

## UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA INGENIERÍA ELÉCTRICA - CONTROL

## CONTROL SIN MEDICIÓN DE VELOCIDAD DE MOTORES DE RELUCTANCIA CONMUTADA

### TESIS QUE PARA OBTENER EL GRADO DE: MAESTRO EN INGENIERÍA

### PRESENTA: ADRIAN VENEGAS REYNOSO

TUTOR: DR. PAUL ROLANDO MAYA ORTIZ FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D.F. FEBRERO 2014



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

## DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. Espinosa Pérez Gerardo René

Secretario: Dr. Arteaga Pérez Marco Antonio

Vocal: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando

1er. Suplente: Dr. Alvarez Icaza Longoria Luis A.

20. Suplente: Dr. Héctor Benítez Pérez

Lugar donde se realizó la tesis:

Posgrado de Ingeniería, UNAM.

#### TUTOR DE TESIS: Dr. Maya Ortiz Paul Rolando

### FIRMA

# Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

# Dedicatoria

A mis padres por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en toda mi educación, tanto académica, como de la vida y por su incondicional apoyo todo el tiempo.

A mis hermanos, José Manuel y Bidaury Anahi por estar conmigo y apoyarme siempre, los quiero mucho.

A Loriana por tu paciencia, comprensión, bondad y sacrificio me inspiraste a ser mejor para tí, gracias por estar siempre a mi lado.

A mi tutor, el Dr.Paul Rolando Maya Ortiz por el apoyo que me ha brindado durante la maestría.

# Índice general

#### 1. Introducción 1 1 $\mathbf{2}$ 1.3. Planteamiento del problema 3 4 1.5. Estado del arte 4 1.6. Contribución 6 6 1.7. Organización de la tesis 2. Motor de Reluctancia Conmutada 7 7 102.2. Curva Par-Velocidad 132.3. Ventajas y Desventajas del SRM 142.4. Modelo Matemático 152.5. Modelo máquina trifásica 193. Diseño del controlador $\mathbf{21}$ 3.1. Conceptos de Inmersión e Invarianza ..... 21232527

		3.4.1.	Proposición	27	
		3.4.2.	Demostración	28	
	3.5.	Contro	bl Basado en Pasividad	33	
4.	. Resultados de Simulación				
5.	Con	clusio	nes	54	
Bi	Bibliografía				

## Capítulo 1

# Introducción

En esta tesis se aborda el problema de seguimiento de velocidad angular de Motores de Reluctancia Conmutada. El control por retroalimentación de salida propuesto no requiere de la medición de la velocidad angular para su implementación, es diseñado con base en técnicas de Inmersión e Invarianza (I&I) de sistemas que hacen uso de una ley de control de retroalimentación de estados previamente reportada en la literatura. Las propiedades de convergencia del lazo cerrado se demuestran formalmente y se presentan resultados en simulación para mostrar el desempeño del esquema propuesto.

### 1.1. Antecedentes

Los primeros diseños en los motores de reluctancia se deben a Robert Davidson que en 1838 construyó un motor que se movía por la acción de electroimanes distribuidos a lo largo de una circunferencia, los cuales eran excitados en forma secuencial para obtener un par de fuerza relativamente uniforme. Davidson poco después, en 1842, con una evolución de ese primitivo motor de reluctancia impulsó una locomotora, tiempo más tarde la denominación Switched Reluctance Motor (SRM) o bien motor de reluctancia conmutada en español, fue utilizada por S. A. Nasar (1969) en su documento en actas de IEE, las primeras patentes sobre este tipo de motores fueron registradas por Bedford en 1972. No es hasta finales de los años 70's, como consecuencia de los trabajos de investigación sobre vehículos eléctricos alimentados con baterías cuando puede decirse que comienza la era moderna del SRM.

En los últimos años el SRM se ha presentado como una interesante alternativa en aplicaciones de velocidad variable, frente a los motores de inducción o sincrónicos con imanes permanentes, y está recibiendo una atención creciente. En el ámbito industrial las aplicaciones del SRM han ido creciendo paulatinamente en diferentes sectores, tales como el sector doméstico en donde se han utilizado en lavadoras, aspiradoras, aire acondicionado, también los podemos encontrar en automómoviles, turbinas de avión, etc.

Los SRM son adecuados para aplicaciones que trabajen en ambientes hostiles y peligrosos, un ejemplo de ello es que se encuentran utilizados para el equipo de bombeo de plantas de tratamiento de agua. En la actualidad las aplicaciones con más futuro se encontrarán en el sector auxiliar del automóvil, aire acondicionado y motores de altas velocidades.

El concepto "Reluctancia" corresponde a la resistencia magnética, la cual opone el rotor de la máquina al campo electromagnético. La generación y posterior conmutación del campo magnético se realiza en los bobinados de los polos de la parte fija de la máquina, a través de la electrónica de potencia conectada al motor. Con la electrónica de potencia, a la cual se refiere al convertidor de corriente así como al convertidor de frecuencia, se pueden influir de la manera deseada tanto en las revoluciones como en el par de giro del motor.

## 1.2. Motivación

Los motores de reluctancia conmutada establecen una clase de máquinas eléctricas que han crecido en popularidad debido a la ausencia de imanes permanentes o devanados en el rotor, lo que los hace un tipo de motores de bajo costo y muy fiables que, si son diseñados con un gran número de polos, pueden producir un par muy alto a bajas velocidades. En cuanto a la operación de la máquina, para generar movimiento continuo de la flecha, las fases de estator deben ser alimentadas secuencialmente en posiciones específicas del rotor, por lo que es conveniente conocer esta posición para determinar los instantes de conmutación asociados al encendido y apagado de los conmutadores de potencia.

#### CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

En la actualidad los motores de reluctancia conmutada se emplean en aplicaciones de media y gran potencia por lo que es necesario llevar a cabo investigación con el fin de minimizar los principales inconvenientes que se presentan durante su funcionamiento, como pueden ser ruido, rizado de par y, además, proponer soluciones que permitan prescindir de los sensores de posición y velocidad, para que lo motores de reluctancia conmutada no pierdan competitividad frente a otra clase de motores. Prescindir de los sensores de posición y velocidad proporciona al SRM ventajas adicionales como son, reducción del volumen del motor, mejora de la fiabilidad y adaptabilidad para trabajar en ambientes hostiles y un tema de interés en estos tiempos, reducir costos de producción e implementación.

La característica principal del problema de control Sensorless del SRM es la suposición de no realizar medición de variables mecánicas, ya sea de posición o de velocidad angular, de la máquina. Ya que el problema Sensorless es díficil de tratar, se abordará un problema parcial (sin medir velocidad) y para ello se han propuesto distintos métodos de control del motor de reluctancia conmutada sin sensores, por lo que nos ha interesado una técnica basada en la noción de inmersión e invarianza que permitirá medir la velocidad angular de la máquina de forma indirecta. Esta técnica utilizara un observador de orden reducido basado en D.Karagiannis et al. (2002) el cual garantiza la convergencia asintótica del error de estimación a cero, esta técnica ha sido aplicada en diferentes problemas de control y se quiere aplicarla al motor de reluctancia conmutada.

## 1.3. Planteamiento del problema

El problema de control del SRM prescindiendo de sensores mecánicos es un tema de interés general. En la literatura se han desarrollados resultados para el problema Sensorless en el motor de reluctancia conmutada debido a que los sensores aumentan el precio del control, además de que se obtiene una mejor fiabilidad y adaptabilidad para trabajar en condiciones agresivas. Estos desarrollos permiten que el SRM pueda competir con otros motores en su desempeño. Con base en esto, el problema que se plantea en este trabajo de tesis es,

Dado un modelo matemático del motor de reluctancia conmutada, considerando que:

• Los estados medibles son las corrientes en el estator y la posición angular.

### CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

- Las entradas de control son los voltajes de estator.
- No es posible medir la velocidad angular.
- Todos los parámetros del motor son completamente conocidos al igual que el par de carga, éste último se considera conocido debido a que el tema principal de la tesis es otro.
- No se toman en cuenta los efectos de la saturación magnética.

Diseñar una ley de control por retroalimentación de salida que garantice la regulación de la velocidad a una referencia deseada.

## 1.4. Objetivos

 Diseñar y evaluar un esquema de control para el SRM que no requiera la medición de la velocidad angular.

