



DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Facultad de Ingeniería

INESTABILIDAD DE TORRES ATIRANTADAS

OSCAR ANDRES VILLASANA MENDEZ

TRABAJO

Presentado a la División de Estudios de Posgrado de la
FACULTAD DE INGENIERIA
DE LA
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener

el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA

(ESTRUCTURAS)

CIUDAD UNIVERSITARIA

1991



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO

1280

FACULTAD DE INGENIERIA

OSCAR ANDRES VILLASANA MENDEZ

INESTABILIDAD DE TORRES ATIRANTADAS

TRABAJO

Presentado a la division de Estudios de Posgrado de la

FACULTAD DE INGENIERIA

DE LA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

como requisito para obtener

el grado de

MAESTRO EN INGENIERIA

(ESTRUCTURAS)

CIUDAD UNIVERSITARIA

501280

A G R A D E C I M I E N T O S

A DIOS:

POR HABERME PERMITIDO CULMINAR UNA DE MIS METAS.

A MIS PADRES:

SR. ANDRES VILLASANA MENDEZ
SRA. ANA MARIA MENDEZ DE VILLASANA

A QUIENES ME HAN HEREDADO EL TESORO MAS VALIOSO QUE PUEDE DARSE A UN HIJO, A M O R.

A QUIENES SIN ESCATIMAR ESFUERZO ALGUNO HAN SACRIFICADO GRAN PARTE DE SU VIDA. ME HAN FORMADO Y EDUCADO.

A QUIENES JAMAS PODRE PAGAR ESA GRAN DEUDA QUE TENGO POR SUS TIERNAS PALABRAS, CONSEJOS, COMPRESION Y DESVELOS NI CON LA RIQUEZA MAS GRANDE DEL MUNDO.

A MIS AMIGOS:

SR. RITO GAITAN LUGO
SRA. MARIA LUISA CEPEDA DE GAITAN

MI MAS SINCERO AGRADECIMIENTO, POR SU APOYO, AYUDA Y CONSEJOS.

A MIS HERMANOS:

ROCIO DEL CARMEN
CESAR
RUBEN

POR SU VALIOSO APOYO E INTERES, PARA PODER TERMINAR MI FORMACION.

A MIS AMIGOS:

RODOLFO
BRUNO RICARDO
GERARDO ENRIQUE
FRANCISCO DE JESUS

A MI ASESOR:

ING. NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS

QUE SIN SU AYUDA NO HUBIERA SIDO POSIBLE ESTE TRABAJO.

A TODAS AQUELLAS PERSONAS QUE DE ALGUNA MANERA COLABORARON CON
SU GRANITO DE ARENA EN MI FORMACION.

INDICE

I. - Introducción.....	1
II. - Análisis de torres atirantadas.....	3
1. - Análisis de los tirantes.....	4
2. - Análisis del eje sobre apoyos rígidos.....	14
3. - Análisis del eje sobre apoyos elásticos.....	16
4. - Efecto de la excentricidad de las componentes verticales de las tensiones en los tirantes.....	17
5. - Efecto de la distorsión del eje.....	19
6. - Distorsión del eje.....	23
III. - Criterios para establecer la inestabilidad.....	26
IV. - Torre con tres niveles de tirantes.....	31
V. - Características geométricas de una torre para estudio.....	35
1. - Características geométricas.....	35
1.1. -Cálculo del área de una cara de la torre....	35
1.2. -Cálculo del peso de la torre.....	36
1.3. -Cálculo de la inercia de la sección transversal.....	37
1.4. -Cálculo del área de la sección transversal de la torre.....	37
VI. -Cálculo de las condiciones de inestabilidad de la torre.....	42
1. -Inestabilidad general.....	42
2. -Inestabilidad local.....	45
VII. -Conclusiones.....	49
VIII. -Referencias.....	50

Apendice A. -Obtención de la carga de velocidad.....	52
1. -Velocidad de diseño.....	52
2. -Determinación de la presión debida al viento, en un cuerpo.....	54
3. -Diferencia de presión entre dos puntos.....	54
4. -Determinación del coeficiente de presión.....	55
5. -Coeficiente de presión en torres cuadradas.....	56
6. -Coeficiente de presión en torres triangulares....	59
7. -Análisis de una torre por la acción de viento en flujo laminar.....	59
8. -Influencia del viento en los tirantes.....	60
 Apendice B. -Análisis de la torre.....	 62
1. -Determinación de las cargas en los cables.....	63
2. -Análisis de la torre con el viento normal a una cara.....	73
2.1. -Obtención de los elementos mecanicos suponiendo los apoyos rígidos.....	73
2.2. -Obtención de las rigideces.....	73
2.3. -Análisis del eje sobre soportes elásticos.	74
2.4. -Efecto de la excentricidad de la componente vertical de las tensiones en los tirantes.....	75
2.5. -Efecto de la distorsión del eje.....	75
2.6. -Cálculo de las reacciones.....	76
2.7. -Obtención de los momentos finales.....	76
3. -Análisis de inestabilidad con el viento actuando normal a una de las caras y para diferentes valores del factor de seguridad.....	78
4. -Análisis con el viento actuando a 45°.....	79
5. -Análisis de inestabilidad con el viento actuando a 45 grados y para diferentes valores del factor de seguridad.....	81

NOTACIONES

- A = Area de la sección transversal del tirante.
B = Valor constante de cada nivel de tirante, que sirve para considerar los efectos de la excentricidad de la componente vertical de la resultante de las fuerzas de los tirantes en cada nivel de tirante.
 b_r = Pendiente de la curva que relaciona M_r^0 contra la deflexión en el punto (M_r^0, Δ_r)
C = Longitud del cordón
 C_D = Factor de forma de la cara frontal.
 C_{DT} = Factor de forma de la torre como un todo.
 C_a = Pendiente de la curva de la aplicación de la carga axial en el nivel del tirante contra la deflexión en el punto (P_a^0, Δ_a)
 D_a^i = Coeficiente de distribución en un nivel del cable.
 dC = Cambio de longitud del cable debido a un cambio de tensión en el mismo.
E = Módulo de elasticidad.
e = Alargamiento debido a un cambio en la resistencia tensional.
 e_t = Cambio de longitud debido a un cambio de temperatura.
F = Fuerza aplicada por el viento en la estructura para diversas alturas.
 F_H = Fuerza horizontal que actúa en los diferentes niveles de tirantes, debidos a la acción del viento a lo largo de los mismos.
 F_V = Fuerza vertical que actúa en los diferentes niveles de tirantes, debidos a la acción del viento a lo largo de los mismos.
G = Componente de la fuerza externa S a lo largo del tirante.
H = Reacción horizontal del tirante.
 H_0 = Componente horizontal de la tensión inicial en el cable.
 H_1 = Tensión final en el tirante.
 H_2 = Tensión inicial en el tirante
h = Altura vertical del cable.
I = Inercia de la sección transversal del eje de la torre.
 I_{cr} = Momento de inercia crítico.
 I_r = Momento de inercia de la viga en el espacio r-1 a r.
 K_D = Momento de resistencia desarrollado por los cables debida a un desplazamiento unitario $t=1$ de los postes.
 K_j = Rigidez que le proporcionan los tirantes al eje en el nivel de los mismos.

K_r = Pendiente de la curva de la reacción contra la deflexión en el punto (R_r^i, Δ_r) en el nivel del tirante r .
 K_e = Momento de resistencia desarrollado por el eje debido a un desplazamiento unitario.
 L = Espacio horizontal del cable.
 l_r = Longitud del espacio $r-1$ a r .
 M_{rj} = Momento final externo en el nivel j
 M_{jj} = Momento final externo en el nivel j distribuido a la izquierda o derecha de los soportes.
 M_n = Momento en el nivel n del eje, debido a todas las acciones sobre el eje.
 M_n^{*1} = Momento total justo por abajo del nivel del tirante antes de la aplicación de la perturbación.
 M_r = Momento en la viga en el apoyo r .
 M_r^o = Momento aplicado externo en el apoyo r .
 M_r^i = Momento a la derecha del apoyo r .
 $M_r^{o'}$ = Momento externo aplicado en el apoyo r antes de la aplicación de la perturbación.
 n = Coeficiente que toma en cuenta los efectos de escudo de la estructura.
 P_{DL} = Carga muerta total por arriba del nivel $j+1$.
 P_{IL} = Carga de hielo total por arriba del nivel $j+1$.
 P_{j+1} = Carga vertical total aplicada en el nivel $j+1$.
 P_r = Carga axial en el espacio $r-1$ a r .
 P_r^i = Carga axial en el espacio $r-1$ a r antes de la aplicación de la perturbación.
 $P_r^{o'}$ = Carga axial aplicada en el nivel del tirante S antes de la aplicación de las perturbaciones.
 Q = Reacción normal al cable.
 q = Carga de diseño por viento.
 q_{cr} = Carga crítica por viento.
 q_r = Carga uniformemente distribuida en el espacio r
 R = Periodo de retorno para la cual fue obtenida la velocidad del viento.
 R' = Vida útil de la construcción.
 R_n = Reacción en el nivel n , considerando todos los efectos sobre el eje de la torre.
 R_r = Reacción en el nivel del tirante r .
 R_r^i = Reacción en el apoyo r antes de la aplicación de la perturbación.
 S = Fuerza externa que actúa en una conexión.
 S_{rj} = Reacción final, incluyendo apoyos elásticos y efecto secundarios a nivel de tirante.
 S_j = Reacción debida a la presión del viento a nivel j , calculada con el eje sobre apoyos rígidos e incluyendo viento sobre los tirantes.
 S_{oj} = Reacción encontrada para el eje sobre apoyos rígidos a nivel de tirante j .
 S_i = Parametro que depende del tipo de construcción.

- S_2 = Parametro que depende de las características de topografía y rugosidad local.
 S_3 = Parametro de exposición, que depende del sitio de construcción.
 T = Tensión promedio que actúa en el punto central del tirante.
 T_{b1} = Tensión inicial en los tirantes a barlovento, debido a la acción del viento sobre la estructura.
 T_{b2} = Tensión final en los tirantes a barlovento, debido a la acción del viento sobre la estructura.
 T_i = Incremento en la tensión de los tirantes a barlovento.
 T_r = Disminución en el tirante a sotavento.
 T_{s1} = Tensión inicial en los tirantes a sotavento, debidos a la acción del viento sobre la estructura.
 T_{s2} = Tensión final en los tirantes a sotavento, debidos a la acción del viento sobre la estructura.
 μ_j = Desplazamiento final del apoyo j.
 V = Reacción vertical del tirante.
 v = Velocidad del viento.
 v_{cr} = Velocidad crítica de viento.
 V_{j+1} = Carga vertical total debida a las fuerzas del tirante a nivel j+1 y los niveles superiores.
 V_0 = Componente vertical de la tensión inicial de un tirante.
 V_r = Velocidad de viento regional anual probable en un sitio.
 V_r^R = Velocidad del viento regional anual probable correspondiente a un periodo de retorno R'.
 W = Carga total aplicada en el tirante.
 w = Carga aplicada en el elemento ds.
 X_{jk} = Reacción a nivel j debida a una unidad de desplazamiento del eje a nivel k, siendo sostenidos todos los otros soportes.
 Y_{jk} = Reacción que actúa en cada nivel k debido a una fuerza unitaria aplicada al nivel j del tirante.
 y_r = Deflexión total en el nivel del tirante r, incluyendo las perturbaciones.
 Z_{jk} = Reacción en el nivel j debida a un desplazamiento unitario en el nivel k, bajo carga axial.
 Δ = Flexión.
 Δ_a = Movimiento horizontal de la conexión superior de un tirante inclinado unico.
 Δ_{a1} = Desplazamiento de la clase de tirantes a barlovento como una función de su tensión.
 Δ_{a2} = Desplazamiento del tirante a sotavento como una función de su tensión.
 Δ_{b1} = Desplazamiento del apoyo a barlovento, debido a la acción del viento.
 Δ_r = Deflexión del eje en el nivel del tirante r.
 Δ_{s2} = Desplazamiento del apoyo a sotavento, debido a la acción del viento.
 Δt° = Cambio de temperatura.

- ΔV = Cambio en la componente vertical de tensión del tirante debido a la carga de viento S.
- γ = Coeficiente de reducción para una armadura debido a los desvíos.
- ψ = Angulo formado por la dirección del viento y la normal a la superficie bajo consideración.
- ϕ = Relación de sólidos del área expuesta al flujo del viento.
- ϵt = Coeficiente de expansión térmico del tirante.
- δr = Perturbación aplicada a la deflexión en el apoyo r.
- η = Factor de seguridad contra el pandeo.
- θ = Rotación del eje como una unidad, alrededor de su propio eje vertical.
- Ω_{jk} = Fuerza a nivel del tirante j por unidad de desplazamiento a nivel k, incluyendo el efecto de la rigidez del eje, los momentos debidos a la excentricidad de la componente vertical de las reacciones de los tirantes en los diversos niveles de los tirantes y efecto de la carga axial actuando sobre el eje distorsionado.

I.- INTRODUCCION

Con la rápida expansión de los diversos métodos de comunicación electrónica en años recientes, los ingenieros de estructuras se han enfrentado con el problema de cómo apoyar antenas de grandes alturas, necesarias para la transmisión de señales a grandes distancias. Si bien las torres en cantiliver de auto-soporte han probado ser satisfactorias para alturas moderadas, los mástiles apoyados lateralmente por cables atirantados, proporcionan una solución más económica para las torres más altas.

Aunque las torres se hacen simétricas, alguna economía puede ser posible en casos especiales, por la orientación cuidadosa o hasta por el uso de un diseño diferente. Esto es particularmente verdadero para las torres cuadradas, donde para una velocidad del viento dada, la carga de viento paralelo a una diagonal es mucho mayor que la carga paralela a la otra cara.

Las cargas primarias en una torre de muchos niveles son debidas a (1) La sobrecarga de los miembros de la estructura y cualquier aparato que él sostenga, (2) Velocidad del viento y (3) Carga por hielo. La magnitud de las cargas debidas al peso propio de la estructura, es evidente por sí misma y rápidamente calculable. Las cargas debidas a la velocidad del viento se afectan grandemente por la forma de la torre, y, en el caso de las atirantadas no circulares, se orientan a la dirección del viento, dependiendo del área sólida total incluida y del área de la cara vertical y de la forma transversal de los miembros individuales de la torre.

Antes de calcular la carga debida al viento, es primero necesario determinar un viento de diseño de el lugar específico de la torre.

Es bien conocido que los tipos de estructuras reticulares tales como las torres, y también cables, son susceptibles a la acumulación de hielo (formación de hielo) bajo ciertas condiciones atmosféricas. Sin embargo, no es usual en la práctica comercial, especificar las cargas de hielo de las torres. Así, por ejemplo, un estándar estructural utilizado ampliamente para el diseño de torres no especifica las cubiertas de hielo en torres que son localizadas en zonas de nieve, puesto que la formación de hielo raramente ocurre simultáneamente con cargas máximas de viento. Esta práctica deduce que probablemente cualquier condición de hielo en combinación con la velocidad reducida del viento, podría ser menos severa que el diseño máximo de cargas de viento sin hielo.

Para reducir la flexión y aumentar la rigidez, los cables reciben una substancial pre-tensión durante la erección. Los puntos de unión del cable en el eje y los anclajes del cable también están localizados de tal manera, que se optimice el diseño del eje mediante

la producción, tanto como sea posible, de un desplazamiento uniforme del eje bajo las cargas del viento, de modo que pueda pasarse una línea recta entre los puntos de unión del cable flexionado.

No obstante, el análisis del comportamiento de las torres atirantadas, no puede ser considerado completo sin una investigación de la inestabilidad general del sistema. Para un sistema no lineal tal como las torres atirantadas, la distribución de las fuerzas internas en la carga de trabajo nominal, no puede ser un índice adecuado para el diseño estructural, si la inestabilidad es el modo de falla actual.

Se conocen muy bien los métodos para determinar la carga crítica de una columna con soportes elásticos lineales; sin embargo, sólo se han estudiado unos pocos casos simples de una columna con soportes elásticos no lineales. Hull (ref. 20) ha sugerido una propuesta linealizada para la determinación del momento de inercia crítico del mástil de una torre atirantada, con una determinada clase de cables y una carga fija, pero este método no puede ser utilizado rápidamente para determinar la carga crítica de una torre específica.

Este trabajo, presenta un método para determinar la respuesta de una torre atirantada hacia el aumento de la carga lateral, hasta que se alcanza la condición de inestabilidad. Los efectos secundarios considerados incluyen: desplazamientos verticales debidos a las deformaciones axiales y a la flexión del mástil, variaciones continuas en las relaciones de momento-rotación de los espacios del mástil debidos a cambios en las fuerzas axiales y variaciones continuas en la rigidez efectiva de cada clase de tirante conforme la magnitud y dirección de la carga resultante distribuida uniformemente en cada cable cambia con el viento.

II.- ANALISIS DE TORRES ATIRANTADAS

El análisis estructural de una torre atirantada de múltiples niveles consiste de los siguientes 6 pasos (ref.4):

1.- Análisis del eje considerándolo como una viga continua sobre sus apoyos rígidos. Las reacciones de los tirantes, la carga de hielo y el peso propio de la torre actúan como fuerzas axiales. Estas fuerzas son de tal magnitud que deben ser consideradas y el eje analizarse como una viga-columna.

2.- Los tirantes inclinados proporcionan apoyo elástico en sus uniones hacia el eje y deben determinarse las rigideces o las constantes de arranque de los soportes, debido a que la constante de arranque no es una constante para todos los valores de reacción y desplazamiento, pero puede ser aproximada por las cargas de trabajo; el primer paso fué necesario con el fin de determinar el intervalo en el cual varían las reacciones en cada nivel de los tirantes.

3.- Después de determinar las constantes de arranque o la resultante de la reacción horizontal de cada clase de tirantes por unidad de desplazamiento de su conexión superior, el eje será reanalizado como una viga-columna continua con apoyos elásticos.

4.- También se consideran dos efectos secundarios, bajo el viento:

a. Primero, las fuerzas que actúan en los diversos tirantes unidos al mismo nivel, comienzan a ser desiguales y el resultado de las fuerzas de los tirantes en cualquier nivel de los tirantes, es excéntrico con respecto al centroide del eje.

b. El segundo se debe a la distorsión del eje. Aunque es deseable diseñar la torre de modo que bajo carga máxima de viento el desplazamiento en todos los niveles de la torre sean colineales bajo otras condiciones de carga y tenga lugar una distorsión del eje. Las fuerzas axiales en el eje las cuales están concentradas principalmente a nivel de los tirantes comienzan a ser excéntricas con respecto a las otras y se introduce flexión adicional.

5.- Si las fuerzas de los vientos son excéntricas con respecto a los ejes de la torre, debido a áreas expuestas asimétricas debidos a las tuberías o escaleras, se induce un efecto distorsional en el eje. Tales efectos deben considerarse para requerimientos estructurales y también para determinar si la torre requiere un atirantamiento de la estructura contra rotaciones bastante grandes.

Aunque pueden aplicarse muchos métodos para el análisis del eje, en las siguientes páginas se utiliza el método de distribución de momentos por propósitos de simplicidad. Después de revisar brevemente las ecuaciones fundamentales que se aplican a los tirantes, se desarrollará una solución gráfica para determinar las constantes de arranque.

Los tres factores: elasticidad de los soportes, excentricidad en la conexión del tirante y distorsión del eje, serán incluidos finalmente bajo la forma general.

$$Sf_j = \mu_j K_j = S_{oj} + \sum \Omega_{jk} \mu_j \quad (1)$$

Sf_j = Reacción final, incluyendo apoyos elásticos y efectos secundarios a nivel de tirante

S_{oj} = Reacción encontrada para el eje sobre apoyos rígidos a nivel de tirante j

μ_j = Desplazamiento final del soporte j

K_j = Constante de arranque del soporte elástico a nivel del tirante j

Ω_{jk} = Fuerza a nivel del tirante j por unidad de desplazamiento a nivel k , incluyendo el efecto de la rigidez del eje, los momentos debidos a la excentricidad de la componente vertical de las reacciones de los tirantes en los diversos niveles de los tirantes y efecto de la carga axial actuando sobre el eje distorsionado.

Se encontrará una ecuación para cada nivel de tirante, dando así un sistema de ecuaciones lineales de n por n incógnitas, los desplazamientos y reacciones finales. Entonces es posible calcular todos los momentos requeridos, deformaciones y empujes.

1.- Análisis de los tirantes

Los tirantes consisten generalmente de cables inclinados de alta resistencia. Estos tirantes están unidos a soportes fijos de concreto o de otros materiales en sus extremos inferiores y en el eje " nivel del tirante " en sus extremos superiores. Uno, dos, o más tirantes están unidos en la misma extremidad a nivel de un tirante, dando así ya sea 3, 6 ó más tirantes en cada nivel del tirante de un eje triangular.

Debido a que los tirantes actúan como apoyos elásticos del eje cuando éste está sujeto a cargas de vientos laterales, es necesario determinar su rigidez. Una breve revisión de las relaciones útiles que pertenecen al análisis de los tirantes horizontales se presenta primero y luego se extiende al caso de unos tirantes inclinados.

a. Ecuaciones generales para un tirante horizontal.

Las ecuaciones de equilibrio del elemento mostrado en la fig. 1 son:

$$V - \omega dx = V - dV \quad (2)$$

$$V - H \tan \phi = H \frac{dy}{dx} \quad (2a)$$

Donde ω es la carga aplicada en el elemento ds y puede ser una función de x , y H es la reacción horizontal del tirante:

$$\omega = \frac{d^2V}{dx^2} \quad (3)$$

Y por diferenciación de la ec. 2a con respecto a x , la ecuación diferencial de x , y H es la reacción horizontal del tirante:

$$\frac{w}{H} = \frac{d^2V}{dx^2} \quad (4)$$

Si la carga es uniforme a lo largo del tirante, como en el caso del peso propio, la integración de esta ecuación diferencial proporciona la ecuación de la catenaria.

$$y = \frac{H}{\omega} (\cosh \frac{w}{H} - 1) \quad (5)$$

Para una carga horizontal uniforme, de la integración de la ec. 4 se obtiene la ecuación de la parábola.

$$y = \frac{w x^2}{2 H} \quad (6)$$

Puede mostrarse que esta ecuación representa el primer término de la expansión de la catenaria y es una aproximación suficientemente exacta de la catenaria si la relación de flexión $n = \Delta/C$ es menor de 1/10. Puesto que no sólo es el peso propio, sino también las cargas del hielo y el viento, cuya distribución a lo largo del tirante únicamente pueden ser algo aproximadas, actúan sobre los tirantes, es razonable utilizar la forma parabólica para desarrollar las ecuaciones de diseño necesarias.

Refiriéndonos a la fig. 2, la relación entre el empuje horizontal flexionante y la carga comienza a ser.

$$H = \frac{W C}{4 \Delta} \quad (7)$$

Donde:

$$W = 2Q$$

W = Carga total aplicada en el tirante

C = Longitud del cordón

Δ = flexión

a1. Longitud de los tirantes

La longitud obtenida por la integración ds a lo largo de una

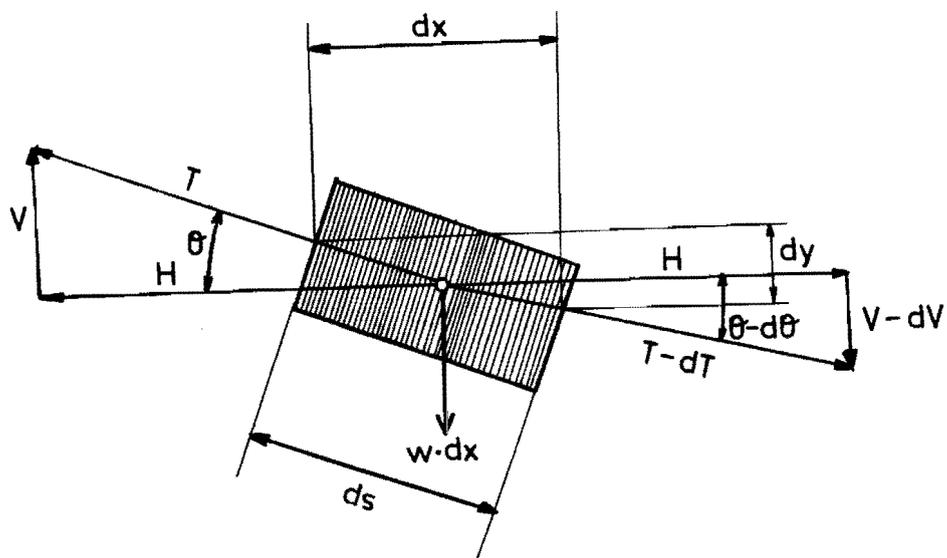


FIG. 1
ELEMENTO ds DE UN TIRANTE

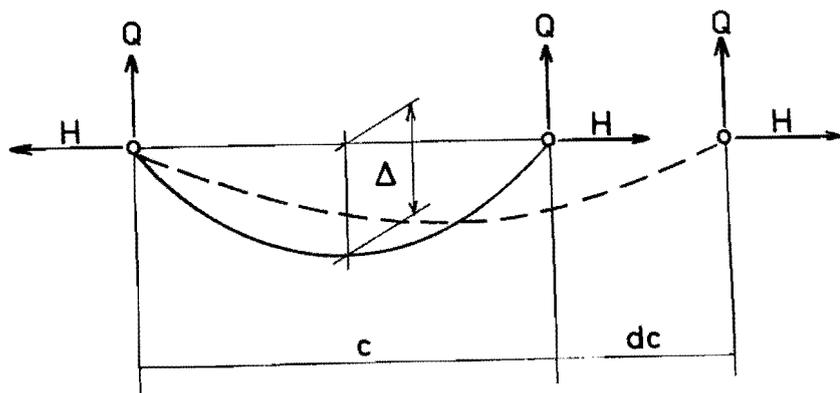


FIG. 2
DESPLAZAMIENTO DE UNA CONEXION DE UN
TIRANTE HORIZONTAL

parábola es:

$$L = C \left(1 + \frac{8}{3} \frac{\Delta^2}{C^2} \right) \quad (8)$$

a2. Alargamiento

El alargamiento debido a un cambio en la fuerza tensional dH es:

$$e = \frac{CdH}{AE} \left(1 + \frac{8}{3} \frac{\Delta^2}{C^2} \right) \quad (9)$$

El cambio en longitud por un cambio de temperatura, Δt° es:

$$e_t = \epsilon t C \left(1 + \frac{8}{3} \frac{\Delta^2}{C^2} \right) \Delta t^\circ \quad (10)$$

ϵ = coeficiente de expansión térmico del tirante

a3. Cambio en la longitud del cable como una función del cambio de tensión en el tirante.

