

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE MEXICO

DIVISION DE ESTUDIOS
DE POSGRADO

FACULTAD DE INGENIERIA

DETERMINACION EXPERIMENTAL DEL AMORTIGUAMIENTO
ESTRUCTURAL EMPLEANDO PRUEBAS DE VIBRACION
FORZADA.

Tema de examen sin créditos académicos para
optar por el grado de:
MAESTRO EN INGENIERIA (ESTRUCTURAS)

FRANCISCO JAVIER ROBLES CALATAYUD

MEXICO, D.F., 1986.

0853

CAL 6
D.E



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA

DIVISION DE ESTUDIOS DE POSGRADO
FACULTAD DE INGENIERIA

ING. NEFTALI RODRIGUEZ CUEVAS,
Coordinador de la Sección de Estructuras
DEPFI - UNAM,
P r e s e n t e .

En relación con el trabajo que debe desarrollar el alumno FRANCISCO JAVIER ROBLES CALATAYUD, para presentar su examen de grado de Maestro en Ingeniería, Estructuras, me permito proponer el siguiente tema:

DETERMINACION EXPERIMENTAL DEL AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL
EMPLEANDO PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA.

El Ing. Robles deberá localizar la bibliografía existente en la Biblioteca de la División sobre este tema y aplicar los conceptos correspondientes al caso particular de la vibración forzada del edificio de la DEPFI que analizó como trabajo de investigación durante sus estudios.

El plazo para desarrollar el trabajo puede ser de dos meses.

A t e n t a m e n t e ,

Ciudad Universitaria, 17 de enero de 1986.

ENRIQUE DEL VALLE CALDERON,
Profesor Titular.

*Se entregó el día 6 de febrero
al Ing. Robles para que lo
desarrolle y entregue el
examen a los sinodales
antes del día 7 de abril de
1986.*

A MI ESPOSA ...

I N D I C E .

RESUMEN.

NOMENCLATURA.

1. INTRODUCCION.

2. METODO DE LA EXCITACION ARMONICA EMPLEADO EN PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA.

3. JUSTIFICACION TEORICA DE LA DETERMINACION EXPERIMENTAL DEL AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL.

a) Método del decremento logarítmico.

b) Amplificación de la resonancia.

c) Método del ancho de banda de la semipotencia.

d) Pérdida de energía por ciclo (Prueba de resonancia).

e) Amortiguamiento Histerético.

4. CASOS DE NO LINEALIDAD.

5. APLICACION AL TRABAJO DE INVESTIGACION EFECTUADO DE LAS PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA EN EL EDIFICIO "A" DE LA D.E.P.F.I.

6. CONCLUSIONES.

7. REFERENCIAS.

APENDICE A : GRAFICAS.

APENDICE B : TABLAS.

N O M E N C L A T U R A .

- A Area, Amplitud de vibración.
C Amortiguamiento.
 C_c Amortiguamiento crítico.
 C_e Amortiguamiento lineal equivalente.
D Factor de amplificación dinámico.
k Rigidez.
 k_e Rigidez lineal equivalente.
m Masa.
P Fuerza.
 P_0 Carga.
 P_d Fuerza de amortiguamiento viscoso.
 P_s Fuerza de resorte estático.
 r Excentricidad.
t Tiempo.
 T_D Período natural amortiguado.
U Trabajo realizado.
 v Respuesta, desplazamiento.
- α Coeficiente de amortiguamiento histerético, $c/2m$
 β Factor de la frecuencia de la carga aplicada y frecuencia de vibración libre natural = $\frac{\bar{\omega}}{\omega}$
 δ Decremento logarítmico.
 λ_i Factor de energía del componente "i"
 θ Angulo de fase.
 ξ Factor de amortiguamiento.
 ρ Amplitud de la respuesta estacionaria.
 $\bar{\omega}$ Frecuencia circular de la carga aplicada.
 ω Frecuencia circular de vibración libre natural.
 ω_D Frecuencia natural circular amortiguada.
 Ω Frecuencia de vibración libre no amortiguada.

R E S U M E N .

Se describen métodos para valorar experimentalmente el amortiguamiento estructural empleando pruebas de vibración forzada.

Se mencionan experimentos realizados y los resultados más importantes obtenidos por diversos autores.

Se cita la bibliografía localizada en la biblioteca de la D.E.P.F.I. sobre el tema.

Se aplican los conceptos para valorar el amortiguamiento estructural a partir de las pruebas de vibración forzada realizadas en dos etapas en el edificio "A" de la D.E.P.F.I.: la primera en marzo de 1984 cuando el edificio tenía únicamente tres niveles, y la segunda en enero de 1985 cuando el edificio ya tenía integrado el cuarto nivel con que cuenta actualmente.

Se mencionan en las conclusiones los criterios más importantes para elegir el método de valuación del coeficiente de amortiguamiento adecuado a la instrumentación de prueba disponible y al tipo de estructura por analizar.

1. INTRODUCCION.

1.1 JUSTIFICACION DE LA DETERMINACION EXPERIMENTAL.

Existen problemas en la investigación del comportamiento dinámico de estructuras en las que la determinación de la masa, rigidez y amortiguamiento estructurales no son fáciles de evaluar. REF. (1).

Debido a ésto, el amortiguamiento estructural debe ser determinado por métodos experimentales.

Los métodos para la determinación de la masa y su distribución en las estructuras, así como la rigidez han avanzado mucho en los últimos años debido al uso de computadoras digitales veloces.

Sin embargo, la determinación del amortiguamiento estructural (que junto con la masa y la rigidez forman los tres parámetros necesarios para el análisis dinámico de una estructura), ha quedado tremendamente relegada en comparación con masa y rigidez.

Posteriormente a la determinación de las formas modales y frecuencias de una estructura modelada según el criterio del analista, se asigna un factor de amortiguamiento viscoso modal basándose en la similitud entre la estructura analizada y un amortiguador viscoso, introduciendo un error tal que si se toma un amortiguamiento del 5 % en lugar de un 2 % real se predice una respuesta de la mitad de amplitud de la real. REF. (2).

El objetivo del planteamiento de modelos matemáticos representativos de estructuras es proponer éstos lo más exactos y sencillos posible.

La confiabilidad de los resultados obtenidos con computadora en la respuesta dinámica de estructuras modeladas de una forma determinada, depende de los datos de entrada utilizados, y existen conjeturas en la validez de algunos parámetros significativos, en particular el amortiguamiento. REF. (3).

En una estructura real las fuerzas de amortiguamiento no son verdaderamente viscosas, pero pueden ser tratadas como si lo fueran, utilizando el principio de amortiguamiento viscoso equivalente descrito en la REF. (9).

Con esta suposición, es posible determinar el tipo de amortiguamiento a partir de las curvas de resonancia, debido a que las curvas de respuesta de un sistema puramente viscoso y las de un sistema de amortiguamiento mixto (viscoso-histerético), son bastante similares. REF. (5).

2. METODO DE LA EXCITACION ARMONICA EMPLEADO EN PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA.

La influencia del coeficiente de amortiguamiento en la amplitud máxima de las respuestas de una estructura depende de la naturaleza de las sollicitaciones externas. REF. (6).

El método de la excitación armónica consiste en colocar en la estructura un aparato mecánico que se utiliza para someter a una estructura a vibración forzada en una dirección determinada, llamado vibrador de masas excéntricas (REFS. (7) y (19)). Simultáneamente se colocan acelerómetros en diferentes puntos de la estructura para registrar aceleraciones del edificio en papel sensible a la luz.

Una vez obtenidas las aceleraciones en papel sensible a la luz, se procede a elaborar unas gráficas de frecuencia del vibrador contra doble amplitud de los registros, a partir de las cuales se obtienen las características de vibración del edificio.

Debido a que a medida que se aumenta la frecuencia de vibración del vibrador de masas excéntricas, aumenta la fuerza aplicada por éste sobre el edificio, se modifican las gráficas obtenidas para la etapa de vibración forzada para una fuerza constante. REFS. (8) y (19).

Teniendo las gráficas para una fuerza constante, se pueden trazar las elásticas de la estructura para los diferentes tipos de ubicación de los acelerómetros, utilizando las frecuencias para las que existe resonancia.

Una de las ventajas de la excitación armónica es que puede uno mantener el movimiento armónico en la estructura du-

rante el tiempo que sea necesario en el modo buscado, y otra es que la fuerza excitadora es perfectamente conocida, lo que permite conocer las flexibilidades con bastante precisión.

REF. (6).

De igual forma, es el método más eficaz para la determinación de los parámetros modales.

También es fácilmente aplicable a las estructuras más complejas y se pueden determinar las deformadas correspondientes utilizando pocas mediciones.

3. JUSTIFICACION TEORICA DE LA DETERMINACION EXPERIMENTAL DEL AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL.

a) Método del decremento logarítmico.

Es un método para determinar experimentalmente el coeficiente de amortiguamiento a partir de la vibración libre. Aunque el propósito de este trabajo es tratar el tema de vibración forzada, hablar sobre la vibración libre puede ser de utilidad.

Si se le imprime a la estructura una excitación inicial, dejándola vibrar sola, podemos obtener un registro del movimiento oscilatorio libre. Con el registro obtenido se mide la tasa de decremento de la amplitud del movimiento.

Consideremos el movimiento de vibración amortiguado representado gráficamente en la Fig. 3.1, y dado analíticamente por la expresión E 3.1.

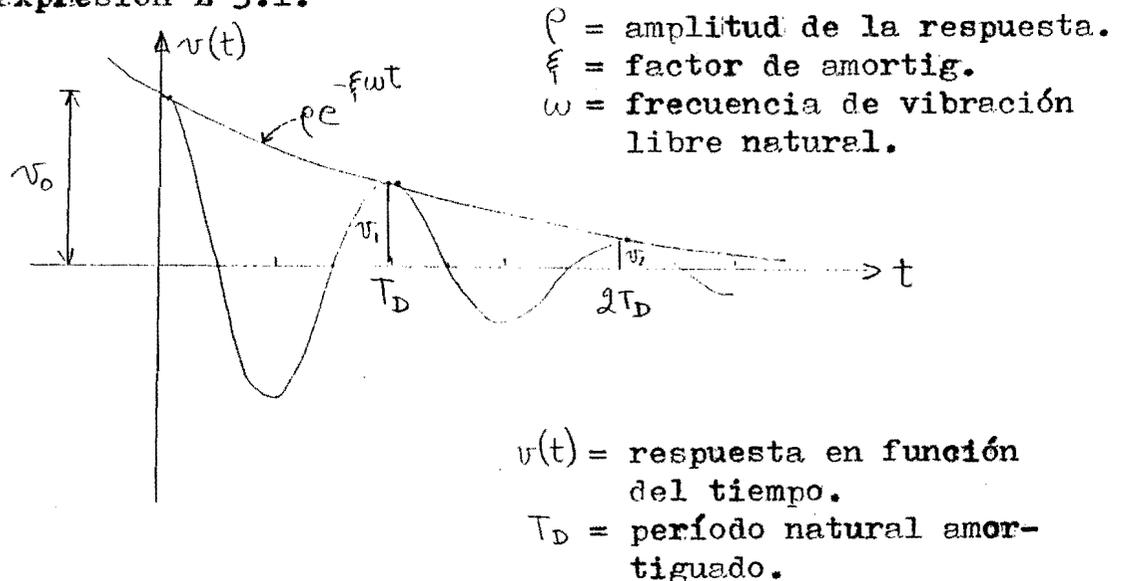


FIG. 3.1. CURVA MOSTRANDO LOS DESPLAZAMIENTOS DE LOS MAXIMOS Y LOS DESPLAZAMIENTOS DE LOS PUNTOS DE TANGENCIA.

$$v(t) = \rho e^{-\xi \omega t} \cos(\omega_D t - \theta)$$

... E 3.1

donde: ω_D = Frecuencia natural circular amortiguada.

θ = Angulo de fase.

Si en la ecuación E 3.1 el término: $\cos(\omega_D t - \theta)$ tiende a uno, tenemos:

$$v(t) = \rho e^{-\xi \omega t}$$

... E 3.2

Estos puntos son cercanos a los máximos, pero no exactos debido a que aparecen ligeramente desplazados a la derecha, pero podemos tomarlos como una aproximación de los valores correspondientes a estos máximos.

Por lo tanto, podemos escribir para dos máximos consecutivos: v_1 en t_1 y v_2 en T_D segundos después:

$$v_1 = \rho e^{-\xi \omega t_1}, \quad v_2 = \rho e^{-\xi \omega (t_1 + T_D)}$$

Dividiendo las amplitudes de los máximos y tomando el logaritmo natural obtenemos el decremento logarítmico:

$$\mathcal{L} = \ln \frac{v_1}{v_2} = \xi \omega T_D \quad \dots \text{E 3.3}$$

Sustituyendo la relación: $T_D = \frac{2\pi}{\omega_D}$ en la ecuación anterior:

$$\mathcal{L} = \xi \omega \frac{2\pi}{\omega_D}$$

y utilizando: $\omega_D = \omega \sqrt{1 - \xi^2}$

obtenemos:

$$\mathcal{L} = \frac{2\pi \xi}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad \dots \text{E 3.4}$$

Como podemos ver, el factor de amortiguamiento puede ser determinado después de valuar experimentalmente los máximos sucesivos del sistema de vibración libre. REFS. (1),

(15) y (17).

Para pequeños valores del factor de amortiguamiento, la Ec. E 3.4 puede utilizarse de una forma aproximada como:

$$L \approx 2\pi \xi \quad \dots \text{E 3.5}$$

Reordenando la expresión nos queda:

$$\xi = \frac{1}{2\pi n} \ln \frac{v_0}{v_n}$$

donde: v_0 = Amplitud del desplazamiento inicial.
 v_n = Amplitud del desplazamiento "n" ciclos después.

Este método es muy útil para valores de amortiguamiento muy bajos (o sea menores del 2 % del crítico), pues se somete a la estructura a vibración forzada inicialmente y cuando se encuentra en vibración a la resonancia, el excitador se detiene dejando a la estructura en vibración libre y se puede tener una detección fácil del modo fundamental.

Este método fué empleado por Friedrich Bleich (REF. (25)), obteniendo una gran cantidad de resultados a partir de pruebas aplicadas en puentes metálicos para hallar el amortiguamiento en uniones, elementos aislados, armaduras, etc.

b) Método de la amplificación de la resonancia.

Otro método para la determinación experimental del amortiguamiento estructural se basa en pruebas de vibración forzada utilizando fuerzas de excitación armónicas del tipo:

$$P_0 \text{ sen } \bar{\omega} t$$

donde: P_0 = Amplitud de la carga.