### 1.5. Estado del arte

A pesar de que la estructura SRM presenta algunas desventajas, debido a la no linealidad en el enlace de flujo magnético, el control de la máquina es difícil y es necesario llevar a cabo más investigación para diseñar esquemas de control que puedan ser empleados en la industria M. Krishnamurthy et al. (2006).

En la literatura se pueden encontrar diversos controladores para el motor de reluctancia conmutada, pero la mayoría de estos requieren la medición de posición y velocidad. En algunos casos se usan sensores para medir estas variables, pero el uso de estos sensores aumenta el costo del sistema, el tamaño, adémas de que no son fiables y pueden tener un desempeño muy bajo. Entre los distintos controles para el MRC tenemos el utilizado en Espinosa-Pérez G. R. (2002) el cual utiliza un modelo que considera la saturación magnética, el utilizado en Srdjan M. Lukic (2010) el cual se basa en el control digital estado-conmutación, el controlador difuso híbrido de

5

S. Paramasivam (2005) el cual consiste en un controlador PI, un controlador de lógica difusa de tipo PI y un controlador de lógica simple entre los estados estacionarios y transitorios.

Como se observa, existen diferentes tipos de controles para el motor de reluctancia conmutada, por otro lado, el problema de control por retroalimentación dinámica de salida ha sido ampliamente estudiado. Los controles en Espinosa-Pérez G. R. (2002), Krishnan, R. (2001), Miguel Rios-Bolivar (2006), tienen algo en común y es que para diseñar una ley de control por retroalimentación de estados se requiere la medición de la velocidad, la posición y la corriente y para esto se necesita el uso de sensores y esto implica un aumento de costo no deseable así como algunos inconvenientes antes mencionados. En este último se hace mención debido a que se aplica la técnica propuesta en D. Karagiannis (2008). Para resolver el problema Sensorless, en la literatura se han presentado diferentes técnicas para estimar de manera indirecta la posición y la velocidad angular. La técnica de Inmersión e Invarianza que ha sido propuesta para diseñar observadores de orden reducido para sistemas no lineales en general. En D. Karagiannis (2008) el observador se compone de un filtro lineal y un mapa no lineal de salida que se obtiene mediante la resolución de un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales, el cual requiere la existencia de una variedad que debe ser invariante y atractiva; en este enfoque la atractividad está garantizada por la estabilidad asintótica del filtro lineal y la invarianza se obtiene mediante la resolución de la PDE. En S. Sedghizadeh (2009) se utiliza un control sin sensor de velocidad del motor de reluctancia conmutado usando un algoritmo basado en un observador binario.

En los últimos años, el problema de estabilización asintótica de sistemas no lineales por medio de regulación de salida ha sido ampliamente estudiado. En particular una clase de sistemas que son lineales en los estados no medidos ha recibido una especial atención, como es el caso del enfoque propuesto por Freeman y Kokotovíc (1996) donde se ha basado una técnica que ha sido desarrollada por D.Karagiannis et al. (2002), basada en ideas tomadas de la teoría de regulación de sistemas no lineales y de las nociones de inmersión e invarianza presentada en A. Astolfi y R. Ortega (2002). Esta técnica consiste en la aplicación de un principio de separación en donde el primer subproblema es encontrar una ley de control de retroalimentación de estados y el segundo subproblema es el diseño de una ley de control dinámica estabilizante por inyección de salida. En este trabajo se ha utilizado esta técnica junto con el modelo de señal pequeña utilizado en Espinosa-Pérez G. R. (2002).

### 1.6. Contribución

Dado un modelo matemático del SRM, considerando que se conocen todos los parámetros del sistema y que el único estado no medible es la velocidad angular del rotor. En este trabajo se diseña una ley por retroalimentación de salida basada en observador que, junto a una ley de control previamente reportada en la literatura, permite resolver el problema de seguimiento de velocidad angular.

## 1.7. Organización de la tesis

En el segundo capítulo de esta tesis se presentará una descripción del motor de reluctancia conmutada, y se mostrará como obtener el modelo matemático de señal pequeña del MRC así como todas las características de SRM, construcción, funcionamiento y las ventajas que este modelo brinda para poder aplicar la metodología por retroalimentación de salida basada en la técnica de Inmersión e Invarianza para desarrollar el observador.

En el tercer capítulo de esta tesis se presentará la metodología con la que se diseñó el control por retroalimentación de salida, posteriormente se desarrollará esta metodología para el motor de reluctancia conmutada donde se usará el modelo matemático de señal pequeña el cual brinda la estructura para poder aplicar la metodología.

En el cuarto capítulo de esta tesis se presentarán los resultados obtenido de las simulaciones numéricas del sistema en lazo cerrado y se comparará el desempeño del observador con la metodología propuesta con diferentes parámetros.

En el quinto capítulo de esta tesis se presentan las conclusiones a las que se llegaron después de haber realizado este trabajo.

Por ultimo se presenta la bibliografía correspondente.

## Capítulo 2

# Motor de Reluctancia Conmutada

## 2.1. Descripción y Operación del SRM



Figura 2.1: Construcción de un Motor de Reluctancia Conmutado

El SRM es una máquina eléctrica que convierte el par de reluctancia en potencia mecánica. En el SRM, tanto el estator y el rotor tienen una estructura de polos salientes, lo que contribuye a producir un par de salida alto. El SRM es la más simple de todas las máquinas eléctricas, sólo el estator tiene devanados, el rotor no contiene conductores o imanes permanentes, consiste simplemente en laminaciones de acero apiladas sobre un eje, en la figura 2.1 se puede ver la construcción de un motor de reluctancia conmutada. Es por esta sencilla construcción mecánica que los SMRs son de bajo costo. Al igual que el motor de corriente continua sin escobillas, los SMRs no se pueden operar directamente desde un bus de corriente continua o una línea de CA, sino que siempre deben ser alimentados de manera secuencial mediante el uso de un conmutador eléctrico.

En los polos del estator se ubican las bobinas concentradas que, conectadas entre sí en serie en pares diametralmente opuestos, forman las fases del motor. Las configuraciones más habituales son 6/4 (6 polos estatóricos y 4 polos rotóricos) y 12/8 para los accionamientos trifásicos, 8/6 y 16/12 para los tetrafásicos y 10/8 para los pentafásicos algunas de estas configuraciones se muestran en la figura 2.2.



Figura 2.2: Estructuras comunes en un motor de reluctancia conmutada

El número de polos en el estator del SRM debe ser diferente de polos de rotor para evitar la posibilidad de que el rotor esté en un estado donde no puede producir el par inicial, que se ocurre cuando todos los polos del rotor están alineados con los polos del estator. En un circuito magnético, el elemento giratorio prefiere ir a la posición de mínima resistencia en la instancia de la excitación. Mientras que dos polos del rotor están alineados con los dos polos de estator, otro conjunto de polos del rotor está fuera de alineación con respecto a un diferente conjunto de polos del rotor está fuera de alineación con junto de polos de estator es alineado

y tiende a traer otro conjunto de polos de rotor hasta que se alinien. De manera general, al alimentar secuencialmente las fases de estator mediante el uso de un conmutador, el rotor gira. Por lo tanto se denomina como una unidad de motor de reluctancia conmutada.



Figura 2.3: Motor de reluctancia conmutada 6/4

Para ejemplificar el funcionamiento, considere la figura 2.3 donde se representa un motor 6/4 (3 fases). En ella los polos del rotor a y a' están alineados a los polos del estator A y A' que también están alineados y se aplica una corriente en la fase C un flujo se establece a través de los polos del estator C y C' y los polos del rotor b y b', este flujo tiende a tirar de los polos b y b' hacia los polos del estator C y C', cuando están alineados la corriente de fase del estator C se apaga. Ahora el bobinado del estator B es excitado tirando de a y a' hacia B y B'. Del mismo modo, se energiza los devanados de la fase A resultando en la alineación de A y A' con b y b' respectivamente. Por lo que se necesita energizar tres fases en secuencia para mover el rotor 90 grados y una rotación del movimiento del rotor se efectúa por la conmutación de corrientes en cada fase tantas veces como el número de polos del rotor. En las SRMs siempre debe existir un par que garantice la continuidad del giro del rotor, de manera que antes de que el par producido

por una fase se anule debido a su alineamiento, se tiene que activar la fase correspondiente que origine un par en el mismo sentido.