La Δ de flexión puede ser expresada como una función de H , la tensión horizontal en el tirante, y la ec. 8 llega a ser:

$$C = L \frac{24 H^2}{24 H^2 + W^2} \quad (7a)$$

El cambio en la longitud del cable dC , comienza después de diferenciar con respecto a H y al eliminar los términos de la relación de flexión.

$$dC = - \frac{C W^2}{24} \left(\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H_2^2} \right) + \frac{C}{A E} dH \quad (11)$$

Donde:

H_1 = Tensión final en el tirante
 H_2 = Tensión inicial

Similarmente con $Q = W/2$

$$dC = - \frac{C Q^2}{6} \left(\frac{1}{H_1^2} - \frac{1}{H_2^2} \right) + \frac{C}{A E} (H_1 - H_2) \quad (11a)$$

b. Tirantes inclinados

Las ecuaciones dadas previamente para un tirante horizontal son válidas para tirantes inclinados, si son escritos como funciones de la flexión normal del cable.

b1. Movimiento horizontal de la conexión superior de un tirante inclinado unico.

$$\Delta N = \Delta \cos \alpha \quad (12)$$

$$\Delta a = - \frac{C Q}{\theta \cos \alpha} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + \frac{C}{A E} (T_1 - T_2) \sec \alpha \quad (13)$$

Q es la relación normal para el cable y T la tensión promedio que actúa en el punto central.

b2. Corrección de cambio del ángulo de inclinación:

Un cambio de ángulo $-\Delta\alpha$ es introducido por rotación del cable desde A' hasta A''. Al eliminar los términos de segundo orden, la ecuación final llega a ser:

$$dC' = dC \left(1 - \frac{W^2 \tan^2 \alpha}{12} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right) \quad (13a)$$

$$\Delta a = \Delta a \left(1 - \frac{Q^2 \tan^2 \alpha^2}{3 \cos^2 \alpha} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right) \quad (13b)$$

El factor de corrección es despreciable para valores de T no cercanos a cero, y su efecto sobre las tensiones y desplazamientos máximos finales de los valores de la tensión promedio cercanos a cero, se desprecia para el propósito de este análisis, como se mostrará más adelante. La ecuación final, que incluye cambio de temperatura será:

$$\Delta a = - \frac{C Q^2}{\theta \cos \alpha} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) + \frac{C}{A E} (T_1 - T_2) \sec \alpha \\ + \epsilon t C \left(1 + \frac{8 \Delta N^2}{3 C^2} \right) \Delta t \sec \alpha + \epsilon t \Delta t h \tan \alpha + \frac{V t h}{A t E t} \tan \alpha \quad (14)$$

Para el caso de una torre, donde tres o más tirantes están unidos al mismo nivel, se cancelan los efectos secundarios del cambio de temperatura en los tirantes y en el eje; prácticamente está impedido el movimiento de la torre. Las tensiones finales en los tirantes y el eje son afectados ligeramente. Para el propósito de este análisis, la ecuación (13) es completamente satisfactoria.

b3. Tensión en los tirantes como una función de la carga aplicada sobre el tirante. De las ecs. 8 y 9 se obtiene la relación:

$$T^3 \frac{C}{A E} + T^2 (L_0 - C) = \frac{C Q^2}{6} \frac{(A E - 2T)}{A E}$$

La cual puede ser aproximada de la siguiente forma:

$$T^3 \frac{C}{A E} + T^2 (L_0 - C) = \frac{C Q^2}{6}$$

Donde L_0 = Longitud no estirada del tirante.

Estas fórmulas son válidas para cualquier dirección de carga con respecto al tirante, si la componente normal para el cable de Q se utiliza. La componente a lo largo de la dirección del cable afecta el valor de tensión. La tensión en el punto medio o la tensión promedio, T , a la cual se refieren las fórmulas, permanece sin afectarse, pero desde el punto medio hacia las conexiones, la componente de tensión a lo largo del cable está aumentado o reducido, desde la tensión promedio en cada punto por abajo o por arriba del punto medio, respectivamente.

Es importante la variación de tensión del tirante debida a un cambio de cargas aplicadas a lo largo de los tirantes, sin movimiento de los puntos finales. El efecto de esta variación se aumenta posteriormente cuando se combinan los tirantes a sotavento y a barlovento para obtener la reacción resultante en la conexión del tirante, puesto que la propia variación, como se define por la ec. 13, es completamente diferente para cada uno; el tirante a sotavento sigue más estrechamente la ley de Hooke, que el tirante a barlovento.

Las nuevas tensiones del tirante con conexiones fijas en el espacio, son determinadas por la adición de las componentes (de arrastre y desplazamiento) de las fuerzas de vientos normales y paralelas al cable, el peso propio existente y a la carga del hielo.

El efecto de la variación de la velocidad del viento con la altura, a lo largo de los tirantes y su efecto, se aproxima mediante la velocidad en la elevación de los puntos centrales de cada tirante.

C. Movimiento de las conexiones de los tirantes superiores

Ahora puede investigarse el comportamiento de los tirantes unidos al mismo nivel, con el fin de determinar las constantes de arranque de los soportes elásticos del eje.

C1. Consideraciones geométricas:

Aunque todos los tirantes se reúnen en alguna conexión en sus puntos superiores, pueden ser estirados por diferentes cantidades, pero estos puntos deben moverse como una unidad. Al eliminar los términos de segundo orden, ó, gráficamente, mediante tangentes en lugar de arcos, (como se muestra en la fig. 4) se pueden desarrollar

$$\Delta c = -\frac{cQ^2}{6\cos \alpha} \left(\frac{1}{T_1^2} - \frac{1}{T_2^2} \right) + \frac{c}{AE} (T_1 - T_2)$$

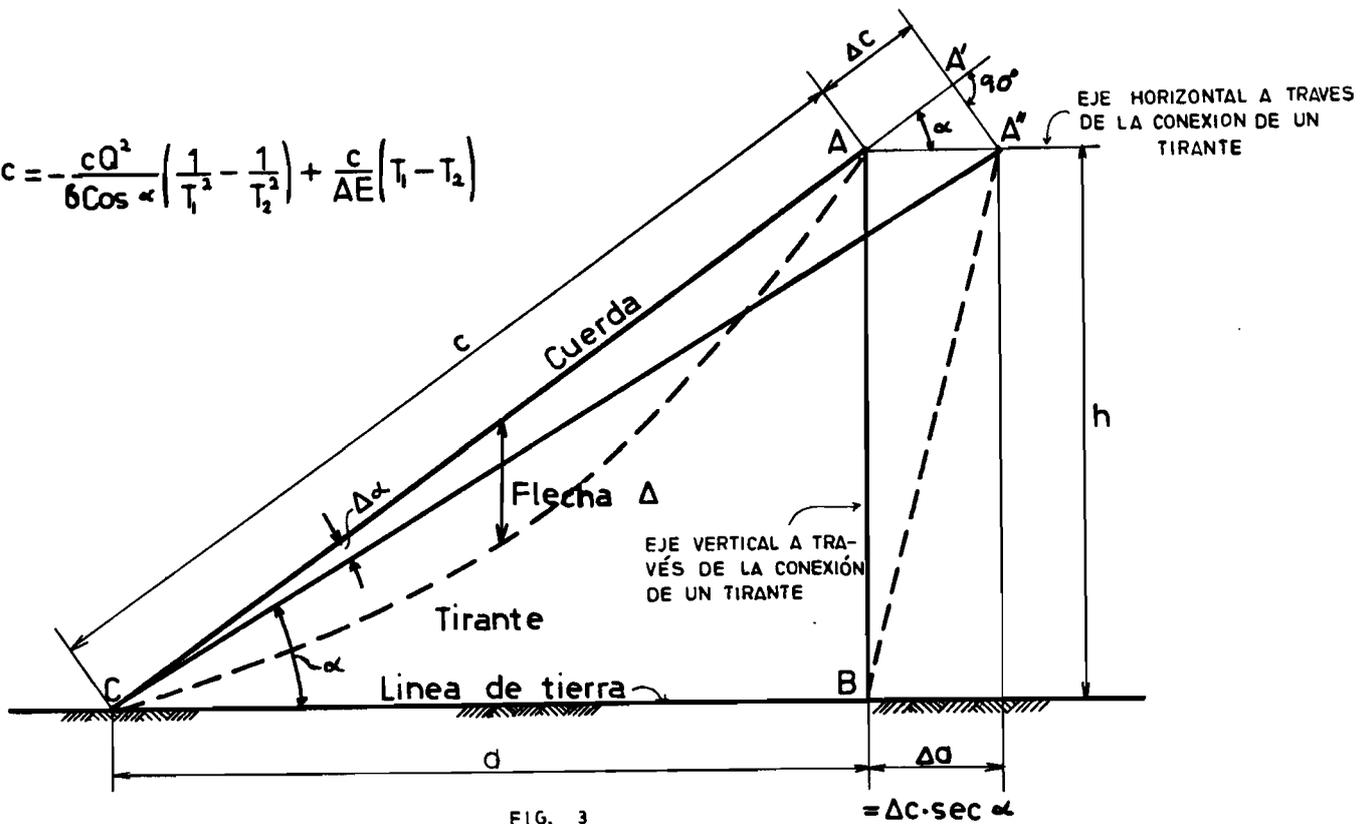


FIG. 3

DESPLAZAMIENTO DE UNA CONEXION DE TIRANTE

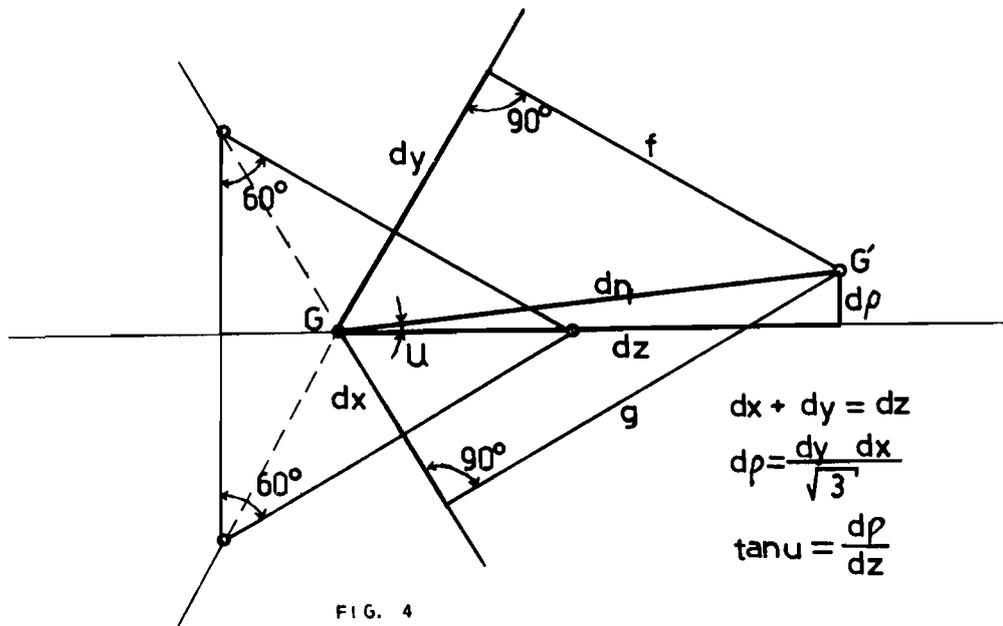


FIG. 4

DESPLAZAMIENTO DE UNA CONEXION DE TRES TIRANTES

las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} dy + dx &= dz \\ dy - dx &= d\rho\sqrt{3} \\ \tan u &= d\rho/dz \end{aligned} \quad (17)$$

para el caso particular en que el viento este soplando normalmente a la cara XY:

$$\begin{aligned} dx &= dy \\ 2dx &= dz \\ d\rho &= \tan u = 0 \end{aligned} \quad (17a)$$

Esto significa que el desplazamiento dz de la conexión del tirante a sotavento, en la dirección del tirante a sotavento, es igual al doble del desplazamiento de un tirante a barlovento, dx. Este desplazamiento de la conexión es igual a dz.

C2. Determinación del desplazamiento de una conexión de 3 tirantes debido a una carga horizontal aplicada en la conexión.

Se determinará el movimiento de una conexión para el caso de vientos que soplan normalmente a la cara de una torre triangular, la rigidez de la torre es omitida en este paso. El mismo procedimiento puede aplicarse para torres de sección triangular o cuadrada y con los vientos que soplan en cualquier dirección.

Dos condiciones se requieren:

1.- Compatibilidad de desplazamientos de los tirantes a barlovento y de los tirantes a sotavento.

2.- Equilibrio entre fuerzas externas e internas.

Para satisfacer estas condiciones, el desplazamiento de los tirantes a barlovento y a sotavento se considerara como una función de la tensión en los tirantes.

A partir de las ecuaciones precedentes (17a) y mediante la ecuación (13):

$$\Delta a_1 = dx + dy = -2 \frac{C Q_x^2}{6 \cos \alpha} \left(\frac{1}{T_{1x}} - \frac{1}{T_{2x}} \right) + 2 \frac{C}{A E} (T_{1x} - T_{2x}) \sec \alpha \quad (18)$$

$$\Delta a_2 = dz = - \frac{C Q_x^2}{6 \cos \alpha} \left(\frac{1}{T_{1z}} - \frac{1}{T_{2z}} \right) + \frac{C}{A E} (T_{1z} - T_{2z}) \sec \alpha$$

Si Δa_1 , es el desplazamiento de la clase de tirantes a barlovento como una función de su tensión, y Δa_2 , los desplazamientos del tirante a sotavento, como una función de su tensión.

Las dos condiciones precedentes serán satisfechas cuando:

$$\Delta a_1 = \Delta a_2 \quad (19)$$

y se puede aplicar el siguiente procedimiento:

1. Δa_1 , y Δa_2 referidas al marco coordenado, donde el eje de la abscisa está desplazado, paralelo al propio, y trazando a través del valor de la tensión inicial más la carga de viento de los tirantes a barlovento. Los desplazamientos finales serán medidos desde una nueva posición del eje de la abscisa.

2. Δa_2 se considerará simétrica respecto al eje de la abscisa que va a través del punto de tensión inicial, debido a la carga por peso propio únicamente, de Δa_1 .

3. La fuerza externa, $S/\cos\alpha$, se selecciona de las dos curvas arriba obtenidas.

Los puntos determinados en las dos curvas satisfacen ambas condiciones: compatibilidad de los desplazamientos y equilibrio de fuerzas. La ordenada obtenida es el desplazamiento del eje a nivel de este tirante particular. La fuerza externa se distribuye entre los tirantes a barlovento y a sotavento, lo que aumenta y libera sus tensiones, respectivamente.

Debe notarse que la fuerza externa se utiliza en la forma $S/\cos\alpha$, donde S es la fuerza horizontal aplicada a cada nivel de los tirantes, como se obtendrá desde el análisis del eje, más la reacción debida al viento que sopla sobre los tirantes. (para propósitos de la obtención de la constante de torsión para el análisis del eje, se pueden utilizar las reacciones obtenidas del análisis del eje sobre soportes rígidos). Puesto que las ecuaciones (18) son funciones de la variación de tensión en los tirantes en su punto central, donde la dirección de la tensión es paralela al cable, la fuerza externa tiene que ser considerada como la proyección de la diferencia de tensión en los tirantes e inversamente, $S/\cos\alpha$ será consistente con las funciones usadas.

Puesto que la carga aplicada en el tirante es constante durante el procedimiento precedente, cualquier cambio en la tensión en el punto central es igual a un cambio proporcional en la componente horizontal en la conexión.

Por eso, es posible igualar la fuerza externa que actúa en la conexión, con el cambio en tensión en los puntos centrales del tirante.

$$S = \Sigma \Delta H = \Sigma \Delta T \cos\alpha \quad (20)$$

C3. Efecto de la carga del viento a lo largo de la longitud del tirante.

Ahora se examina el efecto del viento a lo largo de los tirantes.

Se asume que la carga del viento actúa en el tirante como una carga uniforme. Esta carga, cambia la carga efectiva por metro sobre los tirantes y altera la función que expresa el desplazamiento contra la tensión; así como el valor de la tensión en el tirante, antes de cualquier movimiento de la torre. Debido a este cambio en la tensión inicial, la torre podría desviarse debida al viento, si las fuerzas del viento fueran aplicadas únicamente a los tirantes y no al eje. Esto se debe al efecto de liberación de la tensión de los tirantes a sotavento y al aumento en la tensión de los tirantes a barlovento. En otras palabras, el efecto final del viento sobre los tirantes, es aumentar su resistencia al movimiento del eje. Si estos efectos fueran omitidos, el desplazamiento del eje podría ser 40 % mayor en algunos casos, que si estos fueran incluidos.

d. Distribución de la fuerza aplicada en los tirantes a barlovento y a sotavento.

La fuerza externa S, está distribuida entre las dos clases de tirantes, a barlovento y a sotavento. Tomando T_i = incremento en la tensión de los tirantes a barlovento y T_r = disminución en el tirante a sotavento.

$$G = \frac{S}{\cos \alpha} = T_i + T_r \quad (21)$$

y al considerar las ecuaciones (17):

$$G_1 T_i^3 + G_2 T_i^4 + G_3 T_i^3 + G_4 T_i^2 + G_5 T_i + G_6 = 0 \quad (22)$$

Donde:

$$G_1 = 1.5 \tau_2 I_0^2$$

$$G_2 = -\tau_1 + \tau_2 \frac{I_0^2}{2} (12I_0 - 7G) - \tau_3$$

$$G_3 = -\tau_1 (4I_0 + 2G) + \frac{\tau_2}{2} I_0^2 (18I_0^2 - 22I_0 G + 5G^2) + \tau_3 (2G - 4I_0) \quad (23)$$

$$G_4 = -\tau_1 (5I_0 - 6I_0 G + G^2) + \frac{\tau_2}{2} I_0^2 (12I_0^3 - 24I_0^2 G - G^3) + \tau_3 (-5I_0^2 + 6I_0 G - G^2)$$

$$G_5 = -2\tau_1 I_0 (G - I_0^2) + \frac{\tau_2}{2} I_0^2 (3I_0^4 - 10GI_0^3 + 9G^2 I_0^2 - 2G^3 I_0) + \tau_3 (-2I_0^3 + 6GI_0^2 - 2G^2 I_0)$$

$$G_6 = -\frac{\tau_2}{2} I_0^4 (G - I_0) + \tau_3 GI_0^2 (2I_0 - G)$$

Con

$$\tau_1 = -\frac{c Q x^2}{6 \cos \alpha}$$

$$\tau_2 = \frac{c}{A E}$$

$$\tau_3 = -\frac{c Q z^2}{6 \cos \alpha}$$

Los coeficientes G_1, G_2, G_3, G_4, G_5 y G_6 son funciones de c, Q, A, E , $\cos \alpha$, todos valores conocidos y de S , la carga aplicada. Sin embargo, las funciones $S_i = T_i \cos \alpha$ y $S_r = T_r \cos \alpha$, mostradas en la fig. 5, son fáciles de obtener con la ayuda de las asíntotas:

$$\begin{aligned} S_i &\longrightarrow G - I_0 \cos \alpha \\ S_r &\longrightarrow I_0 \cos \alpha \end{aligned} \quad (24)$$

Donde I_0 es la tensión inicial con únicamente carga muerta.

e. Determinación de las constantes de arranque para análisis del eje.

La constante de arranque se define como la fuerza externa, que produce una unidad de desplazamiento a nivel de un tirante. Aunque la fuerza externa, S , no es una función lineal del movimiento del nivel del tirante, se puede aproximar como tal, dentro del intervalo en el cual varía la reacción, S .

$$K = \mu \tan X + C_5 \quad (25)$$

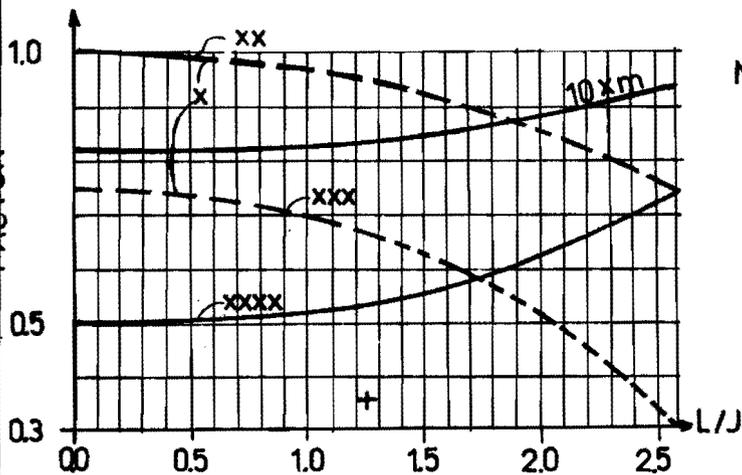
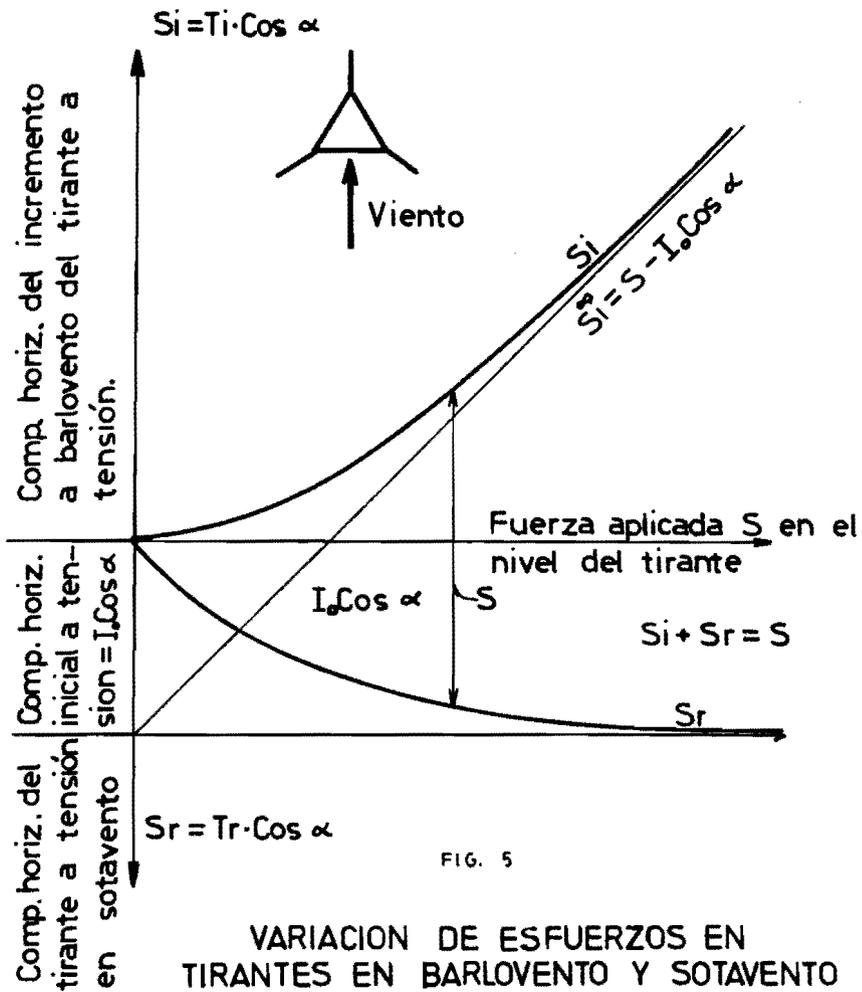
2. - Análisis del eje sobre apoyos rígidos.

Debido a la importante influencia de la carga axial y de la esbeltez, el eje se analiza como una viga columna. Para ejes atirantados, el momento de inercia de la sección debe reducirse de acuerdo a la magnitud de los esfuerzos debidos a la deformación del cable. Generalmente, la variación en cualquier espacio del diámetro de las extremidades, únicamente tendrán un pequeño efecto sobre la rigidez relativa y puede omitirse.

Las cargas verticales las provoca el peso propio de la estructura, carga del hielo y las componentes verticales de las fuerzas de los tirantes; se supone que están concentradas a nivel del tirante, para propósitos de simplicidad, con el error de pequeña magnitud.

El análisis del eje sigue el procedimiento de distribución de momentos. Sin embargo, los momentos finales fijos y los coeficientes de los factores de rigidez y de los factores de transporte, son modificados por la esbeltez y la carga axial en cada espacio por $j = \sqrt{EI/P}$, donde P es la fuerza axial y EI es la rigidez a flexión. Los factores requeridos para el análisis de los momentos finales se dan en la fig. 6. Los momentos a lo largo del espacio se definen por:

$$M = C_1 \sin \frac{x}{j} + C_2 \cos \frac{x}{j} + f(W) \quad (26)$$



NOTAS

- + Momentos finales en los extremos para carga uniformemente distribuida
- x Factores de rigidez
- xx Para extremos empotrados
- xxx Para extremos articulados
- xxxx Factor de transporte

FIG. 6

COEFICIENTES PARA CALCULO DE MOMENTOS CON COMPRESION AXIAL

Aunque las componentes verticales de las fuerzas de los tirantes son variables, y depende de la cantidad de tensión en los tirantes, esta variación únicamente tiene un efecto pequeño sobre los coeficientes utilizados para los cálculos de los momentos y puede estimarse en un análisis preliminar.

3. Análisis del eje sobre apoyos elásticos.

El eje puede ser estudiado ahora como una viga-columna continua sobre apoyos elásticos. El efecto de las cargas axiales en combinación con los desplazamientos diferenciales de las conexiones del tirante, será tratado separadamente y luego integrando en la solución general. Este problema ha sido tratado por autores previos (ref 13 y 14), con énfasis sobre la estabilidad elástica. Sin embargo, el siguiente procedimiento ayudará al diseñador a determinar la influencia relativa de todos los efectos y a calcular todas las tensiones finales, incluyendo el efecto de la carga axial. El factor de seguridad se puede calcular en términos de factores de carga aplicados al viento y a la carga muerta.

