



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ACATLÁN

“DIAGRAMAS DE COLUMNAS DE CONCRETO PRESFORZADO”

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

PRESENTA

GERARDO MANUEL MORAN GARCIA

ASESOR

DR. HUGO HERNANDEZ BARRIOS

Agosto,2012



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

AGRADECIMIENTOS

Quiero expresar mi agradecimiento que le debo a mis padres, mis hermanos y con mucho orgullo a mis hijas Diana y Andrea, por su apoyo, su amor y todas las buenas acciones que han tenido para mí.

Quiero dedicar este trabajo a todos ellos, porque a través del tiempo siempre han contribuido en la realización de mis metas y en lo que ahora soy como persona.

Y Quiero agradecer al Dr. Hugo Hernández por su apoyo y orientación para la realización de este trabajo.

Gerardo Manuel Morán García

OBJETIVO DEL TRABAJO

El presente trabajo tiene como objetivo conocer el comportamiento de columnas cortas de concreto presforzado bajo cargas de servicio, así como conocer la influencia de los esfuerzos que se generan, debido a la fuerza de presfuerzo aplicada en la sección de concreto.

El alcance del trabajo contiene tres capítulos que abordan diferentes temas sobre la técnica del concreto presforzado, el primer capítulo trata sobre los antecedentes en la utilización de esta técnica, así como la aplicación en los diferentes puentes vehiculares construidos en la Ciudad de México, el capítulo dos trata sobre la definición de la técnica del concreto presforzado, la teoría sobre los esfuerzos generados por la carga del presfuerzo, las características de los materiales que se emplean para la construcción de elementos estructurales, las técnicas para la aplicación y las pérdidas de la carga de presfuerzo debido a diferentes condiciones. En el capítulo tres se aborda sobre el comportamiento y modos de falla de una columna corta de concreto presforzado, la definición y construcción del diagrama de interacción y la teoría de las deformaciones, además se integran dos ejemplos de aplicación de columnas bajo cargas de servicio para la elaboración de los diagramas de interacción.

Por último se integra un “Anexo” que trata sobre el diseño de la superestructura de un puente vehicular en el Estado de Michoacán, con la finalidad de conocer la aplicación de esta técnica y que se utilizará para efectos comparativos de diseño entre las normas de 1970 y las actuales.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad los avances tecnológicos han sido de gran ayuda para brindar mejores soluciones y alternativas que se han desarrollado y aplicado en los diferentes ámbitos de la vida económica y social del país, en materia de construcción. La Ingeniería Civil ha sido una de las pioneras en el desarrollo sustentable de nuevas técnicas para la creación y desarrollo de proyectos de gran importancia, con ello, una de las técnicas que se ha desarrollado es la técnica del concreto presforzado.

Hacia principios del siglo XX, en Europa se inició la aplicación de la técnica del concreto presforzado que optimiza la utilización de los materiales como el concreto y el acero en las diferentes estructuras, como edificios, puentes, muros de contención, silos, etc., aprovecha mejor las propiedades mecánicas de resistencia, elasticidad, durabilidad, en comparación con las que presenta el concreto reforzado convencional, por lo que en los últimos años se ha venido utilizando en muchas construcciones, teniendo además las ventajas antes descritas como la rapidez en su construcción, en consecuencia se abaten los costos y tiempos en la ejecución de los proyectos.

En la década de los 50's, en México se inició la aplicación de esta técnica principalmente en puentes vehiculares, generando un óptimo resultado en el ahorro de tiempo y economía, por lo que se ha continuado con la aplicación de esta técnica en los diferentes elementos que componen las estructuras.

Las características del concreto presforzado es la prefabricación de los elementos estructurales, esta es una gran ventaja ya que mientras se construye la subestructura al mismo tiempo se construyen los elementos que formarán la superestructura.

La aplicación de la técnica del concreto presforzado, en elementos horizontales como trabes, losas, vigas, ha sido mayor, que en la aplicada en los elementos verticales, como columnas, sin embargo en los últimos años se ha incrementado la aplicación de columnas presforzadas, sobre todo en edificios y puentes vehiculares.

La aplicación más reciente de esta técnica se ha realizado en el sistema vial de la Ciudad de México, siendo el principal objetivo, mejorar y ampliar la vialidad. Se llevaron a cabo diferentes proyectos de ampliación y restructuración del sistema vial conformado con la construcción de puentes vehiculares continuos de longitudes importantes sin olvidar que uno de los objetivos principales es mejorar la circulación vehicular ofreciendo mayor rapidez en los traslados así como reducir el congestionamiento. Estos puentes están constituidos a base de elementos presforzados prefabricados como son trabes y columnas.

Las prioridades en la construcción de la vialidad denominada "Segundo Piso", era construir puentes vehiculares en el menor tiempo, en un espacio reducido, sin cerrar el flujo vehicular, por lo que la construcción tendría que realizarse en un espacio reducido para evitar el cierre de la vialidad y evitar generar congestionamiento para los usuarios que transitan durante el día, es decir el proyecto exigía condiciones especiales para su ejecución, el proyecto consistía en la construcción de marcos de concreto que soportarían las trabes principales en las que correría la

vialidad. Debido a estos requerimientos el proyecto se tuvo que adecuar a dichas condiciones, unas de las soluciones que ofrecía gran factibilidad en tiempo, espacio y rapidez fue utilizar travesaños y columnas de concreto presfuerzo.

Las vialidades iniciaron con la construcción de la cimentación y posteriormente se colocaron las columnas de concreto presfuerzo, de manera simultánea se construiría la superestructura en las plantas de prefabricado, fuera del sitio de los trabajos, una vez preparadas las columnas para recibir las travesaños se procedía a su colocación, cumpliendo con ello el objetivo principal del proyecto.

Como se pudo observar la aplicación de esta técnica ofrece alternativas de solución a diferentes tipos de proyectos, en las que se requiere rapidez, facilidad y economía.

El presente trabajo aborda el análisis y comportamiento de las columnas cortas de concreto presfuerzo bajo cargas de trabajo con la teoría de compatibilidad de deformaciones, contiene una reseña de las primeras aplicaciones de esta técnica en México, así como algunas imágenes de diferentes puentes vehiculares construidos recientemente a base de columnas de concreto presfuerzo, planos ejecutivos de columnas, características de esta técnica y como ejemplos prácticos la construcción de diagramas de interacción de dos columnas con sección diferente. Por último se integra anexo acerca del análisis y diseño de un puente vehicular, como otro ejemplo de aplicación y que puede servir de consulta.

“DIAGRAMAS DE COLUMNAS DE CONCRETO PRESFORZADO”

INDICE

Agradecimientos

Objetivo del trabajo

Introducción

Capítulo 1

Antecedentes del presfuerzo

1.1 Desarrollo histórico.....	1
1.2 Primeras aplicaciones en México.....	3
1.3 Puentes vehiculares con columnas de concreto presforzado en México.....	4

Capítulo 2

Presfuerzo

2.1 Definición de presfuerzo.....	24
2.1.1 Etapas de un elemento bajo diferentes cargas	27
2.2 Materiales	29
2.2.1. Concreto.....	29
2.2.2 Acero de presfuerzo	34
2.2.2.1 Propiedades del acero de presfuerzo	35
2.3 Técnicas de presfuerzo.....	37
2.3.1 Pretensado	38
2.3.2 Postensado.....	38
2.4 Pérdidas de presfuerzo	38
2.4.1 Deslizamiento del anclaje.....	39
2.4.2 Acortamiento elástico del concreto	39
2.4.3 Pérdidas por fricción.....	39
2.4.4 Pérdida por flujo plástico en el concreto	40
2.4.5 Contracción del concreto	40

2.4.6 Relajamiento del acero.....40

Capítulo 3

Diagramas de interacción para columnas de concreto presforzado

3.1 Comportamiento y modos de falla de una columna de concreto presforzado...41

3.2 Definición de diagrama de interacción42

3.3 Requisitos para la elaboración del diagrama de interacción.....42

3.4 Teoría de compatibilidad de deformaciones para el cálculo de columnas presforzadas44

3.5 Cálculo de resistencia de columnas de concreto presforzado por medio de la construcción de diagrama de interacción48

 3.5.1 Ejemplo de aplicación I.....48

 3.5.2 Ejemplo de aplicación II.....66

Conclusiones87

Referencias bibliográficas.....88

Anexo89

Justificación de la integración del “Anexo”

“Diseño de superestructura de puente vehicular

CAPÍTULO 1

ANTECEDENTES DEL PRESFUERZO

1.1 Desarrollo Histórico

El principio básico del concreto presforzado es la introducción de fuerzas externas a un elemento estructural con el objetivo de mejorar su comportamiento y resistencia bajo cargas de servicio durante su vida útil.

No se tiene con precisión el inicio de este principio en cuanto a sus primeras formas de uso, es decir se aplicaba de manera que no se conocía sus técnicas como por ejemplo, cuando se ataban cintas o cinchos metálicos alrededor de duelas de madera para formar barriles, se les aplicaba una fuerza inicial que generaba compresión en la madera que forma el barril con la finalidad de tener mayor capacidad al esfuerzo de tensión al momento de ser llenados, es decir, proporciona una mayor capacidad en la resistencia del material(Lin,1980).

