

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES

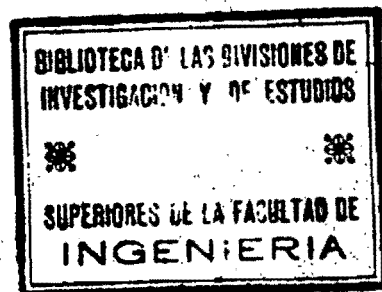


INESTABILIDAD ELASTO-PLASTICA DE MARCOS

TESIS

Que para obtener el grado de

DOCTOR EN INGENIERIA



Presenta el

Ing. M. en I. ARMANDO FLORES VICTORIA

MEXICO

1970



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INESTABILIDAD ELASTO-PLASTICA DE MARCOS

- INDICE -

RECONOCIMIENTO	3
NOTACION	4
CAPITULO 1. INTRODUCCION	
1.1 El concepto de inestabilidad de marcos	9
1.2 Algunas contribuciones importantes al problema de inestabilidad inelástica de marcos	15
1.3 Parámetros básicos de carga	16
CAPITULO 2. INESTABILIDAD DE MARCOS	
2.1 Limitaciones e hipótesis del estudio	21
2.2 Condición de inestabilidad	27
2.3 Planteo matricial de la solución paso a paso	28
2.4 Características del problema de inestabilidad de marcos	83
2.5 Métodos de solución	88
2.6 Parámetros dominantes	95
2.7 Efectos secundarios	101
CAPITULO 3. PROGRAMA PARA COMPUTADORA DIGITAL	
3.1 Programas previos	122
3.2 Metodo usado	126
3.3 Descripción del diagrama de flujo general	129
CAPITULO 4. COMPORTAMIENTO DE MARCOS	
4.1 Descripción de los marcos estudiados	136
4.2 Criterios de carga y comportamiento	151
4.3 Desplazamientos horizontales	152
4.4 Diagramas de interacción a la inestabilidad	156
4.5 Diagramas de interacción de articulaciones plásticas	158
4.6 Configuraciones de articulaciones plásticas a la inestabilidad	159
4.7 Rotaciones plásticas máximas a la inestabilidad	163
4.8 Valores de P/P_E , de rigidez y de transporte a la inestabilidad	164
4.9 Valores de P/P_y y reducción de momento plástico a la inestabilidad	166
4.10 Significado de la fórmula de Merchant en el diagrama de interacción	167

CAPITULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 El comportamiento a la inestabilidad - - - - -	169
5.2 La importancia de cumplir el equilibrio en la posición lateral deformada - - - - -	171
5.3 El analisis a la inestabilidad con computadora - - - - -	172
5.4 Recomendaciones - - - - -	175
REFERENCIAS - - - - -	176
TABLAS - - - - -	182
FIGURAS - - - - -	182

APENDICE A. PROGRAMA PARA COMPUTADORA

A.1 Planteo de ecuaciones - - - - -	258
A.2 Estudio de los miembros - - - - -	261
A.3 Criterio de extrapolación - - - - -	264
A.4 Instructivo de formulación de datos. Ejemplo - - - - -	267
A.5 Instructivo de interpretación de respuestas - - - - -	287
A.6 Listas del programa - - - - -	314

APENDICE B. COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y TRANSPORTE EN COLUMNAS

B.1 Ecuación diferencial de columnas. Solución - - - - -	332
B.2 Relación carga-deformación - - - - -	334
B.3 Coeficientes de rigidez y transporte - - - - -	337

APENDICE C. ECUACIONES DE MIEMBROS

C.1 Matrices de rigidez. Trabes. Columnas - - - - -	341
C.2 Momentos de empotramiento. Trabes. Columnas - - - - -	343
C.3 Estado de momentos en miembros. Trabes. Columnas - - - - -	345
C.4 Reducción de momento plastico en columnas por efecto de carga axial - - - - -	349
C.5 Apertura de articulaciones plásticas - - - - -	350
C.6 Analisis del cierre de articulaciones y cálculo de su rotación plástica - - - - -	350

A mis padres, esperanza y realidad

A mi hermana, Emma, mujer de temple

A mi esposa, Carmen, inocencia y paciencia

A mis hijos, Jesus Armando y Nadia Yamel, ¿porqué eso papá?

Al Estado de Baja California, la sal del progreso

Al Sr. Victor González Príncipe, q. e. p. d.

A México

Reconocimiento

Mi especial agradecimiento al Centro de Cálculo Electrónico de la UNAM por sus facilidades y a todas aquellas personas e instituciones que en su oportunidad cooperaron con su orientación para hacer posible la culminación de mis estudios de posgrado. En particular a:

Dr. Javier Salazar Resines, por su esperanza

Dr. Jorge I. Bustamante, por su confianza

Dr. R. H. Wood, por su gran orientación inicial al tema

Ing. Oscar de Buen L. de E., por su problema de ejemplo

Dr. Emilio Rosenblueth, por su comprensión

Dr. Roger Diaz de Cossío, por su paciencia

Dr. Juan Casillas G. de L., por su dedicada revisión y dirección del presente trabajo; así como a:

Fundación Ingeniería A. C.

Fundación Ford

Academia de la Investigación Científica

Instituto de Ingeniería,

por su apoyo brindado.

NOTACION

A, A' = carga de inestabilidad, fig 1

A = extremo izquierdo de trabe; extremo inferior de columna

\bar{A} = matriz de rigideces de sólo rotaciones de nudos, ec 2.25

A, A_0 = área de columna

a = relación momento aplicado a momento plástico en extremo A

A_p = matriz de rigideces angulares de nudos permitiéndose movimientos horizontales, ec 2.37.C

\tilde{A} = matriz A sin considerar efecto de carga axial en columnas

B = extremo derecho de trabe; extremo superior de columna

B = matriz de rigideces de transporte, ec. 2.25

b = relación momento aplicado a momento plástico en extremo B

B^T = matriz B traspuesta

\tilde{B} = matriz B sin considerar efecto de carga axial en columnas

C = columna

C = centro de miembro, trabe o columna

c = distancia del centro del claro al punto de momento máximo, fig 15. Separación entre cargas concentradas fig 18

D = matriz de rigidez lateral cumpliendo equilibrio en el estado inicial sin desplazamiento del marco, ec 2.25

D_p = matriz de rigidez lateral permitiendo rotación de nudos, ec 2.39.C

\tilde{D} = matriz D sin efecto de carga axial en las columnas

E, E_0 = módulo de elasticidad

E_s, E'_s = módulo de elasticidad tangente en endurecimiento a la deformación

EI = rigidez a flexión de sección elástica

$E-P$ = marco elasto-plástico con efecto de reducción de momento plástico y de coeficiente de rigidez en columnas, cumpliendo equilibrio en la posición lateral deformada del marco

e = exceso al momento plástico por endurecimiento, fig 18

F = fuerza lateral concentrada en nivel de trabes

f = vector de cargas sobre el marco o vector de términos independientes del sistema de ecuaciones

f_y = esfuerzo de fluencia

H = horizontal en λ_H

h = longitud de columna, distancia entre dos niveles consecutivos

h = distancia al apoyo de carga concentrada, fig 18.
"Distancia equivalente de cantilever," fig 23

I = momento de inercia de miembro; matriz unitaria

i, j = índice entero 1, 2, ..., N

K = matriz de rigideces del sistema de ecuaciones

K^T, K^C = EI/L de trabes y EI/h de columnas, respectivamente

K_A, K_B = rigidez angular de extremo de miembro

k_s, \bar{k}_s = coeficiente de endurecimiento por deformación

L = longitud de trabe

M = momento

M_A, M_B, M_c = momentos sobre los extremos A y B y al centro del miembro, positivos con las manecillas del reloj

M_p, M^p = momento plástico admisible

M_y = momento de primera fluencia

\bar{M} = momento de empotramiento. Vector de términos independientes de momentos de desequilibrio del sistema de ecuaciones

M-E-P = marco elasto-plástico con momento plástico constante en las columnas

M-R-P = marco rígido-plástico con momento plástico constante en las columnas

m = coeficiente de Merchant o factor de corrimiento puro, ec 37 del apéndice B

M_s = ductilidad al comenzar el endurecimiento por deformación, ϵ_s / ϵ_y

N = número de grados de libertad del marco

n = entero 1, 2, ..., N

n = coeficiente de no cortante, ec 42 del apéndice B

n_s, n'_s = relación E/E_s , E/E'_s

O = coeficiente de no cortante, ec 43 del apéndice B

O' = coeficiente O de solo la mitad de la columna

P = carga axial, positiva de compresión

P_y = carga axial de fluencia o aplastamiento de columna

P_E = carga de pandeo de Euler = $\pi^2 EI / L^2$

P- Δ = efecto P- Δ = efecto de la excentricidad de la carga vertical

$\bar{P}h$ = matriz reductiva de rigidez lateral por efecto de carga vertical

Q = forma cuadrática, ec 2.33.a

η = parametro = PL^2/EI

R = radio de curvatura, $1/R$ fig 4

R_{fp} = coeficiente de reducción de flexión plástica en columnas, apéndice C.4.

\bar{R}_A, \bar{R}_B = reacciones verticales de empotramiento en traves

R - P = marco rígido-plástico con reducción de momento plástico en columnas

s = zona de contaminación en el endurecimiento por deformación, fig 23

T = trabe

t = factor de transporte en columnas elásticas, ecs 19 y 32 del apéndice B

V = energía potencial total, Vertical en λv

V = fuerza cortante

\bar{V}_h = cortantes laterales totales en entrepisos multiplicados por la distancia entre niveles. Vector de términos independientes de momentos de cortante lateral del sistema de ecuaciones

W = carga vertical concentrada en traves

X = desplazamientos del marco. Vector de incógnitas del sistema de ecuaciones

x = coordenada longitudinal de miembros

Z = vector característico, ec 2.33.c

α = coeficiente de columnas $\neq 2\alpha = L\sqrt{P/EI}$. Apéndice A

Δ = desplazamiento

$\Delta x, \Delta f, \Delta \theta \dots$ = incremento de x , de f , de θ , ...

ε = deformación unitaria

$\varepsilon_y, \varepsilon_s$ = deformación unitaria de fluencia y de principio de endurecimiento, respectivamente

Θ = rotación de extremo de miembro. Vector de rotaciones de miembros

$\bar{\Theta}$ = rotación de nudo, vector de rotaciones de nudos

Θ_y, Θ_s = rotación de plastificación y de principio de endurecimiento, fig 18

Θ_p, Θ^p = rotación plástica

λ = factor de carga

λ_c, λ_{det} = factor de carga crítica, factor de carga crítica deteriorada

λ_F, λ_I = factor de carga de falla o inestabilidad

λ_H, λ_V = factor de cargas horizontales y factor de cargas verticales, respectivamente

λ_p, λ_y = factor de carga de mecanismo por colapso rígido plástico

ρ = parametro = $P/P_E = \eta/\pi^2$

σ_y = esfuerzo de fluencia

ϕ = rotación lateral de columna = Δ/h . Vector de rotaciones laterales de niveles

ϕ, ϕ_y, ϕ_s = curvatura, fig 17.

ω = carga uniforme en trabes

CAPITULO 1. INTRODUCCION

1.1 EL CONCEPTO DE INESTABILIDAD DE MARCOS

En este trabajo se estudia el fenómeno de inestabilidad de marcos planos reticulares con comportamiento elasto-plástico, cuando las cargas aplicadas se incrementan desde cero por vez primera. Los marcos constan de una red ortogonal de trabes y columnas y las cargas aumentan gradualmente sin originar efectos dinámicos. Se supone que la relación carga-deformación del material no depende del tiempo, por lo que no influye la velocidad de aplicación de la carga ni su duración.

Si en un marco aislado y estable se aumenta su estado de cargas, se llega a una situación donde el marco ya no tiene rigidez positiva y no es posible continuar incrementando las cargas. A ese valor de las cargas se le denominará carga de inestabilidad. Su importancia radica en que con dicha carga casi siempre se presenta el colapso total del marco.

En la fig 1 se muestra con línea continua una curva típica carga-desplazamiento de marcos, cuando cargas verticales y laterales actúan simultáneamente. En esa figura, inicialmente la curva tiene pendiente positiva y el marco es estable; al llegarse al punto A, de carga máxima, se presenta inestabilidad. También la rama descendente indica inestabilidad. En este trabajo se tratará de determinar la carga definida por el punto A de la fig. 1.

En seguida se planteará la condición de inestabilidad usada en este trabajo. Para ello se partirá de conceptos generales como sigue:

Sea N el número de puntos donde se definen las cargas y sus correspondientes desplazamientos del marco en su estado deformado, sean X_1, X_2, \dots, X_N los desplazamientos y sean f_1, f_2, \dots, f_N las fuerzas aplicadas. En este trabajo se

hace que N coincida con el número de grados de libertad del marco.

Se dirá que el marco es inestable cuando sea posible encontrar al menos un conjunto de incrementos de desplazamientos:

$$(\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_N)$$

junto con sus correspondientes incrementos de fuerzas:

$$(\Delta f_1, \Delta f_2, \dots, \Delta f_N)$$

tales que sea nulo o negativo el trabajo de los incrementos de fuerzas al actuar sobre los incrementos de desplazamiento; es decir, el marco es inestable cuando:

$$\sum_{i=1}^N \Delta x_i \Delta f_i \leq 0 \tag{1.1}$$

donde Δf_i y Δx_i son incrementos reales de fuerzas y desplazamientos respectivamente, que se determinan cumpliendo el equilibrio del marco con las cargas $f_i + \Delta f_i$ en el estado deformado $x_i + \Delta x_i$. Haciendo Δx_i y Δf_i suficientemente pequeños, la ec 1.1 representa una condición de rigidez nula o negativa del marco en estudio. Además, ~~en la ec 1.1 no se ha considerado un coeficiente positivo del orden de un medio que es irrelevante~~ Alternativamente, el marco tiene rigidez nula o negativa cuando la pendiente de la curva carga desplazamiento es nula o negativa, fig 1. Cabe mencionar que en la ec. 1.1 no se ha considerado un coeficiente positivo del orden de un medio.

En este trabajo la carga de inestabilidad se determinará cuando sea posible satisfacer la ec 1.1 al aumentar las cargas desde cero por primera vez. Además, bastará encontrar al menos un conjunto Δx_i y Δf_i para decir que el marco es inestable.

Posteriormente se demostrará, en el artículo 2.4, que la ec 1.1 puede expresarse con la matriz de rigideces de la estructura, y corresponde al caso donde dicha matriz no es definida positiva.

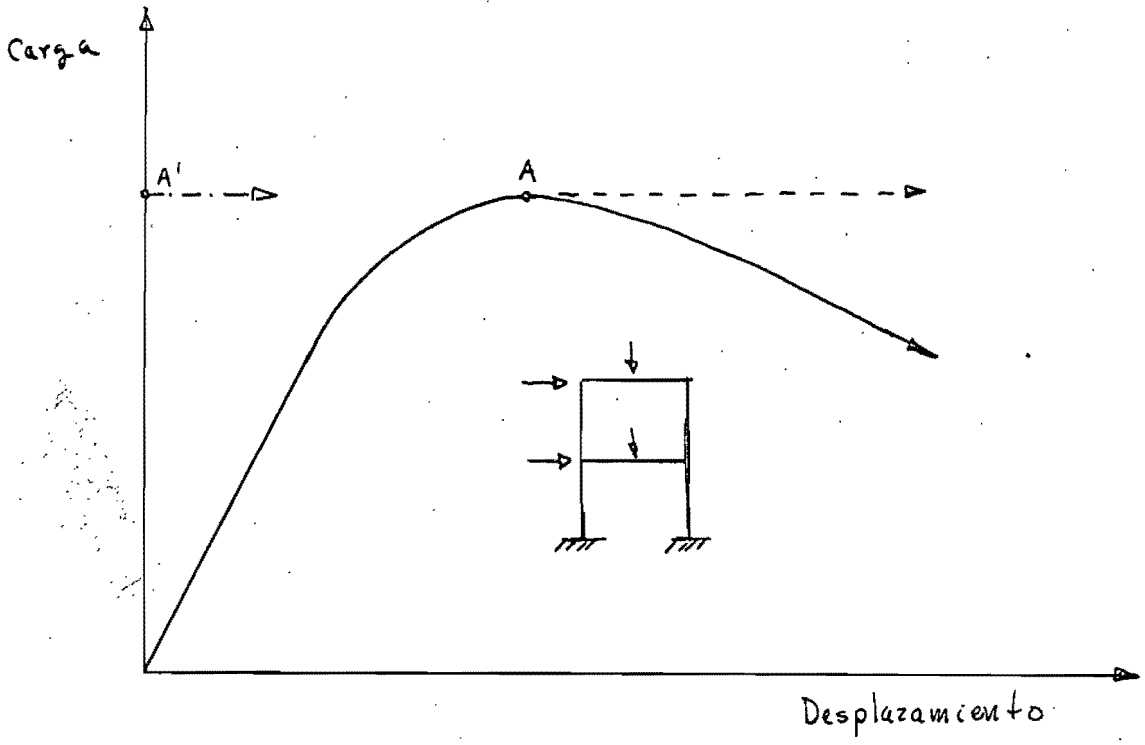


Fig 1. Curva carga-desplazamiento típica de marcos.

A continuación se describen varios tipos de inestabilidad que cumplen la ec 1.1 y pueden ocurrir en marcos; que son:

Inestabilidad Elástica

Inestabilidad Inelástica

Inestabilidad Rígido-plástica

Inestabilidad elástica. Cuando los miembros de un marco, trabes y columnas, son suficientemente esbeltos, la inestabilidad se puede presentar con un comportamiento elástico lineal de todos sus miembros. Esto ha sido bastante estudiado en la literatura, tanto en columnas aisladas como en marcos; en ambos casos el fenómeno tiene muchas características comunes (1). En especial, en marcos sin carga lateral y con miembros inicialmente rectos, a veces es posible aumentar la carga vertical hasta un valor en que pueden darse libremente movimientos horizontales a los niveles del marco sin requerir aplicar carga lateral. A esa situación se le conoce como bifurcación de la posición de equilibrio, & se encuentra indicada con el punto A' en la fig 1. A la carga de inestabilidad elástica se le llama carga crítica elástica o simplemente carga crítica. En el caso de haber desplazamientos laterales del marco conforme se aumenta la carga vertical, la carga del punto A' coincide, para fines prácticos, con la carga definida por el punto A de la fig 1. En particular, a veces a la carga definida por el punto A' se le denomina carga de pandeo; que es el mismo término usado en el estudio de columnas aisladas. La carga crítica se muestra en la fig 2 con λ_c .

~~Inestabilidad inelástica. Ella se presenta ~~con~~ junto con el estado ya inelástico de algunas partes del marco. Dicha ~~inelástica~~ comportamiento inelástico es a veces representado por medio de articulaciones plásticas (2).~~

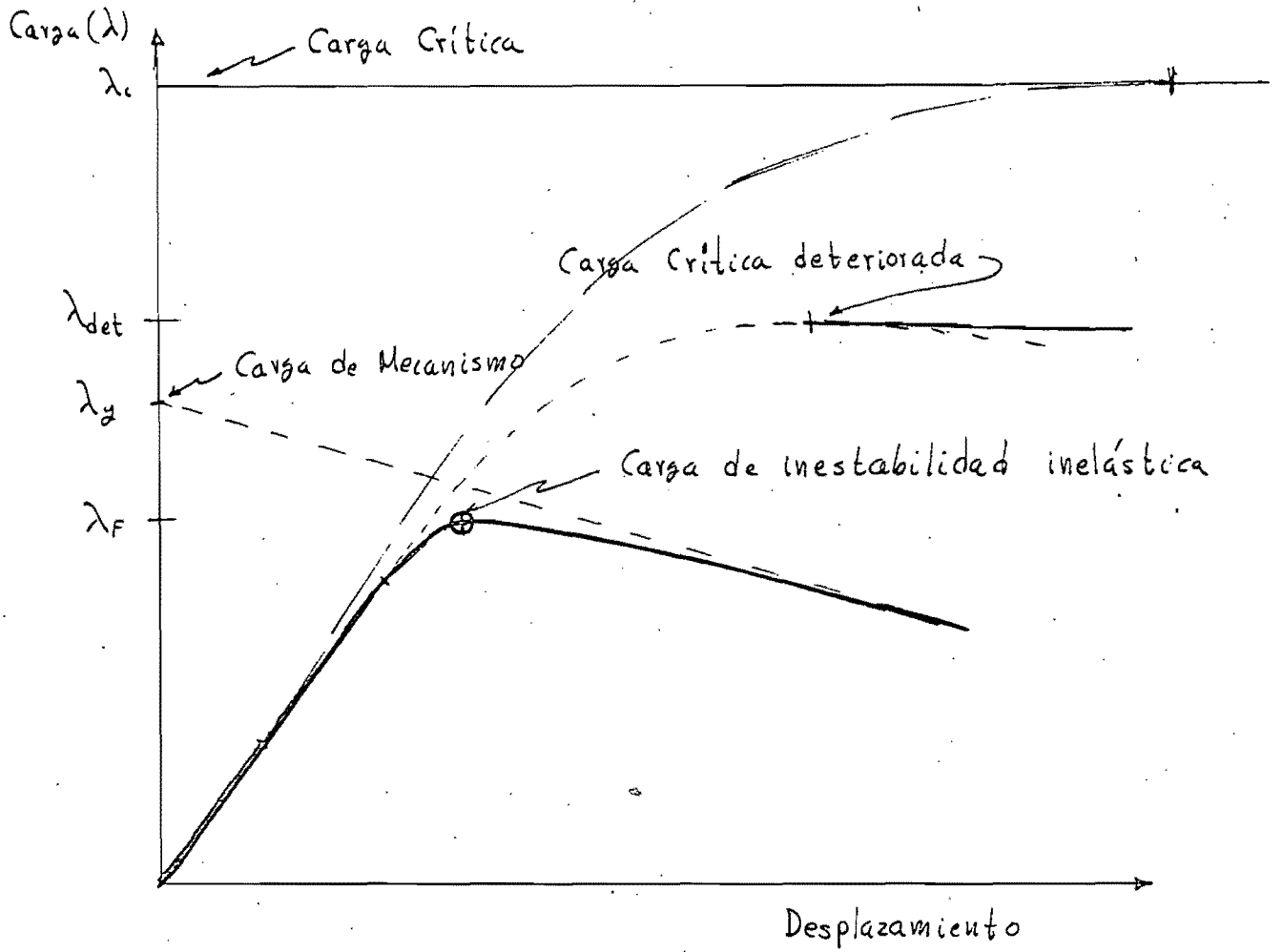


Fig 2. Tipos fundamentales de cargas de inestabilidad

Inestabilidad Inelástica. En la fig. 1 se aprecia que la carga de inestabilidad, punto A, se presentó debido a un comportamiento no lineal del marco. Además, cuando la inestabilidad se presenta junto con el estado ya inelástico de algunas partes del marco, se tiene inestabilidad inelástica. A su vez, la representación teórica del comportamiento inelástico puede hacerse mediante articulaciones plásticas en el marco⁽²⁾; cosa que conduce a suponer un comportamiento elasto-plástico de los miembros del marco. Así, por ejemplo, la inestabilidad inelástica de un marco se presenta cuando hay una o más articulaciones plásticas en él. En éste último caso, la inestabilidad es, propiamente dicho, inestabilidad elasto-plástica. La carga de inestabilidad inelástica se indica con λ_c en la fig. 2.

Inestabilidad Rígido-Plástica. El análisis plástico, que supone comportamiento rígido-plástico del material, desprecia "ab initio" la ^{posible} presencia de inestabilidad elástica al no considerar comportamiento elástico, y se concreta a encontrar el mecanismo de colapso^(3,4). Esto es una aproximación al comportamiento de un marco cuando éste experimenta desplazamientos despreciables antes de alcanzar la inestabilidad, punto A' de la fig. 1. Así, al lograrse determinar un mecanismo en el marco, ya sea parcial, que abarca unos cuantos miembros, o total, donde intervienen todos los miembros del marco, se tiene inestabilidad rígido-plástica; debido a que la bifurcación de la posición de equilibrio permite que los ~~deformaciones~~ desplazamientos puedan aumentarse con carga constante. Rigurosamente, cuando se forma un mecanismo de colapso lateral del marco, las cargas deben disminuirse al aumentar los desplazamientos horizontales porque aumenta la excentricidad de la carga vertical. La carga de mecanismo se indica con λ_g en la fig. 2.

1.2 ALGUNAS CONTRIBUCIONES IMPORTANTES AL PROBLEMA DE INESTABILIDAD INELASTICA DE MARCOS.

W. Merchant ⁽¹⁾ hace una discusión sobre las ideas fundamentales que gobiernan el pandeo de columnas y su semejanza con la inestabilidad de marcos; como resultado de su discusión propone una fórmula del tipo Rankine:

$$\frac{\lambda_F}{\lambda_c} + \frac{\lambda_F}{\lambda_y} = 1 \quad (1.2)$$

que permite estimar λ_F a partir de conocer λ_c y λ_y , que se indican en la fig 2. La validez y aplicabilidad de ésta fórmula se ha analizado estadísticamente por W. Merchant, C. A. Rashid, A. Bolton y A. Salem ⁽⁵⁾ y mediante comparación con resultados experimentales por M. W. Low ⁽⁶⁾. En general la fórmula de Merchant, ec 1.2, es de tendencias conservadoras ^(5,6), excepto al aumentar la carga lateral.

R. H. Wood ⁽²⁾ hace un estudio detallado de las ideas tradicionales de diseño y del concepto de la inestabilidad de un marco como el resultado de la interacción de sus miembros. Señala la conveniencia de definir la carga crítica utilizando el concepto de rigidez nula obtenida con desplazamientos finitos. Por efecto de la plasticidad, introduce el concepto de carga crítica deteriorada λ_{det} , fig 2; la que disminuye de valor con cada nueva articulación plástica que se presenta. Hace notar la ventaja que proporcionan muros y divisiones interiores para evitar la inestabilidad del conjunto.

La importancia de las contribuciones anteriores consiste en que hacen ver con claridad el efecto de las hipótesis usadas al analizar el comportamiento de un marco, fig 2, y que la carga de inestabilidad λ_F es menor que λ_c o λ_y . Además se insiste en la necesidad urgente de contar con métodos y medicos rápidos.

y eficientes para cuantificar la importancia del fenómeno de inestabilidad.

Las contribuciones usando computadora digital ^{de alta velocidad} se describirán en el capítulo 3.

1.3 PARÁMETROS BÁSICOS DE CARGA

Entre los parámetros básicos de carga, o estados de carga, que han llegado a interesar en el análisis y diseño de marcos, se encuentran:

- a) Carga de primera fluencia
- b) Carga crítica
- c) Carga de mecanismo
- ch) Carga de inestabilidad inelástica

aunque en ciertos casos, los estados a), b) o c) pueden confundirse con el estado ch).

Factor de carga. Es tradicional representar el estado de cargas por medio de un factor común o factor de carga. Para ello se hace que las cargas sobre la estructura permanezcan proporcionales entre sí, y sólo se modifica dicho factor.

a) Determinación del factor de carga de primera fluencia. Para lograrlo, se supone que los miembros de la estructura tienen comportamiento elástico lineal. Se recurre a los métodos tradicionales de fuerzas o de desplazamientos para determinar la sección o punto de esfuerzo máximo. Luego, por proporción entre cargas y esfuerzos, se obtiene el factor de carga necesario para que dicha sección o punto alcance la fluencia.

b) Determinación del factor de carga crítica. En marcos, la carga crítica corresponde a la carga de pandeo en columnas. En este caso el método de las fuerzas queda sin aplicación y se emplea el método de los desplazamientos con distintas versiones (9-14). Se supone

un comportamiento elástico lineal del material y se tiene en cuenta la modificación del factor de rigidez y factor de transporte en las columnas por efecto de la carga axial (15, 16). A partir de los conceptos que se emplean (14, 17), la carga crítica se puede obtener por medio de uno de los métodos que se señalan en el cuadro I. En ese cuadro se aprecia de inmediato que el método energético plantea el problema clásico de valor extremo, haciendo uso del principio de la energía potencial mínima (18), y es matemáticamente equivalente al problema de equilibrio. Los criterios a) y b) del método de relajaciones corresponden a los métodos de Hoff y Lundquist, respectivamente (14). Por regla general, el factor de carga crítica se obtiene con la condición que haga nula la rigidez de la estructura, angular y lineal; o lo que es lo mismo, con la condición que haga nulo el determinante del sistema de ecuaciones.

Los métodos matriciales corresponden a la clasificación de analíticos. El proceso de condensar un determinante para verificar que es nulo el determinante del sistema, es análogo al método de sustituciones sucesivas de miembros por su rigidez equivalente (19). También, la verificación de que el determinante es nulo, puede hacerse tratando al sistema de ecuaciones como un problema de valores característicos (20). Un resumen de fórmulas para calcular la carga crítica de diversos marcos puede verse en la ref 21.

En todos los métodos propuestos el trabajo numérico es laborioso.

METODOS
ENERGETICOS

METODOS
ANALITICOS

METODOS DE
RELAJACIONES

El planteo se hace en la forma:

Se establece V_0 que es la energía potencial total del sistema y se hace:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = 0$$

para cada uno de los desplazamientos x ; resultando un sistema de ecuaciones homogéneas.

Se usan las ecuaciones pendiente-deformación donde se tiene en cuenta compatibilidad y se plantea el estado de equilibrio obteniéndose un sistema de ecuaciones homogéneas

Se establece un método de distribución de momentos, suponiendo

- a) Una perturbación, Par o fuerza, o alternativamente:
- b) Un desplazamiento fijo.

Se obtiene la carga crítica cuando:

Es nulo el determinante del sistema.

Es nulo el determinante del sistema.

- a) La distribución de momentos no converge, o alternativamente:
- b) Perturbación nula para producir el desplazamiento fijo.

CUADRO I. Esquema de métodos para la obtención de la carga crítica.

c) Determinación de la carga de mecanismo. Para conocer esta carga, que también se denomina de colapso plástico, se supone un comportamiento rígido-plástico a flexión de las secciones de los miembros del marco, con lo cual se suponen nulas las deformaciones elásticas, y se emplean los teoremas que se muestran a continuación (3,4):

TEOREMA DE UNICIDAD: Si se encuentra una distribución de momentos que satisface las tres condiciones siguientes:

- 1. Equilibrio: Existe equilibrio entre los elementos mecánicos internos y las cargas externas.
- 2. Mecanismo: Existe un número suficiente de articulaciones plásticas que vuelven la estructura, o parte de ella, un mecanismo.
- 3. Fluencia: En ningún punto o sección del marco se excede el esfuerzo de fluencia, o momento plástico admisible.

se obtiene el factor de carga de colapso plástico λ_p y este es único.

El teorema resulta práctico y aplicable a marcos simples. Para marcos de varias trabes y columnas se recurre a los siguientes teoremas:

TEOREMA DEL LIMITE INFERIOR: Si se encuentra un factor de carga λ_p^- , (léase lambda-p-menos) para el cual puede obtenerse una distribución de momentos que satisface:

- 1) Equilibrio
- 3) Fluencia

se cumple que:

$$\lambda_p^- \leq \lambda_p \tag{1.3}$$

TEOREMA DEL LIMITE SUPERIOR: Si se encuentra un factor de carga λ_p^+ , (léase lambda-p-más) para el cual puede

obtenerse una distribución de momentos que satisficase:

- 1) Equilibrio
- 2) Mecanismo

se cumple que $\lambda_p \leq \lambda_p^+$ (1.4)

La aplicación simultánea de ambos teoremas conduce a

$$\lambda_p^- \leq \lambda_p \leq \lambda_p^+ \quad (1.5)$$

acotándose así el valor de λ_p .

d) Determinación de la carga de inestabilidad inelástica. Para ello se considera un comportamiento elasto-plástico o inelástico del material, y la carga de inestabilidad se puede estimar con métodos paso a paso (⁷), o de tanteos (^{7,8}); aplicando incrementos de carga y usando el método de los desplazamientos una y otra vez, hasta obtener nula o negativa la rigidez del conjunto.

En cada etapa se tiene en cuenta el efecto de la no linealidad y de la plasticidad del material, así como del efecto de la carga axial en las columnas.

El cálculo de la inestabilidad inelástica por medio de computadora digital ha tenido un gran avance en los últimos años; sus características y métodos principales se tratarán en el capítulo 3.

CAPITULO 2. INESTABILIDAD DE MARCOS

2.1 LIMITACIONES E HIPOTESIS DEL ESTUDIO

A continuación se presentan las limitaciones e hipótesis fundamentales usadas en este trabajo.

Estructuración y carga

1. Se estudiarán marcos planos rectangulares aislados y constituidos por una red ortogonal de trabes y columnas, fig. 3(a).
2. Las cargas, las propiedades geométricas y las propiedades elasto-plásticas de los miembros se conocen en forma determinística.
3. Las trabes y columnas son de eje recto y de sección prismática, constante y de doble simetría. La simetría es respecto al plano del marco y respecto a un eje horizontal perpendicular a dicho plano y que pase por el centro de gravedad de la sección.
4. Las cargas se aplican en el plano del marco.
5. Las cargas se aplican sin producir efectos dinámicos, por lo que no se tiene en cuenta la inercia de la estructura.
6. Las cargas se separan en dos grupos: cargas verticales y cargas horizontales. El estado de cargas se representará por dos factores de carga; uno vertical λ_v y el otro horizontal λ_H . Dichos factores son independientes el uno del otro.

En las cargas verticales se incluyen fuerzas concentradas en nudos, fuerzas concentradas al centro de trabes, carga uniformemente repartida en trabes y momentos externos aplicados en los nudos. Las cargas horizontales son fuerzas aplicadas lateralmente en los niveles de trabes. En cada grupo las cargas permanecen proporcionales entre sí.

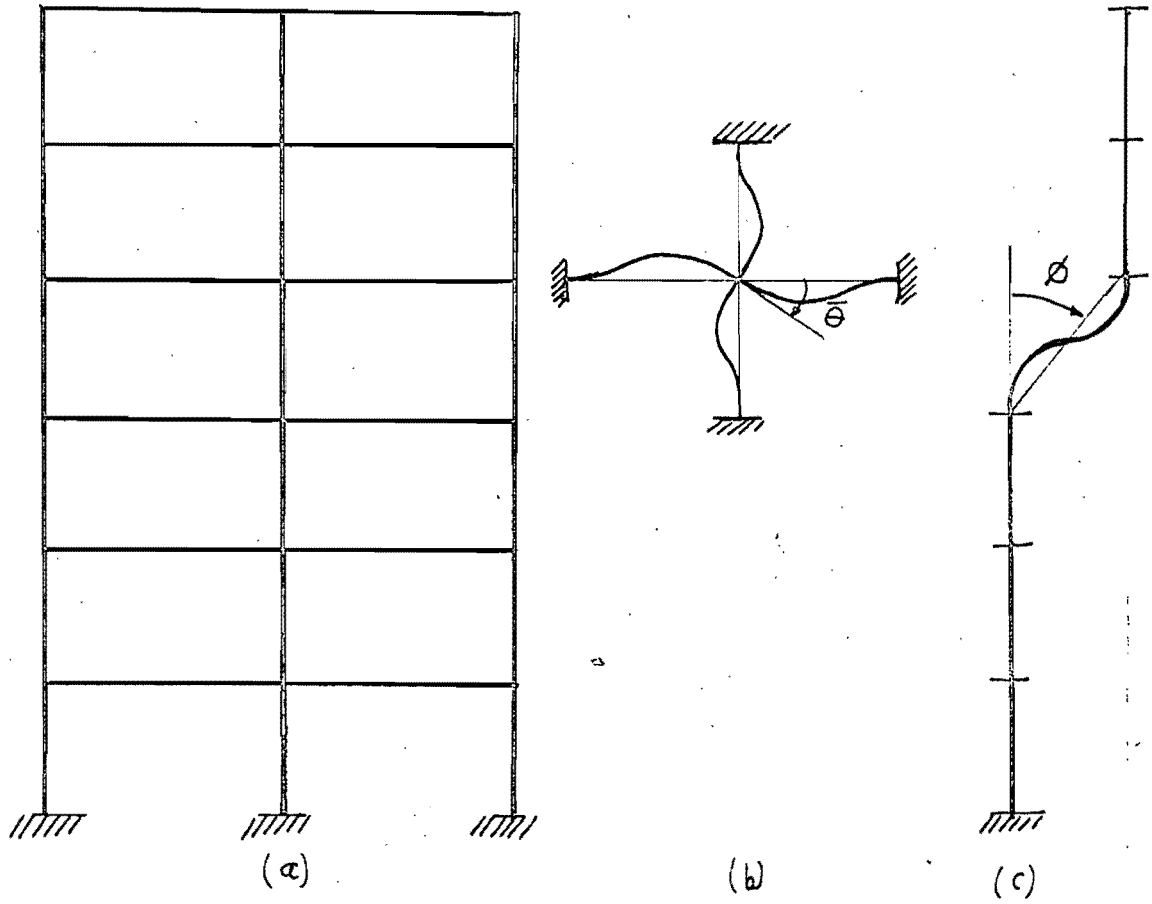


Fig. 3. Marco plano rectangular. Rotaciones de nudo y entrepiso.

Deformaciones y desplazamientos

7. Las deformaciones y desplazamientos estarán alojados en el plano del marco
8. Las deformaciones unitarias son pequeñas respecto a la unidad. También los desplazamientos horizontales de los niveles de trabes se suponen pequeños en relación con las dimensiones del marco.
9. Las deformaciones de los miembros serán sólo por efecto de flexión. No se tiene en cuenta el acortamiento de trabes y columnas, el efecto de fuerza cortante, ni efectos de temperatura ni esfuerzos residuales

Condiciones de equilibrio

10. El equilibrio de fuerzas horizontales, tanto de una columna aislada como del marco, se analiza en el estado lateral deformado. Esta consideración es muy importante, pues con ella se tienen en cuenta causas dominantes que conducen a la inestabilidad del marco
11. El equilibrio de trabes se analiza en el estado inicial sin deformación; esto es equivalente a no tener en cuenta su carga axial

Propiedades elasto-plásticas de los miembros

12. El comportamiento en flexión de un miembro es elasto-plástico. En la fig 4 se indica con línea gruesa la forma del diagrama momento curvatura adoptado. En dicha figura el momento actuante o reactivo es M , que siempre es menor o igual al momento plástico M^P
13. En columnas el momento plástico M^P depende de la carga normal, en tanto que en trabes se acepta que es independiente de ella. En la fig 4 se indica esquemáticamente M^P para

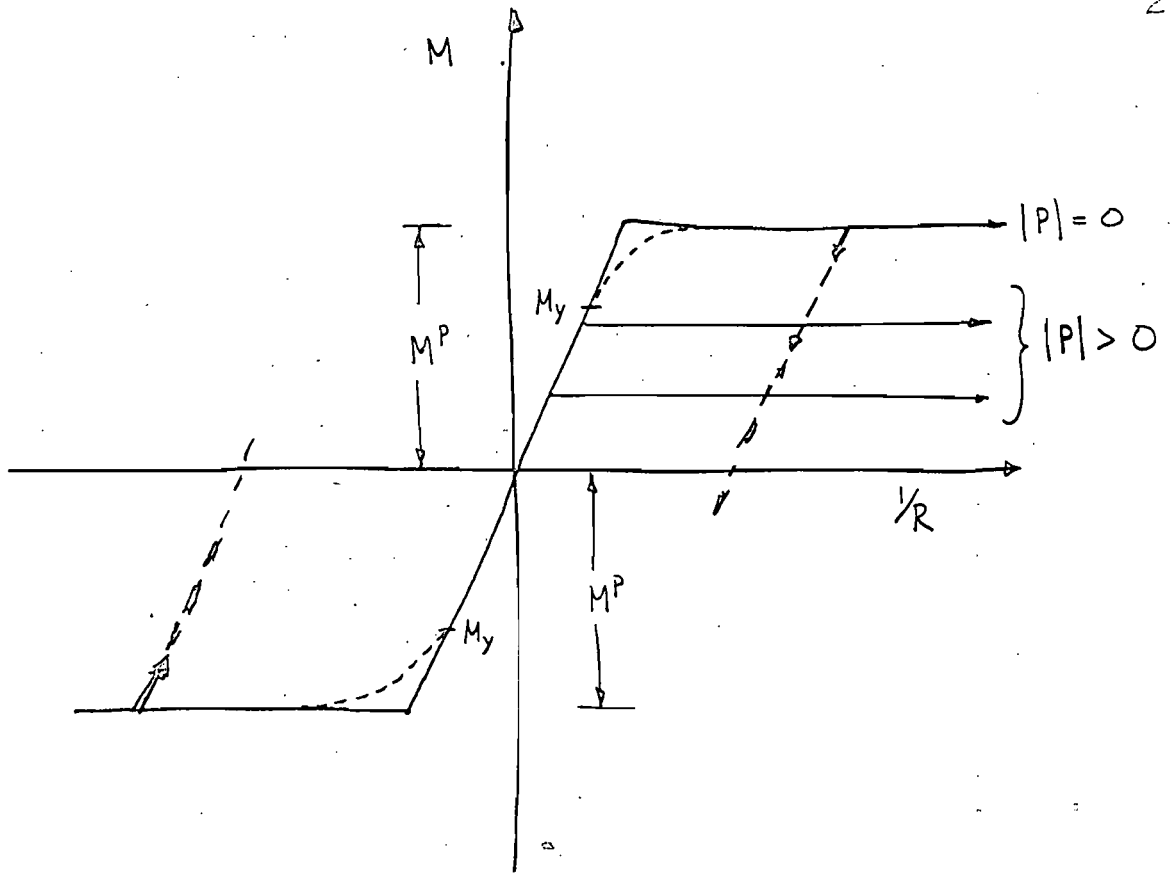


Fig 4. Diagrama momento-curvatura elasto-plástico

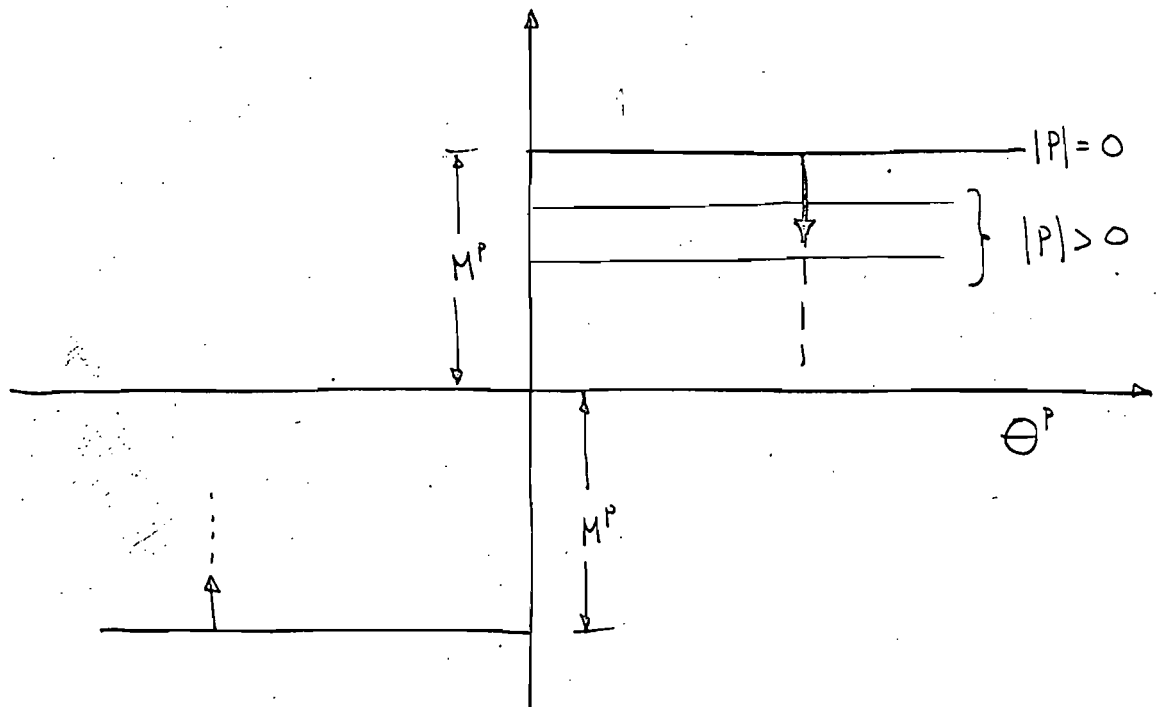


Fig 5. Diagrama momento-rotación de articulación plástica

- $|P| = 0$ y para $|P| > 0$, donde P es la carga normal en la columna
14. Cuando se alcance la plastificación de una sección se considerará que en ella se presenta o abre una articulación plástica. Esa articulación plástica sólo puede girar en la misma dirección que el par actuante. La discontinuidad angular de la articulación plástica se denominará giro o rotación plástica y se indicará con Θ^P , fig 5
 15. Al modificarse las cargas en un marco, una sección plastificada vuelve a su estado elástico cuando el momento aplicado resulta menor que el plástico. En ese caso la articulación plástica se cierra o desaparece. La rotación plástica Θ^P se conserva y queda como una discontinuidad angular en el eje de la pieza. Desde el punto de vista de deformaciones se tiene que una articulación plástica se cierra cuando se trata de hacerla girar en sentido contrario al que lo ha venido haciendo.
 16. No hay limitación a la magnitud de Θ^P , aunque se supone pequeña respecto a la unidad
 17. El M^P de una sección dada no depende del número de veces que en ella se abra y se cierre una articulación plástica, al modificar las cargas sobre el marco.

Rigidez de miembros

18. El módulo de elasticidad es constante para todos los miembros de la estructura. Se supone que la sola carga axial en las columnas no produce esfuerzos de compresión que sobrepasen el límite de proporcionalidad. Esto permite tratar únicamente con el módulo de elasticidad usual, y en las columnas no se tiene que considerar el módulo de elasticidad tangente

19. Los nudos del marco son indeformables

Queda implícito, en las limitaciones e hipótesis anteriores, que por tratarse de miembros con sección prismática, no se considera el efecto de capiteles en columnas, cubreplacas, abizadores, etc. en la rigidez y momento plástico de miembros.

No se tiene en cuenta la contaminación plástica ni el endurecimiento por deformación. La doble simetría de las secciones hace que el momento plástico sea de igual magnitud en un sentido que en otro.

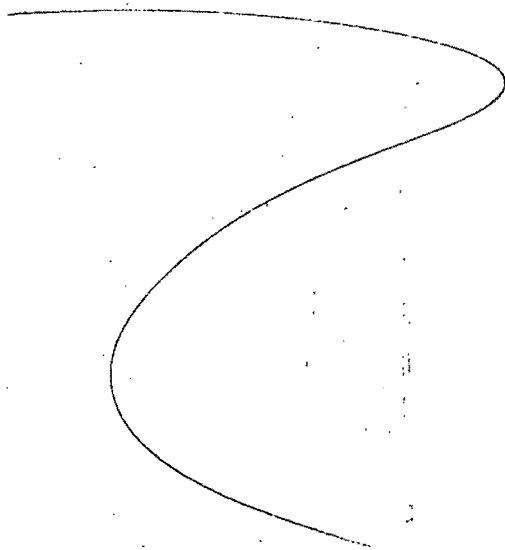
El no considerar contaminación plástica implica que el M^P se alcanza en una sola sección, la de momento máximo, mientras que las secciones adyacentes permanecen en estado elástico y con un momento menor al plástico. También implica que no hay transición inelástica entre el momento de primera fluencia M_y y el M^P , ~~así, en la curva $M-\theta$ que parte de M_y y M^P , la curva punteada que parte de M_y~~ así, en la fig 4, la curva punteada que parte de M_y no se tiene en cuenta. Lo anterior equivale a decir que las secciones tienen factor de forma unitario.

Para efectuar el análisis de un marco se usan los coeficientes de rigidez de los extremos de los miembros, junto con los factores de transporte. Para determinar esos coeficientes las articulaciones plásticas se tratan como si fueran reales. El momento plástico de la articulación se toma por separado. Los coeficientes de rigidez y transporte en columnas sí dependen de su carga normal. En trabes NO. Los elementos mecánicos se calculan en los extremos de trabes y columnas sin considerar el tamaño del nudo.

2.2 CONDICION DE INESTABILIDAD

1. La inestabilidad de un marco se alcanzará cuando deje de ser definida positiva la matriz de rigideces del sistema de ecuaciones planteado para conocer los desplazamientos del marco. Esta condición se obtendrá en el artículo 2.4.
2. No queda dentro de la condición de inestabilidad del marco el colapso de un miembro por aparecerle tres articulaciones plásticas. Ello proviene de que la matriz de rigideces usada en este trabajo no incluye el grado de libertad del centro del miembro.
3. Se incluye que si en una columna aparece una articulación plástica al centro, se supone que le aparecen simultáneamente tres articulaciones: en la base, al centro y en el cabezal; principalmente porque no hay carga lateral intermedia.

Más adelante se verá que la condición de inestabilidad por matriz no definida positiva incluye cualquier mecanismo local del marco, excepto el colapso de un miembro. También cubre el caso de inestabilidad del conjunto; ya sea por pandeo (carga crítica), por mecanismo del conjunto o sus combinaciones.



2.3 PLANTEO MATRICIAL DE LA SOLUCION PASO A PASO

Con las hipótesis y limitaciones anteriores, la inestabilidad de un marco ante cargas estáticas puede plantearse como un problema de equilibrio en el que se incluye que el marco tenga rigidez nula o negativa.

Método

El método usado en este trabajo, y programado en computadora digital, es un método paso a paso. El primer paso consiste en aplicar un estado de cargas donde el marco es elástico y estable. Se plantea y resuelve un sistema de ecuaciones para determinar los desplazamientos de los nudos del marco. Luego se hace una estimación de la carga en la que aparece la primera articulación plástica usando la recta tangente a la curva carga desplazamiento. En el segundo paso se incrementan las cargas y se vuelve a plantear un nuevo sistema de ecuaciones que incluye el efecto de la articulación plástica, y se determina la nueva configuración deformada del marco resolviendo el sistema de ecuaciones. En los demás pasos, una vez estimado el incremento de cargas necesario para que aparezca una nueva articulación, se plantea y resuelve un sistema de ecuaciones que tiene en cuenta las articulaciones plásticas y el nuevo estado de cargas. Las cargas se incrementan y se abren articulaciones plásticas, tantas veces como sea necesario hasta no poderse obtener solución al sistema planteado o producirse colapso de uno o varios miembros.

En cada paso se requiere plantear y resolver el problema de equilibrio del marco en estudio, y tener en cuenta las articulaciones plásticas que se presentan con el aumento de cargas, así como considerar el efecto de la carga normal en las columnas sobre su rigidez y momento plástico admisible. Además, en cada paso, es necesario veri-

ficar la presencia de las articulaciones plásticas y calcular su rotación, e incluir el efecto de discontinuidades angulares en articulaciones que volvieron a su estado elástico.

El problema de equilibrio

En todo problema de equilibrio de un sistema constituido por un conjunto de elementos deben cumplirse simultaneamente las condiciones de:

- a. Relación carga-desplazamiento de cada elemento
- b. Compatibilidad de desplazamientos entre los elementos y del conjunto
- c. Equilibrio entre los elementos y del conjunto

En el caso de los marcos estudiados en este escrito, los elementos son las trabes y las columnas.

Las condiciones a, b y c pueden plantearse por medio de un sistema de ecuaciones para cada una. Al resolver simultaneamente esos sistemas de ecuaciones, se obtienen desplazamientos y fuerzas. La solución simultanea de esos sistemas de ecuaciones puede efectuarse a través de dos métodos fundamentales, a saber: método de las fuerzas y método de los desplazamientos.

Método de las Fuerzas. Cuando se seleccionan ciertas fuerzas como incógnitas fundamentales, el proceso de planteo y solución se denomina "Método de las Fuerzas", a veces llamado "Método de Flexibilidades" o también "Método de Deformaciones Consistentes" o "Compatibilidad". Para ello se sustituyen las condiciones a y c en la condición b, de compatibilidad, y se obtiene un solo sistema de ecuaciones con las fuerzas usadas como incógnitas fundamentales. Al resolver el sistema de ecuaciones obtenido, y conocerse las fuerzas, la condición c permite conocer las fuerzas en los demás elementos, y con la condición a se obtienen los desplazamientos de los elementos.

Método de los Desplazamientos. Cuando se seleccionan ciertos desplazamientos como incógnitas, el proceso de planteo y solución recibe el nombre de "Método de los Desplazamientos", también llamado "Método de las Rigideces" o "Método del Equilibrio". En este caso las condiciones a y b se sustituyen en la condición c, de equilibrio, obteniéndose un solo sistema de ecuaciones con los desplazamientos adoptados como incógnitas. Resuelto el sistema de ecuaciones, los desplazamientos de cada elemento se determinan con la condición b, y con la condición a se obtienen las fuerzas en cada elemento.

Es posible plantear el problema de equilibrio en forma mixta, donde ciertos desplazamientos y fuerzas se seleccionan como incógnitas, pero esto es poco usual.

En general, las ecuaciones que se plantean para cumplir las condiciones a, b y c del problema de equilibrio dependen del método que se desee usar. En este trabajo se usará el método de los desplazamientos para resolver el problema de equilibrio.

El problema de equilibrio en marcos puede también plantearse y resolverse mediante métodos de distribución de momentos, como lo es el método de Cross, o también con métodos iterativos como el de Kani, que de hecho corresponden a la clasificación de métodos de desplazamientos. Su aplicación no resulta práctica para tratar con el método paso a paso aquí usado.

A continuación se van a plantear y describir las condiciones a, b y c del problema de equilibrio para ser usadas en marcos por medio del Método de los Desplazamientos. Se hace una breve descripción para un marco elástico y se muestra como se construye el sistema de ecuaciones de un ejemplo. En forma especial, se adiciona el caso de discontinuidades angulares elásticas en el marco. Con las ecuaciones

31

planteadas se introduce notación matricial. Posteriormente se presenta el planteo del problema de equilibrio para marcos con articulaciones plásticas. Se detalla el tratamiento para un marco con articulaciones plásticas sucesivas, tanto en el planteo de las ecuaciones como en el análisis del estado de momentos, y el cálculo de rotaciones plásticas. Al final se incluye el planteo general matricial del tratamiento de marcos elasto-plásticos y se señalan las características de las matrices y de las soluciones obtenidas al aumentar cargas.

2.3.1 Marcos elásticos

a) Relación carga-desplazamiento de miembros elásticos

Trabes.

En una trabe elástica, de extremos A y B (fig 6) la relación carga-desplazamiento queda expresada con las ecuaciones pendiente deformación:

$$M_A = \frac{EI}{L} (r\theta_A + t\theta_B) \quad (2.1.a)$$

$$M_B = \frac{EI}{L} (t\theta_A + r\theta_B) \quad (2.1.b)$$

donde

M_A, M_B = momentos externos aplicados en los extremos A y B, fig 6, positivos según las manecillas del reloj

EI = rigidez a flexión

L = longitud de la trabe

r = coeficiente de rigidez, igual a 4 en trabes elásticas, de eje recto y sección constante

t = factor de transporte, igual a $1/2$ en vigas elásticas con las condiciones mencionadas en r

Θ_A y Θ_B = rotaciones angulares de los extremos, positivas según las manecillas del reloj

Cuando hay cargas verticales aplicadas en el interior del claro de la trabe, los momentos finales en los extremos del miembro se obtienen sumando a M_A y M_B , los momentos de empotramiento correspondientes, externos a la viga y positivos cuando actúan según las manecillas del reloj.

En forma matricial las ecs 2.1 se expresan como

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Theta_A \\ \Theta_B \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

en el caso de trabes elásticas. Mas adelante se presentarán ecuaciones para el caso de vigas y columnas con articulaciones plásticas y discontinuidades angulares.

Columnas

En una columna elástica con extremos A y B y con carga normal P, fig 7, la relación carga desplazamiento queda dada por las ecuaciones pendiente deformación con efecto de carga axial, en la forma:

$$M_A = \frac{EI}{h} [r\Theta_A + rt\Theta_B - r(1+t)\phi] \quad (2.3.a)$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [rt\Theta_A + r\Theta_B - r(1+t)\phi] \quad (2.3.b)$$

$$Vh = \frac{EI}{h} [-r(1+t)\Theta_A - r(1+t)\Theta_B + \{2r(1+t) - q\}\phi] \quad (2.3.c)$$

donde

$$q = \frac{Ph^2}{EI} \quad (2.4)$$

en la que P es positiva cuando es de compresión.

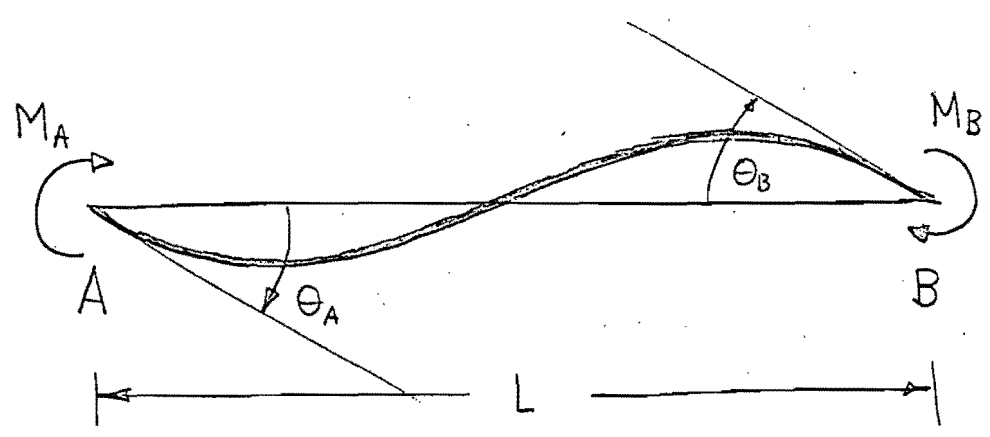


Fig. 6. Momentos externos en viga elástica por rotaciones de los extremos

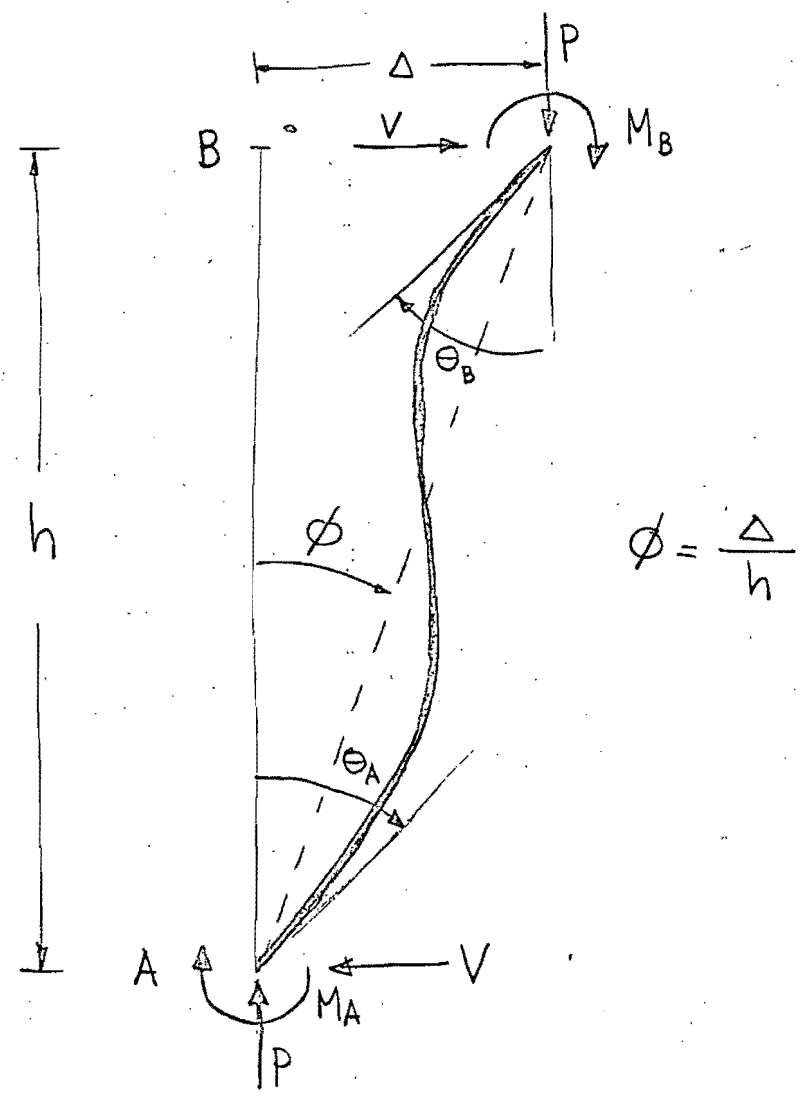


Fig. 7. Cortante y momentos externos en columna elástica por movimiento lateral del cabezal y rotaciones de sus extremos

M_A y M_B = momentos externos, fig 7, positivos según las manecillas del reloj

h = longitud o altura de la columna

r = coeficiente de rigidez, que es función de q

t = factor de transporte, también función de q

Vh = momento de cortante lateral, V = cortante lateral. La fuerza horizontal V es positiva al actuar de izquierda a derecha en el cabezal de la columna, y produce un momento positivo Vh con respecto a la base de la columna

Θ_A y Θ_B = rotaciones angulares de los extremos, positivas según las manecillas del reloj

ϕ = rotación lateral relativa de los extremos de la columna = Δ/h , siendo Δ = desplazamiento horizontal relativo de sus extremos, fig 7

La deducción de las ecs 2.3 se presenta en el apéndice B.

Matricialmente las ecs 2.3 toman la forma:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ Vh \end{Bmatrix} = \frac{EI}{h} \begin{bmatrix} r & rt & -r(1+t) \\ rt & r & -r(1+t) \\ -r(1+t) & -r(1+t) & \{2r(1+t)-q\} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Theta_A \\ \Theta_B \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (2.5)$$

En la literatura Inglesa r y t se indican con s y c respectivamente.

Para determinar r y t se emplea el parámetro ρ , siendo (15,16)

$$\rho = \frac{P}{P_E} \quad (2.6)$$

donde P_E es la carga crítica de Euler

$$P_E = \pi^2 \frac{EI}{h^2} \quad (2.7)$$

De 2.7 y 2.4 en 2.6 se tiene

$$\rho = \frac{P}{P_E} \quad (2.8)$$

En el apéndice B se presentan fórmulas aproximadas de gran utilidad práctica para determinar r y t cuando $\rho < 1$. Estas fórmulas son

$$r = \frac{(2-\rho)(6-\rho)}{(3-\rho)} \quad (2.9.a)$$

$$t = \frac{1}{2-\rho} \quad (2.9.b)$$

$$r(1+t) = 6-\rho \quad (2.9.c)$$

Las ecs 2.2 y 2.5 expresan las relaciones carga-desplazamiento para traveses y columnas elásticas.

b) Compatibilidad de desplazamientos entre los miembros

En marcos elásticos, la condición de compatibilidad establece igualdad de rotaciones y desplazamientos de los extremos de los miembros que concurren a un nudo. Así, cuando un nudo experimenta un giro $\bar{\Theta}$, fig 3.b, los extremos de las piezas concurrentes a él adquieren ese mismo giro; y para un miembro inicialmente recto se cumple que:

$$\bar{\Theta}_A = \Theta_A \quad (2.10.a)$$

$$\bar{\Theta}_B = \Theta_B \quad (2.10.b)$$

donde $\bar{\Theta}$ indica la rotación del nudo y Θ la rotación del extremo de la barra.

Cuando una columna de un entrepiso tiene una rotación lateral ϕ , fig 3.C, todas las columnas de ese entrepiso adquieren esa misma rotación lateral y se trasladan los entrepisos encima de él. Esto proviene de que todos los nudos de un mismo nivel tienen igual desplazamiento lateral, ya que no se considera acortamiento de columnas y trabes.

Lo anterior hace que el desplazamiento lateral de cada nivel de trabes sea la suma de los desplazamientos laterales relativos de los entrepisos inferiores a ese nivel.

En este trabajo se usarán como incógnitas fundamentales las rotaciones de nudos, indicadas con θ , y las rotaciones laterales de entrepisos, indicadas con ϕ .

c) Equilibrio entre los miembros

El equilibrio de fuerzas laterales se cumple en el estado deformado, esto es, en cada entrepiso las fuerzas cortantes laterales externas guardan equilibrio con las fuerzas cortantes internas, en el estado lateral deformado.

Por otra parte, los momentos en nudos deben estar también en equilibrio.

ch.) Ejemplo

En la fig 8 se muestra un marco elástico de dos entrepisos y un claro. Las cargas sobre las trabes son W_1 y W_2 , aplicadas al centro del claro. Las fuerzas laterales son F_1 y F_2 , fig 8.a. Los nudos se numeran en orden consecutivo, como se muestra en la fig 8.a. Las cargas axiales en las columnas son P_1, P_2, P_3 y P_4 , fig 8.b. En esa figura, 8.b, las rigideces EI/L de trabes se indican con K_1^T y K_2^T , mientras que las EI/h de las columnas se indican con K_1^c, K_2^c, K_3^c y K_4^c .

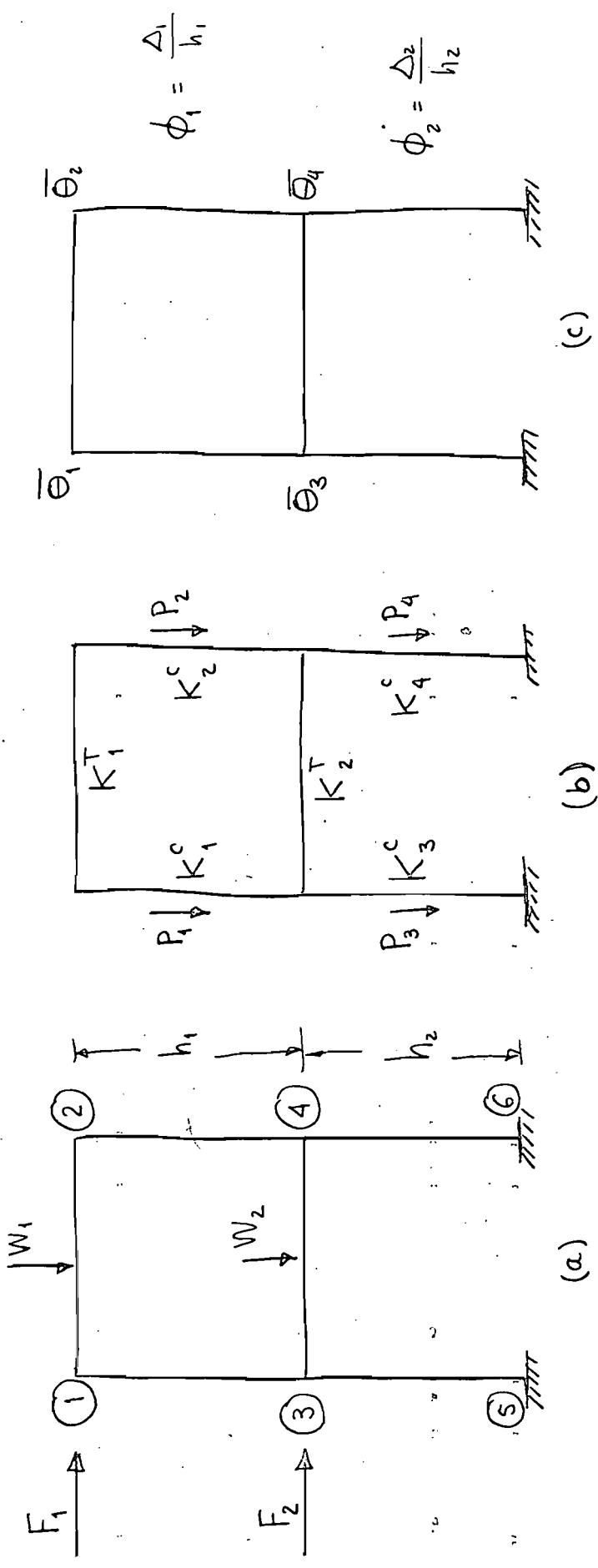


Fig 8 Marco elástico de ejemplo

La condición de compatibilidad permite considerar como incógnitas de rotación de nudos a $\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2, \bar{\theta}_3$ y $\bar{\theta}_4$ (fig 7. c), mientras que las incógnitas de movimiento lateral son ϕ_1 y ϕ_2 (fig 7. c). Se considera que hay empotramiento perfecto en las bases de las columnas inferiores, nudos 5 y 6.

Se supone que en el marco no se han presentado articulaciones plásticas con anterioridad, por lo que todos los miembros son inicialmente rectos.

Para cumplir la condición de equilibrio se requiere conocer los momentos de disequilibrio de nudos impedidos de girar, que son:

$$\bar{M}_1 = \frac{W_1 L}{8}, \quad \bar{M}_2 = -\frac{W_1 L}{8}, \quad \bar{M}_3 = \frac{W_2 L}{8}, \quad \bar{M}_4 = -\frac{W_2 L}{8}$$

y los momentos laterales aplicados a cada entrepiso, indicados por $\bar{V}h$ son:

$$(\bar{V}h)_1 = F_1 h_1, \quad (\bar{V}h)_2 = (F_1 + F_2) h_2$$

positivos al actuar según las manecillas del reloj.

Así, teniendo en cuenta la relación carga-desplazamiento de los miembros que llegan al nudo 1, ecs 2.2 y 2.5, y con la condición de compatibilidad, el equilibrio del nudo 1 exige que se cumpla:

$$(4K_1^T + r_1 K_1^c) \bar{\theta}_1 + 2K_1^T \bar{\theta}_2 + r_1 t_1 K_1^c \bar{\theta}_3 - r_1 (1 + t_1) K_1^c \phi_1 = \bar{M}_1$$

donde r_1 y t_1 corresponden a la columna 1, con K_1^c .

Ecuaciones análogas se obtienen para los nudos 2, 3 y 4; ellas se presentan en la tabla 1, renglones 2, 3 y 4.

Al cumplirse la condición de equilibrio de fuerzas horizontales del marco en el estado lateral deformado, se obtiene:

$$\left[\begin{array}{cccc|cc}
 (4K_1^T + r_1 K_1^c) & 2K_1^T & r_1 t_1 K_1^c & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^c & 0 \\
 2K_1^T & (4K_1^T + r_2 K_2^c) & 0 & r_2 t_2 K_2^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & 0 \\
 r_1 t_1 K_1^c & 0 & (r_1 K_1^c + 4K_2^T + r_3 K_3^c) & 2K_2^T & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_3(1+t_3)K_3^c \\
 0 & r_2 t_2 K_2^c & 2K_2^T & (r_2 K_2^c + 4K_2^T + r_4 K_4^c) & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_4(1+t_4)K_4^c \\
 \hline
 -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & \left\{ \begin{array}{l} 2r_1(1+t_1)K_1^c + \\ 2r_2(1+t_2)K_2^c - (Ph)_1 \end{array} \right\} & 0 \\
 0 & 0 & -r_3(1+t_3)K_3^c & -r_4(1+t_4)K_4^c & 0 & \left\{ \begin{array}{l} 2r_3(1+t_3)K_3^c + \\ 2r_4(1+t_4)K_4^c - (Ph)_2 \end{array} \right\}
 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta}_3 \\ \bar{\theta}_4 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{M}_2 \\ \bar{M}_3 \\ \bar{M}_4 \\ (Vh)_1 \\ (Vh)_2 \end{Bmatrix}$$

$$\underbrace{\left[\begin{array}{cc|cc}
 A & B \\
 B^T & D_p
 \end{array} \right]}_{[K]} \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M} \\ Vh \end{Bmatrix}$$

Tabla 1. Sistema de ecuaciones. Marco fig 8.

$$[K]\{x\} = \{f\}$$

Para el entrepiso 1

$$-r_1(1+t_1)K_1^c \bar{\theta}_1 - r_2(1+t_2)K_2^c \bar{\theta}_2 - r_1(1+t_1)K_1^c \bar{\theta}_3 - r_2(1+t_2)K_2^c \bar{\theta}_4 + \\ + \left[\{2r_1(1+t_1)K_1^c - P_1 h_1\} + \{2r_2(1+t_2)K_2^c - P_2 h_2\} \right] \phi_1 = (\bar{V}h)_1$$

habiéndose usado la ec 2.4.

Analogamente, para el entrepiso 2

$$-r_3(1+t_3)K_3^c \bar{\theta}_3 - r_4(1+t_4)K_4^c \bar{\theta}_4 + \\ + \left[\{2r_3(1+t_3)K_3^c - P_3 h_2\} + \{2r_4(1+t_4)K_4^c - P_4 h_2\} \right] \phi_2 = (\bar{V}h)_2$$

y llamando

$$(Ph)_1 = (P_1 + P_2) h_1$$

$$(Ph)_2 = (P_3 + P_4) h_2$$

con la convención usual de multiplicación de matrices, renglón por columna, el sistema de ecuaciones completo se presenta en la tabla 1.

La ecuación matricial de la tabla 1 puede escribirse

$$[K]\{x\} = \{f\} \quad (2.11)$$

donde

$[K]$ = matriz de rigideces del marco

$\{x\}$ = vector de incógnitas de desplazamiento

$\{f\}$ = vector de cargas, términos independientes

La solución de la ec 2.11 es

$$\{x\} = [K]^{-1} \{f\} \quad (2.12)$$

donde $[K]^{-1}$ es la matriz inversa de $[K]$, tal que $K^{-1}K = K K^{-1} = I$, siendo I la matriz identidad o

44

unitaria. También la solución $\{x\}$ puede obtenerse por métodos iterativos o de relajaciones, que reciben el nombre de métodos de distribución de deformaciones. En este trabajo no se usarán métodos iterativos ni de relajaciones para resolver el sistema 2.11; en su lugar se usará un método de eliminación de incógnitas, el método de Gauss, que se lleva a cabo con computadora digital.

Al construir la matriz de rigideces de la tabla 1, es necesario conocer las fuerzas axiales en las columnas, P_1 , P_2 , P_3 y P_4 para con ellas determinar los coeficientes de rigidez r y los factores de transporte t de dichas columnas. Las sumas $P_1 + P_2$ y $P_3 + P_4$ son independientes de las cargas laterales, lo que da como resultado que $(\bar{P}h)_1$ y $(\bar{P}h)_2$ también son independientes de F_1 y F_2 . Se debe proceder iterativamente, proponiendo valores de P_1 , P_2 , P_3 y P_4 para calcular las r y t de las columnas. Resolver el sistema de ecuaciones y volver a calcular las cargas P . Si la diferencia de las P es apreciable, en comparación con las propuestas, el planteo y solución se repite usando las nuevas cargas P . Cuando no hay tendencia a inestabilidad del marco el proceso converge rápidamente y en ocasiones es aceptable la primera aproximación propuesta. El planteo de las ecuaciones se ha programado para hacerse automáticamente con computadora digital, hasta lograr cargas axiales satisfactorias entre un planteo y el siguiente.

Para adquirir un conocimiento amplio del problema resultan convenientes los siguientes conceptos:

Usando partición de matrices, la tabla 1 puede presentarse en la forma

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & D_p \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M} \\ \bar{V}_h \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

donde

A = matriz de rigideces de momentos sobre nudos correspondiente a sólo rotaciones de nudos

B = matriz de rigideces de momentos sobre nudos correspondiente a sólo movimientos angulares laterales

B^T = B traspuesta = matriz de rigideces de momentos laterales sobre entrepisos correspondiente a sólo rotaciones de nudos

D_p = matriz de rigideces de momentos laterales sobre entrepisos correspondiente a sólo movimientos angulares laterales. Esta es una matriz diagonal

$\bar{\theta}$ = vector de rotaciones de nudos

ϕ = vector de movimientos angulares laterales de los entrepisos

\bar{M} = vector de momentos de desequilibrio que actúan sobre los nudos sin girar

\bar{V}_h = vector de momentos de cortante lateral sobre los entrepisos

Así, en el ejemplo de la tabla 1, fig 8, :

$$\bar{\theta} = \begin{Bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta}_3 \\ \bar{\theta}_4 \end{Bmatrix}, \quad \phi = \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \bar{M} = \begin{Bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{M}_2 \\ \bar{M}_3 \\ \bar{M}_4 \end{Bmatrix}, \quad \bar{V}_h = \begin{Bmatrix} (\bar{V}_h)_1 \\ (\bar{V}_h)_2 \\ \vdots \\ \vdots \end{Bmatrix}, \text{ etc}$$

46

Conviene descomponer la matriz D_p en la suma de dos matrices diagonales, D y $\bar{P}h$, en la forma

$$D_p = D - \bar{P}h \quad (2.14)$$

donde, en particular, para la tabla 1

$$D = \begin{bmatrix} \{2r_1(1+t_1)K_1^c + 2r_2(1+t_2)K_2^c\} & 0 \\ 0 & \{2r_3(1+t_3)K_3^c + 2r_4(1+t_4)K_4^c\} \end{bmatrix}$$

$$\bar{P}h = \begin{bmatrix} (\bar{P}h)_1 & 0 \\ 0 & (\bar{P}h)_2 \end{bmatrix}$$

Las matrices D y $\bar{P}h$ de la ec 2.14 pueden interpretarse como sigue:

D = matriz de rigideces de momentos laterales sobre entrepisos correspondiente a sólo movimientos angulares laterales, cuando el equilibrio se cumple en el estado inicial sin desplazarse lateralmente el marco

$\bar{P}h$ = matriz de rigideces correctiva para tener en cuenta las cargas verticales y cumplir el equilibrio en el estado lateralmente desplazado del marco; ella es una matriz diagonal que sólo depende de la carga vertical total en cada entrepiso, multiplicada por la altura de ese entrepiso. No intervienen las cargas laterales sobre el marco ni la posición de la resultante vertical.

Usando la ec 2.14, la ec 2.13 se transforma en:

$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline B^T & D - \bar{P}_h \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M} \\ \bar{V}_h \end{Bmatrix} \quad (2.15)$$

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones 2.15, los momentos finales que actúan sobre los miembros se obtienen con las ecs 2.2 y 2.5 sumando los correspondientes momentos de empotramiento. Las ecs 2.2 y 2.5 son aplicables sólo para miembros elásticos sin articulaciones plásticas.

2.3.2 Marcos elásticos con discontinuidades angulares

a) Compatibilidad de desplazamientos

En ocasiones puede suceder que en los miembros del marco se tengan discontinuidades angulares aún cuando el comportamiento de todos los miembros sea elástico. Esto puede deberse a que aparecieron articulaciones plásticas con anterioridad; que después de sufrir una rotación plástica θ^p volvieron a su estado elástico, conservando dicha discontinuidad angular θ^p .

Para conocer el efecto de las θ^p interesan las posibles distribuciones de cargas en los miembros, ya que de dichas distribuciones de cargas depende la localización de las articulaciones plásticas.

En la fig 9.a se indican las cargas que se consideran en este estudio actuando sobre una trabe. Ellas son:

- W = carga concentrada al centro del claro
- w = carga uniformemente distribuida, carga por unidad de longitud

En vigas elásticas inicialmente rectas, dichas cargas producen momentos de empotramiento actuando sobre

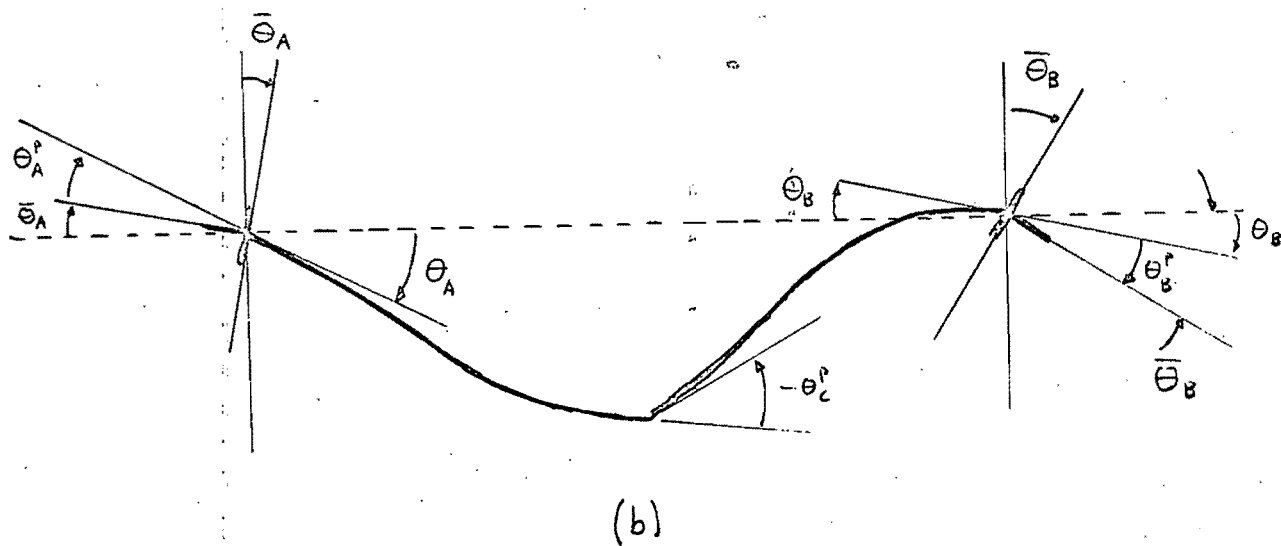
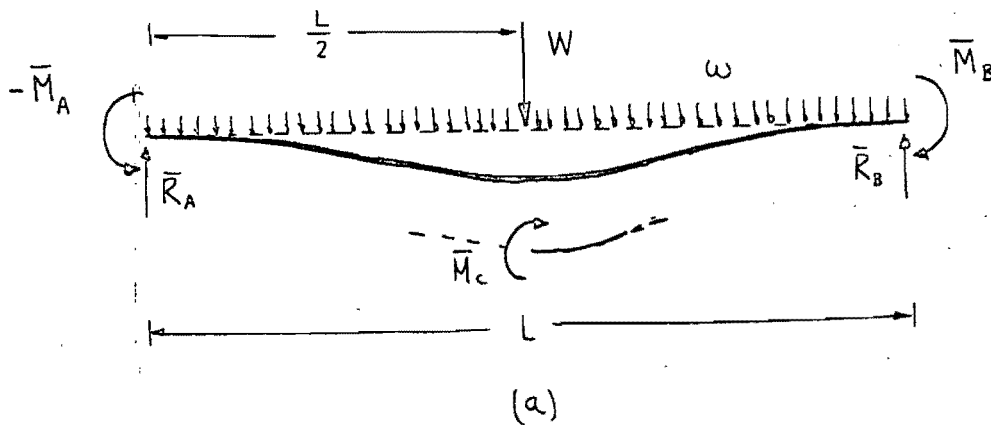


Fig 9. Cargas, elementos mecánicos y ~~desplazamientos~~ deformaciones de traves con rotaciones plásticas θ^p

los extremos de la pieza, que son \bar{M}_A y \bar{M}_B , fig 9 a. Al centro del claro aparece \bar{M}_C . Las reacciones sobre los extremos son \bar{R}_A y \bar{R}_B .

En virtud del tipo de cargas aplicadas, se supondrá que las articulaciones plásticas, y consecuentemente las discontinuidades angulares, pueden aparecer únicamente en el centro y en los extremos de traves.

En la fig 9 b se indican con $\bar{\theta}_A$ y $\bar{\theta}_B$ las rotaciones de los nudos de los extremos A y B; mientras que θ_A^p , θ_B^p y θ_C^p son las rotaciones plásticas o discontinuidades angulares en los extremos A y B, y al centro, respectivamente. Las θ^p son positivas con las manecillas del reloj, al recoversse la trabe de izquierda a derecha. Los giros θ_A y θ_B son las rotaciones interiores de los extremos de la pieza.

Por simplicidad, cabe adjudicar que las θ^p se deben a la rotación relativa de dos secciones que se encuentran una a cada lado de la articulación plástica. Dichas secciones están a una distancia nula de la articulación. Cuando la articulación se cierra se conserva el giro relativo θ^p entre las dos secciones adyacentes. Así, en cada extremo de la pieza puede considerarse que una sección es interior al ~~miembro~~ miembro y la otra exterior y perteneciente al nudo del extremo del elemento. Esto permite establecer ~~una relación~~ a θ_A y θ_B como las rotaciones interiores de ~~los extremos~~ los extremos del miembro.

Las relaciones entre las rotaciones de nudos y las rotaciones interiores de los extremos de la pieza son (fig 9 b):

$$\bar{\theta}_A + \theta_A^p = \theta_A \quad (2.16.a)$$

$$\bar{\theta}_B + \theta_B^p = \theta_B \quad (2.16.b)$$

que se obtienen recorriendo la trabe de izquierda a derecha. Las ecs 2.16 coinciden con las ecs 2.10 cuando $\Theta_A^P = \Theta_B^P = 0$.

En columnas (fig 10), el extremo A se ha tomado en la base de la columna y el extremo B en el cabezal. Las ecuaciones 2.16 se cumplen al recorrer la columna de abajo hacia arriba.

La relación carga-desplazamiento de miembros elásticos con discontinuidades angulares sigue siendo expresada por las ecs 2.2 y 2.5; pero ahora se deben usar en estas ecuaciones los valores de Θ_A y Θ_B obtenidos de las ecs 2.16, en la forma:

$$\Theta_A = \bar{\Theta}_A + \Theta_A^P \quad (2.17.a)$$

$$\Theta_B = \bar{\Theta}_B - \Theta_B^P \quad (2.17.b)$$

Las ecs 2.17, al igual que las ecs 2.16, expresan la compatibilidad de rotaciones de nudos con las rotaciones interiores de los extremos de la pieza.

Al establecer la condición de equilibrio del marco, las incógnitas son las rotaciones de nudos $\bar{\Theta}$; mientras que son dato las discontinuidades angulares Θ^P .

El efecto de las Θ^P es modificar los términos independientes del sistema de ecuaciones respecto al caso donde $\Theta^P = 0$. También, las Θ^P alteran las cargas axiales de las columnas en comparación con las que existen cuando las Θ^P son nulas. A su vez, esto último da lugar a nuevos valores de los coeficientes r y t de las columnas.

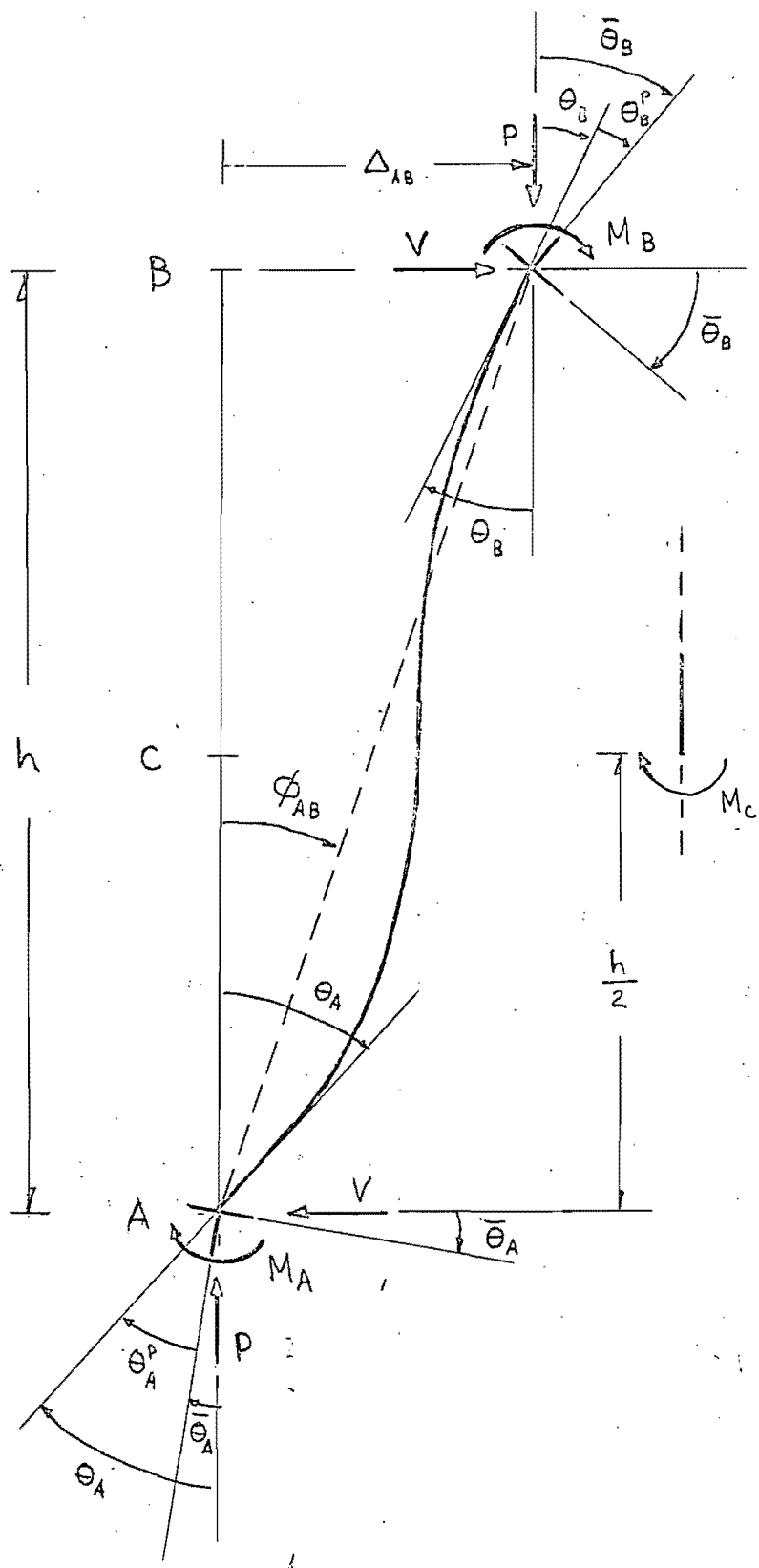


FIG. 13 CARGAS Y DEFORMACIONES DE COLUMNAS CON ROTACIONES PLASTICAS θ^p .

b) Momentos de empotramiento en traves

Los momentos de empotramiento de nudo sobre barra en una trabe elástica con discontinuidades angulares Θ_A^P , Θ_B^P y Θ_c^P y cargas W y ω (fig 9), son:

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{L} \left[4\Theta_A^P - 2\Theta_B^P + \Theta_c^P \right] - \frac{WL}{8} - \frac{\omega L^2}{12} \quad (2.18.a)$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{L} \left[2\Theta_A^P - 4\Theta_B^P - \Theta_c^P \right] + \frac{WL}{8} + \frac{\omega L^2}{12} \quad (2.18.b)$$

los paréntesis rectangulares del segundo miembro permiten obtener los momentos de empotramiento debidos a las deformaciones iniciales y los $WL/8$ y $\omega L^2/12$ son los debidos a cargas externas.

Las reacciones verticales de empotramiento \bar{R}_A y \bar{R}_B actuando sobre los extremos de la trabe (fig 9 a), son:

$$\bar{R}_A = \frac{W + \omega L}{2} - \frac{\bar{M}_A + \bar{M}_B}{L} \quad (2.19.a)$$

$$\bar{R}_B = \frac{W + \omega L}{2} + \frac{\bar{M}_A + \bar{M}_B}{L} \quad (2.19.b)$$

Para conocer las reacciones finales de traves elásticas con efecto de rotaciones de nudos, a \bar{R}_A y \bar{R}_B se adicionan respectivamente los valores $-(M_A + M_B)/L$ y $+(M_A + M_B)/L$, donde M_A y M_B se obtienen con las ecs 2.2 usando, en ellas, $\bar{\Theta}_A$ y $\bar{\Theta}_B$ en lugar de Θ_A y Θ_B .

c) Momentos de empotramiento en columnas

Cuando hay discontinuidades angulares en los extremos de columnas elásticas aparecen momentos de empotramiento que originalmente no existían; también se presentan momentos de cortante en los entrepisos. No se acepta la existencia de discontinuidad angular al centro de una columna, principalmente porque ella no recibe cargas,

entre sus extremos.

Sean Θ_A^P y Θ_B^P las discontinuidades angulares en la base y cabezal de una columna elástica respectivamente; con ellas aparecen los siguientes elementos mecánicos de empotramiento, aplicados a la columna:

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{h} [r \Theta_A^P - rt \Theta_B^P] \quad (2.20.a)$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{h} [rt \Theta_A^P - r \Theta_B^P] \quad (2.20.b)$$

$$\bar{V}h = -(\bar{M}_A + \bar{M}_B) \quad (2.20.c)$$

donde $\bar{V}h$ es un momento de cortante que actúa sobre la columna.

Las ecs 2.18 y 2.20 dan los momentos aplicados sobre el miembro, trabe o columna respectivamente. Para conocer los momentos sobre nudos y entrepisos basta cambiarles el signo. En el apéndice C-2 se presentan las ecs 2.18 y 2.20 y se adicionan las ecuaciones para miembros con articulaciones plásticas que tienen discontinuidades angulares en regiones elásticas. La numeración de ecuaciones usada en el apéndice C corresponde a la del programa para computadora. La numeración se ha colocado del lado izquierdo.

En particular, para el marco elástico de la fig 8, cuando éste tiene discontinuidades angulares en trabes y columnas, el sistema de ecuaciones tiene la misma forma que el dado en la tabla 1, pero los valores de r y t de las columnas y los términos independientes dependen de las Θ^P . Esto hace ver que la ec 2.15 sigue siendo aplicable. Es más, la ec 2.15 aplica aún cuando existen articulaciones plásticas, como se verá enseguida.

Queda implícito que se conocen las cargas axiales

en las columnas. Ellas se determinan iterativamente por el programa para computadora; el proceso se describe al analizar el marco de la fig 11.d.

2.3.3 Marcos con articulaciones plásticas

En un marco elástico, al aumentar las cargas aplicadas se llega a un valor donde aparece una articulación plástica. Al continuar aumentando las cargas aparecerán otras articulaciones. Los incrementos de cargas correspondientes a la aparición de cada nueva articulación se determinan automáticamente por el programa para computadora, que utiliza el criterio de extrapolación descrito en el apéndice A-3.

Método de análisis. Se admite que se abre una articulación plástica en una sección cuando el momento aplicado llega a ser igual o mayor al plástico admisible. En general, en secciones originalmente elásticas, la presencia de articulaciones se puede determinar con el criterio que el momento aplicado sea superior al plástico admisible. Cuando esto sucede se requiere volver a plantear el problema de equilibrio, considerando que ahora se tienen articulaciones plásticas en las secciones que anteriormente tenían momentos superiores o iguales al plástico.

Así, para un cierto estado de cargas y articulaciones plásticas en el marco, se requiere plantear y resolver el problema de equilibrio, y además confirmar el estado del marco, revisando que no aparezcan nuevas articulaciones o se cierren algunas ya existentes. También es necesario calcular las rotaciones plásticas de las articulaciones.

A continuación se presentan las condiciones a, b y c del problema de equilibrio para marcos con articulaciones

plásticas, y luego se describe el planteo de ecuaciones y análisis del estado de momentos, para un marco con sucesivas articulaciones plásticas.

a) Relación carga-desplazamiento de miembros con articulaciones plásticas

Cuando aparece una articulación plástica en un miembro, trabe o columna, se modifica su relación carga-desplazamiento en comparación con su estado anterior. A continuación se presentan todos los posibles casos que pueden ocurrir con las hipótesis usadas en este trabajo.

Trabes

Articulación en A (extremo izquierdo). Cuando aparece una articulación en el extremo A de una trabe se tiene:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} \quad (2.21.a)$$

La ec 2.21.a se deduce de la ec 2.2 haciendo $M_A = 0$, despejando θ_A de la primera ecuación de 2.2 y sustituyendo en la segunda. En forma análoga se obtienen las siguientes ecuaciones:

Articulación en C (al centro)

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} \quad (2.21.b)$$

Articulación en B (extremo derecho)

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} \quad (2.21.c)$$

En los demás casos (dos o más articulaciones)

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \end{Bmatrix} = \frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \end{Bmatrix} \quad (2.21.c)$$

Columnas

Articulación en A (en la base)

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ V_h \end{Bmatrix} = \frac{EI}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r(1-t^2) & -r(1-t^2) \\ 0 & -r(1-t^2) & r[r(1-t^2) - (1+t)^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (2.22.a)$$

Articulación en B (en el cabezal)

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ V_h \end{Bmatrix} = \frac{EI}{h} \begin{bmatrix} r(1-t^2) & 0 & -r(1-t^2) \\ 0 & 0 & 0 \\ -r(1-t^2) & 0 & r[r(1-t^2) - (1+t)^2] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (2.22.b)$$

En los demás casos:

$$\begin{Bmatrix} M_A \\ M_B \\ V_h \end{Bmatrix} = \frac{EI}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \phi \end{Bmatrix} \quad (2.22.c)$$

La ec. 2.22.c corresponde al caso de articulaciones en los extremos y al caso de tres articulaciones. Se supone que cuando hay articulación al centro aparecen tres articulaciones en la columna principalmente porque no tiene carga lateral en el claro.

Conviene notar que en las ecs 2.22 se ha usado la igualdad

$$r^2(1-t^2) = 2r(1+t) - q \quad (2.23)$$

obtenida en el apéndice B.

Las ecs 2.21 y 2.22 definen las relaciones carga desplazamiento en trabes y columnas con articulaciones plásticas. Ellas se anexan en el apéndice C1, donde se presentan únicamente las matrices de rigidez, incluyendo miembros elásticos.

b) Compatibilidad de desplazamientos

Cuando hay articulaciones plásticas se cumple la igualdad de desplazamiento lateral de las columnas de un mismo entrepiso pero no se cumple la igualdad de rotaciones angulares entre nudos y extremos interiores de los miembros. La compatibilidad de rotaciones queda expresada por las ecs 2.16 o ecs 2.17. Las ecs 2.16 son:

$$\bar{\Theta}_A + \Theta_A^P = \Theta_A \quad (2.16.a)$$

$$\Theta_B + \Theta_B^P = \bar{\Theta}_B \quad (2.16.b)$$

La rotación plástica Θ^P se considera indeterminada. En este trabajo se incluye el caso de articulación al centro de traveses Θ_C^P . La rotación Θ^P se calcula una vez que se conocen los desplazamientos laterales ϕ y las rotaciones de nudos $\bar{\Theta}$. La obtención de las Θ^P se describirá posteriormente.

Dejar indeterminadas las rotaciones plásticas permite plantear el sistema de ecuaciones para determinar $\bar{\Theta}$ y ϕ como únicas incógnitas.

c) Equilibrio

Al establecer la condición del equilibrio de nudos y entrepisos se debe considerar la relación carga-desplazamiento debida a la presencia de las articulaciones plásticas; también se requiere tener en cuenta el efecto de los momentos plásticos y articulaciones sobre los términos independientes del sistema de ecuaciones planteado.

Indicando con M_A^P , M_B^P y M_C^P a los momentos plásticos admisibles en los extremos A, B y al centro, respectivamente, en el apéndice C-2 se presentan las ecuaciones para determinar los momentos de empotramiento de miembros con articulaciones plásticas. En el apéndice, la numeración corresponde a la usada en las instrucciones

del programa para computadora. Los números se encuentran del lado izquierdo. Para trabes, ver ecuaciones 230 a 237. Para columnas ver ecuaciones 210 a 217. Esas ecuaciones incluyen el efecto de discontinuidades angulares en regiones elásticas.

El cortante lateral de empotramiento en columnas \bar{V}_h se determina con la expresión

$$\bar{V}_h = -(\bar{M}_A + \bar{M}_B) \quad (2.20.c)$$

Los momentos \bar{M}_A y \bar{M}_B son nulos cuando la columna es elástica y sin discontinuidades angulares.

ch) Ejemplo de marco con articulaciones plásticas sucesivas

En la fig 11 se muestra el marco de la fig 8 en etapas sucesivas, donde van apareciendo nuevas articulaciones plásticas al aumentar su estado de cargas. A continuación se va a describir el planteo de ecuaciones para cada uno de los estados del marco de la fig 11; así como el cálculo de los momentos y rotaciones de las articulaciones plásticas y la confirmación de que el estado del marco es correcto y no faltan ni sobran articulaciones. Esas 6 etapas a, b, c, ch, d y e de la fig 11 se usarán para describir el método de análisis.

Planteo de ecuaciones. Marco de la fig 11. a

Supóngase que al aumentar el estado de cargas al marco de la fig 8 aparece una articulación plástica al centro de una trabe (fig 11. a); el nuevo sistema de ecuaciones se presenta en la tabla 2. La tabla 2 difiere de la tabla 1 en los valores que toman los coeficientes r y t debido al cambio en el valor de la carga axial y en los elementos de las ecuaciones 3 y 4g incluyendo todos los términos independientes, tanto por efecto de la articulación como por efecto del aumento de cargas.

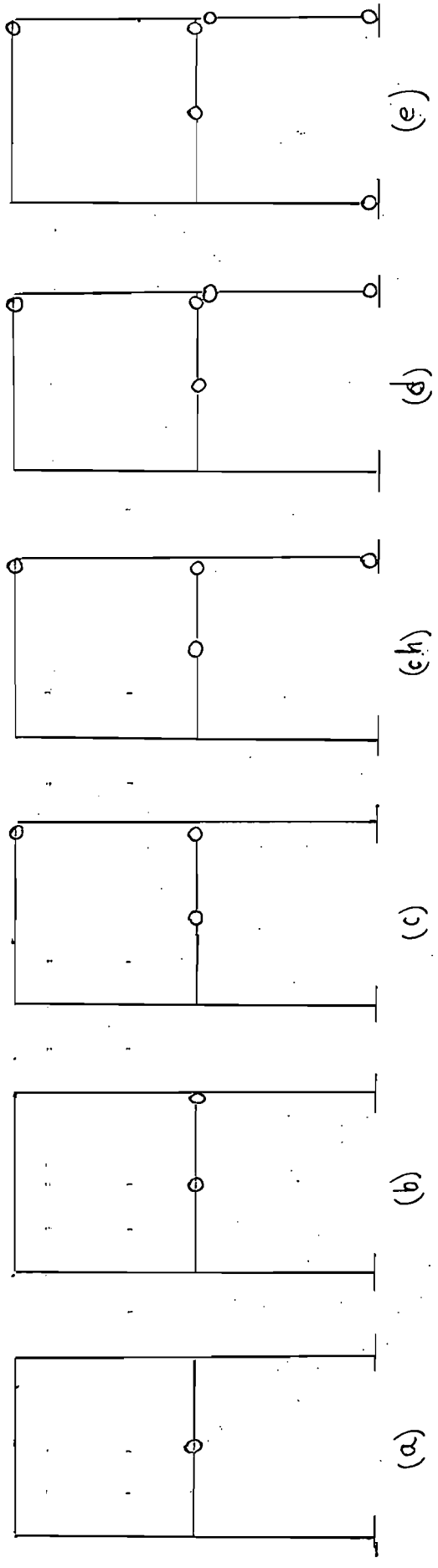


Fig 11: Marco de la fig 8 con sucesivas articulaciones plásticas

$$\begin{array}{cccc|cc}
 (4K_1^T + r_1 K_1^c) & 2K_1^T & r_1 t_1 K_1^c & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^c & 0 \\
 2K_1^T & (4K_1^T + r_2 K_2^c) & 0 & r_2 t_2 K_2^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & 0 \\
 r_1 t_1 K_1^c & 0 & (r_1 K_1^c + 3K_2^T + r_3 K_3^c) & 3K_2^T & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_3(1+t_3)K_3^c \\
 0 & r_2 t_2 K_2^c & 3K_2^T & (r_2 K_2^c + 3K_2^T + r_4 K_4^c) & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_4(1+t_4)K_4^c \\
 \hline
 -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & \left. \begin{array}{l} 2r_1(1+t_1)K_1^c + \\ 2r_2(1+t_2)K_2^c - (\bar{P}h)_1 \end{array} \right\} & 0 \\
 0 & 0 & -r_3(1+t_3)K_3^c & -r_4(1+t_4)K_4^c & 0 & \left. \begin{array}{l} 2r_3(1+t_3)K_3^c + \\ 2r_4(1+t_4)K_4^c - (\bar{P}h)_2 \end{array} \right\}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \bar{\theta}_1 \\
 \bar{\theta}_2 \\
 \bar{\theta}_3 \\
 \bar{\theta}_4 \\
 \phi_1 \\
 \phi_2
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 \bar{M}_1 \\
 \bar{M}_2 \\
 \bar{M}_3 \\
 \bar{M}_4 \\
 (Vh)_1 \\
 (Vh)_2
 \end{array}$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & D_p \end{bmatrix}}_{[K]} \{x\} = \{f\}$$

$$\begin{array}{l}
 \bar{\theta} \\
 \phi
 \end{array}
 =
 \begin{array}{l}
 \bar{M} \\
 \bar{Vh}
 \end{array}$$

Ecuaciones del marco de la fig 11.a.

Tabla-2. Marco de la fig 8 con una ar

Una articulación plástica en el marco de la fig 8.

9

El efecto de la articulación plástica al centro de la trabe es hacer que la relación carga-desplazamiento del miembro quede dada por la ec 2.21.b (ec 242 del apéndice C.1), la que fue utilizada al construir las ecs 3 y 4 de la tabla 2.

La articulación al centro de la trabe afecta los momentos de empotramiento usados para determinar los términos independientes de las ecs 3 y 4. Esos momentos de empotramiento se obtienen mediante las ecs 232 (apéndice C.2), que incluyen el caso de discontinuidades elásticas θ_A^P y θ_B^P en los extremos de la trabe. Dichas ecs 232 del apéndice C.2 son

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{L} [3\theta_A^P - 3\theta_B^P] + M_c^P - 2\frac{WL}{8} - 3\frac{WL^2}{24}$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{L} [3\theta_A^P - 3\theta_B^P] - M_c^P + 2\frac{WL}{8} + 3\frac{WL^2}{24}$$

y esos momentos de empotramiento \bar{M}_A y \bar{M}_B son de nudo sobre barra; cambian de signo al colocarlos en los términos independientes del sistema de ecuaciones, para tratar con momentos sobre nudo. El momento plástico al centro de la trabe M_c^P debe tener su signo; es positivo al actuar con las manecillas del reloj sobre la mitad derecha de la trabe.

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones de la tabla 2 se requiere verificar el estado de cada miembro. Se debe comprobar que en las secciones elásticas el momento actuante no exceda al momento plástico admisible; además se debe confirmar la existencia de la articulación plástica al centro de la trabe, fig 11.a, y calcular su rotación plástica.

