



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA

De la inteligencia artificial a la
mecánica cuántica, una perspectiva
física en el manejo sustentable
del agua subterránea.

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA TIERRA

P R E S E N T A

OLIVER XAVIER LÓPEZ CORONA

COMITÉ TUTOR:

DR. LUIS BOJÓRQUEZ TAPIA
INSTITUTO DE ECOLOGÍA, UNAM
DR. TOMÁS GONZÁLEZ
INSTITUTO DE GEOFÍSICA, UNAM
DR. OSCAR ESCOLERO (TUTOR)
INSTITUTO DE GEOLOGÍA, UNAM
DR. PABLO PADILLA (TUTOR)
IIMAS, UNAM

JURADO EXAMINADOR
DR. TOMÁS GONZÁLEZ
INSTITUTO DE GEOFÍSICA, UNAM
DR. SERGIO MENDOZA
INSTITUTO DE ASTRONOMÍA, UNAM
DR. CAMILO ARANCIBIA
CENTRO DE INVESTIGACIÓN EN ENERGÍA, UNAM
DR. OSCAR ESCOLERO (TUTOR)
INSTITUTO DE GEOLOGÍA, UNAM



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

Quiero agradecer a mi esposa por ser siempre mi inspiración para ser una mejor persona. Gracias por no dejarme perder el rumbo, por tu amor y comprensión.

Muy especialmente a mis tutores, el Dr. Pablo Padilla y el Dr. Oscar Escolero, quienes me dieron libertad académica para desarrollar mi investigación. Gracias por compartir conmigo toda su experiencia, por su calidad humana y por su amistad. Especialmente quiero reconocer que en ellos encontré el modelo de académico que algún día quisiera llegar a ser.

Gracias por el tiempo dedicado y los valiosos comentarios a mi comité tutor, Dr. Luis Bojórquez Tapia y el Dr. Tomás González. Igualmente deseo expresar mi agradecimiento a mi jurado de candidatura: el Dr. Alejandro Frank, el Dr. Denis Boyer, el Dr. Ramón Domínguez Mora y al Dr. Alejandro Ramírez Rojas; y a mi jurado de grado, Dr. Oscar Escolero, Dr. Tomás González, Dr. Sergio Mendoza, Dr. Roeb García y Dr. Camilo Arancibia.

Deseo reconocer la sincera vocación de apoyo a la Dra. Leticia Flores, el Dr. Gustavo Tolson, la Dra. Elizabet Solleiro y el Dr. Mario Villalobos quienes desde el posgrado de Ciencias de la Tierra hacen posible tener los medios y facilidades para hacer nuestra tarea. Gracias a Maria Luisa y Gloria que nos apoyan en los trámites.

Muy especialmente quiero reconocer el apoyo de la Dra. Leticia Flores quien al principio de mi doctorado gestiona un apoyo económico de la UNAM en forma de una beca de posgrado, gracias a la cual pude ingresar al mismo.

Agradezco el apoyo económico de la Coordinación de Estudios de Posgrado de la UNAM, así como al CONACyT cuyo apoyo económico a través de la beca de doctorado que me otorgo, hizo posible la realización de este trabajo.

Índice general

Prefacio	1
1. Antecedentes	7
§1.1. La Sostenibilidad en un mundo dinámico y complejo.	8
§1.1.1. La importancia de la complejidad para la Sostenibilidad	13
§1.2. La narrativa compleja de la sostenibilidad	15
§1.2.1. Una formulación Físico-Matemática de la Sostenibilidad.	18
§1.2.2. La ecología como un proceso termodinámico fuera del equilibrio	20
§1.2.3. Una ontología Física para la sostenibilidad.	26
§1.2.4. Una narrativa matemática para la Sostenibilidad.	29
§1.3. Objetivos y estructura de la tesis.	33
2. Data Mining of Historic Hydrogeological And Socioeconomic Data Bases of the Toluca Valley, Mexico.	41
3. The advantages of using a computer-based integrated assessment to promote cooperative behavior in groundwater management	60
4. Levy flights, 1/f noise and self organized criticality in a traveling agents model	67
5. Complex groundwater flow systems as traveling agent models	75
6. Playing with models and optimization to overcome the tragedy of the commons in groundwater	95
7. Conclusiones finales	116
§7.1. Fundamentos probabilísticos de la Mecánica Cuántica y su posible aplicación en agua subterránea.	116
§7.2. Semblanza histórica	117

§7.2.1. La radiación del cuerpo negro -cuantización de la energía- (Planck 1900).	117
§7.2.2. Efecto fotoeléctrico -confirmación de la hipótesis cuántica e introducción de la dualidad onda partícula- (Einstein 1905)	118
§7.2.3. Cuantización del momento angular -Entendiendo al átomo- (Bhor 1913)	119
§7.2.4. Mecánica cuántica -consolidación de la teoría- (Born, Heisenberg, Schrödinger 1925-27)	119
§7.2.5. Espacios de Hilbert -la Mecánica Cuántica moderna- (von Neumann 1932)	120
§7.3. Interpretaciones de la MC	121
§7.3.1. Interpretación ortodoxa.	123
§7.3.2. Interpretación de Copenhagen.	125
§7.3.3. Probabilidad no-Kolmogoroviana	127
§7.4. Teoría estocástica-contextual del agua subterránea.	132

Prefacio

El diseño del presente trabajo es una adaptación a LyX del original escrito en LaTeX por el Dr. Sergio Mendoza ([sergio www.mendoza.org/sergio](http://www.mendoza.org/sergio)). Este trabajo fue realizado usando únicamente software libre. En conformidad con las ideas de acceso libre a la cultura, el autor desea expresar su consentimiento para utilizar esta obra de acuerdo con la siguiente licencia.

Copyright © 2012 Oliver López mail <lopezoliverx@gmail.com>. Se otorga permiso para copiar, distribuir y/o modificar este documento bajo los términos de la Licencia de Documentación Libre GNU (GNU Free Documentation Licence), versión 1.2 o cualquier otra versión posterior publicada por la Fundación de Software Libre (Free Software Foundation); con las siguientes secciones invariantes: Cap1, Cap2, Cap3, Conclusiones invariantes. Una copia de la licencia se incluye en la sección Apéndice bajo el título “GNU Free Documentation Licence” la cual puede ser directamente consultada en FDL www.gnu.org/licenses/licenses.html#FDL

Para mayor información sobre la Fundación de Software Libre consultar fsf www.fsf.org y para el proyecto GNU gnu www.gnu.org



Solo como Gnu

nómada pensamiento

se libre siempre

Resumen

Uno de los obstáculos más grandes para adoptar un nuevo paradigma científico, el cual enfrente y explote los fenómenos complejos, es nuestro lenguaje. El problema de la definición de sostenibilidad no es trivial en absoluto, lo cual se refleja en el hecho de que uno puede encontrar en la literatura especializada por lo menos 300 diferentes definiciones de la sostenibilidad (Dobson, 2000). Las palabras operan y derivan significados, no por su grado de correspondencia con el mundo, sino de su uso contextual y papel dentro del juego del lenguaje (Cooperrider, et al, 1995). Pero no es sólo un problema del uso del lenguaje, se trata de una cuestión central sobre los fundamentos de la sostenibilidad y su validez como disciplina científica. El editor de *Sustain. Sci*, en un editorial de 2007 dice: "Nosotros, como editores, y muchos otros, han comenzado a preguntarse cómo debería formularse la definición de las Ciencias de sostenibilidad.

Bruner (1991) distingue entre dos formas distintas que los humanos ordenan sus experiencia. Llamó a la primera paradigmática, que se refiere a la organización de pensamiento que es lógico-científica, que se basa en razones. La segunda forma en que los seres humanos organizan sus experiencias, según Bruner, es mediante narrativas, que se ocupan de la creación de historias. Así pues, la narrativa se utiliza para referirse a: 1) una forma de estructuración de la información a través de expresiones de diferentes medios de comunicación en formas fácilmente comprensibles y 2) un modo cognitivo que se usa para dar sentido a la información o experiencia. Entonces una narrativa se convierte en parte de cómo las personas entienden el mundo en el que vive y sirve como una forma de comunicar ese conocimiento a otros. Bajo esta perspectiva, incluso una teoría científica constituye una narrativa (Hoffman, 2005).

Una opción sería formular a la sostenibilidad bajo una narrativa Newtoniana que se organiza en virtud de tres principios explicativos: El principio del determinismo universal ilustrado por el Demonio de Laplace, capaz, gracias a su inteligencia y los sentidos muy desarrollados, no sólo de conocer todos los hechos pasados, sino también de predecir todos los eventos en el futuro. El principio de reducción, que consiste en conocer cualquier entidad mediante el conocimiento de los elementos básicos que la constituyen. El principio de disyunción, que consiste en aislar y separar dificultades cognitivas, lo que lleva a la separación entre las disciplinas,

que se han vuelto hermética entre sí.

Sin embargo este tipo de narrativas han mostrado no ser adecuadas para el estudio de los problemas de la Sostenibilidad debido a que su espacio de configuración es no estacionario y a que en un problema real, se deben considerar un número muy grande de elementos interactuantes. Estas dos características son las dos propiedades que definen a un sistema complejo, por lo cual más que una narrativa reduccionista, las Ciencias de la Sostenibilidad requieren pro su propia naturaleza una narrativa Compleja.

Una cuestión clave, y objetivo principal de éste trabajo doctoral, sería cómo lograr una ontología empíricamente valida (cuantificable y verificable), consistente con la narrativa compleja (interacciones, no-estacionalidad), capaz de resolver los problemas de lenguaje de la sostenibilidad (ambigüedad) y que ayude de forma practica a la toma de decisiones. Aquí estamos usando el concepto de ontología como las estructuras lógicas explícitas e implícitas, así como las connaturalizaciones particulares, que se hacen bajo una narrativa específica, de la sostenibilidad. Por lo tanto pueden haber diferentes ontologías para explicar las múltiples narrativas de la sostenibilidad.

En la búsqueda de esta ontología y narrativa, comenzamos con un problema de optimización que resolvimos con algoritmos genéticos para poder abordar problemas multiobjetivo en el agua subterránea. Sin embargo pronto me di cuenta de que no importa cuan complejas sean las funciones objetivo, ni la eficacia del método de optimización, aún así los planes de manejo pueden fracasar si no se logra al mismo tiempo la cooperación de los usuarios del recurso. Con eso en mente integre un análisis con teoría de juegos al esquema de optimización, para probar bajo que circunstancias surgía la cooperación. Los resultados mostraron que la cooperación de los usuarios para implementar un plan de manejo, depende fuertemente de la información que tienen. Este resultado es novedoso por que los conflictos entre usuarios de agua subterránea se han tratado típicamente como Dilemas del Prisionero, un juego no-cooperativo. Pero entonces, ¿cómo era que surgía la cooperación? La búsqueda de la respuesta a esta pregunta me llevo de forma natural a un teoría más amplia, la de los juegos cuánticos. Dentro del marco de esta teoría, la cooperación puede surgir incluso en juegos clásicamente no-cooperativos como el Dilema del Prisionero. Pero este giro en la línea de investigación hizo surgir nuevas preguntas relacionadas con la validez de usar esta teoría en el agua subterránea. Usando un modelo de agentes viajeros conceptualizados como jugadores en un juego espacialmente extendido, dedujimos una nueva ecuación no-clásica de flujo la cual permite la existencia de estrategias no-clásicas y con ello se valida nuestra aproximación al problema del manejo. Como en la deducción de la ecuación usamos argumentos de la Teoría Cuántica de Juegos, esto nos llevo a revisar lo fundamentos matemáticos de la Mecánica Cuántica, en particular desde la perspectiva de la teoría de la probabilidad. Finalmente, esta revisión me ha hecho

conjeturar que la naturaleza del agua subterránea es tal que no sólo es posible, sino necesario, replantear la teoría hidrogeológica en términos de una teoría estadístico contextual, al estilo en que la interpretación de Växjö entiende a la Mecánica Cuántica.

Finalmente hemos propuesto que una ontología Física basada en la Termodinámica fuera del equilibrio. Sin embargo, mostramos también que dicho modelo ontológico tienen por el momento serias limitantes experimentales para su valoración cuantitativa, por lo que al construir la narrativa correspondiente lo hicimos bajo el aparato matemático de la Teoría Cuántica de Juegos. Así pues, proponemos entender a la Sostenibilidad como un problema de optimización en un espacio termodinámico abstracto de recursos (naturales y antropogénicos), en el cual existen diferentes entidades sujetas de valoración moral, que compiten por ellos buscando optimizar distintas funciones objetivos. Estas funciones objetivo pueden ser de naturaleza Física (minimizar la energía libre de Helmholtz del sistema, satisfacer el principio de Máxima Producción de Entropía, etc), Económicas (maximizar el la productividad económica de los subsistemas humanos) o Sociales (minimizar la desigualdad social). Este modelo ontológico, además incorpora restricciones en cada esfera como: límites y restricciones planetarias, (e.j. que la concentración de CO₂ en la atmósfera sea menor a 350ppm), restricciones impuestas por el capital humano, respeto y protección de la diversidad cultural y biológica, entre otras. Nuestra propuesta final de Ontología Física y Narrativa Matemática esta expresada de forma resumida en el infográfico que se anexa al final de este resumen.

ABSTRACT

The problem of definition of sustainability is not trivial at all , which is reflected in the fact that you can find in specialized literature at least 300 different definitions of sustainability (Dobson , 2000). Operating and derived words meaning , not your degree of correspondence with the world, but for his role in context use of the game and language (Cooperrider , et al, 1995). A key issue , and main purpose of this doctoral work would be making a valid empirically ontology (quantifiable and verifiable) , consistent with complex narrative (interacciones , non- seasonal) able to solve language of sustainability (ambiguity) and to help shape a practice decisions . We proposed that a physical ontology based out of equilibrium thermodynamics . But also show you have such model for the moment ontological serious limitations for experimental quantitative evaluation by to build what we did the narrative for device under mathematical quantum theory of games . So, we propose to understand how sustainability optimization problem in a thermodynamic abstract space resources (natural and anthropogenic) , which are different entities subject of moral valuation , racing looking for them different objectives optimization functions . Objective functions these can be physical nature (free minimize power system helmholtz , meet the principle of maximum entropy production , etc) , economic or social (minimize social inequality) . Ontological this

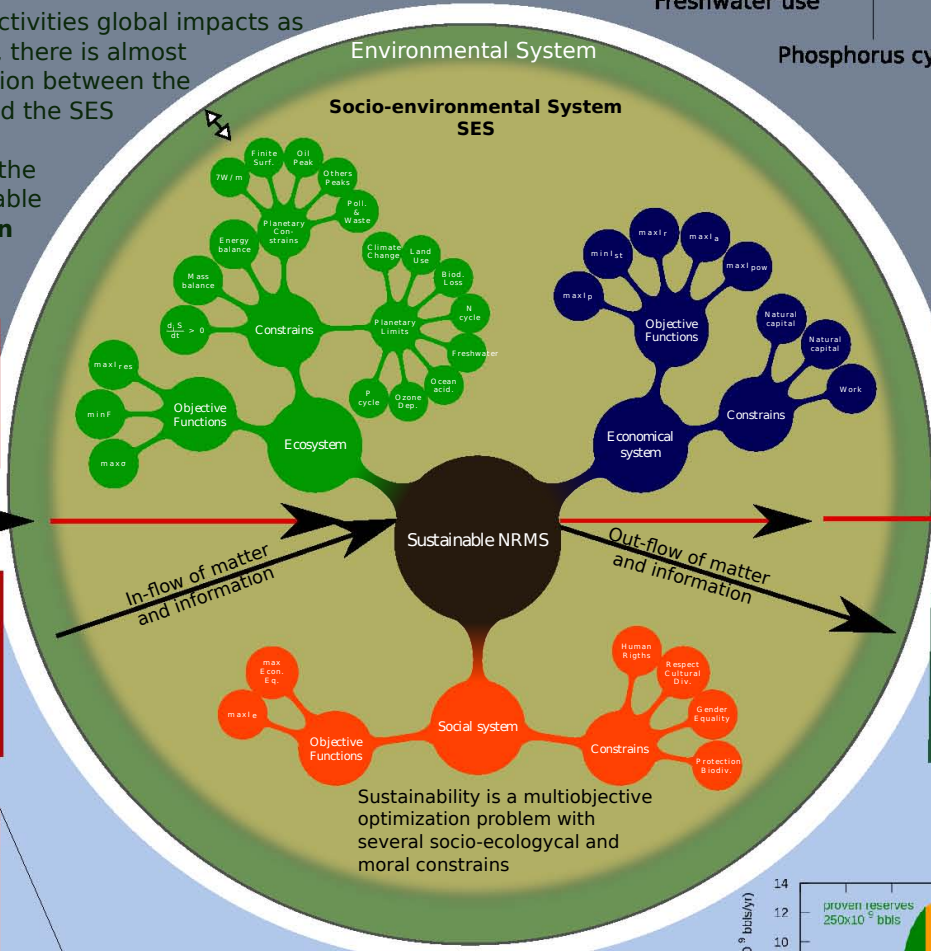
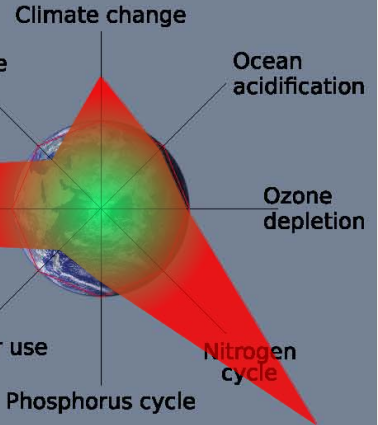
model , also adds restrictions as each sphere : limits and restrictions planetary , restrictions imposed by the human capital , respect and protection of cultural and biological diversity among others .

A planetary boundary is, 'a specific point related to a global-scale environmental process is [meant] beyond which humanity should not go', because this could hamper human development profoundly (Steffen et al. 2011: 2).

Climate Change impose a Planetary Boundary over the total amount of CO₂ ppm in the atmosphere. To avoid catastrophic effects the **CO₂ must be <350ppm**

Due to human activities global impacts as Climate Change, there is almost no more distinction between the Environmental and the SES

The CO₂ is also the biophysical variable triggering **Ocean Acidification**

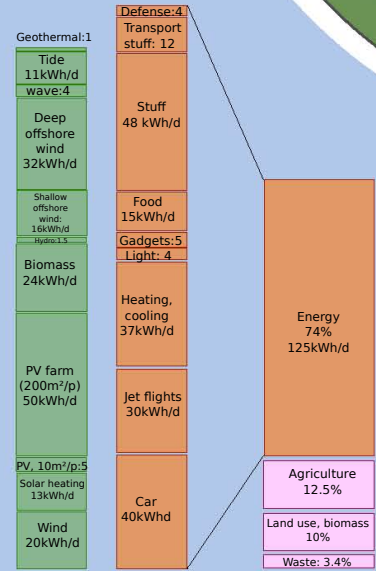


Sun light is a Planetary Constrain. It is the ultimate sustainable energy source.

Sustainability is ultimately a moral concept, a set of rules that allow people to live together in reasonable harmony between them and the other entities of the SES

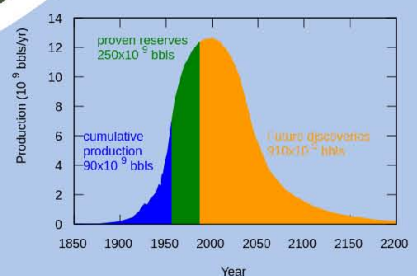
Sunlight
(λ) ≈ 500nm, S ↓, F ↑
Higher atmosphere 1366W/m².
Lower atmosphere ~ 1000W/m²
Maximum useful work is less than 7W/m²

Earthlight
(λ) ≈ 700nm, S ↑, F ↓
Sustainability involves solving wicked problems of deep complexity



A Planetary constrain is biophysical process that do not present a global scale threshold but it does impose limits to the global dynamics

Energy is a Planetary Constraint
The most significant contribution to Climate Change comes from the energy sector, which has several physical limitations to be obtained from sustainable sources. Ultimately maximum useful work is less than 7W/m²
Rith now we have a negative balance meaning energetic sustainability is not possible under the current lifestyle



Peak of materials as oil or metals impose some Planetary Constrains
The era of cheap high energetic oil is over. Oil energy return rate has gone from 100:1 in 1930 to 18-12:1 in 2007

Capítulo 1

Antecedentes

Se ha destacado que el concepto de sostenibilidad ha sido aceptado, casi universalmente, como una consideración de importancia en prácticamente todos los procesos sociopolíticos de toma de decisiones. Sin embargo, al mismo tiempo se ha experimentado un aumento sin precedentes tanto en nuestros patrones de consumo como en las emisiones de gases de efecto invernadero (Fig.1.1). De hecho durante la más reciente cumbre de Naciones unidas en Copenhagen sobre el tema, no se alcanzaron acuerdos reales sobre la reducción de Gases de Efecto Invernadero (GEI). Esto muestra una contradicción de la sociedad moderna, la cual por un lado acoge un sentido de cambio pero al mismo tiempo continua con sus patrones de comportamiento [1].

La sostenibilidad se ha convertido en una preocupación central por buenas razones. Hay evidencia acumulada que apunta a que la humanidad se esta acercando, sino es que ya pasó, un límite de capacidad de carga planetaria para soportar a la población humana en el actual contexto socioeconómico [2, 3, 4].

Se estima que en la actualidad los humanos se apropian del 20 % al 40 % de la producción primaria terrestre [5, 6, 7], están agotando las reservas de recursos finitos como el petroleo y los minerales y están sobreexplotando los recursos hídricos y pesquerías [8, 9, 10, 11].

Además, en este proceso de explotación irracional de los recursos naturales, estamos emitiendo más GEI y produciendo más desechos sólidos de los que los sistemas ambientales son capaces de asimilar sin cambiar drásticamente sus dinámicas propias; lo cual ha dado como resultado cambios globales del clima, del territorio y una pérdida masiva de biodiversidad [12].

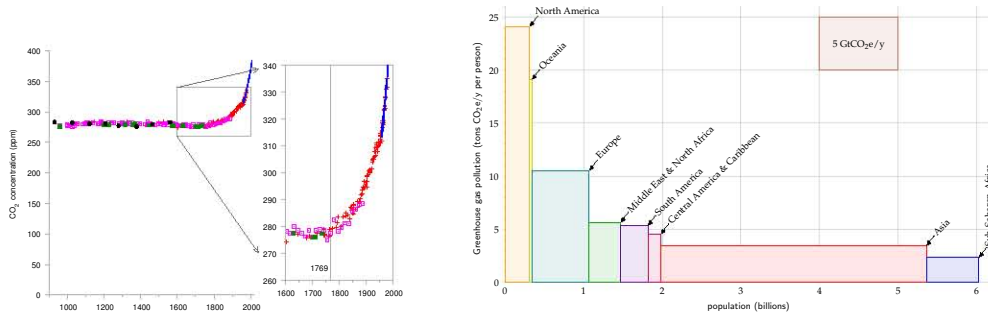


Figura 1.1: Temporal evolution of CO₂ emissions and a breakdown by geographical area (MacKay).

§1.1. La Sostenibilidad en un mundo dinámico y complejo.

El mundo actual es sin duda altamente dinámico y complejo. Las condiciones ambientales están cambiando cada vez más rápido conforme interaccionan con procesos globales como el cambio climático, ante los cuales están emergiendo sinergias imprevistas. Los desarrollos de la ciencia y la tecnología se han acelerado en parte por los nuevos patrones de acceso a la información y financiamiento. A su vez, los sistemas sociales se han vuelto más dinámicos que nunca debido a las dinámicas poblacionales (en plural por que hay más de una), urbanización, relaciones económicas y movilidad (de personas, practicas, patógenos, ideas y tecnologías)[13].

Al momento hemos estado usando el concepto de sistema pero no hemos justificado su empleo. De una forma simple, un sistema se puede entender como el conjunto de entidades interactuantes, que pueden ser muy disimiles unas de otras y que constituyen un todo organizado, organizador y organizante [14]. Se entiende entonces que bajo una óptica sistémica, el todo es más que la suma de sus partes debido que propiedades del todo surgen solo como resultado de la interacción de las partes. Pero más aún, el todo también es menos que la suma de las partes. Ciertas propiedades de las partes pueden resultar inhibidas de la interacción entre ellas (e.j. redes genéticas), con lo cual al estudiar el todo, tampoco se conoce a las partes a detalle.

Un ejemplo de lo anterior son las células (sistema), las cuales están formadas por moléculas (partes). Las células están vivas, pero las moléculas no. ¿De dónde viene la vida? Está precisamente en las interacciones entre moléculas. Otro ejemplo similar: los cerebros están formados por neuronas y moléculas. Son capaces de raciocinio, imaginación, consciencia, etc. Estas propiedades no están presentes en los componentes. ¿De dónde vienen? De las interacciones. Es por la importancia de las interacciones que no es posible reducir el comportamiento del sistema al comportamiento de las partes. Las interacciones generan información nueva no

presente en las partes, pero esencial para su comportamiento, y por ende del sistema [15].

Pero entonces, ¿todos los sistemas son complejos? En principio la respuesta sería sí [14]. Sin embargo hay sistemas muy sencillos de muy pocos elementos interactuantes o donde las interacciones son muy débiles y por tanto uno puede reducir su estudio al estudio de las partes (reduccionismo). O eso nos gustaría pensar. Por ejemplo uno puede escribir las ecuaciones newtonianas para describir al sistema Tierra-Luna y todo funciona bien. Pero si uno quisiera estudiar al sistema Sol-Tierra-Luna, simplemente llegamos a un problema irresoluble (problema de tres cuerpos de Poincaré).

Así pues la visión reduccionista de un mundo predecible a partir de primeros principios se tiene que abandonar si se desea resolver problemas del mundo real como por ejemplo un escenario de sostenibilidad de recursos hídricos. Esta idea todavía arraigada entre la comunidad científica ha enfrentado críticas insalvables [15]:

- Aún teniendo una descripción completa de todos los átomos del universo, no podemos deducir a partir de esta descripción fenómenos a otras escalas, como es como la vida, la mente, los sueños, la imaginación, la cooperación entre usuarios de un recurso común. Todos estos fenómenos son en última instancia irreducibles. Es más, cualquier descripción del mundo que se pretendiera hacer a partir de un conjunto finito de axiomas sería irremediablemente incompleto, como demostró Gödel con su teorema de la incompletes. Este resultado teórico demuestra que para todo sistema axiomático auto-consistente lo suficientemente poderoso como para describir la aritmética de los números naturales (que satisfaga los postulados de Peano), existen proposiciones verdaderas que no pueden demostrarse a partir de los axiomas. Es decir que si un sistema es consistente no puede ser completo y que la consistencia de los axiomas no se puede demostrar dentro del sistema. En física, un axioma es un principio -como la conservación de la masa-energía- y una proposición (teorema) es una ley como las de Maxwell para el electromagnetismo. Por tanto, uno no podría por ejemplo, determinar la veracidad de $\nabla \cdot \vec{B} = 0$ a partir de primeros principios. En palabras de Marcus (1984) “no podemos encontrar una lógica única no contradictoria que sea consistente con todo lo que observamos o llegaremos a observar”
- Un modelo completo del universo debe de incluir al modelo mismo, lo cual lleva a la paradoja de Russell acerca de conjuntos respetables. De hecho se ha propuesto que tanto el concepto de vida como el de sostenibilidad caen dentro de este tipo [16].
- Debido a la irreversibilidad de la termodinámica, se ha mostrado que no hay una relación biunívoca entre eventos del presente y del pasado. Por ejemplo, supóngase que hay dos eventos E1 y E2, que pueden llevar a la ocurrencia de un tercer evento E3. Entonces,

si uno comprobara la ocurrencia de E3 y aún bajo una dinámica determinista, debido a los límites impuestos por la termodinámica, no seríamos capaces de saber de cual de los estados antecesores (E1, E2) viene E3.

- El determinismo no implica previsibilidad. Supongamos una población (x) de bacterias que sigue una dinámica poblacional bien descrita por la ecuación logística

$$\dot{x} = rx(1 - x/K) \quad (1.1)$$

con r la tasa de crecimiento y K la capacidad de carga. Esta ecuación diferencial nos provee una descripción determinista de la evolución temporal de la población. De hecho conocemos su solución analítica

$$x(t) = \frac{Kx_0e^{rt}}{K + x_0(e^{rt} - 1)}. \quad (1.2)$$

Sin embargo si la reescribimos en su forma discreta

$$x_{t+1} = ax_t(1 - x_t), \quad (1.3)$$

con a la tasa de crecimiento, encontramos algo muy diferente. A pesar de su forma simple, se puede demostrar que para $a > 3.82$ el equilibrio de la ecuación es un oscilador que tiene cada vez más periodos conforme $a \rightarrow 4$ y en $a = 4$ están presentes todos los periodos, siendo el ejemplo más connotado de caos determinista. Esto hace que un problema tan simple como el que parecía ser la dinámica poblacional de una población bacteriana, resulte en un sistema muy sensible a las condiciones iniciales. Supóngase que estando en el régimen caótico, el valor de x_t se puede conocer sólo hasta cierto grado de precisión. Es decir que no podemos diferenciar entre un valor de $x_t = 0.3156$ y $x_t = 0.3157$. Sin embargo, a pesar de la cercanía de los valores, después de diez generaciones el sistema ha seguido trayectorias por demás diferentes. No importa con cuanta precisión contemos, diferencias muy pequeñas se traducirán en diferencias muy grandes (ver Fig.1.2), ya que las trayectorias divergen exponencialmente (esto puede medirse formalmente con exponentes de Lyapunov). Esta sensibilidad a condiciones iniciales es una característica del caos dinámico [17]. Entonces, dado que no contamos con una precisión infinita, aún conociendo perfectamente el funcionamiento de un sistema (teniendo las ecuaciones que lo describen), no es posible predecir a largo plazo su estado.

- Inclusive en sistemas que no presentan caos, puede existir impredecibilidad. Se ha de-

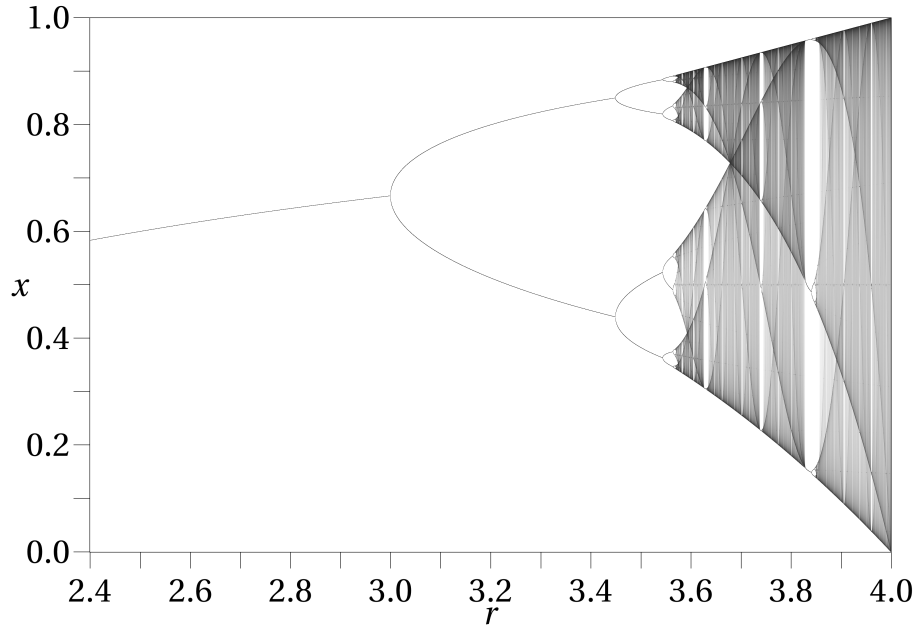


Figura 1.2: Mapa de bifurcaciones para el mapeo logístico.

mostrado que autómatas celulares la regla 110 puede implementar computación universal y generan estructuras localizadas no predecibles. Siendo un sistema tan simple, compuesto de sólo ceros y unos, y ocho reglas de substitución, tiene un potencial inmenso. ¿De dónde viene? De las interacciones. La complejidad trae consigo una falta de previsibilidad distinta a la sensibilidad a las condiciones iniciales de los sistemas caóticos. Ésta se debe a interacciones y variables nuevas. Al no poder preespecificar las variables de un sistema ni sus interacciones, uno no puede encontrar la mejor solución a un problema complejo. Por ejemplo, uno no puede determinar el estado futuro de un sistema tan “simple” como la regla 110 de una manera más corta que de hecho corriendo el autómata celular. Por otro lado, si el problema cambia, cuando la solución es encontrada, ésta ya será obsoleta. Se dice entonces que el espacio del problema es no estacionario [18]. Casi todos los problemas caen dentro de esta categoría, ya que en el mundo todos los sistemas son abiertos. Es decir, interactúan con su entorno y al hacerlo co-evolucionan con él.

Ahora bien, con la exposición anterior no queremos decir que el método reduccionista de la ciencia Newtoniana sea inservible. Este método es útil para muchos problemas, como por ejemplo construir puentes. Para el diseño de un puente se requiere de relativamente pocas variables y las especificaciones del problema no cambian (por lo menos no en la escala espacio-temporal del observador)-la fuerza de gravedad, el comportamiento de las estructuras y de los materiales se consideran constantes para la escala espacial del puente y su tiempo de vida

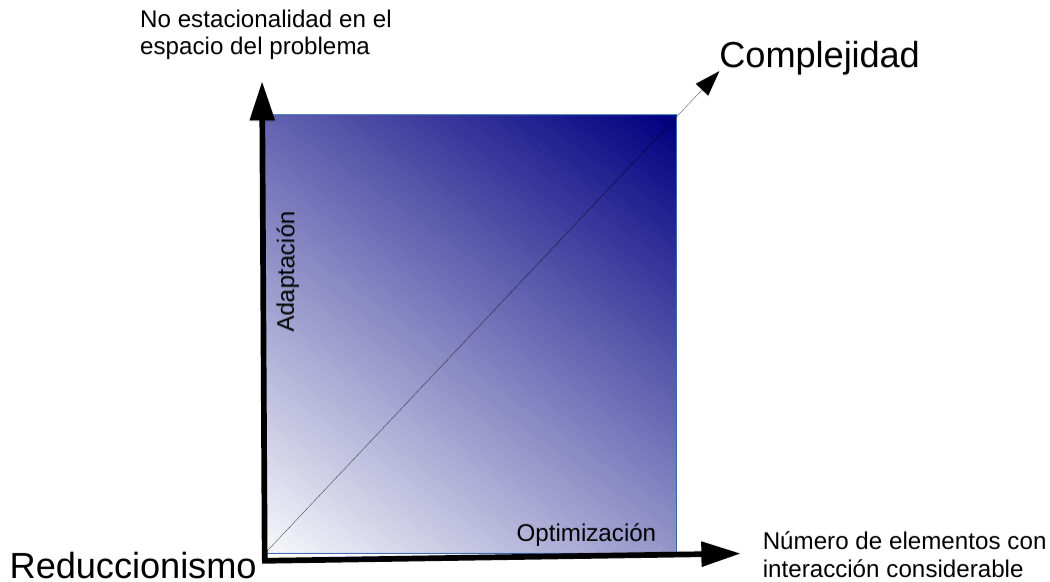


Figura 1.3: Un sistema es complejo cuando presenta un número suficientemente grande de elementos que tienen interacciones suficientemente fuertes (el problema de los tres cuerpos ya es insoluble) y/o su espacio de configuración cambia suficientemente rápido (en términos de la escala espacio-temporal del observador). Se puede ver que como sugería Morin[14], todos los sistemas son complejos. Sólo dejan de ser complejos en el límite de espacios estacionarios sin interacciones. Pero en ese límite pocas cosas interesantes suceden. Y ciertamente la sostenibilidad ocupa un lugar muy alto en el gradiente de complejidad.

útil- . Los problemas con esta forma de describir el mundo comienzan cuando, por un lado se tienen muchas variables y su explosión combinatoria nos previene de encontrar analítica o exhaustivamente la mejor solución. En ese caso las técnicas de optimización pueden ser útiles para encontrar soluciones adecuadas. Por otro lado, si el problema mismo cambia, la solución encontrada probablemente será obsoleta. Si el problema cambia más rápido de lo que podemos optimizarlo, hay que tomar un enfoque distinto [15].

En particular, para hacer frente a problemas de espacio no estacionarios, se ha propuesto que a la adaptación como vía de resolución. La adaptación [19] es la habilidad de un sistema de cambiar de comportamiento en presencia de una perturbación. Como hemos visto, no es posible predecir todas las interacciones futuras de un sistema, más aún si éste es abierto. Es por esto que es necesario dotar a nuestros sistemas con adaptabilidad, ya que seguramente habrá situaciones no esperadas, a las cuales el sistema mismo pueda responder, sin necesidad de intervención humana. Podemos decir que la adaptación es un tipo de creatividad [20]. Los sistemas adaptativos pueden crear nuevas soluciones, lo cual es necesario si queremos que sean capaces de enfrentarse un medio ambiente complejo e impredecible. Hay muchas maneras de dotar a un sistema diseñado de adaptación. Una de ellas es por medio de la auto-organización [18]. En este sentido podemos definir a un sistema auto-organizante si sus

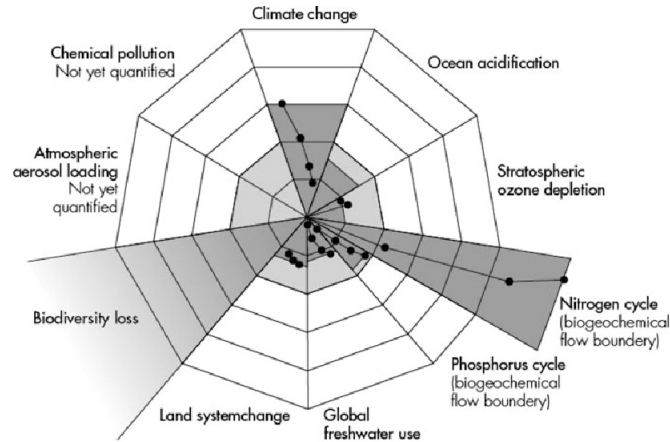


Figura 1.4: Límites planetarios reconocidos.

elementos interactúan de forma tal que su comportamiento es un producto principalmente de estas interacciones, y no de un sólo elemento ni de una fuente externa. Al diseñar sistemas auto-organizantes, nos enfocamos en el comportamiento de los componentes, de forma tal que, por medio de sus interacciones, realicen la función del sistema, sin diseñarla directamente. Ya que los componentes están interactuando en tiempo real, se puede decir que están buscando soluciones constantemente para el espacio actual del problema. Si éste cambia, el sistema tratará de encontrar una nueva solución. Al auto-organizarse, el sistema se adapta a la nueva situación [15].

§1.1.1. La importancia de la complejidad para la Sostenibilidad

Uno se podría preguntar por qué sería importante una perspectiva compleja del mundo para estudiar la Sostenibilidad. Primero por que la sostenibilidad es algo que ocurre en el mundo real y sólo basta dar una hojeada a los periódicos para darse cuenta que se trata de un sistema altamente no-estacionario. De hecho es posible que nos estemos acercando a valores críticos (límites planetarios) después de los cuales el sistema terrestre se comportaría radicalmente diferente. Se define a un Límite Planetario, como un valor relacionado con un proceso ambiental de escala global, después del cual el comportamiento de la Tierra pondría en riesgo la continuidad de la Humanidad bajo su estructura actual [21]. Por ejemplo, para evitar efectos catastróficos, la concentración de CO₂ atmosférico debería mantenerse por debajo de las 350ppm. Además, cualquier problema de sostenibilidad implica estudiar las interacciones de diferentes subsistemas (social, ecológico, tecnológico) que ocurren de forma diferenciada bajo distintos contextos y a varias escalas. Estos subsistemas a su vez co-evolucionan constantemente.

La importancia de cimentar el concepto de sostenibilidad dentro de una visión compleja del mundo radica en que esta podría sortear los cuatro mayores obstáculos que enfrentan las Ciencias de la Sostenibilidad [22].

Primero, la naturaleza dinámica de los sistemas socioambientales ha sido ignorada por las aproximaciones políticas convencionales. Estas aproximaciones convencionales están basadas en ideas de equilibrio y balance en la naturaleza. De acuerdo con estas ideas, los análisis de sostenibilidad se hacen buscando patrones de equilibrio y buscan controlar a los sistemas socioambientales en lugar de buscar generar esquemas adaptativos. Además, se presupone la estacionalidad de los espacios de configuración, de tal forma que se piensa que un modelo de resolución -usualmente en el que se tiene mayor control y cuyos contextos favorecen a los intereses privilegiados- puede ser usado en otros contextos. Esto se hace ya sea que se exporten modelos creados en el mundo desarrollado al mundo en desarrollo, o bien se extrapolen modelos creados en laboratorio al campo.

Segundo, los gobiernos e instituciones están cada vez más preocupados con los riesgos reales y percibidos que las tendencias socioambientales imperantes. Sin embargo la manera en como se enfrenta el riesgo es bajo el supuesto de que aún problemas complejos pueden ser calculados (predictibilidad), controlados y manejados, sin importar la incertidumbre, ambigüedad o ignorancia asociada al problema. La incertidumbre esta asociada a la naturaleza estocástica de muchos fenómenos naturales, de tal forma que un resultado sólo puede ser predicho en términos de probabilidades. La ambigüedad esta relacionada con desacuerdos acerca de los resultados de un proceso y la ignorancia implica que no sabemos qué es lo que no sabemos del sistema. En términos generales la sostenibilidad plantea problemas que involucran tanto incertidumbre, ambigüedad e ignorancia. A esto se le ha dado ha llamar complejidad profunda, que no debe entenderse en los términos de complejidad que hemos discutido, pues esta sería más bien una versión de complejidad restringida [14], mientras que el tratamiento que hemos empleado es más bien el de la complejidad general, en subsecuente sólo complejidad.

Tercero, detrás de las aproximaciones dominantes descritas, existe un conjunto de presupuestos sobre cuales deben ser los objetivos del “desarrollo” o la “sostenibilidad”, comúnmente asociados a la idea de “progreso” y a una visión restrictiva que niega la posibilidad de usar distintos marcos de interpretación basadas en contextos, supuestos, métodos y formas de interpretación -narrativas- que discutiremos a detalle en la siguiente sección.

Cuarto, al mismo tiempo que el debate sobre la sostenibilidad ha tomado un papel predominante en las últimas dos décadas, también ha surgido una multiplicidad de narrativas muchas veces formuladas bajo una retórica simplista, usando el concepto de forma inadecuada en contextos corporativos o burocráticos. Al tiempo que la idea de que las sociedades

deben ser sostenibles fue siendo universalmente aceptada, más difícil parecer ser conceptualizar a la propia sostenibilidad. Por lo tanto, se ha dado por declarar que la sostenibilidad aunque es una idea poderosa, termina siendo un concepto vago, una utopía, que amenaza con convertirse en un simple cliché, especialmente después haberse convertido en un concepto de moda y rentable para las empresas por el “greenwashing” [23, 24]. Así pues se ha llegado a sugerir que se debe incluso abandonar el concepto.

§1.2. La narrativa compleja de la sostenibilidad

Uno de los obstáculos más grandes para adoptar un nuevo paradigma científico, el cual enfrente y explote los fenómenos complejos, es nuestro lenguaje.

El problema de la definición de sostenibilidad no es trivial en absoluto, lo cual se refleja en el hecho de que uno puede encontrar en la literatura especializada por lo menos 300 diferentes definiciones de la sostenibilidad [25]. Las palabras operan y derivan significados, no por su grado de correspondencia con el mundo, sino de su uso contextual y papel dentro del juego del lenguaje [26]. Pero no es sólo un problema del uso del lenguaje, se trata de una cuestión central sobre los fundamentos de la sostenibilidad y su validez como disciplina científica. El editor de *Sustain. Sci.*, en un editorial de 2007 dice: "Nosotros, como editores, y muchos otros, han comenzado a preguntarse cómo debería formularse la definición de las Ciencias de sostenibilidad[27].

La forma en la que hablamos, en la que describimos las cosas, determina cómo las comprendemos. Por ejemplo, los dogmas científicos Newtonianos encuentran sus raíces en el lenguaje Platónico y Aristotélico, quienes asumían la existencia de una verdad absoluta. Desde esta perspectiva, la misión de la ciencia es la de “descubrir” las verdades del mundo.

Al respecto Cabezas y colaboradores [28, 29] han dicho acerca de la sostenibilidad que, si bien existe un gran interés en la idea central, se mantiene como un concepto vagamente definido que ha encontrado definición matemática limitada y sólo en el ámbito de aplicación de algunas disciplinas restringidas. No existe una definición ampliamente aceptada multidisciplinar, precisa y comprobable de la sostenibilidad, así como no existe una teoría general en la materia. Esto dicen, es un problema porque sin la guía de definiciones precisas matemáticas, una teoría general e hipótesis comprobables, es prácticamente imposible aplicar el método científico para avanzar en cualquier área de estudio.

Esta postura se sustenta en la lógica de la ciencia clásica basada en una formulación axiomática. Sin embargo, la verdad de cualquier proposición depende de su contexto [30]. Esto se generaliza del teorema de la incompletes de Gödel [31]. La raíz de este teorema está en que los axiomas de un sistema formal no pueden ser probados dentro de el mismo

sistema formal, precisamente porque los axiomas se presuponen. Esto es importante, ya que si uno cambia los axiomas, los enunciados pueden cambiar su valor de verdad. Por ejemplo, la frase “dos líneas paralelas nunca se intersectan” es verdadera dentro de la lógica Euclidiana. De hecho, es uno de los axiomas. Sin embargo, en otro tipo de geometrías, donde no se considera ésta frase como axioma, ésta es falsa, ya que las líneas paralelas se intersectan en el infinito. Esto se puede visualizar proyectando el plano en una esfera (llamada de Riemann): si colocamos dos líneas paralelas sobre una esfera, éstas se intersectarán en el lado opuesto de la esfera.

Hay muchos conjuntos de axiomas sobre los cuales pueden basarse teorías formales, como las matemáticas. Dependiendo de los usos que les queramos dar, escogeremos otros. Por ejemplo, el álgebra Booleana se puede basar en un sólo axioma [32]. Sin embargo, probar teoremas basados en un sólo axioma se vuelve más complicado que con otros sistemas axiomáticos. Otro ejemplo se da con las leyes de Newton, las cuales fueron consideradas verdades absolutas, regidoras del universo. Sin embargo, a escalas muy pequeñas o muy grandes, no se cumplen. No es que sean equivocadas, es que sólo se aplican a cierto contexto.

Bruner [33] distingue entre dos formas distintas que los humanos ordenan sus experiencia. Llamó a la primera paradigmática, que se refiere a la organización de pensamiento que es lógico-científica, que se basa en razones. La segunda forma en que los seres humanos organizan sus experiencias, según Bruner, es mediante narrativas, que se ocupan de la creación de historias. Así pues, la narrativa se utiliza para referirse a: 1) una forma de estructuración de la información a través de expresiones de diferentes medios de comunicación en formas fácilmente comprensibles y 2) un modo cognitivo que se usa para dar sentido a la información o experiencia. Entonces una narrativa se convierte en parte de cómo las personas entienden el mundo en el que vive y sirve como una forma de comunicar ese conocimiento a otros. Bajo esta perspectiva, incluso una teoría científica constituye una narrativa [34].

La narrativa de la ciencia clásica (de tradición Newtoniana) se organiza en virtud de tres principios explicativos: El principio del determinismo universal ilustrado por el Demonio de Laplace, capaz, gracias a su inteligencia y los sentidos muy desarrollados, no sólo de conocer todos los hechos pasados, sino también de predecir todos los eventos en el futuro. El principio de reducción, que consiste en conocer cualquier entidad mediante el conocimiento de los elementos básicos que la constituyen. El principio de disyunción, que consiste en aislar y separar dificultades cognitivas, lo que lleva a la separación entre las disciplinas, que se han vuelto hermética entre sí.

