UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE PSICOLOGÍA

LA TEORÍA DEL PROSPECTO EN LA PREDICCIÓN DE ESTRATEGIAS MIXTAS EN UN JUEGO 2 X 2

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

PRESENTA

DARÍO TRUJANO OCHOA

DIRECTOR:	**DR. ARTURO BOUZAS RIAÑO**
REVISOR:	**DR. ÓSCAR ZAMORA ARÉVALO**
SINODALES:	**DR. FLORENTE LÓPEZ RODRÍGUEZ**
	DR.GERMÁN PALAFOX PALAFOX
	DR. OSCAR VLADIMIR ORDUÑA TRUJILLO

Facultad de Psicología

MÉXICO, D.F. 2013

A Tí, mi rabo de nube...

Déjame contarte una historia, y esperemos que se acerque a la realidad.

“El filósofo debe ser un hombre dispuesto a escuchar todas las sugerencias, pero determinado a juzgar por sí mismo. No debe dejarse influir por la apariencias; no debe tener hipótesis favorita alguna; no pertenecer a escuela alguna; en doctrina no poseer maestro alguno. No debe aceptar criterios de autoridad, sino de realidad. La verdad debe ser su objetivo primario. Si a estas cualidades se le agrega laboriosidad, puede en verdad aspirar a hablar dentro del templo de la naturaleza."

Michael Faraday.

Agradecimientos

A la Universidad Nacional Autónoma de México que me ha permitido ser parte de ella.

A toda mi familia,y especialmente a mis padres por todo el apoyo. No estaría aquí sin ustedes.

A mis profesores que a lo largo de la carrera me enseñaron tanto. Especialmente a Aturo Bouzas, Oscar Zamora, Florente López y Germán Palafox, a quienes les debo mi interés en el área experimental y el análisis de la conducta. También quiero agradecer a Paloma Zapata, a quien tuve la suerte de tener como maestra de Teoría de Juegos aplicada a la Economía en la facultad de Ciencias en el último curso regular que impartió.

A todos los integrantes del Laboratorio 25 con quienes platiqué y discutí. En particular a José Luis Baroja, Hrayr DerHagopian y Manuel Villarreal. Y a Gustavo Ortiz quien me ayudó con la programación del experimento.

Y a todos lo que me aguantaron y trataron de entender lo que estaba haciendo. Gracias por sus comentarios para hacer esta tesis lo más legible posible.

Índice general

Índice de figuras

Índice de cuadros

Resumen

Se diseñó una situación de interacción entre dos jugadores, cada uno con dos posibles acciones (juego 2×2), en la que hubo incentivos para predecir las acciones del otro y ser al mismo tiempo impredecible. Esta situación se modela en teoría de juegos como una distribución de probabilidad sobre las acciones de cada jugador, lo cual se denomina equilibrios en estrategias mixtas (EEM).

Las frecuencias relativas se analizaron con el objetivo de evaluar las predicciones asumiendo una función lineal de utilidad, o la función de valor (FV) de la teoría del prospecto. Estas dos funciones de utilidad predicen un comportamiento diferente en el juego experimental empleado (diferentes EEM). Hasta ahora no se había aplicado la FV para predecir un EEM.

Se encontró que la FV parece describir la conducta de un tipo de jugador; sin embargo, la conducta del otro tipo de jugador se apegó más a la predicción de la transformación lineal. Estos resultados se analizaron en términos de otras teorías que han permitido explicar la conducta diferente de los jugadores a partir de asumir aversión al riesgo y funciones de mejor respuesta estocástica.

Palabras clave:

Equilibrios en Estrategias Mixtas, Teoría del Prospecto, Función de Valor, Juegos 2×2*, Equilibrio en Respuestas Cuánticas.*

Introducción

Muchas de las situaciones de elección humana implican la participación de varias personas donde las consecuencias para cada quien dependen en parte de lo que otros harán. Dentro de estas interacciones puede haber conflicto entre agentes que buscan obtener un mayor pago. En cualquier noticiero se pueden ver diferentes conflictos: económicos, políticos, o personales. El problema en estos casos puede ser cuál será la combinación de acciones y subsecuentes pagos que cada quien obtendrá al final. También se pueden encontrar ejemplos de acuerdos y tratados entre agentes, donde se asume que todos actúan de una cierta manera que les es conveniente. Pero por otro lado, existen situaciones donde si la estrategia de cualquier agente es predecible, otro podría tomar ventaja y por lo tanto, parecería imposible encontrar una solución, pues los objetivos de un agente están en conflicto con los de otro. Ejemplos de este último tipo de situaciones son; las auditorias, inspecciones, ataques terroristas, y cualquier conflicto prolongado.

En general se asume que son las consecuencias de la conducta las que determinan ésta y no sería diferente cuando se tratan de situaciones sociales, pero, en este caso, las consecuencias no están en función solamente de lo que un individuo haga, sino de la conducta de todos los individuos implicados. En este sentido la teoría de juegos (TJ) ofrece un modelo para estudiar estas interacciones donde cada uno de los implicados busca maximizar sus pagos, pero estos pagos están condicionados a lo que todos hagan. Éste análisis es útil, pues muchas de las situaciones en toma de decisión requieren considerar lo que otros harán para poder conseguir determinada consecuencia preferida.

La TJ conceptualiza las características generales de una interacción, pero no considera directamente variables psicológicas que afectan la conducta. Tomar en cuenta estas variables permite una predicción más certera del comportamiento humano en las situaciones de interacción. En el caso específico que aquí concierne, considerar una función de utilidad más descriptiva de las preferencias predeciría mejor la conducta en situaciones de conflicto.

Uno de los conceptos más importantes en la TJ es el de *Equilibrio*. Éste es el resultado del análisis del juego y es una combinación de acciones de cada agente donde las consecuencias en otras acciones no son más preferidas. El equilibrio es importante porque es la predicción sobre la conducta de los implicados en una situación de interacción. Como la conducta está determinada por sus consecuencias y el equilibrio depende de que nadie prefiera comportarse diferente, se puede predecir y controlar el equilibrio manipulando las consecuencias.

Un ejemplo sencillo de equilibrio se encuentra en interacciones de dos personas donde hay siempre una opción que le da a alguien mayores pagos. En este caso aunque los pagos cambien dependiendo de lo que el otro haga, las consecuencias en alguna opción son siempre preferidas. El ejemplo clásico en TJ de este tipo de situaciones es el dilema del prisionero (cuadro 2.1) donde independientemente de lo que decida el otro, siempre es conveniente para ambos jugadores la acción de delatar (D).

El dilema del prisionero es interesante por su aparente solución paradójica, donde la mejor situación en que pueden estar ambos jugadores es que nadie

Dilema del Prisionero		
Acciones	C	D
C	$(-1,-1)$	$(-15,0)$
D	$(0,-15)$	$(-10,-10)$

Tab. 2.1: En el cuadro se muestran los pagos para cada jugador dependiendo lo que hagan ambos. En cada celda se muestran dos pagos; el de la izquierda indica los pagos para el jugador que escoge entre filas, y el pago de la derecha es el pago para quien escoge entre columnas. El equilibrio es: (D,D).

confiese y cooperen entre ellos. No obstante, la predicción es todo lo contrario llevando a una combinación de pagos que ninguno preferiría. Este análisis externo del juego como si se tratara de encontrar la solución donde todos ganan no describe como se comportan los implicados en el dilema del prisionero. Por su parte con la TJ se analiza la conducta de cada jugador cuando busca por separado aquellas consecuencias preferidas. Éste análisis individual es un punto débil de la TJ cuando existen preferencias sociales. Sin embargo, las preferencias sociales no se presentan cuando las interacciones son de conflicto y los implicados no se conocen[1].

Las situaciones de interacción pueden ser más complejas haciendo que la preferencia por cierta acción no sea independiente de lo que otros hagan. En este caso hay acciones que se prefieren cuando otro escoge por su parte cierta acción. Esto significa que hay incentivos para predecir lo que otro hará para obtener la consecuencia que se prefiere. Un ejemplo de estas situaciones es cuando se sabe lo que una persona prefiere y por tanto, lo que hará; al saber esto se pue-

[1] Esto se revisará a detalle en el marco teórico.

de elegir entre las posibles acciones, aquella que llevará a la consecuencia que se prefiere. Más concretamente imaginemos que vamos a una fiesta y hay que decidir qué regalo llevar, hemos pensado regalar una botella de vino o un disco de música, podríamos no querer dar el mismo regalo que dará otro de los invitados, y si sabemos que Juan va a preferir regalar una botella de vino, entonces preferiríamos comprar el disco.

La situaciones de interacción se complican más cuando se debe considerar que otro está prediciendo lo que uno elegirá, y las consecuencias para ambos están en conflicto. Retomando el ejemplo anterior imaginemos que Juan quiere regalar exactamente lo mismo que nosotros, y si sabe que vamos a regalar un disco porque pensamos que él regalará vino, entonces el preferiría llegar a la fiesta con un disco. Estas situaciones parecerían no tener solución pues uno puede prolongar al infinito las consideraciones de: “yo creo que tú crees, que yo creo que tú crees, que yo creo ...", sin llegar a tomar una decisión jamás. Este tipo de situaciones requiere soluciones más complejas que en la TJ se han llamado equilibrios en estrategias mixtas (EEM). A continuación se explican estas situaciones y el tipo de equilibrio al que llegan.

En TJ se llama a los agentes implicados; *jugadores*, y a las situaciones; *juegos*. Los penales en fútbol ejemplifican el tipo de situación de conflicto más sencilla: dos jugadores (portero y tirador), con dos acciones posibles (derecha o izquierda), con decisiones simultáneas (ninguno conoce la elección del otro antes de hacer la propia), y los pagos son tales que a ninguno le conviene ser predecible. Si el portero sabe que el tiro irá a la derecha, se lanzará hacia ese lado, y si el tirador sabe a donde se lanzará el portero preferiría tirar hacia el lado contrario. Los penales pertenecen a los juegos 2×2 de conflicto, que son conocidos en inglés como: *generalized matching pennies*. Usualmente se menciona a los juegos de conflicto como de suma cero (Gächter, 2004) (donde las ganancias de un jugador son exactamente las pérdidas para otro) pero hay toda una familia de juegos con incentivos para que los jugadores sean impredecibles sin que necesariamente sean juegos de suma contante. La característica fundamental en una situación de conflicto es que los jugadores tienen incentivos para predecir las acciones del otro, y para ser impredecibles.

Podría concluirse que en cualquier juego repetido de conflicto, los jugadores terminan intentando escoger acciones impredecibles, pero es posible predecir las probabilidades con que cada jugador escogerá sus acciones. Por esta razón las estrategias se analizan como las frecuencias relativas de los jugadores a lo largo de varios ensayos. Cuando la estrategia del jugador es una distribución de probabilidad sobre sus acciones se denomina estrategia mixta (EM), y cuando nadie mejora por cambiar de estrategia se denomina equilibrio en estrategias mixtas (EEM). La diferencia entre estrategias y acciones es que éstas últimas se refieren a las posibles elecciones que los jugadores hacen (e.g. izquierda o derecha), mientras que las estrategias describen el método con que se escogen determinadas acciones o secuencias de éstas (e.g. tit-for-tat). En el caso de los juegos de conflicto, la estrategia será escoger las acciones a partir de una distribución de probabilidad.

Los EEM son sensibles a los pagos pues, dependiendo de estos, son las probabilidades con que cada jugador terminará escogiendo cada una de sus acciones. Volviendo al ejemplo de los penales, se puede pensar en una variante curiosa del fútbol donde si el tirador mete gol en la izquierda, este vale por tres. Resulta obvio que las EM de los jugadores no permanecerán iguales pues, sabiendo esto, el portero ahora se lanzará más frecuentemente hacia ese lado lo que también afectará la conducta del tirador. Se puede ver que los EEM dependen de las consecuencias para cada jugador.

Sin embargo el valor de los pagos no siempre es tan directo como los puntos obtenidos en un juego, podemos tener pagos difíciles de medir directamente como en el caso del regalo, pues no se sabe con exactitud cuál es el pago por regalar lo mismo que otra persona. Pero incluso conociendo los pagos, se ha encontrado que no se pueden emplear directamente para predecir las preferencias de las personas, y se han postulado transformaciones de estos pagos que expliquen las decisiones que la gente toma. A estas transformaciones se les llama funciones de utilidad, y se puede entender la utilidad como el grado de satisfacción que se alcanza con cierto pago recibido.

Cuando se presentan situaciones de elección riesgosa donde los pagos tienen cierta probabilidad, como es el caso de los EEM, la TJ asume que los jugadores están maximizando su utilidad esperada (UE). La UE de una acción es la suma ponderada de los posibles pagos por la probabilidad de que ocurran, lo cual depende del otro jugador. La UE es una herramienta para describir las preferencias cuando hay riesgo, y se ha encontrado que las decisiones se explican mejor cuando se asume que la utilidad es marginalmente decreciente. Esto quiere decir que la satisfacción por cada unidad adicional de un bien disminuye conforme más de él tenemos. Un ejemplo para entender esto sería preguntarnos -¿Cuánto pagaríamos por pasar un día en la playa?-, y después, -¿Cuánto por dos, tres días, una semana, o por las vacaciones de los siguientes tres años?-. Usualmente pagaríamos menos por cada día más en la playa dado los días previos. Es posible incluso que alguien pagara por no estar en la playa un día si ya paso un año ahí, fenómeno conocido como saciedad.

Diferentes funciones de utilidad pueden suponerse para explicar las preferencias por diferentes cantidades y combinaciones de éstas con sus probabilidades.

La teoría del prospecto (TP)(Kahneman y Tversky, 1979; Tversky y Kahneman, 1992) es una transformación que ha servido para explicar diversas paradojas (San Petersburgo, Allais, y Ellsberg) en las predicciones de la UE.

La transformación de los pagos planteada en la TP se denomina función de valor (FV), la cual plantea una función de utilidad para las ganancias y otra para las pérdidas partiendo de un punto de referencia. La función de las ganancias es cóncava hacia abajo y la de las pérdidas es cóncava hacia arriba, además la función de utilidad para las pérdidas tiene una pendiente mayor que las ganancias, lo cual significa que la utilidad (negativa) por perder cierta cantidad de un bien tiene un mayor impacto que la utilidad (positiva) por ganar esa cantidad. Éstas características explican la aversión al riesgo en ganancias y la propensión a éste en pérdidas.

La TP ha demostrado ser una buena predicción de las elecciones en comparación a suponer que se maximiza una función lineal de utilidad de las cantidades finales, lo cual se supone generalmente al calcular un EEM. Sin embargo, la TP no se ha empleado directamente para modelar las preferencias en juegos experimentales. Observar las diferencias entre los EEM predichos a partir de la función lineal de utilidad o la FV, presentaría evidencia de si la TP puede o no extenderse a situaciones de interacción.

Como ya se mencionó, usando la UE se asume que cada jugador escoge la acción que maximiza su pago esperado, lo cuál depende de la estrategia mixta del otro jugador. El equilibrio es un conjunto de estrategias donde ninguno obtiene un pago mayor cambiando de estrategia, lo cual implica en juegos 2×2 con un único EEM, que cada jugador tiene una estrategia que hace indiferente al otro. Esta condición se establece ya que si alguien juega con una estrategia fuera del EEM hará que el otro jugador prefiera una de sus acciones. En el cálculo de un

EEM se requiere entonces encontrar las probabilidades que hacen indiferente a cada jugador.

El cálculo del EEM se sustenta en el axioma de continuidad(Von Neumann y Morgenstern, 1944) que postula la existencia de indiferencia entre una alternativa, y una combinación de las posibles alternativas con sus probabilidades. Existen otros supuestos generales de la TJ que se deben mantener para hacer un cálculo del equilibrio, como la maximización de los pagos, considerar lo que otros jugadores harán dados sus pagos y, en el caso del EEM, calcular y generar secuencias impredecibles. Este supuesto podría entenderse como la generación de secuencias i.i.d. (independientes e idénticamente distribuidas). No obstante, estas secuencias sólo deben cumplir que el otro jugador no pueda predecir la siguiente acción del otro, aún cuando no sean elecciones independientes.

Existe evidencia de que el EEM sirve para describir la conducta en juegos de conflicto experimentales (C. F. Camerer, 2003b), así como en jugadores profesionales de fútbol y tenis (Palacios-Huerta, 2003; Walker y Wooders, 2001), asumiendo una transformación lineal. Sin embargo, se han planteado diferentes explicaciones para las desviaciones halladas (Erev y Roth, 1998) en situaciones experimentales. Los modelos que analizan cómo es que se llega a un equilibrio tienen el mérito de tomar en cuenta variables individuales y el proceso dinámico por el cual se alcanza el EEM. Pero es interesante predecir cuál será el EEM cuando dichas particularidades no son conocidas, por ejemplo, si se desconoce la función de utilidad específica para cada participante.

