

**Análisis del comportamiento de un andador ubicado en  
Tlatelolco, durante el sismo de 1985**

**EMILIO SORDO ZABAY**

Trabajo presentado a la División de Estudios de Posgrado de la

**FACULTAD DE INGENIERIA**

de la

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

Como requisito para obtener el grado de

**MAESTRO EN INGENIERIA**

**(ESTRUCTURAS)**

**CIUDAD UNIVERSITARIA**

México D.F.

Septiembre de 1989





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



DEPFI



DEPFI

T. UNAM

1 9 8 9

SOR

8.2

## RESUMEN

En este trabajo se estudia el comportamiento de un andador ubicado en la zona de Tlatelolco, durante el sismo del 19 de Septiembre de 1985 en la ciudad de México, cuya acción produjo desplazamientos permanentes en la estructura. Para ello, se recurre a registros obtenidos en la misma zona, en 1978, 1988 y 1989, y se analiza el comportamiento de la estructura idealizada como un sistema elasto-plástico de un grado de libertad, incluyendo el efecto de la carga axial en el análisis. En forma paralela, se analiza la estructura estáticamente, y se calcula la ductilidad alcanzada por el sistema y el valor aproximado del coeficiente sísmico asociado a los sismos de Septiembre de 1985 en la zona de Tlatelolco. Finalmente, se hacen observaciones sobre los coeficientes sísmicos propuestos por el RDF-87 y los requerimientos de resistencia calculados para esta estructura en particular .

## INDICE

1 INTRODUCCION .....	1
1.1 Antecedentes .....	3
1.2 Propósito del estudio .....	3
2 DESCRIPCION DEL PROBLEMA .....	5
3 IDEALIZACION DEL SISTEMA .....	7
3.1 Cálculo de la masa .....	8
3.2 Cálculo de la rigidez..Diagrama Cortante-desplazamiento.....	9
3.3 Período de la estructura.....	10
3.4 Interacción suelo-estructura .....	11
4 ANALISIS DE LA ESTRUCTURA.....	13
4.1 Ductilidad .....	13
4.2 Revisión de la estructura según RDF-87 .....	14
4.3 Método dinámico paso a paso .....	16
4.3.1 Acelerogramas utilizados.....	16
4.3.2 Resultados.....	17
5 ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES.....	18
5.1 Ductilidad e inestabilidad de sistema .....	18
5.2 Comparación de los resultados con el RDF-87 .....	18
5.2.1 Método estático .....	19
5.2.2 Método dinámico .....	20
REFERENCIAS.....	22
FIGURAS.....	23
APENDICES.....	42
I Programa para el cálculo de la curva Momento-Curvatura.....	43
II Programa para el cálculo de la curva Cortante-Desplazamiento.....	45
III Interacción suelo-estructura .....	48
IV Programa para análisis no lineal .....	51

## 1. INTRODUCCION

Los métodos de análisis sísmico prescritos por los reglamentos de diseño, generalmente recurren a idealizar la acción sísmica mediante sistemas de fuerzas horizontales estáticas equivalentes. Estas fuerzas se consideran distribuidas en la altura de la estructura de manera que el cortante en cada entrepiso se obtiene multiplicando el peso total por encima del mismo por un factor. Este factor depende generalmente de la intensidad sísmica asociada al lugar (coeficiente sísmico) y de las características de disipación de energía de la estructura (ductilidad), y considera implícitamente, en algunos casos, la sobrerresistencia de la estructura finalmente diseñada.

Para la determinación del coeficiente sísmico asociado a un lugar, se analiza el comportamiento de sistemas de un grado de libertad bajo la acción de sismos representativos de la zona en estudio, con el fin de obtener las respuestas máximas asociadas a distintos períodos con diferentes niveles de amortiguamiento del sistema, dando lugar a los llamados espectros de respuesta, que pueden ser elásticos (considerando un comportamiento elástico del sistema

de un grado de libertad) o inelásticos (considerando que la relación resistencia-desplazamiento del sistema es no-lineal).

Ante acciones dinámicas como las de los sismos, la mayoría de los materiales y sistemas estructurales tienen un comportamiento que puede considerarse lineal hasta un nivel bastante alto de solicitaciones. Sin embargo, al llegar cerca de su máxima capacidad de carga el comportamiento se vuelve no lineal, y la mayoría de las estructuras pueden presentar desplazamientos varias veces superiores a los que corresponden al comienzo de la etapa no lineal, sin que se presente el colapso.

Al internarse la estructura en su intervalo inelástico, ésta absorbe energía, resultando en deformaciones permanentes del sistema. Esta disipación de energía durante el movimiento sísmico lleva a valores espectrales de respuesta (espectros de respuesta inelásticos) considerablemente menores que los correspondientes a un comportamiento elástico perfecto. De aquí la importancia de proporcionar a las estructuras características de ductilidad que les permitan poder alcanzar deformaciones importantes en el rango plástico, con el propósito de obtener estructuras confiables relativamente económicas.

Es conveniente señalar que, al entrar en el intervalo no lineal, aunque un sistema sea inestable ante cargas estáticas, puede ser estable cuando dichas cargas son de tipo dinámico, como las producidas por los sismos. La estabilidad es debida entonces a la acción de las fuerzas restitutivas de inercia y amortiguamiento. En estos casos, las rigideces efectivas pueden incluso volverse negativas temporalmente, como sucede cuando fuerzas axiales significativas son aplicadas simultáneamente a la acción de cargas dinámicas (Ref 1).

### 1.1 *Antecedentes.*

Durante los sismos de 1985, diversos edificios resultaron dañados en la Ciudad de México, lo cual permitió realizar estudios (ref.2 ) con la finalidad de calcular el valor del cortante basal asociado que los llevó al límite de su resistencia, reproduciendo mediante análisis elásticos el patrón de falla observado en cada estructura.

Otros estudios fueron realizados (refs 3 y 4) para obtener indicadores de la ductilidad desarrollada por algunos de los edificios, reproduciendo también el patrón de falla observado, pero recurriendo en este caso a análisis paso a paso no lineales de las estructuras, con el fin de relacionar la ductilidad obtenida (ductilidad de entrepiso, en dichos estudios) con el cortante calculado previamente, para obtener un valor aproximado del coeficiente sísmico asociado a las zonas donde dichas estructuras se hallaban ubicadas.

### 1.2 *Propósito del estudio.*

Debido a la ausencia de acelerógrafos en el área de Tlatelolco durante los sismos de Septiembre de 1985, no se tienen datos específicos acerca de la intensidad de los mismos en dicha zona. La estructura que se estudia en este trabajo es un sistema que llegó a las cercanías del colapso, y que presentó deformaciones permanentes de importancia. Debido a la simplicidad del sistema, es de interés utilizar la estructura como calibración para obtener una estimación



de la intensidad de la zona en estudio.

En primer lugar se utilizan las expresiones proporcionadas por las NTC-RDF87 (ref. 5) para el cálculo del coeficiente sísmico asociado al límite de resistencia de la estructura, y se obtiene la ductilidad desarrollada en la estructura con base en el diagrama cortante-desplazamiento de las columnas, comparándose estos valores con los propuestos por el RDF-87.

Posteriormente, se utilizan tres registros obtenidos en diferentes fechas en el área de Tlatelolco, en cierta forma representativos del tipo de movimiento esperado en la zona, y se escalan hasta reproducir en un modelo analítico de la estructura los desplazamientos permanentes observados. Los espectros de respuesta correspondientes a dichos acelerogramas escalados proporcionan una estimación de la intensidad ocurrida en la zona, y se comparan con los coeficientes sísmicos de diseño proporcionados por el RDF-87 (ref5).

## 2. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

La estructura que se va a analizar en este trabajo es un andador formado a base de marcos de acero en su dirección transversal y una losa de concreto sostenida por los mismos a lo largo de toda su longitud (fig.1).

Este andador se encuentra ubicado en Tlatelolco y tiene las características geométricas mostradas en la figura 2, con su eje longitudinal orientado en la dirección E-W.

El principal interés sobre esta estructura consiste en haber sido construida sin ningún tipo de restricción al desplazamiento en su dirección longitudinal, a diferencia de otros andadores similares en la zona, por lo que, bajo la acción de los sismos de 1985, el andador se comportó como un sistema simple de un grado de libertad, rebasando su resistencia elástica e incursionando en el intervalo plástico. Esto último trajo como consecuencia la aparición de deformaciones permanentes en las columnas.

La traslación horizontal permanente promedio observada en la parte superior de las columnas fué de 25 cm.

El propósito de este trabajo es tratar de reproducir analíticamente el movimiento de esta estructura a partir de registros obtenidos en Tlatelolco, para obtener parámetros aproximados que nos reflejen los requerimientos de ductilidad y resistencia durante los sismos de 1985 en la zona de Tlatelolco, aprovechando la simplicidad de la estructura en estudio, muy similar a los sistemas de un grado de libertad utilizados analíticamente para la determinación de dichos parámetros.

### 3. IDEALIZACION DEL SISTEMA

La estructura por analizar consta de una serie de columnas esbeltas con una losa de concreto sostenida por medio de barras de acero, como se muestra en la figura 1.

La masa se encuentra ubicada 60 cm debajo del extremo superior de las columnas, pero debido a que su conexión a las mismas se da en dicho extremo superior, se considera para el modelo la longitud total de la columna. La anterior consideración está basada en un análisis estático de la estructura completa, donde se aplica una carga horizontal en la losa de concreto. De los resultados obtenidos, mostrados en la figura 3, se observa que dicha carga produce momentos en la base equivalentes a los que produciría un sistema de fuerzas horizontales aplicadas en la parte superior de las columnas. La aparición de fuerzas axiales en las columnas equilibra, en toda la longitud, el momento debido a la excentricidad entre la posición de la losa y el extremo superior de las columnas. Dichas fuerzas axiales son despreciables, como se puede observar en la figura, en comparación con las producidas por la carga muerta actuante.

El análisis sísmico de esta estructura se realiza para el sismo actuando en la dirección larga de la misma (E-W), es decir, provocando momentos actuantes sobre el eje de inercia menor de las columnas. Para ello se considera una sola columna empotrada en la base y libre en su extremo superior, sobre el que se supondrá concentrada la masa tributaria correspondiente (fig.4). La condición de empotramiento se justifica posteriormente con base en el estudio de la influencia de la posible interacción suelo-estructura para la zona en estudio.

### 3.1 Cálculo de la masa.

Peso losa de concreto	: (2.0ton/m <sup>3</sup> x 6m x 2m x 0.1m)/2	= 1.20 ton
Peso canales (CPS 152x49)	: (0.0122 ton/m x 6 m)	= 0.07 ton
Peso trabe (IPS 152x85)	: (0.0186 ton/m x 3 m)/2	= 0.03 ton
Peso columna (IPS 152x85)	: (0.0186 ton/m x 3 m)	= 0.06 ton

La masa total actuante en el extremo superior la calculamos considerando la tercera parte del peso total de la columna, obteniendo de esta manera;

$$M = (1200 + 70 + 30 + 60/3) / 981 = 1.35 \text{ kg. x seg}^2/\text{cm.}$$

### 3.2 Cálculo de la rigidez. Diagrama cortante-desplazamiento.

Para obtener el diagrama cortante-desplazamiento correspondiente a la columna en estudio, tomando en cuenta el efecto de la carga axial, se procede, en primer lugar, a obtener el diagrama momento-curvatura de la sección, calculando los momentos y curvaturas correspondientes a estados progresivos de plastificación en la sección, mediante el programa presentado en el apéndice I. En dicho programa, se propone la distancia desde el centroide hasta la primera fibra con fluencia, y se calcula la curvatura y el momento interno correspondientes a tal condición. Variando la distancia propuesta, se obtienen los puntos de la curva momento-curvatura correspondiente a la sección. Los cálculos para la obtención de dicha curva no consideran los esfuerzos derivados de la carga axial, por ser éstos, en la estructura en estudio, despreciables en comparación con los producidos por el momento flexionante. La curva resultante se muestra en la figura 5.