Análisis del estado del marco, fig 11.a

Para determinar los momentos M_A , M_B y M_c en cada miembro del marco, tanto en traveses como en columnas, se emplean las ecuaciones del apéndice C.3. Los momentos aplicados a secciones elásticas se comparan con los plásticos admisibles, y aparece una articulación plástica cuando el momento aplicado excede o es igual al plástico. Este criterio se detalla en el apéndice C.5.

En particular, el estado de momentos en la trabe con articulación al centro se determina con las ecs 262 del apéndice C.3, que son:

$$M_A = \frac{EI}{L} [3\theta_A + 3\theta_B^1] + M_c^P - 2\frac{WL}{8} - 3\frac{WL^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} [3\theta_A + 3\theta_B] = M_c^P + 2\frac{WL}{8} + 3\frac{WL^2}{24}$$

$$M_c = \frac{EI}{L} [\theta_A - \theta_B + \theta_c^P] + \frac{WL}{8} + \frac{WL^2}{24}$$

dónde θ_A y θ_B se obtienen con las ecs 2.17. El signo de M_c^P debe ser el mismo que el de M_c . La ecuación con que se calcula M_c es la misma que se usa en trabe elástica cuando no existe articulación al centro. La rotación plástica θ_c^P es la conocida con anterioridad en el centro de la trabe. Ese momento M_c es únicamente un valor auxiliar para comprobar la existencia de la articulación y se usa para determinar la nueva rotación plástica θ_c^P .

Suponiendo que al analizar todas las secciones elásticas no se presentan nuevas articulaciones plásticas; queda estudiar lo que sucede al centro de la trabe con articulación plástica, fig 11.a.

Cuando $|M_c| < |M_c^P|$ significa que no debe haber articulación plástica al centro de la trabe.

Cuando $|M_c| \geq |M_c^P|$ se confirma la existencia de la articulación plástica. El cálculo de su nueva rotación Θ_c^P se efectúa con el criterio descrito en el apéndice C.6; que para este caso (ec 482 del apéndice C.6):

$$\Theta_c^P = \Theta_c^P + \left(\frac{M_c^P - M_c}{\left(\frac{EI}{L}\right)} \right)$$

siendo el Θ_c^P del segundo miembro el giro plástico conocido con anterioridad y el Θ_c^P del primer miembro es la nueva rotación plástica total de la articulación.

No hay que olvidar que se requiere conocer satisfactoriamente las cargas axiales en las columnas para determinar los valores de r y t . Esas cargas axiales también se emplean para obtener los momentos plásticos admisibles en columnas. El criterio usado para obtener los M^P de las columnas se presenta en el apéndice C.4. El tratamiento de las columnas se describirá en los marcos de la fig 11.ch y 11.d.

Planteo de ecuaciones. Marco fig 11.b

Al aumentar las cargas en el marco se supondrá, para fines descriptivos, que se tienen ahora dos articulaciones en la trabe inferior, fig 11.b. El nuevo sistema de ecuaciones se presenta en la tabla 3.

Para la trabe con dos articulaciones su relación carga-desplazamiento queda expresada con la ec 2.21.d (ec 243 del apéndice C.1), que indica cero rigidez. La tabla 3 difiere en los renglones 3 y 4 respecto a la tabla 2.

Los términos independientes de las ecs 3 y 4 de la tabla 3 se obtienen a partir de los momentos de empotramiento de la trabe; que están dados por las ecs 236 del apéndice C.2; así:

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc|cc}
 (4K_1^T + r_1 K_1^c) & 2K_1^T & r_1 t_1 K_1^c & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^c & 0 \\
 2K_1^T & (4K_1^T + r_2 K_2^c) & 0 & r_2 t_2 K_2^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & 0 \\
 r_1 t_1 K_1^c & 0 & (r_1 K_1^c + r_3 K_3^c) & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_3(1+t_3)K_3^c \\
 0 & r_2 t_2 K_2^c & 0 & (r_2 K_2^c + r_4 K_4^c) & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_4(1+t_4)K_4^c \\
 \hline
 -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & \left. \begin{array}{l} 2r_1(1+t_1)K_1^c + \\ 2r_2(1+t_2)K_2^c - (P\bar{h})_1 \end{array} \right\} & 0 \\
 0 & 0 & -r_3(1+t_3)K_3^c & -r_4(1+t_4)K_4^c & 0 & \left. \begin{array}{l} 2r_3(1+t_3)K_3^c + \\ 2r_4(1+t_4)K_4^c - (P\bar{h})_2 \end{array} \right\}
 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta}_3 \\ \bar{\theta}_4 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{M}_2 \\ \bar{M}_3 \\ \bar{M}_4 \\ (\bar{v}h)_1 \\ (\bar{v}h)_2 \end{Bmatrix}
 \end{array}$$

$$\underbrace{\left[\begin{array}{cc|cc}
 A & B \\
 B^T & D_p
 \end{array} \right]}_{[K]} \{x\} = \{f\}$$

$$\underbrace{\begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \phi \end{Bmatrix}}_{\{x\}} = \underbrace{\begin{Bmatrix} \bar{M} \\ \bar{v}h \end{Bmatrix}}_{\{f\}}$$

Tabla 3. Ecuaciones del marco de la fig 11.6. Dos articulaciones en una trabe del marco de la fig 8.

$$\bar{M}_A = M_B^P + 2M_C^P - 4 \frac{WL}{8} - 6 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$\bar{M}_B = M_B^P$$

Hay que cambiar... el signo de estos momentos al colocarlos en los términos independientes del sistema de ecuaciones de la tabla 3.

Análisis del estado del marco, fig 11.b

Una vez resuelto el sistema de ecuaciones de la tabla 3, el estudio del estado de la trabe con dos articulaciones se hace empleando las ecs 266 del apéndice C.3, que son:

$$M_A = M_B^P + 2M_C^P - 4 \frac{WL}{8} - 6 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} [3\theta_A + 3\theta_B] - M_C^P + 2 \frac{WL}{8} + 3 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_C = \frac{EI}{L} \left[\frac{3}{2} \theta_A + \frac{3}{4} \theta_C^P \right] - \frac{M_B^P}{4} + \frac{5}{4} \frac{WL}{8} + \frac{3}{2} \frac{\omega L^2}{24}$$

donde θ_A y θ_B se obtienen con las ecs 2.17. Conviene notar que el momento M_B se obtiene incluyendo la rotación θ_B^P conocida con anterioridad; porque de las ecs 2.18: $\theta_B = \bar{\theta}_B - \theta_B^P$.

Cuando se cumple que $|M_B| \geq |M_B^P|$, la nueva rotación plástica θ_B^P se obtiene con la ec 472 del apéndice C, que es

$$\theta_B^P = \bar{\theta}_B - \left(\frac{M_C^P - M_B^P}{K_B} \right)$$

donde, en este caso, $K_B = 3EI/L$. El valor de K_B es el coeficiente de θ_B^P usado para calcular M_B . El signo de M_B^P debe ser el mismo que el de M_B . En la ecuación anterior el θ_B^P del segundo miembro es la rotación plástica previamente conocida y el θ_B^P del primer miembro es la nueva rotación plástica del extremo B.

Para el cálculo de θ_C^P se emplea la ec 482 del apéndice C.6, donde ahora $K_C = (3/4)EI/L$.

Ecuaciones y análisis del estado del marco de la fig 11.c

En la tabla 4 se tiene el sistema de ecuaciones para el marco con las articulaciones indicadas en la fig 11.c. La nueva articulación en la trabe superior del marco hace que la tabla 4 difiera en las ecs 1 y 2 de la tabla 3.

Resuelto el sistema de ecuaciones, los momentos en la trabe superior se determinan con las ecs 264 del apéndice C.3. La rotación plástica de la articulación en el extremo derecho de esa trabe se obtiene con la ec 472 del apéndice C.6, donde en este caso $K_B = 4EI/L$.

Articulación plástica en columna. Marco fig 11.ch

En ese marco, además de las articulaciones en las trabes, se tiene una articulación plástica en la base de la columna inferior derecha. La rigidez de esa columna queda expresada por la ec 251 del apéndice C.1.

En la tabla 5 se presenta la matriz de rigideces del marco de la fig 11.ch. La columna con articulación interviene en el cuarto y en el último renglón de dicha tabla.

También los términos independientes, asociados al cuarto y último renglón de la tabla 5, quedan afectados por la articulación de la columna. Para calcular el efecto de la articulación en dichos términos independientes se emplean las ecs 211 del apéndice C.2, donde \bar{M}_A y \bar{M}_B son momentos de empotramiento sobre la columna, y el momento de cortante lateral de empotramiento que actúa sobre la columna vale $-(\bar{M}_A + \bar{M}_B)$. Como en los términos independientes se tienen momentos de desequilibrio sobre nodos y momentos de cortante sobre entrepisos, se debe de cambiar de signo a los momentos sobre miembros. En este caso, los

$$\left[\begin{array}{cccc|cc}
 (3K_1^T + r_1 K_1^c) & 0 & r_1 t_1 K_1^c & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^c & 0 \\
 0 & (r_2 K_2^c) & 0 & r_2 t_2 K_2^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & 0 \\
 r_1 t_1 K_1^c & 0 & (r_1 K_1^c + r_3 K_3^c) & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_3(1+t_3)K_3^c \\
 0 & r_2 t_2 K_2^c & 0 & (r_2 K_2^c + r_4 K_4^c) & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_4(1+t_4)K_4^c \\
 \hline
 -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & -r_1(1+t_1)K_1^c & -r_2(1+t_2)K_2^c & \left. \begin{array}{l} 2r_1(1+t_1)K_1^c + \\ 2r_2(1+t_2)K_2^c - (P\bar{h})_1 \end{array} \right\} & 0 \\
 0 & 0 & -r_3(1+t_3)K_3^c & -r_4(1+t_4)K_4^c & 0 & \left. \begin{array}{l} 2r_3(1+t_3)K_3^c + \\ 2r_4(1+t_4)K_4^c - (P\bar{h})_2 \end{array} \right\}
 \end{array} \right] \begin{Bmatrix} \bar{\theta}_1 \\ \bar{\theta}_2 \\ \bar{\theta}_3 \\ \bar{\theta}_4 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M}_1 \\ \bar{M}_2 \\ \bar{M}_3 \\ \bar{M}_4 \\ \bar{Vh}_1 \\ \bar{Vh}_2 \end{Bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{c|c}
 A & B \\
 \hline
 B^T & D_p
 \end{array} \right]$$

$$\left\{ \begin{array}{c} \bar{\theta} \\ \phi \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \bar{M} \\ \bar{Vh} \end{array} \right\}$$

$$[K]\{x\} = \{f\}$$

Tabla 4: Ecuaciones del marco de la fig. 11: c. Articulaciones en traveses del marco de la fig. 8.

$(3K_1^T + r_1 K_1^c)$	0	$r_1 t_1 K_1^c$	0	$-r_1(1+t_1)K_1^c$	0
0	$(r_2 K_2^c)$	0	$r_2 t_2 K_2^c$	$-r_2(1+t_2)K_2^c$	0
$r_1 t_1 K_1^c$	0	$(r_1 K_1^c + r_3 K_3^c)$	0	$-r_1(1+t_1)K_1^c$	$-r_3(1+t_3)K_3^c$
0	$r_2 t_2 K_2^c$	0	$\{r_2 K_2^c + r_4(1-t_4^2)K_4^c\}$	$-r_2(1+t_2)K_2^c$	$-r_4(1-t_4^2)K_4^c$
$-r_1(1+t_1)K_1^c$	$-r_2(1+t_2)K_2^c$	$-r_1(1+t_1)K_1^c$	$-r_2(1+t_2)K_2^c$	$\left\{ \begin{array}{l} 2r_1(1+t_1)K_1^c + \\ 2r_2(1+t_2)K_2^c - (Ph)_1 \end{array} \right\}$	0
0	0	$-r_3(1+t_3)K_3^c$	$-r_4(1-t_4^2)K_4^c$	0	$\left\{ \begin{array}{l} 2r_3(1+t_3)K_3^c + \\ [2r_4(1+t_4) - r_4(1+t_4)^2]K_4^c - (Ph)_2 \end{array} \right\}$

$$\left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline B^T & D_p \end{array} \right]$$

Tabla 5. Matriz de rigideces del marco con articulaciones plásticas, fig 11.ch.

momentos que reciben los nudos debidos a la columna son $-\bar{M}_A$ en el nudo inferior y $-\bar{M}_B$ en el nudo del cabezal; mientras que el momento de cortante lateral de empotramiento aplicado al entrepiso es (ec 2.20.c)

$$- \{ -(\bar{M}_A + \bar{M}_B) \} = (\bar{M}_A + \bar{M}_B).$$

Ese momento lateral es adicional al producido por las fuerzas horizontales externas al marco.

Las cargas axiales en columnas deben conocerse satisfactoriamente porque los coeficientes de rigidez y factores de transporte, así como los momentos plásticos admisibles, dependen de ellas. Para conocer las cargas axiales debe resolverse el sistema de ecuaciones, calcularse las descargas de traveses y con ellas las cargas en las columnas. Esas nuevas cargas deben ser suficientemente cercanas a las previamente usadas en el planteo del sistema de ecuaciones; de no ser así, se vuelve a plantear el sistema de ecuaciones usando las nuevas cargas axiales como dato. En el programa para computadora presentado en este trabajo, se analiza únicamente la modificación de las cargas axiales por rotaciones de nudos entre un planteo y el siguiente. El criterio se justifica al tener en cuenta que las cargas axiales por empotramiento de nudos no cambian entre un planteo y el siguiente. El programa considera satisfactorias las cargas normales en las columnas cuando su diferencia entre dos planteos consecutivos, en todas y cada una de las columnas del marco, es menor a 0.01 de la carga axial promedio por rotaciones de nudos. Esa comparación se hace siempre y cuando la rotación de nudos de lugar a una carga axial superior a 0.0005 de la carga crítica de Euler. Con eso se garantiza una aproximación satisfactoria a los valores de r y t de las columnas y a los momentos plásticos admisibles.

4

Los momentos plásticos admisibles en columnas se determinan con los criterios señalados en el apéndice C.4. Para ello se emplea el factor de reducción de flexión plástica R_{fp} , propuesto por el ASCE⁽³⁹⁾ de manera que

$$M_{col}^P = R_{fp} M_o^P$$

donde M_{col}^P es el momento plástico admisible en cualquier sección de la columna por efecto de su carga axial y M_o^P es el momento plástico sin carga axial. En el programa para computadora se consideran tres tipos de secciones de columnas de acero: secciones I, secciones H, y secciones rectangulares. Según el tipo de sección, ese factor R_{fp} se obtiene en función de P/P_y , donde P = carga normal sobre la columna, P_y = carga normal de fluencia de la columna. Las fórmulas se presentan en el apéndice C.4.

Como el aumento de cargas verticales y horizontales sobre el marco no necesariamente acarrea un aumento de la carga normal en todas las columnas, puede suceder que una articulación plástica en una columna vuelva a su estado elástico o se cierre, cuando disminuya la carga axial en esa columna. La discontinuidad angular se conserva. A su vez, el aumento de carga normal en una columna puede hacer que aparezca o se abra una articulación plástica en una sección, aún cuando disminuya el momento aplicado a dicha sección al modificarse las cargas aplicadas al marco.

El fenómeno anterior, debido al cambio del momento plástico admisible en columnas, es totalmente diferente al efecto de la redistribución de esfuerzos proveniente de las articulaciones plásticas que van apareciendo en los miembros del marco. Esa redistribución

de esfuerzos, al modificarse las cargas sobre el marco, puede también provocar apertura y cierre de articulaciones plásticas en traveses y columnas. Tanto el efecto del cambio de momento plástico admisible en columnas, como el efecto de la redistribución de esfuerzos, son simultáneos y no tienen porqué ser independientes.

El cálculo de los momentos aplicados en los extremos y al centro de columnas elásticas se efectúa con las ecs 270 del apéndice C.3; esas ecuaciones son:

$$M_A = \frac{EI}{h} [r\theta_A + rt\theta_B - r(1+t)\phi]$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [rt\theta_A + r\theta_B - r(1+t)\phi]$$

$$M_c = \frac{EI}{h} [o'\theta_A - o'\theta_B]$$

donde M_A es el momento en la base, M_B en el cabezal y M_c al centro de la columna. Se emplean las ecs 2.17 para determinar θ_A y θ_B a partir de $\bar{\theta}_A$, $\bar{\theta}_B$, θ_A^P y θ_B^P .

Para calcular M_c se utiliza el coeficiente o' definido en el apéndice B, ec B49, en la forma:

$$o' = -r't' + \frac{1+t'}{1-t'}$$

donde r' y t' son el coeficiente de rigidez y factor de transporte, respectivamente, de sólo la mitad de la columna.

Los momentos en la columna con articulación en la base se obtienen con

$$M_A = \frac{EI}{h} [r\theta_A + rt\theta_B - r(1+t)\phi]$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [r(1-t^2)\{\theta_B - \phi\}] + tM_A^P$$

$$M_c = \frac{EI}{h} [o'(1+t)\{-\theta_B + \phi\}] + \frac{o'}{r} M_A^P$$

que son las ecs 271 del apéndice C.3.

El cálculo de la rotación plástica de la articulación en la base de la columna se obtiene con la ec 467 del apéndice C.5, que es

$$\Theta_A^P = \Theta_A^P + \left(\frac{M_A^P - M_A}{K_A} \right)$$

y para éste caso $K_A = rEI/h$. La ecuación anterior se emplea siempre y cuando la articulación no se cierre, es decir $|M_A| \geq |M_A^P|$

Columna con articulaciones en los extremos. Marco fig. 11.d

En la tabla 6 se presenta la matriz de rigideces para el marco de la fig 11.d. La notación usada continúa siendo la que corresponde al marco de la fig 8.

La diferencia entre las tablas 5 y 6 se encuentra en los elementos del cuarto y último renglón y proviene de la columna biarticulada. La matriz de rigideces de dicha ~~matriz~~ columna se obtiene de inmediato de la ec. 2.22.c y se incluye como la ec 255 del apéndice C.1. Para esa columna, la única rigidez no nula corresponde al desplazamiento lateral, con valor $-\eta EI/h$. Esa rigidez, además de ser negativa, no depende del EI/h de la columna porque al usar la ec 2.4

$$-\frac{EI}{h} \eta = -Ph$$

siendo P la carga normal sobre la columna y h su altura. En la tabla 6, la rigidez anterior interviene en el término $-(\bar{P}h)_2$, localizado en el último renglón y última columna de esa tabla. Eso proviene de que

$$(\bar{P}h)_2 = P_3 h_2 \pm P_4 h_2$$

siendo P_3 y P_4 las cargas normales sobre las columnas 3

$$\left[\begin{array}{cccc|cc}
 (3K_1^T + r_1 K_1^c) & 0 & r_1 t_1 K_1^c & 0 & -r_1 (1+t_2) K_1^c & 0 \\
 0 & (r_2 K_2^c) & 0 & r_2 t_2 K_2^c & -r_2 (1+t_2) K_2^c & 0 \\
 r_1 t_1 K_1^c & 0 & (r_1 K_1^c + r_3 K_3^c) & 0 & -r_1 (1+t_1) K_1^c & -r_3 (1+t_3) K_3^c \\
 0 & r_2 t_2 K_2^c & 0 & (r_2 K_2^c) & -r_2 (1+t_2) K_2^c & 0 \\
 \hline
 -r_1 (1+t_1) K_1^c & -r_2 (1+t_2) K_2^c & -r_1 (1+t_1) K_1^c & -r_2 (1+t_2) K_2^c & \left\{ \begin{array}{l} 2r_1 (1+t_1) K_1^c + \\ 2r_2 (1+t_2) K_2^c - (\bar{P}h)_1 \end{array} \right\} & 0 \\
 0 & 0 & -r_3 (1+t_3) K_3^c & 0 & 0 & \left\{ \begin{array}{l} 2r_3 (1+t_3) K_3^c \\ -(\bar{P}h)_2 \end{array} \right\}
 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{c|c}
 A & B \\
 \hline
 B^T & D_p
 \end{array} \right]$$

Tabla 6. Matriz de rigideces del marco con articulaciones plásticas, fig 11.d.

y 4, respectivamente, y $h_2 =$ altura del entrepiso, fig 8. La carga vertical total aplicada al entrepiso es $P_3 + P_4$.

Los términos independientes del sistema de ecuaciones se determinan con los criterios señalados para los casos anteriores, tablas 1 a 5. En especial, la columna biarticulada introduce un momento de desequilibrio sobre el nudo 4 de $-M_B^P =$ momento plástico admisible en el cabezal. El momento de cortante lateral aplicado sobre el entrepiso es $M_A^P + M_B^P$, donde $M_A^P =$ momento plástico en la base de la columna.

El cálculo del estado de momentos en la columna biarticulada de la fig 11.e se efectúa con las ecs 275 del apéndice C.3 que son:

$$M_A = \frac{EI}{h} [r(1-t^2) \{ \Theta_A - \phi \}] + t M_B^P$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [r(1-t^2) \{ \Theta_B - \phi \}] + t M_A^P$$

$$M_c = \frac{O'}{r(1-t)} \{ M_A^P - M_B^P \}$$

donde los signos de M_A^P y M_B^P deben coincidir con los de M_A y M_B , respectivamente. Los valores de Θ_A y Θ_B se obtienen con las ecs 2.17.

Para garantizar la presencia de las dos articulaciones plásticas en la columna, deben cumplirse las condiciones:

$$|M_A| \geq |M_A^P| \quad \text{y} \quad |M_B| \geq |M_B^P|$$

El cálculo de los nuevos Θ_A^P y Θ_B^P se hace con las ecs 467 y 477 del apéndice C.6, donde se usa

$$K_A = K_B = r(1-t^2) \frac{EI}{h}$$

Para que no exista colapso de la columna se debe

tener que

$$|M_c| < |M_c^P|$$

que se cumple cuando $M_A^P = M_B^P$. Conviene señalar que cuando M_A^P y M_B^P no son del mismo signo, es decir $M_A^P = -M_B^P$, y la columna se encuentra sujeta a compresión sucederá que $|M_c| \geq |M_c^P|$; la igualdad se presenta cuando no hay carga axial. Por otro lado, si la columna trabaja a tensión se tendrá $|M_c| < |M_c^P|$ aún cuando $M_A^P = -M_B^P$.

Marco de la fig 11.e

En la tabla 7 se presenta la matriz de rigideces del marco de la fig 11.e. La determinación de los términos independientes del sistema de ecuaciones se efectúa con los criterios descritos anteriormente para las otras tablas:

Cuando el marco es estable; es posible resolver el sistema de ecuaciones y obtener con ello su estado de desplazamientos. Los momentos en las regiones elásticas y las rotaciones de las articulaciones plásticas se determinan con las ecuaciones del apéndice C.

2.3.4 Características de la solución paso a paso

En un marco real la relación típica carga-desplazamiento es de la forma indicada en la fig 1. Ahora, con el método paso a paso descrito en los párrafos anteriores se obtiene una gráfica como la mostrada en la fig 12. Esta es propia de los marcos cuyo comportamiento se idealiza como elasto-plástico.

En el primer tramo de la curva de la fig 12, que

$$\left[\begin{array}{cccc|cc}
 (3K_1^T + r_1 K_1^C) & 0 & r_1 t_1 K_1^C & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^C & 0 \\
 0 & (r_2 K_2^C) & 0 & r_2 t_2 K_2^C & -r_2(1+t_2)K_2^C & 0 \\
 r_1 t_1 K_1^C & 0 & \{r_1 K_1^C + r_3(1-t_3^2)K_3^C\} & 0 & -r_1(1+t_1)K_1^C & -r_3(1-t_3^2)K_3^C \\
 0 & r_2 t_2 K_2^C & 0 & (r_2 K_2^C) & -r_2(1+t_2)K_2^C & 0 \\
 \hline
 -r_1(1+t_1)K_1^C & -r_2(1+t_2)K_2^C & -r_1(1+t_1)K_1^C & -r_2(1+t_2)K_2^C & \left\{ \begin{array}{l} 2r_1(1+t_1)K_1^C + \\ 2r_2(1+t_2)K_2^C - (\overline{P\overline{H}})_1 \end{array} \right\} & 0 \\
 0 & 0 & -r_3(1-t_3^2)K_3^C & 0 & 0 & \left\{ \begin{array}{l} [2r_3(1+t_3) - r_3(1+t_3)^2]K_3^C \\ -(\overline{P\overline{H}})_2 \end{array} \right\}
 \end{array} \right]$$

$$\left[\begin{array}{c|c}
 A & B \\
 \hline
 B^T & D_p
 \end{array} \right]$$

Nota. En el último renglón y

última columna se cumple

$$\text{que: } 2r_3(1+t_3) - r_3(1+t_3)^2 = r_3(1-t_3^2)$$

Tabla 7. Matriz de rigideces del marco con articulaciones plásticas. Fig 11.f.

corresponde al inicio de la aplicación de la carga, el marco tiene un comportamiento elástico hasta que aparece la primera articulación plástica, indicada por un punto con el número 1 en la fig 12. En ese intervalo se tiene un sistema de ecuaciones de la forma

$$K_0 x = f_0 \quad (2.21.a)$$

donde K_0 = matriz de rigideces del marco elástico y f_0 su vector de términos independientes. Como el marco es estable, su estado deformado queda dado por

$$x = K_0^{-1} f_0$$

Cuando las cargas quedan comprendidas entre la primera y segunda articulación se tiene

$$K_1 x = f_1 \quad (2.21.b)$$

donde K_1 = matriz de rigideces del marco con una articulación plástica y f_1 su vector de términos independientes. La solución se obtiene con

$$x = K_1^{-1} f_1$$

Cuando se aplica la carga con la que aparece la primera articulación plástica, la ec 2.21.a y la ec 2.22.b dan los mismos desplazamientos x para el punto 1. Pero la presencia de la articulación plástica reduce la rigidez del marco; a este fenómeno se le conoce como "deterioración de rigidez" (²). Así, cada vez que se abre una nueva articulación plástica hay un cambio en la pendiente de la curva carga-desplazamiento.

Como en cada nueva articulación se vuelve a plantear un nuevo sistema de ecuaciones, al aparecer la articulación n se tiene:

$$K_n x = f_n \quad (2.21.c)$$

donde K_n es una matriz de rigideces deteriorada y f_n su vector de términos independientes.

El límite de aplicación y significado de la ec 2.21.C puede ilustrarse por medio de la fig 13. En esa figura se tiene una gráfica $\bar{f} - x$, donde \bar{f} es representativo del vector de cargas externas \bar{f} aplicadas al marco y x es representativo del vector de desplazamientos x . La curva continua es la curva carga-desplazamiento del marco y \bar{f}_n es la carga cuando aparece la articulación n . El vector \bar{f} no es el vector f_n de la ec 2.21.C; ellos se relacionan mediante la expresión

$$f_n = \bar{f} - f_n^0 \quad (2.22.a)$$

donde f_n^0 corresponde al efecto de las articulaciones plásticas y discontinuidades angulares en regiones elásticas. Cuando se modifica el estado de cargas \bar{f} y se aplica la ec 2.21.C, se obtiene la curva punteada de la fig 13. Ésta coincide con la curva continua sólo en el tramo comprendido entre la articulación n y la $n+1$, que marcan los límites de validez de aplicación de la ec 2.21.C. El continuar usando esa ecuación fuera de su intervalo de validez, equivale a no permitir cierre ni apertura de articulaciones plásticas, conservando sólo el comportamiento elástico con efecto de la carga axial en las columnas. Las articulaciones plásticas se tratan como bisagras cuyos momentos aplicados son iguales al plástico. Así, al disminuir \bar{f} hasta hacerlo cero, se obtiene una deformación negativa $x = -x_0$, fig 13; porque los momentos plásticos quedan actuando sobre las bisagras en calidad de cargas externas; el vector x_0 queda dado por

$$K_n x_0 = f_n^0 \quad (2.22.b)$$

que se obtiene de sustituir la ec 2.22.a en la 2.21.C

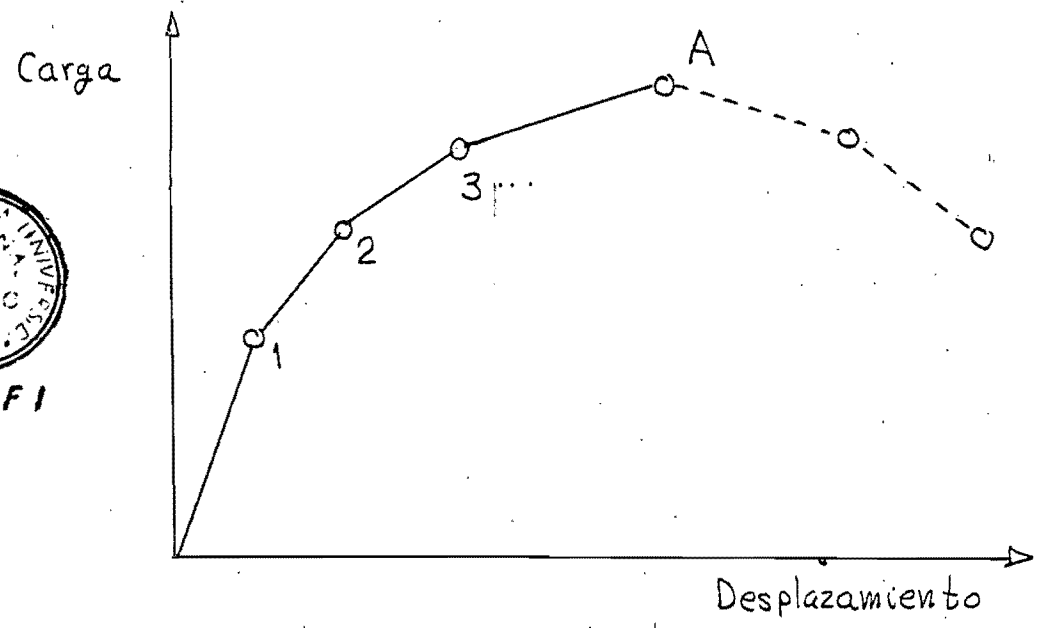
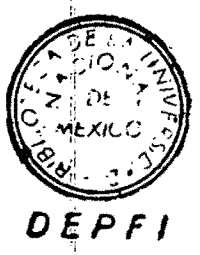


Fig: 12 Curva típica carga-desplazamiento de marcos con comportamiento elasto-plástico

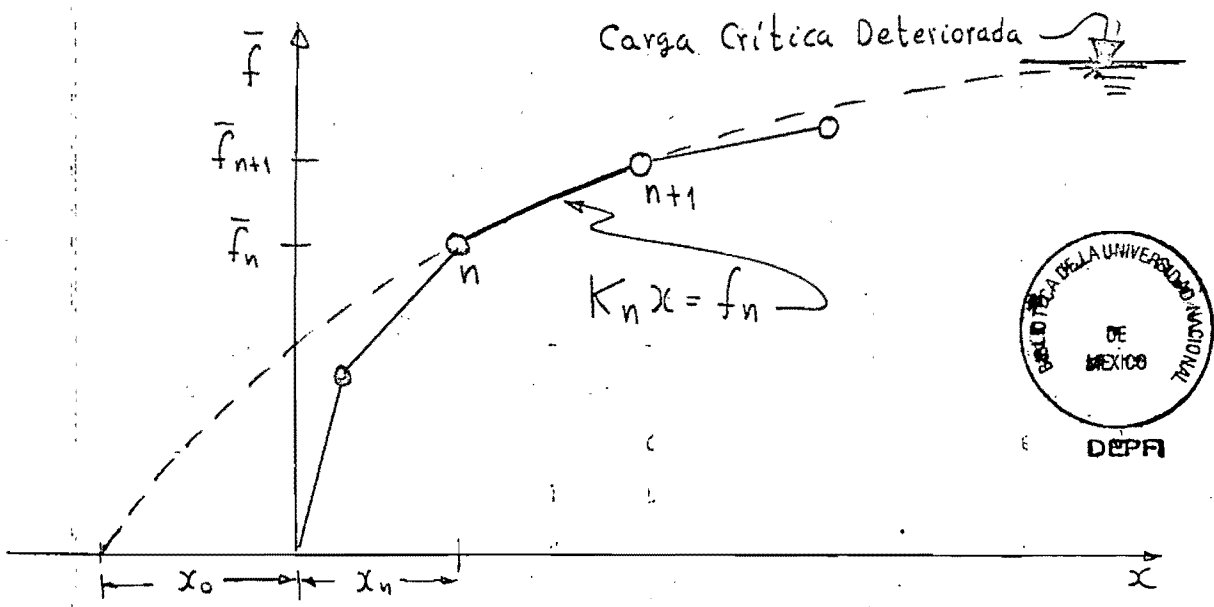


Fig 13 Efecto de la deterioración de la rigidez por articulaciones plásticas

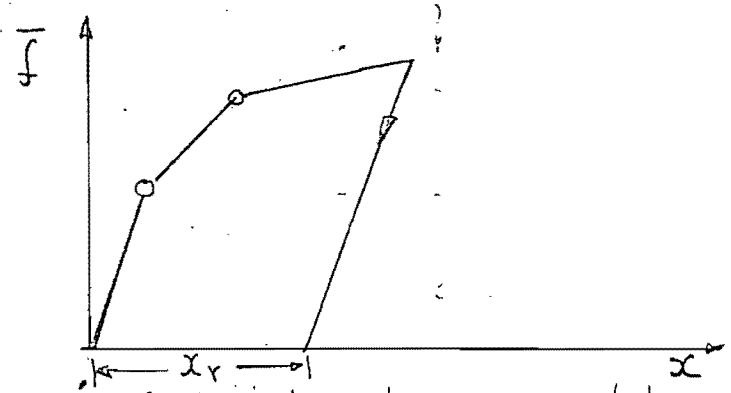


Fig: 14 Efecto de descarga del marco

y hacer $\bar{f} = 0$.

Conviene notar que los valores de los elementos de la matriz K_n con $\bar{f} \neq 0$ y con $\bar{f} = 0$ no coinciden debido al efecto de la carga axial en las columnas. ~~Además~~

~~si $\bar{f} > 0$~~

Ahora, si \bar{f} se hace superior a \bar{f}_{n+1} en la ec 2.21.C, la curva obtenida se separa de la del marco, se sigue por arriba, y llega a un valor máximo conocido como carga crítica deteriorada⁽²⁾, fig 13, habiendo una carga crítica deteriorada para cada articulación que se presenta.

Cabe esperar que la curva entre dos articulaciones sucesivas tiene concavidad hacia abajo, porque incluye el cambio de rigidez de las columnas por efecto de carga axial.

Un aspecto muy importante es que la línea punteada de la fig 13 no es la trayectoria de descarga del marco elasto-plástico; la curva de descarga se muestra en la fig 14. En este caso, al descargar el marco todas las articulaciones plásticas se cierran, porque ellas tratan de girar en sentido contrario al que lo han venido haciendo. Al descargar, el nuevo sistema de ecuaciones toma la forma

$$K'_0 x = f'_0 \quad (2.23.a)$$

donde K'_0 es la matriz de rigideces del marco elástico y f'_0 su vector de términos independientes. Estas matrices K'_0 y f'_0 dependen de las discontinuidades angulares elásticas residuales; así $f'_0 = \bar{f} - \bar{f}'_0$ y cuando $\bar{f} = 0$ se obtiene

$$K'_0 x_r = -\bar{f}'_0 \quad (2.23.b)$$

donde x_r es el estado residual. El estado deformado residual subsiste aún cuando al descargar aparezcan nuevas articulaciones plásticas debidas a la redistribución de esfuerzos.

2.3.5 Resumen del planteo matricial de la solución paso a paso

El problema de equilibrio de un marco elasto-plástico, con o sin articulaciones plásticas, puede plantearse con un sistema de ecuaciones de la forma

$$Kx = f \quad (2.24)$$

donde K es la matriz de rigideces de la parte elástica del marco, x es su vector de desplazamientos y f es su vector de cargas.

En este caso, la matriz K depende también de las articulaciones plásticas, de las discontinuidades angulares en las regiones elásticas, de las cargas en el marco y de las deformaciones del mismo. De igual manera sucede con el vector f . La ec. 2.24 se cumple aún cuando el marco sea inestable, puesto que es una condición de equilibrio. Además, K es una matriz simétrica porque depende de la región aún elástica del marco en estudio, en la cual es aplicable el teorema de los trabajos recíprocos de Maxwell-Betti.

En las tablas 1 a 7 se señala que el sistema de ecuaciones 2.24, usando partición de matrices, puede construirse en la forma:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ B^T & D - P_h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \bar{M} \\ \bar{V}_h \end{Bmatrix} \quad (2.25)$$

donde

A = matriz de rigideces de momentos sobre nudos correspondiente a sólo rotaciones de nudos

B = matriz de rigideces de momentos sobre nudos correspondiente a sólo movimientos angulares laterales

B^T = B traspuesta = matriz de rigideces de momentos

laterales sobre entrepisos correspondiente a solo rotaciones de nudos. Las matrices B y B^T son matrices de transporte de los efectos de rotaciones laterales de los entrepisos a los efectos de los giros de nudos y viceversa, respectivamente

D = matriz de rigideces de momentos laterales sobre entrepisos correspondiente a sólo movimientos angulares laterales, cuando el equilibrio se cumple en el estado inicial sin desplazarse lateralmente el marco. Ella es una matriz diagonal

Las matrices A , B y D se construyen considerando la región aún elástica del marco y tratando las articulaciones plásticas como bisagras.

\bar{P}_h = matriz de rigideces correctiva para tener en cuenta las cargas verticales y cumplir el equilibrio en el estado lateralmente desplazado del marco. Ella interviene aún cuando no existan movimientos horizontales; es una matriz diagonal que sólo depende de la carga vertical total en cada entrepiso, multiplicada por la altura de ese entrepiso. No intervienen en ella las cargas laterales sobre el marco, la posición de la resultante de cargas verticales, las rigideces de las columnas ni la presencia de articulaciones plásticas.

$\bar{\Theta}$ = vector de rotaciones de nudos

ϕ = vector de movimientos angulares laterales de los entrepisos

\bar{M} = vector de momentos de desequilibrio que actúan sobre los nudos sin girar

\bar{V}_h = vector de momentos de cortante lateral sobre los entrepisos sin movimiento horizontal

Para construir los vectores \bar{M} y \bar{V}_h , aparte de las cargas externas, deben incluirse los efectos de los momentos plásticos aplicados por las articulaciones plásticas, y los efectos de las discontinuidades angulares en las regiones aún elásticas de los miembros.

2.4 CARACTERÍSTICAS DEL PROBLEMA DE INESTABILIDAD DE MARCOS

Anteriormente se ha visto que un marco pierde rigidez al aumentar su estado de cargas. La carga de inestabilidad se obtiene cuando por vez primera el marco adquiere rigidez nula o negativa. Esa condición ha sido planteada con la ec. 1.1 y que puede ponerse en la forma:

$$\Delta X^T \Delta f \leq 0 \quad (2.26)$$

siendo ΔX y Δf vectores de incrementos de desplazamientos y de fuerzas, respectivamente; el vector $\Delta f + f$ debe cumplir la condición de equilibrio en el estado deformado.

A continuación se muestra, por medio de la ec. 2.26, que la condición de inestabilidad se satisface cuando la matriz de rigideces deteriorada del marco no es definida positiva.

2.4.1 Condición de Inestabilidad

Sea el estado del marco en equilibrio expresado por

$$KX = f \quad (2.27.a)$$

donde K es su matriz de rigideces deteriorada, X su vector de desplazamientos y f el vector de términos independientes que incluye las cargas externas, el efecto

de las articulaciones plásticas y el efecto de las discontinuidades angulares en regiones elásticas.

Cuando el marco pasa al estado deformado $x + \Delta x$ con las cargas $f + \Delta f$, la matriz de rigideces pasa a $K + \Delta K$; por lo que el nuevo estado del marco en equilibrio queda gobernado por:

$$[K + \Delta K] \{x + \Delta x\} = \{f + \Delta f\}. \quad (2.27.b)$$

Sustituyendo el valor de f dado por la ec 2.27.a en la ec 2.27.b resulta

$$\Delta f = [K + \Delta K] \Delta x + \Delta K x \quad (2.28.a)$$

y la ec 2.26 se cumple cuando

$$\Delta x^T [K + \Delta K] \Delta x + \Delta x^T \Delta K x \leq 0 \quad (2.28.b)$$

La aplicabilidad de la ec 2.28.b está limitada a que la curva carga-desplazamiento del marco se aproxime bastante a la tangente del estado definido por la ec 2.27.a. Para tener en cuenta las implicaciones de esta restricción conviene escribir la ec 2.28.a en la forma

$$\Delta f_i = \sum_n \left\{ (K_{in} + \Delta K_{in}) \Delta x_n + \Delta K_{in} x_n \right\} \quad (2.29.a)$$

donde Δf_i , Δx_n y x_n son elementos de los vectores Δf , Δx y x , respectivamente, mientras que K_{in} y ΔK_{in} son elementos de las matrices K y ΔK . Haciendo que el vector Δx tienda a cero, y tomando límites en la ec 2.29.a dividida entre Δx_j , se tiene

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta f_i}{\Delta x_j} \right) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\sum_n \left\{ (K_{in} + \Delta K_{in}) \frac{\Delta x_n}{\Delta x_j} + \frac{\Delta K_{in}}{\Delta x_j} x_n \right\} \right) \quad (2.29.b)$$

con las condiciones

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta K_{in}}{\Delta x_j} \right) = 0 \quad (2.29.c)$$

y

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta x_n}{\Delta x_j} \right) = \begin{cases} = 0 & \text{cuando } n \neq j \\ = 1 & \text{cuando } n = j \end{cases} \quad (2.29.ch)$$

En el límite, la ec 2.29.b se transforma en:

$$\frac{\partial f_i}{\partial x_j} = K_{ij} \quad (2.30)$$

y la ec 2.29.c equivale a tomar

$$\Delta K = 0 \quad (2.31)$$

Así, por la ec 2.31, la ec 2.28.b se transforma en:

$$\Delta X^T K \Delta X \leq 0 \quad (2.32)$$

que es la condición de inestabilidad.

El significado de la ec 2.32 es permitir que la tangente a la curva carga-desplazamiento defina por sí sola la presencia de inestabilidad. La magnitud de ΔX en la ec 2.32 debe cumplir con la condición de que la curva y la tangente sean suficientemente cercanos. Así, la ec 2.32 da lugar a enunciar el siguiente teorema:

2.4.2 Teorema de Inestabilidad

"Un marco con comportamiento inelástico es inestable cuando su matriz de rigideces deteriorada no es definida positiva."

Este teorema ha sido demostrado para sistemas conservadores por Langhaar⁽²²⁾ y ha sido extendido a sistemas no conservadores por Ziegler⁽²³⁾, usando ambos^(22,23) cálculo de variaciones.

Los marcos estudiados en éste trabajo corresponden a sistemas no conservadores cuando se presenta no linealidad en el comportamiento del material; porque entonces el trabajo de deformación depende de la trayectoria de carga seguida para deformar el marco.

2.4.3 El concepto de matriz definida positiva

Se dice que una matriz K es definida positiva si la forma cuadrática Q :

$$Q = \frac{1}{2} \{ x^T K x \} \quad (2.33.a)$$

adquiere únicamente valores positivos para cualquier vector real X y sólo es nula cuando el vector X es cero.

Una manera de confirmar que una matriz es definida positiva es que sea simétrica y que el determinante y todos sus menores principales sean positivos, es decir ⁽¹⁸⁾

$$K_{11} > 0, \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix} > 0, \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix} > 0, \dots, \det[K] > 0 \quad (2.33.b)$$

donde K_{ij} son elementos de la matriz K .

También, cuando una matriz es definida positiva, todos sus valores característicos o propios son positivos y no nulos, es decir, la ecuación

$$K Z_{(i)} = \lambda_{(i)} Z_{(i)} \quad (2.33.c)$$

tiene solución con $\lambda_{(i)} > 0$, donde λ_i son los valores característicos o propios de la matriz K y Z_i son sus vectores característicos o propios.

2.4.4 Conceptos básicos

Para señalar con claridad las implicaciones del fenómeno de inestabilidad resultan útiles los siguientes conceptos:

1. Un marco es estable cuando su matriz de rigideces es definida positiva. Esto resulta como corolario del teorema de inestabilidad.
2. Como la diagonal principal de la matriz K contiene los coeficientes de rigidez que directamente relacionan las cargas con sus correspondientes desplazamientos, por la ec 2.33.b un marco estable tiene positivos y no nulos todos los elementos de la diagonal principal de K . Lo anterior proviene de que cualquier

elemento K_{ii} de la diagonal principal, puede colocarse en K_{jj} y viceversa, mediante el intercambio apropiado de dos renglones y dos columnas en la ec 2.27.a, y la ec 2.33.b sigue siendo válida.

3. Un marco no necesariamente es estable cuando todos sus K_{ii} son positivos y no nulos.

2.4.5 Características de inestabilidad

Con los conceptos anteriores, son inmediatas las siguientes características de la inestabilidad de un marco:

1. Un marco es inestable cuando es nulo o negativo cualquiera de los elementos de la diagonal principal de K .
2. Un marco es inestable cuando cualquiera de los menores principales de K es nulo o negativo.
3. Un marco es inestable cuando el determinante de K es nulo o negativo.
4. Cuando el determinante de K es positivo, el marco puede ser estable o puede ser inestable. Esto implica que un marco inestable puede tener $\det[K] > 0$.
5. Un marco inestable puede tener solución al sistema de ecuaciones planteado. Esto proviene de la característica anterior. La solución del sistema de ecuaciones puede o no tener significado físico inmediato.

La carga de inestabilidad de un marco se determina cuando por vez primera el marco se vuelve inestable al aumentar el estado de cargas desde cero. La ley de incrementos de carga es arbitraria. La carga de inestabilidad queda asociada a la historia de carga y a las magnitudes de las fuerzas al presentarse inestabilidad. En este trabajo las cargas verticales y las cargas horizontales se tratan por separado con sus factores de carga correspondientes.

Conviene insistir que la matriz K se construye teniendo en cuenta el estado deformado del marco, el efecto de articulaciones plásticas y el efecto de la carga axial en columnas, que a su vez modifica rigideces y momentos plásticos en las mismas.

Todos los posibles grados de libertad de los nudos del marco deben intervenir en la matriz K . Ellos son función de los efectos que se consideran dominantes en el comportamiento del marco y no deben depender del estado de cargas. El tener en cuenta también el efecto del acortamiento de columnas aumenta el número de grados de libertad a sólo considerar flexión. Los movimientos laterales del marco deben intervenir al construir la matriz K , aún cuando no exista carga lateral y los desplazamientos horizontales sean supuestamente nulos debido a simetría de rigideces y cargas verticales.

2.5 MÉTODOS DE SOLUCION

En un programa para computadora digital es sumamente fácil incluir la condición de que un marco es inestable determinando cuando la matriz de rigideces deteriorada deja de ser definida positiva; esto es, cuando se cumple

$$\Delta x^T K \Delta x \leq 0 \quad (2.32)$$

La forma de realizar esta determinación en un método paso a paso consiste en resolver el sistema de ecuaciones $KX = f$ por el método de eliminación de incógnitas de Gauss, hasta que para una aplicación de carga determinada se obtenga algún elemento pivote nulo o negativo, siempre y cuando los elementos pivote se tomen en la diagonal principal; además, el método de eliminación de Gauss permite conocer el valor del determinante del sistema de ecuaciones, mediante

el producto de los elementos pivote.

En el presente trabajo la solución del sistema de ecuaciones se efectúa con el método de Gauss, pero los elementos pivote no se toman en la diagonal principal, sino que, para procurar evitar pérdida de aproximación, se intercambian renglones tomando como pivote el máximo elemento de la columna por eliminar. Este artificio hace que el criterio de inestabilidad quede gobernado únicamente por el valor del determinante del sistema de ecuaciones. Este criterio ha sido totalmente satisfactorio en los marcos estudiados, pero no puede garantizarse que lo sea en el caso general. La condición de colapso de un miembro con tres articulaciones plásticas ha sido tratada por separado, ya que el grado de libertad correspondiente al centro del miembro no se ha incluido en la matriz K .

El criterio representado por la ec 2.32 no permite señalar de inmediato los factores sobresalientes que intervienen en la inestabilidad de marcos, su importancia relativa, ni tampoco el significado físico del fenómeno en un marco dado.

Con el propósito de suplir esta deficiencia, se presenta enseguida la interpretación matricial de dos métodos que permiten determinar la carga de inestabilidad de marcos. Estos métodos no son necesariamente los óptimos para ser usados en computadora digital o manualmente; sin embargo, señalan con claridad la importancia relativa de los parámetros dominantes, así como los conceptos fundamentales de inestabilidad de marcos, que a veces no son bien comprendidos ni aclarados en la literatura.

Esos métodos se basan en las ecuaciones matriciales que se presentan y desarrollan a continuación:

Sean

$$\Delta x = \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \phi \end{Bmatrix} \quad (2.33.a)$$

$$K = \begin{bmatrix} A & B \\ \hline B^T & D - \bar{p}h \end{bmatrix} \quad (2.33.b)$$

donde $\Delta \bar{\theta}$ es un vector que representa los incrementos de giros de nudos y $\Delta \phi$ representa los incrementos de rotaciones laterales de entrepisos. Por la ec 2.25 se tiene que

$$\begin{bmatrix} A & B \\ \hline B^T & D - \bar{p}h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta \bar{M} \\ \Delta \bar{V}h \end{Bmatrix} \quad (2.34)$$

en que $\Delta \bar{M}$ y $\Delta \bar{V}h$ son los incrementos en los momentos en nudos y entrepisos, respectivamente.

Sustituyendo la ec 2.34 en la ec 2.32, un marco es inestable cuando

$$(\Delta \bar{\theta}^T, \Delta \phi^T) \begin{bmatrix} A & B \\ \hline B^T & D - \bar{p}h \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \phi \end{Bmatrix} \leq 0 \quad (2.35.a)$$

Desarrollando la ec 2.35.a

$$\Delta \bar{\theta}^T A \Delta \bar{\theta} + \Delta \bar{\theta}^T B \Delta \phi + \Delta \phi^T B^T \Delta \bar{\theta} + \Delta \phi^T [D - \bar{p}h] \Delta \phi \leq 0 \quad (2.35.b)$$

y teniendo en cuenta que el resultado es un escalar, se cumple que

$$\Delta \bar{\theta}^T B \Delta \phi = \Delta \phi^T B^T \Delta \bar{\theta} \quad (2.35.c)$$

Así, al tener en cuenta la ec 2.35.c en la ec 2.35.b, se obtienen las siguientes condiciones equivalentes que definen inestabilidad:

$$a) \quad \Delta \bar{\theta}^T A \Delta \bar{\theta} + 2 \Delta \bar{\theta}^T B \Delta \phi + \Delta \phi^T [D - \bar{p}h] \Delta \phi \leq 0 \quad (2.36.a)$$

$$b) \quad \Delta \bar{\theta}^T A \Delta \bar{\theta} + 2 \Delta \phi^T B^T \Delta \bar{\theta} + \Delta \phi^T [D - \bar{p}h] \Delta \phi \leq 0 \quad (2.36.b)$$

Ellas se usarán, una en cada uno de los dos métodos que se presentan a continuación.

2.5.1 Método de "NO Cortante"

Este método ha sido ampliamente usado para determinar la carga crítica de marcos (9,10,11,12,13) y su generalización mediante notación matricial es la siguiente:

Sea $\Delta \bar{V}_h = 0$ en la ec 2.34; esto es, no hay incremento de fuerza cortante ("NO Cortante"). Entonces

$$\Delta \phi = - [D - \bar{P}_h]^{-1} B^T \Delta \bar{\theta} \tag{2.37.a}$$

donde se supone que la matriz diagonal $[D - \bar{P}_h]$ es definida positiva; de no serlo, el marco es inestable lateralmente sin importar las rigideces de las trabes. La comprobación de que $[D - \bar{P}_h]$ es positiva definida es inmediata; basta verificar que todos los elementos de la diagonal principal son positivos y no nulos.

Sustituyendo la ec 2.37.a en la ec 2.36.a resulta que el marco es inestable cuando

$$\Delta \bar{\theta}^T A_p \Delta \bar{\theta} \leq 0 \tag{2.37.b}$$

donde

$$A_p = A - B [D - \bar{P}_h]^{-1} B^T \tag{2.37.c}$$

El significado físico de la matriz A_p es que sus columnas se forman con los momentos que deben aplicarse a los nudos del marco, cuando se da a uno una rotación unitaria y los demás nudos no giran, permitiéndose libremente movimientos horizontales de los niveles de trabes. Para lograr esto último, los coeficientes de rigideces angulares de las columnas y sus factores de transporte, se determinan con los coeficientes n y o , que deben su nombre al método de "no cortante" (9,16) y permiten calcular la matriz A_p en forma inmediata. Los coeficientes n y o se presentan en el apéndice B, ecs 42 y 43.

Con éstos conceptos, el método de "no cortante" consiste en que un marco es inestable cuando al ir incrementando las cargas verticales la matriz A_p deja de ser definida positiva.

Determinación de la carga crítica.

Al usar este método para determinar la carga crítica de marcos, la ec 2.37.b se transforma en una igualdad a cero, que se cumple cuando

$$\det [A_p] = 0 \quad (2.38)$$

ya que corresponde al punto con tangente horizontal en la curva carga-desplazamiento del marco. La ec 2.38 es equivalente a que sea nulo el determinante de los coeficientes del sistema de ecuaciones, matriz K ; que ha sido la condición clásica en que se basan todos los métodos analíticos para el cálculo de la carga crítica (2, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20).

La verificación que un marco cumpla la ec 2.38 puede hacerse empleando el concepto de sustituciones sucesivas de miembros por su rigidez angular equivalente⁽¹⁹⁾, también llamada técnica de modificación sucesiva de rigidez⁽²⁾. La misma idea ha sido propuesta usando fórmulas simples⁽²⁴⁾, que requieren tablas especiales para determinar las rigideces de las columnas⁽²⁴⁾. Sin embargo, los pasos a efectuar y, consecuentemente, el número de operaciones aritméticas en la técnica de modificación sucesiva de rigidez, son los mismos que hay que hacer para efectuar la condensación pivotal de un determinante⁽¹⁹⁾. También se ha recurrido a verificar la ec 2.38 por medio del planteo de un problema de valores característicos⁽²⁰⁾.

Además, para aclarar ideas, en éste método cabe introducir el concepto de "rigidez efectiva" de un nudo⁽²⁾, que viene siendo el par que se requiere aplicar a un nudo

para producirle un giro unitario, dejando moverse libremente a todos los demás nudos, así como a todos los niveles. Con este concepto, la ec. 2.38 significa que la carga crítica se presenta cuando es nula la rigidez efectiva de cualquier nudo; mientras que la ec. 2.37.b indica que es nula o negativa la rigidez efectiva de cuando menos uno de los nudos del marco. Esta última condición proviene de la posibilidad de formarse un mecanismo local en el marco.

Aunque el método de "no cortante" ha logrado grandes avances en la técnica para determinar la carga crítica (9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 19, 20, 24), tiene el defecto de oscurecer el efecto de la carga axial en las columnas sobre la pérdida de rigidez lateral del marco. En ocasiones la pérdida de rigidez lateral ha sido incorporada como un auxiliar (10, 13), en el proceso numérico del método de "no cortante" para determinar la carga crítica.

2.5.2 Método alternativo

Este método, que bien puede ser llamado "de rigidez lateral", no ha sido usado sistemáticamente en la literatura. El método fue originalmente propuesto por E. F. Masur (25) para el cálculo de la carga crítica de marcos de varios pisos. Masur usó el concepto de matriz definida positiva como condición de estabilidad de un marco, y el planteo de un problema de valores característicos para determinar la carga crítica.

El método, en su forma matricial general, se basa en hacer nulos los incrementos de momentos ("no momentos"), ~~en la ecuación 2.34~~ esto es, $\Delta \bar{M} = 0$ en la ec. 2.34; de esto se obtiene

$$\Delta \bar{\theta} = -A^{-1} B \Delta \phi \quad (2.39.a)$$

donde se supone que A es una matriz definida positiva;

de no serlo, por las ecs 2.37. b y c, el marco es inestable sin necesidad de movimientos horizontales de los niveles.

Sustituyendo la ec 2.39.a en la ec 2.36.b resulta:

$$\Delta\phi^T [D_0 - \bar{P}h] \Delta\phi \leq 0 \quad (2.39.b)$$

donde

$$D_0 = D - B^T A^{-1} B \quad (2.39.c)$$

La ec 2.39.b expresa la condición de inestabilidad del marco.

El significado físico de la matriz D_0 es el siguiente: cada columna de D_0 representa el valor de los momentos de cortante (fuerza cortante por la altura del entrepiso), que aparecen en los entrepisos cuando, permitiendo rotación libre de nudos, se da una rotación lateral unitaria en un entrepiso, manteniendo nula la rotación lateral en los demás. D_0 es una matriz de rigideces laterales de los entrepisos del marco que cumple el equilibrio de fuerzas horizontales en el estado inicial (sin deformación) del marco. La matriz $D_0 - \bar{P}h$ es una matriz de rigideces laterales que cumple el equilibrio en el estado lateral deformado del marco. Así, la matriz $\bar{P}h$ es una matriz diagonal correctiva a D_0 , para cumplir el equilibrio del marco en su posición lateral deformada.

Determinación de la carga crítica.

En particular, cuando se trata de obtener la carga crítica de un marco, la ec 2.39.b se transforma a una igualdad a cero, que se cumple con

$$\det[D_0 - \bar{P}h] = 0 \quad (2.40.a)$$

y que se puede expresar como un problema de valores característicos en la forma

$$[D_0 - \bar{P}h] \Delta\phi = 0 \quad (2.40.b)$$

Son pocos los autores que han aprovechado la idea de que la carga crítica puede obtenerse mediante un problema de valores característicos (25, 26, 27, 28, 29). El utilizar los conceptos de la ec 2.40.b ha dado lugar a un método práctico para estimar la carga crítica de marcos, cuya labor numérica es reducida (29).

En lo que sigue se hará un estudio del método alternativo, con el cual se muestra la importancia relativa de algunos efectos y parámetros dominantes.

2.6 PARAMETROS DOMINANTES

Para mostrar los parámetros dominantes en la inestabilidad de marcos se usará el método alternativo descrito previamente; en su forma simplificada consiste en incrementar el estado de cargas hasta cumplir

$$\Delta\phi^T [D_0 - \bar{P}h] \Delta\phi \leq 0 \quad (2.39.b)$$

donde

$$D_0 = D - B^T A^{-1} B \quad (2.39.c)$$

se construye teniendo en cuenta la presencia de articulaciones plásticas y los coeficientes r y t de las columnas.

La ventaja de usar este método proviene de que, en marcos no impedidos de desplazamiento lateral, la inestabilidad se presenta por una pérdida total de rigidez lateral, que se ve provocada por dos causas fundamentales:

- A) Carga vertical
- B) Articulaciones plásticas.

Estas, a su vez, tienen dos efectos fundamentales, que son:

- a) Pérdida de rigidez lateral
- b) Pérdida de rigidez angular de nudos

Se hará ver, inicialmente, que el efecto mas importante de la carga vertical es la pérdida de rigidez lateral, mientras que la pérdida de rigidez angular, debida a la variación de los coeficientes r y t de las columnas, es minima; para ello se supondrá que las articulaciones plásticas no producen inestabilidad (mecanismo) por sí solas.

2.6.1 Carga vertical total en cada entrepiso

La importancia de la carga vertical total en cada entrepiso proviene de cumplir el equilibrio de momentos por fuerzas horizontales, en la posición lateral deformada.

Previamente se señaló que la matriz D_0 expresa las rigideces laterales cumpliendo el equilibrio en la posición inicial del marco, mientras que \bar{P}_h es una matriz diagonal correctiva a D_0 , que hace que la matriz $[D_0 - \bar{P}_h]$ cumpla el equilibrio de fuerzas horizontales en su posición lateral deformada.

Lo anterior muestra que la carga vertical total en cada entrepiso es un parámetro dominante en la inestabilidad porque da lugar a una reducción de rigidez lateral en forma directa, que no depende de las rigideces de columnas y trabes. Falta confirmar esto con el estudio del efecto de la carga axial sobre D_0 y sobre la inestabilidad que, como se verá, es bastante pequeño aún en el caso de la carga critica de un marco sin articulaciones plásticas.

Se ha visto que en marcos elásticos, el efecto de r y t en D_0 y en la carga de inestabilidad puede cuantificarse satisfactoriamente con el siguiente criterio (²⁹):

- a) Pérdida de rigidez lateral
- b) Pérdida de rigidez angular de nudos

Se hará ver, inicialmente, que el efecto más importante de la carga vertical es la pérdida de rigidez lateral, mientras que la pérdida de rigidez angular, debida a la variación de los coeficientes r y t de las columnas, es mínima; para ello se supondrá que las articulaciones plásticas no producen inestabilidad (mecanismo) por sí solas.

2.6.1 Carga vertical total en cada entrepiso

La importancia de la carga vertical total en cada entrepiso proviene de cumplir el equilibrio de momentos por fuerzas horizontales, en la posición lateral deformada.

Previamente se señaló que la matriz D_0 expresa las rigideces laterales cumpliendo el equilibrio en la posición inicial del marco, mientras que \bar{P}_h es una matriz diagonal correctiva a D_0 , que hace que la matriz $[D_0 - \bar{P}_h]$ cumpla el equilibrio de fuerzas horizontales en su posición lateral deformada.

Lo anterior muestra que la carga vertical total en cada entrepiso es un parámetro dominante en la inestabilidad porque da lugar a una reducción de rigidez lateral en forma directa, que no depende de las rigideces de columnas y trabes. Falta confirmar esto con el estudio del efecto de la carga axial sobre D_0 y sobre la inestabilidad que, como se verá, es bastante pequeño aún en el caso de la carga crítica de un marco sin articulaciones plásticas.

Se ha visto que en marcos elásticos, el efecto de r y t en D_0 y en la carga de inestabilidad puede cuantificarse satisfactoriamente con el siguiente criterio⁽²⁹⁾:

Puesto que las matrices B y D dependen solamente de las rigideces de las columnas, se obtiene bastante buena aproximación haciendo

$$B \approx \frac{\tilde{r}(1+\tilde{t})}{6} \tilde{B} \quad (2.41.a)$$

$$D \approx \frac{\tilde{r}(1+\tilde{t})}{6} \tilde{D} \quad (2.41.b)$$

donde \tilde{r} y \tilde{t} son parámetros representativos de las r y t de las columnas, obtenidos como se indica mas abajo, y \tilde{B} y \tilde{D} se calculan usando $r=4$ y $t=1/2$.

Se aceptará, como hipótesis, que

$$A \approx \frac{\tilde{r}(1+\tilde{t})}{6} \tilde{A} \quad (2.41.c)$$

donde \tilde{A} se calcula con $r=4$ y $t=1/2$ en las columnas. La ec 2.41.c es satisfactoria cuando los valores de EI/L de las trabes no son excesivos con respecto a los de EI/h de las columnas.

Los coeficientes \tilde{r} y \tilde{t} representativos, se calculan en función de un parámetro $\tilde{\rho}$ definido por la expresión

$$\tilde{\rho} = \frac{h^2}{\pi^2} \left(\frac{\sum P}{\sum EI} \right)_{\text{máximo}} \quad (2.42.a)$$

donde las sumas se hacen considerando todas las columnas de un mismo entrepiso. El valor de $\tilde{\rho}$ usado es el del entrepiso del máximo $\tilde{\rho}$, aunque no tiene que ser la regla general.

Además, utilizando las ecuaciones del apéndice B, se puede observar que

$$\tilde{r}(1+\tilde{t}) \approx 6 - \tilde{\rho} \quad (2.42.b)$$

Así, con las ecs 2.41.a, b y c sustituidas en la ec 2.39.c y usando 2.42.b, se obtiene

$$D_0 = \frac{6 - \tilde{p}}{6} \tilde{D}_0 \quad (2.43.a)$$

donde

$$\tilde{D}_0 = \tilde{D} - \tilde{B}^T \tilde{A}^{-1} \tilde{B} \quad (2.43.b)$$

La ec 2.43.a permite cuantificar el efecto de la carga axial sobre D_0 , que como se aprecia de inmediato, es pequeña, aún con $\tilde{p} = 1$ se tiene $D_0 = 5/6 \tilde{D}_0$.

Ahora, con objeto de cuantificar el efecto en el valor de la carga de inestabilidad de utilizar los valores reales de r y t de las columnas o los valores correspondientes al caso de carga axial nula ($r = 4$ y $t = 1/2$), se hará lo siguiente. Considerese

$$\overline{P}h = \lambda \overline{P}_e h \quad (2.44.a)$$

donde λ es un factor de cargas verticales y $\overline{P}_e h$ son las cargas verticales de trabajo. Supóngase que la configuración lateral $\Delta\phi$ es la misma usando $r=4$ y $t=1/2$ en las columnas que usando r y t calculadas con carga axial. Sean $\tilde{\lambda}_0$ y $\tilde{\lambda}_1$ tales que

$$\left. \begin{aligned} \Delta\phi^T [\tilde{D}_0 - \tilde{\lambda}_0 \overline{P}_e h] \Delta\phi &\leq 0 \\ \Delta\phi^T [D_0 - \tilde{\lambda}_1 \overline{P}_e h] \Delta\phi &\leq 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.44.b)$$

así, usando la ec 2.43.a se obtiene que

$$\tilde{\lambda}_0 = \frac{6}{6 - \tilde{p}} \tilde{\lambda}_1 \quad (2.44.c)$$

$\tilde{\lambda}_1$ es una aproximación al factor de cargas verticales de inestabilidad.

Por la ec 2.42.a se obtiene

$$\tilde{p}_0 = \frac{6}{6 - \tilde{p}} \tilde{p} \quad (2.45.a)$$

donde \tilde{p}_0 se calcula con $\tilde{\lambda}_0$ y \tilde{p} se calcula con $\tilde{\lambda}_1$

usando, en ambos casos, el mismo coeficiente de proporcionalidad.

De la ec 2.45.a se obtiene que

$$\tilde{\lambda}_1 = \frac{6}{6 + \tilde{p}_0} \tilde{\lambda}_0 \quad (2.45.b)$$

Se ha encontrado que la ec 2.45.b es sumamente útil y satisfactoria en la estimación de la carga crítica de marcos⁽²⁹⁾. Esto demuestra que los coeficientes r y t de las columnas no afectan sensiblemente la carga de inestabilidad inelástica, puesto que ésta es menor que la carga crítica; por consiguiente es suficiente en la práctica usar $r=4$ y $t=1/2$ en las columnas, así como su modificación por efecto de las articulaciones plásticas. La estimación de la carga de inestabilidad se mejora usando la ec 2.45.b, que muestra que el máximo error que puede tenerse en la estimación de la carga de inestabilidad, con $r=4$ y $t=1/2$ es de 17%, que corresponde a tener $\tilde{p}_0 = 1$.

En resumen, lo anterior muestra que la carga vertical en las columnas tiene como efecto principal la pérdida de rigidez lateral, porque el equilibrio del marco debe cumplirse en su posición deformada. Por otra parte, el efecto de la variación de los coeficientes r y t da lugar a un cambio de rigidez angular de nudos que es despreciable para fines prácticos, con respecto a la obtenida al usar $r=4$ y $t=1/2$.

Es conveniente señalar que utilizando computadora digital es sumamente fácil incluir el efecto de r y t . Por lo tanto la observación anterior tiene utilidad práctica solamente cuando se efectúan cálculos manuales para elaborar la matriz de rigideces K , o para ~~calcular~~ estimar la carga crítica, también, manualmente⁽²⁹⁾.

2.6.2 Articulaciones plásticas

Es bien sabido que un número suficiente de articulaciones plásticas pueden dar lugar a la formación de un mecanismo de colapso, ya sea parcial o total. Si se desprecia el efecto de la carga axial en las columnas y el equilibrio se analiza en la posición inicial del marco, la condición de mecanismo, parcial o total, queda dada por la expresión

$$(\Delta \bar{\theta}^T, \Delta \phi^T) \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{B}^T & \tilde{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta \bar{\theta} \\ \Delta \phi \end{Bmatrix} \leq 0 \quad (2.46.a)$$

donde las matrices \tilde{A} , \tilde{B} y \tilde{D} se calculan usando $r=4$ y $t=1/2$ en trabes y columnas elásticas, y sus modificaciones correspondientes cuando hay articulaciones plásticas.

La ec 2.46.a muestra que no es posible cuantificar en forma general el efecto de las articulaciones plásticas en la carga de inestabilidad; sólo puede hacerse ver su efecto e importancia.

En lugar de la ec 2.46.a, en un método paso a paso ⁽³⁰⁾, la carga de mecanismo puede determinarse cuando se cumple ⁽³⁰⁾

$$\det \begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{B}^T & \tilde{D} \end{bmatrix} = 0 \quad (2.46.b)$$

Esta condición proviene del equilibrio que deben guardar, en un mecanismo, las cargas externas con los momentos plásticos internos; como el estado de cargas resultante es nulo, el sistema de ecuaciones toma la forma

$$\begin{bmatrix} \tilde{A} & \tilde{B} \\ \tilde{B}^T & \tilde{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{\theta} \\ \phi \end{Bmatrix} = 0 \quad (2.46.c)$$

y la condición para que $\bar{\theta}$ y ϕ no sean nulos es que

se cumpla la ec 2.46. b

101

Cabe notar que las ecs 2.46 no dependen del módulo de elasticidad; puesto que éste puede sacarse como factor común. Esto permite concluir que la carga de mecanismo de un marco rígido-plástico es la misma que la de un marco elasto-plástico, ^{sin efecto de carga axial} ya que en ambos casos el equilibrio se cumple en la posición inicial y no se tienen en cuenta efectos de carga normal. En ambos casos se acepta que ninguna articulación volvió a su estado elástico antes de cumplirse la condición de mecanismo.

La conclusión anterior tiene como corolario que el solo hecho de considerar comportamiento elasto-plástico ^{sin efecto} no necesariamente reduce la carga de colapso o inestabilidad por mecanismo.

Cuando se tiene en cuenta que el equilibrio debe cumplirse en la posición deformada y se considera comportamiento elasto-plástico, (ec 2.35.a), la carga de inestabilidad puede ser menor que la de mecanismo.

Así, los párrafos anteriores señalan que la carga de inestabilidad siempre es menor o igual que la carga de mecanismo o la carga crítica.

2.7 EFECTOS SECUNDARIOS

En marcos planos, los efectos secundarios que pueden modificar la carga de inestabilidad son:

- a) Carga axial en trabes
- b) Acortamiento de columnas
- c) Localización de las articulaciones plásticas
- ch) Endurecimiento por deformación

2.7.1 Carga axial en trabes

La carga axial en trabes proviene de dos causas dominantes: por las fuerzas laterales sobre el marco y por los momentos que actúan en los nudos debidos a las cargas aplicadas en las trabes, también conocidos como "momentos primarios" (16, 30, 31, 32, 33).

Un efecto de la carga axial en trabes es modificar su coeficiente de rigidez y factor de transporte; consecuentemente, cuando hay compresión en las trabes la rigidez angular del marco se reduce.

Se ha visto que en marcos elásticos de dos columnas articuladas en su base y una trabe con carga intermedia, los momentos primarios debidos a la carga en la trabe disminuyen muy poco, del orden de 3% (30, 31, 33), la carga de pandeo lateral (obtenida sin carga horizontal). No cabe esperar que los momentos primarios aumenten la estabilidad de un marco (31).

En marcos de varios pisos, la interacción entre los distintos niveles de trabes hace que los momentos primarios no den lugar a cargas axiales importantes en las trabes; además, como las cargas laterales son una pequeña porción de las cargas verticales, es de esperarse que la carga axial en trabes tenga un efecto despreciable en la carga de inestabilidad. Lo anterior se ve reforzado por la ec 2.45.b, la cual indica el poco efecto de las r y t de las columnas en la carga de inestabilidad.

Cabe notar que no se ha tenido en cuenta que la carga axial en trabes modifica sus momentos plásticos admisibles.

2.7.2 Acortamiento de columnas

En la literatura (34), se ha visto que el acortamiento

de las columnas no afecta la carga de inestabilidad de marcos⁽³⁴⁾. A nivel de cargas de trabajo, en marcos de cinco pisos y un claro se observaron incrementos importantes en los desplazamientos laterales, en comparación con los obtenidos al no considerar acortamiento de columnas⁽³⁴⁾. Sin embargo, al llegar al nivel de la carga de inestabilidad, las articulaciones en traveses reducen la tendencia al movimiento horizontal de los niveles superiores, y la carga de inestabilidad fué casi independiente de las deformaciones axiales de las columnas⁽³⁴⁾.

2.7.3 Localización de las articulaciones plásticas

En el análisis de inestabilidad es tradicional suponer que el estado de cargas externas está constituido exclusivamente de cargas concentradas. Por regla general, en marcos, se toma una carga concentrada al centro de cada trabe; esto define automáticamente la localización de las posibles articulaciones plásticas, que pueden presentarse en los extremos o al centro de las traveses. Las cargas concentradas se justifican si se tiene en cuenta que la distribución de cargas en traveses tiene la tendencia a aumentar al centro del claro.

En el caso de cargas uniformemente distribuidas en las traveses, puede considerarse la carga uniforme sustituida por un conjunto de cargas concentradas, iguales y uniformemente espaciadas en el interior del claro; así, la sección bajo cada carga es un lugar potencial para que aparezca una articulación plástica. En rigor, con carga uniforme la articulación plástica puede presentarse en cualquier sección vecina al centro del claro.

En el presente trabajo se ha supuesto que las articulaciones plásticas pueden presentarse únicamente en los extremos y al centro de los miembros; este hecho permite tratar con traveses que tengan tanto cargas concentradas al centro

como cargas uniformes. Sin embargo, cuando aparece una articulación plástica al centro de una trabe y existe un momento mayor en su vecindad se introduce un error. Esta situación puede aumentar la carga de inestabilidad con respecto a la que se obtendría al tener en cuenta que la articulación aparece en la sección de momento máximo.

Para el caso de carga uniformemente repartida en el claro, suponiendo que el momento al centro del claro es M_p , fig 15, la relación M_{max}/M_p queda dada por

$$\frac{M_{max}}{M_p} = 1 + \left(\frac{b-a}{2}\right) \frac{c}{L} \quad (2.47.a)$$

en que a y b son los momentos flexionantes en los extremos divididos entre M_p y c es la distancia de la sección de momento máximo respecto al centro del claro, fig 15. Los parámetros a y b pueden tomar valores de -1 a 1 y el valor de c queda dado por

$$c = \frac{a-b}{4(a+b-2)} L \quad (2.47.b)$$

donde L = longitud de la trabe.

Así, cuando $a=1$ y $b=-1$ se obtiene $M_{max}/M_p = 1.25$, $c = -L/4$; y cuando $a=0$, $b=-1$ resulta $M_{max}/M_p = 1.042$, $c = -L/12$. En todos los casos donde a y b son negativos se obtiene que M_{max}/M_p es menor a 1.042, y la sección de M_{max} queda a menos de $L/12$ del centro del claro. Lo anterior significa que el considerar que la articulación plástica aparece al centro de la trabe da un error máximo de 4% en el momento máximo, cuando los extremos tienen momentos flexionantes negativos.

Cabe notar que la localización de la articulación plástica afecta, mucho a los coeficientes de rigidez y transporte, que pueden llegar a ser del ± 26 y ± 20 % respectivamente con momentos flexionantes negativos en los extremos.

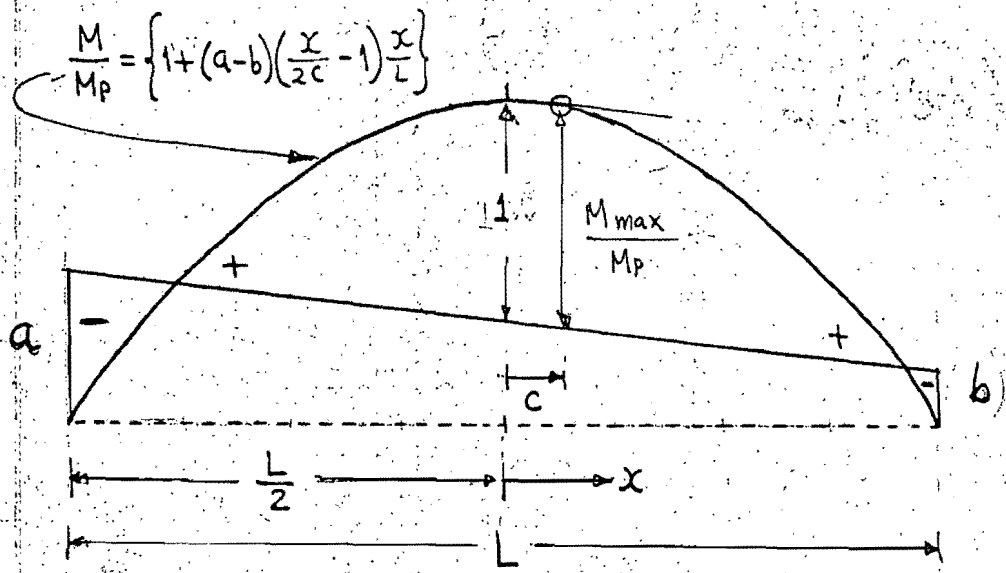


Fig 15 Diagrama de momentos flexionantes de trabe con carga uniforme con $M/M_p = 1$ en el centro del claro

2.7.4. Endurecimiento por deformación.

106

En la literatura^(35,36,37,38) se ha hecho notar que, en estructuras de acero, el endurecimiento por deformación es capaz de suprimir la tendencia a la inestabilidad, y lograr, en ocasiones, a que la carga de inestabilidad sea igual o mayor que la de mecanismo.

Lo anterior proviene de que, en experimentos con vigas con carga concentrada al centro, la curva carga deformación continúa creciendo por encima de la carga de mecanismo teórico.

A continuación se presentan varios conceptos básicos que permiten conocer la forma en que interviene el endurecimiento por deformación para aumentar la carga de inestabilidad.

Cuando se tienen deformaciones grandes en el acero estructural, de un orden superior a diez veces la deformación unitaria de fluencia ϵ_y , la relación esfuerzo-deformación puede idealizarse como se indica en la fig 16. En esa figura, ϵ_s es la deformación unitaria donde empieza el endurecimiento por deformación y E_s es su correspondiente módulo de elasticidad.

Los valores medios de la fig 16 para el acero A7 son⁽³⁹⁾:

$$\sigma_y = 34.1 \text{ ksi} = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

(el valor mínimo aceptado es $\sigma_y = 33 \text{ ksi} = 2320 \text{ kg/cm}^2$)

$$m_s = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_y} = \frac{14 \times 10^{-3}}{1.15 \times 10^{-3}} = 12.2$$

$$n_s = \frac{E}{E_s} = \frac{29.6 \times 10^3 \text{ ksi}}{0.7 \times 10^3 \text{ ksi}} = \frac{2.08 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2}{0.0492 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2} = 42.3$$

(con n_s para $0.014 < \epsilon < 0.05$).

Los valores típicos del acero A36 obtenidos en

2.7.4. Endurecimiento por deformación.

106

En la literatura^(35,36,37,38) se ha hecho notar que, en estructuras de acero, el endurecimiento por deformación es capaz de suprimir la tendencia a la inestabilidad, y lograr, en ocasiones, a que la carga de inestabilidad sea igual o mayor que la de mecanismo.

Lo anterior proviene de que, en experimentos con vigas con carga concentrada al centro, la curva carga deformación continúa creciendo por encima de la carga de mecanismo teórico.

A continuación se presentan varios conceptos básicos que permiten conocer la forma en que interviene el endurecimiento por deformación para aumentar la carga de inestabilidad.

Cuando se tienen deformaciones grandes en el acero estructural, de un orden superior a diez veces la deformación unitaria de fluencia ϵ_y , la relación esfuerzo-deformación puede idealizarse como se indica en la fig 16. En esa figura, ϵ_s es la deformación unitaria donde empieza el endurecimiento por deformación y E_s es su correspondiente módulo de elasticidad.

Los valores medios de la fig 16 para el acero A7 son⁽³⁹⁾:

$$\sigma_y = 34.1 \text{ ksi} = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

(el valor mínimo aceptado es $\sigma_y = 33 \text{ ksi} = 2320 \text{ kg/cm}^2$)

$$m_s = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_y} = \frac{14 \times 10^{-3}}{1.15 \times 10^{-3}} = 12.2$$

$$n_s = \frac{E}{E_s} = \frac{29.6 \times 10^3 \text{ ksi}}{0.7 \times 10^3 \text{ ksi}} = \frac{2.08 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2}{0.0492 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2} = 42.3$$

(con n_s para $0.014 < \epsilon < 0.05$).

Los valores típicos del acero A36 obtenidos en

pruebas de tensión son ⁽⁴⁰⁾:

108

$$\sigma_y = 36 \text{ ksi} = 2530 \text{ Kg/cm}^2$$

$$m_s = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_y} = \frac{14 \times 10^{-3}}{1.22 \times 10^{-3}} = 11.5$$

$$n_s = \frac{E}{E_s} = \frac{29.5 \times 10^3 \text{ ksi}}{0.37 \times 10^3 \text{ ksi}} = \frac{2.08 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2}{0.026 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2} = 80$$

en $0.014 < \epsilon < 0.0384$, y para $0.0384 < \epsilon < 0.24$,
 $E_s = 0.089 \times 10^3 \text{ ksi}$, dando lugar a $n_s = 330$.

Para el acero de alta resistencia B.S. 968, usado en Inglaterra, ~~son~~ los valores correspondientes son ⁽⁴¹⁾:

$$\sigma_y = 28.1 \text{ ton/sq.in} = 4400 \text{ Kg/cm}^2$$

$$m_s = \frac{\epsilon_s}{\epsilon_y} = \frac{22.66 \times 10^{-3}}{2.15 \times 10^{-3}} = 10.5$$

$$n_s = \frac{E}{E_s} = \frac{13\,100 \text{ ton/sq.in}}{146 \text{ ton/sq.in}} = \frac{2.06 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2}{0.023 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2} = 90$$

con $0.0227 < \epsilon < 0.06$.

Las relaciones anteriores permiten que el diagrama momento-curvatura de perfiles I se pueda idealizar como se indica en la fig 17. En esa figura $\phi_y = \epsilon_y / r_s$ es la curvatura cuando la fibra situada a una distancia r_s del eje neutro alcanza la deformación unitaria ϵ_y , y ϕ_s es la curvatura cuando se tiene ϵ_s en dicha fibra; esto hace obligatoria la relación $m_s = \phi_s / \phi_y = \epsilon_s / \epsilon_y$. La distancia r_s se obtiene con el semiperalte de la pieza ($d/2$) dividido entre el factor de forma (1.15 para la mayoría de los perfiles estructurales del mercado). También r_s se ha denominado distancia al centro de deformación ^(37, 38). En cuanto a la relación momento-curvatura, para $\phi < \phi_y$ la pendiente

es $EI =$ rigidez a flexión elástica, mientras que en la zona de endurecimiento por deformación, donde $\phi > \phi_s$, la pendiente es $E'_s I$, donde $EI/E'_s I = n'_s$. En general n'_s no coincide con n_s por el efecto de la distribución de esfuerzos en la sección.

Para mostrar como es que interviene el endurecimiento por deformación en el comportamiento de miembros, se tratará el caso de momento uniforme en un tramo de viga libremente apoyada y el caso de carga al centro.

En la fig 18.a se muestra una trabe libremente apoyada en sus extremos y sometida a dos cargas iguales y simétricamente colocadas que le producen una zona de momento constante en el centro del claro. En la fig 18.b se tiene el diagrama momento central-rotación angular del apoyo. Lo interesante de este diagrama, (fig 18.b), es que cuando la distancia entre cargas tiende a cero, la rotación Θ_s tiende a la rotación Θ_y hasta confundirse con ella, desapareciendo la zona plana horizontal del diagrama. Hecho que indica que no se requieren desplazamientos grandes adicionales a la aparición de la articulación plástica, para que inter venga el endurecimiento.

El coeficiente k_s

La zona de endurecimiento por deformación tiene como pendiente de su recta secante a

$$\frac{e}{\Theta - \Theta_s} = \frac{2EI/M_p}{\{n'_s c + \frac{h}{1+e}(2m_s + n'_s e - 1)\}} \quad (2.48.a)$$

la cual se obtiene con el inverso del área sombreada de la fig 19.b, multiplicada por e, donde

$$e = \frac{M - M_p}{M_p} \quad (2.48.b)$$

En la obtención se hace uso de la longitud de contaminación, S_s (región donde se excede el momento plástico),

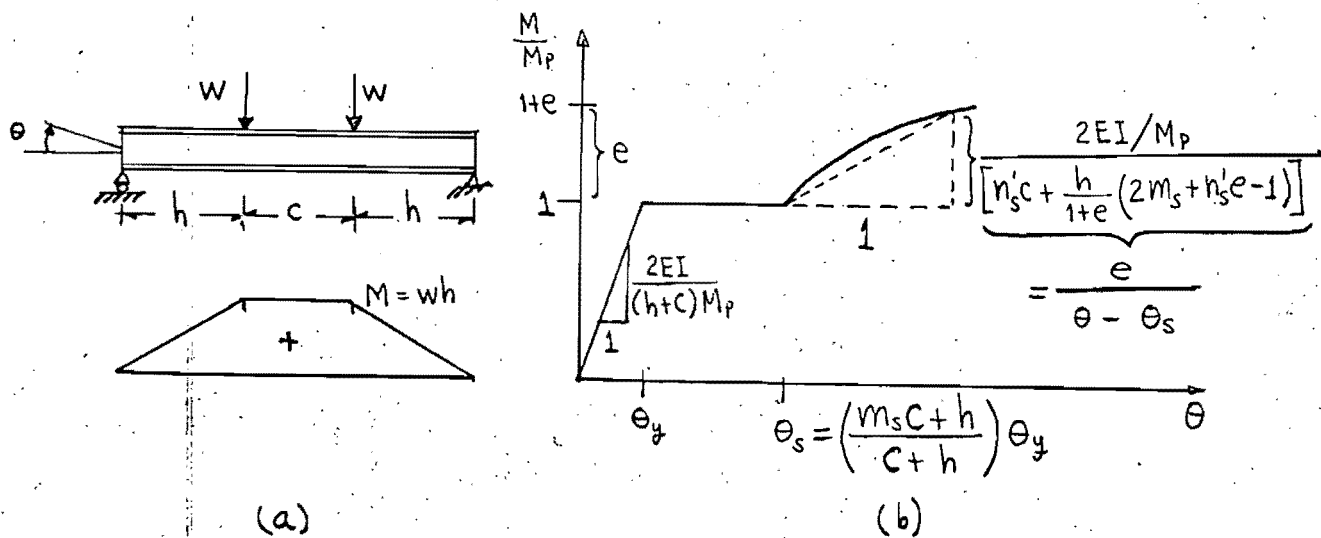


Fig 18. Viga con tramo de momento uniforme y diagrama momento-rotación del apoyo.

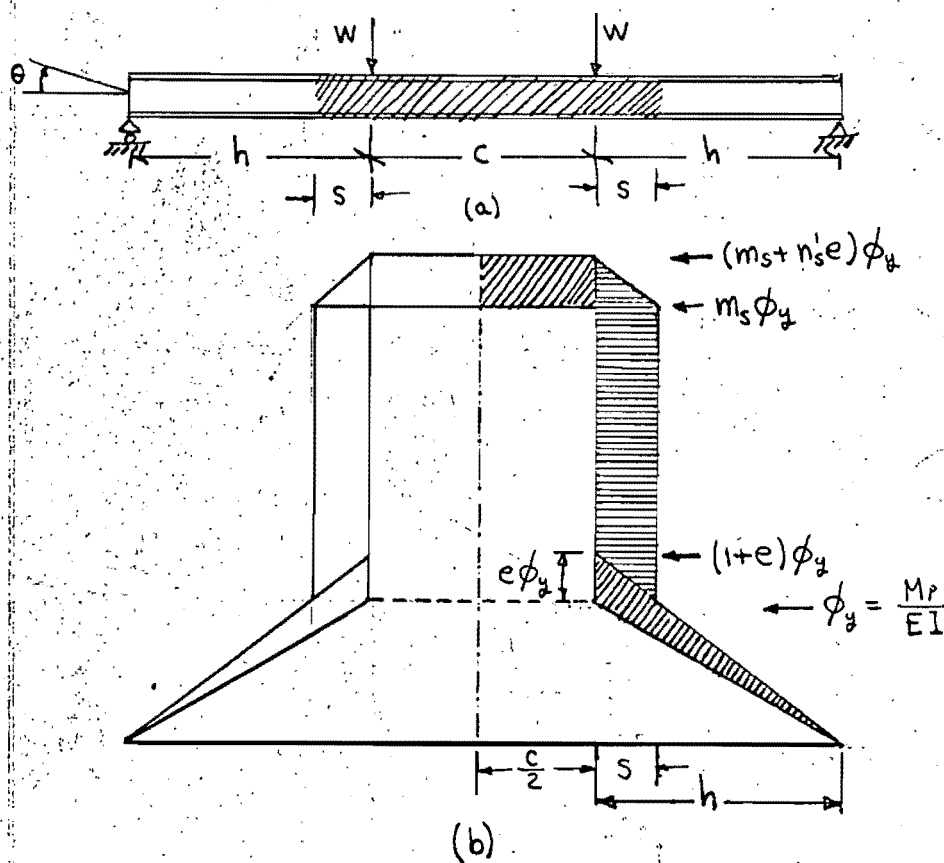


Fig 19. Diagrama de curvaturas mostrando el efecto del endurecimiento por deformación.

que para el caso de la fig 19 queda dada por 111

$$s = \frac{e}{1+e} h \quad (2.48.c)$$

El caso correspondiente a una viga con carga al centro resulta de la fig 18 cuando $C=0$, y se muestra en la fig 20.a. El diagrama momento central-rotación angular del apoyo se presenta en la fig 20.b, donde la parte correspondiente al efecto del endurecimiento por deformación aumenta el momento con una curva que tiene una ligera concavidad hacia abajo. La pendiente de la secante queda dada por la ec 2.48.a con $c=0$. Si se hace que dicha pendiente de la secante sea definida por un coeficiente k_s en la forma:

$$\frac{e}{\theta - \theta_s} = \frac{2EI}{(2k_s+1)h M_p} = \frac{(1+e)2EI/h M_p}{(2m_s+n'_s e - 1)} \quad (2.48.ch)$$

se obtiene

$$k_s = \frac{(m_s-1) + \left(\frac{n'_s-1}{2}\right)e}{1+e} \quad (2.48.d)$$

El significado y utilidad de k_s se discutirá con amplitud en lo que sigue.

Partiendo de conocer k_s con la ec 2.48.d, en la fig 21.a se muestra el criterio de cálculo para determinar la rotación plástica al centro de la pieza θ_c^p . La obtención de θ_c^p se hace despreciando el error en θ_c^p al usar la recta secante (fig 21.b), en lugar de la curva teórica (fig 20.b). Así, teniendo en cuenta la prolongación de la región elástica, de la fig 21.b se cumple

$$(M-M_p) \frac{h}{2EI} + \frac{\theta_c^p}{2} = (M-M_p) \frac{(2k_s+1)h}{EI} \quad (2.49.a)$$

resultando.

$$\frac{\theta_c^p}{2} = \frac{k_s h}{EI} (M-M_p) \quad (2.49.b)$$

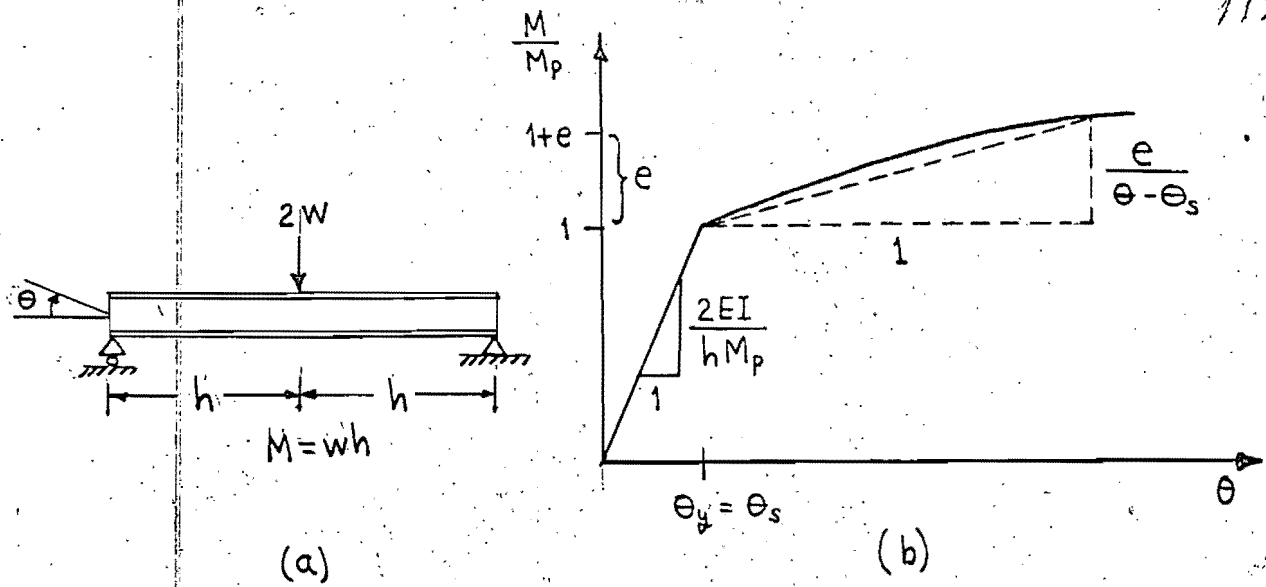


Fig 20. Viga con carga al centro y curva carga-rotación angular del apoyo

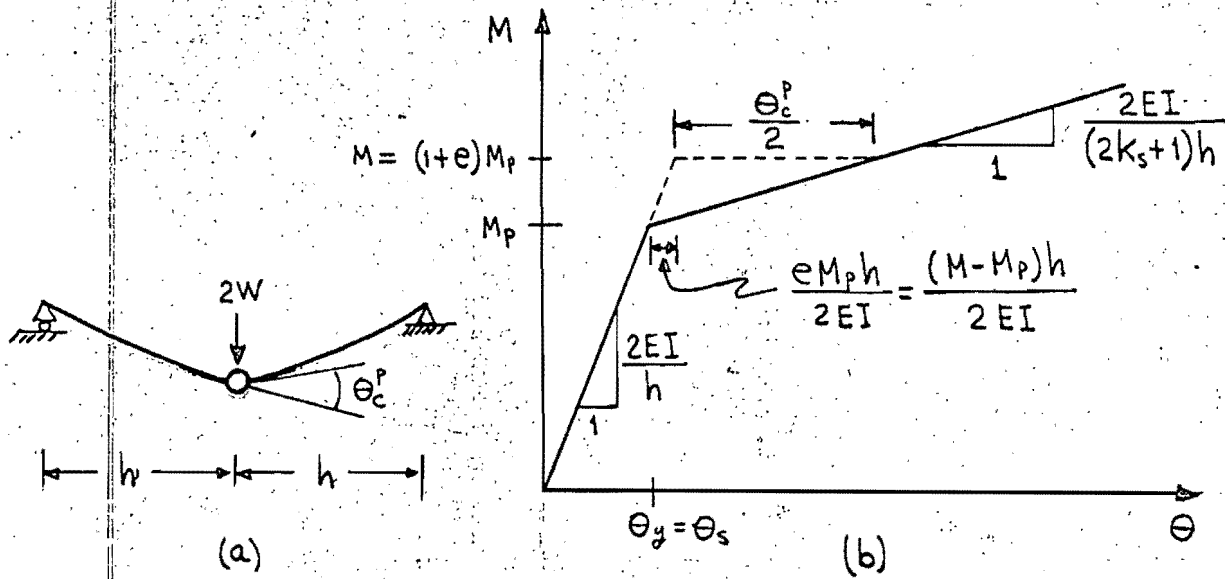


Fig 21. Criterio de cálculo de la rotación plástica al centro de viga

De la ec 2.49.b, el momento M, que se admite por efecto del endurecimiento por deformación queda dado por

$$M = M_p + \frac{EI}{k_s h} \left(\frac{\theta_c^p}{2} \right) \quad (2.49.c)$$

La ec 2.49.c ha sido propuesta^(35,36,37,38,41) para tener en cuenta el endurecimiento por deformación, y justifica el empleo del coeficiente k_s . En la literatura, k_s ha sido propuesta como una constante experimental y tradicionalmente se ha supuesto que es del orden de m_s o mayor, hecho que se justifica por la ec 2.48.d. La distancia h ha sido denominada "distancia equivalente de cantiliver"^(36,37).

De la fig 21.b, un criterio experimental para obtener k_s resulta ser

$$k_s = \frac{1}{2} \left[\frac{\text{Pendiente elástica}}{\text{Pendiente plástica}} - 1 \right] \quad (2.49.ch)$$

En todos los estudios sobre el efecto del endurecimiento por deformación se ha usado como referencia el desplazamiento vertical del centro de la trabe, fig 22.a. En la fig 22.b se muestra con línea continua la relación momento central-desplazamiento central. Análogamente a la fig 20.b, la parte del endurecimiento por deformación da lugar a una curva creciente que tiene una ligera concavidad hacia abajo.

La recta secante, fig 22.b, tiene como pendiente:

$$\frac{e M_p}{\Delta - \Delta_s} = \frac{3EI}{(3\bar{k}_s + 1) h^2} \quad (2.50.a)$$

donde

$$3\bar{k}_s + 1 = \frac{(3m_s - 2)(2 + e) + n'_s e(3 + 2e)}{2(1 + e)^2} \quad (2.50.b)$$

La ec 2.50.a se obtiene tomando momentos del área

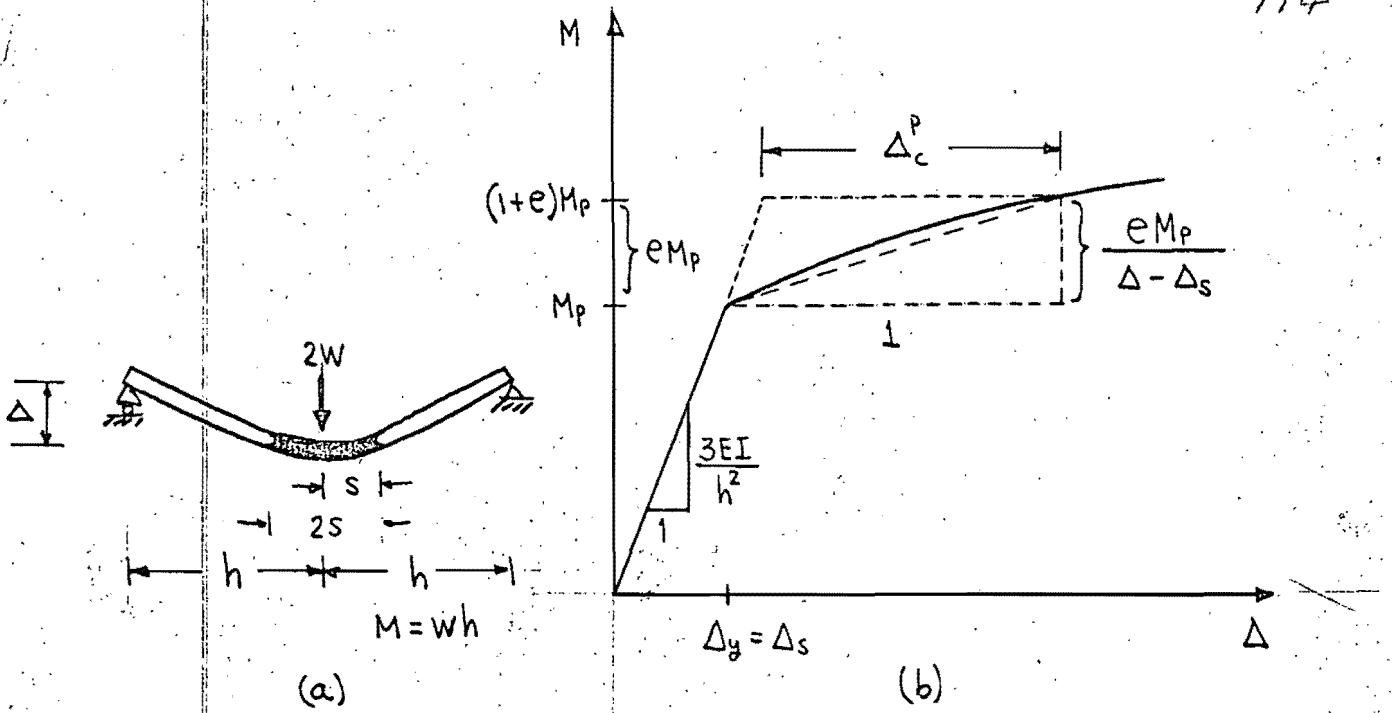


Fig 22. Desplazamiento central de viga simplemente apoyada con carga al centro y curva momento-desplazamiento

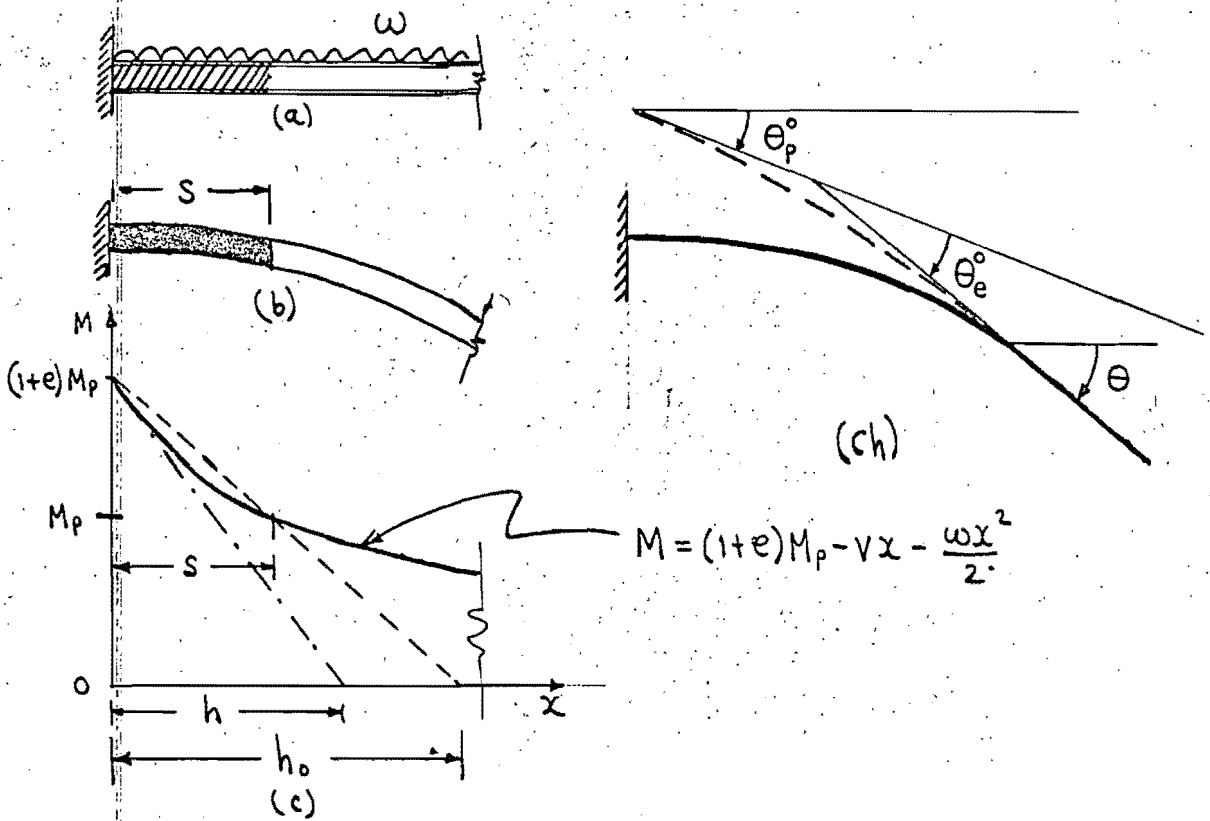


Fig 23. Articulación plástica con endurecimiento a la deformación. Diagrama de momentos y esquema de rotaciones angulares.

115
sombreada de la fig 19.b con $c=0$ con respecto al apoyo.

El cálculo de Δ_c^P se hace con los mismos criterios usados para la ec 2.49.b; de la fig 22.b se tiene

$$(M-M_p) \frac{h^2}{3EI} + \Delta_c^P = (M-M_p) \frac{(3\bar{k}_s+1)h^2}{3EI} \quad (2.51.a)$$

con lo cual

$$\Delta_c^P = \frac{\bar{k}_s h^2}{EI} (M-M_p) \quad (2.51.b)$$

y el efecto de Δ_c^P en el endurecimiento por deformación se obtiene de la ec 2.51.b, resultando

$$M = M_p + \frac{EI}{\bar{k}_s h} \left(\frac{\Delta_c^P}{h} \right) \quad (2.51.c)$$

La relación entre Δ_c^P y Θ_c^P se puede obtener con la fig 19.b, con $c=0$, de donde

$$\Delta_c^P = \left(\frac{\Theta_c^P}{2} \right) \left(h - \frac{s}{2} \right) + \left(\frac{n'_s - 1}{12} \right) e s^2 \frac{M_p}{EI} \quad (2.52.a)$$

siendo s la longitud de contaminación, ec 2.48.c, fig 22.

La relación entre \bar{k}_s y k_s se obtiene usando las ecs 2.49.b y 2.51.b en la 2.52.a, resultando

$$\bar{k}_s = k_s \left(1 - \frac{s}{2h} \right) + \left(\frac{n'_s - 1}{12} \right) \frac{s^2}{h^2} \quad (2.52.b)$$

De la ec 2.52.b se concluye que \bar{k}_s y k_s no son iguales. En la literatura no se hace distinción entre \bar{k}_s y k_s , usándose la variable k_s .

La determinación experimental de \bar{k}_s puede hacerse de la fig 22.b y teniendo en cuenta la ec 2.50.a

$$\bar{k}_s = \frac{1}{3} \left(\frac{\text{Pendiente elástica}}{\text{Pendiente plástica}} - 1 \right) \quad (2.52.c)$$

La ec 2.52.c es análoga, excepto por el término -1 , a

116
la propuesta por Horne y Chin⁽³⁸⁾ para calcular la k_s usada en la ec 2.49.c.

En vista de lo anterior resulta conveniente señalar los criterios que han conducido a la ec 2.49.c.