$\bar{\omega}$ = Frecuencia circular de la carga aplicada.

t = tiempo.

a una secuencia de frecuencias estrechamente espaciadas, para poder graficar las amplitudes de las respuestas contra las frecuencias aplicadas.

Conociendo que la amplitud de la respuesta estacionaria está dada por: (REF. (1))

$$p = \frac{P_0}{k} \left[(1 - \beta^2)^2 + (2 \xi \beta)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad \dots \text{ E 3.6}$$

donde: β = factor de la frecuencia de la carga aplicada y frecuencia de vibración libre natural = $\bar{\omega}/\omega$

P_0 = amplitud de la carga armónica.

k = rigidez.

ξ = factor de amortiguamiento.

El factor de amplificación dinámico será el cociente de la amplitud de la respuesta estacionaria entre el desplazamiento estático producido por la amplitud de la carga armónica:

$$D = \frac{p}{P_0/k} = \left[(1 - \beta^2)^2 + (2 \beta \xi)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \quad \dots \text{ E 3.7}$$

Debido a que el fenómeno de resonancia consiste en que la frecuencia de la carga dinámica aplicada y la frecuencia de vibración libre natural tienden a ser iguales, el factor

$\beta = \frac{\bar{\omega}}{\omega}$ tiende a uno, y así el factor de amplificación diná-

mico de la ecuación E 3.7 se convierte en:

$$D_{\beta=1} = \frac{1}{2\xi} \quad \dots \text{ E 3.7 A}$$

Por lo tanto, en la resonancia, el factor de amortiguamiento puede ser representado por:

$$\xi = \frac{1}{2D_{\beta=1}} = \frac{\rho_0}{2\rho_{\beta=1}} \quad \dots \text{ E 3.8}$$

donde: ρ_0 = respuesta a la carga estática.

$\rho_{\beta=1}$ = respuesta a la carga dinámica estacionaria en la resonancia.

Como en pruebas realizadas en la práctica es difícil aplicar la frecuencia de resonancia exacta, podemos utilizar la amplitud de la respuesta máxima ρ_{max} derivada de la diferenciación de la ecuación E 3.7 con respecto a β , e igualando a cero.

Conociendo que el factor de frecuencias de respuesta máximo está dado por:

$$\beta_{max} = \sqrt{1 - \xi^2} \quad \dots \text{ E 3.9}$$

y el factor de amplificación máximo es igual a:

$$D_{max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1 - \xi^2}} \quad \dots \text{ E 3.10}$$

y además que la amplitud de la respuesta máxima ocurre a una frecuencia ligeramente menor que la de resonancia, escribimos:

$$\xi = \frac{1}{2D_{max}\sqrt{1 - \xi^2}} \approx \frac{1}{2D_{max}\beta_{max}} \approx \frac{\omega}{2D_{max}\omega_{max}} \approx \frac{\rho_0}{2\rho_{max}} \quad \dots \text{ E 3.11}$$

Esta expresión debe ser utilizada con cuidado pues tiene un pequeño error que es el de despreciar la diferencia

entre las frecuencias amortiguadas y no amortiguadas, y en estructuras en las que esta diferencia no es despreciable sería conveniente utilizar otro método de valuación del amortiguamiento.

Otro problema de este método es disponer de la instrumentación necesaria para poder medir los desplazamientos estáticos a un nivel de frecuencias cero. REF. (1).

En la REF. (5) se hace una serie de pruebas de vibración forzada de un edificio de nueve niveles a base de marcos de acero.

En la dirección longitudinal fué posible vibrar la estructura para localizar los cuatro primeros modos.

Los factores de amortiguamiento encontrados fueron:

Para el primer modo: 0.5 %
Para el segundo modo: 0.8 a 1.1 %
Para el tercer modo: 2.0 %
Para el cuarto modo: 3.6 %

En la dirección transversal el comportamiento de la estructura fué muy diferente al de la dirección longitudinal. Fueron determinados los tres primeros modos a partir de las pruebas estacionarias de vibración.

Los factores de amortiguamiento encontrados para la dirección transversal fueron:

Para el primer modo: 0.5 %
Para el segundo modo: 1.1 % a 1.6 %
Para el tercer modo: 3.7 %

El edificio de nueve niveles también sometido a vibración forzada a torsión proporcionó datos de amortiguamiento:

$$\xi_1 = 0.8 \% \quad \xi_2 = 1.3 \% \quad \xi_3 = 3.0 \%$$

Los valores antes calculados fueron revisados con

valores muy similares.

c) Método del Ancho de Banda de la Semipotencia.

Debido a que la amplitud máxima de la respuesta ocurre cuando:

$$\beta_{max} = \sqrt{1 - \xi^2}$$

se puede definir al ancho de banda de la semipotencia como la amplitud de variación de las frecuencias en las cuales la respuesta de desplazamiento es igual a $1/\sqrt{2}$ veces la amplitud de resonancia, es decir, las frecuencias para las que la potencia inducida es la mitad de la potencia inducida en la resonancia. Ver Fig. 3.2 REF. (11).

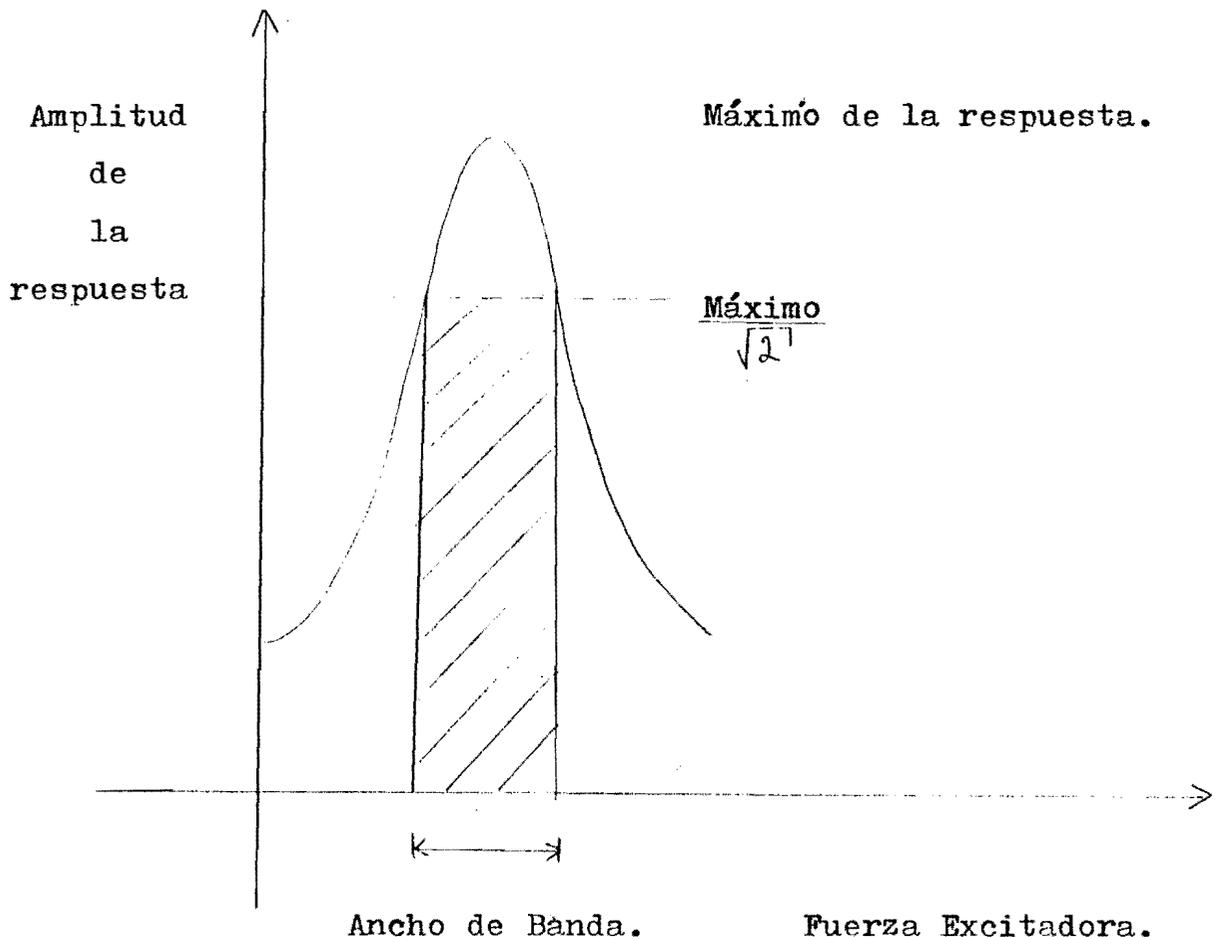


FIGURA 3.2

Los valores de la semipotencia pueden ser encontra-

E 3.6 como $1/\sqrt{2}$ veces la amplitud de resonancia obtenida en la ecuación E 3.11.

De E 3.11: $\xi = \frac{\rho_0}{2 \rho_{max}}$ y despejando

$$\rho_{max} = \frac{\rho_0}{2 \xi} \quad \dots \text{ E 3.12}$$

Por lo tanto, del planteamiento anterior:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \rho_{max} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\rho_0}{2 \xi}$$

quedando la ecuación E 3.6 como:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \frac{\rho_0}{2 \xi} = \frac{\rho_0}{k} \left[(1-\beta^2)^2 + (2 \xi \beta)^2 \right]^{-1/2} = \rho_0 \left[(1-\beta^2)^2 + (2 \xi \beta)^2 \right]^{-1/2}$$

y elevando al cuadrado ambos lados de la ecuación:

$$\frac{1}{8 \xi^2} = \frac{1}{(1-\beta^2)^2 + (2 \xi \beta)^2}$$

Resolviendo para el factor de frecuencias tenemos:

$$\beta^2 = 1 - 2 \xi^2 \pm 2 \xi \sqrt{1 + \xi^2}$$

del cual, los dos factores de frecuencias de semipotencia son:

(despreciando ξ^2 en el radical):

$$\beta_1^2 \doteq 1 - 2 \xi - 2 \xi^2$$

$$\beta_1 \doteq 1 - \xi - \xi^2$$

$$\beta_2^2 \doteq 1 + 2 \xi - 2 \xi^2$$

$$\beta_2 \doteq 1 + \xi - \xi^2$$

y definimos al amortiguamiento como la diferencia entre estos dos factores de frecuencias de semipotencia:

$$\xi \doteq \frac{1}{2} (\beta_2 - \beta_1) \quad \dots \text{ E 3.13}$$

La ventaja de este método para valuar el amortiguamiento es que no es necesario conocer la respuesta estática. Sin embargo, se necesita trazar la curva de respuestas, efectuándolo con mayor precisión en los rangos de semipotencia y resonancia. REF. (1).

do utilizado en diversas pruebas de vibración forzada de estructuras de muchos tipos. Entre ellas, Dixon, R., Shah, A., Bouwkamp, J. G., Clough, R. W., en el EARTHQUAKE ENGINEERING RESEARCH CENTER, COLLEGE OF ENGINEERING, University of California, Berkeley, han realizado muchas pruebas de vibración forzada utilizando este método para valuar el amortiguamiento estructural con resultados satisfactorios. (REFS. (12), (14), (16)).

En estas pruebas mencionadas han utilizado la fórmula:

$$\xi = \frac{\Delta f}{2f} \quad \dots \text{E 3.14}$$

donde: ξ = factor de amortiguamiento.
 f = frecuencia de resonancia.
 Δf = diferencia en frecuencia de dos puntos en la curva de resonancia con amplitudes de $1/\sqrt{2}$ veces la amplitud de resonancia.

Estrictamente hablando, la ecuación E 3.14 ha sido planteada a partir de la curva de resonancia de un sistema lineal de un grado de libertad. Sin embargo se ha aprovechado para mediciones del amortiguamiento que no forzosamente cuentan con estas limitaciones y se ha llegado a resultados satisfactorios, tomando en cuenta que es muy útil determinar el rango en el cual cae el amortiguamiento sin necesitar un valor exacto para fines experimentales.

El método del ancho de banda es muy útil para factores de amortiguamiento que se encuentran en el rango de 1 a 10 % del crítico. En rangos menores se encuentran dificultades para observar suficientes puntos en la curva de resonancia. También son difíciles de medir con aproximación los pequeños

anchos de banda para frecuencias grandes.

En valores del factor de amortiguamiento mayores del 10 % del crítico, las curvas de resonancia aparecen débilmente definidas debido a la interferencia entre los modos, y los resultados del método del ancho de banda tienen poco significado. Esto es mencionado en los reportes de diversas pruebas realizadas en la Universidad de California, Berkeley, (REFS. 12, 13 y 14, entre otras).

Los casos de no linealidad serán vistos en capítulos posteriores.

d) Pérdida de Energía por Ciclo. Prueba de Resonancia.

Cuando se cuenta con equipo que pueda establecer la vibración forzada en la resonancia, no será necesario construir la curva de la fuerza excitadora contra desplazamientos.

Este procedimiento consiste en establecer que en la resonancia el ángulo de fase de la respuesta sea de 90° con respecto a la fuerza excitadora. Esto conduce a que la carga aplicada se encuentra balanceada por la fuerza de amortiguamiento. Si graficamos la carga aplicada y los desplazamientos para un ciclo de carga, los resultados pueden ser interpretados como un diagrama desplazamiento-fuerza-amortiguamiento. REF. (1). Ver Figura 3.4.

Considerando el caso general de una vibración forzada con un desplazamiento ρ , una fuerza armónica P y un ángulo de fase θ , relacionadas por:

$$P = P_0 \operatorname{sen} \omega t \qquad \rho = \rho_{\max} \operatorname{sen} (\omega t - \theta) \dots \text{E 3.15}$$

donde: P_0 = Amplitud de la fuerza.

ρ_{\max} = Amplitud de la respuesta.

el trabajo realizado por un ciclo de movimiento será:

$$\begin{aligned} U &= \int P d\rho = \int P \frac{d\rho}{dt} dt = \omega P_0 \rho_{\max} \int_0^{2\pi/\omega} \operatorname{sen} \omega t \cos(\omega t - \theta) dt = \\ &= \pi P_0 \rho_{\max} \operatorname{sen} \theta \end{aligned}$$

... E 3.16

donde: ω = Frecuencia circular de vibración libre natural. $\omega!$

Observando esta ecuación vemos que para una amplitud dada, la máxima disipación de energía toma lugar cuando $\theta = 90^\circ$, siendo de particular interés cuando esto sucede con la resonancia en una vibración forzada armónica.

armónica el factor de frecuencias β tiende a uno y $\theta = 90^\circ$, y además que:

$$\rho_{max} = \frac{P_0}{2 \xi k}$$

(Ver la ecuación E 3.11), entonces podemos sustituir E 3.11 en E 3.16 y el trabajo efectuado por ciclo en la resonancia será: (REFS. (17) y (18)):

$$U = 2 \xi \pi k \rho_{max}^2 = \pi c \omega_n \rho_{max}^2 \quad \dots \text{E 3.17}$$

donde: c = Coeficiente de amortiguamiento.

