



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ARAGÓN

***“UNA MEJORA CONTINUA EN EDUCACIÓN
MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA, MEDIANTE
UNA ESTRATEGIA DE EVALUACIÓN”***

BAJO LA MODALIDAD DE:

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO INDUSTRIAL

P R E S E N T A:

DIEGO GARCIA JURADO

DIRECTOR DE TESIS:

DRA. EN I. NELLY RIGAUD TÉLLEZ

MÉXICO

2013





Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mis padres

por su apoyo, comprensión, confianza y amor brindado a través de este largo camino, inclusive por los regaños, pero sobre todo el ser la guía en mi vida, en la cual se concluye un ciclo con el presente trabajo de Tesis para obtener un título profesional el cual está dedicado a mis padres.

A la UNAM

por permitirme formar parte de esta gran institución, por las enseñanzas a las experiencias en el transcurso de mi vida universitaria, las cuales son parte de mi formación como un profesionista de calidad.

A la Facultad de Estudios Superiores- Aragón

por permitirme formar parte de esta gran institución, siendo consciente de que mis acciones representan a mi casa de estudio.

A la Dr. Nelly Rigaud Téllez

por su tiempo, paciencias, confianza y por su guía para realizar el presente trabajo.

A mis Profesores

por sus enseñanzas y experiencias compartidas.

A mis Compañeros

por su apoyo y amistad desde el inicio de los cuatro años de estudio donde compartimos experiencias buenas y malas, esforzándonos y apoyándonos mutuamente.

A todas las personas que fueron parte de mi formación.



Resumen

En la presente Tesis se abordan uno de los principales problemas en cuanto a educación que son sin duda aquellos aprendizajes referentes a matemáticas, en el mundo entero y en especial en México, donde es una de las cuestiones identificadas más relevantes. Muchas veces se habla de los problemas asociados a lectura, pero es importante resaltar que el desempeño de los conocimientos matemáticos se encuentra por debajo los índices de desempeño correspondientes a la lectura.

Esta problemática se ve reflejada hacia instituciones educativas de nivel superior donde carreras en las cuales los conocimientos matemáticos forman parte de las bases formativas de la profesión, podemos encontrar índices elevados de reprobación, esta situación suele ser causada por problemas arrastrados desde los aprendizajes esperados a nivel bachillerato.

Por lo tanto resulta necesario analizar el caso particular del desempeño educativo en matemáticas en carreras de Ingeniería, en el cual los conocimientos concernientes a la rama del álgebra son los fundamentos para el desarrollo de las habilidades del pensamiento lógico- abstracto necesarias para la formación de futuros Ingenieros, por medio de la aplicación de una prueba diagnóstica donde se evalúan los conocimientos correspondientes a cinco temas principalmente que son: Los Números Reales, Productos Notables, Ecuaciones Lineales, Ecuaciones Cuadráticas y Sistemas de Ecuaciones Lineales..

El propósito del primer capítulo de la presente Tesis es describir una problemática relacionada con el desempeño educativo e matemáticas de los estudiantes a nivel superior y aquellos que se encuentran en transición de nivel media superior a superior en carreras de Ingeniería Mecánica, Industrial y Eléctrica- Electrónica con el fin de detectar aspectos sustantivos para el planteamiento de los objetivos de mejora del presente trabajo.

El objetivo del segundo capítulo es construir un marco teórico en el cual se identifican metodologías y herramientas utilizadas para llevar a cabo la evaluación



estratégica del desempeño educativo en el área de las matemáticas, más específicamente en la rama del álgebra, que en este caso los datos referentes se obtuvieron mediante la aplicación de la prueba diagnóstica anteriormente mencionada para estudiantes de nuevo ingreso de las carreras de Ingeniería, con el fin de conocer los aprendizajes adquiridos a nivel bachillerato.

El propósito del tercer capítulo, es presentar el análisis realizado utilizando las herramientas definidas el segundo capítulo, explicando a su vez los resultados obtenidos, con los cuales se pretende generar criterios de decisión que sustenten diversas propuestas para solucionar las problemática identificada.

El objetivo del cuarto capítulo, es proponer un conjunto de acciones estratégicas, así como el primer esfuerzo dentro de la mejora continua, para tender a una de las acciones propuestas, con base en la planeación de soluciones factibles a la problemática identifica en el tercer capítulo.

El propósito del quinto capítulo, se recopilan las conclusiones parciales generas en cada capítulo del presente trabajo, donde se da a conocer los criterio y/o resultados obtenidos al finalizar con la evaluación correspondiente al análisis realizado, además, se ofrecer ciertas recomendaciones que los decisores pueden tener en consideración para futuras evaluaciones y en la búsqueda de soluciones factibles para la problemática identificada.

Por último se dan las referencias bibliográficas de diversos autores y estudio realizados por organizaciones reconocidas tanto nacionales como internacionales, las cuales proporcionan el sustento teórico del presente trabajo de investigación.



ÍNDICE

RESUMEN	II
CAPÍTULO 1. ANTECEDENTES.....	1
1.1. <i>Las matemáticas en las carreras de Ingeniería Eléctrica-Electrónica, Industrial y Mecánica</i>	2
1.2. <i>Justificación: Aprovechamiento del Área Matemática en los dos Primeros Semestres.....</i>	4
1.3 <i>Determinación de problemas sustantivos.....</i>	14
1.4 <i>Objetivo de la tesis.....</i>	14
1.5 <i>Estrategia de Intervención para la Realización de la Tesis.....</i>	16
CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO	17
2.1 <i>Ciclo de Mejora Continua.....</i>	18
2.2 <i>Evaluación.</i>	19
2.3 <i>Herramientas Estadísticas de Evaluación</i>	31
2.3.1 <i>Estadística Descriptiva</i>	31
2.3.2 <i>Estadística Inferencial</i>	39
2.3.3 <i>Otras Herramientas Estadísticas de Control.....</i>	52
CAPÍTULO 3. CASO DE ESTUDIO: EVALUACIÓN DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA	62
3.1 <i>Marco de la Evaluación.....</i>	63
3.2 <i>Justificación</i>	63
3.3 <i>Hipótesis.....</i>	64
3.4. <i>Análisis de Rasgos Académicos</i>	65
3.4.1 <i>Análisis de Rasgos Académicos Utilizado Estadística Descriptiva</i>	65
3.4.2 <i>Análisis de Rasgos Académicos Utilizando Estadística Inferencial.....</i>	70
3.5 <i>Análisis por Temas de la Prueba.....</i>	77
3.5.1 <i>Análisis de los Temas de la Prueba Utilizando Estadística Descriptiva</i>	77
3.5.2 <i>Análisis de los Temas de la Prueba Utilizando Estadística Inferencial.....</i>	79
3.6 <i>Análisis por Tipo de Pregunta (Comprensión/Aplicación).....</i>	82
3.6.1 <i>Análisis por Tipo de Pregunta Utilizando Estadística Descriptiva</i>	82
3.6.2 <i>Análisis por Tipo de Pregunta Utilizando Estadística Descriptiva</i>	84
3.7 <i>Análisis por Tipo de Respuesta (Error/No Sé).....</i>	86



3.7.1 Análisis por Tipo de Respuesta Utilizando Estadística Descriptiva.....	.86
3.7.2 Análisis por Tipo de Respuesta Utilizando Estadística Inferencial88
3.8 <i>Análisis Factorial</i>	90
3.9 <i>Control del Proceso</i>	92
3.9.1 Diagrama de Pareto	92
3.9.2 Grafica de Control X-R	93
3.9.4 Determinación de Temas con Menor Porcentaje de Aciertos.....	96
3.9.3 Indicadores de Desempeño.....	97
CAPÍTULO 4. PROPUESTA DE SOLUCIÓN.....	99
4.1 <i>Metodología para El Proceso de Solución</i>	100
4.2 <i>Planeación para la Elaboración de un Curso Didáctico para La Enseñanza Matemática de las Ingenierías</i>	101
4.3 <i>Acciones</i>	103
4.4 <i>Guía para la Elaboración de una Secuencia Didáctica</i>	104
4.5 <i>Planeación Didáctica para la Enseñanza Matemática de las Ingenierías</i>	113
4.6 <i>Aplicación de un Curso Dinámico de Algebra</i>	116
CAPITULO 5: CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	122
ANEXOS	127
BIBLIOGRAFÍA	157



ÍNDICE DE TABLAS, FIGURAS Y GRÁFICAS

Índice de Tablas

- Tabla 1.1. Comparación del desempeño de los países en matemáticas.
- Tabla 2.1. Modalidades de Evaluación.
- Tabla 2.2. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 4).
- Tabla 2.3. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 5).
- Tabla 2.4. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 6).
- Tabla 2.5. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 7).
- Tabla 2.6. Diseño del experimento modificado (promedio de aciertos).
- Tabla 2.7. Análisis de la Varianza interpretación.
- Tabla 2.8. Comparaciones de medias por el método de Tukey (ejemplo).
- Tabla 2.9. Resultados de la comparación de medias por el método de Tukey (ejemplo).
- Tabla 2.10. Ejemplo de elaboración de grafica X-R (paso 1).
- Tabla 3.1. Modalidad de evaluación.
- Tabla 3.2. Diseño de experimento por género (promedio de aciertos).
- Tabla 3.3. ANOVA por género.
- Tabla 3.4. Resultados de ANOVA por género.
- Tabla 3.5. Resultados de la comparación de medias por género.
- Tabla 3.6. Diseño del experimento por turno (promedio de aciertos).
- Tabla 3.7. ANOVA por turno.
- Tabla 3.8. Resultados de ANOVA por turno.
- Tabla 3.9. Resultados de la comparación de medias por turno.
- Tabla 3.10. Diseño del experimento por carrera (promedio de aciertos).
- Tabla 3.11. ANOVA por carrera.
- Tabla 3.12. Resultados de ANOVA por carrera.
- Tabla 3.13. Resultados de la comparación de medias por carrera.
- Tabla 3.14. Diseño del experimento por temas (promedio de aciertos).
- Tabla 3.15. ANOVA por temas.
- Tabla 3.16. Resultados de ANOVA por temas.
- Tabla 3.17. Resultados de la comparación de medias por temas.
- Tabla 3.18. Diseño del experimento por tipo de pregunta (promedio de aciertos).
- Tabla 3.19. ANOVA por tipo de pregunta.
- Tabla 3.20. Resultados de ANOVA por tipo de pregunta.
- Tabla 3.21. Resultados de la comparación de medias por tipo de pregunta.
- Tabla 3.22. Diseño del experimento por tipo de respuesta (promedio de aciertos).
- Tabla 3.23. ANOVA por tipo de respuesta.
- Tabla 3.24. Resultados de ANOVA por tipo de respuesta.



- Tabla 3.25. Resultados de la comparación de medias por tipo de respuesta.
Tabla 3.26. Diseño del Análisis Factorial.
Tabla 3.27. Resultados del Análisis Factorial.
Tabla 3.28. Preguntas de la agrupación B por debajo del límite de control.
Tabla 3.29. Preguntas de la agrupación A por debajo del límite de control.
Tabla 3.30. Índices de capacidad.
Tabla 4.1. Planeación didáctica.

Índice de Gráficas

- Gráfica 1.1. ¿Cómo son los estudiantes competentes en matemáticas?
Gráfica 1.2. Egresados del nivel licenciatura.
Gráfica 1.3. Titulados del nivel licenciatura.
Gráfica 1.4. Absorción del nivel licenciatura.
Gráfica 1.5. Diferencias de aciertos en diversas materias.
Gráfica 1.6. Promedio de reprobación diversas facultades.
Gráfica 2.1. Ejemplo de realización de histograma (paso 3).
Gráfica 2.2. Ejemplo de realización de histograma (paso 4).
Gráfica 2.3. Ejemplos de variabilidad de un histograma.
Gráfica 2.4. Ejemplo de diagrama de Pareto.
Gráfica 2.5. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 8).
Gráfica 2.6. Ejemplo de grafica de desempeño (ejemplo).
Gráfica 2.7. Ejemplo de grafico X.
Gráfica 2.8. Ejemplo de grafico R.
Gráfica 2.9. Ejemplo de diagrama de Ishikawa.
Gráfica 3.1. Promedio de acierto por género y grupo.
Gráfica 3.2. Porcentaje de acierto hombres vs mujeres.
Gráfica 3.3. Porcentaje de aciertos matutino vs vespertino.
Gráfica 3.4. Promedio de aciertos por carrera.
Gráfica 3.5. Porcentaje de aciertos de las carrera de Ingeniería Industrial vs Mecánica vs Eléctrica- Electrónica.
Gráfica 3.6. Comparación de promedios de hombres y mujeres.
Gráfica 3.7. Agrupación de hombres y mujeres.
Gráfica 3.8. Comparación de promedios del turno matutino y vespertino.
Gráfica 3.9. Agrupación de hombres y mujeres.
Gráfica 3.10. Comparación de promedios de Ingeniería Industrial, Mecánica, Eléctrica- Electrónica.
Gráfica 3.11. Agrupación de Ingeniería Industrial, Mecánica y Eléctrica- Electrónica.



- Gráfica 3.12. Porcentaje de aciertos por temas.
- Gráfica 3.13. Porcentaje acumulado de aciertos por tema.
- Gráfica 3.14. Comparación de promedios por temas.
- Gráfica 3.15. Agrupación por Temas.
- Gráfica 3.16. Promedio de aciertos por tipo de pregunta.
- Gráfica 3.17. Porcentaje de aciertos por tipo de pregunta.
- Gráfica 3.18. Comparación de promedios por tipo de pregunta.
- Gráfica 3.19. Agrupación por tipo de pregunta.
- Gráfica 3.20. Promedio de aciertos por tipo de pregunta.
- Gráfica 3.21. Porcentaje por tipo de respuesta.
- Gráfica 3.22. Comparación de promedios por respuesta.
- Gráfica 3.23. Agrupación por tipo de respuesta.
- Gráfica 3.24. Análisis Factorial temas de la prueba.
- Gráfica 3.25. Diagrama de Pareto por promedio de errores de cada tema.
- Gráfica 3.26. Muestra el promedio de aciertos por pregunta.
- Gráfica 3.27. Muestra en comportamiento de la prueba real vs adecuado.
- Grafica 4.1. Ejercicios desarrollados en clase.
- Grafica 4.2. Ejercicios de evaluación.

Índice de Figuras

- Fig. 1.1. Estrategia para la evaluación.
- Fig. 2.1. Ciclo de mejora continua adaptado del ciclo Deming.
- Fig. 2.2. Estructura básica del concepto evaluación.
- Fig. 2.3. Metodología de evaluación de aprendizajes.
- Fig. 2.4. Fórmula para la prueba de Tukey.
- Fig. 2.5. Fórmulas para el análisis de la varianza.
- Fig. 2.6. Fórmula para calcular la capacidad de proceso.
- Fig. 2.7. Fórmula para calcular la Cps.
- Fig. 2.8. Fórmula para calcular.
- Fig. 2.9. Fórmulas para calcular medias y rangos.
- Fig. 2.10. Fórmulas para calcular límites de medias.
- Fig. 2.11. Fórmulas para calcular límites de rangos.
- Fig. 2.12. Ejemplo de realización de diagrama de Ishikawa (paso1).
- Fig. 2.13. Ejemplo de realización de diagrama de Ishikawa (paso2).
- Fig. 3.1. Determinación de temas.
- Fig. 4.1. Diseño metodológico para el proceso de solución.
- Fig. 4.2. Estructura del Diagnóstico.
- Fig. 4.3. Estructura de la Prescripción.



- Fig. 4.4. Cuadro adaptado de Díaz-Barriga, IISUE-UNAM.
- Fig. 4.5. Apertura de curso.
- Fig. 4.6. Desarrollo del curso (1).
- Fig. 4.7. Desarrollo del curso (2).
- Fig. 4.8. Desarrollo del curso (3).
- Fig. 4.9. Desarrollo del curso (4).
- Fig. 4.10. Cierre del Curso (1).
- Fig. 4.11. Cierre del Curso (2).



CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES Y OBJETIVOS



OBJETIVO

El propósito de este capítulo es describir una problemática relacionada con el desempeño de matemáticas de los estudiantes de las carreras de Ingeniería Mecánica, Industrial y Eléctrica- Electrónica de una Institución de Educación



Superior¹ (IES), con el fin de detectar aspectos sustantivos para el planteamiento de problemas y, por ende, la determinación de los objetivos del presente trabajo de investigación.

1.1 LAS MATEMÁTICAS EN LAS CARRERAS DE INGENIERÍA MECÁNICA, ELÉCTRICA-ELECTRONICA E INDUSTRIAL.

A continuación se presentan los antecedentes de las carreras de Ingeniería Eléctrica- Electrónica, Industrial y Mecánica de una Institución de Educación Superior (IES).

La IES, en cuestión se crea el 23 de septiembre de 1975, inicia sus labores el 19 de enero de 1976. Su función obedece a la alta densidad de población escolar concentrada en IES nacional, que hizo necesario un cuidadoso programa de descentralización, a partir de la ubicación en las zonas de mayor demanda educativa como lo es el nororiente de la zona metropolitana de la Ciudad de México. En un inicio ofrecía 10 carreras profesionales: Arquitectura, Derecho, Economía, Diseño Industrial, Ingenierías Civil y Mecánica Eléctrica, Pedagogía, Periodismo y Comunicación Colectiva (hoy Comunicación y Periodismo), Relaciones Internacionales y Sociología; en 1980, 1981 y 2004 se crearon las licenciaturas en Planificación para el Desarrollo Agropecuario e Ingeniería en Computación así como Derecho mediante el Sistema de Universidad Abierta, Respectivamente.

En el año 1976, la IES inicia su contribución al país y a su sociedad, con la formación y la preparación de Ingenieros Mecánicos Electricistas, tomando como base el plan de estudios vigente para ese año.

El 31 de mayo de 1991, se aprobó el plan de estudios de la licenciatura en Ingeniería Mecánico Electricista.

¹ Por razones de confidencialidad se omite el nombre de la institución y en adelante se tratara como IES.



Capítulo 1: Antecedentes y Objetivos



El 13 de julio de 1994, la IES incluyó en el plan de estudios de la licenciatura de Ingeniero Mecánico Electricista modificaciones a la materia de computadoras y programación; siendo ésta, la última modificación realizada a los planes de estudios de Ingeniería Mecánica-Eléctrica (IME), la cual fue conformada por especialidades de Ingeniería Eléctrica- Electrónica (IE), Ingeniería Industrial (IID) e Ingeniería Mecánica (IM)

Actualmente la licenciatura se encuentra en un periodo de actualización de sus planes y programas de estudio, con lo cual se busca seguir a la vanguardia en la educación.

A partir de 2001, se dio inicio a la certificación de los laboratorios y talleres de la carrera de IME y a finales de 2004 y principios de 2005 se consigue la certificación ISO 9001:2000 y la recertificación en diciembre de 2007 con lo cual se proporciona a estudiantes y docentes servicios académicos de calidad.

Para el 28 de marzo de 2008, se aprueban los planes y programas de estudio de las nuevas licenciaturas.

Entre otras cosas el Ingeniero debe ayudar a maximizar los beneficios del adecuado y responsable uso de la recursos, para lograrlo, la IES tiene el compromiso de colaborar, en su medida, a la solución de problemas nacionales prioritarios en los sectores energéticos, comunicaciones, transporte, industria, actividades de diseño, construcción, adaptación, montaje, operación, mantenimiento y la innovación tecnológica de sistemas (robótica, microelectrónica, mecatrónica, comunicaciones etc.).



1.2 JUSTIFICACIÓN: APROVECHAMIENTO DEL ÁREA MATEMÁTICA EN LOS DOS PRIMEROS SEMESTRES.

El presente análisis comienza con sustentar la información que a continuación se presenta de acuerdo con la Organisation for Economic Co-operation and Development (OECD, 2009), que en español es significa Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico, de la cual México es miembro activo. La organización tiene diferentes responsabilidades una de ellas es la de valorar los sistemas educativos del mundo.

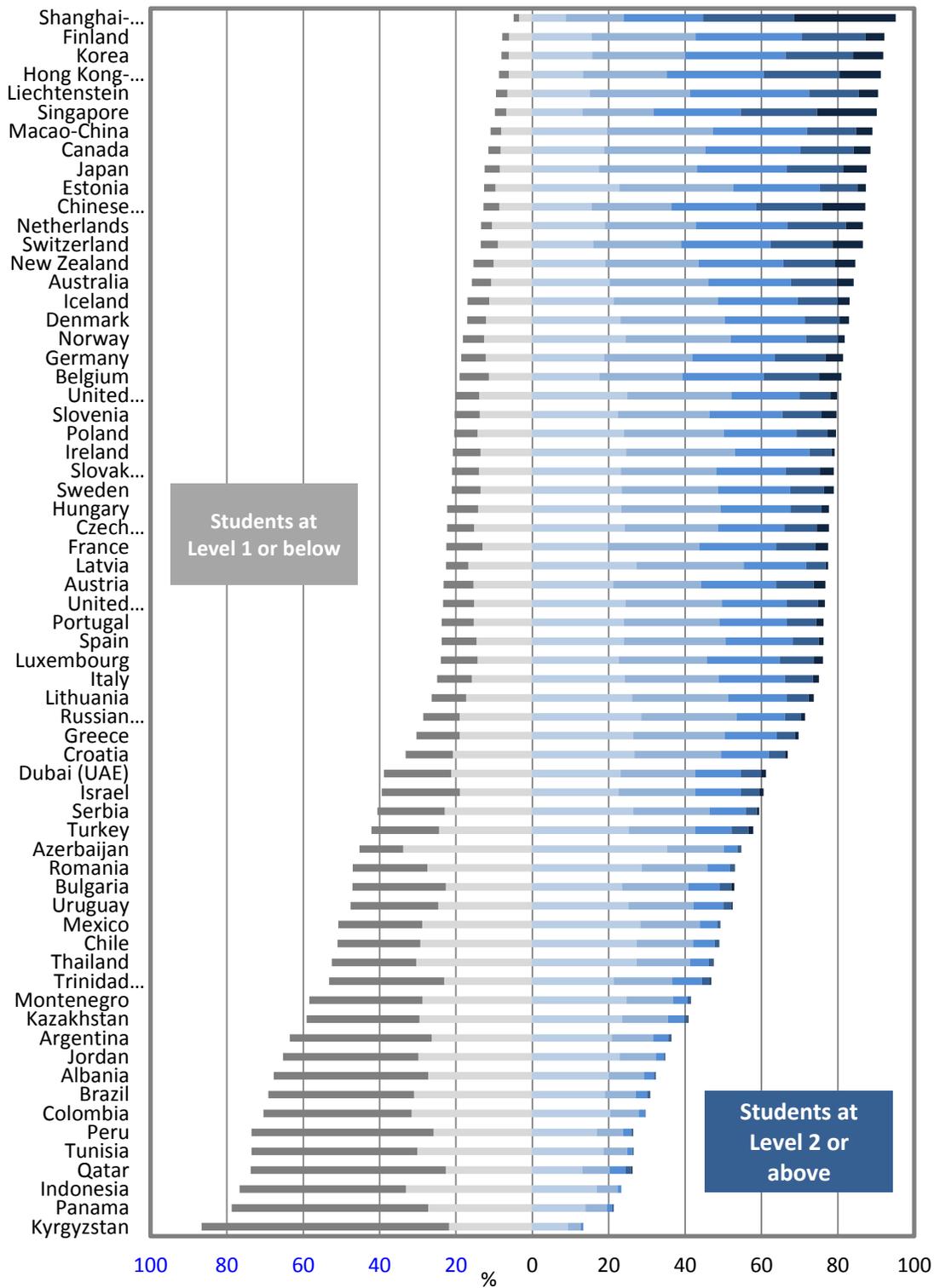
Por medio del estudio realizado por el Proyecto Internacional para la Producción de Indicadores de Rendimiento de los Estudiantes (PISA, 2009), en cuanto a desempeño en las áreas de lectura, matemáticas y ciencias para estudiantes mayores de 15 años de edad². A continuación se muestran los resultados obtenidos por dicho estudio en matemáticas que es el presente objeto de estudios de esta tesis.

La siguiente gráfica muestra el porcentaje de los diferentes niveles de desempeño en matemáticas con respecto a México y el resto de los países evaluados.

² Fuente: OECD PISA, 2009.



Capítulo 1: Antecedentes y Objetivos



Gráfica. 1.1. ¿Cómo son los estudiantes competentes en matemáticas?-Porcentaje de estudiantes en los diferentes niveles de competencia matemática. Fuente: OECD PISA, 2009.



Capítulo 1: Antecedentes y Objetivos



Mean (promedio)	Comparison country (compasión entre países)	Countries whose mean score is NOT statistically significantly different from that comparison country (Países de los cuales el promedio no existe diferencia estadísticamente significativa con el país en comparación)
600	Shanghai-China	
562	Singapore	
555	Hong Kong-China	Korea
546	Korea	Hong Kong-China, Chinese Taipei, Finland, Liechtenstein
543	Chinese Taipei	Korea, Finland, Liechtenstein, Switzerland
541	Finland	Korea, Chinese Taipei, Liechtenstein, Switzerland
536	Liechtenstein	Korea, Chinese Taipei, Finland, Switzerland, Japan, Netherlands
534	Switzerland	Chinese Taipei, Finland, Liechtenstein, Japan, Canada, Netherlands
529	Japan	Liechtenstein, Switzerland, Canada, Netherlands, Macao-China
527	Canada	Switzerland, Japan, Netherlands, Macao-China
526	Netherlands	Liechtenstein, Switzerland, Japan, Canada, Macao-China, New Zealand
525	Macao-China	Japan, Canada, Netherlands
519	New Zealand	Netherlands, Belgium, Australia, Germany
515	Belgium	New Zealand, Australia, Germany, Estonia
514	Australia	New Zealand, Belgium, Germany, Estonia
513	Germany	New Zealand, Belgium, Australia, Estonia, Iceland
512	Estonia	Belgium, Australia, Germany, Iceland
507	Iceland	Germany, Estonia, Denmark
503	Denmark	Iceland, Slovenia, Norway, France, Slovak Republic
501	Slovenia	Denmark, Norway, France, Slovak Republic, Austria
498	Norway	Denmark, Slovenia, France, Slovak Republic, Austria, Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary
497	France	Denmark, Slovenia, Norway, Slovak Republic, Austria, Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary
497	Slovak Republic	Denmark, Slovenia, Norway, France, Austria, Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary
496	Austria	Slovenia, Norway, France, Slovak Republic, Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary, United States
495	Poland	Norway, France, Slovak Republic, Austria, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary, Luxembourg, United States, Portugal
494	Sweden	Norway, France, Slovak Republic, Austria, Poland, Czech Republic, United Kingdom, Hungary, Luxembourg, United States, Ireland, Portugal
493	Czech Republic	Norway, France, Slovak Republic, Austria, Poland, Sweden, United Kingdom, Hungary, Luxembourg, United States, Ireland, Portugal
492	United Kingdom	Norway, France, Slovak Republic, Austria, Poland, Sweden, Czech Republic, Hungary, Luxembourg, United States, Ireland, Portugal
490	Hungary	Norway, France, Slovak Republic, Austria, Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Luxembourg, United States, Ireland, Portugal, Spain, Italy, Latvia
489	Luxembourg	Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary, United States, Ireland, Portugal
487	United States	Austria, Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary, Luxembourg, Ireland, Portugal, Spain, Italy, Latvia
487	Ireland	Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary, Luxembourg, United States, Portugal, Spain, Italy, Latvia
487	Portugal	Poland, Sweden, Czech Republic, United Kingdom, Hungary, Luxembourg, United States, Ireland, Spain, Italy, Latvia
483	Spain	Hungary, United States, Ireland, Portugal, Italy, Latvia
483	Italy	Hungary, United States, Ireland, Portugal, Spain, Latvia
482	Latvia	Hungary, United States, Ireland, Portugal, Spain, Italy, Lithuania
477	Lithuania	Latvia



Capítulo 1: Antecedentes y Objetivos



468	Russian	Greece, Croatia
466	Greece	Russian Federation, Croatia
460	Croatia	Russian Federation, Greece
453	Dubai (UAE)	Israel, Turkey
447	Israel	Dubai (UAE), Turkey, Serbia
445	Turkey	Dubai (UAE), Israel, Serbia
442	Serbia	Israel, Turkey
431	Azerbaijan	Bulgaria, Romania, Uruguay
428	Bulgaria	Azerbaijan, Romania, Uruguay, Chile, Thailand, Mexico
427	Romania	Azerbaijan, Bulgaria, Uruguay, Chile, Thailand
427	Uruguay	Azerbaijan, Bulgaria, Romania, Chile
421	Chile	Bulgaria, Romania, Uruguay, Thailand, Mexico
419	Thailand	Bulgaria, Romania, Chile, Mexico, Trinidad and Tobago
419	Mexico	Bulgaria, Chile, Thailand
414	Trinidad and Tobago	Thailand
405	Kazakhstan	Montenegro
403	Montenegro	Kazakhstan
388	Argentina	Jordan, Brazil, Colombia, Albania
387	Jordan	Argentina, Brazil, Colombia, Albania
386	Brazil	Argentina, Jordan, Colombia, Albania
381	Colombia	Argentina, Jordan, Brazil, Albania, Indonesia
377	Albania	Argentina, Jordan, Brazil, Colombia, Tunisia, Indonesia
371	Tunisia	Albania, Indonesia, Qatar, Peru, Panama
371	Indonesia	Colombia, Albania, Tunisia, Qatar, Peru, Panama
368	Qatar	Tunisia, Indonesia, Peru, Panama
365	Peru	Tunisia, Indonesia, Qatar, Panama
360	Panama	Tunisia, Indonesia, Qatar, Peru
331	Kyrgyzstan	

	Statistically significantly above the OECD average
	Not statistically significantly different from the OECD average
	Statistically significantly below the OECD average

Tabla. 1.1. Comparación del desempeño de los países en matemáticas.

Fuente: OECD, PISA 2009, Base de datos.

Análisis

México ocupa el penúltimo lugar entre los países OCDE en matemáticas, superando a Chile, y el lugar 49 entre todas las economías participantes. Su promedio se encuentra 52 puntos por debajo de los 15 países del G20 participantes (471) y es igual al promedio de los países con nivel similar de desarrollo.

Asimismo, México es el país con una reducción mayor de los estudiantes con nivel de desempeño por debajo del nivel 2 en matemáticas como se muestra en las



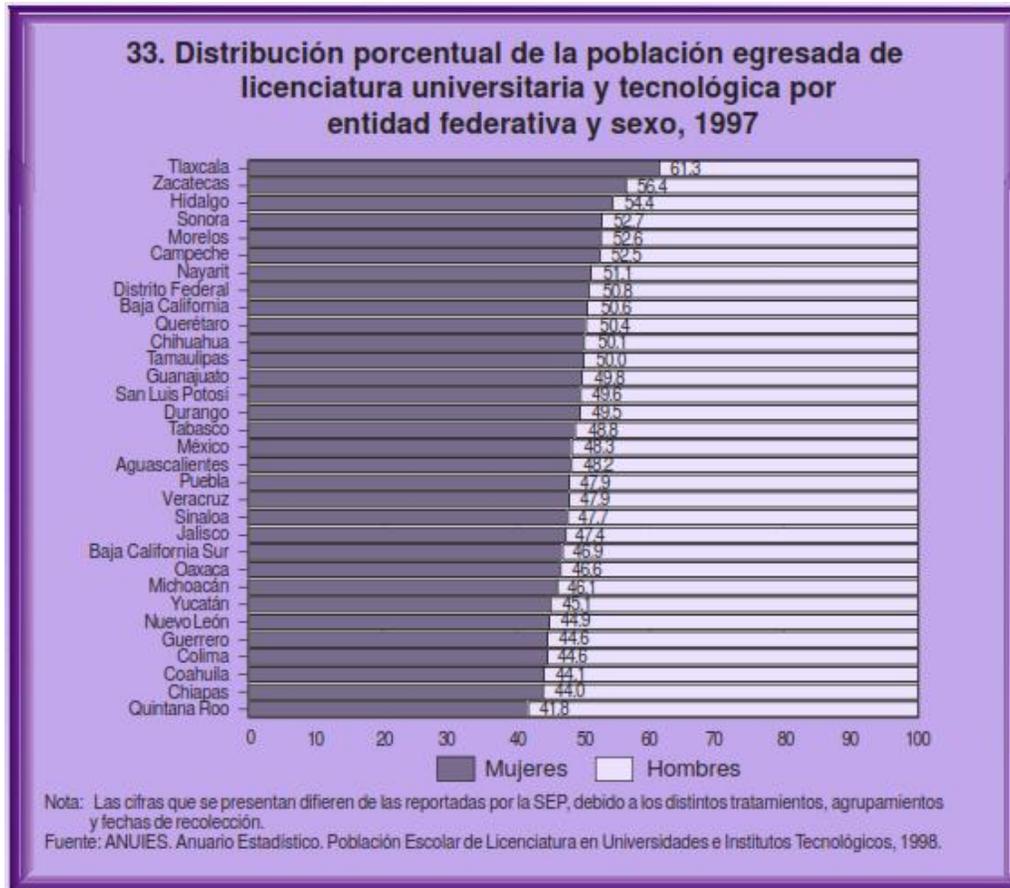
gráficas 1.1 y tabla 1.1 (es decir menos de 420 puntos) entre 2003 (66%) y 2009 (51%), sin embargo aún sigue siendo el país de la OCDE con mayor porcentaje de estudiantes con ese nivel de desempeño y el quinto país de 39 con datos comparables, entre todos los países participantes.

En el otro extremo, México es uno de los cuatro países que mostro incrementos estadísticamente significativos en el porcentaje de estudiantes con alto desempeño (superior a 607 puntos) pasando de 0.4% en 2003 a 0.7% en 2009.

En cuanto al desempeño en matemáticas, (donde PISA comenzó sus mediciones en 2003) con 419 puntos, México es el país con el más alto incremento en desempeño con 33 puntos porcentuales de incremento entre 2003 (385 puntos) y 2009. Otros países con incrementos importantes fueron Brasil (30 puntos), Turquía, Grecia y Portugal con incrementos superiores a los 20 puntos.

Como se observa con las gráficas y los análisis previos por las consecuencias que están ocasionando en el desempeño de estudiantes en términos de reprobación, rezago y más grave aún deserción y abandono escolar, se tiene el supuesto de que los estudiantes ingresan con los rangos académicos de los estudiantes del bachillerato aun no desarrollan las habilidades suficientes para continuar con sus estudios universitarios de forma adecuada.

Por otra parte mediante en estudio realizado por el INEGI (Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática) en el año 2000, el cual contiene un conjunto de indicadores seleccionados que dan cuenta de la situación educativa del país.



Gráfica 1.2. Egresados del nivel licenciatura. Estadísticas educativas de hombres y mujeres (INEGI, 2000)

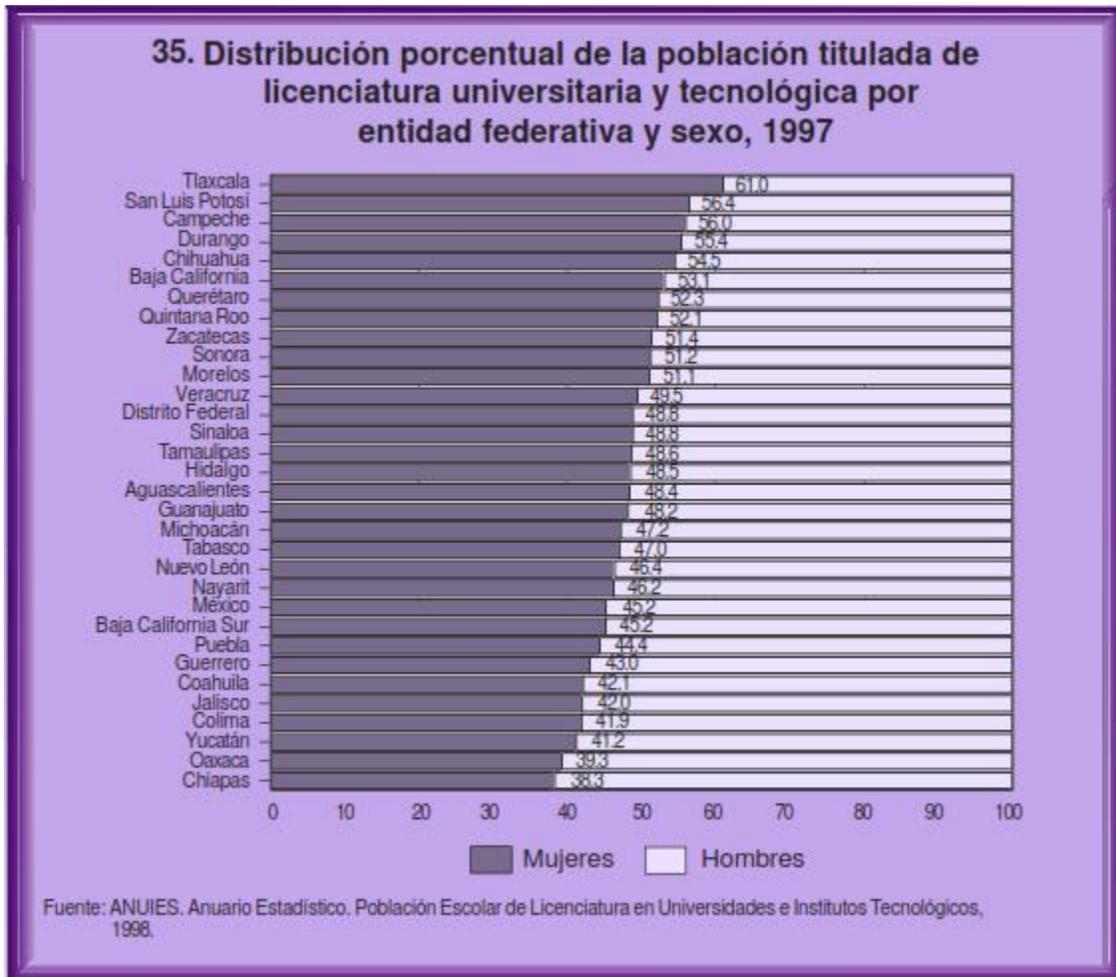
En 1997 en el país, concluye su licenciatura un número mayor de hombres (93.7 mil) que de mujeres (89.7 mil). La mitad (47.9%) de los hombres y dos tercios (64.9%) de las mujeres egresan del área de las ciencias sociales y administrativas; 38.1% y 16.9%, respectivamente, terminan ingeniería o tecnología; y 11.5% de las mujeres y 6.7% de los hombres concluyen ciencias de la salud.

En dos de cada tres entidades federativas en 1997 egresan más hombres que mujeres del nivel de licenciatura en las universidades y tecnológicos.

En Tlaxcala (61.3%), Zacatecas (56.4%) e Hidalgo (54.4%) se tienen las mayores proporciones de mujeres que concluyen la licenciatura; y en Quintana Roo (58.2%), Chiapas (56%) y Coahuila (55.9%) los mayores porcentajes de hombres



que terminan la licencia-tura. La igualdad de egresados entre los sexos sólo se presenta en Tamaulipas (gráfica 1.2).



Gráfica 1.3. Titulados del nivel licenciatura. Estadísticas educativas de hombres y mujeres (INEGI, 2000)

A nivel nacional en 1997 se titulan como licenciados en las universidades y tecnológicos 110.9 mil profesionales, 52.7% hombres y 47.3% mujeres. Ambos sexos se titulan preferentemente en las mismas áreas de conocimiento, pero con diferentes proporciones; en ciencias sociales y administrativas se titulan 48.2% de hombres y 64.3% de mujeres, en ingeniería y tecnología lo hacen 36.4% y 15.8% respectivamente, y en ciencias de la salud 12.9% de mujeres y 7.8% de hombres.

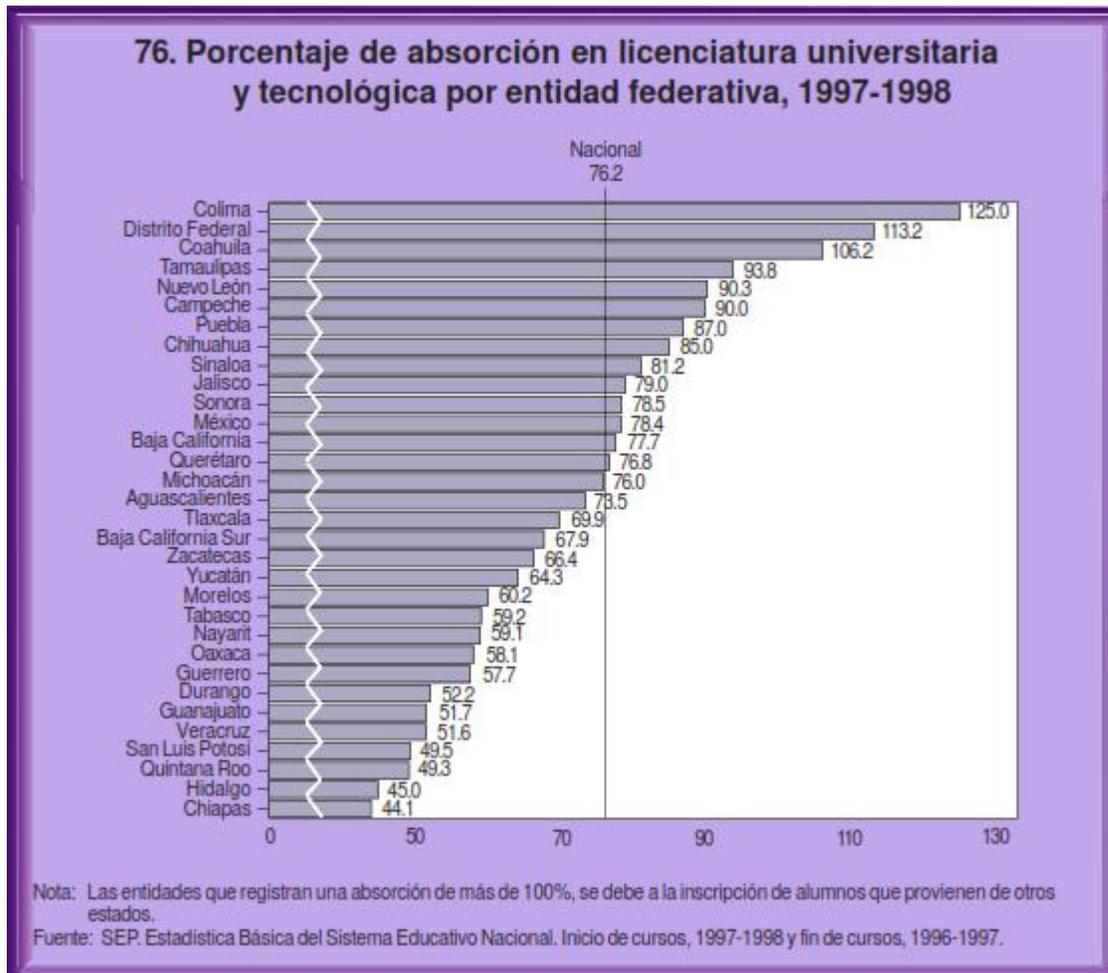
En 1997, en dos tercios de las entidades federativas en las universidades y tecnológicos predomina la proporción de hombres, respecto de las mujeres



Capítulo 1: Antecedentes y Objetivos



(gráfica 1.3), que se titulan como licenciados, correspondiendo los mayores porcentajes a Chiapas (61.7%), Oaxaca (60.7%) y Yucatán (58.8%); por su parte en el tercio de estados donde tienen mayor presencia las mujeres tituladas, sobresalen Tlaxcala (61%), San Luis Potosí (56.4%) y Campeche (56%).