Para ello se hará uso de la fig 23, donde se muestra una viga en cantiliver con una carga uniformemente repartida en la que se presenta una articulación plástica (fig 23.a); la longitud de contaminación es s , fig 23.b, ~~Fig~~ y en la fig 23.c se muestra el diagrama de momentos, que queda definido por la ecuación:

$$M = (1+e)M_p - Vx - \frac{wx^2}{2} \quad (2.53.a)$$

donde V es la fuerza cortante en el apoyo. En la literatura^(35,36) se ha definido h como la longitud equivalente de cantilever, obtenida con la tangente del diagrama de momentos al interceptar el eje horizontal de momento nulo, fig 23.c. En el presente trabajo se adiciona la variable h_0 tal que

$$s = \frac{e}{1+e} h_0 \quad (2.53.b)$$

y se obtiene con la recta secante que pasa por $M = (1+e)M_p$ en $x=0$ y por $M=M_p$ en $x=S$ al interceptar el eje horizontal (fig 23.c)

Además, en $x=S$ se cumple, por la ec 2.53.a, que

$$M_p = (1+e)M_p - VS - \frac{wS^2}{2} \quad (2.53.c)$$

En la zona plástica, donde $x \leq s$, en virtud de que es nula la zona donde se aplica M_p , resulta que sólo se debe de considerar el endurecimiento por deformación, con lo cual, de la fig 17:

$$\phi = \phi_s + \frac{M - M_p}{E_s I} \quad (2.54.a) \quad //7$$

que se puede poner en la forma, fig 17:

$$\phi = (m_s - n'_s) \phi_y + n'_s \frac{M}{EI} \quad (2.54.b)$$

Así, el cálculo de la rotación total θ , en $x=s$ se obtiene integrando la ec. 2.54.b, resultando

$$\theta = (m_s - n'_s) \phi_y s + n'_s \theta_e \quad (2.54.c)$$

donde θ_e es la rotación elástica obtenida al integrar el diagrama M/EI , que vale, fig 23.ch

$$\theta_e = \frac{1}{EI} \left[(1+e) M_p s + \frac{Vs^2}{2} - \frac{\omega s^3}{3} \right] \quad (2.54.ch)$$

Sustituyendo en 2.54.ch el valor de Vs dado por la ec. 2.53.c, se obtiene

$$\theta_e = \frac{s}{2EI} \left[(2+e) M_p + \frac{\omega s^2}{6} \right] \quad (2.54.d)$$

y como la rotación plástica θ_p° , fig 23.ch vale

$$\theta_p^\circ = \theta - \theta_e \quad (2.54.e)$$

de las ecs. 2.54.c y d se obtiene

$$\theta_p^\circ = \left[(m_s - 1) + \left(\frac{n'_s - 1}{2} \right) \left(e + \frac{\omega s^2}{6 M_p} \right) \right] \phi_y s \quad (2.54.f)$$

Finalmente, usando la ec. 2.53.b, el efecto del endu-recimiento por deformación queda dado por

$$M = M_p + \frac{EI}{k'_s} \frac{\theta_p^\circ}{h_0} \quad (2.55.a)$$

donde

$$k'_s = \frac{(m_s - 1) + \left(\frac{n'_s - 1}{2} \right) \left\{ e + \frac{\omega s^2}{6 M_p h_0^2} \right\}}{1 + e} \quad (2.55.b)$$

Cuando $\omega = 0$, de las ecs. 2.55.a y b se obtienen las ecs. 2.49.c y 2.48.d, respectivamente, porque en ese caso $h_0 = h$.

Criterios de cálculo de k_s y efecto del endurecimiento por deformación

a) Criterio de Horne ^(35,36). La ec 2.55.a se basó originalmente en una teoría rígido-plástica-rígida ^(35,36) que desprecia la zona elástica y supone $n'_s = 0$ en la ec 2.54.b, con lo cual

$$\phi_p = m_s \phi_y \quad (2.56.a)$$

y al ser integrada hace

$$\theta_p = m_s \phi_y S \quad (2.56.b)$$

Un criterio igual al de la ec 2.56.b ha sido propuesto por Lay ⁽⁴²⁾, para ser usado en el método de las fuerzas, donde sí tiene en cuenta la región elástica y lo ha denominado "método de la longitud circular", en ese caso el coeficiente m_s de la ec 2.56.b se transforma en $(m_s - 1)$ ⁽⁴²⁾.

El criterio de Horne, que usa $w=0$ y hace $h=h_0$ en la fig 23.c, establece la aproximación ⁽³⁷⁾ (fig 23)

$$e = \frac{s}{h-s} \approx \frac{s}{h} \quad (2.56.c)$$

suponiendo e pequeño. Con lo anterior, resulta finalmente

$$M = M_p + \frac{EI \theta_p}{m_s h} \quad (2.56.ch)$$

lo que equivale a usar $(k_s)_{Horne} = m_s$ en la ec 2.49.c. La experiencia ha hecho ver que $k_s > m_s$ ⁽³⁷⁾.

b) Criterio de Medland ⁽³⁷⁾. Este criterio establece una teoría rígido-plástica con endurecimiento por deformación ⁽³⁷⁾ que hace, de la ec 2.54.a; (fig 17 con $\phi_y = 0$ y $M = (1+e) M_p [(s-x)/s]$, fig 23.c)

$$\phi_p = m_s \phi_y + n'_s e \frac{M_p}{EI} \left(\frac{s-x}{s} \right) \quad (2.57.a)$$

y usando la ec 2.56.c, al integrar resulta

$$\theta_p = m_s \phi_y S + \frac{n'_s S^2}{2h} \phi_y \quad (2.57.b)$$

de donde

$$S = h \left\{ \sqrt{\left(\frac{m_s}{n'_s}\right)^2 + 2 \frac{\Theta_p}{n'_s \phi_y h}} - \frac{m_s}{n'_s} \right\} \quad (2.57.c)$$

que volviendo a aplicar la ec 2.56.c se llega a

$$M = M_p \left[\left(1 - \frac{m_s}{n'_s}\right) + \sqrt{\left(\frac{m_s}{n'_s}\right)^2 + 2 \frac{\Theta_p}{n'_s \phi_y h}} \right] \quad (2.57.ch)$$

la ec 2.57.ch es una ecuación no lineal; la relación M/M_p fue indicada con $F^{(37)}$ por Medland.

La comparación con la ec 2.49.c y el coeficiente k_s implícitamente usado por Medland se obtiene de la ec 2.57.b en la forma

$$S = \left[\frac{EI \Theta_p / M_p}{m_s + \frac{n'_s S}{2h}} \right] \quad (2.58.a)$$

Volviendo a usar la aproximación 2.56.c resulta

$$S = \left[\frac{EI \Theta_p / M_p}{m_s + \frac{n'_s e}{2}} \right] \quad (2.58.b)$$

y usando ahora la ec 2.48.c se obtiene

$$M = M_p + \left(\frac{1+e}{m_s + \frac{n'_s e}{2}} \right) \frac{EI \Theta_p}{h} \quad (2.58.c)$$

de donde

$$(k_s)_{\text{Medland}} = \frac{m_s + \frac{n'_s e}{2}}{1+e} \quad (2.58.ch)$$

ecuación que no depende de la aproximación dada por la ec 2.56.c ya que el error se compensó con el doble uso. Usando la relación carga-desplazamiento en la forma de la fig 22, las curvas obtenidas por Medland⁽³⁷⁾ dieron buena aproximación a las experimentales en la zona de endurecimiento por deformación, con $m_s = 5.3$ y $n'_s = 32$ obtenidas, también, experimentalmente⁽³⁷⁾.

9

120

c) Criterio de Sawko y Wilde⁽⁴¹⁾. Para justificar la ec 2.49.C, se concluye⁽⁴¹⁾ de una ecuación análoga a la ec 2.48.d que:

$$k_s \approx (M_s - 1) \quad (2.59)$$

en virtud de que e es pequeño. La ec 2.59 se confirmó experimentalmente en vigas I de acero B.S. 968, obteniendo un valor promedio de $k_s = 9.51$, que se compara satisfactoriamente con el valor de 9.55 obtenido para $M_s - 1$ ⁽⁴¹⁾.

ch) Aplicabilidad de la ec 2.49.C. En general se ha encontrado que la ec 2.49.C es útil práctica y sencilla para tener en cuenta el endurecimiento por deformación, y da lugar a comparaciones satisfactorias con respecto a integrar teóricamente los diagramas momento curvatura⁽³⁸⁾ a lo largo de las piezas, y con respecto a resultados experimentales^(38,43).

El valor de k_s se obtiene mediante experimentos a flexión, y una limitación es que existan únicamente cargas concentradas en el marco; condiciones que pueden suprimirse con usar las ecs 2.55.a y b obtenidas en el presente trabajo.

d) Efecto del endurecimiento por deformación. Se ha visto⁽⁴³⁾, que el efecto del endurecimiento es capaz de compensar sobradamente el efecto de inestabilidad, obteniéndose en ciertas estructuras, cargas superiores a la de mecanismo⁽⁴³⁾; dicha situación se presenta principalmente en estructuras donde la configuración de colapso por inestabilidad es semejante a la configuración de colapso por mecanismo.

Se ha elaborado una teoría⁽³⁶⁾ que determina el k_s requerido en la ec 2.49.C, para lograr compensar la carga de inestabilidad elasto-plástica hasta hacerla igual a la de mecanismo; criterio que ha

121

sido denominado "balance de estabilidad" (^{38,43}). Para ello se hace uso del mecanismo rígido plástico, y se tienen en cuenta las deformaciones de segundo orden producidas sobre las cargas axiales en columnas y el trabajo de deformación que se adiciona por el endurecimiento. Al igualar el trabajo producido por las cargas externas más las cargas axiales con el trabajo de las articulaciones plásticas más el trabajo del endurecimiento, se determina el k_s del "balance de estabilidad" (³⁶).

Se ha encontrado que este criterio no es conservador; aunque es de utilidad en marcos simples, no puede usarse en marcos esbeltos (⁴³). Esto se debe a que el modo de colapso por inestabilidad es muy distinto al modo de colapso por mecanismo; además, el endurecimiento por deformación da lugar a distintas configuraciones de colapso al variar k_s en estructuras esbeltas (⁴³).

El endurecimiento por deformación es aplicable en estructuras de acero, sin olvidar que las articulaciones plásticas son una idealización al comportamiento de un miembro.

En estructuras de concreto no puede contarse con el fenómeno del endurecimiento por deformación, sino al contrario, los diagramas momento curvatura una vez alcanzada una cierta deformación, tienen una rama descendente, dependiendo del refuerzo. Además, la curvatura admisible no tiene los valores que se aceptan en miembros de acero.

CAPITULO 3. PROGRAMA PARA COMPUTADORA DIGITAL

En este capítulo se hace una somera descripción de algunos programas importantes que han sido descritos en la literatura para efectuar el análisis de la inestabilidad elasto-plástica de marcos. Se presentan después las ideas fundamentales del programa desarrollado para la presente tesis, junto con la descripción de su diagrama de flujo general. Las listas e instructivos de este programa se presentan en el apéndice A.

3.1 PROGRAMAS PREVIOS

R. K. Livesley^(44,45) elaboró un programa para la computadora EDSAC II que calcula la carga de colapso elasto-plástico de marcos planos. Desprecia la contaminación plástica, toma un factor de forma unitario, y no considera el endurecimiento por deformación. Las articulaciones plásticas pueden aparecer en los extremos de los miembros y bajo cada carga concentrada. La capacidad del programa es de 25 nudos; pero se considera un nudo bajo cada carga concentrada en el interior de los miembros.

El proceso de solución consiste en ir proponiendo sucesivos factores de carga; para cada carga se plantea la matriz de rigideces y términos independientes considerando el efecto de las articulaciones plásticas y de la carga axial en la rigidez de los miembros. El sistema de ecuaciones se plantea y resuelve repetidamente hasta confirmar la existencia de articulaciones plásticas y los valores de las cargas axiales; obteniéndose finalmente el estado deformado del marco para ese factor de carga. Cada nuevo factor de carga se selecciona por el operador, basándose en una gráfica de puntos carga-desplazamiento que aparece en la pantalla de un tubo de rayos catódicos.

L. S. Vallance^(46,47) escribió dos programas para la compu-

tadora Ferranti-Mercury. Uno calcula la carga de colapso elasto-plástico en marcos rectangulares de acero⁽⁴⁶⁾ y el otro en marcos rectangulares de concreto⁽⁴⁷⁾. Ambos programas usan un factor de forma unitario y no tratan el endurecimiento por deformación; las articulaciones plásticas pueden aparecer en los extremos de los miembros y en el claro de las trabes. Las cargas verticales son uniformemente repartidas y concentradas en el cabezal de las columnas; las cargas laterales se aplican al nivel de las trabes. Se tiene en cuenta la rigidez angular de la cimentación.

La capacidad de los programas es tal que admiten marcos rectangulares de 14 claros con un máximo de 15 pisos, hasta marcos de un claro con 150 pisos.

Al empezar el cálculo se especifica el factor de carga inicial y los incrementos máximo y mínimo de dicho factor. Para cada factor de carga se plantea la matriz de rigideces y términos independientes, con efecto de las articulaciones plásticas presentes y con el efecto de la carga axial en columnas sobre su rigidez y momento plástico admisible. Con la solución al sistema de ecuaciones se comprueba el estado de articulaciones y cargas axiales en columnas; cuando éste no es satisfactorio se repite el ciclo incluyendo las nuevas articulaciones, hasta obtener una solución "estable" para ese factor de carga. Se incluye la posibilidad del cierre de articulaciones plásticas. También, en cada factor de carga se estudia el posible colapso del conjunto por medio del determinante nulo o negativo; el colapso local de una trabe, columna, nudo o entrepiso; la excesiva aparición y cierre de articulaciones plásticas y el caso de excederse un número dado de ciclos admisibles para obtener una solución "estable". En esos casos se considera que

no hay una solución estable para el factor de carga especificado. Cuando no se logra obtener una solución estable, el factor de carga se disminuye en la mitad del último incremento. El cálculo se suspende cuando el último incremento de carga es inferior al mínimo admisible.

A. Jennings y K. Majid⁽⁴⁸⁾ describen un programa basado en los conceptos de Livesley. Las cargas son concentradas y las articulaciones plásticas pueden aparecer únicamente en los extremos de los miembros. El programa tiene en cuenta el efecto de la carga axial en la rigidez de miembros, pero no incluye su efecto sobre el momento plástico admisible. No considera el cierre de articulaciones plásticas ni el endurecimiento por deformación.

En el sistema de ecuaciones planteado, los desplazamientos de nudos se consideran incógnitas básicas y, conforme van apareciendo las articulaciones plásticas, las rotaciones plásticas se tratan como incógnitas adicionales, aumentando así, el número de ecuaciones por resolver.

Cada nuevo factor de carga se selecciona para que coincida con la aparición de la siguiente articulación plástica; para ello, el programa efectúa una extrapolación lineal de los últimos dos estados de carga en el marco, cuyo incremento se especifica de antemano. Normalmente se requieren de dos a cinco iteraciones para localizar cada nueva articulación plástica cuando la tolerancia se fija en 0.0001. La primera estimación de cargas axiales en el nuevo factor de carga se efectúa, también, por extrapolación lineal, dándose 4 cifras buenas en todos los casos. El cálculo

se suspende cuando se encuentra que el determinante del sistema es nulo o negativo.

J. M. Davies (⁴³) extendió el programa de Jennings y Majid para tener en cuenta el efecto del endurecimiento por deformación; para ello empleó el criterio de Horne (³⁶), ec. 2.56.ch. El criterio del determinante nulo o negativo define inestabilidad y termina el cálculo.

Posteriormente Davies (⁴⁹) elaboró un programa que extiende los anteriores al caso de cargas estáticas, variables y repetidas en la zona elasto-plástica. En este programa ya no se consideran las rotaciones plásticas en el sistema de ecuaciones, tratándolas por separado. Además del endurecimiento por deformación, tiene en cuenta el cierre de articulaciones plásticas. Al criterio de inestabilidad por determinante nulo y negativo se adicionó el de cierre de más de una articulación plástica al aumentar las cargas. El criterio fue obtenido en las pruebas del programa y funcionó satisfactoriamente. El control de cargas alternantes se efectúa con un parámetro que varía entre cero y uno.

Davies (⁵⁰) también desarrolló un programa que determina la carga de estabilización ante cargas alternantes y repetidas (shakedown loads), teniendo en cuenta el efecto de inestabilidad. El criterio difiere radicalmente del usado en los programas anteriores, y se basa en determinar una matriz de momentos residuales en el marco. La matriz se determina mediante un análisis elástico de la estructura, en el que se tienen en cuenta articulaciones plásticas abiertas. Se incluye el efecto de

inestabilidad suponiendo que las cargas axiales en las columnas son las que corresponden a la carga de inestabilidad. El factor de carga de estabilización (shakedown) se determina cuando se logra construir una matriz de momentos residuales cuyo determinante es nulo.

A. Korn y T. V. Galambos⁽³⁴⁾ describen las ideas fundamentales de un programa que tiene en cuenta el acortamiento de miembros y que se basa en el tratamiento de Jennings y Majid.

El programa puede efectuar cuatro tipos de analisis. En los dos primeros tipos, denominados de primer orden, no se considera el cambio de rigidez por carga axial y son: a) Sólo efecto de flexión; b) Efecto de flexión y deformaciones por carga axial. En los otros dos tipos, denominados de segundo orden y que son los que incluyen la inestabilidad elasto-plástica, si se considera el cambio de rigidez por carga axial. Esos otros dos tipos son: c) Efecto de flexión; ch) Efecto de flexión y deformaciones por carga axial.

El programa incluye la reducción del momento plástico por carga axial; no considera el cierre de articulaciones plásticas, pero indica el caso de que se invierta el sentido en que ellas giran.

E. W. Wright⁽⁵¹⁾ desarrolló un programa para marcos rectangulares en la computadora Bendix G20, que integra directamente los diagramas momento curvatura a lo largo de los miembros para obtener su rigidez angular y factor de transporte. Los diagramas momento curvatura tienen en cuenta el efecto de carga normal en el momento plástico, esfuerzos residuales y la transición de M_y a M_p ;

así como el efecto del endurecimiento por deformación. Esto hace que se descarte el empleo de la idealización de las articulaciones plásticas. No se incluye el acortamiento de miembros ni la posible descarga de zonas inelásticas, que equivale al cierre de articulaciones plásticas.

El sistema de ecuaciones planteado cumple el equilibrio en el estado deformado del marco y tiene en cuenta el efecto de la carga axial en la rigidez angular.

En el proceso de solución del marco se van proponiendo sucesivos factores de carga, y en cada factor el estado del marco se determina usando iteraciones para resolver el sistema de ecuaciones; para ello se introducen rigideces elásticas equivalentes de miembros inelásticos así como rigideces laterales ficticias, esto último con el objeto de lograr la convergencia del método iterativo en cargas cercanas a la de inestabilidad. Este criterio tiene la ventaja enorme de poder tratar con la rama descendente de la curva carga-desplazamiento, cosa que no logra ninguno de los programas descritos en esta tesis.

La capacidad del programa es tal que admite marcos de ocho pisos con tres claros.

3.2 METODO USADO

El programa presentado en esta tesis fué elaborado en lenguaje FORTRAN para la computadora Bendix CDC G-20 de la Universidad Nacional Autónoma de México. Analiza marcos rectangulares con miembros de sección constante. La capacidad del programa es de un marco con 50 grados de libertad incluyendo las rotaciones de los nudos de la

cimentación (por ejemplo, un marco de tres claros con nueve entrepisos). No deben haber columnas faltantes puesto que no se consideran desplazamientos verticales, ni deben de faltar trabes porque todos los nudos de cada nivel sufren el mismo desplazamiento horizontal.

El cálculo se efectúa mediante una secuencia histórica automática de carga, haciendo estimaciones de los factores de carga horizontal y vertical donde aparece cada nueva articulación plástica, hasta llegar a un estado de cargas previamente especificado o presentarse inestabilidad del marco.

En cada nueva articulación plástica, el sistema de ecuaciones se construye con las ideas presentadas en el capítulo 2; estas consisten esencialmente en usar las ecuaciones pendiente-deformación, modificadas para tener en cuenta el efecto de carga axial y las articulaciones plásticas en la rigidez de los miembros. El número de ecuaciones planteadas no depende del número de articulaciones plásticas presentes en el marco. Las rotaciones plásticas se calculan a partir de conocer las rotaciones de los nudos y los desplazamientos horizontales de los niveles.

Las características sobresalientes que lo distinguen de los programas anteriormente descritos son:

- a) El criterio de extrapolación para estimar cada factor de carga. Esto se efectúa resolviendo el mismo sistema de ecuaciones para dos estados de carga adyacentes, tratando así con la recta tangente a la curva carga-desplazamiento. Los programas que efectúan extrapolación usan la recta secante obtenida de dos soluciones adyacentes.

- b) Se manejan dos factores de carga; uno de cargas verticales y otro de cargas horizontales. Ambos factores son independientes y pueden manipularse arbitrariamente para llevar el marco a la inestabilidad. Esto permite efectuar análisis semejantes a los de Davies (49,50), aplicando al marco cargas alternantes o repetidas antes de llevarlo al colapso.
- c) Las cargas verticales incluyen:
1. Carga uniforme en traveses
 2. Carga concentrada al centro de traveses
 3. Cargas concentradas en nudos (no incluyen las anteriores)
 4. Pares concentrados en nudos

Por regla general, la mayoría de los programas tratan sólo cargas concentradas (31, 43-45, 48, 49, 50), y ~~por lo~~ algunos ~~de~~ carga uniforme ~~en~~ en traveses (46, 47)

- ch) No hay limitación en el número de veces que se cierra y abre una articulación plástica. Se incluye la posibilidad de abertura o cierre simultáneo de articulaciones plásticas.
- d) El método de cálculo tiene la opción de confirmar sus propias predicciones. En forma normal el programa abre la nueva articulación prevista y aplica la nueva carga. La opción consiste en no abrir la articulación y aplicar la nueva carga para confirmar su existencia. Si se confirma la presencia de la articulación, esta se abre y se vuelve aplicar la misma carga. Esto permite confirmar ambas soluciones, antes y después, así como el funcionamiento del criterio de extrapolación.
- e) En cada aplicación de carga se imprimen también

los momentos al centro y extremos de todos los miembros, las fuerzas cortantes en todas las columnas y las reacciones de los extremos de todas las trabes.

3.3 DESCRIPCION DEL DIAGRAMA DE FLUJO GENERAL

En el cuadro II se presenta el diagrama de flujo general del programa. Para describirlo, el diagrama se ha dividido en 14 etapas que se explican a continuación.

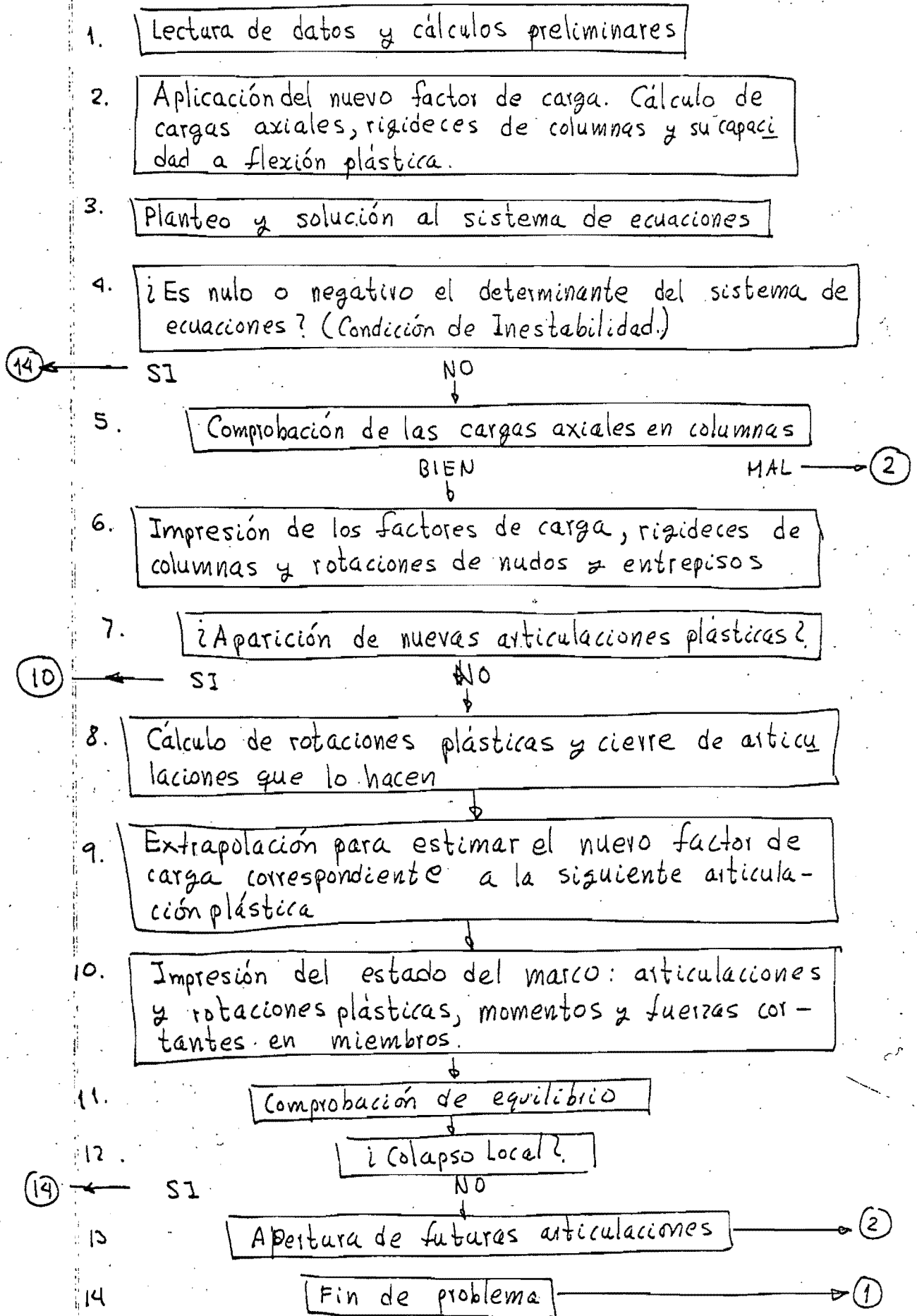
Etapas 1. Lectura de datos y cálculos preliminares

En los datos se especifican las dimensiones del marco, las propiedades elasto-plásticas de trabes y columnas, las cargas aplicadas y los factores de carga vertical y horizontal inicial así como sus incrementos ^{máximos}. En el apéndice A-4 se presenta el instructivo de formulación de datos. En los cálculos preliminares se establece que el marco es elástico (sin articulaciones plásticas) y se obtienen los parámetros que permanecen constantes en el resto del cálculo y los que sólo se modifican por los factores de carga.

Etapas 2. Aplicación del nuevo factor de carga. Cálculo de cargas axiales, rigideces de columnas y su capacidad a flexión plástica.

Se determinan los nuevos factores de carga vertical y horizontal basados en el factor de carga total, definido como la suma de valores absolutos, y en las leyes que rigen la variación de los dos factores. Sumando cargas verticales concentradas en nudos y la descarga de columnas y trabes (con efecto de la rotación de sus extremos), se obtiene la carga axial sobre cada columna. Con ella se calculan los coeficientes de rigidez, factores de transporte y la capacidad a flexión plástica utilizando un factor de reducción.

Cuadro II. Diagrama de flujo general.



Etapa 3. Planteo y solución al sistema de ecuaciones.

El planteo del sistema de ecuaciones se hace recorriendo el marco por niveles, empezando en la azotea y terminando en la cimentación. En cada nivel se construyen las ecuaciones de los nudos recorriéndolos de izquierda a derecha. Al pasar al nivel inferior se construye la ecuación de entrepiso.

En todo momento se tiene en cuenta el efecto de las articulaciones plásticas de trabes y columnas. Al mismo tiempo, se calculan los términos independientes de cada ecuación y los términos independientes con los factores de carga incrementados; la solución de éste segundo estado de cargas sirve para extrapolar y estimar los factores de carga donde se abrirá la siguiente articulación.

El sistema planteado toma la forma matricial:

$$[K] \{x, x+\Delta x\} = \{f, f+\Delta f\} \quad (3.1)$$

donde $[K]$ es la matriz de rigideces del marco, $\{x\}$ son las rotaciones angulares de nudos y entrepisos, $\{f\}$ son los términos independientes debidos al estado de cargas. ~~Los términos independientes~~ incluyéndose el efecto de los momentos plásticos y las discontinuidades angulares elásticas; $\{f+\Delta f\}$ son los términos independientes con los factores de carga incrementados, $\{x+\Delta x\}$ es el estado de rotaciones de nudos y entrepisos que corresponden a $\{f+\Delta f\}$.

La solución al sistema 3.1 se realiza por eliminación de Gauss, reordenándose renglones para procurar evitar pérdidas de aproximación, y simultáneamente se obtienen las soluciones $\{x\}$ y $\{x+\Delta x\}$, así como el determinante de $[K]$.

Etapa 4. ¿Es nulo o negativo el determinante del sistema de ecuaciones? (Condición de inestabilidad.)

Cuando el determinante es nulo o negativo, el marco se considera inestable. Esto puede deberse a colapso local de un nudo o un entrepiso o a inestabilidad del conjunto propiamente dicha. Cuando el determinante es nulo, el programa cierra la última articulación que se abrió y repite las etapas 2 y 3, imprime el estado del marco (etapas 6 y 10) y pasa a la etapa 14. Con lo anterior se pretende determinar si la inestabilidad se presenta entre dos articulaciones consecutivas o al abrirse la articulación plástica.

Etapa 5. Comprobación de las cargas axiales en columnas.

Se vuelven a calcular las cargas axiales en columnas y se comparan con las calculadas en la etapa 2. Al hacer la comparación se usan solamente las cargas axiales debidas a rotaciones de nudos. Si la comparación no es satisfactoria se vuelve a la etapa 2 donde se usan las nuevas cargas axiales. El proceso converge rápidamente y en cada nuevo factor de carga, el cálculo se repite una vez, y cuando mucho 2. Cuando se repite más de 10 veces, se suspende el cálculo y se imprime el estado del marco.

Etapa 6. Impresión de los factores de carga, rigideces de columnas y rotaciones de nudos y entrepisos.

Se imprimen los factores de carga vertical, horizontal y total, la clave de las articulaciones que se abren o que se cierran al aumentar la carga y el número total de articulaciones abiertas. Para cada columna se imprimen los cocientes de su carga axial con respecto a su carga de pandeo de Euler y el cociente con respecto a su carga de fluencia, el factor de reducción de momento plástico por efecto de carga axial, el momento plástico y

el momento plástico resistente. Para cada trabe se imprime su momento plástico resistente. Se imprimen además las rotaciones de nudos y entrepisos, los desplazamientos relativos y totales de los niveles de trabes y el determinante del sistema de ecuaciones.

Etapa 7. Aparición de nuevas articulaciones plásticas?

En este análisis se determinan los signos asociados a los momentos plásticos admisibles en columnas y trabes, que se logra al conocer los momentos en miembros. Cuando aparece o se abre una articulación plástica no predicha por el programa, se conservan los factores de carga y no se permite girar a las articulaciones plásticas, pasando a la etapa 10. En caso contrario se pasa a la etapa 8.

Etapa 8. Cálculo de rotaciones plásticas y cierre de articulaciones que lo hacen.

Una vez que se ha garantizado que no hay apertura de nuevas articulaciones plásticas no predichas, se determinan los nuevos giros plásticos de las articulaciones que permanecen abiertas. Por otra parte, se cierran todas aquellas articulaciones que tratan de girar en sentido contrario al que lo han venido haciendo; esto es, que tengan un momento aplicado menor al plástico. La discontinuidad angular se conserva.

Etapa 9. Extrapolación para estimar el nuevo factor de carga correspondiente a la siguiente articulación plástica.

Aprovechando los giros $\{x\}$ y $\{x+\Delta x\}$ obtenidos en la etapa 3, se calcula, con extrapolación lineal, el incremento mínimo del factor de carga que se requiere aplicar para plastificar una nueva sección. El criterio se

basa en usar la tangente a la curva carga-deformación de todas y cada una de las posibles articulaciones plásticas, tomando la que requiere el menor incremento de carga. Al extrapolar, se supone que el momento plástico de cada sección permanece constante. Se cubre el caso de apertura simultánea de articulaciones.

Etapa 10. Impresión del estado del marco: articulaciones y rotaciones plásticas, momentos y fuerzas cortantes en miembros.

Se imprimen las articulaciones plásticas abiertas y las rotaciones plásticas o discontinuidades angulares. Se imprime un aviso sobre la próxima articulación plástica que se abre al aumentar la carga, resultado que proviene de la etapa 9. Luego se imprimen los momentos en los extremos y al centro de trabes y columnas y las fuerzas cortantes o reactivas en los extremos.

Etapa 11. Comprobación de equilibrio.

Se verifica el equilibrio de momentos en nudos y de fuerzas cortantes en entrepisos, exigiendo coincidencia en cuatro cifras significativas. Cuando no se cumple el equilibrio en cuatro cifras, se imprime la suma de momentos y su cociente con respecto a la suma de valores absolutos. El cálculo no se suspende ni se altera por este concepto.

Etapa 12. ¿Colapso local?

En las etapas 3, 5 y 7 se incluyen controles de indicación de colapso local; en particular, se da preferencia a localizar la aparición de tres articulaciones en un miembro. Cuando se tiene colapso local, se suspende el cálculo al pasar a la etapa 14.

Etapa 13. Apertura de futuras articulaciones.

135

Cuando hay extrapolación, etapa 9, se abren las futuras articulaciones. La ejecución de esta etapa es opcional y se controla en la formulación de datos. Cuando no se ejecuta, para cada factor de carga el cálculo se efectúa dos veces, etapas 2 a 12, una vez para confirmar la apertura de las articulaciones plásticas predichas y otra vez con las articulaciones plásticas abiertas. Ante esta situación las etapas 7 a 9 se modifican para evitar decisiones contradictorias del propio programa.

Etapa 14. Fin de problema

Se imprime el último factor de carga vertical, horizontal y total, el letrero FIN DE PROBLEMA y se pasa a la etapa 1.

CAPITULO 4 COMPORTAMIENTO DE MARCOS

En este capítulo se presentan los resultados del programa de este trabajo al analizar hasta la Inestabilidad a cinco marcos de ejemplo. Ellos fueron llevados a la inestabilidad mediante incrementos de su estado de cargas.

Los resultados se ilustran mediante gráficas y diagramas donde se hacen resaltar las características de las respuestas de los marcos ante distintas sollicitaciones y diferentes hipótesis sobre su comportamiento. Las hipótesis de comportamiento incluyen suponer respuesta elasto-plástica y rígido-plástica, y reducción de momento plástico en las columnas por efecto de la carga axial.

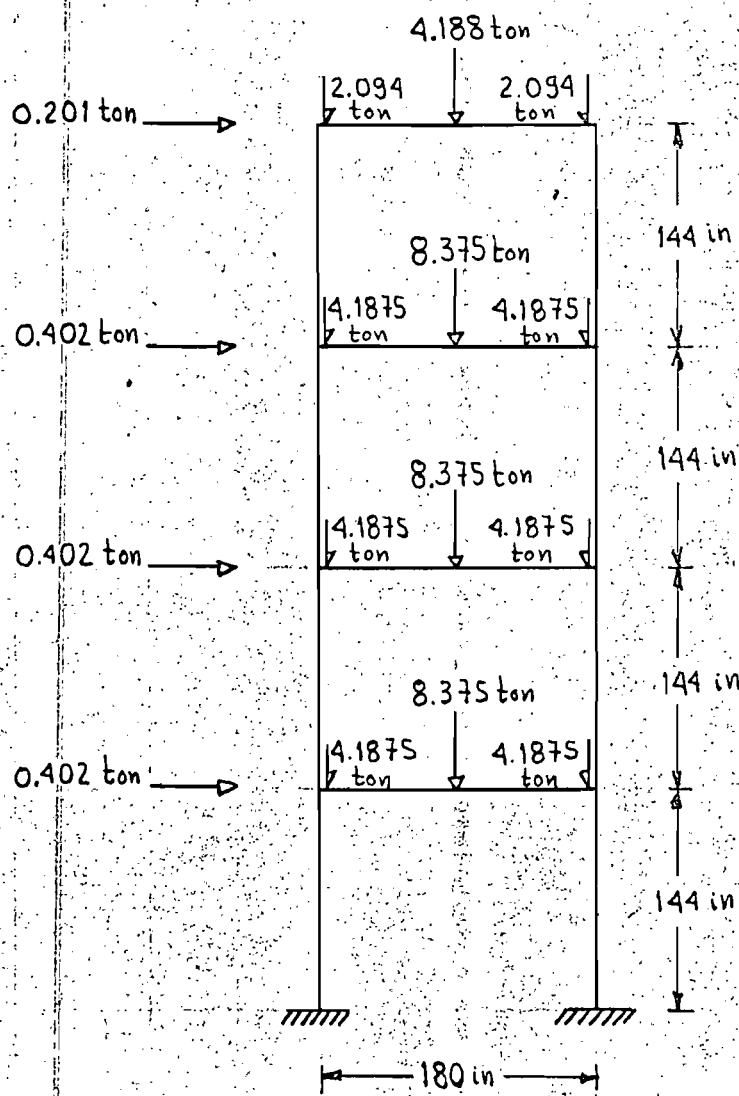
4.1 DESCRIPCION DE LOS MARCOS ESTUDIADOS

Los cinco marcos estudiados se han denominado como sigue:

1. Wood. De un claro y 4 entrepisos⁽²⁾
2. Vallance 1. De 2 claros y 5 entrepisos⁽⁴⁶⁾
3. Vallance 2. De 2 claros y 5 entrepisos⁽⁴⁶⁾
4. Heyman. De un claro y 4 entrepisos⁽⁵²⁾
5. De Buen. De un claro y 3 entrepisos⁽⁵³⁾

Su orden de presentación obedece al tipo de respuesta de cada uno de ellos.

1. Marco de Wood⁽²⁾. Es un marco ampliamente estudiado en la literatura^(2, 41, 48, 50); Wood lo analizó mediante computadora analógica y consta de un claro con 4 entrepisos, tal como se muestra en la fig 24. En esa figura 24 se señalan las dimensiones así como las cargas verticales y horizontales de trabajo, es decir con $\lambda_v = 1.0$, $\lambda_H = 1.0$; donde λ_v es el factor de carga de fuerzas verticales y λ_H el factor de fuerzas horizontales.



(1 ton = 1016.05 kg)

$$\frac{V_{total}}{P_{total}} = \frac{1.407}{58.626} = 0.024$$

Fig 24. Marco de Wood (ref 2). Dimensiones y cargas horizontales y verticales de trabajo.

Las cargas verticales son concentradas al centro de las trabes y en los nudos. Las cargas en los nudos provienen de las trabes perpendiculares al plano del marco. Las fuerzas horizontales se aplican en los niveles de las trabes. La fuerza cortante horizontal en la base del marco es 0.024 veces la carga vertical total cuando $\lambda_v = \lambda_H = 1.0$.

En la fig 25 se presenta la numeración de los nudos, de las trabes y de las columnas. Puede apreciarse que las trabes reciben el mismo número que su nudo izquierdo, mientras que las columnas tienen el mismo número que su nudo superior.

En la tabla 8 se tienen las propiedades de los miembros, numerados tal y como se indica en la fig 25. En esa tabla 8, E = módulo de elasticidad, en toneladas brutas o largas sobre pulgada cuadrada, f_y = esfuerzo de fluencia. Para cada miembro se tiene su Área, I = momento de inercia, Z_p = módulo plástico de la sección, tal que $M_p = Z_p f_y$, y M_p = momento plástico sin considerar carga axial. En las columnas del marco se adiciona el valor de la carga axial P de cada una de ellas cuando $\lambda_v = 1.0$ y $\lambda_H = 0.0$. También se incluyen los coeficientes P/P_E y P/P_2 , donde P_E = carga de pandeo de Euler, ec 27, y P_2 = carga normal de fluencia o aplastamiento de la columna.

El factor de carga crítica del marco es 12.9⁽²⁾, mientras que con el método de la ref. 29 se obtiene 13.2. Al respecto conviene mencionar que en la tabla 8, de las columnas 3 y 4 se tiene $P_E/P = 1/0.0465 = 21.5$, mientras que en las columnas 7 y 8, $P_2/P = 1.0/0.1866 = 5.36$. Este último número indica que con $\lambda_v = 5.36$ y sin carga horizontal se aplastan las columnas 7 y 8.

TABLA 8 Marco de Wood (ref 2)

Propiedades de Miembros

$E = 13\ 000\ \text{ton/sq-in} = 2.06 \times 10^6\ \text{kg/cm}^2$

$f_y = 15.25\ \text{ton/sq-in} = 2400\ \text{kg/cm}^2$

Trabe	Área (sq.in)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p (ton-in)				
1	5.30	55.620	16.020	244.30				
3, 5 y 7	7.35	122.346	28.070	428.07				

Columna	Área (sq.in)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p (ton-in)	P (ton)	P/P _E	P/P _y
1 y 2	5.89	34.704	13.46	205.26	4.188	0.0195	0.0466
3 y 4	7.37	46.690	17.00	259.25	12.563	0.0465	0.1118
5 y 6	8.28	89.712	25.80	393.45	20.938	0.0377	0.1658
7 y 8	10.30	115.056	32.94	502.34	29.313	0.0412	0.1866

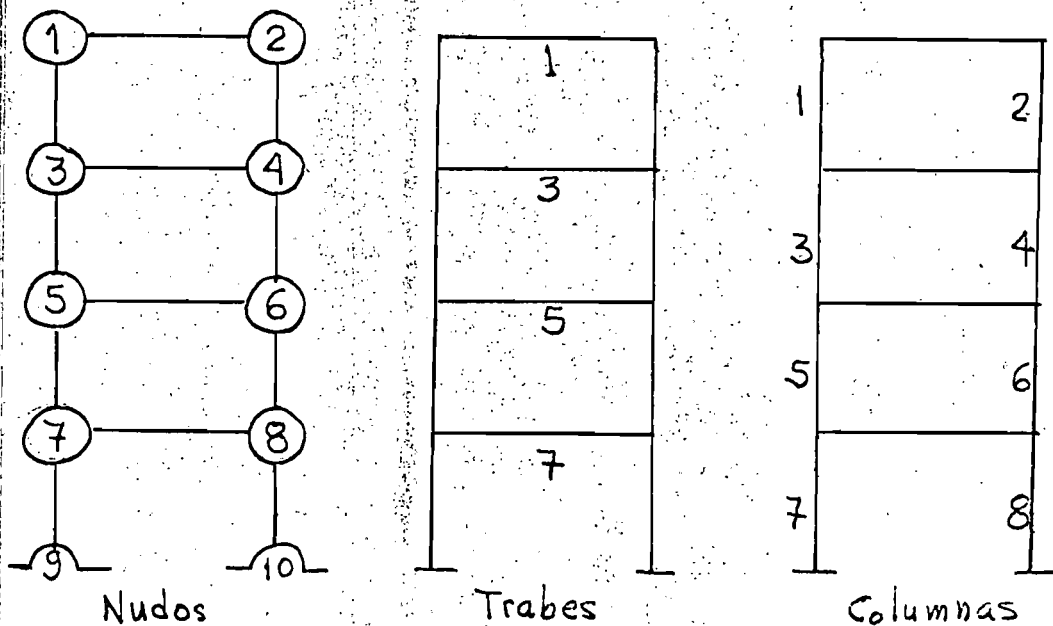


Fig 25. Ejemplo. Numeración de nudos, de trabes y de columnas.

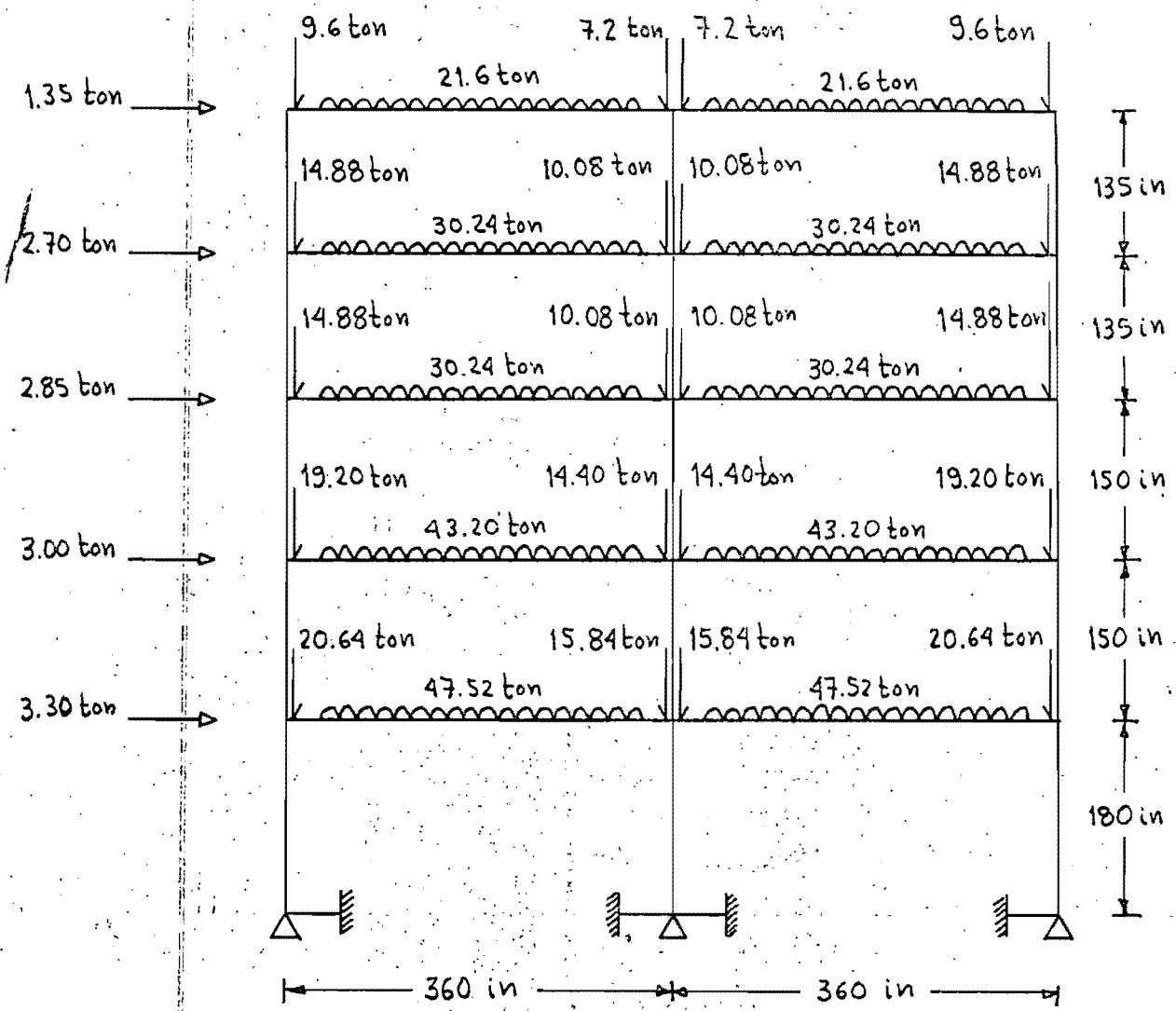
2. Marco Vallance 1. Este marco forma parte, como un ejemplo, de la descripción de un programa escrito por Vallance.⁽⁴⁶⁾ Consta de dos claros y 5 entrepisos, y se muestra en la fig 26 con sus dimensiones y cargas de trabajo, $\lambda_v = 1.0$ y $\lambda_H = 1.0$. Las cargas verticales son uniformemente distribuidas en las trabes y concentradas en los nudos; esas concentraciones en los nudos provienen de las trabes perpendiculares al plano del marco. La fuerza cortante horizontal total de trabajo con $\lambda_H = 1.0$ es 0.021 de la carga vertical total con $\lambda_v = 1.0$.

En la fig 27 se tiene la numeración de los nudos, de las trabes y de las columnas. Se incluye la numeración de los nudos de la cimentación porque ellos poseen rigidez angular finita proveniente de la cimentación. En la tabla 9 se tienen las propiedades de los miembros. En este marco las unidades de fuerza son toneladas netas o cortas, de 907.2 kg.

Las cargas P , P/P_E y P/P_y mostradas en la tabla 9 se obtuvieron con $\lambda_v = 1.0$ y $\lambda_H = 0.0$. Es fácil comprobar que la rotación de nudos hace que las cargas P no coincidan con la descarga de trabes calculada sin considerar rotación de nudos.

En este marco se considera que la rigidez angular de las trabes de la cimentación, nudos 16, 17 y 18 de la fig 27, es 10 veces el $4EI/L$ de la columna superior inmediata.

El método de reducción de rigidez usado en la ref 29 conduce a una carga crítica del marco del orden de 13.2; mientras que la tabla 9, para la columna 5: $P_E/P = 1/0.0608 = 16.4$, y de la columna 8, $P_y/P = 1/0.3751 = 2.66$, situación que indica ~~de inmediato~~ que el marco no admite un factor de carga vertical λ_v superior a 2.66 porque hay aplastamiento de columna.



(1 ton = 907.185 Kg)

$$\frac{V_{total}}{P_{total}} = \frac{13.20}{619.2} = 0.021$$

Fig 26. Marco Vallance 1 (ref 46). Dimensiones y cargas horizontales y verticales de trabajo

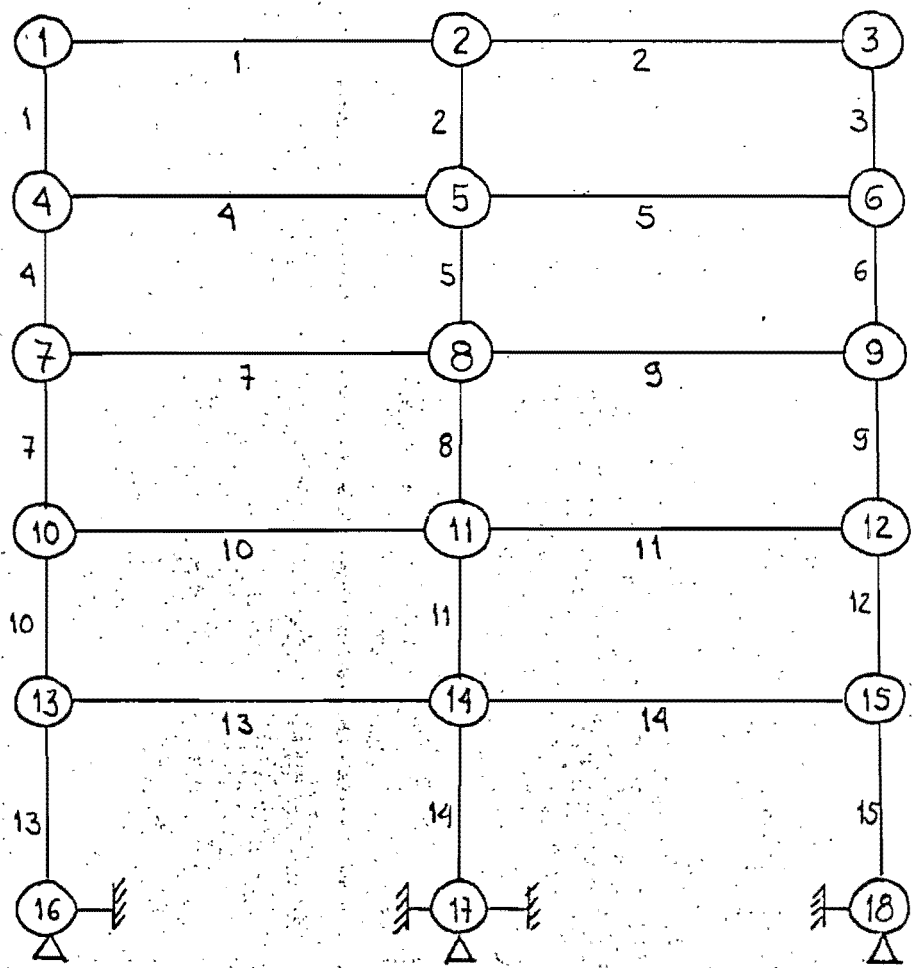


Fig 27. Marcos Vallance. Numeración de nudos, de trabes y de columnas.

TABLA 9 Marco Vallance 1

Propiedades de Miembros

$E = 15\,000 \text{ ton/sq.in} = 2.11 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$f_y = 17.92 \text{ ton/sq.in} = 2520 \text{ Kg/cm}^2$

Trabe	Área (sq.in)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p (ton-in)				
1 y 2	10.59	446.3	63.8	1143.30				
4 y 5	13.22	685.2	87.8	1573.38				
7 y 8	13.22	685.2	87.8	1573.38				
10 y 11	17.64	984.0	122.8	2200.58				
13 y 14	18.23	1326.8	144.1	2582.27				

Columna	Área (sq.in)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p (ton-in)	P (ton)	P/P _E	P/P _y
1 y 3	11.76	146.3	39.8	713.22	19.08	0.0161	0.0906
2	5.93	41.9	15.1	270.59	38.63	0.1135	0.3635
4 y 6	21.18	420.7	90.6	1623.55	48.24	0.0141	0.1271
5	14.11	183.7	49.0	878.08	90.72	0.0608	0.3588
7 y 9	21.18	420.7	90.6	1623.55	77.62	0.0280	0.2045
8	21.18	420.7	90.6	1623.55	142.36	0.0514	0.3751
10 y 12	32.92	718.7	147.5	2643.20	117.37	0.0248	0.1990
11	32.92	718.7	147.5	2643.20	216.47	0.0458	0.3669
13 y 15	32.92	718.7	147.5	2643.20	160.26	0.0488	0.2717
4	47.38	1541.9	259.1	4643.08	298.68	0.0424	0.3518

3. Marco Vallance 2. Es una modificación al marco Vallance 1 y la diferencia consiste en las trabes de los tres niveles inferiores y en que se aumentan vez y media las cargas horizontales de trabajo. En la fig 28 puede apreciarse la diferencia de cargas con respecto al marco Vallance 1, fig 26. Las propiedades de los miembros se presentan en la tabla 10. Puede verse que las cargas axiales P se modifican ligeramente en las columnas inferiores. La carga crítica del marco resulta ahora ser del orden de 14.7, al usar el método de la ref 29.

4. Marco de Heyman. Este marco fue usado por Heyman para ejemplificar el cálculo de los desplazamientos al iniciarse el colapso rígido-plástico de un marco⁽⁵²⁾. En la fig 29 se muestran las cargas de trabajo y dimensiones del marco; las propiedades de los miembros se encuentran en la tabla 11. Su carga crítica es del orden de 27.3, mientras que la carga vertical de aplastamiento de columnas es de $1/0.1987 = 5.04$.

5. Marco de De Buen.⁽⁵³⁾ El marco se presenta en la fig 30. Se distingue de los anteriores en que hay momentos aplicados en los nudos; esos momentos son producidos por voladizos laterales. En la tabla 12 se tienen las propiedades de los miembros. Su carga crítica es del orden de 65.9, y la de aplastamiento de $1/0.2820 = 3.55$.

TABLA 10 Marco Vallance 2

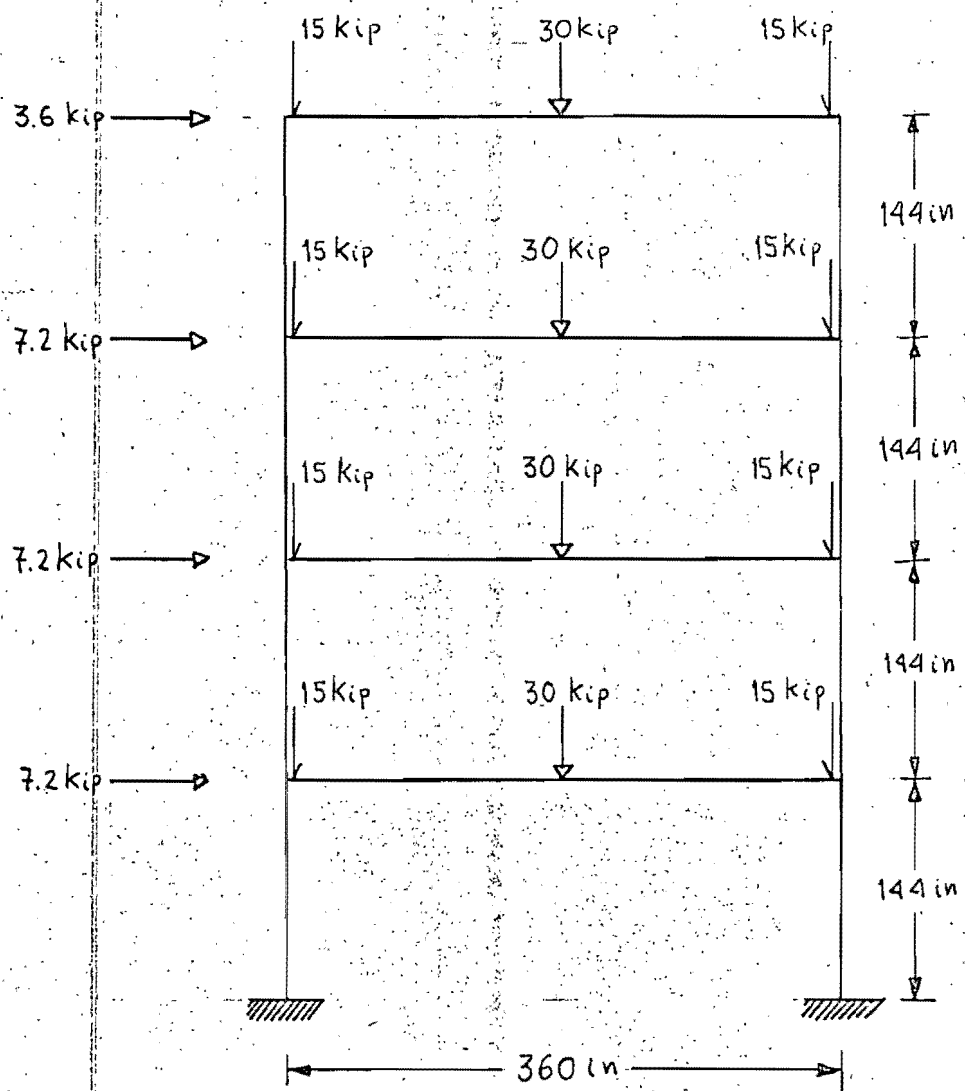
Propiedades de Miembros

$E = 15\,000 \text{ ton/sq-in} = 2.11 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

$f_y = 17.92 \text{ ton/sq-in} = 2520 \text{ kg/cm}^2$

Trabe	Área (sq-in)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p (ton-in)				
1 y 2	10.59	446.3	63.8	1143.30				
4 y 5	13.22	685.2	87.8	1573.38				
7 y 8	14.71	800.6	100.9	1808.13				
10 y 11	18.23	1326.8	144.1	2582.27				
13 y 14	20.02	1478.0	159.6	2860.03				

Columna	Área (sq-in)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p (ton-in)	P (ton)	P/P _E	P/P _y
1 y 3	11.76	146.3	39.8	713.22	19.08	0.0161	0.0906
2	5.93	41.9	15.1	270.59	38.63	0.1135	0.3635
4 y 6	21.17	420.7	90.6	1623.55	48.24	0.0141	0.1271
5	14.11	183.7	49.0	878.08	90.72	0.0608	0.3588
7 y 9	21.17	420.7	90.6	1623.55	77.53	0.0280	0.2043
8	21.17	420.7	90.6	1623.55	142.54	0.0515	0.3756
10 y 12	32.92	718.7	147.5	2643.20	117.02	0.0247	0.1984
11	32.92	718.7	147.5	2643.20	217.16	0.0459	0.3671
13 y 15	32.92	718.7	147.5	2643.20	159.77	0.0487	0.2708
14	47.38	1541.9	259.1	4643.08	299.65	0.0425	0.3529



(1 kip = 1000 libras = 453.592 kg) $\frac{V_{total}}{P_{total}} = \frac{25.2}{240} = 0.105$

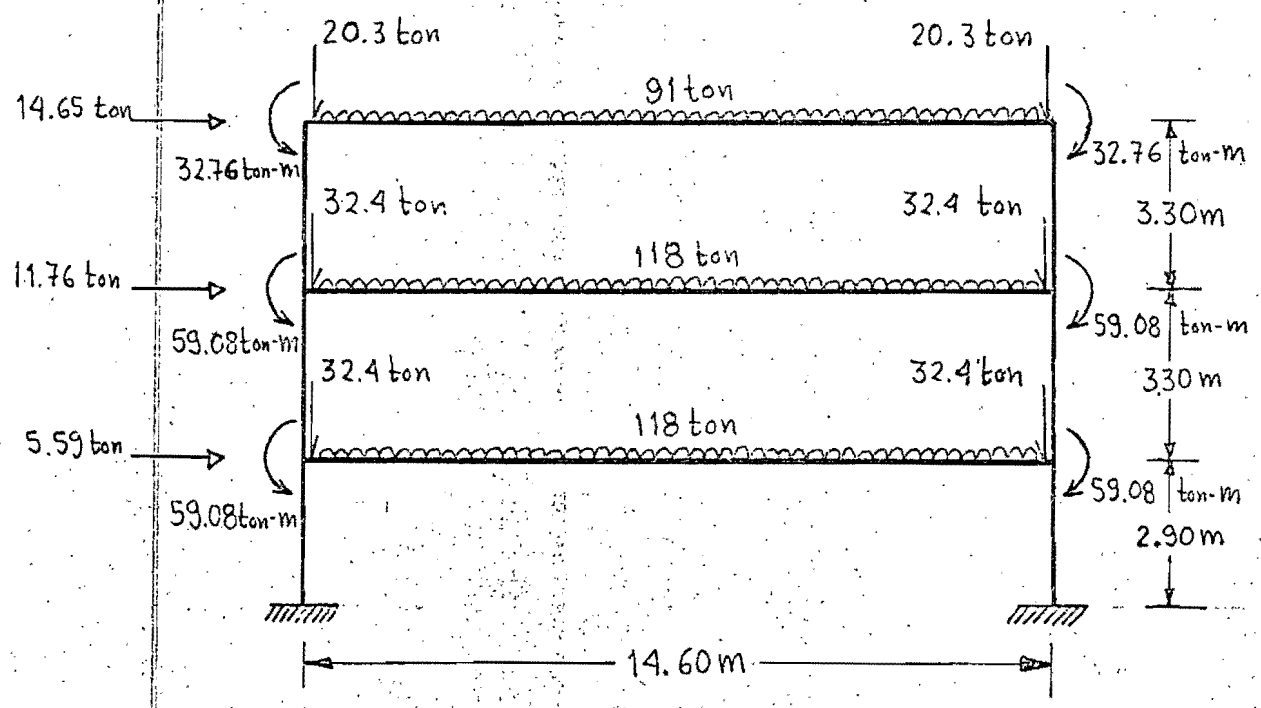
Fig 29. Marco de Heyman. (ref 52), Dimensiones y cargas horizontales y verticales de trabajo.

TABLA 11 Marco de Heyman
Propiedades de Miembros

$$E = 30\,000 \text{ ksi} = 2.10 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_y = 34.2 \text{ ksi} = 2400 \text{ kg/cm}^2$$

Trabe		Área (in ²)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p kip-in			
1	3	16.19	890.0	111.70	3820.14			
5	7	17.64	984.0	122.80	4199.77			
Columnas		Área (in ²)	I (in ⁴)	Z _p (in ³)	M _p kip-in	P kip	P/P _E	P/P _y
1	2	17.66	344.0	75.0	2565.00	30.0	0.0061	0.0497
3	4	17.66	344.0	75.0	2565.00	60.0	0.0122	0.0993
5	6	17.66	344.0	75.0	2565.00	90.0	0.0183	0.1490
7	8	17.66	344.0	75.0	2565.00	120.0	0.0244	0.1987



(1 ton = 1000 kg)

$$\frac{V_{total}}{P_{total}} = \frac{32.0}{497.2} = 0.064$$

Fig 30. Marco de De Buen (ref 52). Dimensiones y cargas horizontales y Verticales de trabajo.

TABLA 12 Marco de De Buen

$E = 2.04 \times 10^7 \text{ ton/m}^2 = 2.04 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

$f_y = 25300 \text{ ton/m}^2 = 2530 \text{ Kg/cm}^2$

Trabe	Área (m ²)	I (m ⁴)	Z _p (m ³)	M _p (ton-m)
1	0.02855	0.002591	0.007448	188.43
3 y 5	0.02710	0.003220	0.009113	230.56

Columna	Área (m ²)	I (m ⁴)	Z _p (m ³)	M _p (ton-m)	P (ton)	P/P _E	P/P _y
1 y 2	0.02903	0.001546	0.005544	140.26	65.80	0.0023	0.0896
3 y 4	0.03484	0.001867	0.006630	167.74	157.20	0.0046	0.1783
5 y 6	0.03484	0.001867	0.006630	167.74	248.60	0.0056	0.2820

4.2 CRITERIOS DE CARGA Y COMPORTAMIENTO

Utilizando el programa para computadora digital presentado en este trabajo, todos los marcos fueron llevados a la inestabilidad mediante un incremento proporcional de su estado de cargas y bajo distintos módulos de elasticidad para simular diversos comportamientos.

Como las cargas verticales se controlan con un factor de carga λ_v y las horizontales con λ_H , el incremento de cargas se hizo conservando constante la relación λ_v/λ_H . Así, $\lambda_v/\lambda_H = \infty$ corresponde a solamente carga vertical, mientras que $\lambda_v/\lambda_H = 0$ es únicamente carga horizontal; los casos intermedios fueron casi siempre de $\lambda_v/\lambda_H = 10, 4, 2, 1, 0.7, 0.5, 0.4, 0.3$ y 0.2 , donde $\lambda_v/\lambda_H = 1$ corresponde al tradicional incremento proporcional. La única modificación fue conservar constante la carga vertical en $\lambda_v = 1.0$ y llevar los marcos a la inestabilidad aumentando λ_H desde cero; lo mismo se hizo con $\lambda_v = 1.1$.

Los criterios de comportamiento se controlaron mediante el módulo de elasticidad del material y el área de las columnas, usándose las siguientes siglas de identificación: E-P, R-P, M-P y E-M-P, que a su vez indican las siguientes consideraciones:

E-P: marco elasto-plástico. Para ello se tomó $E = E_0$ y $A = A_0$, siendo E_0 y A_0 el módulo de elasticidad del material y A_0 el área de las columnas.

R-P: marco rígido-plástico. Se tomó $E = 10000 E_0$ y $A = A_0$

M-R-P: marco rígido-plástico con momento plástico constante en las columnas, $E = 10000 E_0$ y $A = 10 A_0$. Al usar $10 A_0$ se logró mantener constante el momento plástico en las columnas e igual al momento de fluencia. Este criterio no fue usado en los marcos de Vallance.

E-M-P: marco elasto-plástico con momento plástico constante en las columnas, $E = E_0$ y $A = 10A_0$. Este criterio únicamente fué usado en el marco de Heyman.

En todos los casos el programa incluye el efecto de la carga axial reduciendo rigidez de columnas y aumentando su factor de transporte, pero con $E = 10\,000E_0$ su efecto es nulo.

En la tabla 13 se presentan los factores de carga de inestabilidad cuando $\lambda_v / \lambda_H = 1.0$ y entre paréntesis se muestran los porcentajes en exceso a la carga E-P. La comparación de columnas R-P con la E-P muestra que difieren de 3 a 15 % en los marcos estudiados, pero no considerar la reducción de momento plástico en las columnas por efecto de la carga axial, provocó diferencias de 8 a 25 %, columna de M-R-P. Se encuentran en esa tabla los factores de carga vertical ($\lambda_H = 0$) de aplastamiento de columnas, indicados con γ y los factores de cargas críticas, obtenidos usando el método de la ref 29, indicados con E .

4.3 DESPLAZAMIENTOS HORIZONTALES

En la fig 31 se presentan con línea continua los desplazamientos elasto-plásticos horizontales de cada nivel del marco de Wood para $\lambda_v / \lambda_H = 1.0$. Las articulaciones plásticas se indican con un círculo donde su número indica orden de aparición, y el bosquejo del marco muestra su localización.

Los niveles se numeran de arriba abajo con Δ_1 en la azotea y Δ_2 , Δ_3 y Δ_4 en los interiores, fig 31. Esa figura resultó idéntica a la obtenida por Wood⁽²⁾. Se incluyen, con línea discontinua, los desplazamientos provenientes de suponer comportamiento rígido-plástico del marco, donde su pendiente negativa proviene del efecto de la carga vertical.

TABLA 13 Factores de Carga de Inestabilidad
con $\lambda_v / \lambda_H = 1.0$

Marco*	E-P	R-P	M-E-P	M-R-P	γ	E
Wood	1.921	2.158 (12.3%)	—	2.243 (16.8%)	5.4	13.2
Vallance 1	1.827	2.051 (12.3%)	—	—	2.7	13.2
Vallance 2	1.753	2.019 (14.6%)	—	—	2.7	14.7
Heyman	1.800	2.012 (11.8%)	2.048 (13.8%)	2.234 (24.1%)	5.0	27.3
De Buen	1.905	1.953 (2.5%)	—	2.063 (8.3%)	3.6	65.9

*

E-P = marco elasto-plástico

R-P = marco rígido-plástico

M-E-P = marco elasto-plástico con momento plástico constante en las columnas

M-R-P = marco rígido-plástico con momento plástico constante en las columnas

γ = carga vertical de aplastamiento de columnas, $\lambda_H = 0$

E = carga vertical crítica aproximada, ver tabla 15.

En la fig 31 se aprecia que cualquier nivel puede adoptarse para definir con él la relación carga-desplazamiento del marco.

En las figs 32, 33, 34 y 35 se presentan los desplazamientos horizontales de los niveles de los demás marcos.

En los marcos de Vallance y Heyman, figs 32, 33 y 34, la pérdida de rigidez λ por carga vertical es importante, que se traduce en ~~en~~ líneas punteadas bastante inclinadas. Las ecuaciones de estas líneas son las siguientes:

$$\text{Marco de Wood: } \lambda = \frac{2.158}{1 + 3.86 \phi}$$

$$\text{Marco de Vallance 1: } \lambda = \frac{2.051}{1 + 8.08 \phi}$$

$$\text{Marco de Vallance 2: } \lambda = \frac{2.036}{1 + 10.82 \phi}$$

$$\text{Marco de Heyman: } \lambda = \frac{2.012}{1 + 9.52 \phi}$$

$$\text{Marco de De Buen: } \lambda = \frac{1.953}{1 + 2.05 \phi}$$

donde ϕ = rotación lateral de mecanismo. Estas ecuaciones se obtuvieron manualmente al cumplir equilibrio en la posición lateral deformada del mecanismo de colapso.

Notese que solo uno de los marcos llegó a la inestabilidad mediante mecanismo, fig 34. En este marco Davies⁽⁴³⁾ consideró el efecto del endurecimiento por deformación; sus resultados no son comparables con los de la fig 34 porque él no permitió reducción de momento plástico en las columnas.

Usando $\lambda_v/\lambda_H = 1.0$, en las figuras 36, 37, 38, 39 y 40 se presentan los desplazamientos horizontales de las azoteas de los marcos estudiados.

En cada figura se tienen como mínimo las curvas E-P y R-P, mostrando la secuencia de abertura de articulaciones plásticas. La curva de respuesta E-P tiene las articulaciones marcadas con círculos, la de R-P las marca con cuadros, mientras que la M-R-P con triángulos. Las curvas R-P y M-R-P se calcularon usando $E = 10\,000 E_0$ en el programa, y se graficaron dividiendo entre 10000 los resultados para que correspondan a los que se obtienen al utilizar métodos como el de Heyman⁽³²⁾, donde usa $r=4$ y $t=1/2$ en las columnas elásticas. En las figs 36 a 40 se incluyen los desplazamientos horizontales de la azotea del mecanismo rígido-plástico, dibujados con línea discontinua. La curva M-E-P en el marco de Heyman, fig 39, es con línea punteada. Los resultados de este marco obtenidos por Davies⁽³⁴⁾ quedan comprendidos entre las curvas M-E-P y la M-R-P en la fig 39, ya que su programa no consideró reducción de flexión plástica.

Comparando las curvas E-P con las R-P, se observa que los desplazamientos R-P a la inestabilidad son superiores a los E-P, sucediendo lo mismo con los factores de carga. También, en todos los marcos de las figs 36 a 40 se alcanzó inestabilidad con menos articulaciones en E-P que en R-P.

Las rotaciones laterales ϕ de la azotea, $\phi = \Delta/h$, donde h = altura del edificio, se indican y marcan en la parte superior de las figs 36 a 40. Aunque en todos los marcos la curva fué casi horizontal para $\phi = 0.010$, indicando una pérdida casi total de rigidez, sucede que con $\phi = 0.005$ dicha pérdida de rigidez es considerable en todos los marcos estudiados.

Es conveniente notar que el efecto de la carga vertical en disminuir la rigidez, es la diferencia de factores de carga R-P y

E-P para un Δ dado, figs 36 a 40, y a su vez, esta diferencia es aproximadamente igual a la disminución, con respecto a la horizontal, del factor de carga del mecanismo rígido-plástico con efecto de excentricidad de la carga vertical, línea discontinua. Esta condición no se cumple satisfactoriamente en el marco de Heyman, fig 39, y aparentemente proviene de que la inestabilidad se presenta por mecanismo de las columnas inferiores, fig 34, fenómeno que hace se incline mucho la línea discontinua. En el marco de Vallance 2 sucede un fenómeno similar, fig 33. Las figs 33 y 34 contradicen el tradicional concepto de que la curva E-P es asintótica a la curva de mecanismo rígido-plástico con efecto de la excentricidad de la carga vertical.

4.4 DIAGRAMAS DE INTERACCION A LA INESTABILIDAD

Los diagramas de interacción de los marcos estudiados se han construido colocando el factor de carga vertical, λ_v , en el eje de las ordenadas y el factor de carga horizontal, λ_H , en el eje de las abscisas. En las figuras 41, 42, 43, 44 y 45 se tienen los diagramas de interacción a la inestabilidad. Las cargas se incrementaron manteniendo constante la relación λ_v/λ_H , indicándose con un círculo las cargas de inestabilidad con comportamiento E-P, con un cuadrado para R-P y con un triángulo para M-R-P.

Se aprecia de inmediato que cuando hay únicamente carga vertical o únicamente carga horizontal, ^{en} ningún marco mostró modificación ~~importante~~ de la carga de inestabilidad al cambiar de comportamiento E-P a R-P o a M-R-P, figs 41 a 45. La única diferencia se presenta en la fig 42 con $\lambda_H=0$ y $\lambda_v=2$.

Aunque el marco de De Buen, fig 45, es el único diseñado por sismo y los demás por viento, en la mayoría, exceptuando el de Heyman, fig 44, el factor de inestabilidad de

solo carga lateral ($\lambda_v=0$) es mucho mayor que para solo carga vertical ($\lambda_H=0$).

Los cálculos conservando $\lambda_v=1.1$ y $\lambda_v=1.0$ y aumentando λ_H hasta la inestabilidad, condujeron a prácticamente los mismos valores de inestabilidad calculados con incremento proporcional, figs 41 a 45. Cálculos especiales, hechos para prueba de programa, donde se conservó constante λ_v , mostraron tendencia a dar valores de λ_H ligeramente menores a los obtenidos con λ_v/λ_H constante.

En la zona central del diagrama de interacción, de cada uno de los marcos, es notorio el efecto reductivo de E-P en comparación con R-P.

En el marco de Heyman, fig 44, se tiene una entrada en la zona vecina a $\lambda_v/\lambda_H=0.7$ y proviene de inestabilidad local en un nudo, ^{inferior} al formarse articulaciones plásticas en los extremos de los miembros concurrentes al nudo. Este fenómeno no se presentó ante comportamientos M-R-P y E-R-P marcados con líneas punteadas en la fig 44.

En el marco de De Buen, fig 45, es muy importante la entrada proveniente de la inestabilidad local. Eso ocurrió en un nudo de azotea donde se plastificaron los extremos de la trabe y columna concurrentes al nudo, por efecto del voladizo lateral simulado mediante pares en los nudos, fig 30.

De las figs 44 y 45 se concluye que la falla local o inestabilidad local de una estructura puede ocurrir aún con un diseño plenamente satisfactorio para cargas del tipo $\lambda_v/\lambda_H=1.0$ y sin límite de ductilidad y sin defectos constructivos.

En las figs 41, 44 y 45 se aprecia que el efecto de la pérdida de rigidez por carga vertical, E-P contra R-P, es totalmente análoga al efecto que tiene la reducción de momento plástico en columnas, R-P contra M-R-P. Esa analogía es sólo para cargas de inestabilidad.

4.5 DIAGRAMAS DE INTERACCION DE ARTICULACIONES PLASTICAS

En las figuras 46, 47, 48, 49 y 50 se presentan los diagramas de interacción de articulaciones plásticas ~~de los marcos~~ para comportamiento elastoplástico, E-P, de los marcos en cuestión.

La convención utilizada para definir las articulaciones plásticas es la siguiente: entre paréntesis se tiene un número una letra y un número; el primer número indica la localización de la articulación en el miembro, las letras usadas son T para indicar trabe y C para indicar columna, y le sigue el número del miembro.

La localización de articulaciones plásticas en un miembro es como sigue:

En trabes 1 = articulación en el extremo izquierdo
2 = articulación al centro
4 = articulación en el extremo derecho

En columnas 1 = articulación en la base
2 = articulación al centro
4 = articulación en la parte superior

La numeración de miembros, trabes y columnas, se ejemplifica, según el marco, en las figs 25 y 27.

Por ejemplo, en la fig 46, para valores de λ_v / λ_H superiores a la unidad, la primera articulación plástica que se abrió fue la (2T3), léase "articulación dos en trabe tres", es decir articulación al centro de la trabe 3. La segunda articulación fue la (2T5) y la tercera (2T7). Mientras que para λ_v / λ_H menor a la unidad la primera articulación fue la (4T7), léase "articulación cuatro en trabe siete", es decir articulación en el extremo derecho de la trabe 7. La segunda articulación fue la (4T5) y la tercera la (1C8), según el valor de λ_v / λ_H , figs 46.

En las figs 46 a 50 se observa que al aumentar las cargas, la aparición de articulaciones plásticas no siguió una secuencia fija. El gran número de ~~líneas~~^{intersecciones} de líneas indican apertura simultánea.

~~En~~ En la parte superior y en la parte derecha de las figs 46 a 50 se marcan, encerrados en un círculo, los totales del número de articulaciones que tuvieron que abrirse para que se presentara inestabilidad E-P. Nótese que con cerca de la mitad de las articulaciones de inestabilidad ya se tiene un factor de carga muy cercano al máximo; esto indica la gran pérdida de rigidez del marco a que dan lugar las articulaciones.

En las figs 49 y 50 las entradas se presentaron casi sin depender de la secuencia de aparición de articulaciones; esto indica que aunque se conozca la historia de respuesta para un λ_v/λ_H dado, ella en si misma, no es una guía suficiente sobre la inestabilidad local que se puede presentar al cambiar el criterio de carga, ya sea a otra relación λ_v/λ_H cercana o a otra historia diferente de carga.

4.6 CONFIGURACIONES DE ARTICULACIONES PLASTICAS A LA INESTABILIDAD

En las figuras 51, 52, 53 y 54 y 55 se presentan las configuraciones de articulaciones que se alcanzaron a la inestabilidad E-P, el mecanismo de colapso incipiente para R-P y, según el marco, el mecanismo M-R-P. Esto se hace para los λ_v/λ_H representativos. ~~El número de~~ Las articulaciones se indican con un círculo y un número, el número es el orden de apertura.

Marco de Wood. Fig 51. Puede verse que el número de articulaciones R-P o M-R-P exieden al ~~de~~ de E-P en ~~forma~~ mucho. Esto mismo sucede en todos los demás marcos.

En la fig 51.b se tiene colapso local de nudo con comportamiento R-P. En la fig 51.C, en M-R-P, la articulación

8 se marca con negro lleno, esto indica que se cerró o volvió elástica al abrirse la articulación 10, cuyo número se encuentra entre parentesis. Lo mismo sucede con R-P en la fig 51.d en la articulación 8, que se cerró al abrirse la 11. Esas articulaciones cerradas no se volvieron a abrir al aumentar cargas. Se conservó su discontinuidad angular en estado elástico.

Con el marco en E-P casi no se presentó inestabilidad por mecanismo. Las configuraciones de colapso R-P y M-R-P no siempre son las mismas.

La fig 51.i tiene la configuración de articulaciones E-P y el mecanismo R-P cuando λ_v se conservó constante y unitaria, llevando el marco a la inestabilidad aumentando sólo λ_H . Las respuestas del programa para computadora del marco E-P en las figs 51.c y 51.i se presentan en el apéndice A, como ejemplo de interpretación de respuestas.

Marco de Vallance 1. Fig 52. Este marco, así como el siguiente, requieren un gran número de articulaciones para que se presente inestabilidad, de 15 a 20 articulaciones en E-P. El número de articulaciones a la inestabilidad siempre fue mayor en R-P que en E-P. En ningún caso el comportamiento E-P llegó al mecanismo del conjunto, cosa que sí sucede con R-P. En las figuras 52.a, b, c y ch, la inestabilidad fue local con mecanismo de las trabes superiores.

En la fig 52.b en E-P la articulación 2 se cerró en la 13 y se volvió a abrir al presentarse la 16; mientras que la 7 y 8 se cerraron desde la 13. Lo mismo sucede con la articulación 4 de la fig 52.c en E-P, la 3 en R-P y la 6 en la fig 52.ch.

En la fig 52.d, en R-P se presentó la inestabilidad del nudo 5 casi simultáneamente con el mecanismo $\lambda_p=2.06$. Aquí puede notarse que a veces las columnas

centrales poseen articulaciones que no trabajan o giran con el mecanismo de colapso R-P, al irse de lado el marco. Este fenómeno aumenta al disminuir λ_v/λ_H .

Hay inestabilidad de nudo en las figs 52.i y 52.j; pero en la 52.k, en R-P, no sucede la falla del nudo central inferior (arriba del de cimentación) porque se cerró la articulación 17 y no se volvió a abrir.

Marco de Vallance 2: Fig 53. Aunque su diferencia con el anterior es de aumento en rigidez de las trabes de los tres niveles inferiores, y de aumento de 1.5 veces las cargas laterales, esto último domina en hacerlo aparecer como un nuevo marco que señala diferente comportamiento ante un mismo λ_v/λ_H .

La comparación por aumento de rigidez en trabes puede hacerse con la fig 52.e que tiene $\lambda_v/\lambda_H = 0.7$ en Vallance 1 y la fig 53.d que tiene $\lambda_v/\lambda_H = 1.0$ en Vallance 2, resultando que ahora hay más articulaciones plásticas en las columnas del eje central.

La comparación de mecanismos R-P y número de articulaciones E-P entre las figs 52.d y 53.d muestra diferencias importantes en el comportamiento de la columna central. En ambos marcos con R-P hay colapso lateral de las columnas de los tres entrepisos inferiores para cargas con λ_v/λ_H menor a 0.5.

En la fig 53.ch nótese el cierre temprano de la articulación 6 en E-P, que evitó colapso local de nudo.

Marco de Heyman. Fig 54. Para estudiar las entradas E-P y R-P de la fig 44, se calculó también M-E-P y M-R-P que además permitió comparar resultados con Heyman⁽⁵²⁾, que utilizó M-R-P con $\lambda_v/\lambda_H = 1.0$, fig 54.d. Heyman calculó $\lambda_p = 2.23$ y un desplazamiento horizontal de la azotea al abrirse la última articulación, la número 11, de 11.2 pulgadas. Los cálculos del programa fueron

de 2.234 y 10.91 pulgadas, respectivamente. Ver fig 39, curva M-R-P que indica buena aproximación del programa.

En este marco la inestabilidad E-P, R-P y M-E-P se presenta predominantemente por mecanismo de las columnas inferiores. El comportamiento M-R-P tiene esta tendencia solamente para valores grandes de la carga lateral, fig. 54.g.

Es importante el colapso de nudo, figs 54.e y f, que dio lugar a la entrada de E-P y R-P en el diagrama de interacción de la fig 44. Ese colapso de nudo proviene de que la reducción de momento plástico por carga axial en la columna superior al nudo, llegó a ser menor que el par resultante de los extremos plastificados de los demás miembros que concurren al nudo.

Marco de De Buen. Fig 55. En este caso es muy pequeña la reducción de rigidez por carga vertical, hecho que da lugar a que la inestabilidad E-P ocurra por mecanismo en un buen número de veces. En la fig 55.ch en R-P se presentaron tres articulaciones en una columna.

En las figs 55.f y 55.g se muestra el nudo que dio lugar a las entradas de las curvas de interacción de la fig 45. En este marco la plastificación del extremo derecho de la trabe superior hizo que el nudo perdiese toda rigidez y el voladizo no pudo ser sostenido.

Así, en las figs 51 a 55 ha podido verse que cuando los marcos tienen solo carga vertical, la inestabilidad sucedió con colapso de trabes superiores, mientras que ante solo carga lateral, la inestabilidad se presentó por mecanismo lateral de los entrepisos inferiores o su tendencia; siendo poco frecuente el mecanismo en E-P.

Las combinaciones trabe-columna fueron en la vecindad de $\lambda_v/\lambda_H = 1.0$, con inestabilidad lateral para E-P y mecanismo lateral para R-P, lo que en general hace ver diseños satisfactorios para $\lambda_v/\lambda_H = 1.0$.

4.7 ROTACIONES PLÁSTICAS MÁXIMAS A LA INESTABILIDAD

Las figuras 56 a 60 contienen las gráficas de las rotaciones plásticas máximas que se alcanzaron al presentarse la inestabilidad, para comportamiento elasto-plástico de los marcos. En esas figuras, el eje inferior de las abscisas indica los cocientes λ_v/λ_H usados para alcanzar la inestabilidad, mientras que su inverso, λ_H/λ_v , se colocó en la parte superior. Las escalas horizontales se construyeron usando escala proporcional en la parte superior solamente en el intervalo de cero a uno de λ_H/λ_v , con lo cual se logra una correspondencia en la parte inferior de $\infty \geq \lambda_v/\lambda_H \geq 1$. Para la mitad derecha se usó escala proporcional en la parte inferior, donde $1 \geq \lambda_v/\lambda_H \geq 0$. De esa manera se cubre λ_v/λ_H en el intervalo de cero a infinito.

En todos los marcos rara vez un giro plástico excedió a 0.030 radianes, siendo bastante frecuente un valor de 0.020. La primera articulación que apareció durante el proceso de carga se marca con un uno inscrito en un círculo, y casi siempre ella fué la que alcanzó el valor máximo. Se incluye la rotación plástica máxima ocurrida en columnas ya que fué predominantemente menor que la alcanzada en trabes; a esto se exceptúa el marco de Heyman, fig 59, donde dominaron las columnas con rotaciones plásticas máximas de 0.010 a 0.015 radianes.

Las máximas rotaciones plásticas ocurrieron en cocientes λ_v/λ_H menores a la unidad; del lado derecho de las figuras, donde la carga vertical es chica y domina la carga horizontal.

En las figuras 59 y 60 se distinguen las discontinuidades por efecto de inestabilidad local, que también aparecieron en los ya estudiados diagramas de interacción de las figs 44 y 45.

4.8 VALORES DE P/P_E , DE RIGIDEZ Y DE TRANSPORTE A LA INESTABILIDAD.

Utilizando el mismo tipo de escalas horizontales ya descritas para las figs 56 a 60, ahora en las figuras 61 a 65 se muestran los valores máximos de P/P_E en las columnas, cuando los marcos estudiados alcanzaron inestabilidad con comportamiento elasto-plástico. En esas figuras 61 a 65 se nota poca influencia de la carga lateral en cocientes $\infty \geq \lambda_v/\lambda_H \geq 0.5$; ya que en ese tramo la curva P/P_E tiene una pendiente pequeña. Los valores máximos se produjeron en la vecindad de solo carga vertical, donde $\lambda_v/\lambda_H = \infty$. Esos máximos fueron de 0.106, 0.231, 0.231, 0.061 y 0.012 en las figs 61 a 65, respectivamente. Estos valores, junto con los que se presentan adelante, se incluyen en la tabla 14.

En las figs 62 y 63 se aprecia que la columna central del nivel superior, columna 2 de los marcos de Vallance, es la de máximo P/P_E ; ella no fué dominante en la inestabilidad sino que dominaron las columnas inferiores, donde el máximo valor de P/P_E es 0.125, en la columna 5.

Los coeficientes r de rigidez de valor mínimo se grafican en las figs 66 a 70, donde adquieren valores de 3.86, 3.69, 3.69, 3.92 y 3.98, tabla 14. Esos valores tienen un porcentaje de reducción con respecto al típico $r=4$ de 3.5, 7.8, 7.8, 2.0 y 0.5 por ciento, respectivamente, hecho que indica que no se excedió un 8 por ciento de reducción de rigidez r de columnas.

Los factores t de transporte de valor máximo en las columnas se tienen en las figs 71 a 75, alcanzando valores hasta de 0.528, 0.565, 0.565, 0.515 y 0.503 respectivamente; que a su vez exceden al transporte t de un medio en porcentajes de 5.6, 13.0, 13.0, 3.0 y 0.6 respectivamente.

TABLA 14. Máximos coeficientes en columnas al lograrse inestabilidad. Figuras 61 a 85.

Marco	P/P_E	r	t	P/P_y	R_{MP}
Wood	0.106	3.86	0.528	0.424	0.685
Vallance 1	0.231	3.69	0.565	0.772	0.269
Vallance 2	0.232	3.69	0.565	0.774	0.270
Heyman	0.061	3.92	0.515	0.493	0.600
De Buen	0.012	3.98	0.503	0.609	0.461

TABLA 15 Factores de carga crítica. λ_c

Marco	Programa de Computadora	Método manual aproximado ⁽²⁹⁾	Porcentaje de error
Wood	12.87	13.2	3.34
Vallance 1	12.06	13.2	9.45
Vallance 2	13.19	14.7	11.50
Heyman	26.57	27.3	2.75
De Buen	63.98	65.9	3.00

Los valores anteriores hacen concluir que la carga axial no alteró la rigidez r y transporte t de columnas en más de 8 y 13 por ciento, respectivamente de 4 y 1/2.

4.9 VALORES DE P/P_y Y REDUCCION DE MOMENTO PLASTICO A LA INESTABILIDAD

En las figs 76 a 80 se presentan las gráficas de los valores de P/P_y a la inestabilidad de los marcos analizados. Los valores máximos se alcanzaron en la vecindad de solo carga vertical, con magnitudes de P/P_y de 0.424, 0.772, 0.772, 0.493 y 0.609, tabla 13, en las figs 76 a 80, respectivamente.

En el marco de De Buen se tiene una alta relación P/P_y en comparación con la P/P_E , tabla 14.

Los coeficientes de reducción de momento plástico a la inestabilidad se tienen en las figs 81 a 85, donde se tienen los valores mínimos de 0.685, 0.269, 0.270, 0.600 y 0.461 respectivamente. Al igual que P/P_E , esos valores casi no dependen de la carga horizontal en cocientes λ_v/λ_H superiores a 0.5.

En los marcos de Vallance, figs 82 y 83, varias columnas tienen un comportamiento casi igual, que difiere del mostrado con P/P_E , figs 62 y 63.

Puede decirse que el efecto de P/P_E no necesariamente se relaciona linealmente con el de P/P_y ^{para} ~~en~~ todas las columnas. La reducción de momento plástico admisible llegó a tomar un valor de 0.269 del momento plástico sin carga axial en el marco de Vallance 1, lo que equivale a una pérdida de resistencia elástica a flexión del orden del 73 por ciento.

Se justifica bastante bien la hipótesis 18 del capítulo 2 de que no se excede el límite de proporcionalidad. Considerando que éste se encuentra a $(\frac{17}{25/33}) = 0.757$ de f_y , únicamente los marcos de Vallance sobrepasaron ligeramente dicho valor, sucediendo con cargas lateral muy pequeña.

4.10 SIGNIFICADO DE LA FORMULA DE MERCHANT EN EL DIAGRAMA DE INTERACCION

Entre las contribuciones importantes al análisis de inestabilidad inelástica de marcos se destaca la de W. Merchant⁽¹⁾ que propuso una fórmula del tipo Rankine para calcular la carga de inestabilidad inelástica o de falla λ_F , a partir de conocer λ_c y λ_p :

$$\frac{\lambda_F}{\lambda_c} + \frac{\lambda_F}{\lambda_p} = 1 \quad (1.2)$$

donde λ_c es el factor de carga crítica y λ_p el factor de carga de colapso rígido plástico de mecanismo o inestabilidad R-P. La propuesta de Merchant se basó en un repaso conceptual del fenómeno de inestabilidad en columnas y marcos.

M. R. Horne⁽³⁶⁾ trató de justificar la fórmula de Merchant suponiendo que las configuraciones de inestabilidad lateral de λ_p , de λ_c y de λ_F son bastante similares entre sí, y usó la gráfica carga-desplazamiento del marco; pero su razonamiento no pudo indicar el orden de aproximación obtenido al usar la fórmula, aunque pareció ser conservadora.

Considérese que hay cierta interdependencia o influencia entre sí de las configuraciones de colapso. En el diagrama de interacción λ_c se coloca en el eje vertical, mientras que λ_p expresa también carga vertical pero tiene ahora una carga horizontal que le define un punto del diagrama de interacción de la fig 86. Suponiendo que se mantiene constante la relación λ_v/λ_H , y conocidos λ_c y λ_p , bajando una línea desde el punto λ_p en el diagrama de interacción hasta el eje λ_H y de ahí uniendo con λ_c colocado en el eje λ_v , la intersección con la recta que une λ_p con el origen determina λ_F . En

efecto, por triángulos semejantes se tiene de la fig 86:

$$\frac{\lambda_F}{\lambda_c} = \frac{\lambda_p - \lambda_F}{\lambda_p}$$

En las figs 87 a 91 se presentan los resultados de la fórmula de Merchant. La λ_c usada para esas figuras se calculó con el programa para computadora de esta tesis mediante tanteos en los datos. Las cargas λ_c obtenidas se presentan en la tabla 15, donde se comparan con las del método aproximado de la ref 29 mostradas en la tabla 13. Los tanteos en los datos al calcular λ_c provienen de que el programa no puede resolver los marcos para cargas superiores a las λ_c de la tabla 15, habiéndose usado $E=0.01E_0$ para evitar la plasticidad.

En las figs 87 a 91 se incluyen los resultados E-P y R-P. En ellas se aprecia que la fórmula es conservadora cuando la carga vertical es pequeña, es satisfactoria en la parte central del diagrama y queda del lado de la inseguridad cuando la carga lateral es grande.

CAPITULO 5 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Las siguientes conclusiones son del análisis y comportamiento elasto-plástico y rígido-plástico de marcos planos rectangulares sin contravientos, al llevarlos a la inestabilidad y al estudiar la teoría matemática que gobierna el fenómeno. Se indican los factores importantes y se recomiendan los criterios de análisis que los tienen en cuenta.

5.1 EL COMPORTAMIENTO A LA INESTABILIDAD

La inestabilidad de un marco se presenta cuando se alcanza una pérdida total de rigidez del conjunto, aunque a veces puede tenerse inestabilidad local en una cierta región de trabes y columnas.

En la inestabilidad deja de ser definida positiva la matriz de rigideces que permite calcular los desplazamientos de los nudos.

La pérdida total de rigidez es tanto angular de nudos como de desplazamientos horizontales, simultáneamente.

La disminución de rigidez angular y aumento del transporte en columnas y trabes por la carga axial afecta muy poco la carga de inestabilidad.

A pesar del efecto benéfico que se obtiene de la redistribución de esfuerzos producida por la plasticidad, las articulaciones plásticas promueven enormemente la inestabilidad porque dan lugar a una pérdida de rigidez angular y lateral.

La carga vertical por si misma también hace perder rigidez lateral, aumentando su excentricidad cuando

hay carga horizontal. Este fenómeno se tiene en cuenta casi en su totalidad con analizar el marco cumpliendo equilibrio en la posición lateral deformada. Así, la inestabilidad depende de la distribución de cargas verticales y horizontales y se alcanza casi siempre sin llegarse a un mecanismo.

La carga vertical puede llegar a ser importante en promover articulaciones plásticas, al disminuir notoriamente la capacidad a flexión plástica de las columnas.

Aunque las curvas carga-desplazamiento permiten visualizar la respuesta y comportamiento de un marco, el diagrama de interacción muestra las cargas de inestabilidad que se obtienen con distintas historias de carga y ante distintas hipótesis de comportamiento, haciendo resaltar que la carga de mecanismo rígido-plástico de un marco es siempre superior ^{o igual} a la carga de inestabilidad. También el diagrama de interacción ha permitido interpretar el funcionamiento de la fórmula de Merchant, mostrando que puede ser conservadora con cargas laterales pequeñas y del lado de la inseguridad en carga vertical no dominante.

Los marcos analizados en esta tesis no tuvieron impuesto un límite superior a la deformación plástica admisible, no obstante sucedió a veces inestabilidad local provocada por la redistribución de esfuerzos. La rotación plástica máxima, la pérdida de rigidez y reducción de flexión plástica en columnas por la carga axial, dependieron muy poco de la carga horizontal para relaciones $\lambda_v / \lambda_H > 0.5$.

5.2 LA IMPORTANCIA DE CUMPLIR EL EQUILIBRIO EN LA POSICION LATERAL DEFORMADA

La carga vertical produce una pérdida de rigidez lateral que depende casi linealmente de la carga vertical total que llega a cada entrepiso. Esa pérdida de rigidez lateral es aproximadamente independiente de la magnitud del desplazamiento horizontal, de la posición de la carga vertical que gravita en un nivel dado y de la magnitud y distribución de rigideces de traveses y columnas. El fenómeno anterior se tiene en cuenta en su mayor parte con sólo analizar el marco cumpliendo el equilibrio de fuerzas horizontales y verticales, en cualquier posible posición lateral deformada.

Cuando un marco experimenta desplazamientos horizontales, la pérdida de rigidez lateral da lugar a un aumento de la excentricidad de la carga vertical, que redundará en aumentar algunos esfuerzos en los miembros y a su vez ellos promueven y facilitan la formación de articulaciones plásticas. El aumento de excentricidad y de esfuerzos es con respecto al resultado obtenido sin considerar pérdida de rigidez. La situación anterior es también conocida como efecto $P-\Delta$.

En marcos elásticos el efecto $P-\Delta$ casi no altera la carga crítica; para fines prácticos dicha carga puede calcularse como si sólo hubiese carga vertical, resultando que la carga de pandeo coincide con la carga crítica. El beneficio de efectuar un análisis con un método basado en cumplir el equilibrio en el estado deformado se aprecia en la tabla 15. En la carga de inestabilidad el error será menor que el mostrado en la tabla 15, porque ella es varias veces más chica que la carga crítica.

5.3 EL ANALISIS A LA INESTABILIDAD CON COMPUTADORA

Es este trabajo se confirma una vez mas que es posible la elaboración y uso de programas para computadora digital, que analicen la inestabilidad de marcos. La programación no es fácil ni rápida y es laboriosa.

La utilidad práctica de un programa es que permite estimar la respuesta de marcos ante diversas historias de carga y distintas hipótesis de comportamiento; no es necesario llegar a la inestabilidad del marco.

Los cálculos efectuados con el programa aquí presentado permitieron obtener un conocimiento muy amplio de la respuesta y comportamiento de los marcos de ejemplo. Se destacó la obtención de curvas carga-desplazamiento horizontal, los diagramas de interacción a la inestabilidad y de articulaciones plásticas; presentándose las configuraciones de articulaciones plásticas con algunas de ellas no fáciles de entrever con un método no histórico, así como discontinuidades angulares elásticas por cierre de articulaciones, no obstante el aumento proporcional de cargas. Para todas las posibles historias de carga proporcional se obtuvieron las rotaciones plásticas máximas, los factores de rigidez y transporte y reducción de momento plástico de columnas al llegarse a la inestabilidad de los marcos. Los resultados seleccionados se presentan de la fig 31 a la fig 85.

El programa de esta tesis puede usarse para ampliar los temas estudiados, principalmente en la historia de carga. Por ejemplo, pueden aplicarse varios ciclos de cargas horizontales alternantes

y luego ver su efecto en la carga de inestabilidad. También se puede estudiar el efecto de carga y descarga. Las pruebas del programa mostraron y confirmaron que la carga de inestabilidad elasto-plástica depende muy poco de la historia previa de carga. Cuando se mantuvo constante la carga vertical y se aumentó la horizontal desde cero hasta el colapso, se llegó a la inestabilidad con cargas ligeramente menores a las de incremento proporcional, esto se debe a que la pérdida ^{de rigidez} que induce la carga vertical es ya máxima desde que se empieza a aplicar la carga horizontal.

Mediante modificaciones especiales al programa o en programas futuros pueden incluirse el endurecimiento a la deformación o el ablandamiento en su caso, así como el acortamiento de columnas. El endurecimiento tiene incertidumbres en cuanto a su función benéfica en aumentar la carga de inestabilidad y limitar desplazamientos; lo contrario pasa con el ablandamiento, que sucede en concreto. El acortamiento de columnas poco influye en la carga de inestabilidad, aunque puede ser de importancia en cargas vecinas a las de trabajo en marcos altos de dos columnas. También puede incorporarse la deformación máxima que produce falla o rotura de articulaciones plásticas. Aunque el programa fue elaborado para marcos de acero, el proceso de cálculo también es aplicable a estructuras de concreto modificando el criterio de cálculo de rigideces y la reducción de flexión plástica por carga axial.

La capacidad de datos del programa y los tiempos de cálculo para un marco regular, de dos o tres crujeas y cuatro o cinco entrepisos por ejemplo,

no son problema serio con los computadores grandes disponibles.

Problema muy serio es la interpretación y el estudio adecuados del gran volumen de información que puede imprimir la computadora al analizar un marco con una cierta historia de carga. Al usar computadora de ninguna manera se justifica conformarse con una simple curva carga-desplazamiento de la azotea o de un nudo.

Pretender elaborar un programa que discrimine información por si mismo puede ser tan complicado como que diseñe y optimize ese diseño. El diseño óptimo con computadora que garantice una cierta envolvente de factores de carga de inestabilidad con el mínimo de material o costo, requiere la aplicación de la programación no lineal.

5.4 RECOMENDACIONES

Es evidente que la mera carga de inestabilidad para una cierta historia de carga, no debe ser en si misma el propósito fundamental del análisis de un marco; sino que ella forma parte del conocimiento de las respuestas ante diversas sollicitaciones. A final de cuentas interesa tomar una decisión en la aceptación de un diseño dado.

Es conveniente que el análisis inelástico de marcos se efectúe por computadoras digitales; no es práctico hacer los cálculos a mano.

Aunque los resultados de la teoría ^{usada} han sido confirmados por resultados experimentales (43, 51), la validez y aplicabilidad de dicha teoría requieren el apoyo de más mediciones en prototipos y de estudios experimentales.

Son demasiado pocas las reglas simples en la respuesta elasto-plástica que son aplicables a cualquier marco, hecho que proviene de la complejidad del problema. En general es fácil y simple obtener una idea de la pérdida de rigidez lateral por carga vertical y de la reducción de momento plástico en columnas, que casi no dependen de la carga horizontal. No hay regla sobre el número o lugar de las articulaciones plásticas que hacen perder suficiente rigidez a un marco hasta volverlo inestable o de respuesta inadmisibles.

El fenómeno de inestabilidad hace ver que cualquier criterio de aceptación de un marco o edificio debe incluir la pérdida de rigidez a que dan lugar las cargas y la inelasticidad. Los estudios por venir deben encausarse hacia el diseño óptimo.

REFERENCIAS

1. W. Merchant, "The failure load of rigid jointed frameworks as influenced by stability," The Structural Engineer, Vol. 32, No. 7, (julio 1954), 185-190.
2. R. H. Wood, "The stability of tall buildings," Proc. Inst. Civil Engrs., Vol. 11, (septiembre 1958), 69-102.
3. B. G. Neal, The Plastic Methods of Structural Analysis, II ed., John Wiley, 1963.
4. P. G. Hodge, Jr., Plastic Analysis of Structures, McGraw-Hill, 1959.
5. W. Merchant, C. A. Rashid, A. Bolton y A. Salem, "The behaviour of unclad frames," Fiftieth Anniversary Conference, The Institution of Structural Engineers, (1958), 163-170.
6. M. W. Low, "Some model tests on multi-storey rigid steel frames," Proc. Inst. Civil Engrs., Vol. 13, (julio 1959), 287-298.
7. L. W. Lu, "Inelastic buckling of steel frames," Proc. ASCE, Vol. 91, No. ST6, (diciembre 1965), 185-214.
8. Y. Ch. Yen, L. W. Lu y G. C. Driscoll, Jr., "Tests on the stability of welded steel frames," Welding Research Council, Bulletin No. 81, (septiembre 1962).
9. W. Merchant, "Critical loads of tall building frames," The Structural Engineer, Vol. 33, No. 3, (marzo 1955), 84-89.
10. R. B. L. Smith y W. Merchant, "Critical loads of tall building frames (Part II)," The Structural Engineer, Vol. 34, No. 8, (agosto 1956), 284-292.

11. R. E. Bowles y W. Merchant, "Critical loads of tall building frames (Part III)", The Structural Engineer, Vol. 34, No. 9, (septiembre 1956), 324-329.
12. R. E. Bowles y W. Merchant, "Critical loads of tall building frames (Part IV)", The Structural Engineer, Vol. 36, No. 6, (junio 1958), 187-190.
13. A. Bolton, "The critical load of portal frames when sidesway is permitted", The Structural Engineer, Vol. 33, No. 8, (agosto 1955), 229-238.
14. S. Hansbo, "The critical load of rectangular frames analysed by convergence methods", Chalmers Tekniska Högskolas Handlingar, Trans. of Chalmers University of Technology, Gotenburg, Suecia, No. 179, (1956), 3-47.
15. R. K. Livesley y D. B. Chandler, "Stability functions for structural frameworks", Manchester University Press, (1956), 1-33.
16. M. R. Horne y W. Merchant, The Stability of Frames, Pergamon Press, 1965.
17. F. Bleich, Buckling Strength of Metal Structures, Mc Graw-Hill, 1952.
18. S. H. Crandall, Engineering Analysis, Mc Graw-Hill, 1956.
19. H. G. Allen, "The estimation of critical loads of certain frameworks", The Structural Engineer, Vol. 35, No. 4, (abril 1957), 135-140.
20. S. J. Mc Minn, "The determination of the critical load of plane frames", The Structural Engineer, Vol. 39, No. 7, (julio 1961), 221-227.

