini;
    i = i+1;
} while (i < Ns);

```

```
// Radios iniciales
```

```

i = 0;
Raux = 0.0;
Radios[i] = delthar/2.0;
Raux = Raux + Radios[i];

```

```

Radioac[i]= Raux;
i = i+1;
do{
    Radios[i] = delthar;
    Raux = Raux + Radios[i];
    Radioac[i]= Raux;
    i = i+1;
} while (i < Ns-1);
Radios[i] = delthar/2.0;
Raux = Raux + Radios[i];
Radioac[i]= Raux;

// Areas Iniciales
i = 0;
Raux = 0.0;
do{
    Raux = Raux + Radios[i];
    Area[i] = 4.0*M_PI*pow(Raux,2);
    i = i+1;
} while (i < Ns);

// Volumenes Iniciales
i = 0;
Raux = 0.0;
Raux = Raux + Radios[i];
Vol[i] = (4.0/3.0)*M_PI*pow((Raux),3);
Volaux = Vol[i];
i = i+1;

```

```

do{
    Raux = Raux + Radios[i];
    Vol[i] = (4.0/3.0)*M_PI*pow(Raux,3) - Volaux;
    Volaux = Volaux + Vol[i];
    i = i+1;
} while (i < Ns);

// Criterios de estabilidad
i = 0;
delthat = (delthar*cp[i]*rho[i]*Vol[i])/(k[i]*Area[i]);
i = i+1;
do{
    aux = (delthar*cp[i]*rho[i]*Vol[i])*(1/((k[i-1]*Area[i-1])+(k[i]*Area[i])));
    if (aux < delthat) {
        delthat = aux;
    }
    i = i+1;
}while(i < Ns-1);
delthat = delthat/S;
imp = 0.0;           //s
delthaimp = 0.1;    //s
tiempo = 0.0;       //s

/* Calculo de temperaturas */

printf("Tiempo, Radio, Temperatura\n");
fprintf(fp,"Tiempo, Radio, Temperatura\n");

```



```

do{
    if(tiempo >= imp){
        printf("%f, ",tiempo);
        printf("%f, ",Rmovil);
        printf("%f, ",Tvieja[0]);
        printf("\n");
        fprintf(fp,"%f, ",tiempo);
        fprintf(fp,"%f, ",Rmovil);
        fprintf(fp,"%f, ",Tvieja[0]);
        fprintf(fp,"\n");
        imp = imp + delthaimp;
    }

```

//Radios

```

    deltharmovil = Rmovil/(Ns-1);
    i = 0;
    Raux = 0.0;
    Radios[i] = deltharmovil/2.0;
    Raux = Raux + Radios[i];
    Radioac[i]= Raux;
    i = i+1;
    do{
        Radios[i] = deltharmovil;
        Raux = Raux + Radios[i];
        Radioac[i]= Raux;
        i = i+1;
    }while (i < Ns-1);
    Radios[i] = deltharmovil/2.0;
    Raux = Raux + Radios[i];
    Radioac[i]= Raux;

```

//Areas

```
i = 0;
Raux = 0.0;
do{
    Raux = Raux + Radios[i];
    Area[i] = 4.0*M_PI*pow(Raux,2);
    i = i+1;
} while (i < Ns);
```

//Volumenes

```
i = 0;
Raux = 0.0;
Raux = Raux + Radios[i];
Vol[i] = (4.0/3.0)*M_PI*pow((Raux),3);
Volaux = Vol[i];
i = i+1;
do{
    Raux = Raux + Radios[i];
    Vol[i] = (4.0/3.0)*M_PI*pow(Raux,3) - Volaux;
    Volaux = Volaux + Vol[i];
    i = i+1;
} while (i < Ns);
```

//Propiedades

```
Grashof = (g*beta*pow(2*Rmovil,3.0)
           *abs(Tvieja[Ns-1] - Tinf))/pow(nu,2.0);
Prandl = (mu*cplini)/klini;
Nussel = 2.0 + 0.60*pow(Grashof,1.0/4.0)*pow(Prandl,1.0/3.0);
h = Nussel*klini/(2.0*Rmovil); // W/m2K
```

