



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA**  
**(INGENIERÍA DE SISTEMAS) – (INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES)**

PROPUESTA DE UNA ESTRATEGIA HORIZONTAL DE INVERSIÓN MEDIANTE  
LA COMBINACIÓN DE NOTAS ESTRUCTURADAS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTORA EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
ISABEL PATRICIA AGUILAR JUÁREZ

TUTOR PRINCIPAL  
DR. FRANCISCO VENEGAS MARTÍNEZ  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. DICIEMBRE, 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: Dr. José Jesús Acosta Flores  
Secretario: Dra. Idalia Flores de la Mota  
Vocal: Dr. Francisco Venegas Martínez  
1<sup>er.</sup> Suplente: Dr. Javier Suárez Rocha  
2<sup>do.</sup> Suplente: Dr. Miguel Ángel Gutiérrez Andrade

Lugar o lugares donde se realizó la tesis: FACULTAD DE INGENIERÍA, UNAM.

**TUTOR DE TESIS:**

**DR. FRANCISCO VENE GAS MARTÍNEZ**



-----  
**FIRMA**

(Segunda hoja)

Agradezco a cada uno de los miembros de mi jurado sus comentarios y aportaciones para mejorar la calidad de este trabajo, así como su disposición para orientarme a lo largo del desarrollo de esta tesis. De manera muy especial, les agradezco su cercanía y el interés mostrado en mi formación y en la conclusión de mis estudios. Su apoyo y constante motivación han sido para mí un motor y un ejemplo sin los cuales no habría podido concluir este trabajo.

Particularmente agradezco al Dr. Francisco Venegas Martínez su apoyo y su paciencia, así como la confianza que depositó en mí aceptando dirigirme este trabajo. La experiencia de trabajar con él ha sido para mí invaluable pues me ha permitido aprender tanto de sus conocimientos teóricos y prácticos como de su calidad humana. Gracias por la motivación y por ayudarme a salir adelante sobre todo en los momentos en que el desaliento parecía vencerme.

Debo reconocer de manera especial a todas aquellas personas que Dios ha querido poner a mi lado para acompañarme y llenarme de su amor. Este no es un logro personal sino una meta que hemos alcanzado entre todos, pues cada uno me ha aportado una parte muy importante para alcanzarlo. No tengo cómo agradecerles, solamente puedo ofrecerle a cada uno mi cariño.

Mi mamá, que sin pensar en el cansancio se esfuerza día a día en apoyarme y darme su cariño y confianza.

Mi papá<sup>†</sup>, que estoy segura que en todo momento intercede por mí ante Dios.

Mis hermanos y sus esposas, siempre presentes con su apoyo incondicional, sus consejos y sus palabras de aliento.

Mis sobrinos, incluyendo a mis sobrinos políticos, que desde siempre han sido mi orgullo y un gran motivo para vivir. Su apoyo, su compañía y su cariño son y han sido fundamentales en mi vida.

Mis amigos, que comparten conmigo su alegría y su cariño, sus experiencias y conocimientos. Ha sido muy importante su apoyo, su cercanía y motivación. Gracias por sus oraciones, su disposición para ayudarme y su confianza.

# Índice general

<b>Introducción</b>	<b>5</b>
<b>1. Productos derivados</b>	<b>13</b>
1.1. Fundamentos . . . . .	13
1.2. Contratos a plazo y futuros . . . . .	14
1.3. Contratos de opciones . . . . .	17
1.4. El Modelo de Black - Scholes para valorar una opción . . . . .	26
1.5. Opciones binarias y barrera . . . . .	33
1.6. Coberturas especiales basadas en opciones . . . . .	37
<b>2. Notas estructuradas</b>	<b>49</b>
2.1. Productos estructurados . . . . .	49
2.2. Aspectos básicos . . . . .	52
2.3. Notas estructuradas . . . . .	53
2.4. Consideraciones de regulación de las notas estructuradas . . . . .	54
2.5. Valuación de los instrumentos y medidas del riesgo . . . . .	55
2.6. Valuación de Cedes para tipo de cambio . . . . .	71
<b>3. Estrategia de inversión mediante la combinación de notas estructuradas</b>	<b>77</b>
3.1. Estructura vertical . . . . .	78
3.2. Estructura horizontal . . . . .	80
3.3. Valor de la estrategia . . . . .	81
3.3.1. Valuación del cede call spread . . . . .	82
3.3.2. Valuación del cede put spread . . . . .	83
3.3.3. Valuación de la etapa horizontal de la propuesta . . . . .	84
3.4. Ejemplo de aplicación de la estrategia de inversión vertical-horizontal propuesta	87
3.4.1. Conformación de la estructura vertical . . . . .	87
3.4.1.1. Valuación del cede call spread . . . . .	88
3.4.1.2. Valuación del cede put spread . . . . .	89
3.4.2. Conformación y valuación de la estructura horizontal . . . . .	94
3.4.3. Análisis de sensibilidad . . . . .	99
3.4.3.1. Casos de éxito . . . . .	99
3.4.3.2. Casos fallidos . . . . .	103

3.4.4.	Análisis de los resultados . . . . .	106
3.4.5.	Comparación con otras oportunidades de inversión . . . . .	107
3.4.5.1.	Comparación con la inversión en la estructura vertical . . . . .	107
3.4.5.2.	Comparación con la inversión en el cede a tasa fija de BBVA Bancomer . . . . .	109
<b>Conclusiones</b>		<b>111</b>
<b>Referencias bibliográficas</b>		<b>115</b>
<b>Bibliografía complementaria</b>		<b>117</b>

## RESUMEN

El presente trabajo presenta una propuesta de estrategia de inversión compuesta por la combinación de varias notas estructuradas. La combinación que se propone considera dos dimensiones, primero una vertical, que consiste en la combinación de notas estructuradas con el mismo período de vigencia, que garanticen un flujo de efectivo pronosticable al vencimiento de esta estructura, y una dimensión horizontal que considera la integración en la estructura final de una nueva nota estructurada cuya vigencia inicia al vencimiento de la estructura vertical. Esta estructuración permite actualizar el precio del activo subyacente en el transcurso de la vigencia de la estructura propuesta así como ampliar el plazo de la inversión, garantizando el capital inicial y ofreciendo la posibilidad de un rendimiento mayor al del mercado con bajo nivel de riesgo.

## ABSTRACT

This work analyses the conformation of a new structured product as a portfolio of structured notes. This portfolio proposes a structure on two dimensions. The vertical dimension considers the portfolio that consists of a cede call spread and a cede put spread with the same standing period. The objective of the vertical structure is to obtain a forecasted payoff that will constitute the nominal inversion on the horizontal dimension, whose standing period begins when the vertical structure ends. The horizontal dimension assumes a cede knock out down-and-out and analyses a possible rebate to be paid if the barrier is not under passed. This structured product permits the actualization of the underlying price within the life of the inversion and extends the standing period of it, offers a warranted principal and makes possible to gain a better return than that of the market, with a low risk level.





# Introducción

El desarrollo de toda nación depende de manera muy importante de la captación de recursos provenientes de la inversión y su utilización en las empresas, ya que el buen uso de los recursos producirá crecimiento económico, generará empleos y motivará a los inversionistas a arriesgar sus capitales con el fin de obtener por ello un premio acorde al nivel de riesgo aceptado, mismo que se refleja como rendimiento que acrecienta la riqueza del inversionista. Sin embargo, el inversionista, generalmente adverso al riesgo, se interesa en aquellas oportunidades de inversión que, teniendo menor riesgo de pérdida, le ofrezcan un rendimiento mayor. En esta búsqueda de oportunidades de inversión que ofrezcan menor riesgo y mayor rendimiento se han desarrollado una amplia gama de instrumentos financieros, mismos que se ponen a la disposición del inversionista a través de los mercados de capitales (Bolsa Mexicana de Valores (BMV), en México), de dinero, el mercado de derivados tanto organizado (MexDer, en México) como los no organizados (OTC), o bien las instituciones Financieras.

Algunos de los instrumentos financieros desarrollados se pueden clasificar como instrumentos de captación, como los bonos, los contratos con instituciones financieras y las acciones, principalmente, en tanto que otros tal vez se pueden considerar más bien como instrumentos de protección contra el riesgo financiero, tal es el caso de los productos derivados y los productos estructurados. Sin embargo, la premisa siempre es la búsqueda de rendimientos mayores asociados a una exposición menor al riesgo de pérdida del patrimonio personal o de la empresa, asociado ya sea al desempeño de la empresa en que se invierte, o a cambios económicos tales como el precio de las divisas o la variabilidad de los intereses.

## Desarrollo histórico de la administración de riesgo

Podría pensarse que los primeros intentos por controlar el riesgo consistieron en el desarrollo de metodologías para la selección de portafolios tales como la de Markowitz o de la desviación media absoluta, entre otras, de manera que el riesgo se reduzca por la diversificación; y que la negociación de productos derivados es mucho más reciente, pero no es así. Parece haber constancia de la existencia de contratos de derivados en Mesopotamia (1750

a.C.) en los que el bien subyacente eran “esclavos”, algún otro contrato de Derivado, mencionado por Aristóteles, para manipular el mercado de Aceite de Oliva (hace aproximadamente 2500 años) según refiere MexDer (2005). También existe constancia de que ya en el siglo XVII se manejaban contratos de futuros o contratos a plazo (forwards) en la compra-venta de diversos productos - no necesariamente financieros - tales como arroz en Japón y bulbos de tulipanes en Holanda, como comentan Elvira y Larraga (2008). No obstante, no fue sino hasta el siglo XIX, cuando nació el primer mercado organizado de Derivados en Chicago EE.UU. en donde se abrió el Chicago Board of Trade (CBOT). De ahí en adelante, se han establecido gran cantidad de mercados más alrededor del mundo, y en 1994 en México, el MexDer según se hace constar en el documento “Antecedentes” publicado por Mexder, Grupo BMV (2013).

Con el tiempo y el rápido desarrollo de las tecnologías de información ha aumentado la competencia en los mercados y se tiene un acceso mucho más ágil a la información relacionada con el precio y el rendimiento de los activos, así como a la información y negociación de instrumentos disponibles en otros mercados, situación que ha propiciado la creación de nuevos productos que intentan al mismo tiempo, satisfacer de una mejor manera las necesidades tanto de los emisores como de los inversionistas, de captación de recursos a través de inversiones más rentables y seguras. Entre los instrumentos desarrollados se encuentran los productos derivados, los derivados exóticos y los productos estructurados, entre los que sobresalen las notas estructuradas.

Knop (2002) comenta que en los Estados Unidos, entre las décadas de los 80 y los 90, se empezaron a realizar y se intensificaron las actividades de estructuración, a través de las cuales se comenzaron a diseñar productos financieros, prácticamente a la medida de cada inversionista, ofreciéndole opciones de inversión que maximizaran el rendimiento de su inversión, partiendo del nivel de riesgo que el propio inversionista estuviera dispuesto a soportar. A partir de entonces, los productos estructurados, y en particular las notas estructuradas han tomado gran auge en los mercados financieros y se han desarrollado de manera vertiginosa, existiendo propuestas de estructuración para los diferentes objetivos del inversor, que pueden ser, protección al 100 % de su inversión, especulación, protección parcial de la inversión y maximización de los rendimientos, entre otros.

## Problemática

En toda inversión es posible identificar dos aspectos: el proyecto a financiar cuya factibilidad depende de la consecución de los recursos necesarios para su realización, y las utilidades generadas por la realización del proyecto, las cuales se utilizarán para recompensar la inversión ya sea a través del pago de intereses cuando la inversión fue a través de un contrato de deuda o bien de dividendos cuando se invirtió a través de títulos de propiedad.

Independientemente de la forma en que se realice la inversión, el inversionista esperará lo-

grar el máximo beneficio posible y de la forma más segura a su alcance. Esto significa que, dada la escasez de recursos económicos, los proyectos deben competir en el mercado para lograr obtener dichos recursos. Desde luego, la forma de competir será a través de la relación riesgo-rendimiento, en donde la decisión favorecerá a aquella oportunidad de inversión que para un nivel de riesgo especificado y aceptado por el inversor, ofrezca la mayor rentabilidad.

El problema al que se enfrentan continuamente las instituciones financiera y en el que incursionaremos con esta investigación es la búsqueda y el desarrollo de nuevos instrumentos de inversión que respondan a las necesidades de los inversionistas, en particular en el desarrollo de oportunidades de inversión que le permitan al inversor conseguir rendimientos superiores a los del mercado y controlar el riesgo asociado a dicha inversión.

## Objetivo general

El objetivo de este trabajo es desarrollar una estrategia de inversión que, conformada como portafolio de notas estructuradas mantenga la característica de alta calidad crediticia de dicho tipo de estructuras y constituya una oportunidad de inversión a corto plazo atractiva para aquellos inversionistas interesados en una amplia cobertura para su riesgo no diversificable y rendimiento superior al del mercado.

## Objetivos específicos

1. Presentar algunos conceptos fundamentales de los productos derivados, especialmente de las opciones y algunos productos de cobertura especiales basados en opciones, así como su forma de valuación mediante la fórmula de Black-Scholes.
2. Mostrar las notas estructuradas más ampliamente negociadas en México así como algunas notas estructuradas basadas en el tipo de cambio peso-dólar y su forma de valuación utilizando la fórmula de Black-Scholes.
3. Mostrar una forma de estructuración vertical-horizontal diferente de la vertical usada en los mercados, que permita ampliar el período de vigencia de la estructura, así como presentar de manera detallada la valuación de este tipo de estructuración, usando la fórmula de Black-Scholes, y analizar la pertinencia de incorporar el pago de un reembolso en la estructura propuesta.

## Hipótesis

La propuesta de inversión vertical-horizontal produce, en general, portafolios con mejores rendimientos que otras alternativas.

## Organización del trabajo

Con el fin de alcanzar los objetivos propuestos, es necesario conocer los fundamentos de los productos derivados y de algunos instrumentos especiales de cobertura así como su forma de valuación, pues estos instrumentos están inmersos en las estructuras. En el caso particular de las notas estructuradas, las opciones y algunos instrumentos de cobertura son parte fundamental de la estructura y por tanto es indispensable conocer alguna forma de determinar su valor. Por lo anterior el trabajo se estructura de la siguiente manera: En el primer capítulo se presentan aspectos teóricos básicos de los productos derivados, poniendo especial interés en las opciones y su forma de valuación usando la fórmula de Black – Scholes. Asimismo, en este capítulo se presentan algunos instrumentos especiales para la cobertura del riesgo construidos con base en opciones, tales como los FRA's, caps, floors y collars, por ser instrumentos utilizados para la estructuración de algunas de las notas estructuradas más negociadas en nuestro país. En el capítulo 2 se revisan algunos conceptos fundamentales de las notas estructuradas tales como la forma de estructuración, una forma de valuación basada en la aplicación de la fórmula de Black-Scholes, algunos aspectos de regulación y algunas de las estructuras más negociadas. En el capítulo 3 se presenta la estrategia propuesta de inversión y cobertura conformada como un portafolio de notas estructuradas en una estructura vertical-horizontal, así como su forma de valuación. En el mismo capítulo se analiza el rendimiento obtenido con diversos portafolios construidos con la misma estrategia pero distintos parámetros y se comparan con los resultados que se obtendrían en otro tipo de inversiones con riesgo similar. Por último, se incorpora un capítulo de conclusiones.

## Estado del arte

Un producto estructurado según Lamothe y Pérez (2003), es “el resultado de utilizar el valor financiero generado por distintas figuras de derivados sobre diferentes activos subyacentes basándose en la volatilidad, combinadas con los rendimientos generados por la estructura de la curva cupón cero a un plazo de tiempo determinado. Es decir, partimos de los rendimientos que genera un instrumento financiero clásico de inversión (bono, depósito a plazo, certificado, etc.) combinado con los flujos financieros positivos o negativos que genera la utilización de una serie de derivados, básicamente opciones, sobre distintos activos subyacentes”. De otra manera, podemos decir como Hens y Rieger (2009), que un producto estructurado es un portafolio compuesto fundamentalmente por un instrumento clásico de renta fija o variable

y productos derivados que en muchos casos son opciones.

Probablemente entre los productos estructurados más ampliamente utilizados y negociados, se encuentran las notas estructuradas, las cuales, de acuerdo con McCann y Cilia (1994) son portafolios híbridos, compuestos por instrumentos de deuda combinados con productos derivados. Generalmente el instrumento de deuda es un bono cuponado flotante como comenta Venegas-Martínez(2007). Entre las razones que han permitido la amplia aceptación de las notas estructuradas se cuentan las que mencionan McCann y Cilia (1994): En períodos de bajas tasas de rendimiento en los que es difícil lograr rendimientos aceptables, las notas estructuradas ofrecen la posibilidad de obtener rendimientos superiores a los del mercado, reflejan la percepción que tiene el inversionista acerca del mercado, en su mayoría tienen una alta calidad crediticia debido a los bonos que se incorporan en su estructura. Las notas estructuradas pueden servir al inversionista como protección contra el riesgo no diversificable, protección que es una de las principales aplicaciones de este tipo de instrumentos.

De acuerdo con el objetivo que se desee alcanzar con la nota estructurada, será la estructuración de la misma, es decir, las características del derivado que se integre, el vencimiento de la nota, etc. Esto implica que existe una enorme variedad de notas estructuradas y de hecho, constantemente se generan nuevas notas estructuradas con características específicas, con el fin de cubrir las expectativas tanto del inversionista como del emisor.

Desde finales de los años 90 se incrementó mucho el uso de los productos estructurados como instrumentos de inversión debido a la protección que tienen incorporada siendo, como refiere Blümke (2009), los bancos de Suiza y Alemania los que manejaban los mayores volúmenes de dinero invertidos en este tipo de productos en 2007, pues lo inversionistas reconocían que los rendimientos producidos por este tipo de instrumentos asociados a un nivel de riesgo dado, no se podían replicar por inversiones en acciones o bonos. El acelerado crecimiento en la demanda de productos estructurados fue tan sorprendente tanto para los inversionistas como para las instituciones financieras y reguladoras, que no se contaba con regulación adecuada ni sistemas suficientes para administrar esta clase de negocios. Sin embargo, el aumento en la demanda de este tipo de productos se debe, como mencionamos antes a los rendimientos que han generado pero muy probablemente muchos de los inversionistas en ellos no conocen los productos mismos, es decir, no saben cómo están conformados ni de qué manera funcionan y se valúan y tampoco el riesgo que se corre al invertir en estos instrumentos, simplemente invierten en ellos por recomendación de algún asesor y esperan los rendimientos prometidos, por lo tanto la demanda se puede concentrar en cierto tipo de producto a pesar de no ser la mejor opción para todo inversor como refiere Blümke (2009), tal es el caso de la estructura conocida como “worst-of barrier reverse convertible” que fue altamente negociada en Suiza, y durante la crisis de crédito en Estados Unidos ocurrida en 2007-2008 provocó grandes pérdidas, o bien otros productos como el “certificado de descuento” en Alemania o el “leveraged stock accumulator” en Hong Kong, Singapur y otras ciudades de Asia, entre otros casos.

A pesar de las malas experiencias vividas con los productos estructurados, tales como las mencionadas anteriormente y algunas otras pérdidas importantes que se atribuyeron, tal vez injustamente, al uso de estos mismos productos los estructurados han sido y siguen siendo atractivos para muchos inversionistas, más aún, en muchos casos son oportunidades adecuadas de inversión para inversores que desean obtener rendimientos sin demasiada exposición al riesgo.

Actualmente en los diversos mercados del mundo existe gran variedad de productos estructurados los cuales se distribuyen generalmente a través de las instituciones bancarias. Los hay con principal garantizado o no y referenciados a diferentes subyacentes tales como índices bursátiles, índices sectoriales, títulos de renta fija o variable e incluyen opciones call, put, binarias, etc. y en algunos casos consideran algún nivel de reembolso, sin embargo, la complejidad de algunos de ellos hace que su nivel de negociación sea limitado.

En México, de la misma manera que en otros países, se negocian productos estructurados a través de las instituciones bancarias. Bancos como BancoRegio, Santander Serfin, Banamex, Bbva Bancomer y HSBC entre otros ofrecen a sus clientes la inversión en Certificados de Depósito de renta fija, y en algunas ocasiones, de renta variable, en la mayoría de los casos negocian productos con principal garantizado. Por otro lado, recientemente algunos de estos bancos empezaron a ofrecer a sus clientes la inversión en notas estructuradas con capital garantizado la mayoría de ellas y amortización al vencimiento de la nota, sin embargo no se tiene acceso, a través de los sistemas del banco a más características de estos productos, excepto tal vez los plazos de la inversión, de 28 días en algunos casos y 91 o 180 días en otros, lo cual limita hasta cierto punto, el conocimiento que pueda tener el cliente sobre la conformación y funcionamiento de estas estructuras, ya que la información, en ocasiones está restringida a la que ofrezcan en sucursal o en la instancia correspondiente de la institución bancaria.

De acuerdo con la información obtenida de las diversas fuentes consultadas, no se encuentra la referencia a estructuraciones que sean horizontales como la que se propone en este trabajo. Sí existen estructuras que permitan actualizar el valor del subyacente en algún momento de la vigencia del producto, también se mencionan productos que tienen una estructura en etapas, como lo es el depósito estructurado referenciado al ciclo económico a 36 meses, utilizado en España, pero que no es un portafolio “horizontal” de notas estructuradas, lo cual constituye una propuesta novedosa de nuestro trabajo.

Por último, en relación con la forma de valuación del producto que estamos diseñando, esta involucra la valuación de los bonos inmersos en cada una de las notas utilizadas, como el valor presente de los flujos de efectivo que producirán. El resto de la valuación requiere de la valuación de las opciones incorporadas en cada una de las notas estructuradas consideradas en nuestra estructuración. Para hacer esta valuación existen diversos métodos como el árbol binomial, la simulación o la fórmula de Black-Scholes. Dado que la mayor parte de los documentos revisados para la elaboración de este trabajo utilizan para la valuación de los

cedes la fórmula de Black-Scholes, decidimos utilizar esa misma forma de valuación, a pesar de que existan otras metodologías para hacerlo, ya que el objetivo del trabajo se centra en el desarrollo de una nueva estructura y aunque definitivamente su valuación es muy importante, el hacerlo mediante la fórmula mencionada no encierra un grado de dificultad que oriente a preferir alguna otra metodología.

## **Contribución a la teoría y práctica de portafolios de inversión**

El presente trabajo presenta una propuesta de estructura vertical-horizontal como estrategia de inversión, que está compuesta por una combinación de notas estructuradas. Esta propuesta de estructuración contiene aportaciones en tres sentidos:

1. Se propone una estructura vertical como portafolio de notas estructuradas que genera un payoff que se puede determinar desde la construcción, es decir, un flujo de efectivo libre de riesgo al vencimiento de dicha estructura, superior al de una inversión por un monto igual en títulos sin riesgo.
2. Se propone la conformación de una estructura que incluye la integración horizontal de notas estructuradas, en la cual una nota inicia su vigencia al vencimiento de un portafolio inicial de notas estructuradas ampliando de esta manera el período de inversión con protección. Esta propuesta de estructuración produce, en general, mejores rendimientos que otras alternativas de inversión, incluyendo aquellas que siendo también portafolios de notas estructuradas corresponden a estructuras verticales.
3. Esta propuesta de estructuración permitirá la actualización del precio del subyacente dentro del período de vigencia de la inversión, lo cual puede reducir el riesgo de la inversión por considerarse plazos de pronóstico más breves.
4. Se analiza el efecto de la inclusión de un reembolso en la opción barrera en el flujo de efectivo al vencimiento de la opción, inclusión que no es común que se utilice en la práctica.

Consideramos que la aportación de este trabajo puede establecer el punto de partida para el diseño de otras estructuras elaboradas con una metodología similar, que permita a los estructuradores ampliar su oferta de instrumentos a los inversionistas que puedan ser atractivas por su protección y rendimiento.





# Capítulo 1

## Productos derivados

### 1.1. Fundamentos

**Definición 1.1** *Un derivado es un contrato financiero entre dos o más partes, cuyo precio se deriva del precio de otro activo llamado activo subyacente.*

Los principales tipos de derivados son:

- I) Contratos a plazo,
- II) contratos de futuros,
- III) contratos de opciones,
- IV) operaciones swap.

**Definición 1.2** *Un contrato a plazo es una transacción en la que el comprador y el vendedor acuerdan la entrega de una determinada cualidad y cantidad de activo (generalmente una materia prima o producto) en una fecha futura también determinada a un precio que se fija por adelantado. En estos contratos los precios se negocian en forma privada.*

**Definición 1.3** *Un contrato de futuros es un acuerdo en firme entre un comprador y un vendedor sobre la compra-venta de un activo determinado en una fecha futura también preestablecida. El precio del contrato variará de acuerdo con el mercado pero es fijo cuando la operación se cierra. El contrato también tiene una especificación tipo para que ambas partes sepan exactamente lo que están contratando. Este tipo de contratos se negocian en las bolsas.*

**Definición 1.4** *Un contrato de opción confiere el derecho pero no la obligación de comprar (call) o vender (put) un instrumento o activo subyacente determinado a un precio también determinado (el llamado precio de ejercicio) hasta o en una fecha concreta en el futuro (el vencimiento). El precio para tener este derecho lo paga el comprador del contrato de opción al vendedor y se conoce como prima.*

**Definición 1.5** *Una operación de swap es la compra y venta simultánea de una obligación o activo subyacente similar, de capital equivalente, en la que el intercambio de acuerdos financieros proporciona a ambas partes de la transacción condiciones más favorables que las que de otra forma podrían obtener.*

Existen razones diversas por las que los inversionistas deciden el uso de los derivados. Algunas de ellas son:

- a) Costos más bajos en los fondos internacionales.
- b) Mejores tipos de cambio en los mercados internacionales.
- c) Cobertura de los riesgos de los precios.
- d) Diversificación de los fondos y de la gestión del riesgo.

Algunos de estos contratos se pueden negociar de manera privada, como los contratos a plazo, cara a cara, fuera de una bolsa establecida. Este tipo de contratos se conocen como contratos OTC (over the counter).

Asimismo, existen instrumentos que se ciñen a las condiciones contractuales y a las convenciones del mercado más o menos izadas, esto es, no poseen características especiales. Estos instrumentos se conocen como vainilla simple. Por su parte, aquellos instrumentos que tienen características más especializadas, se conocen como exóticos.

## 1.2. Contratos a plazo y futuros

Los mercados en los que pueden tener lugar las operaciones de activos e instrumentos financieros son:

- a) Mercados de contado, cash o spot que son mercados físicos
- b) Mercados a plazo o de futuros.

Las operaciones de contado suelen realizarse en el mercado OTC. Estas operaciones no están reguladas y cada transacción se negocia individualmente especificando una fecha de entrega concreta del producto, así como el lugar, la calidad y la cantidad. El riesgo que se corre es cierta incertidumbre en el cumplimiento del contrato por ambas partes, ya que por ser contratos privados, sus condiciones no se dan a conocer y carecen de transparencia. Sin embargo, algunos operadores dan precio de contado para las operaciones a dos días, de acuerdo con las condiciones usadas en los mercados FX, que son mercados en los que se compran y venden monedas extranjeras. No obstante, el plazo de contado varía entre 2 y 15 días en el caso de productos de energía.

Como ya se había mencionado, un contrato a plazo es una transacción en la que el comprador y el vendedor acuerdan la entrega de una determinada calidad y cantidad de un activo en una fecha futura concreta, en el que el precio se acuerda por adelantado. Este tipo de contratos no son objeto de transacción bursátil, sino por el contrario son contratos OTC . En realidad, estos contratos no son negociables, no tienen valor, no tienen ningún pago implicado puesto que sólo son un acuerdo para comprar o vender en una fecha futura y no son ni un activo ni un pasivo.

El precio a plazo se determina sumando al precio de contado un costo de portaje o financiamiento. El costo de portaje involucra pagos y recibos por almacenaje, seguros transporte, pago de intereses, recibos de dividendos, etc.

Las principales características de los contratos a plazo son las siguientes:

1. Son vinculantes y no negociables, digamos intransferibles.
2. Son hechos a la medida del cliente y no son objeto de información.
3. Son negociables con respecto a:
  - I) Tamaño del contrato
  - II) Grado de entrega del activo
  - III) Lugar de la entrega
  - IV) Fecha de la entrega.

A pesar de ser contratos no regulados y debido a ello, este tipo de contratos tiene la ventaja de fijar los precios del subyacente en una fecha futura, pero tiene la desventaja de que, si los precios de contado se mueven en una dirección u otra en la fecha de liquidación, no hay forma de salirse del acuerdo. Ambas partes están sujetas a las ganancias o pérdidas potenciales que son vinculantes.

Por su parte, los contratos de futuros surgen en 1860 para resolver los problemas y desventajas que presentaban los contratos a plazo. Los aspectos que regulaban estos contratos son: la calidad y cantidad del bien objeto del contrato y la fecha y lugar de entrega del mismo. En realidad con esta regulación, la única condición del contrato que quedaba sin regular era el precio, el cual quedaba abierto a la negociación entre las partes y se acordaba de viva voz en la lonja de contratación. Por tanto el precio acordado era conocido por todos los operadores presentes, y por tanto, era transparente.

Actualmente, un contrato de futuros es un acuerdo contractual en firme entre un comprador y un vendedor respecto de un activo específico mediante el cual se compromete la compra o venta del activo en una fecha futura concreta. El precio del contrato variará según el mercado, pero queda fijado cuando se cierra la operación. El contrato también contiene

una especificación estándar para que ambas partes sepan exactamente cuál es el objeto de la operación.

Entre los principales activos sobre los que se pueden hacer contratos de futuro están las materias primas y los productos financieros. Dependiendo del tipo de activo, cambian los métodos para cotizar los precios y acordar las condiciones de entrega y de pago.

Los futuros financieros comprenden contratos basados en tipos de interés, precios de obligaciones, tipos de cambio de divisas o índices de acciones. Este tipo de contratos tienen las siguientes características relevantes:

1. Están estandarizados.
2. Se realizan en un mercado establecido.
3. Son abiertos y sus precios se publican.
4. Están organizados por una cámara de compensación.

La existencia de la cámara de compensación implica que el contrato no se realiza directamente entre el comprador y el vendedor, sino entre cada uno de ellos y la cámara de compensación, la cual es contraparte tanto del comprador como del vendedor, les proporciona protección y permite que la negociación se realice de forma más libre.

