



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE POSGRADO EN ASTROFÍSICA

Instituto de Astronomía

INTERCAMBIO INTERPLANETARIO DE MATERIAL METEORÍTICO: EL CASO DE
EUROPA A LA TIERRA.

TESIS

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRA EN CIENCIAS (ASTROFÍSICA)

PRESENTA
MA DEL CARMEN AYALA LOERA

TUTOR
DR. MAURICIO REYES RUIZ, INSTITUTO DE ASTRONOMÍA-UNAM

ENSENADA B.C. MÉXICO ABRIL 2014



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

*Dedicado a
mi familia,
especialmente a mis padres,
Jose Guadalupe Ayala Juarez
y Natalia Loera Martinez.*

Resumen

La presencia de cráteres de impacto en planetas y satélites son prueba de una interacción entre ellos y el medio interplanetario a través de colisiones de objetos menores. En base a la posibilidad de contener agua líquida, material orgánico o en el mejor de los casos albergar vida, se estudia la probabilidad de colisión de material eyectado de la superficie de Europa con la Tierra. Partimos de la posibilidad de un gran impacto sobre la superficie de Europa, de modo que la energía de impacto sea suficiente para expulsar material hacia el medio interplanetario. El modelo considera una distribución inicial esférica y uniforme de partículas prueba alrededor del satélite que representa las condiciones de eyecciones de colisiones arbitrarias en la superficie del satélite. Las simulaciones fueron realizadas con el integrador numérico mercury. Nuestros resultados indican que a altas velocidades, $v \geq 10$ km/s, las partículas describen órbitas heliocéntricas, presentando casos de eyección hacia fuera del sistema solar y un número significativo de partículas que cruzan la órbita de la Tierra. No se obtuvieron colisiones directas con la Tierra por lo cual se ha realizado una estimación de la probabilidad de colisión para cada caso de velocidad de eyección. Esta probabilidad considera: i) el número de partículas que cruzan en cada caso, ii) el número de partículas que alcanzan el medio interplanetario dado un gran impacto sobre la superficie de Europa, y iii) la probabilidad de colisión de las partículas en base a una razón del áreas que contempla el área de la Tierra y el área de cruce de las partículas con la órbita de la Tierra. Nuestros resultados indican que considerando una colisión típica en la cual son eyectadas 100 millones partículas, parte de este material puede cruzar la órbita de la Tierra y alcanzar una probabilidad de colisión tan alta como $p=0.034$ para un sólo impacto. La dinámica de estas partículas indica que el intercambio de material de Europa con la Tierra es posible.

Índice

| | |
|---|-----------|
| 1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA SOLAR | 2 |
| 1.1. El Sol | 2 |
| 1.2. Planetas | 2 |
| 1.2.1. Composición de los planetas | 2 |
| 1.2.2. Propiedades orbitales de los planetas | 4 |
| 1.3. Objetos Menores del sistema solar (Minor Panets) | 5 |
| 1.3.1. objetos pequeños del sistema solar, o SSSB (Small Solar System Bodies) | 5 |
| 1.3.2. Planetas Enanos (Dwarf Planets) | 7 |
| 2. DINÁMICA DEL SISTEMA SOLAR | 9 |
| 2.1. El problema de dos cuerpos | 9 |
| 2.2. Problema de tres cuerpos | 12 |
| 2.2.1. Esfera de Hill | 13 |
| 2.3. Dinámica del sistema solar como un problema de N -cuerpos | 16 |
| 2.4. Inestabilidades del sistema solar | 17 |
| 2.5. Integradores numéricos en simulaciones del sistema solar | 19 |
| 2.6. Simulaciones numéricas de objetos pequeños del sistema solar | 21 |
| 3. INTERCAMBIO DE MATERIAL EN EL SISTEMA SOLAR | 23 |
| 3.1. Meteoritos | 23 |
| 3.2. Cráteres de Impacto | 26 |
| 3.3. Teoría de formación de cráteres | 26 |
| 4. EUROPA | 30 |
| 4.1. Dinámica | 31 |
| 4.2. Estructura | 33 |
| 4.2.1. Superficie | 34 |
| 4.2.2. Cráteres de impacto en la superficie de Europa | 40 |
| 5. ENFOQUE ASTROBIOLOGICO DEL INTERCAMBIO DE MATERIAL INTERPLANETARIO | 44 |
| 5.1. Panspermia | 45 |
| 5.1.1. Litopanspermia | 45 |
| 5.1.2. Panspermia de satélites helados | 46 |
| 5.2. Posible panspermia congelada de Europa | 48 |
| 5.2.1. Extremófilos terrestres análogos a posibles extremófilos en Europa | 48 |
| 6. METODOLOGIA | 51 |
| 6.1. Integradores simplécticos | 52 |
| 6.1.1. Esquema MVS | 53 |
| 6.1.2. El esquema de Variable Mixta Regularizada RMS | 56 |
| 6.1.3. Integraciones de encuentros cercanos: SYMBA and Mercury | 56 |
| 6.1.4. Cálculo de encuentros cercanos en Mercury | 56 |

| | |
|---|------------|
| 6.2. Descripción y funcionamiento del integrador Mercury | 58 |
| 7. MODELO | 65 |
| 7.1. Condiciones iniciales | 65 |
| 7.1.1. Configuración de la Simulación | 68 |
| 8. RESULTADOS | 73 |
| 8.1. Caso 1. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 2.22$ km/s | 74 |
| 8.1.1. Órbitas típicas | 74 |
| 8.1.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección. | 78 |
| 8.2. Caso 2. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 4.04$ km/s | 79 |
| 8.2.1. Órbitas típicas | 79 |
| 8.2.2. Distancias mínimas con respecto a Júpiter y ángulos de eyección. | 81 |
| 8.3. Caso 3. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 8.08$ km/s | 82 |
| 8.3.1. Órbitas típicas | 82 |
| 8.3.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección. | 84 |
| 8.4. Caso 4. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 10.1$ km/s | 85 |
| 8.4.1. Órbitas típicas | 85 |
| 8.4.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección. | 87 |
| 8.4.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 10.1$ km/s. | 88 |
| 8.5. Caso 5. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 12.12$ km/s. | 90 |
| 8.5.1. Órbitas típicas | 90 |
| 8.5.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección. | 92 |
| 8.5.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 12.12$ km/s. | 93 |
| 8.6. Caso 6. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 16.16$ km/s | 95 |
| 8.6.1. Órbitas típicas | 95 |
| 8.6.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección. | 98 |
| 8.6.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 16.16$ km/s. | 99 |
| 8.7. Caso 7. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 24.24$ km/s | 102 |
| 8.7.1. Órbitas típicas | 102 |
| 8.7.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección. | 105 |
| 8.7.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 24.24$ km/s. | 106 |
| 9. DISCUSIÓN | 111 |
| 9.1. Evolución temporal de las colisiones con diferentes cuerpos del Sistema Solar. | 111 |
| 9.1.1. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 2.22$ km/s. | 112 |
| 9.1.2. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 4.04$ km/s. | 113 |
| 9.1.3. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 8.08$ km/s. | 114 |
| 9.1.4. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 10.1$ km/s. | 115 |
| 9.1.5. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 12.12$ km/s. | 116 |
| 9.1.6. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 16.16$ km/s. | 117 |
| 9.1.7. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 24.24$ km/s. | 118 |
| 9.2. Efecto del número de partículas en la simulación. | 120 |

| | |
|---|-----|
| 9.2.1. Impactos a diferentes tiempos de simulación y tamaños de la muestra de partículas. | 121 |
| 9.3. Efecto de tiempo total de simulación. | 124 |
| 9.4. Estimación de la probabilidad de colisión con la Tierra. | 124 |

10. CONCLUSIONES **128**

INTRODUCCIÓN

Desde tiempos ancestrales el hombre ha buscado entender el universo en el que vive. A través de la historia ha establecido modelos que le permitan representar sus observaciones y confirmar sus teorías. Los primeros modelos del sistema solar eran rudimentarios y casi enteramente distintos a la configuración real de la cual hoy tenemos certeza, sin embargo contemplaban ya una propiedad primordial: el movimiento.

Los griegos, Platón y Aristóteles, colocaban a la Tierra en el centro de un sistema en el cual, la Luna, el Sol, los planetas y las estrellas giraban a su alrededor. Y aunque Aristarco de Samos planteaba el esquema Heliocéntrico, fue el modelo de Ptolomeo el que se consideró válido por más de mil años. El modelo de Ptolomeo, descrito en su obra *El Almagesto*, explicaba el movimiento de los cuerpos celestes en esferas concéntricas alrededor de la Tierra.

El esquema Heliocéntrico fue retomado durante la época del renacimiento por Nicolás Copérnico, lo que marcó el nacimiento de la Astronomía moderna. Johannes Kepler, aplicó la fórmula de la elipse descrita por Apolonio de Pérgamo a las observaciones de Tycho Brahe y dedujo así sus tres leyes de movimiento planetario. Éstas eran puramente empíricas, Kepler no tenía certeza del por qué los planetas describían estos movimientos. Fue Isaac Newton quien finalmente pudo describir la física del movimiento de los planetas. Con su Ley de Gravitación Universal publicada en su obra *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*, Newton demostró que las leyes de Kepler son una consecuencia natural de la fuerza de gravedad y que el movimiento resultante describe una elipse. Newton propuso que la magnitud de la fuerza entre dos masas en el universo, m_i y m_j respectivamente, separadas por una distancia d está dada por:

$$F = \frac{Gm_i m_j}{d^2},$$

donde G es la constante de gravitación universal.

La estructura dinámica del sistema solar se puede entender aplicando esta ley de inversos cuadrados de la fuerza a los cuerpos que lo conforman. Buena parte del conocimiento que se tiene hasta ahora sobre el movimiento de los cuerpos en el sistema solar, se fundamenta en las leyes de Newton. De la segunda ley de Newton sabemos que la fuerza total F que experimentará cada uno de los planetas es igual a la fuerza resultante de la suma de las fuerza ejercidas por el Sol y el resto de planetas del sistema. En notación vectorial, ésta se describe como:

$$\mathbf{F} = -G \sum_{j \neq i}^N m_i m_j \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3},$$

donde m_i y m_j son los valores de las masas i -ésima y j -ésima y \mathbf{r}_i y \mathbf{r}_j sus posiciones respectivamente.

Para un problema de dos cuerpos existe una solución analítica, la cual, dependiendo de las condiciones iniciales que se den para el problema, tendrá una solución a la descripción del movimiento, y puede resultar en una elipse, una parábola o una hipérbola. Pero un problema de tres cuerpos no tiene una solución analítica general, hasta ahora. Newton trabajó intensamente en el problema de 3 cuerpos al tratar de entender el movimiento de la Luna, incluyendo el Sol y la Tierra, sin obtener una solución.

Posteriormente el problema fue estudiado por Lagrange en el siglo XVIII y por Poincaré al final del siglo XIX, quienes obtuvieron una solución restringida para los casos especiales de órbitas elípticas y circulares. En la década de 1860 a 1870, Delaunay aplicó por primera vez la teoría de perturbación para este problema. Ésta consiste en calcular los efectos de los términos de magnitud decreciente en la expansión del potencial gravitacional, sobre las órbitas perturbadas, sin embargo para tiempos largos el esquema de dichas perturbaciones requiere un número cada vez mayor de términos lo que puede producir comportamientos completamente diferentes ante un cambio mínimo en las condiciones iniciales del problema.

La comprensión de los sistemas dinámicos, está asociada a la búsqueda de respuestas a importantes preguntas sobre el universo, ¿cómo nace un sistema planetario?, ¿cómo alcanza estabilidad?, ¿bajo qué condiciones un planeta puede considerarse habitable?. La importancia del estudio de la dinámica del sistema solar no radica tan solo en encontrar una solución al problema físico y matemático que plantea, el entendimiento y reproducción de su configuración conlleva motivos prácticos intrínsecos; la configuración orbital temprana de nuestro sistema planetario y otros aspectos importantes de los procesos de su formación y evolución se pueden abordar mediante estudios dinámicos. Entre las razones prácticas más relevantes, está la condición habitable de la Tierra, y la posibilidad de que impactos de cometas y asteroides hayan afectado significativamente su estructura y atmósfera mediante acumulación e intercambio de material interplanetario a través de su historia [McNeil et al., 1998, vandenBergh, 1989].

Esta tesis es un estudio de la dinámica de material eyectado hacia el medio interplanetario desde la superficie del satélite Joviano, Europa. La presencia de grandes cráteres de impacto, aunque menos frecuente que el resto de los satélites Galileanos, prueba que Europa ha sido blanco de una interacción intensa del satélite con el medio interplanetario a través de colisiones de cuerpos menores [Moore et al., 1998, Zahnle et al., 1998]. El número relativamente escaso de cráteres en la superficie de Europa puede ser debido a la renovación constante de su superficie congelada [Lucchitta y Soderblom, 1982, Squyres et al., 1983].

Durante épocas tempranas de la formación del sistema solar, una cantidad considerable de material remanente del disco protoplanetario original debió seguir presente en las proximidades de los protoplanetas, lo que podría haber dado lugar a continuas perturbaciones debidas a interacciones generadas por la migración planetaria. De la estimación de las edades de cráteres de impacto, tanto en planetas interiores como externos, se ha reconocido una población muy antigua que sugiere una intensa actividad en todo el sistema, este período que se conoce como la época de bombardeo tardío o época LHB, acrónimo de su nombre en inglés *Late Heavy Bombardment*. Si hubo una época de bombardeo intenso sobre todos los cuerpos del sistema solar entonces esta actividad pudo haber dado paso a un intercambio efectivo de material entre ellos. Es de especial interés la factibilidad de que posibles procesos de intercambio de material, dada la diversidad de materiales y estructuras entre planetas interiores y exteriores, hayan promovido la condición habitable de nuestro planeta. La formación de una atmósfera adecuada y la presencia de agua líquida son factores fundamentales de las condiciones óptimas para el desarrollo de la vida como la conocemos.

Entender bajo qué condiciones dinámicas se crea un sistema habitable puede ser la primera pista en la búsqueda de sistemas semejantes al nuestro en el resto de la Galaxia.

Capítulo I
CONCEPTOS INTRODUCTORIOS

"Si he logrado ver más lejos, ha sido porque he subido a hombros de gigantes."
Sir Isaac Newton

1. ESTRUCTURA DEL SISTEMA SOLAR

En el inventario del sistema solar encontramos hasta ahora, además del Sol, 8 planetas, 158 satélites, 5 planetas enanos y numerosos objetos pequeños del sistema solar; que incluyen cometas, asteroides, meteoroides y polvo. Se puede describir la estructura del sistema solar, como una estructura dinámica definida por el movimiento de todos estos objetos dentro del campo gravitacional del Sol y que es definido también por las interacciones entre ellos mismos. Las características físicas principales de los planetas muestran claramente diferencias en masas y densidades entre los planetas internos y los externos. Entre ambas familias de planetas hay una gran cantidad de cuerpos pequeños llamado el cinturón principal de asteroides. La región donde se encuentran los planetas rocosos y el cinturón de asteroides se denomina sistema solar interno y la región donde se encuentran los planetas gigantes, sistema solar externo, SSI y SSE respectivamente en adelante.

1.1. El Sol

El Sol es una estrella de secuencia principal, y tipo espectral G2 con una edad estimada de 4.57×10^9 años, tiene una temperatura efectiva de 5778 K, transforma hidrógeno en helio mediante procesos de fusión a una tasa de 4.13×10^{12} g/s. El Sol tiene un radio medio de 6.95×10^5 km y una masa de 1.98×10^{30} kg. La Tierra se encuentra a una distancia de 1.49×10^8 km del Sol [NASA/JPL-SSE, 2013]. La masa del Sol constituye 99.86% de la masa del sistema solar pero únicamente el 0.5% del momento angular total del sistema. La contribución de cada planeta L_p al momento angular total del sistema L se detalla en la Tabla 1 de parámetros más adelante [Bursa, 1986].

1.2. Planetas

De acuerdo con la definición oficial de la Unión Astronómica Internacional, la IAU por sus siglas en inglés *International Astronomic Union*, un planeta es un objeto celeste que está en órbita alrededor del Sol, el cual tiene suficiente masa para que su propia gravedad supere sus fuerzas de cuerpo rígido, de manera que adquiera equilibrio hidrostático (con forma casi esférica) y que ha limpiado la vecindad de su órbita. Alrededor del Sol orbitan ocho planetas, estos son: Mercurio, Venus, Tierra, Marte, Júpiter, Saturno, Urano y Neptuno. Éstos se dividen en dos grupos de acuerdo a su ubicación con respecto al Sol, su composición y tamaño: los planetas rocosos; en la región interna denominada sistema solar interno, SSI, y los gigantes de gas; en la región externa.

1.2.1. Composición de los planetas

Los componentes principales de los planetas en orden descendente de la densidad del componente son: hierro, silicatos ¹, hielos y gases. En formación de sistemas planetarios, la

¹Los silicatos son los minerales más abundantes. Muestran una gran variedad de formaciones y dependen del grupo básico SiO_4 . De las familias más importantes de los silicatos están la del olivino, el feldespato, el piroxeno y el cuarzo.

teoría nebular de establece que durante una fase de acreción de material por parte de la estrella central se forma lo que se conoce como disco protoplanetario en el cual durante una etapa de enfriamiento, conocida como la etapa *T-tauri star stage* o etapa de T-tauri en español, da paso a la formación de los granos de polvo que componen los silicatos [Kessler-Silacci et al., 2006], éstos se encuentran distribuidos en todo el disco protoplanetario, pero tienden a concentrarse en el plano medio del disco, donde la transición del dominio gravitacional del gas al dominio de la gravedad genera los planetesimales.

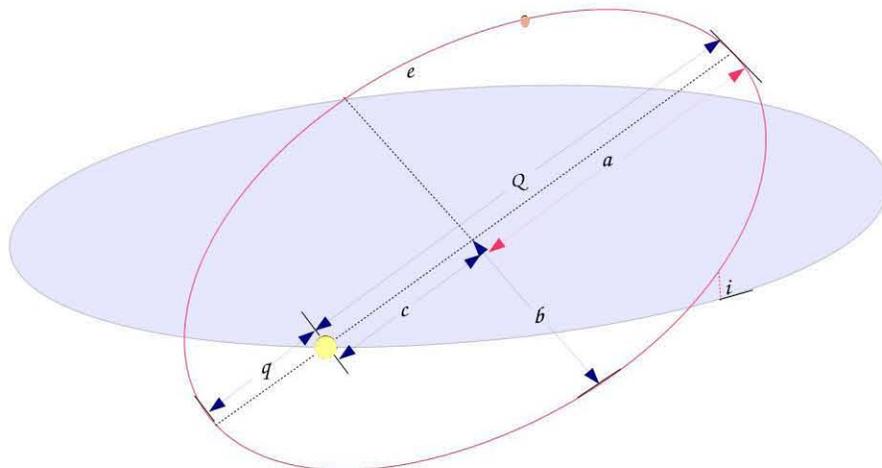
Los planetas rocosos del sistema solar están formados principalmente por silicatos y un porcentaje muy pequeño de gases, todos tienen atmósferas, incluso Mercurio, aunque ésta es excesivamente delgada. La composición y densidad de los planetas rocosos son variadas y es muy probable que todos posean núcleos de hierro y níquel. Sin embargo, a pesar de tener altas densidades, las masas de los planetas rocosos comprenden apenas el 0.44 % de la masa total de todos los planetas del sistema solar. Los planetas gigantes o también denominados Jovianos, incluyen al planeta más grande y masivo del sistema solar, Júpiter; cuya masa de 1.89×10^{27} kg es poco más del 71 % de la masa total de todos los planetas del sistema solar, unas 321 veces la masa de la Tierra. Después de Júpiter, se encuentra Saturno, el cual es el segundo objeto de mayor masa, ambos están compuestos mayormente de hidrógeno (H) y helio (He). Los últimos dos planetas, son Neptuno y Urano, los cuales tienen una composición principalmente de agua (H₂O), amoníaco (NH₃), y metano (CH₄) congelados, con núcleos de silicatos y metales condensados, y pequeñas atmósferas de hidrógeno y helio. Neptuno y Urano se denominan típicamente como los gigantes de hielo debido a que hacia el interior, la estructura de estos planetas contienen fases cristalinas de agua. Todos los planetas del SSE tienen campos magnéticos fuertes, aunque estos planetas se componen mayormente de elementos volátiles que se encuentran en fases cercanas al estado líquido es probable que contengan núcleos rocosos de $\sim 10M_{\oplus}$ [De Pater y Lissauer, 2010]. La Tabla 1 se presentan los parámetros físicos de los planetas del sistema solar, los cuales han sido abreviados de la siguiente manera: r y m son el radio y la masa del planeta respectivamente, P_{rot} es el período rotacional, P_{orb} es el período orbital, g es la gravedad ecuatorial, V_{esc} es la velocidad de escape desde la superficie, y L_p/L es la contribución de momento angular del planeta al momento angular total del sistema solar.

Tabla 1. Parámetros físicos de los planetas del sistema solar.

| Planeta | r km | m kg | P_{rot} días | P_{orb} años | g m/s^2 | V_{esc} km/s | L_p/L |
|----------|-----------|-----------------------------|-------------------|-------------------|----------------|-------------------|----------------------|
| Mercurio | 2493.7 | 0.33×10^{24} kg | 58.64 | 0.24 | 3.70 | 4.25 | 2.9×10^{-5} |
| Venus | 6051.8 | 4.86×10^{24} kg | -243.01 | 0.61 | 8.87 | 10.36 | 5.9×10^{-4} |
| Tierra | 6378.1 | 5.97×10^{24} kg | 0.99 | 1.00 | 9.8 | 11.19 | 8.6×10^{-4} |
| Marte | 3396.1 | 0.64×10^{24} kg | 1.02 | 1.88 | 3.71 | 5.03 | 1.1×10^{-4} |
| Júpiter | 71492.0 | 1898.13×10^{24} kg | 0.41 | 11.86 | 24.79 | 60.20 | 0.62 |
| Saturno | 60268.0 | 568.31×10^{24} kg | 0.44 | 29.44 | 10.44 | 36.09 | 0.25 |
| Urano | 25559 | 86.81×10^{24} kg | -0.71 | 84.01 | 8.87 | 21.38 | 0.055 |
| Neptuno | 24764 | 102.41×10^{24} kg | 0.67 | 164.79 | 11.15 | 23.56 | 0.080 |

1.2.2. Propiedades orbitales de los planetas

Las propiedades de los objetos del que conforman el sistema solar y el reconocimiento de sus características específicas se derivan totalmente de las observaciones y de las mediciones realizadas por medio de satélites artificiales y de naves espaciales enviadas desde la Tierra a las diferentes regiones del sistema solar. Con base a estas observaciones y apoyados sobre diferentes teorías es posible determinar propiedades la composición y estructura interna de los objetos, atributos que son esenciales para realizar modelos de formación, estructura y dinámica del sistema solar. Los parámetros orbitales de los planetas del sistema solar se definen a partir de las leyes de movimiento Kepleriano y se pueden establecer en un sistema coordinado centrado en el Sol, con un plano de referencia definido por la órbita de la Tierra, el cual es denominado plano de la eclíptica. Es importante considerar que la densidad, los componentes de la estructura, y la forma de un planeta, son factores importantes en estudios del movimiento para casos particulares de alta precisión. Por ejemplo, la rotación de un planeta puede llegar a distorsionar su forma esférica, lo que implica asimetría del su potencial gravitacional, el cual no será esférico en su vecindad. De esta manera la dinámica de los objetos que pudiera contener dicha vecindad se vuelve más compleja que un problema de dos cuerpos [Cole y Woolfson, 2013]. Los planetas tiene órbitas elípticas alrededor del Sol, el cual se encuentra en uno de los focos, como se muestra en la Figura 1. La excentricidad e , es el parámetro por medio del cual podemos conocer que tan circular es la órbita del objeto, $e = 0$ describe una órbita completamente circular, $0 < e < 1$ describe una órbita elíptica, $e = 1$ describe una órbita parabólica, y $e > 1$ describe una órbita hiperbólica. La inclinación i es el ángulo que describe la órbita con respecto a la eclíptica. La distancia q es el periápside, es el punto más cercano al Sol y Q es el apoápside, el punto más lejano al Sol, ambos están en función del semieje mayor a de la elipse.



Créditos: Carmen Ayala Loera

Figura 1: Parámetros de una órbita elíptica.

La Tabla 2 contiene los parámetros orbitales de semieje a , excentricidad e , e inclinación i de los planetas del sistema solar, éstos revelan que sus órbitas son casi circulares y casi coplanares a excepción de Mercurio.

Tabla 2. Parámetros orbitales de los planetas del sistema solar.

| Planeta | a (UA) | e (rad) | i (deg) |
|---------|-------------|--------------|--------------|
| Mercury | 0.38709927 | 0.20563593 | 7.00497902 |
| Venus | 0.72333566 | 0.00677672 | 3.39467605 |
| Earth | 1.00000261 | 0.01671123 | -0.00001531 |
| Mars | 1.52371034 | 0.09339410 | 1.84969142 |
| Júpiter | 5.20288700 | 0.04838624 | 1.30439695 |
| Saturn | 9.53667594 | 0.05386179 | 2.48599187 |
| Uranus | 19.18916464 | 0.04725744 | 0.77263783 |
| Neptune | 30.06992276 | 0.00859048 | 1.77004347 |

1.3. Objetos Menores del sistema solar (Minor Panets)

Los objetos que orbitan en el sistema solar, menores que un planeta y que no son satélites, se denominan colectivamente *Minor Planets* en inglés, o bien Objetos Menores en español. Éstos, por definición, eran todos los objetos que ocupan nichos orbitales en regiones relativamente estables alrededor del Sol como: los planetas enanos, los asteroides del cinturón principal o MBA's, *Main Belt Asteroids* entre Marte y Júpiter, los KBO's *Kuiper Belt Objects*, asteroides del cinturón de Kuiper en la órbita exterior de Neptuno. A partir del 2006, la IAU, reclasificó los Objetos Menores del sistema solar en: i) Planetas enanos y ii) objetos pequeños del sistema solar; *Dwarf Planets* y *Small Solar System Bodies* o SSSB, en inglés [De Pater y Lissauer, 2010].

1.3.1. objetos pequeños del sistema solar, o SSSB (Small Solar System Bodies)

Los objetos pequeños del sistema solar incluyen todos los Objetos del Cinturón Principal de Asteroides, o MBA's de *Main Belt Asteroids*, y todos los del cinturón de Kuiper, el cual contiene los objetos de mayor tamaño de este tipo. Se estima que el cinturón de Kuiper alberga $\sim \times 10^8 - \times 10^{10}$ objetos con radios mayores a 1 km. Los cometas de período corto, del orden de ~ 100 años, provienen del cinturón de Kuiper. Éste también alberga asteroides con diámetros mayores a los 300 km, los cuales presentan formas casi esféricas. Los objetos del Cinturón de Kuiper son de composiciones semejantes a las de los planetas Neptuno y Urano; los objetos del Cinturón Principal de Asteroides tienen composiciones principalmente de carbón, silicatos y metales, semejantes a las de los planetas rocosos [De Pater y Lissauer, 2010].

También son pertenecen a este grupo: los cometas; los asteroides Troyanos o *Trojan Asteroids*, que están en la triangulación de los puntos lagrangianos de Júpiter; los Centauros, que son asteroides que orbitan entre los planetas Júpiter y Neptuno; los Asteroides Cercanos a la Tierra o NEA's *Near Earth Asteroids*, los cuales son todos objetos con $q < 1.3$ UA.

Éstos últimos tres grupos de objetos son más pequeños que los objetos que se encuentran en los cinturones Principal y de Kuiper, y se localizan en regiones dinámicamente menos estables [De Pater y Lissauer, 2010].

La Figura 2 es un gráfico que muestra la distribución, distancias respecto al Sol y diámetros de los objetos que constituyen el inventario del sistema solar previamente descritos.

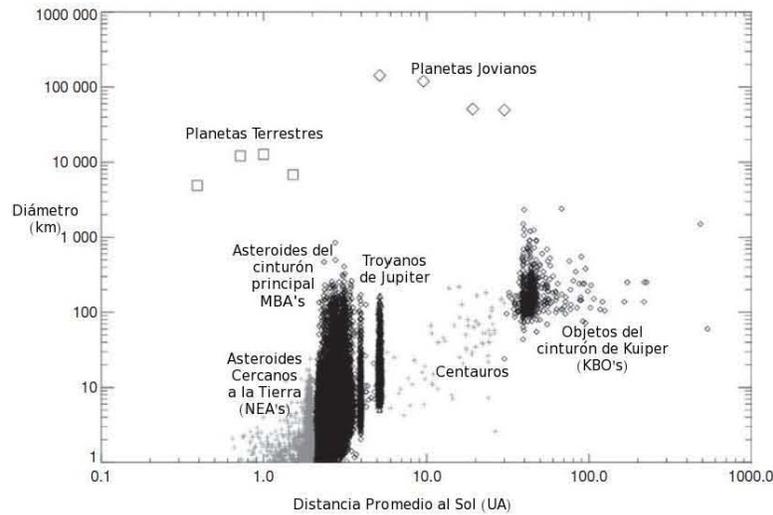


Figura 2: Inventario de objetos orbitando alrededor del Sol [De Pater y Lissauer, 2010].

La Tabla 3 muestra las subdivisiones o familias de Asteroides Cercanos a la Tierra, éstas se determinan de acuerdo a sus características orbitales con respecto de la órbita de la Tierra.

Tabla 3. Grupos de Objetos Cercanos a la Tierra o (NEA's, Near-Earth Asteroids).

| Grupo | Descripción | Definición (km) |
|---|--|---|
| Atiras | Tienen órbitas internas a la órbita de la Tierra | $a < 1.0 \text{ UA}$ $Q < 0.983$ |
| Atons | Tienen órbitas externas a la de la Tierra pero internas a la órbita de Marte | $a = 1 \text{ UA}$ $Q > 0.983$ |
| Apolos | Sus órbitas intersectan la órbita de la Tierra pero sus semiejes mayores son mayores al de la Tierra. | $a > 1.0 \text{ UA}$ $q < 1.017$ |
| Amor | Con órbitas externas a la órbita de la Tierra pero internas a la de Marte. | $a = 1.0 \text{ UA}$ $1.017 \geq q \leq 1.3$ |
| Asteroides Potencialmente Peligrosos (PHA, Potentially Hazardous Asteroids) | Tienen una distancia mínima de intersección con la órbita de la Tierra (Minimun Orbit Intersection Distance, MOID) | $MOID \leq 0.05$ $\leq 0.05 \text{ UA}$ |

La Tabla 4 contiene los parámetros orbitales a , e , i y los diámetros d , de los asteroides mayores, conocidos hasta ahora, en el Sistema solar.

Tabla 4. Propiedades orbitales de los mayores asteroides del sistema solar [NASA/JPL-SSE, 2013].

| Asteroide | a (UA) | e | i | d (km) |
|-----------|----------|-------|------|----------|
| Pallas | 2.75 | 0.237 | 34.9 | 608 |
| Juno | 2.77 | 0.257 | 13.0 | 250 |
| Vesta | 2.67 | 0.089 | 7.1 | 538 |
| Hygiea | 2.58 | 0.100 | 3.8 | 450 |
| Undina | 3.15 | 0.072 | 9.9 | 250 |
| Eros | 3.20 | 0.223 | 10.8 | 25 |

1.3.2. Planetas Enanos (Dwarf Planets)

Los planetas enanos son objetos con masa planetaria, que al igual que un planeta han alcanzado equilibrio hidrostático. Un planeta enano es semejante a un planeta por tener una órbita alrededor del Sol y estar en equilibrio hidrostático pero difiere en que no ha limpiado la vecindad de su órbita completamente [Binzel, 2006]. De acuerdo a lo anterior, en el sistema solar a la fecha se conocen cinco planetas enanos, el más cercano a la Tierra es Ceres, el cual sigue una órbita entre Marte y Júpiter, en medio del cinturón principal de asteroides, junto con los asteroides Pallas y Vesta induce perturbaciones de algunos kilómetros en la órbita de Marte [Kuchynka et al., 2010]. Se ha demostrado numéricamente que estas perturbaciones también inducen un fuerte comportamiento caótico en las órbitas de los asteroides [Laskar et al., 2011]. Hasta el año 2006 Ceres había sido considerado un asteroide, pero con el descubrimiento de Haumea, Eris y Makemake en octubre del 2003, enero y marzo del 2005 respectivamente, por el equipo conformado por M.E. Brown, C.A. Trujillo y D. Rabionowitz [Brown et al., 2005]. Ceres fue promovido a planeta enano de acuerdo con la definición oficial de la IAU, definición que además reclasificó en esta categoría a Plutón, el cual hasta ese año había sido considerado un planeta [Binzel, 2006]. La Tabla 5 contiene las propiedades físicas de radio r y masa m y los parámetros orbitales semieje mayor a , excentricidad e e inclinación i , de los planetas enanos del sistema solar considerados hasta la actualidad.

Tabla 5. Propiedades físicas y orbitales de los planetas enanos del sistema solar [NASA/JPL-SSE, 2013].

| Objeto | r (km) | m (kg) | a (UA) | e | i ($^{\circ}$) |
|----------|----------|-----------------------|----------|------|--------------------|
| Plutón | 1153 | 1.40×10^{22} | 39.44 | 0.25 | 17.08 |
| Ceres | 487 | 9.04×10^{20} | 2.76 | .076 | 10.59 |
| Haumea | 718 | 4×10^{21} | 43.5 | 0.19 | 28.19 |
| Makemake | 750 | 3×10^{21} | 45.55 | 0.15 | 29.01 |
| Eris | 1163 | 1.67×10^{22} | 67.95 | 0.43 | 43.88 |

La Figura 3 es una representación esquemática de la estructura completa del sistema solar, en el centro se encuentra el Sol, alrededor del cual giran 8 planetas y sus satélites, divididos por el cinturón principal de asteroides que se encuentra entre Marte y Júpiter, los 5 planetas enanos anteriormente mencionados, el cinturón de Kuiper después de la órbita de Neptuno; todo este conjunto envuelto en lo que se denomina como la nube de Oort, un cascarón esférico de material, ubicado a distancias que van desde $\sim 1 \times 10^4$ UA y que se extiende hasta $\sim 5 \times 10^4$ UA, el cual se estima que es el origen de los cometas de período largo, es decir, cometas con períodos del orden de miles de años.

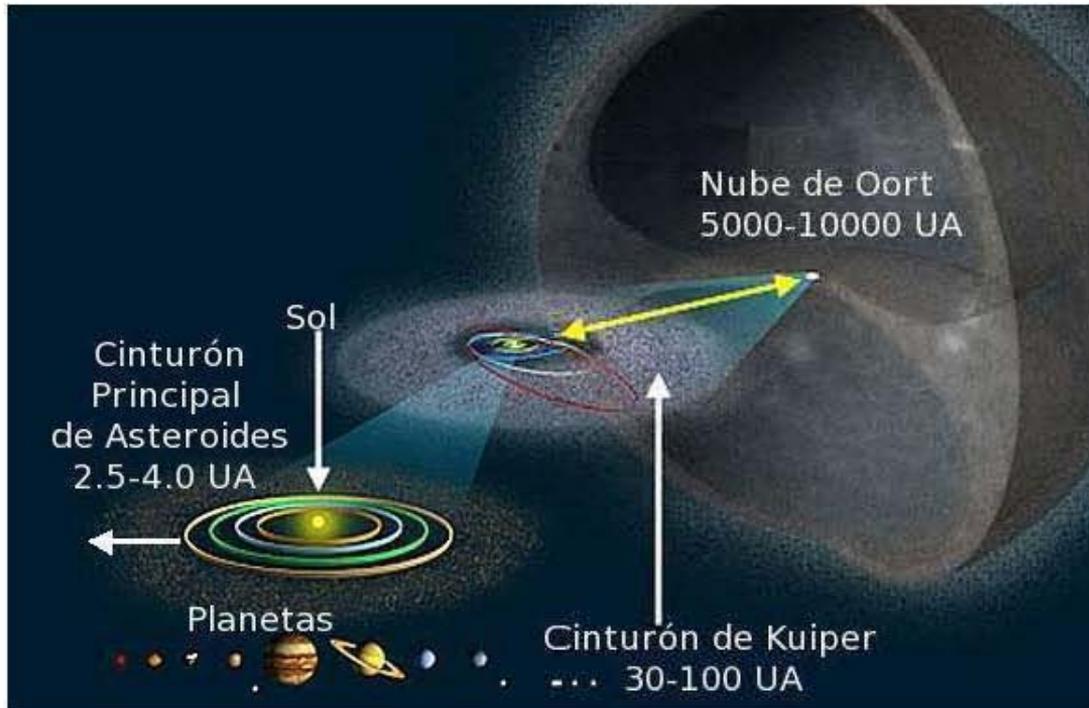


Figura 3: Modelo actual del sistema solar. Créditos [OSS, 2013].

2. DINÁMICA DEL SISTEMA SOLAR

La gravedad es una fuerza presente en donde sea que exista un cuerpo, es de largo alcance y no tiene una longitud característica, es decir, a todas las distancias tiene la misma forma. Entender las interacciones gravitacionales es fundamental para entender el movimiento y la configuración de los sistemas que conforman el universo. El alcance de un modelo de un sistema dinámico y su éxito dependerá de los límites que se establezcan para definirlo, lo que resulta de considerar o no ciertos cuerpos y parámetros físicos del sistema real. Aunque las interacciones gravitacionales entre todos objetos existentes en el sistema solar pueden producir una gran variedad de fenómenos dinámicos, es posible describirlas correctamente mediante interacciones básicas entre pares de objetos. Según sea el caso, y basados en el principio de conservación de energía es posible delimitar el estudio dinámico y resolverlo analíticamente como un problema de dos cuerpos o de tres cuerpos restringido. El problema de tres cuerpos es un problema complejo, el análisis de sistemas de más de tres cuerpos resulta analíticamente imposible, es mediante integraciones numéricas que se pueden generar soluciones aproximadas que nos permitan entender los complejos sistemas dinámicos reales como el sistema solar.

2.1. El problema de dos cuerpos

Kepler dedujo por primera vez el movimiento planetario mediante cuidadosos estudios de datos observacionales del movimiento de los planetas, estos datos habían sido obtenidos por Tycho Brahe. Las deducciones de Kepler quedaron plasmadas en sus tres leyes de movimiento planetario, las cuales se resumen a continuación:

1. Los planetas se mueven en elipses, con el Sol en uno de sus focos. Se puede expresar una distancia heliocéntrica para el planeta, r_{\odot} , tal que:

$$r_{\odot} = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos \theta} \quad (1)$$

donde:

a es el semieje mayor (promedio de las distancias máxima y mínima del planeta con respecto al Sol.) e es la excentricidad de la órbita y se define como $e \equiv (1 - b_m^2/a^2)^{1/2}$, en donde $2b_m$ es el eje menor la elipse. θ es la anomalía verdadera, esto es, el ángulo entre el perihelio del planeta y su posición en un instante dado.

2. El radio vector que conecta a un planeta con el Sol barre un áreas iguales en tiempos iguales. Es decir dada un área A ,

$$\frac{dA}{dt} = c \quad (2)$$

donde c es una constante.

3. El cuadrado del período de revolución al rededor del Sol es proporcional al cubo del semi-eje mayor, es decir

$$\tau^2 \propto a^3 \quad (3)$$

Kepler explicó cómo es el movimiento de los planetas pero no pudo explicar el por qué se mueven así. Fue Isaac Newton quien logró explicar de manera analítica el movimiento planetario. Newton demostró que el movimiento relativo entre dos objetos esféricamente simétricos es resultado de la atracción gravitacional que existe entre ellos, y que este movimiento describe una sección cónica, la cual puede ser una elipse para órbitas ligadas, o bien, parábolas ó hipérbolas para órbitas no consolidadas [De Pater y Lissauer, 2010].

Una fuerza central es aquella que depende solamente de la distancia relativa, $\mathbf{r} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ y de sus derivadas temporales, es decir:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \dot{\mathbf{r}}, \dots) \quad (4)$$

donde la magnitud se expresa como:

$$r = |\mathbf{r}| = \sqrt{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}} \quad (5)$$

La gravedad es una fuerza central conservativa, es decir puede ser expresada como un gradiente de un potencial y depende unicamente de la magnitud \mathbf{r} .

Consideramos dos objetos con masas m_1 y m_2 cuyos vectores de posición con respecto a un centro de masa común son \mathbf{r}_1 y \mathbf{r}_2 respectivamente. El objeto de masa m_1 se mueve a una velocidad $\mathbf{v}_1 = d\mathbf{r}_1/dt$, por lo cual tiene un momento $\mathbf{p} = m_1\mathbf{v}_1$.

La aceleración producida por una fuerza neta, F_1 está dada por la segunda ley de movimiento de Newton:

$$\mathbf{F}_1 = \frac{d(m_1\mathbf{v}_1)}{dt} \quad (6)$$

La tercera Ley de Newton establece que a toda acción corresponde una reacción igual y opuesta. De este modo, dado un par de objetos, la fuerza es de igual magnitud para cada uno, pero con dirección opuestas. Es decir:

$$\mathbf{F}_{12} = -\mathbf{F}_{21} \quad (7)$$

donde \mathbf{F}_{12} representa la fuerza ejercida por el cuerpo m_2 sobre el cuerpo m_1 .

La ley de gravitación universal de Newton establece que el objeto de masa m_2 , ejerce una fuerza atractiva en el primer objeto dada por:

$$\mathbf{F}_{12} = -\frac{Gm_1m_2}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad (8)$$

donde G es la constante gravitacional y $\hat{\mathbf{r}} \equiv \mathbf{r}/r$.

El movimiento relativo entre dos objetos mutuamente gravitantes, derivado de las leyes de Newton se puede expresar como:

$$\mu_r \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -\frac{GM\mu_r}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \quad (9)$$

donde μ_r es la masa reducida y se define:

$$\mu_r \equiv \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

y M es la masa total:

$$M \equiv m_1 + m_2 \quad (11)$$

A partir de lo anterior, la generalización de Newton de las leyes de Kepler para el problema de dos cuerpos se puede describir de la siguiente manera:

1. Los dos objetos se mueven a lo largo de trayectorías elípticas con uno de los focos de cada elipse localizados en el centro de masa del sistema. El centro de masa se define como:

$$\mathbf{r}_{CM} = \frac{m_1 \mathbf{r}_1 + m_2 \mathbf{r}_2}{M} \quad (12)$$

2. La segunda ley de Kepler es consecuencia de la conservación de momento angular, \mathbf{p} , es decir:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = 0 \quad (13)$$

donde $\mathbf{p} = \mathbf{r} \times m\mathbf{v}$

3. El período de los objetos del sistema alrededor de su centro de masa, τ_{orb} está dado por:

$$\tau_{orb} = \sqrt{\frac{4\pi^2 a^3}{G(m_1 + m_2)}} \quad (14)$$

Esta ecuación reduce la tercera ley de Kepler, ecuación (3), en el límite de $m_2/m_1 \rightarrow 0$ [De Pater y Lissauer, 2010].

Partiendo de la ecuación (9) tenemos que:

$$\frac{d^2 \mathbf{r}}{dt^2} + GM \frac{\mathbf{r}}{r^3} = 0 \quad (15)$$

El vector \mathbf{r} puede ser igualmente utilizado para describir el movimiento de los objetos en tres dimensiones, con posición $\mathbf{r} = (x, y, z)$ y velocidad $\dot{\mathbf{r}} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$. Los vectores de posición y momento del objeto se pueden expresar como:

$$\mathbf{r} = r_x \mathbf{i} + r_y \mathbf{j} + r_z \mathbf{k} \quad \text{y} \quad \mathbf{p} = p_x \mathbf{i} + p_y \mathbf{j} + p_z \mathbf{k} \quad (16)$$

Las ecuaciones de movimiento se pueden expresar como:

$$\dot{\mathbf{r}} = +\nabla_p H_{Kepler} \quad \text{y} \quad \dot{\mathbf{L}} = -\nabla_r H_{Kepler} \quad (17)$$

donde los operadores ∇_p y ∇_r se definen como:

$$\nabla_r = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial r_x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial r_y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial r_z} \quad \text{y} \quad \nabla_p = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial p_x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial p_y} + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial p_z} \quad (18)$$

Para sistemas conservativos, la energía total del sistema se puede expresar como la suma de la energía cinética y la energía potencial del sistema. En este caso, H_{Kepler} es la energía total del sistema y es:

$$H_{Kepler} = \frac{p^2}{2\mu} - \frac{GM\mu}{r} \quad (19)$$

donde $p = |\mathbf{p}|$ y $r = |\mathbf{r}|$.

El sistema de tres ecuaciones diferenciales de segundo orden, puede ser remplazado por un sistema análogo de seis ecuaciones de primer grado dadas por:

$$\dot{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{p}}{\mu} \quad \text{y} \quad \dot{\mathbf{p}} = -\frac{GM\mu}{r^3}\mathbf{r} \quad (20)$$

De la dinámica Hamiltoniana tenemos:

$$\dot{q}_i = +\frac{dH}{dp_i}, \quad \dot{p}_i = +\frac{dH}{dq_i} \quad (i=1,2,\dots,n), \quad (21)$$

donde $H = H(q_i, p_i, t)$ es un sistema Hamiltoniano de orden $2n$ o equivalente a n grados de libertad. H es una función conocida como Hamiltoniana, $q_i (i = 1, 2, \dots, n)$ son las coordenadas y $p_i (i = 1, 2, \dots, n)$ es el momento. No es requisito de que la descripción de las variables tiene que ajustarse a su papel. Teniendo en cuenta que H se determinó sólo hasta una constante aditiva arbitraria, ya que $H + k$, donde k es una constante, además satisface la ecuación (21).

Las propiedades de estos sistemas hacen más fácil llevar a cabo las transformaciones de coordenadas y esto es particularmente útil para estudios de los fenómenos como las resonancias. Así mismo estas transformaciones pueden ser utilizadas para simplificar el problema y encontrar a una solución. Aunque se ha demostrado que \mathbf{r} y \mathbf{p} pueden formar un arreglo conjugado, no sucede así con los elementos orbitales, sin embargo ciertas funciones de los elementos orbitales pueden formar conjuntos conjugados, por ejemplo las variables de Delaunay y las variables de Poincaré [Murray y Dermott, 1999].

2.2. Problema de tres cuerpos

El movimiento de dos objetos mutuamente gravitantes puede resolverse analíticamente, como hemos visto en la sección anterior, sus trayectorias pueden resolverse como una sección cónica. Sin embargo cuando se considera un sistema de más de dos objetos, se requieren restricciones adicionales para enteneder su movimiento, en este caso, las integrales de movimiento disponibles ya no son suficientes. La deducción de las trayectorias de los objetos de un sistema de tres cuerpos, no puede resolverse analíticamente, aunque para ciertas configuraciones es posible simplificar el problema con aproximaciones basadas en grandes diferencias de masa entre los objetos y órbitas casi circulares y coplanares, como es el caso de los planetas en el sistema solar. Se puede estudiar el movimiento de asteroides, anillos de polvo, o satélites, considerandolos cuerpos de masa despreciable en el sistema, dado que sus efectos gravitacionles sobre objetos de masas mucho mayores resultan despreciables, esto se conoce como *el problema de tres cuerpos restringido*.

En esta aproximación la partícula de masa despreciable se llama partícula de prueba. Si el movimiento relativo entre los cuerpos masivos es un círculo, entonces la aproximación se conoce como *el problema de tres cuerpos circular restrictivo*. Una alternativa a éste último es lo que se conoce como *el problema de Hill*, en el cual la masa de uno de los cuerpos masivos es mucho mayor a la del otro. Una simplificación independiente es considerar que los 3 objetos se mueven en un mismo plano, esto es *el problema de tres cuerpos restringido en el plano*. Aunque no todas, varias de estas suposiciones se pueden combinar para explicar configuraciones dinámicas del sistema solar.

2.2.1. Esfera de Hill

En un problema de tres cuerpos, dado que una partícula se mueve mayormente en una órbita Kepleriana no perturbada, la interacción con la masa secundaria puede ser mejor entendida si se considera el movimiento de la partícula únicamente en la vecindad de dicha masa. La trayectoria de una partícula de masa despreciable que orbita en un campo gravitacional resultado de la interacción de dos masas se determina mediante el problema de tres cuerpos restringido.

Una partícula moviéndose alrededor de una masa primaria, en un problema orbital circular restringido, será perturbada en su órbita únicamente si existe un encuentro cercano con una masa secundaria. En virtud de su masa los planetas tienen dominio gravitacional sobre objetos más pequeños que ellos dentro de la región conocida como la esfera de Hill. La dinámica de un sistema en el que la masa primaria es mucho mayor que la masa secundaria $m_1 \gg m_2$, se puede tratar considerando un sistema idealizado en el que dos cuerpos se mueven en órbitas circulares alrededor de un centro de masa común. Un tercer cuerpo es introducido en el sistema, éste tiene una masa mucho menor al de los otros dos, de tal manera que no afecta sus órbitas [Binney y Tremaine, 1987].

Para este caso es conveniente expresar el campo gravitacional en términos de un potencial $\Phi_{eff}(\mathbf{r})$, el cual se define como:

$$\Phi_{effg}(\mathbf{r}) \equiv - \int_{\infty}^r \frac{\mathbf{F}_g(\mathbf{r}')}{m} \cdot d\mathbf{r}' \quad (22)$$

El análisis se realiza en un marco de referencia no inercial que rota alrededor del eje z (ubicado en el centro de masas), a una tasa igual a la frecuencia orbital de los dos cuerpos masivos.

Nuestro análisis se realiza de modo que el marco de referencia no inercial rota a una misma tasa que que la frecuencia orbital de los dos cuerpos masivos. La distancia que los separa $R_o = 1$, la suma de sus masas y la constante gravitacional es igual a uno. Esto implica que la frecuencia angular del marco rotante es igual a uno. Las dos masas m_1 y m_2 que orbitan un centro de masa común, tienen una velocidad angular tal que:

$$\omega = \frac{G(m_1 + m_2)}{R_o^3} = 1 \quad (23)$$

El campo gravitacional será estacionario en cualquier posición de un sistema coordenado

centrado en el centro de masas de ambos objetos con velocidad angular Ω [Binney y Tremaine, 1987].

Posicionamos el sistema coordenado de manera que los dos cuerpos masivos permanencen fijos en el eje X, los centros de masa de la partícula y el sistema que lo alberga se pueden expresar de la siguiente manera:

$$\mathbf{r}_{m_1} = \left(\frac{-m_1}{(m_1 + m_2)}, 0 \right) \quad (24)$$

$$\mathbf{r}_{m_2} = \left(\frac{m_2}{(m_1 + m_2)}, 0 \right) \quad (25)$$

En un problema de tres cuerpos hay una energía que es constante, ésta se conoce como energía de Jacobi E_J . La energía de Jacobi en cualquier órbita dentro del sistema de tres cuerpos será:

$$E_J = \frac{1}{2}V^2 + \Phi_{eff}(\mathbf{r}) \quad (26)$$

La partícula de prueba, con masa despreciable, se localiza en \mathbf{r} , de esta manera $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_i|$ es la distancia de la partícula de prueba a la masa m_i . La velocidad de esta partícula en el marco rotante es v . La constante de movimiento deducida por Jacobi mediante un análisis de la integral de movimiento modificada, en el marco rotante es:

$$E_J = x^2 + y^2 + \frac{2m_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{m_1}|} + \frac{2m_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{m_2}|} - v^2 \quad (27)$$

Dado que $v \geq 0$, entonces un objeto con energía E_J no podrá pasar la región donde $E_J > \Phi_{eff}(\mathbf{r})$. Donde $\Phi_{eff}(\mathbf{r})$ es el potencial efectivo.

La Figura 4 muestra los contornos de $\Phi_{eff}(\mathbf{r})$ constante en el plano ecuatorial de las dos masas puntuales. Los puntos L_1, \dots, L_5 son los puntos de Lagrange y son los extremos de dicha superficie. Las superficies con velocidad cero, cerca a cada objeto estan centradas en él; más lejos las superficies rodean ambos cuerpos. Entonces los valores críticos para Φ_{eff} corresponden a las superficies más externas que rodean un solo objeto. La última superficie que rodea un sólo objeto se conoce como superficie de marea o superficie de Roche. El punto L_1 se encuentra entre los dos objetos de masa m_2 y m_1 , se puede utilizar este punto como referencia para estimar el radio más externo en el cual se encuentran todas las órbitas ligadas a m_2 a

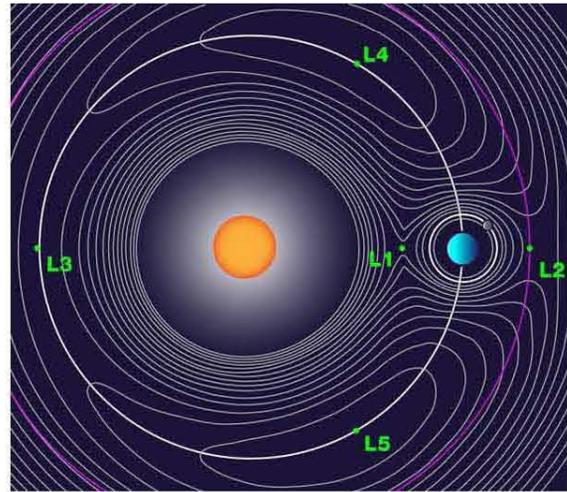


Figura 4: Los puntos de Lagrange. Créditos [TheEEStory, 2013].

una distancia r_J que entre m_1 y L_1 [Binney y Tremaine, 1987].

El potencial efectivo en r_J , es:

$$\frac{\partial \Phi_{eff}}{\partial r} = 0 \quad (28)$$

Entonces para dos objetos puntuales de masa m_2 y m_1 separados una distancia R_0 , lo anterior implica lo siguiente:

$$\Phi_{eff}(\mathbf{r}) = -G \left[\frac{m_1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{m_1}|} + \frac{m_2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{m_2}|} + \frac{m_1 + m_2}{2R_0^3} (x^2 + y^2) \right], \quad (29)$$

Al punto L_1 entre las masas se satisface lo siguiente:

$$0 = \frac{\partial \Phi_{eff}}{\partial r} = \frac{m_1}{(R_0 - r_J)^2} - \frac{m_2}{r_J^2} - \frac{m_1 + m_2}{R_0^3} \left(\frac{m_1 R_0}{m_1 + m_2} - r_J \right) \quad (30)$$

Si $m_2 \ll m_1$, entonces $r_J \ll R_0$, y la ecuación anterior tiene una solución tal que:

$$0 = \frac{m_1}{R_0^2} = \left(1 + \frac{2r_J}{R_0} + \dots \right) - \frac{m_2}{r_J^2} - \frac{m_1}{R_0^2} + \frac{m_1 + m_2}{R_0^3} r_J = \frac{m_1 r_J}{R_0^3} - \frac{m_2}{r_J^2} \quad (31)$$

Truncando la serie a r_J , se tiene que a primer orden en $\frac{r_J}{R_0}$, r_J es tal que:

$$r_J = \left(\frac{m_2}{3m_1} \right)^{1/3} R_0 \quad (32)$$

Dado que definimos $R_0 = 1$ entonces la ecuación anterior se simplifica a:

$$r_J = \left(\frac{m_2}{3m_1} \right)^{1/3} \quad (33)$$

A manera de aproximación, podemos decir que dentro de una región esférica de radio r_J , una partícula prueba estará sujeta a una fuerza gravitacional del planeta comparable a la diferencia de marea dada entre la fuerza del Sol sobre el planeta y la fuerza de este último sobre la partícula prueba.