21. L. W. Lu, "A survey of literature on the stability of frames," Bull. Welding Research Council, No. 81, (septiembre 1962), 1-11.
22. H. L. Langhaar, Energy Methods in Applied Mechanics, John Wiley, 1962
23. H. Ziegler, Principles of Structural Stability, Blaisdell Publishing Co., 1968
24. L. Kirste, "Simplified calculus of the stability of multi-story frames," Publ. IABSE, 295, (1956), 295-300.
25. E. F. Masur, "On the lateral stability of multi-story bents," Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 81, (abril 1955), 672-1, 672-13.
26. P. Dayaratnam, "Buckling of shear buildings," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Proc. Paper 3350, Vol. 88, No. ST6, (diciembre 1962), 149-159.
27. E. Rosenblueth, "Efectos de esbeltez en edificios," Revista Ingeniería, México, Vol. 35, No. 1, (enero 1965), 1-25.
28. B. J. Hartz, "Matrix formulation of structural stability problems," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 91, No. ST6, Proc. Paper 4572, (diciembre 1965), 141-157.
29. A. Flores Victoria, "La carga crítica en marcos de edificios," XII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural, III Simposio Panamericano de Estructuras, Caracas, Venezuela, (julio 1967)

30. Chu-kia Wang, "General computer program for limit analysis," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 89, No. ST6 - Part 1, Proc. Paper 3719, (diciembre 1963), 101-117.
31. E. Chwalla, "Die Stabilität lotrecht belasteter Rechteckrahmen," Der Bauingenieur, Vol. 19, (1938), 69-75.
32. E.F. Masur, I.C. Chang y L.H. Donell, "Stability of frames in the presence of primary bending moments," Journal of the Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, Vol. 87, No. EM4, Proc. Paper 2882, (agosto 1961), 19-34.
33. S. Covarrubias Ortiz, "Estabilidad de marcos de edificios," Tesis de Grado de Maestro en Ingeniería, Facultad de Ingeniería UNAM, México, (1966).
34. A. Korn y T.V. Galambos, "Behavior of elastic-plastic frames," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 94, No. ST5, Proc. Paper 5942 (mayo 1968), 1119-1142.
35. M.R. Horne, discusión al artículo de R.H. Wood, ref. 2, The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Vol 12, (abril 1959), 502-507
36. M.R. Horne, "Instability and the plastic theory of structures," Transactions of the Engineering Institute of Canada, Vol. 4, No. 2, (1960), 31-43
37. M.R. Horne y I.C. Medland, "Collapse loads of steel frameworks allowing for the effect of strain-hardening," The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 33, (enero 1966), 381-402.

38. M.R. Horne y M. W-S. Chin, "Plastic design of portal frames allowing for frame instability and strain-hardening effects," The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 37, (mayo 1967), 163, 182.
39. "Commentary on Plastic Design in Steel," ASCE Manuals of Engineering Practice No. 41, (1961).
40. M. G. Lay y P. D. Smith, "Role of strain hardening in plastic design," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 91, No. ST3, Proc. Paper 4355, (junio 1965), 25-43.
41. F. Sawko y A. M. B. Wilde, "Automatic analysis of strain hardening structures (with particular reference to steel to B.S. 968)," The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 37, (mayo 1967), 195-211.
42. M. G. Lay, "A new approach to inelastic structural design," The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 34, (mayo 1966), 1-24.
43. J. M. Davies, "Frame instability and strain hardening in plastic theory," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 92, No. ST3, Proc. Paper 4836, (junio 1966), 1-15.
44. R. K. Livesley, "The place of digital computers in civil engineering," The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 15, (1960), 15-34.
45. M. R. Horne, "The stability of elastic-plastic structures," Progress in Solid Mechanics, Vol. II, editado por J. N. Sneddon y R. Hill, North-Holland Pub. Co., (1961), Capitulo VII, 279-322.

46. L. S. Vallance, "A computer programme to facilitate the ultimate load design of steel building frames subject to wind loads," Building Research Station, Internal Note, IN21, (1964)
47. L. S. Vallance, "A computer programme for determining the collapse load factor of reinforced concrete building frames subject to wind loads," Building Research Station, Internal Note, IN75, (1964)
48. A. Jennings y K. Majid, "An elastic-plastic analysis by computer for framed structures loaded up to collapse," The Structural Engineer, Vol. 43, No. 12, (diciembre 1965), 407-412.
49. J. M. Davies, "The response of plane frameworks to static and variable repeated loading in the elastic-plastic range," The Structural Engineer, Vol. 44, No. 8, (agosto 1966), 277-283.
50. J. M. Davies, "Collapse and shakedown loads of plane frames," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 93, No. ST3, Proc. Paper 5259, (junio 1967), 35-50.
51. E. W. Wright y E. H. Gaylord, "Analysis of unbraced multistory steel rigid frames," Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 94, No. ST5, Proc. Paper 5944, (mayo 1968), 1143-1163.
52. J. Heyman, "On the estimation of deflections in elastic-plastic framed structures," The Institution of Civil Engineers, Proceedings, Vol. 19, (mayo 1961), 39-60.
53. O. de Buen, Comunicación personal (1966).

TABLAS

Las tablas y cuadros se localizan en las siguientes hojas

Tabla	Hoja	Tabla	Hoja	Cuadro	Hoja
1	— 42	9	— 143	I	— 18
2	— 60	10	— 146	II	— 130
3	— 64	11	— 148		
4	— 67	12	— 150		
5	— 68	13	— 153		
6	— 73	14	— 165		
7	— 76	15	— 165		
8	— 139				

FIGURAS

Las primeras 30 figuras se encuentran entre las hojas del texto como sigue:

Figura	Hoja	Figura	Hoja
1	— 11	16	— 107
2	— 13	17	— 107
3	— 22	18	— 110
4	— 24	19	— 110
5	— 24	20	— 112
6	— 33	21	— 112
7	— 33	22	— 114
8	— 40	23	— 114
9	— 48	24	— 137
10	— 51	25	— 139
11	— 59	26	— 141
12	— 79	27	— 142
13	— 79	28	— 145
14	— 79	29	— 147
15	— 105	30	— 149

A continuación se tienen de la figura 31 en adelante

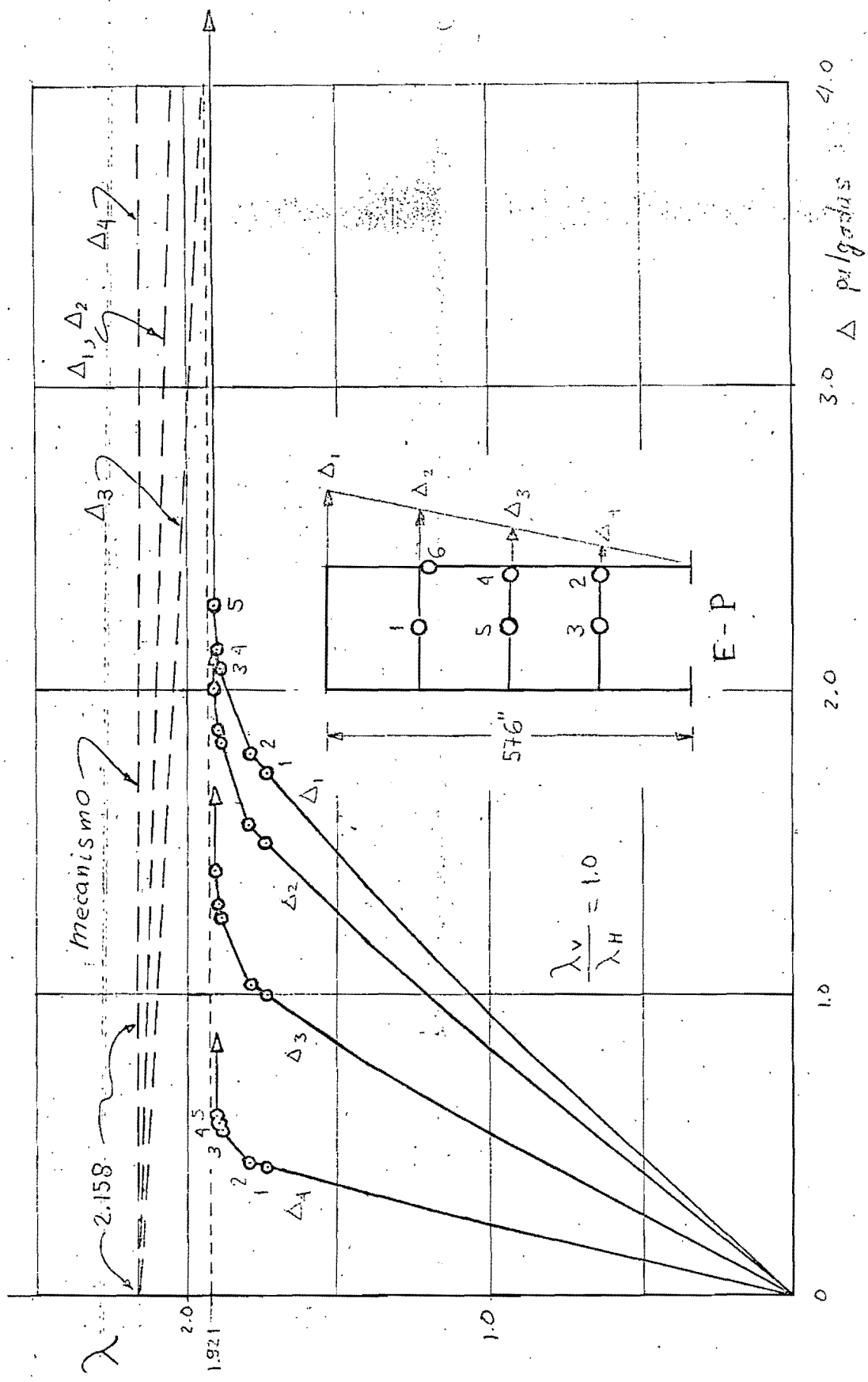


Fig. 31 Marco de Wood, Desplazamiento horizontal de niveles.

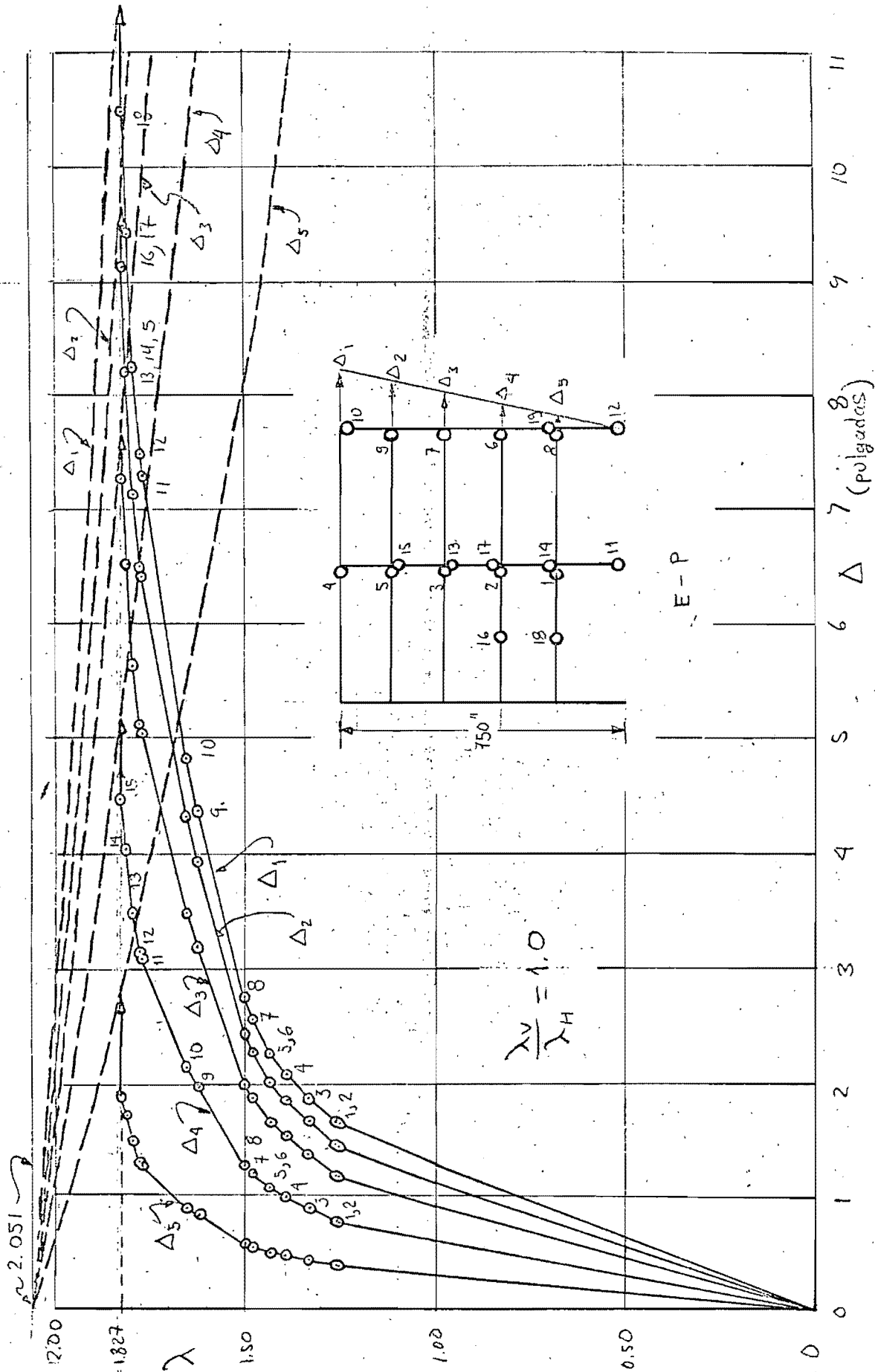


Fig. 32 Marco Vallance 1. Desplazamiento horizontal de niveles

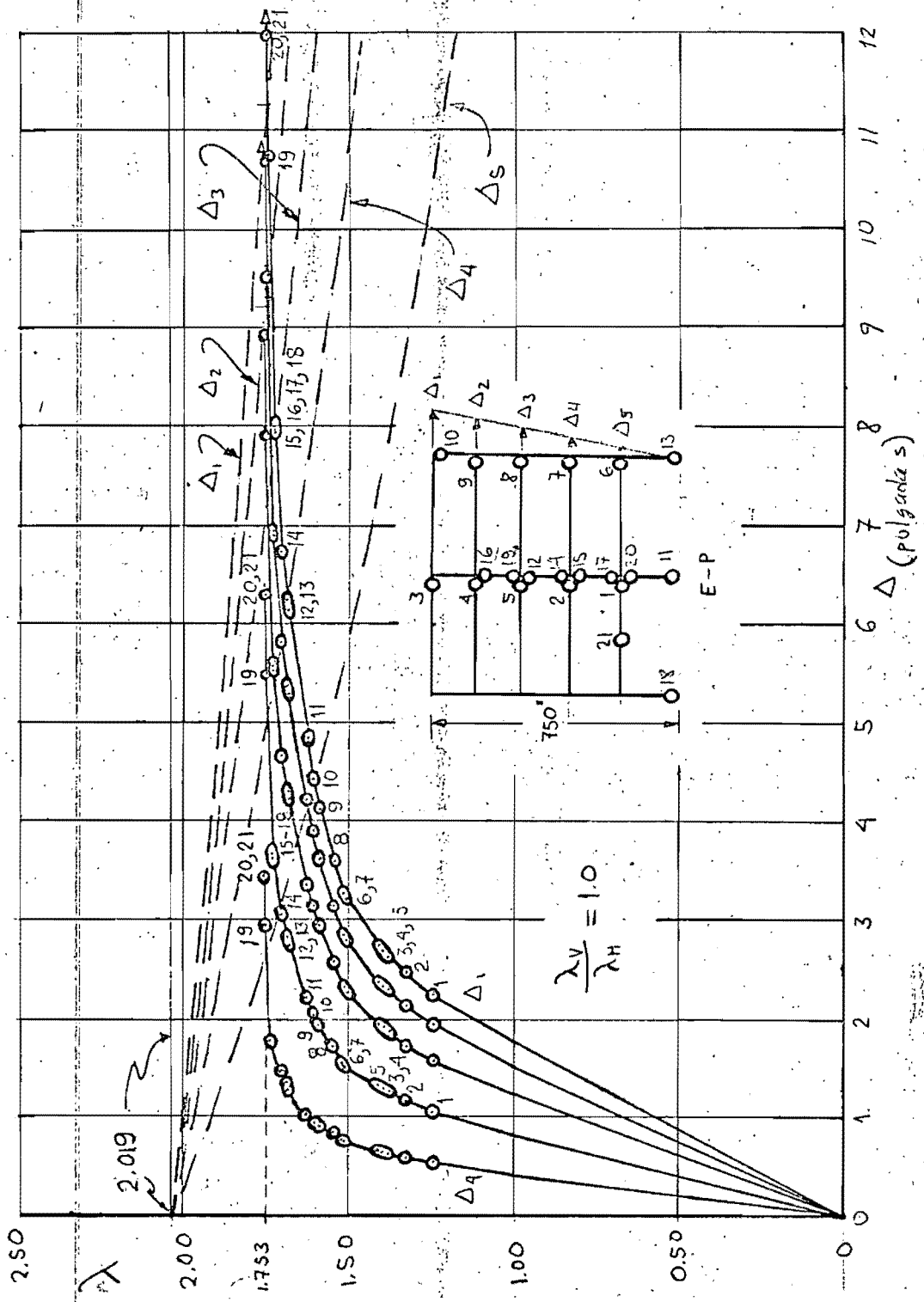


Fig. 33 Marco de Vallance 2. Desplazamiento horizontal de niveles

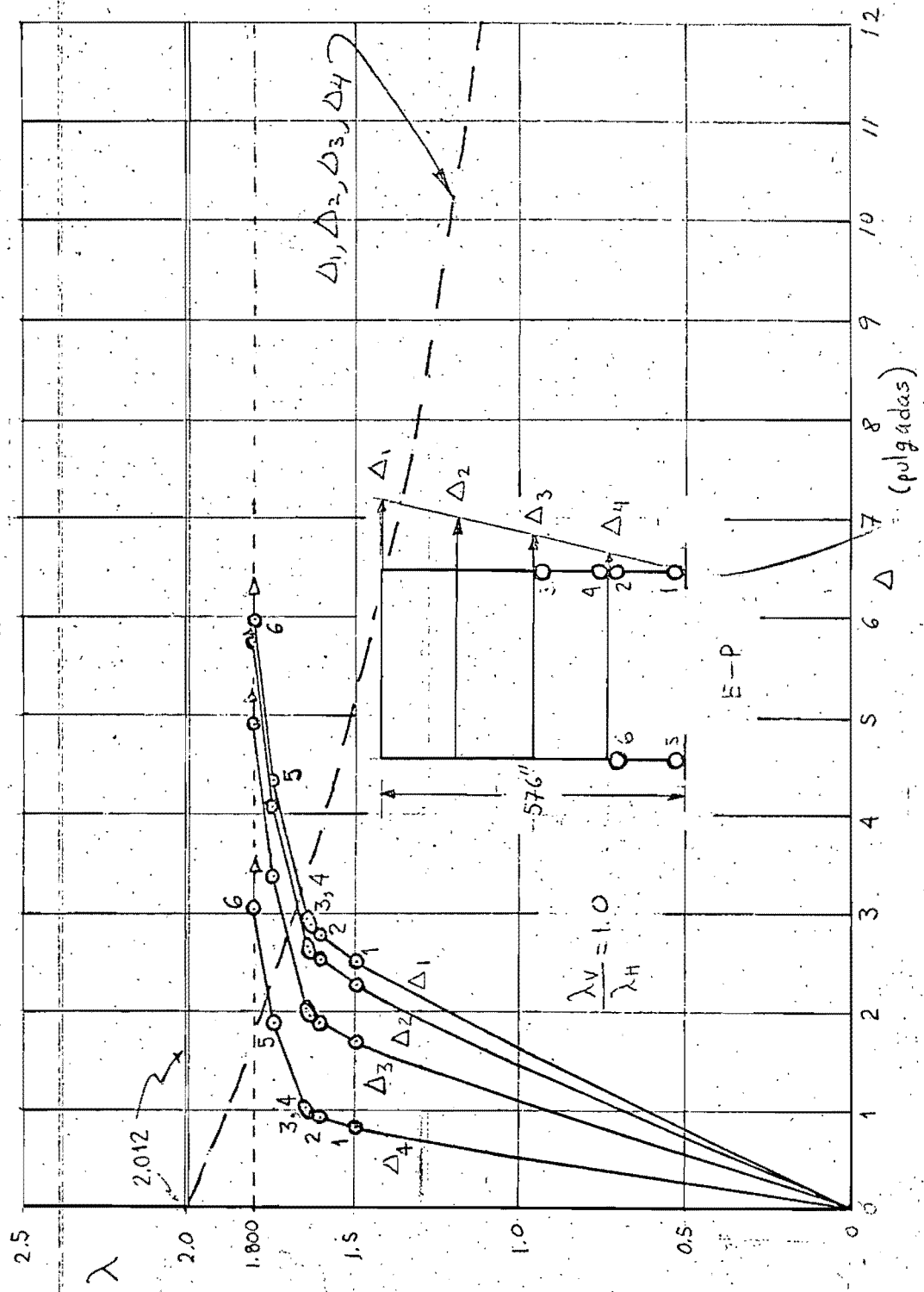


Fig 34 Marco de Heyman Desplazamiento horizontal de niveles

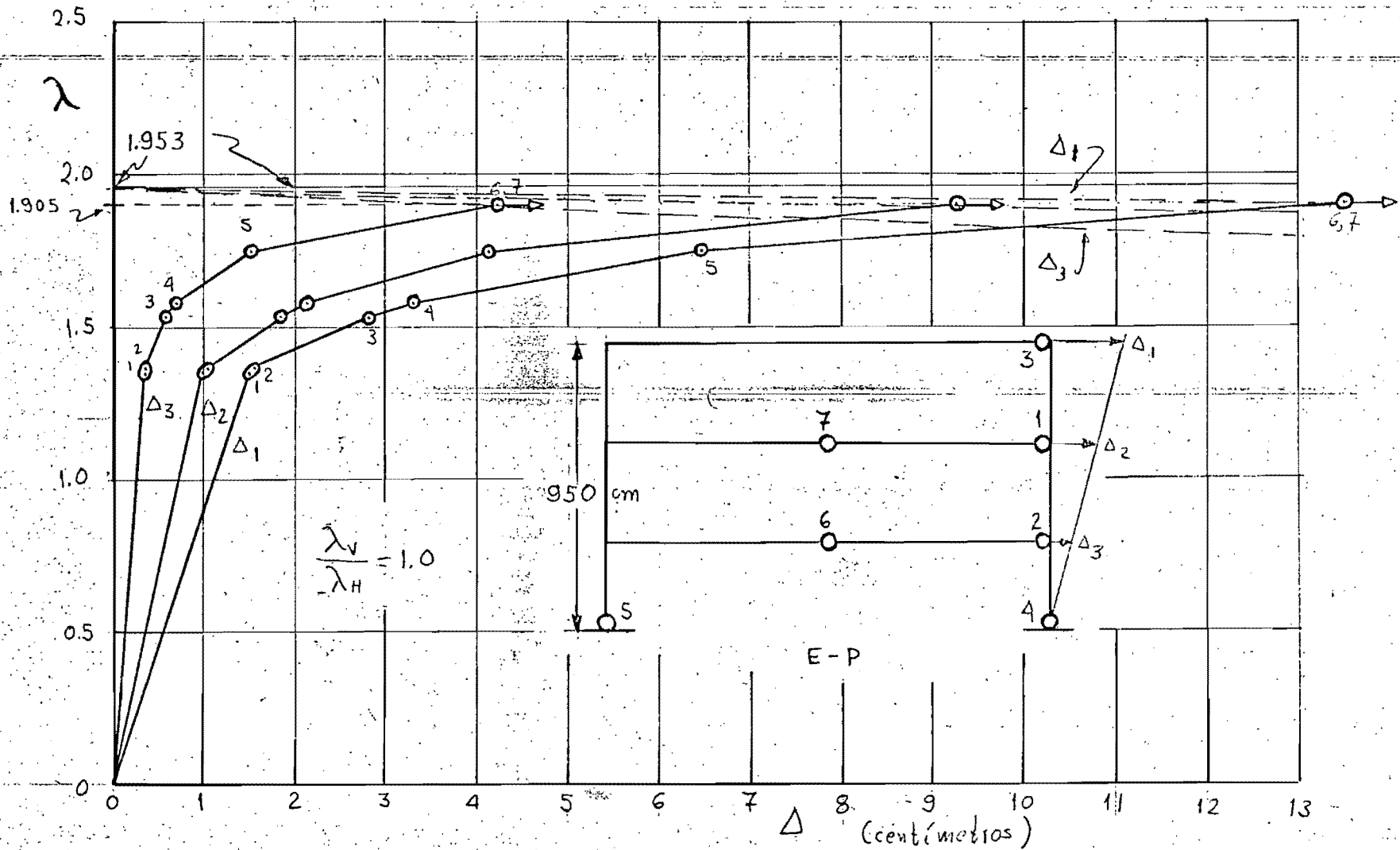


Fig 35. Marco de De Buen. Desplazamiento horizontal de niveles

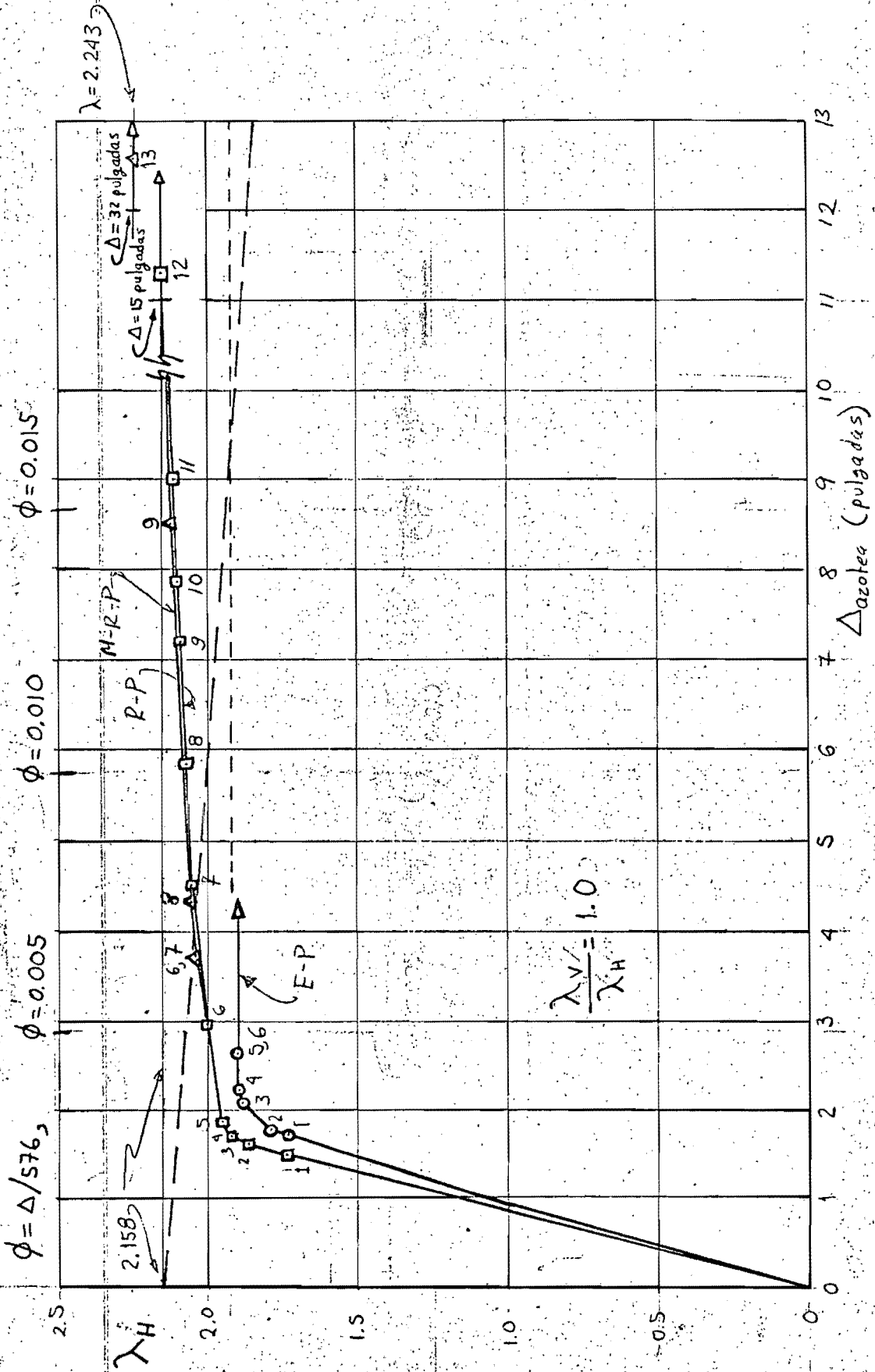


Fig 36 Marco de Wood Desplazamiento horizontal de la azotea

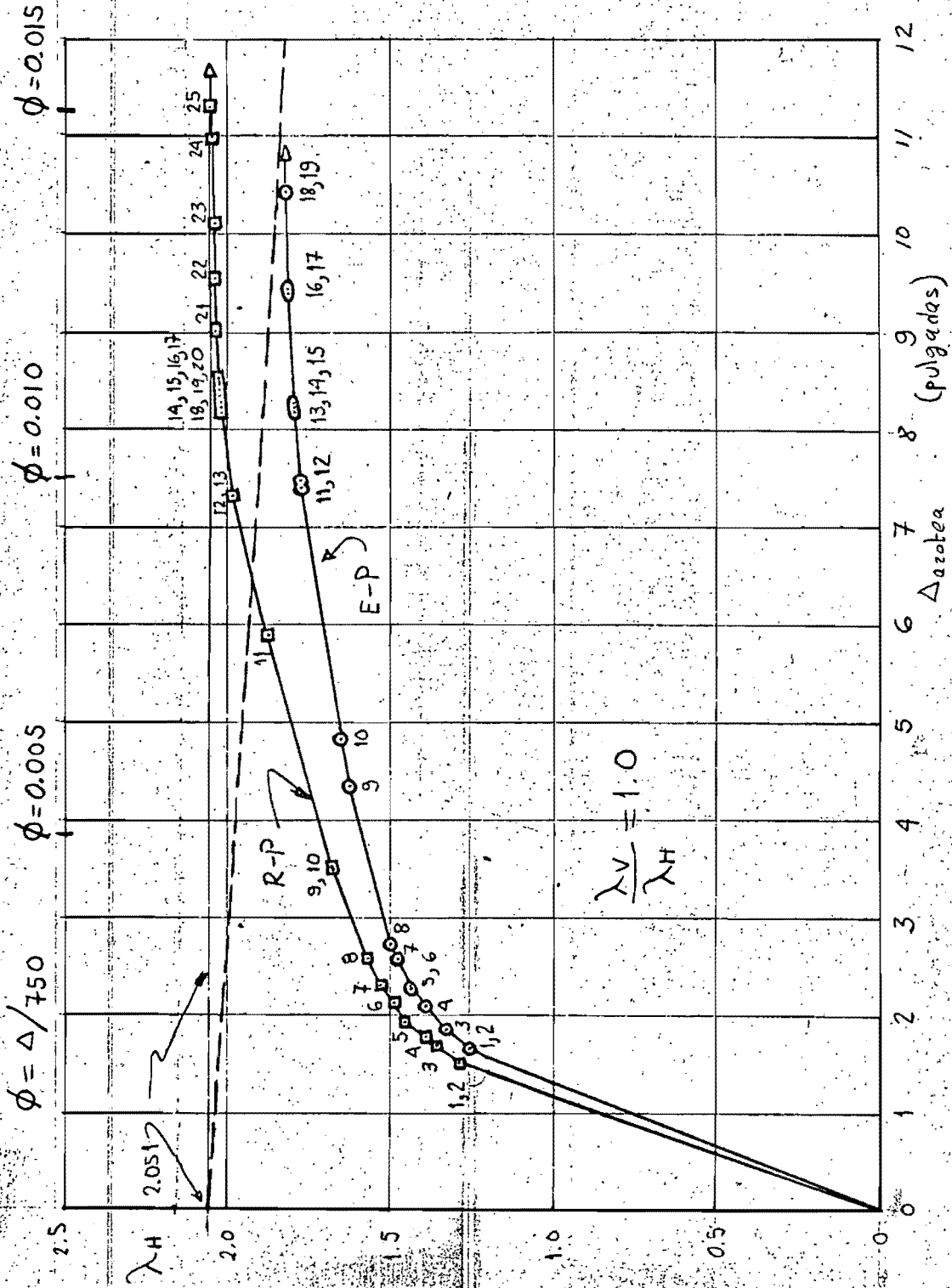


Fig. 37 Marco Vallance 1—Desplazamiento horizontal de la azotea

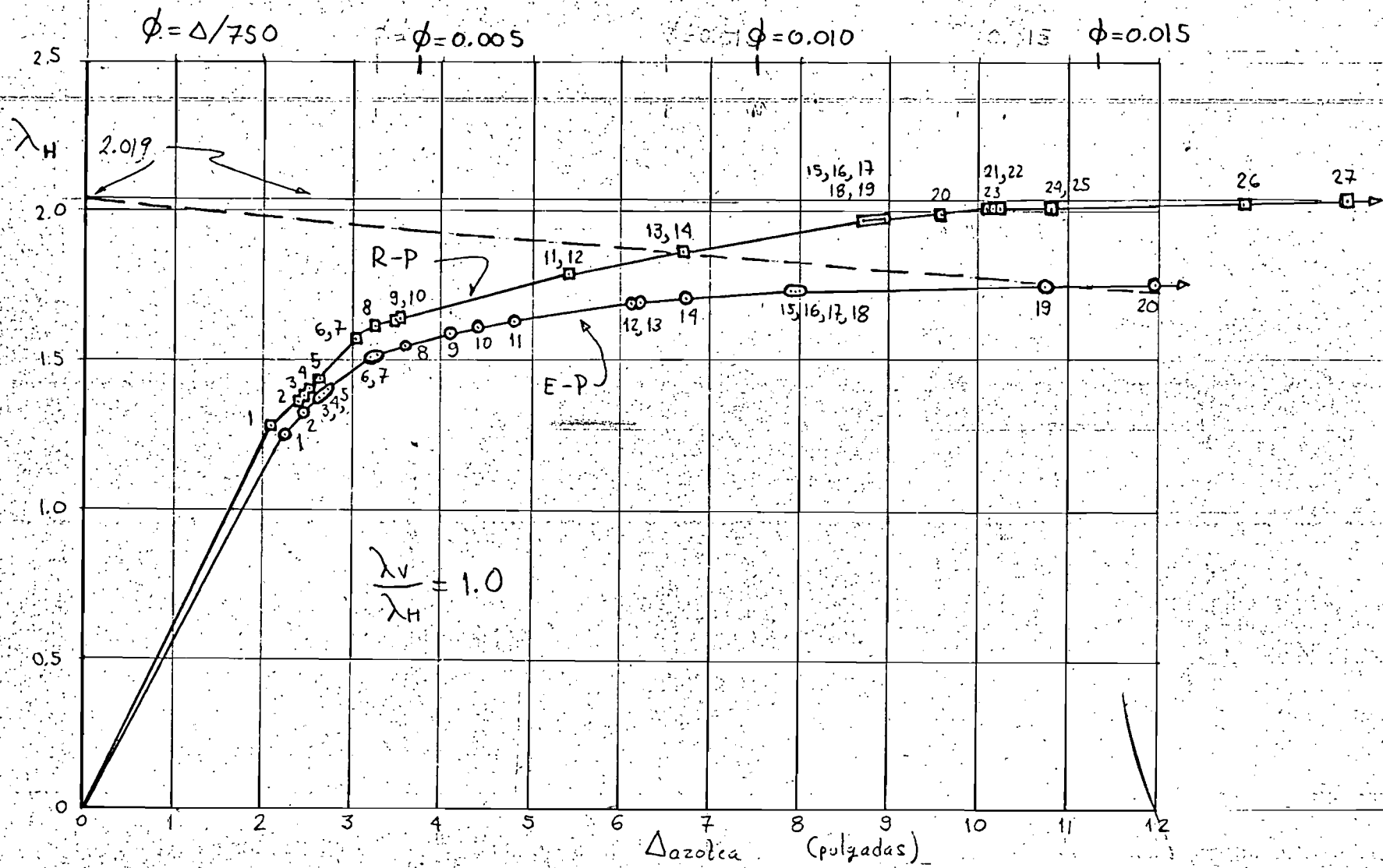


Fig 38 Marco Vallance 2 Desplazamiento horizontal de la azotea

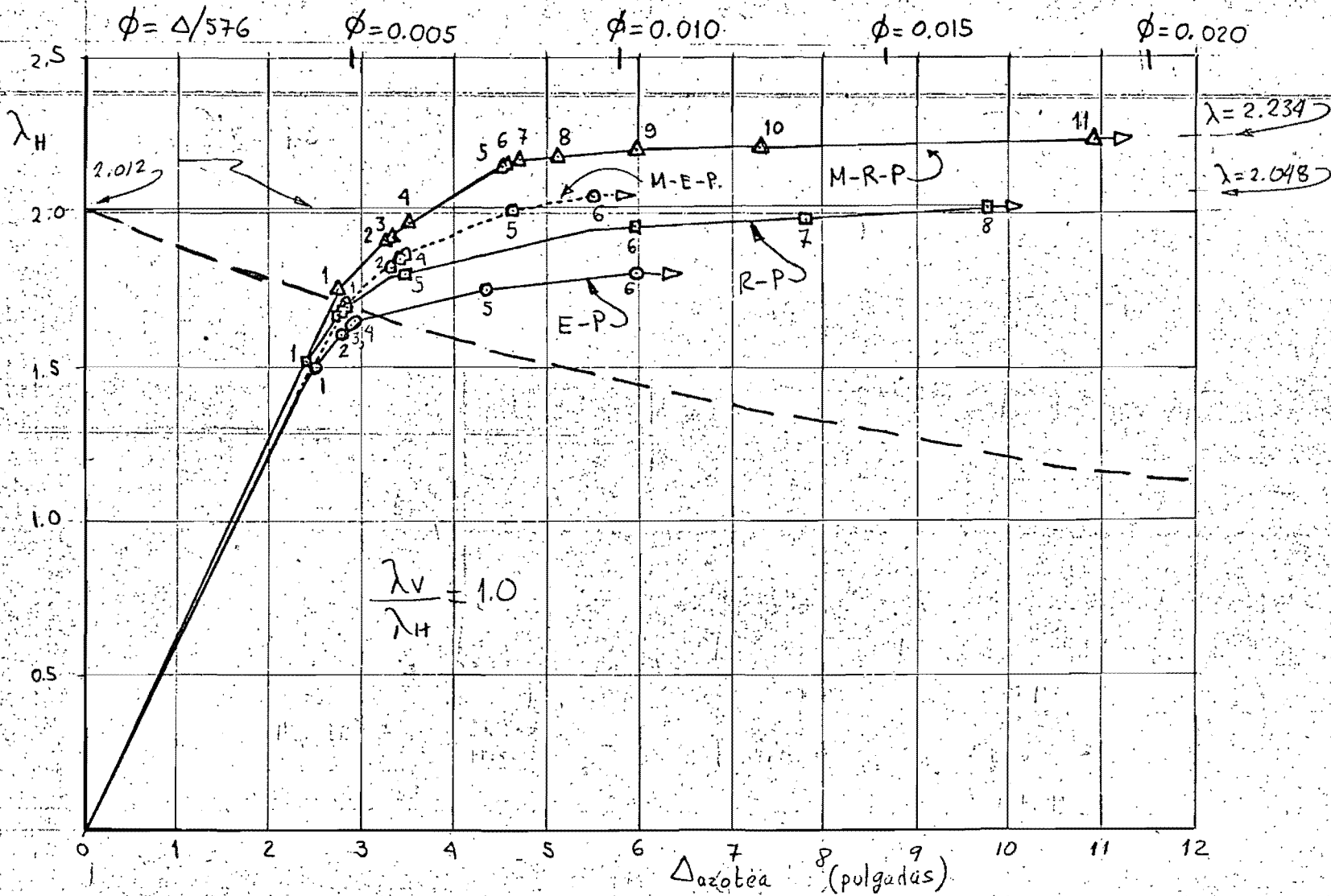


Fig 39 Marco de Heyman. Desplazamiento horizontal de azotea

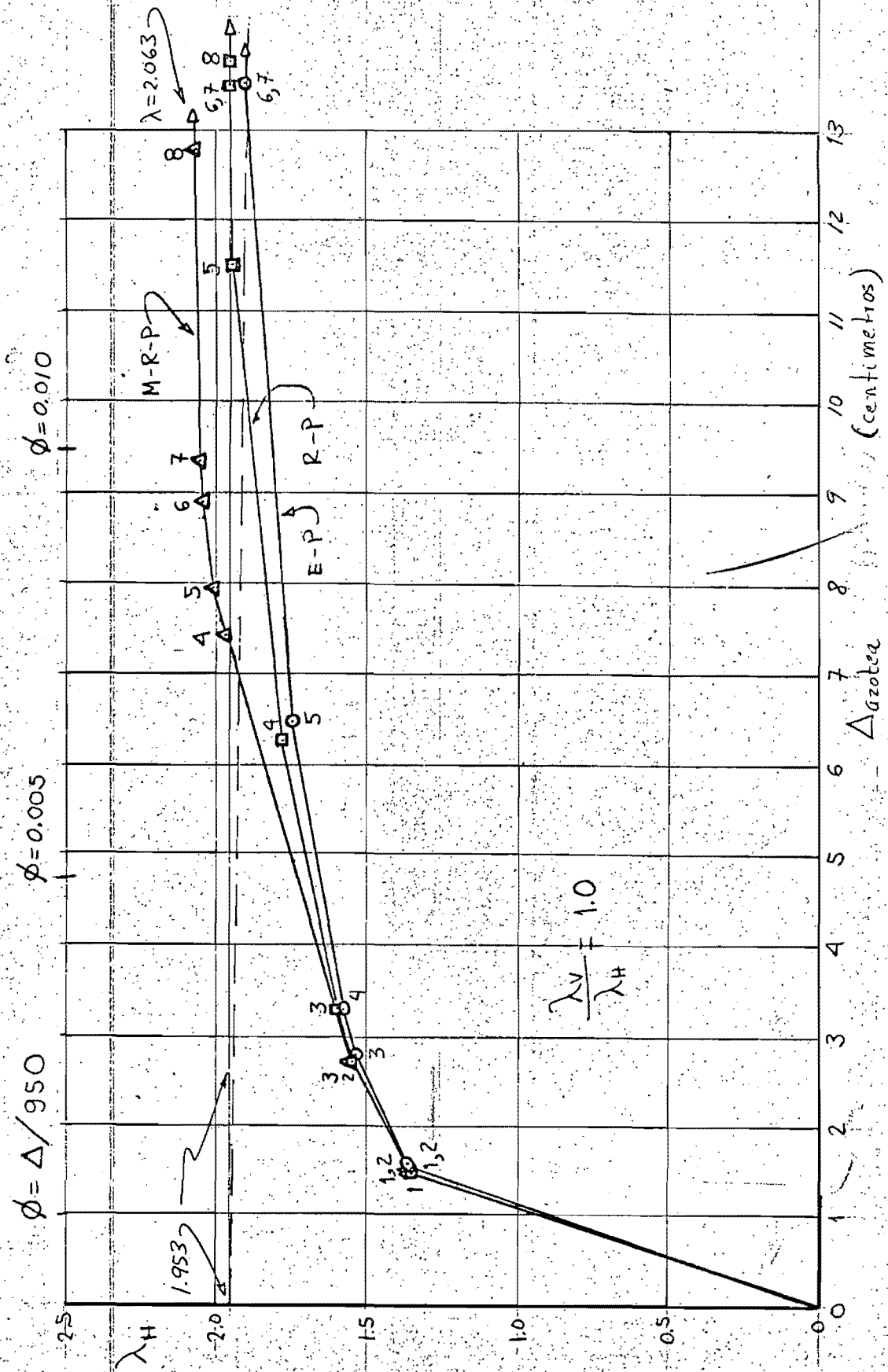


Fig. 40 Marco de De Buen. Desplazamiento horizontal de la azotea

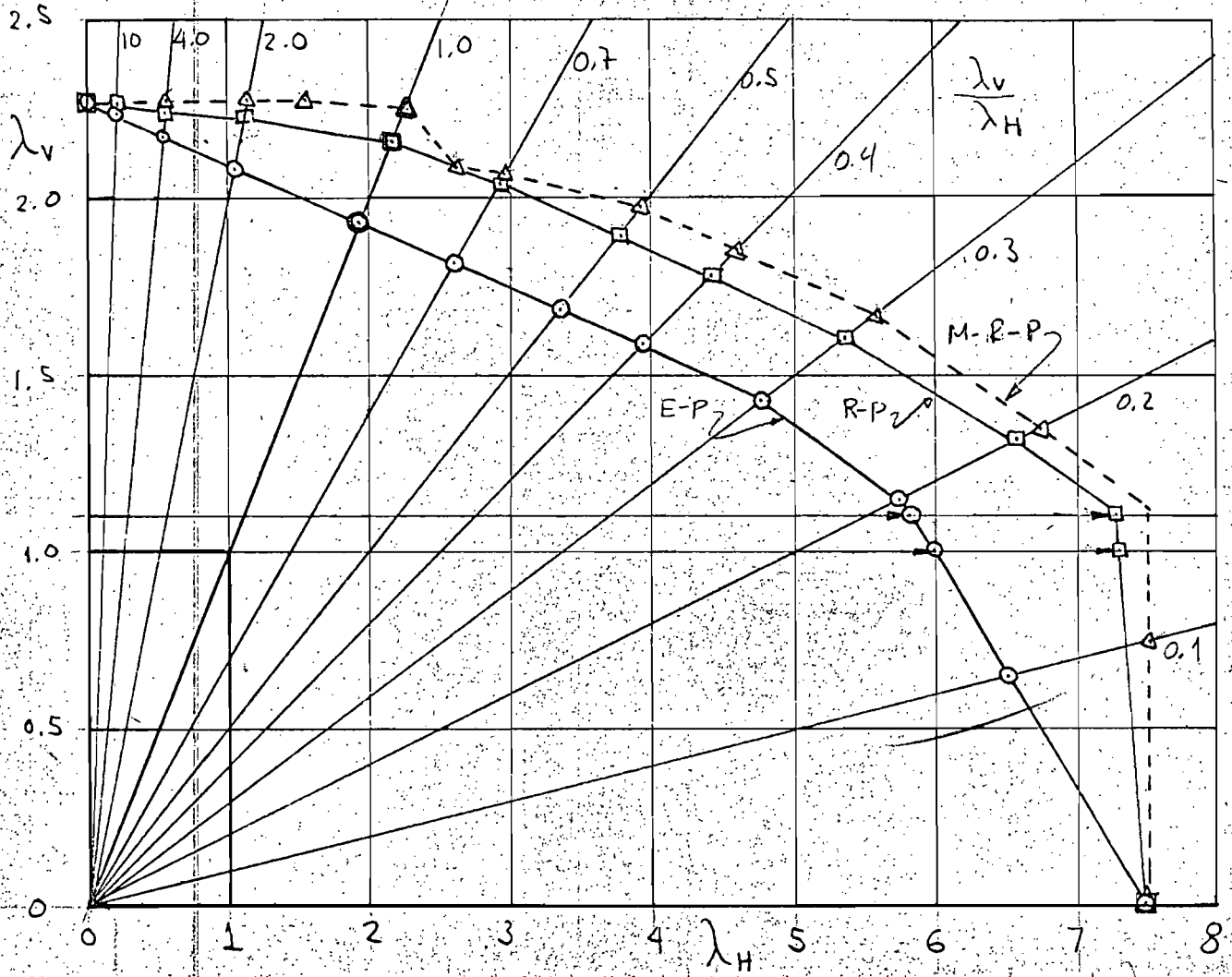


Fig. 41 Marco de Wood. Diagrama de Interaccion a la Inestabilidad

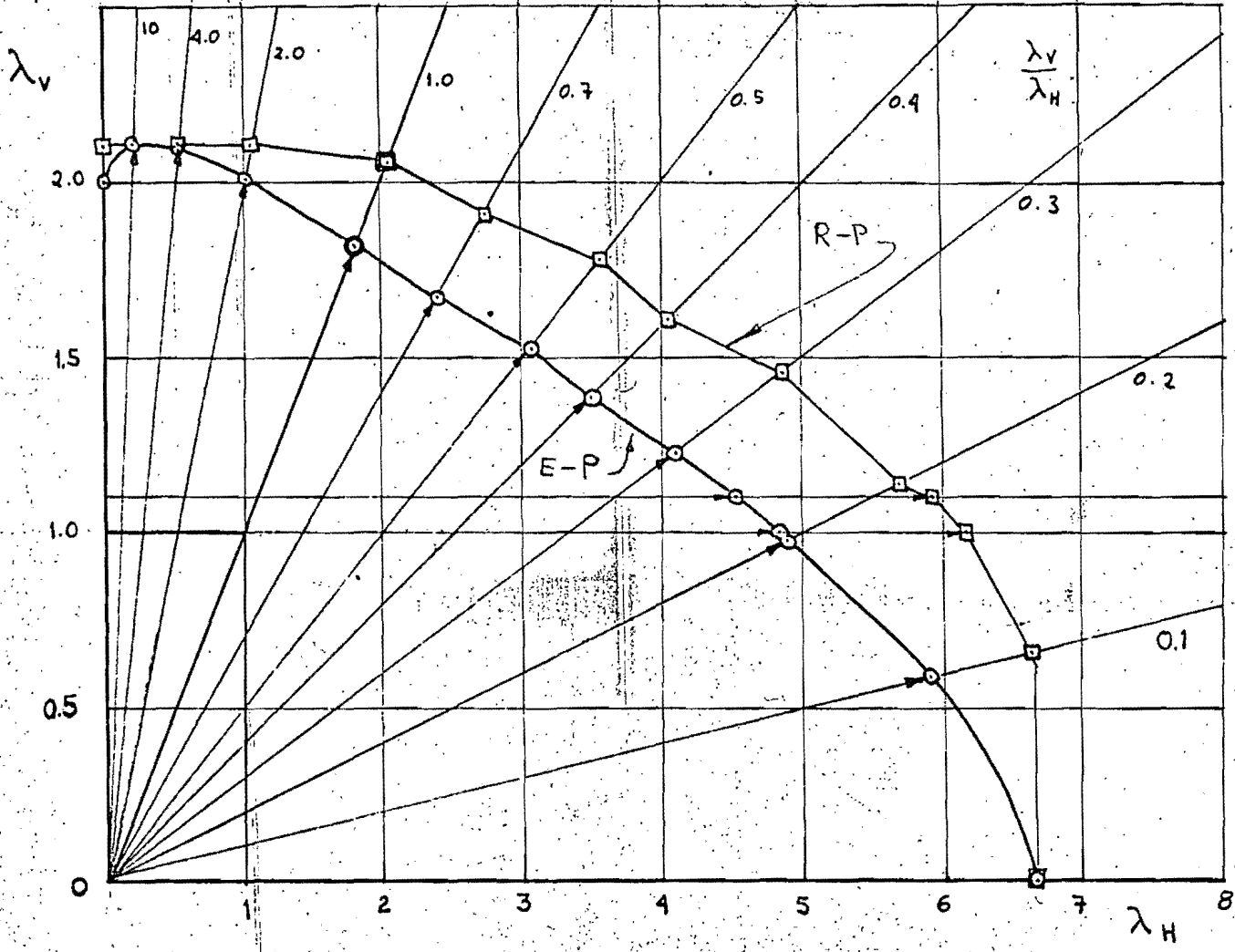


Fig 42 Marco de Valance 1. Diagrama de Interacción a la Inestabilidad

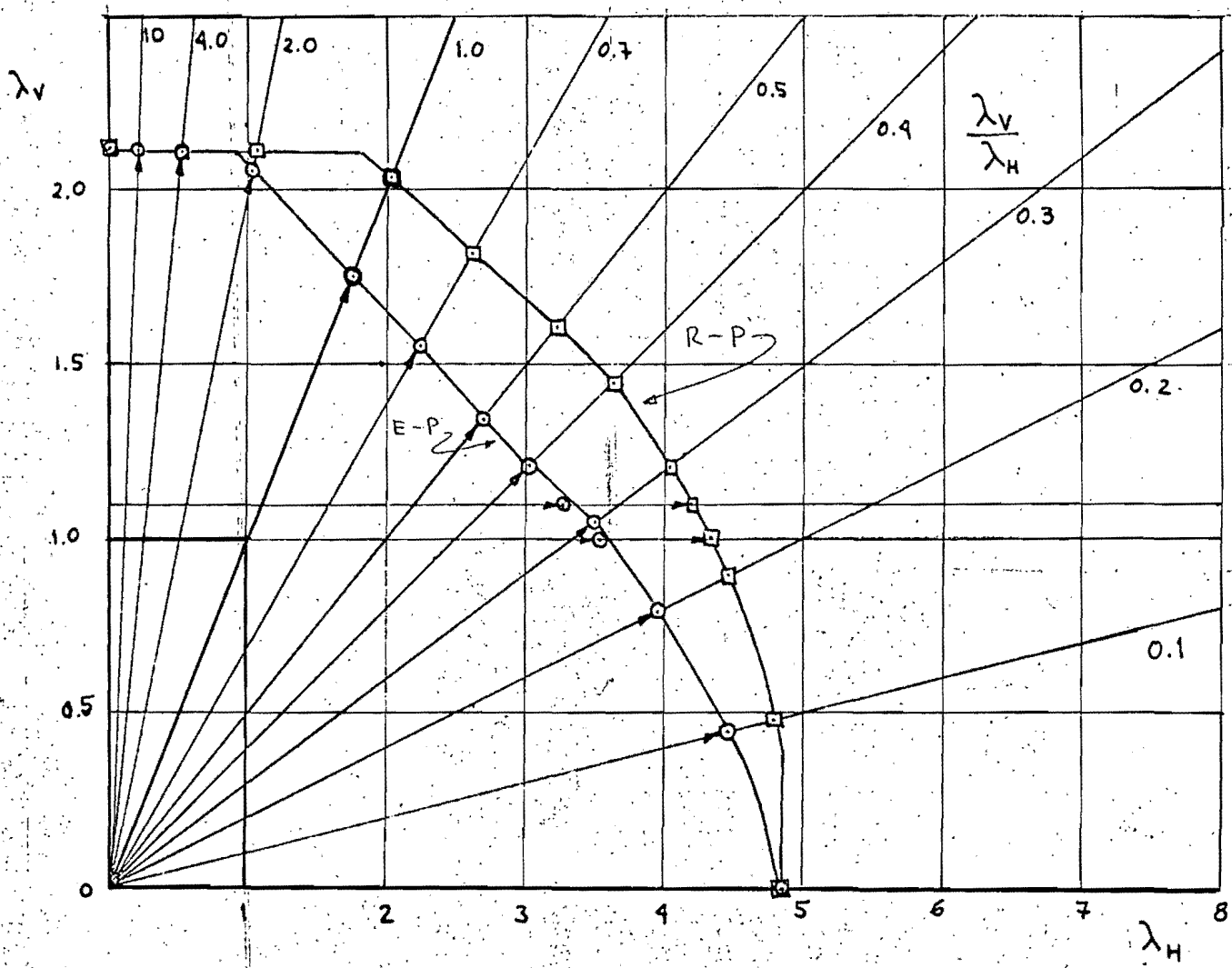


Fig. 43. Marco de Vallance 2. Diagrama de Interaccion a la Inestabilidad

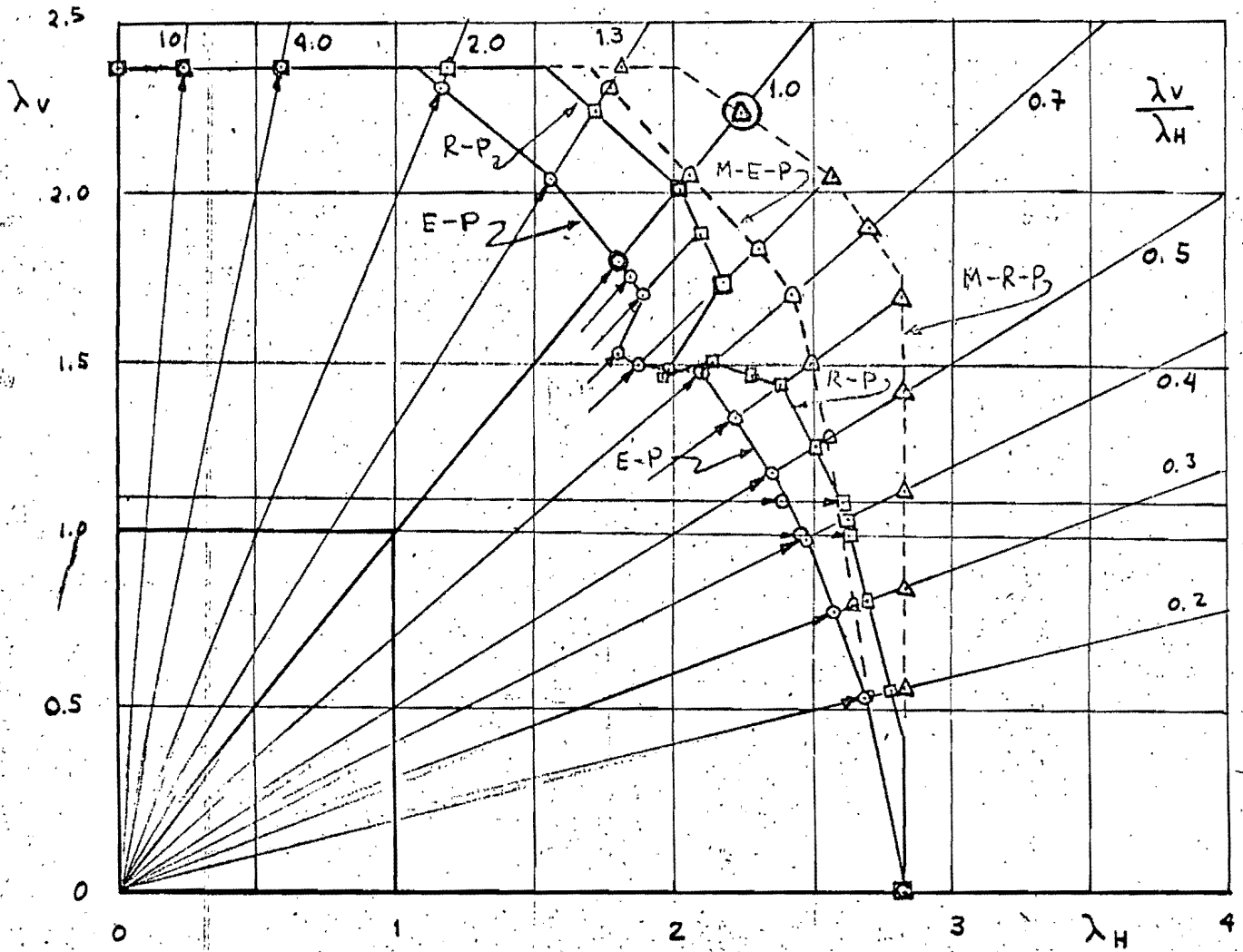


Fig. 44. Marco de Heyman. Diagrama de Interacción a la Inestabilidad.

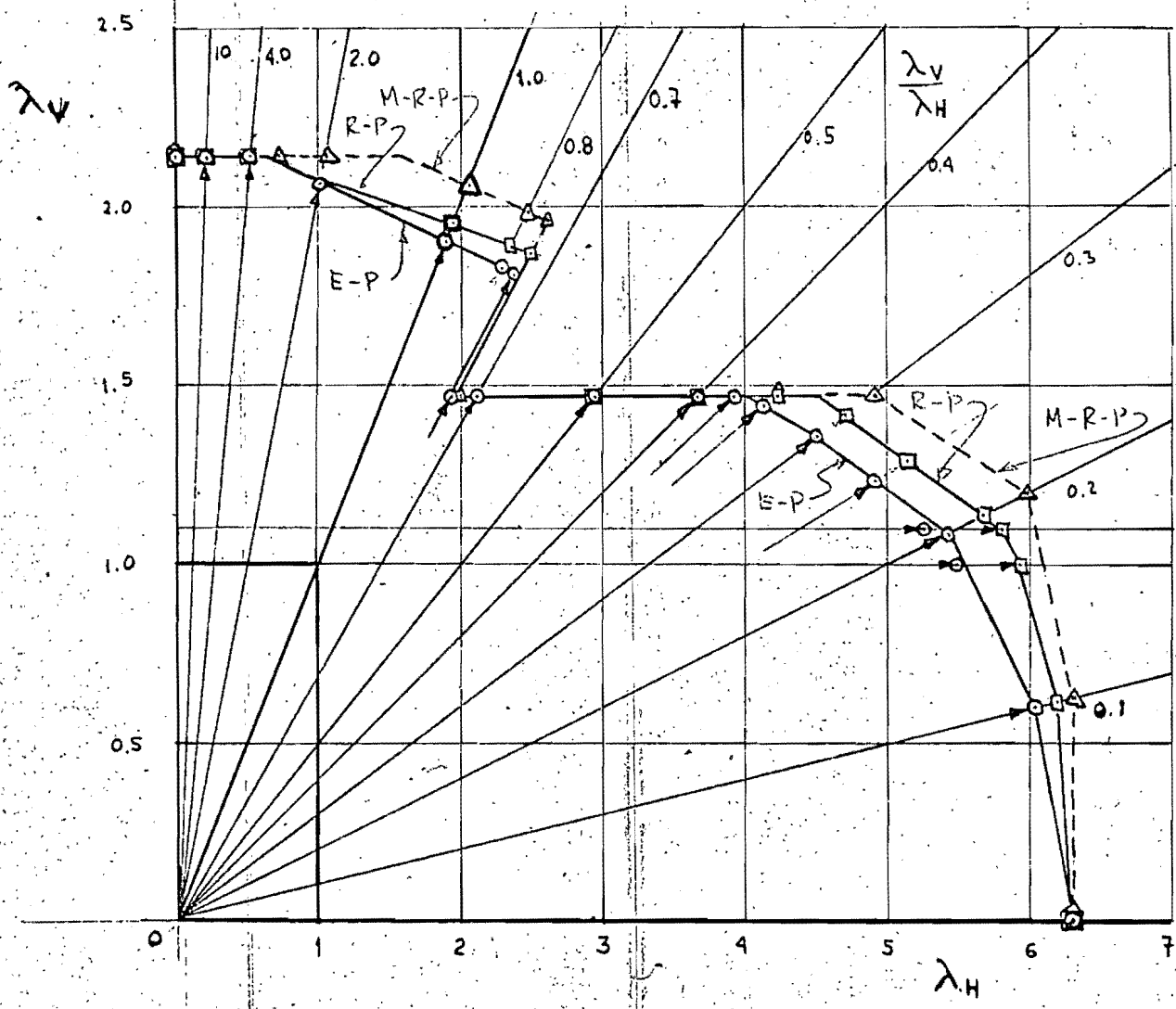


Fig. 45 Marco de De Buen. Diagrama de Interacción a la Inestabilidad

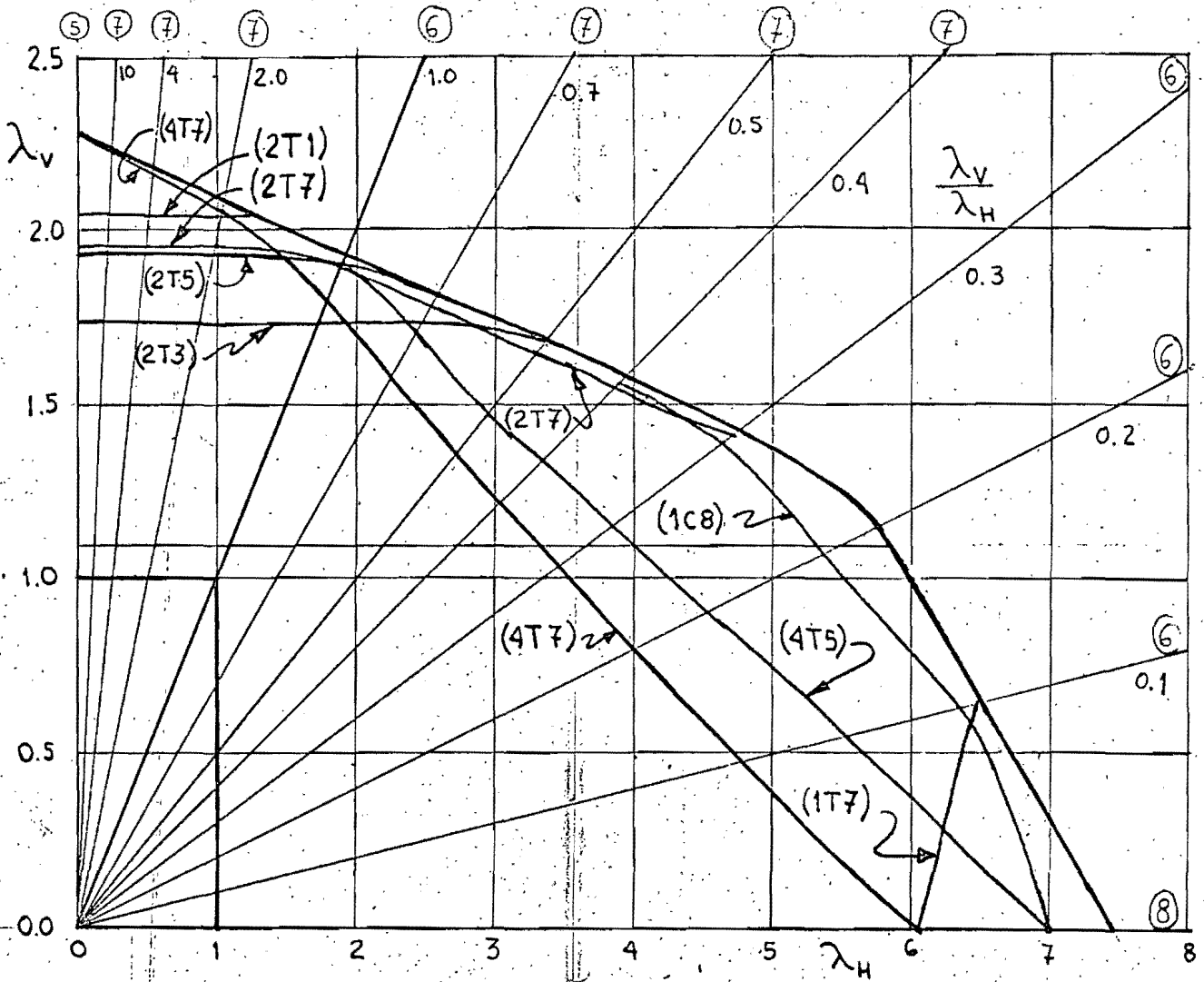


Fig 46 - Marco de Wood. Diagrama de Interaccion de Articulaciones Plasticas. Marco Elasto-Plastico (E-P)

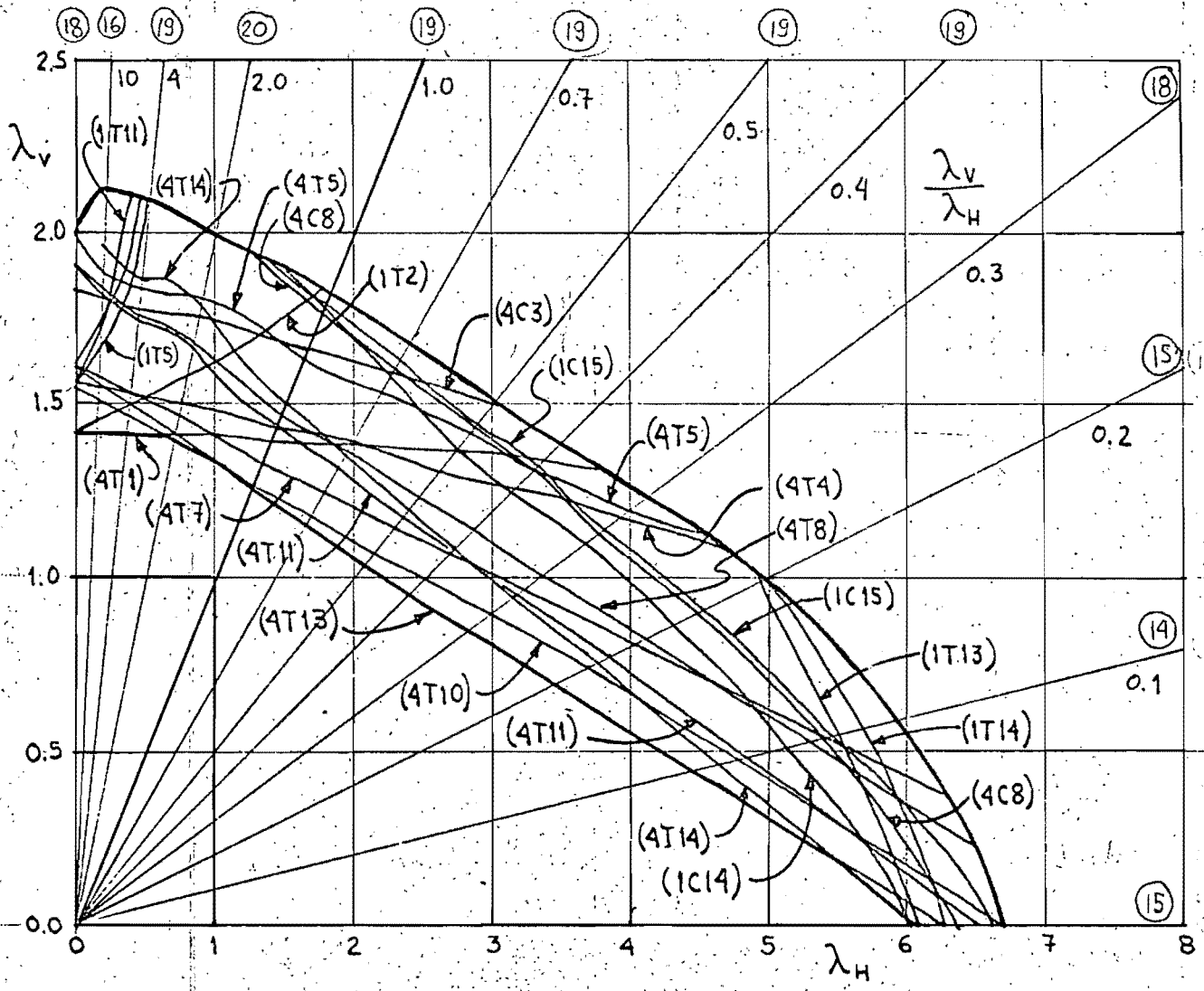


Fig 47. Marco de Vallance 1. Diagrama de Interacción de Articulaciones Plásticas. Marco Elasto-Plástico (E-P)

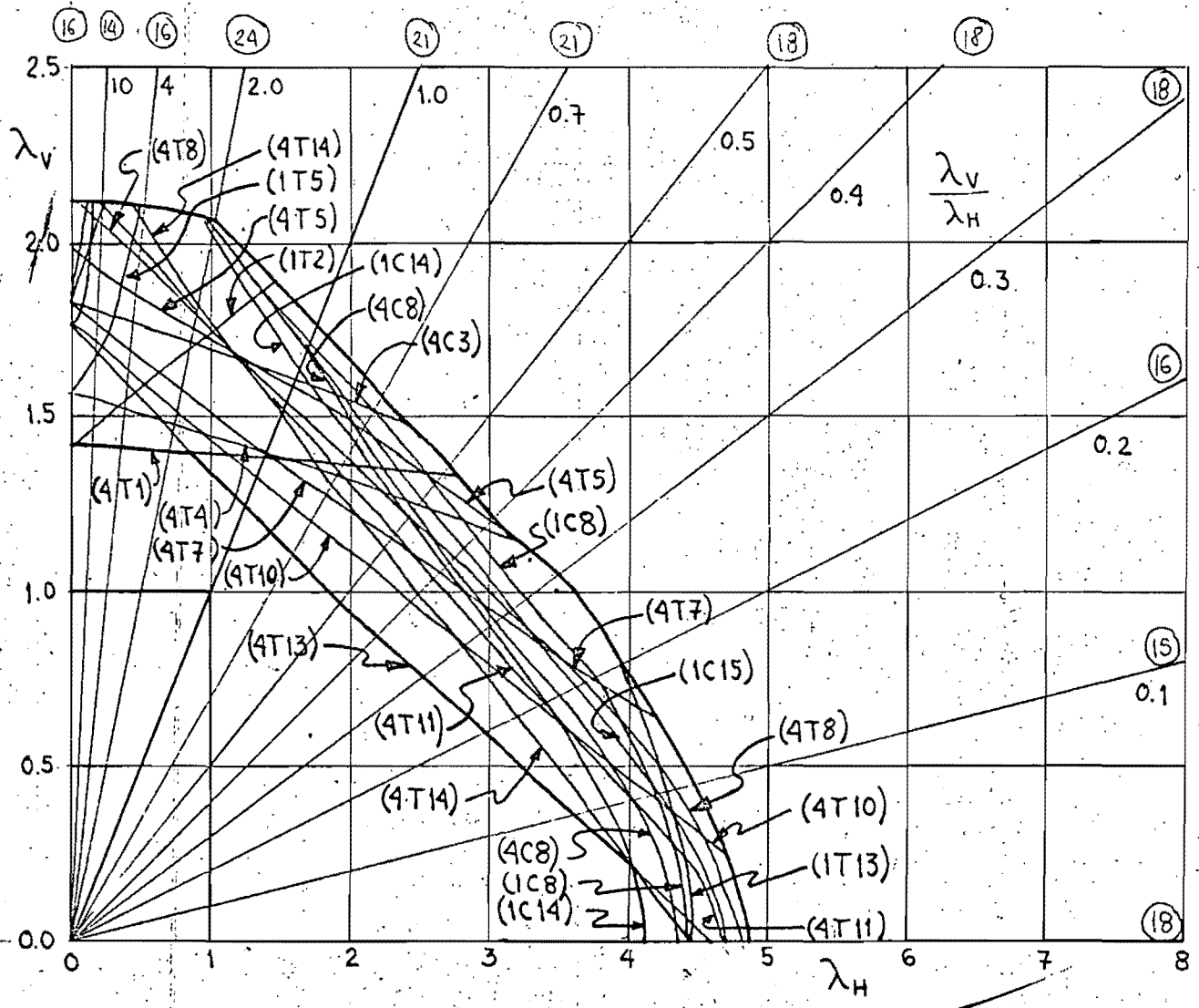


Fig. 48. Marco de Vallance 2. Diagrama de Interacción de Articulaciones Plásticas Marco Elasto-Plástico (E-P)

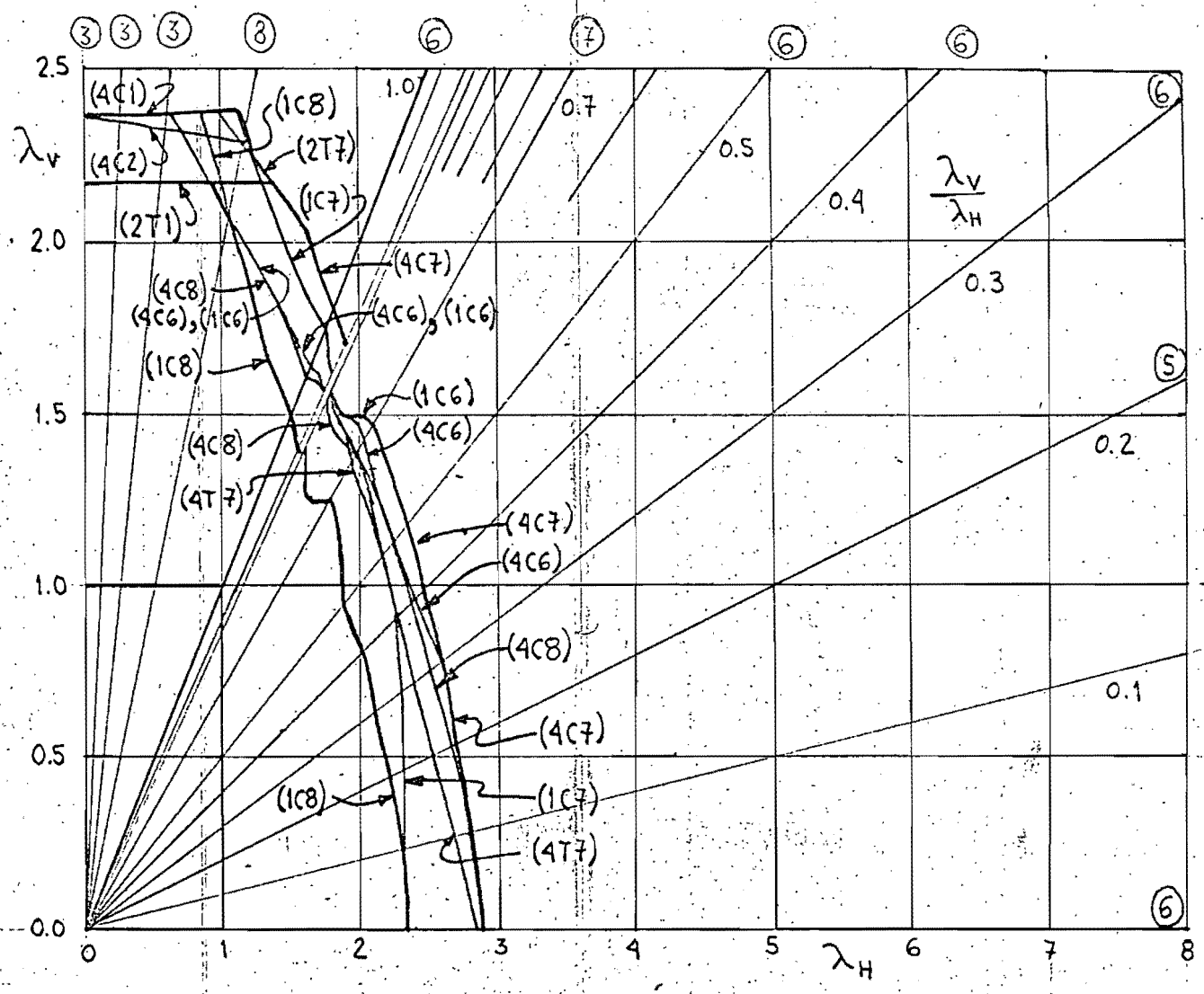


Fig 49 Marco de Heyman. Diagrama de Interacción de Articulaciones Plásticas. Marco Elasto-Plástico (E-P)

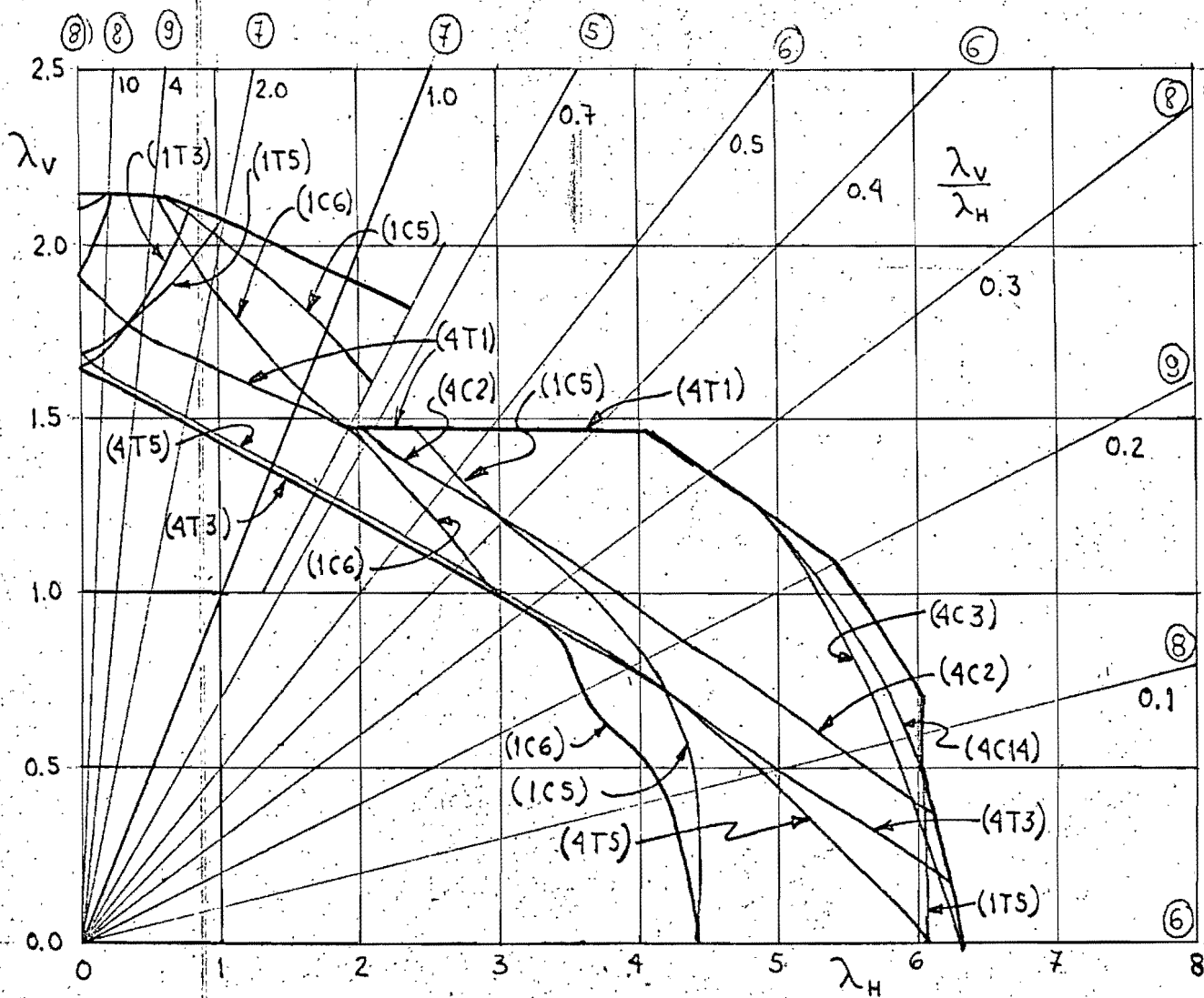


Fig. 50. Marco de De Buen. Diagrama de Interacción de Articulaciones Plásticas Marco Elasto-Plástico (E-P)

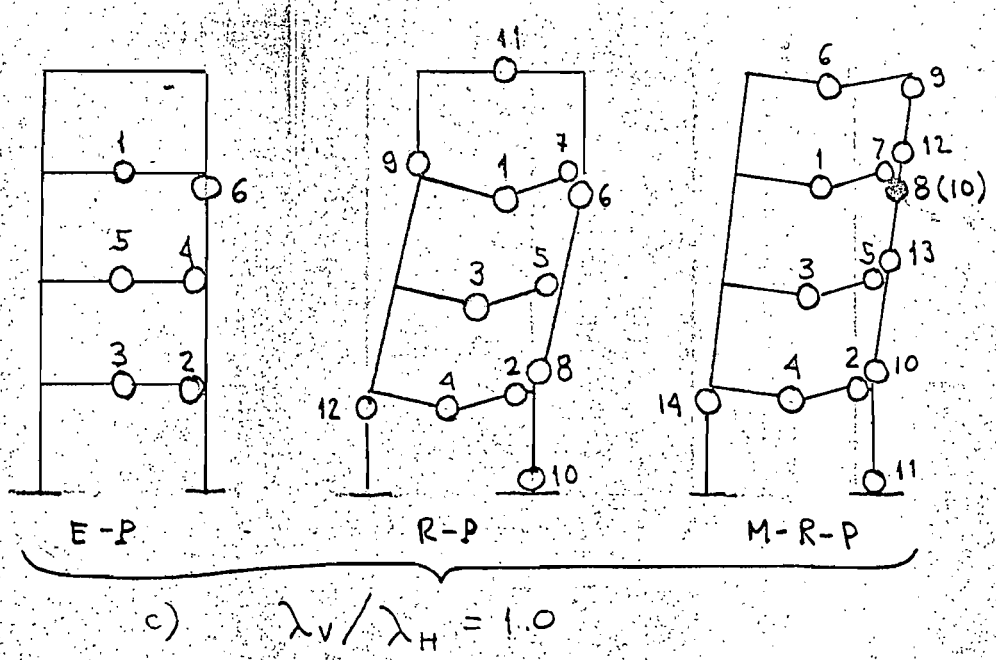
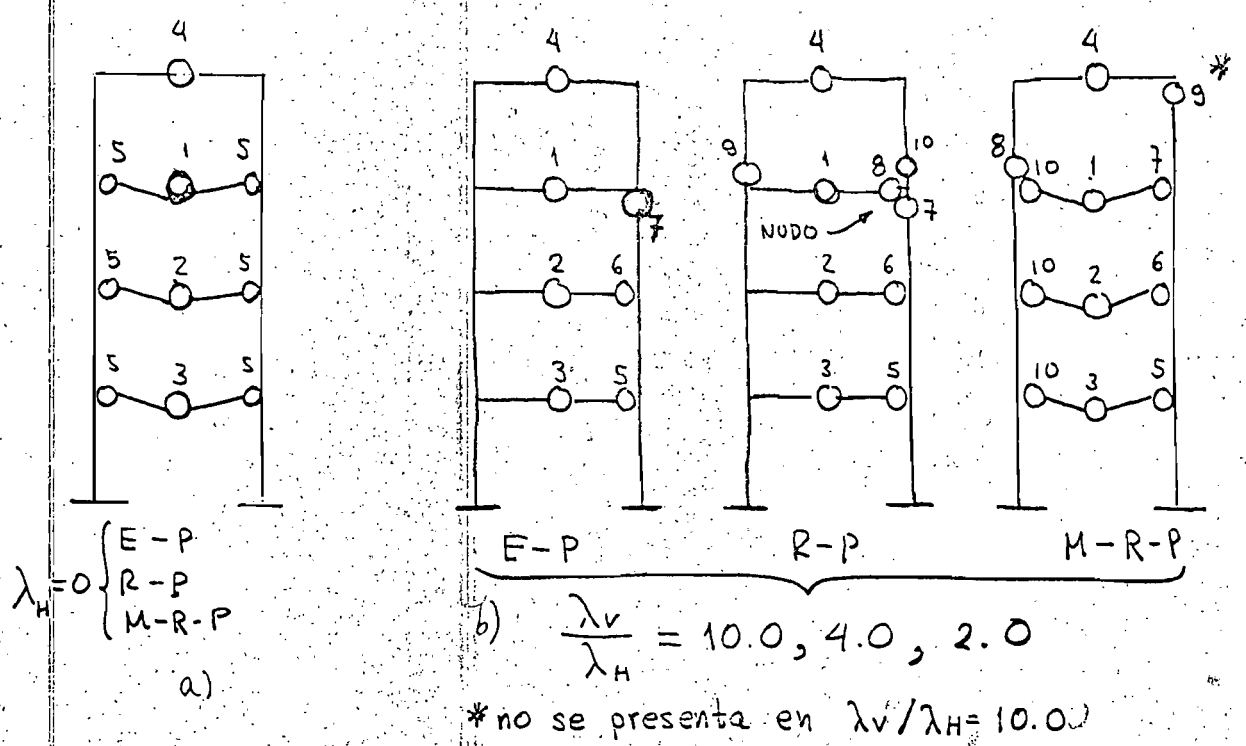
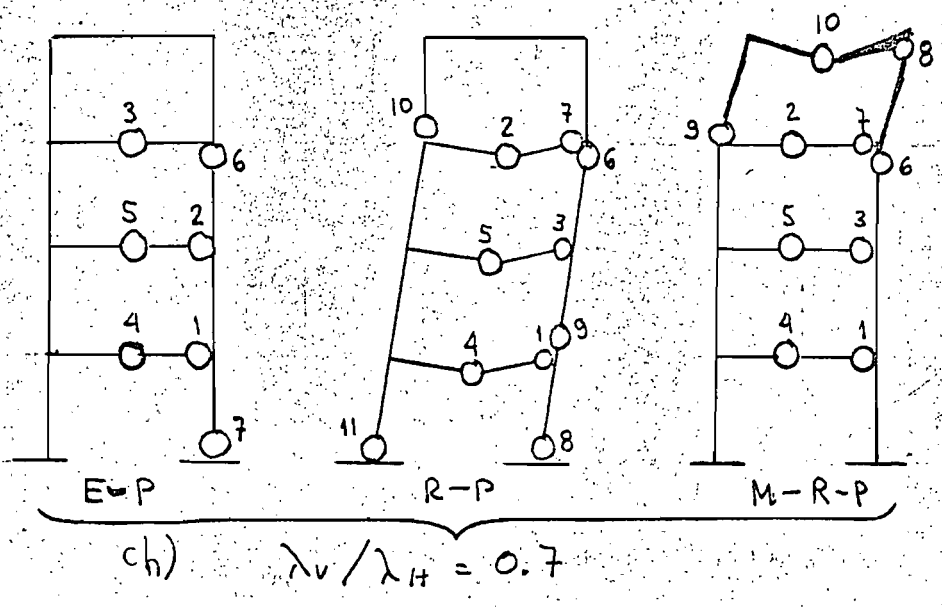
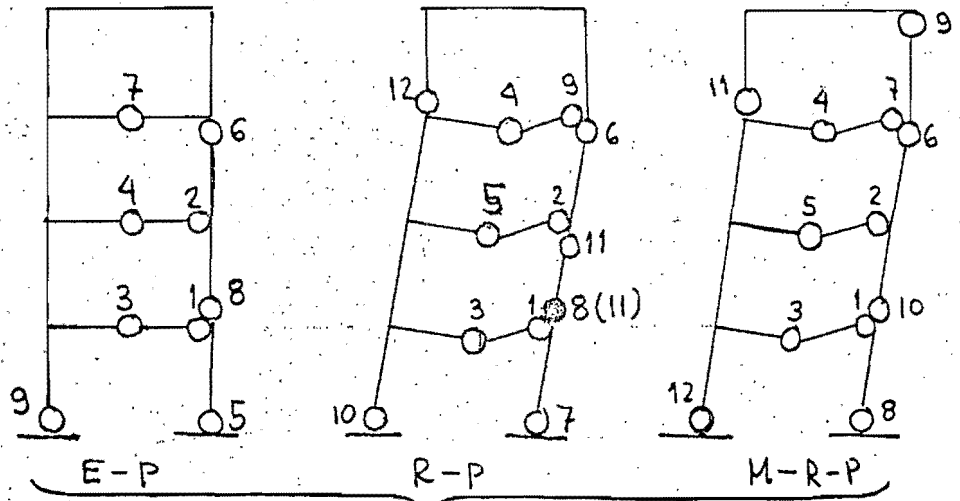
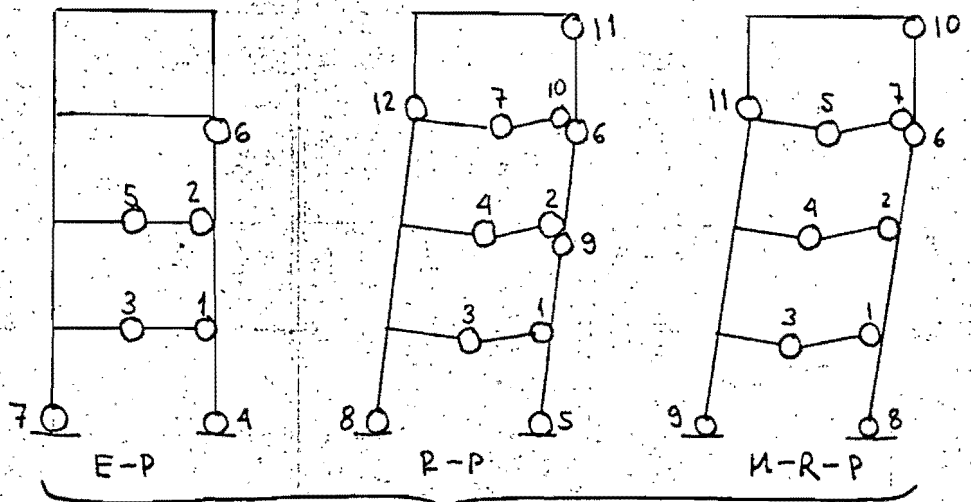


Fig 51. Marco de Wood.
 Configuración de Articulaciones plásticas a la Inestabilidad (parte 1 de 3)

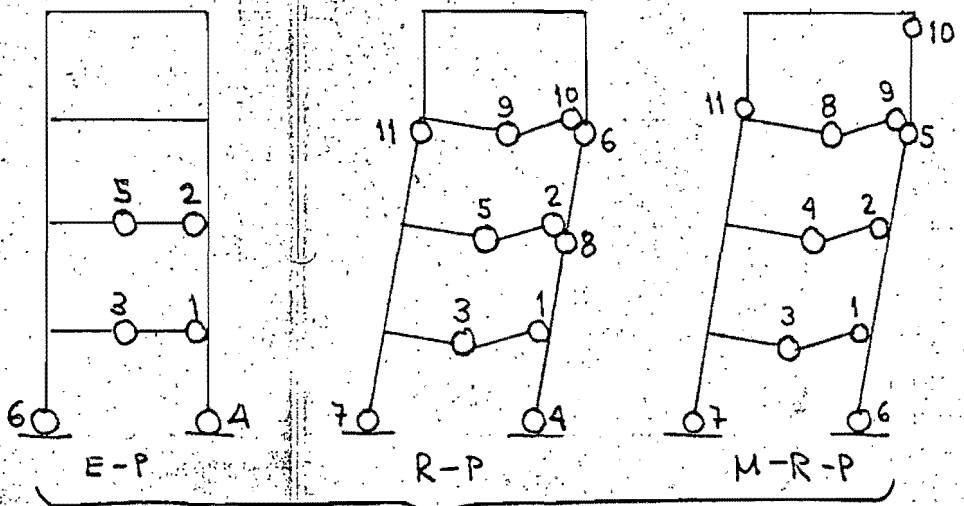




d) $\lambda_v / \lambda_H = 0.5$

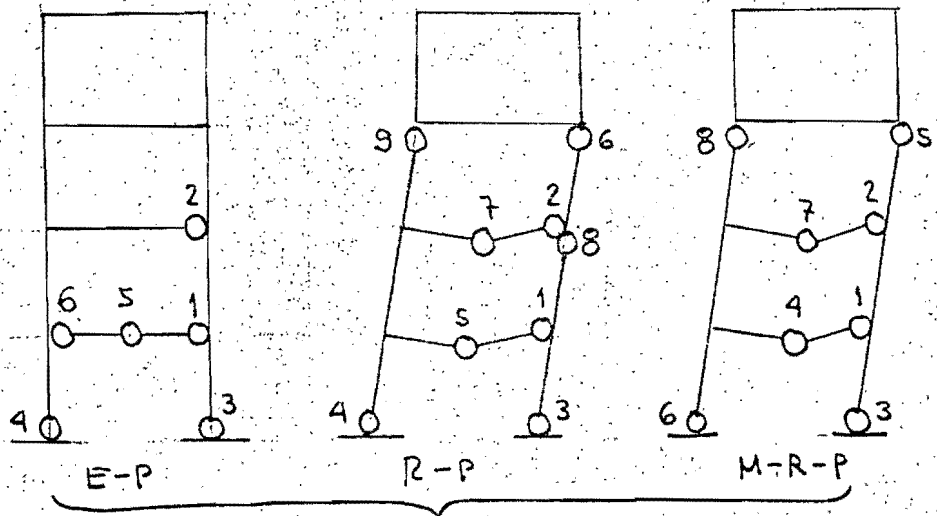


e) $\lambda_v / \lambda_H = 0.4$

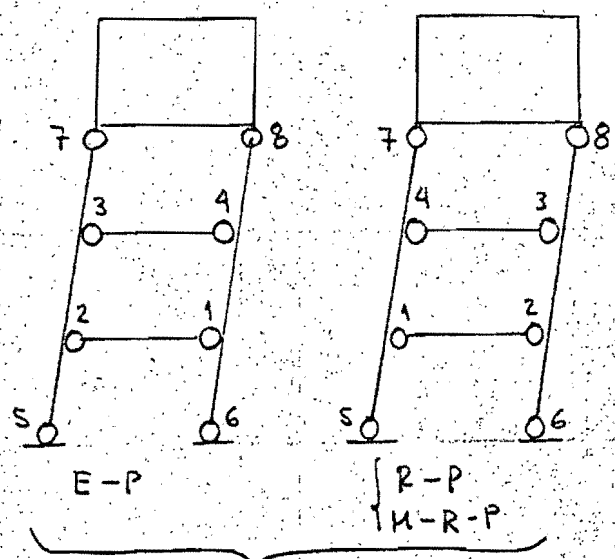


f) $\lambda_v / \lambda_H = 0.3$

Fig 51. Marco
di Wood.
(parte 2 di 3)

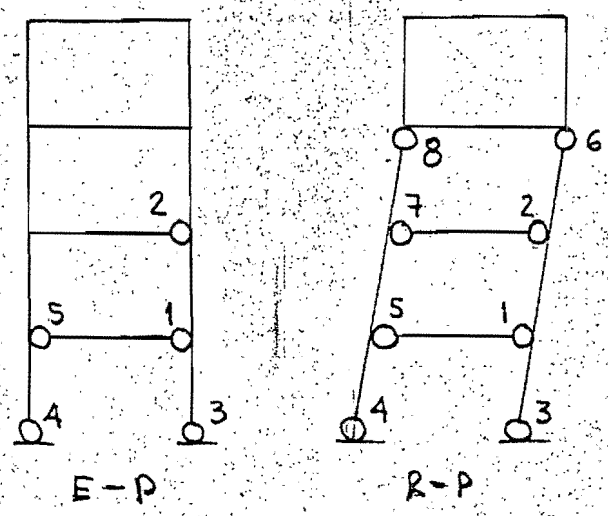


g) $\lambda_v / \lambda_H = 0.2$



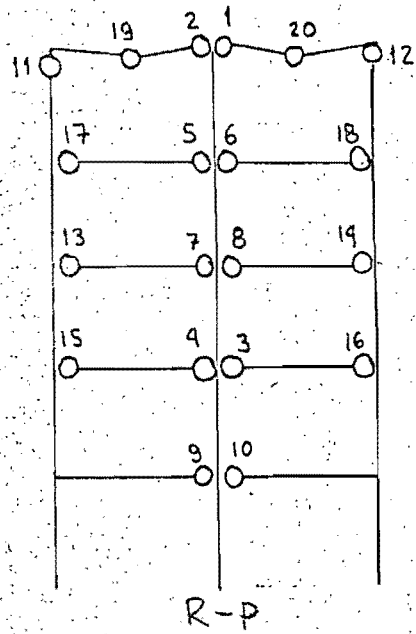
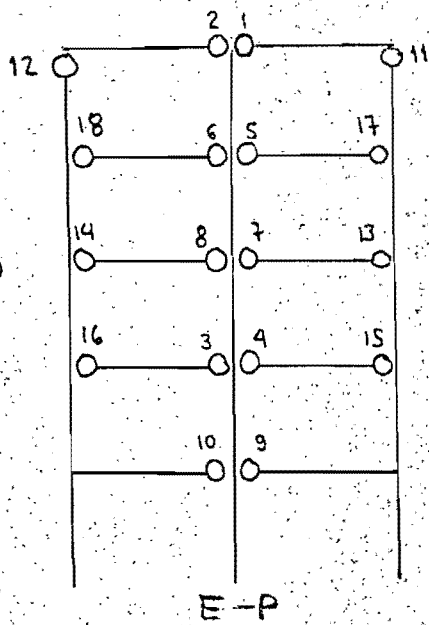
h) $\lambda_v = 0.0$

Fig 51. Marco
de Wood.
(parte 3 de 3)



i) $\lambda_v = 1.0$

$\lambda_H = 0$
(a)



$\frac{\lambda_V}{\lambda_H} = 10.0$
(b)

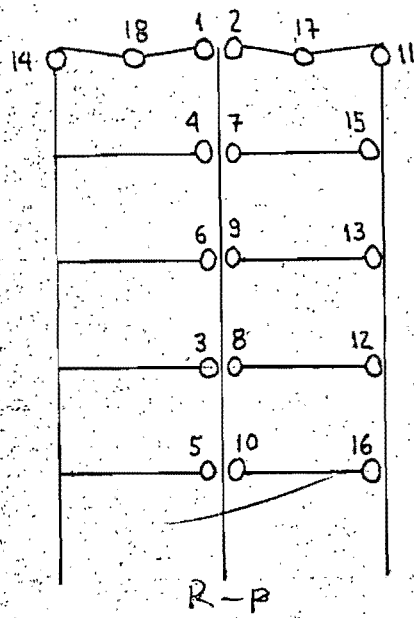
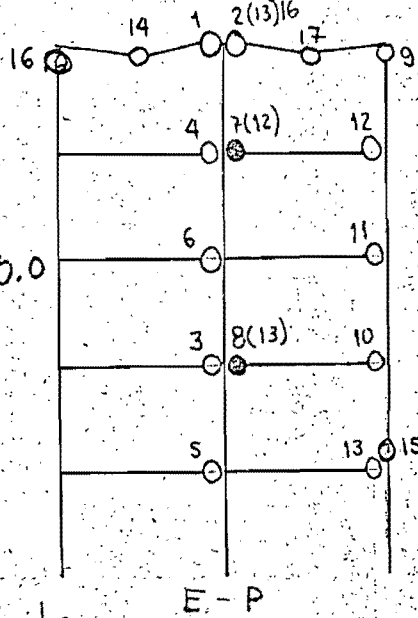
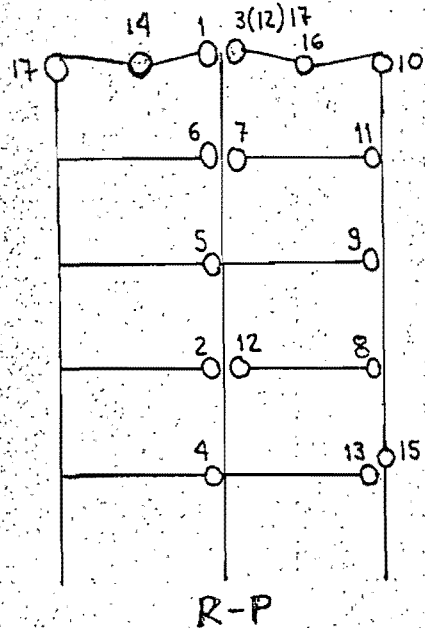
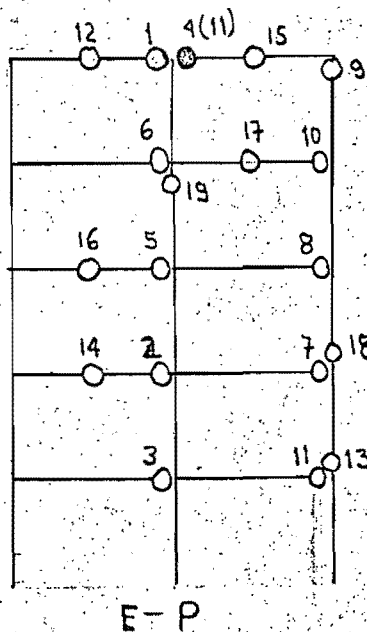


Fig 52. Marco de Vallance 1
Configuración de Articulaciones Plásticas a la Inestabilidad. (parte 1) de 4.