Si el contrato se vence, la entrega se debe realizar según las condiciones estipuladas en el mismo, sin embargo, no es éste el único movimiento que ocurre en relación con el contrato de futuros. Un contrato de futuros funciona de la siguiente manera:

Cuando se acuerda el contrato, ambas partes pagan a la cámara de compensación un depósito inicial del 5 % o 10 % del valor total del contrato. Este pago se conoce como margen. Con este margen inicial la cámara de compensación constituye una cuenta para el comprador y otra para el vendedor.

Dado que cualquiera de las partes puede vender su contrato en cualquier momento en la vida el mismo, diariamente se ajusta al cierre de las operaciones bursátiles el valor del contrato. En caso de que el precio del contrato cambie, se debe ajustar el margen aportado por el comprador y el vendedor, de manera que se mantenga el nivel de margen establecido. Cuando el margen de cualquiera de las partes queda excedido por el cambio de precio, esta parte tendrá una utilidad, la cual puede retirar. Si por el contrario el margen de cualquiera de las partes queda corto por el cambio de precio, se dice que hubo una pérdida y es necesario pagar un margen extra llamado margen de variación. Preferentemente estos pagos se harán en la misma divisa que el contrato.

El objetivo de hacer estas llamadas de margen es garantizar que ambas partes (comprador y vendedor) cumplirán con sus obligaciones contractuales. Los márgenes iniciales están

sujetos a cambios dependiendo de la volatilidad del mercado y la percepción de riesgo. En ocasiones se requieren márgenes más altos cuando los vencimientos son más próximos.

Salvo los representantes de la cámara de compensación, todos los participantes del mercado deberán realizar sus operaciones a través de sus agentes.

## ¿Quién usa los contratos de futuros?

Entre quienes utilizan los contratos de futuros se encuentran los hedgers que son personas que actúan en el mercado buscando proteger la posición que tiene un activo, de futuros movimientos adversos del precio.

La protección se logra tomando una posición en el mercado de futuros igual y opuesta a la que se tiene en el mercado de contado. Así, para lograr la cobertura corta se toma una posición futura corta para compensar una posición actual larga en el mercado de contado. En tanto que para lograr una cobertura larga se toma una posición futura larga para compensar una posición actual corta en el mercado de contado. Pero ¿qué son las posiciones larga y corta?

La *posición corta* de un inversionista es en la que el número de contratos vendidos por él sobrepasa el número de contratos comprados. La persona es un vendedor nato.

En la *posición larga* de un inversionista el número de contratos comprados sobrepasa el número de contratos vendidos por él. Se trata de un comprador nato.

Podríamos decir entonces, que se asume una posición corta cuando se vende y una larga cuando se compra un contrato de futuros.

## 1.3. Contratos de opciones

Los contratos de opciones se han manejado desde épocas muy remotas. Ya en 1630 se hacían negociaciones del tipo de las opciones entre los productores y comerciantes de tulipanes holandeses. Hacia 1820 se empezaron a negociar opciones sobre acciones en el mercado de valores de Londres, y en 1860 sobre materias primas en los Estados Unidos en el mercado OTC, sin embargo se tenían problemas debido a la falta de regulación y el incumplimiento de contratos, entre otras razones.

No fue sino hasta 1973 cuando se establecieron entre las operaciones bursátiles del Chicago Board Options Exchange (CBOE) los contratos de opciones sobre materias primas, y hacia 1978 LIFFE operaba opciones sobre un número limitado de valores del Reino Unido. Las operaciones con opciones en los mercados se realizan de forma muy similar a las operaciones

con futuros y utilizan el mismo sistema de compensación y entrega.

Hacia finales de los años 80 y principios de los 90, los mercados OTC de derivados ofrecían una amplia variedad de opciones para satisfacer las necesidades financieras de sus clientes. Estos mercados han tenido un crecimiento impresionante a partir de 1991.

Las razones por las cuales los operadores usan las opciones son las siguientes:

1. Para buscar cobertura y protegerse de los movimientos adversos del precio del instrumento subyacente.
2. Para especular sobre incrementos o reducciones del precio de mercado del instrumento subyacente.
3. Para arbitrar oportunidades entre mercados e instrumentos.

## Tipos principales de opciones

1. Tasas de Interés
  - a) Opciones sobre futuros de tipos de interés
  - b) Opciones sobre FRAs-garantías de tipo de interés.
  - c) Opciones sobre swaps de tipos de interés-swaptions.
2. Divisas
  - a) Opciones sobre efectivo.
  - b) Opciones sobre futuros de divisas.
3. Capital
  - a) Opciones sobre capitales individuales.
  - b) Opciones sobre futuros de índices de valores.
4. Materias primas
  - a) Opciones sobre productos físicos.
  - b) Opciones sobre futuros de mercancías.

Un contrato de opciones es un contrato que confiere a su poseedor el derecho, pero no la obligación, de comprar o vender un activo subyacente específico a un precio determinado, en un período o fecha futura específica conocida como *fecha de vencimiento*.

En inglés, suele llamarse *holder* al comprador de una opción mientras que al vendedor de la opción se le llama *writer o grantor*. En la negociación de una opción, quien desea convertirse en holder, debe pagar una *prima* al vendedor, la cual corresponde al pago de una comisión mediante la cual adquiere el derecho a ejercer la opción.

Cuando el comprador de la opción decide comprar o vender según sus derechos, se dice que *ejerce* la opción, en tal caso, el vendedor de la opción tiene la obligación de comprar o vender de acuerdo con el contrato. Asimismo, cuando el operador compra un contrato se dice que toma una *posición larga*, mientras que si lo vende, se dice que toma una *posición corta*.

Una opción de compra recibe el nombre de *call* en tanto que una de venta se conoce como *put*. Estos nombres se acuñaron en el mercado OTC, iniciado en el siglo XIX en los Estados Unidos y corresponden a los términos en inglés “llamar” y “poner”, respectivamente.

Como se dijo antes, todas las opciones se instrumentan sobre un activo subyacente y el precio de negociación del activo, garantizado en el contrato se conoce como *precio de ejercicio o strike*.

Una forma de clasificación de las opciones proviene de la fecha en la que se puede ejercer el contrato:

- a) Si la opción se puede ejercer en cualquier momento entre las fechas de adquisición y de ejercicio, la opción se dice *opción Americana*. Esto significa que la opción se puede ejercer de forma adelantada, lo cual ofrece mayor flexibilidad al comprador, flexibilidad que impacta en el precio de la opción, haciéndola más cara que una opción europea.
- b) Una opción que sólo se puede ejercer en la fecha de vencimiento estipulada en el contrato se conoce como *opción Europea*.

Esta clasificación surge de las condiciones establecidas, históricamente, para el ejercicio de las opciones emitidas en los Estados Unidos de América, y el mercado Europeo organizado inicial (European Option Exchange, EOE) de Amsterdam en 1977. Aunque actualmente se negocian ambas modalidades en los diferentes mercados del mundo. Debido a la flexibilidad de las opciones americanas, su uso es más común .

- c) Existen también opciones con una estructura más complicada que la de una opción estándar de compra o venta, que incorpora elementos o restricciones especiales, éstas reciben el nombre de *opciones exóticas*. Un tipo de opción exótica es la llamada opción asiática. Las opciones asiáticas suelen utilizarse cuando el precio del subyacente puede ser volátil o sensible a las manipulaciones del mercado.

En una opción cualquiera el comprador decidirá ejercer la opción siempre que los precios de mercado del activo subyacente cambien de manera que pueda obtener beneficios al ejer-



cerla. En cambio, el vendedor tendrá una pérdida por el ejercicio, en favor del comprador y está obligado a aceptarla. Es claro entonces, que el riesgo del vendedor es mayor que el del comprador. Por lo anterior, se requiere que exista una compensación monetaria (la prima) para el vendedor, por el riesgo adicional asumido.

De acuerdo con la forma de ejercer una opción, ésta se puede clasificar en alguna de las siguientes tres categorías:

**Sobre el contado:** Suponen que la opción se ejerce con la compra-venta al contado del activo subyacente.

**Sobre instrumentos a plazo (forward):** El ejercer la opción posibilita al comprador a posicionarse como comprador o vendedor de un forward (de divisas, tasas de interés, etc.)

**Sobre futuros:** Ejercer la opción posibilita al comprador a comprar o vender un futuro dentro del mercado de futuros.

Aunque los tres tipos de opciones mencionadas se negocian actualmente, las más negociadas son las opciones americanas sobre futuros.

Por otro lado, de acuerdo con el subyacente con que se instrumenta la opción se puede encontrar una amplia gama de opciones, las cuales se pueden clasificar en 4 grandes tipos:

- a) Opciones sobre acciones.
- b) Opciones sobre divisas.
- c) Opciones sobre tasas de interés y/o instrumentos de deuda.
- d) Opciones sobre índices bursátiles.

## Mercado organizado vs mercado OTC

Históricamente, el mercado de opciones era OTC, hasta la aparición del CBOE (Chicago Board of Exchange) que fue el primer mercado organizado de opciones, con el cual se liberó a los participantes del riesgo de incumplimiento o riesgo de contrapartida, a través de la incorporación de la cámara de compensación.

Si se comparan los mercados organizados de opciones con el OTC, se encuentra que los mercados organizados son estandarizados en términos de vencimiento, precio de ejercicio y tipo de opción (call o put), mientras que en el mercado OTC los contratos son a la medida. En este mercado OTC la fluctuación de los precios de las opciones es libre, en tanto que en los mercados organizados existen siempre límites mínimos y en algunos también límites máximos.

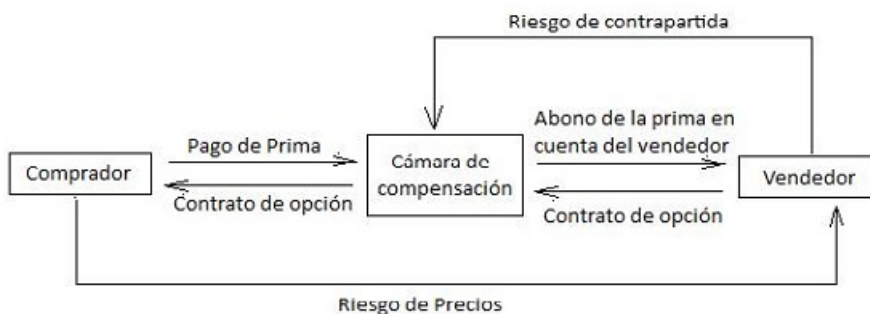


Figura 1.1: Funcionamiento del mercado organizado de opciones.

**Fuente:** Lamothe, “Opciones y productos estructurados”

En relación con el funcionamiento del mercado organizado de opciones, podemos decir que el vendedor vende la opción a la cámara de compensación, es decir, la cámara de compensación funge como contraparte del vendedor, al mismo tiempo que busca un comprador para la opción y la vende a cambio de recibir una prima, misma que la cámara abona a la cuenta del vendedor. Al mismo tiempo, el comprador transfiere al vendedor el riesgo de precios, que proviene de movimientos en los precios del subyacente que hacen atractivo el ejercicio de la opción. Además el vendedor transfiere a la cámara de compensación el riesgo de contrapartida. Por su parte, en el mercado OTC el trato es directo entre comprador y vendedor y cada uno asume el riesgo correspondiente a su posición. Esquemáticamente, el funcionamiento de cada tipo de mercado se muestra en las figuras 1.1 y 1.2

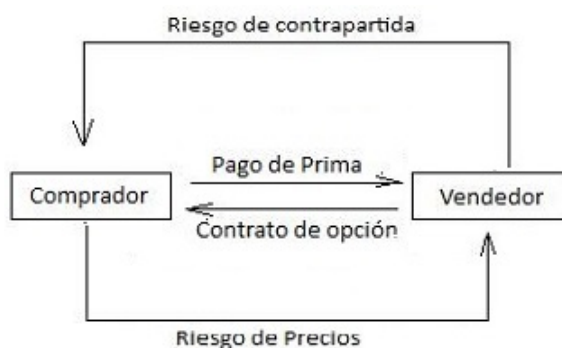


Figura 1.2: Funcionamiento del mercado OTC de opciones.

**Fuente:** Lamothe, “Opciones y productos estructurados”

El cuadro 1.1 muestra las principales diferencias entre los contratos de opciones negociados en los mercados organizado y OTC.

Características	OTC	Organizado
1. Término del contrato	Ajustados a las necesidades de ambas partes.	Son estandarizados.
2. Lugar de mercado	Cualquiera.	Mercado específico.
3. Fijación de precios	A través de negociaciones.	Cotización abierta (por subasta).
4. Fluctuación de precios.	Libre.	En algunos mercados existen límites.
5. Relación entre comprador y vendedor	Directa.	A través de la cámara de compensación.
6. Depósito de garantía	No es usual.	Siempre existen para el vendedor, a través de los márgenes.
7. Calidad de cobertura	A la medida.	Aproximadamente.
8. Riesgo de contrapartida.	Lo asume el comprador.	Lo asume la cámara de compensación.
9. Seguimiento de posiciones.	Exige medios especializados.	Es fácil a través de la prensa económica.
10. Regulación	No existe regulación en general.	Existen tanto regulación gubernamental como autoregulación.
11. Liquidez	En muchos contratos es escasa.	Es amplia en los mercados consolidados.

Cuadro 1.1: Contratos del mercado organizado vs Contratos OTC

Como se puede ver, una diferencia importante entre los mercados organizado y OTC, es la existencia de la cámara de compensación, misma que absorbe las siguientes funciones:

1. Asume y gestiona el riesgo de contrapartida, eliminándolo para el comprador.
2. Facilita la operación del mercado, compensando constantemente las posiciones. Por ejemplo vendiendo una opción igual a la comprada.
3. Reduce el riesgo de contrapartida asumido, exigiendo a los operadores depósitos de garantía los cuales se revalúan diariamente para reflejar posibles pérdidas o beneficios de la posición de venta de opciones.

## Valor de una opción

Como se mencionó antes, una característica importante de un contrato de opción es la prima que debe pagar el comprador a cambio del contrato. Esta prima está relacionada con otras características de la opción tales como los precios strike y de ejercicio, los intereses y el período de vencimiento. Con base en lo anterior se pueden identificar dos partes que conforman la prima:

1. **Valor Intrínseco** es el valor que tendría la opción en un momento determinado si se ejerciera inmediatamente. La forma de determinar este valor es la siguiente:

Opción de compra	Opción de venta
$V_c = \max[0, S - E]$	$V_p = \max[0, E - S]$

En donde,

$V_c, V_p$ : Valor intrínseco de una opción de compra o de venta, respectivamente.

$S$ : Precio del subyacente.

$E$ : Precio de ejercicio.

- a) Si una opción tiene valor intrínseco positivo, se conoce como opción **dentro del dinero** (in-the-money; ITM). Una opción dentro del dinero es una opción tal que  $S > E$  si es opción call, o  $S < E$  si es put. y se dice que está dentro del dinero porque su ejercicio produce un beneficio al poseedor.
  - b) Si una opción tiene valor intrínseco nulo ( $S = E$ ), su ejercicio no producirá ni beneficio ni pérdida, y recibe el nombre de **en el dinero** (at-the-money; ATM).
  - c) Por último, una opción es **fuera de dinero** (out-of-the-money; OTM) si su ejercicio implica una pérdida para el poseedor, es decir, su valor intrínseco es cero, pero no se ejercerá pues  $S < E$  si la opción es call y  $E < S$  si la opción es put.
2. **Valor Tiempo, valor temporal o valor extrínseco** es el valor que, según el mercado, tiene las probabilidades de mayores beneficios con la opción, si el movimiento del precio del activo subyacente es favorable. Por tal razón la determinación de este valor depende de la distribución asumida para las variaciones futuras de dichos precios. Así,
    - a) Las opciones “fuera de dinero” sólo tienen valor tiempo.

Factor	Valor de la opción call	Valor de la opción put
<b><i>Exógenos:</i></b>		
• Precio Subyacente	Aumenta	Disminuye
• Volatilidad	Aumenta	Aumenta
• Dividendos	Disminuye	Aumenta
• Tasa de interés	Aumenta	Disminuye
<b><i>Endógenos:</i></b>		
• Plazo	Aumenta	Aumenta
• Precio de ejercicio	Disminuye	Aumenta

Cuadro 1.2: Factores que determinan el valor de una opción

- b) Las opciones “dentro de dinero” tienen el menor valor tiempo, más pequeño entre más dentro de dinero esté.
- c) Las opciones “en el dinero” son las que tienen máximo valor tiempo, es decir, el valor tiempo se maximiza cuando  $S = E$ .

El valor total de una opción es la suma de los valores intrínseco y extrínseco, por lo que una forma de determinar el valor total de la opción es calcular de manera separada cada una de sus partes y sumar. Sin embargo, la mayoría de los modelos usados para determinar el valor de una opción, optan por calcular dicho valor directamente. Para ello, es necesario analizar los factores que determinan el valor de la opción.

Existen básicamente seis factores que determinan el valor de una opción, cuatro determinados por los mercados (exógenos) y dos determinados en el contrato de la opción (endógenos). En el cuadro 1.2 se muestra el efecto que tendría en el valor de la opción el crecimiento (alza) del valor de cada factor.

También ocurre que las variaciones en el precio del subyacente influyen en forma directa en las expectativas del precio al vencimiento de la opción. Los incrementos en la volatilidad de los precios del subyacente producen aumentos de las primas de las opciones, puesto que el

vendedor tiene mayor probabilidad de perder y el comprador mayor probabilidad de ganar con el ejercicio de la opción. Pero de los seis factores mencionados, la volatilidad es el único desconocido al momento de estimar precios y hacer transacciones con opciones.

Es importante aclarar que cuando se refiere al dividendo, esto corresponde propiamente a los casos en los que el subyacente es una acción o un índice. Sin embargo, se puede incluir en ese factor a la tasa de interés de la divisa cuando el subyacente es una divisa, o los pagos de cupones cuando la opción es sobre bonos del tesoro. Es decir, como dividendos se asumen los pagos que realice el activo subyacente por diversos conceptos, según su naturaleza. Por otro lado, el efecto que tiene la tasa de interés sobre la prima de la opción no es tan importante como el que producen los otros factores.

Independientemente de la forma que se utilice para realizar el cálculo de la prima de la opción, esta prima se encontrará entre los rangos que se mencionan a continuación y que se conocen como *límites para el valor de una opción call*:

1. El valor de una opción call, siempre es mayor o igual a cero.
2. El valor de una opción call debe ser mayor o igual al valor del activo subyacente menos el valor presente del precio de ejercicio menos el valor presente de la renta (dividendos) del activo subyacente hasta el vencimiento de la opción.

$$C \geq S - E(1 + i)^{-T} - D$$

donde  $i$  es la tasa de interés y  $D$  el valor presente de las rentas a pagar por el subyacente hasta el plazo de vencimiento de la opción.

3. Una opción de compra no puede valer más que el activo subyacente,

$$C \leq S$$

4. El precio de una opción call no puede ser inferior al de otra opción equivalente con un precio de ejercicio superior

$$C(S, E_1, T) \geq C(S, E_2, T) \text{ si } E_1 \leq E_2$$

5. La diferencia de precios entre dos opciones call no puede ser mayor que el valor presente de la diferencia de sus precios de ejercicio.

$$(E_2 - E_1)(1 + i)^{-T} \geq C(S, E_1, T) - C(S, E_2, T) \text{ si } E_2 \geq E_1$$

6. Una opción call debe tener un precio superior al de las opciones equivalentes con menor plazo de vencimiento.

$$C(S, E, T_1) \geq C(S, E, T_2) \text{ si } T_1 > T_2$$

7. Si se tienen tres opciones con precios de ejercicio  $E_3 > E_2 > E_1$ , el valor de una opción intermedia no debe exceder el valor medio ponderado de las otras dos opciones, de manera que

$$C(S_1, E_2, T) \leq \frac{E_3 - E_2}{E_3 - E_1} C(S_1, E_1, T) + \frac{E_2 - E_1}{E_3 - E_1} C(S_1, E_3, T)$$

lo cual implica que la prima de una opción call es una función convexa del precio de ejercicio.

Así como existen límites para la prima de una opción call, también se pueden establecer ***límites para la prima de una opción put.***

1.  $P \geq 0$
2.  $P(S, E, T) \geq E(1+i)^{-T} + D - S$
3.  $P(S, E, T) \leq E(1+i)^{-T} + D$ , de donde,

$$E(1+i)^{-T} + D \geq P(S, E, T) \geq \max(0, E(1+i)^{-T} + D - S)$$

4.  $P(S, E_2, T) \geq P(S, E_1, T)$  si  $E_2 > E_1$ , justo a la inversa que la opción call.
5.  $(E_2 - E_1)(1+i)^{-T} \geq P(S, E_2, T) - P(S, E_1, T)$  si  $E_2 > E_1$
6.  $P(S, E, T_1) \geq P(S, E, T_2)$  si  $T_1 > T_2$
7.  $P(S, E_2, T) \leq \frac{E_3 - E_2}{E_3 - E_1} P(S, E_1, T) + \frac{E_2 - E_1}{E_3 - E_1} P(S, E_3, T)$

## 1.4. El Modelo de Black - Scholes para valorar una opción

El valor teórico de una opción es el valor presente del esperado de los beneficios que dicha opción puede proporcionar. Es así que el modelo desarrollado por Black y Scholes para valorar una opción sobre una acción, partió de los siguientes supuestos:

- 1) El mercado funciona sin fricciones, lo cual significa que no existen costos de transacción, información ni impuestos y los activos son perfectamente divisibles.

- II) Las transacciones suceden de forma continua y existe plena capacidad para realizar compras y ventas en descubierto sin restricciones ni costos especiales.
- III) No hay oportunidades de arbitraje menos arriesgadas.
- IV) Los agentes pueden prestar y endeudarse a una misma tasa libre de riesgo.
- V) La tasa de interés a corto plazo,  $r$ , se expresa en forma de tasa instantánea y se supone conocida y constante en el horizonte de valuación de las opciones.
- VI) Las opciones son europeas y el subyacente, que corresponde a una acción, no paga dividendos en el horizonte de valuación.
- VII) El precio del subyacente se comporta como un movimiento Browniano, es decir, de acuerdo a una distribución lognormal o los rendimientos se distribuyen como una normal.
- VIII) La volatilidad del precio del subyacente se mantiene constante a través del tiempo.
- IX) El subyacente se puede negociar en cualquier fracción de unidad.

El rendimiento del subyacente,  $S_T/S_t$ , que no tasa de rendimiento del subyacente, proviene de comprar el subyacente en el tiempo  $t$  a un precio  $S_t$  y venderlo en el tiempo  $T$ , a un precio  $S_T$ . Si  $S_T < S_t$ , el rendimiento será menor a uno, lo cual significa una pérdida asociada al movimiento; si  $S_T > S_t$  el rendimiento será mayor a uno, implicando una ganancia asociada al movimiento.

Al momento de la compra del subyacente, el precio  $S_t$  es fijo y conocido, en tanto que el precio  $S_T$  es desconocido e indeterminable, es decir, es una variable aleatoria que depende de  $S_t$  y se puede identificar como un movimiento Browniano con media  $S_t e^{r(T-t)}$ , en donde  $r$  es la tasa instantánea esperada de rendimiento del activo, y si la desviación estándar del rendimiento instantáneo es  $\sigma$ , la varianza de  $S_T$  cuando el precio al tiempo  $t$  es  $S_t$  es  $S_t^2 e^{2r(T-t)} (e^{\sigma^2(T-t)} - 1)$  que, por supuesto, depende de  $T$ . Por tanto, el rendimiento del subyacente es una variable que debe su aleatoriedad a la de  $S_T$ , de donde provienen también sus características de media y varianza.

Si se considera, entonces, un mundo neutral al riesgo, es decir, en el que el inversionista no requiere mayor rendimiento para aceptar mayor riesgo, el rendimiento logarítmico del subyacente,  $\ln(\frac{S_T}{S_t})$  tiene una distribución normal con media  $\mu - \frac{\sigma^2}{2}(T-t)$  y varianza  $\sigma^2(T-t)$ .

Es así que, estandarizando,

$$Z = \frac{\ln(\frac{S_T}{S_t}) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \sim N(0, 1)$$

Llamemos  $s$  a los valores de  $S_T$ , entonces



$$s = S_t e^{z\sigma\sqrt{T-t} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}$$

$$f_{S_T|S_t}(s|S_t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)}} \exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\}$$

$$ds = S_t \sigma \sqrt{T-t} e^{z\sigma\sqrt{T-t} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)} dz$$

El valor de la opción es el valor presente del beneficio esperado por el comprador, al adquirir la opción.

## Caso de una opción call europea con duración de $T$ años

Como se mencionó antes, el valor intrínseco de la opción es

$$V_c = \max(S_T - K, 0)$$

en donde  $K$  es el precio de ejercicio.

Considerando también el valor temporal de la opción, se tiene

$$\begin{aligned} C &= VP_t[E\{\max(S_T - K, 0)\}] \\ &= e^{-r(T-t)} E\{\max(S_T - K, 0)\} \end{aligned} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned} E\{\max(S_T - K, 0)\} &= \int_{S>K} (s - K) f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds \\ &\quad + \int_{S\leq K} 0 f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds \end{aligned} \quad (1.2)$$

Cálculo de la primera integral:  $\int_{S>K} s f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds$

$$\begin{aligned}
\int_{S>K} s f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds &= \int_{s>K} s \left[ \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2} \left( \frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right)^2\right\}}{\sqrt{2\pi}(T-t)\sigma s} \right] ds \\
&= \int_{z>K_1} \left[ \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2} \left( \frac{z\sigma\sqrt{T-t} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \right)^2\right\}}{\sqrt{2\pi}(T-t)\sigma} \right] dz \\
&= \int_{z>K_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp^{-\frac{1}{2}z^2} S_t e^{z\sigma\sqrt{T-t} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)} dz \\
&= e^{r(T-t)} S_t \int_{z>K_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z^2 - 2z\sigma\sqrt{T-t} + \sigma^2(T-t))} dz \\
&= e^{r(T-t)} S_t \int_{z>K_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(z - \sigma\sqrt{T-t})^2} dz \\
&= e^{r(T-t)} S_t \int_{w>K_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}w^2} dw \\
&= e^{r(T-t)} S_t \int_{w<-K_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}w^2} dw
\end{aligned}$$

en donde

$$\begin{aligned}
K_1 &= \frac{\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
w &= z - \sigma\sqrt{T-t} \quad y \quad dw = dz, \\
-K_2 &= \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \\
-K_2 &= d_1.
\end{aligned}$$

ya que,

$$\begin{aligned}
K_2 &= \frac{\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} - \sigma\sqrt{T-t} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) - r(T-t) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t) - \sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) - r(T-t) - \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) - (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}
\end{aligned}$$

entonces,

$$\begin{aligned}
-K_2 &= -\frac{\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) - (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= \frac{-\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= d_1
\end{aligned}$$

Por tanto, se tiene

$$\int_{S>K} s f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds = e^{r(T-t)} S_t \Phi(d_1)$$

Cálculo de la segunda integral:  $\int_{S>K} K f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds$

$$\begin{aligned}
\int_{S>K} K f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds &= \int_{s>K} K \left[ \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2}\left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\}}{\sqrt{2\pi(T-t)}\sigma s} \right] ds \\
&= K \int_{z>K_1} \frac{e^{-\frac{1}{2}z^2} S_t \sigma \sqrt{T-t} e^{z\sigma\sqrt{T-t} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}}{\sqrt{2\pi(T-t)}\sigma S_t e^{z\sigma\sqrt{T-t} + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}} dz \\
&= K \int_{z>K_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\
&= K \int_{z<-K_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz \\
&= K \Phi(-K_1)
\end{aligned}$$

en donde,

$$\begin{aligned}
-K_1 &= -\frac{\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= \frac{-\ln\left(\frac{K}{S_t}\right) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K}\right) + (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}} \\
&= d_2
\end{aligned}$$

entonces,

$$\int_{S>K} K f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds = K\Phi(d_2)$$

Por lo tanto, sustituyendo en (1.3)

$$E\{\max(S_T - K, 0)\} = e^{r(T-t)} S_t \Phi(d_1) - K\Phi(d_2)$$

y sustituyendo en (1.1), el valor de la opción es,

$$\begin{aligned} C &= e^{-r(T-t)} [e^{r(T-t)} S_t \Phi(d_1) - K\Phi(d_2)] \\ &= S_t \Phi(d_1) - K e^{-r(T-t)} \Phi(d_2) \end{aligned}$$

## Caso de una opción put europea con duración de T años

En el caso de una opción put, el valor intrínseco es

$$V_p = \max(0, K - S_T)$$

en donde  $K$  es el precio de ejercicio,

por tanto,

$$\begin{aligned} P &= VP_t[E\{\max(0, K - S_T)\}] \\ &= e^{-r(T-t)} E\{\max(0, K - S_T)\} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Calculando el valor esperado  $E\{\max(0, K - S_T)\}$ ,

$$\begin{aligned} E\{\max(0, K - S_T)\} &= \int_{S_T \geq K} 0 f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds \\ &\quad + \int_{S_T < K} (K - S_T) f_{S_T|S_t}(s|S_t) ds \\ &= K \int_{S_T < K} \frac{1}{\sqrt{2\pi(T-t)}\sigma s} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\} ds \\ &\quad - \int_{S_T < K} \frac{s}{\sqrt{2\pi(T-t)}\sigma s} \exp\left\{-\frac{1}{2} \left(\frac{\ln\left(\frac{s}{S_t}\right) - (r - \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right)^2\right\} ds \\ &= K \int_{z < K_1} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} dz - e^{r(T-t)} S_t \int_{w < K_2} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}w^2} dw \\ &= K\Phi(K_1) - e^{r(T-t)} S_t \Phi(K_2) \\ &= K\Phi(-d_2) - e^{r(T-t)} S_t \Phi(-d_1) \end{aligned}$$

De donde,

$$\begin{aligned} P &= e^{-r(T-t)}[K\Phi(-d_2) - e^{r(T-t)}S_t\Phi(-d_1)] \\ &= e^{-r(T-t)}K\Phi(-d_2) - S_t\Phi(-d_1) \end{aligned}$$

En resumen, la fórmula de Black-Scholes para valorar una opción, depende de si dicha opción es de tipo call o put, como se muestra a continuación:

**Opción call:**

$$C = S_t\Phi(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\Phi(d_2)$$

**Opción put:**

$$P = e^{-r(T-t)}K\Phi(-d_2) - S_t\Phi(-d_1)$$

Vale la pena mencionar que la fórmula de Black - Scholes se puede ampliar para el caso de opciones que pagan dividendos durante la vida de la opción.