Gráfica 1.4. Absorción del nivel licenciatura. Estadísticas educativas de hombres y mujeres (INEGI, 2000, gráfica 76)

En el país entre 1991 y 1997, el porcentaje de bachilleres de ambos sexos que ingresan a la licenciatura universitaria y tecnológica presenta un comportamiento variable. En el año de 1993, ocho de cada 10 preparatorianos, continúan sus estudios profesionales, para 1995 la proporción desciende a siete y en 1997 es nuevamente de casi ocho, con una diferencia de 13 puntos porcentuales entre los sexos, al representar 82.6% los hombres y 70% las mujeres.

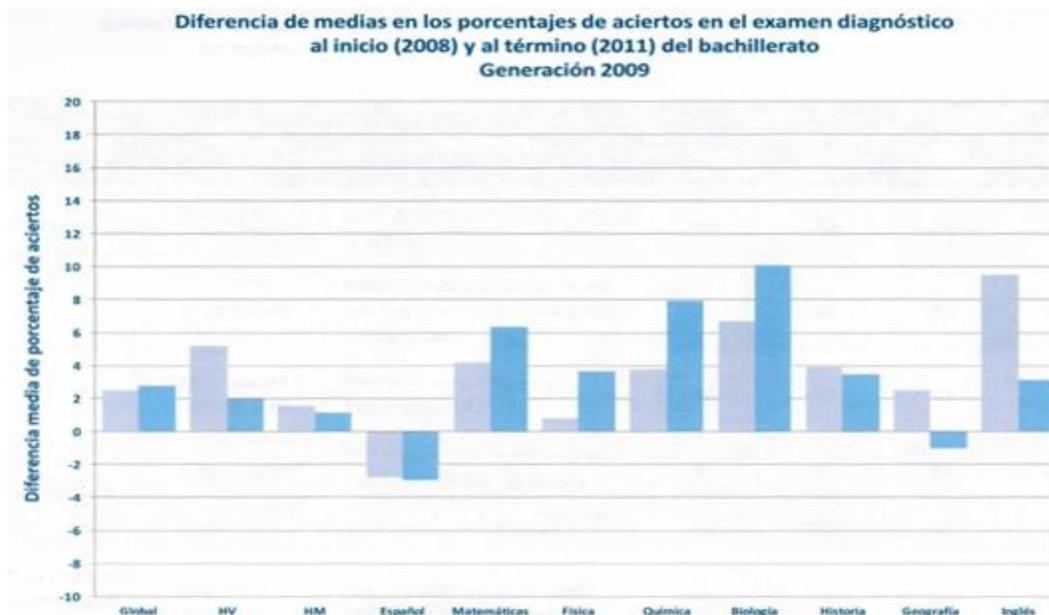


Capítulo 1: Antecedentes y Objetivos

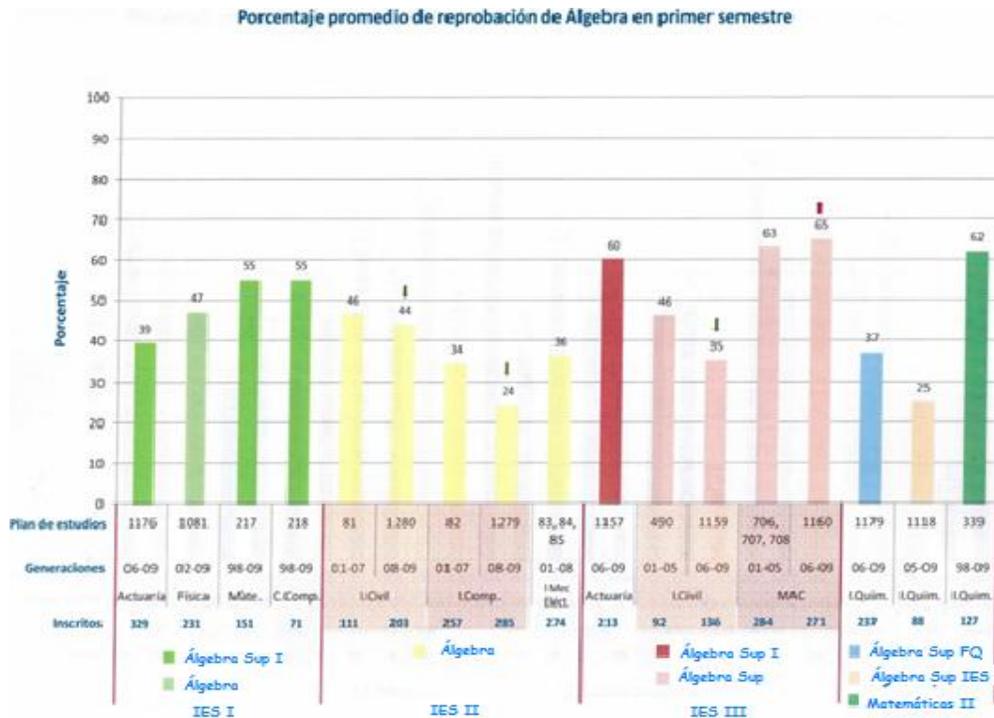


Los estudiantes interesados en cursar una licenciatura en las universidades y tecnológicos del país (gráfica 1.4), en algunos casos tienen que cambiar su lugar de residencia a las ciudades donde se ubican los centros de enseñanza superior que seleccionan para estudiar. Esta migración explica el comportamiento contrastante del indicador de absorción entre las entidades federativas, el cual registra en Colima, Distrito Federal y Coahuila un valor superior al cien por ciento. En el ciclo escolar 1997-1998, en Tamaulipas, Nuevo León y Campeche al menos nueve de cada 10 egresados de bachillerato continúan sus estudios profesionales; mientras que en Chiapas, Hidalgo, Quintana Roo y San Luis Potosí lo hacen alrededor de cinco de cada 10 estudiantes.

En el estudio realizado por el portal de Universia dedicado la comunidad universitaria, estudiantes y docentes de habla hispana y portuguesa, el cual está relacionado con el desempeño educativo de las diversas asignaturas del nivel bachillerato de la IES, entre ellas el área de las matemáticas, a su vez el estudio evalúa las diversas facultades de la IES, en las cuales las carreras impartidas están directamente relacionadas con conocimientos particularmente en el área del matemáticas.



Gráfica 1.5. Diferencias de aciertos en diversas materias. Universia 2009.



Gráfica 1.6. Promedio de reprobación diversas facultades (IES). Universia 2009.

Análisis

La gráfica 1.5 muestra el desempeño de los estudiantes de bachillerato en diversas materias, siendo matemáticas una de las áreas con menor desempeño, por debajo de materias como química y biología, incluyendo las habilidades matemáticas, lo cual demuestra una problemática a considerar en el presente análisis, ya que el perfil de ingreso a las carreras de Ingeniería es uno de los factores relevantes en cuanto al desempeño en matemáticas de las diversas materias de las carreras.

Al mismo tiempo como se muestra en la gráfica 1.6, el promedio de reprobación en las diversas facultades de la IES, donde se imparten carreras en las cuales las matemáticas representan la base de conocimientos para la formación de los estudiantes. En particular se muestra la relación que existe IES- II, donde se muestran las carreras de Ingeniería Civil, Ingeniería en Computación y las tres carreras del área Mecánica- Eléctrica que se analizan en la presente tesis, aunque podemos notar que las tres carreras en cuestión tienen un menor porcentaje de



reprobación que las otras dos carreras analizadas con un 36% de reprobación cabe resaltar que este porcentaje no deja de ser considerable.

1.3 DETERMINACIÓN DE PROBLEMAS SUSTANTIVOS

De acuerdo a lo descrito en páginas anteriores indica que posibles causas del bajo desempeño se deban a:

- Aspectos socioeconómicos y culturales: Mala percepción de estos aspectos puede generar un bajo desempeño educativo.
- Inequidad: Lo cual esta referidos a la inequidad de género, además de una inequidad en términos de la madurez con la que se desarrollan habilidades de pensamiento y conductuales.
- Características del sistema educativo: Aspectos administrativos y de la docencia.
- Perfil de ingreso: Cobertura parcial de aprendizajes esperados en el bachillerato. A pesar de que están definidos es importante evaluar los rasgos académicos. Los programas del bachillerato definen estos aprendizajes y a su vez el perfil de ingreso definen los conocimientos y habilidades que se esperan para el estudiantes de Ingeniería, sin embargo los rasgos académicos no necesariamente son acordes uno con otro, es decir existe cierta discrepancia entre los conocimientos esperados en el bachillerato y el perfil de ingreso para Ingeniería.

1.4 OBJETIVO DE LA TESIS

De acuerdo con la exposición de la problemática arriba descrita, sea considerado abordar la discrepancia entre el perfil de egreso de los estudiantes del bachillerato y el perfil de ingreso de estudiantes de Ingeniería. Para ello como estipula Ackoff (Ackoff, 2004), la investigación es operacionalmente factible cuando se cuenta con un marco normativo que permita, elaborar juicios de valor y con ello proponer las decisiones para la mejora de la educación matemática en las ingenierías.



Es así que se desprenden el objetivo de la tesis que a continuación se mencionan:

Determinar los rasgos académicos de los estudiantes de nuevo ingreso de las carreras de Ingeniería Eléctrica- Electrónica, Industrial, Mecánica en matemáticas, por medio de la aplicación de herramientas estadísticas, bajo un marco de evaluación, para identificar factores en el área de conocimiento de la matemática y como una base para la mejora continua de la enseñanza-aprendizaje de las Ingenierías antes mencionadas

Con el propósito de determinar las causas involucradas en la problemática de las carreras de Ingeniería Mecánica, Industrial y Eléctrica- Electrónica, por medio de una evaluación diagnóstica en matemáticas particularmente para conocimientos de álgebra, la cual es una de los pilares en los que se sustenta la enseñanza de las diversas áreas del conocimiento de la Ingeniería, por ejemplo materias como: Cálculo diferencial e integral, Álgebra, Geometría Analítica, por mencionar algunas.

Se inicia de una problemática a resolver, en la cual las carreras de Ingeniería Industrial Mecánica y Eléctrica- Electrónica se encuentran inmersas, posteriormente se define un marco teórico en el cual se abordara la problemática, en el marco teórico se define una evaluación por medio de herramientas estadísticas, al mismo tiempo se emiten juicios sobre el aprovechamiento de los estudiantes de nuevo ingreso de las carreras antes mencionadas en el área de álgebra, los cuales permiten crear criterios para la toma de decisiones (fig. 1.1).



1.5 ESTRATEGIA DE INTERVENCIÓN PARA LA REALIZACIÓN DE LA TESIS

La estrategia seguida en el análisis se muestra en el siguiente esquema:

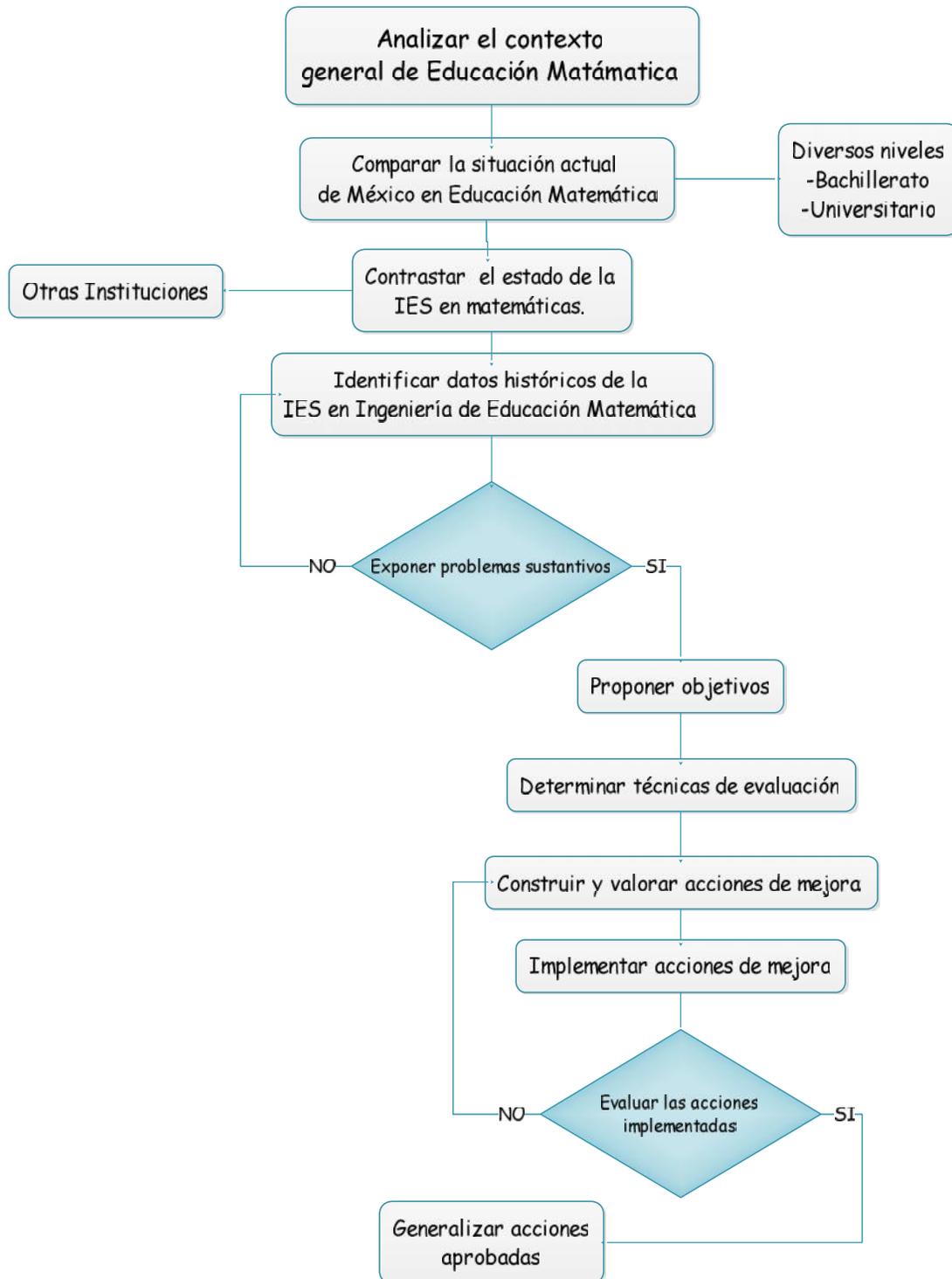


Fig. 1.1. Estrategia para la evaluación.



CAPÍTULO 2

MARCO TEÓRICO: PLANEACIÓN Y MÉTODOS ESTADÍSTICOS



OBJETIVO

El objetivo de este capítulo es determinar las teorías y herramientas de evaluación que estén relacionadas con el desempeño educativo en área de matemáticas, más específicamente en la rama de la Ingeniería.



2.1 CICLO DE MEJORA CONTINUA

En este apartado se presentan los conceptos básicos de la mejora continua que funcionan como las bases conceptuales para la evaluación.



Fig. 2.1. Ciclo de mejora continua adaptado del ciclo Deming.

Para el desarrollo del ciclo de mejora existen diferentes técnicas difundidas en la literatura científica, en este caso adoptaremos la metodología propuesta por W. Edwards Deming (Summers, 2009) en su ciclo PHVA (Planear, Hacer, Verificar y Actuar). La mayoría de ellas no son técnicas específicas de gestión de calidad, sino técnicas de consenso, de análisis cualitativo, que pueden ser empleadas indistintamente en cualquier momento del ciclo, si bien algunas son más útiles en fases específicas.

A continuación se describen las diferentes fases del ciclo y las herramientas recomendadas en cada una de ellas:

PRIMERA FASE PLANEAR: Detección y Definición de problemas.

Identificar oportunidad de mejora, analizar el proceso y generar un plan guía de la mejora. Se debe definir dónde quiere estar en el futuro:



- Qué hacer
- Cómo hacerlo
- Cuándo hacerlo

SEGUNDA FASE HACER: Análisis de las causas raíz del problema. Priorización

Llevar a cabo el plan, experimentar teniendo en cuenta como prioridad cumplir con los objetivos previamente planteados. Se lleva a cabo el plan con métodos de control para medir la proporción en la cual se alcanzan los objetivos.

TERCERA FASE VERIFICAR: Definir e implantar la solución al problema.

Verificar que los cambios planeados que dieron por resultado una mejoría en el sistema. Se comparan los objetivos planteados con lo que se obtienen realmente.

CUARTA FASE ACTUAR: Evaluación.

Poner en operación los nuevos recursos mediante objetivos compartidos y acciones entrelazadas. Cuando se logra lo esperado, establecerlo para que actúen permanente.

- Revisar los resultados.
- Monitorizar.
- Reiniciar el ciclo.

2.2 EVALUACIÓN

El concepto de evaluación no es un concepto uniforme, y más bien podríamos considerarlo como la suma de muchos factores diferentes, que pretenden configurar un elemento o concepto común. Es por ello, que intentar definir el concepto de evaluación no resulta fácil, y tampoco en el ámbito educativo, por lo que al ser un término polisémico podemos encontrar muy diversas definiciones y de todas ellas podríamos extraer algún elemento válido para llegar a una definición que resultase completa y operativa, teniendo en cuenta al hacerlo, las



diversas connotaciones que el término evaluación adquiere. En un intento de ilustrar el concepto evaluación vamos a presentar algunas de ellas:

Ya Tyler (1950), consideraba que: El proceso de evaluación es esencialmente el proceso de determinar hasta qué punto los objetivos educativos han sido actualmente alcanzados mediante los programas y currículos de enseñanza.

Cronbach (1963) definía la evaluación como: La recogida y uso de la información para tomar decisiones sobre un programa educativo.

Parra este caso utilizamos la siguiente definición como guía para el posterior análisis: Casanova (1995) entendía la evaluación como: Un proceso sistemático y riguroso de recogida de datos, incorporado al proceso educativo desde su comienzo de manera que sea posible disponer de información continua y significativa para conocer la situación, formar juicios de valor con respecto a ella y tomar las decisiones adecuadas para proseguir la actividad educativa, mejorándola progresivamente.

Estructura de la evaluación

Ahora bien, en la base de la concepción actual de la evaluación, tanto en la que se asienta en la legislación educativa, como en las definiciones formuladas por los distintos autores, hay una estructura básica característica, sin cuya presencia no es posible concebir la auténtica evaluación. En primer lugar, hay que considerar a la evaluación como un *proceso* dinámico, abierto y contextualizado que se desarrolla a lo largo de un periodo de tiempo; no es una acción puntual o aislada. En segundo lugar, se han de cumplir varios pasos sucesivos durante dicho proceso para que se puedan dar las tres características esenciales e irrenunciables de toda evaluación:

1.ª fase: Obtener información. Mediante la aplicación de procedimientos válidos y fiables para conseguir datos e información sistemática, rigurosa, relevante y



apropiada que fundamente la consistencia y seguridad de los resultados de la evaluación.

2.ª fase: Formular juicios. Los datos obtenidos deben permitir fundamentar el análisis y valoración de los hechos que se pretende evaluar, para que se pueda formular un juicio de valor lo más ajustado posible.

3.ª fase: Tomar decisiones. De acuerdo con las valoraciones emitidas sobre la relevante información disponible, se deberán tomar las decisiones que convenga en cada caso.

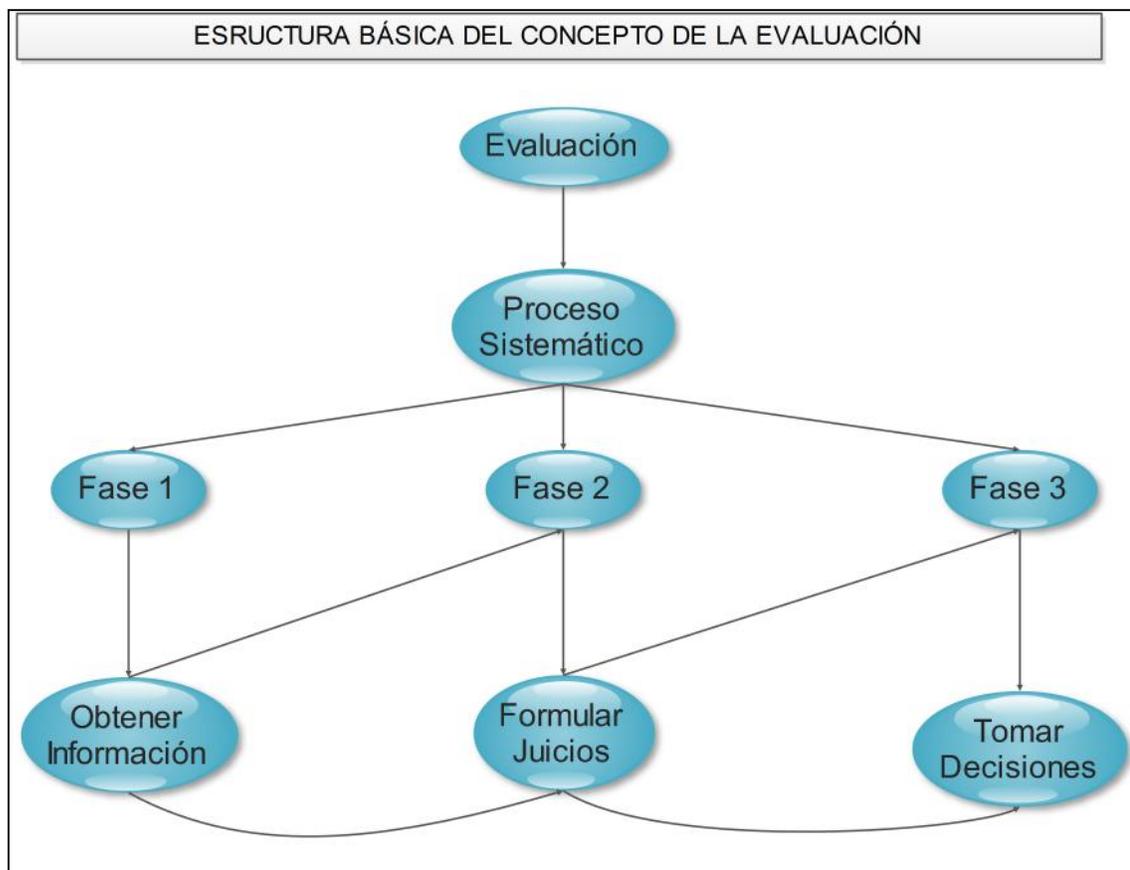


Fig. 2.2. Estructura básica del concepto evaluación (Castillo, 2009).

El proceso debe desembocar en una *toma de decisiones* que puede ser de diferente naturaleza de acuerdo con el análisis efectuado y con las necesidades detectadas en el alumno.

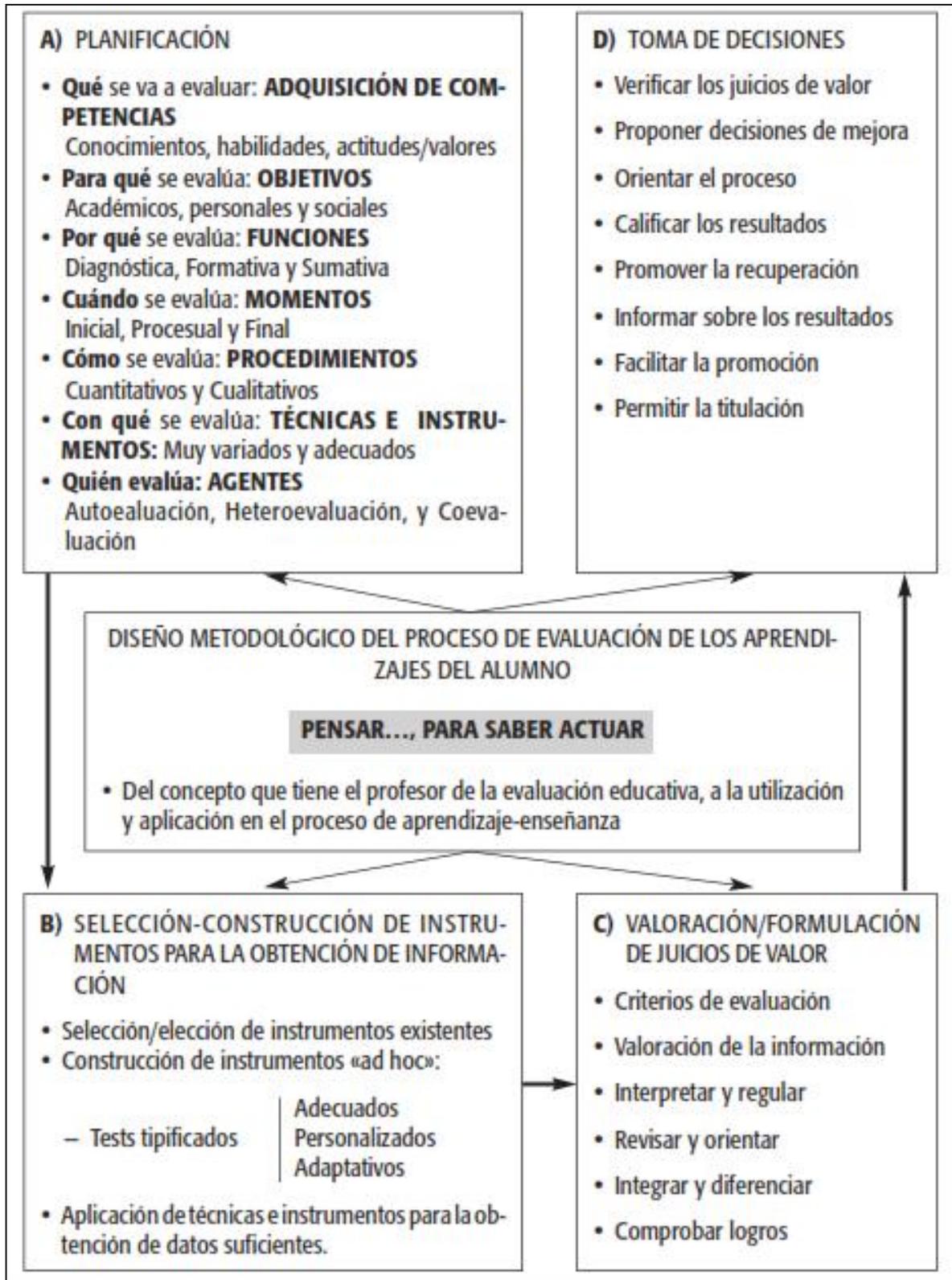


Fig. 2.3. Metodología de evaluación de aprendizajes (Castillo, 2009).



Sobre la base de esta estructura básica podemos ir ampliando el campo conceptual y competencial de la evaluación en función de los diversos aspectos y aplicaciones de la misma: de la intencionalidad educativa que se persigue; de los momentos del proceso; de los ámbitos de aplicación; de los agentes de su ejecución, etc. Esta diversidad de enfoques o perspectivas da pie a contemplar distintos tipos de evaluación, en función de los distintos ámbitos y circunstancias de la aplicación concreta de la evaluación.

Características de la evaluación en educación

La dificultad existente a la hora de establecer las características de la evaluación se derivan de la diversidad de concepciones existentes y ya expuestas sobre el término *evaluación*.

La evaluación ha de reunir las siguientes características:

1. Ha de estar *integrada* en el diseño y en el desarrollo del currículum.
2. Ha de ser *formativa*, de modo que sirva para perfeccionar, tanto el proceso como el resultado de la acción educativa.
3. Ha de ser *continua*, a lo largo de todo el proceso.
4. Ha de ser *recurrente*, en la medida en que constituye un recurso didáctico de utilización sistemática.
5. Ha de ser *criterial*, esto es, referida a los criterios establecidos para todos y cada uno de los alumnos.
6. Ha de ser *decisoria*, de forma que permita establecer juicios sobre los objetivos a evaluar y, por lo tanto, adoptar decisiones.
7. Ha de ser *cooperativa*, de modo que permita la participación de todas las intervinientes.

Es conveniente fijar las características de la evaluación sean tenidas en cuenta las siguientes afirmaciones derivadas de investigaciones recientes sobre evaluación:



1. Los datos a utilizar en la evaluación para la toma de decisiones deben estar directamente relacionados con los contextos.
2. Se necesita, tanto la perspectiva de la evaluación general, como la evaluación específica de nivel.
3. Es imperativa una concentración en el rendimiento académico en el aula.
4. Los datos objetivos de la ejecución proporcionan las bases de la toma de decisiones.
5. Se necesitan estrategias de evaluación de referencia múltiple.
6. Se requieren bases empíricas para las prácticas evaluativas.

Funciones de la evaluación

Las *funciones* que se atribuyen a la evaluación, al formar parte del proceso educativo, se diversifican en función de las necesidades de cada momento a lo largo del desarrollo del proceso. En concordancia con las funciones que en cada caso asignemos a la evaluación, con las necesidades que sea preciso cubrir en los diferentes momentos de la vida de un centro o con los componentes que se hayan seleccionado, procede utilizar las modalidades o tipos de evaluación que resulten más apropiados para el objeto del estudio, de la investigación o del trabajo que se emprende.

1. *Diagnóstica*, función que desempeña la evaluación inicial. La función diagnóstica de la evaluación viene a satisfacer la necesidad de conocer los supuestos de partida para implementar cualquier acción pedagógica. La función diagnóstica de la evaluación facilita tanto la adaptación de la oferta formativa a los usuarios (plano curricular), como la toma de decisiones por supervisores y directivos (planos de control y de lo organizativo).
2. *Reguladora*, ya que permite regular los aprendizajes del alumnado en función del desarrollo personalizado de cada proceso de aprendizaje.



3. *Previsora*, función que facilita la estimación de posibilidades de actuaciones y/o rendimientos. Para el autor, la función previsora de la evaluación se hace operativa en las modalidades inicial y formativa de la misma, estando orientada hacia el diseño contextualizado de proyectos curriculares.

4. *Retroalimentadora*, función que según el autor es ejercida desde la evaluación formativa y que va reconduciendo los distintos elementos que conforman el modelo didáctico. Considera que desde la evaluación formativa puede ejercerse una función orientadora del proceso educativo.

5. *De control*, función que según el autor es necesaria por las exigencias que se plantean por parte de la administración educativa, en todo lo referente a la obtención de titulaciones académicas y las connotaciones que ello tiene. Para Cardona, cada una de estas funciones se pone de manifiesto en todos o en alguno de los distintos tipos de evaluación que se han establecido.

Modalidades de evaluación

Establecer una clasificación de las distintas *modalidades de evaluación* no es tarea fácil, ya que al ser múltiples los criterios que pueden ser utilizados para hacerlo, las clasificaciones que pueden obtenerse serán muy variadas. Por otra parte, la gran cantidad de adjetivaciones que se han dado a la evaluación, referida sobre todo a la evaluación de los aprendizajes, tampoco facilita esta tarea.

Adjetivaciones como: *continua, interna, externa, formativa, diagnóstica, iluminativa, integradora, etnográfica, cuantitativa, cualitativa, global, parcial, normativa, criterial, inicial, procesual, final, intuitiva, naturalista, de procesos, de productos, contextual, autoevaluación, coevaluación, heteroevaluación...* hacen que sea verdaderamente complicado realizar una clasificación de las diferentes modalidades de evaluación. A este respecto, En un intento de clasificar las distintas modalidades de evaluación se concibe de una forma secuencial o



armónica, relacionando cada fase de la evaluación con las sucesivas fases del proceso didáctico. Clasifica la evaluación en: *Inicial, Continua, y Final*.

Para una mejor comprensión presentamos un cuadro con la modalidad de evaluación según el *momento* de su intervención y la *función* que desempeña para lograr la finalidad o intencionalidad que persigue.

MODALIDADES DE EVALUACIÓN			
PROCESO DINÁMICO, ABIERTO Y CONTEXTUALIZADO			
Modalidad	Inicial	Procesual	Final
Momento	Antes de...	Durante...	Después de...
Funciones	Diagnóstica	Formativa	Sumativa
Aplicaciones	<ul style="list-style-type: none"> -Evaluación de los estudiantes -Evaluación de los profesores/ de los centros -Evaluación de los procesos -Evaluación del sistema educativo 		
Ejecutores	<ul style="list-style-type: none"> -Profesores -Estudiantes -Administración educativa 		

Tabla 2.1. Modalidades de Evaluación (Castillo, 2009).

SEGÚN EL MOMENTO DE APLICACIÓN

1. *Evaluación inicial*: Es la que se realiza al comienzo de un curso académico, de una etapa educativa, de la implantación de un programa educativo concreto, etc. Consiste en la recogida de datos, tanto de carácter personal como académico en la situación de partida y su finalidad es que el profesor inicie el proceso educativo con un conocimiento real de las características de todos y cada uno de sus alumnos, lo que debe permitirle diseñar sus estrategias didácticas y acomodar su práctica docente a la realidad del grupo y de sus singularidades individuales. Esas



razones hacen que la realización de la evaluación inicial sea fundamental para llevar a cabo un adecuado desarrollo del proceso educativo de cada alumno.

2. *Evaluación procesual*: La evaluación procesual en su función formativa consiste en la valoración, a través de la recogida continua y sistemática de datos, del funcionamiento de un centro, de un programa educativo, del proceso educativo de un alumno, etc., a lo largo de un periodo de tiempo prefijado para la consecución de las metas u objetivos propuestos. La evaluación procesual sirve como estrategia de mejora para ajustar y regular sobre la marcha los procesos educativos (de ahí su nombre). Por ello se la relaciona con la evaluación formativa y con la evaluación continua, hasta el punto de llegar a identificar a todas ellas como un mismo tipo de evaluación. La evaluación procesual-formativa permite obtener información del desarrollo del proceso educativo de todos y cada uno de los alumnos a lo largo del curso, proporcionando datos que deben permitir reorientar, regular, modificar o reforzar el proceso educativo de cada alumno. La evaluación procesual-formativa es de gran importancia dentro de la concepción educativa de la evaluación, ya que permite tomar decisiones de mejora sobre la marcha en beneficio o ayuda de los principales protagonistas: alumnos y profesores.

3. *Evaluación final*: Consiste en la recogida y valoración de datos al finalizar un periodo de tiempo previsto para la realización de un aprendizaje, un programa, un trabajo, un curso escolar, etc., como constatación de la consecución de los objetivos fijados y de las competencias básicas establecidas. La evaluación final en su función sumativa se aplica al final de un periodo de tiempo determinado y pretende determinar la valía final del mismo, el grado de aprovechamiento del alumno y el grado de consecución de los objetivos propuestos y de dichas competencias básicas. Es la evaluación final la que determina la consecución de lo planteado para ser conseguido al término de un proceso o de un periodo concreto, y los resultados que aporta pueden ser el punto de arranque de la evaluación inicial del siguiente periodo escolar.



SEGÚN SU FINALIDAD

1. *Evaluación diagnóstica:* Su finalidad es que el profesor inicie el proceso educativo con un conocimiento real de las características de sus alumnos, tanto en lo personal como en lo académico. Ese conocimiento es fundamental, ya que permitirá al profesor diseñar sus estrategias didácticas y acomodar su práctica docente a la realidad de todos y cada uno de sus alumnos. La evaluación diagnóstica debe tener lugar al comienzo del curso, ya que es en ese momento cuando el profesor necesita conocer la realidad educativa de su alumnado al iniciar una nueva actividad escolar.

2. *Evaluación formativa:* Es la evaluación que sirve como estrategia de mejora para ajustar y regular sobre la marcha los procesos educativos, de cara a conseguir los objetivos previstos y las competencias básicas establecidas. Es la más adecuada para la evaluación de los procesos y suele relacionarse con la evaluación continua. La evaluación formativa permite obtener información de todos los elementos que configuran el desarrollo del proceso educativo de todos y cada uno de los alumnos a lo largo del curso, y permite reorientar, modificar, regular, reforzar, comprobar, etc., los aprendizajes, dependiendo de cada caso particular.

3. *Evaluación sumativa:* Se aplica esta evaluación al final de un periodo de tiempo determinado como comprobación de los logros alcanzados en ese periodo.

Se pretende determinar la valía final del mismo, el grado de aprovechamiento del alumno y el grado de consecución de los objetivos propuestos y de las competencias básicas establecidas. La evaluación final tiene una función sancionadora, en la medida en que permite decidir el aprobado o no aprobado de una asignatura; la promoción o no al siguiente curso; o la obtención o no de una determinada titulación. En la evaluación sumativa cobra presencia y significado la intencionalidad de las evaluaciones anteriores: inicial-diagnóstica y procesual-formativa, y está muy influenciada por ellas.



SEGÚN SU EXTENSIÓN

1. *Evaluación global*: Pretende abarcar todos los componentes o dimensiones del alumno, del centro educativo, del programa, etc. Es como una totalidad interactuante en la que cualquier modificación en uno de sus componentes tiene consecuencias en el resto. Aplicada a la evaluación de los aprendizajes de los alumnos, podría relacionarse con la *evaluación integradora* en la medida en que tiene en cuenta el grado de consecución de los objetivos propuestos desde todas y cada una de las áreas o materias.

2. *Evaluación parcial*: Pretende el estudio o valoración de determinados componentes o dimensiones de un centro, de un programa, de una materia, etc., por separado o en algún aspecto concreto, dependiendo del nivel de aplicación al que se establezca. Referida a la evaluación de los aprendizajes de los alumnos podría aplicarse a la evaluación de algún tema en concreto de alguna materia o a la evaluación de algún bloque homogéneo de contenidos, habilidades, actitudes y valores o estrategias de aprendizaje.

3. *Evaluación interna*: La evaluación interna es promovida y llevada a cabo desde dentro y por los propios integrantes de un centro, de un programa, de un equipo educativo o directivo, etc. Se trata de conocer desde la estructura interna del ámbito en el que se produzca la evaluación, tanto la marcha del proceso a evaluar como los resultados finales del mismo.

SEGÚN SUS AGENTES

1. *Autoevaluación*: Los evaluadores evalúan su propio trabajo, por lo que las responsabilidades del evaluado y del evaluador coinciden en las mismas personas. Es llevada a cabo generalmente por los profesores, los cuales pretenden conocer, tanto la marcha del proceso educativo que han desarrollado como los resultados finales del mismo. Y sería deseable promover también la autoevaluación del alumnado. La autoevaluación del profesorado puede realizarse



mediante un proceso de autorreflexión, ayudándose de la cumplimentación de algún tipo de cuestionario, etc.

2. *Heteroevaluación*: En esta modalidad de evaluación los evaluadores y los evaluados no son las mismas personas. Se lleva a cabo dentro del propio centro, por personal del mismo y sin la concurrencia de evaluadores externos (el profesor que evalúa a sus alumnos, el equipo directivo que evalúa algún aspecto del centro, etc.).

3. *Coevaluación*: En esta modalidad de evaluación determinadas personas o grupos pertenecientes a un centro se evalúan mutuamente: es decir, evaluadores y evaluados intercambian su papel alternativamente.

SEGÚN LA PROCEDENCIA DE LOS AGENTES EVALUADORES

1. *Evaluación interna*: La evaluación interna es promovida y llevada a cabo desde dentro y por los propios integrantes de un centro, de un programa, de un equipo educativo o directivo, etc. Se trata de conocer desde la estructura interna del ámbito en el que se produzca la evaluación, tanto la marcha del proceso a evaluar como los resultados finales del mismo.

2. *Evaluación externa*: Es aquella en la que el evaluado y el evaluador son personas o instancias diferentes, y se realiza cuando agentes no integrantes habitualmente de un centro escolar o de un programa, evalúan su funcionamiento. El caso más habitual de esta modalidad de evaluación es la que realiza la Inspección Educativa en los centros de su jurisdicción. A veces se produce también la denominada «evaluación por expertos», que suele llevarse a cabo por personas de reconocido prestigio, investigadores, etc. quienes tratan de evaluar algún programa experimental puesto en marcha. Puede hablarse de evaluación externa en aquellos casos en que el evaluador está situado fuera del proceso que se evalúa.



2.3 HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS DE EVALUACIÓN

En el anterior capítulo 1 de la presente tesis se mencionó la aplicación de herramientas estadísticas, las cuales forman la base teórica para el siguiente análisis, en este capítulo se resalta la importancia de las herramientas estadísticas y probabilísticas, explicando brevemente la información que ofrece la aplicación de dichas técnicas.

La investigación de diversas herramientas estadísticas utilizadas en la Ingeniería, las cuales en su conjunto son utilizadas como técnicas que permiten al Analista o Ingeniero en este caso ofrecer ciertos criterios para emitir una evaluación confiable, la cual surge como resultado al evaluar el desempeño académico en educación matemática, teniendo como propósito identificar problemáticas que afectan directamente al objeto de estudio es cuestión, marcar un punto de referencia para posteriores evaluaciones y al mismo tiempo ofrecer soluciones a las problemáticas identificadas que contribuyan a lograr los objetivos de las carreras antes mencionadas.