Aunque la idea del concreto presforzado es muy antigua, no pudo llevarse a cabo la construcción de obras de ingeniería, hasta no contar con el desarrollo de los materiales como el concreto y acero de alta resistencia, necesarios para la aplicación de grandes fuerzas externas y para la reducción de pérdidas.

Se conocen algunos datos de la historia y evolución del desarrollo del concreto presforzado, las primeras aplicaciones que se realizaron en los principios del presforzado fue en el año de 1837 por Squire Wipple, fabricante norteamericano de instrumentos de Nueva York, quien desarrolló lo que se conoce con el nombre de "Armadura de Wipple o de doble intersección" en que, un sistema de tirantes se extiende entre dos paneles de una armadura, el cordón superior y los verticales se forman de hierro y el cordón inferior de acero suave ya que el hierro colocado tiene poca resistencia a la tensión, se introduce una compresión axial en las cuerdas verticales de la armadura por medio de tirantes que se aprietan con tuercas, estos tirantes introducen una compresión inicial en las verticales con el cual se somete al presforzado contra el esfuerzo de tensión posible(Khachaturian,1979).

En realidad este principio fue aplicado por P.H. Jackson de San Francisco, en California, Estados Unidos, en el año de 1886, quien obtuvo la patente para fijar varillas de acero en piedras fijas, aunque durante cinco décadas posteriores este método registró un progreso relativamente pequeño (Lin,1980).

De manera independiente, en el año de 1888, Doehring en Alemania aseguró una patente para concreto reforzado con metal que se tenía aplicado un esfuerzo de tensión antes de que fuera cargada la losa. Estas aplicaciones estaban basadas en el concepto de que el concreto, aunque resistente a la compresión, era bastante débil a la tensión y presforzando el acero contra el concreto bajo un esfuerzo de compresión que podría ser utilizado para equilibrar cualquier esfuerzo de tensión producido por cargas vivas o muertas (Lin,1980).

Para el año 1907 Lund inició la fabricación de bóvedas de concreto presforzado construidas por bloques de concreto unidos por medio de mortero, el presforzado se logró mediante tirantes de acero y la compresión se transmitió a los bloques por medio de placas de apoyo en los extremos (Khachaturian,1979).

Para el año de 1908 se inició un método similar al anterior por G. R. Steiner, en los Estados Unidos, quien propuso apretar previamente los tirantes de presforzado en contra del concreto húmedo con objeto de eliminar la ligazón y luego aumentar la tensión después del endurecimiento del concreto (Khachaturian,1979).

A quien se le debe el crédito de reconocer el significado importante de la contracción y la deformación progresiva del concreto, es a Dill de Alejandría, de Nebraska, en el año de 1925. Este método consiste en aplicar el presforzado después que se presenta la mayor parte de la contracción en el concreto. Para compensar el efecto de la deformación progresiva o flujo, las tuercas se aprietan ocasionalmente y el acero se recubría con una sustancia plástica (Khachaturian,1979).

Para el año de 1922,W. H. Hewett, de Minneápolis, Minnesota aplicó con éxito el presforzado en tanques de concreto con el objetivo de que el tanque fuera impermeable (Khachaturian,1979).

Fue hasta el año de 1928, cuando el ingeniero francés Eugene Freyssinet, inició la práctica con alambres de acero de alta resistencia para el presforzado (Khachaturian,1979).Por lo que introdujo una importante innovación al utilizar este tipo de acero, como consecuencia la fuerza de tensión remanente era suficiente para ejercer grandes esfuerzos de compresión en el concreto aún con las pérdidas. Así mismo demostró el efecto de la deformación progresiva o flujo del concreto así como con el uso de acero de alta resistencia puede generar altos esfuerzos. La posibilidad de aplicación del presfuerzo era cuando se realizaron métodos para tensar y anclar el acero en los extremos y que fueran precisos y económicos. Fue hasta el año de 1939 que Freyssinet produjo cuñas cónicas para los anclajes en los extremos y diseñó gatos de doble acción por medio de los cuales se tensaba los alambres y posteriormente se presionaban los conos machos sobre los conos hembra para su anclaje.

De esta idea surgió el principio en la técnica de la aplicación del presfuerzo, tal como se aplica en la actualidad, aunque existen variaciones en su forma, debido a esto se le atribuye al ingeniero E. Freyssinet el principio de esta técnica como la conocemos actualmente.

En el año de 1940, el profesor G. Magnel de Bélgica, desarrolló el sistema Magnel, en el cual se estiraban dos alambres a la vez y se anclaban con una cuña metálica simple en cada extremo (Lin,1980).

Aunque la técnica de la aplicación del presfuerzo ya estaba aprobada con la utilización de acero de alta resistencia, fue hasta 1945 el inicio de la aplicación en gran medida y debido al escases del acero por la Segunda Guerra Mundial (Lin,1980), ya que se requería menor cantidad que en los diseños del concreto convencional siendo importante que la técnica se difundía entre ingenieros y constructores para su aplicación.

Es importante aclarar que esta técnica se desarrolló principalmente en Europa por lo que los países como Francia y Bélgica lo aplicaron inicialmente, siguiendo de la misma manera otros países como Alemania, Italia, Rusia, Holanda, Suiza e Inglaterra. Como ejemplo de la aplicación y ventajas de este método, en países como Alemania el ochenta por ciento de los puentes son de concreto presforzado (Lin,1980).

La aplicación del concreto presforzado se da por primera vez en Europa al término de la Segunda Guerra Mundial y se ve impulsada por la necesidad de reconstruir la mayoría de los puentes destruidos por la guerra.

Para el año de 1945 en España se construyó la primera viga pretensada, por Pecadar. Aunque en los Estados Unidos, el presforzado no se dio de manera lineal en un principio, es decir, inició con un presforzado circular en tanques de almacenamiento, que fue impulsado por la Compañía Preload, y el primer puente de concreto presforzado construido en los Estados Unidos fue el Walnut Lane Puente Memorial en la Ciudad de Philadelphia, Pensylvania, en 1951. El crecimiento que tuvo fue de la misma manera para edificios como para puentes, lo que generó un auge en este país, existía una planta de elaboración de elementos pretensados precolados para 1950, para 1954 ya existían 34, para el año 1961 ya existían más de 229 de esta manera en este país se adoptó de manera casi permanente la aplicación del concreto presforzado tanto para edificios, puentes tanques como para otros elementos, como durmientes, dovelas, etc.(Lin,1980).

De la misma forma en Dinamarca en el año de 1961, el 44% de los edificios se había aplicado el presforzado en algún elemento que lo compone(Lin,1980).

En 1952, se realizó una reunión de investigadores y científicos en Cambridge, Inglaterra, para la cual se creó una sociedad internacional que rija los criterios de diseño y construcción a nivel mundial de la técnica del concreto presforzado, así como difundir la nueva técnica sus ventajas y lo que representan en comparación con el concreto reforzado convencional, originándose así la Federation internationale de la Precontrainte, (FIP).

1.2 Primeras aplicaciones en México

En México la aplicación de esta técnica se realizó en el año de 1953, en la Ciudad de Monterrey, con la construcción del puente “Zaragoza” que cruza el río Santa Catarina, fue el primer puente de concreto presforzado construido en el Continente Americano.

En 1957, se construyó el puente sobre el río Tuxpan, en el puerto del mismo nombre en el Estado de Veracruz. Fue la primera obra en la que se aplicó el sistema de dovelas en doble volado, con una longitud de 425 m y tres claros de 92 m. El concreto se presforzó con barras de acero redondo y durante la construcción se presentaron diversos problemas por falta de experiencia en dicho sistema de construcción, mismos que fueron superados del inicio al término de la construcción.

Otro de los puentes en que se aplicó esta técnica es el que pasa sobre el río Coatzacoalcos y que permite el paso de la carretera sobre la costera. El puente Coatzacoalcos se inauguró en 1984 y fue el puente más largo de México con una longitud de 1 km.

Es importante mencionar que en la actualidad esta técnica se ha difundido por todos los países y que se ha aplicado con éxito en diferentes edificaciones y otros elementos como son: puentes, edificios, tanques, durmientes, tubos, estadios, muros de contención, dovelas, cubiertas, etc.

La Asociación Nacional de la Industriales del Presfuerzo y la Prefabricación, A.C. (ANIPPAC) fue creada con el fin de promover y desarrollar la utilización de las estructuras prefabricadas y de elementos presforzados en las diferentes obras de edificación e infraestructura, fundada en 1966 en México, agrupa a los industriales dedicados al presfuerzo y prefabricación. Su objetivo es ofrecer asesorías, promover cursos y congresos para el desarrollo de proyectos, además de estar en constante relación con las diferentes cámaras industriales, académicas y de comercio en todo el país y en el extranjero.

