



*Gv INN/19*

Universidad Nacional Autónoma de México  
División de Estudios de Posgrado  
Facultad de Ingeniería

## DISEÑO DE UN SISTEMA DE BOMBEO ACTIVADO POR ENERGIA DE OLEAJE

Tesis presentada por

ESTEBAN PRADO BRAVO

Para obtener el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA (MECANICA)

Dirigida por

DR. STEVEN CZITROM BAUS

México D.F., septiembre 2000



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**

**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (Méjico).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



T. UNAM  
2000  
PRA

## Agradecimientos

Agradezco al Dr. Steven Czitrom el asesoramiento, apoyo y confianza que me otorgó durante el desarrollo del presente trabajo.

A los integrantes del jurado: Dr. Francisco Solorio, Dra. Catalina Stern, Dr. Arturo Olvera y Dr. Guillermo Monsivais gracias por su apoyo y sus valiosas sugerencias en mejora de este trabajo.

Gracias al M. en C. Ramiro Godoy, la Dra. Catalina Stern y el Dr. Arturo Olvera por su colaboración a lo largo de la investigación que dió lugar a esta tesis. Un agradecimiento al Ing. Ranulfo Rodríguez por el diseño y operación del sistema de adquisición de datos que se usó en los experimentos.

Gracias de nuevo al Dr. Steven Czitrom por apoyarme mediante la beca que le otorgó la fundación MacArthur.

A todas las personas que de algún modo colaboraron en la realización de esta tesis, mil gracias.

## Resumen

Se analizó el funcionamiento de un sistema de bombeo activado por energía de oleaje marino, en términos de sus parámetros principales, para optimizarlo.

El sistema de bombeo está formado por dos tubos acoplados a una cámara de compresión de aire, que al modificar su volumen permite sintonizar a la frecuencia del oleaje incidente para que todo el sistema funcione en resonancia.

Se obtuvo la ecuación que describe al sistema partiendo de un modelo simplificado al cual se aplicó la ecuación de Bernoulli dependiente del tiempo. Posteriormente se agregaron términos para representar pérdidas por viscosidad y formación de vórtices para lograr una descripción realista del comportamiento del sistema de bombeo.

Se obtuvo una solución numérica para la ecuación completa y una solución analítica para una versión lineal de la ecuación del sistema de bombeo desarrollada mediante análisis dimensional. Ambas soluciones fueron comparadas con resultados experimentales obtenidos en canal de olas y en condiciones marinas. Se usó la solución lineal para estimar el volumen de aire requerido en la cámara para que el sistema funcione en resonancia ( $V_{0Lin}$ ) y para calcular en forma aproximada el flujo generado por el sistema ( $Q_{max}$ ). Con las fórmulas para volumen y flujo se analiza el desempeño del sistema de bombeo a través de sus parámetros principales. Mediante criterios de costo-beneficio se muestra como optimizar el funcionamiento del sistema para obtener el máximo flujo a menor costo, escogiendo una adecuada distribución de las dimensiones del sistema, de acuerdo a las características del oleaje de la zona en la que se implementará.

Se estudió la geometría de la entrada del tubo expuesto al oleaje marino, para minimizar las pérdidas de energía generadas por formación de vórtices. Se realizó un breve análisis del funcionamiento del sistema bajo resonancia paramétrica.

Se describe como utilizar los criterios de diseño obtenidos para una aplicación específica en la Costa de Oaxaca. Se realizó una discusión de los resultados obtenidos así como de sus perspectivas.

# Contenido

<b>1</b>	<b>Introducción.</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Ecuación descriptiva del problema.</b>	<b>7</b>
<b>3</b>	<b>Soluciones.</b>	<b>17</b>
3.1	Análisis dimensional. . . . .	17
3.2	Solución lineal. . . . .	21
3.3	Solución numérica. . . . .	24
<b>4</b>	<b>Experimentos.</b>	<b>28</b>
4.1	Experimentos en laboratorio. . . . .	28
4.2	Experimentos para analizar y disminuir vórtices. . . . .	32
4.3	Efecto del bombeo sobre la frecuencia de oscilación. . . . .	40
4.4	Comparación de soluciones numéricas y lineales. . . . .	43
4.5	Experimentos en condiciones marinas. . . . .	46
<b>5</b>	<b>Parámetros de diseño.</b>	<b>48</b>
5.1	Flujo máximo. . . . .	48
5.2	Efecto de la marea sobre el sistema de bombeo. . . . .	51
5.3	Angulo de inclinación del tubo resonante. . . . .	51
5.4	Selección de materiales. . . . .	52
5.5	Análisis costo-beneficio. . . . .	53
<b>6</b>	<b>Aplicaciones.</b>	<b>56</b>
6.1	Diseño para un caso particular: Costa de Oaxaca. . . . .	56
6.2	Diseño para caso hipotético: Saneamiento sin marea. . . . .	57
6.3	Perspectivas. . . . .	58
6.3.1	Generación de electricidad. . . . .	58

6.3.2 Resonancia paramétrica. . . . .	59
<b>7 Discusión y conclusiones.</b>	<b>67</b>

# Capítulo 1

## Introducción.

Desde 1992, bajo la responsabilidad del Dr. Steven Czitrom (ICMyL, UNAM), se ha desarrollado un sistema de bombeo activado por la energía del oleaje marino. El desarrollo del sistema se realizó mediante los siguientes proyectos: Energía de oleaje (Financiado por el Instituto de Ciencias del Mar y Limnología, UNAM), Dinámica de superficies libres en medios granulados (DGAPA, Proyecto IN-106694), Implementación de un sistema de bombeo por energía de oleaje para el desarrollo de pesquerías y manejo costero en comunidades rurales (Financiado por la Fundación MacArthur, mediante beca de liderazgo académico otorgada al Dr. Czitrom), Estudio de la estabilidad de flujos y de los fundamentos de la teoría de medios granulados (DGAPA, Proyecto IN-107197), Matemáticas No-lineales en la Física y la Ingeniería (CONACyT, Proyecto 625427-E).

El Sistema de Bombeo por Energía de Oleaje (SIBEO, por sus siglas) se muestra en la figura 1.1. Está compuesto por dos tubos (resonante y de desague) y una cámara de compresión de aire de volumen variable (Czitrom, 96b). Para iniciar el funcionamiento del SIBEO, se induce un vacío parcial en la cámara de compresión que sube agua del mar y del cuerpo de agua receptor, hasta un nivel de operación en el elemento de bombeo. El oleaje del mar genera una señal de presión oscilante en la boca del tubo resonante, que provoca un movimiento de vaivén en la columna de agua dentro de ese tubo. Este movimiento oscilatorio derrama agua en la cámara de compresión con el paso de cada ola, misma que desciende por gravedad al cuerpo de agua receptor, constituyendo un flujo neto o bombeo.

El movimiento oscilatorio en el tubo resonante comprime y expande el aire en la cámara de compresión, que actúa como un resorte, por lo que el sistema

tiene un comportamiento parecido a un oscilador armónico. Cuando la frecuencia natural de oscilación de este oscilador coincide con la frecuencia del oleaje, el SIBEO entra en resonancia con la acción de las olas, maximizando las oscilaciones en el tubo resonante y por lo tanto al bombeo. La cámara de compresión de volumen variable (Czitrom, 1996a) permite modificar la dureza del resorte de aire de tal forma que se puede mantener al SIBEO en un estado de resonancia no obstante cambios en la frecuencia del oleaje, con lo que se maximiza el bombeo para todo oleaje.

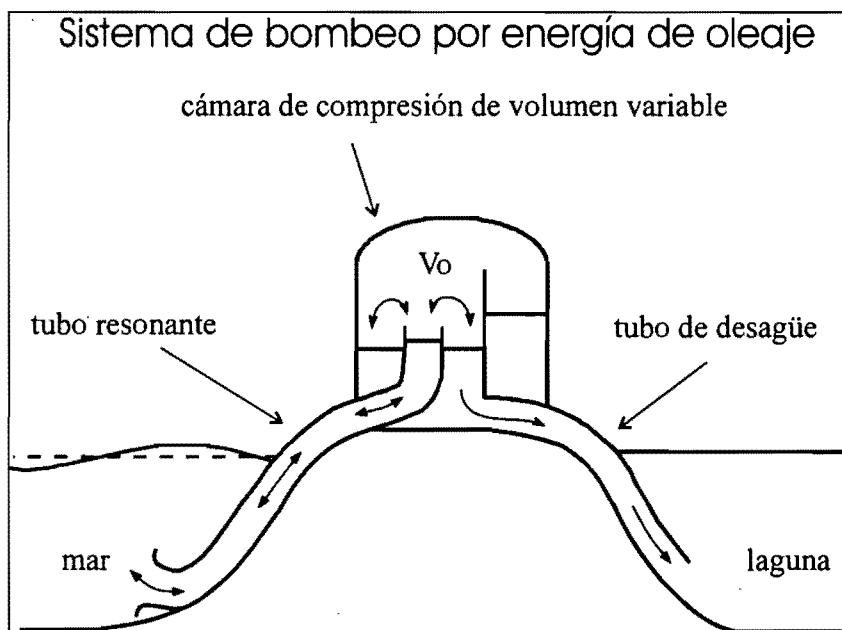


Figura 1.1: Diagrama del sistema de bombeo por energía de oleaje (SIBEO).

Se han realizado experimentos en laboratorio y en condiciones marinas con modelos a escala (Czitrom et al., 1996). Los experimentos en laboratorio los realizamos en un canal de olas equipado con un sistema de adquisición de datos controlado por computadora. Los experimentos en condiciones marinas los realizamos en la Costa de Oaxaca (Laguna Lagartero), con la participación de una comunidad de pescadores. Los resultados obtenidos indican que es viable la implementación de un sistema de bombeo a escala natural.

Este sistema de bombeo puede ser utilizado como una fuente de energía alternativa de bajo costo no contaminante. En un principio se aplicará como herramienta de manejo de la pesquería de una laguna y para el saneamiento de lagunas costeras contaminadas o incomunicadas con el mar. Existen otras alternativas, como la generación de electricidad, que se discutirán brevemente en esta tesis.

Además del sistema de sintonización que mantiene al SIBEO en resonancia, su desempeño puede ser optimizado afinando la relación entre las dimensiones de sus componentes. Un ejemplo de esto fue dado por el Dr. Czitrom (1996b), quien mostró que el flujo generado por el sistema se incrementa notablemente cuando se acorta el tubo resonante. Esto se debe a que el oleaje mueve una masa de agua menor en un tubo corto, ocasionando que la energía disponible genere oscilaciones mayores y por lo tanto un mayor bombeo.

El presente trabajo fue desarrollado mediante las labores de apoyo e investigación en las que he colaborado con el Dr. Czitrom. Es una continuación del trabajo iniciado en mi tesis de licenciatura (Prado, 1993). Se analiza la optimización del desempeño del SIBEO al modificar la relación entre los parámetros de diseño con criterios de costo-beneficio. Esto se lleva a cabo para diferentes posibles aplicaciones, lo que genera criterios aplicables para distintas configuraciones de oleaje. En particular se analizan los criterios que surgen en la presencia/ausencia de mareas. Se analiza la forma geométrica de la boca de los tubos para diseñarla de tal forma que disminuya pérdidas de energía por formación de vórtices. También se realiza un breve análisis del funcionamiento del sistema bajo resonancia paramétrica.

En el capítulo 2 se obtiene la ecuación que describe al sistema de bombeo. Se parte de un sistema simplificado al que se aplica la ecuación de Bernoulli y posteriormente se agregan a la ecuación términos adicionales que representan pérdidas por viscosidad y formación de vórtices para describir el comportamiento realista del sistema. En el capítulo 3 se obtienen dos soluciones para el sistema de bombeo. Una de ellas, es la solución lineal, obtenida a partir de un análisis dimensional de la ecuación del sistema. Para la ecuación completa, se obtiene una solución numérica mediante diferencias finitas. En el capítulo 4 se describen experimentos realizados en laboratorio y en mar, con modelos a escala desarrollados usando las soluciones lineales y numéricas. En el capítulo 5, se analizan los principales parámetros que intervienen en el funcionamiento del sistema, para obtener un diseño de óptimo rendimiento. El capítulo 6, se refiere a algunas aplicaciones y perspectivas del sistema de

bombeo. En el último capítulo (7) se incluye la discusión y conclusiones de los resultados obtenidos.

## Capítulo 2

# Ecuación descriptiva del problema.

Para obtener la ecuación de movimiento del sistema de bombeo, consideremos la figura 3.1. El sistema de bombeo está formado por dos tubos (tubo resonante y tubo de desagüe) acoplados mediante una cámara de compresión de aire de volumen variable (Czitrom, 1996a) que actúa como un resorte entre dos masas. La cámara de compresión modifica la frecuencia natural de oscilación del sistema, cuando se cambia el volumen de aire que contiene.

Para desarrollar la ecuación que describe el comportamiento del sistema de bombeo, analizaremos por separado el movimiento en cada tubo, aplicando la ecuación de Bernoulli (Fox y McDonald, 1995) a un modelo simplificado que no incluye el oleaje marino por el momento. Se utilizará la siguiente notación:

$a$  : Amplitud de la ola,  $T$  : Periodo de la ola,  $T_d$  : Marea.

$L_r$  : Longitud del tubo resonante.

$\theta$  : Inclinación del tubo resonante.

$L_d$  : Longitud del tubo de desagüe.

$D_r$  : Diámetro del tubo resonante,  $A_r$  : Área del tubo resonante.

$D_d$  : Diámetro del tubo de desagüe,  $A_d$  : Área del tubo de desagüe.

$D_c$  : Diámetro de la cámara de compresión.

$A_c$  : Área de la cámara de compresión.

$V_0$  : Volumen de la cámara de compresión.

$\nu$  : Viscosidad cinemática,  $\rho$  : Densidad del fluido.

$\gamma$  : Compresibilidad del aire.

$\epsilon$  : Factor de variación en la longitud efectiva del tubo.

$x$  : Desplazamiento de la superficie en el tubo resonante respecto a la posición de equilibrio.

$y$  : Desplazamiento de la superficie en el tubo de desagüe respecto a la posición de equilibrio.

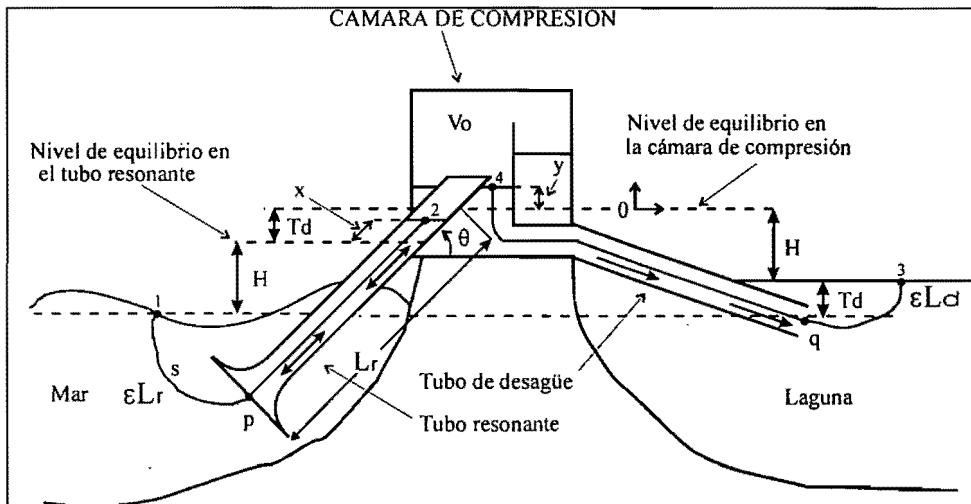


Figura 2.1: Sistema de Bombeo por Energía de Oleaje (SIBEO).

Considerando que se trata de flujo no estacionario, para una línea de corriente  $s$  (figura 2.1) que une la superficie 1 con la superficie 2 dentro del sistema de bombeo (Prado, 1993) tenemos:

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds + \frac{U_2^2}{2} + \frac{P_2}{\rho} + gx_2 = \frac{U_1^2}{2} + \frac{P_1}{\rho} + gx_1, \quad (2.1)$$

donde  $P_1 = P_a$  es la presión atmosférica,  $P_2 = P_c$  es la presión en la cámara de compresión.

La presencia de la marea ocasiona una diferencia en la posición de equilibrio de la superficie dentro del tubo resonante, con respecto al nivel de equilibrio en la cámara de compresión. Esta superficie desciende hasta la posición  $x$  (figura 2.1). Usando como referencia la posición de equilibrio en la cámara de compresión y considerando el ángulo de inclinación del tubo resonante ( $\theta$ ), tenemos las siguientes condiciones:  $x_1 = -Td - H$ ,  $x_2 =$

$x \operatorname{Sen} \theta - Td$ ,  $U_1 = 0$ ,  $U_2 = \dot{x}$ .  $H$  representa la altura desde la superficie del agua en la laguna hasta la posición de equilibrio en la cámara de compresión. La ecuación de movimiento queda:

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds + \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{P_c}{\rho} + g(x \operatorname{Sen} \theta - Td) = 0 + \frac{P_a}{\rho} + g(-Td - H), \quad (2.2)$$

en forma equivalente:

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds + \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{P_c - (P_a - \rho g H)}{\rho} + gx \operatorname{Sen} \theta = 0. \quad (2.3)$$

Vamos a desarrollar el término generado por la cámara de compresión de aire  $P_c$ , que acopla el movimiento de la superficie de agua en el tubo resonante  $x$ , con el movimiento de la superficie de agua en el tubo de desagüe  $y$ . Este acoplamiento es similar al que produce un resorte. Se puede escribir mediante la relación:

$$P_0 V_0^\gamma = P_c V_c^\gamma, \quad (2.4)$$

considerando una compresión adiabática.

La presión en la cámara se puede escribir:

$$P_c = P_0 \left( \frac{V_0}{V_c} \right)^\gamma = P_0 \left( \frac{V_c}{V_0} \right)^{-\gamma}. \quad (2.5)$$

Usando el volumen inicial  $V_0$  podemos obtener el volumen después de la compresión  $V_c$ , mediante:

$$V_c = V_0 - V_r - V_d = V_0 - A_r x - A_c y, \quad (2.6)$$

donde  $V_r$  y  $V_d$  representan los volúmenes de agua desplazados por las variaciones de nivel en el tubo resonante ( $x$ ) y en el de desagüe ( $y$ ).  $A_r$  y  $A_c$  son las áreas del tubo resonante y de la cámara de compresión. Como la presión inicial es:  $P_0 = P_a - \rho g H$ , el término debido a la compresión de la cámara queda:

$$P_c = (P_a - \rho g H) \left[ 1 - \frac{A_r x + A_c y}{V_0} \right]^{-\gamma} = P_0 \left[ 1 - \frac{A_r x + A_c y}{V_0} \right]^{-\gamma}. \quad (2.7)$$

Incorporando este resultado a la ecuación de movimiento y ordenando términos tenemos:

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds + \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{(P_a - \rho g H)[(1 - \frac{A_r x + A_c y}{V_0})^{-\gamma} - 1]}{\rho} + gx \operatorname{Sen}\theta = 0. \quad (2.8)$$

Ahora debemos tomar en cuenta que el oleaje marino genera una señal de presión oscilante en la boca del tubo resonante. Esta señal tiene una compleja estructura formada por varias frecuencias ( $w_n$ ) y amplitudes ( $a_n$ ) de la forma:  $F = \sum_n g a_n \operatorname{Sen}(w_n t)$ , pero para nuestros propósitos podemos representarla en forma simplificada como una señal de presión de una frecuencia (monocromática) en la forma (Knott & Flower, 1979):  $\frac{P \operatorname{Sen}(wt)}{\rho} = F$ . Agregando este término a la ecuación de movimiento obtenemos:

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds + \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{P_0[(1 - \frac{A_r x + A_c y}{V_0})^{-\gamma} - 1]}{\rho} + gx \operatorname{Sen}\theta = \frac{P \operatorname{Sen}(wt)}{\rho} = F, \quad (2.9)$$

donde  $w$  es la frecuencia de oscilación de la señal de presión generada por el oleaje marino, en la entrada del tubo resonante.

Para evaluar la integral:  $\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds$ , necesitamos conocer el comportamiento de la velocidad  $U$  respecto al tiempo y a la longitud  $s$  de la línea de corriente. Vamos a obtener un valor aproximado de esa integral mediante las siguientes consideraciones:

- a) En el interior del tubo resonante, desde el punto  $p$  en la entrada hasta el punto 2 en la superficie, la velocidad  $\vec{U}$  no depende de  $s$ , porque el fluido se mueve como una columna rígida.
- b) En la superficie exterior la velocidad  $U$  es cero. A medida que  $s$  aumenta hacia el punto  $p$ , la velocidad aumenta hasta un valor que se mantendrá constante a partir del punto  $p$ .