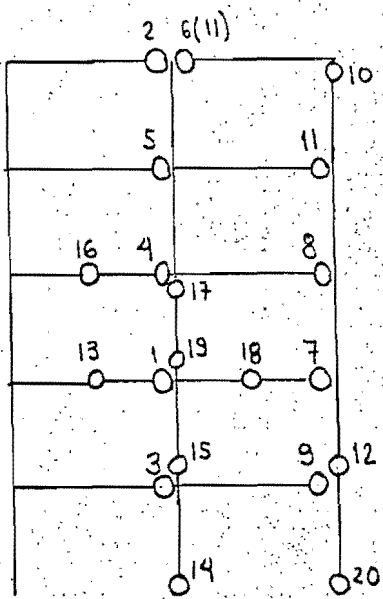
(c)

$\frac{\lambda_V}{\lambda_H} = 4.0$

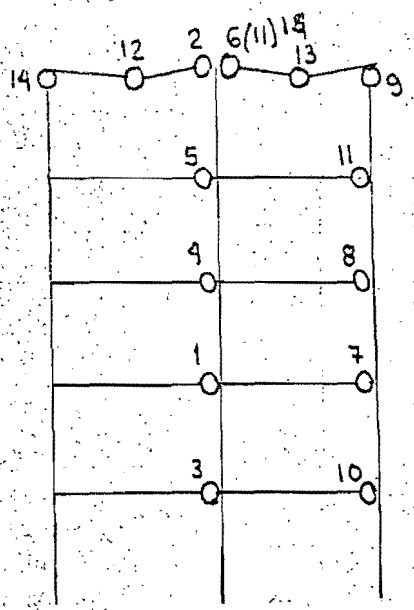


$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 2.0$

(c)



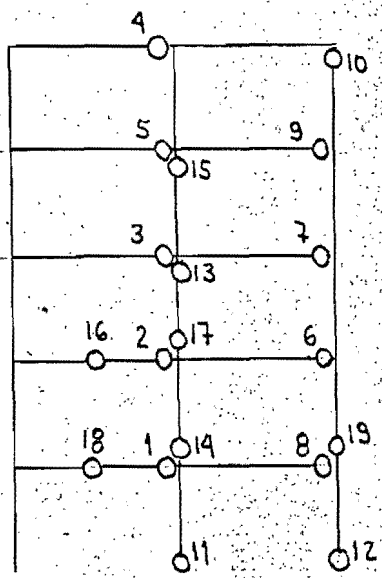
E-P



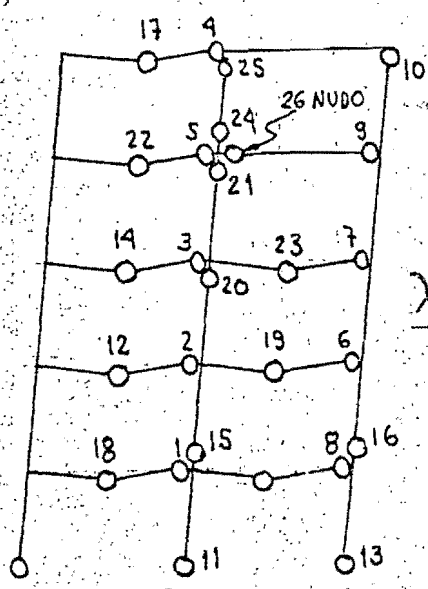
R-P

$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 1.0$

(d)



E-P



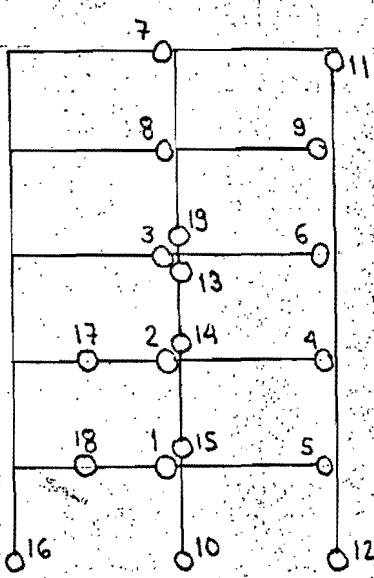
R-P

$\lambda_p = 2.06$

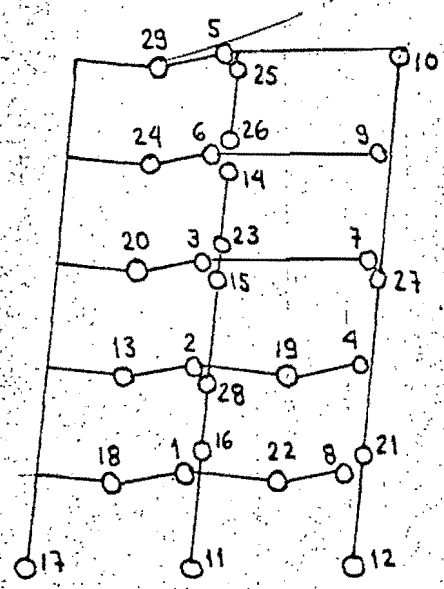
Fig 52. Marco de Vallance (parte 2 de 4)

$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 0.7$

(e)

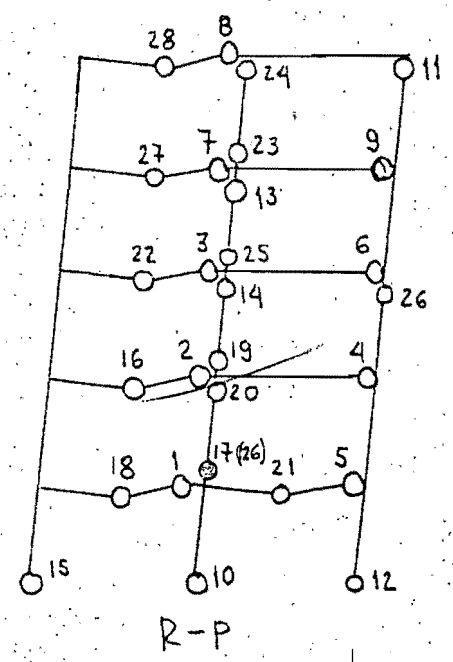
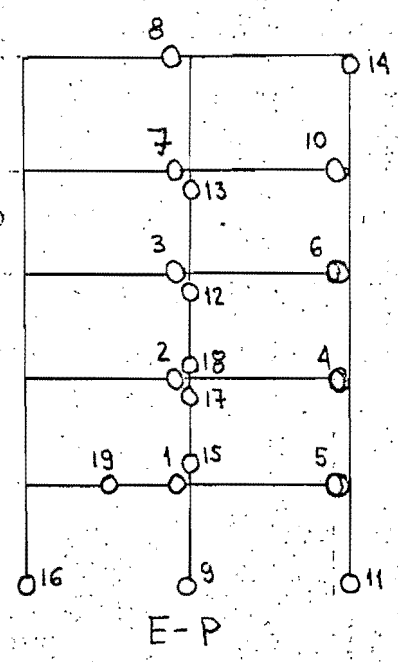


E-P



R-P

$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 0.5$
(f)



$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 0.4$
(g)

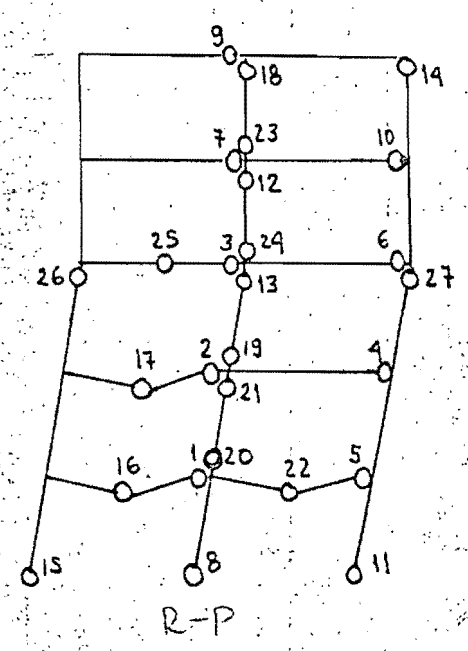
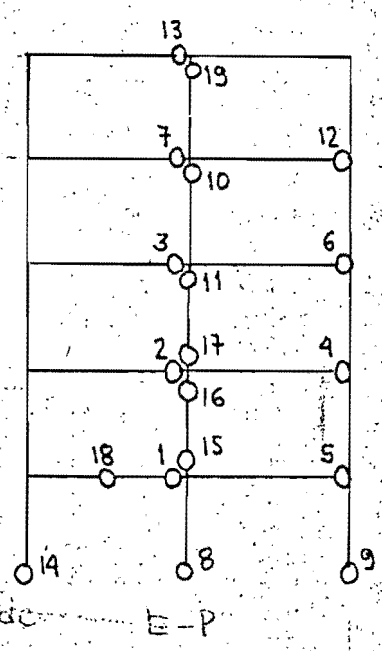
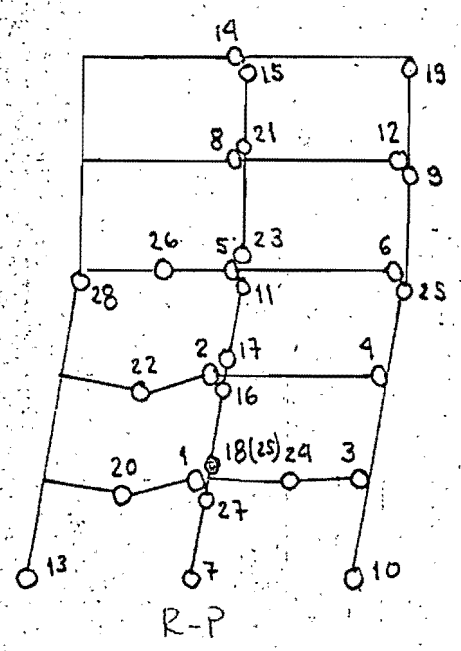
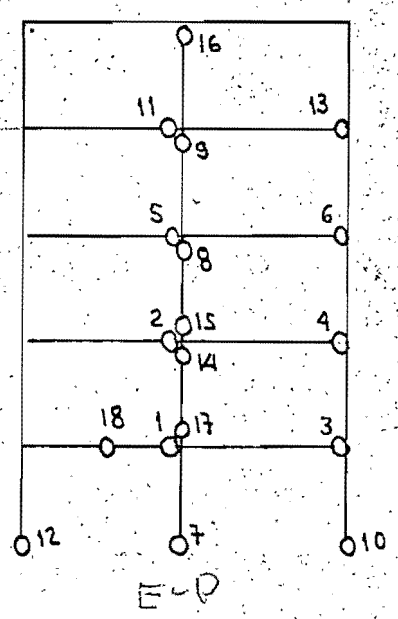


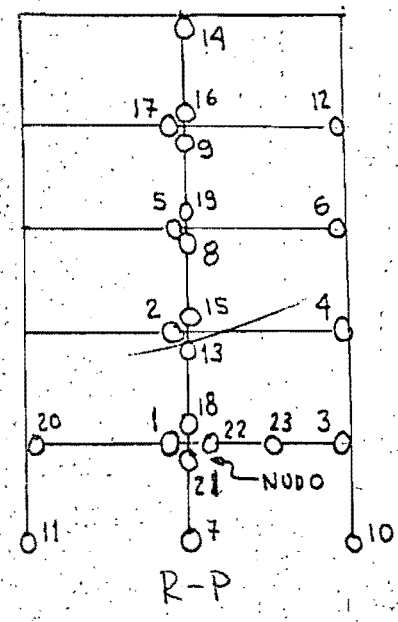
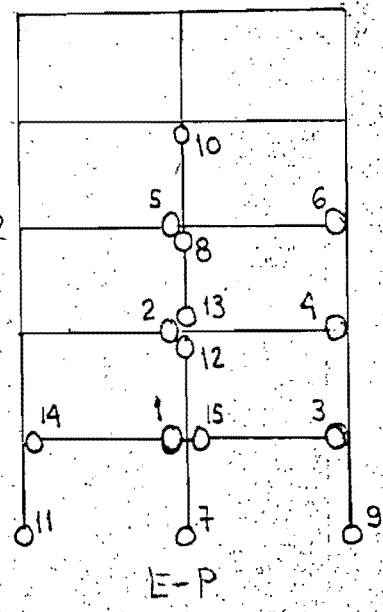
Fig 52. Marco de Vallance 1. (parte 3 de 4)

$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 0.3$
(h)



$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 0.2$

(i)



$\lambda_v = 0.0$

(j)

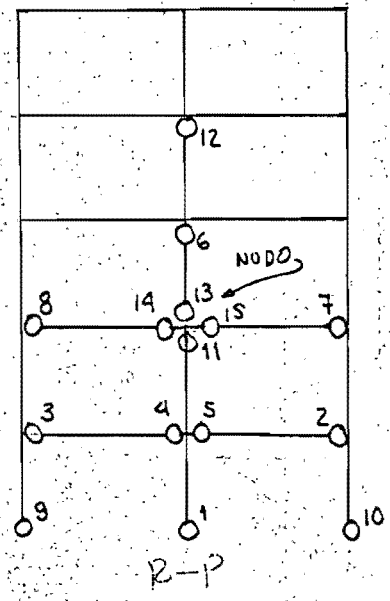
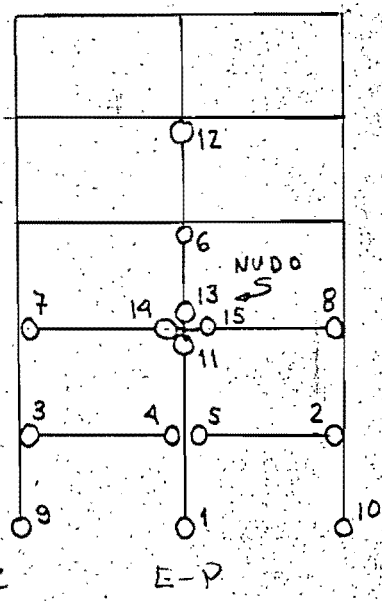
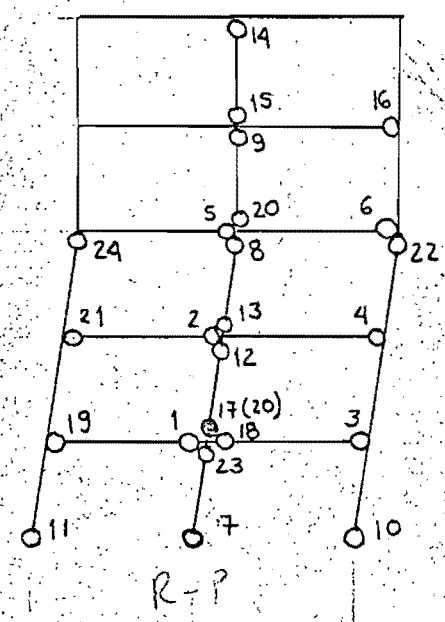
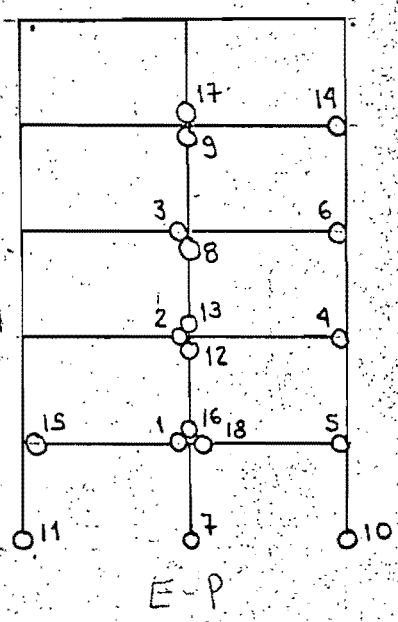


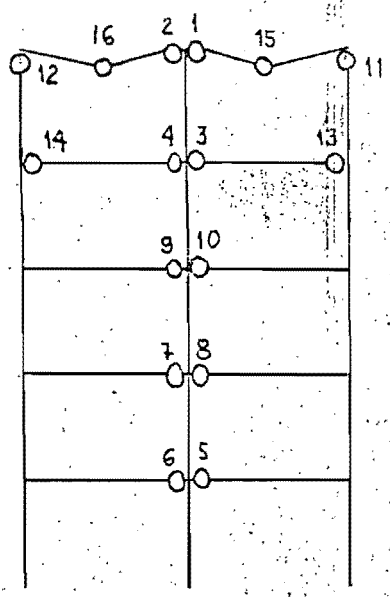
Fig 52. Marco de Vallance 1. (parte 4 de 4)

$\lambda_v = 1.0$

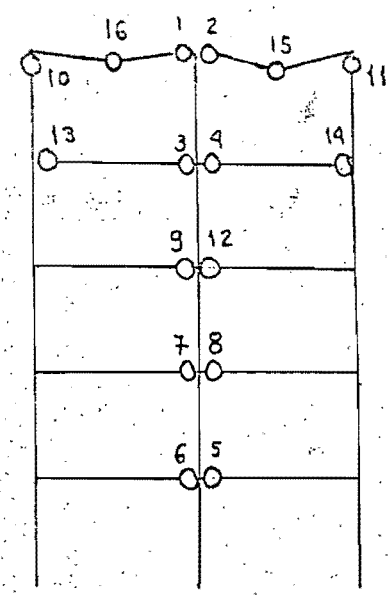
(k)



$\lambda_H = 0$
(a)

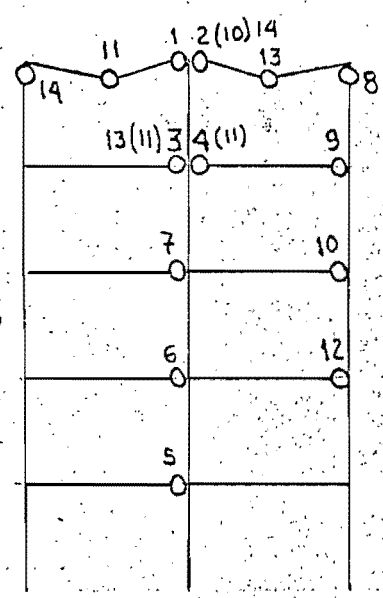


E-P

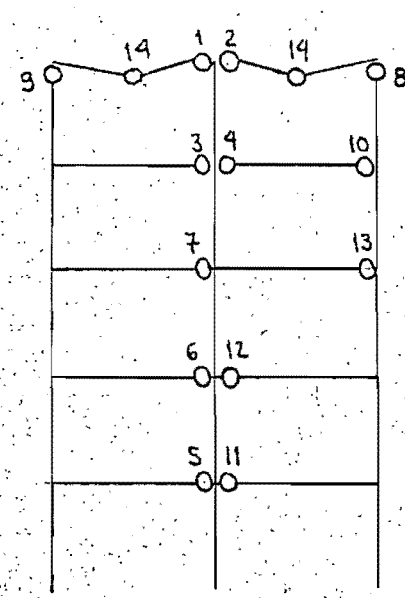


R-P

$\frac{\lambda_V}{\lambda_H} = 10.0$
(b)



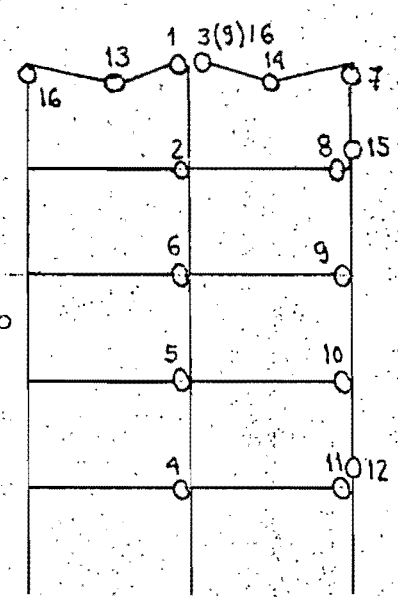
E-P



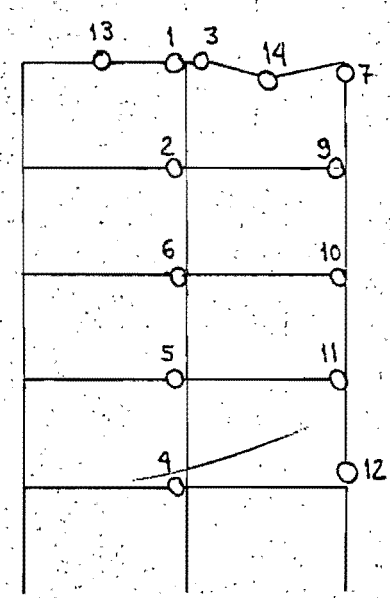
R-P

Fig. 53. Marco de Vallance 2.
Configuración de Articulaciones Plásticas a la Inestabilidad. (parte 1 de 4)

$\frac{\lambda_V}{\lambda_H} = 4.0$
(c)

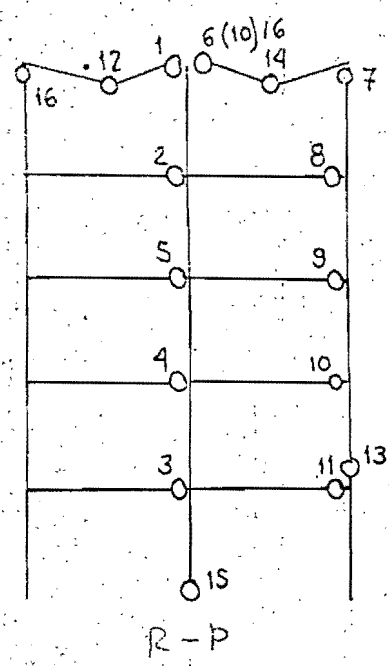
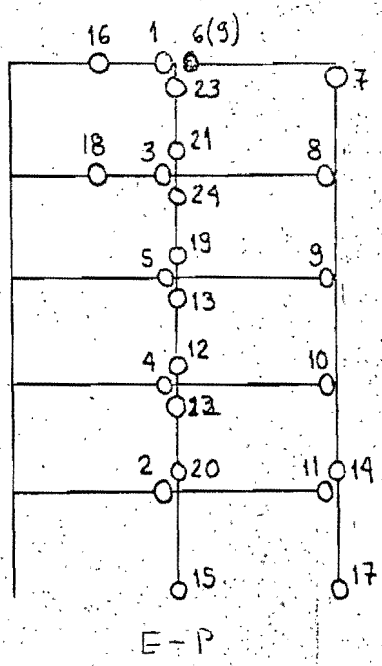


E-P



R-P

$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 2.0$
(ch)



$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 1.0$
(d)

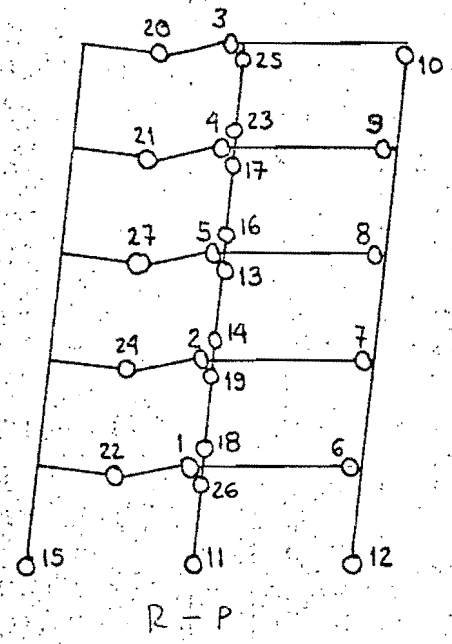
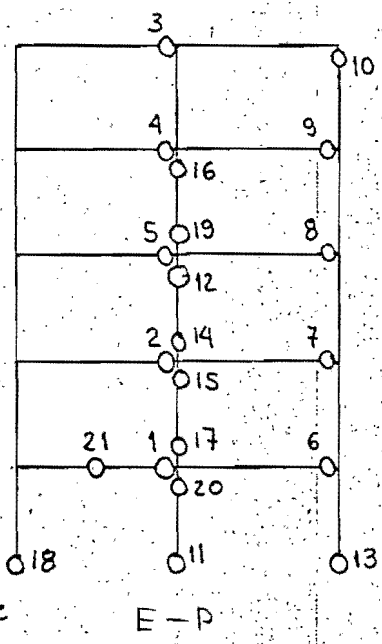
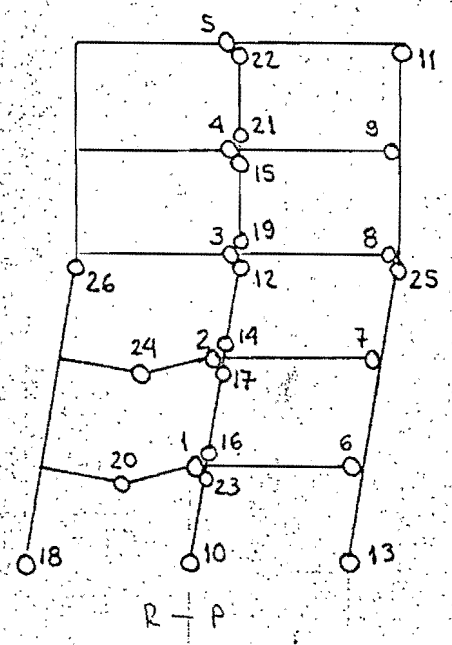
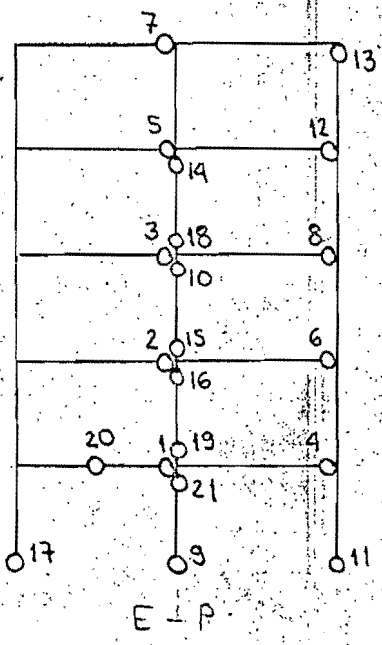


Fig. 53. Marco de Vallance 2 (parte 2 de 4)

$\frac{\lambda_v}{\lambda_H} = 0.7$
(e)



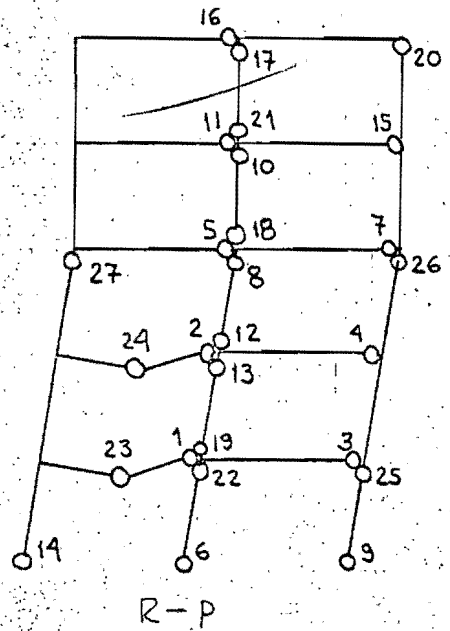
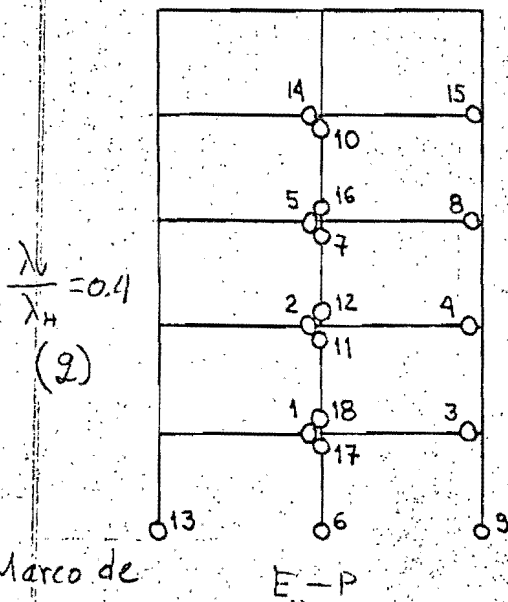
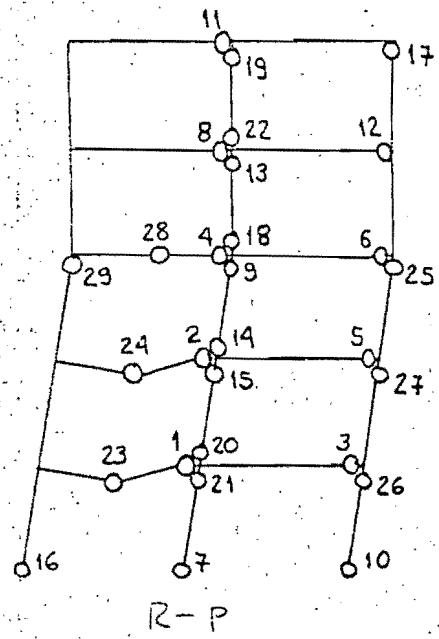
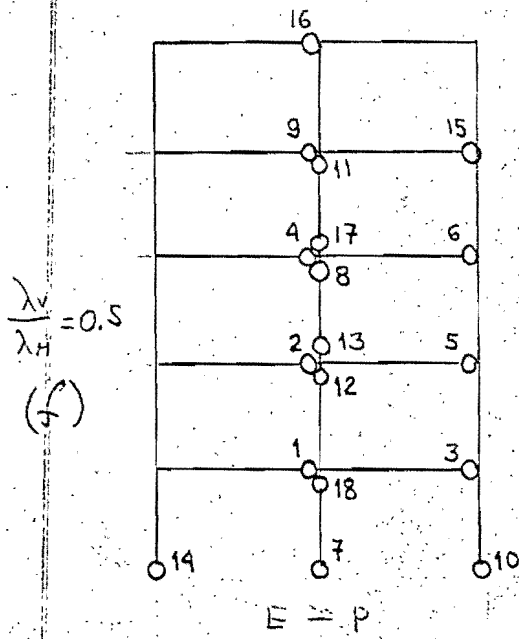
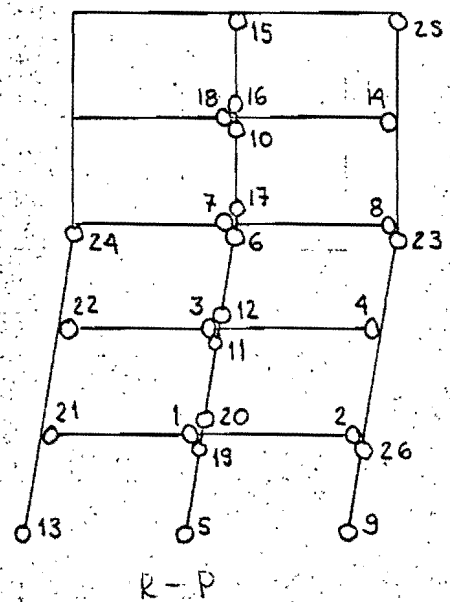
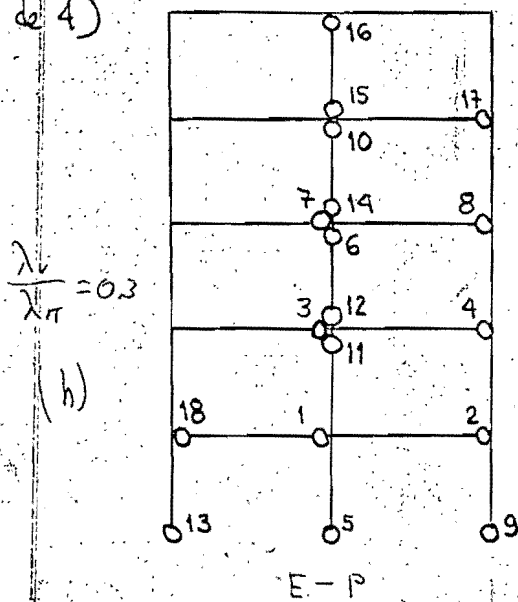


Fig 53. Marco de Vallance 2.
(parte 3 de 4)



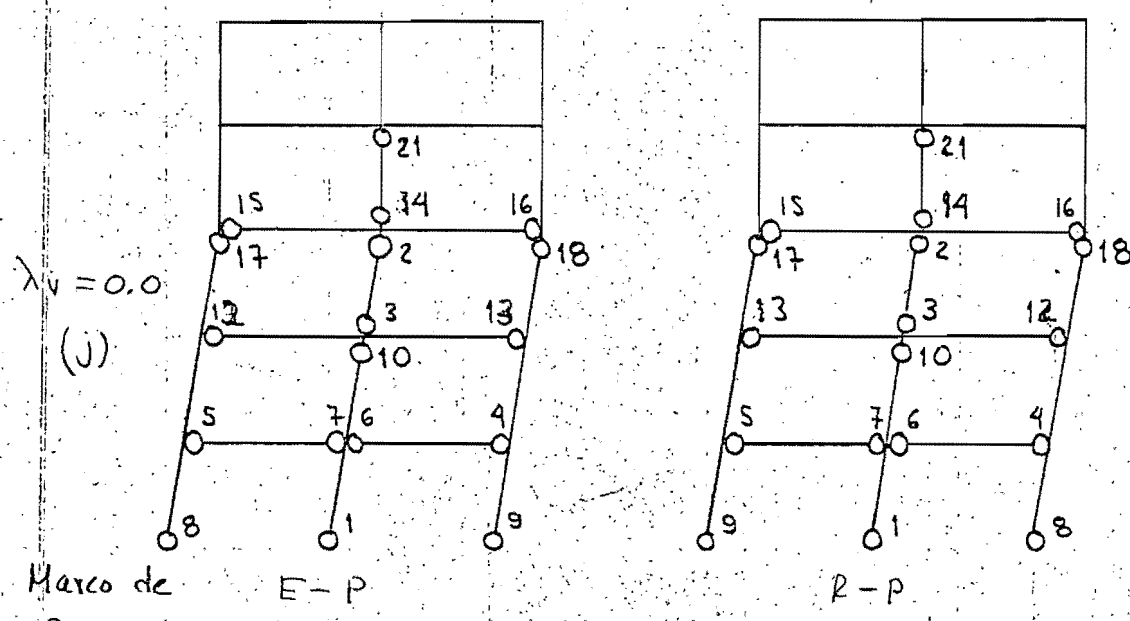
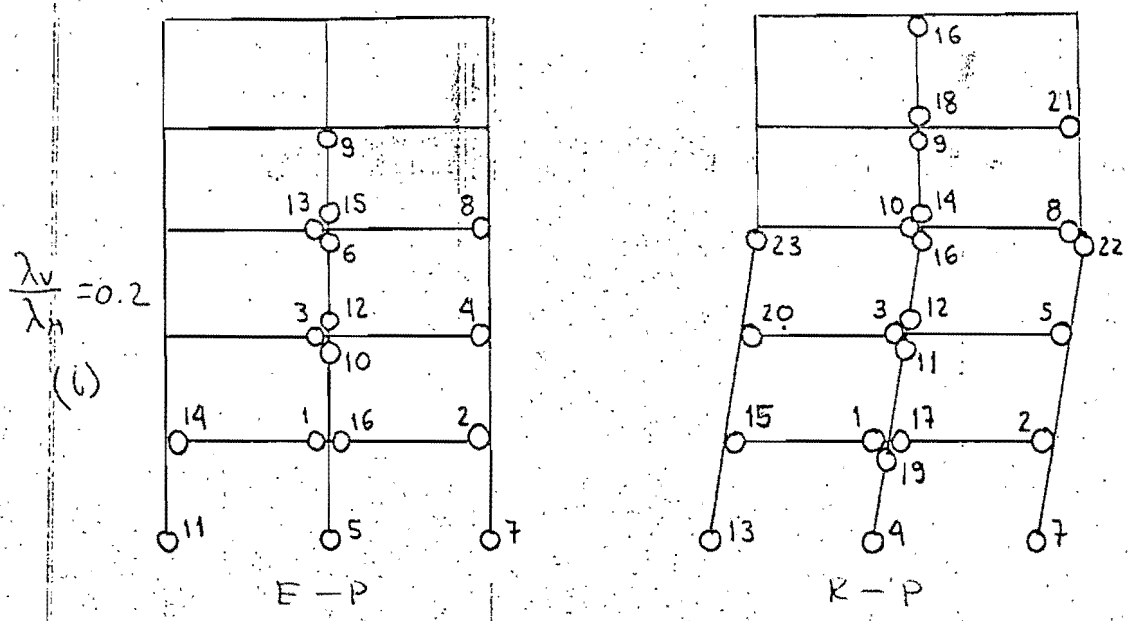
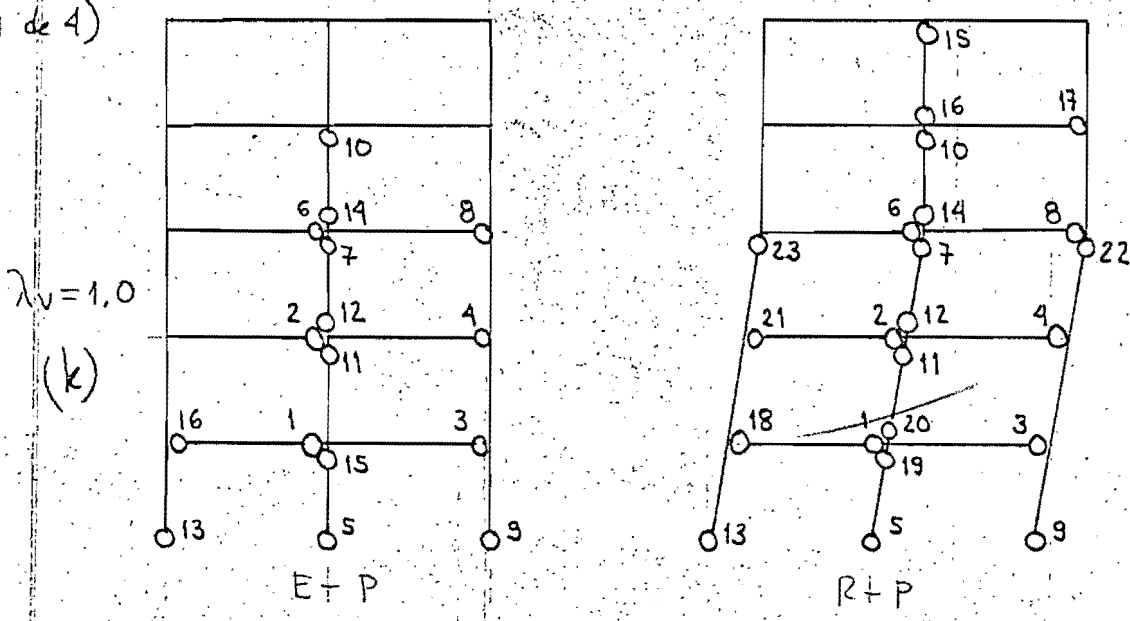


Fig. 53. Marco de Vallance 2.
(parte 4 de 4)



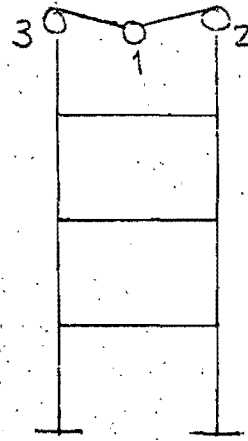
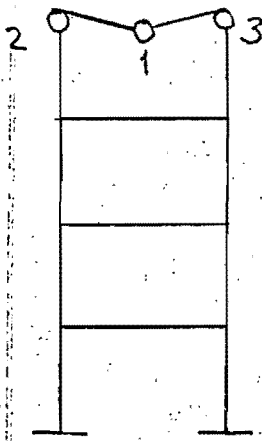
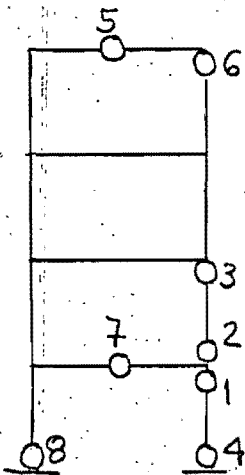


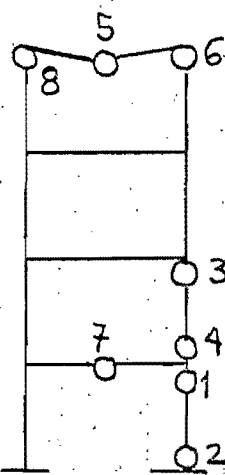
Fig. 5A Marco de Hegman.
Configuración de Articulaciones Plásticas a la Inestabilidad (parte 1 de 5)

a) $\lambda_H = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} E-P \\ R-P \\ M-E-P \\ M-R-P \end{array} \right.$

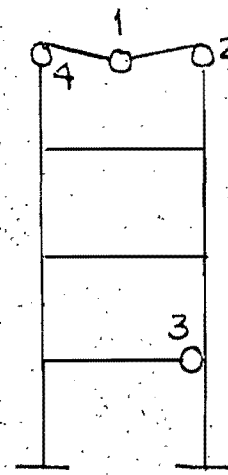
b) $\lambda_V / \lambda_H = 10,4$ $\left\{ \begin{array}{l} E-P \\ R-P \\ M-E-P \\ M-R-P \end{array} \right.$



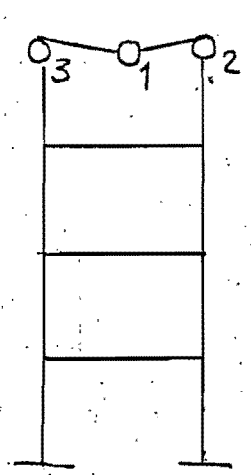
E-P



R-P

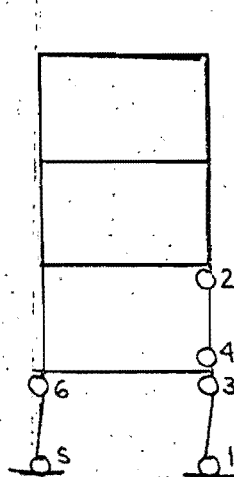


M-E-P

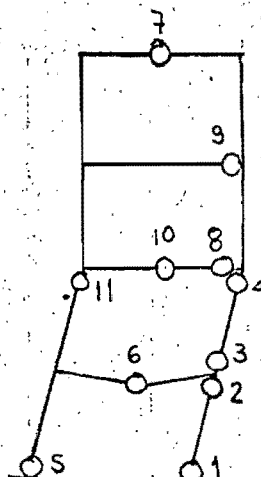


M-R-P

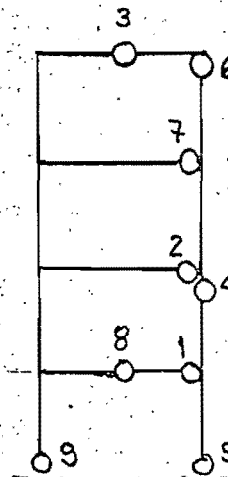
c) $\lambda_V / \lambda_H = 2,0$



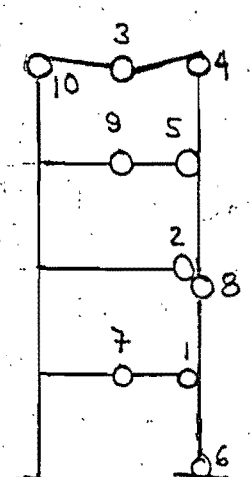
E-P



R-P



M-E-P



M-R-P

d) $\lambda_V / \lambda_H = 1,3$

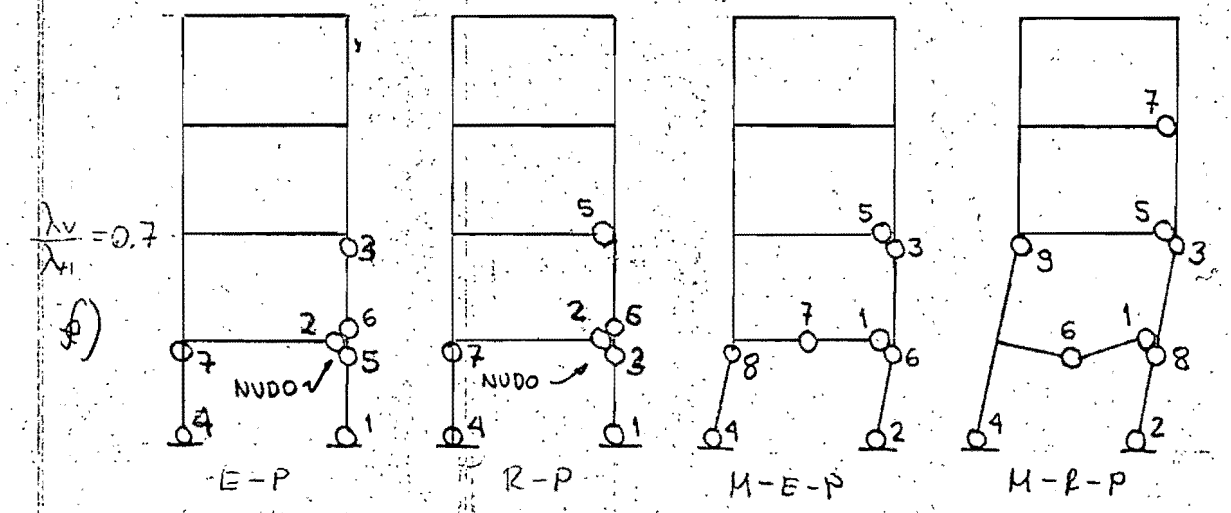
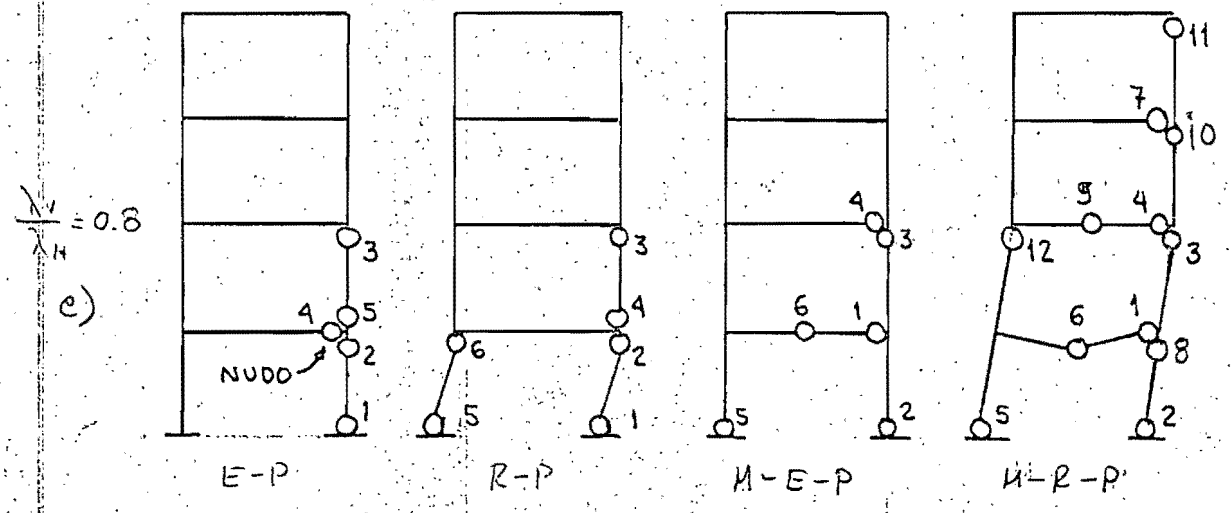
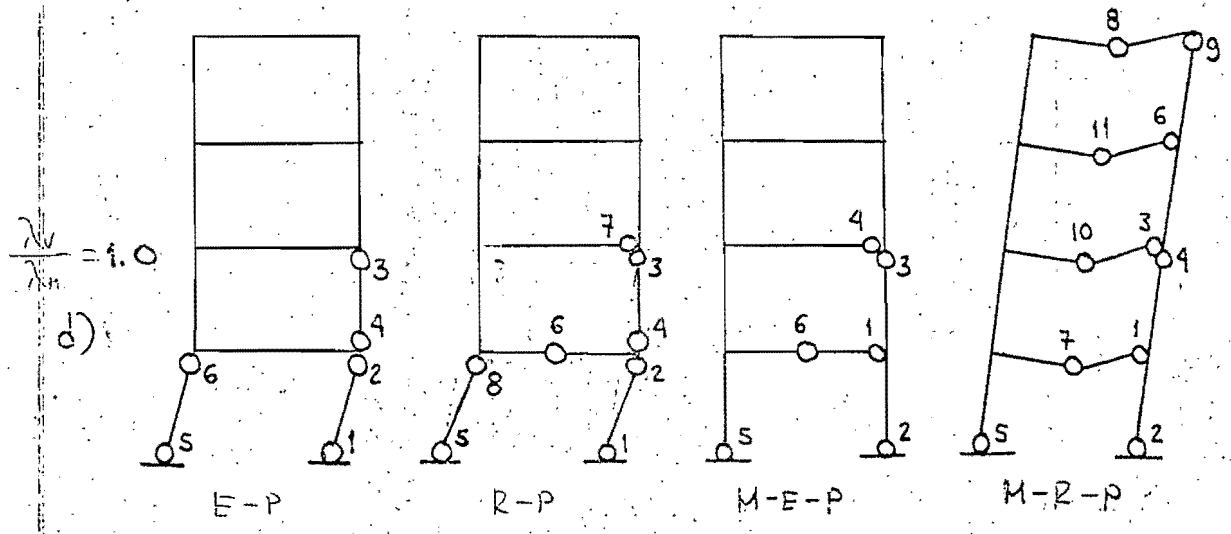


Fig. 54 Marco de Heyman. (parte 2 de 5)

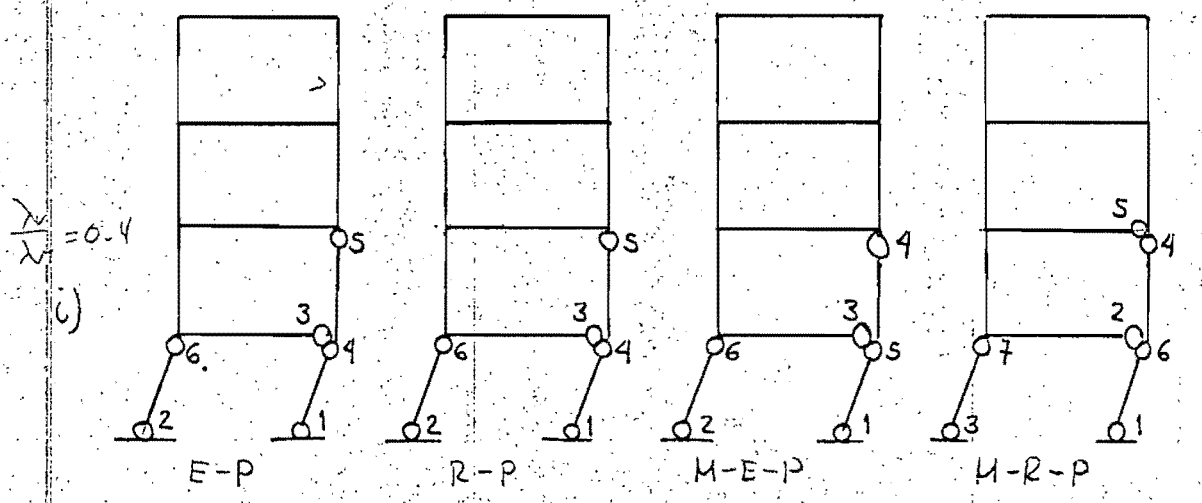
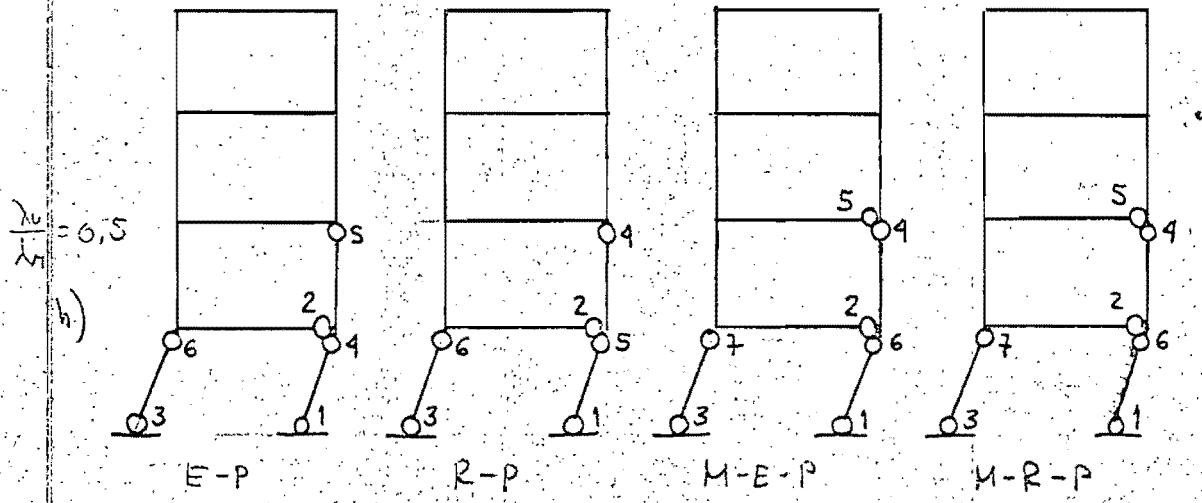
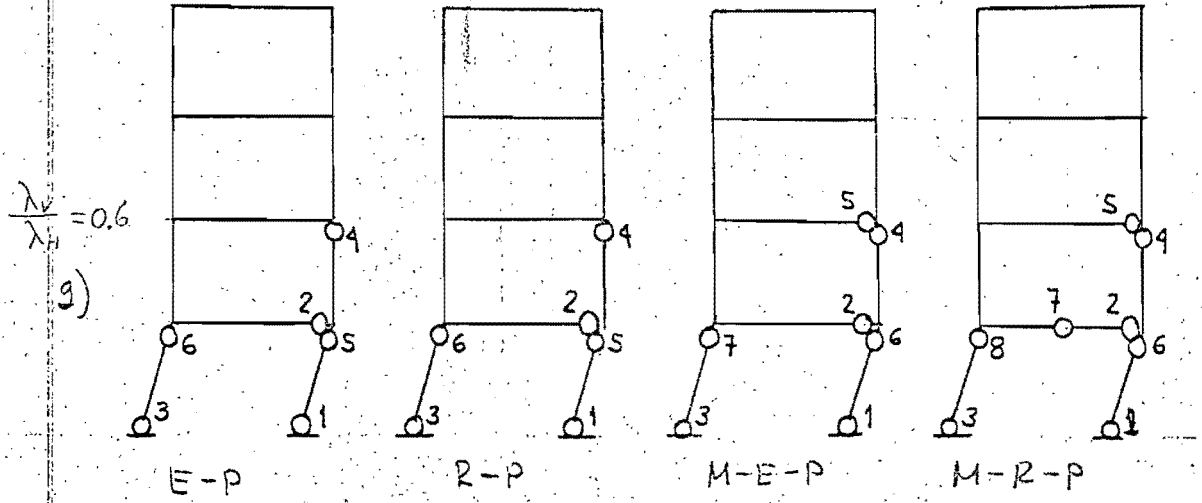


Fig. 54. Marco de Heyman. (parte 3 de 5)

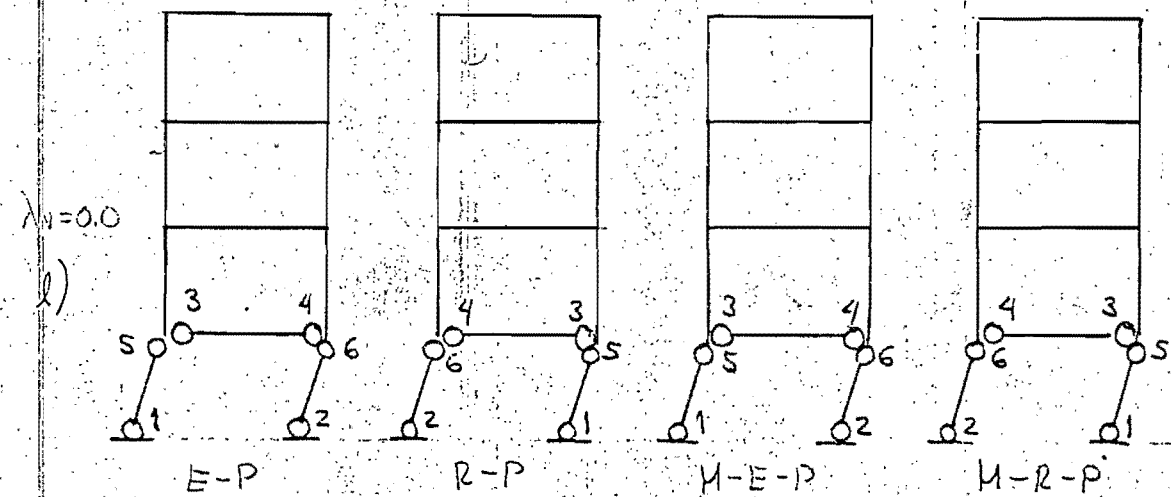
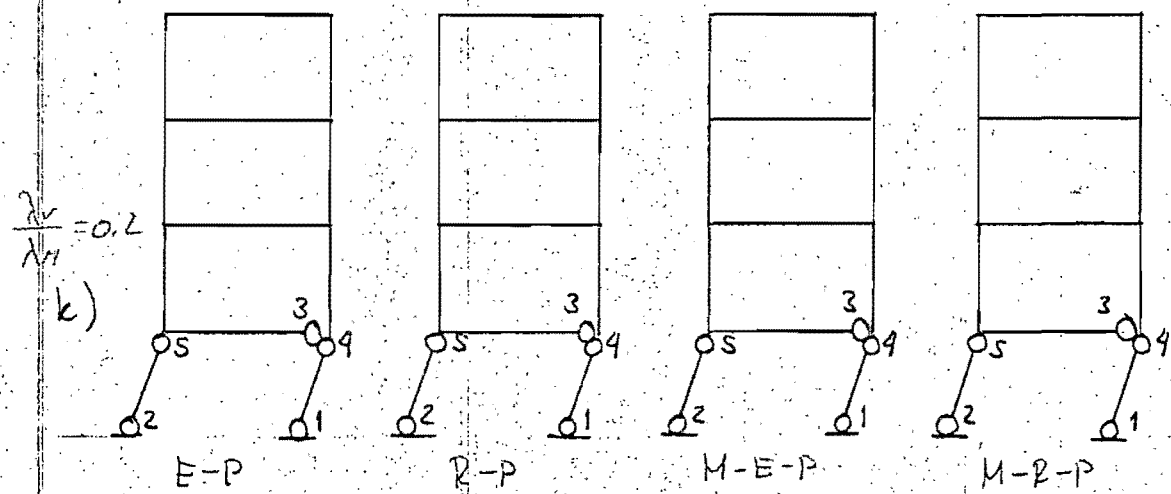
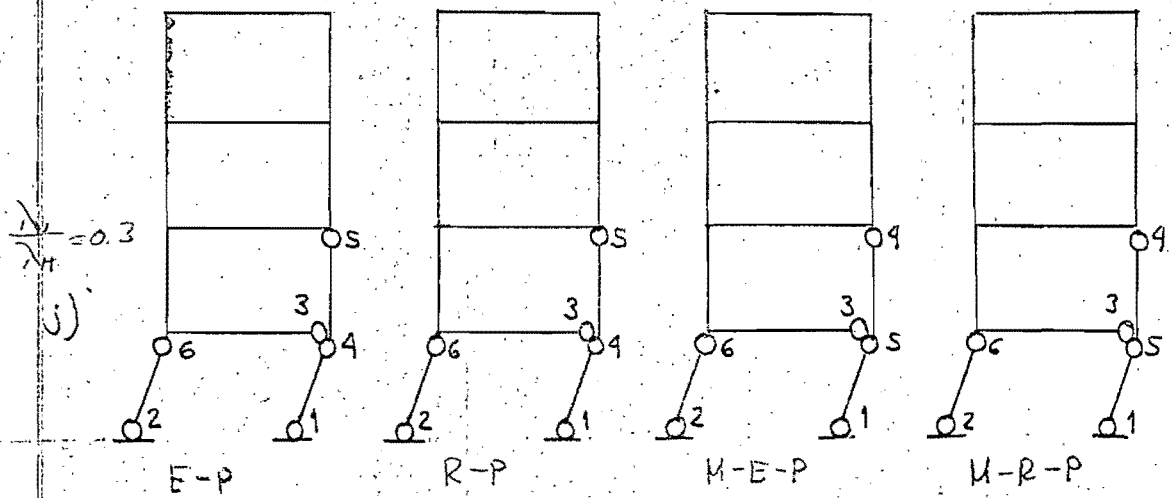
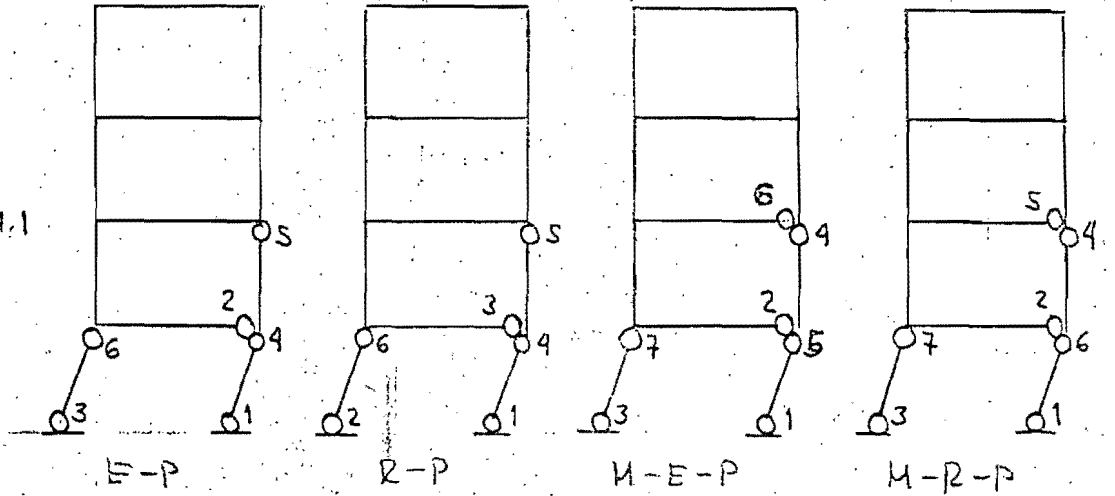


Fig. 54. Marco de Heyman. (parte 4 de 5)

$\lambda_v = 1.1$

l)



$\lambda_v = 1.0$

m)

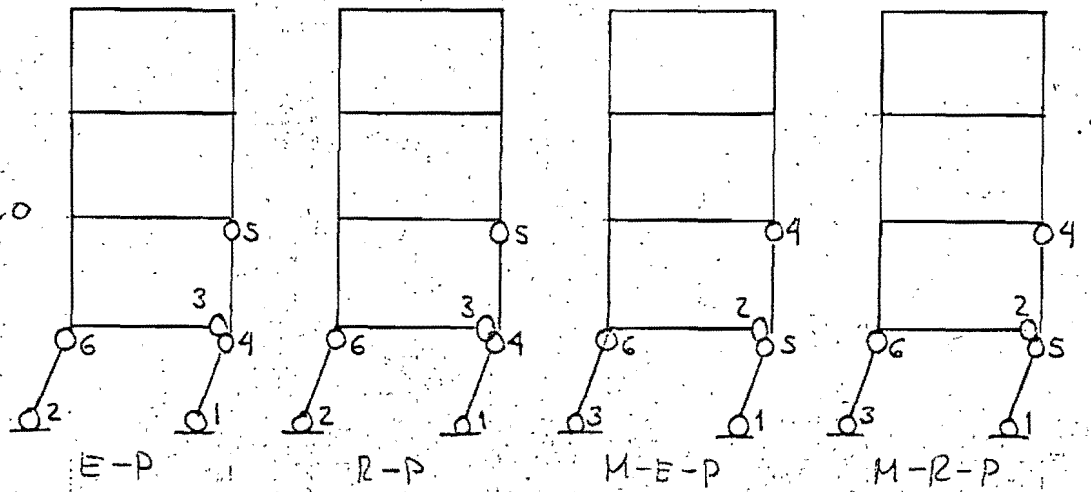


Fig. 59. Marco de Heyman. (parte 5 de 5)

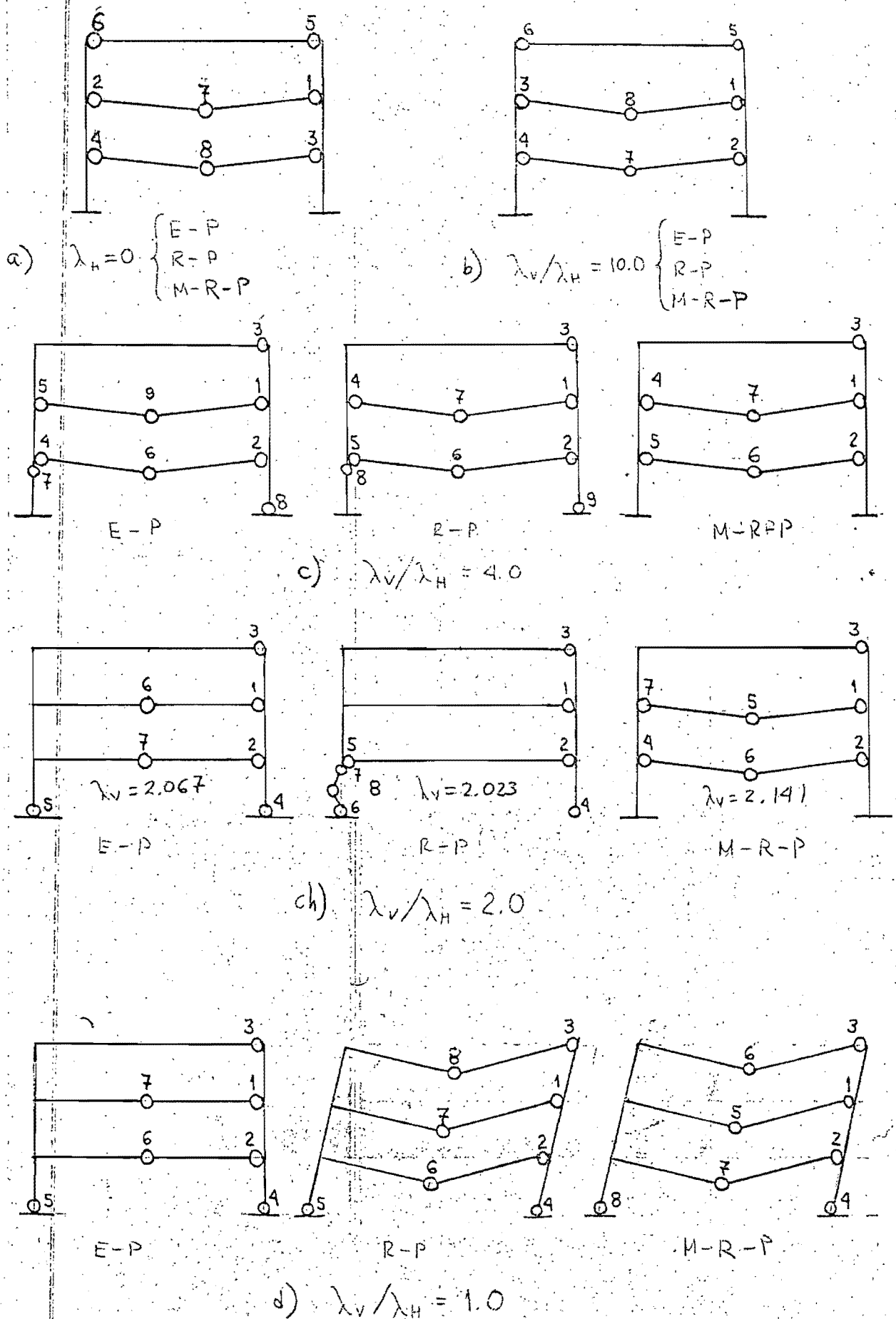
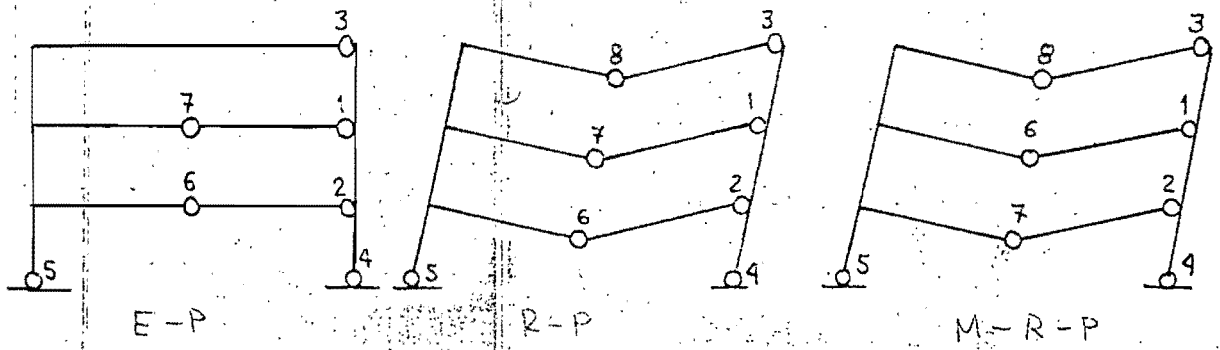
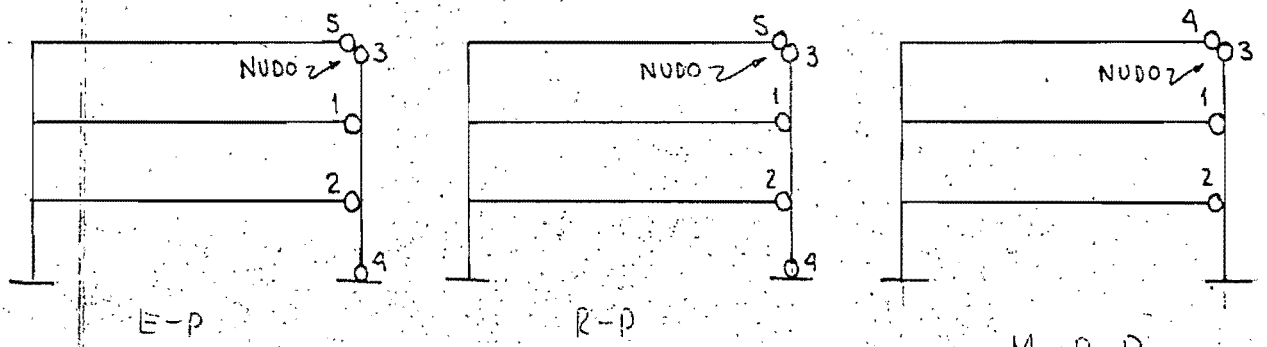


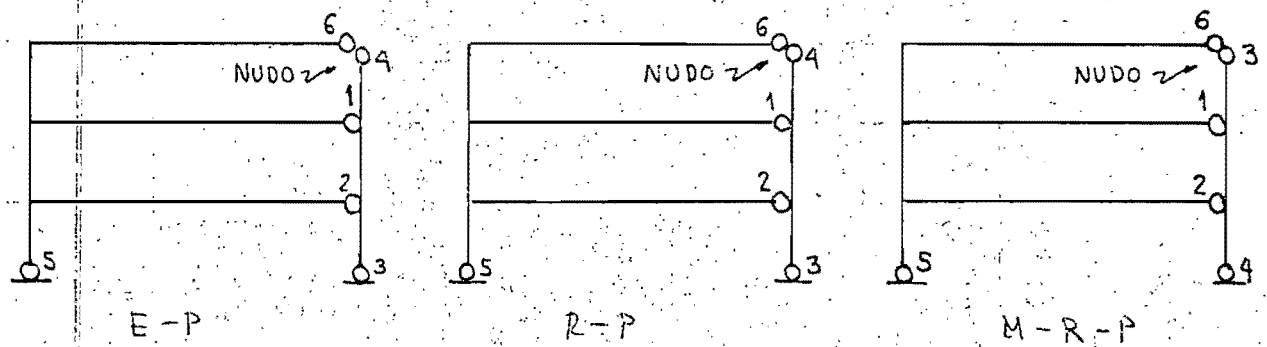
Fig. 55. Marco de De Buen. Configuración de Articulaciones plasticas a la Inestabilidad. (parte 1 de 3)



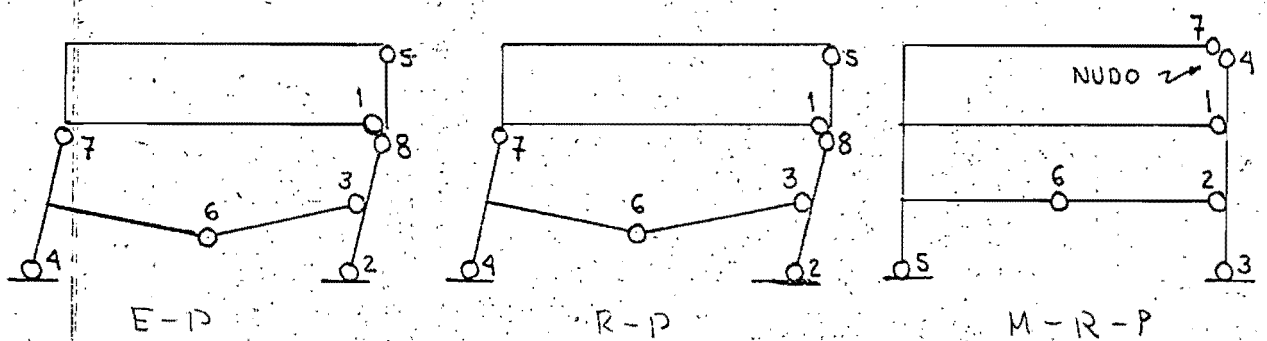
e) $\lambda_v/\lambda_H = 0.78$



f) $\lambda_v/\lambda_H = 0.70$

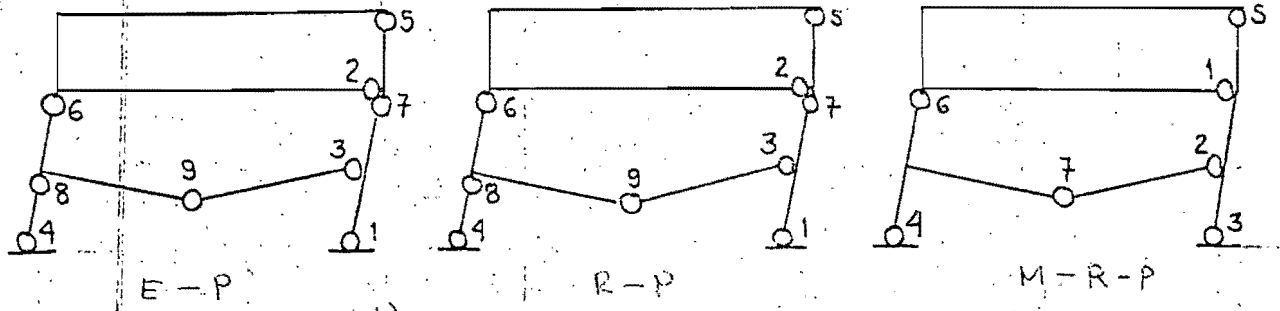


g) $\lambda_v/\lambda_H = 0.40$

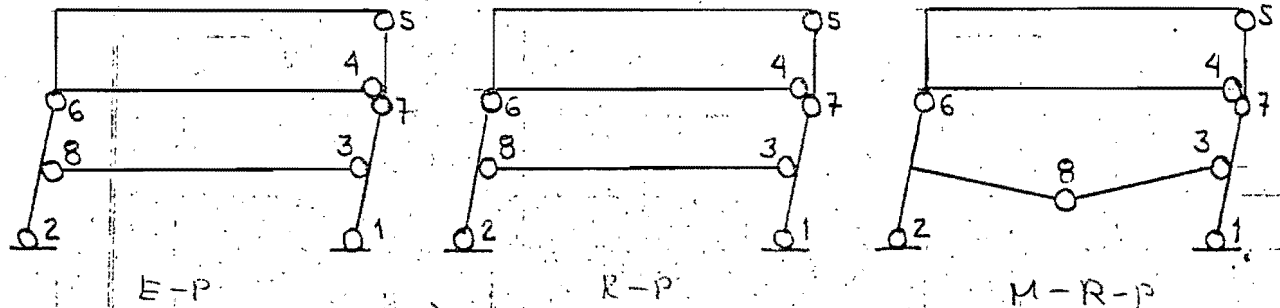


h) $\lambda_v/\lambda_H = 0.30$

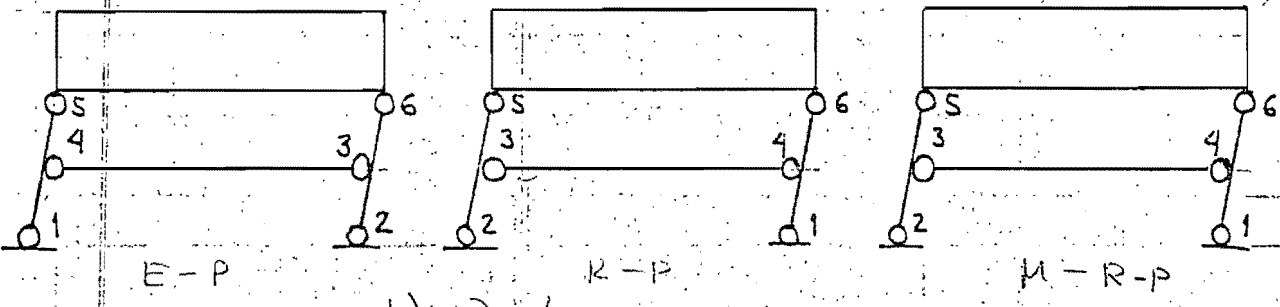
Fig. 55. Marco de De Buen. (parte 2 de 3)



i) $\lambda_v/\lambda_H = 0.20$



j) $\lambda_v/\lambda_H = 0.10$



k) $\lambda_v/\lambda_H = 0.0$



{ E-P
R-P

l) $\lambda_v = 1.0$

{ E-P
R-P

ll) $\lambda_v = 1.1$

Fig. 5.5. Marco de De Buen, (Parte 3 de 3)

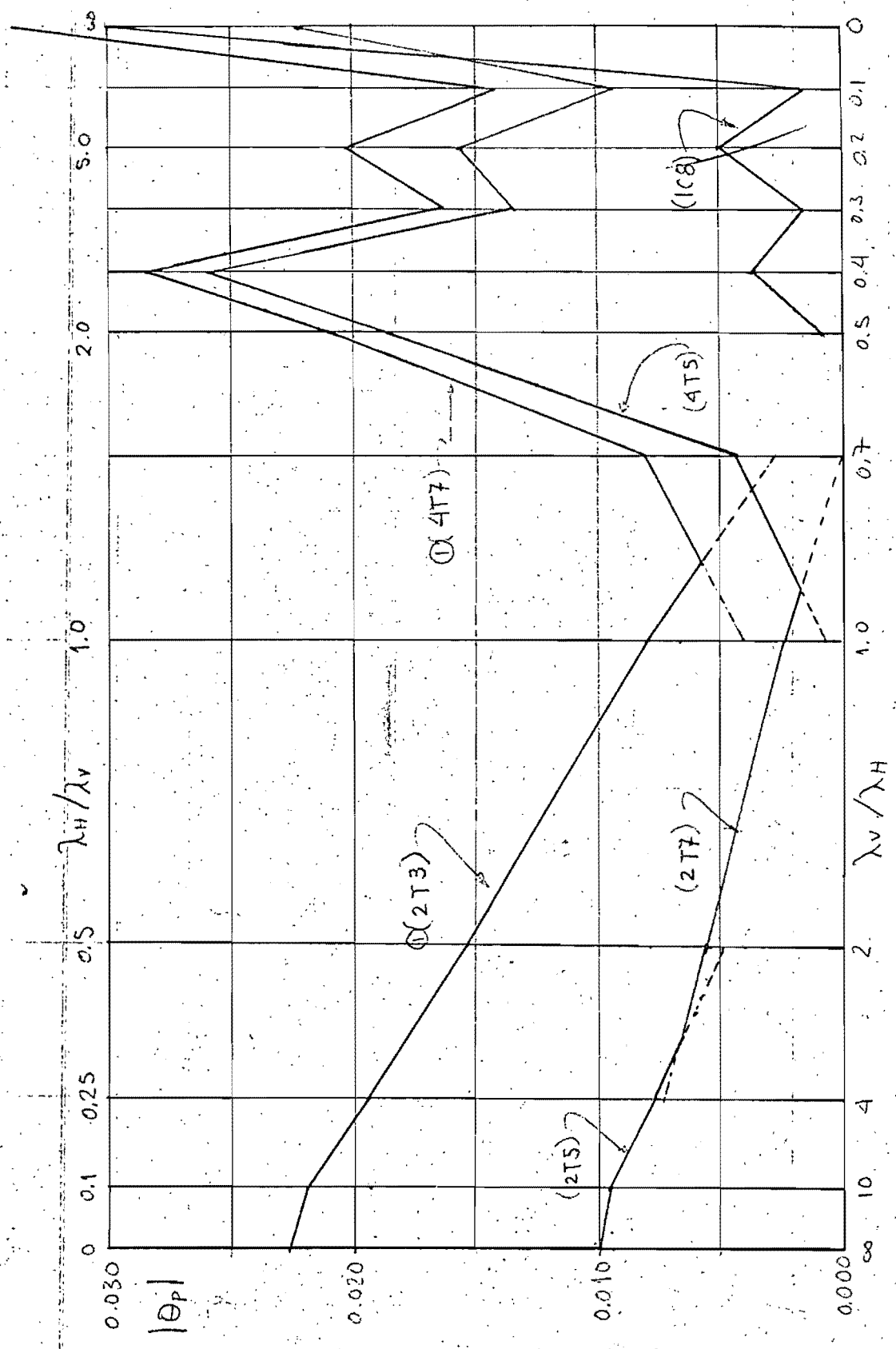


Fig. 56. Marco de Wood. Rotaciones plasticas máximas a la inestabilidad. E-P.

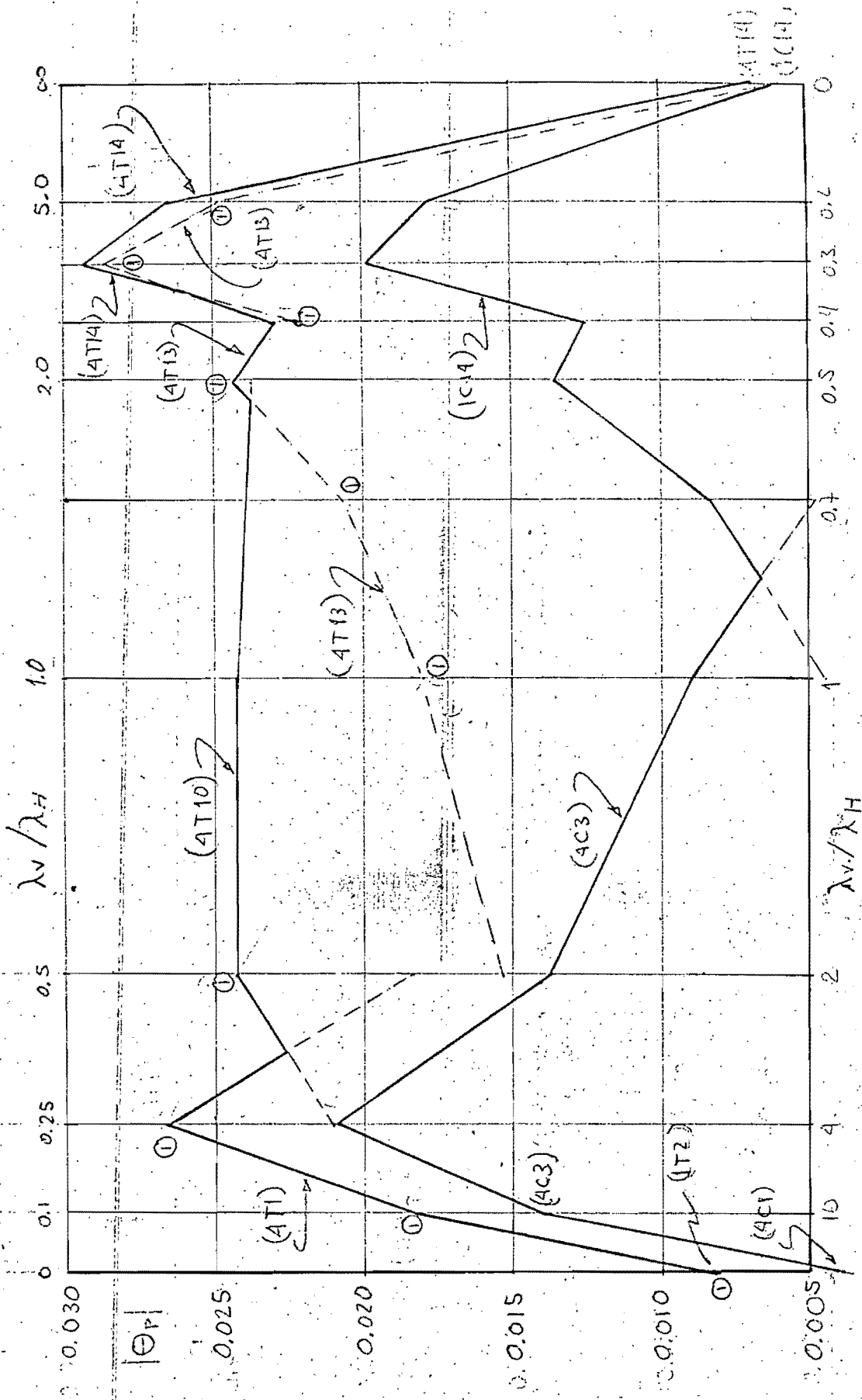


Fig. 57 Marco Vallance 1. Rotaciones plásticas máximas a la Inestabilidad E-P.