1.3 Puentes vehiculares con columnas de concreto presforzado en México

En Enero de 2006 se inauguró el “Distribuidor Vial San Antonio, Segunda Etapa”, vialidad que se encuentra al poniente de la Ciudad de México, cuenta con una longitud de 12 km aproximadamente, en su construcción se utilizaron columnas de concreto presforzado. En las figuras 1.10 a la 1.18 se observa la construcción y el recorrido que realiza el distribuidor vial, así como la estructuración a base de marcos de concreto, traveses en volado, columnas de soporte. Con el fin de conocer parte del proyecto se integran planos ejecutivos estructurales y detalles de columna presforzada para su construcción, como se observan en las figuras 1.19 y 1.20.

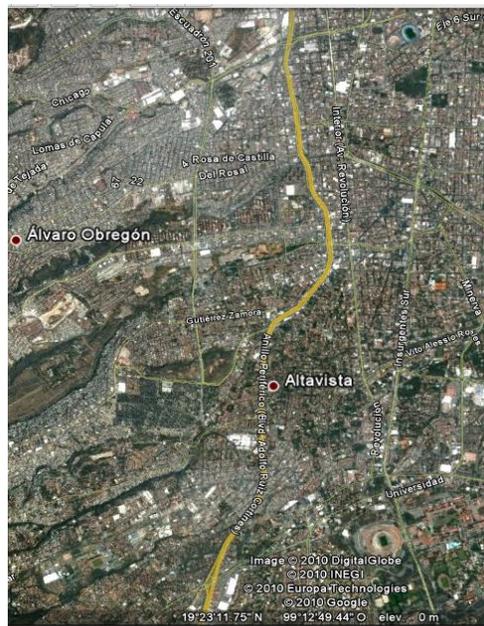


Figura 1.10 Recorrido del Distribuidor Vial San Antonio de San Jerónimo a San Antonio (google)

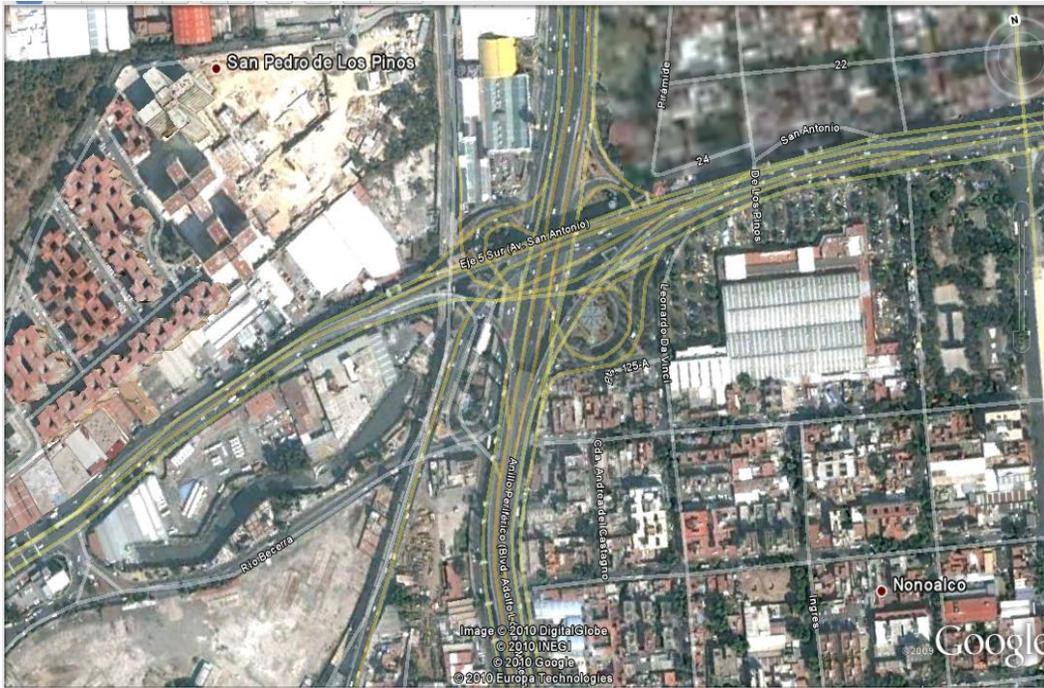


Figura 1.11 Distribuidor vial San Antonio en el tramo final (google)

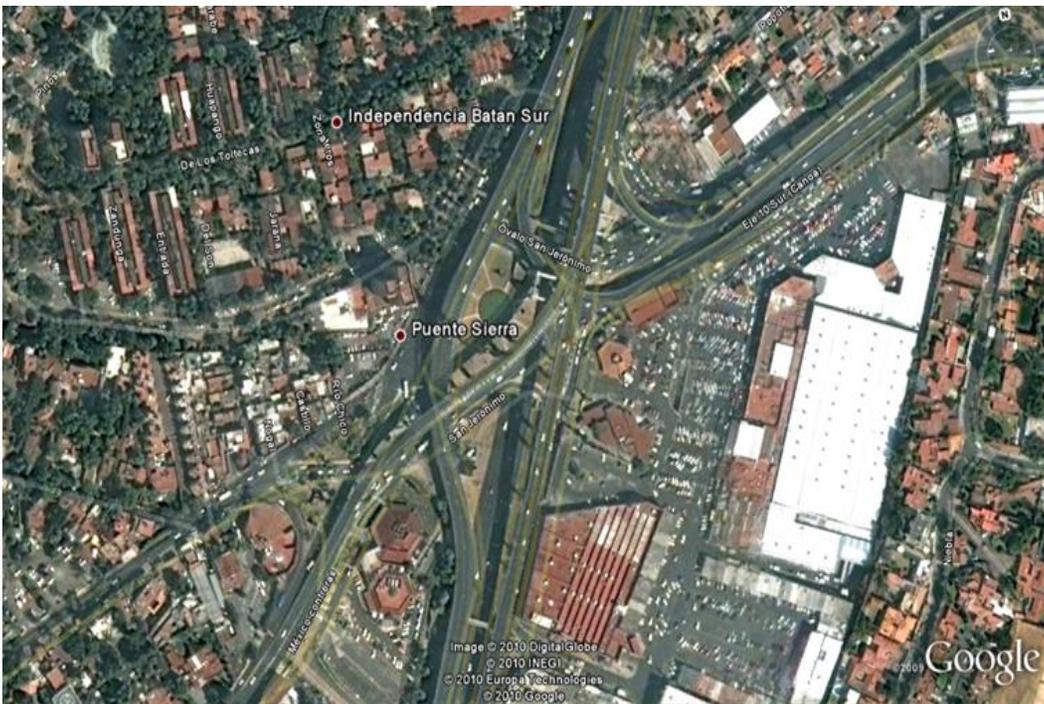


Figura 1.12 Distribuidor vial San Antonio en el tramo inicial de San Jerónimo (google)



Figura 1.13 Columnas presforzadas soportando traves principales



Figura 1.14 Marcos de rigidez y en voladizo a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.15 Marcos de rigidez a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.16 Columnas presforzadas soportando traves principales