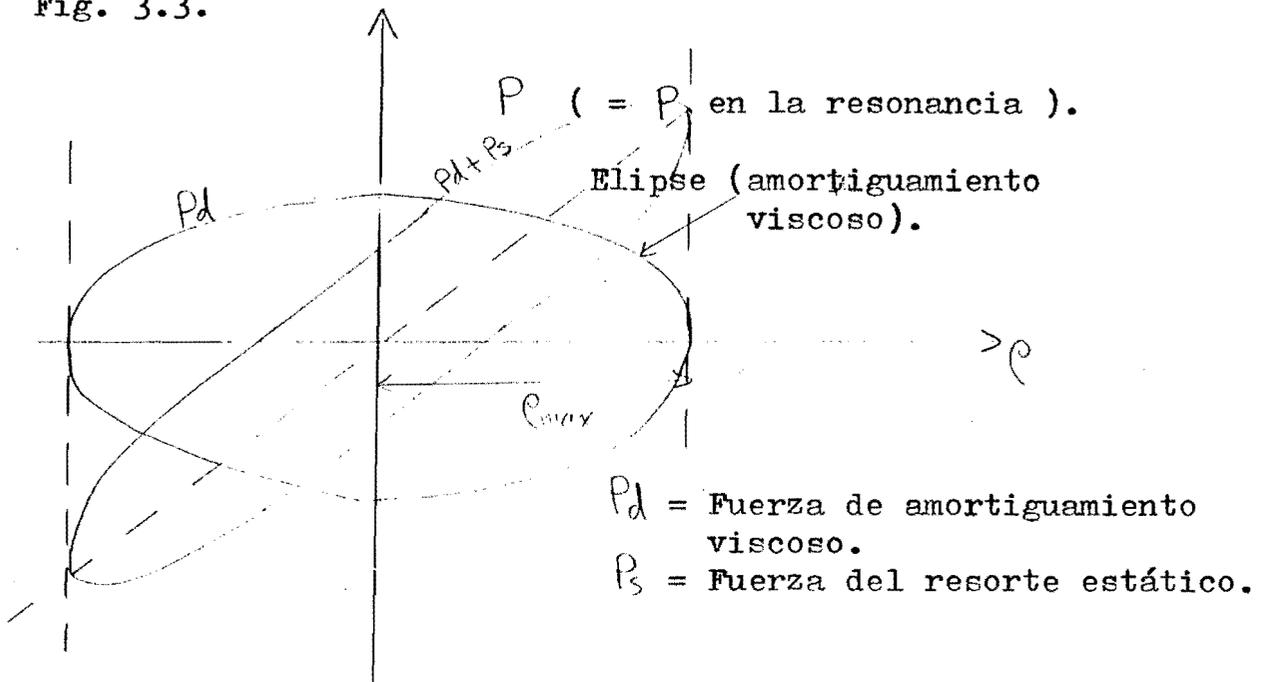
La energía disipada por ciclo por la fuerza de amortiguamiento puede ser representada gráficamente como sigue: a partir de E 3.16, la velocidad es:

$$\dot{\rho} = \omega \rho_{max} \cos(\omega t - \theta) = \pm \omega \sqrt{\rho_{max}^2 - \rho^2} \quad \dots \text{E 3.18}$$

y la fuerza de amortiguamiento viscoso es representado por la elipse:

$$P_d = c \dot{\rho} = \pm c \omega \sqrt{\rho_{max}^2 - \rho^2} \quad \dots \text{E 3.19}$$

la cual es entonces el área encerrada por la elipse de la Fig. 3.3.



Si consideramos el amortiguamiento asociado con el resorte, sería apropiado graficar la suma de las fuerzas de resorte y de amortiguamiento. En este caso, la ecuación para la fuerza total será: REF. (15).

$$P_s + P_d = k\rho \pm c\omega \sqrt{c_{max}^2 - \rho^2} \quad \dots E 3.20$$

(Ver Figura 3.3).

Por lo tanto, el coeficiente de amortiguamiento es determinado directamente de la ecuación E 3.19:

$$c = \frac{P_{d,max}}{\dot{\rho}} = \frac{P_0}{\omega \rho} \quad \dots E 3.21$$

donde se observa que la velocidad máxima es dada por el producto de la frecuencia y de la amplitud de los desplazamientos.

En el caso de amortiguamiento viscoso no lineal, la forma del diagrama de fuerza desplazamiento será una curva que no es una elipse, pero que tiene una superficie interna de la misma magnitud que la de un amortiguamiento viscoso lineal así como un desplazamiento máximo igual, o sea que pérdida de energía y desplazamiento máximo son iguales. REF. (18). Ver Fig. 3.4:

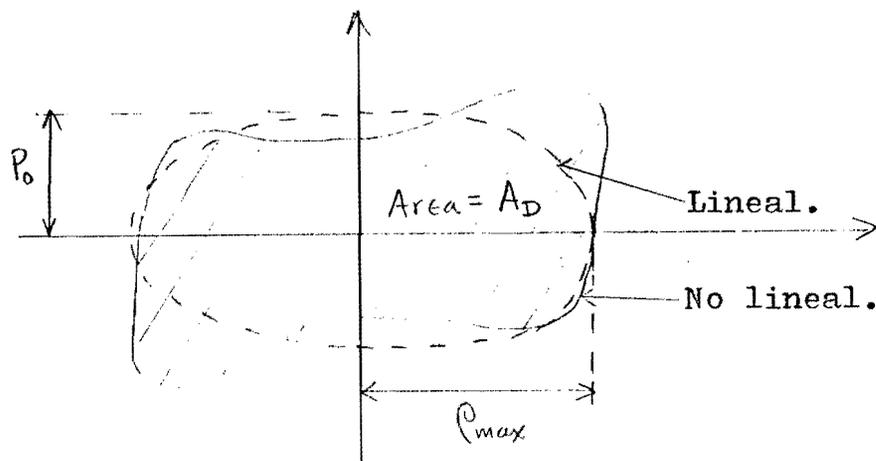


Figura 3.4.

Con ésto podemos establecer una amplitud equivalente

de fuerza aplicada:

$$P_0 = \frac{A_D}{\pi \rho_{max}} \quad \dots E 3.22$$

donde: A_D = Area bajo el diagrama fuerza-desplazamiento (Pérdida de energía por ciclo).

Sustituyendo E 3.22 en E 3.21 tenemos una expresión para el coeficiente de amortiguamiento viscoso equivalente en términos de la pérdida de energía por ciclo:

$$C_{eq} = \frac{A_D}{\pi \omega \rho_{max}^2} \quad \dots E 3.23$$

El amortiguamiento crítico será:

$$C_c = \frac{2k}{\omega} \quad \dots E 3.24$$

Esta expresión puede ser valuada con la misma instrumentación utilizada para valuar la pérdida de energía por ciclo (valuando la rigidez a muy bajas frecuencias).

Al obtener el diagrama fuerza estática-desplazamiento para una estructura linealmente elástica, el diagrama resulta de la forma de la Fig. 3.5.

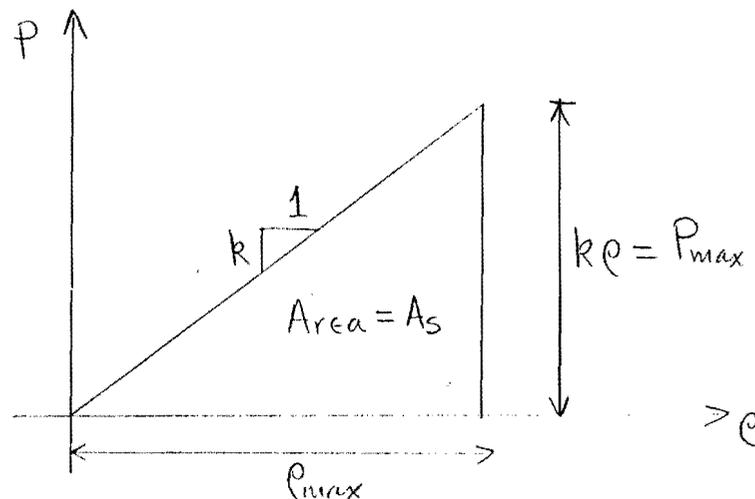


Figura 3.5.

La energía almacenada en la vibración (A_S) es igual a la energía cinética de la estructura a desplazamiento cero:

$$= \frac{1}{2} \omega^2 \rho_{max}^2$$

La frecuencia circular (ω) y la amplitud del desplazamiento (ρ), pueden ser medidas directamente.

Por lo tanto la rigidez es representada por la pendiente de la curva. Alternativamente, la rigidez puede ser expresada por el área dentro del diagrama fuerza-desplazamiento,

A_s , como sigue:

$$k = \frac{2 A_s}{\rho_{\max}^2} \quad \dots \text{ E 3.25}$$

y el factor de amortiguamiento se obtiene combinando E 3.23, E 3.24 y E 3.25:

$$\xi = \frac{c}{c_c} = \frac{A_D}{4 \pi A_s} \quad \dots \text{ E 3.26}$$

Así, el factor de amortiguamiento aparece independiente de la frecuencia, pues depende de la pérdida de energía por ciclo y de la energía de deformación almacenada en el desplazamiento máximo. Sin embargo no debemos perder de vista que la pérdida de energía para cualquier mecanismo de amortiguamiento viscoso será proporcional a la frecuencia armónica y por lo tanto, el factor de amortiguamiento también. REFS. (1) y (16).

La ecuación E 3.26 define un factor de amortiguamiento viscoso equivalente para un sistema no lineal, y debe ser utilizada con precaución.

La energía disipada por un edificio de diversos componentes equivale a la suma de energías disipadas de los componentes. REF. (2). Despejando la energía disipada de la ecuación E 3.26:

$$(A_D)_{\text{TOTAL}} = 4 \xi_{\text{TOTAL}} \pi A_{S_{\text{TOTAL}}} \quad \dots \text{ E 3.27}$$

y tomando el concepto de suma de energías disipadas de los componentes "i":

$$(A_D) = \sum (A_D)_i$$

Las componentes de energía disipadas se pueden escribir como: (de E 3.27):

$$(A_D)_i = 4 \pi \lambda_i (A_S)_i \quad \dots \text{ E 3.28}$$

en donde: λ_i = factor de energía del componente que depende de la frecuencia y $(A_S)_i$ = máximo de la energía potencial del componente por ciclo de movimiento.

Combinando las tres últimas ecuaciones tenemos:

$$(A_D)_{\text{TOTAL}} = \sum_i (A_D)_i = 4 \pi \sum_i \lambda_i (A_S)_i = 4 \pi (\xi_i)_i (A_S)_i \quad \dots \text{ E 3.29}$$

y de E 3.29 podemos establecer directamente que:

$$(\xi_i)_t = \sum_i \lambda_i \frac{(A_S)_i}{(A_S)_t}$$

Por lo tanto, el factor de amortiguamiento modal total será igual a la suma de factores de energía de los componentes, multiplicados por el cociente respectivo de la energía potencial del componente entre la energía potencial total, para un modo dado de vibración.

Determinar los factores de energía de los componentes λ_i no es fácil debido a que aislar a un componente determinado de la estructura total no es práctico.

A partir de diversas observaciones de resultados experimentales y pruebas, el factor de energía de los componentes λ_i se usa con los siguientes valores recomendados para diversos tipos de estructuras. REF. (2):

- a) Marcos de acero: $\lambda_i \approx 0.5 \%$
- b) Marcos de concreto reforzado: Para amplitudes de movimientos bajos: $\lambda_i \approx 0.7 \%$
Para amplitudes de movimientos que producen esfuerzos cercanos a los de diseño: $\lambda_i \approx 1.5 \%$

e) Amortiguamiento Histerético.

El concepto de amortiguamiento histerético nos conduce a un modelo matemático que tiene independencia con respecto a la frecuencia, el cual es definido como una fuerza de amortiguamiento en fase con la velocidad, pero proporcional a los desplazamientos.

Si definimos a α como un coeficiente de amortiguamiento histerético que establece las fuerzas de amortiguamiento como una fracción de las fuerzas elásticas de rigidez, y expresamos a los desplazamientos como v , y las velocidades como \dot{v} , el vector unitario en dirección de las velocidades será:

$$\frac{\dot{v}}{|\dot{v}|}$$

por lo tanto, la fuerza de amortiguamiento en fase con la velocidad y proporcional a los desplazamientos estará dada por:

$$f_D = \alpha k |v| \frac{\dot{v}}{|\dot{v}|} \quad \dots \text{E 3.30}$$

El diagrama fuerza-desplazamiento para amortiguamiento histerético durante un ciclo de desplazamiento armónico está dado en la Fig. 3.6.

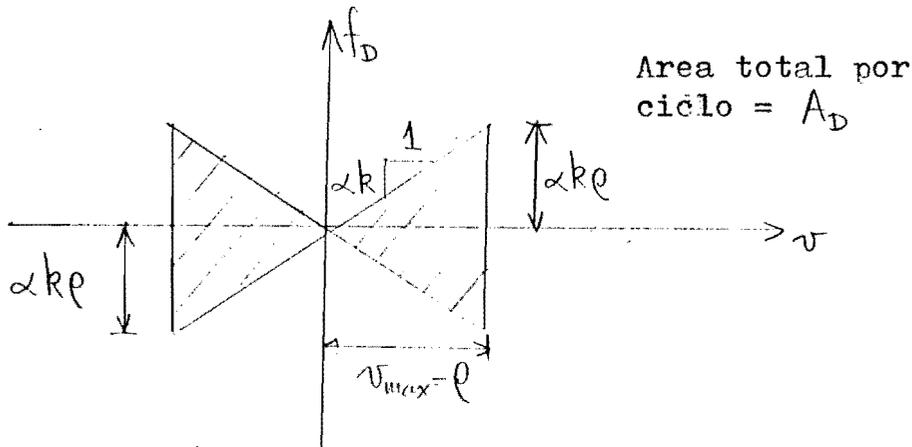


FIGURA 3.6.