## Paridad call - put

La paridad call - put define el equilibrio que debe existir entre los precios de las opciones de compra y de venta. Es así, que dos opciones una call y una put, con características similares de duración y precios, deben tener precios equivalentes. Esta relación se puede desarrollar a partir del precio de una opción call,

$$\begin{aligned} C &= S_t\Phi(d_1) - Ke^{-r(T-t)}\Phi(d_2) \\ &= S_t[1 - \Phi(-d_1)] - Ke^{-r(T-t)}[1 - \Phi(-d_2)] \\ &= S_t - Ke^{-r(T-t)} - [S_t\Phi(-d_1) - Ke^{-r(T-t)}\Phi(-d_2)] \\ &= Ke^{-r(T-t)}\Phi(-d_2) - S_t\Phi(-d_1) + S_t - Ke^{-r(T-t)} \\ &= P + S_t - Ke^{-r(T-t)} \end{aligned}$$

Lo cual implica la expresión de la condición de paridad call - put

$$C + Ke^{-r(T-t)} = P + S_t$$

Esta expresión puede indicar que comprar una opción call y ejercerla es equivalente a comprar una opción put y el subyacente, pero ejercer la opción, o bien, comprar una opción call y no ejercerla es equivalente a comprar una opción put, el subyacente y ejercerla.

En realidad, la principal utilidad de esta condición de paridad, es poder valorar rápidamente y de manera sencilla una opción put, si se conoce el valor de una call con características similares, y viceversa.

## 1.5. Opciones binarias y barrera

### Opciones binarias

Las opciones binarias son opciones con solamente dos pagos discontinuos. Un tipo clásico de opciones binarias son las opciones *cash-or-nothing call*, las cuales son opciones que proveen únicamente dos pagos posibles:

1. **Cero** si el precio del subyacente termina el período de vigencia por debajo del precio de ejercicio.
2. **Q** si al vencimiento el precio del subyacente supera al precio de ejercicio **K**, lo cual, en un mundo neutral al riesgo, ocurre con una probabilidad  $\Phi(d_2)$ .

Por tanto, el precio de una opción call *cash-or-nothing* es  $Qe^{-rT}\Phi(d_2)$ , con  $d_2$  definida como se hizo para valorar una opción estándar.

Por su parte, los pagos de una opción *put cash-or-nothing* serán:

1. **Q** si al vencimiento de la opción el precio del subyacente está por debajo del precio de ejercicio.
2. **Cero** si dicho precio del subyacente supera al precio de ejercicio.

Por tanto, el precio de una opción put *cash-or-nothing* es  $Qe^{-rT}\Phi(-d_2)$ .

Existen también otras opciones binarias como las *asset-or-nothing call* las cuales ofrecen un pago cero si el precio del subyacente al vencimiento de la opción fuera inferior al precio

de ejercicio establecido en el contrato. En tanto que si al vencimiento el precio del subyacente supera el precio de ejercicio, el pago será igual al precio del subyacente al inicio del contrato.

Por el contrario, los pagos asociados a una opción *put asset-or-nothing* serán  $S_0$  (el precio del subyacente al inicio del contrato), si al vencimiento el precio del subyacente es inferior al precio de ejercicio establecido en el contrato, y será cero si dicho precio del subyacente es superior al precio de ejercicio contratado.

Una opción *call* europea común, es equivalente a tomar una posición larga en una opción *call asset-or-nothing* y una posición corta en una opción *call cash-or-nothing* en donde el pago de esta última opción será igual al precio de ejercicio. De manera similar, una opción *put* europea clásica es equivalente a tomar una posición larga en una opción *put cash-or-nothing* y una posición corta en una opción *put asset-or-nothing* en donde el pago de la primera opción es el precio de ejercicio.

## Opciones barrera

Las opciones barrera son opciones cuyo pago depende de que el precio del activo subyacente alcance cierto nivel, en algún momento dentro de un periodo de tiempo determinado. Las opciones barrera se clasifican en opciones *knock out* las cuales dejan de existir cuando el precio del activo subyacente alcanza cierto valor, conocido como *barrera*, y opciones *knock in* las cuales son opciones *call* o *put* estándar que se activan cuando el precio del activo subyacente alcanza el valor barrera.

Existen básicamente cuatro tipos de opciones *knock out*, a saber: *up and out call* y *put*, y *down and out call* y *put*. A continuación presentamos la forma de valuación de las opciones *up and out* de tipo *call* y de las opciones *call down and out*, basada en la metodología de Rubinstein, Reiner y Merton, la cual esta basada en la fórmula de Black y Scholes.

1. *up-and-out call* es una opción de compra europea que se cancela cuando el precio del subyacente alcanza un nivel barrera que es mayor al precio del activo al inicio de la opción.

Considerando que el subyacente no realiza pagos de dividendos durante la vida de la opción, el pago de la opción al vencimiento se muestra en el cuadro 1.3. Este tipo de opciones se valúan como se indica a continuación:

Si  $H > K$

$$c_{uo} = S_t \Phi(d_1) - K e^{-r(T-t)} \Phi(d_2)$$

Pago	Condición
0	si $S_\tau > H_u$ para algún $\tau \in (t, T)$
0	si $S_\tau < H_u, S_T < K \forall \tau \in (t, T)$
$S_T - K$	si $S_\tau < H_u, S_T \geq K \forall \tau \in (t, T)$

Cuadro 1.3: Pago al vencimiento de una opción knock out del tipo up-and-out call

en tanto que si  $H \leq K$

$$c_{uo} = S_t \Phi(d_1) - Ke^{-r(T-t)} \Phi(d_2) - S_t \Phi(x_1) + Ke^{-r(T-t)} \Phi(x_1 - \sigma\sqrt{T-t}) - Ke^{-r(T-t)} (H/S_t)^{2\mu-2} [\Phi(-y + \sigma\sqrt{T-t}) - \Phi(-y_1 + \sigma\sqrt{T-t})] + S_t (H/S_t)^{2\mu} [\Phi(-y) - \Phi(-y_1)]$$

en donde,

$$\mu = \frac{r + \sigma^2/2}{\sigma^2}, \quad y = \frac{\ln[H^2/(S_t K)]}{\sigma\sqrt{T-t}} + \mu\sigma\sqrt{T-t}$$

$$x_1 = \frac{\ln(S_t/H)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \mu\sigma\sqrt{T-t}, \quad y_1 = \frac{\ln(H/S_t)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \mu\sigma\sqrt{T-t}$$

$$d_1 = \frac{\ln(S_t/K) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

- $H$ : es el nivel barrera establecido en el contrato,
- $S_t$ : corresponde al precio inicial del activo subyacente,
- $K$ : es el precio de ejercicio establecido en la opción,
- $\sigma$ : mide la volatilidad del precio del subyacente,
- $T - t$ : corresponde al período de vida de la opción.

2. **down-and-out call**, opción similar a la anterior, excepto que la barrera está por debajo del precio inicial del subyacente. Los pagos que realiza una opción de este tipo son los que se muestran en el cuadro 1.4.

La forma de valuar las opciones knock-out down-and-out call. considerando que el subyacente no hace pago de dividendos en el periodo de vida de la opción, es la siguiente:



Pago	Condición
0	si $S_\tau < H_L$ para algún $\tau \in (t, T)$
0	si $S_\tau > H_L, S_T < K \forall \tau \in (t, T)$
$S_T - K$	si $S_\tau > H_L, S_T \geq K \forall \tau \in (t, T)$

Cuadro 1.4: Pago al vencimiento de una opción knock out del tipo down-and-out call

Si  $H \leq K$

$$c_{do} = S_t \Phi(d_1) - K e^{-r(T-t)} \Phi(d_2) - S_t (H/S_t)^{2\mu} \Phi(y) - K e^{-r(T-t)} (H/S_t)^{2\mu-2} \Phi(y - \sigma\sqrt{T-t})$$

en donde,

$$\mu = \frac{r + \sigma^2/2}{\sigma^2}, \quad y = \frac{\ln[H^2/(S_t K)]}{\sigma\sqrt{T-t}} + \mu\sigma\sqrt{T-t}$$

Si  $H > K$

$$c_{do} = S_t \Phi(x_1) - K e^{-r(T-t)} \Phi(x_1 - \sigma\sqrt{T-t}) - S_t (H/S_t)^{2\mu} \Phi(y_1) + K e^{-r(T-t)} (H/S_t)^{2\mu-2} \Phi(y_1 - \sigma\sqrt{T-t})$$

en donde,

$$x_1 = \frac{\ln(S_t/H)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \mu\sigma\sqrt{T-t}, \quad y_1 = \frac{\ln(H/S_t)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \mu\sigma\sqrt{T-t}$$

$\mu$  definida como antes, y

$$d_1 = \frac{\ln(S_t/K) + (r + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

- $H$ : es el nivel barrera establecido en el contrato,  
 $S_t$ : corresponde al precio inicial del activo subyacente,  
 $K$ : es el precio de ejercicio establecido en la opción,  
 $\sigma$ : mide la volatilidad del precio del subyacente,  
 $T - t$ : corresponde al período de vida de la opción.

De manera equivalente a estas dos opciones, se definen las correspondientes opciones de venta *up-and-out* y *down-and-out*.

Tal vez una característica que hace atractivas al mercado estas opciones barrera, es el hecho de ser más económicas que las opciones regulares, debido a que por ser opciones binarias, existe menos incertidumbre en el pago que realizarán al vencimiento.

## 1.6. Coberturas especiales basadas en opciones

### La gestión del riesgo

Desde el punto de vista financiero, toda institución enfrenta riesgos que pueden estar relacionados con diversas variables financieras o económicas tales como movimientos en las tasas de interés o el tipo de cambio de las divisas, al incumplimiento de pago de la contraparte en contratos de crédito, etc. y para favorecer el sano desarrollo de la institución, es indispensable realizar una efectiva administración de riesgos que permita prevenir y limitar las pérdidas asociadas a los movimientos de las variables de riesgo.

Para decidir la política que se utilizará para la cobertura de los riesgos de una empresa, es necesario empezar por identificarlos, cuantificarlos y gestionarlos, para lo cual se pueden seguir los siguientes pasos:

1. Identificar la naturaleza de los riesgos que se presentan en las transacciones: riesgos de mercado, de crédito, operativos, etc.
2. Definir la política con respecto a la gestión del riesgo, es decir, decidir si habrá alguna cobertura o no, y en caso de existir, si ésta será total o parcial.
3. Determinar los activos y pasivos que van a ser afectados por las variaciones del tipo de interés o del tipo de cambio, así como la volatilidad de los flujos de efectivo y de los beneficios respecto de las variaciones de los tipos de interés y de cambio.

4. Proponer estrategias para la gestión del riesgo de cambio y de interés, identificando los productos de cobertura que se ajusten a la política establecida por el consejo de administración.
5. Realizar previsiones sobre la posible evolución de los tipos de cambio e interés e implementar estrategias, que estén de acuerdo con la líneas maestras seguidas por el consejo de administración.

Dada su importancia, nos centraremos en el caso de los riesgos asociados a la volatilidad de las tasas de interés. La estrategia que se recomiende utilizar para la cobertura del riesgo de interés, dependerá del pronóstico que se realice acerca del comportamiento futuro de las tasas de interés así como de los costos del financiamiento. Por ejemplo, si se espera que las tasas de interés aumenten en el futuro, una forma adecuada de cobertura sería aprovechar la capacidad crediticia de la empresa para contratar una deuda a tasa fija, en el mercado de capitales<sup>1</sup> y retirar su deuda a tasa flotante. Por el contrario, si se espera que las tasas de interés descendan, se debería intentar un refinanciamiento de la deuda a tasa fija, contratando deuda a tasa flotante. Entre los mecanismos comunes para la cobertura del riesgo de interés se encuentran, por ejemplo, Swap de intereses, swap a plazo, opciones de compra o venta, cap, collar, FRA<sup>2</sup>, entre otros.

## Swap de intereses

Un Swap es un contrato en el que dos partes acuerdan intercambiar flujos de efectivo en el tiempo, con el fin de mitigar las variaciones de las monedas y los tipos de interés. Los contratos Swap permiten a las partes involucradas, aprovechar las ventajas que cada una de ellas puede obtener en los diferentes mercados, pues les facilita acceder a un mercado determinado de divisas o de intereses, por ejemplo, en mejores condiciones que si intentaran hacerlo cada una por su propia cuenta logrando, según Diez de Castro y Mascareñas (1994), reducciones en los costos financieros.

Entre las razones que motivan la utilización de los swaps se pueden mencionar las siguientes: Permiten reestructurar los costos de financiamiento o los ingresos financieros con los swaps de activos, así como la deuda de la empresa sin tener que recurrir a nuevos financiamientos bancarios, favorecen que se reduzcan o mantenga fijas las tasas de interés cuando éstas tienden a subir, facilitan la consecución de tasas fijas de interés, entre otras ventajas.

Un *swap de intereses o swap de tasas de interés* es un contrato por el cual dos partes acuerdan un intercambio de intereses derivados de pagos o cobros de obligaciones, que están vigentes a tasa fija o variable y en la misma moneda, en el que no existe la transmisión

---

<sup>1</sup>El mercado de capitales es aquel en el que confluyen tanto los inversionistas como quienes requieren financiamiento para intercambiar dinero por títulos de deuda o capital con vencimiento a mediano o largo plazo.

<sup>2</sup>Forward rate agreement, por sus siglas en inglés.

del principal - cada contraparte se encargará del pago de su propia deuda -, sino solamente los pagos de intereses de la deuda del otro, los cuales pueden tener bases distintas, es decir, uno de los participantes puede acordar el pago de una tasa fija, en tanto que el otro acuerde una tasa variable. El objetivo de este tipo de contratos es reducir el costo asociado al pago de intereses, aprovechando la calidad crediticia de cada uno de los participantes en el contrato, en el mercado en el que participan. Este tipo de swap se conoce también como swap básico o plain vanilla.

## FRAs

Un FRA es un contrato OTC a plazo sobre tasas de interés, mediante el cual se acuerda el pago de cierta tasa de interés sobre cierto depósito teórico<sup>3</sup>, durante un plazo establecido y con un vencimiento específico en una fecha futura determinada.

En este tipo de contratos, existen dos contrapartes, a saber:

*Receptor fijo*: es quien recibirá una tasa de interés fija y pagará una tasa variable, sobre el monto del depósito teórico.

*Receptor flotante*: es el contratante que realizará pagos fijos y a cambio recibirá pagos flotantes.

La tasa de interés fija se establece en la fecha de la firma del contrato, mientras que la tasa flotante se especifica en el contrato y se determina en la fecha de inicio del mismo, sin embargo, en ninguna de estas fechas habrá intercambio alguno de intereses ni principal. Es importante hacer notar que las fechas mencionadas, de firma del contrato e inicio del mismo, generalmente no coinciden.

Tanto los pagos fijos como los flotantes de un FRA tienen las siguientes bases:

1. Los pagos de intereses generados por el principal teórico se realizarán a través de una liquidación por diferencias entre las tasas de interés fijo y la flotante, determinadas en el contrato.

Usualmente el FRA se liquida al inicio del contrato, aunque en algunas ocasiones el pago del FRA se realiza con diferimiento, es decir, a su vencimiento, pero independientemente del momento en que se realice la liquidación del contrato, ésta se hará en efectivo.

2. Tal vez la tasa de interés más común para contratos internacionales es la tasa LIBOR, pero en los contratos nacionales podrían usarse otras tasas como la TIIE, por ejemplo.

---

<sup>3</sup>El principal teórico se debe indicar en el contrato y es la cantidad sobre la que se pagan los intereses. Esta cantidad se denomina *out right* porque no existe ningún intercambio de ella entre las partes.

3. Los pagos se realizarán con una periodicidad o estructura temporal determinada.

El período de duración del contrato FRA se cita indicando los meses de inicio y vencimiento del contrato, por ejemplo, FRA cinco-ocho indica que el contrato FRA inicia cinco meses después de su firma y vence ocho meses después de la misma, es decir, la vigencia del contrato es de tres meses (ocho - cinco = tres).

El comprador de un FRA, es aquella persona física o moral que busca protegerse de una posible alza futura de la tasa de interés. Por ejemplo, una empresa que planea contratar deuda dentro de 3 meses a un plazo de 6 meses, y que teme que la tasa de interés pudiera crecer, puede contratar un FRA tres-nueve, estableciendo como tasa fija durante los 6 meses de vigencia del contrato, la actual y tasa variable la que se establezca dentro de 3 meses, al inicio del contrato, y corresponderá a una tasa de referencia a corto plazo, que podría ser la tasa interbancaria (TIIE), Libor, tasa preferencial, o alguna otra. Por su parte, el vendedor es la persona física o moral que desea protegerse contra un posible descenso futuro de las tasas de interés.

De acuerdo con los principios mencionados antes, el monto de la liquidación de un FRA es la diferencia de interés anual a pagar por el principal, calculada como la diferencia entre la tasa fija acordada en el contrato y la tasa de referencia con plazo igual a la vigencia del FRA, multiplicada por la cantidad establecida como principal. Finalmente se multiplica por el período ( en años) de duración del contrato, para determinar la diferencia en el interés por el principal contratado, durante el período de vigencia del contrato, y se descuenta con la tasa de referencia para obtener la cantidad correspondiente a la fecha de inicio/liquidación del contrato.

Así, si llamamos

$Q$ : monto de la liquidación,

$T_{FRA}$ : tasa fija establecida en el FRA,

$T_{REF}$ : tasa variable de referencia, contratada a  $D$  días,

$N$ : monto del principal teórico acordado en el contrato o nominal teórico,

$D$ : vigencia del contrato en días.

Se tiene que, para un año de 360 días

$$Q = \frac{(T_{FRA} - T_{REF})(N)\left(\frac{D}{360}\right)}{\left[1 + (T_{REF})\left(\frac{D}{360}\right)\right]} = \frac{(T_{FRA} - T_{REF})(N)(D)}{360 + [(T_{REF})(D)]}$$

Es claro que si

a)  $T_{REF} > T_{FRA}$ , el vendedor pagará  $Q$  unidades monetarias al comprador,

b)  $T_{REF} < T_{FRA}$ , el comprador pagará  $Q$  unidades monetarias al vendedor.

## Caps sobre tasas de interés

Un contrato cap sobre tasas de interés es una opción de compra sobre tasas de interés, basada en un índice determinado (Libor, papel comercial, tasa preferencial o bonos del tesoro) que permite a una empresa o inversionista protegerse durante una serie de períodos contra el alza de las tasas de interés flotantes, ya que establece una tasa de interés máxima a pagar por un préstamo, puesto que la opción se ejercerá siempre que la tasa de interés del mercado exceda la tasa cap, establecida en la opción. La contraparte del cap suele ser una institución bancaria, quien al venderlo recibe a cambio una cantidad de dinero llamada prima del cap.

La vida tanto de los caps como floors y collars que se mencionarán más adelante, suele ser menor a 3 años, aunque los plazos se pueden ampliar a través de los *capped FRN's*.

Un cap sobre tasas de interés es un conjunto de una o más opciones de compra europeas sobre tasas de interés, por las que el comprador pagará al vendedor una prima y, si las tasas de interés se mueven hacia arriba, recibirá una cantidad de dinero igual a la diferencia entre el valor actual del índice elegido como referencia y la tasa límite especificada en el contrato (misma que funciona como precio de ejercicio) en la fecha de comparación especificada, multiplicada por el principal establecido en el contrato.

El mercado de caps es una extensión del mercado OTC de opciones sobre tasas de interés. Además, en la negociación de los caps no existe intercambio del principal. Cada cap se diseña individualmente para que se ajuste a las necesidades del cliente, y las tasas de referencia son generalmente a corto plazo.

Un contrato cap tiene las siguientes características:

1. **Tasa de interés de referencia:** es la tasa de interés interbancaria a uno, tres o seis meses, tasa preferencial, o alguna otra.
2. **Vencimiento:** Se diseñan con vencimiento de entre 3 meses y 12 años.
3. **Frecuencia:** Se refiere a las fechas de comparación de las tasas de interés para concretar el pago a realizar. Lo más común es que la frecuencia sea de uno, tres o seis meses. Por supuesto, estas fechas de comparación se utilizan también como fechas de pago.

Dado que las opciones involucradas en el cap son europeas, debería existir una única fecha de comparación, y una sola fecha de pago, sin embargo, es posible construir un cap uniendo un conjunto de opciones (caplets), de manera que las fechas de inicio y

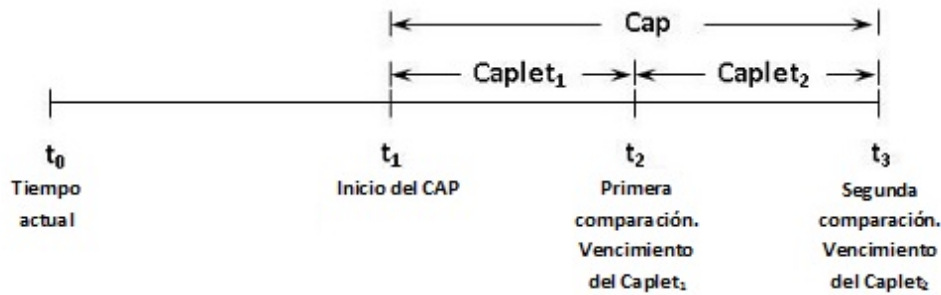


Figura 1.3: Período de cobertura de un cap con varias fechas de comparación.

vencimiento de cada una permitan ligarla con otras, sin que existan traslapes entre los plazos considerados en cada una de ellas, como se muestra en la Figura 1.3

4. **Tasa de interés:** es la tasa de interés de ejercicio de la opción. Suele ser una tasa fija, aunque podría variar de alguna manera preestablecida.
5. **Principal teórico:** es la cantidad teórica sobre la que se realiza el contrato. Puede ser fija o variar a lo largo del tiempo.

Los caps como instrumentos de administración de riesgo, tienen tanto ventajas como desventajas, algunas de las cuales se enuncian en el cuadro 1.5

La prima del contrato cap puede pagarse en una sola exhibición uno o dos días después de la adquisición del contrato, o mediante pagos anuales realizados al inicio de cada período, y es un porcentaje del valor nominal del cap. Los parámetros que determinan dicha prima son:

1. *Precio de ejercicio.* Entre menor sea la tasa del cap mayor será la prima y viceversa. Asimismo, a mayor tasa de interés en el mercado, mayor prima del cap.
2. *Duración del contrato.* A mayor duración mayor prima, pues aumenta el riesgo para el vendedor.
3. *Volatilidad de las tasas de interés en el mercado.* A mayor volatilidad histórica de las tasas de interés en el mercado, mayor riesgo para el vendedor, y por tanto, mayor prima del cap.

La prima a pagar en este momento, por un cap de tasas de interés que cubre el periodo  $(t_1, t_2)$ , con principal teórico  $N$ , tasa de referencia  $T_{REF}$ , y tasa de interés del cap,  $T_c$ , se calcula como el valor presente del valor de la opción de compra al momento  $t_2$ , con las características mencionadas. Esto es,

Ventajas	Desventajas
<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Proporciona al comprador una cobertura contra alzas de las tasas de interés, y le permite beneficiarse de las caídas de las mismas.</li> <li>2. Permite al vendedor obtener financiamiento, en tanto las tasas de interés de referencia no excedan la del cap.</li> <li>3. Permite conocer con exactitud el costo máximo de la deuda del comprador del cap.</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Su tamaño es limitado.</li> <li>2. La tasa de interés exacta se desconoce.</li> <li>3. Se requiere el pago de una prima inicial por parte del comprador, la cual es relativamente cara.</li> <li>4. Entre más se encuentre el cap en la zona <i>in-the-money</i> mayor será el riesgo de impago por parte del vendedor.</li> </ol>

Cuadro 1.5: Ventajas y desventajas de los caps

$$C_{cap} = N(t_2 - t_1)E[\max(T_{REF} - T_c, 0)]e^{-r(t_2-t_0)}$$

en donde

- $N$ : es el principal teórico del contrato cap,
- $t_1, t_2$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del cap,
- $T_{REF}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_1, t_2)$  o tasa forward para dicho período,
- $T_c$ : es la tasa fija del cap, que sirve como techo contratado para la tasa de interés.
- $r$ : es tasa de interés libre de riesgo.

En el caso de un cap formado por dos caplets, la prima del cap será la suma de los dos caplets que lo conforman. Es decir,

$$C_{cap} = N(t_2 - t_1)E[\max(T_{REF_1} - T_c, 0)]e^{-r(t_2-t_0)} + N(t_3 - t_2)E[\max(T_{REF_2} - T_c, 0)]e^{-r(t_3-t_0)}$$

en donde



- $N$ : es el principal teórico del contrato cap,  
 $t_1, t_2$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del primer caplet,  
 $t_2, t_3$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del segundo caplet,  
 $t_3$ : es la fecha de vencimiento del cap,  
 $T_{REF_1}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_1, t_2)$ ,  
 $T_{REF_2}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_2, t_3)$ ,  
 $T_c$ : es la tasa fija del cap, que sirve como techo contratado para la tasa de interés,  
 $r$ : es tasa de interés libre de riesgo.

Claramente, esta expresión se puede generalizar muy fácilmente a cualquier número de caplets, es decir, la empresa o el inversionista que utilice esta herramienta de cobertura, podría adquirir una o varias opciones para lograr su objetivo de protección.

Si la tasa referencia o forward tuviera el comportamiento de una distribución lognormal, utilizando la fórmula de Black - Scholes, el precio de una opción caplet sería:

$$C_{caplet_i} = N(t_i - t_{i-1})[T_{REF_i}\Phi(d_i) - T_c\Phi(d_i - \sigma_f\sqrt{t_i - t_{i-1}})]e^{-r(t_i - t_0)}$$

en donde,

- $N$ : es el principal teórico del contrato caplet,  
 $t_{i-1}, t_i$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del  $i$ -ésimo caplet,  
 $T_{REF_i}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_{i-1}, t_i)$  o tasa forward para dicho período,  
 $T_c$ : es la tasa fija del caplet, que sirve como techo contratado para la tasa de interés,  
 $r$ : es tasa de interés libre de riesgo,  
 $\sigma_f$ : es la volatilidad de la tasa forward.

y

$$d_i = \frac{\ln(T_{REF_i}/T_c) + (\sigma_f^2/2)(t_i - t_{i-1})}{\sigma_f\sqrt{t_i - t_{i-1}}}$$

Un instrumento más para la administración de riesgo asociado a las tasas de interés variables, son las *opciones sobre un cap* o **captions**. Una caption es una opción de compra sobre un cap en el futuro. Se utiliza para fijar el costo de la deuda de una empresa.

## Floors

Un floor es lo opuesto a un contrato cap, es decir, es una opción de venta OTC sobre tasas de interés con vigencia a mediano o largo plazo que permite al inversor, comprador del floor, protegerse contra la caída de las tasas de interés flotantes y beneficiarse de las alzas de las mismas, garantizándole un rendimiento mínimo en su inversión.

El emisor y vendedor de un floor suele ser una institución bancaria que recibe de parte del comprador, una prima por garantizarle que recibirá una tasa de interés no inferior al límite mínimo establecido en el contrato.

En realidad, un contrato floor equivale a una serie de opciones de venta europeas de tasa de interés, sobre el índice elegido en el contrato (Libor, TIIIE, tasa preferencial, u otra) por las cuales, a cambio de la prima, el comprador recibirá periódicamente en las fechas de comparación, una cantidad igual a la diferencia entre la tasa de interés límite contratada y el valor actual del índice de referencia (precio de ejercicio) siempre que el índice sea menor a la tasa mínima contratada.

De igual manera que en un cap, en el floor el principal es teórico, por lo que no se intercambia en ningún momento, y la tasa de interés es a corto plazo y con capitalización continua.

Algunas características de un floor son las siguientes:

1. No existe intercambio del principal teórico.
2. La tasa de interés de referencia es la interbancaria a corto plazo (uno, tres o seis meses).
3. El ingreso que genera la venta de un floor suele ser menor que el costo de un cap, por lo que son menos negociados.
4. La prima del floor aumenta con la duración del mismo.
5. Si aumenta el precio de ejercicio, la prima disminuye.

Así como existen las captions, también existen opciones de compra de un floor que conceden el derecho a realizar un floor. Estas opciones se conocen también como floortions. Sin embargo, este tipo de opción no es de uso muy generalizado debido a que el propio mercado de los floors no está muy extendido.

Finalmente diremos que el precio de un floor es la suma de los precios de las opciones de venta (floorlets) implicadas en el contrato. Esto es,

$$P_{floor} = \sum P_i(t_s, i)$$

en donde  $P_i(t_s, i)$  es el precio de una opción de venta sobre tasas de interés que vence en el momento  $s$  para un periodo que termina en  $i$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, n-1$ ).

La prima a pagar en este momento, por un floor de tasas de interés que cubre el periodo  $(t_1, t_2)$ , con principal teórico  $N$ , tasa de referencia  $T_{REF}$ , y tasa de interés del floor,  $T_c$ , se calcula como el valor presente del valor de la opción de venta al momento  $t_2$ , con las características mencionadas. Esto es,

$$P_{floor} = N(t_2 - t_1)E[\max(T_c - T_{REF}, 0)]e^{-r(t_2-t_0)}$$

en donde

- $N$ : es el principal teórico del contrato floor,
- $t_1, t_2$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del floor,
- $T_{REF}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_1, t_2)$  o tasa forward para dicho período,
- $T_c$ : es la tasa fija del floor, que sirve como piso contratado para la tasa de interés,
- $r$ : es tasa de interés libre de riesgo.

En el caso de un floor formado por dos floorlets, la prima del floor será la suma de los dos floorlets que lo conforman. Es decir,

$$P_{floor} = N(t_2 - t_1)E[\max(T_c - T_{REF_1}, 0)]e^{-r(t_2-t_0)} + N(t_3 - t_2)E[\max(T_c - T_{REF_2}, 0)]e^{-r(t_3-t_0)}$$

en donde

- $N$ : es el principal teórico del contrato floor,
- $t_1, t_2$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del primer floorlet,
- $t_2, t_3$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del segundo floorlet,
- $t_3$ : es la fecha de vencimiento del floor,
- $T_{REF_1}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_1, t_2)$ ,
- $T_{REF_2}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_2, t_3)$ ,
- $T_c$ : es la tasa fija del floor, que sirve como piso contratado para la tasa de interés,
- $r$ : es tasa de interés libre de riesgo.