La ecuación general de una viga continua sobre soportes elásticos del nivel del tirante j es:

$$S_j = \mu_j K_j - \sum_{k=1}^n X_{jk} \mu_{jk} \quad (27)$$

Con S_j = reacción debida a la presión del viento a nivel j , calculada con el eje en soportes rígidos, que incluye viento sobre los tirantes.

μ_j = movimiento final del nivel j

K_j = constante de arranque del tirante en el nivel j

X_{jk} = reacción a nivel j debida a una unidad de desplazamiento del eje a nivel k , siendo sostenidos todos los otros soportes. Los coeficientes X_{jk} deben determinarse primero, después de lo cual, la ecuación (27), para cada nivel de tirante, se pueden escribir:

$$[\mu_j(X_{jj} - K_j)] + [\sum \mu_k X_{jk}] = - \{S_j\} \quad (28)$$

Para una torre de n niveles, atirantada, el sistema de ecuaciones resulta

$$\begin{aligned} \mu_1(X_{11} - K_1) + \mu_2 X_{12} + \dots + \mu_n X_{1n} &= - S_1 \\ \mu_1 X_{21} + \mu_2(X_{22} - K_2) + \dots + \mu_n X_{2n} &= - S_2 \\ \dots & \\ \mu_1 X_{n1} + \mu_2 X_{n2} + \dots + \mu_n(X_{nn} - K_n) &= - S_n \end{aligned} \quad (28a)$$

Debe notarse que es un sistema de n por n ecuaciones lineales simétrico. En otras palabras, el determinante de los coeficientes es simétrico con respecto a su diagonal. La resolución del sistema podría hacerse muy fácilmente, por medio del esquema de Gauss.

Los momentos inducidos en el eje, por desplazamientos unitarios en los diversos niveles del tirante, son calculados en el proceso de determinación de los coeficientes X_{jk} . Estos momentos se utilizarán con los desplazamientos iniciales, obtenidos a partir de la ecuación (43), a fin de obtener los momentos finales.

4. Efecto de la excentricidad de la componente vertical de la resultante de las fuerzas de los tirantes en cada nivel del tirante

La resultante de las componentes verticales de las fuerzas del tirante en cada nivel del tirante, no serán coincidentes con el centro de gravedad de la torre, en la sección de cruce, bajo cargas de viento. El momento resultante depende del cambio en las tensiones del tirante y de una relación directa entre el momento y las fuerzas externas aplicadas en cada nivel del tirante se obtendrá más adelante. Como se muestra en la Fig. 8 para vientos normales a una cara:

$$\Delta V_x = S_i \tan \alpha \quad (29)$$

$$\Delta V_z = S_r \tan \alpha \quad (30)$$

Donde ΔV es el cambio en la componente vertical de tensión del tirante debido a la carga de viento S .

$$S = S_i + S_r \quad (21a)$$

al aplicar a la reacción horizontal que se obtiene del análisis del eje sobre apoyos rígidos, más la mitad de la fuerza de arrastre total, que actúa en los tirantes.

Si b es la altura de la sección de cruce triangular y α el ángulo que forma el cable del tirante, con la línea de fondo,

$$M_E = \frac{2b}{3} \sum \Delta V = \frac{2}{3} b S \tan \alpha \quad (31)$$

El momento externo podrá existir si las torres tuvieran apoyos rígidos, y resulta ser función lineal de la reacción horizontal aplicada:

$$M_E = B * S \quad (32)$$

con $B = \frac{2}{3} b \tan \alpha$, valor constante de cada nivel del tirante. Entonces, es posible definir una clase de coeficientes Y_{jk} , del mismo tipo de X_{jk} , encontrados para la viga con apoyos elásticos. Estos nuevos coeficientes se determinan mediante el cálculo de la reacción que actúa en cada nivel k de tirantes, provocados por una fuerza unitaria, aplicada al nivel j del tirante y que produce un momento $M_E = B$.

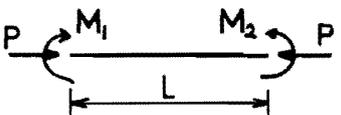
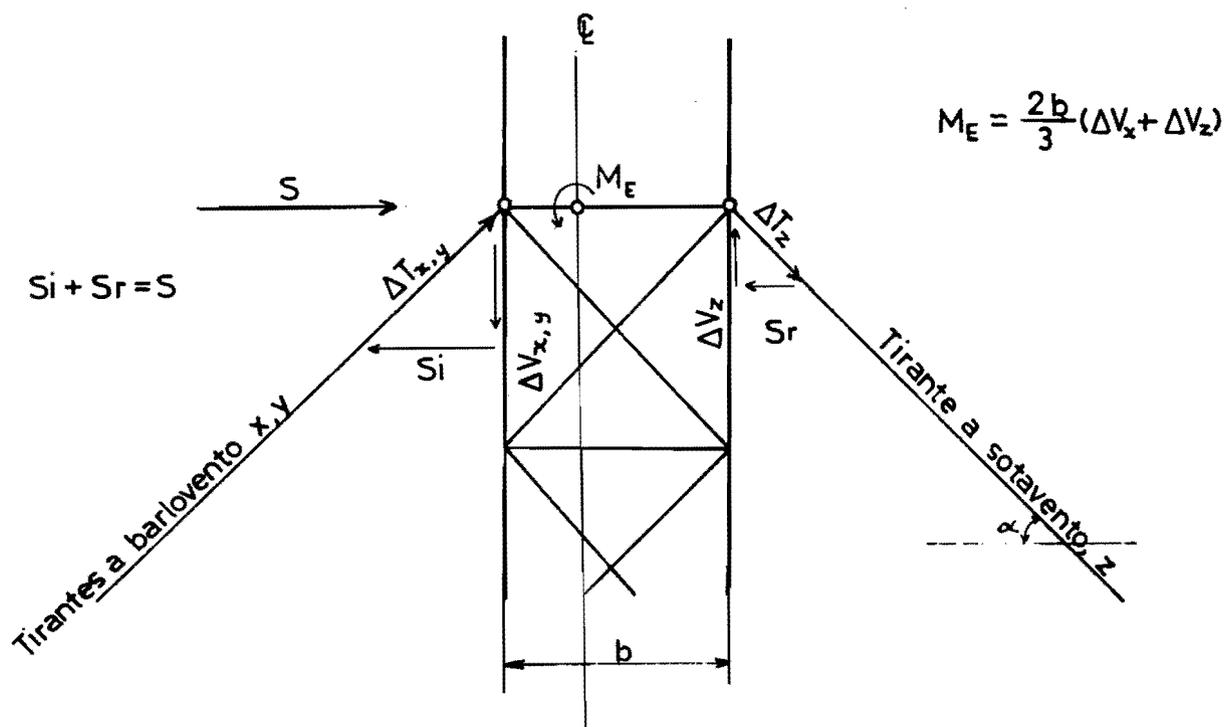
CARGAS	C	C	f(w)
	$\frac{M_2 - M_1 \cos L/J}{\sin L/J}$	M_1	0
	$\frac{wj^2(\cos L/J - 1)}{\sin L/J}$	$-wj^2$	wj^2
	$\frac{-wj^2}{\sin L/J}$	0	$\frac{wj^2 x}{L}$

FIG. 7

TERMINOS PARA EL CALCULO DE
VIGAS - COLUMNAS



FUERZAS EXCENTRICAS VERTICALES PRODUCIDAS
EN LA CONEXION DE UN TIRANTE

Puesto que la reacción final es $Sr_j = \mu_j K_j$, la reacción debida a excentricidad de la componente vertical en el nivel j del tirante es $Y_{jk} \mu_j K_j$ y la ecuación se transforma en:

$$Sr_j = So_j + \sum_{k=1}^n X_{jk} \mu_k + \sum_{k=1}^n Y_{jk} \mu_k K_k \quad (33)$$

En función de los desplazamientos,

$$\mu_j K_j - \sum_{k=1}^n X_{jk} \mu_k - \sum_{k=1}^n Y_{jk} \mu_k K_k = So_j \quad (34)$$

Se debe efectuar una distribución de momentos, para cada nivel del tirante, con el fin de determinar los coeficientes Y_{jk} y los momentos así obtenidos, se utilizarán para obtener los valores finales de los momentos.

Los momentos finales en el eje, debidos únicamente a la excentricidad de las componentes verticales, se obtienen de las siguientes relaciones:

$$B Sr_j = ME_j = M_{jj} \text{izq} + M_{jj} \text{der} \quad (35)$$

donde:

Sr_j = reacción final del nivel j obtenida por la ec. (43) y (1).

ME_j = Momento final externo en el nivel j

M_{jj} = ME_j distribuido a la izquierda o derecha de los soportes.

$$M_j \text{ izq} = M_{jj} \text{ izq} + \sum_{k=1}^n M_{jk} Sr_k \quad (36)$$

Donde $M_j \text{ izq}$ es el momento final distribuido a la izquierda del soporte M_j y se sumara (o restará) de los momentos finales obtenidos en el último paso del análisis. Se obtiene una expresión similar para $M_j \text{ derecha}$.

5. Efecto de la distorsión del eje

Puesto que los desplazamientos en todos los niveles del tirante no son colineales, para todos los casos de carga, el efecto secundario debido a las cargas verticales que actúan sobre un eje distorsionado, tiene que investigarse. Las cargas verticales se forman por el peso propio del eje, de la carga de hielo y de las componentes verticales de las tensiones del tirante.

El equilibrio en cada nivel del tirante se obtiene mediante la introducción de fuerzas producidas por apoyos horizontales. Como se muestra en la fig. 9, el espacio 1-2 está aislado en espacio, con un extremo sujeto y el otro restringido en la dirección horizontal.

Si el asentamiento vertical se omite, se obtiene la siguiente relación:

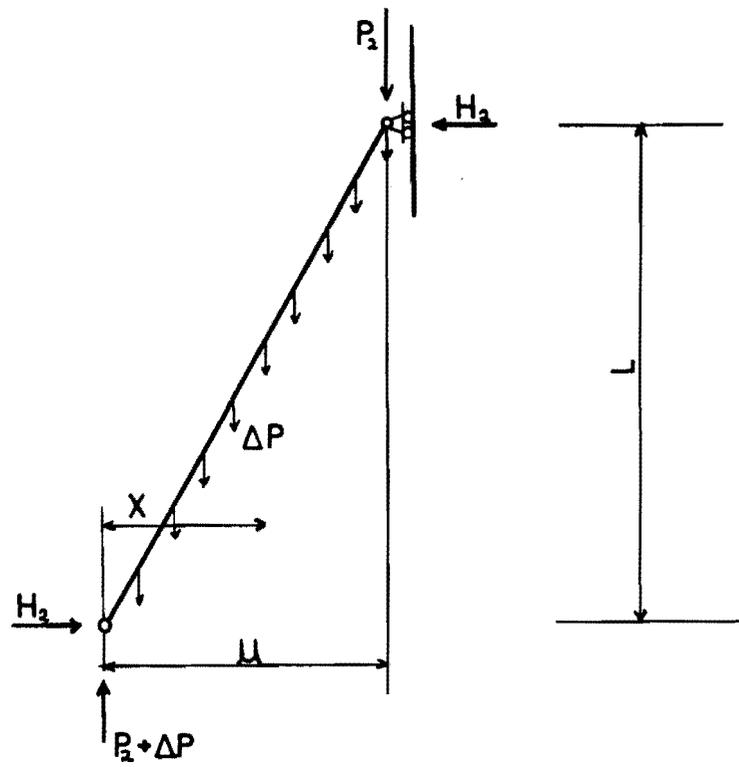


FIG. 9

ACCION DE FUERZAS ENTRE EL ESPACIO 1-2

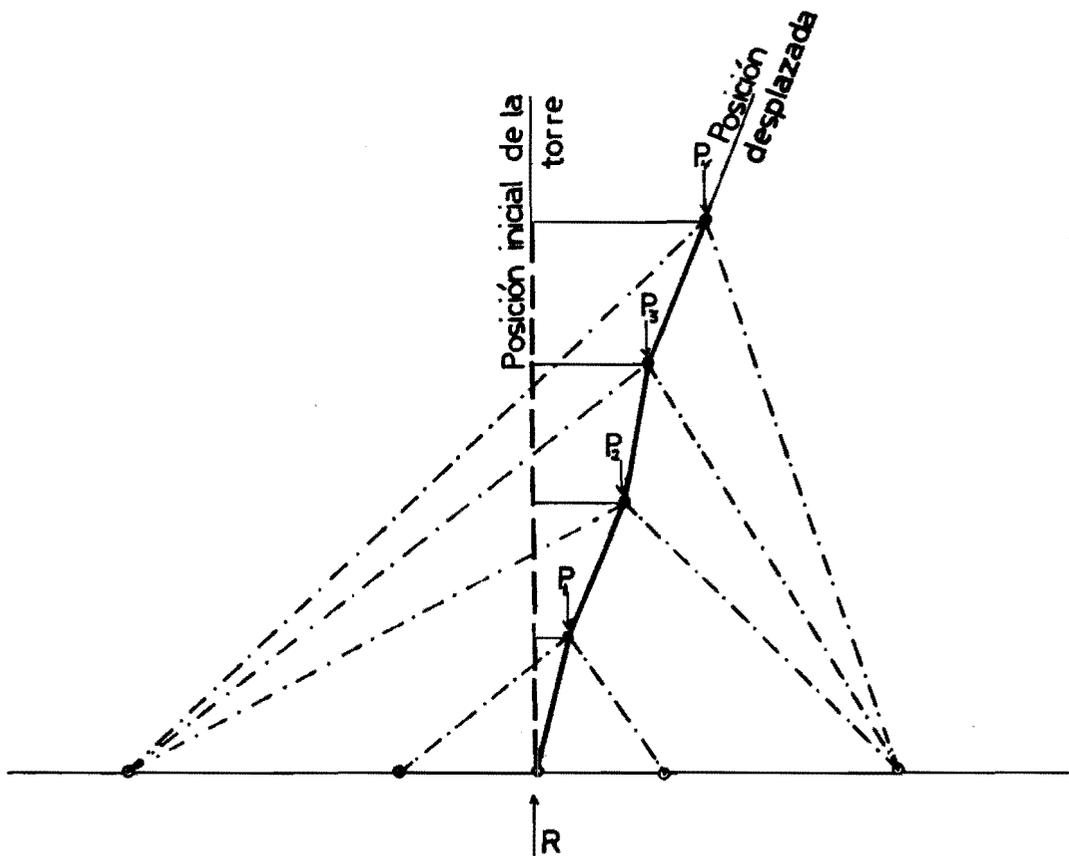


FIG. 10

EFFECTOS DE LAS CARGAS AXIALES EN LA POSICION DISTORSIONADA

$$H_2 \ell = P_2 \mu + \int X \Delta P \quad (37)$$

El término $\int X \Delta P$ puede omitirse debido a su pequeña magnitud y asumirse que la carga $\int \Delta P$ está concentrada a nivel de los tirantes, cuando se investiga el espacio inferior. Ahora se definirán los coeficientes Z_{jk} .

Se aplica un desplazamiento unitario en un nivel del eje en el nivel determinado, por arriba y abajo. Se aplican las cargas axiales sobre el eje distorsionado. Así se determinan las reacciones, una a nivel del tirante investigado y otra en cada nivel adyacente del tirante. Los coeficientes Z_{jk} resultan ser:

$$Z_{j,j+1} = P_{j+1} \frac{1}{\ell_{j,j+1}} \quad (38)$$

Donde P_{j+1} es la carga vertical total aplicada, en el nivel $j+1$ y $\ell_{j,j+1}$ es la longitud. Esta carga vertical total no es constante; varía con la carga de viento.

$$P_{j+1} = PDL + PIL + \Sigma V_{j+1} \quad (39)$$

Donde PDL es la carga muerta total y PIL la carga de hielo total por arriba del nivel $j+1$.

ΣV_{j+1} es la carga vertical total debida a las fuerzas del tirante a nivel $j+1$ y los niveles de arriba.

$$\Sigma V_{j+1} = \sum_{j+1}^n (2\Delta V_x - \Delta V_z) + \sum_{j+1}^n 3V_0 \quad (40)$$

Donde V_0 es la componente vertical de la tensión inicial de un tirante, y ΔV_x y ΔV_z se definen en la ec. (29) y (30). La variación de $(2V_x - V_z)$ debida a un nivel de tirante únicamente, se muestra en la fig. 11.

Puesto que la resolución de las ecuaciones finales se complica al usar los coeficientes variables Z_{jk} , se prefieren usar valores constantes. Para este propósito, se recurre a la asíntota

$$\begin{aligned} \Sigma V & \longrightarrow 2 S \tan \alpha \\ \text{Para} \quad S & > \frac{3}{2} I_0 \cos \alpha \end{aligned} \quad (41)$$

Para determinar la magnitud de la fuerza vertical, debida a una determinada fuerza de viento S a nivel de un tirante. El valor de S se debe seleccionar como el más alto obtenido para los diversos casos de carga y I_0 es la tensión inicial en el tirante. El error que se introduce es de pequeña magnitud.

5a. Ecuaciones finales

Las ecuaciones finales, que toman en cuenta la elasticidad de los apoyos, la excentricidad de las fuerzas verticales en cada nivel

6. Distorsión del eje.

La torsión del eje puede ser causada por carga no simétrica de vientos sobre el eje, debido a áreas proyectadas desbalanceadas tales como tuberías, escaleras, etc; o por las fuerzas del tirante, si el viento no sopla a lo largo del eje de simetría de la sección transversal. En el último caso, los cables son desplazados ligeramente desde su plano vertical y la componente horizontal de la tensión no intersecta más el eje del eje.

Los momentos de torsión totales de arriba, por abajo y al final de cada nivel de tirantes, se calculan mediante la suposición de que el eje está sostenido contra la rotación, alrededor del eje vertical en cada nivel del tirante. Entonces, sigue una distribución de los momentos por relajación de los niveles del cable. El factor de transporte es igual a 1 y los coeficientes de distribución son determinados a partir de los factores de rigidez.

a. Para los cables

$$K_G = (3I_o \cos \alpha + 2S_i - S_r) \quad (44)$$

K_G es el momento de resistencia desarrollado por los cables debido a un desplazamiento unitario $t = 1$ de los postes, como se muestra en la fig. 12 y I_o , S_i , S_r se definieron previamente.

b. Para el eje, por abajo y por arriba del nivel del cable:

$$K_a = P_u \frac{b}{2} \quad (45)$$

donde b es la altura de la sección cruzada triangular y K es el momento de resistencia desarrollada por el eje debido a un desplazamiento unitario, $t = 1$; P_u es la fuerza que produce una unidad de desplazamiento de una cara. Se asume que la superficie está libre en el nivel del cable investigado y fija el nivel del cable, por abajo o por arriba, cuando se calcula P_u para el espacio por abajo y por arriba respectivamente. La fuerza P_u se aplica a cada nivel de los cables investigados y en el plano del panel o de la superficie. Para la determinación de P_u , los paneles se consideran independientes entre sí.

Se considera que los paneles resisten un movimiento únicamente en su plano y no tienen rigidez para ningún otro movimiento o rotación.

La rotación del eje como una unidad θ , alrededor de su propio eje vertical es:

$$\theta = \frac{3}{2} \frac{t}{b} \quad (46)$$

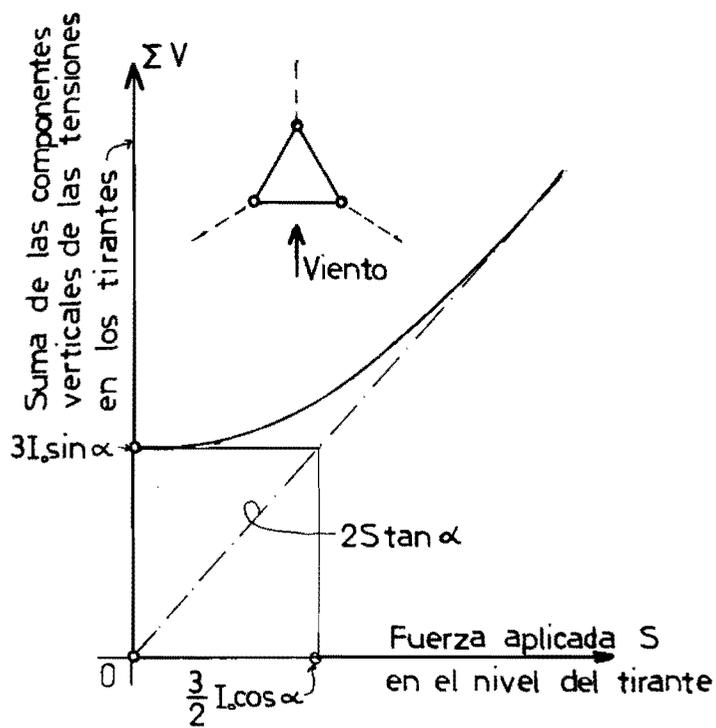


FIG. 11

VARIACION DE LA SUMA DE LAS COMPONENTES VERTICALES DE LA TENSION EN LOS TIRANTES CON CARGA DE VIENTO

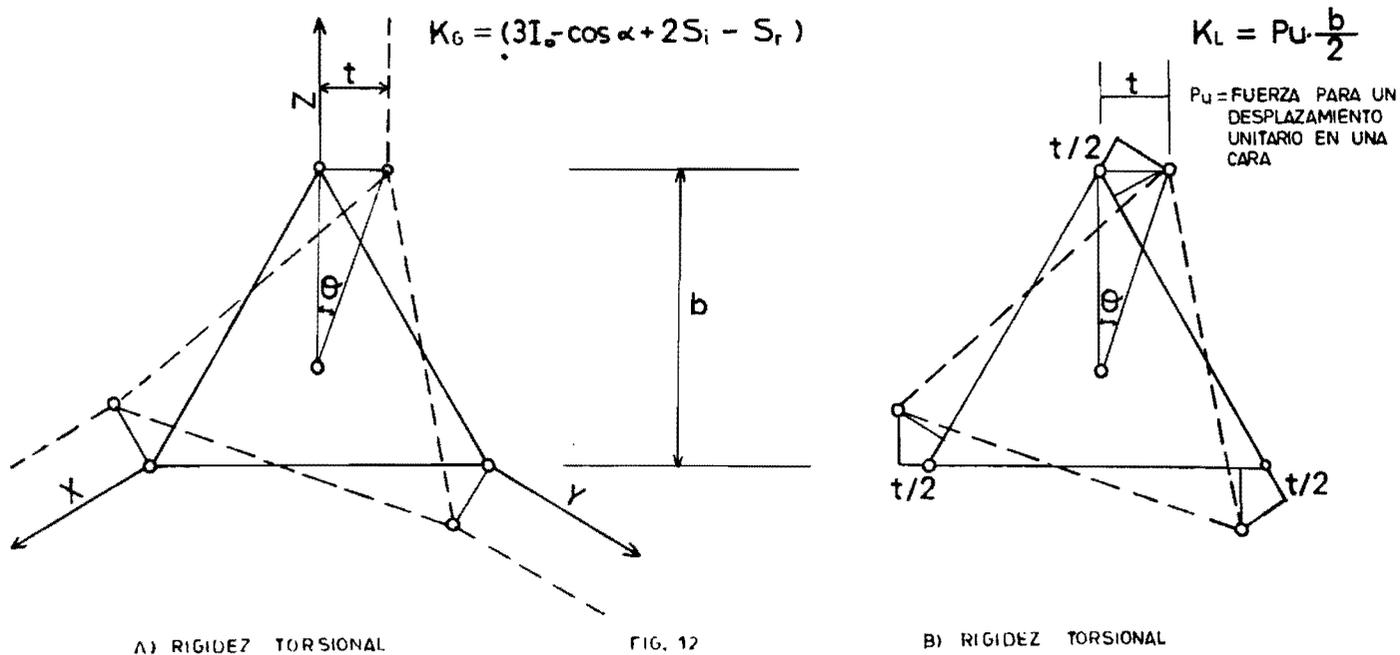


FIG. 12

DIAGRAMA DE DESPLAZAMIENTOS Y FACTORES DE RIGIDEZ POR TORSION

Los coeficientes de arriba se definen para una sección transversal triangular. El mismo procedimiento se aplica para cualquier tipo de sección transversal.

Los coeficientes de distribución en un nivel del cable son:

$$D_s^T = \frac{K_s^T}{K_s^T + S_s^T + K_a} \quad (45)$$

siendo D los coeficientes de distribución del espacio superior. Se establecen relaciones similares para D_s^D , coeficiente de distribución del espacio inferior, y coeficiente de distribución D para los cables. La suma de todos estos niveles da 1. Luego se sigue el mismo procedimiento como el que se utiliza para una distribución de momentos. Los momentos de torsión finales, introducirán tensiones adicionales en los cables y en los enlaces del eje, que dependen de la colocación del enlace; pueden ocurrir tensiones locales en las cuerdas, en las conexiones de enlace.

III.- CRITERIOS PARA ESTABLECER LA INESTABILIDAD

Coeficiente de seguridad contra el pandeo.-En este análisis de la torre se han seleccionado ya, el momento de inercia y el área transversal; las dimensiones del cables han sido seleccionados y la tensión inicial ha sido determinada, de modo que los esfuerzos permisibles no se sobrepasen. La torre se tiene que analizar en seguida para determinar su factor de seguridad al pandeo. η . El coeficiente de seguridad en los cables ha sido determinado de la misma manera; es la relación entre la carga de ruptura a la carga de diseño. Así, al tomar el mismo valor numérico del coeficiente de seguridad de los cables y del eje contra el pandeo, las condiciones críticas serán alcanzadas simultáneamente en ambos, con la misma carga. La carga de viento crítico sobre el eje para el análisis de estabilidad es (ref 8):

$$q_{cr} = \eta q \quad (51)$$

Donde q es la carga producida por viento de diseño. En condiciones críticas, los cables serán sujetos a una velocidad de viento V_{cr} , que es relacionada con la velocidad de viento de diseño, por:

$$V_{cr} = V \sqrt{\eta} \quad (52)$$

La ec. 52 acepta que la carga sobre los cables es proporcional al cuadrado de la velocidad del viento.