#### 2.1.1. Comportamiento de la Inductancia

En los motores de reluctancia conmutada el par se origina como consecuencia de la tendencia del rotor a desplazarse hacia la posición de mínima reluctancia. En la figura 2.4 se representa la evolución de las inductancias en las tres fases del motor, aproximadas por tramos lineales, en función de la posición del rotor,  $\theta$ , también se muestra la secuencia de conmutación de los interruptores del convertidor estático y la distribución ideal de las corrientes por las fases del motor,  $i(\theta)$ . Las inductancias de cada fase del motor evolucionan desde un valor máximo  $L_{max}$ , que corresponde a la posición de alineamiento entre polos del estator y rotor, hasta alcanzar un valor mínimo  $L_{min}$ , que corresponde a la posición de máximo desalineamiento entre estos polos.

Dado que las características de par son dependientes entre la relación de flujos y posición del rotor, vale la pena conceptualizar las posibilidades de control y las limitaciones del motor de reluctancia conmutada. Una curva típica de la inductancia contra la posición del motor se presenta en la figura 2.5, donde la inductancia corresponde a la bobina de una fase del estator del motor de reluctancia conmutada despreciando el efecto marginal y de saturación. Los cambios en el perfil de la inductancia se determinan en términos del estator y arcos de los polos del rotor y número de polos de rotor. En este ejemplo los arcos de polos de rotor son mayores que los del estator que es lo que pasa con mayor frecuencia por lo que a partir de la figura 2.5 los ángulos se derivan como

$$\theta_{1} = \frac{1}{2} \left[ \frac{2\pi}{P_{r}} - (\beta_{s} + \beta_{r}) \right]$$
  

$$\theta_{2} = \theta_{1} + \beta_{s}$$
  

$$\theta_{3} = \theta_{2} + (\beta_{r} - \beta_{s})$$
  

$$\theta_{4} = \theta_{3} + \beta_{s}$$
  

$$\theta_{5} = \theta_{4} + \theta_{1} = \frac{2\pi}{P_{r}}$$
(2.1)



Figura 2.4: Evolución de las inductancias, de la secuencia de conmutación y de las corrientes de fase ideal.

Donde  $\beta_s$  y  $\beta_r$  son los arcos de polos de estator y rotor respectivamente y  $P_r$  es el número de polos del rotor.

Cuatro regiones de inductancia distintas aparecen en la figura 2.5:

- $0 \theta_1 y \theta_4 \theta_5$ . Los polos del rotor y del estator no se superponen en esta región y el flujo esta determinado fundamentalmente por la trayectoria de aire, por lo que la inductancia es mínima y casi constante. La inductancia en esta región es conocida como la inductancia de no alineado  $L_u$ .
- $\theta_1 \theta_2$ . Los polos se superponen por lo que la trayectoria de flujo es principalmente a través



Figura 2.5: Derivada de la inductancia vs posición del rotor. (a) Posición basica del rotor definada en 2 polos. (b) Perfil de la inductancia

del estator y laminación del rotor, esto aumenta la inductancia con la posición del rotor, lo que supone una pendiente positiva, esta región termina cuando la superposición de los polos se ha completado.

- θ<sub>2</sub> θ<sub>3</sub>. Durante este período, el movimiento del polo del rotor no altera la superposición completa del polo del estator y no cambia la trayectoria del flujo, esto tiene el efecto de mantener la inductancia máxima y constante y esta se conoce como inductancia alineada.
- θ<sub>3</sub> θ<sub>4</sub>. El polo del rotor se está alejando de la superposición del polo del estator, donde disminuye la inductancia e incrementa la posición del rotor lo que contribuya a una pendiente negativa, el funcionamiento de la máquina en esta región resulta en par negativo.

En un motor real no es posible alcanzar los perfiles ideales de inductancia debido a la saturación, que más allá de un punto produce un rendimiento decreciente en el par y la potencia de salida.

### 2.2. Curva Par-Velocidad

La característica par-velocidad típica de un SRM, Figura 2.6, describe tres modos básicos de funcionamiento que pueden darse por separado o bien combinados en un mismo accionamiento. Dentro de la zona delimitada por la curva par-velocidad podrá situarse el punto de trabajo de la máquina y se usa para especificar las condiciones del controlador.



Figura 2.6: Curva Par-Velocidad

La primera zona de operación es la región de par constante. Esta región se presenta hasta la velocidad base ( $\omega_b$ ) que se define como la velocidad máxima en la cual la corriente máxima puede ser suministrada al motor ( $I_{max}$ ) a una tensión nominal, con ángulos de conmutación fijos.

Si los ángulos de conmutación fijos se mantienen a velocidades por encima de  $\omega_b$ , el par cae en forma de  $1/\omega$ . Este es el segundo modo de operación importante, cuando la velocidad de la

máquina está por encima de la velocidad base  $(\omega_b)$ .

Existe una limitación práctica para incrementar el ángulo en que esta encendido una fase. Si se aumenta de modo que el ángulo de apagado ocurra después del encendido de la siguiente fase, entonces el nivel de flujo podría no volver a cero al final de cada uno. En este caso, el flujo neto en el devanado de fase aumentaría hasta que la máquina se sature continuamente. Esto corresponde a una velocidad del rotor  $\omega_p$ . Correr por encima de está velocidad implica una caída de la producción de par como  $1/\omega^2$ .

## 2.3. Ventajas y Desventajas del SRM

- Eficiencia: los SRM ofrecen alta densidad de potencia, e igual o mejor eficiencia que los motores AC convencionales, y permiten un mayor par a bajas velocidades que otro tipo de motores.
- Par máximo: los SRM tiene capacidad para producir mayor par máximo que los motores de inducción, particularmente a bajas velocidades.
- Robustez y fiabilidad: gracias a su sencillez mecánica el SRM es tan robusto como un motor convencional, lo que se hace adecuado para trabajar en entornos agresivos con altas temperaturas o vibraciones. Por otro lado, debido a la independencia de los circuitos de cada fase y la inexistencia de imanes permanentes, en caso de cortocircuito este tipo de máquina está mejor protegida que cualquier otra.
- Velocidad: los SRM puede operar en un rango de velocidades muy amplio. La curva parvelocidad asociada a estos motores es similar a un motor AC controlado vectorialmente, en la que el par máximo es constante a bajas velocidades, y para velocidades altas es la potencia la que se mantiene constante.
- Momento de inercia: el SRM posee un momento de inercia muy pequeño, debido a la ausencia de masa en los huecos entre los dientes del rotor, y a que no tiene ni bobinados ni imanes permanentes.

 Costo: para la misma potencia de salida y siendo producidas en grandes masas, los SRM junto con su accionamiento de potencia y su control, son más baratos que los motores AC o las máquinas de imanes permanentes.

Existen algunas desventajas en SRM:

- Posición del rotor: la operación del SRM exige el conocimiento de la posición del rotor para la sincronización de ésta con la energización de las distintas fases. Para ello usualmente se utilizan sensores que pueden incrementar el costo y la complejidad del sistema, reduciendo su fiabilidad.
- No linealidad: la estructura de polos doblemente saliente que el SRM precisa para producir par reluctante y el régimen de saturación en el que suelen operar estas máquinas producen características magnéticas altamente no lineales, lo que complica el análisis y el accionamiento de este tipo de motores.

## 2.4. Modelo Matemático

Para obtener el modelo matemático del motor de reluctancia conmutada que se utilizará se hace una serie de consideraciones las cuales se obtienen de Krishnan, R. (2001) y Maya-Ortiz. (2001)

- La inductancia mutua entre fases puede ser despreciada ya que las fases están desacoplados magnéticamente.
- Existe una relación lineal entre flujos y corrientes dada por la ecuación

$$\lambda_j = L_j(\theta) i_j \tag{2.2}$$

donde j es la fase y  $\theta$  la posición del rotor.