Órbitas planetocéntricas se mantienen estables dentro de la esfera de Hill del planeta, como es el caso de los satélites naturales cuyas órbitas se mantienen dentro de esta región. Órbitas heliocéntricas estables estarán siempre fuera de la esfera de Hill de cualquier planeta. Objetos pequeños del sistema solar pueden que ingresen dentro de la esfera de Hill de un planeta con velocidad muy baja pueden permanecer unidos gravitacionalmente al planeta por algún tiempo como satélites temporales.

Las órbitas que se encuentran dentro de la esfera de Hill de un planeta pueden ser, prógradas, si el objeto se mueve en la misma dirección en que rota el planeta, o retrógradas si se mueve en dirección contraria. Para objetos muy distantes al planeta, el criterio dinámico más importante es si se mueven en la misma dirección en la que el planeta orbita el Sol. Las órbitas retrógradas son más estables a grandes distancias del planeta de lo que son

las prógradas. Los satélites en órbitas retrógradas se encuentran a grandes distancias del planeta.

En efecto a grandes distancias el movimiento de objetos cuyas órbitas son retrógradas puede trascender a un tercer tipo de comportamiento, conocido como cuasi-satélite. Los objetos con órbitas de tipo cuasi-satélite se mueven alrededor del Sol con el mismo período orbital en que se mueve el planeta. Debido a que estas órbitas de cuasi-satélite tienen excentricidades mucho mayores a las excentricidades que presenta una órbita planetaria, vistas desde el planeta éstas son retrógradas más allá de la esfera de Hill del planeta, su punto de libración es a 0° , mientras que para órbitas tipo herradura 180° y para órbitas tipo *tadpole* el punto de libración es alrededor de 60° o 300° [De Pater y Lissauer, 2010].

2.3. Dinámica del sistema solar como un problema de N -cuerpos

Sabemos que en un sistema de dos cuerpos la fuerza de atracción gravitatoria está en función de las masas y de la distancia que las separa, por lo tanto, en ocasiones, a escalas locales podemos modelar sistemas fijos en un planeta, despreciando las contribuciones de la influencia gravitacional del Sol y reducir así el problema dinámico a una primera aproximación a la región de influencia gravitacional del planeta, tomando a éste último como un marco de referencia inercial de un sistema reducido y despreciando su no-inercialidad con respecto al Sol. A diferencia del problema de dos cuerpos que tiene solución analítica y el de tres cuerpos restringido que tiene soluciones analíticas aproximadas, un problema de N -cuerpos no tiene solución analítica, al menos hasta el entendimiento actual de la Física y las Matemáticas. Sin embargo con desarrollo de diversas técnicas de análisis numérico ha sido posible encontrar soluciones que se adaptan al comportamiento real de dichos sistemas.

Si definimos un sistema de N -cuerpos, de la Segunda Ley de Newton: la fuerza neta \mathbf{F} que actúa sobre un objeto de masa m , es igual al cambio de momento:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{P}}{dt} \quad (34)$$

En el regimen no relativista, en el cual las velocidades son menores a la velocidad de la luz, m permanece constante, entonces la fuerza neta que actúa en cada cuerpo del sistema será:

$$\mathbf{F} = \frac{d(m\mathbf{V})}{dt} \quad (35)$$

Lo anterior se puede expresar en términos del cambio de posición como:

$$\frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} = -GM \frac{\mathbf{r}_m}{|\mathbf{r}_m|^3} + m_l \frac{\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l}{|\mathbf{r}_m - \mathbf{r}_l|^3} \quad (36)$$

Donde los parámetros con subíndice l corresponden a los de un tercer cuerpo y $\mathbf{r}_m = 0$ porque el sistema tiene referencia inercial en la masa mayor M . La ecuación anterior, es una ecuación vectorial que se puede reescribir utilizando las componentes del vector posición.

Entonces:

$$\frac{d^2}{dt^2}x = -G \left[M \frac{x_m}{|r_m|^3} + m_l \frac{x_m - x_l}{|r_m - r_l|^3} \right] \quad (37)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}y = -G \left[M \frac{y_m}{|r_m|^3} + m_l \frac{y_m - y_l}{|r_m - r_l|^3} \right] \quad (38)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}z = -G \left[M \frac{z_m}{|r_m|^3} + m_l \frac{z_m - z_l}{|r_m - r_l|^3} \right] \quad (39)$$

Así tenemos 3 ecuaciones diferenciales ordinarias de segundo orden, el número de ecuaciones del sistema completo está en función de los N -cuerpos del sistema:

$$\text{Número de ecuaciones} = 3 N.$$

Para un modelo de sistema solar incluyendo sólo los planetas este tipo de arreglo contendría 24 ecuaciones. Para este tipo de sistemas de ecuaciones se puede obtener una solución aproximada por implementación de una serie de potencias, reducir una ecuación diferencial lineal de orden N a un sistema de N ecuaciones diferenciales lineales de primer orden o mediante métodos genéricos iterativos como el Runge-Kutta. Los parámetros físicos involucrados en el sistema dependerán en gran medida de la correcta restricción física de cada problema particular.

En un sistema dinámico con un número grande de cuerpos aumenta el número de las interacciones, por lo tanto aumenta el número de ecuaciones y la complejidad de la solución. Por ejemplo, Pierre Simon Laplace en su obra *Oeuvres Completes*, demostró que para un sistema aislado de N -cuerpos sujetos a interacciones gravitacionales entre ellos, es posible definir un plano invariante basado en una simetría geométrica y que es resultado de la dinámica conservativa; se define como el plano que pasa por el baricentro del sistema y que es perpendicular al vector de su momento angular total. Laplace lo llamo "Plano de áreas máximas", pero actualmente se conoce como "el plano invariante de Laplace". Determinar este plano en el sistema solar permite tener un plano de referencia que, a diferencia de la eclíptica, es invariable en el tiempo. De este modo ahora se sabe que los planetas en sus órbitas mantienen el 98% del momento angular total, y que esto se debe a la distribución de los planetas más masivos hacia la región externa del sistema [Bursa, 1986].

2.4. Inestabilidades del sistema solar

En un sistema como el sistema solar el movimiento de un cuerpo está determinado por la fuerza gravitacional dominante de otro objeto más masivo y describe una sección cónica. Pero además las interacciones de otros objetos que también son parte del sistema con dicho cuerpo pueden generar perturbaciones pequeñas y modificar su trayectoria. El estudio de la evolución de sistemas perturbados ha sido abordado utilizando como fundamento la teoría de perturbación.

Básicamente este método implica considerar el potencial gravitacional como la suma de una parte que describe el movimiento kepleriano de los cuerpos con respecto al Sol más

una parte llamada función de perturbación, la cual contiene términos directos y términos indirectos. Los términos directos representan pares de interacciones entre planetas y objetos pequeños; los términos indirectos están asociados con el movimiento del Sol en respuesta de los tirones gravitacionales ejercidos por los planetas. Por ejemplo, dos masas puntuales orbitando alrededor de una masa primaria, con vectores de posición \mathbf{r}_2 y \mathbf{r}_3 relativos a la masa primaria tendrán una función de perturbación tal que:

$$R = -Gm_2 \left(\frac{1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3|} - \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3}{r_2^3} \right), \quad (40)$$

donde la primera cantidad en el paréntesis corresponde al término directo y la segunda es el término indirecto. La fuerza que la masa m_2 , ejerce sobre la masa m_3 , está dada por $\mathbf{F} = -m_3 R$ [De Pater y Lissauer, 2010]. La aplicación de la teoría de perturbación, su expansión en series de Fourier y aplicación a sistemas planetarios se puede atender a mayor detalle [Brouwer y Clemence, 1961].

Poincaré demostró que la perturbación en series es con frecuencia divergente, y que ésta es válida únicamente para un número finito de expansiones. Mediante integraciones directas en computadora ha sido demostrado que las trayectorias de un sistema perturbado dada una condición inicial puede ser completamente distinta si esta condición es modificada [Murray y Dermott, 1999].

Los sistemas dinámicos pueden ser estables o inestables y pueden presentar comportamiento caótico. En la realidad el comportamiento caótico es constitutivo de la mayoría de los sistemas dinámicos descritos para entender el universo. Un sistema caótico se define por mostrar orden y aleatoriedad intercalados, y por mostrar extrema sensibilidad a las condiciones iniciales. Esta sensibilidad se cuantifica por divergencia exponencial de órbitas perturbadas. La divergencia de dichas órbitas se caracteriza por un tiempo de escala (e-folding) denominado tiempo Lyapunov, de este modo podemos conocer el comportamiento de una órbita perturbada siempre y cuando el tiempo de Lyapunov sea menor al tiempo en el que las órbitas divergan (para distintas condiciones iniciales). Laskar realizó 2501 simulaciones del sistema solar centrándose en los planetas interiores Mercurio, Venus, Tierra y Marte, con una escala de tiempo de 5 mil millones de años y considerando la gravedad descrita según la Relatividad General y obtuvo un valor de 5 Ma para sistema solar [Laskar y Gastineau, 2009].

El caos en el sistema solar está relacionado con las resonancias fuertes y débiles éstas encadenan el espacio fase completo, la dinámica del sistema a largo plazo es la dinámica de sus resonancias orbitales [Malhotra, 2001]. Se dice que hay resonancia orbital cuando los períodos de las órbitas de dos o más cuerpos tienen una razón de números enteros pequeños.

En el sistema solar tenemos varias resonancias: los satélites Jovianos Io, Europa y Ganimedes están en resonancia 1:2:4 [Henrard, 1982]. Otros ejemplos de resonancias similares se presentan en Tetis y Mimas 2:1, Dione y Encélado 2:1, Hiperión y Titán 4:3. Además muchos de los satélites están en resonancia 1:1 con su planeta, es decir, su movimiento axial es igual a su período orbital, de este modo el satélite presenta al planeta siempre la misma cara.

Las resonancias pueden proporcionar estabilidad al sistema pero también bien pueden restarla. Los anteriores son ejemplos donde las resonancias proporcionan estabilidad, pero

también existen resonancias que son ejemplos de desestabilización, como los huecos de Kirkwood en Júpiter en donde el límite exterior de la zona caótica coincide con el límite del hueco en la distribución actual de asteroides [Wisdom, 1983] y la división Cassini en los anillos de Saturno donde la relación entre el borde exterior del anillo B y la resonancia 2:1 de Mimas sugieren un sistema balanceado en el límite de libración y circulación que presenta dicho anillo [Spitale y Porco, 2009].

Las órbitas de los cuerpos menores en el sistema solar están propensas a perturbaciones gravitacionales originadas por las resonancias orbitales de cuerpos mayores, éstas se encuentran distribuidas por todo el sistema, lo cual puede significar un mecanismo de transporte de material a través de grandes distancias. En los últimos años el desarrollo de sistemas computacionales y de técnicas numéricas ha dado paso a la exploración de la dinámica de éstos cuerpos, la cual puede ser importante en el entendimiento de la dinámica global y dado el curioso carácter del sistema solar de ser "ligeramente caótico o ligeramente estable" podría afectar su estabilidad a largo plazo [Malhotra, 2001].

2.5. Integradores numéricos en simulaciones del sistema solar

La exploración numérica es una parte fundamental del estudio de la dinámica del sistema Solar en su configuración actual o en la de épocas tempranas de su formación ha permitido el desarrollo de integradores numéricos cada vez más eficaces.

De los primeros algoritmos utilizados para desarrollar códigos de simulación de sistemas dinámicos tenemos el Bulirsch and Stoer desarrollado por Roland Bulirsch y Josef Stoer en 1966, este algoritmo lograba acelerar la convergencia de soluciones de un método de discretización mediante extrapolación utilizando una función racional basado en la regla del punto medio como método de discretización [Bulirsch y Stoer, 1966], y el Runge Kutta desarrollado por Dormand en 1987, éste se adecuó a simulaciones dinámicas de astronomía con períodos largos de evolución [Dormand y Prince, 1978].

RADAU de Edgar Everhart, para 1985 era un integrador de arranque automático capaz de alcanzar altos ordenes de precisión al ejecutarse por secuencias en las que los subpasos de tiempo se tomaban como espaciamentos Gauss-Radau [Everhart, 1984]. Thomas Quinn, Scott Tremaine y Martin Duncan, utilizaron Stormer para investigar la autenticidad dinámica de las posibles fuentes de los cometas de período corto. Utilizaba un método Runge-Kutta de cuarto orden con coordenadas generalizadas [Quinn et al., 1990].

Las primeras integraciones de la dinámica del sistema solar externo fueron hechas por Cohen y Hubbard en 1973, tenían un tiempo de integración de 120,000 años, sus resultados se comparaban bien con las predicciones de teorías analíticas [Cohen et al., 1973].

A continuación se listan algunos de los primeros trabajos numéricos importantes:

Tabla 6. Integraciones de Período corto del sistema solar interno.

| Año | Tiempo (Ma) | Integrador(es) | Referencia |
|------|-------------|--|-----------------------------|
| 1986 | 2 | Runge Kutta 4o orden & Stormer | [Applegate et al., 1986] |
| 1987 | 3 | Nordsieck multivalor de 12do orden | [Richardson y Walker, 1988] |
| 1991 | 3 | MFT (Transformada de Fourier modificada) | [T, 1990] |
| 1991 | 3 | Runge Kutta 4o orden | [Quinn et al., 1990] |

Tabla 7. Integraciones de Período largo del sistema solar externo.

| Año | Tiempo (Ma) | Integrador(es) | Referencia |
|------|-------------|--------------------------|---------------------------|
| 1973 | 1 | Runge Kutta 4o orden | [Cohen et al., 1973] |
| 1984 | 5 | Stormer | [Kinoshita y Nakai, 1984] |
| 1986 | 210 | Roungge Kutta 4o Stormer | [Applegate et al., 1986] |
| 1988 | 845 | Runge Kutta 4o orden | [Sussman y Wisdom, 1988] |
| 1991 | 1000 | Método de mapeo | [Wisdom y Holman, 1991] |

Estos integradores requerían grandes intervalos de tiempo de procesamiento, eran muy precisos y las mayores escalas de tiempo eran del orden de millones de años, pero su alcance era suficiente para estudiar un número muy limitado de órbitas. Sin embargo hubo factores importantes que propiciaron el desarrollo de éstos integradores:

- El desarrollo de esquemas de mapeo.
- La integración de ecuaciones.
- El uso de métodos Montecarlo.
- La construcción de supercomputadoras específicamente diseñadas para las integraciones.

Morbidelli identificó cuatro períodos en la evolución de los integradores del sistema solar [Morbidelli, 2002]

1. El Período Clásico. Comprende los primeros trabajos numéricos realizados con períodos de integración $10^4 - 10^6$ años y que podrían considerarse las primeras simulaciones modernas del sistema solar y termina en los inicios de la década de los 90's.
2. El Período Simplético. Es un período que comienza con la introducción del esquema MVS, *Mixed Variable Symplectic*, desarrollado por Wisdom & Holman [Wisdom y Holman, 1991]. Las integraciones comprendían escalas de tiempos de $10^8 - 10^9$ años. Y por primera vez se tenían ideas de la evolución de los cuerpos sobre escalas de la edad del sistema solar. Los grandes alcances de esta época fueron, la detección de difusión caótica y el entendimiento de la estructura de grandes regiones del sistema.-
3. El Período Estadístico. Inicia con el esquema variable mixta regularizada ó RMS, Regularized Mixed Variable por su siglas en inglés, de Levinson & Duncan [Levison y Duncan, 1994], es una variación del esquema MVS que podía tratar encuentros cercanos entre planetas y partículas prueba aunque no tenía la eficiencia en estabilidad de los integradores simpléticos.
4. El Período de Acreción Planetaria. Comienza con el diseño simultáneo de dos integradores que lograban tratar de modo simplético encuentros entre cuerpos masivos y partículas prueba: SYMBA de Martin Duncan [Duncan et al., 1998] y *Mercury* de John Chambers [Chambers, 1999].

2.6. Simulaciones numéricas de objetos pequeños del sistema solar

La dinámica orbital de cuerpos menores como cometas y asteroides es importante en el estudio de la evolución de los sistemas planetarios como el sistema solar ya que podrían ser el mecanismo más efectivo de transporte de material entre los cuerpos que lo componen [Marochnik y Mukhin, 1995]. Las inestabilidades orbitales de objetos menores debidas a encuentros cercanos, son eventos que resultan de una dinámica compleja y son difíciles de predecir. El material interplanetario puede alcanzar grandes dimensiones, aunque no lo suficientemente grandes para poder ser detectados debido a que los objetos que lo conforman son objetos opacos. Las técnicas de observación de asteroides tanto para el cinturón de Kuiper como para el cinturón principal del sistema solar van desde observaciones en el infrarrojo cercano hasta observaciones de luz polarizada. Sin embargo en los últimos años su estudio se ha intensificado, cada año se observan más objetos en el medio interplanetario y la posibilidad de perturbaciones sobre sus órbitas los convierte en impactores potenciales para la Tierra [Chapman, 2004]. En 1980 Eugene Shoemaker definió el término *Earth Crossing Asteroid* para definir asteroides cuyas órbitas tienen perihelio menor que el afelio de la órbita de la Tierra y que la interceptan como resultado de perturbaciones producidas por los planetas [Shoemaker, 1983]. La importancia del estudio dinámico de estos objetos radica principalmente en la detección temprana de posibles impactores con la superficie de la Tierra y sus implicaciones en la evolución de planetas y satélites pero además pueden

considerarse como un medio de transporte de material desde y hacia todas las regiones del sistema solar durante épocas tempranas de su formación. Las primeras integraciones de ecuaciones de movimiento asteroidal importantes fueron hechas por Nakai & Kinoshita en la década de los 80's, con un período de integración de 2 Ma, estos autores estudiaron el comportamiento de asteroides integrando las órbitas de Saturno y Júpiter, en su estudio semianalítico encontraron que las resonancias eran afectadas por el cambio de inclinación de dichas órbitas [Nakai y Kinoshita, 1985]. El primer estudio sistemático de la dinámica de NEA's se realizó integrando 410 cuerpos reales por 200,000 años [Milani et al., 1989]. Wisdom logró realizar integraciones para partículas prueba con períodos de integración de hasta 5 Ma en las que se encontró comportamiento caótico en la resonancia 2:1 de Júpiter que ya había sido explicada de manera analítica [Lemaitre y Henrard, 1990]. Ese mismo año Gladman y Duncan estudiaron la evolución de cuerpos menores en la región de planetas Jovianos [Gladman y Duncan, 1990].

Fue hasta la incorporación del método de variable mixta regularizada que los integradores comenzaron a despuntar hacia un vasto tratamiento de los diferentes problemas relacionados con cuerpos menores. A pesar de los múltiples alcances que el esquema MVS tuvo en las integraciones del sistema solar, éste no se adecuaba a la integración de cuerpos menores porque durante los encuentros cercanos de las partículas prueba con los objetos masivos, la parte Hamiltoniana de la perturbación dominaba sobre la Kepleriana, lo que viola la condición primordial de la generalización de Wisdom & Holman [Wisdom y Holman, 1991]. Con la introducción del esquema RMV de Levinson & Duncan fue posible hacer frente al problema de cuerpos menores a pesar de la ineficiencia que se presentaba en encuentros cercanos entre cuerpos menores que impedían abarcar los encuentros cercanos entre ellos mismos, de este esquema se obtuvieron buenos resultados que contemplaban en su análisis ciertas consideraciones estadísticas [Levison y Duncan, 1994]. En relativamente pocos años se logró incrementar la eficiencia de los integradores y se logró dar un salto significativo en el estudio de cuerpos menores que paso de considerar solo encuentros cercanos entre partículas prueba y cuerpos masivos hasta abordar problemas muy específicos de encuentros entre ellos mismos, los cuales al presentar tendencias a comportamientos caóticos incluían ya complejos análisis estadísticos como una herramienta primordial para el estudio de éstos sistema dinámicos.

Gladman estudió la dinámica de material eyectado desde la superficie de la Luna, abordó el problema como un problema de 4 cuerpos. En un modelo de un sistema conformado por el Sol, la Tierra, la Luna y la partícula eyectada, Gladman consideró a ésta última como una partícula sin masa que es afectada por la influencia gravitacional del resto de cuerpos, con respecto a las partículas, las cuales después del lanzamiento adquirirían órbitas geocéntricas.

Gladman puntualizó la importancia del efecto de la Luna sobre el destino de las mismas, a pesar del pastoreo gravitacional que el Sol ejerce sobre ellas. El tratamiento de éstas órbitas con el código RMVS permitió confirmar resultados previos obtenidos mediante calculos Monte Carlo [Gladman et al., 1995].

3. INTERCAMBIO DE MATERIAL EN EL SISTEMA SOLAR

El estudio de los objetos menores del sistema solar, dada la variedad de tamaños y composiciones, así como las propiedades dinámicas de las diferentes familias que conforman es importante para establecer modelos de formación y evolución del sistema solar. El intercambio de material puede considerarse desde la acreción de polvo resultante del paso de cometas provenientes de regiones más externas a las que orbita un planeta, hasta la captura de objetos como asteroides o meteoroides por atracción gravitacional del planeta a partir de encuentros cercanos entre ambos objetos. Lo cual puede generar dar continuidad a dicho proceso mediante la eyección de material por impacto hacia el medio interplanetario.

El estudio de procesos de intercambio de material es determinante para un mejor entendimiento de la evolución planetaria y de los efectos que dicho intercambio pudo haber generado en la evolución de la Tierra [Plane, 1991], ello ha permitido ampliar el horizonte de posibilidades a teorías que intentan explicar las condiciones de habitabilidad de nuestro planeta [Chyba y Sagan, 1997] y la posibilidad de que otros objetos del sistema solar tengan la capacidad de albergar vida [Lipps et al., 2004, Burchell et al., 2003]. Lo anterior conlleva a la necesidad de abarcar estudios observacionales y dinámicos de estos objetos. Al respecto de estos últimos investigaciones realizadas sobre el mecanismo de transferencia por medio de análisis numérico han mostrado la factibilidad de intercambio entre la Tierra y los diferentes objetos del sistema solar [Gladman et al., 1996, Gladman et al., 2005, Reyes-Ruiz et al., 2012] e incluso a escalas estelares [Belbruno et al., 2012].

3.1. Meteoritos

En el medio interplanetario hay material rocoso con dimensiones que van desde pequeños granos de polvo interestelar, meteoroides, asteroides y cometas. Cuando uno de estos objetos logra entrar en la atmósfera de la Tierra se le denomina meteorito. La alta presión a la que el meteorito se somete durante su viaje a través de la atmósfera hacen que se fragmente y debido a la fuerza de fricción que la misma ejerce sobre el objeto, éste puede frenarse y perder energía cinética en forma de calor.

Dependiendo del tamaño y de la composición del objeto, éste puede ser suficientemente grande y resistente que aún cuando no llega a tocar la superficie del planeta, genera ondas expansivas que la pueden afectar considerablemente. Si el meteorito resiste el viaje a través de la atmósfera y toca la superficie se le denomina meteorito. Por lo tanto, independientemente del tamaño o composición, cualquier roca proveniente del medio interplanetario que cae en la superficie de la Tierra es un meteorito.

El estudio de los meteoritos se remonta a más de 200 años, cuando en 1794 el físico Alemán Ernst Florenz Friedrich Chladni publicó su libro *Über den Ursprung der von Pallas gefundenen und anderer ihr ähnlicher Eisenmassen und über einige damit in Verbindung stehende Naturerscheinungen* (Sobre el origen del Hierro de Pallas ² y otros similares, y

²Meteorito Krasnoyarsk, estudiado por Peter Simon Pallas. Fue el primero encontrado de su tipo y dió origen a la clasificación de los meteoritos conocidas como Palasitas.

algunos fenómenos naturales asociados) en el que sugiere el origen extraterrestre de los meteoritos.

La extensa variedad de meteoritos esta dada a partir de su origen en las diferentes familias de objetos pequeños del sistema solar [Anders, 1964]. El estudio de meteoritos se lleva a partir de estudios petrológicos y químicos de las muestras obtenidas en la Tierra [Jarosewich, 1990] pero también de estudios observacionales de sus posibles progenitores, los cuales pueden ser Objetos Menores en el medio interplanetario como asteroides, tal es el caso de algunas acondritas basálticas ³ las cuales se consideran posible material desprendido por impacto de la superficie del asteroide Vesta [Binzel y Xu, 1993a], así como de planetas, tal es el caso de las Acondritas SNC⁴ cuyo posible origen marciano se sabe a partir de que generalmente las acondritas tienen edades próximas a los 4500 M.a., pero se ha estimado que las acondritas tipo SNC tienen edades de unos 1300 M.a., tiempo que coincide con edades estimadas de la formación de algunos cráteres de Marte [Treiman et al., 2000].

La clasificación moderna de meteoritos más utilizada fue desarrollada por Bischoff, la cual se presenta continuación en la Figura 5:

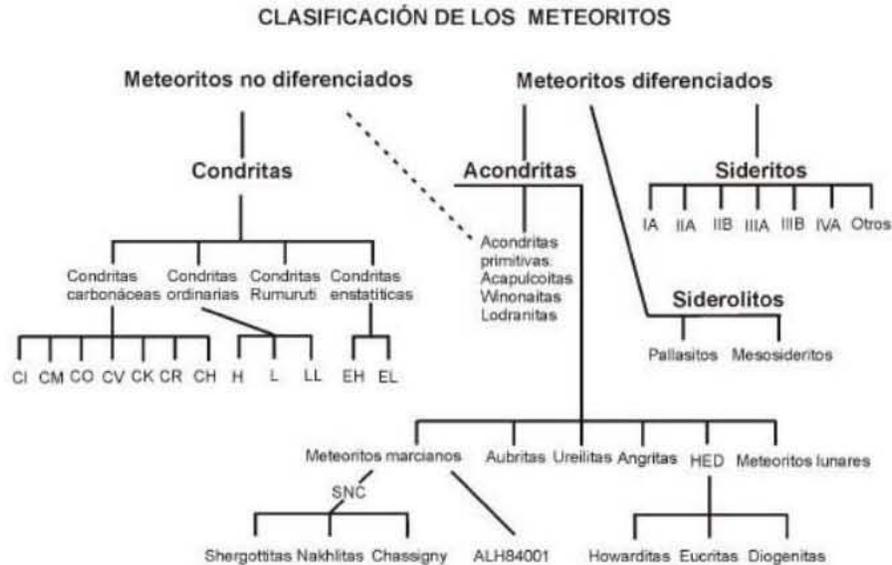


Figura 5: Clasificación de meteoritos de Bischoff [Bischoff, 2001].

La clasificación de Bischoff parte de una división general de los meteoritos en dos tipos principales, con base en su origen y sus distintos procesos de evolución: los diferenciados y los no diferenciados. Los primeros se refieren a los meteoritos conocidos como Acondritas, los meteoritos rocosos-metálicos y los metálicos, los segundos son los denominados Condritas.

³Las acondritas basálticas son meteoritos formados de materiales muy parecidos al basalto de la Tierra, el basalto es la roca ígnea más abundante en la corteza de la Tierra, también se encuentra en las superficies de la Luna y de Marte.

⁴Se llaman así por las iniciales de los meteoritos en que tienen origen Shergotty (S), Nakhla (N), Chassigny (C).

Las condritas son meteoritos rocosos con edades de unos 4.55 Ga, constituyen aproximadamente el 87 % de los meteoritos que caen a la Tierra, se interpretan para entender la formación del sistema solar, su patrón de elementos no volátiles es consistente con el de la atmósfera solar y de otras estrellas en la Galaxia. Se pueden considerar especímenes de material de formación planetaria. Tienen la particularidad de que no han experimentado fundimiento planetario y cambios químicos característicos de procesos ígneos. Los átomos que forman las condritas tienen una existencia previa a los que formaron el sistema solar. De acuerdo a inclusiones refractarias y constituyentes de la matriz ⁵ de condritas, presuntamente, éstas son vestigios de la nube de material que colapsó para formar el Sol y la nebulosa Solar. El material que compone a las condritas estuvo agregado en planetesimales, pequeños, posiblemente de algunos cientos de kilómetros, de acuerdo con el modelo de formación estelar, el material acretado del medio interestelar por la nebulosa Solar pudo haber sido afectado por las altas temperaturas y fue transformado en las condritas [Wood, 1988]. Algunos meteoritos condriticos contienen filosilicatos que se encuentran en los anillos de los condros. Estos minerales también parecen haberse formado antes de ser acretados en los condros.

El proceso de formación de condros se supone a partir del gas en la nebulosa Solar, el cual se desacelera a medida que pasa a través de un frente de choque, el aumento de la temperatura y la densidad las partículas sólidas en el gas siguen a través de la onda de choque a alta velocidad. Las partículas sólidas se calientan debido a que se están acelerando a través del gas con movimiento más lento. El gas calienta y al mismo tiempo hace más lentos a los condros, de modo que éstos se derriten y luego se empiezan a enfriarse. El vapor de agua reacciona con el polvo para formar silicatos hidratados, y los condros acretan estos silicatos y forman sus característicos anillos [SSE, 2013]. Dado que la acreción de material no es uniforme ni absoluta, debieron haber existido diferentes lotes de acreción en diferentes etapas, ello

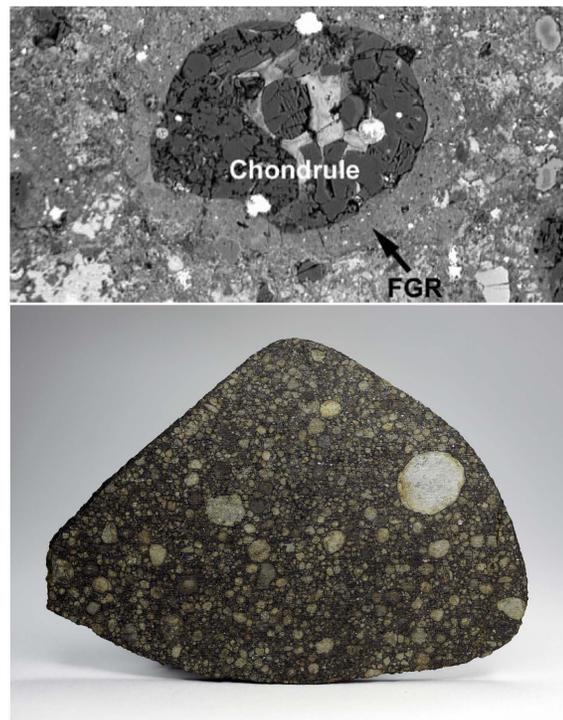


Figura 6: Los condros son pequeñas partículas de silicatos componentes de muchos de los meteoritos que caen en la Tierra. Se cree que son los objetos más primitivos del sistema solar. El *Fine Grained Rim* o grano fino del borde, puede ser identificarse con relativa facilidad en el meteorito. Créditos: Solar System Exploration, NASA.

⁵La matriz es una parte interna de la condrita compuesta un material de grano fino, generalmente blando y poroso, de color gris parecido al grafito. Las inclusiones refractarias son componentes de las condritas primitivas, y pueden ser de forma irregular o esféricas, como los condros y contener diversos minerales.

podría explicar las diferentes poblaciones de condros y las las variaciones de inclusiones refractarias y de sus componentes químicos. Las condritas pueden presentar brechas de impacto de diferentes tipos: i) monomíticas, formadas por fragmentos del mismo tipo y ii) geomíticas formadas por impactos de fragmentos de distinto tipo petrológico. Se estima que desde hace algunas decenas de millones de años las condritas acretadas en planetesimales disminuyeron sus tamaños a apenas algunos kilómetros a causa de constantes colisiones que provocaron su fragmentación. Existen también condritas generadas a partir de brechas regolíticas, las brechas regolíticas son resultado del choque de material rocoso con partículas de polvo de material eyectado de la superficie de planetasimales. Es posible que, inicialmente estos objetos se mantuvieran en órbitas heliocéntricas entre Marte y Júpiter, eventualmente la influencia gravitacional de Júpiter modificó la excentricidad de sus órbitas las cuales alcanzaron la órbita de la Tierra [Wood, 1988].

Las acondritas son meteoritos rocosos que no contienen de condros. Su origen puede ser Marciano o probablemente del asteroide Vesta. Espectrografía de reflectancia en el visible y en infrarrojo han permitido observar objetos de tipo Vesta con diámetros del orden de kilómetros, entre el asteroide Vesta y la resonancia 3:1 de Júpiter, sugieren una importante relación entre este asteroide y algunas acondritas basálticas. El asteroide Vesta presenta un cráter de unos 460 km en su polo sur. Binzel mostró que hay factibilidad dinámica de que al menos 12 de 20 objetos tipo Vesta observados, con diámetros menores a 10 Km en el cinturón de asteroides principal, los cuales pueden ser fragmentos de Vesta, originados a partir de impactos en el asteroide, su proximidad a la resonancia 3:1 hace de Vesta un progenitor dinámicamente viable de estos meteoritos [Binzel y Xu, 1993b, Drake, 2001].

3.2. Cráteres de Impacto

Con el estudio detallado de los cráteres de los planetas interiores y de las distribuciones de tamaños y poblaciones de asteroides ha sido posible establecer criterios importantes en los modelos de evolución orbital de los planetas en especial la migración orbital de los planetas gigantes hacia el interior del sistema solar [Strom et al., 2005], pero además permite explorar el intercambio de material de una era de intensas colisiones de los objetos menores con los planetas durante la época conocida como *Late Heavy Bombardment* (LHB). Estudios recientes de los cráteres de la Luna muestran que hay impactos producidos por cuerpos estimados a diámetros mayores a los 3000 km y aunque la frecuencia del bombardeo decrece exponencialmente posterior a este tiempo, LHB. Las colisiones como la del cometa Shoemaker-Levy 9 con Júpiter son una prueba de que la era de colisiones entre estos cuerpos no ha cesado. El estudio de los cráteres es importante para determinar los parámetros orbitales del material eyectado que se produce cuando éstos se forman.

3.3. Teoría de formación de cráteres

La formación de un cráter de impacto es un proceso que comienza en el momento en que un meteorito hace contacto con una superficie planetaria, y termina con el movimiento final de los escombros alrededor del cráter. Cuando un objeto a gran velocidad impacta sobre una superficie, se desencadena una serie de eventos como resultado de la transferencia de

energía y momento del objeto impactador al blanco impactado. La perturbación producida por el impacto se propaga desde el punto de contacto hacia regiones externas al mismo por medio de ondas de choque a diferentes niveles de tensión. La cantidad de energía implicada en este proceso dependerá de la masa y de la velocidad del objeto impactador. En 1984, Melosh presentó un modelo de eyección de material de un cráter de impacto, conocido como el modelo de espalación por impacto *Impact Spallation Model*. Este modelo relaciona la velocidad de eyección del material, el tamaño de los fragmentos eyectados, y la presión de choque por medio de una simplificación del esquema de propagación y reflexión de la onda de tensión [Melosh, 1984].

La Figura 7 es un diagrama del campo de presión y flujo de material en la excavación de un cráter de impacto. Las flechas muestran el flujo hacia arriba y hacia afuera del material que queda detrás de la onda de choque. Los contornos punteados representan los picos de presión mientras la onda de choque se mueve a través del material blanco.

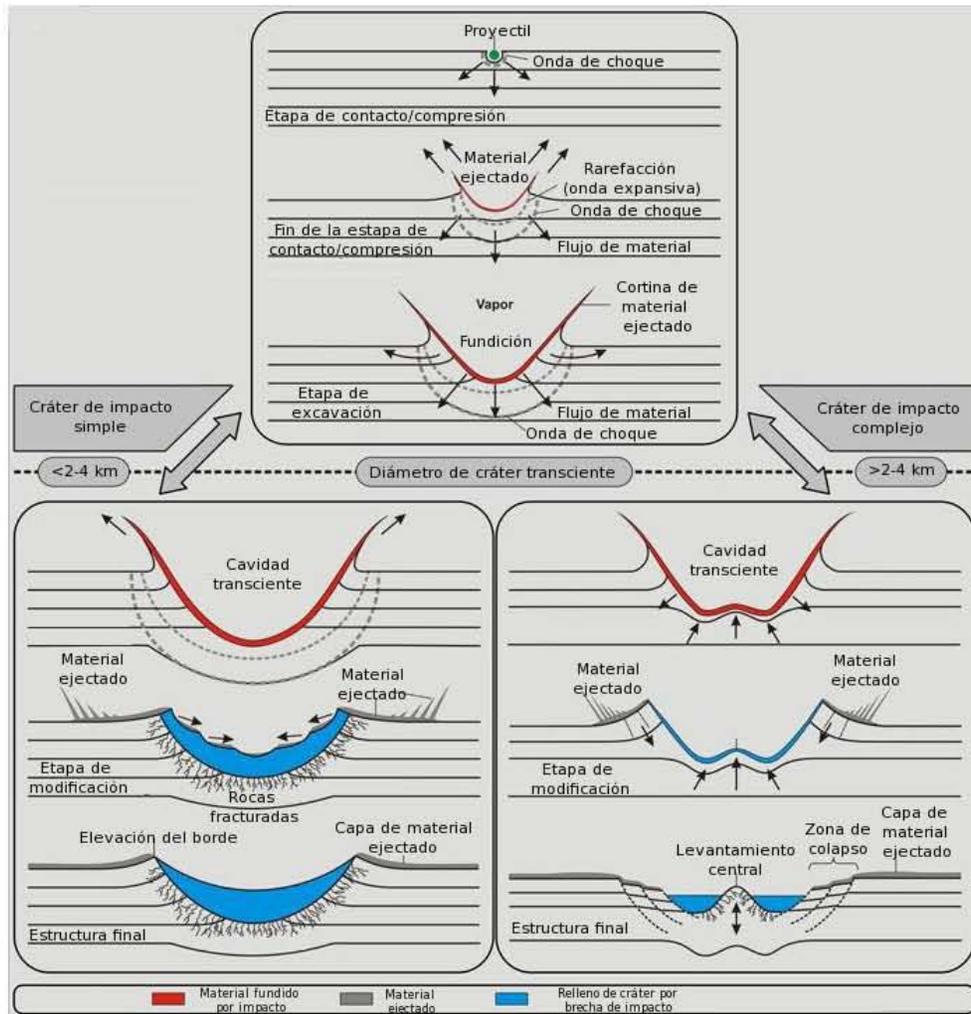


Figura 7: Trayectorias del material eyectado en función de la presión de choque sobre una superficie sólida durante un impacto. Créditos: [MeteorImpactonEarth, 2013]

1. Inmediatamente después del impacto ocurre un lanzamiento a chorro (jetting), de material de la superficie, este material es el más fuertemente chocado y por lo tanto el más caliente, incluso puede tener forma líquida incandescente lo que puede dar paso a procesos de fusión con materiales del objeto impactor ⁶.
2. La onda de choque en expansión se encuentra cerca de la superficie libre. Esta situación provoca que una capa delgada de la superficie sea lanzada hacia arriba a velocidad muy alta.
3. Los fragmentos eyectados son inicialmente expulsados en un ángulo de 45°. El material que recubre la cavidad transitoria creciente se funde y en la zona abierta detrás del impactor el material del blanco es vaporizado.
4. Eyecciones cerca del sitio de impacto se desplazan a velocidades muy altas, mientras que eyecciones que emergen a distancias mayores viajan a velocidades más lentas.
5. La velocidad teórica máxima se aproxima a la velocidad con que se generó el impacto, ya que las rocas de la superficie no se comprimen a alta presión, esto resulta en la expulsión de rocas de la zona de choque como también de las zonas que circundan el impacto. A velocidades suficientemente altas que pueden exceder la velocidad de escape del objeto impactado.

El modelo establece que el material arrancado de la superficie planetaria alcanza un máximo de eyección con velocidad mayor a la velocidad de lanzamiento, como sigue:

$$\frac{M_e(v \geq v_1)}{m} = \frac{0.75 P_{max}}{\rho c_L U} \left[\left(\frac{U}{2V_{eye}} \right)^{5/3} - 1 \right] \quad (41)$$

donde:

P_{max} es la presión máxima experimentada por el material eyectado.

c_L es la velocidad del sonido en el material del blanco.

U , m y ρ Son la velocidad, masa y densidad del impactor, respectivamente.

M_e es la masa total del material eyectado. Está en función de P_{max} , U , c_L y ρ .

V_{eye} es la velocidad de lanzamiento del material arrancado de la superficie.

La relación entre velocidad del impactor y la velocidad máxima del material expulsado es $U \geq 2V_{eye}$.

Para que el material pueda salir expulsado hacia el medio interplanetario, V_{eye} debe ser tal que $U > 2V_{eye}$.

Se puede estimar la fracción de masa eyectada que escapa de la superficie, a partir de la cantidad total de masa eyectada M_e , a partir de considerar velocidades de eyección de material mayores a la velocidad de escape del objeto blanco. Este cálculo se vuelve más claro

⁶Esto es una consideración importante para los procesos de formación de meteoritos asumiendo que el material eyectado hacia el medio interplanetario contenga material fusionado, dado el hecho de que algunas condritas presentan brechas regolíticas.

si, tanto la U como la V_{eye} se expresan en unidades del valor de la velocidad de escape del objeto, por ejemplo:

$$U \equiv \alpha V_{esc}$$

$$V_{eye} \equiv \beta V_{esc}$$

La fracción de masa eyectada entre V_{esc} y βV_{esc} es como sigue:

$$F(V_{esc} < V < \beta V_{esc}) \equiv \frac{1 - \beta^{5/3}}{1 - (\frac{\alpha}{2})^{5/3}} \quad (42)$$

De acuerdo a la formulación de Melosh, el material eyectado producido por impacto nunca alcanzará velocidades mayores que $U/2$, por lo tanto el material escapará de la superficie solamente si $\alpha > 2$ y además, para la fracción de masa que escapa $1 < \beta < \frac{\alpha}{2}$. Este modelo se ha aplicado con éxito para meteoritos Marcianos y Lunares y se conoce como modelo de espalación por impacto. El estudio de la formación grandes cráteres es importante, pero también estudios de cráteres secundarios son importantes para determinar restricciones sobre las edades de las superficies planetarias [McEwen y Bierhaus, 2006]. Gladman utilizó este contexto para establecer una distribución acumulada de la masa eyectada de la superficie de la Tierra durante un posible impacto. En términos de la velocidad de escape del planeta. A una velocidad de eyección dada, la distribución es tal que:

$$F(V_{esc} < V < V_{eye}) = \frac{1 - (\frac{V_{eye}}{V_{esc}})^{-5/3}}{1 - (\frac{U}{2V_{esc}})^{-5/3}} \quad (43)$$

donde:

F es la fracción de la masa total eyectada que deja la superficie de la Tierra con una velocidad $V_{esc} < V < V_{eye}$.

U es la velocidad del impactor.

La distribución es unitaria cuando $V_{eye} = U/2$, lo que significa que la velocidad máxima con que el material será expulsado es la mitad de la velocidad con que el impactor choca con la Tierra [Gladman et al., 1995].

4. EUROPA

Europa, es uno de los cuatro satélites conocidos como Galileanos del planeta Júpiter. Europa fue observada por primera vez por Galileo Galilei en 1610 hecho que marca una nueva visión de la humanidad acerca del universo. A partir de las misiones espaciales, especialmente a partir de las imágenes de la misión *Galileo* en 1995, y de las observaciones modernas, ahora sabemos que los satélites pueden ser determinantes en el entendimiento del sistemas planetarios.

En el caso del Sistema Joviano, los satélites Galileanos, además de su peculiar configuración dinámica, poseen estructuras particulares que los hace atractivos para entendimiento del desarrollo de condiciones de habitabilidad, dado que tres de ellos, Europa, Ganímedes y Calisto, contienen hielo de agua. Particularmente la presencia de agua líquida [Pappalardo et al., 1998, Pappalardo et al., 1999, Carr et al., 1998, Europa, 2013] convierten a Europa en el mejor candidato para la búsqueda de vida en el sistema solar al contar con los tres ingredientes principales de los que la vida, tal como la conocemos, depende: i) el agua líquida, para crear un entorno que facilita las reacciones químicas, ii) elementos químicos esenciales que son críticos para los procesos biológicos y iii) una fuente de energía que podría ser utilizada por los seres vivos.

Recientemente imágenes obtenidas por el telescopio espacial *Hubble* mostraron plumas de vapor de agua, las cuales que podrían estar conectadas con el océano líquido debajo de la superficie congelada [Europa, 2013]. Sin embargo solo una misión futura a este satélite podrá confirmar la presencia de un océano líquido, y comenzar a abordar preguntas sobre la habitabilidad del satélite, actualmente los planes de exploración de Europa son a futuro, la NASA tiene tres programas, estos son: *Europa Orbiter Mission Section*, *Europa Flyby Mission Section* y *Europa Lander Mission*, así mismo, la ESA tiene el programa *JUICE Jupiter's icy moons are the focus of Europe's*. Europa es un objeto de tamaño semejante al de la Luna de la Tierra con un radio medio de 1560.8 km.

Europa sido objeto de atención a partir de la postulación de una estructura que comprende además de su superficie congelada una subsuperficie de agua líquida, enriquecida en sales minerales provenientes del núcleo. La densidad de Europa sugiere una composición de silicatos de al menos el 85% del volumen. Las imágenes de las sondas espaciales *Voyager* y *Galileo* muestran una buena variedad de accidentes geográficos sobre su superficie y que develan datos importantes para establecer modelos de su estructura interna. Europa tiene una relativa ausencia de cráteres de impacto que se puede interpretar como indicador de una superficie joven y/o en constante regeneración.

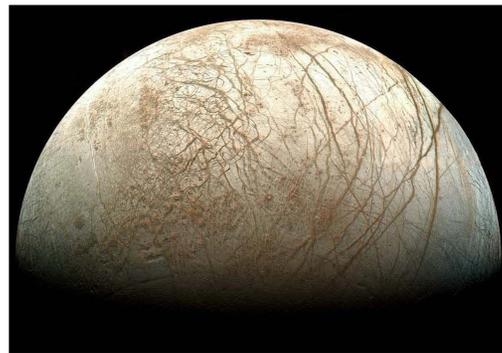


Figura 8: Europa capturada por la sonda espacial *Voyager* 1. Créditos: JPL, NASA.

En la Tabla 8 se muestra los parámetros físicos generales y orbitales de Europa.

Tabla 8. Parámetros físicos generales de Europa

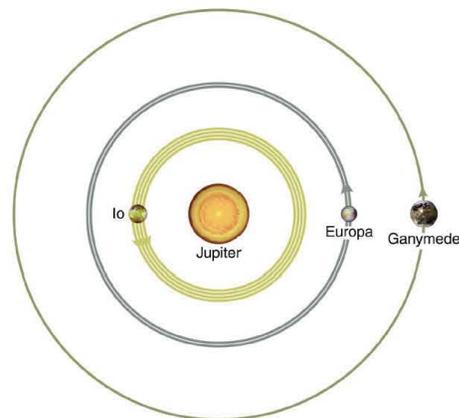
| | |
|---------------------------|------------------------------------|
| Periapside | 664,792 km |
| Apoapside | 677,408 km |
| Distancia media a Júpiter | $671.1 \times 10^3 km$ |
| Velocidad orbital media | 49,476.1 km/h |
| Excentricidad orbital | 0.0094 |
| Inclinación orbital | 0.466 grados |
| Radio medio | 1,560.8 km |
| Masa | $4.7998 \times 10^{22} kg$ |
| Volumen | $1.5926867918 \times 10^{10} km^3$ |
| Densidad | $3.013g/cm^3$ |
| Velocidad de Escape | 2.026 Km/s |
| Albedo geométrico Visual | 0.68 |

4.1. Dinámica

Desde su descubrimiento en 1610 por Galileo Galilei, los cuatro satélites Jovianos: Ganímedes, Calisto, Europa e Io fueron la evidencia para apoyar el modelo Copernicano. La dinámica de los satélites Galileanos es compleja, Io, Europa y Ganímedes se encuentran en una resonancia orbital 1:2:4, esto es, en el tiempo en que Ganímedes completa un período orbital alrededor de Júpiter, Europa completa dos, mientras que Io ha completado cuatro.

Las conjunciones de los satélites, es decir, los puntos en que los satélites se encuentran alineados con Júpiter, están sobre el eje mayor de sus órbitas, esto significa que cuando Europa se encuentra en el apoápside se dan la conjunción con Io, cuando se encuentra en el periápside de su órbita, se da la conjunción con Ganímedes.

Aunque cada satélite está dominado por la gravedad de Júpiter los efectos de los satélites entre ellos mismos pueden perturbar sus órbitas de varias maneras. Las resonancias orbitales maximizan la influencia gravitatoria mutua de los cuerpos, su capacidad para alterar o limitar órbitas entre ellos se incrementa y provoca, en la mayoría de los casos, interacciones inestables en intercambio de momento que producen cambios en los parámetros orbitales hasta que la resonancia deja de existir.



Copyright © 2004 Pearson Education, publishing as Addison Wesley.

Figura 9: Resonancia 1:2:4 del los satélites Jovianos Io, Europa y Ganímedes. Créditos: Pearson education.

Las resonancias impulsan las excentricidades de las órbitas. Debido a las interacciones mutuas de las resonancias ninguno de los satélites podrían permanecer en órbitas circulares así que todas tienen trayectorias elípticas [Tremaine et al., 2009].

La autogravedad de un cuerpo tiende a mantenerlo con forma esférica pero dependiendo del material con que está hecho, puede sufrir deformaciones. La fuerza de gravedad de un cuerpo actuando sobre otro ejerce fuerza en diferentes puntos internos o en la superficie del objeto sobre el que actúa, este diferencial de fuerza de gravedad en el objeto afectado se conoce como fuerza de marea.

Las fuerzas de marea están en proporción de los radios y masas de los cuerpos que interactúan y provocan distorsiones en los cuerpos involucrados, en casos muy extremos pueden destruirlos. La distancia mínima en la cual el efecto de este tipo de fuerzas pueden desintegrar un objeto está dado por la fuerza de gravedad del objeto, F_G , y la fuerza de marea, F_T , y se conoce como el límite de Roche.

Suponiendo un sistema de dos objetos, interactuando gravitacionalmente, con masas M y m , respectivamente, con la condición de que $M \gg m$, siendo $m = 4/3\pi r^3 \rho$, donde r y ρ son el radio y la densidad del objeto respectivamente. La condición de estabilidad para que el cuerpo con masa m no se desintegre está dada por:

$$-\frac{m}{r^3} + \frac{3M}{R^3} > 0 \quad (44)$$

donde:

R es el radio de Roche.

m es la masa menor del sistema.

Europa se encuentra a de 6.71×10^5 km de Júpiter, una distancia similar a la que hay entre la Luna y la Tierra. Como sucede en sistema Tierra-Luna la interacción involucra efectos de las fuerzas de mareas ya que Europa está en rotación casi síncrona con Júpiter. Sin embargo la gran diferencia de masas entre Júpiter y Europa provoca que el alcance de las mareas sea mayor, logrando amplitudes de aproximadamente 1 km por cada 3300 km, mucho mayor a la amplitud de marea en la Tierra que es de 6 m por 13000 km. La distorsión por marea además de considerar las masas de los objetos, las distancia de separación y radios, depende de buena manera de las propiedades físicas del material [Greenberg, 2005].

Al ser Júpiter más masivo que Europa, el orden de las interacciones de marea es muy alto y afectan al satélite de manera crucial en su dinámica axial y orbital, así como en su estructura. Las mareas deforman radicalmente el satélite, provocando estrés global y cambios tectónicos y superficiales continuos. La fricción de marea provoca calentamiento geotérmico, suficiente para mantener una capa interna de agua líquida por calentamiento de la parte interna de la corteza congelada, y para llevar a cabo procesos de deshidratación de sulfuros de las capas internas [Squyres et al., 1983].

Las mareas generan un torque que domina la rotación de Europa, lo que provoca que su rotación axial sea un poco más rápida que la rotación traslacional alrededor de Júpiter, por tanto hay pequeñas variaciones sobre la cara que presenta frente a Júpiter. Esto se conoce como rotación asincrónica y adhiere componentes importantes al estrés por marea que se refleja en la presencia global de las fracturas que se suponen son las bandas. A largo plazo, las mareas controlan la evolución orbital de los satélites Jovianos, incluyendo Europa.

Una resonancia entre estos satélites mantiene las órbitas en elipses. A su vez, la magnitud de las mareas depende directamente de la excentricidad. Como una marea impulsa cambios orbitales, modifican la excentricidad de Europa. Todos esos efectos de mareas cambian gradualmente a lo largo de millones de años [Greenberg, 2005].

4.2. Estructura

Si los satélites Galileanos se formaron por agregación de estos elementos y la proporción de hielo habría de variar en cada uno de acuerdo a la posición del satélite respecto del protoplaneta Joviano. En el modelo de formación del sistema solar, Júpiter acreció material del disco protoplanetario durante su formación y también el conjunto de satélites que conforman el sistema Joviano.

Entonces es muy posible que éstos hayan acrecido material semejante al de los objetos remanentes de ese disco como los asteroides del cinturón de Kuiper, de los cuales sabemos contienen hielo, silicatos y algunos materiales de carbono [Smith et al., 1979b].

Europa es la más pequeña de los cuatro satélites mayores de Júpiter, y aunque fue descubierta hace más de 400 años, fue hasta 1960 que mediante observaciones con telescopios desde la Tierra se determinó que la superficie de Europa era mayormente de hielo de agua, al igual que otros cuerpos sólidos en el sistema solar Exterior. Pero fue en 1979 que se tuvieron imágenes significativas de su superficie cuando las naves *Voyager 1* y *2* se acercaron a Júpiter en junio y julio de ese año respectivamente [Smith et al., 1979b].

Las naves *Voyager* pasaron cerca de Europa y los otros tres satélites Galileanos logrando obtener imágenes de alta resolución. La *Voyager 1* obtuvo imágenes de Europa con resolución de 33 km/píxel puesto que su trayectoria no consideraba acercamientos a esta luna. Aún a esta resolución fue posible distinguir que su superficie era notablemente diferente al resto de satélites Galileanos. En tanto, *Voyager 2* pudo obtener imágenes de 4 km/píxel lo que permitió distinguir dos tipos de terreno: uno ligeramente oscuro moteado y otro uniformemente brillante cruzado por numerosas bandas lineales oscuras y delgadas crestas con patrones montañosos. [Smith et al., 1979a].

El tamaño de Europa, su densidad y propiedades fotométricas, resultantes de observaciones en el cercano infrarrojo NIR de las *Voyager*, y observaciones en adelante realizadas desde la Tierra, ya dejaban asomar la posibilidad de que Europa tuviera agua en estado líquido debajo de su superficie congelada [Smith et al., 1979b]. Desde los modelos propuestos a partir de las primeras imágenes a finales de los 70's, hasta hoy en día, se tiene una idea general de la estructura, conformada por un núcleo sólido de silicatos, un océano interno y una capa superficial de hielo, ésta idea se adecuó a las observaciones en las que se encontraron profundas absorciones de H₂O en el NIR, y absorciones características a sulfuros en una matriz de agua en el ultravioleta (UV). Posteriormente las imágenes enviadas por la sonda espacial Galileo proporcionaron más detalles sobre Europa que permitieron junto con las observaciones desde Tierra, confirmar la presencia de agua en estado líquido [Ross y Schubert, 1987, Carr et al., 1998].