El método de análisis sirve para determinar el momento de inercia crítico para el eje, bajo las condiciones críticas especificadas. Si el momento de inercia crítico es mayor que el momento de inercia determinado del análisis de flexión, se logrará un coeficiente de seguridad η contra el pandeo, y la torre es estable. Será posible aumentar el momento de inercia para obtener la estabilidad requerida, o aumentar la rigidez de las reacciones suministradas por los cables. Estas dos formas de aumento, se analizará subsiguientemente.

Si el momento de inercia crítico es menor que el momento de inercia supuesto del análisis de flexión, se puede generar la inestabilidad.

El método de análisis (para determinar el momento crítico de inercia, dada la carga de viento crítica) permite una linearización rigurosa de un sistema no lineal, y se obtiene rápidamente una solución exacta. Si el procedimiento se aplica a la inversa (esto es, dado un momento de inercia, determinar la carga crítica) la linearización tiene que ser necesariamente de aproximadamente uno, para obtener una solución exacta. Este método lo utilizó V Kolousek (ref 18). La no linearización resulta del hecho de que las

reacciones, aplicación de los momentos, y la carga axial, no son funciones lineales de los desplazamientos.

El problema de pandeo general para vigas con apoyos elásticos.- F. Bleich y L. Ramsey (ref 19) definieron la carga crítica en una columna como la carga para la cual existe una configuración flexionada infinitesimal cerca de la forma de equilibrio de la columna. Esto indica una bifurcación de la posición de equilibrio. Esto ocurre cuando la ecuación que define la forma de la columna admite la bifurcación.

Las relaciones entre los desplazamientos, las fuerzas, y los momentos representan las ecuaciones básicas para el criterio de estabilidad del sistema. Para una viga-columna, con apoyos elásticos, se busca con estas relaciones, definir la condición crítica, que es función de las dimensiones de las vigas y las cargas aplicadas. Se establecen ecuaciones de estabilidad, lineales y no-homogéneas, que proporciona una solución finita. Para lograr la inestabilidad se usa como criterio que el determinante de los coeficientes del sistema tiende a cero para buscar que los desplazamientos tiendan a infinito, cuando; el determinante de las ecuaciones de equilibrio Δ , cumple la condición.

$$|\Delta| = 0 \quad (53)$$

El significado físico implica en la eq. 53, establece que al actuar la carga lateral sobre la viga, hará que los desplazamientos sean grandes y que la viga no regrese a su posición original, aunque la carga lateral se elimine. Esto es característico de un sistema en estado de equilibrio inestable.

Ya que $|\Delta|$ es una función trascendente, hay un número infinito de diferentes valores para I; cada uno corresponde a una diferente configuración inestable. El menor valor de I proporciona el valor crítico. La configuración con este mayor valor de I será el primer modo posible de pandeo.

Las incógnitas en este sistema, corresponden a diversas configuraciones de equilibrio indeterminadas; cualquier solución para estas incógnitas tiene que incluir una constante arbitraria. Las incógnitas por sí mismas no son de ningún interés.

El siguiente método está basado en un sistema de relaciones lineales entre los momentos en los apoyos y las reacciones en los apoyos. Estos dos grupos de incógnitas son suficientes para definir la configuración de la viga-columna. Las ecuaciones seleccionadas son aquellas que conducen a las relaciones más simples. Se supone en el siguiente análisis que los cables aplican carga axial y momentos en los apoyos; que la viga es de sección constante, y que la dirección de las fuerzas externas no cambia.

Simplificación del problema físico.- La no linealidad puede ser eliminada de la siguiente forma: Primero, el eje se estudia bajo las condiciones de carga crítica. Las curvas del cable son trazadas,

dando a los momentos, las reacciones y la carga axial aplicada en cada nivel tipo para la velocidad de viento crítica. Las dimensiones del cable y las tensiones iniciales son aquellas seleccionadas en el análisis de flexión. Los desplazamientos, las reacciones, los momentos y la carga axial se determinan para q_{cr} . Entonces una perturbación pequeña es dada de cada desplazamiento, y a través de esta perturbación las reacciones, los momentos, y la carga axial aumentan linealmente. Estas perturbaciones pequeñas se consideran como incógnitas en las condiciones de estabilidad.

El problema de pandeo general aplicado a las vigas-columnas de apoyo parcial. - Considérese una viga soportada en los puntos 0,1,2, . . . n. El apoyo 0 es un apoyo rígido, y los apoyos 1 hasta n son los apoyos elásticos. Los apoyos 1 hasta n también se desplazan previamente las cantidades $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$. Las reacciones en cada apoyo son $R'_0, R'_1, R'_2, \dots, R'_n$ se conocen. Las cargas axiales en cada plano son P'_1, P'_2, \dots, P'_n son conocidos, y los momentos aplicados conocidos en cada apoyo son $M'_0, M'_1, M'_2, \dots, M'_n$. (Nota: La viga ha sido resuelta previamente para los valores anteriores bajo las condiciones de carga crítica)

Ahora aplicando a los desplazamientos Δ_r unas perturbaciones pequeñas δ_r , y considerando como incógnitas δ_r s y los momentos $M_0, M_1, M_2, \dots, M_n$ en los apoyos de la viga, las reacciones, cargas axiales en un plano y los momentos aplicados en los apoyos toman la siguiente forma:

$$R_r = R'_r + K_r \delta_r \quad (54a)$$

$$P_r = P'_r + \sum_{s=r}^n C_s \delta_r \quad (54b)$$

$$M_r^0 = M'_r + b_r \delta_r \quad (54c)$$

Donde K_r es la pendiente de la curva, de la reacción contra la flexión en el punto (R'_r, Δ_r) para el tirante del nivel r , y C_s es la pendiente de la curva de la carga axial aplicada en cada nivel, contra la flexión en el punto (P'_s, Δ_s) . Nota: P'_s es la carga axial aplicada en el nivel s y no la carga axial en el plano; P_r es igual a $\sum_{s=r}^n P'_s$; y b_r es la pendiente de la curva que relaciona M_r^0 contra la flexión en el punto (M'_r, Δ_r) .

También,

$$Y_r = \Delta_r + \delta_r \quad (55)$$

Ahora el criterio de estabilidad se puede establecer: hay $n-1$ número de ecuaciones de momentos en los apoyos, $n+1$ número de reacciones R_r , y n número de ecuaciones de desplazamientos Y_r , $3n$ ecuaciones. Ahora hay disponibles $n-1$ ecuaciones de cuatro momentos en los apoyos 1,2, . . . , $(n-1)$, y $(n+1)$ ecuaciones de equilibrio para $n-1$ puntos intermedios añadiendo dos para cada punto extremo, y n ecuaciones relacionando las flexiones Y_r contra las reacciones R_r .

haciendo un total de 3 n ecuaciones

Las ecuaciones de momentos son:

$$\begin{aligned}
 M_{r-1}^i - \frac{l_r}{I_r} \alpha_r + 2M_r - \frac{l_r}{I_r} \beta_r + 2M_{r+1}^i \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} \\
 + M_{r+1} \frac{l_{r+1}}{I_{r+1}} \alpha_{r+1} = - \frac{\gamma_r q_r l_r^3}{4I_r} - \frac{\gamma_{r+1} q_{r+1} l_{r+1}^3}{4I_{r+1}} \\
 + 6E \left(\frac{y_r - y_{r-1}}{l_r} - \frac{y_{r+1} - y_r}{l_{r+1}} \right) \quad (56)
 \end{aligned}$$

En estas ecuaciones $r = 1, 2, \dots, n-1$, con los valores de borde $M_0 = 0$, y

$$M_n = - \frac{q_{n+1} l_{n+1}^2}{2} + M_n^0 + b_n \delta_n \quad (57)$$

Las ecuaciones de equilibrio para los apoyos intermedios son:

$$\begin{aligned}
 \frac{M_r - M_{r-1}}{l_r} - \frac{M_{r+1} - M_r^i}{l_{r+1}} - P_r \frac{y_r - y_{r-1}}{l_r} \\
 + P_{r+1} \frac{y_{r+1} - y_r}{l_{r+1}} - \frac{q_r l_r}{2} - \frac{q_{r+1} l_{r+1}}{2} + R_r = 0 \quad (58)
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones de equilibrio para los puntos finales 0 y n son:

$$\frac{M_n - M_{n-1}}{l_n} - P_n \frac{(y_n - y_{n-1})}{l_n} - q_{n+1} l_{n+1} - \frac{q_n l_n}{2} R_n = 0 \quad (59a)$$

$$- \frac{M_1}{l_1} + \frac{P_1 y_1}{l_1} - \frac{q_1 l_1}{2} R_0 = 0 \quad (59b)$$

y las reacciones:

$$R_r = R_r^i + K_r \delta_r \quad (60)$$

En las ecuaciones precedentes.

$$M_r^i = M_r - M_r^0 \quad (61)$$

En la que M_r^0 es el momento externo aplicado en el apoyo r; M_r^i se refiere al momento del lado derecho del apoyo r; M_r describe al momento, justo del lado izquierdo del apoyo r; y

$$\alpha_r = 6 \frac{1}{2u_r \sin 2u_r} - \frac{1}{(2u_r)^2} \quad (62a)$$

$$\beta_r = 3 \frac{1}{(2u_r)^2} \frac{1}{2u_r \tan 2u_r} \quad (62b)$$

$$\gamma_r = \frac{\tan u_r - u_r}{1/3 u_r^3} \quad (62c)$$

$$u_r^2 = \frac{P_r l_r^2}{4 E I_r} \quad (62d)$$

Desde la ec. 56 hasta la ec. 60 se establecen las condiciones de estabilidad, y el determinante Δ de los coeficientes del sistema suministra un criterio de estabilidad, cuando $|\Delta| = 0$. El momento de inercia, que es aún desconocido, será incluido en estos coeficientes. Los valores del momento de inercia que hagan el determinante $|\Delta| = 0$ se buscan para definir el inicio de estabilidad.

IV.- TORRE CON TRES NIVELES DE TIRANTES

Las ecuaciones generales de la sección precedente, se aplican al caso de una torre de tres niveles. En este caso, $n=3$ (fig. 13). Como antes, $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, R_0', R_1', R_2', R_3', P_1', P_2', P_3', M_1', M_2',$ y M_3' , se conocen. El valor característico del cable $K_1, K_2, K_3, C_1, C_2, C_3,$ y b_1, b_2, b_3 han sido determinados.

Ahora, dando una perturbación pequeña a cada desplazamiento se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$P_1 = P_1' + C_1\delta_1 + C_2\delta_2 + C_3\delta_3 \quad (63a)$$

$$P_2 = P_2' + C_2\delta_2 + C_3\delta_3 \quad (63b)$$

$$P_3 = P_3' + C_3\delta_3 \quad (63c)$$

$$M_1^0 = M_1^{0'} + b_1\delta_1 \quad (63d)$$

$$M_2^0 = M_2^{0'} + b_2\delta_2 \quad (63e)$$

$$M_3 = M_3^{*1} + b_3\delta_3 \quad (63f)$$

$$R_1 = R_1' + K_1\delta_1 \quad (63g)$$

$$R_2 = R_2' + K_2\delta_2 \quad (63h)$$

$$R_3 = R_3' + K_3\delta_3 \quad (63i)$$

En que:

$$M_3^{*1} = - \frac{q_1 l_1^2}{2} + M_3^{0'} \quad (64)$$

Existen nueve ecuaciones de estabilidad, pero es mejor reducir el sistema eliminando las reacciones desconocidas. Entonces quedan dos ecuaciones de continuidad (Las cuales son las ecuaciones de momentos) y tres ecuaciones de equilibrio. Esto da como resultado un determinante de cinco por cinco, que puede ser manejado en forma más rápida que uno de 9 por 9. Al olvidar de los términos de segundo orden (por tratarse de perturbaciones pequeñas) las ecuaciones se convierten en:

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_2} \right) M_1 - \frac{1}{l_2} M_2 + \left(K_1 - \frac{P_1'}{l_1} - \frac{P_2'}{l_2} - \frac{b_1}{l_2} - \right. \\ & \left. - \frac{C_1 \Delta_1}{l_1} \right) \delta_1 + \left(\frac{P_2'}{l_2} + \frac{C_2 \Delta_2}{l_2} - \frac{C_2 \Delta_1}{l_2} - \frac{C_2 \Delta_1}{l_1} \right) \delta_2 - \\ & \left(\frac{C_3 \Delta_1}{l_1} - \frac{C_3 \Delta_2}{l_2} + \frac{C_3 \Delta_1}{l_2} \right) \delta_3 = \frac{M_1^{0'}}{l_2} + \frac{q_1 l_1}{2} + \frac{q_2 l_2}{2} - \\ & - R_1' + \frac{P_1' \Delta_1}{l_1} - \frac{P_2' \Delta_2}{l_2} + \frac{P_2' \Delta_1}{l_2} \dots \dots \dots (65) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \frac{1}{l_2} M_1 + \left(-\frac{1}{l_2} + \frac{1}{l_3} \right) M_2 + \left(K_2 - \frac{P_2'}{l_2} - \frac{P_3'}{l_3} - \frac{b_2}{l_3} - \right. \\
& - \frac{C_2 \Delta_2}{l_2} + \frac{C_2 \Delta_1}{l_2} \left. \right) \delta_2 + \left(\frac{P_2'}{l_2} + \frac{b_1}{l_2} \right) \delta_1 + \left(\frac{P_3'}{l_3} - \frac{b_3}{l_3} + \right. \\
& + \frac{C_3 \Delta_3}{l_3} - \frac{C_3 \Delta_2}{l_3} - \frac{C_3 \Delta_2}{l_2} + \frac{C_3 \Delta_1}{l_2} \left. \right) \delta_3 = - \frac{M_1^0}{l_2} + \frac{M_2^0}{l_3} + \frac{M_3^{*1}}{l_3} \\
& + \frac{q_2 l_2}{2} + \frac{q_3 l_3}{2} + \frac{P_2'(\Delta_2 - \Delta_1)}{l_2} - \frac{P_3'(\Delta_3 - \Delta_2)}{l_3} \dots (66)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{l_3} M_2 + \left(-\frac{P_3'}{l_3} - \frac{b_2}{l_3} \right) \delta_2 + \left(-K_3 + \frac{P_3'}{l_3} - \frac{b_3}{l_3} + \right. \\
& + \frac{C_3(\Delta_2 - \Delta_1)}{l_3} \left. \right) \delta_3 = \frac{M_2^0}{l_3} - \frac{M_3^{*1}}{l_3} - \frac{q_3 l_3}{2} - \frac{P_3'}{l_3} + \\
& + (R_3 + q_4 l_4) \dots (67)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\frac{l_1}{I_1} \beta_1 + 2 \frac{l_2}{I_2} \beta_2 \right) M_1 + \frac{l_2 \alpha_2}{I_2} M_2 + \left(-\frac{6 E}{l_1} - \frac{6 E}{l_2} - \right. \\
& - \frac{2b_1 l_2 \beta_2}{l_2} \left. \right) \delta_1 + \frac{6 E}{l_2} \delta_2 = -\gamma_1 \frac{q_1 l_1^3}{4 I_1} - \gamma_2 \frac{q_2 l_2^3}{4 I_2} * \\
& \frac{2M_1^0 l_2 \beta_2}{l_2} \dots (68)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{l_2 \alpha_2}{I_2} M_1 + \left(\frac{2l_2 \beta_2}{I_2} + \frac{2l_3 \beta_3}{I_3} \right) M_2 + \left(\frac{6 E}{l_2} + \right. \\
& + \frac{b_1 l_2 \alpha_2}{I_2} \left. \right) \delta_1 + \left(-\frac{6 E}{l_2} - \frac{6 E}{l_3} - \frac{2b_2 l_3 \beta_3}{l_3} \right) \delta_2 + \\
& + \left(\frac{6 E}{l_3} + \frac{b_3 l_3 \alpha_3}{I_3} \right) \delta_3 = -\frac{\gamma_2 q_2 l_2^3}{4 I_2} - \frac{\gamma_3 q_3 l_3^3}{4 I_3} + \\
& \frac{M_1^0 l_2 \alpha_2}{I_2} + \frac{2M_2^0 l_3 \beta_3}{I_3} - \frac{M_3^{*1} l_3 \alpha_3}{I_3} \dots (69)
\end{aligned}$$

En la figura 14 se da el valor del determinante en su forma más simple. El determinante se presenta contra la inercia I.

Existen dos variables que pueden hacer estable la torre. Primero, el momento de inercia, que puede ser incrementado. Si la curva permanece aproximadamente igual con los cambios del momento de inercia, esto, toma aproximadamente veinte veces más material que el supuestamente requerido. El momento de inercia supuesto tiene poco efecto en la representación del determinante, y poco se puede hacer para reducir el I_{cr} requerido, al considerar el valor mayor del momento de inercia.

Sin embargo, hay otra alternativa por la cual puede ser lograda la estabilidad, y es relativamente económica. La inestabilidad incluye grandes desplazamientos en los niveles atirantados, de modo que la viga no actúa como una viga con cuatro apoyos, sino mas bien como una viga con dos apoyos; esto indica que los cables no son lo suficientemente rígidos (Esto es, los valores de K son demasiado pequeños) para evitar los movimientos grandes. Sería aconsejable rigidizar los cables. Esto se puede lograr de dos formas: incrementando el área del cable, o disminuir L, la longitud del cable, para lograr el resultado deseado.

Al disminuir L, la componente vertical de las reacciones del cable aumentan, lo que es perjudicial. Por consiguiente, el mejor modo de aumentar la rigidez es aumentar el área de los cables, es decir, aumentar A. Un ligero aumento en la carga vertical también ocurrirá, pero esto es inevitable.

D_{11}	D_{12}	D_{13}	D_{14}	D_{15}
D_{21}	D_{22}	D_{23}	D_{24}	D_{25}
D_{31}	D_{32}	D_{33}	D_{34}	D_{35}
D_{41}	D_{42}	D_{43}	D_{44}	D_{45}
D_{51}	D_{52}	D_{53}	D_{54}	D_{55}

FIG. 14. - DETERMINANTE DE LOS COEFICIENTES PARA DEFINIR LAS CONDICIONES DE ESTABILIDAD PARA UNA TORRE DE TRES NIVELES.

Donde:

Sin embargo, hay otra alternativa por la cual puede ser lograda la estabilidad, y es relativamente económica. La inestabilidad incluye grandes desplazamientos en los niveles atirantados, de modo que la viga no actúa como una viga con cuatro apoyos, sino mas bien como una viga con dos apoyos; esto indica que los cables no son lo suficientemente rígidos (Esto es, los valores de K son demasiado pequeños) para evitar los movimientos grandes. Sería aconsejable rigidizar los cables. Esto se puede lograr de dos formas: incrementando el área del cable, o disminuir L , la longitud del cable, para lograr el resultado deseado.

Al disminuir L , la componente vertical de las reacciones del cable aumentan, lo que es perjudicial. Por consiguiente, el mejor modo de aumentar la rigidez es aumentar el área de los cables, es decir, aumentar A . Un ligero aumento en la carga vertical también ocurrirá, pero esto es inevitable.

D_{11}	D_{12}	D_{13}	D_{14}	D_{15}
D_{21}	D_{22}	D_{23}	D_{24}	D_{25}
D_{31}	D_{32}	D_{33}	D_{34}	D_{35}
D_{41}	D_{42}	D_{43}	D_{44}	D_{45}
D_{51}	D_{52}	D_{53}	D_{54}	D_{55}

FIG. 14. - DETERMINANTE DE LOS COEFICIENTES PARA DEFINIR LAS CONDICIONES DE ESTABILIDAD PARA UNA TORRE DE TRES NIVELES.

Donde:

$$\begin{aligned}
D_{11} &= L_1 \beta_1 + 2L_2 \beta_2 \\
D_{12} &= L_2 \alpha_2 \\
D_{13} &= -\frac{6EI}{L_1} - \frac{6EI}{L_2} - 2b_1 L_2 \beta_2 \\
D_{14} &= \frac{6EI}{L_2} \\
D_{15} &= 0 \\
D_{21} &= L_2 \alpha_2 \\
D_{22} &= 2L_2 \beta_2 + 2L_3 \beta_3 \\
D_{23} &= \frac{6EI}{L_2} + b_1 L_2 \alpha_2 \\
D_{24} &= -\frac{6EI}{L_2} - \frac{6EI}{L_3} - 2b_2 L_3 \beta_3 \\
D_{25} &= \frac{6EI}{L_3} + b_3 L_3 \alpha_3 \\
D_{31} &= \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \\
D_{32} &= -\frac{1}{L_2} \\
D_{33} &= K_1 - \frac{P_1'}{L_1} - \frac{P_2'}{L_1} - \frac{b_1}{L_1} - \frac{C_1 \Delta_1}{L_1} \\
D_{34} &= \frac{P_2'}{L_2} + \frac{C_2 \Delta_2}{L_2} - \frac{C_2 \Delta_1}{L_2} - \frac{C_2 \Delta_1}{L_1} \\
D_{35} &= -\frac{C_3 \Delta_1}{L_1} + \frac{C_3 \Delta_2}{L_2} - \frac{C_3 \Delta_1}{L_2} \\
D_{41} &= -\frac{1}{L_2} \\
D_{42} &= \frac{1}{L_2} + \frac{1}{L_2} \\
D_{43} &= \frac{P_2'}{L_1} + \frac{b_1}{L_2} \\
D_{44} &= K_3 - \frac{P_2'}{L_2} - \frac{P_3'}{L_3} - \frac{b_2}{L_3} - \frac{C_2 \Delta_2}{L_2} + \frac{C_2 \Delta_1}{L_2} \\
D_{45} &= \frac{P_3'}{L_3} - \frac{b_3}{L_3} + \frac{C_3 \Delta_3}{L_3} - \frac{C_3 \Delta_2}{L_3} - \frac{C_3 \Delta_2}{L_2} + \frac{C_3 \Delta_1}{L_2} \\
D_{51} &= 0 \\
D_{52} &= 1 \\
D_{53} &= 0 \\
D_{54} &= -P_3' - b_2 \\
D_{55} &= K_3 L_3 + P_3' - b_3 + c_3 (\Delta_3 - \Delta_2)
\end{aligned}$$

V.- CARACTERISTICAS GEOMETRICAS DE UNA TORRE PARA ESTUDIO

Se presentan en primer lugar las características geométricas de la estructura (fig. 15), sin ninguna simplificación. En segundo lugar (fig. 16) se muestra la orientación de las retenidas de la torre y se muestra la sección transversal de la torre (fig 17). En tercer lugar se proporcionan las características simplificadas de los elementos y los detalles de las juntas de un tramo de 6 m de la torre (fig 18 y 19) y finalmente (fig. 20 y 21) se presentan los detalles de las juntas entre dos tramos y de sus marcos de apoyo.

CARACTERISTICAS GEOMETRICAS:

Presentación de la torre.

para conocer a la torre, la figura (15) es conveniente, donde se aprecia el cambio de sección de 0 a 1 m., a partir de este tramo la torre mide 60 m, que se divide en 10 tramos de 6 m, similares al tramo de la figura 18.

Características geométricas de los perfiles.

Las propiedades geométricas necesarias son: área transversal y momento de inercia transversal.

Las áreas se mostraran a continuación así como un análisis del peso de la torre, para conocer cual es el peso aproximado por metro de longitud.

CALCULO DEL AREA DE UNA CARA DE LA TORRE

Para determinar el área de la torre, esta se analizará por tramos de 6 m, con las secciones que se muestran en la figura 18.

Los puntos centrales de cada tramo de 6 m tendran el area:

$$A=150(6.35)(2)+\left[\frac{70-2(6.35)}{\cos 45}\right](5.08)(2)+5.08(70-2(6.35))$$
$$A=3019.394 \text{ cms}^2$$

Los extremos tendrán un área:

$$A=150(6.35)(2)+\left[\frac{70-2(6.35)}{\cos 45}\right](5.08)(2)+6.35[70-2(6.35)](2)+6.35(6.35)(2)$$

$$A=3536.664 \text{ cms}^2$$

Por lo que cada tramo de 6 m tendrá un área de:

$$A=3(3019.394)+3526.664 = 12\ 594.846 \text{ cms}^2$$

Area promedio por metro:

$$A=0.209914 \text{ cms}^2/\text{m}$$

CALCULO DEL PESO DE LA TORRE

Para determinar el peso de la torre, esta se analizará por tramos de 6 m; las secciones se muestran en la figura 18.

Peso de los ángulos:

$$\begin{array}{ll} \text{Angulo de } 63.5 \times 4.8 & w = 4.61 \text{ kg/m} \\ \text{Angulo de } 50.8 \times 4.8 & w = 3.63 \text{ kg/m} \end{array}$$

Elementos verticales:

$$W = 4(6)(4.61) \quad 110.64 \text{ kgs}$$

Elementos horizontales:

$$W = 12(0.70)(3.63) \quad 30.49 \text{ kgs}$$

Elementos inclinados:

$$W = 32(0.70/\cos 45^\circ)(3.63) \quad 114.99 \text{ kgs}$$

Junta entre dos tramos:

$$W = (0.70 + 0.0635)(2)(4.61)(4) \quad 28.16 \text{ kgs}$$

$$\text{PESO TOTAL} \quad = 284.28 \text{ kgs}$$

Si se considera que el peso por metro es igual al promedio del obtenido para el tramo de 6 m.

$$\text{Peso por metro} = 47.38 \text{ kgs.}$$

La inercia y el área de la sección transversal, se calculará a continuación, en la cual no se considero la contribución de los elementos en diagonal por considerarse que unicamente sirven para

satisfacer las relaciones de esbeltez.