A continuación, se calcula el diagrama cortante-desplazamiento de la columna, utilizando un programa desarrollado para tal propósito y que se presenta en el apéndice II. En este programa se propone, en primer lugar, un desplazamiento del extremo de la columna, y se supone inicialmente la deformada de la columna como una recta. A continuación, se propone un valor del cortante y se calcula el diagrama de momentos en la columna considerando, en cada punto, el momento debido al cortante y el momento producido por la excentricidad de la carga axial. Con el diagrama de momentos se calcula el diagrama de curvaturas utilizando la curva momento-curvatura previamente

obtenida, y se carga dicho diagrama de curvaturas en la viga conjugada de la columna. El momento en el empotramiento de la viga conjugada se compara con el desplazamiento propuesto. Si difieren significativamente, se propone otro cortante y se realiza otra vez la operación hasta que los desplazamientos se igualan. Cuando esto sucede, se recalcula la deformada de la columna con base en el diagrama de curvaturas resultante, y se ajusta el cortante hasta obtener de nuevo el mismo desplazamiento en el extremo que el propuesto. Cuando se converge en la deformada de la columna (con un porcentaje de error prefijado) en dos iteraciones consecutivas, el cortante obtenido es el correspondiente al desplazamiento propuesto. De esta manera se obtiene, punto por punto, la curva cortante-desplazamiento, que en el sistema en estudio da como resultado la curva que se muestra en la figura 6a.

### 3.3 *Período de la estructura.*

El período fundamental del andador se puede calcular considerando su rigidez como la pendiente en el intervalo elástico de la curva cortante-desplazamiento previamente obtenida (fig. 6b). Así;

$$T = 2 \sqrt{M/K} = 2 \sqrt{1.35/13.1} = 2.02 \text{ seg.}$$

### 3.4 Interacción suelo-estructura.

En este punto se analiza la posibilidad de la influencia del suelo sobre la flexibilidad del sistema en estudio. Para ello se utilizan las expresiones aproximadas proporcionadas por la referencia 5, para evaluar si la condición de empotramiento en la base es válida considerando las características de la arcilla de la zona. Estas expresiones relacionan el período natural del sistema con empotramiento perfecto en la base ( $T_0$ ) con los períodos asociados a la rotación ( $T_r$ ) y la traslación ( $T_x$ ) de la estructura considerada como cuerpo rígido sobre la superficie de desplante. El período fundamental de vibración de la estructura corregido por interacción con el suelo ( $T_1$ ) viene entonces dado por la expresión:

$$T_1 = (T_0^2 + T_x^2 + T_r^2)^{1/2}$$

El desarrollo de las ecuaciones y los valores considerados se detallan en el apéndice III, donde se estudia el incremento en el período natural de la estructura debido a la interacción suelo estructura. Las propiedades del suelo se obtienen de los mapas indicados en la referencia 5, seleccionando los valores que llevan al mínimo valor del módulo de rigidez medio ( $G$ ) posible en la zona. De las ecuaciones mostradas en el apéndice III, se observa que, en general, al disminuir el valor del módulo de rigidez medio ( $G$ ) del suelo, disminuyen las rigideces rotacionales y traslacionales del suelo. Con esto, aumentan los períodos  $T_r$  y  $T_x$  previamente definidos, aumentando el efecto del suelo sobre la flexibilidad del sistema. Por ello, al considerar el mínimo valor razonable de  $G$



en la zona en estudio, se obtiene una estimación conservadora de la influencia del suelo en el período del sistema. Finalmente, de la tabla que se muestra en el apéndice III, se observa que, para dimensiones razonables de la zapata de cimentación, el incremento en el período natural de la estructura es del orden del 2% únicamente. Esto indica que la influencia del suelo en la flexibilidad de esta estructura en particular no es significativa y, por tanto, se considera válido el modelo con empotramiento en la base.

## 4 ANALISIS DE LA ESTRUCTURA.

### 4.1 Ductilidad.

Con la curva cortante-desplazamiento obtenida en el capítulo anterior, se determina el valor de la deformación máxima correspondiente a una deformación permanente de 25 cm, la cual resulta ser de 33.4 cm (fig 6a).

Así, la ductilidad desarrollada por la estructura, considerando los parámetros idealizados  $DY=12.2$  cm y  $VY=160$  kg, se calcula como:

$$q = 33.4 / 12.2 = 2.74$$

Utilizando los parámetros correspondientes a la primera aparición de la fluencia en la sección,  $DY=8.8$  cm y  $VY=115$  kg, se obtiene:

$$q = 33.4 / 8.8 = 3.80$$

#### 4.2 Revisión de la estructura según RDF-87.

Para la revisión de la estructura, se toma en cuenta la siguiente expresión, derivada de las disposiciones de las NTC-RDF87:

$$F_a (c/Q) (W_u) = F_r (M_p/L) \quad (\text{Ec. 1})$$

(Cortante de diseño = Cortante resistente)

donde:

$c$  = Coeficiente sísmico (0.4, para la zona III)

$Q$  = Factor de comportamiento sísmico

$W_u$  = Peso último de la estructura (factorizado) (1300 kg x  $F_c$ )

$F_a$  = Factor de amplificación para análisis de segundo orden

$$F_a = 1 + \frac{W_u/L}{(R/Q) - 1.2(W_u/L)} \quad (\text{ec. 2})$$

$R$  = Rigidez de la columna (18.95 kg/cm)

$F_c$  = Factor de carga (1.1 para sismo)

$M_p$  = Momento plástico resistente nominal de la sección (72488 kg-cm)

$F_r$  = Factor de reducción de la resistencia (0.90 para flexión)

$L$  = Altura del andador (292 cm)

Sustituyendo los valores correspondientes en la ecuación (1), y simplificando la expresión, se obtiene:

$$M_p = \frac{185582}{Q} \left( 1 + \frac{4.897}{18.95/Q - 5.877} \right)$$

De esta relación entre el Factor de comportamiento sísmico y el momento plástico requerido por el RDF87, se obtiene la curva mostrada en la figura 7a, donde se observa que el valor mínimo de  $M_p$  es de 2.1 ton-m, correspondiente a un  $Q$  de 1.686. Dado que  $M_p$  para la sección en estudio es de 0.73 ton-m, se puede concluir que ésta no cumple con los requisitos de las NTC-RDF87.

Reescribiendo ahora la ecuación (1) en función del momento resistente de la sección, igualando  $F_c = F_r = 1.0$ , y calculando el coeficiente sísmico asociado a dicho momento, se tiene:

$$c = \left( \frac{0.1875Q^2 - 0.6046Q}{0.2Q - 3.8695} \right) (1.1/0.9)$$

La curva resultante se muestra en la figura 7b, de donde se observa que un coeficiente sísmico de 0.167, combinado con un  $Q$  de 1.686, es el límite de la resistencia de la estructura en estudio según las NTC-RDF87.

Analizando la expresión aproximada del factor de amplificación para análisis de segundo orden (ec. 2), se observa que el factor tiende a ser infinito cuando el valor de  $Q$  alcanza 3.224. Este punto corresponde al  $Q$  para el cual la estructura alcanzaría la inestabilidad ante solicitaciones dinámicas, de acuerdo a dicha ecuación.

### 4.3 Método dinámico paso a paso.

Para el análisis de la estructura en estudio se utiliza un programa de análisis paso a paso para sistemas de un grado de libertad con comportamiento elasto-plástico perfecto, basado en la referencia 6, y modificado para considerar la degradación por el efecto  $P-\Delta$  mediante la introducción de un comportamiento histerético del sistema asociado a la curva cortante desplazamiento obtenida, la cual se idealiza como se indica en la figura 6b. El ciclo histerético propuesto (fig.8a) proviene de la superposición de la histéresis asociada a un sistema elastoplástico trilineal (fig.8b) con el efecto de degradación geométrica producida por la carga axial (fig.8c).

En el apéndice IV se incluye el listado del programa elaborado.

#### 4.3.1 Acelerogramas utilizados.

Debido a la inexistencia de registros de los sismos de Septiembre de 1985 en Tlatelolco, se recurre a acelerogramas registrados en dicha zona por la Fundación Javier Barros-Sierra en Febrero de 1988 y en Abril de 1989, así como un registro de la zona obtenido en Noviembre de 1978.

Los dos primeros sismos tienen características comunes, cada uno, con el de 1985, pero se diferencian de este último en otros aspectos. En 1988, el temblor se produjo en una zona próxima al foco del de 1985 pero, por otro lado, la magnitud fué bastante pequeña. En 1989, aunque se presentó un sismo de magnitud elevada, la dirección (NS) de las ondas desde su foco hasta la

ciudad de México fue diferente a la de los sismos de 1985 (EW). El sismo de 1978 posee características intermedias entre los dos primeros.

Para estudiar el comportamiento de la estructura bajo la acción de los acelerogramas citados, se escalan los mismos hasta obtener en el modelo, de un análisis paso a paso con el programa antes mencionado, los desplazamientos permanentes observados en la estructura real.

#### 4.3.2 Resultados.

En las figuras 9 a, b y c se muestran los acelerogramas con los factores correspondientes a un desplazamiento permanente de 25 cm. Los factores necesarios de escalamiento son de 29, 1.4 y 4 para los acelerogramas de 1988, 1989 y 1978, respectivamente. Las respuestas obtenidas con cada uno de los acelerogramas se muestran en las figuras 10 a, b y c, y los ciclos histeréticos correspondientes en las figuras 11 a, b y c.

Con los acelerogramas factorizados, se obtienen los espectros de respuesta correspondientes. En las figuras 12 a, b y c se muestran los espectros obtenidos para un amortiguamiento de 2% del crítico, con ductilidades de 1, 2 y 4, y considerando un ciclo histerético elastoplástico bilineal. En las figuras 13 a, b y c se muestran espectros similares para amortiguamiento de 5% del crítico, y con ciclo histerético degradante. En las figuras mencionadas se indican también los valores del coeficiente sísmico propuesto por la referencia 5 para diferentes valores del Factor de Comportamiento Sísmico.

## 5. ANALISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### 5.1 *Ductilidad e inestabilidad del sistema.*

La ductilidad alcanzada por el sistema, como se indicó en el capítulo 4, es de 2.74 considerando la curva cortante-desplazamiento idealizada, y de 3.8 para primera fluencia del material. Es conveniente señalar que estos valores de la ductilidad son los máximos que la estructura en estudio es capaz de desarrollar, debido al efecto de la carga axial. Durante los análisis realizados para obtener el valor del factor de amplificación de los sismos, se observó que dichos factores corresponden aproximadamente a los límites de estabilidad dinámica de la estructura. Este hecho confirma el estado cercano a la inestabilidad que se pudo observar en la estructura después de los sismos de 1985. En adición, el factor de comportamiento sísmico límite para la estabilidad de este sistema en particular, según las expresiones de las NTC-RDF87, es de 3.22. Comparando este valor con los obtenidos del cálculo de la ductilidad se

observa una gran similitud entre los mismos. Es conveniente señalar aquí que, debido a que se trata de un sistema sin sobrerresistencia propia de la estructura, es válida la comparación entre el valor límite del factor de comportamiento sísmico y la ductilidad desarrollada por la estructura cercana al colapso.

## *5.2 Comparación de los resultados con el RDF-87.*

### *5.2.1 Método estático.*

En el capítulo 4 se calculó el valor del coeficiente sísmico asociado al estado límite de falla del andador, utilizando las expresiones proporcionadas por las NTC-RDF87. Este coeficiente resulta ser de 0.167. El valor de 0.4 propuesto por el RDF87 para la zona de Tlatelolco, cubre convenientemente dicho límite de resistencia, en el caso particular de esta estructura. Esto se refleja también en el momento resistente requerido por dichas normas para la sección de la columna (2.1 ton-m), bastante superior al real (0.73 ton-m), por lo que se puede concluir que los requerimientos de las NTC-RDF87 parecen proporcionar un factor de seguridad contra el colapso conveniente para la estructura en estudio.



