



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

**FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ARAGÓN**

**FACTORES DE CARGA ÓPTIMOS PARA EL DISEÑO  
POR CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO  
REFORZADO**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

**INGENIERO CIVIL**

P R E S E N T A:

**JUAN LUIS SÁNCHEZ VALENCIA**

TUTORA:

**DRA. SONIA ELDA RUIZ GÓMEZ**



**2013**



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## CONTENIDO

<b>INTRODUCCIÓN</b> .....	3
<b>CAPÍTULO I. CONCEPTOS BÁSICOS</b> .....	5
1.1 Resistencia .....	5
1.2 Solicitación .....	5
1.3 Factor de seguridad .....	6
1.4 Factores de resistencia .....	7
1.6 Combinaciones de carga .....	8
<b>CAPÍTULO II. FUNDAMENTOS DE FUERZA CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO</b> .....	10
2.1 Diseño por cortante en vigas de concreto reforzado .....	10
2.2 Los esfuerzos cortantes .....	11
2.3 Recomendaciones relativas a cortante establecidas por el ACI318-11 .....	14
2.4 Recomendaciones relativas a cortante establecidas por el RCDF-2004 .....	17
2.5 Comparación de fórmulas entre RCDF-2004 y ACI318-11 .....	20
<b>CAPÍTULO III. CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL</b> .....	21
3.1 Confiabilidad .....	21
3.2 Probabilidad de falla .....	22
3.3 Índice de confiabilidad $\beta$ .....	23
<b>CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD</b> .....	25
4.1 Método de Montecarlo .....	25
4.2 Procedimiento del análisis de confiabilidad .....	26
4.3 Simulación de la resistencia .....	28
4.4 Cálculo de la solicitación .....	29

<b>CAPÍTULO V. CASOS ANALIZADOS</b> .....	32
5.1 <i>Propiedades de los materiales</i> .....	32
5.2 <i>Dimensiones y propiedades estadísticas</i> .....	33
<b>CAPÍTULO VI. ÍNDICES DE CONFIABILIDAD <math>\beta</math> PARA VIGAS DE CONCRETO REFORZADO DISEÑADAS POR CORTANTE DE ACUERDO A LO ESPECIFICADO EN EL RCDF-2004 Y EN EL ACI318-11</b> .....	35
6.1 <i>Influencia de la resistencia a compresión del concreto</i> .....	35
6.2 <i>Influencia del diámetro de estribos</i> .....	37
6.3 <i>Influencia de la separación de estribos</i> .....	39
6.4 <i>Influencia de la relación de carga</i> .....	41
6.5 <i>Comparación de los índices de confiabilidad <math>\beta</math> implícita en los reglamentos ACI318-11 y RCDF-2004</i> .....	42
<b>CAPÍTULO VII. DETERMINACIÓN DE LOS FACTORES ÓPTIMOS DE SEGURIDAD</b> .....	44
7.1 <i>Casos analizados</i> .....	45
7.2 <i>Resultados de las diferencias mínimas cuadráticas</i> .....	46
<b>CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES</b> .....	50
<b>REFERENCIAS</b> .....	51
<b>APÉNDICES</b> .....	53
A. Resistencia a compresión del concreto en obra .....	53
B. Comparación entre el índice de confiabilidad $\beta$ correspondiente a vigas en donde se usa concreto con resistencia $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$ , y se compara con los de resistencia $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$ .....	55
C. Deformación unitaria del concreto de alto desempeño .....	56

## ***INTRODUCCIÓN***

Sin duda, para afrontar el desafío de construir edificaciones o infraestructura es importante conocer el comportamiento que esta podría presentar según sus características, prácticas constructivas y la normatividad que rige a nivel local, con el fin de aportar un grado razonable de seguridad y buscar el buen funcionamiento de la estructura.

En la práctica el ingeniero no está obligado a evaluar cuantitativamente la confiabilidad estructural, en general sigue las recomendaciones de los reglamentos de modo que garantiza que su diseño cuenta con cierta confiabilidad contra el colapso frente a algún evento extraordinario. De modo que es necesario conocer y contar con métodos que permitan evaluar la confiabilidad implícita en los reglamentos de construcciones.

Para evaluar la confiabilidad de una estructura es necesario conocer las variables inciertas que intervienen en su diseño, como la resistencia de los materiales y las cargas a las que estará sometida la estructura a largo de su vida útil. Además es conveniente conocer y evaluar las posibles variaciones que estos parámetros puedan presentar durante el proceso constructivo.

Por esta razón los códigos de diseño estructural recurren a factores de seguridad que aportan seguridad adicional bajo cualquier variación en dichas propiedades. El valor de dichos factores dependerá del grado de incertidumbre que existe en las variables que intervienen en el diseño.

En el presente trabajo de tesis se hace un análisis de la confiabilidad implícita aportada por los factores de carga especificados en el *Reglamento de Construcciones del Distrito Federal (RCDF-2004)* y sus *Normas Técnicas Complementarias Sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones (NTCC-2004)* en su versión 2004 y en el documento del *American Concrete Institute* en su versión 2011 (ACI318-11), considerando acciones gravitacionales (carga muerta + carga viva) en elementos de concreto reforzado diseñados por cortante, tomando como medida de seguridad el índice de confiabilidad  $\beta$  propuesto por Cornell en 1969.

Considerando que la resistencia y las condiciones a las que estará sometido dicho elemento son inciertas. Este estudio hace uso del Método de Montecarlo para simular las variables que intervienen en el diseño, de manera que para evaluar la confiabilidad se hace un análisis de probabilidad considerando las variables como aleatorias con sus respectivas funciones de distribución de probabilidades, con la finalidad de conocer la probabilidad de falla y su relación con el índice de confiabilidad  $\beta$ .

Este análisis tiene como objetivo determinar qué parámetros tienen mayor influencia en el índice de confiabilidad  $\beta$ , con el fin de proponer una combinación de factores de carga que optimice la confiabilidad implícita en las vigentes NTCC-2004.

## CAPÍTULO I. CONCEPTOS BÁSICOS

Para determinar una combinación óptima de factores de carga será necesario disponer de todas las características y propiedades que intervienen en el diseño por cortante de elementos de concreto reforzado. A continuación se describen los conceptos utilizados en este estudio.

### **1.1 Resistencia**

En términos generales la resistencia es la magnitud de una acción en términos de fuerza interna o combinaciones de fuerzas internas, que corresponden a la capacidad máxima de las secciones críticas de la estructura.

Para diseñar una estructura es necesario estimar la resistencia en función de la geometría y las propiedades mecánicas nominales de los materiales, aplicando técnicas basadas en la teoría de la elasticidad y la mecánica de los materiales, a esta resistencia se le denomina **resistencia nominal ( $R_n$ )**.

Para tomar en cuenta las inexactitudes que se presentan en la construcción, tales como: dimensiones, colocación del acero de refuerzo, colocación del concreto, por mencionar algunas, los reglamentos de construcción recomiendan utilizar factores de reducción de la resistencia ( $F_R$ ) durante el proceso de diseño. A esta resistencia afectada por dicho factor se denomina **resistencia de diseño ( $R_d$ )**, es decir:

$$R_d = F_R * R_n \quad (1.1)$$

### **1.2 Solicitación**

La sollicitación es todo agente externo inherente a la estructura y a su funcionamiento, cuyo efecto en la estructura o elementos puede hacer que esta alcance un estado límite. Es necesario conocer y considerar cuáles son los agentes que pueden llevar a alcanzar este estado. En un concepto más general a estos agentes se les denomina acciones.

Las acciones se representan por medio de sistemas de carga que se suponen equivalentes al de las acciones reales. El *Reglamento de Construcciones del Distrito Federal* (RCDF-2004) clasifica las acciones de acuerdo con su duración sobre la estructura. Estas pueden ser permanentes, variables o accidentales.

*Acciones permanentes:* Son aquellas acciones que actúan de manera continua sobre la estructura y cuya intensidad puede considerarse constante en el tiempo, para suponer el efecto de este tipo de carga, se considera la intensidad máxima en la vida útil de la estructura.

*Acciones variables:* Actúan sobre la estructura en un lapso considerable de tiempo, pero con una intensidad que varía de forma significativa con el tiempo, como la carga viva y los efectos de temperatura.

*Acciones accidentales:* Son aquellas acciones que pueden tomar valores significativos durante periodos muy cortos de tiempo, para suponer el efecto de las cargas accidentales intervendrá la intensidad de la acción en un instante cualquiera en eventos imprevistos, como viento o sismo.

### **1.3 Factor de seguridad**

Debido a la incertidumbre que existe en las acciones que afectan a una estructura, y en las variables que definen su resistencia, existe siempre cierta probabilidad de que la sollicitación exceda a la resistencia.

El coeficiente de seguridad o factor de seguridad es el cociente entre el valor calculado de la capacidad máxima requerida y el valor la sollicitación esperada:

$$\text{Factor de seguridad} = \frac{\text{Resistencia requerida}}{\text{Solicitud esperada}}$$

En este sentido, en Ingeniería y otras ciencias aplicadas, es imprescindible que los cálculos de estructuras incluyan un coeficiente de seguridad que garantice que bajo desviaciones aleatorias de los requerimientos previstos, exista un margen de seguridad extra por encima de lo esperado.

Es por esta razón que las normas de diseño recurren a factores parciales de seguridad, para lograr cierta confiabilidad según el grado de incertidumbre que existe en las variables que intervienen en el diseño. El factor de resistencia reduce la resistencia nominal, y el factor de carga otorga un margen de seguridad extra al incrementar la magnitud de las acciones. En resumen:

Factor de resistencia ( $F_R \leq 1$ ) - Reduce la resistencia calculada

Factor de carga ( $F_C \geq 1$ ) - Incrementa el valor de las acciones esperadas

De modo que la resistencia de diseño ( $R_d$ ) deberá ser cuando menos igual o ligeramente mayor que la sollicitación externa multiplicada por el factor de carga (sollicitación nominal  $S_n$ ) para la peor condición de carga, de modo que:

$$R_n * F_R \geq S_n * F_C \quad \therefore \quad R_d \geq S_d \quad (1.2)$$

#### 1.4 Factores de resistencia

El factor de reducción de resistencia ( $F_R$ ) toma en cuenta la incertidumbre en los cálculos de diseño y la importancia relativa de diversos tipos de elementos. Este factor proporciona disposiciones para la posibilidad de que las pequeñas variaciones adversas en la resistencia de los materiales, la mano de obra y las dimensiones, las cuales aunque pueden estar individualmente dentro de las tolerancias, pueden tener como resultado una reducción en su resistencia. La incertidumbre crece para elementos que presentan mecanismos de falla frágil, por lo que es conveniente el uso de un factor de reducción menor.

En la tabla 1.1 se presentan los valores de los principales factores de resistencia que se especifican en el RCDF-2004 y el ACI318-11.

Tabla 1.1 Factores de resistencia recomendados por el RCDF-2004 y el ACI318-11

COMPORTAMIENTO	FACTOR DE RESISTENCIA	
	RCDF-2004	ACI318-11
Cortante	0.80	0.75
Flexión	0.90	0.90
Torsión	0.80	0.75
Flexocompresión*	0.80	0.75
	0.70	0.65

\* El factor depende de las características del refuerzo transversal o si la falla corresponde a tensión o compresión

### **1.5 Factores de carga**

El factor de carga ( $F_c$ ) tiene como propósito brindar seguridad adecuada contra un aumento en las cargas más allá de las especificadas en el diseño, para que la falla en la estructura sea menos probable. En la tabla 1.2 se muestran los factores de carga que se especifican en el RCDF-2004 y el ACI318-11

*Tabla 1.2* Factores de carga recomendados por el RCDF-2004 y el ACI318-11

CONDICIÓN DE CARGA	FACTOR DE CARGA	
	ACI318-11	RCDF-2004
Carga muerta	1.2	1.4 ó 1.5 <sup>1</sup>
Carga viva	1.6	1.4 ó 1.5 <sup>1</sup>

<sup>1</sup>Para edificaciones del grupo A.

### **1.6 Combinaciones de carga**

Las distintas acciones no actúan de forma independiente sino que ocurren conjuntamente. Por esta razón es necesario que en el diseño, además de identificar y evaluar las posibles acciones, se consideraren sus efectos combinados. El diseño estructural debe considerar la envolvente de esfuerzos máximos al analizar las combinaciones de acciones permanentes, variables y accidentales.

Las acciones permanentes y variables consideran los efectos gravitacionales en la estructura, de modo que al afectarlas por un factor de carga se anticipa la posibilidad de exceder el valor de la carga estimada, como podría ser la aglomeración eventual de personas o mobiliario.

En la tabla 1.3 se presentan las combinaciones de carga especificadas en el RCDF-2004 y el ACI318-11. Es preciso notar que el ACI318-11 especifica un factor de carga para cada acción y combinación, mientras que el RCDF-2004 recomienda un factor de carga por combinación dependiendo de la importancia de la estructura (tabla 1.3)

Tabla 1.3 Combinaciones de carga especificada en el RCDF-2004 y el ACI318-11

COMBINACIÓN DE CARGA	
ACI318-11	RCDF-2004
1.4D	1.4 (CV + CM)
1.2D + 1.6L + 0.5(L <sub>r</sub> o S o R)	1.5 (CV + CM)*
1.2D + 1.0W + 1.0L + 0.5(L <sub>r</sub> o S o R)	1.1 (CV + CM + CS)

\* Para edificaciones del grupo A.

donde:	ACI318-11	RCDF-2004
	<i>D</i> = carga muerta	<i>CV</i> = carga viva
	<i>L</i> = carga viva	<i>CM</i> = carga muerta
	<i>W</i> = carga por viento	<i>CS</i> = carga por sismo
	<i>L<sub>r</sub></i> = carga viva en techos	
	<i>S</i> = carga por nieve	
	<i>R</i> = carga por lluvia	

Es importante señalar que la confiabilidad implícita en una estructura depende tanto de los factores de carga como de los de resistencia utilizados para su el diseño.

En el año 2002 el reglamento americano hizo una revisión de los factores carga y de reducción de resistencia para hacerlos compatibles con los del *SEI/ASCE 7-02*, tomando una combinación de carga de 1.2CM+1.6CV, en donde dan mayor importancia a las cargas variables, y un valor de 1.2 para carga muerta. (ACI318-11, Apéndice C.9.2.1).

Aunque estas normas han influido mucho en el desarrollo de códigos y normas en nuestro país, las condiciones en cuanto a desarrollo y uso tecnología son diferentes, además de mantener altos niveles en el control de calidad de sus materiales para construcción.

## **CAPÍTULO II. FUNDAMENTOS DE FUERZA CORTANTE EN VIGAS DE CONCRETO REFORZADO**

### ***2.1 Diseño por cortante en vigas de concreto reforzado***

El comportamiento de elementos estructurales de concreto reforzado sometidos a fuerzas cortantes es más complejo que su comportamiento bajo solicitaciones flexionantes. La resistencia a la compresión y a tensión del concreto, la orientación del refuerzo de acero y la proximidad de cargas concentradas, el nivel dentro de la viga en el que actúan las cargas, son algunos de los factores que definen los mecanismos que se desarrollan dentro de los elementos estructurales para resistir fuerzas cortantes.