CALCULO DE LA INERCIA DE LA SECCION TRANSVERSAL

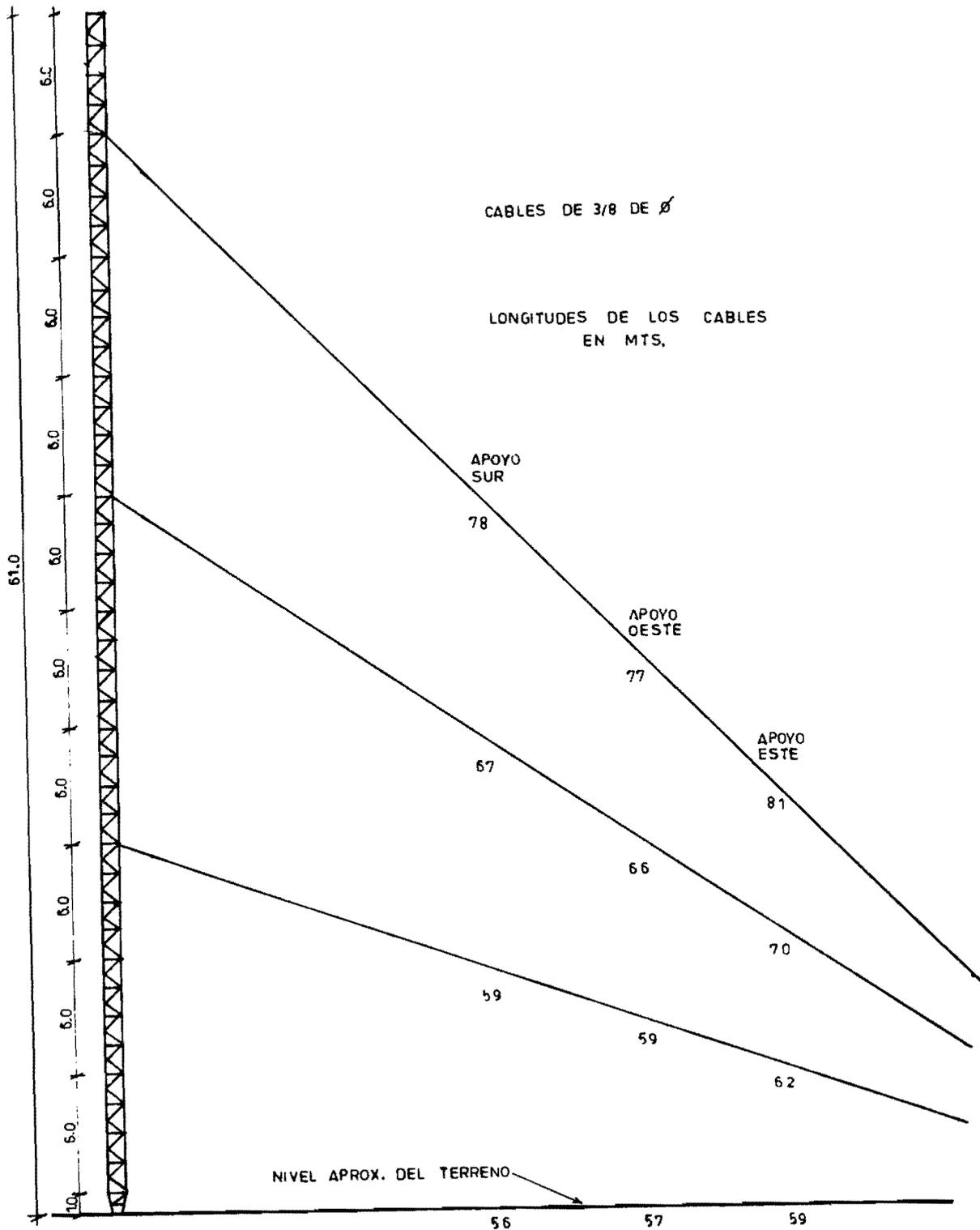
Para el cálculo de la inercia de la sección transversal de la torre, se analizó un tramo de 6 m de la torre para obtener cual era la inercia equivalente para obtener estos desplazamientos. De ello se obtuvo una inercia de:

$$I = 5.4354E-04 \text{ m}^4$$

CALCULO DEL AREA DE LA SECCION TRANSVERSAL DE LA TORRE

Para el cálculo del área de la sección transversal solamente se considerarán los cuatro ángulos de las esquinas.

$$A = 4(5.81) = 23.24 \text{ cms}^2$$



ACOT. EN M. FIG. 15 TORRE

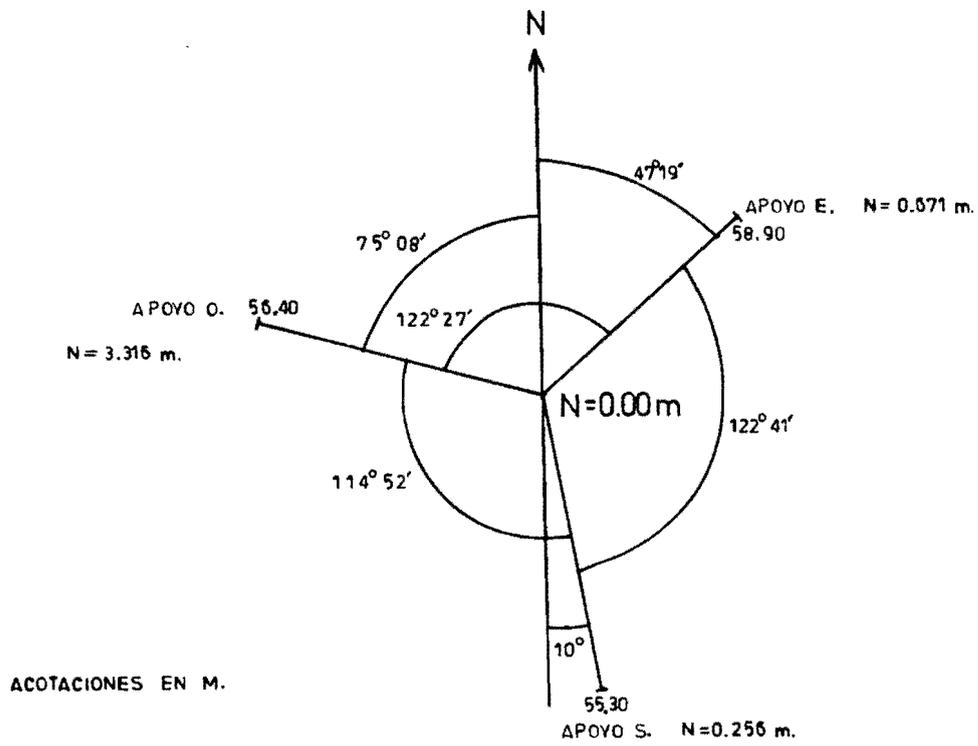


FIG. 16

Orientación de las retenidas de la torre

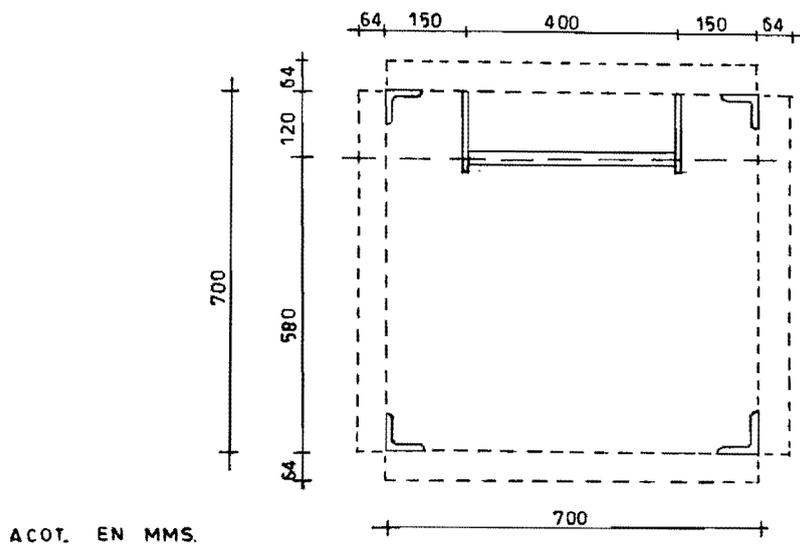


FIG. 17

Sección transversal

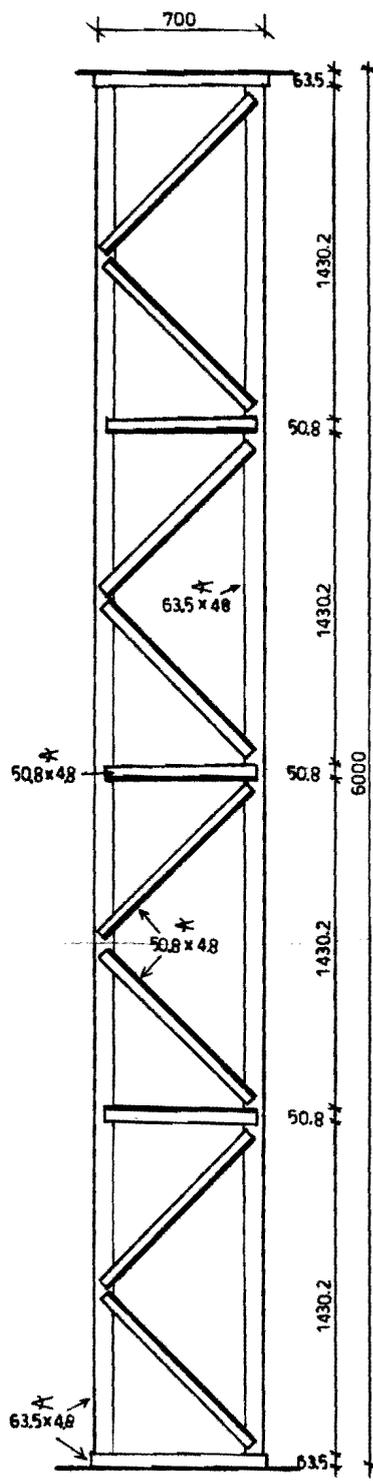


FIG. 18
A.-TRAMO TIPO

ACOT. EN MMS.

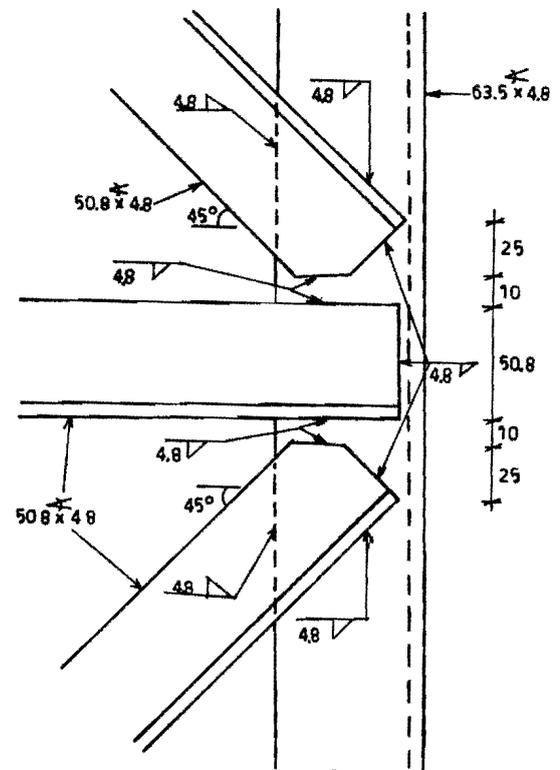
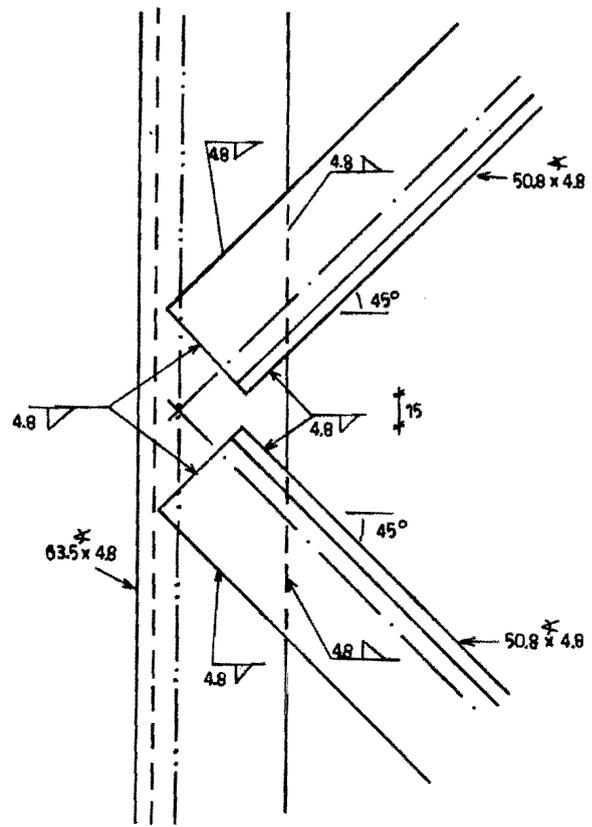


FIG. 19
B.-DETALLE DE LAS JUNTAS

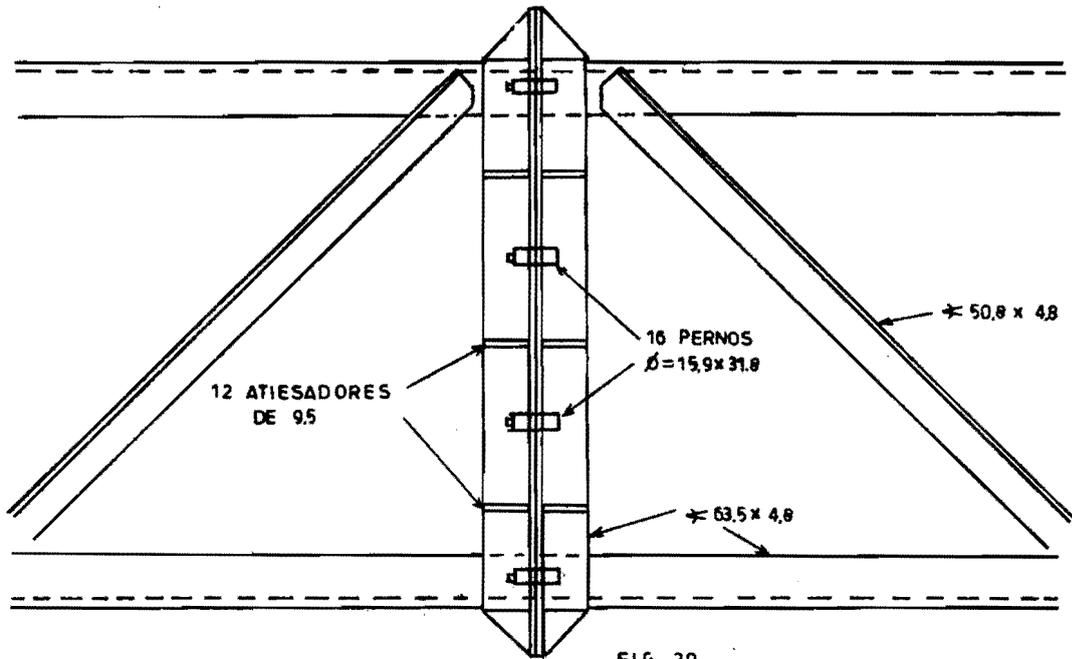
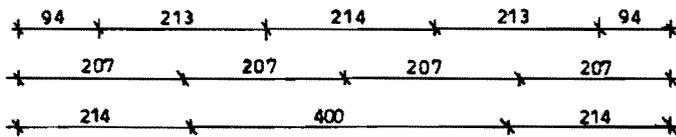
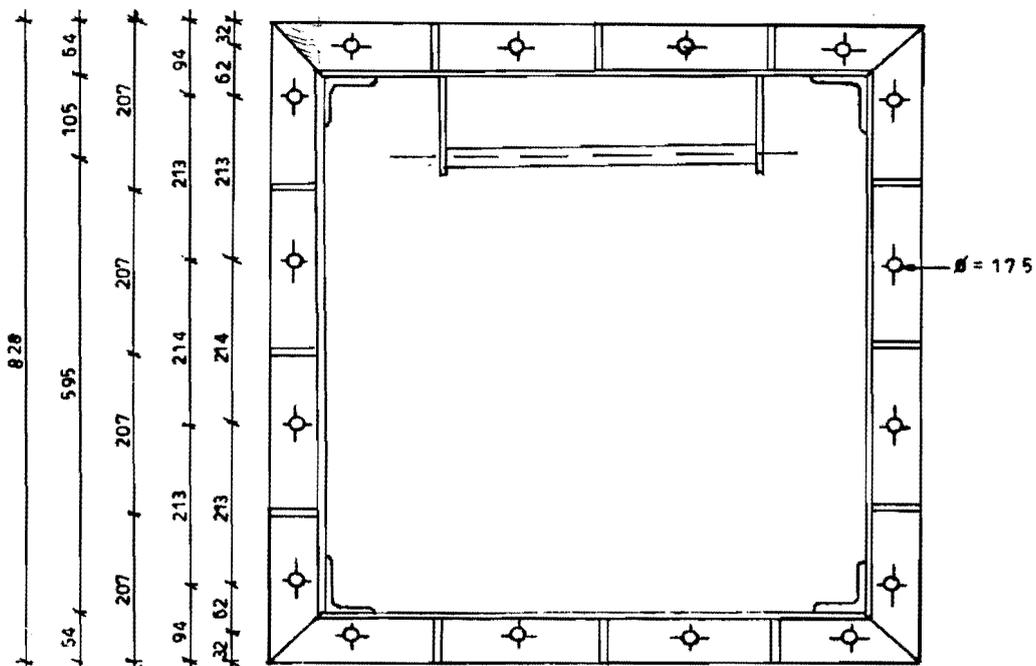


FIG. 20

JUNTA ENTRE DOS TRAMOS



ACOT. EN MMS.



MARCO DE APOYO

FIG. 21

VI.-CALCULO DE LAS CONDICIONES DE INESTABILIDAD DE LA TORRE

INESTABILIDAD GENERAL

ACTUANDO EL VIENTO NORMALMENTE A UNA DE LAS CARAS

1) Para un factor de seguridad de $n=1.0$

En el análisis de la torre realizado en el apendice B se obtuvieron:

$$\begin{aligned}M_1 &= -1148.371 \text{ kg-m} \\M_2 &= 6439.837 \text{ kg-m} \\M_3 &= -4307.921 \text{ kg-m}\end{aligned}$$

Además del análisis de cargas del mismo apendice B se obtuvieron:

$$\begin{aligned}P_1 &= 6757 \text{ kgs} & P'_1 &= 1809 \text{ kgs} \\P_2 &= 4948 \text{ kgs} & P'_2 &= 2499 \text{ kgs} \\P_3 &= 2449 \text{ kgs} & P'_3 &= 2449 \text{ kgs}\end{aligned}$$

Conocidos todos estos datos, se pueden calcular las siguientes constantes:

$$\begin{aligned}\beta_1 &= -1148.371 / 0.003062707 = -375029 \\ \beta_2 &= 6439.837 / 0.04883613 = 131872.3 \\ \beta_3 &= -4307.921 / 0.09520126 = -45249.39 \\ C_1 &= 1809 / 0.003062707 = 590654.1 \\ C_2 &= 2499 / 0.04883613 = 51171.13 \\ C_3 &= 2449 / 0.09520126 = 25724.45\end{aligned}$$

Al calcular el determinante de la figura 14 e iterar con el valor del momento de inercia, hasta lograr que el determinante sea aproximadamente cero.

Se obtuvo:

$$I = 2.459692E-09 \text{ m}^4$$

Como este valor esta muy lejano del valor considerado como el momento de inercia de la sección transversal del eje de la torre.

$$I = 5.4354E-04 \text{ m}^4$$

Se considera otro factor de seguridad hasta que el valor del momento de inercia con el que se itere, sea aproximadamente igual al momento de inercia de la sección transversal del eje de la torre.

AL SEGUIR EL PROCEDIMIENTO ANTERIOR, SE OBTUVIERON:

2) Para un factor de seguridad de $n=1.2$

Se obtuvo que el momento de inercia con el cual el determinante Δ fuera aproximadamente cero, fue:

$$I=5.250797E-06 \text{ m}^4$$

Como se observa, existe un valor de n superior a 1.2 con el cual posiblemente coincida el momento de inercia de la sección transversal de la torre, a partir del valor del momento de inercia con el que se itera.

Para observar si no existe un valor de n menor de uno, en el cual el valor del momento de inercia con el que se itera no coincide con el de la sección transversal de la torre, se iterará con un factor de seguridad de 0.88

3) para un factor de seguridad de $n=0.88$

Se obtuvo que existe un valor de momento de inercia de aproximadamente:

$$I=2E-02 \text{ m}^4$$

Como lo que nos interesa es el valor mas pequeño del factor de seguridad que haga el determinante igual a cero, con un momento de inercia aproximado al de la sección transversal de la torre, se iterara con un factor de seguridad de n igual a 0.89.

4) Para un factor de seguridad de $n=0.89$

Se obtuvo que existe un valor de momento de inercia de aproximadamente:

$$I=7.55058E-11 \text{ m}^4$$

Se puede así considerar que existe un valor entre $n=0.88$ y $n=0.89$ que hace que el determinante sea igual a cero, con un momento de inercia aproximado al de la sección transversal de la torre.

Así se obtiene que el factor de seguridad es aproximadamente igual a 0.88

CUANDO ACTUA EL VIENTO A 45 GRADOS

1) Para un factor de seguridad de $n=1.0$

En el análisis de la torre realizado en el apendice B se obtuvieron:

$$M_1 = -443.736 \text{ kg-m}$$

$$M_2 = 12362.390 \text{ kg-m}$$

$$M_3 = -15076.820 \text{ kg-m}$$

Además, del análisis de cargas del mismo apendice B, se obtuvieron:

$$P_1 = 6716 \text{ kgs} \quad P'_1 = 1800 \text{ kgs}$$

$$P_2 = 4916 \text{ kgs} \quad P'_2 = 2482 \text{ kgs}$$

$$P_3 = 2434 \text{ kgs} \quad P'_3 = 2434 \text{ kgs}$$

Conociendo todos estos datos se pueden calcular las siguientes constantes:

$$\beta_1 = -443.736 / 0.02018699 = -21981.270$$

$$\beta_2 = 12362.390 / 0.07474870 = 165386.000$$

$$\beta_3 = -15076.820 / 0.13216220 = -114078.100$$

$$C_1 = 1800 / 0.02018699 = 89166.35$$

$$C_2 = 2482 / 0.07474870 = 33204.60$$

$$C_3 = 2434 / 0.13216220 = 18416.76$$

Al calcular el determinante de la figura 14 e iterar con el valor del momento de inercia, hasta que se obtenga el determinante aproximado a cero,

Se obtuvo:

$$I = 2.653510E-05 \text{ m}^4$$

Como este valor esta muy lejano del valor considerado como el momento de inercia de la sección transversal del eje de la torre.

$$I = 5.4354E-04 \text{ m}^4$$

Se considera otro factor de seguridad hasta que el valor del momento de inercia con el que se itere sea aproximadamente igual al momento de inercia de la sección transversal del eje de la torre.

AL SEGUIR EL MISMO PROCEDIMIENTO ANTERIOR, SE OBTUVIERON:

2) Para un factor de seguridad de $n=1.5$

Se obtuvo que el momento de inercia, con el cual el determinante Δ es aproximadamente cero, resultó:

$$I = 3.050024E-05 \text{ m}^4$$

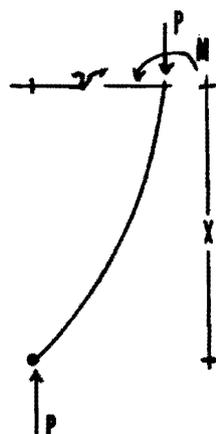
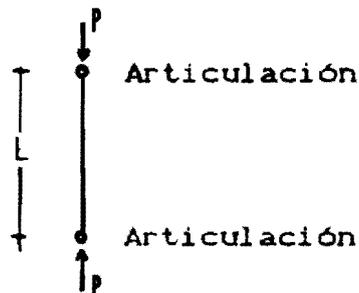
Como se observa, existe un valor de n superior a 1.5 con el cual posiblemente coincida el momento de inercia de la sección transversal de la torre, con el valor del momento de inercia con el que se itere.

Como el valor obtenido en el análisis de inestabilidad a 45 grados, es superior al factor obtenido en el análisis de cuando el viento actúa normal a una de las caras de la torre, no será necesario determinar este factor, ya que nos interesa el menor de ellos.

El factor de seguridad que se obtiene en el análisis de inestabilidad general es de 0.88. A continuación se revisará la inestabilidad local de los miembros, bajo este factor.