2.3.1 ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

Histogramas

Concepto

Un histograma es un resumen gráfico de un conjunto de datos, su éxito radica en que conjuga dos tipos de técnicas:

La estadística: permite sacar conclusiones del conjunto de los datos.

Los gráficos: permite representar los datos y hace sencilla su interpretación

Objetivo

El objetivo de los histogramas es estudiar la capacidad de los procesos y mantenerlos bajo control. Nos permite ver esquemas y comportamientos que son difíciles de captar en una tabla numérica.



- Llegar a un punto que describa el problema en términos de qué, cómo, cuándo, dónde, quiénes, etc. Y su alcance.
- Descubrir qué problema será tratado primero (priorizar).

¿Para qué se usa?

Los histogramas, o histogramas de frecuencia son una herramienta útil cuando hay que analizar una gran cantidad de datos.

Para mostrar en forma de gráficos de barras las características de un producto o servicio:

- Tipos de defectos, problemas, riesgos de seguridad, etc.

Un histograma toma datos de mediciones de variables cuantitativas como:

- Temperatura, presiones, alturas, pesos, etc.
- Muestra su distribución.

Un histograma revela la cantidad de variación propia de un proceso.

Metodología de elaboración

Paso 1

Se recogen los datos que se necesitan por el método más adecuado.

- Los datos son fundamentales para toda acción de mejora.
- Tener en cuenta que datos no es igual que información.

Paso 2

Se clasifican los datos en una serie de grupos representativos.

- Una misma característica (ejemplo: altura)
- Agrupada por intervalos (ejemplo: entre 5 y 10 cm.)



Paso 3

Se construye el histograma.

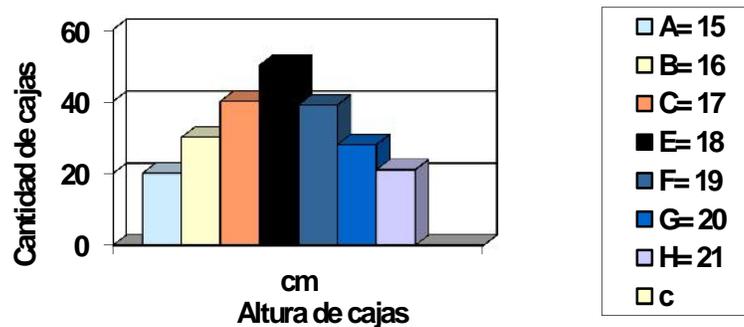


Gráfica 2.1. Ejemplo de realización de histograma (paso 3).

Paso 4

Se interpreta el histograma para extraer toda la información que se necesite.

Clasificación de cajas de embalaje según su altura



Gráfica 2.2. Ejemplo de realización de histograma (paso 4).

Paso 5

Fase de Preparación

En el histograma del ejemplo anterior la mayor cantidad de unidades se encuentran en el centro, y aproximadamente una cantidad igual de unidades se distribuye a ambos lados.

Es una distribución tipo: NORMAL o GAUSIANA (forma de campana)



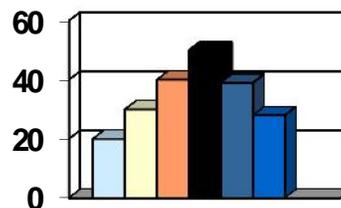
Aclaración

Es importante saber lo siguiente:

- Si la dispersión de la distribución cae dentro de las especificaciones. Si no es así, qué cantidad cae fuera de las mismas (VARIABILIDAD)
- Si la distribución está centrada en el lugar debido. Podemos saber si la mayoría de los datos caen en el lado alto o en el lado bajo (SESGO)

Ejemplos de histogramas

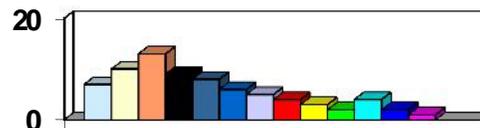
- Variabilidad pequeña



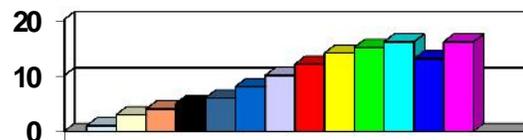
- Variabilidad grande



- Sesgo Negativo



- Sesgo positivo



Gráfica 2.3. Ejemplos de variabilidad de un histograma.



Errores a evitar

- Conformarse con pocos datos.
- Considerarlo sólo como instrumento de representación y no de análisis.
- Confundirlo con el diagrama de Pareto.

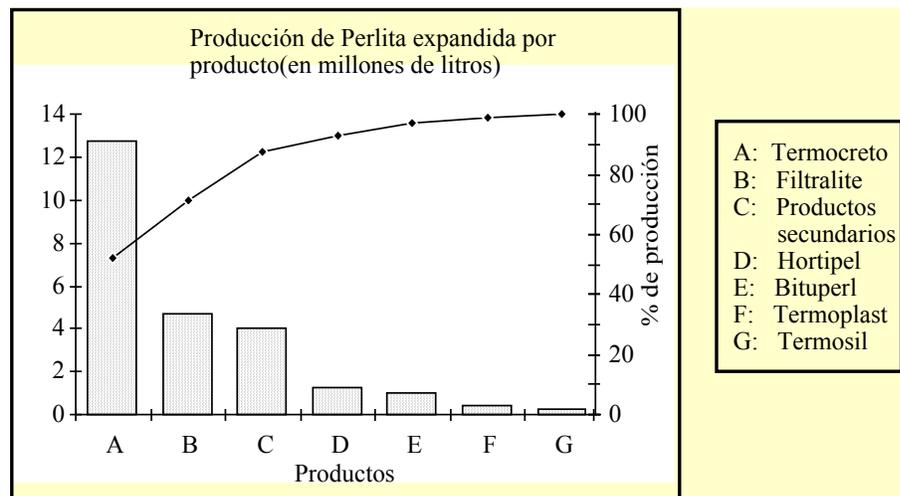
Diagrama de Pareto.

Concepto

Es un diagrama que se utiliza para determinar el impacto, influencia o efecto que tienen determinados elementos sobre un aspecto.

Consiste en un gráfico de barras similar al histograma que se conjuga con una ojiva o curva de tipo creciente y que representa en forma descendente el grado de importancia o peso que tienen los diferentes factores que afectan a un proceso, operación o resultado.

Para la correcta identificación de los “Pocos Vitales”, es necesario que los datos recolectados para elaborar el diagrama de Pareto estén en cantidad adecuada, sean verdaderos y en un periodo de tiempo determinado.



Gráfica 2.4. Ejemplo de diagrama de Pareto.

Objetivo

Uno de los principales objetivos del diagrama de Pareto es identificar las causas/categorías de un problema puedan cuantificarse, un equipo de trabajo



necesite identificar las causas/categorías más significativas de un problema, también necesita decidir sobre cuáles causas trabajará primero.

¿Para qué se usa?

Se utiliza para canaliza los esfuerzos hacia los pocos vitales.

- Ayuda a priorizar y a señalar la importancia de cada una de las áreas de oportunidad.
- Es el primer paso para la realización de mejoras.
- Se aplica en todas las situaciones en donde se pretende efectuar una mejora, en cualquiera de los componentes de la calidad del producto/servicio, costos, entrega, seguridad, y moral.

Metodología de elaboración

Paso 1: Identificar el Problema

Identificar el problema o área de mejora en la que se va a trabajar.

Paso 2: Identificar los factores

Elaborar una lista de los factores que pueden estar incidiendo en el problema, por ejemplo, tipos de fallas, características de comportamiento, tiempos de entrega.

Paso 3: Definir el periodo de recolección

Establecer el periodo de tiempo dentro del cual se recolectaran los datos: días, semanas, meses.

Paso 4: Recolección de Datos



Causas	Frecuencia
Interrupciones de la energía eléctrica	48
Manejo incorrecto del operador	22
Programa inadecuado	7
Falta de mantenimiento	35
Virus en el sistema	4
Otros	2

Tabla 2.2. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 4).

Paso 5: Ordenar los datos

Causas	Frecuencia
Interrupciones de la energía eléctrica	48
Falta de mantenimiento	35
Manejo incorrecto del operador	22
Programa inadecuado	7
Virus en el sistema	4
Otros	2

Tabla 2.3. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 5).

PASO 6: Calcular los porcentajes

Obtener el porcentaje relativo de cada causa o factor, con respecto a un total:

$$\text{Porcentaje relativo} = \frac{\text{Frecuencia de la causa}}{\text{Total de Frecuencias}}$$

La suma de todos los porcentajes debe ser igual al 100%, ejemplo:

REGISTRO DE LAS FRECUENCIAS DE PARALIZACION DEL TRABAJO		
<u>CAUSAS FALLAS</u>	<u>FRECUENCIA</u>	<u>% RELATIVO</u>
Interrupción de la energía eléctrica	48	40,67%
Falta de Mantenimiento	35	29,66%
Manejo incorrecto del operador	22	18,64%
Programa inadecuado	7	5,93%
Virus en el sistema	4	3,38%
Otros	2	1,69%

Tabla 2.4. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 6).



Paso 7: Calcular los Porcentajes Acumulados

Calcular el porcentaje relativo acumulado, sumando en forma consecutiva los porcentajes de cada factor. Con esta información se señala el porcentaje de veces que se presenta el problema y que se eliminaría si se realizan acciones efectivas que supriman las causas principales del problema.

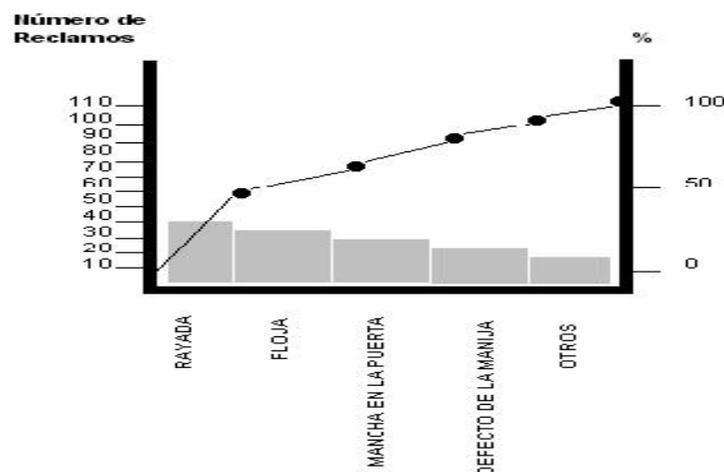
REGISTRO DE LAS FRECUENCIAS DE PARALIZACION DEL TRABAJO			
<u>CAUSAS FALLAS</u>	<u>FRECUENCIA</u>	<u>% RELATIVO</u>	<u>% RELATIVO ACUMULADO</u>
Interrupción de la energía eléctrica	48	40,67%	40,67%
Falta de mantenimiento	35	29,66%	70,33%
Manejo incorrecto del operador	22	18,64%	88,97%
Programa inadecuado	7	5,93%	94,90%
Virus en el sistema	4	3,38%	98,28%
Otros	2	1,69%	99,97%

Tabla 2.5. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 7).

PASO 8: Identificar los ejes

En el eje horizontal se anotan los factores de izquierda a derecha, en orden decreciente en cuanto a su frecuencia. El eje vertical izquierdo se gradúa de forma tal que sirva para mostrar el número de datos observados (la frecuencia de cada factor), el eje vertical derecho mostrara el porcentaje relativo acumulado.

Es importante tener en cuenta, que el diagrama sea más bien cuadrado, es decir que la longitud del eje horizontal sea igual que la del vertical.



Gráfica 2.5. Ejemplo de realización de diagrama de Pareto (paso 8).



Aclaraciones

Debido a que se tiene que ser más productivos con recursos limitados, se debe tratar de enfocar los esfuerzos a reducir una barra de los pocos vitales a la mitad, que intentar reducir una barra de los muchos triviales a cero.

El diagrama de Pareto es el primer paso para la realización de mejoras, pues posee la flexibilidad de representar en su eje vertical ya sea, cantidades numéricas o cantidades monetarias, dependiendo el caso que se tenga.

Otra herramienta importante

El Diagrama de Pareto constituye un sencillo y gráfico método de análisis que permite discriminar entre las causas más importantes de un problema (los pocos y vitales) y las que lo son menos (los muchos y triviales).

La técnica creada por Joseph Juran y Alan Lakelin “80-20” es una de las herramientas más significativas utilizada en conjunción con el diagrama de Pareto.

Ejemplo: El 80% del valor de un inventario de artículos se debe al 20% de estos artículos.

El 80% del total de tiempo de trabajo se consume con el 20% de las actividades diarias.

2.3.2 ESTADÍSTICA INFERENCIAL.

A continuación se mencionan las diversas técnicas estadísticas y probabilísticas utilizadas para el análisis, dando un resumen concreto sobre su procedimiento y la información que ofrecen.

Diseño de experimentos.

Concepto

EL Diseño de Experimentos está relacionado básicamente con el planeamiento de la recolección de los datos.



Un Experimento es la Muestra en base a la cual se estimarán los parámetros Poblacionales, y se tomarán decisiones con respecto a la comparación de las poblaciones en estudio.

Cada experimento es una pregunta que se hace a la naturaleza, por lo tanto, para que las respuestas no sean confusas o contradictorias, es necesario que el mismo sea:

- 1) Técnicamente planeado
- 2) Cuidadosamente conducido
- 3) Adecuadamente analizado
- 4) Cautelosamente interpretado

Objetivo

Es objetivo de aplicar esta herramienta es generar un análisis detallado y confiable que ayude a identificar las problemáticas más relevantes. Es una metodología ideal para aprender acerca de la forma en que funcionan los sistemas o procesos.

¿Para qué se usa?

Por lo general, un experimento es realizado por una o varias de las razones siguientes:

- Identificar las principales causas de variación en la respuesta
- Encontrar las condiciones que permitan alcanzar un valor ideal en la respuesta
- Comparar las respuestas a diferentes niveles de factores controlados por el investigador
- Construir modelos que permitan obtener predicciones de la respuesta.



Definiciones Básicas

Debido a la complejidad de este método empezaremos por hacer una definición básica de los elementos que conforman dicho método, siguiendo con la metodología a seguir y criterios a considerar.

Variable Respuesta: Es la variable en estudio, aquella cuyos cambios se desean estudiar. Es la variable dependiente.

Factor: Es la variable independiente. Es la variable que manipula el investigador, para estudiar sus efectos sobre la variable dependiente.

Nivel Del Factor: Es cada una de las categorías, valores o formas específicas del factor.

Factor Cualitativo: Sus niveles se clasifican por atributos cualitativos.

Factor Cuantitativo: Sus niveles son cantidad numérica en una escala.

Factores Observacionales: El investigador registra los datos pero no interfiere en el proceso que observa.

Factores Experimentales: El investigador intenta controlar completamente la situación experimental.

Experimento Unifactorial: Es aquel en donde se estudia un solo factor.

Experimento Multifactorial: Es aquel en el que se estudia simultáneamente más de un factor.

Tratamientos: Conjunto de condiciones experimentales que serán impuestas a una unidad experimental en un diseño elegido.

En experimentos unifactoriales, un tratamiento corresponde a un nivel de factor.

En experimentos multifactoriales, un tratamiento corresponde a la combinación de niveles de factores.



Unidad Experimental: Es la parte más pequeña de material experimental expuesta al tratamiento, independientemente de otras unidades.

Error Experimental: Describe la variación entre las unidades experimentales tratadas de forma idéntica e independiente. Orígenes del error experimental:

- Variación natural entre unidades experimentales
- Variabilidad en la medición de la respuesta
- Imposibilidad de reproducir idénticas condiciones del tratamiento de una unidad a otra
- Interacción de tratamientos con unidad experimental
- Cualquier factor externo

Tratamiento Control: Un control al que no se le aplica tratamiento revelará las condiciones en que se realiza el experimento.

Mediciones: Son los valores de la variable dependiente, obtenidos de las unidades experimentales luego de la aplicación de tratamientos.

Elementos del Diseño De Experimentos

El diseño de experimentos se refiere a la estructura del experimento considerando:

- i) El conjunto de tratamientos incluidos en el estudio.
- ii) El conjunto de unidades experimentales utilizadas en el estudio.
- iii) Las reglas y procedimientos por los cuales los tratamientos son asignados a las unidades experimentales (o viceversa).
- iv) Las medidas o evaluaciones que se hacen a las unidades experimentales luego de aplicar los tratamientos



Análisis de Regresión vs. Análisis de Varianza

Ambos análisis establecen relaciones entre variables.

- Estudian la relación estadística entre variables para tomar decisiones.
- En el Análisis de regresión el objetivo es Predecir.
- Usa solo variables cuantitativas y la relación se expresa con un modelo lineal en el cual la variable independiente puede tomar cualquier valor fijado por el investigador.

En el Análisis de Varianza el objetivo es comparar los distintos niveles de la ó las variables independientes o factores para establecer diferencias significativas en la variable dependiente o respuesta.

Difieren del modelo anterior en que las variables independientes pueden ser cualitativas y que si son cuantitativas, en ANOVA no se hace ninguna presunción sobre la naturaleza de la relación estadística entre variables dependientes e independientes.

Los Tipos de Modelos

Los modelos experimentales se clasifican en tres tipos:

- De efectos fijos – MODELO I
- De efectos Aleatorios – Modelo II
- Mixtos.(Factores fijos y aleatorios)

Cuando el investigador tiene control sobre el material experimental aplicando sólo los niveles de los factores que le interesan en el modelo, es de efectos fijos.

Cuando se investiga un factor pero no se tiene control sobre tratamientos, por ejemplo en los estudios por muestreo, donde los niveles que se aplican son una muestra extraída al azar de una población de niveles, los modelos son de efectos aleatorios.



Análisis de Variancia

El análisis de variancia es una de las técnicas del diseño de experimentos de mayor aplicación, pues ofrece resultados muy útiles para la toma de decisiones.

Consiste en una prueba de hipótesis para la diferencia de más de dos medias. En esta prueba se tiene k parámetros poblacionales distribuidos normalmente, cuya variación se estudia dividiéndola en componentes.

Hipótesis General

$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

H_a : Al menos una μ es diferente

En el análisis de variancia se presume que cualquier variación existente entre los promedios de una o más variables categorizadas se debe a una variación entre las observaciones o a una variación entre las categorías.

La variación interna se debe al azar mientras que la variación externa se debe a causas sistemáticas.

Consiste en comparar las dos estimaciones de σ^2 , una basada en la varianza entre medias muestrales y otra basada en la varianza dentro de las muestras.

La conclusión se obtiene una vez que se compare el valor de F calculado como el cociente de ambas varianzas con el F teórico obtenido de las tablas de distribución F (véase tabla B, anexo 2).

Comparaciones múltiples de medias

El ANOVA solo resuelve la pregunta planteada en la H_0 : de que si las medias estimadas son iguales o no.

Si la probabilidad de $F > F_{\alpha}$ obtenido de las tablas de distribución F al 0.05 (Tabla B, Anexo2) entonces se rechazar la H_0 y por tanto dos o más medias son diferentes entre sí.



Para solucionar este problema hay dos caminos

- Contrastes a Priori de antemano se planean ciertas comparaciones que son de interés al investigador y se incluyen en la tabla de ANOVA.
- Comparaciones múltiples de Medias. Cuando no se tienen comparaciones planeadas sino que se quiere ver qué pasa. Son pruebas generales que comparan todas las posibles combinaciones.

Existen una gran cantidad de estas pruebas:

- Prueba de Tukey (Método utilizado para este estudio)
- Método de la diferencia mínima de Fisher
- Prueba del rango múltiple de Duncan
- Newman-Keuls
- Hsu, Scheffe

La prueba de Tukey

Una gran parte de los autores difieren entre el método a utilizar para la comparación de medias, siendo los más utilizadas las técnicas anteriormente mencionadas, aunque autores como Walpole-1999, recomiendan los métodos de Tukey y Duncan, por su similitud y confiabilidad.

Dado que el análisis de varianza acusa un efecto significativo, la prueba de Tukey provee un nivel de significancia global de α cuando los tamaños de las muestras son iguales y de α/k a lo sumo a cuando no son iguales.

Se basa en la construcción de intervalos de confianza de las diferencias por pares. Si estos intervalos incluyen al 0, entonces no se rechaza la hipótesis nula.

Consiste en comparar las diferencias entre medias muestrales con el valor crítico dado por:

$$T_{\alpha} = q_{\alpha}(k, n-k) \sqrt{CME/n_c}$$

Fig. 2.4. Fórmula para la prueba de Tukey (Walpole, 1999).



En donde:

CM_E: es el cuadrado medio del error

nc: es el número de observaciones por tratamiento

k: es el número de tratamientos

N-k: es el número de grados de libertad para el error

α: es el nivel de significancia prefijado

q (k, n-k): son puntos porcentuales de la distribución del rango estudentizado (Anexo 2).

Metodología de elaboración

Para el objeto de estudio en cuestión utilizaremos el modelo 1 antes mencionado, modelo de Unifactorial de efectos fijos por lo tanto la metodología que a continuación se explica será a partir de este modelo.

Paso 1: Realizar el diseño del experimento

Tratamientos	A	B	C	D	E
Repeticiones					
1	A ₁	B ₁	C ₁	D ₁	E ₁
2	A ₂	B ₂	C ₂	D ₂	E ₂
3	A ₃	B ₃	C ₃	D ₃	E ₃
PROMEDIO	A _{123..}	B _{123..}	C _{123..}	D _{123..}	E _{123..}

Tabla 2.6. Diseño del experimento modificado (Canavos, 1988)

El diseño del experimento dependerá del criterio del analista, tomando en cuenta los datos disponibles y la información que se desea obtener.



Paso 2: ANOVA (Análisis de la varianza)

Fuentes Variación	Sumas Cuadrados	g.l	Cuadrados Medios	F
Entre Tratamientos	SCTrat.	k-1	SCTrat/ g.l (I)	F= I/II
Dentro Trat. (Error)	SCError	k(n-1)	SCError/ g.l (II)	
Total	SCTotal	n - 1		

Tabla 2.7. Análisis de la Varianza interpretación (Canavos, 1988)

Los grados de libertad en el numerador equivalen al número de tratamientos menos 1.

Los grados de libertad en el denominador son el número total de observaciones menos el número de tratamientos

Identidad de la suma de cuadrados

Esperanza de la suma de cuadrado tratamiento (I)

$$E(CM_{trat}) = (k-1) \frac{T^2}{n} + n \sum_{j=1}^k \frac{t_j^2}{t} \frac{1}{n} (y_{ij} - \bar{y}_j)^2$$

Cuadrado medio del tratamiento (II)

Cuadrado medio del error (III)

$$CM_{trat} = \frac{SC_{trat}}{k-1}$$

$$CM_{error} = \frac{SCEE}{k(n-1)}$$

Fig. 2.5. Fórmulas para el análisis de la varianza (Canavos, 1988)

En donde:

T: es el total de la columna para cada tratamiento.

k: número de tratamientos.



n: es el número de observaciones (tamaño de la muestra) para cada tratamiento.

N: es el número total de observaciones.

Paso 3: Si $F_o > F((k-1) \text{ y } k(n-1))$, Obtenido de tablas de de distribución F, se rechaza la hipótesis nula.

Lo siguiente es realizar una comparación múltiple de medias por el método de Tukey, a continuación se muestra un ejemplo.

Comparación	Diferencia	Valor	Estadística de Tukey	Decisión
1vs4	5,2	5,92594998	2,022	Si hay diferencia
2vs4	2,6	2,96297499	1,623	Si hay diferencia
3vs4	2	2,27921153	0,976	Si hay diferencia
1vs3	3,2	3,64673845	1,623	Si hay diferencia
2vs3	0,6	0,68376346	0,976	No hay diferencia
1vs2	2,6	2,96297499	0,976	Si hay diferencia

Tabla 2.8. Comparaciones de medias por el método de Tukey (ejemplo).

Mostrando de la siguiente forma los resultados.

Comparación	Media	Agrupación
1	0.62078	A
2	0.60888	A
3	0.45258	B
4	0.45216	B

Tabla 2.9. Resultados de la comparación de medias por el método de Tukey (ejemplo).



Análisis Factorial.

Concepto

El Análisis Factorial (AF) es un método multivariante que pretende expresar p variables observables como una combinación lineal de m variables hipotéticas o latentes, denominadas factores. Tiene una formulación parecida al análisis de componentes principales, pero el modelo que relaciona variables y factores es diferente en AF. Si la matriz de correlaciones existe, las componentes principales también existen, mientras que el modelo factorial podría ser aceptado o no mediante un test estadístico.

Proporciona la estructura interna, las dimensiones subyacentes, el transformado de un conjunto amplio de variables, elaborando una estructura más simple, con menos dimensiones, que proporcione la misma información y permita globalizar así el entendimiento del fenómeno.

Simplifica la modelización convirtiendo, por eliminación de redundancias expresadas en altas correlaciones entre variables, un amplio conjunto de variables en factores "estructurales".

El AF obtiene e interpreta los factores comunes a partir de la matriz de correlaciones entre las variables:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & 1 & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & 1 \end{pmatrix}$$



¿Para qué se usa?

Parte de un conjunto amplio de variables que presentan interrelaciones importantes.

- ❖ Asume que las relaciones existen porque las variables son manifestaciones comunes de factores no "observables" de forma directa.
- ❖ Pretende llegar a un cálculo de esos factores:
 - a) Resumir información.
 - b) Clarifica las relaciones entre ellas.
 - c) Evita la pérdida excesiva de información.

Objetivo

Metodología de elaboración

El modelo del análisis factorial de m factores comunes considera que las p variables observables X_1, \dots, X_p dependen de m variables latentes F_1, \dots, F_m , llamadas factores comunes, y p factores únicos U_1, \dots, U_p , de acuerdo con el modelo lineal:

$$\begin{array}{rcl}
 X_1 = & a_{11}F_1 & + \dots + a_{1m}F_m & + d_1U_1 \\
 X_2 = & a_{21}F_1 & + \dots + a_{2m}F_m & & + d_2U_2 \\
 \dots & & \dots & & \dots \\
 X_p = & a_{p1}F_1 & + \dots + a_{pm}F_m & & + d_pU_p.
 \end{array}$$

Las hipótesis del modelo son:

1. Los factores comunes y los factores únicos están incorrelacionados dos a dos

$$\text{cor}(F_i, F_j) = 0, \quad i \neq j = 1, \dots, m,$$

$$\text{cor}(U_i, U_j) = 0, \quad i \neq j = 1, \dots, p.$$

2. Los factores comunes están incorrelacionados con los factores únicos:



$$\text{cor}(F_i, U_j) = 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad j = 1, \dots, p.$$

3. Tanto los factores comunes como los factores únicos son variables reducidas (media 0 y varianza 1).

La matriz factorial

Los coeficientes a_{ij} son las saturaciones entre cada variable X_i , y el factor F_j . La matriz $p \times m$ que contiene estos coeficientes es la matriz factorial.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1m} \\ a_{21} & \cdots & a_{2m} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & \cdots & a_{pm} \end{pmatrix}$$

Si indicamos por $X = (X_1, \dots, X_p)'$ el vector columna de las variables, y análogamente $F = (F_1, \dots, F_m)'$, $U = (U_1, \dots, U_p)'$, ; el modelo factorial en expresión matricial es

$$X = AF + DU$$

Donde $D = \text{diag}(d_1, \dots, d_p)$ es la matriz diagonal con las saturaciones entre variables y factores únicos. El AF tiene como principal objetivo encontrar e interpretar la matriz factorial A.

Las communalidades

De las condiciones del modelo del AF se verifica

$$\text{Var}(X_i) = a_{i1}^2 + \dots + a_{im}^2 + d_i^2,$$

y por lo tanto a_{i1}^2 es la parte de la variabilidad de la variable X_i que es debida al factor común F_j , mientras que d_i^2 , es la parte de la variabilidad explicada exclusivamente por el factor único U_i .

La cantidad

$$h_i^2 = a_{i1}^2 + \dots + a_{im}^2$$



se llama comunalidad de la variable X_i . La cantidad de d_i^2 es la unicidad. Luego, para cada variable tenemos que:

$$\text{Variabilidad} = \text{comunalidad} + \text{unicidad.}$$

La comunalidad es la parte de la variabilidad de las variables solo explicada por los factores comunes.

Si suponemos que las variables observadas son también reducidas, entonces tenemos que:

$$1 = h_i^2 + d_i^2.$$

La matriz de correlaciones reducida se obtiene a partir de R substituyendo los unos de la diagonal por las comunalidades:

$$R^* = \begin{pmatrix} h_1^2 & r_{12} & \cdots & r_{1p} \\ r_{21} & h_2^2 & \cdots & r_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{p1} & r_{p2} & \cdots & h_p^2 \end{pmatrix}$$

Evidentemente se verifica:

$$R = R^* + D^2.$$

2.3.3 OTRAS HERRAMIENTAS ESTADÍSTICAS DE CONTROL

Índices de Capacidad

Concepto

Un indicador es un valor que sirve para medir el comportamiento de variables, en función del nivel de logro de un objetivo o meta planificados. Los Indicadores de desempeño son una herramienta de control operativo y de gestión, es relevante en el proceso de diseño, seguimiento y evaluación de las acciones.



Objetivo

Los objetivos y tareas que se propone una organización deben concretarse en expresiones medibles, que sirvan para expresar cuantitativamente dichos objetivos y tareas, y son los "Indicadores" los encargados de esa concreción.

¿Para qué se usa?

El uso de esta herramienta permite medir cambios a través del tiempo, facilitando mirar de cerca los resultados de iniciativas o acciones, es decir, son instrumentos para evaluar y dar surgimiento al proceso de desarrollo.

Metodología de elaboración

Paso 1: Definir el Intervalo de Tolerancia.

Definiremos el Índice o Indicador de Capacidad del proceso (C_p) como el cociente entre el rango de tolerancias del proceso y la capacidad del mismo:

$$C_p = \frac{L_s - L_i}{6\sigma}$$

Fig. 2.6. Fórmula para calcular la capacidad de proceso (Besterfeld, 2009)

En donde:

C_p : Índice de capacidad o desempeño.

L_s : Límite superior de tolerancia.

L_i : Límite inferior de tolerancia.

Paso 2: Calcular C_{pk} .

Claro está que un proceso capaz ($C_p > 1$) podría generar defectos en caso de que esté descentrado. Es la razón por la cual se asocia el índice C_{pk} al del C_p .

La fórmula de cálculo del C_{pk} es la siguiente:

Se calcula un indicador del lado superior:



$$Cps = \frac{Ls - media}{3\sigma}$$

Fig. 2.7. Fórmula para calcular la Cps (Besterfeld, 2009)

Se calcula un indicador del lado inferior:

$$Cpi = \frac{media - Li}{3\sigma}$$

Fig. 2.8. Fórmula para calcular la Cpi (Besterfeld, 2009).

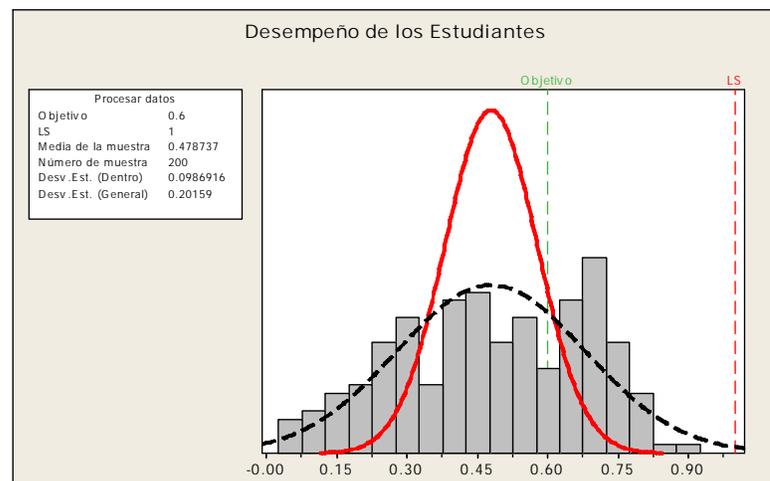
Paso 3: Interpretación.

Se elige, como índice Cpk, el valor mínimo de estos dos indicadores calculados siendo este el caso más desfavorable (el caso en el cual la campana se acerca más del límite con el riesgo de provocar defectos)

Entendemos por las propias fórmulas que un proceso perfectamente centrado tendrá: Cp=Cpk.

Tenemos que tener en cuenta también que todas estas fórmulas funcionan en caso de tener unos datos que se ajustan a una distribución normal (véase tabla A, anexo 2).

Ejemplo:



Gráfica 2.6. Ejemplo de grafica de desempeño (ejemplo).



Grafica de Control X-R.

Concepto

Este gráfico trata de mostrarnos la distribución que siguen en el tiempo los estimadores (media) y R (rango), identificativos del valor central y la dispersión de los valores de cada muestra extraída. Los valores de estos estimadores variarán de una muestra a otra en el proceso de inspección; por tanto, lo que nos interesará predecir, son los límites entre los que variarán dichos estimadores, supuesto que el proceso está bajo control (esto es, cuando no existen causas especiales que distorsionen el proceso).

Objetivo

El gráfico de control X-R permite identificar causas asignables y determinar si un proceso está bajo o fuera de control.

- Bajo control: trabaja en presencia de variaciones aleatorias.
- Fuera de control: hay variaciones debidas a causas asignables.

¿Para qué se usa?

Esta herramienta estadística utilizada comúnmente para detectar variaciones de la calidad de un producto, durante un proceso de fabricación, en este caso se implementa esta herramienta para detectar variaciones significativas en la prueba realizada.



Metodología de elaboración

Paso 1. Calcular media y rango para cada muestra

No. muestra	Mediciones						\bar{X}	R
	1	2	3	4	5	6		
1	50.04	50.08	50.09	50.1	50.24	50.04	50.1	0.2
2	50.14	49.97	50.07	49.97	50.03	50.1	50.05	0.17
3	49.99	50.13	50.18	50.04	50.08	50.08	50.08	0.19
4	50.03	50.18	50.08	50.08	50.01	50.12	50.1	0.15
.			
.			
.			
30	49.98	50.08	50.08	50.03	50.08	50.1	50.06	0.12

Tabla 2.10. Ejemplo de elaboración de grafica X-R (paso 1). (Walpole, 1999).

Paso 2. Calcular la media de medias y la media de los rangos

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}_i}{N} \qquad \bar{R} = \frac{\sum R_i}{N}$$

\bar{X}_i : media de la muestra i

R_i : cantidad de muestras

N : número de muestras

Fig. 2.9. Fórmulas para calcular medias y rangos (Devore, 2005).

Paso 3. Cálculo de los límites de control

Límites de control para el gráfico X.



$$LSC = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R}$$

$$\text{Línea Central} = \bar{\bar{X}}$$

$$LIC = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R}$$

Fig. 2.10. Fórmulas para calcular límites de medias (Devore, 2005).

Límites de control para el gráfico R.

$$LSC = D_4 \bar{R}$$

$$\text{Línea Central} = \bar{\bar{R}}$$

$$LIC = D_3 \bar{R}$$

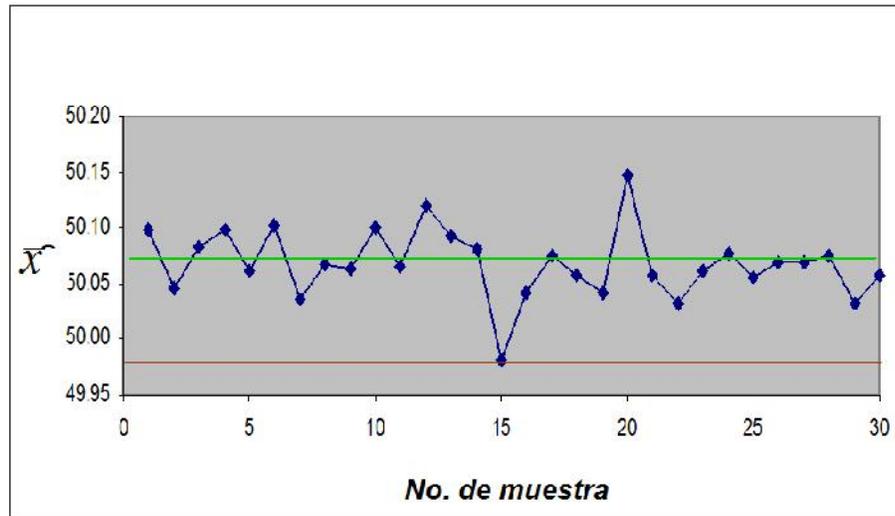
Fig. 2.11. Fórmulas para calcular límites de rangos (Devore, 2005).

Los valores A_2 , D_3 , y D_4 también dependen del tamaño de la muestra (ver tabla C, Anexo 2).



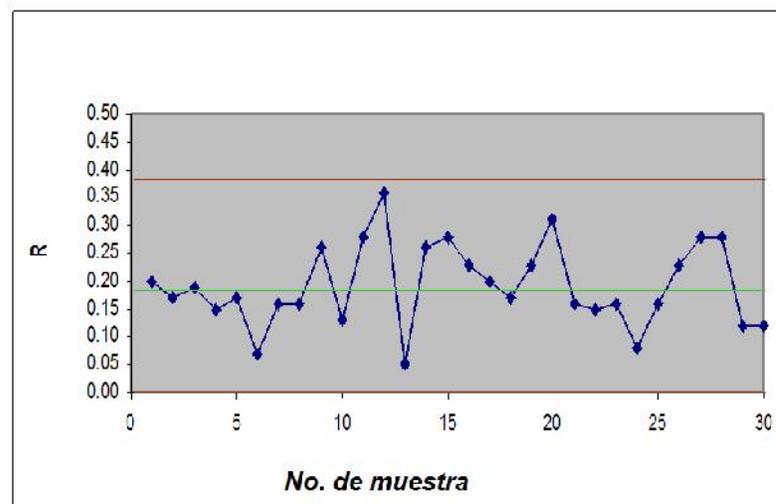
Ejemplo

Gráfico \bar{x}



Gráfica 2.7. Ejemplo de grafico X.

Gráfico R



Gráfica 2.8. Ejemplo de grafico R.



Diagrama de Ishikawa (causa- efecto)

Concepto

Es una herramienta que ayuda a identificar, clasificar y poner de manifiesto posibles causas, tanto de problemas específicos como de características de calidad.

Ilustra gráficamente las relaciones existentes entre un resultado dado (efectos) y los factores (causas) que influyen en ese resultado.

Objetivo

El objetivo principal al utilizar esta herramienta es proponer soluciones a cierta problemática, tomando en cuenta las funciones siguientes:

- Identificar las causas - raíz, o causas principales, de un problema o efecto.
- Clasificar y relacionar las interacciones entre factores que están afectando al resultado de un proceso.

¿Para qué se usa?

Permite que el grupo se concentre en el contenido del problema, no en la historia del problema ni en los distintos intereses personales de los integrantes del equipo.

Ayuda a determinar las causas principales de un problema, o las causas de las características de calidad, utilizando para ello un enfoque estructurado, además incrementa el grado de conocimiento sobre un proceso.

Metodología de elaboración

Paso 1

Decidimos cual va a ser la característica de calidad que vamos a analizar. Por ejemplo, en el caso de la mayonesa podría ser el peso del frasco lleno, la densidad del producto, el porcentaje de aceite, etc.



Trazamos una flecha gruesa que representa el *proceso* y a la derecha escribimos la característica de calidad:

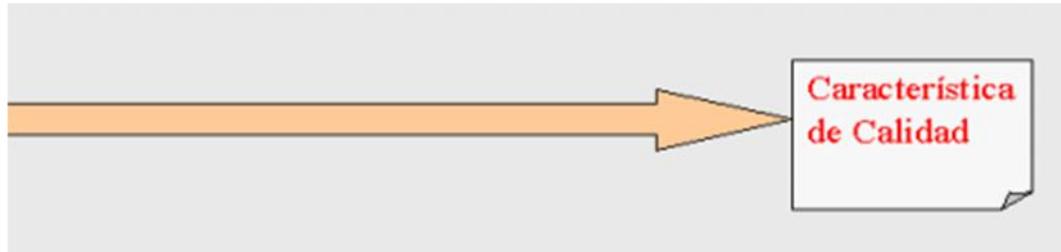


Fig. 2.12. Ejemplo de realización de diagrama de Ishikawa (paso1). (Walpole, 1999).

Paso 2

Indicamos los factores causales más importantes y generales que puedan generar la fluctuación de la característica de calidad, trazando flechas secundarias hacia la principal. Por ejemplo, Materias Primas, Equipos, Operarios, Método de Medición, etc.:

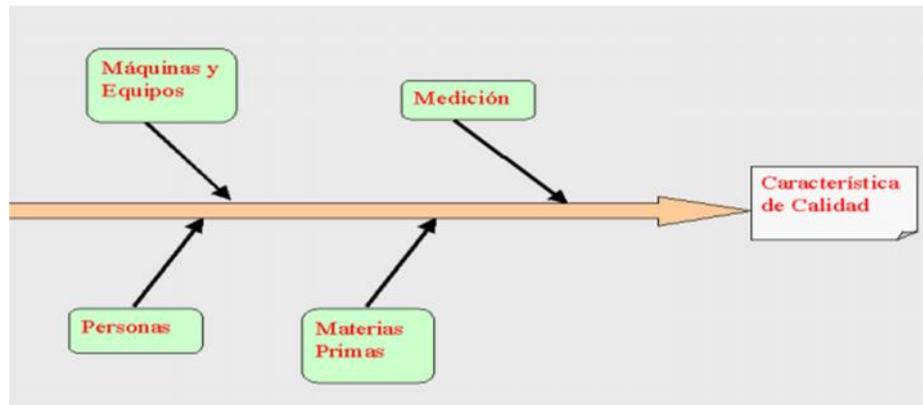


Fig. 2.13. Ejemplo de realización de diagrama de Ishikawa (paso2). (Walpole, 1999).

Paso 3

Incorporamos en cada rama factores más detallados que se puedan considerar causas de fluctuación. Para hacer esto, podemos formularnos estas preguntas:

- 1.- ¿Por qué hay fluctuación o dispersión en los valores de la característica de calidad?
- 2.- ¿Qué factores producen fluctuación o dispersión en los valores de la característica de calidad?