Esta narrativa, fue la responsable de la aparición de las cuatro barreras a la sostenibilidad descritas en el subsección anterior. En contraste, una narrativa compleja de la sostenibilidad implicaría el reconocimiento de varios puntos clave:

- Los sistemas socioambientales son complejos: están constituidos de muchos elementos interactuantes y sus espacios de configuración cambian con el tiempo (son sistemas abiertos). Esto implica que la forma de operar con ellos es mediante la optimización y la adaptación.
- En oposición a la reducción, la complejidad requiere que uno trate de comprender las relaciones entre el todo y las partes. El conocimiento de las partes no es suficiente, el conocimiento de la totalidad en su conjunto no es suficiente, si se prescinde de sus partes.
- El principio de disyunción, de separación (entre los objetos, entre disciplinas, entre las nociones, entre sujeto y objeto de conocimiento), debe ser sustituido por un principio que mantiene la distinción, pero que trata de establecer la relación. Las Ciencias de la sostenibilidad son por naturaleza multi-, inter- y transdisciplinarias.
- El principio del determinismo generalizado debe ser sustituido por un principio que concibe la relación entre el orden, desorden y organización. Este aspecto es explorado a detalla en el capítulo 4 donde proponemos que la complejidad es un punto de cambio de fase estadística entre sistemas ordenados y desordenados.
- Los sistemas socioambientales involucran incertidumbre, ambigüedad e ignorancia.

Una cuestión clave sería entonces cómo lograr una ontología empíricamente válida (cuantificable y verificable), consistente con la narrativa compleja (interacciones, no-estacionalidad), capaz de resolver los problemas de lenguaje de la sostenibilidad (ambigüedad) y que ayude de forma práctica a la toma de decisiones.

Esto se podría lograr a través de las dimensiones ontológicas propuestas por Bibby y Pastor [35] tética, agentiva y constitutiva. La dimensión tética se refiere a la identificación de los elementos que forman al sistema, así como a los objetos de estudio. La agentiva se refiere a los procesos, mientras que la dimensión constitutiva corresponde a las propiedades tanto de los elementos del sistema como de los procesos que se llevan a cabo.

Hay que aclarar que aquí debemos distinguir entre Ontología (con mayúscula) y ontología (con minúscula), que según Guarino y Giaretta [36] diferencian entre un concepto filosófico y otro de las Ciencias de la Información. En este sentido filosófico, sólo hay una única Ontología de la sostenibilidad. En contraste, una ontología particular se refiere a las estructuras lógicas explícitas e implícitas, así como a las connaturalizaciones particulares, que se hacen bajo una narrativa específica, de la sostenibilidad. Por lo tanto pueden haber diferentes ontologías para explicar las múltiples narrativas de la sostenibilidad.

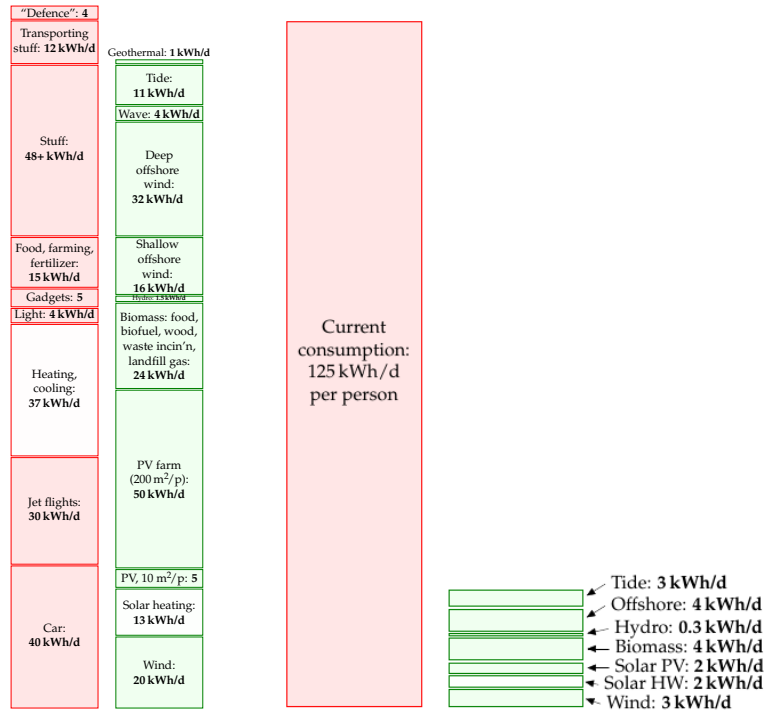


Figura 1.5: In the left, Energy Balance Sheet after we add up all the traditional renewables. In the right, after the public consultation. McKay claims that the maximum Britain would ever get from renewables is in the ballpark of 18 kWh/d per person. (The 125 kWh/d per person is the average British consumption, excluding imports, and ignoring solar energy acquired through food production.)(McKay)

§1.2.1. Una formulación Físico-Matemática de la Sostenibilidad.

En un artículo reciente, [12] surge una crítica hacia la sostenibilidad, debido a que según los autores, en esta hay una subrepresentación de los principios ecológicos. Ellos argumentan que deberían ser estos principios los ejes rectores de las ciencias de la sostenibilidad, debido a que en su estado actual se ha hecho mucho énfasis en las interacciones socio-ambientales, dejando de lado los límites físicos de los recursos naturales.

Por ejemplo, la gente tiende a pensar que la única razón por la cual las energías renovables no han sustituido a los combustibles fósiles es debido a intereses políticos y económicos. Sin embargo MacKay [37] ha mostrado que por lo menos para el Reino Unido, bajo las condiciones actuales no sería posible satisfacer todos los requerimientos energéticos usando fuentes de energía renovable. (ver Fig.1.5).

Más aún, podría ser que ni el viento ni las olas sean realmente una fuente renovable de energía después de todo. Un análisis termodinámico nos muestra que la explotación intensiva de estas dos fuentes de energía podría ser un error muy costoso. Cuando las turbinas extraen energía cinética del viento, evidentemente habrá una menor cantidad de la misma en el

sistema atmosférico. Aún cuando esto pareciera despreciable cuando se piensa en una sola turbina, si la extracción se hace a gran escala, entonces toma un rol crítico al competir con los procesos naturales de disipación de energía cinética en la atmósfera y podría en última instancia modificar los patrones de viento a nivel regional o global. Lo mismo sucede con las olas.

De hecho se podría reconocer que la única fuente de energía verdaderamente sostenible en la Tierra es la luz solar. Esto no parecería ser algo negativo o limitante si se piensa en que la Tierra recibe del sol un promedio de $1,366W/m^2$ en la atmósfera alta. Sin embargo, en la atmósfera baja este número baja a $1120-1000W/m^2$. De hecho, uno puede mostrar [38] que el máximo de energía libre disponible para hacer trabajo útil proveniente de la luz solar es de alrededor de $7W/m^2$, lo cual constituye una restricción planetaria a la sostenibilidad. Aquí usamos el término restricción planetaria en lugar de límite planetario debido a que no estamos hablando de un proceso sino más bien de una cota. Así pues, no importa la fuente de energía seleccionada y las tecnologías que la usen, si la humanidad pretender ser verdaderamente sostenible (desde una perspectiva Física), debería ajustar su consumo de energía a este número.

Por supuesto que se podría argumentar que también la geotermia podría usarse de forma sostenible. Claro que para que esto sea posible se requiere excavar a la profundidad apropiada y extraer la energía de una forma muy “gentil”. Lo que implica esto es que la extracción debería hacerse a la tasa en la que de forma natural se disipa el calor del interior de la Tierra. Tomando estas consideraciones, se tendría que perforar a 15Km de profundidad y considerando que no haya restricciones de área y un motor ideal que pudiera entregar $17mW/m^2$, entonces un complejo geotérmico a gran escala podría en principio producir a lo más $2kWh$ pro persona pro día. Así que claramente es la luz del Sol la fuente primordial de energía renovable y como hemos dicho hay restricciones termodinámicas para su aprovechamiento.

Estos ejemplos ponen de manifiesto la utilidad de usar como base de la sostenibilidad a la Ecología, pues así se pueden incorporar de forma natural estos límites y restricciones ambientales. Afortunadamente la ecología también nos permite hacer un nexo directo con una formulación matemática precisa pues Novak [39] ha mostrado por ejemplo que las ecuaciones de Lotka-Volterra pueden ser deducidas de la ecuación de replicación de la Teoría de Juegos. Más aún, Michaelian [40] ha hecho lo mismo pero a partir de una formulación termodinámica fuera del equilibrio. Así pues tenemos una equivalencia teórica para la sostenibilidad entre Ecología, Teoría de Juegos y Termodinámica fuera del Equilibrio.

Entonces podríamos proponer que la construcción de una ontología Física capaz de sustentar una narrativa compleja como se describió en la sección anterior podría hacerse en términos de la Termodinámica fuera del equilibrio y que esta sería equivalente a una ontología basada

en Teoría de Juegos.

A continuación plantearemos la manera de construir la ontología Física, pero la dejaremos en beneficio de la matemática debido a las dificultades experimentales para realizar una validación empírica de la primera.

§1.2.2. La ecología como un proceso termodinámico fuera del equilibrio

En su trabajo fundamental de 1905 sobre el movimiento Browniano, Einstein demostraba sin lugar a dudas la existencia de los átomos usando una argumentación exclusivamente termodinámica. Al respecto diría después que “una teoría es más impresionante cuanto más simples sus premisas son, la mayor cantidad de fenómenos que explica y mayor el alcance de sus aplicaciones. De ahí mi admiración por la Termodinámica clásica. En definitiva es la única teoría física de un contenido verdaderamente universal, del cual estoy convencido, dentro de las aplicaciones de conceptos básicos nunca será destronada” [41]

Las leyes de la Termodinámica son universales y sin excepciones. Sus principios son fundamentales para la Biología y Ecología al grado que han habido varios intentos de formular a la Ecología en sus términos [40]. A pesar de que los humanos tienden a pensar en si mismos como algo separado de la naturaleza, dicha concepción es simplemente falsa. Las leyes de la Termodinámica son aplicables por igual a los fenómenos naturales, a los humanos y sus actividades en todas las escalas espaciales y temporales [12]

No obstante lo profunda de la aseveración de Einstein, la aplicación de la Termodinámica a problemas concretos no ha sido tan extensa como se podría pensar. Esto es debido en buena parte a que la Termodinámica con la cual estamos familiarizados la mayoría es la de los sistemas aislados en Equilibrio Termodinámico (ET). Esto es, cuando los sistemas no intercambian materia o energía con sus alrededores. En contraste, la vida, los ecosistemas, las sociedades humanas y la Tierra como un todo, son sistema Fuera del Equilibrio Termodinámico (FET), para los cuales los intercambios de materia y energía son esenciales [42]

Los procesos terrestres, por ejemplo, son alimentados por la absorción de la luz Solar incidente. Esta luz calienta diferencialmente el terreno y la atmósfera, es la responsable del movimiento de masas de aire, es usada en la fotosíntesis y en última instancia es reemitida al espacio como radiación de cuerpo negro a una longitud de onda mucho más grande que la entrante. Sin estos flujos de energía entre la tierra y el espacio, no pasaría realmente mucho en la tierra, la cual estaría en ET [42].

Hay que entender además que todos los procesos irreversibles (FET) surgen y persisten para producir entropía. Esto no es una característica secundaria sino más bien una propiedad

fundamental de la Naturaleza, dice [43], quien ha mostrado que las altas tasas de transpiración en las plantas no han sido desaparecidas. Este hecho es resaltante debido a los extraordinarios costos de energía libre que conlleva. Sin embargo postula que no han desaparecido precisamente por que la función termodinámica de las plantas es incrementar la producción global de entropía y esto se logra primordialmente disipando fotones de alta energía en presencia de agua y por tanto aumentando el ciclo global del agua. La transpiración es energéticamente muy costosa y, de acuerdo con la Teoría Darwiniana de la evolución, dicho proceso (que no conlleva aumentos de adecuación) debería haber sido eliminada o suprimida por la selección natural. De hecho, las plantas que son capaces de tomar CO₂ al mismo tiempo que reducen pérdidas de agua, ya sea por abrir sus estomas sólo en la noche (Fotosíntesis CAM) o al reducir la fotorespiración (Fotosíntesis C₄), en realidad evolucionaron apenas hace unos 32 a 9 millones de años respectivamente [44]. Sin embargo, ninguno de estos procesos fotosintéticos que reducen la pérdida de agua ha desplazado al más antigua y más transpirante proceso de la fotosíntesis C₃, que sigue siendo relevante en el 95 % de la generación de biomasa en la Tierra.

Así pues, entender los procesos termodinámicos es de vital importancia para una descripción precisa de los ecosistemas, pero su importancia no termina ahí, sino que tiene implicaciones mucho más profundas en los mismos fundamentos de la ecología.

En términos sencillos, la Ecología suele definirse como el estudio de las distribuciones, abundancias y relaciones de los que los organismos guardan entre ellos y con el medio ambiente. En esta formulación clásica, las dinámicas poblacionales suelen modelarse usando un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas [45, 46]

$$\frac{dp_s(t)}{dt} = F_i(p_1(t), p_2(t), \dots, p_n(t)). \quad (1.4)$$

Donde F_s es una función empírica, comúnmente no lineal, de la población p_s . Una selección ampliamente aceptada es usar a F_s como

$$F_s = p_s \left(b_s + \sum_{s'}^n p_{s'} C_{ss'} \right), \quad (1.5)$$

lo que da lugar a las ecuaciones de Lotka-Volterra, donde b_s representa la tasa de crecimiento de la especie s y $C_{ss'}$ corresponde al efecto que tiene la presencia de la especie s' sobre la población de la especie s . Este tipo de ecuación se reportado en reacciones químicas fuera del equilibrio y de hecho se pueden deducir directamente usando la termodinámica fuera del equilibrio [40].

Por otro lado, en estudios recientes se ha mostrado que muchos animales forrajeadores siguen patrones de movimiento equivalentes conceptualmente a un proceso de difusión anómala

([76]).

Así pues, pareciera ser que los sistemas ecológicos son susceptibles de ser modelados por las mismas ecuaciones que sistemas físicos, de tal forma que una narrativa física de la Ecología parece posible. Si dicha narrativa se desea construir, entonces sería deseable que se cimentara en la Termodinámica fuera del equilibrio por varias razones[40]: (i) las leyes termodinámicas son las más generales de entre las leyes físicas, son independientes del tipo de sistema, son aplicables a todas las escalas y permiten una descripción jerarquizada de la naturaleza; (ii) la Macroecología se podría beneficiar de la capacidad natural de la Termodinámica de reducir el número de variables a un conjunto pequeño de variables efectivas; (iii) la estasis ecológica y los equilibrios puntuados se pueden interpretar en Termodinámica fuera del equilibrio como estados estacionarios y transiciones de fase; (iv) la aparente existencia de evolución a escalas diferentes de la del individuo, surgen de forma natural si se piensa en la evolución como un proceso entrópico, sin que ello modifique el papel central de la selección natural [47, 48].

La posibilidad de este tipo de cambio de paradigma, fue propuesto primero por Schrödinger [49, 50, 51] y luego por Prigogine [52, 53] quien resaltaba las profundas similitudes de los sistemas vivos y los estados estacionarios fuera del equilibrio. En la misma línea de pensamiento, ha habido un cada vez mayor número de trabajos que respaldan cualitativa y cuantitativamente una narrativa termodinámica de la Ecología y la Evolución [56, 54, 55].

No obstante los biólogos se han resistido sistemáticamente a una descripción termodinámica de sus disciplinas, en buena medida por tener un concepto erróneo de lo que es la entropía.

La construcción del concepto de entropía comenzó con el trabajo de Clausius sobre el funcionamiento de los motores de combustión interna y generó el primer (pero no único) enunciado de la segunda ley: El calor no puede fluir espontáneamente de un cuerpo con baja temperatura hacia uno con alta temperatura. Por supuesto que si a uno le enseñan este enunciado de la segunda ley, difícilmente se podría imaginar que tendría algo que ver con Ecología. tomó cerca de treinta años y el genio particular de Boltzmann entender el significado estadístico de la segunda ley y que la convierte en la ley más bella de la naturaleza.

Lo que Boltzmann entendió es que todo sistema macroscópico se puede pensar como un ensamble de pequeños (pero todavía macroscópicos) subsistemas, cada uno con una probabilidad p_i de estar en un estado termodinámico diferente (microestado) dependiendo de las fluctuaciones térmicas. Entonces, el estado macroscópico (el conjunto de todos los observables físicos como la temperatura o la presión) del sistema está definido por la distribución de microestados que son accesibles al sistema bajo las fluctuaciones térmicas presentes. En esta visión estadística de los procesos, surge una nueva cantidad relacionada con la incertidumbre asociada a la definición del estado macroscópico después de que los observables han sido

tomados en cuenta, que llamamos entropía (S) y se define como

$$S = -k_B \sum_i p_i \ln P_i \quad (1.6)$$

donde k_B es una constante fundamental del universo conocida como constante de Boltzmann y la p_i es la densidad de probabilidad que describe el número de microestados disponibles al sistema bajo cierto contexto experimental.

Desafortunadamente, a pesar del gran avance teórico de Boltzmann, los desarrollos cuantitativos de la teoría a partir de ese momento se basaron en el modelo del gas ideal, un modelo que asume la inexistencia de interacciones. Por supuesto que esta tendencia creó una falsa percepción de que los conceptos englobados en la segunda ley no eran aplicables en el mundo real, donde ciertamente las interacciones tienen un papel predominante (1).

Así de suertes, la entropía terminó siendo identificada con el desorden, la antítesis de la complejidad. Como es posible que los organismos vivos parezcan aumentar su complejidad tanto en su camino evolutivo como en el ontogénico - reduciendo el desorden- y al mismo tiempo satisfacer la segunda ley? La respuesta a esta pregunta tiene que ver con dos aspectos fundamentales, el primero es que si uno entiende con detalle el significado estadístico de la entropía, esta no tiene nada que ver con el desorden, tiene todo que ver con la cantidad de microestados disponibles al sistema. Y la cantidad de estados crece cada vez que el sistema se complejiza. Lo segundo que hay que entender con claridad es que el contexto bajo el cual es aplicable la segunda ley es el de los sistemas aislados y como los sistemas biológicos son abiertos, no hay manera de que satisfagan la segunda ley, a menos que aumenten su complejidad a expensas de que el ambiente aumente su entropía y tomados como un todo, formen un nuevo sistema que sí está cerrado[40].

Dejando de lado las falsas concepciones sobre la segunda ley, lo que sí establece es una dirección privilegiada en la que los procesos ocurren. Establece que la entropía de los sistemas aislados sólo puede crecer. El balance de entropía permitido en este universo es necesariamente

$$\frac{dS}{dt} = \sigma \geq 0 \quad (1.7)$$

donde S se refiere al estado del sistema (su entropía), mientras que la σ se refiere a la naturaleza irreversible de los procesos que están ocurriendo en el sistema (su producción de entropía). Esta producción de entropía puede subdividirse en la producción interna, que surge de los procesos irreversibles que tienen lugar el interior del sistema; y la producción de entropía externa, que surge de los flujos de entropía entre el sistema y sus alrededores [52]

$$\frac{dS}{dt} = \frac{dS_i}{dt} + \frac{dS_e}{dt}. \quad (1.8)$$

Ahora bien, la entropía interna dS_i/dt puede escribirse (dentro del marco de la teoría clásica de Prigogine) como la suma del producto de fuerzas generalizadas X por flujos generalizados J :

$$\frac{dS_i}{dt} = \sum_{\alpha} X_{\alpha} J_{\alpha} \quad (1.9)$$

y debe ser definida positiva para satisfacer el enunciado de la segunda ley, por ejemplo una reacción química que ocurre a una tasa v con una afinidad A , a una temperatura T , genera una producción interna de entropía

$$\frac{dS_i}{dt} = XJ = \frac{A}{T}v \quad (1.10)$$

donde A , $X = A/T$ y $J = v$.

De lo anterior se puede inferir que en ausencia de flujos, ($dS_e/dt = 0$), los gradientes tienden a disiparse con el tiempo, la producción de entropía también disminuye y eventualmente el sistema alcanza el Equilibrio Termodinámico. Entonces, para mantener los gradientes y el carácter disipativo del sistema, los flujos con el ambiente son indispensables.

De interés especial son aquellos estados estacionarios en los que $dS/dt \approx 0$. en estos estados estacionarios la entropía interna del sistema esta en balance con la externa lo que fuerza a que $dS_e/dt < 0$. Finalmente se debe resaltar que la habilidad de un sistema a para realizar trabajo útil esta íntimamente ligada a su capacidad de producción de entropía, así que en esencia nada interesante puede pasar si no hay producción de entropía.

Como hemos dicho, los sistemas que se mantiene fuera del ET disipan energía, que resulta en una producción de entropía. En este contexto varios principios relacionados se han sugerido para explicar como es que la naturaleza escoge de entre un conjunto de posibles estados estacionarios. Por ejemplo, [57] sugirió que la circulación atmosférica disipa tanta energía potencial como es posible, mientras que [58, 59, 60, 61, 62] proponía que la circulación atmosférica maximiza la producción de entropía y varios autores han propuesto el mismo principio organizativo para la Biología ([63, 64][65, 66, 67, 54, 49, 69]). De interés particular para esta narrativa es el principio de Máxima Producción de Entropía (MPE) propuesto por Jaynes [75, 76], ya que es el que mayor fundamento teórico tiene (aún cuando no es universalmente aceptado). Aún cuando han habido muchos avances en lograr una justificación rigurosa del principio de MPE usando teoría de la información [73, 74, 75, 76, 70, 71, 72] todavía no se ha logrado una demostración contundente y se han hecho varias críticas en esa línea [77, 78] Esencialmente lo que esta linea de investigación trata de hacer es probar que el principio de MPE surge de forma natural como expresión de la segunda ley en la Termodinámica fuera del equilibrio [79, 70, 71, 72].

En este punto es importante resaltar que el principio de MPE es muy diferente del principio de Prigogine de mínima Producción de Entropía (mPE). El principio de Prigogine establece que todo estado estacionario corresponde a un estado de mínima Producción de entropía comparada con todos los estados transitorios asociados. Cuando el estado estacionario se ha alcanzado, el principio de mPE no hace más predicciones acerca del destino del sistema. Por su parte, si muchos estados estacionarios son alcanzables por el sistema dado un contexto experimental, el principio de MPE actúa seleccionando el estado estacionario más probable de entre todos los posibles, generando como la segunda ley una dirección privilegiada hacia la cual ocurren los procesos [42]).

La idea de que la producción de entropía impone restricciones al funcionamiento de los ecosistemas ha ido ganando bastante aceptación en los últimos años en el área de la ecología termodinámica [80]. La idea general, como la entienden los ecólogos, es que los sistemas complejos de alguna manera se auto-organizan para alcanzar estados en donde la producción de entropía es la máxima posible, dadas unas condiciones ambientales.

En esta línea de pensamiento, se ha propuesto [78] que a escala megascópica incluso se puede establecer una analogía entre el sistema climático terrestre (con celdas de Hadley, huracanes y turbulencias locales) y sistemas ecológicos complejos como los sedimentos oceánicos (con múltiples niveles tróficos) (sediment1). Ambos sistemas tienen una entrada fija de energía de baja entropía (alta energía libre) ya sea en forma de radiación solar o bien como compuestos orgánicos reducidos. Esta entrada de energía se disipa dentro del sistema y produce un flujo de energía saliente de alta entropía (baja energía libre) ya sea como radiación en el infrarrojo o en la forma de compuestos oxidados.

Debido a que el campo de estudio de la Termodinámica fuera del equilibrio es muy vasta, resulta dudoso que se pueda encontrar un sólo principio que pueda describir con suficiente detalle todos los fenómenos que ocurren fuera del equilibrio termodinámico.

Sin embargo, resultaría muy provechoso el identificar clases de sistemas para los cuales un mismo principio es aplicable. En ese sentido, [40] ha probado que para ecosistemas con condiciones ambientales suficientemente estables (al menos en la escala de observación humana), la teoría Clásica de la Termodinámica fuera del Equilibrio funciona correctamente.

Lamentablemente en la actualidad este supuesto podría ser difícil de satisfacer debido a Cambios Globales en el clima, en la biodiversidad o en el uso del suelo, por ejemplo. Adicionalmente, en la mayoría de los problemas de sostenibilidad, se requiere incorporar el estudio bajo condiciones ambientales muy diversas (distintos planes de manejo por ejemplo), así que el formalismo de Michaelian podría no ser aplicable. No obstante, si los sistemas socioambientales que se estén considerando son suficientemente complejos, entonces una descripción basada en el PME resultaría justificable.

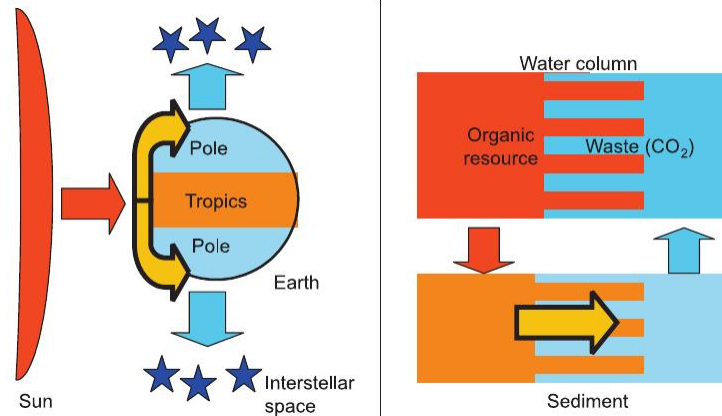


Figura 1.6: La correspondencia entre los sistemas fluidos/clima y los ecosistemas depende fuertemente de los niveles de complejidad. Un sistema de fluido a escala megascópica, como la circulación atmosférica global o un fluido viscoso en un experimento de Rayleigh-Benard (ambos bien descrito por MEP) se corresponde con una red trófica compleja de múltiples especies que interactúan. En el nivel inferior de complejidad, en la escala macroscópica, una cadena de comida simple podría corresponder con un tipo específico de un patrón de movimiento de flujo laminar, para el que no tiene necesariamente que satisfacerse el PME.

§1.2.3. Una ontología Física para la sostenibilidad.

En este momento, esperamos que se haya dado una argumentación heurística suficientemente sólida para justificar la modelación de sistema socioambientales en el marco teórico de la Termodinámica fuera del equilibrio con el principio de MPE. Así pues trataremos de plantear el problema general de la sostenibilidad en términos matemáticos precisos.

Siguiendo a Michaelian[82], consideremos un sistema socioambiental abstracto, representado por un espacio n -dimensional de recursos (naturales o antropogénicos) en el que es posible definir un vector \bar{r}_i que representa a una entidad socioambiental particular (especies, entidades ambientales como un humedal, entidades humanas como una fábrica). Cada proyección de este vector \bar{r}_i representa entonces, la raíz cuadrática media del gradiente de un recurso particular que la entidad i toma para seguir funcionando.

Ahora bien, si dos vectores \bar{r}_i y \bar{r}_j (con $i \neq j$) tienen una dirección cercana, entonces eso implicaría que ambas entidades consumen prácticamente los mismos recursos y por tanto se espera competencia. Por su puesto si las direcciones son ortogonales no competencia existirá.

Movimientos del vector en este espacio implican cambios en los gradientes, así como cambios en las interacciones entre entidades. Un vector \bar{r}_i puede exhibir cambios en su longitud en forma de vibraciones (cambios en poblacionales de la entidad), pequeños cambios en su dirección en forma de rotaciones (plasticidad del nicho) y viajes por el espacio de recursos (evolución).

Estos cambios estarían siendo seleccionados por toda la comunidad, de tal forma que un

proceso de selección natural tendría que ser necesariamente resultado de un proceso colectivo. No existe la evolución de una especie, todos los procesos evolutivos son en realidad de co-evolución entre las entidades y el ambiente. El ambiente también podría cambiar, es decir la dirección y tamaño de la base de este espacio vectorial podría cambiar en el tiempo y su configuración depender de los vectores de las entidades socioambientales. Consideramos una entidad socioambiental particular y preguntémosnos acerca de la probabilidad de que sea observada en cierta cantidad de tiempo (digamos un millón de años), entonces resulta evidente que la respuesta a esta pregunta no depende exclusivamente de las propiedades de la entidad, sino del ambiente (biótico y abiótico) así como de las interacciones con las demás entidades. Es decir que la adecuación de una entidad no es una característica intrínseca de la misma.

Entonces si retomamos la pregunta sobre la sobrevivencia de una especie pero la consideramos dentro de la óptica de la Termodinámica, veremos que el problema se puede formular en términos de la energía libre de Helmholtz del sistema socioambiental. Helmholtz descubrió que si se deja a un sistema seguir su dinámica libremente, todos los sistemas tienden a estados estables de alta longevidad por medio de reducir la energía libre F del sistema donde

$$F = U - TS \quad (1.11)$$

Donde U es la energía interna del sistema que surge de las interacciones entre los elementos constituyentes del sistema, T es la temperatura y S la entropía. Así pues el problema de la dinámica de un sistema socioambiental es en realidad un problema de optimización.

Este modelo ontológico, podría entenderse como una analogía formal entre un cluster de átomos y un cluster de entidades socioambientales (partículas) que interactuarán entre sí, generalmente es hiperespacios con potenciales isotrópicos.

Para un cluster de átomos, las configuraciones estables a temperatura cero, están completamente determinados por la minimización del potencial del sistema [81]. A temperaturas finitas distintas de cero, la estabilidad es alcanzada al minimizar la energía libre del sistema mediante la inclusión de un término entrópico de los modos vibracionales y rotacionales del sistema. A temperaturas suficientemente altas, dependiendo de la “conectividad” entre los átomos (determinada por la forma del potencial de interacción), el sistema se “derrite” y corren una serie de cambios morfológicos que ocurren de manera relativamente libre, pero discreta, entre mínimos locales de la superficie de energía libre accesible al sistema a esa temperatura [82]

Para un clúster socioambiental lo que se tiene son comunidades de entidades socioambientales que interactúan a través de potenciales anisotrópico en un hiperespacio finito de recursos naturales de muchas dimensiones. Estructuras estables a temperatura cero (el caso

estático de ninguna evolución o el movimiento en recursos hiper-espacio y ningún cambio en los recursos) corresponden a los mínimos locales en la superficie definida por la energía interna del sistema. A baja temperatura, el sistema vibrará o realizará pequeñas rotaciones alrededor de una configuración de equilibrio. Para temperaturas suficientemente altas el sistema explora, de una manera discreta, los mínimos locales de energía libre accesibles, lo que implica episodios de la evolución (mutación, especiación, cambios en la conectividad en el cluster, así como cambios poblacionales entre los extremos de la extinción y la capacidad máxima de carga del espacio).

Considerando lo anterior, para poder resolver algún problema de optimización en este tipo de sistemas socioambientales, sería necesario conocer las formas funcionales de cada término de la función objetivo - La energía libre de Helmholtz. en términos generales, cada miembro que conforma a la energía libre $F = U - TS$ dependerán de los vectores \bar{r}_i y de sus poblaciones p_i , de tal forma que:

$$F = U(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n, p_1, p_2, \dots, p_n) - TS(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n, p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (1.12)$$

Ahora bien, uno podría convencerse de que la energía interna tiene tres componentes:

1. Las interacciones de cada entidad i con el ambiente

$$U_1 = Ar_i, \quad (1.13)$$

donde A_i es una constante y $r_i = \|\bar{r}_i\|$ es la raíz cuadrática media del gradiente de recursos.

2. Las interacciones inter-específicas entre la especie i y la j , que pueden ser de naturaleza competitiva, parasitaria o simbiótica,

$$U_2 = r_i r_j (B_{ij} \exp[-p(r_{ij}-1)] - C_{ij} \exp[-q(r_{ij}-1)]), \quad (1.14)$$

donde $r_{ij} = \|\bar{r}_i - \bar{r}_j\|$; las constantes B_{ij} son positivas definidas para capturar una dinámica de competencia por los recursos abióticos, la naturaleza exponencial de este término junto con un valor grande para p y un valor pequeño para q le dan predominancia a las interacciones de corto alcance, lo que implica que es aplicable en esencia sólo para dos especies que intentan ocupar el mismo volumen del hiper-espacio de recursos. El segundo término tiene diferentes significados dependiendo de la combinación de valores de las constantes; representa la competencia por los recursos bióticos cuando C_{ij} y C_{ji} son negativos, parasitismo para C_{ij} positivo y C_{ji} negativa o viceversa, simbiosis cuando tanto C_{ij} como C_{ji} son positivos; o neutralidad para $C_{ij} = C_{ji} = 0$. El factor

$r_i r_j$ multiplicando el término anterior representan el aumento de la fuerza de interacción entre las especies i y j cuando cualquiera de ellas aumenta su gradiente de recursos abióticos. La naturaleza exponencial de este término genera un buen acuerdo con los resultados de estudios de solapamiento de nicho hechos en campo el campo (14 , 15).

3. La interacción intra-específica entre los miembros de la misma especie i debido a la competencia que surge del límite que impone la capacidad de carga local del medio ambiente abiótico

$$U_3 = \begin{cases} B_{ii} r_i^2 & 0 < r_i < a \\ \infty & r_i \leq 0; r_i \geq a \end{cases} \quad (1.15)$$

donde a representa un limite impuesto por la capacidad de carga y el coeficiente B_{ii} es una constante positiva determinada para cada especie que evite que las especies evolucionen características que no puede soportar el medio ambiente.

Entonces la expresión completa de la energía libre de Helmholtz es

$$F = \sum_i^n \left[p_i U_1(\bar{r}_i) + \sum_{j \neq i} p_i p_j U_2(\bar{r}_i, \bar{r}_j) + \frac{p_i^2}{2} U_3(\bar{r}_i) \right] - TS(\bar{r}_1, \bar{r}_2, \dots, \bar{r}_n, p_1, p_2, \dots, p_n) \quad (1.16)$$

donde la forma funcional de la entropía depende de los detalles del sistema socioambiental específico, pero algunas características generales de dicha forma podrían inferirse mediante la incorporación de la expresión vibracional y rotacional de la entropía. La temperatura del cluster se atribuye a dos componentes: las tasas naturales de mutación aleatoria de las especies, y a la variabilidad del medio ambiente abiótico, que afecta a los gradientes de recursos.

§1.2.4. Una narrativa matemática para la Sostenibilidad.

No obstante, lo atractivo de la ontología física presentada, no parece posible formular una narrativa directamente de ella pro varias razones. Por un lado, para poder determinar numéricamente la energía libre de Helmholtz, necesariamente tendríamos que poder medir la entropía de cada especie. Esto, aun cuando no hay ninguna razón teórica que lo impida, por el momento no es posible por que no existen (salvo algunos casos muy sencillos) métodos para su medición directa. claro que esto cambiará en cuanto la comunidad de ecólogos vean valía en este tipo de ontologías y desarrollen los métodos experimentales y de campo pertinentes.

Un problema más importante e irresoluble dentro del marco de la ontología es que la minimización de la energía libre de Helmholtz no garantiza la sostenibilidad, ya que una solución

para el problema de optimización podría ser éticamente inaceptable y la sostenibilidad tiene un carácter ético irrenunciable [83].

Por ejemplo, vamos a imaginar un caso hipotético sostenibilidad en la gestión del agua que involucre a la ciudad de México, un río y a una comunidad indígena del pueblo Mazahua. Supongamos que se tiene un modelo muy sofisticado del sistema socioambiental y que la optimización converge a tres soluciones óptimas de Pareto (es decir intercambiables desde la perspectiva de optimización): la primera implica negar el agua a la comunidad Mazahua obligándoles a abandonar la zona, pero asegura un aporte de agua segura para la ciudad de México; en el segunda, el pueblo Mazahua tienen suficiente agua, pero el flujo ecológico base del río disminuiría más allá de los requisitos de un pez endémico en peligro de extinción que habita lo habita; en la última solución se garantiza tanto a los requisitos mínimos de lo río y la comunidad Mazahua, pero no cumple con las necesidades de la ciudad. ¿Cuál de estas soluciones óptimas de Pareto es una solución sostenible?

La respuesta a esta pregunta depende de la respuesta de la otra pregunta: ¿quién son los sujetos en un escenario de sostenibilidad? ¿Sólo los seres humanos? Creemos que esta es una falla mayor en la formulación dominante de la sostenibilidad (Comisión Brundtland), que se define en una clara perspectiva antropocéntrica. A este respecto, Bojórquez y colaboradores[83] han hecho un análisis profundo del tema y proponen que en los sujetos de un escenario de sostenibilidad son todas las entidades sujetas de valoración moral. Si se acepta este postulado, entonces ninguna de las soluciones óptimas del ejemplo propuesto es una solución sostenible, al menos con los requisitos medioambientales específicos para los que el modelo fue calibrado. Así que la solución para este problema de sostenibilidad sería cambiar la dichas condiciones, por ejemplo logrando que la ciudad redujera sus necesidades de agua a un nivel que sea compatible los requerimientos tanto de la comunidad Mazahua como del río. Así pues, sostenemos que la ontología física propuesta es correcta y la sostenibilidad es un problema de optimización, pero no cualquiera, además de las funciones objetivo y restricciones físicas, se deben incluir necesariamente funciones objetivo y restricciones de índole ética.

Porponemos que esto puede ser logrado, por ejemplo al incluir una versión modificada del método MESMIS, un marco sistémico, participativo, interdisciplinario y flexible para la evaluación de la sostenibilidad ([84, 85]. El Marco de Evaluación de la Sostenibilidad de los Sistemas de Gestión de Recursos Naturales (MESMIS, por sus siglas en español) fue desarrollado por un equipo interdisciplinario y multi-institucional en México como un intento de traducir los principios generales de la sostenibilidad en las definiciones operacionales, indicadores y prácticas en el contexto de sistemas de Manejo de Recursos Naturales (NRMS por sus siglas en inglés) para sistemas agropecuarios.

Nuestro marco modificado se basa en las siguientes premisas:

- Los sistemas socioambientales están bien descritos por la termodinámica fuera de equilibrio.
- Un problema de sostenibilidad puede formularse como un problema de optimización multi-objetivo termodinámico con restricciones. En el contexto del modelo termodinámico fuera del equilibrio presentado en la sección anterior, el problema de optimización debe satisfacer las siguientes funciones objetivo y restricciones:
 - Se cumple la segunda ley de la termodinámica $d_i S/dt > 0$.
 - Los sistemas socioambientales tienden a estados de mínima energía libre de Helmholtz
 - Como la sostenibilidad implica dependencia de las condiciones socioambientales y estas pueden cambiar en el espacio y tiempo (extensión de la obra de Michaelian), el principio de la producción máxima entropía [56] debe ser satisfecho.
- Para una evaluación de la sostenibilidad, todas las entidades socioambientales susceptibles de valoración moral deben ser tomadas en cuenta. Una entidad socioambiental puede ser una especie biológica, una ciudad, una unidad de paisaje (i.e. un humedal), una fábrica, etc.
- La sostenibilidad se define por siete atributos generales de los NRMS: (a) productividad, (b) estabilidad, (c) la fiabilidad (d) resiliencia, (e) la capacidad de adaptación, (f) equidad, (g) la autonomía (auto empoderamiento). En principio, cada uno de estos atributos puede ser cuantificables utilizando indicadores adecuados, y puede contribuir al problema de optimización con uno o más función objetivo o restricciones.

Atributo del NRMS	Indice
Productividad	I_p
Estabilidad	I_{st}
Fiabilidad	I_r
Resiliencia	I_{res}
Adaptabilidad	I_a
Equidad	I_e
Auto empoderamiento	I_{pow}

- Las funciones objetivo procedentes de los atributos de los NRMS buscarían en términos generales buscarían:

- Lograr un alto nivel de productividad a través del uso eficiente y sinérgico de los recursos naturales y económicos.
 - Mantener una producción fiable, estable y resistente en el tiempo, garantizando el acceso y disponibilidad de los activos de producción, promoviendo: la restauración y la conservación de los recursos locales, la integración adecuada de la diversidad espacial y temporal del medio ambiente en las actividades económicas, la incorporación de la prevención de riesgos y los mecanismos de reducción.
 - Proporcionar la flexibilidad (capacidad de adaptación) para adaptarse a las nuevas circunstancias económicas y biofísicas, incorporando esquemas de innovación y evolución de los procesos de aprendizaje, así como mediante la consideración sistemática de múltiples estrategias de resolución.
 - Distribuir, en forma equitativa, los costos y beneficios del sistema entre las distintas partes interesadas, garantizando la accesibilidad económica y la aceptación cultural de las alternativas propuestas.
 - Promover un nivel aceptable de autonomía (auto empoderamiento), de modo que el sistema puede controlar y responder a los cambios que se ejercen desde más allá de sus fronteras, manteniendo intacta su identidad y sus valores.
-
- Además de las funciones objetivo y restricciones ligadas a un NMR, hay otras de naturaleza ética relacionadas con los derechos humanos, la igualdad económica, la igualdad de género, el respeto a la diversidad cultural, la protección de la biodiversidad, entre otros.
 - Las evaluaciones de sostenibilidad son válidas sólo para: (a) un sistema de gestión específico en una zona geográfica determinada, (b) una escala espacial bien definida (parcela, unidad de producción, comunidad), (c) un período de tiempo previamente determinado.
 - La evaluación de la sostenibilidad es un proceso participativo que requiere un equipo de evaluación con una perspectiva interdisciplinaria. El equipo de evaluación debe incluir evaluadores externos así como a los participantes internos (agricultores, técnicos, representantes de la comunidad y otras personas involucradas).
 - La sostenibilidad no se puede medir por sí misma, sino más bien puede evaluar a través de la comparación de dos o más solución óptima de Pareto producto de la ontología física propuesta.

§1.3. Objetivos y estructura de la tesis.

Hemos presentado la formulación de una ontología Física de la Sostenibilidad basada en la Termodinámica fuera del equilibrio como marco teórico, sin embargo hemos mostrado que partiendo sólo desde este modelo ontológico, una narrativa de la sostenibilidad estaría incompleta. La pregunta que nos podemos plantear entonces es ¿cuál sería una narrativa Matemática de la Sostenibilidad, que usando el modelo ontológico presentado, fuera completa? La búsqueda de una respuesta a esta pregunta es el objetivo principal del presente trabajo doctoral.

El presente manuscrito contiene tres artículos publicados y otros dos enviados que por un lado aportan las piezas elementales para la construcción de la narrativa buscada y por otro lado son un ejemplo del camino que seguí en esta empresa intelectual. En la discusión general presentamos lo que creemos sería la pieza faltante para poder escribir con detalle la narrativa Matemática completa de la sostenibilidad, una Teoría estadístico contextual de los recursos naturales. En esta capítulo final esbozamos como consideramos que dicha teoría podría formularse, pero entendemos que su concreción detallada es algo que más que un trabajo doctoral representa una línea de investigación.

No obstante creemos que hemos avanzado considerablemente en el objetivo marcado, que resumimos en forma gráfica al final del capítulo de conclusiones generales

Bibliografía

- [1] Davidson M.(2010). Hacking away at sustainability: science, ideology and cynical blockage. *Human Geography*, 3(2).
- [2] Goodland R. (1995) The concept of environmental sustainability. *Ann Rev Ecol System* 26: 1–24. doi: 10.1146/annurev.es.26.110195.000245.
- [3] Rockström J, Steffen W, Noone K, Persson A, Chapin F. S 3rd, et al. (2009) A safe operating space for humanity. *Nature* 461: 472–475. doi: 10.1038/461472a.
- [4] Brown J. H, Burnside W. R, Davidson A. D, DeLong J. P, Dunn W. C, et al. (2011) Energetic limits to economic growth. *BioScience* 61: 19–26. doi: 10.1525/bio.2011.61.1.7.
- [5] Vitousek P. M, Mooney H. A, Lubchenco J, Melillo J. M (1997) Human domination of Earth’s ecosystems. *Science* 277: 494–499. doi: 10.1126/science.277.5325.494.
- [6] Imhoff M. L, Bounoua L, Ricketts T, Loucks C, Harriss R, et al. (2004) Global patterns in human consumption of net primary production. *Nature* 429: 870–873. doi: 10.1038/nature02619.
- [7] Haberl H, Erb K. H, Krausmann F, Gaube V, Bondeau A, et al. (2007) Quantifying and mapping the human appropriation of net primary production in earth’s terrestrial ecosystems. *Proc Natl Acad Sci U S A* 104: 12942–12947. doi: 10.1073/pnas.0704243104.
- [8] Pauly D, Watson R, Alder J (2005) Global trends in world fisheries: impacts on marine ecosystems and food security. *Phil Trans Roy Soc B* 360: 5–12. doi: 10.1098/rstb.2004.1574.
- [9] Worm B, Barbier E. B, Beaumont N, Duffy J. E, Folke C, et al. (2006) Impacts of biodiversity loss on ocean ecosystem services. *Science* 314: 787–790. doi: 10.1126/science.1132294.
- [10] Wackernagel M, Rees W. E (1996) *Our ecological footprint: reducing human impact on the earth*. New Society Publications.

-
- [11] Gleick P. H, Palaniappan M (2010) Peak water limits to freshwater withdrawal and use. *Proc Natl Acad Sci U S A* 107: 11155–11162. doi: 10.1073/pnas.1004812107.
- [12] Burger J. R et al. (2012). The macroecology of sustainability. *PLoS biology*, 10(6), e1001345.
- [13] Leach M, Scoones I., & Stirling A. (2010). *Dynamic sustainabilities: technology, environment, social justice*. Earthscan.
- [14] Morin E. (2007). *Restricted complexity, general complexity. Worldviews, science and us: Philosophy and complexity*. Singapore: World Scientific, 1-25.
- [15] Gershenson C. (2013). *Facing Complexity: Prediction vs. Adaptation*. In *Complexity Perspectives on Language, Communication and Society* (pp. 3-14). Springer Berlin Heidelberg.
- [16] Russell B. (1908). *Mathematical logic as based on the theory of types*. *American journal of mathematics*, 30(3), 222-262.
- [17] Gershenson C. (2002). *Complex Philosophy. Proceedings of the 1st Biennial Seminar on Philosophical, Methodological & Epistemological Implications of Complexity Theory*. La Habana, Cuba. Also in *InterJournal of Complex Systems*, 544.
- [18] Gershenson C. (2007). *Design and control of self-organizing systems*. CopIt Arxiv.
- [19] Holland J. H. (1995) *Hidden order: how adaptation builds complexity*. Reading: Addison-Wesley.
- [20] Kauffman, S A. (2013). *Evolution beyond Newton, Darwin, and entailing laW: the origin of complexity in the evolving biosphere*. *Complexity and the Arrow of Time*, 162.
- [21] Steffen W, Grinevald J, Crutzen P & McNeill J. (2011). *The Anthropocene: conceptual and historical perspectives*. *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 369(1938), 842-867.
- [22] Mitchell S D. (2009b). *Unsimple Truths: Science, Complexity, and Policy*. University of Chicago Press
- [23] Harrison N. (2000). *Constructing Sustainable Development*. New York: State University of New York Press.
- [24] Drummond, I. and Marsden, T., (1999). *The Condition of Sustainability*. London: Routledge

- [25] Dobson A. (1996) Environment sustainabilities: An analysis and a typology. *Environmental Politics*, 5, 401 - 428.
- [26] Cooperrider DL., Barrett F & Srivastva, S. (1995). Social construction and appreciative inquiry: A journey in organizational theory. In unpublished seminar papers.
- [27] Clark WC. (2007). Sustainability science: a room of its own. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 104(6), 1737-1738.
- [28] Cabezas H, & Fath BD. (2002). Towards a theory of sustainable systems. *Fluid phase equilibria*, 194, 3-14.
- [29] Cabezas H, Pawlowski CW, Mayer AL & Hoagland NT. (2005). Sustainable systems theory: ecological and other aspects. *Journal of Cleaner Production*, 13(5), 455-467.
- [30] Gershenson C. (2002). Contextuality: A philosophical paradigm, with applications to philosophy of cognitive science.
- [31] Gödel K. (1931) . Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme, I. *Monatshefte für Mathematik und Physik* , vol. XXXVIII, pp. 173-198
- [32] Wolfram S. (2002). *A new kind of science*. Wolfram Media, Champaign IL.
- [33] Bruner J. (1991). The narrative construction of reality. *Critical inquiry*, 18(1), 1-21.
- [34] Hoffman, D. (2005). Violent events as narrative blocs: the disarmament at Bo, Sierra Leone. *Anthropological Quarterly*, 78(2), 328-353.
- [35] Bibby P and Shepherd J. (2000). GIS, land use, and representation. *Environmental Planning B: Planning and Design* 27:583-598
- [36] Guarino N and Giaretta P. (1995). "Ontologies and knowledge bases: towards a terminological clarification", in *Towards Very Large Knowledge Bases* Ed. N J I Mars (IOS Press, Amsterdam) pp 25-32
- [37] MacKay D. (2008). *Sustainable Energy-without the hot air*. UIT Cambridge.
- [38] Sertorio, L. (Ed.). (1991). *Thermodynamics of Complex Systems: An Introduction to Ecophysics* (Vol. 4). World Scientific.
- [39] Nowak M. A. (2006). *Evolutionary dynamics: exploring the equations of life*. Harvard University Press.