INESTABILIDAD LOCAL

Método de equilibrio:



$$M_{\text{exterior}} = P \gamma$$

$$M_{\text{interior}} = - E I \frac{d^2 \gamma}{dx^2}$$

$$P \gamma = - E I \frac{d^2 \gamma}{dx^2}$$

$$E I \frac{d^2 \gamma}{dx^2} + P \gamma = 0$$

$$\frac{d^2 \gamma}{dx^2} + \frac{P \gamma}{E I} = 0$$

$$\text{Y si } \frac{1}{J^2} = \frac{P}{E I}$$

$$\frac{d^2 \gamma}{dx^2} + \frac{\gamma}{J^2} = 0$$

Esta ecuación diferencial admite la solución:

$$\gamma = C_1 \operatorname{Sen} \frac{x}{J} + C_2 \operatorname{Cos} \frac{x}{J}$$

Para definir C_1 y C_2 se busca satisfacer las condiciones de frontera siguientes:

$$\text{En } x=0, \gamma = 0 = C_1 (0) + C_2 (1) \quad \therefore C_2 = 0$$

$$\text{En } x=L, \gamma = 0 = C_1 \operatorname{Sen} \frac{L}{J}$$

Para que esta condición sea válida:

$$C_1 = 0 \quad \text{ó} \quad L/J = 0$$

Para que exista la configuración adyacente en equilibrio $C_1 \neq 0$

$$\operatorname{Sen} \frac{L}{J} = 0$$

Para que exista equilibrio con las condiciones de frontera propuestas:

$$L/J = n \pi \quad n = 1, 2, 3, 4, \dots, n$$

Para el valor más pequeño de n :

$$L/J = \pi$$

Y se obtiene:

$$L \sqrt{P_c / EI} = \pi$$

$$P_c = \frac{\pi^2 E I}{L^2} = P_E$$

$$P_c = P_E$$

$$P_c = \frac{\pi^2 (2 \times 10^6) (22.89)}{(150)^2} = 20\,081.36 \text{ Kgs}$$

$$P_c = 20\,081.36 \text{ Kgs}$$

Cuando el viento actúa en forma paralela a una de las caras:

$$\text{Para } n = 0.89$$

$$\text{Para } h = 0 \text{ m}$$

$$P = 7610/4 = 1902.50 \text{ Kgs}$$

$$\text{Para } h = 19 \text{ m}$$

$$P_1 = 6757/2 + 907.889/0.7 = 4675.484 \text{ Kgs}$$

$$P_2 = 6757/2 - 907.889/0.7 = 2081.516 \text{ Kgs}$$

La carga mayor en uno de los ángulos:

$$P=4675.484/2 = 2337.742 \text{ Kgs}$$

Para h = 37 m

$$P_1 = 4948/2 - 5732.308/0.7 = -5715.010 \text{ Kgs}$$

$$P_2 = 4948/2 + 5732.308/0.7 = 10663.000 \text{ Kgs}$$

La carga mayor en uno de los ángulos:

$$P=10663/2 = 5331.510 \text{ Kgs}$$

Para h = 55 m

$$P_1 = 2449/2 + 4047.107/0.7 = 7006.080 \text{ Kgs}$$

$$P_2 = 2449/2 - 4047.107/0.7 = -4557.080 \text{ Kgs}$$

La carga mayor en uno de los ángulos:

$$P=7006.080/2 = 3503.040 \text{ Kgs}$$

Cuando el viento actúa a 45 grados:

Para n = 1.00

Para h = 0 m

$$P = 7610/4 = 1902.50 \text{ Kgs}$$

Para h = 19 m

$$P_1 = 6716/2 + 443.740/0.7 = 3991.910 \text{ Kgs}$$

$$P_2 = 6757/2 - 443.740/0.7 = 2724.080 \text{ Kgs}$$

La carga mayor en uno de los ángulos:

$$P=3991.910/2 = 1995.960 \text{ Kgs}$$

Para h = 37 m

$$P_1 = 4916/2 - 12362.390/0.7 = -15202.56 \text{ Kgs}$$

$$P_2 = 4916/2 + 12362.390/0.7 = 20118.56 \text{ Kgs}$$

La carga mayor en uno de los ángulos:

$$P=20118.56/2 = 10059.28 \text{ Kgs}$$

Para h = 55 m

$$P_1 = 2434/2 + 15076.820/0.7 = 22755.310 \text{ Kgs}$$

$$P_2 = 2434/2 - 15076.820/0.7 = -20321.310 \text{ Kgs}$$

La carga mayor en uno de los ángulos:

$$P = 22755.310/2 = 11377.660 \text{ Kgs}$$

Como se observa la carga critica en los miembros es mayor que la carga actuante en cada uno de los miembros.

El factor que rige la inestabilidad de la estructura será la de la inestabilidad general, que proporciona n igual a 0.88

VII.- CONCLUSIONES

En este trabajo se mostró, tanto la obtención de las cargas y análisis de la torre, como el análisis de estabilidad de la misma.

Para obtener las cargas se ilustró como calcular las cargas en el eje de la torre, y las cargas en los tirantes.

En el análisis de la torre se consideraran varios efectos, como son:

- a) Rigidez de los cables de la torre
- b) Los niveles donde se apoyan los cables como apoyos elásticos.
- c) Excentricidad de las componentes verticales de las tensiones en los tirantes en cada uno de los niveles.
- d) Distorsión del eje, debida a las fuerzas axiales a lo largo del eje.

Se concluye que se trata de un método aproximado, por considerar los aspectos antes mencionados.

Por último se mostró un análisis de estabilidad de la torre, del cual se obtuvo un factor de seguridad. Cuando el viento actúa normal a una de las caras, la torre presenta un factor de seguridad de 0.89, por lo que se concluye que la torre es inestable, para estas condiciones de carga. Para lo cual, se recomendará mas adelante como lograr la estabilidad de la misma.

En algunos artículos (ref 8) se recomienda aumentar la inercia de los cables, debido a que la estructura es mas sensible a esto, que al aumento del momento de inercia de la sección transversal de la torre. Una vez que se aumenta el valor de la rigidez de los cables, el eje tenderá hacer una configuración curva similar a la de una viga con los apoyos rígidos. Una vez que el eje se comporta como tal, el unico modo de aumentar la estabilidad se logra al aumentar el momento de inercia de la sección transversal de la torre, lo cual tiene muy poco efecto en el incremento de la estabilidad de la estructura.

De la información obtenida en esta investigación, se puede decir que existe un método racional y simple para diseñar torres altas de muchos niveles (atirantados). Las pocas suposiciones hechas en la deducción del método se justifican y llevan a un resultado que es válido para el diseño de la torre. El método se usó para revisar el diseño de una torre existente.

VIII.- REFERENCIAS

- 1) **STABILITY OF GUYED TOWERS**
John E. Goldberg, and John T. Gaunt
Journal of the Structural Division, ASCE
Abril 1973
- 2) **DESIGN OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS: WIND LOADING**
Edward Cohen, and Henri Perrin
Journal of the Structural Division, ASCE
Septiembre 1957
- 3) **STABILITY STUDY OF GUYED TOWER UNDER ICE LOADS**
Robert A. Williamson
Journal of the Structural Division, ASCE
Diciembre 1973
- 4) **DESIGN OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS: STRUCTURAL ANALYSIS**
Edward Cohen, and Henri Perrin
Journal of the Structural Division, ASCE
Septiembre 1957
- 5) **ANALYSIS OF HIGH GUYED TOWERS**
Ezra G. Odley
Journal of the Structural Division, ASCE
Febrero 1966
- 6) **METHOD FOR ANALYSIS OF GUYED TOWERS**
Felix Rosenthal and Richard A. Skop
Journal of the Structural Division, ASCE
Marzo 1982
- 7) **WIND LOADING AND WIND-INDUCED STRUCTURAL RESPONSE**
A State of the report prepared by the Committee on wind
Effects, ASCE
1961
- 8) **STABILITY ANALYSIS OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS**
Frederick H. Hull
Journal of the Structural Division, ASCE
Abril 1962
- 9) **APUNTES DEL CURSO DE INESTABILIDAD ESTRUCTURAL**
Neftalí Rodríguez Cuevas
División de Estudios de Posgrado de la Facultad de
Ingeniería, UNAM
Semestre II/1990

- 10) **APUNTES DEL CURSO DE DISEÑO EOLICO**
 Neftalí Rodríguez Cuevas
 División de Estudios de Posgrado de la Facultad de
 Ingeniería, UNAM
 Semestre I/1990

- 11) **MANUAL DE CONSTRUCCIÓN EN ACERO**
 Instituto Mexicano de la Construcción en Acero, A.C.
 Editorial Limusa
 Edición 1987

- 12) **ESTRUCTURAS DE ACERO: COMPORTAMIENTO Y DISEÑO**
 Oscar de Buen López de Heredia
 Editorial Limusa
 Edición 1982

- 13) **ELASTIC STABILITY OF THE TOP CHORD OF A 3-SPAN
 CONTINUOUS PONY-TRUSS BRIDGE.**
 F. Kerekes and C. Hulsbos
 Bul. 177, Iowa Eng. Exp. Station

- 14) **BUCKLING OF TRUSSES AND RIGID FRAMES**
 G. Winter, P. Hsu, B. Koo and M. Ioh
 Bull. 36, Cornell Uni.

- 15) **MODELVERSUCHE UBER DIE BELASTUNG VON GITTERFACHWERKEN
 DURCH WIND KRAFTEN**
 O. Flachsbarth and H. Winter
 Der Stahlbau, April y mayo 1934 y 1935

- 16) **WINDDRUCK DUF VOLLWANDIGE BAUWERKE UND GITTERFACHWERKE**
 O. Flachsbarth
 Intern. Assn. For Bridge and Struct. Eng. Zurich. Vol 1,
 1932

- 17) **WIND PRESSURE ON LATTICED TOWERS**
 Journal Inst. Electr. Eng. London 1935

- 18) **SOLUTION STATIQUE ET DYNAMIQUE DES PYLONES D'ANTENNE
 HAUBANNES**
 V. Kolousek
 Int. Ass. Bridge and St. Eng. Zürich, Publications, Vol
 8, 1947.

- 19) **BUCKLING STRENGTH OF METAL STRUCTURES**
 F. Bleich and Ramsey
 McGraw-Hill, 1953.

- 20) **STABILITY ANALYSIS OF MULTI-LEVEL GUYED TOWERS**
 Hull, F. H.
 Journal of the Structural División, ASCE
 Agosto 1963

A.- OBTENCION DE LA CARGA DE VELOCIDAD

Velocidad de diseño.

A partir de la velocidad regional anual probable en un sitio, correspondiente a un periodo de retorno R, se puede establecer la velocidad de diseño a una altura z sobre el nivel del suelo, mediante:

$$V_{\text{diseño}} = S_1 S_2 S_3 V_r$$

a) Constante S_1 :

S_1 es un parámetro que depende del tipo de construcción, o sea de la vida útil R' para esa construcción.

$$S_1 = \frac{\gamma}{\sqrt{R'/R}}$$

Donde:

γ es la pendiente de la recta que se obtiene mediante el ajuste numérico de mínimos cuadrados o por máxima probabilidad de los datos obtenidos en los observatorios meteorológicos.

En un plano Log | Log se representa en la abscisa el valor de Log V_i y en la ordenada Log [Log Frec(V_i)], la pendiente de esta recta ajustada es γ .

El valor de S_1 varía de 0.7 a 1.5

b) Constante S_2 :

Es un parámetro que depende de las características de topografía y rugosidad local, que puede ser definido como:

$$S_2 = (Z/10)^\alpha$$

El Reglamento del Departamento del Distrito Federal, especifica $\alpha = 2/a$, donde a varía dependiendo de la zona de construcción.

Valores de a:

Para:

zona A	—————>	a = 3.6
zona B	—————>	a = 4.5
zona C	—————>	a = 7.0

Donde:

Zona A. - Zona de gran densidad de edificios altos. Por lo menos la mitad de las edificaciones que se encuentran en un radio de 500 mts alrededor de la estructura en estudio tiene altura superior a 20 mts.

Zona B. - Zona típica Urbana y Suburbana. El sitio está rodeado predominantemente por construcciones de mediana y baja altura o por áreas arboladas y no se cumplen las condiciones del caso A.

Zona C. - Zona de terreno Abierto. Pocas o nulas construcciones al flujo de viento, como en campo abierto o en promontorios.

c) Constante S_g :

Es un parámetro de exposición, que depende del sitio de la construcción es decir si el sitio está protegido, si está en terreno plano, o si está en un promontorio.

En las normas complementarias del Reglamento del Distrito Federal se dan valores dependiendo de la zona de ubicación:

Para:

Zona A	—————>	$S_g = \sqrt{0.65} = 0.806$
Zona B	—————>	$S_g = \sqrt{1.00} = 1.000$
Zona C	—————>	$S_g = \sqrt{1.60} = 1.265$

d) Valores de V_r :

V_r es la velocidad regional probable correspondiente a un periodo de retorno R.

Es posible demostrar que:

$$V_R = \beta \sqrt{\gamma R - 0.5}$$

Donde:

β , es la ordenada al origen de la recta ajustada de la representación en un plano Log|Log de Log V_i contra Log[Log Frec(V_i)].

R. Periodo de retorno en años

Si se desea una $V_{R'}$ probable correspondiente a un periodo de retorno R' se puede obtener una expresión aproximada:

$$V_{R'} = V_R \sqrt{R'/R}$$

Nota: Los valores de S_1 y S_2 tienen bases teóricas para conocer su valor, mientras que S_g se justifica por mediciones de campo o en un túnel de viento.

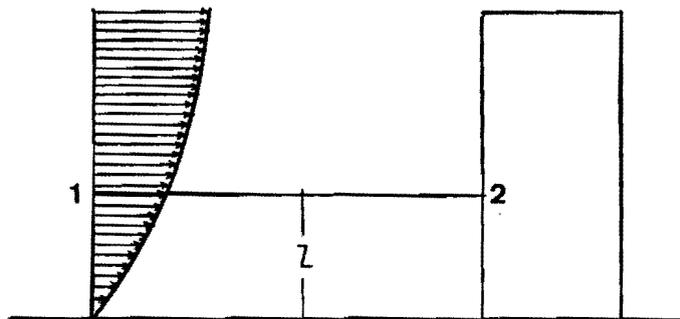
DETERMINACION DE LA PRESION DEBIDA AL VIENTO, EN UN CUERPO

Por el teorema de Bernoulli:

$$\frac{P}{\rho g} + Z + \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} = \text{cte}$$

La carga de presión más la carga de posición más la carga de velocidad debe permanecer constante en un fluido incompresible en movimiento. Este resultado se conoce como " Teorema de Bernoulli ".

DIFERENCIA DE PRESION ENTRE DOS PUNTOS



En el punto 1 existe velocidad y presión atmosférica.

En el punto 2 se presentará velocidad nula, presión atmosférica y presión de contacto.

Del Teorema de Bernoulli:

$$\frac{P_1}{\rho g} + Z + \frac{1}{2} \frac{V^2}{g} = \frac{P_2}{\rho g} + Z + 0$$

La diferencia de presión entre 1 y 2 queda definido por:

$$\frac{P_2}{\rho g} - \frac{P_1}{\rho g} = Z - Z + \frac{1}{2} \frac{V^2}{g}$$

$$P_2 - P_1 = \frac{\rho V^2}{2}$$

$$P_2 - P_1 = \frac{1}{2} \rho V^2$$

Así, al conocer la carga de velocidad en un flujo de aire, al colocar un cuerpo que quede inmerso en la corriente de aire, se genera un campo local de velocidades alrededor del cuerpo que

producirá presiones variables en la superficie del cuerpo que se puede definir como:

$$\Delta P = C_p \left(\frac{1}{2} \rho V^2 \right)$$

Donde:

C_p = Coeficiente local de presión que depende del campo de velocidades locales que se generan alrededor del cuerpo.

Para conocer los valores de C_p en la frontera de un cuerpo se puede recurrir a:

- a) Análisis teórico que describa el campo de velocidades en las fronteras exteriores del cuerpo.
- b) Pruebas en túneles de viento en las cuales se miden las presiones locales.
- c) Datos proporcionados en normas o reglamentos.

DETERMINACION DEL COEFICIENTE DE PRESION

EFFECTO DE ESCUDO:

Cuando dos miembros de armaduras se sitúan una detrás de la otra, la actuación de fuerzas de viento sobre sotavento de un miembro o en la armadura se reducen por el efecto de escudo en la estructura y en barlovento puede ser convertido en negativo.

Debido a que en la mayoría de las pruebas conducidas para determinar los efectos de los escudos y los coeficientes de escudo, η , han sido hechos con el propósito de diseño de puentes, poca información es disponible para torres que normalmente tienen las relaciones $e/h \leq 1.0$

Sin embargo alguna información es disponible (ref 15,16,17). Flachsbart propone la fórmula:

$$\eta = k (1 - \phi)^2$$

Donde:

$k = 1.0$ para cubiertas de celosía u otras.

$k = 1.2$ para celosías determinadas fuera de la mitad de un panel.

Para $e/h = 0.5$, El código suizo da una variación lineal de $n=1.0$ para $\phi=0.06$ a $n=0$ para $\phi=0.60$

Se propone además la siguiente fórmula para $e/h \leq 0.50$

$$\eta = 1.0 - \phi(2.2 - \phi)$$

x 91
Código 1059

COEFICIENTE DE PRESION EN TORRES CUADRADAS

Una torre cuadrada, para dar empuje normal a una cara, puede ser tratada como una estructura de dos armaduras debido a que las fuerzas de arrastre sobre los lados de las caras son sin importancia. pruebas ejecutadas en Inglaterra muestran que las fuerzas de arrastre sobre los lados de las caras pueden ser negativas y varían entre -3.6 % y +5 % de la fuerza de arrastre total.

Por toda la información previamente establecida en la sección b y c es posible obtener un factor de forma "compuesto" de el siguiente tipo para una torre cuadrada:

$$C_{DT} = C_D (1 + \eta)$$

Donde:

- C_{DT} = Factor de forma de la torre como un todo.
- C_D = Factor de forma de la cara frontal.
- η = Coeficiente de escudo.

Una curva modificada para los valores bajos puede ser descrita también como:

$$\begin{aligned} C_{DT} &= 4.0 && \text{para } 0 < \phi < 0.05 \\ C_{DT} &= 6.8\phi^2 - 8.8\phi + 4.4 && \text{para } 0.05 < \phi < 0.50 \end{aligned}$$

Una relación más simple puede ser desarrollada para los propósitos de diseño en el rango:

$$0.1 < \phi < 0.4$$

$$C_{DT} = 4 - 5 \phi$$

Como se muestra en la figura 23, ambas curvas están de acuerdo con la información obtenida de las pruebas.

Las Normas Técnicas del Reglamento del Distrito Federal sugieren aplicar un factor C_{DT} de:

$$C_{DT} = 4 - 5.5 \phi$$

Los resultados de pruebas reales pertenecientes a la influencia de los desvíos llevan a la conclusión de que la fuerza de arrastre máxima para una torre cuadrada ocurre cuando el viento está soplando a lo largo de una diagonal. La figura 24 muestra la variación de la fuerza de arrastre debida a los desvíos a lo largo de la diagonal arrastrando la fuerza para dar normal a una cara.

Una fórmula conservadora para el efecto de los desvíos es dada por:

$$\gamma = 1.1 + 0.4 \phi$$

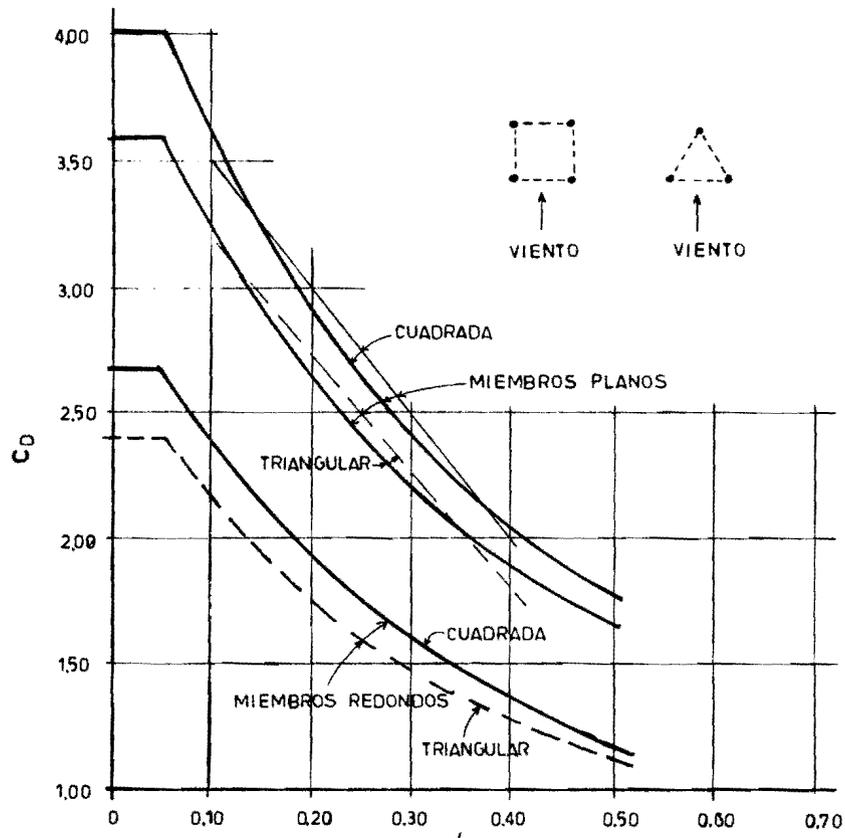


FIG. 23

FACTORES DE FORMA COMPUESTOS PARA TORRES ATIRANTADAS (VIENTO NORMAL A LA CARA)

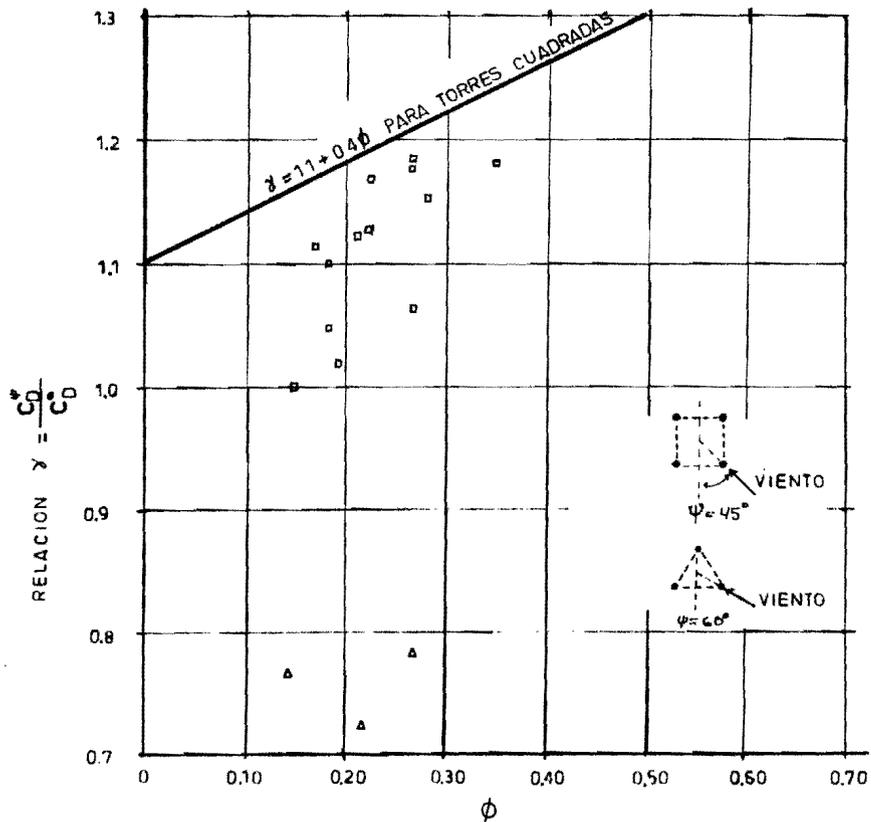


FIG. 24

COEFICIENTE DE ARRASTRE PARA TORRES EN FUNCION DEL DESVIO

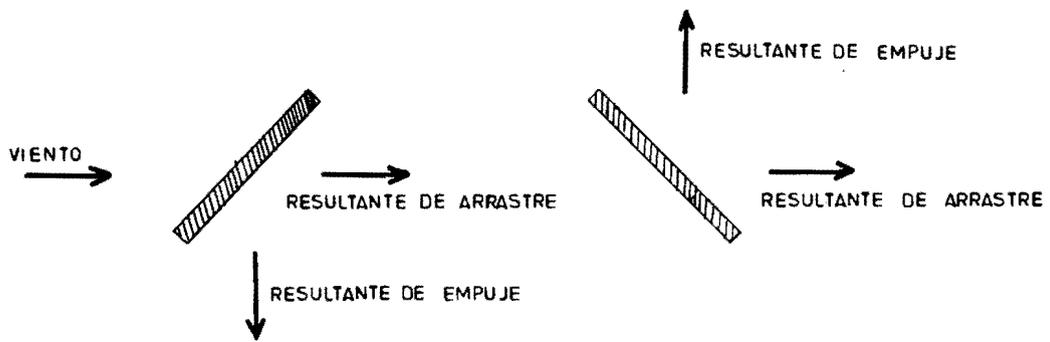


FIG. 25

DEFINICION DE ARRASTRE Y EMPUJE

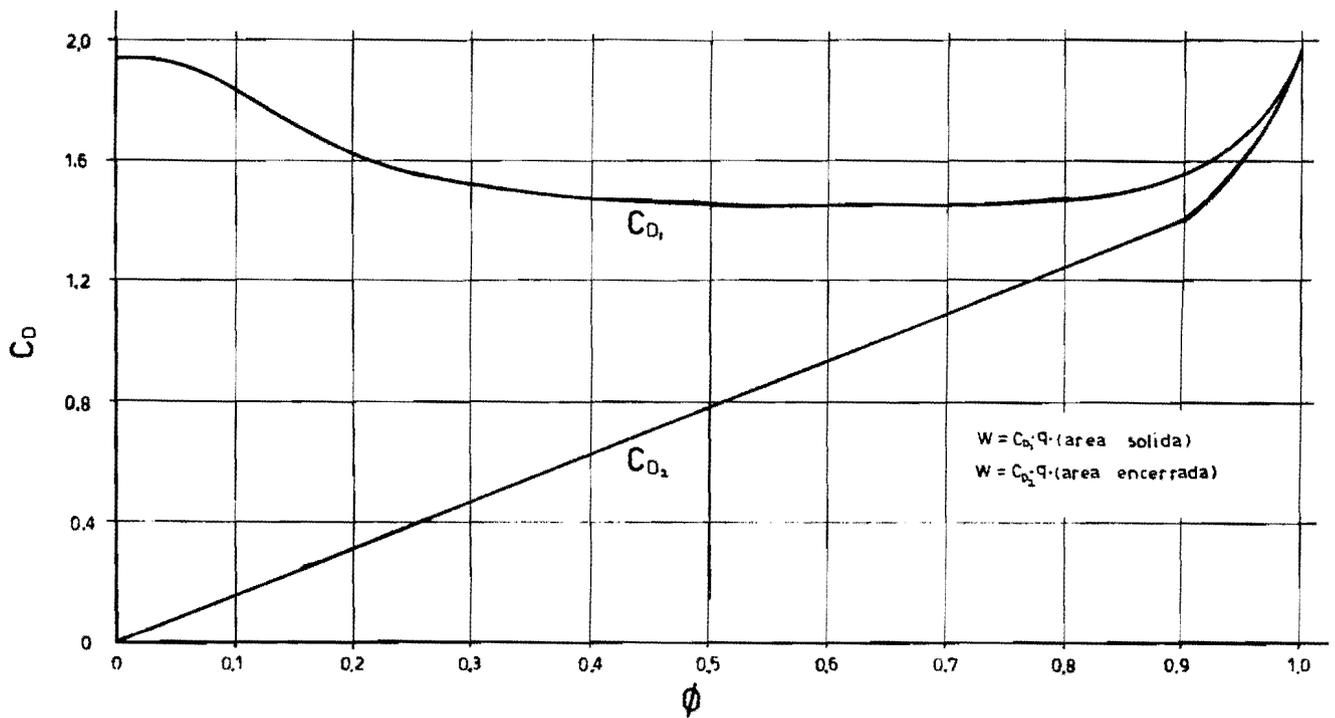


FIG. 26

VARIACION DE LOS FACTORES DE FORMA PARA ARMADURAS PLANAS

COEFICIENTE DE PRESION EN TORRES TRIANGULARES

Un factor de forma "compuesto" puede también ser determinado para las torres triangulares con el viento normal a una cara utilizando una relación $e/h = 0.50$ para calcular el efecto de escudo fuerte en sotavento. En adición del arrastre en las dos caras escudadas es fuertemente reducido como resultado de un desvío, como sigue:

$$C_{DT} = C_D (1 + 2\eta\gamma \cos \psi)$$

Donde:

γ = Coeficiente de reducción para una armadura debido a los desvíos.