La posible presencia de un océano interno separando el núcleo de silicatos del cascarón externo congelado puede permitir que las fuerzas de marea generadas por la interacción gravitacional con Júpiter, provoquen tensiones sobre la capa externa produciéndole fracturas e incluso el flujo de agua líquida hacia la superficie [Squyres et al., 1983]. La Figura 10 muestra el modelo de estructura que hasta ahora es aceptado para Europa.

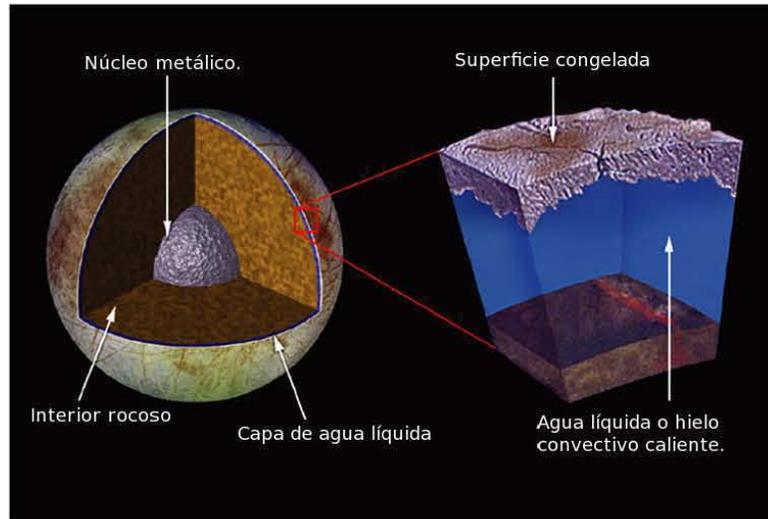


Figura 10: Estructura de Europa. Créditos: Pearson education.

4.2.1. Superficie

Las imágenes de las sondas espaciales *Voyager* mostraron una superficie de Europa más brillante aún que la de la Luna. Dicha superficie presentaba además formaciones geológicas largas y rectas que se interpretaron como fracturas de la corteza la cuales podrían derivarse de actividad tectónica global que junto con una cantidad menor de cráteres respecto a otros satélites, sugieren una superficie joven y en constante regeneración [Smith et al., 1979b, Smith et al., 1979a]. Posteriormente desde una distancia de 156,000 km la sonda Galileo obtuvo imágenes de alta resolución, de 70 a 180 m por pixel las cuales fueron definitivas para poder establecer los modelos actuales de la estructura de Europa, los cuales surgen a partir de las características de su superficie. Básicamente la superficie de Europa se divide en 4 tipos de terreno, liso, cadenas montañosas, bandas y caótico. El alto albedo y características espectrales indican la posible presencia de una superficie de hielo de agua [Pappalardo et al., 1999].

El modelo de estructura de Europa con un océano interno, junto con cálculos teóricos de calentamiento radiogénico, transporte de calor y viscosidad hacen factible la posibilidad de renovación constante de su superficie [Squyres et al., 1983]. Con la resolución de imágenes obtenida por Galileo, se observó que las bandas triples presentaban bordes difusos que podría ser material removido del interior hacia la superficie [Belton et al., 1996].

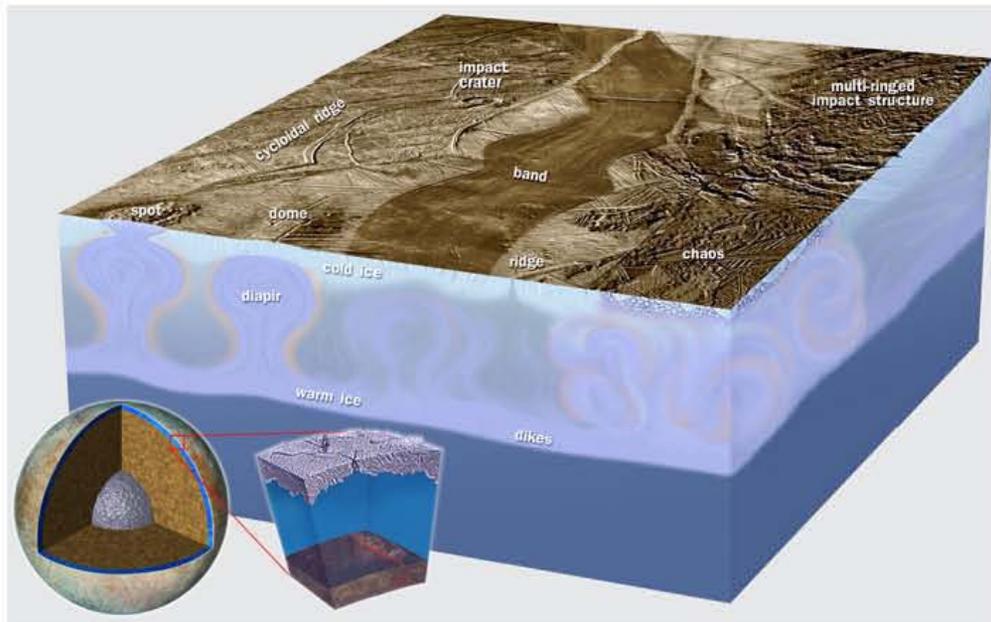


Figura 11: La estructura interna de Europa es inferida a partir del análisis de las diferentes unidades geológicas de su superficie. Creditos: Space Photography Laboratory Arizona State University.

Gracias a las mediciones hechas por las sondas espaciales que han sobrevolado Europa como *Voyager* y *Galileo* ahora los científicos creen que es probable que Europa tenga un océano de agua salada por debajo de una capa de hielo, la cual se estima es relativamente delgada y que además el satélite es geológicamente activo.

Los científicos planetarios han dividido la superficie de Europa en unidades geológicas generales. Una unidad geológica se define como un cuerpo tridimensional de material, de cierto espesor y que se extiende por debajo de la superficie, con características físicas y tiempo de formación propios. En cuanto a Europa, las imágenes de Galileo han permitido a los geólogos planetarios utilizar formas de superficies, texturas, capas, color y brillo relativo para definir unidades geológicas.

Los cinco tipos de terreno primarios ahora reconocidos en Europa son: liso, caótico, de bandas, rugoso y de cráteres. Los cuales se describen de manera detallada a continuación :

Terreno Liso. Es el tipo de superficie más extendida y se subdivide en llanuras surcadas, llanuras lisas o simplemente, no diferenciado. Las múltiples aristas que conforman las llanuras surcadas tienen una variedad de tamaños, orientaciones y relaciones intersectoriales. Llanuras lisas son generalmente oscuro y se producen en la circular a las áreas de forma irregular.

Como se muestra en la imagen superior de la Figura 12, el terreno liso, es más bien brillante, de color uniforme y plano y es el más antiguo presenta largas bandas rectas de colores oscuros, generalmente con tonos cafés o gris oscuro, que se intersectan. Muchas de las bandas oscuras en esta imagen son más de 1.600 km de largo.

Terreno Caótico. Se caracteriza por ser terreno nudoso, fracturado o bloques de corteza rotados del tamaño de varias decenas de metros. Como se muestra en imagen de en medio de la Figura 12. Algunos bloques de la corteza parecen estar desplazados e incluso con puntas parcialmente sumergidas. El terreno caótico se interpreta como pedazos rotos de materiales preexistentes que se han movido y que han sido perturbados por actividad interna. Todos los modelos actuales sugieren ha sido formado directamente por efectos de una fuente de calor. La mayor parte del terreno es más joven que el terreno llano. La presencia de fracturas jóvenes indica que la superficie se congeló de nuevo después de haber sufrido rupturas. Todos los modelos actuales sugieren que este terreno se ha formado directamente sobre de una fuente de calor.

Bandas. Las bandas son lineales, curvadas o zonas en forma de cuña. Como es posible apreciar en la imagen inferior de la Figura 12, se distinguen de la superficie circundante debido a un contraste en el albedo (o el brillo). Algunas presentan grietas que parecen haberse separado con presencia de un material oscuro que parece haber fluído del interior. Algunas bandas tienen formas acanaladas, con líneas más brillantes al centro que se interpretan como fracturas de la corteza que han sido rellenadas con material emergente del interior. También tiene delgadas cadenas de elevaciones topográficas, que presentan formas de diques. Probablemente se formaron cuando las fracturas inicialmente dividir la corteza y el material del subsuelo se movieron hacia arriba, llenando los vacíos.

Hay bandas oscuras en lados opuestos que coinciden lo que permite suponer que estas bandas se originan a partir de deformaciones por fuerzas de marea lo cual se puede estimar a partir de la órbita de Europa.

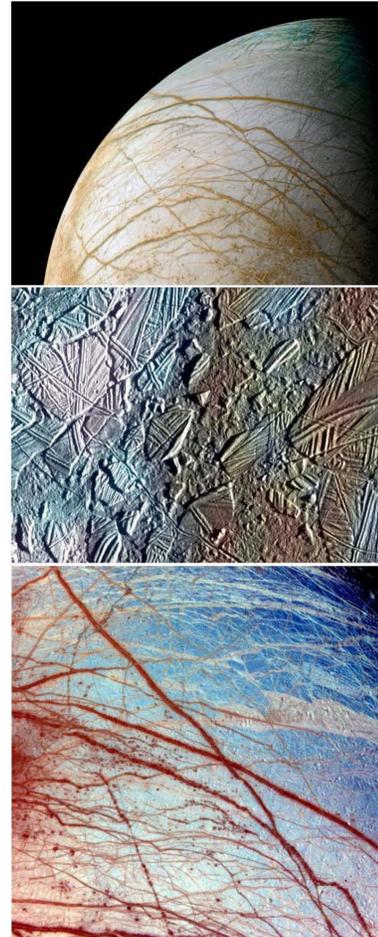


Figura 12: Terreno liso, caótico y bandas de la superficie de Europa. Créditos: JPL, NASA.

Las fuerzas de marea en Europa mantienen cierta periodicidad debido a que el movimiento de Europa es casi síncrono, es decir su período de rotación es casi igual al período orbital (muy parecido al movimiento de la Luna alrededor de la Tierra) [Greenberg, 2005].

Las bandas y las cúspides acanaladas son de edades geológicas más tempranas a la del terreno liso [Lucchitta y Soderblom, 1982]. Algunas de las bandas más no encajan con patrones de fracturas creados por fuerzas de mareas. Se ha determinado que los patrones se adaptan solo si la superficie de Europa pudiera moverse de forma independiente del resto del interior a lo que se adecua la presencia de una capa de hielo líquido o ligeramente más caliente entre la corteza y el interior profundo [Squyres et al., 1983].

Cadenas montañosas. Una cadena montañosa o *ridge* en inglés, es una estructura lineal inclinada de terreno elevado. En Europa estas formaciones son altos topográficos visiblemente diferentes al terreno circundante. Las cadenas montañosas de Europa pueden ser rectas, curvas, individuales, y dobles (dos cadenas montañosas separadas por un canal), o tener diseños complejos de conjuntos de curvas, segmentaciones o ramificaciones.

Se proponen varios mecanismos de formación de cadenas montañosas en Europa, los cuales se describen a manera breve a continuación:

1) Dado el movimiento asíncrono del satélite, cuyo movimiento rotacional es poco mayor a una órbita, propicia la compresión del satélite por hasta varias decenas de metros, propicianddo así, mediante la flexión por mareas, calentamiento por fricción, fracturación y movimiento de materiales de la corteza.

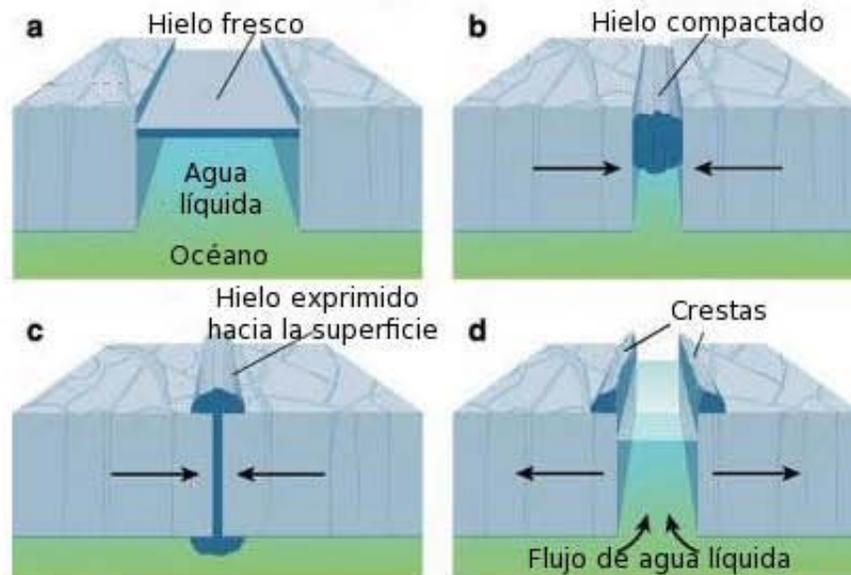
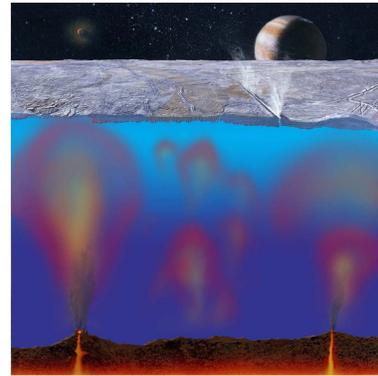


Figura 13: Créditos: JPL, NASA.

2) Las cadenas montañosas pueden originarse por efecto de calor geotérmico, el cual en Europa es generado por las constantes e intensas deformaciones que sufre el satélite a causa de las fuerzas de marea generadas a partir de la enorme diferencia de masas entre éste y Júpiter. Si existe un mecanismo de convección a través de las capas de hielo, o bien si el interior de Europa tiene actividad volcánica, probablemente las cadenas montañosas de Europa sean pilas de escombros derivadas de ese vulcanismo.



3) Es probable que las cadenas montañosas sean estructuras formadas de material de la corteza que se rompió y que emergió a través de la fractura. Pueden originarse por material quebrado emergente o los lugares donde, dado el aumento de volumen por congelamiento de materiales helados provoca compresión de agua y hielo y los empuja hacia arriba. Como se muestra en la Figura 17, bloques de material quebrado pueden emerger hacia el exterior y fijarse nuevamente a la superficie por recongelamiento de agua proveniente del océano interno.

Figura 14: Actividad geotérmica bajo la superficie congelada de Europa. Créditos: JPL, NASA.

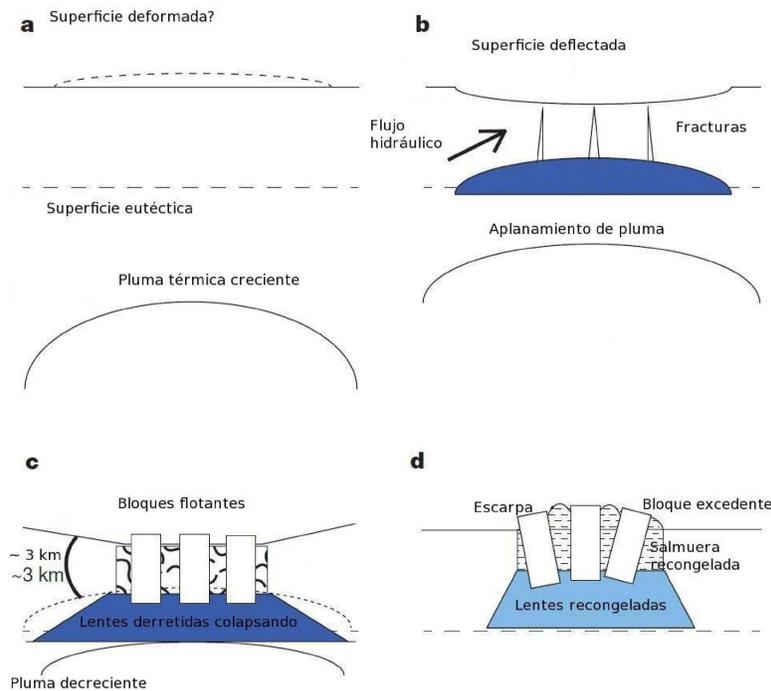


Figura 15: Proceso de ruptura y renovación de la superficie de Europa. Créditos: JPL, NASA.

Cráteres. Los cráteres se reconocen por la presencia de anillos y depositos de material expulsado sobre la superficie. En algunos casos, el material de de estructuras de impacto sólo se reconoce por la presencia de rasgos concéntricos. Otros tienen bordes bien conservados y depositos de material expulsado, de textura fina. Incluso Pywll, tiene rayos bien definidos [Moore et al., 2001].

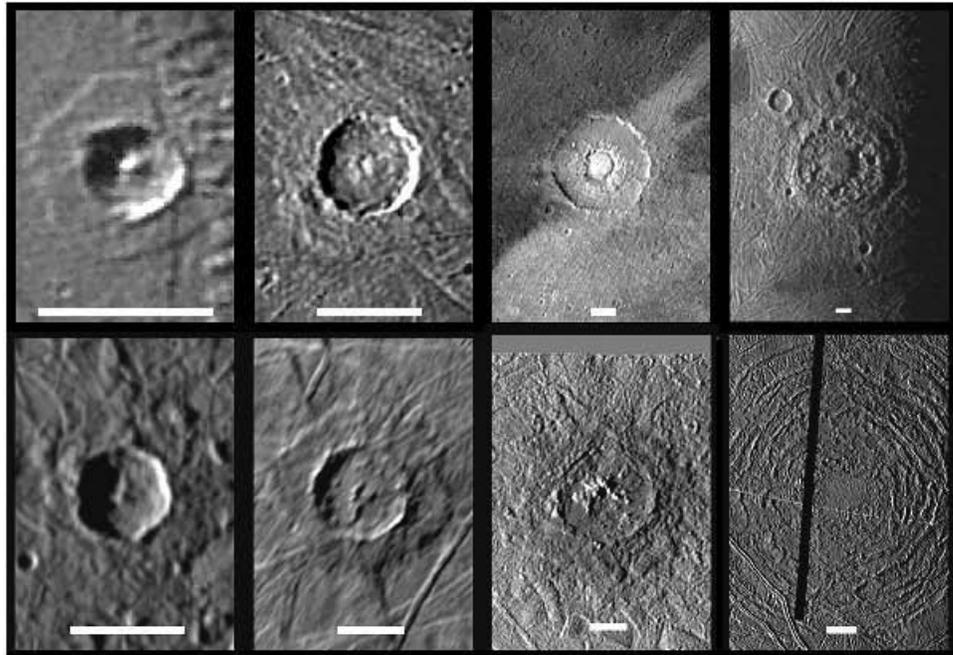


Figura 16: Comparación entre cráteres de Ganímedes y Calisto (arriba) y de Europa (abajo). Las barras de escala, son de 30 km y 10 km respectivamente. Créditos: Lunar Planetary Institute, NASA.

El cráter Pwyll por ejemplo tiene un borde relativamente afilado y los depositos de material expulsado bien definidos. Estructuras de impacto multianillo, como Tyre y Callanis, se subdividen en centros lisos con interiores rugosos. Se considera que el material fundido por impacto fue congelado e incluso eyecciones de material que podrían haber sido expulsados como un fluido. Los cráteres por impacto observados en Europa, son de características muy propias del satélite, debido a la singulares propiedades físicas del mismo. Particularmente el estudio de cráteres en Europa ha permitido determinar el grosor de la capa de hielo de agua que compone la superficie [Moore et al., 2001]. En la siguiente subsección de consideran a detalles estas superficies.

4.2.2. Cráteres de impacto en la superficie de Europa

En el sistema solar la influencia gravitacional del Sol decrece con la distancia, sin embargo, las eyecciones de material de las superficies planetarias de los terrestres, pueden alcanzar órbitas planetocéntricas y heliocéntricas. La velocidad de escape de los planetas terrestres son mayores a las de los satélites de los planetas del SSE. Para poder suponer que material eyectado de una superficie congelada de cualquiera de estos satélites pudiera alcanzar el SSI, deberá en primera instancia superar el potencial gravitacional del planeta que lo alberga.

En el especial caso de Júpiter se requieren altas velocidades de eyección. La velocidad de eyección depende de la velocidad a la cual el impactor haga contacto con la superficie [Melosh, 1984]. Cualquier objeto menor que tenga un encuentro muy cercano con el planeta Júpiter puede alcanzar velocidades suficientemente altas de manera y fragmentarse por fuerzas de marea, si estos fragmentos llegasen a colisionar con alguno de sus satélites podría generar eyecciones de material de sus superficies hacia el medio interplanetario. Se estima que fragmentos del cometa Shoemaker-Levy9 se impactaron sobre Júpiter con velocidades de hasta 60 km/s [nssdc.gsfc.nasa.gov, 2013].

Las naves *Voyager* lograron capturar imágenes de Europa y fue posible observar estructuras que mostraban bordes bordes y picos centrales así como capas de material expulsado, algunas otras con anillos y una especie de manchas planas rojas circulares con diámetros mayores a los 100 km, cuyo origen podría ser por impacto [Malin y Pieri, 1986].

Sin embargo de a partir del análisis de imágenes de las *Voyager* únicamente se identificaron tres como posibles cráteres de impacto, localizados a 60°S, 150°W; uno más en el ecuador a 180° W y un tercero, también en el ecuador a 80° W que asemejaba una estructura de impacto anillada con una depresión central de 20 Km y dos bordes a 40 Km y 60 Km [Smith et al., 1979a].

Más tarde la misión *Galileo* mostró imágenes de mayor resolución que las naves *Voyager*, Cilix, un cráter de 16 Km de diámetro que ya había sido identificado por *Voyager*, se identificó como cráter de impacto, éste cráter presenta una morfología muy parecida a algunos cráteres de impacto observados en Ganímedes.

La sonda espacial *Galileo* logró identificar menos de 12 cráteres de impacto pero identificó varias depresiones de varios kilómetros de diámetro con formas circulares y elípticas [Belton et al., 1996]. Es posible clasificar en dos principales tipos las estructuras dadas por impactos sobre la superficie de Europa: i) cráteres de impacto clásicos en cuerpos de silicatos secos, como la Luna. y ii) cráteres anillados con picos centrales aplanados, que presentan además cráteres secundarios ⁷ distribuidos en sus proximidades [Bierhaus et al., 2001]. La importancia de los cráteres sobre otras formaciones geológicas en Europa, radica en que a diferencia de otras estructuras geológicas que se observan en el satélite y los modelos que explican, tenemos un mayor entendimiento del proceso de formación de cráteres. Las morfologías de algunos cráteres de Europa indican que los impactos no vaporizaron o fundieron completamente la capa de hielo de la superficie. A partir de esta observación se ha estimado que el grosor de dicha capa debe ser mayor a los 5 km.

⁷Un cráter secundario es aquel que se genera a partir de material eyectado que cae nuevamente sobre la superficie de la cual fue desprendido.

Pywll. Es el mayor cráter de impacto, tiene un pico central de unos 5 km de altura y un diámetro de 24 km. En el caso de Pwyll, el pico central se eleva 800 m por encima de la suelo, unos 300 m por encima de la altura del borde medio. La presencia de un pico significativo central implica que existen materiales que amortiguan la excavación, inmediatamente debajo del cráter, más simplemente, debe haber agua líquida. Suponiendo que el hielo debajo del cráter mantiene su fuerza a pesar de la interrupción durante el impacto, hay límite inferior para el espesor que el hielo debe tener para soportar el pico central, el cual puede ser estimado flexión⁸. Asumiendo 100 m de desplazamiento vertical, hielo debajo del pico debería tener al menos 0.9 km de espesor. Debido a que la profundidad para el hielo expulsado durante el impacto va de 1.0 a 2.0 km, el espesor del hielo pre-impacto debe haber sido por lo menos 2.6 hasta 3.6 km, y era probablemente incluso más gruesa [Moore et al., 2001].

Mannann'an. Tiene aproximadamente 22 km de diámetro, de características clásicas como Pywll. No tiene pico central pero si tiene varios macizos El material levantado que forma el borde esta expuesto a lo largo de una pared del cráter y se extiende hasta 5 km al interior del cráter. Posee una estructura con forma de pedestal y depositos de diferentes materiales. Tiene manchas oscuras, las cuales podrían representar un pedestal temprano formado de depositos de material proveniente de una fase final eyección de material emplazado en la cima balísticamente, el material más oscuro puede representar contaminación del impactor o material excavado de una capa más profunda, tiene un cráter transitorio, cuya profundidad se estima va desde 2.86 hasta 5.47 km [Moore et al., 2001].

Callanish. Se divide en diferentes unidades morfológicas. Posee una unidad de material eyectado continua localizada en áreas ligeramente bajas, y caracterizada por un número de canales concéntricos y numerosas fracturas. Estos valles son más abundantes al este del centro del cráter. Los canales se interpretan como de origen tectónico puede ser grabens⁹. Posee canales circunferenciales muy anteriores al emplazamiento de material o a la solidificación de la unidad de material eyectado. La aparentemente rápida formación de canales sustenta la propuesta de que, al menos en Callanish, una capa cercana a la superficie es de un material que se comporta como un material de baja viscosidad, tal como el agua [Moore et al., 2001].

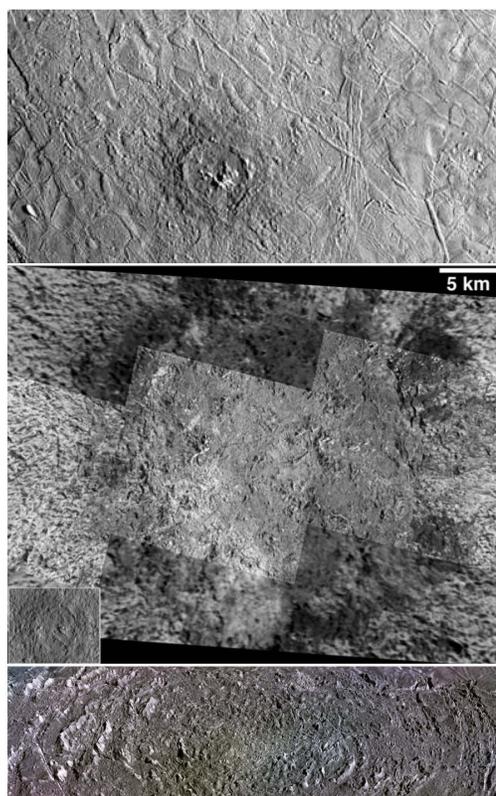


Figura 17: En orden descendente: Pywll, Mannann'an y Callanish. Créditos: JPL, NASA.

⁸La flexión es el proceso de curvación de una superficie bajo la acción de fuerzas como el peso. Se calcula siguiendo la formulación de curva elástica: flexión de Euler-Bernoulli, o la ecuación de Lagrange: flexión de Love-Kirchhoff.

⁹Bloques de tierra bordeados por fallas paralelas

Tyre. Al igual que Canllanish se divide en diferentes unidades morfológicas. Tiene desde el centro del cráter hasta el borde, 15 a 20 km de ancho, plano con albedo relativamente alto y un parche de terreno liso al final encerrado en una depresión cerrada, escarpada y poco profundo posiblemente resultado de fundición de materiales durante el impacto, o bien de material puesto como fluido de una fuente situada debajo de la corteza. El depósito de material principal tiene un diámetro de unos 45 km y rodea una unidad central de terreno liso, una unidad interna de terreno aspero que se interpreta como material fundido de la corteza quebrada. Como Callanish, posee una unidad de material eyectado continua, que se extiende a más de 100 km del centro del cráter, se compone por una serie de macizos concéntricos alargados continuos. Éstos se interpretan como material de la superficie levantado, alrededor de la cual se emplazó el material eyectado durante el impacto. Tyre es indudablemente, un cráter de impacto [Moore et al., 2001].

Cilix. Es un cráter de impacto de 18 km de diámetro con un complejo pico central. Cilix exhibe pico central un complejo alargado y rodeado por un cráter plano, paredes con terraza, un borde circular y una capa de material eyectado color marrón-rojizo. Un manto de material eyectado, el cual va de 8 a 20 km desde el borde del cráter. Dentro de la unidad de material eyectado continuo hay material muy oscuro en un bajo topográfico formando una fosa alrededor de la parte sureste de cráter, que alcanza de 3 a 5 km de distancia de la cresta del borde. Cilix tiene un borde circular y continuo, el piso tiene casi la misma elevación que el terreno alrededor del manto de material eyectado y tiene numerosos cráteres secundarios [Moore et al., 2001].

Tegid. Es una formación circular con relieves que se extienden a poco menos de 30 km del centro del cráter. La porción central del suelo del cráter parece ser un disco levantado, o una amplia cúpula aplanada. Tegid representa una clase de cráter que es de transición entre el "clásico" (aunque muy aplanada) y cráteres complejos, sin bordes como Calanis o multianillos como Tyre, aunque más pequeño. No posee un borde que lo defina pero además del domo central, posee un pedestal de depósitos de material eyectado, y cráteres secundarios con diámetros menores de 1 km, lo que permite estimar un radio de menos de 45 km para el cráter [Moore et al., 2001].

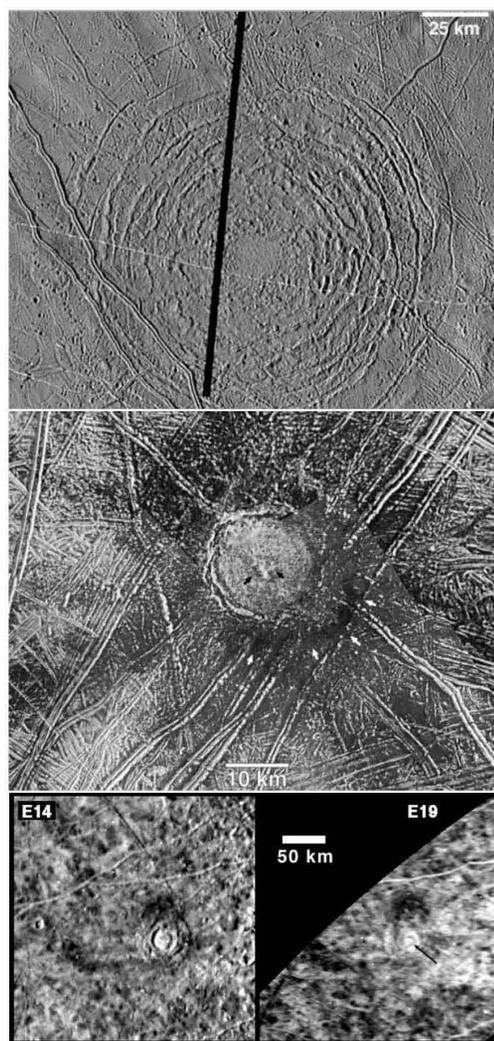


Figura 18: En orden descendente: Tyre, Cilix y Tegid. Créditos: JPL, NASA.

Kevin Zahnle en un estudio sobre tasas de formación de cráteres en el sistema solar externo [Zahnle et al., 2003]. En este estudio se determinaron parámetros de formación de cráteres con diámetros de 20 km para los planetas y sus satélites para el SSE, por medio de simulaciones numéricas de impactos y basado en las poblaciones de cráteres en dichos cuerpos. La presencia de cráteres de estas dimensiones es frecuentes en los satélites Galileanos. En su estudio Zahnle estimó que la formación de cráteres de 20 km es debida al impacto de objetos con poco más de un kilómetro de diámetro (diámetro del cometa $d = 1.8$ km) y con velocidad de impacto de 26 km/s para la superficie de Europa y encontró que en los satélites Galileanos de Júpiter la tasa de formación de cráteres disminuye en función del aumento de los diámetros del cráter. El diámetro de cráter transiente, es decir el diámetro en el nivel de la superficie de pre-impacto, se puede estimar como una función del radio y la densidad impactor, la fuerza de gravedad, la velocidad de impacto U , y la densidad del objeto blanco [Melosh, 1984].

Se ha estudiado mediante simulaciones numéricas los procesos de formación de cráteres en los satélites Galileanos con el interés particular de la posible presencia de océanos subterráneos [Showman y Malhotra, 1999]. Se ha determinado que la morfología que presentan los cráteres de Calisto y Ganímedes difieren de la de los cráteres en Europa, y que estas diferencias pueden explicarse bajo la presencia de una subsuperficie de agua líquida o hielo convectivo [Senft y Stewart, 2011, Turtle y Pierazzo, 2001].

La escasez de cráteres en la corteza helada de Europa puede ser evidencia de una renovación de su superficie activada por procesos tectónicos y térmicos y que se ha mantenido durante decenas de millones de años.

5. ENFOQUE ASTROBIOLOGICO DEL INTERCAMBIO DE MATERIAL INTERPLANETARIO

Una de las objetivos prácticos de la dinámica del sistema solar es el de entender las condiciones que propician los mecanismos involucrados con la condición habitable de la Tierra. El intercambio de material entre los objetos del sistema solar ha sido modelado mediante simulaciones numéricas que demuestran, la factibilidad del intercambio de material entre los planetas vecinos a la Tierra [Gladman et al., 1996], entre satélites de un mismo planeta [Alvarellos et al., 2002] y entre planetas internos y externos [Reyes-Ruiz et al., 2012]. Incluso se ha mostrado mediante simulaciones numéricas que el intercambio de material es factible entre sistemas solares [Belbruno et al., 2012].

Los meteoritos pudieron haber depositado cantidades significativas de material orgánico en la Tierra primitiva. Muchas moléculas importantes para los procesos de la vida pueden ser sintetizadas en condiciones semejantes a las de una Tierra primitiva. sin embargo el planteamiento sobre el origen de la vida es suficientemente complejo para restringir el enfoque astrobiológico del intercambio de material interplanetario a la posibilidad de la presencia de componentes orgánicos entre los diferentes cuerpos del sistema solar [Mileikowsky et al., 2000, Chyba y Sagan, 1997].

El medio interestelar ha mostrado la presencia de moléculas que pueden ser importantes para la química prebiótica a las condiciones de habitabilidad, tales como agua, amoníaco, cianuro de hidrógeno, formaldehídos, dióxido de carbono y cianoacetileno; los cuales son considerados precursores de la formación de elementos bioquímicos. También el estudio de meteoritos ha mostrado la presencia de estos compuestos en el interior de algunos de ellos. El sueco Jacob Berzelius fue el primero en analizar el meteorito llamado Alais, el cual se han encontrado algunas de estas moléculas orgánicas, otros ejemplos son: el meteorito Kaba; estudiado por Wöler, el meteorito Orgueil; estudiado por Berthelot y el meteorito de Murchison, estudiado por Kvenvolden y que mostró la presencia de aminoácidos extraterrestres [Kvenvolden et al., 1970].

Los efectos del intercambio de material pueden ser a largo plazo, casi desapercibidos. Por ejemplo, en la Tierra la acreción de material extraterrestre es continua, se estima que la Tierra captura polvo interplanetario a una tasa de 50-100 toneladas por día. Aproximadamente el 90 % de este polvo son micrometeoritos de entre 50-500 μm [Gargaud et al., 2005].

El polvo interplanetario puede ser una fuente significativa de materiales orgánicos prebióticos en la Tierra [Chyba, 1996]. Zahnle y Grinspoon [Zahnle y Grinspoon, 1990], presentaron un modelo que explica un mecanismo de acreción de polvo cometario, el cual puede estar enriquecido de material orgánico como aminoácidos. La vida utiliza elementos abundantes en el universo como carbono, hidrógeno, oxígeno, nitrógeno, fósforo, potasio, azufre y fierro. Antes y después de un impacto la Tierra barre ese polvo de manera que los aminoácidos podrían llegar a la superficie, sin ser destruidos. Este tipo de acreción se estimó en el orden de 10×10^5 años. Estos calculos coinciden con las muestras de aminoácidos encontrados en el límite del Cretácico-Terciario; el cual se asocia a una extinción masiva hace 65×10^6 años provocada posiblemente por un gran impacto [Zahnle y Grinspoon, 1990].

5.1. Panspermia

El término Panspermia, del griego *pas/pan* "todo", y *sperma*, "semilla", fue utilizado por primera vez por el científico sueco Svante August Arrhenius para referirse a la teoría sobre la propagación de la vida de un planeta a otro por medio de esporas que pudieran viajar a través del universo [Arrhenius, 1906]. La idea de la panspermia ya había sido concebida anteriormente por otros autores, Berzelius [Melosh, 2003], el alemán William Herschel y el británico William Thomson (Lord Kelvin) [Napier, 2004]. Estos autores consideraron la posibilidad de que la vida en la Tierra pudiera haber sido originada a partir de "semillas" extraterrestres dentro de meteoritos que cayeron a la Tierra. De este mecanismo de propagación de la Panspermia se deriva lo que se conoce como teoría de Litopanspermia, la cual se refiere a las rocas como medios de transporte en el viaje de la vida a través del universo.

5.1.1. Litopanspermia

La Litopanspermia considera que al darse un impacto capaz de expulsar rocas de la superficie de un planeta hacia el medio interplanetario, éstas pueden servir como vehículos de transferencia para la difusión de material biológico de un sistema planetario a otro. La Litopanspermia se compone de tres etapas en las cuales el material biológico debe resistir diversos procesos de posible aniquilación, los cuales se describen a continuación en la Figura 19 [Mastrapa et al., 2001]:

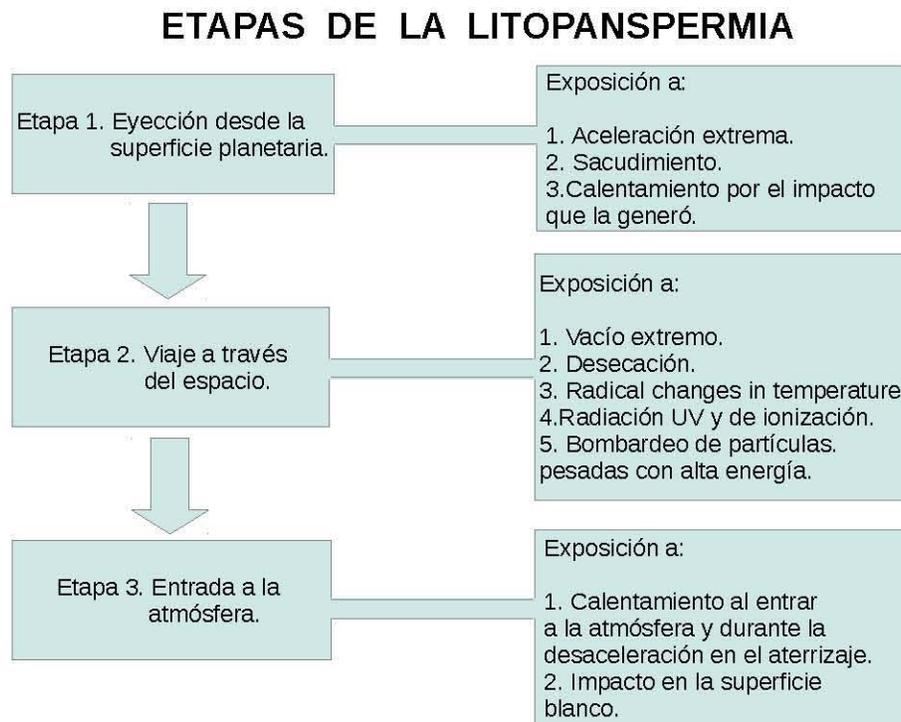


Figura 19: Descripción de las etapas del proceso de litopanspermia [Mastrapa et al., 2001].

Simulaciones numéricas basadas en el modelo de espalación de Melosh han proporcionado datos sobre aceleración, tiempo de ascenso y aceleración de material del material eyectado [Melosh, 1984, Gladman et al., 1996, Mileikowsky et al., 2000]. Estos datos han sido utilizados para estimar la probabilidad de supervivencia de microorganismos a las diferentes condiciones extremas a las que podrían ser expuestos durante las etapas del proceso de panspermia [Gladman, 1997, Mastrapa et al., 2001, Melosh, 2003, Napier, 2004].

La aceleración y el sacudimiento que experimenta el material eyectado, no son factores letales para los microorganismos que pudiera contener el material eyectado durante un impacto. Esporas de bacterias *Subtilis*¹⁰ pueden soportar presiones de hasta 32 GPa, cantidad que coincide con la presión de los modelos de formación de cráteres de Marte [Mastrapa et al., 2001, Horneck et al., 2001]. Además estos organismos (esporas de bacterias *Subtilis*) son capaces de sobrevivir a las condiciones extremas del espacio vacío. Las esporas bacterianas pueden sobrevivir en el espacio hasta 60,000 años aún si se encuentran expuestas directamente a la radiación cósmica; 30,000 años si se encuentra protegida por una capa de 10 cm de material meteorítico; 25×10^6 años si es de 2-3 m [Baltschukat y Horneck, 1991].

Los efectos de la radiación cósmica fueron también calculados por Mileikowsky, [Mileikowsky et al., 2000], quien determinó una probabilidad de sobrevivencia, de 10^{-6} esporas, bajo una protección de 1 m de material en un tiempo de 1×10^6 años. Esta probabilidad puede ser aumentar en el mismo período de tiempo hasta 10^{-3} y 10^{-4} esporas si se considera la condición de que éstas estén mezcladas directamente en la capa de tierra o roca de la superficie planetaria eyectada [Horneck et al., 2001].

Sin embargo el transporte de microorganismos a través de los cuerpos del sistema solar puede lograrse a escalas menores de tiempo, se estima que con una probabilidad de 10^7 fragmentos de Marte pueden alcanzar la Tierra dentro de un período de tiempo de 1 año o menos [Gladman, 1997]. La sobrevivencia a la etapa de entrada a la atmósfera (de haberla), depende de manera importante del tamaño del impactor. Un impactor de diámetro de 10 km es capaz de abrir un hoyo en la atmósfera, reduciendo así el efecto de calentamiento por fricción, sin embargo la posibilidad de posibles microorganismos sobrevivientes al impacto puedan colonizar la superficie impactada dependerá también de que el impacto se de en una superficie con las condiciones sean adecuadas para la propagación de este tipo de organismos [Melosh, 1988].

5.1.2. Panspermia de satélites helados

En la Tierra existen superficies de hielo que albergan una variedad amplia de hábitats, en la superficie de la capa de hielo, en la columna de agua por debajo de hielo y en el suelo del océano debajo de la capa de hielo. En la Tierra se han identificado más de 70 lagos subterráneos debajo de la capa de hielo de la Antártica. Particularmente el lago Vostok, un lago subterráneo ubicado debajo de una capa de hielo de unos 4 km en la Antártica. El lago Vostok con más de 200 km de largo es uno de los lagos mayores de la Tierra, con aproximadamente

¹⁰Según la composición química de su estructura celular las bacterias se dividen en Gram + ó Gram -, lo que corresponde a un método de tinción que se utiliza para determinar el tipo de bacteria, la catalasa es una enzima que se usa como método bioquímico para diferenciar bacterias. Aerobia determina que la bacteria crece en un medio con oxígeno. Una *B.Subtilis* es una bacteria Gram-positiva, catalasa-aerobia.

12,000 km³ de agua, se formó hace unos 15 millones de años y permanece en estado líquido a una temperatura de a -3°C . Debido a las condiciones de presión, temperatura y salinidad el lago Vostok se puede considerar análogo terrestre de lo que se espera que sea el océano subterráneo del satélite Joviano Europa [Siegert et al., 2001]. Se ha demostrado que el hielo acretado sobre el lago Vostok contiene bacterias y concentraciones de nutrientes como sales y carbón orgánico [Price, 2000]. Similar a la Litopanspermia, se ha planteado la panspermia de satélites helados, que asume que inicialmente la vida está contenida en una superficie y que por medio de un mecanismo adecuado, un gran impacto por ejemplo, logra alcanzar el medio interplanetario y viaja a través del espacio y vuelve a caer en otras superficies que pueden ser objetos congelados o superficies rocosas, como la Tierra. La panspermia helada tiene la característica de que tanto el origen de la semilla, como el destino final sean objetos helados, aunque también considera la posibilidad de que el objeto que recibe la semilla sea rocoso. Este proceso se considera completo únicamente si la vida logra sembrarse con éxito en la nueva superficie. La existencia de meteoritos encontrados en el polo norte de la Tierra, podría ser un primer indicio para considerar la posibilidad de Panspermia helada entre la Tierra y objetos helados del sistema solar en el caso de intercambio de material biológico hipotético proveniente de dichos objetos [Lipps et al., 2004]. La probabilidad de Panspermia helada evalúa todos los elementos involucrados en la transferencia del mismo modo que la Litopanspermia. La ecuación de estimación de la probabilidad es la siguiente:

$$P_{AB} = P_{biz} \times P_{ee} \times P_{sl} \times P_{ss} \times P_{se} \times P_{si} \times P_{rel} \times P_{st} \times P_{sp} \times P_{efg} \times P_{sc}, (45)$$

donde:

P_{AB} = Es la probabilidad total de transferencia exitosa de A a B.

P_{biz} = Es la probabilidad de que el impacto original golpee una zona con actividad biológica.

P_{ee} = La probabilidad de que el material eyectado tenga trayectorias de escape desde la superficie.

P_{sl} = La probabilidad de que un organismo en el material eyectado sobreviva el lanzamiento.

P_{ss} = La probabilidad de que el organismo sobreviva en el espacio.

P_{se} = La probabilidad de sobrevivir a la entrada de una atmósfera planetaria.

P_{si} = La probabilidad de sobrevivir al impacto en el objeto blanco.

P_{rel} = La probabilidad de dispersarse.

P_{st} = La probabilidad de que el nuevo ambiente no sea tóxico.

P_{sp} = La probabilidad de sobrevivir a los depredadores.

P_{efg} = La probabilidad de encontrar un ambiente favorable para desarrollarse.

P_{sc} = La probabilidad de competir exitosamente con vida indígena en el nuevo ambiente.

De las probabilidades anteriores, P_{biz} , P_{sp} , P_{sc} dependen de los objetos involucrados y del conocimiento que se tenga acerca de ellos por lo cual son desconocidos actualmente. P_{rel} , P_{st} , P_{efg} se pueden aproximar con argumentos razonables. P_{ee} , P_{ss} , P_{sl} , P_{se} y P_{si} se pueden estimar a partir de simulaciones numéricas [Lipps et al., 2004].

La mayoría de los elementos de la ecuación anterior no corresponden propiamente al tipo de simulación de esta tesis. Nuestro estudio tiene el objetivo de encontrar la factibilidad de intercambio de material entre objetos específicos del sistema solar, que es parte del elemento P_{AB} de la ecuación 45.

5.2. Posible panspermia congelada de Europa

Aunque existe evidencia de océanos dentro de varios otros grandes satélites helados del sistema solar exterior, Europa es único porque su océano podría estar en contacto directo con su interior rocoso, y además con el exterior [Europa, 2013] estas condiciones podrían ser similares a los de la riqueza biológica del fondo marino de la Tierra. Además si ambientes como los del lago Vostok pudieran existir en los satélites jovianos u otros satélites del sistema solar como Encelado en Saturno, es posible que, de existir material biológico en ellos, éste pudiera traspasar la corteza helada, y ser depositado sobre la superficie por medio de actividad tectónica o a través de mecanismos de remoción de material interno como pueden ser los impactos de meteoritos. Europa tiene una superficie joven y dinámica con características geológicas muy particulares del satélite, como las bandas que muestran posibles materiales del océano bajo la superficie depositados en la superficie y, aunque pocos, grandes cráteres de impacto [Belton et al., 1996, Moore et al., 1998]. Al poseer fuentes de energía interna y un océano por debajo de su corteza helada, se asoma la posibilidad de que pudiera albergar vida en el presente o en el pasado. La factibilidad de intercambio de material entre la Tierra y Europa, nos permitiría abrir paso a nuevas posibilidades sobre intercambio de material biológico que pudiera suponer incluso la siembra de vida terrestre en Europa o visceversa, y la siembra de vida terrestre más allá de las fronteras de nuestro Sistema planetario. Se ha demostrado previamente mediante simulaciones numéricas que material eyectado desde la Tierra puede colisionar con Júpiter [Reyes-Ruiz et al., 2012] y además, que el intercambio de material es factible entre distintos sistemas solares [Belbruno et al., 2012] nos permite considerar nuestro trabajo como el análisis de un mecanismo complementario entre ambos estudios.

5.2.1. Extremófilos terrestres análogos a posibles extremófilos en Europa

El descubrimiento de organismos habitando en ambientes extremos en la Tierra, considerando un ambiente extremo a partir de una apreciación antropomórfica, amplía las expectativas de la búsqueda de vida en ambientes aparentemente hostiles fuera de la Tierra. Este tipo de microorganismos, denominados extremófilos, poseen la capacidad de proliferar en una serie de ambientes con condiciones extremas de temperatura, radiación, presión, salinidad, pH, y oxígeno principalmente [Rothschild y Mancinelli, 2001]. En particular la presencia de este tipo de organismos en las profundidades del mar, donde se requiere la adaptación a ambientes fríos, la alta presión hidrostática, y la limitación de nutrientes, amplía los horizontes para el alcance de los lugares que se pueden considerar en la búsqueda de vida extraterrestre. Enzimas de actividad en frío pueden ser útiles para aplicaciones específicas en los estudios dirigidos a la búsqueda de señales de vida en ambientes extraterrestres donde se sabe o se infiere la existencia de agua en estado líquido, como es el caso de algunos satélites del sistema solar externo, Encelado en Saturno y Europa en Júpiter [Siddiqui et al., 2013]. A continuación se describen tres tipos de organismos extremófilos, que podrían ser semejantes a posibles organismos que se pudieran encontrar en ambientes extremos de temperatura y salinidad, que pudieran existir en el fondo del océano interno y hasta la superficie congelada de Europa. La condición de temperatura está asociada a la estabilidad estructural de las biomoléculas, temperaturas $> 100^{\circ}\text{C}$ descomponen los ácidos nucleicos y proteínas e incrementa

la fluidez de las membranas celulares a niveles letales. El agua líquida actúa como solvente y es indispensable para procesos metabólicos a nivel celular, temperaturas que permiten el congelamiento intracelular también son letales. Algunos extremófilos, como el *Panagrolaimus davidi*, han desarrollado la capacidad de permanecer en estado criogénico y resistir el congelamiento de toda el agua de su estructura. Por otra parte, los ambientes hipersalinos afectan el citosol de las células de los organismos provocando deshidratación y desecación citoplasmática. Esto es saturación de sal en el citosol de la célula, el citosol es la matriz plasmática de la célula, es la parte soluble que contiene proteínas y enzimas esenciales para las funciones de biosíntesis de moléculas orgánicas [Rothschild y Mancinelli, 2001].

Psicrófilos. Los microorganismos psicrófilos (adaptados al frío) hacen una importante contribución a la biomasa de la Tierra y desempeñan un papel fundamental en los ciclos biogeoquímicos globales. El vasto alcance y la diversidad de la biosfera fría de la Tierra los ha seleccionado en ensamblajes que pueden incluir arqueas, bacterias, eucariontes y virus. Los psicrófilos han evolucionado de manera que se han adaptado al frío a nivel de actividad molecular. Las enzimas de psicrófilos se caracterizan por mantener estabilidad de sus propiedades estructurales y funcionales en bajas temperaturas.

Termófilos. De acuerdo con la definición de la *Encyclopedia of Environmental Microbiology*, los termófilos son microorganismos que crecen en temperaturas óptimas de entre 60° C y 108° C, aislados de una serie de hábitats terrestres calentados geotérmicamente, que incluyen manantiales superficiales terrestres calientes, sistemas de respiraderos hidrotérmicos, los sedimentos de islas volcánicas y profundos respiraderos hidrotermales del mar. La posible presencia de chimeneas volcánicas en el fondo del océano de Europa, permitiría el desarrollo de organismos semejantes a los Termófilos.

Halófilos. Son organismos extremófilos que prosperan en entornos con muy altas concentraciones de sal. El nombre proviene del griego *halo*, sal y *filo*, amor, es decir organismos amantes de la sal. El término se aplica frecuentemente a algunos halófilos clasificados en el dominio archaea, también hay halófilos bacterianos y eucariontes, como el alga *Dunaliella salina*. Algunas especies conocidas presentan un color rojo de compuestos carotenoides¹¹. Los halófilos se pueden encontrar en cualquier lugar con una concentración de sal cinco veces mayor que la concentración de sal en el océano, como el Gran Lago Salado de Utah, Lago Owens en California [Rothschild y Mancinelli, 2001, Siddiqui et al., 2013].

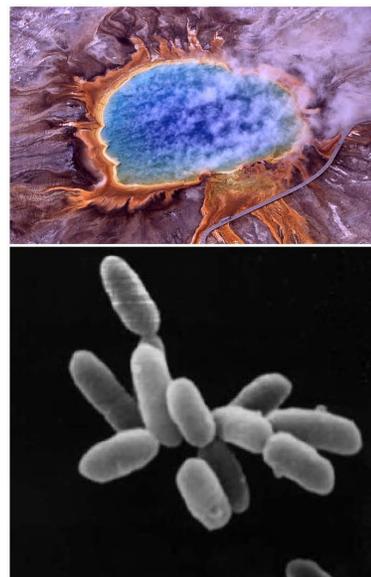


Figura 20: Arriba: La Gran Fuente Prismática en el parque nacional Yellowstone, USA. Los colores son resultado de la presencia de bacterias pigmentadas que se desarrollan en aguas ricas en minerales. Abajo: Halófilos.

¹¹Los carotenoides son pigmentos orgánicos que se encuentran organismos fotosintéticos como plantas, algas, hongos y bacterias.

Capítulo II
METODOLOGÍA

"El método de la ciencia es probado y verdadero. No es perfecto, es simplemente lo mejor que tenemos."
Carl Sagan

6. METODOLOGIA

En el formalismo Newtoniano, la segunda ley de Newton, la fuerza se define como el cambio de momento, \mathbf{p} , que experimenta un objeto en movimiento, en el tiempo. Entonces:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{p}}{dt} = m \frac{d^2\mathbf{x}}{dt^2} \quad (46)$$

donde \mathbf{F} es la fuerza y \mathbf{x} es la posición del objeto.

Podemos definir la fuerza como una función de la posición, la velocidad y el tiempo, $\mathbf{F}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}, t)$. Entonces, si el cambio de posición en el tiempo es:

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v} \quad (47)$$

La dinámica del objeto se puede representar en términos de posición y momento $\{\mathbf{x}, \mathbf{p}\}$, en lo que se conoce como espacio fase. De manera compacta, la podemos expresar:

$$\mathbf{w} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{g} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix} \rightarrow \frac{d\mathbf{w}}{dt} = \mathbf{g} \quad (48)$$

El método más sencillo de resolver una ecuación diferencial de primer orden, es bajo el método de Euler. Aplicado a nuestro problema, aproxima la posición/velocidad de la partícula en un tiempo t_{i+1} , w_{i+1} , en términos de su posición/velocidad en un tiempo t_i , w_i , como:

$$\mathbf{w}_{i+1} = \mathbf{w}_i + \Delta t \mathbf{g}(t_i, \mathbf{w}_i), \quad (49)$$

donde Δt representa un el intervalo de tiempo en la evolución del movimiento.