```

i = 0;
do{
    k[i] = (0.0000002*pow(Tvieja[i],3.0))
           +(-0.0004*pow(Tvieja[i],2.0))
           +(0.2456*Tvieja[i])+196.91; // W/mK
    cp[i] = 0.3162*Tvieja[i]+788.95; // J/kgK
    rho[i] = (-0.0002*pow(Tvieja[i],2.0))
             +(0.0282*Tvieja[i])+2697.6; // kg/m3
    i = i+1;
} while (i < Ns);

```

//Criterios de estabilidad

```

i = 0;
delthat = (deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i])/(k[i]*Area[i]);
i = i+1;
do{
    aux = (deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i])
           *(1/((k[i-1]*Area[i-1])+(k[i]*Area[i])));
    if (aux < delthat) {
        delthat = aux;
    }
    i = i+1;
}while(i < Ns-1);
delthat = delthat/S;

```

```
//Nodo de Simetría
```

```
i = 0;  
aporte1 = 0.0;  
aporte2 = Tvieja[i]  
          *(1-((k[i]*Area[i]*delthat)/(deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i])));  
aporte3 = Tvieja[i+1]  
          *((k[i]*Area[i]*delthat)/(deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i]));  
Tnueva[i] = aporte1 + aporte2 + aporte3;  
i = i+1;
```

```
//Nodos Intermedios
```

```
do{  
    aporte1 = Tvieja[i-1]*((k[i-1]*Area[i-1]*delthat)  
                          /(deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i]));  
    aporte2 = Tvieja[i]*(1-((k[i-1]*Area[i-1]*delthat)  
                          /(deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i]))  
              -((k[i]*Area[i]*delthat)  
                /(deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i])));  
    aporte3 = Tvieja[i+1]*((k[i]*Area[i]*delthat)  
                          /(deltharmovil*cp[i]*rho[i]*Vol[i]));  
    Tnueva[i] = aporte1 + aporte2 + aporte3;  
    i = i+1;  
}while(i < Ns - 1);
```

```
//Nodo Convectivo
```

```
aporte1 = 0.0;  
aporte2 = 0.0;  
aporte3 = Tfus;  
Tnueva[i] = aporte1 + aporte2 + aporte3;
```

//Cambio en Radio

```
cond = (((k[Ns-1]+k[Ns-2])/2.0)
        *(Tnueva[Ns-1]-Tnueva[Ns-2]))/(deltharmovil);
conv = h*(Tinf - Tfus);
Rinc = (((cond - conv)*delthat)/(rho[Ns-1]*lambdaf));
Rmovil = Rmovil + Rinc;
```

//Interpolacion de las temperaturas

```
if(Rinc >= 0.0){
    i = 1;
    do{
        Tnueva[i] = Tnueva[i] + (((Tnueva[i+1]-Tnueva[i])*Rinc)
                                /(deltharmovil*(Ns-1)));
        i = i + 1;
    }while (i < Ns-1);
}else{
    i = Ns-1;
    do{
        Tnueva[i] = Tnueva[i] - (((Tnueva[i]-Tnueva[i-1])
                                *(-Rinc))/(deltharmovil*(Ns-1)));
        i = i - 1;
    }while (i > 0);
}
```

```
//Actualizacion de temperaturas
i = 0;
do{
    Tvieja[i] = Tnueva[i];
    i = i+1;
}while (i < Ns);
    tiempo = tiempo + delthat;
}while (Rmovil > 0.0001);