La presencia simultánea de todos estos factores determina que las fallas por cortante sean frágiles, siendo una característica indeseable que debe ser controlada durante el proceso de diseño.

Debido a la naturaleza frágil de dicho comportamiento se deberán diseñar secciones que sean suficientemente fuertes para resistir las cargas transversales externas factorizadas sin que se alcance su capacidad de resistencia a cortante, es decir, se deberán de diseñar los elementos para que fallen en forma dúctil ante cargas últimas antes que se presente una falla frágil.

Los elementos de concreto reforzado afectados por fuerzas cortantes usualmente también están sometidos a la acción de momentos flexionantes. Es posible que también estén presentes solicitaciones axiales y torsionantes que pueden volver aún más compleja la predicción del comportamiento de las estructuras.

El agrietamiento en el concreto, una vez alcanzado un determinado nivel de esfuerzos, cambia el comportamiento de los elementos estructurales. La posición en que se forman estas grietas no es predecible debido a las variaciones locales en la resistencia del concreto, que no es estrictamente un material homogéneo ni elástico.

## 2.2 Los esfuerzos cortantes

Las fuerzas cortantes transversales externas ( $V$ ) que actúan sobre los elementos estructurales, deben ser resistidas por esfuerzos cortantes internos ( $\tau$ ) igualmente transversales; sin embargo, por equilibrio también generan cortantes horizontales, como se observa en la figura 2.1.

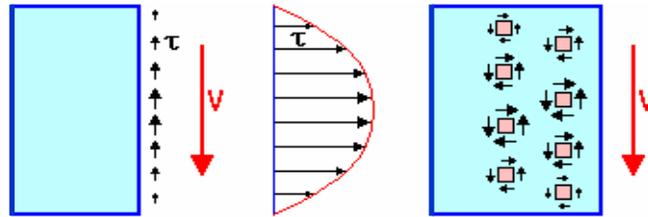


Figura 2.1 esfuerzos cortantes

Los estudios en Resistencia de Materiales han permitido definir las ecuaciones que describen la variabilidad del flujo de cortante, y de los esfuerzos cortantes internos ( $\tau$ ), en función de la altura a la que se miden tales esfuerzos, para materiales homoelásticos. (González Cuevas, 2005)

$$f = \frac{M y}{I} \quad y \quad V = \frac{v Q}{I b}$$

donde:

$f$  = Esfuerzo normal longitudinal

$V$  = Fuerza cortante

$M$  = Momento flexionante

$v$  = Esfuerzos tangenciales

$y$  = Distancia al eje neutro

$Q$  = Momento estático con respecto al eje neutro

$I$  = Momento de inercia

$b$  = base

### 2.2.1 La resistencia por cortante en vigas de concreto

La combinación de la flexión y el cortante sobre los elementos estructurales planos genera un estado biaxial de esfuerzos. Esto produce un estado de tensión con flujo de compresiones desde un apoyo hacia el otro, a modo de arco, como se muestra en la figura 2.2.

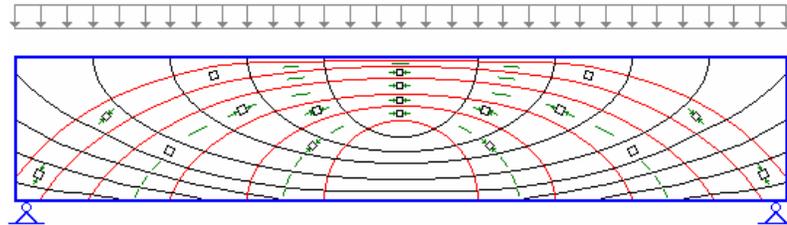


Figura 2.2 Flujo de compresiones

En la dirección perpendicular al flujo de esfuerzos de compresión se produce un flujo de tensiones, que es crítico en el caso del concreto, como se presenta en la figura 2.3.

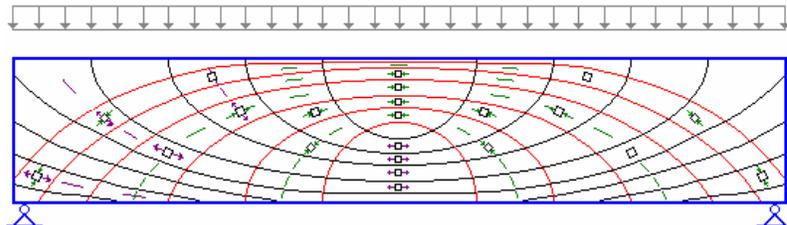


Figura 2.3 Flujo de tensiones

En la viga que se muestra en las figuras 2.2 y 2.3 se observa que la tensión por flexión domina en la zona central, mientras que la tensión por cortante domina en la zona cercana a los apoyos, en la figura 2.4 se puede observar la fisuración consecuencia de dichos efectos.

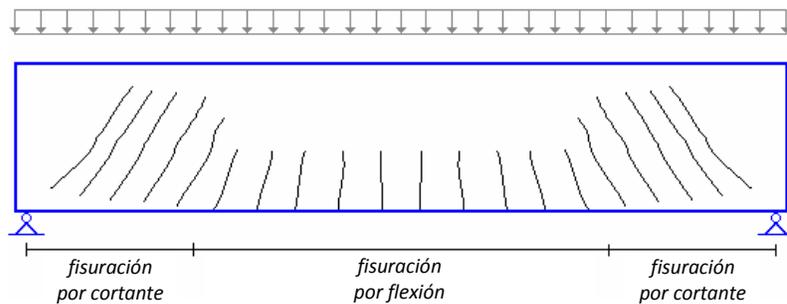
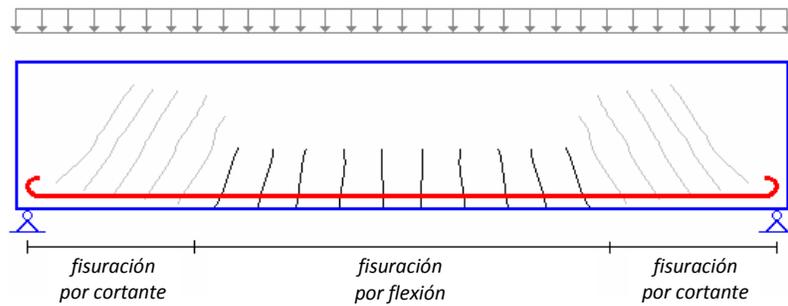


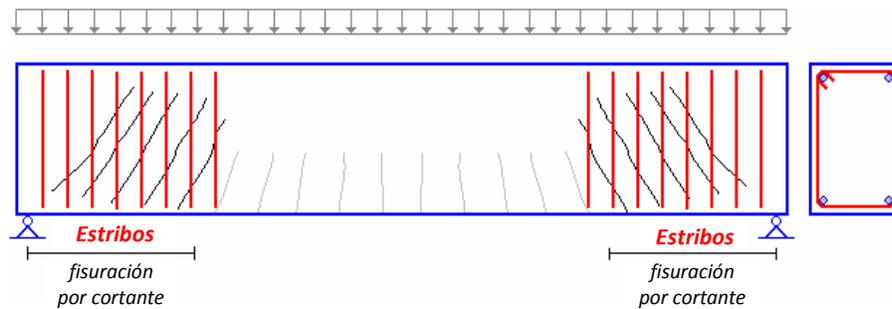
Figura 2.4 Fisuras por cortante y por flexión

Las fisuras por flexión se empiezan a producir en la zona inferior (zona de mayores esfuerzos de tensión) y se propagan verticalmente hacia arriba. La propagación de esas fisuras se controla porque son absorbidos por el acero longitudinal en la zona más crítica (fibras inferiores) lo que además de limitar el ancho de las fisuras, evita que el eje neutro se desplace hacia arriba, y una vez que las fisuras alcanzan el eje neutro, se detiene su crecimiento, ver figura 2.5.



*Figura 2.5* Acero de refuerzo longitudinal para flexión

Por otra parte, las fisuras de tensión por cortante inician en las fibras centrales y rápidamente se propagan hacia los dos extremos (fibras superiores e inferiores). La fisuración alcanza a afectar inclusive a la porción ubicada encima del eje neutro de flexión por lo que se requiere de acero adicional que atraviese esas fisuras en todos los niveles y controle el crecimiento de las mismas para evitar la falla de la estructura. (ver figura 2.6)



*Figura 2.6* Acero de refuerzo transversal para cortante

### **2.3 Recomendaciones relativas a cortante establecidas por el ACI318-11**

Las recomendaciones relativas a cortante establecidas por el ACI318-11 para el diseño de elementos de concreto reforzado sometidas a cortante se basa en la siguiente relación, donde la resistencia nominal por cortante ( $V_n$ ) debe ser mayor que la fuerza cortante externa ( $V_u$ ):

$$V_n \geq V_u$$

donde:  $V_n = V_c + V_s$

$V_u$  = Fuerza cortante externa

$V_n$  = Resistencia nominal a cortante del concreto mas la del acero ( $V_n = V_c + V_s$ )

$V_c$  = Resistencia a cortante del concreto.

$V_s$  = Resistencia proporcionada por medio del acero de refuerzo transversal

#### **2.3.1 Resistencia al cortante proporcionada por el concreto**

Las recomendaciones relativas a cortante establecidas por el ACI318-11 estipulan para el cálculo de  $V_c$  la siguiente expresión:

$$V_c = 0.53\lambda \sqrt{f'_c} b_w d \quad (2.1)$$

donde

$f'_c$  = Resistencia nominal del concreto a compresión en  $\text{kg/cm}^2$

$b_w$  = Ancho del alma de la viga, en cm

$d$  = Peralte efectivo de la viga, en cm

$\lambda$  = Factor de reducción de resistencia para concretos livianos

Para elementos sujetos a cortante y flexión:

$$V_c = \left[ 0.5 \lambda \sqrt{f'_c} + 176 p_v \frac{V_u d}{M_u} \right] b_w d \leq 0.93 \sqrt{f'_c} b_w d \quad (2.2)$$

Donde  $p_v$  es la cuantía de acero longitudinal y  $M_u$  es el momento factorizado que ocurre simultáneamente con  $V_u$  en la sección considerada. La cantidad  $\frac{V_u d}{M_u}$  no debe tomarse mayor que 1.0 al calcular  $V_c$  por medio de la ecuación anterior.

### **2.3.2 Refuerzo mínimo por cortante**

Además de aumentar la resistencia a fuerza cortante, el refuerzo transversal aumenta la ductilidad y proporciona un aviso de falla que no poseen los elementos sin dicho refuerzo. Por esta razón, se recomienda en general colocar una cantidad mínima de dicho refuerzo transversal. En este sentido, el Reglamento ACI318-11 recomienda colocar un área mínima de acero igual a

$$A_{v, \text{mín}} = 0.20 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}} \geq 3.5 \frac{b_w s}{f_{yt}} \quad (2.3)$$

donde:

$s$  = Separación de estribos

$f_{yt}$  = Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo transversal

### **2.3.3 Resistencia al cortante proporcionada por el acero esfuerzo**

La contribución del acero en el alma se calcula suponiendo que el refuerzo en el alma fluye cuando se presenta la falla. Para elementos no preesforzados se permiten estribos que formen un ángulo de 45° o más con el refuerzo longitudinal por tracción, la expresión que presenta el reglamento del ACI318-11 es la siguiente:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s} \quad (2.4)$$

donde

$A_v$  = Área total de refuerzo en el alma

$\alpha$  = Angulo de estribos de refuerzo

En un caso más general, cuando se utiliza refuerzo por cortante perpendicular al eje del elemento ( $\alpha=90^\circ$ ) la ecuación se reduce a:

$$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s} \quad (2.5)$$

#### **2.3.4 Límites para el espaciamiento del refuerzo por cortante**

El Reglamento del ACI318-11 especifica que el espaciamiento del refuerzo por cortante colocado perpendicularmente al eje del elemento no debe exceder a  $d/2$ , ni 60 cm.

Si  $V_s$  sobrepasa  $1.1\sqrt{f'_c} b_w d$  las separaciones máximas deben reducirse a la mitad.

#### **2.3.5 Limitación para la fuerza cortante de diseño, $V_u$**

En ningún caso  $V_u$  debe considerarse mayor que  $2.2\sqrt{f'_c} b_w d$

## **2.4 Recomendaciones relativas a cortante establecidas por el RCDF-2004**

A continuación se presentan los requerimientos mínimos estipulados por el RCDF-2004 para el diseño por cortante de elementos de concreto reforzado, donde la resistencia nominal por cortante debe ser mayor que la fuerza cortante externa, es decir:

$$V_n \geq V_u$$

donde:  $V_n = V_{cR} + V_{sR}$

$V_u$  = Fuerza cortante externa

$V_n$  = Resistencia nominal a cortante del concreto mas la del acero ( $V_n = V_c + V_s$ )

$V_{cR}$  = Fuerza cortante que toma el concreto.

$V_{sR}$  = Fuerza cortante que toma el acero de refuerzo transversal

### **2.4.1 Resistencia a cortante proporcionada por el concreto, $V_{cR}$**

Las expresiones para  $V_{cR}$  que se presentan enseguida para distintos elementos son aplicables cuando la dimensión transversal,  $h$ , del elemento, paralela a la fuerza cortante, no es mayor de 700 mm. Cuando la dimensión transversal  $h$  es mayor que 700 mm, el valor de  $V_{cR}$  deberá multiplicarse por el factor obtenido con la siguiente expresión:

$$1 - 0.0004 (h - 700) \quad (2.6)$$

El factor calculado con la expresión anterior no deberá tomarse mayor que 1.0 ni menor que 0.8. La dimensión  $h$  estará en mm.

En vigas sin presfuerzo con relación claro-peralte total ( $L/h$ ) no menor que 5, la fuerza cortante que toma el concreto  $V_{cR}$ , se calculará con el criterio siguiente:

$$\begin{aligned} \text{Si } \rho < 0.015 \\ V_{cR} = bd(0.2 + 20\rho)\sqrt{f_c^*} \end{aligned} \quad (2.7a)$$

$$\begin{aligned} \text{Si } \rho \geq 0.015 \\ V_{cR} = 0.5 bd\sqrt{f_c^*} \end{aligned} \quad (2.7b)$$

donde:

$f_c^*$  = Resistencia reducida del concreto ( $f_c' * 0.8$ )

$\rho$  = cuantía del acero de refuerzo longitudinal a tensión

Se puede observar que estas ecuaciones son similares en su forma general a las que propone el ACI318-11, pero se hace notar que el RCDF-2004 utiliza la resistencia reducida del concreto ( $f_c^* = 0.80 * f_c'$ ).

Si  $L/h$  es menor que 4 y las cargas y reacciones comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga,  $V_{cR}$  será el valor obtenido con la ec. 2.7b multiplicado por

$$3.5 - 2.5 \frac{M}{Vd} > 1.0 \quad (2.8)$$

pero sin que se tome  $V_{cR}$  mayor que

$$1.5 b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.9)$$

Donde  $M$  y  $V$  son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúan en la sección, respectivamente. Si las cargas y reacciones no comprimen directamente las caras superior e inferior de la viga, se aplicará la ec. 2.7b sin modificar el resultado.