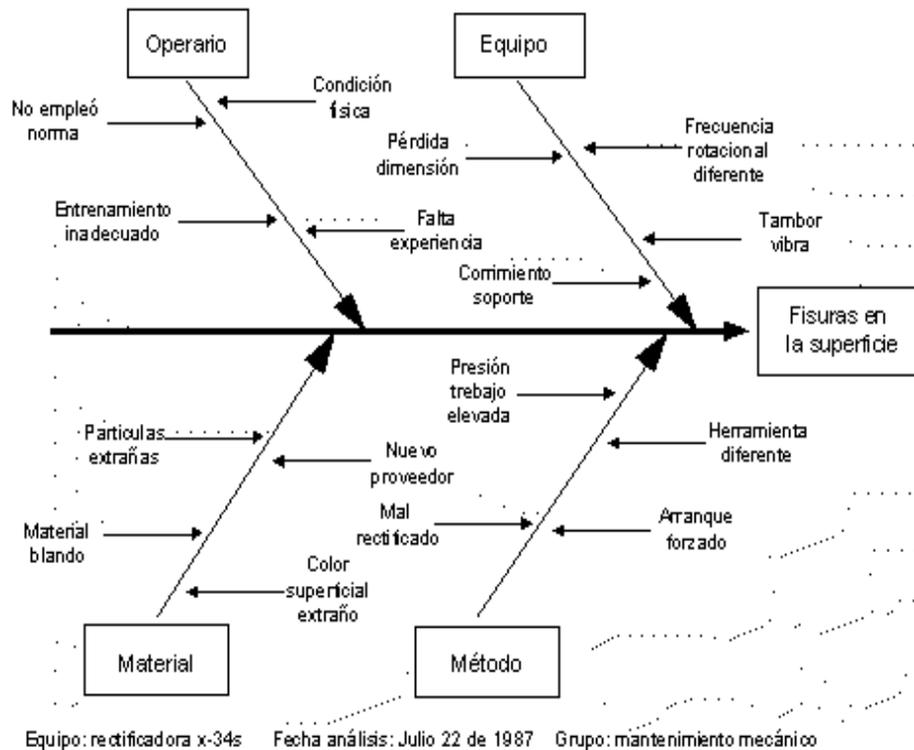


3.- ¿Por qué hay fluctuación o dispersión en cierto factor?

Paso 4

Finalmente verificamos que todos los factores que puedan causar dispersión hayan sido incorporados al diagrama. Las relaciones Causa-Efecto deben quedar claramente establecidas y en ese caso, el diagrama está terminado.

Ejemplo

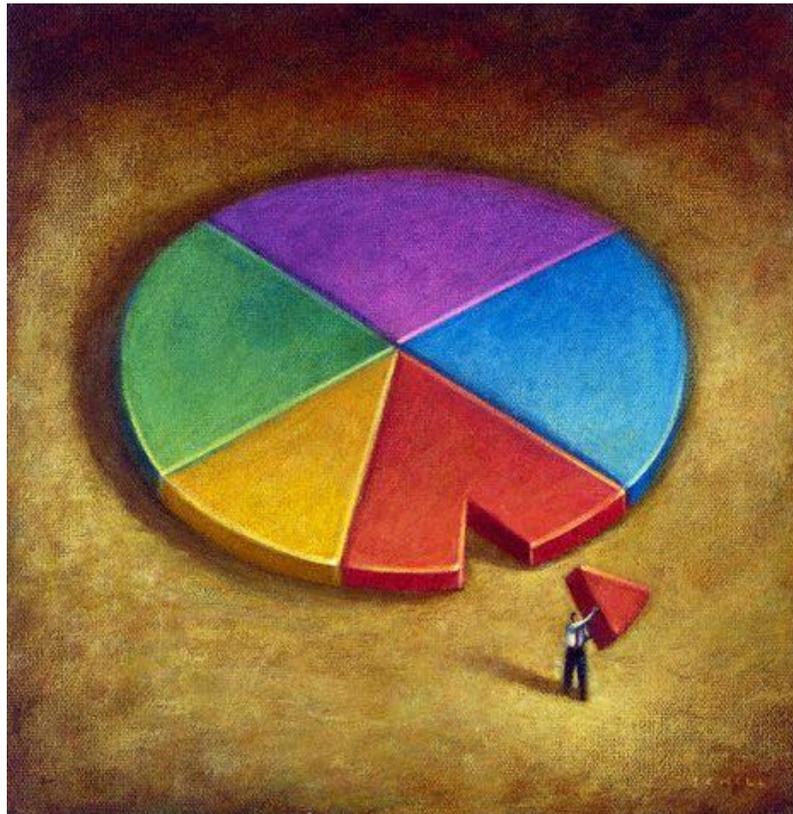


Grafica 2.9. Ejemplo de diagrama de Ishikawa (Walpole, 1999).



CAPÍTULO 3

CASO DE ESTUDIO: EVALUACIÓN DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA PARA INGENIERÍA.



Objetivo

El objetivo de este capítulo es aplicar los conceptos de evaluación y emplear las herramientas identificadas en el capítulo 2, explicando a su vez los resultados obtenidos, con los cuales se pretende generar decisiones que sustenten una propuesta estratégica para el tratamiento de la problemática presentada en el capítulo 1.



3.1 MARCO DE LA EVALUACIÓN

En congruencia con las modalidades de evaluación (Arredondo, 2010) descritas en el capítulo 2, a continuación se identifica el marco por el cual es llevado a cabo el proceso de evaluación correspondiente a este capítulo.

MODALIDAD DE EVALUACIÓN	
PROCESO DINÁMICO, ABIERTO Y CONTEXTUALIZADO	
Modalidad	Inicial
Momento	Antes de iniciar la formación profesional
Funciones	Diagnóstica
Extensión	Parcial
Agentes	Heteroevaluación
Procedencia de los agentes evaluadores	Externa
Aplicaciones	-Evaluación de los estudiantes -Evaluación del sistema educativo
Ejecutores	-Administración educativa

Tabla 3.1. Modalidad de evaluación.

Nota: Durante la planeación para de la evaluación, se llevó a cabo un proceso logístico con la ayuda de expertos en matemáticas aplicadas, pedagogos, ingenieros, etc.

3.2 JUSTIFICACIÓN

Para iniciar con el siguiente análisis con respecto al examen diagnóstico de matemáticas en el área de álgebra para los estudiantes de nuevo ingreso de las carreras de Ingeniería Mecánica, Eléctrica-Electrónica e Industrial, a continuación se muestra un análisis general considerando tres variables iniciales de rasgos académicos (Sexo-Turno- Carrera) realizando en primera instancia un análisis con estadística descriptiva utilizando herramientas como histogramas y gráficas de pastel para identificar posibles variaciones entre las variables iniciales y generar hipótesis según los resultados obtenidos.



Realizando en segunda instancia se realiza un análisis con herramientas de estadística inferencial como son: Diseño de experimentos, Prueba ANOVA (Análisis de la varianza) y Prueba de Tukey para comparar medias.

Antes de iniciar cabe resaltar que definiremos un nivel de confianza para todas las pruebas de un 95%, lo cual sirve como punto de referencia en las hipótesis que se generan como resultado del presente estudio.

3.3 HIPÓTESIS

El conocimiento de los rasgos académicos de primer ingreso es indispensable para la evaluación y diagnóstico, el cual permita generar algún criterio de decisión para enfocar los esfuerzos o soluciones de manera que genere cambio realmente significativos para la mejora del desempeño de los estudiantes de Ingeniería de nuevo ingreso, por lo tanto se generan las siguientes hipótesis, analizando rasgos académicos antes mencionados.

- H_0 : Los promedios entre género hombres vs mujeres son estadísticamente iguales.
 H_1 : Los promedios entre género hombres vs mujeres son estadísticamente diferentes.
- H_2 : Los promedios entre turno matutino vs vespertino son estadísticamente iguales.
 H_3 : Los promedios entre turno matutino vs vespertino son estadísticamente diferentes.
- H_4 : Los promedios entre carrera Industrial vs Mecánica vs Eléctrica-Electrónica son estadísticamente iguales.
 H_5 : Los promedios entre carrera Industrial vs Mecánica vs Eléctrica-Electrónica son estadísticamente diferentes.

Otras hipótesis igualmente importantes son aquellas relacionadas directamente con los temas de conforman la prueba aplicada.

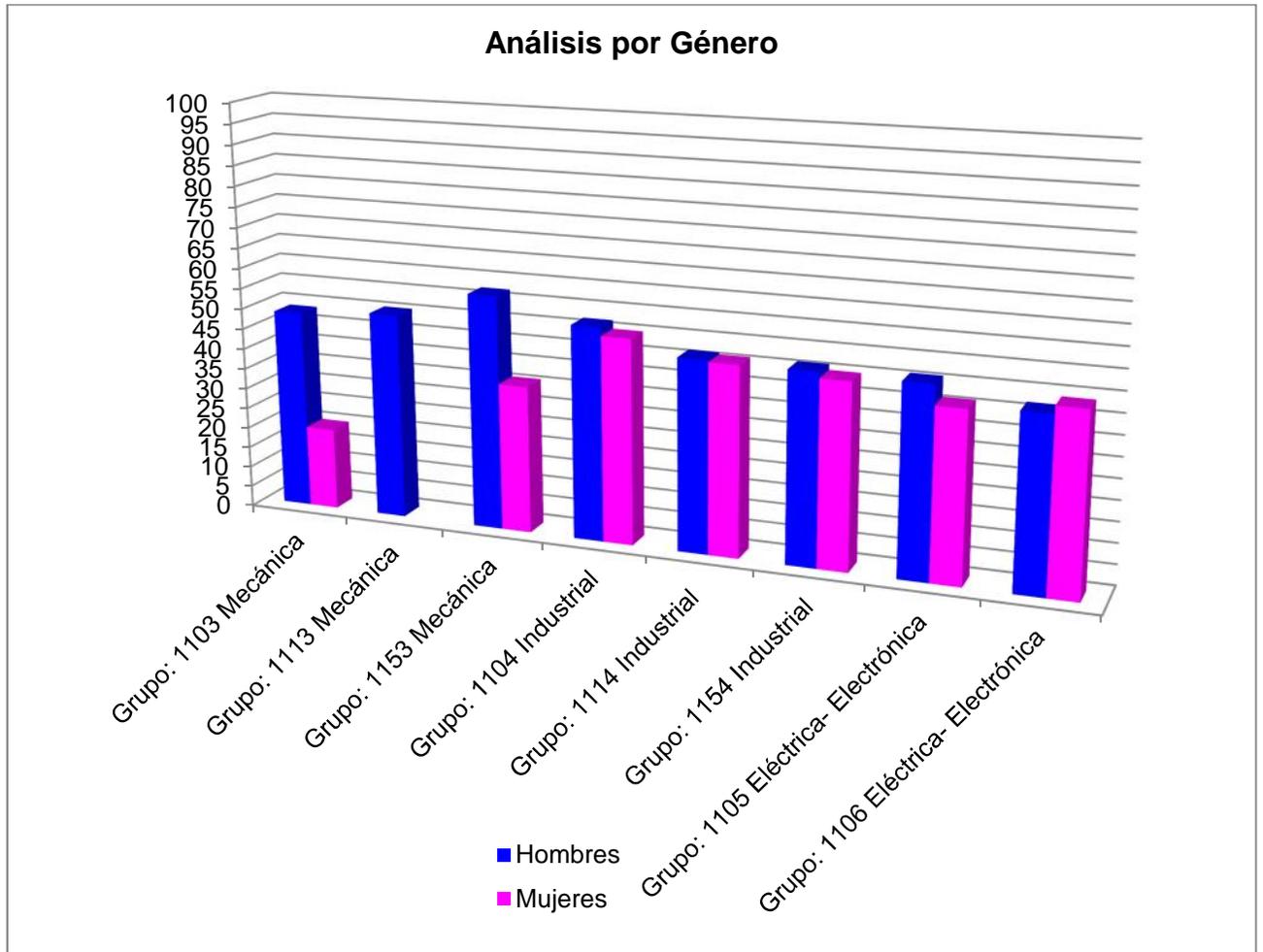
- H_6 : Los promedios entre temas de la prueba son estadísticamente iguales.
 H_7 : Los promedios entre temas de la prueba son estadísticamente diferentes.



3.4 ANÁLISIS DE RASGOS ACADÉMICOS

3.4.1 ANÁLISIS DE RASGOS ACADÉMICOS UTILIZANDO ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA

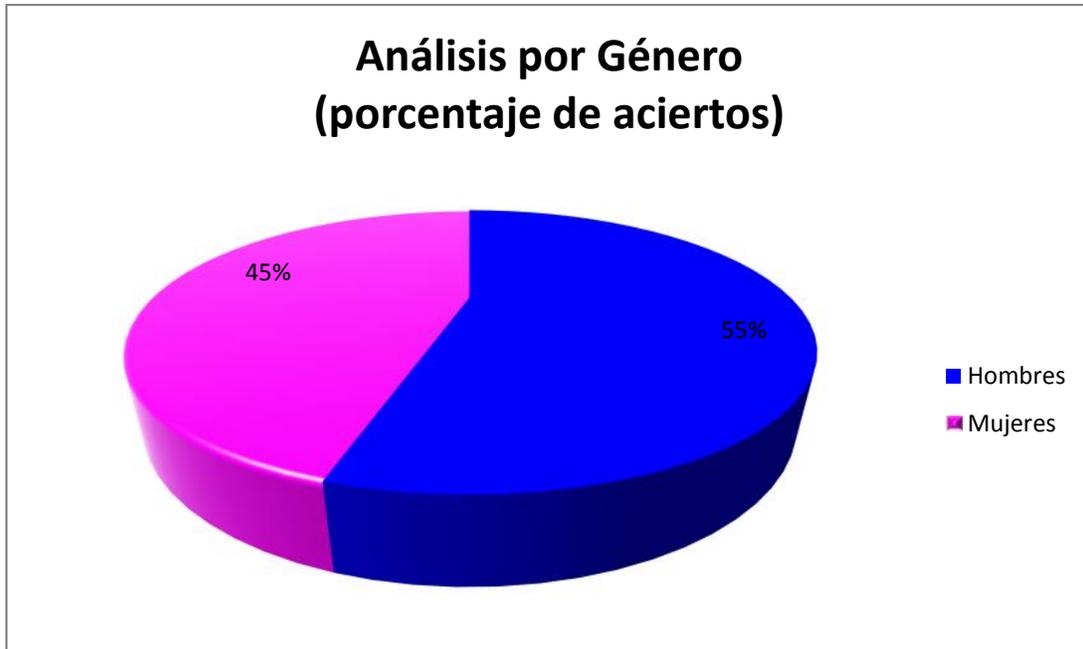
Análisis por Género



Gráfica 3.1. Promedio de acierto por género y grupo.

El anterior histograma (gráfica 3.1) permite identificar datos relevantes como son:

- El grupo 1113 de Ingeniería Mecánica esta conformados totalmente por hombres.
- Resalta que en mayoría de los grupos los hombres obtuvieron un promedio mayor al de las mujeres, por excepción del grupo 1106 de Ingeniería Eléctrica- Electrónica donde el promedio de las mujeres es mayor al de los hombres.



Gráfica 3.2. Porcentaje de acierto hombres vs mujeres.

En la anterior gráfica 3.2, podemos notar una variabilidad de un 10% entre el promedio de los hombres y mujeres, en un principio definimos un nivel de confianza del 95% por lo tanto este factor adquiere el valor como criterio para generar las diversas hipótesis que se derivan del presente estudio.

Hipótesis

El anterior análisis generan las siguientes hipótesis, existe diferencia entre el género de los estudiantes de nuevo ingreso al obtener una variación del 10 % del promedio de aciertos, por lo tanto:

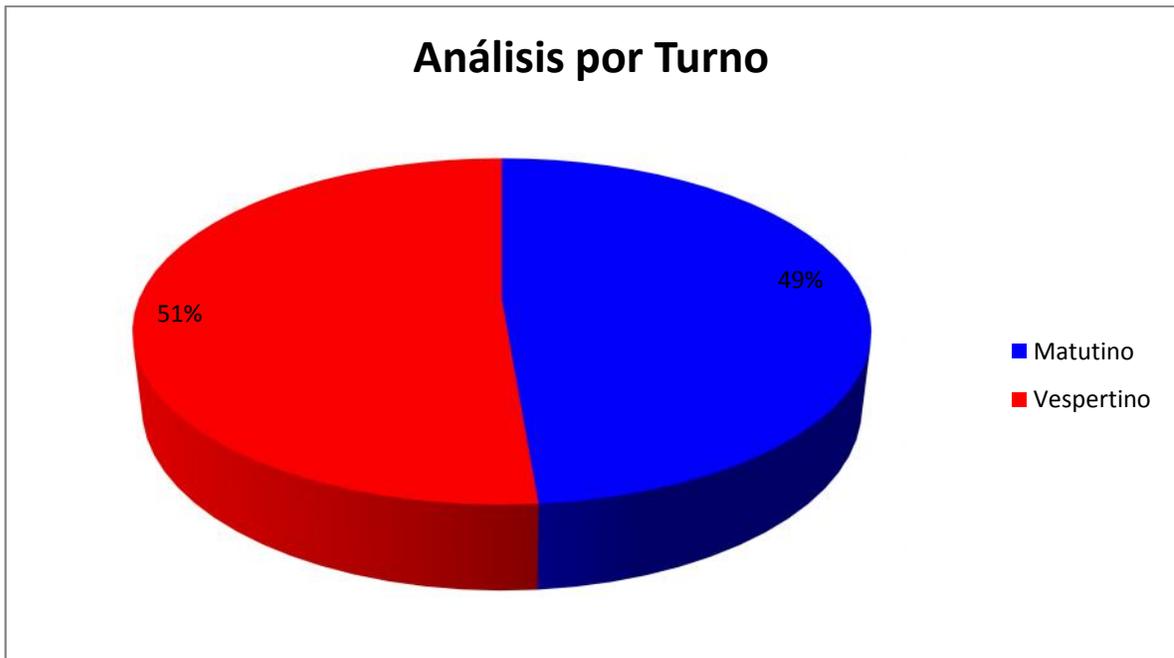
H_0 : Los promedios entre género hombres y mujeres son iguales.

H_1 : Los promedios entre género hombres y mujeres son diferentes.

Por lo tanto se acepta H_1 , posteriormente comprobaremos la veracidad de H_1 por medio del estudio de estadística inferencial.



Análisis por Turno



Gráfica 3.3. Porcentaje de aciertos matutino vs vespertino.

La gráfica 3.3 anterior demuestra que los estudiantes de nuevo ingreso para el turno vespertino obtuvieron un promedio mayor a los estudiantes del turno matutino, aunque la variabilidad es solo del 2%, igualmente al análisis anterior este dato es un factor para generar hipótesis.

Hipótesis

El anterior análisis generan las siguientes hipótesis, no existe diferencia entre el turno de los estudiantes de nuevo ingreso al obtener una variación del 1 % del promedio de aciertos, por lo tanto:

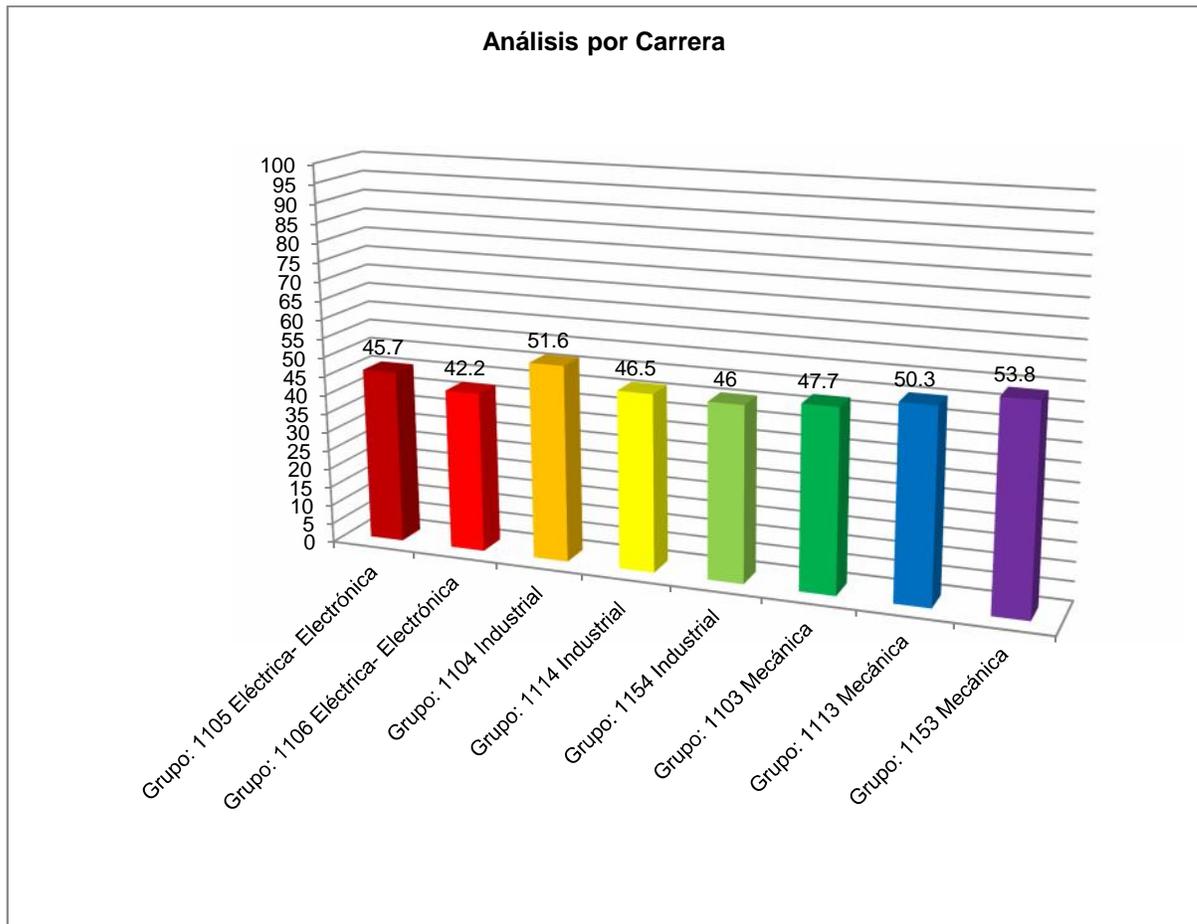
H₂: Los promedios entre turno matutino y vespertino son iguales.

H₃: Los promedios entre turno matutino y vespertino son diferentes.

Por lo tanto se acepta H₂, posteriormente comprobaremos la veracidad de H₂ por medio del estudio de estadística inferencial.



Análisis por Carrera



Gráfica 3.4. Promedio de aciertos por carrera.

Al realizar el análisis por carrera podemos notar que el grupo 1153 de Ingeniería Mecánica obtuvo el mayor promedio siendo el grupo 1106 de Ingeniería Eléctrica-Electrónica quien obtuvo el menor promedio. Por otra parte cabe mencionar que dentro de los estudiantes evaluados existe caso del alumno de Ingeniería industrial quien obtuvo 24 aciertos de los 25 posibles, así mismo existe el caso de un alumno el cual solo obtuvo 1 acierto de los 25 posibles, claramente son casos aislados pero es importante mencionar estos datos relevantes. (gráfica 3.4)



Gráfica 3.5. Porcentaje de aciertos de las carrera de Ingeniería Industrial vs Mecánica vs Eléctrica- Electrónica.

Por medio de la anterior gráfica 3.5, podemos identificar una variación de 1% al 4%, entre las tres carreras, Ingeniería Eléctrica- Electrónica, Industrial y Mecánica, por lo tanto podemos generar las siguientes hipótesis.

Hipótesis

El anterior análisis generan la hipótesis, no existe diferencia entre carrera de los estudiantes de nuevo ingreso al obtener una variación de 1% a 4% del promedio de aciertos, por lo tanto:

H₄: Los promedios entre Ingeniería Industrial vs Mecánica vs Eléctrica-Electrónica son iguales.

H₅: Los promedios entre Ingeniería Industrial. Mecánica vs Eléctrica-Electrónica son diferentes.

Por lo tanto se acepta H₄, posteriormente comprobaremos la veracidad de H₄ por medio del estudio de estadística inferencial.



3.4.2 ANÁLISIS DE RASGOS ACADÉMICOS UTILIZANDO ESTADÍSTICA INFERENCIAL

Análisis por Género

Diseño de experimento

Se analizan las medias de cada grupo tomando como variable el género de los estudiantes de nuevo ingreso y comparando los aciertos de hombres y mujeres.

	Hombres	Mujeres
Grupo: 1103 Mecánica	48.6666667	20
Grupo: 1104 Industrial	52	50
Grupo: 1105 Eléctrica- Electrónica	46.1176471	41.3333333
Grupo: 1106 Eléctrica- Electrónica	42.0512821	44
Grupo: 1113 Mecánica	50.375	
Grupo: 1114 Industrial	46.6666667	46.2222222
Grupo: 1153 Mecánica	57.2093023	36
Grupo: 1154 Industrial	46.3333333	45

Tabla 3.2. Diseño de experimento por género (promedio de aciertos).

Como se observa en este diseño de experimento en el grupo 1113 de Ingeniería Mecánica está compuesto solamente por hombres por lo cual, con el motivo de no alterar la muestra no se recurre a interpolar el dato faltante solo se obtiene la media dividiendo la suma de los datos entre el número de datos.

ANOVA (Análisis de la varianza) unidireccional: Hombres, Mujeres

Fuente	GL	SC	MC	F	F
Factor	1	258	258	4.51	4.67
Error	13	743.3	57.2		
Total	14	1001.2			

Tabla 3.3. ANOVA por género.

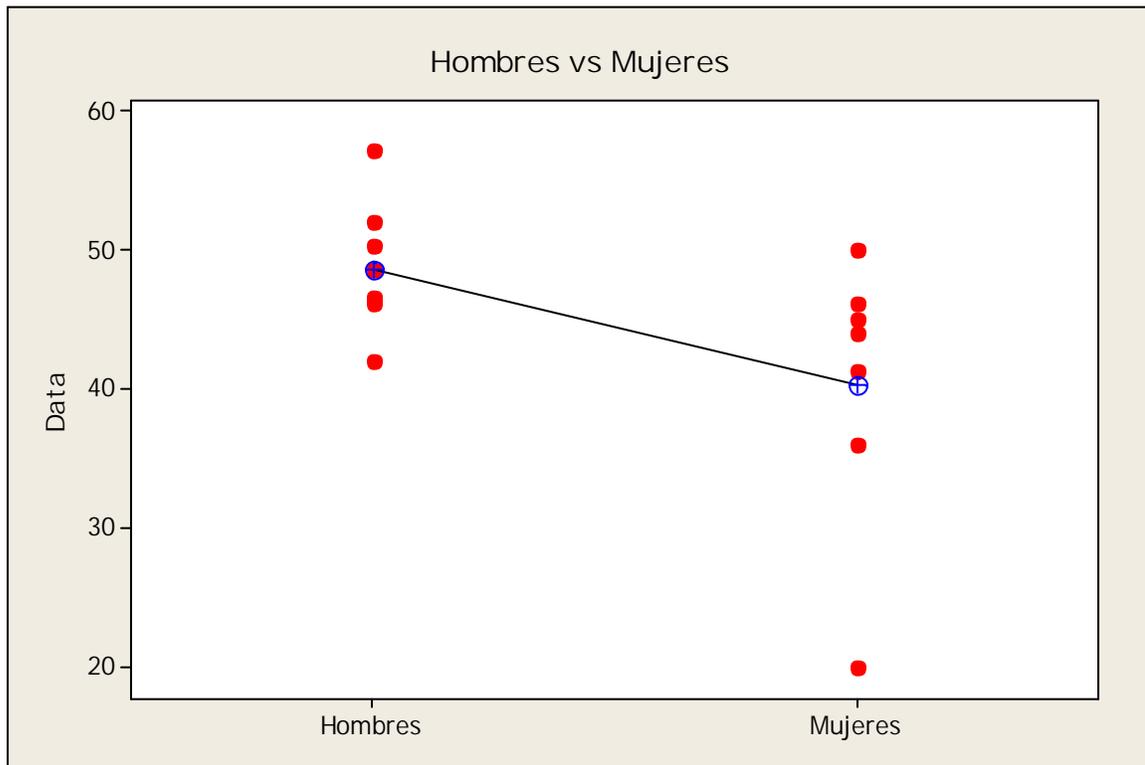
ICs (Intervalo de confianza) de 95% individuales para la media basados en desviación estándar agrupada, a continuación de muestra de manera gráfica, la media tanto de hombres como mujeres.

Genero	N	Media	Desv. Est.
Hombres	8	48.677	4.578
Mujeres	7	40.365	9.971

Tabla 3.4. Resultados de ANOVA por género.



Desv.Est. agrupada = 7.561



Gráfica 3.6. Comparación de promedios de hombres y mujeres.

Comparación de medias utilizando el método de Tukey.

Género	N	Media	Agrupación
Hombres	8	48.677	A
Mujeres	7	40.365	A

Tabla 3.5. Resultados de la comparación de medias por género.

Las medias que no comparten una letra son significativamente diferentes.

Intervalos de confianza simultáneos de Tukey del 95%

Todas las comparaciones en parejas

Resultado

El anterior estudio demuestra que no existe diferencia significativa entre género hombres vs mujeres por lo cual, ya que al realizar la prueba de Tukey ambos tipos



de preguntas pertenecena a la misma agrupacion se asegura la veracidad de la hipótesis:

H₀: Los promedios entre género hombres vs mujeres son iguales se acepta por lo consiguiente esta variable no es relevante como criterio para la toma de decisiones en el momento de generar alguna solución posible. (gráfica 3.7)



Gráfica 3.7. Agrupación de hombres y mujeres.

Análisis por Turno

Diseño del experimento

Se analizan las medias de cada grupo tomando como variable el turno de los estudiantes de nuevo ingreso y comparando los aciertos de matutino y vespertino.

Matutino	Vespertino
47.7419355	53.877551
51.6363636	46
45.7297297	
42.2727273	
50.375	
46.5454545	

Tabla 3.6. Diseño del experimento por turno (promedio de aciertos).

Como se observa en este diseño de experimento el turno vespertino está compuesto solamente por dos grupos y el turno matutino por seis grupos, por lo



cual, con el motivo de no alterar la muestra no se recurre a interpolar los datos faltantes solo se obtiene la media dividiendo la suma de los datos entre el número de datos.

ANOVA (Análisis de la varianza) unidireccional: Matutino, Vespertino

Fuente	GL	SC	MC	F	F
Factor	1	9.8	9.8	0.67	5.99
Error	6	87.7	14.6		
Total	7	97.5			

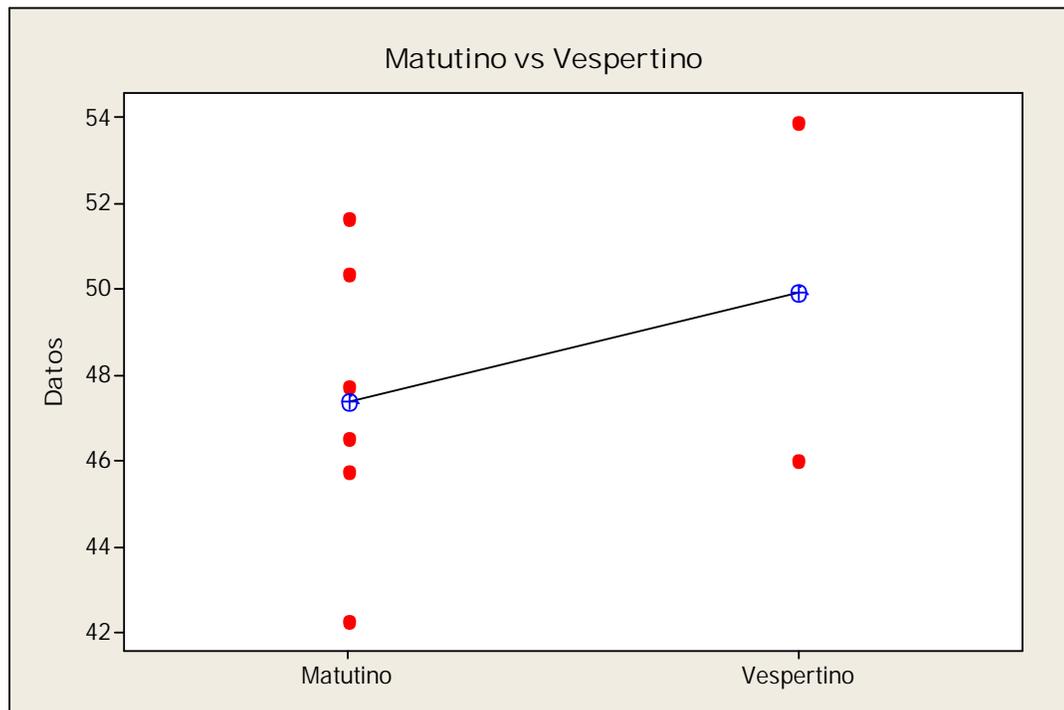
Tabla 3.7. ANOVA por turno.

ICs de 95% individuales para la media basados en desviación estándar agrupada, a continuación de muestra de manera gráfica la media tanto del turno matutino como del turno vespertino.

Turno	N	Media	Desv. Est.
Vespertino	6	47.384	3.368
Matutino	2	49.939	5.57

Tabla 3.8. Resultados de ANOVA por turno.

Desv.Est. agrupada = 3.824



Gráfica 3.8. Comparación de promedios del turno matutino y vespertino.



Comparación de medias utilizando el método de Tukey.

Turno	N	Media	Agrupación
Vespertino	2	49.393	A
Matutino	6	47.384	A

Tabla 3.9. Resultados de la comparación de medias por turno.

Las medias que no comparten una letra son significativamente diferentes.

Intervalos de confianza simultáneos de Tukey del 95%.

Todas las comparaciones en parejas.

Resultado

El anterior estudio demuestra que no existe diferencia significativa entre turno matutino y vespertino por lo cual:

H₂: Los promedios entre turno matutino y vespertino son iguales se acepta por lo consiguiente esta variable no es relevante como criterio para la toma de decisiones en el momento de generar alguna solución posible. (gráfica 3.9)



Gráfica 3.9. Agrupación de hombres y mujeres



Análisis por Carrera

Diseño de experimento

Se analizan las medias de cada grupo tomando como variable la carrera de los estudiantes de nuevo ingreso y comparando los aciertos de Industrial, Mecánica y Eléctrica- Electrónica.

Industrial	Mecánica	Eléctrica- Electrónica
51.6363636	47.7419355	45.7297297
46.5454545	50.375	42.2727273
46	53.877551	

Tabla 3.10. Diseño del experimento por carrera (promedio de aciertos).

Como se observa en este diseño de experimento los grupos de Ingeniería Eléctrica- Electrónica son solamente dos a comparación de las otras dos carreras donde cada una tiene tres grupos, por lo cual, con el motivo de no alterar la muestra no se recurre a interpolar el dato faltante solo se obtiene la media dividiendo la suma de los datos entre el número de datos.

ANOVA (Análisis de la varianza) unidireccional: Industrial, Mecánica, Eléctrica- Electrónica.

Fuente	GL	SC	MC	F	F
Factor	2	53.29	26.65	3.01	5.79
Error	5	44.25	8.85		
Total	7	97.54			

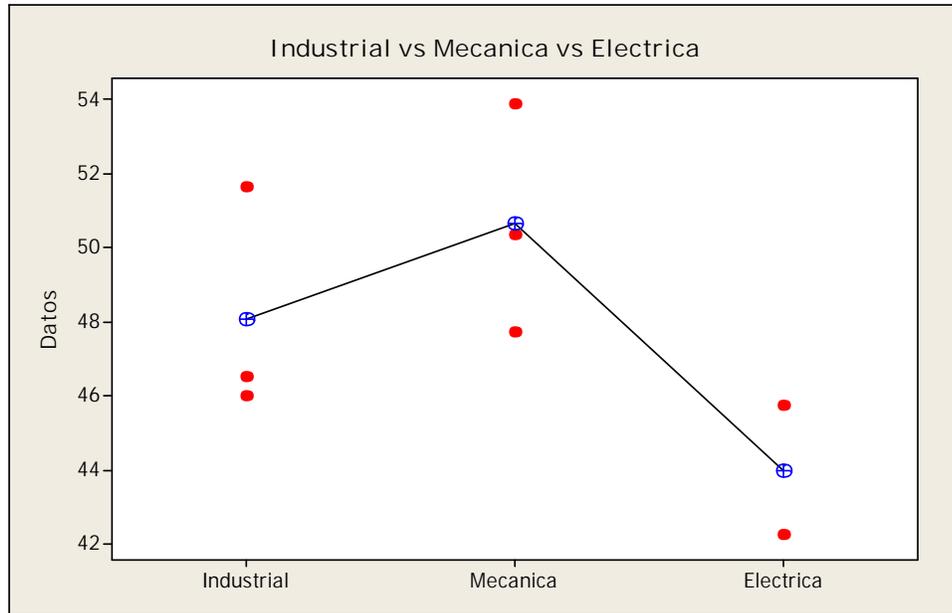
Tabla 3.11. ANOVA por carrera.

ICs de 95% individuales para la media basados en desviación estándar agrupada.

Carrera	N	Media	Desv. Est.
Industrial	3	48.061	3.109
Mecánica	3	50.665	3.078
Eléctrica- Electrónica	2	44.001	2.444

Tabla 3.12. Resultados de ANOVA por carrera.

Desv.Est. agrupada = 2.975



Gráfica 3.10. Comparación de promedios de Ingeniería Industrial, Mecánica, Eléctrica- Electrónica.

Comparación de medias utilizando el método de Tukey.

Carrera	N	Media	Agrupación
Industrial	3	48.061	A
Mecánica	3	50.665	A
Eléctrica-Electrónica	2	44.001	A

Tabla 3.13. Resultados de la comparación de medias por carrera.

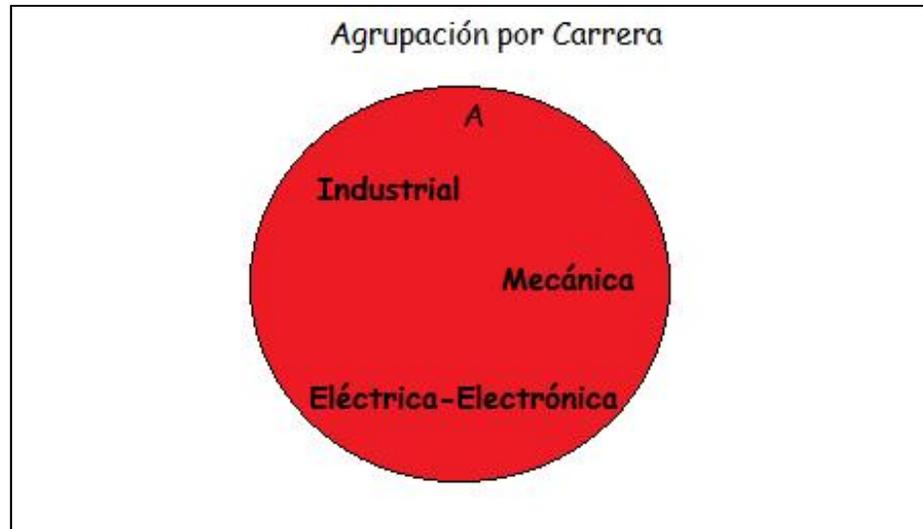
Las medias que no comparten una letra son significativamente diferentes.

Intervalos de confianza simultáneos de Tukey del 95%.

Resultado

El anterior estudio demuestra que no existe diferencia significativa entre Ingeniería Industrial, Mecánica y Eléctrica- Electrónica por lo cual, ya que al realizar la prueba de Tukey ambos tipos de preguntas pertenecena la misma agrupacion se asegura la veracidad de la hipótesis:

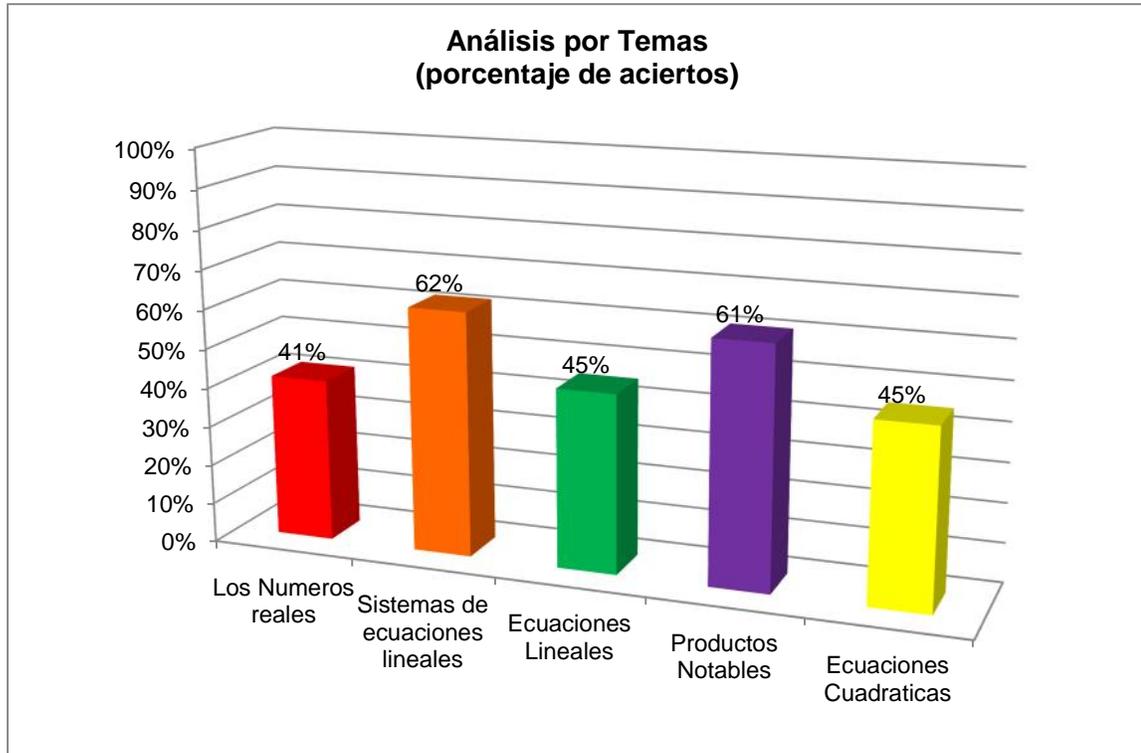
H₄: Los promedios entre carrera Industrial, Mecánica y Eléctrica-Electrónica son iguales, por consiguiente esta variable no es relevante como criterio para la toma de decisiones en el momento de generar alguna solución posible. (gráfica 3.11)



Gráfica 3.11. Agrupación de Ingeniería Industrial, Mecánica y Eléctrica- Electrónica.