Figura 1.17 Columnas presforzadas soportando traves principales



Figura 1.18 Columnas presforzadas soportando traves principales

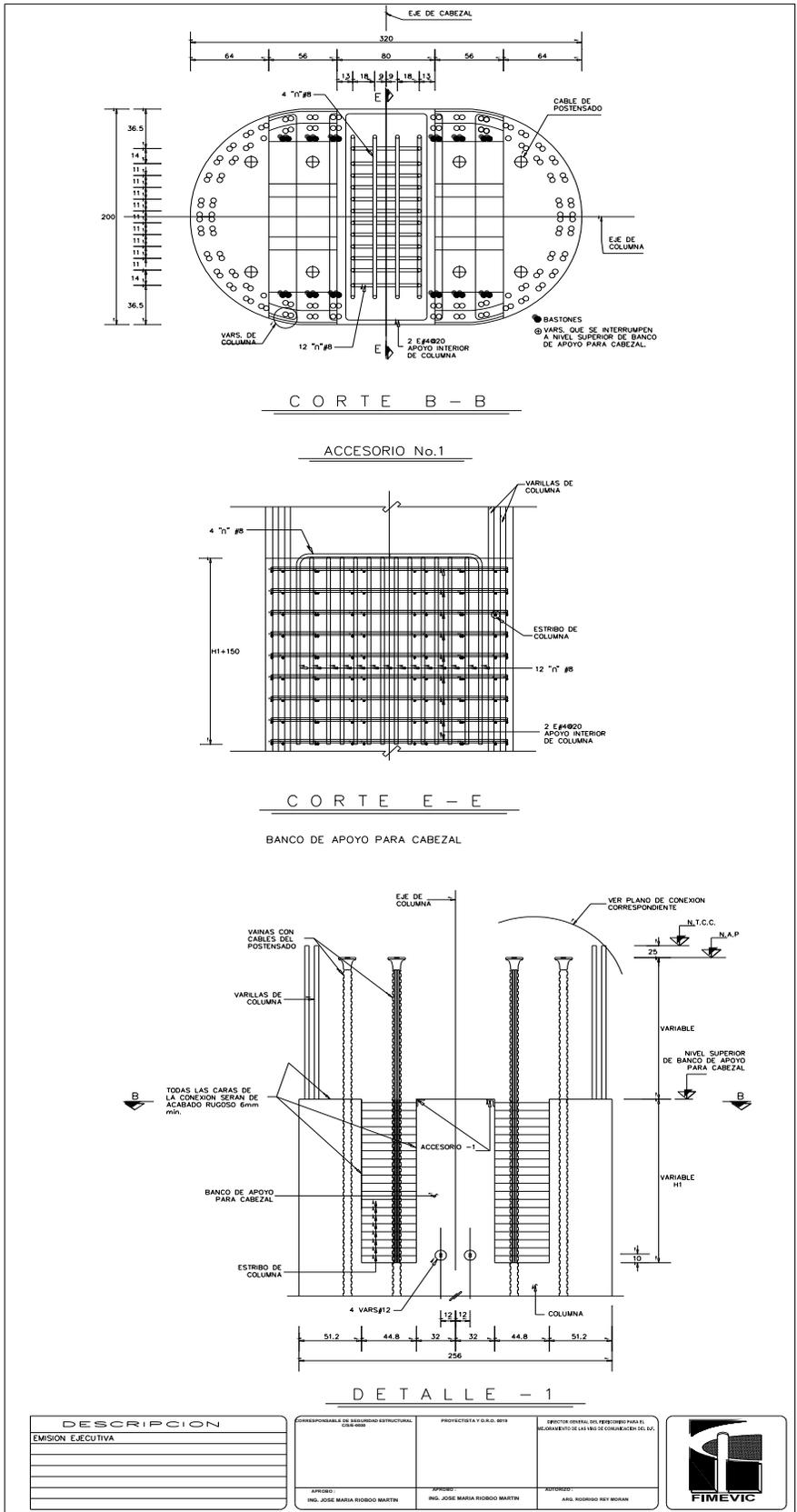


Figura 1.19 Plano detalle de columna de concreto reforzado

GOBIERNO DEL DISTRITO FEDERAL
México • La Ciudad de la Esperanza

CROQUIS DE LOCALIZACION

NOTAS GENERALES

- TODAS LAS MEDIDAS ESTAN DADAS EN CENTIMETROS EXCEPTO DONDE SE INDIQUE OTRA UNIDAD.
- NIVELES EN METROS.
- LAS COTAS RIGEN AL DIBUJO, NO TOMAR MEDIDAS A ESCALA.
- EL CONCRETO TENDRA UNA RESISTENCIA DE $f_c = 600\text{kg/cm}^2$.
- EL ACERO DE REFUERZO SERA DE $f_y = 4200\text{kg/cm}^2$.
- ACERO DE PRESFUERZO LONGITUDINAL DE $f_{pu} = 19000\text{kg/cm}^2$, DE BAJA RELACION (CONSIDERA EN TORONES DE 1/2" DIAMETRO, AREA = 0.386m²).
- PARA ANCLAJES Y TRASLAPES VER TABLA DE "DETALLES DE REFUERZO".
- EN NINGUN CASO SE PODRA TRASLAPAR MAS DEL 33% DEL ACERO DE REFUERZO EN UNA MISMA SECCION.
- EL RECUBRIMIENTO MINIMO LIBRE SERA DE 3cm, EXCEPTO DONDE SE INDIQUE OTRA DIMENSION.
- TAMARO MAXIMO DEL AGREGADO GRUESO SERA DE 1/2" (1.27cm).
- TODAS LAS JUNTAS DE COLADO O CONSTRUCCION SERAN DE UN ACABADO RUGOSO Y DEBERAN PERMANECER HUMEDAS DURANTE 24hrs. PREVIAS AL NUEVO COLADO, DEBIENDO USAR ADITIVO PARA PEGAR CONCRETO DE DIFERENTES EDADES.
- ACERO EN PLACAS, ACCESORIOS METALICOS Y TENSORES SERA DE $f_y = 2530\text{kg/cm}^2$.
- LA SOLDADURA SERA AL ARCO ELECTRICO Y SE USARAN ELECTRODOS DE LA SERIE E-90xx, EXCEPTO DONDE SE INDIQUE OTRA SERIE.
- LOS ELEMENTOS PRESFUERZADOS NO DEBERAN PERFORARSE NI BALANCEARSE, SIN PREVIA CONSULTA AL PROYECTISTA ESTRUCTURAL.
- VERIFICAR GEOMETRIA Y NIVELES EN PLANOS GEOMETRICOS RESPECTIVOS.
- ESTE PLANO SE COMPLEMENTA, SEGUN SEA EL CASO, CON LAS ESPECIFICACIONES GENERALES DE CONCRETO Y ACERO.
 - N.T.C.C. NIVEL DE TOPE DE COLADO DE COLUMNA
 - N.A.P. NIVEL DE ANCLAJE DE POSTENSADO
 - N.D.Z. NIVEL DE DESPLANTE DE ZAPATA

DETALLES DE REFUERZO

	$f_c = 600\text{ kg/cm}^2$	$f_y = 4200\text{ kg/cm}^2$
# 1	11	10
# 2	10	9
# 3	9	8
# 4	8	7
# 5	7	6
# 6	6	5
# 7	5	4
# 8	4	3
# 9	3	2
# 10	2	1

PARA LAS VARILLAS HORIZONTALES CON MAS DE 20cm DE CONCRETO BASTA EL NIVEL SUPERIOR DEL CONCRETO DE LA ZAPATA.

SOLDADURA

SE EMPLEA ELECTRODO DE LA SERIE E-90xx.

ANGULO O PLACA CURVA DE RESPALDO REDUCIDA PARA VARILLAS #8, #10, #12.

PLACA DE RESPALDO DE 10mm DE GROSOR Y 6mm DE ANCHO.

ARQ. RODRIGO REY MORAN
Director General del Fideicomiso para el Mejoramiento de las Vías de Comunicación del D.F.

ING. JOSE MARIA RIBOBO MARTIN
Proyectista y D.R.O. - 0019

PROYECTO: DISTRIBUIDOR VIAL SAN ANTONIO 2a ETAPA

SUBPROYECTO: TRAMO XV LAS FLORES - M. OCARANZA

PLANO: COLUMNA M12b

FECHA: FEBRERO / 2003 **ACOTACIONES:** METROS **PROYECTO:** RIBOBO S.A. de C.V.