Si la tasa referencia se comportara de acuerdo a una distribución lognormal, al utilizar la fórmula de Black - Scholes se obtendría que el precio de una opción floorlet sería:

$$C_{floorlet_i} = N(t_i - t_{i-1})[T_{REF_i}\Phi(-d_i) - T_c\Phi(-d_i + \sigma_f\sqrt{t_i - t_{i-1}})]e^{-r(t_i-t_0)}$$

en donde,

- $N$ : es el principal teórico del contrato floorlet,
- $t_{i-1}, t_i$ : son, respectivamente, las fechas de inicio y vencimiento del floorlet,
- $T_{REF_i}$ : es la tasa de referencia en el periodo  $(t_{i-1}, t_i)$  o tasa forward para dicho período,
- $T_c$ : es la tasa fija del floorlet, que sirve como piso contratado para la tasa de interés,
- $r$ : es tasa de interés libre de riesgo,
- $\sigma_f$ : es la volatilidad de la tasa forward.

y

$$d_i = \frac{\ln(T_{REF_i}/T_c) + (\sigma_f^2/2)(t_i - t_{i-1})}{\sigma_f \sqrt{t_i - t_{i-1}}}$$

## Collars

Un collar es una combinación de caps y floors que a la vez que reduce (en ocasiones hasta cero) la prima, protege al comprador de los ascensos de las tasas de interés flotantes.

Lo que intenta un collar es aprovechar los beneficios de una cobertura asimétrica, es decir, que el inversionista se beneficie de las alzas en las tasas de interés al mismo tiempo que se protege de los movimientos que le sean adversos.

Un collar se forma comprando un cap y vendiendo un floor, o al contrario. Ambos contratos tendrán el mismo principal teórico, la misma duración y la misma tasa de referencia a corto plazo, sólo cambiará el precio de ejercicio de cada contrato.

Dado que el cap fija una tasa límite máxima y el floor una tasa límite mínima, la tasa efectiva del préstamo o la inversión variará entre dichos límites.

En el collar, el dinero recibido por la venta del floor debe contrarrestar exactamente el costo del cap. Se sabe que cuanto menor sea el precio de ejercicio de un cap mayor será el precio del mismo, mientras que a mayor precio de ejercicio del floor será menor su precio de adquisición, por tanto se concluye que para un floor determinado existe un único cap con el mismo precio que hará que el precio del collar sea cero.

No todos los collars tienen precio de adquisición cero, pero para que esto ocurra, el banco vendedor instrumentará el contrato como sigue:

1. El comprador elige el límite superior ( o límite inferior) que desea en su cobertura.

2. El banco calcula la prima correspondiente del cap ( o floor) mediante un modelo establecido para ello.
3. La prima calculada se asigna a un floor (o cap) del mismo vencimiento y principal teórico.
4. Conocida la prima del floor (o cap) se calcula la tasa de interés de ejercicio que corresponda a la opción que vende el comprador del collar.

Es así que un contrato collar equivale a adquirir una serie de opciones de compra y vender otra de opciones de venta. Por tal razón, el precio del collar es la diferencia entre los precios de un cap y un floor. Es decir,

$$\text{collar} = \text{cap} - \text{floor}$$

# Capítulo 2

## Notas estructuradas

### 2.1. Productos estructurados

La alta volatilidad de las tasas de interés que ya a finales de los años 90 mostraba tendencia a la baja, motivó a los inversionistas a cambiar sus conductas de inversión en instrumentos de corto plazo y bajo riesgo con rentabilidades altas, por la opción de invertir a más largo plazo y en instrumentos de mayor riesgo, apostando también por la mayor diversificación de sus portafolios de inversión. No obstante, era evidente la necesidad de buscar otro tipo de solución que al tiempo que apoyara la captación de recursos por las instituciones financieras, respondiera a las necesidades de seguridad y rendimiento de los inversionistas. De esta manera, en 1985, surgieron en España los primeros productos estructurados, como solución a los retos planteados.

Los productos estructurados, de acuerdo con Hens y Rieger (2009), son portafolios formados por instrumentos financieros clásicos, generalmente ligados a tasas de interés o tipos de cambio, y uno o varios productos derivados, muchas veces opciones, sobre diversos subyacentes. Dada la amplia variedad de instrumentos clásicos y de productos derivados, existe una enorme gama de productos estructurados, cada uno respondiendo a una necesidad diferente, y teniendo complejidad distinta. Se puede decir que los productos estructurados son “trajes hechos a la medida”, que permiten una mejor diversificación de la cartera del inversionista y fijar distintas posibilidades de riesgo-rendimiento - la que el cliente necesite-. Sin embargo, son productos con baja liquidez, y poca transparencia en la formación de su precio, debido a su sofisticación.

Lamothe y Pérez (2003) establecen que los principales actores en los productos estructurados son: el originador, el estructurador, el inversionista, el emisor y el distribuidor. El originador identifica la oportunidad de inversión y hace un primer planteamiento del diseño del producto, mismo que tomará el estructurador para hacer el diseño final y calcular el valor monetario del mismo, asegurando un porcentaje determinado de beneficio para la institución. En muchas ocasiones el originador y el estructurador son la misma entidad. El emisor

será el encargado de dar el respaldo formal para la distribución del producto estructurado a través de un contrato de depósito bancario, por ejemplo. Por supuesto, el distribuidor se encargará de la distribución del producto ya sea en el segmento institucional o bien entre el segmento minorista, quienes son los inversores.

Se conoce como segmento institucional o mayorista a los fondos de inversión, fondos de pensiones, compañías de seguros u otras instituciones de inversión colectiva. Por su parte el segmento minorista está constituido por la banca privada, banca telefónica, red comercial (sucursales) e Internet.

En algunos casos, cuando el estructurador limita su posibilidad de distribuir de forma amplia o por mayoreo sus productos estructurados, existe prácticamente una simetría total entre los riesgos asumidos tanto por el inversionista como por el emisor, en términos de forma, aunque no de signo.

El desarrollo y la negociación de los productos estructurados, ofrece tanto ventajas como desventajas no solamente para los inversionistas, sino también para los emisores. Las principales ventajas y desventajas para ambas partes se muestran en el cuadro 2.1.

Asimismo, los productos estructurados se clasifican de distintas maneras de acuerdo a sus principales características. A continuación se presentan algunas de las posibles clasificaciones debidas a Lamothe y Pérez (2003):

1. De acuerdo a la complejidad de las estructuras se pueden identificar productos de diferentes “generaciones”: primera, segunda, tercera generación, etc. Actualmente se distinguen con toda claridad los de generaciones superiores a la tercera.
2. De acuerdo al grado de compromiso del principal, es decir de acuerdo con las garantías que ofrece el producto para el inversor, se pueden distinguir los productos de principal garantizado al 100 % y aquellos que no garantizan el principal o lo hacen parcialmente.
3. De acuerdo a la naturaleza financiera de las estructuras, se pueden identificar los que son de renta fija, renta variable, crédito, divisas, entre otros.

Con base en la naturaleza financiera de las estructuras, se distingue entre aquellas que son de ingreso fijo y las que son de ingresos de capital, lo cual permite analizar los productos estructurados dependiendo de si son un activo o deuda. Si se trata de productos relacionados a activos, se busca una mayor rentabilidad limitando el riesgo asumido. Por su parte en los productos estructurados relacionados con pasivos, la justificación de su existencia es la reducción en los costos del riesgo relacionado con el riesgo del mercado. En realidad, se deben administrar tres tipos de riesgo: de mercado, de liquidez y de crédito.

	Inversionistas	Emisores
Ventajas	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Diversificación de activos</li> <li>2. Diversificación y selección de riesgos</li> <li>3. Medida de la inversión</li> <li>4. Flexibilidad</li> <li>5. Adaptabilidad</li> <li>6. Acceso a los mercados OTC</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Menores costos financieros</li> <li>2. Adaptabilidad</li> <li>3. Mejor cobertura</li> </ol>
Desventajas	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mercados secundarios más restringidos</li> <li>2. Mayores riesgos o riesgos que son menos evidentes en ciertos productos</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Mayor dificultad en la medición del riesgo</li> <li>2. No son derivados puros (no están fuera de la hoja de balance)</li> <li>3. Tienen que manejar formas más dinámicas de cobertura</li> </ol>

Cuadro 2.1: Ventajas y desventajas de los productos estructurados



En relación con los inversionistas, la estructuración solamente convierte y traduce los riesgos originales de los componentes de la estructura, y la razón para hacerlo responde a las economías de escala y el uso eficiente de las ventajas comparativas, lo cual permiten todos los productos derivados.

## 2.2. Aspectos básicos

Para decidir si un inversionista debe o no aventurarse a invertir en un producto estructurado, debería hacer las siguientes consideraciones:

- a) La estructura planteada debe ajustarse a sus expectativas del mercado.
- b) El precio de la estructura debe ser competitivo, es decir, debería replicar aproximadamente el precio en el mercado de las partes de dicha estructura.

Solamente en caso de que se cumplan las dos condiciones planteadas, debería considerarla, el inversionista, como una opción de inversión, aunque podría utilizar la estructura como un instrumento de especulación o arbitraje, si su precio estuviera muy por debajo de aquellos de sus partes.

Es importante mencionar que los riesgos que enfrentan el emisor y el inversionista en una estructura, no solamente difieren en signo, sino que en muchas ocasiones tienen algunos otros factores de diferencia, los cuales establece el estructurador, que en ocasiones será el banco, y que pueden estar relacionadas con la conversión de los riesgos realizada por la estructuración. Inicialmente, el propio estructurador asumirá este riesgo de la conversión, pero lo hace con el fin de obtener la administración y control del mismo, mediante un pago por tal servicio.

No obstante, podría intentarse construir coberturas para los riesgos involucrados en un producto estructurado, sin embargo, estas coberturas adquieren sentido no en el momento de la adquisición de la cobertura, sino tiempo después de su adquisición, cuando ya tiene una ganancia o pérdida acumulada. Una forma de cobertura podría ser la adopción de posiciones contrarias a cada uno de los elementos involucrados en la estructura, aunque no necesariamente esto generaría una cobertura perfecta y sí podrían requerirse estructuras muy complejas.

Como se mencionó antes, cuando el objetivo del producto estructurado es recaudar fondos, existen dos esquemas fundamentales de estructuración:

1. **Productos garantizados.** Los productos garantizados permiten la adquisición de financiamiento a través de deuda que no solamente garantice el principal del inversionista, sino que lo incremente. Para ello, se puede invertir parte del capital en bonos cupón

cero, aplicando el resto a la compra de productos derivados, mismos que serán enviados al inversionista. Por su parte la inversión en depósitos cupón cero debe ser la mínima necesaria para garantizar al inversor la recuperación, al vencimiento de la estructura, del total de su inversión o de una parte, previamente establecida, del principal invertido. Así, el inversionista en productos garantizados, recibirá un derivado y sabrá de antemano, qué porcentaje del principal recibirá, como mínimo, en la fecha de vencimiento. Solamente faltaría determinar la tasa de rendimiento final.

2. **Productos no garantizados.** Los productos no garantizados o convertibles inversos, son aquellos en los que el inversionista contrata la adquisición de un activo a un precio establecido por el emisor, al tiempo que acepta de manera implícita, el depósito en un bono cupón cero con vencimiento igual al de la estructura negociada, y a cambio de la posibilidad de recibir un rendimiento mayor al de otras formas de inversión, aceptará un producto derivado inmerso en la estructura. Lo atractivo de estos productos es la relativamente alta tasa de cupón ofrecida, sin embargo, su administración se complica cuando ocurren cambios radicales en el mercado, además de que no se sabe de antemano qué porcentaje de la inversión en el principal se obtendrá al momento del vencimiento.

### 2.3. Notas estructuradas

Las notas estructuradas, como menciona Venegas-Martínez (2007), son un tipo especial de productos estructurados formadas por combinaciones, o híbridos, de instrumentos de deuda y productos derivados, cuyo pago de intereses está compuesto por una cantidad innumerable de índices o tasas posibles. Por lo regular, el instrumento de deuda en cuestión es un bono cuponado flotante, aunque puede ser cualquier título de deuda, en tanto que el o los derivados pueden ser opciones, o cualquier otro producto derivado, los cuales determinarán el vencimiento del instrumento. De la misma manera, el rendimiento del producto estructurado dependerá del rendimiento de los productos más simples que lo componen.

En México de acuerdo con la Secretaría de Hacienda y Crédito Público (2012) *“Se entenderá por notas estructuradas a los títulos de capital protegido o no protegido, a los valores emitidos por fideicomisos, entidades financieras o cualquier otra emisora que, conforme a las leyes aplicables, se encuentre facultada para tal efecto, cuyo rendimiento y en su caso, pago del principal, se determine en función de las variaciones que se observen en los precios de activos financieros o de operaciones financieras conocidas como derivadas sobre activos financieros.*

*Para efecto de las presentes Reglas, se entenderá por notas estructuradas de capital protegido a aquellas que garantizan al inversionista la recuperación de la totalidad del monto invertido a la fecha de vencimiento y cuyo rendimiento, referido al comportamiento de un*

*activo financiero, en ningún caso puede ser negativo.*

*Asimismo, para efecto de las presentes Reglas, se entenderá por notas estructuradas de capital no protegido a aquellas que no garantizan al inversionista la recuperación de la totalidad del monto invertido a la fecha de vencimiento, o bien, el rendimiento, referido al comportamiento de un activo financiero, puede resultar negativo”.*

El crecimiento que ha tenido el mercado de las notas estructuradas se debe a que en muchas ocasiones constituyen oportunidades de inversión con alta calidad crediticia y rendimientos potencialmente mayores a los que se tienen en el mercado de dinero, especialmente en períodos con bajas tasas de interés sostenidas. También es importante decir que las notas estructuradas ofrecen tanto al emisor como a los inversionistas un medio para aislar y redistribuir riesgos, particularmente el riesgo diversificable, generando exposiciones al riesgo que el cliente esté dispuesto a tolerar y que mantengan sus objetivos de inversión.

A diferencia de los productos derivados, cuyo valor depende exclusivamente de un subyacente y por lo tanto su valuación requiere de hacer algún supuesto sobre el comportamiento futuro del mismo subyacente, la valuación de notas estructuradas requiere de supuestos sobre el comportamiento combinado del bono, el derivado inmerso y, en ocasiones, del índice o tipo de cambio ligado a los pagos, lo cual implica un nivel mayor de complejidad y el uso de herramientas y técnicas especializadas de análisis, y no solamente del conocimiento y entendimiento del mercado.

## **2.4. Consideraciones de regulación de las notas estructuradas**

Las notas estructuradas son instrumentos de relativamente reciente creación, y por tal razón no habían recibido mucha atención en cuestión regulatoria, hasta 1994 en Estados Unidos, en que debido al incremento de las tasas de interés de la Reserva Federal, las notas estructuradas vinculadas a tasas de interés se vieron afectadas, originando grandes pérdidas no previstas, a quienes las poseían, a pesar de que las notas tenían calificación crediticia AAA debido a que, en general, los emisores son empresas patrocinadas por los gobiernos. Esto lleva a reflexionar en el hecho de que aún cuando el riesgo de crédito de una nota estructurada es mínimo, se mantienen los riesgos de mercado y de liquidez asociados a los instrumentos que la componen.

Por otro lado, a partir de las enormes pérdidas generadas por las notas estructuradas durante la primavera y el verano de 1994, se empezó a normar el funcionamiento del mercado de notas estructuradas en los Estados Unidos. La SEC (Security and Exchange Commission), en junio de ese año, advirtió a los administradores de fondos de inversión acerca de la falta de sustentabilidad de algunos tipos de notas estructuradas. Asimismo, otros reguladores finan-

cieros emitieron guías para investigar dichos títulos, y en agosto del mismo año la Reserva Federal emitió la circular “Políticas de supervisión relacionadas con notas estructuradas” en la cual enfatiza la importancia que tienen las notas estructuradas en la administración del riesgo, al mismo tiempo que la trascendencia de que los bancos tengan la capacidad de realizar pruebas de estrés a sus portafolios así como que entiendan y evalúen adecuadamente los riesgos asociados con sus notas estructuradas, a lo cual añade la OTS (Office of Thrift Supervision) que es muy importante realizar su evaluación usando distintos escenarios de tasas de interés, y realizar las pruebas de estrés trimestralmente, considerando movimientos de dichas tasas de interés en un rango de  $\pm 400$  puntos base.

Tanto en Estados Unidos como en Inglaterra, desde 2002 se ha intensificado la regulación en relación con la evaluación de los riesgos y su administración para el mercado de las notas estructuradas, con lo cual han surgido nuevos y más confiables métodos para la cuantificación de los riesgos. No obstante, en México, aún la regulación es escasa por no ser todavía un mercado muy desarrollado. Sin embargo, se deben tomar en cuenta las experiencias de los mercados de notas estructuradas en otros países así como considerar las recomendaciones que en ellos se han hecho para la administración del riesgo de dichas notas.

## 2.5. Valuación de los instrumentos y medidas del riesgo

La valuación de las notas estructuradas se basa en la valuación de los flujos de efectivo y las capitalizaciones, para lo cual es indispensable contar con tasas de interés adecuadas con el fin de determinar factores de descuento para calcular valores presentes, así como establecer cuáles serán los flujos de efectivo asociados a la nota.

Veamos el funcionamiento y la valuación del caso más sencillo de nota estructurada. La nota estará compuesta, por un título de deuda y una opción y considerará el capital garantizado al 100%. Como explica Horwath Castillo Miranda (2008), al adquirir la nota el inversionista entregará al distribuidor (el banco) el valor nominal ( $N$ ) del título de deuda, mismo que recuperará al vencimiento. Así, el banco calculará el valor presente del bono que constituye la nota ( $B$ ), y la diferencia  $N - B$  será aplicada a la opción establecida en la nota estructurada, de manera que incluirá en la estructura una fracción  $F$  de la opción mencionada. Por tanto, los flujos de efectivo al vencimiento serán

- a)  $N$ , si la opción no se ejerce, o
- b)  $N + \text{Valor de la opción}$ , si ésta se ejerce.

En tanto que el precio de la nota, en el momento de adquirirla, será la suma

$$B + (\text{Prima de la opción}) F.$$

En donde la prima de la opción puede ser una cantidad positiva o negativa, dependiendo de si la opción se compra o se vende. Al final el rendimiento de la nota estructurada será la diferencia que exista al vencimiento, entre el valor de la nota y el valor del subyacente determinado al inicio de la operación, comparado con el monto de la inversión inicial.

De acuerdo con Venegas-Martínez (2007), en nuestro país, entre las notas estructuradas más ampliamente operadas en el mercado financiero se encuentran los **Certificados de depósito estructurados (Cedes)** que son notas estructuradas con capital garantizado. Los Cedes son instrumentos de deuda emitidos generalmente por la banca comercial, cuyo rendimiento depende del subyacente y del valor de mercado del derivado que se incorpora a la estructura. A continuación revisaremos algunos de estos certificados.

### 1. *Cede call spread*

Un Cede call spread que inicia en el tiempo  $t$ , está formado por un bono cupón cero, con vencimiento en el tiempo  $T$  y cuyo valor al vencimiento es igual al 100 % del capital invertido ( $N$ ), y un portafolio de opciones con el mismo vencimiento que el bono, constituido por un call largo y uno corto, en los que  $K_1$  es el precio de ejercicio del call largo y es menor a  $K_2$  que es el precio de ejercicio de la opción call corta. Así entonces, el precio del Cede call spread se calcula como sigue:

$$P_V = B + P_D F$$

en donde,

$P_V$ : es el valor del Cede,

$B$ : es el precio del bono cupón cero, al inicio de la nota,

$P_D$ : es la prima neta de las opciones involucradas en la estructura,

$F$ : es la proporción del portafolio de opciones que se incluirá en la nota.

con

$$B = \frac{N}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

$$P_D = c_1 - c_2$$

$$F = \frac{N - B}{P_D}$$

- $T - t$ : es el número de días por vencer del Cede como proporción del año,  
 $R(t, T)$ : es la tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer.

en tanto que cada una de las primas de las opciones involucradas,  $c_i$   $i=1, 2$  se calculan usando la fórmula de Black - Scholes,

$$c_i = S_t e^{(b-r)(T-t)} \Phi(d_1) - K_i e^{-r(T-t)} \Phi(d_2), \quad i = 1, 2$$

en donde,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K_i}\right) + (b + \frac{1}{2}\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

con  $b = r - q$ , considerando que  $q$  es la tasa anual establecida de dividendos.

## 2. Cede put spread

Un Cede put spread que se inicia en el tiempo  $t$ , es un portafolio que se conforma por un bono cupón cero con vencimiento en  $T$  y dos opciones de venta europeas una larga con precio de ejercicio  $K_2$  y otra corta con precio de ejercicio  $K_1$  menor a  $K_2$ . De acuerdo con esta estructuración se puede determinar que el precio del Cede put spread es:

$$P_V = B + P_D F$$

en donde,

- $P_V$ : es el valor del Cede,  
 $B$ : es el precio del bono cupón cero, al inicio de la nota,  
 $P_D$ : es la prima neta de las opciones involucradas en la estructura,  
 $F$ : es la proporción del portafolio de opciones que se incluirá en la nota.

con

$$B = \frac{N}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

$$P_D = p_2 - p_1$$

$$F = \frac{N - B}{P_D}$$

$T - t$ : es el número de días por vencer del Cede como proporción del año,

$R(t, T)$ : es la tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer.

Aplicando la fórmula de Black - Scholes, se pueden calcular las primas de las opciones put involucradas en el instrumento,  $p_i$   $i = 1, 2$  de la siguiente manera ,

$$p_i = K_i e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2) - S_t e^{(b-r)(T-t)} \Phi(-d_1), \quad i = 1, 2$$

en donde,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K_i}\right) + (b + \frac{1}{2}\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

además si se realiza algún pago de dividendos,  $b = r - q$ , en donde  $q$  es la tasa anual establecida de dichos dividendos.

### 3. Cede collar

Un Cede collar es una estructura que se conforma por un bono que paga  $n$  cupones en un período que cubre del momento  $t$  al  $T$ , y dos caps de tasas de interés. El objetivo de esta estructura es limitar la variabilidad de la tasa de cupón del bono flotante a un rango entre las tasas de interés  $K_1$  y  $K_2$  establecidas como tasas piso y techo y definidas como precios de ejercicio de cada uno de los caps involucrados en la estructura.

Cada uno de los caps de la estructura Cede collar, está formado por  $(n - 1)$  caplets, en donde  $n$  es el número de pagos de cupón del bono cuponado flotante. Adicionalmente,

el protocolo establece que sobre la tasa de rendimiento que establezca cada caplet a su vencimiento, la tasa de cupón incluirá una sobretasa  $\nu$ .

El objetivo de esta estructura, por lo tanto, es que la tasa de cupón del bono se comporte de la siguiente manera:

Rango	Tasa de cupón
$R \leq K_1$	$K_1 + \nu$
$K_1 \leq R \leq K_2$	$R + \nu$
$R \geq K_2$	$K_2 + \nu$

La estructura del Cede collar está formada por un bono flotante (FRN<sup>4</sup>) con  $n$  pagos de interés periódicos, un posición larga sobre un cap conformado por  $(n - 1)$  caplets con vencimientos en las fechas de pago de intereses del bono, y precio de ejercicio  $K_1$  que es la tasa piso del collar, además de una posición corta sobre un cap constituido por  $(n - 1)$  caplets con vencimientos en las fechas de pago de intereses del bono, y precio de ejercicio  $K_2$  que es la tasa techo del collar.

Se optará por valuar por separado cada una de las partes que constituyen al Cede, es decir, el bono cuponado y por otro lado el collar, para posteriormente integrarlos en una sola expresión mostrada antes, para obtener el precio de la estructura planteada.

Así, para determinar el precio del bono flotante, es necesario calcular los flujos de efectivo que generará dicho bono a lo largo de su vida.

$$\Psi_i = \begin{cases} N(DC_i)(TC_V) & , \quad i = 1 \\ N(DC_i)(TC_M) & , \quad i = 2, 3, \dots, n - 1 \\ N(DC_i)(TC_M) + N & , \quad i = n \end{cases}$$

en donde

---

<sup>4</sup>Floating rate note



- $\Psi_i$ : es el flujo de efectivo que genera el bono durante el periodo  $i$ ,  
 $N$ : es el valor nominal del bono,  
 $DC_i$ : es la proporción de días en el año, que corresponden al  $i$ -ésimo pago de cupón.  
 $TC_V$ : representa la tasa del cupón vigente al inicio de la estructura, y es conocida desde el último corte de cupón,  
 $TC_M$ : es la tasa de cupón de mercado, que corresponde a la tasa de referencia del bono en el día de evaluación más la sobretasa especificada en el prospecto.

De donde el precio del bono flotante es

$$B_f = \sum_{i=1}^n \frac{\Psi_i}{(1 + R_s \tau)^{DC_i/\tau}}$$

en donde se considera que

- $n$ : es el número de cupones pendientes de pago, incluyendo el vigente,  
 $\tau$ : es el periodo de cupón calculado como proporción del año,  
 $\nu$ : representa la sobretasa especificada en el prospecto de la emisión,  
 $R_{ref}$ : es la tasa de referencia asociada al período de cupón del bono, que se obtiene del collar involucrado en la estructura,  
 $R_s$ : es la tasa de cupón del período  $i$ , a utilizar para descontar los flujos, y es capitalizable al plazo del cupón,

por tanto,

$$R_s = R_{ref} + \nu .$$

En cuanto al precio de evaluación del Collar, también conocido como precio sucio del Collar, se tiene que

$$P_V = B_f + P_D$$

en donde,

- $P_V$ : es el valor de la estructura,  
 $B_f$ : es el precio del bono flotante (FRN), al inicio de la nota,  
 $P_D$ : es el precio del Collar involucrado en la nota.

con

$$P_D = \sum_{i=2}^n (c_{1,i} - c_{2,i})$$

en la que  $c_{j,i}$  es el precio de un caplet con precio de ejercicio igual a  $K_j$ ,  $j = 1, 2$ , para el  $i$ -ésimo período, y  $n$  es el número de cupones que componen la nota estructurada.

Usando la fórmula de Black - Scholes para calcular la prima de cada caplet, se obtiene

$$c_{j,i} = \frac{ND}{1 + f(0, t_{i-1}, t_i)D} e^{-rT} [f(0, t_{i-1}, t_i)\Phi(d_1) - K\Phi(d_2)]$$

en donde,

$$d_1 = \frac{\ln[f(0, t_{i-1}, t_i)/K_j] + \frac{1}{2}\sigma^2 T}{\sigma\sqrt{T}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

considerando que:

- $N$ : es el valor nominal del bono flotante,
- $D$ : es el plazo forward, como proporción del año, asociado a la tasa forward  $f(0, t_{i-1}, t_i)$ , con referencia en  $t = 0$ ,
- $f(0, t_{i-1}, t_i)$ : es la tasa forward obtenida a partir de la curva cupón cero correspondiente al subyacente en el día de evaluación que va de  $t_{i-1}$  a  $t_i$ ,
- $r$ : corresponde a la tasa libre de riesgo con capitalización continua,
- $\Phi(\cdot)$ : es el valor de la función de distribución normal estándar,
- $\sigma$ : mide la volatilidad del rendimiento del subyacente.

En conclusión, el precio limpio de evaluación del Cede Collar es

$$PL_V = P_V - ID$$

en donde  $P_V$  es el precio recién calculado del Cede collar, e ID corresponde a los intereses devengados del cupón vigente.

#### 4. *Cede floor*

Un Cede floor es una estructura que utiliza un bono que paga  $n$  cupones en un período que cubre del momento  $t$  al  $T$  y cuyo objetivo es garantizar que la tasa de cupón del bono flotante no sea menor a la tasa establecida en el floor como tasa piso. Para ello, el floor se compone de  $n - 1$  floorlets en los que  $R$  es el rendimiento de referencia y  $K_1$  es la tasa piso. Además, se considera una sobretasa  $\nu$  misma que se establece al inicio de la emisión, por tanto, la tasa de interés de cupón a usar en cada momento será la tasa que establezca el floorlet que corresponda al vencimiento del cupón más la sobretasa establecida. Si la tasa de referencia es  $R \leq K_1$ , la tasa de cupón será  $K_1 + \nu$ , mientras que si  $R > K_1$ , la tasa de cupón será  $R + \nu$

Por tanto, la estructuración del Cede floor está constituida por un bono flotante con  $n$  pagos periódicos de intereses y una posición larga de un floor integrado por  $(n - 1)$  floorlets con vencimientos coincidentes con los pagos de cupón del bono y precio de ejercicio igual a la tasa piso. De acuerdo con esta estructuración el precio del Cede floor se puede determinar como :

$$P_V = B_f + P_{floor}$$

en donde,

- $P_V$ : es el valor del Cede,
- $B_f$ : es el precio del bono flotante (FRN), al inicio de la nota,
- $P_{floor}$ : es el precio del floor involucrado en la nota.

Se optará por valuar por separado cada una de las partes, es decir, el bono cuponado y por otro lado el floor, para finalmente integrarlos en la expresión mostrada antes, para obtener el precio de la estructura planteada.

Así,  $B_f$  se calcula de la misma manera que en el Cede collar, en tanto que para determinar la prima del floor se realizará la suma de las primas de los floorlets involucrados, calculadas usando la fórmula de Black- Scholes, como sigue:

$$P_{floor} = \sum_{i=2}^n floorlet_i$$

$$P_{floor} = \frac{M(t_i - t_{i-1})}{1 + f(0, t_{i-1}, t_i)(t_i - t_{i-1})} e^{-r(t_i - t_{i-1})} [-f(0, t_{i-1}, t_i)\Phi(-d_1) + K_1\Phi(-d_2)]$$

en donde,

$$d_1 = \frac{\ln[f(0, t_{i-1}, t_i)/K_1] + \frac{1}{2}\sigma^2(t_i - t_{i-1})}{\sigma\sqrt{(t_i - t_{i-1})}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

considerando que:

- $M$ : es el valor nominal del bono flotante,
- $f(0, t_{i-1}, t_i)$ : es la tasa forward obtenida a partir de la curva cupón cero correspondiente al subyacente en el día de evaluación que va de  $t_{i-1}$  a  $t_i$ ,
- $r$ : corresponde a la tasa libre de riesgo con capitalización continua,
- $\Phi(\cdot)$ : es el valor de la función de distribución normal estándar,
- $\sigma$ : mide la volatilidad del rendimiento del subyacente.