- Se considera que el comportamiento no lineal de las inductancias pueda ser aproximado por su primer armónica, es decir, por un comportamiento cosenoidal.
- La inductancia es una representación de los dos primeros términos impares de la expansión en series de Fourier.

$$L_{j}(\theta) = l_{0} - l_{1} cos \left[ N_{r} \theta - (j-1) \frac{2\pi}{3} \right]$$
(2.3)

Donde  $l_0$  y  $l_1$  son dos constantes positivas con  $l_0 > l_1$  las cuales hacen esta expresión estrictamente positiva. En [Ilic'-Spong et al., 1987] se hace uso de esta representación de las inductancias y se menciona que se ha comprobado que existe un error de menos del 10 % al compararlas con resultados experimentales.

• Las entradas del modelo son los voltajes en el estator y las salidas son las corrientes en los devanados de cada fase y la posición angular del rotor.

Un circuito equivalente elemental para el SRM puede derivarse dejando de lado la inductancia mutua entre las fases. El voltaje aplicado a una fase es igual a la suma de la caída de tensión resistiva y a la tasa de cambio de los flujos de encadenamiento:

$$u_j = \frac{d\lambda_j}{dt} + Ri_j \tag{2.4}$$

Donde i es la corriente, R es la resistencia por fase y  $\lambda$  es el flujo que está dado por:

$$\lambda_j = L_j(\theta)i_j$$

y al sustituirlo se obtiene

$$u = Ri + L(\theta)\frac{di}{dt} + \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta}\omega i$$
(2.5)

En esta ecuación los términos del lado derecho representan la caída de voltaje resistivo, la caída de tensión inductiva y la fuerza electromotriz(fem) inducida, donde esta última se representa como:

$$e = \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} \omega i = k(\theta) \omega i$$

donde sustituimos en la expresión anterior y obtenemos

$$u = Ri + L(\theta)\frac{di}{dt} + k(\theta)\omega i$$

donde

$$k(\theta) = \frac{\partial L(\theta)}{\partial \theta} = N_r sen(N_r \theta)$$

y $\omega$ la velocidad angular.

La constante de fuerza electromotriz e, es dependiente del punto de funcionamiento y se obtiene con corriente constante en este punto. A partir de la ecuación de tensión y la expresión fem inducida, el circuito equivalente para una fase del SRM se muestra en la Figura 2.7.



Figura 2.7: Circuito equivalente del SRM

La potencia de entrada instantánea esta dada por:

$$ui = Ri^2 + i^2 k(\theta)\omega + L(\theta)i\frac{di}{dt}$$

y la tasa de cambio de la energía magnética almacenada como

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}L(\theta)i^2\right] = L(\theta)i\frac{di}{dt} + \frac{1}{2}i^2\omega\frac{\partial L(\theta)}{\partial\theta}$$

Donde la potencia mecánica es de la forma:

$$P_m = \frac{1}{2}i^2\frac{dL(\theta)}{dt} = \frac{1}{2}i^2k(\theta)\omega$$

Entonces la potencia mecánica es el producto del par electromecánico y la velocidad del rotor por

$$P_m = \omega T_e$$

A partir de estas dos ecuaciones se obtiene par electromagnético

$$T_e = \frac{1}{2}i^2k(\theta)$$

Para el sub-sistema mecánico

$$J\ddot{\theta} = T_e(\theta, i_j) - T_L - dw$$

Donde se obtiene el par producido por una inercia rotacional J, que es igual a la suma del par de carga  $T_L$ , que es función de la posición y de la velocidad angular, y el par electromagnético,  $T_e$  definido anteriormente menos el amortiguamiento viscoso,  $d\omega$  que representa las pérdidas mecánicas proporcionales a la velocidad.

## 2.5. Modelo máquina trifásica

Sin perdida de generalidad se estudia una máquina trifásica cuyo modelo matemático dado por el siguiente conjunto de ecuaciones ordinarias no lineales

$$D(\theta)\frac{di}{dt} = -wC(\theta)i - Ri + u$$
  

$$J\dot{w} = \frac{1}{2}i^{T}C(\theta)i - dw - T_{L}$$
  

$$\dot{\theta} = w$$
(2.6)

Donde los estados son las corrientes en cada fase, la posición angular y la velocidad angular.

donde la corriente de fase es de la forma,

$$i = [i_1, i_2, i_3]^T$$

Las entradas son los voltajes aplicada a cada fase.

$$u = [u_1, u_2, u_3]^T$$

 $\operatorname{con}$ 

$$R = diag[R, R, R]$$

matriz de resistencias y

$$D(\theta) = diag[L_1(\theta), L_2(\theta), L_3(\theta)]$$

$$\begin{bmatrix} i \\ \theta \\ w \end{bmatrix}$$

la matriz de inductancias positiva definida.

$$C(\theta) = diag[k_1(\theta), k_2(\theta), k_3(\theta)]$$

Es la matriz de las derivadas de las inductancias con respecto a la posición.

Los parámetros son la resistencia de fase R, la inercia de rotación J y el coeficiente de amortiguamiento d y el par de carga  $T_L$ .

## Capítulo 3

## Diseño del controlador

En este capítulo se abordará la metodología del diseño basado en el control por retroalimentación de salida de motores de reluctancia conmutada. La cual se basa en los conceptos de Inmersión de sistemas e Invarianza de variedades, por lo que se hará, en primera instancia, una descripción de estos dos conceptos. Se abordará la demostración de estabilidad del sistema en lazo cerrado utilizando argumentos de Lyapunov, por último se describirá la ley de control por retroalimentación de estados necesaria para el diseño.

## 3.1. Conceptos de Inmersión e Invarianza

La metodología de Inmersión e Invarianza (I&I) se basa en la búsqueda de una variedad en el espacio de estados que puede ser invariante y atractiva, con la dinámica interna siendo una copia de la dinámica deseada en lazo cerrado. Los conceptos de I&I son herramientas clásicas de la teoría no lineal de regulación y de control no lineal geométrico. Además, es necesario el diseño de una ley de control robusta, por retroalimentación de estados, que lleve al estado del sistema lo suficientemente cerca de la variedad. La idea básica del enfoque de I&I es lograr el objetivo de control mediante la inmersión de la dinámica de la planta en un sistema objetivo que captura el comportamiento deseado.

Para explicar estos conceptos considérese el sistema autónomo, Romeo Ortega (2008)

$$\dot{x} = f(x) \tag{3.1}$$
$$y = h(x)$$

con el estado  $x \in \mathbb{R}^n$  y la salida  $y \in \mathbb{R}^m$ .

La variedad  $M = \{x \in \mathbb{R} | s(x) = 0\}$ , con s(x) con una función suave, se dice que es positivamente invariante para  $\dot{x} = f(x)$  si s(x(0)) = 0 implica s(x(t)) = 0 para todo  $t \ge 0$ .

Ahora considere el siguiente sistema (objetivo)

$$\dot{\xi} = \alpha(\xi) \tag{3.2}$$
$$\zeta = \beta(\xi)$$

con el estado  $\xi \in \mathbb{R}^p$  (p < n) y salida  $\zeta \in \mathbb{R}^m$ .

Se dice que el sistema (objetivo) (3.2) está inmerso en el sistema (3.1), si existe un mapeo suave  $\pi : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}^n$  que satisface  $x(0) = (\pi(0))$  y  $\beta(\xi_1) \neq \beta(\xi_2) \Rightarrow h(\pi(\xi_1)) \neq h(\pi(\xi_2))$  y además

$$f(\pi(\xi)) = \frac{\partial \pi}{\partial \xi} \alpha(\xi)$$

у

$$h = (\pi(\xi)) = \beta(\xi)$$

para todo  $\xi \in \mathbb{R}^p$ . Por lo tanto, se dice que en términos generales, un sistema  $\Sigma_1$  está inmerso en un sistema  $\Sigma_2$ , si el mapeo de entrada-salida de  $\Sigma_2$  es una restricción del mapeo de entrada-salida de  $\Sigma_1$ , es decir, cualquier respuesta de salida generada por  $\Sigma_2$  es también una respuesta de salida de  $\Sigma_1$  para un conjunto restringido de condiciones iniciales.

### 3.2. Metodología I&I

Esta metodología se basa en los resultados propuestos en D.Karagiannis et al. (2002) y se basa en la reconstrucción asintótica de una ley de control por retroalimentación de estados estabilizante. Considere el sistema

$$\dot{\eta} = A(y, u)\eta + B(y, u) \tag{3.3}$$

$$\dot{y} = \phi_0(y, u) + \phi_1(y, u)\eta$$
(3.4)

Con estados  $(\eta, y) \in \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p$ , salida y y entrada  $u \in \mathbb{R}^m$ . La expresión (3.3) representa la dinámica de los estados que no se pueden medir y la expresión (3.4) es la dinámica de los estados medibles (que se consideran como salidas). Aquí, es posible observar que los estados no medibles aparecen de forma lineal y que el sistema no necesita ser afín en el control.