CLAVE DE PLANO: 03-SAZE-EST-180-1919-III-035-P-00

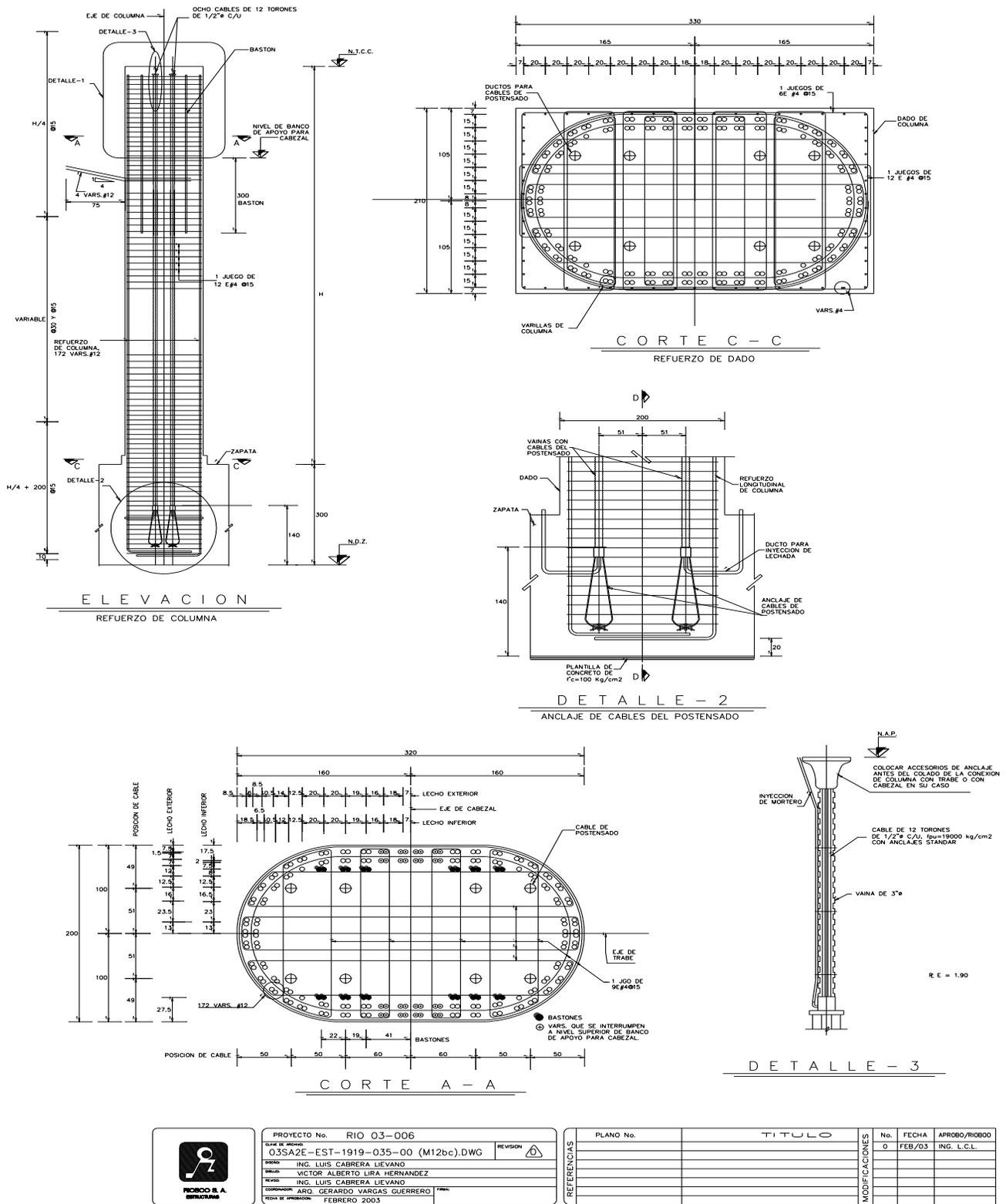


Figura 1.20 Plano detalle de columna de concreto presforzado

En Diciembre del 2007 se inauguró, el distribuidor vial “Zaragoza-Texcoco”, vialidad que se encuentra en los límites del Estado de México y el Distrito Federal en la zona oriente, conecta a

la Calzada Ignacio Zaragoza con la Autopista México-Puebla. El cual cuenta con el puente denominado “La Concordia” con una longitud de casi 4 km. En la construcción del puente “La Concordia”, se utilizaron columnas de concreto presforzado. En las figuras 1.21 a la 1.30 se observa el recorrido que realiza el distribuidor y su estructuración fue construida a base de marcos de concreto, traveses en volado, columnas de soporte.



Figura 1.21 Distribuidor vial Zaragoza-Texcoco(google)



Figura 1.22 Distribuidor vial Zaragoza-Texcoco. (Entronque con la autopista México-Puebla) (google)



Figura 1.23 Columnas presforzadas soportando traves principales



Figura 1.24 Columnas presforzadas soportando traves principales



Figura 1.25 Marco de rigidez a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.26 Marco de rigidez a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.27 Marco de rigidez y voladizo a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.28 Marcos de rigidez a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.29 Marco de rigidez a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.30 Columna de concreto presforzado, construida en planta, que fue colocada en el Distribuidor vial Zaragoza-Texcoco

En Julio de 2008, se autorizó el proyecto ejecutivo del “Viaducto Bicentenario”, que consta de la construcción del periférico en un segundo nivel, su estructura consiste a base de columnas y traveses prefabricados y presforzados, el recorrido será del Toreo de cuatro caminos a Tepozotlán, Estado de México y fue elaborado por la empresa RIOBBO, S.A. DE C.V., bajo la supervisión del Gobierno del Estado de México, Con el fin de conocer parte del proyecto se integran planos ejecutivos estructurales para su construcción, como se observan en las figuras 1.31 a la 1.35.