#### 2.4.2 Refuerzo mínimo por cortante

En vigas debe suministrarse un refuerzo mínimo cuando la fuerza cortante de diseño  $V_u$ , sea menor que  $V_{CR}$ . El área de refuerzo mínimo para vigas será la calculada con la siguiente expresión y en ningún caso debe ser menor que:

$$A_{v, \text{mín}} = 0.30 \sqrt{f_c^*} \frac{bs}{f_y} \quad (2.10)$$

Este refuerzo estará formado por estribos verticales de diámetro no menor de 7.9 mm (número 2.5), cuya separación no excederá de medio peralte efectivo,  $d/2$ .

#### 2.4.3 Separación del refuerzo transversal por cortante

De acuerdo con lo establecido en el RCDF-2004, cuando  $V_u$  sea mayor que  $V_{CR}$ , la separación,  $s$ , del refuerzo por tensión diagonal requerido se determinará como sigue:

$$s = \frac{A_v f_y d (\sin \theta + \cos \theta)}{V_{SR}} \quad (2.11)$$

donde

$A_v$  = Área transversal del refuerzo por tensión diagonal

$\theta$  = Ángulo que dicho refuerzo forma con el eje de la pieza

$V_{SR}$  = Fuerza cortante de diseño que toma el acero transversal ( $V_{SR} = V_u - V_{CR}$ )

la separación  $s$ , no debe ser menor de 60 mm.

Si  $V_u$  es mayor que  $V_{CR}$  pero menor o igual que  $(1.5 b d \sqrt{f_c^*})$  la separación de estribos perpendiculares al eje del elemento no deberá ser mayor que  $0.5d$ .

Si  $V_u$  es mayor que  $(1.5 b d \sqrt{f_c^*})$  la separación de estribos perpendiculares al eje del elemento no deberá ser mayor que  $0.25d$ .

#### 2.4.4 Limitación para la fuerza cortante de diseño, $V_u$

En ningún caso se permitirá que  $V_u$  sea superior a

$$2.5 b d \sqrt{f_c^*} \quad (2.12)$$

## 2.5 Comparación de fórmulas entre RCDF-2004 y ACI318-11

En la tabla 2.1 se comparan las fórmulas especificada por el RCDF-2004 y el ACI318-11 para el diseño por cortante

Tabla 2.1 Comparación de fórmulas entre RCDF-2004 y ACI318-11 especificadas para diseño por cortante

<b>Especificación</b>	<b>RCDF-2004</b>	<b>ACI318-11</b>
<b>Resistencia al cortante proporcionada por el concreto</b>	$V_{cR} = 0.5bd\sqrt{f_c^*}$	$V_c = 0.53\lambda\sqrt{f'_c} b_w d$
<b>Fuerza cortante que toma el concreto</b>		
Si $p < 0.015$	$V_{cR} = bd(0.2 + 20p)\sqrt{f_c^*}$	$* V_c = \left[0.5\lambda\sqrt{f'_c} + 176 p_v \frac{V_u d}{M_u}\right] b_w d$
Si $p \geq 0.015$	$V_{cR} = 0.5 bd\sqrt{f_c^*}$	$V_c = 0.53\lambda\sqrt{f'_c} b_w d$
<b>Refuerzo mínimo</b>	$A_v, \text{mín} = 0.30\sqrt{f_c^*} \frac{bs}{f_y}$	$A_v, \text{mín} = 0.20\sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}}$
<b>Resistencia al cortante que toma el acero de refuerzo transversal</b>		
con estribos inclinados	$V_{sR} = \frac{A_v f_y d (\sin \theta + \cos \theta)}{s}$	$V_s = \frac{A_v f_{yt} (\sin \alpha + \cos \alpha) d}{s}$
Con estribos perpendiculares	$V_{sR} = \frac{A_v f_y d}{s}$	$V_s = \frac{A_v f_{yt} d}{s}$
<b>Limitación para <math>V_u</math></b>	$2.5 b d\sqrt{f_c^*}$	$2.2\sqrt{f'_c} b_w d$
<b>Condición de reducción de la separación de estribos</b>	$1.5 b d\sqrt{f_c^*}$	$1.1\sqrt{f'_c} b_w d$

(\*)  $V_c$  para miembros sometidos a flexión y cortante sin refuerzo en el alma.

## CAPÍTULO III. CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL

### 3.1 Confiabilidad

La confiabilidad en elementos estructurales se define como la probabilidad de que este no sufra falla o deje de prestar el servicio para el que fue diseñado, durante cierto periodo específico (Meli, 1976).

Para evaluar la confiabilidad de un elemento estructural es necesario conocer exactamente a qué solicitaciones ( $S$ ) se verá sometido y qué resistencia ( $R$ ) es capaz de soportar según su geometría y la resistencia de los materiales empleados para su construcción. En este caso "ideal" determinar la confiabilidad resultaría muy sencillo. En realidad no se logra tal precisión en el diseño, debido a la cantidad de incertidumbres asociadas al cálculo de la resistencia ( $R$ ) y la solicitación ( $S$ ), de manera que para evaluar la confiabilidad, el análisis probabilista considera ambas variables como aleatorias con sus respectivas funciones de distribución de probabilidades.

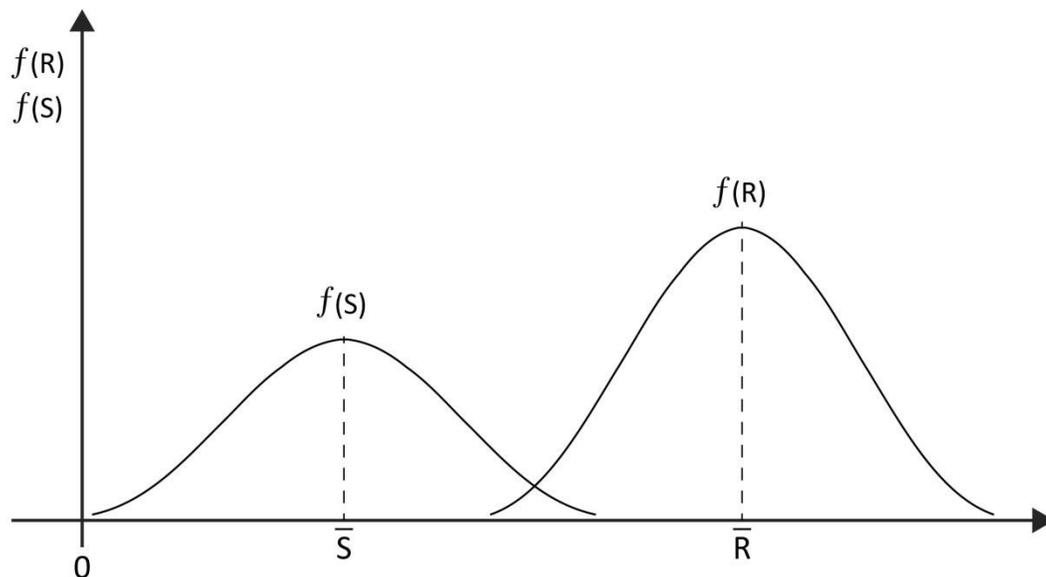


Figura 3.1 Funciones de distribución de probabilidades de la resistencia ( $R$ ) y la solicitación ( $S$ )

### 3.2 Probabilidad de falla

El análisis probabilista considera que las variables básicas que determinan la seguridad de una estructura son aleatorias, de manera que para definir cualquier estado de la misma se debe disponer de todas ellas. Estas variables deben considerar todas las incertidumbres geométricas, de resistencia, y de solicitaciones, que se puedan presentar (espesores, áreas de acero, recubrimientos, resistencia del concreto, límite elástico del acero, peso propio, cargas muertas, cargas vivas, sobrecargas de uso, etc.) La falla ocurrirá cuando la solicitación a la que se somete el elemento es superior a su resistencia, es decir,  $S > R$ . La probabilidad de falla ( $P_F$ ) depende de la forma de las respectivas distribuciones de probabilidad y de sus características estadísticas.

Se define la probabilidad de falla ( $P_F$ ) como la posibilidad de que la función de distribución de probabilidad ( $f_Z$ ) se encuentre en el dominio inseguro definido por su función límite, ver figura 3.2.

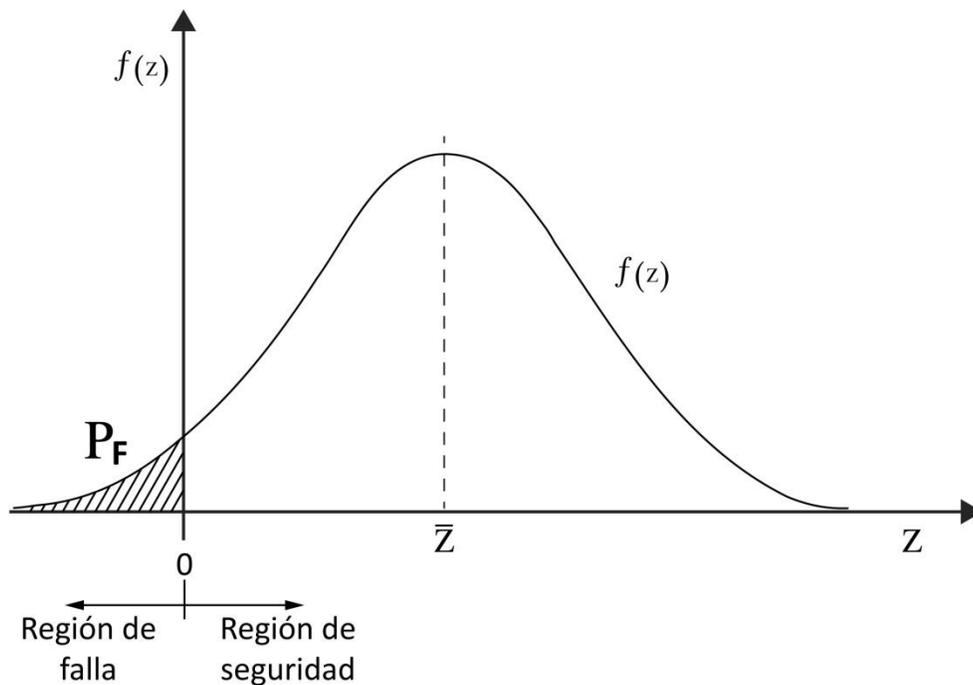


Figura 3.2 Probabilidad de falla

### 3.3 Índice de confiabilidad $\beta$

Para determinar la confiabilidad en una estructura es posible recurrir a métodos analíticos, en los que se determina la confiabilidad haciendo uso de una integral múltiple de la distribución de las variables, este método resulta en muchas ocasiones ser un problema difícil de resolver, ya que, normalmente la función distribución conjunta de las variables que determinan el estado límite, son desconocidas o su integral compleja numéricamente, dado que es función de muchas variables.

A fin de determinar la confiabilidad, en este estudio se hace uso del índice de confiabilidad  $\beta$  (Cornell, 1969), el cual calcula el índice de confiabilidad  $\beta$ , en función de su resistencia y de la sollicitación que sobre ella actúa, este criterio considera que, si las variables básicas son independientes y de distribución Normal, existe una relación directa entre el índice  $\beta$  y la probabilidad de falla ( $P_f$ ). El índice  $\beta$  es igual al cociente de la media y la desviación estándar, es decir:

$$\beta = \bar{Z} / \sigma_z \quad (3.1)$$

donde la media de la variable  $Z$  está en función de la media de la sollicitación ( $\bar{S}$ ) y la media de la resistencia ( $\bar{R}$ ):

$$\bar{Z} = \bar{R} - \bar{S} \quad (3.2)$$

y donde la desviación estándar de  $Z$ , ( $\sigma_z$ ) se define como:

$$\sigma_z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad (3.3)$$

$\sigma_R$  = Desviación estándar de la resistencia

$\sigma_S$  = Desviación estándar de la sollicitación

Al sustituir las ecuaciones 3.2 y 3.3 en la ecuación 3.1, la ecuación para determinar el índice de confiabilidad  $\beta$  queda de la siguiente forma:

$$\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (3.4)$$

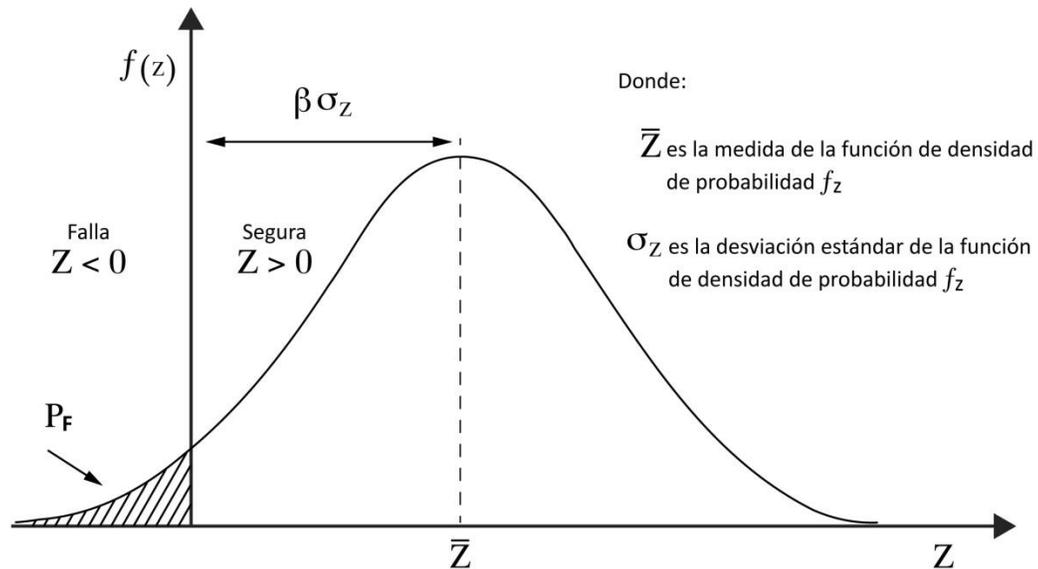


Figura 3.3 Definición del índice de confiabilidad de Cornell.

En la figura 3.3 se puede ver que la probabilidad de falla es función directa del índice  $\beta$ . Un aumento de  $\beta$  se debe al aumento de la media  $\bar{Z}$ , y un decremento de la desviación estándar ( $\sigma_Z$ ) o a ambos. Esto significaría una disminución en la probabilidad de falla ( $P_F$ ). De modo que el valor  $\beta\sigma_Z$  es la distancia entre la región de falla y la media del margen de seguridad ( $\bar{Z}$ ), ya que la probabilidad de falla ( $P_F$ ) dista  $\beta$  veces  $\sigma_Z$  de la media.