- [40] Michaelian K. (2005). Thermodynamic stability of ecosystems. *Journal of theoretical biology*, 237(3), 323-335.
- [41] Klein, M. J. (1967). Thermodynamics in Einstein's Thought Thermodynamics played a special role in Einstein's early search for a unified foundation of physics. *Science*, 157(3788), 509-516.
- [42] Kleidon A. (2009). Nonequilibrium thermodynamics and maximum entropy production in the Earth system. *Naturwissenschaften*, 96(6), 1-25.
- [43] Michaelian, K. (2011). Thermodynamic dissipation theory for the origin of life. *Earth System Dynamics*, 2(1), 37-51.
- [44] Osborne CP. & Freckleton RP. (2009). Ecological selection pressures for C4 photosynthesis in the grasses. *Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences*, 276(1663), 1753-1760.
- [45] May RM. (1979). BIFURCATIONS AND DYNAMIC COMPLEXITY IN ECOLOGICAL SYSTEMS*. *Annals of the New York Academy of Sciences*, 316(1), 517-529.
- [46] May RM. (1979). The structure and dynamics of ecological communities. In *Symp Brit Ecol Soc* (Vol. 20, pp. 385-407).
- [47] Brooks DR, Wiley EO & Brooks DR. (1988). *Evolution as entropy*. Chicago: University of Chicago Press.
- [48] Gould, S. J., & Eldredge, N. (1977). Punctuated equilibria: the tempo and mode of evolution reconsidered. *Paleobiology*, 115-151.
- [49] Schrödinger E. (1944). *What is life?: The physical aspects of the living cell*. Cambridge University Press.
- [50] Schrödinger E. (1992). *What is life?: With mind and matter and autobiographical sketches*. Cambridge University Press.
- [51] Murphy, M. P., & O'Neill, L. A. (Eds.). (1997). *What is life? The next fifty years: speculations on the future of biology*. Cambridge University Press.
- [52] Prigogine I. (1967). *Introduction to thermodynamics of irreversible processes*. New York: Interscience, 1967, 3rd ed., 1.
- [53] Kondepudi, D. K., & Prigogine, I. (1998). *From Heat Engines to Dissipative Structures*. John Wiley & Son.

-
- [54] Schneider ED & Kay JJ. *Futures* 24, 626 (1994).
- [55] A. A. Zotin, I. Lamprecht, A. I. Zotin, J. *Non-Equilib. Thermodyn.*, 26, 191 (2001).
- [56] Swenson R. (1989). Emergent attractors and the law of maximum entropy production: foundations to a theory of general evolution. *Systems research*, 6(3), 187-197.
- [57] Lorenz EN (1960) Generation of available potential energy and the intensity of the general circulation. In: Pfeffer RC (ed) *Dynamics of climate*. Pergamon, Oxford, pp 86–92
- [58] Paltridge GW (1975) Global dynamics and climate—a system of minimum entropy exchange. *Q J R Meteorol Soc* 101: 475–484
- [59] Paltridge GW (1978) The steady-state format of global climate. *Q J R Meteorol Soc* 104:927–945
- [60] Paltridge GW (1979) Climate and thermodynamic systems of maximum dissipation. *Nature* 279:630–631
- [61] Paltridge GW (2001) A physical basis for a maximum of thermodynamic dissipation of the climate system. *Q J R Meteorol Soc* 127(572):305–313
- [62] Paltridge GW, Farquhar GD, Cuntz M (2007) Maximum entropy production, cloud feedback, and climate change. *Geophys Res Lett* 34(14)
- [63] Lotka AJ (1922a) Contribution to the energetics of evolution. *Proc Natl Acad Sci U S A* 8:147–151
- [64] Lotka AJ (1922b) Natural selection as a physical principle. *Proc Natl Acad Sci U S A* 8:151–154
- [65] Odum EP (1969) The strategy of ecosystem development. *Science* 164:262–270
- [66] Odum HT (1988) Self-organization, transformity, and information. *Science* 242:1132–1139
- [67] Ulanowicz RE, Hannon BM (1987) Life and the production of entropy. *Proc R Soc Lond B* 232:181–192
- [68] Schneider ED, Kay JJ (1994) Life as a manifestation of the second law of thermodynamics. *Math Comput Model* 19:25–48

- [69] Loreau M (1995) Consumers as maximizers of matter and energy flow in ecosystems. *Am Nat* 145:22–42
- [70] Dewar RC (2003) Information theory explanation of the fluctuation theorem, maximum entropy production, and self-organized criticality in non-equilibrium stationary states. *J Phys A* 36:631–641
- [71] Dewar RC (2005a) Maximum entropy production and non-equilibrium statistical mechanics. In: Kleidon A, Lorenz RD (eds) *Non-equilibrium thermodynamics and the production of entropy: life, Earth, and beyond*. Springer, Heidelberg
- [72] Dewar RC (2005b) Maximum entropy production and the fluctuation theorem. *J Phys A* 38:L371–L381. doi:10.1088/0305-4470/38/21/L01
- [73] Shannon CE (1948a) A mathematical theory of communication. *Bell Syst Tech J* 27(3):379–423
- [74] Shannon CE (1948b) A mathematical theory of communication. *Bell Syst Tech J* 27(4):623–656
- [75] Jaynes ET (1957a) Information theory and statistical mechanics. *Phys Rev* 106(4):620–630
- [76] Jaynes ET (1957b) Information theory and statistical mechanics. ii. *Phys Rev* 108(2):171–190
- [77] Grinstein G, Linsker R (2007) Comments on a derivation and application of the ‘maximum entropy production’ principle. *J Phys A* 40:9717–9720
- [78] Bruers S (2007) A discussion on maximum entropy production and information theory. *J Phys A* 40(27):7441–7450
- [79] Sawada Y (1981) A thermodynamic variational principle in nonlinear non-equilibrium phenomena. *Prog Theor Phys* 66:68–76
- [80] Meysman, F. J., & Bruers, S. (2010). Ecosystem functioning and maximum entropy production: a quantitative test of hypotheses. *Philosophical Transactions of the Royal Society B: Biological Sciences*, 365(1545), 1405–1416.
- [81] Michaelian, K., Rendon, N., & Garzón, I. L. (1999). Structure and energetics of Ni, Ag, and Au nanoclusters. *Physical Review B*, 60(3), 2000.

-
- [82] Michaelian K., "A Physical Basis of Evolution and Speculation on an Evolutionary Basis of Physics", Chapter in: *Topics in Contemporary Physics*, p.195-210, Ed. J. Heras, ISBN 970-18-3700-2,2000.
- [83] Bojórquez-Tapia, L. A., Luna-González, L., Cruz-Bello, G. M., Gómez-Priego, P., Juárez-Marusch, L., & Rosas-Pérez, I. (2011). Regional environmental assessment for multiagency policy making: implementing an environmental ontology through GIS-MCDA. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 38, 539-563.
- [84] Masera, O. A., & M López-Ridaura, S. (1999). *Sustentabilidad y manejo de recursos naturales el marco de evaluación MESMIS*. Ediciones Mundi-Prensa.
- [85] López-Ridaura, S., Masera, O., & Astier, M. (2002). Evaluating the sustainability of complex socio-environmental systems. The MESMIS framework. *Ecological indicators*, 2(1), 135-148.

Chapter 2

Data Mining of Historic Hydrogeological
And Socioeconomic Data Bases of the
Toluca Valley, Mexico.

Data Mining of Historic Hydrogeological and Socioeconomic Data Bases of the Toluca Valley, Mexico.

López-Corona O^{a*}, Escolero O,^b and Padilla P^c

May 28, 2013

^aPosgrado en Ciencias de la Tierra, IGEOLOGIA, Universidad Nacional Autónoma de México Circuito Escolar, Cd. Universitaria México D.F. México

^bInstituto de Geología. Universidad Nacional Autónoma de México Circuito Escolar, Cd. Universitaria México D.F. México

^cIIMAS. Universidad Nacional Autónoma de México Circuito Escolar, Cd. Universitaria México D.F. México

*oliverlc@geologia.unam.mx

Abstract

In this paper we used several data mining techniques to analyze the coevolution of hydrogeological and socioeconomic data for the Toluca Valley in Mexico. We found non trivial relations between two historic data bases that make clear that groundwater and economy may be much more linked than it was thought before. In particular, we found that hydrogeological data trends change during economical crisis and election years in Mexico. This shows that different macroeconomical policies implemented by several administrations have a direct impact in the way groundwater is used. We also found that hydrogeological data evolve in the direction of population transformation from rural to urban, which could represent a whole paradigm shift in groundwater management with profound repercussions in policy making.

1 Introduction

Recently, there has been important progress in techniques for observing the environment, and as a result, the volume of remote sensing data such as satellite data and point data acquired from various kinds of land observation instruments, has increased. Lots of useful and detailed data,

which were very difficult to get before, are now available, and this contributes to the progress of various research fields. However, because of the sheer volume of new data, researchers have not been able to process it using traditional analytical techniques. Much of the information collected in the past few years is simply being stored [16]

"If you torture the data long enough, nature will confess," said the economist, 1991 Nobel laureate Ronald Coase. Although this statement is still true, this objective is not easy. First, "enough time" can be in practice "too long" in many applications and therefore unacceptable. Second, to obtain "confessions" from large data sets we must use the state of the art tools in "torture." Third, as nature has confessed some of her most hidden secrets, it seems that she has become more stubborn and unwilling to share any more[22].

In our view, much of the best techniques of "torture" can be found in what is now known as data mining. Data mining is the essential ingredient in the more general process of knowledge discovery in databases (KDD). The idea is that by automatically sifting large amounts of data should be possible to extract nontrivial knowledge inherent in them. Data mining has become fashionable, not only in computer science, but especially in business, but why is it different from statistics? Certainly data mining uses statistics and is even based on it, but it also incorporates database management techniques and modern artificial intelligence algorithms. It includes all this, but it is different at the same time. More than a collection of many types of analysis, data mining is distinguished by a distinctive approach, a new attitude toward data analysis. The emphasis is not so much in the extraction of facts, but in the generation of hypotheses. Its aim has more to do with generating new and better questions than to refine answers to traditional ones. To achieve this, data mining uses a vast collection of statistical techniques and artificial intelligence methods such as: neural networks, factor analysis, time series analysis, Bayesian networks, decision trees, statistical models, multivariate statistical analysis and clustering analysis [15, 20].

Data mining has been applied with success in many areas of science such as Biology [3, 2, 5, 25], Astronomy [11, 4, 6, 27] and Medicine [23, 21] just to mention some. In particular, due to the multisystem nature of Earth sciences, we consider that the incorporation of data mining to this discipline would provide a new perspective to analyze old problems and would likely suggest new ones [28, 19, 7, 9, 1, 10, 24].

2 Site of study

The Toluca Valley is located in the State of Mexico (Fig 1.), within the watershed of Lerma in the South of the Mexican Plateau. It is bounded from the North by the aquifer Atlacomulco Ixtlahuaca, from the South by the Tenango hill, from the South-West by the Nevado de Toluca volcano and from the East by the Sierra de las Cruces mountain chain; covering approximately 2738km^2 .

The Toluca Valley is part of the Rio Lerma basin which has a good potential for groundwater

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

exploitation which in fact not only is used by local farmers from Toluca and other small cities, but it also exports large volumes through the Lerma's well battery system for Mexico City water supply, becoming a strategic source of water.

According to INEGI census data, the population of the State of Mexico, is of 1,107,964 inhabitants, accounting for 13% of Mexico's population, being the entity with the highest population density. The state's population growth has been uneven, but has been localized on narrowly defined areas including the municipalities of Toluca, Metepec, Lerma, and Zinacantepec. From 1990 to 1995 the population grew nearly 17% due to rapid industrial growth and residential development, trend that continues to our days. It should be noted that between 1950 and the eighties, the State of Mexico moved from the seventh to the first place among the 32 states in terms of total population. Much of this increase, both state and regional, occurred during the decades of the 60's and 70's when the average annual growth rates were of 7 and 4% respectively [18].

Outside the metropolitan area, the economy is still based on agriculture and livestock, with some income from tourism. Only a little over 4% of the total municipal population engages in agriculture raising corn, wheat, beans, potatoes, peas, fava beans and oats on a little over half of the municipality's territory. Livestock raising is a greater source of income with 10,286 sites producing cattle, porks, sheep and domestic fowl [26].

3 Method

In this work we used several of the techniques previously mentioned to explore a forty years, starting in 1969, hydrogeological data base from the Toluca Valley in central Mexico. Data were taken on a monthly basis using observational wells of the Water National Commission (CNA). Each well has eighth bores at different depths from 10 meters to almost 200 meters, so aquifers may be studied in detail. As one of the objectives was to link groundwater system evolution to some socioeconomic factors, we select GNP and population data available from INEGI, Mexico's National Institute of Statistics and Geography.

Merging large data bases acquired from different sources, purposes and having different data representation has become such an important problem in data mining that data cleaning has been considered a crucial first step in knowledge discovery [12, 13]. The current work started with extensive data cleaning that included removal of text and undesired headers, annotation standardization and search for missing and misleading data and data standardization. For this purpose we used awk scripts, SQL management and manual supervision. Then we realized exploratory statistical, clustering and variance analysis (ANOVA) to understand data inner dependence and structure. We merge both data bases in one, that we analyzed from a multivariate statistical point of view. Principal component and canonical correspondence analysis were performed for identify suitable variables for a classification and clustering analysis.

We consider relevant to point out that only free software was used for this work, from a Debian

Squeeze Gnu-Linux operating system, awk for preprocessing; MySQL, OpenOffice and Gnumeric for data management; R for exploratory and multivariate analysis; Weka for classification and clustering analysis and L^AT_EX for paper text processing. This note is important since software licenses prices may in fact impose severe limitations to science in developing countries such as Mexico.

4 Results

Exploratory statistical analysis showed in table1 and figures2,3 and 4 reveal that only years and bores variables have inner statistical independence and that socioeconomic variables are very high correlated (Table 6.). Bores were grouped according to depth as: deep (bore 1), medium (bores 2-5) and shallow (bores 6-8). Similarly, years were grouped according to time periods: from 1969 to 1977; from 1978 to 1989; from 1990 to 1996 and from 1997 to 2002.

From multivariate analysis (figures 5,6) we can observe that data variance is mostly explained by state population structure and GNP. In figure 6, years are highlight in different color corresponding to decades and space was divided in four quadrant that correspond to different combinations of population structure and GNP increases. For clarity the labels were omitted in Fig 5. in which time begins at the bottom-right quadrant IV, then follow a crescent behavior to quadrant I, decreases to IV crossing to III, increases again to II and finally decreases to III. The final state is characterized by a high urban population and decreasing GNP tendency (figures 7-9). In general, data arrange them selves so that as time grows, they move from a population structure predominantly rural to a basically urban, experiencing GNP ups and downs that correspond to different periods of the country economy. It is even possible to identify the 1987 and 1994 crisis years.

Weka's clustering analysis (figures 10-13) shows that all socioeconomic factors are arranged in two temporal groups: before and after 1989. As for the cluster analysis, due to the high correlation between socioeconomic factors of the population and GNP, only this indicator and time were necessary for constructing a decision tree with the algorithm J48 implemented in Weka software by [29] .

5 Discussion and Conclusions

Data mining of historic hydrogeological data for the Toluca Valley has proved able to generate new knowledge, making clear that groundwater management has been influenced by socioeconomic factors such as GNP and population structure.

Interestingly the years used for the algorithm as decision nodes are, with the exception of 2003, years of economic crisis and presidential transitions.

- In 1976, Mexico suffered the consequences of the oil embargo imposed by the Organization

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND 46 SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

of Petroleum Exporting Countries (OPEC) against all the countries that supported Israel in the Yom Kippur War against Syria and Egypt.

- Monday, October 19, 1987, better known as Black Monday, was the day when stock markets around the world crashed, collapsing in a very short time. The crash began in Hong Kong, spread west through international time zones to Europe, hitting the United States after other markets had already declined by a significant margin. Mexico was no exception and this crash devalued the Mexican currency 400% against the US dollar. One year later, in this highly complex economic scenario and with an electoral process that involved two suspicious shutdowns of the computer system used to keep track of the number of votes, makes his entrance Carlos Salinas as President of Mexico.
- The economic crisis that began in Mexico in 1994 had a global impact and was called the "Tequila Effect". It was caused by the lack of international reserves, causing the devaluation of the peso during the first days of the presidency of Ernesto Zedillo, one of the legacies of the Salinas administration. A few weeks before the beginning of the the Mexican currency devaluation process, then President of the United States, Bill Clinton, asked the U.S. Congress authorize a credit line for 20 billion US dollars to the Mexican Government.

Even more, Goicochea (1996) shows that 1987 and 1989, years that data mining analysis uses for clustering and as one of the year nodes in the decision tree, marks in fact the beginning of the collapse of agropecuarian GNP. These results make it clear that groundwater and economy may be much more linked than thought previously.

We found that hydrogeological data evolve in the direction of population transformation from rural to urban. This finding that at first sight may appear as a triviality, may pose a fundamental question about groundwater management. In hydrogeology there is a widely spread thought that groundwater management problems have to do mainly with agricultural issues, such as crop election and irrigation methods. This kind of thinking could mislead us because most of those problems are solvable by agriculture technification. But what happens if, as data mining suggests, groundwater today has much more to do with urban environment? Problems related to cities, such as drinkable water demands, sanitation, distribution, are more complex and possible solutions are more expensive than those required in agriculture. This could represent a whole paradigm shift in groundwater management with profound repercussion in policy making.

Finally it is in general difficult to provide, given a certain regional economic environment, clear and simple criteria that are useful in the design and implementation of suitable private and public policies. Most of the times decisions are taken based on macroeconomic variables and regional and local trends are ignored. Moreover, even when the appropriate relevant variables, have been identified, it is not clear in many occasions how to interpret or establish the causal and interdependence structure among them. Despite the fact that many methodologies are available,

it is still true that frequently the results provided by such methods remain difficult to interpret. Data mining as presented in this paper is a useful alternative that gives insights into the dynamics of the system being studied and helps validating hypothesis that can be helpful in the actual process of decision taking. In this paper, for instance, it is clearly shown that the relationship between rural and urban economic environments is changing in terms of water needs and use and that an appropriate allocation of this resource has to take this change into account. Moreover the connection with the global macroeconomic variables is made apparent in such a way that seasonal changes (in this cases related to the political situation, namely presidential elections) can be taken into account.

In summary, data mining techniques can provide in relevant economic context a useful methodological alternative by giving simple criteria in decision and policy making.

Referencias

- [1] Ailamaki, A., Faloutsos, C., Fischbeck, P., Small, M. and VanBriesen, J., 2003, An environmental sensor network to determine drinking water quality and security. SIGMOD Record, Vol. 32, No. 4
- [2] Anandhavalli, M., Ghose, M. y Gauthaman, K., 2010, Mining Spatial Gene Expression Data Using Negative Association Rules.arXiv:1001.1991v1 [cs.DB]
- [3] Baldi, P. and Brunak, S., Bioinformatics - The Machine Learning Approach, MIT Press,1998.
- [4] Ball, N. and Brunner, R., 2009, Data mining and machine learning in astronomy. arXiv:0906.2173v1 [astro-ph.IM]
- [5] Birkholtz, L., Bastien, O., Wells, G., Grando, D., Joubert, F., Kasam, V., Zimmermann, M., Ortet, P., Jacq, N., Roy, S., Hoffmann-Apitius, M., Breton, V., Louw, A. and Maréchal, E., 2006. Integration and mining of malaria molecular, functional and pharmacological data: how far are we from a chemogenomic knowledge space? arXiv:q-bio/0611053v1 [q-bio.QM]
- [6] Borne, K., 2009, Scientific Data Mining in Astronomy. arXiv:0911.0505v1 [astro-ph.IM]
- [7] Bui E., Henderson, B. and Viergever, K., 2009, Using knowledge discovery with data mining from the Australian Soil Resource Information System database to inform soil carbon mapping in Australia. Global Biogeochem. Cycles, 23, GB4033, doi:10.1029/2009GB003506.

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

- [8] Comisión Nacional del Agua Subdirección General Técnica Gerencia de Aguas Subterráneas Subgerencia de Evaluación y Modelación Hidrogeológica. Determinación de la disponibilidad de agua en el acuífero Valle de Toluca, Estado de México. CNA, 2002
- [9] Dhanya, C. and Nagesh, D., 2009, Data mining for evolution of association rules for droughts and floods in India using climate inputs. *J. Geophys. Res.*, 114, D02102, doi:10.1029/2008JD010485.
- [10] Ekasingh, B., Ngamsomsuke, K., Letcher, R. and Spate J., 2005, A data mining approach to simulating farmers' crop choices for integrated water resources management. doi:10.1016/j.jenvman.2005.06.015
- [11] Fayyad, U., Djorgovski, S. and Weir, N. Automating the Analysis and Cataloging of Sky Surveys, in U M Fayyad et al (eds.), *Advances in Knowledge Discovery and Data Mining*, p471, AAIT Press and MIT Press, 1996
- [12] Fayyad, U., Piatetsky-Shapiro, G. and Smith, P., 1996, From Data Mining to Knowledge Discovery in Databases. *AI Magazine*, 17(3).
- [13] Fellegi, I. and Sunter, A., 1969, A theory for record linkage. *American Statistical Association Journal*, pages 1193-1210.
- [14] Goicoechea, J. Modernización y estancamiento: Paradojas del sector agropecuario en México, *Comercio Exterior*, 1996.
- [15] Hand, D., 1998, Data Mining: Statistics and more? *The American Statistician*, 52 (2): 112-118.
- [16] Ikoma, E., Taniguchi, K., Koike, T., and Kitsuregawa, M., 2006, *International Journal of Computational Science and Engineering*. Issue: Volume 2, Number 5-6 Pages: 262 - 270 .
- [17] INEGI, 1994, Estadísticas de Toluca. Cuaderno Estadístico Municipal. Estado de Mexico. pp. 1,9.
- [18] INEGI,1996, Conteo 1995 Estados Unidos Mexicanos, resultados preliminares.
- [19] Karimabadi, H., Sipes, T., White, H., Marinucci, M., Dmitriev, A., Chao, J., Driscoll, J. and Balac, N., 2007, Data mining in space physics: MineTool algorithm. *J. Geophys. Res.*, 112, A11215, doi:10.1029/2006JA012136
- [20] Kantardzic, M., *Data Mining: Concepts, Models, Methods, and Algorithms*. John Wiley & Sons, 2003

-
- [21] Kormushev, P., 2009, Visual approach for data mining on medical information databases using Fastmap algorithm. arXiv:0904.0313v1 [cs.IR]
- [22] Krzysztof, J., Witold, P., Roman, W. and Lukasz, A., Data Mining: A Knowledge Discovery Approach. Springer, 2007.
- [23] Lavraã N, Keravnou E y Zupan E. Intelligent Data Analysis in Medicine and Pharmacology, Kluwer, 1997
- [24] Scaringella A., 1999, A Data Mining Application for Monitoring Environmental. MLDM'99, LNAI 1715, pp. 209-215.
- [25] Shan, Y., 2006, Genome-wide EST data mining approaches to resolving incongruence of molecular phylogenies. arXiv:q-bio/0609004v2 [q-bio.GN]
- [26] EDOMEX, 2008, Enciclopedia de los Municipios de Mexico Estado de Mexico Toluca de Lerdo. <http://www.e-local.gob.mx/work/templates/enciclo/mexico/mpios/15106a.htm>. Retrieved 2008-03-28.
- [27] Vaduvescu, O., Curelaru, L., Birlean, M., Bocsa, G., Serbanescu, L., Tudorica, A. and Berthier, J., 2009, EURONEAR - Data Mining of Asteroids and Near Earth Asteroids. arXiv:0906.5030v1 [astro-ph.IM]
- [28] Yang Y., Cai, X. and Herricks, E., 2008, Identification of hydrologic indicators related to fish diversity and abundance: A data mining approach for fish community analysis. Water Resour. Res., 44, W04412, doi:10.1029/2006WR005764
- [29] Hall, M., Frank, E., Holmes, G., Pfahringer, B., Reutemann, P. and Witten, I., 2009, The WEKA Data Mining Software: An Update; SIGKDD Explorations, Volume 11, Issue 1.
- [30] Witten, H. and Frank, E. Data Mining: Practical Machine Learning Tools and Techniques with java implementations. Morgan Kaufmann Publishers, 2000.

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND 50 SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

6 Tables and Figures



Figure 1: Localization map of the Toluca Valley in Mexico.

	F	P(>F)	Significance
Wells(w)	0.2537	0.6145	No
Years(y)	72.0601	2.2E-16	Yes
Bores(b)	4870.72	2.2E-16	Yes
w+y	0.3379	0.561	No
w+b	39.5954	3.2E-10	Yes
y+b	65.4259	6.5E-16	Yes
w+y+b	1.7819	0.1819	No

Table 1: Anova analysis results

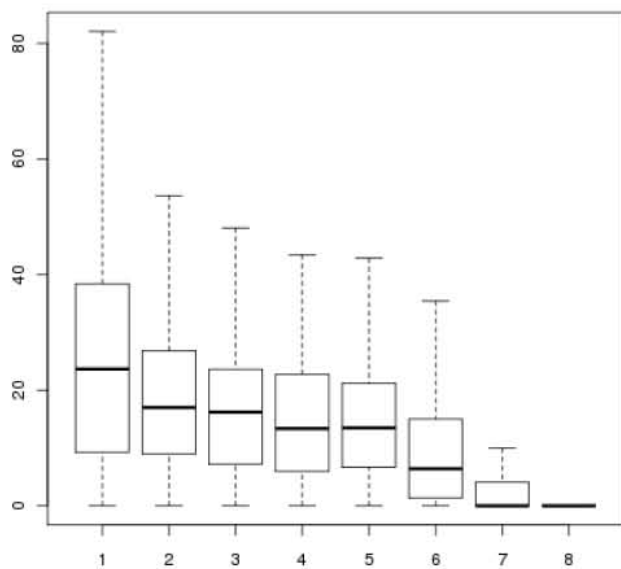


Figure 2: Boxplot graphs for the eight bores over all well and years

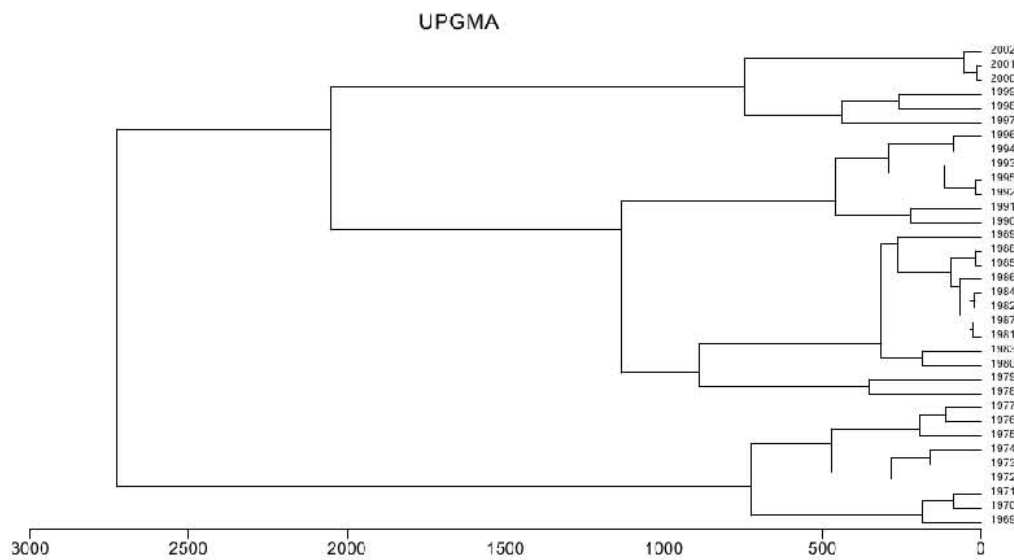


Figure 3: Years dendrogram

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND 52 SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

Correlations	PobTotMex	PobRurMex	PobUrbMex	PobTotEdo	PobRurEdo	PobUrbEdo	GNP
PobTotMex	1						
PobRurMex	-0.975	1					
PobUrbMex	0.975	-0.998	1				
PobTotEdo	0.995	-0.96	0.96	1			
PobRurEdo	-0.924	0.89	-0.89	-0.89	1		
PobUrbEdo	0.924	-0.89	0.89	0.89	-0.998	1	
GNP	0.986	-0.99	0.99	0.99	-0.99	0.99	1

Table 2: Correlation matrix

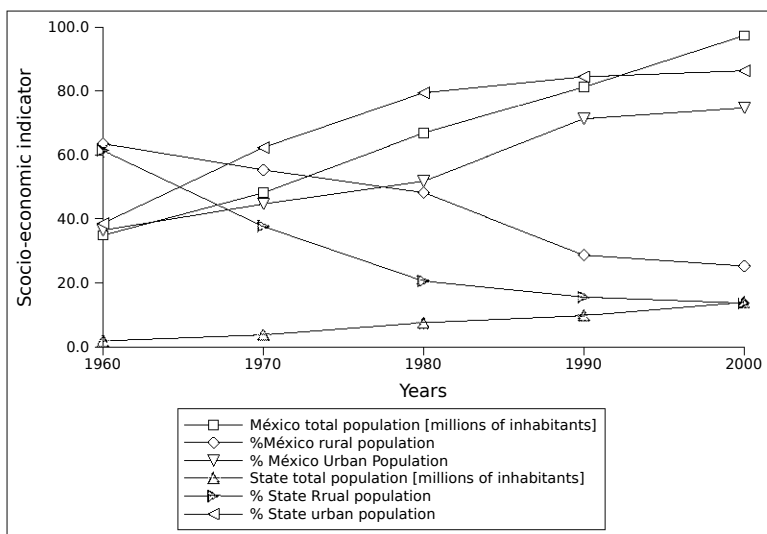


Figure 4: Time evolution of the different socioeconomic indicators considered in this work

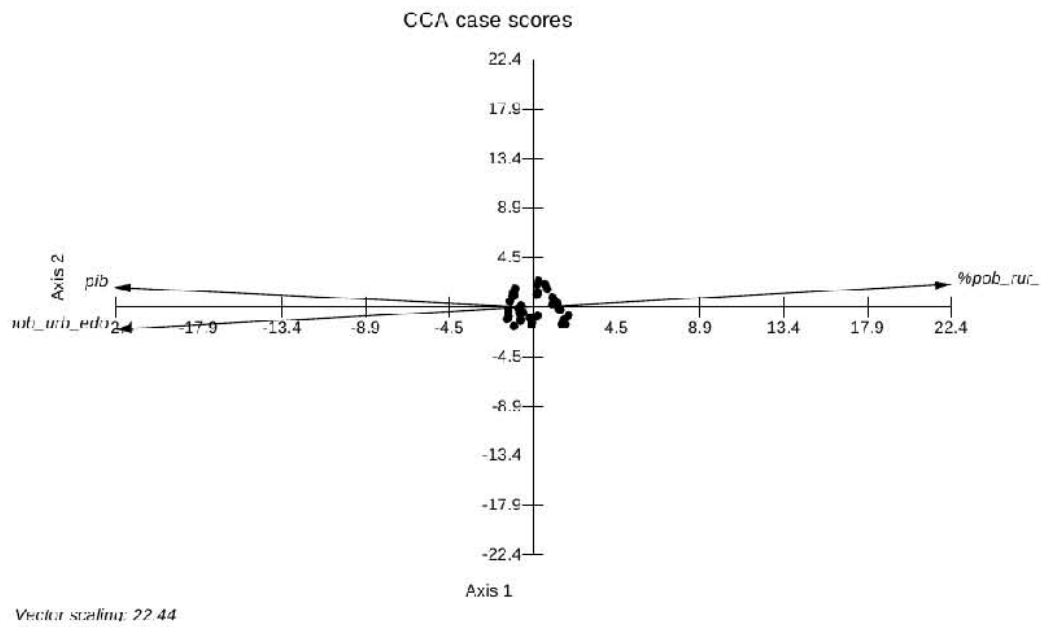


Figure 5: Canonical correspondence analysis for years with socioeconomic vectors

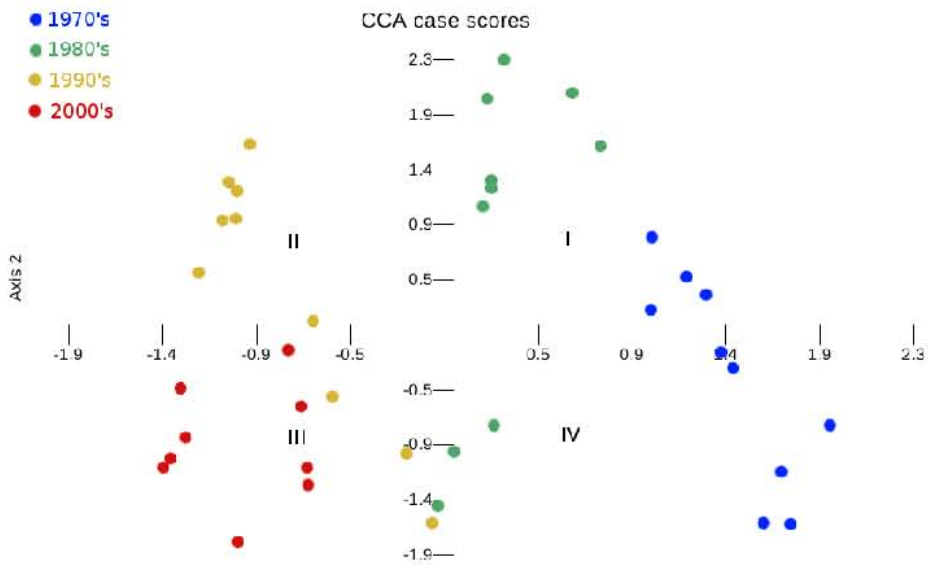


Figure 6: Canonical correspondence analysis for years without socio-economic vectors

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

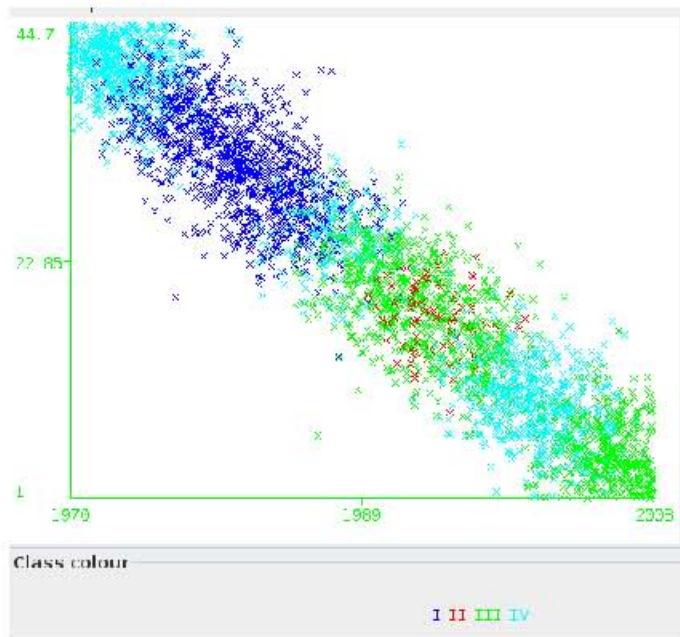


Figure 7: State rural population percentage Vs time. Class colour correspond to CCA quadrant

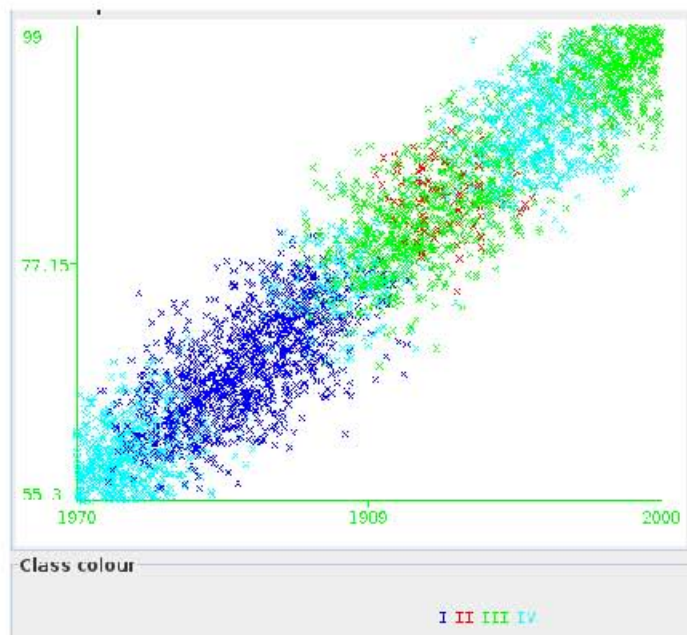


Figure 8: State urban population percentage Vs time. Class colour correspond to CCA quadrant

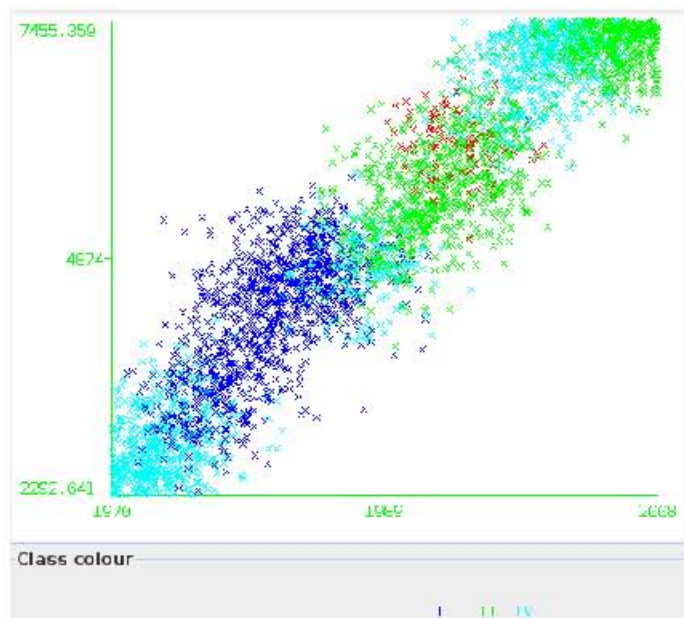


Figure 9: GNP Vs time. Class colour correspond to CCA quadrant

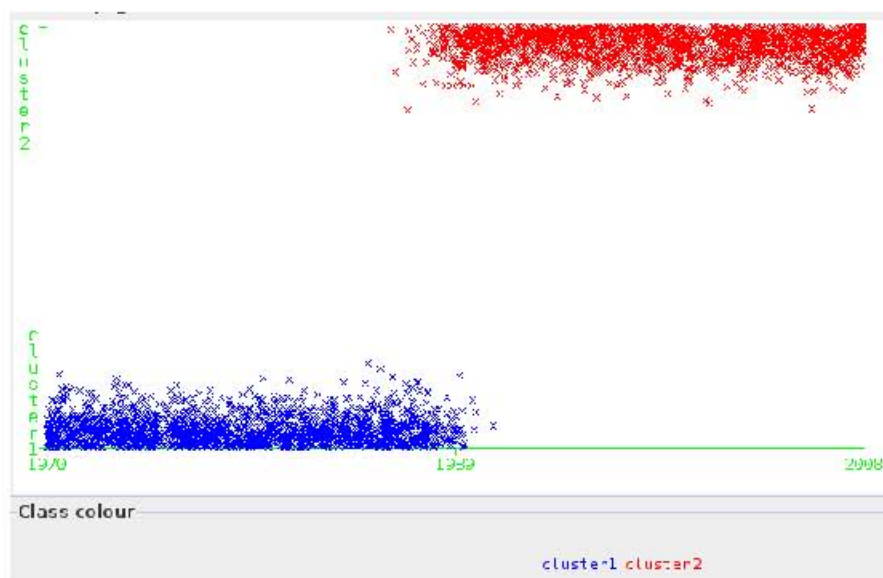


Figure 10: Cluster analysis for years instance

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

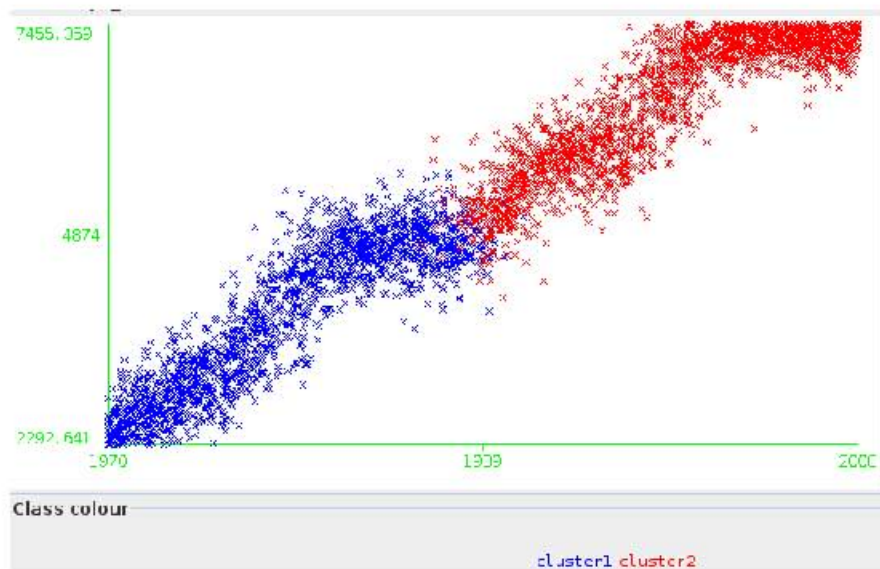


Figure 11: Cluster analysis for GNP

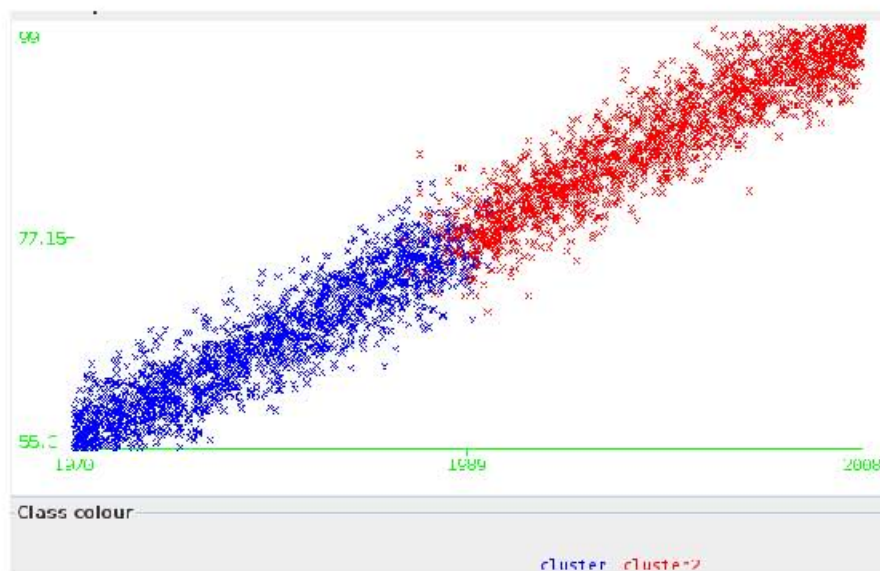


Figure 12: Cluster analysis for state urban population percentage

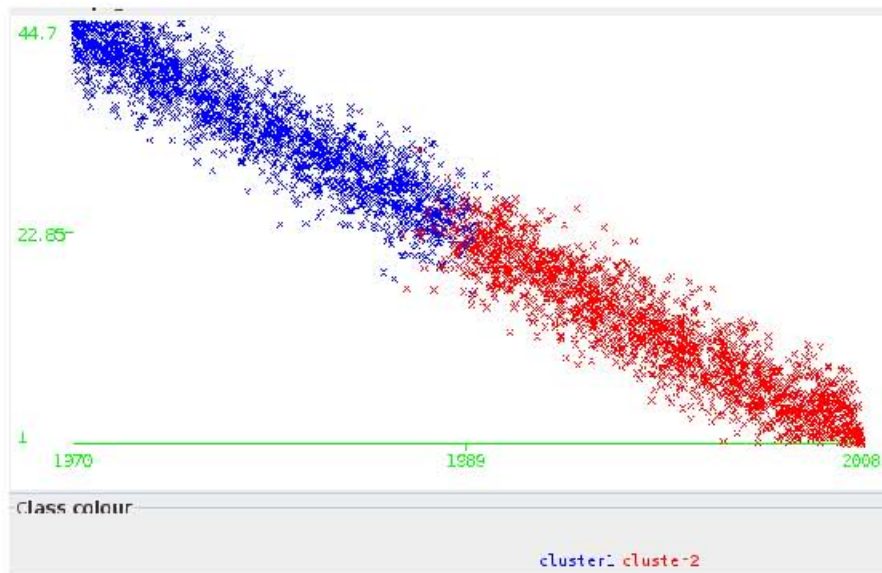


Figure 13: Cluster analysis for state rural population percentage

2. DATA MINING OF HISTORIC HYDROGEOLOGICAL AND 58 SOCIOECONOMIC DATA BASES OF THE TOLUCA VALLEY, MEXICO.

```

=== Run information ===

Scheme:      weka.clusterers.SimpleKMeans -N 2 -A "weka.core.EuclideanDistance -R first-last" -I 500 -S
10
Relation:    mvps
Instances:   3522
Attributes:  13
             año
             s1
             s2
             s3
             s4
             s5
             s6
             s7
             s8
             pob_rur_edo
             pob_urb_edo
             pib
             mvps

Test mode:   evaluate on training data

=== Model and evaluation on training set ===

kMeans
=====

Number of iterations: 4
Within cluster sum of squared errors: 2065.6785381157288
Missing values globally replaced with mean/mode

Cluster centroids:
Attribute    Full Data      Cluster#
              (3522)        (1754)        (1768)
=====
año          1988.7073 1979.0319 1998.306
s1           29.6511  28.2184  31.0724
s2           24.4597  22.6261  26.2787
s3           23.7491  22.223   25.2631
s4           20.2587  19.2149  21.2942
s5           19.5622  18.6393  20.4778
s6           15.0216  14.5844  15.4553
s7           10.7046  10.8531  10.5572
s8           7.2578   7.0623   7.4518
pob_rur_edo  23.211   34.337   12.1731
pob_urb_edo  76.789   65.663   87.8269
pib          5201.6905 3821.4465 6571.005
mvps         IV        I         III

Clustered Instances

0      1754 ( 50%)
1      1768 ( 50%)

```

Figure 14: Weka statistical results for clustering analysis using K-means.