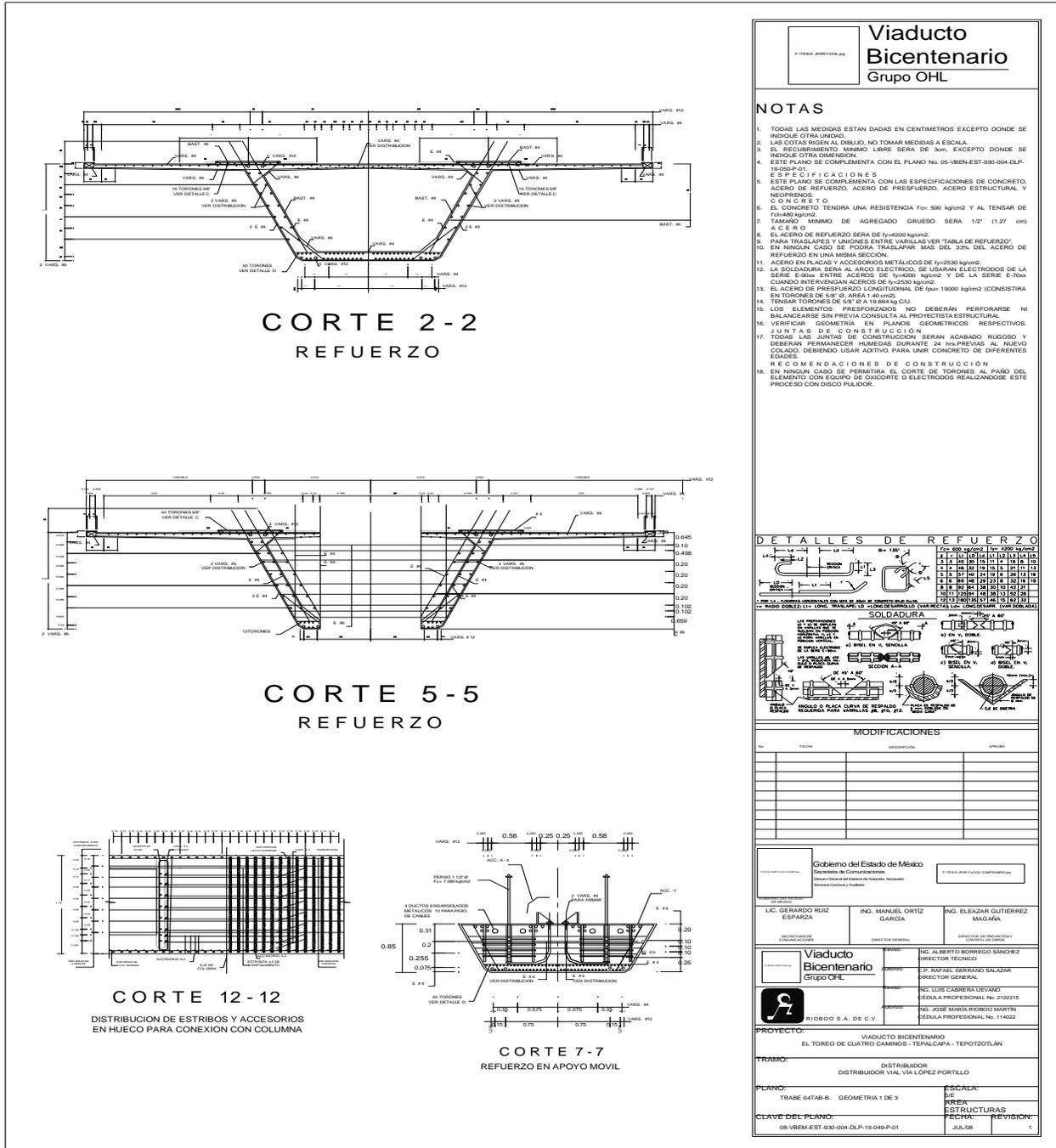


Figura 1.31 Plano ejecutivo de trabe 04TAB-B

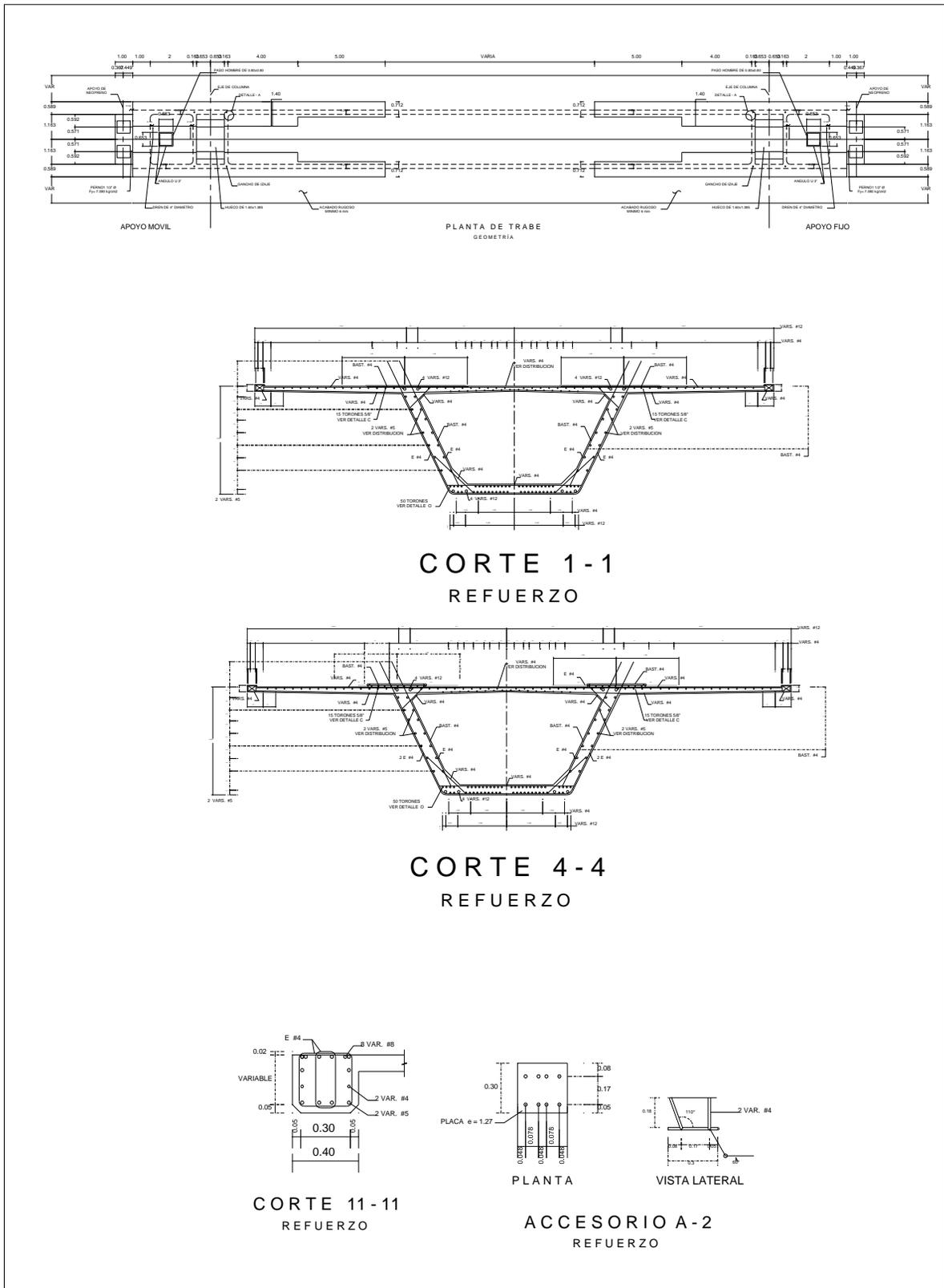
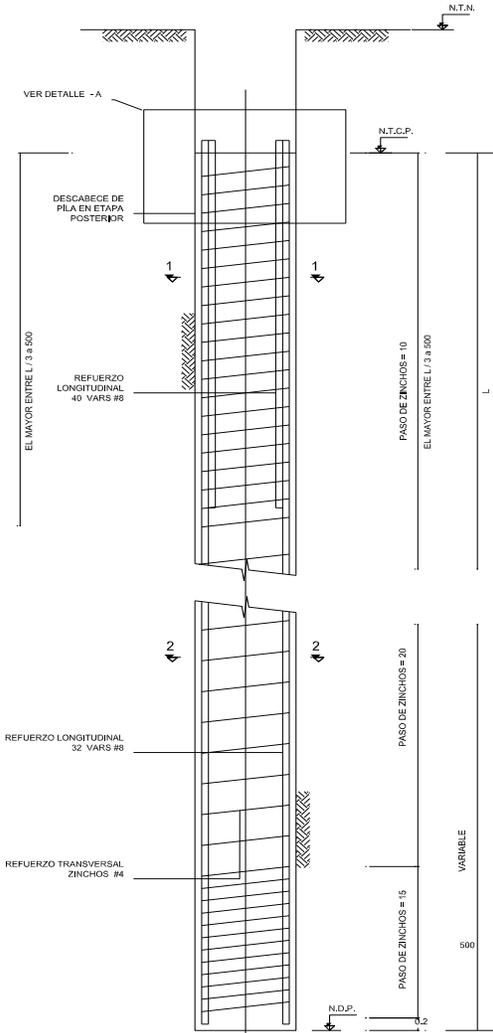


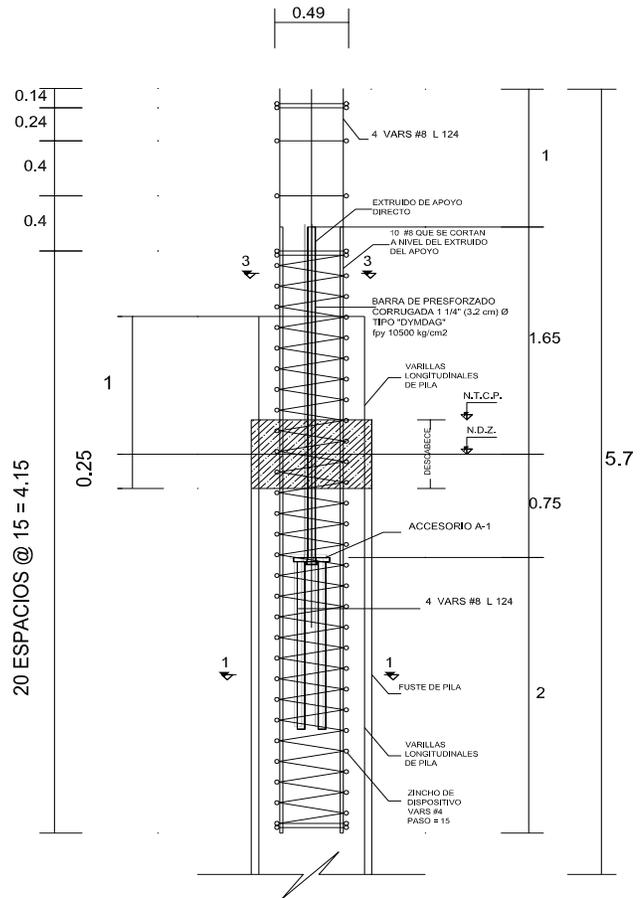
Figura 1.32 Plano ejecutivo de trabe 04TAB-B

LOS NIVELES DE DESPLANTE DE PILA Y DEMAS NIVELES SE OBTENDRAN DE LOS PERFILES DEL PROYECTO GEOMETRICO, CONSIDERAR EL N.T.C.P. 25 CM ARRIBA DEL N.D.Z.



PILA TIPO

EN LOS APOYOS QUE LLEVAN CONCRETO CICLOPEO LA DISTANCIA L/3 ó 500 SE PROLONGARA EL ESPESOR DE ESE CONCRETO CICLOPEO



DETALLE - A
DISPOSITIVO DE CONEXION CON PILA

EL REVENIMIENTO SERA MAYOR O IGUAL A 18 CM.

EL CONTENIDO MINIMO DE CEMENTO SERÁ 375 kg/m³. EN CASO DE COLAR EN PRESENCIA DE AGUA O LODOS ESTABILIZADORES

EL COLADO DE LA PILA SERA EN UNA SOLA ETAPA, MANTENIENDO EL REVENIMIENTO ESPECIFICADO EN TODA LA ETAPA DE COLADO (EN CASO NECESARIO UTILIZAR ADITIVO ESTABILIZADOR DE VOLUMEN).

Figura 1.34 Plano ejecutivo de pila P80-40

En Septiembre de 2009, se inauguró el denominado “Viaducto Bicentenario”, ubicado en la zona Noroeste del Distrito Federal y el Estado de México, con una longitud de 22 km. La primer etapa consta de un tramo de 4.2 Km que recorre del extinto Toreo de Cuatro Caminos a la Súper Avenida Lomas Verdes. En la construcción se utilizaron columnas de concreto presforzado. En las figuras 1.36 a la 1.43 se observa el recorrido y la estructuración a base de marcos de concreto.

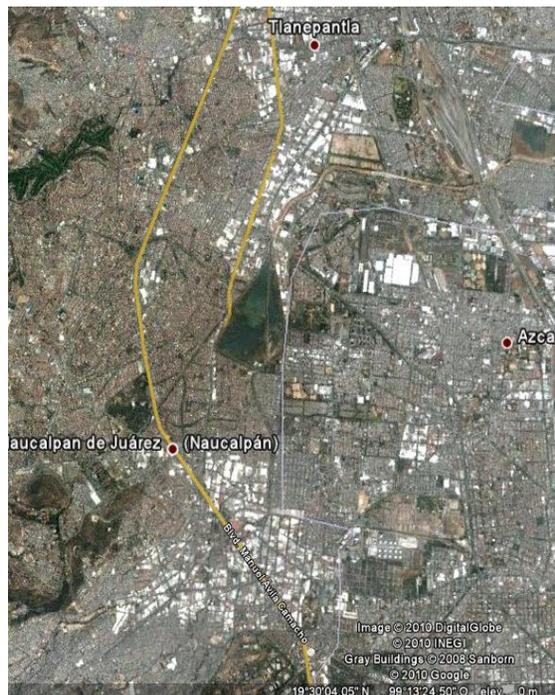


Figura 1.35 Recorrido del Viaducto Bicentenario, inicio Toreo de cuatro caminos(google)