printf("Presiona ENTER para continuar");
printf("\n");
fclose (fp);
_getch();
return 0;
};
```

Apéndice C

Propiedades Térmicas del Aluminio Puro

Se realizó una investigación bibliográfica acerca de las propiedades del aluminio puro, especialmente de las propiedades físicas en función de la temperatura con el fin de usarlas en el modelo matemático que se generó en la tesis. Los resultados de dicha investigación se muestran a continuación.

Masa atómica. La masa atómica del Al es 26.98154 uma

Densidad. El efecto de la temperatura sobre la densidad del aluminio puro se tomó del ASM Handbook (17), el cual se presenta en la **Figura C.1**.

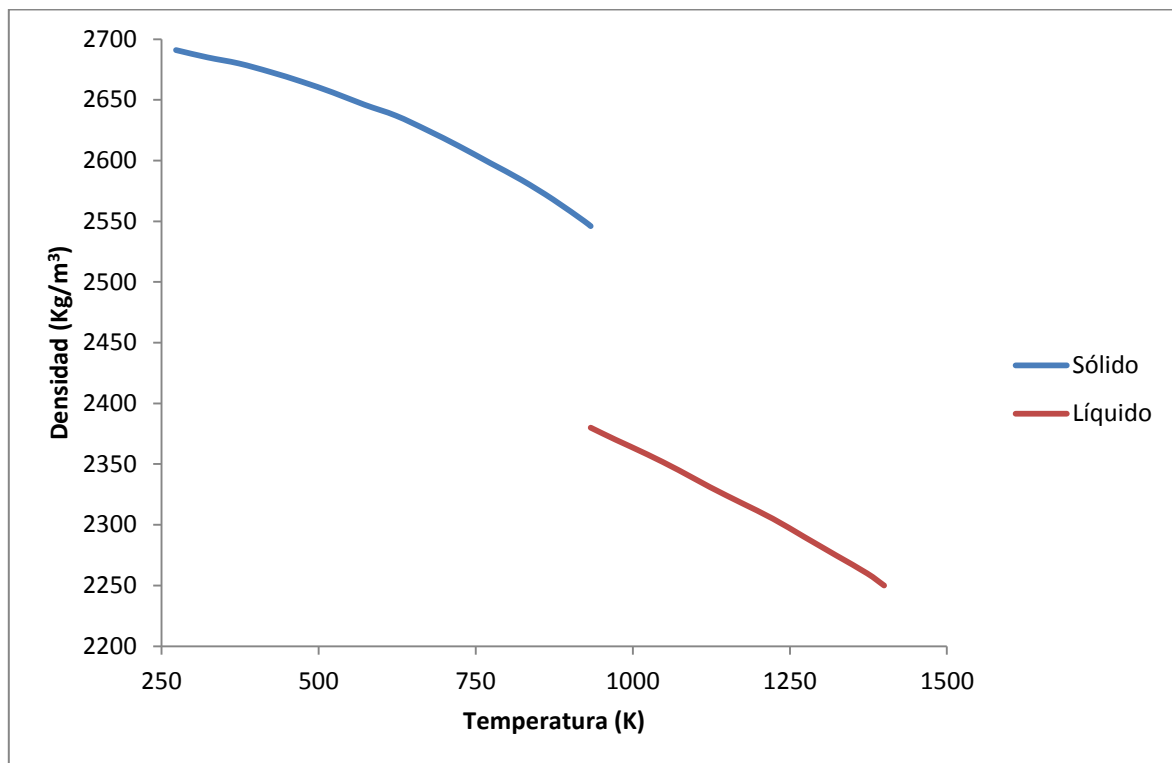


Figura C.1.- Densidad del aluminio puro (kg/m^3) contra Temperatura (K).

Se obtuvieron las siguientes dos ecuaciones que se ajustan al comportamiento de la densidad (kg/m^3) del aluminio puro sólido y líquido respectivamente en función de la temperatura:

$$\rho_s(T) = -0.0002T^2 + 0.0282T + 2697.6 \quad \text{para} \quad 273K < T < 933K \quad (C.1)$$

$$\rho_l(T) = -0.00009T^2 - 0.0706T + 2522.1 \quad \text{para} \quad 933K < T < 1400K \quad (C.2)$$

Punto de Fusión. El punto de fusión del Al es de 660.4°C .

Punto de Ebullición. El punto de ebullición del Al es de 2494°C .

Calor latente de fusión. El calor latente de fusión del Al es $397\,000\text{ J/kg}$.

Calor latente de ebullición. El calor latente de ebullición del Al es $10\,780\,000\text{ J/kg}$.

Capacidad Calorífica. El efecto de la temperatura sobre la capacidad calorífica del Al está reportado en el libro Metallurgical Thermochemistry (16), presentado gráficamente en la **Figura C.2**.

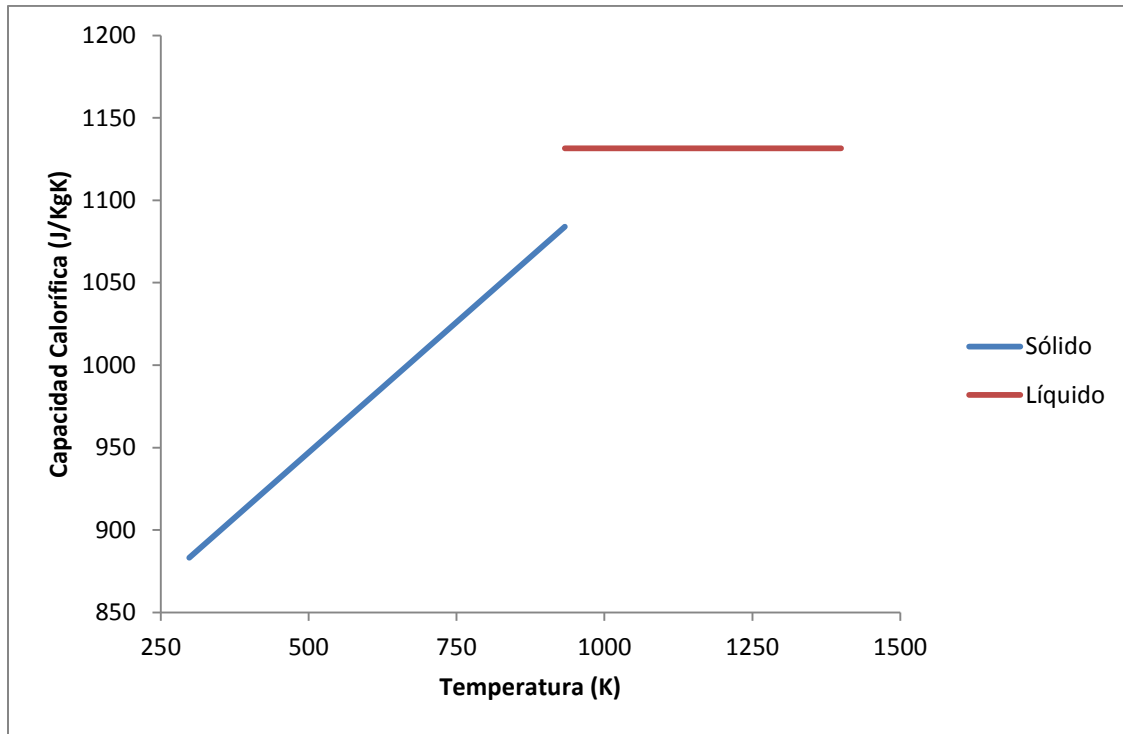


Figura C.2.- Capacidad Calorífica del aluminio puro (J/kgK) contra Temperatura (K).

De las ecuaciones reportadas en (16), se hizo una adaptación de las mismas para ajustarlas a unidades del sistema internacional (J/kgK), tanto del aluminio sólido como del líquido. Estas se presentan en las **Ecuaciones C.3 y C.4** respectivamente:

$$Cp_s(T) = 0.3162T + 788.95 \quad \text{para} \quad 298K < T < 933K \quad (C.3)$$

$$Cp_l(T) = 1131.5 \quad \text{para} \quad 933K < T < 1600K \quad (C.4)$$

Conductividad Térmica. Powell y colaboradores (13) reportaron valores de conductividad térmica del aluminio medidos a altas y bajas temperaturas para el aluminio sólido. En el caso de altas temperaturas también reportan valores para el aluminio líquido. La **Tabla C.1** muestra el resultado de su trabajo para el caso de altas temperaturas que es el de nuestro interés:

Tabla C.1.- Resultados de conductividad térmica (W/mK) a diferentes temperaturas (K), presentados por Powell y colaboradores (13).

Estado del aluminio	Temperatura (K)	Conductividad Térmica (W/mK)
Sólido	273	236
Sólido	300	237
Sólido	350	240
Sólido	400	240
Sólido	500	237
Sólido	600	232
Sólido	700	226
Sólido	800	220
Sólido	900	213
Sólido	933	210.69
Líquido	933	90.99
Líquido	1000	93
Líquido	1100	96
Líquido	1200	99
Líquido	1300	102

Los resultados de (13) se presentan gráficamente en la **Figura C.3**:

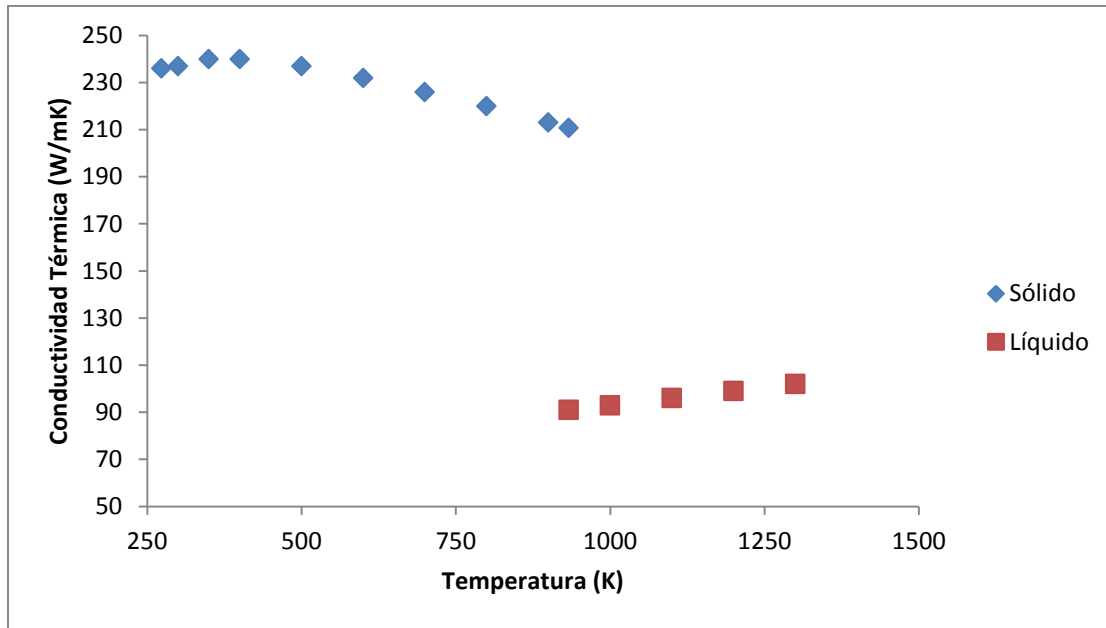


Figura C.3.- Conductividad térmica del aluminio puro (W/mK) contra Temperatura (K).

De los datos presentados por Powell y colaboradores (13) se obtuvieron las siguientes dos ecuaciones, las cuales representan el comportamiento de la conductividad térmica (W/mk) del aluminio puro sólido y líquido respectivamente en función de la temperatura:

$$k_s(T) = 0.0000002T^3 - 0.0004T^2 + 0.2456T + 196.91 \quad (C.5)$$

para $273K < T < 933K$

$$k_l(T) = 0.03T + 63 \quad \text{para} \quad 933K < T < 1300K \quad (C.6)$$

Es importante señalar que las **Ecuaciones C.1, C.2, C.3, C.4, C.5 y C.6** no presentan en ningún caso un significado físico, solo describen un ajuste de curvas que asemeja el comportamiento de cada una de las propiedades del aluminio en función de la temperatura.