El problema de control que se plantea es diseñar una ley de control por retroalimentación dinámica de la forma

$$u = \alpha(y, \hat{\eta})$$

$$\dot{\hat{\eta}} = \pi(y, \hat{\eta})$$
(3.5)

que garantice la regulación de la salida. Este problema puede ser resuelto de la siguiente forma.

**Proposición 3.1** Considere un sistema descrito por las ecuaciones de la forma (3.3) y (3.4) y suponga que las siguientes suposiciones se cumplen.

(A1) Existe una ley de control por retroalimentación de estados de información completa

$$u^* = \alpha(y, \eta) \tag{3.6}$$

tal que todas las trayectorias en lazo cerrado del sistema (3.3)-(3.5) son acotadas.

(A2) Existe un mapeo  $\beta(y)$  tal que el sistema

$$\dot{z} = \left(A(y, u) - \frac{\partial \beta}{\partial y}\phi_1(y, u)\right)z$$

es uniforme y globalmente estable para cualquier y, u, adicionalmente z(t) es tal que, para cualquier y,  $\eta$ ,

$$\lim_{t \to \infty} [\alpha(y, \eta + z(t))] = \alpha(y, \eta) \tag{3.7}$$

Entonces existe una ley de control por retroalimentación dinámica descrita por ecuaciones de la forma (3.5), que resuelve el problema de regulación por retroalimentación de salida.

**Observación 3.2** La suposición (A2) puede ser reemplazada por una condición más estricta que garantice,

$$\lim_{t \to \infty} [z(t)] = 0$$

para todo y, u. Si se cumple lo anterior entonces  $\hat{\eta}$  puede ser usada para construir una estimación asintótica del estado no medible  $\eta$ , obteniéndose el controlador dinámico de retroalimentación de salida

$$\dot{\hat{\eta}} = M^{-1}[A(y,u)[M\hat{\eta} + \beta(y)] + B(y,u)]$$

$$- \frac{\partial\beta(y)}{\partial y}[\phi_o(y,u) + \phi_1(y,u)(M\hat{\eta} + \beta(y))]$$

$$u = \alpha(y,M\hat{\eta} + \beta(y))$$
(3.8)

con M una matriz invertible.

El cambio de (A2) permite reconstruir asintóticamente la ley de control de información completa de estados (3.6) a partir de la ley de control dinámica (3.8).

La prueba de esta proposición es constructiva por lo que permite diseñar la ley de control por retroalimentación de salida paso a paso, por lo cual podemos reproducirla en este trabajo.

### 3.3. Demostración

Considere el siguiente sistema,

$$\dot{\eta} = A(y, u)\eta + B(y, u)$$
  
$$\dot{y} = \phi_0(y, u) + \phi_1(y, u)\eta$$
(3.9)

Y además se considera la dinámica del controlador por retroalimentación de salida;

$$\dot{\hat{\eta}} = \Omega$$
  
 $u = \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y))$  (3.10)

M es una matriz invertible,  $\alpha(\cdot)$  está definida como en la ecuación (3.6),  $\Omega$  es una nueva señal de control y sea la variable de error z

$$z = M\hat{\eta} - \eta + \beta(y)$$
$$z + \eta = M\hat{\eta} + \beta(y)$$

y observese que el sistema en lazo cerrado (3.9) y (3.10) puede ser escrito en coordenadas  $\eta,\,y$  y z como

$$\dot{\eta} = A(y, \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y)))\eta + B(y, \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y)))$$
  

$$\dot{y} = \phi_0(y, \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y))) + \phi_1(y, \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y)))\eta$$
  

$$\dot{z} = M\dot{\hat{\eta}} - \dot{\eta} + \frac{\partial\beta}{\partial y}(\dot{y})$$
(3.11)

sustituyendo algunas variables en el sistema se tiene

$$\dot{\eta} = A(y,\alpha(y,z+\eta))\eta + B(y,\alpha(y,z+\eta))$$

$$\dot{y} = \phi_0(y,\alpha(y,z+\eta)) + \phi_1(y,\alpha(y,z+\eta))\eta$$

$$\dot{z} = M\Omega - A(y,\alpha(y,z+\eta))(M\hat{\eta} - z + \beta(y)) - B(y,\alpha(y,z+\eta))$$
(3.12)
$$\frac{\partial\beta}{\partial\beta} \left[ + (\alpha_1(y,\alpha(y,z+\eta))(M\hat{\eta} - z + \beta(y)) - B(y,\alpha(y,z+\eta)) \right]$$
(3.14)

+ 
$$\frac{\partial \beta}{\partial y} [\phi_0(y, \alpha(y, z+\eta)) + \phi_1(y, \alpha(y, z+\eta))(M\hat{\eta} - z + \beta(y))]$$
 (3.13)

Al desarrollar términos en  $\dot{z}$  se puede notar que con la excepción de  $A(y, \alpha(y, z + \eta))z$  y  $\frac{\partial \beta}{\partial y} \phi_1(y, \alpha(y, z + \eta))z]$  todos los demás términos de la ecuación pueden ser medidos. En razón de la invertibilidad de la matriz M es posible seleccionar una ley  $\Omega$  como

$$\Omega = M^{-1} \{ A(y, \alpha(y, \eta + z))(M\hat{\eta} + \beta(y)) + B(y, \alpha(y, \eta + z)) \\ - \frac{\partial\beta}{\partial y} [\phi_0(y, \alpha(y, \eta + z)) + \phi_1(y, \alpha(y, \eta + z))(M\hat{\eta} + \beta(y))] \}$$

Produciendo la dinámica en lazo cerrado

$$\dot{\eta} = A(y, \alpha(y, z + \eta))\eta + B(y, \alpha(y, z + \eta))$$
  

$$\dot{y} = \phi_0(y, \alpha(y, z + \eta)) + \phi_1(y, \alpha(y, z + \eta))\eta$$
  

$$\dot{z} = [A(y, \alpha(y, z + \eta)) - \frac{\partial\beta}{\partial y}\phi_1(y, \alpha(y, z + \eta))]z$$
(3.14)

Debido a la suposición (A2) la variable z permanece acotada para todo t de tal manera que la ecuación (3.7) se satisface y además por la suposición (A1),  $y y \eta$  permanecen acotadas para todo t y como ya se ha mencionado la suposición (A2) puede ser reemplazada por una condición más estricta por lo que con esto se concluye la prueba.

### 3.4. Control por retroalimetación de salida del SRM

En esta sección se presenta, empleando los resultados mostrados líneas arriba, la proposición para el esquema de control por retroalimentación de salida del SRM.

#### 3.4.1. Proposición

Considere la dinámica del SRM,

$$D(\theta)\frac{di}{dt} = -wC(\theta)i - Ri + u$$
  

$$J\dot{w} = \frac{1}{2}i^{T}C(\theta)i - dw - T_{L}$$
  

$$\dot{\theta} = w$$
(3.15)

Suponga que se conoce el valor de los parámetros, se miden las corrientes de fase, la posición angular y los voltajes de fase pero no se mide la velocidad angular.

El sistema en lazo cerrado, donde se ha empleado la ley de control presentada en Espinosa-Pérez G. R. (2002) es de la forma.

$$D(\theta)\frac{di_d}{dt} + (\hat{\eta} + \beta(y))C(\theta)i_d + Ri_d - K_v e = u$$

donde la corriente deseada es  $i_d$ ,  $K_v$  es una ganancia de control que tiene que cumplir con la siguiente desigualdad

$$N_r l_1 sin(N_r \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3})\omega + R + K_{vj} \ge \epsilon$$

y  $\epsilon > 0$ , donde el error de corriente es

$$e = i - i_d$$

y el observador de orden reducido

$$\begin{split} \dot{\hat{\eta}} = & \frac{-d}{J} \left( \hat{\eta} + \beta(y) \right) + \frac{1}{2J} (y_1^T C(y_2) y_1 - 2T_L) \\ & - \frac{\partial \beta(y)}{\partial y_1} [-D(y_2)^{-1} (Ry_1 - u) - D(y_2)^{-1} C(y_2) y_1 (\hat{\eta} + \beta(y))] \\ & + \frac{\partial \beta(y)}{\partial y_2} [\hat{\eta} + \beta(y)] \end{split}$$

Entonces se garantiza la convergencia asintotica del error de estimación de la velocidad a cero y se resuelve el problema de regulación por retroalimentacón de salida.