El cálculo que se realiza en juegos experimentales implícitamente asume una función lineal de utilidad que no contempla parámetros libres, y predice el EEM conociendo únicamente las características del juego. Sin embargo, al suponer una función de utilidad como la FV, se tendrían que asumir diferencias individuales; no obstante, se puede hablar sobre la forma general que tiene esta función (Tversky y Kahneman, 1992) y predecir la dirección de los desvíos, o hacer una predicción a partir de lo encontrado en experimentos previos.

La literatura en TJ y teoría de juegos conductual es cada vez mayor llevando a la creación de revistas especializadas para estos temas, como *Games and Economic Behavior*. Para el caso específico de los EEM hay una basta literatura sobre experimentos bajo diversas condiciones. C. F. Camerer (2003a) hizo una revisión en el capitulo tres de su libro donde describe el desarrollo de estas investigaciones desde los estudios donde una persona competía contra una secuencia aleatoria generada en computadora hasta los programas que crean parejas aleatorias entre varios participantes(Ochs, 1995; Mckelvey, Palfrey, y Weber, 2000), pasando por el análisis del comportamiento de parejas fijas en juegos de suma cero (O'Neill, 1987). En el presente trabajo, ya que se busca analizar dos funciones de utilidad, se buscaron pagos que hicieran predicciones diferentes entre una y otra, lo que implicó incluir una opción más riesgosa que la otra.

Goeree, Holt, y Palfrey (2003) han encontrado aversión al riesgo en juegos con estrategias mixtas, mientras que Mckelvey y cols. (2000) estudiaron el efecto de los pagos en general, pero no se había realizado la aplicación de la FV para predecir los EEM. Una diferencia metodológica con otras investigaciones (Ochs, 1995; Mookherjee y Sopher, 1994; Mckelvey y cols., 2000; Goeree y cols., 2003) es que se prefirió mantener las parejas de participantes fijas (aunque anónimas) a lo largo de todo el experimento en lugar de parear en cada ensayo a los participantes de forma aleatoria, lo cuál lleva a otras posibles predicciones (Rubinstein, 1991).

El objetivo principal de la tesis es comparar la predicción entre el EEM asumiendo la transformación lineal de los pagos y la función de valor en la TP. Para poder evaluar ésto se diseñó un juego con pérdidas y ganancias que no es de suma constante, donde los jugadores tuvieron la oportunidad de ajustarse a la estrategia del jugador que fue su pareja a lo largo del experimento. Esta combinación de características también representan una variación con investigaciones anteriores, pues no se habían evaluado y son evidencia de la generalidad de las predicciones de la TJ en situaciones de conflicto.

En el marco teórico se realiza una breve reseña de las interrelaciones previas entre la Psicología y la TJ, especialmente a través del concepto de utilidad. Se retoman herramientas conceptuales generales de la TJ, especialmente en aquellas requeridas para el cálculo de los equilibrios en estrategias mixtas (EEM). Finalmente se describe la teoría del prospecto (TP), y cómo puede aplicarse para la predicción del EEM, sirviendo ésto como justificación del diseño empleado en el experimento que se utilizó.

Los resultados de la presente investigación muestran una conducta asimétrica en los dos tipos diferentes de jugadores, a pesar de que sus matrices de pagos fueron las mismas. En la discusión se plantean dos posibles explicaciones de lo hallado. Una explicación que predice esta asimetría entre los tipos de jugador son los equilibrios en estrategias cuánticas.

La TP y la TJ son herramientas que actualmente se usan para poder entender la conducta humana, esta última con la ventaja de considerar situaciones complejas donde las decisiones y los pagos dependen de diferentes agentes. Los hallazgos no indican una resolución a los conflictos sino una predicción de lo que los implicados harán en estas situaciones.

Objetivo

3.1. Objetivo General

Buscar mejores explicaciones de la conducta en Juegos de Conflicto mediante modelos descriptivos de las preferencias.

3.2. Objetivo Particular

Comparar dos predicciones de equilibrio en estrategias mixtas (EEM) contra el equilibrio alcanzado empíricamente. Uno de los EEM se calculó a partir de la función de valor (FV) de la teoría del prospecto (TP), y el otro EEM a partir de la transformación lineal de los pagos.

No se intenta evaluar la validez del concepto de utilidad esperada ni los supuestos de la teoría de juegos, sino someter a prueba dos funciones de utilidad como hipótesis que predicen un comportamiento diferente por parte de los jugadores en una situación de conflicto.

Marco Teórico

Los conceptos de equilibrio, funciones de utilidad, y la teoría de juegos, son tópicos importantes en la investigación contemporánea. Esta aproximación ha llamado la atención entre matemáticos, biólogos evolutivos, economistas, y psicólogos. En general se ha incrementado el uso de la teoría de juegos (TJ) para modelar situaciones sociales entre las disciplinas interesadas en éstas y en la toma de decisiones. Por su parte la Psicología y Economía Conductual, que comparten un enfoque experimental (Fantino, 2004), tienen un campo multidisciplinario en la Teoría de Juegos Conductual (TJC), donde la investigación y teorías psicológicas han hecho importantes aportaciones. La TJC se ha empleado en diversas situaciones de interacción, desde predecir cuál será el equilibrio que se alcanzará (y en cuanto tiempo), hasta el diseño explícito de situaciones para que los jugadores generen cierto patrón de conducta.

4.1. Teoría de Juegos Estándar

La Teoría de Juegos (TJ) es una rama de las matemáticas aplicadas que estudia la toma decisiones de agentes (jugadores) racionales en situaciones de interacción bien definidas [1] . Esta disciplina nació con la publicación del libro *Theory of Games and Economic Behavior* de Von Neumann y Morgenstern (1944) [2] quienes criticaron al modelo económico de la época que consideraba al agente tomador de decisiones como si se tratase de Robinson Crusoe[3], quien se considera una persona racional que toma decisiones aisladas sin considerar lo que otros agentes racionales implicados harán. Por su parte, la TJ predice que las decisiones de los jugadores dependen de la situación, pero asumiendo que cada jugador toma en cuenta las decisiones que los demás pueden tomar, a quienes se considera igualmente racionales y maximizadores. Por tanto, los juegos son situaciones de decisión estratégica donde todos tratan de saber lo que otros harán para asegurar una mayor ganancia, lo cual se logra asumiendo que los otros jugadores buscan a su vez lo mejor para ellos mismos. En resumen, la TJ es una crítica a un supuesto de cómo toman decisiones estratégicas los agentes económicos, pero mantiene el supuesto de que cada agente maximiza su propia utilidad. Para trabajar con esta utilidad Von Neumann y Morgenstern formularon cuatro axiomas que describen preferencias consistentes[4], los cuales son la base para poder trabajar con los EEM.

En la TJ se asigna el nombre de juego a cualquier situación de interacción. Se

[1] La presente sección es una revisión resumida de los conceptos principales de teoría de juegos. Para una revisión más extensa se recomienda: Zapata (2007), o Binmore (2007)

[2] Aunque también puede considerarse los orígenes de esta teoría, al igual que los de la probabilidad, en los juegos de azar, y hay ejemplos de la aplicación del equilibrio Nash desde el siglo XIX con el duopolio de Cournot.

[3] Hablando de literatura, los personajes de las novelas de Austen serían un mejor ejemplo del tipo de agentes que trata de modelar la teoría de juegos. Estos consideran lo que otros harán, sabiendo que también buscan su beneficio personal (Dubner, 2013).

[4] Éstos se analizarán en la sección de Utilidad y Utilidad Esperada.

podría usar en lugar de teoría de juegos; teoría de las decisiones bajo interacción, para dejar claro que no se trata unicamente de juegos de salón, pero el nombre se ha quedado y dichos juegos siguen siendo una buena introducción en el análisis de estas situaciones estratégicas. Estos juegos pueden ser simples (piedra papel o tijera) o increíblemente complejos (conflictos internacionales). Por ejemplo, aunque en la TJ se postula la existencia de al menos un equilibrio en cualquier juego(Nash, 1950), existen juegos tan complejos que encontrar su solución es imposible, como es el caso del ajedrez, donde además de que encontrar la solución es trivial, rápidamente se perdería interés en él, tal y como ocurre después de jugar varias veces gato donde todos empatan. Pero muchos de los juegos importantes son sencillos y tienen características compartidas con varias interacciones. Existe una gran variedad de situaciones imaginables, pero es necesario simplificarlas para su solución y especificar los componentes generales de cada juego. Todo juego simultáneo[5] está compuesto por los siguientes elementos:

- El conjunto de los n jugadores implicados:

$$N = \{1, 2, ..., i, ..., n\}$$

- El conjunto de las k acciones posibles para cada jugador i:

$$a_i = \{a_i^1, ..., a_i^j, ..., a_i^k\}$$

- El conjunto A de posibles combinaciones de acciones de cada jugador:

$$(a_1^j, a_2^j, ..., a_n^j) = a' \ni A \ni \mathbb{R}^n$$

[5] Para los juegos secuenciales (como el gato) se especifican también los elementos del árbol de decisiones. Pero dado que el juego tratado en esta tesis es simultáneo, sólo se analizarán detalladamente éstos.

Estas acciones escogidas de forma determinada son llamadas estrategias puras[6].

- Una función P que relacione las diferentes combinaciones de estrategias de todos, con las consecuencias para cada jugador:

$$P : A \to C$$

- Los pagos C en un juego tienen que ser expresados en términos de la utilidad de cada jugador para poder encontrar el equilibrio, por tanto se asume alguna transformación de los pagos:

$$u_i : C \to \mathbb{R}$$

$$u_i(P(a'))$$

La anterior presentación de los juegos se emplea para hablar de cualquier juego simultáneo en términos generales. La sección 4.1.3 es una presentación de ejemplos concretos empleando los juegos más conocidos.

El objetivo de analizar un juego es encontrar él o los equilibrios de éste. Para lograrlo se analizan los pagos y las acciones de los implicados, pero al hacer predicciones sobre su conducta se considera a los jugadores como agentes con comportamiento estratégico, asumiendo los siguientes supuestos:

- Maximización de la utilidad: Se asume que las personas tienen cierta preferencia sobre los eventos que ocurren en el mundo y tratan de obtener aquello que prefieren. Las preferencias se modelan como una función de cierto evento sobre la satisfacción que produce.

[6] En la siguiente sección se definirá equilibrio y se hablará de la generalización a estrategias mixtas.

- La utilidad depende sólo de los pagos propios: Ésto significa que los pagos ajenos no afectan la utilidad de ningún jugador. No obstante, empíricamente se ha encontrado que en muchas situaciones a las personas les preocupa cuanto ganan otros (preferencias sociales (Fehr y Schmidt, 1999)), y ésto afecta el equilibrio que se alcanza.

- Racionalidad: Considerar qué es lo que otros harán a partir de asumir que maximizan su utilidad y son igualmente racionales. También se entiende racionalidad como mostrar preferencias consistentes, en este caso, que sigan los axiomas de Von Neumann (sección 4.4).

En su libro *Game Theory and Economic Behavior*, Von Neumann y Morgenstern proponen la solución a muchos juegos planteando que este es el objetivo de la TJ. Sus soluciones incluyen al teorema minimax para juegos de suma cero, donde la ganancias de un jugador son las pérdidas para el otro (Von Neumann y Morgenstern, 1944). Sin embargo fue John Forbes Nash quien demostró que todos los juegos tienen al menos un EEM, considerando también que los equilibrios en Estrategias Puras (EEP) son un caso especial de las EEM con probabilidad 1 para las estrategias indicadas, generalizando el concepto de equilibrio (Nash, 1950). La solución a un juego, llamado Equilibrio de Nash en su honor, es una combinación de estrategias de cada jugador, donde a ninguno le conviene cambiar su estrategia. Este concepto ha sido de gran utilidad en el desarrollo de aplicaciones y nuevas consideraciones teóricas(Young, 2011).

4.1.1. Equilibrio de Nash

Hasta ahora se ha definido equilibrio informalmente pero, habiendo introducido en la sección anterior a John Nash y la formalización de los juegos simultáneos, se continúa con la definición formal del equilibrio de Nash, del cual los EEM son una instancia. Ya se ha definido a a' como una combinación de las estrategias puras, esto es; un vector con las acciones de cada jugador, y aplicando la función de pagos P, se tiene un vector c' con las consecuencias para cada jugador. Esta combinación de pagos tendrá cierto impacto en la utilidad de cada jugador i ($u_i(P(a') = c')$). Existe una gran cantidad de combinaciones $a \ni A$ pero se busca una que sea estable, esto es; donde ninguno de los jugadores obtiene un mayor pago y se pueda establecer que el juego se mantendrá en $*a$. Esta combinación estable de acciones $*a$ es el equilibrio en estrategias puras (EEP). Esta idea la expresamos de la siguiente manera:

$$u_i(*a_{-i}) \leq u_i(*a); \forall i \tag{4.1}$$

Con la expresión anterior se especifica que para todo jugador i la utilidad en la combinación $*a$ es mayor o igual a la que obtendría si escoge cualquier otra acción y los demás continúan en este equilibrio $*a_{-i}$. Puede resultar extraño que la utilidad se haga sobre las acciones a y no sobre las consecuencias c, pero como éstas últimas están en función de las acciones de todos, sólo se indica la utilidad por las acciones obviando la función de pagos P.

Con respecto a los EEM estos son una conclusión del antes mencionado Equilibrio de Nash (1950), pues se requiere que sea una combinación de estrategias mixtas (EM) donde ningún jugador aumente sus pagos por cambiar. Los juegos 2×2 que presentan un equilibrio único en EM, no poseen un conjunto de estrategias puras que cumpla con la condición de la expresión 4.1; esto quiere decir que en toda combinación de estrategias puras posibles siempre hay al menos un jugador que prefiere cambiar de estrategia. En este caso el único equilibrio que cumple esta condición es una combinación de distribuciones de probabilidad sobre las posibles acciones da cada jugador. Se cumple además que ambos jugadores son indiferentes entre sus acciones, pues cada una reporta un pago esperado igual.

Las EM son una distribución de probabilidad sobre las k acciones de cada jugador a_i, y se pueden expresar como:

$$s_i = \{p^1, ..., p^j, ..., p^k\},$$

y también se puede trabajar con las combinaciones de s_i (EM) de cada jugador i:

$$s = \{s_1, s_2, ..., s_n\}$$

Entonces se reformula la definición equilibrio en la expresión 4.1, y se generaliza para las EM (s) calculando la utilidad (esperada) como la suma ponderada de las utilidades de cada combinación por la probabilidad de que ocurran[7]. La definición general de un equilibrio de Nash se expresa de la siguiente manera:

$$u_i(*s_{-i}) \leq u_i(*s); \forall i \tag{4.2}$$

Para el caso específico de los EEM, éstos se definen como:

$$u_i(*s_{-i}) = u_i(*s); \forall i \tag{4.3}$$

La única diferencia entre estas dos últimas definiciones es que en la 4.3 se cumple que ambos jugadores son indiferentes entre cualquiera de sus estrategias. Cuando esto no se cumple y a alguno le conviene jugar otra estrategia significa que hay alguna estrategia pura que alguien prefiere y ya no se habla de un EEM, sino de un EEP.

[7] Este concepto se tratará detalladamente en la sección 4.4.

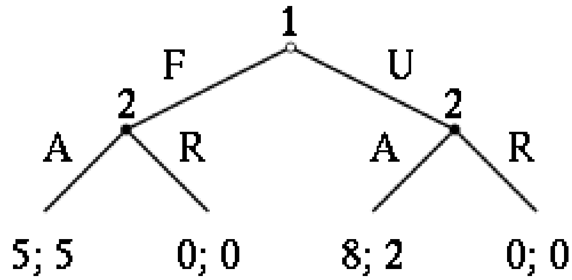

Fig. 4.1: Juego del Ultimátum

Imagen tomada de

$http : //commons.wikimedia.org/wiki/File : Ultimatum_{G}ame_{E}xtensive_{F}orm.svg$

4.1.2. Clasificación de los Juegos

En la TJ existe una gran cantidad de juegos conocidos y estudiados, pero su riqueza radica en la capacidad de crear juegos nuevos y así representar una gran cantidad de situaciones. Para trabajar con esta diversidad se han propuesto clasificaciones de los juegos que parten de tres diferentes criterios:

- Secuenciales o Simultáneos: Se considera la estructura temporal de las elecciones, es diferente una situación donde un jugador toma una decisión sin conocer lo que el otro elige (e.g. disparejo), o juegos donde se conoce lo que otros han hecho antes de hacer una elección (e.g. ajedrez y gato). Esta diferencia se percibe fácilmente en la forma de representar los juegos, los secuenciales se representan en forma de árboles de decisión, mientras que los simultáneos se representan en matrices.

  En la figura 4.1 se muestra el juego del ultimátum, donde un jugador decide cómo repartiría cierta cantidad entre él y otro. El segundo jugador decide aceptar la repartición hecha o que nadie obtenga nada.