Por lo tanto, el precio limpio de evaluación del Cede es

$$PL_V = P_V - ID$$

en donde  $P_V$  es el precio recién calculado del Cede floor, conocido como precio sucio del Cede, e ID corresponde a los intereses devengados del cupón vigente.

##### 5. *Cede gana si sube y Cede gana si baja*

Este tipo de nota estructurada involucra, además de un bono cupón cero, una opción binaria cash or nothing cuyo subyacente suele ser el tipo de cambio FIX establecido por el Banco de México, o bien la tasa de CETES a 28 días. La opción involucrada dependerá del tipo de Cede de que se trate, se incorporará una opción call si se está construyendo un Cede gana si sube, y la opción será put, para un Cede gana si baja.

Vale la pena mencionar que una opción binaria, establece el pago de una cantidad X al vencimiento si en la fecha de ejercicio, la opción está *in the money*, y por el contrario no pagará nada si en dicha fecha se encuentra *out of the money*. El precio de ejercicio

que se utilizará para la opción en esta estructura será el tipo de cambio establecido en el prospecto de la emisión.

La nota se valúa como sigue:

$$P_V = B + P_D$$

en donde,

$P_V$ : es el valor de la estructura,

$B$ : es el precio del bono cupón cero al inicio de la nota,

$P_D$ : es el precio de la opción binaria involucrada en la nota,

Como  $P_D$  es la prima de la opción binaria *cash or nothing* inmersa en la nota,  $P_D = c_b$  si se trata de un Cede gana si sube y  $P_D = p_b$  para uno gana si baja.

Valuando separadamente cada parte del Cede, se tiene

$$B = \frac{N}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

y usando la fórmula de Rubinstein y Reiner para evaluar las opciones binarias, se obtiene la prima de la opción

$$c_b = Xe^{-r(T-t)}\Phi(d)$$

y

$$p_b = Xe^{-r(T-t)}\Phi(-d)$$

en donde,

$$d = \frac{\ln(S_t/K) + (r - r_f - \frac{1}{2}\sigma^2)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

y

$$X = N \frac{(TIM)\tau}{360}$$

con,

- $c_b$ : es la prima de la opción call cash or nothing, del Cede gana si sube,
- $p_b$ : es la prima de la opción put cash or nothing, del Cede gana si baja,
- $TIM$ : es la tasa de interés máxima establecida en el prospecto de emisión,
- $X$ : corresponde a la cantidad a pagar establecida en la opción desde la emisión, si dicha opción expira *in the money*, determinado por la tasa de interés máxima (TIM),
- $S_t$ : es el valor del subyacente,
- $K$ : representa al precio de ejercicio,
- $r$ : es la tasa libre de riesgo considerando capitalización continua,
- $r_f$ : es la tasa libre de riesgo extranjera compuesta de manera continua,
- $\Phi(\cdot)$ : corresponde al valor de la función de distribución normal estándar,
- $\sigma$ : representa la volatilidad del rendimiento del subyacente,
- $T - t$ : establece la proporción de días en el año, restantes para el vencimiento de la opción,
- $\tau$ : es el plazo de la emisión.

#### 6. Cede knock out down and out y Cede knock out up and out

La característica principal de las notas estructuradas del tipo knock out es que el rendimiento que pueden generar se paga al vencimiento de la estructura y su importe depende de que el subyacente haya alcanzado o no la barrera establecida en el contrato de la opción binaria inmersa en la nota, a la fecha de la emisión. En muchas ocasiones la opción binaria de barrera está vinculada al comportamiento del tipo de cambio peso-dólar, y la barrera que se establece es una barrera inferior  $H_L$  cuando se trata de una nota *down and out* y se encuentra por debajo del valor del subyacente en la misma fecha de emisión, en tanto que la barrera para el Cede *up and out* es una barrera superior  $H_U$ , y es mayor que el valor del subyacente al momento de la emisión.

Los pagos asociados a los Cedes tipo knock out se comportan como se muestra a continuación en el cuadro 2.2.

en donde,

Pago		Subyacente vs barrera
Tipo down and out		
$N$	si en algún momento t	$S_t \leq H_L$
$N + X$	si para todo tiempo t	$S_t > H_L$
Tipo up and out		
$N + X$	si para todo tiempo t	$S_t < H_U$
$N$	si en algún momento t	$S_t \geq H_U$

Cuadro 2.2: Pagos al vencimiento de los cedés *knock out down and out* y *knock out up and out*

$S_t$ : es el valor del subyacente,

$N$ : es valor nominal del Cede,

$X$ : corresponde flujo generado por el rendimiento establecido en el contrato,

$H_L$ : representa la barrera inferior del subyacente que se especifica para un Cede *down and out*,

$H_U$ : representa la barrera superior del subyacente que se especifica para un Cede *up and out*,

$$X = PF$$

$$P = \begin{cases} \max(0, S_t - K) & , \text{ en el caso de una opción call} \\ \max(0, K - S_t) & , \text{ en el caso de una opción put} \end{cases}$$

La estructura de los Cedés *knock out down and out* y de los *knock out up and out* está integrada por un bono cupón cero, cuyo valor al vencimiento es igual al 100% del capital invertido, y una opción binaria *down and out* o *up and out*, en la que el subyacente es la paridad cambiaria FIX MXP/USD con plazo igual al bono. Aunque existen tantos como opciones barrera, consideraremos solamente el caso *down and out call*.

El precio de la nota, como en los casos de las notas mencionadas antes, se calcula sumando el valor del bono al precio de la opción, es decir,

$$P_V = B + P_D$$

en donde  $B$  es el valor del bono, y  $P_D$  es la prima de la opción binaria de barrera. Calculando el valor del bono se obtiene, como antes,

$$B = \frac{N}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

en tanto que para calcular el precio de la opción barrera se utiliza el modelo de Rubinstein y Reiner y usando la notación de Hang's se obtiene que

si  $K \geq H$

$$A = \varphi S_t \Phi(\varphi x_1) - \varphi K e^{-r(T-t)} \Phi(\varphi x_1 - \varphi \sigma \sqrt{T-t}),$$

$$C = \varphi S_t \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2(\mu+1)} \Phi(\eta y_1) - \varphi K e^{-r(T-t)} \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2\mu} \Phi(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T-t}),$$

entonces

$$P_D = A - C$$

si  $K < H$

$$B = \varphi S_t \Phi(\varphi x_2) - \varphi K e^{-r(T-t)} \Phi(\varphi x_2 - \varphi \sigma \sqrt{T-t}),$$

$$D = \varphi S_t \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2(\mu+1)} \Phi(\eta y_2) - \varphi K e^{-r(T-t)} \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2\mu} \Phi(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T-t}),$$

entonces

$$P_D = B - D$$

en donde

$$x_1 = \frac{\ln(S_t/K)}{\sigma\sqrt{T-t}} + (\mu + 1)\sigma\sqrt{T-t} \quad y_1 = \left(\frac{\ln(H^2/S_t K)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) + (\mu + 1)\sigma\sqrt{T-t}$$

$$x_2 = \frac{\ln(S_t/H)}{\sigma\sqrt{T-t}} + (\mu + 1)\sigma\sqrt{T-t} \quad y_2 = \left(\frac{\ln(H/S_t)}{\sigma\sqrt{T-t}}\right) + (\mu + 1)\sigma\sqrt{T-t}$$

$$\mu = \frac{r - \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

considerando que



- $S_t$ : es el precio del subyacente al inicio de la opción,  
 $K$ : corresponde al precio de ejercicio de la opción,  
 $\Phi(\cdot)$ : es valor de la función de distribución normal estándar,  
 $r$ : corresponde a la tasa libre de riesgo,  
 $H$ : representa la barrera,  
 $\sigma$ : es la volatilidad del rendimiento del subyacente.

Por su parte,  $\varphi$  y  $\eta$  son términos binarios cuyo valor depende del tipo de opción. En particular  $\varphi = 1$  y  $\eta = 1$ , cuando se trata de una opción down and out call.

Si además se considera otorgar un reembolso  $R$  siempre que la opción no haya sido cancelada por alcanzar la barrera, a la prima  $P_D$  calculada antes se debe agregar el término  $F$ , en donde

$$F = R \left[ \left( \frac{H}{S_t} \right)^{\mu+\lambda} \Phi(\eta z) + \left( \frac{H}{S_t} \right)^{\mu-\lambda} \Phi(\eta z - 2\eta\lambda\sigma\sqrt{T-t}) \right]$$

con

$$\lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2r}{\sigma^2}}$$

$$z = \frac{\ln(H/S_t)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \lambda\sigma\sqrt{T-t}$$

$R$  será un porcentaje, establecido en el contrato, del precio del subyacente al inicio de la opción.

### 7. Cede dual tipo de cambio

El objetivo del Cede dual tipo de cambio es agregar a una tasa de cambio mínima garantizada, un rendimiento que se determina de acuerdo con el tipo de cambio peso-dólar. Para ello, la nota se estructura con un bono (bullet bond) que no paga cupones, excepto uno determinado con base en una tasa mínima garantizada (TMG) establecida al inicio de la emisión, que se paga al vencimiento junto con el principal 100% garantizado; también se involucra en la estructura una opción europea de tasas de interés cuyo precio de ejercicio es la tasa mínima garantizada.

El subyacente de este tipo de certificados es el rendimiento del tipo de cambio FIX que se obtenga en una fecha específica, respecto a un nivel inicial de tipo de cambio peso-dólar establecido por el emisor al inicio del certificado de depósito.

El precio del Cede dual tipo de cambio, es

$$P_V = B_b + P_D$$

en donde  $B_b$  es el valor del bullet bond, y  $P_D$  es la prima de la opción de tasas de interés incorporada al Cede. Cabe mencionar que la tasa de interés a pagar será  $\max(TMG, TR)$ , en donde  $TMG$  es la tasa mínima garantizada y establecida en el prospecto de emisión de la nota y  $TR$  es la tasa de rendimiento vinculada al tipo de cambio final.

A continuación se valúan separadamente el bono y la opción.

El bullet bond pagará, al vencimiento, el 100 % del principal y los intereses devengados de acuerdo a la TMG, por lo que

$$B_b = \frac{N(1 + TMG(\tau/360))}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

en donde

- $N$ : es el valor nominal del Cede,
- $TMG$ : corresponde a la tasa de interés mínima garantizada establecida en el prospecto de emisión,
- $\tau$ : es el plazo de la emisión.
- $R$ : representa la tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer, que se obtiene de las curvas nominales bancarias,
- $T - t$ : representa los días por vencer de la emisión a la fecha de la evaluación.

Para calcular el precio de la opción es necesario hacer algunas consideraciones:

- a) El pago al vencimiento de la opción que forma parte del Cede, se ajusta mediante un porcentaje de garantía establecido en el prospecto de emisión, el cual se utiliza como factor de ajuste para el tipo de cambio al vencimiento de la nota.
- b) El rendimiento adicional a la TMG que puede pagar el certificado de depósito, se liquida al vencimiento de la emisión, junto con el valor del bullet bond a la misma fecha.
- c) Si  $FIX_t$  es el tipo de cambio FIX que da a conocer el Banco de México en la fecha  $t$ , y si  $PF$  son los puntos forward el mismo día de la evaluación  $t$ , entonces tomándolos como referencia se puede determinar el valor de la opción al vencimiento como,

$$TC_{ref_t} = FIX_t + PF$$

d) La tasa de rendimiento relacionada con el tipo de cambio final se calcula como:

$$TR_f = \text{máx} \left[ \left( \frac{(TC_{ref_t})(F)}{TC_i} - 1 \right) \frac{1}{\tau}, 0 \right]$$

en donde,

- $TR_f$ : es la tasa de rendimiento vinculada al tipo de cambio final,
- $TC_{ref_t}$ : es el tipo de cambio de referencia en la fecha de evaluación  $t$ ,
- $F$ : es el porcentaje de garantía establecido en el prospecto de emisión,
- $TC_i$ : corresponde al tipo de cambio al inicio de la emisión,
- $\tau$ : es la proporción del año en que se mantiene vigente la emisión.

De acuerdo con lo anterior, la prima de la opción de tasas de interés incluida en la estructura, se determina de la siguiente manera:

$$P_D = N\tau e^{-r(T-t)} [TR_f \Phi(d_1) - (TMG) \Phi(d_2)]$$

con,

$$d_1 = \frac{\ln(TR_f/TMG) + \frac{1}{2}\sigma^2(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

en donde

- $N$ : es el valor nominal del Cede,
- $\tau$ : representa el plazo de la emisión del Cede,
- $r$ : corresponde a la tasa libre de riesgo capitalizada continuamente,
- $TR_f$ : tasa de rendimiento vinculada al tipo de cambio final,
- $TMG$ : corresponde a la tasa de interés mínima garantizada establecida en el prospecto de emisión,
- $\Phi(\cdot)$ : es valor de la función de distribución normal estándar,
- $\sigma$ : es la volatilidad del rendimiento del subyacente,
- $T - t$ : es el número de días al vencimiento de la opción.

Por lo tanto, el precio limpio de evaluación del Cede dual tipo de cambio está dado por la diferencia entre su precio sucio y los intereses devengados del cupón vigente, es decir:

$$PL_V = P_V - ID$$

## 2.6. Valuación de Cedes para tipo de cambio

La valuación de notas estructuradas que involucran al tipo de cambio como subyacente, aunque se realiza de manera muy similar al caso de aquellas notas cuyo subyacente es una acción, debe involucrar dos rendimientos  $r_F$  que corresponde al rendimiento sin riesgo del país origen de la divisa utilizada y  $r_D$  que corresponde al rendimiento sin riesgo doméstico, mismo que se utiliza en la valuación de las notas referidas a una acción. Desde luego, esta modificación ocurre en la valuación de la opción o las opciones que forman parte de la nota.

En este trabajo solamente mostraremos la forma de valuación de los Cedes cal y put spread referidos al tipo de cambio peso-dólar, así como la del Cede knock out down and out con el tipo de cambio peso-dólar como subyacente, por ser estas las notas involucradas en nuestra propuesta de inversión.

1. *Cede call spread de tipo de cambio* De la misma manera que en el Cede call spread mencionado antes, esta estructura tiene capital garantizado, se inicia en el tiempo  $t$  y está formado por un bono cupón cero con vencimiento en el tiempo  $T$  y valor nominal  $N$ . Esta estructura contiene también un portafolio de opciones con el mismo vencimiento que el bono, constituido por un call largo y uno corto ambos con el tipo de cambio peso-dólar como subyacente, en los que  $K_1$  es el precio de ejercicio del call largo y es menor a  $K_2$  que es el precio de ejercicio de la opción call corta. Así entonces, si el precio del Cede call spread se calcula como sigue:

$$P_V = B + P_D F$$

en donde,

$P_V$ : es el valor del Cede,

$B$ : es el precio del bono cupón cero, al inicio de la nota,

$P_D$ : es la prima neta de las opciones involucradas en la estructura,

$F$ : es la proporción del portafolio de opciones que se incluirá en la nota.

con

$$B = \frac{N}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

$$P_D = c_1 - c_2$$

$$F = \frac{N - B}{P_D}$$

- $T - t$ : es el número de días por vencer del Cede como proporción del año,  
 $R(t, T)$ : es la tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer.

en tanto que cada una de las primas de las opciones involucradas,  $c_i$   $i=1, 2$  se calculan usando la fórmula de Black - Scholes,

$$c_i = S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(d_1) - K_i e^{-r_D(T-t)} \Phi(d_2), \quad i = 1, 2$$

en donde,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{K_i}\right) + (r_D + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

## 2. Cede put spread de tipo de cambio

Un Cede put spread referido al tipo de cambio que se inicia en el tiempo  $t$ , es un portafolio que se conforma por un bono cupón cero con vencimiento en  $T$  y dos opciones de venta europeas sobre el tipo de cambio, una larga con precio de ejercicio  $K_2$  y otra corta con precio de ejercicio  $K_1$  menor a  $K_2$ . De acuerdo con esta estructuración se puede determinar que el precio del Cede put spread es:

$$P_V = B + P_D F$$

en donde,

- $P_V$ : es el valor del Cede,  
 $B$ : es el precio del bono cupón cero, al inicio de la nota,  
 $P_D$ : es la prima neta de las opciones involucradas en la estructura,  
 $F$ : es la proporción del portafolio de opciones que se incluirá en la nota.

con

$$B = \frac{N}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

$$P_D = p_2 - p_1$$

$$F = \frac{N - B}{P_D}$$

- $T - t$ : es el número de días por vencer del Cede como proporción del año,  
 $R(t, T)$ : es la tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer.

Aplicando la fórmula de Black - Scholes, se pueden calcular las primas de las opciones put involucradas en el instrumento,  $p_i$   $i = 1, 2$  de la siguiente manera ,

$$p_i = K_i e^{-r_D(T-t)} \Phi(-d_2) - S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(-d_1), \quad i = 1, 2$$

en donde,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{K_i}\right) + (r_D + \frac{1}{2}\sigma^2)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

### 3. Cede knock out down and out de tipo de cambio

La estructura de los Cedes knock out down and out y de los knock out up and out está integrada por un bono cupón cero, cuyo valor al vencimiento es igual al 100% del capital invertido, y una opción binaria down and out con barrera inferior  $H_L$  , en la que el subyacente es la paridad cambiaria FIX MXP/USD con plazo igual al bono. El precio de la nota, como en los casos de las notas mencionadas antes, se calcula sumando el valor del bono al precio de la opción, es decir,

$$P_V = B + P_D$$

en donde  $B$  es el valor del bono, y  $P_D$  es la prima de la opción binaria de barrera. Calculando el valor del bono se obtiene, como antes,

$$B = \frac{N}{1 + R(t, T)(T - t)}$$

en tanto que para calcular el precio de la opción barrera se utiliza el modelo de Rubinstein y Reiner y usando la notación de Hang's se obtiene que

si  $K \geq H_L$

$$A = S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(x_1) - K e^{-r_D(T-t)} \Phi(x_1 - \sigma \sqrt{T-t}),$$

$$C = S_t e^{-r_F(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2(\mu+1)} \Phi(y_1) - K e^{-r_D(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2\mu} \Phi(y_1 - \sigma \sqrt{T-t}),$$

entonces

$$P_D = A - C$$

si  $K < H_L$

$$B = S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(x_2) - K e^{-r_D(T-t)} \Phi(x_2 - \sigma \sqrt{T-t}),$$

$$D = S_t e^{-r_F(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2(\mu+1)} \Phi(y_2) - K e^{-r_D(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2\mu} \Phi(y_2 - \sigma \sqrt{T-t}),$$

entonces

$$P_D = B - D$$

en donde

$$x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{K}\right)}{\sigma \sqrt{T-t}} + (\mu + 1) \sigma \sqrt{T-t} \quad y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H_L^2}{S_t e^{-r_F(T-t)} K}\right)}{\sigma \sqrt{T-t}} + (\mu + 1) \sigma \sqrt{T-t}$$

$$x_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{H_L}\right)}{\sigma \sqrt{T-t}} + (\mu + 1) \sigma \sqrt{T-t} \quad y_2 = \frac{\ln\left(\frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}}\right)}{\sigma \sqrt{T-t}} + (\mu + 1) \sigma \sqrt{T-t}$$

$$\mu = \frac{(r_D - r_F) - \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

considerando que

- $S_t$ : es el precio del subyacente al inicio de la opción,  
 $K$ : corresponde al precio de ejercicio de la opción,  
 $\Phi(\cdot)$ : es valor de la función de distribución normal estándar,  
 $r_D$ : corresponde a la tasa libre de riesgo doméstica,  
 $r_F$ : corresponde a la tasa libre de riesgo del país de origen de la divisa considerada,  
 $H_L$ : representa la barrera,  
 $\sigma$ : es la volatilidad del rendimiento del subyacente.

Si además se considera otorgar un reembolso  $R$  siempre que la opción call no haya sido cancelada por alcanzar la barrera, a la prima  $P_D$  calculada antes se debe agregar el término  $F$ , en donde

$$F = R \left[ \left( \frac{H_L}{(S_t e^{-r_F(T-t)})} \right)^{\mu+\lambda} \Phi(z) + \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{\mu-\lambda} \Phi(z - 2\lambda\sigma\sqrt{T-t}) \right]$$

con

$$\lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2(r_D - r_F)}{\sigma^2}}$$

$$z = \frac{\ln\left(\frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \lambda\sigma\sqrt{T-t}$$

$R$  será un porcentaje, establecido en el contrato, del precio del subyacente al inicio de la opción.

La estructura vertical-horizontal que se propone en el siguiente capítulo como opción de inversión es un portafolio constituido por Cedes de tipo de cambio peso-dólar como los que acabamos de mencionar.





## Capítulo 3

# Estrategia de inversión mediante la combinación de notas estructuradas

Como se mencionó antes, uno de los problemas que enfrentan tanto los inversionistas como los usuarios de los recursos captados de los inversores es el riesgo que se corre tanto al hacer una inversión como al aceptarla, el cual por supuesto, influye en la toma de decisiones de ambas partes. No es que el riesgo determine la decisión de optar o no por cierta inversión, pues cada inversionista individualmente decide qué nivel de riesgo está dispuesto a aceptar, con base en distintos y diversos criterios, entre los cuales probablemente se encuentre la urgencia por recuperar la inversión, pero sí constituye un factor importante dentro de la decisión.

Por ejemplo, si el capital que el inversionista está arriesgando es solamente una pequeña porción de su patrimonio y tiene la posibilidad de obtener ingresos por otras inversiones o trabajos, si se trata de una persona joven y saludable, podría estar dispuesta a aceptar un riesgo mayor en su inversión con la esperanza de lograr altos rendimientos, pero si el inversor es una persona mayor, que lo que va a invertir corresponde a los ahorros de toda su vida, muy probablemente busque una oportunidad de inversión con el mayor rendimiento posible asociado al más bajo nivel de riesgo, es decir, posiblemente opte por una inversión que prácticamente le garantice la recuperación de su dinero con alguna ganancia adicional, que le permitan tener una vejez más segura.

Esto significa que cada inversionista persigue sus propios objetivos e intereses, y el mercado necesita estar preparado para responder a las necesidades de cada uno de ellos, con instrumentos diferentes que satisfagan sus requerimientos de la mejor manera posible.

Es así que surgen las diferentes metodologías para la selección de portafolios, pero también los distintos instrumentos y estrategias de cobertura contra el riesgo de una inversión. En particular, con el fin de ofrecer una cobertura más segura contra las variaciones de tasas de interés o tipos de cambio, se propone la siguiente estrategia de inversión basada en la combinación de notas estructuradas.

Con base en la bibliografía revisada a lo largo de la realización de este trabajo, en el mercado existen diversidad de portafolios conformados con notas estructuradas todos ellos conformados por notas cuya vigencia es un mismo período de tiempo, es decir, notas que coinciden en sus fechas de inicio y vencimiento, estructuraciones que aquí llamamos “estructuras verticales”. Nuestra contribución es la construcción de “estructuras horizontales”, las cuales corresponden a portafolios de notas estructuradas organizadas de manera que la vigencia de una inicia al vencimiento de otra u otras. Esta forma de estructuración permite ampliar el plazo de inversión-protección y la actualización del precio del activo subyacente o aún el cambio de subyacente dentro del plazo de vigencia de la estructura, con lo cual se busca reducir el riesgo de la inversión.

La estructura propuesta consta de dos partes, que se identifican como 1) una estructura vertical con vigencia de  $t$  a  $T$ , que garantiza un flujo de efectivo pronosticable, al final de la primera parte del plazo de la estructura, combinada con 2) una estructura horizontal con vigencia de  $T$  a  $T_1$  para la segunda parte del plazo de vigencia de la estructura total, la cual tendrá una inversión inicial igual al flujo generado en la primera etapa y que busca lograr un flujo de efectivo al vencimiento, superior al que se obtendría con otra inversión con la misma vigencia y nivel de riesgo similar. Por tanto la estructura vertical-horizontal propuesta tendrá vigencia de  $t$  a  $T_1$  y se propone lograr un rendimiento superior al que se obtendría con otra inversión con riesgo similar y mismo período de vigencia. A continuación se describen cada una de las partes mencionadas de la estructura.

### 3.1. Estructura vertical

La primera parte de la estructura propuesta consiste en lo que decidimos llamar una “estructura vertical”, la cual se construye como la suma de un *Cede call spread* y uno *put spread* que inician en el instante  $t$  y ambos vencen al tiempo  $T$ , es decir, la vigencia de ambos cedes será de  $T - t$  días. Como se muestra en la figura 3.1, esta estructura vertical garantiza un flujo de efectivo en  $T$  igual al monto de la inversión original más  $K_2 - K_1$  adicional por cada unidad del portafolio compuesto por una opción call y una put adquirida en la estructura, y su precio será la suma de los precios de los cedes respectivos, es decir,

$$P_{EV} = P_{VC} + P_{VP}$$

en donde,

- $K_1$ : es el precio de ejercicio de las opciones call larga y put corta.
- $K_2$ : es el precio de ejercicio de las opciones call corta y put larga.  $K_1 < K_2$
- $P_{EV}$ : es el precio de la estructura vertical,
- $P_{VC}$ : representa el precio del cede call spread que forma parte de la estructura,
- $P_{VP}$ : corresponde al precio del cede put spread involucrado en la estructura vertical.

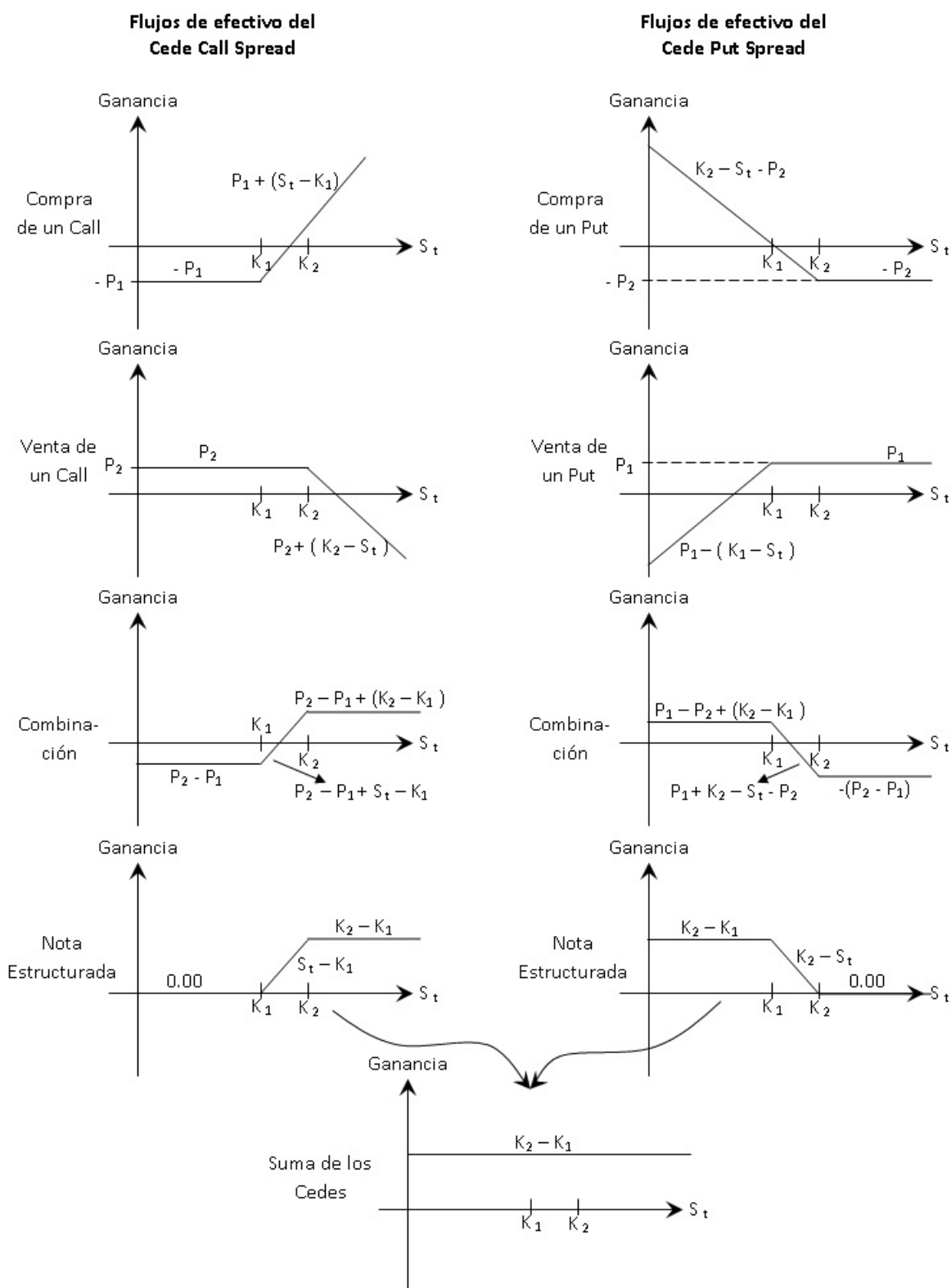


Figura 3.1: Flujos de efectivo al vencimiento de la estructura vertical.

esto significa una inversión igual a la suma de los nominales de los bonos cupón cero que integran cada uno de los cedos, es decir,  $N_1 + N_2$  100 % garantizado.

La inversión en el cede call spread será  $B = VP(N_1)$  en un bono cupón cero y  $N_1 - B$  se invertirá en un portafolio de opciones call cortas y call largas, con prima  $P_{V_C}$ . Por lo tanto, el número de portafolios de opciones que formarán parte de este cede call spread será  $F_C = (N_1 - B)/(P_{V_C})$ . Por su parte en el cede put spread la inversión será  $B_1 = VP(N_2)$  en un bono cupón cero y  $N_2 - B_1$  se invertirá en un portafolio de opciones put cortas y put largas, con prima  $P_{V_P}$ . Por lo tanto, el número de portafolios de opciones que formarán parte de este cede put spread será  $F_P = (N_2 - B_1)/(P_{V_P})$ , y con el fin de establecer un flujo pronosticable tal como se pretende en la estructura, se hace coincidir  $F_P$  con  $F_C$  con lo cual se determina el valor correspondiente de  $N_2$ .

### 3.2. Estructura horizontal

Al vencimiento de la estructura vertical el flujo de efectivo será  $N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C$  cantidad que se invertirá en ese momento, en un *cede knock out down and out* o bien un *cede knock out up and out* dependiendo de cuál sea el pronóstico para el precio del subyacente.

Los pagos asociados a cada uno de los cedos tipo knock out involucrados en la estructura horizontal se muestra en el cuadro 3.1.