### 3.4.2. Demostración

Debido a la linealidad de la variable no medible es posible llevar el sistema descrito en la ecuación (3.15) a la siguiente representación

$$\dot{\eta} = \frac{-d}{J}\eta + \frac{1}{2J}(y_1^T C(y_2)y_1 - 2T_L)$$

$$\dot{y} = \begin{bmatrix} -D(y_2)^{-1}(Ry_1 - u) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D(y_2)^{-1}C(y_2)y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \eta$$
(3.16)

denotando a  $y_1 = [i], y_2 = \theta y \eta = \omega.$ 

Expresando el sistema (3.16) como se muestra en la ecuación (3.3)-(3.4) se obtienen las siguientes matrices,

$$A(y, u) = \left[\frac{-d}{J}\right]$$
$$B(y, u) = \frac{1}{2J} \left[y_1^T C(y_2) y_1 - 2T_L\right]$$

y las funciones

$$\phi_0(y,u) = \begin{bmatrix} -D(y_2)^{-1}(Ry_1 - u) \\ 0 \end{bmatrix}$$
$$\phi_1(y,u) = \begin{bmatrix} -D(y_2)^{-1}C(y_2)y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Siguiendo la prueba, se debe diseñar un controlador por retroalimentación de salida de la forma

$$\dot{\hat{\eta}} = \Omega$$
  
 $u = \alpha(y, M\hat{\eta} + \beta(y))$  (3.17)

donde  $\alpha$  se define como en (A1),  $\beta(y)$  se define como en la suposición (A2) donde  $\Omega$  es una nueva señal de control, donde la ley de retroalientación completa corresponde a una ley de control basada en pasividad en Espinosa-Pérez G. R. (2002)

$$u = D(\theta)\frac{di_d}{dt} + \omega C(\theta)i_d + Ri_d - K_v e$$

sea la variable de error de estimación

$$z = \hat{\eta} - \eta + \beta(y)$$

el sistema en lazo cerrado (3.16)-(3.17) puede ser escrito en coordenadas  $\eta$ , y y z como

$$\begin{split} \dot{\eta} &= \left(\frac{-d}{J}\right)\eta + \frac{1}{2J}\left[y_{1}^{T}C(y_{2})y_{1} - 2T_{L}\right] \\ \dot{y} &= \left[\begin{array}{c} -D(y_{2})^{-1}(Ry_{1} - u) \\ 0 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} -D(y_{2})^{-1}C(y_{2})y_{1} \\ 1 \end{array}\right]\eta \\ \dot{z} &= \Omega - \left(\frac{-d}{J}\right)(-z + \beta + \hat{\eta}) - \frac{1}{2J}\left[y_{1}^{T}C(y_{2})y_{1} - 2T_{L}\right] \\ &+ \frac{\partial\beta}{\partial y}\left(\left[\begin{array}{c} -D(y_{2})^{-1}(Ry_{1} - u) \\ 0 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} -D(y_{2})^{-1}C(y_{2})y_{1} \\ 1 \end{array}\right](-z + \beta + \hat{\eta})\right) \end{split}$$

Donde se puede observar que a excepción de los términos que aparecen multiplicados por z, todos los demás términos en la ecuación  $\dot{z}$  son medibles, por lo que es posible seleccionar  $\Omega$  para obtener una ley de estimación

$$\dot{\hat{\eta}} = -\frac{d}{J}(\hat{\eta} + \beta(y)) + \frac{1}{2J}(y_1^T C(y_2)y_1 - 2T_L) - \frac{\partial\beta(y)}{\partial y_1}[-D(y_2)^{-1}(Ry_1 - u) - D(y_2)^{-1}C(y_2)y_1(\hat{\eta} + \beta(y))] + \frac{\partial\beta(y)}{\partial y_2}[\hat{\eta} + \beta(y)]$$
(3.18)

y, de esta forma, la dinámica en lazo cerrado resulta

$$\dot{\eta} = \left(\frac{-d}{J}\right)\eta + \frac{1}{2J}\left[y_1^T C(y_2)y_1 - 2T_L\right]$$
  
$$\dot{y} = \begin{bmatrix} -D(y_2)^{-1}(Ry_1 - u) \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D(y_2)^{-1}C(y_2)y_1 \\ 1 \end{bmatrix} \eta$$
  
$$\dot{z} = \left(-\frac{d}{J} + \frac{\partial\beta(y)}{y_1}\left[(D(y_2)^{-1}C(y_2)(y_1)\right] - \frac{\partial\beta(y)}{y_2}\right)z$$

Para este propósito es necesario seleccionar una función  $\beta(y)$ , para este caso se propone la siguiente función

$$\beta(y) = K(D(y_2) + \gamma)y_1$$
(3.19)

donde la matriz K y  $\gamma$ tienen la forma siguiente

$$K = [K_1, K_2, K_3]$$
  
$$\gamma = diag[\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3]$$

esta función  $\beta(y)$  permite tener la siguiente dinámica de error

$$\dot{z} = \left(-\frac{d}{J} + \gamma_1 \frac{k_1 i_1 K_1}{L_1} + \gamma_2 \frac{k_2 i_2 K_2}{L_2} + \gamma_3 \frac{k_3 i_3 K_3}{L_3}\right) z$$

A fin de garantizar estabilidad asintótica de la dinámica del error

$$\frac{k_i i_i K_i}{L_i} > 0$$

esto se cumple debido a que no hay singularidad ya que  $L_i>0,$ además $\gamma<0$ y se sabe que

debido al comportamiento de la máquina de reluctancia conmutada cuando la derivada de la inductancia toma un valor negativo la corriente en esta fase se hace cero o también toma un valor negativo, es por esta razón que  $\dot{z}$  va a tomar un valor negativo y por tal motivo se tendrá una estabilidad asintótica.

De esta manera se satisfacen las siguientes condiciones

$$\begin{split} & \lim_{t \to \infty} z(t) &= 0 \\ & \lim_{t \to \infty} [\alpha(y, \eta + z(t))] &= \alpha(y, \eta) \end{split}$$

Por lo que se cumple las suposiciones (A1) y (A2) y se sintetiza el observador dinámico (3.18) que integra la ley de retroalimentación de salida (3.17). La ley de control  $u = \alpha(y, \hat{\eta} + \beta(y))$  se obtiene al reemplazar en la ley de control de información completa de estados  $u = D(y_2)\frac{di_d}{dt} + \eta C(y_2)i_d + Ri_d - K_v e$ , el vector  $\eta$  por el correspondiente vector  $\eta + \beta(y)$ , es decir,

$$u = D(y_2)\frac{di_d}{dt} + (\hat{\eta} + \beta(y))C(y_2)i_d + Ri_d - K_v\epsilon$$

Estas nuevas expresiones conforman la ley de retroalimentación de salida

$$\begin{split} \dot{\hat{\eta}} &= -\frac{d}{J} \left( \hat{\eta} + \beta(y) \right) + \frac{1}{2J} (y_1^T C(y_2) y_1 - 2T_L) \\ &- \frac{\partial \beta(y)}{\partial y_1} [-D(y_2)^{-1} (Ry_1 - u) - D(y_2)^{-1} C(y_2) y_1 (\hat{\eta} + \beta(y))] \\ &+ \frac{\partial \beta(y)}{\partial y_2} [\hat{\eta} + \beta(y)] \\ u &= D(y_2) \frac{di_d}{dt} + (\hat{\eta} + \beta(y)) C(y_2) i_d + Ri_d - K_v e \end{split}$$

que logran la regulación de la velocidad angular en el Motor de Reluctancia Conmutada. OBSERVACIÓN. se utilizó  $\beta(y) = 0$  lo que resultó en una una dinámica de error de la siguiente manera,

$$\dot{z} = \left(-\frac{d}{J}\right)z$$

lo cual es un observador en lazo abierto y en donde no se puede ver la utilidad de esta técnica ya que se eliminan términos que podrían ser de ayuda, aunque esta  $\beta(y)$  da resultados satisfactorios en el objetivo de esta tesis.