- Juegos de Cooperación, Coordinación, o Conflicto: Esta clasificación depende del tipo de equilibrio que tiene el juego . El dilema del prisionero es icónico de juegos de cooperación, y se ha generalizado en la llamada: "tragedia de los comunes". Este tipo de juegos tienen un equilibrio que no es el óptimo para todos, pues existen otras combinaciones de pagos donde todos ganarían más que en el equilibrio. En los juegos de coordinación existen diversos equilibrios y el problema radica en determinar cuál se presentará. Los juegos mencionadas tienen EEP donde cada jugador escogerá siempre una opción. Los juegos de conflicto se suelen ejemplificar con un juego de suma cero (lo que gane un jugador es lo que pierde otro), pero lo que define a estos juegos es la inexistencia de EEP, lo cual puede encontrarse sin plantear juegos de suma constante. Este último tipo de juegos requieren el cálculo de un EEM.

- Repetidos o *One-Shot*: Esta clasificación se plantea porque pueden surgir nuevos equilibrios cuando un mismo juego se repite varias veces sin que los jugadores sepan cuándo acabará . En general los juegos repetidos han permitido el desarrollo de estrategias más elaboradas y conceptos como la dinámica del replicador (Dawkins, 1976), o los equilibrios estocasticamente estables (Young, 1998). Los EEM se evalúan cuando tenemos un juego repetido pues se observan las frecuencias relativas de cada acción y se puede calcular la EM usada por los jugadores.

A partir de estas clasificaciones, el juego planteado para el experimento de la presente tesis se ubica como un juego: simultáneo 2×2, de conflicto con suma no constante y repetido.

Dilema del Prisionero		
Acciones	C	D
C	$(-1,-1)$	$(-15,0)$
D	$(0,-15)$	$(-10,-10)$

Tab. 4.1: El equilibrio es. (D,D)

4.1.3. Juegos Clásicos y Equilibrios

La TJ permite el diseño de una cantidad infinita de juegos, pero existen algunos cuyo análisis es relevante porque representan aportes importantes. También hay juegos importantes en la TJC porque sus predicciones difieren mucho de lo que se encuentra en los datos. En esta sección se plantearán los juegos más conocidos y se revisará también la definición de equilibrio.

El cuadro 4.1 muestra los pagos por cada diferente acción tomada por los jugadores en un dilema del prisionero. A la derecha de la coma son los pagos para el jugador columna y a la izquierda para el jugador fila. Esta situación es clásica de las series policíacas: se tiene a dos delincuentes en habitaciones separadas y se les va a encarcelar por 1 año, pero se les da la oportunidad de disminuir su condena si confiesan, si ambos lo hacen se les acusará de más crímenes. Este juego presenta una paradoja, pues demuestra que hay situaciones donde los pagos son peores para los jugadores cuando tratan de maximizar, que jugando fuera del equilibrio.

Analizando detenidamente este juego podemos ver porque el equilibrio lleva a estos pagos deficientes. Cada jugador puede escoger entre C y D, pero si se analizan los pagos dependiendo lo que hace el otro jugador vemos que independientemente de lo que haga el otro criminal, siempre dará un mejor resultado escoger D. Estas estrategias dominantes son importantes para encontrar equilibrios en estrategias puras. Retomando los elementos generales de los juegos simultáneos podemos ver que este juego tiene dos jugadores ($N = 2$), con dos estrategias cada uno ($a_i = \{D, C\}$), y las dos matrices implícitas en el cuadro 4.1 resumen la función de pagos.

El Dilema del Prisionero es un juego sencillo, que se ha generalizado para situaciones de n-personas con el nombre de tragedia de los comunes (Hardin, 1968) o dilema de bienes públicos. Ha sido ampliamente estudiado porque se aplica a muchas situaciones entre individuos, compañías y naciones (Ostrom, 2012, 2012). Hay también diversas explicaciones propuestas desde la Psicología para la solución de estas situaciones (Van Vugt, 2009; Kollock, 1998)[8].

Juegos con un solo equilibrio se pueden encontrar cuando tenemos pocos participantes y pocas opciones, pero existen situaciones complejas con gran número de equilibrios. Para ejemplificar de forma sencilla en el cuadro 4.2 muestra un juego de coordinación llamado el juego de la gallina, donde dos conductores corren hacia un choque entre ambos. Si chocan las perdidas para ambos son altas, si ambos frenan quedan igual, pero obtienen cierta satisfacción por acelerar mientras el otro (la gallina) frena. En este juego existen dos equilibrios en estrategias puras donde a ninguno de los jugadores le convendría cambiar. También existe un tercer equilibrio en estrategias mixtas. Diversas propuestas se han hecho para poder predecir cuál será la conducta en juegos con diversos equilibrios, por ejemplo Young (1998) propuso el concepto de equilibrio estocásticamente estable, el cuál predice una probabilidad para cada equilibrio cuando la situación es repetida.

[8] La cooperación puede llevar a resultados socialmente dañinos, como en el caso de los criminales, pero también de los precios fijados por las compañías cuando hay duopolios.

juego de la Gallina		
Acciones	Acelerar	Frenar
Acelerar	$(-15,-15)$	$(5,-1)$
Frenar	$(-1,5)$	$(0,0)$

Tab. 4.2: Los equilibrios son : (A, F), (F, A), y $((5/19, 14/19), (5/19, 14/19))$

Matching Pennies		
Acciones	Águila	Sol
Águila	$(-1,1)$	$(1,-1)$
Sol	$(1,-1)$	$(-1,1)$

Tab. 4.3: El EEM es : $((0.5, 0.5), (0.5, 0.5))$

Existen juegos sin un equilibrio en estrategias puras, como es el caso del que se representa en el cuadro 4.3 donde se puede buscar cuál es el equilibrio entre las combinaciones de acciones de cada jugador, y no se encontrará, pues siempre hay un jugador que le conviene cambiar. En este juego se tienen dos jugadores que al mismo tiempo escogen un lado de una moneda, uno se ellos gana si las caras de ambas coinciden, y el otro gana si no. Es en este tipo de juegos donde los EEM son necesarios[9]. Esta generalización del concepto de equilibrio ha llevado también a encontrar equilibrios que aunque difícilmente se alcancen son una posibilidad teórica, como es el caso de EEM que posee el juego de la gallina (cuadro 4.2). Es importante señalar que los EEM que se pueden estudiar son aquellos donde los jugadores no tienen la posibilidad de llegar aun equilibrio en estrategias puras; esto es, tienen una única solución en estrategias mixtas.

[9] En este caso cada jugador tirará con igual probabilidad en cada una de sus opciones.

4.2. Teoría de Juegos y Psicología

La Psicología es una disciplina que tiene como principal objeto de estudio la conducta y para llegar a este conocimiento posee muchas herramientas. El presente trabajo parte de una perspectiva experimental sobre la investigación en Psicología, desde la cual se analizan los datos provenientes de experimentos donde se pretende controlar en la medida de lo posible las variables de interés. Esta perspectiva es un campo fértil para la evaluación de teorías que provengan de la misma disciplina así como de otras que traten de explicar la conducta. En este último respecto la TJ es una disciplina que posee muchas posibles aplicaciones, pero requiere la evaluación de sus supuestos para que sea de mayor utilidad en una gama mayor de problemas.

La importancia de la TJ en Psicología radica en que algunas de sus predicciones no se mantienen cuando interaccionan las personas. Esto por supuesto no significa que esta teoría se rechace (pues es útil en muchas situaciones reales y experimentales) pero el objetivo radica en describir bajo qué condiciones funciona y dar una explicación de la conducta de los participantes en las condiciones en que no se mantienen las predicciones de la TJ. A la Psicología entonces le interesaría explicar los limites en la predicción de la TJ, y construir una mejor descripción de la conducta en juegos.

En juegos como el Dilema del Prisionero (cuadro 4.1), el Ultimátum (figura 4.1), o el Dictador, es posible observar preferencias sociales. Por ejemplo, en el juego del ultimátum el primer jugador debería escoger una repartición injusta sabiendo que el segundo jugador escogerá cualquiera, pues es mejor obtener cualquier cosa que nada. No obstante, las personas no aceptan reparticiones inequitativas (Roth, Prasnikar, Okuno-Fujiwara, y Zamir, 1991). De nuevo, aunque estas conductas parecen ser una contradicción con los supuestos de la TJ, ya que no debería causar satisfacción lo que otros jugadores obtengan, podemos suponer funciones de utilidad que sean sensibles a los pagos propios como de otros participantes (Fehr y Schmidt, 1999). Así se nota la importancia del concepto de utilidad, pues es una función que trata de describir las preferencias. La utilidad en la TJ, la Economía y la Psicología, explica la toma de decisiones, al ser un modelo descriptivo y predictivo.

4.3. Teoría de Juegos Conductual

La explicación del comportamiento humano desde la perspectiva de TJ es relevante por su aplicación en situaciones económicas y sociales en general. En este punto se volvió necesario estudiar las desviaciones aparentemente irracionales de las personas cuando participaban en juegos experimentales como en el Ultimátum o en el juego del Dictador. Explicar estas desviaciones es uno de los objetivos de la Teoría de Juegos Conductual (TJC). Debido a esto se ha vuelto necesario la realización de experimentos donde se estudien estas desviaciones para encontrar cuáles son las variables que moldean la conducta, y a partir de los resultados, se postulen explicaciones que den pie a nuevas teorías que describan la conducta en situaciones de elección bajo interacción.

Este trabajo se enmarca entonces en la perspectiva de la TJC (Gächter, 2004; C. F. Camerer, 2003b), donde se evalúan datos experimentales contra las predicciones y supuestos de la TJ, y se proponen otros que ofrezcan una mejor descripción de la conducta en estas situaciones.

Como ya se mencionó la TJ estándar asume maximización, racionalidad y egoísmo[10]. Estos supuestos se mantienen en algunos juegos, pero se ha encontrado situaciones donde estos supuestos son empíricamente rechazados. Por ejemplo para el supuesto de maximización se han hecho varias criticas a la consideración de que se maximizan estados finales (empezando por la TP), y se propone que se busca mejorar el estado actual (Vaughan, 1981; Herrnstein, Loewenstein, Prelec, y Vaughan, 1993).

En cuanto al supuesto de racionalidad como se define desde la TJ, se asume que para tomar sus decisiones las personas consideran lo que otros harán, asumiendo que todos son igualmente racionales. Este es uno de los grandes aportes de la TJ a la teoría económica. Sin embargo, hay situaciones simples como el *Beauty Contest* propuesto por Keynes, donde se pide predecir dos tercios de la media que dirán todos los participantes. En este caso el equilibrio sería que todos dijeran que es cero, pues saben que los demás pensarán lo mismo que uno y la media disminuirá hasta el valor mínimo. Pero esto no es lo que observa cuando se presenta la tarea a diferentes participantes (Stahl y Wilson, 1995; Bosch-Domenech, Montalavo, Nagel, y Satorra, 2002), incluso cuando los jugadores son conocedores de la TJ. Lo que se observa es que hay una aproximación al equilibrio conforme la tarea se le repite a un grupo de participantes.

El supuesto de egoísmo se refiere a la preocupación de cada jugador por maximizar su utilidad la cual sólo depende de sus propios pagos. Cuando esto no ocurre se dice que hay preferencias sociales[11]. Por ejemplo en el Dilema del Prisionero, aunque generalmente el equilibrio predicho se mantiene, también se

[10] Se habla de egoísmo pero esto no quiere decir envidia, sino una falta de preocupación por los pagos ajenos, mientras no afecte los propios.

[11] Estas preferencias sociales se analizan mejor en juegos como el Ultimatum (Roth y cols., 1991)

encuentran personas que escogen ambos el equilibrio que les conviene a los dos (Kollock, 1998), cuando los jugadores se conocen y asumen que el otro cooperará. En el ultimátum, por ejemplo, hay evidencia de jugadores que prefieren dar mucho al segundo jugador, y éste lo rechaza.

La utilidad es un concepto muy importante dentro de la TJC pues se puede usar para explicar algunas de las conductas que parecen contradecir las predicciones de la TJ cuando se asume que los jugadores son maximizadores de los pagos. Pero estos pagos pueden no ser una herramienta suficiente para conocer las preferencias, como es el caso de los anteriores ejemplos donde se observan preferencias sociales.

4.4. *Utilidad y Utilidad Esperada*

Se presenta esta sección para tener una noción mas precisa de lo que se entenderá por utilidad en este trabajo [12]. Se explican los conceptos básicos y los supuestos de los que se parte al hablar de este concepto, pero no se trata de hacer una revisión de la vasta literatura y discusión que existe sobre el tema sino retomar algunos de los tópicos que son importantes para la presente investigación. Como se dijo anteriormente se puede entender la utilidad como la satisfacción que produce cierta cantidad de un bien para una persona, por ejemplo se puede preguntar -¿cuánto estás dispuesto a pagar por ir al cine?-, y se tendría la respuesta de diferentes personas y sus respuestas se acercarían a la satisfacción

[12] Aunque este concepto visto desde la Psicología está muy relacionado con la psicofísica tiene una historia diferente dentro de la economía y la teoría de las decisiones donde se asume como supuesto para entender las preferencias.

que ganan por ver una película en el cine [13]. En términos generales cuando se habla de utilidad se propone una función con la que se intenta describir las preferencias de las personas por diferentes bienes y cantidades de estos. Por ejemplo, se pone a alguien a elegir entre 10 naranjas y 0 piñas, o 0 naranjas y 10 piñas. Se puede suponer que quien tenga preferencia por las piñas escogerá la segunda opción con 10 piñas. A través de esta situación se puede saber simplemente qué fruta le gusta más a una persona, pero se puede usar este ejemplo para hacer preguntas más interesantes, por ejemplo: ¿qué pasaría si a una persona le pongo una tercera opción de 5 naranjas y 5 piñas?. En este caso la mayoría de las personas preferirían esta combinación. Esta elección es una prueba de que la utilidad es marginalmente decreciente, pues aunque a alguien le gusten las piñas prefiere tener una naranja más, ya que tiene cierto número de piñas, obviamente asumiendo que en general le gustan las frutas. Este análisis lleva a las curvas de indiferencia, que en este ejemplo son todas las combinaciones de frutas entre las cuales alguien es indiferente.

Von Neumann y Morgenstern (1944) propusieron cuatro axiomas acerca de las preferencias para poder hacer consideraciones sobre qué es lo que se está maximizando un agente racional, construyendo después una función de utilidad que describa sus preferencias. Los cuatro axiomas que postularon establecen un sistema de preferencias consistente con ciertas opciones dadas. A continuación se presentan estos axiomas de manera formal considerando que A, B y C son posibles opciones sobre las cuales un jugador tiene cierta preferencia:

[13] Este método tiene criticas en el sentido de que una persona con menos dinero pagaría menos, mientras que alguien con un ingreso mayor, estaría dispuesto a pagar más, aun cuando ambos sintieran la misma satisfacción. En este caso se tiene que considerar una utilidad del dinero diferente para cada persona.

- Axioma 1: Completitud

  $A \prec B$ o, $A \succ B$ o, $A \approx B$

- Axioma 2: Transitividad

  si $A \preceq B$ y $B \preceq C$, entonces $A \preceq C$

- Axioma 3: Continuidad

  si $A \succeq B \succeq C$, entonces existe una probabilidad $p \ni [0,1]$, tal que

$$(p)A + (1-p)C = B$$

- Axioma 4: Independencia

  si $A \prec C$, entonces para cualquier B y $p \ni (0,1]$

$$(p)A + (1-p)B \prec (p)C + (1-p)B$$

Los anteriores axiomas pueden parecer a simple vista triviales. El primero indica que entre dos opciones debe existir cierta preferencia por alguna o indiferencia entre ambas. El segundo implica que conociendo dos preferencias (en el mismo sentido) entre dos opciones es posible deducir una tercera. El axioma de continuidad es especialmente relevante en el presente trabajo pues en éste se basa el cálculo de las EEM, con este axioma se indica que dadas tres opciones con cierto orden de preferencia existe una probabilidad para la cual hay indiferencia entre una opción que esté a la mitad en el orden, con una combinación de las otras dos preferencias ponderadas por dicha probabilidad p y (1-p).

El axioma de independencia fue criticado por Allais (1953) con la paradoja que lleva su nombre , y la TP es un intento por explicar esta paradoja. El axioma de independencia indica que si agregamos a dos opciones la misma cantidad de elementos la anterior preferencia por estas opciones no cambia. Sin embargo, como la FV es dependiente de un punto de referencia, el agregar o quitar elementos a las opciones cambia también el punto de referencia y por tanto pueden cambiar las preferencias.