Pago		Subyacente vs barrera
Tipo down and out		
$N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C$	si en algún momento $t \in [T, T_1]$	$S_t \leq H_L$
$N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C + X + R$	si para todo tiempo $t \in [T, T_1]$	$S_t > H_L$
Tipo up and out		
$N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C + X + R$	si para todo tiempo $t \in [T, T_1]$	$S_t < H_U$
$N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C$	si en algún momento $t \in [T, T_1]$	$S_t \geq H_U$

Cuadro 3.1: Pagos de la estructura horizontal a su vencimiento en  $T_1$

en donde,

- $S_t$ : es el valor del subyacente al inicio de la estructura horizontal,
- $N_1$ : es valor nominal del cede call spread de la estructura vertical,
- $N_2$ : es valor nominal del cede put spread inmerso en la estructura vertical,
- $X$ : corresponde al flujo generado por el rendimiento establecido en el contrato,
- $R$ : es el reembolso establecido en el contrato,
- $H_L$ : es la barrera inferior del subyacente que se especifica para el Cede *down and out*,
- $H_U$ : representa la barrera superior del subyacente establecida para el Cede *up and out*.

el beneficio de esta estrategia vertical-horizontal es la garantía de una ganancia mínima igual a  $(K_2 - K_1)F_C$  al vencimiento de la misma, en el tiempo  $T_1$ , es decir, una tasa de rendimiento mínimo de  $(K_2 - K_1)F_C / (N_1 + N_2)$  generado por la inversión de  $N_1 + N_2$  unidades monetarias durante el período de tiempo  $(t, T_1)$  ya que el capital inicial está garantizado. Este rendimiento mínimo podría ser insuficiente si se comparara por ejemplo con la TIIE, sin embargo, estimamos que es posible obtener rendimientos superiores a los del mercado, si se establecen adecuadamente el nivel de la barrera a utilizar en esta estructura horizontal, el precio de ejercicio de la opción barrera y el porcentaje de reembolso, situación que mostramos en el ejemplo de aplicación de esta estrategia de inversión, más adelante.

El precio de esta porción de la estrategia será el precio del *cede knock out* correspondiente con valor nominal  $N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C$ , es decir,

$$P_V = B + P_D G$$

cuyo valor se determina de la manera que se indicó en el capítulo anterior y que retomamos en la sección que sigue y  $G$  es el número de opciones barrera inmersas en el cede knock out, que serán adquiridas. En realidad, lo que se requiere en esta etapa es determinar el valor  $G$  para poder calcular entonces el payoff de la estructura.

### 3.3. Valor de la estrategia

El valor de esta estrategia será la suma de los precios de cada una de las notas estructuradas que conforman la primera etapa del producto estructurado planteado. Esto significa que el precio  $P_E$  de la estrategia vertical-horizontal es exactamente el precio de la estrategia vertical, ya que la estructura horizontal no requiere inversión adicional a los flujos generados por la estructura vertical. Calculando separadamente los precios de los cedes call spread y put spread se tiene lo siguiente.

$$P_{EV} = P_{VC} + P_{VP}$$

### 3.3.1. Valuación del cede call spread

Si el valor nominal del bono cupón cero inmerso en el *cede* call spread es  $N_1$ , entonces

$$P_{VC} = \frac{N_1}{1 + R(t, T)(T - t)} + (C_1 - C_2)F_C$$

en donde,

$$F_C = \frac{N_1 - \frac{N_1}{1 + R(t, T)(T - t)}}{C_1 - C_2}$$

y si el subyacente es una acción que no paga dividendos en el período de vigencia de la estrategia,

$$C_i = S_t \Phi(d_1) - K_i e^{-r(T-t)} \Phi(d_2), \quad i = 1, 2$$

en donde

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K_i}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

mientras que si el subyacente es el tipo de cambio peso-dólar y las tasas  $r_D$  y  $r_F$  son las tasas libres de riesgo doméstica y de Estados Unidos, respectivamente,

$$C_i = S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(d_1) - K_i e^{-r_D(T-t)} \Phi(d_2), \quad i = 1, 2$$

con

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{K_i}\right) + \left(r_D + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

### 3.3.2. Valuación del cede put spread

Consideremos ahora que el valor nominal del bono cupón cero inmerso en el *cede* put spread es  $N_2$ , por lo tanto

$$P_{VP} = \frac{N_2}{1 + R(t, T)(T - t)} + (P_2 - P_1)F_P$$

$$F_P = \frac{N_2 - \frac{N_2}{1 + R(t, T)(T - t)}}{(P_2 - P_1)}$$

en donde, si el subyacente es una acción que no paga dividendos durante la vigencia del cede,

$$P_i = K_i e^{-r(T-t)} \Phi(-d_2) - S_t \Phi(-d_1), \quad i = 1, 2$$

con,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t}{K_i}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

y

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

pero si el subyacente sobre el que se define el cede es el tipo de cambio peso-dólar, entonces

$$P_i = K_i e^{-r_D(T-t)} \Phi(-d_2) - S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(-d_1), \quad i = 1, 2$$

con,

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{K_i}\right) + \left(r_D + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$

y



$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$

en donde  $r_F$  es la tasa libre de riesgo de los Estados Unidos, y  $r_D$  es la correspondiente tasa libre de riesgo doméstica, además  $R(t, T)$  representa la tasa de rendimiento asociada al número de días por vencer dentro de las notas. Asimismo,  $F_C$  es la proporción del portafolio de opciones que se incluirá en el Cede call spread y  $F_P$  es la proporción del portafolio de opciones que se incluirá en el Cede put spread.

### 3.3.3. Valuación de la etapa horizontal de la propuesta

Calcularemos el precio del Cede knock out down and out tipo call ya que es el que incluimos en la estrategia.

$$P_V = \frac{N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C}{1 + R(T, T_1)(T_1 - T)} + P_D G$$

en donde, si el subyacente es una acción que no paga dividendos durante la vigencia del Cede,

si  $K > H_L$

$$\begin{aligned} P_D = & \varphi S_t \Phi(\varphi x_1) - \varphi K e^{-r(T-t)} \Phi(\varphi x_1 - \varphi \sigma \sqrt{T-t}) - \varphi S_t \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{2(\mu+1)} \Phi(\eta y_1) \\ & + \varphi K e^{-r(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{2\mu} \Phi(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T-t}) + R \left[ \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{\mu+\lambda} \Phi(\eta z) \right. \\ & \left. + \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{\mu-\lambda} \Phi(\eta z - 2\eta \lambda \sigma \sqrt{T-t}) \right] \end{aligned}$$

si  $K \leq H_L$

$$\begin{aligned}
 P_D = & \varphi S_t \Phi(\varphi x_2) - \varphi K e^{-r(T-t)} \Phi(\varphi x_2 - \varphi \sigma \sqrt{T-t}) + \varphi S_t \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{2(\mu+1)} \Phi(\eta y_2) \\
 & + \varphi K e^{-r(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{2\mu} \Phi(\eta y_2 - \eta \sigma \sqrt{T-t}) + R \left[ \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{\mu+\lambda} \Phi(\eta z) \right. \\
 & \left. + \left( \frac{H_L}{S_t} \right)^{\mu-\lambda} \Phi(\eta z - 2\eta \lambda \sigma \sqrt{T-t}) \right],
 \end{aligned}$$

en donde

$$x_1 = \frac{\ln(S_t/K)}{\sigma \sqrt{T-t}} + (\mu + 1)\sigma \sqrt{T-t} \qquad y_1 = \left( \frac{\ln(H_L^2/S_t K)}{\sigma \sqrt{T-t}} \right) + (\mu + 1)\sigma \sqrt{T-t}$$

$$x_2 = \frac{\ln(S_t/H_L)}{\sigma \sqrt{T-t}} + (\mu + 1)\sigma \sqrt{T-t} \qquad y_2 = \left( \frac{\ln(H_L/S_t)}{\sigma \sqrt{T-t}} \right) + (\mu + 1)\sigma \sqrt{T-t}$$

$$z = \frac{\ln(H_L/S_t)}{\sigma \sqrt{T-t}} + \lambda \sigma \sqrt{T-t} \qquad \mu = \frac{r - \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2r}{\sigma^2}} \qquad \varphi = 1 \qquad \eta = 1$$

considerando que

- $S_t$ : es el precio del subyacente al inicio de la opción,
- $K$ : corresponde al precio de ejercicio de la opción,
- $\Phi(\cdot)$ : es valor de la función de distribución normal estándar,
- $r$ : corresponde a la tasa libre de riesgo,
- $H_L$ : representa la barrera,
- $\sigma$ : es la volatilidad del rendimiento del subyacente.
- $R$ : reembolso establecido al contratar la estrategia a pagar siempre que la opción call haya sido cancelada por alcanzar la barrera.

En el caso en el que el subyacente es un tipo de cambio y dado que la opción es tipo call, el precio de la opción barrera se determina como sigue:

si  $K > H_L$

$$\begin{aligned}
P_D = & S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(x_1) - K e^{-r_D(T-t)} \Phi(x_1 - \sigma\sqrt{T-t}) - S_t e^{-r_F(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2(\mu+1)} \Phi(y_1) \\
& + K e^{-r_D(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2\mu} \Phi(y_1 - \sigma\sqrt{T-t}) + R \left[ \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{\mu+\lambda} \Phi(z) \right. \\
& \left. + \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{\mu-\lambda} \Phi(z - 2\lambda\sigma\sqrt{T-t}) \right]
\end{aligned}$$

si  $K \leq H_L$

$$\begin{aligned}
P_D = & S_t e^{-r_F(T-t)} \Phi(x_2) - K e^{-r_D(T-t)} \Phi(x_2 - \sigma\sqrt{T-t}) + S_t e^{-r_F(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2(\mu+1)} \Phi(y_2) \\
& + K e^{-r_D(T-t)} \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{2\mu} \Phi(y_2 - \sigma\sqrt{T-t}) + R \left[ \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{\mu+\lambda} \Phi(z) \right. \\
& \left. + \left( \frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}} \right)^{\mu-\lambda} \Phi(z - 2\lambda\sigma\sqrt{T-t}) \right],
\end{aligned}$$

en donde

$$x_1 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{K}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T-t} \quad y_1 = \frac{\ln\left(\frac{H_L^2}{S_t e^{-r_F(T-t)} K}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T-t}$$

$$x_2 = \frac{\ln\left(\frac{S_t e^{-r_F(T-t)}}{H_L}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T-t} \quad y_2 = \frac{\ln\left(\frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} + (\mu+1)\sigma\sqrt{T-t}$$

$$z = \frac{\ln\left(\frac{H_L}{S_t e^{-r_F(T-t)}}\right)}{\sigma\sqrt{T-t}} + \lambda\sigma\sqrt{T-t} \quad \mu = \frac{(r_D - r_F) - \sigma^2/2}{\sigma^2}$$

$$\lambda = \sqrt{\mu^2 + \frac{2(r_D - r_F)}{\sigma^2}}$$

considerando que

- $S_t$ : es el precio del subyacente al inicio de la opción,
- $K$ : corresponde al precio de ejercicio de la opción,
- $\Phi(\cdot)$ : es valor de la función de distribución normal estándar,
- $r$ : corresponde a la tasa libre de riesgo,
- $H_L$ : representa la barrera,
- $\sigma$ : es la volatilidad del rendimiento del subyacente.
- $R$ : reembolso establecido al contratar la estrategia a pagar siempre que la opción call haya sido cancelada por alcanzar la barrera.

### 3.4. Ejemplo de aplicación de la estrategia de inversión vertical-horizontal propuesta

En esta sección mostramos un ejemplo de la aplicación de la estrategia propuesta y se hace un análisis de algunos resultados obtenidos, ya que se considerarán diversos valores para algunos de los parámetros que son determinantes tanto de la prima de la opción inmersa en la nota, como en el payoff de la misma.

Compararemos los valores que se obtienen por la inversión en la estrategia vertical-horizontal propuesta suponiendo una inversión inicial de \$ 50,000 en el cede call spread con vigencia de 91 días en el que se incluirá como bono cupón cero la inversión en cetes a 91 días, y una tasa sin riesgo de 4.43 % que corresponde al rendimiento de esos cetes. Con el fin de evaluar nuestra propuesta de inversión se realizará una comparación entre el resultado de la inversión en esta estrategia y la que se obtendría en el mercado, para ello consideraremos que nuestra estrategia tiene vigencia del 1 de julio de 2012 al 31 de diciembre del mismo año, y que cada una de las etapas de nuestra estrategia tendrá vigencia de 91 días. De la misma manera, utilizaremos como subyacente el tipo de cambio peso-dólar, diferentes precios de ejercicio en la opción barrera así como diferentes niveles de barrera y de reembolso, con el fin de observar bajo qué condiciones la estrategia ofrece una rentabilidad superior a la esperada.

#### 3.4.1. Conformación de la estructura vertical

Como mencionamos antes, consideremos la inversión de \$50,000 en un cede call spread sobre el tipo de cambio del dólar americano, con vigencia de 91 días a partir del 1 de julio de 2012. A partir de esta condición haremos la construcción del resto de la estrategia.

### 3.4.1.1. Valuación del cede call spread

En esta estructura realizaremos la inversión en Cetes a 91 días de un nominal de  $N_1 = \$50,000$  con vencimiento a finales de septiembre de 2012 y rendimiento 4.43%, según la última subasta de cetes de junio de 2012, mismo rendimiento que usaremos como tasa libre de riesgo doméstica, además el tipo de cambio del dólar al inicio de nuestra estrategia, el 1 de julio de 2012 fue \$13.3249 y la tasa libre de riesgo extranjera que utilizaremos ( la de los T-bills a 3 meses) será  $r_F = 0.25\%$ . A partir de los parámetros iniciales que acabamos de establecer se obtiene el precio del bono cupón cero con dicho nominal como

$$B = \frac{50,000}{1 + .0443(91/360)} = \$49,446.30$$

Para integrar el cede call spread se invertirá la diferencia entre el valor nominal del bono y su precio ( $50,000 - 49,446.2977 = 553.7023$ ) en un portafolio compuesto por un mismo número de opciones call largas y cortas sobre el tipo de cambio del dólar americano. El número de portafolios de opciones a adquirir ( $F_C$ ) depende de la prima del portafolio. Por tal razón, calcularemos primero el precio de una opción call larga suponiendo un precio de ejercicio de \$13.5 y el de una opción call corta con precio de ejercicio de \$14 ambas con el mismo período de vigencia que el bono considerado en la estrategia, en este caso 91 días, y con posiciones abiertas al 1 de julio del mismo año 2012, según el informe presentado por el Mexder (2012). La valuación la haremos utilizando, como se indicó en el capítulo 2, la fórmula de Black-Scholes para opciones sobre tipos de cambio. Los resultados se muestran en los cuadros 3.2 y 3.3.

$S_t$	$r_F$	$r_D$	$\sigma$	$K_1$	$T - t$
13.3249	0.25%	4.43%	17.57%	13.5	0.2528

$d_1$	$\Phi(d_1)$	$d_2$	$\Phi(d_2)$
0.016	0.5064	- 0.0723	0.4712

$$c_1 = 0.4533$$

Cuadro 3.2: Valuación de la opción call larga

Por tanto, la prima correspondiente a la adquisición de una opción call larga y una opción call corta que conformarán el cede call spread es:

$$P_D = c_1 - c_2 = 0.4533 - 0.2341 = 0.2192$$

$S_t$	$r_F$	$r_D$	$\sigma$	$K_2$	$T - t$
13.3249	0.25 %	4.43 %	16.51 %	14	0.2528
$d_1$	$\Phi(d_1)$	$d_2$	$\Phi(d_2)$		
- 0.4266	0.3348	- 0.5096	0.3052		
$c_2 = 0.2341$					

Cuadro 3.3: Valuación de la opción call corta

de donde la fracción del portafolio de opciones que se comprará será  $F_C$ , calculado como

$$F_C = \frac{N_1 - B}{P_D} = \frac{50,000 - 49,446.30}{0.2198} = 2,519.06$$

La prima del cede call spread será, entonces,

$$P_V = B + P_D F_C = 49,446.30 + 0.2198(2,519.06) = 50,000$$

lo cual, por otro lado no es sorprendente, ya que debe corresponder al monto de la inversión.

### 3.4.1.2. Valuación del cede put spread

El cede put spread que se integrará en el portafolio que conforma la estructura vertical propuesta estará constituido por un bono cupón cero con la misma vigencia que el cede call spread y un portafolio constituido por opciones put largas y cortas.

Con el fin de que al vencimiento de esta estrategia se garantice una utilidad de  $K_2 - K_1$  fija, la fracción  $F_P$  del portafolio de opciones put que se comprará será la misma determinada en el cede call spread. Utilizaremos entonces dicha fracción para determinar el valor nominal del bono cupón cero que formará parte de este cede put spread. Desde luego se mantienen los valores establecidos en el cede call spread para la variabilidad implícita del subyacente, para el tipo de cambio inicial del dólar americano y para los rendimientos utilizados, de la misma manera que los precios de ejercicio utilizados,  $K_1$  y  $K_2$  son los establecidos antes.

El bono cupón cero que se utilizará en este cede será, nuevamente, el cete a 91 días subastado al cierre de junio de 2012 y con vencimiento al cierre de septiembre del mismo año. Para determinar el número de cetes de este tipo que se comprarán, cuando  $F_P = 2,526.05$ , así como la cantidad que se invertirá en ellos, es necesario determinar el precio del portafolio

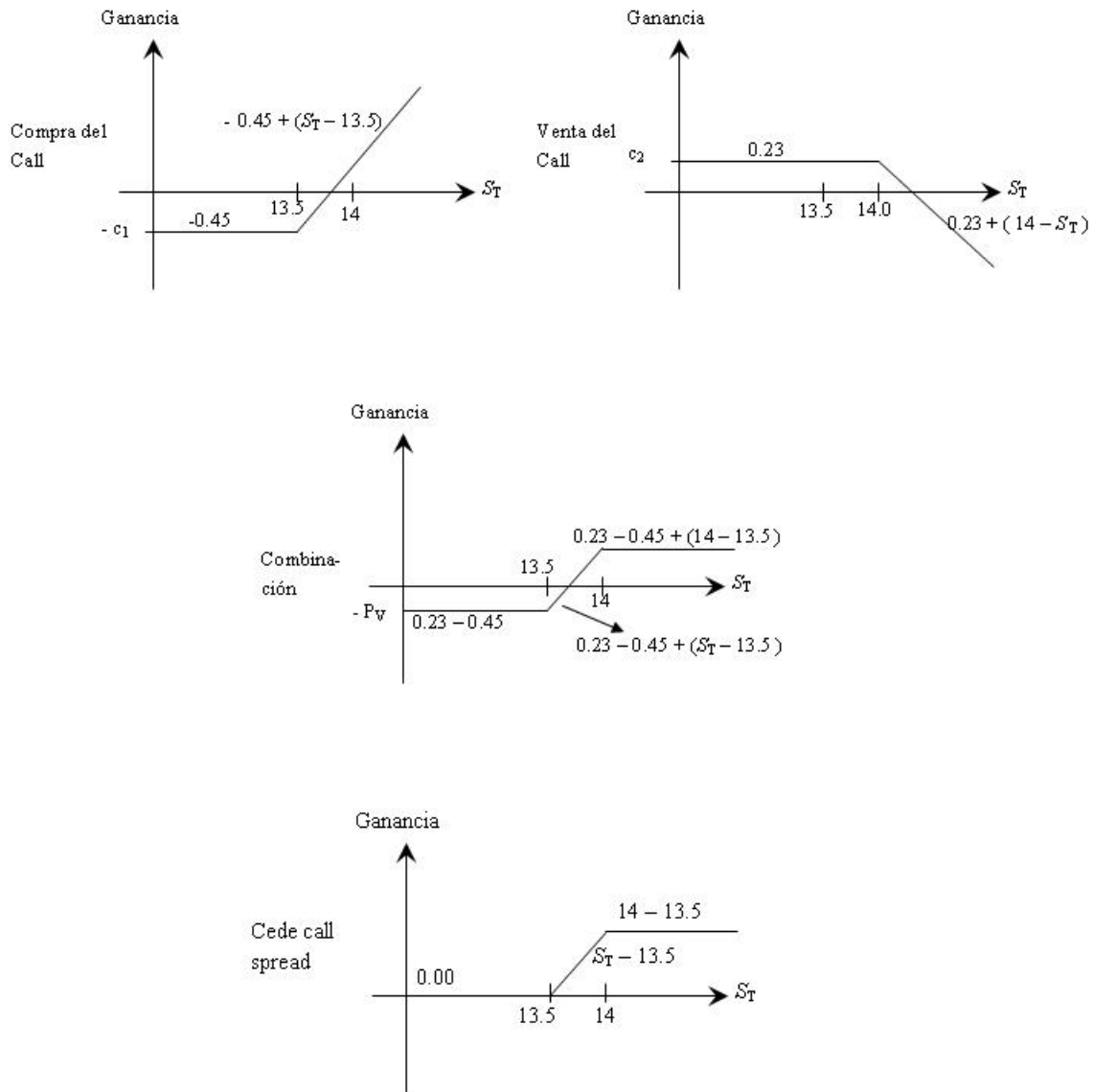


Figura 3.2: Ganancia al vencimiento del cede call spread

constituido por una acción put larga y una corta. Para ello utilizaremos nuevamente la fórmula de Black-Scholes sólo que ahora para valuar opciones put de tipos de cambio. Los resultados se muestran en los cuadros 3.4 y 3.5 que se muestran a continuación.

$S_t$	$r_F$	$r_D$	$\sigma$	$K_1$	$T - t$
13.3249	0.25 %	4.43 %	17.57 %	13.5	0.2528
$d_1$	$\Phi(-d_1)$	$d_2$	$\Phi(-d_2)$		
0.016	0.4936	- 0.0723	0.5288		
$p_1 = 0.4865$					

Cuadro 3.4: Valuación de la opción put corta

$S_t$	$r_F$	$r_D$	$\sigma$	$K_2$	$T - t$
13.3249	0.25 %	4.43 %	16.51 %	14	0.2528
$d_1$	$\Phi(-d_1)$	$d_2$	$\Phi(-d_2)$		
- 0.4266	0.6652	- 0.5096	0.6948		
$p_2 = 0.7617$					

Cuadro 3.5: Valuación de la opción put larga

Por tanto, la prima correspondiente a la negociación de una opción put larga y una opción put corta que conformarán el cede put spread es:

$$P_D = p_2 - p_1 = 0.7617 - 0.4865 = 0.2752$$

Determinaremos ahora el valor nominal de la inversión  $N_2$  que se hará en el bono cupón cero inmerso en el cede put spread. Para ello, partiremos del hecho de que el valor presente de dicho nominal es  $B$ , que considerando la tasa de rendimiento de los cetes a 91 días a la fecha de inicio del contrato, establecida en 4.43 %, se obtiene como

$$B = \frac{N_2}{1 + R(t, T)(T - t)}$$



y dado que

$$F_P = \frac{N_2 - B}{P_D}$$

tenemos que,

$$\begin{aligned} F_P &= \frac{N_2 - \frac{N_2}{1+R(t,T)(T-t)}}{P_D} \\ 2,526.05 &= \frac{N_2 - \frac{N_2}{1+0.0443(91/360)}}{0.2752} \end{aligned}$$

despejando tenemos:

$$\begin{aligned} N_2 &= \frac{F_P P_D (1 + R(t, T)(T - t))}{R(t, T)(T - t)} \\ &= \frac{2,526.05(0.2752)(1 + 0.0443(91/360))}{(0.0443)(91/360)} \\ &= 62,782.72 \end{aligned}$$

por lo tanto,

$$B = \frac{62,782.72}{1 + 0.0443(91/360)} = 62,087.46$$

y la prima del cede put spread asciende a

$$P_V = B + P_D F_P = 62,087.46 + 0.2752(2,526.05) = 62,782.72$$

tal como se esperaba por ser el monto total de la inversión en el cede put spread.

Esto significa que la inversión inicial en la estructura propuesta será de \$ 50,000 en el cede call spread más \$ 62,782.72 que serán invertidos en el cede put spread, es decir, \$ 112,782.72. Al finalizar esta parte de la estructura, tres meses después de ser contratada, el inversionista contará con una cantidad de dinero igual a la suma de los nominales de cada nota más  $(14 - 13.5)F_C$ , es decir, \$114,045.74, lo cual corresponde a un rendimiento del 1.12% obtenido en

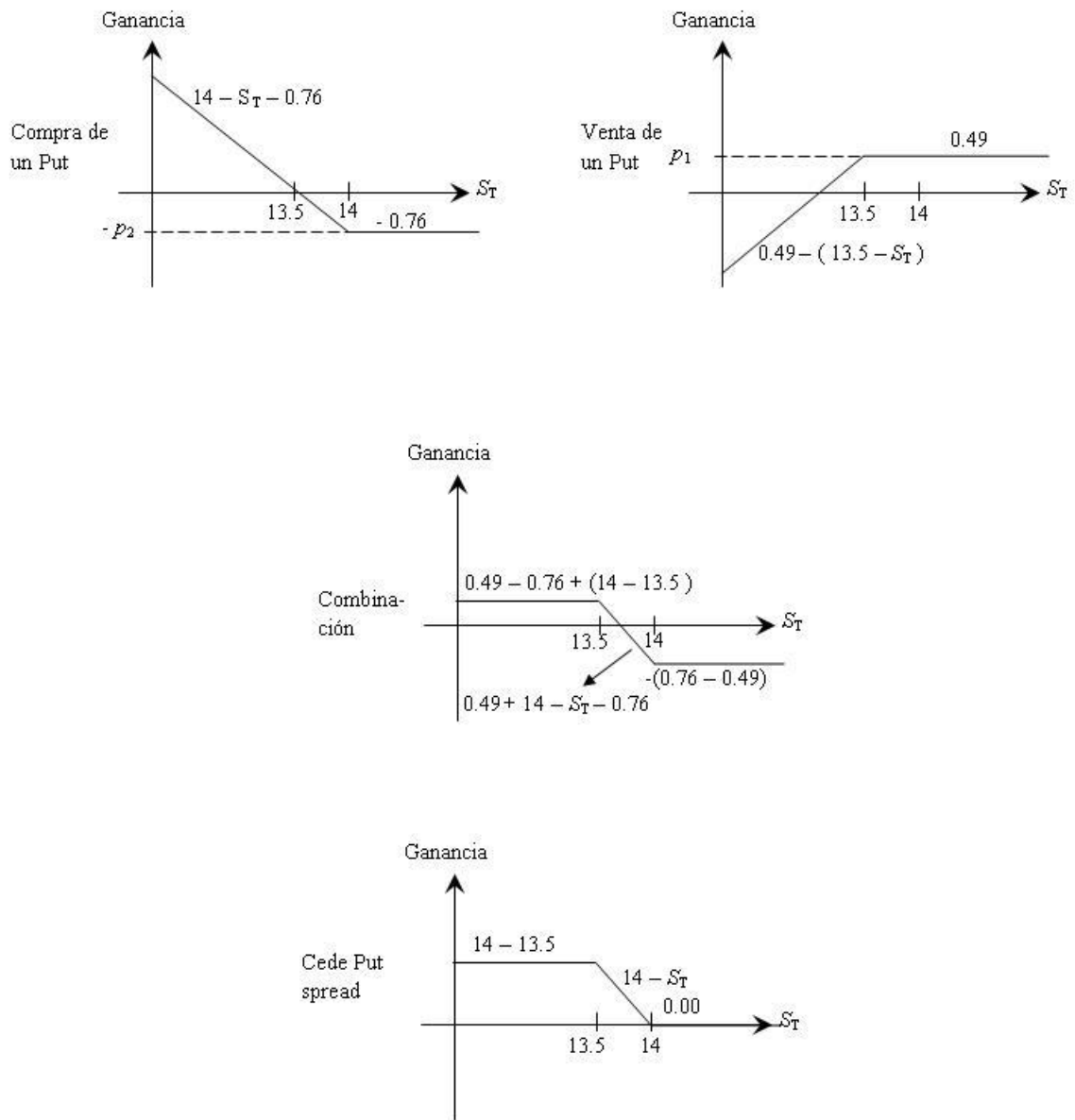


Figura 3.3: Ganancia al vencimiento del cede put spread

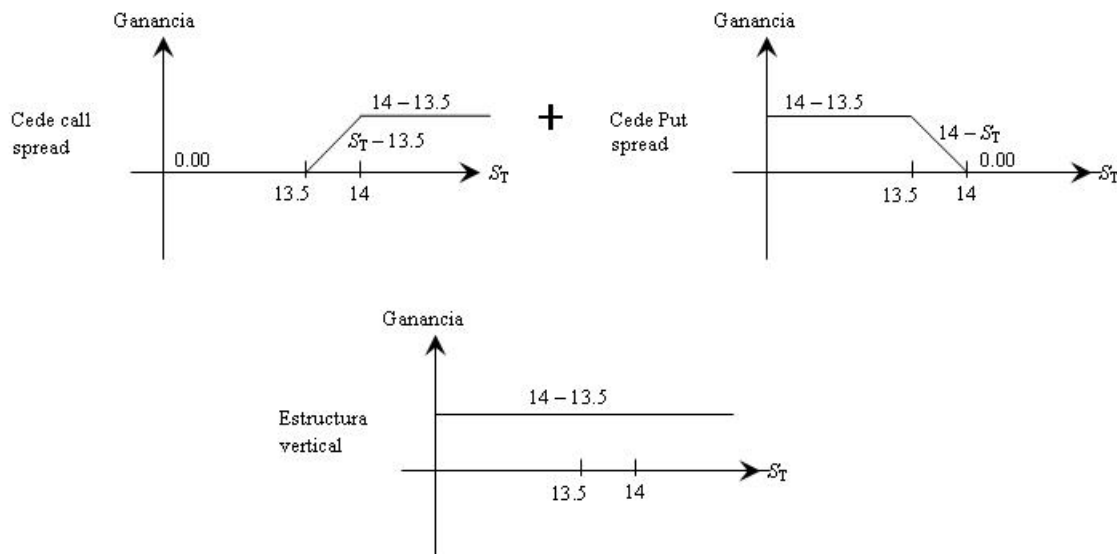


Figura 3.4: Ganancia al vencimiento por unidad monetaria invertida en las opciones de la estructura vertical

el período de tres meses.

La cantidad obtenida al vencimiento de la estructura vertical se invertirá en un cede knock-out down and out con vencimiento en 3 meses, lo cual constituye lo que llamamos *estrategia horizontal*.