A partir del índice  $\beta$  es posible calcular la probabilidad de falla ( $P_F$ ). Si se supone que  $Z$  tiene distribución normal (Rosenblueth y Esteva, 1973):

$$P_F = \Phi(-\beta) \quad (3.5)$$

Donde  $\Phi$  representa la función de distribución acumulada de probabilidades normal estandarizada (con media igual a cero y varianza unitaria).

Una vez que se calcula el valor del índice de confiabilidad  $\beta$  es posible obtener la probabilidad de falla. El valor de  $\beta$  indica el nivel de seguridad que tienen la estructura; entre mayor sea el valor del índice  $\beta$ , menor es la probabilidad de falla.

## **CAPÍTULO IV. ANÁLISIS DE CONFIABILIDAD**

### ***4.1 Método de Montecarlo***

Para determinar una combinación óptima de factores de carga se requiere de una gran cantidad de información para representar los posibles escenarios que se podrán presentar a lo largo de la vida útil de la estructura.

Para encontrar la confiabilidad en vigas de concreto reforzado, aquí se hace uso del método de simulación de Montecarlo. Este método numérico permite resolver problemas físicos y matemáticos mediante la simulación de variables aleatorias.

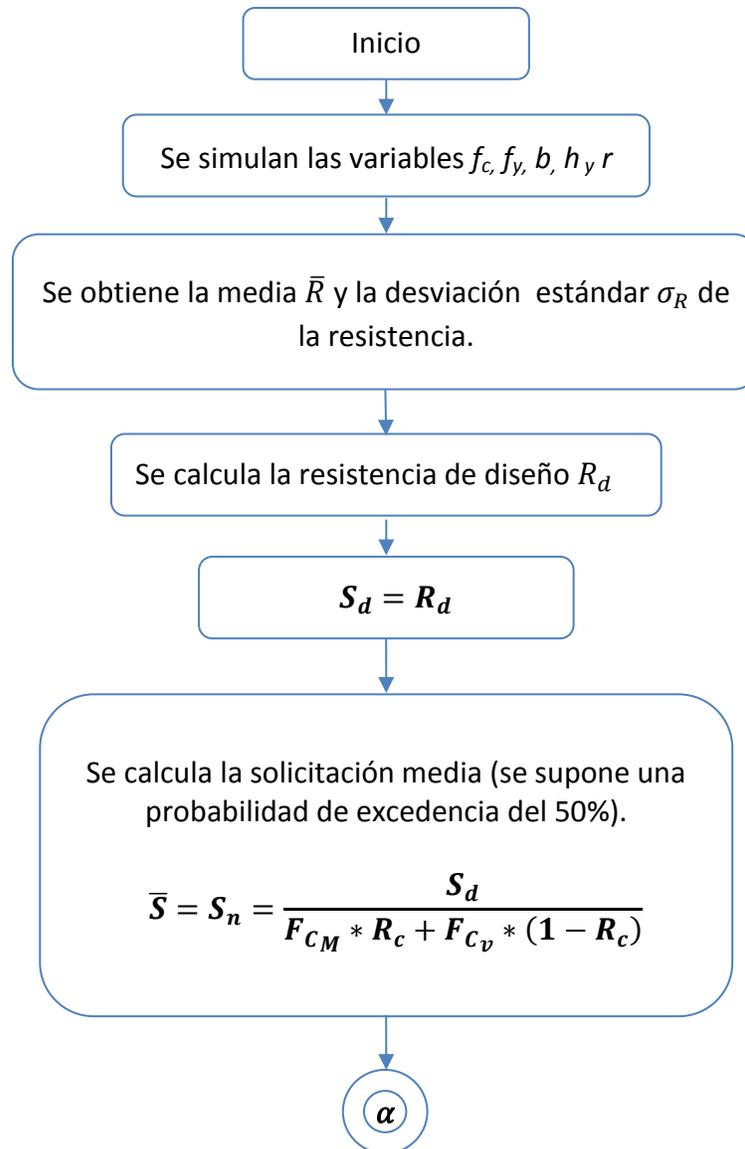
El método fue llamado así por el Principado de Mónaco por ser “la capital del juego de azar”, al tomar una ruleta como un generador simple de números aleatorios. El nombre y el desarrollo sistemático de los métodos de Montecarlo datan aproximadamente de 1944, con el desarrollo de la computadora.

La importancia actual del método Montecarlo se basa en la existencia de problemas que tienen difícil solución por métodos exclusivamente analíticos o numéricos, que dependen de factores aleatorios o que se pueden asociar a un modelo probabilista.

La generación de números aleatorios es la base para el cálculo de probabilidades. En el caso que se presenta se utilizó el programa MATHLAB, haciendo uso de la función “*random*” para generar valores aleatorios. En esta tesis se generaron N=1000 simulaciones de las variables que intervienen en el cálculo de la resistencia.

## 4.2 Procedimiento del análisis de confiabilidad

Para calcular el valor del índice  $\beta$  se siguen los pasos que se muestran en el diagrama de bloque de la figura 4.1, para diferentes combinaciones de carga viva y carga muerta.



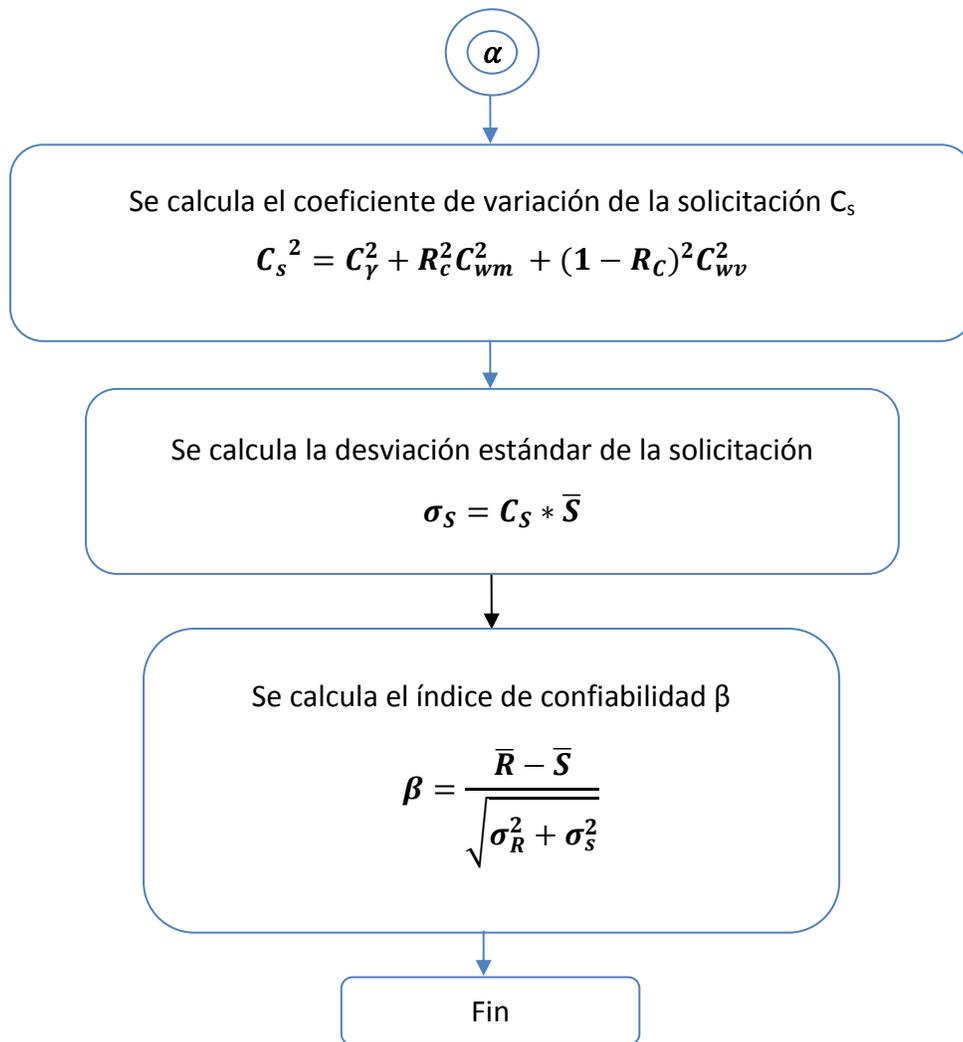


Figura 4.1 Diagrama de flujo para estimar la confiabilidad

El procedimiento descrito en la figura 4.1 se aplica a diferentes combinaciones de carga viva y carga muerta. En la siguiente sección se explican con detalle los elementos que conforman este diagrama de bloques.

### **4.3 Simulación de la resistencia**

Como se menciona en el capítulo anterior, la resistencia de un elemento de concreto reforzado es función de las propiedades de los materiales que lo constituyen así como de su geometría. Para simular la resistencia se consideran estas propiedades como aleatorias, es decir, la resistencia es función de un conjunto de variables aleatorias.

Las variables que intervienen en el cálculo de la resistencia son:

El límite de fluencia del acero ( $f_y$ ).

La resistencia a compresión del concreto ( $f'_c$ )

Las dimensiones de la sección transversal: base ( $b$ ) peralte ( $h$ ) y recubrimiento ( $r$ ).

Estas son variables de las cuales se cuenta con información estadística obtenida de estudios realizados previamente (Rangel, 2011), siendo entonces posible simular el comportamiento de las variables que intervienen en la resistencia, y con ello conocer el comportamiento probabilista de esta.

Se han hecho diferentes estudios que demuestran que el comportamiento aleatorio de las variables arriba mencionadas siguen una distribución tipo normal (Meli, 1985), y se puede definir su comportamiento estadístico a través de su media y su desviación estándar. La información referente a los valores medios y desviaciones estándar de los materiales y secciones que se usan para este estudio se muestran en el *capítulo 5*.

Para simular la resistencia se elaboró un programa MATHLAB. A dicho programa se le proporcionan los valores medios y las desviaciones estándar y se aplica una rutina para simular las variables con distribución normal de valor medio de cero y desviación estándar igual a uno. A cada valor generado por la rutina se multiplica por la desviación estándar y se le suma la media de cada variable.

Para evaluar la resistencia por cortante, se calcula la resistencia de la sección con las especificaciones establecidas por los reglamento RCDF-2004 y ACI318-11, utilizando los valores de las variables simuladas.

#### 4.4 Cálculo de la solicitación

Para obtener los parámetros estadísticos de la solicitación es necesario considerar una amplia cantidad de datos, de tal manera que pueda resultar la combinación más desfavorable de carga muerta y viva que se pudiesen presentar a lo largo de la vida útil de la estructura. A partir de esta idea se define la relación de carga ( $R_c$ ) de la siguiente manera:

$$R_c = \frac{CM}{CM + CV} \quad (4.1)$$

donde:

$CM$  = Carga muerta

$CV$  = Carga viva

Para obtener la media y la desviación estándar de la solicitación, se parte de la premisa de que el valor de la solicitación de diseño es igual a la resistencia de diseño, es decir:

$$S_d = R_d$$

La solicitación nominal se calcula de la siguiente forma:

$$S_n = CM + CV \quad (4.2)$$

Para nuestro análisis es conveniente expresar a la solicitación de diseño en términos de factores de carga independientes ( $F_{CM}$  y  $F_{CV}$ ). La solicitación de diseño ( $S_d$ ) es igual a la solicitación nominal ( $S_n$ ) afectada por los factores de carga muerta ( $F_{CM}$ ) y viva ( $F_{CV}$ ):

$$S_d = F_{CM} * CM + F_{CV} * CV \quad (4.3)$$

La resistencia de diseño ( $R_d$ ) es igual a la resistencia nominal ( $R_n$ ) afectada por un factor de resistencia ( $F_R$ ):

$$R_d = F_R * R_n \quad (4.4)$$

Se expresa la carga muerta y carga viva nominales en términos de la relación de carga ( $R_c$ ). A partir de la ecuación 4.1:

$$R_c = \frac{CM}{CM + CV}$$

Se despeja la carga viva y la muerta como sigue:

$$CM = R_c(CM + CV) \quad ; \quad \mathbf{CM} = \mathbf{R_c} * \mathbf{S_n} \quad (4.5)$$

$$CV = \left( \frac{1 - R_c}{R_c} \right) \quad (4.6)$$

Se sustituye la ecuación 4.5 en 4.6

$$CV = \left( \frac{1 - R_c}{R_c} \right) * (R_c * S_n) \quad ; \quad \mathbf{CV} = \mathbf{(1 - R_c) * S_n} \quad (4.7)$$

Sustituyendo ecuaciones 4.5 y 4.7 en 4.3

$$S_d = F_{CM} * (R_c * S_n) + F_{CV} * ((1 - R_c) * S_n) \quad (4.8)$$

Despejando  $S_n$  de la ecuación anterior

$$S_n = \frac{S_d}{F_{CM} * R_c + F_{CV} * (1 - R_c)} \quad (4.9)$$

La ecuación 4.9 permite calcular la sollicitación nominal ( $S_n$ ) en función de diferentes relaciones de carga ( $R_c$ ), y de distintas combinaciones de factores  $F_{CM}$  y  $F_{CV}$ .

En estudios realizados en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Ruiz y Soriano 2001) se demuestra que los valores de las cargas nominales en oficinas especificados en las *Normas Técnicas Complementarias sobre Criterios y Acciones para el Diseño Estructural de las Edificaciones para el Distrito Federal* corresponden a una probabilidad de excedencia aproximadamente del orden del 50 % .

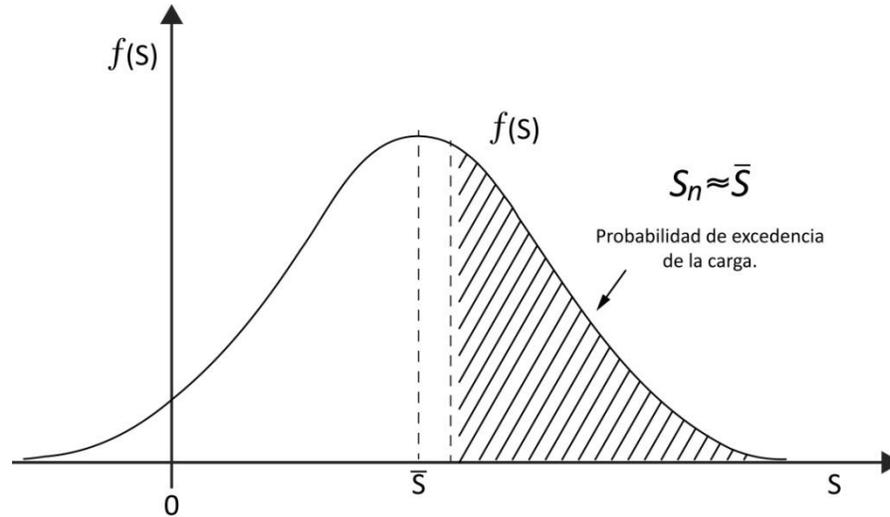


Figura 4.4 Probabilidad de excedencia de la carga

A partir de lo anterior se considera que la media de la sollicitación ( $\bar{S}$ ) es aproximadamente igual a la sollicitación nominal ( $S_n$ ), es decir

$$\bar{S} \approx S_n \quad (4.10)$$

La desviación estándar ( $\sigma_s$ ) se calcula a partir del coeficiente de variación de la carga viva y de la carga muerta. Dicho coeficiente de variación para la sollicitación ( $C_s$ ) se determina con expresión siguiente (Meli, 1976):

$$C_s^2 = C_\alpha^2 + R_c^2 C_{W_m}^2 + (1 - R_c)^2 C_{W_v}^2$$

donde:

$R_c =$  Relación de carga. (Ecuación 4.1)

$C_{W_m} = 0.08$  Coeficiente de variación de la carga muerta

$C_{W_v} = 0.18$  Coeficiente de variación de la carga viva

$C_\alpha = 0.10$  Coeficiente de variación de la precisión en el análisis

## CAPÍTULO V. CASOS ANALIZADOS

En el presente trabajo de tesis se analizan 36 vigas de concreto reforzado de sección rectangular, diseñadas por cortante de acuerdo con las NTCC-2004, así como vigas diseñadas con el ACI318-11. Las propiedades geométricas y estadísticas de las secciones corresponden a elementos de edificios de 5, 10 y 15 niveles (Rangel, 2011) diseñados por reconocidas firmas de Ingeniería Estructural: *PROYECT S.C.*, *GARCÍA JARQUE INGENIEROS S.C.* y *ALONSO Y ASOCIADOS S.C.*

Los valores estadísticos de los materiales están basados en un estudio realizado en el Instituto de Ingeniería de la UNAM (Meli, 1985) en el cual se deduce que estas variables tienen distribución normal.