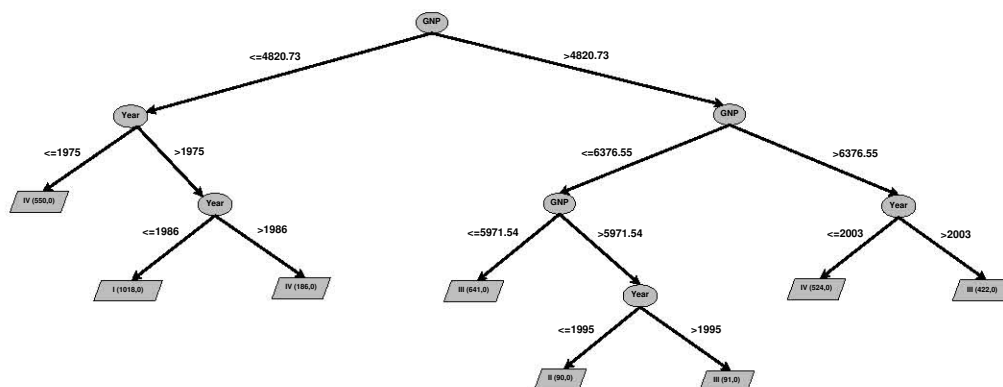


Figure 15: Decision tree for socioeconomic and hydrogeological data, using J48 algorithm in Weka.

Capítulo 3

The advantages of using a
computer-based integrated assessment to
promote cooperative behavior in
groundwater management

The Advantages of Using a Computer-Based Integrated Assessment to Promote Cooperative Behavior in Groundwater Management

Oliver López Corona¹, Pablo Padilla², Octavio Pérez Maqueo³, Oscar Escolero⁴

¹Posgrado en Ciencias de la Tierra, Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico City, México

²IIMAS, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico City, México

³Red Ambiente y Sustentabilidad, Instituto de Ecología A.C., Xalapa, México

⁴Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico City, México
 Email: oliverlc@geología.unam.mx

Received October 17th, 2012; revised November 20th, 2012; accepted November 30th, 2012

The ultimate goal of environmental impact assessment is to guarantee that benefits generated by a development project will not cause highly negative effects on the environment or public health. The fulfillment of this goal depends on the willingness of proponents and society to cooperate. The information management, its accessibility to community and the educational level of participants are of great relevancy too. Cooperation is not always attainable due to conflicts between individual and community interests. Conflict leads to a variety of cooperative and non-cooperative responses, depending on the information available to the actors. In order to capture the tendency in which a community perceives the proposals, we introduced an information index. We prove that computer models have a direct impact on this information index. This computer-based approach, leads the EIA to the paradigm of adaptive environmental assessment and management. To implement this, a system based on artificial intelligence and game theory was used to resolve a study case of conflict in groundwater management.

Keywords: Environmental Sociology; Environmental Management; Artificial Intelligence; Optimal Management; Game Theory

Introduction

Societies have become more participate and aware of the effects that the environment suffers as a consequence of development projects. As a result, the question of how development should be conducted to assure sustainability and society cooperation arose. In order to anticipate and avoid negative consequences derived from any development project, environmental impact assessment tools, EIA, were created (Pérez-Maqueo, 2004).

The main objective of the EIA is the evaluation and prediction of the positive and negative effects that a project may have on the environment. For this purpose, its proponent is compelled to assess the possible environmental consequences it may cause. Although society may participate directly in the evaluation of these assessments, the decision to approve the project rests, in most cases, with authorities. But EIA is much more than a predictive tool. Given the intrinsic quality of EIA as a forum for public participation, and as a consensus tool for decision making, it is regarded as a valuable route to sustainability (Lawrence, 1997). Furthermore, it is considered the best control option for projects that cannot be easily regulated through legal standards or land use plans (Pérez-Maqueo, 2004).

A cooperative behavior between proponents and society members is an indispensable condition to reach the optimal benefit for every part. In the best case, this agreement should not only consider the interests of directly involved parties, but

also those of other sectors of society, including future generations. Developers must carry out a reliable EIA, and society must develop confidence in it, otherwise, a non-cooperative behavior could emerge due to distrust among them (Pérez-Maqueo, 2004).

Unfortunately, cooperation is not always possible because individual and community interests may be in conflict. For instance, in order to save money, a proponent could hide or fail to acknowledge the negative effects of a project. Other sectors of the society could exaggerate the importance of the environmental impacts of it to obtain overcompensation (Pérez-Maqueo, 2004).

If these non-cooperative behaviors occur, short and medium terms conflicts come about. Decisions may be made outside the EIA framework, and influenced by external interests. If this non-cooperative situation prevails, the investment could plunge into uncertainty, the development could be constrained and the confidence in EIA lost (Pérez-Maqueo, 2004).

As the complexity of interactions in socio-ecological systems grows, the successful management becomes a more difficult task. Traditional approach of EIA's concentrates on technological development (hard path) as the only solution to environmental problems. On the other hand, adaptive management which addresses directly the links between social and ecological systems, is now recognized as a promising alternative approach. This emerging approach incorporates the stakeholders in the decision process, making this so called "soft path" re-

3. THE ADVANTAGES OF USING A COMPUTER-BASED INTEGRATED ASSESSMENT TO PROMOTE COOPERATIVE BEHAVIOR IN GROUNDWATER MANAGEMENT

quire special tools to facilitate collaboration between experts and stakeholders (Magnuszewski et al., 2005).

To meet the new challenges of sustainability, assessment must be able to integrate: multi-objective and multi-agent problems, social and natural sciences, multiple scales of analysis, models of the system components and the use of multiple decentralized databases (Jakeman & Letcher, 2003). In the particular case of groundwater highly sophisticated models are required and for most multi-objective optimization problems, there are no satisfactory deterministic algorithm available. By contrast, genetic algorithms (GA) have been proved to be highly suitable for this task (Back, 1995; Fogel, 2006). Therefore the main objective of this paper is to explore under what conditions cooperation emerges and how the combination of resource modelling and optimization would be used to improve this emergence. We also highlight the importance of information in the decision making processes.

When EIA's Fails

In recent years, the federal government in México was planning to build a new international airport in the vicinities of México e City. Authorities announced that after analyzing all sites suited to build the airport, they had concluded that only two satisfied the technical requirements. First, the problem was perceived as a stag hunt game, while for environmental associations it became a matter of concern for the probable environmental impacts it could generate. The government decided to conduct a comparative study between both locations, to improve their credibility in the decision making process. Academic institutions were invited to perform an environmental diagnostic evaluation (not an EIA). Experts reported that both sites would be subjected to similar environmental costs. The final site was chosen then, considering the technical, aeronautical and economic viability of the project. Nevertheless, as social aspects were neglected in the analysis, once the results of the study were made public, local inhabitants protested against the project arguing land propriety and low compensation prices. They stated they would not move from the site. The conflict generated different ways of protests: blocking highways, decision-makers kidnapping, violent and armed confrontations, wounded people and even the death of one of the project's opponents. Although the government increased the compensation payments, no agreements were reached. Finally an alternative location to get on the project was looked for.

It has been stated (Wathern, 2001) that EIA possess several flaws which render it to fail. They were becoming increasingly lengthy and unwieldy as a result of some kind of "measure everything" syndrome. They are deficient as an impact prediction tool because of the highly dynamic disposition of natural systems, not to mention that the technical nature of EIA's reports break down communication between EIA's personnel and decision makers or society.

As discussed by Alshuwaikhat (2005), despite the existence of good EIA guidelines and legislation, environmental degradation continues to be a major concern in developing countries. In many cases, EIA has not been effective due to legislation, organizational capacity, training, environmental information, participation, diffusion of experience, donor policy and political will. EIAs have not been able to provide environmental sustainability assurance (ESA) for these countries (Sadler, 1999). This failure and the inherent limitations of EIA lead to the con-

sideration of strategic environmental assessment (SEA). It is the proactive assessment of alternatives to proposed, in the context of a broader vision, set of goals or objectives to assess the likely outcomes of various means to select the best alternative(s) to reach desired ends (Noble, 2000).

As a response to these alleged weaknesses, much effort has been made to achieve an integrated assessment (IA) such as the adaptive environmental assessment and management approach (Holling, 1978). It combines different academic disciplines to obtain concise data based predictive knowledge that provides useful input for decision makers as noted by (Rotmans & Dowlatabadi, 1997; Rotmans, 1998; Toth & Hizsnyik, 1998) and (Sluijs et al., 2001; Van Asselt & Rijkens-Klomp, 2002).

In this IA framework, small workshops can be used to get together scientists, decision makers, society representatives and computer modeling experts. The goal is that participants reach a consensus on the important features and relationships that characterized the system under study. This must be achieved in such a way that the fundamental interrelations of social and natural processes appear transparent to all, scientists and non-scientists (Siebenhner, 2004).

Particularly in the IA of very complex systems, such as climate change or groundwater, computer models are the dominant means of scientific knowledge production. They have demonstrated suitability to accomplish a common understanding of environmental-social problems, analyze the causes and impacts of the problems, explore and examine management options and support the formulation of objectives and restrictions (Tuinstra et al., 1999; Hisschemller et al., 2001). But even in more simple systems, compared to human experts, computer models are often reckoned as more comprehensive and reliable, which usually improve the perception that society has of a project (Siebenhner, 2004).

A Computer-Based IA for Groundwater

Groundwater is the most intensive extracted natural resource nowadays, it provides around 70% of drinkable water in the European Union and more than 50% in the rest of the world. It is the corner stone of the Asian's "green revolution", sustain wide rural areas in the subsaharian zone and more than 1200 million people living depend on it in cities all over the world (Zektser & Margat, 1997; Stephen et al., 1998; Burke & Monch, 2000).

Let us picture that the groundwater management authority in México's National Water Commission (CNA), desired to design a sustainable policy plan, in order to avoid overexploitation, for an aquifer with considerable extraction and for which society's demand is expected to grow in the near future.

Since a couple of decades ago, long term planning for groundwater management has been carried out with computational modeling (Routh, 1877; Bennet, 1979; Jones et al., 1987) in which optimization techniques have become more common as time goes by. Nevertheless, as the underground flow is governed by second order partial differential equations, its control is hard to calculate and management issues are even harder to respond to because of their multi-objective and multi-constraints nature. For this real world problem, no deterministic algorithm seems to be fast and robust enough to be used; instead, genetic algorithms or more generally, evolutionary computation, have proved to be most adequate (Andrei, 2004b; Bellman, 1957; Das & Datta, 1999a).

Considering the above, we coupled a standard open source groundwater modeling software MODFLOW (USGS, 2008) with a free software genetic algorithm optimization tool GA-toolbox (Sastry, 2006) and a game theory analysis free software Gambit (McKelvey et al., 2007). We call this implementation as Natural Resources Optimal Management System: SMORN. It can resolve a multi-objective optimal control problem, with m constraints for groundwater flow. To illustrate the SMORN capabilities, we used real data from Duero's river basin in Michoacan México. We aimed a three objective function problem: maximize the total water extraction, minimize the mean drawdown and minimize the mean drawdown velocity. The first objective function is clearly designed to obtain the maximum benefit from the aquifer, meanwhile the second and third seek to lower aquifer impacts and possible subsidence problems. SMORN optimization converges to four different types of optimal solution: the first one corresponds to an extraction privileged type of solution; the second, privileges the aquifer conservation and the two others offer an intermediate solution where extraction and conservation are in equilibrium.

These normalized values could be interpreted as payoffs for a hypothetical player that pursues to take the most profit from a specific objective function. Considering the results presented, a CNA's authority could increase the possibility for aquifer cooperation, but even in that case, what type of solution should be implemented? Since genetic algorithms provide Pareto front solutions indistinguishable from the optimization point of view, the best answer to the question could seem choosing the one that privileges extraction. However, the authorities have also to consider those sectors of society that could protest against that posture, so what should be done? Consider this as a game of four players, being: a management authority (*admin*); aquifer users (*user*); a sector of the society concerned mostly with aquifer conservation (*aquifer*); and a player that personifies chance (chance). Bearing this in mind we construct payoffs as follows: User's payoffs are conceptualized as the proportion of water extraction permitted by the authority taken from the maximum normalized water extraction rate; Aquifer's payoffs are calculated by the grade of conservation contemplated in the management policy adopted by the authority, considering the mean drawdown and mean drawdown velocity control; Admin's payoffs are conceptualized as the image perception from each part of this hypothetical society.

We use Gambit free software to analyze the game proposed as shown in **Figures 1** and **2**. The first move is made by admin, who mostly decides if a management plan must be implemented or not. If admin decides not to implement a management plan, then an arbitrary use of aquifer takes place; situation in which user can decide whether to continue the actual exploitation of the aquifer or make an undefined change. In the first case payoffs are calculated from original water extraction rates data; in the second one no payoff can be assigned due to uncertainty.

Conversely, admin could decide to implement a management plan, in which user may cooperate or not, this is represented as a chance move with a probability of occurrence called convincing index. If user does not cooperate, like in the preceding case, two options arise: user may continue with the current use of the aquifer or make an undefined change. In case user cooperates, then four types of optimal calculated solutions are available for selection. Finally it takes place a chance move with a probability called confidence index.

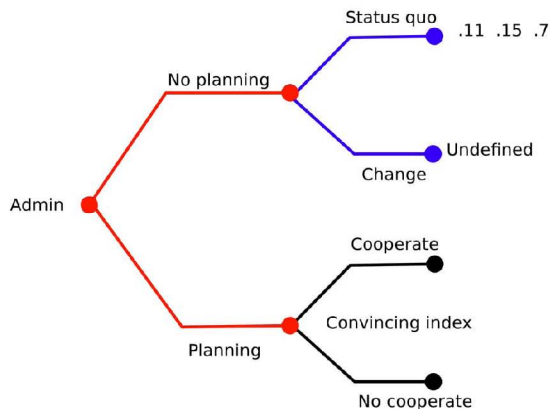


Figure 1. First part of the extended game that represents the decision making process for this problem where conflicted interests compete. The order in the payoffs is admin, user and aquifer. Color red is for admin, blue for user and black for chance.

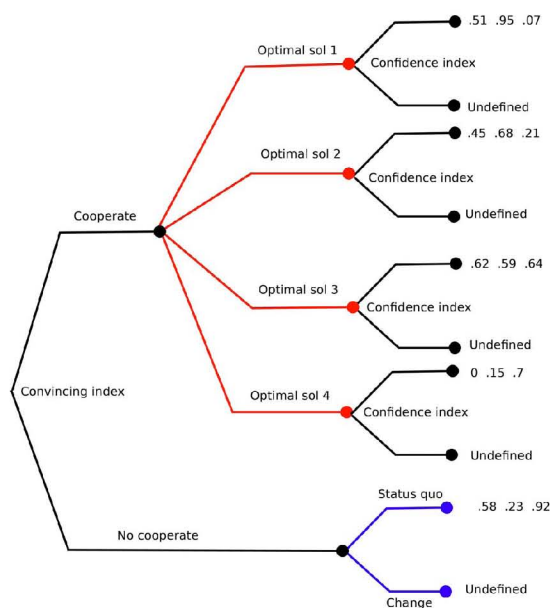


Figure 2. Second part of the extended game that represents the decision making process for this problem where conflicted interests compete. The order in the payoffs is admin, user and aquifer. Color red is for admin, blue for user and black for chance.

Being the game as described, we calculate the Nash equilibria for the strategic associated game to find the optimal strategies for all players. In game theory, a Nash equilibrium is the set of strategies obtained when the total payoff of no player increases unless another one changes his strategy. In this example two types of Nash equilibria are found. The first kind is characterized by admin choosing not to plan and user maintaining current use of aquifer. In the second type, admin chooses to plan, while the proportions of users that cooperate

3. THE ADVANTAGES OF USING A COMPUTER-BASED INTEGRATED ASSESSMENT TO PROMOTE COOPERATIVE BEHAVIOR IN GROUNDWATER MANAGEMENT

choose the optimal solution number three, and the part that does not, continues with the current use of the aquifer.

When convincing and confidence indexes are small both types of Nash equilibria are presented but if one of these is greater than .5 then only the second type is found. On account of this, the Information index is defined as the product of the convincing and confidence indexes that represents the quality of the project's information, the way in which it has been displayed and the grade of confidence that society has over the proponent and authorities.

In this way we could evaluate the emergency of cooperation in function of the Information index. This kind of game theory analysis seems to be very useful in conflict scenarios, but that it only provides the best solutions must be recalled. That is a second benefit of Pareto solutions, for having a wider range of solutions provides a great opportunity to negotiate in case some users show themselves reluctant to cooperate with the optimal solutions.

Discussion

In each case EIAs are regulated under norms and rules enforced by a central authority who decides whether the implementation of a project is suitable or not, based on environmental, economic and social terms. In this way the central authority ensures law will be applied if the proponent defects, increasing users confidence. However cooperation could be at risk cause, even though coercion could avoid the trust dilemma, it is important to remember that a coercive force is useful as long as defectors are efficiently punished by the authority (Ostrom et al., 1999). Unfortunately there are many cases in which the institutional capacity to monitor the restrictions incorporated by the authority is not adequate, and leaves non-fulfillment of conditions without sanction (Pardo, 1997). On the other hand, sometimes (for example in public projects) government is perceived as the interested party on top of both, proponent and society, and not as the referee.

The success of EIAs also depends on how reliable is the communication between the society and the proponent. In this sense, communication based on a formal quantitative and scientific analysis that allows an estimation of probable effects, has several advantages (Porter, 1995). According to Suter (Suter, 1993) amongst these advantages are the ability to establish the basis to compare and prioritize risks; a greater credibility in EIAs; the chance to focus on the assumptions and the data on which the predictions are made; and to separate the scientific process of estimating magnitude from management decisions (risk management). Following Sinclair and Diduck (Sinclair & Diduck, 1995) who emphasize that education is a precondition to advance public involvement, we consider vital to improve the understanding society has on the role of EIA's. In addition, Schenider (Schneider, 1997) states that society requires literacy about how scientific and decision making elements interact.

The worst scenario appears when society defects even if the proponent is willing or compelled to cooperate. Even if, as a suboptimal payoff, mitigation or compensation measures are imposed, a cooperative behavior from society cannot be expected, rendering the above tools limited.

Within the theoretical development of game theory, some solutions have been proposed for situations in which defection seems the most rational choice. A recommended way to cope with these cases is to restructure payoffs using transfer pay-

ments or others means, so that the affected sector sees the outcome as equitable (Lejano & Davos, 1999). However, the major drawback is when, even if the proponent cooperates, for example by compensating the affected sectors, they reject the proposal in order to gain an overcompensation (Pérez-Maqueo, 2004). Nash (Nash, 1950) suggested a reviewing scheme to avoid cases in which one of the parties involved tried to get additional benefits. The aim of this scheme is to maximize the benefits of each party by means of arbitration. Once parties reach an agreement, a contract could be celebrated. This contract should contain all concerned issues like mitigation measures, monitoring programs and compensations discussed previously. They could also be complemented by environmental assurance bonds (Pérez-Maqueo, 2004). These bonds should guarantee the rights of proponent and society under conditions of uncertainty (Costanza & Cornwell, 1992). Let us consider that the proponent agrees to make a financial deposit to cover any damage the project could generate on the environment. If such damage occurred, then the bond would be used to compensate the affected segment of society. If there were no damage, then the bond would be returned to the proponent, with the interests accumulated along that period.

Certainly, the above tools and recommendations do not guarantee that cooperation will emerge in each project (or in terms of game theory in one shot game). However they can still be useful if both, cooperation and defection, are behaviors that could spread or influence other segments of society. In this sense, one of the main issues is to understand how cooperation could be achieved in situations where individual interests are at odds with common welfare. One of the hypotheses is that cooperation could be attained by convincing the parties of the benefits of indirect reciprocity (Nowak & Sigmund, 1998). Simulation models and computerized experiments (Millinski et al., 2002) show that cooperation pays off by means of indirect reciprocity because this behavior increases the chance of receiving a cooperative response from others. Although, in a one shot game society may not reciprocate the cooperative behavior from proponents, it would confer them reputation for new projects. In addition, reputation is an important asset that is positively correlated with cooperative actions among players in our society (Millinski et al., 2002). The recent implementation of environmental management system (EMS) such as Eco-Management and Audit scheme, ISO 14000 and BS 7750 and voluntary environmental compliance audits promoted by the Mexican's Environmental enforcement agency (PROFEPA), are examples of tools that enhance reputation and that operate independently from the authority enforcement. Society can also generate reputation, but it depends on how many of the segments of it are recognized as cooperative players that reach agreements with proponents. Possibly, in the future, proponents will endeavor to conduct their projects in sites where society satisfies this condition. And hopefully, the selective process between proponents and society will lead a fair development in the future.

Finally, we used a computer-based IA, which incorporates evolutionary computation and game theory, to promote cooperation. Cooperation dependency to a proposed Information index was analyzed. The information index is constructed to contemplate not only the quality of the information, but also the way in which it is displayed to society, as well as the confidence rapport over the proponent and authorities. We showed that cooperation can not be ensured unless information index is

complete enough, which can be achieved by considering the following key points: 1) scientific approach to environmental problems and the use of computer simulation promotes cooperation but only if adequate translation is made to make this scientific knowledge accessible to all participants; 2) as information index includes proponent's credibility, mechanisms to track the reputation of participants like the mentioned above are highly recommended.

Acknowledgements

This study was supported by a CONACyT fellowship in the UNAM's Earth Science Grad School, a grant from CONACyT's program 90219 of the Instituto de Ecología A.C. and by UNAM'S PAPIIT project: IN229109 "Modelación espacial y manejo de recursos naturales en la región de Chamela-Cuixmala en la costa de Jalisco". We thank Miguel Equihua, Fernando Salmerón, Jose Luis Palacio, M^{ra} Luisa Martínez and Bianca Delfosse for constructive comments on the manuscript.

REFERENCES

- Andrei, N. (2004). *Theory versus empiricism in analysis of optimization algorithms*. Bucharest: Technical Press.
- Alshuwaihat, H. M., & Aina, Y. A. (2004). Sustainable cities: Implementation of strategic environmental assessment in Saudi Arabian municipalities. *Journal of Environmental Planning and Management*, 47, 303-311.
- Back, T. (1995). *Evolutionary algorithms in theory and practice*. Oxford: Oxford University Press.
- Bellman, R. (1957). *Dynamic programming*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Bennet, S. (1979). *A history of control engineering 1800-1930. IEEE Control Engineering Series*, 8. Hitchin: Peter Peregrinus Ltd. doi:10.1049/PBCE008E
- Bonacich, P. (1995). Four kinds of social dilemmas within exchange networks. *Current Research in Social Psychology*, 1, 1-7.
- Burke, J., & Monch, M. (2000). Groundwater and society: Resources, tensions and opportunities. United Nations Publication ST/ESA/205.
- Costanza, R., & Cornwell, L. (1992). The 4P approach to dealing with scientific uncertainty. *Environment*, 34, 12-20, 42. doi:10.1080/00139157.1992.9930930
- Das, A., & Datta, B. (1999). Development of multiobjective management models for coastal aquifers. *Journal of Water Resources Planning and Management, American Society of Civil Engineers*, 125, 76-78.
- Fogel, D. (2006). *Evolutionary computation: Toward a new philosophy of machine intelligence*. Hoboken, NJ: John Wiley and Sons.
- Foster, S., Lawrence, A., & Morris, B. (1998). *Groundwater in urban development: Assessing management needs and formulating policy strategies*. Washington DC: World Bank Publications.
- Gilpin, A. (1995). *Environmental impact assessment: Cutting edge for the twenty-first century* (p. 182). Cambridge: Cambridge University Press.
- Goldsmith, B. (1991). *Monitoring for conservation and ecology*. (p. 275). London: Chapman & Hall. doi:10.1007/978-94-011-3086-8
- Hisschemler, M., Tol, R., & Vellinga, P. (2001). The relevance of participatory approaches in integrated environmental assessment. *Integrated Assessment*, 2, 57-72. doi:10.1023/A:1011501219195
- Holling, C. (1978). *Adaptive environmental assessment and management* (p. 377). Chichester: John Wiley.
- Jakeman, A., & Letcher, R. (2003). Integrated assessment and modeling: features, principles and examples for catchment management. *Environmental Modeling & Software*, 18, 491-501. doi:10.1016/S1364-8152(03)00024-0
- Jones, L., Willis, R., & Yeh, W. (1987). Optimal control of nonlinear groundwater hydraulics using differential dynamic programming. *Water Resources Research*, 23, 2097-2107. doi:10.1029/WR023i011p02097
- Lawrence, D. (1997). Integrating sustainability and environmental impact assessment. *Environmental Management*, 21, 23-42. doi:10.1007/s002679900003
- Lejano, R., & Davos, C. (1999). Cooperative solutions for sustainable resource management. *Environmental Management*, 24, 167-175.
- Magnuszewski, P., Sendzimir, J., & Kronenberg, J. (2005). Conceptual modeling for adaptive environmental assessment and management in the Barycz Valley, Lower Silesia, Poland. *International Journal of Environmental Research and Public Health*, 2, 194-203
- McKelvey R., McLennan, A., & Turocy, T. (2007). Gambit: Software tools for game theory, Version 0.2007.01.30. URL (last checked 26 December 2012). http://www.gambit-project.org.
- Millinski, M., Semmann, D., & Krambeck, H. (2002). Reputation helps solve the "tragedy of the commons". *Nature*, 415, 424-426. doi:10.1038/415424a
- Nash, J. F. (1950). The bargaining problem. *Econometrica*, 18, 155-162. doi:10.2307/1907266
- Noble, B. F. (2000) Strategic environmental assessment: What is it and what makes it strategic? *Journal of Environmental Assessment Policy and Management*, 2, 203-224.
- Nowak, M., & Sigmund, K. (1998). Evolution of indirect reciprocity by image scoring. *Nature*, 393, 573-577. doi:10.1038/31225
- Ostrom, E., Burger, J., Field, C., Norgaard, R., & Policansky, D. (1999). Revisiting the commons: Local lessons, global challenges. *Science*, 284, 278-282. doi:10.1126/science.284.5412.278
- Pardo, M. (1997). Environmental impact assessment: Myth or reality? Lessons from Spain. *Environmental Impact Assessment Review*, 17, 123-142. doi:10.1016/S0195-9255(96)00080-7
- Pérez-Maqueo, O. (2004). Las manifestaciones de impacto ambiental: Un análisis crítico. Doctoral Thesis, Xalapa: Instituto de Ecología, A.C.
- Porter, T. (1995). *Trust in numbers: The pursuit of objectivity in science and public life* (p. 310). Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Poundstone, W. (1993). *Prisoner's dilemma* (p. 294). New York: Anchor Books.
- Rotmans, J. (1998). Methods for IA challenges and opportunities ahead. *Environmental Modeling and Assessment*, 3, 155-179. doi:10.1023/A:1019019024003
- Rotmans, J., & Dowlatabadi, H. (1997). Integrated assessment of climate change: Evaluation of methods and strategies. In R. Majone, & S. Rayner (Eds.), *Human choices and climate change: A state of the art report*. Washington DC: Batelle Pacific Northwest Laboratories.
- Rousseau, J. (1761). *A discourse upon the origin and foundation of the inequality among mankind*. London: R. and J. Dodsley.
- Routh, E. (1877). *A treatise on the stability of a given state of motion, particularly steady motion*. London: Macmillan and Co.
- Sadler, B. (1999). Environmental sustainability assessment and assurance. In J. Petts, (Ed.), *Handbook on environmental impact assessment* (pp. 12-32). London: Blackwell.
- Sastry, K. (2006). Single & Multi-objective genetic algorithms toolbox. Illinois Genetic Algorithms Laboratory Department of Industrial and Enterprise Systems Engineering University of Illinois at Urbana-Champaign. URL (last checked 26 December 2012). http://www.kumarasastry.com
- Schneider, S. (1997). Defining and teaching environmental literacy. *Trends in Evolution and Ecology*, 12, 457.
- Siebenhner, B. (2004). Social learning and sustainability science: Which role can stakeholder participation play? *International Journal of Sustainable Development*, 7, 144-163. doi:10.1016/S0169-5347(97)01207-X
- Sinclair, J. & Diduck, A. (1995). Public education: An undervalued component of the environmental assessment public involvement process. *Environmental Impact Assessment Review*, 15, 219-240.
- Suter, G. (1993). *Ecological risk assessment* (p. 538). Michigan: Lewis Publishers.
- Tellegen, E., & Wolsink, M. (1998). *Society and its environment. An introduction* (p. 275). Reading: Gordon and Breach Science Publishers.
- Toth, F., & Hiznyik, E. (1998). Integrated environmental assessment

3. THE ADVANTAGES OF USING A COMPUTER-BASED INTEGRATED ASSESSMENT TO PROMOTE COOPERATIVE BEHAVIOR IN GROUNDWATER MANAGEMENT

66

O. L. CORONA ET AL.

- methods: Evolution and applications. *Environmental Modeling and Assessment*, 3, 193-207. [doi:10.1023/A:1019071008074](https://doi.org/10.1023/A:1019071008074)
- Tuinstra, W., Hordijk, L., & Amann, M. (1999). Using computer models in international negotiations. The case of acidification in Europe. *Environment*, 41, 33-42. [doi:10.1080/00139159909605536](https://doi.org/10.1080/00139159909605536)
- USGS (2008). Ground water software MODFLOW 2000 v.1.18.01, modular three dimensional finite difference groundwater FLOW model-2000 updated version. URL (last checked 26 December 2012). <http://water.usgs.gov/nrp/gwsoftware/modflow.html>
- Van Asselt, M., & Rijkens-Klomp, N. (2002). A look in the mirror: Reflection on participation in integrated assessment from a methodological perspective. *Global Environmental Change*, 12, 167-184. [doi:10.1016/S0959-3780\(02\)00012-2](https://doi.org/10.1016/S0959-3780(02)00012-2)
- Van der Sluijs, J., & Klopogge, P. (2001). The inclusion of stakeholder perspectives in integrated assessment of climate change. In M. Decker (Ed.), *Interdisciplinarity in technology assessment. Implementations and their chances and limits. Series: Wissenschaftsethik und Technikfolgenbeurteilung* (Vol. 11, pp. 199-214). Berlin, Heidelberg, New York: Springer. [doi:10.1016/0195-9255\(95\)00006-Z](https://doi.org/10.1016/0195-9255(95)00006-Z)
- Wathern, P. (2001). *Environmental impact assessment: Theory and practice*. London: Academic Division of Unwin Hyman Ltd.
- Zektser, I., & Margat, J. (1997) Groundwater resources of the world and their use. Paris: UNESCO.

Capítulo 4

Levy flights, $1/f$ noise and self organized criticality in a traveling agents model

Lévy Flights, 1/f Noise and Self Organized Criticality in a Traveling Agent Model

Oliver López Corona¹, Pablo Padilla², Oscar Escolero³, Alejandro Frank⁴, Ruben Fossion⁵

¹Posgrado en Ciencias de la Tierra, Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México

²IIMAS, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México

³Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México

⁴Instituto de Ciencias Nucleares, Universidad Nacional Autónoma de México, Ciudad de México, México

⁵Instituto Nacional de Geratría, México

Email: oliverlc@geologia.unam.mx

Received October 29, 2012; revised December 1, 2012; accepted December 28, 2012

ABSTRACT

A new analysis of a previously studied traveling agent model, showed that there is a relation between the degree of homogeneity of the medium where the agents move, agent motion patterns, and the noise generated from their displacements. We proved that for a particular value of homogeneity, the system self organizes in a state where the agents carry out Lévy walks and the displacement signal corresponds to 1/f noise. Using probabilistic arguments, we conjectured that 1/f noise is a fingerprint of a statistical phase transition, from randomness (disorder) to predictability (order), and that it emerges from the contextuality nature of the system which generates it.

Keywords: Lévy Flights; 1/f Noise; Self Organized Criticality; Agents Modelling; Complexity

1. Introduction

Phenomena with Lévy like distributions have been widely reported, e.g. in experiments with CTAB mielles dissolved in salted water [1], chaotic transport in a laminar fluid flow of a water-glycerol mixture in a rapidly rotating annulus [2], subrecoil laser cooling [3], conservative motion in a two dimensional periodic potential [4], transport in heterogeneous catalysis [5], reactions and in polymer systems under conformational motion [6], in the description of behavior of dynamical systems [7], economic time series [8] and in the motion of gold nanoclusters in graphite [9].

The foraging patterns of a variety of animals [10-15] involve many spatio-temporal scales and are sometimes well described by Lévy walks. A good review on the subject may be found in [16]. This statistical behavior has also been reported in human movement patterns [17].

In this context, Boyer and López-Corona [18] introduced a model of traveling agents (e.g. frugivorous animals) who feed on randomly located vegetation patches and disperse their seeds. The foraging agents use a deterministic strategy with memory, that makes them visit the largest possible patches (most food content) accessible within minimal traveling distances. If the patches have a small initial size, the vegetation total mass increases with time and reaches a maximum corresponding to a self organized critical state with power-law distrib-

uted patch sizes and Lévy-like movement patterns for the foragers. They proved that the distribution of resources is not held fixed and spatial heterogeneities self organize spontaneously under the influence of positive feedback loops in the system dynamics. Particularly, at low plant competition, the power spectrum of biomass time series correspond to a 1/f noise.

Pink or 1/f noise (sometimes also called Flicker noise) is a signal or process with a frequency spectrum such that the power spectral density is inversely proportional to the frequency [19]. This statistical behavior appears in such diverse phenomena as Quantum Mechanics [20-23], Biology [18,24,25], Medicine [26] and Astronomy [27], among other fields. The frequent occurrence of pink noise in such a seemingly unrelated set of physical systems, has prompted an extensive search for common underlying physical principles [28].

It is clear that 1/f noise is part of a wider set of scale invariant signals defined by an inverse power law power spectrum of the form

$$S(f) \sim 1/f^\lambda, \quad (1)$$

where λ is the spectral density exponent, which classifies the signals depending of its value: $\lambda = 0$ for white noise, $\lambda = 1$ for pink and $\lambda = 2$ for brown noise. These tree types of noise exhibit quite different statistical characteristics.

Let's define (following [29]) the autocorrelation func-

tion as the inverse Fourier transform of the power spectrum of the signal

$$C(\tau) = F^{-1}(S(f)). \quad (2)$$

If the power spectrum obeys the power law of Equation (1), and we apply a scale transformation in the time domain, $\tau \rightarrow \tau' = a\tau$ then

$$C(a\tau) = a^{-\lambda-1}C(\tau), \quad (3)$$

and the general solution of Equation (3) is also a power law. In this way, one possible complexity measure is the memory of the time series, as expressed by the autocorrelation function which measures how quickly the time series loses similarity with a copy of itself displaced with some delay time τ . The correlations are zero for white noise ($\lambda = 0$), large for brown noise ($\lambda = 2$), and infinite for a periodic series ($\lambda \rightarrow \infty$). When ($\lambda = 1$) corresponds to a very special case, as we show below. We shall see that the parameter λ gives a measure of the correlation strength and may be used as a control parameter for complexity.

A complex system [30] is a special type of dynamical composite system [31], where under critical circumstances new collective behavior emerges from the short-range interactions between the constituent parts. Intuitively, complexity is inversely related to a simple behavior, *i.e.*, the more we are able to provide a simple description of a phenomenon, the less complex it is. Uncorrelated random signals (white noise) may be highly unpredictable even in cases where the past history is fully known but, at a global level, they admit a very simple description and, therefore, are not really “complex”. From a complex-systems approach, random uncorrelated series are among the least complex signals, and those with long-range correlations are among the most complex [29].

The autocorrelation function of white noise follows a power law with ($\lambda = 0$); strongly correlated Brownian noise, although composed mostly of low-frequency and thus large-period waves, has only local, short-term correlations between neighboring points [32]; finally the autocorrelation function for $1/f$ noise is a logarithmic function, which decays more slowly than any power law. Thus $1/f$ noise has the largest possible memory for a scale invariant signal and therefore, under our definition, is the most complex signal too.

In recent works Eliazar and Klafter [33,34] showed that both Lévy walks and $1/f$ are the result of systems which superimpose the transmissions of infinite independent stochastic signals.

With this in mind, we proceeded to investigate under which conditions, if any, the power spectra of the agents motion (Lévy walks) follow a $1/f$ dynamics. We found a non trivial relationship between the media's homogeneity coefficient β , the agents motion and the noise type ob-

served. These results (Figure 1 and Table 1) are new and constitute our main result.

2. Method: A Traveling Agents Model

Lets consider a two-dimensional square domain of unit area with N fixed, point-like food patches randomly and uniformly distributed. Each patch contains a k amount of food.

Initially, an agent is located on a patch chosen at random. Then the following deterministic foraging rules are iteratively applied at every time step:

1) The agent located at patch i feeds on that patch, the fruit content decreasing by one unit: $k_i \rightarrow k_i - 1$.

2) When k_i has reached the value 0, the agent chooses another patch, j , such that k_j/d_{ij} is maximal over all the allowed patches $j = i$ in the system, where k_j is the food content of patch j and d_{ij} the Euclidean distance between patches i and j . With this rule, the next visited patch (the “best” patch) has a large food content and/or is at a short distance from i . It is assumed that the travel from i to j takes one time unit.

3) The agent does not revisit previously visited patches.

The model exhibits some remarkable properties. Let's us define the agents displacement $R(t)$ as $|R(t+t_0) - R(t_0)|$ with $R(t)$ the agent position at time t . When averages are taken, different times t_0 and independent realizations are considered. If the patch size k is taken from an inverse power-law distribution $P(k) = ck^{-\beta}$, where c is an arbitrary constant and β is a coefficient that represents the medium homogeneity. When β is high ($\beta \gg 1$) the medium is very homogeneous, meaning that all patches have similar food content values. On the contrary, when β is low ($\beta \approx 1$) the medium is very heterogeneous, meaning that patches with high food content are numerous. The intermediate case ($\beta \approx 3$), corresponds to a complex medium where patches with high and low food contents are present.

This model produces complex trajectories that have been studied in detail in refs. [35,36] and discussed in connection with spider monkeys foraging patterns ob-

Table 1. Relation between media homogeneity coefficient β , type of medium, agents motion, and the noise type observed.

β	Medium	Motion	Noise	Dynamic
2	Inhomogenous (spatial disorder)	Random confined	White	Randomness-no correlation (dynamic disorder)
3	Transition point (spatial complexity)	Lévy	Pink: $1/f$	Transition point (criticality)
5	Homogeneous (spatial order)	Brownian	Brown	Predictability-strong correlation (dynamic order)

4. LEVY FLIGHTS, 1/F NOISE AND SELF ORGANIZED CRITICALITY IN A TRAVELING AGENTS MODEL

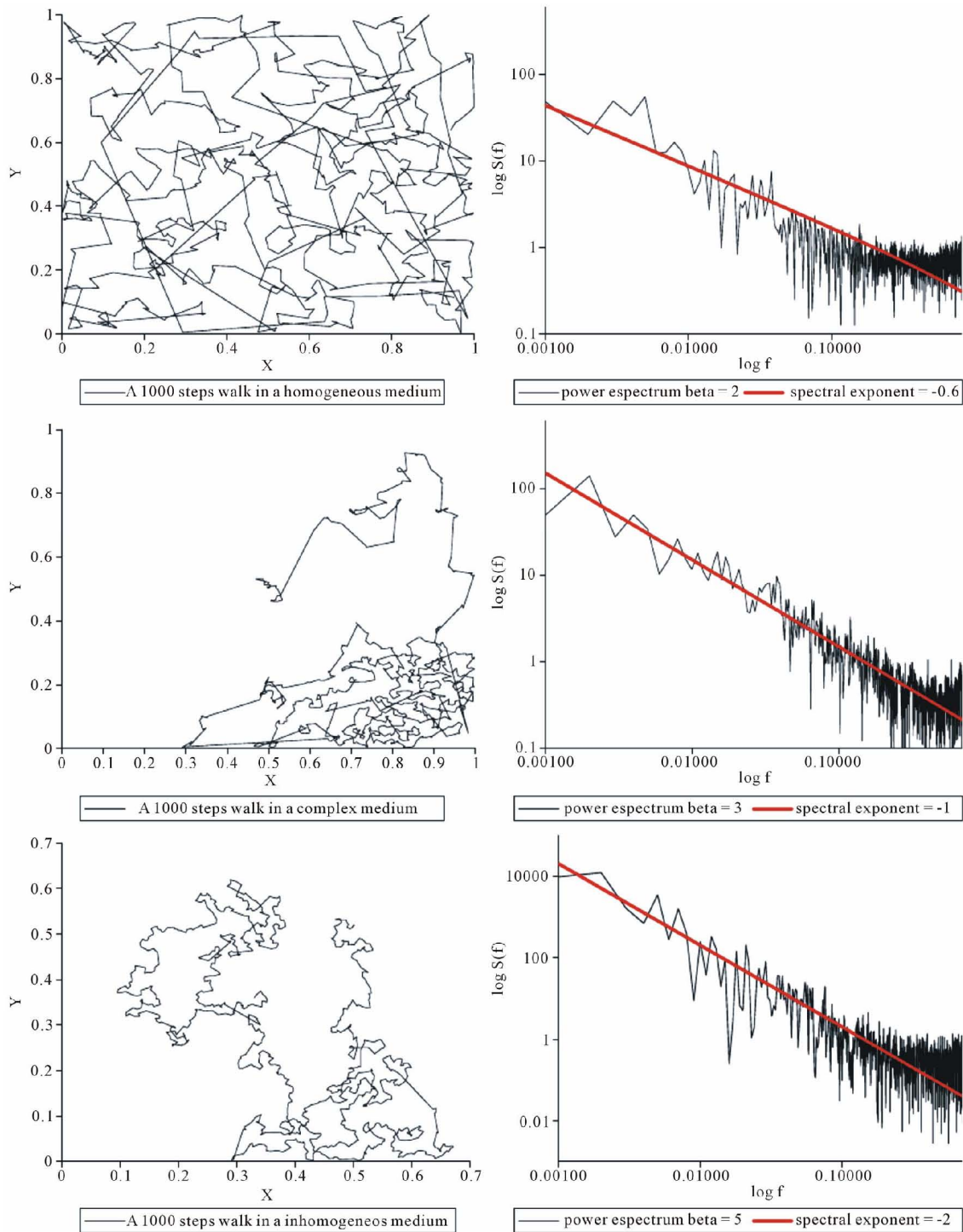


Figure 1. Examples of agent walk (first column) and the corresponding power spectrum (second column) for three values of the medium homogeneity coefficient $\beta = 2$ (homogeneous medium), $\beta = 3$ (complex medium) and $\beta = 5$ (inhomogeneous medium).

served in the field [11]. The different media types produce distinctive motion patterns summarized in **Figure 1**.

3. Results

In **Figure 1**, three values of $\beta = \{2, 3, 5\}$ corresponding to disordered, complex and ordered media were used to construct time series for $R(t)$. The power spectrum defined by $S(f) \equiv |\tilde{R}(f)\tilde{R}(-f)|$ with $\tilde{R}(f)$ the Fourier transformation of the agent displacement, was calculated for each independent run using the fast Fourier transform (fft) technique. In **Table 1**, 50 power spectra were averaged and fitted by an inverse power law $S(f) \sim f^{-\lambda}$. White noise corresponds to a $\lambda = 0$, pink to a $\lambda = 1$, and brown to a $\lambda = 2$.

Figure 2 shows the spectral exponent λ as a function of the medium homogeneity coefficient β . Statistics were taken from the same 50 independent realization used for **Table 1**.

The analysis of time as a function of the step number (**Figures 3 and 4**), reveals that the systems transit from a nonstationary to a stationary regimen. A second derivative parameter

$$\begin{aligned}\xi &= \left| d^2 T(n) / dn^2 \right|_{n=3} \\ &= \left| T(n-1) + T(n-1) - 2T(n) \right|_{n=3}\end{aligned}$$

was calculated in the third step of the walk in order to capture the transitory part of the signal.

- For $\beta = 3.0$ the system is highly non-stationary (ξ big) reaching the stationarity only for very big times
- For $3.0 \leq \beta \leq 4.0$ the system is near the stationarity (ξ small).
- For $\beta \geq 4.0$ the system is highly stationary (ξ tends to zero)

The system experiments a sudden transition from non-stationarity to stationarity in $\beta = 3.0$ which may be seen as a phase transition fingerprint.

These results suggests that the emergence of pink

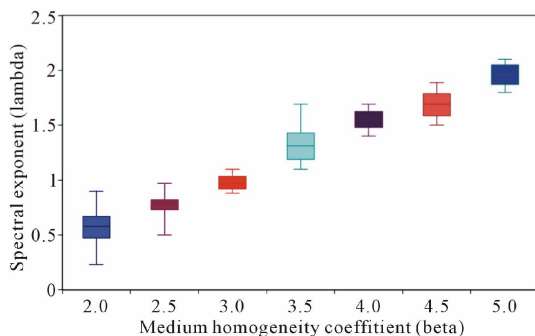


Figure 2. For each realization the power spectrum was constructed and the spectral exponent calculated. Then averages were taken for 50 independent realization.

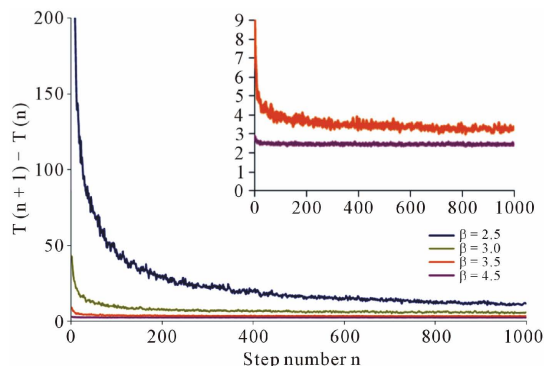


Figure 3. Discrete first derivative of time in function of the step number.

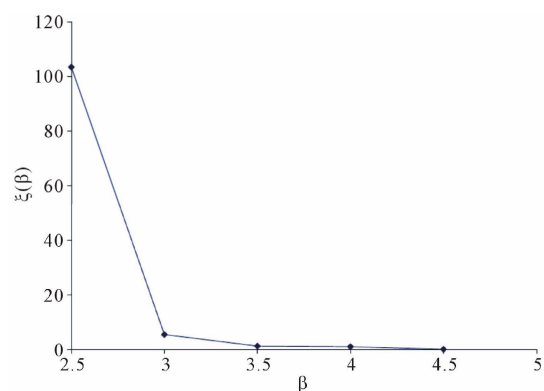


Figure 4. Discrete second derivative of time as a function of step number n , calculated in the third time step of the walk for capture the transitory part of the process.

noise for a traveling agent in a heterogeneous medium depends on the degree of heterogeneity of the medium. If the medium homogeneity coefficient is distributed as a power law $P(K) = cK^{-\beta}$, then a $1/f$ noise will be obtained when $\beta = 3$. Thus, this dynamical behavior may naturally arise from the motion of agents in a complex medium.

4. Conclusions

Our results suggest that $1/f$ noise may be a fingerprint of a statistical phase transition from randomness (low correlation associated with white noise), to predictability (high correlation associated to brown noise) an idea suggested in [37]. The authors proved that a transitional state in between two different regimes implies the occurrence of $1/f$ time series and that this property is generic in both classical and quantum systems. They showed this by studying a classical system, the one-dimensional module-1 logistic map and a quantum one, the nuclear excitation spectra obtained with a schematic shell-model Hamilto-

nian.