Con tales condiciones podemos graficar  $\frac{\partial U}{\partial t}$  sobre la línea de corriente para cualquier  $t$ , como indica la figura 2.2. Al realizar la integración a lo largo de la línea de corriente debemos tomar en cuenta el descenso en la superficie  $x$ , generado por la presencia de la marea ( $Td$ ). En la figura 2.2 este descenso se ha representado por la distancia  $\frac{Td}{\operatorname{Sen}\theta}$ , (incluyendo el ángulo de inclinación) desde la posición de equilibrio E hacia el punto 1. Para unir las superficies 1 y 2 mediante la línea de corriente debemos compensar este descenso agregando a la posición  $x$  el término  $\frac{Td}{\operatorname{Sen}\theta}$  para obtener:  $x + \frac{Td}{\operatorname{Sen}\theta}$ .

Por lo anterior, la integral puede evaluarse en dos partes:

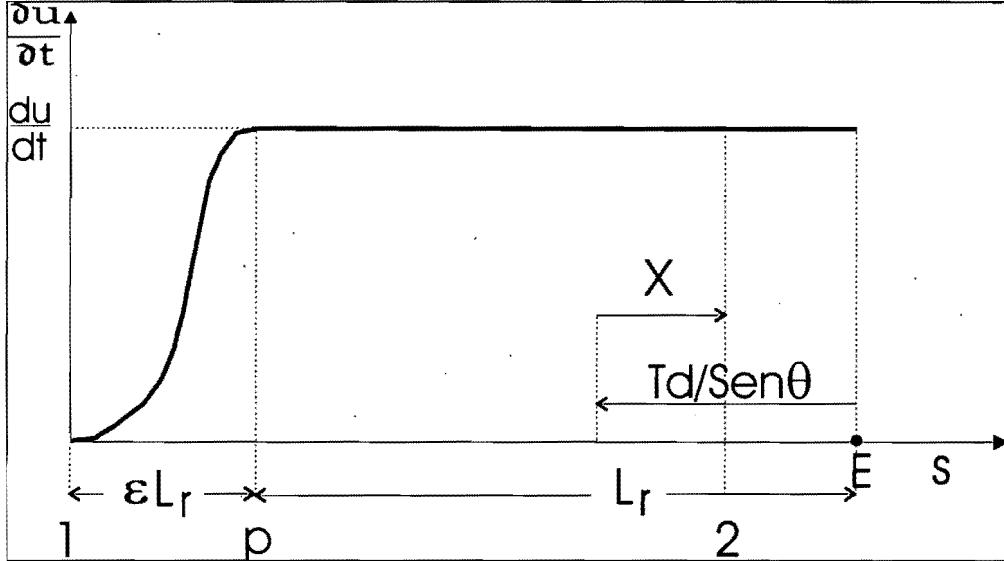


Figura 2.2: Comportamiento aproximado de  $\frac{\partial U}{\partial t}$  a través de una línea de corriente ( $s$ ) que une la superficie externa con la superficie dentro de la cámara de compresión.

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds = \int_1^p \frac{\partial U}{\partial t} ds + \int_p^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds. \quad (2.10)$$

Si consideramos que  $\frac{\partial U}{\partial t}$  es una función de  $s$ , como indicamos en la figura 2.2, la primera integral puede aproximarse como una fracción  $\epsilon$  de la cantidad  $L_r \frac{dU}{dt}$  (Knott & Flower, 1979). Por lo que la integral queda (Knott & Flower, 1979):

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds = \int_1^p \frac{\partial U}{\partial t} ds + \int_p^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds = \epsilon_r L_r \frac{dU}{dt} + \left( x + L_r + \frac{Td}{\text{Sen}\theta} \right) \frac{dU}{dt}. \quad (2.11)$$

Al considerar  $\frac{dU}{dt} = \ddot{x}$  podemos escribir la integral en la forma:

$$\int_1^2 \frac{\partial U}{\partial t} ds = \epsilon_r L_r \frac{dU}{dt} + \left( x + L_r + \frac{Td}{\text{Sen}\theta} \right) \frac{dU}{dt} = \left[ x + L_r (1 + \epsilon_r) + \frac{Td}{\text{Sen}\theta} \right] \ddot{x}. \quad (2.12)$$

La cantidad  $\epsilon_r$  es un parámetro de ajuste que se determina con información experimental.  $\epsilon_r$  representa un incremento en la longitud efectiva  $L_r$  del tubo. Se puede considerar como la distancia que recorre el agua sin deformarse, moviéndose como columna rígida, después de cruzar el borde del tubo.

Sustituyendo el valor de la integral, en la ecuación (2.9) obtenemos:

$$\left[ x + L_r(1 + \epsilon_r) + \frac{Td}{\operatorname{Sen}\theta} \right] \ddot{x} + \frac{\dot{x}^2}{2} + \frac{P_0[(1 - \frac{A_r x + A_c y}{V_0})^{-\gamma} - 1]}{\rho} + g'x = F, \quad (2.13)$$

donde  $g' = g \operatorname{Sen}\theta$  es la componente del valor de la gravedad relacionada con la inclinación del tubo resonante.

La ecuación (2.13) es una relación entre la señal de presión oscilante  $F = \frac{P}{\rho} \operatorname{Sen}(wt)$  en la entrada del tubo y la respuesta oscilante de la superficie  $x$  dentro del tubo para un fluido ideal.

Para el tubo de desagüe, procedemos en forma similar, aplicando una línea de corriente que une la superficie 3 en la laguna con la superficie 4 ( $y$ ) dentro de la cámara, obtenemos:

$$\left[ L_d \frac{A_c}{A_d} (1 + \epsilon_d) + L_c + y \right] \ddot{y} + \frac{\dot{y}^2}{2} + \frac{P_0[(1 - \frac{A_r x + A_c y}{V_0})^{-\gamma} - 1]}{\rho} + gy = 0, \quad (2.14)$$

donde  $A_c$  representa el área de la cámara de compresión,  $A_d$  el área del tubo de desagüe y  $L_c$  la longitud de la cámara. La velocidad de oscilación de la superficie  $y$  dentro del tubo de desagüe disminuye cuando, siguiendo la línea de corriente (desde el punto 3 hacia el punto 4, figura 2.1), entramos a la cámara de compresión, debido a que el área de la cámara de compresión es mayor que la del desagüe. Esta variación está representada mediante el término  $L_d \frac{A_c}{A_d} (1 + \epsilon_d)$ , en la ecuación de movimiento del tubo de desagüe.

Las ecuaciones (2.13) y (2.14) acopladas por el término de la cámara de compresión (tercero) describen el comportamiento de un fluido ideal (no viscoso e irrotacional) ya que se obtuvieron aplicando la ecuación de Bernoulli. Para un fluido como el agua una descripción realista debe tomar en cuenta las pérdidas de energía debidas a la viscosidad, la formación de vórtices y la radiación de ondas superficiales. A continuación se describen las modificaciones que se hicieron a las ecuaciones para tomar en consideración estos efectos.

La primera modificación está relacionada con la pérdida de carga debida a la formación de vórtices en la entrada del tubo resonante. Estos vórtices se

forman por el movimiento ascendente y descendente del fluido en la entrada del tubo. De manera similar a la de un fumador que mete y saca humo a través de los labios. En cada ciclo se forman vórtices anulares que se alejan de la boca del tubo, formando calles de anillos que se propagan en ambas direcciones a lo largo del eje del tubo.

Siguiendo a Knott & Mackley (1980), la formación de vórtices puede considerarse como una pérdida de presión proporcional a la energía cinética en el flujo al cruzar la entrada del tubo. Para obtener la forma de este término se realizó un análisis dimensional aplicando el Teorema II de Buckingham (Streeter y Wylie, 1988). Suponiendo que las pérdidas de presión son funciones de la densidad del agua ( $\rho$ ), la frecuencia de oscilación ( $w$ ), el diámetro del tubo ( $D$ ), la velocidad de la oscilación ( $U = \dot{x}$ ), la viscosidad cinemática ( $\nu$ ) y la amplitud de la velocidad de oscilación ( $U_{\max}$ ). Usando como variables repetidas a  $\rho$ ,  $D$  y  $U$  obtenemos (Czitrom et al., 2000a):

$$f\left(\frac{\Delta P}{\rho U^2}, \frac{DU_{\max}}{\nu}, \frac{wD^2}{\nu}, \frac{U}{U_{\max}}\right) = 0. \quad (2.15)$$

Despejando el primer número adimensional:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = U^2 K \left[ \frac{DU_{\max}}{\nu}, \frac{wD^2}{\nu}, \frac{U}{U_{\max}} \right]. \quad (2.16)$$

Con el resultado anterior la variación de presión debida a la formación de vórtices se puede escribir en la forma:

$$\Delta P = K \rho \frac{U^2}{2} = \rho K \frac{U |U|}{2} = \rho K \frac{\dot{x} |\dot{x}|}{2}, \quad (2.17)$$

donde los valores de  $K$  se consideran positivos y el signo de  $\dot{x}$  indica si el fluido está ascendiendo ( $\dot{x} > 0$ ) o descendiendo ( $\dot{x} < 0$ ) por el tubo. Los valores para  $K$  se ajustan comparando con información experimental (sección 4.1).

Además de las pérdidas por formación de vórtices, se debe considerar otro factor de pérdida relacionado con la radiación de ondas superficiales desde una fuente puntual (Knott & Mackley, 1980). Esta pérdida se debe a que el entrar y salir de agua del tubo se refleja en un sube y baja de la superficie directamente sobre la boca del tubo. Este movimiento a su vez genera una onda superficial concéntrica similar a la que se produce al arrojar una piedra al agua. Para obtener la forma de este término suponemos que también puede escribirse como una pérdida de presión. Si suponemos que la pérdida

de presión depende de  $\rho$ ,  $D$ ,  $w$ ,  $U_{\max}$ . Usando un procedimiento de análisis dimensional, se obtiene (Czitrom et al., 2000a):

$$\frac{\Delta P}{\rho} = U^2 C_r \left[ \frac{Dw}{U_{\max}}, \frac{U}{U_{\max}} \right]. \quad (2.18)$$

Puede verse que la pérdida por radiación ( $C_r$ ) tiene la misma dependencia con  $U^2$  que la correspondiente a la formación de vórtices. No se conoce sin embargo en qué proporción se distribuyen  $K$  y  $C_r$ , pero para nuestros propósitos podemos considerarlos juntos. Así para el tubo resonante adquiere la siguiente forma:  $K_r = \frac{K_1}{2} + C_r$ . Para el desagüe queda:  $K_d = \frac{K_2}{2} + C_d$ .

El siguiente término por agregar es la fricción generada en los tubos por un flujo oscilante. De nuevo, usando análisis dimensional, podemos escribir la forma del término relacionado con la fricción mediante (Czitrom, 1996b):

$$\frac{\Delta P}{\rho} = U^2 f \left[ \frac{L}{D}, \frac{DU_{\max}}{\nu}, \frac{wD^2}{\nu}, \frac{U}{U_{\max}}, \frac{r_u}{D} \right], \quad (2.19)$$

si asumimos que puede escribirse como una pérdida de presión y que depende de la densidad ( $\rho$ ), el diámetro ( $D$ ), la frecuencia ( $w$ ), la velocidad ( $U$ ), la viscosidad ( $\nu$ ), la longitud del tubo ( $L$ ) y la rugosidad de sus paredes ( $r_u$ ).

Vamos a considerar dos casos, el primero se refiere al flujo laminar, para el cual es posible calcular la fricción en términos de funciones de Kelvin (Pérez, 1995). Para el otro caso, cuando el flujo es turbulento, se usa una fórmula aproximada ya que no hay información precisa en la literatura (Ohmi et al., 1980).

Para el caso de flujo unidireccional, su naturaleza laminar o turbulenta se determina mediante el número de Reynolds  $Re$ , que representa la comparación entre fuerzas iniciales y viscosas. En un tubo  $Re = \frac{DU}{\nu}$ , se expresa en términos del diámetro y la velocidad media del flujo (Streeter y Wylie, 1988). Se tiene un flujo laminar cuando  $Re < 2000$ .  $Re = 2000$  es un número de Reynolds crítico a partir del cual el flujo puede transformarse en turbulento.

Para flujos oscilantes, el régimen laminar o turbulento, se puede determinar usando un número de Reynolds modificado ( $Rem = \frac{wr^2}{\nu}$ ) que incluye la frecuencia de oscilación ( $w$ ) y el radio ( $r$ ) del tubo (White, 1991). Se sabe que para valores  $Rem < 2000$ , se tiene un régimen laminar (White, 1991). A partir de  $Rem = 2000$ , se considera que el flujo puede encontrarse en transición, transformándose en un flujo completamente turbulento, conforme el valor de  $Rem$  va aumentando. La relación para calcular la fricción (2.19) depende, entre otros factores, del número de Reynolds modificado  $\frac{wD^2}{\nu}$ .

Para flujo laminar, considerando el movimiento de un fluido dentro de un cilindro circular recto, sometido a un gradiente de presión oscilante (en la dirección del eje del cilindro) de la forma  $\nabla P = -P_q \cos(\omega t)$ . La velocidad y las pérdidas de presión se pueden representar mediante (Pérez, 1995):

$$V(t) = \frac{P_q}{w\rho} \sqrt{\frac{2}{Rem}} [V_1(Rem)Cost + V_2(Rem)Sent], \quad (2.20)$$

$$\Delta P(t) = LP_q \sqrt{\frac{2}{Rem}} [E_1(Rem)Cost + E_2(Rem)Sent], \quad (2.21)$$

donde:

$$A = \frac{\text{ber}(\sqrt{Rem})}{\text{ber}^2(\sqrt{Rem}) + \text{bei}^2(\sqrt{Rem})}, \quad B = \frac{\text{ber}(\sqrt{Rem})}{\text{ber}^2(\sqrt{Rem}) + \text{bei}^2(\sqrt{Rem})}.$$

$$V_1(Rem) = (B - A)\text{ber}_1(\sqrt{Rem}) + (B + A)\text{bei}_1(\sqrt{Rem}).$$

$$V_2(Rem) = \sqrt{\frac{Rem}{2}} + (A + B)\text{ber}_1(\sqrt{Rem}) + (A - B)\text{bei}_1(\sqrt{Rem}).$$

$$E_1(Rem) = (A + B)\text{ber}_1(\sqrt{Rem}) + (A - B)\text{bei}_1(\sqrt{Rem}).$$

$$E_2(Rem) = (A - B)\text{ber}_1(\sqrt{Rem}) - (A + B)\text{bei}_1(\sqrt{Rem}).$$

$Re$ : Número de Reynolds =  $\frac{Dv}{\nu}$ .

$Rem$ : Número de Reynolds modificado =  $\frac{wr^2}{\nu}$ .

$P_q$ : Amplitud del gradiente de presión (unidades de presión/longitud).

$r$ : Radio del tubo.

$\text{ber}, \text{bei}$ : Son las funciones de Kelvin de primer orden (Abramowitz, 1972).

Se considera que la velocidad del fluido  $V(t)$  es la misma en todo el tubo excepto cerca de las paredes. Además de ser proporcional a la amplitud del gradiente de presión  $P_q$ . Para valores de  $Rem$  mayores a 1000, la velocidad promedio  $V(t)$  está desfasada del gradiente de presión en  $-3\pi/2$ , con lo que la velocidad varía con el tiempo en forma senoidal (Pérez, 1995). Las expansiones asintóticas de las funciones de Kelvin (Abramowitz, 1972) indican que  $V_1$  tiende a cero y  $V_2$  tiende a  $\sqrt{\frac{Rem}{2}}$ , lo que explica el desfasamiento. Así que,  $V_1 \ll V_2$ . Para las condiciones experimentales utilizadas (ver sección 3.1, tabla 3.1 y sección 4.1) tenemos  $Rem = 2000 \geq 1000$ , por lo que la variación de presión debida a la fricción en el flujo oscilante se puede expresar en función de  $V$  como (Czitrom et al., 2000a):

$$\Delta P = \frac{\rho w L}{V_2} \left[ E_2 V \pm E_1 \sqrt{\frac{2}{Rem} \left( \frac{V_2 P_q}{w \rho} \right)^2 - V^2} \right]. \quad (2.22)$$

Para flujo turbulento no se encontró ninguna relación confiable para calcular la fricción. Se realizó una intensa búsqueda bibliográfica sin resultados positivos. Sólo se confirmó que se trata de un problema aún sin solución ya que el artículo más reciente relacionado con el tema tiene dos décadas (Ohmi et al., 1980). Sin embargo es posible usar una versión modificada de la fórmula para flujo turbulento unidireccional en tubos muy rugosos, para aproximar la fricción en flujo oscilante. Jonsson (1980) recomienda usar un factor de 10 en tal fórmula, para obtener:

$$f_r = 10 [1.14 - 2 \log_{10}(r_u/D)]^{-2}, \quad (2.23)$$

donde  $r_u$  representa la rugosidad del tubo. Por lo que:

$$\frac{\Delta P}{\rho} = \frac{U^2 L}{D} f_r. \quad (2.24)$$

Incorporando los términos anteriores a las ecuaciones (2.13) y (2.14), con las siguientes relaciones:  $L_{r2} = L_r(1 + \varepsilon_r) + \frac{Td}{Sen\theta}$ ,  $L_{d2} = L_d \frac{A_c}{A_2} (1 + \varepsilon_d) + L_c$ ,  $P = \frac{P_o}{\rho}$ , podemos describir el movimiento del sistema de bombeo mediante:

$$[x + L_{r2}] \ddot{x} + \frac{\dot{x}^2}{2} + [K_r + \frac{L_r}{D_r} f_r] \dot{x} |\dot{x}| + P [(1 - \frac{x A_r + y A_c}{V_o})^{-\gamma} - 1] + g' x = F, \quad (2.25)$$

$$[y + L_{d2}] \ddot{y} + \frac{\dot{y}^2}{2} + [K_d + \frac{L_d}{D_d} f_d] \dot{y} |\dot{y}| + P [(1 - \frac{x A_r + y A_c}{V_o})^{-\gamma} - 1] + g y = 0. \quad (2.26)$$

Estas ecuaciones son las que se analizan en el presente trabajo para obtener los principales parámetros de diseño del sistema de bombeo. Se obtuvieron dos soluciones. La primera es una solución analítica, generada linealizando las ecuaciones (2.25) y (2.26), que proporciona información básica acerca del comportamiento del sistema y sus principales parámetros de diseño. La otra es una solución numérica que se usa para simular el comportamiento del sistema de bombeo y comparar con información experimental.

# Capítulo 3

## Soluciones.

### 3.1 Análisis dimensional.

Tenemos las ecuaciones que describen el comportamiento del sistema de bombeo, sin embargo se trata de un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, por lo que se dificulta la obtención de soluciones analíticas. Vamos a realizar un análisis dimensional de los términos de la ecuación del sistema para comparar órdenes de magnitud e identificar algún comportamiento básico al simplificar la ecuación.

Para adimensionalizar las ecuaciones, usaremos las relaciones (Czitrom et al., 2000a):

$$x = \chi_1 a A_{f1}, \quad y = \chi_2 a A_{f2}, \quad t = \frac{T\tau}{2\pi} = w^{-1}\tau, \quad (3.1)$$

donde  $T$  es el periodo,  $a$  es la amplitud de la ola,  $A_{f1}$  y  $A_{f2}$  son los factores de amplificación de oleaje para cada tubo. Suponiendo conservación de momento para el tubo resonante y el de desagüe tenemos,  $\vec{p}_r = A_{f1}m_r\vec{v}_r = \vec{p}_d = A_{f2}m_d\vec{v}_d$ , donde  $m_r$  y  $m_d$  representan la masa del agua en el tubo resonante y el tubo de desagüe. Si consideramos que el agua que sale del tubo resonante al entrar a la cámara de compresión cambia su velocidad proporcionalmente a la razón de estas áreas y las longitudes de los tubos, la conservación de momento es equivalente a:  $L_r A_r A_{f1} = L_d A_c A_{f2}$ . Por lo que los factores de amplificación de oleaje se relacionan mediante:

$$A_{f2} = \frac{L_r A_r}{L_d A_c} A_{f1}. \quad (3.2)$$

Por lo anterior, las ecuaciones del sistema de bombeo se pueden escribir en la forma:

$$\Lambda_1 \ddot{\chi}_1 + \frac{A_{f1}}{2} \dot{\chi}^2 + A_{f1} [K_r + \frac{L_r}{D_r} f_r] |\dot{\chi}_1| \dot{\chi}_1 + \Phi + \Gamma_1 \chi_1 = \Delta S e n \tau, \quad (3.3)$$

$$\Lambda_2 \ddot{\chi}_2 + \frac{A_{f1}}{2} Z_1^2 \dot{\chi}_2^2 + A_{f1} [K_d + \frac{L_d}{D_d} f_d] Z_2^2 |\dot{\chi}_2| \dot{\chi}_2 + \Phi + \Gamma_2 \chi_2 = 0, \quad (3.4)$$

donde se ha utilizado un desarrollo a tercer orden para el término de la compresión de la cámara en la forma:

$$\Phi = \Psi \left[ \left( \chi_1 + \frac{L_r \chi_2}{L_d A_d} \right) + \Psi_2 \left( \chi_1 + \frac{L_r \chi_2}{L_d A_d} \right)^2 + \Psi_3 \left( \chi_1 + \frac{L_r \chi_2}{L_d A_d} \right)^3 \right], \quad (3.5)$$

donde:

$$\Psi = \frac{(P_a - \rho g H) \gamma A_r}{\rho a w^2 V_0}, \quad \Psi_2 = \frac{(\gamma + 1) a A_r A_{f1}}{2 V_0}, \quad \Psi_3 = \frac{(\gamma + 1)(\gamma + 2) a^2 A_r^2 A_{f1}^2}{6 V_0^2},$$

$$\Lambda_1 = \frac{L_r}{a}, \quad \Lambda_2 = \frac{L_r A_r (1 + \varepsilon)}{a A_d}, \quad \Gamma_1 = \frac{g S e n \theta}{a w^2}, \quad \Gamma_2 = \frac{g L_r A_r}{a w^2 L_d A_c},$$

$$Z_1 = \frac{L_r A_r}{L_d A_c}, \quad Z_2 = \frac{L_r A_r}{L_d A_d}, \quad \Delta = \frac{g}{a w^2 A_{f1}}. \quad (3.6)$$

El tipo de flujo observado en experimentos en laboratorio (ver sección 4.1) es laminar ( $Re_m = 2200$ ), por lo que podemos usar la ecuación (2.22) para calcular la fricción. Desarrollando la ecuación (2.22) tenemos (Czitrom et al., 2000a):

$$\Sigma_i \frac{w L_i A_{fi}}{V_{2i}} \left[ E_{2i} \Sigma'_i \dot{\chi}_i \pm E_{1i} \left( 1 - (\Sigma'_i \dot{\chi}_i)^2 - (\Sigma'_i \dot{\chi}_i)^4 - \dots \right) \right], \quad (3.7)$$

donde:

$$\Sigma_i = \frac{2}{Re_m} \left( \frac{V_{2i} P_{qi}}{w \rho} \right)^2, \quad \Sigma'_i = \frac{aw A_{fi}}{\Sigma_i}. \quad (3.8)$$

El subíndice  $i$  toma valores 1 y 2 para tubo resonante y de desagüe, respectivamente. Se usa el signo positivo cuando  $\chi \geq 0$ .