### 3.4.2. Conformación y valuación de la estructura horizontal

Los \$114,045.74, cantidad obtenida al final de los primeros tres meses de la estructura, se invertirán en un cede knock-out down and out con vencimiento en 3 meses más asociado al tipo de cambio peso-dólar. Es importante resaltar que en tanto en los libros como en los artículos revisados se proponen solamente portafolios de notas estructuradas con un mismo período de vigencia, es decir, los portafolios corresponden a estructuras verticales y no estructuras horizontales. Una aportación del presente trabajo es la incorporación de una estructura horizontal que permita, a través de una nota estructurada u otro portafolio de notas estructuradas, ampliar el plazo de la inversión, ofreciendo la posibilidad de actualizar el precio del subyacente en algún momento intermedio de la vigencia de la estructura total, o aún utilizando un nuevo subyacente para el segundo período de la estructura, al tiempo que ese segundo período puede tener mayor o menor longitud que la primera parte de la inversión. Es decir, la propuesta incorpora la posibilidad de realizar inversiones más dinámicas que permitan mejorar el rendimiento, estando sujetas solamente al riesgo de mercado.

En este caso la segunda etapa de la estructura inicia el 1 de octubre con una inversión

de \$114,045.74 para vencer el 31 de diciembre de 2012 y consiste en la inversión en un cede knock-out down and out con vencimiento en 3 meses, constituido por la inversión en cetes a 91 días, cuyo rendimiento, de acuerdo a la subasta del 27 de septiembre de 2012 es 4.25 % y la inversión en opciones barrera down and out en las que se considera un reembolso R equivalente a un porcentaje establecido del precio del subyacente al inicio del período. La tasa libre de riesgo doméstica es la de cetes a 91 días vigente al inicio de esta parte de la inversión, en tanto que la tasa libre de riesgo extranjera la consideramos en 0.25 % como antes. Los flujos de efectivo al vencimiento generados por la opción barrera, dependerán del valor del subyacente al inicio del contrato, el precio de ejercicio considerado en la opción, la barrera que se establezca en el contrato y el nivel de reembolso, entre otros parámetros. Por tal razón, en este trabajo se presentan los resultados de esta inversión, considerando diferentes niveles de barrera y reembolso, así como distintos precios de ejercicio, con el fin de verificar que se pueden obtener rendimientos superiores a los del mercado, si se establecen los parámetros mencionados en niveles adecuados.

A continuación realizaremos paso a paso la valuación de la nota knock out y el cálculo de su flujo de efectivo al vencimiento. El valor nominal del bono cupón cero es  $N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C$  y dado que, como se indicó antes, la inversión se realizará en cetes a 91 días cuyo rendimiento de acuerdo a la subasta del 27 de septiembre de 2012 es 4.25 % y vigencia del 1 de octubre al 31 de diciembre de 2012, el precio del bono con valor nominal \$ 114,045.74 en la fecha mencionada es

$$P_0 = \frac{N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C}{1 + R(T, T_1)(T_1 - T)} = \frac{114,045.74}{1 + 0.0425 (91/360)} = 112,833.56$$

el resto de la inversión, \$1,212.18 se usará en la adquisición de la opción barrera inmersa en la estructura knock out.

Con el fin de determinar la cantidad de opciones barrera que se adquirirán para completar la estrategia, es necesario calcular la prima de la opción, cálculo que realizamos en seguida y se muestra en el cuadro 3.6.

El tipo de cambio peso-dólar al inicio de esta parte de la estructura, en el instante T (1 de octubre de 2012) es \$12.8167. Este valor se utilizará para valuar la opción barrera con período de vigencia del 1 de octubre de 2012 al 31 de diciembre del mismo año. Se espera que el tipo de cambio no llegue a ser menor a \$12.50 en ningún momento, por ello, iniciaremos haciendo los cálculos correspondientes a una opción con dicho nivel de la barrera inferior. Asimismo, se asignará un reembolso del 1 % del precio inicial del subyacente, mismo que se pagará al vencimiento siempre que la opción no se cancele por alcanzar la barrera. Si consideramos una opción ATM, las condiciones de la opción son:

$$\begin{aligned}
H_L &= 12.5 \\
K &= 12.8167 \\
S_T &= 12.8167 \\
r_D &= 4.25 \% \\
r_F &= 0.25 \% \\
\sigma &= 18.70 \% \\
T_1 - T &= 91 \text{ días} = 0.2528 \text{ años} \\
R &= 0.128167
\end{aligned}$$

Como  $K > H_L$

$$\begin{aligned}
P_D &= \varphi S_t \Phi(\varphi x_1) - \varphi K e^{-r(T-t)} \Phi(\varphi x_1 - \varphi \sigma \sqrt{T-t}) - \varphi S_t \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2(\mu+1)} \Phi(\eta y_1) \\
&\quad + \varphi K e^{-r(T-t)} \left(\frac{H}{S_t}\right)^{2\mu} \Phi(\eta y_1 - \eta \sigma \sqrt{T-t}) + R \left[ \left(\frac{H}{S_t}\right)^{\mu+\lambda} \Phi(\eta z) \right. \\
&\quad \left. + \left(\frac{H}{S_t}\right)^{\mu-\lambda} \Phi(\eta z - 2\eta \lambda \sigma \sqrt{T-t}) \right]
\end{aligned}$$

calculando,

$$\mu = \frac{0.0425 - .0025 - (0.1870)^2/2}{0.1870^2} = 0.643870285$$

$$x_1 = \frac{\ln(12.8167e^{-.0025(0.2528)}/12.8167)}{0.1870\sqrt{0.2528}} + (1.643870285)(0.1870)\sqrt{0.2528} = 0.14783189$$

$$y_1 = \left( \frac{\ln((12.5)^2/12.8167e^{-.0025(0.2528)}(12.8167))}{0.1870\sqrt{0.2528}} \right) + (1.643870285)(0.1870)\sqrt{0.2528}$$

$$y_1 = -0.3709713$$

$$\lambda = \sqrt{(0.643870285)^2 + \frac{2(0.0425 - 0.0025)}{(0.1870)^2}} = 1.643870285$$

$$z = \frac{\ln(12.5/12.8167e^{-.0025(0.2528)})}{0.1870\sqrt{0.2528}} + 1.643870285(0.1870)\sqrt{0.2528} = -0.104848158$$

$$\begin{aligned}
 P_D = & 12.8167e^{-.0025(0.2528)}\Phi(0.148) - 12.8167e^{-0.0425(0.2528)}\Phi(0.148 - 0.1870\sqrt{0.2528}) \\
 & -12.8167e^{-.0025(0.2528)}\left(\frac{12.5}{12.8167e^{-.0025(0.2528)}}\right)^{2(1.6439)}\Phi(-0.371) \\
 & +12.8167e^{-0.0425(0.2528)}\left(\frac{12.5}{12.8167e^{-.0025(0.2528)}}\right)^{2(0.6439)}\Phi(-0.371 - 0.1870\sqrt{0.2528}) \\
 & +0.128167\left[\left(\frac{12.5}{12.8167e^{-.0025(0.2528)}}\right)^{0.6439+1.6439}\Phi(-0.1048)\right. \\
 & \left.+\left(\frac{12.5}{12.8167e^{-.0025(0.2528)}}\right)^{0.6439-1.6439}\Phi\left(-0.1048 - 2(1.6439)(0.1870)\sqrt{0.2528}\right)\right]
 \end{aligned}$$

$$P_D = 0.3885$$

$H_L$ :	12.5			
$K$ :	12.8167			
$S_T$ :	12.8167			
$r_F$ :	0.25%			
$r_D$ :	4.25%			
$\sigma$ :	18.70%			
$T_1 - T$ :	0.2528			
$R$ :	0.128167			
$\mu$ :	0.643870285			
$\lambda$ :	1.643870285			
$x_2$ :	0.413954982	$x_1$ :	0.1478319	
$y_2$ :	-0.104848158	$y_1$ :	-0.370971	
$z$ :	-0.104848158			
$B$ :	0.529598201	$A$ :	0.5450056	
$D$ :	0.241872725	$C$ :	0.256605	
$F$ :	0.100125946			
		$P_D =$	0.3885265	

Cuadro 3.6: Valuación de la opción barrera tipo call down-and-out

El número de opciones barrera que se adquirirán como parte del cede knock-out será  $G$ ,

$$G = \frac{N_1 + N_2 + (K_2 - K_1)F_C - P_0}{P_D} = \frac{114,045.74 - 112.833.56}{0.3885} = 3,119.93$$

Por tanto la prima de esta parte de la estrategia vertical-horizontal propuesta es

$$P_V = P_0 + P_D G = 112,833.56 + 0.3882 (3,119.93) = 114,045.74$$

que corresponde a la cantidad invertida en esta parte de la estrategia, es decir, se está invirtiendo la cantidad total obtenida al concluir la primera parte de la estrategia propuesta vertical-horizontal.

En el cuadro 3.7 se muestran los flujos de efectivo que tendría un inversionista en esta estructura vertical-horizontal al vencimiento de la misma, es decir, al cabo de 6 meses de su inversión.

situación	pago de una opción	utilidad de una opción	(utilidad de una opción) $G$	pago del bono	pago de la estructura	Rendimiento
$S_t < 12.5$ para algún $t \in (T, T_1)$	0	0	0	114,045.74	114,045.74	1.12 %
$12.5 < S_t < 12.8167$ $\forall t \in (T, T_1]$	0.1282	0.1282	399.87	114,045.74	114,445.61	1.474 %
$S_{T_1} > 12.8167$	$S_{T_1} - 12.82$ $+ 0.1282$	$S_{T_1} - 12.69$	$3,119.93S_{T_1}$ $- 39,587.39$	114,045.74	$3,119.93S_{T_1}$ $+ 74,458.35$	$> 1.474 \%$

Cuadro 3.7: Payoff de la estructura vertical-horizontal al vencimiento

De acuerdo con los registros, la cotización del dólar más baja en el período considerado en esta estrategia (1 de octubre al 31 de diciembre de 2012) fue \$12.6987, por lo que la opción barrera no se canceló. Por otro lado, la cotización peso-dólar al vencimiento de la opción fue \$12.9658 por lo que el pago final de la estructura es \$114,910.80, que corresponde a un rendimiento obtenido por la inversión en la estructura de 1.89%, 0.52% por debajo de la tasa de mercado.

No obstante, como mencionamos antes, los resultados son distintos si se utilizan otros valores para el precio de ejercicio, el nivel barrera y el nivel de reembolso en el cálculo de la prima de la opción, y es posible también conseguir otros rendimientos modificando los parámetros mencionados. A continuación, en los cuadros 3.8 a 3.15 mostramos el valor de la prima calculada y del rendimiento obtenido por la inversión así como la comparación con el rendimiento que se obtendría por una inversión con la misma vigencia, 6 meses, en el período mencionado en el presente ejercicio, con rendimiento igual a la TIIIE a 28 días.

### 3.4.3. Análisis de sensibilidad

A continuación revisamos los resultados en los rendimientos y pagos al vencimiento generados por la estructura, considerando diferentes valores para el nivel de reembolso, precio de ejercicio y nivel de barrera. El objetivo de este análisis es tratar de establecer algunos rangos en que los valores de dichos parámetros permiten que la estrategia produzca el resultado esperado, es decir, rendimientos superiores a los del mercado.

#### 3.4.3.1. Casos de éxito

En cada uno de los cuadros que siguen se muestran para el precio de ejercicio que se indica, los flujos de efectivo al vencimiento y los rendimientos que se obtendrían por la inversión en la estrategia que proponemos, considerando diferentes niveles de barrera y de reembolso.

	R(t,T) =	0.0425										
	Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)	0.0227					Rendimiento en 6 meses usando THIE					0.024092
	Inversión inicial	112,782.72										
	Inversión en la segunda etapa	114,045.74					Segunda etapa P <sub>0</sub>					112,833.56
	Tipo de cambio más bajo en el periodo:	12.6987										
	Tipo de cambio al final del periodo:	12.9658										
	$\sigma =$	19.41%										
	K	12.3										
		Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)										
		% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%	
	R		0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563	
H	12.5	P <sub>D</sub>	0.3955	0.4461	0.4714	0.4765	0.4866	0.4917	0.4957	0.4968	0.5980	
		Payoff	116,086.40	116,028.92	116,004.81	116,000.29	115,991.55	115,987.31	115,983.98	115,983.16	115,192.60	
		Rendimiento	2.93%	2.88%	2.86%	2.85%	2.85%	2.84%	2.84%	2.84%	2.14%	
		Rendim adic.	0.52%	0.47%	0.45%	0.44%	0.44%	0.43%	0.43%	0.43%	-0.27%	
H	12.59	P <sub>D</sub>	0.2952	0.3497	0.3770	0.3824	0.3933	0.3988	0.4031	0.4042	0.5132	
		Payoff	116,779.45	116,575.57	116,495.74	116,481.14	116,453.15	116,439.73	116,429.25	116,426.67	115,382.11	
		Rendimiento	3.54%	3.36%	3.29%	3.28%	3.25%	3.24%	3.23%	3.23%	2.30%	
		Rendim adic.	1.13%	0.95%	0.88%	0.87%	0.85%	0.83%	0.82%	0.82%	-0.10%	
H	12.69	P <sub>D</sub>	0.1693	0.2282	0.2576	0.2635	0.2753	0.2812	0.2859	0.2871	0.4048	
		Payoff	118,811.73	117,922.86	117,630.74	117,580.14	117,485.44	117,441.06	117,406.88	117,398.50	115,440.68	
		Rendimiento	5.35%	4.56%	4.30%	4.25%	4.17%	4.13%	4.10%	4.09%	2.36%	
		Rendim adic.	2.94%	2.15%	1.89%	1.84%	1.76%	1.72%	1.69%	1.68%	-0.05%	
H	12.8	P <sub>D</sub>	0.0130	0.0767	0.1086	0.1149	0.1277	0.1341	0.1391	0.1404	0.2678	
		Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,046.00	
		Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	
		Rendim adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	

Cuadro 3.8: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=12.3$

En el cuadro 3.8 se puede observar que se utiliza como precio de ejercicio de la opción barrera el tipo de cambio \$12.3, existen varias oportunidades de inversión que generarían un



rendimiento superior a la TIIE en el mismo período de vigencia de la inversión propuesta, aquellas que aparecen sombreadas en el cuadro. El reembolso se establece como un porcentaje del valor del subyacente al inicio del contrato, es decir, al 1 de octubre de 2012. Dicho porcentaje representa solamente una pequeña cobertura adicional a la de la opción call, para los casos en que la opción no se cancele, y se establece como un rendimiento menor al del mercado. Por tal razón se consideraron porcentajes menores al 2%. Se puede ver que siempre que la barrera es inferior al valor mínimo alcanzado por el subyacente durante el período de vigencia de la opción, es posible tener una inversión exitosa, sin embargo, a diferencia de lo que tal vez se podría pensar los mayores rendimientos se obtienen cuando el nivel de reembolso es cero, y el nivel de barrera  $H_L$  más grande, pero como se dijo antes, menor al valor mínimo del subyacente en el período. Cuando el nivel de la barrera es  $H_L=12.5$ , el pago máximo de la opción sería \$116,086.40 que corresponde a un rendimiento de 2.93%, 0.52% superior al de la TIIE, el cual se obtendría sin considerar reembolso, mientras que si  $H_L=12.69$  el pago máximo de la opción sería \$118,811.73 que corresponde a un rendimiento de 5.35%, 2.94% superior al de la TIIE, obtenido en un semestre de inversión.

	R(t,T) =	0.0425									
	Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)	0.0227				Rendimiento en 6 meses usando TIIE				0.024092	
	Inversión inicial	112,782.72									
	Inversión en la segunda etapa	114,045.74				Segunda etapa $P_0$		112,833.56			
	Tipo de cambio más bajo en el periodo:	12.6987									
	Tipo de cambio al final del periodo:	12.9658									
$\sigma =$	19.28%										
$K$	12.4	Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)									
	% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%	
	R	0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563	
$H$	12.5	$P_D$	0.3753	0.4258	0.4511	0.4562	0.4663	0.4713	0.4754	0.4764	0.5774
	Payoff	115,873.18	115,838.75	115,824.43	115,821.76	115,816.58	115,814.08	115,812.11	115,811.63	115,771.62	
	Rendimiento	2.74%	2.71%	2.70%	2.69%	2.69%	2.69%	2.69%	2.69%	2.65%	
	Rendim adic.	0.33%	0.30%	0.29%	0.29%	0.28%	0.28%	0.28%	0.28%	0.24%	
$H$	12.59	$P_D$	0.2810	0.3354	0.3626	0.3681	0.3789	0.3844	0.3887	0.3898	0.4987
	Payoff	116,486.68	116,322.20	116,258.48	116,246.86	116,224.64	116,214.00	116,205.70	116,203.65	116,044.18	
	Rendimiento	3.28%	3.14%	3.08%	3.07%	3.05%	3.04%	3.04%	3.03%	2.89%	
	Rendim adic.	0.87%	0.73%	0.67%	0.66%	0.64%	0.63%	0.63%	0.62%	0.48%	
$H$	12.69	$P_D$	0.1617	0.2205	0.2499	0.2558	0.2675	0.2734	0.2781	0.2793	0.3969
	Payoff	118,288.38	117,508.88	117,256.73	117,213.26	117,132.06	117,094.07	117,064.84	117,057.69	116,556.47	
	Rendimiento	4.88%	4.19%	3.97%	3.93%	3.86%	3.82%	3.80%	3.79%	3.35%	
	Rendim adic.	2.47%	1.78%	1.56%	1.52%	1.45%	1.41%	1.39%	1.38%	0.94%	
$H$	12.8	$P_D$	0.0125	0.0762	0.1080	0.1144	0.1271	0.1335	0.1386	0.1399	0.2673
	Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	
	Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	
	Rendim adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	

Cuadro 3.9: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=12.4$ 

El cuadro 3.9 presenta el caso en el que precio de ejercicio de la opción barrera es el

tipo de cambio \$12.4. En este cuadro se puede observar que se amplía un poco el número de portafolios posibles de inversión que generarían un rendimiento superior a la TIIIE en el período de vigencia de la inversión propuesta. Si el nivel de la barrera fuera 12.5, el nivel de reembolso podría crecer hasta nuestro máximo establecido 2 %, teniendo aún resultados favorables, sin embargo los rendimientos calculados para la inversión en la estructura son menores a los calculados para  $K = 12.3$ . En este caso el mayor flujo de efectivo calculado es \$118,288.38 el cual corresponde a un rendimiento de 4.88 % y representa un 2.47 % superior a lo del mercado, el cual se alcanza nuevamente en el nivel  $H_L = 12.69$  y reembolso cero. No obstante ser menor al rendimiento que se obtiene cuando  $K = 12.3$  sigue siendo una buena oportunidad de inversión.

	$R(t,T) =$	0.0425										
	Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)	0.0227					Rendimiento en 6 meses usando TIIIE					0.024092
	Inversión inicial	112,782.72										
	Inversión en la segunda etapa	114,045.74					Segunda etapa $P_0$					112,833.56
	Tipo de cambio más bajo en el periodo:	12.6987										
	Tipo de cambio al final del periodo:	12.9658										
$\sigma =$	19.14%											
$K$	12.5	Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)										
	% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%		
	R	0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563		
$H$	12.5	$P_D$	0.3548	0.4053	0.4305	0.4355	0.4456	0.4506	0.4547	0.4557	0.5565	
	Payoff	115,637.01	115,630.71	115,628.12	115,627.63	115,626.70	115,626.25	115,625.89	115,625.81	115,618.66		
	Rendimiento	2.53%	2.53%	2.52%	2.52%	2.52%	2.52%	2.52%	2.52%	2.51%		
	Rendim adic.	0.12%	0.12%	0.11%	0.11%	0.11%	0.11%	0.11%	0.11%	0.11%		
$H$	12.59	$P_D$	0.2665	0.3209	0.3480	0.3535	0.3643	0.3698	0.3741	0.3752	0.4839	
	Payoff	116,164.19	116,047.50	116,002.81	115,994.70	115,979.20	115,971.80	115,966.03	115,964.60	115,854.67		
	Rendimiento	3.00%	2.89%	2.86%	2.85%	2.83%	2.83%	2.82%	2.82%	2.72%		
	Rendim adic.	0.59%	0.49%	0.45%	0.44%	0.43%	0.42%	0.41%	0.41%	0.31%		
$H$	12.69	$P_D$	0.1539	0.2126	0.2420	0.2479	0.2597	0.2655	0.2702	0.2714	0.3890	
	Payoff	117,715.23	117,066.33	116,860.06	116,824.68	116,758.71	116,727.92	116,704.25	116,698.46	116,296.23		
	Rendimiento	4.37%	3.80%	3.62%	3.58%	3.53%	3.50%	3.48%	3.47%	3.12%		
	Rendim adic.	1.96%	1.39%	1.21%	1.17%	1.12%	1.09%	1.07%	1.06%	0.71%		
$H$	12.8	$P_D$	0.0119	0.0756	0.1075	0.1138	0.1266	0.1329	0.1380	0.1393	0.2667	
	Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74		
	Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%		
	Rendim adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%		

Cuadro 3.10: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=12.5$

Si incrementamos un poco más el precio de ejercicio de la opción de manera que ahora valga 12.5, observamos en el cuadro 3.10 que el rendimiento de la opción decrece en relación con el caso anterior ( $K = 12.4$ ), aunque todavía se puede considerar una estrategia exitosa ya que el rendimiento sigue siendo mayor al de la TIIIE. Nuevamente los mejores resultados corresponden al caso en el que la barrera es 12.69, y el máximo flujo de efectivo calculado es \$117,715.23, el cual si consideramos que la inversión inicial realizada al principio de los seis

meses es \$112,782.72, corresponde a un rendimiento de 4.37 %, 1.96 % superior a la TIEE.

De acuerdo con los casos que hemos analizado, podríamos pensar que la forma de maximizar los rendimientos generados por la inversión en nuestra propuesta sería estableciendo un nivel de reembolso nulo, el nivel de barrera más cercano pero inferior a la cotización mínima de la divisa en el período de vigencia de la estrategia, y establecer el precio de ejercicio de la opción más bajo posible. Incrementaremos, entonces, un poco más el precio de ejercicio de la opción, para observar los resultados que esto produce.

$R(t,T)$		4.25%										
Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)		2.27%					Rendimiento en 6 meses usando TIEE					2.41%
Inversión inicial		112,782.72										
Inversión en la segunda etapa		114,045.74					Segunda etapa $P_0$					112,833.56
Tipo de cambio más bajo en el periodo:		12.6987										
Tipo de cambio al final del periodo:		12.9658										
$\sigma =$	18.99%											
$K$	12.6	Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)										
	% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%		
	$R$	0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563		
$H$	12.5	$P_D$	0.3340	0.3843	0.4095	0.4145	0.4246	0.4296	0.4336	0.4346	0.5352	
	Payoff	115,373.15	115,401.54	115,413.12	115,415.26	115,419.41	115,421.40	115,422.97	115,423.36	115,454.69		
	Rendimiento	2.30%	2.32%	2.33%	2.33%	2.34%	2.34%	2.34%	2.34%	2.37%		
	Rendim adic.	-0.11%	-0.09%	-0.08%	-0.08%	-0.07%	-0.07%	-0.07%	-0.07%	-0.04%		
$H$	12.59	$P_D$	0.2519	0.3061	0.3332	0.3387	0.3495	0.3549	0.3593	0.3604	0.4689	
	Payoff	115,806.33	115,748.04	115,726.01	115,722.03	115,714.44	115,710.82	115,708.00	115,707.30	115,654.11		
	Rendimiento	2.68%	2.63%	2.61%	2.61%	2.60%	2.60%	2.59%	2.59%	2.55%		
	Rendim adic.	0.27%	0.22%	0.20%	0.20%	0.19%	0.19%	0.18%	0.18%	0.14%		
$H$	12.69	$P_D$	0.1460	0.2047	0.2341	0.2399	0.2517	0.2575	0.2622	0.2634	0.3809	
	Payoff	117,083.47	116,591.48	116,438.07	116,411.89	116,363.20	116,340.52	116,323.11	116,318.85	116,025.81		
	Rendimiento	3.81%	3.38%	3.24%	3.22%	3.17%	3.15%	3.14%	3.14%	2.88%		
	Rendim adic.	1.40%	0.97%	0.83%	0.81%	0.77%	0.75%	0.73%	0.73%	0.47%		
$H$	12.8	$P_D$	0.0113	0.0750	0.1069	0.1132	0.1260	0.1324	0.1375	0.1387	0.2661	
	Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74		
	Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%		
	Rendim adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%		

Cuadro 3.11: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=12.6$

Si consideramos como precio de ejercicio de la opción  $K = 12.6$  como se muestra en el cuadro 3.11, nos damos cuenta de que las oportunidades de éxito con la estrategia se redujeron significativamente. Ya no existe posibilidad de ganancia superior a la del mercado si se establece el nivel de la barrera en 12.5. Más aún, todos los rendimientos bajaron en comparación con los calculados con  $K = 12.5$ . Nuevamente el mejor resultado se obtiene con  $H_L = 12.69$ , sin embargo, el rendimiento máximo se redujo de 4.37 % a 3.81 % con un flujo de efectivo máximo al vencimiento de \$117,083.47. Claramente esta propuesta es inferior en calidad, a la anterior, además de que aumentan las posibilidades de que la inversión de como resultado

una pérdida, después de seis meses, en comparación con la TIIE que es el rendimiento que estamos tomando como base de comparación.

### 3.4.3.2. Casos fallidos

	R(t,T) =	0.0425										
	Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)	0.0227					Rendimiento en 6 meses usando TIIE					0.024092
	Inversión inicial	112,782.72										
	Inversión en la segunda etapa	114,045.74					Segunda etapa P <sub>0</sub>					112,833.56
	Tipo de cambio más bajo en el periodo:	12.6987										
	Tipo de cambio al final del periodo:	12.9658										
	$\sigma =$	18.83%										
	$K$	12.7										
		Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)										
		% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%	
		R	0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563	
$H$	12.5	P <sub>D</sub>	0.3130	0.3632	0.3883	0.3933	0.4033	0.4083	0.4123	0.4134	0.5137	
		Payoff	115,075.08	115,146.78	115,175.68	115,181.01	115,191.29	115,196.24	115,200.11	115,201.07	115,277.83	
		Rendimiento	2.03%	2.10%	2.12%	2.13%	2.14%	2.14%	2.14%	2.14%	2.21%	
		Rendim adic.	-0.38%	-0.31%	-0.29%	-0.28%	-0.27%	-0.27%	-0.27%	-0.26%	-0.20%	
$H$	12.59	P <sub>D</sub>	0.2369	0.2911	0.3182	0.3236	0.3344	0.3398	0.3442	0.3453	0.4536	
		Payoff	115,405.57	115,419.42	115,424.57	115,425.50	115,427.26	115,428.10	115,428.76	115,428.92	115,441.11	
		Rendimiento	2.33%	2.34%	2.34%	2.34%	2.34%	2.35%	2.35%	2.35%	2.36%	
		Rendim adic.	-0.08%	-0.07%	-0.07%	-0.07%	-0.06%	-0.06%	-0.06%	-0.06%	-0.05%	
$H$	12.69	P <sub>D</sub>	0.1379	0.1966	0.2259	0.2318	0.2435	0.2494	0.2541	0.2553	0.3726	
		Payoff	116,381.71	116,079.71	115,987.53	115,971.89	115,942.88	115,929.40	115,919.06	115,916.53	115,744.34	
		Rendimiento	3.19%	2.92%	2.84%	2.83%	2.80%	2.79%	2.78%	2.78%	2.63%	
		Rendim adic.	0.78%	0.51%	0.43%	0.42%	0.39%	0.38%	0.37%	0.37%	0.22%	
$H$	12.8	P <sub>D</sub>	0.0108	0.0745	0.1063	0.1127	0.1254	0.1318	0.1369	0.1381	0.2655	
		Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	
		Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	
		Rendim adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	

Cuadro 3.12: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=12.7$

En el cuadro 3.12 se muestran los resultados que se obtendrían si el precio de ejercicio de la opción barrera se estableciera en  $K = 12.7$ . Evidentemente no se trata de una buena opción de inversión en lo general. Solamente si se establece el nivel barrera en 12.69 se tendría un rendimiento de la inversión superior al del mercado, pero el rendimiento adicional máximo sería 0.78 %, muy por debajo de lo que se podría obtener según se muestra en los cuadros anteriores, por otro lado, los portafolios exitosos con este valor de  $K$  son muy escasos y solamente se encuentran cuando  $H_L = 12.69$ , y por supuesto preferentemente sin considerar reembolso. Lo que esto parece indicar es que, sin importar cuáles sean los valores de  $K$  y  $H_L$  el incremento en la prima asociado a la incorporación de un nivel de reembolso en la opción, en este tipo de estrategia, no parece ser cubierto cabalmente por el incremento en el

flujo de efectivo esperado de ella misma.