Usualmente para el cálculo de los EEM se usa una transformación lineal de la utilidad

$$u'_i(x) = x \tag{4.4}$$

donde x son los pagos observados[14] a los que se considera una medida objetiva. Cualquier función de utilidad $u_i(x)$ se puede entender como una función psicofísica de la satisfacción (o insatisfacción) que produce para el sujeto i cierto pago x. Con la ecuación 4.4 se asume que la satisfacción por obtener cierto pago x (ganancias o pérdidas) es igual a las cantidad de este. La función de utilidad puede suponerse de esta forma pero se podría usar cualquier transformación de los pagos que representara las preferencias de i sobre diferentes cantidades de x [15].

El uso de la transformación 4.4 se debe a su facilidad para hacer cálculos con ella, pues se trabaja directamente con los pagos y no se tiene que hacer otras suposiciones sobre la forma de la función de utilidad que describe las preferencias de i. Esto es conveniente cuando se usan los pagos para calcular la utilidad esperada (UE)[16]. La UE es una herramienta que ayuda a evaluar las preferencias

[14] Se suela hablar en términos monetarios, pero puede ser cualquier bien, o consecuencia deseable, o indeseable

[15] En general se puede asumir cualquier función monotónica creciente de los pagos.

[16] En el caso particular de asumir una función lineal se habla del valor esperado (VE) o de la esperanza matemática

de i cuando entre sus opciones hay al menos una donde los pagos están determinados de forma probabilística. En el caso en que los pagos posibles por tomar una cierta opción X son discretos se pueden considerar una variable aleatoria $x = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ con probabilidades para cada una $p = \{p_1, p_2, ..., p_n\}$.

En general usa la siguiente formula para hablar sobre la utilidad esperada:

$$UE(X) = \sum_{i=1}^{n} u_i(x_i)p_i \tag{4.5}$$

Pero en el caso de la función lineal de utilidad 4.4, podemos omitir la función u_i y hacer los cálculos directamente con los pagos. A esto se le ha dado el nombre de valor esperado (VE) o esperanza matemática.

$$VE(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \tag{4.6}$$

Al aplicar esta transformación en el calculo de los equilibrios en TJ se plantea que $u_i(C(s')) = C(s')$ para poder trabajar directamente con las cantidades en una matriz de pagos.

4.5. Utilidad en los Equilibrios en Estrategias Mixtas

Como ya se mencionó, los Equilibrios en Estrategias Mixtas (EEM) son una conclusión matemática sobre la distribución de probabilidad estratégica entre las diferentes acciones de cada jugador. Este EEM es la probabilidad en que el otro es indiferente entre sus opciones como se expresó en la ecuación 4.3. Este concepto ha comprobado su validez en la predicción de la conducta en deportes como el tenis y el fútbol (Chiappori, Levitt, y Groseclose, 2002; Palacios-Huerta, 2003; Walker y Wooders, 2001), y preparaciones experimentales (C. F. Camerer, 2003b), e incluso se ha trabajado por buscar sus bases fisiológicas (Lee, Conroy, McGreevy, y Barraclough, 2004; Soltani, Lee, y Wang, 2006). Investigaciones anteriores han usado la forma más sencilla de un juego con un solo EEM; un juego simultáneo, 2x2, de suma cero. C. F. Camerer (2003b) en un análisis a diversas investigaciones experimentales encontró que las Estrategias Mixtas Conductuales (EMC, calculadas como frecuencias relativas), aunque significativas en estos, no diferían demasiado de las predicciones realizadas por el cálculo del EEM, siendo este aún un buen modelo para predecir la conducta.

Sin embargo detrás del cálculo de un EEM realizado en investigaciones anteriores está implicado el VE, que implica una transformación lineal de los pagos. Esta suposición fue criticada desde Bernoulli en el siglo XVIII, pero hay importantes criticas contemporáneas como la paradoja de Allais (1953), y la de Ellsberg (1961). Se han planteado teorías, que de acuerdo al supuesto de la maximización de la utilidad, logran describir mejor la conducta. Una de las teorías que mejor ha logrado describir la conducta de elección entre alternativas riesgosas es la TP (Tversky y Kahneman, 1992) que ha ganado aceptación entre psicólogos y economistas pues explica muchas conductas que antes se consideraban paradójicas.

En el cálculo de un EEM puede suponerse linealidad, pero siempre se habla de jugadores que maximizan su utilidad, de la cual la FV se ha encontrado como una mejor descripción, al menos en situaciones de elección sin interacción.

4.5.1. Cálculo del EEM

La definición de Equilibrio de Nash (EN) (4.2) es una combinación de estrategias de todos los jugadores en un juego donde ninguno obtiene una mayor ganancia por cambiar[17].

Esta definición se puede aplicar directamente sobre los pagos y las acciones en una matriz, donde se podría encontrar un EEP como en el caso del dilema del prisionero 4.1 o el juego de la gallina 4.2. [18]. Sin embargo hay juegos donde parece que siguiendo esta definición no se puede encontrar ningún EN. En estos juegos no es que no exista un equilibrio, sino que no existe en estrategias puras y se tiene que considerar la generalización de este concepto donde el equilibrio está conformado por una distribución de probabilidades que dan un valor esperado a la elección de cada estrategia y donde la definición anterior se extiende a esta posibilidad como se señaló en la 4.3

Un tipo de juegos donde no es posible encontrar un EEP son los de suma cero[19]. Éstos pueden analizarse considerando sólo la matriz de pagos para un jugador, pues la matriz de pagos para el otro es la misma multiplicada por -1. Así podemos ejemplificar este tipo de juegos con las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1,-1) & (-1,1) \\ (-1,1) & (1,-1) \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (0,0) & (4,-4) \\ (2,-2) & (-2,2) \end{pmatrix}$$

[17] La definición formal de los equilibrios y sus implicaciones ya se he hecho en la sección 4.1.1

[18] En estos juegos el o los equilibrios son el par de estrategias que cada jugador escoge y es fácil ver que están en un punto donde a nadie le conviene cambiar pues se verían afectadas sus ganancias.

[19] Existen juegos de suma cero con EEP. Estos se llaman puntos silla. La matriz C es un ejemplo de este caso.

$$C = \begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (-4, 4) & (0, 0) \\ (2, -2) & (3, -3) \end{pmatrix}$$

En los juegos sin EEP que no son de suma constante, se tiene que encontrar la EM de cada jugador que hace indiferente al otro de acuerdo con 4.3. La siguiente es una matriz de pagos con estas características.

$$D = \begin{pmatrix} (0, 2) & (4, -4) \\ (2, 0) & (2, 3) \end{pmatrix}$$

Existen diversos métodos para poder calcular estrategias mixtas con diversas suposiciones y para matrices de diversa magnitud (Cano Garcés, 2009). A continuación se describe un método general de solución para matrices 2x2 con un único EEM.

Para empezar se tiene un juego J, simultáneo 2x2 y sin EEP:

$$J = \begin{pmatrix} (c^1_{1,1}, c^2_{1,1}) & (c^1_{1,2}, c^2_{1,2}) \\ (c^1_{2,1}, c^2_{2,1}) & (c^1_{2,2}, c^2_{2,2}) \end{pmatrix},$$

donde cada $c^k_{i,j}$ es un pago para el jugador k que depende del conjunto de elecciones $\{i, j\}$ que los jugadores toman. Se denotará como J1 la matriz de pagos del jugador fila (para el caso del jugador columna el cálculo es análogo, pero se considera la matriz transpuesta de sus pagos: t(J2)). Cada c^1 indica un pago para el jugador fila dependiendo de la columna que el otro jugador escoja.

$$J1 = \begin{pmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} \\ c_{2,1} & c_{2,2} \end{pmatrix}$$

El cálculo del EEM se realiza a partir de la propiedad de indiferencia entre las estrategias que tienen los jugadores en el EEM[20]. Entonces el problema es encontrar la probabilidad q con la que el jugador columna escoge su primera opción (la primer columna), y hace indiferente al jugador fila entre sus opciones. Esto se puede hacer resolviendo la ecuación resultante al usar la definición 4.5 de utilidad esperada donde a cada pago posible se le multiplica su probabilidad de ocurrencia.

$$c_{1,1}(q) + c_{1,2}(1-q) = c_{2,1}(q) + c_{2,2}(1-q)$$

$$q(c_{1,1} - c_{2,1}) = (1-q)(c_{2,2} - c_{2,1})$$

$$q((c_{1,1} - c_{2,1}) + (c_{2,2} - c_{1,2})) = (c_{2,2} - c_{1,2})$$

$$q = \frac{c_{2,2} - c_{1,2}}{(c_{1,1} - c_{2,1}) + (c_{2,2} - c_{1,2})} \tag{4.7}$$

Hasta ahora se han expresado sólo los pagos, pero estos deben ser sustituidos por una transformación de la utilidad. Si se asume la función 4.4, la ecuación 4.7 queda igual, pero con otra función de utilidad como la FV se tiene que especificar la transformación.

$$q = \frac{u_i(c_{2,2}) - u_i(c_{1,2})}{(u_i(c_{1,1}) - u_i(c_{2,1}) + (u_i(c_{2,2}) - u_i(c_{1,2})} \tag{4.8}$$

Esta ecuación se aplica a la matriz de pagos del jugador fila (J1) para encontrar la estrategia del jugador columna, pero también a la transpuesta de matriz

[20] Esta característica que hace general el concepto del EN donde hay equilibrios en indiferencia, ha creado también la definición de equilibrio débil de Nash, en contra posición de equilibrios fuertes como los encontrados en el dilema del prisionero. Todos los EEM son equilibrios débiles.

de pagos del jugador columna (t(J2)) para encontrar la estrategia del jugador fila (J1). Habiendo calculado ambas estrategias se habrá encontrado entonces el EEM.

4.6. Teoría del Prospecto

En esta tesis se emplea la Función de Valor de la Teoría del Prospecto (TP) (Kahneman y Tversky, 1979), que se ha empleado para describir las preferencias al tomar decisiones unipersonales. La FV podría permitir tener un cálculo más certero del comportamiento en juegos con EM, aun cuando no se haya aplicado en situaciones de interacción. Esta teoría supone que la utilidad depende de un punto de referencia (un nivel basal de riqueza) a partir del cual se evalúan los pagos como pérdidas o ganancias. Esta teoría considera un función de utilidad diferente para las pérdidas y ganancias, aunque ambas mantienen las característica de ser marginalmente decrecientes (característica propuesta por Bernoulli), la función de utilidad de las pérdidas tiene una mayor pendiente y es cóncava hacia arriba, mientras que las de las ganancias es cóncava hacia abajo.

La TP tiene mucha evidencia proveniente de cuestionarios donde los participantes conocen los pagos y las probabilidades de cada evento. En la tabla 4.4 se puede ver un ejemplo del tipo de preguntas que les presentan a los participantes para poder determinar qué es lo que decide la mayoría de la gente con ciertos pagos y ciertas distribuciones de probabilidad sobre ellos. En el caso de los juegos experimentales la única información explicita son los pagos, pero estos dependen de lo que decidan los jugadores. En el caso de los EEM, estos dependen de las EM que los jugadores empleen.

La TP logra explicar algunas de las paradojas mas comunes en el estudio de la

Opciones	Pagos(Probabilidad)
A	$9(0.5), -9(0.5)$
B	$1(0.5), -1(0.5)$

Tab. 4.4: Ejemplo de pregunta empleada para evaluar la Teoría del Prospecto.

utilidad esperada como modelo de elección a partir de asumir una transformación no lineal de los pagos y de las probabilidades. En el presente trabajo se trabajará con la FV, que es la función propuesta de la percepción de los pagos a partir del punto de referencia.

La FV que se postula en la teoría del Prospecto es dependiente a un punto de referencia, lo que la distingue de otros modelos de utilidad esperada. Esta consideración surgió a partir de considerar a la utilidad como percepción de los pagos, y por tanto sesgada al igual que cualquier fenómeno perceptual. El sesgo más importante que no se había considerado es que la percepción depende de otros estímulos que sirven de referencia. Asumir un punto de referencia explica algunas de las preferencias que parecerían irracionales pero que la mayoría de las personas tiene, pues la maximización de los pagos no es sobre una cantidad final, sino considerando cierto nivel de ganancia actual.

Las conductas que predice una FV con las características mencionadas son que en general las personas somos adversos al riesgo en ganancias y propensos al éste en pérdidas. Esto es por la forma diferente que tienen las utilidades. El considerar una cantidad como pérdida o ganancia depende de como se presenten las opciones de decisión (*Framing*) o de cuanto esperaba ganarse en el juego.

En la figura 4.2 se muestra la forma de la FV a partir de los parámetros reportados por Tversky y Kahneman (1992). La FV se describe en la siguiente

Parámetro	Valor
$\alpha = \beta$	.88
λ	2.25

Tab. 4.5: Valores de Parámetros de la FV reportados por Tversky y Kahneman (1992)

fórmula 4.9:

$$f(x-C) = \begin{cases} (x-C)^{\alpha} & \text{si } (x-C) \leq 0 \\ -\lambda(-(x-C))^{\beta} & \text{si } (x-C) < 0 \end{cases}$$

$$\text{Función de Valor (FV)} \tag{4.9}$$

El parámetro α indica el la rapidez con la que las ganancias adicionales pierden utilidad en comparación con la unidad anterior, usualmente se asume que este parámetro está dentro del intervalo (0,1), siendo 1, el valor que toma α si la utilidad es lineal. El parámetro β tiene las mismas implicaciones pero en la función de utilidad de las pérdidas. En el presente estudio se considerará que α tiene el mismo valor que β, como igualmente lo reportaron Tversky y Kahneman (1992). El parámetro λ representa la pendiente de las pérdidas, este parámetro es mayor o igual a 1, siendo 1 el valor que toma cuando consideramos linealidad. Entre más grande es λ el impacto de las pérdidas en comparación con las ganancias en mayor.

4.7. Probabilidades Experimentadas

La forma en la que evaluamos las probabilidades a partir de nuestra experiencia para entonces tomar decisiones ha sido estudiada en detalle (Erev y Roth,

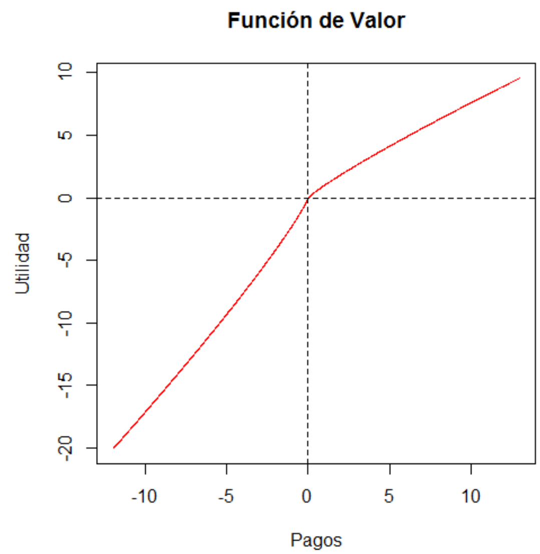

Fig. 4.2: Función de Valor con parámetros: $\lambda = 2.25, \alpha = \beta = 0.88$

1998; Hertwig y Erev, 2009; Hertwig, 2011). La literatura nos indica una transformación de la probabilidad diferente de la que plantean Tversky y Kahneman (1992), que tampoco es lineal, pero por otro lado se ha asumido que la TP aun es válida en este tipo de situaciones asumiendo que las probabilidades usadas para tomar la decisión son las frecuencias relativas de cada evento en la muestra(Fox y Hadar, 2006). La literatura en la evaluación de probabilidades experimentadas es extensa, y cuando menos dos modelos se han usado para poder describir las elecciones, pero en el presente trabajo, ya que no es el punto central del análisis, se asumió una transformación lineal de las probabilidades para hacer el cálculo del cambio en los equilibrios, y se retomará de la TP únicamente la Función de Valor, que es la función de utilidad para pérdidas y ganancias que se propone.

4.8. Predicciones en el presente estudio

En el juego diseñado para la presente investigación se tienen dos jugadores a quienes se les dio el nombre de Apostador (jugador fila) y Predictor (jugador columna). Estos nombres fueron dados por como estaban configurados los pagos, pues aunque la matriz es la misma para ambos jugadores, los Predictores ganaban la cantidad que indicaban como acción (1 o 9) si escogían lo mismo que los Apostadores, y perdían esta cantidad si no escogían lo mismo. Los Apostadores por su parte ganaban si escogían de forma diferente a lo que escogía el Predictor.