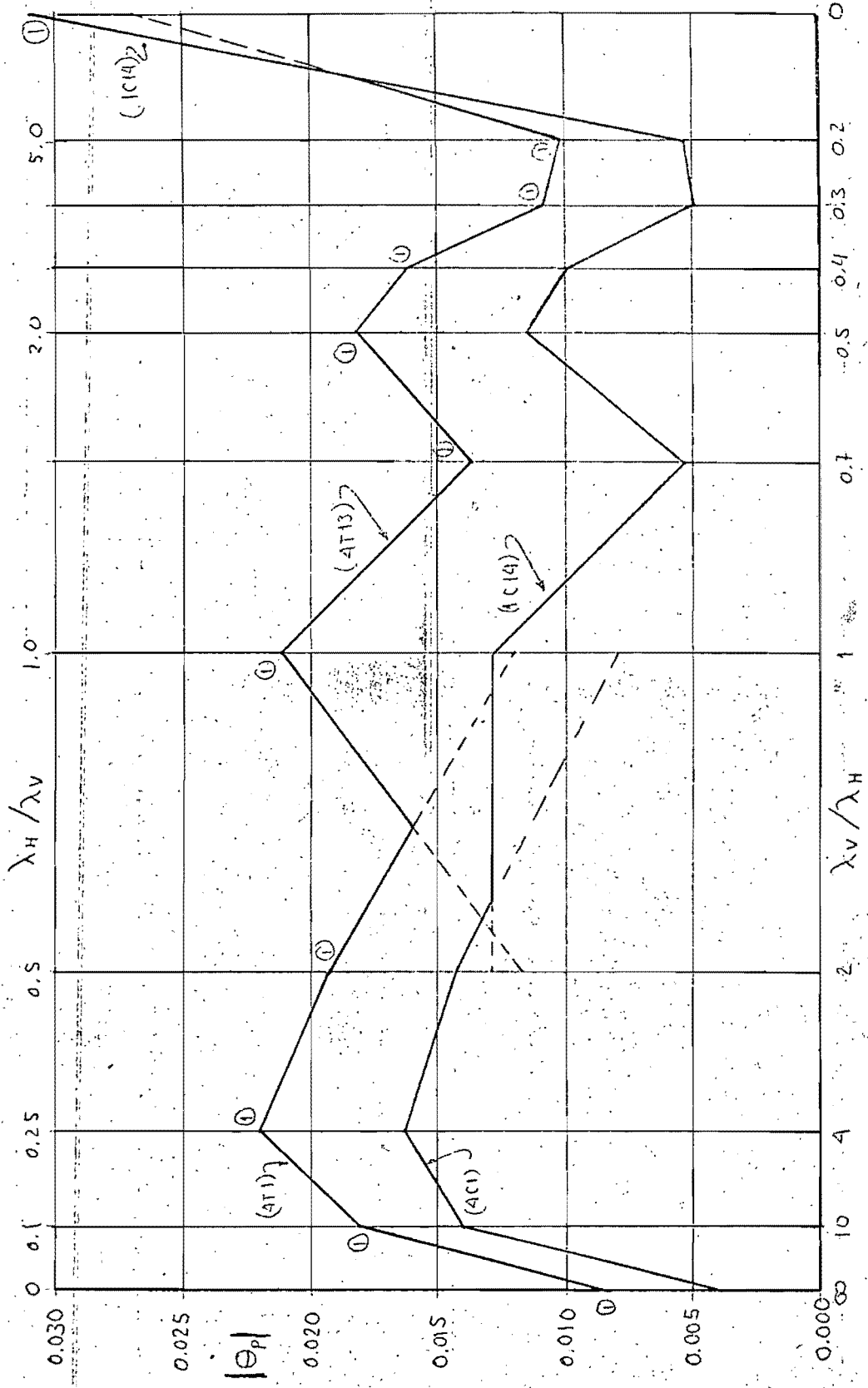


Fig. 58. Marco Vallance 2. Rotaciones plásticas máximas a la Inestabilidad E-P

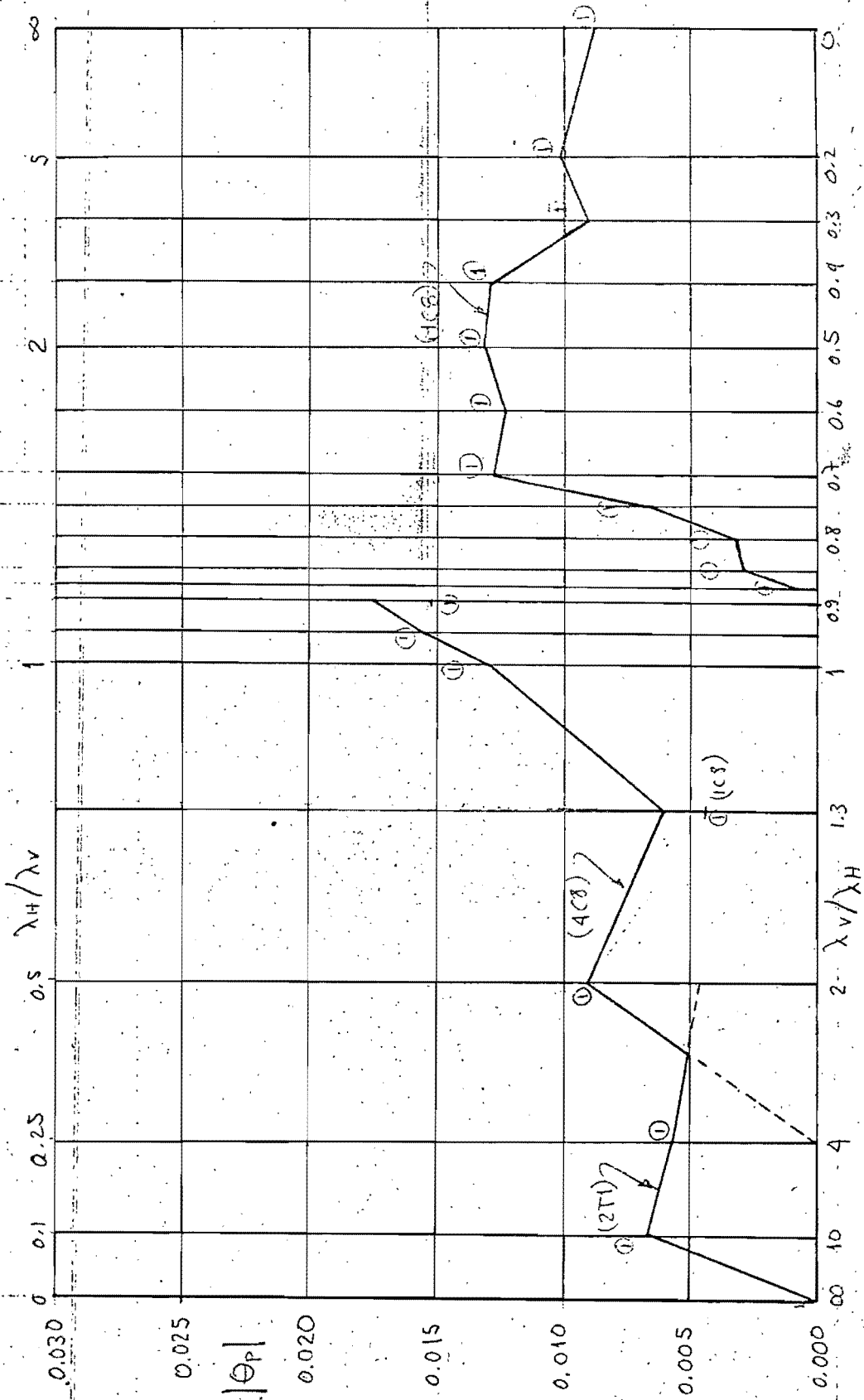


Fig. 59. Marco de Heyman. Rotaciones plasticas máximas a la Inestabilidad E-P

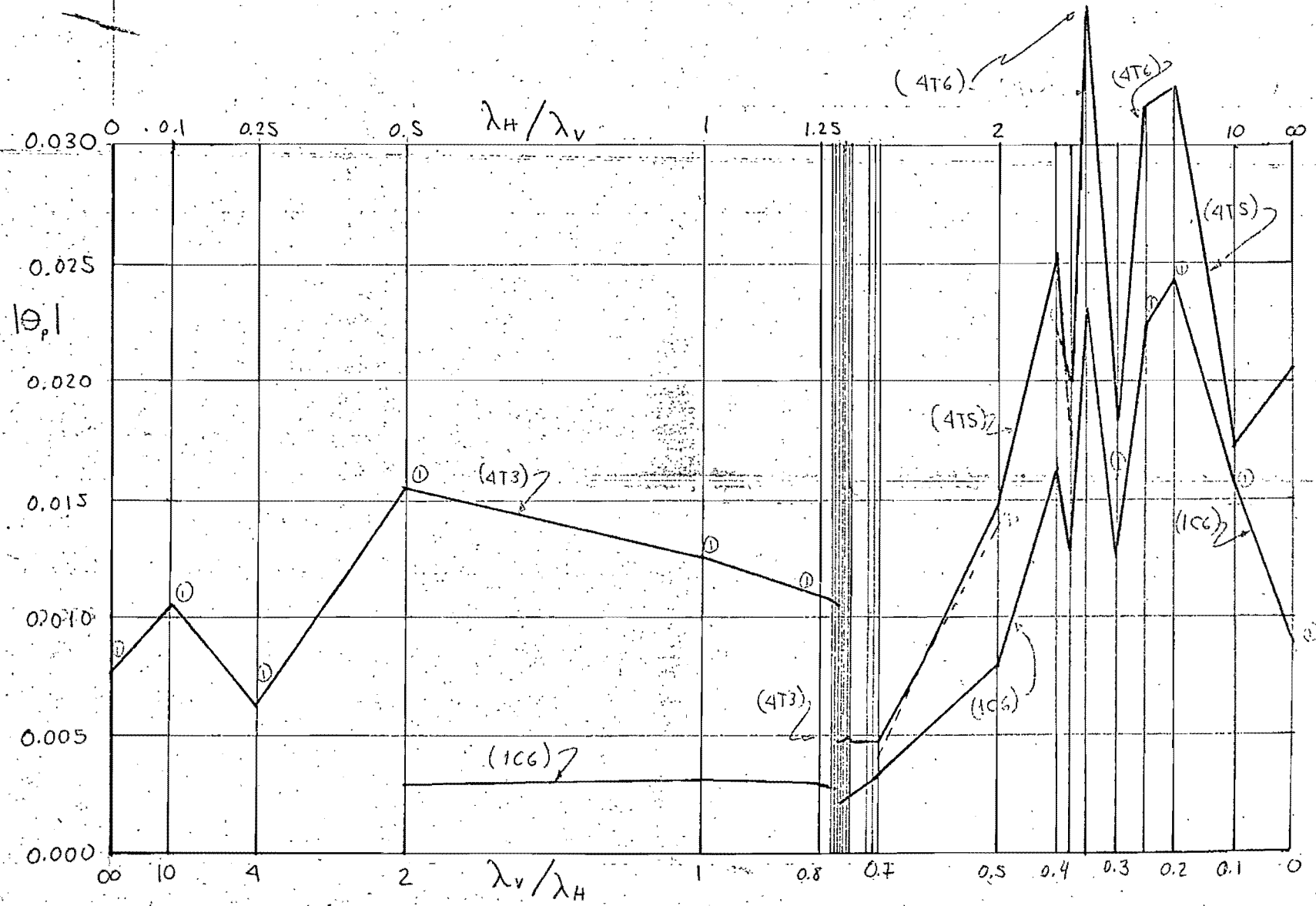


Fig 60 Marco de De Buen. Rotaciones plásticas máximas a la Inestabilidad E-P

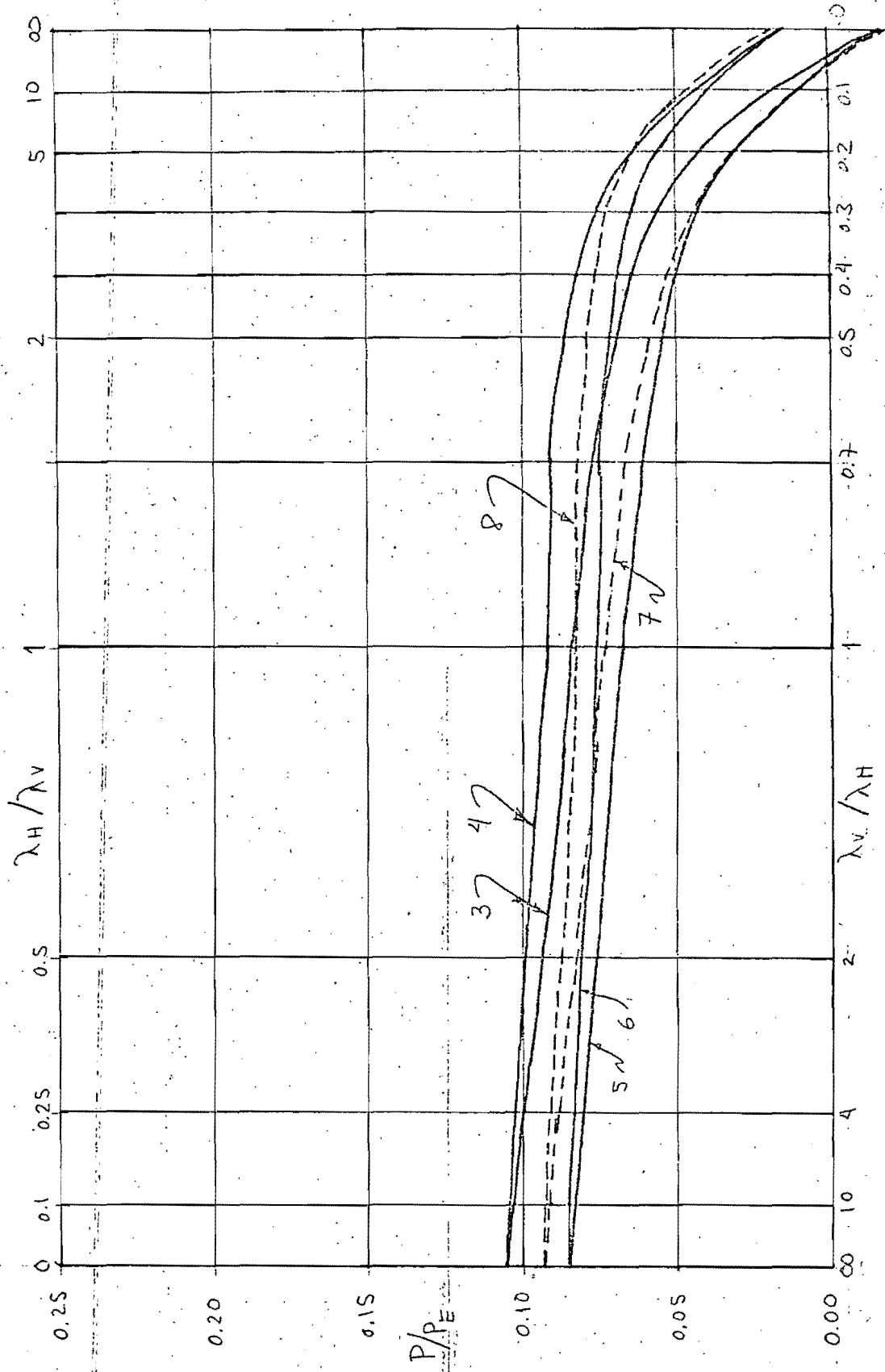


Fig. 61. Marco de Wood. Valores de P/P_E a la Inestabilidad E-P

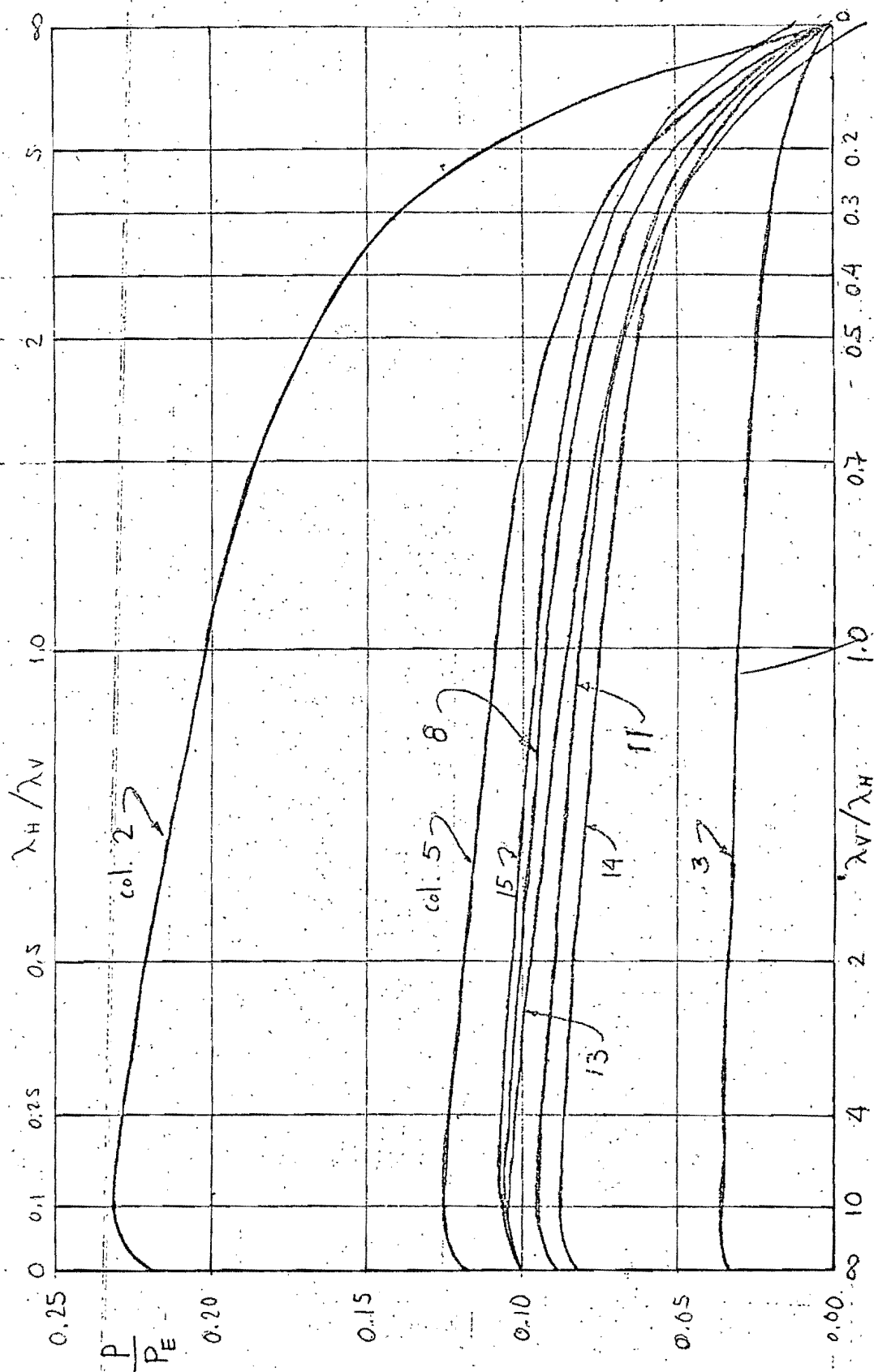


Fig. 62. Marco Vallance. I., Valores de P/P_E a la Inestabilidad E-P

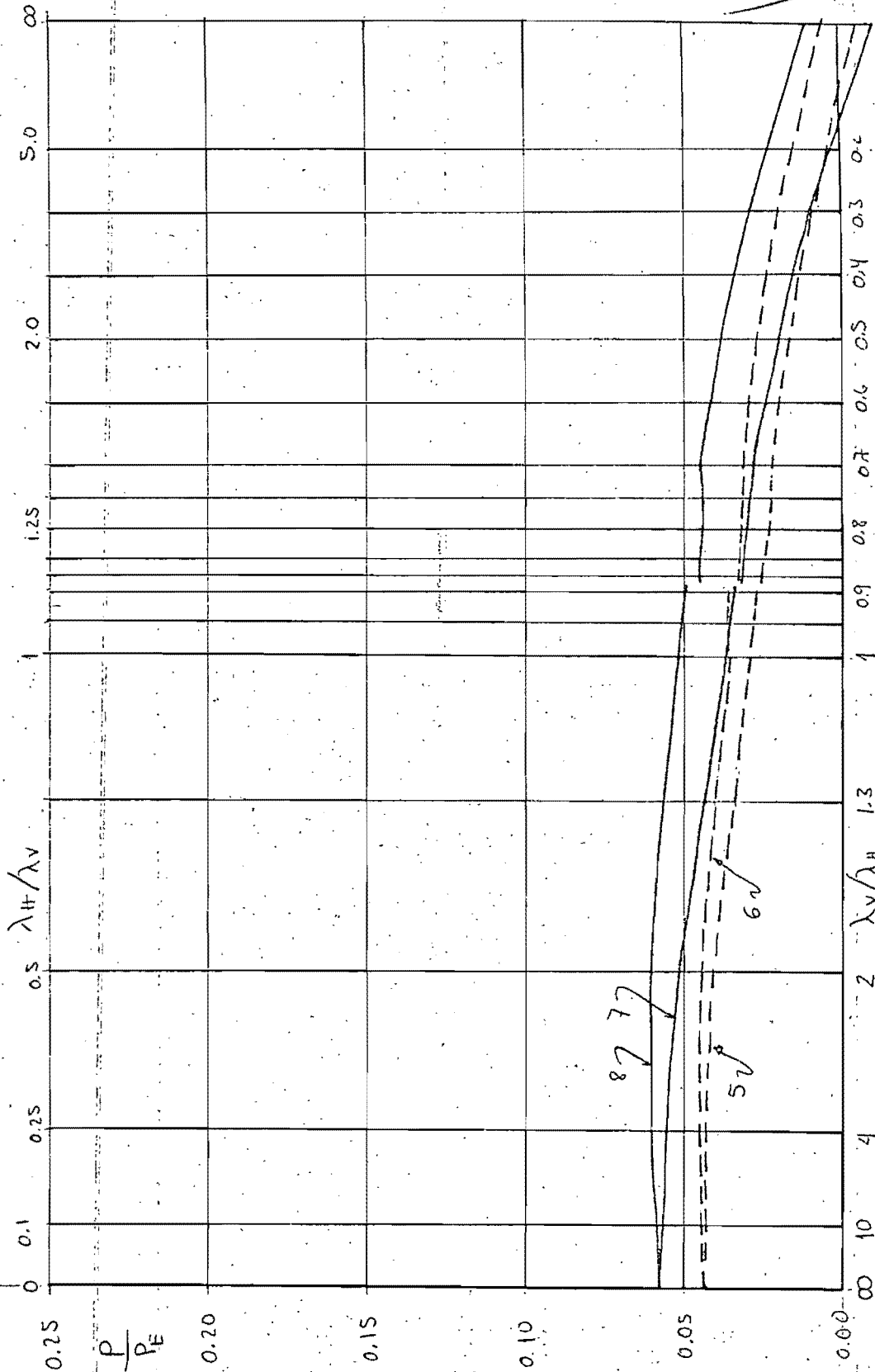


Fig. 64. Marco de Heyman. Valores de P/P_E a la Inestabilidad $E=P$

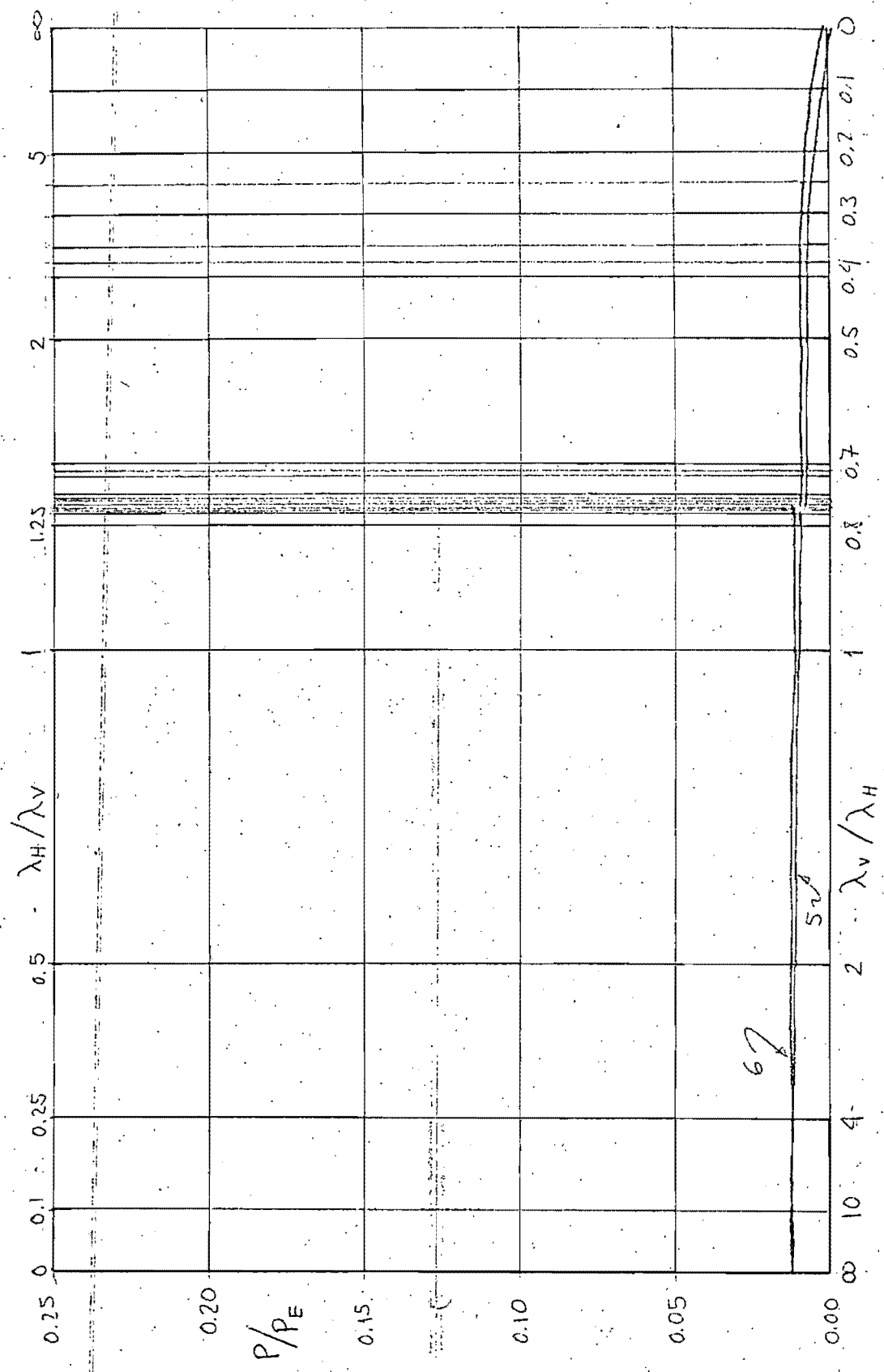


Fig. 65. Marco de De Buen. Valores de P/P_E a la Inestabilidad E-P

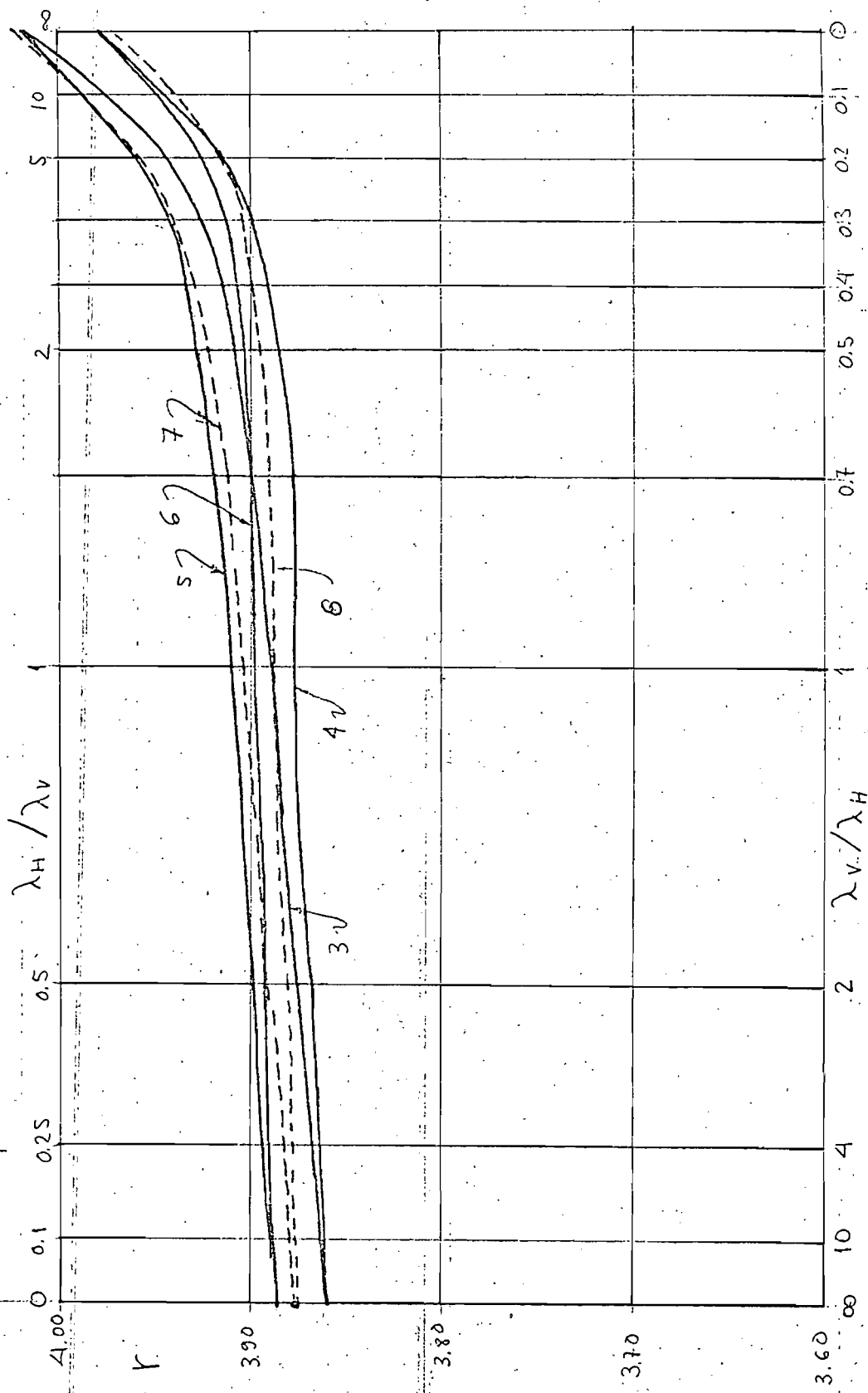


Fig 66, Marco de Wood. Valores de r a la Inestabilidad E-P

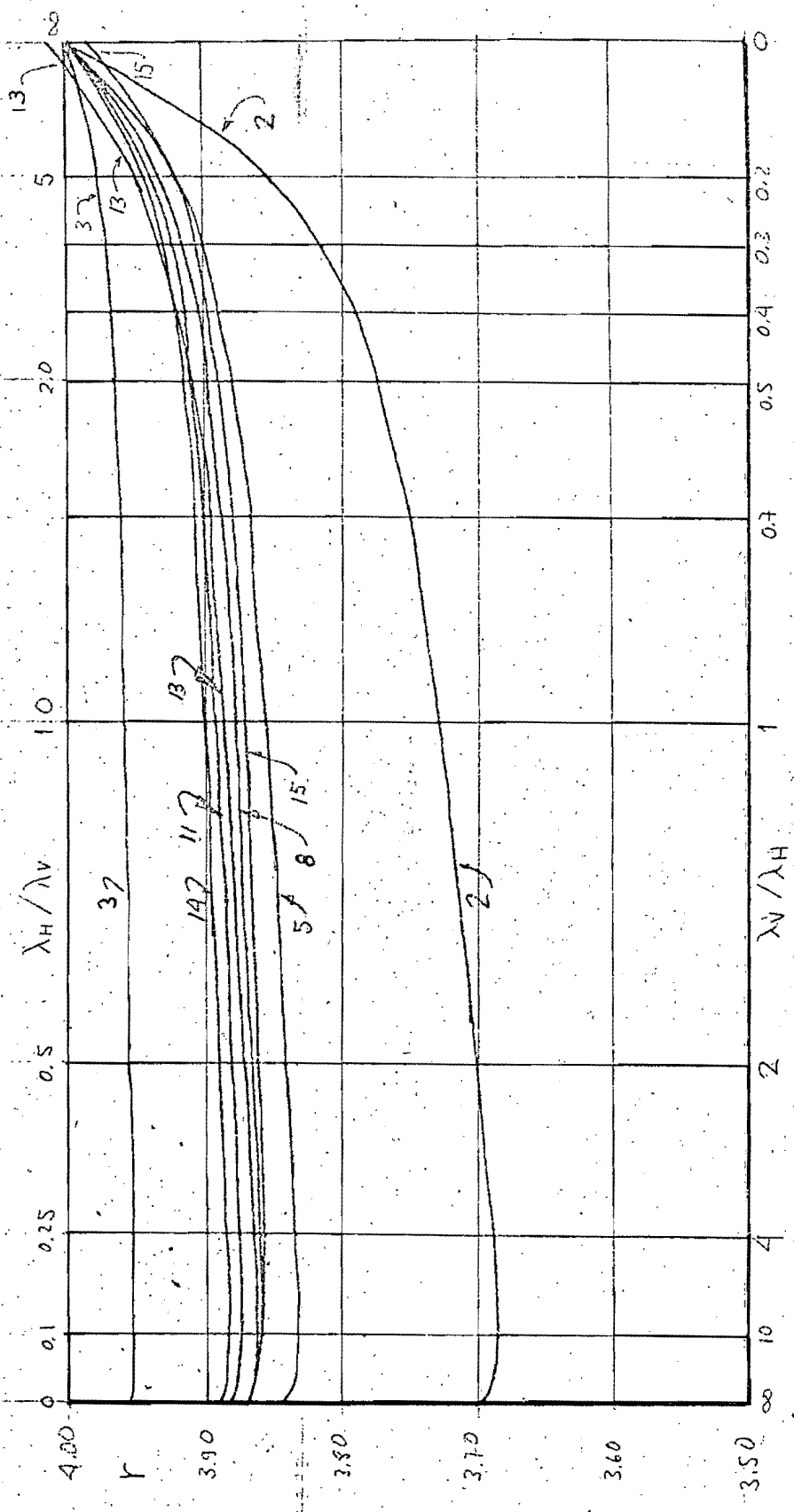


Fig. 67. Marco Vallance I. Valores de r a la Inestabilidad E-P

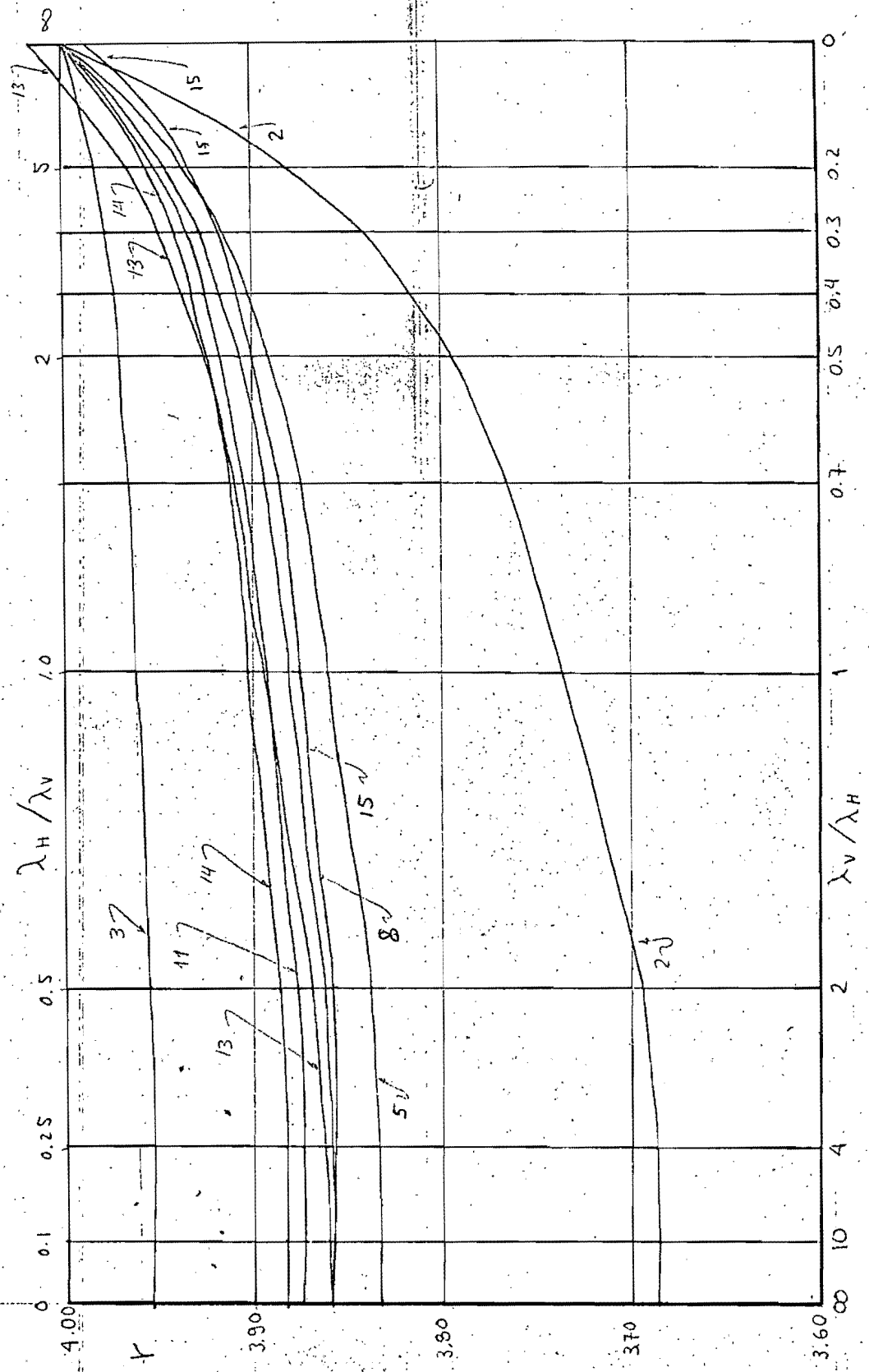


Fig 68. Marco Vallance 2 Valores de r a la Inestabilidad E-P

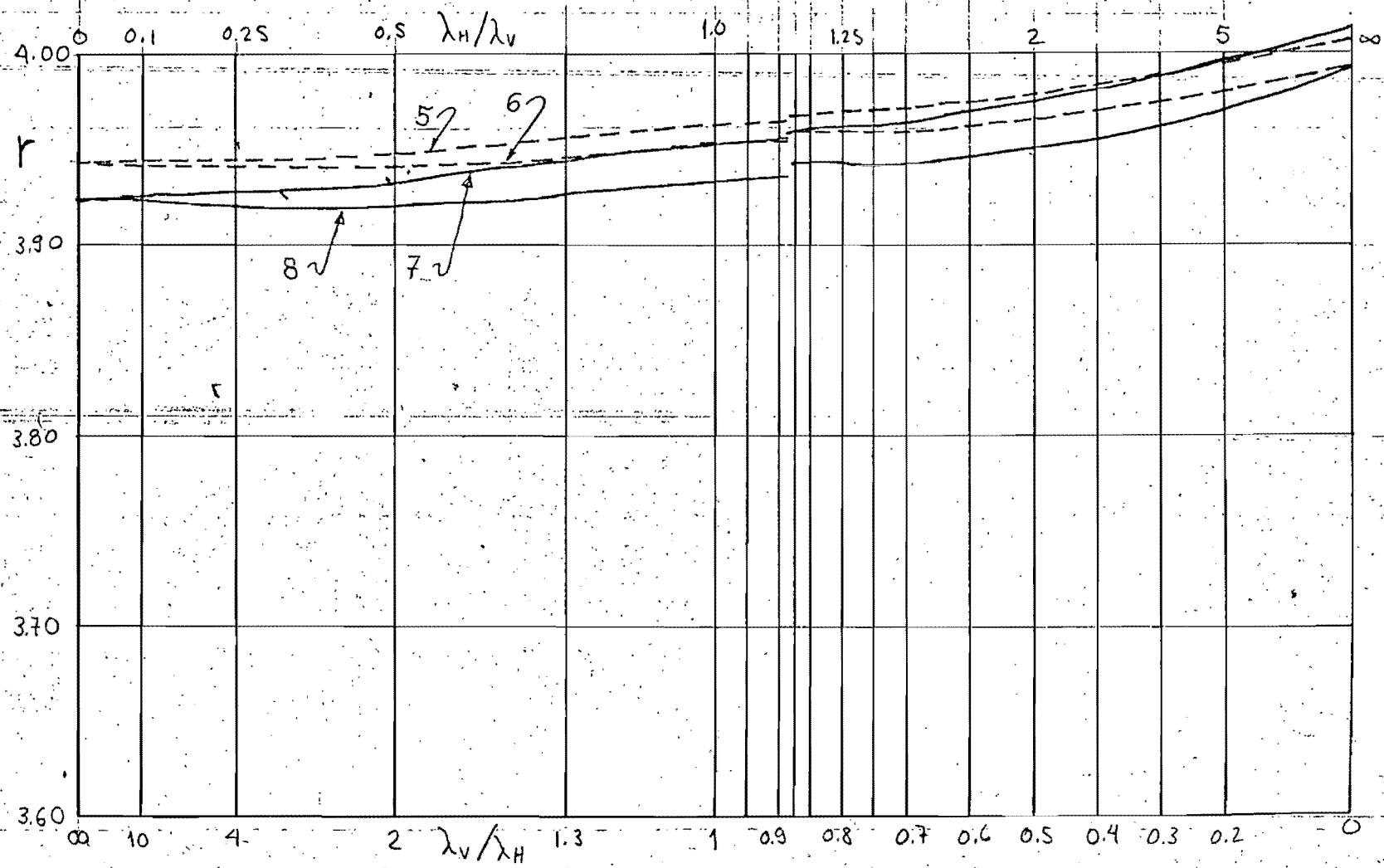


Fig 69. Marco de Heyman. Valores de r a la Inestabilidad E-P

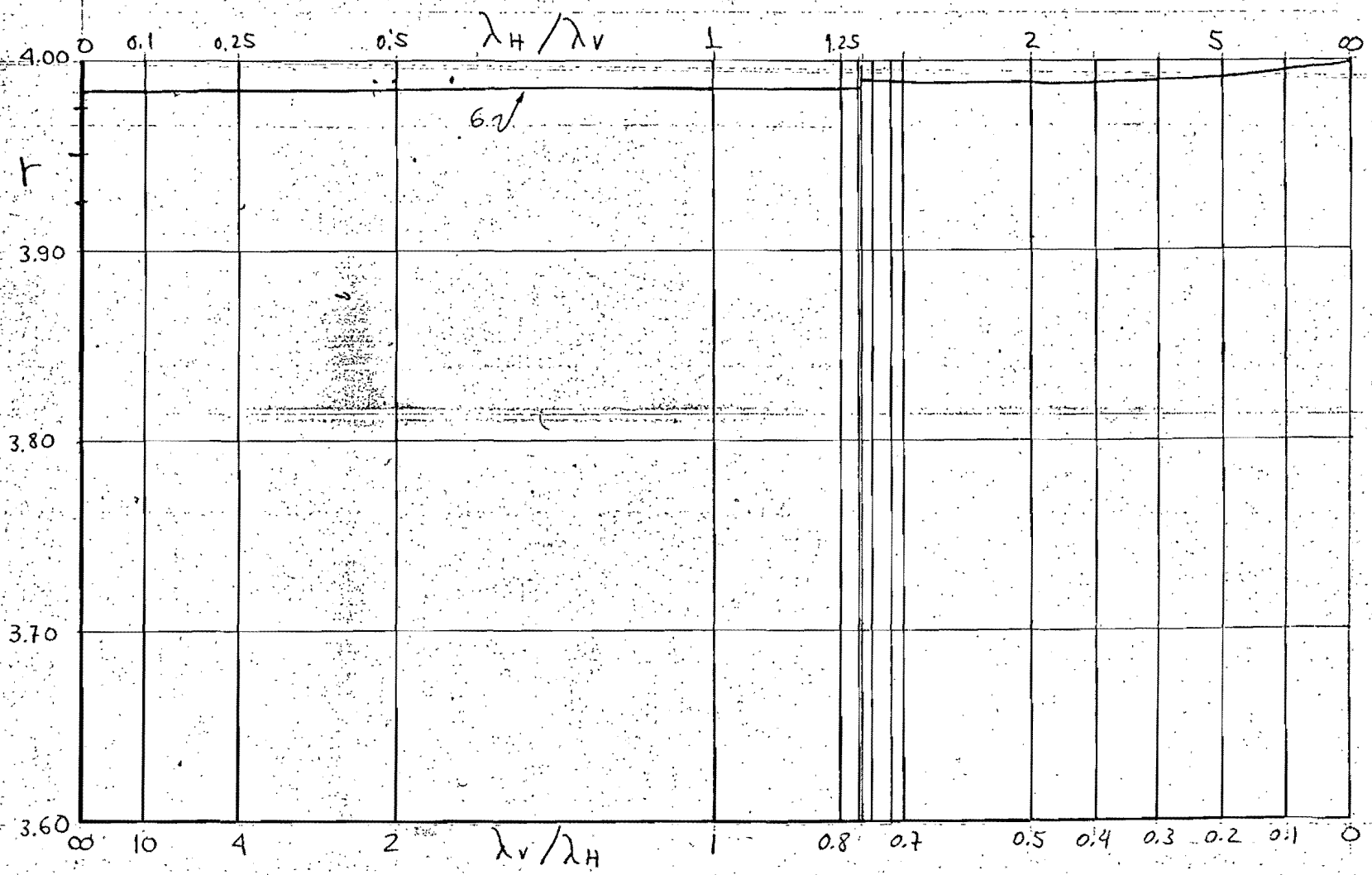


Fig 70. Marco de De Buen. Valores de r a la Inestabilidad E-P

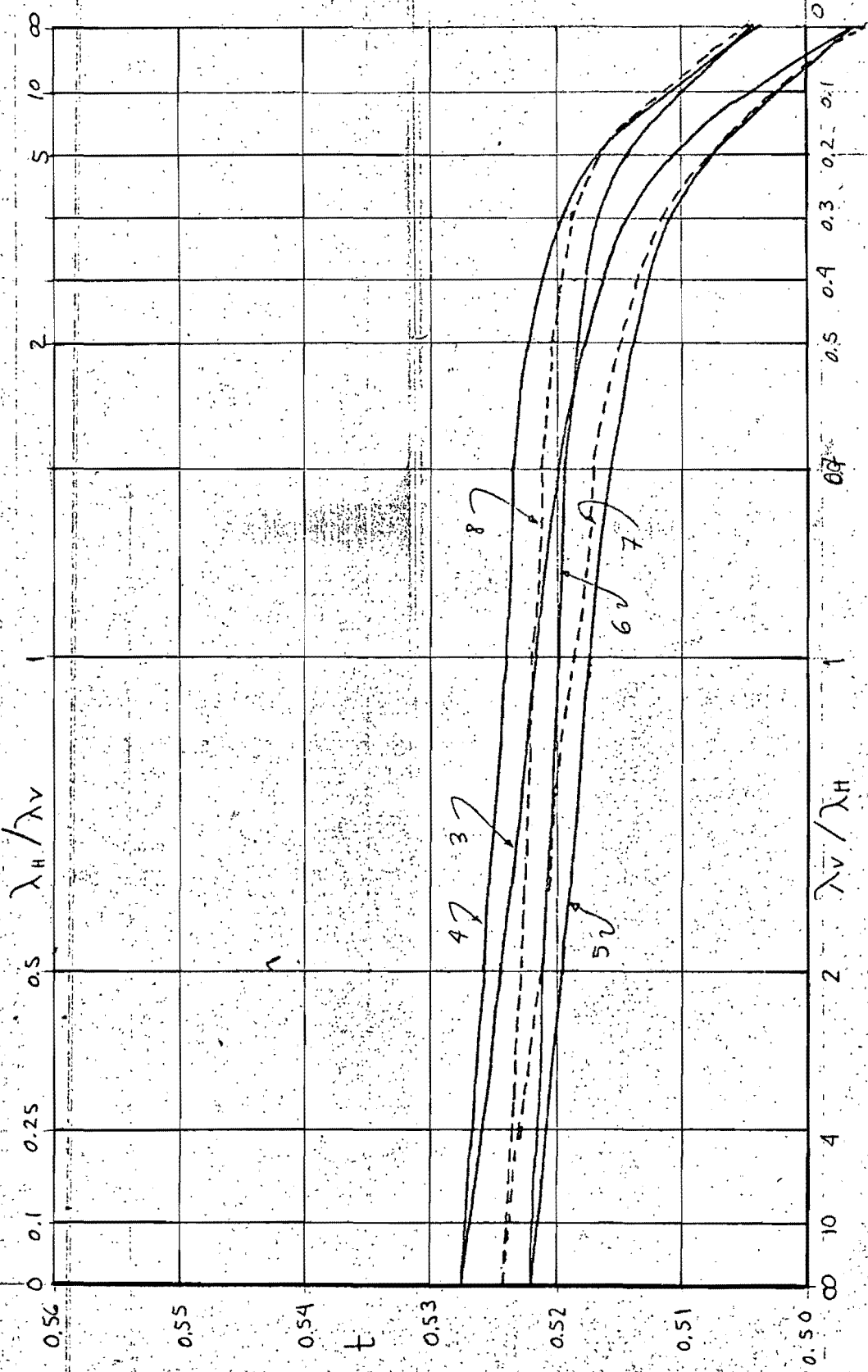


Fig 71 Marco de Wood. Valores de t a la Inestabilidad E-P

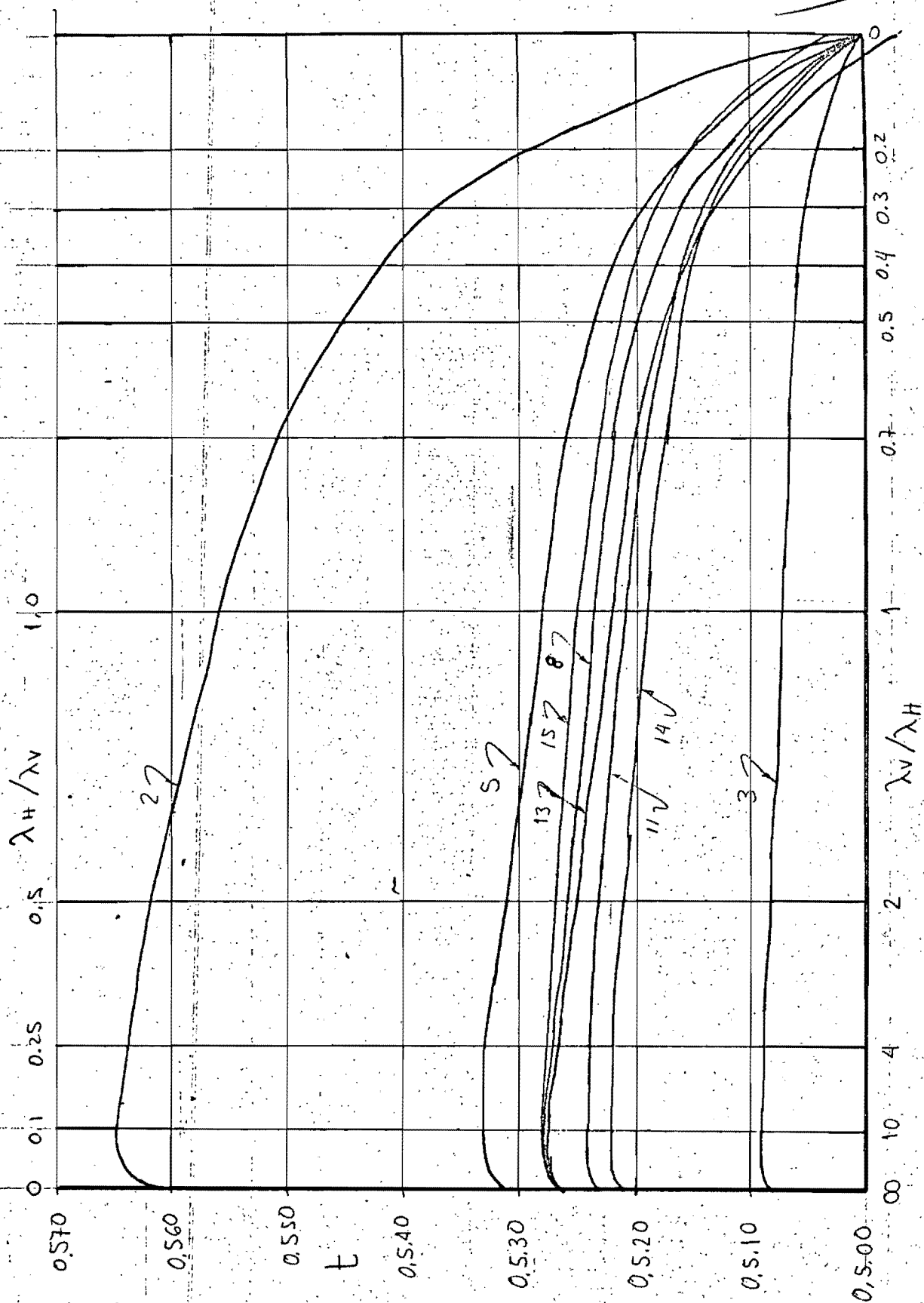


Fig. 72. Marco Vallance I. Valores de t a la Inestabilidad E-P

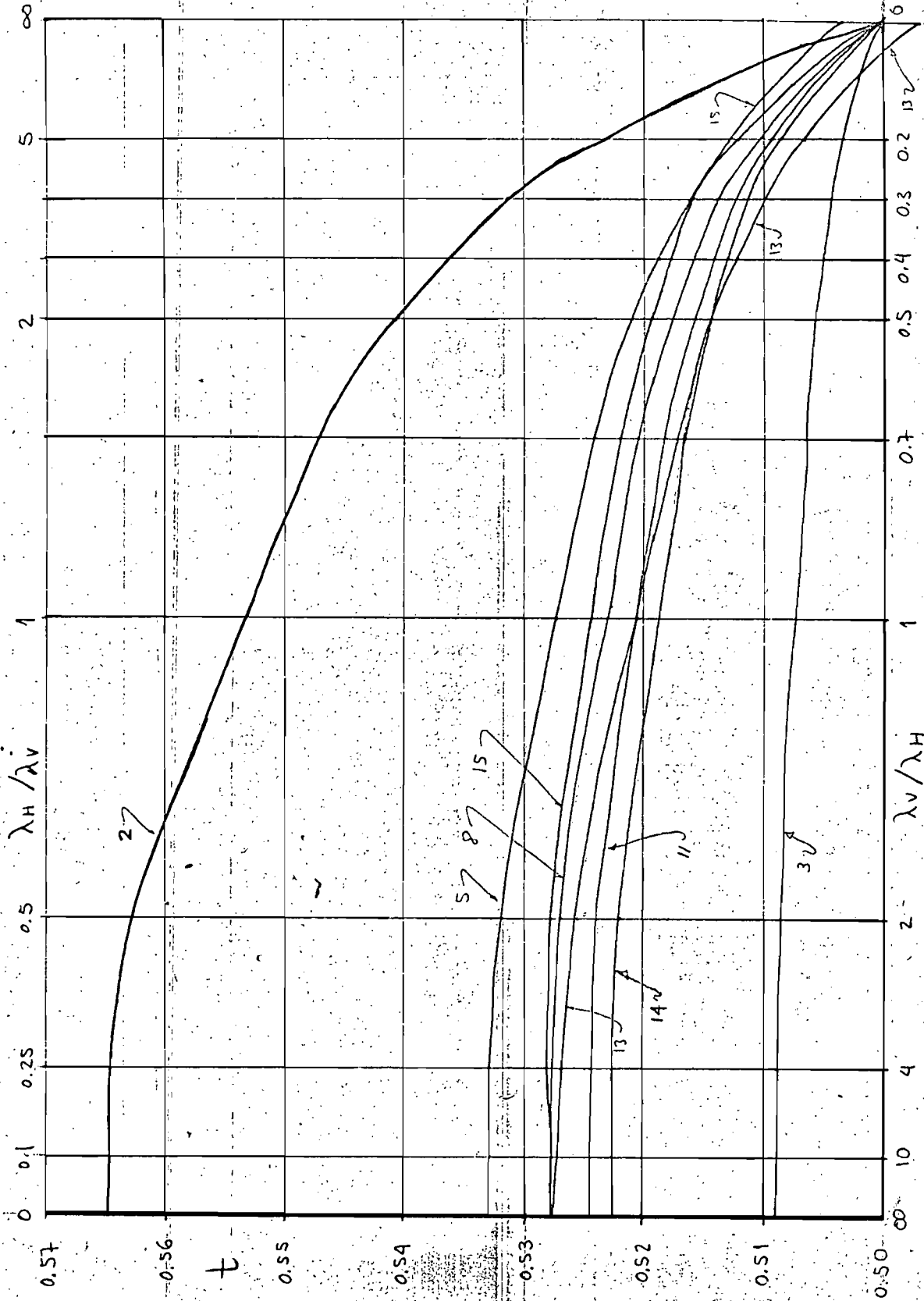


Fig. 73. Marco Vallance 2. Valores de t a la Inestabilidad. E-P.

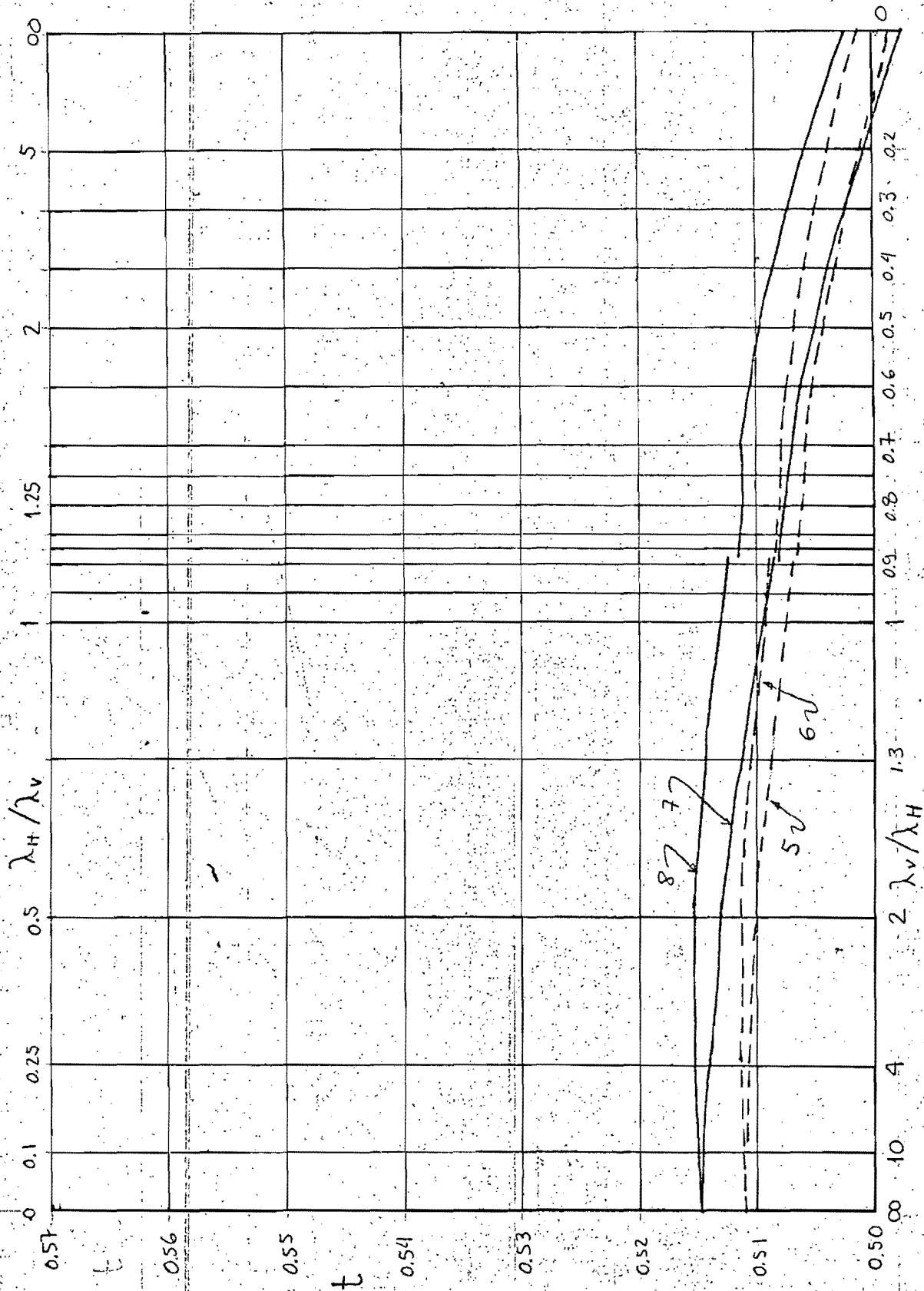


Fig. 74. Marco de Heyman. Valores de t a la Inestabilidad $E=P$

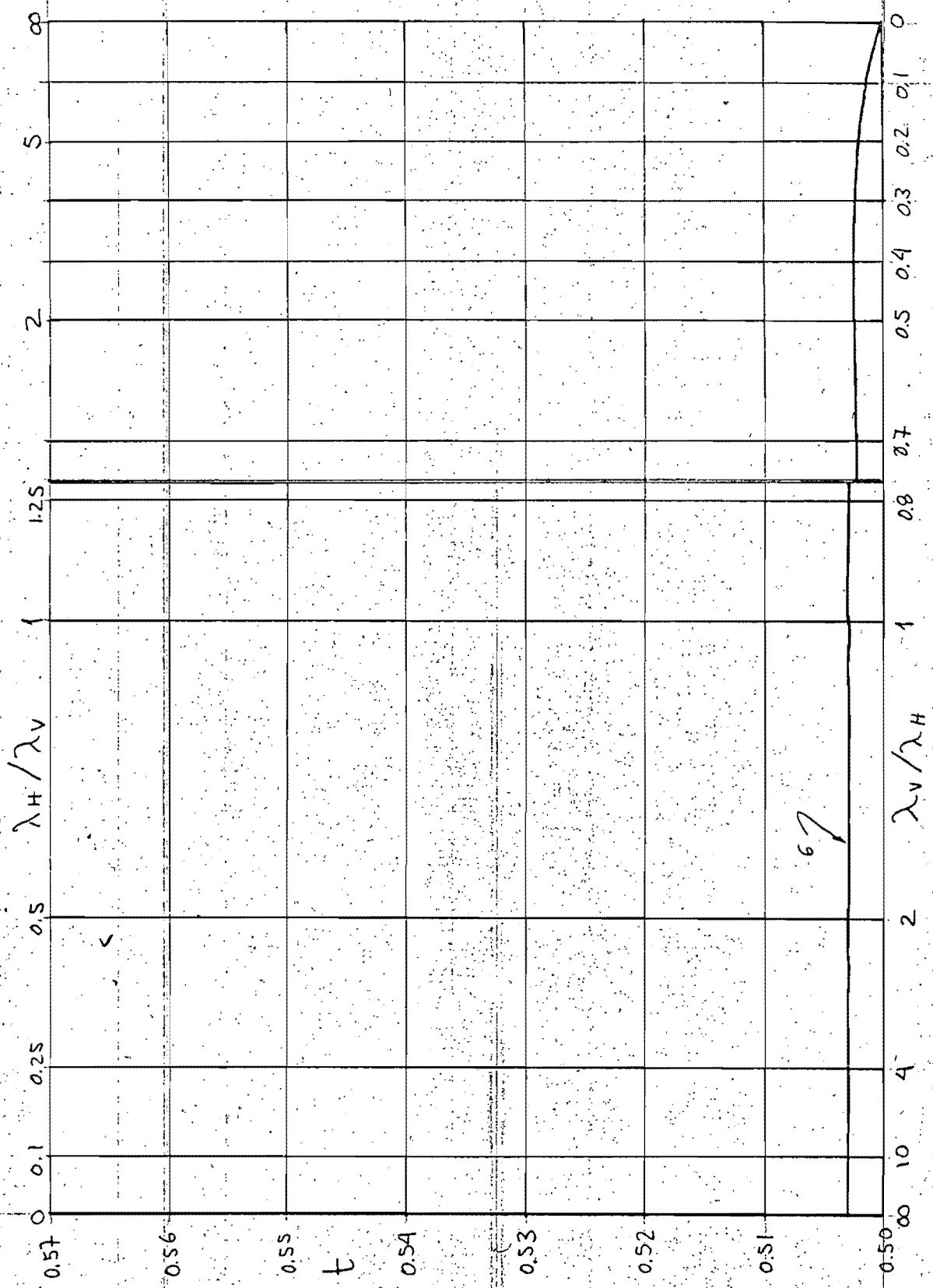


Fig 75. Marco de De Buen. Valores de t a la Inestabilidad E-P.

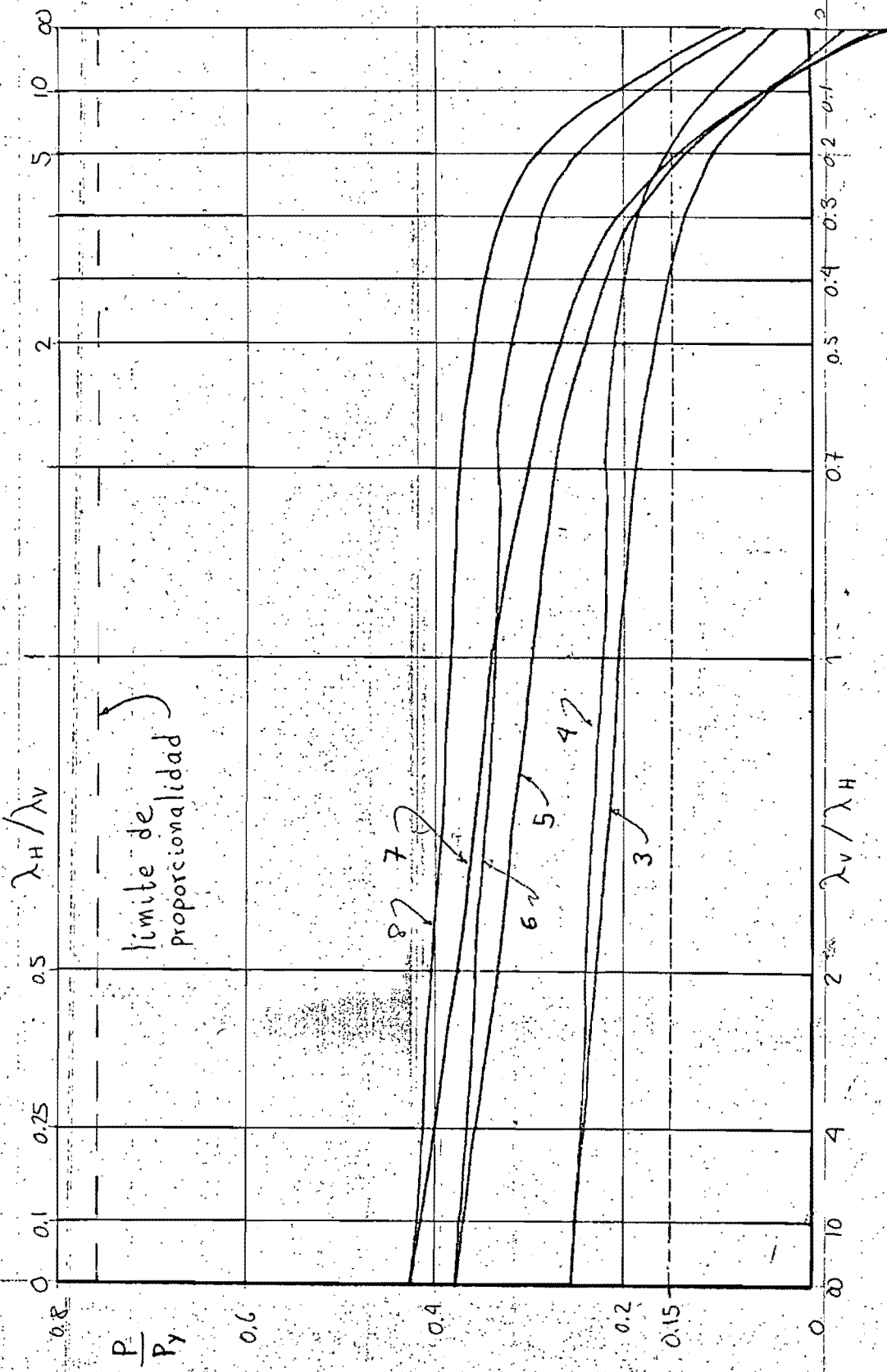


Fig. 76 Marco de Wood - Valores de $\frac{P}{P_y}$ a la Inestabilidad E-P

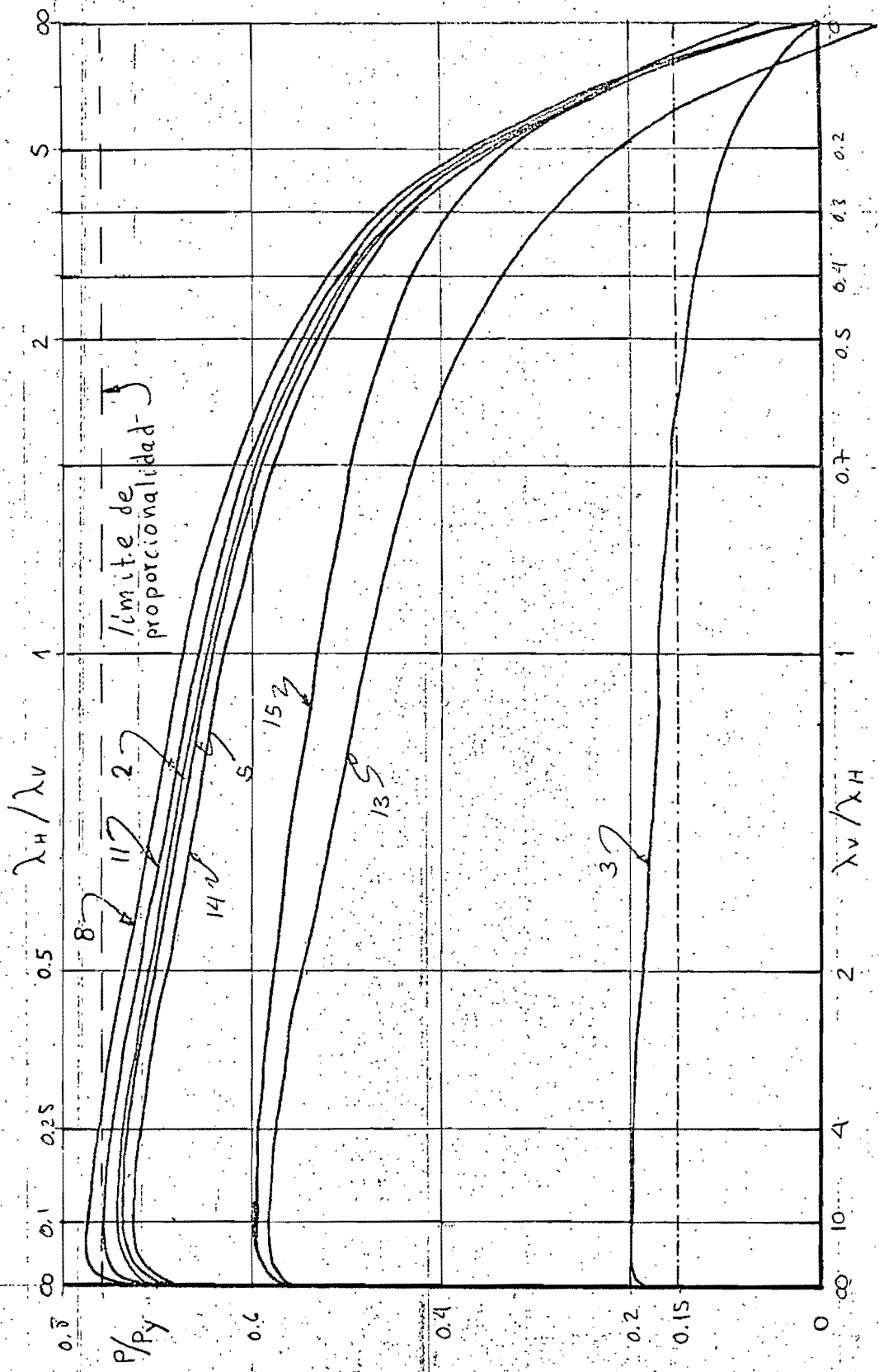


Fig. 77. Marco Vallance. Valores de P/P_y a la Inestabilidad E-P

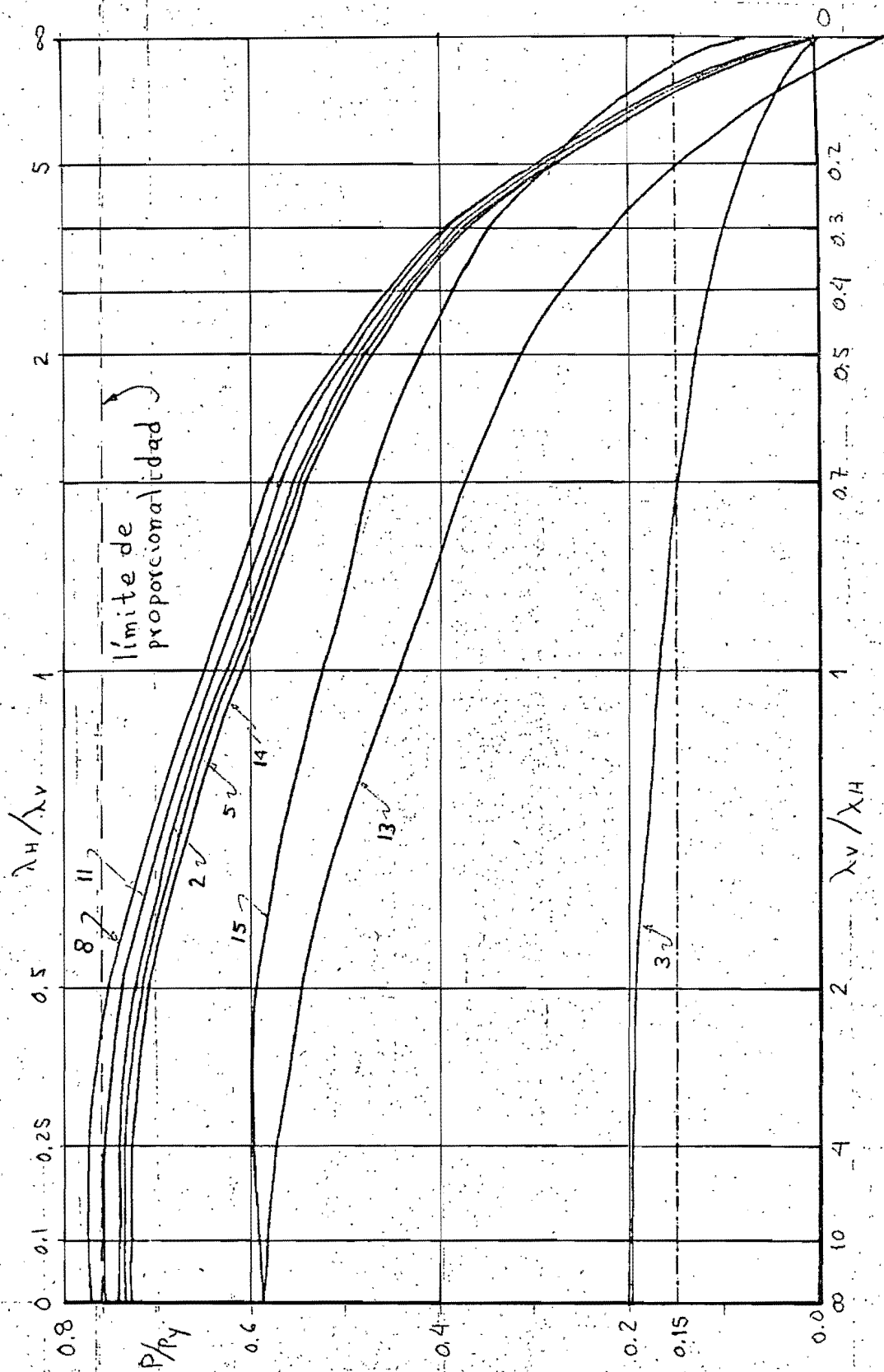


Fig. 78. Marco Vallance 2. Valores de P/P_y a la Inestabilidad E-P

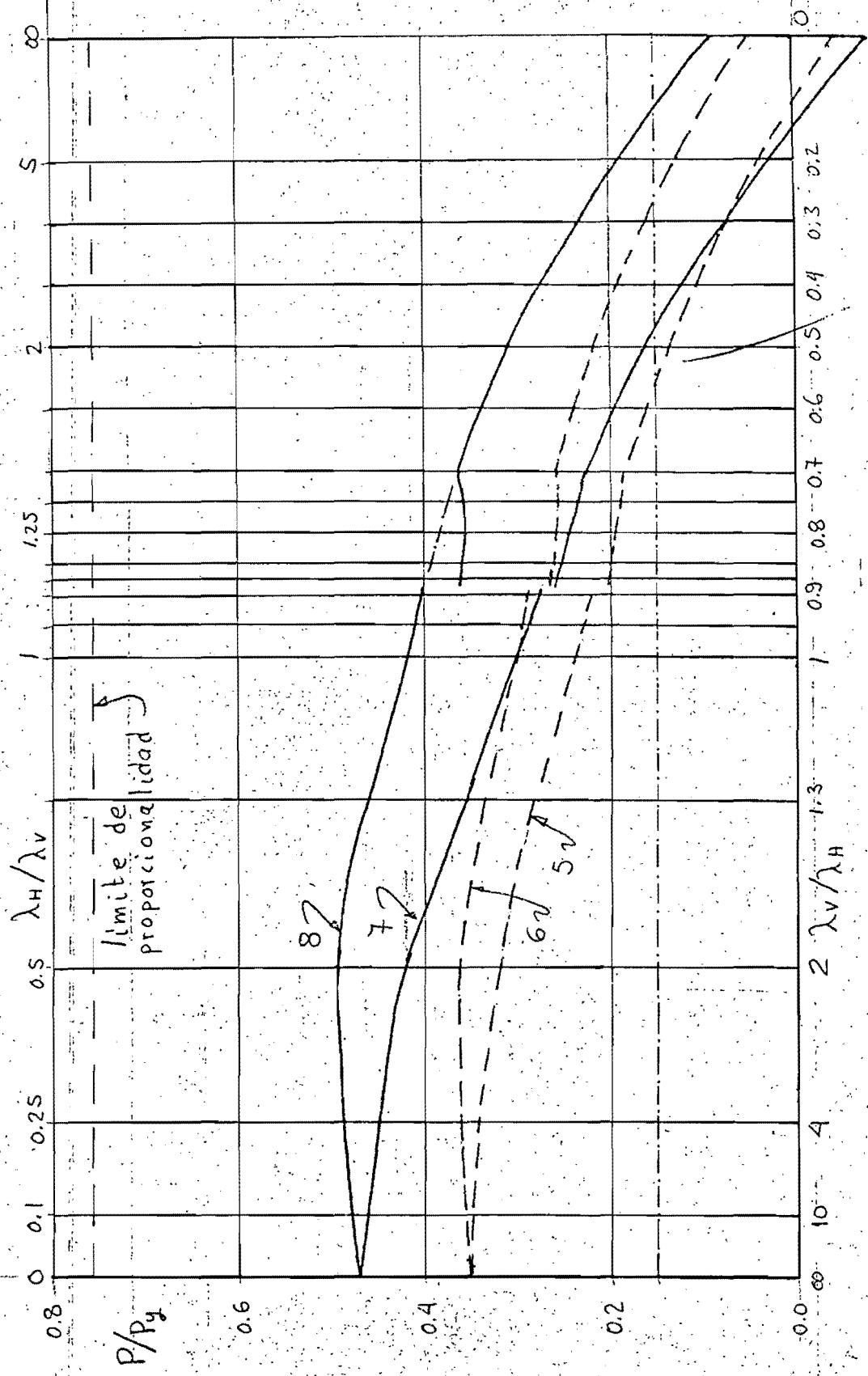


Fig. 79. Marco de Heyman. Valores de P/P_y a la Inestabilidad E-P

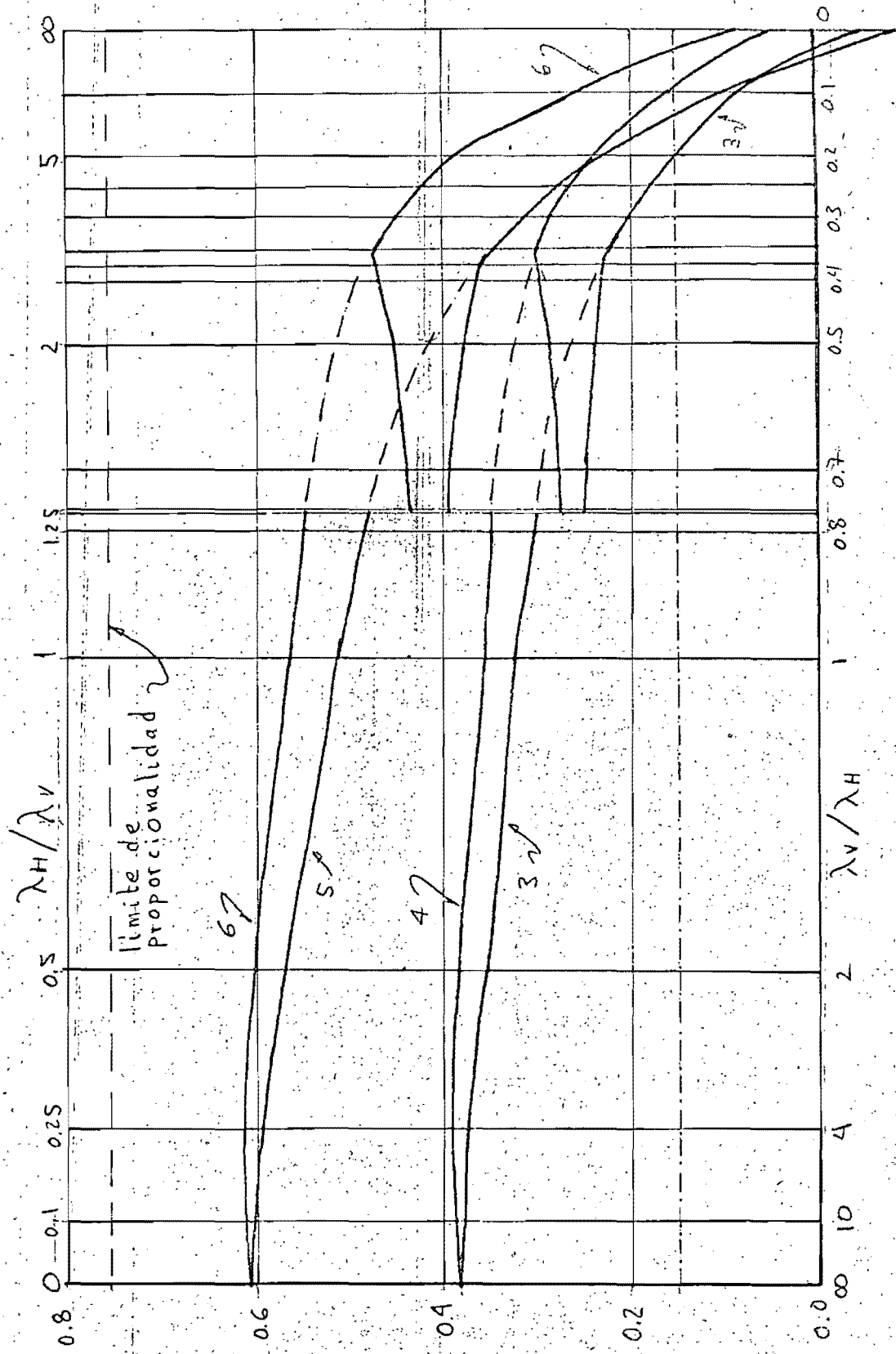


Fig. 80. Marco de De Buen. Valores de P/Py a la Inestabilidad E-P

46170

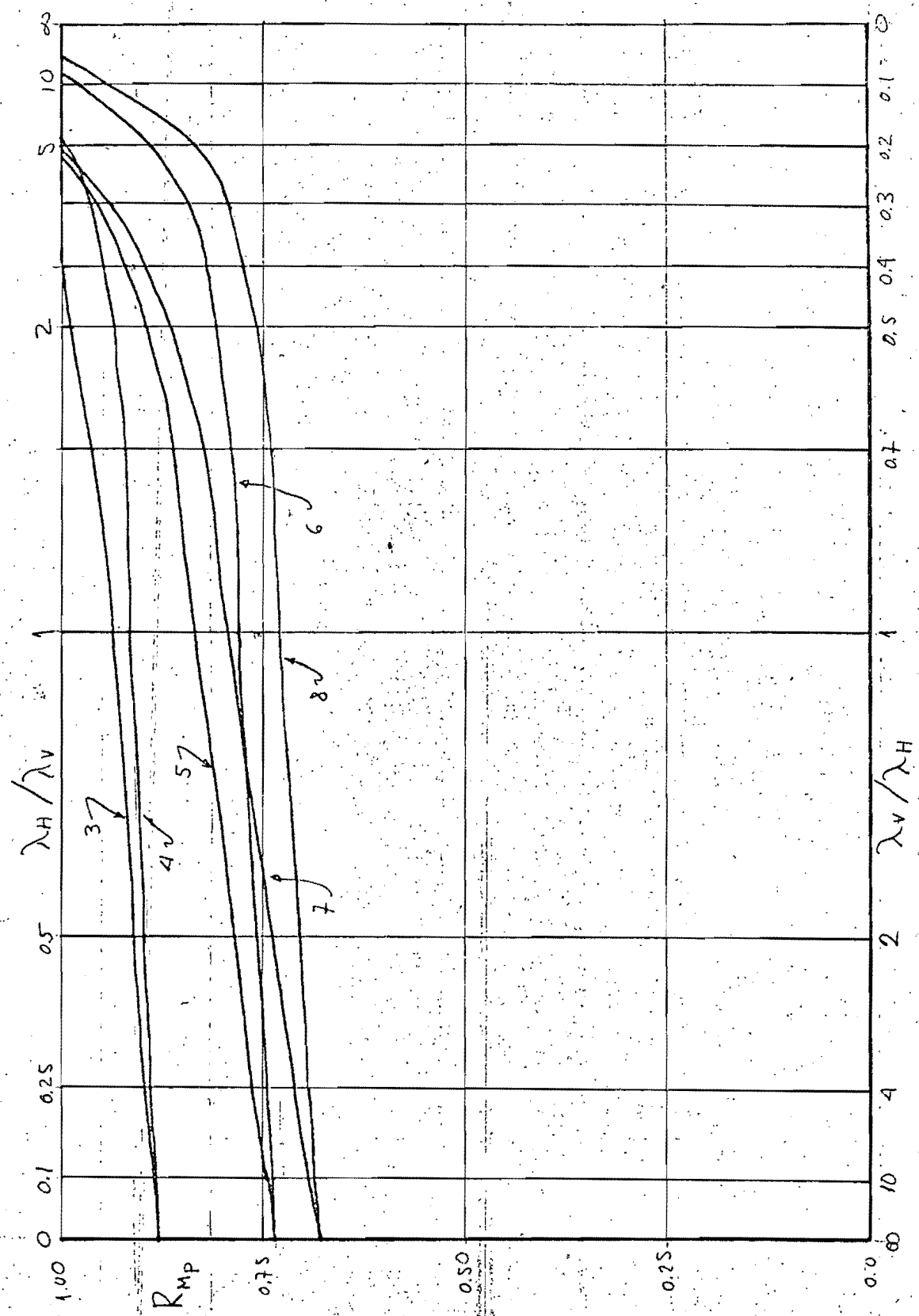


Fig. 81 Marco de Wood - Coeficientes de Reducción de M_p a la Inestabilidad E-P

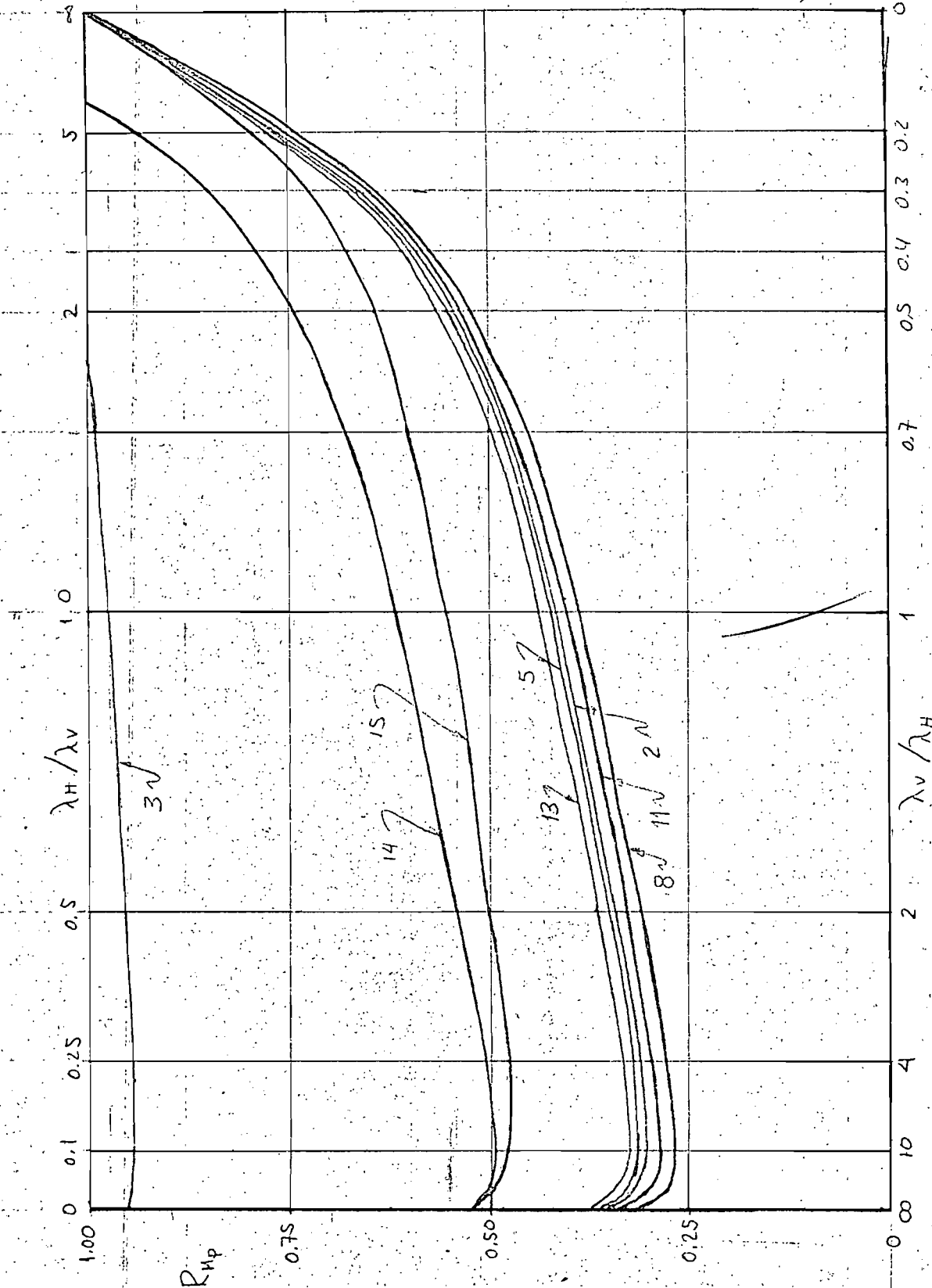


Fig. 82. Marco Vallance. Coeficientes de Reduccion de M_p a la Inestabilidad $E-P$

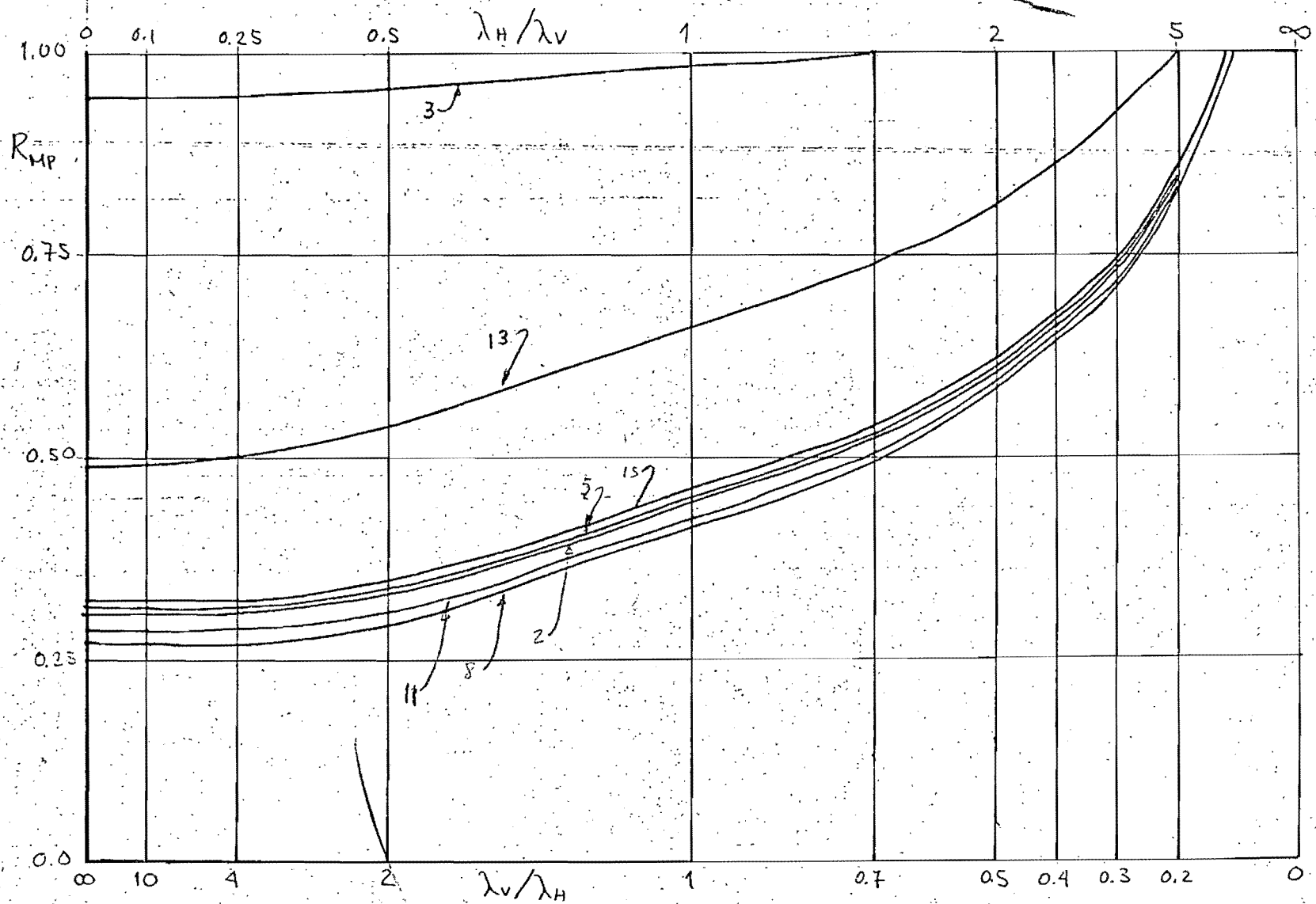


Fig. 83. Marco Vallance 2. Coeficientes de Reducción de M_p a la Inestabilidad E-P

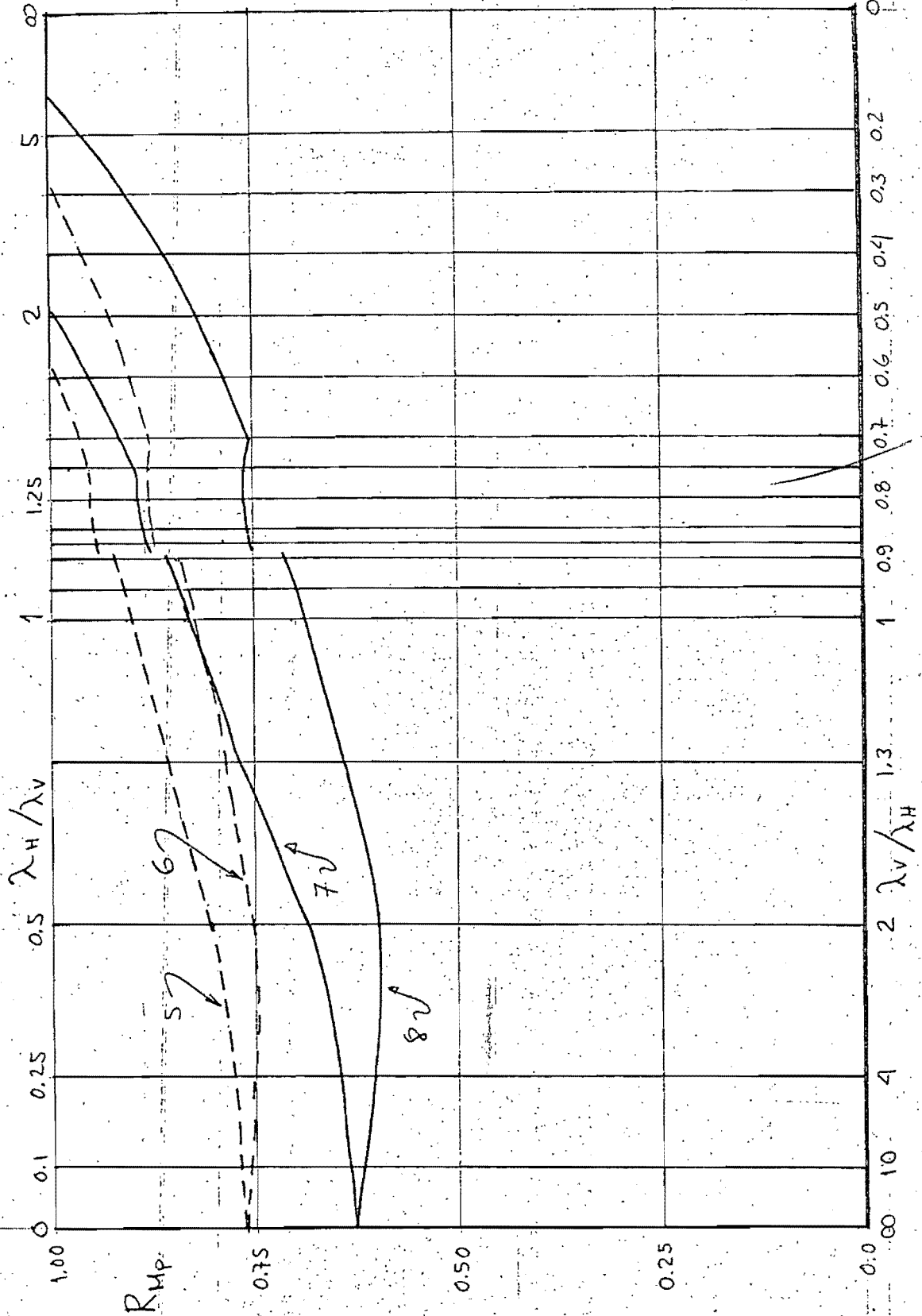


Fig 84. Marcá de Heyman. Coeficientes de Reducción de M_p a la Inestabilidad E-P

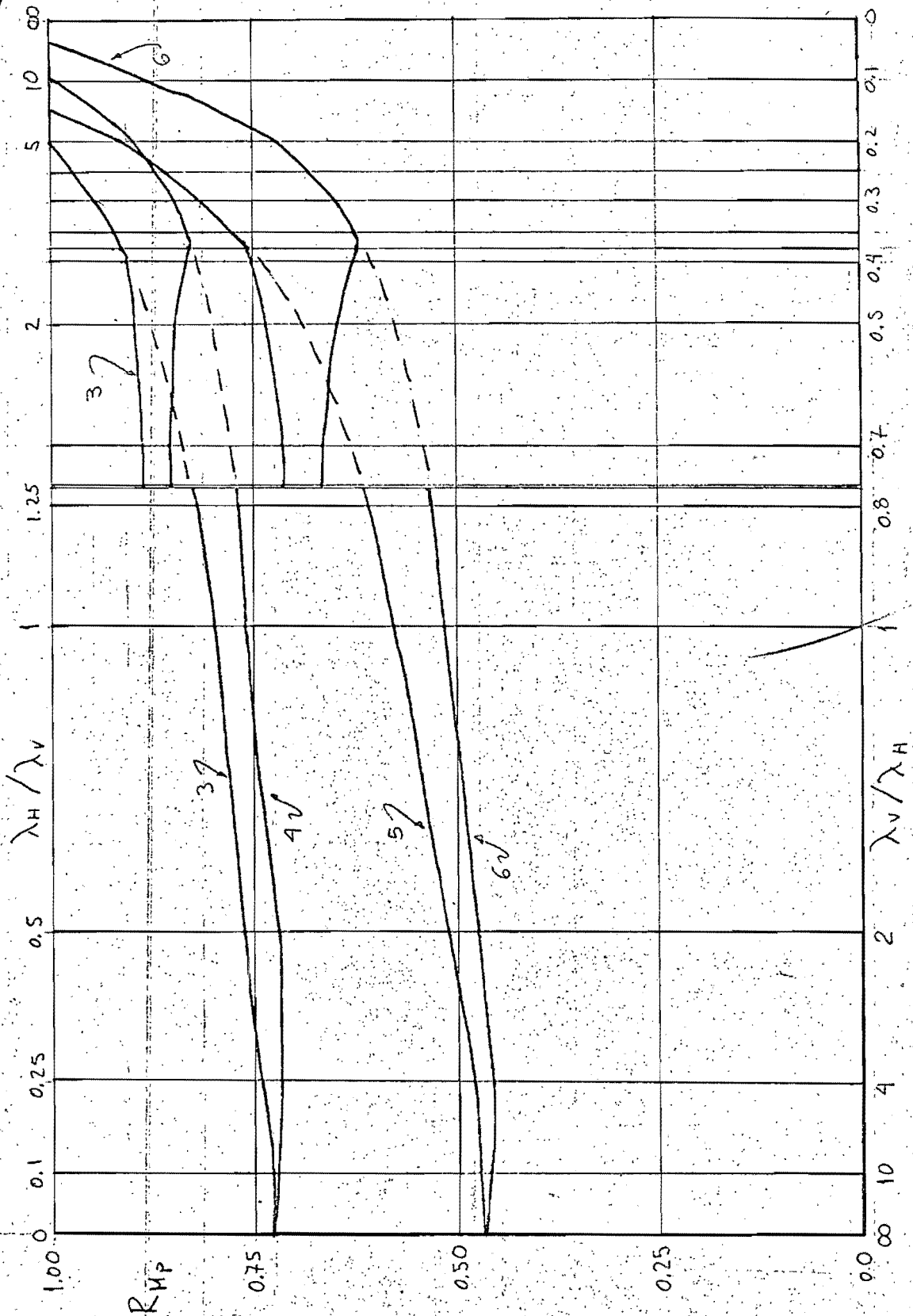


Fig. 85. Marco de De Buen Coeficientes de Reducción de M_p a la Inestabilidad E-P

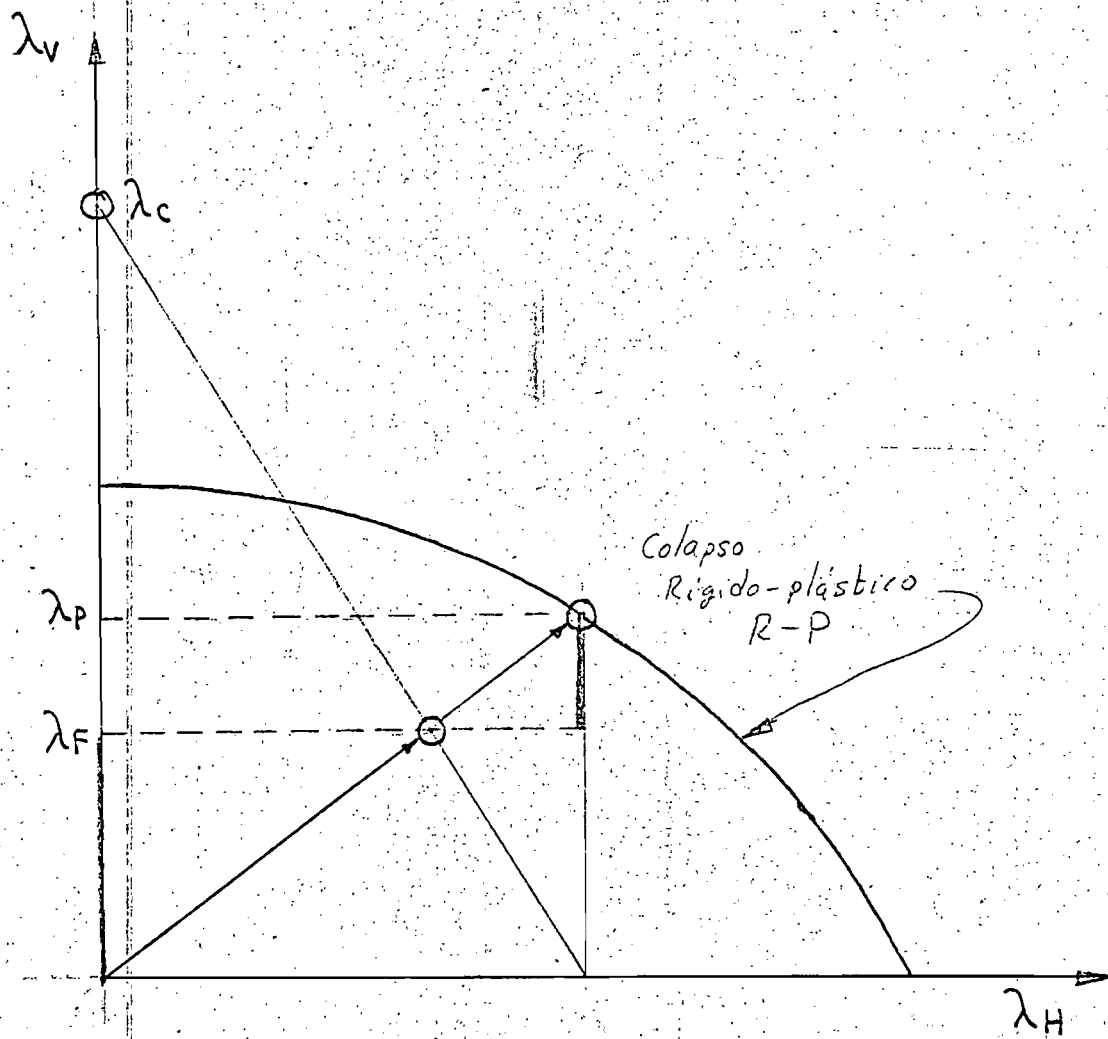


Fig. 86 Significado de la fórmula de Merchant en el diagrama de interacción

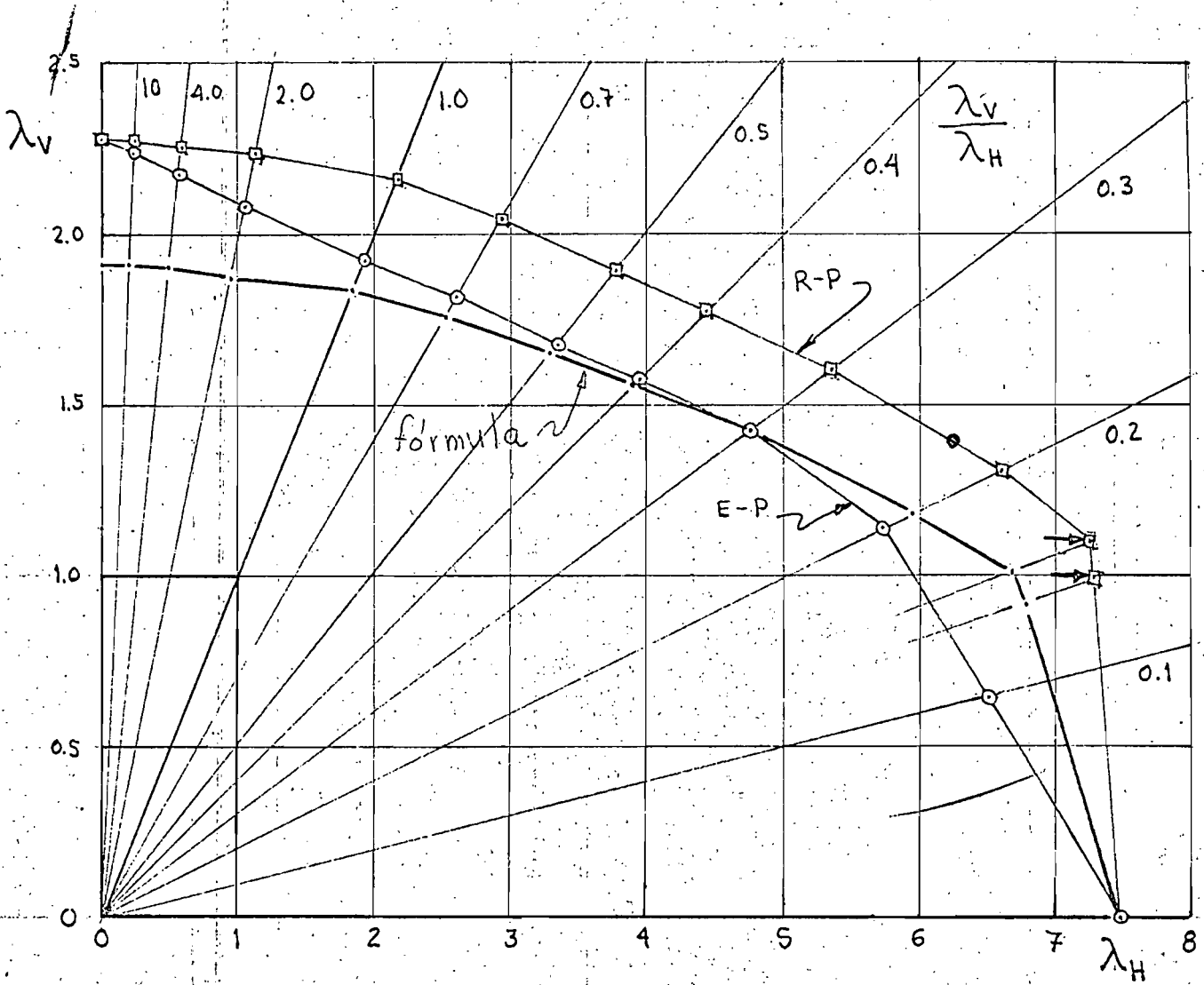


Fig 87. Marco de Wood. Resultados de la fórmula de Merchant. $\lambda_c = 12.87$

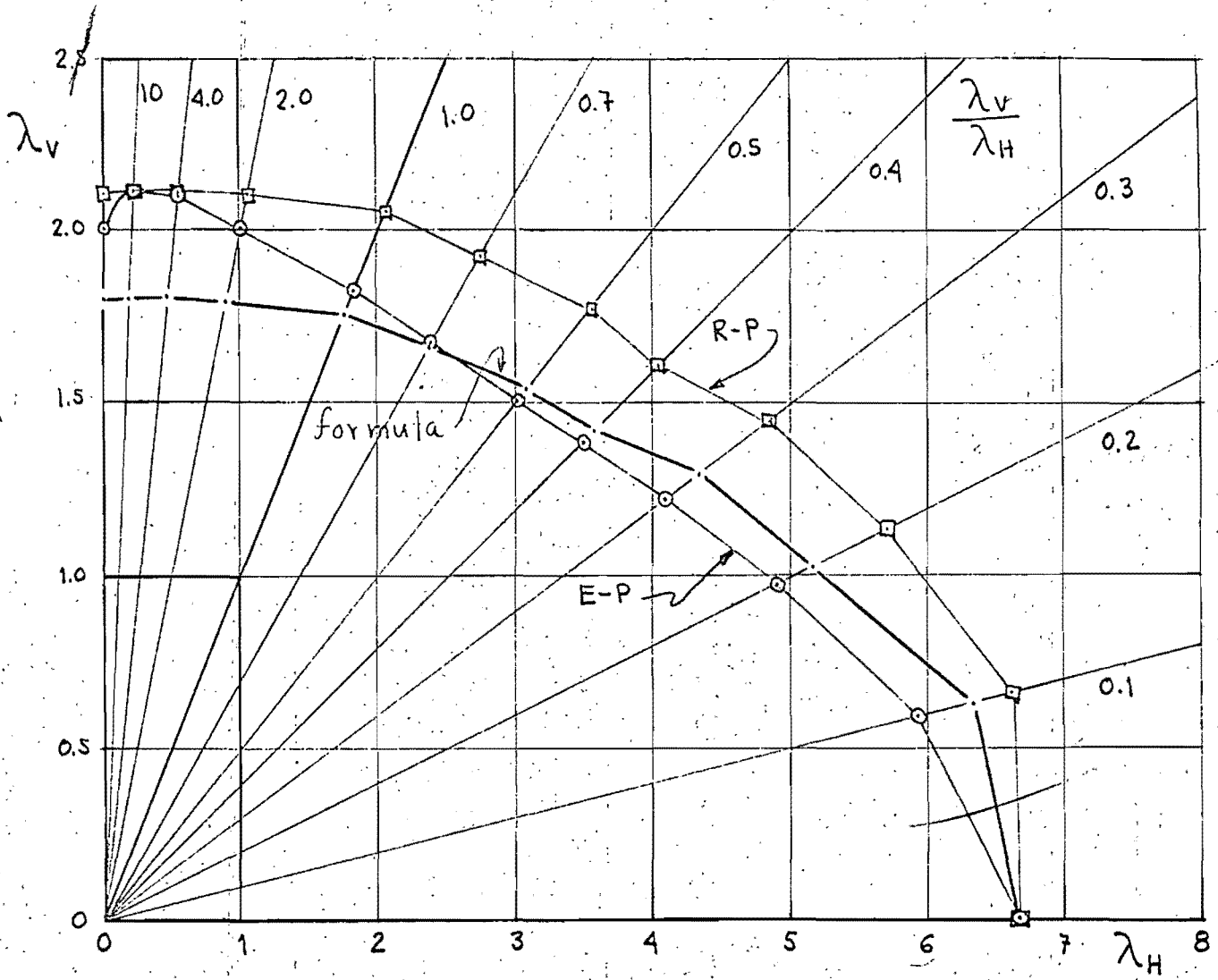
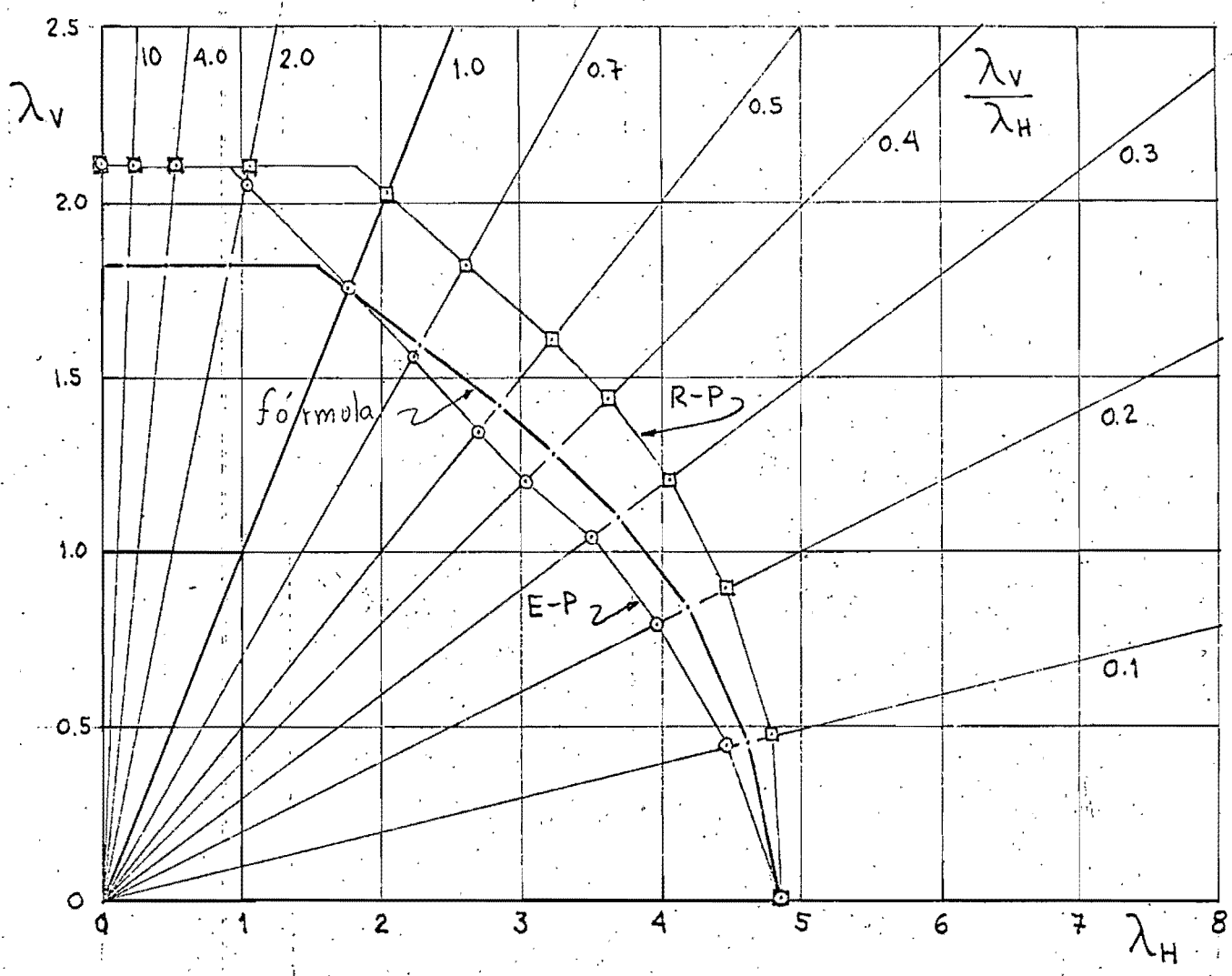


Fig. 88. Marco Vallance 1. Resultados de la fórmula de Merchant. $\lambda_c = 12.06$



- Fig 89 Marco Vallance 2. Resultados de la fórmula de Merchant. $\lambda_c = 13.19$

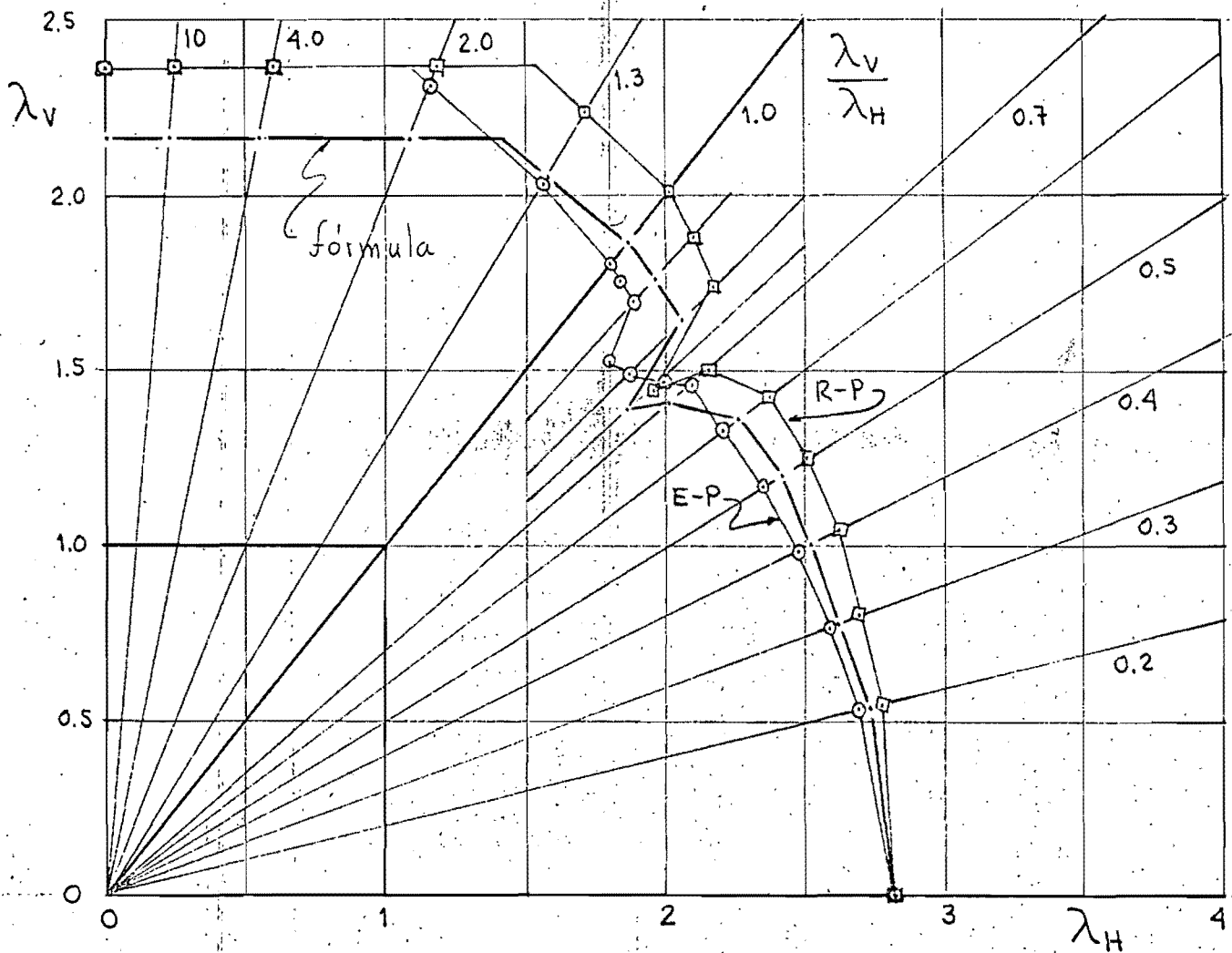


Fig. 90. Marco de Heyman. Resultados de la fórmula de Merchant. $\lambda_c = 26.57$

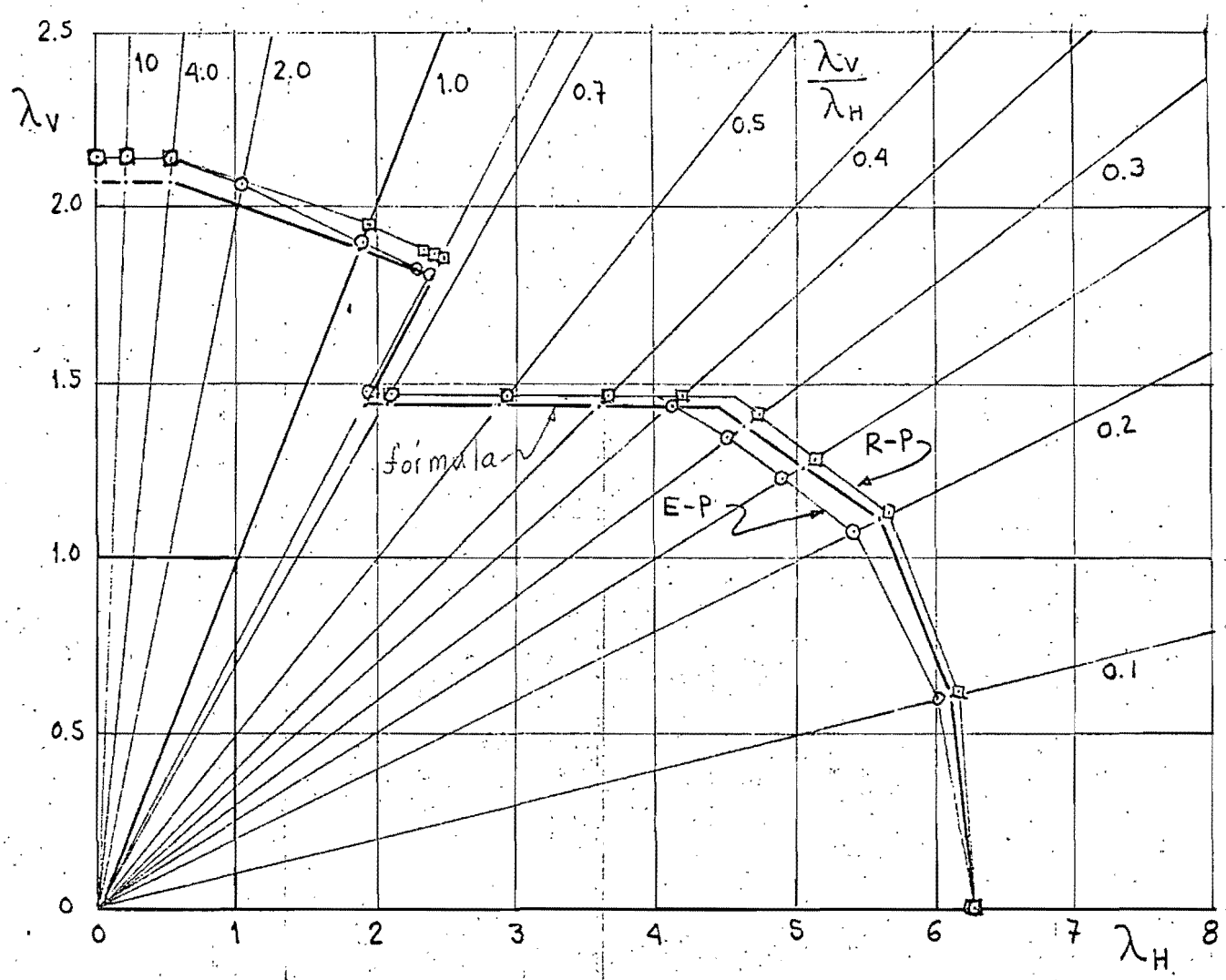


Fig. 91. Marco de De Buen. Resultados de la fórmula de Merchant. $\lambda_c = 63.98$

APENDICE A PROGRAMA PARA COMPUTADORA

A.1 PLANTEO DE ECUACIONES

El planteo de las ecuaciones se hace en dos partes. En la primera parte se obtienen dos vectores de términos independientes del sistema de ecuaciones, un vector debido a las cargas actuales y otro vector debido a cargas ligeramente incrementadas, este último vector sirve para obtener una solución adicional que permite hacer extrapolaciones para estimar la nueva carga a ser aplicada. En la segunda parte del planteo se determinan los coeficientes de la matriz de rigideces.

En las listas del programa la primera parte empieza en la proposición ^{de número} 52 y termina en la ^{de} 61, mientras que la segunda parte empieza en la proposición ^{con} 62 y termina en la numerada con el 310.

A.1.1 Primera parte. Obtención de términos independientes.

Los términos independientes y las ecuaciones se plantean recorriendo los niveles de arriba hacia abajo, y en cada nivel los nudos se tratan de izquierda a derecha, los términos de movimiento horizontal se plantean al pasar de un nivel al siguiente y no se recorren los nudos de la cimentación.

En cada nudo se tratan únicamente la trabe derecha si la hay y la columna inferior; Se calculan los momentos de empotramiento sobre los miembros, producidos por cargas concentradas y repartidas, por discontinuidades angulares en regiones elásticas y por los momentos de las articulaciones plásticas actuando como si las articulaciones fuesen reales. Para este fin se usan fórmulas que corresponden a cada posible estado de trabe y columna, y se obtienen los momentos en los extremos de los miembros así como sus fuerzas reactivas. Al mismo tiempo se van

ecuaciones
0 a 237.2
0 a 217 C
apendice

calculando las cargas en las columnas por solo efecto de empotramiento ya que el efecto de las rotaciones de los nudos se tratará por separado.

Los momentos y reacciones de los extremos de trabes se adicionan en los elementos del vector de carga del nudo en cuestión, mientras que en los de los nudos opuestos se colocan las correspondientes contribuciones de los miembros.

En cada columna se determina su coeficiente de reducción de momento plástico y su rigidez y transporte por efecto de su carga axial. La contribución de carga axial debida a giro de nudos se toma igual a la calculada con la solución anterior. En el primer ciclo esa contribución se toma nula.

También el signo de los momentos plásticos en trabes y columnas se conoce desde el segundo ciclo, y se toma igual al signo obtenido en el ciclo anterior al analizar el estado del marco.

Al recorrer los nudos de un nivel dado se van ~~haciendo~~ sumando ~~de~~ los cortantes de las columnas, y al terminar con el último nudo de ese nivel se adiciona el cortante externo y así obtener el término independiente de desplazamiento lateral, que queda multiplicado por la ~~altura~~ distancia entre los niveles de ese entrepiso.

El vector de ~~los~~ términos independientes para el estado de carga incrementado se obtiene dentro del mismo proceso anterior.