### 5.2.2 Método dinámico.

Tlatelolco se encuentra ubicado en la zona III del RDF-87. Por tanto, el coeficiente sísmico asociado es de 0.4 (ref.5). Este valor lo comparamos con los espectros de respuesta calculados, que se muestran en las figuras 13 y 14, en las cuales se grafican, asimismo, los valores del coeficiente sísmico reducidos por factores de comportamiento sísmico de 2 y 4.

Para estructuras con amortiguamientos de 5% del crítico o mayores (fig.13), se observa que los valores reglamentarios son adecuados a los resultados obtenidos en este trabajo a partir de las deformaciones observadas en una estructura real y del escalamiento de tres acelerogramas de la zona de Tlatelolco.

Si se compara el valor del coeficiente sísmico proporcionado por el RDF-87 con los espectros elásticos obtenidos para 2% de amortiguamiento, se observa que dicho valor no cubre los requerimientos de resistencia para un amplio rango de períodos en sistemas con este valor de amortiguamiento, como pueden ser las estructuras de acero.

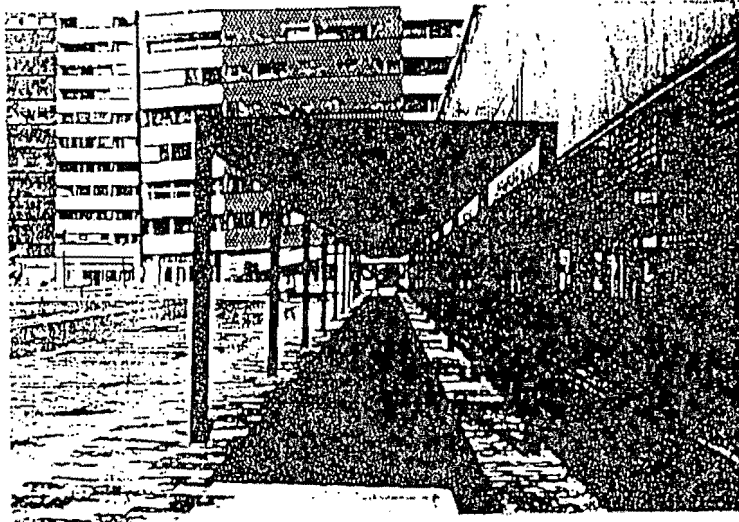
Sin embargo, al comparar los valores propuestos por el RDF-87 para distintos factores de comportamiento sísmico con los espectros de respuesta inelásticos obtenidos previamente (fig.12), se observa que tales valores cubren convenientemente los requerimientos de respuesta de dichos espectros calculados para varias ductilidades y con un amortiguamiento de 2% del crítico. Debido

al hecho de que, en general, las estructuras de acero se suelen diseñar para que se produzca el desarrollo de cierto grado de ductilidad, concluimos que existe, en términos generales, una buena correspondencia para la zona de Tlatelolco entre los valores propuestos por el reglamento y los resultados obtenidos en este trabajo.

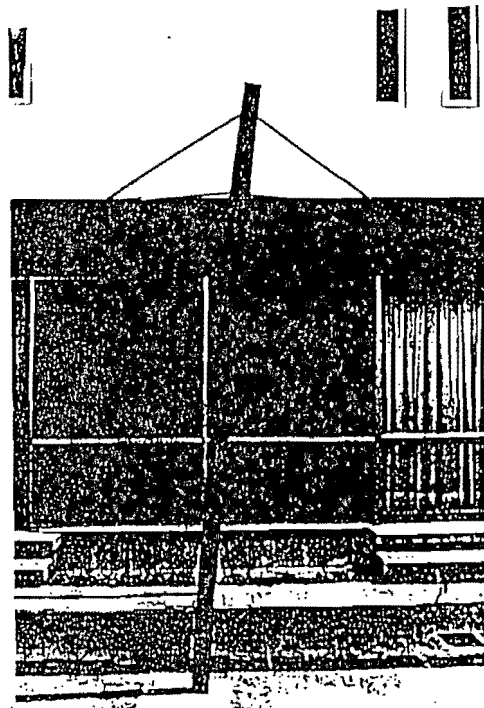
## REFERENCIAS

1. Rosenblueth E., 1965, "Efectos de Esbeltez en Edificios", Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.
2. Gómez A., et al., 1989, "Response and Design Spectra Obtained from Earthquake Damaged Buildings", *Earthquake Spectra*, EERI, Vol. 5, No. 1, pp. 113-120, El Cerrito, California.
3. Gómez A., 1988, "Respuesta de edificios de concreto reforzado ante el sismo del 19 de Septiembre de 1985", Trabajo presentado a la DEPMI-UNAM como requisito para la obtención del grado de Maestro en Ingeniería (Estructuras).
4. Sordo E., et al., 1989, "Ductility and Resistance Requirements Imposed on a Concrete Building", *Earthquake Spectra*, EERI, Vol. 5, No. 1, pp. 41-50, El Cerrito, California.
5. Departamento del Distrito Federal, 1987, "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo", Gaceta Oficial del Departamento del Distrito Federal, México.
6. Paz M., 1980, "Structural Dynamics", Van Nostrand Reinhold Environmental Engineering series, New York, N.Y.

**FIGURAS**

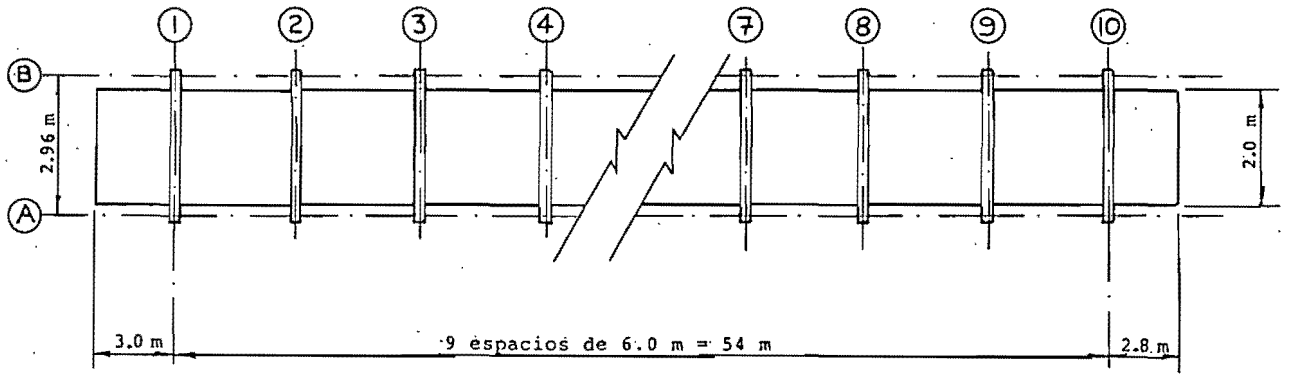


(a)

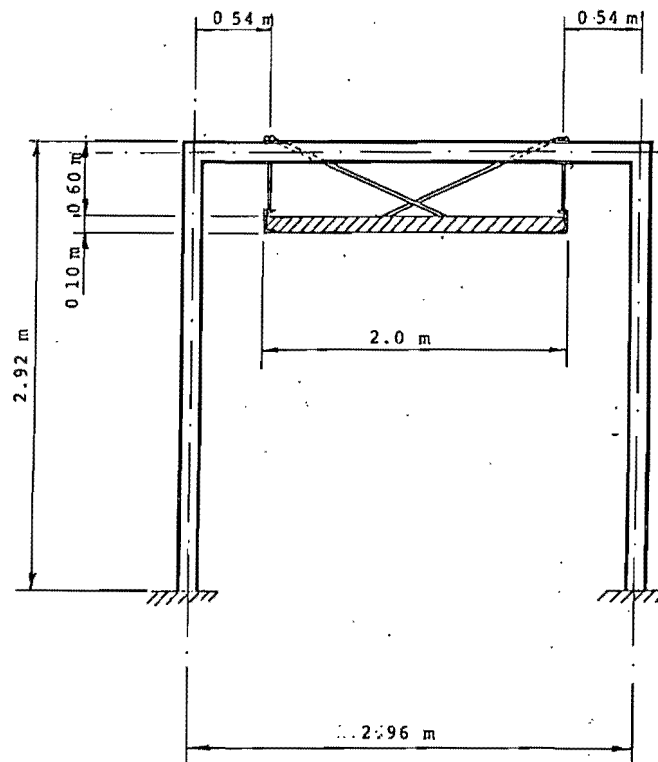


(b)

Figura 1.- Andador en estudio.  
a) Corte transversal.  
b) Columna típica.

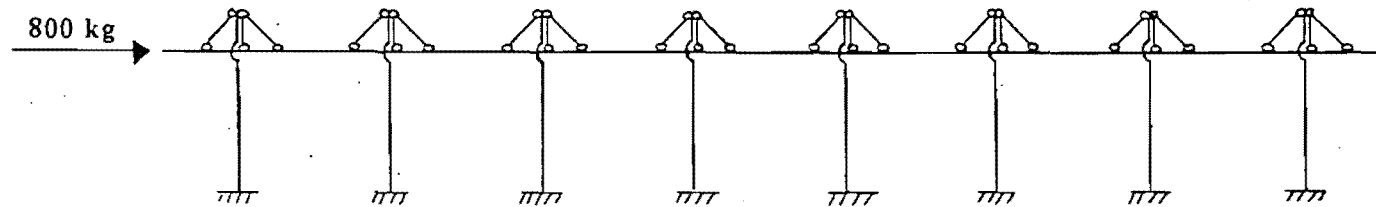


(a)



(b)

Figura 2.- Dimensiones geométricas.  
 a) Planta general.  
 b) Corte transversal.



P axial (kg)	-16.6	+8.4	-2.5	+0.9	-0.9	+2.5	-8.4	+16.6
Cortante (kg)	100	100	100	100	100	100	100	100
Momento (kg-m)	291	292	292	292	292	292	292	291

Figura 3.- Análisis estático lineal del andador. Elementos mecánicos en las columnas.

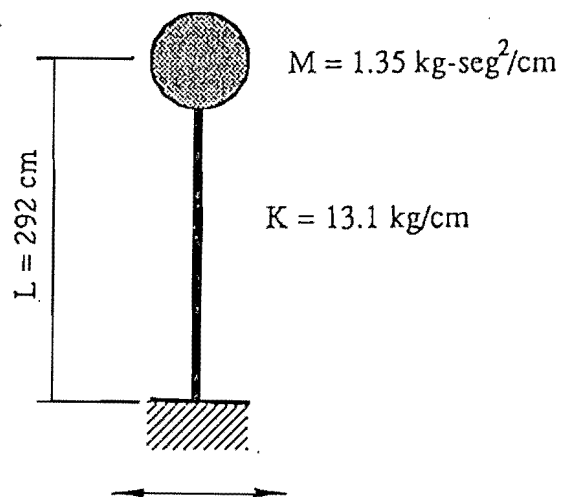


Figura 4.- Modelo para el análisis.