Moreover, Relano *et al.* [38] proposed to interpret fluctuations in quantum excitation spectra as generalized time series and to study the corresponding power spectral density. While quantum excitation spectra (which is known to be chaotic) result in $1/f$ noise, the integrable excitation spectra follow instead a Brownian noise signal $1/f^2$. In the same line of thought, autonomous (involuntary) physiological time series are found to correspond with $S(f) \sim 1/f^\lambda$ power spectral density. Time series from healthy subjects are found to approach $1/f$ ($\lambda = 1$), and results have been reported for the fluctuations associated to heartbeat, gait, temperature, respiration [32,39-41]. On the other hand, time series from aging subjects tend toward $1/f^2$ ($\lambda = 2$) [42], while particular phenomena, such as heart fibrillation, tend to flatten out the power spectral density towards ($\lambda = 0$) [43,44]. It has been suggested that the $1/f$ in healthy physiological systems indicates a critical state, and that deviations indicate aging or disease.

The main result of our work is the relationship between the media's homogeneity of a traveling agent motion and the noise type observed. Of special interest is that $1/f$ noise is found when medium is complex. Additionally, we conjecture that $1/f$ noise is a fingerprint of a statistical phase (perhaps of second order) transition from randomness (low correlation associated with white noise), to predictability (high correlation associated to brown noise). Nevertheless a more detailed analysis should be carried out for prove this last point.

Finally, most interesting, but at this point somehow speculative, is the possible relation between $1/f$ and statistical contextuality. Meanwhile Eliazar and Klafter [33, 34] has proven that both Lévy walks and $1/f$ are the result of systems which superimpose the transmissions of infinite independent stochastic signals, it has been proposed that this would require a non-classical probabilistic theory, *i.e.* statistical contextuality [45-47]. Then we propose that $1/f$ ubiquity is a consequence of contextuality ubiquity in Nature.

5. Acknowledgements

This work was supported by CONACyT scholarship within the graduate program in Earth Sciences at Mexico's National University (UNAM).

REFERENCES

- [1] A. Ott, J. P. Bouchaud, D. Langevin and W. Urbach, "Anomalous Diffusion in 'Living Polymers': A Genuine Levy Flight?" *Physical Review Letters*, Vol. 65, No. 17, 1990, pp. 2201-2204. [doi:10.1103/PhysRevLett.65.2201](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.65.2201)
- [2] T. H. Solomon, E. R. Weeks and H. L. Swinney, "Observation of Anomalous Diffusion and Lévy Flights in a Two-Dimensional Rotating Flow," *Physical Review Letters*, Vol. 71, No. 24, 1993, pp. 3975-3978. [doi:10.1103/PhysRevLett.71.3975](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.71.3975)
- [3] F. Bardou, J. P. Bouchaud, O. Emile, A. Aspect and C. Cohen-Tannoudji, "Subrecoil Laser Cooling and Lévy Flights," *Physical Review Letters*, Vol. 72, No. 2, 1994, pp. 203-206. [doi:10.1103/PhysRevLett.72.203](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.72.203)
- [4] J. Klafter and G. Zumofen, "Lévy Statistics in a Hamiltonian System," *Physical Review E*, Vol. 49, No. 6, 1994, pp. 4873-4877. [doi:10.1103/PhysRevE.49.4873](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.49.4873)
- [5] O. V. Bychuk and B. O'Shaughnessy, "Anomalous Diffusion at Liquid Surfaces," *Physical Review Letters*, Vol. 74, No. 10, 1995, pp. 1795-1798. [doi:10.1103/PhysRevLett.74.1795](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.74.1795)
- [6] I. M. Sokolov, J. Mai and A. Blumen, "Paradoxal Diffusion in Chemical Space for Nearest-Neighbor Walks over Polymer Chains," *Physical Review Letters*, Vol. 79, No. 5, 1998, pp. 857-860.
- [7] M. Bologna, P. Grigolini and J. Riccardi, "The Levy Diffusion as an Effect of Sporadic Randomness," 1999. <http://arxiv.org/abs/cond-mat/9907464>
- [8] P. Santini, "Lévy Scaling in Random Walks with Fluctuating Variance," *Physical Review E*, Vol. 61, No. 1, 2000, pp. 93-99. [doi:10.1103/PhysRevE.61.93](https://doi.org/10.1103/PhysRevE.61.93)
- [9] W. D. Luedtke and U. Landman, "Slip Diffusion and Lévy Flights of an Adsorbed Gold Nanocluster," *Physical Review Letters*, Vol. 82, No. 19, 1999, pp. 3835-3838. [doi:10.1103/PhysRevLett.82.3835](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.3835)
- [10] G. M. Viswanathan, S. V. Buldyrev, S. Havlin, M. da Luz, E. Raposo and H. Stanley, "Optimizing the Success of Random Searches," *Nature*, Vol. 401, No. 6756, 1999, pp. 911-914. [doi:10.1038/44831](https://doi.org/10.1038/44831)
- [11] G. Ramos-Fernández, J. L. Mateos, O. Miramontes, G. Cocho, H. Larralde and B. Ayala-Orozco, "Lévy Walk Patterns in the Foraging Movements of Spider Monkeys (Ateles Geoffroyi)," *Behavioral Ecology and Sociobiology*, Vol. 55, 2004, pp. 223-230. [doi:10.1007/s00265-003-0700-6](https://doi.org/10.1007/s00265-003-0700-6)
- [12] L. Seuront, A. Duponchel and C. Chapperon, "Statistical Mechanics and Its Applications," *Physica A*, Vol. 385, No. 2, 2007, pp. 573-582. [doi:10.1016/j.physa.2007.07.029](https://doi.org/10.1016/j.physa.2007.07.029)
- [13] R. Atkinson, C. Rhodes, D. MacDonald and R. Anderson, "Scale-Free Dynamics in the Movement Patterns of Jackals," *Oikos*, Vol. 98, No. 1, 2002, pp. 134-140. [doi:10.1034/j.1600-0706.2002.980114.x](https://doi.org/10.1034/j.1600-0706.2002.980114.x)
- [14] D. Austin, W. Bowen and J. McMillan, "Intraspecific Variation in Movement Patterns: Modeling Individual Behaviour in a Large Marine Predator," *Oikos*, Vol. 105, No. 1, 2004, pp. 15-30. [doi:10.1111/j.0030-1299.1999.12730.x](https://doi.org/10.1111/j.0030-1299.1999.12730.x)
- [15] D. W. Sims, E. J. Southall, N. E. Humphries, G. C. Hays, C. J. A. Bradshaw, J. W. Pitchford, A. James, M. Z. Ahmed, A. S. Brierley, M. A. Hindell, D. Morrill, M. K. Musyl, D. Righton, E. L. C. Shepard, V. J. Wearmouth, R. P. Wilson, M. J. Witt and J. D. Metcalfe, "Scaling Laws of Marine Predator Search Behaviour," *Nature*, Vol. 451, No. 7182, 2008, pp. 1098-1102. [doi:10.1038/nature06518](https://doi.org/10.1038/nature06518)

- [16] O. Miramontes, D. Boyer and F. Bartumeus, "The Effects of Spatially Heterogeneous Prey Distributions on Detection Patterns in Foraging Seabirds," *PLoS One*, Vol. 7, No. 4, 2012, p. e34317. [doi:10.1371/journal.pone.0034317](https://doi.org/10.1371/journal.pone.0034317)
- [17] C. T. Brown, L. S. Liebovitch and R. Glendon, "Lévy Flights in Dobe Ju/'hoansi Foraging Patterns," *Human Ecology*, Vol. 35, No. 1, 2007, pp. 129-138. [doi:10.1007/s10745-006-9083-4](https://doi.org/10.1007/s10745-006-9083-4)
- [18] D. Boyer and O. López-Corona, "Self-Organization Scaling and Collapse in a Coupled Automaton Model of Foragers," *Journal of Physics A*, Vol. 42, No. 43, 2009, p. 4014.
- [19] A. Downey, "Think Complexity," O'Reilly Media, 2012, p. 79.
- [20] O. Bohigas, M. Giannoni and C. Schmit, "Characterization of Chaotic Quantum Spectra and Universality of Level Fluctuation Laws," *Physical Review Letters*, Vol. 52, No. 1, 1984, pp. 1-4. [doi:10.1103/PhysRevLett.52.1](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.52.1)
- [21] E. Faleiro, U. Kuhl, R. Molina, L. Muñoz, A. Relano and J. Retamosa, "Power Spectrum Analysis of Experimental Sinai Quantum Billiards," *Physics Letters A*, Vol. 358, No. 4, 2006, pp. 251-255. [doi:10.1016/j.physleta.2006.05.029](https://doi.org/10.1016/j.physleta.2006.05.029)
- [22] R. Haq, A. Pandey and O. Bohigas, "Fluctuation Properties of Nuclear Energy Levels: Do Theory and Experiment Agree?" *Physical Review Letters*, Vol. 48, No. 16, 1982, pp. 1086-1089 [doi:10.1103/PhysRevLett.48.1086](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.48.1086)
- [23] J. M. Gómez, E. Faleiro, R. Molina, L. Muñoz, A. Relano, and J. Retamosa, "Chaos and $1/f$ Noise in Nuclear Spectra," *AIP Conference Proceedings*, Vol. 831, 2006, p. 80.
- [24] A. Cavagna, A. Cimarelli, et al., "Scale-Free Correlations in Bird Flocks," 2009. arXiv:0911.4393
- [25] J. Buhl, D. Sumpter, et al., "From Disorder to Order in Marching Locusts," *Science*, Vol. 312, No. 5778, 2006, pp. 1402-1406. [doi:10.1126/science.1125142](https://doi.org/10.1126/science.1125142)
- [26] A. Goldberger, "Fractal Dynamics in Physiology: Alterations with Disease and Aging," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 99, No. S1, 2002, pp. 2466-2472. [doi:10.1073/pnas.012579499](https://doi.org/10.1073/pnas.012579499)
- [27] W. H. Press, "Flicker Noises in Astronomy and Elsewhere," *Comments on Astrophysics*, Vol. 7, No. 4, 1978, pp. 103-119.
- [28] S. L. Miller, W. M. Miller and P. J. McWhorter, "Extremal Dynamics: A Unifying and Activated Processes' Physical Explanation of Fractals, $1/f$ Noise," *Journal of Applied Physics*, Vol. 73, No. 6, 1993.
- [29] R. Fossion, E. Landa, P. Stransky, V. Velazquez, J. C. Lopez Vieyra, I. Garduno, D. Garcia and A. Frank, "Scale Invariance as a Symmetry in Physical and Biological Systems: Listening to Photons, Bubbles and Heartbeats," *AIP Conference Proceedings*, Vol. 1323, 2010, pp. 74-90. [doi:10.1063/1.3537868](https://doi.org/10.1063/1.3537868)
- [30] P. Bak and M. Paczuski, "Why Nature Is Complex," *Physics World*, Vol. 6, No. 12, 1993, pp. 39-43.
- [31] E. R. Scheinerman, "Invitation to Dynamical Systems," Dover Publications, Mineola, 2012.
- [32] L. A. Lipsitz, "Dynamics of Stability the Physiologic Basis of Functional Health and Frailty," *The Journals of Gerontology Series A: Biological Sciences and Medical Sciences*, Vol. 57, No. 3, 2002, pp. 115-125. [doi:10.1093/gerona/57.3.B115](https://doi.org/10.1093/gerona/57.3.B115)
- [33] I. Eliazar and J. Klafter, "A Unified and Universal Explanation for Lévy Laws and $1/f$ Noises," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 106, No. 30, 2009, pp. 12251-12254.
- [34] I. Eliazar and J. Klafter, "Universal Generation of Statistical Self-Similarity: A Randomized Central Limit Theorem," *Physical Review Letters*, Vol. 103, No. 4, 2009, Article ID: 40602. [doi:10.1103/PhysRevLett.103.040602](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.103.040602)
- [35] D. Boyer, G. Ramos-Fernández, O. Miramontes, J. L. Mateos, G. Cocho, H. Larralde, H. Ramos and F. Rojas, "Scale-Free Foraging by Primates Emerges from Their Interaction with a Complex Environment," *Proceedings of the Royal Society B*, Vol. 273, 2006, pp. 1743-1750
- [36] D. Boyer, O. Miramontes and H. Larralde, "Lévy-Like Behaviour in Deterministic Models of Intelligent Agents Exploring Heterogeneous Environments," *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical*, Vol. 42, No. 43, 2009.
- [37] E. Landa, I. Morales, P. Stransky, R. Fossion, V. Velázquez, J. C. Vieyra and A. Frank, "Scale Invariance in Chaotic Time Series: Classical and Quantum Examples," *Chaos Theory: Modeling, Simulation and Applications*, In: *3rd Chaotic Modeling and Simulation International Conference (CHAOS)*, World Scientific, London, 2010.
- [38] A. Relano, J. M. Gómez, R. A. Molina, J. Retamosa and E. Faleiro, "Quantum Chaos and $1/f$ Noise," *Physical Review Letters*, Vol. 89, No. 24, 2002, Article ID: 244102. [doi:10.1103/PhysRevLett.89.244102](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.89.244102)
- [39] A. L. Goldberger, "Non-Linear Dynamics for Clinicians: Chaos Theory, Fractals, and Complexity at the Bedside," *The Lancet*, Vol. 347, No. 9011, 1996, pp. 1312-1314. [doi:10.1016/S0140-6736\(96\)90948-4](https://doi.org/10.1016/S0140-6736(96)90948-4)
- [40] A. L. Goldberger, C. K. Peng and L. A. Lipsitz, "What Is Physiologic Complexity and How Does It Change with Aging and Disease?" *Neurobiology of Aging*, Vol. 23, No. 1, 2002, pp. 23-26. [doi:10.1016/S0197-4580\(01\)00266-4](https://doi.org/10.1016/S0197-4580(01)00266-4)
- [41] A. L. Goldberger, et al., "Fractal Dynamics in Physiology: Alterations with Disease and Aging," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, Vol. 99, No. 1, 2002, pp. 2466-2472. [doi:10.1073/pnas.012579499](https://doi.org/10.1073/pnas.012579499)
- [42] S. M. Pikkujämsä, T. H. Mäkikallio, L. B. Sourander, et al., "Cardiac Interbeat Dynamics from Childhood to Senescence: Comparison of Conventional and New Measures Based on Fractals and Chaos Theory," *Circulation*, Vol. 100, No. 4, 1999, pp. 393-399. [doi:10.1161/01.CIR.100.4.393](https://doi.org/10.1161/01.CIR.100.4.393)
- [43] J. Hayano, et al., *Heart and Circulatory Physiology: American Journal of Physiology*, Vol. 273, 1997, p. 2811.
- [44] T. Hennig, P. Maass, J. Hayano and S. Heinrichs, "Exponential Distribution of Long Heart Beat Intervals during Atrial Fibrillation and Their Relevance for White Noise Behaviour in Power Spectrum," *Journal of Biological Physics*, Vol. 32, No. 5, 2006, pp. 383-392.

4. LEVY FLIGHTS, $1/F$ NOISE AND SELF ORGANIZED CRITICALITY IN 74 A TRAVELING AGENTS MODEL

O. L. CORONA *ET AL.*

343

- [doi:10.1007/s10867-006-9022-z](https://doi.org/10.1007/s10867-006-9022-z)
- [45] L. Hardy, "Quantum Theory from Five Reasonable Axioms," 2001. <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0101012v4>
- [46] A. Khrennikov, "Probabilistic Foundations of Quantum Mechanics and Quantum Information," 2003. <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0309066v1>
- [47] A. Khrennikov, "Växjö Interpretation-2003: Realism of Contexts," 2004. <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0401072v1>

Capítulo 5

Complex groundwater flow systems as
traveling agent models

24 **1 Introduction**

25 Pink or $1/f$ noise (sometimes also called Flicker noise) is a signal or process with a
26 frequency spectrum such that the power spectral density is inversely proportional to the
27 frequency (Downey 2001). This statistical behavior appears in such diverse phenomena as
28 Quantum Mechanics (Bohigas et al. 1984; Faleiro et al. 2006; Haq et al. 1982; Relanyo et
29 al. 2002), Biology (Cavagna et al. 2006; Buhl et al. 2006; Boyer and López-Corona 2009),
30 Medicine (Goldberger 2002), Astronomy and many other fields (Press 1978).

31 In Geosciences the idea of self-organized criticality (SOC) associated with $1/f$
32 power spectrum showed to be important for example in modeling seismicity (Bak et al.
33 1987; Bak and Tang 1989; Bak and Chen 1991; Sornette et al. 1989). The basic idea of
34 SOC is that large (spatially extended) interactive systems evolve towards a state in which a
35 minor new event can have dramatic consequences. In seismicity this means that
36 earthquakes contribute to organize the lithosphere both in space and time (Sornette et al.
37 1990). In this context, the lithosphere may be understood as an unstable and non-linear
38 system made of hierarchy of interacting blocks and in which dynamics has a characteristic
39 $1/f$ signal (Keilis-Botok 1990).

40 A particular active research field in Geoscience is the study of groundwater, which
41 may be considered as a complex dynamic system characterized by non-stationary input
42 (recharge), output (discharge), and response (groundwater levels). For example,
43 groundwater levels in unconfined aquifers never reach steady state and may vary over
44 multiple spatial and temporal scales showing fractal scaling characterized by inverse power
45 law spectra (Zhang and Schilling, 2004 ; Jianting et al. 2012)

46 Spectral analysis has proven to be a powerful analytical tool for the study of
47 variations in hydrologic processes. Ever since Gelhar (1974) studied temporal variations of

48 groundwater levels for the first time with spectral analysis, it has been widely used.
49 Spectral densities have been used in the study of: the earth tides effect on water level
50 fluctuations (Shih et al. 2000; Maréchal et al. 2002); temporal scaling in discharge (Tessier
51 et al. 1996; Sauquet et al. 2008); scaling in hydraulic head and river base flow (Zhang and
52 Schilling, 2004; Zhang and Li, 2005, 2006); water quality variations in space and time
53 domains (Duffy and Gelhar 1985; Duffy and Al-Hassan 1988; Kirchner et al. 2000;
54 Schilling et al. 2009b). Using the Detrended Fluctuation Analysis (DFA) method,
55 Zhongwei and You-Kuan (2007) have proved that groundwater levels exhibit a $1/f$
56 behavior for large time scales.

57 The groundwater flow process may be considered as the motion of agents (water
58 particles) in a heterogeneous medium (Traouez et al. 2001; Cortis and Knudby 2006; Park
59 et al. 2008). This problem is analogous to the model of traveling agents presented in (Boyer
60 and López-Corona 2009). In that model, the agents are frugivorous animals who feed on
61 randomly located vegetation patches, in a similar way to anomalously diffusing particles in
62 a physical context. The displacement patterns of a variety of animals as albatrosses,
63 bumble-bees, primates, gastropods, jackals, seals and sharks, among others (Viswanathan et
64 al. 1999, Ramos-Fernández et al. 2004, Seuront et al. 2007, Atkinson et al. 2002, Austin et
65 al. 2004, Sims et al. 2008) involve many spatio-temporal scales and are sometimes well
66 described by Lévy walks. This is the case of the traveling agents of the model referred to
67 (Boyer and López-Corona 2009). A good review on the subject may be found in
68 (Miramontes et al. 2012).

69 The frequent occurrence of pink noise in a seemingly unrelated set of physical
70 systems has prompted an extensive search for common underlying physical principles
71 (Miller et al. 1993). In this paper we present a heuristic reasoning for the emergence of $1/f$

72 noise in groundwater and propose a new set of groundwater equations for flow in complex
73 media (see electronic supplementary materials).

74 **1.1 The traveling agent model**

75 Let us consider a two-dimensional square domain of unit area with N fixed,
76 point-like food patches randomly and uniformly distributed. Each patch contains an amount
77 of food k .

78 Initially, an agent is located on a patch chosen at random. Then the following
79 deterministic foraging rules are iteratively applied at every time step:

80 (i) The agent located at patch i feeds on that patch, the fruit content decreasing by
81 one unit: $k_i \rightarrow k_i - 1$.

82 (ii) If k_i has reached the value 0, the agent chooses another patch, j , such that
83 k_j/d_{ij} is maximal over all the allowed patches $j \neq i$ in the system, where k_j is the food
84 content of patch j and d_{ij} the Euclidean distance between patches i and j . With this rule, the
85 next visited patch (the “best” patch) has large food content and/or is at a short distance from
86 i . It was assumed that the travel from i to j takes one time unit.

87 (iii) The agent does not revisit previously visited patches.

88 This model produces complex trajectories that have been studied in detail in refs.
89 (Boyer et al. 2006; Boyer et al. 2009) and discussed in connection with spider monkeys
90 foraging patterns observed in the field (Ramos-Fernández et al. 2004). Most interesting is
91 the fact that when this model is combined with a forest one, the coupled model exhibits
92 self-organized criticality and $1/f$ power spectrum for biomass time series (Boyer and
93 López-Corona 2009)

94 We propose that it is possible to use an equivalent model to study groundwater flow,
95 conceptualizing it as the motion of water particles (agents) in a hydrogeological medium.

96 Assume the existence of a scale of support w where porous media properties can be
97 measured. This scale of support is kept constant and is small enough such that, at the scale
98 of the flow domain, w can be represented as a point-like quantity. Let us consider a
99 two-dimensional square domain of unit area with N fixed, point-like Hydrogeological Units
100 (HU) randomly and uniformly distributed. Each HU is characterized by its hydraulic flow
101 potential, defined as $K_i = H_i / R_i$, where H_i and R_i are hydraulic head and hydraulic
102 resistivity at point i , respectively. Thus K_i has units of time.

103 Initially, an agent (water particle) is located on a HU chosen at random. Then the
104 following deterministic motion rules are iteratively applied at every time step:

105 (i') An agent located in a HU stays there for a dimensionless time T proportional
106 to $K_{\max}/(K + a)$, where K_{\max} is the maximum hydraulic flow potential in the domain and
107 a is an arbitrary normalization constant such that $K_{\max} \gg a$. For $K \rightarrow 0$ then the waiting
108 time is the maximum possible; For $K \rightarrow K_{\max}$ then the waiting time is the minimum
109 possible.

110 (ii') When an agent has spent T time in the HU i , it chooses another HU, j , such
111 that $\Delta K_{ij} / d_{ij}$ is maximal over all the allowed HU ($i \neq j$) in the domain, where $\Delta K_{ij} / d_{ij}$ is
112 the hydraulic flow potential difference between HU i and j , and d_{ij} is the Euclidean distance
113 between points i and j . With this rule, the next visited HU has the largest hydraulic flow
114 potential gradient. It is assumed that the travel from i to j takes one time unit.

115 (iii') For a particular set of initial and boundary conditions, the agent does not
116 revisit previously visited HU.

117 With this set of rules, both models, biological and groundwater flow, have the same
118 statistical properties despite representing very different systems and then a direct analogy

119 may be considered.

120 This traveling agent model exhibits some remarkable properties. Let us define the
121 displacement of an agent $R(t)=|R(t + t_0) - R(t_0)|$ with $R(t)$ is the location of the agent at
122 time t . For analysis, averages were taken over different and independent realizations. If the
123 hydraulic flow potential K follows an inverse power-law distribution $P(K) = cK^{-\beta}$, where c
124 is an arbitrary constant and β is a coefficient that represents the medium homogeneity.
125 When β is large ($\beta \gg 1$) the medium is very homogeneous, meaning that all HU have
126 similar values of hydraulic flow potential. On the contrary when β is small ($\beta \sim 1$) the
127 medium is very heterogeneous, meaning that HUs with high hydraulic flow potential are
128 numerous. The intermediate case is when $\beta=3$ and corresponds to a complex medium where
129 HUs with high hydraulic flow potential are present but they are not so numerous.

130 **2 Lévy walks and $1/f$ dynamics**

131 In recent works (Eliazar and Klafter 2009a, 2009b) proved that Lévy walks and $1/f$
132 are the result of systems which superimpose the transmission of many independent
133 stochastic signals.

134 With this in mind, we proceeded to investigate if the power spectrum of the agent's
135 motion follows a $1/f$ dynamics. We found a non-trivial relationship between the
136 homogeneity coefficient β , the motion of the traveling agent and the type of noise observed.
137 These results (summarized in Table 1) are new and differ from previous work since now the
138 motion of the agents is explicitly analyzed.

139

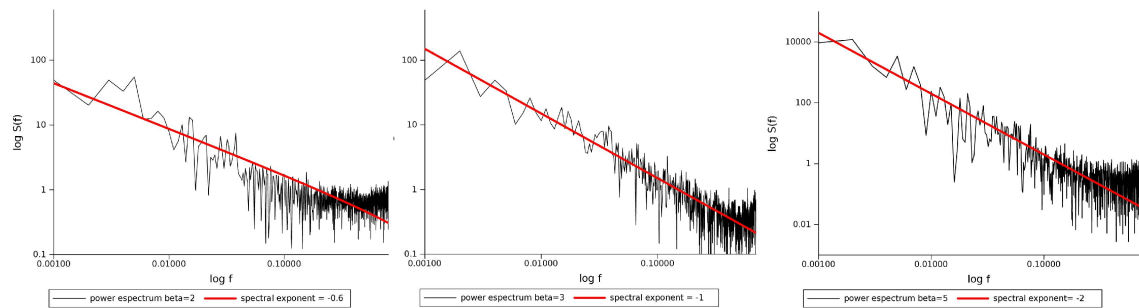
140

141

142

Homogeneity	Medium type	Agent motion type	Displacement noise type
$\beta=2$	Inhomogenous	Random Confined	White
	Disordered		Uncorrelated
$\beta=3$	Complex	Lévy	Pink (1/f)
	Transition point	Fractal	Transition point
$\beta=5$	Homogeneous	Brownian	Brown
	Ordered		Highly correlated

143 *Table 1 Relation between media homogeneity coefficient β , type of medium, agent motion, and the*
 144 *noise type observed.*



146 **Figure 1** Power spectra for traveling agents with three values of homogeneity. First column $\beta = 2$, the medium
 147 is very inhomogeneous (disordered) and the signal is a white noise. Second column $\beta = 3$, the medium is complex and the
 148 signal is a pink noise. Third column 5, the medium is very homogeneous (ordered) and the signal is a brown noise. Power
 149 Spectrum is taken as $S(f) \equiv \mathcal{R}(f)\mathcal{R}(-f)$, where $\mathcal{R}(f)$ is the Fourier transformation of the displacement calculated by a Fast
 150 Fourier Transformation technique.

151 Fifty time series for $R(t)$ were generated using the implemented traveling agents
 152 model in (Boyer and López-Corona, 2009) which we propose is analogous to groundwater
 153 flow. Three values of $\beta=\{2,3,5\}$ were considered, corresponding to disordered, complex
 154 and ordered media. Then all the 50 power spectra were averaged and fitted by an inverse
 155 power law $S(f) \sim f^{-\lambda}$. White noise correspond to a $\lambda \approx 0$, pink to a $\lambda \approx 1$, and brown to a
 156 $\lambda \approx 2$.

157 These results show that the emergence of pink noise for a traveling agent in a

158 heterogeneous medium depends on its degree of heterogeneity. Thus this dynamical
159 behavior may naturally arise from the motion of agents in a complex medium. The agents
160 may be frugivorous monkeys, and the complex medium a rain forest; or the agents may be
161 water particles and the medium an aquifer with a complex geology. Our results suggest that
162 $1/f$ noise may be a fingerprint of a statistical phase transition from randomness (low
163 correlation associated with white noise), to predictability (high correlation associated to
164 brown noise) an idea suggested to us by Alejandro Frank (Personal communication, 2011)
165 and discussed in (Fossion et al. 2010).

166 **3 Study Case**

167 As part of an academic collaboration between German Karlsruhe Institute of
168 Technology (KIT) and Mexico's National University (UNAM), pumping tests were
169 performed on a set of urban well in the metropolitan zone of the San Luis Potosi city in
170 Mexico (ZMSLP), which hydrogeology is described in (Martinez et al. 2010, and Martinez
171 et al. 2011).

172 The metropolitan area is located approximately 400 kilometers northwest of Mexico
173 City. It lies in the San Luis Potosi valley in the west-centre of the state of the same name at
174 an altitude between 1,850 and 1,900 meters above sea level. The area is flanked by the hills
175 of Sierra San Miguelito to the west and Cerro San Pedro to the east; the hills have an
176 altitude of more than 2300 meters. The climate is semi-arid with an average rainfall of 356
177 mm between 1989 and 2006, an average annual temperature of 17.68°C, and average
178 annual potential evaporation of approximately 2,000 mm. The San Luis Potosi aquifer
179 system underlies much of the surface endorheic basin. It consists of a shallow aquifer and a
180 deep one, separated by a lens of fine material that permits very little interaction. The
181 shallow aquifer is recharged by rainfall in the valley and the Sierra San Miguelito foothills,

182 as well as by leaks from the urban water system. The deep aquifer is recharged in the Sierra
183 San Miguelito and beyond. The 300 Km² of shallow aquifer underlies the urban zone and
184 its periphery. The thickness of the aquifer is within a range estimated at four to 60 meters,
185 while the depth of the phreatic level has been reported in general terms at between five and
186 30 meters. The less deep levels are to be found within the urban zone and they deepen
187 towards the east and northeast in the area of peripheral farmland, following the direction of
188 the flow. The deep aquifer covers about 1980 Km² and underlies the municipalities of San
189 Luis Potosi and Soledad de G. Sanchez, as well as part of Cerro San Pedro, Mexquitic and
190 Zaragoza. The aquifer consists of granular material and fractured volcanic rock, and is
191 confined over most of the flat part of the basin. Usually, wells tapping this aquifer terminate
192 at a depth of 350– 450 meters and exceptionally at 700 meters.

193 The time series from three pumping well tests, in the shallow aquifer, were
194 analyzed. A pumping test is conducted to evaluate an aquifer by “stimulating” the aquifer
195 through constant pumping, and observing the aquifer’s response (drawdown) in observation
196 wells. The power spectrum from all tests shows that there are two statistical regimes
197 (Figure 2). The first regime is characterized by time periods from 101s to 103s and a $1/f$
198 noise statistical behavior, and the second one with periods of seconds or less and a white
199 noise type of signal.

200

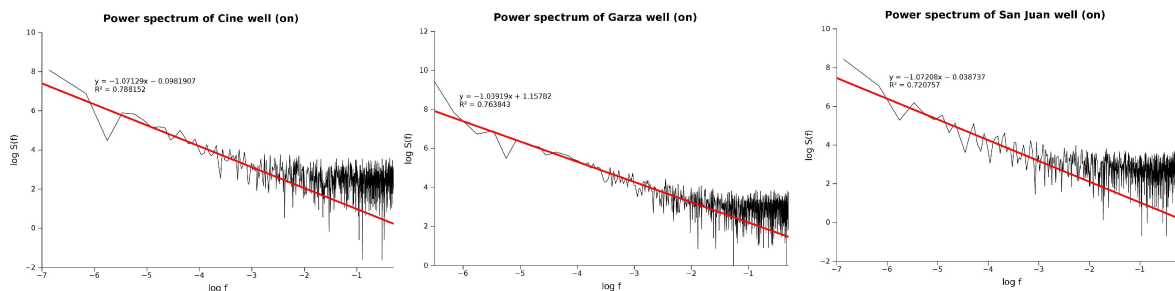
201

202

203

204

205



207 Figure 2 Power spectra for three pumping tests in the aquifer of San Luis Potosi City in Mexico. Drawdown
 208 data was acquired in a 3 seconds intervals basis, with a total of 1800 measurements. There are two statistical regimes
 209 101s to 103s with a $1/f$ noise statistical behavior, and the second one with periods of seconds or less and a white noise
 210 type of signal.

211 4 Discussion and conclusions

212 Major sources of uncertainty have been identified in groundwater modeling. Model
 213 parameters are uncertain because they are usually measured at a few locations which are
 214 not enough to fully characterize the high degree of spatial variability at all length scales;
 215 thus, it is impossible to find a unique set of parameters to represent reality correctly.
 216 Stresses and boundary conditions are also uncertain; the extraction of water through wells
 217 and vertical recharge due to rain are not known exactly and they must be provided to the
 218 model; lateral boundaries are often virtual boundaries and water exchange through them is
 219 usually uncertain. Even model structure can be uncertain because a mathematical model is
 220 an approximation of reality and thus some physical processes are not completely known or
 221 partially represented (Neuman 2003). In fact, the problem of characterizing subsurface
 222 heterogeneity has been one of the biggest obstacles in constructing realistic models of
 223 groundwater flow (Fleckenstein et al. 2006). Koltermann and Gorelick (1996) and De
 224 Marsily et al. (1998) present a good review on the subject.

225 Prediction with classical deterministic process models is constrained by several
226 mathematical limitations. For one side, there is measurement error, non-linearity and
227 sensitivity to boundary conditions (chaos) and on the other side we most face model error
228 and inaccessible or uncertain parameters and variables (Little and Bloomfield, 2010). For
229 these reasons, systematic oversimplifications in groundwater problems have been
230 commonly made, under the assumption that if the most important processes are identified,
231 groundwater flow may be sufficiently characterized.

232 On the other hand, Kirchner and coworkers (2000) found that long-term, time series
233 measurements of chloride, a natural passive tracer, in runoff in catchments exhibits a $1/f$
234 dynamics and later (Scher et al. 2002) gave a physical model to explain these findings in
235 terms of CTRW.

236 Significant deviations from standard solutions have been observed in pumping tests
237 (Raghanvan, 2004). Moreover, it has been reported that $1/f$ dynamics is observed in time
238 series of pumping test (Zhongwei and You-Kuan 2007) and we showed evidence that
239 support their findings. One approach to deal with this anomalous behavior has been to
240 formulate the groundwater flow problem in the continuous time random walk (CTRW)
241 framework (Cortis and Knubdy 2006). Alternatively we propose a traveling agent model for
242 groundwater flow. The model proposed is an analogy of a previous one presented by
243 (Boyer and López-Corona, 2009) which was used to construct time series for agent's
244 mean-displacement. In agreement with field results, the model generates $1/f$ dynamics
245 when the ambient where the agents move is complex. For this type of medium, the step
246 length follows a power law distribution $P(l) \sim l^{-a}$ with $a \approx 2$; the waiting time distribution
247 follows a power law $y(t) \sim t^{-d}$ with $d=2$ and the mean displacement a power law $\langle R^2 \rangle \sim Tg$
248 with $g \approx 1.2$ (Boyer and López-Corona, 2009; López-Corona, 2007). If the process was a

249 CTRW then the following relationship should hold $g=2+d-a$ and a value of $g=2$ would be
250 expected (Klafter et al. 1995). This suggests that groundwater flow is even more complex
251 than a CTRW, which in fact also occurs in spider monkeys foraging process for which
252 $g=1.7$ (Ramos- Fernández et al. 2004). In this sense, the model proposed could be a
253 forward step in the study of groundwater flow complexity.

254 Another advantage of the traveling agent model for explaining the emergence of $1/f$
255 is that we may identify in which type of hydrogeological medium this kind of dynamic
256 behavior is observed. We proved that pink noise is present when the environment
257 heterogeneities in which the agents are moving are distributed as a power law with a
258 scaling exponent of $\beta = 3$, corresponding to a complex medium. At this respect, Labat
259 (2011) has pointed out that the complex characteristics of karstic aquifers make their
260 exploitation more complicated than other porous or fractured aquifers. These types of
261 aquifers are spatially complex (as our $\beta=3$ medium) groundwater systems characterized by
262 an inherent temporal non-stationarity and nonlinearity of their hydrological response.

263 (Eliazar and Klafter 2009a, 2009b) have proven that the $1/f$ statistical dynamics is
264 originated by the superposition of an infinite number of stochastic processes. This suggests
265 that for complex media (as karstic or rock fractured aquifer) no groundwater modeling
266 simplification is valid. This ambient induces a $1/f$ noise and an infinite number of
267 stochastic processes are in play. Therefore, the assumption that groundwater flow may be
268 sufficiently characterized if the most important processes are identified is no longer valid.

269 Even more, the results may be interpreted also from a physical stand point; the
270 observable macroscopic behavior of a hydrogeological system at a given location is the
271 result of the superposition of different physical processes at different scales, such as:

272 diurnal barometric variations that affect groundwater levels, temporal fluctuations in
273 recharge rates, moon's gravitational effects over the aquifer, tide variations in coastal
274 aquifers, variations in the income flow from rivers and discharge through base flow,
275 temporal increase on total stress due to trains, the effect of extraordinary recharge events
276 provoked by an hurricane presence, and the regime of operation of wells in the area. In
277 Labat et. al. (2011) it has been proved, using DFA analysis, that in Karstic stream flow
278 fluctuations there are three distinct temporal scale ranges: from 1 h to around 100 h, from
279 around 100 h up to 1 year and scales larger to 1 year. Fluctuations in flow show a clearly
280 anti-correlated behavior on time scales above 1 year, with a slope around 0.3 corresponding
281 to white noise. In the intermediate regime from a few days up to 1 year, a positive Hurst
282 effect is observed, with a slope around 0.8 (almost a $1/f$ noise) as expected. On time scales
283 below the crossover at a few days, the scaling behavior is highly non-stationary and
284 corresponds to a random walk with positively correlated steps (with a slope around 1.75,
285 near a Brown noise type). The authors explain these findings from a hydrogeological point
286 of view. The first temporal scale, 1 to 100 h, is interpreted as the rapid response of the
287 aquifer (associated with the main drain in the karstic system) to the rainfall; the second
288 temporal scale, 100 h to 1 year, is the global response of the aquifer to rainfall input
289 including the temporal structure of the peak flow; the third temporal scale, larger than 1
290 year, corresponds to the annual response of rainfall input including the regulation of the
291 discharge via annex systems in the saturated zone. It has also been suggested that an
292 explanation for the scale invariance of groundwater levels involve the system response to
293 constantly changing driving inputs and boundary conditions, including boundaries imposed
294 by management regimes, (Little and Bloomfield, 2010). In this way, the $1/f$ power
295 spectrum observed in groundwater time series may be originated by both, complexity of the

296 geological medium and the presence of complex external factors (as time dependent
297 boundary conditions).

298 Given this, either we accept that these types of complex groundwater systems are
299 not suitable of being modeled or we learn to deal with this infinite superposition of
300 stochastic processes. Once groundwater flow is modeled on a traveling agent framework,
301 we propose to describe it as a spatially extended game and analyze it using Quantum Game
302 Theory. Using this approach we have been able to deduce a set of partial differential
303 equations starting from the discrete description of the model (the details of the derivation
304 are presented as Electronic Supplementary Material). The probability of finding an agent
305 (water particle) in the position (x, y) at the time t obeys

$$306 \quad \partial_t P(x, y, t) = \text{div}[e(x, y, t)\nabla P], \quad (1)$$

307 where $e(x, y, t)$ is the strategy (micro-physics of the flow process) that the agent in
308 (x, y) plays at time t . The strategy in turn obeys the equation

$$309 \quad \partial_t e(x, y, t) = -\text{div}[D_1(x, y, t)e(x, y, t)] + \nabla^2[D_2(x, y, t)e(x, y, t)]. \quad (2)$$

310 These are non-classical groundwater flow equations because they allow statistical
311 entanglement.

312 One says that two particles are entangled if the measurement of one particle will instantly
313 affect the state of the other particle, no matter the distance between them. Recent
314 experiments seem to confirm the existence of entangled particles (Gisin, 2007) and even
315 more, there are several examples of physical phenomena that exhibit probabilistic
316 entanglement instead of quantum physics entanglement (Khrennikov, 2008a; 2008b; 2009a;
317 Kracklauer, 2001; Accardi and Regoli, 2000; 2001; Simon et al. 2010). This entanglement
318 in non quantum physics system may be understood considering that quantum mechanics

319 mathematical formulation may be conceptualized as a non-classic probabilistic theory that
320 may be applied to other system beside quantum physics (Khrennikov , 2004; Khrennikov ,
321 2009b). Then entanglement that has been considered as a exclusive property of quantum
322 physics, could be reformulated in probabilistic terms only.

323 These new statistical features arise from the fact that infinite stochastic
324 superposition requires an infinite space of probabilities and then the Kolmogorovian
325 Probability Theory is no longer valid (Hardy 2001).

326 The importance of the existence of probabilistic entanglement in groundwater
327 systems is that it makes possible to extend the Quantum Game Theory analysis to the
328 management level. We have proved (López-Corona et al., 2013) that if entanglement is
329 present then cooperation may raise even in classical non-cooperating situations, allowing to
330 avoid the Tragedy of the Commons. In this way, a statistical-contextual treatment of
331 groundwater may not only give place to new flow equations, but it could have a profound
332 impact in resource management. As suggested in López-Corona et al., (2013), the new
333 basic unity of analysis should be the indivisible pair (users, aquifer). We should not talk any
334 more about aquifer dynamics or resource management plans by themselves. Physical and
335 social systems are coupled in a statistical-contextual fundamental way, and a
336 socio-hydrogeological theory should be developed. This different, but useful, kind of
337 statistical prediction may be possible with models rooted in the theory of statistical
338 mechanics, as suggested by Eady (1951).

339 Finally, most interesting, using the traveling agent model described in the method
340 section, we proposed (Lopez-Corona et al. 2013) that $1/f$ noise is a fingerprint of a
341 statistical phase transition, from randomness (disorder – white noise) to predictability
342 (order – brown noise).

343 In this context, one may interpret Labat (2011) results as follows: first temporal
344 scale (from 1 to 100 h) represents a the rapid response of the aquifer and should be
345 dominated by random processes (white noise); the second (100 h to 1 year) is the global
346 response of the aquifer to rainfall input including the temporal structure of the peak flow
347 one may be interpreted as a complex (with multiple spatio and temporal scales included)
348 process ($1/f$ noise); and as the third correspond to mean (1 year or more) response is a more
349 predictable process (brown noise). We have then a transition from randomness to
350 predictability consistent with power spectra exponent values. In this way, the results of
351 Labat et. Al. (2011) is only one example of a universal statistical kind of phase transition.

352 **Acknowledgements**

353 This work was supported by CONACyT scholarship within the graduate program in
354 Earth Sciences at Universidad Nacional Autonoma de Mexico (UNAM). Fruitful
355 discussions with Tomas González are gratefully acknowledged

356 **References**

- 357 Accardi L. and M. Regoli (2000) arXiv.org/abs/quant-ph/0007019v1
358 Accardi L. and M. Regoli (2001) arXiv.org/abs/quant-ph/0110086v1
359 Atkinson, R., C. Rhodes, D. MacDonald and R. Anderson (2002) *Oikos* 98 134–40
360 Austin, D., W. Bowen and J. McMillan (2004) *Oikos* 105 15–30
361 Bak, P.C. and K. Chen (1991), Self-organized criticality, *Scientific American* 54
362 Bak, P.C. and K. Tang (1989), Earthquakes as a self-organized critical phenomenon,
363 *Geophys. Res.* 94
364 Bak, P.C., K. Tang and K. Weisenfeld (1987), Self-organized criticality: an
365 explanation of $1/f$ noise, *Phys. Rev. Lett.* 59
366 Bohigas, O. M. Giannoni and C. Schmit (1984), Characterization of chaotic
367 quantum spectra and universality of level fluctuation laws, *PRL* 52:1.
368 Boyer, D. and O. López-Corona (2009), Self-organization scaling and collapse in a
369 coupled automaton model of foragers, *J. Phys. A* 42
370 Boyer, D., O. Miramontes and H. Larralde (2009), *J. Phys. A: Math. Theor.* 42
371 Boyer, D., G. Ramos-Fernández, O. Miramontes, J.L. Mateos, G. Cocho, H.
372 Larralde, H. Ramos. and F. Rojas (2006), *Proc. R. Soc. B* 273 1743–50
373 Buhl, J., D. Sumpter et al. (2006), From disorder to order in marching locusts,
374 *Science* 312:1402.
375 Cavagna, A. A. Cimarelli et al., Scale-free correlations in bird flocks, arXiv

- 376 0911.4393.
- 377 Cortis, A. and C. Knudby (2006), A continuous time random walk approach to
378 transient flow in heterogeneous porous media. *Water Resources Research*
379 42, W10201, doi:10.1029/2006WR005227.
- 380 De Marsily, G., F. Delay, V. Teles and M.T. Schafmeister (1998), Some current
381 methods to represent the heterogeneity of natural media in hydrogeology.
382 *Hydrogeology Journal* Vol. 6 :115–130
- 383 Downey, A. (2012), *Think Complexity*. O'Reilly Media. pp. 79. ISBN
384 978-1-4493-1463-7.
- 385 Duffy, C.J., and L.W. Gelhar (1985), A frequency domain
386 approach to water quality modeling in groundwater:
387 Theory. *Water Resources Research* 21, no. 8: 1175–1184.
- 388 Duffy, C.J., and S. Al-Hassan (1988). The time and frequency response of tracer
389 experiments. *Journal of Hydrology* 97, no. 1–2: 59–73.
- 390 Eady, E. T. (1951), *The Quantitative Theory of Cyclone Development*. In:
391 *Compendium of Meteorology*. T. F. Malone (Ed.), American
392 Meteorological Society, pages 464-469.
- 393 Eliazar, I. and J. Klafter (2009a), A unified and universal explanation for Lévy laws
394 and 1/f noises, *PNAS* Vol. 106 (30) 12251 – 12254.
- 395 Eliazar, I. and J. Klafter (2009b) Universal Generation of Statistical Self-Similarity:
396 A Randomized Central Limit Theorem, *Phys. Rev. Lett.* 103
- 397 Faleiro, E., U. Kuhl, R. Molina, L. Muñoz, A. Relanyo and J. Retamosa (2006),
398 Power spectrum analysis of experimental sinai quantum billiards, *PLA*
399 358:251.
- 400 Fleckenstein, J., R. Niswonger and G. Fogg (2006), River-Aquifer Interactions,
401 Geologic Heterogeneity, and Low-Flow Management. *Groundwater*, 44(6)
402 837-852
- 403 Fossion R., E. Landa, P. Stransky, V. Velazquez, J.C. Lopez Vieyra, I. Garduno, D.
404 Garcia, and A. Frank (2010) Scale invariance as a symmetry in physical and
405 biological systems: listening to photons, bubbles and heartbeats, *AIP Conf.*
406 *Proc.* 1323, 74, DOI:10.1063/1.3537868
- 407 Gelhar, L.W. (1974) Stochastic analysis of phreatic aquifer, *Water*
408 *Resources Research* 10, no. 3: 539–545.
- 409 Gisin N. (2007) arXiv:quant-ph/0503007v1.
- 410 Goldberger, A. (2002), Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and
411 aging, *PNAS* 99:2466
- 412 Haq, R., A. Pandey and O. Bohigas (1982), Fluctuation properties of nuclear energy
413 levels do theory and experiment, agree, *PRL* 48:1086.
- 414 Hardy, L. (2001), *Quantum Theory from Five Reasonable Axioms*,
415 <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0101012v4>
- 416 Herrera, G. and G. Pinder (2011) Notes on Stochastic Simulation (unpublished)
- 417 Jianting Z., M. Young and J. Osterberg (2012), Impacts of riparian zone plant water
418 use on temporal scaling of groundwater systems, *Hydrol. Process.* 26,
419 1352–1360
- 420 Keilis-Botok, V. (1990), The lithosphere of the Earth as a non-linear system with
421 implications for earthquakes prediction, *Rev. Geophys.* 28(1)
- 422 Khrennikov A. (2004) arXiv.org/abs/quant-ph/0401072v1.