La pérdida de energía histerética por ciclo dada por

este mecanismo es igual al área total por ciclo A_D de la Fig. 3.6.

$$A_D = 2 \alpha k e^2 \quad \dots \text{ E 3.31}$$

Sustituyendo E 3.31 y E 3.25 en E 3.26 obtenemos una relación directa entre el factor de amortiguamiento estructural y el amortiguamiento histerético:

$$\alpha = \pi \xi \quad \dots \text{ E 3.32}$$

Esto es válido considerando que la pérdida de energía histerética está representada por un amortiguador viscoso equivalente.

En contraste con el coeficiente de amortiguamiento viscoso mostrado, el coeficiente de amortiguamiento histerético es independiente de la frecuencia de prueba. REFS. (1) y (18).

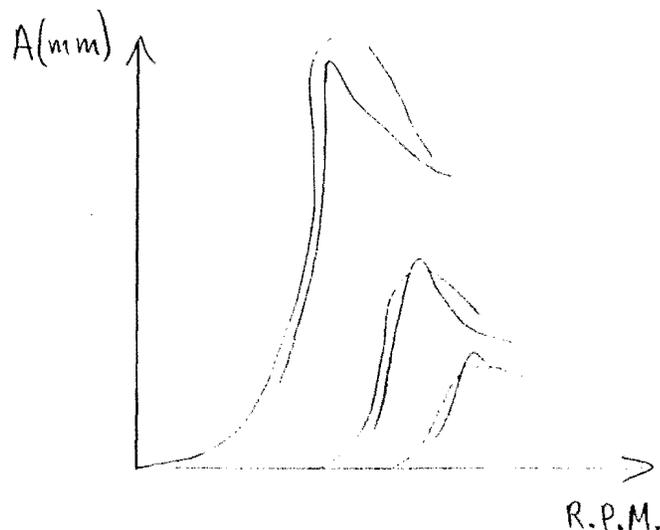
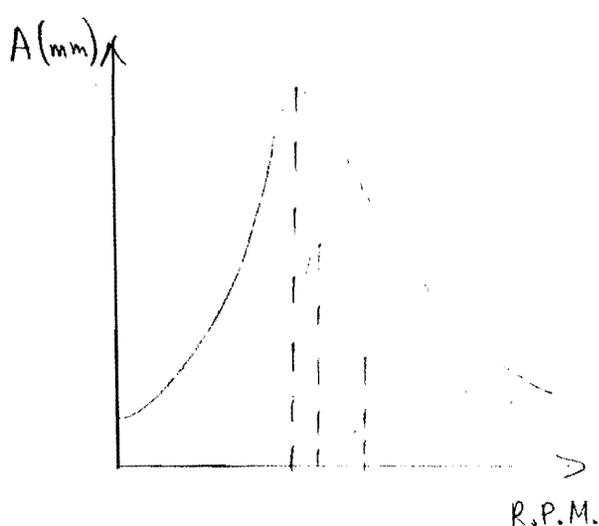
4. CASOS DE NO LINEALIDAD.

Las vibraciones no lineales han sido estudiadas por diversos autores. Casos no lineales pueden encontrarse en pruebas en suelos de cimentaciones, concreto presforzado, concreto reforzado, estructuras de acero y estudios aerolásticos.

Las características típicas de este tipo de efecto de vibraciones no lineales son los cambios en las frecuencias de resonancia y la falta de proporcionalidad entre las fuerzas excitadoras y las amplitudes de respuesta.

En la Figura 4.1, tomada de la referencia (21), aparecen algunos ejemplos de curvas de respuesta no lineal:

- a) Vibración vertical de una cimentación rígida apoyada sobre suelo.
- b) Vibración horizontal de una cimentación de concreto reforzado perteneciente a una estructura del mismo material (marcos), para maquinaria.
- c) Vibración horizontal de un edificio de 5 niveles de concreto reforzado. REF. (5).
- d) Vibración horizontal de una estructura de acero de un nivel.



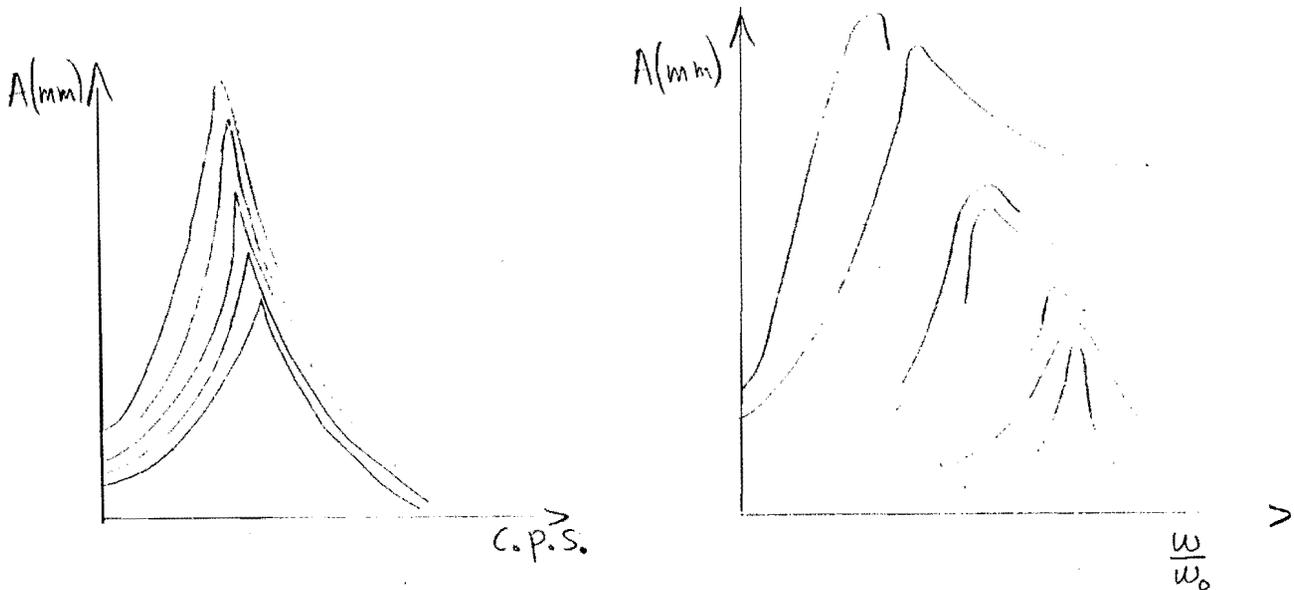


FIGURA 4.1. (c) y (d).

Como se mencionó en el capítulo 1, determinar los parámetros que sintetizan las propiedades inerciales, de disipación de energía y de rigidez de una estructura por métodos experimentales es más fácil en ocasiones que por medio de métodos analíticos, por lo tanto es común que la determinación experimental sea empleada en la investigación. Cuando se presenta un caso no lineal al considerar los datos obtenidos experimentalmente bajo una prueba de vibración forzada armónica, se puede adoptar la siguiente metodología para el tratamiento del problema.

Conociendo la fuerza armónica del tipo:

$$P_0 \sin \omega t$$

podemos valuar experimentalmente el amortiguamiento (a pesar de que no se conozca el ángulo de fase θ), a partir de las curvas de respuesta obtenidas de las pruebas de vibración forzada aplicadas a una estructura, con los siguientes pasos:

1.- Determinar la curva de las vibraciones libres no amortiguadas

das de la estructura.

2.- Determinar el amortiguamiento. (REF. (21)).

Curva de frecuencias de vibración libre no amortiguada. Ω .

Teniendo la curva de respuestas obtenidas de la vibración forzada, se puede obtener la curva de frecuencias de vibración libre no amortiguada Ω .

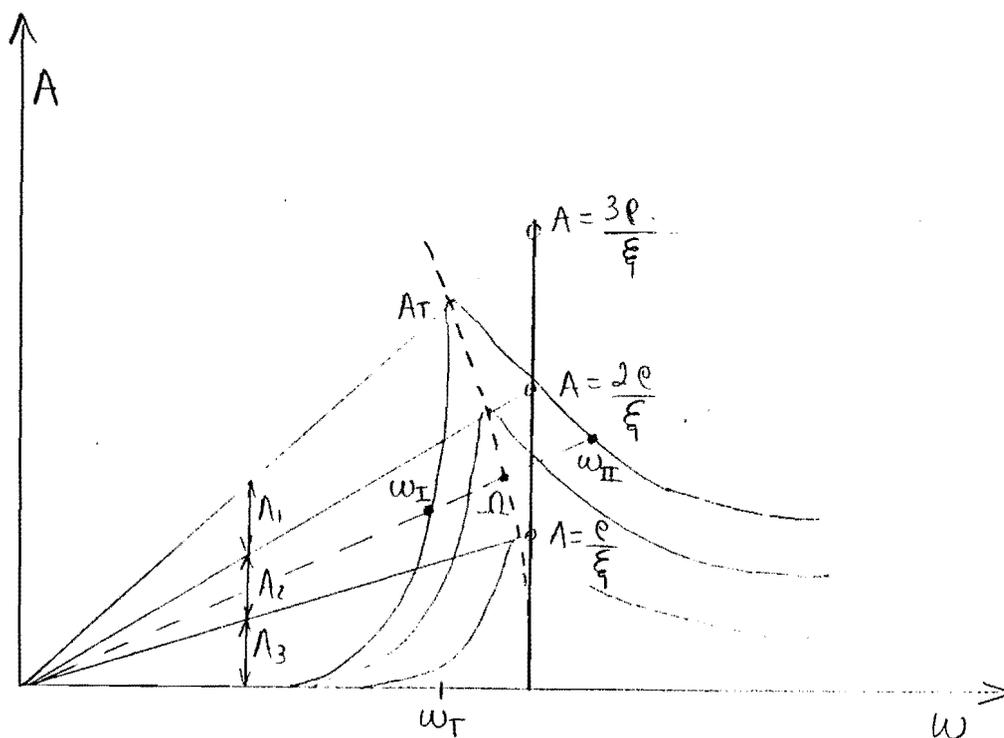


FIGURA 4.2.

La curva de respuestas de la Fig. 4.2 es intersectada por una línea que pasa por el origen para obtener los valores ω_1 y ω_2 . (Valores de frecuencias).

A cada par de valores de ω_1 y ω_2 , corresponde un valor de Ω dado por la expresión:

$$\Omega = \sqrt{\omega_1 \omega_2} \quad \dots \text{ E 4.1}$$

un proceso largo, por lo que en este trabajo sólo se menciona para su utilización.

En la Figura 4.2 podemos observar que los puntos Ω también se pueden valuar gráficamente.

Teniendo la curva de frecuencias naturales, el amortiguamiento se valúa a continuación de dos formas:

La primera utilizando el máximo de resonancia en la curva de respuestas y la segunda sin utilizarlo. (REF. (21)).

Sin usar el máximo de resonancia, el amortiguamiento puede ser determinado a partir de dos puntos de la curva de respuesta para una amplitud A y el correspondiente punto de la curva de frecuencias naturales para esa amplitud. Estos puntos considerados son: ω_1 , ω_2 , Ω . (Fig. 4.3 A).

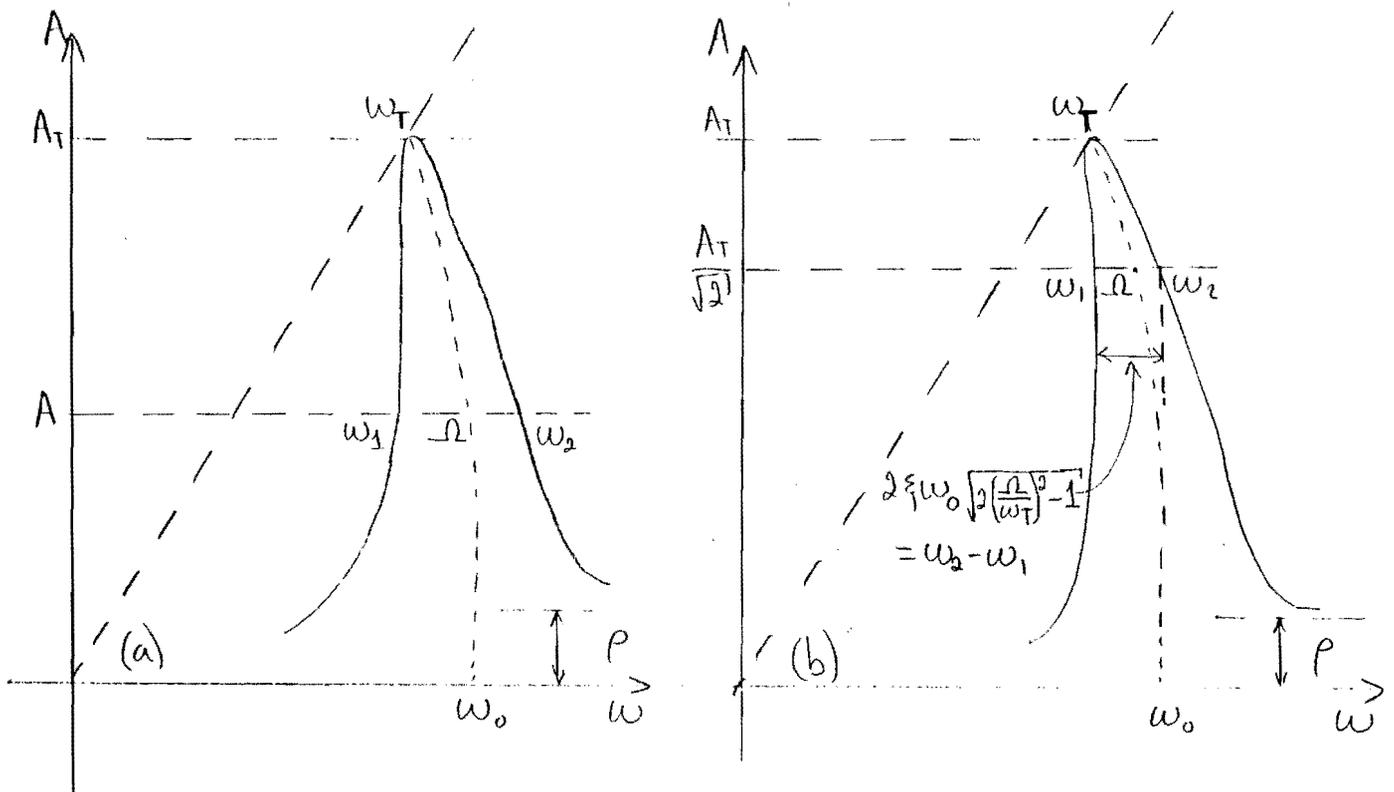


FIGURA 4.3. CALCULO DE AMORTIGUAMIENTO A PARTIR DE LAS CURVAS DE RESPUESTA.