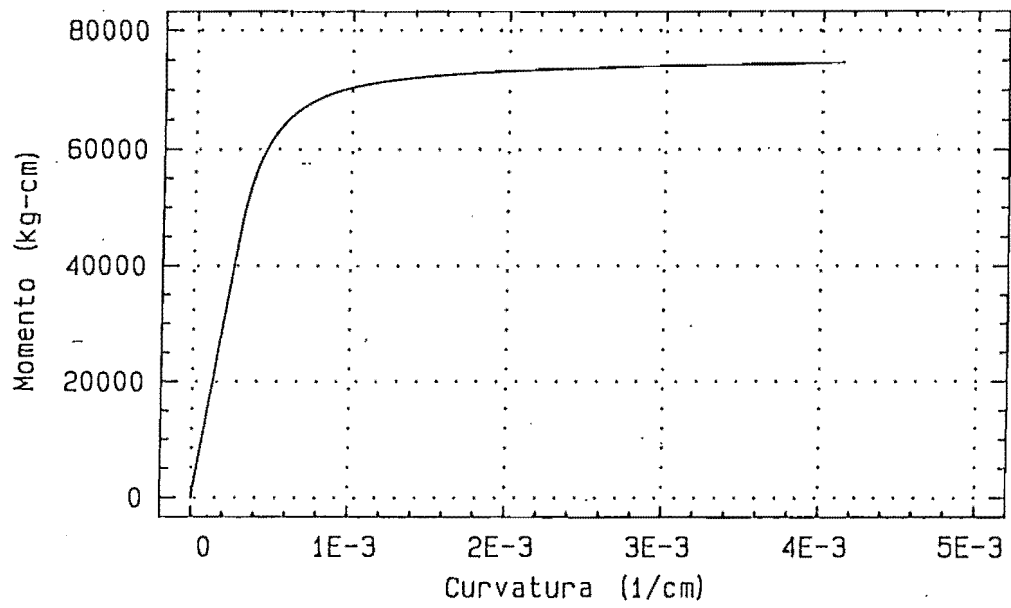


Figura 5.- Curva momento-curvatura correspondiente a la sección transversal de la columna.

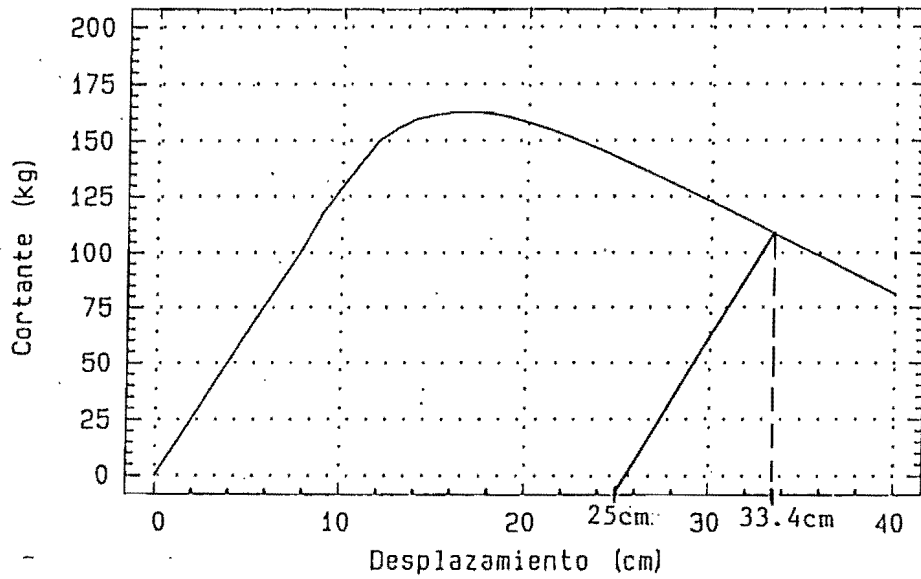


Figura 6a.- Curva cortante-desplazamiento del modelo.  
Deformación permanente (25 cm) y deformación máxima (33.4 cm)

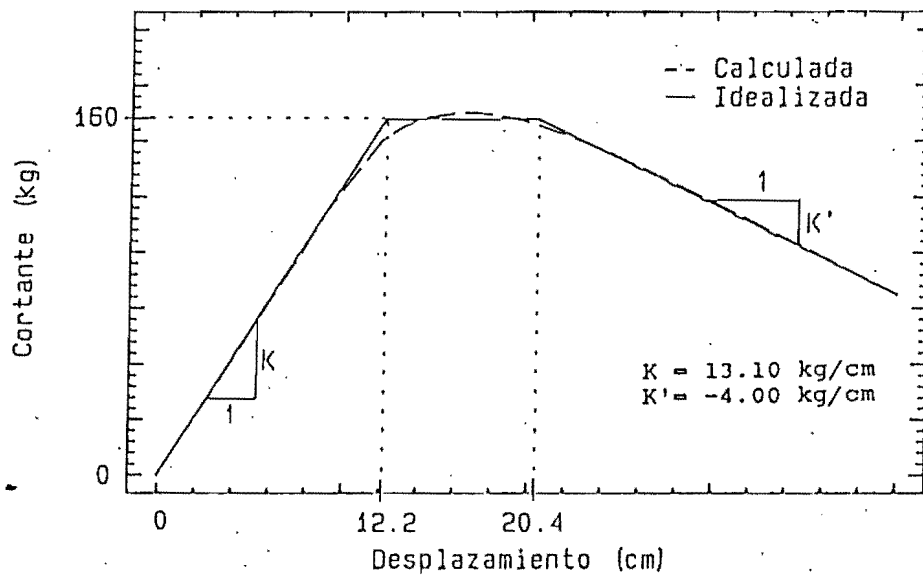


Figura 6b.- Idealización trilineal de la curva cortante-desplazamiento del sistema.

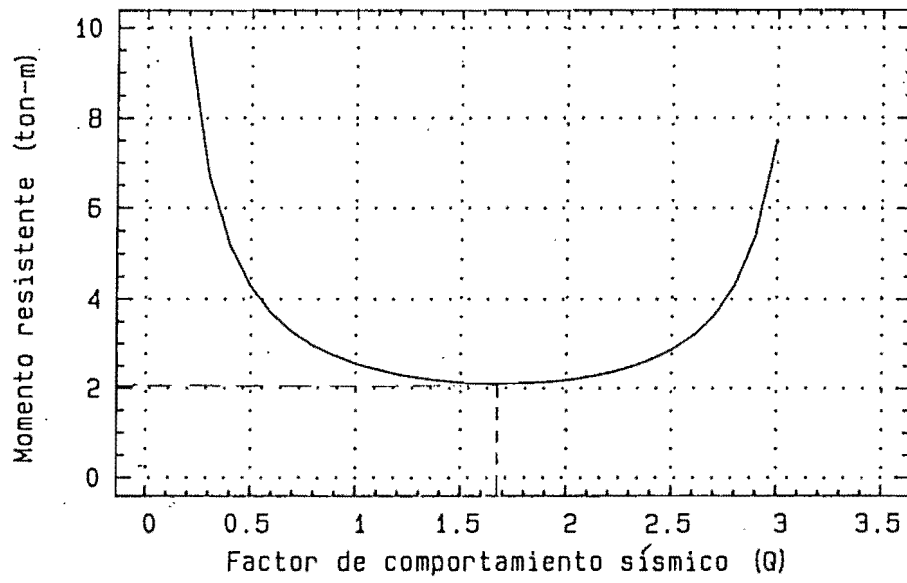


Figura 7a.- Momento resistente requerido por las NTC-RDF87 para diferentes valores del Factor de comportamiento sísmico.

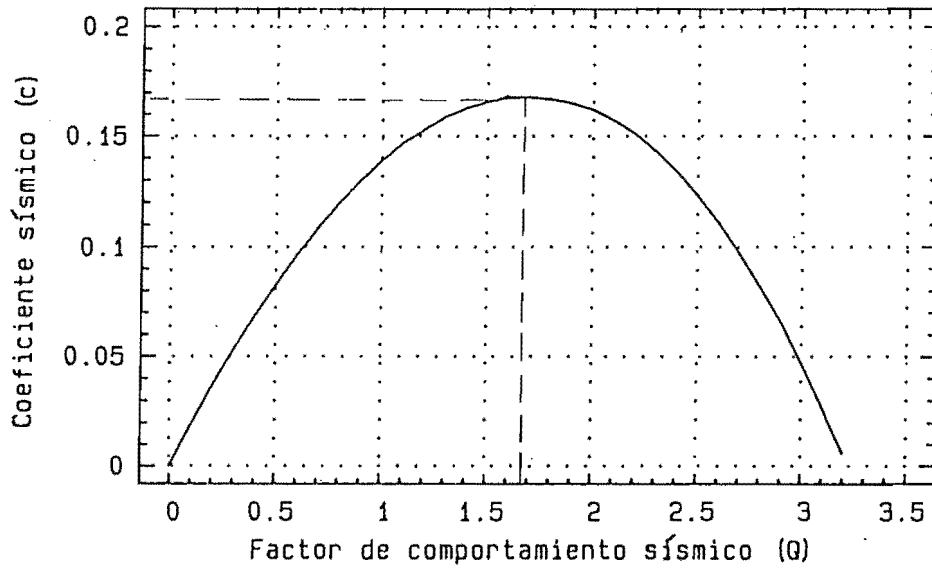
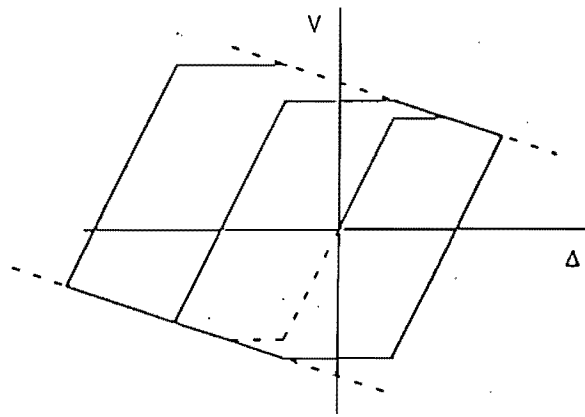
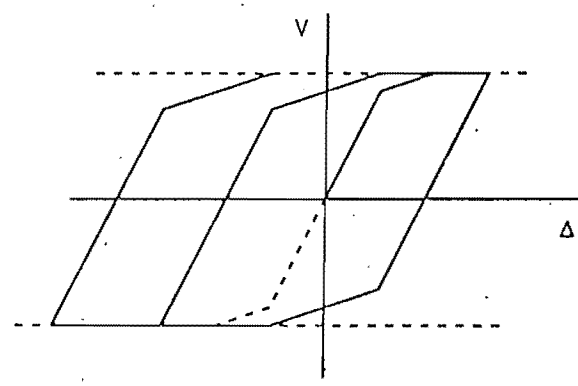


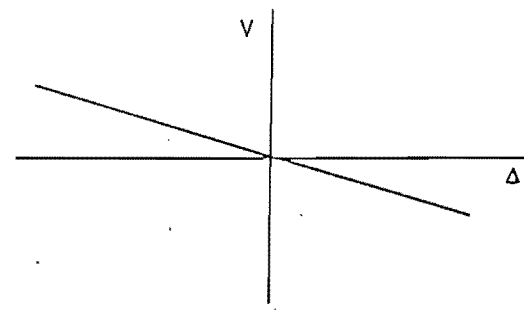
Figura 7b.- Coeficiente sísmico asociado a la falla del sistema para diferentes valores del Factor de comportamiento sísmico.