En el artículo de Tversky y Kahneman (1992) se reportan las medianas de los parámetros de la FV, calculados a partir de ajustarlas elecciones de los participantes en su estudio. En el cuadro 4.5 se indican los valores de los parámetros que se usarán en el presente trabajo, con ellos se gráfico la figura 4.2. Usando estos valores podemos transformar la matriz de pagos del juego diseñado para esta investigación:

$$FV\begin{pmatrix}(-9,9) & (9,-1)\\ (1,-9) & (-1,1)\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}(-15.5,6.9) & (6.9,-2.25)\\ (1,-15.5) & (2.25,1)\end{pmatrix} \tag{4.10}$$

Usando la FV como transformación de los pagos se calculó la probabilidad con que cada jugador tirará usando la fórmula 4.8. El equilibrio es entonces: $((0.64, 0.36), (0.36, .64)$. Así podemos ver que la primer fila será escogida el $64\,\%$ de las veces mientras que la primer columna será escogida $36\,\%$ del tiempo. El cuadro

Podemos nombrar a la probabilidad del Apostador de escoger 9 como; p_9^A, y a su complemento como; $p_1^A = 1 - p_9^A$, las estrategias mixtas del Predictor se repre-

Predicciones			
		9	1
		0.36	0.64
9	0.64	0.23	0.41
1	0.36	0.13	0.23

Tab. 4.6: Proporciones predichas empleando la FV. Los Apostadoros son el jugador fila y los Predictores son el columna.

sentan de manera análoga (p_9^P). Entonces según el cuadro 4.6 las predicciones asumiendo la FV son:

$p_9^A = 0.64; p_1^A = 0.36 p_9^P = 0.36; p_1^P = 0.64$

4.8.1. Funciones de mejor respuesta

Una forma gráfica de representar lo que sucede en los EEM es el análisis de las funciones de mejor respuesta. Estas son predicciones de lo que hará un agente dependiendo de las diferentes estrategias mixtas que utilice el otro. Por ejemplo, en el presente juego y asumiendo la función lineal de utilidad, al jugador Predictor le conviene escoger *uno* cuando el Apostador tira *uno* con probabilidad mayor a 0.5 ($p_1^A > 0.5$), y escoger *nueve* cuando la probabilidad de que el Apostador escoja *uno* es menor a 0.5 ($p_1^A < 0.5$), y es indiferente entre todas sus estrategias cuando el Apostador escoge con probabilidad 0.5 sus dos opciones ($p_1^A = 0.5; p_9^A = 0.5$). El análisis es análogo para el jugador Apostador.

En la figura 4.3 se muestran las funciones de mejore respuesta de cada jugador como función de las estrategias del otro. En la figura, la gráfica de la derecha y de la izquierda indican la funciones de mejor respuesta asumiendo una transfor-

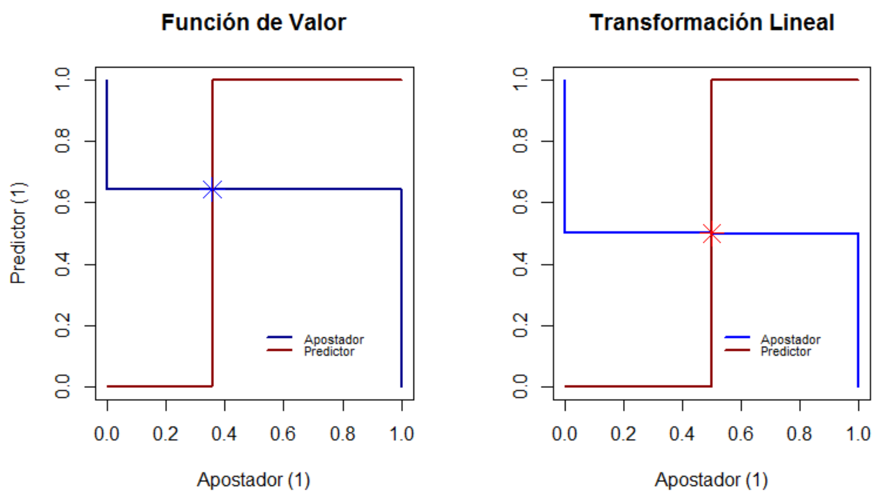

Fig. 4.3: Se muestra en cada gráfica las funciones de mejor respuesta de cada jugador cuando de asume una transformación lineal (izquierda) o la FV (derecha). Los puntos en los que estas funciones se cruzan son los EEM predichos.

mación lineal y la función de valor, respectivamente. Los puntos donde se cruzan las funciones son los puntos en que ambos jugadores son indiferentes y son las estrategias mixtas predichas. Se puede ver en la gráfica de la izquierda que el punto en que nadie cambia de estrategia es cuando ambos tiran con igual probabilidad en cada una sus opciones. La gráfica de la derecha muestra cual es la desviación que se predice con la función de valor, de hecho para cualquier desviación predicha con este modelo considerando parámetros diferentes a los empleados (tabla 4.6), los equilibrios caerían en la diagonal que va del punto (1, 0) a (0, 1).

Metodología

5.1. Participantes

Los participantes[1] fueron 74 estudiantes (57 mujeres y 17 hombres) de la Facultad de Psicología de la UNAM de segundo (61) y cuarto (13) semestre de licenciatura. Se les invitó al experimento ofreciéndoles décimas extra sobre examen en la materia de Aprendizaje y Conducta Adaptativa. Las décimas que recibieron al final dependieron directamente de su desempeño en el experimento.

5.2. Instrumentos

El experimento se realizó dentro del Laboratorio de Prácticas Virtuales, ubicado en la Facultad de Psicología, el cuál está provisto de las computadoras que se necesitaron para el presente experimento. Se diseñó un programa en Java[2] a través del cual se presentó el juego experimental. Este programa permitió la interacción entre las parejas de participantes por medio de la computadora que cada uno tenía frente a sí.

Con esta metodología varias parejas de participantes tuvieron la oportunidad

[1] Posteriormente en el análisis se referirá a los Participantes como Jugadores.

[2] Un agradecimiento especial a Gustavo Ortiz Lagunes, quien programó esta tarea.

de realizar la tarea al mismo tiempo con ensayos rápidos, lo que a su vez permitió una mayor cantidad de ensayos. Tener varios participantes simultáneamente en computadoras individuales sin saber exactamente con quién están jugando en el experimento, reduce posibles fenómenos de preferencia social y reciprocidad. Ésto permite mantener el supuesto de que los participantes se preocuparán por maximizar una utilidad que depende sólo de los pagos propios.

5.3. Procedimiento

La asignación de la conexión entre las computadoras se mantuvo fija y fue determinada previo al experimento. Se indicó a los participantes cuando entraron al laboratorio, que se sentaran frente a las computadoras encendidas sin decirles cuales estaban conectadas entre sí. La identidad de las parejas no fue revelada en ningún momento.

El experimento consistió en tres fases: un cuestionario sobre datos generales de los participantes, una fase de entrenamiento de 15 ensayos con el juego, y la fase experimental de 100 ensayos. Esta última fase se dividió en cuatro bloques de 25 ensayos para evitar fatiga en los participantes; se les indicaba que podían descansar y continuar con los ensayos siguientes en el momento que quisieran.

Durante la fase de entrenamiento y experimental los ensayos consistieron en la elección de ambos participantes y la posterior asignación de pagos dependiendo de la combinación de acciones. Después de concluir un ensayo, los participantes no pudieron responder durante dos segundos, pero tenían en la pantalla los puntos acumulados y los obtenidos en el ensayo anterior, así como la matriz de pagos para ambos jugadores. La pantalla del participante que respondía primero desplegaba un mensaje que decía: “Esperando otro jugador". Cuando ambos habían hecho su elección los pagos eran asignados. Una vez que la respuesta era indicada por el participante, no podía responder de otra manera hasta el siguiente ensayo.

Todos los participantes iniciaron con 180 puntos en el juego, y se les indicó que estos puntos aumentarían o disminuirían dependiendo su desempeño en la tarea. Las instrucciones del juego experimental se presentaron en pantalla; se indicó la descripción del juego y cómo se iba a responder. Se señalaron los 15 ensayos que cumplirían la función de entrenamiento, donde los resultados de las decisiones de cada jugador se mostrarían pero los pagos serían hipotéticos. Después de los ensayos de entrenamiento, se avisó que los pagos de los siguientes ensayos impactarían en los puntos que tenían. En pantalla se mostró una tabla con los puntos acumulados de cada jugador así como los pagos del ensayo anterior. Se explicó que por cada 20 puntos que obtuvieran al final se asignaría una décima (0.1) sobre examen aprobado. Sin embargo, a la mitad de los participantes no se les pudo asignar exactamente los puntos que ganaron, sino que se estableció con su profesor el darles entre 0.5 y 1 punto por su participación. Esto se hizo asignando al mayor puntaje 1 punto y al menor 0.5 para después asignar a cada participante los puntos de acuerdo con su ubicación relativa dentro de esos limites. Estas condiciones fueron indicadas expresamente antes del experimento.

5.4. Juego Experimental

Se nombraron dos tipos diferentes de participantes: Apostadores y Predictores, la asignación de roles fue aleatoria y se usaron estos nombres para hacer más sencilla la explicación de la tarea. Ambos tipos de jugadores tenían las opciones de escoger uno o nueve. Quienes fueron Predictores ganarían en puntos lo

		Predictor			
		Apuesta Alta		Apuesta Baja	
Apostador	Apuesta Alta	-9	9	9	-1
	Apuesta Baja	1	-9	-1	1

Fig. 5.1: Matriz de Pagos para los Jugadores.

que predijeran si su predicción era correcta y lo perderían de lo contrario, mientras que los Apostadores ganarían o perderían dependiendo de si su tiro fue adivinado o no[3].

En la figura 5.1 se presenta el juego experimental empleado. Se puede observar que los posibles pagos fueron los mismos para ambos tipos de jugadores, así como los pagos dependiendo lo que cada jugador en su rol hiciera. La tabla estuvo presente en el momento de todas las elecciones de los participantes y sus respuestas consistieron an dar click con el mouse sobre la opción que escogieran cada ensayo. Esta matriz estuvo invertida para cada jugador de modo que siempre tuvieron que hacer sus elecciones entre filas.

5.4.1. Diseño del Juego

El juego experimental empleado tiene dos posibles acciones para cada jugador donde los pagos no son seguros, pues cada jugador tiene incentivos para no

[3] Esta diferencia parece haber sido una variable extraña que no estaba contemplada. Se planteó así para facilitar el entendimiento de la tarea para los participantes. Sin embargo, la forma en que hayan entendido estas instrucciones puede ser una explicación de la conducta de los Apostadores. Esto se analizará posteriormente.

ser predecible pues perdería puntos. El riesgo implicado en cada acción es diferente pues la opción 1 es menos riesgosa que la 9, la TP predice que si hubiera igual probabilidad en cada una de las opciones la más preferida sería la 1 pues aunque ambas tengan ganancias y pérdidas con la misma distancia del cero (el punto de referencia), la opción 9 tiene un pago negativo mayor (-9) y según la FV, la percepción de las pérdidas es mayor que la de ganancias, por lo que si una opción aumenta sus pagos positivos y negativos en la misma magnitud objetiva ésta pierde utilidad. El equilibrio predicho planteando una transformación lineal es que cada jugador escoja con igual probabilidad cada acción (0.5), pero asumiendo la FV, este equilibrio llevaría a una preferencia por la opción menos riesgosa lo que viola la definición de EEM. Entonces este juego predice un equilibrio diferente si asumimos una transformación lineal a que si se asume la FV.

Si al presente juego se le fueran sumando en todos los pagos alguna cantidad positiva, las predicciones asumiendo la FV se acercarían cada vez más a las de la linealidad. En general cuando se trabaja con cantidades muy grandes del mismo signo y lejos del punto de referencia, no hay mucha diferencia entre considerar la FV o una transformación lineal. También podría darse el caso de que los pagos fueran iguales en cada opción y aunque hubiera pérdidas y ganancias, no habría diferencias entre el riesgo de ninguna opción. Éste es el caso del *Matching Pennies* clásico, donde las predicciones son las mismas asumiendo una transformación lineal o la FV.

C. F. Camerer (2003a) realizó un metanálisis con los equilibrios alcanzados en diferentes juegos y encontró que las predicciones de los EEM sin asumir parámetros libres son bastante buenas aunque haya generalmente diferencias significativas entre lo predicho y lo obtenido. Una de las conclusiones a las que llega en el capítulo dedicado a las estrategias mixtas, es que una de las desviaciones más frecuentes es hacia la equiprobabilidad. Es decir, que podría haber cierto sesgo a tirar con igual probabilidad cada una de las opciones que se tienen. Por esta razón se decidió que el EEM predicho cuando se asume linealidad sea tirar con igual probabilidad en cada una de las opciones (0.5), para que si hay una desviación de este equilibrio, por la transformación que se está asumiendo, se pueda estar más seguro de que es por ésta y no por un sesgo general hacia la equiprobabilidad.

Resultados

En esta sección se presentan los datos obtenidos en el experimento así como los análisis correspondientes. Los análisis y gráficas presentadas en esta sección se realizaron usando del programa R (R Core Team, 2013).

El juego experimental se diseñó para evaluar cuál función de utilidad es un mejor supuesto para predecir el equilibrio al que se llegará en un juego de conflicto. Se calculó el EEM predicho asumiendo una tranformación lineal (EEM(VE)[1]), y el EEM a partir de la FV (EEM(FV)). Ambas predicciones fueron contrastadas con los equilibrios empíricos a los que llegaron los participantes en este juego.

6.1. Equilibrios Empíricos

Los equilibrios empíricos son las frecuencias relativas con las que los participantes escogieron cada opción de respuesta asumiendo que estas frecuencias relativas se aproximan a la estrategia mixta empleada por los participantes. Se analizó la frecuencia de responder en la apuesta baja 1 de cada tipo de jugador (Apostadores y Predictores).

En la figura 6.1 se indica el EEM(VE) con el asterisco rojo en el centro para el juego actual. Se muestra en lineas punteadas los limites para poder rechazar el

[1] Se denotó como VE, pues el cálculo del valor esperado supone linealidad.

EEM(VE) como hipótesis nula de $p = 0.5$ con un $95\,\%$ de confiabilidad. El asterisco azul indica el equilibrio predicho con la función de valor (EEM(FV)). Como círculos vacíos se observan los equilibrios empíricos a los que llegaron cada una de las 37 parejas de Apostador-Predictor después de los 100 ensayos del experimento. El asterisco verde indica el promedio de los equilibrios que alcanzó cada pareja.

A los lados de la figura se colocaron los diagramas de caja de los equilibrios que cada tipo de jugador alcanzó. Se observa que hay más valores extremos para los Apostadores (tres) que para los Predictores (uno). También se observa que los Predictores tienden a tirar con mayor probabilidad en su opción menos riesgosa (1) cuando se comparan los valores de la mediana contra la media (asterisco verde).

Para una buena proporción de los jugadores no se puede descartar que se encuentren jugando en el EEM(VE), pero se puede ver una diferencia entre los Apostadores y los Predictores. Entre los Apostadores hay 11 en quienes se puede rechazar la hipótesis de EEM(VE), 6 de los cuáles están sobre la proporción predicha, mientras 5 están por debajo, los 26 restantes jugaron de acuerdo al EEM(VE), lo que se puede interpretar como que tienen una función lineal de utilidad. Entre los Predictores hay 19 que con una probabilidad de 0.95 se puede decir que están fuera del EEM(VE), 18 de los cuales tienen una proporción de tiros mayor a la predicha, y sólo 1 con una predicción menor. Esta tendencia a escoger con mayor frecuencia la apuesta baja (ganar o perder 1) se predice con la FV. Estas diferencias indican que el haber jugado como Predictor o como Apostador tuvo un impacto en las estrategias de los jugadores. Para evaluar las variaciones se realizaron pruebas t. Se encontró una diferencia significativa ($t(71.886) = 3.3247, p = 0.001396, 95\,\% CI = [0.03116563, 0.12451004]$) entre los equilibrios alcanzados por los Predictores (media= 0.593) y los alcanzados por