- 423 Khrennikov, A. (2008). Bell-Boole inequality: nonlocality or probabilistic
424 incompatibility of random variables?. *Entropy*, 10(2), 19-32.
- 425 Khrennikov A. (2008b) arXiv.org/abs/quant-ph/0309066v1.
- 426 Khrennikov, A. (2009a). *Contextual approach to quantum formalism* (Vol. 160).
427 Springer.
- 428 Khrennikov, A. (2011). Quantum-like model of processing of information in the
429 brain based on classical electromagnetic field. *Biosystems*, 105(3), 250-262.
- 430
- 431 Kirchner, J. W., X. Feng and C. Neal C. (2000), Fractal stream chemistry and its
432 implications for contaminant transport in catchments, *Nature*, 403, 524-527.
- 433 Klafter J., G. Zumofen and M.F. Shlesinger (1995) Lévy description of anomalous
434 diffusion in dynamical systems in LÉVY FLIGHTS AND RELATED
435 TOPICS IN PHYSICS, Lecture Notes in Physics, Volume 450/1995,
436 196-215, DOI: 10.1007/3-540-59222-9_35
- 437 Koltermann, D. and S. Gorelick (1996), Heterogeneity in Sedimentary Deposits: A
438 Review of Structure-Imitating, Process-Imitating, and Descriptive
439 Approaches. *WATER RESOURCES RESEARCH*, 32(9), P. 2617-2658,
440 doi:10.1029/96WR00025.
- 441 Kracklauer A. (2001) arXiv.org/abs/quant-ph/0108057v2
- 442 Labat, D., J. Masbou, E. Beaulieu, and A. Mangin (2011), Scaling behavior of the
443 fluctuations in stream flow at the outlet of karstic watersheds, France.
444 *Journal of Hydrology* 410 162-168.
- 445 Little M. and J. Bloomfield (2010), Robust evidence for random fractal scaling of
446 groundwater levels in unconfined aquifers, *Journal of Hydrology* 393,
447 362–369
- 448 López-Corona O. (2007), Modelos estadísticos de difusión en ambientes
449 desordenados. Aplicación al forrajeo y dispersión de semillas en selvas.
450 Bachelor degree dissertation.
- 451 López-Corona, O., P. Padilla, O. Escolero, A. Frank, R. Fossion (2013), Lévy
452 flights, 1/f noise and self organized criticality in a traveling agent model.
453 *Journal of Modern Physics* Vol 4, No 3.
- 454 Maréchal, J.C., M.P. Sarma, S. Ahmed, and P. Lachassagne. (2002), Establishment
455 of earth tide effect on water-level fluctuations in an unconfined hard rock
456 aquifer using spectral analysis. *Current Science* 83, no. 1: 61–64.
- 457 Martínez, S., O. Escolero and S. Kralish (2010), Water Management in San Luis
458 Potosi Metropolitan Area, México. *International Journal of Water Resources*
459 *Development*. Vol. 26, Num. 3, 459-475.
- 460 Martinez, S., O. Escolero and L. Wolf (2011), Total urban water cycle models in
461 semi-arid environments - Quantitative scenario analysis at the area of San
462 Luis Potosi, Mexico. *Water Resources Management*. Vol. 25, Num. 1,
463 239-263.
- 464 Miller, S.L., W.M. Miller and P.J. McWhorter (1993), Extremal dynamics: A
465 unifying and activated processes' physical explanation of fractals, i/f noise,
466 *J. Appl. Phys.* 73 (6)
- 467 Miramontes, O., D. Boyer and F. Bartumeus (2012), The Effects of Spatially
468 Heterogeneous Prey Distributions on Detection Patterns in Foraging
469 Seabirds. *PLoS ONE* 7(4): e34317. doi:10.1371/journal.pone.0034317

- 470 Neuman S.P. (2003) Maximum likelihood Bayesian averaging of uncertain model
471 predictions. *Stochast Environ Res Risk Assess* 17(5):291–305.
472 doi:10.1007/s00477-003-0151-7.
- 473 Park, C.H., C. Beyer and S. Bauer (2008), *Geosciences Journal* 12(3)
474 Press, W.H. (1978), *Comments Astrophys.* 7, 103.
- 475 Ragavan, R. (2004), A review of applications to constrain pumping test responses to
476 improve on geological description and uncertainty. *Rev. Geophys*, 42,
477 RG4001, doi:10.1029/2003RG000142.
- 478 Ramos-Fernández, G., J.L. Mateos, O. Miramontes, G. Cocho, H. Larralde and B.
479 Ayala-Orozco (2004), *Behav. Ecol. Sociobiol.* 55 223–30
- 480 Relanyo, A., J. Gómez, R. Molina, J. Retamosa and E. Faleiro (2002), Quantum
481 chaos and 1 over f noise, *PRL* 89:244102
- 482 Sauquet, E., M.H. Ramos, L. Chapel, and P. Bernardara (2008), Streamflow scaling
483 properties: Investigating characteristic scale from different statistical
484 approaches. *Hydrological Processes* 22, no. 17: 3462–3475.
- 485 Seuront, L., A. Duponchel and C. Chapperon (2007), *Physica A* 385 573–82
- 486 Schilling, K.E., J.A. Palmer, E.A. Bettis III, P. Jacobson, R.C. Schultz, and T.M.
487 Isenhardt (2009a), Vertical distribution of total carbon, nitrogen and
488 phosphorus in riparian soils of Walnut Creek, southern Iowa (USA). *Catena*
489 77, no. 3: 266–273.
- 490 Shih, D., C. Lee, K. Chiou, and S. Tsai (2000), Spectral analysis of tidal fluctuations
491 in ground water level. *Journal of the American Water Resources Association*
492 36, no. 5: 1087–1099
- 493 Simon B., S. Simon, F. Gori, M. Santarsiero, R. Borghi, N. Mukunda. and R. Simon
494 (2010) *Phys. Rev.Lett.* 104 (2).
- 495 Sims, D.W. et al. (2008), *Nature* 451 1098–102
- 496 Sornette, A. and D. Sornette (1989), Self-organized criticality and earthquakes,
497 *Europhys. Lett.* 9
- 498 Sornette, D., P. Davy and A. Sornette (1990), Structuration of the lithosphere in
499 plate tectonics as a Self-organized criticality Phenomenon, *J. Geophys. Res.*
500 95
- 501 Tessier, Y., S. Lovejoy, P. Hubert, D. Schertzer, and S. Pecknold (1996),
502 Multifractal analysis and modeling of rainfall and NGWA.org river flows
503 and scaling, causal transfer functions. *Journal of Geophysical Research* 101,
504 no. D21: 26427–26440.
- 505 Tranouez, P., C. Bertelle and D. Olivier (2001), Changing the level of description of
506 a fluid flow in a agent-based simulation. In *ESS 2001 Conference*,
507 Marseilles (France).
- 508 Viswanathan, G.M., S.V. Buldyrev, S. Havlin, M. da Luz, E. Raposo and H. Stanley
509 (1999), *Nature* 401 911–14
- 510 Zhongwei, L., Z. You-Kuan (2007), Quantifying fractal dynamics of groundwater
511 systems with detrended fluctuation analysis, *Journal of Hydrology*, 336
512 139–146.
- 513 Zhang, Y.K., K. Schilling (2004), Temporal scaling of hydraulic head and river base
514 flow and its implication for groundwater recharge. *Water Resources*
515 *Research* 40, W03504.doi:10.1029/2003WR002094.

Capítulo 6

Playing with models and optimization to overcome the tragedy of the commons in groundwater

Submitted to Complexity. Pages 1 - 20.

Complexity

Article

Playing with models and optimization to overcome the tragedy of the commons in groundwater

O. López-Corona ^{1,*}, P. Padilla ³, O. Escolero ², F. Armas ¹, R. García-Arrazola ⁴ and R. Esparza ⁴

¹ Posgrado en Ciencias de la Tierra, Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Escolar, Cd. Universitaria México D.F.

² Departamento de Geología Regional, Instituto de Geología, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Escolar, Cd. Universitaria México D.F.

³ Departamento de Matemáticas y Mecánica, IIMAS, Universidad Nacional Autónoma de México, Circuito Escolar, Cd. Universitaria México D.F.

⁴ Centro del Agua para América Latina y el Caribe, ITESM-CCM, México D.F.

* Author to whom correspondence should be addressed; oliverlc@geologia.unam.mx

Version July 8, 2013 submitted to Complexity. Typeset by L^AT_EX using class file mdpi.cls

1 **Abstract:** Groundwater is the natural resource most extracted in the world. It supplies 50%
2 of the total potable water requirements, 40% of the industry take and 20% of agriculture,
3 groundwater is a strategic resource for every country. That Common-pool resources are
4 highly susceptible to lead to a Tragedy of the Commons is a well known fact. We claim
5 that a combination of groundwater modeling, optimization and a game theoretical analysis,
6 may in fact avoid the tragedy. A groundwater model in MODFLOW from Duero River
7 aquifer in Mexico was used as input of a basic but instructive, optimization problem: extract
8 the greatest possible volume of water, but at the same time minimizing the drawdown and
9 drawdown velocity. The solutions of the optimization problem were used to construct the
10 payoffs of a hypothetical game among the aquifer users, the resource's administrator and
11 a resource protector entity. We show that the success of the optimal management program
12 depends heavily on the information that the users have about the resource. Therefore, better
13 decision making processes are a consequence of sustainability literacy. Particularly, water
14 literacy could lead to the usage of water considering it as a part of an ecosystem and not only
15 as a natural resource.

16 **Keywords:** Tragedy of the Commons, Groundwater, Optimal Management, Genetic
17 Algorithms, Game Theory, Water Literacy

18 **Classification:** PACS 92.40.Cy,92.40.Kf,92.40.qf,89.20.Ff,89.65.Ef

19 **Classification:** MSC 68T20,68U2,86-04,86A05,91A06,91A10,91A80

20 **1. Introduction**

21 *1.1. The nature of the Groundwater management problem*

22 Although water resources are considered as renewable, because of their great spatiotemporal
23 variability in terms of anthropogenic exploitation this is not always true.

24 Currently, 884 million people do not have access to drinkable water and 2.6 billion people have
25 no access to basic health care. Each year 1.5 million children under the age of 5 die due to illnesses
26 related to water and sanitation. Only nine countries hold 60% of fresh water available for human use.
27 Approximately 8% of water is consumed domestically, 22% is destined to industrial use and 70% is used
28 in agriculture [1].

29 As groundwater is the cornerstone of the Green Revolution in Asia, providing about 70% of drinking
30 water in the European Union and maintains almost all rural life of sub-Saharan Africa, its sustainable
31 management has become a crucial topic in securing water availability.

32 What can we conclude from the previously mentioned data? What is the meaning of these statistics?
33 The answer is indeed simpler than the apparent difficulty it presents. The bottom-line is a question of
34 life. Without water, life is not possible in any aspect or in any possible manifestation. The metabolic
35 processes that are fundamental to life, in its biological dimension, establish the pressing need for water.
36 Taking into consideration the relentless eventual draining and depletion of upper aquifers, the extraction
37 of groundwater is presented as a short and medium-term palliative measure.

38 It has been argued the importance of groundwater both locally and globally, not only for direct
39 exploitation purposes and in securing food supply, but also from the perspective of social and economic
40 development [2]. Nevertheless the scarcity problem is not related to the shortage in the amount of water,
41 because due to the global hydrological cycle, the total volume of it on the planet is constant. The real
42 issues are how to overcome natural variability and how to reduce the difficulties of predicting water flow
43 patterns and extractable water volumes, to name but a few [3].

44 Evidently, any management scenario should be consistent with the physical laws governing the
45 system, which from a mathematical point of view, result in an optimization problem with constraints.
46 These constraints may be imposed by the physical characteristics of the system, the users requirements,
47 or by policies implemented by the authorities who run it [4–7]. In practice, it has been proved that
48 many optimization problems of this type are better resolved by evolutionary computation techniques
49 such as Genetic Algorithms (GA) that with traditionally or even by Monte Carlo Techniques [8–12].
50 A fundamental advantage of GA versus traditional methods is that GA's solve discrete, nonconvex,
51 discontinuous and non smooth problems successfully [13,14]. Thus they have become one of the most
52 widely used techniques in water optimization problems. [15–32].

53 But even if one could resolve all the scientific and technical difficulties related with this kind of
54 optimization problem, it has been recognized that the success of sustainability ultimately rests on cultural
55 and socio-economic elements [33].

56 In that sense, although water conflict resolution is highly suitable for a game-theoretic formulation
57 and both GA and game theory have been used in groundwater, almost non application deals directly with
58 management problems [34].

59 In fact, most decision making in water conflicts are strategic situations in which an individual's
60 success depends on the choices of others competing agents, the same kind of problem that Game Theory
61 describes in a precise mathematical formulation [35–37].

62 *1.2. The Tragedy of the commons in Groundwater*

63 Water in general and groundwater in particular are recognized as common pool resources susceptible
64 of evolving to the Tragedy of the Commons. Common Pool Resources (CPRs) include natural and
65 human constructed resources in which (i) exclusion of beneficiaries through physical and institutional
66 means is especially costly, and (ii) exploitation by one user reduces resource availability for others [38].
67 The central idea of The Tragedy of the Commons as introduced by Hardin [39] was that in any situation
68 where a CPR is under unsupervised exploitation by a group of users, every user has the incentive to
69 exploit the resource at a level that is collectively inefficient. This outcome is based in the assumption
70 that each user is playing a prisoner's dilemma game, a game in which Nash equilibrium is not Pareto
71 optimal.

72 Prominent scholars have criticized Hardins among them the Nobel laureate Elinor Ostrom. She argues
73 that there are many empirical examples of successful community management. This is supported by a
74 reasonable number of lab-experiments in which people are not only rational, narrowly self-interested
75 maximizers as Hardin proposed but instead there are many people that actually do contribute significantly
76 to the common well-being. Thus, there are not only self-interested rational maximizers, but also
77 conditional cooperators and willing punisher. In fact, several strategies has been developed [40–42].
78 In this work we propose that the use of Quantum Game Theory may overcome the Tragedy since in this
79 wider framework, the classically non-cooperative game of the prisoner's dilemma (prototype of Hardin's
80 Tragedy of the Commons) exhibits a new Nash equilibrium that is at the same time a Pareto optimal
81 solution.

82 Traditionally Prisoner's dilemma is presented by a payoffs matrix as in Table 1. Each prisoner must
83 choose to defect (D) the other or to cooperate (C). How should the prisoners act?

84 In this game, as in most game theory, the only concern of each individual player (prisoner) is
85 maximizing his own payoff, without any concern for the other player's payoff.

86 In the classic form of this game, cooperating is strictly dominated by defecting, so the only possible
87 Nash equilibrium for the game is defect for all players. No matter what the other player does, one player
88 will always gain a greater payoff by defecting. Since in any situation defecting is more beneficial than
89 cooperating, all rational players will play with this strategy.

Table 1. Classical prisoner’s dilemma payoff matrix. Each cell in the table shows the possible payoffs for both players. First value correspond to Alice payoff and the second to the Bob’s.

	Bob C	Bob D
Alice C	(3,3)	(0,5)
Alice D	(5,0)	(1,1)

Table 2. Quantum prisoner’s dilemma payoff matrix with entangled states, Hadamard and Pauli σ_z operators. Classic payoffs in bold and new Pareto optimal emphasize

	Bob 1	Bob σ_x	Bob H	Bob σ_z
Alice 1	(3,3)	(0,5)	$(\frac{1}{2}, 3)$	(1, 1)
Alice σ_x	(5,0)	(1,1)	$(\frac{1}{2}, 3)$	(0, 5)
Alice H	$(3, \frac{1}{2})$	$(3, \frac{1}{2})$	$(2\frac{1}{4}, 2\frac{1}{4})$	$(1\frac{1}{2}, 4)$
Alice σ_z	(1, 1)	(5, 0)	$(4, 1\frac{1}{2})$	(3,3)

91 A prisoner’s dilemma groundwater conflict structure is presented in [34] where two farmers tap a shared
 92 aquifer over a long period of time. The payoffs for each farmer are computed as revenues from crop
 93 sales minus pumping costs. Each player must choose between the cooperative and non-cooperative
 94 pumping rates. If both farmers pump at the lower rate, the groundwater level will not drop and the
 95 farmers can enjoy long-term low pumping costs. However, both farmers pumping at the higher rate
 96 reduces groundwater levels, increases pumping costs, and reduces profit, eventually making pumping
 97 economically infeasible, and ending irrigation and profit. Cooperative pumping increases profit for both
 98 farmers. Getting ‘‘free ride’’ (D,C or C,D), letting others contribute and benefit from their contributions
 99 without paying oneself, would be the best outcome for each farmer. In that case, one farmer pumps
 100 at the higher rate while the other one has committed to pump at a lower rate. The free rider gains the
 101 highest payoff in this situation due to pumping costs lower than the case in which both farmers pump at
 102 the non-cooperative rate and higher crop sale revenues than the cases in which he decides to cooperate.
 103 On the other hand choosing a cooperative strategy while the other farmer is willing to cooperate, results
 104 in the lowest payoff due to high pumping costs and low crop revenues.

105 As pointed out, with the prisoner’s dilemma structure, Nash equilibrium is a defective strategy for all
 106 player. This situation would lead to the eventual Tragedy of the Commons [39].

107 In classical Game Theory, a game $G = (N, S, E)$ can be defined as set of N players, a set of strategies
 108 $s = \{s_1, \dots, s_N\}$ and a set of payoff functions $E = \{E_1, \dots, E_N\}$. The s_j is the set of strategies available
 109 to the j th player, meanwhile E_j is the payoff function for the j th player. A payoff function E for a player
 110 is a mapping from the cross-product of player’s strategy spaces to the player’s set of payoffs. E assigns
 111 a real number to the pair (s_i, s_j) . This number $E(s_i, s_j)$ is the payoff obtained by a player who plays the
 112 strategy s_i against an opponent who plays the strategy s_j . An action or a move is a choice available to a
 113 player during some moment in a game, while a strategy is a complete plan of actions for every stage of
 114 the game. A strategy space for a player is the set of all strategies available to the player. Strategies are
 115 considered as *pure* if they specifies a unique move in a given game position. If strategies are given as a

116 probability distribution over S which corresponds to how frequently each move is chosen, then they are
117 considered as *mixed*. In classical game theory, strategies can be either pure or mixed, but can they be
118 entangled?

119 Quantum entanglement, also called the quantum *non-local connection*, is the property of certain states
120 of a quantum system, of being distributed in more than a single object. The information describing this
121 objects is inextricably linked such that performing a measurement on one immediately alters properties
122 of the other, even when separated at arbitrary distances.

123 In 1935, responding to Niels Bohr's advocacy that quantum mechanics as a theory was complete,
124 Einstein, Podolsky, and Rosen formulated the EPR paradox[43]. This paradox considers entangled pairs
125 of particles which go off in different directions, separated by light-years. Nevertheless a measurement
126 of one particle will instantly affect the state of the other particle.

127 To clarify the EPR paradox, John Bell [44] formulated a set of inequalities that would distinguish
128 experimentally whether quantum mechanics was incomplete, or whether physics is non-local. Recent
129 experiments seem to confirm the existence of entangled particles [45] and even more, there are several
130 examples of physical phenomena that exhibit probabilistic entanglement instead of quantum physics
131 entanglement [46–52]. In fact one may understand quantum mechanics mathematical formulation as a
132 non-classic probabilistic theory that may be applied to other system beside quantum physics [53,54].
133 Then entanglement and other phenomena considered as an exclusive property of quantum system, could
134 be reformulated in probabilistic terms only.

135 Interestingly enough one of the mayor authors of game theory development, von Neumann, was also
136 one of the pioneers in quantum mechanics mathematical foundations. In this work we will give some
137 feeling as to the nature of quantum mechanics and some of the mathematical formalisms needed to work
138 with quantum game theory[55,56].

139 The quantum version of the prisoner's dilemma[57], considers that the player may use quantum
140 strategies represented by operators as Hadamard and Pauli's which may be used only when entanglement
141 is present. The new payoffs for the game are presented in Table 3 [55,56].

142 The outcome $(1,1)$ is no longer a Nash equilibrium, but we have a new one at $(3,3)$ corresponding
143 to quantum (σ_z, σ_z) strategies. This new Nash equilibrium takes the prisoner's dilemma to a happy end
144 since it is also a Pareto optimal.

145 Of course the possible existence of this quantum strategies, does not implies they in fact exist.
146 Fortunately for quantum game theoreticians, there have been physical experimental realization of the
147 prisoner's dilemma using a two qubit NMR quantum computer [58,59]. Additionally, recent work [60]
148 shows experimental evidence that people, without training in quantum physics, plays a simple quantum
149 game effectively. Furthermore, their observations are consistent with the game theory predictions that
150 the quantum version of the prisoner's dilemma is more efficient, in a Pareto sense, than the classical
151 version. When extended to larger groups, the level of cooperation in the quantum game increased as
152 predicted. This is evidence that subjects were responding to the strategic considerations of the quantum
153 game.

154 *1.3. Entanglement in groundwater*

155 The underground flow process may be conceptualized as the movement of agents (water particles) in
 156 heterogeneous media [61–63]. It has been showed[64] that when the media is very heterogeneous, an
 157 agent movement presents a $1/f$ power spectrum, which may be obtained by an infinite sum of random
 158 signals[65,66], and this enable the possibility of probabilistic entanglement.

159 Now we will demonstrate that this entanglement naturally emerge from considering the agents
 160 movements as a spatial extended game. Lets consider a group of agents moving in a square lattice
 161 according with a strategy e function of actual location and neighbors density. The probability of finding
 162 an agent in an arbitrary node $(i\Delta x, j\Delta y)$ at the time $k\Delta t$, as in Figure 1, is

$$P(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t). \quad (1)$$

163 The probability of an agent originally in $(i_0\Delta x, j_0\Delta y)$ at the time $k_0\Delta t$ walk to $(i\Delta x, j\Delta y)$ at the
 164 next time $k\Delta t = (k + 1)\Delta t$ is

$$\begin{aligned} & P(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t) - P(i_0\Delta x, j_0\Delta y, k_0\Delta t) = \\ & e_{Uij}^t [P(i\Delta x, (j + 1)\Delta y, k\Delta t) - P(i_0\Delta x, j_0\Delta y, k_0\Delta t)] + \\ & e_{Dij}^t [P(i\Delta x, (j - 1)\Delta y, k\Delta t) - P(i_0\Delta x, j_0\Delta y, k_0\Delta t)] + \\ & e_{Rij}^t [P((i + 1)\Delta x, j\Delta y, k\Delta t) - P(i_0\Delta x, j_0\Delta y, k_0\Delta t)] + \\ & e_{Lij}^t [P((i - 1)\Delta x, j\Delta y, k\Delta t) - P(i_0\Delta x, j_0\Delta y, k_0\Delta t)] \end{aligned} \quad (2)$$

165 Where e_{dij}^t is the strategy that the agent adopt based on the density neighbors difference between his
 166 actual position and the next one in d direction, so

$$\begin{aligned} e_{Uij}^t &= e \left(\left\| (\nabla P)_{i,j+1}^t \right\| \right) \\ e_{Dij}^t &= e \left(\left\| (\nabla P)_{i,j-1}^t \right\| \right) \\ e_{Rij}^t &= e \left(\left\| (\nabla P)_{i+1,j}^t \right\| \right) \\ e_{Lij}^t &= e \left(\left\| (\nabla P)_{i-1,j}^t \right\| \right) \end{aligned} \quad (3)$$

167 If we define $\delta P_{Uij}^t = P(i\Delta x, (j + 1)\Delta y, k\Delta t) - P(i_0\Delta x, j_0\Delta y, k_0\Delta t)$, and so for the rest of
 168 directions, then Eq.2 became

$$P(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta t) = P(i_0\Delta x, j_0\Delta y, k_0\Delta t) + e_{Uij}^t \delta P_{Uij}^t + e_{Dij}^t \delta P_{Dij}^t + e_{Rij}^t \delta P_{Rij}^t + e_{Lij}^t \delta P_{Lij}^t. \quad (4)$$

169 Which is the discrete form of the anisotropic diffusion equation[67]

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} [e(\|\nabla P\|) \nabla P]. \quad (5)$$

170 The discrete anisotropic diffusion equation 4 could be rewritten as[68]

$$P_a^{t+1} = P_a^t + \frac{\lambda}{|\eta_a|} \sum_{b \in \eta_a} e(\delta P_{a,b}) \delta P_{a,b} \quad (6)$$

171 with a the actual position, η_s the neighboring position of a , $|\eta_a|$ the number of first neighbors of the
 172 the agent in a and $\lambda \in R^+$ a constant that define the diffusion rate.

6. PLAYING WITH MODELS AND OPTIMIZATION TO OVERCOME THE TRAGEDY OF THE COMMONS IN GROUNDWATER

Table 3. Canonical payoff matrix for classical Prisoner’s dilemma. Where T stands for Temptation to defect, R for Reward for mutual cooperation, P for Punishment for mutual defection and S for Sucker’s payoff. To be defined as prisoner’s dilemma, the following inequalities must hold: $T > R > P > S$

	C	D
C	R	S
D	T	P

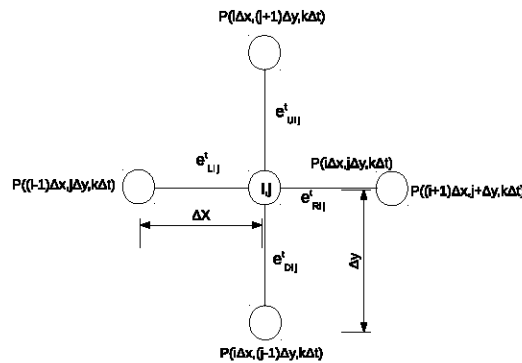
173 Of course, the functional form of e_{dij}^t could be a more generic one as

$$e_{dij}^t = e_{dij}^t(x, y, t) \tag{7}$$

174 in which case the general anisotropic diffusion equation is obtained

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} [e(x, y, t) \nabla P] = \nabla e \cdot \nabla P + e(x, y, t) \nabla^2 P. \tag{8}$$

Figure 1. Diagram1



175 Even more, one could extend this analysis to a n players game and use the Evolutionary Theory of
 176 Nowak. In that context, if we relate e with a particular game with payoff matrix A , and then e_{hij}^t is the
 177 fraction of agents in the (i, j) position that adopt strategy h at time t . The corresponding replication
 178 equation is then

$$e_{hij}^{k\Delta t} - e_{hij}^{k_0\Delta t} = e_{hij}^{k_0\Delta t} (f_h - \phi_h) \tag{9}$$

179 where f_h, ϕ_h are the fitness and mean fitness of strategy h .

180 As an example, let be the matrix A with elements $a_{hh'}$ the payoff of a Prisoner’s dilemma game given
 181 in Table 3, then the corresponding fitness are

$$\begin{aligned} h = C &\Rightarrow f_C = (R) e_{hij}^{k_0\Delta t} + (S) e_{hij}^{k_0\Delta t} \\ h = D &\Rightarrow f_D = (T) e_{hij}^{k_0\Delta t} + (P) e_{hij}^{k_0\Delta t} \end{aligned} \tag{10}$$

182 And the mean fitness is

$$\begin{aligned}
 \phi &= \gamma \sum f_{\gamma} e_{\gamma ij}^{k_0 \Delta t} e_{\gamma(i+1)j}^{k_0 \Delta t} + \dots \\
 &+ \gamma \sum f_{\gamma} e_{\gamma ij}^{k_0 \Delta t} e_{\gamma(i-1)j}^{k_0 \Delta t} + \dots \\
 &+ \gamma \sum f_{\gamma} e_{\gamma ij}^{k_0 \Delta t} e_{\gamma i(j+1)}^{k_0 \Delta t} + \dots \\
 &+ \gamma \sum f_{\gamma} e_{\gamma ij}^{k_0 \Delta t} e_{\gamma i(j-1)}^{k_0 \Delta t}
 \end{aligned} \tag{11}$$

183 Taking into account equations 10 and 11 and that $e_{hij}^{k\Delta t} - e_{hij}^{k_0\Delta t}$ is the discrete form of the time derivative,
 184 the replicator equation can be rewritten [69] in matrix form as

$$\frac{dE}{dt} = [\Lambda(t), E(t)]. \tag{12}$$

185 Where E, Λ are two matrix with elements

$$E_{hh'} = (e_h e_{h'})^{1/2} \tag{13}$$

186 and

$$\Lambda_{hh'} = \frac{1}{2} \left[\left(k = 1n \sum a_{hk} e_k \right) (e_h e_{h'})^{1/2} - (e_h e_{h'})^{1/2} \left(k = 1n \sum a_{hk} e_k \right) \right], \tag{14}$$

187 and the square brackets $[\]$ in equation 12, stands for commutation operation. It has been demonstrated
 188 that quantum game theory is a generalization of game theory an that the replicator equation 12 is
 189 equivalent to von Neumann equation

$$i\hbar \frac{d\rho}{dt} = [H, \rho] \tag{15}$$

190 Where ρ is the density matrix, a self-adjoint (or Hermitian) positive-semidefinite matrix of trace
 191 one, that describes the statistical state of a quantum system. The H operator is the hamiltonian of the
 192 system. The equivalence between the replicator and von Neumann equations are given by [69]

$$E \leftrightarrow \rho, \Lambda \leftrightarrow -\frac{i}{\hbar} H. \tag{16}$$

193 Via the master equation, it can be demonstrated [70–72] that the von Neumann equation leads to a
 194 Fokker-Planck equation of the form

$$\frac{\partial e(x, y, t)}{\partial t} = -div [D_1(x, y, t) e(x, y, t)] + \nabla [D_2(x, y, t) e(x, y, t)] \tag{17}$$

195 where D_1 and D_2 are traditionally associated with drift and diffusion.

196 In this game theory context $D_1(x, y, t)$ is associated with the fitness $f(x, y, t)$ (Eq.10) and $D_2(x, y, t)$
 197 with the mean fitness $\phi(x, y, t)$ (Eq.11).

198 The master equation is a first-order differential equation that describe the time evolution of the
 199 probability of the system to be in a particular set of states. Typically the master equation is given by

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = A(t)\vec{P} \tag{18}$$

200 where \vec{P} is a column vector of the states i , and $A(t)$ is the matrix of connections. Many physical
 201 problems in classical, quantum mechanics and other sciences, can be expressed in terms of a master

202 equation. Examples of these are the Lindblad equation in quantum mechanics and as we mention above,
203 the Fokker–Planck equation which describes the time evolution of a continuous probability distribution.
204 For more hydrologically applications of the master equation the reader may refer to [73].

205 Then we can finally enunciate the discrete spatially extended game in continuum terms. The
206 probability of finding an agent (water particle) in the position (x, y) at the time t is given by

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} [e(x, y, t) \nabla P]. \quad (19)$$

207 Where $e(x, y, t)$ is the strategy (micro-physics of the flow process) that the player in (x, y) plays at the
208 time t and that obeys the equation

$$\frac{\partial e(x, y, t)}{\partial t} = -\text{div} [D_1(x, y, t) e(x, y, t)] + \nabla^2 [D_2(x, y, t) e(x, y, t)] \quad (20)$$

209 This new groundwater flow equations resembles to classical one

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div} [\mathbf{K} \nabla h] \quad (21)$$

210 with the fundamental difference that our equations allows mixed stated, probabilistic entanglement and
211 therefor quantum strategies.

212 From the hydrogeological empirical perspective, one of the sources of groundwater entanglement is
213 well interference. Whenever a well is pumping water from a groundwater system, a cone of depression
214 occurs. In general, this is caused by a reduction in the pressure head surrounding the pumped well, which
215 may be lead to an actual depression of the water levels (drawdown) for unconfined aquifers. Because
216 water flows from high to low water levels or pressure, a gradient appears producing a flow from the
217 surrounding aquifer into the well.

218 The drawdown $s(r, t)$ at a distance r from a fully penetrating well at time t after the beginning of
219 pumping at a constant rate Q from a confined aquifer with transmissivity T and storage constant S is
220 given by the Thies's equation[74]:

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-z}}{z} dz = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

$$W(u) = -\gamma - \ln u + u - \frac{u^2}{2(2!)} + \frac{u^3}{2(3!)} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{u^n}{n(n!)} . \quad (22)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

221 From a direct inspection of Thies's equation one can see that drawdown provoked by well pumping
222 is a monotone function so the effects of the drawdown cone will, in principle, spread throughout the
223 aquifer.

224 Further more, as in general groundwater flow goes in the direction of the hydraulic head gradient
225 (Darcy's Law) and this changes by the presence of a well, then one may formulate a probabilistic
226 uncertainty principle. Let be two physical observables a, b represented by A, B operators which are
227 non commutable $[A, B] \neq 0$. Then it will not be possible to prepare an ensemble of all measurement
228 systems in a state $|\Psi\rangle$ where the standard deviations of a, b measures do not satisfy the condition:

$$\Delta_{\Psi}A\Delta_{\Psi}B \geq \frac{1}{2} \langle \Psi | [A, B] | \Psi \rangle \quad (23)$$

229 where $\Delta_{\Psi}X = \sqrt{\langle X^2 \rangle_{\Psi} - \langle X \rangle_{\Psi}^2}$ is the uncertainty taken as the standard deviation of the
 230 measurement of $|\Psi\rangle$ in the ensemble; and $[A, B] = AB - BA$ is the commutation operator. From this,
 231 it should be intuitive that hydraulic head and water velocity may satisfy the probabilistic uncertainty
 232 principle of Eq 23.

233 2. How to overcome the Tragedy, a case study

234 We have shown heuristically that groundwater is a probabilistic entangled system. In entangled
 235 systems quantum strategies are available for players. Recent studies show that people do play quantum
 236 games [60] and if quantum strategies are available, then even in traditional non-cooperative games as the
 237 prisoner's dilemma, ultimate cooperation may emerge.

238 But even when groundwater is entangled, a water management game is made of groundwater system
 239 coupled to different players, the users of the resource. We think that when a player makes an observation
 240 of the groundwater system to make a decision about its exploitation, a decoherence operator enter in
 241 action that may or may not maintain the original entanglement. We pose that this operator that works over
 242 the coupled groundwater-user system during an observation, should be related with the player perception
 243 of the resource.

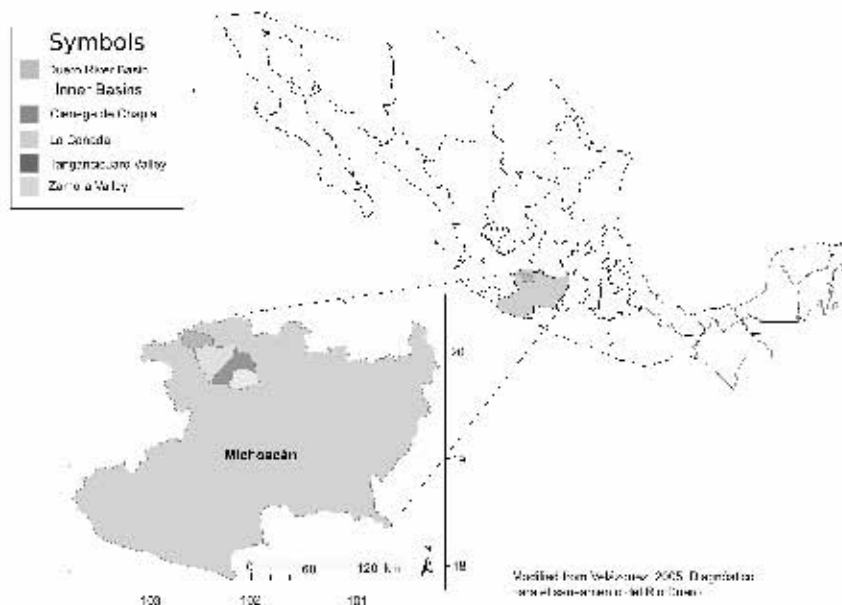
244 Most countries has norms for well construction that define a minimum distance between neighbors
 245 wells, to avoid interference. We have shown using Thies's equation that some interference will always
 246 exist. However the magnitude of this interference (probabilistic entanglement) for wells constructed
 247 following the regulations, is small enough for normal users to make local decisions, choosing defection
 248 in a groundwater prisoner dilemma game. In the same manner, the effects of pumping over water levels
 249 take long periods of time to be perceptible. Then a user without knowledge of the groundwater dynamics,
 250 will make local observations of the system and then non-local effects, as entanglement, may vanish. So
 251 when the perception of the resource is of a local kind, the Tragedy of the Commons may be the only
 252 outcome possible.

253 To illustrate the idea lets consider a multi-objective groundwater management problem from the
 254 Duero's river aquifer, in Michoacan Mexico (Figure 2).

255 The study site, Zamora aquifer, is located in the Duero River's basin, and belongs to the subdivision of
 256 the neo-volcanic system Chapala's Trench, in the north of Michoacán state (México). Its landforms are
 257 featured by a series of terraced plains, small groups of volcanoes and mountain chains [75]. The volcanic
 258 influence in the area gave rise to its basaltic lava flows, pyroclastic flows and its shallow deposits (alluvial
 259 and lacustrine), which connected to each other, act as a single system [76]. In general, the nature and
 260 rearrangement of these materials lead the aquifer to behave as free [77].

261 It is also important to mention that The Duero River Basin, which appears as a cultivated and fertile
 262 terrain [78], is a major crop-producer and livestock area; and the richest territory throughout the state.
 263 The most important crops cultivated here are: strawberry, tomato, potato, onion, wheat, beans, forage
 264 sorghum, oats and corn [79]. These economic factors and the complex geomorphology of the site, makes
 265 of the Zamora aquifer an important site for the study of groundwater.

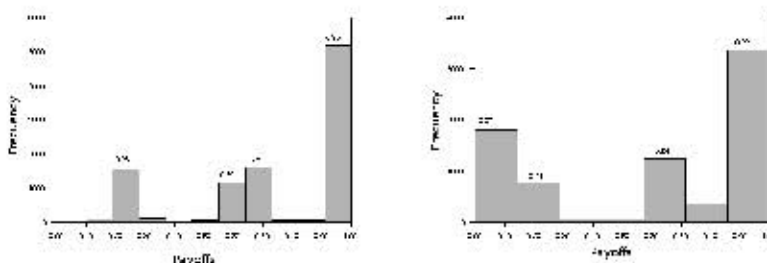
Figure 2. Zamora aquifer localization map



266 We coupled[80] a MODFLOW [81] model of the aquifer with a genetic algorithm optimization
 267 tool[82] and a post optimization analysis with game theory[89]. The basic but instructive optimization
 268 problem consisted in: extract the greatest possible volume of water, but at the same time minimizing the
 269 drawdown and drawdown velocity.

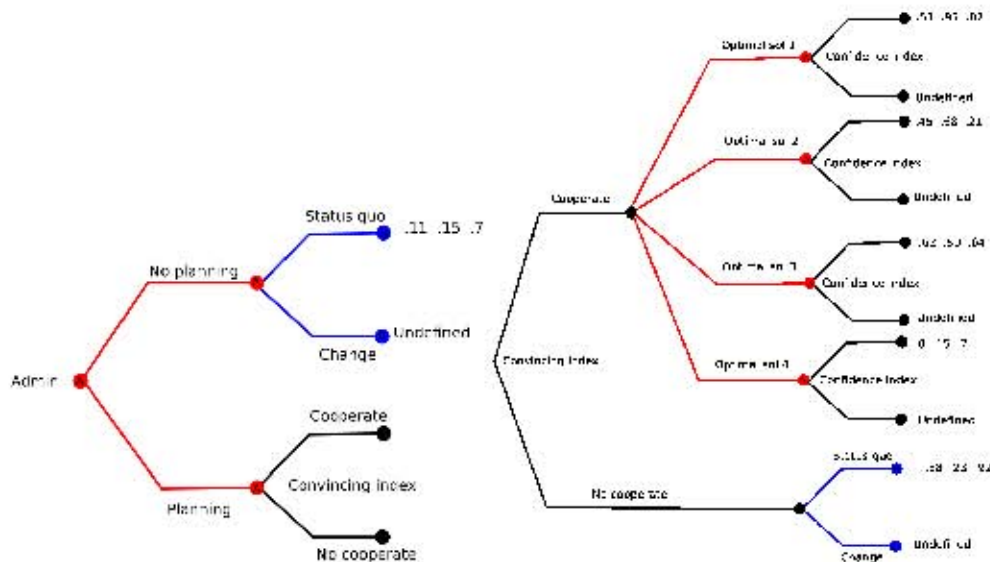
270 After 1000 generations, the genetic algorithm optimization converges to four different types of
 271 optimal solutions (Figure 3). The extreme right bar corresponds to a privileged extraction type of
 272 solution, whilst the extreme left bar matches up a solution that favors conservation. The two bars in
 273 the middle correspond to intermediate behavior where extraction and conservation are in equilibrium.
 274 All values are standardized to the unity in order to be interpreted directly as payoffs.

Figure 3. Histograms for the total maximum extraction objective function (left) and drawdown minimum objective function (right). Four modes are identified with their corresponding payoff values, where one corresponds to the best payoff and zero to worst.



275 The solutions of the optimization problem were used to construct the payoffs of a hypothetical game
 276 among the aquifer users, the resource's administrator and a resource protection entity (Figure 4).

Figure 4. Extended game that represents the decision making process for this problem, in which conflicted interests compete. The order in the payoffs is *admin*, *user* and *aquifer*. Color red (left) stands for admin, blue (up) for user and black (down) for chance.



277 The first move in the Aquifer Game is made by the administrator (*admin*), who must decide whether
 278 a management plan must be implemented or not. If *admin* decides to take no action, an arbitrary use of
 279 the aquifer occurs and *user* can decide whether to continue with its exploitation unaffectedly or to make
 280 an undefined change. In the first case, payoffs are calculated from original water extraction rates data,
 281 in the second, no payoff can be predicted because of the obvious uncertainty. In case *admin* decides to
 282 implement a management plan, *user* could choose to cooperate or not. This is represented as a chance
 283 move with a probability of occurrence called convincing index. Convincing index is the probability of
 284 a user decide to cooperate given that an optimal management has been presented to him. This index is
 285 a measure of how successfully was the administrator to present the management plan. If user does not
 286 cooperate, as in the preceding case, two options would be feasible: to pursue with the usual exploitation
 287 of the aquifer or to make an undefined change. Supposing user cooperates, then four kinds of calculated
 288 optimal solutions are available for selection. Finally a chance move takes place with a probability called
 289 confidence index. This confidence index as the name implies, try to capt the fact that even when a user
 290 decide to cooperate, he might have doubts about the veracity of the payoffs presented.

291 Game theory analysis for the problem shows the existence of two different Nash Equilibria. The
 292 first one consists in *admin* choosing not to plan and *user* maintaining his current use of aquifer; in the
 293 second one *admin* chooses to planning. When *user* decide to cooperate he must choose the optimal
 294 solution number three, and when he do not cooperate then he must opt to carry on with the current use
 295 of the aquifer. After repeated game realization covering the whole range of convincing and confidence

296 indexes, we found that whenever they are small, the two types of Nash Equilibria are present. If any of
297 these indexes is greater than 0.5, then only the second type of Nash Equilibria is found. Bearing these
298 results in mind, an Information index (I) is proposed as the product of the convincing and confidence
299 indexes. This global index would represent the quality of the project's information, the way in which it
300 has been presented, and the degree of confidence that society has on the proponent and authorities. In
301 this way, the emergence of cooperation can be evaluated as a function of information.

302 In the context of this new framework based on quantum game theory, the information index I may
303 be reinterpreted as a quantum decoherence operator that would be operating in any observation of the
304 groundwater system.

305 3. Discussion and conclusions

306 The SMORN system provide a set of Pareto optimal solutions that converge to four different types of
307 optimal solution. The first one privileges extraction, the second one conservation, and the others favor
308 intermediate behavior where extraction and conservation are in equilibrium. With almost every of this
309 interchangeable Pareto solutions, more extractable volumes with less aquifer drawdown are achieved.
310 This is accomplished by modifying the well pumping volumes distribution. It is clear that we should
311 to incorporate a new ecological objective function into the system that served to prevent the occurrence
312 of undesired solutions. Game theory analysis seems to be very useful in conflict scenarios, but it only
313 provides one possible solution. Conversely, genetic algorithms techniques which produces a set of Pareto
314 interchangeable optimal solutions, offers the possibility of choosing. It represents a great opportunity
315 for negotiation when some users, perceiving some of their interests as affected by some of the optimal
316 solutions, appear reluctant to cooperate. Besides, in order to increase users cooperation more precise
317 parameters could be introduced. Different values range could be imposed to urban, farming and industrial
318 wells to take into account particular restrictions and user interests; and a time discretization that reflected
319 the required water volumes for each agriculture cycle could be also used. These improvements would
320 allow a wider and more accurate objective functions.

321 Many natural resources, and particularly groundwater basins, are managed as common property,
322 known in modern economics as Common-pool resources (CPRs). In other words, many users have
323 access to the resource in question. As the consumption of the natural resource progresses, conflict
324 emerges and management plans need to be devised. This competition for the CPRs give rise to what
325 has been called *The tragedy of the commons*; that is, individuals tend to increase selfish behavior when
326 faced with shortages of any natural resource or public good. Unfortunately, that uncooperative behavior
327 plunges into an accelerated degradation of the resource. In Hardin's words, "The ruin is the destination
328 toward which all men rush, each pursuing his own interest in a society that believes in freedom of the
329 commonwealth" [90]. However, as suggested by Elinor Ostrom, Harding's theory is not always true.
330 Being a version of prisoner dilemma [91], the validity of *The tragedy of the commons* depends on the
331 fact that strategies of the players are statics. In this way "... not all natural resource users are unable
332 to change its restrictions, while individuals are seen as prisoners, the policy prescriptions shall refer to
333 this metaphor (*The tragedy of the commons*). I therefore prefer to address the issue of how to improve
334 the skills of participants to change the rules of the game coercive to achieve results different from the

335 relentless tragedies.” [92]. In Ostrom’s line of thought, we introduced an Information index pretending
336 to change users strategies and make cooperation possible.

337 This Information index takes into account the quality of the information presented to society by the
338 authorities, as well as the way in which it was presented and the confidence over the proponent. We found
339 that the only way in which cooperation could be ensured was to provide an Information index big enough
340 to increase users trust, which we think can be achieved by considering the following key points: a)A
341 scientific approach to environmental problems and the use of computer simulation promotes cooperation.
342 Still an adequate translation must be accomplished to make this scientific knowledge accessible to all
343 participants; b)Since the proponent’s credibility is part of the information index, mechanisms for tracking
344 their reputation like the mentioned above are highly recommended.

345 We also conceptualized the groundwater flow process as a spatially extended game in a heterogeneous
346 media and using Quantum Game Theory we obtain non-classical equations that allows mixed states,
347 probabilistic entanglement and therefore quantum strategies with the subsequent resolution of the
348 Tragedy (Prisoner’s dilemma game). This new capabilities may be specially important to understand
349 and predict the groundwater flow in highly heterogeneous conditions as in karstic aquifers or fractured
350 media and may be applied even for non conventional petroleum flow problems which are of a great
351 scientific and economical interest.

352 From a macroscopic perspective, we use a Quantum Game Theory approach to resolve the classic
353 problem of the tragedy of the commons in a study case. The study site, Zamora aquifer, is in the Duero
354 River’s basin in the north of Michoacan state (Mexico). A groundwater model in MODFLOW was
355 used as input of a basic but instructive optimization problem: extract the greatest possible volume of
356 water, but at the same time minimizing the drawdown and drawdown velocity. Optimization converges
357 to four different types of optimal solution: the first one corresponds to an extraction privileged type of
358 solution; the second, privileges the aquifer conservation and the two others offer an intermediate solution
359 where extraction and conservation are in equilibrium. The solutions of the optimization problem were
360 used to construct the payoffs of a hypothetical game among the users of the aquifer, the administrator
361 of the resource and a resource protection entity. Game theory analysis showed that the success in
362 cooperation depends heavily on the information that the users have about the resource. This result is
363 interpreted as the action of a quantum decoherence operator (the information index I) over the entangled
364 groundwater system. This operator was constructed as the product of the convincing and confidence
365 indices. The information index reflects the grade of knowledge the users have about groundwater
366 dynamics and optimal management plan. Depending of this, users may have a non-local (entangled)
367 or local (non entangled) perspective of the resource and then preexisting entanglement in the system
368 may be maintained or lost. Whenever information index is big enough (strong entanglement), quantum
369 strategies are available and then the Tragedy of the Commons may be avoid.