Para calcular la fricción en condiciones marinas, se debe considerar que los valores de  $Re_m$  son del orden de 200, 000. Se tiene un flujo turbulento por lo que usamos la ecuación (2.23) para flujo turbulento unidireccional en tubos rugosos. Usando la ecuación (3.3), obtenemos que la fricción para el tubo resonante queda:

$$A_{f1} \frac{L_r}{D_r} f_r. \quad (3.9)$$

Se debe aclarar que la relación (3.9) proporciona un valor máximo aproximado que acota el valor real de la fricción. Al suponer que los tubos del sistema de bombeo son muy rugosos ( $r_u = 0.01$  m) se obtiene un valor de fricción muy superior al que realmente se genera en ellos, ya que los tubos empleados en el sistema son lisos (ver sección 5.4).

Para realizar el análisis dimensional, la magnitud de cada término de la ecuación fue normalizado usando el término relacionado con la compresión de la cámara ( $\Psi$ ). La razón para usarlo, se debe a que este término es el mismo tanto para el tubo resonante como para el de desagüe, pues la cámara acopla el movimiento entre ambos tubos. Para el factor de amplificación de oleaje, en el laboratorio, se usó  $A_{f1} = 4$ , de acuerdo a lo observado en los experimentos que realizamos en canal de olas (ver sección 4.1) y los resultados del modelo numérico. Para condiciones marinas se usó el factor de amplificación  $A_{f1} = 2$  de acuerdo a los resultados que obtuvimos de las pruebas en condiciones marinas (ver sección 4.5). En ambos casos (mar y laboratorio) se usó el tubo resonante en posición vertical  $\theta = 90^\circ$  y se consideró  $\varepsilon_r = \varepsilon_d = \varepsilon$ . Se usaron los valores (MKS) de la siguiente tabla:

Tabla 3.1 Valores para laboratorio y mar.

	LAB	MAR		LAB	MAR
$L_r$	4.08	80	$V_0$	0.013	46.8
$L_d$	15	70	H	1.27	2
a	0.05	0.5	$A_{f1}$	4	2
T	2.25	15	K	5	5
$D_r$	0.056	1.4	$\theta$	$90^\circ$	$90^\circ$
$D_d$	0.036	1.4	$r_u$	$10^{-5}$	0.01
$D_c$	0.14	4	$\varepsilon$	0.06	0.06

Con tales valores, los tamaños de los términos quedan de la siguiente manera:

Tabla 3.2 Comparación de términos de la ecuación del sistema.

TERMINO	L <sub>r</sub> (LAB)	L <sub>d</sub> (LAB)	L <sub>r</sub> (MAR)	L <sub>d</sub> (MAR)
INERCIAL	1.44	3.49	3.95	3.95
V CUADRADA	0.03	0	0.05	0
(K/2 + C <sub>r</sub> )A <sub>f1</sub> /Ψ	0.34	0.14	0.23	0.3
FRICCION ΣΣ'/Ψ	0.01	0		
Σ/Ψ	0.01	0		
Σ/2Ψ	0.01	0		
Σ/8Ψ	0	0		
FRICCION			0.87	0.99
COMPRESION (Ψ/Ψ)	1	1	1	1
Ψ <sub>2</sub>	0.04	0.04	0.04	0.04
Ψ <sub>3</sub>	0	0	0	0
GRAVEDAD	0.43	0.02	2.61	0.41
FORZAMIENTO	0.11		1.3	

Al comparar y analizar los datos que se muestran en la tabla 3.2, observamos que los términos lineales son los más significativos, excepto el término relacionado con la fricción turbulenta. Recordando que este término representa una cota superior, podemos considerarlo pequeño. Estos resultados nos permiten analizar el comportamiento básico del sistema usando una ecuación lineal.

La figura 3.1 muestra una representación del sistema de bombeo como un oscilador amortiguado con 2 masas y 2 resortes que se comporta en forma similar a las ecuaciones. Las masas se representan mediante la cantidad de agua contenida en los tubos resonante ( $L_1$ ) y de desagüe ( $L_2$ ). El resorte de la izquierda representa la fuerza restauradora debida a la gravedad en el tubo resonante, el resorte central representa la cámara de compresión de aire. Los pistones representan las pérdidas no lineales debidas a fricción, generación de vórtices y radiación de ondas que son muy pequeñas. La frecuencia de oscilación alta ( $w_0^+$ ) corresponde al movimiento de las masas cuando se comprime y expande el aire en la cámara de compresión. Esta frecuencia ( $w_0^+$ ) se usa para que el sistema funcione en resonancia. La frecuencia de oscilación

baja ( $w_0^-$ ) se relaciona con el movimiento del centro de masa alrededor de la posición de equilibrio.

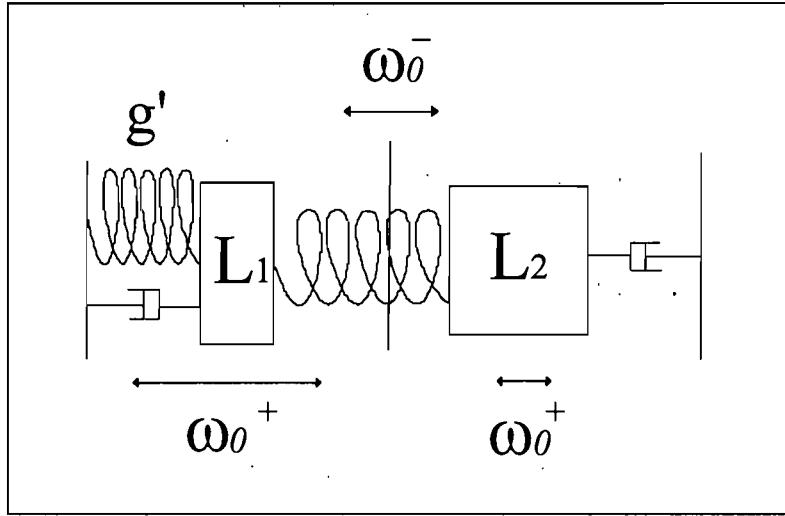


Figura 3.1: Representación del sistema de bombeo (SIBEO) como un oscilador amortiguado compuesto por 2 masas y 2 resortes.

### 3.2 Solución lineal.

Eliminando los términos no lineales de las ecuaciones del sistema de bombeo (2.25) y (2.26), obtenemos dos ecuaciones lineales de la forma (Czitrom et al., 2000a):

$$(L_{r2})\ddot{x} + \frac{\gamma(P_a - \rho g H)A_r}{\rho V_o}x + \frac{\gamma(P_a - \rho g H)A_c}{\rho V_o}y + gx \operatorname{Sen}\theta = F, \quad (3.10)$$

$$(L_{d2})\ddot{y} + \frac{\gamma(P_a - \rho g H)A_r}{\rho V_o}x + \frac{\gamma(P_a - \rho g H)A_c}{\rho V_o}y = 0, \quad (3.11)$$

donde se ha linealizado el término de la compresión de la cámara mediante:

$$(P_a - \rho g H)[(1 - \frac{A_r x + A_c y}{V_o})^{-\gamma} - 1] \cong \frac{\gamma(P_a - \rho g H)(A_r x + A_c y)}{V_o}. \quad (3.12)$$

El sistema se puede describir mediante dos ecuaciones diferenciales acopladas a través de la compresión de la cámara.

Para obtener las soluciones, mediante separación de variables (Ross, 1974) podemos escribir las ecuaciones en la forma:

$$(D^4 + a_1 D^2 + a_2)x = b_1 \operatorname{sen}(wt), \quad (3.13)$$

$$(D^4 + a_1 D^2 + a_2)y = b_2 \operatorname{sen}(wt), \quad (3.14)$$

donde:

$$g' = g \operatorname{Sen} \theta, \alpha = \frac{\gamma(P_a - \rho g H)}{\rho V_o}, a_1 = \frac{g' + \alpha A_r}{L_{r2}} + \frac{\alpha A_c}{L_{d2}},$$

$$a_2 = \frac{g' \alpha A_c}{L_{r2} L_{d2}}, b_1 = \frac{ga(\alpha A_c - L_{d2} w^2)}{L_{r2} L_{d2}}, b_2 = \frac{-ga\alpha A_r}{L_{r2} L_{d2}}. \quad (3.15)$$

Las soluciones para el caso lineal son de la forma:

$$x = \frac{b_1}{2\omega(2\omega - a_1)}(t \cos(\omega t) - \frac{\operatorname{sen}(\omega t)}{\omega}), \quad (3.16)$$

$$y = \frac{b_2}{2\omega(2\omega - a_1)}(t \cos(\omega t) - \frac{\operatorname{sen}(\omega t)}{\omega}). \quad (3.17)$$

De estas soluciones se obtienen las frecuencias naturales de oscilación del sistema:

$$w_0 = \sqrt{\frac{a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}}. \quad (3.18)$$

Como las frecuencias naturales de oscilación del sistema incluyen el volumen de la cámara de compresión, podemos obtener una fórmula para calcular el volumen para que el sistema funcione en condiciones de resonancia con el oleaje incidente. De esta forma el volumen de sintonización para resonancia en el sistema lineal es (Czitrom et al., 2000a):

$$V_{0Lin} = \frac{(P_a - \rho g H)\gamma}{\rho} \left[ \frac{A_r}{L_{r2} w_0^2 - g'} + \frac{A_c}{L_{d2} w_0^2} \right]. \quad (3.19)$$

Esta relación para  $V_{0Lin}$  obtenida de la ecuación lineal es uno de los principales indicadores para el diseño del sistema de bombeo. Proporciona

un método básico para sintonizar el sistema de bombeo con la frecuencia del oleaje incidente y permite estimar el tamaño del elemento de bombeo.

Para estimar el flujo generado por el sistema de bombeo, vamos a usar las soluciones lineales en condiciones de resonancia (3.16) y (3.17). Para esto, suponemos que el flujo generado por el sistema debe ser proporcional al aumento, de un ciclo al siguiente, en la diferencia de la altura lograda en el tubo resonante y el desagüe. En la figura 3.2, observamos que las alturas de las soluciones, en un ciclo, definen una altura promedio  $h$  dentro de la cámara de compresión. Esta altura ( $h$ ) la podemos expresar en términos de la áreas de los tubos y de la cámara de compresión en la forma:

$$h = \frac{x A_r + y A_c}{A_r + A_c}. \quad (3.20)$$

Esta es la altura que se obtiene derramando el excedente de altura en el tubo resonante sobre el desagüe. Una estimación del flujo generado por la bomba será entonces la diferencia entre la altura del agua alcanzada en el tubo resonante al tiempo  $T$  (periodo) y la altura promedio  $h$ . Esto es:

$$H_r = x(T) - h(T). \quad (3.21)$$

Es decir,  $H_r$  representa la diferencia entre la posición dentro del tubo resonante ( $x$ ) y la altura promedio ( $h$ ) al transcurrir un tiempo  $T$ .

Considerando que el flujo generado por el sistema es proporcional al producto de la altura efectiva y el área del tubo resonante, tenemos:

$$Q = A_r H_r = A_r [x(T) - h(T)] = A_r \left[ x(T) - \frac{x(T) A_r + y(T) A_c}{A_r + A_c} \right]. \quad (3.22)$$

Usando los tamaños de las alturas en los tubos resonante y el desagüe, obtenidos de las soluciones lineales en (3.16) y (3.17) al tiempo  $T$ , podemos aproximar el flujo generado por el sistema mediante la relación (Czitrom et al., 2000a):

$$Q_{max} = \frac{ga A_r A_c (L_{2d} w^2 - \alpha (A_r + A_c))}{2 L_{2r} L_{2d} w (2w^2 - a_1) (A_r + A_c)}. \quad (3.23)$$

La relación obtenida para aproximar el flujo (3.23) no puede dar un valor exacto porque no toma en cuenta las pérdidas no lineales (vórtices, fricción, radiación). Su mayor utilidad consiste en proporcionar una herramienta que

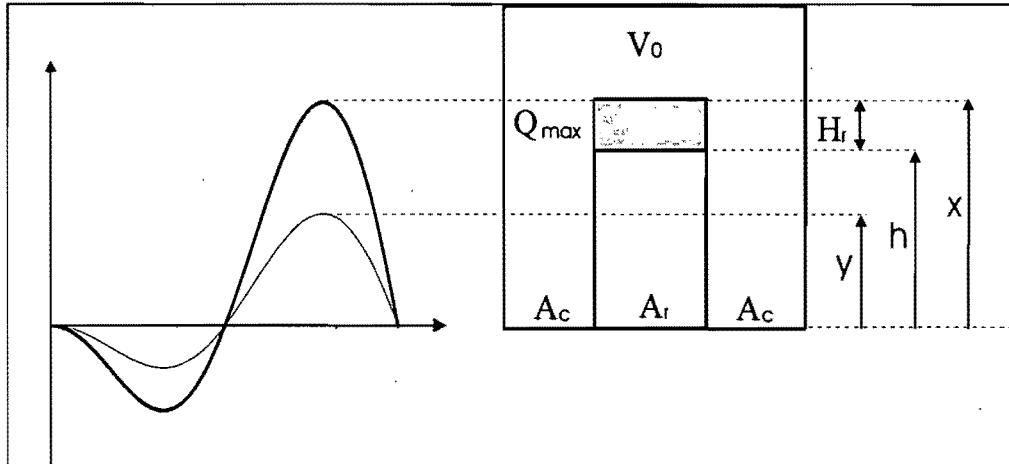


Figura 3.2: Cálculo aproximado del flujo generado por el sistema de bombeo usando las soluciones lineales.

permite analizar los principales parámetros de diseño con objeto de optimizar el desempeño del sistema de bombeo.

Con las relaciones  $V_{0Lin}$  y  $Q_{max}$  obtenidas de las soluciones lineales se analizarán los principales parámetros del sistema para obtener el diseño que funcione en forma óptima con criterios de costo-beneficio (ver sección 5.5).

### 3.3 Solución numérica.

Como no existe solución analítica para la ecuación completa del sistema de bombeo, se obtendrá una solución mediante métodos numéricos (Czitrom et al., 2000b). Las soluciones de las ecuaciones del sistema de bombeo (2.25) y (2.26), se obtienen usando el método de diferencias finitas (White, 1991). Se definen las posiciones para el tubo resonante a tres tiempos consecutivos  $t - dt, t, t + dt$  mediante:  $x, x_1, x_2$ . Los valores de la velocidad y la aceleración se aproximan mediante las relaciones:

$$\dot{x}_1 = \frac{(x_2 - x_1)}{dt}, \ddot{x} = \frac{(x_2 - 2x_1 + x)}{dt^2}. \quad (3.24)$$

Para el tubo de desagüe, en forma análoga se obtiene:

$$\dot{y}_1 = \frac{(y_2 - y_1)}{dt}, \ddot{y} = \frac{(y_2 - 2y_1 + y)}{dt^2} \quad (3.25)$$

Sustituyendo estas relaciones en las ecuaciones del sistema de bombeo (2.25) y (2.26), se obtiene:

$$[x_1 + L_{r2}] \frac{(x_2 - 2x_1 + x)}{(dt)^2} + \frac{(x_1 - x)^2}{2(dt)^2} + [K_r + \frac{L_r}{D_r} f_r] \frac{(x_1 - x) |x_1 - x|}{dt |dt|} + P[(1 - \frac{x_1 A_r + y_1 A_c}{V_o})^{-\gamma} - 1] + x_1 g \operatorname{Sen} \theta = F, \quad (3.26)$$

$$[y_1 + L_{d2}] \frac{(y_2 - 2y_1 + y)}{(dt)^2} + \frac{(y_1 - y)^2}{2(dt)^2} + [K_d + \frac{L_d}{D_d} f_d] \frac{(y_1 - y) |y_1 - y|}{dt |dt|} + P[(1 - \frac{x_1 A_r + y_1 A_c}{V_o})^{-\gamma} - 1] + g y_1 = 0. \quad (3.27)$$

De estas relaciones se obtienen las posiciones, en el instante  $t + dt$ , para el tubo resonante y el de desagüe en términos de las posiciones a los tiempos  $t$  y  $t - dt$ , en la forma:

$$x_2 = \frac{(dt)^2}{[x_1 + L_{r2}]} \{ F - \frac{(x_1 - x)^2}{2(dt)^2} - [K_r + \frac{L_r}{D_r} f_r] \frac{(x_1 - x) |x_1 - x|}{dt |dt|} - P[(1 - \frac{x_1 A_r + y_1 A_c}{V_o})^{-\gamma} - 1] - x_1 g \operatorname{Sen} \theta \} + 2x_1 - x, \quad (3.28)$$

$$y_2 = \frac{(dt)^2}{[y_1 + L_{d2}]} \{ - \frac{(y_1 - y)^2}{2(dt)^2} - [K_d + \frac{L_d}{D_d} f_d] \frac{(y_1 - y) |y_1 - y|}{dt |dt|} - P[(1 - \frac{x_1 A_r + y_1 A_c}{V_o})^{-\gamma} - 1] - g y_1 \} + 2y_1 - y. \quad (3.29)$$

Con las relaciones recurrentes anteriores se obtienen las soluciones numéricas para la ecuación del sistema de bombeo, cuando no hay bombeo generado por el sistema.

Para obtener las soluciones cuando el sistema se encuentra en la etapa de bombeo, se debe agregar un procedimiento para simular el intercambio de agua entre los tubos (Czitrom et al., 2000b). Para esto se usa la altura del borde superior del tubo resonante sobre el nivel de equilibrio en la cámara de compresión, que definimos como colector (ver figuras 2.1 y 4.1). Para establecer un procedimiento para calcular las soluciones cuando el sistema se encuentra en la etapa de bombeo, usamos el valor del colector (COL) comparado con las alturas del agua en el tubo resonante y en el de desagüe.

Cuando el agua sale por la boca del tubo resonante dentro de la cámara de compresión, se forma una columna de agua que aumenta su altura hasta que el líquido se derrama hacia los lados y sale después por el tubo de desagüe. Si el flujo es continuo esta columna de agua se mantiene, pero al tratarse de un flujo oscilante la altura de la columna varía. Esta columna pesa sobre el resto del agua que aún está en el tubo resonante, convirtiéndose en una "presión de regreso" (Czitrom et al., 2000a) que afecta el bombeo generado por el sistema. Se han realizado experimentos para determinar una relación funcional entre esta altura y los parámetros del flujo en cuestión (Godoy, 1999). Para un flujo con velocidad  $V$ , en un tubo de diámetro  $D$ , la altura vertical que alcanza el agua es (Godoy, 1999):

$$\eta = \sqrt[3]{\frac{DV^4}{g^2}}. \quad (3.30)$$

Para describir el comportamiento del sistema de bombeo con el programa numérico se consideran las siguientes casos:

- a) Ciclo sin bombeo, las posiciones  $x_2, y_2$  se encuentran bajo el colector,  $x_2 < COL, y_2 < COL$ . No existe intercambio de agua. El movimiento de las superficies de agua en los dos tubos se describe mediante las ecuaciones (3.28) y (3.29).
- b) Ciclo con bombeo,  $x_2 > COL, y_2 < COL$ . Si ya alcanzó la altura crítica  $\eta$  (3.30) se derrama agua del resonante al desagüe a la velocidad con la que sube el agua en el tubo resonante. La altura en el desagüe aumenta por el derrame. La altura en el tubo resonante provoca una "presión de regreso". Si no alcanzó la altura crítica ( $\eta$ ), se sigue integrando numéricamente como si no bombeara.
- c) Ciclo con bombeo,  $x_2 < COL, y_2 > COL$ , igual que el caso anterior (b), pero con bombeo negativo porque se derrama agua del desagüe al resonante.
- d) Las posiciones  $x_2, y_2$  se encuentran sobre el colector,  $x_2 > COL,$

$y_2 > COL$ . La diferencia entre  $x_2$  y la altura promedio  $h$  (3.20) se usa para calcular el bombeo. Al considerar que la cantidad  $x_2 - h$  se convierte en el flujo, ésta debe ser restada de las posiciones en el tubo resonante y agregada al tubo de desagüe. Después de cada iteración de tamaño  $dt$  se definen las nuevas posiciones en la forma:  $x_2 = x_2 - (x_2 - h) = h, y_2 = h$ .