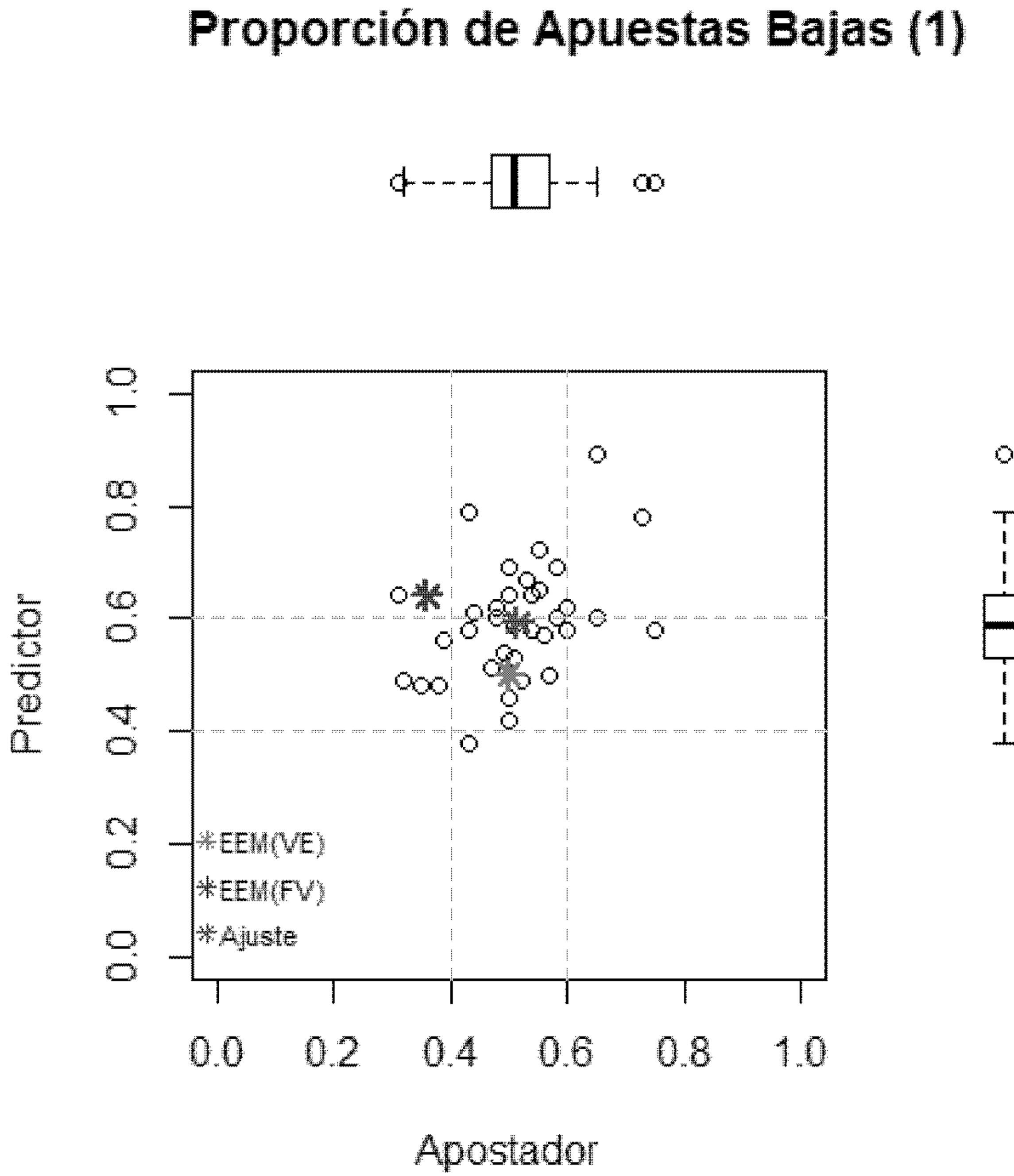

Fig. 6.1: Frecuencia acumulada de elección baja (1) al final de los 100 ensayos de cada pareja. Se indican con asteriscos; rojo, azul y verde, las estrategias predichas de acuerdo al VE, la FV, y el promedio de estrategias respectivamente.

los Apostadores (media= 0.515).

En general los resultados indican que los jugadores en el rol de Apostador juegan según el EEM(VE), mientras que quienes estuvieron en el rol de Predictor, presentaron un sesgo en la dirección indicada por el EEM(FV). Tomando las estrategias de todos los Apostadores no se puede rechazar la hipótesis de la transformación lineal (p= 0.5) ($t(36) = 0.933, p - value = 0.357, 95\,\% CI = [0.4822352, 0.5480351]$), lo cual no ocurre con los Predictores en quienes la hipotesis de la EEM(VE) es rechazada ($t(36) = 5.5076, p - value = 3.164e-06, 95\,\% CI = [0.5587369, 0.6272090]$).

6.2. Pagos

En la figura 6.2 se indica los pagos acumulados individuales para cada tipo de jugador, se esperaría que los pagos no fueran iguales dadas las diferentes estrategias de cada tipo de jugador. Cada linea indica los pagos acumulados de cada jugador a lo largo de los 100 ensayos. En la figura correspondiente a cada tipo de jugador se colocó un cuadro en las esquinas superiores izquierdas con la cantidad de Apostadores y Predictores que terminaron con más puntos de los que iniciaron, y en las esquinas inferiores izquierdas, la cantidad de Apostadores y Predictores que terminaron con menos de lo que empezaron.

Se observa en general que la historia de los pagos es constante, esto es; sin cambios abruptos de jugadores que comenzaran ganando y luego perdieran (o viceversa). Esto indica una constancia en las estrategias que los participantes usaron a lo largo del experimento, ya que o bien usaron una estrategia constante o las diferentes estrategias que emplearon no fueron efectivas para cambiar cuanto estaban ganando. Se encontró una diferencia significativa

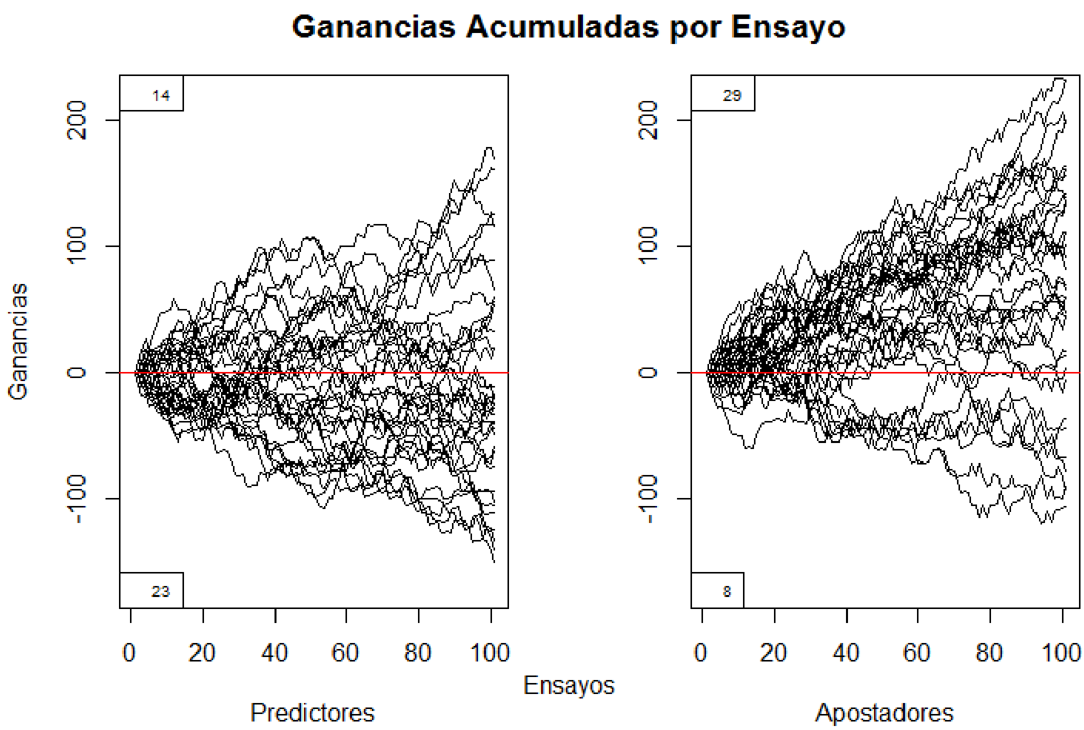

Fig. 6.2: Ganancias acumuladas por cada jugador a lo largo de los 100 ensayos del experimento. La linea roja en el cero indica el pago esperado su hubieran jugado en EEM(VE)

($t(71.47) = 3.8987, p = 0.0002159, 95\,\%CI = [39.61817, 122.54399]$) entre los puntos que obtuvieron al final los Apostadores (media= 71.67) y los puntos que los Predictores obtuvieron (media= -9.4). Esta diferencia entre los pagos diferentes que tuvieron los Apostadores y Predictores se debe a las diferentes estrategias que los jugadores usaron a lo largo del experimento, pues el pago esperado con el EEM(VE) es cero, y en la figura 6.2 se verían lineas cercanas a la linea roja.

La figura 6.3 nos muestra los pagos que tanto Predictores como Apostadores obtuvieron al finalizar del juego. La gráfica de la izquierda muestra los pagos de cada pareja y se indican con asteriscos rojo, azul y verde, las predicciones del EEM(VE), EEM(FV) y del promedio de los equilibrios, respectivamente. En la gráfica de la derecha se comparan las ganancias obtenidas y esperadas calculadas a partir de los equilibrios en que cada jugador terminó jugando con su respectiva pareja, en el cuadro de la esquina inferior se indican las correlaciones entre los esperados y los obtenidos para cada tipo de jugador.

Los pagos obtenidos no se agrupan alrededor del pago esperado si hubieran jugado con el EEM(VE) (asterisco rojo), esto es; 0, para cada tipo de jugador, lo que se espera dado que no jugaron en este equilibrio. Queda evidenciado en la imagen de la derecha de esta misma figura que los equilibrios experimentales son un buen predictor de los pagos finales obtenidos por parte de los participantes a partir de los cuales se calcularon los pagos esperados. La correlación para ambos tipos de jugadores es más de $.7$, esto es evidencia de que los equilibrios experimentales pueden ser usados como una buena descripción de las estrategias mixtas y los equilibrios a los que los jugadores llegaron, ya que aunque sus estrategias no cumplieran con las condiciones para considerarse una distribución independiente e igualmente distribuida, esto no es necesario para que funcionen como una estrategia pues lo esencial es que la no independencia no sea explo-

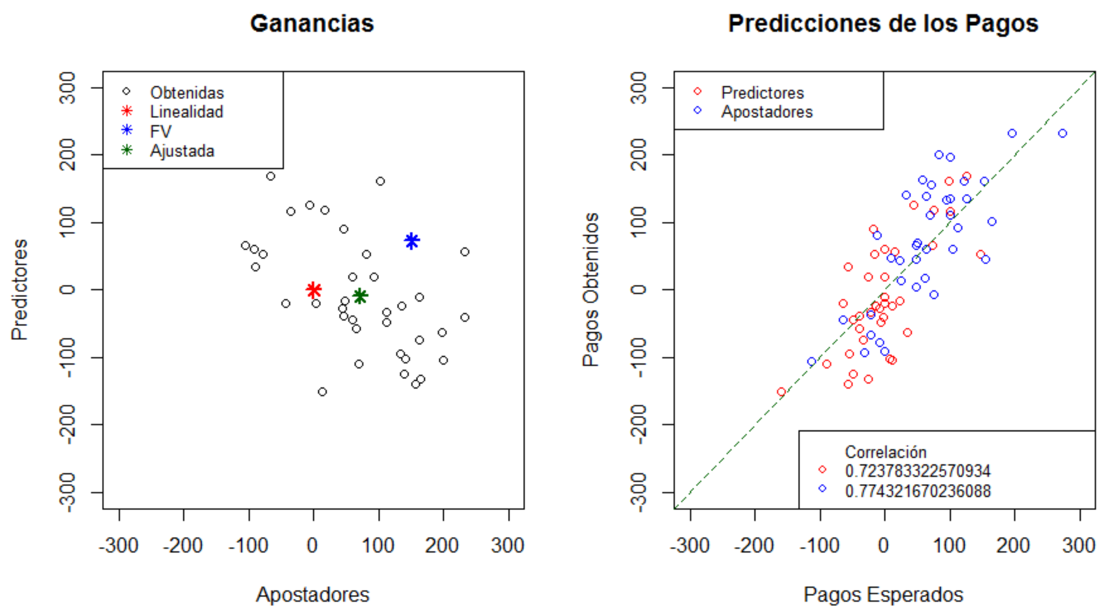

Fig. 6.3: Ganancias de los Jugadores. En la gráfica de la izquierda el asterisco rojo de en medio indica las ganancias esperadas si se hubiera jugado con el EEM(VE), el azul representa sus ganancias asumiendo la FV. La gráfica de la derecha indica los pagos esperados y obtenidos si se usan las frecuencias relativas como la EM que los jugadores emplearon.

tada por el otro jugador (Sanabria y Thrailkill, 2009).

A la mitad de los participantes se les aclaró que los puntos que obtendrían no serían lo que se indicaba en pantalla, sino que sólo se les daría un máximo de un punto por participar en el experimento, pero que aún así dependiendo de su desempeño podrían ganar de 0.5 a 1 puntos sobre examen aprobado. Esta variable podría haber causado alguna diferencia en los equilibrios por el impacto de los pagos, pero no se encontraron diferencias significativas (t = -0.2315, p= 0.8176) en los puntos que ganaron quienes recibieron los puntos tal y como se había planteado (0.1 punto por cada 20 puntos en el juego)(media= 28.48), y los participantes a quienes sólo se les indicó que ganarían un máximo de 1 punto sobre examen dependiendo de su desempeño en el experimento (media= 33.78).

6.3. Análisis Bayesiano

Sólo con el objetivo de tener una descripción de la distribución de las estrategias entre los jugadores, se realizó un análisis de los datos usando estadística bayesiana. Se calculó la distribución posterior de los diferentes valores de un parámetro que está generando cierta muestra. En este caso se estimó el parámetro *p* de la distribución binomial que se usó para modelar los resultados. Esto permitió determinar las diferentes probabilidades de *p* dependiendo del número de veces que se eligió la opción menos riesgosa (1). Se usó la distribución *beta*(β) para p y los tiros de todos los participantes fueron empleados para poder determinar la distribución de probabilidad del parámetro en los participantes. Como distribución inicial se usó el prior de Jeffrey ($\beta(0.5, 0.5)$), que asume que no hay conocimiento previo de la distribución del parámetro. Se presentan los resultados a partir esta distribución inicial por su uso estándar.

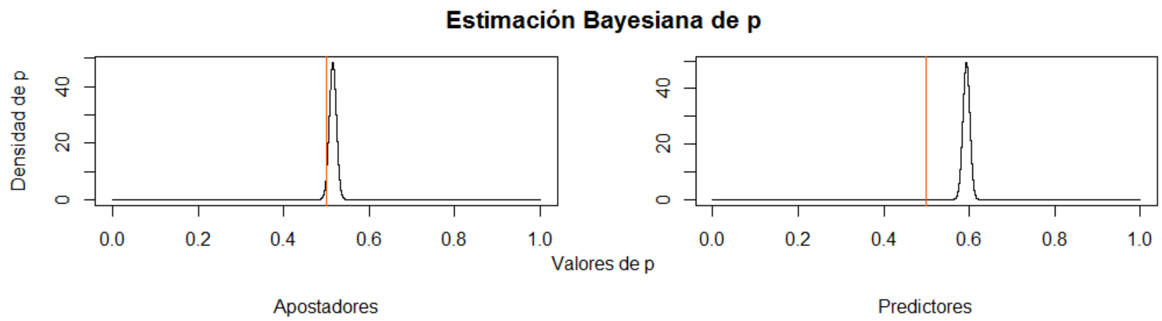

Fig. 6.4: Distribución posterior del parámetro *p* a partir del prior de Jeffrey ($\beta(0.5, 0.5)$) para cada tipo de jugador

Las distribuciones posteriores del parámetro para cada tipo de jugador se indican en la figura 6.4. Se señala con una linea roja el valor de *p* en 0.5, que es el equilibrio predicho con el EEM(VE).

Dado que el objetivo era comparar el equilibrio que se alcanzó en el juego a partir de dos funciones de utilidad, más que conocer el proceso dinámico por el cuál se llega a éste, es útil poder tener información de cómo se distribuye este parámetro en general entre los participantes de este estudio. Esta información puede evaluarse analizando los diagramas de caja de la figura 6.1. Sin embargo usar estadística bayesiana permitió determinar la probabilidad de los diferentes valores que puede tomar *p*. La figura 6.4 indica ésta distribución y tomando de referencia la linea roja que es la predicción de la transformación lineal, se puede observar que los Predictores tienen un sesgo hacia la predicción de FV, mientras que los Apostadores siguieron una conducta más acorde a la linealidad con un ligero sesgo hacia su elección menos riesgosa 1.

Como se mencionó anteriormente, los Predictores presentan un sesgo a la acción menos riesgosa (1) y la media de la distribución posterior es mayor que el EEM de 0.5, con lo que se concluye que estos participantes presentan una conducta que se predice con la FV. Sin embargo, la distribución de la elecciones de los Apostadores sigue cerca del 0.5 lo que rectifica que la distribución del parámetro p para éstos sigue estando alrededor del EEM(VE). En este sentido el rol en el que jugaron los participantes es una variable importante para predecir su desempeño en la tarea, así como cuánto ganarán a lo largo del experimento.

Discusión

El objetivo de esta investigación fue evaluar dos funciones de utilidad comparando sus predicciones sobre los equilibrios alcanzados en un juego. Se encontró una diferencia en el comportamiento dependiendo del tipo de jugador al que fue asignado cada participante. En general, la conducta en general de los Predictores se acercó a lo predicho de acuerdo a la FV, por otro lado, los jugadores en el rol de Apostadores, se comportaron más acorde con lo que se predice con una transformación lineal. Este resultado es interesante porque cualquier función de utilidad que se emplee predice estrategias simétricas para ambos jugadores, pues los pagos son iguales.