La precisión de la solución dependerá de la magnitud de este intervalo, entre más pequeño la solución es más exacta. Entre otros algoritmos básicos para resolución de ecuaciones diferenciales están por ejemplo, el Runge-Kutta de cuarto orden, que tiene la forma:

$$\mathbf{w}_{i+1} = \mathbf{w}_i + \frac{1}{6} (\mathbf{k}_1, 2\mathbf{k}_2, 2\mathbf{k}_3, \mathbf{k}_4), \quad (50)$$

donde:

$$\mathbf{k}_1 = \Delta t \mathbf{g}(t_i, \mathbf{w}_i), \quad (51)$$

$$\mathbf{k}_2 = \Delta t \mathbf{g}\left(t_i, \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{w}_i + \frac{\mathbf{k}_1}{2}\right), \quad (52)$$

$$\mathbf{k}_3 = \Delta t \mathbf{g}\left(t_i, \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{w}_i + \frac{\mathbf{k}_2}{2}\right), \quad (53)$$

$$\mathbf{k}_4 = \Delta t \mathbf{g}\left(t_i, \frac{\Delta t}{2}, \mathbf{w}_i + \mathbf{k}_3\right), \quad (54)$$

También hay algoritmos basados en métodos de integración Verlet, que presentan un orden mayor de aproximación, como por ejemplo, el Leap-Frog, el cual, es de segundo orden y toma como criterio central el tiempo, estableciendo tres tiempos diferentes, uno previo, un central y un posterior, (backward time, central time, y forward time), cada uno calculado como una aproximación en serie de Taylor. El método Leap-Frog toma el criterio centrado de la segunda derivada de posición, iguala la aceleración entre dos puntos consecutivos y se evalúa la posición en el tiempo, esto le da la capacidad de ser un algoritmo reversible. Asumiendo la coordenada generalizada $(\mathbf{x}_0, \mathbf{p}_0)$, calcula primero un momento intermedio $\mathbf{p}_{(i+\frac{1}{2})}$, de la siguiente forma:

$$\mathbf{p}_{(i+\frac{1}{2})} = \mathbf{p}_i + \frac{1}{2}\Delta t\mathbf{F}_i \quad (55)$$

donde:

$$\mathbf{F}_i \equiv \mathbf{F}(\mathbf{x}(t_i)) \quad (56)$$

La posición y momento se definen a partir de las siguientes ecuaciones:

$$\mathbf{x}_{i+1} = \mathbf{x}_i + \Delta t\mathbf{V}_{(i+\frac{1}{2})} \quad (57)$$

$$\mathbf{p}_{i+1} = \mathbf{p}_{(i+\frac{1}{2})} + \frac{1}{2}\Delta t\mathbf{F}_{(i+1)} \quad (58)$$

Este método es básico de algoritmos que se conocen como simplécticos y que se explican más adelante. Es importante señalar que cualquiera que sea el método de integración, la solución implica un error inherente al cálculo, el error de truncamiento, el cual es una imprecisión debida a la omisión de términos en una aproximación en serie, la cual contiene un número infinito de términos, al aumentar el número de elementos este error se disminuye. Así mismo al cálculo computacional se suma el error por redondeo, que está dado por la capacidad de representación limitada de la variable. Las variables pueden ser de precisión sencilla, de 4 Bytes o de precisión doble de 8 Bytes. Utilizar precisión doble requiere por tanto mayor capacidad de almacenamiento del equipo de cómputo.

6.1. Integradores simplécticos

Los integradores simplécticos se basan en la mecánica Hamiltoniana. La descripción del movimiento de un sistema dinámico conservativo se puede resumir en las ecuaciones de Hamilton, donde la dinámica se trata mediante el cambio de posición y momento en el espacio fase. De acuerdo con la teoría de integrador simpléctico descrita por Chambers [Chambers, 1999], para un problema de N-cuerpos, las ecuaciones de Hamilton para cada objeto son:

$$\frac{d\mathbf{x}_i}{dt} = \frac{\partial H}{\partial \mathbf{p}_i}, \quad (59)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial \mathbf{x}_i}, \quad (60)$$

El hamiltoniano queda de la forma:

$$H = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{p}_i^2}{2m_i} - G \sum_{i=1}^{N-1} m_i \sum_{j=i+1}^N \frac{m_j}{r_{ij}}, \quad (61)$$

donde m_i es la masa del objeto i , y r_{ij} es la separación entre el objeto i y otro j .

La evolución de las coordenadas del espacio fase, se puede expresar como una cantidad tal que:

$$\frac{dq}{dt} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial q}{\partial x_i} \frac{dx_i}{dt} + \frac{\partial q}{\partial p_i} \frac{dp_i}{dt}, \quad (62)$$

$$\frac{dq}{dt} = \sum_{i=1}^N \frac{\partial q}{\partial x_i} \frac{dH}{\partial p_i} - \frac{\partial q}{\partial p_i} \frac{dH}{\partial x_i}, \quad (63)$$

donde q puede representar la posición, \mathbf{x} , o el momento, \mathbf{p} , de un objeto, o bien cualquier combinación de ambos para todos los objetos. Entonces, el cambio en las coordenadas en el intervalo de tiempo Δt estará dado por:

$$\frac{dq}{dt} = Fq, \quad (64)$$

donde F representa un operador. La solución general de dicho cambio es una expansión en serie de Taylor:

$$q(t) = e^{\tau F} q(t - \tau), \quad (65)$$

$$q(t) = \left(1 + \tau F + \frac{\tau^2 F^2}{2} + \dots\right) q(t - \tau) \quad (66)$$

Donde $q(t - \tau)$ es un valor, en cualquier tiempo, que inicializa la integración.

La practicidad de los integradores simplécticos radica en la división del hamiltoniano para poder resolverse en partes que posteriormente se puedan integrar [Chambers, 1999].

6.1.1. Esquema MVS

En 1991 Wisdom & Holman desarrollaron un algoritmo específicamente adaptado para integrar ecuaciones de movimiento cuasi-Kepleriano que funcionaba de acuerdo a un esquema nuevo denominado Variable Simpléctica Mixta o MVS, *Mixed Variable Symplectic* por su nombre en inglés. Eventualmente este esquema se hizo de uso común en estudios de dinámica del sistema solar, utiliza un método que es una generalización del método de mapeo [Wisdom y Holman, 1991]. El método de mapeo original [Wisdom, 1982] se basa en el principio de promedios en la evolución a largo plazo de un sistema N-cuerpos, analítica o numéricamente. El principio de promedios fue aplicado por primera vez por Shubart a estudios numéricos de movimiento conmensurable.

Wisdom utiliza las mismas ecuaciones de movimiento de Shubart para su método de mapeo, el cual es derivado del problema de tres cuerpos restringido en el plano. En el método de mapeo los términos que varían rápidamente no contribuyen de manera significativa a la evolución a largo plazo, así que se pueden sumar o restar. El hamiltoniano para una partícula de masa despreciable o partícula prueba moviéndose en el campo gravitacional de una masa muy grande, M , (como el Sol), y perturbada por una segunda masa, m , mucho menor a la primera, $M \gg m$, (como Júpiter), y que tiene una órbita externa a la órbita de la partícula sin masa, es tal que:

$$H = -\frac{m_1^2}{2L^2} - mR(L, \rho_1, \rho_2, \lambda, \omega_1, \omega_2), \quad (67)$$

donde:

$$m_1 = 1 - m,$$

$$L \equiv (m_1 a)^{1/2},$$

$$\rho_1 \equiv (m_1 a)^{1/2} [1 - (1 - e^2)^{1/2}] \approx (m_1 a)^{1/2} \frac{1}{2} e^2,$$

$$\rho_2 \equiv [m_1 a (1 - e^2)]^{1/2} (1 - \cos i) \approx (m_1 a)^{1/2} \frac{1}{2} i^2,$$

Los términos a , e , son los parámetros orbitales de semieje mayor y excentricidad respectivamente, e , i , es la inclinación con respecto al plano invariable. Las coordenadas conjugadas son la longitud media, menos la longitud del periapside w_1 , menos la longitud del nodo ascendente en el plano invariable, w_2 , respectivamente. El término R , es la función perturbadora, se puede ver una descripción detallada de esta función en [Wisdom, 1982].

El método de mapeo original, divide el hamiltoniano de la siguiente manera:

$$H = H_{Kepler} + H_{Orbital} + H_{Resonant} + H_{Secular}, \quad (68)$$

donde cada elemento está asociado a diferentes escalas de tiempos:

H_{Kepler} es la interacción de cada cuerpo con el cuerpo central.

$H_{Secular}$ son todos los términos restantes que no dependen de las longitudes medias.

$H_{Orbital}$ representa términos de oscilaciones rápidas.

$H_{Resonant}$ se refiere a términos con combinaciones resonantes de longitudes medias.

El término $H_{Resonant}$, representa los términos que tienen combinaciones resonantes ¹² y agrega términos adicionales a la frecuencia orbital que se suman junto con términos que involucran secuencias periódicas de funciones en una Delta de Dirac de ser necesario. El término $H_{Resonant}$ junto con el término $H_{Orbital}$ no afectan significativamente la evolución a largo plazo, por lo que el hamiltoniano de la partícula puede ser simplificado en una forma generalizada como una simple separación del hamiltoniano para el problema de N-cuerpos:

$$H = H_{Kepler} + H_{Interaction}, \quad (69)$$

H_{Kepler} es el movimiento Kepleriano básico de los cuerpos con respecto al cuerpo central.

$H_{Interaction}$ son las perturbaciones de los cuerpos unos con otros.

Las resonancias de variación lenta o los términos seculares se acumulan y contribuyen de manera significativa. El paso de tiempo que comprende el mapa es del orden del período asociado con los términos de frecuencia alta. Las oscilaciones rápidas dependen de la longitud

¹²Una resonancia ocurre cuando uno de los términos es casi estacionario.

media de los cuerpos pero no son resonantes en regiones de interés, de manera que no afectarán la evolución a largo plazo cerca de la resonancia y por lo tanto $H_{Orbital}$ puede ser eliminado.

$$H = H_{Kepler} + 2\pi\delta_{2\pi}(\Omega t)H_{interaction}, \quad (70)$$

donde el término $2\pi\delta_{2\pi}(t)$ es una secuencia periódica de funciones delta Dirac con períodos 2π , y Ω es la frecuencia de mapeo. El tiempo entre las funciones Delta es el paso de tiempo, h , y se define como $h = 2\pi/\Omega$. El tiempo será del orden del período asociado con los términos de frecuencia alta. Las funciones Delta tienen una forma de Fourier como:

$$2\pi\delta_{2\pi}(t) = \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} \cos(lt), \quad (71)$$

La interacción de la parte hamiltoniana multiplicada por la función Delta periódica resulta en la interacción hamiltoniana original más los términos multiplicados por los términos de la frecuencia alta, esto es, el promedio del mapeo del hamiltoniano sobre el mapeo del período, da el hamiltoniano original de N-cuerpos. La ventaja de incluir las funciones Delta es que el mapeo hamiltoniano es localmente integrable. Entre las funciones Delta cada planeta evoluciona a lo largo de una órbita Kepleriana no perturbada y también el sistema es trivialmente integrado a través de las funciones Delta dado que la interacción hamiltoniana puede ser escrita solamente en términos de las coordenadas cartesianas. Para que el mapeo sea un método numérico viable es esencial que tenga la disponibilidad de anticipar rápidamente las órbitas Keplerianas y minimice las transformaciones canónicas intermedias [Holman, 1994].

El método de Wisdom & Holman, elimina la necesidad de transformaciones intermedias mediante el uso de coordenadas Cartesianas, así mismo utilizar este sistema de coordenadas permite que las órbitas Keplerianas puedan ser rápidamente anticipadas usando funciones de Gauss.

Los términos con oscilaciones rápidas tienden a un promedio y dan una contribución indeterminada por lo que es posible asignar otros del mismo tipo, esto no perjudicará la evolución del sistema. Para la asignación se eligen términos que sumados dan funciones delta que pueden integrarse localmente de esta manera se obtienen ecuaciones explícitas que especifican cómo es el cambio de un paso a otro.

Este método tiene dos limitaciones importantes, las cuales son: i) está basado en representaciones analíticas de hamiltonianos promediados cerca de resonancias particulares. Las únicas representaciones analíticas explícitas del promedio de la función perturbadora son expansiones en las excentricidades e inclinaciones.

El hecho de que la función perturbadora se trunca en algún orden de excentricidad o inclinación lo limita en casos particulares de bajos valores de excentricidad e inclinación. ii) se limita a la vecindad de una resonancia o grupo de resonancias porque la representación analítica de la función perturbadora solo puede hacerse para un arreglo particular. Para una revisión detallada de la teoría analítica del método de mapeo, se puede consultar el trabajo de tesis doctoral de M.J. Holman [Holman, 1994].

6.1.2. El esquema de Variable Mixta Regularizada RMS

Desarrollado por Levinson & Duncan [Levison y Duncan, 1994], para tratar partículas sin masa. Básicamente sigue el algoritmo de Wisdom & Holman, en el que a partir de que la partícula prueba se aproxima al planeta dentro de ciertos radios de Hill, el paso de integración decrece en un factor de 10.

El esquema de Variable Mixta Regularizada, si la partícula se aproxima a un radio de Hill, la partición del hamiltoniano es reordenada: la parte Kepleriana describe la interacción de la partícula con el planeta y mientras tanto las perturbaciones se cuentan en las interacciones con el Sol y otros planetas, de este modo la parte Kepleriana domina siempre, sin necesitar reducir el paso de tiempo salvo en los casos en que la partícula tenga un encuentro cercano.

El inconveniente es que por el cambio de paso de tiempo y el reordenamiento de la partición del hamiltoniano se pierde estabilidad, lo que no sucede con el integrador simpléctico. Esto puede producir irregularidades espurias que afecten la evolución orbital, lo que no representa mayor problema en encuentros con cuerpos grandes respecto de la partícula prueba, pero si resulta inconveniente para encuentros con cuerpos pequeños o del orden de la partícula prueba.

6.1.3. Integraciones de encuentros cercanos: SYMBA and Mercury

SYMBA y *Mercury* son algoritmos simplécticos capaces de seguir una integración en encuentros cercanos de la partícula prueba con los cuerpos masivos. Fueron desarrollados casi simultáneamente por sus respectivos autores M.J. Duncan [Duncan et al., 1998], y J. Chambers [Chambers, 1999]. En ambos algoritmos el hamiltoniano está escrito en coordenadas heliocéntricas en vez de Jacobianas, lo que evita el problema de que cuerpo se resuelva con respecto de un centro de masa efectivo diferente en la parte Kepleriana del algoritmo. Cuando dos cuerpos se aproximan dentro de una distancia, su potencial gravitacional es añadido gradualmente a la parte Kepleriana, volviendola no integrable.

Ambos algoritmos difieren en cómo añaden el potencial mutuo a la parte kepleriana y la manera en que resuelven las ecuaciones en el paso de tiempo respectivo. SYMBA mantiene el integrador simpléctico con divisiones en el paso de tiempo durante los encuentros cercanos, cuando las distancias entre la partícula y el objeto masivo se vuelven suficientemente pequeñas y mediante iteraciones de estas subdivisiones [Duncan et al., 1998]. Mercury en cambio utiliza un integrador Bulirsh-Stoer durante los encuentros cercanos, para obtener la mayor precisión posible [Chambers, 1999].

6.1.4. Cálculo de encuentros cercanos en Mercury

Mercury es un integrador con la capacidad de estimar encuentros cercanos de manera suficientemente precisa. Usualmente los integradores reducen el paso de tiempo durante los encuentros cercanos, a fin de mantener la precisión. Esto repercute en el error de redondeo de cómputo. Mercury resuelve encuentros cercanos mediante una solución inspirada en el método de potencial separable de Duncan [Duncan et al., 1998] pero dividiendo los términos del potencial en solo dos partes.

El esquema de integración para el integrador híbrido de segundo orden es de la siguiente manera:

1. Las coordenadas permanecen fijas. Cada cuerpo recibe una aceleración debido a los demás cuerpos (pero no el Sol), ponderada por un factor $K(r_{ij})$ permanece para $\tau/2$ donde τ es el tamaño del paso de tiempo.
2. Los momentos permanecen fijos, y cada cuerpo cambia de posición por una cantidad $\tau \Sigma_i p_i / 2M_\odot$.
3. Los cuerpos que no están en un encuentro cercano se mueven en órbitas Keplerianas alrededor del Sol en cada τ . Dado un encuentro cercano los términos keplerianos, son ponderados como $(1 - K)$ y se integran numéricamente en cada τ .

La función K en el esquema simpléctico a un encuentro cercano cambia como:

- 1) $K \rightarrow 1$ entonces r_{ij} es grande, si $K \rightarrow 0$ entonces r_{ij} es pequeño.
- 2) K es lo suficientemente suave que el algoritmo numérico puede seguir sin dificultad.
- 3) K puede ser evaluada rápidamente.

$$K = \begin{cases} 0 & \text{para } y < 0 \\ \frac{y^2}{2y^2 - 2y + 1} & \text{para } 0 < y < 1 \\ 1 & \text{para } y > 1 \end{cases},$$

donde:

$$y = \left(\frac{r_{ij} - 0.1r_{crit}}{0.9r_{crit}} \right) \quad (72)$$

y el término r_{crit} es la distancia crítica a la cual el código comienza a calcular un encuentro cercano, esta distancia se restringe a $r_{ij} < 3R_H$, donde R_H es el radio de Hill. Esta restricción fue utilizada por Levison y Duncan cuyo código cambia el paso de tiempo de la integración a partir de esta distancia. Mercury no cambia el paso de tiempo, cambia de integrador y utiliza un algoritmo Bulirsch-Stoer.

También, el código utiliza un mecanismo de predicción de encuentros cercanos realizando un cálculo anticipado de la posición de los objetos mediante una aproximación kepleriana junto con un pre-verificador que elimina los pares de objetos que no tendrán un encuentro cercano en el siguiente paso de tiempo.

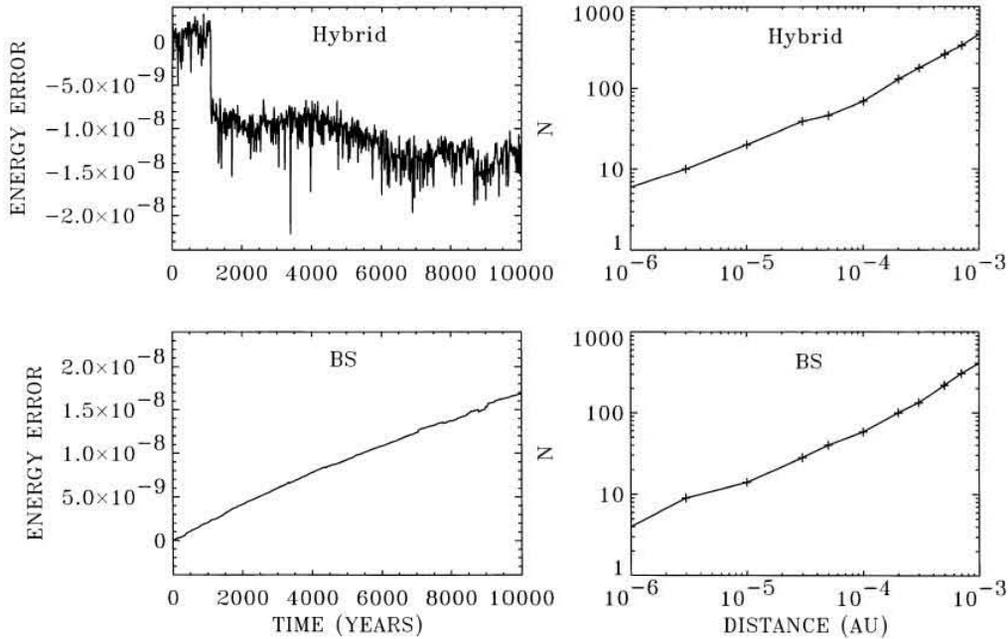


Figura 21: La grafica muestra el error de energía relativo con respecto al tiempo para una integración de 30 embriones planetarios, usando el integrador de híbrido y el integrador Bulirsch \pm Stoer (BS). También se muestran el número acumulado de encuentros cercanos, N , en función de la distancia de máxima aproximación, para cada integración [Chambers, 1999].

6.2. Descripción y funcionamiento del integrador Mercury

Mercury un código orientado a la solución de integraciones de tipo N-cuerpos. Fue desarrollado por John Chambers en el año de 1999 [Chambers, 1999]. Está escrito en lenguaje de programación Fortran 77, abreviación de *Formula Translating System*, y en general funciona con la mayoría de los compiladores.

Está diseñado para resolver las órbitas de partículas bajo la influencia gravitacional de un cuerpo masivo, por lo que se puede adecuar a distintos problemas de Astrofísica, como el movimiento de sistemas planetarios, y el movimiento de satélites alrededor de planetas, así mismo tiene la particularidad de abordar con precisión las integraciones durante los encuentros cercanos entre partículas por lo que es capaz de resolver el movimiento de asteroides y cometas.

Desde su creación y hasta la fecha ha sido utilizado en el tratamiento de numerosos problemas de dinámica planetaria, lo que le ha permitido una continua reestructuración a medida que surgen oportunidades de mejora, identificadas en los diferentes tratamientos [Lissauer et al., 2011, Chatterjee et al., 2008, Tsiganis et al., 2005]. La versión utilizada en este trabajo es Mercury 6.5.

Mercury funciona con los siguientes algoritmos para N-cuerpos:

- **Simpléctico de variable Mixta de segundo orden (MVS)** [Wisdom y Holman, 1991]. Incorpora simples correctores simplécticos, muy rápido pero no apto para cálculo de encuentros cercanos entre los objetos.
- **Bulirsch-Stoer General**. Es lento pero preciso [Bulirsch y Stoer, 1966].
- **Bulirsch Stoer Conservador**. Es el doble de rápido que el BS en general, pero sólo funcionará para los sistemas conservadores, en la que aceleraciones son una función de la única posición.
- **RA15 Everhart (Radau)**. Es 2 a 3 veces más rápido que la versión general del Bulirsch-Stoer. Por lo general, confiable, a excepción de encuentros muy cercanos u órbitas muy excéntricas (por ejemplo, pastoreo Solar).
- **Integrador Híbrido Simpléctico + Bulirsch-Stoer**. Es muy rápido, capaz de calcular encuentros cercanos pero de precisión moderada.

Y con 3 controladores o *drivers*, que son:

- **mercury6_5.for**: Es el programa principal de integración, contiene las rutinas y subrutinas que llevan a cabo las integraciones, genera archivos de salida en sistema binario a partir de los cuales, mediante la ejecución de programas convertidores, se pueden generar archivos de salida en formato ASCII (*American Standard Code for Information Interchange*).
- **element6.for**: Convierte los archivos de salida generados por el mercury6_5.for en arreglos de archivos que contienen los elementos orbitales de los objetos de la integración, lo que permite conocer cómo cambian sus órbitas a través del tiempo.
- **close6.for**: Convierte los archivos de salida mercury6_5.for en archivos que contienen detalles de los encuentros cercanos entre los objetos de la integración.

También contiene otros archivos como:

- **mercury.inc**. En el se incluyen parámetros generales y constantes utilizados por los programas del paquete que conforma el código completo y que pueden ser alterados en algún punto si se desea, estos parámetros generales son:
NMAX = número máximo de objetos.
CMAX = número máximo de minimos encuentros cercanos monitoreados simultáneamente.
NMESS = número máximo de mensajes en message.in.
ENORME = un número muy grande.
NFILES = número máximo de archivos que pueden estar abiertos al mismo tiempo.

Las constantes son:

DR = factor de conversión de grados a radianes.

K2 = constante gravitacional gaussiana al cuadrado.

UA = unidad astronómica en centímetros, cm.

MSUN = masa del Sol en gramos, g.

PI = 3.141592653589793d0.

TWOPI = PI * 2.0d0.

PIBY2 = PI * 0.5d0.

- **swift.inc**, el cual contiene constantes y parámetros utilizados en subrutinas escritas por Levison y Duncan [Levison y Duncan, 1994], y que se incluyen en el algoritmo de mercury6.5.for. Estas subrutinas se identifican en el algoritmo mediante las palabras *drift* u *orbel* al inicio de sus nombres. Si se modifican mercury.inc o swift.inc, se deben compilar los controladores (mercury6.5.for, element6.for, close6.for) para que los cambios se hagan efectivos.
- **message.in**. Contiene un listado de etiquetas y mensajes que se utilizan para construir los archivos de salida, tanto de los parámetros (i.e. 32 36 Central mass), como para los detalles de la integración (i.e. 67 35 collided with the central body at).

Los archivos denominados **files.in** son archivos utilizados para 2 tipos de entradas de datos:

i) Entradas de información de las condiciones iniciales que el programa utilizara durante la integración, y ii) Entradas de datos generados por el integrador durante la integración. Los primeros deben escribirse de acuerdo a las necesidades de cada problema a tratar. Éstos se describen a continuación: **i) Entradas de información de las condiciones iniciales que el programa utilizara durante la integración**

1. **big.in**. Contiene los datos de los cuerpos más masivos (por ejemplo, planetas y satélites) en la integración, excepto los del cuerpo central (éstos se definen en el archivo param.in, descrito más adelante.). Un objeto masivo o *big*, se define como un cuerpo que perturba e interactúa con todos los demás objetos durante la integración. El archivo big.in inicia con la leyenda)O+_06 y especifica que las líneas que inician con ‘)’ no serán leídas, este encabezado no se debe borrar. La primera línea no comentada debe iniciar y terminar con una palabra que le indique al programa el formato de los datos iniciales, estos pueden ser:

- **Cartesian** o Cartesianas de coordenadas xyz y velocidades. Las distancias deben ser en UA y las velocidades UA por día (1 día = 86.400 segundos).
- **Asteroidal** o Asteroidales. Los elementos orbitales keplerianos, en un formato ‘asteroidal’, (i.e. a, e, I, n, g, M). Estos son:
 - a = semieje mayor (in).
 - e = excentricidad.
 - I = inclinación (grados).
 - g = argumento de pericentro (grados).
 - n = longitud del nodo ascendente (grados).
 - M = anomalía media (grados).

- **Cometary** o Cometarios. Los elementos orbitales keplerianos en formato ‘cometario’, (i.e. q e I n g T). Estos son:
q = distancia pericentro (AU).
e, I, g, n = igual que el anterior.
T = época de pericentro (días).

La siguiente línea debe terminar con la época de osculación en unidades de días, esto es el tiempo en el que las coordenadas/elementos iniciales son válidos (tiempo inicial en días). Las líneas siguientes proveen los datos de los objetos masivos, comenzando cada línea por el nombre, a lo cual se asignan 8 caracteres, y continuando con cualquiera de los siguientes parámetros:

- m = X Para indicar la masa del cuerpo en unidades de masas solares. Si no se especifica un valor de la masa se supone que es 0.
- R = X Indica la distancia máxima del cuerpo que constituye un encuentro cercano, en unidades del radio de Hill del objeto. Si no se incluye, el valor predeterminado es r=1.
- d = X Para indicar la densidad del objeto en unidades de g/cm^3 . Si no se incluye este valor, el valor predeterminado es d=1.
- a1 = X. Para indicar el arámetro de fuerza no-gravitacional A1. Siendo realistas esto debería ser cero para los cuerpos masivos (el valor por defecto es 0).
- a2 = X. Para indicar el parametro de fuerza no-gravitacional A2 (por defecto es 0).
- a3 = X, Para indicar el parametro de fuerza no-gravitacional A3 (por defecto es 0).

Nota: X, en todos los casos, es un número real.

La siguiente línea debe contener 6 coordenadas iniciales y velocidades o los 6 elementos orbitales, separadas por uno o más espacios. Después de estos números se debe dar a los 3 componentes de momento angular de espín para el objeto, en unidades de masas solares AU^2 por día, en caso de desconocerlas se deben introducir como 0. De lo anterior, el archivo se vería como sigue:

```
)O+_06 Big-body initial data (WARNING: Do not delete this line!!)
) Lines beginning with ‘)’ are ignored.
)_____
style (Cartesian, Asteroidal, Cometary) = Asteroid
epoch (in days) = 2451544.5
MARS m=3.2268200350910713E-07 r=10.d0 d=3.933
-1.58803 4.97147E-01 4.94527E-02 -3.65562E-03 -1.21616E-02 -1.64920E-04 0 0 0
```

2. **small.in.** Incluye los datos de objetos pequeños como cometas y asteroides. Un cuerpo pequeño se define como aquel que sólo es perturbado e interactúa con grandes cuerpos durante la integración. Los cuerpos pequeños no se perturban entre sí y por lo tanto no pueden colisionar entre sí. Si se les asigna una masa cero se comportarán como partículas prueba. Las

líneas del archivo son análogas a las del archivo big.in, con la diferencia de que para cada uno de estos objetos se puede especificar una época de osculación, i.e. ep=X, donde X es un número real. Si no se incluye este valor, el valor predeterminado es la época del archivo big.in. Los cuerpos pequeños deben tener masa cero si tienen diferentes épocas a los cuerpos grandes. Las líneas de este archivo son por ejemplo:)O+_06 Big-body initial data (WARNING: Do not delete this line!!)
) Lines beginning with ')' are ignored.
)
 style (Cartesian, Asteroidal, Cometary) = Asteroid
 epoch (in days) = 2451544.5
 HALLEY Ep = 2.446.480,5 a1 = 0.04D - 8 A2 = 0.0155d - 8

3. **param.in.** En este archivo se determinan los parámetros usados por el integrador, estos son:

- Tiempo de inicio y tiempo final de la simulación.
- Paso de tiempo.
- Tiempo de salida de datos.
- Tipo de algoritmo a utilizar.
- Parámetro de precisión.

Opciones de integración, como:

- Dejar de integración después de un encuentro cercano.
- Permitir que se produzcan colisiones.
- Incluir la fragmentación de colisión.
- Expresar el tiempo en días o años.
- Expresar el tiempo en relación con la integración de la hora de inicio.
- Precisión de salida alta, media o baja.
- Otros parámetros previamente definidos que no se modifican como: distancia de eyección en UA, radio del cuerpo central en UA, masa central en M_{\odot} , y J2, J4 y J6, los cuales son el momento del cuerpo central en unidades de su radio, r^2 , r^4 , y r^6 , respectivamente, y que se utilizan en problemas donde se considera el achatamiento del cuerpo central.

4. **element.in.** Contiene los parámetros usados por element6.for. En él se especifica lo siguiente:

- El número de archivos de datos comprimidos que se quiere leer. Por lo general será 1. Si se especifica más de un archivo, element6.for combinará los elementos orbitales de todas las integraciones en conjunto de los archivos de salida.
- El archivo de donde se tomaran los datos de entrada para element6.for, i.e. xv.out.
- El intervalo de tiempo mínimo para la estimación de los parámetros orbitales y la unidad de tiempo en que se quiere el intervalo sean expresado, i.e. 500 días.
- Expresar el tiempo con respecto a la fecha de inicio de la integración (escribir sí o no).

- El origen que se desea para los elementos orbitales, i.e. central (para los elementos con respecto al cuerpo central).
- Indica los parámetros orbitales y cómo se desean expresar, para mayor detalle consultar mercury.man.

5. **close.in.** En este archivo se determinan los parámetros usados close6.for, los cuales son:

- El número de archivos de datos comprimidos que se quiere leer. Por lo general será 1. Si se especifica más de un archivo, close6.for combinará los encuentros cercanos de todas las integraciones en conjunto de los archivos de salida.
- El archivo de donde se tomaran los datos de entrada para element6.for, i.e. xv.out.
- La unidad de tiempo, i.e. días.
- Expresar el tiempo con respecto a la fecha de inicio de la integración (escribir sí o no)
- Los nombres de los objetos de los cuales se requieren los detalles de los encuentros cercanos, si no se especifica, el programa asume que se quieren los de todos los objetos.

ii) Entradas de datos generados por el integrador durante la integración

1. **Archivos de salida.** Archivos de tipo files.in son los que utiliza mercury6_5.for como sus archivos (directorios) de salida de datos.

- **xv.out.** La información de posición y la velocidad de los objetos de la integración, producido a intervalos periódicos.
- **ce.out.** Contiene los detalles de los encuentros cercanos que se producen durante la integración.
- **info.out.** Es un resumen de los parámetros de integración utilizados en el integrador, contiene una lista de los eventos que tuvieron lugar (por ejemplo, las colisiones entre objetos).

2. **Archivos de volcado de memoria.** Archivos de volcado de memoria ¹³ que genera mercury6_5.for durante la integración.

- **big.dmp.** Es un archivo de volcado de memoria que contiene los datos de los objetos del big.in. Se puede utilizar este archivo para continuar con la integración si el ordenador se bloquea o si el programa se ve interrumpido.
- **small.dmp.** Un archivo de volcado de memoria que contiene los datos de los cuerpos pequeños.
- **param.dmp.** Un archivo de volcado de memoria que contiene los parámetros de integración.
- **restart.dmp.** Un archivo de volcado de memoria adicional que contiene otras variables utilizadas por mercury6_5.for.

¹³Un archivo dump o de volcado de memoria registra información acerca del estado de la integración, los errores o bugs si el algoritmo ha dejado de funcionar repentinamente, se detiene o falla.

A continuación la Figura 22 muestra de manera breve los pasos a seguir para realizar una integración y el tratamiento de los datos.



Figura 22: Descripción breve del uso del paquete Mercury.

Si la integración se ve interrumpida (falla en el sistema de cómputo, suministro de energía eléctrica, etc), puede reiniciarse desde el con los archivos con extensión .dmp. Una integración puede ser extendida a partir del punto en que finalizó, se pueden consultar los detalles de cómo llevar a cabo estas acciones en el archivo mercury.man.

7. MODELO

Dado por hecho un impacto sobre la superficie de Europa, tal que la velocidad de impacto sea suficiente para expulsar material de la superficie hacia el medio interplanetario, parte del material eyectado podría alcanzar el radio de Hill del satélite. A una cierta velocidad este material estará dominado por la influencia gravitacional de Júpiter. Todo el material que sobrepasa el radio de Hill pasa a ser dominado en su dinámica por Júpiter primero y, en ciertos casos, puede llegar a ser dominado por el Sol. Velocidades de eyección suficientemente altas permitirán a las partículas adquirir órbitas heliocéntricas inmediatamente después de su expulsión, así mismo perturbaciones generadas por encuentros cercanos podrían modificar los apogeos de las órbitas de estas partículas.

Las partículas de material eyectado desde la superficie de Europa son representadas por partículas prueba bajo la influencia gravitacional del Sol, Venus, La Tierra y la Luna, Marte, Júpiter y sus cuatro satélites principales: Io, Europa, Ganímedes, y Calisto; Saturno y sus satélites Encelado y Titan; Urano y Neptuno. Interacciones entre los objetos masivos son consideradas, por lo que este modelo tiene una solución de tipo N-cuerpos. Además de la interacción gravitacional, no se consideran otras fuerzas en el tratamiento por lo cual Mercurio no es considerado en la integración. Si dichas órbitas llegaran a interceptar la órbita terrestre, la probabilidad de un impacto es plausible.

La existencia de una probabilidad aceptable de que material eyectado desde Europa pudiera impactar nuestro planeta da lugar a importantes inferencias sobre los posibles efectos de este proceso particular de intercambio de material dados dos factores importantes que relacionan a Europa con la Tierra, la existencia de agua líquida y el hecho de que el inverso de este proceso de intercambio ha sido demostrado como dinámicamente posible mediante simulaciones numéricas [Reyes-Ruiz et al., 2012].

7.1. Condiciones iniciales

De acuerdo a la teoría de espalación de Melosh [Melosh, 1984], para el tratamiento de formación de cráteres por impacto, el material arrancado de una superficie planetaria, se eyecta en diferentes ángulos. La velocidad máxima de eyección es tal que $V_{eye} = \frac{1}{2}U$, donde U es la velocidad del impactor. Para que el material eyectado pueda abandonar la superficie planetaria V_{eye} debe ser tal que $V_{eye} \geq v_{esc}$, donde V_{esc} es la velocidad de escape de la superficie impactada y esta dada por:

$$V_{esc} = \sqrt{\frac{2GM_{Eu}}{r_{Eu}}}, \quad (73)$$

donde G es la constante gravitacional, M_{Eu} , y r_{Eu} es la masa de Europa respectivamente.

Para poder escapar el material eyectado desde la superficie de Europa, por lo tanto deberá tener una velocidad de eyección $V_{eye} \geq V_{esc} \geq 2.02$ km/s. Para diferentes velocidades de eyección, iguales o mayores a la velocidad de escape del satélite. Podemos expresar la velocidad de eyección como:

$$V_{eye} = \alpha V_{esc}, \quad (74)$$

donde α es un número adimensional, tal que $\alpha \geq 1$, y V_{esc} es la velocidad de escape de Europa.

Bajo el principio de conservación de energía una partícula eyectada desde la superficie de Europa alcanzará el radio de Hill del satélite con una velocidad tal que:

$$V_H^2 - V_{esc,H}^2 = V_{eye}^2 - V_{esc}^2, \quad (75)$$

donde V_H es la velocidad de la partícula al alcanzar la distancia del radio de Hill de Europa con respecto a Júpiter, $R_{H,Eu}$, el cual está definido como:

$$R_{H,Eu} = \left[\frac{M_{Eu}}{3M_J} \right]^{1/3} a_{Eu}, \quad (76)$$

donde M_J es la masa de Júpiter y a_{Eu} es el semieje mayor de la órbita de Europa. El término $V_{esc,H}$ es la velocidad de escape en el radio de Hill de Europa con respecto a Júpiter y está dada como:

$$V_{esc,H} = \sqrt{\frac{2GM_{Eu}}{R_{H,Eu}}} \quad (77)$$

De la Ecuación (75), la parte de la derecha se puede expresar en términos de la velocidad de escape de Europa, de manera que queda:

$$V_H^2 - V_{esc,H}^2 = (\alpha V_{esc})^2 - V_{esc}^2, \quad (78)$$

despejando tenemos:

$$V_H^2 = (\alpha^2 - 1)V_{esc}^2 + V_{esc,H}^2, \quad (79)$$

el segundo término de la derecha esta dado por $V_{esc,H}^2 = \frac{2GM_J}{R_H}$, de manera que si es multiplicado por 1 tal que, $1 = \frac{R_{Eu}}{R_{Eu}}$, podemos expresar este término como:

$$V_{esc,H}^2 = V_{esc}^2 \left(\frac{R_{Eu}}{R_H} \right)$$

Así, la Ecuación (79) puede quedar expresada en términos de la velocidad de escape de Europa, como:

$$\begin{aligned} V_H^2 &= (\alpha^2 - 1)V_{esc}^2 + V_{esc}^2 \left(\frac{R_{Eu}}{R_H} \right), \\ V_H^2 &= \left[(\alpha^2 - 1) + \left(\frac{R_{Eu}}{R_H} \right) \right] V_{esc}^2 \end{aligned} \quad (80)$$

Si el radio de Hill de Europa es $R_H = 0.02a_{Eu}$, entonces la Ecuación (80) se puede reducir a:

$$V_H^2 = \left[(\alpha^2 - 1) + \left(50 \frac{R_{Eu}}{a_{Eu}} \right) \right] V_{esc}^2$$

$$V_H = \left[(\alpha_2 - 1) + \left(50 \frac{R_{Eu}}{a_{Eu}} \right) \right]^{1/2} V_{esc} \quad (81)$$

Una vez que una partícula eyectada alcanzó una distancia igual al radio de Hill de Europa, la condición para que el material eyectado pueda alcanzar órbitas heliocéntricas es:

$$V_p > V_{esc,a}, \quad (82)$$

donde V_p es la velocidad de la partícula y $V_{esc,a}$ es la velocidad de escape, ahora de Júpiter, desde la órbita de Europa. Tomando en cuenta el movimiento orbital del satélite la velocidad de la partícula al llegar al radio de Hill de Europa con respecto a Júpiter, como máximo es:

$$V_p = V_H + V_{orb}, \quad (83)$$

donde V_{orb} es la velocidad orbital de Europa. Esta condición se cumple para las partículas que son eyectadas desde posiciones sobre el satélite que están a lo largo de la dirección de movimiento del mismo.

Entonces de acuerdo con la Ecuación (81) la velocidad de la partícula, V_p , es:

$$V_p = \left[(\alpha_2 - 1) + \left(50 \frac{R_{Eu}}{a_{Eu}} \right) \right]^{1/2} V_{esc} + V_{orb}, \quad (84)$$

Y de sustituir la Ecuación (84) en la Ecuación (82) la condición de escape queda:

$$\left[(\alpha^2 - 1) + \left(50 \frac{R_{Eu}}{a_{Eu}} \right) \right]^{1/2} V_{esc} + V_{orb} > V_{esc,a} \quad (85)$$

Realizando el algebra, obtenemos un valor para α , tal que:

$$\alpha^2 > 6.67 \quad (86)$$

Lo que nos da un valor un valor de $\alpha > 2.58V_{esc}$. Entonces podemos considerar que partículas con velocidades de eyección mayores a 5.21 km/s, tendrán suficiente energía para salir del sistema Joviano.

El estudio de los cráteres de impacto en Europa revela que los progenitores de cráteres cuyo diámetro $d < 10$ km pudieron haber sido generados por cometas con velocidades de impacto promedio de $V_{eye} = 26.26$ [Zahnle et al., 1998, Zahnle et al., 2003], lo cual es viable de acuerdo a la distribución de tamaños de los objetos en el cinturón de Kuiper [Brown et al., 2005].

Europa posee 10 grandes cráteres que poseen características morfológicas propias de cráteres de impacto [Moore et al., 1998, Moore et al., 2001], Pwyll ha sido confirmado como un cráter de impacto.

De acuerdo a un estudio de población de cráteres de impacto en los cuerpos del sistema solar exterior realizado por Zahnle [Zahnle et al., 2003], para cráteres de impacto del orden de 20 km en la superficie de Europa, los cuales pudieron haber sido formados por cometas de aproximadamente 1.08 km de diámetro, con una velocidad de impacto promedio de 26 km/s [Zahnle et al., 2003].

En esta tesis no se contempla un estudio sobre los procesos físicos implicados en la formación de cráteres. La factibilidad de nuestra condición inicial para el material eyectado está dada a partir del hecho de que Europa tiene al menos 5 cráteres grandes catalogados como cráteres de impacto, Tyre, Pywll, Callanish, Mannann'an y Govannan y de que las velocidades de eyección determinadas para establecer las condiciones iniciales de nuestras simulaciones corresponden a las velocidad promedio que Zahnle determinó en su estudio [Zahnle et al., 2003].

Bajo la consideración de que, de acuerdo con la teoría de formación de cráteres, la partículas eyectadas a mayor velocidad y de mayor tamaño tendran una velocidad de eyección $V_{eye} \simeq U/2$ [Melosh, 1984], tomando en cuenta que la velocidad de impacto promedio para los grandes cráteres de Europa es de $U = 26$ km/s, consideramos velocidades de eyección para las partículas alrededor de este valor medio: 8.08 km, 10.10 km/s, 12.12 km/s. Consideramos también la velocidad de 4.04 km/s un poco más bajo que el valor $\alpha > 2.58 V_{esc} > 5.58$ km/s estimado en nuestra aproximación previamente; y se consideran los casos extremos de alta velocidad de 16.16 km/s y 24.24 km/s. Todos estas velocidades son múltiplos enteros de la velocidad de escape del satélite para simplificar el algoritmo que genera la condición inicial.

7.1.1. Configuración de la Simulación

El generador de posiciones y velocidades iniciales de las partículas es un programa escrito en lenguaje fortran. El programa se llama **iniciaesfera.f** y genera vectores posición-velocidad para las partículas posicionándolas a una distancia igual al radio de Hill de Europa. Las partículas son distribuidas de manera aleatoria, con una densidad superficial uniforme, formando una esfera con radio $r = R_H$, donde R_H es el radio de Hill de Europa, medido a partir del centro del satélite.

El programa tiene la capacidad de modificar el número de partículas, y se puede utilizar para generar esta misma condición inicial sobre otros objetos ya que, aunque los vectores están calculados en coordenadas heliocéntricas, se generan a partir de un vector posición-velocidad de un objeto cualquiera.

Para cada partícula **iniciaesfera.f** genera un archivo **small.in** que contiene además del vector posición-velocidad, información del nombre y masa de la partícula con el formato requerido por el paquete *Mercury*.

El programa también genera un archivo *.dat* que contiene sólo la información del número de partícula y del vector posición-velocidad que sirve para graficar la esfera.

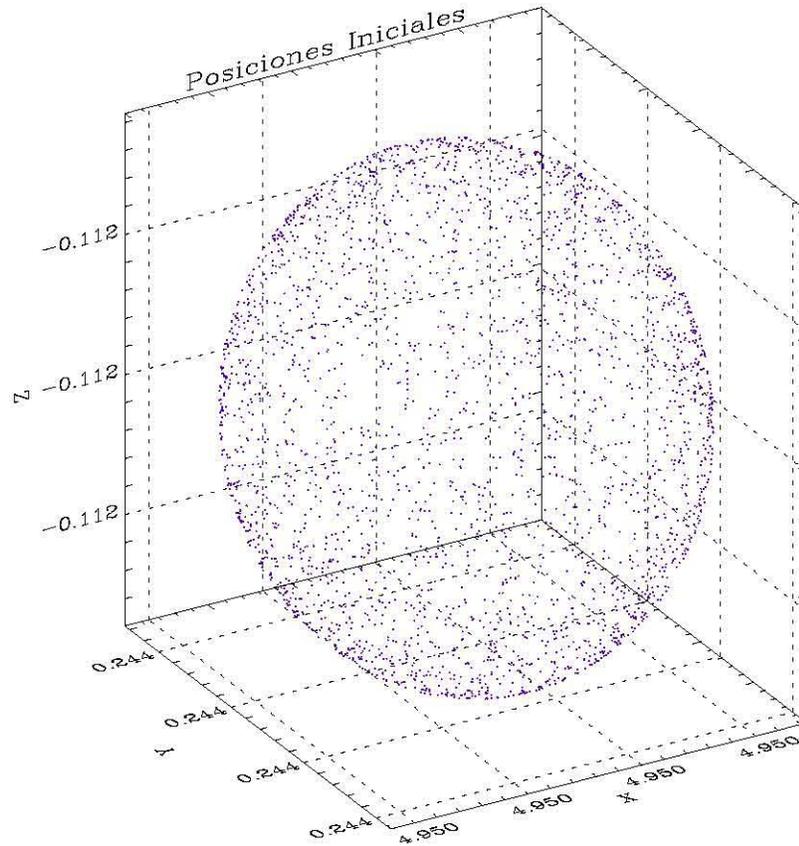


Figura 23: Posición inicial de las partículas alrededor de Europa a una distancia $r = R_H$.

Debido a que *Mercury* es un código serial, cada simulación se realizó en *sets* o paquetes que se pueden ejecutar simultáneamente en varios procesadores. El programa **iniciaesfera.f** genera un archivo **small.in** para cada partícula prueba, i.e. small1.in, small2.in ... smallN.in. El programa **makesets** genera paquetes para un número N de partículas, el número de paquetes se especifica con el comando que activa este programa, i.e. Si para una esfera compuesta por 1500 partículas se corre `..makesets 10`, el programa **makesets** generara 10 paquetes a los que asignara 150 archivos de tipo **small.in**, de manera que, en el paquete 1 se incluya los archivos **small1.in** a **small150.in**, el paquete 2 incluya **small151.in** a **small300.in**, etc.

Cada paquete generado incluye además, una copia del paquete *Mercury*, y una copia de los *scripts*, **merc**; que compila y ejecuta el controlador **mercury6_5.f**, y **elem**; que compila y ejecuta el controlador **element6.f**. De esta manera se puede configurar una corrida para ejecutar una misma condición inicial, es decir, una esfera de partículas eyectadas todas a una misma velocidad de eyección, en varios procesadores de manera simultánea y de este modo se puede optimizar el tiempo de cómputo.

Las simulaciones fueron realizadas con el código numérico *Mercury*, en su versión 6.5.

Previo a las simulaciones se realizaron pruebas de portabilidad del código en el sistema operativo Linux, Ubuntu y Centos; y con distintas versiones de Fortran, 4.4.5 y 4.4.1, resultando exitosas.

Los planetas incluidos en la simulación se indican en la tabla siguiente. Las cantidades \mathbf{m} , y \mathbf{d} corresponden a la masa y la densidad del cuerpo respectivamente, y \mathbf{r} la distancia a partir de la cual el integrador híbrido cambia de simpléctico a Bulrish-Stoer.

Tabla 9. Objetos masivos de la simulación.

| Planeta | m | r | d |
|-----------|---------------------------|------|--------|
| Venus | 2.44757×10^{-6} | 10.0 | 5.204 |
| Tierra | 3.00315×10^{-6} | 10.0 | 5.515 |
| Luna | 3.69461×10^{-8} | 5.0 | 3.3437 |
| Marte | 3.22682×10^{-7} | 10.0 | 3.933 |
| Júpiter | 9.54260×10^{-4} | 3.0 | 1.326 |
| Io | 4.49095×10^{-8} | 1.0 | 3.53 |
| Europa | 2.41163×10^{-8} | 1.0 | 2.99 |
| Ganímedes | 7.45057×10^{-8} | 3.0 | 1.94 |
| Calisto | 5.40945×10^{-8} | 3.0 | 1.851 |
| Saturno | 2.85715×10^{-4} | 3.0 | 0.687 |
| Titan | 6.76448×10^{-8} | 5.0 | 1.88 |
| Encelado | 5.43208×10^{-11} | 5.0 | 1.606 |
| Urano | 4.36427×10^{-5} | 3.0 | 1.318 |
| Neptuno | 5.14853×10^{-5} | 3.0 | 1.638 |

Las efémerides de los planetas corresponden al día 9 de enero de 1999, fueron tomadas del servicio de cómputo en línea Horizons del JPL, el cual proporciona datos y efémerides del sistema solar. Estos datos conforman el contenido del archivo de entrada **big.in** de *Mercury*. Los valores de los vectores posición-velocidad con que se inicia la integración se indican en la siguiente tabla.

Tabla 10. Posición velocidad de los objetos masivos de la simulación.

| Planeta | x | y | z | vx | vy | vz |
|-----------|-----------------|-----------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| Venus | 0.532559881802 | -0.495239064829 | $-3.75061825920 \times 10^{-2}$ | $1.36428119709 \times 10^{-2}$ | $1.47358795978 \times 10^{-2}$ | $-5.86160321915 \times 10^{-4}$ |
| Tierra | -0.181499792697 | 0.966398535818 | $5.01027622917 \times 10^{-6}$ | $-1.71809081492 \times 10^{-2}$ | $-3.24045754129 \times 10^{-8}$ | $-4.17745314780 \times 10^{-7}$ |
| Luna | -0.181597302057 | 0.968837041160 | $-1.64681720520 \times 10^{-4}$ | $-1.78022594987 \times 10^{-2}$ | $-3.24618352004 \times 10^{-8}$ | $3.38141221193 \times 10^{-5}$ |
| Marte | -1.58803455457 | 0.497147691067 | $4.94527625026 \times 10^{-2}$ | $-3.65562335092 \times 10^{-8}$ | $-1.21616470745 \times 10^{-2}$ | $-1.64920544662 \times 10^{-4}$ |
| Júpiter | 4.94863038069 | 0.248592217577 | $-1.11856922625 \times 10^{-1}$ | $-4.79161092673 \times 10^{-4}$ | $7.89821938557 \times 10^{-8}$ | $-2.19842095965 \times 10^{-5}$ |
| Io | .94835337612 | 0.245795633946 | $-1.11961882643 \times 10^{-1}$ | $9.51240013006 \times 10^{-8}$ | $6.93783271051 \times 10^{-8}$ | $9.42147050646 \times 10^{-5}$ |
| Europa | 4.95028101424 | 0.244381723797 | $-1.1194824296 \times 10^{-1}$ | $6.85976280882 \times 10^{-8}$ | $1.07354408695 \times 10^{-2}$ | $1.75406429891 \times 10^{-4}$ |
| Ganimedes | 4.94269223702 | 0.244608991628 | $-1.12069592793 \times 10^{-1}$ | $3.03599304252 \times 10^{-8}$ | $2.68922281121 \times 10^{-8}$ | $-1.75445046787 \times 10^{-4}$ |
| Calisto | 4.94112551576 | 0.258772559311 | $-1.11622182779 \times 10^{-1}$ | $-4.28735830127 \times 10^{-8}$ | $5.12434313414 \times 10^{-8}$ | $-1.63232071783 \times 10^{-4}$ |
| Saturno | 7.79793339723 | 4.99574802994 | $-3.96998124163 \times 10^{-1}$ | $-3.30514349824 \times 10^{-8}$ | $4.69580016560 \times 10^{-8}$ | $4.93320725493 \times 10^{-5}$ |
| Titan | 7.78959735531 | 4.99654376602 | $-3.96591635852 \times 10^{-1}$ | $-3.46446896720 \times 10^{-8}$ | $1.92078215140 \times 10^{-8}$ | $1.49783687701 \times 10^{-8}$ |
| Encelado | 7.79635967778 | 4.99591106919 | $-3.96931255321 \times 10^{-1}$ | $-3.82557520101 \times 10^{-8}$ | $-1.76088780667 \times 10^{-8}$ | $3.48304018348 \times 10^{-8}$ |
| Urano | 13.4183635518 | -14.6750915849 | $-2.28488964077 \times 10^{-1}$ | $2.87321035840 \times 10^{-8}$ | $2.47947705311 \times 10^{-8}$ | $-2.81606089628 \times 10^{-5}$ |
| Neptuno | 15.8579616177 | -25.6225193468 | $1.62153979017 \times 10^{-1}$ | $2.64800455255 \times 10^{-8}$ | $1.67802333458 \times 10^{-8}$ | $-9.57723938380 \times 10^{-5}$ |

Capítulo III RESULTADOS

"La naturaleza nos ha dado las semillas del conocimiento, no el conocimiento mismo."
Lucio Anneo Séneca

8. RESULTADOS

Con el propósito de estimar la probabilidad de colisión con la Tierra de material eyectado desde la superficie de Europa, se estudian las trayectorias de partículas eyectadas radialmente desde la superficie del satélite a partir de puntos distribuidos uniformemente.

Esta distribución representa las condiciones de eyecciones de un gran número de colisiones arbitrarias. Se realizaron tres pruebas con 3000 partículas y una prueba de 6000 partículas que se discutirán al final de esta sección. Las pruebas de 1000 partículas resultan adecuadas para efectos de análisis de las trayectorias típicas de las partículas sometidas a las condiciones iniciales de nuestro problema.