(a)



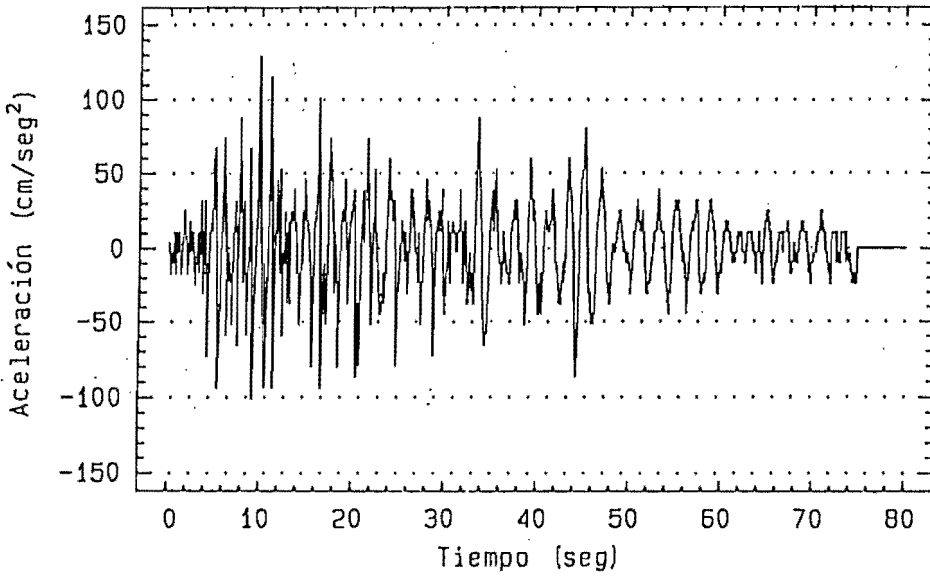
(b)



(c)

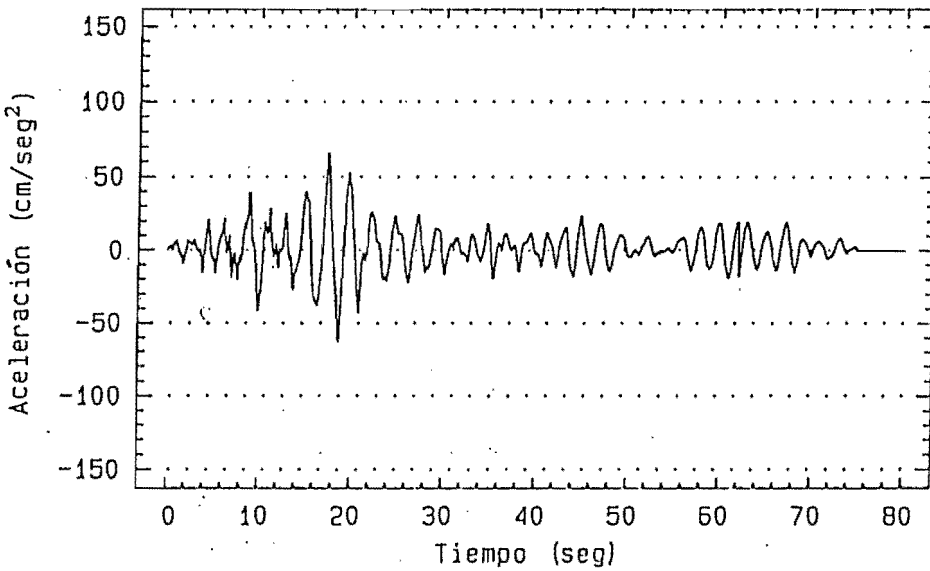
Figura 8.- (a) Ciclo histérico trilíneal con degradación geométrica, resultado de la superposición de:  
 (b) Ciclo histérico trilíneal elastoplástico.  
 (c) Degradación geométrica.

TLATELOLCO 1988 x 29  
Acelerograma



(a)

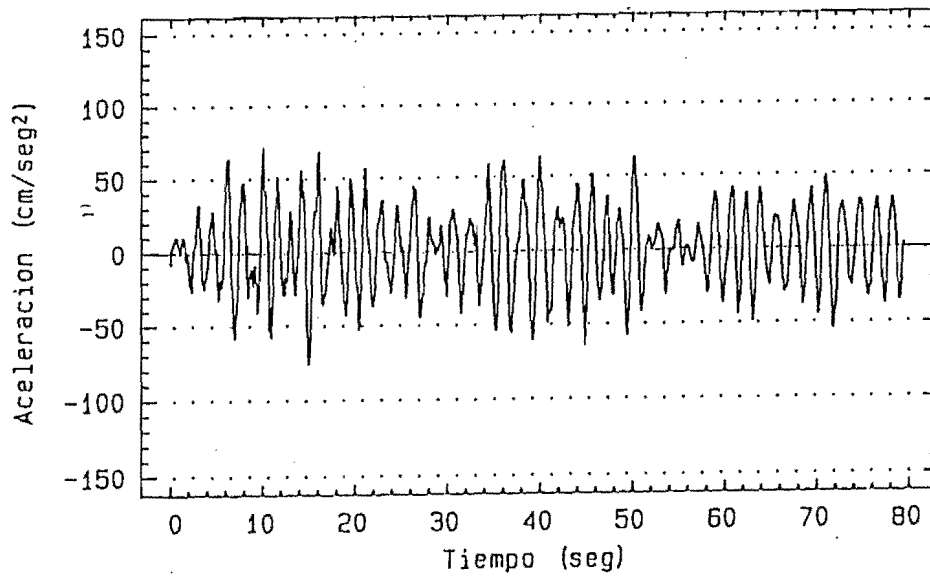
TLATELOLCO 1989 x 1.4  
Acelerograma



(b)

Figura 9.- Acelerogramas factorizados (a) Tlatelolco 1988 x 29  
(b) Tlatelolco 1989 x 1.4  
(c) Tlatelolco 1978 x 4.0

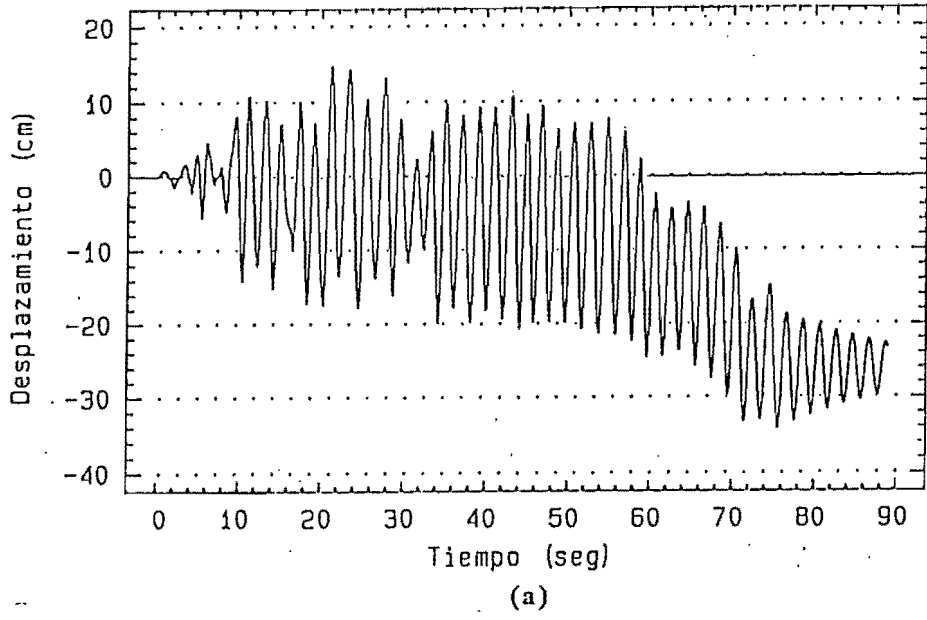
TLATELOLCO 1978 x 4  
Acelerograma



(c)

Figura 9.- (Continuación)

TLATELOLCO 1988 x 29  
Historia desplazamientos



TLATELOLCO 1989 x 1.4  
Historia desplazamientos

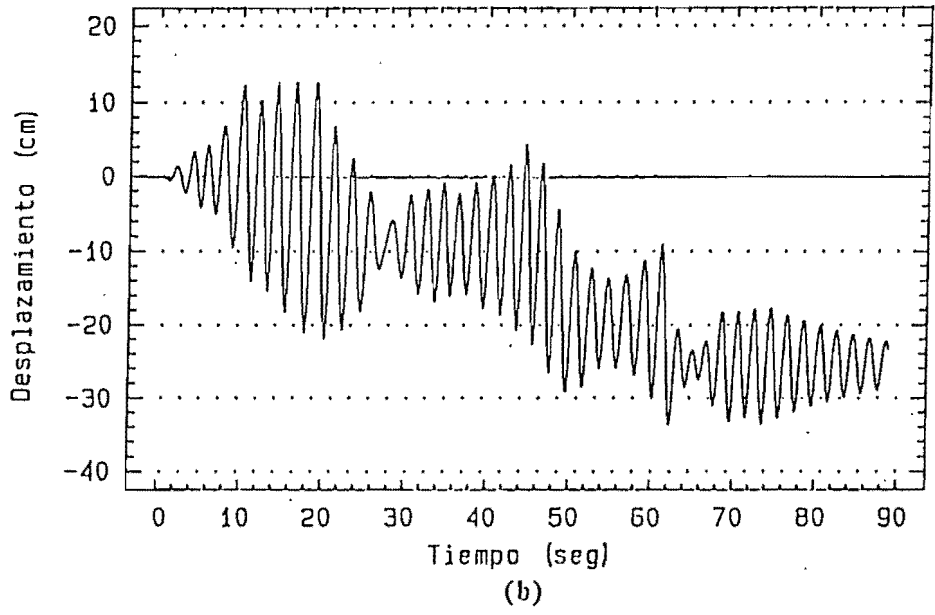
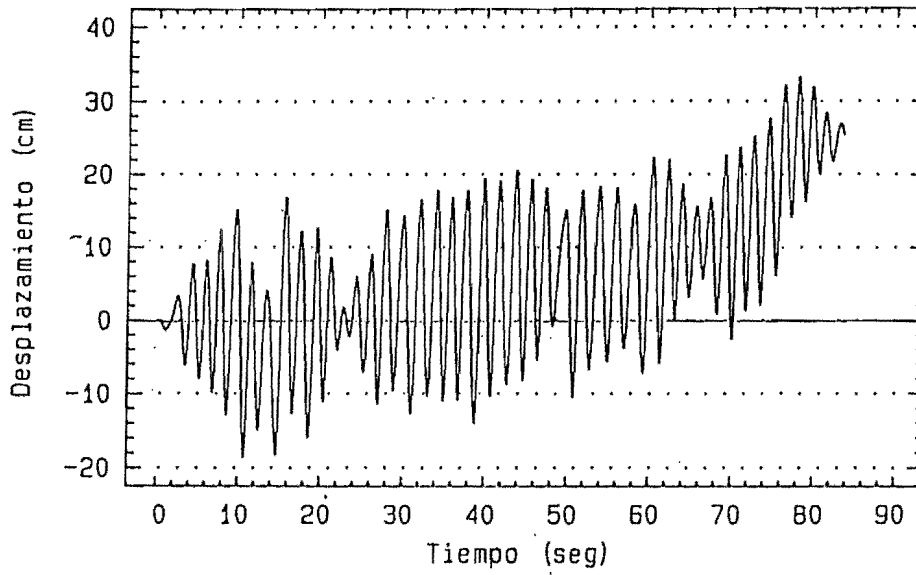


Figura 10.- Historias de desplazamientos (a) Tlatelolco 1988 x 29  
(b) Tlatelolco 1989 x 1.4  
(c) Tlatelolco 1978 x 4.0