El programa numérico fue escrito en Turbo Pascal. Para  $dt$  se usó el periodo de la señal de oleaje,  $dt = T/100$ . La estabilidad de las soluciones generadas fue confirmada mediante comparación con integraciones de las ecuaciones usando el método Runge-Kutta (Mathematica versión 2.2.1).

# Capítulo 4

## Experimentos.

### 4.1 Experimentos en laboratorio.

Con la información obtenida de la solución numérica y de la solución lineal fue diseñado un modelo del sistema de bombeo, para realizar experimentos en un canal de olas (Czitrom et al., 2000b). En la figura 4.1 se muestra el modelo del SIBEO construido usando tubos de acrílico transparente. El tubo resonante ( $L_r$ ) fue colocado dentro del canal expuesto a la señal de oleaje, el tubo de desagüe ( $L_d$ ) fue colocado dentro de una cubeta (D) con agua, puesta al mismo nivel que la superficie de agua en el canal. Para iniciar el funcionamiento del sistema de bombeo, se realiza un vacío parcial para subir el agua de ambos tubos hasta un nivel operativo dentro de la cámara de compresión (A). El volumen de aire de la cámara de compresión se modifica cambiando la altura del nivel de agua dentro de la cámara adyacente (B), mediante el intercambio de agua con el tanque de almacenamiento (C), a través de una válvula (q).

Modificando el volumen de la cámara de compresión se cambia la frecuencia natural de oscilación del sistema de bombeo, para hacerla coincidir con la del oleaje incidente (resonancia), de tal forma que las oscilaciones dentro del tubo resonante se amplifican al máximo. Así se logra que el agua suba por el tubo resonante para derramarse dentro de la cámara de compresión, para después salir por el tubo de desagüe hacia la cubeta (D), de donde cae a un recipiente graduado (E) para medir el flujo.

Las dimensiones del aparato construido, se indican en la tabla 3.1. Los experimentos los llevamos a cabo en el Center for Applied Coastal Research

(Universidad de Delaware).

En estos experimentos se analizó el funcionamiento del sistema de bombeo bajo la acción de oleaje monocromático generado por una paleta controlada por computadora. También se analizó la disminución de flujo debida a la formación de vórtices, contrastando el desempeño del SIBEO con y sin una trompeta en la boca del tubo resonante.

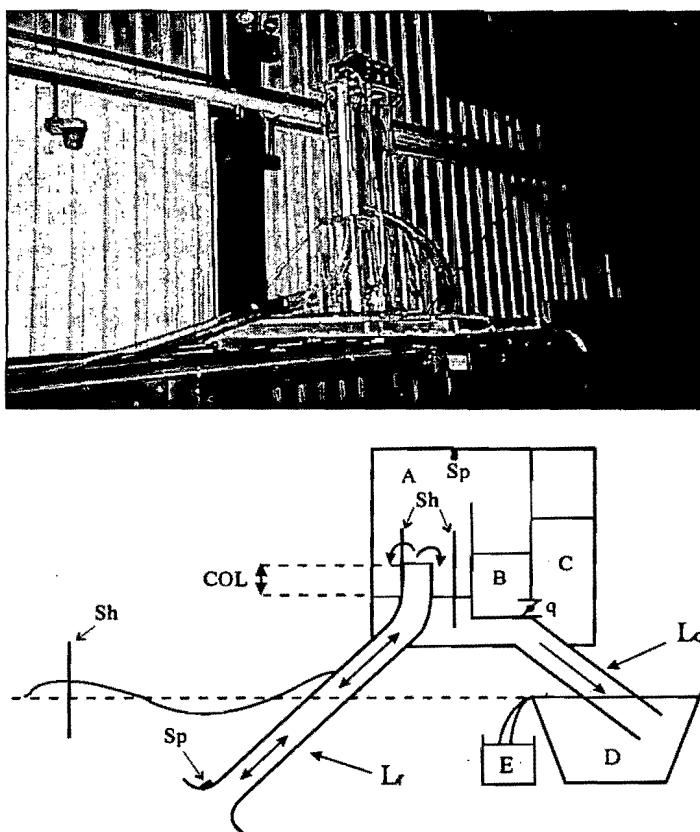


Figura 4.1: Foto y diagrama del montaje experimental del modelo del SIBEO colocado sobre el canal de olas.

Se realizaron series de experimentos modificando el volumen de la cámara de compresión y registrando el flujo correspondiente para un oleaje dado. El volumen de la cámara se calcula en términos de la altura del agua en la cámara adyacente. Para cada recorrido del volumen mínimo al máximo,

se usó un valor fijo de altura de colector. El colector (COL) se define como la distancia desde la boca del tubo resonante, dentro de la cámara de compresión, hasta la posición de equilibrio del agua dentro de la cámara de compresión (figura 4.1). Se hicieron experimentos con distintos colectores. El periodo ( $T$ ) y la amplitud de la ola ( $a$ ) se mantuvieron fijos en cada serie ( $T = 2.25$  s y  $a = 0.05$  m,  $T = 2.5$  s y  $a = 0.025$  m).

En la figura 4.1 se muestra la ubicación de los sensores de altura (Sh) y de presión (Sp), utilizados para la adquisición de datos mediante una computadora. Para los sensores de altura, se consideró que un alambre aislado y el agua en la que está sumergido, definen los dos polos de un capacitor, separados por el espesor del aislante. Usando la variación de la capacitancia, como función de la longitud sumergida del alambre en el agua, se obtiene, con ayuda de un oscilador electrónico de alta frecuencia (2 MHz), un voltaje que al cambiar linealmente con la altura del agua, permite medirla. Este sensor tiene una sensibilidad de 1 mV/mm en un intervalo de 0 a 350 mV  $\pm$  0.5 mV. Los sensores de presión (Sp) utilizados para medir la señal de presión en la boca del tubo resonante y la presión en la cámara de compresión (figura 4.1), son de tipo piezoelectrónico con diafragma de silicio de alta integridad y módulo de titanio con una sensibilidad de 2 mV/PSI, en un intervalo de 0 a 100 mV  $\pm$  1%.

Con la cantidad de agua bombeada por el modelo, medida mediante un recipiente graduado y los datos obtenidos con los sensores, se realizaron gráficas de bombeo contra volumen de aire en la cámara de compresión y de la altura del agua en el tubo resonante y de desagüe contra tiempo. El volumen de aire, empleado en las gráficas fue adimensionalizado usando el volumen necesario para obtener una condición de resonancia en la aproximación lineal  $V_{oLin}$  (ver sección 3.2), quedando:  $\frac{V_0}{V_{oLin}}$ . Para adimensionalizar el flujo, se usó la relación  $\frac{Q}{Q_{ola}}$ , donde  $Q_{ola} = aA_r/T$ , representa la cantidad de agua en el tubo resonante para una amplitud de ola ( $a$ ) por un periodo ( $T$ ). Para normalizar el colector se uso la amplitud de la ola,  $COL/a$ . En los programas numéricos desarrollados se usó la señal de forzamiento que fue medida con los sensores (Czitrom et al., 2000b).

En la figura 4.2 se muestra la cantidad de agua bombeada, para datos ( $Q_{exp}$ ) y modelo numérico ( $Q_{mod}$ ), contra el volumen de aire en la cámara de compresión. La cantidad entre paréntesis para  $Q_{mod}$  y  $Q_{exp}$  representa el colector normalizado. El máximo bombeo se obtiene cuando el sistema está funcionando en resonancia. Se observa que el modelo numérico predice con

precisión el flujo generado por el sistema. También se observa que existe un corrimiento hacia la izquierda en relación al volumen predicho por la solución lineal (representado en la gráfica por  $\frac{V_0}{V_{oLin}} = 1$ ). Posteriormente se explicará a qué se debe este corrimiento.

Usando los datos de flujo se ajustaron los valores del coeficiente  $\epsilon$ , que representa un aumento en la longitud de los tubos por efectos de borde en su boca. Se hicieron coincidir las posiciones de los máximos para dato y modelo numérico (figura 4.2), con el valor  $\epsilon_r = \epsilon_d = \epsilon = 0.06$ . Es decir, los efectos de borde en la boca del tubo equivalen a un aumento del 6% en la longitud de los tubos.

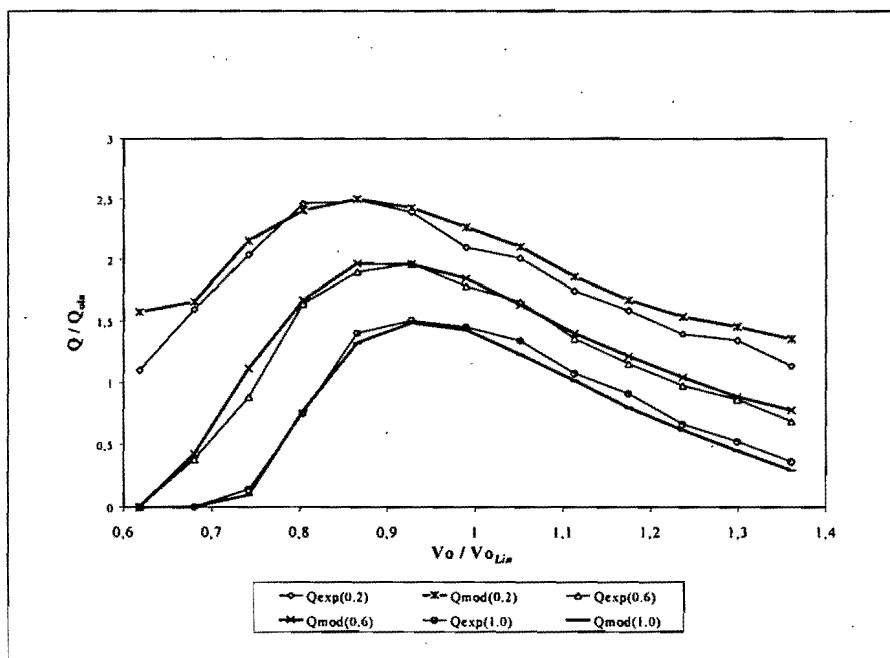


Figura 4.2: Bombeo contra volumen de aire en la cámara de compresión para datos y modelo numérico.

En la figura 4.3 se comparan datos experimentales y modelo numérico de la altura del agua en el tubo resonante y en el tubo de desagüe (Czitrom et al., 2000b). La línea delgada representa las alturas de las oscilaciones medidas con los sensores de altura. De nuevo se observa que el modelo numérico reproduce en forma satisfactoria el comportamiento del sistema de bombeo.

Los coeficientes de pérdida relacionados con la formación de vórtices y la radiación de ondas superficiales ( $K$ ) se ajustaron utilizando una serie grande de figuras como la 4.3, para diversos experimentos, obligando a que los valores del modelo numérico coincidieran lo más posible con las mediciones. Para el tubo resonante se usaron dos valores de  $K$ . El primero está relacionado con el movimiento ascendente del fluido a través del tubo,  $K_1 = 3.5$ . El segundo se relaciona con el movimiento descendente,  $K_2 = 5$ . Para el caso del tubo de desagüe se usó el valor  $K_d = 6.5$ .

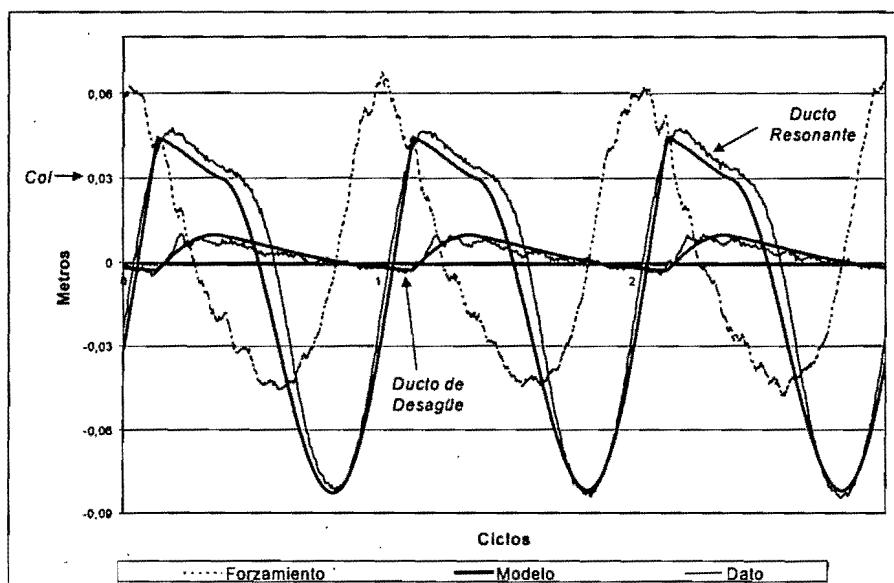


Figura 4.3: Comparación de datos experimentales y resultados numéricos para la amplificación de la ola en el tubo resonante y el tamaño de la oscilación en el tubo de desagüe.

## 4.2 Experimentos para analizar y disminuir vórtices.

Es posible disminuir las pérdidas por formación de vórtices en la boca del tubo resonante, colocando un difusor en forma de trompeta en ella (Knott &

Mackley, 1980). Para analizar la magnitud de las pérdidas sobre el sistema generadas por formación de vórtices realizamos experimentos con trompeta y sin trompeta en la boca del tubo resonante. En la figura 4.4 se compara el flujo generado por el sistema para cada caso. Se usaron distintos colectores normalizados con la amplitud de la ola ( $COL/a = 0.2, 0.6, 1.0$ ). Se observa que el bombeo disminuye aproximadamente en un 10% cuando el tubo no tiene trompeta. La trompeta utilizada fue construida en forma empírica, se ajustó a las dimensiones del tubo resonante mediante un molde de plastilina que posteriormente fue cubierto con resina epoxídica.

Se debe aclarar que no hay forma de conocer la contribución de las pérdidas por radiación de ondas con estos experimentos. Sin embargo ellos nos indican que la causa principal de pérdida de flujo se debe a la formación de vórtices y además el aumento de 10% usando una trompeta empírica motiva para estudiar la forma óptima de la trompeta.

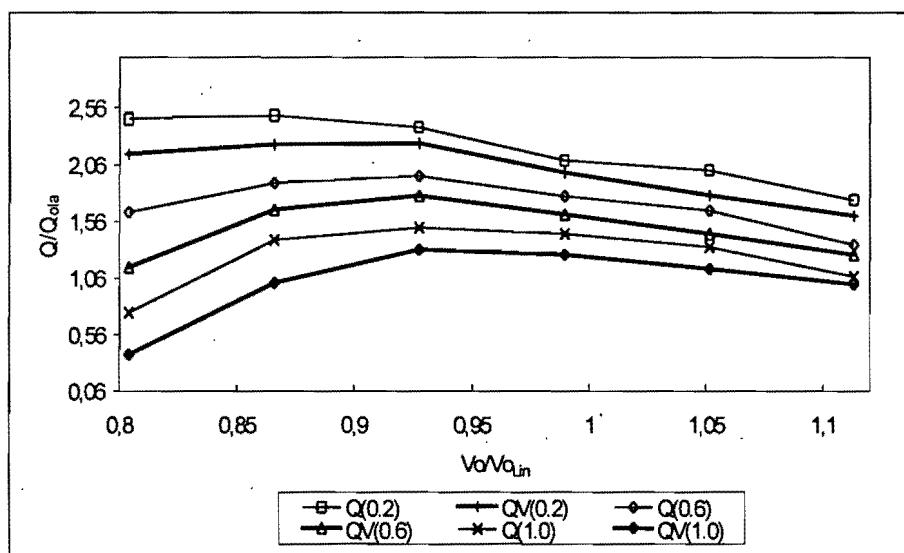


Figura 4.4: Comparación de flujo con trompeta (Q) y flujo sin trompeta (QV), para distintos colectores normalizados.

Una vez confirmado, experimentalmente, que la presencia de la trompeta aumenta la cantidad de agua bombeada, se realizó un análisis teórico para estudiar la geometría óptima de la boca del tubo resonante que disminuyera

al máximo las pérdidas por formación de vórtices.

Para esto se estudió el radio de curvatura a lo largo del perfil de la trompeta (figura 4.5) considerando que sobre él se producen gradientes de velocidad que pudieran generar vórtices. También se consideró que la formación de vórtices puede depender del balance entre las fuerzas iniciales y las fuerzas centrípetas y que manteniendo la razón de estas fuerzas ( $Z$ ) a lo largo del perfil de la trompeta implica que hay la misma posibilidad de que se formen vórtices a todo lo largo (Czitrom, comunicación personal). El valor crítico de  $Z$  a partir del cual se forman vórtices para ciertas condiciones de flujo puede ser determinado experimentalmente.

La velocidad en el tubo lejos de la trompeta es  $U_0$ ,  $D$  es el diámetro del tubo y  $T$  es el periodo.

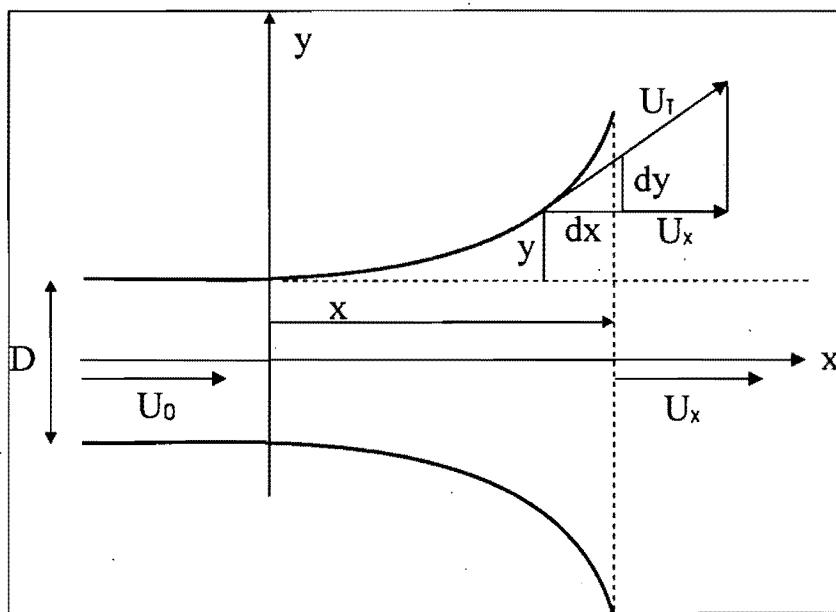


Figura 4.5: Perfil de la trompeta para disminuir la formación de vórtices en la entrada del tubo resonante.

Por conservación de flujo, a la entrada y en cualquier punto  $x$  a lo largo de la trompeta (figura 4.5) se tiene:

$$U_0 D^2 = U_x (D + 2y)^2, \quad (4.1)$$

de donde:

$$U_x = U_0 \frac{D^2}{(D + 2y)^2}. \quad (4.2)$$

Por definición,  $Z$  es la razón entre las fuerzas centrípetas ( $U_T^2/R$ ) e inerciales ( $U_T^2/L$ ) donde  $U_T$  es la velocidad tangencial a lo largo de la trompeta,  $R$  es el radio de curvatura del perfil de la trompeta en un punto dado y  $L$  es una longitud característica del movimiento del fluido a lo largo del perfil en ese punto. Así

$$Z = \frac{\text{centrípeta}}{\text{inercial}} = \frac{U_T^2/R}{U_T^2/L} = \frac{L}{R}. \quad (4.3)$$

La longitud característica del movimiento a lo largo de la trompeta es  $L = TU_T$ . Así mismo,

$$U_T = U_x \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}. \quad (4.4)$$

Usando las ecuaciones (4.2) y (4.4), la longitud característica queda:

$$L = \frac{U_0 D^2 T \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{(D + 2y)^2}. \quad (4.5)$$

Sustituyendo esta  $L$  en la ecuación (4.3) para el parámetro  $Z$ , se obtiene:

$$Z = \frac{U_0 D^2 T \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}{R(D + 2y)^2}, \quad (4.6)$$

de donde:

$$\frac{1}{R} = \frac{Z(D + 2y)^2}{U_0 D^2 T \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}. \quad (4.7)$$

Usando la fórmula para el radio de curvatura  $R$ , en términos de la primera y segunda derivadas (Haaser et al., 1971) obtenemos:

$$\frac{1}{R} = \frac{d^2y/dx^2}{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}} = \frac{Z(D + 2y)^2}{U_0 D^2 T \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}}, \quad (4.8)$$

de donde:

$$\ddot{y} = d^2y/dx^2 = \frac{Z(D + 2y)^2 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]}{U_0 D^2 T}, \quad (4.9)$$

o en forma equivalente:

$$\ddot{y} - \frac{Z(D + 2y)^2(1 + \dot{y}^2)}{U_0 D^2 T} = 0. \quad (4.10)$$

Usando para la velocidad la relación  $U_0 = aw = 2a\pi/T$ , donde  $a$  es la amplitud del desplazamiento sinusoidal de agua en el tubo, la ecuación anterior se puede escribir en la forma:

$$\ddot{y} - \frac{Z}{2\pi a D^2} (D + 2y)^2 (1 + \dot{y}^2) = 0. \quad (4.11)$$

La solución de la ecuación anterior proporciona el perfil de la trompeta a lo largo del que hay la misma posibilidad de formación de vórtices, en términos de la amplitud de la oscilación en el tubo ( $a$ ) y del diámetro del tubo ( $D$ ). Además de considerar que la amplitud ( $a$ ) y el periodo ( $T$ ) son tales que  $Z$  se mantiene constante.