Las partículas con velocidades de eyección 2.22 y 4.04 km/s ($1.1V_{esc}$ y $2.0V_{esc}$ respectivamente) permanecen en la región dominada por Júpiter, sin salir del sistema solar Externo. A partir de 8.08 km/s, las partículas logran alcanzar la región del sistema solar interno, presentandose casos de partículas que cruzan la órbita de Marte y a 10.1 km/s llegan a cruzar la órbita de la Tierra. No se observan colisiones directas con la Tierra y ningún otro planeta o satélite considerados en la simulación, excepto con los objetos considerados del sistema Joviano: Io, Ganímedes, Calisto y Júpiter. Las partículas con velocidades de $4.0 V_{esc}$ a $6.0 V_{esc}$, describen órbitas que se extienden hacia las regiones internas del sistema solar, y con precesiones que generan desplazamientos no sólo hacia regiones externas del sistema joviano, sino hasta el sistema solar interno. Este efecto es debido a perturbaciones generadas por encuentros cercanos con Júpiter o el resto de los satélites Galileanos, los cuales son perturbadores potenciales mientras la trayectoria de las partículas intercepta sus respectivas órbitas. Las partículas eyectadas a velocidades mayores a $4.0 V_{esc}$ describen 3 tipos de órbitas principalmente: i) Órbitas planetocéntricas con apoápsides menores a los 100 radios de Júpiter con precesiones sistemáticas, ii) Órbitas planetocéntricas con apoápsides mayores a los 100 radios de Júpiter y que evolucionan precesando caóticamente hacia regiones externas del sistema solar, y iii) Órbitas hiperbólicas bien direccionadas hacia el exterior del sistema solar. En el caso de $V_{eye} = 10$ km/s se observa que las órbitas evolucionan hasta cruzar la órbita de la Tierra. A velocidades de 24.24 km/s las órbitas de las partículas son heliocéntricas de manera directa después de la expulsión y las precesiones dadas por encuentros cercanos permiten que éstas alcancen regiones externas del sistema solar mayores a 30 UA considerando tiempos de integración de 10 mil años. Hay casos de partículas que permanecen en órbitas heliocéntricas estables durante las integraciones de 3000 años y que llegan a tener apoápsides de más de 30 UA si la integración se extiende hasta 10,000 años.

Las altas excentricidades de las órbitas de estas partículas que cruzan la órbita de la Tierra son resultado de encuentros cercanos con objetos masivos como Júpiter con efectos de dispersión de perturbaciones producidas por los satelites y los planetas durante su evolución. Éstas permanecen ligadas al potencial gravitacional de Sol hasta el final de la simulación de 3000 años, a excepción de algunas que se impactan con el Sol, las cuales constituyen menos del 1 % del total de la muestra de 1000 partículas.

8.1. Caso 1. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 2.22 \text{ km/s}$

Las partículas eyectadas desde la superficie de Europa con velocidad de eyección $V_{eye} = 2.22$, poco mayor de la velocidad de escape del satélite, no superan el potencial gravitacional de Júpiter y tienden a describir órbitas planetocéntricas similares a las de los satélites galileanos. La mayor parte de las partículas mantienen este tipo de órbitas lo que las hace susceptibles a interacciones con los satélites Galileanos, principalmente con Io y Europa, situación que se ve reflejada en el alto número de colisiones con estos satélites.

8.1.1. Órbitas típicas

Encuentros cercanos de estas partículas con Júpiter o los satélites Jovianos provocan leves perturbaciones en sus órbitas, sin embargo en el tiempo de simulación, que corresponde a 3000 años, las partículas se mantienen ligadas con Júpiter. Aún con efectos de dispersión sobre las órbitas de las partículas que se mantienen por más tiempo, estas no abandonan la región más interna del sistema Joviano. En la Figura 24, los ejes X y Y muestran las posiciones en coordenadas heliocéntricas de 5 partículas elegidas arbitrariamente.

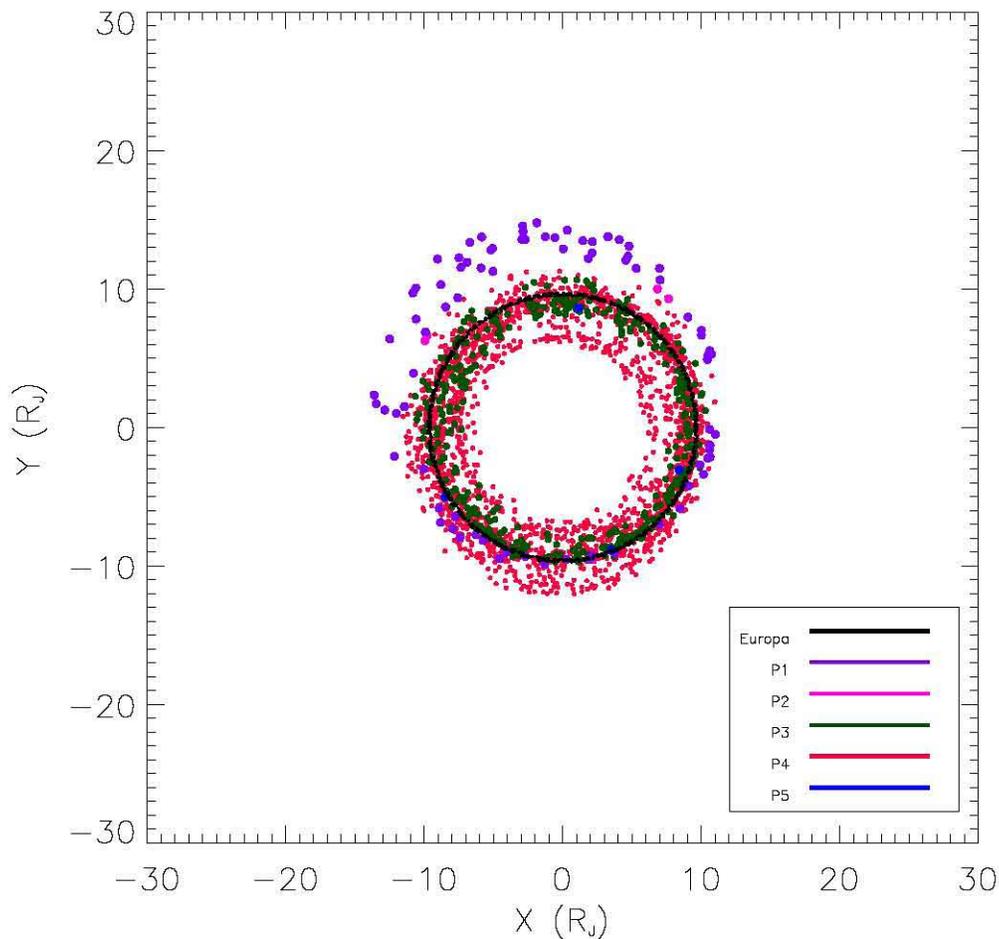


Figura 24: Órbitas con respecto a Júpiter de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 2.22$ km/s.

En la Figura 25 se muestran en detalle las órbitas de las mismas cinco partículas anteriores (Figura 23). En virtud de su baja velocidad inicial con respecto a Europa, $V_{eye} = 1.1V_{esc}$, las partículas siguen trayectorias semejantes a la de este satélite y que evolucionan a órbitas similares a las de los satélites Galileanos debido a encuentros cercanos con los mismos.

Las órbitas que describen las partículas eyectadas a esta velocidad, siguen trayectorias de manera que el 63.9% colisiona con Europa en menos de los 3000 años que contempla la simulación y el 30.1% del total de 1000 partículas en la simulación sufren impactos con Io, Ganímedes o Calisto, el 6% se mantiene en órbitas semejantes durante toda la simulación. La cantidad de puntos es un indicador del tiempo que éstas logran mantenerse en sus órbitas antes de impactar con otro objeto. Las partículas 2 y 3 sobreviven por un período de tiempo muy corto, menor a un año.

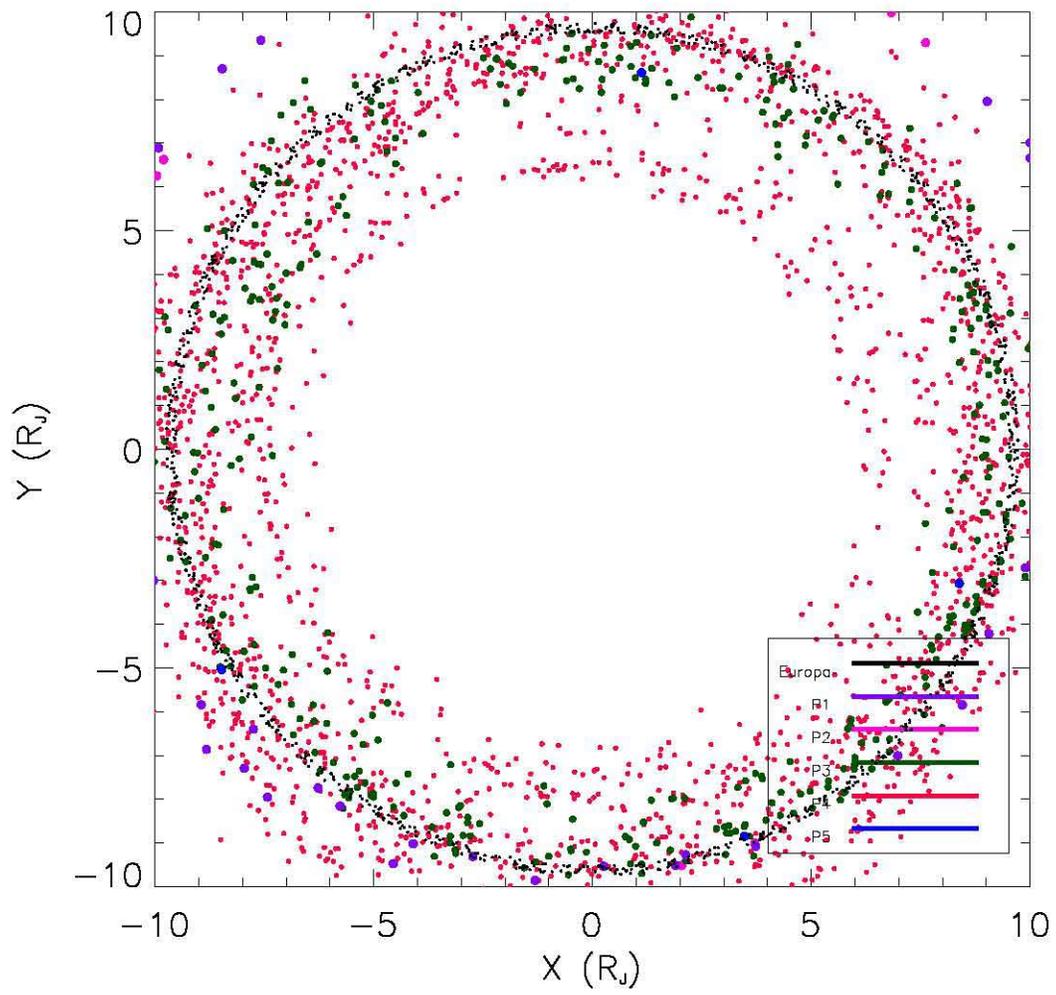


Figura 25: Acercamiento de las órbitas con respecto a Júpiter de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 2.22$ km/s.

En la Figura 8.1.1 se presentan las mismas partículas mostradas en la Figura 25, ahora vistas en una perspectiva heliocéntrica, claramente se puede observar que sus órbitas se mantienen dinámicamente ligadas a Júpiter. En este gráfico, los pocos puntos de las partículas 2 y 5, permiten observar de manera clara la corta permanencia de las partículas el sistema durante la simulación. La partícula 1 permanece más tiempo aunque no lo suficiente para sobrevivir un período orbital de Júpiter, distinto al caso de las partículas 3 y 5, que si lo hacen para varios períodos.

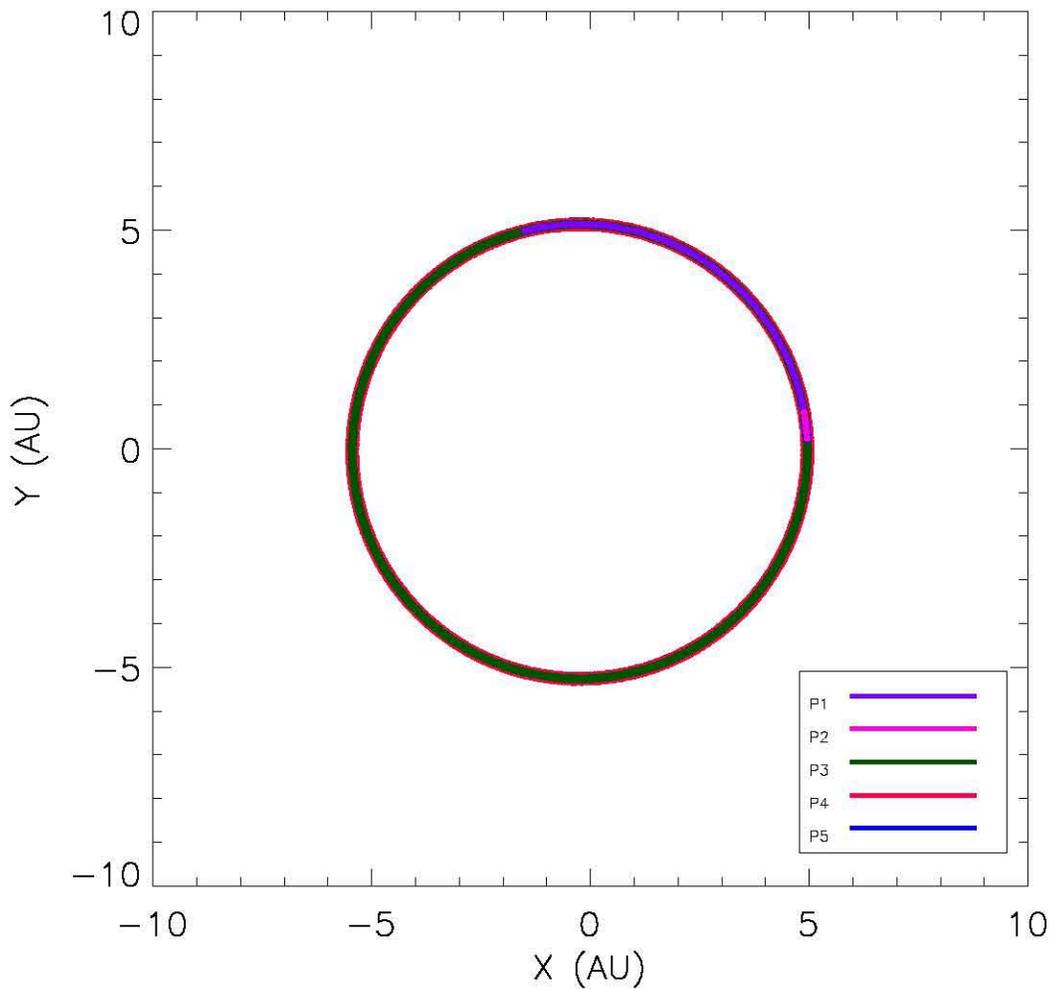


Figura 26: Órbitas con respecto al Sol de las mismas 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 2.22$ km/s.

8.1.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección.

En la Figura 27, el panel superior muestra la distancia mínima, r_{min} con respecto al Sol de cada partícula a lo largo de toda la simulación. Las líneas roja y azul corresponden a la distancia orbital promedio de Marte y la Tierra respectivamente.

El gráfico inferior de la Figura 27 se muestra la distribución de las partículas en el tiempo inicial de la simulación en función del ángulo de eyección. Éste ángulo se describe como el ángulo formado por el vector de movimiento de la partícula con respecto al vector de movimiento de Europa de tal manera que ángulos mayores a 90° corresponden a partículas con dirección opuesta a la dirección de movimiento del satélite, ángulos menores corresponden a partículas con la misma dirección.

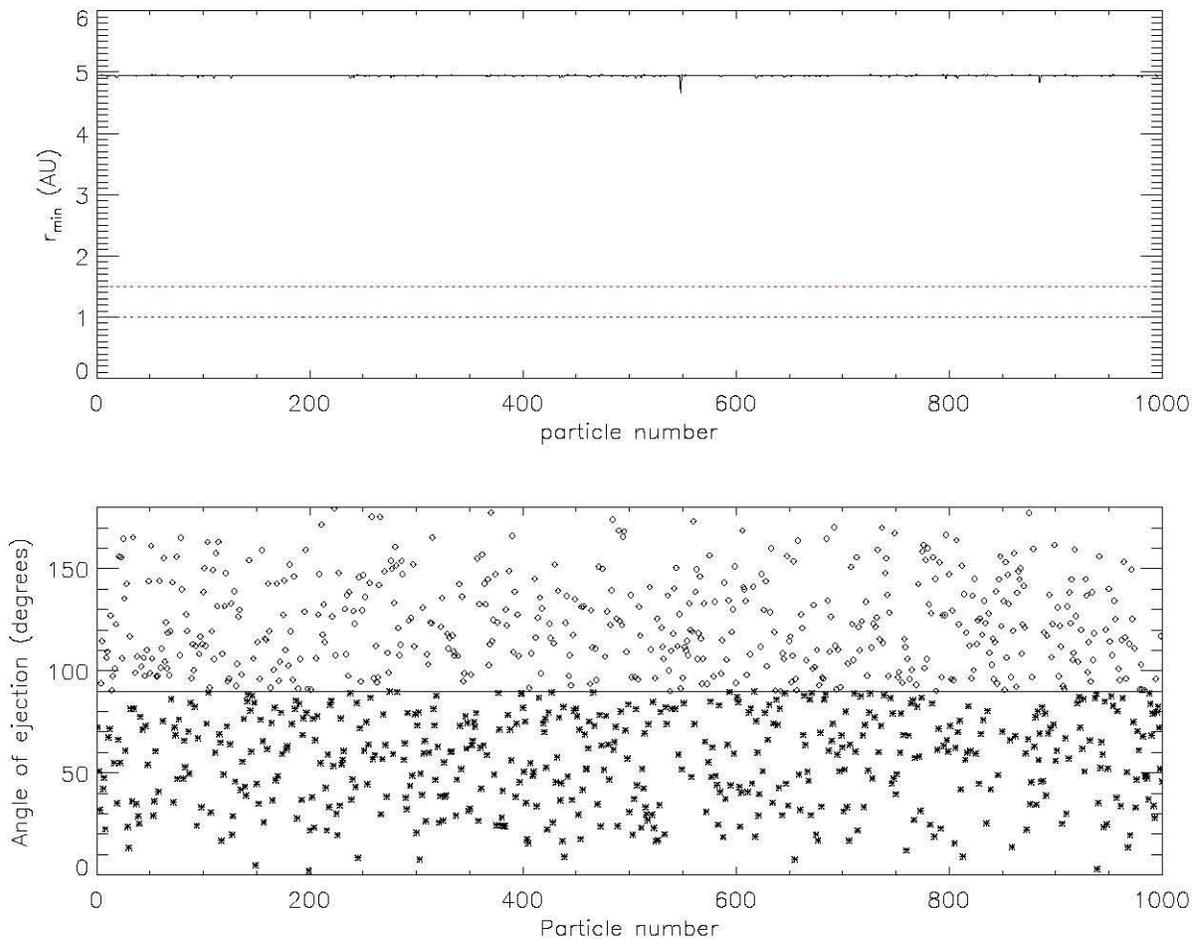


Figura 27: Arriba: distancias mínimas con respecto al Sol; abajo ángulos de eyección de partículas. Caso $V_{eye} = 2.22$ km/s.

8.2. Caso 2. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 4.04 \text{ km/s}$

En el caso de velocidad de eyección $V_{eye} = 4.04$, el doble de la velocidad de escape del satélite, una parte de las partículas se mantiene en órbitas planetocéntricas con de Júpiter con los satélites Galileanos. Al incrementar la velocidad de eyección, se observa mayor precesión de las órbitas, las cuales se extienden a más de $100R_J$, y que se mantienen ligadas al planeta durante los 3000 años de la simulación.

8.2.1. Órbitas típicas

Como se puede observar en la Figura 28, las órbitas de las partículas 2, 3 y 4 adquirieren periápsides cada vez mayores con respecto a Júpiter. Las partículas 1 y 5 presentan menos precesión en sus órbitas y también menor tiempo de permanencia en la simulación. La partícula 5 se impacta con Europa durante el primer año de la simulación.

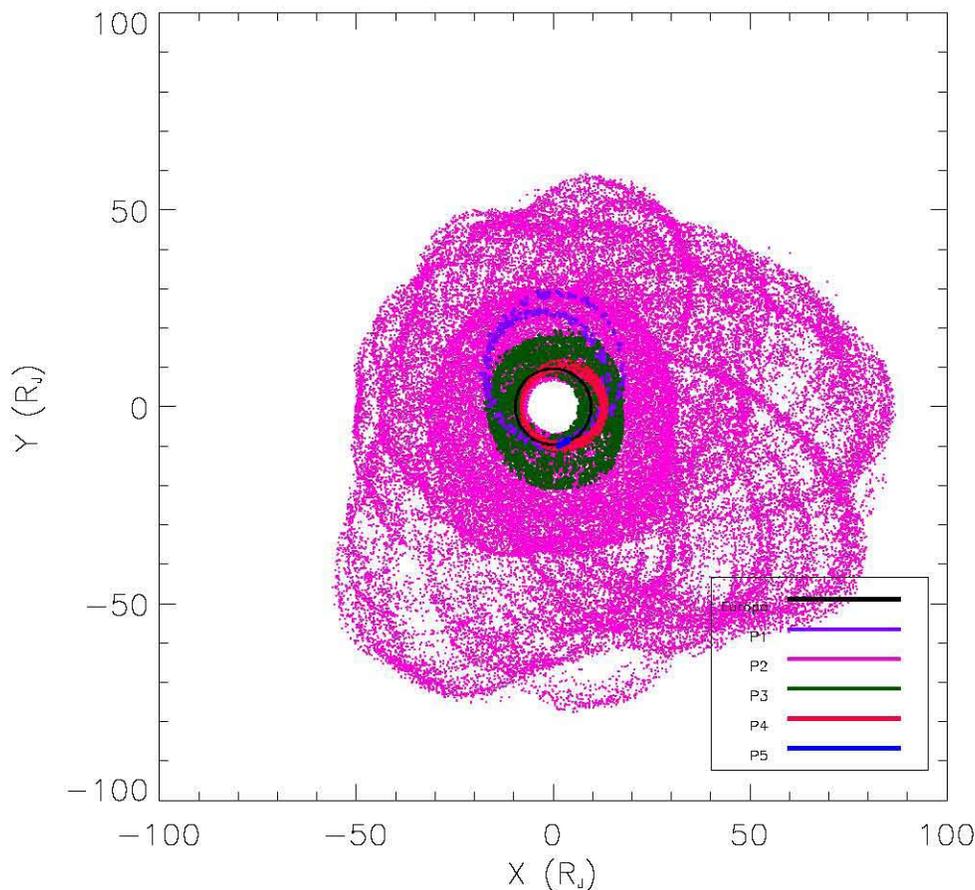


Figura 28: Órbitas con respecto a Júpiter de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 4.04 \text{ km/s}$.

En la Figura 29 se presentan las órbitas de las mismas 5 partículas que se han presentado anteriormente pero ahora con respecto al Sol. Es claro que a esta velocidad de escape las partículas no tienen energía suficiente para desligarse del dominio gravitacional de Júpiter aún con el factor de posibles perturbaciones por encuentros cercanos presente, las cuales dan paso a que las partículas adquieran excentricidades que les permiten llegar a regiones externas del sistema joviano pero sin desligarse completamente.

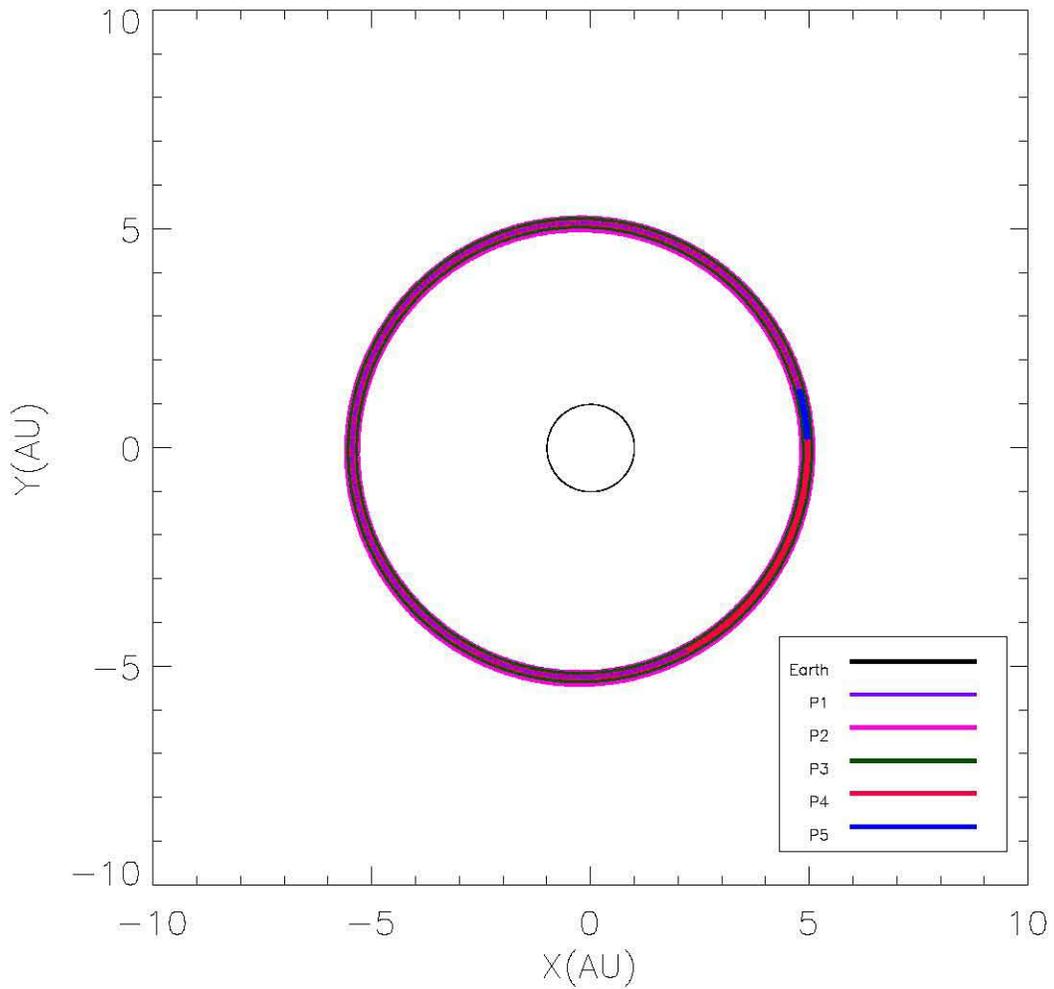


Figura 29: Órbitas con respecto al Sol de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 4.04$ km/s.

8.2.2. Distancias mínimas con respecto a Júpiter y ángulos de eyección.

Nuevamente la Figura 30 muestra que en este caso las partículas permanecen en una región dominada por el potencial gravitacional de Júpiter. No se observan eyecciones hacia fuera de esta región por lo que a esta velocidad de eyección las partículas no cruzan la órbita de la Tierra. El gráfico inferior de la Figura 30 se muestra que, como en el caso anterior, la distribución de las partículas es homogénea con respecto de los ángulos de lanzamiento al inicio de la simulación.

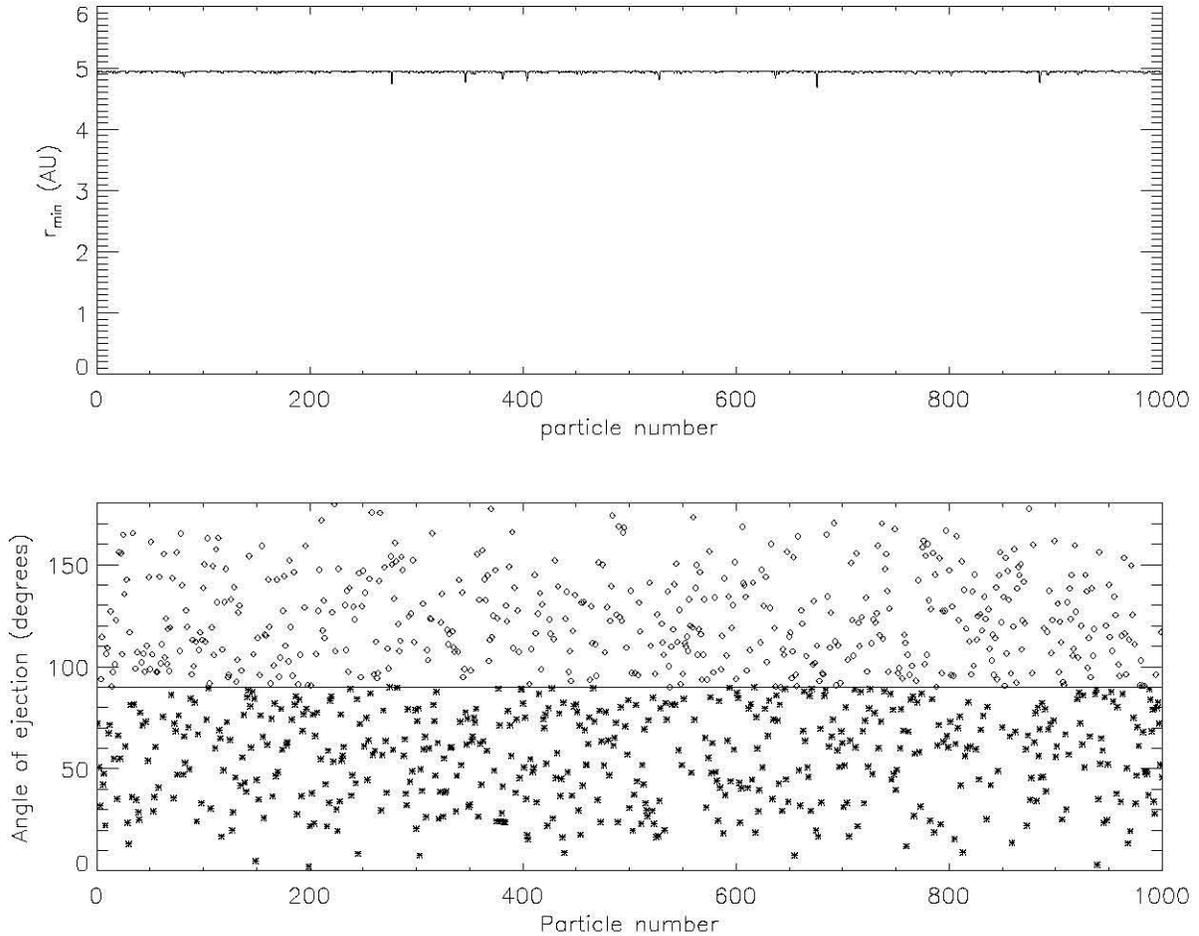


Figura 30: Distancias mínimas con respecto al Sol y ángulos de eyección de partículas con $V_{eye} = 4.04$ km/s.

8.3. Caso 3. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 8.08 \text{ km/s}$

Para este caso, que corresponde a $V_{eye} = 4V_{esc}$, las partículas que en el caso anterior solo tenían órbitas planetocéntricas, ahora presentan comportamientos diferentes, por primera vez las partículas logran salir del sistema joviano, lo que coincide con nuestra estimación (Sección 7, subsección 7.1).

8.3.1. Órbitas típicas

Para la velocidad de eyección $V_{eye} = 8.08 \text{ km/s}$ encontramos tres tipos de órbitas: las partículas 4 y 5 tienen órbitas planetocéntricas de baja excentricidad muy internas al sistema joviano, como podemos observar en la Figura 31.

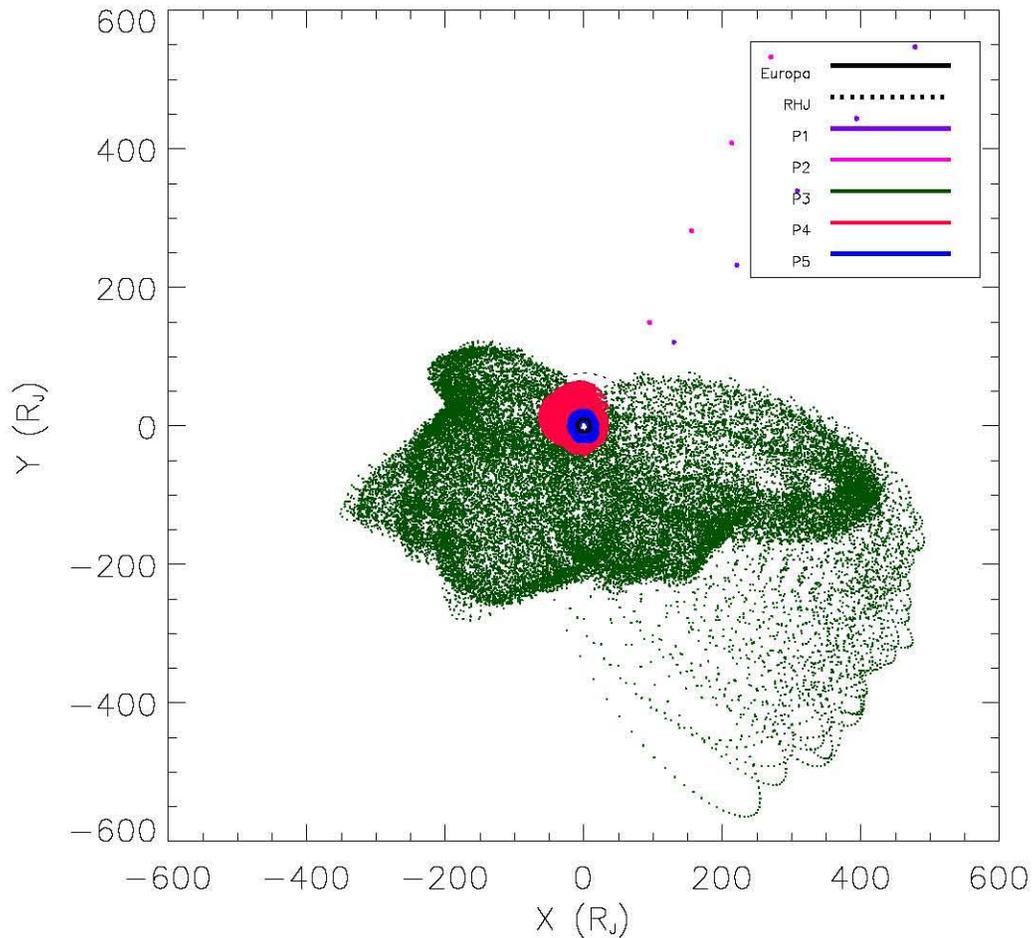


Figura 31: Órbitas con respecto a Júpiter de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 8.08 \text{ km/s}$.

La Figura 32 muestra las mismas trayectorias anteriores pero en el marco heliocéntrico, podemos ver como la órbita de la partícula 3 en color verde, se extiende a regiones más externas en el anillo que dibujan las trayectorias del sistema Joviano alrededor del Sol. La partícula 3, ahora tiene una órbita planetocéntrica de alta excentricidad que se extienden a regiones de más de $500 R_J$. Las partículas 1 y 2 siguen trayectorias hacia afuera del sistema solar.

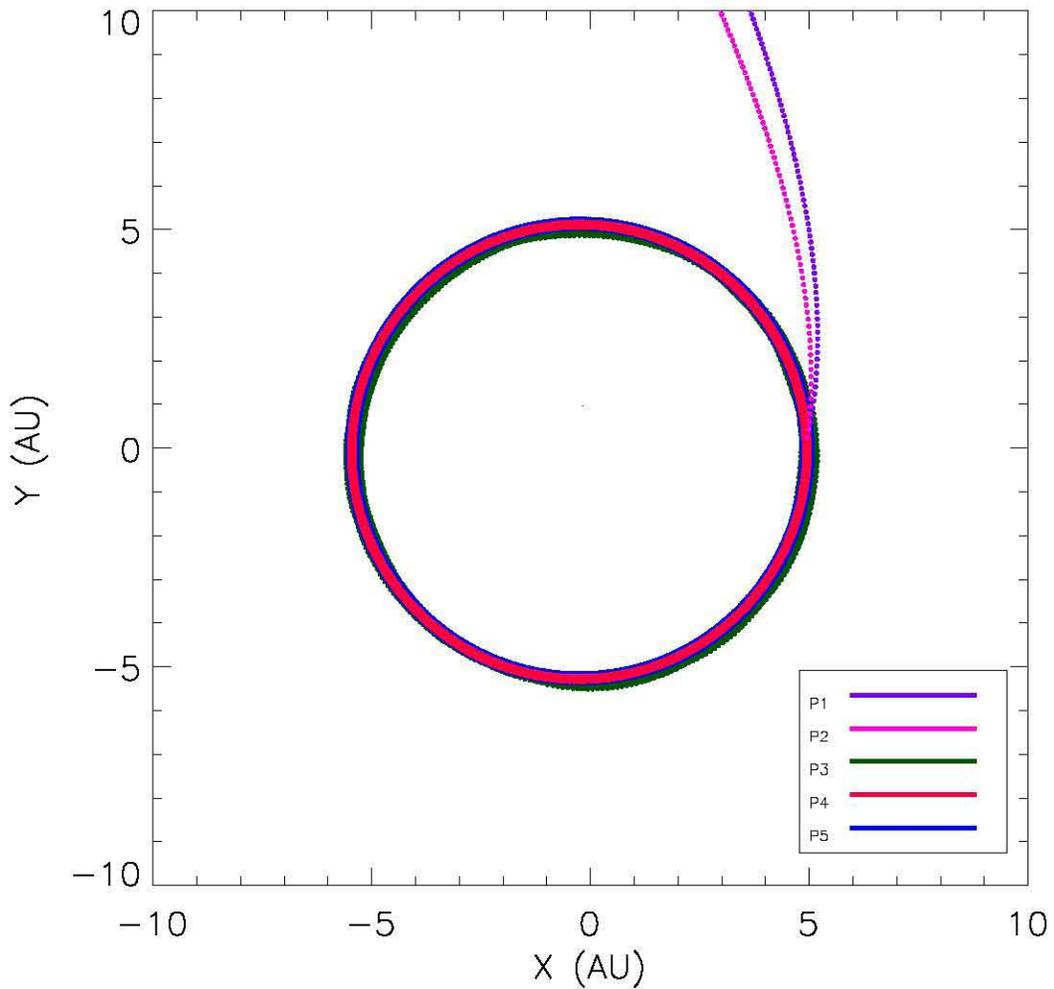


Figura 32: Órbitas con respecto al Sol de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 8.08$ km/s.

8.3.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección.

La Figura 33 muestra en el panel superior las distancias mínimas alcanzadas por las partículas eyectadas a una velocidad $V_{eye} = 8.08$ km/s desde la superficie de Europa. Como se puede apreciar, a esta velocidad de eyección ya es posible que las partículas alcancen el SSI, llegando a acercamientos de hasta 2 UA al Sol. Aunque solo una partícula alcanzó esta distancia, es posible ver una cantidad considerable de partículas con periasides cercanos al Sol, en el orden de 3-2 UA en las distancias mínimas alcanzadas.

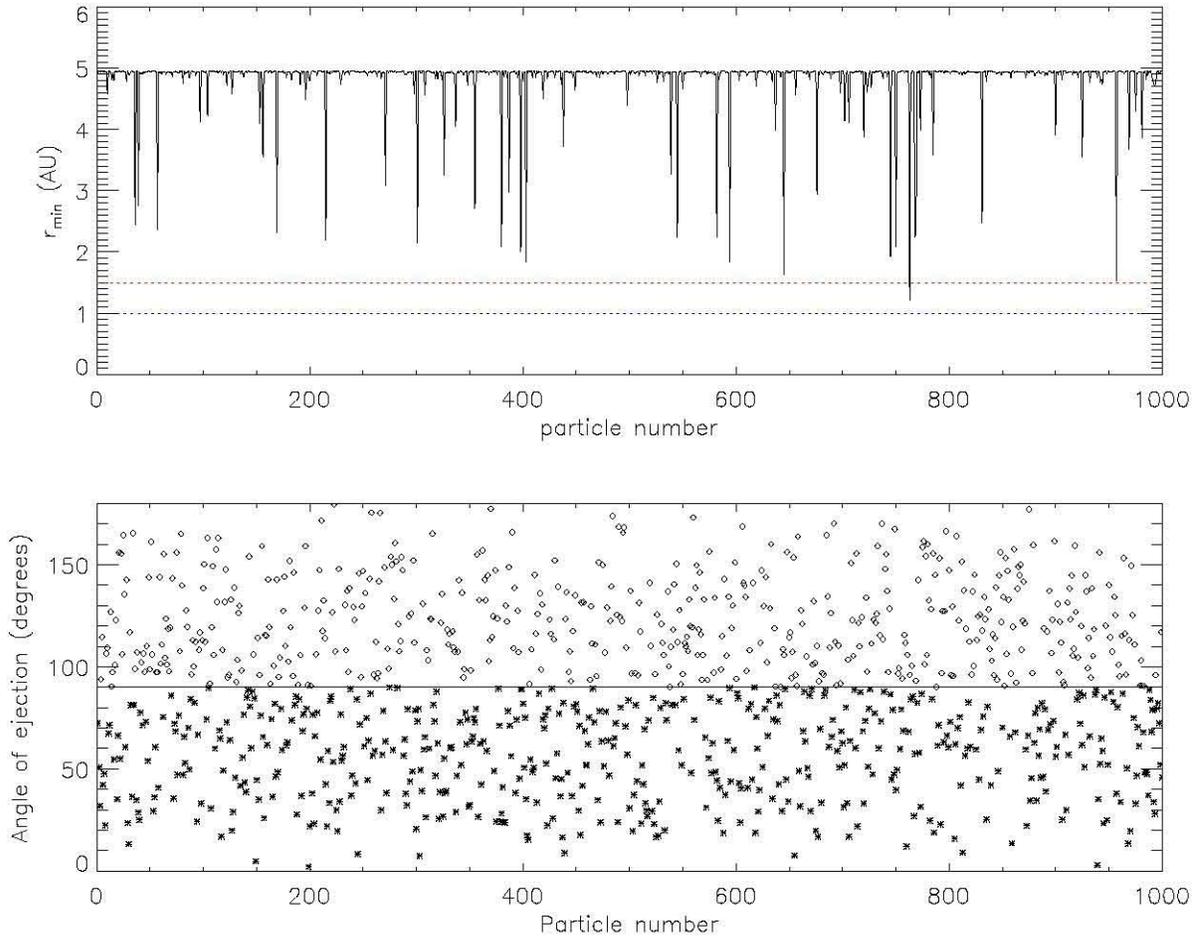


Figura 33: Distancias mínimas con respecto al Sol y ángulos de eyección de partículas con $V_{eye} = 8.08$ km/s.

8.4. Caso 4. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 10.1 \text{ km/s}$

En el caso en que las partículas son eyectadas con $V_{eye} = 10.1 \text{ km/s}$, que equivale a 5 veces la velocidad de escape de Europa, algunas de las partículas tienen energía suficiente para alcanzar órbitas heliocéntricas.

8.4.1. Órbitas típicas

Como se puede apreciar en la Figura 34 las órbitas que describen las partículas en este caso son planetocéntricas con apoápsides de hasta 100 radios de Júpiter. Las partículas 1, 2 y 3 tienen órbitas hiperbólicas que desde el inicio de la simulación, las direcciona hacia fuera del sistema solar, y terminan siendo expulsadas.

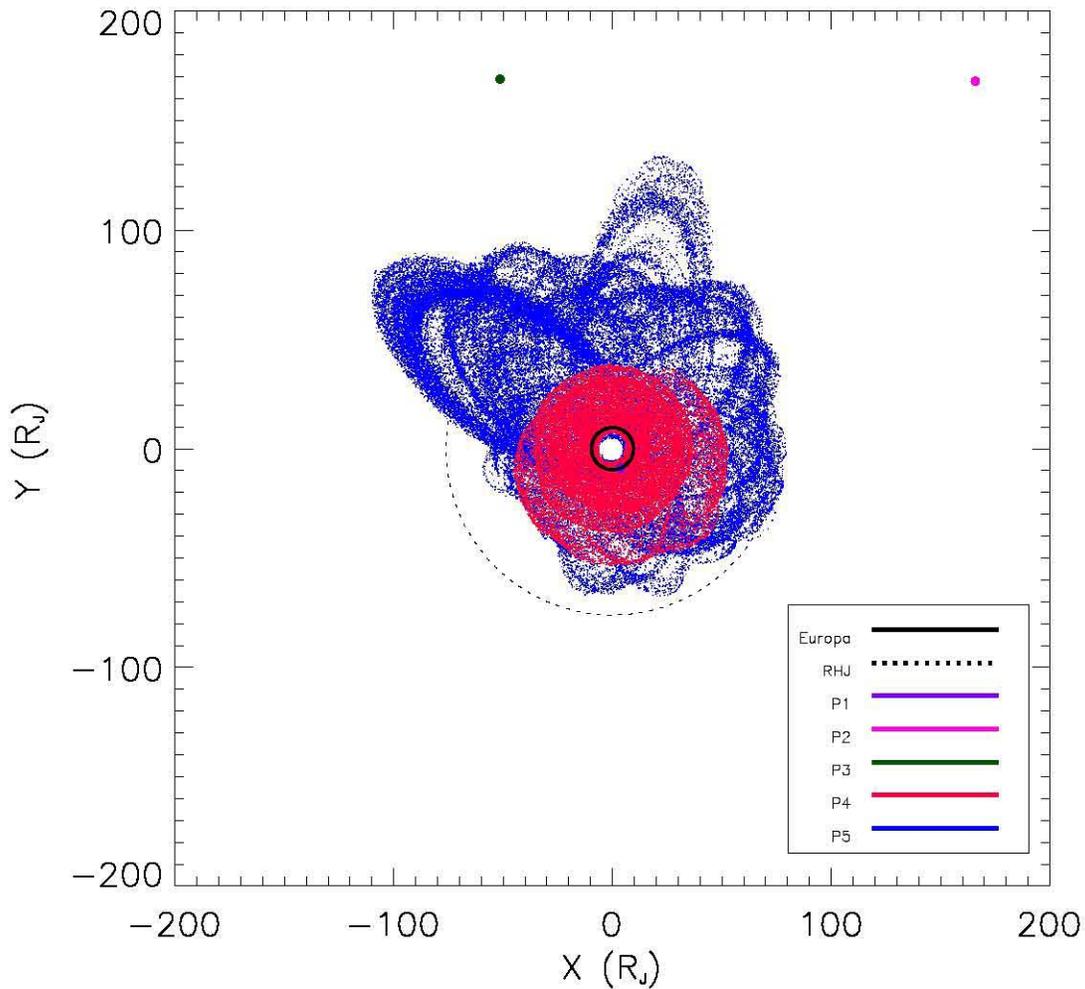


Figura 34: Órbitas con respecto a Júpiter de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 10.1 \text{ km/s}$.

Como se puede apreciar en la Figura 35, en los casos de las partículas 1 y 2 la dirección de la trayectoria muestra que ésta se encuentra dirigida hacia fuera del sistema solar desde el punto de lanzamiento, mientras que la órbita que describe la partícula 3 en color verde, se observa que inicialmente describe una órbita planetocéntrica que se modifica después de varios puntos, lo que indica que la partícula fue perturbada, debido a un encuentro cercano con otro cuerpo.

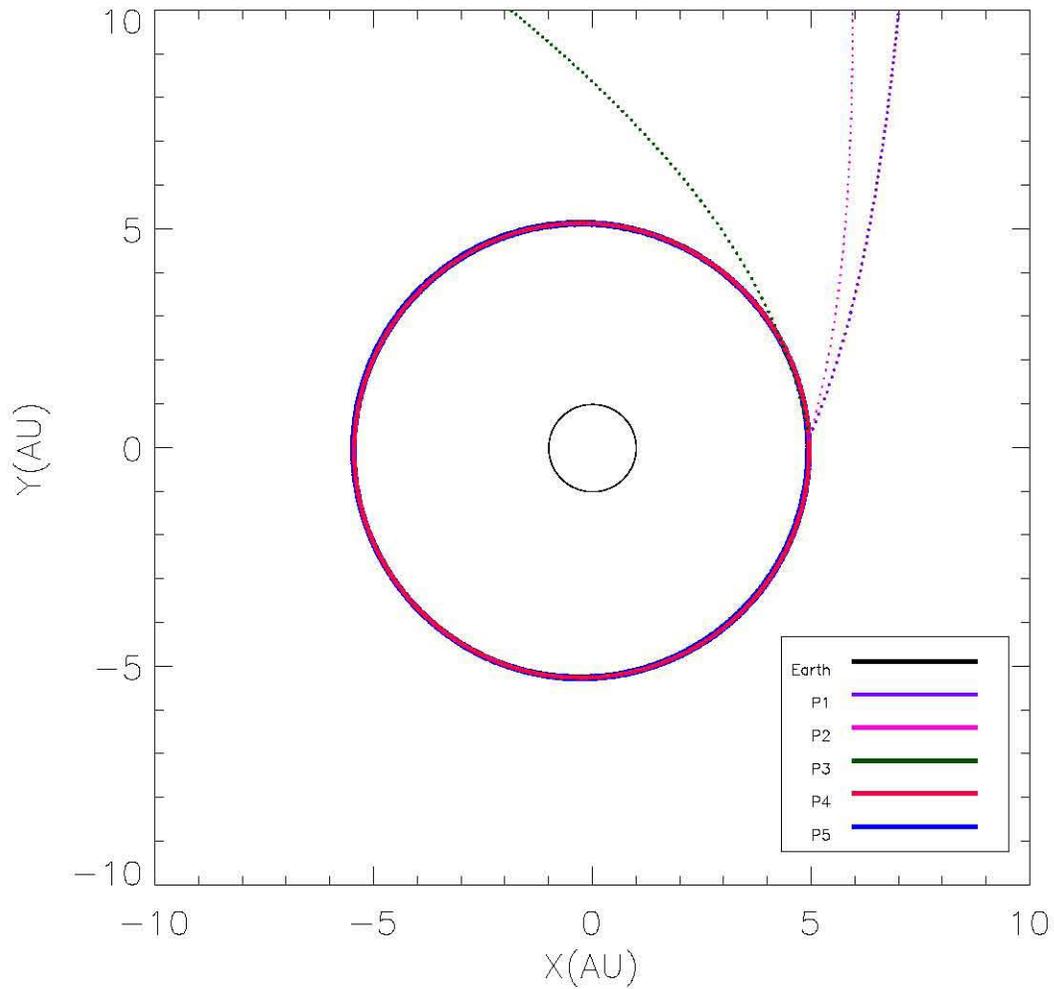


Figura 35: Órbitas con respecto al Sol de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 10.1$ km/s.

8.4.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección.

En el panel superior de la Figura 36 se muestra con mayor claridad la tendencia de las partículas eyectadas con velocidad $V_{eye} = 10.1$ km/s. La distancia orbital r_{min} es la distancia de la partícula con respecto al Sol, la cual se obtiene del su vector de posición. De acuerdo con el panel superior dos partículas alcanzan acercamientos al Sol menores a 1.5 UA y 1.0 UA respectivamente. En este caso encontramos, por primera vez, que una partícula cruza la órbita de la Tierra. El panel inferior muestra la distribución de ángulos de eyección. Dichas partículas fueron eyectadas con un ángulo de aproximadamente 90° con respecto a la dirección orbital de Europa, lo cual sugiere que llegar a la Tierra después de tener un encuentro cercano con Júpiter.

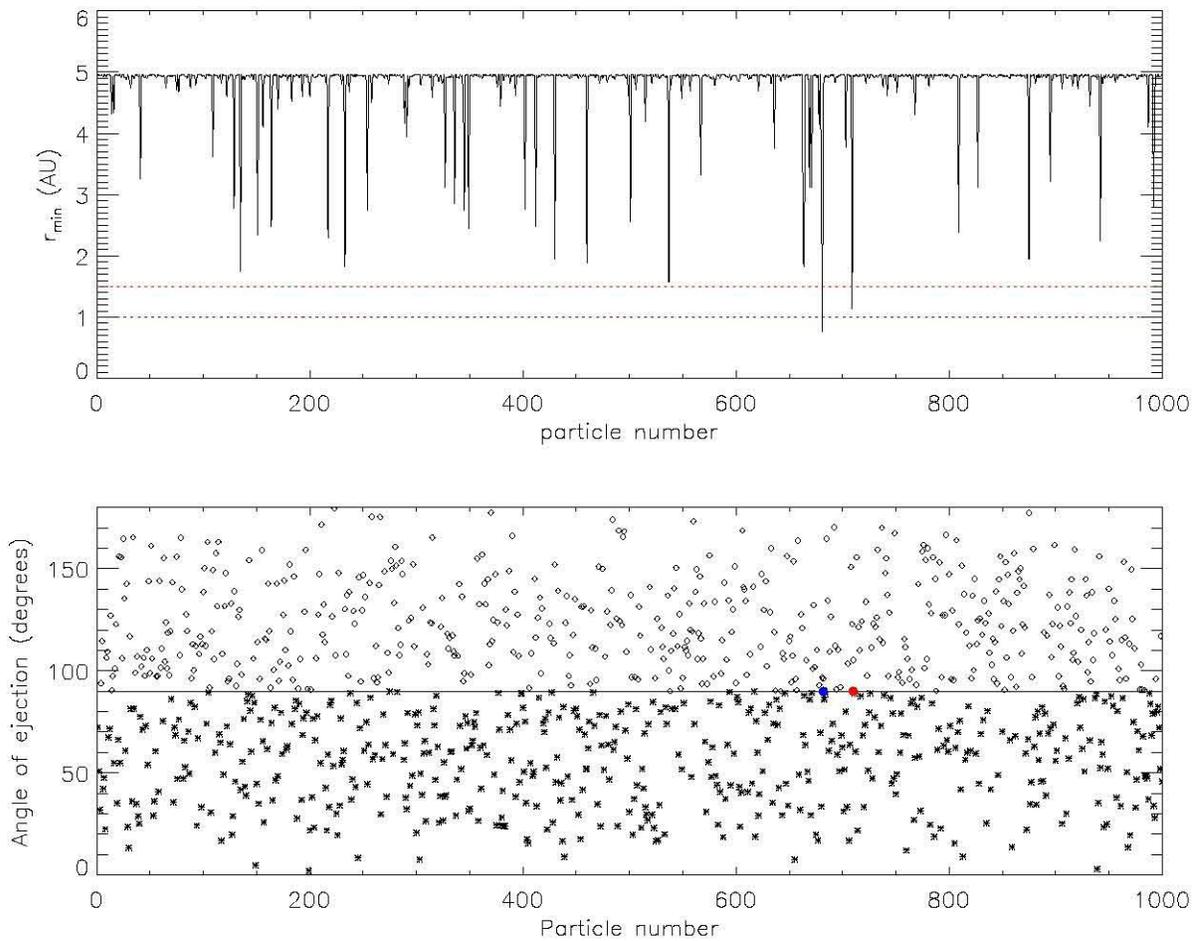


Figura 36: Distancias mínimas con respecto al Sol y ángulos de eyección de partículas con $V_{eye} = 10.1$ km/s.

8.4.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 10.1 \text{ km/s}$.