TLATELOLCÓ 1978 x 4  
Historia desplazamientos

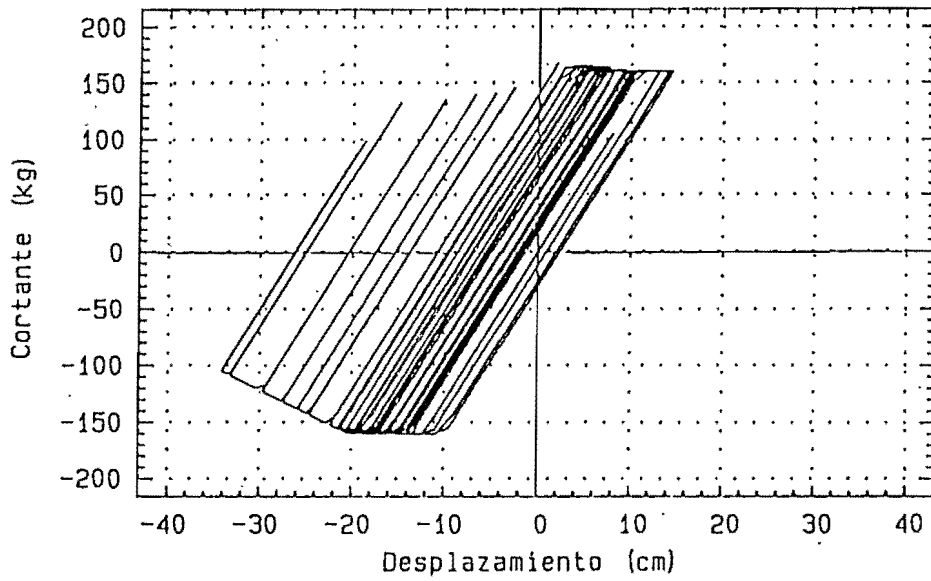


(c)

Figura 10.- (Continuación)

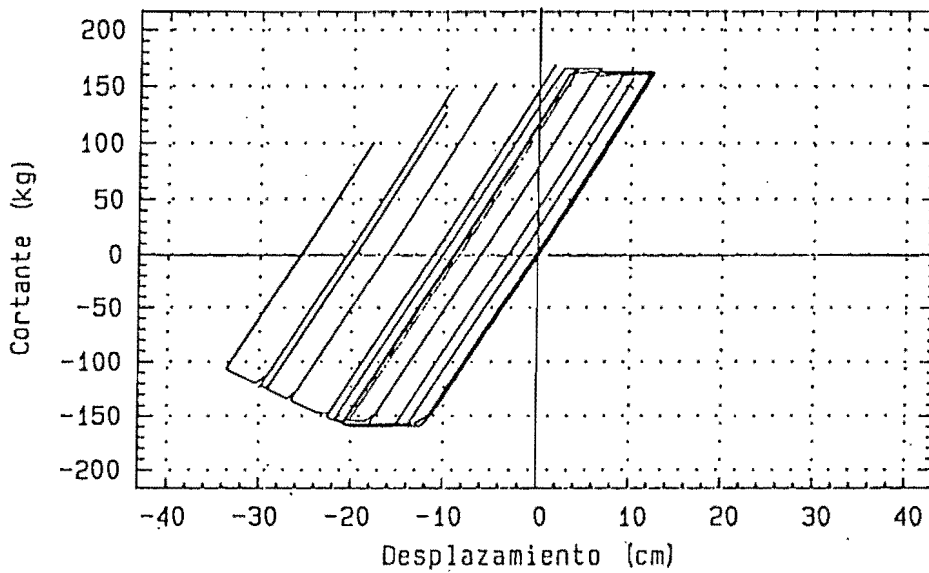


TLATELOLCO 1988 x 29  
Ciclo histerético



(a)

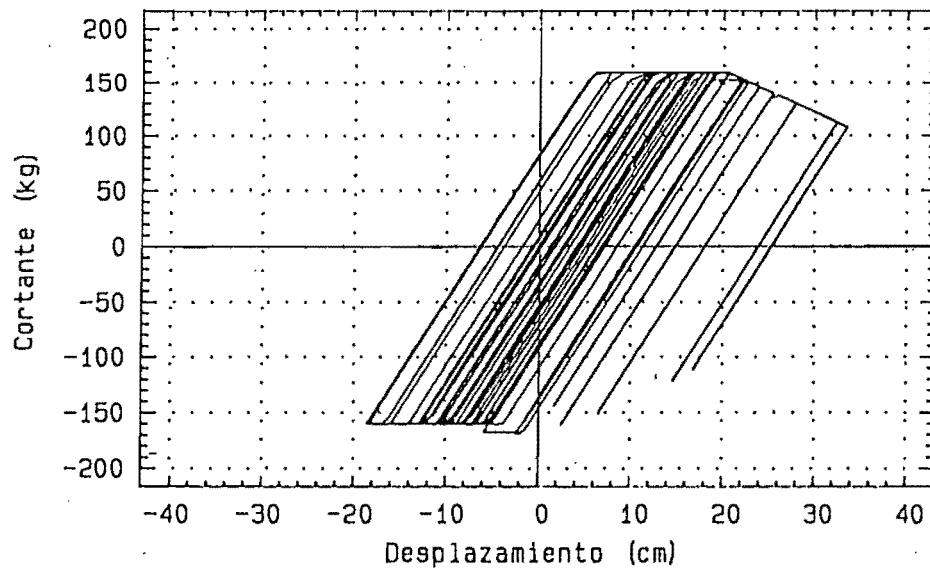
TLATELOLCO 1989 x 1.4  
Ciclo histerético



(b)

Figura 11.- Ciclos histeréticos .  
(a) Tlatelolco 1988 x 29  
(b) Tlatelolco 1989 x 1.4  
(c) Tlatelolco 1978 x 4.0

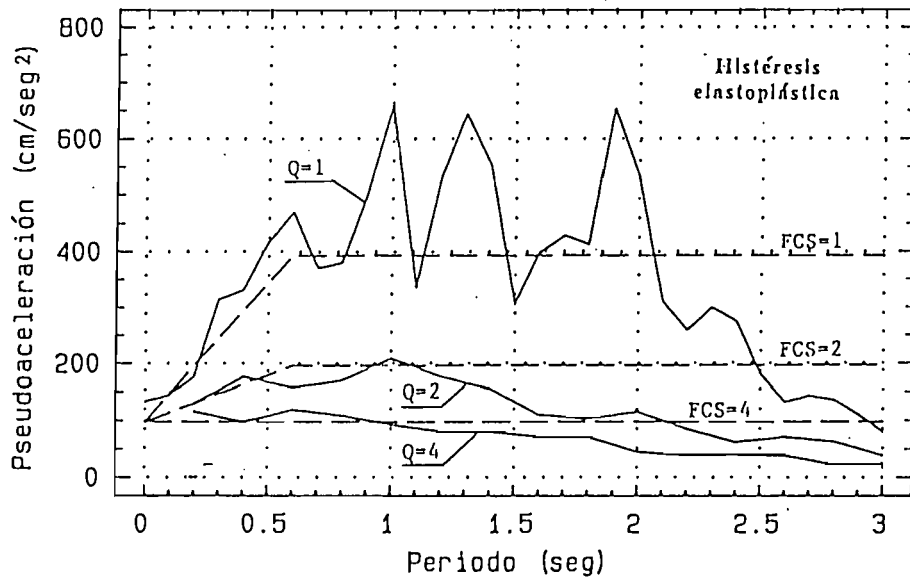
TLATELOLCO 1978 x 4.0  
Ciclo histerético



(c)

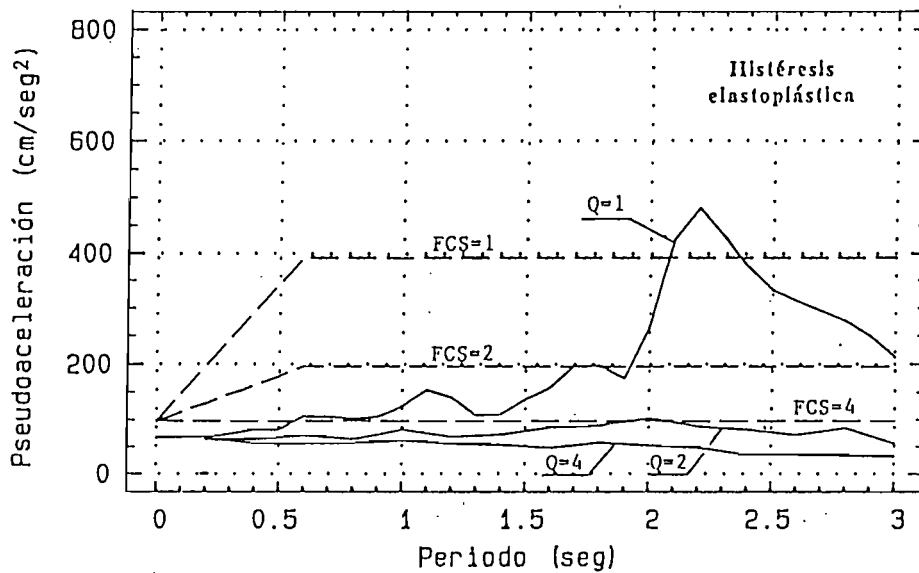
Figura 11.- (Continuación)

TLATELOLCO 1988 x 29  
Espectros de respuesta (Amort. 2%)



(a)

TLATELOLCO 1989 x 1.4  
Espectros de respuesta (Amort. 2%)



(b)

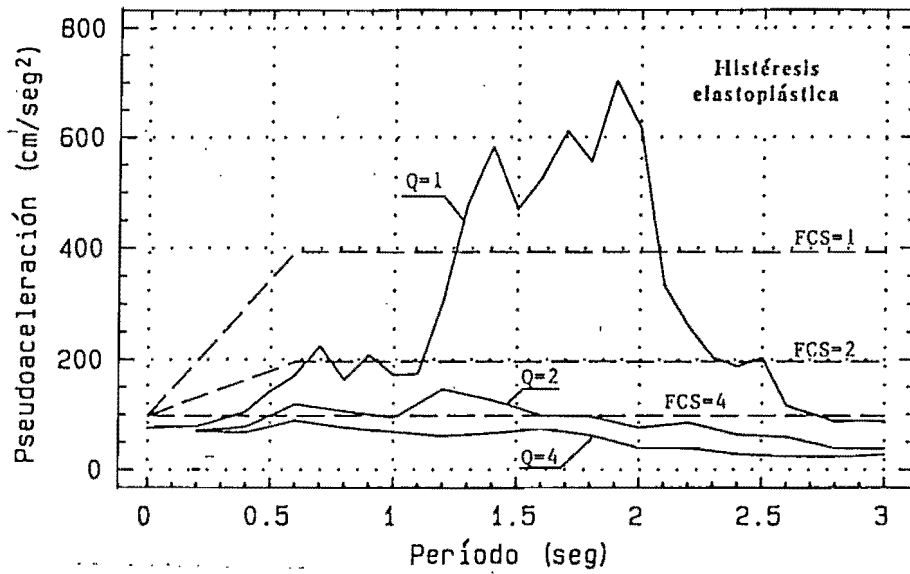
Figura 12.- Espectros de respuesta con amortiguamiento de 2% del crítico e histéresis elastoplástica.