### 5.1 Propiedades de los materiales

Los valores de la desviación estándar y la media de la resistencia del concreto en obra se determinan con base en el documento escrito por el Dr. Meli (comunicación personal) y que se presenta en el apéndice A. En los análisis se utilizaron los valores nominales, medios y desviación estándar del concreto presentados en la tabla 5.1 para concretos de clase 1 y de alta resistencia; el acero de refuerzo que aquí se utiliza es de grado 42 con límite de fluencia nominal  $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$ , con valor medio de  $\bar{f}_y=4680 \text{ kg/cm}^2$  y desviación estándar  $\sigma_{f_y} = 449.29 \text{ kg/cm}^2$  (ver apéndice A).

Tabla 5.1 Propiedades estadísticas del concreto.

MATERIAL	RESISTENCIA NOMINAL ( $\text{kg/cm}^2$ )	RESISTENCIA MEDIA EN CILINDROS ( $\text{kg/cm}^2$ )	RESISTENCIA MEDIA EN OBRA ( $\text{kg/cm}^2$ )	DESVIACIÓN ESTÁNDAR ( $\text{kg/cm}^2$ )
<i>Concreto clase 1</i>	250	292.24	254.24	34.48
<i>Concreto de alta resistencia</i>	700	764	605.74	50.99

## 5.2 Dimensiones y propiedades estadísticas

Las dimensiones de las secciones intervienen directamente para definir la resistencia. Estas se consideran aleatorias y se caracterizan por su función densidad de probabilidades. Se calculó el valor de índice de confiabilidad  $\beta$  para cada conjunto de secciones rectangulares y para relaciones de carga ( $R_c$ ) entre 0.1 y 1.0.

En la tabla 5.2 se presentan las características nominales y geométricas de los casos analizados en el presente estudio, para vigas de concreto armado con refuerzo por cortante.

Tabla 5.2 Características nominales para vigas de concreto con refuerzo por cortante.

CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS (cm)		REFUERZO LONGITUDINAL (cm <sup>2</sup> )	REFUERZO POR CORTANTE (cm <sup>2</sup> )		
<i>b</i>	<i>h</i>	<i>A<sub>s</sub></i>	<i>Est.</i>	<i>s</i>	$\theta^\circ$
30	60	27.43	3	d/4	90
			2.5		
			2		
30	75	34.28	3	d/2	90
				d/4	
				d/6	
30	90	41.14	3	d/4	90
					60
					45
40	90	83.8	3	d/4	90
					60
					45
45	130	136.89	4	d/4	90
					60
					45
40	160	156.94	5	d/4	90
					60
					45

donde:

*b* = Base

*h* = Peralte total

*Est.* = Número de estribos

*A<sub>s</sub>* = Área de acero

*s* = Separación de los estribos

$\theta^\circ$  = Ángulo de inclinación

En la tabla 5.3 se presentan los valores nominales, medios y de desviación estándar de las dimensiones utilizadas en este estudio:

*Tabla 5.3* Dimensión nominal, media y desviación estándar.

<b>DIMENSIONES (cm)</b>		
<i>Nominal</i>	<i>Media</i>	<i>Desviación estándar</i>
30	30.36	0.41
40	39.68	0.64
45	44.68	0.64
60	59.58	0.64
75	74.68	0.64
90	89.68	0.64
130	129.68	0.64
160	159.64	0.62

## **CAPÍTULO VI. ÍNDICES DE CONFIABILIDAD $\beta$ PARA VIGAS DE CONCRETO REFORZADO DISEÑADAS POR CORTANTE DE ACUERDO A LO ESPECIFICADO EN EL RCDF-2004 Y EN EL ACI318-11**

De acuerdo con los datos presentados en el capítulo anterior, se analiza la influencia que tienen los diferentes parámetros del diseño por cortante en el índice de  $\beta$  (resistencia del concreto, diámetro y separación de los estribos) en elementos sujetos a la acción de carga muerta mas carga viva ( $CM + CV$ ), para diseños realizados de acuerdo con lo especificado en el RCDF-2004 y en el ACI318-11 en vigas de concreto reforzado para relaciones de carga ( $R_c$ ) entre 0.1 y 1.0. Cada caso está formado por 18 vigas diseñadas con una resistencia nominal del concreto de  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$  y de  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$ .

### ***6.1 Influencia de la resistencia a compresión del concreto***

La resistencia a compresión del concreto está sujeta a fluctuaciones debidas a diversos factores en el proceso de fabricación del mismo, por lo que su función densidad presenta mayor dispersión, por lo que es el material que tiene más influencia en el índice  $\beta$ .

En la figura 6.1 se muestran dos curvas que representan los valores del índice  $\beta$  en función de la relación de carga  $R_c$ , para vigas de concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$  diseñadas con las NTCC-2004.

Se observa que la confiabilidad en elementos diseñados con concretos de  $f'_c=250$  kg/cm<sup>2</sup> es mayor que para elementos diseñados con concretos de  $f'_c=700$  kg/cm<sup>2</sup>, esto debido a que los concretos de alta resistencia presentan mayor variación en la distribución estadística de su resistencia (ver apéndice B).

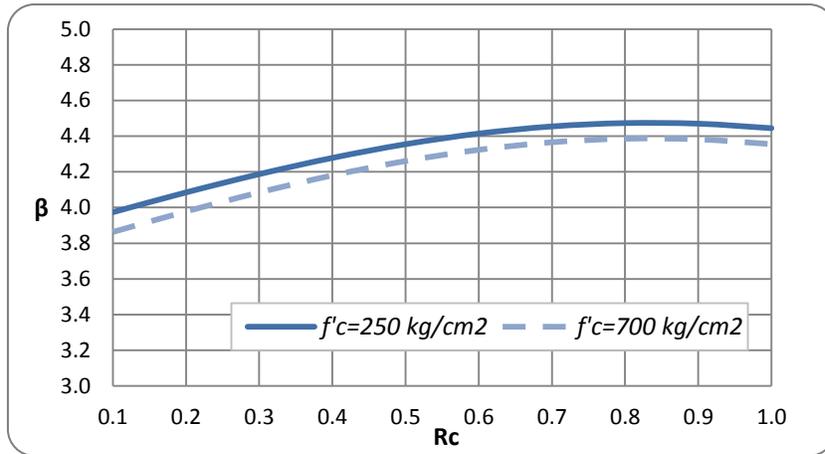


Figura 6.1 Comparación del índice  $\beta$  para secciones diseñadas con las NTCC-2004 para valores de  $f'_c=250$  kg/cm<sup>2</sup> y  $f'_c=700$  kg/cm<sup>2</sup>

En la figura 6.2 se muestran las curvas que representan los índices de confiabilidad  $\beta$  en función de la relación de carga  $R_c$ , correspondientes a vigas diseñadas con el ACI318-11 utilizando concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=250$  kg/cm<sup>2</sup> y  $f'_c=700$  kg/cm<sup>2</sup>.

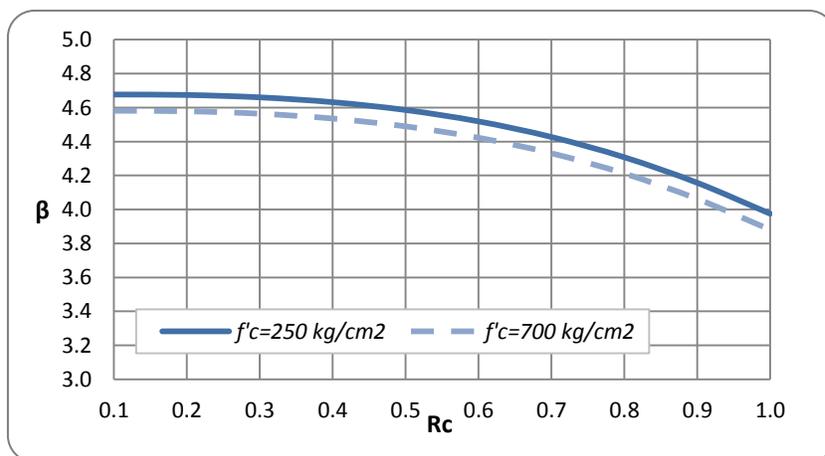


Figura 6.2 Comparación del índice  $\beta$  para secciones diseñadas con ACI318-11, para valores de  $f'_c=250$  kg/cm<sup>2</sup> y  $f'_c=700$  kg/cm<sup>2</sup>

## 6.2 Influencia del diámetro de estribos

A continuación se muestra la influencia que tiene el diámetro de los estribos en el comportamiento del índice  $\beta$  para vigas diseñadas de acuerdo con las NTCC-2004 utilizando concreto con resistencia a compresión de  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$  respectivamente. En las figuras 6.3 y 6.4 se puede observar un incremento en los valores de índice confiabilidad  $\beta$  a medida que incrementa el diámetro de los estribos y la relación de carga, notando que los valores del índice  $\beta$  son menores cuando se utiliza concreto con alta resistencia, esto debido a la las variaciones que presenta en su deformación unitaria ultima (apéndice C).

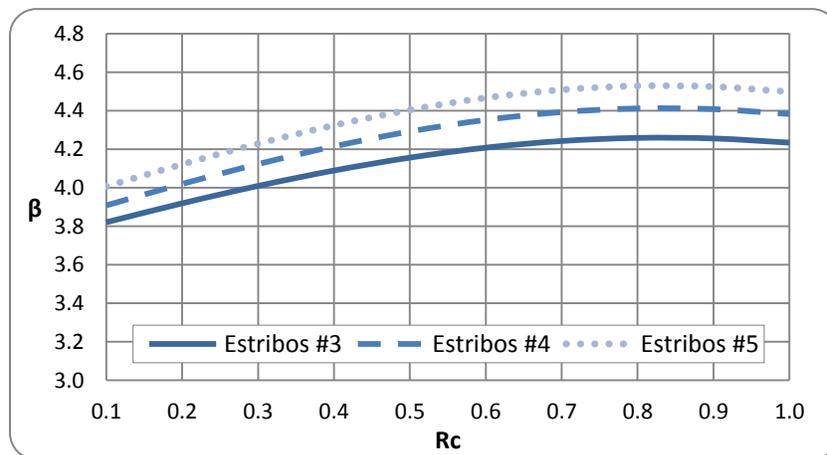


Figura 6.3 Influencia del diámetro de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$ , para concretos con resistencia a compresión de  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$  diseñados de acuerdo con las NTCC-2004

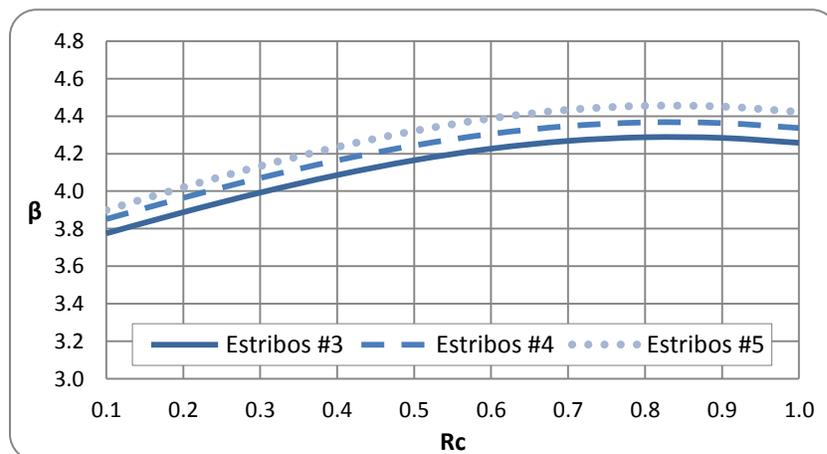


Figura 6.4 Influencia del diámetro de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$ , para concretos con resistencia a compresión de  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$  diseñados de acuerdo con las NTCC-2004

Las figuras 6.5 y 6.6 corresponden a vigas diseñadas de acuerdo con el ACI318-11 en donde se muestra que la confiabilidad proporcionada por los estribos de refuerzo es proporcional al diámetro del estribo. En la figura 6.5 se aprecia que los valores del índice  $\beta$  son mayores que en los valores proporcionados en la figura 6.6 para concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$ .