Se usó la ecuación (4.11) para diseñar y construir una trompeta en acrílico transparente, de 24.5 cm de largo, con diámetro  $D = 2.5$  cm y  $Z = 1.5$  para una amplitud de la oscilación  $a = 0.05$  m. Esta trompeta fue comparada con otras construidas en forma empírica o truncadas. En la figura 4.6, se muestran los distintos perfiles utilizados para analizar la formación de vórtices. El perfil número 1 (de izquierda a derecha) es solamente un tubo, el perfil número 2 es un tubo con terminación circular. Los perfiles número 3 y 4 (de izquierda a derecha) fueron desarrollados con la ecuación (4.11). El perfil 3, se obtuvo truncando el perfil que genera la ecuación. Al perfil número 4, además se le agregó un perfil circular para rematarlo.

Para analizar el desempeño del perfil propuesto (4) se realizaron experimentos bajo la dirección de la Dra. Catalina Stern (Stern et al., 2000), en el laboratorio de Fluidos de la Facultad de Ciencias (UNAM). En la figura 4.7, se muestra el montaje experimental para analizar la formación de vórtices (Arzate et al., 1998). Los 4 perfiles fueron colocados en la boca de un tubo que tiene un pistón oscilante (A). El perfil bajo estudio está dentro de un tanque transparente de agua (B). Para los dispositivos electrónicos se contó con el apoyo del Físico César Arzate. La amplitud de la oscilación se controla mediante sensores ópticos que accionan un motor eléctrico (C). El periodo de la oscilación se modifica usando el voltaje generado por una fuente de poder (D). Mediante un frecuencímetro (E) se mide el periodo de la oscilación. Para observar los vórtices generados por el movimiento del agua a través de estos perfiles, se hizo pasar la luz de un proyector (F) a través de una rendija para



Figura 4.6: Perfiles utilizados para analizar la formación de vórtices en la entrada del tubo resonante

obtener un plano de luz (G) que pasa por el centro del perfil. Para visualizar los vórtices se usaron tres métodos. En el primero se usaron dos depósitos (H) para inyectar pintura de agua en dos extremos opuestos de la salida del perfil. Los colores distintos en cada extremo permiten seguir la trayectoria del movimiento. El segundo método consiste en disolver pintura dorada en el agua, para poder observar todo el campo de velocidades. En el tercero, se usó un sistema PIV (Particle Image Velocimetry) de láser que permite hacer un mapa de las velocidades observadas en cada punto.

Cambiando la amplitud de la oscilación y su frecuencia, se observaron los movimientos en el agua generados para diferentes números de Reynolds. Para el número de Reynolds se usó  $Re = \frac{VD}{\nu} = \frac{2aD}{T\nu}$ , donde  $D$  es el diámetro del tubo y la velocidad está definida en términos de la amplitud de la oscilación ( $a$ ) y el periodo ( $T$ ),  $V = \frac{2a}{T}$ . Para el número de Reynolds modificado,  $Rem = \frac{r^2 w}{\nu} = \frac{2\pi D^2}{4T\nu}$ , se usó el radio del tubo,  $r = \frac{D}{2}$ , y la frecuencia de oscilación del pistón,  $w = \frac{2\pi}{T}$ . Empleando los valores  $D = 2.54$  cm,  $T$  de 0.15 s a 2.2 s, y amplitudes de 1.4 cm a 12 cm, se realizaron experimentos en los intervalos:  $766 < Re < 7171$  y  $341 < Rem < 6756$ .

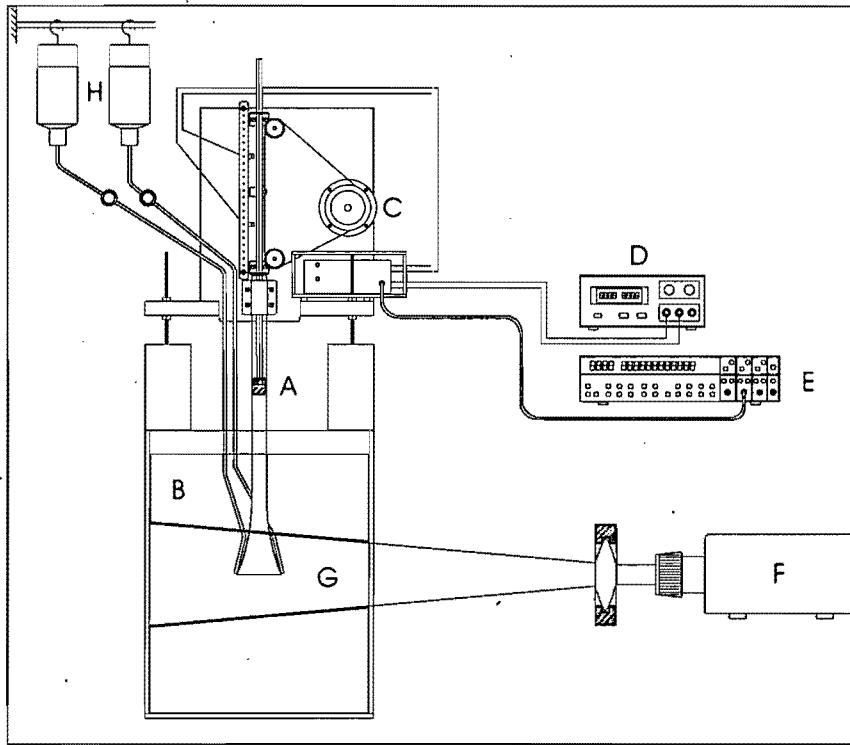


Figura 4.7: Montaje experimental para analizar la formación de vórtices en un flujo oscilante.

En el perfil 1 se forman vórtices que se propagan en ambas direcciones a partir de la boca del tubo a lo largo de su eje vertical. Los vórtices que salen del tubo forman un jet (Knott & Mackley, 1980). La figura 4.8 es una imagen típica de PIV que muestra el comportamiento del fluido en el perfil 1 (Czitrom et al., 2000b). El perfil 2 elimina los vórtices cuando el fluido asciende por el tubo debido a la forma circular en su extremo. Cuando el fluido desciende por el tubo se forman vórtices en forma similar al perfil 1.

En la figura 4.9 pueden verse los patrones generados por el perfil 3, para  $Re = 1800$  y  $Rem = 506$ , usando la inyección de tinta como método de visualización de flujo (Stern et al., 1999). Se observó que a lo largo del perfil propuesto no se forman vórtices sino a la salida. Este resultado combinado con el que se obtuvo con el perfil 2 permiten suponer que al agregar una

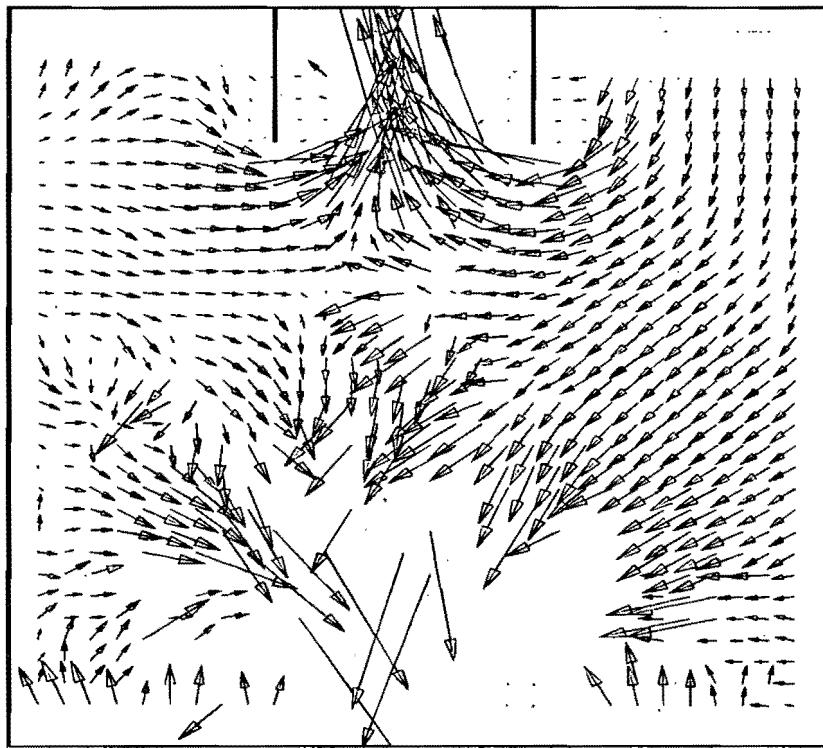


Figura 4.8: Visualización de la formación de vórtices a la salida del perfil 1, usando PIV.

terminación circular al perfil 3 se evitaría la formación de vórtices. Surgiendo así la forma del perfil 4, el cual se obtuvo agregando un terminación circular al perfil que se obtiene de la ecuación (4.11). Otros patrones de vórtices para diferentes  $Re$  y  $Rem$  pueden verse en (Stern et al., 1999) y (Stern et al., 2000).

Usando el método de visualización de pintura disuelta en agua, en la figura 4.10, se muestran los patrones de flujo que genera el perfil 4 para un amplio intervalo de  $Re$  y  $Rem$ . Es evidente que no se forman vórtices, incluso a los más altos números de Reynolds a los que fue sometido,  $Re = 7171$  y  $Rem = 6756$ . Con estos resultados experimentales podemos concluir que el perfil 4 funciona bien para evitar la formación de vórtices.

Es necesario ahora encontrar la forma de escalar estos resultados para las condiciones marinas ya que los máximos números de Reynolds alcanzados



Figura 4.9: Formación de vórtices en el perfil 3 (truncado) generados por el movimiento oscilante del fluido.

( $Rem = 6756$  y  $Re = 7171$ ) están muy lejos de los números de Reynolds en el mar ( $Rem = 294,000$  y  $Re = 75,000$ ). Sin embargo, podemos considerar que en ambos casos (laboratorio y mar) los flujos están en régimen turbulento y con ello podemos argumentar que posiblemente la relación obtenida para diseñar el perfil de la trompeta, funcionará adecuadamente para el sistema de bombeo que se colocará en el mar.

### 4.3 Efecto del bombeo sobre la frecuencia de oscilación.

Mencionamos que existe un corrimiento hacia volúmenes menores en la posición del máximo en la figura (4.2), con respecto al modelo lineal del SIBEO.



Figura 4.10: Eliminación de vórtices usando el perfil 4 (diseñado).

Este corrimiento puede deberse a la presencia de los términos no lineales o al proceso de bombeo. Para analizarlo vamos a usar el modelo numérico. Las comparaciones entre datos y modelo numérico son muy similares por lo que este último se puede usar con confianza para simular el comportamiento del sistema de bombeo.

Por ejemplo, usando un colector suficientemente grande para que el sistema no genere bombeo, sólo se amplifica el tamaño de la ola. Modificando el volumen de la cámara de compresión para distintas amplitudes de ola, se observa en la figura 4.11 que el punto de máxima amplificación no cambia ( $V_0/V_{0Lin} = 1$ ) del valor predicho por las soluciones lineales, a pesar de que el modelo numérico contiene todos los términos no lineales. Este hecho muestra que el proceso de bombeo es el responsable del corrimiento en el lugar del máximo, indicado en la figura 4.2, y no los términos no lineales. Podemos interpretar este hecho de la siguiente manera. Durante el ciclo de bombeo el agua que sube por el tubo resonante comienza a caer en el tubo de desagüe y deja de pesar sobre el resto de la columna de agua que viene en ascenso.

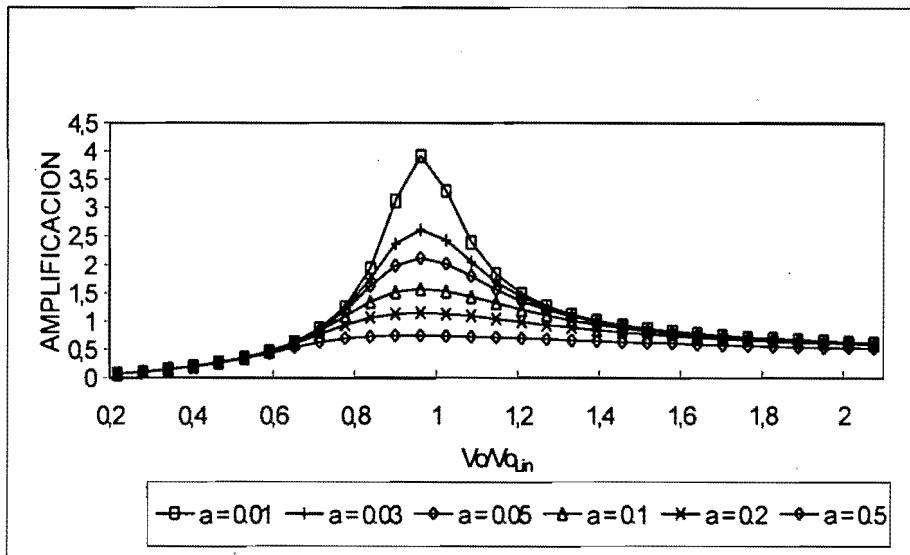


Figura 4.11: Amplificación de oleaje contra volumen usando el modelo numérico para diversas amplitudes de la señal de forzamiento.

El agua en el tubo resonante percibe esto como si la fuerza de restitución de la gravedad (resorte izquierdo en la figura 3.1) se volviera constante, a pesar del aumento en el desplazamiento, dejando la fuerza de restitución sólo a la cámara de compresión (Czitrom et al., 2000b). Esto significa que la fuerza de restitución del resorte combinado gravedad-cámara de aire se suaviza cuando hay bombeo, con lo que disminuye la frecuencia natural de oscilación del sistema. Para mantener al sistema en resonancia con la frecuencia del oleaje incidente, se requiere entonces aumentar la fuerza de restitución generada por la cámara de compresión, por lo que el volumen de ésta debe disminuirse. Así se produce el corrimiento hacia volúmenes menores, conforme aumenta la cantidad bombeada, mostrado en la figura 4.2.

Este corrimiento puede calcularse en forma aproximada, si se usa la fórmula para el volumen obtenida de la solución lineal  $V_{0Lin}$  ecuación (3.19) suponiendo que la fuerza de restitución gravitacional se vuelve constante, durante la mitad del ciclo de la etapa de bombeo. Es decir, para el ciclo completo la constante gravitacional se puede representar mediante  $g/2$ . Sustituyendo este valor en la relación  $V_0/V_{0Lin}$ , obtenemos a primera aproxi-

mación (Czitrom et al., 2000b):

$$1 - \frac{g}{2L_{r2}(w^2 - \frac{q}{L_{r2}})[1 + \frac{A_c L_{r2}}{A_r L_{d2}}(1 - \frac{q}{w^2 L_{r2}})]}. \quad (4.12)$$

Para las condiciones experimentales (secciones 3.1 y 4.1), la ecuación toma el valor de 0.81, que es suficiente para explicar el corrimiento del orden de 0.87, observado en la gráfica (figura 4.2). Por lo que, el proceso de bombeo genera un corrimiento en la frecuencia natural de oscilación del sistema, equivalente a disminuir el volumen de sintonización necesario ( $V_0$ ) para que el sistema funcione en resonancia. Es decir,  $V_0 \leq V_{0Lin}$ .

## 4.4 Comparación de soluciones numéricas y lineales.

Mostramos en la sección anterior que el volumen de sintonización ( $V_{0Lin}$ ) obtenido de las ecuaciones lineales es mayor que el volumen de aire ( $V_0$ ) necesario en la cámara de compresión, para obtener la resonancia. También se observó que este volumen ( $V_0$ ) se obtiene en forma correcta mediante el modelo numérico. Por lo que, vamos a usar el modelo numérico, para analizar el comportamiento general de la relación  $V_0/V_{0Lin}$ , y no sólo para las condiciones experimentales de la sección 4.3.

En la figura 4.12 (Czitrom & Prado, 1999), se muestran series de corridas usando el modelo numérico para distintos valores de amplitud de oleaje ( $a$ ), periodo ( $T$ ) y marea ( $Td$ ). Para cada corrida se identificaron las condiciones de resonancia, realizando un barrido para un intervalo de valores de  $V_0$  y de colector. Obteniendo para cada configuración el flujo máximo ( $Q_0$ ) y el volumen de aire en la cámara de compresión ( $V_0$ ). Cada volumen de resonancia  $V_0$  fue dividido por el volumen  $V_{0Lin}$  correspondiente y graficado contra  $V_0$ . La gráfica (figura 4.12) muestra que la relación observada en los experimentos,  $V_0 \leq V_{0Lin}$  (sección 4.3), es un comportamiento general, ya que en todos los casos se tiene  $V_0/V_{0Lin} \leq 1$ . Es decir el volumen obtenido de las ecuaciones lineales ( $V_{0Lin}$ ) representa una cota superior para el volumen de aire ( $V_0$ ) en la cámara de compresión, para todas las condiciones. Este es un importante resultado en cuanto al diseño del SIBEO concierne, ya que podemos obtener con  $V_{0Lin}$  el volumen de aire máximo que puede llegar a requerirse para un sitio y condiciones de oleaje dados. Esto es, el resultado

anterior nos permite determinar el tamaño (y por lo tanto el costo) del elemento de bombeo para una aplicación dada.

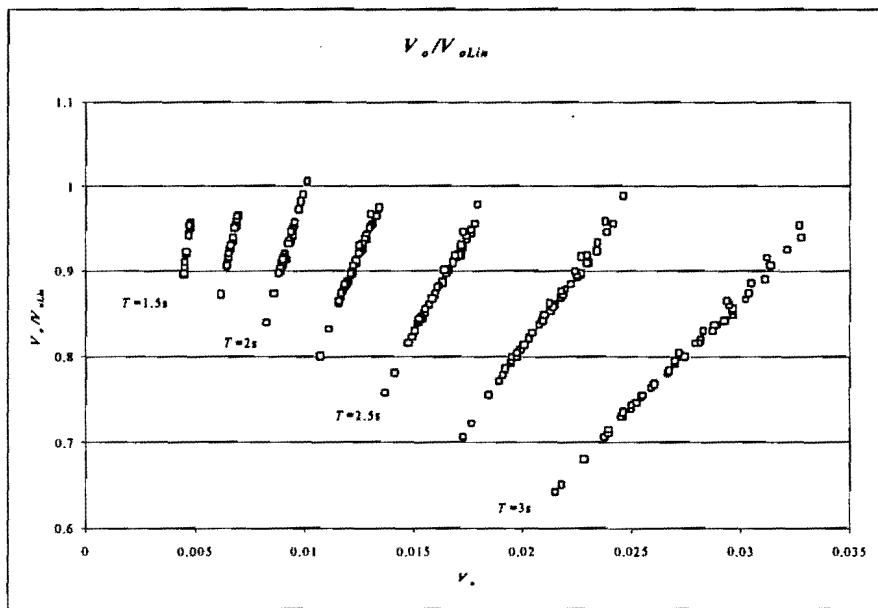


Figura 4.12: Comparación del volumen obtenido de las soluciones lineales ( $V_{oLin}$ ) con el volumen calculado mediante el modelo numérico ( $V_o$ ).

Ahora vamos a comparar el flujo obtenido de las ecuaciones lineales ( $Q_{max}$ ) con el flujo calculado usando el modelo numérico ( $Q_0$ ). En la figura 4.13, se graficó el flujo ( $Q_0$ ) obtenido del programa numérico para distintas configuraciones de oleaje ( $a, T, Td$ ) contra la aproximación de flujo  $Q_{max}$ . Se observa que  $Q_{max}$  incrementa monotónicamente y en forma quasi lineal, respecto al flujo generado por el sistema de bombeo  $Q_0$ . La importancia de este hecho, es que con la fórmula para aproximar el flujo (obtenida de las soluciones lineales) podemos predecir en forma correcta, si no el flujo exacto, sí los incrementos o disminuciones de flujo, en términos de las dimensiones del sistema de bombeo, como indica la ecuación (3.23). Esta fórmula para el flujo ( $Q_{max}$ ) es muy útil e importante ya que representa el beneficio del SIBEO y puede usarse en conjunto con  $V_{oLin}$  (costo) en un estudio de costo-beneficio para obtener el diseño óptimo del SIBEO (Czitrom & Prado, 1999).