ψ = Angulo formado por la dirección del viento y la normal a la superficie bajo consideración.

Para $\psi = 60^\circ$ y $\gamma = 0.80$, obtenemos

$$C_{DT} = C_D(1 + 0.8 \eta)$$

Se proponen además las siguientes fórmulas:

$$\begin{array}{ll} C_{DT} = 3.60 & \text{para } 0 < \phi < 0.05 \\ C_{DT} = 5.7\phi^2 - 7.4\phi + 3.9 & 0.05 < \phi < 0.50 \end{array}$$

Para los propósitos de diseño se propone la siguiente fórmula:

$$C_{DT} = 3.65 - 4.65\phi$$

Poca información de pruebas es disponible para torres triangulares, concierne particularmente a la influencia de los desvíos, de la información real, aparece que la fuerza de arrastre mas grande se obtiene cuando el viento está soplando normal a una cara, como se muestra en las figuras 23 y 24.

ANALISIS DE UNA TORRE POR LA ACCION DE VIENTO EN FLUJO LAMINAR

En estructuras tipo torre para estimar la acción del viento una vez que se define la velocidad del viento, es necesario seleccionar una dirección de análisis. Esta información obtenida en túneles de viento indica que el área expuesta es dependiente del ángulo de ataque y que el coeficiente de arrastre C_D es también dependiente del ángulo de ataque.

En diversos perfiles de estructuración se ha encontrado que el análisis a 45° respecto a lados paralelos representan una condición favorable para el análisis.

INFLUENCIA DEL VIENTO EN LOS TIRANTES

En el caso de los tirantes y alambres, la fuerza de viento se forma en dos componentes, una, el " arrastre ", actuando en el plano del viento y el tirante en la dirección del viento. La otra, actuando en el mismo plano, pero normal a la dirección del viento.

Las dos componentes se muestran en las figuras 28a y 28b.

Los coeficientes de arrastre y empuje se muestran en la fig. 27

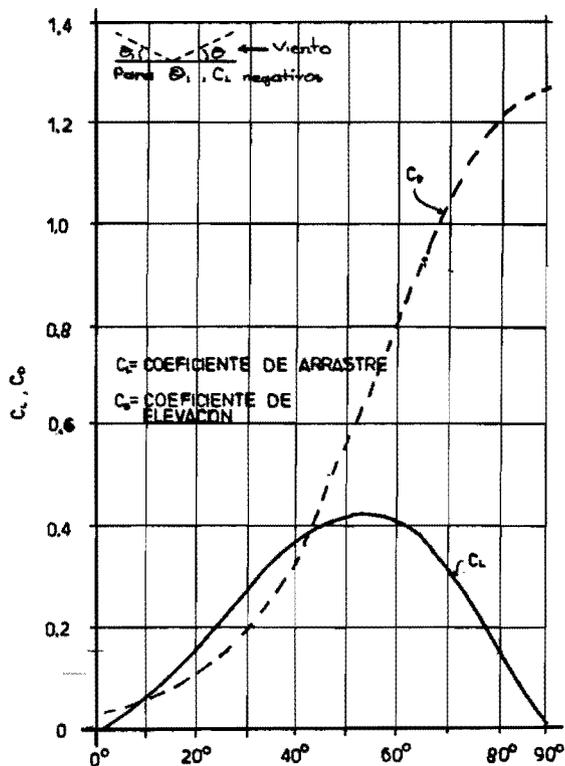


FIG. 27

COEFICIENTES DE ARRASTRE Y ELEVACION PARA TIRANTES

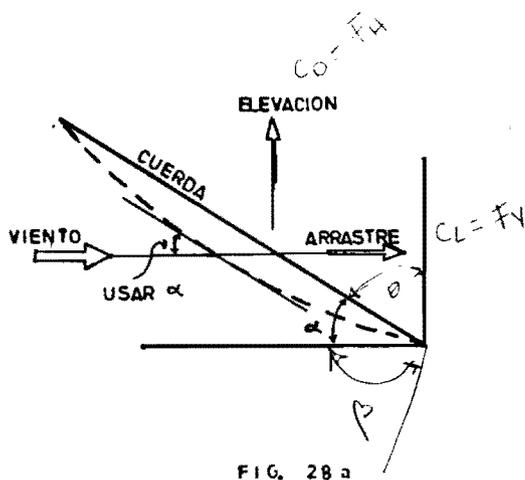


FIG. 28 a

VIENTO EN EL PLANO VERTICAL DE UN TIRANTE ($\alpha = \theta$)

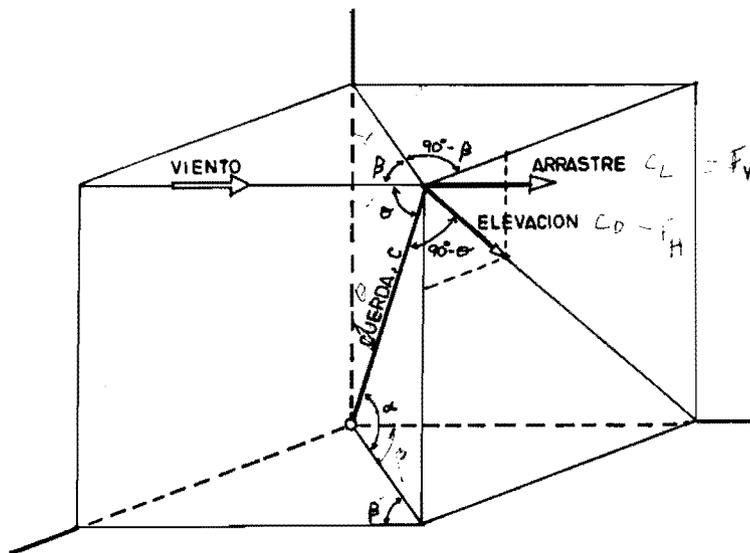


FIG. 28 b

VIENTO EN UN ANGULO DEL PLANO VERTICAL DEL TIRANTE
($\cos \theta = \cos \alpha - \cos \beta$)

B.-ANALISIS DE LA TORRE

ANALISIS POR VIENTO CON EL VIENTO NORMAL A UNA CARA

$$C_{LT} = 3.65 - 4.65 f \quad \text{valor de } f \text{ no se da}$$

Para el cálculo de C_p :

$$C_p = 4 - 5.5\phi$$

Donde:

$$\phi = \text{Relación de sólidos}$$

$$\phi = 0.2099/0.70 = 0.30$$

resulta:

$$C_p = 4 - 5.5(0.30) = 2.35$$

Se obtiene una presión de:

$$P = 2.35 C_z (1.0)(35)$$

$$P = 82.25 C_z$$

Para alturas menores de 10 m:

$$P = 82.25 \text{ kg/m}^2$$

Para alturas superiores a los 10 m:

$$P = 82.25 \left(\frac{Z}{10} \right)^{(2/4.5)}$$

$$P = 29.559 Z^{(2/4.5)}$$

Para el cálculo de la fuerza se utilizará la expresión:

$$F = A P$$

Las fuerzas en las diversas alturas se calculará con la presión media que se obtenga para cada uno de los tramos.

En la siguiente tabla se muestra las fuerzas que se obtuvieron a diferentes alturas:

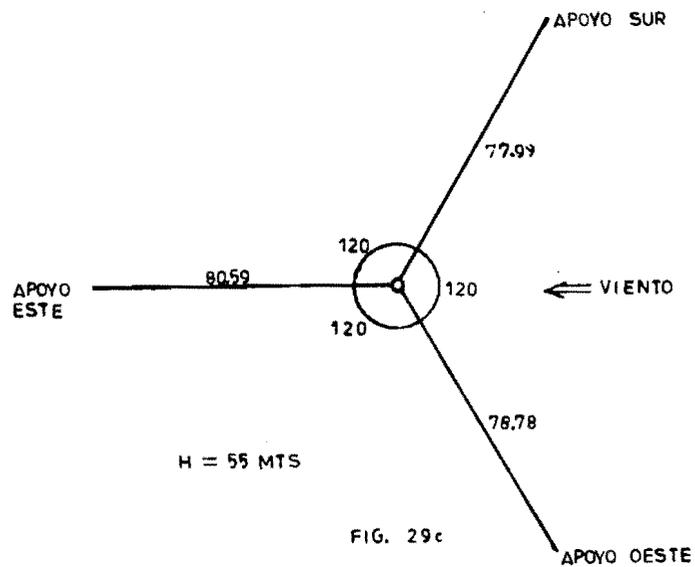
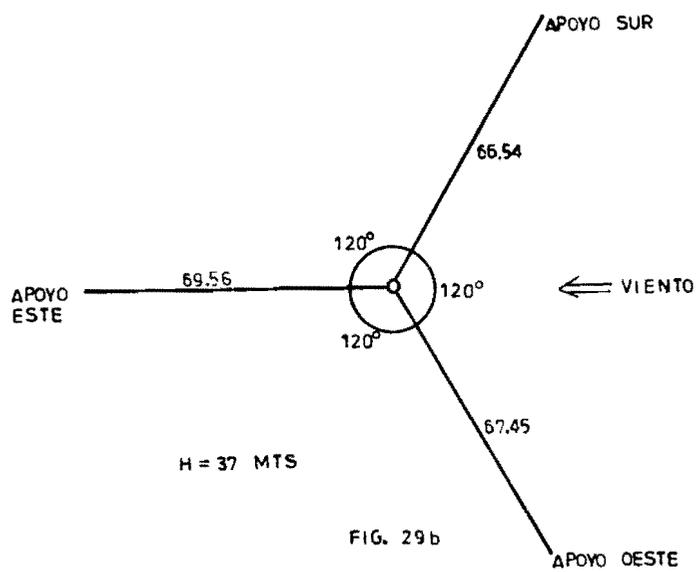
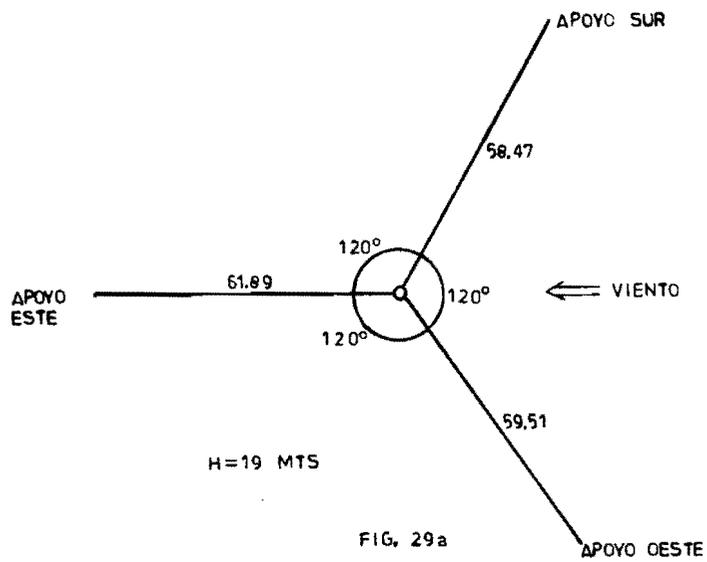
Altura (m)	Presión (kg/m ²)	Presión media (kg/m ²)	Area (m ²)	Fuerza (kg)
1.0	82.25	82.25	0.3019	24.83
2.5	82.25		0.3019	24.83
4.0	82.25		0.3019	24.83
5.5	82.25		0.3019	24.83
7.0	82.25	85.34	0.3537	30.18
8.5	82.25	85.34	0.3019	25.76
10.0	82.25		0.3019	25.76
11.5	87.52		0.3019	25.76
13.0	92.42	101.14	0.3537	35.77
14.5	97.02	101.14	0.3019	30.53
16.0	101.36		0.3019	30.53
17.5	105.48		0.3019	30.53
19.0	109.40	116.63	0.3537	41.25
20.5	113.16	116.63	0.3019	35.21
22.0	116.77		0.3019	35.21
23.5	120.24		0.3019	35.21
25.0	123.59	129.89	0.3537	45.94
26.5	126.84	129.89	0.3019	39.21
28.0	129.98		0.3019	39.21
29.5	133.03		0.3019	39.21
31.0	135.99	141.62	0.3537	50.09
32.5	138.88	141.62	0.3019	42.76
34.0	141.69		0.3019	42.76
35.5	144.44		0.3019	42.76
37.0	147.12	152.25	0.3537	53.85
38.5	149.74	152.25	0.3019	45.96
40.0	152.31		0.3019	45.96
41.5	154.82		0.3019	45.96
43.0	157.28	162.02	0.3537	57.31
44.5	159.70	162.02	0.3019	48.91
46.0	162.07		0.3019	48.91
47.5	164.39		0.3019	48.91
49.0	166.68	171.11	0.3537	60.52
50.5	168.93	171.11	0.3019	51.66
52.0	171.14		0.3019	51.66
53.5	173.32		0.3019	51.66
55.0	175.46	179.62	0.3537	63.53
56.5	177.57	179.62	0.3019	54.23
58.0	179.65		0.3019	54.23
59.5	181.70		0.3019	54.23
61.0	183.73		0.3019	54.23

DETERMINACION DE LAS CARGAS EN LOS CABLES

COSENOS DIRECTORES DE LOS CABLES (H = 19 MTS)

La posición de los cables y la dirección del viento se muestran en la figura 29a.

COSENOS DIRECTORES DE LOS CABLES



Las coordenadas de los puntos se muestran a continuación.

OC 0, 0, 19)	
EC(28.2, -48.84, 0)	LEO = 59.51 mts
AC(-58.90, 0, 0)	LAO = 61.89 mts
BC(27.65, 47.89, 0)	LBO = 58.47 mts

Cable apoyo oeste

Cos x = $28.2/59.51 = 0.474$	61.714°
Cos y = $-48.84/59.51 = -0.821$	145.155°
Cos z = $-19/59.51 = -0.319$	108.619°

Cable apoyo sur

Cos x = $27.65/58.47 = 0.473$	61.778°
Cos y = $47.89/58.47 = 0.819$	35.010°
Cos z = $-19/58.47 = -0.325$	108.963°

Cable apoyo este

Cos x = $-58.90/61.89 = -0.951$	162.118°
Cos y = $0/61.89 = 0$	
Cos z = $-19/61.89 = -0.307$	107.878°

COSENOS DIRECTORES DE LOS CABLES (H = 37 MTS)

La posición de los cables y la dirección del viento se muestran en la figura 29b.

Las coordenadas de los puntos se muestran a continuación.

OC 0, 0, 37)	
EC(28.2, -48.84, 0)	LEO = 67.45 mts
AC(-58.90, 0, 0)	LAO = 69.56 mts
BC(27.65, 47.89, 0)	LBO = 66.54 mts

Cable apoyo oeste

Cos x = $28.2/67.45 = 0.418$	65.286°
Cos y = $-48.84/67.45 = -0.724$	136.392°
Cos z = $-19/67.45 = -0.549$	123.267°

$x = \cos^{-1} 0.418$
 $y = \cos^{-1} (-0.724)$
 $z = \cos^{-1} (-0.549)$

Cable apoyo sur

Cos x = $27.65/66.54 = 0.416$	65.445°
Cos y = $47.89/66.54 = 0.720$	43.965°
Cos z = $-19/66.54 = -0.556$	123.786°

Cable apoyo este

$$\begin{aligned} \cos x &= -58.90/69.56 = -0.847 & 147.864^\circ \\ \cos y &= 0/69.56 = 0 \\ \cos z &= -19/69.56 = -0.532 & 122.136^\circ \end{aligned}$$

COSENOS DIRECTORES DE LOS CABLES (H = 55 MTS)

La posición de los cables y la dirección del viento se muestran en la figura 29c.

Las coordenadas de los puntos se muestran a continuación.

$$\begin{aligned} O &(0, 0, 55) & L_{eo} &= 78.78 \text{ mts} \\ E &(28.2, -48.84, 0) & L_{ao} &= 80.59 \text{ mts} \\ A &(-58.90, 0, 0) & L_{bo} &= 77.99 \text{ mts} \\ B &(27.65, 47.89, 0) \end{aligned}$$

Cable apoyo oeste

$$\begin{aligned} \cos x &= 28.2/78.78 = 0.358 & 69.024^\circ \\ \cos y &= -48.84/78.78 = -0.620 & 128.315^\circ \\ \cos z &= -19/78.78 = -0.698 & 134.281^\circ \end{aligned}$$

Cable apoyo sur

$$\begin{aligned} \cos x &= 27.65/77.99 = 0.355 & 69.236^\circ \\ \cos y &= 47.89/77.99 = 0.614 & 52.119^\circ \\ \cos z &= -19/77.99 = -0.705 & 134.845^\circ \end{aligned}$$

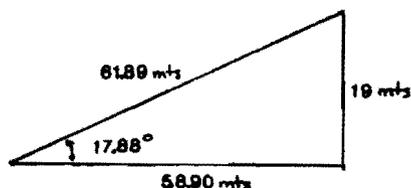
Cable apoyo este

$$\begin{aligned} \cos x &= -58.90/80.59 = -0.731 & 136.961^\circ \\ \cos y &= 0/80.59 = 0 \\ \cos z &= -19/80.59 = -0.682 & 133.039^\circ \end{aligned}$$

CARGAS EN LOS CABLES

PARA LA ALTURA DE 19 MTS.

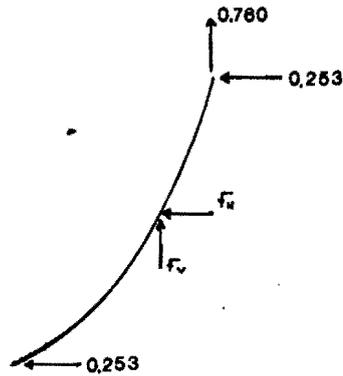
CABLE APOYO ESTE:



Al utilizar las gráficas se obtiene:

$$\begin{aligned} C_D &= 0.08 \\ C_L &= 0.12 \end{aligned}$$

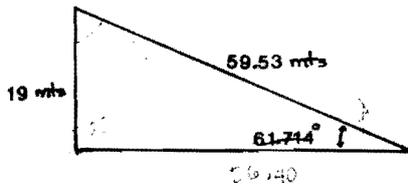
Las fuerzas se descompondrán en dos componentes (Carrastre y empuje).



$$F_H = 35(1)(1)(0.08)(19)(0.009525) = 0.5067 \text{ kgs}$$

$$F_v = 35(1)(1)(0.12)(19)(0.009525) = 0.760 \text{ kgs}$$

CABLE APOYO OESTE:



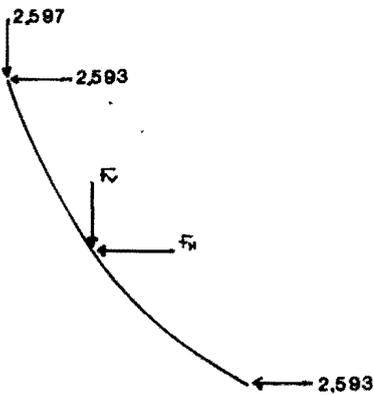
El ángulo fue obtenido de los cosenos directores.

Se obtiene de las gráficas:

$$C_D = 0.82$$

$$C_L = 0.41$$

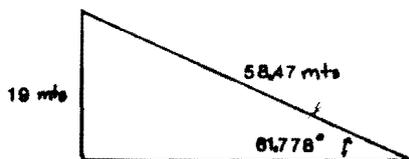
Las fuerzas se descompondrán en dos (Carrastre y empuje):



$$F_H = (35)(1)(1)(0.82)(19)(0.009525) = 5.194 \text{ kgs}$$

$$F_v = (35)(1)(1)(0.41)(19)(0.009525) = 2.597 \text{ kgs}$$

CABLE APOYO SUR:



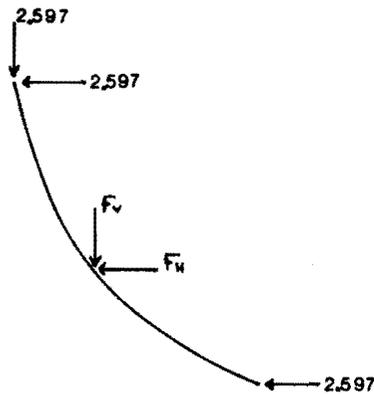
El ángulo fue obtenido de los cosenos directores

Se obtiene de las gráficas:

$$C_D = 0.82$$

$$C_L = 0.41$$

Las fuerzas se descompondrán en dos (arrastre y empuje)



$$F_H = 35(1)(1)(0.82)(19)(0.009525) = 5.194 \text{ kgs}$$

$$F_V = 35(1)(1)(0.41)(19)(0.009525) = 2.597 \text{ kgs}$$

RESUMEN DE CARGAS EN LOS TIRANTES A 10 MTS.

La resultante de la fuerza horizontal actúa en la dirección del viento:

$$F = 5.44 \text{ kgs}$$

La resultante de la fuerza vertical:

$$F = -0.76 + 2.597 + 2.597 = 4.434 \text{ kgs} \quad \text{hacia abajo}$$

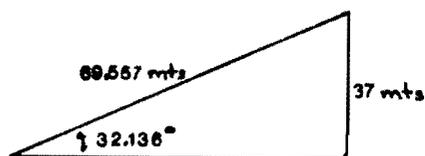
En esta altura además se encontrará una fuerza vertical por tensión inicial:

$$P = 1000 (0.319) + 1000 (0.325) + 1000 (0.307)$$

$$P = 951.22 \text{ kgs}$$

PARA LA ALTURA DE 37 MTS.