### 3.5. Control Basado en Pasividad

Los sistemas pasivos son una clase de sistemas dinámicos en los cuales la energía intercambiada con el medio ambiente juega un papel central, un sistema pasivo no puede almacenar más energía de la que se le suministra desde el exterior, con la diferencia siendo la energía disipada. Se sabe que el SRM puede ser descompuesto en dos subsitemas pasivos interconectados por retroalimentación negativa es por eso que este control se revuelve con los siguientes pasos:

- 1. Se diseña un controlador por retroalimentación de salida, es decir, solo se retroalimentan las corrientes de estator de tal forma que el sistema en lazo cerrado formado por este controlador y el subsistema eléctrico sea pasivo.
- 2. Una vez que se resuelve el seguimiento de corrientes, se determina un comportamiento deseado de las corrientes de tal forma que sea compatible con las dinámicas del sistema pero también que genere una referencia preespecificada para el par generado.
- Se define la estructura del par deseado que garantiza el control de las variables eléctricas, la cual involucra la retroalimentación de la velocidad o de la posición mecánica.

Es un control basado en pasividad con la ley de control,

$$u = D(\theta)\frac{di_d}{dt} + \omega C(\theta)i_d + R_{id} - K_v e$$

donde cada entrada de la matriz de ganancias  $K_v$  debe cumplir la siguiente desigualdad

$$N_r l_1 sin(N_r \theta - (j-1)\frac{2\pi}{3})\omega + R + K_{vj} \ge \epsilon; \quad j = 1, 2, 3 \quad y \quad \epsilon > 0$$

Las corrientes deseadas tiene una comportamiento dado por

$$i_{jd} = \begin{cases} \sqrt{2m_j(\theta)T_dC^{-1}(\theta)} & \text{si } G_j(\theta) \neq 0\\ 0 & \text{de otra forma} \end{cases}$$

donde el par deseado es de la forma

$$T_d = J\ddot{\theta}_d - z + T_L(\theta,\omega)$$

 $\operatorname{con}$ 

$$\dot{z} = -C_1 z + C_2 \dot{\tilde{\theta}} \qquad con \quad z(0) = z_0$$

donde  $C_1$  y  $C_2$  son constantes positivas elegidas por el diseñador bajo estas condiciones se asegura la convergencia asintótica del error de seguimiento de velocidad a cero, con todas las señales internas acotadas.

## Capítulo 4

# Resultados de Simulación

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al evaluar el control por retroalimentación de salida el cual se desarrolló en el capitulo anterior, para este control se utilizo un motor de reluctancia conmutado el cual tiene 6 polos en estator y 4 polos en rotor. Esta maquina trifasica se simula utilizando valores tomados [Maya-Ortiz, 2001] los cuales se presentan a continuación;

Parámetros	Valor
$l_0$	0.030
$l_1$	0.020
$N_r$	4
J	$0.001 \; [Kg/m^2]$
R	$5 [\Omega]$
d	0  [Kg/rad]

Para este control por retroalimentación de salida en el cual se desarrolla un observador de estados también se tiene valores en donde se utilizan dos  $\beta(y)$  diferentes las cuales sirven para que garantice la convergencia asintótica del error de estimación a cero.

El primer valor fue  $\beta = 0$  la cual nos daba una copia de la máquina de reluctancia conmutada para esta  $\beta$  no fue posible utilizar ganancias ya que con la elección de hacerla cero era imposible meter ganancia alguna. Una de las desventajas de utilizar esta  $\beta(y)$  era que no se podía ver el desempeño de este control por retroalimentación de salida ya que se omitían varios cálculos con esta elección pero dejaba ver que cumplía con las condiciones que pedía la técnica, los resultados para este caso en lazo cerrado se hace una regulación para una referencia constante de 100[RPM] donde los parámetros son los ya mencionados y el par de carga es cero;



Figura 4.1: Referencia constante 100[RPM]

En la figura 4.1 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la referencia que se utilizo. En la figura 4.1 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado que se genera. En la figura 4.1 (c) se pueden ver las funciones de par compartido, que se muestran en un intervalo de 0 a 3 segundos.



Figura 4.2: Referencia constante 100[RPM]

En la figura 4.2 (a) se observa el error de observación de velocidad el cual llega a cero. En la figura 4.2 (b) se muestra la señal de control. En la figura 4.2 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase y se puede notar que no es muy grande este error en cada fase de hecho el error en cada fase se puede observa que llega a cero.

En otro caso utilizaremos una referencia de velocidad sinuosidad de 100[RPM] con un par de carga igual a cero y con los parámetros ya propuestos con anterioridad veremos como se comporta nuestro sistema cuando se tengan velocidades negativas.



Figura 4.3: Referencia sinusoidal de 100[RPM]

En la figura 4.3 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de referencia sinuosidad que se utilizó en este caso. En la figura 4.3 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado que se genera. En la figura 4.3 (c) se puede ver las funciones de par compartido estas funciones se muestran en un intervalo de 0 a 5 segundos y se puede notar el cambio cuando la velocidad es negativa y cuando la velocidad vuelve a ser positiva donde se observa un buen desempeño.



Figura 4.4: Referencia sinusoidal de 100[RPM]

En la figura 4.4 (a) se observa el error de observación de velocidad el cual llega prácticamente a cero. En la figura 4.4 (b) se muestra la señal de control la cual se observa como va cambiando respecto al cambio de velocidad. En la figura 4.4 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase y se puede notar que es muy pequeña estas señales no llegan a cero debido a la velocidad de referencia que se puso.

En este caso se utilizará una señal de referencia de velocidad que va aumentando cada 5[s], los parámetros son los mismo que se han venido utilizando.



Figura 4.5: Referencia que va aumentando cada 5[s]

En la figura 4.5 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de

referencia. En la figura 4.5 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado. En la figura 4.5 (c) se puede ver las funciones de par compartido, que se muestran en un intervalo de 0 a 10 segundos.



Figura 4.6: Referencia que va aumentando cada 5[s]

En la figura 4.6 (a) se observa el error de observación de velocidad el cual tiene a cero . En la figura 4.6 (b) se muestra la señal de control. En la figura 4.6 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase.

400 Velocidad estimada Velocidad de referend 300 200 Velocidad real Velocidad [RPM] 100 0 -100 -200 -300 -400L 12 13 14 7 8 Tiempo[s] 10 15 (a) Par de salida 0.6 Par des 0.4 0.2 Par[Nm] -0.2 -0 -0.6 7 8 Tiempo[s] 10 12 13 14 (b) Funciones de par compartido 0.8 0.6 04 0.2 04 5 Tiempo[s] 4.2 4.4 4.6 4.8 5.2 5.4 5.6 5.8 (c)

En otro caso se utilizará una señal de referencia de velocidad tipo pulso, los parámetros son los mismo que se han venido utilizando.

Figura 4.7: Referencia tipo pulso de 400[RMP] a -400[RPM]

En la figura 4.7 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de referencia. En la figura 4.7 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado. En la figura 4.7 (c) se puede ver las funciones de par compartido, que se muestran en un intervalo de

#### 4 a 6 segundos.



Figura 4.8: Referencia tipo pulso de 400[RMP] a -400[RPM]

En la Figura 4.8 (a) se observa el error de observación de velocidad el cual tiene a cero. En la Figura 4.8 (b) se muestra la señal de control. En la Figura 4.8 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase.

Ahora utilizando una  $\beta = K(D(\theta) + \gamma)(i)$  la cual satisface las condiciones necesarias para el control por retroalimentación de salida se obtienen los siguientes resultados que se presentarán a continuación;

Se utilizó una referencia de velocidad que se va incrementando cada 5 segundos los parámetros son los mismo que se han venido utilizando y con una ganancia en este caso para el observador de  $\gamma = 0.5$ .



Figura 4.9: Referencia incrementada cada 5[s]

En la figura 4.9 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de referencia y como se van comportando cuando hay un incremento repentino de la velocidad. En la figura 4.9 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado que se genera se observa que incrementa un poco cada vez que la velocidad aumenta. En la figura 4.9 (c) se puede ver las funciones de par compartido estas funciones se muestran en un intervalo de 0 a 15 segundos y se puede notar el cambio de estas funciones que cada vez van mas rápido cuando la velocidad se ve incrementada .