En la figura 4.13, se observa que los valores de  $Q_{max}$  están por debajo de

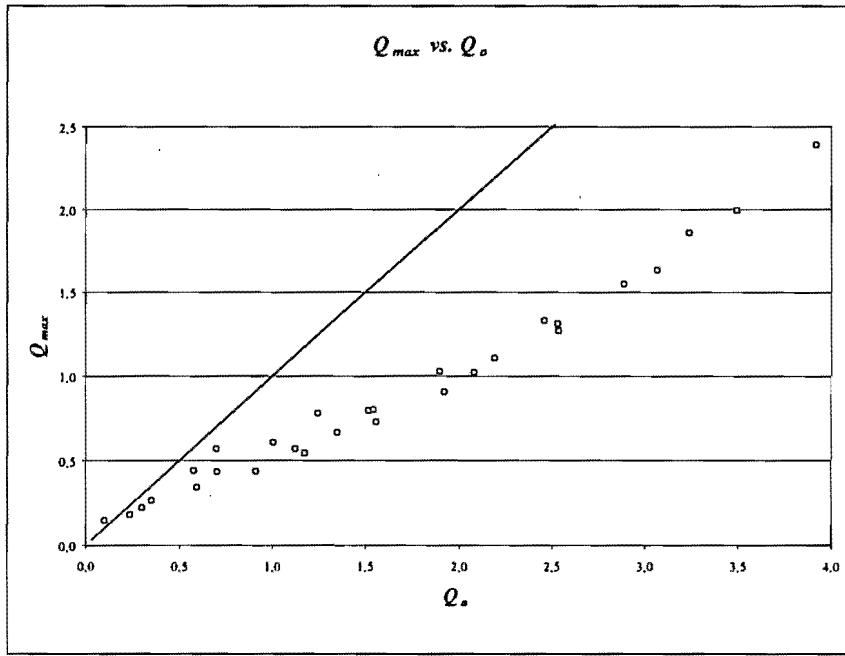


Figura 4.13: Comparación de flujo calculado con el modelo numérico ( $Q_0$ ) y con la relación obtenida de la solución lineal ( $Q_{max}$ ).

la relación 1-1. Este hecho parece contrario a lo esperado, si se considera que la fórmula para  $Q_{max}$  se obtuvo eliminando los términos no lineales, y con ello se pudiera pensar que el flujo obtenido con  $Q_{max}$  debería ser mayor que  $Q_0$ . Pero lo que sucede en realidad es que  $Q_{max}$  subestima el flujo generado por el sistema, porque en su deducción se consideró que el agua alcanza la altura efectiva en bloque sin derramarse (figura 3.1) y con ello retrasa el movimiento del agua que va en ascenso a través del tubo resonante. Por el contrario, lo que sucede es que el agua empieza a derramarse inmediatamente después de cruzar la salida del tubo resonante y deja de frenar al agua que viene en ascenso. Este hecho sí es representado por el modelo numérico, por lo que  $Q_0$  es mayor que  $Q_{max}$ . También se observa que la curva sea convexa, para flujos grandes. En estos casos el flujo calculado con  $Q_{max}$  aumenta con respecto al flujo que genera el sistema ( $Q_0$ ), debido a que éste, sí incluye estas pérdidas no lineales.

De los resultados de las comparaciones, se desprende que las relaciones

lineales para flujo ( $Q_{max}$ ) y volumen ( $V_{0Lin}$ ) son buen criterio de análisis y diseño porque representan el comportamiento básico del sistema en términos de las dimensiones principales de éste. Por una parte,  $V_{0Lin}$  representa una cota superior para el volumen del sistema mientras que  $Q_{max}$  representa una cota inferior para el flujo que genera el sistema.

## 4.5 Experimentos en condiciones marinas.

Con los resultados experimentales en tanque de olas, se mejoraron los modelos numéricos para preparar series de experimentos en condiciones marinas.

Se diseñó un prototipo escala 1:5 (figura 4.14), para realizar pruebas en condiciones marinas. El sistema de bombeo fue construido usando fibra de vidrio para la cámara de compresión y PVC para los tubos resonante y de desagüe. El volumen de la cámara es de 1.2 m<sup>3</sup>. El diámetro del tubo resonante es 0.3 m y el de desagüe es 0.15 m.

Antes de realizar las pruebas en condiciones marinas, realizamos pruebas para el prototipo en condiciones controladas. Se utilizó la alberca de olas "La Ola", en Chapultepec, México (D.F.). Se usaron tubos con las siguientes longitudes  $L_r = 24$  m,  $L_d = 30$  m. Los experimentos realizados se enfocaron hacia la comprobación del método de sintonización mediante variación del volumen de aire y el diseño y funcionamiento adecuado de los materiales empleados en la construcción del sistema.

Se obtuvieron resultados positivos en el funcionamiento del sistema de bombeo. El método de sintonización funcionó bien, demostrando que este sistema (a escala) funcionaría bien en condiciones marinas.

Después de evaluar el desempeño del sistema en condiciones controladas se prepararon los experimentos en condiciones marinas. Los experimentos en condiciones marinas se realizaron en la Laguna Lagartero (Czitrom, 1996c), Costa de Oaxaca (figura 4.14).

El sistema que se instaló en la costa tiene las mismas dimensiones que el que se probó en condiciones controladas excepto porque los tubos empleados son más largos,  $L_r = 70$  m,  $L_d = 120$  m.

Se colocaron sensores electrónicos para la adquisición de datos mediante una computadora, además en la zona del desagüe se colocó un recipiente para medición directa de flujo. El sistema de bombeo funcionó adecuadamente durante diez días, sin embargo no fue posible obtener datos experimentales a través del sistema de adquisición de datos porque una tormenta tropical



Figura 4.14: Sistema de bombeo (escala 1:5) colocado en la Laguna Lagartero, Oaxaca.

destruyó parte del equipo electrónico colocado sobre el tubo resonante.

Durante el tiempo que el sistema de bombeo estuvo funcionando, se comprobó que es viable la implementación de éste a escala natural. Además mediante medición directa se determinó que la cantidad de agua bombeada fue: 5 L/s, resultado consistente con los cálculos realizados mediante el modelo numérico (3.5 L/s).

El éxito de las pruebas en condiciones marinas dio origen a un proyecto multidisciplinario para instalar en forma definitiva un SIBEO en la costa de Oaxaca. Se estableció un compromiso con la comunidad de pescadores para apoyar el desarrollo del proyecto. Actualmente en el proyecto se están realizando estudios de los problemas técnicos (física, química, biología) así como de los aspectos sociales (educación ambiental, organización social) para que este sistema sea útil a la comunidad y que ésta lo use de la mejor manera.

# Capítulo 5

## Parámetros de diseño.

### 5.1 Flujo máximo.

Uno de los principales indicadores del funcionamiento adecuado del sistema de bombeo es el flujo máximo que se puede obtener para una configuración dada en términos de las dimensiones principales del sistema ( $L_r$ ,  $L_d$ ,  $A_r$  y  $A_c$ ). Vamos a analizar el comportamiento del flujo máximo en términos de estas dimensiones para distintos períodos. Usaremos la relación obtenida de las soluciones lineales (3.16) y (3.17), para calcular el flujo en forma aproximada mediante  $Q_{max}$  (3.23).

En la figura 5.1 se muestra el comportamiento del flujo  $Q_{max}$  en términos de las longitudes de los tubos mediante  $\frac{L_r}{L_r+L_d}$ , para distintos períodos desde 10 hasta 16 segundos. La gráfica se generó usando una distancia total para los tubos, desde el mar hasta la laguna, de 150 metros ( $L_r + L_d = 150$  m). Se colocó el elemento de bombeo en diferentes posiciones, iniciando en longitudes cortas de  $L_r$ . Se observa que el flujo aumenta con el periodo y con longitudes cortas de tubo resonante. El aumento en el flujo por usar un tubo corto, se puede explicar considerando que al disminuir la longitud del tubo resonante y disminuir la masa (cantidad de agua dentro del tubo), ésta oscilará en forma más eficiente con la señal de oleaje, aumentando el flujo. Respecto al aumento del flujo con el periodo, se debe considerar que las olas con mayor energía y persistencia poseen períodos grandes (McLellan, 1975), se localizan en el llamado oleaje de fondo con períodos de 8 a 14 s (Czitrom et al., 1993). Así que es recomendable, para aumentar el gasto, sintonizar el sistema de bombeo para períodos grandes dentro del oleaje de fondo (Prado,

1993).

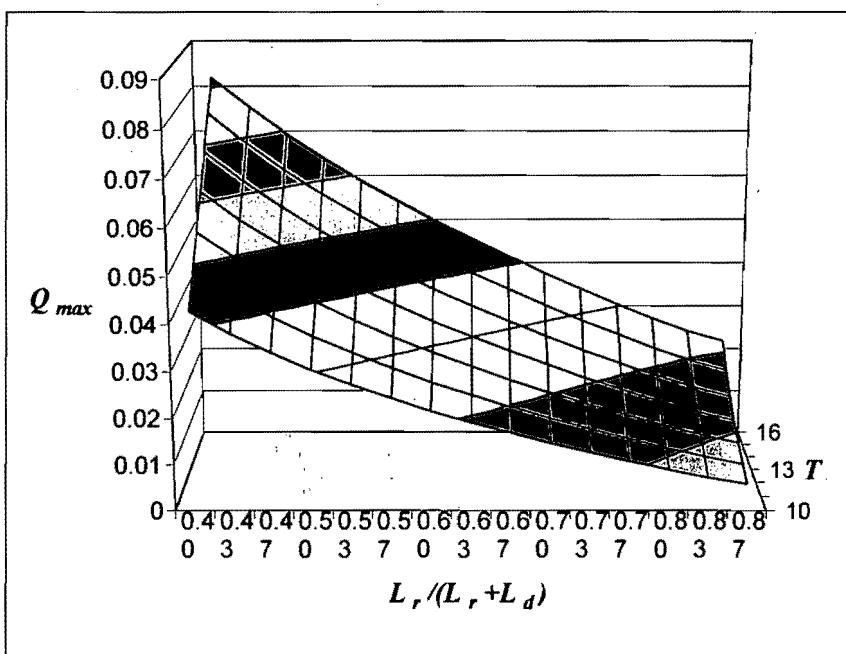


Figura 5.1: Gráfica de flujo en términos de  $L_r$  y  $L_d$  para distintos períodos.

En la figura 5.2 se analiza el comportamiento del gasto (flujo) generado por el sistema mediante la relación de áreas entre el tubo resonante y la cámara de compresión  $\frac{A_c}{A_r}$ . Se usaron valores crecientes para  $A_c$  ( $A_c > A_r$ ) y valores fijos para el área del tubo resonante  $A_r$  ( $D_r = 1.4$  m), periodo  $T = 11$  s y amplitud de oleaje  $a = 0.3$  m. Se observa que el flujo se incrementa conforme la relación  $\frac{A_c}{A_r}$  se va incrementando, pero a partir del punto en el cual el área de la cámara de compresión es 5 veces el tamaño del área del tubo resonante, los valores del flujo tienden a un valor constante. De nueva cuenta se observa que el flujo se incrementa para longitudes  $L_r$  cortas.

Con estos resultados tenemos un método gráfico que indica los valores adecuados de las áreas  $\frac{A_c}{A_r}$  y las longitudes  $\frac{L_r}{L_r + L_d}$  para que el flujo generado por el sistema sea máximo. Aunque se debe aclarar que estas relaciones no tienen ninguna restricción, como es el tamaño y el costo de la cámara de compresión necesaria para obtener el volumen ( $V_0$ ) para que el sistema funcione en resonancia. Utilizando la relación obtenida con las soluciones lineales para

calcular el volumen de sintonización  $V_{0Lin}$  (ecuación 3.19), podemos observar que el volumen aumenta para longitudes cortas de  $L_r$ . Esto se debe a que al disminuir la masa del tubo resonante, se aumenta la frecuencia natural de oscilación, por lo que se debe aumentar el tamaño de la cámara de compresión, para mantener al sistema en condiciones de resonancia con el forzamiento. Estos hechos indican que los criterios obtenidos para generar flujo máximo también conllevan un aumento en las dimensiones de la cámara de compresión, con lo que se incrementa el costo de fabricación de tal diseño. Es decir, obtenemos el diseño que genera máximo flujo pero las dimensiones de la cámara lo encarecen. Más adelante nos ocuparemos de analizar y optimizar el flujo restringido al costo de fabricación.

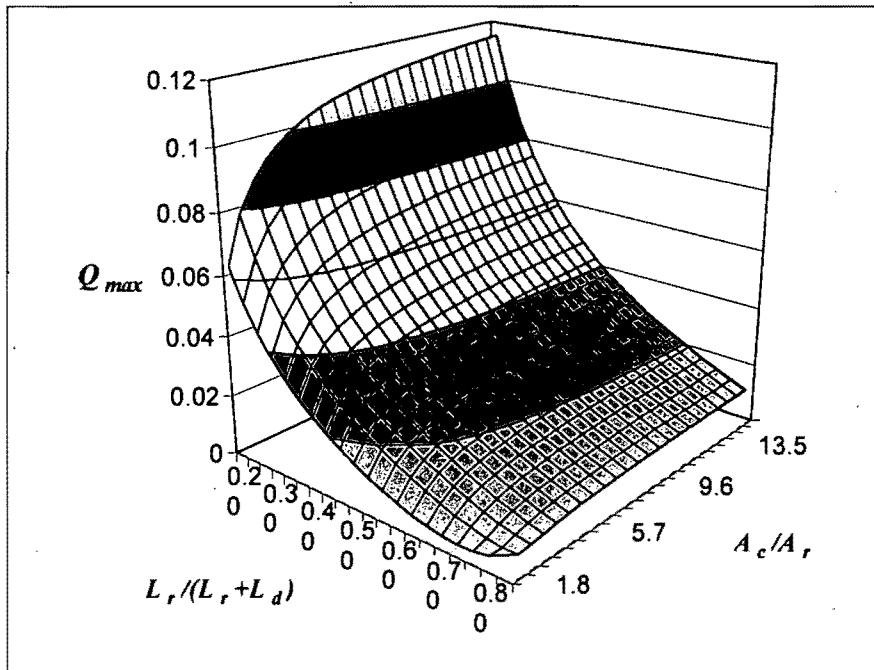


Figura 5.2: Gráfica de flujo en términos de las longitudes  $L_r$ ,  $L_d$  y de las áreas  $A_r$ ,  $A_c$ .

## 5.2 Efecto de la marea sobre el sistema de bombeo.

La presencia de la marea ocasiona que baje el nivel de equilibrio del agua dentro del tubo resonante (figura 2.1), disminuyendo la cantidad de agua bombeada por el sistema, debido a que las oscilaciones dentro del tubo resonante deben recorrer una distancia mayor para derramarse hacia el tubo de desague. También, al bajar el nivel de equilibrio disminuye la masa de agua en el tubo resonante por lo que la marea cambia la frecuencia natural de oscilación, similar a lo que sucede cuando se usa un tubo resonante corto. Así que para mantener el flujo al máximo, en presencia de marea, es necesario aumentar el volumen de la cámara de compresión.

También es posible que la marea no afecte el funcionamiento del sistema de bombeo, cuando se bombea agua en dirección mar-mar, es decir cuando se bombea agua desde cierta zona del mar hacia otra zona del mismo mar, por ejemplo en zonas portuarias. Posteriormente se discutirá esta opción de bombeo.

Para el caso del bombeo en dirección mar-laguna, el efecto de la marea es inevitable sobre el funcionamiento del sistema, esto es, disminuye la cantidad de agua bombeada. Se debe aprovechar que la marea se presenta cada 12 horas, para obtener del sistema el máximo bombeo; a medida que ésta aumenta se debe incrementar el volumen de aire dentro de la cámara, tanto como las dimensiones de la cámara lo permitan, para mantener el flujo al máximo.

## 5.3 Ángulo de inclinación del tubo resonante.

Considerando el ángulo de inclinación (figura 2.1) del tubo resonante ( $\theta$ ) tenemos que la componente de la gravedad cambia como  $g' = g \operatorname{Sen} \theta$ . Usando la relación obtenida de las ecuaciones lineales, ecuación (3.19), para el volumen de resonancia  $V_{0Lin}$  observamos que cuando  $g'$  disminuye el volumen también disminuye. Este hecho lo podemos interpretar de la siguiente manera. Cuando el ángulo de inclinación disminuye la responsabilidad de la fuerza restitutiva de la cámara de compresión aumenta para mantener el sistema en resonancia con el oleaje incidente. Esto es equivalente a disminuir el volumen de aire en la cámara de compresión.

Ya que sabemos que la inclinación del tubo resonante disminuye el tamaño de la cámara de compresión, vamos a combinar este resultado con los análisis previos para flujo máximo, mostrados en la figura 5.1. En ella, observamos que se puede aumentar el flujo usando longitudes cortas para el tubo resonante, aunque para mantener en resonancia al sistema se requiere aumentar el volumen. Si ahora inclinamos el tubo resonante y disminuimos su longitud, podemos incrementar el flujo sin incrementar el volumen. De lo anterior se desprende que se puede aumentar el flujo inclinando el tubo resonante y usando longitud corta.

Esta es una opción útil para aumentar el flujo del SIBEO sin incrementar su costo en muchos casos. Este principio, sin embargo, sólo es aplicable cuando la marea no afecta el desnivel entre el mar y el cuerpo de agua receptor (como en el caso de bombeo mar-mar para saneamiento de un puerto). Cuando la marea si afecta el desnivel, se tiene que el nivel medio en el tubo resonante desciende como  $Td/\sin\theta$  (donde  $Td$  es la marea y  $\theta$  es el ángulo de inclinación del tubo) de tal forma que la disminución en la capacidad de bombeo por la marea es mayor cuando el tubo está inclinado.

## 5.4 Selección de materiales.

La instalación del sistema de bombeo en condiciones marinas requiere de una adecuada selección de materiales para resistir este corrosivo ambiente. Algunos ejemplos de materiales resistentes a la corrosión son: aluminio, acero inoxidable, platino, plata, plásticos, teflón, acrílicos, nylon, polietileno, epóxicos, concretos, silicones, cerámicos (Uhlig, 1971).

En principio las dimensiones del sistema de bombeo limitan el uso de algún metal que resista la corrosión. Por ejemplo, el alto costo del acero inoxidable hace inviable su utilización para construir el sistema de bombeo. De los materiales considerados el polietileno de alta densidad es el más adecuado para la fabricación del sistema de bombeo. Este material por sus características y propiedades resiste el ambiente marino. Es lo suficientemente flexible como para adaptarse al relieve de la zona donde se instalará. Es inerte, por lo que no altera la composición del agua que pasa a través de él. En cuanto a la resistencia del material para las presiones a las que estará expuesto dentro de la cámara de compresión, con un valor  $RD = 32.5$  (razón de grosor a diámetro del tubo) este material resiste 3 atm y según cálculos realizados dentro de la cámara se genera una presión del orden de 1

atm, por lo que cumple satisfactoriamente con este requisito. Se realizaron pruebas colocando tubos de polietileno durante 6 meses, para analizar el crecimiento de organismos marinos y su remoción. Se comprobó que se trata de un material poco propicio para la adherencia de estos organismos y de fácil limpieza. Esto evita el uso de sustancias tóxicas o nocivas al ambiente. De la disponibilidad del material, tampoco se tiene inconveniente dado que se tienen localizados a varios proveedores. Se necesitan tubos de diámetros de 1, 1.4 y 1.8 metros, mismos que el proveedor fabrica en tramos de 6 metros de largo. Para obtener tubos de las longitudes requeridas, se unen los tubos de 6 metros mediante termofusión. De acuerdo al costo proporcionado por el proveedor se obtuvo una fórmula para calcular el costo del material necesario para construir el sistema de bombeo.

## 5.5 Análisis costo-beneficio.

Usando las relaciones obtenidas para maximizar el flujo mediante  $\frac{A_c}{A_r} \cdot \frac{L_r}{L_r + L_d}$ , sabemos que éste es máximo cuando se usan tubos cortos, pero al mismo tiempo se requiere de un volumen grande para mantener el funcionamiento del sistema en resonancia con el oleaje incidente. Como no se incluyó el costo de fabricación para tal volumen, no podemos determinar la viabilidad económica de tales sistemas, a pesar de que proporcionen flujo máximo. Ahora vamos a analizar el funcionamiento del sistema de bombeo restringido al costo del material necesario para su construcción.