3.5 ANÁLISIS POR TEMAS DE LA PRUEBA.

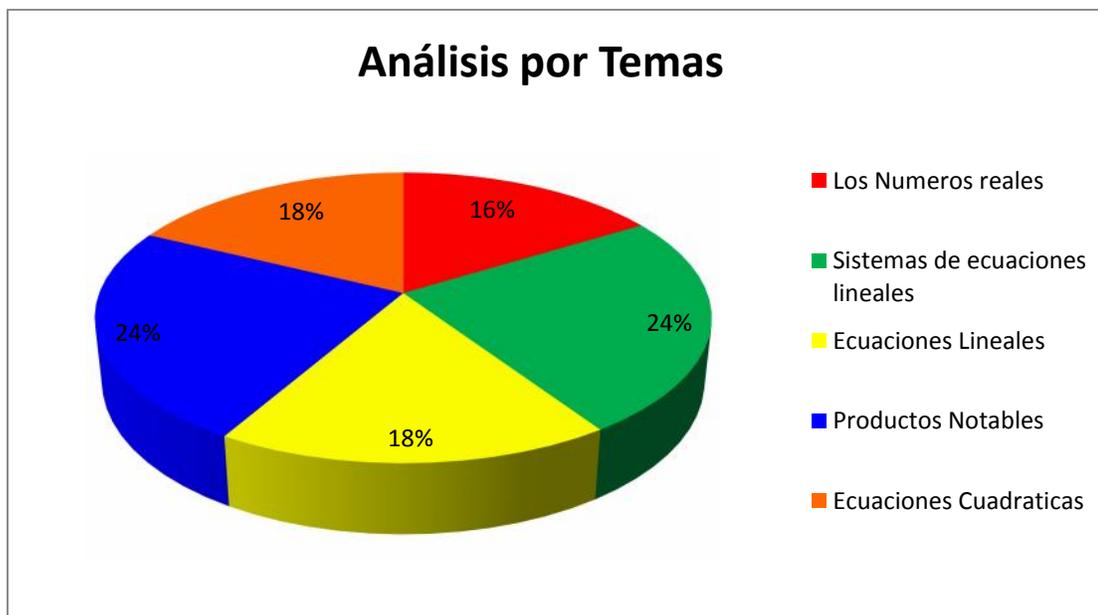
3.5.1 ANÁLISIS DE LOS TEMAS DE LA PRUEBA UTILIZANDO ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.



Gráfica 3.12. Porcentaje de aciertos por temas.



La anterior gráfica 3.12, demuestra una variabilidad de un 1% a 21% de aciertos entre los temas que conforman la prueba aplicada, por lo tanto podemos intuir que realmente existe cierta diferencia estadística entre temas, por lo cual, es importante analizar afondo este factor ya que de esta forma se pretende descubrir que temas en específicos se deben atacar con el fin de lograr una mejora significativa.



Gráfica 3.13. Porcentaje acumulado de aciertos por tema.

En la gráfica 3.13, anterior podemos notar que temas como son “Números reales, ecuaciones cuadráticas y ecuaciones lineales” tiene un porcentaje similar de aciertos, al mismo tiempo temas como son “Productos notables y sistemas de ecuaciones lineales” tienen el mismo porcentaje de acierto, lo cual denota la formación de dos subgrupo de temas, es decir, podemos generar un criterio de prioridad para atacar determinados temas. Por consiguiente podemos generar ciertas hipótesis.

Hipótesis

El anterior análisis generan las siguientes hipótesis, existe diferencia entre los temas del examen diagnostico aplicado a los estudiantes de nuevo ingreso al obtener una variación del 1 % a 21% del promedio de aciertos, por lo tanto:



H_0 : Los promedios entre temas son iguales.

H_1 : Los promedios entre temas son diferentes.

Por lo tanto se acepta H_1 , posteriormente comprobaremos la veracidad de H_1 por medio del estudio de estadística inferencial.

3.5.2 ANÁLISIS DE LOS TEMAS DE LA PRUEBA UTILIZANDO ESTADÍSTICA INFERENCIAL.

Diseño de experimento

Se analizan las medias de cada grupo tomando como variable los temas de la prueba aplicada a los estudiantes de nuevo ingreso y comparando el promedio de aciertos por tema.

	Los Números reales	Sistemas de ecuaciones lineales	Ecuaciones Lineales	Productos Notables	Ecuaciones Cuadráticas
Grupo: 1103	0.38709677	0.66129032	0.58064516	0.593548387	0.483870968
Grupo: 1104	0.47474747	0.63636364	0.42424242	0.642424242	0.460606061
Grupo: 1105	0.38288288	0.48648649	0.2972973	0.594594595	0.459459459
Grupo: 1106	0.36174242	0.57954545	0.36363636	0.6	0.340909091
Grupo: 1113	0.4140625	0.625	0.5625	0.64375	0.51875
Grupo: 1114	0.44949495	0.57575758	0.42424242	0.533333333	0.4
Grupo: 1153	0.46768707	0.71428571	0.53061224	0.657142857	0.52244898
Grupo: 1154	0.375	0.6875	0.4375	0.60625	0.43125

Tabla 3.14. Diseño del experimento por temas (promedio de aciertos).

ANOVA (Análisis de la varianza) unidireccional: Temas

Fuente	GL	SC	MC	F	F
Factor	4	0.30312	0.07578	17	2.65
Error	35	0.15601	0.00446		
Total	39	0.45912			

Tabla 3.15. ANOVA por temas

ICs de 95% individuales para la media basados en desviación estándar agrupada, a continuación de muestra de manera gráfica las medias de los diferentes temas.



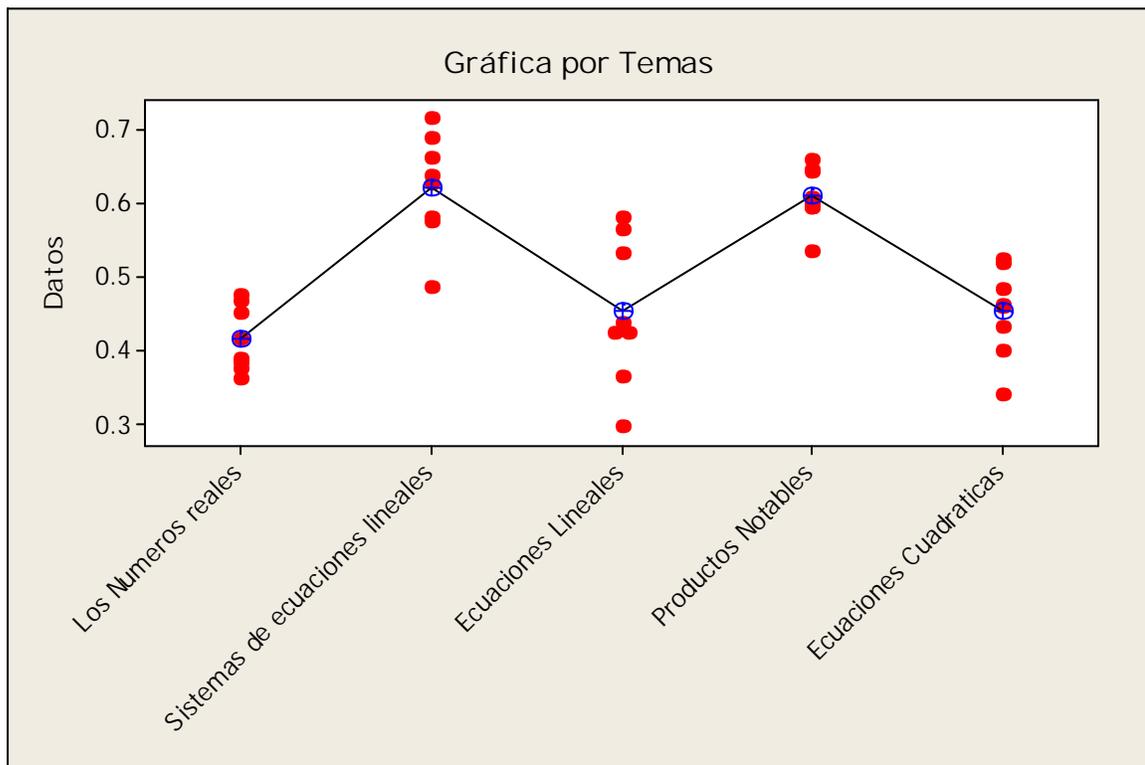
Capítulo 3: Caso de Estudio



Tema	N	Media	Desv. Est.
Los Números reales	8	0.41409	0.04436
Sistemas de ecuaciones lineales	8	0.62078	0.07256
Ecuaciones Lineales	8	0.45258	0.09887
Productos Notables	8	0.60888	0.03947
Ecuaciones Cuadráticas	8	0.45216	0.06099

Tabla 3.16. Resultados de ANOVA por temas.

Desv.Est. agrupada = 0.06676



Gráfica 3.14. Comparación de promedios por temas.



Comparación de medias utilizando el método de Tukey.

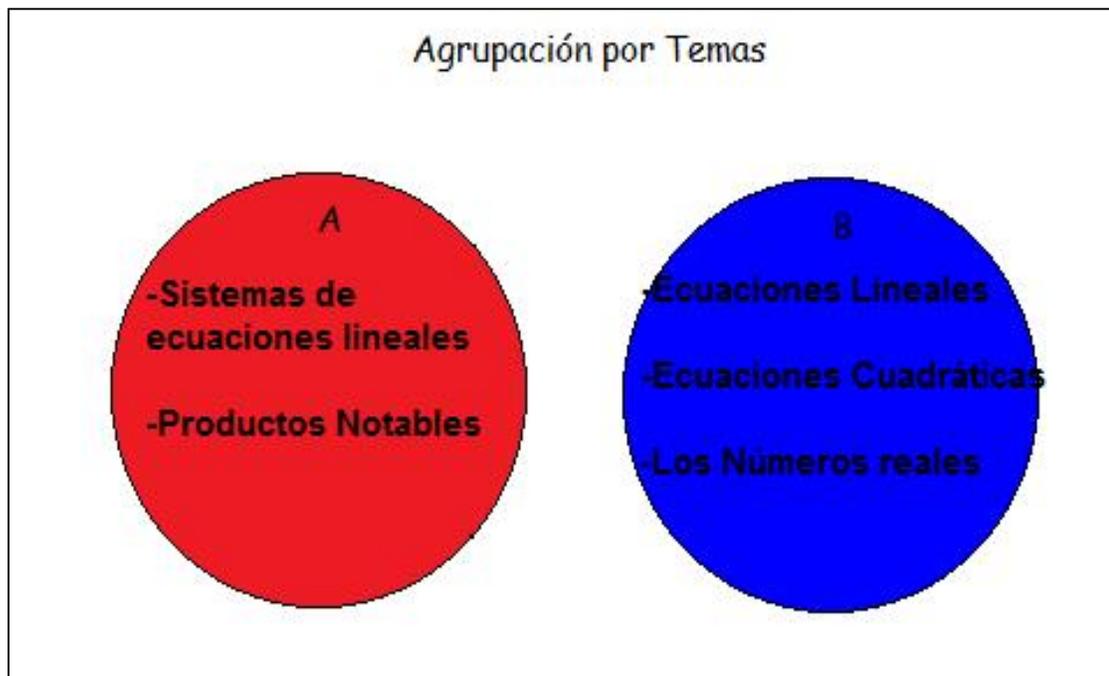
Tema	N	Media	Agrupación
Sistemas de ecuaciones lineales	8	0.62078	A
Productos Notables	8	0.60888	A
Ecuaciones Lineales	8	0.45258	B
Ecuaciones Cuadráticas	8	0.45216	B
Los Números reales	8	0.41409	B

Tabla 3.17. Resultados de la comparación de medias por temas.

Resultado

El anterior estudio demuestra que existe diferencia significativa entre temas por lo cual, ya que al realizar la prueba de Tukey los temas diferentes a la agrupación a que pertenecen se asegura la veracidad de la hipótesis:

H_1 : Los promedios entre temas son diferentes se acepta por lo consiguiente esta variable se toma como objeto de estudio en la futura toma de decisiones. (Gráfica 3.15)

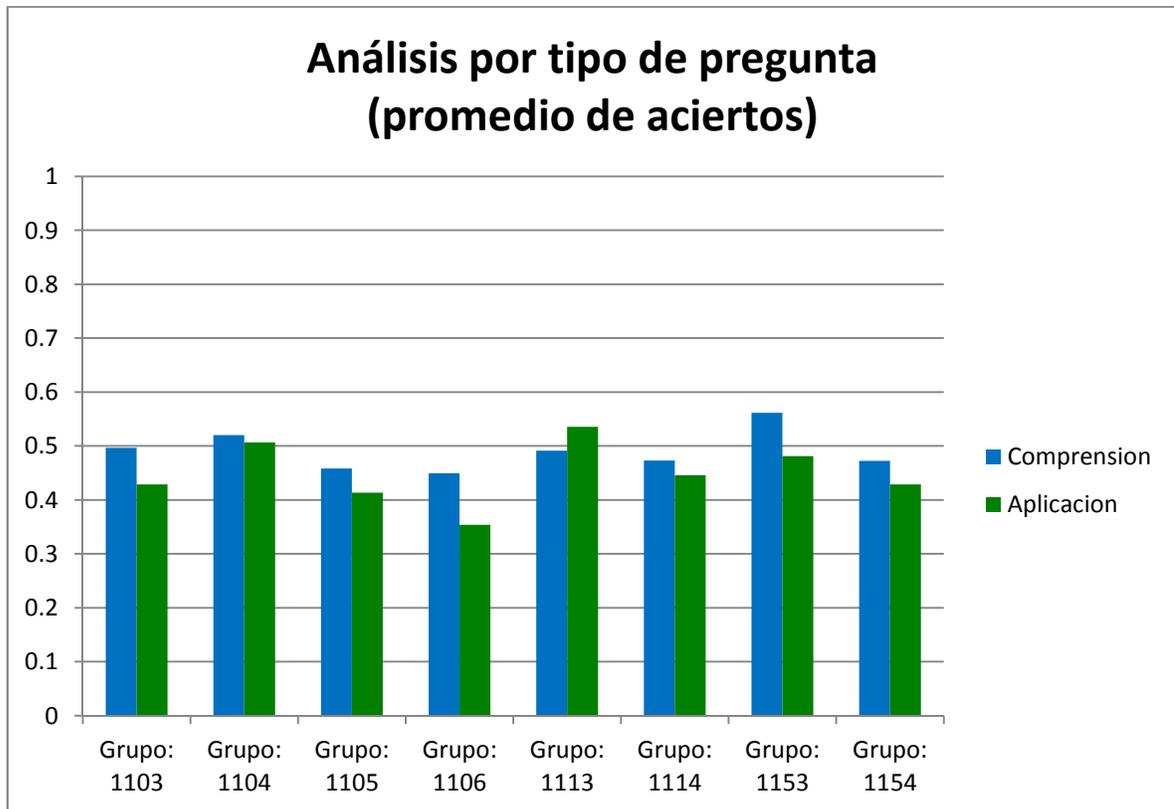


Gráfica 3.15. Agrupación por Temas.



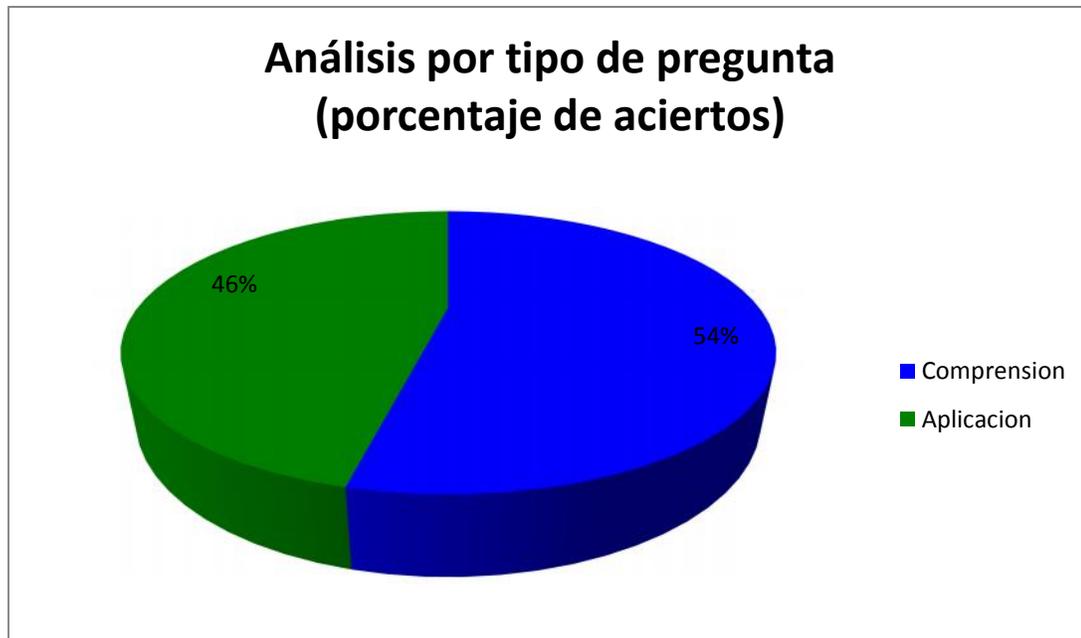
3.6 ANÁLISIS POR TIPO DE PREGUNTA (COMPRESIÓN O APLICACIÓN)

3.6.1 ANÁLISIS POR TIPO DE PREGUNTA UTILIZANDO ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.



Gráfica 3.16. Promedio de aciertos por tipo de pregunta.

Como podemos notar en la anterior gráfica 3.16, la mayor parte del promedio de los aciertos están dirigidos hacia preguntas de comprensión por excepción del grupo 1113 donde el promedio de aciertos es mayor en preguntas de aplicación, por tal motivo se dice que es mayor el número de aciertos en preguntas de comprensión que de aplicación. Por lo cual podemos generar ciertas hipótesis.



Gráfica 3.17. Porcentaje de aciertos por tipo de pregunta.

Como podemos observar en la gráfica 3.17, anterior la variación es de un 8% en cuanto a porcentaje de acierto se refiere, ya que en un principio determinamos un intervalo de confianza del 95% , es claro que no supera una variabilidad del 10%. Por lo tanto podemos generar ciertas hipótesis.

Hipótesis

El anterior análisis generan la hipótesis, no existe diferencia entre preguntas de aplicación y comprensión al obtener una variación de 8% del promedio de aciertos, por lo tanto:

H_0 : Los promedio entre preguntas de aplicación y comprensión son iguales.

H_1 : Los promedio entre preguntas de aplicación y comprensión son diferentes.

Por lo tanto se acepta H_0 , posteriormente comprobaremos la veracidad de H_0 por medio del estudio de estadística inferencial.



3.6.2 ANÁLISIS POR TIPO DE PREGUNTA UTILIZANDO ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.

Diseño de experimento

	Comprensión	Aplicación
Grupo: 1103	0.496415771	0.42857143
Grupo: 1104	0.52020202	0.50649351
Grupo: 1105	0.457957958	0.41312741
Grupo: 1106	0.449494949	0.3538961
Grupo: 1113	0.491319444	0.53571429
Grupo: 1114	0.473063973	0.44588745
Grupo: 1153	0.56122449	0.48104956
Grupo: 1154	0.472222222	0.42857143

Tabla 3.18. Diseño del experimento por tipo de pregunta (promedio de aciertos).

ANOVA (Análisis de la varianza) unidireccional: Temas

Fuente	GL	SC	MC	F	F
Factor	1	0.00675	0.00675	2.92	4.60
Error	14	0.03233	0.00231		
Total	15	0.03907			

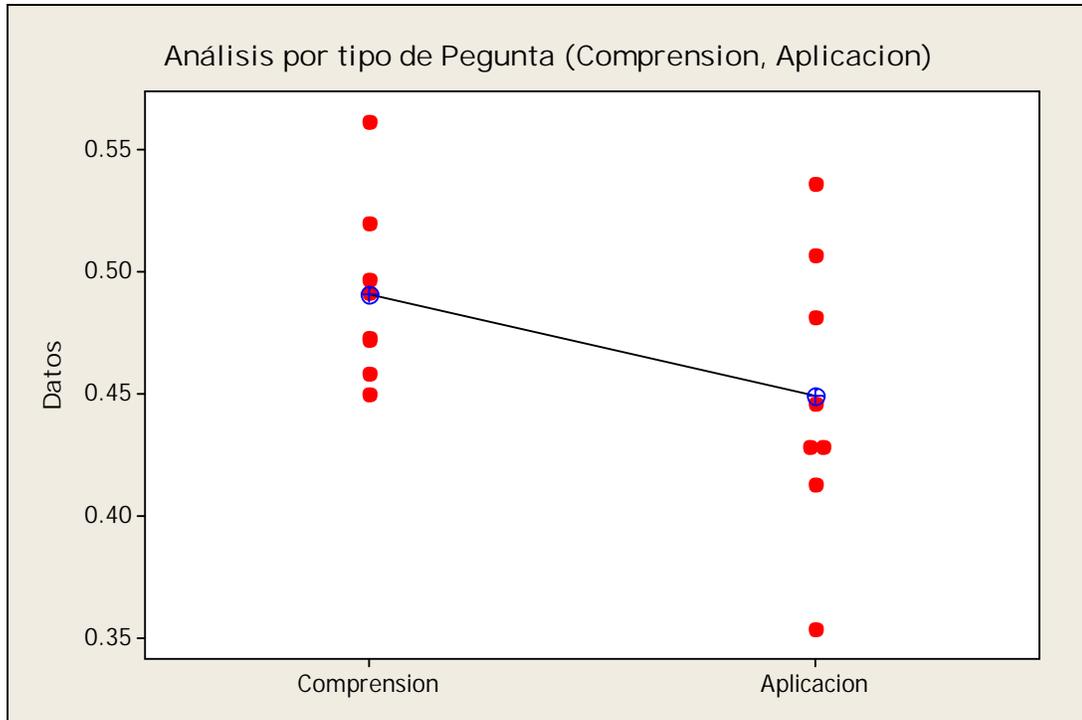
Tabla 3.19. ANOVA por tipo de pregunta.

ICs de 95% individuales para la media basados en desviación estándar agrupada, a continuación de muestra de manera gráfica las medias de los tipos de pregunta.

Tema	N	Media	Desv. Est.
Comprensión	8	0.49024	0.03645
Aplicación	8	0.44916	0.05736

Tabla 3.20. Resultados de ANOVA por tipo de pregunta.

Desv.Est. agrupada = 0.04805



Gráfica 3.18. Comparación de promedios por tipo de pregunta.

Comparación de medias utilizando el método de Tukey.

Pregunta	N	Media	Agrupación
Comprensión	8	0.49024	A
Aplicación	8	0.44916	A

Tabla 3.21. Resultados de la comparación de medias por tipo de pregunta.

Resultado

El anterior estudio demuestra que no existe diferencia estadísticamente significativa entre tipo de pregunta por lo cual, ya que al realizar la prueba de Tukey ambos tipos de preguntas pertenecena la misma agrupacion se asegura la veracidad de la hipótesis:

H₀: Los promedio entre preguntas de aplicación y comprensión son iguales. (gráfica 3.19)

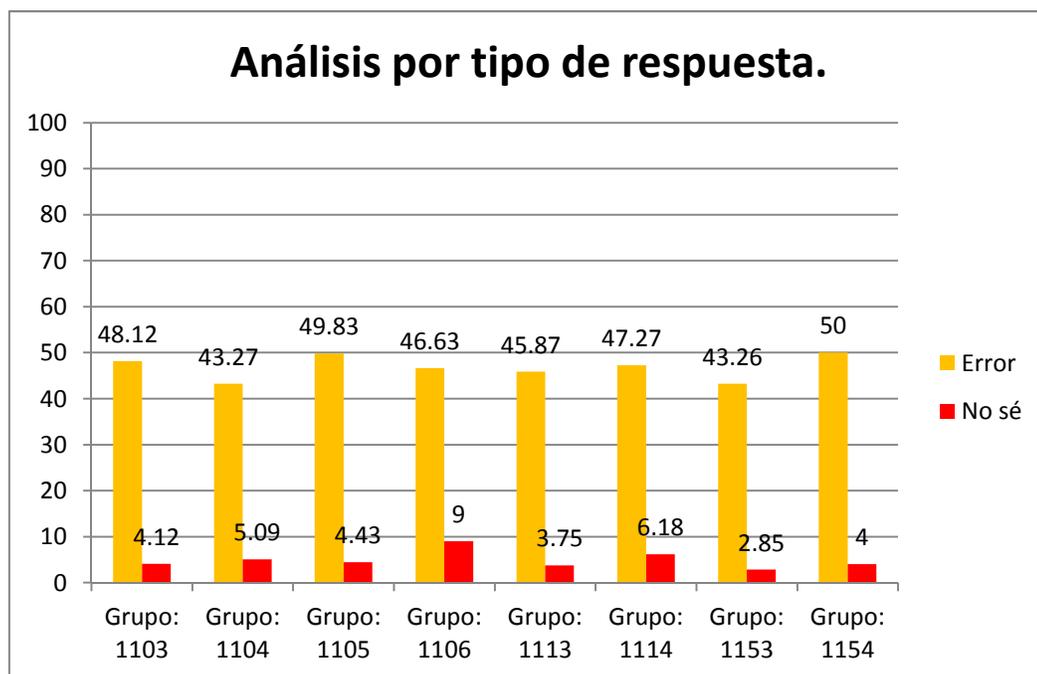


Gráfica 3.19. Agrupación por tipo de pregunta.

3.7 ANÁLISIS POR TIPO DE RESPUESTA (ERROR O NO SÉ)

3.7.1 ANÁLISIS POR TIPO DE RESPUESTA UTILIZANDO ESTADÍSTICA DESCRIPTIVA.

Este análisis tiene como objetivo identificar grupos donde la diferencia entre tipo de respuesta (errores y no sé) se estadísticamente iguales, ya que esto indica que existe un punto crítico el cual debera ser analizado detalladamente.



Gráfica 3.20. Promedio de aciertos por tipo de pregunta.



En este caso la interpretación de la gráfica 3.20, es diferente a comparación de todos los análisis anteriores ya que en esta ocasión se puede observar claramente una diferencia significativa por lo tanto podemos dar prioridad a las respuestas con error, aunque es necesario analizar cada tipo de respuesta por separado.



Gráfica 3.21. Porcentaje por tipo de respuesta.

En la gráfica 3.21, anterior se demuestra que los estudiantes respondieron a las preguntas en un 92% con un error y en un 8% con no sé, por lo cual se hace un análisis a detallado del tipo de respuesta por separado, en comparación con los temas de la prueba, por lo tanto podemos generar ciertas hipótesis.

Hipótesis

El anterior análisis generan la hipótesis, existe diferencia entre tipo respuesta, error y no sé al obtener una variación de 84% del promedio de aciertos, por lo tanto:

H_0 : Los promedio entre tipo respuesta, error y no sé son iguales.

H_1 : Los promedio entre tipo respuesta, error y no sé son diferentes.



Por lo tanto se acepta H_1 , posteriormente comprobaremos la veracidad de H_1 por medio del estudio de estadística inferencial.

3.7.2 ANÁLISIS POR TIPO DE RESPUESTA UTILIZANDO ESTADÍSTICA INFERENCIAL.

Se inicia el análisis tomando en cuenta el tipo de respuesta de manera general, posteriormente se analiza por separado el tipo de respuesta con respecto al cada tema de la prueba.

Diseño de experimento (Error / No sé)

	Error	No sé
Grupo: 1103	48.1290323	4.12903226
Grupo: 1104	43.2727273	5.09090909
Grupo: 1105	49.8378378	4.43243243
Grupo: 1106	46.6363636	9
Grupo: 1113	45.875	3.75
Grupo: 1114	47.2727273	6.18181818
Grupo: 1153	43.2653061	2.85714286
Grupo: 1154	50	4

Tabla 3.22. Diseño del experimento por tipo de respuesta (promedio de aciertos).

ANOVA (Análisis de la varianza) unidireccional: Tipo de respuesta

Fuente	GL	SC	MC	F	F
Factor	1	70007.68	7007.68	1346.23	4.60
Error	14	72.88	5.21		
Total	15	7080.56			

Tabla 3.23. ANOVA por tipo de respuesta.

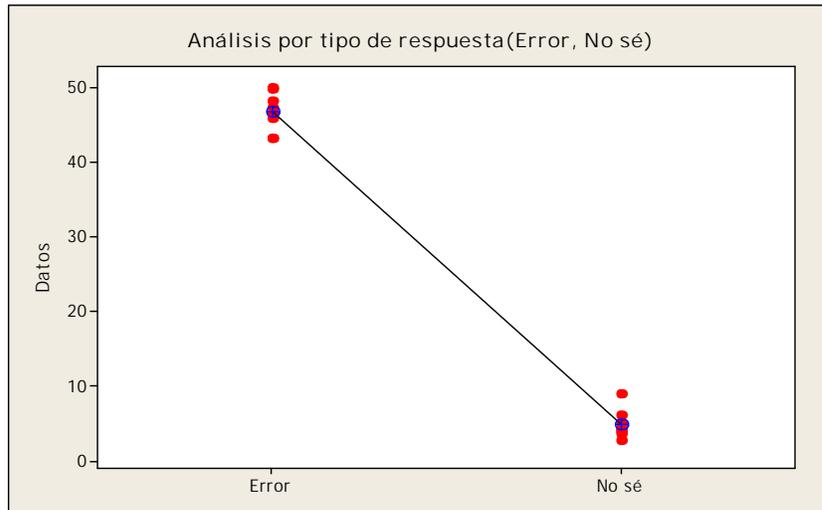
ICs de 95% individuales para la media basados en desviación estándar agrupada, a continuación de muestra de manera gráfica las medias de los tipos de respuesta.

Respuesta	N	Media	Desv. Est.
Error	8	46.786	2.599
No sé	8	4.93	1.912

Tabla 3.24. Resultados de ANOVA por tipo de respuesta.



Desv.Est. agrupada =2.282



Gráfica 3.22. Comparación de promedios por respuesta.

Comparación de medias utilizando el método de Tukey.

Respuesta	N	Media	Agrupación
Error	8	46.786	A
No sé	8	4.93	B

Tabla 3.25. Resultados de la comparación de medias por tipo de respuesta.

Resultado

El anterior estudio demuestra que existe diferencia estadísticamente significativa entre tipo de respuesta por lo cual, ya que al realizar la prueba de Tukey ambos tipos de respuesta pertenecena a diferente agrupacion se asegura la veracidad de la hipótesis. H_1 : Los promedio entre preguntas de aplicación y comprensión son diferentes estadísticamente. (gráfica 3.23).



Gráfica 3.23. Agrupación por tipo de respuesta.



3.8 ANÁLISIS FACTORIAL.

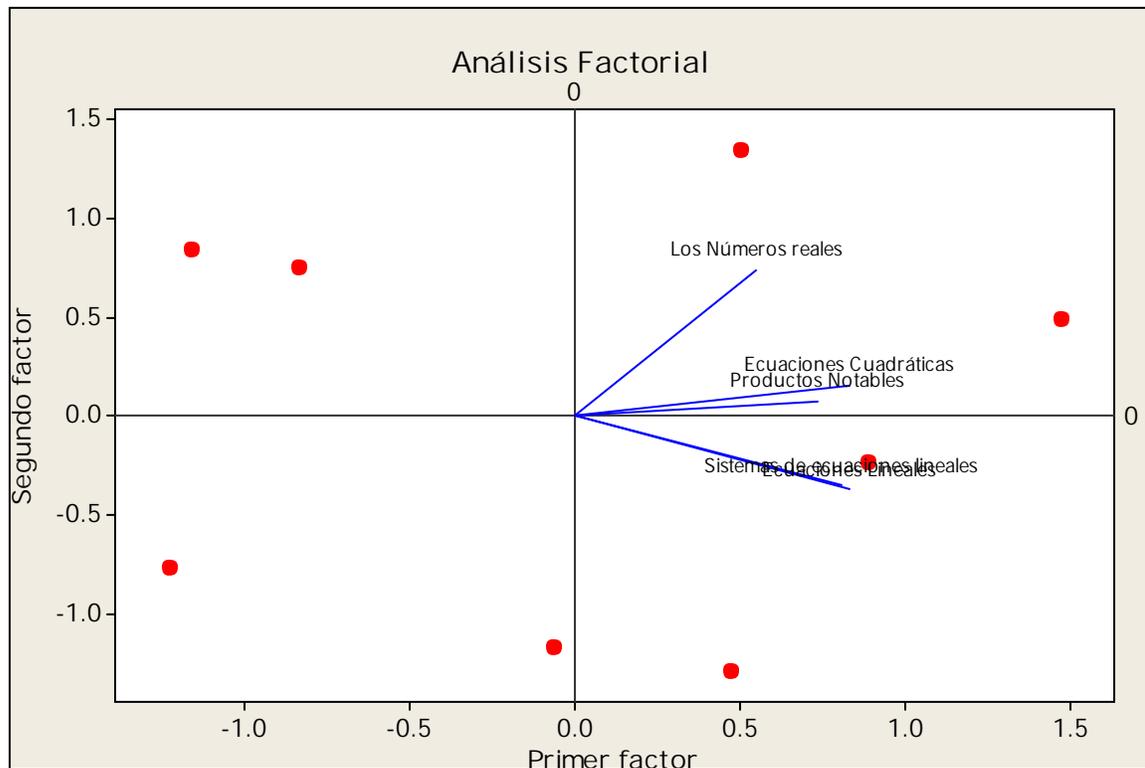
Por medio del estudio realizado por estadística inferencial, se considera relevante analizar a fondo por medio de la técnica de Análisis Factorial, donde se analizan los temas del algebra en los cuales está basada la prueba, tomado como factores:

F₁= Respuesta acertada.

F₂= Respuesta erróneas.

	F ₁	F ₂
Los Números reales	0.37231265	0.62768735
Sistemas de ecuaciones lineales	0.53301597	0.46698403
Ecuaciones Lineales	0.33046683	0.66953317
Productos Notables	0.5972973	0.4027027
Ecuaciones Cuadráticas	0.40018428	0.59981572

Tabla 3.26. Diseño del Análisis Factorial (promedio de aciertos).



Gráfica 3.24. Análisis Factorial temas de la prueba.



Por medio de los resultados obtenidos en el análisis factorial (Gráfica 3.24), podemos identificar tres diferentes agrupaciones:

- a) Los Números Reales.
- b) Ecuaciones Cuadráticas y Productos Notables.
- c) Ecuaciones Lineales y Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Variable	Factor 1	Factor 2	Comunalidad
Los Números reales	0.548	0.738	0.845
Sistemas de ecuaciones lineales	0.804	-0.353	0.771
Ecuaciones Lineales	0.828	-0.371	0.823
Productos Notables	0.734	0.079	0.545
Ecuaciones Cuadráticas	0.832	0.155	0.716
Varianza	2.8623	0.8366	0.36998
% Var	0.573	0.167	0.74

Tabla 3.27. Resultados del Análisis Factorial.

Mediante estos resultados podemos concluir que estudiantes con bajo desempeño en el tema de Productos Notables presentaran al mismo tiempo bajo desempeño en Ecuaciones Cuadráticas, al mismo criterio aplica a estudiantes con alto desempeño.

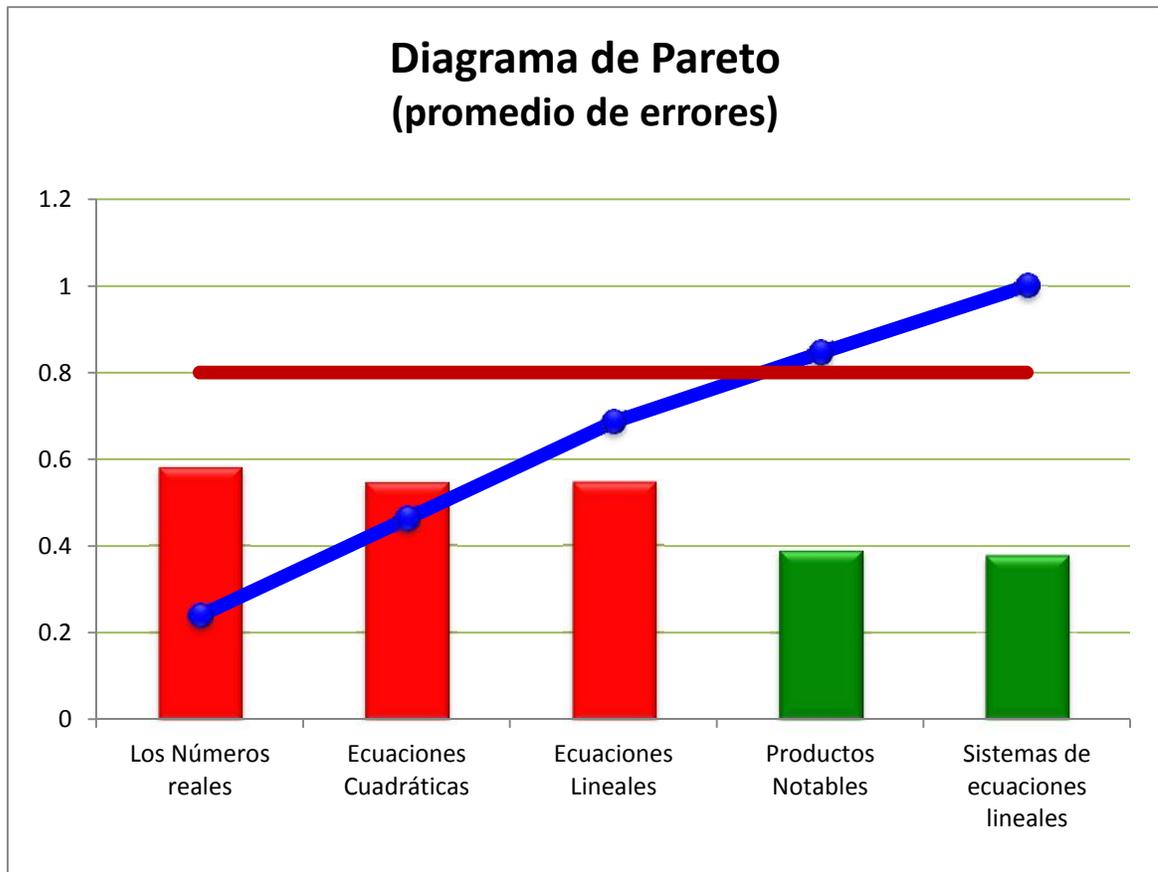
Estudiantes con bajo desempeño en temas como Ecuaciones Lineales presentaran al mismo tiempo bajo desempeño en Sistemas de Ecuaciones Lineales, al mismo criterio aplica a estudiantes con alto desempeño.

Para este caso del tema de los Números Reales no presenta un alto grado de relación en comparación con el resto de los temas.



3.9 CONTROL DEL PROCESO

3.9.1 DIAGRAMA DE PARETO



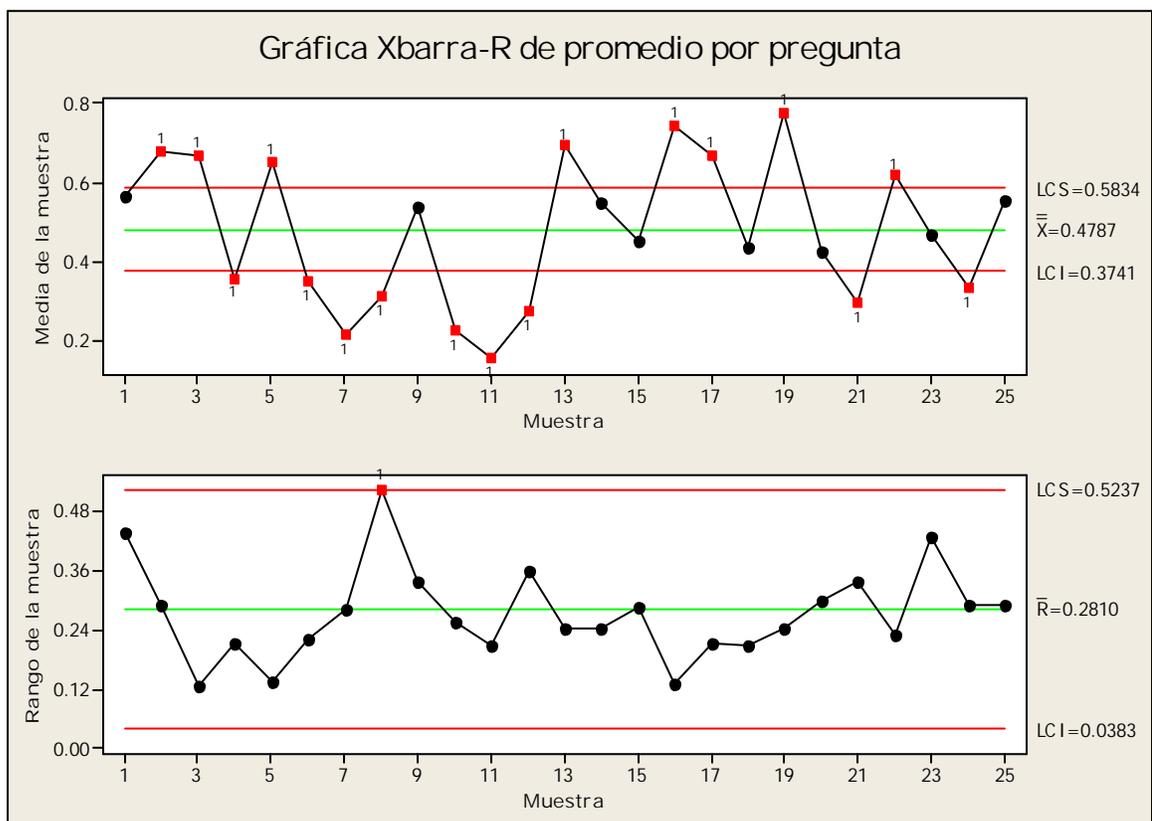
Gráfica 3.25. Diagrama de Pareto por promedio de errores de cada tema.