(a) Tlatelolco 1988 x 29

(b) Tlatelolco 1989 x 1.4

(c) Tlatelolco 1978 x 4.0

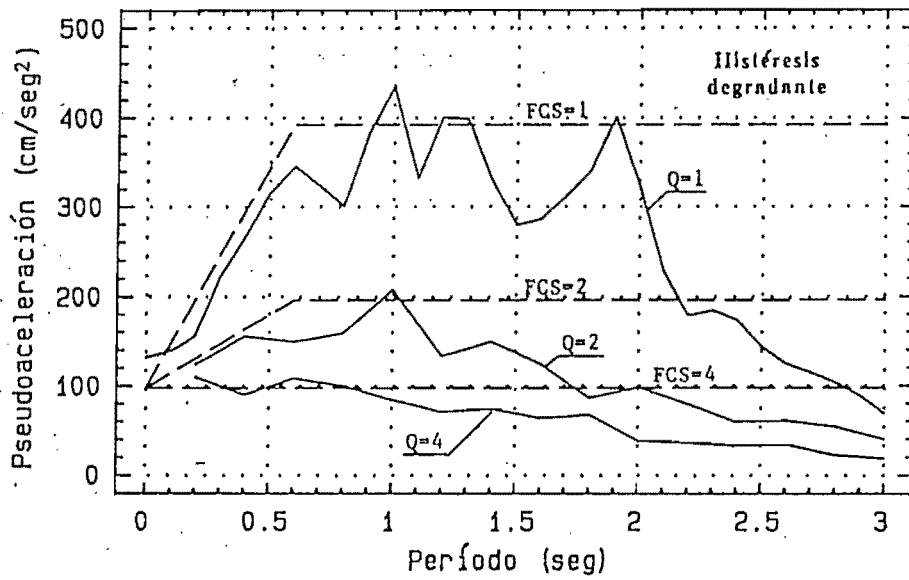
TLATELOLCO 1978 x 4  
Espectros de respuesta (Amort. 2%)



(c)

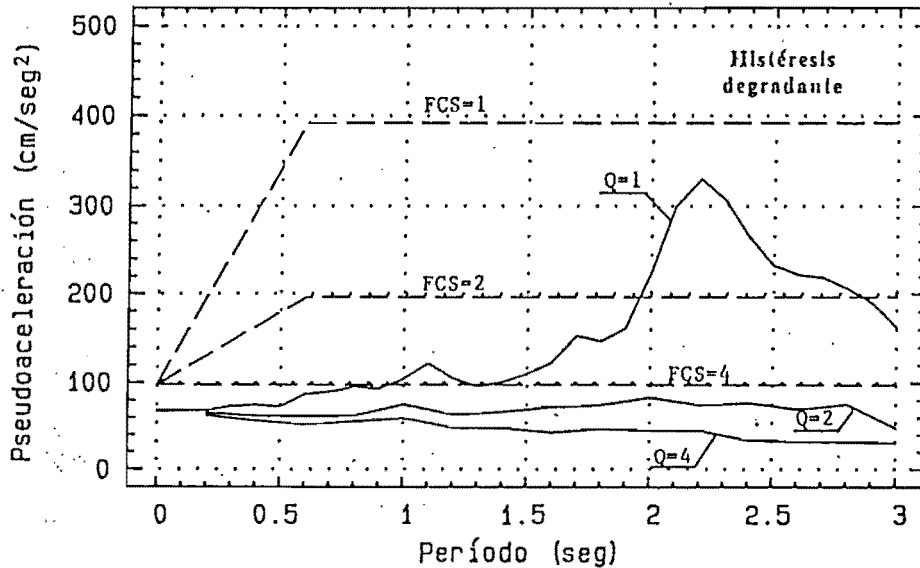
Figura 12.- (Continuación)

TLATELOLCO 1988 x 29  
Espectros de respuesta (Amort. 5%)



(a)

TLATELOLCO 1989 x 1.4  
Espectros de respuesta (Amort. 5%)

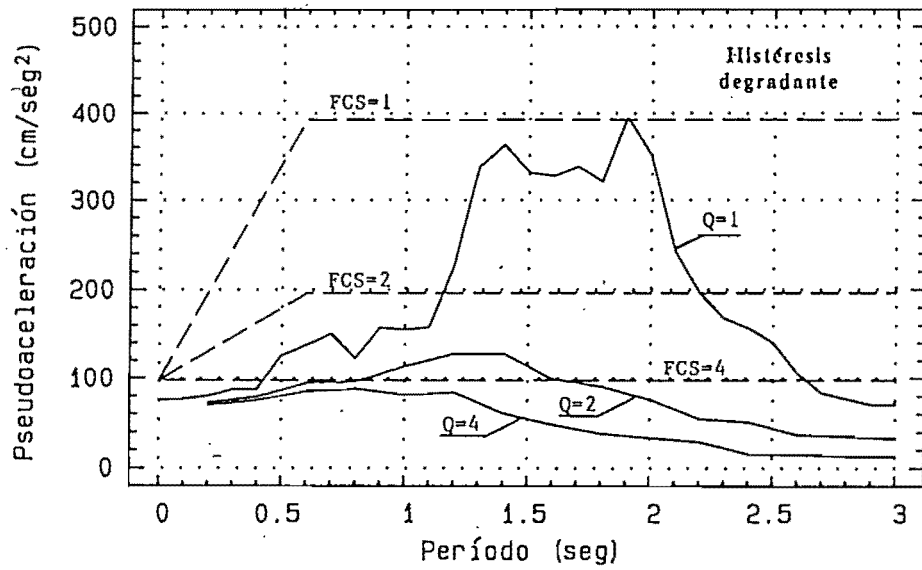


(b)

Figura 13.- Espectros de respuesta con amortiguamiento de 5% del crítico e histéresis con degradación de rigidez.

- (a) Tlatelolco 1988 x 29
- (b) Tlatelolco 1989 x 1.4
- (c) Tlatelolco 1978 x 4.0

TLATELOLCO 1978 x 4 -  
Espectros de respuesta (Amort. 5%)



(c)

Figura 13.- (Continuación)

**APENDICES**

**APENDICE 1**  
**(Programa para el cálculo de la curva Momento-Curvatura)**

```

IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C Programa para el calculo del diagrama momento-curvatura para una
C seccion "I" flexionada alrededor de su eje de menor inercia.
  DIMENSION AMV(1500),CUR(1500)
  OPEN(5,FILE='',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED')
  OPEN(6,FILE='',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
  OPEN(7,FILE='',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
C Lectura de dimensiones de la columna y propiedades del material
  READ(5,*)DA,TA,BP,T1,T2
  WRITE(6,*)'PERALTE      =',DA
  WRITE(6,*)'ESPESOR ALMA =',TA
  WRITE(6,*)'ANCHO PATIN =',BP
  WRITE(6,*)'ESP.MIN.PATIN=',T1
  WRITE(6,*)'ESP.MAX.PATIN=',T2
  READ(5,*)EY,EE
  WRITE(6,*)'ESF. FLUENCIA=',EY
  WRITE(6,*)'MOD. YOUNG   =',EE
  WRITE(6,*)'
  WRITE(6,*)'  MOMENTO  CURVATURA '
  WRITE(6,*)'
C Valores de Y desde Y=BP/2 hasta Y=TA/2
C (Y=Distancia del eje centroidal hasta la fibra donde comienza
C la plastificacion)
  ST=(TA/2.-BP/2.)/500.
  Y=BP/2.
  II=1
100  CONTINUE
  AM=0.
C Calculo de la contribucion de las areas 1
  B=T1
  H=BP/2.-Y
  A1=EY
  A2=EY
  CALL CAVEX(B,H,A1,A2,V,YT)
  AM=AM+V*(BP/2.-H/3.)*4.
C Calculo de la contribucion de las areas 2
  B=(T2-T1)*(BP-2.*Y)/(BP-TA)+T1
  H=BP/2.-Y
  A1=EY
  A2=EY
  CALL CAVEX(B,H,A1,A2,V,YT)
  AM=AM+V*(BP/2.-2*H/3.)*4.
C Calculo de la contribucion de las areas 3

```



```

B=(T2-T1)*(BP-2.*Y)/(BP-TA)+T1
H=Y-TA/2.
A1=EY
A2=EY*TA/2./Y
CALL CAVEX(B,H,A1,A2,V,YT)
AM=AM+V*(Y-YT)*4.
AI=AI+4.*(B*H**3/36.+(TA/2.+2.*H/3.）**2*B*H/2.)
C Calculo de la contribucion de las areas 4
B=T2
H=Y-TA/2.
A1=EY*TA/Y/2.
A2=EY
CALL CAVEX(B,H,A1,A2,V,YT)
AM=AM+V*(TA/2.+YT)*4.
AI=AI+4.*(B*H**3/36.+(TA/2.+H/3.）**2*B*H/2.)
C Calculo de la contribucion del area 5
AM=AM+EY*TA/Y/2.*DA*TA**2/6.
C Imprimir resultados (Momento, Curvatura)
WRITE(7,*)AM,EY/EE/Y
AMV(II)=AM
CUR(II)=EY/EE/Y
Y=Y+ST
II=II+1
IF(Y.GE.TA/2.) GOTO 100
STOP
END
C Subrutina de calculo de volumen y centroide de los esfuerzos
C en el area considerada
SUBROUTINE CAVEX(B,H,A1,A2,V,YT)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
YT=H*(A1+A2)/(4.*A1+2.*A2)
V=B/6.*H*(2.*A1+A2)
RETURN
END

```

APENDICE II  
(Programa para el cálculo de la curva Cortante-Desplazamiento)

```
$DEBUG
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
C Programa para el calculo del diagrama Cortante-Desplazamiento transver-
C sal de una columna empotrada en la base y libre en el extremo supe-
C rior, basado en el metodo de la viga conjugada y considerando el
C efecto de una carga vertical ubicada en la parte superior.
  DIMENSION AMF(200),CUR(200),AMOC(1500),ACUR(1500),DESP(200)
  DIMENSION DESP0(200)
  OPEN(3,FILE=',',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED')
  OPEN(4,FILE=',',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED')
  OPEN(6,FILE=',',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
  READ(3,*)NDIV,NP,ERR
C NDIV=Numero de divisiones a considerar en la columna
C NP =Numero de puntos en el diagrama Momento-Curvatura, proporcio-
C nado este en la UNIT4.
C ERR =Error aceptable en la iteracion
C
C Lectura del diagrama Momento-Curvatura de la seccion.
  DO 50 I=1,NP
  READ(4,*)A,B
  ACUR(I)=B
  50 AMOC(I)=A
  READ(3,*)PAX,ALO
C PAX=Valor de la fuerza vertical
C ALO=Longitud de la columna
  333 READ(3,*)DI,DF,DD
C DI=Desplazamiento minimo a considerar
C DF=Desplazamiento maximo a considerar
C DD=Incremento en los desplazamientos a considerar
  IF(DI.LT.0.)GOTO 334
  READ(3,*)VI0,VF0,VD0
C VI0=Cortante inicial en la iteracion
C VF0=Cortante maximo a considerar en la iteracion
C VD0=Incremento en los cortantes en la iteracion
  ANDI=NDIV
  DELT=DI
  101 CONTINUE
  KEE=0
  VI=VI0
  VF=VF0
  VD=VD0
```

```

DO 254 I=1,NDIV+1
AI=I
DESP(I)=DELT/ANDI*(AI-1)
254 CONTINUE
191 CORT=VI
201 CONTINUE
AM=PAX*DELT+CORT*ALO
DEL=0.
DO 300 I=1,NDIV+1
AI=I
X=ALO/ANDI*(AI-1.)
AMF(I)=-PAX*DESP(I)-CORT*X+AM
CALL CURVA(I,AMF,CUR,AMOC,ACUR,NP)
IF(I.EQ.1) GOTO 300
XX=ALO/2./ANDI*(2.*AI-3.)
DEL=DEL+(CUR(I)+CUR(I-1))/2.*ALO/ANDI*(ALO-XX)
300 CONTINUE
IF(ABS((DELT-DEL)/DEL).LE.ERR)GOTO 327
IF(DEL.LT.DELT)GOTO 200
IF(KEE.EQ.0)GOTO 638
CORT=CORT-VD
GOTO 201
638 KEE=1
CORT=CORT-VD
VD=VD/2.
GOTO 201
875 WRITE(6,*)DELT,CORT
WRITE(*,*)DELT,CORT
GOTO 100
200 CONTINUE
KEE=0
CORT=CORT+VD
IF(CORT.LE.VF)GOTO 201
WRITE(*,*)'PARA DELTA=',DELT
WRITE(*,*)'NO SE ENCONTRO CORTANTE ASOCIADO'
100 CONTINUE
DELT=DELT+DD
IF(DEL.T.LE.DF)GOTO 101
GOTO 333
327 CONTINUE
AER=0.
DO 127 I=1,NDIV+1
DESP0(I)=DESP(I)
127 DESP(I)=0.
DO 329 I=2,NDIV+1
AI=I
DO 129 J=2,I

```

```

AJ=J
DESP(I)=DESP(I)+(CUR(J)+CUR(J-1))/4*(ALO/ANDI)**2*(2*(AI-AJ)+1)
129 CONTINUE
AER=ABS(DESP0(I)-DESP(I))/ABS(DESP0(I))+AER
329 CONTINUE
IF(AER.LT.0.01)GOTO 875
VI=CORT-VD*5
VF=CORT+VD*5
VD=VD/2
GOTO 191
334 STOP
END
SUBROUTINE CURVA(I,AMF,CUR,AMOC,ACUR,NP)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION AMF(200),CUR(200),AMOC(1500),ACUR(1500)
IQ=1
500 IF(AMF(I).LT.AMOC(IQ))GOTO 400
IQ=IQ+1
IF(IQ.GT.NP)STOP12
GOTO 500
400 CUR(I)=(AMF(I)-AMOC(IQ-1))*(ACUR(IQ)-ACUR(IQ-1))
CUR(I)=CUR(I)/(AMOC(IQ)-AMOC(IQ-1))+ACUR(IQ-1)
RETURN
END

```

**APENDICE III**  
**(Interacción suelo-estructura)**

La expresión general para el cálculo del período modificado por interacción suelo-estructura, de acuerdo a las recomendaciones de las NTC-RDF87 (ref.5), es la siguiente:

$$T_1 = (T_0^2 + T_x^2 + T_r^2)^{1/2}$$

Donde:

- $T_1$  = Período fundamental de vibración de la estructura corregido por interacción con el suelo.
- $T_0$  = Período fundamental que tendría la estructura si se apoyara sobre una base rígida.
- $T_x$  = Período natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse en la dirección que se analiza.
- $T_r$  = Período natural que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera girar con respecto a un eje horizontal que pasara por el centroide de la superficie de desplante de la estructura y fuera perpendicular a la dirección que se analiza.