Ya se determinó que el material adecuado para el ambiente marino es polietileno de alta densidad, por lo que el costo del sistema de bombeo se calculará con los precios de los tubos de este material. Usando los precios proporcionados por el fabricante se obtuvo una relación para calcular el costo en términos del diámetro D (m) del tubo. La relación obtenida es de la forma:  $185.443D^2 + 53.74$ , para precios en dólares americanos. El costo total del material para una configuración determinada se define de la siguiente manera. El elemento de bombeo está formado por la cámara de compresión y una cámara adyacente para intercambio de agua o aire que, permite sintonizar al sistema con distintas frecuencias de oleaje. Para que el sistema funcione en resonancia en un intervalo de periodos (frecuencias) se requiere un volumen mínimo y máximo en la cámara de compresión. Para el caso de la Costa de Oaxaca, se ha observado un intervalo de periodos de 10 a 16 segundos. Usando el valor del periodo más pequeño (10 s), en la fórmula para  $V_{0Lin}$ ,

se obtiene el volumen mínimo en la cámara de compresión. Para obtener el volumen máximo se debe sumar al volumen mínimo, el volumen en la cámara adyacente cuando se usa el periodo mayor (16 s) en la fórmula para  $V_{0Lin}$ . Por lo tanto, el costo total del material necesario para el sistema de bombeo está representado por la cantidad de material para construir el volumen máximo de la cámara de compresión, más el costo de los tubos resonante y de desagüe.

La figura 5.3 muestra la razón  $Q_{max}/costo$  para la configuración antes descrita. Se realizó, usando las siguientes dimensiones:  $D_r = 1.4$  m,  $D_d = 1$  m,  $L_r + L_d = 150$  m. Se relacionó el flujo calculado mediante  $Q_{max}$  con el costo del material \$, en la forma:  $\frac{Q_{max}}{\$}$ . Es un análisis similar al que se obtuvo para  $\frac{L_r}{L_r+L_d}$  con distintos períodos, sólo que ahora al considerar el costo se obtiene un máximo bien definido que indica el mayor flujo a menor costo. También se observa que el flujo por costo aumenta con el periodo.

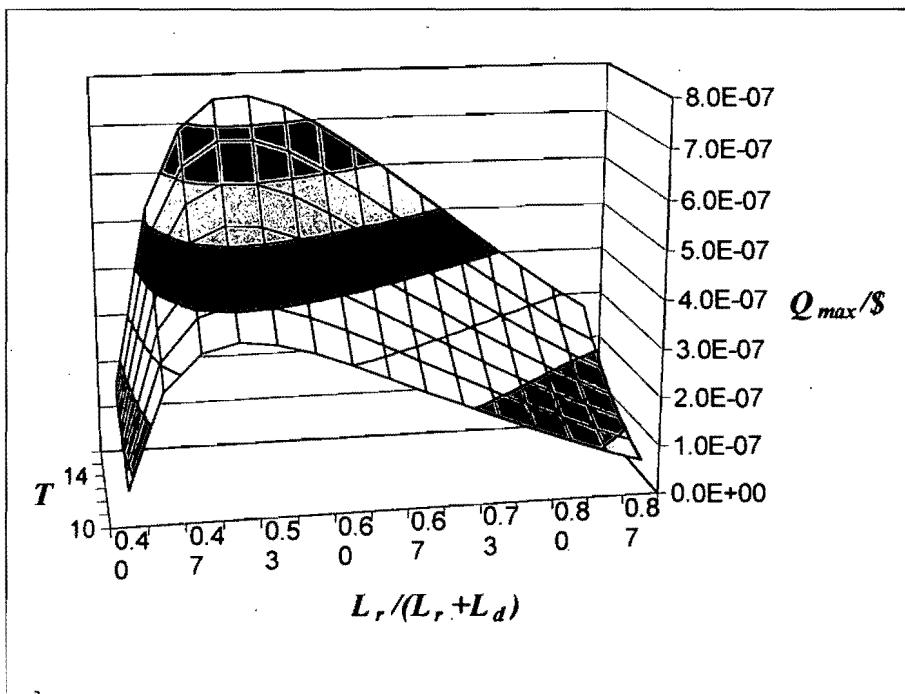


Figura 5.3: Gráfica de la razón flujo/costo para distintos períodos y longitudes.

En la figura 5.4, se analiza el comportamiento del flujo por costo ( $\frac{Q_{max}}{\$}$ )

en términos de  $\frac{A_c}{A_r}$  y  $\frac{L_r}{L_r+L_d}$ . Se observa que el funcionamiento del sistema es óptimo cuando la relación de áreas  $\frac{A_c}{A_r}$  es mayor o igual a 5. También, se mantiene el criterio de longitudes cortas de tubo resonante o del orden de  $\frac{L_r}{L_r+L_d} = 0.53$ , para incrementar el flujo.

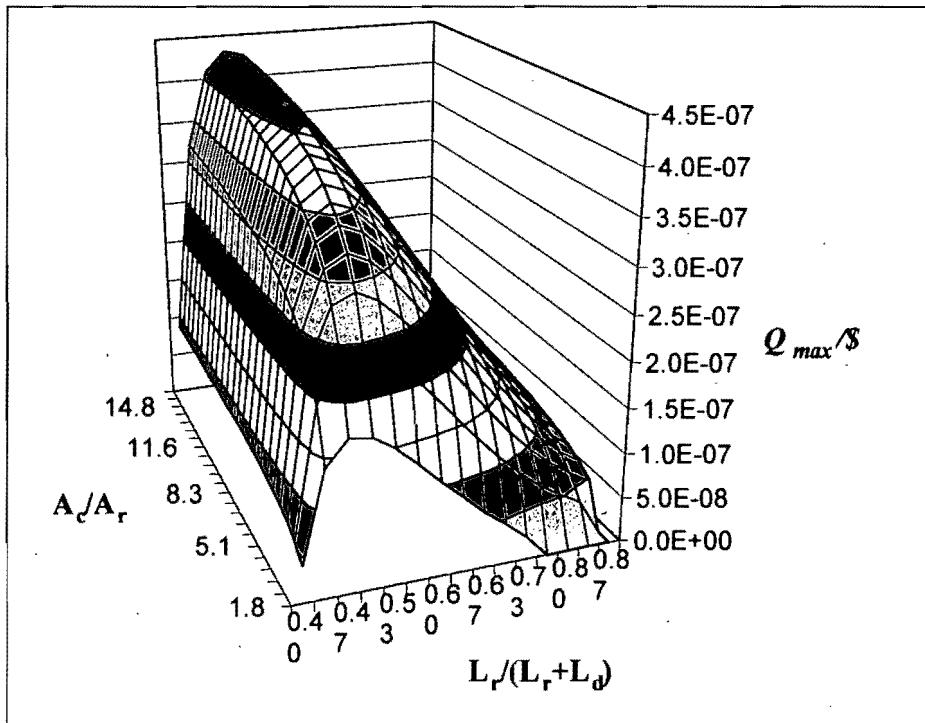


Figura 5.4: Flujo por costo para distintas áreas ( $\frac{A_c}{A_r}$ ) y longitudes ( $\frac{L_r}{L_r+L_d}$ ).

Estos criterios indican como diseñar el sistema de bombeo que proporcione la máxima cantidad de flujo al menor costo posible, en términos de las dimensiones principales del sistema (Czitrom & Prado, 1999).

# **Capítulo 6**

## **Aplicaciones.**

### **6.1 Diseño para un caso particular: Costa de Oaxaca.**

La primera aplicación del sistema de bombeo está enfocada al manejo de la pesquería en lagunas costeras, ya que al carecer de partes móviles el sistema de bombeo permite el paso de larvas de camarón del mar hacia la laguna sin deterioro.

Para la Laguna Lagartero en la Costa de Oaxaca, el oleaje predominante tiene una amplitud de 0.3 m, los periodos se localizan en un intervalo de 10 a 16 segundos. La Laguna se encuentra a unos 50 m de la playa, pero a una distancia de 120 m de la región de oleaje óptimo para colocar la boca del tubo resonante, así que la longitud total de los tubos debe ser 150 m. Con estas características se puede calcular el costo del material para el sistema de bombeo, usando la figura 5.2. Se ha considerado que el sistema de bombeo genere un flujo del orden de  $0.065 \text{ m}^3\text{s}^{-1}$ . Para una configuración óptima usando la gráfica 5.3, obtenemos que el costo del material es de \$ 95,000 dólares.

Considerando que la laguna tiene un volumen de  $2\ 000\ 000 \text{ m}^3$  obtenemos un tiempo de recambio de 350 días para un flujo de 65 L/s. Aclarando que el objetivo no es cambiar por completo el agua de la laguna, sino dar una comparación del flujo que se puede generar con este sistema de bombeo.

La aplicación de este sistema para el manejo de lagunas costeras conlleva los siguientes beneficios. Se trata de una alternativa económica comparada con otras como el dragado de canales (es del orden del 2% del costo del

dragado). Utiliza una fuente de energía limpia. Las características del sistema permiten controlar la cantidad de agua que se bombea a la laguna. Al carecer de partes móviles el sistema se convierte en una herramienta de manejo costero que permite el paso de larvas de camarón del mar hacia la laguna sin daño.

Es conveniente aclarar, que en el costo total de la fabricación e instalación del sistema de bombeo, no se han considerado los estudios previos que se requieren en la zona de implementación, como por ejemplo el muestreo bioquímico de la laguna, las condiciones locales de oleaje y el costo de la obra civil para la instalación. Además se requiere para el funcionamiento del sistema de bombeo la elaboración de un chip electrónico (Czitrom et al., 2000b) para sintonizar en forma automatizada el funcionamiento del sistema usando los parámetros del oleaje marino incidente. Se ha desarrollado un método de sintonización que toma en cuenta el oleaje marino policromático a que se expone el sistema de bombeo (Godoy, 1999). También se debe realizar monitoreo constante para evaluar y mejorar el desempeño del sistema una vez instalado. Todo lo anterior se debe incluir en el costo total de la implementación del sistema.

## 6.2 Diseño para caso hipotético: Saneamiento sin marea.

Se analizó el comportamiento del sistema en presencia de marea, se observó que ésta siempre ocasiona disminuciones en la cantidad de agua bombeada hacia la laguna. Si la aplicación del sistema de bombeo no está enfocada al manejo pesquero de una laguna y lo usamos para poner en circulación cierta cantidad de agua de mar se evita el efecto de la presencia de la marea. Para esto el tubo de desague se coloca en el mar y no en la laguna como se tenía originalmente (figura 2.1). Con este nuevo arreglo el sistema de bombeo mueve agua desde cierta región del mar hacia otra zona del mismo. Además podemos aprovechar la ausencia de la marea para inclinar el tubo resonante y con ello aumentar el bombeo al usar un tubo de longitud corta, según lo descrito en la sección 5.3. Este tipo de bombeo no es afectado por la marea y puede aplicarse para activar la circulación de ciertas zonas del mar, en las que se haya acumulado algún tipo de material de deshecho. Por ejemplo, este tipo de bombeo se puede aplicar para la limpieza de puertos. Sólo se

requiere determinar que cantidad flujo es necesaria para obtener un tiempo de recambio previamente establecido, de acuerdo a la cantidad, tiempo y tipo de contaminantes vertidos en la zona.

Actualmente el Dr. Czitrom sometió un proyecto (CONACyT) para saneamiento del Puerto de Ensenada. Para esa zona se tiene considerado un sistema que genere 200 L/s. Se realizó un estudio económico comparativo contra un sistema de bombeo tradicional usando bombas con motor Diesel. Como resultado se obtuvo que el sistema de bombeo por energía de oleaje se paga en 5 años, considerando el costo de adquisición y operación de las bombas Diesel durante ese tiempo. Además de que el sistema de bombeo por energía de oleaje tiene la posibilidad de bombear durante la vida útil del polietileno (50 años). Al final de ese periodo, el bombeo por Diesel cuesta \$ 47,500,000 mientras que el costo del SIBEO es de \$ 6,500,000 (pesos actuales).

## 6.3 Perspectivas.

Vamos a discutir brevemente algunas aplicaciones alternativas del sistema de bombeo analizado en el presente trabajo, para mostrar un panorama de sus perspectivas tecnológicas y científicas.

### 6.3.1 Generación de electricidad.

Se han enfocado las principales aplicaciones del sistema de bombeo para saneamiento de lagunas y limpieza de puertos, porque tiene la mayor eficiencia en términos de conversión de energía. Esta se usa directo como es generada por el sistema de bombeo (motriz-motriz). Sin embargo debemos considerar el estudio de otras posibles aplicaciones, como la generación de electricidad a pequeña escala. Desde principios de los 70's en países europeos, principalmente Inglaterra, se han realizado proyectos para obtener electricidad usando energía de oleaje (Thorpe, 1992). Varios de estos sistemas son de columna oscilante de agua (OWC, por sus siglas en inglés) y se les podría adaptar la cámara de compresión, descrita en este trabajo, para mantenerlos funcionando en resonancia con el oleaje para incrementar su rendimiento.

Usando el periodo ( $T$ ) y la amplitud ( $a$ ) del oleaje marino es posible obtener un cálculo aproximado de la cantidad de energía que generan las olas del mar, en términos de la potencia por unidad de longitud mediante la relación (Budal & Falnes, 1974):

$$u = \frac{\rho g^2 T a^2}{8\pi}. \quad (6.1)$$

Por ejemplo para una amplitud  $a = 1$  m y un periodo  $T = 10$  s, se obtiene  $u \simeq 40$  kW/m. Para el caso del Atlántico del Norte, se tiene  $u \simeq 60$  kW/m. Si consideramos una costa con longitud de 150 km se podría generar una cantidad de energía  $E = 3.24 \times 10^{10}$  kWh, similar a la que se consumió en Noruega durante el año de 1972,  $E = 7 \times 10^{10}$  kWh (Budal & Falnes, 1974). Aclarando que no se consideran las pérdidas y los costos necesarios para convertir la energía de oleaje en energía eléctrica, ya que sólo se trata de mostrar la enorme cantidad de energía disponible.

Para nuestro caso el sistema de bombeo propuesto en este trabajo, es de fácil adaptación a las turbinas desarrolladas para generación de electricidad (Taylor & Salter, 1996), sólo se requiere incrementar el tamaño del colector para que el sistema amplifique el oleaje y no genere bombeo. Al no generarse bombeo la columna de agua oscila dentro del tubo resonante comprimiendo el aire en la cámara de compresión. En la parte superior del tubo se coloca la turbina que será activada por el aire comprimido. Se necesita determinar el costo por kWh generado mediante energía de oleaje y compararlo con el costo obtenido al usar un sistema de generación de electricidad tradicional, para decidir si es viable su implementación.

### 6.3.2 Resonancia paramétrica.

Por último, nos referiremos a una posible forma de incrementar la energía que se puede obtener del sistema de bombeo. Se trata de mejorar el funcionamiento básico del sistema usando el fenómeno físico conocido como resonancia paramétrica.

Existen sistemas oscilantes en los cuales el forzamiento externo se canaliza para obtener una variación de sus parámetros con el tiempo. Un ejemplo sencillo para ilustrar este caso, es un péndulo cuyo punto de suspensión efectúa un movimiento periódico en la dirección vertical. El estado de equilibrio para este sistema es inestable, basta una pequeña desviación de ese estado para que las oscilaciones del sistema aumenten en forma exponencial. A este fenómeno se le llama resonancia paramétrica.

Para determinar las condiciones de la resonancia paramétrica, vamos a suponer que la frecuencia de oscilación es dependiente del tiempo  $w(t)$  y

además que es una función periódica y muy similar a la frecuencia natural de oscilación del sistema  $w_0$ , quedando en la forma (Landau y Lifshitz, 1978):

$$w^2(t) = w_0^2(1 + h \cos \beta t), \quad (6.2)$$

donde:  $h \ll 1$  y  $\beta = 2w_0 + \Delta$ .

Para analizar el comportamiento de sistemas que funcionan bajo resonancia paramétrica vamos a usar la ecuación de Mathieu (Nayfeh, 1981):

$$\ddot{x} + (\delta + \varepsilon \cos t)x = 0. \quad (6.3)$$

Las soluciones de (6.3) son de la forma (Nayfeh, 1973)  $x = e^{\lambda t} \phi(t)$ , donde  $\phi(t)$  es una función periódica y  $\lambda$  es real o compleja dependiendo de los valores de  $\delta$  y  $\varepsilon$ . En el plano  $\delta - \varepsilon$ , se obtienen las regiones (curvas) de estabilidad e inestabilidad (figura 6.1) para las soluciones de la ecuación (6.3). Estas curvas están divididas por valores críticos de  $\delta$  dados por (Stoker, 1992)  $\delta_c = \frac{n^2}{4} = 0, 1/4, 1, \dots$ , para valores enteros de  $n$  ( $0, 1, 2, 3\dots$ ).

Para determinar las curvas de la figura 6.1 se desarrollan  $\delta$  y  $x$  como funciones de  $\varepsilon$  en la forma:

$$\delta = \delta_0 + \varepsilon \delta_1 + \varepsilon^2 \delta_2 + \dots, \quad (6.4)$$

$$x(t) = x_0 + \varepsilon x_1 + \varepsilon^2 x_2 + \dots \quad (6.5)$$

Sustituyendo en la ecuación (6.3) y agrupando los coeficientes de  $\varepsilon$  de la misma potencia tenemos:

$$\ddot{x}_0 + \delta_0 x_0 = 0, \quad (6.6)$$

$$\ddot{x}_1 + \delta_0 x_1 = -\delta_1 x_0 - x_0 \cos t, \quad (6.7)$$

$$\ddot{x}_2 + \delta_0 x_2 = -\delta_1 x_1 - \delta_2 x_0 - x_1 \cos t. \quad (6.8)$$

La solución de (6.6) es una solución periódica de la forma (Nayfeh, 1981):  $x_0 = a \cos(nt/2) + b \operatorname{sen}(nt/2)$  (con  $\delta_0 = \frac{n^2}{4}$ ).

Resolviendo las ecuaciones anteriores usando la solución para  $x_0$ , con  $n = 0$  se obtiene (Stoker, 1992)  $\delta_0 = 0, \delta_1 = 0, \delta_2 = -1/2$ , de donde:

$$\delta = -\frac{1}{2} \varepsilon^2 + \dots \quad (6.9)$$

Para  $n = 1$  en forma similar se obtiene:

$$\delta = 1/4 - \varepsilon/2 + \dots, \quad (6.10)$$

$$\delta = 1/4 + \varepsilon/2 + \dots \quad (6.11)$$

Para  $n = 2$  se obtiene:

$$\delta = 1 + \frac{5}{12}\varepsilon^2 + \dots, \quad (6.12)$$

$$\delta = 1 - \frac{1}{12}\varepsilon^2 + \dots \quad (6.13)$$

Estas ecuaciones determinan las curvas de transición de las soluciones estables a inestables que muestra la figura 6.1 (gráfica de  $\varepsilon$  contra  $\delta$ ). Se observa que las zonas inestables (oscuras), donde ocurre resonancia paramétrica inician desde  $\varepsilon = 0$ . Además la zona de resonancia es un intervalo alrededor de ciertos valores críticos de  $\delta$  ( $\delta_c = 0, 1/4, 1, \dots$ ). El tamaño del intervalo aumenta conforme se incrementa  $\varepsilon$ . Muy distinto a lo que sucede con la resonancia común en la que se debe sintonizar a la frecuencia  $w_0$ , en un punto ( $\delta_c = w_0^2$ ).

El sistema de bombeo funciona mediante resonancia para incrementar las oscilaciones del oleaje. Este hecho nos permite suponer que el sistema de bombeo podría funcionar en resonancia paramétrica si logramos variar con el tiempo alguno de sus parámetros. Con esa idea en mente vamos a usar las ecuaciones lineales (3.13) y (3.14) con  $D^4 = m^2$  y sin forzamiento para obtener:

$$\ddot{x} + a_1\dot{x} + a_2x = 0, \quad (6.14)$$

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_2y = 0. \quad (6.15)$$

La ecuación para el tubo resonante podemos considerarla como una ecuación de Mathieu con amortiguamiento en la forma:

$$\ddot{x} + k\dot{x} + (\delta + \varepsilon \cos t)x = 0. \quad (6.16)$$

Si suponemos una solución de la forma (McLachlan, 1947)  $x = e^{-kt}u(t)$ , la ecuación se transforma en:

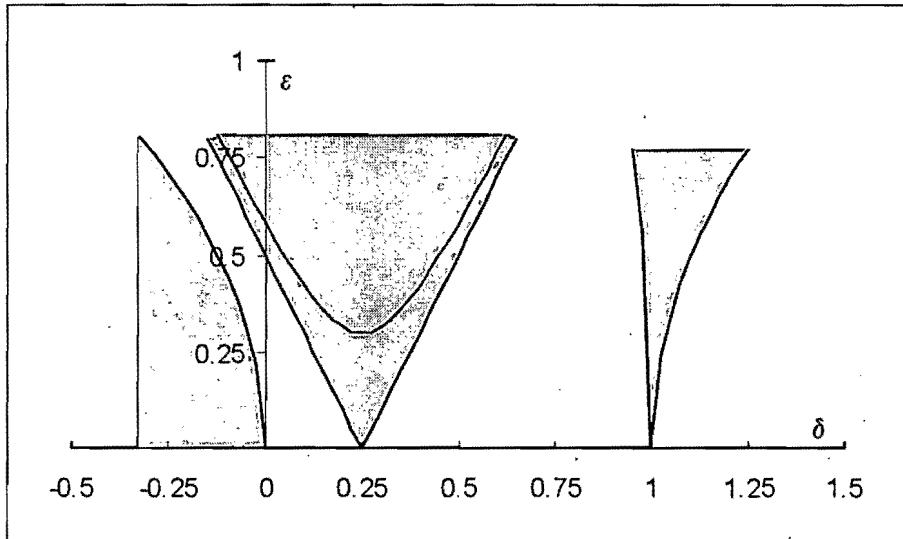


Figura 6.1: Zonas de estabilidad (claras) e inestabilidad (oscuras) para la ecuación de Mathieu.

$$\ddot{u} + (\delta - k^2 + \varepsilon \cos t)u = 0, \quad (6.17)$$

usando  $\bar{\delta} = \delta - k^2$ , se puede escribir:

$$\ddot{u} + (\bar{\delta} + \varepsilon \cos t)u = 0. \quad (6.18)$$

Se tiene una ecuación similar a la ecuación (6.3) con un corrimiento en  $\delta$ . Así que se pueden usar las curvas de la figura 6.1 para determinar el comportamiento del sistema amortiguado.