El factor de amortiguamiento para un sistema no li-

neal es: (REF. 21):

$$\xi = \frac{\alpha}{\omega_0} = \frac{1}{2} \frac{\Omega}{\omega_0} \sqrt{2 - \left(\frac{\Omega}{\omega_1}\right)^2 - \left(\frac{\Omega}{\omega_2}\right)^2} \quad \dots \text{ E 4.2}$$

con: $\alpha = c/2m$

Las frecuencias en cualquier amplitud pueden ser sustituidas en la ecuación E 4.2 pero el uso de la parte media (más ancha) de la curva conduce a una mejor aproximación.

El amortiguamiento puede ser calculado a pesar de que la amplitud de resonancia no se determine, y aunque el máximo correspondiente sea desconocido.

En algunos casos de bajo amortiguamiento, el uso de la amplitud de resonancia puede mejorar la aproximación.

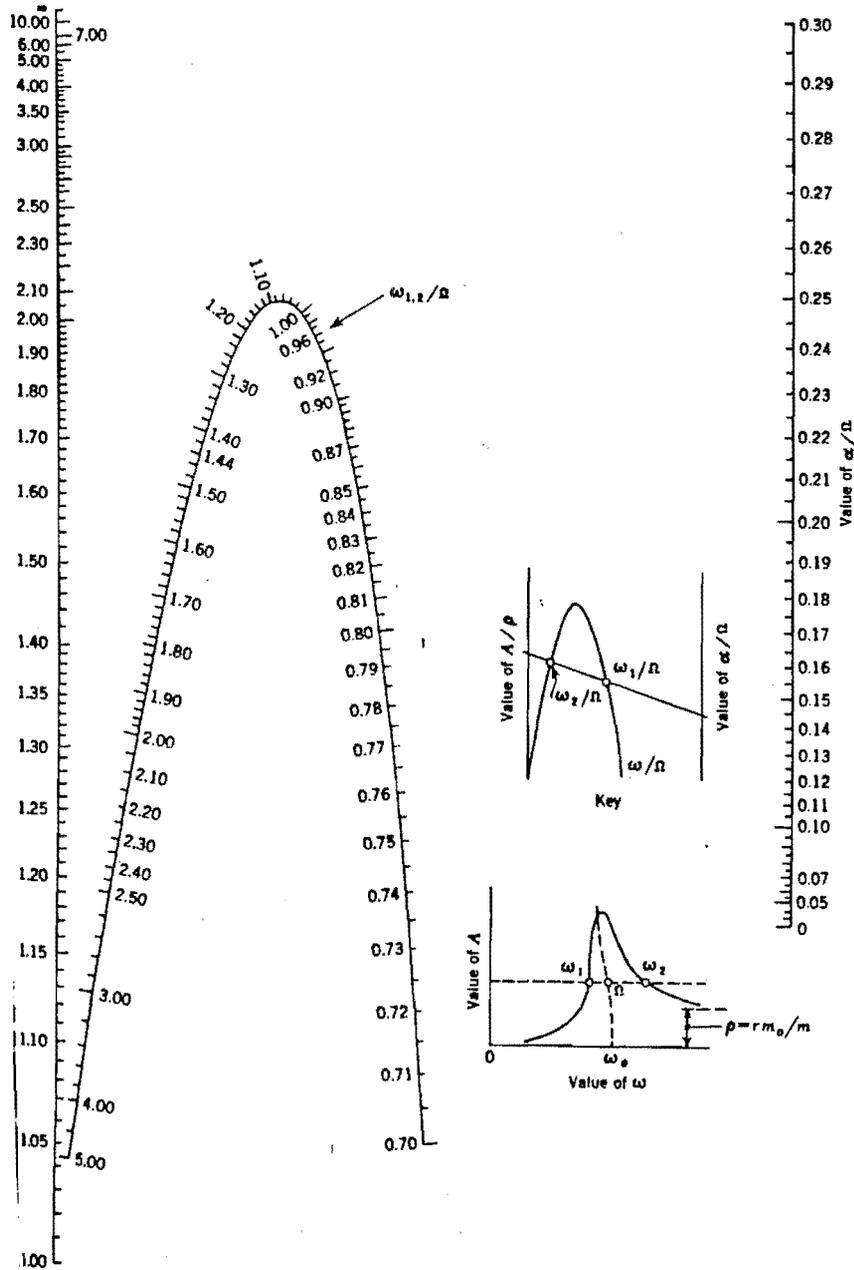
En el caso de bajos amortiguamientos (factor de amortiguamiento ≤ 0.1), considerando dos puntos en la curva de respuesta con amplitud A y el punto de la curva de frecuencias naturales Ω , (Fig. 4.3 A), y también la amplitud A_T , para una amplitud de $A = \frac{A_T}{\sqrt{2}}$, como en los sistemas lineales (Ver Fig. 4.3 B), el factor de amortiguamiento es: (REF. 21):

$$\xi = \frac{1}{2} \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0} \left[2 \left(\frac{\Omega}{\omega_T} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2} \quad \dots \text{ E 4.3}$$

Para el caso de factor de amortiguamiento alto (≥ 0.10), el amortiguamiento puede ser determinado con el nomograma de la Figura 4.4 sacado de la REF. (21).

Se pueden calcular fácilmente ρ y α a partir de A y Ω , los cuales vienen de la línea recta que toca en los puntos ω_1/Ω y ω_2/Ω , donde $\alpha = \frac{c}{2m}$ y $c =$ amortig.
 $m =$ masa.

Utilizando la parte media gruesa de la curva de respuesta se alcanza una mejor aproximación. Observemos que no es necesario conocer el máximo de la curva de respuesta para valuar el amortiguamiento.



El Factor $\mathcal{L} = \frac{C}{2m}$

donde: C = amortiguamiento.
 m = masa.

FIGURA 4.4

Como aplicación a lo anterior podemos ver el cálculo efectuado por Milos Novak en la Referencia 21.

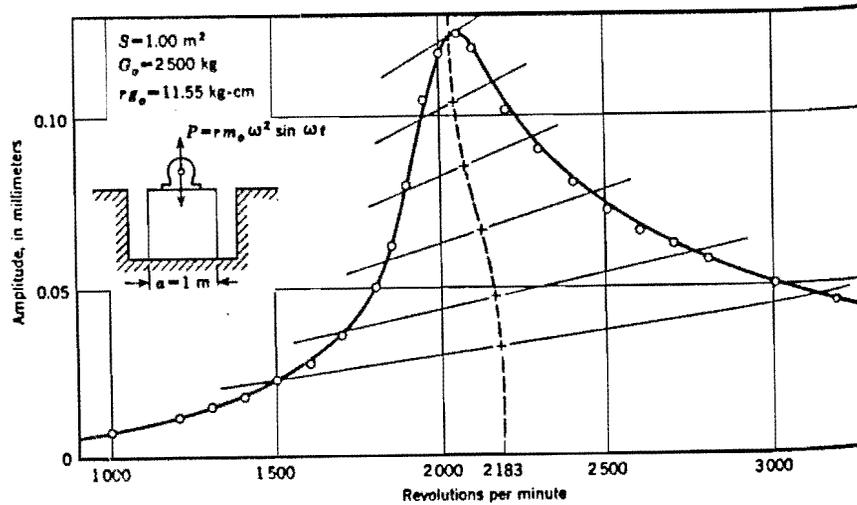


FIGURA 4.5. Curvas de respuesta de vibraciones verticales de una cimentación de concreto apoyada en suelo.

Se trata de una medición efectuada en una cimentación apoyada sobre suelo, simétrica con respecto al eje vertical y el material es concreto.

Para valuar el amortiguamiento aparece la curva de respuesta intersectada con un conjunto de líneas que pasan por el origen.

Utilizando la ecuación E 4.1, son calculados los puntos de la curva de frecuencias naturales Ω graficándolos y extrapolando hacia el eje de frecuencias para determinar la frecuencia ω_0 , obteniendo un valor de 2,183 r.p.m.

Con una amplitud $A = 0.07 \text{ mm}$, se calcula:

$$\frac{\Omega}{\omega_1} = 1.126 \quad \frac{\Omega}{\omega_2} = 0.829 \quad \Omega = 2.110 \left(\frac{2\pi}{60} \right) \text{ seg}^{-1}$$

A partir de la determinación de estos valores, el amortiguamiento es calculado de tres maneras diferentes:

b) Con el nomograma de la Fig. 4.4: Factor de amort.= 0.101

c) Con E 4.3 : Factor de amortiguamiento = 0.10

Mediante este ejemplo podemos observar que la determinación del amortiguamiento se efectúa de una manera rápida y sencilla con bastante aproximación.

5. APLICACION AL TRABAJO DE INVESTIGACION EFECTUADO DE LAS PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA DEL EDIFICIO "A" DE LA DEPFI.

En marzo de 1984 se efectuaron pruebas de vibración forzada en el edificio "A" de la D.E.P.F.I., cuando sólo existían tres niveles.

Posteriormente en enero de 1985, el edificio se sometió nuevamente a las pruebas, pero contando con el cuarto nivel.

En la Referencia (8) aparece el estudio de las pruebas mencionadas.

Dentro de los propósitos del presente trabajo está el de investigar, a partir de los datos contenidos en la REF. (8), los valores de amortiguamiento del edificio arriba citado en diferentes direcciones y con diferente número de pisos: primero con tres niveles y a continuación con cuatro.

Para la aplicación a las pruebas realizadas en la vibración forzada del edificio "A" de la DEPFI, caben los siguientes comentarios:

- A) El método del decremento logarítmico no arroja datos por no tratarse de una vibración libre.
- B) Para poder aplicar los métodos de amplificación de la resonancia, la pérdida de energía por ciclo (de resonancia) y el amortiguamiento histerético, necesitamos los desplazamientos máximos de la estructura en el momento de la excitación, cosa que experimentalmente no fué determinado en la prueba efectuada.
- C) El método del Ancho de Banda de la Semipotencia sí fué aplicado en el presente trabajo pues en la REF. (8) aparece la curva necesaria para valuar el amortiguamiento estructural. Las gráficas que se utilizaron para valuar el amortiguamien-

to aparecen en el apéndice "A".

5.1 OBTENCION DEL AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL POR MEDIO DEL METODO DEL ANCHO DE BANDA DE LA SEMIPOTENCIA EN EL EDIFICIO "A" DE LA DEFFI CON TRES NIVELES.

Cuando el edificio "A" de la DEFFI contaba únicamente con tres niveles, se efectuaron pruebas de vibración forzada en marzo de 1984.

De los datos obtenidos en estas pruebas, se elaboraron gráficas que aparecen reproducidas en el apéndice "A", para valuar posteriormente el amortiguamiento correspondiente.

Tomando en cuenta la fórmula E 3.14:

$$\xi = \frac{\Delta f}{2f} \quad \dots \text{ E 3.14}$$

donde: ξ = factor de amortiguamiento.
 f = Frecuencia de resonancia.
 Δf = diferencia en frecuencia de dos puntos en la curva de resonancia, con amplitudes de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ veces la amplitud de resonancia.

Para la vibración del edificio en la dirección transversal, las amplitudes de resonancia para el primer modo en los tres niveles ocurren a una frecuencia de: 5.3 c.p.s. y tienen valores de: (Ver apéndice "A"):

Primer nivel: 34. mm

Segundo nivel: 62. mm

Tercer nivel: 66. mm

Las amplitudes multiplicadas por $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dan como resultado:

Primer nivel: 24.1 mm

Segundo nivel: 43.8 mm

Los dos puntos en la curva de resonancia para valores de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ veces la amplitud de resonancia y su diferencia son:

Primer nivel: 5.7 c.p.s. - 5.1 c.p.s. = 0.60 c.p.s. = Δf
Segundo nivel: 5.7 c.p.s. - 5.1 c.p.s. = 0.60 c.p.s. = Δf
Tercer nivel: 5.7 c.p.s. - 5.1 c.p.s. = 0.60 c.p.s. = Δf

Los valores de los coeficientes de amortiguamiento para los distintos niveles para el primer modo son:

Primer nivel:

$$\xi = \frac{0.6}{2 (5.3)} = 0.09 = 9.0 \%$$

Segundo nivel: Mismos valores del primero.

Tercer nivel: Mismos valores del primero.

La secuencia anterior está resumida en la tabla 5 del apéndice "B".

En la tabla 6 aparece resumida la secuencia de la obtención del amortiguamiento del edificio con tres niveles en la dirección longitudinal, éstos valores son:

Primer nivel: 10 %
Segundo nivel: 10 %
Tercer nivel: 10 %

5.2 OBTENCION DEL AMORTIGUAMIENTO ESTRUCTURAL POR MEDIO DEL METODO DEL ANCHO DE BANDA DE LA SEMIPOTENCIA EN EL EDIFICIO "A" DE LA DEFFI CON CUATRO NIVELES.

Para la vibración del edificio en la dirección transversal, las amplitudes de resonancia para el primer modo en los cuatro niveles ocurren a una frecuencia de: 3.7 c.p.s. y tienen valores de: (para F=475 kg). (Ver apéndice "A").

Primer nivel: 59 mm.

Tercer nivel: 195 mm.

Cuarto nivel: 246 mm.

Las amplitudes multiplicadas por $\frac{1}{\sqrt{2}}$ dan como resultado:

Primer nivel: 41.72 mm

Segundo nivel: 108.19 mm

Tercer nivel: 137.89 mm

Cuarto nivel: 173.95 mm

Los dos puntos en la curva de resonancia para valores de $\frac{1}{\sqrt{2}}$ veces la amplitud de resonancia y su diferencia son:

Primer nivel: 3.78 c.p.s. - 3.55 c.p.s. = 0.23 c.p.s. = Δf

Segundo nivel: 3.78 c.p.s. - 3.55 c.p.s. = 0.23 c.p.s. = Δf

Tercer nivel: 3.78 c.p.s. - 3.55 c.p.s. = 0.23 c.p.s. = Δf

Cuarto nivel: 3.78 c.p.s. - 3.55 c.p.s. = 0.23 c.p.s. = Δf

Los valores de los coeficientes de amortiguamiento para los distintos niveles para el primer modo son:

Primer nivel:

$$\xi = \frac{0.23}{2 (3.7)} = 0.031 = 3.1 \%$$

Segundo nivel: Mismos valores del primero = 3.1 %

Tercer nivel: Mismos valores del primero = 3.1 %

Cuarto nivel: Mismos valores del primero = 3.1 %

El valor del amortiguamiento para el segundo modo en los niveles del edificio fué de 3.0 % aproximadamente. (Ver tabla 1 apéndice "B").

La secuencia anterior se encuentra resumida en la tabla 1 del apéndice "B".

Los datos obtenidos en las demás pruebas fueron:

Dirección longitudinal.