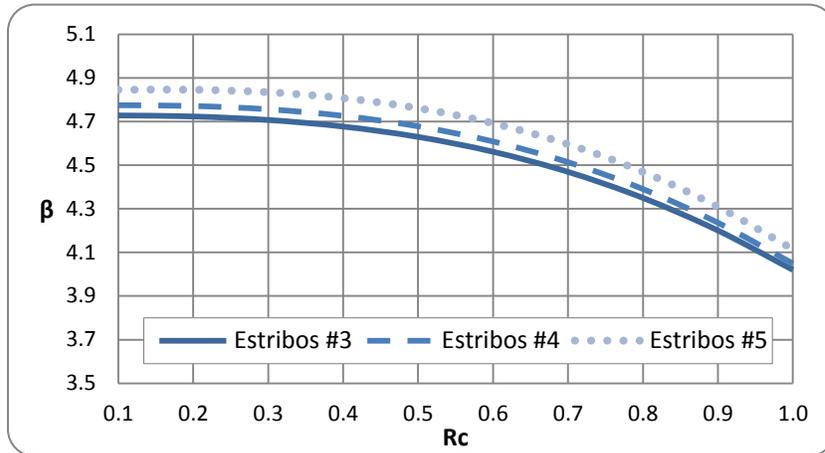


Figura 6.5 Influencia del diámetro de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$  para concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$  en diseños hechos de acuerdo con el ACI318-11

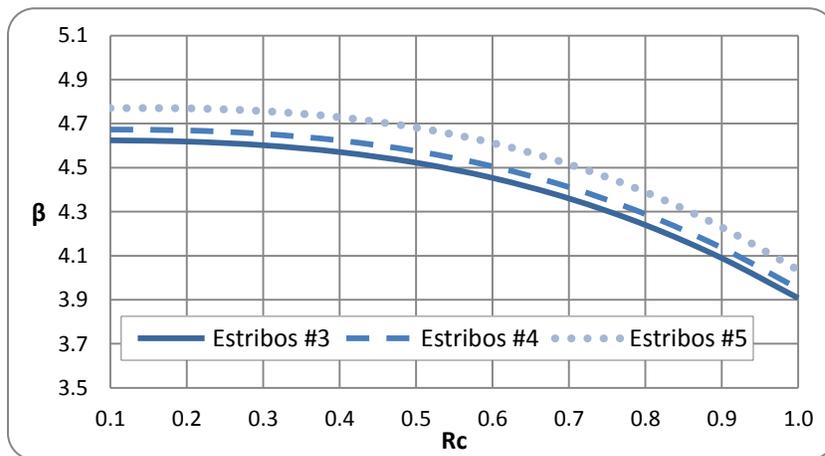


Figura 6.6 Influencia del diámetro de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$  para concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$  en diseños hechos de acuerdo con el ACI318-11

### 6.3 Influencia de la separación de estribos

Las figuras 6.7 y 6.8 se presentan dos curvas que representan la influencia de la separación del refuerzo transversal en el índice  $\beta$ , los valores corresponden a vigas diseñadas de acuerdo con las NTCC-2004 para concretos de resistencia a compresión de  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$  respectivamente. El diseño establece que la separación de los estribos es una fracción del peralte efectivo, se observa que la confiabilidad aumenta cuando la separación es mínima, y la confiabilidad disminuye a medida que la separación es mayor, esto demuestra que el confinamiento del acero de refuerzo transversal, proporciona mayor confiabilidad en el diseño por cortante, que en los casos donde la separación es máxima.

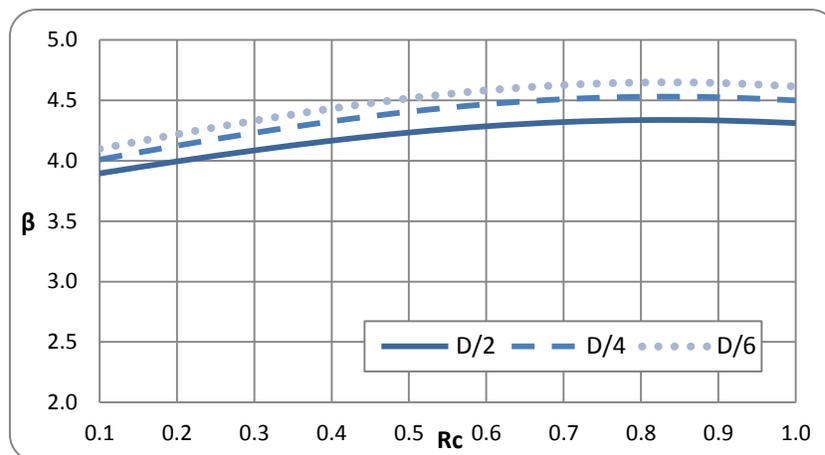


Figura 6.7 Influencia de la separación de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$ , para concretos con resistencia a compresión de  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$  diseñados de acuerdo con las NTCC-2004

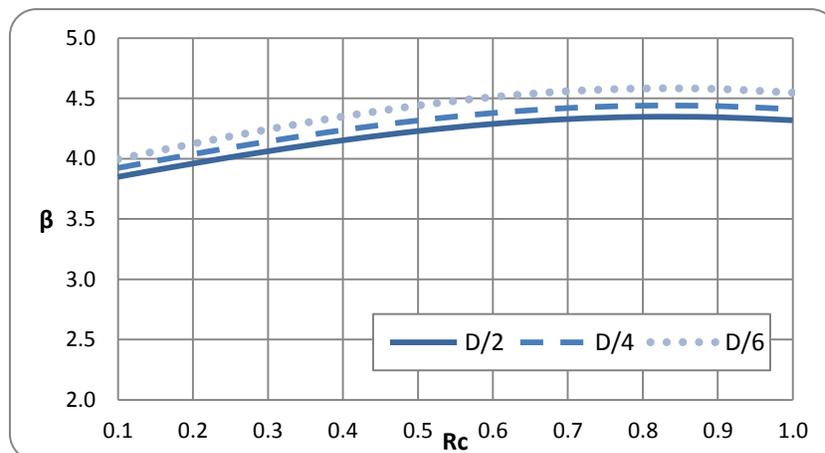


Figura 6.8 Influencia de la separación de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$ , para concretos con resistencia a compresión de  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$  diseñados de acuerdo con las NTCC-2004

Para el caso de las vigas diseñadas de acuerdo con el ACI318-11 (ver figura 6.9 y 6.10) se observa que la separación de los estribos presenta un comportamiento similar al descrito anteriormente para las NTCC-2004.

En las figuras 6.9 y 6.10 correspondientes a diseños realizados de acuerdo con el ACI318-11, se observan valores de índice  $\beta$  ligeramente mayores que representan mayor confiabilidad que los presentados en los casos correspondientes a diseños realizados con las NTCC-2004.

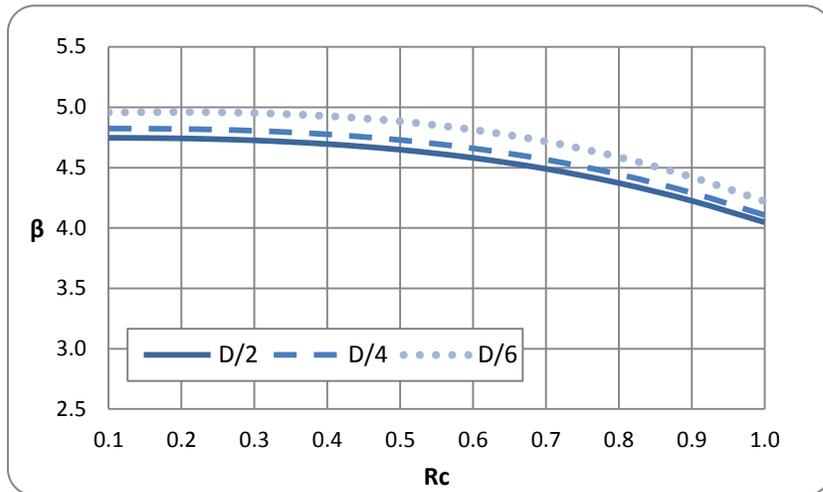


Figura 6.9 Influencia de la separación de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$  para concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$  en diseños hechos de acuerdo con el ACI318-11

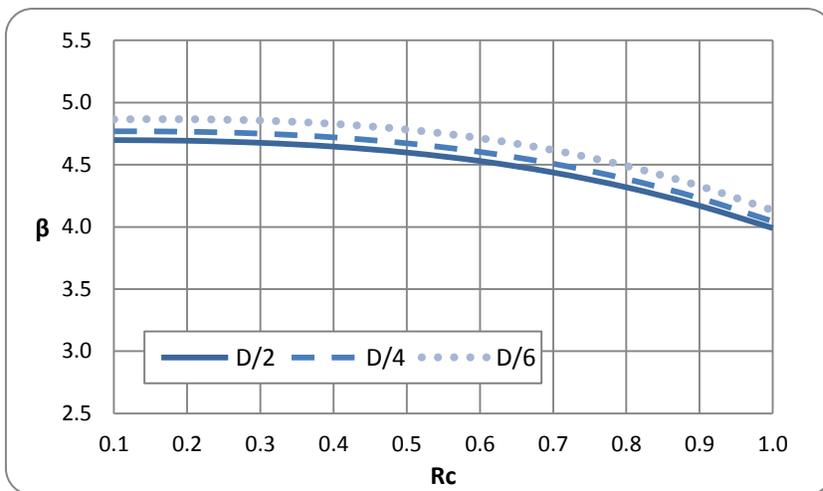


Figura 6.10 Influencia de la separación de estribos en índices de confiabilidad  $\beta$  para concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$  en diseños hechos de acuerdo con el ACI318-11

#### ***6.4 Influencia de la relación de carga***

En las figuras que se muestran a lo largo de este capítulo se presentan los índices de confiabilidad  $\beta$  en función de la relación de carga  $R_c$ . Para los casos correspondientes a las NTCC-2004 se observa un incremento en la confiabilidad cuando la relación de carga aumenta, sin embargo, en los diseños correspondientes al ACI318-11 se observa lo contrario, la confiabilidad disminuye gradualmente al aumentar la relación de carga. Esto significa que en elementos diseñados con el ACI318-11 la confiabilidad disminuye cuando la carga viva tiende a cero, es decir, cuando la relación de carga se acerca a 1.0. El reglamento del ACI318-11 hace una corrección en su normativa cuando la relación de carga se aproxima a 1.0 para corregir esta situación donde la confiabilidad se ve reducida considerablemente (ACI318-11 capítulo R9.3).

## 6.5 Comparación de los índices de confiabilidad $\beta$ implícita en los reglamentos ACI318-11 y RCDF-2004

A partir de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, a continuación se presenta una comparación del promedio de los índices  $\beta$  de las 36 vigas analizadas en este estudio, correspondientes a  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$  (ver figura 6.11 y 6.12 respectivamente).

Se observa que para las vigas diseñadas de acuerdo con lo especificado en las NTCC-2004 para la vigente combinación de carga igual a  $1.4CM+1.4CV$ , la curva de confiabilidad crece cuando la relación de carga  $R_c$  es mayor, es decir cuando la carga muerta es mayor con relación a la carga viva (ver figura 6.11).

La curva de confiabilidad en vigas diseñadas con el criterio ACI318-11 es diferente con respecto a la curva de las NTCC-2004; la combinación de carga establecida en este Reglamento corresponde a  $1.2CM+1.6CV$ , dando mayor importancia a las acciones variables (cargas vivas), entonces se tiene, que la confiabilidad es mayor cuando la relación de carga  $R_c$  es menor, es decir; cuando la carga viva es mayor respecto a la carga muerta, por lo tanto la confiabilidad aumenta (ver figura 6.11).

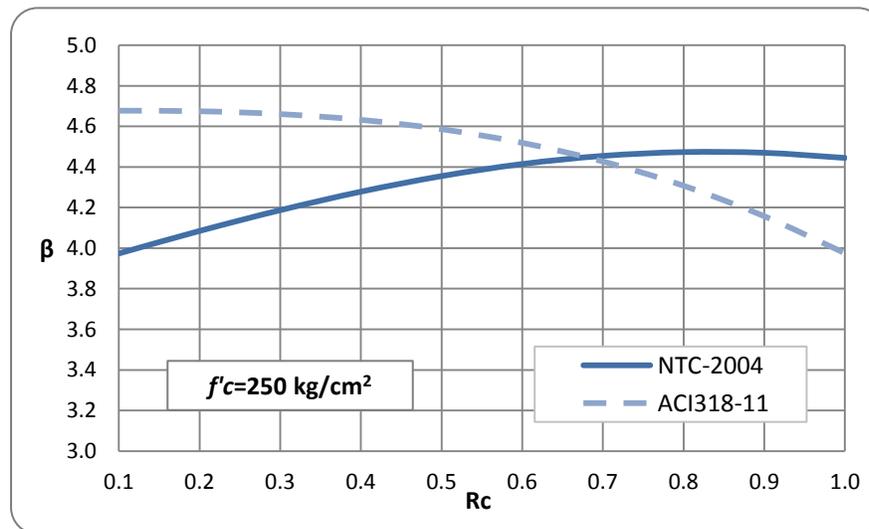


Figura 6.11 Promedio de índices de confiabilidad  $\beta$ , correspondientes a NTCC-2004 y a ACI318-11 para concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=250 \text{ kg/cm}^2$

La figura 6.12 corresponde al promedio de los índices de confiabilidad  $\beta$ , de diseños realizados de acuerdo con las NTCC-2004 y al ACI318-11, cuando se utiliza en el diseño concreto con resistencia a compresión de  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$ .

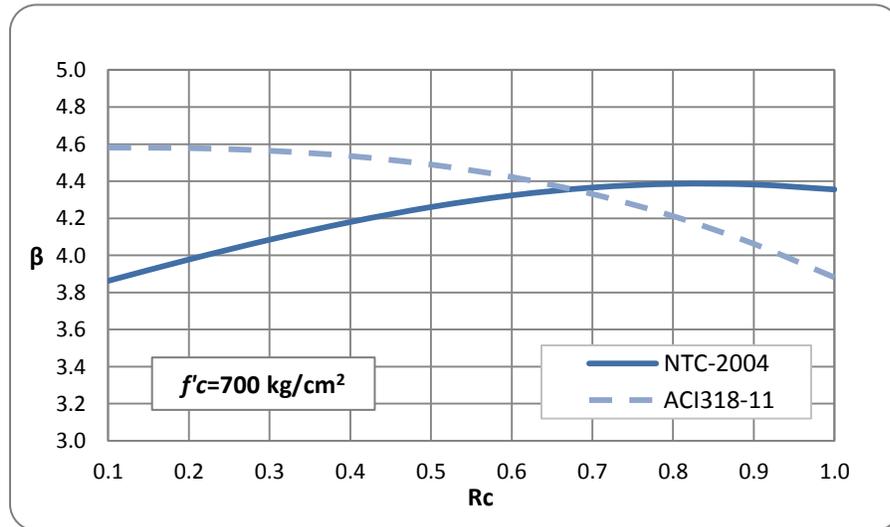


Figura 6.12 Promedio de índices de confiabilidad  $\beta$ , correspondientes a NTCC-2004 y a ACI318-11 para concretos con resistencia a compresión de  $f'_c=700 \text{ kg/cm}^2$

Con base en los resultados obtenidos en este estudio, se observa que a partir de las combinaciones de carga que especifican ambos reglamentos, no se obtienen valores uniformes del índice  $\beta$  que asemejen la misma confiabilidad para diferentes relaciones de carga. Para lograr uniformidad en la curva de confiabilidad se parte del concepto de *índice de confiabilidad objetivo*  $\beta_o$ . Este índice objetivo  $\beta_o$  se entiende como el promedio de índices  $\beta$  correspondientes al intervalo de relaciones de carga entre 0.3 y 0.7 (intervalo de relación de carga comúnmente presentado en la práctica profesional para el diseño de vigas por cortante).

A partir de este concepto en el siguiente capítulo se explica el proceso para determinar una combinación óptima de factores de carga, de modo que se tenga una curva de confiabilidad más uniforme para diferentes relaciones de carga ( $R_c$ ).