La Figura ?? muestra la posición de las partículas en el momento en que cruzan la órbita de la Tierra. Así mismo se muestran las órbitas de Marte y de la Tierra, el punto en rojo muestra la partícula 710 que alcanza una acercamiento máximo al Sol de 1.5 UA y dentro del rango de inclinación semejante al de la órbita de Marte. El punto azul corresponde a la partícula 682 cuyo acercamiento máximo al Sol es de menos de 1 UA. Las partículas durante su evolución orbital llegan a alcanzar apoápsides del orden de 50 y 12 UA y con periápsides de aproximadamente 1.0 UA y 1.5 UA respectivamente. A continuación en la Figura 37 se presentan las órbitas de ambas partículas.

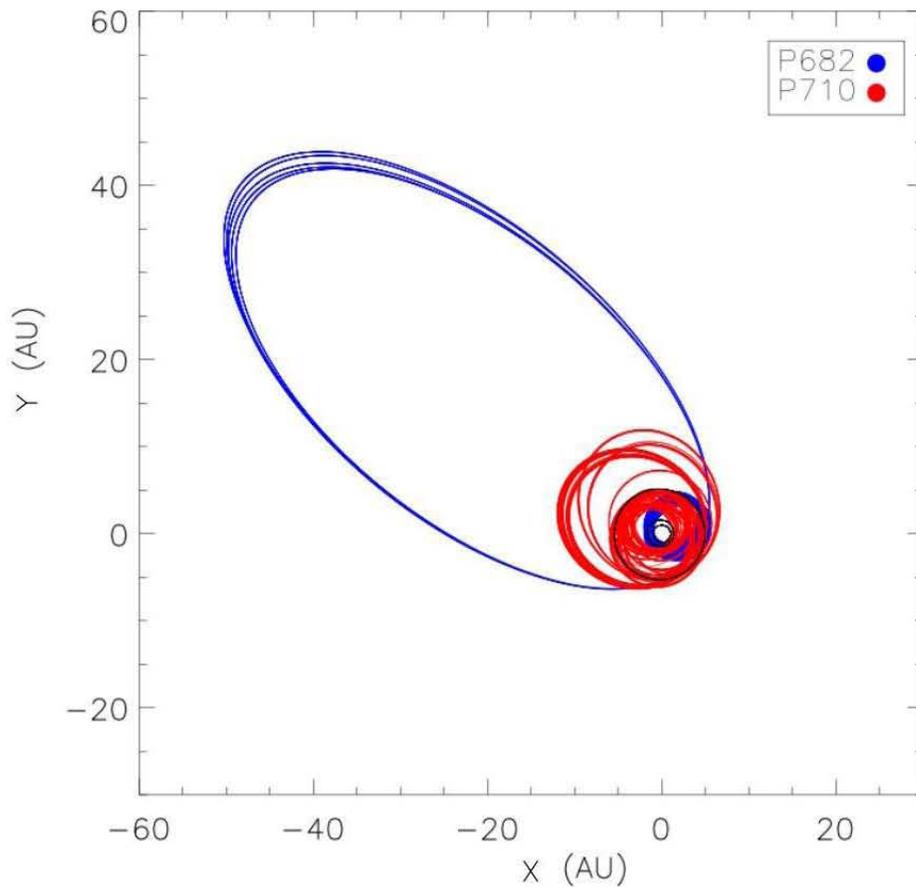


Figura 37: Órbitas de las partículas que crzan la órbita de la Tierra (partícula 682) y la órbita de Marte (partícula 710). Caso $V_{eye} = 10.1 \text{ km/s}$.

Las partículas 682 y 710 tienen órbitas que se intersectan varias veces con las órbitas de Marte y de la Tierra como se muestra en la Figura 38. La partícula 682 evoluciona hasta alcanzar apoápsides del orden de decenas de UA, como resultado de encuentros muy cercanos con el Sol.

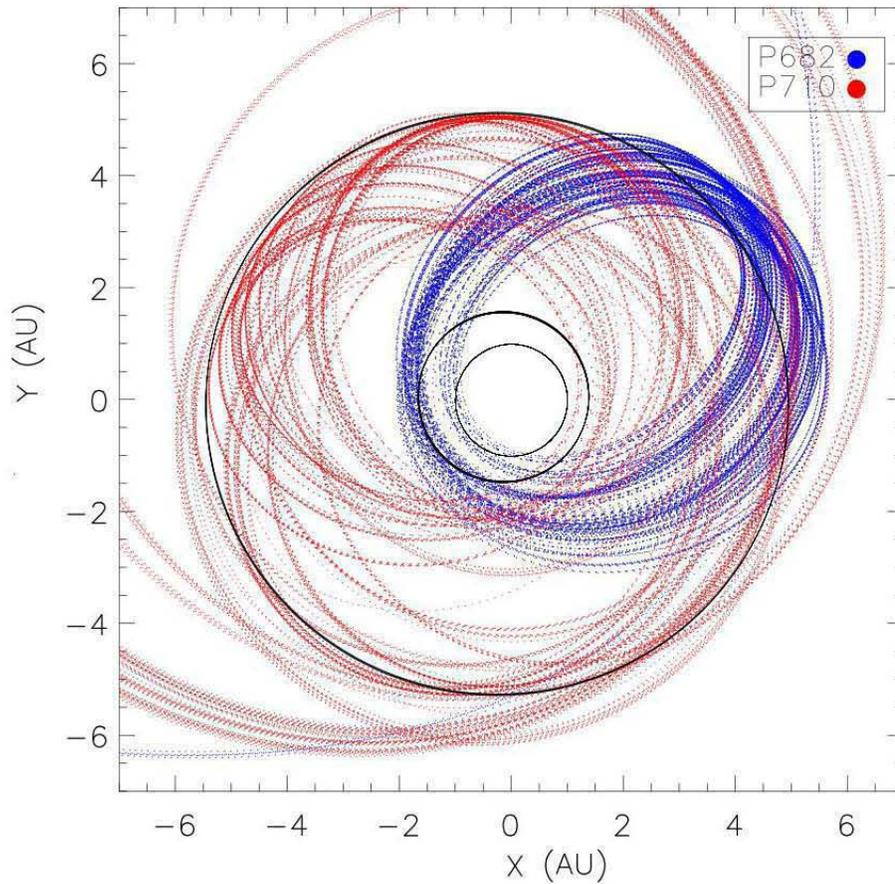


Figura 38: Órbitas de las partículas 682 y 710 con respecto al Sol. Caso $V_{eye} = 10.1$ km/s.

8.5. Caso 5. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 12.12$ km/s.

El caso de la velocidad de eyección $V_{eye} = 12.12$, presenta las tendencias de los casos anteriores pero exhibe un nuevo tipo de órbitas.

8.5.1. Órbitas típicas

Como muestra la Figura 39 las partículas 1, 2, y 3 son eyectadas hacia afuera del sistema joviano. La partícula 4 presenta una precesión sistemática de sus órbitas en una región de $\sim 10R_{Jup}$, la cual da un efecto de dispersión de la trayectoria.

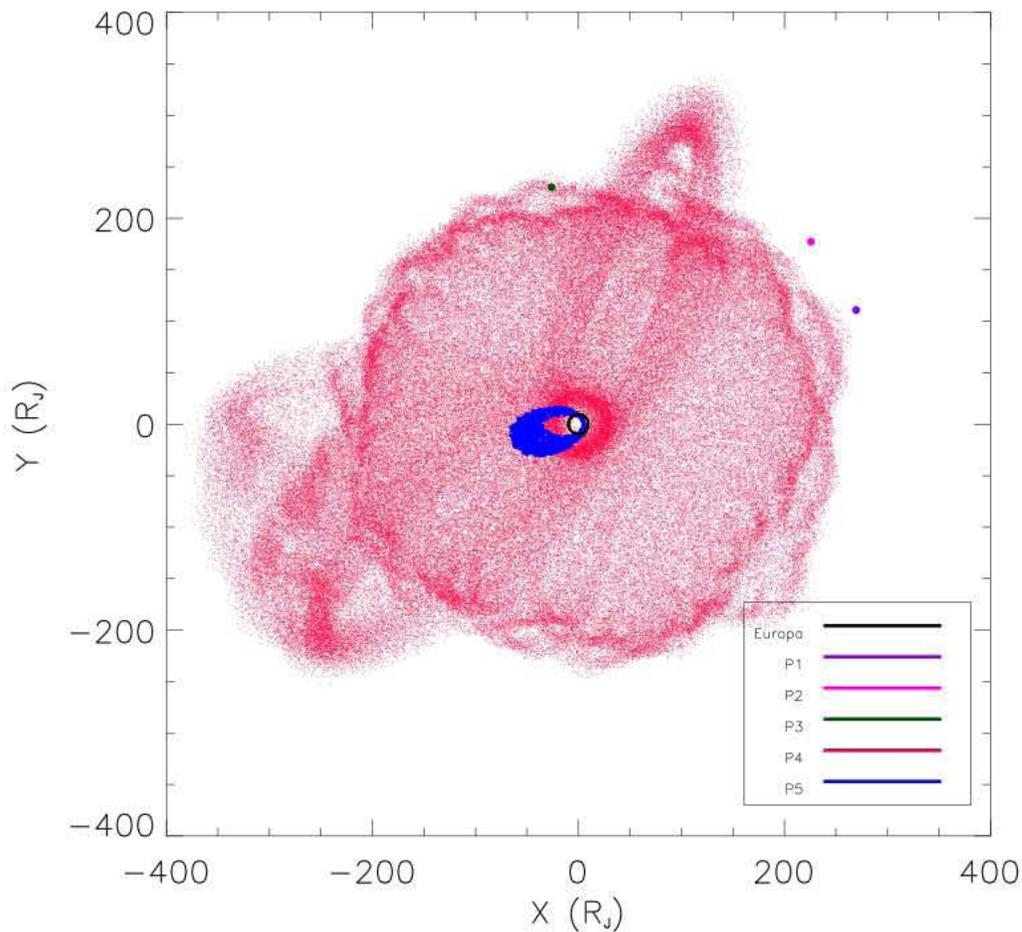


Figura 39: Órbitas con respecto a Júpiter de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 12.12$ km/s.

En este caso además de las órbitas que se extienden sobre una región interna del sistema joviano o ligadas al planeta. Como observamos en la Figura 40, desde una perspectiva heliocéntrica las partículas con más energía cinética tienen excentricidades muy altas con respecto a Júpiter, las cuales son expulsadas hacia el exterior del sistema solar directamente y no sólo por efectos de dispersión como en los casos anteriores.

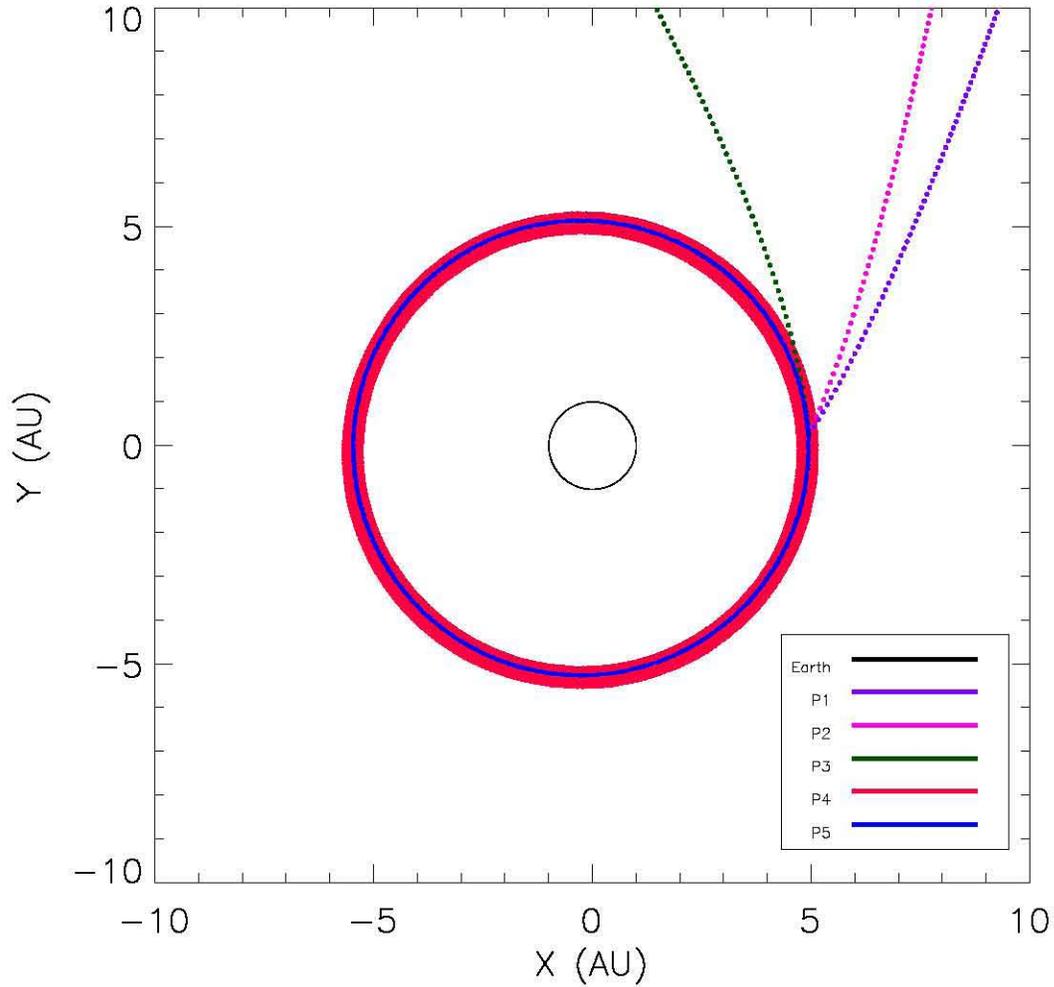


Figura 40: Órbitas con respecto al Sol de 5 partículas arbitrarias para el caso $V_{eye} = 12.12$ km/s.

8.5.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección.

Como se describe en el panel superior de la Figura 41, el número de partículas que ingresa al sistema solar interior, aumenta con respecto a los casos de menor velocidad. El 4.1 % de las 1000 partículas, alcanzan distancias orbitales mínimas desde 4 UA hasta 1 UA con respecto al Sol. Hay un caso en el que una partícula alcanza la órbita de la Tierra, y un caso en el que alcanza la órbita de Marte. En el gráfico inferior se muestra la distribución de ángulos de eyección, los puntos en azul y rojo corresponden a los ángulos de eyección de las partículas antes mencionadas. Para ambos casos el ángulo de eyección es mayor a los 110° , aproximadamente a unos 20° con respecto a un eje perpendicular a la órbita del satélite. Las órbitas que se cruzan con la órbita de la Tierra son resultado de encuentros cercanos de la partícula con Júpiter y no dependen del ángulo de eyección con respecto a la dirección orbital del satélite.

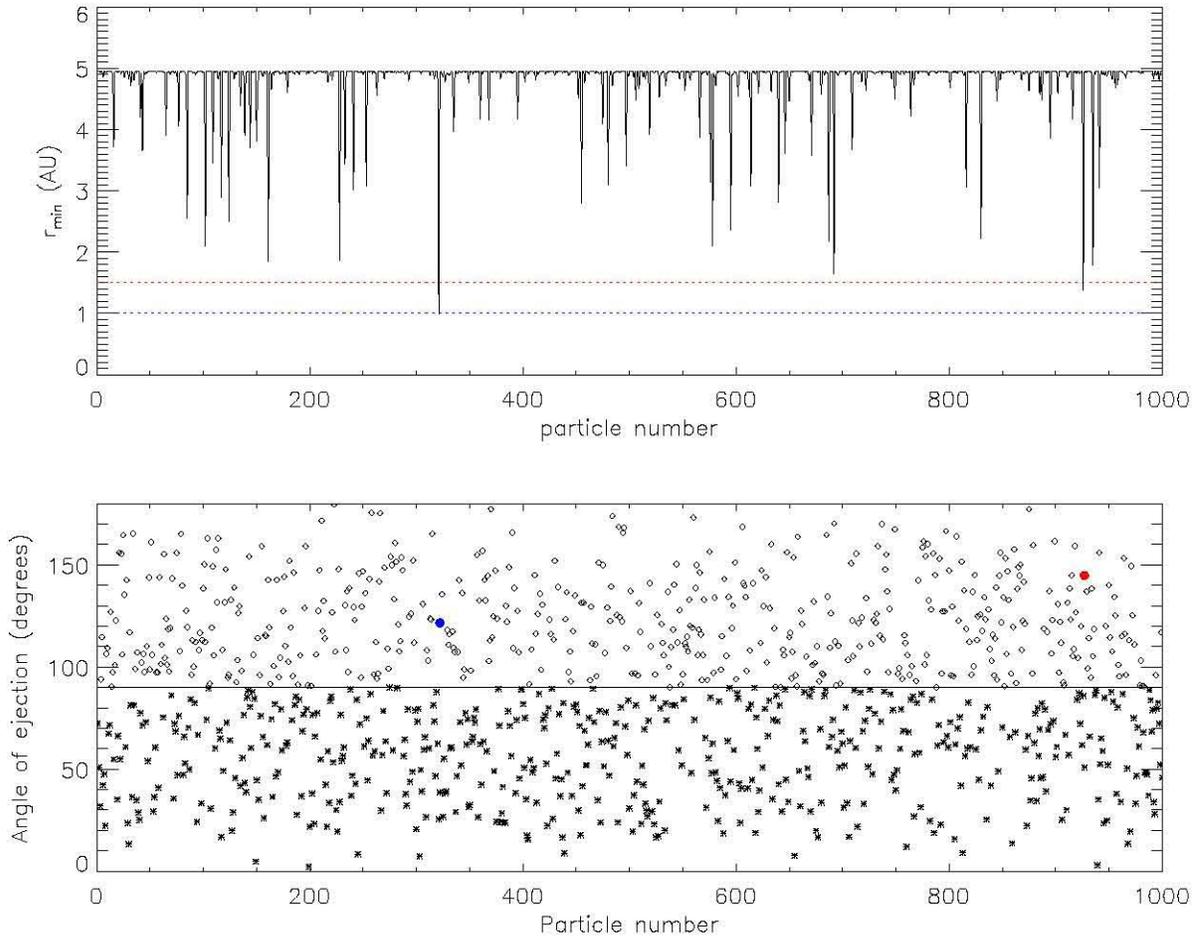


Figura 41: Distancias mínimas con respecto al Sol y ángulos de eyección de partículas con $V_{eye} = 12.12$ km/s.

8.5.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 12.12$ km/s.

Las órbitas de las partículas 322 y 927 se presentan en la Figura 42. Ambas órbitas con apoápsides de aproximadamente 29.5 y 24.5 UA respectivamente. Las altas excentricidades se adquieren mediante un proceso en el que las órbitas de las partículas que evoluciona hacia el exterior del sistema solar con el paso del tiempo. Efecto de encuentros cercanos con el Sol y Júpiter, que aceleran a las partículas de un período orbital a otro.

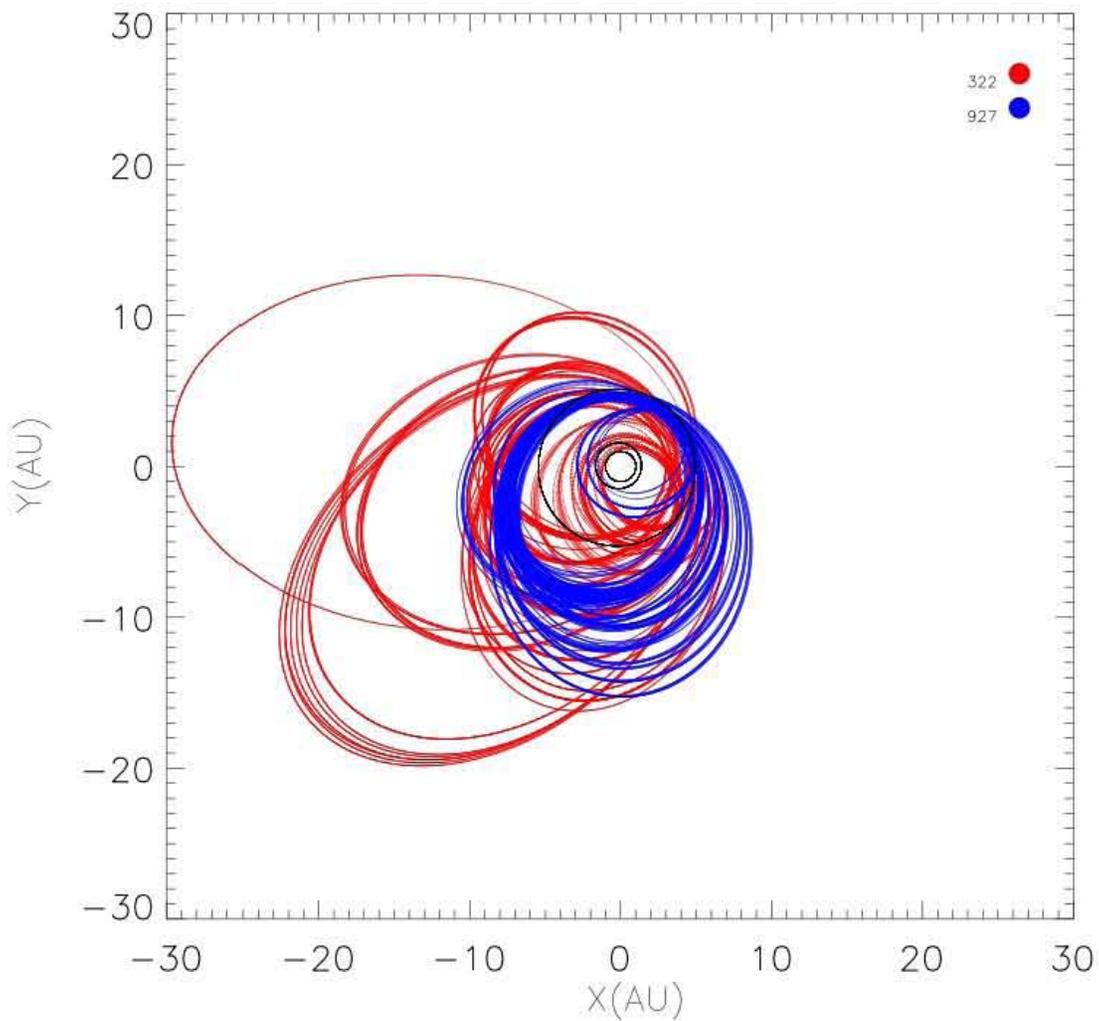


Figura 42: Órbitas de Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 12.12$ km/s.

Las partículas 322 y 927 alcanzan acercamientos máximos de 1.5 y 1 UA aproximadamente, lo hacen con una inclinación apenas en el límite de la inclinación de las órbitas de Marte y la Tierra respectivamente como se muestra en la Figura 43.

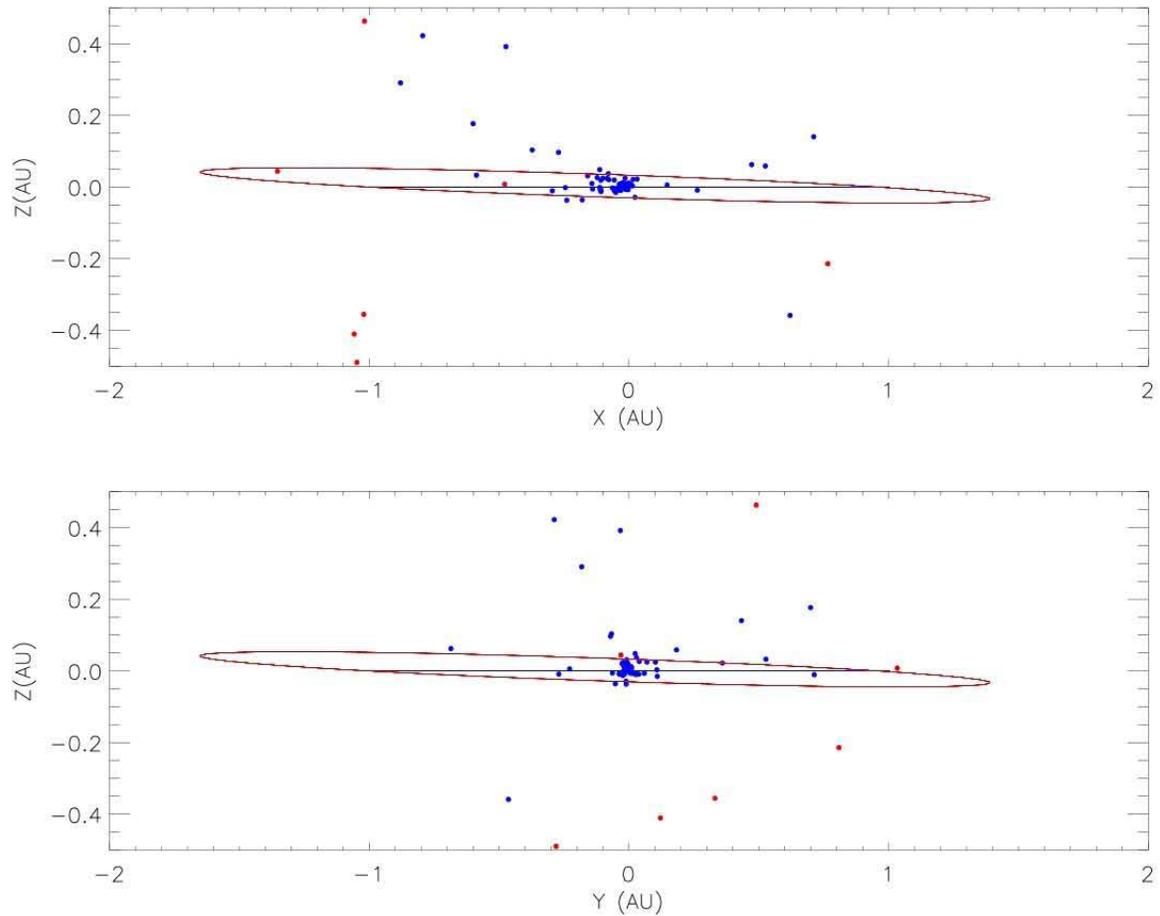


Figura 43: Posición con respecto al Sol de las partículas en el momento de la entrada y la salida al cruzar la órbita de la Tierra. Caso $V_{eye} = 12.12$ km/s.

8.6. Caso 6. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 16.16 \text{ km/s}$

8.6.1. Órbitas típicas

En la Figura 44, se puede observar que este caso, la velocidad de eyección es tan alta que todas las partículas tienen órbitas fuera de la región interna del sistema Joviano. Se observan que las partículas tienden a adquirir órbitas planetocéntricas muy excéntricas o bien son expulsadas hacia el medio interestelar.

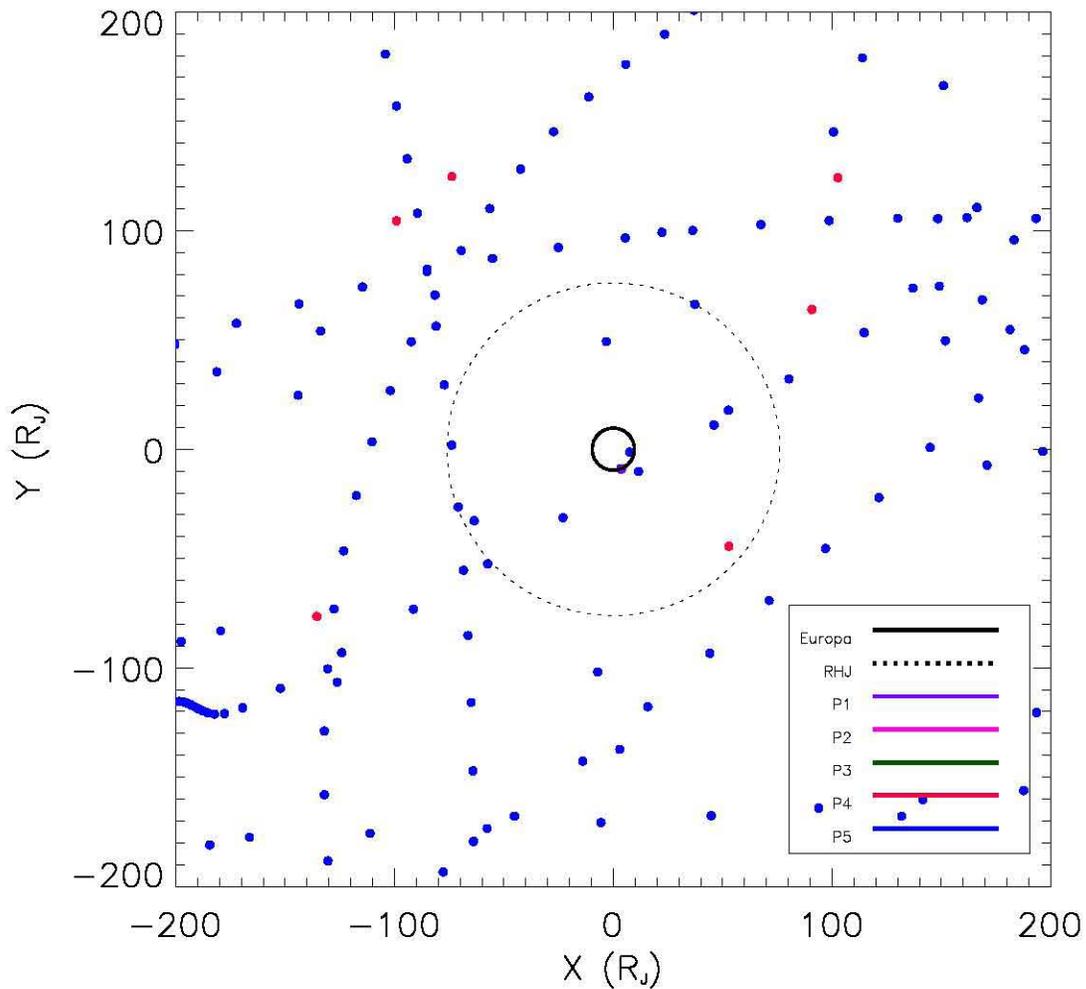


Figura 44: Órbitas con respecto a Júpiter de 5 partículas arbitrarias para el caso $V_{eye} = 16.16 \text{ km/s}$.

En las Figuras 45 y 46 se muestran las órbitas de las mismas partículas desde una perspectiva heliocéntrica. Las partículas 1, 2, 3, en color morado, rosa y verde respectivamente, adquieren órbitas hiperbólicas bien definidas desde el momento de su expulsión. Las partículas 4 y 5 tienen órbitas con alta excentricidad, inician como órbitas heliocéntricas parecidas a la órbita de Júpiter, y evolucionan hacia las regiones más externas del sistema solar, alcanzando periápsides del orden de 2 UA, y apoápsides del orden de 20 a 30 UA.

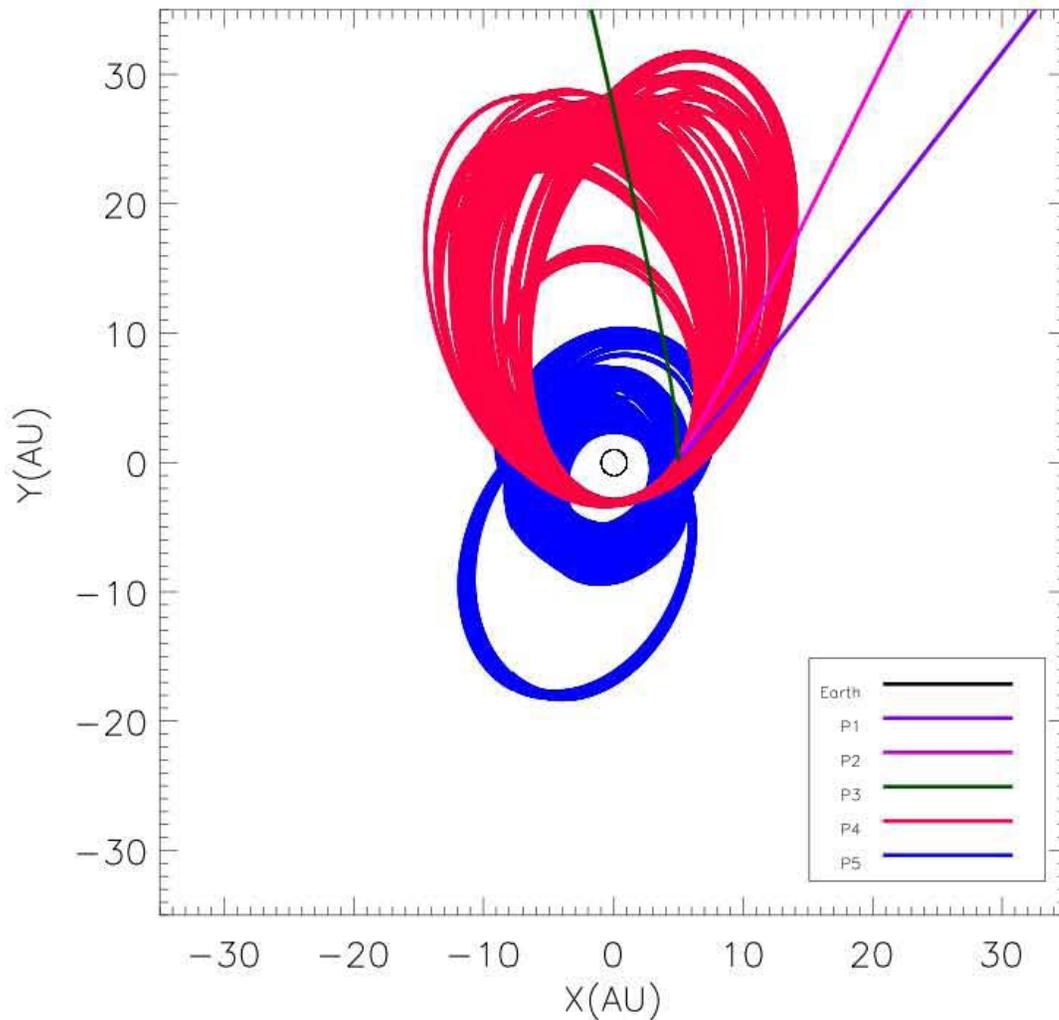


Figura 45: Órbitas con respecto al Sol de 5 partículas arbitrarias para el caso $V_{eye} = 16.16$ km/s.

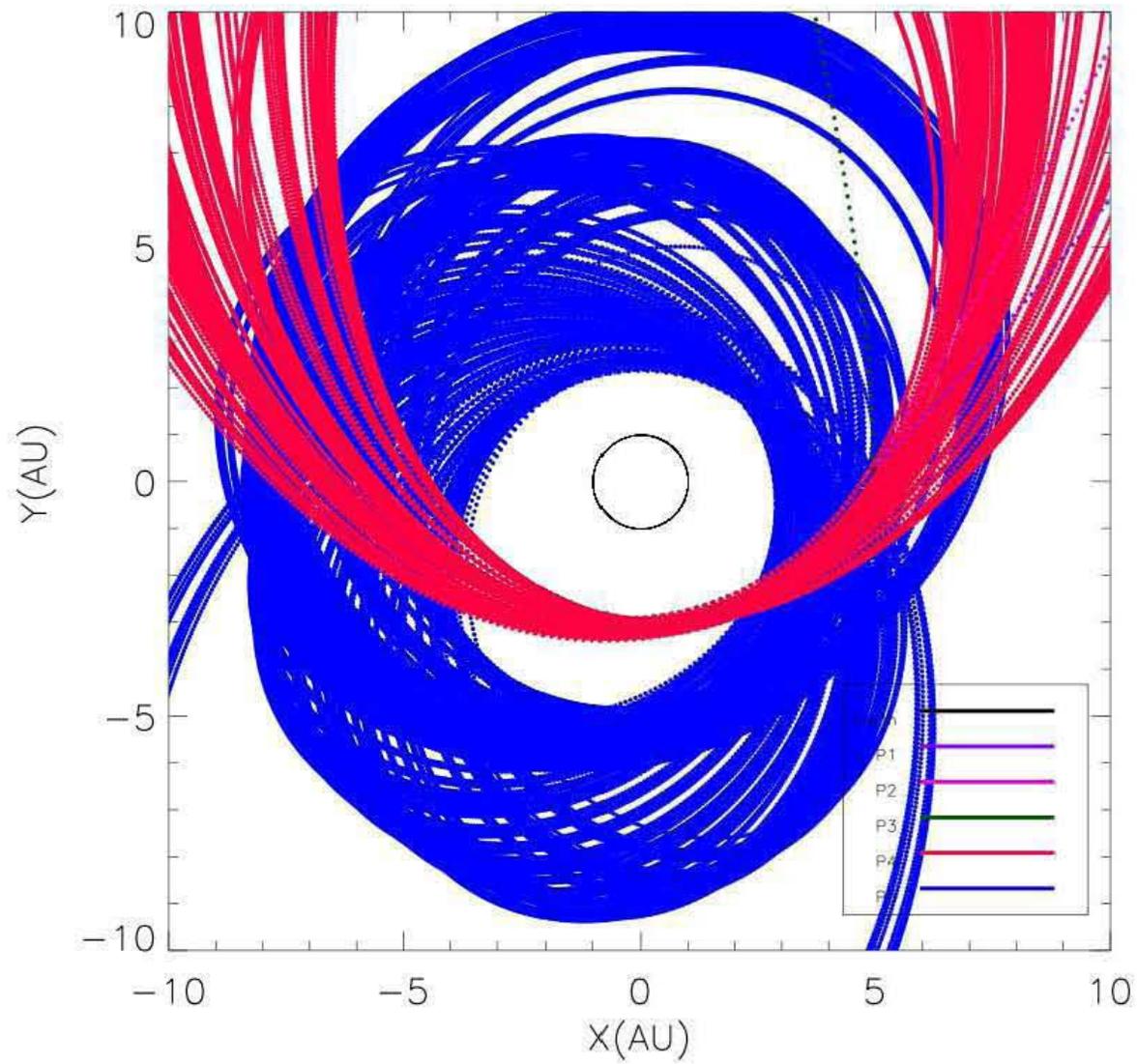


Figura 46: Órbitas con respecto al Sol de 5 partículas arbitrarias para el caso $V_{eye} = 16.16$ km/s.

8.6.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección.

Aunque en la muestra de las cinco partículas que se analizan en todos los casos de velocidad, no hay alguna que cruza la órbita de la Tierra, en esta velocidad de $V_{eye} = 16.16$ al analizar las mil partículas de la simulación, con base en los acercamientos máximos de cada partícula al cuerpo central, el Sol, encontramos que a esta velocidad de eyección el 0.4 % del total de las partículas, logra cruzar la órbita de la Tierra como se muestra en el panel superior de la Figura 47. Los ángulos de eyección de dichas partículas, en el panel inferior, van desde 50° hasta 130° lo que indica que la dirección orbital de las partículas con respecto de la dirección orbital del satélite, al menos en este caso, no es un factor que determine la posibilidad de que éstas alcancen acercamientos máximos al Sol del orden de 1 UA.

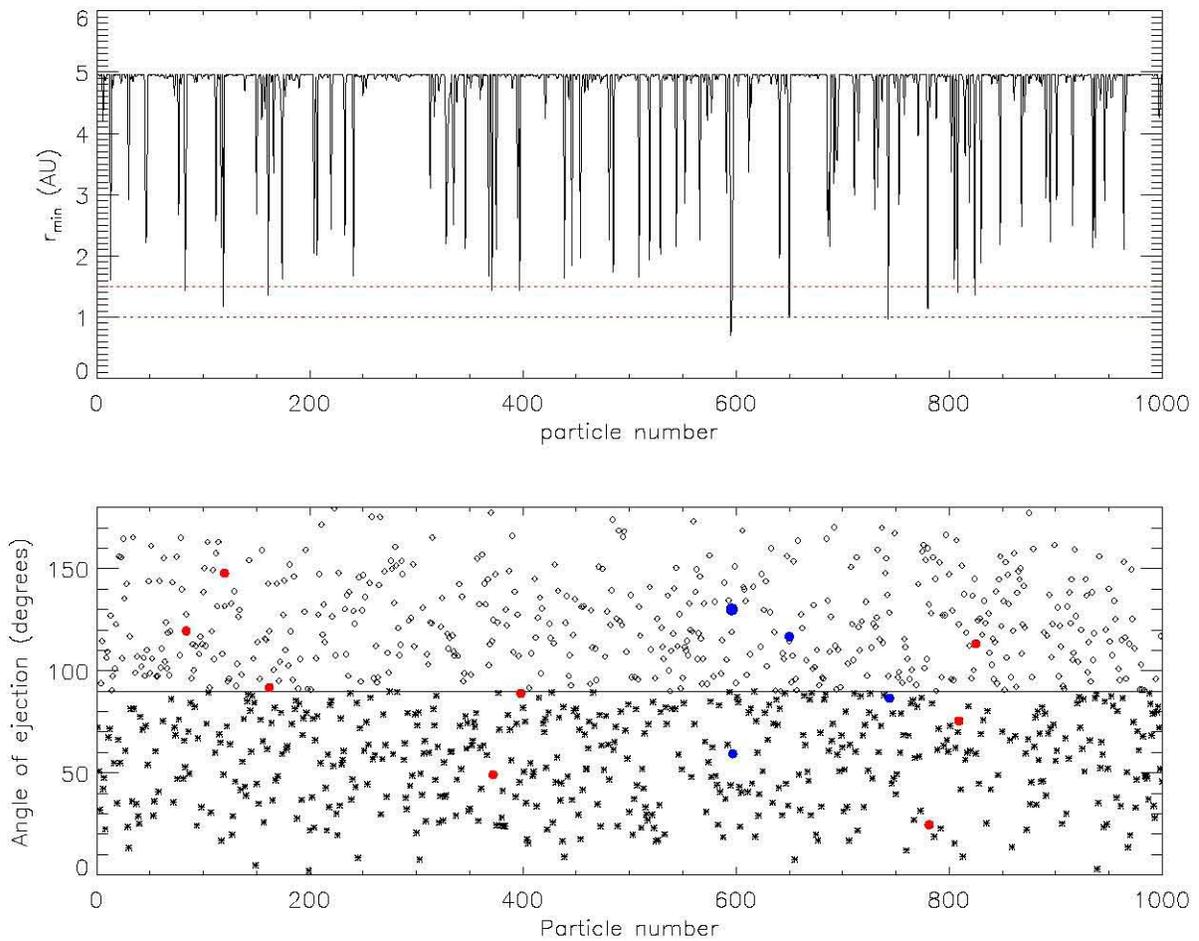


Figura 47: Distancias mínimas con respecto al Sol y ángulos de eyección de partículas con $V_{eye} = 16.16$ km/s.

8.6.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 16.16$ km/s.

En la Figura 48 observamos las órbitas de dos partículas que alcanzan distancias menores a 1 UA del Sol debido a procesos de disipación que son efecto de perturbaciones a lo largo de su evolución orbital en el tiempo. Estas órbitas llegan a adquirir periápsides del orden de 30 a 40 UA en períodos de integración por 10 mil años.

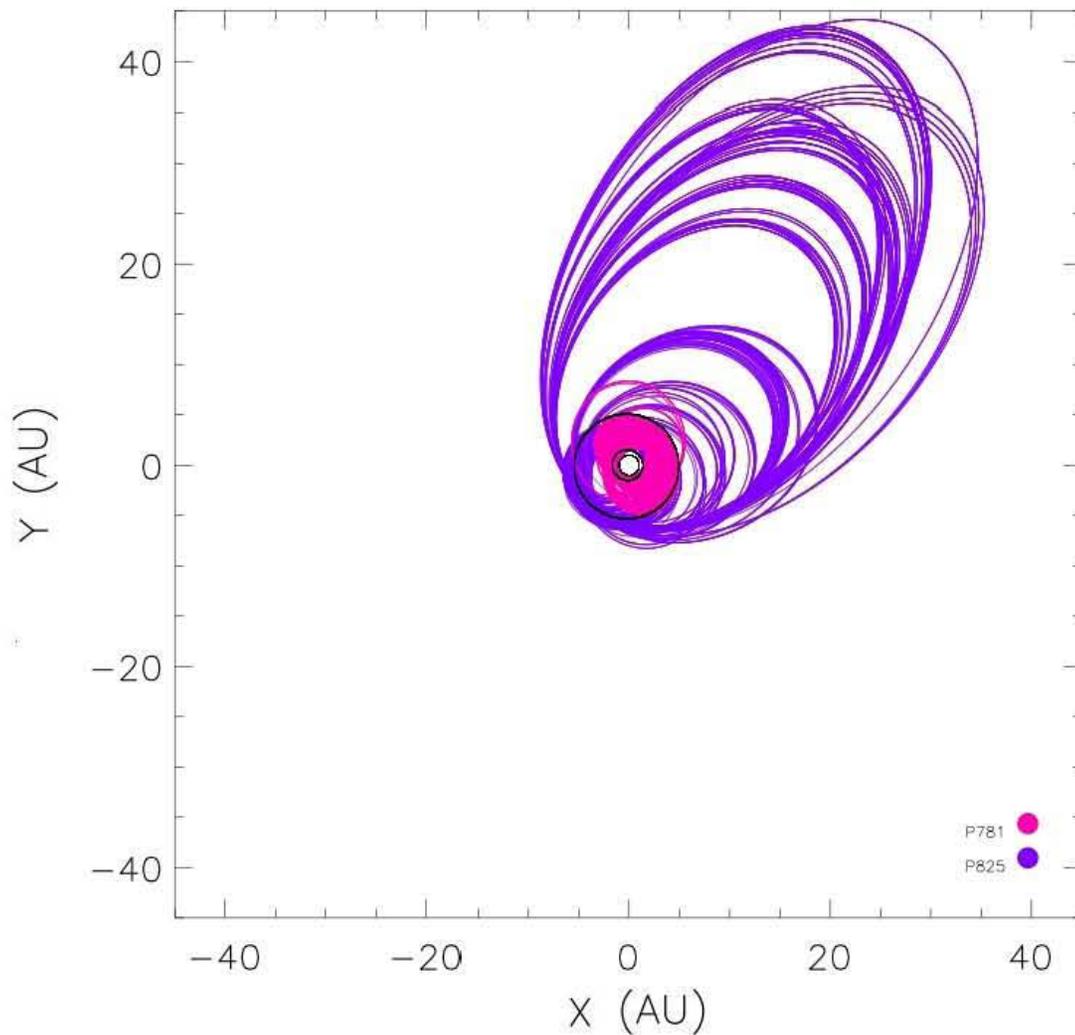


Figura 48: Partículas 781 y 825 que cruzan la órbita de la Tierra. Caso $V_{eye} = 16.16$ km/s.

En el caso de las partículas 84 y 597, como se puede apreciar en la Figura 49, la excentricidad de las órbitas disminuye al mismo tiempo que el semieje mayor y el ángulo de precesión aumenta.

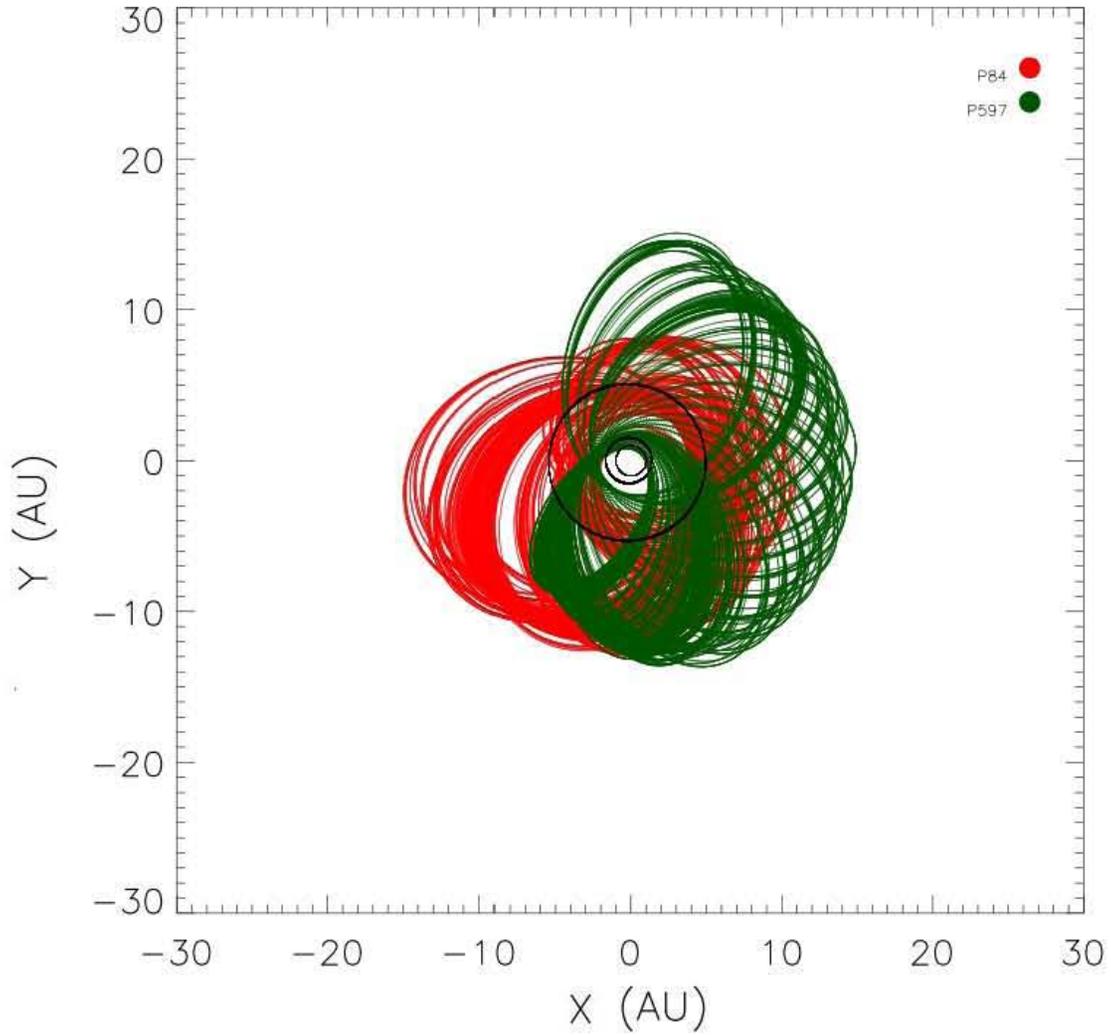


Figura 49: Partículas 84 y 597 que cruzan la órbita de la Tierra. Caso $V_{eye} = 16.16$ km/s

La Figura 50 las posiciones de las partículas con respecto al Sol en el momento de la entrada y la salida cuando cruzan la órbita de la Tierra.

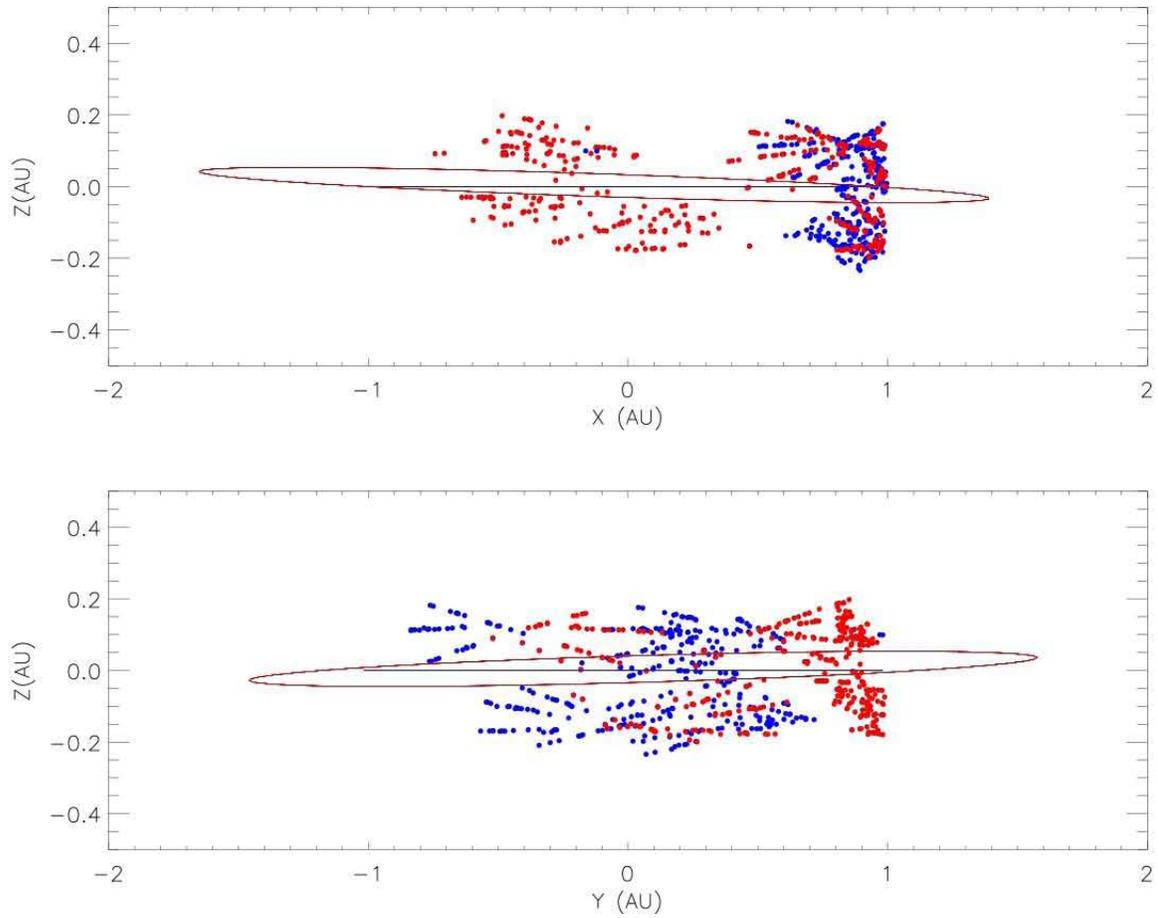


Figura 50: Posición con respecto al Sol de las partículas en el momento de la entrada y la salida al cruzar la órbita de la Tierra. Caso $V_{eye} = 16.16$ km/s

8.7. Caso 7. Partículas con Velocidad de eyección $V_{eye} = 24.24 \text{ km/s}$

A continuación se presenta un caso de muy alta velocidad de eyección, $V_{eye} = 24.24 \text{ km/s}$, equivalentes a $12 V_{esc}$ del satélite. Esta es la máxima velocidad de eyección considerada en nuestras simulaciones.

8.7.1. Órbitas típicas

En el caso de $V_{eye} = 24.24$, como se aprecia en la Figura 51 la energía de las partículas es tan alta que adquieren órbitas hiperbólicas que las expulsa directamente del sistema solar. Ninguna de las 5 partículas consideradas en la muestra tiene órbitas planetocéntricas al ser eyectadas a esta velocidad.