Primer modo: 5.3 %

Segundo modo: 6.4 % (Ver tabla 2 del apéndice "B")

Vibración de la losa del cuarto nivel en dirección transversal:

Primer modo: 2.7 %

Segundo modo: 2.7 % (Ver tabla 3 apéndice "B")

Vibración de la losa del cuarto nivel en torsión:

Primer modo: 4.3 %

Segundo modo: 3.2 % (Ver tabla 4 apéndice "B").

5.3 COMENTARIOS A LOS RESULTADOS OBTENIDOS EXPERIMENTALMENTE
A PARTIR DE LAS PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA DEL EDIFICIO
"A" DE LA DEPFI.

En primer lugar, observamos que los coeficientes de amortiguamiento obtenidos en las pruebas de vibración forzada efectuadas en marzo de 1984, cuando el edificio "A" de la DEPFI contaba únicamente con tres niveles, son del orden del triple en dirección transversal y del doble en dirección longitudinal, de los obtenidos, respectivamente, en las pruebas efectuadas en 1985 cuando el edificio ya contaba con el cuarto nivel.

Tanto en las pruebas de vibración con tres niveles como con cuatro, el amortiguamiento en la dirección longitudinal es mayor que en la dirección transversal.

Los amortiguamientos obtenidos en la dirección transversal con cuatro niveles, tanto para la losa del cuarto nivel como para todo el edificio (valores de 2.7 % y 3.10 % respectivamente), son bastante parecidos.

Otro detalle es que el amortiguamiento del edificio con cuatro niveles en dirección transversal y longitudinal es mayor para el segundo modo que para el primero, en cambio para la losa del cuarto nivel vibrando en su plano en dirección

transversal y en torsión, el amortiguamiento del segundo modo es igual y menor, respectivamente, que el del primer modo.

6. CONCLUSIONES.

La determinación del coeficiente de amortiguamiento por métodos teóricos no es sencilla y en ocasiones es muy difícil, debido a ésto se emplean los métodos experimentales.

Debido a su naturaleza, el método de la excitación armónica es el más eficaz para la determinación de los parámetros modales, entre ellos el amortiguamiento.

En estructuras con amortiguamiento muy bajo (menor del 2 % del amortiguamiento crítico), para pruebas de vibración libre el método del decremento logarítmico es recomendable para la determinación del coeficiente de amortiguamiento.

Cuando se cuenta con la instrumentación adecuada para medir los desplazamientos estáticos a una carga determinada con un nivel de frecuencias nulo es recomendable utilizar el método de amplificación de la resonancia.

Para estructuras con un factor de amortiguamiento que fluctúe entre 1 y 10 % del crítico, se recomienda el método del ancho de banda de la semipotencia, debido a su exactitud y facilidad de aplicación en este rango. Esto es extensivo para sistemas de varios grados de libertad y casos no lineales.

En los casos en que se cuenta con la instrumentación necesaria para medir el ángulo de fase de la respuesta con respecto a la fuerza excitadora y los desplazamientos estáticos, se recomienda el método de la Pérdida de Energía por Ciclo (Prueba de Resonancia).

Para el caso de aplicación del presente trabajo, sólo se pudo aplicar el método del ancho de banda de la semipotencia debido a las características del equipo utilizado en las pruebas de vibración forzada.

7. REFERENCIAS.

- (1) Clough, R.W., Penzien, J., " DYNAMICS OF STRUCTURES ", Mc. Graw Hill, Inc., 1975.
- (2) Ragget, J.D., " ESTIMATING DAMPING OF REAL STRUCTURES ", Proc. ASCE, Journal of the Structural Division, Vol. 101, No. ST9, SEPT. 1975, pp. 1823-1835.
- (3) Medearis, K., " STATIC AND DYNAMIC CHARACTERISTICS OF COMPOSITE STRUCTURES ", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 57, No. 5, oct. 1967, pp. 913-933.
- (4) Hudson, D.E., Housner, G.W., " STRUCTURAL VIBRATIONS PRODUCED BY GROUND MOTIONS ", Transactions ASCE, Vol. 122, 1957. pp 705-721.
- (5) Nielsen, N.M., " VIBRATION TESTS OF A NINE STORY STEEL FRAME BUILDING ", Proceedings of the ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 92, No. EMI, february 1966, pp. 81-111.
- (6) Paquet, J., " ETUDE EXPERIMENTALE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE DES STRUCTURES ", Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, Decembre 1976. No. 345. Serie: Theor. and Meth. de calcul 200.
- (7) Hudson, D. E., " SYNCHRONIZED VIBRATION GENERATORS FOR DYNAMIC TESTS OF FULL-SCALE STRUCTURES ", Earthquake Engineering Laboratory Report, California Institute of Technology, November 1962.
- (8) Robles, F., " COMPARACION DE RESULTADOS OBTENIDOS TEORICA Y EXPERIMENTALMENTE A PARTIR DE LA UTILIZACION DEL PROGRAMA TABS 80 Y DE LAS PRUEBAS DE VIBRACION FORZADA DEL EDIFICIO "A" DE LA DEEFI ", Trabajo de Investigación I, Profesor M. en C. Enrique del Valle Calderón, DEEFI, UNAM, 1985.
- (9) Jacobsen, L.S., " STEADY FORCED VIBRATION AS INFLUENCED BY DAMPING ", Transactions, ASME, APM-52-15, 1930.

- (10) Paz, M., " STRUCTURAL DYNAMICS, THEORY AND COMPUTATION ", Van Nostrand Reinhold, 1980.
- (11) Newmark, N.M., Rosenblueth, E., " FUNDAMENTALS OF EARTH-QUAKE ENGINEERING ", Prentice Hall Ins., 1971.
- (12) Rea, D., Shah, A.A., Bouwkamp, J.G., " DYNAMIC BEHAVIOR OF A HIGH RISE DIAGONALLY BRACED STEEL BUILDING ", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, Berkeley, University of California, Report No. EERC 71-5 AUG. 1971.
- (13) Hudson, D.E., Housner, G.W., " VIBRATION TESTS OF A STEEL FRAME BUILDING ", A report on research conducted under contract with the office of Naval Research, Earthquake research laboratory, Pasadena, California, Institute of Technology, July 1954.
- (14) Dixon, R., Bouwkamp, J.G., Clough, R.W., " DYNAMIC PROPERTIES OF MCKINLEY SCHOOL BUILDINGS ", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, Berkeley, University of California, Report. No. EERC 68-4, November 1968.
- (15) Thomson, W.T., " VIBRATION THEORY AND APPLICATIONS ", Prentice Hall, Inc., 1965.
- (16) Dixon, R., Clough, R.W., Bouwkamp, J.G., " DAMPING CAPACITY OF A MODEL STEEL STRUCTURE ", Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, Berkeley, University of California, report No. EERC 69-14, december 1969.
- (17) Timoshenko, S., " VIBRATION PROBLEMS IN ENGINEERING ", D. Van Nostrand Co., Inc., New York, N.Y., 1956, 3a. Ed.
- (18) Rosenblueth, E., Herrera I., "ON A KIND OF HYSTERETIC DAMPING", Proceedings ASCE, Journal of Engineering Mechanics Division, Vol. 90 No. EM4, AGO 1964, pp. 37-49.
- (19) Nieto, J.A., Cervantes, R., Díaz, J.A., " EXCITADOR MECA-

NICO DE VELOCIDAD CONTROLADA PARA ESTUDIOS DE VIBRACION FORZADA ", Series Instituto de Ingeniería, UNAM, México, D.F., No. 244, MAYO 1970.

- (20) Beer., F.P., Johnston, Jr., E.R., " VECTOR MECHANICS FOR ENGINEERS: DYNAMICS ", Mc. Graw Hill Inc., U.S.A., 1972 Second Edition.
- (21) Novak, M., " DATA REDUCTION FROM NON LINEAR RESPONSE CURVES ", Proceedings of the ASCE, Journal of the Engineering Mechanics Division, Vol. 97, EM4, August 1971.
- (22) Wiegel, R.L., " EARTHQUAKE ENGINEERING ", Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1970.
- (23) Zischka, E., Höhler, H., " PASSIVE ENTSTÖRUNG EINER BODEN-EIGENFREQUENZ ", Einfluss der Fundamentgründung auf das Laufverhalten des Turbosatzes, Der Bauingenieur, Vol. 41, Heft 8, August 1966.
- (24) Rosman, R., " SCHWINGUNGEN IM GRUNDRI& UNSYMMETRISCHER STÜTZEN - UND WANDSCHEIBENSYSTEME ",DK 691.32:539.374 Kriechen des Betons, Beton und Stahlbetonbau, ISSN 0005-9900, 74 Jahrgang, Dezember 1979, Heft 12.
- (25) Bleich, L.F., Teller, L.W., " STRUCTURAL DAMPING IN SUSPENSION BRIDGES ", Transactions of the ASCE, Vol. 117, 1952, pp. 165-195.

A P E N D I C E A .

GRAFICAS.

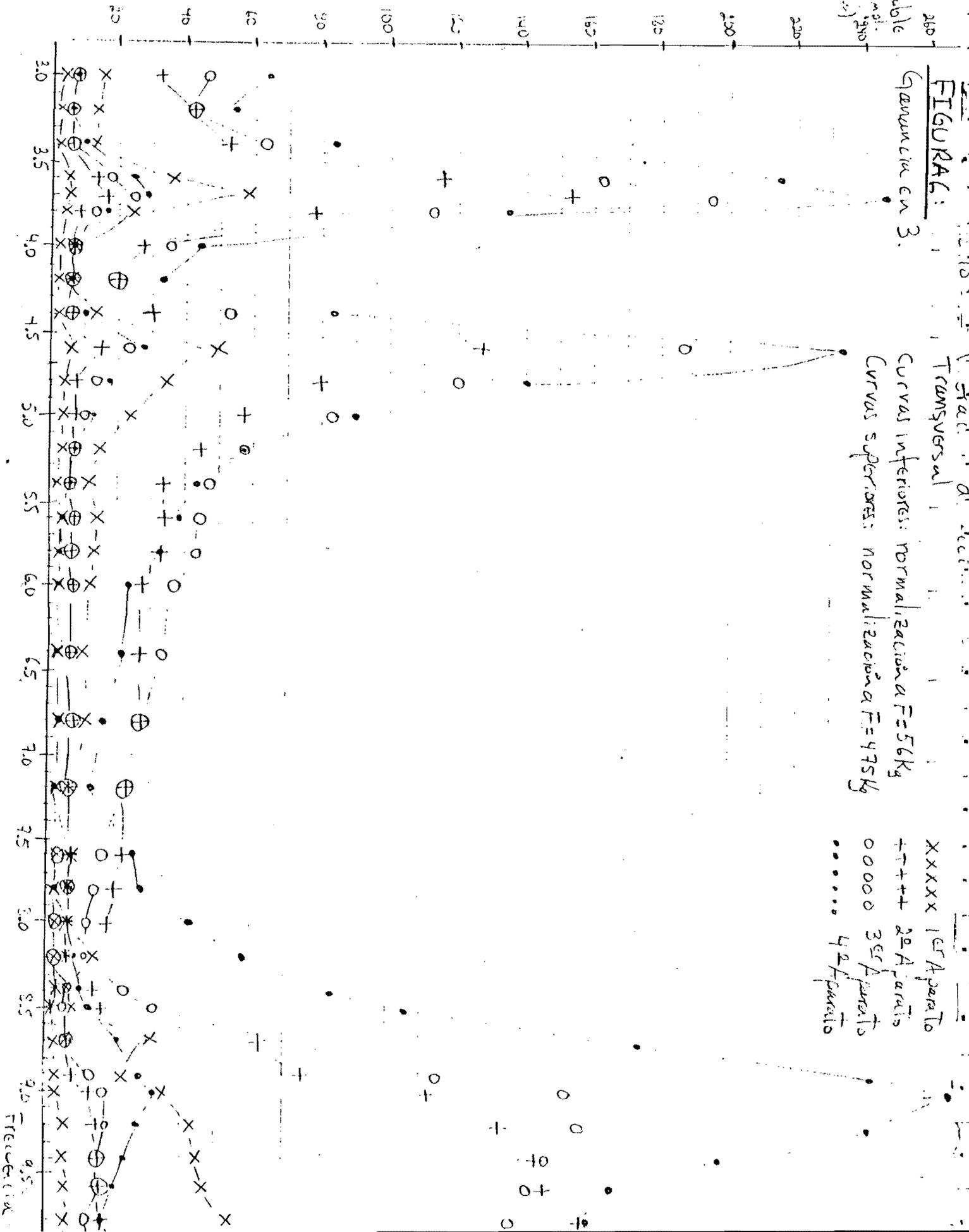
FIGURAL:

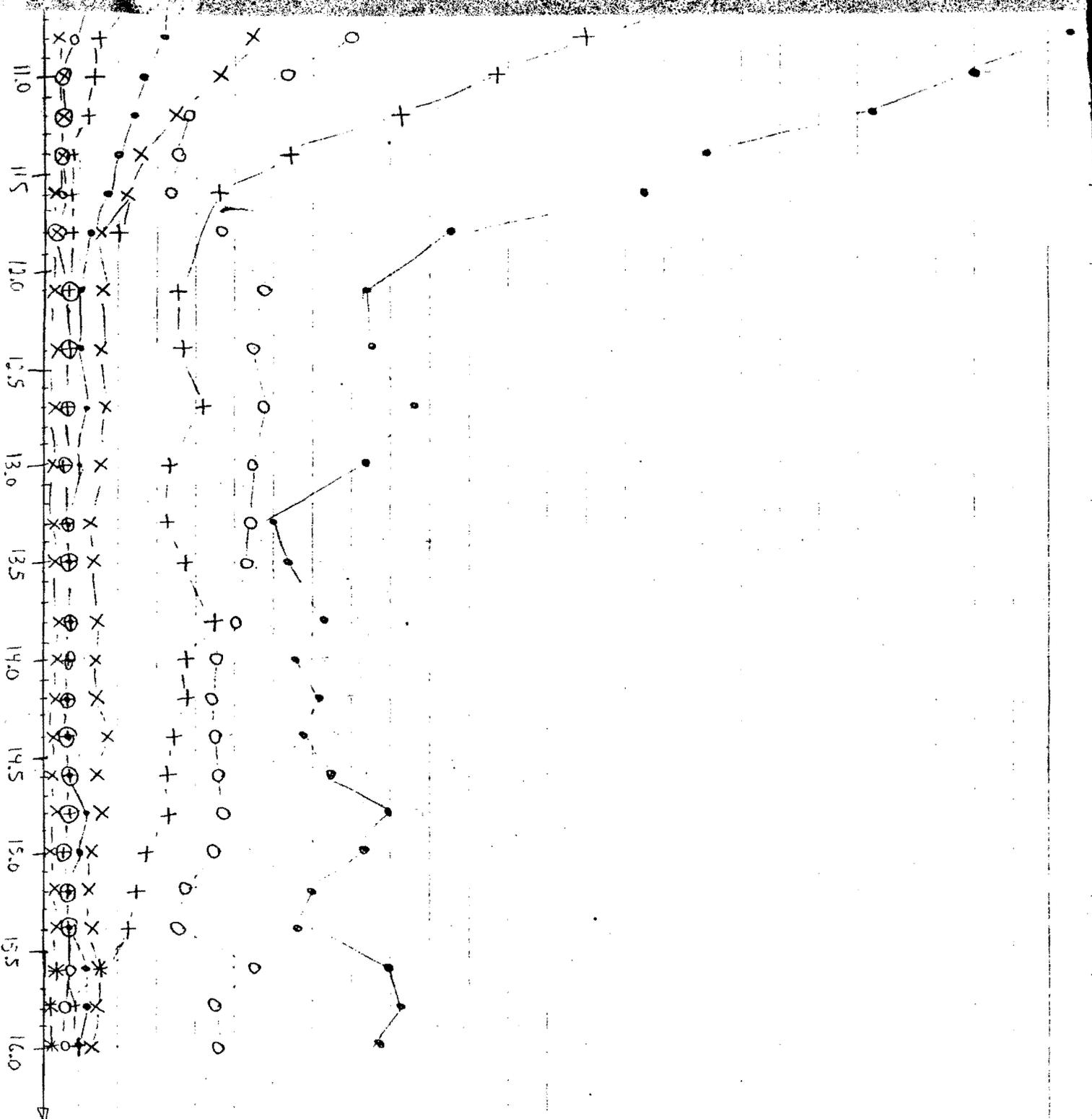
Generación en 3.