Como se muestra en la gráfica 3.25, es coincidente con el diseño de experimentos realizado previamente por temas que conforman la prueba, ya que al aplicar la regla 80-20 podemos notar que temas (Números reales, Ecuaciones Cuadráticas y Ecuaciones lineales) forman un grupo prioritario el cual debe ser atendido con el fin, según la regla el 80% de los problemas se concentra en el 20% de los temas, no obstante el grupo formado por el resto de temas (Productos Notables y Sistemas de ecuaciones lineales) no puede dejar de ser considerado para el diseño de un plan de acciones que conlleve a una solución considerable.



3.9.2 GRÁFICA DE CONTROL X-R

Por medio del estudio anterior donde se analizaron los temas que conforman el examen diagnóstico se identificó que existen diferencias entre temas, formando dos grupos en donde la agrupación B está por debajo del mínimo requerido que es 0.6 (6,60% dependiendo de la escala) y la agrupación A se encuentra ligeramente arriba del mínimo requerido, por lo cual es importante identificar que preguntas se encuentran en un punto crítico, es decir, se encuentran fuera de los límites de control que en este caso solo se consideran aquellas preguntas que están por debajo del límite inferior ya que el límite superior no se considera realmente como una limitante ya que el objetivo tiende a que el resultado sea 1 (10,100% dependiendo de la escala).



Gráfica 3.26. Muestra el promedio de aciertos por pregunta.

Como se muestra en la gráfica 3.26, anterior los puntos en rojo son aquellas preguntas que se encuentran por debajo del límite inferior de control, las cuales



Capítulo 3: Caso de Estudio



son las preguntas 4, 6, 7, 8, 10, 11, 12, 21 y 24. La tabla siguiente contiene los temas y aprendizaje esperado para cada pregunta anteriormente identificadas.

N° REACTIVO EN EXAMEN	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO
4	1.6.2 Significado de potencias positivas, negativas y fraccionarias	Expresa potencias fraccionarias como radicales.
6	1.3.2 Operaciones básicas con números racionales.	Realiza operaciones combinadas con números racionales considerando el orden de prioridad en las operaciones.
7	1.3.2 Operaciones básicas con números racionales.	Realiza operaciones combinadas que involucren números racionales incluyendo signos de agrupación.
8	1.3.4 Notación decimal.	Representa números decimales mediante fracciones comunes.
10	1.6.3 Operaciones con potencias y radicales.	Efectúa operaciones combinadas que incluyan potencias.
11	1.6.3 Operaciones con potencias y radicales.	Efectúa operaciones combinadas con radicales sin incluir racionalización.
12	1.4.1 Definición de un número irracional.	Identifica que la parte decimal de los números irracionales es infinita y no periódica.
21	5.2 Análisis del discriminante $b^2 - 4ac$.	Determina la naturaleza de las soluciones de una ecuación de segundo grado cuando el discriminante $b^2 - 4ac$ sea igual, mayor o menor que cero.
24	3.2 Gráfica de un sistema de ecuaciones lineales de 2×2 en un mismo plano.	Identifica la gráfica de un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.

Tabla 3.28. Preguntas de la agrupación B por debajo del límite de control.

Al analizar la tabla anterior tabla 3.28, podemos notar que todas las preguntas anteriores se encuentran en la agrupación B (Los Números Reales, Ecuaciones



Cuadráticas y Ecuaciones Lineales) en la cual podemos identificar dos temas en común de esta preguntas: Números racionales y Racionalización de radicales.

También es importante tomar en cuenta la agrupación A ya que aunque se encuentra por arriba del mínimo requerido es necesario identificar que conocimientos se necesitan reforzar.

N° REACTIVO EN EXAMEN	TEMA	APRENDIZAJE ESPERADO
14	5.1 Resolución de ecuaciones cuadráticas completas de la forma $ax^2 + bx + c = 0$.	Resuelve ecuaciones de segundo grado completas por alguno de los siguientes métodos: factorización, completar el trinomio cuadrado perfecto o fórmula general.
18	4.3 Factorización de trinomios de segundo grado del tipo $x^2 + bx + c$.	Expresa un trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ como el producto de dos binomios.
20	4.5 Factorización de la suma o diferencia de cubos.	Factoriza una diferencia de cubos.

Tabla 3.29. Preguntas de la agrupación A por debajo del límite de control.

Al analizar la tabla 3.29, anterior podemos notar que todas las preguntas anteriores se encuentran en la agrupación A (Productos Notables y Sistemas de ecuaciones lineales) en la cual podemos identificar un tema en común de esta preguntas: Factorización.



3.9.3 DETERMINACIÓN DE TEMAS CON MENOR PORCENTAJE DE ACIERTOS

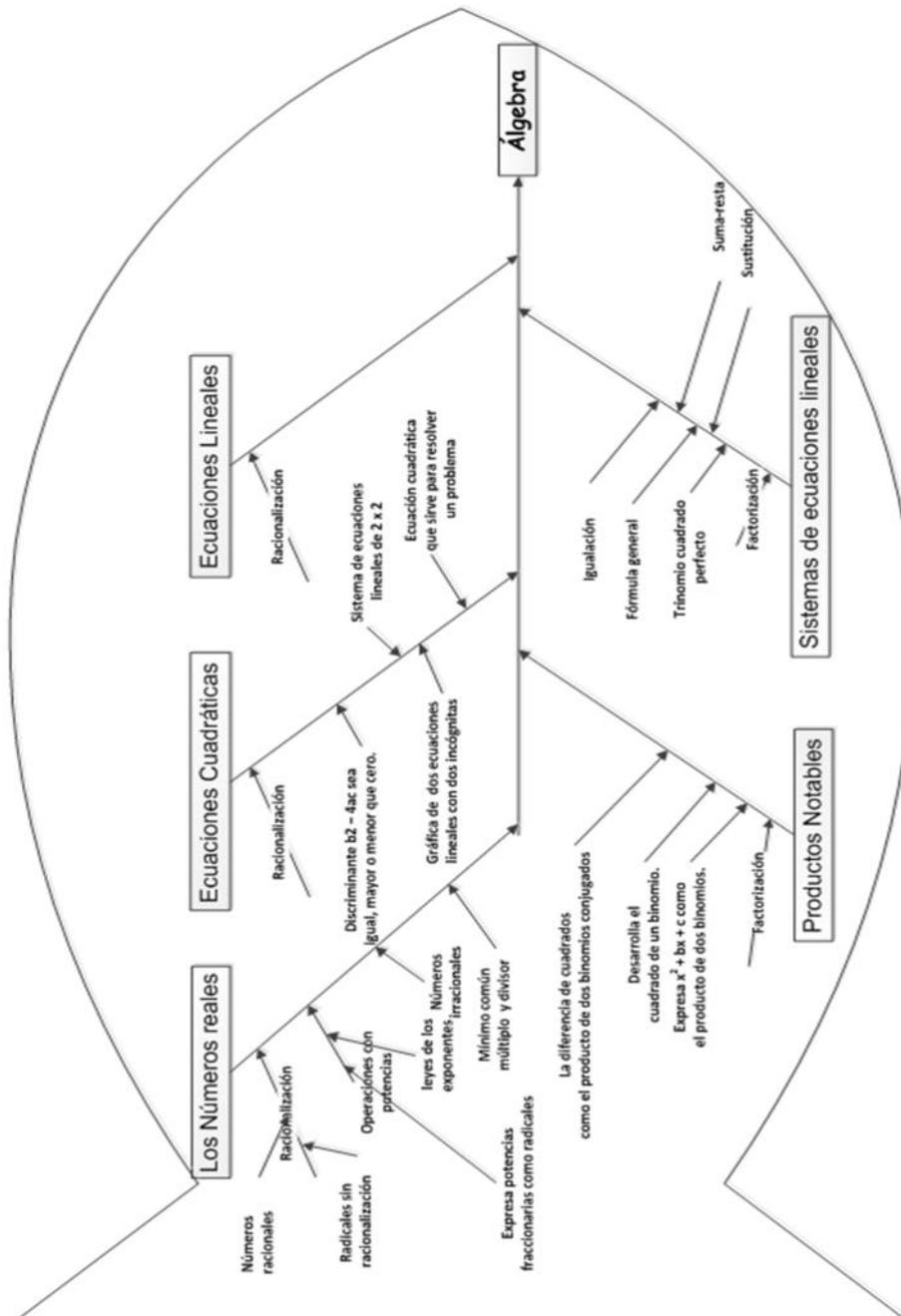
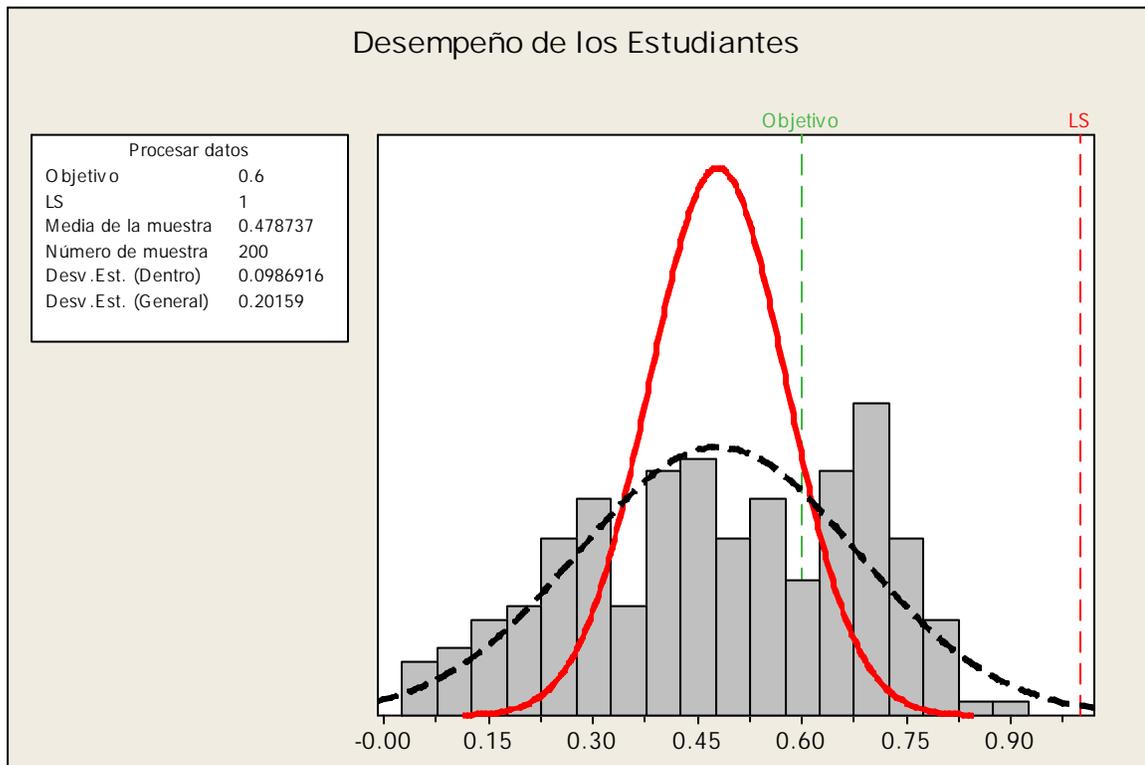


Fig.3.1. Determinación de temas



En la Figura 3.1, podemos identificar los conocimientos con menor porcentaje de aciertos por cada tema evaluado en la prueba, los cuales se identifican como aspectos a considerar que afectan directamente a la problemática en cuestión y deben ser considerados como prioritarios para la propuesta de una solución.

3.9.4 INDICADORES DE DESEMPEÑO



Gráfica 3.27. Muestra en comportamiento de la prueba real vs adecuado.

- Comportamiento real de la prueba
- Comportamiento ideal de la prueba.

Cp	0.33070356
Cpi	0.20057171
CPk	0.20057171

Tabla. 3.30. Índices de capacidad.

Como se puede notar en la gráfica anterior la línea punteada representa el comportamiento real de la prueba, este número es adimensional, ya que el comportamiento ideal tiende a ser 1 ó mayor a uno.



% de Rechazo

Al realizar esta medición de desempeño podemos identificar un porcentaje de rechazo que este caso significa: “La cantidad de estudiantes de nuevo ingreso que no aprobaron el examen” (grafica 3.27).

Para obtener este porcentaje de rechazo, ya que no se cuenta con un límite superior se necesita considerar solo el límite inferior de control que fijamos como el objetivo (0.6) para ubicar un punto dentro de la curva de distribución de normal estándar.

$$Z = \frac{Ls - media}{\sigma}$$

$$Z = \frac{0.6 - 0.478}{(0.201)} = \mathbf{0.601}$$

Al ubicar el valor de z en la tablas de distribución de probabilidad normal estándar este valor corresponde a 0.7209 (Tabla A, Anexo 2), es decir, que 72% de los estudiantes de nuevo ingreso no aprobaron el examen y el 28% restante son aquellos estudiantes que obtuvieron una calificación mínima de 0.6 (6 ó 60% dependiendo de la escala). De los 291 estudiantes evaluados, aproximadamente solo 81 estudiantes aprobaron el examen.



CAPÍTULO 4

PROPUESTA DE SOLUCIÓN.



Objetivo

El objetivo de este capítulo es formular un conjunto de acciones estratégicas, así como el primer esfuerzo dentro de la mejora continua, para proponer una acción de corto plazo, con base en la planeación de soluciones factibles a las problemáticas identificados en el capítulo 3.



4.1 METODOLOGÍA PARA EL PROCESO DE SOLUCIÓN

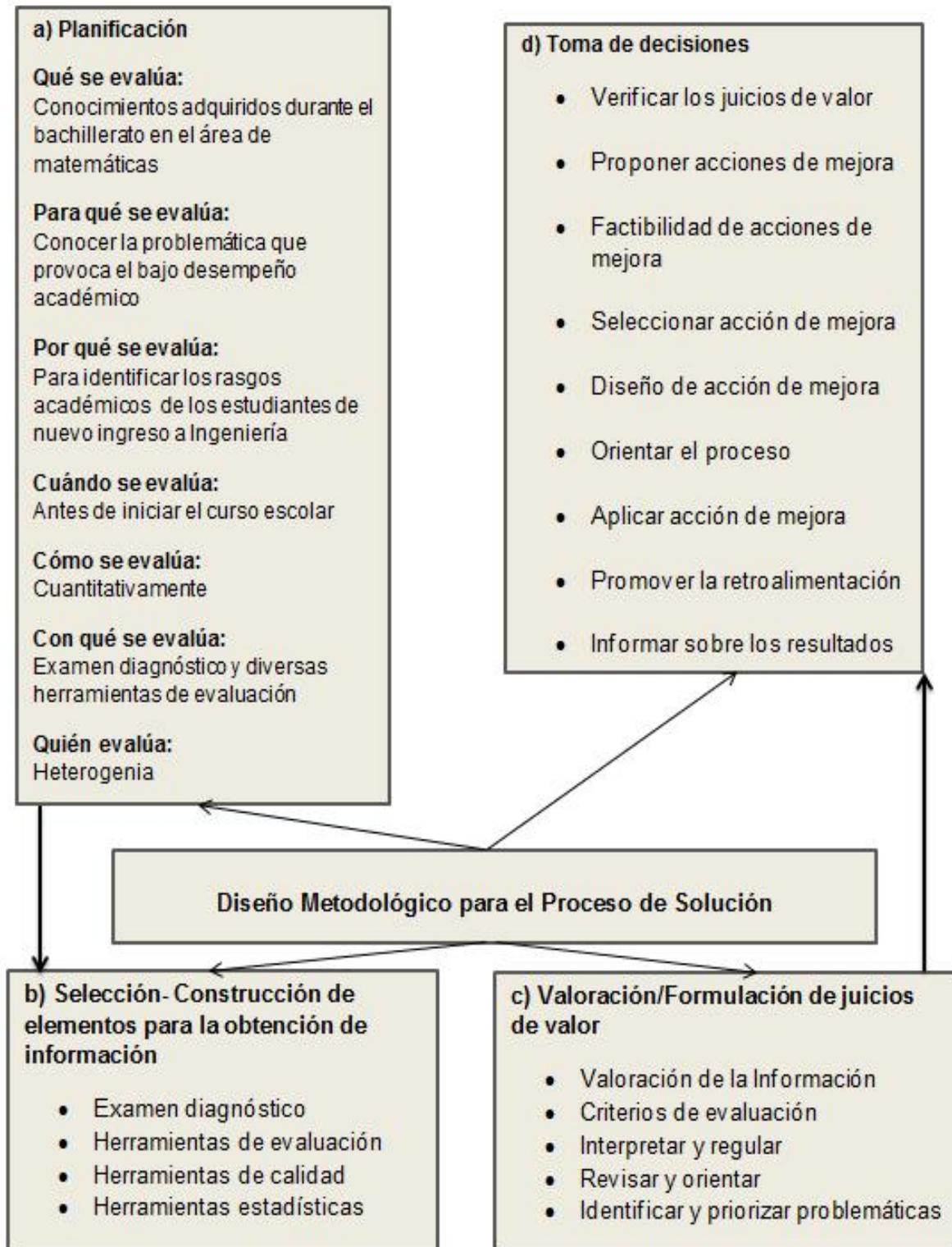


Fig. 4.1. Diseño metodológico para el proceso de solución.



Por medio de la figura 4.1, podemos definir la metodología adoptada para el proceso en la búsqueda de una solución a la problemática que se ha tratado en capítulos anteriores, siguiendo los siguientes pasos: Planificación, Construcción de elementos para la obtención de información, Formulación de juicios de valor y Toma de decisiones.

4.2 PLANEACIÓN PARA LA ELABORACIÓN DE UN CURSO DIDÁCTICO PARA LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA DE LAS INGENIERÍAS.



Fig. 4.2. Estructura del Diagnóstico (Rigaud, 2009).



Como se muestra en la anterior figura (Fig. 4.2) se inicia identificando fuentes de información y antecedentes (descritos en el capítulo 1) de las cuales obtenemos el contexto en cuanto a educación matemática se refiere, desde el punto de vista internacional, nacional y la situación actual de la IES.

Estructura de la prescripción

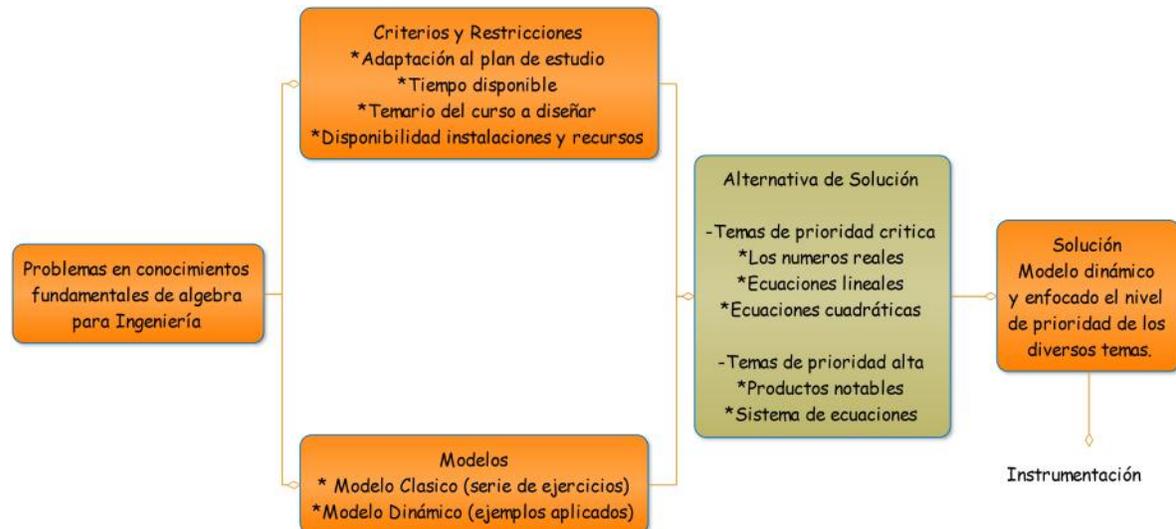


Fig. 4.3. Estructura de la Prescripción (Rigaud, 2009).

Una vez realizado el diagnóstico se procede a construir una serie de alternativas, de las cuales una o más pueden convertirse en soluciones para la problemática (figura 4.3).

En este punto se realiza la planeación correspondiente a la solución propuesta, se definen las posibles opciones a seguir, criterios y restricciones las cuales se evalúan para tomar decisiones que conlleven a generar una solución factible.



4.3 ACCIONES

- ❖ Entablar mecanismo de vinculación con el bachillerato
- ❖ Contrastar los aprendizajes esperados del bachillerato en matemáticas contra los conocimientos necesarios para Ingeniería.
- ❖ Exponer la importancia de las bases matemáticas específicamente en el área del álgebra para el desempeño de las diversas asignaturas de las carreras de Ingeniería.
- ❖ Contar con el apoyo de las autoridades correspondientes para coordinar esfuerzos en la mejora continua del desempeño educativo propuesto en el presente trabajo.
- ❖ Crear un comité de matemáticas que evalúe los métodos de enseñanza, y a su vez proponga acciones de mejora.
- ❖ Organizar asesorías de matemáticas de forma complementaria a las asignaturas con mayor promedio de reprobación, donde se aclaren las dudas no resueltas en clase.
- ❖ Crear un curso de matemáticas de carácter obligatorio para aquellos estudiantes que se encuentran por debajo de la media.

Se consultó a expertos en matemáticas aplicadas, pedagogos, ingenieros, etc. para la propuesta de soluciones.

Definidas las líneas de acción para la solución de esta problemática y considerando los alcances de la presente tesis, los decisores consideraron que la planeación de un curso de matemáticas puede ser una solución factible, abordando específicamente la rama del álgebra, para mejorar las habilidades numéricas, algebraicas y variacionales.



La solución propuesta en este caso, un curso de matemáticas, específicamente enfocado a las habilidades algebraicas, abordando temas como: Los números reales, productos notables, ecuaciones lineales, ecuaciones cuadráticas y sistemas de ecuaciones, adoptando una secuencia dinámica donde se pretende lograr un aprendizaje bajo el concepto de “aprender haciendo” donde se invita al estudiante al razonamiento y la participación durante el curso.

4.4 GUÍA PARA LA ELABORACIÓN DE UNA SECUENCIA DIDÁCTICA

La elaboración de una secuencia didáctica es una acción importante para organizar situaciones de aprendizaje. Mediante el debate didáctico se enfatiza que la responsabilidad del docente ante los estudiantes es llevar a cabo actividades secuenciadas para establecer un ambiente de aprendizaje, ese es el sentido de la expresión “centrado en el aprendizaje”.

La teoría de las situaciones didácticas pone el énfasis en las preguntas e interrogantes que el docente propone al estudiante, en la manera como recupera las nociones que estructuran sus respuestas, la forma como incorpora nuevas nociones, en un proceso complejo de estructuración /desestructuración /estructuración, mediante múltiples operaciones intelectuales tales como: hallar relaciones con su entorno, recoger información, elegir, abstraer, explicar, demostrar, deducir entre otras, en la gestación de un proceso de aprender.

El estudiante aprende por lo que realiza, por la relevancia de la actividad llevada a cabo y por el interés de estudiante hacia lo que aprende, con la posibilidad de integrar nueva información en conceptos previo que posee, por la capacidad que logra al expresar ante otros (la clase) la reconstrucción de la información. No basta escuchar al profesor o realizar una lectura para generar este complejo e individual proceso.

Con el fin de apoyar en la responsabilidad permanente del docente a continuación se presenta una guía que le permitirá, crear secuencias didácticas que respondan a esta perspectiva didáctica. Es un instrumento que demanda el conocimiento de la asignatura, la comprensión del programa de estudio y la experiencia y visión



pedagógica del docente, así como sus posibilidades de concebir actividades “para” el aprendizaje de los estudiantes.

LA ESTRUCTURA DE UNA SECUENCIA

Una secuencia didáctica es el resultado de establecer una serie de actividades de aprendizaje que tengan un orden entre sí, partiendo de la intención docente de recuperar aquellas nociones previas que tienen los estudiantes sobre un conocimiento, vincularlo a situaciones problemáticas y de contextos reales con el fin de que la información que el estudiante está aprendiendo con el desarrollo de la secuencia sea significativa.

Esto se refiere a que adquiera sentido y pueda abrir un proceso de aprendizaje, la secuencia demanda que el estudiante realice cosas, no ejercicios rutinarios o monótonos, sino acciones que vinculen sus conocimientos y experiencias previas, con algún interrogante que provenga de lo real y con información sobre un objeto de conocimiento.

La estructura de la secuencia que se integra de dos elementos que se realizan de manera paralela: la secuencia de las actividades para el aprendizaje y la evaluación para el aprendizaje.

Las actividades para el aprendizaje, pero desde el principio de la secuencia es necesario tener claridad de las actividades de evaluación para el aprendizaje, incluso es importante lograr una visión general de las evidencias de aprendizaje, superar la perspectiva de sólo aplicar exámenes, sin necesidad de eliminarlos completamente, pero sobre todo teniendo en cuenta que los principios de trabajo por problemas y perspectiva centrada en el aprendizaje significan lograr una articulación entre contenidos (por más abstractos que parezcan) y algunos elementos de la realidad que viven los estudiantes.

De esta manera la creación de una secuencia de aprendizaje y evaluación son elementos que van de la mano y se influyen mutuamente, como se puede observar en el siguiente cuadro (Fig.4.4)



Hacia un modelo dinámico de planeación didáctica

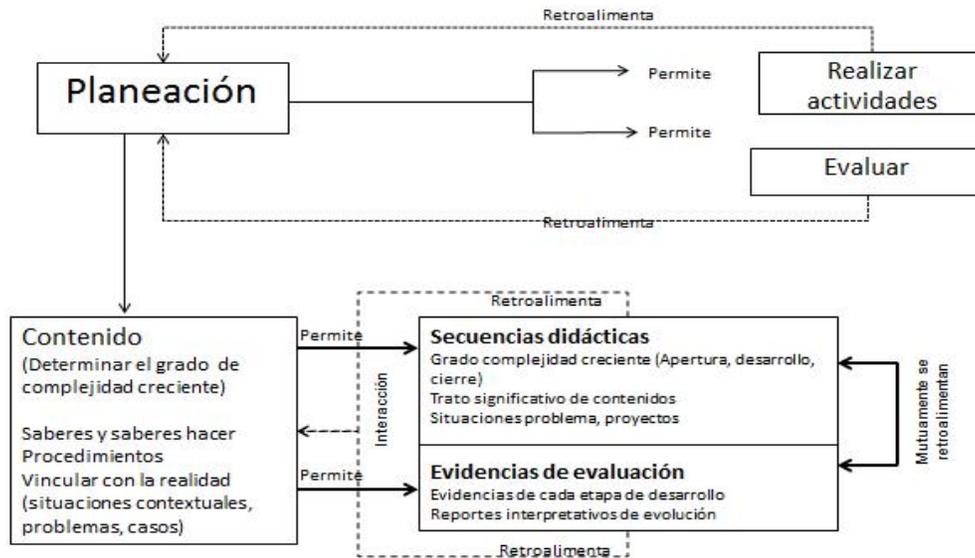


Fig. 4.4. Cuadro adaptado de Díaz-Barriga, IISUE-UNAM. (En prensa)

La elaboración de una secuencia didáctica se ubica en el marco de un proceso de planeación dinámica, donde todos los factores de la planeación se afectan entre sí. El punto de partida es la selección de un contenido (en el marco de la propuesta que tiene el programa de estudios en su conjunto) y la determinación de una propuesta de aprendizaje de ese contenido, que sea expresada en términos de objetivos, finalidades o propósitos de acuerdo a la visión pedagógico-didáctica de cada docente.

A partir de esto se avanza en dos líneas simultáneas: qué resultados se espera obtener en los estudiantes, lo que se dirige hacia la construcción de acciones de evaluación y qué actividades se pueden proponerse para crear un ambiente de aprendizaje donde se puedan ir trabajando esos resultados.

LÍNEA DE SECUENCIAS DIDÁCTICAS.

La línea de secuencias didácticas está integrada por tres tipos de actividades: apertura, desarrollo y cierre. Por medio de una perspectiva de evaluación formativa,



la cual permite retroalimentar el proceso mediante la observación de los avances, retos y dificultades que presentan los estudiantes en su trabajo, como de evaluación sumativa, la que ofrece evidencias de aprendizaje, en el mismo camino de aprender.

ACTIVIDADES DE APERTURA

Las actividades de apertura en un primer momento permiten abrir el clima de aprendizaje, si el docente logra pedir que trabajen con un problema de la realidad, o bien, abrir una discusión en pequeños grupos sobre una pregunta que parta de interrogantes significativas para los estudiantes, los cuales reaccionarán trayendo a su pensamiento diversas informaciones que ya poseen, sea por su formación escolar previa.

Establecer actividades de apertura en los temas (no en cada sesión de clase) constituye un reto para el docente, pues como profesor, puede ser más fácil pensar en los temas o pedir a los estudiantes que digan que recuerdan de un tema, que trabajar con un problema que constituya un reto intelectual para los estudiantes.

La actividad de apertura no es necesario que se realice sólo en el salón de clase, se puede desarrollar a partir de una tarea que se les pida a los estudiantes, tales como: hacer entrevistas, buscar información en internet o en los periódicos, buscar contra ejemplos de un tema, buscar información sobre un problema establecido.

Sin embargo, los resultados de estas u otras actividades tendrán que ser trabajadas entre los estudiantes en alguna parte de la sesión de clase. Estas actividades pueden ser realizadas de manera individual, por pequeños grupos. De acuerdo al número de estudiantes que se tengan en el salón de clases se puede realizar una actividad de intercambio entre grupos de trabajo sobre lo que encontraron, pedir que dos o tres grupos comenten a todos sus compañeros su trabajo y reflexiones.



ACTIVIDADES DE DESARROLLO

Las actividades de desarrollo tienen como objetivo que el estudiante interactúe con una nueva información. Afirmamos que hay interacción porque el estudiante cuenta con una serie de conocimientos previos, en mayor o menor medida adecuados y/o suficientes sobre un tema, a partir de los cuáles le puede dar sentido y significado a una información.

Para identificar esa información se requiere lograr colocar en interacción: la información previa, la nueva información y hasta donde sea posible un referente contextual que ayude a darle sentido actual.

La fuente de la información puede ser diversa una exposición docente, la realización de una discusión sobre una lectura, un video de origen académico, los recursos que el docente puede utilizar también son muy variados, puede valerse de aplicaciones a las que puedan acceder sus estudiantes. Incluso con el apoyo de las TIC es factible ofrecer diferentes accesos de información a estudiantes tengan elementos para discutir distintas explicaciones o afirmaciones sobre un tema.

En estos casos es conveniente que se apoye la discusión de los estudiantes con determinadas preguntas guía. Durante las actividades de desarrollo del contenido el profesor puede realizar una exposición sobre los principales conceptos, teorías, habilidades. No es necesaria que todas las actividades sean realizadas en el salón de clases, pero resulta conveniente que las tareas que realicen los estudiantes no se limiten a la realización de ejercicios rutinarios o de poca significatividad. La capacidad de pensar en ejercicios o tareas problema constituye en sí misma una posibilidad motivacional para los estudiantes.

Dos momentos son relevantes en las actividades de desarrollo, el trabajo intelectual con una información y el empleo de esa información en alguna situación problema. El problema puede ser real o formulado por el docente, el problema puede formar parte de un proyecto de trabajo más amplio del curso, es importante que no se limite a una aplicación escolar de la información, a responder un cuestionario de preguntas sobre el texto o a realizar ejercicios de los que vienen en los textos escolares, sino que es



conveniente que esta aplicación de información sea significativa. Por ello vincularla con un caso, problema o proyecto puede tener más relevancia para el estudiante.

Si el docente desde el principio del curso tiene claridad sobre algunos elementos integrales de la evaluación, esto es, de una serie de evidencias que se pueden conjuntar en el caso de un portafolio o que se pueden resolver por etapas cuando se trabaja por casos, proyectos o problemas, algunas de estas actividades pueden constituirse en evidencias de aprendizaje para ser consideradas en la evaluación, tanto en la perspectiva formativa, como sumativa (la vinculada con la calificación).

ACTIVIDADES DE CIERRE

Las actividades de cierre se llevan a cabo con la finalidad de lograr una integración del conjunto de tareas realizadas, permiten realizar una síntesis del proceso y del aprendizaje desarrollado. A través de ellas se busca que el estudiante logre reelaborar la estructura conceptual que tenía al principio de la secuencia, reorganizando su estructura de pensamiento a partir de las interacciones que ha generado con las nuevas interrogantes y la información a la que tuvo acceso.

Estas actividades de síntesis pueden consistir en reconstruir información a partir de determinadas preguntas, realizar ejercicios que impliquen emplear información en la resolución de situaciones específicas (entre más inéditas y desafiantes mejor). Pueden ser realizadas en forma individual o en pequeños grupos, pues lo importante es que los estudiantes cuenten con un espacio de acción intelectual y de comunicación y diálogo entre sus pares. En el caso de trabajar por casos, proyectos o problemas puede ser el avance de una etapa prevista previamente.

Como en los otros casos no necesariamente todas las actividades de cierre se deben realizar en el salón de clases, en ocasiones esto puede formar parte de las acciones que se demandan de manera previa a la clase e incluso pueden ser objeto de actividades posteriores a la misma, cuando se puedan materializar en



representaciones, exposiciones o diversas formas de intercambio entre los estudiantes.

De alguna forma, las actividades de cierre, posibilitan una perspectiva de evaluación para el docente y el estudiante, tanto en el sentido formativo, como sumativo. Ambos pueden analizar lo que se viene logrando, así como las deficiencias o huecos que se encuentran, dan cuenta del grado en que los estudiantes pueden avanzar en el curso, así como de las dificultades y carencias que tiene su proceso de aprendizaje, como del compromiso que asumen con su responsabilidad de aprender. En caso de que el profesor pida a sus estudiantes que integren un portafolio de evidencias varias de estas actividades pueden incorporarse al mismo. De acuerdo a los procesos intelectuales que el docente abrió en la secuencia se pueden estructurar algunas de sus preguntas.

El docente se puede apoyar en las diversas aplicaciones que conoce para realizar esta acción. Incluso puede demandar que sean los estudiantes los que propongan alguna actividad para socializar las evidencias que han obtenido en su trabajo.

LÍNEA DE EVALUACIÓN PARA EL APRENDIZAJE

La evaluación para el aprendizaje es una actividad compleja. Como se ha afirmado se puede concebir desde que se precisa la finalidad, propósito y objetivo de la secuencia, incluso desde que se piensa el curso en general o la unidad temática correspondiente. Es necesario vincular, las dos líneas de trabajo de manera articulada: la de construcción de secuencias, con la de construcción de evidencias de evaluación, éstas últimas cumpliendo una función de evaluación formativa con la evaluación sumativa.

Partir de un problema, caso o proyecto es un elemento que ayuda a concebir cuáles son las evidencias de evaluación que se pueden registrar en cada secuencia de aprendizaje. En este caso es necesario determinar la relación que pueden tener las



etapas o avances en relación con esa determinación, con los contenidos de las unidades del curso.

En caso de no ser posible es conveniente de que el profesor al establecer las finalidades, propósitos u objetivos de una sección de su curso según considere más adecuado trabajar, tenga claridad de lo que espera que sus estudiantes puedan realizar.

En todos los casos, la evaluación final (sumativa) es el resultado de la integración de múltiples evidencias: resolución del problema o caso; presentación de avances parciales; presentación de determinado tipo de ensayos o ejercicios vinculados con situaciones concretas; e incluso exámenes (siempre y cuando estos demanden la realización de una tarea compleja que no se limite a la mera repetición de una información).

Lo importante en la estructura de la evaluación es que se realice estrechamente vinculada a los propósitos del curso y se encuentre anclada en las secuencias didácticas. Toda evidencia de evaluación cumple con una función didáctica, ya que en primer término sirve para retroalimentar el proceso de aprendizaje que realiza el estudiante, mientras que para el docente se constituye en una posibilidad de interrogarse sobre lo que está funcionando en el desarrollo del curso, de una secuencia, o de una actividad. Analizar las razones por las cuales los estudiantes muestran determinados desempeños para reorientar el curso de las acciones que realiza en el curso, por ello cumple con una función formativa.

Es importante que desde el principio del curso el docente exprese con claridad los elementos que retomará para integrar la calificación: Tareas que se soliciten reportes de laboratorio; trabajos individuales y/o en pequeños grupos (siempre y cuando se especifique la responsabilidad de cada uno de los integrantes del grupo), e incluso exámenes.

Los docentes no necesariamente tienen que renunciar a realizar exámenes, estos pueden ser instrumentos de gran utilidad por su función didáctica, pero precisamente esta función es la que hay que reivindicar en la educación.



En primer término es necesario reconocer que los exámenes pueden cumplir la función de ayudar al estudiante a revisar hasta dónde han logrado un dominio necesario de cierta información, por otro lado, el reto de los profesores es construir preguntas significativas en los exámenes, esto es preguntas, que vayan más allá de una mera repetición memorística de lo que se encuentra en un texto.

Un examen puede ser diseñado en una plataforma en línea, lo que ciertamente demanda tiempo del docente para su elaboración, pero su calificación es realizada directamente por el sistema, el estudiante puede de manera inmediata conocer su resultado. Aquí existe una primera función didáctica de retroalimentación. A partir del examen se pueden realizar otro tipo de actividades de carácter didáctico, como por ejemplo abrir una discusión con los estudiantes en pequeños grupos sobre las preguntas y respuestas que se obtuvieron, de suerte que puedan razonar, argumentar, discutir y con ello avanzar en su proceso de aprendizaje. Estas actividades de co-evaluación son importantes en el proceso de aprender de los estudiantes.

BIBLIOGRAFÍA DE LA SECUENCIA

Tiene la función de orientar el acceso a la información, puede organizarse en: Bibliografía, Hemerografía y Cibergrafía. Se trata de aquella información básica que ayude al estudiante en las tareas directas que se realizan en la secuencia. Es factible incluir algún elemento adicional para aquellos estudiantes que están en condiciones o deseo de ampliar la información

Los grandes retos de la construcción de las secuencias es cómo articular la línea específica del establecimiento de la secuencia con la línea de obtención de evidencias de evaluación, así como encontrar mecanismos para vincular información, experiencias previas de los estudiantes y problemas de la realidad.



4.5 PLANEACIÓN DIDÁCTICA PARA LA ENSEÑANZA MATEMÁTICA DE LAS INGENIERÍAS

Tema:	Algebra (fundamentos de algebra)	Número de clases: 5 (1 sesiones/día)
Objetivo:	Mejorar el desempeño de conocimientos matemáticos, específicamente en el área del algebra para estudiantes de las carreras de Ingeniería. Con el fin de mejorar sus habilidades lógico abstractas. En interpretar el significado de una variable, comprender y resolución de sistemas de ecuaciones y variaciones.	
Objetivos específicos:	Complementar y reforzar los conocimientos adquiridos en el bachillerato. Traducir enunciados en lengua vernácula a un planteamiento de lenguaje algebraico. Interpretar problemas comunes expresados en números reales. Expresar situaciones o enunciados mediante ecuaciones lineales. Resolver ecuaciones cuadráticas. Establecer sistemas de ecuaciones para métodos de ingeniería.	
Subtemas		
1. Números Reales		
2. Productos Notables		
3. Ecuaciones Lineales		
4. Ecuaciones Cuadráticas		



5. Sistemas de Ecuaciones				
Tema	Objetivo	Actividad	Recurso Didácticos	Evaluación
Mínimo común múltiplo	Calcula el mínimo común múltiplo con número naturales.	Ejercicio 4	Pizarrón, proyector.	Ejercicios resueltos en clase.
Traducción de lengua vernácula a lenguaje algebraico	Traducir de problemas en lengua vernácula mediante un planteamiento matemático.	Ejercicios 1, 2, 3.	Pizarrón, proyector.	Tareas en casa, traducción de situaciones de la vida cotidiana al lenguaje algebraico.
Operaciones con polinomios	Suma, multiplicación y división de polinomios.	Ejercicios 5, 6, 7.	Pizarrón, proyector.	Ejercicios resueltos en clase, Tareas en plataforma www.saber.unam.mx
Operaciones con polinomios	Plantear problemas con polinomios, efectuando operaciones combinadas.	Ejercicio 8, 33,	Pizarrón, proyector.	Ejercicios resueltos en clase, Tareas en plataforma www.saber.unam.mx
Planteamiento de ecuaciones	Plantear ecuaciones con dos incógnitas.	Ejercicio 9, 27,28.	Pizarrón, proyector.	Ejercicios resueltos en clase.
Ecuaciones de Primer grado	Resolver ecuaciones de primer grado	Ejercicios 10, 11, 12, 3,26.	Pizarrón, proyector.	Ejercicios resueltos en clase, Tareas en plataforma www.saber.unam



Capítulo 4: Propuesta de Solución



Ecuaciones Cuadráticas	Desarrolla el cuadrado de un binomio.	Ejercicio 32,13.	Pizarrón, proyector.	Ejercicios resueltos en clase, Tareas en plataforma www.saber.unam
Sistemas de ecuaciones	Resolver sistemas de ecuaciones con 2 o más variables	Ejercicio 30,31.	Pizarrón, proyector.	Ejercicios resueltos en clase, Tareas en plataforma www.saber.unam
Actividades Extracurriculares				
Actividad		Propósito		
Plataforma: www.saber.unam.mx		Reforzar conceptos teóricos de álgebra, donde se pueden encontrar ejercicios complementarios.		
Evaluación Final		Aplicación de examen final, para evaluar la efectividad del curso.		
Fuentes de Consulta				
<p>Kreyszing E., <i>“Matemáticas avanzadas para Ingeniería”</i>, vol. 1, Limusa, 2003.</p> <p>Carreño X., Cruz X., <i>“Algebra”</i>, Arrayan, 2002.</p> <p>Puertas J., Marques M., <i>“Matemáticas Universitaria: algebra”</i>, Bello, 1973.</p> <p>Murray S., Moyer R., <i>“Álgebra Superior”</i>, McGraw-Hill, 2007.</p> <p>Poole D., <i>“Álgebra lineal: una introducción moderna”</i>, Cengage Learning, 2011.</p> <p>Tori A., <i>“Problemas de algebra y como resolverlos”</i>, Racso, 1998.</p> <p>Sterling M., <i>“Algebra II For Dummies”</i>, Wiley Publishing, 2006.</p>				

Tabla 4.1. Planeación didáctica. (Para mayor referencia véanse ejercicios en el Anexo 1)



4.6 APLICACIÓN DE UN CURSO DINÁMICO DE ALGEBRA.

Apertura del curso

Se inicia el curso con la presentación del docente, el cual expondrá a los estudiantes los objetivos y así mismo los lineamientos a seguir dentro de la clase, de las actividades a realizar durante el curso además de las formas de evaluación correspondientes.