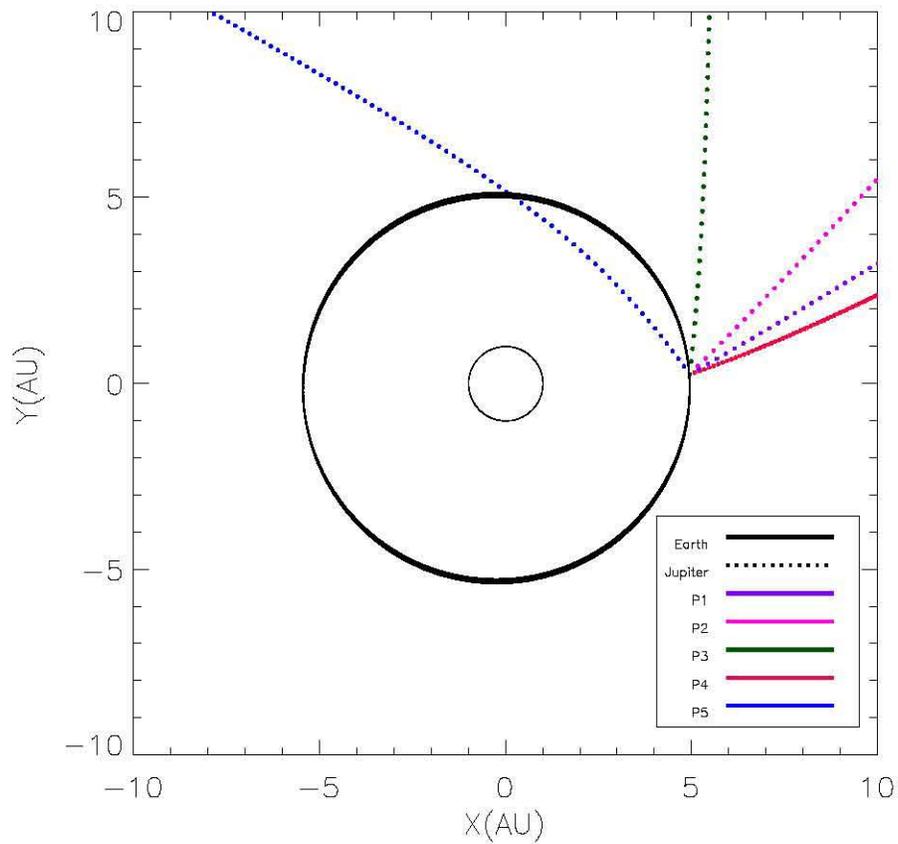


Figura 51: Órbitas con respecto al Sol de 5 partículas arbitrarias. Caso $V_{eye} = 24.24 \text{ km/s}$.

Además de las órbitas hiperbólicas, las partículas muestran órbitas heliocéntricas como se puede ver en las Figuras 52 y 53. Estas corresponden a la evolución orbital durante un período de tiempo de 1000 años.

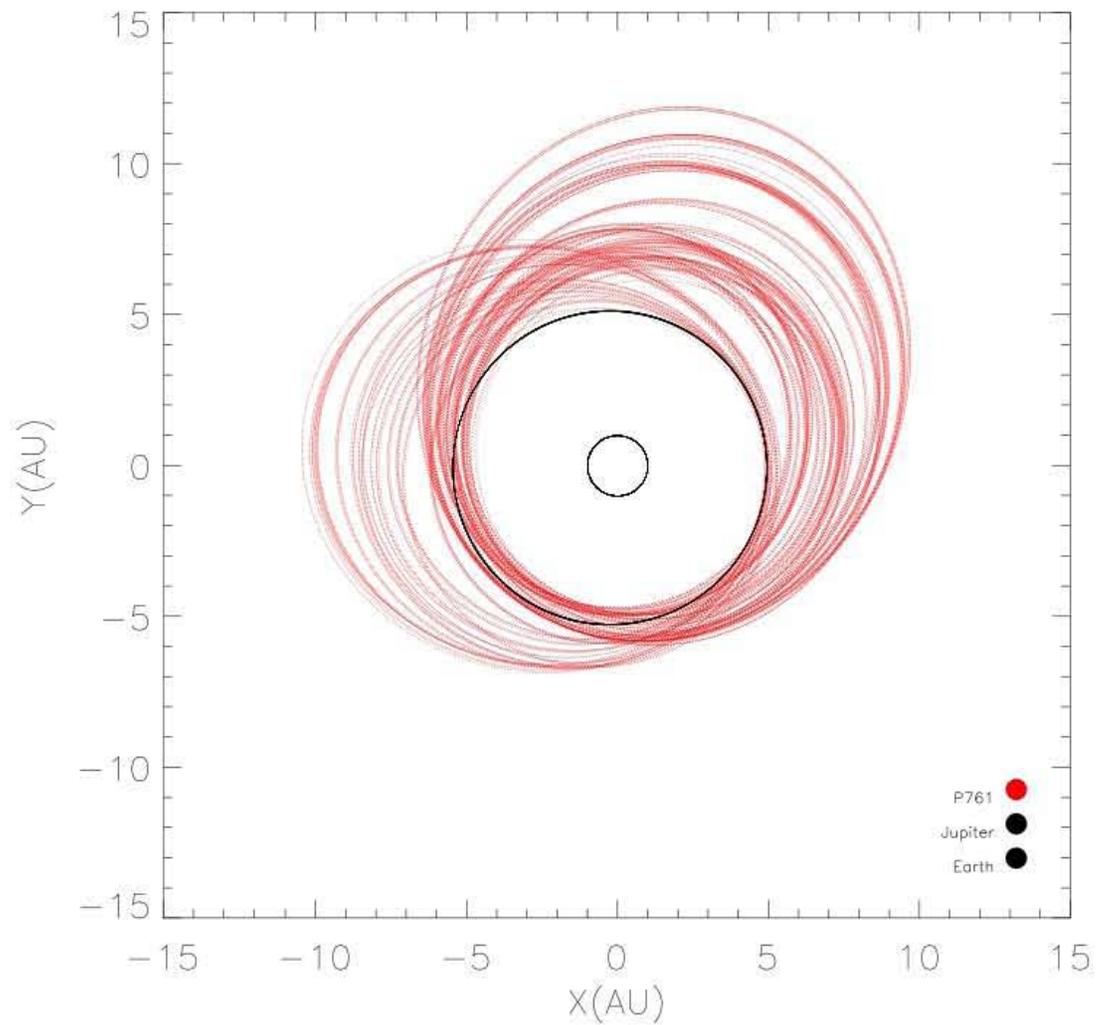


Figura 52: Órbitas con respecto al Sol de la partícula 761. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

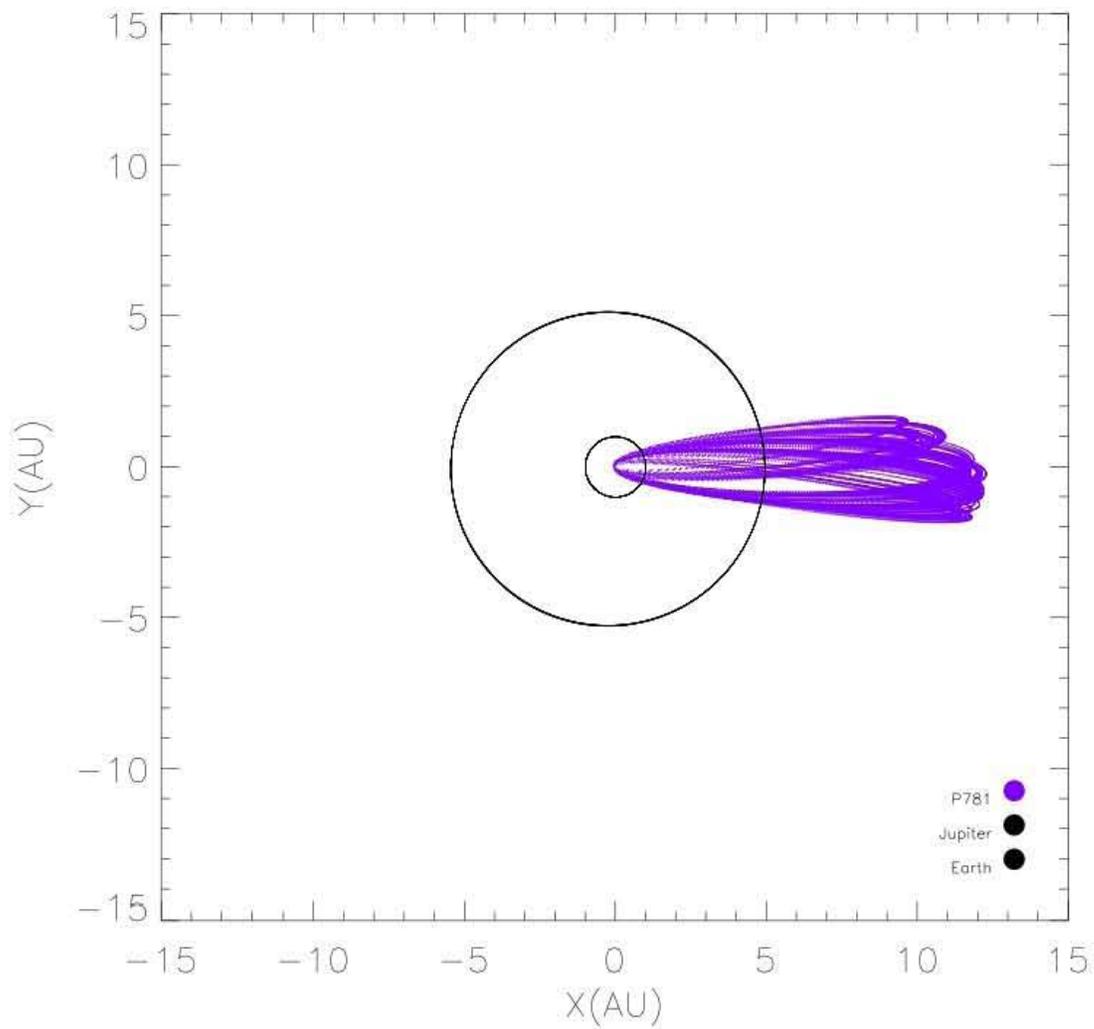


Figura 53: Órbitas con respecto al Sol de la partícula 28. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

8.7.2. Distancias mínimas y ángulos de eyección.

Aunque en la muestra de las 5 partículas todas son eyectadas, al considerar la muestra completa, encontramos que 71 partículas tienen acercamientos máximos al Sol del orden de 1.5 UA o menores, de las cuales 60 son menores iguales o menores a 1 UA, por lo tanto, a esta velocidad de eyección el 5 % de las partículas eyectadas desde la superficie de Europa, pueden cruzar la órbita de la Tierra al menos durante un período orbital de la partícula. Éstas se pueden apreciar en el gráfico de distancias mínimas, en la parte superior de la Figura 54. La distribución de ángulos de eyección de estas partículas, panel inferior, se mantiene homogénea con respecto a la dirección de la velocidad orbital de Europa, con 34 partículas eyectadas en la misma dirección, ángulos mayores a 90° , y 37 partículas en dirección contraria, es decir, la muestra considera ángulos de eyección que van de 0° a 90° . Por lo anterior podemos concluir que estas órbitas no dependen del ángulo de eyección.

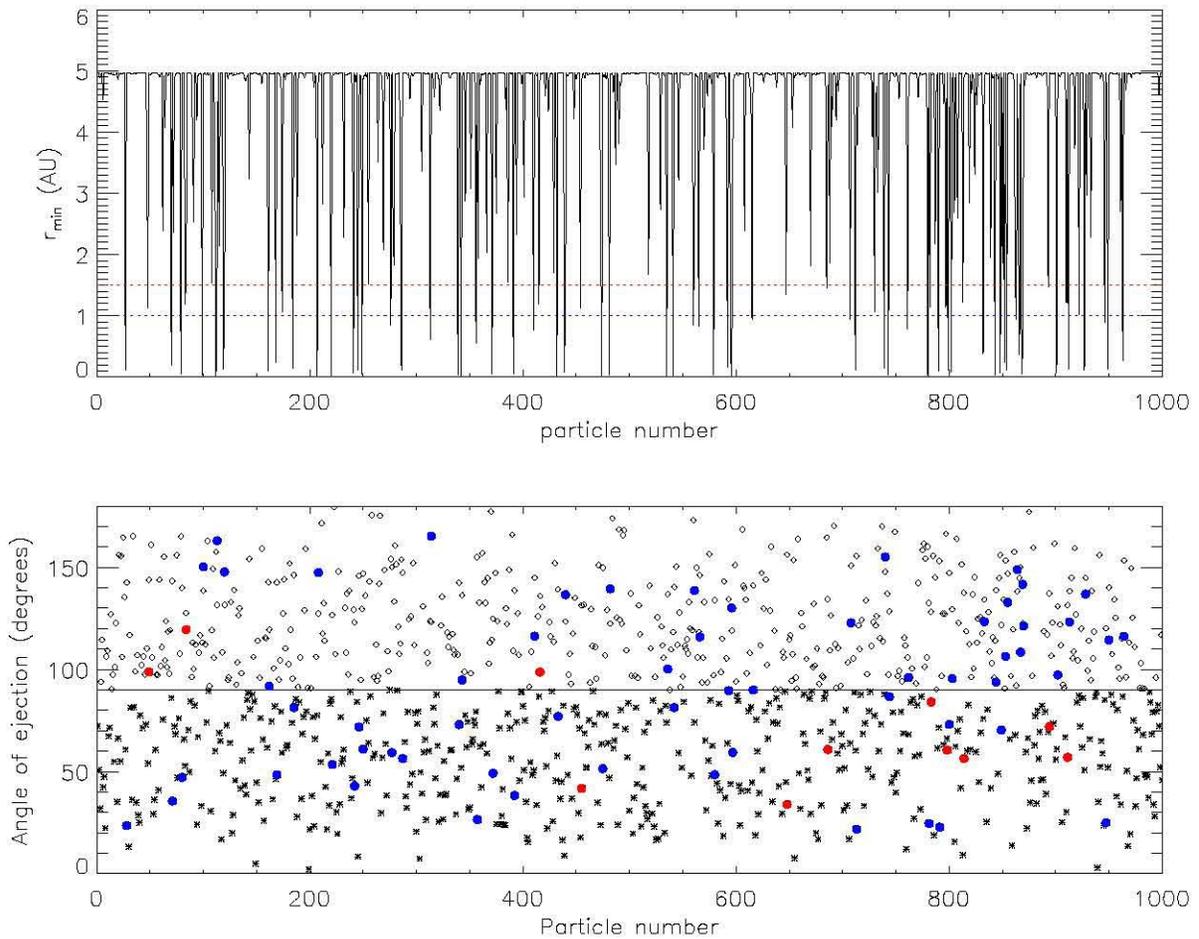


Figura 54: Distancia mínima orbital con respecto al Sol. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

8.7.3. Partículas que se acercan a la Tierra, caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

De las 60 partículas que cruzan la órbita de la Tierra, 27 están en el plano de la eclíptica en el punto de acercamiento máximo al Sol, como muestra la Figura 55 en la que se han graficado todos los puntos de entradas y salidas de dichas partículas. Esto muestra que aunque no se observan impactos directos con la Tierra, las condiciones para que éstos se lleven a cabo son viables.

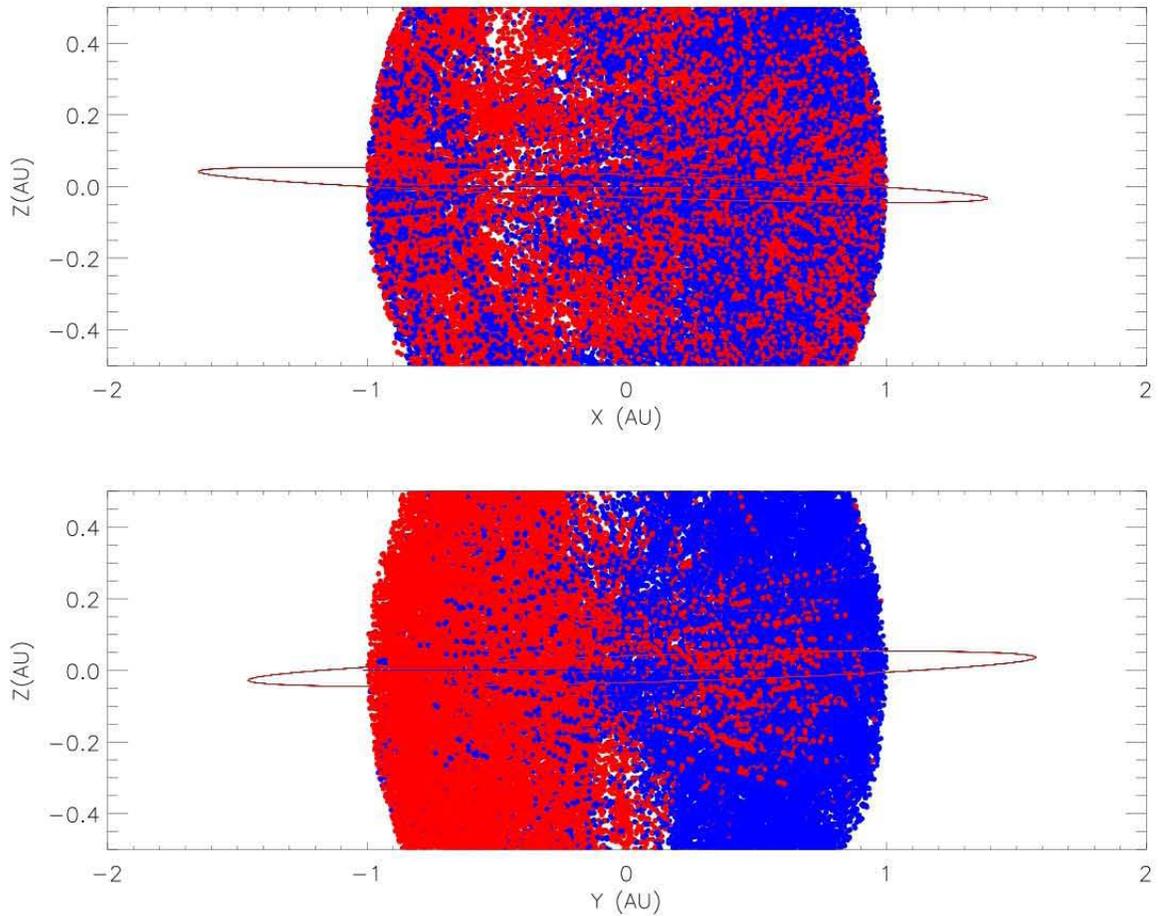


Figura 55: Posición con respecto al Sol en el momento de la entrada y la salida de las partículas que cruzan la órbita de la Tierra. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

Las Figuras 56 y 57 muestra las órbitas de partículas que cruzan la órbita de la Tierra con esta velocidad de eyección. Como se puede apreciar sus periápsides están en la región del SSI mientras que los apoápsides alcanzan regiones del sistema solar del orden de ~ 5 UA. A la izquierda se muestran la evolución de estas partículas por mil años y a la derecha hasta 10 mil años.

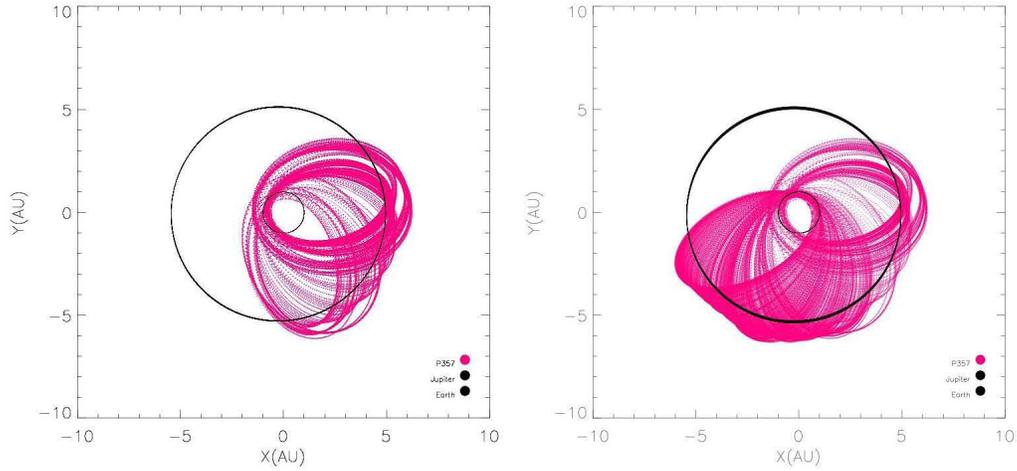


Figura 56: Órbitas con respecto al Sol de la partícula 357. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

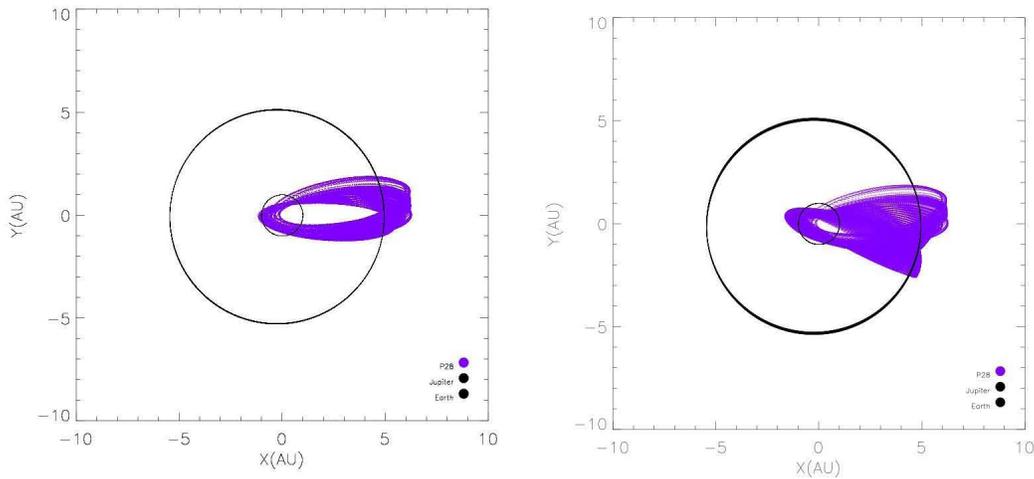


Figura 57: Órbitas con respecto al Sol de la partícula 28. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

La Figura 58 corresponde a la evolución orbital de la partícula 80 durante 10 mil años, en la figura se muestran además las órbitas de Júpiter y la Tierra.

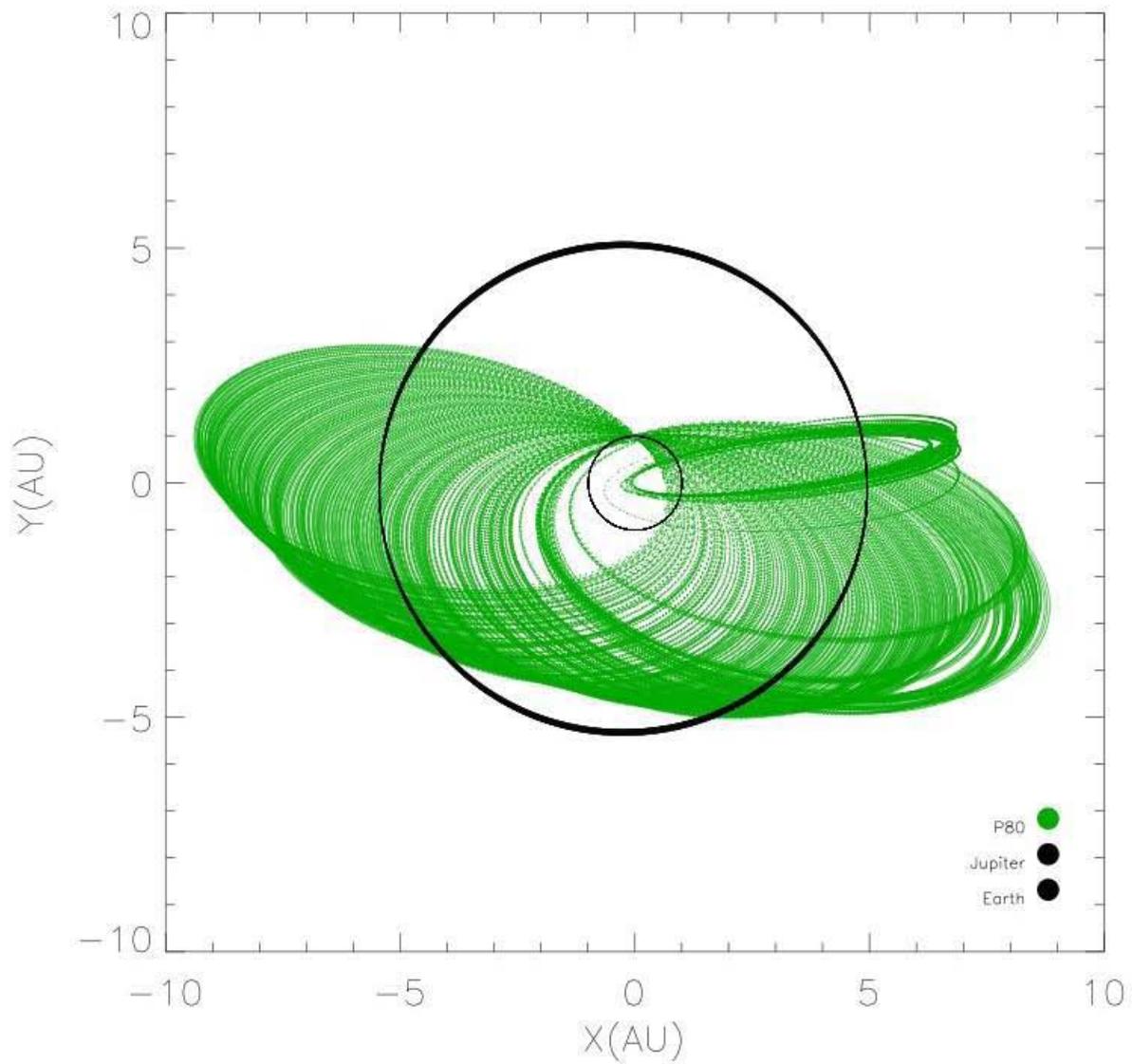


Figura 58: Órbitas con respecto al Sol de la partícula 80. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

La Figura 59 corresponde a la evolución orbital de la partícula 614 durante 10 mil años, en la figura se muestran además las órbitas de Júpiter y la Tierra.

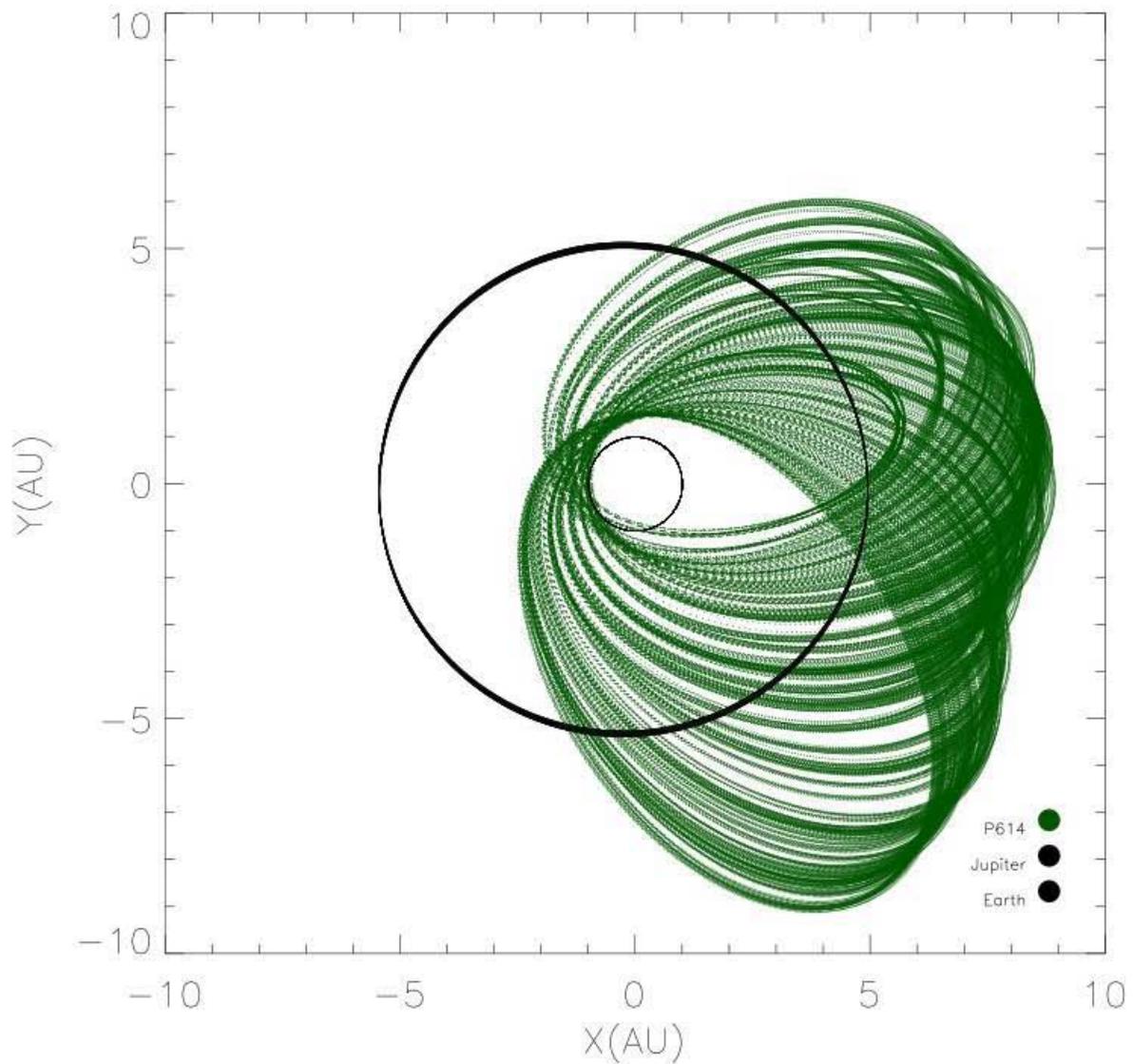


Figura 59: Órbitas con respecto al Sol de la partícula 614. Caso $V_{eye} = 24.24$ km/s.

Capítulo IV
DISCUSIÓN Y CONCLUSIÓN

“El esqueleto de la ciencia son los hechos, pero los músculos y los nervios son el significado que se les confiere, y el alma de la ciencia son las ideas.”
Ruy Perez Tamayo

9. DISCUSIÓN

En esta sección se discuten algunas de las implicaciones de nuestros resultados así como aspectos relacionados a la metodología utilizada en este trabajo. Se llevaron a cabo simulaciones numéricas para estudiar la dinámica de partículas eyectadas de satélite joviano Europa. Se consideran diferentes velocidades de eyección desde su superficie como resultado de un gran impacto, en terminos de la velocidad de escape del satélite estas comprenden desde 2.22 km/s a 24.24 km/s. La finalidad de nuestro estudio es obtener la probabilidad de colisión de dichos objetos con la Tierra.

9.1. Evolución temporal de las colisiones con diferentes cuerpos del Sistema Solar.

A continuación se muestra la distribución de impactos de las partículas prueba en las diferentes velocidades de eyección de las muestras de 1000 partículas. No se observan colisiones con planetas, únicamente se obtuvieron colisiones con los satélites Galileanos y el Sol. Las colisiones son propias de partículas que salen del Sistema Joviano mediante dos procesos, efectos de difusión por encuentros cercanos y alta energía cinética adquirida por las altas velocidades de eyección a las que son expuestas.

En los primeros dos casos no se presentan colisiones con Júpiter, las órbitas de las partículas se distribuyen uniformemente en la región comprendida entre las órbitas de Io y Ganímedes, puesto que la tasa de colisión entre estos satélites es muy semejante a esta velocidad en particular. Al darse un encuentro cercano con cualquiera de los satélites las partículas precesan en esta región, sin embargo cualquier perturbación a estas velocidades es insuficiente para expulsar las partículas del sistema joviano. Las partículas con una velocidad de eyección de 8.08 km/s, tienen energía suficiente para cruzar la órbita de Marte, sin embargo ninguna cruza la órbita de la Tierra. Las tasas de colision que se muestran a continuación corresponden a un tiempo de 3000 años para la simulación.

9.1.1. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 2.22 \text{ km/s}$.

En este caso, como se observa en la Figura 60, de la simulación de 1000 partículas prueba, las colisiones son: 102 con Io, 698 con Europa, 173 con Ganímedes, 16 con Calisto. No hay impactos con Júpiter y tampoco eyección de partículas fuera del sistema Joviano. Hay un gran número de impactos con Europa debido a que las partículas adquieren una órbita muy semejante a la del satélite.

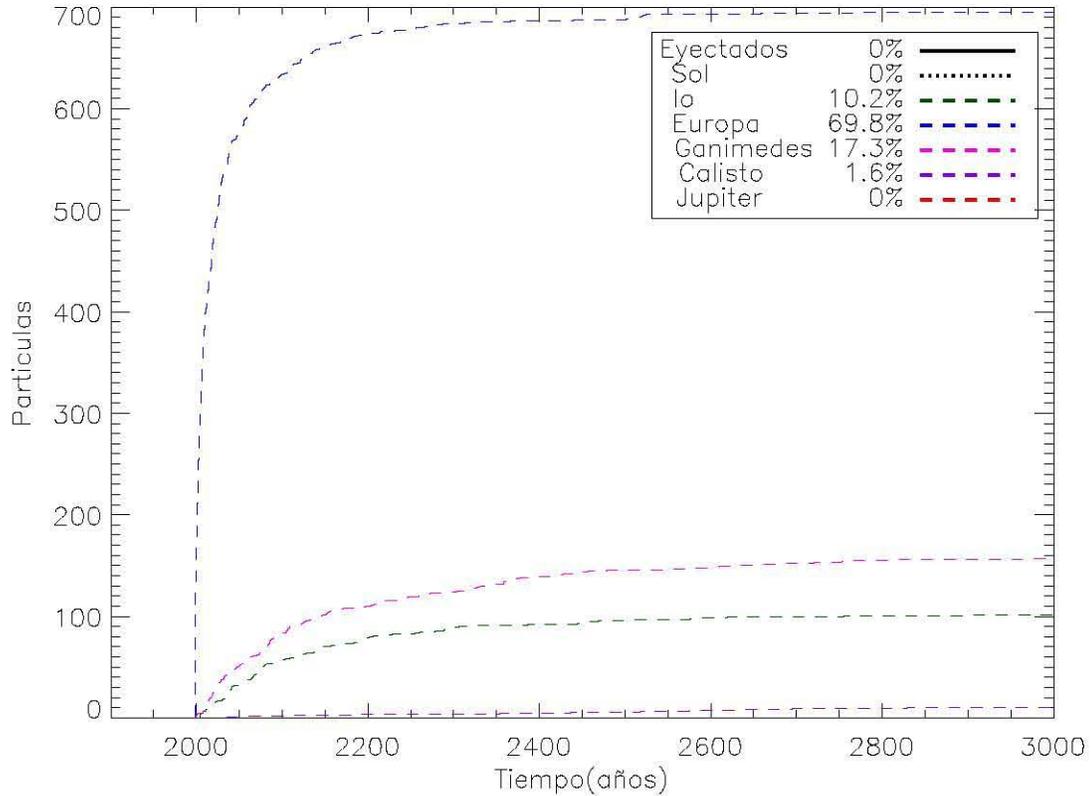


Figura 60: Tasas de colisiones de una muestra de 1000 partículas con $V_{eye} = 2.22 \text{ km/s}$.

9.1.2. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 4.04 \text{ km/s}$.

Para este caso, como podemos ver en la Figura 61, las colisiones son: 323 con Io, 295 con Europa, 297 con Ganímedes, 35 con Calisto, y un solo impacto con Júpiter. Como en el caso anterior no hay eyección de partículas fuera del Sistema Joviano. Las partículas tienen energía suficiente para adentrarse hasta la órbita de Io, o salir expulsadas hasta regiones de la órbita de Ganímedes y Calisto, lo que se refleja en el aumento de colisiones con estos satélites. En comparación con el caso anterior hay una marcada diferencia en el número de impactos sobre Europa entre una velocidad apenas por encima de la velocidad de escape del satélite, y el doble de la misma.

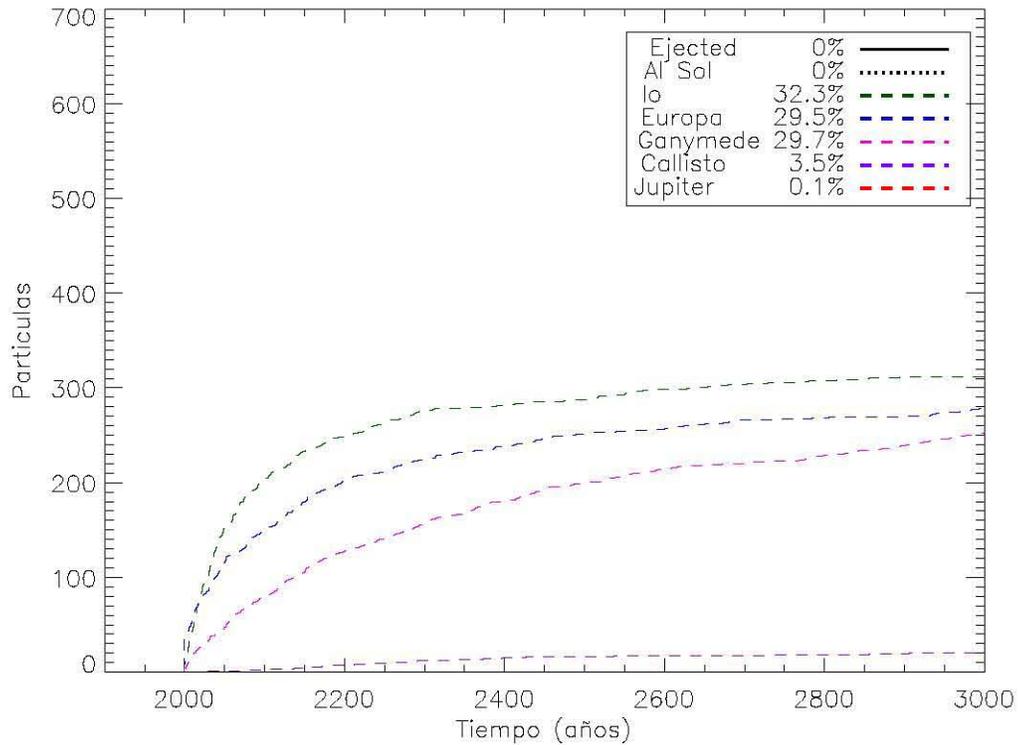


Figura 61: Evolución temporal del número de colisiones de 1000 partículas con $V_{eye} = 4.04 \text{ km/s}$.

9.1.3. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 8.08 \text{ km/s}$.

De la muestra de 1000 partículas las colisiones son: 284 con Io, 288 con Europa, 284 con Ganímedes, 25 con Calisto, 58 con Júpiter y tampoco eyección de partículas fuera del Sistema Joviano. Lo anterior implica que con $V_{eye} = 8.08$ las partículas tienen energía suficiente para alcanzar las regiones más internas o más externas del Sistema Joviano, por lo que los impactos con Júpiter se presentan desde tiempos iniciales de la simulación. Como es posible observar en la Figura 62, las tasas de colisión de Ganímedes y Calisto incrementa a través del tiempo. Lo que implica que las partículas que llegan a estas regiones en esos tiempos han sido perturbadas y expulsadas desde esas regiones internas.

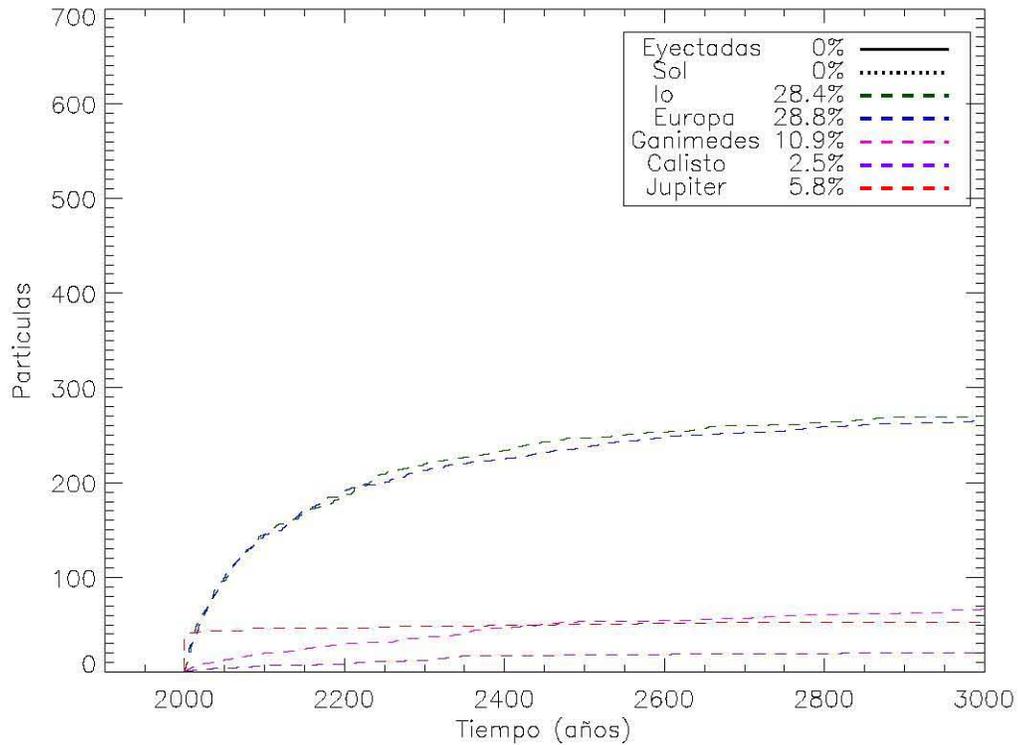


Figura 62: Tasas de colisiones de una muestra de 1000 partículas con $V_{eye} = 8.08 \text{ km/s}$.

9.1.4. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 10.1 \text{ km/s}$.

En el caso de la velocidad de eyección, como podemos observar en la Figura 63, las colisiones son: 59 con Io, 199 con Europa, 75 con Ganímedes, 7 con Calisto, 117 con Júpiter y a diferencia de los casos anteriores si hay partículas expulsadas, 272 partículas son eyectadas hacia fuera del Sistema Joviano. Estas eyecciones aparecen después de cierto tiempo iniciada la simulación, como se observa en la línea sólida en color negro en el gráfico, esto se debe a que Mercury considera una eyección a una distancia fija de 1000 UA del cuerpo central, por lo tanto la eyección de la partícula la determina justo en el tiempo en que dicha partícula alcanza esta distancia.

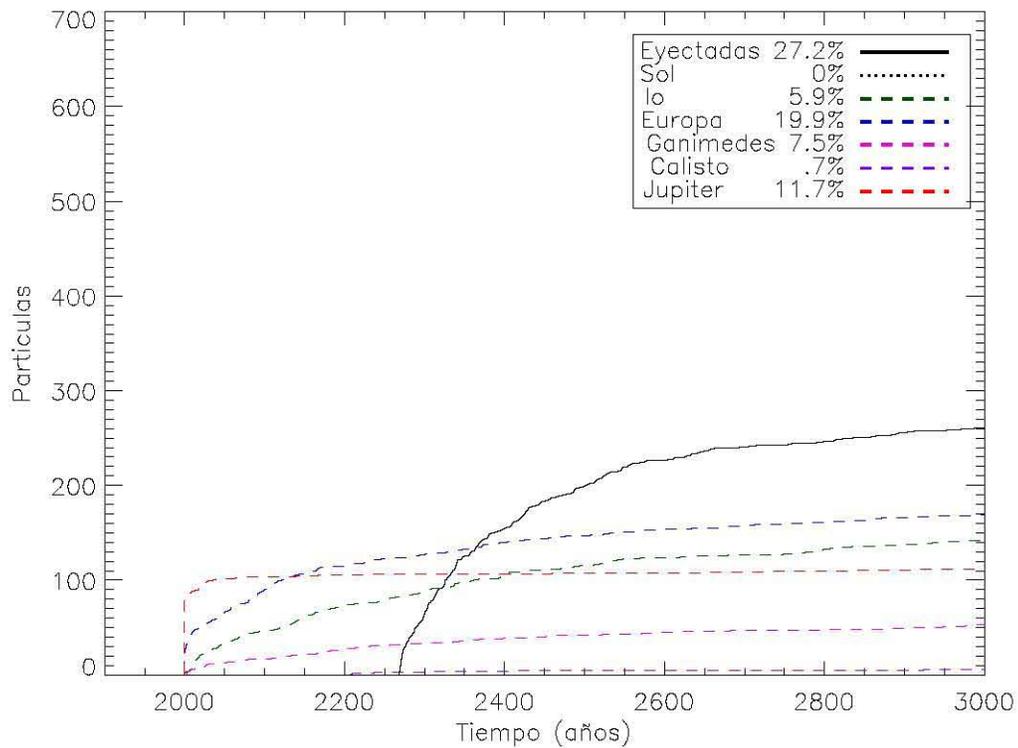


Figura 63: Evolución temporal del número de colisiones de 1000 partículas con $V_{eye} = 10.10 \text{ km/s}$.

9.1.5. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 12.12 \text{ km/s}$.

En el caso de 12.12 km/s como muestra la Figura 64, de la muestra de 1000 partículas las colisiones son: 149 con Io, 120 con Europa, 83 con Ganímedes, 8 con Calisto, 55 con Júpiter, y 369 eyectadas fuera del Sistema Joviano.

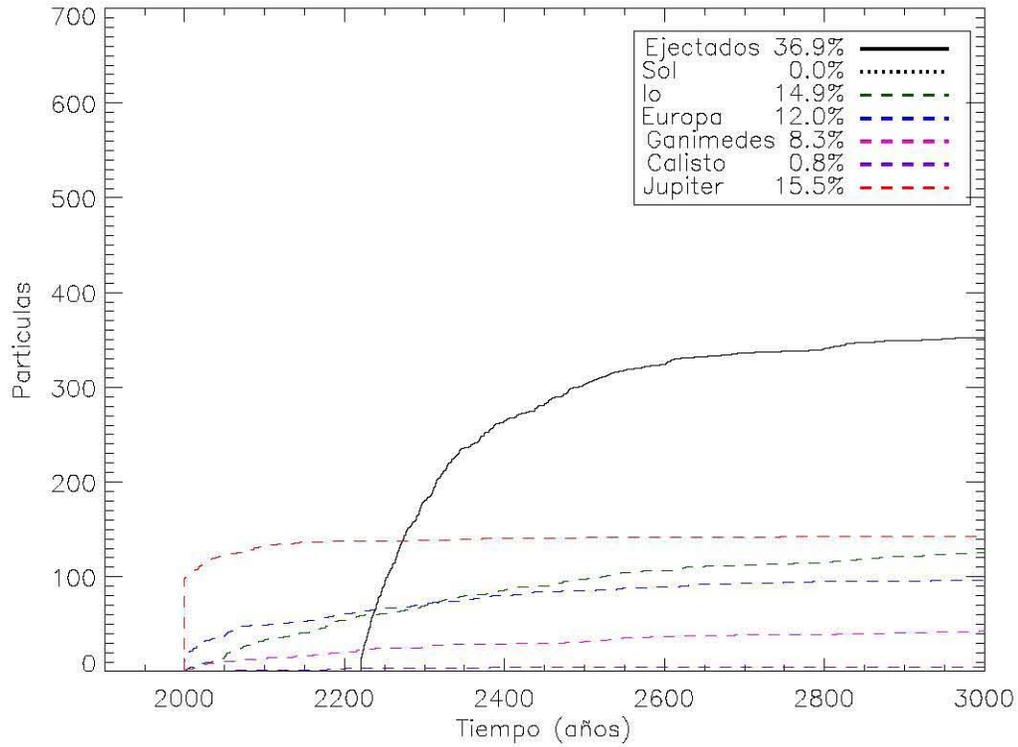


Figura 64: Evolución temporal del número de colisiones de 1000 partículas con $V_{eye} = 12.12 \text{ km/s}$.

9.1.6. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 16.16 \text{ km/s}$.

En el caso de 16.16 km/s como es posible observar la Figura 65, de la muestra de 1000 partículas las colisiones son: 63 con Io, 61 con Europa, 39 con Ganímedes, 11 con Calisto, 209 con Júpiter, 478 eyectadas fuera del Sistema Joviano.

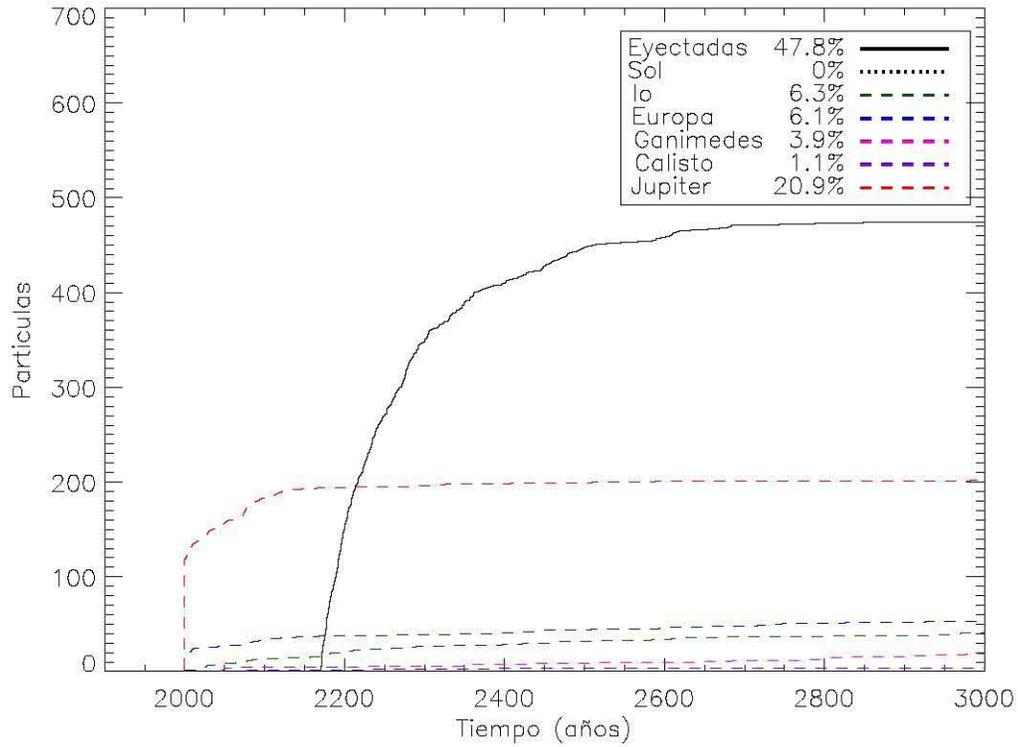


Figura 65: Evolución temporal del número de colisiones de 1000 partículas con $V_{eye} = 16.16 \text{ km/s}$.

9.1.7. Caso de partículas con velocidad de eyección $V_{eye} = 24.24 \text{ km/s}$.

En el caso de 24.24 km/s como es posible observar en la Figura 66, de la muestra de 1000 partículas las colisiones son: 33 con Io, 25 con Europa, 11 con Ganímedes, no hay impactos con Calisto, 53 con Júpiter, 398 eyectadas fuera del Sistema Joviano y por primera vez 5 colisiones con el Sol. La tasa de colisiones con Júpiter y de eyecciones se reduce notablemente, no así el margen de diferencia entre ambas, esto se debe a que al aumentar la velocidad de las partículas aumenta el número de partículas que se sobreviven durante todo el tiempo de la simulación, las cuales adquieren excentricidades suficientemente altas que sus órbitas son de tipo cometa como se observó en la sección de resultados.

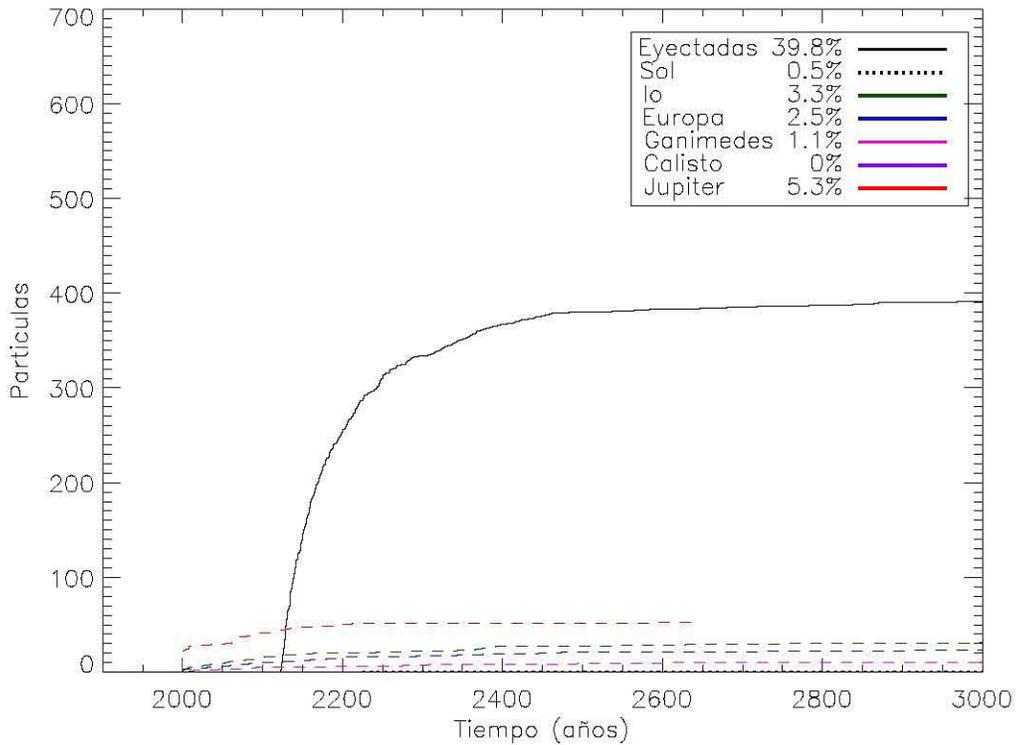


Figura 66: Evolución temporal del número de colisiones de 1000 partículas con $V_{eye} = 24.24 \text{ km/s}$.

En la Tabla 11 se resumen los resultados mostrados en las figuras anteriores. El número de impactos con cada uno de los cuerpos es para muestras de 1000 partículas a las velocidades de eyección anteriormente descritas. Se lista también el número de partículas que sobreviven sin chocar con ningún cuerpo hasta el final de la simulación.

Tabla 11. Número de impactos de las partículas a diferentes velocidades de eyección.

| | Velocidad de eyección V_{eye} en km/s. | | | | | | |
|-------------------|--|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|
| BLANCO | 2.22 | 4.04 | 8.08 | 10.1 | 12.12 | 16.16 | 24.24 |
| Io | 102 | 323 | 261 | 159 | 149 | 63 | 33 |
| Europa | 698 | 295 | 251 | 199 | 120 | 61 | 25 |
| Ganímedes | 173 | 297 | 105 | 75 | 83 | 40 | 11 |
| Calisto | 16 | 35 | 21 | 7 | 8 | 11 | 0 |
| Júpiter | 0 | 1 | 43 | 117 | 155 | 209 | 53 |
| Sol | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 |
| Eyectados | 0 | 0 | 138 | 275 | 359 | 478 | 398 |
| Sobreviven | 11 | 49 | 181 | 168 | 126 | 138 | 475 |

Como se puede ver el número de partículas que evolucionan a orbitas estables, al menos a los 3000 años de la simulación, no aumenta de manera significativa entre una velocidad y otra, pero si el número de partículas que son eyectadas. Este resultado y el hecho de que el número de partículas que sobreviven en las simulación no varia considerablemente de una velocidad a otra, sugiere que el número de eyecciones de partículas dependen de la velocidad de eyección más que de los efectos por encuentros cercanos durante la evolución de las órbitas.