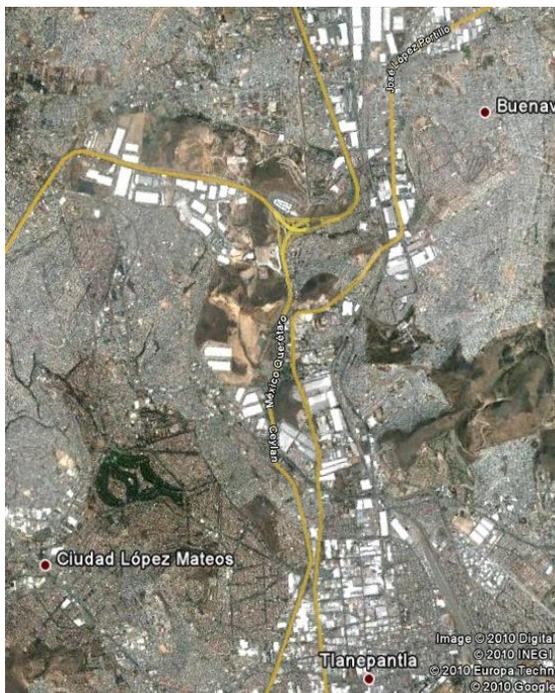


Figura 1.36 Recorrido del Viaducto Bicentenario, Tlalnepantla (google)

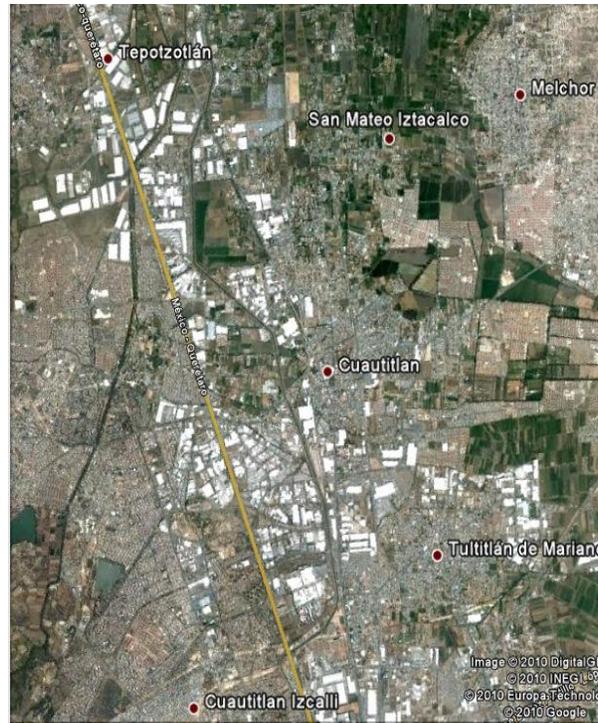


Figura 1.37 Recorrido del Viaducto Bicentenario, Tepotzotlán (google)



Figura 1.38 Columna de concreto presforzado, sobre el Boulevard Manuel Ávila Camacho



Figura 1.39 Columnas de concreto presforzado, sobre el Boulevard Manuel Ávila Camacho



Figura 1.40 Parte superior de la columna de concreto presforzado, donde se aprecia el acero de presfuerzo y el acero ordinario



Figura 1.41 Marco de rigidez a base de columnas y traves de concreto presforzado



Figura 1.42 Columnas presforzadas soportando trabe principal

CAPÍTULO 2

PRESFUERZO

2.1 Definición de presfuerzo

En la actualidad se han desarrollado métodos experimentales para la creación de nuevos materiales o la combinación de ellos, en particular del concreto y el acero, materiales fundamentales para la creación de diversos proyectos como son puentes, edificios, tanques, pilotes, etc.

Estos dos materiales con características mecánicas muy particulares entre si, como el concreto que soporta grandes esfuerzos de compresión y pocos esfuerzos de tensión y el acero de alta resistencia que tiene características de soportar altas concentraciones de esfuerzos de tensión.

A pesar de la combinación de estos materiales resulta que el concreto reforzado bajo condiciones de servicios presenta grietas de tensión, que cuando es notoria la flexión y cortante afectan el valor de las cargas últimas resistente, inclusive se presentan bajo condiciones de servicio, es decir con cargas de diseño.

Esto tiene las siguientes desventajas:

1. En flexión todo el concreto debajo del eje neutro su función es mantener las varillas en su posición y protegerlas contra la corrosión y no contribuye a soportar esfuerzos de tensión.
2. En el trabajo de corte la formación de grietas por tensión diagonal es decisiva en limitar la resistencia obtenible.
3. Siendo las deflexiones inversamente proporcional al momento de inercia de la sección transformada, agrietada, o no según sea el caso, las vigas a las que se les han formado grietas, muestran deflexiones mayores en tamaño a las que se tendrían en caso de haberse agrietado.

La técnica del presfuerzo es la aplicación de fuerzas permanentes a un elemento o estructura para contrarrestar los efectos de las cargas aplicadas al momento de las condiciones de servicio, es decir se aplican con la finalidad de generar esfuerzos previos al elemento estructural y que estos se contrarresten con los esfuerzos producidos por las cargas de servicio a las que fue diseñado.

Como se señaló anteriormente la finalidad de aplicar una fuerza de presfuerzo al elemento de concreto en forma de compresión es para eliminar las desventajas que surgen por la poca capacidad de carga que desarrolla a los esfuerzos de tensión y aprovechar la resistencia a los esfuerzos de compresión que caracteriza al concreto, el procedimiento consiste en tensar acero de alta resistencia y anclarlo al concreto, con la finalidad de que éste resista los esfuerzos de compresión que genera el acero al momento de encogerse y por lo tanto el concreto quede comprimido.

Por lo regular la cantidad de acero de alta resistencia es suficiente para evitar el agrietamiento o para evitar la tensión con las cargas de servicio. Como resultado el elemento de concreto podrá

estar en condiciones de resistir esfuerzos de tensión y la flexión mientras que en las construcciones de concreto reforzado, el concreto en tensión se considera poco efectivo, por esto es una ventaja utilizar concreto de alta resistencia para el concreto presforzado.

La precompresión final del concreto no es igual a la tensión aplicada a los tendones de acero, hay pérdidas inmediatas y a largo plazo, éstas se deben de calcular y deberán de restarse del presfuerzo aplicado en la etapa inicial. Una de las razones por las cuales se utilizan tendones a alta tensión para el presforzado es para mantener la suma de las pérdidas a un pequeño porcentaje del presfuerzo inicial aplicado.

Para conocer el comportamiento de un elemento estructural bajo la acción de la carga de presfuerzo y una carga de servicio, se analizará una viga simplemente apoyada bajo la acción una carga uniformemente repartida a lo largo de toda la sección y de la fuerza de presfuerzo se observan en las figuras 2.1 y 2.2, las variaciones en los esfuerzos, así como los diagramas de momentos debidos a las diferentes etapas y con ello los esfuerzos que se generan, por lo que se analizará la influencia en la variación de la aplicación de la fuerza de presfuerzo en la sección (Reynoso,1999).

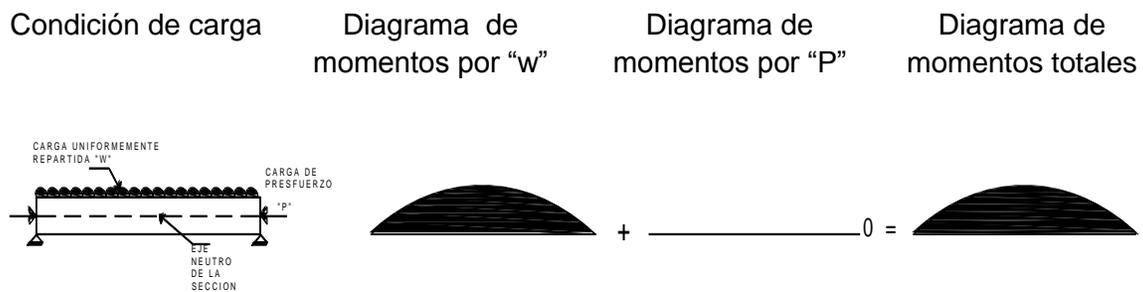


Fig. 2.1 (a)

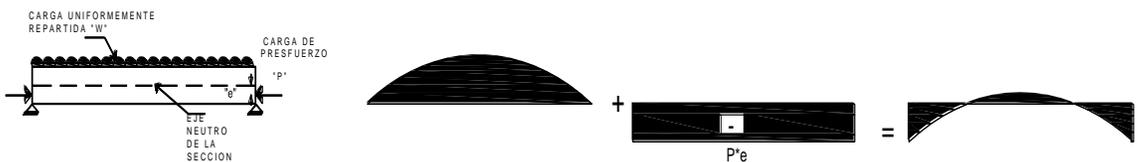


Fig. 2.1 (b)

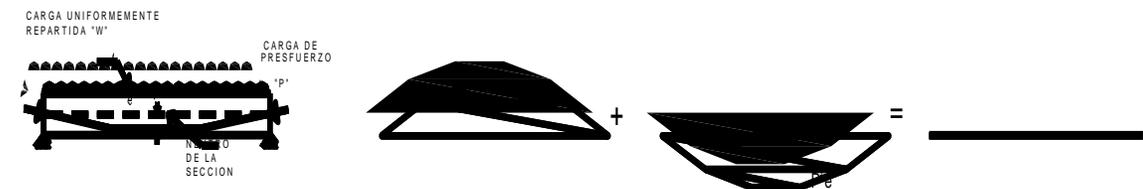


Fig. 2.1 (c)

Figura 2.1 Diagramas de momentos debido a la carga uniforme y la carga de presfuerzo

El concreto presenta poca resistencia a los esfuerzos de tensión, pero si se introduce una fuerza axial longitudinal de magnitud “P”, los esfuerzos de compresión que genera la carga axial contrarrestara los esfuerzos de tensión que se producen bajo la acción de la carga uniformemente repartida, es decir el concreto reacciona como si tuviera resistencia a la tensión, siempre que estos no excedan a los esfuerzos de compresión.