## CAPÍTULO VII. DETERMINACIÓN DE LOS FACTORES ÓPTIMOS DE SEGURIDAD

Tomando en cuenta estudios previos sobre factores de seguridad (Meli, 1976; Ellingwood, 1978; Szersen y Nowak, 2003), y a partir en los resultados obtenidos en el análisis de confiabilidad presentado en el capítulo anterior, se puede determinar una combinación de carga (carga muerta + carga viva) que proporcione una curva de confiabilidad con mayor uniformidad para diferentes relaciones de carga  $R_C$ , usando para ello un índice de confiabilidad objetivo ( $\beta_o$ ).

Para este análisis se adopta el criterio de los factores óptimos (Wen, 1996) el cual consiste en calcular la diferencia mínima entre el valor del índice de confiabilidad  $\beta$  y el índice de confiabilidad objetivo  $\beta_o$  como se presenta en la ecuación 7.1, esta ecuación se aplica a diferentes combinaciones de factores de carga. Esto permite establecer la combinación de carga óptima, tal que la suma de las diferencias cuadráticas sea mínima.

$$\sum_{i=1}^n [\beta_i(x) - \beta_o]^2 \quad (7.1)$$

donde:

$\beta_i(x)$  = índice de confiabilidad para la combinación de carga  $i$

$\beta_o$  = índice de confiabilidad objetivo

## 7.1 Casos analizados

Para determinar los factores óptimos de carga se tomaron en cuenta los dos casos correspondientes a vigas diseñadas de acuerdo con las NTCC-2004, utilizando concretos con resistencia  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$  y  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$

- Caso 1

Concretos con resistencia nominal  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$

Índice de confiabilidad objetivo  $\beta_o = 4.33$

- Caso 2

Concretos con resistencia nominal  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$

Índice de confiabilidad objetivo  $\beta_o = 4.24$

Para cada caso se determinaron los índices de confiabilidad  $\beta$  para cada combinación de carga, en un intervalo de 1.1 a 1.5 para carga muerta (CM), y de 1.1 a 1.9 de carga viva (CV), como se indica en la tabla 7.1.

Tabla 7.1 Factores para combinaciones de carga

FACTOR DE CARGA MUERTA	FACTOR DE CARGA VIVA								
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
1.1	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
1.2	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
1.3	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
1.4	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9
1.5	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9

## 7.2 Resultados de las diferencias mínimas cuadráticas

En la tabla 7.2 se presentan los resultados obtenidos para el Caso 1 para el cual la resistencia nominal del concreto es igual  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$ . Se observa que la diferencia mínima de la sumatoria dada por la ecuación 7.1, es igual a 0.3265. Este valor corresponde a la combinación de carga  $1.3CM + 1.5CV$ . Lo anterior se presenta en forma grafica en la figura 7.1

Tabla 7.2 Valores de las diferencias cuadráticas mínimas para el Caso 1.

FACTOR DE CARGA VIVA	FACTOR DE CARGA MUERTA				
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
1.2	10.0593	6.1525	3.8463	2.7429	2.5450
1.3	6.7643	3.5580	1.8382	1.2286	1.4485
1.4	4.5575	1.9481	0.7247	0.5299	1.0982
1.5	3.2292	1.1293	0.3265	0.4804	1.3393
1.6	2.6083	0.9441	0.4981	0.9455	2.0466
1.7	2.5555	1.2646	1.1218	1.8162	3.1192
1.8	2.9578	1.9873	2.1024	3.0049	4.4760
1.9	3.7231	3.0283	3.3630	4.4408	6.0518

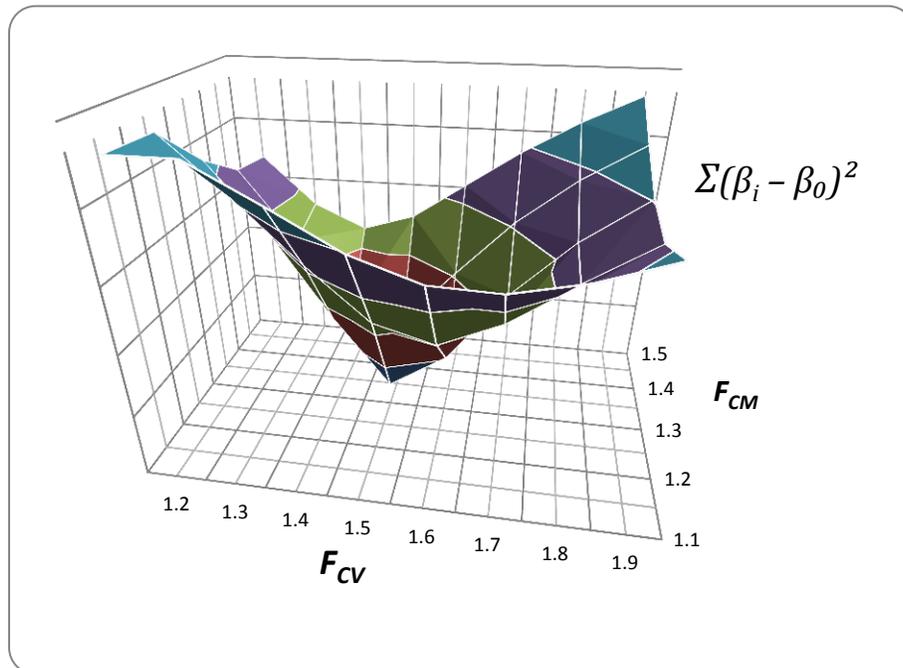


Figura 7.1 Combinación óptima de factores de carga para el Caso 1

A continuación se comparan los valores del índice  $\beta$  para el Caso 1, cuando se aplica la ecuación 7.1. En la figura 7.2 se muestra la combinación optimizada de carga que se obtiene en este estudio que corresponde a  $1.3CM+1.5CV$ , y se compara con la combinación de carga  $1.4CM+1.4CV$  vigente en las NTCC-2004, donde se observa que esta última presenta valores del índice de confiabilidad  $\beta$  con más variabilidad para diferentes relaciones de carga, mientras que la combinación de carga  $1.3CM+1.5CV$  mantiene valores más uniformes y cercanos al índice de confiabilidad objetivo  $\beta_0$  para el intervalo de relaciones de carga entre 0.3 y 0.7. Esto significa que esta combinación de factores resulta óptima para este caso.

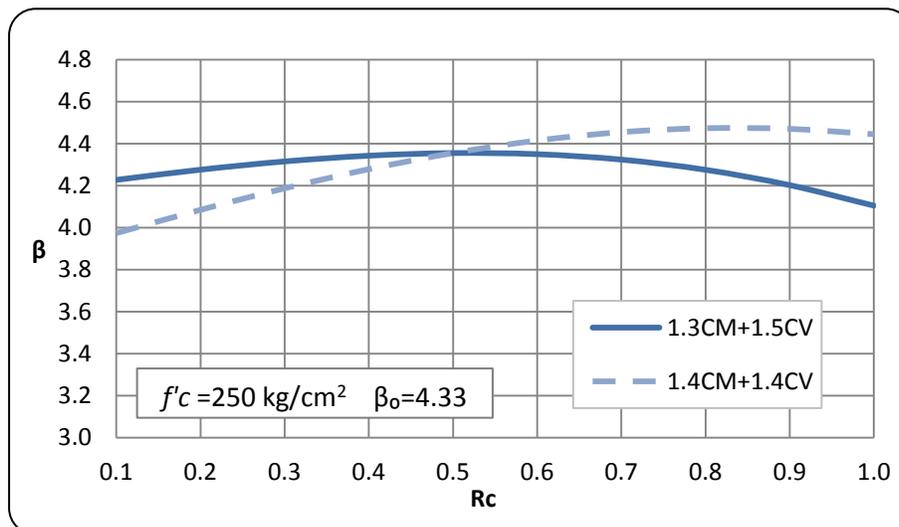


Figura 7.2 Comparación del índice de confiabilidad  $\beta$  para el Caso 1.

Para el Caso 2 en donde se utiliza concreto con la resistencia nominal igual  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$ , la diferencia mínima de la sumatoria dada por la ecuación 7.1 para este caso, es igual a 0.1586 (ver tabla 7.3). Esta corresponde nuevamente a la combinación de carga 1.3CM+1.5CV. Lo anterior se presenta en forma gráfica en la figura 7.3

Tabla 7.3 Valores de las diferencias cuadráticas mínimas para el Caso 2.

FACTOR DE CARGA VIVA	FACTOR DE CARGA MUERTA				
	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5
1.2	10.7088	6.4906	3.9869	2.7804	2.5560
1.3	7.1717	3.6987	1.8216	1.1445	1.3695
1.4	4.7855	1.9509	0.6070	0.3772	0.9792
1.5	3.3356	1.0485	0.1586	0.3069	1.2249
1.6	2.6449	0.8281	0.3252	0.7930	1.9758
1.7	2.5681	1.1558	0.9829	1.7209	3.1255
1.8	2.9859	1.9221	2.0311	2.9977	4.5878
1.9	3.8009	3.0376	3.3877	4.5475	6.2926

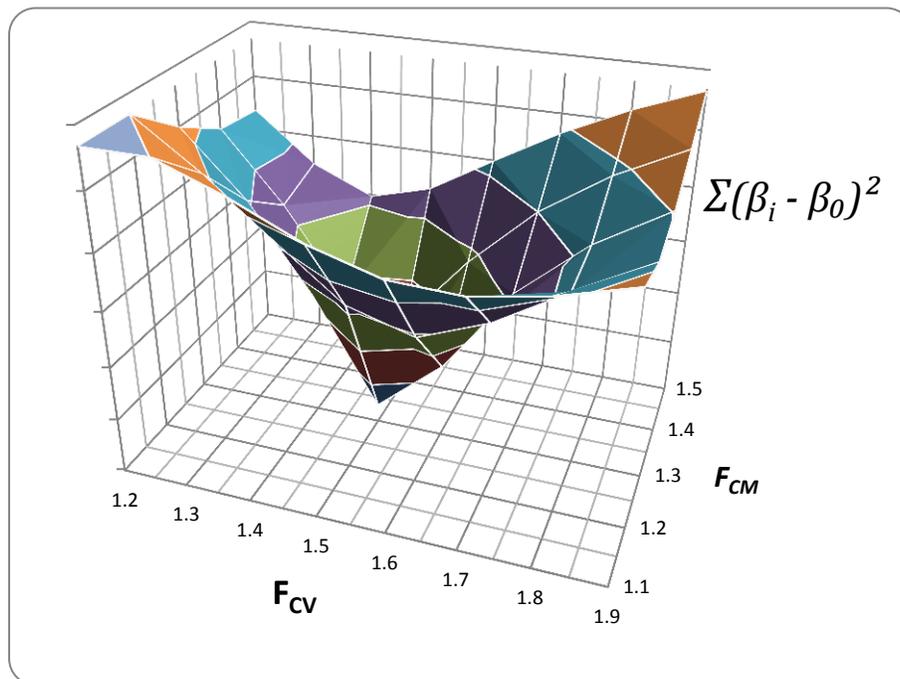


Figura 7.3 Combinación óptima de factores de carga para el Caso 2.

En la figura 7.4 se comparan los valores del índice  $\beta$  para el Caso 2, la combinación óptima de carga que se obtiene para este caso corresponde a  $1.3CM+1.5CV$ , y se compara con la combinación de carga vigente en las NTCC-2004 ( $1.4CM+1.4CV$ ), donde se observa que los factores  $F_{CM} = 1.3$  y  $F_{CV} = 1.5$  proporcionan valores del índice de confiabilidad  $\beta$  más uniformes y próximos al índice de confiabilidad objetivo  $\beta_o$  para el intervalo de relaciones de carga entre 0.3 y 0.7. Esto significa que esta combinación de factores resulta óptima en ambos casos.

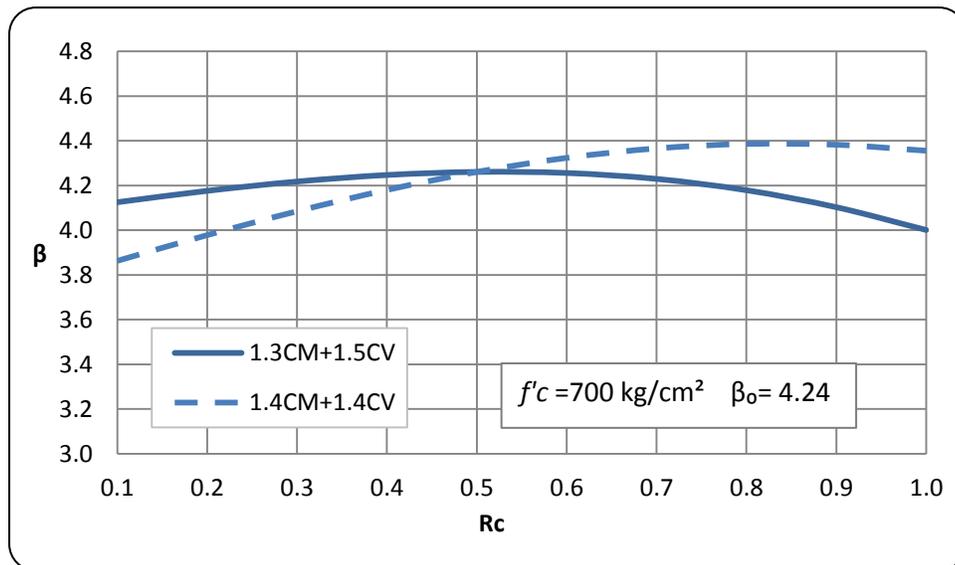


Figura 7.4 Comparación del índice de confiabilidad  $\beta$  para el Caso 2.

## CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A continuación se presentan las conclusiones y recomendaciones del estudio, con base en los resultados obtenidos del análisis de confiabilidad. Basado en características y condiciones propias de la ciudad de México, el análisis de confiabilidad presentado en este estudio pretende mejorar las condiciones de servicio en estructuras de concreto reforzado mediante una combinación de factores de carga que optimicen la confiabilidad para diferentes relaciones de carga.

En los casos analizados en este estudio se encontró que los parámetros con mayor influencia en el *índice de confiabilidad*  $\beta$  para el diseño de elementos por cortante son: la resistencia del concreto y la relación de carga. En cuanto a los estribos, se encontró que la separación de los estribos tiene mayor influencia en el índice  $\beta$  que el diámetro de los mismos.

En las NTCC-2004 se recomienda usar en el diseño una combinación de carga  $CM=1.4$  y  $CV=1.4$  para estructuras sometidas a acciones gravitacionales. De acuerdo con los resultados obtenidos en este estudio, para esta combinación de carga ( $1.4CM+1.4CV$ ) la confiabilidad se reduce considerablemente cuando domina la carga viva, es decir, para relaciones de carga  $R_C < 0.5$ .

A partir de la comparación de resultados y características, la combinación de carga optimizada que se recomienda para el diseño de estructuras diseñadas por cortante es igual a  $CM=1.3$  y  $CV=1.5$ . Esta combinación se considera adecuada ya que la confiabilidad no se ve condicionada por la relación de carga, proporcionando índices de confiabilidad menos sensibles ante variaciones en la relación de carga. La combinación de carga que aquí se propone ( $1.3CM+1.5CV$ ) da mayor importancia a las acciones variables (cargas vivas), siendo estas acciones más difíciles de precisar en el diseño.