En esta sección se discute dos posibles explicaciones sobre el presente hallazgo. La primera se refiere a la diferencia en las instrucciones que recibieron los Apostadores y los Predictores cuando se les explicó el juego. La segunda explicación considera las funciones de mejor respuesta estocástica que lleva a equilibrios en respuesta cuántica (McKelvey y Palfrey, 1995). Esta herramienta junto con la aversión al riesgo ha descrito equilibrios en juegos similares al presente (Goeree y cols., 2003).

7.1. Instrucciones

Debido a que las instrucciones fueron diferentes para cada rol de jugador, esta fue una variable que pudo haber afectado el desempaño de los participantes, en el sentido de fomentar que los Predictores pusieran más atención a los tiros de los Apostadores , y a estos últimos escogieran de forma aleatoria buscando ser impredecibles. Esta puede ser una explicación de por qué los Predictores se alejaron del EEM, ya que pudieron haber evaluado la probabilidad de los Apostadores a responder a cada opción y entonces mostrar su preferencia por la apuesta baja 1 en forma de una mayor probabilidad de elección. Los Apostadores por su cuenta, sesgados por las instrucciones, pudieron haber escogido con igual probabilidad cada opción, sin evaluar los tiros de los Predictores.

Este tipo de explicación puede interpretarse desde dos modelos de aprendizaje en juegos: los modelos de creencia y los de reforzamiento (Nachbar, 2005; Feltovich, 2000). Un modelo predice los equilibrios a través del juego planteando la probabilidad de responder en cada opción como una función de los pagos que los participantes han recibido a lo largo de los ensayos (modelos de reforzamiento). El otro modelo plantea un aprendizaje sobre lo que otros jugadores harán, como es el caso del juego ficticio. El modelo de atracción de experiencia ponderada de (C. Camerer y Ho, 1999) (EWA, por sus siglas en inglés) modelan ambas posibilidades teniendo un parámetro para el valor de los pagos en cada ensayo y uno para importancia de los pagos no recibidos en cada ensayo. En términos de estos modelos las instrucciones afectaron la importancia que un tipo de jugador le daba a los pagos que recibía, o a las acciones que el otro tomaba.

Por otro lado, aunque esta explicación sigue siendo una posibilidad, existen otras investigaciones donde se han estudiado las instrucciones en juegos de conflicto, y los hallazgos fueron contrarios a los aquí encontrados. Eliaz y Rubinstein (2011) realizaron una investigación con el objetivo de evaluar si aquellos jugadores a quienes se les daba la tarea de predecir los tiros de otros tenían alguna ventaja sobre quienes debían ser impredecibles. Aunque las diferencias no fueron grandes, analizando los tiros de todos los jugadores hubo diferencias significativas en favor de que los predictores tienen una ventaja pues ganaban un mayor porcentaje de los ensayos. En su estudio se plantearon diversas condiciones para poder establecer que fueron las instrucciones las que dieron una ventaja a los predictores. Estos hallazgos son contrarios a los resultados de esta investigación, pues fueron precisamente los jugadores en el rol de Predictores quienes en promedio perdieron más puntos.

7.2. Equilibrios en Respuestas Cuánticas

Los equilibrios en respuestas cuánticas (McKelvey y Palfrey, 1995; Mckelvey y cols., 2000) son un tipo de equilibrio que se predice asumiendo que los jugadores no optimizan completamente sus pagos esperados, esto es; sus funciones de mejor respuesta no son de preferencia absoluta por una opción sobre otra (o indiferencia), sino que son distintas probabilidades de responder a cada opción dependiendo del pago esperado que éstas tienen (funciones de mejor respuesta estocástica). El error en las estrategias de los jugadores se modela con el parámetro μ que permite el cálculo de la probabilidad de escoger una acción entre dos posibles con la siguiente fórmula:

$$p_j = \frac{1}{1 + e^{(\pi_{j \neq i} - \pi_i)/\mu}} \tag{7.1}$$

Donde π_j es el pago esperado de la acción j. Cuando μ tiene a infinito los jugadores tirarán con igual probabilidad cada acción independientemente de lo que haga el otro, y si μ tiende a cero se preferirá con probabilidad uno la acción con mayor pago esperado (funciones de mejor respuesta clásicas).

Goeree y cols. (2003) plantearon un juego con características similares al que se empleo en la presente tesis, pero donde todos los pagos fueron positivos. En el juego empleado por ellos se presentó una acción más riesgosa que la otra, y los pagos fueron los mismos para ambos jugadores. En ese estudio se encontró una diferencia entre las estrategias de dos tipos de jugadores, en la misma dirección que en la presente investigación (un jugador escogiendo cerca de 0.5, y el otro con un sesgo a la opción menos riesgosa). Goeree y cols. evaluaron la función de mejor respuesta estocástica (ecuación 7.1) considerando al mismo tiempo aversión al riesgo. Ésto último se modeló aplicando una transformación de los pagos considerándolos marginalmente decrecientes (elevándolos a una exponente menor a uno), y considerando como cero al pago mínimo y como uno al mayor (estandarizados). Se usó entonces la siguiente formula:

$$u_i(x) = \frac{x^{1-r} - min^{1-r}}{max^{1-r} - min^{1-r}} \tag{7.2}$$

Donde r es el parámetro que modela el riesgo, siendo igual a cero cuando la percepción de los pagos es lineal. Se toman como referencia los pagos máximo y mínimo en el juego para estandarizar.

Aunque resultados de Goeree y cols. fueron análogos a lo encontrado en el presente estudio, ellos concluyeron expresamente que los hallazgos no pueden generalizarse a juegos con pérdidas, pues los valores de r ($r \approx 0.43$) que encontraron no se mantendrían constantes pues hay evidencia de propensión al riesgo en pérdidas.

La transformación de la utilidad empleada (7.2) al ser estandarizada, es invariante ante sumas o restas de los pagos, por lo cuál, aunque se esperaría un valor de r diferente a lo encontrado anteriormente puede ser empleada en una matriz como la del presente trabajo. Esta aproximación fue empleada para aplicar el modelo de equilibrios en estrategias cuánticas.

La figura 7.1 muestra la predicción usando el modelo de equilibrios en respuestas cuánticas, calculando los valores de r ($r = 0.322$) y de μ ($\mu = 0.374$) por máxima verosimilitud. Comparando con los equilibrios encontrados por Goeree y cols., este valor de r es menor, lo cual confirma las preocupaciones sobre la aplicación de este modelo en juegos con pérdidas, pues aunque no se presentó propensión al riesgo el impacto de los pagos negativos pudo disminuir la aversión a éste.

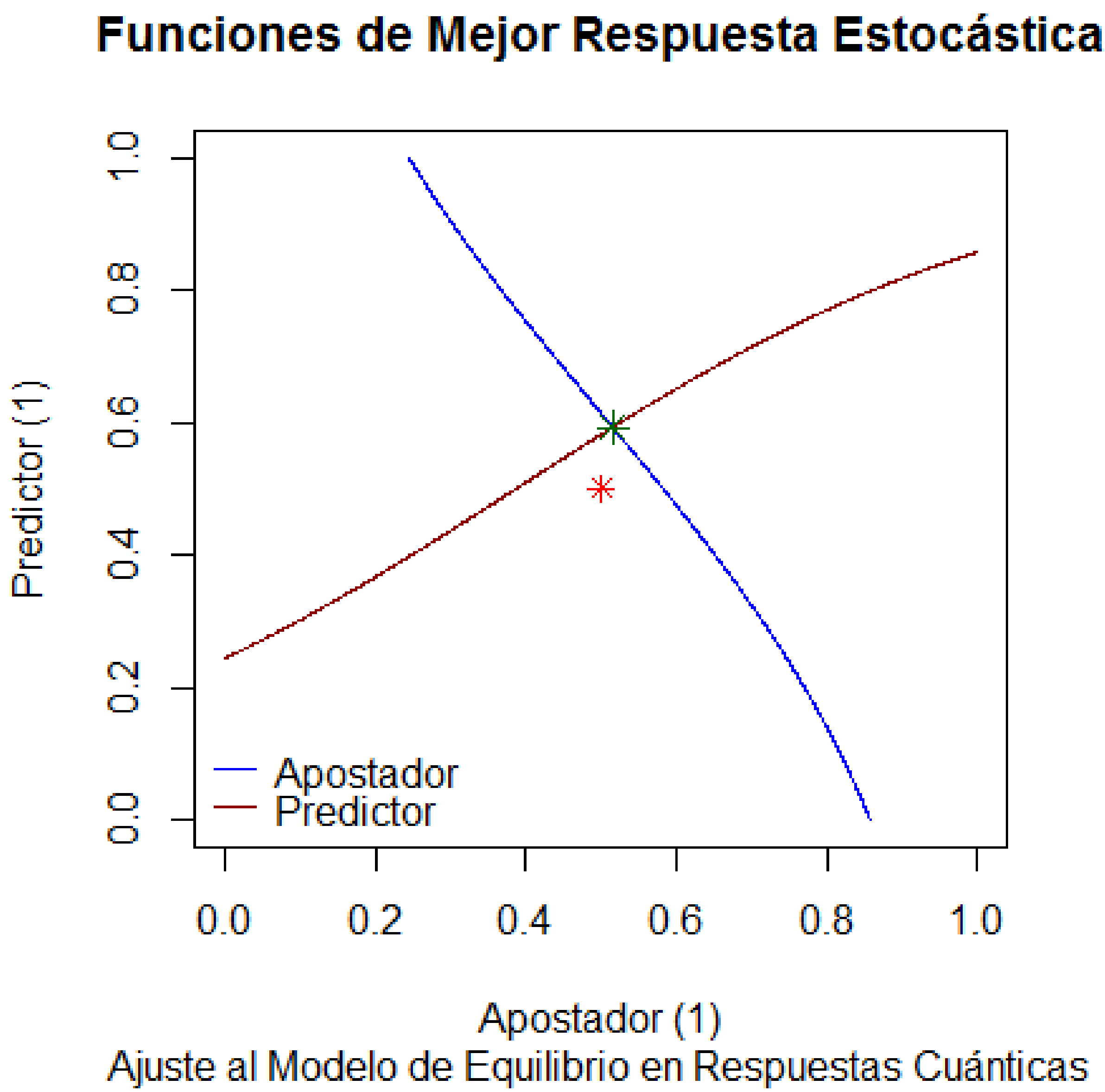

Fig. 7.1: Se muestran las funciones de mejor respuesta cuántica para cada uno de los participantes, donde el punto en que se cruzan es el equilibrio predicho para el juego. Los parámetros calculados por máxima verosimilitud fueron: $r = 0.3222248$ y $\mu = 0.3742640$. Al igual que en las gráficas anteriores se muestra para cada tipo de jugador la probabilidad de tirar en su opción menos riesgosa (1). El punto rojo es la predicción asumiendo linealidad y el punto verde es el promedio de las estrategias.

Conclusión

Los resultados obtenidos en el presente experimento no pueden ser explicados por ninguna transformación de la utilidad de los pagos dado que cualquiera que se emplee predecirá una desviación simétrica para ambos jugadores dado que las matrices de pago fueron las mismas.

Por su parte, Goeree y cols. (2003) encontraron una desviación en el mismo sentido en una situación similar al presente juego. Lo que estos autores encontraron fue una desviación del equilibrio de Nash diferente para los dos tipos de jugadores en un juego donde ambos tenían los mismos pagos, pero una de sus opciones era riesgosa, mientras otra era más segura. La única diferencia (aunque fundamental) es que ellos manejaron únicamente pagos positivos, mientras en el juego aquí empleado las opciones implicaban un pago positivo y uno negativo.

Goeree y cols. usaron dos conceptos para explicar este comportamiento dispar, por un lado emplearon el equilibrio en respuesta cuántica que es el resultado de asumir que los jugadores no hacen una elección dependiendo de lo que más les conviene en términos de utilidad esperada (UE), sino que tienen cierta probabilidad de escoger cada una de sus opciones dependiente de su UE. Esto es; las estrategias mixtas empleadas son una función de la UE. Por otro lado, también retomaron el concepto de aversión al riesgo asumiendo una función de utilidad marginalmente decreciente. Ambos conceptos pueden explicar esta diferencia entre las estrategias de los jugadores aún cuando sus pagos sean los mismos.

El empleo de esta aproximación teórica parece prometedor para la explicación del comportamiento en los juegos de conflicto y la búsqueda de equilibrios en estrategias mixtas. Sin embargo, como estos autores señalan, no se pueden usar sus conclusiones para juegos que incluyan ganancias negativas, pues hay evidencia de propensión al riesgo en pérdidas (fenómeno que intenta explicar la teoría del prospecto con la función de valor). Esto porque la transformación de utilidad que emplearon asume que la utilidad de los pagos no se modifica por transformaciones lineales de los mismos, que en el presente caso sería restarles cierta cantidad.

La generalización de los conceptos de equilibrio en estrategias cuánticas junto con aversión al riesgo fue importante para la explicación de los datos encontrados, pero la generalización de esta aproximación a cualquier matriz de pagos no forma parte de los objetivos de la presente tesis. Dicha generalización sería útil para poder trabajar con la conducta en conflictos reales, pues las predicciones son muy diferentes a las que se dan en teoría de juegos clásica donde la funciones de mejor respuesta son determinadas de acuerdo al primer axioma de Von Neumann. Asumir que los jugadores no cambian radicalmente su respuesta, sino postulando que su probabilidad de responder cambia gradualmente dependiendo de la diferencia entre la UE de sus opciones, parece estar más acorde con la conducta de los jugadores. Pero si además se asumen funciones de utilidad igualmente descriptivas de las preferencias, mejora radicalmente la descripción de la conducta. Es por eso necesario hacer una generalización de la aplicación de funciones de utilidad descriptivas y definidas en todos los números reales, no sólo para las ganancias e insensible a puntos de referencia.

Referencias

Allais, M. (1953). Le comportement de l'homme rationnel devant le risque: Critique des postulats et axiomes de l'école Américaine. *Econometrica*, *21*(4), 503–546. Descargado de http://www.jstor.org/stable/1907921

Binmore, K. G. (2007). *Game theory: a very short introduction*. Oxford University Press. Descargado de http://eprints.ucl.ac.uk/15681/

Bosch-Domenech, A., Montalavo, J. G., Nagel, R., y Satorra, A. (2002). One, Two, (Three), Infinity, ... : Newspaper and Lab Beauty-Contest Experiments. *American Economic Review*, *92*(5), 1687–1701. Descargado de http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/20888544 doi: 10.1126/science.151.3712.867-a

Camerer, C., y Ho, T. H. (1999). Experienceweighted Attraction Learning in Normal Form Games. *Econometrica*, *67*(4), 827–874. Descargado de http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/1468-0262.00054/abstract

Camerer, C. F. (2003a). *Behavioral Game Theory: Experiments in Strategic Interaction* (Vol. 32) (n.º 6). Princeton University Press. Descargado de http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S1053535703000982 doi: 10.1016/j.socec.2003.10.009

Camerer, C. F. (2003b). Behavioral Game Theory: Plausible Formal Models That

Predict Accurately. *Behavioral and Brain Sciences*, *26*(2), 157–158. Descargado de http://dx.doi.org/10.1017/S0140525X03260052 doi: 10.1017/S0140525X03260052

Cano Garcés, J. A. (2009). Método para determinar equilibrios de Nash en juegos bimatriciales. *Miscelánea Matemática*, *50*, 27–43. Descargado de http://miscelaneamatematica.org/Misc50/5003.pdf

Chiappori, P. A., Levitt, S., y Groseclose, T. (2002). Testing Mixed-Strategy Equilibria When Players Are Heterogeneous: The Case of Penalty Kicks in Soccer. *American Economic Review*, *92*(4), 1138–1151. Descargado de http://www.atypon-link.com/AEAP/doi/abs/10.1257/00028280260344678 doi: 10.1257/00028280260344678

Dawkins, R. (1976). *The Selfish Gene* (Vol. 32) (n.º 1). Oxford University Press. Descargado de http://www.jstor.org/stable/2407425?origin=crossref doi: 10.2307/2407425

Dubner, S. J. (2013). *"Jane Austen, Game Theorist": A New Freakonomics Radio Podcast.* Descargado June 19, 2013, de http://www.freakonomics.com/2013/07/04/jane-austen-game-theorist-a-new-freakonomics-radio-podcast/

Eliaz, K., y Rubinstein, A. (2011, enero). Edgar Allan Poe's riddle: Framing effects in repeated matching pennies games. *Games and Economic Behavior*, *71*(1), 88–99. Descargado de http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0899825609001328 doi: 10.1016/j.geb.2009.05.010

Ellsberg, D. (1961). Risk, Ambiguity, and the Savage Axioms. *Quarterly Journal of Economics*, *75*(4), 643–669. Descargado de http://www.jstor.org/stable/1884324 doi: 10.2307/1884324

Erev, I., y Roth, A. E. (1998). Predicting How People Play Games : Reinforcement

Learning in Experimental Games with Unique , Mixed Strategy Equilibria. *American Economic Review*, *88*(4), 848–881. Descargado de http://www.jstor.org/stable/117009

Fantino, E. (2004, junio). Behavior-analytic approaches to decision making. *Behavioural processes*, *66*(3), 279–88. Descargado de http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/15157977 doi: 10.1016/j.beproc.2004.03.009

Fehr, E., y Schmidt, K. (1999). A theory of fairness, competition, and cooperation. *The quarterly journal of economics*, *114*(3), 817–868. Descargado de http://qje.oxfordjournals.org/content/114/3/817.short

Feltovich, N. (2000). Reinforcement-based vs. Belief-based Learning Models in Experimental Asymmetric-information Games. *Econometrica*, *68*(3), 605–641. Descargado de http://doi.wiley.com/10.1111/1468-0262.00125 doi: 10.1111/1468-0262.00125

Fox, C. R., y Hadar, L. (2006). Decisions from experience " = sampling error + prospect theory : Reconsidering Hertwig, Barron, Weber & Erev (2004). *Judgment and Decision Making*, *1*(2), 159–161. Descargado de http://journal.sjdm.org/06144/jdm06144.htm

Gächter. (2004). Behavioral Game Theory. En *Hanbook of judment and desition making* (pp. 485–503).