Transversal

Curvas inferiores: normalización a $F=56\text{Kg}$
 Curvas superiores: normalización a $F=475\text{Kg}$

XXXXX 1^{er} Aparato
 +++++ 2^{er} Aparato
 00000 3^{er} Aparato
 4^{er} Aparato





DE Timp III (mm)

ROLLO 3

Dirección Longitudinal

XXXXXX

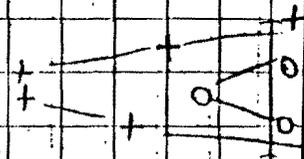
10. Aparato

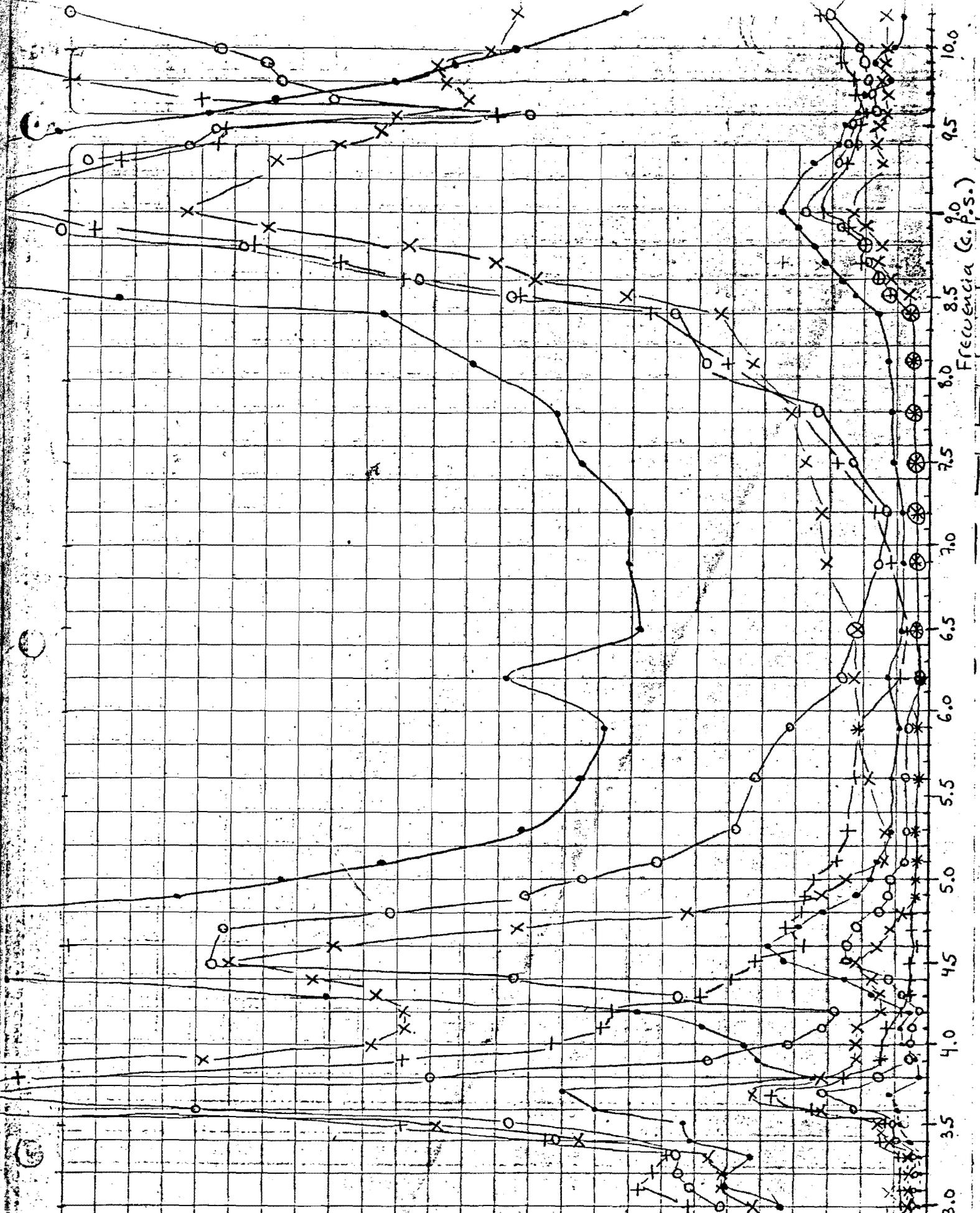
Guarancia en 3.

Curvas inferiores: Normalización a $F=30\text{Kg}$
Curvas superiores: Normalización a $F=1200\text{Kg}$

++++ 2º Aparato
000000 3º Aparato
..... 4º Aparato

FIGURA 7





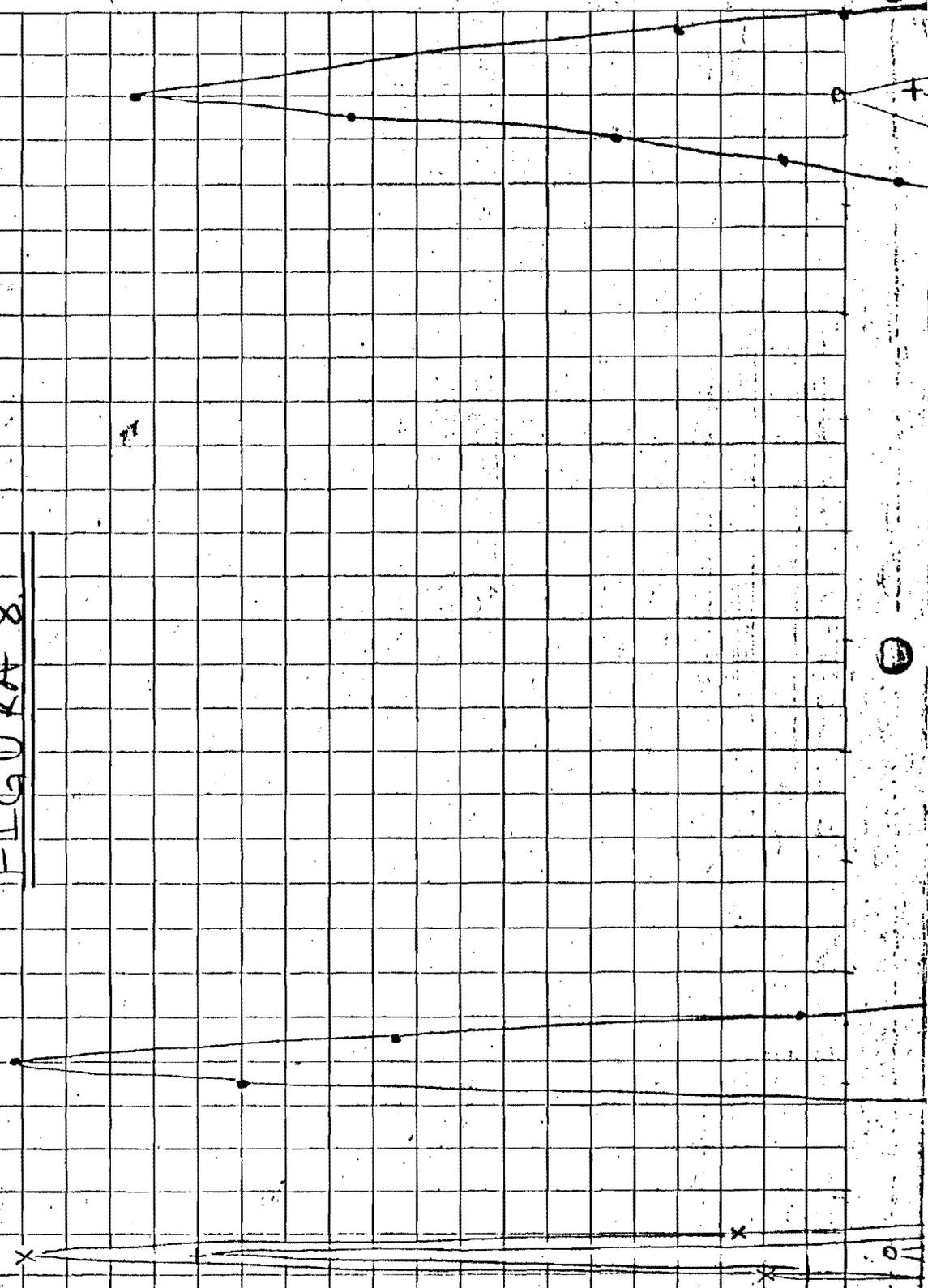
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

ROLLO 2

Apertura	1	2	3	4
1 ^o Aparato	+	+	+	+
2 ^o Aparato	0	0	0	0
3 ^o Aparato
4 ^o Aparato

Curvas inferiores: normalización a $F = 52 \text{ Kg}$
 Curvas superiores: normalización a $F = 530 \text{ Kg}$

FIGURA 8.



Amplitude

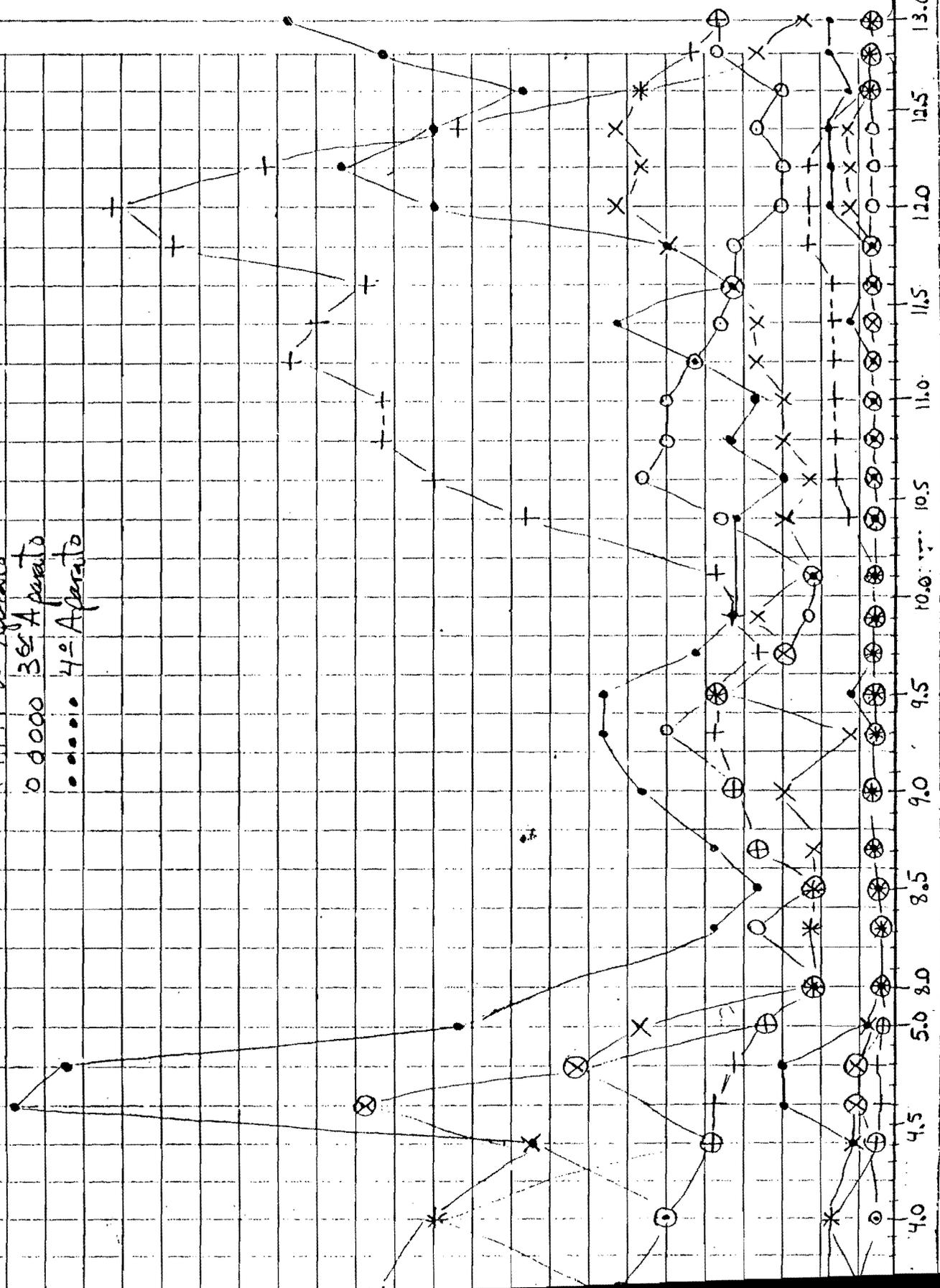
Kollos 5y6: Torsion.

Curvas inferiores: normalización a F=86 K.

Gravimétrica en 3.