Se espera que a partir de este y otros estudios se logre un avance en el desarrollo de normas y códigos para construcción en nuestro país. El estudio de confiabilidad que aquí se presenta forma parte de los diferentes estudios que realiza el *INSTITUTO DE INGENIERÍA DE LA UNAM* como parte de la actual revisión al Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.

## REFERENCIAS

- [1]. Allen, D E (1970), *Probabilistic Study of Reinforced Concrete in Bending*, NRC Institute for Research in Construction, Canada, Technical paper 311
- [2]. ACI , Committee 318 (2011), Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI318-11) and commentary (ACI 318R-11), *American Concrete Institute*, Farmington Hills, MI, USA, 509 pp.
- [3]. Benjamin y Cornell C A (1981), *Probabilidad y Estadística en Ingeniería Civil*, Editorial McGraw-Hill Latinoamericana S A
- [4]. Cornell, C A (1969), Probability-Based Structural Code, *ACI Journal*, 66-85, USA
- [5]. Cornell, C A (1969), Structural Safety Specifications Based on Second-Moment Reliability Analysis, *IABSE Symposium Concepts of Safety Structures and Methods of Design*, Londres, Inglaterra
- [6]. Ellingwood B (1980), *Development of a Probability Based Loads Criterion for American National Standard*, NBS special publication, 577, USA
- [7]. Ellingwood, B (1989), *Reliability Basis of Load and Resistance Factors for Reinforced Concrete Design*, NBS Building Science Series 110, USA
- [8]. Fitzgerald, R W (1996), *Mecánica de Materiales*, Editorial Alfaomega, Segunda Edición, Massachusetts, USA
- [9]. González Cuevas, O y Robles Fernández, F (2005), *Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado*, Limusa, Cuarta edición, México
- [10]. Mansur, M, Chin, M y Wee, T (1996), Stress-Strain Relationship of High-Strength Concrete in Compression, *Journal of Materials in Civil Engineering*, *ASCE Journal*, **8**(2) 70-76
- [11]. Meli, R (1976), Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, *UNAM, Instituto de Ingeniería*, 375, México
- [12]. Meli, R (1985), Estudio Estadístico de Propiedades de Materiales y Estructuras de Concreto Reforzado en el Distrito Federal, *UNAM, Informe Interno del Instituto de Ingeniería*, elaborado para la Dirección General de Administración del Uso del Suelo del Departamento del Distrito Federal, México

- [13]. Meli Piralla, R (2002), *Diseño Estructural*, Limusa. Segunda edición, México
- [14]. Mendoza, C J (1998), *Concretos de Alto Desempeño con Materiales Comunes en el Distrito Federal*. UNAM, Instituto de Ingeniería, México, DF, proy 8565, pp 71
- [15]. Normas Técnicas Complementarias para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto (2004), Gobierno del DF, *Gaceta Oficial del Distrito Federal*, 6 de octubre 2004, México, DF, ( NTCC-2004)
- [16]. Ramos Alvarado, J C (1990), *Análisis de Confiabilidad de Columnas de Concreto Reforzado*, Tesis de Licenciatura, FES Aragón, UNAM, México, DF, pp 78
- [17]. Rangel, A G (2011), *Influencia en la Confiabilidad Sísmica Estructural de las Incertidumbres en las Propiedades Mecánicas de los Materiales y en las Cargas Vivas Máximas*, Tesis Maestría, tesis de maestría, Facultad de Ingeniería, UNAM, México, DF, pp 100
- [18]. Rosenblueth, E y Esteva, L (1973), *Reliability Basis for Some Mexican Codes, Probabilistic Design of Reinforced Concrete Building*, ACI, SP-31, US
- [19]. Ruiz Gómez, S E y Aguilar Ortigoza, J C (1992), *Confiabilidad implícita en los factores de seguridad especificados en las Normas NTCCC-87 y ACI 318-89. Vigas diseñadas por cortante y por flexión*, UNAM, Instituto de Ingeniería, México, DF, 546, pp 81
- [20]. Ruiz Gómez, S E y Soriano Martínez, J A (2001), *Cargas Vivas Máximas de Diseño para Edificios de Oficinas en la Ciudad de México*, UNAM, Instituto de Ingeniería, México, DF, 623, pp 58
- [21]. Ruiz Gómez, S E y Suárez, R (1992), *Índices de Seguridad de Elementos de Concreto Reforzado ante Cargas Estáticas, Diseñados con las Normas Técnicas Complementarias del RCDF-1987*, UNAM. *Revista de Ingeniería*, México, DF, **2**(35-41)
- [22]. Ruiz Gómez, S E y Soriano, A (1997), *Design Live Loads for Office Buildings in México and the United States*, *Journal of Structural Engineering*, **916**(816-822)
- [23]. Sobol, I M (1983) *Método de Montecarlo*, Segunda Edición, Editorial Mir, Moscú
- [24]. Szerszen M, y Nowak S (2003) *Calibration of Design Code for Buildings (ACI318): Part 2- Reliability Analysis and Resistance Factors*, *ACI Structural Journal*, Technical Paper, 100-542, US
- [25]. Wen Y K (1993) *Reliability-Based Design Under Multiple Loads*, *Structural Safety*, No. 13, 3-19, Elsevier Science Publishers B V, US

## APÉNDICES

### A. Resistencia a compresión del concreto en obra

Existe cierta probabilidad de que la resistencia del concreto en obra tenga variaciones respecto a la resistencia nominal especificada en el proyecto. Esta es la principal razón, por la cual es necesario relacionar la resistencia a la compresión de cilindros de concreto con la resistencia a la compresión en obra.

La resistencia media a compresión del concreto en obra ( $\overline{f_{co}}$ ) toma en cuenta las variaciones que podrían presentarse en la resistencia nominal ( $f'_c$ ) por la influencia de condiciones debido al transporte, colocación, compactación y curado. (Meli, 1976)

$$\overline{f_{co}} = k * f'_c$$

donde:

$$k = \begin{cases} 0.75 + \frac{30}{f'_c} , & \text{Estricto control} \\ 0.60 + \frac{25}{f'_c} , & \text{Bajo control} \end{cases}$$

La resistencia a compresión en cilindros ( $\overline{f}_c$ ) depende de la resistencia nominal del concreto ( $f'_c$ ) y de su desviación estándar ( $\sigma_{c1}$ ) como se muestra a continuación.

$$\overline{f}_c = f'_c + 1.28\sigma_{c1}$$

$\overline{f}_c$  y  $\sigma_{c1}$  se determinan a través de pruebas de cilindros de concreto en el laboratorio.

Por otro lado, la varianza de la resistencia a la compresión en obra ( $\sigma_{c0}$ ) se calcula usando la siguiente ecuación.

$$\sigma_{c0}^2 = \sigma_{c1}^2 + \sigma_{c2}^2$$

donde

$$\sigma_{c2} = \begin{cases} 10 \text{ kg/cm}^2 , & \text{estricto control} \\ 30 \text{ kg/cm}^2 , & \text{bajo control} \end{cases}$$

A continuación se muestra el ejemplo del cálculo de la resistencia media y la desviación estándar del concreto a compresión probado en cilindros y del elaborado en obra utilizados en este estudio.

**Para concreto  $f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ :**

$$\sigma_{c1} = 33 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{c2} = 10 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{co}^2 = \sqrt{33^2 + 10^2} = 34.48 \text{ kg/cm}^2$$

Valor medio de la resistencia en cilindros:

$$\bar{f}'_c = f'_c + 1.28\sigma_{c1}$$

$$\bar{f}'_c = 250 + 1.28 * 33 = 292.24 \text{ kg/cm}^2$$

Valor medio de la resistencia en obra:

$$\bar{f}'_{co} = \left(0.75 + \frac{30}{250}\right) * 292.24 = 254.24 \text{ kg/cm}^2$$

**Para concretos  $f'_c = 700 \text{ kg/cm}^2$ :**

$$\sigma_{c1} = 50 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{c2} = 10 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{co}^2 = \sqrt{50^2 + 10^2} = 50.99 \text{ kg/cm}^2$$

Valor medio de la resistencia en cilindros:

$$\bar{f}'_c = f'_c + 1.28\sigma_{c1}$$

$$\bar{f}'_c = 700 + 1.28 * 50 = 764 \text{ kg/cm}^2$$

Valor medio de la resistencia en obra:

$$\bar{f}'_{co} = \left(0.75 + \frac{30}{700}\right) * 764 = 605.74 \text{ kg/cm}^2$$

## B. Comparación entre el índice de confiabilidad $\beta$ correspondiente a vigas en donde se usa concreto con resistencia $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$ , y se compara con los de resistencia $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$

A continuación se hace una comparación del índice  $\beta$  para una viga usando concreto de  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$  y de  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$ . Se utilizarán los datos mostrados en el capítulo 5 correspondientes a una viga con dimensiones  $30 \times 60 \text{ cm}$ , y con área de acero  $A_s = 26.23 \text{ cm}^2$ , para una relación de carga  $R_c = 0.7$ .

De la simulación de la resistencia y solicitación se obtuvieron los siguientes valores:

Para el caso de concretos con  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$

$$\bar{R} = 29.552 \text{ ton} \quad \sigma_R = 3.513 \text{ ton}$$

$$\bar{S} = 11.502 \text{ ton} \quad \sigma_S = 1.64 \text{ ton}$$

Para el caso de concretos con  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$

$$\bar{R} = 38.762 \text{ ton} \quad \sigma_R = 4.846 \text{ ton}$$

$$\bar{S} = 16.313 \text{ ton} \quad \sigma_S = 2.089 \text{ ton}$$

Cálculo del índice de confiabilidad  $\beta = \frac{\bar{R} - \bar{S}}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}}$ , (ecuación 3.4)

Para el caso de concretos con  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$

$$\beta_{700} = \frac{29.552 - 11.502}{\sqrt{3.513^2 + 1.64^2}} = \frac{18.05}{3.876} = 4.656$$

Para el caso de concretos con  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$

$$\beta_{250} = \frac{38.762 - 16.313}{\sqrt{4.846^2 + 2.089^2}} = \frac{22.449}{5.277} = 4.254$$

Se puede ver que la confiabilidad en vigas con concretos con resistencia  $f'c=250 \text{ kg/cm}^2$  son más confiables que las correspondientes a concretos con resistencia  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$ . Esto se debe a que los concretos con  $f'c=700 \text{ kg/cm}^2$  presentan valores de desviación estándar mayores. Este comportamiento se debe a que su función de distribución para estos concreto resulta ser más dispersa.

## C. Deformación unitaria del concreto de alto desempeño

Los reglamentos de construcción no ponen límites en cuanto a la resistencia del concreto de alto desempeño; sin embargo para el diseño del refuerzo por cortante y el cálculo de la longitud de desarrollo se recomienda que la resistencia del concreto no exceda los 70 MPa (700 kg/cm<sup>2</sup>). Un aspecto importante en el desarrollo de concretos de alto desempeños es la variabilidad que presenta su deformación unitaria última.

A partir de esta información se propuso dentro del presente estudio una ecuación que pueda predecir la deformación unitaria última del concreto en función de su resistencia nominal.

Tabla C.1

Datos obtenidos a partir de pruebas experimentales de concretos fabricados en México (Mendoza, 1998)

$f'c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon$	$f'c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon$	$f'c$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$\epsilon$
415	0.00280	492	0.00270	610	0.002752
423	0.00253	494	0.00272	648	0.002870
444	0.00245	495	0.00280	661	0.002980
445	0.00250	515	0.00285	678	0.002830
449	0.00293	548	0.00290	687	0.002900
487	0.00290	552	0.00325		

La ecuación que se muestra en la figura C.1 ( $\epsilon_{su} = 0.0008f_c'^{0.2063}$ ) representa el comportamiento de la deformación unitaria en función de la resistencia nominal del concreto. La ecuación propuesta tiene una buena aproximación comparada con un estudio realizado por la ASCE (Mansur, 1996), donde se ensayaron 1000 cilindros de concreto por cada punto en la gráfica. La ecuación de la ASCE es:  $\epsilon_{su} = 0.00078f_c'^{0.25}$ .

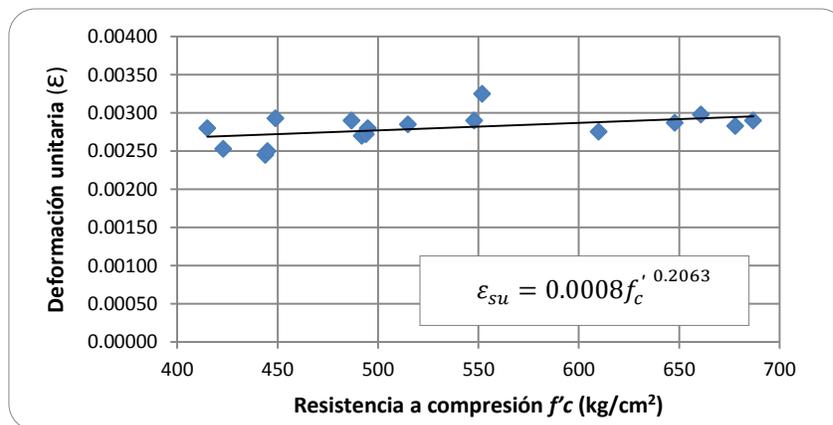


Figura C.1 Comportamiento de la deformación unitaria ultima

## *Reconocimiento*

Es un verdadero placer dedicar este espacio a las personas que hicieron posible el desarrollo de este trabajo de tesis.

De manera muy especial a la Dra. Sonia Elda Ruiz Gómez por darme la oportunidad de realizar este proyecto bajo su dirección. Principalmente le agradezco por los conocimientos que compartió durante este tiempo, la motivación y sus valiosos consejos, no solo en el desarrollo de este proyecto, sino también, en mi formación profesional.

De igual manera al Mtro. en Ing. Juan Bojórquez Mora por su amable disponibilidad, sus valiosos consejos y apoyo en asesoría técnica y bibliografía.

También quiero hacer extensiva mi gratitud, a mis amigos y profesores de esta gran casa de estudios y del Instituto de Ingeniería, por los buenos momentos, y hacer de esta experiencia la mejor en mi carrera profesional.

A mis padres por regalarme esta hermosa Profesión y por todo el apoyo que me brindan día a día con su cariño, comprensión y paciencia. Gracias por ayudarme a cumplir mis sueños.

A mis hermanos que son fuente de inspiración y fortaleza. Gracias, porque de ustedes aprendo algo nuevo cada día, que queda plasmado en este proyecto y en cada momento de mi vida.

A mis abuelos que son el pilar de la familia y la voz de la experiencia, que desde niño guiaron y cuidaron mis pasos.

Gracias, a la niña que se ha robado mi corazón y que lo llenado de alegría y amor. Por estar conmigo en todo momento con apoyo incondicional y con un consejo siempre a la mano. Te amo Laurita.

Y finalmente agradezco a Dios, el poner en mi vida a todas estas personas y cuidar de ellas cada día.

¡Gracias!