9.2. Efecto del número de partículas en la simulación.

El número de partículas que comprende las simulaciones, se varió en períodos de tiempo de 3000 y 10 mil años y de 1000 a 6000 en el número de partículas. No se observaron cambios significativos en los porcentajes de las colisiones al aumentar el número de partículas de la muestra, por lo que podemos afirmar que las muestras de 1000 partículas son aceptables para analizar el problema dinámico de transporte de material que nos compete.

En los parámetros de entrada de la simulación se fijó un paso de tiempo de 0.07 días debido a que se incluyó al satélite Io, el cual tiene un período orbital de 42 horas, ello constituye una alta demanda en la capacidad de cómputo en cuanto a tiempo de cómputo. El tiempo de salida de datos se estableció en 14.7 días para obtener una buena resolución de la evolución orbital de las partículas con respecto a los satélites de Júpiter incluidos en la simulación. Lo anterior incrementa el requerimiento de espacio de almacenamiento, variando por ejemplo de 48 MB para integraciones de 3000 años hasta 160 MB para tiempos de 10 mil años aproximadamente por cada archivo de salida de cada una de las partículas.

De manera que, por ejemplo, archivos de salida de 6,000 partículas con períodos de 10 mil años para la simulación, requieren una capacidad de almacenamiento de hasta 945 GB. Es importante señalar que la configuración de la muestra ha sido importante para obtener simulaciones eficientes en cuanto a la capacidad de cómputo, debido a que *Mercury* es un código serial.

9.2.1. Impactos a diferentes tiempos de simulación y tamaños de la muestra de partículas.

La figura 67 muestra las tasas de colisión de una muestra de 1000 partículas, con una velocidad de eyección de $V_{eye} = 12.12$. La distribución de impactos es del 14.9% con Io, 12.0% con Europa, 8.3% con Ganímedes, 0.8% con Calisto y 15.5% con Júpiter. El 36.9% son eyectadas y el 11.6% se sobrevive durante el tiempo de la simulación de 3000 años.

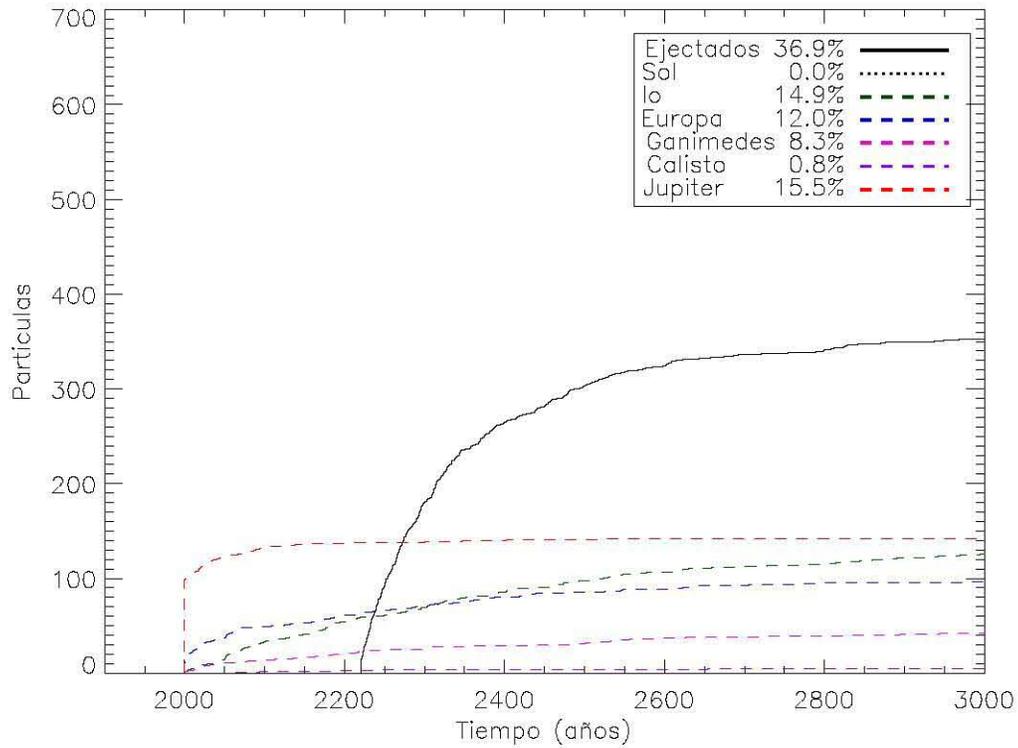


Figura 67: Evolución temporal del número de colisiones de 1000 partículas $V_{eye} = 12.12$ km/s.

La figura 68 muestra las tasas de colisión de una muestra de 3000 partículas, con una velocidad de eyección de $V_{eye} = 12.12$. La distribución de impactos es del 14.7% con Io, 12.96% con Europa, 6.9% con Ganímedes, 1.2% con Calisto y 16.6% con Júpiter. El 21.9% son eyectadas y el 25.74% sobrevive durante el tiempo de la simulación de 3000 años.

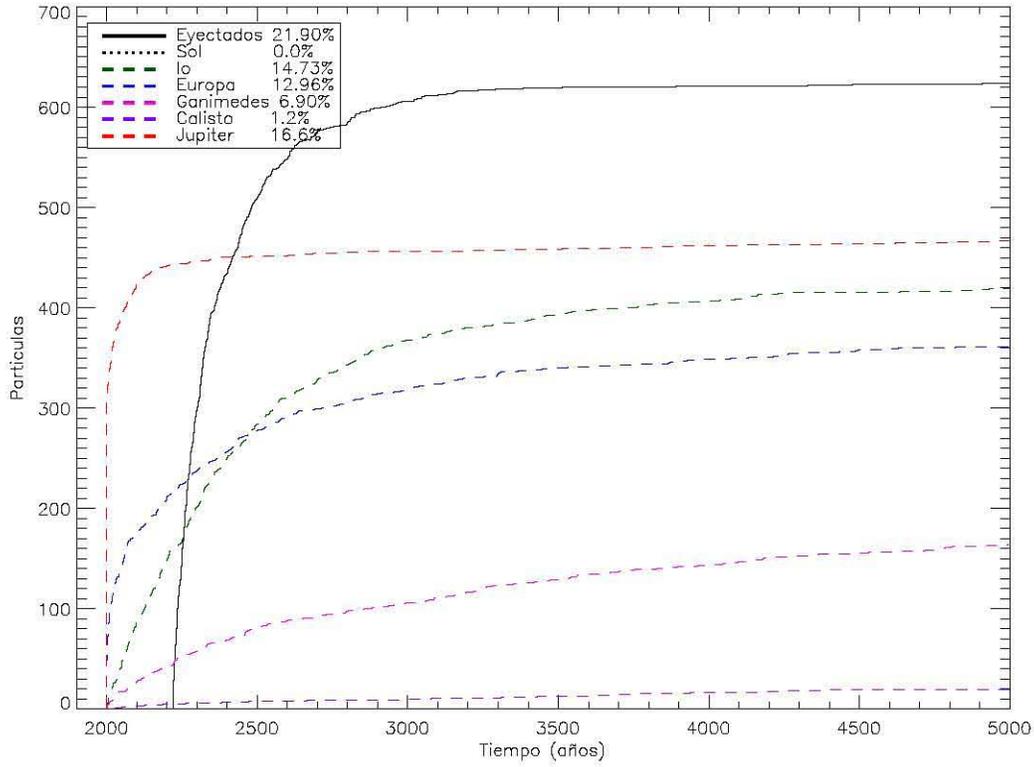


Figura 68: Evolución temporal del número de colisiones de 3000 partículas con $V_{eye} = 12.12$ km/s.

La figura 69 muestra las tasas de colisión de una muestra de 6000 partículas, con una velocidad de eyección de $V_{eye} = 12.12$. La distribución de impactos es del 15.02% con Io, 13.63% con Europa, 5.95% con Ganímedes, 0.9% con Calisto y 16.71% con Júpiter. El 35.88% son eyectadas y el 11.91% sobrevive durante el tiempo de la simulación de 3000 años.

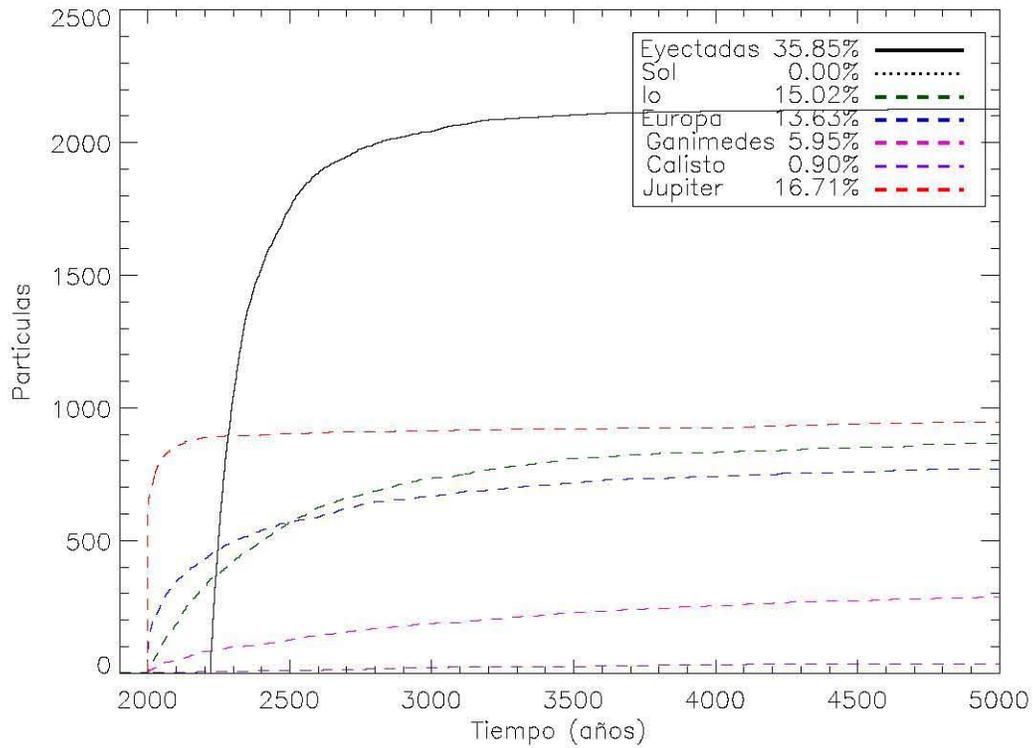


Figura 69: Evolución temporal del número de colisiones de 6000 partículas con $V_{eye} = 12.12$ km/s.

9.3. Efecto de tiempo total de simulación.

El tiempo total de integración se varió en períodos de tiempo de 3000 y 10 mil años. Los porcentajes de colisiones, eyecciones, y partículas que sobreviven hasta el final de la simulación mantienen la misma tendencia en las diferentes escalas de tiempo de la integración. En el caso de 3000 años, como se ha mostrado anteriormente en el análisis de los diferentes casos simulados. Los procesos relevantes de la expulsión del material se llevan a cabo durante los primeros años del proceso de evolución orbital, mucho antes de 10,000 años. Procesos de evolución orbital de las partículas que sobreviven a más de 10 mil años podrían ser analizados posteriormente para los casos de mayor velocidad aquí considerados con un tiempo mayor para la simulación.

9.4. Estimación de la probabilidad de colisión con la Tierra.

Debido a que en las simulaciones no se han observado colisiones directas con la Tierra, hemos estimado una probabilidad de colisión basada en: a) el número de entradas y salidas de partículas a la región de 1 UA del Sol (radio orbital de la Tierra), b) la razón entre el área de la Tierra con respecto al área de la zona de entradas y salidas y c) la distribución del número total de partículas eyectadas durante la formación de un cráter por impacto.

La probabilidad de colisión de partículas con la Tierra se puede estimar a partir de la siguiente formulación.

$$P_{pcol} = P_{cross} * f_{Nsp} * NP_{impact} * P_{area} \quad (87)$$

donde:

P_{cross} probabilidad de partículas cruzando.

f_{Nsp} fracción de partículas eyectadas hacia el medio interplanetario.

NP_{impact} promedio de partículas eyectadas a partir de un gran impacto 10^8 .

$P_{area} = \frac{A_{\oplus}}{A_{cross}}$. probabilidad de colisión a partir de la razón de áreas.

donde:

A_{cross} es el área de la zona de entradas y salidas de las partículas a la región interior de la órbita de la Tierra.

Esta probabilidad se determina en cada caso en que se varía la velocidad. El promedio de partículas eyectadas a partir de un gran impacto es del orden de $NP_{impact} = 10^8$ [Mileikowsky et al., 2000].

De este número, y como se explicó en la sección de conceptos, sólo una proporción tendrá la velocidad máxima de eyección con la cual es posible que el material arrancado de la superficie planetaria alcance el medio interplanetario, cuando velocidad máxima de eyección es mayor a la velocidad de escape.

Esta proporción se calcula mediante el escalamiento de una función de distribución acumulada de partículas eyectadas a la velocidad máxima de eyección, adaptando la velocidad de escape de Europa con la ecuación 31, vista previamente se obtienen las proporciones de material eyectado correspondientes a cada velocidad simulada.

$$F(V_{esc} < V < V_{eye}) = \frac{1 - \left(\frac{V_{eye}}{V_{esc}}\right)^{-5/3}}{1 - \left(\frac{U}{2V_{esc}}\right)^{-5/3}}$$

Esta distribución se muestra en la figura 70. en la cual se muestran los valores promedios obtenidos para las diferentes velocidades de eyección como sigue: Para $V_{eye} = 10.1$, 0.023; para $V_{eye} = 12.12$, 0.014; para $V_{eye} = 16.16$, 0.007; para $V_{eye} = 24.24$, 0.002.

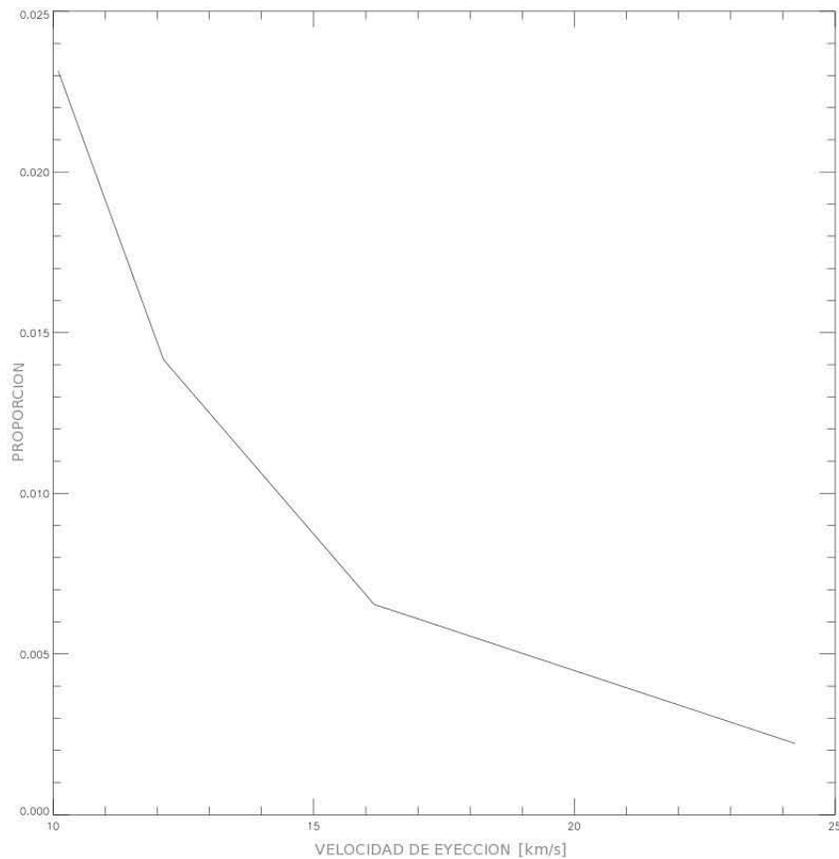


Figura 70: Función acumulativa de probabilidad de partículas eyectadas a la velocidad máxima de eyección.

De acuerdo con lo anterior podemos estimar el número de partículas, de las $NP_{impact} = 10^8$ consideradas para un gran impacto, que alcanzan la velocidad máxima de eyección para cada diferente velocidad contemplada en nuestro estudio.

Tabla 11. Número de partículas eyectadas al medio interplanetario.

| Vel. [km/s] | Fracción | No. Partículas |
|--------------|----------|------------------------|
| 10.10 | 0.023 | 23×10^5 |
| 12.12 | 0.014 | 14×10^5 00000 |
| 16.16 | 0.007 | 7×10^5 |
| 24.24 | 0.002 | 2×10^5 |

De las partículas que logran cruzar la órbita de la Tierra en las diferentes simulaciones, se consideran la posición en el momento justo de cruce, de cada una de las partículas para determinar una área efectiva de cruce a través de la cual, las partículas están entrando al área que delimita la órbita terrestre.

El área efectiva delimitada por las posiciones de las partículas que cruzan, cuando r de las partícula es $r \leq 1$ UA, en el plano que forman los ejes X y Z, como se muestra en Figura 73 es posible definir una sección transversal de cruce para estas partículas:

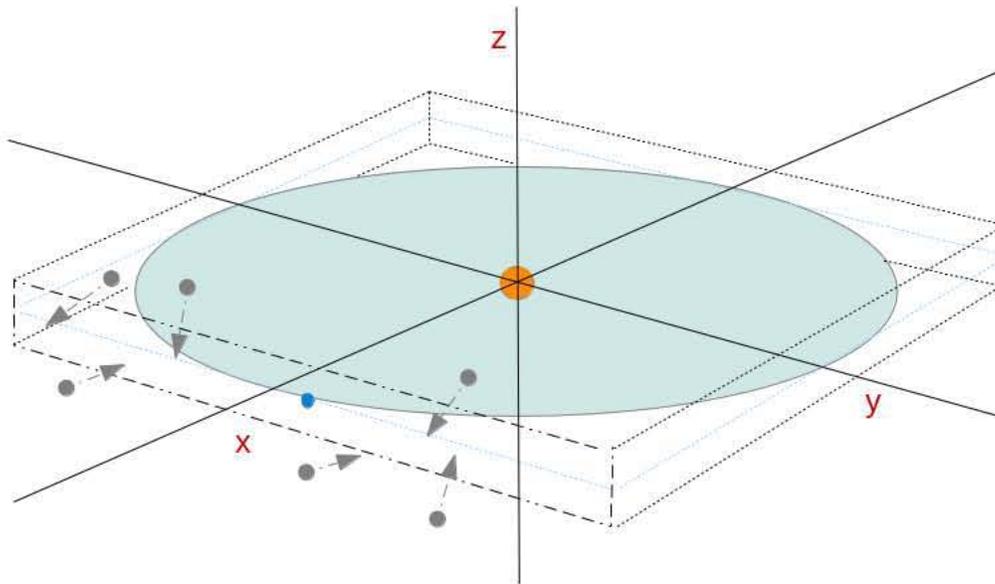


Figura 71: El área de cruce está definida por las posiciones de las partículas en el momento de cruce (ancho) y por las inclinaciones máximas y mínimas de las órbitas de las partículas (la altura).

Tabla 12. Probabilidad de colisión por razón de áreas.

| Vel.[km/s] | Área Trans.[UA] | Área Tierra[UA] | Razón áreas |
|--------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|
| 10.10 | 0.19 | 5.67×10^{-9} | 2.98×10^{-8} |
| 12.12 | 0.18 | 5.67×10^{-9} | 3.15×10^{-8} |
| 16.16 | 0.64 | 5.67×10^{-9} | 8.85×10^{-9} |
| 24.24 | 0.80 | 5.67×10^{-9} | 7.08×10^{-9} |

Ahora considerando el número de partículas que cruzan la Tierra, el número de partículas potenciales a cruzar la órbita de la Tierra, eyectadas al medio interplanetario durante un gran impacto en la superficie de Europa, y la razón de áreas, de la región de cruce de la órbita de la Tierra y de área de la Tierra, podemos obtener una probabilidad de colisión. A continuación se presentan el número de veces que las partículas cruzan la órbita de la Tierra como función de la velocidad de eyección, mismos que se presentan a partir de 10.1 km/s, velocidad mínima requerida por las partículas para adquirir este tipo de órbitas.

Tabla 13. Probabilidad de colisión de partículas eyectadas desde la superficie de Europa.

| Vel. | P_{cross} | N_{cross} | f_{Nsp} | P_{area} | P_{pcol} |
|-------|-------------|-------------|-----------|-------------------------|------------|
| 10.10 | 0.001 | 64 | 0.023 | 2.98×10^{-008} | 0.0043 |
| 12.12 | 0.001 | 291 | 0.014 | 3.15×10^{-008} | 0.0250 |
| 16.16 | 0.003 | 176 | 0.007 | 6.48×10^{-009} | 0.0023 |
| 24.24 | 0.060 | 739 | 0.002 | 3.93×10^{-009} | 0.0340 |

De este modo la probabilidad de cruce mayor es obtenida con respecto de la velocidad mayor de las consideradas, $V_{eye} = 24.24$ km/s.

10. CONCLUSIONES

Hemos realizado una serie de simulaciones numéricas de la dinámica de partículas eyectadas de la superficie del satélite joviano Europa, posiblemente como resultado del gran impacto de un asteroide o cometa. Los resultados de nuestras simulaciones indican que, para que las partículas eyectadas alcancen a cruzar la órbita de la Tierra y tengan probabilidad de colisionar con ésta, se requieren velocidades de eyección desde la superficie de Europa mayores a 10 km/s (cinco veces la velocidad de escape del satélite, V_{esc} , aproximadamente). Solo de esta manera las partículas tienen suficiente energía para escapar de la atracción gravitacional de Júpiter y alcanzar órbitas heliocéntricas. Nuestros resultados sugieren que, dinámicamente, el intercambio de material de la corteza de Europa con la Tierra y otros cuerpos del sistema solar, es posible.

Estos resultados indican que las velocidades de eyección más altas, de más de 20 km/s, como pueden resultar del impacto de un cometa de período largo con Europa, conducen a un aumento significativo de la fracción de partículas que cruzan la órbita de la Tierra. Comparando los resultados de las simulaciones con velocidades de eyección de 10.10 km/s y de 24.24 km/s, se observa que el número total de partículas que cruzan la órbita de la Tierra aumenta de 0.1 % al 6.9 %.

A partir de velocidades de eyección, $V_{eye} \geq 10$ km/s, con el aumento de la velocidad de eyección aumenta también la fracción de partículas que alcanzan órbitas heliocéntricas. Para este caso particular, la mayoría de las partículas permanecen en el sistema solar durante todo el tiempo de la simulación, mientras que para velocidades de eyección mayores a los 24 km/s una fracción considerable de partículas es eyectada.

Considerando las entradas y salidas de partículas a la región interna a 1 UA del Sol, nuestros resultados indican que las partículas que cruzan la órbita de la Tierra pueden tener órbitas progradas o retrogradas y por tanto éstas no dependen del ángulo de expulsión de la partícula en el momento de la eyección con respecto a la dirección de movimiento de Europa. Por la misma razón, los resultados no dependen significativamente de la configuración exacta del sistema joviano en el momento de la eyección.

Las partículas que son eyectadas con velocidades mayores a los 24 km/s, en algunos casos pueden describir órbitas heliocéntricas y en un plazo muy breve cruzar la órbita de la Tierra.

Las eyecciones de material con velocidades por debajo de esta velocidad requieren más tiempo para que las partículas evolucionen a órbitas que cruzan la Tierra. En nuestra simulaciones estas órbitas se mantienen estables hasta 3000 años de evolución dinámica. Considerando tiempos de simulación mayores, posibles perturbaciones podrían generar eyecciones hacia regiones más lejanas. Lo anterior puede considerarse en trabajos futuros a partir de las condiciones iniciales de nuestra simulación.

Presentamos una estimación de la probabilidad de que material eyectado de la superficie de Europa colisione con la Tierra, indica que para una velocidad alta del impactor, i.e. $U > 20$ km/s, ésta conduce a eyecciones de material a alta velocidad caracterizados por una mayor probabilidad de colisión la cual puede llegar a ser tan alta como $P_{col} = 0.034$ considerando un solo impacto.

Con base en estas estimaciones podemos concluir que nuestras simulaciones muestran que para velocidades alrededor de la velocidad de colisión promedio considerada para la

formación de grandes cráteres de impacto en la superficie de Europa, $U = 26$ km/s [Zahnle et al., 1998], una partícula de cada 4×10^9 partículas eyectadas colisiona con la Tierra. Considerando una colisión típica en la cual, con una estimación conservadora, son eyectadas $\sim 10^8$ partículas [Mileikowsky et al., 2000], nuestros resultados indican que se necesitan al menos 50 impactos, a lo largo de toda la historia del sistema solar, para que material eyectado de la superficie de Europa colisione una vez con la Tierra.

Este tipo de partículas con órbitas que cruzan la órbita de la Tierra, muestran que, al menos para el caso de Europa, el intercambio de material no está limitado al sistema joviano o al sistema solar externo, tampoco al interior del sistema solar sino que puede alcanzar regiones del medio interestelar, como el caso de las eyecciones con velocidad de 24.24 km/s donde el 39.8% de las partículas de la simulación escapan del sistema solar.

Podemos especular que la evolución orbital de las partículas eyectadas que sobreviven a 3000 años de la simulación, puede dar lugar a transferencias de material interestelares considerando tiempos mayores de integración, como ha sido sugerido por otros autores para el caso de transferencia de material entre sistemas planetarios [Belbruno et al., 2012], por lo que las condiciones iniciales de nuestra simulación podrían considerarse para realizar trabajos futuros y explorar a detalle el comportamiento de estas partículas.

Una implicación importante de nuestros resultados, es que suponiendo que la superficie congelada de Europa haya contenido o contenga algún tipo de organismos vivos, de acuerdo con la teoría de litopanspermia, las probabilidades de que éstos sobrevivan al proceso completo que describe esta teoría aumentan si el tiempo de viaje a través del espacio disminuye, ya que se reduce el tiempo de exposición a la radiación en el medio interplanetario [Horneck et al., 2001].

Entender el mecanismo de intercambio de material entre Europa y la Tierra es importante ya que éstos son los únicos objetos del sistema solar conocidos cuyas condiciones físicas permiten mantener el agua en estado líquido, condición fundamental para el desarrollo de la vida.

Finalmente, es de esperarse que este mecanismo de transferencia de material pudiera operar también para transferencias de material de otros satélites Galileanos con la Tierra. En este trabajo consideramos que las eyecciones de material relacionadas a la formación de cráteres, y su supervivencia durante la expulsión y el viaje a través del medio interplanetario, se producen en Europa de manera similar a lo se espera que suceda en la Tierra. Todas estas suposiciones están más allá del alcance del estudio presente y deberán ser estudiadas en detalle en contribuciones futuras.

Referencias

- [Bulirsch y Stoer, 1966] Bulirsch, R.; Stoer, J.
“Numerical Treatment of Ordinary Differential Equations by Extrapolation Methods.”
Numerische Mathematik, tomo 8, págs. 1–13, 1966.
- [Everheart, 1984] Everheart, E.
“An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacing. In Dynamics of Comets: Their
Origin and Evolution.”
Astrophysics and Space Science Library, tomo 115, págs. 185–202, 1984.
- [Alvarellós et al., 2002] Alvarellós, J. L.; Zahnle, K. J.; Dobrovolskis, A. R.; Hamill, P.
“Orbital Evolution of Impact Ejecta from Ganymede.”
, tomo 160, págs. 108–123, 2002.
- [Anders, 1964] Anders, E.
“Origin, age, and composition of meteorites.”
Space Sci. Rev., tomo 3, págs. 583–714, 1964.
- [Applegate et al., 1986] Applegate, J. H.; Douglas, M. R.; Gursel, Y.; Sussman, G. J.; Wis-
dom, J.
“The outer solar system for 200 million years.”
AJ, tomo 92, págs. 176–194, 1986.
- [Arrhenius, 1906] Arrhenius, S.
“Worlds in the Making: The Evolution of the Universe, trans.”
H. Borns (New York 1908), 1906.
- [Baltschukat y Horneck, 1991] Baltschukat, K.; Horneck, G.
“Responses to accelerated heavy ions of spores of *Bacillus subtilis* of different repair
capacity.”
Radiation and Environmental Biophysics, tomo 30(2), págs. 87–103, 1991.
URL <http://dx.doi.org/10.1007/BF01219343>
- [Belbruno et al., 2012] Belbruno, E.; Moro-Martín, A.; Malhotra, R.; Savransky, D.
“Chaotic Exchange of Solid Material Between Planetary Systems: Implications for
Lithopanspermia.”
Astrobiology, tomo 12, págs. 754–774, 2012.
- [Belton et al., 1996] Belton, M. J.; Head, J. W.; Ingersoll, A.; Greeley, R.; McEwen, A.;
Klaasen, K.; Senske, D.; Pappalardo, R.; Collins, G.; Vasavada, A.; et al.
“Galileo’s first images of Jupiter and the Galilean satellites.”
Science, tomo 274(5286), págs. 377–385, 1996.
- [Bierhaus et al., 2001] Bierhaus, E. B.; Chapman, C. R.; Merline, W. J.; Brooks, S. M.;
Asphaug, E.
“Pwyll Secondaries and Other Small Craters on Europa.”
, tomo 153, págs. 264–276, 2001.
- [Binney y Tremaine, 1987] Binney, J.; Tremaine, S.
Galactic dynamics, 1987.

- [Binzel, 2006] Binzel, R. P.
 “Definition of a planet: Prague 2006 IAU resolutions.”
Minor Planet Bulletin, tomo 33, págs. 106–107, 2006.
- [Binzel y Xu, 1993a] Binzel, R. P.; Xu, S.
 “Chips off of asteroid 4 Vesta - Evidence for the parent body of basaltic achondrite meteorites.”
Science, tomo 260, págs. 186–191, 1993a.
- [Binzel y Xu, 1993b] —.
 “Chips off of asteroid 4 Vesta - Evidence for the parent body of basaltic achondrite meteorites.”
Science, tomo 260, págs. 186–191, 1993b.
- [Bischoff, 2001] Bischoff, A.
 “Meteorite classification and the definition of new chondrite classes as a result of successful meteorite search in hot and cold deserts.”
Planet. Space Sci., tomo 49, págs. 769–776, 2001.
- [Brouwer y Clemence, 1961] Brouwer, D.; Clemence, G. M.
Methods of celestial mechanics, 1961.
- [Brown et al., 2005] Brown, M. E.; Trujillo, C. A.; Rabinowitz, D. L.
 “Discovery of a Planetary-sized Object in the Scattered Kuiper Belt.”
ApJ, tomo 635, págs. L97–L100, 2005.
- [Burchell et al., 2003] Burchell, M. J.; Galloway, J. A.; Bunch, A. W.; Brandão, P. F. B.
 “Survivability of Bacteria Ejected from Icy Surfaces after Hypervelocity Impact.”
Origins of Life and Evolution of the Biosphere, tomo 33, págs. 53–74, 2003.
- [Bursa, 1986] Bursa, M.
 “Tidal contribution of planets to removing angular momentum from the sun.”
Bulletin of the Astronomical Institutes of Czechoslovakia, tomo 37, págs. 142–146, 1986.
- [Carr et al., 1998] Carr, M. H.; Belton, M. J. S.; Chapman, C. R.; Davies, M. E.; Geissler, P.; Greenberg, R.; McEwen, A. S.; Tufts, B. R.; Greeley, R.; Sullivan, R.; Head, J. W.; Pappalardo, R. T.; Klaasen, K. P.; Johnson, T. V.; Kaufman, J.; Senske, D.; Moore, J.; Neukum, G.; Schubert, G.; Burns, J. A.; Thomas, P.; Veverka, J.
 “Evidence for a subsurface ocean on Europa.”
Nature, tomo 391, pág. 363, 1998.
- [Chambers, 1999] Chambers, J.
 “A hybrid symplectic integrator that permits close encounters between massive bodies.”
Monthly Notices of the Royal Astronomical Society, tomo 304(4), págs. 793–799, 1999.
- [Chapman, 2004] Chapman, C. R.
 “The hazard of near-Earth asteroid impacts on earth.”
Earth and Planetary Science Letters, tomo 222, págs. 1–15, 2004.

- [Chatterjee et al., 2008] Chatterjee, S.; Ford, E. B.; Matsumura, S.; Rasio, F. A.
 “Dynamical Outcomes of Planet-Planet Scattering.”
ApJ, tomo 686, págs. 580–602, 2008.
- [Chyba, 1996] Chyba, C. F.
 “Extraterrestrial amino acids and terrestrial life.”
 En Cline, D. B., ed., *Physical origin of homochirality in life*, *American Institute of Physics Conference Series*, tomo 379, págs. 3–4, 1996.
- [Chyba y Sagan, 1997] Chyba, C. F.; Sagan, C.
 “Comets as a source of prebiotic organic molecules for the early Earth.”
 págs. 147–173, 1997.
- [Cohen et al., 1973] Cohen, C. J.; Hubbard, E. C.; Oesterwinter, C.
Elements of the outer planets for one million years, 1973.
- [Cole y Woolfson, 2013] Cole, G. H.; Woolfson, M. M.
Planetary science: The science of planets around stars.
 CRC Press, 2013.
- [De Pater y Lissauer, 2010] De Pater, I.; Lissauer, J. J.
Planetary sciences.
 Cambridge University Press, 2010.
- [Dormand y Prince, 1978] Dormand, J. R.; Prince, P. J.
 “New Runge-Kutta algorithms for numerical simulation in dynamical astronomy.”
Celestial Mechanics, tomo 18, págs. 223–232, 1978.
- [Drake, 2001] Drake, M. J.
 “The eucrite/Vesta story.”
Meteoritics and Planetary Science, tomo 36, págs. 501–513, 2001.
- [Duncan et al., 1998] Duncan, M. J.; Levison, H. F.; Lee, M. H.
 “A Multiple Time Step Symplectic Algorithm for Integrating Close Encounters.”
AJ, tomo 116, págs. 2067–2077, 1998.
- [Europa, 2013] Europa, N.
 “Hubble Space Telescope Sees Evidence of Water Vapor Venting off Jupiter Moon
 @ONLINE.”, 2013.
 URL <http://www.nasa.gov/content/goddard/hubble-europa-water-vapor/>
- [Gargaud et al., 2005] Gargaud, M.; Barbier, B.; Martin, H.; Risse, J.
Lectures in Astrobiology, Volume 1, Part 2..
 Springer-Verlag, 2005.
- [Gladman, 1997] Gladman, B.
 “Destination: Earth. Martian Meteorite Delivery.”
 , tomo 130, págs. 228–246, 1997.
- [Gladman et al., 2005] Gladman, B.; Dones, L.; Levison, H. F.; Burns, J. A.
 “Impact Seeding and Reseeding in the Inner Solar System.”
Astrobiology, tomo 5, págs. 483–496, 2005.

- [Gladman y Duncan, 1990] Gladman, B.; Duncan, M.
 “On the fates of minor bodies in the outer solar system.”
AJ, tomo 100, págs. 1680–1693, 1990.
- [Gladman et al., 1996] Gladman, B. J.; Burns, J. A.; Duncan, M.; Lee, P.; Levison, H. F.
 “The Exchange of Impact Ejecta Between Terrestrial Planets.”
Science, tomo 271, págs. 1387–1392, 1996.
- [Gladman et al., 1995] Gladman, B. J.; Burns, J. A.; Duncan, M. J.; Levison, H. F.
 “The dynamical evolution of lunar impact ejecta.”
 , tomo 118, págs. 302–321, 1995.
- [Greenberg, 2005] Greenberg, R.
Europa - the Ocean Moon : search for an alien biosphere, 2005.
- [Henrard, 1982] Henrard, J.
 “Orbital evolution of the Galilean satellites - Capture into resonance.”
 , tomo 53, págs. 55–67, 1982.
- [Holman, 1994] Holman, M.
 “Symplectic maps for the N-body Problem with Applications to Solar System Dynamics (Thesis for the degree of Doctor of Philosophy in Planetary Science).”
Department of Earth, Atmospheric, and Planetary Sciences Massachusetts Institute of Technology., págs. 16–24, 48–55, 1994.
- [Horneck et al., 2001] Horneck, G.; Rettberg, P.; Reitz, G.; Wehner, J.; Eschweiler, U.; Strauch, K.; Panitz, C.; Starke, V.; Baumstark-Khan, C.
 “Protection of Bacterial Spores in Space, a Contribution to the Discussion on Panspermia.”
Origins of Life and Evolution of the Biosphere, tomo 31, págs. 527–547, 2001.
- [Jarosewich, 1990] Jarosewich, E.
 “Chemical analyses of meteorites - A compilation of stony and iron meteorite analyses.”
Meteoritics, tomo 25, págs. 323–337, 1990.
- [Kessler-Silacci et al., 2006] Kessler-Silacci, J.; Augereau, J.-C.; Dullemond, C. P.; Geers, V.; Lahuis, F.; Evans, II, N. J.; van Dishoeck, E. F.; Blake, G. A.; Boogert, A. C. A.; Brown, J.; Jørgensen, J. K.; Knez, C.; Pontoppidan, K. M.
 “c2d Spitzer IRS Spectra of Disks around T Tauri Stars. I. Silicate Emission and Grain Growth.”
ApJ, tomo 639, págs. 275–291, 2006.
- [Kinoshita y Nakai, 1984] Kinoshita, H.; Nakai, H.
 “Motions of the perihelions of Neptune and Pluto.”
Celestial Mechanics, tomo 34, págs. 203–217, 1984.
- [Kuchynka et al., 2010] Kuchynka, P.; Laskar, J.; Fienga, A.; Manche, H.
 “A ring as a model of the main belt in planetary ephemerides.”
A&A, tomo 514, A96, 2010.
- [Kvenvolden et al., 1970] Kvenvolden, K.; Lawless, J.; Pering, K.; Peterson, E.; Flores, J.; Ponnampuruma, C.

- “Evidence for Extraterrestrial Amino-acids and Hydrocarbons in the Murchison Meteorite.”
Nature, tomo 228, págs. 923–926, 1970.
- [Laskar y Gastineau, 2009] Laskar, J.; Gastineau, M.
 “Existence of collisional trajectories of Mercury, Mars and Venus with the Earth.”
Nature, tomo 459, págs. 817–819, 2009.
- [Laskar et al., 2011] Laskar, J.; Gastineau, M.; Delisle, J.-B.; Farrés, A.; Fienga, A.
 “Strong chaos induced by close encounters with Ceres and Vesta.”
A&A, tomo 532, L4, 2011.
- [Lemaitre y Henrard, 1990] Lemaitre, A.; Henrard, J.
 “On the origin of chaotic behavior in the 2/1 Kirkwood Gap.”
 , tomo 83, págs. 391–409, 1990.
- [Levison y Duncan, 1994] Levison, H. F.; Duncan, M. J.
 “The long-term dynamical behavior of short-period comets.”
 , tomo 108, págs. 18–36, 1994.
- [Lipps et al., 2004] Lipps, J. H.; Delory, G.; Pitman, J. T.; Rieboldt, S.
 “Astrobiology of Jupiter’s icy moons.”
 En Hoover, R. B.; Levin, G. V.; Rozanov, A. Y., eds., *Instruments, Methods, and Missions for Astrobiology VIII, Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, tomo 5555, págs. 78–92, 2004.
- [Lissauer et al., 2011] Lissauer, J. J.; Ragozzine, D.; Fabrycky, D. C.; Steffen, J. H.; Ford, E. B.; Jenkins, J. M.; Shporer, A.; Holman, M. J.; Rowe, J. F.; Quintana, E. V.; Batalha, N. M.; Borucki, W. J.; Bryson, S. T.; Caldwell, D. A.; Carter, J. A.; Ciardi, D.; Dunham, E. W.; Fortney, J. J.; Gautier, III, T.Ñ.; Howell, S. B.; Koch, D. G.; Latham, D. W.; Marcy, G. W.; Morehead, R. C.; Sasselov, D.
 “Architecture and Dynamics of Kepler’s Candidate Multiple Transiting Planet Systems.”
ApJS, tomo 197, 8, 2011.
- [Lucchitta y Soderblom, 1982] Lucchitta, B. K.; Soderblom, L. A.
 “The geology of Europa.”
 En Morrison, D., ed., *Satellites of Jupiter*, págs. 521–555, 1982.
- [Malhotra, 2001] Malhotra, R.
 “Chaos and stability of the Solar System.”
PNAS, tomo 98, págs. 2342–2343, 2001.
- [Malin y Pieri, 1986] Malin, M. C.; Pieri, D. C.
 “Europa.”
 En Burns, J. A.; Matthews, M. S., eds., *Satellites*, págs. 689–717, 1986.
- [Marochnik y Mukhin, 1995] Marochnik, L.; Mukhin, L.
 “Is Solar System Evolution Cometary Dominated?”
 tomo 74, pág. 83, 1995.

- [Mastrapa et al., 2001] Mastrapa, R. M. E.; Glanzberg, H.; Head, J.Ñ.; Melosh, H. J.; Nicholson, W. L.
 “Survival of bacteria exposed to extreme acceleration: implications for panspermia.”
Earth and Planetary Science Letters, tomo 189, págs. 1–8, 2001.
- [McEwen y Bierhaus, 2006] McEwen, A. S.; Bierhaus, E. B.
 “The Importance of Secondary Cratering to Age Constraints on Planetary Surfaces.”
Annual Review of Earth and Planetary Sciences, tomo 34, págs. 535–567, 2006.
- [McNeil et al., 1998] McNeil, W. J.; Lai, S. T.; Murad, E.
 “Differential ablation of cosmic dust and implications for the relative abundances of atmospheric metals.”
J. Geophys. Res., tomo 103, págs. 10899–10912, 1998.
- [Melosh, 1984] Melosh, H. J.
 “Impact ejection, spallation, and the origin of meteorites.”
 , tomo 59, págs. 234–260, 1984.
- [Melosh, 1988] —.
 “The rocky road to panspermia.”
Nature, tomo 332, págs. 687–688, 1988.
- [Melosh, 2003] —.
 “Exchange of Meteorites (and Life?) Between Stellar Systems.”
Astrobiology, tomo 3, págs. 207–215, 2003.
- [MeteorImpactonEarth, 2013] MeteorImpactonEarth.
 “MeteorImpactonEarth @ONLINE.”, 2013.
 URL <http://www.meteorimpactonearth.com/modification.html>
- [Milani et al., 1989] Milani, A.; Carpino, M.; Hahn, G.; Nobili, A. M.
 “Dynamics of planet-crossing asteroids - Classes of orbital behavior.”
 , tomo 78, págs. 212–269, 1989.
- [Mileikowsky et al., 2000] Mileikowsky, C.; Cucinotta, F. A.; Wilson, J. W.; Gladman, B.; Horneck, G.; Lindegren, L.; Melosh, J.; Rickman, H.; Valtonen, M.; Zheng, J. Q.
 “Natural Transfer of Viable Microbes in Space. 1. From Mars to Earth and Earth to Mars.”
 , tomo 145, págs. 391–427, 2000.
- [Moore et al., 2001] Moore, J. M.; Asphaug, E.; Belton, M. J. S.; Bierhaus, B.; Breneman, H. H.; Brooks, S. M.; Chapman, C. R.; Chuang, F. C.; Collins, G. C.; Giese, B.; Greeley, R.; Head, J. W.; Kadel, S.; Klaasen, K. P.; Klemaszewski, J. E.; Magee, K. P.; Moreau, J.; Morrison, D.; Neukum, G.; Pappalardo, R. T.; Phillips, C. B.; Schenk, P. M.; Senske, D. A.; Sullivan, R. J.; Turtle, E. P.; Williams, K. K.
 “Impact Features on Europa: Results of the Galileo Europa Mission (GEM).”
 , tomo 151, págs. 93–111, 2001.
- [Moore et al., 1998] Moore, J. M.; Asphaug, E.; Sullivan, R. J.; Klemaszewski, J. E.; Bender, K. C.; Greeley, R.; Geissler, P. E.; McEwen, A. S.; Turtle, E. P.; Phillips, C. B.;

- Tufts, B. R.; Head, J. W.; Pappalardo, R. T.; Jones, K. B.; Chapman, C. R.; Belton, M. J. S.; Kirk, R. L.; Morrison, D.
 “Large Impact Features on Europa: Results of the Galileo Nominal Mission.”
 , tomo 135, págs. 127–145, 1998.
- [Morbidelli, 2002] Morbidelli, A.
 “Modern integrations of solar system dynamics.”
Annual Review of Earth and Planetary Sciences, tomo 30(1), págs. 89–112, 2002.
- [Murray y Dermott, 1999] Murray, C. D.; Dermott, S. F.
Solar system dynamics.
 Cambridge University Press, 1999.
- [Nakai y Kinoshita, 1985] Nakai, H.; Kinoshita, H.
 “Secular perturbations of asteroids in secular resonance.”
Celestial Mechanics, tomo 36, págs. 391–407, 1985.
- [Napier, 2004] Napier, W. M.
 “A mechanism for interstellar panspermia.”
MNRAS, tomo 348, págs. 46–51, 2004.
- [NASA/JPL-SSE, 2013] NASA/JPL-SSE.
 “Europa@ONLINE.”, 2013.
 URL http://solarsystem.nasa.gov/planets/profile.cfm?Object=Jup_Europa
- [nssdc.gsfc.nasa.gov, 2013] nssdc.gsfc.nasa.gov.
 “Comet Shoemaker-Levy 9 Collision with Jupiter@ONLINE.”, 2013.
 URL <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/planetary/comet.html>
- [OSS, 2013] OSS.
 “OSS @ONLINE.”, 2013.
 URL <http://deepspaceexplorers.org/>
- [Pappalardo et al., 1999] Pappalardo, R. T.; Belton, M. J. S.; Breneman, H. H.; Carr, M. H.; Chapman, C. R.; Collins, G. C.; Denk, T.; Fagents, S.; Geissler, P. E.; Giese, B.; Greeley, R.; Greenberg, R.; Head, J. W.; Helfenstein, P.; Hoppa, G.; Kadel, S. D.; Klaasen, K. P.; Klemaszewski, J. E.; Magee, K.; McEwen, A. S.; Moore, J. M.; Moore, W. B.; Neukum, G.; Phillips, C. B.; Prockter, L. M.; Schubert, G.; Senske, D. A.; Sullivan, R. J.; Tufts, B. R.; Turtle, E. P.; Wagner, R.; Williams, K. K.
 “Does Europa have a subsurface ocean? Evaluation of the geological evidence.”
J. Geophys. Res., tomo 104, págs. 24015–24056, 1999.
- [Pappalardo et al., 1998] Pappalardo, R. T.; Head, J. W.; Greeley, R.; Sullivan, R. J.; Pilcher, C.; Schubert, G.; Moore, W. B.; Carr, M. H.; Moore, J. M.; Belton, M. J. S.; Goldsby, D. L.
 “Geological evidence for solid-state convection in Europa’s ice shell.”
Nature, tomo 391, págs. 365, 1998.
- [Plane, 1991] Plane, J. M. C.
 “The chemistry of meteoric metals in the Earth’s upper atmosphere.”

- International Reviews in Physical Chemistry*, tomo 10(1), págs. 55–106, 1991.
 URL <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/01442359109353254>
- [Price, 2000] Price, P. B.
 “A habitat for psychrophiles in deep Antarctic ice.”
Proceedings of the National Academy of Science, tomo 97, págs. 1247–1251, 2000.
- [Quinn et al., 1990] Quinn, T.; Tremaine, S.; Duncan, M.
 “Planetary perturbations and the origins of short-period comets.”
ApJ, tomo 355, págs. 667–679, 1990.
- [Reyes-Ruiz et al., 2012] Reyes-Ruiz, M.; Chavez, C. E.; Aceves, H.; Hernandez, M. S.; Vazquez, R.; Nuñez, P. G.
 “Dynamics of escaping Earth ejecta and their collision probabilities with different Solar System bodies.”
Icarus, tomo 220, págs. 777–786, 2012.
- [Richardson y Walker, 1988] Richardson, D. L.; Walker, C. F.
 “Multivalued integration of the planetary equations over the last one-million years.”
 En Wercinski, P. F., ed., *Astrodynamics 1987*, págs. 1473–1495, 1988.
- [Ross y Schubert, 1987] Ross, M.Ñ.; Schubert, G.
 “Tidal heating in an internal ocean model of Europa.”
Nature, tomo 325, pág. 133, 1987.
- [Rothschild y Mancinelli, 2001] Rothschild, L. J.; Mancinelli, R. L.
 “Life in extreme environments.”
Nature, tomo 409, págs. 1092–1101, 2001.
- [Senft y Stewart, 2011] Senft, L. E.; Stewart, S. T.
 “Modeling the morphological diversity of impact craters on icy satellites.”
Icarus, tomo 214(1), págs. 67–81, 2011.
- [Shoemaker, 1983] Shoemaker, E. M.
 “Asteroid and comet bombardment of the earth.”
Annual Review of Earth and Planetary Sciences, tomo 11, págs. 461–494, 1983.
- [Showman y Malhotra, 1999] Showman, A. P.; Malhotra, R.
 “The galilean satellites.”
Science, tomo 286(5437), págs. 77–84, 1999.
- [Siddiqui et al., 2013] Siddiqui, K. S.; Williams, T. J.; Wilkins, D.; Yau, S.; Allen, M. A.; Brown, M. V.; Lauro, F. M.; Cavicchioli, R.
 “Psychrophiles.”
Annual Review of Earth and Planetary Sciences, tomo 41, págs. 87–115, 2013.
- [Siegert et al., 2001] Siegert, M. J.; Ellis-Evans, J. C.; Tranter, M.; Mayer, C.; Petit, J.-R.; Salamatin, A.; Priscu, J. C.
 “Physical, chemical and biological processes in Lake Vostok and other Antarctic subglacial lakes.”
Nature, tomo 414, págs. 603–609, 2001.

- [Smith et al., 1979a] Smith, B. A.; Soderblom, L. A.; Beebe, R.; Boyce, J.; Briggs, G.; Carr, M.; Collins, S. A.; Johnson, T. V.; Cook, II, A. F.; Danielson, G. E.; Morrison, D. “The Galilean satellites and Jupiter - Voyager 2 imaging science results.” *Science*, tomo 206, págs. 927–950, 1979a.
- [Smith et al., 1979b] Smith, B. A.; Soderblom, L. A.; Johnson, T. V.; Ingersoll, A. P.; Collins, S. A.; Shoemaker, E. M.; Hunt, G. E.; Masursky, H.; Carr, M. H.; Davies, M. E.; Cook, A. F.; Boyce, J. M.; Owen, T.; Danielson, G. E.; Sagan, C.; Beebe, R. F.; Veverka, J.; McCauley, J. F.; Strom, R. G.; Morrison, D.; Briggs, G. A.; Suomi, V. E. “The Jupiter system through the eyes of Voyager 1.” *Science*, tomo 204, págs. 951–957, 1979b.
- [Spitale y Porco, 2009] Spitale, J.Ñ.; Porco, C. C. “Chaotic Behavior Of The Kinematics Of The Outer Edge Of Saturn’s B-ring.” En *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #41, AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts*, tomo 41, pág. 25.05, 2009.
- [Squyres et al., 1983] Squyres, S. W.; Reynolds, R. T.; Cassen, P. M. “Liquid water and active resurfacing on Europa.” *Nature*, tomo 301, pág. 225, 1983.
- [SSE, 2013] SSE, N. “Sun: Overview@ONLINE.”, 2013. URL http://solarsystem.nasa.gov/scitech/display.cfm?ST_ID=748
- [Strom et al., 2005] Strom, R. G.; Malhotra, R.; Ito, T.; Yoshida, F.; Kring, D. A. “The Origin of Planetary Impactors in the Inner Solar System.” *Science*, tomo 309, págs. 1847–1850, 2005.
- [Sussman y Wisdom, 1988] Sussman, G. J.; Wisdom, J. “Numerical evidence that the motion of Pluto is chaotic.” *Science*, tomo 241, págs. 433–437, 1988.
- [T, 1990] T, L. “The chaotic motion of the solar system: A numerical estimate of the size of the chaotic zones.” , tomo 86, págs. 18–36, 1990.
- [TheEEStory, 2013] TheEEStory. “Protection against Dispersion and Instability using Trojan @ONLINE.”, 2013. URL <http://www.theestory.com/topics/9765>
- [Treiman et al., 2000] Treiman, A. H.; Gleason, J. D.; Bogard, D. D. “The SNC meteorites are from Mars.” *Planet. Space Sci.*, tomo 48, págs. 1213–1230, 2000.
- [Tremaine et al., 2009] Tremaine, S.; Touma, J.; Namouni, F. “Satellite Dynamics on the Laplace Surface.” *AJ*, tomo 137, págs. 3706–3717, 2009.

- [Tsiganis et al., 2005] Tsiganis, K.; Gomes, R.; Morbidelli, A.; Levison, H. F.
 “Origin of the orbital architecture of the giant planets of the Solar System.”
Nature, tomo 435, págs. 459–461, 2005.
- [Turtle y Pierazzo, 2001] Turtle, E. P.; Pierazzo, E.
 “Thickness of a European Ice Shell from Impact Crater Simulations.”
Science, tomo 294, págs. 1326–1328, 2001.
- [vandenBergh, 1989] vandenBergh, S.
 “Life and death in the inner solar system.”
PASP, tomo 101, págs. 500–509, 1989.
- [Wisdom, 1982] Wisdom, J.
 “The origin of the Kirkwood gaps - A mapping for asteroidal motion near the 3/1
 commensurability.”
AJ, tomo 87, págs. 577–593, 1982.
- [Wisdom, 1983] —.
 “Chaotic behavior and the origin of the 3/1 Kirkwood gap.”
 , tomo 56, págs. 51–74, 1983.
- [Wisdom y Holman, 1991] Wisdom, J.; Holman, M.
 “Symplectic maps for the n-body problem.”
AJ, tomo 102, págs. 1528–1538, 1991.
- [Wood, 1988] Wood, J. A.
 “Chondritic meteorites and the solar nebula.”
Annual Review of Earth and Planetary Sciences, tomo 16, págs. 53–72, 1988.
- [Zahnle et al., 1998] Zahnle, K.; Dones, L.; Levison, H. F.
 “Cratering Rates on the Galilean Satellites.”
 , tomo 136, págs. 202–222, 1998.
- [Zahnle y Grinspoon, 1990] Zahnle, K.; Grinspoon, D.
 “Comet dust as a source of amino acids at the Cretaceous/Tertiary boundary.”
Nature, tomo 348, págs. 157–160, 1990.
- [Zahnle et al., 2003] Zahnle, K.; Schenk, P.; Levison, H.; Dones, L.
 “Cratering rates in the outer Solar System.”
 , tomo 163, págs. 263–289, 2003.