370 We consider that our results suggest that a conceptual leap must be done in groundwater management.
371 We should not talk any more about aquifer dynamics or exploitation policies by themselves. Physical
372 and social systems are coupled in a fundamental way (through the decoherence operator), and a
373 sociohydrogeological theory should be developed. Some institutions as the Global Institute for
374 Water Security from Saskatchewan University (Canada), have a social-hydrology research program.
375 Nevertheless, they have an interdisciplinary vision of the problem, meanwhile we propose a complete

376 change in the subject of study. The new basic unity of analysis should be an indivisible pair
377 (users,aquifer), which resembles to the contextual formulation of quantum mechanics [47]. At this
378 regard, science in general and hydrogeology in particular, are being challenged by the paradigm shift
379 of multi, inter and transdisciplinarity. In hydrogeology, this is leading to more interdisciplinary research
380 and applications, and to more complexity at the coupling interfaces of related disciplines [93]. It has been
381 recognized that hydrogeology emphasizes the societal importance of water resources and is expected that
382 this science be able to solve the problems of supply, security and management of this resource. In all this
383 problems, the interdisciplinary approach will must likely needed [94–96]. But even when this is true, it
384 might be not sufficient to face the complexity of the actual problems in hydrogeology. It is possible that
385 a whole new theory of groundwater be needed. In this sense Tartakovsky and Winter [97] suggest that
386 the classic deterministic statement of groundwater theory is incomplete by necessity. For this reasons we
387 are now working in a contextual statistical theory of groundwater that will be presented in future work.

388 Finally, contrary to World Bank’s [6] guidelines and traditional approach [98,99], we propose that
389 the administrator role must not always be represented by an authority, but can also be taken by user
390 organizations. This kind of groundwater user organization already exists in México under the name of
391 COTAs, and we plan to transfer SMORN technology and knowledge to them. With this purpose we
392 designed SMORN as a highly modular, end user oriented free software. At the moment, we are in the
393 phase of making a graphic user interface in GTK that allows the use of any MODFLOW model and
394 resolves the multi-objective management problem described in this work. In a later version, it will be
395 possible to select from different kinds of management problems. The source codes of the system, as well
396 as the binary files and documentation, will be available on the research group web site.

397 The fundamental information related to waterthat thepopulation needs to know in order to take into
398 consideration the central and immediate implications, as a consequence of certain decisions made by
399 the experts, feeds the discussion with a healthy and productive debate that derives from a consensual
400 resolution. Decisions must therefore, take on a democratizing nature in order for society to feel it has
401 been taken into account and has been actively involved in the decision-making process, in this particular
402 case, of a technological nature. It is also clear the necessity of educate the population through the
403 appropriate means to be able to translate technical information to common usage, the common citizen
404 can take into account the relevance of water as a fundamental element of the ecosystem and then be able
405 to make a decision in consensus with the specialists and legislators on how to use and administer water.

406 **Acknowledgements** This study was supported by CONACYT fellowship within the Earth Science
407 Graduate School at UNAM. We thank Elvia Ramírez and Tomás González for constructive comments
408 on the work. We also thanks Sergio Mendoza for sharing his computational infrastructure.

409 **References**

- 410 1. United Nations General Assembly Resolution 64/292. *The Human Right to Water and Sanitation*.
411 July 28th, 2010. Retrieved on October 15th, 2012
- 412 2. Tuinhof, A.; Dumars, C.; Foster, S.; Kemper, K.; Garduo, H.; Nanni, M. Groundwater Resources
413 Management, an introduction to its scope and practice. *GW-MATE: Briefing Note Series*, 2006.

- 414 3. Gardner, O.; Engelman, R. *Sustaining Water; Easing Scarcity: A second*
415 *Update*. Population Action International: 1997, [http://populationaction.org/reports/](http://populationaction.org/reports/sustaining-water-easing-scarcity-a-second-update/)
416 [sustaining-water-easing-scarcity-a-second-update/](http://populationaction.org/reports/sustaining-water-easing-scarcity-a-second-update/)
- 417 4. Das, A.; Datta, B. Application of optimisation techniques in groundwater quantity and quality
418 management. *Sadhana*, **2001**, 26(4), pp. 293-316.
- 419 5. Foster, S. The interdependence of groundwater and urbanisation in rapidly developing cities, *Urban*
420 *Water*, **2001**, 3(3), 185-192.
- 421 6. Foster S.; Lawrence, A.; Morris, B. *Groundwater in urban development: Assessing management*
422 *needs and formulating policy strategies*. World Bank tech. report 390, 1997.
- 423 7. McPhee, J.; Yeh, W. Multiobjective optimization for sustainable groundwater management in
424 semiarid regions. *J. Water Resour. Plng. and Mgmt*, **2004**, 130(6), 490-497.
- 425 8. Back, T. *Evolutionary algorithms in theory and practice: evolution strategies, evolutionary*
426 *programming, genetic algorithms*. Oxford University Press: USA, 1996.
- 427 9. Bennet, K.; Ferris, M.; Ionnidis, Y. *A genetic algorithm for data base query optimization*,
428 *Proceedings of the fourth international conference on genetic algorithms*, Morgan Kaufmann
429 Publishers, San Mateo California, USA, 1991; pp. 400-407.
- 430 10. Davis, L. *Genetic algorithms and Simulated Annealing*. Morgan Kaufmann Publishers: 1987.
- 431 11. Fogel, D.B. *Evolutionary computation: toward a new philosophy of machine intelligence* (Vol. 1),
432 Wiley-IEEE Press: 2005.
- 433 12. Ximing, C., McKinney, C.D.; Lasdon, L. Solving nonlinear water management models using a
434 combined genetic algorithm and linear programming approach. *Advances in Water Resources*,
435 **2001**, 24.
- 436 13. Goldberg, D. *Genetic algorithms in search, optimization and machine learning*. Addison-Wesley,
437 Reading, MA., 1989.
- 438 14. Holland, J. *Adaptation in natural and artificial systems*, University of Michigan Press, Ann Arbor,
439 MI., 1975.
- 440 15. Arabi, M.; Govindaraju, R.S.; Hantush, M.M. Cost effective allocation of watershed man-
441 agement practices using a genetic algorithm, *Water Resour. Res.* **2006**, 42, W10429,
442 doi:10.1029/2006WR004931.
- 443 16. Aly, A.; Peralta, R. Comparison of a Genetic Algorithm and Mathematical Programming to the
444 Design of Groundwater Cleanup Systems, **1999**, *Water Resour. Res.*, 35(8), 2415-2425.
- 445 17. Cieniawski, S.; Eheart, J.; Ranjithan, S. Using Genetic Algorithms to Solve a Multiobjective
446 Groundwater Monitoring Problem, *Water Resour. Res.*, **1995**, 31(2), 399-409.
- 447 18. Fazala, M.; Imaizumia, M.; Ishidaa, S.; Kawachib, T.; Tsuchiharaa, T. Estimating groundwater
448 recharge using the SMAR conceptual model calibrated by genetic algorithm. *Journal of Hydrology*,
449 **2005**, 303, 5678
- 450 19. Franchini, M. Using a genetic algorithm combined with a local search method for the automatic
451 calibration of conceptual rainfall-runoff models. *Hydrological Sciences Journal*, **1996**, 41(1), pp.
452 21-40.
- 453 20. Franchini, M.; Galeati, G. Comparing several genetic algorithm schemes for the calibration of
454 conceptual rainfall-runoff models. *Hydrological Sciences Journal*, **1997**, 42(3), 357-379.

- 455 21. Katsifarakis, K.; Karpouzou, D.; Theodossiou, N. Combined use of BEM and genetic algorithms
456 in groundwater flow and mass transport problems. *Engineering Analysis with Boundary Elements*,
457 1999, 23.
- 458 22. Khu, S.; Liong, S.Y.; Babovic, V.; Madsen, H.; Muttill, N. Genetic programming and its application
459 in real-time runoff forecasting. *Journal of the American Water Resources Association*, **2001**, 37(2),
460 439-451.
- 461 23. Montesinos, P.; Garcia-Guzman, A.; Ayuso, J. Water Distribution Network Optimization Using a
462 Modified Genetic Algorithm, *Water Resour. Res.*, **1999**, 35(11), 3467-3473.
- 463 24. Reed, P.; Minsker, B.; Goldberg, D. Designing a Competent Simple Genetic Algorithm for Search
464 and Optimization, *Water Resour. Res.*, **2000**, 36(12), 3757-3761.
- 465 25. Ritzel, B.; Eheart, W. Using genetic algorithms to solve a multiple objective groundwater pollution
466 containment problem. *Water Resources Research*, **1994**, 30(5), 1589-1603.
- 467 26. Savic, D.; Walters, G.; Davidson, J. A genetic programming approach to rainfall-runoff modelling.
468 *Water Resources Management*, **1999**, 12, 219-231.
- 469 27. Schoups, G.; Addams, C.; Gorelick, S. Multi-objective calibration of a groundwater-surface water
470 flow model in an irrigated agricultural region: Yaqui Valley, Sonora, Mexico. *Hydrology and Earth
471 System Sciences*, **2005**, 9.
- 472 28. Sharif, M.; Wardlaw, R. Multireservoir systems optimization using genetic algorithms: case study.
473 *Journal of Computing in Civil Engineering*, **2000**, 14(4), 255-263.
- 474 29. Srivastava, P.; Hamlett, J.M.; Robillard, P.D.; Day, R.L. Watershed optimization of best
475 management practices using AnnAGNPS and a genetic algorithm, *Water Resour. Res.*, **2002**, 45(6),
476 doi:10.1029/2001WR000365.
- 477 30. Vasquez, J.; Mailer, H.; Lence, B.; Tolson, B.; Foschi, R. Achieving water quality system reliability
478 using genetic algorithms. *Journal of Environmental Engineering*, **2000**, 126(10), 954-962.
- 479 31. Wang, Q. The genetic algorithm and its application to calibrating conceptual rainfall-runoff models.
480 *Water Resources Research*, **1991**, 27(9), 2467-2471.
- 481 32. Yan, S.; Minsker, B. Optimal groundwater remediation design using an Adaptive Neural Network
482 Genetic Algorithm, *Water Resour. Res.*, **2006**, 42, doi:10.1029/2005WR004303.
- 483 33. Llamas, R. Water and ethics: use of groundwater. UNESCO Series on Water and Ethics, Essay 7,
484 UNESCO, **2004**, New York, 33 pp. <http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001363/136322e>.
- 485 34. Mandani, K., Game theory and water resources, *Journal of Hydrology*, **2010**, 381, 225-238.
- 486 35. J. Neumann Von and Morgenstern, O. *The Theory of Games and Economic Behavior* (Princeton
487 University Press, Princeton) **1947**.
- 488 36. Myerson, R. *Game Theory: An Analysis of Conflict* (MIT Press, Cambridge) **1991**.
- 489 37. Nowak, M. and Sigmund, k. *Nature* **1999**: 398, 367-368.
- 490 38. Ostrom, E.; Gardner, R. and Walker, J. *Rules, Games, and Common-Pool Resources* (Univ. of
491 Michigan Press, Ann Arbor, MI) **1994**.
- 492 39. Hardin, G. *Science* textbf1968: 162, 1243-1248.
- 493 40. Kollok, P. *Annu. Rev. Sociol.* **24** (1998) 183-214.
- 494 41. Ostrom, E.; Burger, J.; Field, C.; Norgaard, R. and Policansky D. *Science* **1999a**: 284, 278-282 .
- 495 42. Ostrom, E. *Annu. Rev. Pol. Sci.* **1999b**: 2, 493-535.

- 496 43. Einstein, A.; Podolsky, B. and Rosen, N. *Phys. Rev.* **1935**: 47, 777-780.
- 497 44. Bell, J. *Physics* **1964**: 1(3), 195-200.
- 498 45. Gisin, N *arXiv:quant-ph/0503007v1* **2007**.
- 499 46. Khrennikov, A. *arXiv.org/abs/quant-ph/0309066v1* **2008**).
- 500 47. Khrennikov, A. *Contextual Approach to Quantum Formalism* (Springer) **2009**.
- 501 48. Khrennikov, A. *arXiv.org/abs/quant-ph/0108057v2* **2001**.
- 502 49. Khrennikov, A. *Entropy* **2008**:10, 19-32.
- 503 50. Accardi, L and Regoli, M. *arXiv.org/abs/quant-ph/0007019v1* **2000**.
- 504 51. Accardi, L and Regoli, M. *arXiv.org/abs/quant-ph/0110086v1* **2001**.
- 505 52. Simon, B.; Simon, S.; Gori, F.; Santarsiero, M.; Borghi, R.; Mukunda, N. and Simon, R. *Phys.*
506 *Rev. Lett.* **2010**:104, 023901.
- 507 53. Khrennikov, A. *arXiv.org/abs/quant-ph/0401072v1* (2004).
- 508 54. Khrennikov, A. *Biosystems* **29(3)** (2009) 179-187.
- 509 55. J. Grabbe *arXiv:quant-ph/0506219v1* (2005).
- 510 56. E. Guevara Quantum Games and the Relationships between Quantum Mechanics and Game Theory
511 *arXiv:0803.0292v1*(2008).
- 512 57. E. Jens, M. Wilkens and M. Lewenstein *Phys.Rev.Lett* **83** (1999) 3077.
- 513 58. D. Jiangfeng, L. Hui, X. Xiaodong, S. Mingjun, W. Jihui, Z. Xianyi and H. Rongdian *Physics*
514 *Review Letter* (2002) **88** 137902.
- 515 59. J. Du, et al. *Chinese Physics Letters* **17** (2000) 64.
- 516 60. Kay-Yut Chen and Tad Hogg *Quantum Information Processing* **5(1)** (2006) 43-67.
- 517 61. P. Tranouez, C. Bertelle, and D. Olivier, Changing the level of description of a fluid flow in a
518 agent-based simulation. In ESS 2001 Conference, Marseilles. (France).
- 519 62. Cortis, A. and Knudby, C. WATER RESOURCES RESEARCH **2006**:42.
- 520 63. C. Park, C. Beyer, S. Bauer *Geosciences Journal* **12(3)** (2008) 285297.
- 521 64. O. López-Corona, P. Padilla, O. Escolero, A. Frank and R. Fossion, Lévy flights, 1/f noise and self
522 organized criticality in a traveling agent model, *Journal of Modern Physics*, **2013**: 4(3).
- 523 65. I. Eliazar and P. Klafter, A unified and universal explanation for Lvy laws and 1/f noises *PNAS*
524 **106(30)** (2009a) 1225112254
- 525 66. I. Eliazar and P. Klafter, Universal Generation of Statistical Self-Similarity: A Randomized Central
526 Limit Theorem *PHYSICAL REVIEW LETTERS* **103** (2009b).
- 527 67. P. Perona and J. Malik, Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion *IEEE Trans.*
528 *Pattern Anal. Machine Intell* **Vol 12(7)** (1990).
- 529 68. M. Black and D. Marimott, Robust Anisotropic Diffusion *IEEE Trans. on image processing* **Vol**
530 **7(3)** (1998).
- 531 69. E. Guevara, Quantum Replicator Dynamics Authors *arXiv:quant-ph/0510238v7* (2005).
- 532 70. V. Kenkre, Memory formalism, nonlinear techniques, and kinetic equation approaches, in V. M.
533 Kenkre and K. Lindenberg (Eds.), *Modern Challenges in Statistical Mechanics, Patterns, Noise,*
534 *and the interplay of Nonlinearity and Complexity, AIP Conference Proceedings* volume **658** (2003).
- 535 71. W. Curado and F. Nobre, Derivation of nonlinear Fokker-Planck equations by means of
536 approximations to the master equation *PHYSICAL REVIEW E* **67** (2003).

- 537 72. J. Claussen, Discrete stochastic processes, replicator and Fokker-Planck equations of coevolution-
538 ary dynamics in infinite and infinite populations *arXiv:0803.2443v1* (2008).
- 539 73. B. Berkowitz, A. Cortis, M. Dentz and H. Scher, Modeling non-Fickian transport in geological
540 formation as a continuous time random walk, *Rev. Geophys* **44** (2006).
- 541 74. C. Theis *Transactions, American Geophysical Union* **16** (1935) 519-524.
- 542 75. Lugo-Hubp, J. "El relieve de la República Mexicana." *Revista mexicana de ciencias geológicas*,
543 **1990**, 9(1), 82.
- 544 76. Garduno, V.; Corona, P.; Israde, I.; Arreygue, E.; Pasquare, G.; Bigioggero, B.; Chiesa, S.;
545 Menella, L.; González, J. (1999), Carta Geológica de Michoacán, escala 1:250,000-México,
546 Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Instituto de Investigaciones Metalúrgicas
547 y Departamento de Geología y Mineralogía.
- 548 77. CNA, *Determinación de la disponibilidad de agua en el acuífero Zamora, estado de Michoacán.*,
549 Comición Nacional del Agua (CNA), 2002; 25 p.
- 550 78. Velasco A. *Geografía y Estadística del Estado de Michoacán*, CIDEM-Centro de Investigaciones
551 y Desarrollo del Estado de Michoacán: México, 2006, 232 p.
- 552 79. Velázquez, M. *Diagnostico para el saneamiento del río Duero, Consejo Estatal de la Fresa de*
553 *Michoacán, A.C.-COEFREM*, Colegio de Postgraduados, El Colegio de Michoacán, A.C: 2005,
554 191 p.
- 555 80. O. López-Corona, *Inteligencia Artificial para el Manejo Óptimo de Recursos Naturales:*
556 *Aplicación en Agua Subterránea* (Editorial Académica Española) 2011.
- 557 81. USGS, Ground-Water Software-MODFLOW-2000 v.1.18.01, Modular three-dimensional finite-
558 difference ground-water FLOW model-2000 updated version, Retrieved 2008, ([http://water.usgs.](http://water.usgs.gov/nrp/gwsoftware/modflow2000/modflow2000.html)
559 [gov/nrp/gwsoftware/modflow2000/modflow2000.html](http://water.usgs.gov/nrp/gwsoftware/modflow2000/modflow2000.html))
- 560 82. K. Sastry, *Single and Multiobjective Genetic Algorithm Toolbox in C++* (IlliGAL Report No.
561 2007016) 2007.
- 562 89. R. McKelvey, A. McLennan and T. Turocy, *Gambit: Software Tools for Game Theory Version*
563 *0.2010.09.01* <http://www.gambit-project.org>, 2010
- 564 84. Armas, F. Modelació'n y simulació'n hidrodinámica del sistema acuífero Zamora, en Michoacán
565 Mexico. **2010**, *M.Sc.* thesis, Instituto de Geología UNAM, Mexico.
- 566 85. Barnett, B.; Muller, J. *Upper Condamine Groundwater, Model Calibration Report. A report to the*
567 *Australian Government from the CSIRO Murray-Darling Basin Sustainable Yields Project*. CSIRO:
568 Australia, 2008; 51 p
- 569 86. King, M.; Carey, G.; Abbey, D.; Baechler, F. Groundwater and Contaminant Transport Modelling
570 at the Sydney Tar Ponds. *IAH-International Association of Hydrogeologists*, Conference Winnipeg,
571 Can. 2003.
- 572 87. Rejani, R.; Madan, J.; Panda, S.; Mull, R. Simulation Modeling for Efficient Groundwater
573 Management in Balasore Coastal Basin, India. *Water Resour Manage*, **2007**, 22(1), 23-50, DOI
574 10.1007/s11269-006-9142-z
- 575 88. CNA, Numbers obtained by digital archive from Comisión Nacional del Agua (CNA), 2006.
- 576 89. McKelvey, R.D.; McLennan, A.M.; Turocy, T.L. 2010, Gambit: Software Tools for Game Theory,
577 Version 0.2010.09.01. <http://www.gambit-project.org>.

- 578 90. Hardin, G. The Tragedy of the Commons, *Science*, **1968**, 162(3859), 1243-1248.
- 579 91. Dawes, R. *Formal models of dilemmas in social decision making*. In M. Kaplan and Schwartz
580 (Eds.), *Human judgment and decision processes: Formal and mathematical approaches*. New
581 York: Academic Press, 1975.
- 582 92. Ostrom, E. *Governing the commons, The Evolution of Institutions for Collective Action*. Cambridge
583 University Press: 1990.
- 584 93. D. Galloway, *Hydrogeology Journal* **18** (2010) 807-810.
- 585 94. T. Narasimhan, *Hydrogeol J.* **13** (2005) 7-24.
- 586 95. T. Narasimhan, *Environ Res Lett* **2** (2007).
- 587 96. A. Fryar, *Ground Water* **45(2)** (2007) 246-249
- 588 97. Tartakovsky D and Winter C 2008 *J. Hydrol. Eng.* **13** 3739.
- 589 98. Dasgupta, P.; Heal, G. *Economic Theory and Exhaustible Resources*, Cambridge: Cambridge
590 University Press: 1979.
- 591 99. Pigou, A. *The Economics of Welfare*, Macmillan: New York, 1920.

Capítulo 7

Conclusiones finales

Como expusimos en el capítulo de introducción, creemos que para poder dar una narrativa matemática completa de la Sostenibilidad basada en nuestro modelo ontológico de la misma, sería necesario poder formular una teoría estadístico contextual de los recursos naturales.

En el presente capítulo avancemos en este propósito, presentando primero la base conceptual sobre la cual debería construirse la Teoría para terminar con una propuesta concreta en el caso del agua subterránea.

§7.1. Fundamentos probabilísticos de la Mecánica Cuántica y su posible aplicación en agua subterránea.

De la revisión de algunas interpretaciones de la Mecánica Cuántica, mostramos que es posible entenderla como una teoría no kolmogoroviana de probabilidad. Dicha teoría de probabilidad requiere de un espacio infinito de probabilidades, lo cual permite su formulación usando espacios de Hilbert.

En particular, proponemos que esta formulación debe hacerse usando un modelo estadístico-contextual realista, siguiendo la interpretación cuántica de Växjö. De esta manera hemos propuesto una nueva teoría estadístico-centextual del agua subterránea, basada en seis principios heurísticos. Esta nueva teoría permite la complementaridad y el entrelazamiento.

Hemos mostrado que existe una relación entre series de tiempo $1/f$ y la posibilidad de usar una teoría estadístico-contextual, lo cual podría ser la clave para entender por que este tipo de ruido aparece en tan diversos fenómenos como la Mecánica Cuántica [70, 71, 72, 73], Biología [76, 74, 75] o incluso en la Medicina [77]. Nuestra conjetura es que la ubicuidad del ruido $1/f$ es debido a la ubicuidad de la dependencia contextual en la naturaleza.

Finalmente hemos propuesto una nueva ecuación de flujo obtenida mediante un método

nuevo basado en la teoría cuántica de juegos. Mostramos la gran similitud de esta nueva ecuación con la clásica, pero destacamos que la nuestra permite estrategias cuánticas, es decir estados mezclados y entrelazamiento.

§7.2. Semblanza histórica

Para principios de 1900, la teoría atómica era amplia pero no universalmente aceptada. En una nota autobiográfica sobre su artículo del movimiento Browniano, Eistein comenta “Mi objetivo principal... era averiguar los hechos que demostrarían, en la medida de lo posible, la existencia de átomos de un tamaño finito definido...”[1]. El electrón acababa de ser descubierto (1897) y todavía no se sabían muchas cosas de ellos, por ejemplo donde se localizaban en el átomo. Pero aún con la aceptación de la existencia de los átomos, había toda un gama cuestiones relativas a los átomos sin resolver: ¿en qué se diferencian átomos de diferentes elementos?, ¿por que gases de diferentes elementos producen luz de diferente color? ¿por que los valores experimentales de calor necesario para cambiar la temperatura de un gas diatómico (como el oxígeno) eran mucho menores de los valores teóricos? Con todo, no sería del análisis de los problemas atómicos *per se* de donde surgiría la Mecánica Cuántica, sino del problema de la radiación del cuerpo negro.

§7.2.1. La radiación del cuerpo negro -cuantización de la energía- (Planck 1900).

El problema de la radiación del cuerpo negro fue propuesto por Kirchhoff quien definió el término como un cuerpo que absorbe toda la energía de la luz y que por tanto debería también poder emitir luz en todas las longitudes de onda.

El 19 de octubre de 1900, Plank anunció que había deducido una ecuación para la radiación del cuerpo negro que describía bien los datos para todas las frecuencias, sin embargo en el momento no tenía una explicación para dicha ecuación[2]. Para diciembre del mismo año, Planck había formulado un modelo que explicaba la ecuación, pero dicho modelo asumía la hipótesis de que la energía no era infinitamente subdivisible y por tanto estaba cuantizada. En palabras de Planck (unos treinta años después) - *“Puedo caracterizar a toso el proceso de su descubrimiento como un acto de desesperación, dado que mi naturaleza es apacible y opuesta a las empresas aventureras. Sin embargo, hacía seis años que venía trabajando intensamente en el problema del equilibrio de radiación y materia sin llegar a ningún lado. Por supuesto que era consiente de la importancia del tema. Ya conocía la ecuación que describía la distribución de energía.... por tanto una interpretación teórica debía ser encontrada a cualquier precio,*

sin importar cual fuera este.”[3]

§7.2.2. Efecto fotoeléctrico -confirmación de la hipótesis cuántica e introducción de la dualidad onda partícula- (Einstein 1905)

A pesar de ser conocido como su artículo del “efecto fotoeléctrico”, el artículo original de Einstein publicado en 1905[4] se trataba en realidad sobre la propuesta de una hipótesis cuántica de luz. Curiosamente este fué el único artículo al que el mismo se refirió en la época como “muy revolucionario”[5]. La historia le probaría que estaba en lo correcto, pues sus ideas sólo fueron aceptadas después de dos décadas de desarrollo teórico y experimental de gente como Milikan, Compton y Debye.

La argumentación principal de Einstein en favor de una hipótesis cuántica de la luz reposaba la termodinámica y física estadística recientemente desarrollada por Boltzmann. Como parte de la argumentación Einstein citó tres experimentos que demostraban la naturaleza cuántica de la luz. El más importante de los cuales era el efecto fotoeléctrico descubierto por Hertz en 1886. Así, la hipótesis cuántica de luz no surgió para explicar el efecto fotoeléctrico como es usualmente creído en la actualidad, sino completamente al revés.

En enero de 1909[6], Einstein fue todavía más lejos, haciendo notar que si se considera válida la hipótesis cuántica de Planck para la radiación de cuerpo negro, entonces las fluctuaciones cuadrático-medias de la energía y momento, se pueden descomponer en dos partes, una parte de carácter ondulatorio regida por la ecuación de Rayleigh-Jeans en la región de bajas frecuencias y otra de carácter corpuscular regida por la ecuación de Wien para la región de altas energías. Hasta este momento la ecuación obtenida por Planck para la radiación del cuerpo negro se consideraba correcta pero incluso él mismo consideraba su hipótesis cuántica como parte de un modelo ad hoc, en sus palabras su hipótesis era "*a purely formal assumption ... actually I did not think much about it...*". Por esta razón Khun consideraba que era más correcto atribuirle el crédito del surgimiento de la mecánica cuántica a Einstein más que a Planck, pues este último parecía no haber entendido a por completo que su hipótesis tenía una realidad física[7].

Adicionalmente este trabajo introducía por primera vez la noción de que existían sistemas físicos que no se comportaban enteramente como ondas ni como partículas. En una serie de artículos de 1923 sobre la dispersión de Rayos X, Compton por un lado mostraba un carácter indudablemente de onda [9] y por otro lado presentaba resultados completamente corpusculares. Esta ambivalencia entre resultados ondulatorios y corpusculares fue lo que en última instancia llevó a De Broglie a formular su principio de dualidad onda partícula en 1924[10].

§7.2.3. Cuantización del momento angular -Entendiendo al átomo- (Bhor 1913)

Después de los experimentos de Rutherford, el modelo más natural del átomo fue de tipo planetario, con los electrones rotando al rededor del núcleo. Sin embargo pronto se reconoció que el modelo tenía un grave problema relacionado con la ley de Larmor que predecía que un electrón rotando al rededor de un núcleo, debería emitir ondas electromagnéticas como consecuencia de su aceleración. De esta forma, como el electrón debería estar perdiendo energía constantemente, eventualmente colapsaría hacia el núcleo, produciendo un modelo por demás inestable. Además conforme avanzara en su trayectoria espiral hacia el núcleo, la radiación emitida por el electrón debería ir creciendo en frecuencia en un continuo. Sin embargo, experimentos con lamparas de gases de diferentes elementos, mostraron que dichos elementos sólo emiten luz a ciertas frecuencias discretas. El caso más importante de estos fue el espectro del átomo de hidrógeno dado que se tenía una formula empírica que describía las líneas de emisión.

Para resolver el problema Bohr propuso[11, 12, 13] un modelo basado en:

- Que el momento angular del electrón $L = m_e v r$ esta cuantizado, es decir que sólo puede tomar valores que sean múltiplos enteros de la constante de Planck, es decir que $L = m_e v r = n \hbar$
- Los electrones sólo se pueden mover en ciertas órbitas, consistentes con la regla cuántica antes mencionada lo cual implica que su energía sólo puede tomar ciertos valores discretos $E_n = -\frac{Z^2 (k_e e)^2 m_e}{2 \hbar^2 n^2}$
- Los electrones pueden cambiar de órbita al absorber o emitir una energía en forma de ondas electromagnéticas ccon frecuencia ω proporcional a la constante de Planck $\Delta E = \hbar \omega$

El modelo de Bohr explicaba satisfactoriamente el espectro del átomo de hidrógeno, sin embargo fallaba al tratar de explicar entre otras cosas, la estructura fina o hiperfina del espectro de otros elementos.

§7.2.4. Mecánica cuántica -consolidación de la teoría- (Born, Heisenberg, Schrödinger 1925-27)

La primera teoría de la mecánica cuántica fue la teoría de matrices desarrollada por Born y Heisenberg en la Universidad de Göttingen, Alemania[18]. En aquella época las matemáticas

matriciales eran relativamente nuevas y poco usadas, pero la legitimidad de la teoría fue reconocida casi de inmediato.

Sin embargo, poco después de que la mecánica matricial se hiciera pública, Erwin Schrödinger, fascinado por la tesis de De Broglie de doctorado, dio una descripción alternativa usando una ecuación de onda[19]. Debido a que tanto la formulación como la manera de aplicar la ecuación de Schrödinger era mucho más cercana a la manera de trabajar en la época, se convirtió en poco tiempo en la formulación predominante de la Mecánica Cuántica. Poco tiempo después se demostraría que ambas formulaciones eran formalmente análogas. Con dos teorías completa de la mecánica cuántica, el campo creció rápidamente. La teoría cuántica se aplicó a los átomos, moléculas y sólidos, con gran éxito.

Dos años después de proponer su mecánica matricial, Heisenberg introdujo otro concepto fundamental de la teoría, el principio de incertidumbre. Este principio establece que existirían operadores matriciales anticonmutativos, es decir que dados dos operadores A y B , entonces $[A, B] = AB - BA = i\hbar$. Este resultado matemáticamente abstracto, fue interpretado físicamente en su famoso artículo de 1927 [20], en donde toma la forma conocida $\Delta x \Delta p \simeq \hbar$, que finalmente se puede escribir en una presentación más moderna como $\sigma_x \sigma_p \geq \frac{\hbar}{2}$ [22].

§7.2.5. Espacios de Hilbert -la Mecánica Cuántica moderna- (von Neumann 1932)

Justo el año en que Planck publicara su trabajo sobre la radiación del cuerpo negro, David Hilbert presentaba su famosa lista de los más importantes problemas de la matemática para el siglo que comenzaba. En el sexto lugar de su lista estaba la axiomatización de las teorías físicas. Entre las nuevas teorías físicas del siglo la única que aún no había recibido tal tratamiento a finales de la década de 1930 era la mecánica cuántica. La mecánica cuántica se encontraba en una situación de crisis fundacional similar a la de la teoría de conjuntos a comienzos del siglo, los problemas que enfrentaba eran tanto de naturaleza filosófica como técnica. Por un lado, su aparente no-determinismo no se había podido reducir a una explicación de determinista. Por otro lado, todavía existían dos formulaciones heurística independiente pero equivalentes, la llamada formulación matricial de Heisenberg y la formulación ondulatoria de Schrödinger, pero todavía no había una sola y unificadora formulación teórica satisfactoria.

Habiendo sido uno de los protagonistas más importantes en la axiomatización de la teoría de conjuntos, von Neumann comenzó a estudiar el problema de la mecánica cuántica y para 1926 se había percatado ya de que un sistema cuántico podría considerarse un punto de un espacio de Hilbert.

Un espacio de Hilbert es la generalización de un espacio Euclidiano plano, para extender los métodos del álgebra vectorial del cálculo a espacios complejos de cualquier número de dimensiones, incluso espacios de dimensión infinita. En términos formales estos espacios deben poseer un producto interno complejo y ser completos. Al tener un producto interno se pueden realizar mediciones de longitud y ángulo, mientras que el ser completo implica que las técnicas del cálculo se pueden utilizar en él. Si x, y son vectores del espacio de Hilbert \mathcal{H} , con producto interno $\langle x|y \rangle$ entonces se satisfacen las siguientes propiedades:

1. $\langle y|x \rangle$ es el conjugado complejo de $\langle x|y \rangle$, es decir que $\langle y|x \rangle = \overline{\langle x|y \rangle}$
2. Para todo $a, b \in \mathbb{C}$ el producto interno $\langle x|y \rangle$ es lineal respecto del primer argumento y antilineal respecto del segundo argumento, con lo que $\langle ax_1 + bx_2|y \rangle = a \langle x_1|y \rangle + b \langle x_2|y \rangle$ y $\langle x|ay_1 + by_2 \rangle = \bar{a} \langle x|y_1 \rangle + \bar{b} \langle x|y_2 \rangle$
3. El producto interno $\langle \bullet, \bullet \rangle$ es positivo definido, $\langle x|x \rangle \geq 0$
4. La norma de un vector x esta definida como $\|x\| = \sqrt{\langle x|x \rangle}$
5. Se satisface la desigualdad de Cauchy-Schwarz, $\|\langle x|y \rangle\| \leq \|x\| \|y\|$
6. Cualquier sucesión de Cauchy u_k converge respecto de la norma, es decir que dada $\sum_k u_k$ entonces $\sum_k \|u_k\| < \infty$, con lo que la serie converge absolutamente

Con esta nueva formulación de la mecánica cuántica[23], von Neumann demostró que las aproximaciones de Heisenberg y Schrödinger no sólo eran equivalentes, sino que ambas eran representaciones particulares de su cálculo en espacios de Hilbert[24].

No obstante el éxito de la formulación matemática de von Neumann, por primera vez en la Física se tuvo una teoría que descansaba enteramente sobre la matemática, sin un modelo ontológico subyacente. Esto abrió la posibilidad de interpretar al formalismo desde distintas posturas filosóficas.

§7.3. Interpretaciones de la MC

Uno podría decir que la Mecánica Cuántica provee de predicciones estadísticas acerca de los resultados de mediciones realizadas sobre sistemas físicos que han sido preparados de una manera particular. La pregunta es si es necesario decir algo más acerca de la mecánica cuántica. [30]

Aunque la mecánica cuántica ha sido comprobada a fondo por numerosas pruebas experimentales, muchos de estos experimentos están abiertos a diferentes interpretaciones. Así, una

interpretación es un conjunto de declaraciones que trata de explicar cómo es que la mecánica cuántica informa a nuestra comprensión acerca de la naturaleza.

Pero, ¿qué es lo que una interpretación interpreta? En general todo formalismo de la mecánica cuántica tiene un conjunto de elementos invariantes como son los resultados experimentales y la estructura matemática de la teoría, basada en espacios de Hilbert, operadores Hermitianos y la ecuación de Schrödinger. Los ingredientes que sí varían de una interpretación a otra son de carácter ontológico y epistemológico. De esta forma, uno podría comparar a las diferentes interpretaciones de la mecánica cuántica en términos de:

1. *¿Cómo resuelve el problema de la medición?* En la mecánica cuántica se considera que toda la información relevante de un sistema cuántico esta contenida en su función de onda, un vector de un espacio de Hilbert. Cuando el sistema no esta siendo observado, no se esta realizando ninguna medición sobre él, esta función de onda evoluciona determinísticamente siguiendo la ecuación de Schrödinger en una superposición de diferentes estados cuánticos. Pero, si la mecánica cuántica debe poder ser aplicada a cualquier sistema físico, por ejemplo al universo entero ¿cómo es que diferentes observadores macroscópicos observan una sola realidad física? Este resultado llamado el colapso de la función de onda implica que en realidad uno no puede usar a la mecánica cuántica para describir al universo completo (o a cualquier sistema cerrado en ausencia de observadores). El problema se puede enunciar de manera resumida como la incapacidad de distinguir entre que constituye a un sistema cuántico y que no.
2. *¿Cómo interpreta el carácter probabilístico de la teoría?* En general, toda medición externa de un sistema cuántico arroja resultados probabilísticos, es decir no-determinísticos. Este indeterminismo aparente en la teoría podría interpretarse ontológicamente con la existencia física del “azar” en el universo mientras. Mientras que desde la perspectiva epistemológica, se consideraría meramente como un problema relativo a la información accesible a un observador particular.
3. *¿Es la física no-local?* En los sistemas cuánticos aparece un fenómeno no clásico conocido como entrelazamiento. Dos sistemas cuánticos se pueden preparar de tal manera que algunos de sus grados de libertad no puedan ser descritos de manera independiente, sin importar si estos grados de libertad corresponden al mismo sistema o no. Pensemos en el decaimiento de un pión durante el cual se emiten un electrón y un positrón entrelazados, de tal forma que el spin de una partícula es el contrario del spin de la otra. Supongamos que ambas partículas viajan en direcciones opuestas sin experimentar ninguna otra interacción y por un tiempo arbitrariamente largo después del cual se realiza una medición de sus spines. El formalismo matemático de la mecánica cuántica

implicaría que al realizar una medición sobre el spin de una de las partículas, el spin de la otra quedaría determinado. La pregunta es si este resultado matemático tiene una realidad física. De contestar afirmativamente, entonces la física sería no-local pues una acción en una región del espacio tendría consecuencias a una distancia arbitrariamente grande, sin la mediación de ningún mecanismo aparente. Esto implicaría, que de alguna forma, la información de que el spin de una de las partículas ha sido medido ha viajado hasta la otra a una velocidad en principio infinita, violando la relatividad especial. La manera en como se resuelve esta paradoja, conocida como EPR[28], diferencia a varias interpretaciones unas de otras.

4. *¿Cómo se entiende el principio de complementariedad?* El principio de complementariedad, fue introducido por Bohr después de discutir con Heisenber su principio de incertidumbre y básicamente es una extensión del mismo. El principio postula que no hay una estructura de proposiciones lógicas que puedan simultáneamente describir o permitan razonar sobre todas las propiedades de un sistema cuántico.

Sin embargo algunos físicos como Asher Peres o Chris Fuchs opinan que una interpretación no es otra cosa que un conjunto de reglas, formalmente equivalentes, que operan sobre datos experimentales. Lo cual podría sugerir que todo el ejercicio de la interpretación es completamente innecesario y que cualquier enunciado dicho fuera del formalismo matemático de la mecánica cuántica será necesariamente limitado en precisión y alcance.

§7.3.1. Interpretación ortodoxa.

Uno podría definir a la interpretación ortodoxa[37] como la aceptación de los postulados básicos del formalismo matemático desarrollado por von Neumann[23] sin incluir ninguna interpretación sobre ellos.

Postulados:

1. Todo sistema físico se puede asociar con un espacio de Hilbert separable \mathcal{H} de tal forma que en cada momento $t \in \mathbb{R}$ se pueda definir densamente en \mathcal{H} un operador autoadjunto \hat{H} llamado el Hamiltoniano del sistema.
2. el estado del sistema esta definido por un subconjunto de propiedades del sistema que se pueden asociar a un vector no nulo $|\psi\rangle$ del espacio de Hilbert \mathcal{H}
3. todos los observables físicos de un sistema se pueden asociar con un operador autoadjunto densamente definido en el espacio de Hilbert \mathcal{H} de tal forma que las siguientes reglas se cumplan:

- a) Si un sistema S_1 está asociado con el espacio de Hilbert \mathcal{H}_1 y Hamiltoniano \hat{H}_1 y el sistema S_2 está asociado con el espacio de Hilbert \mathcal{H}_2 y Hamiltoniano \hat{H}_2 entonces $S_1 + S_2$, la unión de los dos sistemas estará asociada con el espacio $\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_2$ y el Hamiltoniano $\hat{H}_1 \otimes \hat{1} + \hat{1} \otimes \hat{H}_2$.
- b) Si el sistema S_1 está en un estado que puede ser descrito por el vector $|\varphi_1\rangle \in \mathcal{H}_1$ y el sistema S_2 está en un estado que puede ser descrito por el vector $|\varphi_2\rangle \in \mathcal{H}_2$ entonces $S_1 + S_2$ estará descrito por $|\varphi_1\rangle \otimes |\varphi_2\rangle = |\varphi_1\rangle |\varphi_2\rangle$
- c) Si ninguna medición se está realizando sobre el sistema, éste evolucionará siguiendo la ecuación de Schrödinger

$$i\hbar \frac{d|\varphi\rangle}{dt} = \hat{H}(t) |\varphi\rangle \quad (7.1)$$

donde \hbar es una constante cuya dimensión depende de las dimensiones de longitud, tiempo y masa.

- d) El valor esperado de la medición de un observable físico A asociado al operador \hat{A} está dado por $\langle \varphi | \hat{A} | \varphi \rangle$
- e) Para cualquier observable físico, en principio debería ser posible construir un aparato ideal de medición. Con dicho aparato si se repite una medición suficientemente rápido, se debería obtener el mismo resultado en ambas mediciones.
- f) Supongase que los observables A y B conmutan, entonces si se realiza una sucesión ideal de mediciones A, B, A suficientemente rápido, entonces se obtendrá el mismo valor de A en ambas mediciones.
- g) La combinación lineal de estados resulta en un nuevo estado
- h) Un ensemble de sistemas cuánticos está descrito por un operador autoadjunto positivo definido de traza unitaria, $\hat{\rho}$ conocido como operador o matriz de densidad. Si un elemento del ensemble tiene una probabilidad p_i de ocurrencia entonces la matriz de densidad está definida como

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |\varphi_i\rangle \langle \varphi_i| \quad (7.2)$$

y su dinámica obedece la ecuación de von Neumann

$$i\hbar \frac{\partial \rho}{\partial t} = [H, \hat{\rho}]. \quad (7.3)$$

Así, si un observable físico está asociado a un operador \hat{A} entonces su valor espe-

rado esta dado por la ecuación

$$\langle \hat{A} \rangle = \text{tr}(\hat{\rho}\hat{A}) \quad (7.4)$$

En esta interpretación, el problema de la medición surge de manera natural y no tiene resolución. De esta manera, aún cuando la interpretación ortodoxa funciona en la práctica, no puede proveer de un modelo ontológico de la realidad debido a que el problema de la medición la imposibilita para ser aplicada a sistemas cerrados, como el universo mismo.

El problema de la medición hace surgir también otras dificultades. Por ejemplo, no ha sido posible recuperar la física clásica a partir de este formalismo en el límite de muchas-partículas-altas-temperaturas. El problema se hace evidente al tratar de utilizar la interpretación en sistemas lo suficientemente grandes, para los cuales la función de onda no colapsa, dejando al sistema sin un estado bien definido y por tanto es incompatible con el resultado clásico.

Por otro lado la interpretación acepta como resultados directos de los postulados el carácter no-local y no-determinista de la teoría.

§7.3.2. Interpretación de Copenhagen.

Como esta interpretación es el resultado de la colaboración de varios autores a lo largo de la primera mitad del siglo XX, no hay un acuerdo sobre a que conjunto de proposiciones se le debe llamar *Interpretación de Copenhagen*. De hecho aunque los principales arquitectos de esta interpretación fueron Bhor y Heisenber, entre ellos nunca hubo un consenso completo sobre como interpretar el formalismo matemático de la mecánica cuántica y nunca usaron el termino *Interpretación de Copenhagen* para referirse a su conjunto de proposiciones[29]. Al respecto, Asher Peres comenta que pareciera haber tantas *Interpretaciones de Copenhagen* como personas que usan el término. Llegando al extremo de llamar por ese nombre a formulaciones completamente opuestas como las dadas por Ballentine (1970) y Stapp (1972)[30]. Sin embargo debido a la tremenda influencia que ejerció Borh en el desarrollo de esta interpretación y en general de la mecánica cuántica, en este trabajo hablaremos de *Interpretación de Copenhagen* a la basada en las ideas centrales de Bohr.

Para Bohr los cálculos dentro de la mecánica cuántica deberían hacerse usando los postulados de la Interpretación Otodoxa, sin embargo introdujo dos principios básicos de interpretación[31, 32, 33]:

1. Todo fenómeno cuántico posee una característica de completos o individualidad que no ocurre en la física clásica y que esta simbolizada en la acción cuántica de Plank.

Este postulado implica que toda descripción de un fenómeno cuántico esta ligada a un aparato experimental particular. Así que no es correcto hablar de que “un electrón se comporta como onda”, sino que se debe hacer referencia al aparato de medición, con lo cual la proposición correcta sería “un electrón en un experimento de doble rejilla se comporta como una onda”. Por otro lado, resalta que la teoría sólo es aplicable experimentos restringidos por la acción cuántica de Plank. Es decir experimentos en donde se busca medir, por ejemplo, la posición y el momento de una partícula con una precisión determinada por la expresión $\Delta x \Delta y \approx h$. Claramente los sistemas clásicos no tienen esta restricción, pues en principio uno podría medir cualquier observable físico con una precisión sólo limitada por la resolución del aparato de medición. Finalmente este postulado también implica que aunque algunas predicciones son posibles, otras no lo son, correspondiendo a experimentos mutuamente incompatibles.

2. No obstante la validez del postulado anterior y de que los fenómenos cuánticos trascienden el alcance de la física clásica, tanto el aparato de medición como los resultados de cualquier experimento deben ser expresados usando los conceptos de la física clásica.

Usando estos dos principios uno puede derivar las proposiciones usualmente asociadas a la Interpretación de Copenhagen como el principio de incertidumbre, la dualidad onda-partícula, etc.

En esta interpretación, el problema de la medición se considera como una pregunta “sin sentido”. En cuanto al determinismo, Bohr opinaba que *“The view-point of complementarity allows us indeed to avoid any futile discussion about an ultimate determinism or indeterminism of physical events, by offering a straightforward generalisation of the very idea of causality”*[32]. Esta postura estaba fuertemente ligada a la idea de Bohr de la futilidad de buscar un modelo ontológico para la teoría. Por otro lado Bohr también consideraba al determinismo como complementario a su descripción en el espacio-tiempo. Por ejemplo una partícula moviéndose no-deterministamente (movimiento Browniano) en una emulsión, deja una trayectoria bien definida con lo que su descripción en el espacio-tiempo también esta bien definida. Por el contrario, una partícula no interactuante moviéndose deterministamente en el vacío no deja registro de su trayectoria, y por tanto su descripción en el espacio-tiempo no esta bien definida. De la misma manera en como se trata al problema de la medición como un “sin sentido”, la no-localidad se niega al resaltar que dentro de la teoría no tiene sentido hablar de un sistema que no esta siendo observado y por tanto el experimento de la paradoja EPR no tiene aplicabilidad.

Aunque existen otras muchas interpretaciones como la de los muchos mundos, muchas mentes, mecánica Bhomiana, historias consistentes, entre otras, en este trabajo nos basaremos

en las interpretaciones probabilísticas de la teoría.