Bibliografía

1. Taniguchi, Shigeji; Ohmi, Munekazu; Ishisura, Shinji, **A Hot Model Study of the effect of Gas Injection upon the Melting Rate of Solid Sphere in a Liquid Bath**, Transactions ISIJ, Vol. 23, 1983, pp. 571 – 577.
2. Jiao, Q.; Themelis, N. J., **Mathematical Modeling of Heat Transfer During the Melting of Solid Particles in Liquid Slag or Metal Bath**, Canadian Metallurgical Quarterly, Vol. 32, No. 1, 1993, pp. 75 – 83.
3. Ehrich, Olaf; Chuang, Yun – Ken; Schwerdtfeger, Klaus, **The Melting of Metal Spheres Involving the Initially Frozen Shells with Different Material Properties**, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 21, 1978, pp. 341 – 349.
4. Ehrich, Olaf; Chuang, Yun – Ken; Schwerdtfeger, Klaus, **The Melting of Sponge Iron Spheres in their Own Melt**, Arch Eisenhüttenwes, Vol. 50, No. 8, 1979, pp. 329 – 334.
5. Zhou, Bo; Yang, Yongxiang; Reuter, Markus A., **Modelling of Melting Behavior of Aluminum Metal in Molten Salt and Metal Bath**, TMS, Metallurgical and Materials Processing Principles and Technologies Volume 1, 2003, pp. 1 – 10.
6. O'Malley, Ronald Joseph, **The Heating and Melting of Metallic DRI Particles in Steelmaking Slags**, Tesis de Doctorado, Massachusetts Institute of Technology, September, 1983.

7. Pineda Martínez, Eduardo, **Modelado Matemático de la Fusión de Hierro Esponja No Reactivo en un Baño de Escoria Fundido**, Tesis de Maestría en Ciencias, Universidad Nacional Autónoma de México, 2010.
8. Chapra, Steven C.; Canale, Raymond P., **Métodos Numéricos para Ingenieros**, 3ra edición, McGraw - Hill, México, 1987, pp. 853 – 899.
9. Becerril Bárcenas, Ricardo; Valdés, S., **Introducción a los Métodos Numéricos**, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, México, 2006, pp. 10 – 25.