Figura 4.10: Referencia incrementada cada 5[s]

En la figura 4.10 (a) se observa el error de observación de velocidad el cual al aumentar la velocidad es un poco más grande pero sigue llegando a cero cuando alcanza la velocidad de referencia. En la figura 4.10 (b) se muestra la señal de control la cual se observa como va cambiando respecto al cambio de velocidad y ademas se observa que cada vez que se incremente la velocidad el control se exige más. En la figura 4.10 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase y se puede notar que cuando cambia la velocidad es un poquito mas grande pero siempre converge a cero.

En otro caso se utiliza una función pulso de referencia de velocidad de 0 a 15 segundos, los parámetros son los mismo que se han venido utilizando y con una ganancia en este caso para el observador de  $\gamma = 0.5$ .



Figura 4.11: Referencia Pulso de 400 a -400[RPM]

En la figura 4.11 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de referencia y como se van comportando cuando hay un cambio en el sentido de la velocidad de referencia. En la figura 4.11 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado que se genera se observa que tiene una misma magnitud en el cambio de sentido. En la figura 4.11 (c) se puede ver las funciones de par compartido estas funciones se muestran en un intervalo de 0 a 2 segundos para que se puedan apreciar .



Figura 4.12: Referencia Pulso de 400 a -400[RPM]

En la figura 4.12 (a) se observa el error de observación de velocidad. En la figura 4.12 (b) se muestra la señal de control la cual se observa como va cambiando respecto al cambio de velocidad. En la figura 4.12 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase y se puede notar que cuando cambia la velocidad no se incrementa este error.

Ahora se utiliza una señal constante de referencia de velocidad de 100 RPM de 0 a 10 segundos, los parámetros son los mismo que se han venido utilizando y con una ganancia en este caso para el observador de  $\gamma = 0.5$ .



Figura 4.13: Referencia constante de 100[RPM]

En la figura 4.13 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de referencia, se observa como se comporta con una velocidad constante de referencia. En la figura 4.13 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado que se genera. En la figura 4.13 (c) se puede ver las funciones de par compartido, que se muestran en un intervalo de 0 a 2 segundos para que se puedan apreciar.



Figura 4.14: Referencia constante de 100[RMP]

En la figura 4.14 (a) se observa el error de observación de velocidad el cual tiende a cero. En la figura 4.14 (b) se muestra la señal de control la cual se observa como cuando llega a la velocidad de referencia tiende a estabilizarse. En la figura 4.14 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase.

En este caso se utilizará una señal sinusoidal de referencia de velocidad, los parámetros son los mismo que se han venido utilizando y con una ganancia en este caso para el observador de  $\gamma = 0.5$ .



Figura 4.15: Referencia sinusoidal de 100[RPM]

En la figura 4.15 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se pueden apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de referencia. En la figura 4.15 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado. En la figura 4.15 (c) se puede ver las funciones de par compartido, que se muestran en un intervalo de 0 a 5 segundos.



Figura 4.16: Referencia sinusoidal de 100[RMP]

En la figura 4.16 (a) se observa el error de observación de velocidad el cual permanece. En la figura 4.16 (b) se muestra la señal de control. En la figura 4.16 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase.

En un siguiente caso se utilizará una señal de referencia de velocidad constante de 1000[RPM], los parámetros son los mismo que se han venido utilizando y con una ganancia en este caso para el observador de  $\gamma = 0.5$  y un par de carga de 0.1[N].

En la figura 4.17 (a) se muestra la respuesta que nos da el motor en lazo cerrado con el observador y control, donde se puede apreciar la velocidad real, la velocidad estimada y la velocidad de referencia. En la figura 4.17 (b) se muestra el par de salida del motor y el par deseado. En la



Figura 4.17: Referencia constante de 1000[RPM]

figura 4.17 (c) se pueden ver las funciones de par compartido, que se muestran en un intervalo de 0 a 1 segundos.

En la figura 4.18 (a) se observa el error de observación de velocidad. En la figura 4.18 (b) se muestra la señal de control. En la figura 4.18 (c) se muestra el error de corrientes respecto a cada fase.



Figura 4.18: Referencia sinusoidal de 1000[RMP]

## Capítulo 5

## Conclusiones

El problema que se planteó de un control por retroalimentación de salida para un motor de reluctancia conmutada, correspondiente a la regulación de la velocidad angular a una referencia deseada se ha resuelto con éxito.

Se presentó una descripción del motor de reluctancia conmutada donde se habló de todas las características del motor y se describieron sus parámetros.

La metodología que se empleó para desarrollar esta tesis se basa en dos partes primero obtener una ley de control de información completa, la cual se utilizó en Espinosa-Pérez G. R. (2002), y la segunda parte es sintetizar una ley de control por retroalimentación de salida la cual recupera asintóticamente las propiedades estabilizantes de la ley de control de información completa.

Debido a la metodología de el control por retroalimentación de salida se desarrolla un observador de orden reducido que estima la velocidad angular, para demostrar estabilidad asintótica en esta ley de control no fue necesario proponer una función de Lyapunov.

Para la evaluación numérica de esta ley de control por retroalimentación de salida se propusieron dos  $\beta(y)$  en donde se muestra que se obtuvo un desempeño bueno en ambas, se sometieron a distintas velocidad, fueron puestas a prueba con distintas condiciones de operación y lo errores que se obtuvieron fueron muy pequeños.

# Bibliografía

- S. A. Nasar (1969). SWITCHED RELUCTANCE MOTOR. PROC. IEE, Vol. 116, No. 6, JUNE 1969.
- D.Karagiannis et al. (2002). Adaptive output feedback stabilization of a class of nonlinear systems. Proceedings of the 41st IEEE. Las Vegas, NV. pp. 820-825
- M. Krishnamurthy et al. (2006). Making the case for applications of switched reluctance motor technology in automotive products. *IEEE Trans. Power Electron* vol. 21, no. 3, pp. 659-675, May 2006.
- Espinosa-Pérez G. R., Maya-Ortiz P. (2004). Passivity-based control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 3:439-448.
- Srdjan M. Lukic (2010). State-Switching Control Technique for Switched Reluctance Motor Drives: Theory and Implementation. *IEEE Trans. Power Systems*, Vol. 57, NO. 9.
- S. Paramasivam et al. (2005). Hybrid fuzzy controller for speed control of switched reluctance motor drives. *Energy Conversion and Management*,46 (2005) 1365-1378
- Gerasimos G. Rigatos et al. (2009). Adaptive fuzzy control of DC motors using state and output feedback. *Electric Power Systems Research.*, 79 (2009) 1579-1592.
- Miguel Rios-Bolivar et al. (2006). Output Feedback Regulation of a Brushed DC Motor: An IDA-PBC Approach. Control, Automation, Robotics and Vision, 2006. ICARCV '06.

- Krishnan, 2001b. Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design and applications. Industrial Electronics series. CRC Press.
- Karagiannis et al 2008. Invariant manifold based reduced-order observer design for nonlinear systems. Automatic Control, IEEE.
- R. Freeman and P. Kokotović (1996). Tracking Controllers for Systems Linear in the Unmeasured States. Control, Automatica 32, pp. 735Đ746, 1996.
- S. Sedghizadeh et al. (2009). Sensorless Speed Control of Switched Reluctance Motor Drive Using the Binary Observer with Online Flux-Linkage Estimation. Iranian Journal of Electrical & Electronic Engineering, Vol. 5, No. 2, Jun. 2009.
- A. Astolfi et al. (2002). Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems. IIn IFAC Symposium on Nonlinear Control System Design, St. Petersbury, Russia, pages 81-86, 2001.
- Espinosa-Perez et al., 2002. Passivity-based control of switched reluctance motors with nonlinear magnetic circuits. In Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control, volume 1, pages 468-473 vol.1
- Maya-Ortiz, P. (2001).Control Basado en Pasividad de Motores de Reluctancia Conmutada. Universidad Nacional Autónoma de México Tesis de Maestría, México.
- Romeo Ortega, (2008). Nonlinear and Adaptive Control with Applications. Springer.