Los anteriores parámetros se pueden calcular, de manera aproximada, con las siguientes expresiones:

$$T_x = 2 \pi (W_0' / gK_x)^{1/2}$$

Donde:

$W_0'$  = Peso neto de la construcción, incluyendo los cimientos (ton).

$g$  = Aceleración de la gravedad ( $m/seg^2$ ).

$K_x$  = Rigidez de un resorte equivalente a la restricción horizontal del suelo en la base.

$$T_r = 2\pi (J/gK_r)^{1/2}$$

Donde:

$J$  = Momento neto de inercia del peso de la construcción con respecto al eje de rotación ( $ton\cdot m^2$ ).

$g$  = Aceleración de la gravedad ( $m/seg^2$ ).

$K_r$  = Rigidez de un resorte equivalente a la restricción rotacional del suelo en la base.

En el caso en estudio,  $K_x$  y  $K_r$  se obtienen de las expresiones:

$$K_x = 7GR_x \quad \text{y} \quad K_r = 6GR_r^3$$

Donde:

$G$  = Módulo de rigidez medio del suelo, que se puede tomar, de manera aproximada con la expresión:  $G = 2(H/T_g)^2$ ; donde  $G$  está en  $ton/m^2$ ;  $T_g$  es el período dominante más largo del terreno, en segundos, en el sitio donde se halle la estructura; y  $H$  es la profundidad, en metros de los depósitos firmes profundos en dicho sitio. De los mapas indicados en la referencia 5 se tiene que, para la zona de Tlatelolco,  $H = 30$  m. y  $T_g = 2$  seg. Con estos datos,  $G$  resulta ser igual a  $450$   $ton/m^2$ .



$$R_x = (A/\pi)^{1/2}$$

Donde A es el área de la superficie neta de cimentación (m<sup>2</sup>).

$$R_r = (4I/\pi)^{1/4}$$

Donde I es el momento de inercia de la superficie neta de cimentación con respecto a su eje centroidal perpendicular a la dirección que se analiza.

Considerando una zapata cuadrada de ancho L y espesor D;

$$A = L^2$$

$$I = L^4/12$$

$$W'_0 = 1.3 + 2.4DL^2$$

$$J = (1.3 + 2.4DL^2)2.9^2 + 2.4DL^2(4D^2 + L^2)$$

Sustituyendo los datos indicados de los parámetros en las ecuaciones mostradas, se obtiene el valor del período fundamental de vibración de la estructura corregido por interacción con el suelo (T<sub>1</sub>). En la siguiente tabla se muestra el porcentaje de la diferencia entre T<sub>1</sub> y T<sub>0</sub>, para diferentes dimensiones de la zapata:

	D = 0.10m	D = 0.25m	D = 0.50m
L = 0.8m	2.3%	2.3%	2.3%
L = 1.1m	0.9%	0.9%	0.9%
L = 1.4m	0.5%	0.5%	0.5%
L = 1.7m	0.3%	0.3%	0.3%

**APENDICE IV**  
**(Programa para análisis no lineal)**

```
$DEBUG
$LARGE
$NOFLOATCALLS
C Programa para el analisis no lineal paso a paso de sistemas con
C ciclo histeretico trilineal, mediante el metodo de aceleracion
C constante.
C Rama elastica: pendiente = SK
C Rama intermedia: pendiente = 0
C Rama final : pendiente = SK*SHM
  IMPLICIT REAL * 8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION X(9000),F(9000),TC(9000)
  OPEN(4,FILE='',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED')
  OPEN(5,FILE='',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED')

OPEN(6,FILE='',ACCESS='SEQUENTIAL',FORM='FORMATTED',STATUS='NEW')
  WRITE(6,105)
  READ(4,*)SK,SM,RT,SHM,YDT,SC
  WRITE(6,*)' '
  WRITE(6,*)'SK =',SK
  WRITE(6,*)'SM =',SM
  WRITE(6,*)'RT =',RT
  WRITE(6,*)'SHM=',SHM
  WRITE(6,*)'YDT=',YDT
  WRITE(6,*)'SC =',SC
C SK=Rigidez elastica
C SM=Masa
C RT=Cortante de fluencia
C SHM=Pendiente de la tercera rama, dividida por SK
C YDT=Deformacion a la que comienza la tercera rama
C SC=Porcentaje del amortiguamiento critico
  READ(4,*)NTYPE,DDI,NEQ,GR
  WRITE(6,*)' '
  WRITE(6,*)'NTYPE=',NTYPE
  WRITE(6,*)'DDI =',DDI
  WRITE(6,*)'NEQ =',NEQ
  WRITE(6,*)'GR =',GR
C NTYPE=0 si el registro es de fuerzas
C   =otro valor si esta en aceleraciones
C DDI=Intervalo de tiempo entre los puntos del registro
C NEQ=Numero de puntos del registro
C GR=Aceleracion de la gravedad
  READ(4,*)DT,NDPI,UMAX
```



```

WRITE(6,*)' '
WRITE(6,*)'DT =' ,DT
WRITE(6,*)'NDPI=' ,NDPI
WRITE(6,*)'UMAX=' ,UMAX
C DT=Intervalo de tiempo en cada paso del analisis
C NDPI=Multiplica a DT para obtener el intervalo de tiempo
C   para la impresion
C UMAX=Desplazamiento maximo para el cual se suspende la ejecucion
  UD0=0.
  DT=.01
  WRITE(*,*)'AKKK??'
  READ(*,*)AKKK
  WRITE(6,*)' '
  WRITE(6,*)'AKKK=' ,AKKK
C AKKK=Factor de amplificacion del registro
  RC=-RT
  YDC=-YDT
  SC=SC*2*(SK*SM)**0.5
  IPI=0
  READ(5,*)X(1)
  TC(1)=0.00
  DO 200 I=2,NEQ
  READ(5,*)X(I)
  TC(I)=TC(I-1)+DDI
  X(I)=X(I)*AKKK
200 CONTINUE
  IF(NTYPE.EQ.0)GO TO 5
  DO 7 I=1,NEQ
7   X(I)=-X(I)*SM*.98
5   UD=0.0
  UV=0.0
  UA=X(1)/SM
  F(1)=X(1)
  NT=TC(NEQ)/DT
  NT1=NT+1
  ANN=0.0
  NTM1=NT-1
  A1=3.0/DT
  A2=6.0/DT
  A3=DT/2.0
  A4=6.0/DT**2
  YT=RT/SK
  YC=RC/SK
  KEY=0
  SKP=SK
  II=1

```

C

```

C ENCABEZADOS
C
105  FORMAT(1H1,10X,'DATOS DE ENTRADA'//)
C
C INTERPOLACION
C
      DO 10 I=2,NT1
      AI=I-1
      T=AI*DT
      IF(T.GT.TC(NEQ))GO TO 99
      IF(T.LE.TC(II+1))GO TO 9
      ANN=-TC(II+1)+T-DT
      II=II+1
9     ANN=ANN+DT
      F(I)=X(II)+(X(II+1)-X(II))*ANN/(TC(II+1)-TC(II))
10    CONTINUE
99    CONTINUE
C
C
C
185  WRITE(6,185)
      FORMAT(//,10X,'RESPUESTA ELASTOPLASTICA',/,10X,
1     'SISTEMA DE UN GRADO DE LIBERTAD',//,6X,'TIEMPO',5X,'DESPL.',5X
1     ',VELOCIDAD',4X,'ACEL.',5X,'ESTADO',1X,'CORTANTE',/)
      DO 90 L=1,NTM1
      IPI=IPI+1
      AL=L
      T=DT*AL
      SKR=SKP+A4*SM+A1*SC
      DFR=F(L+1)-F(L)+(A2*SM+3*SC)*UV+(3.*SM+A3*SC)*UA
      DUD=DFR/SKR
      DUV=3.*DUD/DT-3.*UV-UA*DT/2.0
      UD=UD+DUD
      UV=UV+DUV
      IF(KEY)11,12,13
12   R=RT-(YT-UD)*SK
      SKP=SK
      IF(UD.GT.YC.AND.UD.LT.YT)GO TO 20
      IF(UD.LT.YC)GO TO 15
      KEY=1
      IF(YDT.EQ.YT)GOTO 13
      SKP=0.
      R=RT
      GO TO 20
13   IF(UV.GT.0.)GO TO 133
      IF(SKP.EQ.SK*SHM)GOTO 135
      KEY=0

```

```

SKP=SK
YT=UD
YC=UD-(RT-RC)/SK
GO TO 20
11  IF(UV.LT.0)GO TO 111
    IF(SKPEQ.SK*SHM)GOTO 115
    KEY=0
    SKP=SK
    YT=UD+(RT-RC)/SK
    YC=UD
    GO TO 20
133 IF(UD.GT.YDT)GOTO 134
    R=RT
    SKP=0.
    GOTO 20
134 R=RT+(UD-YDT)*SHM*SK
    SKP=SK*SHM
    GOTO 20
135 KEY=0
    SKP=SK
    YT=UD
    YC=UD-(RT-RC)/SKP
    RT=R
    RC=RT-(YT-YC)*SKP
    YDC=YDC+(UD-YDT)
    YDT=YT
    GOTO 20
111 IF(UD.LT.YDC)GOTO 114
    R=RC
    SKP=0.
    GOTO 20
114 R=RC+(UD-YDC)*SHM*SK
    SKP=SK*SHM
    GOTO 20
115 KEY=0
    SKP=SK
    YC=UD
    YT=UD+(RT-RC)/SKP
    RC=R
    RT=RC+(YT-YC)*SKP
    YDT=YDT+(UD-YDC)
    YDC=YC
    GOTO 20
15  KEY=-1
    IF(YDCEQ.YC)GOTO 11
    R=RC
    SKP=SK*SHM

```

```
20  UA=(F(L+1)-SC*UV-R)/SM
    IF(UD.GT.UMAX)GOTO 123
    IF(UD.LT.-UMAX)GOTO 123
    IF(IIFI.LT.NDPI) GOTO 90
    IIFI=0
    WRITE(6,120)T,UD,UV,UA,KEY,R
90  CONTINUE
120  FORMAT(F10.3,3F12.4,I8,F12.4)
123  CONTINUE
    STOP
    END
```