Curvas superiores: normalización a F=650kg.

xxxxx 1er Aparato
 +++++ 2o Aparato
 ooooo 3er Aparato
 4o Aparato



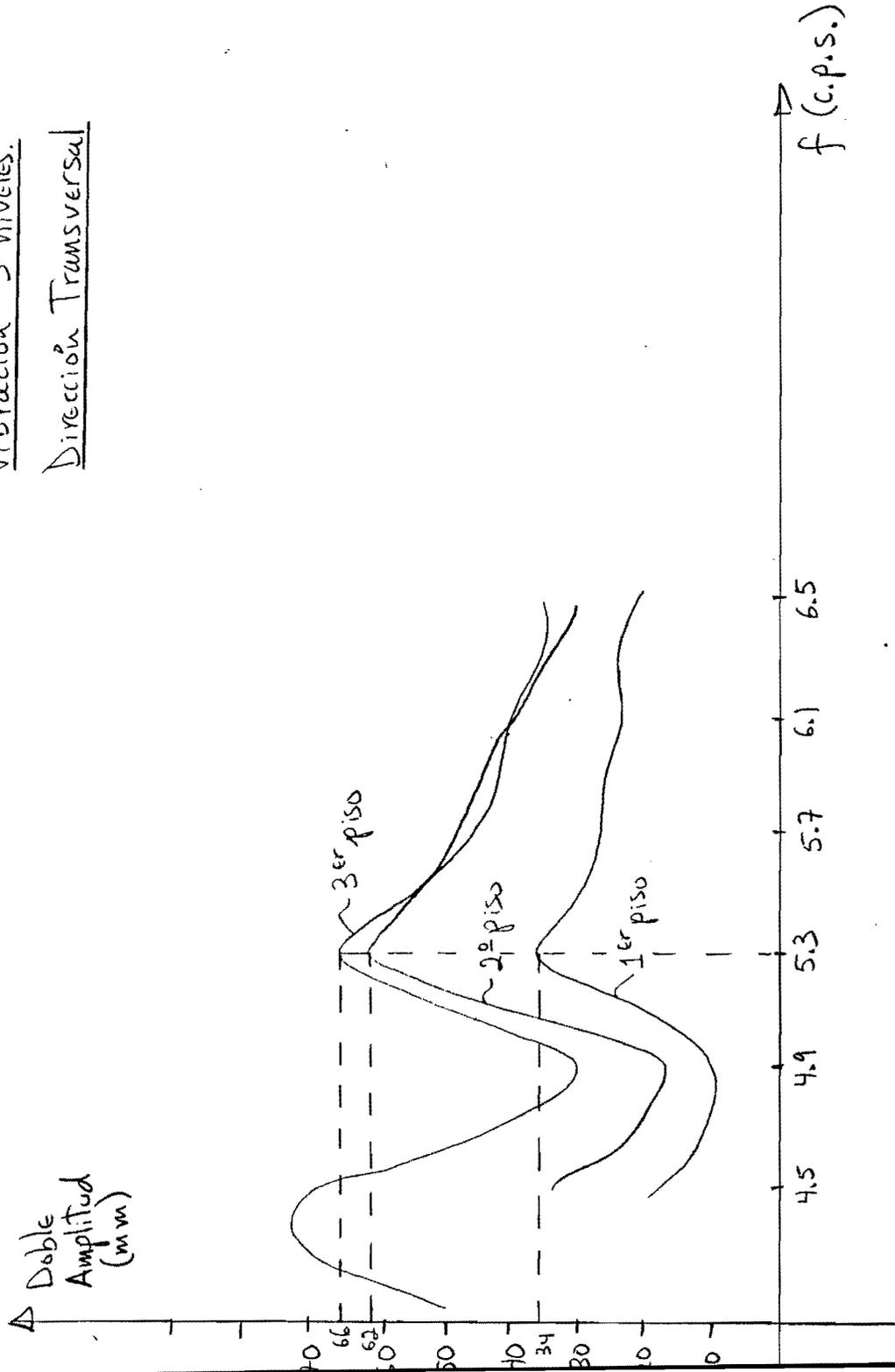
Frec. (cps)

Gráfica 5.

Marzo de 1984.

Vibración 3 niveles.

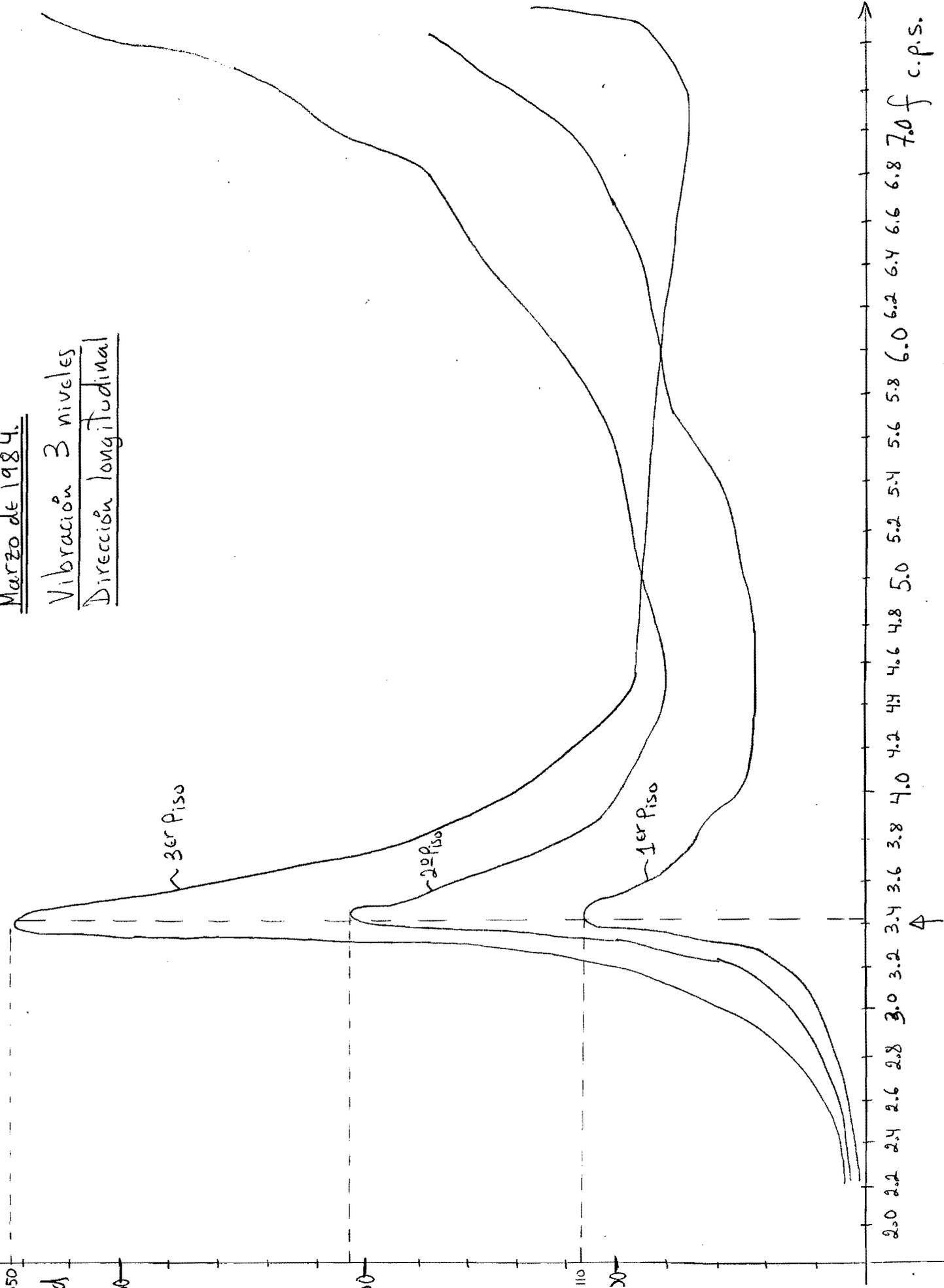
Dirección Transversal



Gráfica 6.

Marzo de 1984.

Vibración 3 niveles
Dirección longitudinal



2.0 2.2 2.4 2.6 2.8 3.0 3.2 3.4 3.6 3.8 4.0 4.2 4.4 4.6 4.8 5.0 5.2 5.4 5.6 5.8 6.0 6.2 6.4 6.6 6.8 7.0 f c.p.s.

TABLES.

.

B:

APPENDICE

Tabla 1.- Fuerza $F = 475 \text{ Kg.}$ Vibración dirección Transversal. 4 niveles

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
Modo	Frecuencia de Resonancia f (c.p.s.)	Nivel	Dobles Amplitudes de resonancia (mm)	Columna ④ $\times \frac{1}{\sqrt{2}}$ (mm)	f_1 c.p.s.	f_2 c.p.s.	$\Delta f = f_2 - f_1$ c.p.s.	$\xi = \frac{\Delta f}{2f}$	$\xi (\%)$
1	3.7	1	59	41.72	3.55	3.78	0.23	0.031 0.0175	3.10
		2	153	108.19	3.55	3.78	0.23	0.031	3.10
		3	195	137.89	3.55	3.78	0.23	0.031	3.10
		4	246	173.95	3.55	3.78	0.23	0.031	3.10
2	4.6	1	50	35.35	4.53	4.80	0.27	0.0293	2.93
		2	127	89.80	4.53	4.80	0.27	0.0293	2.93
		3	188	132.94	4.50	4.78	0.28	0.0304	3.04
		4	232	164.05	4.50	4.78	0.28	0.0304	3.04

Tabla 2.- Fuerza de 1,200 Kg. Vibración dirección longitudinal. 4 niveles.

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
Modo	Frecuencia de Resonancia f (c.p.s.)	Nivel	Dobles Amplitudes de Resonancia (mm)	Columna ④ $\times \frac{1}{\sqrt{2}}$ (mm)	f_1 c.p.s.	f_2 c.p.s.	$\Delta f = f_2 - f_1$	$\xi = \frac{\Delta f}{2f}$	ξ (%)
1	3.0	1	240	169.7	2.80	3.10	0.30	0.05	5.0
		2	480	339.41	2.80	3.12	0.32	0.053	5.3
		3	840	593.97	2.80	3.05	0.25	0.041	4.1
		4	560	395.98	2.85	3.20	0.35	0.058	5.8
2	6.2	1	173	122.33	5.9	6.70	0.80	0.064	6.4
	6.3	2	349	246.78	5.9	6.75	0.85	0.067	6.7
	6.2	3	313	221.32	5.9	6.70	0.80	0.064	6.4
	6.3	4	198	140.00	5.9	6.70	0.80	0.063	6.3

Tabla 3.- Fuerza $F=530$ kg. Vibración de la losa del 4º Nivel en dirección Transversal. 4 niveles

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
Modo	Frecuencia de Resonancia	Ace- leró- METRO	Dobles Amplitudes de resonancia (m m)	Columna $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (m m)	f_1 c.p.s.	f_2 c.p.s.	$\Delta f = f_2 - f_1$ c.p.s.	$\xi = \frac{\Delta f}{2f}$	ξ (%)
1		1	490	346	3.6	3.8	0.2	0.027	2.7
	3.7	2	450	318	3.6	3.8	0.2	0.027	2.7
		3	290	205	3.6	3.8	0.2	0.027	2.7
		4	110	78	3.5	3.7	0.2	0.027	2.7
2	4.5	1	210.7	149	-	-	-	-	-
	-	2	-	-	-	-	-	-	-
	4.6	3	258.8	183	4.5	4.75	0.25	0.027	2.7
	4.6	4	493	349	4.5	4.70	0.20	0.021	2.1

Tabla 4.- Fuerza $F = 650$ Kg. Vibración de la losa del 4º Nivel en Torsión. 4 niveles.

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
Modo	Frecuencia de Resonancia f (c.p.s.)	Amplitud de Resonancia (m.m.)	Dobles Amplitudes de Resonancia (m.m.)	Columna $\times \frac{\sqrt{2}}{1}$ (m.m.)	f_1 c.p.s.	f_2 c.p.s.	$\Delta f = f_2 - f_1$ c.p.s.	$\xi = \frac{\Delta f}{2f}$	ξ (%)
1	4.6	1	23	16.3	4.35	4.75	0.40	0.043	4.3
		2	8	5.7	-	5.0	-	-	-
		3	23	16.3	4.25	4.70	0.45	0.049	4.9
		4	38	26.9	4.50	4.90	0.40	0.043	4.3
2	9.5	1	8	5.7	9.40	9.70	0.30	0.016	1.6
		2	8	5.7	-	9.7	-	-	-
		3	10	7.1	9.0	9.6	0.60	0.032	3.2
		4	13	9.2	8.8	9.7	0.90	0.048	4.8

Tabla 5.- Vibración en dirección Transversal. 3 niveles

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
Modo	Frecuencia de Resonancia f (c.p.s.)	Apar- rato.	Dobles Amplitudes de Resonancia (mm)	Columna $\frac{1}{2}$ (m m)	f ₁ c.p.s.	f ₂ c.p.s.	$\Delta f = f_2 - f_1$ c.p.s.	$\xi = \frac{\Delta f}{2f}$	ξ (%)
1	5.3	1	35 34	24.75 24.1	5.15 5.1	5.9 5.7	0.75 0.6	0.071 0.09	7.10* 9.0
		2	63 62	44.55 43.8	5.15 5.1	5.9 5.7	0.75 0.6	0.071 0.09	7.10 9.0
		3	68 66	48.08 46.7	5.1	5.7	0.75 0.6	0.071 0.09	7.10 9.0

* Corrección efectuada el 6 de marzo de 1990.
Los datos de la curva son insuficientes.

Tabla 6.- Vibración en dirección longitudinal. 3 niveles.

①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩
Modo	Frecuencia de Resonancia f (C.P.S.)	Apar- tado	Dobles Amplitudes de Resonancia (mm)	Columna ④ $X \frac{1}{\sqrt{2}}$ (mm)	f_1 C.P.S.	f_2 C.P.S.	$\Delta f = f_2 - f_1$ C.P.S.	$\xi = \frac{\Delta f}{2f}$	ξ (%)
1	3.4	1	110	77.8	3.50 3.30	3.80 3.65	0.30 0.35	0.042 0.10	4.20 10.0
		2	200	141.4	3.50 3.30	3.80 3.65	0.30 0.35	0.042 0.10	4.20 10.0
		3	350	247.50	3.50 3.30	3.80 3.65	0.30 0.35	0.042 0.10	4.20 10.0

* Corrección efectuada el 6 de marzo de 1990.
Los datos de la curva son inconfiables.