§7.3.3. Probabilidad no-Kolmogoroviana

Es realmente interesante que la probabilidad jugo un papel predominante tanto en los artículos del de Eintein del *annus mirabilis*, como en los fundamentos de la mecánica cuántica, unos 25 años antes de que Kolmogorov axiomatizara la teoría de la probabilidad[34].

Dado un conjunto de sucesos elementales Ω (espacio de muestreo) sobre el que se ha definido una σ -álgebra \mathcal{F} (espacio de eventos) y una medida P (función de probabilidad) que asigna valores reales a los miembros de \mathcal{F} ; se dice que P es una función de probabilidad sobre el espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{F}, \sigma)$ si se cumplen los siguientes tres axiomas.

1. La probabilidad de un suceso $E \in \mathcal{F}$ es un número real $P(E) \geq 0$
2. La probabilidad total del espacio de muestreo es $P(\Omega) = 1$
3. Si $E_1, E_2 \dots E_n \in \mathcal{F}$ son sucesos mutuamente excluyentes (con intersección vacía), entonces $P(E_1 \cup E_2 \cup \dots) = \sum P(E_i)$

Aunque en general varios modelos probabilísticos podrían ser usados para describir diferentes fenómenos físicos, a lo largo de la historia de la física el modelo kolmogoroviano descrito arriba ha sustentado tal predilección que en general se asumió que era el único modelo existente[?, 36]. Este predominio de la teoría kolmogoroviana de probabilidad se debe a que técnicamente presenta una gran ventaja, tanto el espacio de probabilidad $(\Omega, \mathcal{F}, \sigma)$ como el contexto están fijos[37]. Esto significa que no se tiene dependencia del complejo de condiciones físicas sobre las cuales se realiza la medición, con lo que un observable físico A definido por una probabilidad P_A se puede considerar como propiedad objetiva del sistema físico al cual esta asociado[38].

A pesar del gran éxito de la probabilidad kolmogoroviana, dicha teoría ha visto sus limitaciones un muchos experimentos, siendo el más famoso de ellos el la doble rendija.

Pensemos en un cañón de bolas de billar en frente del cual se coloca uno de los dos siguientes contextos experimentales, S_j : la rejilla j ($j = 1, 2$) abierta, S : las dos rejillas abiertas; como se muestra en la Fig 7.1a. Si A_i es el evento de que una bola de billar pase por la rejilla con la etiqueta i ($i = 1, 2$), entonces la probabilidad total de pasar por las dos rejillas esta dada por la formula de kolmogorov

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2). \tag{7.5}$$

Pero si en lugar de bolas de billar tomamos electrones (Fig 7.1b), entonces los experimentos muestran que el cálculo de probabilidades ya no es kolmogoroviano y que aparece un término

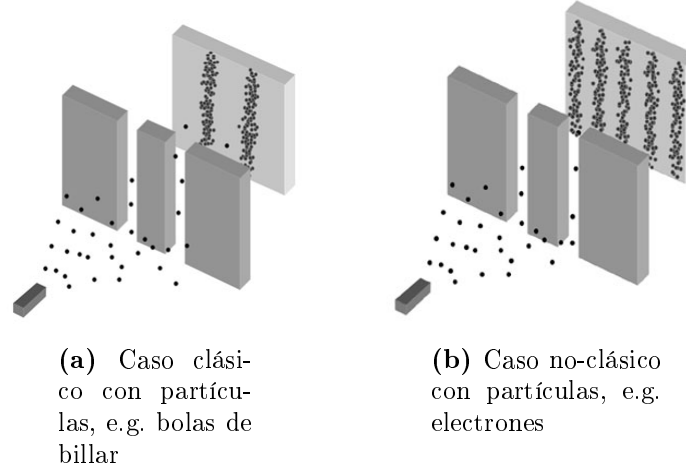


Figura 7.1: Experimento de la doble rejilla

de interferencia, de tal forma que

$$P(A_1 \cup A_2) = P(A_1) + P(A_2) + 2\sqrt{P(A_1)P(A_2)}\cos\theta. \quad (7.6)$$

Usualmente el término de interferencia se asocia con la naturaleza dual de los electrones, que bajo este contexto experimental, se comportan como ondas. Sin embargo, un estudio detallado de los espacios de probabilidad usados en la modelación de estos experimentos, muestran como puede surgir este término desde la perspectiva probabilística[39]. La idea central para entender el surgimiento de estas leyes no-kolmogorovianas de calculo de probabilidades es el principio de probabilidad contextual [38, 40]: el valor observado de las probabilidades de una variable aleatoria, o una colección de variables aleatorias, usada para describir a un sistema físico, depende los contextos experimentales.

Siguiendo a [36], definimos a $P = P_S(E)$ como la probabilidad de que ocurra el evento E bajo el contexto S y a $P_j = P_{S \rightarrow S_j} P_{S_j}(E)$, como la probabilidad de que ocurra el evento E bajo el contexto S_j . Donde $P_{S \rightarrow S_j}$ es un coeficiente de partición definido como la razón de partículas registradas bajo el contexto S_j entre el número de partículas registradas bajo el contexto S . Entonces la formula correcta para el calculo de probabilidades es

$$P_S(E) = P_{S \rightarrow S_1} P_{S_1}(E) + 2\sqrt{P_{S \rightarrow S_1} P_{S_1}(E) P_{S \rightarrow S_2} P_{S_2}(E)} \lambda_j(S \rightarrow S_j; E) \quad (j = 1, 2), \quad (7.7)$$

donde el coeficiente λ cuantifica el cambio en las probabilidades, debido a una transición entre diferentes contextos. Es interesante hacer notas que dependiendo el valor de λ uno puede obtener diferentes teorías de probabilidad contextual:

1. Teoría trigonométrica: $|\lambda_j| \leq 1 \Rightarrow \lambda_j = \cos\theta; \theta \in [0, 2\pi]$

2. Teoría hiperbólica: $|\lambda_j| \geq 1 \Rightarrow \lambda_j = \pm \cosh \theta; \theta \in (-\infty, +\infty)$
3. Teorías hyper-trigonometricas $|\lambda_1| \leq 1, |\lambda_2| > 1 \Rightarrow \lambda_1 = \cos \theta, \lambda_2 = \pm \cosh \theta$ o bien $|\lambda_1| > 1, |\lambda_2| \leq 1 \Rightarrow \lambda_1 = \pm \cosh \theta, \lambda_2 = \cos \theta$

Con lo que se ve que el cálculo cuántico de probabilidades es un caso particular, teoría trigonométrica, del calculo contextual de probabilidades.

Interpretación de Växjö

La interpretación de Växjö esta basada en un modelo probabilístico contextual de la realidad, en el que no sólo la mecánica cuántica sino toda la Física en general, trata sobre el estudio de pares[41]

$$\pi = (\text{sistemas físicos, aparato de medición}). \quad (7.8)$$

De esta forma ésta interpretación tiene un carácter estadístico-contextual y realista, parecido a la visión estadística de Einstein[36].

La ventaja de empezar no desde el formalismo de los espacios de Hilbert sino de un modelo general estadístico-contextual, es la posibilidad de aplicar la teoría y sus métodos a otros dominios de la ciencia como la biología, psicología, sociología, economía o hidrología entre otros. Estas aplicaciones basadas en el poderoso aparato matemático de la mecánica cuántica, podría representar una verdadera revolución científica [42].

En esta interpretación uno puede demostrar que algunas características distintivas de la Física cuántica, como la llamada dualidad onda-partícula, no están exclusivamente asociadas al micromundo. Experimentos numéricos en este sentido se han llevado a cabo demostrando que en principio, estos comportamientos pueden surgir en sistemas macroscópicos. Incluso se ha llegado a probar el surgimiento de “ondas de probabilidad” debido a la combinación de algunos contextos experimentales particulares, sin la necesidad de suponer propiedades ondulatorias en el sistema[43, 44, 45].

Aunque uno podría considerar que la interpretación de Växjö sigue en construcción, algunos principios básicos podrían enunciarse[41, 42]:

1. *Principio de probabilidad contextual relativa:* Todas las mediciones de un observable físico E están ligadas a probabilidades que dependen de los complejos de condiciones físicas, contextos experimentales, S bajo los cuales se están realizando las mediciones. Así, el elemento básico de análisis son pares $\pi = (\text{sistemas físicos, aparato de medición})$. Así, un observable físico E , estaría definido por una función que depende de estados objetivos (λ_s, λ_m) del sistema físico y del aparato de medición. Debido a la dependencia de los

contextos experimentales, no es posible utilizar las reglas del calculo de probabilidades de Kolmogorov.

2. *Representación probabilística de los contextos*: Para todo contexto S y observable físico E , existe una probabilidad contextual bien definida $P_S(E)$.
3. *Principio de complementariedad contextual*: Pueden existir pares (π_i, π_j) que corresponden a contextos experimentales complementarios y por lo tanto incompatibles. Es decir, que hay contextos experimentales que no pueden coexistir. Este principio de complementariedad es diferente del de Bohr debido a que éste no es contextual.

Espacios infinitos de probabilidad.

Cómo hemos discutido en las subsecciones precedentes, la mecánica cuántica, se puede entender como una teoría de probabilidad No-Kolmogorivana, de tal forma que podría ser deducida a partir de principios estrictamente probabilísticos. Siguiendo a [26], esto se puede lograr usando los siguientes cinco axiomas probabilísticos:

Axioma1: Las probabilidades de obtener un resultado particular de una medición (frecuencias relativas) hecha sobre un ensamble de n sistemas preparados de la misma forma, tienden al mismo valor en el límite de n infinito.

Axioma2: Sea K un número real llamado grados de libertad, que representa el número mínimo de medidas probabilísticas necesarias para determinar el estado de un sistema. Definimos a N , la dimensión del sistema, como el número máximo de estados distinguibles unos de otros, al realizar una sola medición. Entonces K estará determinado por una función de N , tal que K tome el número mínimo de axiomas.

Axioma3: Un sistema de dimensión N cuyo estado esté restringido un subsistema de dimensión M , se comporta *de facto* como un sistema de dimensión M .

Axioma4: Un sistema de dimensión N y K grados de libertad, compuesto de subsistemas A , B satisface las relaciones: $N = N_A N_B$ y $K = K_A K_B$

Axioma5: Para todo sistema, existe una transformación continua reversible entre cualesquiera dos estados puros.

Se puede mostrar que los primeros cuatro axiomas recuperan la probabilidad clásica y que el quinto introduce la estructura de la mecánica cuántica[26]. Este quinto axioma implica que el espacio de probabilidad debe ser infinito, pues de otra forma no podrían haber transformaciones continuas entre dos estados puros cualesquiera.

El que el espacio de probabilidades sea infinito se puede entender desde varias perspectivas. Consideremos un sistema mecánico de n grados de libertad, definido por las coordenadas generalizadas q_1, q_2, \dots, q_n y los momentos generalizados p_1, p_2, \dots, p_n . Entonces su dinámica estaría descrita por el la función Hamiltoniana

$$H = H(q_1, \dots, q_n, p_1, \dots, p_n) \quad (7.9)$$

y su cuantización requeriría que

$$[\hat{q}_i, \hat{p}_j] = i\hbar\delta_{ij}\hat{1}. \quad (7.10)$$

Esto requiere que el espacio de estados asociado al sistema sea infinito, por que en cualquier espacio finito, los operadores \hat{q}, \hat{p} serían matrices Q, P y no hay ningún conjunto de matrices de este tipo para las cuales $QP - PQ = i\hbar I$ [37].

Otro argumento a favor del axioma 5 se tiene al comparar un bit clásico, un sistema de $N = 2$, con estados puros

$$P_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad P_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad P_{nul} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad (7.11)$$

con un qbit correspondiente a una partícula de spin fraccionario con matriz de densidad

$$\rho = \begin{pmatrix} p_{z+} & a \\ a^* & p_{z-} \end{pmatrix}, \quad (7.12)$$

con $a = p_{x+} - p_{y+} - \frac{1-i}{2}(p_{z+} + p_{z-})$. En el caso clásico, los posibles estados del sistema están encerrados en un triángulo formado por los ejes P_1, P_2 y la hipotenusa formada por el segmento de recta que pasa por $(1, 1)$. Como los estados puros están en las aristas de dicho triángulo, no existe ninguna trayectoria que mediante un número finito de pequeñas transformaciones (que difieren infinitesimalmente de la identidad) que permita ir de un estado puro al otro y por tanto no se puede satisfacer el axioma de la continuidad. En el caso cuántico, los posibles estados del sistema están encerrados dentro de la esfera inscrita en el cubo unitario del espacio (p_x, p_y, p_z) . Y contrariamente al caso clásico, los estados puros corresponden a la superficie de la esfera formando un conjunto infinito, sobre el cual se puede encontrar siempre una trayectoria continua entre cuales quiera dos estados puros y por tanto se satisface el axioma 5.

§7.4. Teoría estocástica-contextual del agua subterránea.

La ciencia en general y la Hidrogeología en particular, están siendo desafiadas por el inminente cambio de paradigma la de multi, ínter y transdisciplinariedad[47].

La hidrogeología enfatiza la importancia social de recursos hídricos y en general se espera que la teoría hidrogeológica sea capaz de resolver problemas de abastecimiento, aseguramiento, calidad y manejo en general. En todos estos problemas, seguramente será necesaria la incorporación de la perspectiva interdisciplinaria[48, 49, 50].

Aunque lo anterior es cierto, debido a la gran complejidad de los problemas de manejo actuales del agua subterránea, es posible que incluso este cambio de paradigma no sea suficiente. Se ha argumentado que mucha de la investigación en el área es de un carácter follow-on, de impacto limitado y que en general no ha logrado hacer contribuciones significativas en la resolución de los problemas reales asociados al recurso[51, 52].

Más aún, Tartakovsky y Winter (2008) han sugerido que la formulación clásica determinística de la teoría hidrogeológica es por necesidad incompleta.

Nuestra propuesta es que la teoría hidrogeológica actual ha sido una primera aproximación al problema y conjeturamos que no sólo es posible sino necesario hacer una formulación estadístico-contextual, para lo cual proponemos los siguientes postulados.

1. **Principio de aleatoriedad:** La naturaleza de los sistemas de agua subterránea es intrínsecamente estocástica, por lo que una formulación probabilística es necesaria.
2. **Principio de contextualidad:** Todas las mediciones de un observable físico E están ligadas a probabilidades que dependen de los complejos de condiciones físicas, contextos de manejo, S bajo los cuales se esta manejando el recurso. Así, el elemento básico de análisis son pares $\pi = (\text{acuifero}, \text{manejo})$. Así, un observable físico E , estaría definido por una función que depende de estados objetivos (λ_s, λ_m) del acuífero y del plan de manejo. Debido a la dependencia de los contextos experimentales, no es posible utilizar las reglas del calculo de probabilidades de Kolmogorov.
3. **Principio de representación probabilística de los contextos:** Para todo contexto S y observable físico E , existe una probabilidad contextual bien definida $P_S(E)$.
4. **Principio de complementariedad:** Pueden existir pares (π_i, π_j) que corresponden a contextos de manejo complementarios y por lo tanto incompatibles.
5. **Principio de superposición estocástica:** Los observables físicos de un acuífero están definidos por la superposición de los efectos de un número muy grande de microprocesos físicos, cada uno de los cuales esta definido por un campo estocástico. Lo que implica que

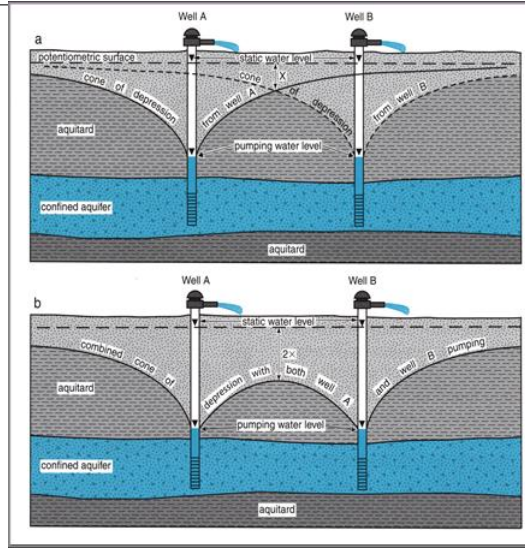


Figure 7.2: Cones of depression develop around 2 wells completed in a confined aquifer. Well interference is the intersection of the two cones of depression, which increases the drawdown and changes the shape and extent of the cones of depression. Figure taken from MAC Educational Materials/ 3: Water Wells.

es necesario un espacio de probabilidad infinito y por tanto la teoría puede formularse usando espacios de Hilbert.

- Principio de correlación estocástica:** Pueden existir campos estocásticos de procesos microscópicos que estén correlacionados de tal forma que los pares π_j definidos por ellos queden entrelazados.

Consideramos que los primeros tres principios son suficientemente claros y su postulación tiene que ver con la intención de generar una formulación estocástico-contextual. Sin embargo, los tres restantes requieren de mayor justificación.

Siempre que un pozo esta extrayendo agua, se forma un cono de abatimiento que modifica el campo de velocidades a su alrededor. Este fenómeno de interferencia está descrito por la ecuación de Thies

$$s(r, t) = \frac{Q}{4\pi T} \int_u^\infty \frac{e^{-z}}{z} dz = \frac{Q}{4\pi T} W(u)$$

$$W(u) = -\gamma - \ln u + u - \frac{u^2}{2(2!)} + \frac{u^3}{2(3!)} + \dots + (-1)^{n+1} \frac{u^n}{n(n!)} ; \quad (7.13)$$

$$u = \frac{r^2 S}{4Tt}$$

Donde $s(r, t)$ es el abatimiento a la distancia r al tiempo t , después de haber comenzado un bombeo con un caudal Q en un acuífero con transmitividad T y constante de almacenamiento

S. De una inspección directa de la ecuación de Thies uno puede concluir que debido al carácter logarítmico de la ecuación, el efecto de la extracción de agua de cualquier pozo en el acuífero, se propagaría en todo el sistema.

Como el campo de velocidades sigue al gradiente de carga hidráulica (Ley de Darcy), en el momento de comenzar un bombeo, los pares π_1 (carga hidráulica, bombeo), π_2 (velocidad de flujo, bombeo) son necesariamente complementarios.

En [54] se ha planteado que otra consecuencia del bombeo es el surgimiento de entrelazamiento. Pensemos en dos pozos que están bombeando y al hacerlo, cada uno genera su propio cono de abatimiento. De esta forma, existiría una correlación entre los pares π_A (carga pozo A, bombeo pozoA) y π_B (carga pozo B, bombeo pozoB) de tal forma que los observables físicos en un pozo no pueden ser calculados de manera independiente. Este tipo de correlación estadística se ha planteado como origen de un entrelazamiento de origen no cuántico producido por fenómenos de la física microscópica[25, 65]. De hecho han habido ya diversos experimentos que demuestran que efectivamente el entrelazamiento es un fenómeno que no está restringido a la física cuántica [67, 68, 69].

Por otro lado, un análisis preliminar (ver Fig.3) hecho a seis series de tiempo, obtenidas de pruebas de bombeo en campo, han demostrado que dichas series corresponden a ruido $1/f$. En trabajos recientes, [55, 56] han demostrado que el ruido $1/f$ surge por la superposición de un número infinito de señales aleatorias. Nuestra interpretación de este resultado es que el comportamiento macroscópico observable del acuífero es producto de la superposición de un número indefinidamente grande (en principio infinito) de subprocesos estocásticos a escala micro y macro. Entre otros, estos subprocesos pueden ser: variaciones del campo de velocidades debido a heterogeneidades geológicas, las variaciones barométricas diurnas que afectarían las cargas de un acuífero libre; variaciones en la precipitación; efectos gravitacionales de la luna sobre el acuífero; en acuíferos costeros el efecto de las mareas; efectos debido a la variación del caudal de ríos; efectos de cargas litostáticas como el paso de un tren; efectos de la presencia de eventos extraordinarios de recarga como el paso de un huracán, etc. Ahora bien, supongamos que cada subproceso está definido por al menos un estado puro, entonces el proceso macroscópico estaría determinado por un número infinito de estados puros y por tanto es posible utilizar el formalismo de espacios de Hilbert, pues se satisficiera el Axioma 5 postulado por [26]. De hecho [57] mostraron que la mecánica cuántica se puede obtener como un fenómeno emergente del campo estocástico de radiación del vacío (zpf), mientras que [58] propone que en general puede surgir incluso de campos estocásticos clásicos.

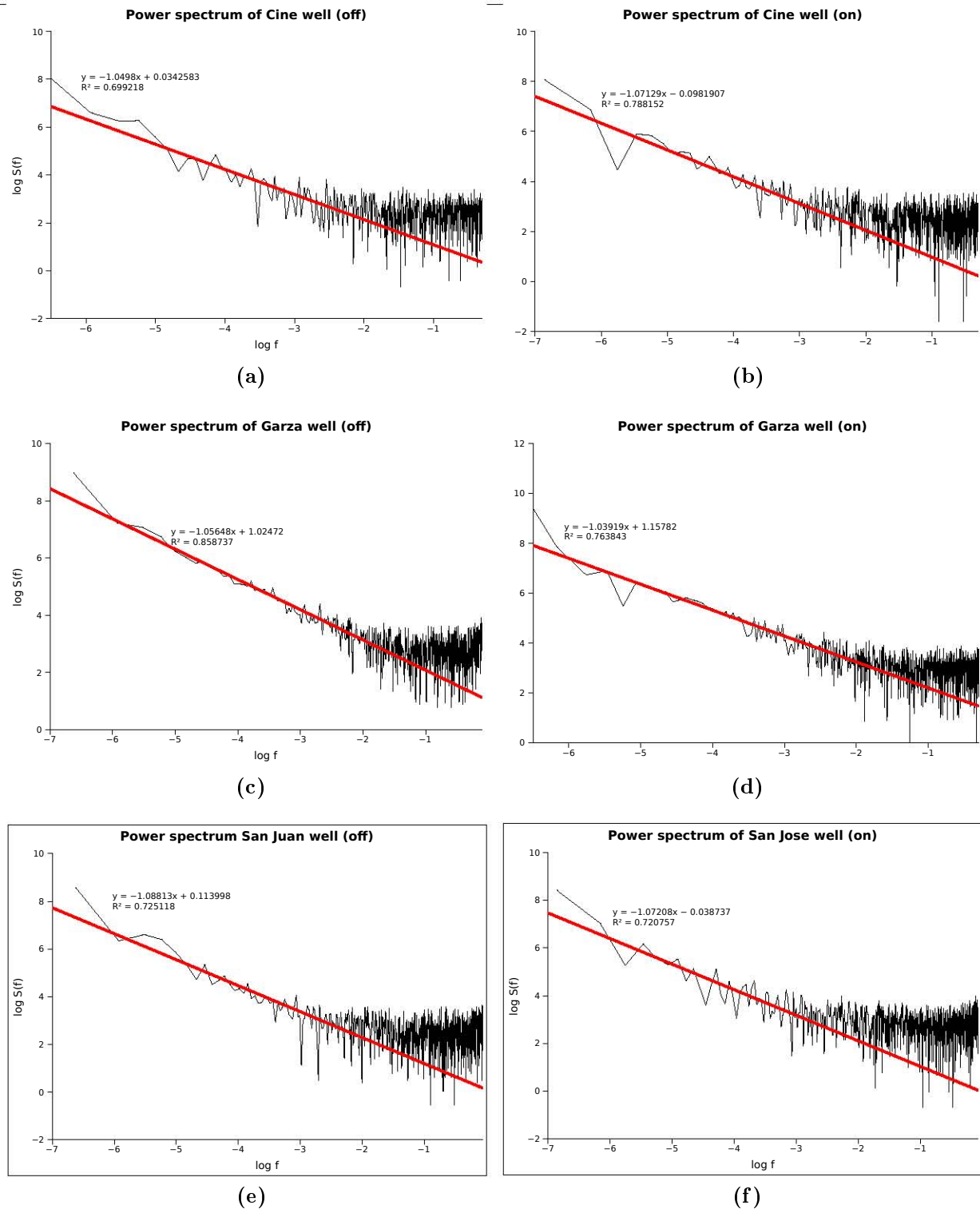


Figura 7.3: Espectros de potencia en log-log para los tres pozos analizados. Para cada pozo hay dos series de tiempo, una cuando se prende el pozo y otra cuando se apaga.

Otro argumento a favor de la teoría, consiste en pensar en el proceso del flujo subterráneo como el movimiento de muchos agentes (partículas de agua) en un medio desordenado[59, 60].

β	Tipo de ambiente	Tipo de movimiento	Tipo de ruido
$\ll 3$	Inhomogeneo: desordenado	Aleatorio confinado	Blanco
~ 3	Punto de transición : Complejo	Vuelos de Levy	Rosa: 1/f
$\gg 3$	Homogéneo: Ordenado	Browniano	Café

Cuadro 7.1

En ese escenario [61] han demostrado que el surgimiento de ruido $1/f$ para la serie de tiempo de un agente moviéndose en un medio desordenado, depende del grado de desorden del medio. Si el medio esta distribuido con una ley de potencias $P \sim k^{-\beta}$, entonces se tiene que el ruido $1/f$ surgiría en un medio complejo caracterizado por un exponente $\beta \sim 3$ (ver cuadro 1).

El problema de caracterizar la heterogenidad subsuperficial ha sido uno de los mayores obstáculos en la construcción de modelos realistas del agua subterránea[62]. Koltermann y Gorelick (1996) y De Marsily et al (1998) presentan una buena revisión del tema. De esta manera al menos para medios altamente desordenados, la formulación estadístico-contextual sería válida, lo que particularmente sería cierto para acuíferos en medios fracturados y cars-ticos.

Usando el planeamiento de agentes descrito arriba y siguiendo a [78], donde se propone un método general para obtener una descripción continua (en EDP) de un juego espacialmente extendido, se pueden obtener las ecuaciones gobernantes del sistema. De esta forma, la probabilidad $P(x, y, t)$ de encontrar a un agente (partícula de agua) en la posición (x, y) al tiempo t estaría dada por

$$\frac{\partial P(x, y, t)}{\partial t} = \text{div} [e(x, y, t) \nabla P(x, y, t)]. \quad (7.14)$$

Donde $e(x, y, t)$ es estrategia (que representaría la física del proceso de flujo) que el agente en la posición (x, y) usa al tiempo t y que sigue la ecuación

$$\frac{\partial e(x, y, t)}{\partial t} = -\text{div} [D_1(x, y, t) e(x, y, t)] + \nabla^2 [D_2(x, y, t) e(x, y, t)], \quad (7.15)$$

donde D_1 y D_2 se asocian tradicionalmente a la advección y difusión respectivamente.

De hecho es sorprendente la semejanza de la ecuación Ec.7.14 con la ecuación clásica de flujo subterráneo

$$S_s \frac{\partial h}{\partial t} = \text{div} [\mathbf{K} \nabla h] \quad (7.16)$$

Donde S_s es el coeficiente de almacenamiento específico, h la carga hidráulica y \mathbf{K} es el tensor de conductividad hidráulica.

Lo novedoso de nuestra ecuación es que las estrategias de los agentes pueden ser cuánticas,

es decir que permiten la existencia de estados mezclados y con ello entrelazamiento. Con lo cual uno podría considerar que la Ec 16. es la aproximación clásica del fenómeno cuántico (desde la perspectiva probabilística) de flujo subterráneo.

Conclusiones

De la revisión de algunas interpretaciones de la Mecánica Cuántica, mostramos que es posible entenderla como una teoría no kolmogoroviana de probabilidad. Dicha teoría de probabilidad requiere de un espacio infinito de probabilidades, lo cual permite su formulación usando espacios de Hilbert.

En particular, proponemos que esta formulación debe hacerse usando un modelo estadístico-contextual realista, siguiendo la interpretación cuántica de Växjö. De esta manera hemos propuesto una nueva teoría estadístico-centextual del agua subterránea, basada en seis principios heurísticos. Esta nueva teoría permite la complementaridad y el entrelazamiento.

Hemos mostrado que existe una relación entre series de tiempo $1/f$ y la posibilidad de usar una teoría estadístico-contextual, lo cual podría ser la clave para entender por que este tipo de ruido aparece en tan diversos fenómenos como la Mecánica Cuántica [70, 71, 72, 73], Biología [76, 74, 75] o incluso en la Medicina [77]. Nuestra conjetura es que la ubicuidad del ruido $1/f$ es debido a la ubicuidad de la dependencia contextual en la naturaleza.

Finalmente hemos propuesto una nueva ecuación de flujo obtenida mediante un método nuevo basado en la teoría cuántica de juegos. Mostramos la gran similitud de esta nueva ecuación con la clásica, pero destacamos que la nuestra permite estrategias cuánticas, es decir estados mezclados y entrelazamiento.

Bibliografía

- [1] Einstein, A., 1905, Über die von der molekularkinetischen Theorie der Wärme geforderte Bewegung von in ruhenden Flüssigkeiten suspendierten Teilchen". *Annalen der Physik* 17: 549–560. Retrieved 2008-08-25. English translation: "Investigations on the theory of Brownian Movement". Translated by A.D Cowper
- [2] Planck, Max. (1900). "Entropy and Temperature of Radiant Heat." *Annalen der Physik*, vol. 1. no 4. April, pg. 719-37.
- [3] cited in Apendix A of Daniel F. Styer (Cambridge University Press, Cambridge, U.K., 2000). Purchase through CUP U.S. server or CUP U.K. server. (ISBNs: hardback 0-521-66104-8; paperback 0-521-66780-1.) (154 plus xiv pages.)
- [4] Einstein, A., 1905. "Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt". *Annalen der Physik* 17: 132–148. Retrieved 2008-02-18.
- [5] Einstein to Conrad Habicht, May 18 or 25, 1905. In Klein, Kox, and Schulmann (1993), p. 31; Beck (1995), p. 20
- [6] Einstein, A., 1909a. "Zum gegenwärtigen Stand des Strahlungsproblems." *Physikalische Zeitschrift* 10, 185–193. In Stachel (1989), pp. 542–550; Beck (1989), pp. 357–375.
- [7] Kuhn, T., 1978, *Black-Body Theory and the Quantum Discontinuity: 1894-1912* (Clarendon Press, Oxford)
- [8] Compton, A. H., 1923a, "A Quantum Theory of the Scattering of X-Rays by Light Elements," *Physical Review* 21, 483–502. In Shankland (1973), pp. 382–401.

- [9] Compton, A. H., 1923b, "The Total Reflexion of X-Rays." *Philosophical Magazine* 45, 1121–1131. In Shankland (1973), pp. 402–412.
- [10] de Broglie, L. *Recherches sur la théorie des quanta* (Researches on the quantum theory), Thesis (Paris), 1924; L. de Broglie, *Ann. Phys. (Paris)* 3, 22 (1925).
- [11] Bohr, N., 1913a, "On the Constitution of Atoms and Molecules, Part I". *Philosophical Magazine* 26: 1–24.
- [12] Bohr, N., 1913b, "On the Constitution of Atoms and Molecules, Part II Systems Containing Only a Single Nucleus". *Philosophical Magazine* 26: 476–502.
- [13] Bohr, N., 1913c, "On the Constitution of Atoms and Molecules, Part III Systems containing several nuclei". *Philosophical Magazine* 26: 857–875.
- [14] W. Heisenberg, Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen, *Zeitschrift für Physik*, 33, 879-893, 1925 (received 29 July 1925). [English translation in: B. L. van der Waerden, editor, *Sources of Quantum Mechanics* (Dover Publications, 1968) ISBN 0-486-61881-1 (English title: "Quantum-Theoretical Re-interpretation of Kinematic and Mechanical Relations").]
- [15] Schrödinger, E., 1926, "An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules". *Physical Review* 28 (6): 1049–1070. doi:10.1103/PhysRev.28.1049.
- [16] Heisenberg, W., 1927, "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik", *Zeitschrift für Physik* 43 (3–4): 172–198, doi:10.1007/BF01397280.
- [17] Heisenberg, W., 1930, *Physikalische Prinzipien der Quantentheorie*, Leipzig: Hirzel English translation *The Physical Principles of Quantum Theory*. Chicago: University of Chicago Press, 1930.
- [18] W. Heisenberg, Über quantentheoretische Umdeutung kinematischer und mechanischer Beziehungen, *Zeitschrift für Physik*, 33, 879-893, 1925 (received 29 July 1925). [English translation in: B. L. van der Waerden, editor, *Sources of Quantum Mechanics* (Dover Publications, 1968) ISBN 0-486-61881-1 (English title: "Quantum-Theoretical Re-interpretation of Kinematic and Mechanical Relations").]

- [19] Schrödinger, E., 1926, "An Undulatory Theory of the Mechanics of Atoms and Molecules". *Physical Review* 28 (6): 1049–1070. doi:10.1103/PhysRev.28.1049.
- [20] Heisenberg, W., 1927, "Über den anschaulichen Inhalt der quantentheoretischen Kinematik und Mechanik", *Zeitschrift für Physik* 43 (3–4): 172–198, doi:10.1007/BF01397280.
- [21] Heisenberg, W., 1930, *Physikalische Prinzipien der Quantentheorie*, Leipzig: Hirzel English translation *The Physical Principles of Quantum Theory*. Chicago: University of Chicago Press, 1930.
- [22] Kennard, E. H., 1927, "Zur Quantenmechanik einfacher Bewegungstypen", *Zeitschrift für Physik* 44 (4–5): 326, doi:10.1007/BF01391200.
- [23] von Neumann, J., 1932, *Mathematical foundations of quantum mechanics*, Reprinted Princeton landmarks in mathematics and physics Volume 2 of Investigations in physics (1996)
- [24] Jammer, M., 1974, *The Philosophy of Quantum Mechanics*, New York: Wiley.
- [25] Khrennikov, A., 2008, Probabilistic foundations of quantum mechanics and quantum information, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0309066v1>
- [26] Hardy, L., 2001, Quantum Theory From Five Reasonable Axioms, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0101012v4>
- [27] Weinberg, S., 2005, Einstein's Mistakes in Physics Today; see subsection "Contra quantum mechanics"
- [28] Einstein, A., Podolsky B., Rosen N., 1935, Can quantum mechanical description of physical reality be considered complete?, *Phys. Rev.* 47, 777-780.
- [29] Faye, J., 2008, Copenhagen Interpretation of Quantum Mechanics", *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*, Edward N. Zalta (ed.), <http://plato.stanford.edu/entries/qm-copenhagen/>
- [30] Peres, A., 1999, Popper's experiment and the Copenhagen interpretation, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/9910078v1>
- [31] Bohr, N., 1935, Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality be Considered Complete?, *Physical Review* 48, 696–702.

- [32] Bohr, N., 1939, The causality problem in modern physics, in *New Theories in Physics* (Paris: International Institute of Intellectual Cooperation) pp. 11–45.
- [33] Bohr, N., 1949, Discussion with Einstein on Epistemological Problems in Atomic Physics, in P. A. Schilpp (ed.) *Albert Einstein, Philosopher-Scientist* (Evanston: Library of Living Philosophers) pp. 201–241.
- [34] Kolmogorov, A., 1933. *Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeitsrechnung*. Berlín: Julius Springer.
- [35] Khrennikov, A., 2001a, Foundations of Probability and Physics, Round table, <http://arxiv.org/abs/quant-ph/0101085>
- [36] Khrennikov, A., 2003a, Probabilistic foundations of quantum mechanics and quantum information, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0309066v1>
- [37] Shiryayev, A., 1991, *Probability*. Springer, Heidelberg
- [38] Khrennikov, A., 2003b, On Fundamental Principle of Quantum Theory, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0204008v2>
- [39] Khrennikov, A., 1999. *Interpretations of Probability*, VSP, Utrecht.
- [40] Bulinskia, A. and Khrennikov, A., 2002, Nonclassical Total Probability Formula and Quantum Interference of Probabilities, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0206030v1>
- [41] Khrennikov, A., 2003c, Växjö Interpretation of Quantum Mechanics, <http://lanl.arxiv.org/abs/quant-ph/0202107v2>
- [42] , A., 2004, Växjö interpretation-2003: realism of contexts, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0401072v1>
- [43] Khrennikov, A. and Volovich, I. 2000a, Numerical experiment on interference for macroscopic particles, <http://lanl.arxiv.org/abs/quant-ph/0111159>
- [44] Khrennikov, A., 2001b, Linear representations of probabilistic transformations induced by context transitions. *J. Phys.A: Math. Gen.*, 34, 9965-9981.
- [45] Khrennikov, A., 2000b, Origin of quantum probabilities. Proc. Conf. a o "Foundations of Probability and Physics", Växjö-2000, Sweden; editor A. Khrennikov, p. 180-200, WSP, Singapore (2001).

- [46] Schreiber, Z., 1995, The Nine Lives of Schrödinger's Cat o On the interpretation of non-relativistic quantum mechanics <http://arXiv.org/abs/quant-ph/9501014v5>
- [47] Galloway, D., 2010, The complex future of hydrogeology, *Hydrogeology Journal*,18: 807–810
- [48] Narasimhan, T., 2005, Hydrogeology in North America: past and future. *Hydrogeol J* 13:7–24
- [49] Narasimhan, T., 2007, Limitations of science and adapting to nature. *Environ Res Lett* 2. doi:10.1088/1748-9326/2/3/034003
- [50] Fryar, A., 2007, The future of hydrogeology, then and now: a look back at O.E. Meinzer's perspectives, 1934 to 1947. *Ground Water* 45(2):246–249
- [51] Schwartz, F. and Ibaraki, M., 2001, Hydrogeological research: Beginning of the end or end of the beginning? *Ground Water* 39 (4):492–498
- [52] Miller, C. and Gray, W., 2002, Hydrogeological research: just getting started. *Ground Water* 40(3):224–231
- [53] Tartakovsky DM, Winter CL (2008) Uncertain future of hydrogeology. *J Hydrol Eng* 13:37–39. doi:10.1061/(ASCE)1084-0699(2008)13:1
- [54] López-Corona, O., Padilla, P. and Escolero, 2011, O. A new approach based on quantum game theory of groundwater to resolve the old problem of the tragedy of the commons. En preparación
- [55] Eliazar, I. and Klafter, J., A unified and universal explanation for Lévy laws and $1/f$ noises, *PNAS* July 28, 2009 vol. 106 no. 30 12251–12254.
- [56] Eliazar, I. and Klafter, J., 2010, A Randomized Central Limit Theorem, *Chemical Physics* 370 (2010) 290–293.
- [57] L. de la Peña, A. Valdés-Hernández and A. M. Cetto, 2009, Quantum Mechanics as an Emergent Property of Ergodic Systems Embedded in the Zero-point Radiation Field, *FOUNDATIONS OF PHYSICS* Volume 39, Number 11, 1240-1272, DOI: 10.1007/s10701-009-9348-z
- [58] Khrennikov, A., 2010, Quantum correlations and dynamics from classical random fields valued in complex Hilbert spaces <http://arxiv.org/abs/0905.4791v3>

- [59] Berkowitz, B., Klafter, J., Metzler, R., and Scher, H., 2002, Physical Pictures of Transport in Heterogeneous Media: Advection-Dispersion, Random Walk and Fractional Derivative Formulations <http://arXiv.org/abs/cond-mat/0202327v2>
- [60] Meerschaert, M., 2002, Governing equations and solutions of anomalous random walk limits, *PHYSICAL REVIEW E*
- [61] Boyer, D., Frank, A., Fossion, R. and López-Corona, O. 2011, $1/f$ noise as a result of the interaction of an agent moving in disordered media. En preparación
- [62] Fleckenstein, J., Niswonger, R., and Fogg, E., 2006, River-Aquifer Interactions, Geologic Heterogeneity, and Low-Flow Management, Vol. 44, No. 6—GROUND WATER—November–December 2006 (pages 837–852)
- [63] Koltermann, C.E., and S.M. Gorelick. 1996. Heterogeneity in sedimentary deposits—A review of structure-imitating, process-imitating, and descriptive approaches. *Water Resources Research* 32, no. 9: 2617–2658.
- [64] De Marsily, G., F. Delay, V. Teles, and M.T. Schafmeister. 1998. Some current methods to represent the heterogeneity of natural media in hydrogeology. *Hydrogeology Journal* 6, no. 1: 115–130.
- [65] Kracklauer, A., 2001, Is “entanglement” always entangled?, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0108057v2>
- [66] Khrennikov, A. 2008, Bell-Boole Inequality: Nonlocality or Probabilistic Incompatibility of Random Variables?, *Entropy* 2008, 10, 19-32
- [67] Accardi, L. and Regoli, M., 2000, Non-locality and quantum theory: new experimental evidence, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0007019v1>
- [68] Accardi, L. and Regoli, M., 2001, The EPR correlations and the chameleon effect, <http://arXiv.org/abs/quant-ph/0110086v1>
- [69] Simon, B., Simon, S., Gori, F., Santarsiero, M., Borghi, R., Mukunda, N. and Simon, R., 2010, Nonquantum entanglement resolves a basic issue in polarization optics, *Phys. Rev. Lett.* 104:023901
- [70] Bohigas, O. Giannoni, M., and Schmit, C., 1984, Characterization of chaotic quantum spectra and universality of level fluctuation laws, *PRL* 52 (1984) 1.

-
- [71] Faleiro, E., Kuhl, U., Molina, R., Munyoz, L., Relanyo, A. and Retamosa, J., 2006, Power spectrum analysis of experimental sinai quantum billiards, *PLA358* (2006) 251.
- [72] Haq, R., Pandey, A. and Bohigas, O., 1982, Fluctuation properties of nuclear energy levels do theory and experiment, *agree, PRL48* (1982) 1086.
- [73] Relanyo, A., Gómez, J., Molina, R., Retamosa, J. and Faleiro, E., 2002, Quantum chaos and 1 over f noise, *PRL89* (2002) 244102
- [74] Cavagna, A., Cimorelli, A. et al., Scale-free correlations in bird flocks, *arXiv* 0911.4393.
- [75] J. Buhl, D.J.T. Sumpter et al., 2006, From disorder to order in marching locusts, *Science* 312 (2006) 1402.
- [76] Boyer, D. and López-Corona, O. Self-organization scaling and collapse in a coupled automaton model of foragers, *J. Phys. A*42 (2009) 434014
- [77] Goldberger, A. 2002, Fractal dynamics in physiology: alterations with disease and aging, *PNAS* 99 (2002) 2466
- [78] López-Corona, O., Padilla, P. and Escolero, O., 2011, Continuum formulation of spatially extended games and the applicability in groundwater. En preparación

A planetary boundary is, 'a specific point related to a global-scale environmental process is [meant] beyond which humanity should not go', because this could hamper human development profoundly (Steffen et al. 2011: 2).

Climate Change impose a Planetary Boundary over the total amount of CO₂ ppm in the atmosphere. To avoid catastrophic effects the **CO₂ must be <350ppm**

Due to human activities global impacts as Climate Change, there is almost no more distinction between the Environmental and the SES

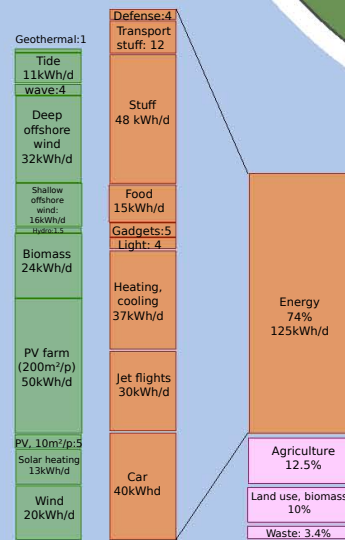
The CO₂ is also the biophysical variable triggering **Ocean Acidification**

Sun light is a Planetary Constrain. It is the ultimate sustainable energy source.

Sunlight
(λ) ≈ 500nm, S ↓, F ↑

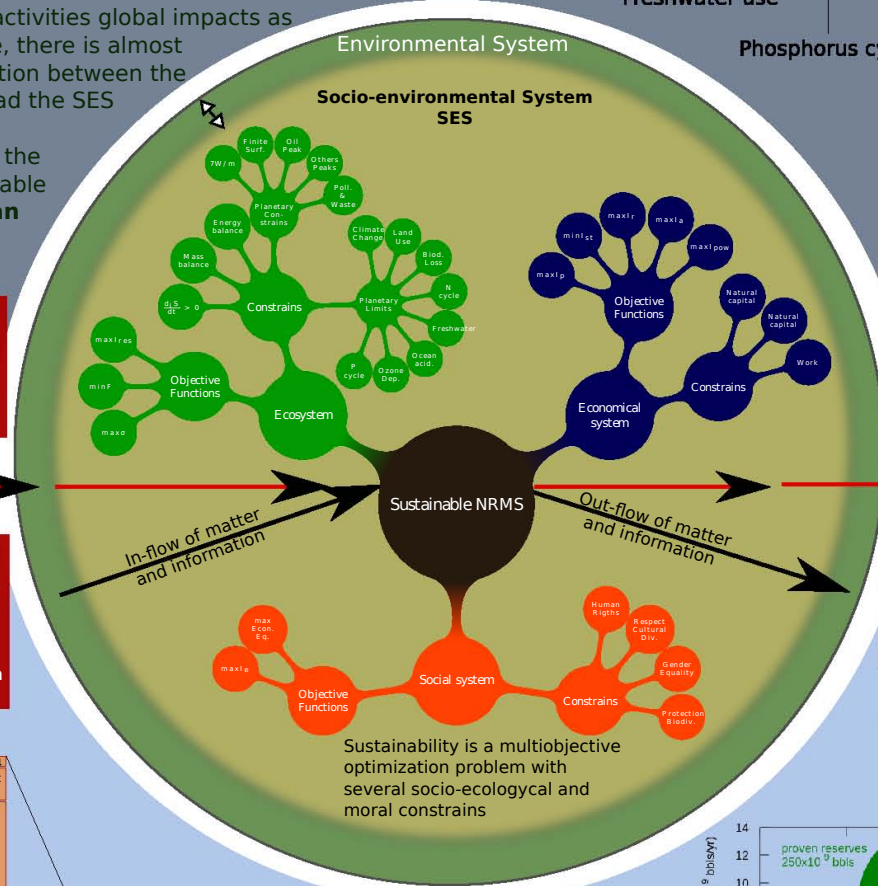
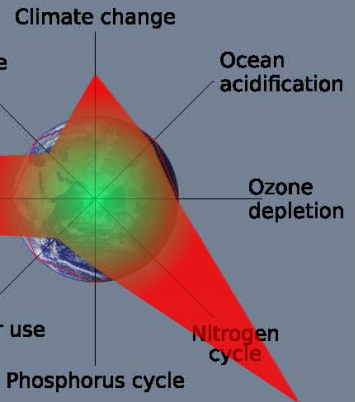
Higher atmosphere 1366W/m².
Lower atmosphere ~ 1000W/m²

Maximum useful work is less than 7W/m²



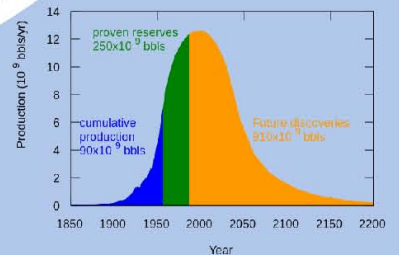
A Planetary constrain is biophysical process that do not present a global scale threshold but it does impose limits to the global dynamics

Energy is a Planetary Constraint
The most significant contribution to Climate Change comes from the energy sector, which has several physical limitations to be obtained from sustainable sources. Ultimately maximum useful work is less than 7W/m²
Right now we have a negative balance meaning energetic sustainability is not possible under the current lifestyle



Sustainability is ultimately a moral concept, a set of rules that allow people to live together in reasonable harmony between them and the other entities of the SES

Sustainability involves solving wicked problems of deep complexity



Peak of materials as oil or metals impose some Planetary Constrains
The era of cheap high energetic oil is over. Oil energy return rate has gone from 100:1 in 1930 to 18-12:1 in 2007