A. 1.2 Segunda Parte. Obtención de los coeficientes de rigidez del sistema de ecuaciones.

Primeramente se colocan ceros en todos los elementos de la matriz de rigideces. Volviendo ahora a

recorrer el marco ~~por~~ ^{en} el mismo ~~camino~~ ^{orden}, se van ~~obteniendo~~ obteniendo las rigideces angulares de trabes y columnas, y también las rigideces de desplazamiento horizontal de las columnas. Para cada miembro se usan ~~las~~ fórmulas según sea su estado de articulaciones, ecuaciones 240 a 247 y 250 a 257 ^{en} ^{el} ^{apendice} C.

Los coeficientes de rigidez de rotación se suman en la ~~diagonal~~ diagonal del renglón del nudo en cuestión; se colocan los términos de transporte que hacen simétrica la matriz y se coloca también la contribución del miembro en la diagonal del renglón del nudo opuesto. Para las columnas ^{además} se considera el efecto del desplazamiento o giro lateral del entrepiso ^{en los nudos} y viceversa, así como su contribución a la rigidez horizontal, haciendo las colocaciones de rigideces y sumas de contribuciones en la diagonal principal que corresponde al entrepiso en cuestión.

La rigidez ^{angular} de la cimentación se tiene en cuenta una vez que se terminó con los nudos del marco. Los nudos de la cimentación se recorren sumando su rigidez angular en la diagonal del renglón correspondiente. Si se tiene empotramiento perfecto se borra el renglón y columna correspondientes, se hace unitario el término de la diagonal y se coloca un cero en el renglón de ese nudo en cada vector de términos independientes, garantizando así rotación nula de ese nudo de la cimentación.

Las ^{dos} soluciones del sistema se obtienen con una subrutina que emplea el método de ~~la~~ ~~eliminación~~ de Gauss, buscando el máximo elemento de la columna por eliminar ~~por~~ ~~lo~~ ^{lo} ^{tomando} como pivote.

La presencia de inestabilidad se estudia con el valor del determinante del sistema de ecuaciones. Si el determinante es nulo o negativo o no se encontró solución al sistema es que hay inestabilidad. Se cierra la articulación abierta con ese factor de carga, si es que se abrió, y se resuelve una vez más el marco por última vez.

Si el marco es estable se verifica que no exista error importante entre las cargas axiales por giro de nudos entre antes y después de la solución. Si no hay buena concordancia se vuelve a plantear y resolver el sistema de ecuaciones, usando ahora las nuevas cargas axiales como dato. Si se resuelve diez veces consecutivas y no hay ajuste de cargas axiales se considera que el marco es inestable. Con esto se evita caer en un proceso iterativo sin salida por efecto de la inestabilidad lateral.

A.2 ESTUDIO DE LOS MIEMBROS

Al efectuarse la impresión de resultados se hace el estudio del estado presente y futuro de los miembros del marco.

El programa tiene dos procesos de análisis diferentes. El primero, llamado PASO 3, extrapola a la carga donde se abre la siguiente articulación, abre esa articulación y aplica la nueva carga; este proceso requiere normalmente un planteo y solución del marco por cada articulación que se presenta. El segundo proceso, llamado PASO 2, casi siempre lleva a cabo dos planteos con sus soluciones como mínimo por cada nueva articulación, porque al extrapolar aplica la nueva carga sin abrir la nueva articulación, y una vez confirmado que ésta se abre se vuelve a aplicar la carga para una segunda solución con la articulación abierta.

5

252

La presencia del proceso PASO 2 introdujo una secuencia lógica elaborada en el programa.

Hay un tercer proceso llamado PASO 1 que se usa para obtener la solución elástica y funciona internamente como una etapa complementaria del PASO 2.

El análisis de cada miembro se hace al recorrer el marco efectuando simultáneamente uno de los procesos que se describen a continuación.

En cada recorrido de miembros se obtienen los momentos en el estado de cargas actual, el signo de los momentos plásticos y los momentos en el estado de cargas incrementado; para ello se usan las ecs 260 a 267 y 270 a 277 del apéndice C. También se estudia el posible colapso local de cada miembro por tener tres articulaciones.

El proceso normal del programa es el ~~PASO 3~~ y hace casi siempre dos recorridos de miembros. En el primer recorrido se verifica que no se abren articulaciones adicionales una vez aplicada la carga y no se analiza si hay articulaciones que vuelven a su estado elástico, pero se determina la ~~próxima~~^{nueva} carga donde aparece la próxima articulación y el miembro y lugar de esta. En caso de que se abra alguna nueva articulación ya no se efectúa el siguiente recorrido ni se determinan los nuevos giros de las articulaciones plásticas ni se admiten cierres de articulaciones, regresándose a aplicar la misma carga con la nueva o nuevas articulaciones abiertas. El segundo recorrido de miembros se hace cuando no se presentan nuevas articulaciones adicionales a las previstas, determinándose ahora los nuevos giros plásticos de las articulaciones con las ecuaciones del apéndice C-6, se deja que se

cierren las articulaciones que lo hacen y se busca la posible abertura simultánea de articulaciones en el nuevo factor de carga. En este último recorrido si se cierran más de cuatro articulaciones se vuelve a aplicar la misma carga. Una vez ~~terminado~~ ^{terminado} el recorrido se abre la nueva articulación y se aplica la nueva carga para obtener otra solución.

A

En el proceso PASØ 2 se tienen dos situaciones, una cuando la carga dada se aplica por vez primera y la otra situación es cuando la carga se aplica por segunda vez. Dependiendo de la situación se hacen tres o dos recorridos del marco. El propósito de este proceso es aplicar la carga antes y después de cada nueva articulación. Si la carga se aplica por primera vez el control interno del programa es PASØ 1, en

el recorrido ~~no~~ ^{no} admite nuevas articulaciones pero ~~deja~~ ^{deja} que se cierren las que lo hacen, ~~calcula~~ ^{calcula} los nuevos giros plásticos y extrapola al nuevo factor de carga. El segundo recorrido se hace ~~en el control~~ cambiando el control a PASØ 2 y no permite ahora ~~cierres~~ ^{cierres} ni calcula nuevos giros plásticos, ~~pero~~ ^{pero} ~~deja~~ ^{extrapola y} abrirse articulaciones; si sucede que ~~al~~ ^{al} terminar el recorrido se abrió alguna articulación, se abre ésta, se aplica la misma carga y se pasa a resolver nuevamente el marco. El tercer recorrido se hace con PASØ 2 si no se presentó nueva articulación, estudiándose ahora la aparición simultánea de articulaciones al extrapolar, se comprueban los cierres y giros plásticos obtenidos en el primer recorrido y se cambia a PASØ 1 para aplicar la nueva carga.

Si la carga ~~se aplica~~ ^{y solución se tienen} por vez segunda, sucedió que si se abrió la articulación prevista y se tiene control PASØ 2. En este caso solo se pueden llegar a hacer dos recorridos de miembros. El primer recorrido es para extrapolar y verificar nuevamente que no hay articulaciones adicionales a la prevista y no se calculan

giros plásticos ni admiten cierres. Cuando hay nueva articulación, se abre ésta y se vuelve a aplicar la misma carga para obtener una nueva solución y se conserva el control de PASO 2. Si en el primer recorrido no se presentó nueva articulación plástica, se vuelven a recorrer los miembros para estudiar apertura simultánea en el futuro; si hay articulaciones simultáneas futuras se deja una sin abrir. Si sólo se va a abrir una, se imprime un aviso y no se abre. Se admiten cierres y se determinan los nuevos giros plásticos. Al terminar el recorrido de miembros, el control se cambia a PASO 1 pasándose a aplicar la nueva carga.

Al imprimir momentos en miembros se verifica que se cumpla el equilibrio de nudos y entrepisos; para ello se emplean los momentos obtenidos en el recorrido de los miembros. Se imprime un aviso si se estima que el equilibrio no se cumple con cuatro cifras buenas.

A.3 CRITERIO DE EXTRAPOLACION

El criterio de extrapolación se basa en suponer que las secciones elásticas mantienen una relación lineal entre las cargas sobre el marco y el momento en esas secciones.

Durante el recorrido de miembros se obtiene el momento actual de cada sección elástica y su momento debido a una carga externa ligeramente incrementada. Así el aumento de carga requerido para plastificar una sección elástica se obtiene por simple proporción. Se supone que el momento plástico admisible no se altera con el cambio de carga.

En un momento dado se conocen λ_v y λ_H así

cómo su relación de incrementos ($\Delta\lambda_H / \Delta\lambda_V$). Sean

$$\lambda = \lambda_V + \lambda_H$$

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda_V + \Delta\lambda_H$$

(en el programa se trabaja con la suma de valores absolutos y se hacen una serie de decisiones que permiten conocer los signos de $\Delta\lambda_V$ y $\Delta\lambda_H$ cuando se conoce $\Delta\lambda$).

Sea $\Delta\lambda_P$ el incremento que se necesita para plasticificar la próxima sección, es fácil ver que los correspondientes $\Delta\lambda_{VP}$ y $\Delta\lambda_{HP}$ se obtienen con:

$$\Delta\lambda_{VP} = \frac{1 + (\Delta\lambda_H / \Delta\lambda_V)}{\Delta\lambda_P}$$

$$\Delta\lambda_{HP} = (\Delta\lambda_H / \Delta\lambda_V) \Delta\lambda_{VP}$$

Lo anterior permite tratar trabes y columnas con un mismo criterio de extrapolación y no requiere hacer distinción entre ~~cargas verticales~~ los efectos de las cargas verticales y las horizontales. En el programa se procura que $|\Delta\lambda_{VP}| = 0.125 |\lambda_V|$. Si sólo hay carga vertical se tiene $\lambda = \lambda_V$ y lo mismo se hace cuando hay solo carga horizontal, ~~donde~~ ^{que} se toma $\lambda = \lambda_H$.

El cálculo de $\Delta\lambda_P$ se hace como sigue: Sean M y $M + \Delta M$ los momentos actual e incrementado, respectivamente, en una sección elástica y sean las correspondientes cargas λ y $\lambda + \Delta\lambda$. Se supone conocida una $\Delta\lambda_P$ de otras secciones.

Se debe cumplir que: $M < M_P$ (sección elástica)

~~$M < M_P$~~ $M < M_P$ (cambio de momento
 $\Delta M \neq 0$ al modificar cargas)

y se calcula

$$\Delta\lambda_p = \left(\frac{M_p - M}{\Delta M} \right) \Delta\lambda$$

donde $\Delta M = (M + \Delta M) - M$. Para garantizar que la carga aumenta se debe cumplir que $\Delta\lambda_p > 0$.

La $\Delta\lambda_p$ se toma como nueva $\overline{\Delta\lambda_p}$ si es que se cumple

$$|M_p - M| < |\Delta M| \overline{\Delta\lambda_p}$$

anotándose el miembro y lugar donde aparecerá esa articulación prevista.

Al recorrer los miembros por segunda vez se hace el estudio de aberturas simultáneas futuras puesto que ya se conoce el mínimo $\overline{\Delta\lambda_p}$. Se tiene abertura simultánea futura si en un miembro y articulación distinto al anotado se cumple que

$$|M_p - M| = |\Delta M| \overline{\Delta\lambda_p}$$

y se abre una de ellas imprimiéndose el aviso de que hay abertura simultánea.

A.4. INSTRUCTIVO DE FORMULACION DE DATOS. EJEMPLO.

INESTABILIDAD INELASTICA DE MARCOS PLANOS

PROGRAMA AFV 34

INSTRUCTIVO DE FORMULACION DE DATOS

GENERALIDADES

El programa fue elaborado en lenguaje FORTRAN y calcula paso a paso la carga de inestabilidad inelástica de marcos con cargas en su plano.

Tipos de marcos. Deben constar únicamente de trabes y columnas.

Tamaño del marco. La suma del número total de nudos, incluyendo los de la cimentación, más el número de entrepisos, no debe exceder a 50.

Material y unidades. Todos los miembros son del mismo material, que se supone de comportamiento elastoplástico. Debe usarse un sistema de unidades único, por ejemplo: metros y toneladas.

Datos. Los datos se dan perforados en tarjetas, cada tarjeta consta de 80 columnas. En cada columna puede perforarse una cifra, un símbolo alfabético o un carácter especial.

Números dato. Los números o cantidades van perforados en campos de la tarjeta, como se indicará más adelante, y pueden ser enteros o reales. La forma de escribir los números es la usada en FORTRAN.

Números enteros. Se escriben sin punto decimal y ocupando las columnas de la derecha del campo especificado para colocarlos. La clave I4 indica cuatro, columnas para colocar el número. Por ejemplo, el número 35, en entero, I4, se coloca bb 35 donde b indica blanco.

Números en real. Deben tener punto decimal obligatorio. En éste programa se leen en campos de 15 columnas, con la clave

E 15.8, el número 8 sólo es importante en la impresión de resultados, indica el número de cifras que debe tener el resultado. Las últimas cuatro columnas del campo, pueden o no contener:

letra E, signo, dígito, dígito

al número formado después de la letra E se llama exponente decimal; es el número al que se eleva el número 10 y luego multiplica al número colocado a la izquierda de la letra E. Ejemplo: El número 2520.0 puede perforarse, entre otras,

bbbbbbbbb2520.00

bbbbbb0.252E+04

En caso de respuesta, la clave E 15.8, hace que el número se imprima

b0.25200000E+04

Cuando un número es negativo, debe ser precedido por el signo menos.

FORMULACION DE DATOS. TARJETAS DE ENCABEZADO.

Los datos de cada marco se preparan en grupos de tarjetas, cada grupo debe llevar una tarjeta de encabezado, perforada en la forma:

<u>Columnas</u>	<u>Contenido</u>
1	en blanco
2 a 7	los símbolos <u>GRUPO b</u> o lo que sea, sale impreso.
8 a 10	el número del grupo, en entero, I3. Ese número debe estar comprendido entre 1 y 12.
11 a 80	comentarios, salen impresos.

La tarjeta anterior es obligatoria en cada grupo, si un grupo

se suprime por no ser necesario, también se omite su tarjeta de encabezado.

Los grupos de datos son:

GRUPO	1	DATOS ^E GENERALES
GRUPO	2	DISTANCIA ENTRE COLUMNAS
GRUPO	3	DISTANCIA ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS
GRUPO	4	PROPIEDADES DE TRABES, A, I, ZP.
GRUPO	5	PROPIEDADES DE COLUMNAS, A, I, ZP.
GRUPO	6	RIGIDEZ ANGULAR DE LA CIMENTACION
GRUPO	7	CARGAS UNIFORMES EN TRABES
GRUPO	8	CARGAS CONCENTRADAS AL CENTRO DE TRABES
GRUPO	9	CARGAS VERTICALES CONCENTRADAS EN NUDOS
GRUPO	10	PARES EXTERNOS CONCENTRADOS EN NUDOS
GRUPO	11	FUERZAS HORIZONTALES EN NIVELES
GRUPO	12	DATOS DE CONTROL

Los grupos 1 a 5 son obligatorios y deben darse a leer en ese orden, los grupos 6 a 11 son optativos, el grupo 6 se omite sólo en caso de empotramiento perfecto y los demás en caso que dicho tipo de carga sea nula. El grupo 12 es obligatorio y debe ser el último que se de a leer.

El instructivo de preparación de cada grupo contiene la información necesaria para prepararse independientemente de los demás.

PREPARACION DE GRUPOS DE DATOS

En cada grupo, la primera tarjeta es la tarjeta de encabezado, formulada como se indicó anteriormente.

GRUPO I DATOS GENERALES

Consta de tres tarjetas:

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta. Número de niveles y ejes de columnas.

Columna
1 Contenido
en blanco

2 a 20 NUMERO DE NIVELES =

21 a 22 el número de niveles, en entero, I2. Si incluye el nivel de la cimentación. La numeración de niveles debe hacerse de arriba hacia abajo, comenzando con el número 1 en el nivel de azotea.

23 a 36 , b VERTICALES =

37 a 38 el número de ejes de columnas o ejes verticales, en entero, I5. Las ejes de columnas se numeran de izquierda a derecha comenzando con el número 1.

39 a 40 en blanco

41 a 80 comentarios.

Tercera tarjeta. Módulo de elasticidad y esfuerzo de fluencia.

Columnas
1 Contenido
en blanco

2 a 16 el módulo de elasticidad del material, E, en real, E15.8.

17 a 31 el esfuerzo de fluencia del material, fy, en real, E15.8

32 a 80 en blanco

GRUPO 2 DISTANCIA ENTRE COLUMNAS

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (claros) por tarjeta.

Columnas	Contenido
1	en blanco
2 a 5	el número del claro entre columnas, en entero, I4. Los claros se numeran de izquierda a derecha, empezando con el número 1.
6 a 9	el número del claro entre columnas, en entero, I4. Si son varios claros consecutivos iguales, basta con poner aquí el número del último claro.
10 a 24	la longitud del claro entre columnas, en real, E15.8. <u>No debe ser nulo ni negativo, excepto después de poner el último claro.</u> En este caso las columnas 2 a 5 y 6 a 9 pueden contener cualquier número. En cuanto aparece un claro nulo o negativo, el programa pasa a leer el grupo 3. El resto de la tarjeta debe estar en blanco.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " " 10 a 24
48 a 51	igual instructivo que en columnas 2 a 5
52 a 55	" " " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " " 10 a 34
71 a 80	en blanco.

GRUPO 3 DISTANCIA ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (alturas) por tarjeta.

Columnas	Contenido
1	en blanco.
2 a 5	número del entrepiso, en entero, I4. La numeración de los entrepisos empieza de arriba hacia abajo con el número 1.
6 a 9	número del entrepiso, en entero, I4. Si son varios entrepisos consecutivos con igual altura, basta con poner el número del último de ellos.
10 a 24	distancia vertical entre niveles consecutivos del entrepiso, en real, E15.8. <u>No debe ser nula ni negativa, excepto después del último dato.</u> En este caso las columnas 2 a 5 y 6 a 9 pueden contener cualquier número. En cuanto aparece una distancia nula o negativa, se pasa a leer el grupo 4. El resto de la tarjeta debe estar en blanco.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " " 10 a 24
48 a 51	igual instructivo que en columnas 2 a 5
52 a 55	" " " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " " 10 a 24
71 a 80	en blanco.

GRUPO 4 PROPIEDADES DE TRABES, A, I, ZP.

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta en adelante: con un dato (propiedades) por tarjeta.

<u>Columnas</u>	<u>Contenido</u>
1	en blanco
2 a 5	el nivel en que se encuentra la trabe, en entero, I4. La numeración de niveles se hace de arriba hacia abajo, comenzando con el número 1 en la azotea.
6 a 9 e	el número del claro de la trabe, en entero, I4. Los claros se numeran de izquierda a derecha.
10 a 13	el número del claro de la trabe, en entero, I4. Si son varias trabes seguidas de igual sección, basta con poner el último claro. No puede seguirse con los niveles inferiores.
14 a 28	Area de la sección, en real, E15.8. No usada en trabes.
29 a 43	Momento de Inercia de la sección, en real, E15.8. <u>No debe ser nulo ni negativo, excepto después de la última tarjeta de propiedades.</u> En cuanto se lee un momento de inercia nulo o negativo, el programa pasa a leer el grupo 5. Los demás datos de esa tarjeta se ignoran.
44 a 58	Módulo plástico de la sección, en real, E15.8. El módulo plástico Z, es tal que $M_p = f_y Z$, donde M_p es el momento plástico resistente, f_y el esfuerzo de fluencia. <u>Z no debe ser nulo.</u> En caso que el dato se ponga con signo negativo, el programa lo toma como el factor I/Z .
59 a 62	el tipo de sección, en entero, I4, con la clave siguiente: Sección I, poner número 1 Sección H, poner número 2 Sección rectangular, poner número 3 (Este dato no se usa en trabes)

GRUPO 5 PROPIEDADES DE COLUMNAS. A, I, ZP.

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta en adelante: con un dato (propiedades) por tarjeta.

Columnas	Contenido
1	en blanco
2 a 5	el número del entrepiso de la columna, en entero, I4. Los entrepisos se numeran de arriba hacia abajo, comenzando con el número 1.
6 a 9	El número de la vertical de la columna, en entero, I4. Las verticales (columnas del entrepiso) se numeran de izquierda a derecha, comenzando con el número 1.
10 a 13	el número de la vertical de la columna, en entero, I4. Si hay varias columnas seguidas iguales en ese entrepiso, hasta con poner la vertical de la última. No puede continuarse con las columnas de los pisos inferiores.
14 a 28	Area de la sección, en real, E15.8. Si usada en columnas.
29 a 43	Momento de inercia de la sección, en real, E15.8. <u>No debe ser nulo ni negativo, excepto después de la última tarjeta de propiedades.</u> En cuanto se lee un momento de inercia nulo o negativo, el programa pasa a leer otro grupo de datos. Los demás datos de esa tarjeta se ignoran.
44 a 58	Módulo plástico de la sección, en real, E15.8. El módulo plástico Z, es tal que $M_p = f_y Z$, donde M_p es el momento plástico resistente, f_y es el esfuerzo de fluencia. <u>Z no debe ser nulo.</u> En caso que el dato se ponga con signo negativo, el programa lo toma como el factor I/Z .
59 a 62	El tipo de sección, en entero I4, con la clave siguiente: <ul style="list-style-type: none"> sección I, poner número 1 sección H, poner número 2 sección rectangular, poner número 3 Este dato sí se usa en columnas.

GRUPO 6 RIGIDEZ ANGULAR DE LA CIMENTACION

Este grupo debe omitirse (tarjeta de encabezado inclusive) si toda la cimentación da empotramiento perfecto (rigidez infinita).

Primera tarjeta: Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (rigideces) por tarjeta.

<u>Columnas</u>	<u>Contenido</u>
1	en blanco
2 a 5	el número de la vertical del nudo de la cimentación, en entero, I4. La numeración de verticales (o nudos) se hace de izquierda a derecha, empezando con el número 1.
6 a 9	el número de la vertical del nudo de la cimentación, en entero, I4. Si hay varias rigideces consecutivas iguales, basta con poner el número de la última vertical del nudo con esa rigidez.
10 a 24	la relación de rigidez de la cimentación a la de la columna, en real, E15.8. La rigidez de la columna se toma $4EI/h$. El coeficiente puede ser positivo o nulo (articulación real). <u>No debe ser negativo</u> . En éste caso, las columnas 2 a 5 y 6 a 9 pueden contener cualquier número. En cuanto aparece un coeficiente negativo, el programa pasa a leer otro grupo de datos. Para indicar empotramiento perfecto no se da la vertical del nudo. Si todo está empotrado, omítase el grupo completo.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " " 10 a 24
48 a 51	igual instructivo que en columnas 2 a 5
52 a 55	" " " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " " 10 a 24

GRUPO 7 CARGAS UNIFORMES EN TRABES

Este grupo debe omitirse (tarjeta de encabezado inclusive) cuando no hay carga uniforme en las trabes.

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo.

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (cargas) por tarjeta

Columnas	Contenido
1	en blanco
2 a 5	el número del nudo izquierdo de la trabe, en entero, I4. La numeración de nudos se hace empezando en la azotea, recorriendo los niveles de izquierda a derecha, continuando con los pisos inferiores, hasta incluir los nudos de la cimentación. Cada trabe recibe el mismo número que su nudo izquierdo.
6 a 9	el número del nudo izquierdo de la trabe, en entero, I4. Si se tienen varias trabes seguidas con la misma carga uniforme total, basta con poner el nudo izquierdo de la última trabe, aún cuando ésta sea de nudos inferiores.
10 a 24	la carga uniforme total, en unidades de fuerza, en real, E15.8. <u>No debe ser nula ni negativa, excepto después del último dato.</u> En éste caso las columnas 2 a 5 y 6 a 9 pueden contener cualquier número. En cuanto aparece una carga nula o negativa, el programa pasa a leer otro grupo de datos. Trabes sin carga uniforme, no se dan.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " " 10 a 24
48 a 51	igual instructivo que en columnas 2 a 5
52 a 55	" " " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " " 10 a 24

GRUPO 8 CARGAS CONCENTRADAS AL CENTRO DE TRABES

Este grupo debe omitirse (tarjeta de encabezado inclusive) cuando no hay carga concentrada al centro de trabes.

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (cargas) por tarjeta.

Columnas	Contenido
1	en blanco
2 a 5	el número del nudo izquierdo de la trabe, en entero, I4. La numeración de nudos se hace empezando en la azotea, recorriendo los niveles de izquierda a derecha, continuando con los pisos inferiores, hasta incluir los nudos de la cimentación. Cada trabe recibe el mismo número que su nudo izquierdo.
6 a 9	el número del nudo izquierdo de la trabe, en entero, I4. Si se tienen varias trabes seguidas con la misma carga al centro, basta poner el nudo izquierdo de la última trabe, aún cuando ésta sea de nudos inferiores.
10 a 24	la carga concentrada al centro de la trabe, en unidades de fuerza en real, E15.8. <u>No debe ser nula ni negativa, excepto después del último dato.</u> En este caso las columnas 2 a 5 y 6 a 9 pueden contener cualquier número. En cuanto aparece una carga nula o negativa, el programa pasa a leer otro grupo de datos. Trabes sin carga concentrada al centro, no se dan.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " " 10 a 24
48 a 51	igual instructivo que en columnas 2 a 5
52 a 55	" " " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " " 10 a 24

GRUPO 9 CARGAS VERTICALES CONCENTRADAS EN NUDOS

Este grupo debe omitirse (tarjeta de encabezado inclusive) cuando no hay cargas verticales concentradas en nudos. No cuentan las descargas de las trabes del propio marco, excepto voladizos laterales.

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado del grupo

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (cargas) por tarjeta

Columnas	Contenido
1	en blanco
2 a 5	el número del nudo que tiene aplicada la carga vertical concentrada, en entero, I4. La numeración de nudos se hace empezando en la azotea, recorriendo cada nivel de izquierda a derecha, continuando con los pisos inferiores, hasta incluir los nudos de la cimentación.
6 a 9	el número del nudo que tiene aplicada la carga, en entero, I4. Si son varios nudos seguidos con igual carga, basta con poner el número del último nudo, aún cuando éste sea de pisos inferiores.
10 a 24	la carga vertical concentrada en el nudo por contribución de miembros no alojados en el plano del marco o por voladizos laterales en los nudos de las orillas del marco, en real, E15.8. (No se debe incluir la descarga de las trabes del interior del marco.) <u>No debe ser nula ni negativa, excepto después del último dato.</u> En este caso las columnas 2 a 5 y 6 a 9 pueden contener cualquier número. En cuanto a parece una carga nula o negativa, el programa pasa a leer otro grupo de datos. Nudos sin carga vertical concentrada, no se dan.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " 10 a 24
48 a 51	igual instructivo que en columnas 2 a 5
52 a 55	" " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " 10 a 24

GRUPO 10 PARES EXTERNOS CONCENTRADOS EN NUDOS.

Este grupo debe omitirse (tarjeta de encabezado inclusive) cuando no hay pares externos concentrados en nudos. No cuentan los momentos de empotramiento, excepto en voladizos laterales.

Primera tarjeta: Tarjeta de encabezado del grupo.

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (pares exter

<u>Columnas</u>	<u>Contenido</u>
1	en blanco
2 a 5	el número del nudo que tiene aplicado el par, en real, I4. La numeración de nudos se hace empezando en la azotea, recorriendo cada nivel de izquierda a derecha, continuando con los pisos inferiores, hasta incluir los nudos de la cimentación.
6 a 9	el número del nudo que tiene aplicado el par externo, en entero, I4. Si se tienen varios nudos seguidos con el mismo par, basta con poner el número del último nudo, aún cuando éste sea de niveles inferiores.
10 a 24	el par concentrado en el nudo, por contribución de miembros no alojados en el plano del marco o por voladizos laterales en los nudos de las orillas del marco, en real, E15.8. (No se deben incluir los momentos de empotramiento de los miembros del interior del marco). <u>No debe ser nulo, sí puede ser negativo, excepto después del último dato.</u> El signo del par es positivo cuando actúa, sobre el nudo, en el sentido de las manecillas del reloj. En cuanto aparece un par nulo, el programa pasa a leer otro grupo de datos; en ese caso las columnas 2 a 5 y 6 a 9, pueden contener cualquier número.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " " 10 a 24
48 a 51	" " " " " 2 a 5
52 a 55	" " " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " " 10 a 24

GRUPO 11 FUERZAS HORIZONTALES EN NIVELES.

Este grupo no necesariamente se omite (tarjeta de encabezado inclusive) cuando no hay fuerzas horizontales en los niveles. Eso se debe a que el factor de cargas laterales queda especificado en el grupo de datos de control, grupo 12.

Primera tarjeta: Tarjeta de encabezado del grupo.

Segunda tarjeta en adelante: con tres datos (fuerzas) por tarjeta.

Columnas	Contenido
1	en blanco
2 a 5	el número del nivel con carga horizontal, en entero, I4. La numeración de niveles se hace de arriba hacia abajo, comenzando con el número 1 en el nivel de azotea, hasta incluir el nivel de la cimentación.
6 a 9	el número del nivel con carga horizontal, en entero, I4. Si varios niveles consecutivos tienen igual carga lateral aplicada, basta con poner el número del último nivel inferior con esa carga.
10 a 24	la carga horizontal total que actúa en el nivel, en unidades de fuerza, en real, E15.8. <u>No debe ser nula ni negativa, excepto después del último dato.</u> En éste caso, las columnas, 2 a 5 y 6 a 9 pueden contener cualquier número. En cuanto aparece una carga lateral <u>nu</u> la o negativa, el programa pasa a leer otro grupo de datos. La carga es <u>posi</u> tiva cuando actúa de izquierda a derecha.
25 a 28	igual instructivo que en columnas 2 a 5
29 a 32	" " " " " 6 a 9
33 a 47	" " " " " 10 a 24
48 a 51	igual instructivo que en columnas 2 a 5
52 a 55	" " " " " 6 a 9
56 a 70	" " " " " 10 a 24

GRUPO 12 DATOS DE CONTROL

Este grupo es obligatorio y debe ser el último o único grupo que se dé a leer. Será el único cuando se cambia la ley de variación de factores de carga, así como el proceso usado por el programa.

El grupo consta de cuatro tarjetas

Primera tarjeta. Tarjeta de encabezado de grupo

Segunda tarjeta. Control de factores de carga

Columnas	Contenido
1	en blanco
2 a 10	el factor de carga vertical inicial, en real, F9.5. Nunca negativo.
11	en blanco
12 a 20	incremento o decremento máximo del factor de carga vertical antes de empezar a cambiar el factor de carga horizontal, en real, F9.5.
21	en blanco
22 a 30	valor del factor de carga vertical con que se empieza a cambiar el factor de carga horizontal, en real, F9.5. Si esto se hace desde el comienzo del cálculo hay que ponerlo idéntico al factor de carga vertical inicial, cols 2 a 10
31	en blanco
32 a 40	relación de incrementos del factor de carga vertical a factor de carga horizontal, $\Delta \lambda_V / \Delta \lambda_H$, después de empezarse a cambiar el factor de carga horizontal, en real, F9.5, $\neq -1$.

<u>Columnas</u>	<u>Contenido</u>
41	en blanco
42 a 50	factor de carga horizontal con que se empieza el cálculo, en real, F9.5
51	en blanco
52 a 60	incremento o decremento máximo por ciclo del factor de carga horizontal una vez que éste ya varía, en real, F9.5. Ahora el incremento máximo del factor de carga vertical se calcula con el dato contenido en las columnas 32 a 40
61	en blanco
62 a 70	último valor que puede tomar el factor de carga horizontal, en real, F9.5. Cuando este valor es menor que el factor de carga horizontal inicial no se tendrá límite superior al factor de carga horizontal. Nunca debe ser igual al de columnas 42 a 50, en ese caso úsese p. ej. control 1 en la tercera tarjeta del grupo en columna 6.
<u>Tercera tarjeta</u>	Control del estado inicial del marco y control del proceso seguido por el programa.

<u>Columna</u>	<u>Contenido</u>
1	en blanco
2 a 3	en entero, I2, número que controla el estado inicial del marco; poner: <ol style="list-style-type: none"> 1 cuando se desee poner el marco en estado elástico sin articulaciones y sin discontinuidades angulares 2 se cierran todas las articulaciones plásticas pero se conservan las discontinuidades angulares

<u>Columnas</u>	<u>Contenido</u>
3	se deja el marco sin alterar
	El control del estado inicial debe ser 1 cuando se da a leer el marco por primera vez, los controles 1, 2 y 3 se usan desde que se da el grupo 12 solo.
4	en blanco
5 a 6	en entero, I2, control del método o proceso seguido por el programa; poner:
	1 únicamente solución elástica con los factores de carga especificados.
	2 resuelve el marco antes y después de abrirse cada articulación. Ciclo doble, doble impresión de resultados
	3 cálculo sólo después de abrirse cada articulación. Ciclo sencillo. Este es el método normal del programa y con él se aprovecha al máximo el criterio de extrapolación
7 a 70	en blanco

Quinta tarjeta. Comentarios de encabezados de respuestas.

<u>Columna</u>	<u>Contenido</u>
1	en blanco
2 a 80	comentarios de encabezados de respuestas, identificación del marco, tipo de carga, tipo de comportamiento, módulo de elasticidad etc. Salen impresos en cada hoja de resultados.

En el par de hojas de codificación que siguen se presenta un ejemplo de formulación de datos. Es el marco de Wood, mostrado en las figs 24 y 25 y tabla 8.

En el GRUPO 1 se perfora que el marco tiene 5 niveles y 2 ejes de columnas o verticales, $E = 13000 \text{ ton/sq-in}$ y $f_y = 15.25 \text{ ton/sq-in}$. Los números se perforan en la forma normal sin exponente decimal y con su último dígito colocado a la derecha del campo. Los datos nulos pueden dejarse en blanco. La distancia entre niveles consecutivos es la misma del 1 al 4 e igual a 144 in. La cimentación da empotramiento perfecto por lo que se omite el grupo 6; también no se dan los grupos 7 y 10 por tener datos nulos.

En la segunda hoja de codificación hay dos GRUPO 12 consecutivos para llevar el marco a la inestabilidad con dos historias de carga distintas. En cada grupo 12 su tercera tarjeta establece que el marco debe ponerse elástico al empezar el cálculo y sin discontinuidades angulares elásticas, con un uno en la col 3, y el proceso a seguir es el normal colocándose un 3 en la col 6.

El primer grupo 12 tiene λ_v inicial = 1.0 (en λ cols 8-10), $\lambda_v = 0.2$ (en λ cols 18-20), y con $\lambda_v = 1.0$ (en cols 28-30) el λ_H inicial = 1.0 (en cols 48-50) se empieza a modificar con la relación $\Delta\lambda_v / \Delta\lambda_H = 1.0$ (en cols 38-40) con $\Delta\lambda_H$ máximo = 0.5 (en cols 58-60) hasta llegar a $\lambda_v = -1.0$ (en cols 67-70); con esto último se logra que el marco incrementa cargas hasta alcanzar la inestabilidad.

El segundo grupo 12 tiene λ_v inicial = 1.0, $\Delta\lambda_v = 0.0$ y con $\lambda_v = 1.0$ el λ_H inicial = 4.0 se incrementa cumpliendo $\Delta\lambda_v / \Delta\lambda_H = 0$ (carga vertical constante), con $\Delta\lambda_H$ máximo = 0.6 hasta llegar a la inestabilidad. Las columnas 67-70 pudieron haber quedado en blanco en ambos grupos 12.

PROGRAMA AFV 34
 CODIFICADO POR A. Flores Victoria
 REVISADO POR A. Flores Victoria

Identificación

73	75	80							

FECHA _____
 PAGINA 1 DE 2

Columna para comentarios

No. de Propos.		PROPOSICIONES FORTRAN																
1	5	6	7	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	72	
GRUPØ	Ø	1																
DATØS GENERALES. E = EO, A = AO. MARCØ DE WØØD																		
NUMERØ DE NIVELES = 5, VERTICALES = 2																		
13000.0 15.25																		
GRUPØ	2																	
DISTANCIA ENTRE CØLUMNAS																		
1	1																	
180.0 0 0 0.0 0 0 0.0																		
GRUPØ	3																	
DISTANCIA ENTRE NIVELES CØNSECUTIVØS																		
1	4																	
144.0 0 0 0.0 0 0 0.0																		
GRUPØ	4																	
PRØPIEDADES DE TRABES. A, I, ZP.																		
1	1	1																
5.30 55.620 16.02 1																		
2	1	1																
7.35 122.346 28.07 1																		
3	1	1																
7.35 122.346 28.07 1																		
4	1	1																
7.35 122.346 28.07 1																		
5	1	1																
0.00 0.000 0.00 0																		
GRUPØ	5																	
PRØPIEDADES DE CØLUMNAS. A, I, ZP																		
1	1	2																
5.89 34.704 13.46 1																		
2	1	2																
7.37 43.690 17.00 1																		
3	1	2																
8.28 89.712 25.80 1																		
4	1	2																
10.30 115.056 32.94 1																		
5	1	2																
0.00 0.000 0.00 0																		
GRUPØ	8																	
CARGAS CØNCENTRADAS AL CENTRØ DE TRABES																		

200

PROGRAMA AFV 34
 CODIFICADO POR A. Flores Victoria
 REVISADO POR A. Flores Victoria

Identificación

--	--	--	--	--	--	--	--

75 75 80

FECHA _____
 PAGINA 2 DE 2

Columna para comentarios

No. de Propos.	Cont.	PROPOSICIONES FORTRAN																			
		1	5	6	7	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	72		
	1		1					4.188	3	7				8.375							
GRUPØ			9					CARGAS VERTICALES						CONCENTRADAS EN					NUDØS		
	1		2					2.094	3	8				4.1875	0	0			0.0		
GRUPØ			11					FUERZAS HØRIZØNTALES						EN NIVELES							
	1		1					0.201	2	4				0.402	0	0			0.0		
GRUPØ			12					DATØS DE CØNTRØL													
			1.0					0.2		1.0				1.0					0.5		
	1		3																-1.0		
								MARCØ DE WØØD.						E = EO, A = AO.					INCREMENTØ PROPØRCIONAL A CØLAPSØ		
GRUPØ			12					DATØS DE CØNTRØL.						EL MISMO MARCØ.							
			1.0					0.0		1.0				0.0					4.0		
																			0.6		
	1		3																-1.0		
								MARCØ DE WØØD.						E = EO, A = AO.					VERTICAL DE TRABAJO Y HØRIZØNTAL A CØLAPSØ		

A.5 INSTRUCTIVO DE INTERPETACION DE RESPUESTAS

A continuación se describe la interpretación de los resultados usando como ejemplo el marco de Wood previamente codificado. Los cálculos fueron hechos con la computadora B5500.

La primera hoja de respuestas contiene los datos leídos. En el grupo 12 se imprimen los siguientes encabezados de factores de carga:

FCVI = factor de carga vertical inicial

DFCV = incremento máximo del factor de carga vertical con el factor de cargas horizontales constante

$FCV \leftarrow FCH''$ = factor de carga vertical donde se empiezan a modificar las cargas horizontales

DV/DH = relación de incrementos de carga vertical a horizontal una vez que se ~~empie~~ modifica la carga horizontal

FCHI = factor de carga horizontal inicial con que empieza el cálculo

DFCH = incremento máximo del factor de carga horizontal

FCH* = factor de carga vertical con el que se suspende el cálculo

Con los controles anteriores se empieza modificando únicamente la carga vertical manteniendo constante la horizontal. Una vez que la carga vertical alcanza un cierto valor $FCV \leftarrow FCH''$, se empieza a modificar también la horizontal manteniendo las relaciones indicadas.

En el ~~grupo de~~ ^{primer análisis del marco de} Wood no se usó mover la carga Vertical sola, sino que se pasó a aumentar vertical y horizontal simultáneamente.

La tercera tarjeta de datos se interpreta como ESTADO y PASO.

ESTAD ϕ = 1 es ^{poner el} marco elástico sin discontinuidades angulares antes de empezar el cálculo.

PAS ϕ = 3 es el camino normal del programa.

Al imprimirse el letrero DAT ϕ S LEID ϕ S se procede a la solución del problema. El programa no revisa los datos del marco. En caso de duda conviene hacer una corrida preliminar con PAS ϕ 1 donde resuelve sólo una vez el marco.

La segunda hoja de respuestas en adelante contienen los resultados del programa. Cada vez que se aplica un estado de carga al marco se imprime el número de la carga en la parte superior derecha de la hoja, en la forma CARGA N ϕ . n, donde n es un número. Como encabezado de la hoja se imprime

AFV 34 INESTABILIDAD DE MARC ϕ S

y luego se imprime el contenido de la cuarta tarjeta del grupo 12. En el tercer renglón se imprimen los factores de carga con que se analizó el marco así como su suma de valores absolutos.

Cuando se usa PAS ϕ 2 a veces se imprime el letrero: PR ϕ XIMAMENTE POR LA APLICACION DE LA NUEVA CARGA, SE ABRIRA(N) n, ARTICULACION(ES).

En caso de que se abra una articulación se imprime un letrero conteniendo:

SE ABRE ARTICULACION n EN TRABE m

donde m = número. La palabra TRABE se cambia por la de C ϕ LUMNA en su caso. Ver la carga 3 del marco de Wood.

Los números de las articulaciones se describen mas adelante.

A continuación se imprimen dos renglones con:

EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN
n Y SE CIERRAN m ARTICULACIONES.

HAY n ARTICULACIONES, m EN TRABES Y n EN
COLUMNAS.

y luego una tabla cuyos encabezados son:

CPL. = número de la columna

P = carga axial en la columna

P/PE = cociente de su carga axial con la de pandeo de Euler

P/PY = cociente de su carga axial con la de fluencia

RIGIDEZ = coeficiente de rigidez de la columna elástica

TRANS. = factor de transporte de la columna elástica

MY.CPL. = momento plástico sin carga axial

RED.MP. = coeficiente de reducción de flexión plástica por
efecto de carga axial

MP.CPL. = momento plástico admisible de la columna

TR. = número de la trabe

MP.TRABE = momento plástico admisible en la trabe

El número que tiene cada columna es el mismo que
el de su nudo superior y cada trabe toma el mismo
número que su nudo izquierdo. Los nudos se numeran
de izquierda a derecha empezando en la azotea y
pasando a los niveles inferiores.

Sigue una tabla de giros con el encabezado:

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL:

La primera columna de la tabla contiene el número de
nivel del maxo. Los niveles del marco se numeran de
arriba a abajo. La segunda y tercer columnas
contienen el número del primero y último giro de
ese renglón. El programa numera las incógnitas
en la secuencia: giros de nudos, giro lateral, giros de nudos
del nivel inferior, giro lateral del entrepiso inferior, etc,

donde la numeración empieza en la azotea. La cuarta a la penúltima columna contienen las rotaciones de los nudos del nivel asociada a ese renglón. La última columna contiene las rotaciones laterales de los entrepisos. En el renglón inferior de la tabla están los giros de los nudos de la cimentación.

Luego viene un encabezado con:

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

y abajo de él se colocan los desplazamientos horizontales relativos de los entrepisos. La numeración es de arriba hacia abajo del edificio.

Enseguida se tiene el anuncio

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

y a continuación se imprimen los valores. El del número 1 corresponde al de la azotea.

Las unidades de los desplazamientos son las usadas en los datos.

Así, en el marco de Wood, CARGA NO. 1 con $\lambda_v = \lambda_H = 1.0$ se tienen 0.93609 pulgadas de movimiento horizontal de la azotea, donde el marco es elástico.

También se imprime el determinante del sistema de ecuaciones en la forma:

$$\text{DETERMINANTE} = \pm 0. d d d d d d E \pm e e e$$

Este resultado no ha sido de utilidad en medir la pérdida de rigidez porque su exponente decimal $e e e$ ha sido siempre muy grande.

Luego aparece la tabla:

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS

cuyos encabezados son:

$C\phi L$ = número de columna

$ED\phi$ = estado de la columna

$GP. BASE$ = giro plástico de la base de la columna

$GP. CABEZAL$ = giro plástico del cabezal de la columna

$TRABENO.$ = el número de la trabe

$ED\phi$ = estado de la trabe

$GP. IZQ.$ = giro plástico del extremo izquierdo de la trabe

$GP. CENTR\phi$ = giro plástico del centro de la trabe

$GP. DER.$ = giro plástico del extremo derecho de la trabe

Cuando el marco es elástico y no tiene discontinuidades angulares se imprime

MARCO ELASTICO Y SIN ROTACIONES PLASTICAS

Para interpretar la tabla de articulaciones y rotaciones plásticas se tiene la siguiente convención:

Las articulaciones reciben un número según el lugar que ocupan en el miembro:

Para trabes

- 1 = articulación en el extremo izquierdo
- 2 = articulación al centro
- 4 = articulación en el extremo derecho

Para columnas

- 1 = articulación en la base
- 2 = articulación al centro
- 4 = articulación en el cabezal

Así, cuando hay una articulación el estado $ED\phi$ de un miembro puede ser 1, 2 ó 4. Cuando hay dos o más articulaciones se suman números, resultando

3 = articulaciones en 1 y 2

5 = articulaciones en 1 y 4

6 = articulaciones en 2 y 4

Cuando hay tres, $7 =$ tres articulaciones, en 1, 2 y 4.

Así, por ejemplo, en la CARGA NO. 3 del Marco de Wood en incremento proporcional, se tiene en la trabe 3 un EDO. 2, con rotación GP. CENTRO ϕ de -0.00002390 radianes; mientras que en la CARGA NO. 6, la trabe 7 tiene EDO. 6, con articulación al centro y en el extremo derecho, cuyas rotaciones plásticas son -0.00111911 y 0.00295951 radianes, respectivamente. Los giros plásticos son positivos con las manecillas del reloj al recorrer trabes de izquierda a derecha y columnas ^{de abajo hacia arriba.} Cuando un miembro no tiene articulación plástica ni discontinuidad angular no aparece impreso. En caso de que tenga una o más discontinuidades angulares pero sea miembro elástico, su EDO. es cero y se imprimen las discontinuidades.

Volviendo a la CARGA NO. 1 del Marco de Wood con incremento proporcional, la última tabla contiene:

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS.

Esta tabla se explica por sí sola y es evidente su utilidad práctica. Los momentos son positivos al actuar con las manecillas del reloj. Los cortantes ^{V. COL.} en las columnas son positivos al actuar de izquierda a derecha en el cabezal. Las reacciones sobre las trabes son positivas de abajo hacia arriba y se encabezan con R. IZQ. y R. DER.

La CARGA NO. 2 se aplicó al Marco de Wood con $\lambda_v = \lambda_H = 1.5$ porque su valor se controló con el incremento máximo admisible de 0.5 impuesto en el grupo 12. En esta carga 2, antes de la última tabla se tiene el aviso de dos renglones:

EN EL PRÓXIMO FACTOR DE CARGA
SE ABRE ARTICULACION 2 EN TRABE 3

el renglón anterior se vuelve a imprimir en el cuarto

renglón de la CARGA NO. 3. Idénticas situaciones se presentan en las cargas 3 a 4, 4 a 5, 5 a 6, 6 a 7 y 7 a 8; hecho que indica que en cada nueva carga se abrió una articulación plástica.

Nótese que en la carga 7 el desplazamiento horizontal de la azotea es de 2.26306 pulgadas, mientras que en la carga 8 fué de 91.79814 pulgadas, que es cerca de cien veces el desplazamiento obtenido con cargas de trabajo. Los factores de carga en las cargas 7 y 8 son de 1.90077 y 1.92086 respectivamente. El enorme desplazamiento lateral en la CARGA NO. 8 da lugar a la plasticificación de todos los miembros, donde por cada nueva articulación se imprime el letrero:

SE ABRE ARTICULACION m EN TRABE n
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE _____ EN
VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE _____

la palabra TRABE se cambia por la de COLUMNA en su oportunidad.

En el caso de que se cierre una articulación se imprime antes de la última tabla:

SE CIERRA ARTICULACION _____ EN TRABE _____
DEBE TENER UN MOMENTO DE _____ EN VEZ
DEL PLASTICO QUE VALE _____

Aquí también se usa la palabra COLUMNA cuando corresponde.

Así, en la CARGA NO. 8 el programa volvió a aplicar la misma carga y sin imprimir resultados encontró que hay ceros en la diagonal principal del sistema de ecuaciones, poniendo

POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = N

cuando esto sucede siempre aparece que

NÓ HAY SOLUCIÓN

al sistema de ecuaciones planteado, por lo que se imprime

COLAPSO LOCAL EN NUDOS Y/O PISOS:

COLAPSO AL ABRIRSE ARTICULACION, FACTOR ABSOLUTO
= 3.84173

y los factores de carga con que terminó el cálculo, poniendo luego

FIN DE PROBLEMA.

En la fig 51.C se tiene la configuración de inestabilidad E-P del marco de Wood. ~~En~~ En la fig 31 se muestran los desplazamientos de niveles. Los cálculos permitieron obtener, para $\lambda_v/\lambda_H = 1.0$ un punto del Diagrama de Interacción de la fig 41, y algunos de las figs 46, 56, 61, 66, 71, 76 y 81, para $\lambda_v/\lambda_H = 1.0$.

En las siguientes hojas de resultados se tienen los cálculos del Marco de Wood con $\lambda_v = 1.0$ y λ_H a colapso desde $\lambda_H = 4.0$. En la primera hoja sólo se imprime el contenido del grupo 12.

En la CARGA No. 1 con $\lambda_v = 1.0$ y $\lambda_H = 4.0$ ya debe estar abierta una articulación, ~~por~~ imprimiéndose el anuncio correspondiente. Se vuelve a aplicar la misma carga pero ahora llamada CARGA No. 2 que permite el cálculo de la rotación plástica de la articulación 4 de la trabe 7, que vale

Esto puede verificarse con la fig 41.

0.00291408 radianes. Además imprime el aviso de nueva articulación plástica en el proximo factor de carga.

La CARGA NO. 4 queda gobernada por el $\Delta \lambda_H$ máximo = 0.6 por lo que la carga 3 no pone aviso de proxima abertura, mientras que la carga 4 si la pone, para la columna 8.

En la CARGA NO. 6 se imprimió el anuncio de que en el próximo factor de carga se abre articulación 1 en trabe 7, ($\lambda_v = 1.0$ y $\lambda_H = 5.82485$). Sin embargo al pie de la hoja puede verse:

SE CIERRA ARTICULACION 1 EN TRABE 7
COLAPSO AL ABRIRSE ARTICULACION. FACTOR
ABSOLUTO = 6.97109

éste ultimo anuncio está repetido por la comprobación interna. Esto significa que el programa no encontró solución al sistema de ecuaciones con la articulación abierta. La cerró y procedió a aplicar la misma carga, ahora CARGA NO. 7 por ultima vez para así conocer el estado del marco en el momento de abrirse la última articulación.

En la CARGA NO. 7 se comprueba que se abre la articulación 1 en trabe 7 y la diferencia de momentos plástico y calculado habla bastante bien del criterio de extrapolación, 428.0675 contra 431.6801 cuya diferencia proviene del efecto de carga axial al subir cargas. La configuración de inestabilidad se muestra en la fig 51.1.

Esta forma de inestabilidad es típica de los marcos e historias de carga analizados, y es muy poco frecuente la aparición de aberturas simultáneas al colapso como sucedio en el primer cálculo que el programa detecte la

GRUPO 1 DATOS GENERALES. E = E0, A = A0. MARCO DE WOOD
 NUMERO DE NIVELES= 5, VERTICALES= 2
 .13000000E 05 .15250000E 02

GRUPO 2 DISTANCIA ENTRE COLUMNAS.
 1 1 .18000000E 03 0 0 0. 0 0 0.

GRUPO 3 DISTANCIA ENTRE NIVELES CONSRUTIVOS
 1 4 .14000000E 03 0 0 0. 0 0 0.

GRUPO 4 PROPIEDADES DE TRABES. A, I, ZP.
 1 1 1 .53000000E 01 .55620000E 02 .16020000E 02 1
 2 1 1 .73500000E 01 .12234600E 03 .28070000E 02 1
 3 1 1 .73500000E 01 .12234600E 03 .28070000E 02 1
 4 1 1 .73500000E 01 .12234600E 03 .28070000E 02 1
 5 1 1 0. 0. 0. 0

GRUPO 5 PROPIEDADES DE COLUMNAS. A, I, ZP.
 1 1 2 .58900000E 01 .34704000E 02 .13460000E 02 1
 2 1 2 .73700000E 01 .43690000E 02 .17000000E 02 1
 3 1 2 .82800000E 01 .89712000E 02 .25800000E 02 1
 4 1 2 .10300000E 02 .11505600E 03 .32940000E 02 1
 5 1 2 0. 0. 0. 0

GRUPO 8 CARGA CONCENTRADA AL CENTRO DE TRABES.
 1 1 .41880000E 01 3 7 .83750000E 01 -0 -0-0.

GRUPO 9 CARGAS VERTICALES CONCENTRADAS EN NUDOS.
 1 2 .20940000E 01 3 8 .41875000E 01 0 0 0.

GRUPO 11 FUERZAS HORIZONTALES EN NIVELES.
 1 1 .20100000E 00 2 4 .40200000E 00 0 0 0.

GRUPO 12 DATOS DE CONTROL.

FCVI	DFCV	FCV+FCH*	DV/DH	FCHI	DFCH	FCH*
1.0000	0.2000	1.0000	1.0000	1.0000	0.5000	-1.0000

ESTADO= 1, PASO= 3
 MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLAPSO

DATOS LEIDOS.

MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.00000, HORIZONTAL= 1.00000, ABSOLUTO= 2.00000
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN O Y SE CIERRAN O ARTICULACIONES.
 HAY O ARTICULACIONES ABIERTAS, O EN TRAHES Y O EN COLUMNAS.

CARGA NO. 1

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	4.0956	0.019073	0.04560	3.97484	0.50475	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.2804	0.019934	0.04765	3.97370	0.50497	205.2650	1.00000	205.2650		
3	12.1119	0.044804	0.10776	3.94070	0.51132	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	13.0141	0.048141	0.11579	3.93625	0.51218	259.2500	1.00000	259.2500		
5	19.7900	0.035651	0.15673	3.95287	0.50896	393.4500	0.99506	391.5069	5	428.0675
6	22.0860	0.039708	0.17491	3.94737	0.51002	393.4500	0.97361	383.0650		
7	27.3117	0.038364	0.17388	3.94926	0.50966	502.3350	0.97483	489.6889	7	428.0675
8	31.3143	0.043986	0.19936	3.94178	0.51111	502.3350	0.94476	474.5842		

ROTACIONES DE MUDDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	3.940520E-03	-3.250640E-03	8.774368E-04
2	4	6	3.881722E-03	-2.664015E-03	1.894005E-03
3	7	9	3.247585E-03	-8.815626E-04	2.131945E-03
4	10	12	3.155655E-03	-2.594965E-04	1.597204E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.12635, (2) = 0.27274, (3) = 0.30700, (4) = 0.23000, (5) = 0.23000

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 0.93609, (2) = 0.80973, (3) = 0.53700, (4) = 0.23000, (5) = 0.23000

DETERMINANTE = 0.100309E 59

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDO.	GP. BASE	GP. CAPEZAL	TRABE NO.	EDO.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
------	------	----------	-------------	-----------	------	----------	------------	----------

MARCO ELASTICO Y SIN ROTACIONES PLASTICAS.

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	56.6667	-0.1857	57.0294	-0.7931	1	-57.0294	123.1169	73.6569	2.0016	2.1864
2	-70.0415	1.8530	-73.6569	0.9241						
3	36.8360	-2.5479	41.6526	-0.5680	3	-98.3194	246.2763	162.8780	3.8208	4.5462
4	-79.3369	7.1716	-92.3365	1.1710						
5	50.9516	-0.7556	52.3968	-0.7599	5	-89.2327	224.9231	214.6712	3.4906	4.8844
6	-125.5900	5.1215	-135.3343	1.7649						
7	-32.9369	-33.3007	30.5370	-0.0270	7	-81.4886	218.6141	235.0331	3.3345	5.0405
8	-104.2488	2.7448	-109.4431	1.4340						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.50000, HORIZONTAL= 1.50000, ABSOLUTO= 3.00000
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN -O Y SE CIERRAN -O ARTICULACIONES.
 WAY -O ARTICULACIONES ABIERTAS, -O EN TRABES Y -O EN COLUMNAS.

CARGA NO. 2

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	REN.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	6.1405	0.028596	0.06836	3.96223	0.50716	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	6.4235	0.029914	0.07151	3.96048	0.50750	205.2650	1.00000	205.2650		
3	18.1459	0.067124	0.16145	3.91089	0.51716	259.2500	0.98949	256.5247	3	428.0675
4	19.5431	0.072293	0.17388	3.90396	0.51053	259.2500	0.97482	252.7217		
5	29.6169	0.053354	0.23455	3.92930	0.51354	393.4500	0.90323	355.3753	5	428.0675
6	33.1971	0.059004	0.26291	3.92068	0.51523	393.4500	0.86977	342.2114		
7	40.8446	0.057373	0.26003	3.92393	0.51459	502.3350	0.87316	438.6198	7	428.0675
8	47.0944	0.066152	0.29982	3.91219	0.51690	502.3350	0.82621	415.0346		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	5.926299E-03	-4.869210E-03	1.350476E-03
2	4	6	5.867460E-03	-3.976309E-03	2.964944E-03
3	7	9	4.956987E-03	-1.251104E-03	3.345242E-03
4	10	12	4.837689E-03	-3.066377E-04	2.493360E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1)= 0.19447, (2)= 0.42695, (3)= 0.48171, (4)= 0.35904, (

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1)= 1.46218, (2)= 1.26771, (3)= 0.84076, (4)= 0.35904, (

DETERMINANTE= 0.972838E 58

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL. EDO. GP. BASE GP. CABEZAL TRABE No. EDO. GP. IZQ. GP. CENTRO GP. DER.

MARCO ELASTICO Y SIN ROTACIONES PLASTICAS.

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA

SE ABRE ARTICULACION 2 EN TRABE 3

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. IZQ.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZQ.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZQ.	R. DER.
1	84.8805	-0.1865	-85.2405	-1.1827	1	-85.2405	184.7106	110.7184	2.9995	3.2825
2	-105.2610	2.8322	-110.7184	1.4912						
3	53.8827	-3.6922	60.6640	-0.8493	3	-145.5445	369.6368	245.8069	5.7242	6.8383
4	-120.3411	11.0752	-140.5451	1.7538						
5	73.8347	-0.9877	75.6815	-1.1374	5	-129.5643	337.5116	326.0376	5.1897	7.3728
6	-191.1501	7.8406	-205.6965	2.6449						
7	-52.4552	-51.4545	43.2553	-0.0380	7	-117.0900	328.1120	357.3109	4.9467	7.6158
8	-160.1332	3.2734	-166.1529	2.1485						

AFV 34,

INESTABILIDAD DE MARCOS.

MARCO DE NOHD. E = E0, A = A0. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLAPSO

CARGA NO. 3

FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.73711, HORIZONTAL= 1.73711, ABSOLUTO= 3.47423

SE ABRE ARTICULACION 2 EN TRABE 3

EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.

HAY 1 ARTICULACIONES ABIERTAS, 1 EN TRAHES Y 0 EN COLUMNAS.

COL.	P.	P/P/E	P/P/Y	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRAHE
1	7.1094	0.033108	0.07915	3.95624	0.50831	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	7.4407	0.034651	0.08284	3.95420	0.50871	205.2650	1.00000	205.2650		
3	21.0015	0.077687	0.18486	3.89672	0.51997	259.2500	0.95951	248.7520	3	428.0675
4	22.6452	0.083768	0.20148	3.88855	0.52160	259.2500	0.94225	244.2783		
5	34.2507	0.061717	0.27131	3.91813	0.51573	393.4500	0.85985	338.3082	5	428.0675
6	38.4317	0.069330	0.30478	3.90794	0.51774	393.4500	0.82036	322.7701		
7	47.2292	0.066341	0.30068	3.91194	0.51695	502.3350	0.82520	414.5262	7	428.0675
8	54.6109	0.076710	0.34767	3.89804	0.51971	502.3350	0.76974	386.6698		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	6.870361E-03	-5.633381E-03	1.583746E-03
2	4	6	6.825755E-03	-4.597981E-03	3.506202E-03
3	7	9	5.789891E-03	-1.406207E-03	3.960455E-03
4	10	12	5.663189E-03	-3.065479E-04	2.944479E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.22806, (2) = 0.50489, (3) = 0.57031, (4) = 0.42401, (5) = 0.42401

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 1.72727, (2) = 1.49920, (3) = 0.99431, (4) = 0.42401, (5) = 0.42401

DETERMINANTE = 0.476194 58

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

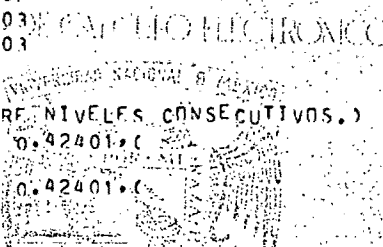
COL.	EDO.	GP. BASE	GP. CAREZAL	TRABE NO.	EDO.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
				3	2	0.00000000	-0.00002390	0.00000000

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA

SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE 7

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	98.2820	-0.1417	98.5539	-1.3782	1	-98.5539	213.9158	128.3676	3.4719	3.8031
2	-122.0657	3.2906	-128.3676	1.7273						
3	61.6284	-4.2192	69.2708	-0.9827	3	-167.5529	428.0675	285.6619	6.6180	7.9303
4	-140.1770	13.0335	-163.5962	2.0301						
5	83.9725	-1.0527	85.9196	-1.3155	5	-147.5480	390.9229	379.9560	5.9830	8.5653
6	-222.9942	9.1852	-239.7790	3.0613						
7	-62.5364	-60.4595	48.6203	-0.0424	7	-132.5928	380.0866	416.5837	5.6964	8.8519
8	-187.6282	3.2860	-193.5895	2.4865						



299

STOCK 1410 CA. 2980

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = FO, A = AO. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLPISO CARGA NO. 4
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.78585, HORIZONTAL= 1.78585, ABSOLUTO= 3.57170
 SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE 7
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 2 ARTICULACIONES ABIERTAS, 2 EN TRABES Y 0 EN COLUMNAS.

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	REN.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	7.3085	0.034035	0.00137	3.95501	0.50855	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	7.6498	0.035625	0.08517	3.95290	0.50895	205.2650	1.00000	205.2650		
3	21.5879	0.079856	0.19208	3.89381	0.52055	259.2500	0.95335	247.1561	3	428.0675
4	23.2833	0.086128	0.20716	3.88538	0.52224	259.2500	0.93555	242.5414		
5	35.2094	0.063429	0.27884	3.91584	0.51618	393.4500	0.85097	334.8127	5	428.0675
6	39.5740	0.071293	0.31341	3.90530	0.51826	393.4500	0.81017	318.7620		
7	48.5399	0.068182	0.30902	3.90947	0.51744	502.3350	0.81535	409.5799	7	428.0675
8	56.1573	0.078882	0.35752	3.89512	0.52029	502.3350	0.75813	380.8342		

ROTACIONES DE MUROS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	6.915096E-03	-5.640532E-03	1.632590E-03
2	4	6	7.508843E-03	-5.210164E-03	3.622140E-03
3	7	9	5.904544E-03	-1.371763E-03	4.102602E-03
4	10	12	5.861666E-03	-2.907185E-04	3.050167E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.23509, (2) = 0.52159, (3) = 0.59077, (4) = 0.43922, (5) = 0.43922

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 1.78668, (2) = 1.55159, (3) = 1.03000, (4) = 0.43922, (5) = 0.43922

DETERMINANTE = 0.160695E 58.

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	END.	GP. BASE	GP. CABEZAL	TRABE No.	END.	GP. IZQ.	GP. CENTRO	GP. DER.
				3	2	0.00000000	-0.00235847	0.00000000
				7	4	0.00000000	0.00000000	0.00004998

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA
 SE ABRE ARTICULACION 2 EN TRABE 7

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZQ.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZQ.	R. DER.
1	106.1004	1.8065	102.4847	-1.4604	1	-102.4847	218.7164	133.2043	3.5689	3.9102
2	-130.5871	1.3683	-133.2043	1.8194						
3	66.1263	-6.5404	77.9395	-1.0787	3	-184.0399	428.0675	305.9081	6.8012	8.1553
4	-147.2178	15.6894	-175.3210	2.1555						
5	85.2860	-0.3565	-85.9439	-1.3335	5	-152.0703	400.8149	392.3829	6.1432	8.8133
6	-228.6933	9.0174	-245.1651	3.1283						
7	-64.7852	-62.6264	50.0786	-0.0459	7	-135.3646	391.3255	428.0675	5.8521	9.1044
8	-193.7318	3.1199	-199.3742	2.5586						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL = 1.88802, HORIZONTAL = 1.88802, ABSOLUTO = 3.77605
 SE ABRE ARTICULACION 2 EN TRABE 7
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 MAY - 3 ARTICULACIONES ABIERTAS, 3 EN TRABES Y 0 EN COLUMNAS.

CARGA NO. 5

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	REN.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	7.7254	0.035977	0.08401	3.95243	0.50905	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	8.0487	0.037669	0.09005	3.95019	0.50940	205.2650	1.00000	205.2650		
3	22.8101	0.084377	0.20295	3.88773	0.52177	259.2500	0.94052	243.8295	3	428.0675
4	24.6284	0.091104	0.21913	3.87867	0.52359	259.2500	0.92143	238.8803		
5	37.1157	0.066863	0.29394	3.91124	0.51709	193.4500	0.83315	327.8037	5	428.0675
6	41.9472	0.075567	0.33220	3.89957	0.51940	193.4500	0.78800	310.0391		
7	51.3213	0.072089	0.32673	3.90424	0.51848	502.3350	0.79446	399.0836	7	428.0675
8	59.3659	0.083339	0.37795	3.88906	0.52150	502.3350	0.73402	368.7257		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	3	7.014400E-03	-5.657872E-03	1.741901E-03
2	6	8.939039E-03	-6.469046E-03	3.946078E-03
3	9	6.331567E-03	-1.215667E-03	4.952246E-03
4	12	6.982306E-03	8.368806E-04	3.753873E-03
5	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.25083, (2) = 0.56824, (3) = 0.71312, (4) = 0.54056,

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 2.07275, (2) = 1.82192, (3) = 1.25368, (4) = 0.54056,

DETERMINANTE = 0.681932E 57

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDD.	GP. BASE	GP. CABEZAL	TRABE No.	EDD.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
				3	2	0.00000000	-0.00722651	0.00000000
				7	6	0.00000000	-0.00032866	0.00236481

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA

SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE 5

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	122.3572	6.1200	110.6564	-1.6316	1	-110.6564	228.8129	143.3514	3.7719	4.1352
2	-148.2758	-2.5812	-143.3514	2.0111						
3	76.5273	-10.6502	95.6486	-1.2857	3	-218.0058	428.0675	348.9564	7.1786	8.6336
4	-162.3923	21.5177	-200.6807	2.4242						
5	86.8994	5.4141	76.9450	-1.3216	5	-153.4724	422.4624	424.7000	6.3993	9.4129
6	-231.1531	17.1516	-252.3077	3.2191						
7	-84.3513	-74.7207	51.9952	0.0320	7	-138.8947	428.0675	428.0675	6.2996	9.5126
8	-213.0907	-8.9981	-196.9144	2.6244						

FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.89414, HORIZONTAL= 1.89414, ABSOLUTO= 3.78827
 SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE 5
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 4 ARTICULACIONES ABIERTAS, 4 EN TRABES Y 0 EN COLUMNAS.

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	7.7502	0.036093	0.08628	3.95228	0.50907	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	8.1150	0.037791	0.09035	3.95002	0.50951	205.2650	1.00000	205.2650		
3	22.8815	0.084642	0.20359	3.88738	0.52184	259.2500	0.93977	243.6352	3	428.0675
4	24.7106	0.091408	0.21986	3.87826	0.52367	259.2500	0.92057	238.6566		
5	37.2122	0.067037	0.29470	3.91101	0.51713	393.4500	0.83225	327.4487	5	428.0675
6	42.1066	0.075855	0.33346	3.89919	0.51948	393.4500	0.78651	309.4530		
7	51.4947	0.072331	0.32783	3.90391	0.51854	502.3350	0.79315	398.4294	7	428.0675
8	59.5509	0.083649	0.37912	3.88871	0.52157	502.3350	0.73263	368.0275		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	7.019565E-03	-5.657325E-03	1.750144E-03
2	4	6	9.031193E-03	-6.545137E-03	3.986817E-03
3	7	9	6.382160E-03	-1.158405E-03	5.121915E-03
4	10	12	7.268902E-03	1.058084E-03	3.895971E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPIOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)
 (1)= 0.25202, (2)= 0.57410, (3)= 0.73756, (4)= 0.56102,
 DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.
 (1)= 2.12470, (2)= 1.87268, (3)= 1.29858, (4)= 0.56102,
 DETERMINANTE= 0.120228E 57

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDD.	GP. BASE	GP. CABEZAL	TRABE NO.	EDD.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
				3	2	0.00000000	-0.00752511	0.00000000
				5	4	0.00000000	0.00000000	0.00001987
				7	6	0.00000000	-0.00111911	0.00295951

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA
 SE ABRE ARTICULACION 2 EN TRABE 5

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	123.3700	6.3970	111.1455	-1.6422	1	-111.1455	229.4077	143.9766	3.7839	4.1487
2	-149.3652	-2.8250	-143.9766	2.0229						
3	77.0883	-10.8212	96.5097	-1.2968	3	-219.8837	428.0675	351.6859	7.1995	8.6639
4	-163.0714	22.0667	-202.3208	2.4389						
5	88.6496	7.3836	75.0870	-1.3277	5	-152.1752	423.7309	428.0675	6.3990	9.4644
6	-231.3618	18.5238	-264.9961	3.2313						
7	-87.0595	-77.7956	54.8525	0.0230	7	-143.5021	428.0675	428.0675	6.3508	9.5126
8	-217.1529	-11.3777	-196.7057	2.6420						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = EO, A = AO. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.90077, HORIZONTAL= 1.90077, ABSOLUTO= 3.80154
 SE ABRE ARTICULACION 2 EN TRABE 5
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 5 ARTICULACIONES ABIERTAS, 5 EN TRABES Y 0 EN COLUMNAS.

CARGA NO. 7

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	REN.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	7.7764	0.036215	0.08658	3.95212	0.50911	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	8.1444	0.037928	0.09267	3.94984	0.50959	205.2650	1.00000	205.2650		
3	22.9444	0.084874	0.20415	3.88706	0.52190	259.2500	0.93911	243.4640	3	428.0675
4	24.8144	0.091792	0.22078	3.87775	0.52378	259.2500	0.91948	238.3739		
5	37.3102	0.067214	0.29548	3.91077	0.51718	393.4500	0.83133	327.0884	5	428.0675
6	42.2865	0.076179	0.33489	3.89875	0.51957	393.4500	0.78483	308.7914		
7	51.6761	0.072580	0.32899	3.90357	0.51861	502.3350	0.79179	397.7449	7	428.0675
8	59.7586	0.093941	0.38045	3.88832	0.52165	502.3350	0.73107	367.2436		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	7.021102E-03	-5.646859E-03	1.772970E-03
2	4	6	9.177978E-03	-6.626656E-03	4.207784E-03
3	7	9	6.667667E-03	-7.200665E-04	5.575725E-03
4	10	12	7.800060E-03	1.485297E-03	4.159195E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPIEDOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.25531, (2) = 0.60592, (3) = 0.80290, (4) = 0.59892, (

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 2.26306, (2) = 2.00775, (3) = 1.40183, (4) = 0.59892, (

DETERMINANTE = 0.199723E 56

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EOO.	GP. BASE	GP. CABEZAL	TRABE NO.	EOO.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
				3	2	0.00000000	-0.00789496	0.00000000
				5	4	0.00000000	-0.00015254	0.00067448
				7	6	0.00000000	-0.00241733	0.00401224

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA
 SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA 4

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	124.7716	6.8592	111.6616	-1.6557	1	-111.6616	229.9970	144.7836	3.7962	4.1642
2	-150.7303	-3.1181	-144.7836	2.0377						
3	77.4828	-10.2555	95.8833	-1.3005	3	-220.6549	428.0675	355.9173	7.2080	8.7109
4	-162.1650	24.2002	-205.1870	2.4466						
5	88.3390	9.4297	71.0219	-1.3147	5	-148.5047	428.0675	428.0675	6.4064	9.5126
6	-232.4467	18.4333	-265.9025	3.2250						
7	-92.0814	-83.4892	60.1657	0.0067	7	-148.5047	428.0675	428.0675	6.4064	9.5126
8	-224.3161	-15.9735	-195.6208	2.6677						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. INCREMENTO PROPORCIONAL A COLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.92086, HORIZONTAL= 1.02086, ABSOLUTO= 3.84173
 SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA 4
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 6 ARTICULACIONES ABIERTAS, 5 EN TRABES Y 1 EN COLUMNAS.

COL.	P	P/PE	P/PP	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	REN.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRAJE
1	7.3145	0.034064	0.08143	3.95498	0.50854	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	8.7746	0.040863	0.07769	3.94594	0.51030	205.2650	1.00000	205.2650		
3	13.1864	0.048778	0.11732	3.93540	0.51235	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	35.0773	0.129756	0.31210	3.82630	0.53431	259.2500	0.81173	210.4400		
5	27.5046	0.050090	0.22020	3.93365	0.51260	393.4500	0.62016	362.0347	5	428.0675
6	52.6335	0.094819	0.41603	3.87366	0.52460	393.4500	0.68814	270.7475		
7	42.4229	0.059590	0.27000	3.92097	0.51517	502.3350	0.86131	432.6638	7	428.0675
8	70.1898	0.098593	0.44686	3.86857	0.52563	502.3350	0.65271	327.8796		

ROTACIONES DE MUROS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	-1.748659E-02	2.298186E-02	1.123932E-02
2	4	6	1.117367E-01	-7.672932E-02	2.510008E-01
3	7	9	3.095069E-01	2.795105E-01	2.655933E-01
4	10	12	2.021662E-01	2.012072E-01	1.096536E-01
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1)= 1.61846, (2)= 36.14412, (3)= 38.24544, (4)= 15.79012, (5)= 15.79012

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1)= 91.79814, (2)= 90.17968, (3)= 54.03555, (4)= 15.79012, (5)= 15.79012

DETERMINANTE= 0.126355E 54

SE ABRE ARTICULACION 1 EN TRABE	1	-244.3050	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-277.3414
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE	1	244.3050	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	409.7883
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA	1	205.2650	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	1064.2415
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA	1	205.2650	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	277.3414
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	1	205.2650	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	410.5840
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA	2	-205.2650	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-1013.4317
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA	2	-205.2650	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-409.7883
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	2	-205.2650	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-317.7039
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 1 EN TRABE	3	428.0675	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	632.1552
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE	3	428.0675	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	1223.8718
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA	3	-259.2500	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-1696.3967
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	3	259.2500	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	795.9218
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	4	210.4400	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	240.1403
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA	5	-362.0387	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-1303.4387
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA	5	362.0387	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	363.0384
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE				
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	5			

DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-362.0387	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-887.5209
SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA	6		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-270.7475	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-1790.9202
SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA	6		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-270.7475	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-623.0545
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	6		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-270.7475	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-650.5985
SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA	7		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-432.6638	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-2524.8318
SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA	7		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	432.6638	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	1467.0878
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	7		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-432.6638	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-2152.2559
SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA	8		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-327.8796	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-2472.4551
SE ABRE ARTICULACION 4 EN COLUMNA	8		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	327.8796	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	1362.8527
SE ABRE ARTICULACION 2 EN COLUMNA	8		
DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE	-327.8796	EN VEZ DEL QUE TIENE, QUE VALE	-2177.1437

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDO.	GP. BASE	GP. CAPEZAL	TRABE NO.	EDO.	GP. IZQ.	GP. CENTRO	GP. DER.
1	7	0.00000000	0.00000000	1	5	0.00000000	0.00000000	0.00000000
2	7	0.00000000	0.00000000					
3	6	0.00000000	0.00000000	3	7	0.00000000	-0.00789496	0.00000000
4	6	0.00000000	0.00000000					
5	7	0.00000000	0.00000000	5	6	0.00000000	-0.00015254	0.00067448
6	7	0.00000000	0.00000000					
7	7	0.00000000	0.00000000	7	6	0.00000000	-0.00241733	0.00401224
8	7	0.00000000	0.00000000					

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	H. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZQ.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZQ.	R. DER.
1	1064.2415	410.5840	277.3414	-9.3980	1	-277.3414	18.4413	409.7883	3.2865	4.7581
2	-1013.4317	-317.7039	-409.7883	9.7849						
3	-199.3893	795.9218	-1696.3967	9.8554	3	632.1552	428.0675	1223.8718	-2.2676	18.3549
4	194.2870	240.1403	-210.4400	-8.6971						
5	-1303.4387	-887.5209	363.0384	-0.8542	5	-163.6491	428.0675	428.0675	6.5746	9.5126
6	-1790.9202	-659.5985	-623.0545	2.7846						
7	-2524.8318	-2152.2559	1467.0878	2.6936	7	-163.6491	428.0675	428.0675	6.5746	9.5126
8	-2472.4551	-2177.1437	1362.8527	0.0020						

POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 1
 POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 2
 POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 4
 POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 5
 POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 7
 POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 8
 POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 10
 POSIBLE COLAPSO LOCAL (DIAGONAL CON CEROS), EC. = 11
 NO HAY SOLUCION.

COLAPSO LOCAL EN NUDO(S) Y/O PISO(S).

COLAPSO AL ARRISSE ARTICULACION. FACTOR ABSOLUTO= 3.84173
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.92086, HORIZONTAL= 1.92086, ABSOLUTO= 3.84173

FIN DE PROBLEMA.

GRUPO 12 DATOS DE CONTROL... EL MISMO MARCO.
 FCVI DFCV DFCV+FCV FCH FCH+FCV
 1.00000 0.00000 1.00000 0.00000 4.00000 0.60000 -1.00000
 ESTADO= 1, PASH= 3
 MARCO DE MODO, E = EO, A = AO. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL A COLAPSO

DATOS LEIDOS.

CENRO DE INVESTIGACIONES



AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL A COLAPSO CARGA NO. 1
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.00000, HORIZONTAL= 4.00000, ABSOLUTO= 5.00000
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN O Y SE CIERRAN O ARTICULACIONES.
 MAY O ARTICULACIONES ARTERTAS, O EN TRABES Y O EN COLUMNAS.

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	3.8185	0.017782	0.04251	3.97655	0.50443	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.5575	0.021224	0.05074	3.97199	0.50529	205.2650	1.00000	205.2650		
3	10.7586	0.039798	0.09572	3.94736	0.51003	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	14.3674	0.053147	0.12783	3.92958	0.51348	259.2500	1.00000	259.2500		
5	16.3460	0.029447	0.12945	3.96110	0.50738	393.4500	1.00000	393.4500	5	428.0675
6	25.5300	0.045992	0.20219	3.93911	0.51162	393.4500	0.94142	370.4021		
7	21.3077	0.029930	0.13565	3.96046	0.50750	502.3350	1.00000	502.3350	7	428.0675
8	37.3183	0.052420	0.23758	3.93055	0.51329	502.3350	0.89965	451.9271		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	4.975190E-03	-2.215667E-03	3.509748E-03
2	4	6	5.710753E-03	-8.399260E-04	7.576023E-03
3	7	9	6.801274E-03	2.662803E-03	8.527795E-03
4	10	12	7.499069E-03	4.085608E-03	6.388831E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.50540, (2) = 1.09095, (3) = 1.22800, (4) = 0.91999, (

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 3.74435, (2) = 3.23894, (3) = 2.14799, (4) = 0.91999, (

DETERMINANTE = 0.100307E 59

SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE 7

DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE 428.0675 EN VEZ DEI QUE TIENE QUE VALE 465.3659

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDD.	GP. BASE	GP. CAREZAL	TRABE No.	EDD.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
				7	4	0.00000000	0.00000000	0.00000000

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	36.6307	2.3215	12.0893	-0.4906	1	-32.0893	123.1157	98.5993	1.7245	2.4635
2	-90.1300	4.3480	-98.5993	1.2946						
3	-26.8739	0.3725	-35.1930	0.3495	3	-1.4377	246.3200	259.6724	2.7529	5.6221
4	-143.1297	14.1222	-169.5424	2.0625						
5	-61.1054	5.7205	-72.1332	0.7859	5	99.0071	225.0054	402.7463	1.4000	6.9750
6	-237.4486	11.7441	-259.6166	3.2341						
7	-239.6406	-78.8599	-87.7089	2.1371	7	140.8143	218.5992	465.3659	0.7754	7.5996
8	-309.1006	-43.3660	-227.9173	3.4909						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = EO, A = AO. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL ACOLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL = 1.00000, HORIZONTAL = 4.00000, ABSOLUTO = 5.00000
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 1 ARTICULACIONES ABIERTAS, 1 EN TRABES Y 0 EN COLUMNAS.

CARGA NO. 2

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	3.8181	0.017781	0.04251	3.97655	0.50443	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.5579	0.021226	0.05074	3.97199	0.50530	205.2650	1.00000	205.2650		
3	10.7519	0.039773	0.09566	3.94739	0.51002	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	14.3741	0.053172	0.12789	3.92954	0.51340	259.2500	1.00000	259.2500		
5	16.2479	0.029270	0.12868	3.96134	0.50733	393.4500	1.00000	393.4500	5	428.0675
6	25.6281	0.046169	0.20296	3.93888	0.51167	393.4500	0.94050	370.0413		
7	21.3982	0.030057	0.13623	3.96029	0.50753	502.3350	1.00000	502.3350	7	428.0675
8	37.2270	0.052293	0.23701	3.93072	0.51326	502.3350	0.90033	452.2685		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	4.980841E-03	-2.213623E-03	3.516160E-03
2	4	6	5.708018E-03	-8.146299E-04	7.662718E-03
3	7	9	7.034186E-03	2.740574E-03	9.195861E-03
4	10	12	8.338611E-03	5.524636E-03	6.978276E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.50633, (2) = 1.10343, (3) = 1.32420, (4) = 1.00487, (

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 3.93883, (2) = 3.43251, (3) = 2.32908, (4) = 1.00487, (

DETERMINANTE = 0.363253E 58

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDO.	GP. BASE	GP. CABEZAL	TRABE No.	EDO.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
				7	4	0.00000000	0.00000000	0.00291408

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA
 SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE 5

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	36.5119	2.2950	32.0223	-0.4894	1	-32.0223	123.1503	98.5972	1.7241	2.4639
2	-89.9539	4.4373	-98.5972	1.2934						
3	-25.3076	5.3173	-35.4246	0.3394	3	-1.0873	246.0723	260.5181	2.7462	5.6288
4	-143.7564	14.3339	-170.5642	2.0726						
5	-62.6880	10.6928	-83.3059	0.8644	5	108.6135	226.3763	409.6110	1.3085	7.0665
6	-222.4839	22.9820	-265.8546	3.1556						
7	-258.6546	-87.6931	-89.7320	2.2700	7	152.4199	239.0512	428.0675	0.9626	7.4124
8	-315.3733	-58.6372	-205.5836	3.3580						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL A COLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL = 1.00000, HORIZONTAL = 4.24021, ABSOLUTO = 5.24021
 SE ABRE ARTICULACION 4 EN TRABE 5
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 2 ARTICULACIONES ABIERTAS, 2 EN TRABES Y 0 EN COLUMNAS.

CARGA NO. 3

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	3.7958	0.017677	0.04226	3.97668	0.50440	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.5802	0.021330	0.05099	3.97185	0.50532	205.2650	1.00000	205.2650		
3	10.6402	0.039359	0.09467	3.94794	0.50991	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	14.4858	0.053505	0.12489	3.92899	0.51360	259.2500	1.00000	259.2500		
5	15.9234	0.028686	0.12611	3.96211	0.50718	393.4500	1.00000	393.4500	5	428.0675
6	25.9526	0.046753	0.20553	3.93810	0.51182	393.4500	0.93747	368.8483		
7	20.9614	0.029444	0.13345	3.96111	0.50738	502.3350	1.00000	502.3350	7	428.0675
8	37.6646	0.052906	0.23979	3.92990	0.51342	502.3350	0.89705	450.6200		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	5.066484E-03	-2.137227E-03	3.730086E-03
2	4	6	5.853164E-03	-6.561709E-04	8.160285E-03
3	7	9	7.433975E-03	3.061802E-03	1.003813E-02
4	10	12	9.101370E-03	6.584536E-03	7.453453E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPIOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)
 (1) = 0.93713, (2) = 1.17508, (3) = 1.44549, (4) = 1.10210,
 DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.
 (1) = 0.25080, (2) = 3.72267, (3) = 2.54759, (4) = 1.10210,
 DE TERMINANTE = 0.992947E 57

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDD.	GP. BASE	GP. CABEZAL	TRABE NO.	EDD.	GP. IZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
				5	4	0.00000000	0.00000000	-0.00000107
				7	4	0.00000000	0.00000000	0.00435536

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZO.	R. DER.
1	34.8497	2.4827	29.9922	-0.4644	1	-29.9922	123.1673	100.5932	1.7018	2.4862
2	-91.4763	4.6811	-100.5932	1.3167						
3	-29.6287	6.3372	-41.6926	0.4085	3	6.8429	245.9547	268.6835	2.6568	5.7182
4	-149.1022	14.9928	-177.2072	2.1484						
5	-72.4426	13.6649	-98.3108	1.0294	5	128.4396	227.0610	428.0675	1.0958	7.2792
6	-224.0353	22.0866	-278.8653	3.2320						
7	-284.6676	-95.6904	-100.1967	2.5122	7	172.6393	249.1609	428.0675	0.8502	7.5248
8	-334.8148	-69.9046	-204.0322	3.4537						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS. MARCO DE WOOD. E = EO, A = AO. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL A-COLAPSO CARGA NO. 4
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.0000, HORIZONTAL= 4.84021, ABSOLUTO= 5.84021
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN -O Y SE CIERRAN O ARTICULACIONES.
 HAY 2 ARTICULACIONES ABIERTAS, 2 EN TRASES Y 0 EN COLUMNAS.

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	REQ.NP.	MP.COL.	TR.	MP.TRASF
1	3.7351	0.017394	0.04158	3.97706	0.50433	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.6409	0.021613	0.05167	3.97148	0.50539	205.2650	1.00000	205.2650		
3	10.2671	0.037979	0.09135	3.94977	0.50956	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	14.8589	0.054965	0.13221	3.92715	0.51396	259.2500	1.00000	259.2500		
5	15.1951	0.027374	0.12034	3.96385	0.50685	393.4500	1.00000	393.4500	5	428.0675
6	26.6809	0.048065	0.21130	3.93635	0.51216	393.4500	0.93067	366.1703		
7	19.8589	0.027895	0.12643	3.96316	0.50698	502.3350	1.00000	502.3350	7	428.0675
8	38.7671	0.054455	0.24681	3.92783	0.51383	502.3350	0.88877	446.4596		

ROTACIONES DE MUROS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	5.200526E-03	-1.877886E-03	4.350232E-03
2	4	6	6.490329E-03	-2.335776E-04	1.056680E-02
3	7	9	9.847385E-03	6.624221E-03	1.352719E-02
4	10	12	1.163965E-02	9.794560E-03	9.649359E-03
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)
 (1) = 0.62643, (2) = 1.52162, (3) = 1.94792, (4) = 1.38951,
 DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.
 (1) = 5.48548, (2) = 4.85904, (3) = 3.33742, (4) = 1.38951,
 DETERMINANTE = 0.992372E 57

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDD.	GP. BASE	GP. CAJEZAL	TRASF. NO.	EDD.	GP. TZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
5	4			7	4	0.00000000	0.00000000	0.00476806
						0.00000000	0.00000000	0.00883453

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA
 SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA 8

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRASF.	M. TZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. TZO.	R. DER.
1	32.3862	3.2067	24.7908	-0.4133	1	-24.7908	122.9050	106.3192	1.6411	2.5469
2	-96.1998	5.1977	-106.3192	1.3862						
3	-43.5680	13.4501	-69.2176	0.6787	3	36.8315	247.8506	294.8802	2.3447	6.0303
4	-147.0509	27.6700	-198.6805	2.2439						
5	-120.4723	14.6803	-148.8469	1.6647	5	192.4149	259.0487	428.0675	0.7404	7.6346
6	-231.7090	26.1912	-281.0166	3.1997						
7	-355.6614	-122.2992	-119.4525	3.1079	7	-239.9248	282.8037	428.0675	0.4764	7.8986
8	-390.6343	-104.0506	-196.3577	3.7023						

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE WOOD. E = E0, A = A0. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL A COLAPSO
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL = 1.00000, HORIZONTAL = 5.03851, ABSOLUTO = 6.43851
 SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA 8
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 3 ARTICULACIONES ABIERTAS, 2 EN TRABES Y 1 EN COLUMNAS.

CARGA NO. 5

COL.	P	P/PC	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.NP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	3.6745	0.017112	0.04091	3.97743	0.50424	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.7015	0.021894	0.05234	3.97111	0.50546	205.2650	1.00000	205.2650		
3	9.8953	0.036604	0.08804	3.95160	0.50921	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	15.2307	0.056340	0.13551	3.92531	0.51432	259.2500	1.00000	259.2500		
5	14.4689	0.026005	0.11459	3.96558	0.50652	393.4500	1.00000	393.4500	5	428.0675
6	27.4071	0.049374	0.21705	3.93461	0.51250	393.4500	0.92388	363.5001		
7	18.7599	0.026351	0.11243	3.96520	0.50650	502.3350	1.00000	502.3350	7	428.0675
8	39.8661	0.055998	0.25380	3.92577	0.51423	502.3350	0.88051	442.3123		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	5.453482E-03	-1.618448E-03	4.969288E-03
2	4	6	7.129210E-03	1.866103E-04	1.297608E-02
3	7	9	1.226213E-02	1.020336E-02	1.703149E-02
4	10	12	1.422136E-02	1.300796E-02	1.170399E-02
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)

(1) = 0.71558, (2) = 1.86856, (3) = 2.45253, (4) = 1.68538, (5) = 1.68538

DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.

(1) = 6.72204, (2) = 6.00647, (3) = 4.13791, (4) = 1.68538, (5) = 1.68538

DETERMINANTE = 0.505742E 57

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDD.	GP. BASE	GP. CAPEZAL	TRABE NO.	EDD.	GP. TZO.	GP. CENTRO	GP. DER.
8	1	0.00018635	0.00000000	5	4	0.00000000	0.00000000	0.00955457
				7	4	0.00000000	0.00000000	0.01333878

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA
 SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA 7

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. TZO.	M. CENTRO	M. DER.	R. TZO.	R. DER.
1	29.9580	5.2872	19.6061	-0.3625	1	-19.6061	122.6379	112.0381	1.5805	2.6075
2	-100.9320	5.7065	-112.0381	1.4556						
3	-57.5314	20.5534	-96.7959	0.9433	3	66.8380	249.7830	321.0220	2.0327	6.3423
4	-144.7690	40.4389	-220.0900	2.3361						
5	-167.8419	16.0392	-198.8942	2.3004	5	256.4257	291.0541	428.0675	0.3848	7.9902
6	-239.7295	23.1023	-283.2985	3.1654						
7	-429.5232	-149.3302	-140.5196	3.7391	7	308.3615	317.0220	428.0675	0.0962	8.2788
8	-442.3123	-136.2952	-188.3380	3.9129						

AFV 34, INSTABILIDAD DE MARCOS, MARCO DE NUDO. E = E0, A = A0. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL ACOLAPSO CARGA NO. 6
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.00000, HORIZONTAL= 5.82485, ABSOLUTO= 6.82485
 SE ABRE ARTICULACION 1 EN COLUMNA 7
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN 1 Y SE CIERRAN 0 ARTICULACIONES.
 HAY 4 ARTICULACIONES ABIERTAS, 2 EN TRABES Y 2 EN COLUMNAS.

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	REN.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	3.6350	0.010220	0.04007	3.97767	0.50421	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.7410	0.022070	0.05278	3.97086	0.50551	205.2650	1.00000	205.2650		
3	9.6476	0.035630	0.08584	3.95282	0.50897	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	15.4784	0.057257	0.13772	3.92409	0.51456	259.2500	1.00000	259.2500		
5	13.9406	0.025186	0.11072	3.96675	0.50630	393.4500	1.00000	393.4500	5	428.0675
6	27.8954	0.050253	0.22092	3.93344	0.51273	393.4500	0.91932	361.7047		
7	17.9541	0.025219	0.11430	3.96670	0.50630	502.3350	1.00000	502.3350	7	428.0675
8	40.6719	0.057130	0.25893	3.92426	0.51452	502.3350	0.87446	439.2713		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	5.574821E-03	-1.443897E-03	5.377947E-03
2	4	6	7.574256E-03	4.567497E-04	1.465328E-02
3	7	9	1.394991E-02	1.282226E-02	1.963867E-02
4	10	12	1.648693E-02	1.538276E-02	1.388568E-02
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPIEDOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)
 (1)= 0.77442, (2)= 2.11007, (3)= 2.82797, (4)= 1.99054,
 DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.
 (1)= 7.71200, (2)= 6.91758, (3)= 4.82751, (4)= 1.99054,
 DETERMINANTE= 0.772791E 56

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDO.	GP. BASE	GP. CAREZAL	TRABE NO.	EDO.	GP. IZQ.	GP. CENTRO	GP. DER.
7	1	0.00037670	0.00000000	5	4	0.00000000	0.00000000	0.01301736
8	1	0.00233872	0.00000000	7	4	0.00000000	0.00000000	0.01684636

EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA
 SE ABRE ARTICULACION 1 EN TRABE 7

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	R. IZQ.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZQ.	R. DER.
1	28.6076	6.3081	16.2540	-0.3311	1	-16.2540	122.4242	115.8176	1.5409	2.6471
2	-104.1252	6.0091	-115.8176	1.5019						
3	-67.1402	25.5200	-115.9494	1.1301	3	87.3418	251.3285	338.4348	1.8221	6.5529
4	-141.4020	49.9401	-234.3096	2.3823						
5	-193.7861	20.7617	-234.0258	2.6964	5	301.1660	313.4243	428.0675	0.1362	8.2388
6	-246.9192	21.1723	-286.6655	3.1576						
7	-502.3350	-169.0851	-174.6319	4.4519	7	368.4180	347.0502	428.0675	-0.2374	8.6124
8	-439.2713	-138.7247	-181.1483	3.7437						

SE CIERRA ARTICULACION 1 EN TRABE 7
 COLAPSO AL ABRIRSE ARTICULACION. FACTOR ABSOLUTO= 6.97109
 COLAPSO AL CERRARSE ARTICULACION. FACTOR ABSOLUTO= 6.97109

AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.
 MARCO DE APOD. E = EO, A = AO. VERTICAL DE TRABAJO Y HORIZONTAL A COLAPSO CARGA NO. 7
 FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.00000, HORIZONTAL= 5.97109, ABSOLUTO= 6.97109
 EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN O Y SE CIERRAN O ARTICULACIONES.
 HAY 4 ARTICULACIONES ABIERTAS, 2 EN TRABES Y 2 EN COLUMNAS.

COL.	P	P/PE	P/PY	RIGIDEZ	TRANS.	MY.COL.	RED.MP.	MP.COL.	TR.	MP.TRABE
1	3.6183	0.016850	0.04028	3.97778	0.50419	205.2650	1.00000	205.2650	1	244.3050
2	4.7577	0.022157	0.05297	3.97076	0.50553	205.2650	1.00000	205.2650		
3	9.5188	0.035211	0.08469	3.95345	0.50885	259.2500	1.00000	259.2500	3	428.0675
4	15.6072	0.057733	0.13886	3.92345	0.51468	259.2500	1.00000	259.2500		
5	13.6535	0.024597	0.10813	3.96753	0.50615	393.4500	1.00000	393.4500	5	428.0675
6	28.2225	0.050842	0.22351	3.93265	0.51288	393.4500	0.91626	360.5023		
7	17.2712	0.024260	0.10995	3.96797	0.50606	502.3350	1.00000	502.3350	7	428.0675
8	41.3548	0.058090	0.26328	3.92298	0.51478	502.3350	0.86933	436.6942		

ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.

1	1	3	5.624119E-03	-1.368273E-03	5.563332E-03
2	4	6	7.806817E-03	6.027766E-04	1.570420E-02
3	7	9	1.529368E-02	1.461100E-02	2.201312E-02
4	10	12	1.887343E-02	1.863952E-02	1.780101E-02
5	13	15	0.	0.	0.

DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENTRE NIVELES CONSECUTIVOS.)
 (1) = 0.80112, (2) = 2.26140, (3) = 3.16989, (4) = 2.56340,
 DESPLAZAMIENTO LATERAL TOTAL DE CADA NIVEL.
 (1) = 8.79582, (2) = 7.99470, (3) = 5.73329, (4) = 2.56340,
 DETERMINANTE = 0.772690E 56
 SE ABRE ARTICULACION 1 EN TRABE 7
 DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE 428.0675 EN VEZ DEI QUE TIENE, QUE VALE 431.6801

ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS.

COL.	EDD.	GP. BASE	GP. CABEZAL	TRABE NO.	EDD.	GP. IZQ.	GP. CENTRO	GP. DER.
7	1	0.00037670	0.00000000	5	4	0.00000000	0.00000000	0.01301736
8	1	0.00233472	0.00000000	7	5	0.00000000	0.00000000	0.01684636

MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS

COL.	M. INF.	M. CENTRO	M. SUP.	V. COL.	TRABE	M. IZQ.	M. CENTRO	M. DER.	R. IZQ.	R. DER.
1	26.3411	6.8060	14.8544	-0.3201	1	-14.8544	122.3184	117.4288	1.5241	2.6639
2	-105.3040	6.2319	-117.4288	1.5203						
3	-69.2203	29.9219	-126.4032	1.2096	3	98.1421	252.0931	347.7059	1.7106	6.6644
4	-137.1960	56.5856	-242.4019	2.3910						
5	-210.3358	29.3696	-267.3015	3.0164	5	336.5218	331.1022	428.0675	-0.0602	8.4352
6	-228.3691	33.3193	-290.8715	2.9346						
7	-502.3350	-144.8070	-221.3443	4.7181	7	431.6801	378.6813	428.0675	-0.5889	8.9639
8	-436.6942	-127.5287	-199.6984	3.6832						

FACTORES DE CARGA. VERTICAL= 1.00000, HORIZONTAL= 5.97109, ABSOLUTO= 6.97109

FIN DE PROBLEMA.

313

205/70

A.6 LISTAS DEL PROGRAMA

En las hojas que siguen se encuentran las listas del programa para computadora. Ellas fueron obtenidas con la computadora B5500. En esa máquina el punto y coma ";" sirve como separador o limitador de una instrucción con la siguiente.

El lenguaje usado en el programa es FORTRAN II y fueron mínimos los cambios que se hicieron para su adaptación a la B5500 que usa FORTRAN IV.

En la primera hoja de las listas se tiene la única subrutina del programa, que resuelve el sistema de ecuaciones planteado. La segunda hoja en adelante contienen el programa, que recibió el nombre de AFV34. Los formatos se encuentran agrupados al principio del programa y en ellos pueden verse fácilmente los anuncios que se imprimen como respuesta.

En las listas se han colocado comentarios que describen el funcionamiento de las distintas partes del programa, y pueden servir de guía para futuras ampliaciones, modificaciones o adaptaciones.

Del lado derecho de las listas se numeran consecutivamente los renglones escritos y los números están precedidos por las letras AF.