CABLE APOYO ESTE:

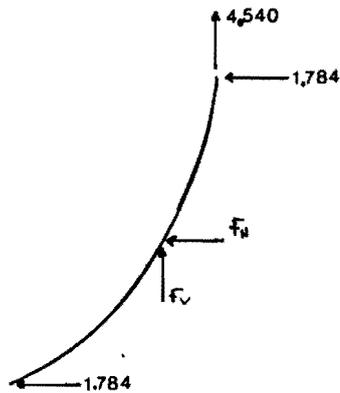


Al utilizar las gráficas se obtiene:

$$C_D = 0.22$$

$$C_L = 0.28$$

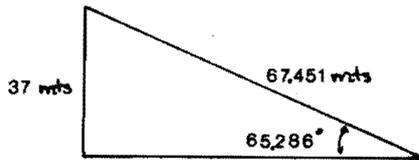
Las fuerzas se descompondrán en dos (Carrastre y empuje)



$$F_H = (35)(1)(18.5/10) \frac{(2/4.5)}{(0.009525)} = (37)(0.22) = 3.567 \text{ kgs}$$

$$F_V = (35)(1)(18.5/10) \frac{(2/4.5)}{(0.009525)} = (37)(0.28) = 4.54 \text{ kgs}$$

CABLE APOYO OESTE:

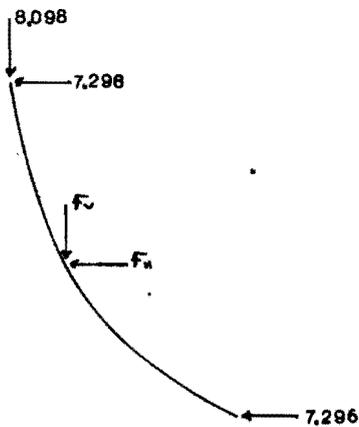


El ángulo fue obtenido de los cosenos directores. Al utilizar las gráficas se obtiene:

$$C_D = 0.90$$

$$C_L = 0.38$$

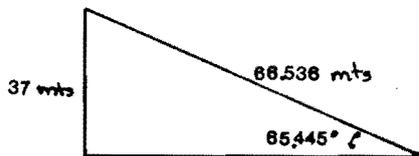
Las fuerzas se descompondrán en dos (Carrastre y empuje)



$$F_H = 35(1)(18.5/10) \frac{(2/4.5)}{(0.009525)} = (37)(0.90) = 14.59 \text{ kgs}$$

$$F_V = 35(1)(18.5/10) \frac{(2/4.5)}{(0.009525)} = (37)(0.38) = 8.098 \text{ kgs}$$

CABLE APOYO SUR:

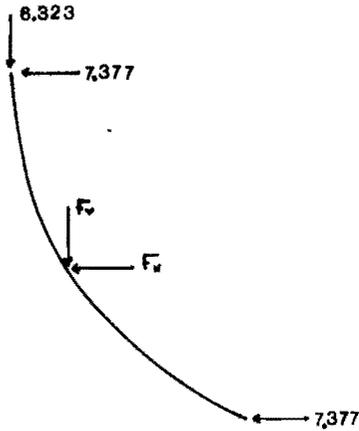


El ángulo fue obtenido de los cosenos directores. Obteniendose de las gráficas:

$$C_D = 0.91$$

$$C_L = 0.39$$

Las fuerzas se descompondrán en dos (arrastre y empuje):



$$F_H = 35(1)(18.5/10) \quad (2/4.5) \quad (37)(0.91) \\ (0.009525) = 14.754 \text{ kgs}$$

$$F_v = 35(1)(18.5/10) \quad (2/4.5) \quad (37)(0.39) \\ (0.009525) = 6.323 \text{ kgs}$$

RESUMEN DE CARGAS A LA ALTURA DE 37 MTS

La resultante de la fuerza horizontal actúa en la dirección del viento:

$$F = 16.457 \text{ kgs}$$

La resultante de la fuerza vertical

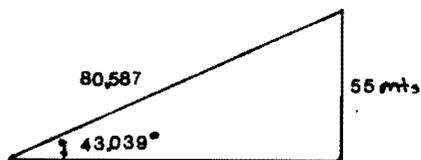
$$F = -4.54 + 8.098 + 6.323 = 9.881 \text{ kgs} \quad \text{hacia abajo}$$

En esta altura además se encontrará una fuerza vertical por tensión inicial:

$$P = 1000 (0.549) + 1000 (0.556) + 1000 (0.532) \\ P = 1636.87 \text{ kgs}$$

PARA LA ALTURA DE 55 MTS

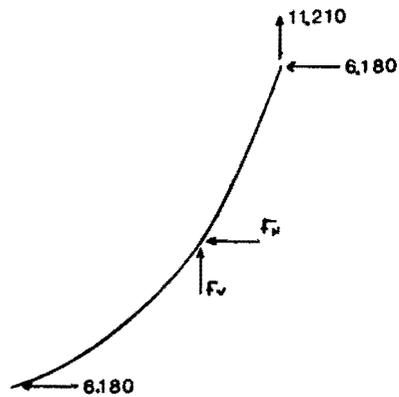
CABLE APOYO ESTE:



Al utilizar las gráficas se obtiene:

$$C_D = 0.43 \\ C_L = 0.39$$

La fuerza se descompondrá en dos (arrastre y empuje)

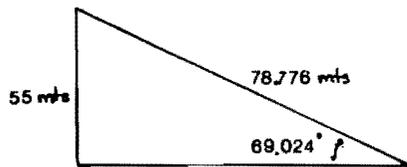


$$F_H = 35(1)(27.5/10) \quad (2/4.5) \quad (55)(0.43) \\ (0.009525) = 12.36 \text{ kgs}$$

$$F_V = 35(1)(27.5/10) \quad (2/4.5) \quad (55)(0.39) \\ (0.009525) = 11.21 \text{ kgs}$$

12.36
11.21

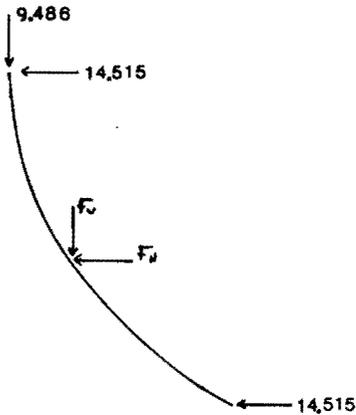
CABLE APOYO OESTE:



Al utilizar las gráficas se obtiene:

$$C_D = 1.01 \\ C_L = 0.33$$

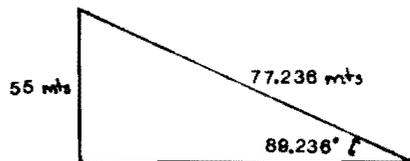
La fuerza se descompondrá en dos (arrastre y empuje)



$$F_H = 35(1)(27.5/10) \quad (2/4.5) \quad (55)(1.01) \\ (0.009525) = 29.03 \text{ kgs}$$

$$F_V = 35(1)(27.5/10) \quad (2/4.5) \quad (55)(0.33) \\ (0.009525) = 9.486 \text{ kgs}$$

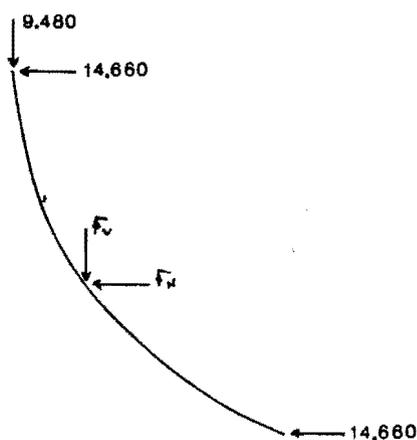
CABLE APOYO SUR:



Al utilizar las gráficas se obtiene:

$$C_D = 1.02 \\ C_L = 0.33$$

La fuerza se descompondrá en dos (Carrastre y empuje)



$$F_H = 35(1)(27.5/10) \quad (2/4.5) \quad (55)(1.02) \\ (0.009525) = 29.32 \text{ kgs}$$

$$F_V = 35(1)(27.5/10) \quad (2/4.5) \quad (55)(0.33) \\ (0.009525) = 9.48 \text{ kgs}$$

RESUMEN DE CARGAS A LA ALTURA DE 55 MTS

La resultante de la fuerza horizontal actúa en la dirección del viento:

$$F = 35.36 \text{ kgs}$$

La resultante de la fuerza vertical

$$F = -11.21 + 9.48 + 9.48 = 7.75 \text{ kgs} \quad \text{hacia abajo}$$

En esta altura además se encontrará una fuerza vertical por tensión inicial

$$P = 1000 (0.698) + 1000 (0.705) + 1000 (0.682) \\ P = 2085.80 \text{ kgs}$$

Al calcular el peso debido al peso propio y de considerar que cada nudo tiene un área tributaria de 1.5 m de longitud.

$$\text{Peso} = 47.38(1.5) = 71.07 \text{ kgs}$$

CARGAS TOTALES EN LA ESTRUCTURA

ALTURA (m)	VIENTO			W. PROPIO (kg)	TIRANTES (kg)	RESULTANTES	
	TORRE H (kg)	H (kg)	V (kg)			H (kg)	V (kg)
1.0	24.83			71.07		24.83	71.07
2.5	24.83			71.07		24.83	71.07
4.0	24.83			71.07		24.83	71.07
5.5	24.83			71.07		24.83	71.07
7.0	30.18			71.07		30.18	71.07
8.5	25.76			71.07		25.76	71.07
10.0	25.76			71.07		25.76	71.07
11.5	25.76			71.07		25.76	71.07
13.0	35.77			71.07		35.77	71.07
14.5	30.53			71.07		30.53	71.07
16.0	30.53			71.07		30.53	71.07
17.5	30.53			71.07		30.53	71.07
19.0	41.25	5.44	4.43	71.07	951.22	46.69	1026.72
20.5	35.21			71.07		35.21	71.07
22.0	35.21			71.07		35.21	71.07
23.5	35.21			71.07		35.21	71.07
25.0	45.94			71.07		45.94	71.07
26.5	39.21			71.07		39.21	71.07
28.0	39.21			71.07		39.21	71.07
29.5	39.21			71.07		39.21	71.07
31.0	50.09			71.07		50.09	71.07
32.5	42.76			71.07		42.76	71.07
34.0	42.76			71.07		42.76	71.07
35.5	42.76			71.07		42.76	71.07
37.0	53.85	16.46	9.88	71.07	1636.87	70.31	1717.82
38.5	45.96			71.07		45.96	71.07
40.0	45.96			71.07		45.96	71.07
41.5	45.96			71.07		45.96	71.07
43.0	57.31			71.07		57.31	71.07
44.5	48.91			71.07		48.91	71.07
46.0	48.91			71.07		48.91	71.07
47.5	48.91			71.07		48.91	71.07
49.0	60.52			71.07		60.52	71.07
50.5	51.66			71.07		51.66	71.07
52.0	51.66			71.07		51.66	71.07
53.5	51.66			71.07		51.66	71.07
55.0	63.53	35.36	7.75	71.07	2085.80	98.89	2164.62
56.5	54.24			71.07		54.24	71.07
58.0	54.24			71.07		54.24	71.07
59.5	54.24			71.07		54.24	71.07
61.0	54.24			71.07		54.24	71.07

ANALISIS DE LA TORRE

ANALISIS DE LA TORRE CON EL VIENTO NORMAL A UNA CARA
Y UN FACTOR DE SEGURIDAD DE 1.0

1).- Obtención de los elementos mecanicos con los apoyos como simplemente apoyados

Se obtuvieron del análisis de una viga continua con los apoyos rígidos los siguientes resultados.

$$\begin{aligned}R_0 &= 124 \text{ kgs} \\R_{19} &= 468 \text{ kgs} \\R_{37} &= 581 \text{ kgs} \\R_{55} &= 599 \text{ kgs}\end{aligned}$$

Nota.- Los subíndices indican la altura en donde se encuentran estas reacciones, o alturas de cada uno de los niveles donde se encuentran apoyados los tirantes.

2).- Obtención de las rigideces.

a) Para la altura de 19 mts, altura del primer nivel.

Tensiones iniciales:

$$\begin{aligned}T_{B1} &= 1000 \text{ kgs} \\T_{S1} &= 1000 \text{ kgs}\end{aligned}$$

Reaccion a esta altura:

$$R_{19} = 468 \text{ kgs}$$

Al aplicar la fórmula 18 e iterar se obtuvieron los siguientes resultados.

$$\begin{aligned}T_{B2} &= 1084.71 \text{ kgs.} & \Delta b_1 &= -0.045057 \text{ mts} \\T_{S2} &= 592.51 \text{ kgs} & \Delta s_2 &= 0.045057 \text{ mts}\end{aligned}$$

Se obtuvo la rigidez del nivel:

$$K_1 = 468 / 4.5057 = 103.87 \text{ kgs/cm}$$

b) Para la altura de 37 mts, altura del segundo nivel.

Tensiones iniciales:

$$\begin{aligned}T_{B1} &= 1000 \text{ kgs} \\T_{S1} &= 1000 \text{ kgs}\end{aligned}$$

Reaccion a esta altura:

$$R_{10} = 581 \text{ kgs}$$

Al aplicar la fórmula 18 e iterar se obtuvieron los siguientes resultados.

$$\begin{aligned} T_{B2} &= 1148.88 \text{ kgs.} & \Delta b_1 &= -0.138360 \text{ mts} \\ T_{S2} &= 460.44 \text{ kgs} & \Delta s_2 &= 0.138360 \text{ mts} \end{aligned}$$

Se obtuvo la rigidez del nivel:

$$K_1 = 581/13.836 = 41.99 \text{ kgs/cm}$$

c) Para la altura de 55 mts, altura del primer nivel.

Tensiones iniciales:

$$\begin{aligned} T_{B1} &= 1000 \text{ kgs} \\ T_{S1} &= 1000 \text{ kgs} \end{aligned}$$

Reacción a esta altura:

$$R_{10} = 599 \text{ kgs}$$

Al aplicar la formula 18 e iterar se obtuvieron los siguientes resultados.

$$\begin{aligned} T_{B2} &= 1218.08 \text{ kgs.} & \Delta b_1 &= -0.429010 \text{ mts} \\ T_{S2} &= 393.04 \text{ kgs} & \Delta s_2 &= 0.429010 \text{ mts} \end{aligned}$$

Se obtuvo la rigidez del nivel:

$$K_1 = 599/42.901 = 13.962 \text{ kgs/cm}$$

3).- Análisis del eje sobre soportes elásticos.

X_{jk} = Reacción en el nivel J debida a un desplazamiento unitario del eje a nivel K.

$$X_{jk} = \begin{bmatrix} X_{11}=0 & X_{12}=154.36 & X_{13}=-44.70 \\ X_{21}=154.36 & X_{22}=0 & X_{23}=68.085 \\ X_{31}=-44.70 & X_{32}=68.085 & X_{33}=0 \end{bmatrix}$$

Del sistema 29a se obtienen, los desplazamientos con soportes elásticos.

$$U_j C X_{jj} - K_j D + \sum U_k X_{jk} = - S_j$$

$$\begin{bmatrix} -103.87 & 154.36 & -44.700 \\ 154.36 & -41.992 & 68.085 \\ -44.70 & 68.085 & -13.962 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -468 \\ -581 \\ -599 \end{Bmatrix}$$

Se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -26.9553 \\ 6.1622 \\ 73.4462 \end{Bmatrix} \text{ cms}$$

4).- Efecto de la excentricidad de la componente vertical de las reacciones en los tirantes.

Y_{jk} = Reacción en el nivel K debida a una fuerza unitaria en el nivel J.

$$Y_{jk} = \begin{bmatrix} Y_{11}=0 & Y_{12}=0.9021 & Y_{13}=-0.2614 \\ Y_{21}=0.8553 & Y_{22}=0 & Y_{23}=0.3773 \\ Y_{31}=-1.4737 & Y_{32}=2.2432 & Y_{33}=0 \end{bmatrix}$$

$$Y_{jk} K_k = \begin{bmatrix} 0 & 37.8809 & -3.6497 \\ 88.8400 & 0 & 5.2679 \\ -153.0732 & 94.1965 & 0 \end{bmatrix}$$

Del sistema 35 se obtienen los desplazamientos con los soportes elasticos.

$$U_{jK_j} - \sum_{k=1}^n X_{jk} U_k - \sum_{k=1}^n Y_{jk} U_k K_k = S_{0j}$$

$$\begin{bmatrix} -103.87 & 192.24 & -48.350 \\ 243.20 & -41.992 & 73.353 \\ -197.77 & 162.282 & -13.962 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 468 \\ 581 \\ 599 \end{Bmatrix}$$

Se obtiene:

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.4318 \\ 5.0230 \\ 9.3646 \end{Bmatrix} \text{ cms}$$

5).-Efecto de la distorsión del eje.

$$\text{Nivel 1} \quad \begin{cases} \Delta V_x = 80.20 \tan 61.746 = 149.23 \\ \Delta V_z = 387.80 \tan 17.882 = 125.12 \end{cases}$$

$$\text{Nivel 2} \quad \begin{cases} \Delta V_x = 124.11 \tan 65.366 = 270.66 \\ \Delta V_z = 456.89 \tan 32.136 = 287.01 \end{cases}$$

$$\text{Nivel 3} \quad \begin{cases} \Delta V_x = 155.38 \tan 69.130 = 407.54 \\ \Delta V_z = 443.62 \tan 43.039 = 414.25 \end{cases}$$

$$\Sigma V_{01} = 951 \text{ kgs}$$

$$\Sigma V_{02} = 1037 \text{ kgs}$$

$$\Sigma V_{03} = 2085 \text{ kgs}$$

Se obtiene:

$$Z_{11}=0$$

$$Z_{12}=(71.07(24) + (270.66-287.01) + (407.54 - 414.25) + 1637 + 2085)(1/1800) = 3.003$$

$$Z_{13}=(71.07(6) + (407.54-414.25) + 2085)(1/3600) = 0.898$$

$$Z_{22}=0$$

$$Z_{23}=(71.07(6) + (407.54-414.25) + 2085)(1/1800) = 1.392$$

Al considerar la distorsión del eje, se obtienen los desplazamientos:

$$\begin{bmatrix} -103.87 & 195.24 & -47.654 \\ 243.20 & -41.992 & 74.745 \\ -197.77 & 162.282 & -13.962 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 468 \\ 581 \\ 599 \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.3063 \\ 4.8835 \\ 9.5199 \end{Bmatrix} \text{ cms}$$

6).- Cálculo de las reacciones

$$S_{fj} = K_g U_j = \begin{Bmatrix} 31.815 \\ 205.068 \\ 132.917 \end{Bmatrix} \text{ kgs}$$

7).- Obtención de los momentos finales.

a) Apoyos Rígidos

Se obtuvieron del análisis del eje con los apoyos rígidos.

$$M_{10} = -761 \text{ kg-m}$$

$$M_{37} = -844 \text{ kg-m}$$

$$M_{55} = -814 \text{ kg-m}$$

b) Apoyos Elásticos

Momentos por unidad de desplazamiento.

$$M_{10} = 1168.11 \text{ kg-m}$$

$$M_{37} = 1225.80 \text{ kg-m}$$

$$M_{55} = 0 \text{ kg-m}$$

Momentos obtenidos al considerar los desplazamientos en cada uno de los niveles atirantados:

$$M_{10} = 358.00 \text{ kg-m}$$

$$M_{37} = 5986.0 \text{ kg-m}$$

$$M_{55} = 0.0 \text{ Kg-m}$$

c) Con los efectos de la excentricidad de las cargas verticales.

c1) Al aplicar la carga unitaria en (1)

$$\begin{aligned}M_{19} &= 6.826 \text{ kg-m} \\M_{37} &= -4.705 \text{ kg-m} \\M_{55} &= 0.0 \text{ kg-m}\end{aligned}$$

c2) Al aplicar la carga unitaria en (2)

$$\begin{aligned}M_{19} &= -4.416 \text{ kg-m} \\M_{37} &= 6.789 \text{ kg-m} \\M_{55} &= 0.0 \text{ Kg-m}\end{aligned}$$

c3) Al aplicar la carga unitaria en (3)

$$\begin{aligned}M_{19} &= 4.373 \text{ kg-m} \\M_{37} &= -17.979 \text{ kg-m} \\M_{55} &= 0.0 \text{ kg-m}\end{aligned}$$

$$\text{y de conocer } \beta = \frac{2 b \operatorname{sen} \sigma}{\cos \alpha + 2 \operatorname{sen} \alpha / \operatorname{tano}}$$

A) Para la altura de 19 mts.

$$\alpha = 61.746^\circ$$

$$\sigma = 17.882^\circ$$

$$\beta = 0.072448 \quad S_r = 31.815 \quad \beta S_r = 2.305$$

$$\begin{aligned}M_1 &= 2.305 + 6.826(31.815) - 4.705(205.068) \\&= -745.371 \text{ kg-m}\end{aligned}$$

B) Para la altura de 37 mts.

$$\alpha = 65.365^\circ$$

$$\sigma = 32.136^\circ$$

$$\beta = 0.224926 \quad S_r = 205.068 \quad \beta S_r = 46.125$$

$$\begin{aligned}M_1 &= 46.125 - 4.416(31.815) + 6.789(205.068) \\&= 1297.837 \text{ kg-m}\end{aligned}$$

C) Para la altura de 55 mts.

$$\alpha = 69.130^\circ$$

$$\sigma = 43.039^\circ$$

$$\beta = 0.405293 \quad S_r = 132.917 \quad \beta S_r = 53.87$$

$$\begin{aligned}M_1 &= 53.870 + 4.373(31.815) - 17.979(205.068) \\&= -3493.921 \text{ kg-m}\end{aligned}$$

8).- Momentos finales

$$M_1 = -761 + 358 - 745.371 = -1148.371 \text{ kg-m}$$

$$M_2 = -844 + 5986 + 1297.837 = 6439.837 \text{ kg-m}$$

$$M_3 = -814 + 0 - 3493.921 = -4307.921 \text{ kg-m}$$

ANALISIS DE LA TORRE CON EL VIENTO ACTUANDO NORMAL A UNA DE LAS CARAS
Y PARA DIVERSOS FACTORES DE SEGURIDAD:

PARA N=1.2

Rigideces en cada uno de los niveles atirantados

$$K_1 = 94.393 \text{ kg/cm}$$

$$K_2 = 36.310 \text{ kg/cm}$$

$$K_3 = 12.265 \text{ kg/cm}$$

Desplazamientos en cada uno de los niveles

$$U_1 = 0.1484141 \text{ cms}$$

$$U_2 = 5.9606520 \text{ cms}$$

$$U_3 = 11.842590 \text{ cms}$$

Reacciones en cada uno de los niveles

$$R_1 = 14.00921 \text{ kgs}$$

$$R_2 = 216.4324 \text{ kgs}$$

$$R_3 = 145.2525 \text{ kgs}$$

Momentos finales en cada uno de los niveles

$$M_1 = -1661.508 \text{ kg-m}$$

$$M_2 = 7749.944 \text{ kg-m}$$

$$M_3 = -4747.906 \text{ kg-m}$$

PARA N=0.89

Rigideces en cada uno de los niveles atirantados

$$K_1 = 109.080 \text{ kg/cm}$$

$$K_2 = 45.860 \text{ kg/cm}$$

$$K_3 = 15.407 \text{ kg/cm}$$

Desplazamientos en cada uno de los niveles

$$U_1 = 0.3633437 \text{ cms}$$

$$U_2 = 4.3028530 \text{ cms}$$

$$U_3 = 8.2979560 \text{ cms}$$

Reacciones en cada uno de los niveles

$$R_1 = 39.63336 \text{ kgs}$$

$$R_2 = 197.3291 \text{ kgs}$$

$$R_3 = 127.8492 \text{ kgs}$$

Momentos finales en cada uno de los niveles

$$M_1 = -907.889 \text{ kg-m}$$

$$M_2 = 5732.308 \text{ kg-m}$$

$$M_3 = -4047.107 \text{ kg-m}$$

PARA N=0.88

Rigideces en cada uno de los niveles atirantados

$$K_1 = 109.551 \text{ kg/cm}$$

$$K_2 = 46.234 \text{ kg/cm}$$

$$K_3 = 15.559 \text{ kg/cm}$$

Desplazamientos en cada uno de los niveles

$$U_1 = 0.3672218 \text{ cms}$$

$$U_2 = 4.2506020 \text{ cms}$$

$$U_3 = 8.1893650 \text{ cms}$$

Reacciones en cada uno de los niveles

$$R_1 = 40.22952 \text{ kgs}$$

$$R_2 = 196.5224 \text{ kgs}$$

$$R_3 = 127.4203 \text{ kgs}$$

Momentos finales en cada uno de los niveles

$$M_1 = -887.841 \text{ kg-m}$$

$$M_2 = 5668.408 \text{ kg-m}$$

$$M_3 = -4022.029 \text{ kg-m}$$

ANALISIS POR VIENTO ACTUANDO A 45 GRADOS

El valor de C_p será el mismo que el del análisis anterior.

Se obtiene una presión de:

$$P = 2.35 C_z (1.0)(35)(1.1 + 0.4 \phi)$$

$$P = 100.345 C_z$$

Para alturas menores de 10 mts:

$$P = 100.345 \text{ kg/m}^2$$

Para alturas superiores a los 10 mts:

$$P = 100.345 \left(\frac{Z}{10} \right)^{(2/4.5)}$$

$$P = 36.062 Z^{(2/4.5)}$$

Para el cálculo de la fuerza se utilizará la expresión:

$$F = A P$$

Por un procedimiento similar al que se uso cuando el viento actua paralela al borde de la estructura.

CARGAS TOTALES EN LA ESTRUCTURA

ALTURA (m)	VIENTO			W. PROPIO (kg)	ti (kg)	RESULTANTES	
	TORRE H (kg)	TIRANTES H (kg) V (kg)				H (kg)	V (kg)
1.0	42.84			71.07		42.84	71.07
2.5	42.84			71.07		42.84	71.07
4.0	42.84			71.07		42.84	71.07
5.5	42.84			71.07		42.84	71.07
7.0	52.08			71.07		52.08	71.07
8.5	44.45			71.07		44.45	71.07
10.0	44.45			71.07		44.45	71.07
11.5	44.45			71.07		44.45	71.07
13.0	61.72			71.07		61.72	71.07
14.5	52.68			71.07		52.68	71.07
16.0	52.68			71.07		52.68	71.07
17.5	52.68			71.07		52.68	71.07
19.0	71.18	5.51	4.36 ↑	71.07	951.22	76.69	1017.93
20.5	60.75	4		71.07		60.75	71.07
22.0	60.75			71.07		60.75	71.07
23.5	60.75			71.07		60.75	71.07
25.0	79.26			71.07		79.26	71.07
26.5	67.65			71.07		67.65	71.07
28.0	67.65			71.07		67.65	71.07
29.5	67.65			71.07		67.65	71.07
31.0	86.43			71.07		86.43	71.07
32.5	73.77			71.07		73.77	71.07
34.0	73.77			71.07		73.77	71.07
35.5	73.77			71.07		73.77	71.07
37.0	92.91	16.47	7.46 ↑	71.07	1636.87	109.38	1700.48
38.5	79.31	4		71.07		79.31	71.07
40.0	79.31			71.07		79.31	71.07
41.5	79.31			71.07		79.31	71.07
43.0	98.88			71.07		98.88	71.07
44.5	84.40			71.07		84.40	71.07
46.0	84.40			71.07		84.40	71.07
47.5	84.40			71.07		84.40	71.07
49.0	104.42			71.07		104.42	71.07
50.5	89.13			71.07		89.13	71.07
52.0	89.13			71.07		89.13	71.07
53.5	89.13			71.07		89.13	71.07
55.0	109.62	35.21	7.47 ↑	71.07	2085.80	144.83	2149.40
56.5	93.56	4		71.07		93.56	71.07
58.0	93.56			71.07		93.56	71.07
59.5	93.56			71.07		93.56	71.07
61.0	93.56			71.07		93.56	71.07

POR UN PROCEDIMIENTO IGUAL AL QUE SE USO CUANDO EL VIENTO ACTUO NORMAL A UNA DE LAS CARAS.

ANALISIS DE LA TORRE CON EL VIENTO A 45 GRADOS Y PARA DIVERSOS
FACTORES DE SEGURIDAD:

PARA N=1.0

Rigideces en cada uno de los niveles atirantados

$$K_1 = 185.882 \text{ kg/cm}$$

$$K_2 = 117.496 \text{ kg/cm}$$

$$K_3 = 62.638 \text{ kg/cm}$$

Desplazamientos en cada uno de los niveles

$$U_1 = 2.018699 \text{ cms}$$

$$U_2 = 7.474870 \text{ cms}$$

$$U_3 = 13.21622 \text{ cms}$$

Reacciones en cada uno de los niveles

$$R_1 = 375.2395 \text{ kgs}$$

$$R_2 = 878.2684 \text{ kgs}$$

$$R_3 = 827.8318 \text{ kgs}$$

Momentos finales en cada uno de los niveles

$$M_1 = -443.7356 \text{ kg-m}$$

$$M_2 = 12362.390 \text{ kg-m}$$

$$M_3 = -15076.820 \text{ kg-m}$$

PARA N=1.50

Rigideces en cada uno de los niveles atirantados

$$K_1 = 194.113 \text{ kg/cm}$$

$$K_2 = 125.174 \text{ kg/cm}$$

$$K_3 = 69.097 \text{ kg/cm}$$

Desplazamientos en cada uno de los niveles

$$U_1 = 2.982206 \text{ cms}$$

$$U_2 = 11.11722 \text{ cms}$$

$$U_3 = 19.97347 \text{ cms}$$

Reacciones en cada uno de los niveles

$$R_1 = 578.8847 \text{ kgs}$$

$$R_2 = 1391.586 \text{ kgs}$$

$$R_3 = 1380.114 \text{ kgs}$$

Momentos finales en cada uno de los niveles

$$M_1 = -955.333 \text{ kg-m}$$

$$M_2 = 18889.470 \text{ kg-m}$$

$$M_3 = -23799.390 \text{ kg-m}$$