Para analizar la forma en la que el término de amortiguamiento  $k$  modifica las curvas de transición de las soluciones estables a inestables, vamos a usar la zona principal  $\delta_0 = 1/4$  ( $n = 1$ ) y suponer que  $k$  es de orden  $\varepsilon$  (Olvera, comunicación personal). Desarrollando la ecuación (6.16) usando las ecuaciones (6.4) y (6.5) obtenemos:

$$\ddot{x}_0 + \frac{x_0}{4} = 0, \quad (6.19)$$

$$\ddot{x}_1 + \frac{x_1}{4} = -k\dot{x}_0 - \delta_1 x_0 - \varepsilon x_0 \cos t. \quad (6.20)$$

Con la solución de la ecuación (6.19) en la forma:

$$x_0 = a\cos(t/2) + b\sin(t/2), \quad (6.21)$$

considerando el lado derecho de (6.20) igual a 0, usando:

$$\sin(t/2)\cos t = 1/2(\sin(3t/2) - \sin(t/2)), \quad (6.22)$$

$$\cos(t/2)\cos t = 1/2(\cos(3t/2) + \cos(t/2)), \quad (6.23)$$

y eliminando los términos  $\sin(3t/2)$ ,  $\cos(3t/2)$ , obtenemos:

$$\sin(t/2)(ka/2 - \delta_1 b + \varepsilon b/2) = 0, \quad (6.24)$$

$$\cos(t/2)(-kb/2 - \delta_1 a - \varepsilon a/2) = 0. \quad (6.25)$$

Escribiendo las ecuaciones para  $a$  y  $b$  en la forma:

$$ak/2 + b(\varepsilon/2 - \delta_1) = 0, \quad (6.26)$$

$$a(-\varepsilon/2 - \delta_1) - bk/2 = 0, \quad (6.27)$$

considerando que el determinante de la matriz del sistema debe ser 0 para que existan soluciones no triviales, tenemos:

$$\delta_1 = \pm \sqrt{\frac{\varepsilon^2 - k^2}{4}}, \quad (6.28)$$

resultando:

$$\delta = \delta_0 + \delta_1 = 1/4 \pm \sqrt{\frac{\varepsilon^2 - k^2}{4}}. \quad (6.29)$$

Escribiendo la ecuación anterior en la forma:

$$\frac{\varepsilon^2}{k^2} + \frac{(\delta - 1/4)}{k^2/4} = 1, \quad (6.30)$$

observamos que la zona de inestabilidad cuando hay amortiguamiento está contenida en una hipérbola, como indica la figura 6.1. Las asíntotas de la hipérbola coinciden con las ecuaciones (6.10) y (6.11), que definen la zona de

inestabilidad cuando no hay amortiguamiento. Por lo tanto la presencia del término  $k$  (amortiguamiento) desplaza (hacia arriba) las curvas sobre el eje  $\varepsilon$  (vertical) y disminuye el intervalo de resonancia paramétrica (Hagedorn, 1981).

Estos resultados indican que es posible que un sistema con términos disipativos como el sistema de bombeo funcione en resonancia paramétrica.

Vamos a realizar un breve estudio del comportamiento del sistema de bombeo en condiciones de resonancia paramétrica, usando las ecuaciones (2.25) y (2.26) considerando que la frecuencia es dependiente del tiempo, como indica la ecuación (6.2). Los cambios en la frecuencia de oscilación los representaremos mediante la fórmula para el volumen  $V_{0Lin}$ , usando  $w_0 = w(t)$ . Con esto tenemos un volumen dependiente del tiempo en la forma:

$$V(t) = \frac{(P_a - \rho g H)\gamma}{\rho} \left[ \frac{A_r}{L_{r2}w^2(t) - g'} + \frac{A_c}{L_{d2}w^2(t)} \right]. \quad (6.31)$$

En los programas numéricos para explorar la posibilidad de incrementar el tamaño de las oscilaciones con este cambio en el volumen es conveniente en un primer estudio que no exista forzamiento y que la condición inicial para el tubo resonante sea  $x(0) \neq 0$ . Además podemos estudiar el sistema sin bombeo, para que no haya corrimiento del volumen. La ecuación anterior (6.31) indica que el volumen está bien definido si se usa la restricción para el parámetro  $h$  (6.2) obtenida de la condición:  $L_{r2}w^2(t) > g'$ , de donde:

$$w_0^2(1 + h \cos \beta t) = w^2(t) > \frac{g'}{L_{r2}}, \quad (6.32)$$

en forma equivalente:

$$(1 + h \cos \beta t) > \frac{g'}{w_0^2 L_{r2}}, \quad (6.33)$$

quedando la longitud del tubo resonante con la restricción:

$$L_{r2} > \frac{g'}{w_0^2}. \quad (6.34)$$

Con estas condiciones las ecuaciones que describen al sistema de bombeo adquieren la forma:

$$[x + L_{r2}] \ddot{x} + \frac{\dot{x}^2}{2} + [K_r + \frac{L_r}{D_r} f_r] \dot{x} |\dot{x}| + P[(1 - \frac{x A_r + y A_c}{V(t)})^{-\gamma} - 1] + g' x = 0, \quad (6.35)$$

$$[y + L_{d2}]\ddot{y} + \frac{\dot{y}^2}{2} + [K_d + \frac{L_d}{D_d}f_d]\dot{y}|\dot{y}| + P\left[\left(1 - \frac{x A_r + y A_c}{V(t)}\right)^{-\gamma} - 1\right] + gy = 0. \quad (6.36)$$

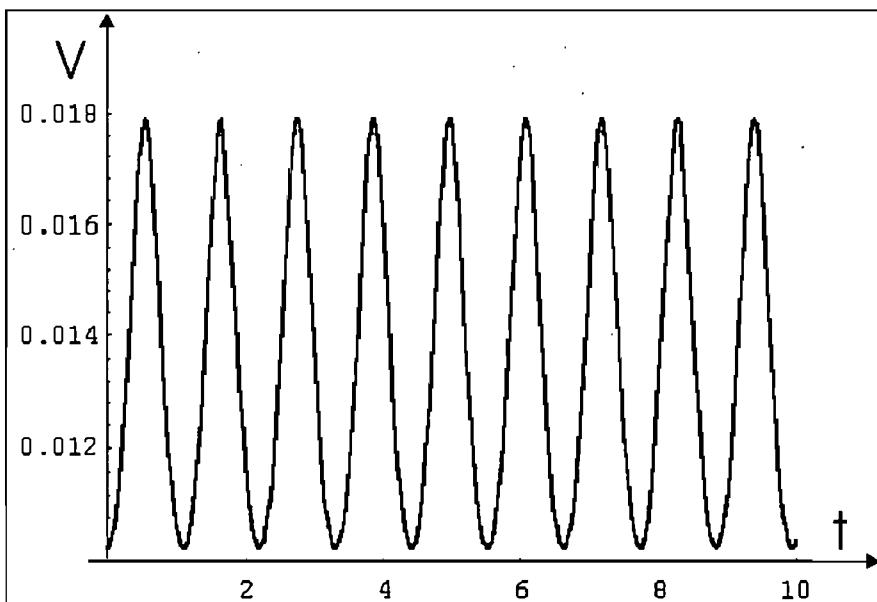


Figura 6.2: Gráfica del volumen variable en el tiempo empleado para generar resonancia paramétrica en el sistema de bombeo.

El volumen empleado en el sistema de bombeo depende del tiempo como indica la figura 6.2 (gráfica de volumen contra tiempo). Se observa que el volumen de resonancia común esta centrado en  $V_0 = 0.014 \text{ m}^3$  y que se requiere un volumen adicional del orden del 30% (de  $V_0$ ) para generar el volumen variable en el tiempo  $V(t)$ .

Usando el volumen variable en el tiempo de la ecuación (6.31) y resolviendo mediante métodos numéricos, obtenemos la gráfica (figura 6.3) de las oscilaciones en el tubo resonante contra el tiempo, para los valores experimentales de la tabla 3.1, con  $x(0) = 0.001$  y usando  $h = 0.2$  en la ecuación (6.2).

La figura 6.3 indica que el sistema de bombeo puede funcionar teóricamente bajo resonancia paramétrica. Se debe aclarar que el breve análisis realizado

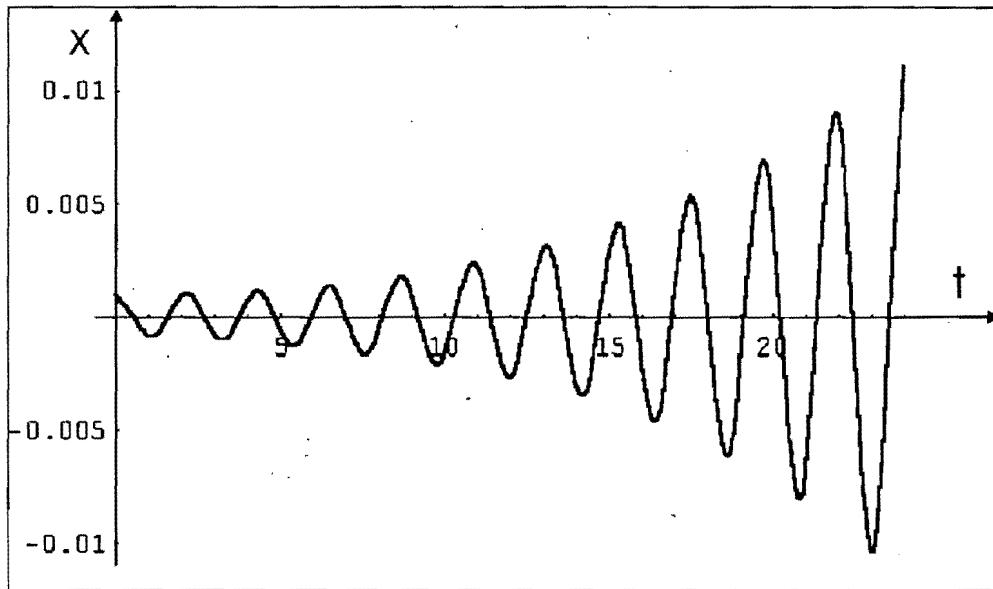


Figura 6.3: Crecimiento exponencial de las oscilaciones en el tubo resonante al usar un volumen variable en el tiempo.

usando la ecuación de Mathieu con amortiguamiento no tiene exactamente la forma de las ecuaciones del sistema lineal, ya que ellas están formadas por dos ecuaciones lineales de 4º orden (3.13) y (3.14). Sin embargo los resultados numéricos obtenidos usando las ecuaciones completas del sistema (6.35) y (6.36) indican (figura 6.3) que este sistema tiene posibilidades de funcionar en resonancia paramétrica y que su comportamiento básico es similar al de la ecuación de Mathieu con términos disipativos. Aún hay que recorrer un largo camino de análisis teórico y experimental para adecuar este resultado a las condiciones físicas del sistema de bombeo y confirmar si es viable su implementación a escala natural. De ser esto posible no sólo se tiene la posibilidad de aumentar el bombeo sino de lograr que el sistema de bombeo funcione en forma bidireccional, para bombear agua de la laguna hacia el mar. Los resultados obtenidos abren una nueva línea de investigación que se desarrollará en trabajos y proyectos posteriores.

# Capítulo 7

## Discusión y conclusiones.

Se realizó el análisis del comportamiento de un sistema de bombeo por energía de oleaje a través de sus dimensiones principales para poder aplicar criterios de diseño que optimicen su funcionamiento.

Se obtuvo una ecuación lineal que reproduce el comportamiento básico del sistema de bombeo. De ella se desprenden dos relaciones fundamentales de operación y diseño. Una permite calcular el volumen de la cámara de compresión ( $V_{oLin}$ ), útil para sintonizar el sistema y calcular costos. La otra proporciona una cantidad estimada del flujo generado por el sistema ( $Q_{max}$ ) y puede considerarse el beneficio del sistema. Ambas son herramientas de diseño que permiten optimizar el desempeño del sistema de bombeo para un determinado sitio y clima de oleaje con criterios de costo-beneficio.

Se comprobó que el modelo numérico describe satisfactoriamente el comportamiento del sistema de bombeo.

Para aplicar los criterios de costo-beneficio desarrollados se necesita conocer la amplitud del oleaje, los períodos predominantes así como el comportamiento de la marea. En caso de aplicarse a una laguna es conveniente colocar el tubo resonante en posición vertical para evitar que la diferencia de niveles generada por la marea disminuya el bombeo debido a la inclinación del tubo. Si el sistema bombea agua de mar a mar, es conveniente inclinar y recortar el tubo resonante para aumentar la eficiencia del bombeo y disminuir el costo del sistema de sintonización, además de tratar de sintonizar a períodos grandes.

Se obtuvo una ecuación que permite diseñar el perfil de la boca del tubo resonante para disminuir la formación de vórtices y las pérdidas de energía sobre el sistema. Se realizaron pruebas de laboratorio en donde quedó

demostrada la eficiencia del perfil.

Se confirmó mediante el breve análisis realizado que el sistema de bombeo teóricamente puede funcionar bajo resonancia paramétrica, constituyendo una nueva línea de investigación que se desarrollará posteriormente.

Se obtuvo la relación de parámetros con los que se obtiene el costo del sistema de bombeo al mejor costo-beneficio, para alguna determinada configuración, de acuerdo a las características de la zona de implementación. La aplicación del sistema desarrollado está orientada para bombear agua de mar hacia lagunas costeras, porque es el tipo de conversión de energía con mayor eficiencia, y además porque el sistema desarrollado no tiene partes móviles con lo que se convierte en una herramienta de manejo costero aplicable a las lagunas costeras que existen en el país (alrededor de 130).



## Bibliografía

- [1] Abramowitz, M. & I. Stegun, 1972. **Handbook of mathematical functions.** Cover Public.
- [2] Arzate, C., C. Stern y S.P.R. Czitrom, 1998. **Sistema electromecánico para el estudio de vórtices inducidos por flujos oscilantes.** Poster presentado en el IV Congreso de la División de Dinámica de Fluidos de la Sociedad Mexicana de Física. San Luis Potosí, México.
- [3] Budal, K. and J. Falnes, 1974. **Proposals for conversion of the energy in ocean waves.** Institutt for eksperimentalphysikk. Universitetet i Trondheim, Norway.
- [4] Czitrom, S.P.R., R. Godoy, E. Prado, P. Pérez & R. Peralta-Fabi, 2000a. **Hydrodynamics of an oscillating water column seawater pump. Part 1: Theoretical aspects.** Ocean Engineering. Vol. 27, No. 11, pp. 1181-1198.
- [5] Czitrom, S.P.R., R. Godoy, E. Prado, A. Olvera & C. Stern, 2000b. **Hydrodynamics of an oscillating water column seawater pump. Part 2: Tuning to monochromatic waves.** Ocean Engineering. Vol. 27, No. 11, pp. 1199-1219.
- [6] Czitrom, S.P.R. & E. Prado, 1999. **Design optimisation of a wave driven seawater pump.** Proceedings of the OMAE99 18<sup>th</sup> International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. St Johns, Newfoundland, Canada. July 11-16, 1999.
- [7] Czitrom, S.P.R., 1996a. Patente en trámite. **Sintonizador para sistemas de extracción de energía de oleaje que operan por resonancia.** Solicitud de Patente Mexicana No. 933605.

- [8] Czitrom, S.P.R., 1996b. **Sea-water pumping by resonance I.** Proceedings of the Second European Wave Power Conference. Lisbon, Portugal, November 8-12, 1995.
- [9] Czitrom, S.P.R., 1996c. **Informe al Instituto Nacional de Ecología sobre trabajos realizados en la Laguna Lagartero (Oaxaca) con un prototipo de un sistema de bombeo de agua mediante ductos resonantes.**
- [10] Czitrom, S.P.R., E. Prado, R. Godoy, R. Rodríguez & R. Peralta-Fabi. 1996. **Sea-water pumping by resonance II.** Proceedings of the Second European Wave Power Conference. Lisbon, Portugal, November 8-12, 1995.
- [11] Czitrom, S.P.R., E. Prado, R. Peralta, M. Merino, F. Ruiz & M.A. Alatorre, 1993. **Resonant duct wave amplification.** Proceedings of the European Wave Energy Symposium, Edinburgh, Scotlan, july 21-25, 1993.
- [12] Czitrom, S.P.R., 2000. ICMyL, UNAM. Comunicación personal.
- [13] Fox, R.W. y A.T. McDonald, 1995. **Introducción a la mecánica de fluidos.** McGraw-Hill.
- [14] Godoy, R., 1999. **Sintonización de un sistema de bombeo por resonancia con el oleaje.** Tesis de Maestría en Ciencias, Facultad de Ciencias, UNAM.
- [15] Haaser, N. M., J.P. LaSalle y J.A. Sullivan, 1971. **Análisis matemático 2.** Editorial Trillas, S.A.
- [16] Hagedorn, P., 1981. **Non-linear oscillations.** Oxford University Press.
- [17] Jonsson, I.G., 1980. **A new approach to oscillatory boundary layers.** Ocean Engineering, Vol. 7, pp. 109-152.
- [18] Knott, G.F. & J.O. Flower, 1979. **Simulations studies of the basic non-linear effects of wave-energy conversion by an overtopping water column.** Energy Conversion. Vol. 19, pp. 59-69.

- [19] Knott, G.F. & M.R. Mackley, 1980. **On eddymotions near plates and ducts, induced by water waves and periodic flows.** Philosophical Transactions of the Royal Society London. Vol. A294, pp. 599-623.
- [20] Landau, L.D. y E.M. Lifshitz, 1978. **Mecánica.** Editorial Reverté, S.A.
- [21] McLachlan, N.W., 1947. **Theory and application of Mathieu functions.** Oxford University Press.
- [22] McLellan, H.J., 1975. **Elements of physical oceanography.** Pergamon Press Ltd.
- [23] Nayfeh A. H., 1981. **Introduction to perturbation techniques.** John Wiley & Sons Inc.
- [24] Nayfeh A. H., 1973. **Perturbation methods.** John Wiley & Sons Inc.
- [25] Ohmi, M., M. Iguchi and T. Minami, 1980. **Flow pattern and frictional losses in pulsating pipe flow, part 1: Effect of pulsating frequency on the turbulent flow pattern.** Bull. JSME, Vol. 23, No. 186, pp. 2013-2020.
- [26] Olvera, A., 2000. IIMAS, UNAM. Comunicación personal.
- [27] Pérez, P., 1995. **Pérdidas de presión debidas a fricción en ductos con flujos oscilantes.** Tesis de Licenciatura en Física, Facultad de Ciencias, UNAM.
- [28] Prado, E., 1993. **Caracterización de las soluciones a la ecuación de un ducto resonante en un campo de olas.** Tesis de Licenciatura en Física, Facultad de Ciencias, UNAM.
- [29] Ross, S.L., 1974. **Differential equations.** Xerox College Publishing.
- [30] Stern, C., S.P.R. Czitrom, E. Prado y R. Godoy, 2000. **Supresión de vórtices en un flujo oscilante.** Revista Mexicana de Física (en prensa).
- [31] Stern, C., S.P.R. Czitrom & R. Godoy, 1999. **Oscillating flow through a funnel.** Gallery of Fluid Motion. Physics of Fluids. Vol. 11, No. 9.

- [32] Stoker, J.J., 1992. **Nonlinear vibrations in mechanical and electrical systems.** John Wiley & Sons Inc.
- [33] Streeter, V.L. y E.B. Wylie, 1988. **Mecánica de los fluidos.** McGraw-Hill.
- [34] Taylor, J.R.M. & S.H. Salter, 1996. **Design and testing of a plano-convex bearing for a variable pitch turbine.** Proceedings of the Second European Wave Power Conference. Lisbon, Portugal, November 8-12, 1995.
- [35] Thorpe, T.W., 1992. **A review of wave energy.** Vol. 1. Main Report. Strategic studies department. ETSU. U.K.
- [36] Uhlig, H.H., 1971. **Corrosion and corrosion control.** John Wiley & Sons Inc.
- [37] White, F.M., 1991. **Viscous fluid flow.** McGraw-Hill.