Goeree, J. K., Holt, C. A., y Palfrey, T. R. (2003). Risk averse behavior in generalized matching pennies games. *Games and Economic Behavior*, *45*(1), 97–113. Descargado de http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0899825603000526 doi: 10.1016/S0899-8256(03)00052-6

Hardin, G. (1968). The Tragedy of the Commons. *Science*, *162*(3859), 1243–1248. Descargado de http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/21236819 doi: 10.1126/science.162.3859.1243

Herrnstein, R. J., Loewenstein, G. F., Prelec, D., y Vaughan, W. (1993). Utility maximization and melioration: Internalities in individual choice. *Journal of Behavioral Decision Making*, *6*(3), 149–185. Descargado de http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/bdm.3960060302/abstract doi: 10.1002/bdm.3960060302

Hertwig, R. (2011). The psychology and rationality of decisions from experience. *Synthese*. Descargado de http://www.springerlink.com/index/10.1007/s11229-011-0024-4 doi: 10.1007/s11229-011-0024-4

Hertwig, R., y Erev, I. (2009, diciembre). The description-experience gap in risky choice. *Trends in cognitive sciences*, *13*(12), 517–23. Descargado de http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/19836292 doi: 10.1016/j.tics.2009.09.004

Kahneman, D., y Tversky, A. (1979). Kahneman & Tversky (1979) - Prospect Theory - An Analysis Of Decision Under Risk.pdf. *Econometrica*, *47*(2), 263–292. Descargado de http://www.jstor.org/stable/1914185

Kollock, P. (1998, agosto). Social Dilemmas: The Anatomy of Cooperation. *Annual Review of Sociology*, *24*(1), 183–214. Descargado de http://www.annualreviews.org/doi/abs/10.1146/annurev.soc.24.1.183 doi: 10.1146/annurev.soc.24.1.183

Lee, D., Conroy, M. L., McGreevy, B. P., y Barraclough, D. J. (2004). Reinforcement learning and decision making in monkeys during a competitive game. *Brain Research*, *22*(1), 45–58. Descargado de http://www.ncbi.nlm.nih.gov/pubmed/15561500

McKelvey, R. D., y Palfrey, T. R. (1995). Quantal Response Equilibria for Normal Form Games. *Games and Economic Behavior*, *10*(1), 6–38. Descargado de http://dx.doi.org/10.1006/game.1995.1023 doi: 10.1006/game.1995

.1023

Mckelvey, R. D., Palfrey, T. R., y Weber, R. A. (2000). The effects of payoff magnitude and heterogeneity on behavior in 2 2 games with unique mixed strategy equilibria. *Journal of Economic Behavior & Organization*, *42*, 523–548.

Mookherjee, D., y Sopher, B. (1994). Learning Behavior in an Experimental Matching Pennies Game. *Games and Economic Behavior*, *7*(1), 62–91. Descargado de http://econpapers.repec.org/article/eeegamebe/v_3A7_3Ay_3A1994_3Ai_3A1_3Ap_3A62-91.htm doi: 10.1006/game.1994.1037

Nachbar, J. (2005). Beliefs in repeated games. *Econometrica*, *73*(2), 459–480. Descargado de http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/j.1468-0262.2005.00585.x/abstract

Nash, J. F. (1950). Equilibrium points in n-person games. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *36*(1), 48–49. Descargado de http://courses.engr.illinois.edu/ece586/TB/Nash-NAS-1950.pdf doi: 10.1073/pnas.36.1.48

Ochs, J. (1995). Games with Unique, Mixed Strategy Equilibria: An Experimental Study. *Games and Economic Behavior*, *10*(1), 202–217. Descargado de http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0899825685710305 doi: 10.1006/game.1995.1030

O'Neill, B. (1987). Nonmetric test of the minimax theory of two-person zerosum games. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, *84*(7), 2106–2109. Descargado de http://www.pnas.org/content/84/7/2106.short

Ostrom, E. (2012). *Green from the Grassroots.* Descargado de http://www.project-syndicate.org/commentary/green-from-the-grassroots

Palacios-Huerta, I. (2003). Professionals play minimax. *The Review of Economic Studies*, *70*(2), 395–415. Descargado de http://www3.interscience.wiley.com/journal/118510645/home?CRETRY=1&SRETRY=0

R Core Team. (2013). R: A Language and Environment for Statistical Computing [Manual de software informático]. Vienna, Austria. Descargado de http://www.r-project.org/

Roth, A. E., Prasnikar, V., Okuno-Fujiwara, M., y Zamir, S. (1991). Bargaining and market behavior in Jerusalem, Ljubljana, Pittsburgh, and Tokyo: An experimental study. *American Economic Review*, *81*(5), 1068–1095. Descargado de http://www.jstor.org/stable/2006907 doi: 10.2307/2006907

Rubinstein, A. (1991). Comments on the interpretation of game theory. *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, *59*(4), 909–924. Descargado de http://www.jstor.org/stable/2938166http://www.jstor.org/stable/10.2307/2938166

Sanabria, F., y Thrailkill, E. (2009). Pigeons (Columba livia) approach Nash equilibrium in experimental Matching Pennies competitions. *Journal of the experimental analysis of behavior*, *91*(2), 169–183. Descargado de http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=2648521&tool=pmcentrez&rendertype=abstract

Soltani, A., Lee, D., y Wang, X.-J. (2006). Neural mechanism for stochastic behaviour during a competitive game. *Neural Networks*, *19*(8), 1075–1090. Descargado de http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?artid=1752206&tool=pmcentrez&rendertype=abstract

Stahl, D., y Wilson, P. (1995). On Players Models of Other Players: Theory and Experimental Evidence. *Games and Economic Behavior*, *10*(1), 218–254. Descargado de http://www.sciencedirect.com/science/article/

pii/S0899825685710317

Tversky, A., y Kahneman, D. (1992). Advances in prospect theory - cumulative represenations of uncertainty. *Journal of Risk and Uncertainty*, *5*(4), 297–323.

Van Vugt, M. (2009, junio). Averting the Tragedy of the Commons: Using Social Psychological Science to Protect the Environment. *Current Directions in Psychological Science*, *18*(3), 169–173. Descargado de http://cdp.sagepub.com/lookup/doi/10.1111/j.1467-8721.2009.01630.x doi: 10.1111/j.1467-8721.2009.01630.x

Vaughan, W. (1981). Melioration, matching, and maximization. *Journal of the experimental analysis of behavior*, *36*(2), 141–149. Descargado de http://www.pubmedcentral.nih.gov/articlerender.fcgi?tool=pubmed&pubmedid=16812236 doi: 10.1901/jeab.1981.36-141.

Von Neumann, J., y Morgenstern, O. (1944). *Theory of Games and Economic Behavior* (Vol. 2; L. Schneider y O. Deuber, Eds.) (n.º 9904). Princeton University Press. Descargado de http://www.archive.org/details/theoryofgamesand030098mbp

Walker, M., y Wooders, J. (2001). Minimax Play at Wimbledon. *American Economic Review*, *91*(5), 1521–1538. Descargado de http://www.jstor.org/stable/10.2307/2677937

Young, H. P. (1998). *Individual Strategy and Social Structure: An Evolutionary Theory of Institutions* (Vol. 110) (n.º 461). Princeton University Press. Descargado de http://books.google.com/books?hl=en&lr=&id=iI7XCi-lnSQC&pgis=1

Young, H. P. (2011, enero). Commentary: John Nash and evolutionary game theory. *Games and Economic Behavior*, *71*(1), 12–

13. Descargado de http://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0899825609000049 doi: 10.1016/j.geb.2008.12.007

Zapata, P. (2007). *Economía, Política y otros Juegos: Una introducción a los juegos no cooperativos* (UNAM, Ed.). México, D.F.: Las Prensas del ciencias.

ANEXOS

Instrucciones

Se reportan las instrucciones que se les presentaron en pantalla a los participantes. Las primeras instrucciones generales fueron idénticas para todos y después se cambió dependiendo si el participante estaba jugando como Apostador o Predictor.

.1. *Descripción General del juego*

Estarás jugado contra otro participante entre los que están enfrente tuyo, cada uno tratará de conseguir la mayor cantidad de puntos. Estos serán canjeados al final del experimento. Jugarás 15 ensayos donde las pérdidas y ganancias que cada uno haga serán sólo hipotéticas son el fin de que ambos hayan entendido plenamente el juego. Después de estos, se les restarán o sumarán los pagos correspondientes.

.2. *Apostador*

Tu eres el APOSTADOR

Como Apostador tendrás evitar que el Predictor prediga tu apuesta. El Predictor predecirá una apuesta: Alta (9) ó Baja(1). Ganarás lo que apuestes si no te predicen , pero perderás lo que apuestes, si el Predictor te predice. A continuación se mostrarán tres tablas donde se indicarán: Las opciones de respuesta con los pagos correspondientes para cada jugador (en cada celda tus pagos son los de la izquierda y los de tu oponente los de la derecha, separados por una coma) La historia de cada tiro (en porcentaje), y Los pagos en cada turno junto a la ganancia acumulada.

.3. *Predictor*

Tu eres el PREDICTOR

Como Predictor tendrás que predecir cuál será la apuesta que el otro jugador hará. El Apostador hará una apuesta: Alta (9) ó Baja(1). Ganarás lo que predigas, si aciertas, pero perderás lo que predigas, si predices mal. A continuación se mostrarán tres tablas donde se indicarán: Las opciones de respuesta con los pagos correspondientes para cada jugador (en cada celda tus pagos son los de la izquierda y los de tu oponente los de la derecha, separados por una coma) La historia de cada tiro (en porcentaje), y Los pagos en cada turno junto a la ganancia acumulada.

Análisis Dinámico

En esta sección no se analizará completamente los procesos dinámicos pues está más allá de los objetivos de la presente tesis. Sin embargo si se reportan los hallazgos que a nivel dinámico se encontraron.

El análisis de los procesos dinámicos de aprendizaje en juegos es un parte importante en el desarrollo de la teoría de juegos conductual pues el proceso de aprendizaje y de aproximación a los equilibrios es gradual.

la figura .1 muestra las frecuencias relativas acumuladas de todos los Jugadores separados en Predictores y Apostadores. A grandes rasgos se observa que no hubo cambios bruscos en las proporciones con las que escogieron cada opción, no obstante este análisis no puede sino darnos una imagen rápida de como se llegó al equilibrio final.

La figura .2 muestra la correlación entre los primeros 25 ensayos y los últimos 25. Se puede ver una baja correlación para ambos tipos de jugadores, pero especialmente para los Apostadores quienes tienen una correlación sólo de 0.178 entre sus primeras elecciones y las últimas. Para analizar esto con mayor detalle a continuación se muestran la matrices de correlaciones entre todos los bloques de 25 ensayos para cada tipo de jugador

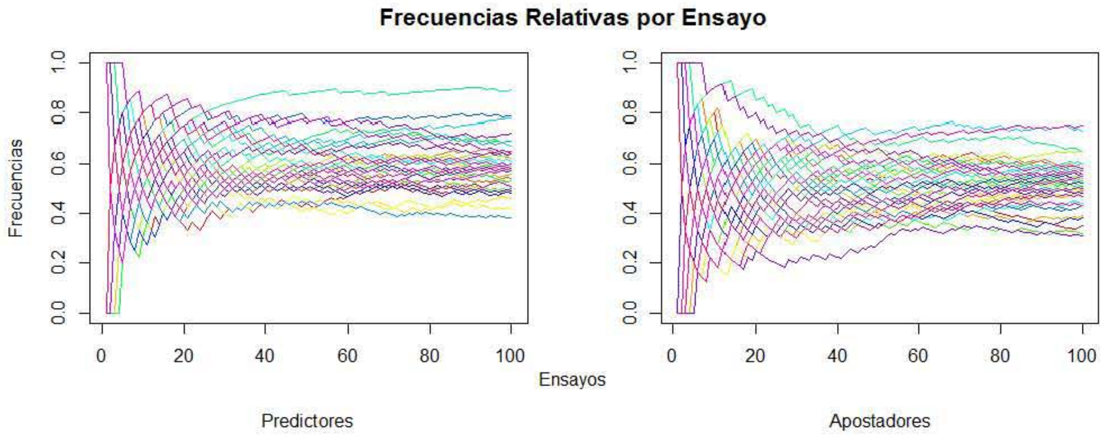
Frecuencias Relativas por Ensayo
Frecuencias
Ensayos
Predictores
Apostadores

Fig. .1

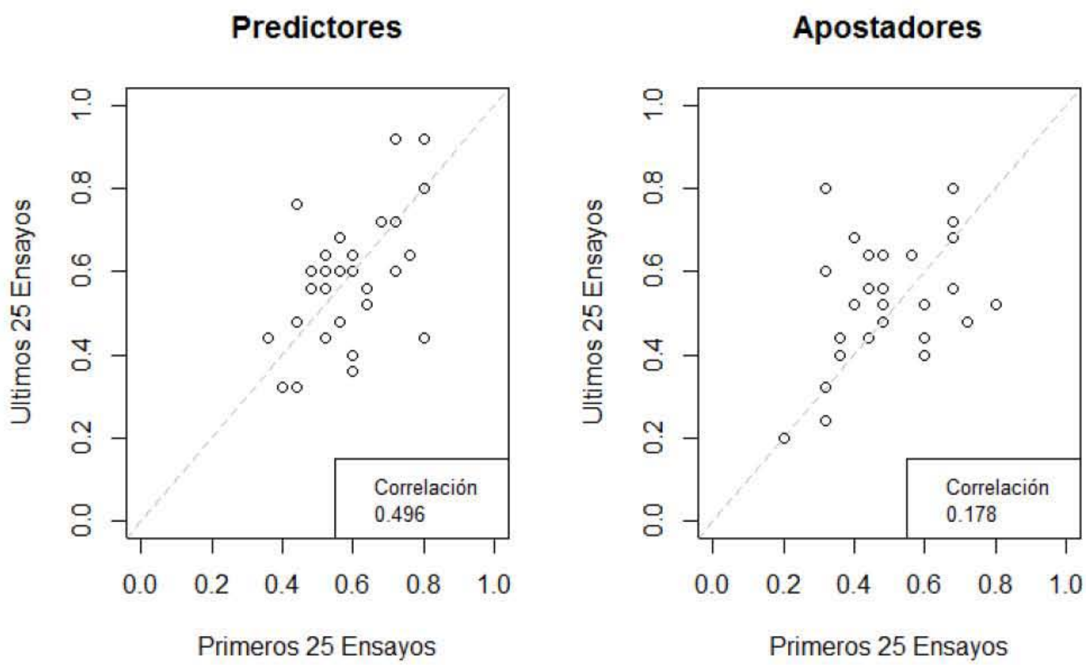
Predictores
Apostadores
Ultimos 25 Ensayos
Primeros 25 Ensayos
Correlación
0.496
Correlación
0.178

Fig. .2

Predictores

	1	2	3	4
1	1.00	0.54	0.50	0.50
2	0.54	1.00	0.70	0.54
3	0.50	0.70	1.00	0.63
4	0.50	0.54	0.63	1.00

Tab. .1: Correlación de las Elecciones por ensayos del Predictor

Apostadores

	1	2	3	4
1	1.00	0.53	0.25	0.18
2	0.53	1.00	0.42	0.37
3	0.25	0.42	1.00	0.72
4	0.18	0.37	0.72	1.00

Tab. .2: Correlación de las Elecciones por ensayos del Apostador

Lista de Acrónimos

EM	Estrategias Mixtas
EEM	Equilibrio en Estrategias Mixtas
EEP	Equilibrio en Estrategias Puras
FV	Función de Valor
TJ	Teoría de Juegos
TJC	Teoría de Juegos Conductual
TP	Teoría del Prospecto
UE	Utilidad Esperada
VE	Valor Esperado