	R(t,T) =	0.0425									
	Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)			0.0227				Rendimiento en 6 meses usando THIE	0.024092		
	Inversión inicial			112,782.72							
	Inversión en la segunda etapa			114,045.74				Segunda etapa P <sub>0</sub>	112,833.56		
	Tipo de cambio más bajo en el periodo:			12.6987							
	Tipo de cambio al final del periodo:			12.9658							
$\sigma =$	18.70%										
$K$	12.8										
			Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)								
	% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%	
	R	0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563	
$H$	12.5	P <sub>D</sub>	0.2919	0.3420	0.3670	0.3720	0.3820	0.3870	0.3910	0.3920	0.4921
	Payoff	114,734.29	114,860.65	114,910.90	114,920.14	114,937.89	114,946.43	114,953.09	114,954.74	115,085.49	
	Rendimiento	1.73%	1.84%	1.89%	1.90%	1.91%	1.92%	1.92%	1.93%	2.04%	
	Rendim. adic.	-0.68%	-0.57%	-0.52%	-0.51%	-0.50%	-0.49%	-0.48%	-0.48%	-0.37%	
$H$	12.59	P <sub>D</sub>	0.2218	0.2759	0.3030	0.3084	0.3192	0.3246	0.3289	0.3300	0.4382
	Payoff	114,951.73	115,055.68	115,093.74	115,100.55	115,113.48	115,119.62	115,124.39	115,125.56	115,213.57	
	Rendimiento	1.92%	2.02%	2.05%	2.06%	2.07%	2.07%	2.08%	2.08%	2.16%	
	Rendim. adic.	-0.49%	-0.39%	-0.36%	-0.35%	-0.34%	-0.34%	-0.33%	-0.33%	-0.25%	
$H$	12.69	P <sub>D</sub>	0.1297	0.1883	0.2177	0.2235	0.2352	0.2411	0.2458	0.2470	0.3642
	Payoff	115,595.06	115,525.24	115,504.43	115,500.92	115,494.43	115,491.43	115,489.12	115,488.56	115,450.63	
	Rendimiento	2.49%	2.43%	2.41%	2.41%	2.40%	2.40%	2.40%	2.40%	2.37%	
	Rendim. adic.	0.08%	0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	-0.01%	-0.01%	-0.01%	-0.04%	
$H$	12.8	P <sub>D</sub>	0.0102	0.0739	0.1057	0.1121	0.1248	0.1312	0.1363	0.1375	0.2649
	Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	
	Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	
	Rendim. adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	

Cuadro 3.13: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=12.8$

A partir de los resultados anteriores tal vez podríamos inferir que, de seguir incrementando el precio de ejercicio de la opción barrera, los posibles rendimientos de la inversión realizada en la estrategia propuesta seguirán empeorando. Sin embargo, consideramos importante explorar un poco más para tratar de descartar la posibilidad de que los rendimientos volvieran a incrementarse. Por tal razón, decidimos realizar los cálculos considerando un precio de ejercicio  $K = 12.8$ . Los resultados obtenidos se muestran en el cuadro 3.13. En este cuadro se observa que todavía existen algunas oportunidades de inversión que no ofrecen pérdida, al menos significativa, sino que existe algunos portafolios que replican prácticamente el rendimiento del mercado. Estos portafolios corresponden a la inversión en nuestra estrategia propuesta, considerando como precio de ejercicio de la opción barrera  $K = 12.8$ , nivel de barrera  $H_L = 12.69$  y nivel de reembolso entre 0% y 0.90% del precio inicial del subyacente.

En los documentos consultados se encontró que en algunos casos en los que se utiliza el cede knock-out como instrumento de inversión se propone como opción inmersa una opción at de money (ATM), es decir, con precio de ejercicio igual al precio inicial del subyacente, por ello, decidimos explorar los rendimientos que podría generar la inversión que proponemos

R(t,T) =	0.0425										
Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)	0.0227										
Rendimiento en 6 meses usando TIIIE	0.024092										
Inversión inicial	112,782.72										
Inversión en la segunda etapa	114,045.74					Segunda etapa $P_0$					112,833.56
Tipo de cambio más bajo en el periodo:	12.6987										
Tipo de cambio al final del periodo:	12.9658										
$\sigma =$	18.70%										
$K$	12.8167										
Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)											
	% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%	
	R	0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563	
$H$	$12.5$	$P_D$	0.2884	0.3385	0.3635	0.3685	0.3785	0.3835	0.3875	0.3885	0.4887
	Payoff	114,672.42	114,809.24	114,863.51	114,873.49	114,892.63	114,901.83	114,909.02	114,910.80	115,051.48	
	Rendimiento	1.68%	1.80%	1.84%	1.85%	1.87%	1.88%	1.89%	1.89%	2.01%	
	Rendim. adic.	-0.73%	-0.61%	-0.56%	-0.56%	-0.54%	-0.53%	-0.52%	-0.52%	-0.40%	
$H$	$12.59$	$P_D$	0.2193	0.2734	0.3004	0.3058	0.3167	0.3221	0.3264	0.3275	0.4356
	Payoff	114,869.85	114,990.96	115,035.16	115,043.06	115,058.06	115,065.18	115,070.70	115,072.06	115,173.86	
	Rendimiento	1.85%	1.96%	2.00%	2.00%	2.02%	2.02%	2.03%	2.03%	2.12%	
	Rendim. adic.	-0.56%	-0.45%	-0.41%	-0.41%	-0.39%	-0.39%	-0.38%	-0.38%	-0.29%	
$H$	$12.69$	$P_D$	0.1283	0.1870	0.2163	0.2221	0.2339	0.2397	0.2444	0.2456	0.3628
	Payoff	115,454.10	115,427.96	115,420.20	115,418.90	115,416.48	115,415.36	115,414.51	115,414.30	115,400.22	
	Rendimiento	2.37%	2.35%	2.34%	2.34%	2.34%	2.33%	2.33%	2.33%	2.32%	
	Rendim. adic.	-0.04%	-0.06%	-0.07%	-0.07%	-0.07%	-0.07%	-0.08%	-0.08%	-0.09%	
$H$	$12.8$	$P_D$	0.0101	0.0738	0.1056	0.1120	0.1247	0.1311	0.1362	0.1374	0.2648
	Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	
	Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	
	Rendim. adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	

Cuadro 3.14: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=12.8167$

en este trabajo en una opción barrera ATM en la parte horizontal de la estructura total. Los resultados se muestran en el cuadro 3.14 y como podemos observar, no existe una opción de inversión con mayor rentabilidad que la del mercado. Esta misma situación se presenta en el cuadro 3.15 en el que calculamos los rendimientos usando  $K = 13$ , aunque las pérdidas son mayores en este último caso. Definitivamente estas no representan oportunidades reales de inversión, ya que no son oportunidades exitosas. Propiamente dicho, aunque las inversiones propuestas en los dos últimos cuadros mencionados ofrecen un rendimiento positivo, se pueden encontrar en el mercado oportunidades de inversión con riesgo similar, que ofrezca una tasa de rendimiento mayor, por lo que todo inversionista “normal” (adverso al riesgo) optaría por estas otras oportunidades; hacerlo de otra forma implicaría aceptar de manera consciente tener pérdida en su inversión.

En todos los casos planteados se observa que la inversión no resulta exitosa cuando el nivel de barrera es 12.8. La razón es que dicho nivel resulta elevado de acuerdo al comportamiento temporal del tipo de cambio peso-dólar utilizado como subyacente, por lo que provoca que la opción se cancele. Ante tal situación, el inversionista recibirá al vencimiento de la estrategia propuesta el capital invertido en la segunda etapa, es decir, en la parte horizon-

	R(t,T) =	0.0425									
	Rendimiento sin riesgo en 6 meses (cetes 182 días)			0.0227				Rendimiento en 6 meses usando TIII	0.024092		
	Inversión inicial			112,782.72							
	Inversión en la segunda etapa			114,045.74			Segunda etapa $P_0$	112,833.56			
	Tipo de cambio más bajo en el periodo:			12.6987							
	Tipo de cambio al final del periodo:			12.9658							
	$\sigma =$	18.44%									
	$K$	13					Opción Barrera sobre dólar (oct-dic,2012)				
		% reembolso	0%	0.50%	0.75%	0.80%	0.90%	0.95%	0.99%	1%	2%
		R	0.0000	0.0641	0.0961	0.1025	0.1154	0.1218	0.1269	0.1282	0.2563
$H$	12.5	$P_D$	0.2500	0.2999	0.3248	0.3298	0.3397	0.3447	0.3487	0.3497	0.4494
		Payoff	114,045.74	114,304.80	114,404.51	114,422.64	114,457.31	114,473.90	114,486.82	114,490.01	114,737.17
		Rendimiento	1.12%	1.35%	1.44%	1.45%	1.48%	1.50%	1.51%	1.51%	1.73%
		Rendim. adic.	-1.29%	-1.06%	-0.97%	-0.96%	-0.92%	-0.91%	-0.90%	-0.90%	-0.68%
$H$	12.59	$P_D$	0.1916	0.2455	0.2725	0.2779	0.2887	0.2941	0.2984	0.2995	0.4073
		Payoff	114,045.74	114,362.12	114,473.35	114,493.01	114,530.12	114,547.65	114,561.22	114,564.55	114,808.62
		Rendimiento	1.12%	1.40%	1.50%	1.52%	1.55%	1.56%	1.58%	1.58%	1.80%
		Rendim. adic.	-1.29%	-1.01%	-0.91%	-0.89%	-0.86%	-0.84%	-0.83%	-0.83%	-0.61%
$H$	12.69	$P_D$	0.1131	0.1717	0.2009	0.2068	0.2185	0.2243	0.2290	0.2302	0.3473
		Payoff	114,045.74	114,498.26	114,625.65	114,646.80	114,685.70	114,703.63	114,717.31	114,720.64	114,940.49
		Rendimiento	1.12%	1.52%	1.63%	1.65%	1.69%	1.70%	1.72%	1.72%	1.91%
		Rendim. adic.	-1.29%	-0.89%	-0.78%	-0.76%	-0.72%	-0.71%	-0.69%	-0.69%	-0.50%
$H$	12.8	$P_D$	0.0090	0.0726	0.1045	0.1109	0.1236	0.1300	0.1351	0.1363	0.2637
		Payoff	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74	114,045.74
		Rendimiento	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%	1.12%
		Rendim. adic.	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%	-1.29%

Cuadro 3.15: Valuación opción y rendimiento de la estrategia si  $K=13$ 

tal de la propuesta, lo cual corresponde al flujo de efectivo generado por la estrategia vertical.

### 3.4.4. Análisis de los resultados

Como se puede observar, una inversión en la estructura vertical-horizontal propuesta puede producir rendimientos superiores a los del mercado si se seleccionan de manera adecuada los valores de los parámetros para la opción barrera. También nos podemos dar cuenta de que para valores de la barrera inferiores al mínimo valor del subyacente en el período de vigencia de la opción y precio de ejercicio por debajo del valor inicial del subyacente se tiene la oportunidad de lograr una utilidad. En realidad los resultados de este ejercicio muestran que siempre que  $K$  es menor que  $S_T$ , existe algún valor  $H_L$  para el cual la estrategia prevista produce beneficios superiores a los del mercado, sin embargo, no se logró determinar una forma de establecer el precio de ejercicio que maximice el rendimiento con la estructura, aunque sí se observa que los mejores resultados se obtienen cuando  $H_L$  se aproxima mucho al mínimo valor alcanzado por el subyacente durante la vigencia de la opción y el precio de ejercicio es inferior a dicho valor. En cuanto al nivel de reembolso, en todos los casos en los que se tiene un

rendimiento mayor al del mercado se observa que no es conveniente introducir un reembolso en la opción, lo cual significa que el beneficio adicional que se obtendría por el reembolso no es suficiente para cubrir el incremento en la prima de la opción involucrada en la estrategia.

De lo anterior se desprende la necesidad de hacer un pronóstico muy confiable de los precios del subyacente a lo largo de la vida de la opción barrera, con el fin de establecer con mayor certidumbre el precio de ejercicio y el nivel de la barrera para la opción, que permitan utilizar con éxito nuestra propuesta de inversión.

### 3.4.5. Comparación con otras oportunidades de inversión

Con el fin de dar mayor sustento a la validez a nuestra propuesta de inversión, hicimos también una comparación con la propuesta de nuestra primera etapa, puesto que además de exitosa, la podemos calificar de estable, en el sentido de que permite saber desde el inicio del contrato cuáles serán el rendimiento ofrecido y el flujo de efectivo que recibirá el inversionista al vencimiento de la inversión, y con la inversión en un cede de tasa fija negociado por BBVA Bancomer.

#### 3.4.5.1. Comparación con la inversión en la estructura vertical

Para poder comparar los resultados, ampliamos esta primera etapa, la estructura vertical a un período de vigencia de seis meses, con lo cual eliminamos la inversión en la parte horizontal de la estructura, también se calculan los montos que se tendrían que invertir tanto en el cede call spread como en el put spread, de manera que la inversión total sea igual a la que se realizaría en la estrategia que proponemos en este trabajo. Así, si la inversión se hiciera únicamente en la estructura vertical propuesta, pero por un período de 6 meses los nominales  $N_1$  y  $N_2$  serían los que calculamos a continuación.

$$N_1 + N_2 = 112,782.72$$

$$F_C = \frac{N_1 - \frac{N_1}{1 + R(t, T)(T - t)}}{P_{DC}} = \frac{N_2 - \frac{N_2}{1 + R(t, T)(T - t)}}{P_{DP}}$$

$$\frac{N_1(1 + R(t, T)(T - t)) - N_1}{P_{DC}(1 + R(t, T)(T - t))} = \frac{N_2(1 + R(t, T)(T - t)) - N_2}{P_{DP}(1 + R(t, T)(T - t))}$$

$$(N_1 P_{DP} - N_2 P_{DC})(1 + R(t, T)(T - t)) - (N_1 P_{DP} - N_2 P_{DC}) = 0$$



$$(N_1 P_{DP} - N_2 P_{DC}) R(t, T)(T - t) = 0$$

$$((112,782.72 - N_2) P_{DP} - N_2 P_{DC}) = 0$$

$$112,782.72 P_{DP} - N_2 (P_{DP} + P_{DC}) = 0$$

$$N_2 = \frac{112,782.72 P_{DP}}{P_{DP} + P_{DC}} = \frac{112,782.72(0.23263962)}{0.23263962 + 0.25613823} = 53,680.2748$$

$$N_1 = 112,782.72 - N_2 = 59,102.4452$$

Realizando la inversión de \$112,787.72 en la estructura vertical propuesta, con los nominales  $N_1$  y  $N_2$  que se acaban de calcular, los precios de los cedés call spread y put spread que conforman la estructura vertical así como los resultados de rendimiento y flujo de efectivo al vencimiento que se obtendrían son los que se muestran en los cuadros 3.16 y 3.17, en donde se muestra que el rendimiento de esta inversión sería 2.271 % y el flujo de efectivo final \$ 115,343.54 .

Valuación de una opción call de tipo de cambio							
$S_t$	$r_F$	$r_D$	$\sigma_1$	$K_1$	$\sigma_2$	$K_2$	$T - t$
13.3249	0.25%	4.54%	17.57%	13.5	16.51%	14	0.5
$d_{11}$	$\phi(d_{11})$		$d_{21}$	$\phi(d_{21})$	Parámetros $d_1$ y $d_2$ para la opción con precio de ejercicio $K_1$		
0.12968912	0.5515938		0.00545046	0.50217441			
$d_{12}$	$f(d_{12})$		$d_{22}$	$f(d_{22})$	Parámetros $d_1$ y $d_2$ para la opción con precio de ejercicio $K_2$		
-0.18123829	0.42809027		-0.29798162	0.38285859			
Valuación del Cede call spread							
	$c_1$	$c_2$	$P_b$				
	0.71355393	0.4574157	0.25613823				
$R(t,T) =$	4.54%						
$N$	$B$	$F_C$					
59,102.4452	57,790.5986	5,121.6352					

Cuadro 3.16: Prima del cede call spread a 6 meses

Valuación de una opción put de tipo de cambio							
$S_t$	$r_F$	$r_D$	$\sigma_1$	$K_1$	$\sigma_2$	$K_2$	$T - t$
13.3249	0.25%	4.54%	17.57%	13.5	16.51%	14	0.5
$d_{11}$	$\phi(-d_{11})$		$d_{21}$	$\phi(-d_{21})$	Parámetros $d_1$ y $d_2$ para la opción con precio de ejercicio $K_1$		
0.12968912	0.4484062		0.00545046	0.49782559			
$d_{12}$	$\phi(-d_{12})$		$d_{22}$	$\phi(-d_{22})$	Parámetros $d_1$ y $d_2$ para la opción con precio de ejercicio $K_2$		
-0.18123829	0.57190973		-0.29798162	0.61714141			
Valuación del Cede put spread							
$p_2$	$p_1$	$P_D$					
0.83494131	0.60230169	0.23263962					
$R(t,T) =$	4.54%						
$N$	$B$	$F_P$					
53,680.27	52,488.78	5,121.64					
112,782.72	Inversión total en la estructura vertical						
115,343.54	Flujo de efectivo al final de la estructura vertical						
0.02270576	Rendimiento obtenido por la inversión en la estructura vertical.						

Cuadro 3.17: Prima del cede put spread a 6 meses y payoff de la estructura vertical

Claramente se tienen varias oportunidades de rendimientos mayores utilizando la estructura vertical-horizontal planteada, ya que, como hemos mencionado, el rendimiento que se obtendría al invertir solamente en la estructura vertical sería de 2.27 % en los 6 meses de la inversión, rendimiento que cabe mencionar, es independiente de los precios de ejercicio establecidos para las opciones adquiridas en la estructura, mientras que con la estructura propuesta es posible obtener un rendimiento hasta del 5.35 % en el mismo período y con la misma inversión, además de que considerando la estructura propuesta completa hay muchas otras oportunidades con rendimientos también superiores a 2.27 %.

### 3.4.5.2. Comparación con la inversión en el cede a tasa fija de BBVA Bancomer

Por último, comparando con la información obtenida de Rankia Finanzas México (2013), una inversión en un cede a tasa fija de BBVA Bancomer con el monto de la realizada en esta estructura \$112,782.72 y con el mismo período de vigencia, ofrecería un rendimiento de 1.21 %, como se muestra en el cuadro 3.18 tomado del sitio web de Rankia. Como se puede ver el rendimiento ofrecido por la inversión propuesta por BBVA Bancomer, está muy por debajo del que nuestra propuesta de estructura ofrece, por lo que consideramos que nuestra propuesta puede representar una mejor opción de inversión y que por ellos, podría resultar

La elección de los **CeDes de tasa fija** de Bancomer implican una inversión a plazo con buenos rendimientos, estos rendimientos dependen del **monto inicial**, que como mínimo ha de ser de **\$5.000 pesos**, y del vencimiento seleccionado. Los **intereses** que ofrece Bacomer por contratar sus CeDes son cobrados mensualmente. En la tabla siguiente se muestra una comparativa de las distintas **Ganancias Anuales Totales (GAT)** dependiendo del monto inicial y del vencimiento seleccionados.

<b>BBVA Bancomer CEDE Tasa Fija</b>	<b>Monto para el cálculo*</b>	<b>91 días GAT</b>	<b>180 días GAT</b>
De \$1 a \$9,999	\$5,000	<b>0.95%</b>	<b>0.95%</b>
De \$10,000 a \$99,999	\$10,000	<b>1.11%</b>	<b>1.11%</b>
De \$100,000 a \$499,999	\$100,000	<b>1.21%</b>	<b>1.21%</b>
De \$500,000 a \$999,999	\$500,000	<b>1.26%</b>	<b>1.26%</b>
De \$1'000,000 en adelante	\$1'000,000	<b>1.31%</b>	<b>1.31%</b>

\*Montos en moneda nacional. GAT calculada hasta el 31 de diciembre de 2012. Datos de carácter informativo. El cálculo de la GAT es un ejemplo en base al plazo y monto referenciado de las tasas mínimas vigentes a la fecha de referencia.

Cuadro 3.18: Rendimiento ofrecido por BBVA Bancomer con cede a tasa fija.

**Fuente:** Rankia Finanzas México

muy atractiva para los inversionistas, quienes están interesados en obtener el mayor rendimiento posible por su inversión.

# CONCLUSIONES

Como se ha podido observar a través del tiempo, las personas han ido estrechando las relaciones económicas y de negocios no solamente con sus conciudadanos, sino con habitantes de distintas partes, en ocasiones muy remotas, del mundo. Esta cercanía ha sido motivada por los desarrollos tecnológicos que permiten no solamente la comunicación en tiempo real, sino también la posibilidad de realizar negocios y acuerdos en cualquier fecha y hora, incluyendo en esto aún las transferencias de dinero.

Los mercados tanto financieros como de todo tipo de bienes, por lo tanto, se han extendido de una manera desorbitada, ampliando las posibilidades de inversión para aquellas personas que tienen el interés de aportar sus capitales para el financiamiento de las actividades de todo tipo de empresas y pueden hacerlo, pero al mismo tiempo incorporando nuevas fuentes de volatilidad en los precios de los bienes y los productos financieros, provenientes de las interrelaciones con los mercados extranjeros.

Es así que el control del riesgo asociado a una inversión, se ha vuelto cada vez más complicado, y requiere de nuevas formas y estrategias que permitan al inversionista satisfacer sus necesidades de garantía sobre su inversión y mayor rendimiento, a pesar de las complicaciones adicionales que la evaluación y la administración de dichas estrategias pudieran representar.

No obstante, los intermediarios financieros en general, y la banca en particular, se preocupan constantemente por desarrollar productos que les permitan no solamente mantener a sus clientes inversionistas, sino atraer cada día mayores capitales para financiar la actividad productiva de su país, así como favorecer el crecimiento del mismo y de la propia institución, mediante la mayor captación de capitales.

Dado que las notas estructuradas son, en sí mismas, instrumentos de inversión que permiten la administración del riesgo del inversionista, son instrumentos cuyo uso se ha generalizado en los distintos países en los años más recientes. Con el fin de reducir el riesgo asociado a una inversión, es posible el desarrollo de nuevas estrategias, combinando distintos productos estructurados, es decir, combinando en un sólo producto, productos financieros tradicionales y productos derivados tales como notas estructuradas. De hecho, Blümke (2009) pone de relieve la importancia y la trascendencia del desarrollo de nuevos productos que respondan

a necesidades específicas de los inversionistas. De ahí la importancia de este trabajo cuya principal contribución es el desarrollo una estructura vertical como portafolio de notas estructuradas que genera un flujo de efectivo libre de riesgo que se puede determinar desde la construcción, combinada con otra nota estructurada conformada en una estructura horizontal en la que una nota inicia su vigencia al vencimiento de la estructura vertical, y que puede ofrecer rendimientos superiores a los que se podrían obtener con otras inversiones en el mercado tales como cedés de renta fija, a la TIIE o aún a la propia estructura vertical propuesta en este trabajo.

El presente trabajo muestra la conformación de una estructura formada por tres notas estructuradas, la cual garantiza al inversionista la recuperación de su inversión además de un rendimiento mínimo igual al proporcionado por la estructura vertical. Es decir, se establece una cota mínima a la tasa de rendimiento, pero no una cota máxima, sin que esto signifique que el rendimiento puede crecer de manera indefinida. Una ventaja adicional de la propuesta es que la valuación es relativamente sencilla, ya que se restringe a la valuación de los cedés involucrados: un cedé call spread, uno put spread y otro knock out down and out, valuación que se puede mecanizar por ejemplo en una hoja de cálculo electrónica, tal como se implementó para el desarrollo de los cálculos que presentamos en este trabajo.

A partir de los resultados obtenidos para el caso particular mostrado como aplicación, podemos comentar lo siguiente:

1. Mediante la aplicación de la estrategia de inversión que desarrollamos en este trabajo, existe la posibilidad de obtener rendimientos superiores a los que se obtendrían con otras formas de inversión disponibles en el mercado, y con riesgo similar. Por lo tanto, nuestra propuesta puede ser atractiva para el inversionista.
2. Independientemente del precio de ejercicio que se establezca para la opción y del nivel de barrera inferior, la mejor opción es no incluir reembolso alguno. Aparentemente, aunque el reembolso incrementa el flujo de efectivo en los casos en los que la opción no se cancele, el beneficio adicional que ofrece dicho reembolso no es suficiente para cubrir el aumento en la prima ocasionado por la incorporación en la nota.
3. El nivel de la barrera conviene que sea, por supuesto, inferior al tipo de cambio más bajo en el período de vigencia de la opción para evitar la cancelación de la opción y lo más cercano posible a dicho valor mínimo.
4. Los precios de ejercicio que permiten tener un beneficio por la inversión en la estructura, superior al del mercado son aquellos inferiores al valor del subyacente al inicio de la segunda etapa de la estructura. Sin embargo, aquellos tipos de cambio muy cercanos

al inicial parecen ofrecer una utilidad solamente cuando el valor de la barrera está muy cercano al mínimo tipo de cambio en el período de vigencia de la opción barrera. Establecer un precio de ejercicio bajo, ofrece más posibilidades de utilidad para diferentes niveles de barrera, aunque no se pudo establecer una forma para determinar el precio de ejercicio que garantice la mayor ganancia posible.

5. Se observa también que al crecimiento de la barrera, la prima de la opción se vuelve significativamente menos sensible a los cambios en el precio de ejercicio establecido para la misma opción.

Definitivamente, se podrían desarrollar cada día más estrategias como la que se presenta en este trabajo, y seguramente se seguirán poniendo en el mercado construcciones como la mostrada, que permitan al inversionista contar con más y mejores oportunidades de inversión. El objetivo del trabajo, además de ofrecer una forma novedosa de estructuración, con posibilidades de éxito en su aplicación, es motivar la investigación para el desarrollo de nuevos productos con visiones un tanto distintas de las actualmente utilizadas, que permitan premiar mejor cada día la inversión.

## Líneas abiertas de investigación

A continuación mencionamos algunos aspectos que no se analizan a detalle en este trabajo y que consideramos que podrían ser sujeto de estudios posteriores.

1. Como se mencionó antes, se observa que cuando la barrera se hace crecer, la prima de la opción binaria se vuelve menos sensible a los cambios en el precio de ejercicio de dicha opción. Por ello, consideramos que se podría analizar la sensibilidad del precio de la opción a los cambios en el precio de ejercicio y el nivel de la barrera, así como su relación con la volatilidad del precio del bien subyacente.
2. Consideramos que sería conveniente seguir investigando con el fin de proponer alguna forma de establecer el nivel de barrera adecuado para obtener el mayor rendimiento posible con la inversión en nuestra estructura.
3. Dado que la prima de la opción barrera depende de varios parámetros tales como precio de ejercicio, nivel barrera, nivel de reembolso, podría tratar de desarrollarse una forma metodológica para determinar dichos parámetros de manera que optimicen el rendimiento de la inversión en esta estructura.

4. Probablemente exista la posibilidad de establecer una cota inferior para el rendimiento de la inversión en la estructura desarrollada, que pudiera ser informado al inversionista al momento de contratar la inversión y que le permitiera tomar una decisión mejor fundamentada. En este trabajo no se determina dicho mínimo.

# Referencias bibliográficas

Blümke, A. (2009). How to invest in Structured Products: a guide for investors and asset managers, John Wiley & Sons , U.K.

Díez de Castro, L. y Mascareñas, J. (1994). Ingeniería Financiera: La gestión en los mercados financieros internacionales, 2ª edición, McGraw Hill, España.

Elvira, O. y Larraga, P. (2008). Mercado de Productos Derivados: Futuros, opciones, swaps, productos estructurados, FRA, Profit, Colección manuales de asesoramiento financiero. España.

Hens, T. y Rieger M. (2009). The dark side of teh moon: structured products from the customer's perspective. SSRN eLibrary.

Horwath Castillo Miranda y Cía, S. C. (2008). Notas Estructuradas, Presentación para Comité de Tesorería del Instituto Mexicano de Ejecutivos de Finanzas IMEF.

Knop, R. (2002). Structured Products. A complete toolkit to face changing financial markets, John Wiley & Sons, UK.

Lamothe Fernández, P. y Pérez Somalo, M. (2003). Opciones Financieras y Productos Estructurados, 2ª edición, Mc Graw Hill, España.

McCann, K., y Cilia, J. (1994). Structured Notes. Federal Reserve Bank of Chicago. Financial Markets Unit.

Mexder (2005). I Congreso Internacional de la Contaduría Pública. Presentación Power Point fechada en octubre de 2005.

Mexder, Grupo BMV (2012). Resumen y Análisis Operativo del mercado Mexicano de Derivados: Market Statistics. julio de 2012.

Mexder, Grupo BMV (2012). Resumen y Análisis Operativo del mercado Mexicano de Derivados: Market Statistics. septiembre de 2012.

Mexder, Grupo BMV. (2013). Antecedentes, consultada el 30 de abril de 2013, <http://www.mexder.com.mxwb3/wb/MEX/antecedentes>.



Rankia Finanzas México (2013). <http://www.rankia.mx/blog/mejores-certificados-deposito/1948988-cedes-tasa-fija-banregio-vs-bancomer>. Consultada el 6 de octubre de 2013.

Secretaria de Hacienda y Crédito Público (2012). Acuerdo por el que se modifican la novena y décima segunda de las reglas para la inversión de las reservas técnicas de fianzas en vigor y de contingencia de las instituciones de fianzas. Diario Oficial de la Federación.

Venegas Martínez, F. (2007). Mercados de Notas Estructuradas: Un análisis descriptivo y métodos de evaluación. *El trimestre económico*, vol LXXIV (3), núm. 295, pp. 615 – 661.

# Bibliografía complementaria

Crespo Espert, J. L. (2001). Utilización práctica de las opciones exóticas: Opciones asiáticas y opciones barrera, Boletín económico de ICE No. 2686.

De Lara Haro, A. (2002). Medición y control de riesgos financieros, 2ª edición, Limusa, México.

Fabozzi, Frank J., et al. (2006). Introduction to Structured Finance, John Wiley & Sons, Inc, EUA.

Fernández, P. (1999) Derivados exóticos, IESE. CIIF, Universidad de Navarra, España.

Hull, John C. (2002). Fundamentals of Futures and options markets, 4ª edición, Prentice Hall, EUA.

Hull, John C. (2003). Options, Futures and other Derivatives, 5ª edición, Prentice Hall, EUA.

Jamil, Shahid (2011). Valuation of Structured Products: Pricing of Commodity Linked Notes, University of Aarhus, Aarhus Scholl of Business.

Mascareñas, J (1995). “Productos Financieros Estructurados: Análisis y Estudio de su Cobertura.” *Actualidad Financiera*. No. 31, pp. 1155 -1173.

MexDer (2013). Opciones del Dólar de los Estados Unidos de América, consultado el 4 de septiembre de 2013, [www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/contratos-opcion](http://www.mexder.com.mx/wb3/wb/MEX/contratos-opcion).

Reuters (2001). Curso sobre derivados. The Reuters Financial Training Series. Gestión 2000, S. A, España.

Sabau García, H. y Roa Béjar, G. (1997). Derivados Financieros: Teoría y Práctica, Operadora de Bolsa, casa de bolsa, México.

Subandh, V. (2007). Do Structure Products give equity like Returns? An empirical analysis in the UK market. Cranfield University, Cranfield School of management. Tesis para obtener el grado de MSc in Finance & Management.

Valmer Costa Rica (2009). Valoración de Notas Estructuradas, Valmer Costa Rica, [www.valmercostarica.com/CR/PDF/20110419\\_Notas\\_Estructuradas\\_Costa\\_Rica.pdf](http://www.valmercostarica.com/CR/PDF/20110419_Notas_Estructuradas_Costa_Rica.pdf), Consultada el 5 de junio de 2013, 0:50 h

Vega R. Francisco J, et al. (1998). El Mercado Mexicano de Dinero, Capitales y Productos Derivados: sus instrumentos y sus usos, Grupo editorial Eón.

Venegas Martínez, F. (2008). Riesgos Financieros y Económicos, 2ª edición, Cengage Learning. México.