Fig. 4.5. Apertura de curso.

Desarrollo del curso

El curso está conformado por problemas reales y problemas propios de las asignaturas de la carrera de Ingeniería Industrial, tales como Electricidad y Magnetismo, Investigación de Operaciones, entre otras donde se toman problemas analizados desde el punto de vista algebraico, con lo cual se espera despertar el interés y concientizar a los estudiantes acerca de la importancia del álgebra con respecto al desempeño educativo durante el transcurso de la carrera.

La didáctica del curso inicia exponiendo el problema e invitando a los estudiantes a reflexionar el caso de estudio, proponiendo un método para hacer el planteamiento



matemático con el fin de que, ya sea de manera individual o grupal se pueda llegar a la solución del problema (Fig. 4.6).



Fig. 4.6. Desarrollo del curso (1).

Durante la resolución de los problemas planteados, se abre el curso a los estudiantes para debatir tanto planteamiento, resolución y solución de cada una de las problemáticas (Fig.4.7).



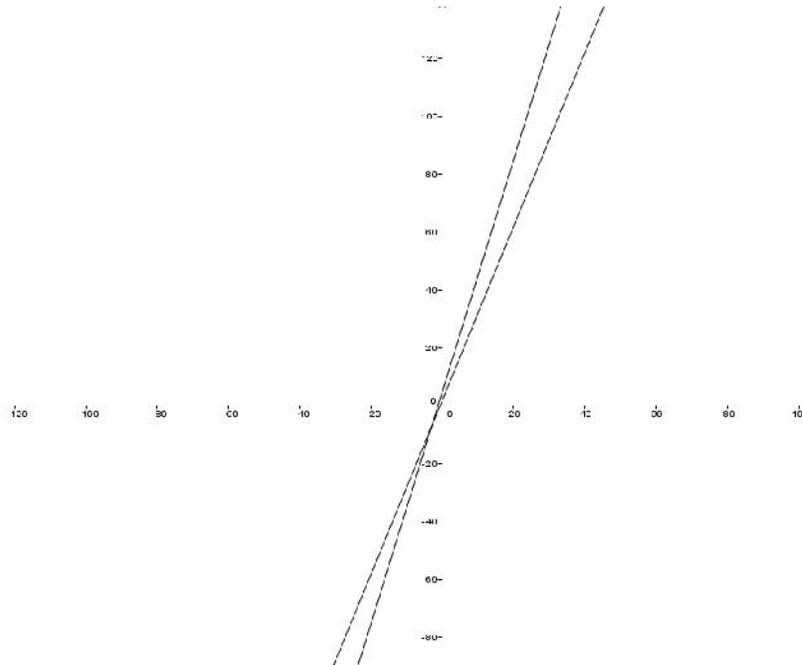
Fig. 4.7. Desarrollo del curso (2).



Capítulo 4: Propuesta de Solución



A continuación se muestra de manera gráfica (gráfica 5.1) parte de los ejercicios resueltos en clase donde se invita a los estudiantes a plantear la solución de de cada problema, al mismo tiempo el profesor evalúa el avances y el desarrollo de los conocimientos pretendidos con cada tema.



Gráfica 4.1. Ejercicios desarrollados en clase.



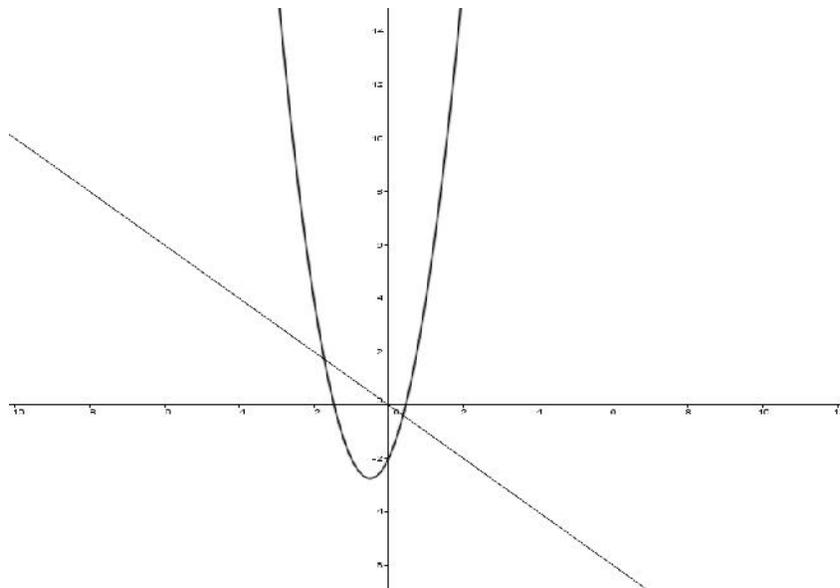
Fig. 4.8. Desarrollo del curso (3).



Fig. 4.9. Desarrollo del curso (4).

Cierre del curso

Al final de cada clase se resolverán las dudas generales que se presenten por el grupo o de manera de individual, aunque es recomendable que el docente resuelva las dudas de manera grupal, inclusive el mismo docente puede invitar algún estudiante a resolver la duda.



Grafica 4.2. Ejercicios de evaluación.



Evaluación

Al final de cada sesión el profesor decidirá la manera en que se realizara la evaluación parcial, por ejemplo, resolución por parte de los alumnos de un ejercicio final, tareas en casa, utilización de TIC (plataforma saber.unam.mx), entre otras. Es importante la aplicación de la evaluación en cada sesión, con el fin de obtener una retroalimentación, para identificar dudas y problemas residuales.



Fig. 4.10. Cierre del Curso (1).

Así como es importante la evaluación parcial en cada sesión, resulta conveniente aplicar un examen global al finalizar el curso, con el objetivo de identificar las problemáticas *si/no* resueltas, las cuales se pretende mejorar con el presente trabajo, además de valorar la efectividad del propio curso.



La evaluación de curso es realmente necesaria con el propósito de tomar una decisión entre continuar con el curso o buscar una solución más efectiva, aun en caso de continuar con el curso se requiere definir los puntos a mejorar.



Fig. 4.11. Cierre del Curso (2).



CONCLUSIONES

Partiendo de un contexto internacional se identifica la problemática referente al desempeño en educación matemática en la cual México se encuentra inmerso como país y ocupa los últimos puesto del estudio realizado por la OECD en 2009, después se aterriza directamente mostrando los históricos referentes a la IES, aunque presenta uno de los menores índices de reprobación de matemáticas en comparación con otras instituciones no deja de ser considerado como una problemática.

En este mismo capítulo se define el objeto de estudio que en este caso es la IES, específicamente las carreras de Ingeniería Eléctrica- Electrónica, Industrial y Mecánica, así mismo se identifican los problemas sustantivos que pueden influenciar dentro de la problemática y por último se propone una estrategia general para la realización de la presente tesis.

La mejora continua es la herramienta utilizada en este caso para proponer las acciones correctivas y sumativas, siendo la primera ocasión en la cual se implementa el ciclo de mejora es importante dar a conocer las diferentes fases y el orden con el que se deben seguir para lograr los objetivos propuestos.

La evaluación es una parte importante dentro del ciclo de mejora por lo cual resulta relevante definir bajo que concepto se puede llevar a cabo la evaluación, ya sea en forma diagnóstica, reguladora, previsor, retroalimentadora o de control. Además de la finalidad de la evaluación: diagnóstica, formativa o sumativa.

Una vez definidos los criterios de evaluación, es necesario identificar en un marco teórico las herramientas a utilizar, en este caso las técnicas de la estadística descriptiva como histogramas y diagramas de Pareto ayudan a localizar posibles variantes en el espacio muestral, las cuales mediante técnicas de la estadística inferencial se puede demostrar y construir criterios de decisión sustentados estadísticamente.

El siguiente paso dentro de la realización de la presente Tesis es llevar a cabo el análisis estadísticos de los resultados de la prueba diagnóstico aplicada.



Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones



Primero, en el inicio del análisis se toma como factor para el estudio los rasgos académicos de los estudiantes de nuevo ingreso (Genero, Turno, Carrera), los cuales se analizaron por separado, dando como resultado en cada uno de los casos la inexistencia de diferencia estadística, por lo cual determinamos que dichos rasgos académicos no son influyentes para el diseño o planificación de una solución para la problemática en cuestión.

Segundo, se toma como factor para el estudio los temas que conforman la prueba (Productos Notables, Sistemas de ecuaciones lineales, Los Números reales, Ecuaciones Cuadráticas y Ecuaciones Lineales). Posteriormente se identificó una diferencia estadística en cuanto a los cinco temas que conforman la prueba, situándose en la agrupación A (Productos Notables y Sistemas de ecuaciones lineales) y en la agrupación B (Los Números reales, Ecuaciones Cuadráticas y Ecuaciones Lineales).

Al analizar cada agrupación por separados se pueden identificar temas en común, en la agrupación B, la cual se determina de prioridad Critica ya que el promedio de estos grupos se encuentra por debajo del mínimo requerido, esto indica que se debe tener un cuidado especial en estos temas, por lo tanto, los subtemas en común de las preguntas con menor promedio de aciertos son: Números racionales y Racionalización de radicales.

Mientras tanto en la agrupación A, en la cual los temas dentro de esta agrupación se encuentran por arriba del mínimo requerido, por lo tanto, se determinan de prioridad alta, no obstante esto significa que se debe buscar una solución o mejorar el desempeño en dichos temas, por lo cual, el subtema en común para las preguntas con menor promedio de aciertos de ambos temas es: Factorización.

Tercero, se toma como factor para el estudio del tipo de pregunta (Aplicación/ Comprensión), en la cual se pretende determinar diferencias estadísticamente significativa con el fin de identificar prioridad entre aplicación y comprensión, por



la cual se podría sustentar la toma de decisiones entre una y otra, mediante el estudio estadísticos se determinó la inexistencias de diferencia estadística, por lo tanto se consideran los conocimientos de aplicación y comprensión con la misma prioridad.

Cuarto, se toma como factor para el estudio es tipo de respuesta incorrecta (Error, No sé), en el cual la respuesta como “Error” demuestra un manejo incorrecto de determinado conocimiento y por otra parte la respuesta como “No sé” indica la ausencia de tal conocimiento, en este caso mediante el estudio estadístico se puede determinar una diferencia estadísticamente significativa entre los dos tipos de respuesta incorrecta, aunque para dicho factor la interpretación del resultado es diferente a las anteriores, dado que mediante el análisis realizado, se pretende identificar los factores que tiene cierta prioridad, por lo cual, ya que las respuestas de “No sé” cuentan con un porcentaje despreciable, se puede descartar este factor como objeto de estudio para generar una solución que repercuta considerablemente en la mejora del desempeño académico en el área de matemáticas.

Por medio de los resultados obtenidos en el análisis factorial podemos identificar tres diferentes agrupaciones: a) Los Números Reales, b) Ecuaciones Cuadráticas y Productos Notables, c) Ecuaciones Lineales y Sistemas de Ecuaciones Lineales.

Basándonos en estos resultados podemos concluir que estudiantes con bajo desempeño en el tema de Productos Notables presentaran al mismo tiempo bajo desempeño en Ecuaciones Cuadráticas, al mismo criterio aplica a estudiantes con alto desempeño.

Estudiantes con bajo desempeño en temas como Ecuaciones Lineales presentaran al mismo tiempo bajo desempeño en Sistemas de Ecuaciones Lineales, al mismo criterio aplica a estudiantes con alto desempeño.



Capítulo 5: Conclusiones y Recomendaciones



Para este caso del tema de los Números Reales no presenta un alto grado de relación en comparación con el resto de los temas.

Una vez identificadas las problemáticas más relevantes se proponen diversas acciones estratégicas que pueden convertirse en la solución a la problemática, en este caso se propone la creación de un curso didáctico de álgebra en el cual se abordan los temas identificados en el análisis realizado en el capítulo 3 de la presente Tesis, por tanto es necesario hacer la planeación correspondiente al curso, desde obtener un diagnóstico, identificar acciones factibles hasta crear un modelo a seguir, además como el nombre lo dice el curso se plantea de manera didáctica por lo cual, se propone una guía para la elaboración de una secuencia de este tipo, en la cual se ofrecen lineamientos a seguir por el docente durante la impartición del curso, así como actividades de apertura, desarrollo y cierre a realizar para lograr una retroalimentación referente a los aprendizajes esperados durante el curso.

Basándonos en lo anteriormente mencionado se crea un curso dinámico de álgebra donde se especifican los objetivos esperados con la aplicación, temas y subtemas que conforman el curso, por último se imparte a estudiantes de primer semestre de la carrera de Ingeniería Industrial una prueba piloto del curso.

Mediante el presente trabajo de investigación se adoptó una metodología de mejora continua, como la ideología a seguir con el fin de seguir un proceso sistémico y sistemático de evaluación, del cual es una de las principales funciones como Ingeniero.

Para llevar a cabo la evaluación se identificaron diversas técnicas tanto de la estadística descriptiva como de la estadística inferencial, como graficas de barras, Paretos, diseño de experimentos, ANOVA, prueba de Tukey, así como otras herramientas estadísticas enfocadas a la calidad y al control de procesos (Gráfica X-R, Índices de Desempeño, Diagrama de Ishikawa entre otras, las cuales son técnicas Ingenieriles utilizadas frecuentemente en la industria, enfocadas a la



valoración y calidad de los procesos que en este caso son aplicadas para llevar a cabo un proyecto de evaluación diagnóstica un proceso de educación de la IES.

El presente estudio tiene como finalidad que los resultados obtenidos puedan servir como punto de referencia para identificar la problemática que se presenta particularmente en la IES, generando un histórico el cual contribuyan a la mejora del desempeño educativo de la institución en cuestión.

RECOMENDACIONES

A continuación se ofrecen ciertas recomendaciones que los decisores pueden tener en consideración:

- ❖ Aplicar una prueba diagnóstica de matemáticas a estudiantes de nuevo ingreso a las carreras de Ingeniería.
- ❖ La aplicación del curso de manera introductoria a la carrera con el fin de reforzar los conocimientos matemáticos a nivel bachillerato.
- ❖ El curso adquiera un carácter obligatorio, en caso de no ser posible su impartición al total de alumnos, sea aplicado a estudiantes por debajo de la media.
- ❖ Relacionar los problemas del curso con las diversas materias de cada Ingeniería.
- ❖ Aplicar una evaluación al finalizar el curso con el objetivo de evaluar la eficiencia del curso.
- ❖ Matemáticas en línea: Implementación del uso de las Tics, plataformas de aprendizaje, tutorías, etc.
- ❖ Comité de matemáticas
- ❖ Lograr que los estudiantes comprendan la importancia de las matemáticas.



Anexo 1. SITUACIONES DE ENSEÑANZA PROPUESTAS

1. LA VIDA DE DIOFANTO. La historia ha conservado pocos rasgos biográficos de Diofanto, notable matemático de la antigüedad. Todo lo que se conoce acerca de él ha sido tomado de la dedicatoria que figura en su sepulcro, inscripción compuesta en forma de ejercicio matemático. Reproducimos esta inscripción:

EN LA LENGUA VERNÁCULA	EN EL IDIOMA DEL ÁLGEBRA
¡Caminante! Aquí fueron sepultados los restos de Diofanto. Y los números pueden mostrar, ¡oh milagro!, cuán larga fue su vida,	x
cuya sexta parte constituyó su infancia.	$x/6$
Había transcurrido además una duodécima parte de su vida, cuando de vello cubriose su barbilla.	$x/12$
Y la séptima parte de su existencia transcurrió en un matrimonio estéril.	$x/7$
Pasó un quinquenio más y le hizo dichoso el nacimiento de su precioso primogénito,	5
que entregó su cuerpo, su hermosa existencia, que duró tan sólo la mitad de la de su padre a la tierra.	$x/2$
Y con profunda pena descendió a la sepultura, habiendo sobrevivido cuatro años al deceso de su hijo.	$x = x/6 + x/12 + x/7 + 5 + x/2 + 4$

Solución: Al resolver la ecuación y hallar el valor de la incógnita, 84, conocemos los siguientes datos biográficos de Diofanto: se casó a los 21 años, fue padre a los 38 años, perdió a su hijo a los 80 años y murió a los 84.

2. EL CABALLO Y EL MULO. Un caballo y un mulo caminaban juntos llevando sobre sus lomos pesados sacos. Lamentábase el jamelgo de su enojosa carga, a lo que el mulo le dijo: « ¿De qué te quejas? Si yo te tomara un saco, mi carga sería el doble que la tuya. En cambio, si yo te doy un saco, tu carga se igualaría a la mía». ¿Cuántos sacos llevaban el caballo, y cuántos el mulo?

EN LA LENGUA VERNÁCULA	EN EL IDIOMA DEL ÁLGEBRA
Si yo te tomara un saco	$x - 1$
mi carga	$y + 1$
sería el doble que la tuya.	$y + 1 = 2(x - 1)$
Y si te doy un saco,	$y - 1$
tu carga	$x + 1$
se igualaría a la mía	$y - 1 = x + 1$



Solución: Sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas: $x=5$, $y=7$. El caballo llevaba 5 sacos y el mulo 7 sacos

3. LOS CUATRO HERMANOS. Cuatro hermanos tienen 45 duros. Si el dinero del primero se aumenta en 2 duros, el del segundo se reduce en 2 duros, el del tercero se duplica y el del cuarto se reduce a la mitad, todos los hermanos tendrán la misma cantidad de duros. ¿Cuánto dinero tenía cada uno?

EN LA LENGUA VERNÁCULA	EN EL IDIOMA DEL ÁLGEBRA
Los cuatro hermanos tienen 45 duros.	$x + y + z + t = 45$
Si al dinero del primero se le agregan 2 duros	$x + 2$
al del segundo se restan 2 duros	$y - 2$
el del tercero se duplica	$2z$
y el del cuarto se divide por, dos,	$t/2$
a todos les quedará la misma cantidad de duros.	$x+2 = y-2 = 2z = t/2$

Solución: Sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas: $x=8$, $y=12$, $z=5$, $t=20$

4. EL REBAÑO MÁS PEQUEÑO. Un granjero que tiene un rebaño de ovejas muy numeroso descubre una gran singularidad con respecto a su número. Si las cuenta de dos en dos, le sobra 1. Lo mismo ocurre cuando las cuenta de 3 en 3, de 4 en 4, etc.... hasta de 10 en 10. ¿Cuál es el rebaño más pequeño que se ajusta a estas condiciones?

Solución: $mcm(2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10) + 1 = 2521$

5. LOS DIEZ ANIMALES. Cincuenta y seis galletas han de servir de comida a diez animales; cada animal es un perro o un gato. Cada perro ha de obtener seis galletas y cada gato, cinco. ¿Cuántos perros y cuántos gatos hay?

Solución:

Primero damos cinco galletas a cada uno de los diez animales; ahora quedan seis galletas. Bien, los gatos ya han recibido su parte. Por tanto, las seis galletas restantes son para los perros, y puesto que cada perro ha de recibir una galleta más, debe haber seis perros y cuatro gatos.

$$(6 \times 6 + 5 \times 4 = 36 + 20 = 56).$$



6. ¿QUÉ RAÍZ ES MAYOR?

Primer problema: ¿Qué es mayor

$$\sqrt[5]{5} \text{ ó } \sqrt{2}$$

Resuélvase éste y los problemas que le siguen a condición de que no se hallen las raíces.

Solución:

Elevando ambas expresiones a la décima potencia, obtendremos:

$$(\sqrt[5]{5})^{10} = 5^2 = 25 \text{ y } (\sqrt{2})^{10} = 2^5 = 32$$

y como $32 > 25$, entonces

$$\sqrt[5]{5} < \sqrt{2}$$

7. ¿QUÉ RAÍZ ES MAYOR?

Segundo problema: ¿Qué raíz es mayor:

$$\sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{7}$$

Solución:

Elevemos ambas expresiones a la potencia de grado 28 y tendremos:

$$\begin{aligned} (\sqrt[4]{4})^{28} &= 4^7 = 2^{14} = 2^7 \times 2^7 = 128^2 \\ (\sqrt[3]{7})^{28} &= 7^4 = 7^2 \times 7^2 = 49^2 \end{aligned}$$

Como $128 > 49$, resultará que

$$\sqrt[4]{4} < \sqrt[3]{7}$$



8. FARSA ALGEBRAICA:

$$2 \cdot 2 = 5$$

La acción se desarrolla en forma semejante al caso anterior y se basa en el mismo truco.

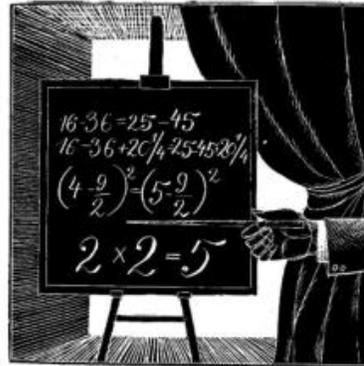


Figura 14. Una farsa matemática

En escena aparece una igualdad que no despierta ninguna desconfianza

$$16 - 36 = 25 - 45.$$

Se suma a cada miembro una misma cantidad:

$$16 - 36 + 20 \frac{1}{4} = 25 - 45 + 20 \frac{1}{4}$$

A continuación se hacen las transformaciones siguientes:

$$4^2 - 2 \cdot 4 \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \frac{9}{2} + \left(\frac{9}{2}\right)^2$$

Después, mediante el absurdo razonamiento anterior se llega a

$$\begin{aligned} 4 - 9/2 &= 5 - 9/2 \\ 4 &= 5 \\ 2 \cdot 2 &= 5 \end{aligned}$$

Estos divertidos ejemplos deben prevenir a los matemáticos con poca experiencia contra toda actitud descuidada hacia las ecuaciones que tengan su incógnita en el radical.



9. TRIÁNGULOS

Dos ángulos complementarios son aquellos que suman 90° , ¿Cuánto mide un ángulo si su complemento es el doble más 15° ?

Solución:

Ángulo x

Complemento $2x+15^\circ$

Planteamiento

Angulo + complemento = 90

$$x + (2x + 15) = 90^\circ$$

Se resuelve la ecuación

$$x + 2x + 15^\circ = 90^\circ$$

$$3x + 15^\circ = 90^\circ$$

$$3x = 75^\circ$$

$$x = 25^\circ$$

Por lo tanto el ángulo es de 25°

10. PERÍMETRO

El perímetro de un triángulo isósceles es de 48 cm. Si el lado diferente equivale a los $\frac{2}{3}$ de la medida de los lados iguales, ¿Cuál es la medida de los lados del triángulo?

Solución:

Medida de los lados iguales x

Medida del lado diferente $(\frac{2}{3})x$

Planteamiento

Perímetro= suma de los lados =48

$$x + x + \frac{2}{3}x = 48$$



Se resuelve la ecuación:

$$3x + 3x + 2x = 144$$

$$8x = 144$$

$$x = 18$$

Los lados del triángulo isósceles son de 18 cm, 18 cm y 12 cm.

11. RECTÁNGULO

El largo de un rectángulo mide 4 metros menos que el cuádruple de su ancho y su perímetro mide 32 metros. ¿Cuánto mide el largo?

Solución:

Datos

Ancho o altura: x

Largo o base: $4x-4$

Perímetro: 32 metros

La fórmula para hallar el perímetro de un rectángulo es: $p = 2(b + h)$

Se plantea la ecuación y se resuelve:

$$2(x + (4x - 4)) = 32$$

$$2(5x - 4) = 32$$

$$5x - 4 = 16$$

$$5x = 16 + 4$$

$$5x = 20$$

$$x = 4$$

Por lo tanto el largo del rectángulo mide:

$$4(4) - 4 = 12 \text{ metros}$$

12. EL PRECIO DE LOS LIMONES.

Tres docenas de limones cuestan tantos duros como limones dan por 16 duros. ¿Cuánto vale la docena de limones?



Solución: Llamemos "x" al precio de un limón expresado en duros.
 36 limones cuestan 36.x duros.
 Por 16 duros dan 16/x limones.
 $36x = 16/x$, $36 \cdot x^2 = 16$, $x^2 = 16/36$, $x = 2/3$ duros.
 Luego, 12 limones valen 8 duros.

13. PASTELES GRANDES Y PEQUEÑOS. Un pastel grande cuesta lo mismo que tres pequeños. Siete grandes y cuatro pequeños cuestan 12 ptas. más que cuatro grandes y siete pequeños. ¿Cuánto cuesta un pastel grande?

Solución: Sabemos que $1G = 3P$.
 $7G + 4P = 21P + 4P = 25P$
 $4G + 7P = 12P + 7P = 19P$
 $25P - 19P = 6P = 12$ ptas. $1P = 2$ ptas. $1G = 6$ ptas.

14. EMPRESA CONSTRUCTORA

Una empresa construye estructuras prediseñadas para casas y edificios si x representa el número de estructuras y los costos de producción son $x^2 + 12x - 1200$ para las casas, y $3x^2 + x + 200$ para los edificios. ¿Cuál es el costo total de producción de la compañía?

Solución: El costo total se obtiene sumando el precio de las casas y los edificios.
 $(x^2 + 12x - 1200) + (3x^2 + x + 200) = 4x^2 + 13x + 800$

Por lo tanto, la empresa gasta: $4x^2 + 13x + 800$

15. TERRENO

El largo de un terreno en metros lo determina la expresión $2a^2 + 3a + 2$ y su ancho está representado por $2a-1$. ¿Cuál es la superficie del terreno en metros cuadrados?

Solución: Para obtener la superficie del terreno se multiplica su largo por su ancho.

$$\begin{array}{r} (2a^2 + 3a + 2) \\ \times \quad \quad (2a-1) \\ \hline 4a^3 + 6a^2 + 4a \\ \quad \quad \quad -2a^2 - 3a - 2 \\ \hline 4a^3 + 4a^2 + a - 2 \end{array}$$

Entonces, la superficie del terreno es de: $4a^3 + 4a^2 + a - 2$



16. PRECIO UNITARIO

Al adquirir $2x + 3$ artículos se paga un importe de $10x^2 + 29x + 21$ pesos ¿Cuál es el precio unitario de los artículos?

Solución: para obtener el precio unitario, se divide el importe total entre el número de artículos.

$$\begin{array}{r}
 5x + 7 \\
 2x + 3 \overline{) 10x^2 + 29x + 21} \\
 \underline{-10x^2 - 15x} \\
 14x + 21 \\
 \underline{-14x - 21} \\
 0
 \end{array}$$

El costo total de cada artículo es: $5x + 7$

17. PLANO DE UNA CASA

Observa el siguiente plano de distribución de una casa, la cual se proyecta en un plano rectangular.

De acuerdo con él, calcule la superficie que abarca la construcción exceptuando el corredor.

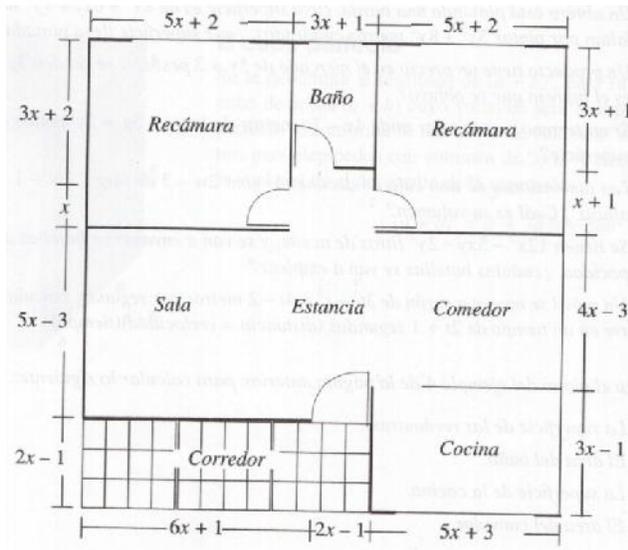
Solución: se calcula el largo y ancho del rectángulo que abarca la construcción.

Largo:

$$(6x + 1) + (2x - 1) + (5x + 3) = 13x + 3$$

➤ Ancho:

$$(3x + 2) + x + (5x - 3) + (2x - 1) = 11x - 2$$





Se obtiene el área del rectángulo que ocupa la casa y la del corredor:

$$\begin{aligned} \text{Área del rectángulo} \\ \text{Área} &= (\text{Largo})(\text{Ancho}) \\ &= (13x+3)(11x-2) \\ &= 143x^2 - 26x + 33x - 6 \\ &= 143x^2 + 7x - 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Área del Corredor} \\ \text{Área} &= (\text{Largo})(\text{Ancho}) \\ &= ((6x+1) + (2x-1))(2x-1) \\ &= 16x^2 - 8x \end{aligned}$$

Para saber cuál es la superficie, re resta el área del rectángulo el área del corredor:

$$\begin{aligned} A &= (143x^2 + 7x - 6) - (16x^2 - 8x) \\ &= 127x^2 + 15x - 6 \end{aligned}$$

18. COMERCIANTES DE VINOS. Dos comerciantes de vinos entraron en París llevando 64 y 20 barriles de vino respectivamente. Como no tenían dinero suficiente para pagar los derechos de aduana, el primero de ellos dio 5 barriles y 40 francos, mientras que el segundo dio 2 barriles, recibiendo 40 francos como cambio. ¿Cuál era el precio de cada barril y su impuesto aduanero?

Solución: x =Precio de cada barril. y =Impuesto aduanero.

x = Precio de cada barril. y = Impuesto aduanero que representa un porcentaje.

$$5x + 40 = 64xy$$

$$2x - 40 = 20xy$$

Resolviendo el sistema: $x = 120$ francos. $y = 1/12$.

Es decir que el impuesto es el 8,33 porciento del valor total. Con estos valores podemos decir que:

El primer comerciante pagó un impuesto de $64 \cdot 120 \cdot (1/12) = 640$, que equivale a 5 barriles más 40 francos.

El segundo comerciante pagó un impuesto de $20 \cdot 120 \cdot (1/12) = 200$, que equivale a 2 barriles menos 40 francos.

19. EL PRECIO DE LOS HUEVOS. La señora Rogelia compró un cierto número de huevos, por los que pagó 60 ptas. Al volver a casa se le cayó la cesta rompiéndosele 2 huevos, con lo que el precio le resultó 12 ptas. más caro por



docena, con respecto al que pagó inicialmente en el supermercado. ¿Cuántos huevos compró la señora Rogelia?

Solución: Sea x el número de huevos y P y P' los precios inicial y resultante tras la rotura.

$$Px=60 \quad P=60/x$$

$$P'(x-2)=60 \quad P'=60/(x-2)$$

$$\text{Pero } P'=P+12/12$$

$$60/(x-2) = 60/x + 1 = (60+x)/x \quad 60x=60x-120+x^2-2x \quad x^2-2x-120=0 \quad x=12.$$

20. PROPORCIONALIDAD

a) un frasco de 3 onzas de olivos que cuesta \$0.87.

$$\frac{x\text{¢}}{87\text{¢}} = \frac{1 \text{ onza}}{3 \text{ onzas}} \quad X = \frac{87}{3} = 29\text{¢ por onza}$$

b) Una caja de cereal de 12 onzas que cuesta \$1.32.

$$\frac{x\text{¢}}{132\text{¢}} = \frac{1 \text{ onza}}{12 \text{ onzas}} \quad X = \frac{132}{12} = 11\text{¢ por onza}$$

c) Una lata de atún de 6.5 onzas que cuesta \$1.09.

$$\frac{x\text{¢}}{109\text{¢}} = \frac{1 \text{ onza}}{6.5 \text{ onzas}} \quad X = \frac{109}{6.5} = 16.8\text{¢ por onza}$$

d) Una lata de salmón de 14 onzas que cuesta \$1.95.

$$\frac{x\text{¢}}{195\text{¢}} = \frac{1 \text{ onza}}{14 \text{ onzas}} \quad X = \frac{195}{14} = 13.9\text{¢ por onza}$$

21. MEJOR COMPRA

¿Cuál es la mejor compra en una botella de aceite vegetal si un galón cuesta \$5.99, una pinta cuesta 89¢ y 24 onzas cuestan \$1.29?

$$\frac{x\text{¢}}{599\text{¢}} = \frac{1 \text{ onza}}{128 \text{ onzas}} \quad X = \frac{599}{128} = 4.7\text{¢ por onza}$$

$$\frac{x\text{¢}}{89\text{¢}} = \frac{1 \text{ onza}}{16 \text{ onzas}} \quad X = \frac{89}{16} = 5.6\text{¢ por onza}$$

$$\frac{x\text{¢}}{129\text{¢}} = \frac{1 \text{ onza}}{24 \text{ onzas}} \quad X = \frac{129}{24} = 5.4\text{¢ por onza}$$

La mejor compra es un galón de aceite vegetal que cuesta \$5.99.



22. PRECIO UNITARIO 2

¿Cuál es el precio unitario de cada artículo redondeado a centenas?

- a) Una lata de 1.36 litros de jugo de frutas que cuesta \$1.09.
- b) Un frasco de 283 gramos de mermelada que cuesta \$0.79.
- c) Un frasco de 10.4 onzas de crema facial que cuesta \$3.73.
- d) Una docena de latas de chicharos que cuesta \$ 4.20.
- e) 25 libras de semillas de pasto que cuesta \$27.75
- f) 3 donas que cuestan \$0.49.

Solución: a) 80.1¢ por litro c) 35.9¢ por onza e) 111¢ por libra
 b) 0.3¢ por gramo d) 35¢ por lata f) 16.3¢ por dona

23. NÚMERO PERDIDO.

La suma de tres números es 200. El mayor excede al medio en 32 y al menor en 65. Determina los números.

Solución: Datos:

Mayor: x Medio: x-32 Menor: x-65

Planteamiento:

$$X + (x-32) + (x-65) = 200 \qquad \text{La suma de los tres es 200}$$

$$3x = 200 + 32 + 65$$

$$X = 297 / 3$$

$$X = 99$$

Por lo tanto, los números buscados son:

Mayor= 99 Medio= 67 Menor= 34

24. NÚMERO PERDIDO 2.

En un número de los dígitos, el dígito de las decenas es 3 unidades menor que el de las unidades. Si el número excede un 6 al cuádruplo de la suma de sus dígitos, halla el número.

Solución: Datos:

Dígito de la unidades: x
 Dígito de las decenas: x - 3
 Número: 10(x - 3) + x

Planteamiento:

$$\text{Número} = 4(\text{suma de los dígitos}) + 6$$

$$10(x - 3) + x = 4(x + x - 3) + 6$$

Se resuelve la ecuación:

$$10x - 30 + x = 4x + 4x - 12 + 6$$

$$10x + x - 4x = - 12 + 6 + 30$$

$$3x = 24$$

$$x = 8$$

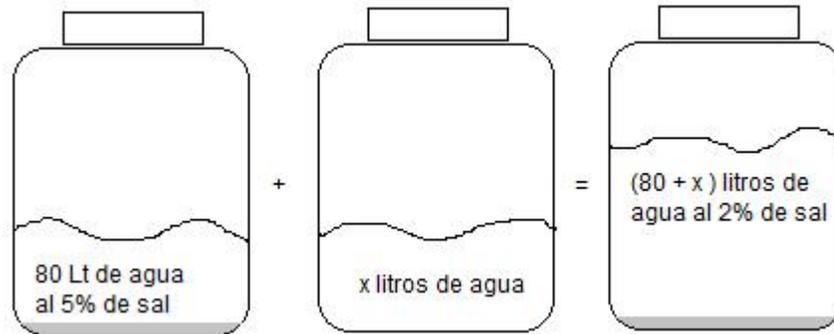
El dígito de la unidad es 8 y el de las decenas es 5, por lo tanto, el número es 58.



25. TANQUES DE AGUA

Un tanque contiene 80 litros de agua al 5% de sal. ¿Cuánta agua deberá agregarse para tener agua al 2% de sal?

Solución:



Planteamiento

Este se obtiene con la cantidad de sal de cada recipiente:

$$5\% \text{ de } 80 = 2\% \text{ de } (80 + x)$$

Resolvemos la ecuación

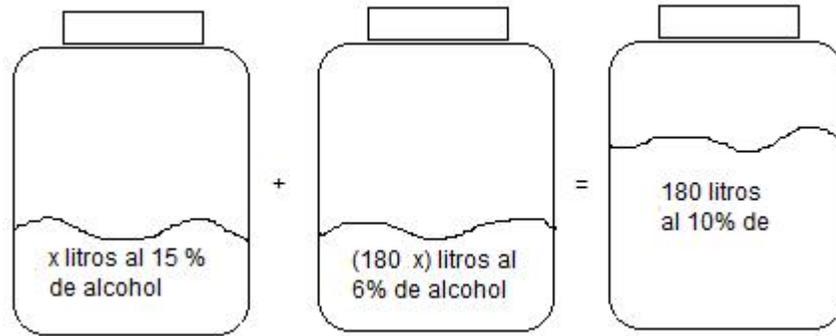
$$\begin{aligned} \frac{5}{100}(80) &= \frac{2}{100}(80 + x) && \rightarrow && 5(80) = 2(80 + x) \\ 400 &= 160 + 2x \\ 400 - 160 &= 2x \\ 240 &= 2x \\ 120 &= x \end{aligned}$$

Esto significa que se deberá agregar 120 litros de agua para obtener agua al 2% de sal.

26. TANQUES DE ALCOHOL

¿Cuántos litros de una solución al 15% de alcohol se deben agregar a otra al 6% para obtener 180 litros una nueva solución al 10% de alcohol?

Solución:



Planteamiento

Éste se obtiene con la cantidad de alcohol de cada recipiente:

$$\frac{15}{100}x + \frac{6}{100}(180 - x) = \frac{10}{100}(180) \rightarrow$$

$$15x + 6(180 - x) = 10(180)$$

$$15x + 1080 - 6x = 1800$$

$$9x = 720$$

$$x = 80$$

Se debe combinar 80 litros al 15% de alcohol con 100 litros al 6% para obtener 180 litros al 10 % de alcohol.

27. AUTOMÓVIL

Un auto con velocidad constante de 21m/s sale de la meta 5 seg. Después que un automóvil, cuya velocidad constante es de 18 m/s, ¿Cuánto tiempo transcurre para que el segundo auto alcance al primero?

Solución:

Las distancias recorridas son las mismas, pero cada auto con distinto tiempo, siendo $d=vt$, entonces:

Distancia recorrida por el primer auto= distancia recorrida por el segundo auto

$$18(t + 5) = 21t$$

Se resuelve la ecuación

$$18(t + 5) = 21t$$

$$18t + 90 = 21t$$

$$90 = 21t - 18t$$

$$30 = t$$



Esto indica que el segundo auto tardara alcance al primero 30 segundos.

28. COSTOS

Sandra pagó \$66.00 por una pasta dental, un jabón y un shampoo. Si el costo de la pasta excede en \$15.00 al del jabón y en \$3.00 al del shampoo, determina el costo de cada uno de los artículos.

Solución:

Costo de la pasta para dientes= x

Costo del jabón= $x-15$

Costo del shampoo= $x-3$

Se plantea la ecuación y se resuelve:

$$x+(x-15)+(x-3)=66$$

$$3x-18=66$$

$$3x=66+18$$

$$3x=84$$

$$x=84/3$$

$$x=28$$

Por lo tanto, los costos de los artículos son: pasta dental\$ 28.00, jabón \$13.00, shampoo\$25.00

29. COSTOS 2

En cierta escuela se ha perdido el presupuesto para lo foto de graduación de un grupo de 30 alumnos.

Al momento de realizar el trato con el estudio fotográfico se avisa que serán 10 alumnos más, pero el estudio respeta el precio total y solo disminuirá en \$50.00 el costo de la foto por persona ¿cuál hubiese sido el costo “ x ” de la foto por alumno para el grupo de 30 alumnos?

Solución:

El costo total para un grupo de 30 alumnos es de $30x$

El costo total para el grupo de 40 alumnos es de $40(x-50)$

Debido a que el costo total es el mismo, entonces:

$$30x = 40(x - 50)$$

Resolviendo la ecuación:



$$30x = 40x - 2000$$

$$30x - 40x = -2000$$

$$-10x = -2000$$

$$x = -\frac{2000}{-10}$$

$$x = 200$$

Por lo tanto, el costo de la foto para un grupo de 30 alumnos es de \$200.00 por cada uno.

30. COSTOS 3

El costo de producción por el ejemplar de una revista semanal es de 20 centavos. El ingreso del distribuidor es de 24 centavos por copia más un 20% de los ingresos por concepto de publicidad anunciada en la publicación cuando sobrepasan las 3000 copias. ¿Cuántas copias deben publicarse y venderse cada semana para obtener utilidades semanales de \$1000.00?

Solución:

Sea "x" el número de ejemplares, el 20% de los ingresos es

$$\frac{20}{100\left(\frac{24}{100}x\right)} = \frac{6}{125}x \text{ cuando sobrepasan las 3000 copias}$$

Costo total por semana= \$

$$\frac{28}{100}(x + 3000)$$

$$\text{Ingreso total por semana: } \frac{24}{100}(x + 3000) + \frac{6}{125}x$$

Se sabe que:

Utilidad=ingresos –costos

Por lo tanto,

$$\left(\frac{24}{100}(x + 3000) + \frac{6}{125}x\right) - \frac{28}{100}(x + 3000) = 1000$$

Resolviendo la ecuación:

$$x = 140000$$



El distribuidor deberá vender 140000 ejemplares para obtener las utilidades de \$1000.00 semanales.