LISTADO COMPACTO DE FORTRAN EN B5500

```

SUBROUTINE SAFV34
C USANDO EL METODO DE GAUSS-JORDAN OBTIENE DOS SOLUCIONES DE UN
C SISTEMA DE ECUACIONES CON DOS VECTORES INDEPENDIENTES.
C TOMA PIVOTES MAXIMOS SIN REORDENAR RENGLONES Y USA UN VECTOR DE
C CONTROL DEL ORDEN DE LAS ECUACIONES.
C CALCULA EL DETERMINANTE, SU SIGNO, Y EL EXPONENTE.
C D1, D2 Y DAX PUEDEN PONERSE COMO VARIABLES EN CORLE PRECISION
C PARA MEJORAR APROXIMACION.
COMMON Y, D, E, IY, XX, X, DETE, IDET, IL, NEC
ABSFX(X) = ABS(X);

C
C ELEMENTOS DE LAS ECUACIONES
DIMENSION Y(50,50),X(50),IY(50),D(50)

C
C SOLUCION INCREMENTADA
DIMENSION E(50),XX(50)

C /
115 FORMAT(/38H COLAPSO LOCAL EN NUDO(S) Y/O PISO(S)./)
128 FORMAT(/17H NO HAY SOLUCION./)
N = NEC; IDET = 0; DO 972 J = 1, N; IY(J) = 0; L = 0;
AX = 0.0; DO 964 I = 1, N; IF( I - J - IL ) 961, 961, 965;
961 DO 962 K = 1, J; IF( IY(K) - I ) 962, 964, 962;
962 CONTINUE; IF( ABSF( Y( I, J ) ) - ABSF( AX ) ) 964, 964, 963;
963 AX = Y( I, J ); L = I;
964 CONTINUE;
965 IY( J ) = L; IF( L ) 980, 980, 966;
966 DO 972 I = 1, N; IF( I - J - IL ) 967, 967, 972;
967 IF( I - L ) 968, 972, 968;
968 D1 = Y( I, J ); D2 = Y( L, J ); DAX = D1 / D2;
IF( DAX ) 969, 972, 969;
969 DO 971 K = J, N; IF( K - J ) 971, 971, 970;
970 D1 = Y( I, K ); D2 = Y( L, K ); Y( I, K ) = D1 - D2 * DAX;
971 CONTINUE; D1 = D( I ); D2 = D( L ); D( I ) = D1 - D2 * DAX;
D1 = E( I ); D2 = E( L ); E( I ) = D1 - D2 * DAX;
972 CONTINUE; DETE = 1.0; DO 976 J = 1, N; I = IY( J );
DAX = Y( I, J ); D1 = D( I ); X( J ) = D1 / DAX; D2 = E( I );
XX( J ) = D2 / DAX; DETE = DETE * Y( I, J );
973 DETE = DETE * 0.1; IDET = IDET + 1;
IF( ABSF( DETE ) - 1.0 ) 975, 973, 973;
974 DETE = DETE * 10.0; IDET = IDET - 1;
975 IF( ABSF( DETE ) - 0.1 ) 974, 975, 976;
976 CONTINUE; AX = 1.0; DO 979 J = 1, N;
977 I = IY( J ); IF( I - J ) 978, 979, 978;
978 IY( J ) = IY( I ); IY( I ) = I; AX = -AX; GO TO 977;
979 CONTINUE; DETE = DETE * AX; GO TO 981;
980 DETE = 0.0; PRINT 128; PRINT 115
981 RETURN; END;

```

LISTADO COMPACTO DE FORTRAN EN B5500

C PROGRAMA AFV 34, INESTABILIDAD. AF
 C CALCULO POR INCREMENTOS AUTOMATICOS DE LA CARGA DE INESTABILIDAD AF
 C LATERAL DE MARCO CON COMPORTAMIENTO ELASTO PLASTICO. AF
 C LAS CARGAS VERTICALES Y LATERALES SE CONTROLAN CON FACTORES DE AF
 C CARGAS INDEPENDIENTES. AF
 C INTEGER XMAXOF, XMINOF AF
 C REAL MINIF; FLOATF(I) = FLOAT(I); MINIF(X,Y)= AMINI(X,Y) AF
 C SIGNF(X, Y) = SIGN(X, Y); ABSF(X) = ABS(X); AF
 C XMAXOF(I, J) = MAXO(I, J); XMINOF(I, J) = MINO(I, J); AF
 C COMMON Y, D, E, IY, XX, X, DETE, IDET, IL, NEC AF
 C MEMORIA DE LAS VARIABLES CON INDICE (DIMENSIONES) AF
 C LONGITUDES DE TRABES Y ALTURAS DE PISOS AF
 C DIMENSION FLT(15),H(15) AF
 C RIGIDEZ DE TRABES, COLUMNAS Y ANGULAR DE LA CIMENTACION AF
 C DIMENSION FKT(50), FKCC(50), FRC(50) AF
 C TIPOS SE SECCIONES DE COLUMNAS I, H, C= RECTANGULAR AF
 C DIMENSION IHC(50) AF
 C CARGA UNIFORME EN TRABES, SE DEBE DAR LA CARGA TOTAL (FUERZA) AF
 C SE EMPLEA FRV(IV) PARA GUARDAR UN TERCIO DE LA CARGA TOTAL AF
 C DIMENSION FRV(50) AF
 C COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y TRANSPORTE EN COLUMNAS AF
 C DIMENSION SS(50),CC(50),D(50) AF
 C DIMENSION XN(50) AF
 C DIMENSION DC(12),DA(12) AF
 C CARGAS VERTICALES EN EL CENTRO DE TRABES, NUDOS Y FUERZA LATERAL AF
 C DIMENSION W(50),WN(50),F(15) AF
 C FLEXION EXTERNA CONCENTRADA EN NUDOS AF
 C DIMENSION FN(50) AF
 C CARGAS AXIALES FIJAS POR DESCARGA DIRECTA, DESPLAZAMIENTOS NULOS AF
 C SIN INCLUIR FACTOR DE CARGA AF
 C DIMENSION PW(50) AF
 C CARGA AXIAL POR ROTACIONES DE LOS NUDOS Y DESPLAZAMIENTO DE PISO AF
 C DIMENSION PG(50),PGF(50) AF
 C CARGAS AXIALES POR GIRO DE NUDOS AF
 C DIMENSION PG1(50),PG2(50) AF
 C CARGA AXIAL DE FLUENCIA Y DE EULER EN COLUMNAS AF
 C DIMENSION PY(50),PE(50) AF
 C COEFICIENTES DE CARGAS AXIALES AF
 C DIMENSION PPE(50),PPY(50) AF
 C ELEMENTOS DE LAS ECUACIONES AF
 C DIMENSION Y(50,50),X(50),IY(50),D(50) AF
 C SOLUCION INCREMENTADA AF
 C DIMENSION E(50),XX(50) AF
 C GIROS DE LAS ARTICULACIONES PLASTICAS AF
 C TRABES AF
 C DIMENSION GTA(50),GTB(50),GTC(50) AF
 C COLUMNAS AF
 C DIMENSION GCA(50),GCB(50) AF
 C INDICES DE ARTICULACIONES EN TRABES Y COLUMNAS AF
 C DIMENSION IAT(50),IAC(50) AF
 C FLEXIONES PLASTICAS INICIALES LIMITES EN TRABES Y COLUMNAS AF
 C DIMENSION FPT(50),FPC(50) AF
 C COEFICIENTE DE REDUCCION EN COLUMNAS AF
 C DIMENSION RFP(50) AF
 C FLEXIONES PLASTICAS EN LAS ARTICULACIONES DE TRABES Y COLUMNAS AF
 C TRABES AF
 C DIMENSION FPTA(50),FPTB(50),FPTC(50) AF

C	COLUMNAS	AF 58
	DIMENSION FPCA(50),FPCB(50),FPCC(50)	AF 59
C	MOMENTOS EN MIEMBROS	AF 60
C	NUEVO ESTADO	AF 61
	DIMENSION AT2(50),BT2(50),CT2(50)	AF 62
	DIMENSION AC2(50),BC2(50),CC2(50)	AF 63
C	FIN DE LA MEMORIA DE VARIABLES CON INDICE	AF 64
101	FORMAT(20H NUMERO DE NIVELES= 12,14H, VERTICALES= 12,2X,40H0 1789012345678901234567890123456789)	6AF 65
102	FORMAT(1H)	AF 66
103	FORMAT(1H 4E15.8)	AF 67
104	FORMAT(7H GRUPO=13,70H, TIPO DE GRUPO Y TODOS LOS COMENTARIOS ADICAF IONALES QUE SEAN.))	AF 69
105	FORMAT(1H I4,I4,E15.8,I4,I4,E15.8,I4,I4,E15.8)	AF 70
106	FORMAT(1H 3I4,3E15.8,2X,I2)	AF 71
107	FORMAT(1H+84X,10HCARGA NO. I3)	AF 72
108	FORMAT(/14H DATOS LEIDOS.)	AF 73
109	FORMAT(48H EN ESTA ETAPA, PARA APLICAR LA CARGA, SE ABREN I2,15H 1Y SE CIERRAN I2,16H ARTICULACIONES.)	AF 74
110	FORMAT(5H COL.,6X,2HP 3X,3X,4HP/PE3X,3X,4HP/PY2X,2X,7HRIGIDEZ3X,6HAF 1TRANS.5X,7HMY.COL.2X,7HRED.KP.5X,7HMP.COL.3X,3HTR.4X,8HMP.TRABE)	AF 76
111	FORMAT (43H POSIBLE COLAPSO LOCAL(DIAGONAL CON CEROS),,5H EC.=I4)	AF 77
112	FORMAT (30H COLAPSO LOCAL EN VIGA NUMERO=I5)	AF 78
113	FORMAT (33H COLAPSO LOCAL EN COLUMNA NUMERO=I5)	AF 79
114	FORMAT(2H I3,1X,F10.4,1X,F9.6,2(1X,F8.5),2(1X,F8.5,1X,F11.4))	AF 80
115	FORMAT (39H COLAPSO LOCAL EN NUDO(S) Y/O PISOS(S).)	AF 81
116	FORMAT(37H COLAPSO EN FACTOR ABSOLUTO VECINO A F9.5)	AF 82
117	FORMAT(65H PROXIMAMENTE, POR LA APLICACION DE LA NUEVA CARGA, SE AAF 1BRIRA(N) I3,19H, ARTICULACION(ES).)	AF 83
118	FORMAT(/81H DESPLAZAMIENTOS LATERALES DE ENTREPISOS. (RELATIVOS ENAF 1TRE NIVELES CONSECUTIVOS.))	AF 84
119	FORMAT(1H+88X,I3,1X,F11.4)	AF 85
120	FORMAT(/44H ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS. /5H COL.2X,AF 14HEDO.6X,8HGP. BASE2X,4X,10HGP.CABEZAL9X,9HTRABE NO.3X,4HEDO.6X,8HAF 2GP. IZQ.6X,9HGP.CENTRO5X,8HGP. DER.)	AF 86
121	FORMAT(2X,I3,4X,I2,2X,2(3X,F11.8))	AF 87
122	FORMAT(30H EN EL PROXIMO FACTOR DE CARGA)	AF 88
123	FORMAT(54H1 AFV 34, INESTABILIDAD DE MARCOS.)	AF 89
124	FORMAT(27H NO EQUILIBRA BIEN EL NUDO I3,12H,CIERRA CON F15.7,33H, AF 1SIENDO SUMA/SUMA DE ABSOLUTOS= F11.8)	AF 90
125	FORMAT(32H NO EQUILIBRA BIEN EL ENTREPISO I3,12H,CIERRA CON F15.7,AF 133H, SIENDO SUMA/SUMA DE ABSOLUTOS= F11.8)	AF 91
126	FORMAT(1H+55X,I3,5X,I2,2X,3(3X,F11.8))	AF 92
127	FORMAT(21H DETERMINANTE= F9.6,1HEI4)	AF 93
128	FORMAT(17H NO HAY SOLUCION.)	AF 94
129	FORMAT(/42H ROTACIONES DE NUDOS Y PISO EN CADA NIVEL.)	AF 95
130	FORMAT(/43H MARCO ELASTICO Y SIN ROTACIONES PLASTICAS.)	AF 96
131	FORMAT(/47H MOMENTOS Y REACCIONES APLICADOS A LOS MIEMBROS/5H COL.AF 14X,6HM.INF.4X,8HM.CENTRO6X,6HM.SUP.6X,6HV.COL.4X,5HTRABE5X,6HM.IZQAF 2.4X,8HP.CENTRO6X,6HM.DER.6X,6HR.IZQ.6X,6HR.DER.)	AF 97
132	FORMAT(2X,I2,1X,F10.4,3(2X,F10.4))	AF 98
133	FORMAT(1H+57X,I2,1X,F10.4,4(2X,F10.4))	AF 99
134	FORMAT(/27H FIN DE PROBLEMA./1H1)	AF 100
135	FORMAT(7(1X,F9.5))	AF 101
136	FORMAT(2(1X,I2))	AF 102
137	FORMAT(3X,4HFCVI3X,3X,4HDFCV3X,2X.8HFCV+FCH*4X,6HDV/DH 3X,4HFCHI3XAF 1.3X,4HDFCH3X,3X,4HFCH*)	AF 103
138	FORMAT(9H ESTADO= 12,8H, PASO= 12)	AF 104
139	FORMAT (/47H NO AJUSTA CARGA AXIAL EN 10 INTENTOS. COLAPSO./)	AF 105
140	FORMAT(1X,79H TARJETA DE ENCABEZADO DE TODOS LOS PROBLEMAS QUE 1SALE SIEMPRE IGUAL.)	AF 106

```

141 FORMAT(/36H FALLA POR APLASTAMIENTO CON P/PY = F10.5/) AF11
142 FORMAT(22H SE ABRE ARTICULACION I2,10H EN TRABE I3) AF12
143 FORMAT(22H SE ABRE ARTICULACION I2,12H EN COLUMNA I3) AF12
144 FORMAT(24H SE CIERRA ARTICULACION I2,10H EN TRABE I3) AF12
145 FORMAT(24H SE CIERRA ARTICULACION I2,12H EN COLUMNA I3) AF12
146 FORMAT(1H+,30X,22H, ABERTURA SIMULTANEA.) AF12
147 FORMAT(50H CCLAPSO AL ABRIRSE ARTICULACION. FACTOR ABSOLUTO=F10.5)AF12
148 FORMAT(30H FACTORES DE CARGA. VERTICAL= F9.5,14H, HORIZONTAL= F9.5AF12
1,12H, ABSOLUTO= F9.5) AF12
149 FORMAT(5H HAY I3,26H ARTICULACIONES ABIERTAS. I3,13H EN TRABES Y IAF12
13,13H EN COLUMNAS./) AF12
150 FORMAT(26H DEBE TENER UN MOMENTO DE F11.4,32H EN VEZ DEL PLASTICOAF13
1 QUE VALE F11.4) AF13
151 FORMAT(35H DEBE TENER UN MOMENTO PLASTICO DE F11.4,33H EN VEZ DELAF13
1 QUE TIENE, QUE VALE F11.4) AF13
152 FORMAT(1H 3I4,(1P7E15.6)) AF13
153 FORMAT(44H DESPLAZAMIENTO LATERAL TGTAL DE CADA NIVEL.) AF13
154 FORMAT(2H (I2,2H)=F10.5,2H,(I2,2H)=F10.5,2H,(I2,2H)=F10.5,2H,(I2,2AF13
1H)=F10.5,2H,(I2,2H)=F10.5,2H,(I2,2H)=F10.5,2H,(I2,2H)=F10.5) AF13
DA( 1 ) = 0.657973626739E+00; DA( 2 ) = 0.618470419263E+00; AF13
DA( 3 ) = 0.122081167438E+01; DA( 4 ) = 0.986960440108E+00; AF13
DA( 5 ) = 0.985687230700E+00; DA( 6 ) = 0.100212054475E+01; AF14
DA( 7 ) = 0.493480220054E+00; DA( 8 ) = 0.115963203612E+00; AF14
DA( 9 ) = 0.158959853435E-01; DA( 10 ) = 0.986960440108E+00; AF14
DA( 11 ) = 0.347889610835E+00; DA( 12 ) = 0.635839413739E-01; AF14
ICRO = 0; IUND = 1; IDOS = 2; ICTO = 4; REDFPA = 0.9999; AF14
1 READ 104, IN; PRINT 104, IN; IF( IN - 1 ) 1, 2, 4; AF14
C GRUPO 1 DATOS GENERALES. AF14
2 READ 101, NN, NV; PRINT 101, NN, NV; NCARGA = 0; NN1 = NN - 1AF14
DO 3 IN = 1, NN1; HC( IN ) = 0.0; FC( IN ) = 0.0; DO 3 IV = 1, NVAF14
N = ( IN - 1 ) * NV + IV; FKT( N ) = 0.0; FPT( N ) = 0.0; AF14
FKC( N ) = 0.0; FPC( N ) = 0.0; PEC( N ) = 0.0; PY( N ) = 0.0; AF15
FNC( N ) = 0.0; WNC( N ) = 0.0; W( N ) = 0.0; FLT( IV ) = 0.0; AF15
FRC( IV ) = -1.0; IHQ( N ) = 0; AF15
3 FRV( N ) = 0.0; READ AF15
PRINT 103, EE, FY; GO TO 1; AF15
4 IF( IN - 12 ) 5, 29, 1; AF15
5 IF( IN - 4 ) 6, 11, 11; AF15
6 READ 105, I, J, X( 1 ), K, L, X( 2 ), M, N, X( 3 ); AF15
PRINT 105, I, J, X( 1 ), K, L, X( 2 ), M, N, X( 3 ); AF15
DO 28 IX = 1, 3; AX = X( 1 ); IF( AX ) 7, 7171, 8; AF15
7 IF( IN - 10 ) 1, 8, 1; AF15
7171 IF( IN - 6 ) 1, 8, 1; AF15
8 DO 27 IV = 1, J; IF( IN - 3 ) 9, 10, 20; AF15
C GRUPO 2 DISTANCIA ENTRE COLUMNAS. AF15
9 FLT( IV ) = AX; GO TO 27; AF15
C GRUPO 3 ALTURA DE ENTREPISOS. AF15
10 HC( IV ) = AX; GO TO 27; AF15
11 IF( IN - 5 ) 12, 12, 6; AF15
12 READ 106, I, J, K, AX, BX, CX, IT; AF15
PRINT 106, I, J, K, AX, BX, CX, IT; IF( BX ) 1, 1, 13; AF15
13 N = ( I - 1 ) * NV + J; IF( IN - 5 ) 14, 17, 1; AF15
C GRUPO 4 PROPIEGADES DE TRABES. AF15
14 M = N + K - 1; DO 16 IT = N, M; NX709 = IT - N + 1; AF15
FKT( IT ) = EE * BX / FLT( NX709 ); IF( CX ) 15, 1, 16; AF15
15 CX = -BX / CX; AF15
16 FPT( IT ) = CX * FY; GO TO 12; AF15
C GRUPO 5 PROPIEGADES DE COLUMNAS. AF15
17 M = N + K - J; DO 19 IC = N, M; FKC( IC ) = EE * BX / HC( I ); AF15
PEC( IC ) = 10.0 * DA( 4 ) * FKC( IC ) / HC( I ); PY( IC ) = AX * FYAF15
IHQ( IC ) = IT; IF( CX ) 18, 1, 19; AF15

```

```

18 CX = -BX / CX; AF180
19 FPC( IC ) = CX * FY; GO TO 12; AF181
20 IT = IN - 5; GO TO ( 21, 22, 23, 24, 25, 26 ), IT; AF182
C GRUPO 6 RIGIDEZ ANGULAR DE LA CIMENTACION. AF183
21 FRCC( IV ) = AX; GO TO 27; AF184
C GRUPO 7 CARGA UNIFORME EN TRABES AF185
22 FRV( IV ) = AX / 3.0; GO TO 27; AF186
C GRUPO 8 CARGA CONCENTRADA AL CENTRO DE TRABES. AF187
23 WC( IV ) = AX; GO TO 27; AF188
C GRUPO 9 CARGAS VERTICALES CONCENTRADOS EN NUDOS. AF189
24 WNC( IV ) = AX; GO TO 27; AF190
C GRUPO 10 PARES EXTERNOS CONCENTRADOS EN NUDOS AF191
25 FNC( IV ) = AX; GO TO 27; AF192
C GRUPO 11 FUERZAS HORIZONTALES EN PISGS AF193
26 F( IV ) = AX; AF194
27 CONTINUE; X( 1 ) = X( IX + 1 ); I = K; J = L; K = M; AF195
28 L = N; GO TO 6; AF196
C GRUPO 12 DATOS DE CONTROL AF197
29 PRINT 137; READ 135, FW, DFCV, FWZ, FZW, FZ, DFCH, FCHMAX; AF198
PRINT 135, FW, DFCV, FWZ, FZW, FZ, DFCH, FCHMAX; AF199
READ 136, NPROB, IPASO; AF200
IPASO = XMINOF( 3, XMAXOF( 1, IPASO ) ); AF201
PRINT 138, NPROB, IPASO; READ 140; PRINT 140; IPC = 0; AF202
TIPOB = 0.0; ITER = 4; IAPL = 0; ICL = 0; IELA = 0; AF203
IF ( IPASO - 2 ) 30, 31, 31; AF204
30 IELA = 1; AF205
31 PRINT 108; IF ( NCARGA ) 713, 32, 3101; AF206
3101 IF ( NPROB - 2 ) 39, 43, 4401; AF207
32 NEC = NN * ( NV + 1 ) - 1; X( NEC + 1 ) = 0.0; AF208
NTM = NN1 * NV; AF209
C FIN DE LECTURA DE DATOS AF210
C CALCULO DE LAS CARGAS AXIALES FIJAS Y MOMENTOS LATERALES DE CORTANA AF211
C TE FIJGS ( NO INCLUYEN FACTOR DE CARGA ) AF212
C CARGAS VERTICALES FIJAS QUEDAN EN PW( IC ), LOS MOMENTOS LATERA AF213
C LES EN FRV 5 4 AF214
EX = 0.0; DO 37 IN = 1, NN1; K = ( IN - 1 ) * NV; AF215
EX = F( IN ) + EX; F( IN ) = EX; F( IN ) = F( IN ) * H( IN ) AF216
AX = 0.0; CX = 0.0; DO 37 IV = 1, NV; N = K + IV; AF217
BX = W( N ) + FRV( N ) * 3.0; IF ( K ) 34, 34, 33; AF218
33 NX709 = N - NV; CX = PW( NX709 ); AF219
34 IF ( IV - NV ) 36, 35, 35; AF220
35 BX = 0.0; AF221
36 PW( N ) = ( AX + BX ) / 2.0 + WNC( N ) + CX; AF222
37 AX = BX; AF223
C CARGAS AXIALES Y FLEXION LATERAL CALCULADOS. AF224
C COLOCACION DE ESTRUCTURA EN ZONA ELASTICA. AF225
39 DO 42 N = 1, NTM; PG1( N ) = 0.0; GTA( N ) = 0.0; AF226
GTB( N ) = 0.0; GTC( N ) = 0.0; GCA( N ) = 0.0; GCB( N ) = 0.0 AF227
CX = FPT( N ); FPTA( N ) = CX; FPTB( N ) = CX; FPTC( N ) = CX AF228
CX = FPC( N ); FPCA( N ) = CX; FPCB( N ) = CX; FPCC( N ) = CX AF229
SS( N ) = 4.0; CC( N ) = 0.5; D( N ) = 1.0; AF230
IHO( N ) = XMINOF( 3, XMAXOF( 1, IHO( N ) ) ); AF231
42 RFP( N ) = 1.0; NCARGA = 1; AF232
43 DO 44 N = 1, NTM; IAT( N ) = 0; AF233
44 IAC( N ) = 0; AF234
C DETERMINACION DE LOS FACTORES DE CARGA *** AF235
IT = 4; AF236
4401 NCIERR = 0; ITAA = 0; ICAA = 0; ISAA = 0; AF237
DVH = ABSF( DFCH * FZW ) + ABSF( DFCH ); UFZW = 1.0 + FZWA AF238
FWFWZI = FWZ - FW; FWZN = ABSF( FW ) + ABSF( FZ ); AF239
FWZT = FWZN; DFW = SIGNF( 0.125, DFCV ); DFZ = 0.0; AF240

```

```

4402 IF ( ABSF( FZ - FCHMAX ) - 1.0E-04 ) 713, 713, 45; AF241
45 IF ( ( FW - FWZ ) * FFWZI ) 46, 47, 47; AF242
46 FW = FW + SIGNF( FWZN - ABSF( FZ ) - ABSF( FW ), DFCV ); AF243
   FWZN = MINIF( ABSF( DFCV ), ABSF( FW - FWZ ) ) / ABSF( DFW ); AF244
   IF ( ( FW - FWZ ) * FFWZI ) 49, 48, 48; AF245
47 DFZ = SIGNF( ( FWZN - FWZI ) / UFZW, DFCH ); AF246
   FW = FW + SIGNF( FWZN - ABSF( FZ ) - ABSF( DFZ ) - ABSF( FW ), DFCV ) AF247
   FZ = FZ + DFZ; AF248
48 DFW = SIGNF( 0.125 * FZW, DFCV ); DFZ = SIGNF( 0.125, DFCH ) AF249
   FWZN = MINIF( DVH, ABSF( UFZW*(FCHMAX-FZ) ) / ( ABSF( DFW ) + 0.125 ); AF250
49 FWZI = ABSF( FW ) + ABSF( FZ ); LADEO = -10; AF251
C FACTORES DE CARGA DETERMINADOS *** AF252
50 LADEO = LADEO + 1; IF ( LADEO ) 52, 52, 51; AF253
51 PRINT 139; ICL = 1; GO TO 407; AF254
C PONER CEROS AF255
52 DO 53 I = 1, NEC; E( I ) = 0.0; AF256
53 D( I ) = 0.0; AF257
C CALCULO DE TERMINOS INDEPENDIENTES DEL SISTEMA DE ECUACIONES. AF258
C CALCULO DE CARGAS AXIALES POR GIRU, PG( NC ) AF259
   NTAAT = 0; NTAAC = 0; DO 61 IN = 1, NN1; HX = 0.0; AF260
   DO 60 IV = 1, NV; K = IN - 1; N = K * NV + IV; AF261
   IF ( IV - 1 ) 55, 54, 55; AF262
54 PG( N ) = 0.0; AF263
55 I = N + K; IF ( K ) 57, 57, 56; AF264
56 NX709 = N - NV; PG( N ) = PG( N ) + PG( NX709 ); AF265
57 IF ( IV - NV ) 58, 59, 59; AF266
C CALCULO DE MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO EN TRABES *** AF267
C CALCULO DE TRABE DERECHA AF268
58 NT = N; IA = IAT( NT ) + 1; AF269
C COEFICIENTES FIJOS AF270
   TK = FKT( NT ); AX = FW * FLT( IV ) / 8.0; QAX = FRV( N ) * AX AF271
   AX = W( N ) * AX; BX = 0; IF( FW ) 228, 229, 228; AF272
228 BX = - DFW / FW; AF273
229 QBX = GAX * BX; BX = AX + BX; NTAAT = NTAAT + 1; AF274
C DETERMINACION DEL TIPO DE TRABE AF275
   GO TO ( 230, 231, 232, 233, 234, 235, 236, 237 ), IA; AF276
C VIGA ELASTICA AF277
230 DX = TK * ( 4.0 * GTA( NT ) - 2.0 * GTB( NT ) + GTC( NT ) ) - AX AF278
   1 - 2.0 * GAX AF279
   EX = TK * ( 2.0 * GTA( NT ) - 4.0 * GTB( NT ) - GTC( NT ) ) + AX AF280
   1 + 2.0 * GAX AF281
   CX = DX + BX + 2.0 * QBX; BX = EX - CX + DX; AX = CX; AF282
   NTAAT = NTAAT - 1; GO TO 238; AF283
C ARTICULACION EN A AF284
231 DX = FPTA( NT ); AF285
   EX = TK * ( -3.0 * GTB( NT ) - 1.5 * GTC( NT ) ) + 0.5 * DX + 1.5 * AX AF286
   1 + 3.0 * GAX AF287
   BX = EX - 1.5 * BX - 3.0 * QBX; AX = DX; GO TO 238; AF288
C ARTICULACION EN EL CENTRO DE LA VIGA AF289
232 EX = TK * 3.0 * ( GTA( NT ) - GTB( NT ) ); AF290
   CX = FPTC( NT ) - 2.0 * AX - 3.0 * GAX; DX = EX + CX; AF291
   EX = EX - CX; AX = 2.0 * BX + 3.0 * QBX; CX = DX + AX; AF292
   BX = EX - AX; AX = CX; GO TO 238; AF293
C ARTICULACIONES EN A Y C AF294
233 DX = FPTA( NT ); AF295
   EX = DX - 2.0 * FPTC( NT ) + 4.0 * AX + 6.0 * GAX; AF296
   BX = EX - 4.0 * BX - 6.0 * QBX; AX = DX; NTAAT = NTAAT + 1; AF297
   GO TO 238; AF298
C ARTICULACION EN B AF299
234 EX = FPTB( NT ); AF300
   DX = TK * ( 3.0 * GTA( NT ) + 1.5 * GTC( NT ) ) + 0.5 * EX - 1.5 * AX AF301

```


1- 3.0 * GAX

C AX = DX + 1.5 * BX + 3.0 * GBX; BX = EX; GO TO 238; AF302

C ARTICULACIONES EN A Y B AF303

235 DX = FPTA(NT); EX = FPTB(NT); AX = DX; BX = EX; AF304

C NTAAT = NTAAT + 1; GO TO 238; AF305

C ARTICULACIONES EN C Y B AF306

236 EX = FPTB(NT); AF307

C DX = EX + 2.0 * FPTC(NT) - 4.0 * AX - 6.0 * GAX; AF308

C AX = DX + 4.0 * BX + 6.0 * GBX; BX = EX; NTAAT = NTAAT + 1; AF309

C GO TO 238; AF310

C TRES ARTICULACIONES EN LA VIGA POSIBLE COLAPSO AF311

237 NTAAT = NTAAT + 1; GO TO 235; AF312

238 FX = -CX - EX; AF313

C LOS D(I) SON MOMENTOS ELASTICOS DE BARRA SOBRE NUDO Y LLEVAN AF314

C SIGNO CONTRARIO A LOS MOMENTOS ACTUANDO SOBRE LAS PIEZAS, EXCEPTO AF315

C PARA EL CORTANTE LATERAL AF316

C D(I) = D(I) - DX; D(I + 1) = D(I + 1) - EX; AF317

C E(I) = E(I) - AX; E(I + 1) = E(I + 1) - BX; AF318

C PG(N) = PG(N) + FX / FLT(IV); PG(N + 1) = - FX / FLT(IV) AF320

C FIN DE MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO EN TRABES ***AF321

C CALCULO DE COLUMNA INFERIOR AF322

59 NC = N; AF323

C CALCULO DE RIGIDEZ Y MOMENTO PLASTICO EN COLUMNAS AF324

C CALCULO DEL FACTOR DE REDUCCION DEL MOMENTO PLASTICO EN COLUMNAS AF325

C QUE QUEDA EN RFP(NC) . AF326

C SE USA IGUAL COEFICIENTE DE REDUCCION EN TENSION QUE EN COMPRESION AF327

C AX = (FW * PW(NC) + PG(NC) + PG1(NC)) / PY(NC); AF328

C PPY(NC) = AX; AX = ABSF(AX); IX = IHC(NC); AF329

C GO TO (1023, 1028, 1030), IX; AF330

C COLUMNA CON SECCION *I* AF331

C SE HACE RFP(NC) = 1.0 SI P/PY ES MENOR O IGUAL A 0.15, SI NO SE AF332

C CUMPLE, RFP(NC) = 1.18 * (1.0 - P/PY). AF333

1023 IF(AX - 0.15E+00) 1024, 1024, 1025; AF334

1024 RFP(NC) = 1.0; GO TO 1031; AF335

1025 AX = 1.18E+00 * (1.0E+00 - AX); AF336

1026 RFP(NC) = AX; IF(AX) 1027, 1027, 1031; AF337

1027 PRINT 148, FW, FZ, FWZT; PRINT 113, NC; PRINT 141, PPY(NC); AF338

C RFP(NC) = 0.0; AF339

C IAPL = INDICE DE APLASTAMIENTO AF340

C IAPL = 1; GO TO 1031; AF341

C COLUMNA CON SECCION *H* AF342

C SE HACE RFP(NC) = 1.0 SI P/PY ES MENOR O IGUAL A 0.40, SI NO SE AF343

C CUMPLE, RFP(NC) = 1.19 * (1.0 - (P/PY) ** 2) AF344

1028 IF(AX - 0.40E+00) 1024, 1024, 1029; AF345

1029 AX = 1.19E+00 * (1.0E+00 - AX * AX); GO TO 1026; AF346

C COLUMNA CON SECCION RECTANGULAR AF347

C SE HACE RFP(NC) = 1.0 - (P/PY) ** 2 SIEMPRE. AF348

1030 AX = 1.0E+00 - AX * AX; GO TO 1026; AF349

C FACTOR DE REDUCCION CALCULADO PARA LA COLUMNA NC AF350

C CALCULO DE RIGIDECES AF351

1031 RHO = (PW(NC) * FW + PG(NC) + PG1(NC)) / PE(NC); AF352

C PPE(NC) = RHO; IRHO = 1; AF353

C CALCULO DE RIGIDECES, 8 MARZO 1965 AF354

C SE EMPLEA DESARROLLOS EN SERIE CON TRES TERMINOS AF355

C RI = RHO / 4.0; AF356

1010 IF(ABSF(RI) - 0.002E+00) 1012, 1012, 1011; AF357

1011 IRHO = IRHO + 1; RI = RI / 4.0; GO TO 1010; AF358

1012 DO 1015 K = 1, 10, 3; DO 1015 J = 1, 3; L = J + K - 1; AF359

1015 DC(L) = DC(L) * RI ** J; AF360

C CALCULO DE LAS SUMAS DE TERMINOS AF361

C A = 1.0; B = 1.0; DO 1017 J = 1, 3; K = J + 3; A = A + DC(J) AF362

```

B = B + DC( K );
1017 C = A / B; AF363
C CALCULO DE LA RIGIDEZ AF364
S = 4.0 * C; AF365
C CALCULO TERMINOS DEL TRANSPORTE AF366
A = 1.0; B = 1.0; DO 1018 J = 7, 9; K = J + 3; L = J - 6; AF367
SL = ( -1.0 ) ** L; A = A + SL * DC( J ); B = B + SL * DC( K ); AF368
1018 C = A / B; AF369
C CALCULO DEL TRANSPORTE AF370
C = 0.5 * C; AF371
C CALCULO DE M, N Y O AF372
DM = 2.0 / ( S * (1.0 - C) ); A = ( 1.0 + C ) / ( 1.0 - C ); AF373
DN = S - A; DO = A - S * C; AF374
C CALCULO DE IRHO VECES RHO AF375
SX = S; CX = C; DMX = DM; DNX = DN; OX = DO; AF376
DO 1019 J = 1, 1RHO; AF377
C CALCULO DE NUEVOS S, C, M, N, Y O AF378
S = SX; C = CX; DM = DMX; DN = DNX; DO = OX; AF379
A = S * ( 1.0 - C * C ); SX = A + DN; CX = ( A - DN ) / SX; AF380
DMX = 2.0 / ( SX * ( 1.0 - CX ) ); A = ( 1.0 + CX ) / ( 1.0 - CX ); AF381
DNX = SX - A; AF382
1019 OX = A - SX * CX; SS( NC ) = SX; CC( NC ) = CX; D( NC ) = DO AF383
XN( NC ) = DN; AF384
C CONSIDERACION DE LA REDUCCION DE FLEXION PLASTICA EN COLUMNAS AF385
CX = RFP( NC ) * FPC( NC ); FPCA( NC ) = SIGNF( CX, FPCA( NC ) ); AF386
FPCB( NC ) = SIGNF( CX, FPCB( NC ) ); AF387
FPC( NC ) = SIGNF( CX, FPC( NC ) ); AF388
FCCC( NC ) = SIGNF( CX, FCCC( NC ) ); AF389
C REDUCCION EFECTUADA AF390
IA = IAC( NC ) + 1; AF391
C COEFICIENTES AF392
RX = SS( NC ); TX = CC( NC ); TX2 = TX * TX; CK = FK( NC ); AF393
NTAAC = NTAAC + 1; AF394
C CALCULO DE MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO EN COLUMNAS *** AF395
C DETERMINACION DEL TIPO DE COLUMNA AF396
GO TO ( 210, 211, 212, 213, 214, 215, 216, 217 ), IA; AF397
C COLUMNA ELASTICA AF398
210 AX = CK * RX * ( GCA( NC ) - TX * GCB( NC ) ); AF399
BX = CK * RX * ( TX * GCA( NC ) - GCB( NC ) ); NTAAC = NTAAC - 1 AF400
GO TO 218; AF401
C ARTICULACION EN A AF402
211 AX = FPCA( NC ); AF403
RX = - CK * RX * ( 1.0 - TX2 ) * GCB( NC ) + TX * AX; GO TO 218 AF404
C ARTICULACION EN EL CENTRO DE LA COLUMNA AF405
C COLAPSO LOCAL DE LA COLUMNA AF406
212 AX = FPCA( NC ); BX = FPCB( NC ); GO TO 218; AF407
C ARTICULACIONES EN A Y C AF408
C COLAPSO LOCAL DE LA COLUMNA AF409
213 NTAAC = NTAAC + 1; GO TO 212; AF410
C ARTICULACION EN B AF411
214 BX = FPCB( NC ); AX = CK * RX * ( 1.0 - TX2 ) * GCA( NC ) + TX * BX AF412
GO TO 218; AF413
C ARTICULACIONES EN A Y B AF414
C POSIBLE COLAPSO SI LOS MOMENTOS NO SON DEL MISMO SIGAF415
215 AX = FPCA( NC ); BX = FPCB( NC ); NTAAC = NTAAC + 1; GO TO 218 AF416
C ARTICULACIONES EN C Y B AF417
C POSIBLE COLAPSO DE LA COLUMNA AF418
216 GO TO 213; AF419
C TRES ARTICULACIONES EN LA COLUMNA, POSIBLE COLAPSO INMINENTE AF420
217 NTAAC = NTAAC + 2; GO TO 212; AF421
218 CX = -AX - BX; HX = HX - CX; AF422
C TERMINA CALCULO DE MOMENTOS DE DESEQUILIBRIO EN COLUMNAS AF423

```

```

C POSIBLE COLAPSO DE LA COLUMNA AF485
C SE SUPONE QUE LA COLUMNA TIENE TRES ARTICULACIONES AF486
253 GO TO 255; AF487
C ARTICULACION EN B AF488
254 AX = RX * ( 1.0 - TX2 ); BX = 0.0; CX = 0.0; EX = - AX; FX = 0.0 AF489
PX = RX * ( AX - ( 1.0 + TX ) ** 2 ); GO TO 258; AF490
C ARTICULACIONES EN A Y B AF491
C POSIBLE COLAPSO SI LOS MOMENTOS NO SON DEL MISMO SIGAF492
255 AX = 0.0; BX = 0.0; CX = 0.0; EX = 0.0; FX = 0.0; AF493
PX = ( - 10.0 * DAC( 4 ) * PPE( NC ) ); GO TO 258; AF494
C ARTICULACIONES EN C Y B * AF495
C POSIBLE COLAPSO DE LA COLUMNA AF496
C SE TOMA COMO DE TRES ARTICULACIONES. AF497
256 GO TO 252; AF498
C TRES ARTICULACIONES EN LA COLUMNA **AF499
C COLAPSO INMINENTE * AF500
257 GO TO 252; AF501
C COEFICIENTES DE LA COLUMNA DETERMINADOS *** AF502
C CONSIDERACION DE LA RIGIDEZ DE LA COLUMNA **AF503
258 CK = FKCC( NC ); AX = AX * CK; BX = BX * CK; CX = CX * CK; AF504
EX = EX * CK; FX = FX * CK; PX = PX * CK; AF505
C COLOCACION DE COEFICIENTES DE COLUMNAS EN EL SISTEMA DE ECUACIONES AF506
Y( I, I ) = Y( I, I ) + BX; J = I + IL; Y( I, J ) = CX; AF507
Y( J, I ) = CX; Y( J, J ) = Y( J, J ) + AX; J = J - IV; AF508
Y( I, J ) = FX; Y( J, I ) = FX; I = I + NV + 1; Y( J, I ) = EX; AF509
Y( I, J ) = EX; Y( J, J ) = Y( J, J ) + FX; AF510
259 CONTINUE; AF511
C COEFICIENTES OBTENIDOS AF512
C CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LA CIMENTACION AF513
DO 310 IV = 1, NV; I = ( NN - 1 ) * ( NV + 1 ) + IV; AF514
IF( FRC( IV ) ) 306, 305, 305; AF515
305 NC = ( NN - 2 ) * NV + IV; AF516
Y( I, I ) = Y( I, I ) + FKCC( NC ) * FRC( IV ) * 4.0E+00; GO TO 310 AF517
306 DO 308 L = 1, IL; J = I - L; Y( I, J ) = 0.0; Y( J, I ) = 0.0; AF518
J = I + L; IF( J - N ) 307, 307, 308; AF519
307 Y( I, J ) = 0.0; Y( J, I ) = 0.0; AF520
308 CONTINUE; AF521
309 Y( I, I ) = 1.0; D( I ) = 0.0; E( I ) = 0.0; AF522
310 CONTINUE; AF523
C SOLUCION DE ECUACIONES AF524
C INSTITUTO DE INGENIERIA, PROGRAMA A.F.V. 9 LS-C-D (17 FEB 1965 ) AF525
C ESTUDIO DE LA DIAGONAL AF526
DO 312 I = 1, N; IF( Y( I, I ) ) 312, 311, 312; AF527
311 PRINT 111, I; AF528
312 CONTINUE; AF529
C AF530
CALL SAFV34; AF531
C AF532
C FIN DE SOLUCION DE ECUACIONES AF533
C ANALISIS DE COLAPSO AF534
IF( DETE ) 201, 201, 204; AF535
201 GO TO ( 206, 209, 208 ), IPASO; AF536
209 PRINT 116, FCANT; GO TO 712; AF537
208 IF( ISAA - 1 ) 205, 219, 205; AF538
219 TIPOB = 1.0; ISAA = 0; IF( ITAA ) 220, 221, 220; AF539
220 IAT( ITAA ) = IAT( ITAA ) - NAAT; AF540
PRINT 144, NAAT, ITAA; AF541
221 IF( ICAA ) 222, 223, 222; AF542
222 IAC( ICAA ) = IAC( ICAA ) - NAAC; AF543
PRINT 145, NAAC, ICAA; AF544
223 ITAA = 0; ICAA = 0; NAAT = 0; NAAC = 0; GO TO 99; AF545

```

324

```

D( I ) = D( I ) - BX + FW + FN( N );
E( I ) = E( I ) - BX + ( FW + DFW ) * FN( N ); J = I + NV + 1
E( J ) = E( J ) - AX;
60 D( J ) = D( J ) - AX; I = I + 1;
E( I ) = E( I ) + ( FZ + DFZ ) * FC( IN ) + HX;
61 D( I ) = D( I ) + FZ * FC( IN ) + HX;
C MOMENTOS DE DESEQUILIBRIO ELASTICOS CALCULADOS
C CALCULO DEL NUMERO DE ECUACIONES Y ELEMENTOS FUERA DE LA DIAGONAL
IL = NV + 1; N = NEC;
C PONER CEROS EN LOS COEFICIENTES DE LAS ECUACIONES Y SOLUCION
DO 62 I = 1, N; DO 62 J = 1, N;
C CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LAS ECUACIONES
62 Y( I, J ) = 0.0; IGOTO = 1; DO 259 IN = 1, NN1; K = IN - 1
DO 259 IV = 1, NV; NT = K * NV + IV; I = NT + K;
IF ( IV - NV ) 239, 63, 63;
C RA = AX, RB = BX, TAB = TBA = CX
C SELECCION DEL TIPO DE VIGA
239 IA = IAT( NT ) + 1;
GO TO ( 240, 241, 242, 243, 244, 245, 246, 247 ), IA;
C VIGA ELASTICA
240 AX = 4.0; BX = 4.0; CX = 2.0; GO TO 248;
C VIGA CON ARTICULACION EN A
241 AX = 0.0; BX = 3.0; CX = 0.0; GO TO 248;
C VIGA CON ARTICULACION EN C
242 AX = 3.0; BX = 3.0; CX = 3.0; GO TO 248;
C VIGA CON ARTICULACION EN A Y C
243 AX = 0.0; BX = 0.0; CX = 0.0; GO TO 248;
C VIGA CON ARTICULACION EN B
244 AX = 3.0; BX = 0.0; CX = 0.0; GO TO 248;
C VIGA CON ARTICULACION EN LOS EXTREMOS
245 GO TO 243;
C VIGA CON ARTICULACIONES EN C Y B
246 GO TO 243;
C VIGA CON TRES ARTICULACIONES, POSIBLE COLAPSO
247 GO TO 243;
C CONSIDERACION DE LA RIGIDEZ DE LA TRABE
248 TK = FKT( NT ); AX = AX * TK; BX = BX * TK; CX = CX * TK;
GO TO ( 249, 402 ), IGOTO;
C COEFICIENTES DE VIGA CALCULADOS
C COLOCACION DE COEFICIENTES DE TRABES EN EL SISTEMA DE ECUACIONES
249 Y( I, I ) = Y( I, I ) + AX; J = I + 1; Y( I, J ) = CX; Y( J, I ) = CX
Y( J, J ) = Y( J, J ) + BX;
63 NC = NT;
C CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LA COLUMNA INFERIOR
C RA = AX, RB = BX, TRAB = TRBA = CX
C RAFI = EX, RBFI = FX, FIFI = PX
C CALCULO DE COEFICIENTES DE LAS COLUMNAS
IA = IAC( NC ) + 1; RX = SS( NC ); TX = CC( NC ); TX2 = TX * TX
C SELECCION DEL TIPO DE COLUMNA
GO TO ( 250, 251, 252, 253, 254, 255, 256, 257 ), IA;
C COLUMNA ELASTICA
250 AX = RX; CX = AX * TX; BX = AX; EX = - RX * ( 1.0 + TX );
FX = EX; PX = RX ** 2 * ( 1.0 - TX2 ); GO TO 258;
C ARTICULACION EN A
251 AX = 0.0; CX = 0.0; BX = RX * ( 1.0 - TX2 ); EX = 0.0; FX = - BX
PX = RX * ( BX - ( 1.0 + TX ) ** 2 ); GO TO 258;
C ARTICULACION EN EL CENTRO
C POSIBLE COLAPSO DE LA COLUMNA
C SE SUPONE QUE LA COLUMNA TIENE TRES ARTICULACIONES
252 GO TO 255;
C ARTICULACIONES EN A Y C

```

```

PRINT 127, DETE, IDET;
C VERIFICACION DEL NUEVO ESTADO DE LA ESTRUCTURA AF607
C EL ESTADO ELASTICO DE LA ESTRUCTURA ES FIJO AF608
C INDICES DE TRABES Y COLUMNAS EN LAS QUE SE ABREN ARTICULACIONES AF609
C ITAA = 0; ICAA = 0; AF610
C ISAA = INDICE DE SIMULTANEA ABERTURA DE ARTICULACIONES AF611
ISAA = 0; GO TO ( 62, 68, 69 ), IPASO; AF612
68 ISAA = -7; AF614
69 NFUT = 0; NEXCSO = 0; NCIERR = 0; AF615
70 DO 76 IN = 1, NN1; K = IN - 1; J = IN * ( NV + 1 ); AF616
DO 76 IV = 1, NV; N = K * NV + IV; I = N + K; NT = N; NC = NAF617
IF ( IV - NV ) 71, 74, 74; AF618
71 IETC = 1; AF619
C CALCULO DE LA CONTRIBUCION DE LA TRABE DERECHA AF620
C SELECCION DEL TIPO DE VIGA AF621
IA = IAT( NT ) + 1; AF622
C DETERMINACION DEL TIPO DE TRABE AF623
TK = FKT( NT ); TMA = GTAC( NT ) + X( I ); AF624
TMB = -GTB( NT ) + X( I + 1 ); CX = FW * FLT( IV ) / 8.0; AF625
IGOTO = 1; GO TO 73; AF626
72 TMA = TMA - X( I ) + XX( I ); TMB = TMB - X( I + 1 ) + XX( I + 1 ) AF627
CX = ( FW + DFW ) * FLT( IV ) / 8.0; AF628
73 QCX = FRV( NT ) * CX; CX = W( NT ) * CX; QCX3 = 3.0 * QCX; AF629
GO TO ( 260, 261, 262, 263, 264, 265, 266, 267 ), IA; AF630
C MOMENTO EN A AX, EN B BX, EN C CX AF631
C VIGA ELASTICA AF632
260 AX = TK * ( 4.0 * TMA + 2.0 * TMB + GTC( NT ) ) - CX - 2.0 * QCX AF633
BX = TK * ( 2.0 * TMA + 4.0 * TMB - GTC( NT ) ) + CX + 2.0 * QCX AF634
CX = TK * ( TMA - TMB + GTC( NT ) ) + CX + QCX; RA = TK * 4.0; AF635
RB = RA; RC = TK; GO TO 268; AF636
C ARTICULACION EN A AF637
261 AX = TK * ( 4.0 * TMA + 2.0 * TMB + GTC( NT ) ) - CX - 2.0 * QCX AF638
BX = TK * ( 3.0 * TMB - 1.5 * GTC( NT ) ) + 0.5 * FPTA( NT ) + 1.5 * CX AF639
1 + QCX3 AF640
CX = TK * ( -1.5 * TMB + 0.75 * GTC( NT ) ) + 0.25 * FPTA( NT ) + 1.25 * CX AF641
1 + 1.5 * QCX AF642
RA = TK * 4.0; RB = TK * 3.0; RC = TK * 0.75; GO TO 268; AF643
C ARTICULACION AL CENTRO AF644
262 BX = FPTC( NT ) - 2.0 * CX - QCX3; RA = TK * 3.0 * ( TMA + TMB ) AF645
AX = RA + BX; BX = RA - BX; AF646
CX = TK * ( TMA - TMB + GTC( NT ) ) + CX + QCX; AF647
RA = TK * 3.0; RB = RA; RC = TK; GO TO 268; AF648
C ARTICULACION EN A Y C AF649
263 AX = TK * 3.0 * ( TMA + TMB ) + FPTC( NT ) - 2.0 * CX - QCX3; AF650
BX = FPTA( NT ) - 2.0 * FPTC( NT ) + 4.0 * CX + 6.0 * QCX; AF651
CX = TK * ( -1.5 * TMB + 0.75 * GTC( NT ) ) + 0.25 * FPTA( NT ) AF652
1 + 1.25 * CX + 1.5 * QCX AF653
RA = 3.0 * TK; RB = 0.0; RC = TK * 0.75; GO TO 268; AF654
C ARTICULACION EN B AF655
264 AX = TK * 3.0 * ( TMA + 0.5 * GTC( NT ) ) + 0.5 * FPTB( NT ) - 1.5 * CX AF656
1 - QCX3 AF657
BX = TK * ( 2.0 * TMA + 4.0 * TMB - GTC( NT ) ) + CX + 2.0 * QCX AF658
CX = TK * 1.5 * ( TMA + 0.5 * GTC( NT ) ) - 0.25 * FPTB( NT ) + 1.25 * CX AF659
1 + 1.5 * QCX AF660
RA = TK * 3.0; RB = TK * 4.0; RC = TK * 0.75; GO TO 268; AF661
C ARTICULACION EN A Y B AF662
265 AX = TK * 3.0 * ( TMA + 0.5 * GTC( NT ) ) + 0.5 * FPTB( NT ) - 1.5 * CX AF663
1 - QCX3 AF664
BX = TK * 3.0 * ( TMB - 0.5 * GTC( NT ) ) + 0.5 * FPTA( NT ) + 1.5 * CX AF665
1 + QCX3 AF666
CX = - TK * GTC( NT ) + 0.5 * ( FPTA( NT ) - FPTB( NT ) ) + 2.0 * CX AF667

```

```

204 IF( TIFOR ) 6603, 207, 6603;
6603 PRINT 147, FWZT; ICL = 1; GO TO ( 712, 712, 207 ), IPASO;
205 PRINT 147, FWZT; GO TO 712;
206 IDET = IDET - IDANT;
      FWZN = DETANT * (FWZT - FCANT) / (DETANT - DETE*10.0E+00**IDET )
      1 + FCANT
      PRINT 116, FWZN; GO TO 713;
207 IF ( DETE ) 712, 712, 6606;
6606 FCANT = FWZT; DETANT = DETE; IDANT = IDET;
C   TERMINA ANALISIS DE COLAPSO
C   VERIFICACION DE CARGAS AXIALES EN CCLUMNAS
C   CONTRIBUCION DE LOS GIRGS DE LOS NUDDS
      M = NN1 * NV; DO 410 N = 1, M;
410 PG2( N ) = 0.0; IPC = 0; DO 404 IN = 1, NN1; K = IN - 1;
      DO 404 IV = 1, NV; NT = K * NV + IV; N = NT; I = NT + K;
      IF( K ) 400, 400, 399;
399 NX709 = N - NV; PG2( N ) = PG2( N ) + PG2( NX709 );
400 IF( IV - NV ) 401, 408, 408;
408 AX = PG2( N ); GO TO 409;
401 IGOTO = 2; GO TO 239;
402 EX = AX * X( I ) + CX * X( I + 1 );
      FX = BX * X( I + 1 ) + CX * X( I ); GX = -( EX + FX ) / FLT( IV )
      AX = PG2( N ) + GX; PG2( N ) = AX; PG2( N + 1 ) = - GX;
409 BX = PG1( N );
C   SE TOMA 0.0005 DE LA CARGA DE EULER
      IF( ABSF( AX + BX ) - 0.001 * PE( N ) ) 404, 404, 398;
C   SE COMPARA CON 0.01 DE LA CARGA AXIAL PROMEDIO POR GIRO DE NUDOS
398 IF( ABSF( ( AX - BX ) / ( AX + BX ) - 0.005E+00 ) 404, 404, 403
403 IPC = 1;
404 CONTINUE; IF ( IAPL ) 712, 405, 712;
405 M = NN1 * NV; DO 406 N = 1, M;
406 PG1( N ) = PG2( N );
C   SI RESULTA IPC = 1, REPETIR CICLO
      IF ( IPC ) 50, 407, 50;
C   PRINCIPIA SALIDA DE RESPUESTAS
407 PRINT 123; PRINT 140; PRINT 107, NCARGA; PRINT 148, FW, FZ, FWZTAF581
      ITER = 1;
C   ABERTURA E IMPRESION DE LAS ARTICULACIONES QUE SE ABREN
      GO TO ( 439, 453, 453 ), IPASO;
439 IF( ITAA + ICAA ) 4391, 4392, 4391;
4391 NFUT = NFUT + 1;
4392 PRINT 117, NFUT;
453 IF( ITAA ) 456, 457, 456;
456 PRINT 142, NAAT, ITAA;
457 IF( ICAA ) 458, 459, 458;
458 PRINT 143, NAAC, ICAA;
459 PRINT 109, ISAA, NCIERR; NTAA = NTAAT + NTAAC;
      PRINT 149, NTAA, NTAAT, NTAAC; PRINT 110; DO 65 IN = 1, NN1;
      L = IN - 1; DO 65 IV = 1, NV; K = L * NV + IV;
      AX = PPE( K ) * PE( K ); BX = FPC( K ) * RFP( K );
      PRINT 114, K, AX, PPE(K), PPY(K), SS(K), CC(K), FPC(K), RFP(K), BX AF596
      IF ( IV - NV ) 64, 65, 65;
64 PRINT 119, K, FPT( K );
65 CONTINUE; PRINT 129; K = 1; DO 66 IN = 1, NN; L = K + NV;
      PRINT 152, IN, K, L, ( X( J ), J = K, L );
      E( IN ) = X( L ) * H( IN );
66 K = L + 1; PRINT 118; PRINT 154, ( J, E( J ), J = 1, NN1 ) AF602
      DO 67 I = 2, NN1; J = NN - I;
67 E( J ) = E( J ) + E( J + 1 ); PRINT 153;
      PRINT 154, ( J, E( J ), J = 1, NN1 );
C   SALIDA DEL VALOR DEL DETERMINANTE

```

AF546
AF547
AF548
AF549
AF550
AF551
AF552
AF553
AF554
AF555
AF556
AF557
AF558
AF559
AF560
AF561
AF562
AF563
AF564
AF565
AF566
AF567
AF568
AF569
AF570
AF571
AF572
AF573
AF574
AF575
AF576
AF577
AF578
AF579
AF580
AF581
AF582
AF583
AF584
AF585
AF586
AF587
AF588
AF589
AF590
AF591
AF592
AF593
AF594
AF595
AF596
AF597
AF598
AF599
AF600
AF601
AF602
AF603
AF604
AF605
AF606

```

1 + QCX3
RA = TK * 3.0; RB = RA; RC = - TK; GO TO 268;
C ARTICULACION EN C Y B
266 AX = FPTB( NT ) + 2.0 * FPTC( NT ) - 4.0 * CX - 6.0 * QCX;
BX = TK * 3.0 * ( TMA + TMB ) - FPTC( NT ) + 2.0 * CX + QCX3;
CX = TK * ( 1.5 * TMA + 0.75 * GTC( NT ) ) - 0.25 * FPTB( NT )
1 + 1.25 * CX + 1.5 * QCX
RA = 0.0; RB = TK * 3.0; RC = TK * 0.75; GO TO 268;
C TRES ARTICULACIONES
267 AX = FPTA( NT ); BX = FPTB( NT ); CX = FPTC( NT ); RA = 0.0;
RB = 0.0; RC = 0.0;
268 GO TO ( 269, 290 ), IGOTO;
269 IGOTO = 2; UTA = AX; UTB = BX; UTC = CX;
C FIJACION DE MOMENTOS PLASTICOS EN TRABES ( SIGNOS )
DX = FPT( NT ); FPTA( NT ) = SIGNF( DX, AX );
FPTB( NT ) = SIGNF( DX, BX ); FPTC( NT ) = SIGNF( DX, CX );
AT2( NT ) = FPTA( NT ); BT2( NT ) = FPTB( NT );
CT2( NT ) = FPTC( NT );
C SIGNOS DE MOMENTOS FIJADOS
GO TO 72;
74 IETC = 2; IA = IAC( NC ) + 1;
C DETERMINACION DEL TIPO DE COLUMNA
CK = FK( NC ); RX = SS( NC ); TX = CC( NC ); OX = OC( NC );
TMB = -GCB( NC ) + X( I ); NX709 = I + NV + 1;
TMA = GCA( NC ) + X( NX709 ); TAB = X( J ); IGOTO = 1; GO TO 421
75 TMA = TMA - X( NX709 ) + XX( NX709 ); TMB = TMB - X( I ) + XX( I )
TAB = XX( J );
421 GO TO ( 270, 271, 272, 273, 274, 275, 276, 277 ), IA;
C COLUMNA ELASTICA
EX EN A, FX EN B, GX EN C
270 EX = CK * RX * ( TMA + TX * TMB - ( 1.0 + TX ) * TAB );
FX = CK * RX * ( TX * TMA + TMB - ( 1.0 + TX ) * TAB );
GX = CK * OX * ( TMA - TMB ); RA = CK * RX; RB = RA; RC = CK * OX
GO TO 278;
C COLUMNA CON ARTICULACION EN A
271 EX = CK * RX * ( TMA + TX * TMB - ( 1.0 + TX ) * TAB );
FX = CK * RX * ( 1.0 - TX**2 ) * ( TMB - TAB ) + TX * FPCA( NC )
GX = CK * OX * ( 1.0 + TX ) * ( - TMB + TAB ) + OX * FPCA( NC ) / RX
RA = CK * RX; RB = RA * ( 1.0 - TX**2 );
RC = CK * ( XN( NC ) - OX * OX / RX ); GO TO 278;
C COLUMNA CON ARTICULACION EN EL CENTRO
SE SUPONE COLUMNA CON TRES ARTICULACIONES
272 EX = FPCA( NC ); FX = FPCB( NC ); GX = FPCC( NC ); RA = 0.0;
RB = 0.0; RC = 0.0; GO TO 278;
C ARTICULACION EN A Y C
SE SUPONE QUE LA COLUMNA TIENE TRES ARTICULACIONES
273 GO TO 272;
C ARTICULACION EN B
274 EX = CK * RX * ( 1.0 - TX**2 ) * ( TMA - TAB ) + TX * FPCB( NC )
FX = CK * RX * ( TX * TMA + TMB - ( 1.0 + TX ) * TAB );
GX = CK * OX * ( 1.0 + TX ) * ( TMA - TAB ) - OX * FPCB( NC ) / RX
RB = CK * RX; RA = RB * ( 1.0 - TX**2 );
RC = CK * ( XN( NC ) - OX * OX / RX ); GO TO 278;
C ARTICULACIONES EN LOS EXTREMOS DE LA COLUMNA
POSIBLE COLAPSO SI LOS MOMENTOS NO SON DEL MISMO SIGAF22
275 EX = CK * RX * ( 1.0 - TX**2 );
FX = EX * ( TMB - TAB ) + TX * FPCA( NC );
EX = EX * ( TMA - TAB ) + TX * FPCB( NC );
GX = OX * ( FPCA( NC ) - FPCB( NC ) ) / ( RX * ( 1.0 - TX ) );
RA = CK * RX * ( 1.0 - TX**2 ); RB = RA;
RC = - CK * RX * ( 1.0 + TX ) / 2.0; GO TO 278;

```

AF668
AF669
AF670
AF671
AF672
AF673
AF674
AF675
AF676
AF677
AF678
AF679
AF680
AF681
AF682
AF683
AF684
AF685
AF686
AF687
AF688
AF689
AF690
AF691
AF692
AF693
AF694
AF695
AF696
AF697
AF698
AF699
AF700
AF701
AF702
AF703
AF704
AF705
AF706
AF707
AF708
AF709
AF710
AF711
AF712
AF713
AF714
AF715
AF716
AF717
AF718
AF719
AF720
AF721
AF722
AF723
AF724
AF725
AF726
AF727
AF728

```

C   ARTICULACIONES EN C Y B                                AF729
C   SE SUPONEN TRES ARTICULACIONES                        AF730
276 GO TO 272;                                           AF731
C   COLUMNA CON TRES ARTICULACIONES                       AF732
C   COLAPSO INMINENTE DE LA COLUMNA                      AF733
277 GO TO 272;                                           AF734
278 GO TO ( 279, 290 ), IGOTO;                            AF735
279 IGOTO = 2; UCA = EX; UCB = FX; UCC = GX; CC2( NC ) = GX; AF736
C   FIJACION DEL SIGNO DE MOMENTOS PLASTICOS EN COLUMNAS AF737
    FPCA( NC ) = SIGNF( FPCA( NC ), EX );                 AF738
    FPCB( NC ) = SIGNF( FPCB( NC ), FX );                 AF739
    FPCC( NC ) = SIGNF( FPCC( NC ), GX ); AC2( NC ) = FPCA( NC ); AF740
    BC2( NC ) = FPCB( NC );                               AF741
C   MOMENTOS FIJADOS                                     AF742
    GO TO 75;                                             AF743
C   ESTIMACION DEL ESTADO DE LOS MIEMBROS ( TRABE Y COLUMNA ) AF744
C   DETERMINACION DE LAS ARTICULACIONES QUE SE CIERRAN Y QUE SE ABREN AF745
C   JUNTO CON LOS FACTORES DE CARGA CORRESPONDIENTES     AF746
290 GO TO ( 500, 600, 500, 600, 500, 600, 500, 600 ), IA; AF747
C   ABERTURA DE A ***                                    AF748
500 NAAX = 1; GO TO ( 511, 512 ), IETC;                   AF749
C   TRABE ****                                           AF750
511 IGOTO = 1; AT2( NT ) = UTA;                           AF751
    IF( ABSF( UTA ) - ABSF( FPTA( NT ) ) ) 427, 430, 430; AF752
427 IF( AX = UTA ) GO TO 294; TMA = ( FPTA( NT ) - UTA ) / ( AX - UTA ) AF753
    IF( TMA ) 294, 428, 428;                               AF754
428 IF ( ABSF( FPTA( NT ) - UTA ) - ABSF( AX - UTA ) * FWZN ) 429, 531, 294 AF755
C   ESTUDIO DE ABERTURAS SIMULTANEAS FUTURAS ***          AF756
531 IF( ISAA ) 532, 538, 538;                             AF757
532 GO TO ( 5321, 533 ), IETC;                             AF758
5321 IF ( ITAA ) 5322, 5322, 5323;                         AF759
5322 IF ( ICAA - NT ) 537, 538, 538;                       AF760
5323 IF ( ITAA - NT ) 534, 5324, 538;                       AF761
5324 IF ( NAAT - NAAX ) 5325, 539, 5326;                   AF762
5325 IF ( NAAT - 1 ) 534, 534, 538;                         AF763
5326 IF ( NAAX - 1 ) 538, 538, 534;                         AF764
533 IF ( ICAA ) 5331, 5331, 535;                           AF765
5331 IF ( ITAA - NC ) 534, 534, 538;                       AF766
534 GO TO ( 539, 542, 541 ), IPASO;                         AF767
535 IF ( ICAA - NC ) 537, 536, 538;                         AF768
536 IF ( NAAC - NAAX ) 5361, 539, 5362;                   AF769
5361 IF ( NAAC - 1 ) 537, 537, 538;                       AF770
5362 IF ( NAAX - 1 ) 538, 538, 537;                       AF771
537 GO TO ( 539, 544, 543 ), IPASO;                         AF772
538 GO TO ( 429, 442, 433, 446, 437, 450 ), IGOTO;        AF773
539 GO TO ( 294, 294, 292, 292, 293, 293 ), IGOTO;        AF774
541 IAT( ITAA ) = IAT( ITAA ) + NAAT;                       AF775
542 ISAA = ISAA - 1; PRINT 122; NFUT = NFUT + 1; PRINT 146; AF776
    PRINT 142, NAAT, ITAA; GO TO 538;                       AF777
543 IAC( ICAA ) = IAC( ICAA ) + NAAC;                       AF778
544 ISAA = ISAA - 1; PRINT 122; NFUT = NFUT + 1; PRINT 146; AF779
    PRINT 143, NAAC, ICAA; GO TO 538;                       AF780
429 FWZN = TMA; ICAA = 0; ITAA = NT; NAAT = 1; GO TO 294; AF781
430 NAAT = 1; FLEA = UTA; FLEP = FPTA( NT );               AF782
C   ESTUDIO DE LAS ABERTURAS SIMULTANEAS POR EXCESO DE CARGA AF783
549 GO TO ( 615, 616, 616 ), IPASO;                       AF784
615 NEXCSC = NEXCSC + 1; GO TO 539;                       AF785
616 ISAA = ISAA + 1; FWZN = 0.0; ITAA = 0; ICAA = 0;      AF786
    GO TO ( 550, 551, 550, 551, 550, 551 ), IGOTO;        AF787
550 IAT( NT ) = IAT( NT ) + NAAT; PRINT 142, NAAT, NT;    AF788
    PRINT 151, FLEP, FLEA; GO TO 539;                       AF789

```



```

551 IAC( NC ) = IAC( NC ) + NAAC; PRINT 143, NAAC, NC; AF790
PRINT 151, FLEP, FLEA; GO TO 539; AF791
C COLUMN ***** AF792
512 IGOTO = 2; AC2( NC ) = UCA; AF793
IF( ABSF( UCA ) - ABSF( FPCA( NC ) ) ) 440, 443, 443; AF794
440 IF( EX=UCA ) GO TO 294; TA = ( FPCA( NC ) - UCA ) / ( EX-UCA ); AF795
IF( TA ) 294, 441, 441; AF796
441 IF ( ABSF( FPCA( NC ) - UCA ) - ABSF( EX-UCA ) * FWZN ) 442, 531, 294 AF797
442 FWZN = TA; ITAA = 0; ICAA = NC; NAAC = 1; GO TO 294; AF798
443 NAAC = 1; FLEA = UCA; FLEP = FPCA( NC ); GO TO 549; AF799
C CIERRE EN A *** AF800
600 IF( ISAA ) 523, 294, 294; AF801
523 GO TO( 517, 518 ), IETC; AF802
C TRABA ***** AF803
517 IF( RA ) 460, 460, 461; AF804
460 PRINT 112, NT; ICL = 1; GO TO 294; AF805
461 TPA = FPTA( NT ); AF806
IF ( REDFPA + ABSF( TPA ) - ABSF( UTA ) ) 462, 462, 463; AF807
462 GTA( NT ) = GTA( NT ) + ( TPA - UTA ) / RA; GO TO 294; AF808
C CUANDO LA ARTICULACION SE CIERRA SE TOMA EL ULTIMO GIRO AF809
463 IAT( NT ) = IAT( NT ) - 1; NCIERR = NCIERR + 1; AF810
PRINT 144, IUNO, NT; PRINT 150, UTA, TPA; GO TO 294; AF811
C COLUMN ***** AF812
518 IF( RA ) 465, 465, 466; AF813
465 PRINT 113, NC; ICL = 1; GO TO 294; AF814
466 TPA = FPCA( NC ); AF815
IF ( REDFPA + ABSF( TPA ) - ABSF( UCA ) ) 467, 467, 468; AF816
467 GCA( NC ) = GCA( NC ) + ( TPA - UCA ) / RA; GO TO 294; AF817
C CUANDO LA ARTICULACION SE CIERRA SE TOMA EL ULTIMO GIRO AF818
468 IAC( NC ) = IAC( NC ) - 1; NCIERR = NCIERR + 1; AF819
PRINT 145, IUNO, NC; PRINT 150, UCA, TPA; GO TO 294; AF820
294 IF( IA - 4 ) 504, 504, 604; AF821
C ABERTURA EN B *** AF822
504 NAAX = 4; GO TO ( 513, 514 ), IETC; AF823
C TRABA ***** AF824
513 IGOTO = 3; BT2( NT ) = UTB; AF825
IF( ABSF( UTB ) - ABSF( FPTB( NT ) ) ) 431, 434, 434; AF826
431 IF( BX=UTB ) GO TO 292; TMB = ( FPTB( NT ) - UTB ) / ( BX-UTB ); AF827
IF( TMB ) 292, 432, 432; AF828
432 IF ( ABSF( FPTB( NT ) - UTB ) - ABSF( BX-UTB ) * FWZN ) 433, 531, 292 AF829
433 FWZN = TMB; ICAA = 0; ITAA = NT; NAAT = 4; GO TO 292; AF830
434 NAAT = 4; FLEA = UTB; FLEP = FPTB( NT ); GO TO 549; AF831
C COLUMN ***** AF832
514 IGOTO = 4; BC2( NC ) = UCB; AF833
IF( ABSF( UCB ) - ABSF( FPCB( NC ) ) ) 444, 447, 447; AF834
444 IF( FX=UCB ) GO TO 292; TB = ( FPCB( NC ) - UCB ) / ( FX-UCB ); AF835
IF( TB ) 292, 445, 445; AF836
445 IF ( ABSF( FPCB( NC ) - UCB ) - ABSF( FX-UCB ) * FWZN ) 446, 531, 292 AF837
446 FWZN = TB; ITAA = 0; ICAA = NC; NAAC = 4; GO TO 292; AF838
447 NAAC = 4; FLEA = UCB; FLEP = FPCB( NC ); GO TO 549; AF839
C CIERRE EN B *** AF840
604 IF( ISAA ) 524, 292, 292; AF841
524 GO TO ( 519, 520 ), IETC; AF842
C TRABA ***** AF843
519 IF( RB ) 471, 470, 471; AF844
470 PRINT 112, NT; ICL = 1; GO TO 292; AF845
471 TPB = FPTB( NT ); AF846
IF ( REDFPA + ABSF( TPB ) - ABSF( UTB ) ) 472, 472, 473; AF847
472 GTR( NT ) = GTR( NT ) - ( TPB - UTB ) / RB; GO TO 292; AF848
473 IAT( NT ) = IAT( NT ) - 4; NCIERR = NCIERR + 1; AF849
PRINT 144, ICTO, NT; PRINT 150, UTB, TPB; GO TO 292; AF850

```

```

C   CUANDO LA ARTICULACION SE CIERRA SE TOMA EL ULTIMO GIRO      AF851
C   COLUMNA **** AF852
520 IF( RB ) 475, 475, 476; AF853
475 PRINT 113, NC; ICL = 1; GO TO 292; AF854
476 TPB = FPCB( NC ); AF855
    IF ( REDFPA * ABSF( TPB ) - ABSF( UCB ) ) 477, 477, 478; AF856
477 GCB( NC ) = GCB( NC ) - ( TPB - UCB ) / RB; GO TO 292; AF857
C   CUANDO LA ARTICULACION SE CIERRA SE TOMA EL ULTIMO GIRO      AF858
478 IAC( NC ) = IAC( NC ) - 4; NCIERR = NCIERR + 1; AF859
    PRINT 145, ICTO, NC; PRINT 150, UCB, TPB; AF860
292 GO TO ( 502, 502, 602, 602, 502, 502, 602, 602 ), IA; AF861
C   ABERTURA EN C *** AF862
502 NAAX = 2; GO TO(515, 516 ), IETC; AF863
C   TRABE **** AF864
515 IGOTO = 5; CT2( NT ) = UTC; AF865
    IF( ABSF( UTC ) - ABSF( FPTC( NT ) ) ) 435, 438, 438; AF866
435 IF( CX=UTC ) GO TO 293; TMC = ( FPTC(NT) - UTC ) / ( CX - UTC ) AF867
    IF( TMC ) 293, 436, 436; AF868
436 IF ( ABSF( FPTC(NT)-UTC ) - ABSF( CX-UTC ) * FWZN ) 437, 531, 293 AF869
437 FWZN = TMC; ICAA = 0; ITAA = NT; NAAT = 2; GO TO 293; AF870
438 NAAT = 2; FLEA = UTC; FLEP = FPTC( NT ); GO TO 549; AF871
C   COLUMNA **** AF872
516 IGOTO = 6; CC2( NC ) = UCC; AF873
    IF( ABSF( UCC ) - ABSF( FPCC( NC ) ) ) 448, 451, 451; AF874
448 IF( GX=UCC ) GO TO 293; TC = ( FPCC( NC ) - UCC ) / ( GX - UCC ); AF875
    IF( TC ) 293, 449, 449; AF876
449 IF ( ABSF( FPCC( NC ) - UCC ) - ABSF( GX - UCC ) * FWZN ) 450, 531, 293 AF877
450 FWZN = TC; ITAA = 0; ICAA = NC; NAAC = 2; GO TO 293; AF878
451 NAAC = 2; FLEA = UCC; FLEP = FPCC( NC ); GO TO 549; AF879
C   CIERRE EN C *** AF880
602 IF( ISAA ) 525, 293, 293; AF881
525 GO TO ( 521, 522 ), IETC; AF882
C   TRABE **** AF883
521 IF( RC ) 480, 480, 481; AF884
480 PRINT 112, NT; ICL = 1; GO TO 293; AF885
481 TPC = FPTC( NT ); AF886
    IF ( REDFPA * ABSF( TPC ) - ABSF( UTC ) ) 482, 482, 483; AF887
482 GTC( NT ) = GTC( NT ) + ( TPC - UTC ) / RC; GO TO 293; AF888
C   CUANDO LA ARTICULACION SE CIERRA SE TOMA EL ULTIMO GIRO      AF889
483 IAT( NT ) = IAT( NT ) - 2; NCIERR = NCIERR + 1; AF890
    PRINT 144, IDDS, NT; PRINT 150, UTC, TPC; GO TO 293; AF891
C   COLUMNA **** AF892
C   EN COLUMNAS NO SE ACEPTA ARTICULACION AL CENTRO. *COLAPSO LOCAL* AF893
522 PRINT 113, NC; ICL = 1; AF894
293 GO TO ( 74, 76 ), IETC; AF895
76 CONTINUE; IF ( ISAA ) 78, 77, 79; AF896
77 ISAA = -7; GO TO 70; AF897
78 ISAA = -( ISAA + 7 ); AF898
79 IF ( ITER ) 80, 610, 80; AF899
C   IMPRESIONES DE ARTICULACIONES Y ROTACIONES PLASTICAS. AF900
80 PRINT 120; I = 0; DO 87 IN = 1, NN1; L = IN - 1; AF901
    DO 87 IV = 1, NV; K = L * NV + IV; J = 1; AF902
    IF ( ABSF( GCA(K) ) + ABSF( GCB(K) ) + FLOATF( IAC(K) ) ) 82, 82, 81 AF903
81 I = 1; J = 0; PRINT 121, K, IAC( K ), GCA( K ), GCB( K ); AF904
82 IF ( IV = NV ) 83, 87, 87; AF905
83 IF ( ABSF( GTA(K) ) + ABSF( GTB(K) ) + ABSF( GTC(K) ) + FLOATF( AF906
1 IAT(K) ) ) 87, 87, 84 AF907
84 I = 1; IF ( J ) 86, 86, 85; AF908
85 PRINT 102; AF909
86 PRINT 126, K, IAT( K ), GTA( K ), GTC( K ), GTB( K ); AF910
87 CONTINUE; IF ( I ) 88, 88, 89; AF911

```

```

88 PRINT 130;
89 FWZN = ( ABSF( DFW ) + ABSF( DFZ ) ) * FWZN + FWZT;
GO TO ( 617, 622, 90 ), IPASO;
90 IF ( NCIERR = IT ) 618, 91, 91;
91 FWZN = FWZT; IT = IT + 1; ICAA = 0; ITAA = 0;
GO TO 624;
617 IPASO = 2; FWZN = 0.0; ITER = 0; GO TO 70;
610 FWZN = FWZT;
618 IF( ICAA ) 619, 620, 619;
619 IAC( ICAA ) = IAC( ICAA ) + NAAC; PRINT 122;PRINT 143, NAAC, ICAA;
ISAA = ISAA + 1;
620 IF ( ITAA ) 621, 624, 621;
621 IAT( ITAA ) = IAT( ITAA ) + NAAT; PRINT 122;PRINT 142, NAAT, ITAA;
ISAA = ISAA + 1; GO TO 624;
622 IF( FWZN - FWZT ) 623, 618, 623;
623 IPASO = 1;
C IMPRESION DE MOMENTOS DE TRABES Y COLUMNAS AL CENTRO Y EXTREMOS.
624 PRINT 131; DO 700 IN = 1, NN1; L = IN - 1;
I = IN + ( NV + 1 ); DO 700 IV = 1, NV; K = L * NV + IV;
FX = -( AC2( K ) + BC2( K ) ) / H( IN ) - PPE( K ) * PE( K ) * X( I );
PRINT 132, K, AC2( K ), CC2( K ), BC2( K ), FX;
IF ( IV = NV ) 699, 700, 700;
699 PX = 0.5 * FW * ( W( K ) + 3.0 * FRV( K ) );
BX = ( AT2( K ) + BT2( K ) ) / FLT( IV ); AX = PX - BX;
BX = PX + BX;
PRINT 133, K, AT2( K ), CT2( K ), BT2( K ), AX, BX;
700 CONTINUE;
C COMPROBACION DEL EQUILIBRIO EN NUDOS Y ENTREPISOS.
DO 710 IN = 1, NN1; K = IN - 1; AX = 0.0; FX = 0.0; PX = 0.0
DO 708 IV = 1, NV; N = K * NV + IV; CX = 0.0; EX = 0.0;
IF( IV = 1 ) 702, 702, 701;
701 CX = BT2( N - 1 ); EX = ABSF( CX );
702 IF( IV = NV ) 703, 704, 704;
703 AX = AT2( N ); CX = CX + BX; EX = EX + ABSF( BX );
704 IF( K ) 706, 706, 705;
705 NX709 = N - NV; BX = AC2( NX709 ); CX = CX + BX;
EX = EX + ABSF( BX );
706 BX = BC2( N ); PX = PX + PW( N ); CX = CX + BX - FW * FN( N );
GX = AC2( N ); AX = AX + BX + GX; BX = ABSF( BX );
FX = FX + BX + ABSF( GX ); BX = ABSF( FW * FN( N ) ) + BX;
EX = ABSF( CX / ( EX + BX ) ); IF( EX = 0.9E-03 ) 708, 708, 707;
707 PRINT 124, N, CX, EX;
708 CONTINUE; I = IN * ( NV + 1 );
BX = FZ * F( IN ) + PX * FW * X( I ) * H( IN ); AX = AX + BX;
FX = FX + ABSF( BX ); FX = ABSF( AX / FX );
IF( FX = 1.00E-03 ) 710, 710, 709;
709 PRINT 125, IN, AX, FX;
710 CONTINUE; NCARGA = NCARGA + 1; IF ( IELA ) 711, 711, 712;
711 IF ( ICL ) 712, 4402, 712;
712 PRINT 148, FW, FZ, FWZT;
713 PRINT 134; GO TO 1; END;

```

AF912
AF913
AF914
AF915
AF916
AF917
AF918
AF919
AF920
AF921
AF922
AF923
AF924
AF925
AF926
AF927
AF928
AF929
AF930
AF931
AF932
AF933
AF934
AF935
AF936
AF937
AF938
AF939
AF940
AF941
AF942
AF943
AF944
AF945
AF946
AF947
AF948
AF949
AF950
AF951
AF952
AF953
AF954
AF955
AF956
AF957
AF958
AF959
AF960
AF961
AF962

APENDICE B. COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y TRANSPORTE EN COLUMNAS

B.1 ECUACION DIFERENCIAL DE COLUMNAS. SOLUCION.

La ecuación diferencial de miembros elásticos originalmente rectos es:

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} = -M \quad (1)$$

donde EI = rigidez a flexión, y = desplazamiento normal al eje del miembro, x = coordenada longitudinal y M = momento flexionante. Se supone que no hay carga transversal en el interior de la columna y que los desplazamientos y cargas de los extremos se alojan en el plano x - y .

Para el miembro de la fig. B.1, sujeto a las cargas P = fuerza normal; M_A, M_B = momentos externos aplicados en los extremos A y B ; y V = fuerza cortante, se tiene que en cualquier sección, el momento flexionante M queda dado por:

$$M = -M_A - Vx - Py \quad (2)$$

o alternativamente

$$M = -M_A \left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_B \frac{x}{L} - Py + P\phi x \quad (3)$$

donde se ha tenido en cuenta que el equilibrio se cumple en el estado deformado. Los giros de los extremos son Θ_A y Θ_B mientras que su desplazamiento relativo normal al eje del miembro es Δ . En la ec 3, $\phi = \Delta/L$ es la rotación debida a la traslación relativa de los apoyos y L = longitud del miembro. Los giros son positivos con las manecillas del reloj.

De la ec 3 en la ec 1

$$EI \frac{d^2 y}{dx^2} + Py = -M_A \left(1 - \frac{x}{L}\right) + M_B \frac{x}{L} + P\phi x \quad (4)$$

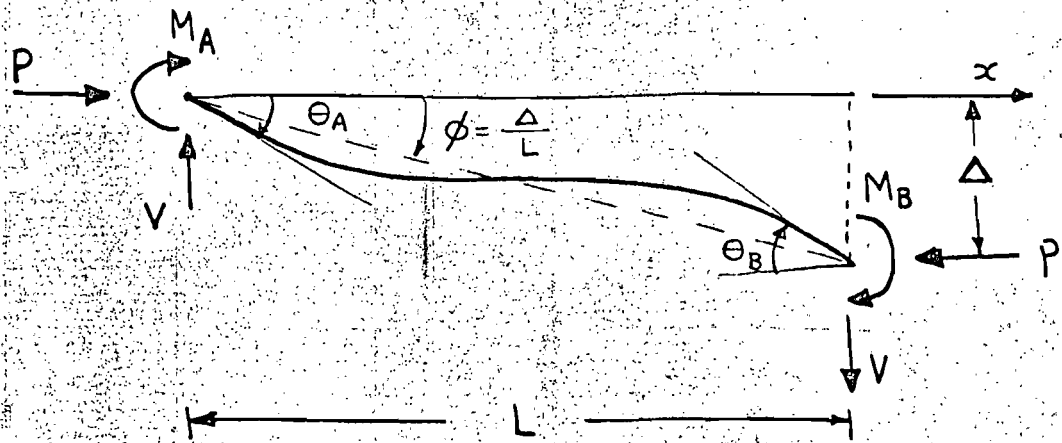


Fig. B.1 Columna deformada



Fig. B.2 Columna en cantilever sin fuerza cortante

La solución de la ec 4 es

$$y = -\frac{M_A}{P} \left(1 - \frac{x}{L}\right) + \frac{M_B}{P} \frac{x}{L} + \phi x + C_1 \operatorname{sen}\left(2\alpha \frac{x}{L}\right) + C_2 \cos\left(2\alpha \frac{x}{L}\right) \quad (5)$$

donde $2\alpha = L \sqrt{\frac{P}{EI}}$ (6)

La ec 5 es válida sólo para miembros rectos de sección constante. Las constantes C_1 y C_2 se obtienen al cumplir las condiciones de frontera.

Usando $y = 0$ en $x = 0$ se obtiene

$$C_2 = -\frac{M_A}{P} \quad (7)$$

Sustituyendo la ec 7 en la ec 5 y usando la condición de que $y = \phi L = \Delta$ en $x = L$, resulta

$$C_1 = -\frac{M_A \cos(2\alpha) + M_B}{P \operatorname{sen}(2\alpha)} \quad (8)$$

Así, con las ecs 7 y 8 la elástica de la pieza es dada por:

$$y = \frac{M_A}{P} \left\{ \frac{x}{L} - 1 - \cot(2\alpha) \operatorname{sen}\left(2\alpha \frac{x}{L}\right) \right\} + \frac{M_B}{P} \left\{ \frac{x}{L} - \frac{\operatorname{sen}\left(2\alpha \frac{x}{L}\right)}{\operatorname{sen}(2\alpha)} \right\} + \phi x \quad (9)$$

B.2 RELACION CARGA-DEFORMACION

En este artículo se obtiene la relación que existe entre θ_A , θ_B y ϕ y los elementos M_A , M_B y V .

Para ello, sustituyendo la ec 9 en las ecuaciones de frontera:

$$\left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=0} = \theta_A, \quad \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=L} = \theta_B \quad (10)$$

se obtiene

$$\Theta_A = \frac{M_A}{PL} \{1 - 2\alpha \cot(2\alpha)\} + \frac{M_B}{PL} \{1 - 2\alpha \operatorname{cosec}(2\alpha)\} + \phi \quad (11)$$

$$\Theta_B = \frac{M_A}{PL} \{1 - 2\alpha \operatorname{cosec}(2\alpha)\} + \frac{M_B}{PL} \{1 - 2\alpha \cot(2\alpha)\} + \phi \quad (12)$$

Al despejar M_A y M_B de las ecuaciones 11 y 12 se usan las siguientes igualdades trigonométricas:

$$\{1 - 2\alpha \cot(2\alpha)\}^2 - \{1 - 2\alpha \operatorname{cosec}(2\alpha)\}^2 = 4\alpha (\tan \alpha - \alpha) \quad (13)$$

$$\frac{1 - 2\alpha \operatorname{cosec}(2\alpha)}{1 - 2\alpha \cot(2\alpha)} = - \frac{\operatorname{sen}(2\alpha) - 2\alpha}{\operatorname{sen}(2\alpha) - 2\alpha \cos(2\alpha)} \quad (14)$$

y haciendo uso de

$$PL = \frac{EI}{L} 4\alpha^2 \quad (15)$$

se obtiene

$$M_A = \frac{EI}{L} \frac{\alpha \{1 - 2\alpha \cot(2\alpha)\}}{\tan \alpha - \alpha} \left[(\Theta_A - \phi) + \frac{2\alpha - \operatorname{sen}(2\alpha)}{\operatorname{sen}(2\alpha) - 2\alpha \cos(2\alpha)} (\Theta_B - \phi) \right] \quad (16)$$

$$M_B = \frac{EI}{L} \frac{\alpha \{1 - 2\alpha \cot(2\alpha)\}}{\tan \alpha - \alpha} \left[\frac{2\alpha - \operatorname{sen}(2\alpha)}{\operatorname{sen}(2\alpha) - 2\alpha \cos(2\alpha)} (\Theta_A - \phi) + (\Theta_B - \phi) \right] \quad (17)$$

Llamando (15, 16)

$$r = \frac{\alpha \{1 - 2\alpha \cot(2\alpha)\}}{\tan \alpha - \alpha} \quad (18)$$

$$t = \frac{2\alpha - \operatorname{sen}(2\alpha)}{\operatorname{sen}(2\alpha) - 2\alpha \cos(2\alpha)} \quad (19)$$

donde r = coeficiente de rigidez y t = factor de transporte, resulta

$$M_A = \frac{EI}{L} \left[r\theta_A + r t \theta_B - 2r(1+t)\phi \right] \quad (20)$$

$$M_B = \frac{EI}{L} \left[r t \theta_A + r\theta_B - 2r(1+t)\phi \right] \quad (21)$$

$$V_L = \frac{EI}{L} \left[-r(1+t)\theta_A - r(1+t)\theta_B + \{2r(1+t) - q\}\phi \right] \quad (22)$$

donde
$$q = \frac{PL^2}{EI} \quad (23)$$

En publicaciones en inglés a r y t se les designa con las letras "s" y "c", respectivamente ^(15,16).

La ec 22 se obtiene al despejar V_L de la siguiente ecuación, que expresa el equilibrio de momentos en el estado deformado del miembro:

$$M_A + M_B + V_L + PL\phi = 0 \quad (24)$$

y sustituir las ecs 20 y 21:

Por el uso frecuente que se hace en este trabajo del coeficiente $\{2r(1+t) - q\}$ de la ec 22, es importante mencionar que él se usa mucho expresado únicamente en función de r y t en la forma

$$2r(1+t) - q = r^2(1-t^2) \quad (25.a)$$

La ec 25.a se obtiene de inmediato al usar las siguientes igualdades obtenidas de las ecs 18 y 19:

$$r(1-t) = 2\alpha \cot \alpha \quad (25.b)$$

$$r(1+t) = \frac{2\alpha^2}{1 - \alpha \cot \alpha} \quad (25.c)$$

Así, también con la ec 6

$$2r(1+t) - q = 2 \frac{2\alpha^2}{1 - \alpha \cot \alpha} - 4\alpha^2 = \frac{4\alpha^3 \cot \alpha}{1 - \alpha \cot \alpha} =$$

$$= \frac{2\alpha^2}{1 - \alpha \cot \alpha} \alpha \cot \alpha = r(1+t)r(1-t) = r^2(1-t^2).$$

B.3 COEFICIENTES DE RIGIDEZ Y TRANSPORTE

En las ecs 18 y 19, cuando $P=0$ se tiene

$$r=4, \quad t = \frac{1}{2}$$

que coinciden con los coeficientes de rigidez y transporte en miembros rectos sin carga axial y de sección constante.

Llamando
$$\rho = \frac{P}{P_E} = \frac{q}{\pi^2} \quad (26)$$

donde
$$P_E = \pi^2 \frac{EI}{L^2} \quad (27)$$

es la carga crítica de Euler de columna biarticulada, los valores de r y t pueden obtenerse en función de ρ por medio de tablas (15). A su vez, de la ec 15 el coeficiente α se expresa en función de ρ en la forma

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \sqrt{\rho} \quad (28)$$

Para el programa de computadora se empleó el desarrollo en serie en las ecs 18 y 19 incorporando la ec 28, quedando:

$$r = 4 \frac{1 + \frac{\pi^2}{15} \rho + \frac{3\pi^4}{315} \rho^2 + \frac{2\pi^6}{1575} \rho^3 + \dots}{1 + \frac{\pi^2}{10} \rho + \frac{17\pi^4}{1680} \rho^2 + \frac{31\pi^6}{29740} \rho^3 + \dots} \quad (29)$$

$$t = \frac{1}{2} \frac{1 - \frac{\pi^2}{20} \rho + \frac{\pi^4}{840} \rho^2 - \frac{\pi^6}{60480} \rho^3 + \dots}{1 - \frac{\pi^2}{10} \rho + \frac{\pi^4}{280} \rho^2 - \frac{\pi^6}{15120} \rho^3 + \dots} \quad (30)$$

Las ecs 29 y 30 tienen la ventaja de no dar lugar a pérdida de aproximación para ρ pequeño en

comparación con 18 y 19; cuando $|p| < 0.0002$ basta con usar los primeros cuatro términos de cada serie de las ecs 29 y 30.

Valores aproximados de utilidad práctica ⁽²⁹⁾ de r y t pueden obtenerse con

$$r = \frac{(2-p)(6-p)}{(3-p)} \quad (31)$$

$$t = \frac{1}{2-p} \quad (32)$$

que son satisfactorias para p en intervalo -1 a $+1$, ~~p~~ p negativo es tensión, dando un error menor al 1.4 por ciento. Las ecs 31 y 32 fueron obtenidas por tanteos ajustando a coeficientes enteros.

En particular, de las ecs 31 y 32 se obtienen

$$r(1+t) = 6-p \quad (33)$$

$$r(1-t) = \frac{(1-p)(6-p)}{(3-p)} \quad (34)$$

que por las ecs 23 y 26

$$q = \frac{PL^2}{EI} \quad (35)$$

$$p = \frac{q}{\pi^2} \quad (36)$$

Un coeficiente importante es el definido como

$$m = \frac{1}{1 - \frac{q}{2r(1+t)}} \quad (37)$$

que hace que la ec 25.a pueda también escribirse

$$2r(1+t) - q = \frac{2r(1+t)}{m} = r^2(1-t^2) \quad (38.a)$$

de donde $m = \frac{2}{r(1-t)} \quad (38.b)$

a "m" se le conoce como coeficiente de Merchant o factor de corrimiento puro ^(15,16).

Otros coeficientes se obtienen como sigue: Sea una columna en cantilever como la mostrada en la fig 8.2, con $\theta_B = 0$ y $V = 0$, esto último indica "no cortante", así, de la ec 38 en la ec 22

$$\phi = \frac{m}{2} \theta_A \quad (39)$$

y con la ec 39 en las ecs 20 y 21 resulta

$$M_A = \frac{EI}{L} n \theta_A \quad (40)$$

$$M_B = -\frac{EI}{L} o \theta_A \quad (41)$$

donde

$$n = r \left(1 - \frac{1+t}{2} m \right) \quad (42)$$

$$o = r \left(-t + \frac{1+t}{2} m \right) \quad (43)$$

son los coeficientes de "no cortante" ^(9,16) que para $p=0$ valen $n=1$, $o=1$. Cuando en una columna no hay fuerza cortante, $V=0$, y se aplica un momento en un extremo, el coeficiente "n" tiene la interpretación de ser un coeficiente de rigidez y "o" de un factor de transporte.

Los coeficientes "n" y "o" satisfacen la ecuación

$$n^2 - o^2 = -\eta \quad (44)$$

la que puede comprobarse con las ecs 39, 40, 41 y 38.6 en la 24. También, el valor de n puede obtenerse con la expresión aproximada

$$n = \left(\frac{1-4p}{1-p} \right) \left(\frac{3.2-p}{3.2} \right) \quad (45)$$

que da un porcentaje de error inferior al uno por ciento en

el intervalo de p entre cero y 0.8.

En el programa para computadora se usaron las relaciones:

$$n' = r' - \frac{1+t'}{1-t'} \quad (46)$$

$$r = r'(1-t'^2) + n' \quad (47)$$

$$t = 1 - 2 \frac{n'}{r} \quad (48)$$

donde r' y t' corresponden a una columna con longitud $L/2$, igual carga normal P y el mismo EI .

Para calcular el momento al centro de una columna se usa el factor o' donde

$$o' = -r't' + \frac{1+t'}{1-t'} \quad (49)$$

Por último, conviene notar que

$$p' = \frac{p}{4} \quad (50)$$

$$n' = \frac{r(1-t)}{2} = \frac{1}{m} \quad (51)$$

Las primas se usan para indicar el factor obtenido al tomar la mitad de la columna. Las ecs 46 a 51 se dedujeron al estudiar las ecuaciones que gobiernan una columna con articulación plástica al centro.

APENDICE C. ECUACIONES DE MIEMBROS

Las ecuaciones presentadas en este apéndice son las usadas directamente por el programa para computadora. Los números colocados del lado izquierdo son los mismos que tienen esas ecuaciones en el programa, en esta regla se incluye también al "artículo C.4.

C.1 MATRICES DE RIGIDEZ. TRABES. COLUMNAS.

Relación carga-desplazamiento en traves. Matrices de rigidez.

240 Trabe elástica.

$$\frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

241 Trabe con articulación en A (extremo izquierdo).

$$\frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

242 Trabe con articulación al centro.

$$\frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 3 \end{bmatrix}$$

243 Trabe con articulación en A y al centro.

$$\frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

244 Trabe con articulación en B (extremo derecho)

$$\frac{EI}{L} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

245 Trabe con articulaciones en los extremos. Igual a 243

246 Trabe con articulaciones al centro y en B. Igual a 243

247 Trabe con tres articulaciones. Posible colapso. Igual a 243

Relación carga-desplazamiento en columnas. Matrices de rigidez

250 Columna elástica

$$\frac{EI}{h} \begin{bmatrix} r & rt & -r(1+t) \\ rt & r & -r(1+t) \\ -r(1+t) & -r(1+t) & r^2(1-t^2) \end{bmatrix}$$

Nota: $r^2(1-t^2) = 2r(1+t) - q$, donde $q = Ph^2/EI$. Ec. 25.a del apéndice B.

251 Columna con articulación en A (en la base)

$$\frac{EI}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & r(1-t^2) & -r(1-t^2) \\ 0 & -r(1-t^2) & r\{r(1-t^2) - (1+t)^2\} \end{bmatrix}$$

Nota: $r^2(1-t^2) - r(1+t)^2 = 2r(1+t) - q - r(1+t)^2$

252 Columna con articulación al centro. Posible colapso.
Igual a 255.

253 Columna con articulaciones en A y al centro. Posible colapso.
Igual a 255.

254 Columna con articulación en B (en el cabezal)

$$\frac{EI}{h} \begin{bmatrix} r(1-t^2) & 0 & -r(1-t^2) \\ 0 & 0 & 0 \\ -r(1-t^2) & 0 & r\{r(1-t^2) - (1+t)^2\} \end{bmatrix}$$

Ver Nota 251.

255 Columna con articulaciones en los extremos. Posible colapso si los momentos no son del mismo signo.

$$\frac{EI}{h} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -q \end{bmatrix}$$

Nota $qEI/h = Ph$

256 Columna con articulaciones al centro y en B. Colapso inminente. Igual a 255.

257 Columna con tres articulaciones. Igual a 255.

C2. MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO. TRABES. COLUMNAS.

Momentos aplicados sobre los extremos de traves.

230 Trabe elástica

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{h} \left[4\theta_A^P - 2\theta_B^P + \theta_C^P \right] - \frac{WL}{8} - 2 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{h} \left[2\theta_A^P - 4\theta_B^P - \theta_C^P \right] + \frac{WL}{8} + 2 \frac{\omega L^2}{24}$$

231 Trabe con articulación en A. (extremo izquierdo)

$$\bar{M}_A = M_A^P$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{L} \left[-3\theta_B^P - \frac{3}{2}\theta_C^P \right] + \frac{1}{2}M_A^P + \frac{3}{2}\frac{WL}{8} + 3\frac{\omega L^2}{24}$$

232 Trabe con articulación al centro

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{L} \left[3\theta_A^P - 3\theta_B^P \right] + M_C^P - 2\frac{WL}{8} - 3\frac{\omega L^2}{24}$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{L} \left[3\theta_A^P - 3\theta_B^P \right] - M_C^P + 2\frac{WL}{8} + 3\frac{\omega L^2}{24}$$

233 Trabe con articulaciones en A y al centro

$$\bar{M}_A = M_A^P$$

$$\bar{M}_B = M_A^P - 2M_C^P + 4\frac{WL}{8} + 6\frac{\omega L^2}{24}$$

234 Trabe con articulación en B. (extremo derecho)

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{L} \left[3\theta_A^P + \frac{3}{2}\theta_C^P \right] + \frac{1}{2}M_B^P - \frac{3}{2}\frac{WL}{8} - 3\frac{\omega L^2}{24}$$

$$\bar{M}_B = M_B^P$$

235 Trabe con articulaciones en los extremos

$$\bar{M}_A = M_A^P$$

$$\bar{M}_B = M_B^P$$

236 Trabe con articulaciones al centro y en B

$$\bar{M}_A = M_B^P + 2M_C^P - 4\frac{WL}{8} - 6\frac{\omega L^2}{24}$$

$$\bar{M}_B = M_B^P$$

237 Trabe con tres articulaciones. Igual a 235.

Momentos de empotramiento en columnas y cortante lateral.
Momentos aplicados sobre los extremos del miembro.

210 Columna elástica

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{h} [r\theta_A^P - rt\theta_B^P]$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{h} [rt\theta_A^P - r\theta_B^P]$$

211 Columna con articulación en A (en la base)

$$\bar{M}_A = M_A^P$$

$$\bar{M}_B = \frac{EI}{h} [-r(1-t^2)\theta_B^P] + tM_A^P$$

212 Columna con articulación al centro. Se supone de tres articulaciones

$$\bar{M}_A = M_A^P$$

$$\bar{M}_B = M_B^P$$

213 Columna con articulaciones en A y al centro. Igual a 212

214 Columna con articulación en B (en el cabezal)

$$\bar{M}_A = \frac{EI}{h} [r(1-t^2)\theta_A^P] + tM_B^P$$

$$\bar{M}_B = M_B^P$$

215 Columna con articulaciones en los extremos. Igual a 212

216 Columna con articulaciones al centro y en B. Igual a 212.

217 Columna con tres articulaciones. Igual a 212.

En todos los casos, una vez conocidos \bar{M}_A y \bar{M}_B , el cortante lateral aplicado a la columna por efecto de empotramiento de nudos se obtiene con

$$218 \quad \bar{V}h = -(\bar{M}_A + \bar{M}_B)$$

C.3. ESTADO DE MOMENTOS EN MIEMBROS. TRABES. COLUMNAS.

Estado de trabes. Momentos sobre trabes.

Teniendo en cuenta las ecuaciones

$$\theta_A = \bar{\theta}_A + \theta_A^P \quad (2.17.a)$$

$$\theta_B = \bar{\theta}_B - \theta_B^P \quad (2.17.b)$$

se tiene:

260 Trabe elástica

$$M_A = \frac{EI}{L} [4\theta_A + 2\theta_B + \theta_c^P] - \frac{WL}{8} - 2 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} [2\theta_A + 4\theta_B - \theta_c^P] + \frac{WL}{8} + 2 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_c = \frac{EI}{L} [\theta_A - \theta_B + \theta_c^P] + \frac{WL}{8} + \frac{\omega L^2}{24}$$

261 Trabe con articulación en A (extremo izquierdo)

$$M_A = \frac{EI}{L} [4\theta_A + 2\theta_B + \theta_c^P] - \frac{WL}{8} - 2 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} [3\theta_B - \frac{3}{2}\theta_c^P] + \frac{M_A^P}{2} + \frac{3}{2} \frac{WL}{8} + 3 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_c = \frac{EI}{L} [-\frac{3}{2}\theta_B + \frac{3}{4}\theta_c^P] + \frac{M_A^P}{4} + \frac{5}{4} \frac{WL}{8} + \frac{3}{2} \frac{\omega L^2}{24}$$

262 Trabe con articulación al centro

$$M_A = \frac{EI}{L} [3\theta_A + 3\theta_B] + M_c^P - 2 \frac{WL}{8} - 3 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} [3\theta_A + 3\theta_B] - M_c^P + 2 \frac{WL}{8} + 3 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_c = \frac{EI}{L} [\theta_A - \theta_B + \theta_c^P] + \frac{WL}{8} + \frac{\omega L^2}{24}$$

263 Trabe con articulación en A y al centro

$$M_A = \frac{EI}{L} [3\theta_A + 3\theta_B] + M_c^P - 2 \frac{WL}{8} - 3 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_B = M_A^P - 2M_c^P + 4 \frac{WL}{8} + 6 \frac{\omega L^2}{24}$$

$$M_c = \frac{EI}{L} [-\frac{3}{2}\theta_B + \frac{3}{4}\theta_c^P] + \frac{M_A^P}{4} + \frac{5}{4} \frac{WL}{8} + \frac{3}{2} \frac{\omega L^2}{24}$$

264 Trabe con articulación en B (extremo derecho)

$$M_A = \frac{EI}{L} \left[3\theta_A + \frac{3}{2}\theta_c^P \right] + \frac{M_B^P}{2} - \frac{3}{2} \frac{WL}{8} - 3 \frac{WL^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} \left[2\theta_A + 4\theta_B - \theta_c^P \right] + \frac{WL}{8} + 2 \frac{WL^2}{24}$$

$$M_c = \frac{EI}{L} \left[\frac{3}{2}\theta_A + \frac{3}{4}\theta_c^P \right] - \frac{M_B^P}{4} + \frac{5}{4} \frac{WL}{8} + \frac{3}{2} \frac{WL^2}{24}$$

265 Trabe con articulación en los extremos

$$M_A = \frac{EI}{L} \left[3\theta_A + \frac{3}{2}\theta_c^P \right] + \frac{M_B^P}{2} - \frac{3}{2} \frac{WL}{8} - 3 \frac{WL^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} \left[3\theta_B - \frac{3}{2}\theta_c^P \right] + \frac{M_A^P}{2} + \frac{3}{2} \frac{WL}{8} + 3 \frac{WL^2}{24}$$

$$M_c = -\frac{EI}{L} \left[\theta_c^P \right] + \frac{1}{2} (M_A^P - M_B^P) + 2 \frac{WL}{8} + 3 \frac{WL^2}{24}$$

266 Trabe con articulaciones al centro y en B

$$M_A = M_B^P + 2M_c^P - 4 \frac{WL}{8} - 6 \frac{WL^2}{24}$$

$$M_B = \frac{EI}{L} \left[3\theta_A + 3\theta_B \right] - M_c^P + 2 \frac{WL}{8} + 3 \frac{WL^2}{24}$$

$$M_c = \frac{EI}{L} \left[\frac{3}{2}\theta_A + \frac{3}{4}\theta_c^P \right] - \frac{M_B^P}{4} + \frac{5}{4} \frac{WL}{8} + \frac{3}{2} \frac{WL^2}{24}$$

267 Trabe con tres articulaciones

$$M_A = M_A^P$$

$$M_B = M_B^P$$

$$M_c = M_c^P$$

Estado de columnas. Momentos sobre columnas.

Teniendo en cuenta las ecuaciones

$$\Theta_A = \bar{\Theta}_A + \Theta_A^P \quad (2.17.a)$$

$$\Theta_B = \bar{\Theta}_B - \Theta_B^P \quad (2.17.b)$$

se tiene

270 Columna elástica

$$M_A = \frac{EI}{h} [r\Theta_A + rt\Theta_B - r(1+t)\phi]$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [rt\Theta_A + r\Theta_B - r(1+t)\phi]$$

$$M_C = \frac{EI}{h} [o'\Theta_A - o'\Theta_B]$$

donde o' = coeficiente de "no cortante" de sólo la mitad de la columna. Ec. 49 del apéndice B.

271 Columna con articulación en A (en la base)

$$M_A = \frac{EI}{h} [r\Theta_A + rt\Theta_B - r(1+t)\phi]$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [r(1-t^2)(\Theta_B - \phi)] + tM_A^P$$

$$M_C = \frac{EI}{h} [o'(1+t)(-\Theta_B + \phi)] + \frac{o'}{r} M_A^P$$

272 Columna con articulación al centro. Se supone de tres articulaciones

$$M_A = M_A^P$$

$$M_B = M_B^P$$

$$M_C = M_C^P$$

273 Columna con articulaciones en A y al centro. Igual a 272.

274 Columna con articulación en B (en el cabezal)

$$M_A = \frac{EI}{h} [r(1-t^2)(\theta_A - \phi)] + tM_B^P$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [rt\theta_A + r\theta_B - r(1+t)\phi]$$

$$M_C = \frac{EI}{h} [o'(1+t)(\theta_A - \phi)] - \frac{o'}{r} M_B^P$$

275 Columna con articulaciones en los extremos

$$M_A = \frac{EI}{h} [r(1-t^2)(\theta_A - \phi)] + tM_B^P$$

$$M_B = \frac{EI}{h} [r(1-t^2)(\theta_B - \phi)] + tM_A^P$$

$$M_C = \frac{o'}{r(1-t)} (M_A^P - M_B^P)$$

276 Columna con articulaciones al centro y en B.
Igual a 272

277 Columna con tres articulaciones
Igual a 272

C.4. REDUCCION DE MOMENTO PLASTICO EN COLUMNAS POR EFECTO DE CARGA AXIAL

Para obtener el momento plástico resistente de una columna, M_{col}^P , se han empleado las fórmulas que se presentan a continuación ⁽³⁹⁾; con ellas se obtiene un factor de reducción plástica R_{fp} tal que

$$M_{col}^P = R_{fp} M_o^P$$

donde M_o^P es el momento plástico sin carga axial.

En secciones I se usan

$$R_{fp} = 1.0, \quad 0 \leq P < 0.15 P_y \quad (1024)$$

$$R_{fp} = 1.18 \left(1.0 - \left| \frac{P}{P_y} \right| \right), \quad 0.15 P_y \leq P \leq P_y \quad (1025)$$

donde P_y es la carga axial de fluencia de la columna.

En secciones H se emplean

$$R_{fp} = 1.0, \quad 0 \leq P < 0.4 P_y \quad (1024)$$

$$R_{fp} = 1.19 \left[1.0 - \left(\frac{P}{P_y} \right)^2 \right], \quad 0.4 P_y \leq P \leq P_y \quad (1029)$$

En sección rectangular

$$R_{fp} = 1.0 - \left(\frac{P}{P_y} \right)^2, \quad 0 \leq P \leq P_y \quad (1030)$$

Cuando $P > P_y$ el programa avisa que hay colapso local por aplastamiento de la columna. Las expresiones anteriores dan un error en R_{fp} menor al 5% ⁽³⁹⁾. Se utiliza el mismo criterio en tensión que en compresión.

Los números de las ecuaciones anteriores corresponden a las de las proposiciones usadas en el programa para computadora.

C.5. APERTURA DE ARTICULACIONES PLASTICAS

La descripción que sigue aplica igual a traves que a columnas.

Sean M_A^P , M_B^P y M_C^P los momentos plásticos en las secciones A, B y C del miembro, respectivamente, y cuando:

a) No hay articulación plástica en A pero se cumple que

$$|M_A| \geq |M_A^P|$$

es que aparece articulación plástica en A.

b) No hay articulación plástica en B pero se cumple que

$$|M_B| \geq |M_B^P|$$

es que aparece articulación plástica en B.

c) No hay articulación plástica en C pero se cumple que

$$|M_C| \geq |M_C^P|$$

es que aparece articulación plástica en C.

CG. ANALISIS DEL CIERRE DE ARTICULACIONES Y CÁLCULO DE SU ROTACION PLASTICA.

517 Trabe con articulación en A (extremo izquierdo)

Usando el giro plástico conocido en A, θ_A^P , se calcula M_A con la ecuación correspondiente, ecs 261 a 267, y la articulación se cierra cuando:

$$461 \quad |M_A^P| > |M_A|$$

conservándose la discontinuidad angular θ_A^P .

En caso contrario el nuevo giro plástico en A se obtiene con

$$462 \quad \theta_A^P = \theta_A^P + \left(\frac{M_A^P - M_A}{K_A} \right)$$

donde Θ_A^P del segundo miembro es la rotación plástica conocida con anterioridad. K_A es la rigidez angular del extremo A usada para calcular M_A , ecs 261 a 267, y además K_A debe ser positiva no nula. Por ejemplo, en trabe con articulación en A, ec 261, $K_A = 4EI/L$. Para el caso de articulación en A y al centro $K_A = 3EI/L$.

518 Columna con articulación en A (base de la columna)

La articulación se cierra cuando

$$466 \quad |M_A^P| > |M_A|$$

En caso contrario queda abierta y se obtiene

$$467 \quad \Theta_A^P = \Theta_A^P + \left(\frac{M_A^P - M_A}{K_A} \right)$$

donde $K_A > 0$ es la rigidez del extremo A, usada para calcular M_A en las ecs 271 a 277.

519 Trabe con articulación en B (extremo derecho)

La articulación se cierra cuando

$$471 \quad |M_B^P| > |M_B|$$

En caso contrario

$$472 \quad \Theta_B^P = \Theta_B^P - \left(\frac{M_B^P - M_B}{K_B} \right)$$

donde $K_B > 0$ es la rigidez del extremo B, ecs 261 a 267.

520 Columna con articulación en B (cabezal)

Se cierra cuando

$$476 \quad |M_B^P| > |M_B|$$

En caso contrario

$$477 \quad \Theta_B^P = \Theta_B^P - \left(\frac{M_B^P - M_B}{K_B} \right)$$

donde $k_B > 0$ es la rigidez del extremo B, ecs 271 a 277.

521 Trabe con articulación al centro, en C

Se cierra cuando

$$481 \quad |M_C^P| > |M_C|$$

En caso contrario

$$482 \quad \theta_C^P = \theta_C^P + \left(\frac{M_C^P - M_C}{K_C} \right)$$

donde $K_C > 0$ es el coeficiente de θ_C^P usado en las ecs 260 a 261. Así, $K_C = EI/L$ cuando sólo hay articulación al centro, ec 262. Cuando hay dos articulaciones y una de ellas es al centro $K_C = (3/4)EI/L$.

522 Columna con articulación al centro.

Se toma como colapso local de la columna, no se acepta articulación al centro principalmente porque no hay carga transversal en el interior de la columna.