10. Fernández M., Patricia; Martínez, Vladimir; Duque, Andrés; Cruz, Javier, **Proceso de Fundición en Espuma Perdida para la Fabricación de Autopartes**, Dyna: Journal of the Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Medellín Campus, Año 74, No. 151, 2007, pp. 15 – 24.
11. Tabibian, S.; Charkaluk, E.; Constantinescu, A.; Szmytka, F.; Oudin, A., **TMF Criteria for Lost Foam Casting Aluminum Alloys**, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, Vol. 36, No. 4, 2012, pp. 349 – 360.
12. Griffiths, W. D.; Ainsworth, M. J., **Hydrogen Pick – up During Mould Filling in the Lost Foam Casting of Al Alloys**, J. Mater. Sci., Vol. 47, 2012, pp. 145 – 150.
13. Powell, R. W.; Ho, C. Y.; Liley, P. E., **Thermal Conductivity of Selected Materials**, National Standard Reference Data Series, Estados Unidos, 1966, pp. 20 – 28.

14. Andrews, F. A.; Webber, R. T.; Spohr, D. A., **Thermal Conductivities of Pure Metals at Low Temperatures I: Aluminum**, Phys. Rev., Vol. 84, 1951, pp. 994 – 1002.
15. Powell, R. L.; Hall, W. J.; Roder, H. M., **Thermal and Electrical Conductivity of Aluminum and Aluminum Alloys**, Journal of Research of National Bureau of Standards A Physics and Chemistry, Vol. 74A, No.5, 1971, pp. 673 – 690.
16. Kubachewsky, O; Alcock, C. B., **Metallurgical Thermochemistry**, Oxford Pergamon Press, Estados Unidos, 1979, pp. 336.
17. Hunsicker, H. Y. (compilador), **ASM Handbook Volume 2 Properties and Selection: Nonferrous Alloys and Special – Purpose Materials**, ASM International, Estados Unidos, 2001, pp. 2922 – 2927.
18. Touloukian, Y. S.; Powell, R. W.; Ho, C.Y.; Klems, P.G., **Thermophysical Properties of Matter Vol. 1 Thermal Conductivity Metallic Elements and Alloys**, The TPRC Data Series, Plenum Press, Estados Unidos, 1970, pp. 16 – 18.
19. Hinkelmann, Klaus; Kempthorne, Oscar, **Design and Analysis of Experiments Volume 1: Introduction to Experimental Design**, John Wiley & Sons, Estados Unidos, 2008, pp. 419 – 464.