31. EMPRESA MENSAJERA

La empresa de mensajería “la paloma”, le cobró al señor Méndez \$1924.00 por un envío que en total pesaba 29 Kg. Al revisar notas pide a su secretaria aclarar cuanto le cobraron por paquete. La compañía aclaró que los paquetes que enviaron a monterrey los cobraron a \$92.00 por kilo y los que mandaron a Pachuca a \$30.00 por kilo. ¿Cuántos kilos enviaron a cada ciudad?

Solución:

Se plantea con 2 variables los datos que se deben encontrar:

X: cantidad de kilogramos que se mandaron a monterrey

Y: cantidad de paquetes que se mandaron a Pachuca

En total se mandaron 29 kilogramos, entonces,

$$x + y = 29$$

Luego, si por cada kilo que se envió a monterrey y Pachuca se cobró \$92.00 y \$30.00, respectivamente,

$$92x + 30y = 1924$$

El cual se resolverá por medio del método de sustitución:

Despeje de x $x + y = 19$

$$x = 29 - y$$

Sustitución de $x = 29 - y$ en $92x + 30y = 1924$

$$92(29 - y) + 30y = 1924$$

$$2668 - 92y + 30y = 1924$$

$$-62y = 1924 - 2668$$

$$y = -\frac{744}{-62} = 12$$

Sustituyendo $y = 12$ en la primera ecuación



$$x + y = 29$$

$$x + 12 = 29$$

$$x = 29 - 12$$

$$x = 17$$

Por consiguiente, se mandaron 17 kg. a monterrey y 12 kg. a Pachuca.

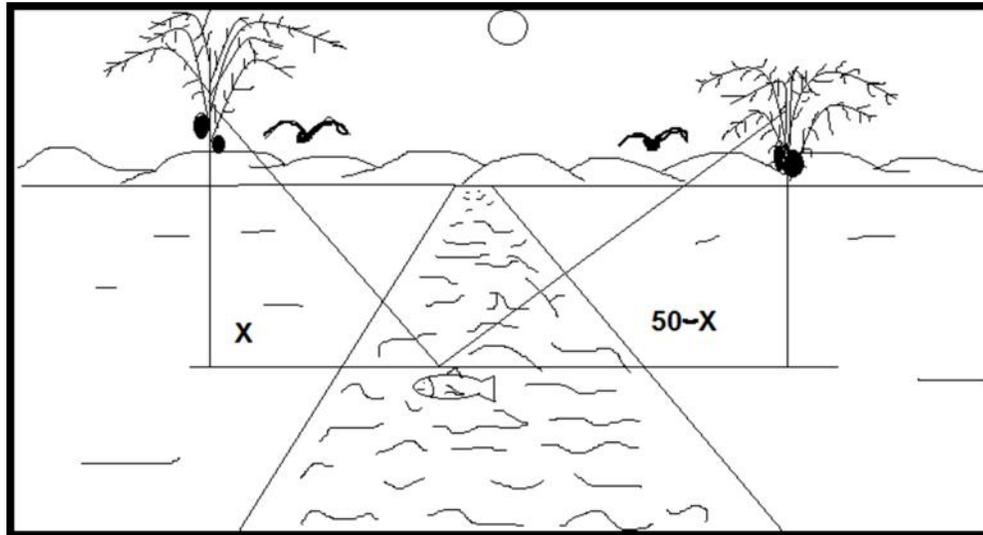
32. LAS AVES EN LA ORILLA

En las obras de un matemático árabe del siglo xi hallamos el siguiente problema

A ambas orillas de un rio crecen 2 palmeras, una frente a la otra. La altura de una es de 30 codos, y la de la otra, de 20. La distancia entre sus troncos, 50 codos. En la copa de cada palmera hay un pájaro. De súbito los dos pájaros descubren un pez que aparece en la superficie del agua, entre las 2 palmeras. Los pájaros se lanzaron y alcanzaron al pez al mismo tiempo

¿A qué distancia del tronco de la palmera mayor apareció el pez?

Solución:



Aplicando el teorema de Pitágoras, establecemos:

$$AB^2 = 30^2 + X^2, AC^2 = 20^2 + (50 - X)^2$$

Pero $AB=BC$, por lo que los pájaros cubren esta distancia en un mismo tiempo. Por eso,



$$30^2 + x^2 = 20^2 + (50 - x)^2$$

Al quitar los paréntesis simplificando la formula nos encontramos con una ecuación de primer grado:

$$100x = 2000,$$

De donde

$$x = 20$$

El pez apareció a 20 codos de la palmera que tenía 30 codos de altura.

33. LIBROS

Tres profesores compraron libros: uno de ellos pagó \$845.00 por 3 de algebra, 5 de geometría analítica y dos de cálculo diferencial, otro de ellos pagó \$584.00 por 2 de geometría analítica, 4 de algebra y uno de cálculo diferencial; el último de ellos pagó \$605.00 por uno de algebra, 3 de geometría analítica y 3 d3 calculo diferencial. ¿CUAL ES EL PRECIO DE CADA LIBRO?

Solución:

Sea x el costo del libro de algebra

Y el costo del libro de geometría analítica

Z el costo del libro de cálculo diferencial

El sistema que resuelve el problema es:

$$\begin{cases} 3x + 5y + 2z = 845 \\ 4x + 2y + z = 580 \\ x + 3y + 3z = 605 \end{cases}$$

Se aplica el método de reducción para eliminar z

Multiplicando por -2 la ecuación (2) ecuación y sumando con la ecuación (1)

$$\begin{array}{r} -8x - 4y - 2z = -1160 \\ 3x + 5y + 2z = 845 \\ \hline -5x + y = -315 \end{array}$$



Multiplicando por -3 la segunda ecuación y sumando la ecuación (3)

$$-12x - 6y - 3z = -1740$$

$$x + 3y + 3z = 605$$

$$-11x - 3y = -1135$$

Se realiza un nuevo sistema con las ecuaciones resultantes:

$$3(-5x + y = -315)$$

$$-11x - 3y = -1135$$

$$-15x + 3y = -945$$

$$-11x - 3y = -1135$$

$$-26x = -1135$$

$$x = -\frac{2080}{-26}$$

$$x = 80$$

Si $x = 80$, entonces

$$-5(80) + y = -315 \rightarrow -400 + y = -315 \rightarrow y = -315 + 400 = 85$$

si $x = 80, y = 85, por tanto$

$$30(80) + 5(85) + 2z = 845 \quad 240 + 425 + 2z = 845 \quad 2z = 845 - 240 - 425 =$$

$$\frac{845 - 240 - 425}{2} = 90$$

Por consiguiente el libro de algebra tiene un costo de \$80.00, el de geometría analítica de \$85.00 y el de cálculo diferencial cuesta \$90.00



34. Dadas las matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Calcular:

$$A + B; \quad A - B; \quad A \times B; \quad B \times A; \quad A^t.$$

Solución:

$$A + B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2+1 & 0+0 & 1+1 \\ 3+1 & 0+2 & 0+1 \\ 5+1 & 1+1 & 1+0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 4 & 2 & 1 \\ 6 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A - B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2-1 & 0-0 & 1-1 \\ 3-1 & 0-2 & 0-1 \\ 5-1 & 1-1 & 1-0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & -2 & -1 \\ 4 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A \cdot B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 0 & 0 \\ 5 & 1 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \\ 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 1 & 3 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 0 \cdot 1 & 3 \cdot 1 + 0 \cdot 1 + 0 \cdot 0 \\ 5 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 & 5 \cdot 0 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 & 5 \cdot 1 + 1 \cdot 1 + 1 \cdot 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 7 & 3 & 6 \end{bmatrix}$$

35. Demostrar que: $A^2 - A - 2I = 0$, siendo:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Solución:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



$$A^2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A^2 - A - 2I = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

36. Sea A la matriz $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Hallar A^n , para $n \in \mathbb{N}$

Solución:

$$A^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^{n-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & n-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A^n = A^{n-1} \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & n-1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & n \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

37. Por qué matriz hay que multiplicar la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ para que

resulte la matriz $B = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$.



Solución:

$$\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} a+2b & b \\ c+2d & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} a+2b = 5 \\ b = 2 \\ c+2d = 6 \\ d = 3 \end{cases} \quad X = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$$

38. Calcular la matriz inversa de:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtener las matrices A y B que verifiquen el sistema:

Solución:

1. Construir una matriz del tipo $M = (A \mid I)$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right).$$

2. Utilizar el método Gauss para transformar la mitad izquierda, A, en la matriz identidad, y la matriz que resulte en el lado derecho será la matriz inversa: A^{-1} .



$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{f_3 - 2f_1} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & -2 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{f_3 - 2f_2}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{f_1 + f_2} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -2 & 1 \end{array} \right)$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

39. Obtener las matrices A y B que verifiquen el sistema:

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ A - 3B = \begin{pmatrix} -4 & -3 & -2 \\ -1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Solución: *Multiplicamos la segunda ecuación por -2*

$$\begin{cases} 2A + B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ -2A + 6B = \begin{pmatrix} 8 & 6 & 4 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \end{cases}$$

Sumamos miembro a miembro

$$7B = \begin{pmatrix} 9 & 8 & 6 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \frac{9}{7} & \frac{8}{7} & \frac{6}{7} \\ 0 & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \end{pmatrix}$$

Si multiplicamos la primera ecuación por 3 y sumamos miembro a miembro obtenemos:



$$7A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -7 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} & \frac{4}{7} \\ -1 & \frac{3}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

40. Una fábrica produce dos modelos de lavadoras, A y B, en tres terminaciones: N, L y S. Produce del modelo A: 400 unidades en la terminación N, 200 unidades en la terminación L y 50 unidades en la terminación S. Produce del modelo B: 300 unidades en la terminación N, 100 unidades en la terminación L y 30 unidades en la terminación S. La terminación N lleva 25 horas de taller y 1 hora de administración. La terminación L lleva 30 horas de taller y 1.2 horas de administración. La terminación S lleva 33 horas de taller y 1.3 horas de administración.

1. Representar la información en dos matrices.
2. Hallar una matriz que exprese las horas de taller y de administración empleadas para cada uno de los modelos.

Solución:

Matriz de producción:

Filas: Modelos A y B Columnas: Terminaciones N, L, S

$$M = \begin{pmatrix} 400 & 200 & 50 \\ 300 & 100 & 30 \end{pmatrix}$$

Matriz de coste en horas:

Filas: Terminaciones N, L, S Columnas: Coste en horas: T, A

$$N = \begin{pmatrix} 25 & 1 \\ 30 & 1.2 \\ 33 & 1.3 \end{pmatrix}$$



Matriz que expresa las horas de taller y de administración para cada uno de los modelos:

$$M \cdot N = \begin{pmatrix} 400 & 200 & 50 \\ 300 & 100 & 30 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 25 & 1 \\ 30 & 1.2 \\ 33 & 1.3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17650 & 705 \\ 11490 & 459 \end{pmatrix}$$

41. Resuelva el sistema

$$\begin{aligned} 2x + 3y &= 8 \\ x - 2y &= 3. \end{aligned}$$

Solución:

El denominador de x e y es $D = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 2(-2) - 3(1) = -7$

$$Dx = \begin{vmatrix} 8 & 3 \\ -3 & -2 \end{vmatrix} = 8(-2) - 3(-3) = -7; \quad Dy = \begin{vmatrix} 2 & 8 \\ 1 & -3 \end{vmatrix} = 2(-3) - 8(1) = -14$$

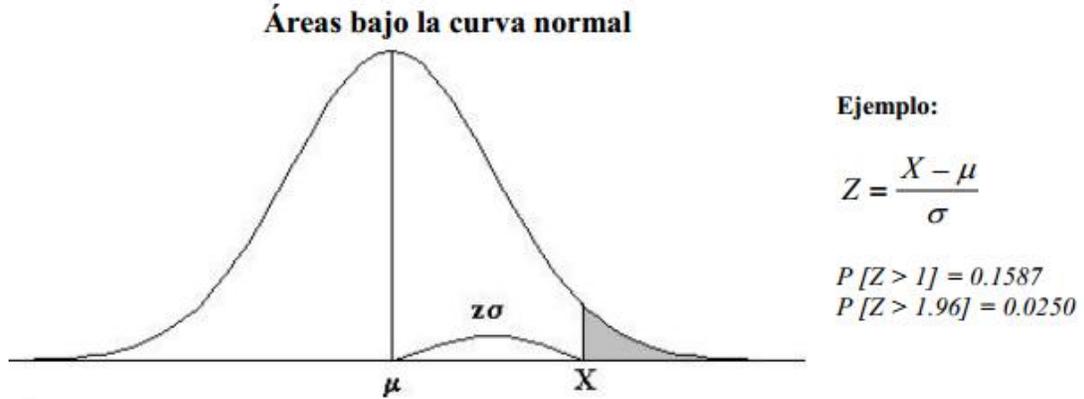
$$x = \frac{Dx}{D} = \frac{-7}{-7} = 1; \quad y = \frac{Dy}{D} = \frac{-14}{-7} = 2$$

Por lo tanto, la solución del sistema es (1, 2).



Anexo 2. TABLAS.

Tabla A. Tabla de distribución normal.



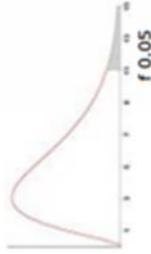
Desv. normal x	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.4960	0.4920	0.4880	0.4840	0.4801	0.4761	0.4721	0.4681	0.4641
0.1	0.4602	0.4562	0.4522	0.4483	0.4443	0.4404	0.4364	0.4325	0.4286	0.4247
0.2	0.4207	0.4168	0.4129	0.4090	0.4052	0.4013	0.3974	0.3936	0.3897	0.3859
0.3	0.3821	0.3783	0.3745	0.3707	0.3669	0.3632	0.3594	0.3557	0.3520	0.3483
0.4	0.3446	0.3409	0.3372	0.3336	0.3300	0.3264	0.3228	0.3192	0.3156	0.3121
0.5	0.3085	0.3050	0.3015	0.2981	0.2946	0.2912	0.2877	0.2843	0.2810	0.2776
0.6	0.2743	0.2709	0.2676	0.2643	0.2611	0.2578	0.2546	0.2514	0.2483	0.2451
0.7	0.2420	0.2389	0.2358	0.2327	0.2296	0.2266	0.2236	0.2206	0.2177	0.2148
0.8	0.2119	0.2090	0.2061	0.2033	0.2005	0.1977	0.1949	0.1922	0.1894	0.1867
0.9	0.1841	0.1814	0.1788	0.1762	0.1736	0.1711	0.1685	0.1660	0.1635	0.1611
1.0	0.1587	0.1562	0.1539	0.1515	0.1492	0.1469	0.1446	0.1423	0.1401	0.1379
1.1	0.1357	0.1335	0.1314	0.1292	0.1271	0.1251	0.1230	0.1210	0.1190	0.1170
1.2	0.1151	0.1131	0.1112	0.1093	0.1075	0.1056	0.1038	0.1020	0.1003	0.0985
1.3	0.0968	0.0951	0.0934	0.0918	0.0901	0.0885	0.0869	0.0853	0.0838	0.0823
1.4	0.0808	0.0793	0.0778	0.0764	0.0749	0.0735	0.0721	0.0708	0.0694	0.0681
1.5	0.0668	0.0655	0.0643	0.0630	0.0618	0.0606	0.0594	0.0582	0.0571	0.0559
1.6	0.0548	0.0537	0.0526	0.0516	0.0505	0.0495	0.0485	0.0475	0.0465	0.0455
1.7	0.0446	0.0436	0.0427	0.0418	0.0409	0.0401	0.0392	0.0384	0.0375	0.0367
1.8	0.0359	0.0351	0.0344	0.0336	0.0329	0.0322	0.0314	0.0307	0.0301	0.0294
1.9	0.0287	0.0281	0.0274	0.0268	0.0262	0.0256	0.0250	0.0244	0.0239	0.0233
2.0	0.0228	0.0222	0.0217	0.0212	0.0207	0.0202	0.0197	0.0192	0.0188	0.0183
2.1	0.0179	0.0174	0.0170	0.0166	0.0162	0.0158	0.0154	0.0150	0.0146	0.0143
2.2	0.0139	0.0136	0.0132	0.0129	0.0125	0.0122	0.0119	0.0116	0.0113	0.0110
2.3	0.0107	0.0104	0.0102	0.0099	0.0096	0.0094	0.0091	0.0089	0.0087	0.0084
2.4	0.0082	0.0080	0.0078	0.0075	0.0073	0.0071	0.0069	0.0068	0.0066	0.0064
2.5	0.0062	0.0060	0.0059	0.0057	0.0055	0.0054	0.0052	0.0051	0.0049	0.0048
2.6	0.0047	0.0045	0.0044	0.0043	0.0041	0.0040	0.0039	0.0038	0.0037	0.0036
2.7	0.0035	0.0034	0.0033	0.0032	0.0031	0.0030	0.0029	0.0028	0.0027	0.0026
2.8	0.0026	0.0025	0.0024	0.0023	0.0023	0.0022	0.0021	0.0021	0.0020	0.0019
2.9	0.0019	0.0018	0.0018	0.0017	0.0016	0.0016	0.0015	0.0015	0.0014	0.0014
3.0	0.0013	0.0013	0.0013	0.0012	0.0012	0.0011	0.0011	0.0011	0.0010	0.0010

Reproducción de la tabla 1. (Salidas, 2008)



Tabla B. Tabla de valores críticos de la distribución F (0.005)

VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN F (0,05)



Área a la derecha del valor crítico = 0,05

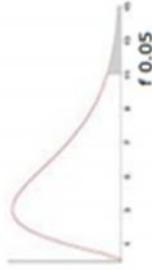
g.d.l.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	g.d.l.
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	236,8	238,9	240,5	241,9	243,0	243,9	244,7	245,4	245,9	1
2	18,513	19,000	19,164	19,247	19,296	19,330	19,353	19,371	19,385	19,396	19,405	19,413	19,419	19,424	19,429	2
3	10,128	9,552	9,277	9,117	8,941	8,847	8,845	8,845	8,812	8,786	8,763	8,745	8,729	8,715	8,703	3
4	7,709	6,944	6,591	6,388	6,256	6,163	6,094	6,041	5,999	5,964	5,936	5,912	5,891	5,873	5,858	4
5	6,608	5,786	5,409	5,192	5,050	4,950	4,876	4,818	4,772	4,735	4,704	4,678	4,655	4,636	4,619	5
6	5,987	5,143	4,757	4,534	4,387	4,284	4,207	4,147	4,099	4,060	4,027	4,000	3,976	3,956	3,938	6
7	5,591	4,737	4,347	4,120	3,972	3,866	3,787	3,726	3,677	3,637	3,603	3,575	3,550	3,529	3,511	7
8	5,318	4,459	4,066	3,838	3,687	3,581	3,500	3,438	3,388	3,347	3,313	3,284	3,259	3,237	3,218	8
9	5,117	4,256	3,863	3,633	3,482	3,374	3,293	3,230	3,179	3,137	3,102	3,073	3,048	3,025	3,006	9
10	4,965	4,103	3,708	3,478	3,326	3,217	3,135	3,072	3,020	2,978	2,943	2,913	2,887	2,865	2,845	10
11	4,844	3,982	3,587	3,357	3,204	3,095	3,012	2,948	2,896	2,854	2,818	2,788	2,761	2,739	2,719	11
12	4,747	3,885	3,490	3,259	3,106	2,996	2,913	2,849	2,796	2,753	2,717	2,687	2,660	2,637	2,617	12
13	4,667	3,806	3,411	3,179	3,025	2,915	2,832	2,767	2,714	2,671	2,635	2,604	2,577	2,554	2,533	13
14	4,600	3,739	3,344	3,112	2,958	2,848	2,764	2,699	2,646	2,602	2,565	2,534	2,507	2,484	2,463	14
15	4,543	3,682	3,287	3,056	2,901	2,790	2,707	2,641	2,588	2,544	2,507	2,475	2,448	2,424	2,403	15
16	4,494	3,634	3,239	3,007	2,852	2,741	2,657	2,591	2,538	2,494	2,456	2,425	2,397	2,373	2,352	16
17	4,451	3,592	3,197	2,965	2,810	2,699	2,614	2,548	2,494	2,450	2,413	2,381	2,353	2,329	2,308	17
18	4,414	3,555	3,160	2,928	2,773	2,661	2,577	2,510	2,456	2,412	2,374	2,342	2,314	2,290	2,269	18
19	4,381	3,522	3,127	2,895	2,740	2,628	2,544	2,477	2,423	2,378	2,340	2,308	2,280	2,256	2,234	19
20	4,351	3,493	3,098	2,866	2,711	2,599	2,514	2,447	2,393	2,348	2,310	2,278	2,250	2,225	2,203	20
21	4,325	3,467	3,072	2,840	2,685	2,573	2,488	2,420	2,366	2,321	2,283	2,250	2,222	2,197	2,176	21
22	4,301	3,443	3,049	2,817	2,662	2,549	2,464	2,397	2,342	2,297	2,259	2,226	2,198	2,173	2,151	22
23	4,279	3,422	3,028	2,796	2,641	2,528	2,442	2,375	2,320	2,275	2,236	2,204	2,175	2,150	2,128	23
24	4,260	3,403	3,009	2,776	2,621	2,508	2,422	2,355	2,300	2,255	2,216	2,184	2,155	2,130	2,108	24
25	4,242	3,385	2,991	2,759	2,603	2,490	2,404	2,337	2,282	2,236	2,198	2,165	2,136	2,111	2,089	25
26	4,225	3,369	2,975	2,743	2,587	2,474	2,388	2,321	2,265	2,220	2,181	2,148	2,119	2,094	2,072	26
27	4,210	3,354	2,960	2,728	2,572	2,459	2,373	2,305	2,250	2,204	2,166	2,132	2,103	2,078	2,056	27
28	4,196	3,340	2,947	2,715	2,559	2,445	2,359	2,291	2,236	2,190	2,151	2,118	2,089	2,064	2,041	28
29	4,183	3,328	2,934	2,701	2,545	2,432	2,346	2,278	2,223	2,177	2,138	2,104	2,075	2,050	2,027	29
30	4,171	3,316	2,922	2,690	2,534	2,421	2,334	2,266	2,211	2,165	2,126	2,092	2,063	2,037	2,015	30
31	4,160	3,305	2,911	2,679	2,523	2,409	2,323	2,255	2,199	2,153	2,114	2,080	2,051	2,026	2,003	31
32	4,149	3,295	2,901	2,668	2,512	2,398	2,312	2,244	2,188	2,142	2,103	2,070	2,040	2,015	1,992	32
33	4,139	3,285	2,892	2,659	2,503	2,389	2,303	2,235	2,179	2,133	2,093	2,060	2,030	2,004	1,982	33
34	4,130	3,276	2,883	2,650	2,494	2,380	2,294	2,225	2,170	2,123	2,084	2,050	2,021	1,995	1,972	34
35	4,121	3,267	2,874	2,641	2,485	2,372	2,285	2,217	2,161	2,114	2,075	2,041	2,012	1,986	1,963	35
40	4,085	3,232	2,839	2,606	2,449	2,336	2,249	2,180	2,124	2,077	2,038	2,003	1,974	1,948	1,924	40
60	4,001	3,150	2,758	2,525	2,368	2,254	2,167	2,097	2,040	1,993	1,952	1,917	1,887	1,860	1,836	60
80	3,960	3,111	2,719	2,486	2,329	2,215	2,128	2,058	1,999	1,951	1,910	1,875	1,845	1,817	1,793	80
100	3,947	3,098	2,706	2,473	2,316	2,201	2,114	2,043	1,986	1,938	1,897	1,861	1,830	1,803	1,779	100
300	3,936	3,087	2,696	2,463	2,305	2,190	2,103	2,032	1,975	1,927	1,886	1,850	1,819	1,792	1,768	300
120	3,920	3,072	2,680	2,447	2,290	2,175	2,087	2,016	1,959	1,910	1,869	1,834	1,803	1,775	1,750	120
inf.	3,841	2,996	2,605	2,372	2,214	2,099	2,010	1,938	1,880	1,831	1,789	1,752	1,720	1,692	1,666	inf.



Anexos



VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN F (0,05)



área a la derecha del valor crítico = 0,05

		Grados de libertad del Numerador														
		21	22	23	24	25	26	27	28	29	30			g.d.l		
1	246,5	247,7	248,0	248,3	248,6	248,8	249,1	249,3	249,5	249,6	249,8	250,0	250,1	1		
2	19,433	19,440	19,446	19,448	19,450	19,452	19,454	19,456	19,457	19,459	19,460	19,461	19,462	2		
3	8,692	8,683	8,675	8,668	8,660	8,653	8,646	8,639	8,630	8,623	8,616	8,610	8,603	3		
4	5,844	5,832	5,821	5,811	5,803	5,795	5,787	5,779	5,771	5,763	5,755	5,750	5,746	4		
5	4,604	4,590	4,579	4,568	4,558	4,549	4,541	4,534	4,527	4,521	4,515	4,510	4,506	5		
6	3,922	3,908	3,896	3,884	3,874	3,865	3,856	3,849	3,841	3,835	3,829	3,823	3,818	6		
7	3,494	3,480	3,467	3,455	3,445	3,435	3,426	3,418	3,410	3,404	3,397	3,391	3,386	7		
8	3,202	3,187	3,173	3,161	3,150	3,140	3,131	3,123	3,115	3,108	3,102	3,095	3,089	8		
9	2,989	2,974	2,960	2,948	2,936	2,926	2,917	2,908	2,900	2,893	2,886	2,879	2,874	9		
10	2,828	2,812	2,798	2,785	2,774	2,764	2,754	2,745	2,737	2,730	2,723	2,716	2,710	10		
11	2,701	2,685	2,671	2,658	2,646	2,636	2,626	2,617	2,609	2,601	2,594	2,588	2,582	11		
12	2,599	2,583	2,568	2,555	2,544	2,533	2,523	2,514	2,505	2,498	2,491	2,484	2,478	12		
13	2,515	2,499	2,484	2,471	2,459	2,448	2,438	2,429	2,420	2,412	2,405	2,398	2,392	13		
14	2,445	2,428	2,413	2,400	2,388	2,377	2,367	2,357	2,349	2,341	2,333	2,326	2,320	14		
15	2,385	2,368	2,353	2,340	2,328	2,316	2,306	2,297	2,288	2,280	2,272	2,265	2,259	15		
16	2,333	2,317	2,302	2,288	2,276	2,264	2,254	2,244	2,235	2,227	2,220	2,212	2,206	16		
17	2,289	2,272	2,257	2,243	2,230	2,219	2,208	2,199	2,190	2,181	2,174	2,167	2,160	17		
18	2,250	2,233	2,217	2,203	2,191	2,179	2,168	2,159	2,150	2,141	2,134	2,126	2,119	18		
19	2,215	2,198	2,182	2,168	2,155	2,144	2,133	2,123	2,114	2,106	2,098	2,090	2,084	19		
20	2,184	2,167	2,151	2,137	2,124	2,112	2,102	2,092	2,082	2,074	2,066	2,059	2,052	20		
21	2,156	2,139	2,123	2,109	2,096	2,084	2,073	2,063	2,054	2,045	2,037	2,030	2,023	21		
22	2,131	2,114	2,098	2,084	2,071	2,059	2,048	2,038	2,028	2,020	2,012	2,004	1,997	22		
23	2,109	2,091	2,075	2,061	2,048	2,036	2,025	2,014	2,005	1,996	1,988	1,981	1,973	23		
24	2,088	2,070	2,054	2,040	2,027	2,015	2,003	1,993	1,984	1,975	1,967	1,959	1,952	24		
25	2,069	2,051	2,035	2,021	2,007	1,995	1,984	1,974	1,964	1,955	1,947	1,939	1,932	25		
26	2,052	2,034	2,018	2,003	1,990	1,978	1,966	1,956	1,946	1,938	1,929	1,921	1,914	26		
27	2,036	2,018	2,002	1,987	1,974	1,961	1,950	1,940	1,930	1,921	1,913	1,905	1,898	27		
28	2,021	2,003	1,987	1,972	1,959	1,946	1,935	1,924	1,915	1,906	1,897	1,889	1,882	28		
29	2,007	1,989	1,973	1,958	1,945	1,932	1,921	1,910	1,901	1,891	1,883	1,875	1,868	29		
30	1,995	1,976	1,960	1,945	1,932	1,919	1,908	1,897	1,887	1,878	1,870	1,862	1,854	30		
31	1,983	1,965	1,948	1,933	1,920	1,907	1,896	1,885	1,875	1,866	1,857	1,849	1,842	31		
32	1,972	1,953	1,937	1,922	1,908	1,896	1,884	1,873	1,864	1,854	1,846	1,838	1,831	32		
33	1,961	1,943	1,926	1,911	1,898	1,885	1,873	1,863	1,853	1,844	1,835	1,827	1,819	33		
34	1,951	1,933	1,917	1,902	1,888	1,875	1,863	1,853	1,843	1,833	1,825	1,817	1,809	34		
35	1,942	1,924	1,907	1,892	1,878	1,866	1,854	1,843	1,833	1,824	1,815	1,807	1,799	35		
40	1,904	1,885	1,868	1,853	1,839	1,826	1,814	1,803	1,793	1,783	1,775	1,766	1,759	40		
60	1,815	1,796	1,778	1,763	1,748	1,735	1,722	1,711	1,700	1,690	1,681	1,672	1,664	60		
80	1,757	1,737	1,720	1,705	1,689	1,675	1,662	1,650	1,639	1,629	1,620	1,611	1,602	80		
100	1,746	1,726	1,709	1,693	1,677	1,663	1,650	1,638	1,627	1,616	1,607	1,598	1,589	100		
120	1,728	1,709	1,692	1,675	1,659	1,645	1,632	1,620	1,608	1,598	1,588	1,579	1,570	120		
inf.	1,644	1,623	1,604	1,587	1,571	1,556	1,542	1,529	1,517	1,506	1,496	1,486	1,476	inf.		

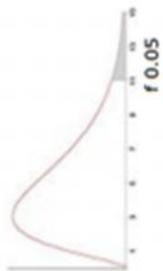
Distribución F (0,05) - Pág. 2



Anexos



VALORES CRÍTICOS DE LA DISTRIBUCIÓN F (0,05)



área a la derecha del valor crítico = 0,05

		Grados de libertad del Numerador															Grados de libertad del Denominador														
		37	38	39	40	50	60	100	120	Inf.	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	50	60	100	120	Inf.	g.d.i.	g.d.i.				
1	250,2	250,4	250,5	250,6	250,7	250,8	250,9	251,0	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	251,1	1				
2	19,463	19,464	19,465	19,466	19,467	19,468	19,469	19,470	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	19,471	2				
3	8,614	8,611	8,609	8,606	8,604	8,602	8,600	8,598	8,596	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	8,594	3				
4	5,742	5,739	5,735	5,732	5,729	5,727	5,724	5,722	5,719	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	5,717	4				
5	4,492	4,488	4,484	4,481	4,478	4,474	4,472	4,469	4,466	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	4,464	5				
6	3,804	3,800	3,796	3,792	3,789	3,786	3,783	3,780	3,777	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	3,774	6				
7	3,371	3,367	3,363	3,359	3,356	3,353	3,349	3,346	3,343	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	3,340	7				
8	3,075	3,070	3,066	3,062	3,059	3,055	3,052	3,049	3,046	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	3,043	8				
9	2,859	2,854	2,850	2,846	2,842	2,839	2,835	2,832	2,829	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	2,826	9				
10	2,695	2,690	2,686	2,681	2,678	2,674	2,670	2,667	2,664	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	2,661	10				
11	2,565	2,561	2,556	2,552	2,548	2,544	2,541	2,537	2,534	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	2,531	11				
12	2,461	2,456	2,452	2,447	2,443	2,439	2,436	2,432	2,429	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	2,426	12				
13	2,375	2,370	2,366	2,361	2,357	2,353	2,349	2,346	2,342	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	2,339	13				
14	2,303	2,298	2,293	2,289	2,284	2,280	2,277	2,273	2,270	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	2,266	14				
15	2,241	2,236	2,232	2,227	2,223	2,219	2,215	2,211	2,208	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	2,204	15				
16	2,188	2,183	2,178	2,174	2,169	2,165	2,161	2,158	2,154	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	2,151	16				
17	2,142	2,137	2,132	2,127	2,123	2,119	2,115	2,111	2,107	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	2,104	17				
18	2,102	2,096	2,091	2,087	2,082	2,078	2,074	2,070	2,066	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	2,063	18				
19	2,066	2,060	2,055	2,050	2,046	2,042	2,037	2,034	2,030	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	2,026	19				
20	2,033	2,028	2,023	2,018	2,013	2,009	2,005	2,001	1,997	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	1,994	20				
21	2,004	1,999	1,994	1,989	1,984	1,980	1,976	1,972	1,968	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	1,965	21				
22	1,978	1,973	1,968	1,963	1,958	1,954	1,949	1,945	1,942	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	1,938	22				
23	1,955	1,949	1,944	1,939	1,934	1,930	1,925	1,921	1,918	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	1,914	23				
24	1,933	1,927	1,922	1,917	1,912	1,908	1,904	1,900	1,896	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	1,892	24				
25	1,913	1,908	1,902	1,897	1,892	1,888	1,884	1,879	1,876	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	1,872	25				
26	1,895	1,889	1,884	1,879	1,874	1,869	1,865	1,861	1,857	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	1,853	26				
27	1,878	1,872	1,867	1,862	1,857	1,852	1,848	1,844	1,840	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	1,836	27				
28	1,863	1,857	1,851	1,846	1,841	1,837	1,832	1,828	1,824	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	1,820	28				
29	1,848	1,842	1,837	1,832	1,827	1,822	1,818	1,813	1,809	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	1,806	29				
30	1,835	1,829	1,823	1,818	1,813	1,808	1,804	1,800	1,796	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	1,792	30				
31	1,822	1,816	1,811	1,805	1,800	1,796	1,791	1,787	1,783	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	1,779	31				
32	1,810	1,804	1,799	1,794	1,789	1,784	1,779	1,775	1,771	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	1,767	32				
33	1,799	1,793	1,788	1,783	1,778	1,773	1,768	1,764	1,760	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	1,756	33				
34	1,789	1,783	1,777	1,772	1,767	1,762	1,758	1,753	1,749	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	1,745	34				
35	1,779	1,773	1,768	1,762	1,757	1,752	1,748	1,743	1,739	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	1,735	35				
40	1,738	1,732	1,726	1,721	1,715	1,710	1,706	1,701	1,697	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	1,693	40				
60	1,642	1,636	1,630	1,624	1,618	1,613	1,608	1,603	1,599	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	1,594	60				
80	1,595	1,588	1,582	1,576	1,570	1,564	1,558	1,552	1,547	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	1,541	80				
90	1,579	1,572	1,566	1,560	1,554	1,548	1,542	1,536	1,530	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	1,524	90				
100	1,566	1,559	1,553	1,547	1,541	1,535	1,529	1,523	1,517	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	1,511	100				
120	1,547	1,540	1,534	1,527	1,521	1,515	1,509	1,503	1,497	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	1,491	120				
Inf.	1,451	1,444	1,436	1,429	1,423	1,417	1,411	1,405	1,399	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	1,394	Inf.				



Tabla C. Factores para calcular límites de control para grafica X-R.

Factores para calcular líneas centrales y límites de control 3σ para gráficas de \bar{X} , s y R														
TABLA DE PROMEDIOS		TABLA DE DESVIACIONES ESTÁNDAR						TABLA DE RANGOS						
OBSERVACIONES EN LA MUESTRA, n	FACTORES PARA LÍMITES DE CONTROL			FACTORES PARA LÍMITES DE CONTROL			FACTOR PARA LÍNEA CENTRAL		FACTORES PARA LÍMITES DE CONTROL					
	A	A_2	A_3	C_4	B_3	B_4	B_5	B_6	d_2	d_3	D_1	D_2	D_3	D_4
2	2.121	1.880	2.659	0.7979	0	3.267	0	2.606	1.128	0.853	0	3.686	0	3.267
3	1.732	1.023	1.954	0.8862	0	2.568	0	2.276	1.693	0.888	0	4.358	0	2.574
4	1.500	0.729	1.628	0.9213	0	2.266	0	2.088	2.059	0.880	0	4.698	0	2.282
5	1.342	0.577	1.427	0.9400	0	2.089	0	1.964	2.326	0.864	0	4.918	0	2.114
6	1.225	0.483	1.287	0.9515	0.030	1.970	0.029	1.874	2.534	0.848	0	5.078	0	2.004
7	1.134	0.419	1.182	0.9594	0.118	1.882	0.113	1.806	2.704	0.833	0.204	5.204	0.076	1.924
8	1.061	0.373	1.099	0.9650	0.185	1.815	0.179	1.751	2.847	0.820	0.388	5.306	0.136	1.864
9	1.000	0.337	1.032	0.9693	0.239	1.761	0.232	1.707	2.970	0.808	0.547	5.393	0.184	1.816
10	0.949	0.308	0.975	0.9727	0.284	1.716	0.276	1.669	3.078	0.797	0.687	5.469	0.223	1.777
11	0.905	0.285	0.927	0.9754	0.321	1.679	0.313	1.637	3.173	0.787	0.811	5.535	0.256	1.744
12	0.866	0.266	0.886	0.9776	0.354	1.646	0.346	1.610	3.258	0.778	0.922	5.594	0.283	1.717
13	0.832	0.249	0.850	0.9794	0.382	1.618	0.374	1.585	3.336	0.770	1.025	5.647	0.307	1.693
14	0.802	0.235	0.817	0.9810	0.406	1.594	0.399	1.563	3.407	0.763	1.118	5.696	0.328	1.672
15	0.775	0.223	0.789	0.9823	0.428	1.572	0.421	1.544	3.472	0.756	1.203	5.741	0.347	1.653
16	0.750	0.212	0.763	0.9835	0.448	1.552	0.440	1.526	3.532	0.750	1.282	5.782	0.363	1.637
17	0.728	0.203	0.739	0.9845	0.466	1.534	0.458	1.511	3.588	0.744	1.356	5.820	0.378	1.622
18	0.707	0.194	0.718	0.9854	0.482	1.518	0.475	1.496	3.640	0.739	1.424	5.856	0.391	1.608
19	0.688	0.187	0.698	0.9862	0.497	1.503	0.490	1.483	3.689	0.734	1.487	5.891	0.403	1.597
20	0.671	0.180	0.680	0.9869	0.510	1.490	0.504	1.470	3.735	0.729	1.549	5.921	0.415	1.585

Reproducción Tabla B. Factores para calcular líneas de tendencia central y límites de control para gráficas X-R. (Besterfield, 2009)



BIBLIOGRAFÍA

Ackoff R.L., *“El paradigma de Ackoff: Administración Sistémica”*, Limusa-Wiley, 2004, p.p. 367.

Canavos G., *“Probabilidad y Estadística: aplicaciones y métodos”*, McGraw-Hill, 1988, p.p. 379-415.

Carreño X., Cruz X., *“Algebra”*, Arrayan, 2002, p.p. 6-85

Castillo S., Cabrerizo J., *“Evaluación educativa de aprendizajes y competencias”*, Pearson, 2010, p.p. 4-44.

Cuadras C., *“Nuevos Métodos de Análisis Multivariante”*, CMC Editions, 2012, p.p. 97-103.

Besterfeld D., *“Control de la Calidad”*, Pearson, 2009, p.p. 77-240.

Deming W., *“Calidad productividad y competitividad: la salida de la crisis”*, Díaz de Santos, 1989, p.p. 13-235.

Departamento de Creación Editorial de Lexus Editores, *“Algebra: Manual de preparación pre-universitaria”*, Lexus, 2008, p.p. 13-235.

Devore J., *“Probabilidad y Estadística: para Ingeniería y Ciencias”*, McGraw- Hill, 2002, p.p. 54-86.

González D., Castañeda S., Maytoarena M. de los A., *“Estrategias referidas al aprendizaje, la instrucción y la evaluación”*, Pearson, 2009, p.p. 23-61.

Maibaum G., *“Teoría de probabilidades y estadística matemática”*, Pueblo y Educación, 1976, p.p. 136-146.

Münch L., *“Administración Escuelas, proceso administrativo, áreas funcionales y desarrollo emprendedor”*, Pearson, 2009, p.p. 34-57.

Murray S., Moyer R., *“Álgebra Superior”*, McGraw-Hill, 2007, p.p. 1-124.

Murray S., *“Probabilidad y Estadística: teoría y problemas resueltos”*, McGraw-Hill, 1976, p.p. 211-257.

Poole D., *“Álgebra lineal: una introducción moderna”*, Cengage Learning, 2011, p.p. 142-197.

Puertas J., Marques M., *“Matemáticas Universitaria: algebra”*, Bello, 1973, p.p. 259-292.



Summer D., “Administración de la Calidad”, Pearson, 2006, p.p. 237- 293.

Tori A., “*Problemas de algebra y como resolverlos*”, Racso, 1998, p.p. 11-265.

Sterling M., “*Algebra II For Dummies*”, Wiley Publishing, 2006, p.p 7-225.

Walpole R., Myers R., Myres S., “*Probabilidad y estadística para ingenieros*”, Pearson, 1999, p.p. 436-480.

Meso grafía

Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, 2000, “Estadísticas Educativas de Hombres y Mujeres”, [http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/estudios/sociodemografico/esteduhyym/2000/est_eduhym.pdf], consultados el 25 agosto del 2013.

OECD, 2009, Pisa: Mathematics proficiency, [<http://www.oecd.org/centrode/mexico/estadisticas/982010071P1G003.xls>], consultado en 15 de agosto del 2013.

Universia, 08/agosto/ 2013, [<http://noticias.universia.net.mx/actualidad/noticia/2013/08/08/1041659/estudiantes-bachillerato-presentan-nivel-matematicas.html>], consultado en 15 de agosto del 2013.

Salidas H., 2008, Universidad Regional Mendoza, “Apéndice 1: Tablas estadísticas”, Probabilidad y Estadística, [<http://www.mat.uda.cl/hsalinas/cursos/2008/probabilidad/tablas2.pdf>], consultado 25 agosto del 2013.