Además el presfuerzo aplicado no genera ningún momento en la sección, para esto no convendría aplicar la carga de presfuerzo, figura 2.1(a).

Al aplicar la fuerza de presfuerzo por debajo del eje neutro de la sección, es decir, con una excentricidad para compensar con mayor eficacia la tensión inducida por la carga uniforme, es posible introducir compresión máxima en la parte inferior, sin ocasionar tensión en la parte superior al actuar sólo la fuerza de presfuerzo.

Al aplicar el presfuerzo también se genera un diagrama de momento constante a lo largo de la sección debido a que la trayectoria de la fuerza de presfuerzo “P” es recta y horizontal, aplicada con una excentricidad, con esto se contrarresta el momento máximo al centro del claro provocado por la carga vertical, y para los extremos el momento provocado por el presfuerzo resulta excesivo debido a que no existen momento por cargas verticales que disminuya su acción, en caso de realizarse un diseño deberá de verificarse y corregir el exceso de momento, figura 2.1(b).

En la figura 2.1(b), se observa una distribución de momentos debido a la fuerza de presfuerzo. Su perfil es similar al provocado por la carga vertical, es decir, el perfil del acero de presfuerzo colocado con una excentricidad pequeña en los extremos y mayor al centro del claro, contrarresta de manera eficiente el efecto de las cargas aplicadas en la viga.

En la figura 2.2, se observan los diagramas de los esfuerzos producidos por los diferentes estados de carga, al centro y extremos de la sección. El comportamiento de la viga al centro del claro se mejora con la aplicación de la fuerza de presfuerzo de forma axial, es decir debido a que el presfuerzo genera compresiones en toda la sección se disminuyen los esfuerzo por tensión provocados por la carga uniformemente repartida en la fibra inferior de la sección (Reynoso,1999).

En las figuras 2.2(b) y 2.2(c) los esfuerzos de tensión son menores por el momento provocado por el presfuerzo excéntrico, y en los extremos de la viga las figuras 2.2(a) y 2.2(c) se presentan esfuerzos sólo de compresión, mientras en la viga de la figura 2.2(b) se presentan esfuerzos de tensión y compresión debido al presfuerzo excéntrico; estos esfuerzos son mayores que los de las vigas de las figuras 2.2(a) y 2.2(c) y en general mayores que los esfuerzos permisibles.

Las comparaciones anteriores indican que el acero de presfuerzo disminuye los esfuerzos de tensión así como los momentos de la sección al centro del claro.

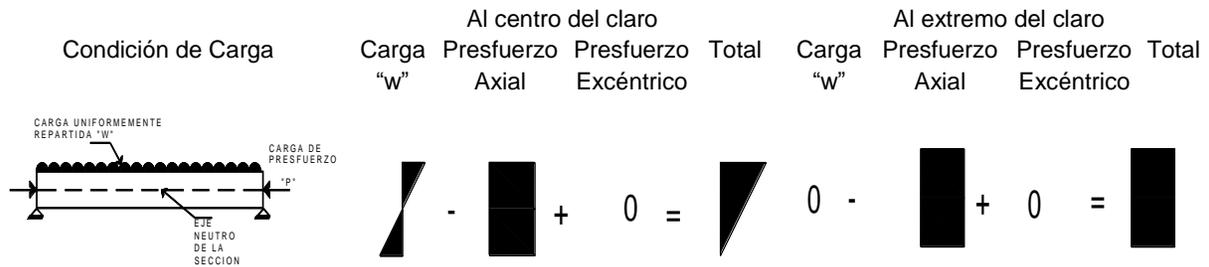


Fig. 2.2 (a)

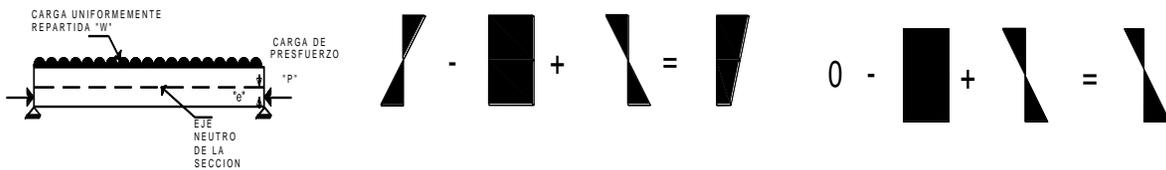


Fig. 2.2 (b)

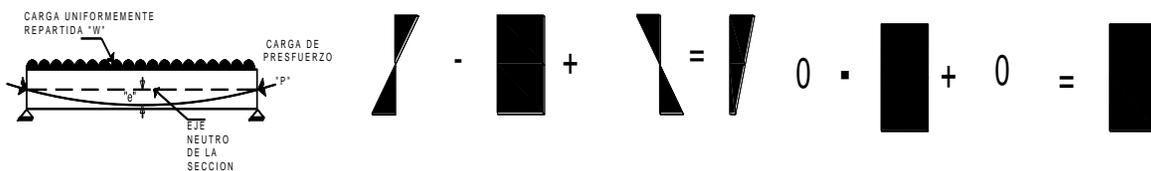


Fig. 2.2 (c)

Figura 2.2 Condiciones de esfuerzos de una viga simplemente apoyada

2.1.1 Etapas de un elemento presforzado bajo diferentes cargas

A continuación se analizan los puntos que se presentan en la figura 2.3 que representan las etapas bajo la acción de las cargas de servicio y del presfuerzo. La figura presenta un tramo recto y un tramo curvo, el tramo recto representa el comportamiento elástico del material y termina cuando inicia el intervalo plástico hasta el punto de falla, además existen dos etapas en las que se deben revisar las condiciones de servicio y seguridad del elemento: la etapa de transferencia y la etapa final (Nilson, 1990).

En el punto 1, la deformación se puede considerar negativa con respecto al eje de la horizontal, es decir existe una contra flecha generada por la aplicación de la fuerza de presfuerzo aún tomando en cuenta el peso propio de la viga.

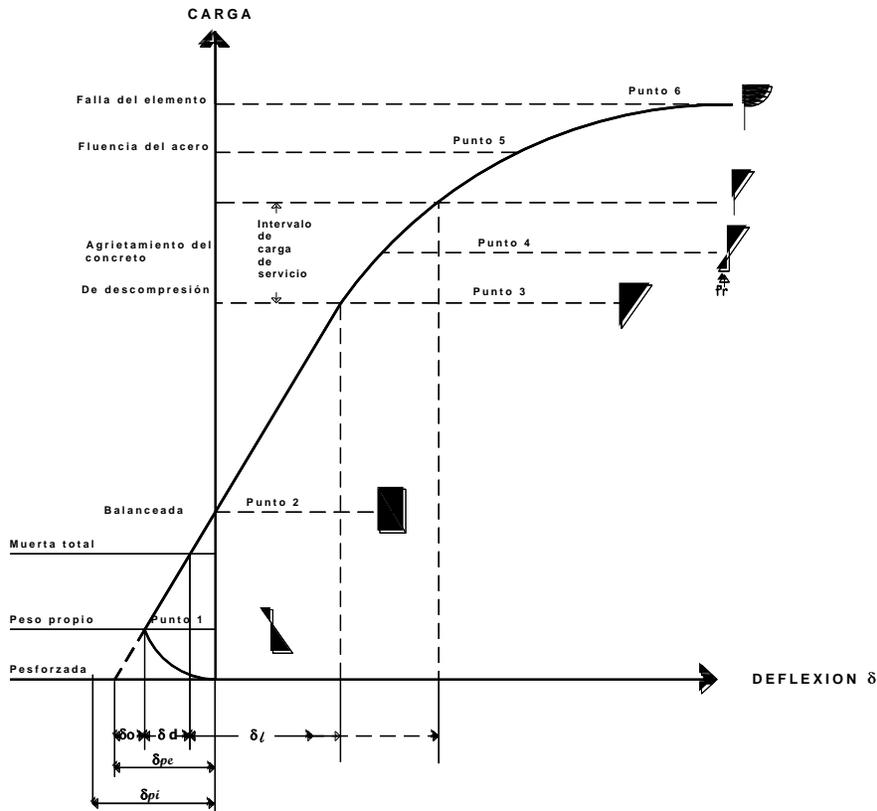
En el punto 2, se observa que la deformación es igual a cero, esto significa que las deformaciones correspondientes de las cargas exteriores están equilibradas por las producidas por el presfuerzo.

En el punto 3, los esfuerzos de tensión son nulos en la fibra inferior de la sección crítica de la viga, es decir, sólo existen esfuerzos de compresión bajo cargas muertas y vivas.

En el punto 4, corresponde a la carga de agrietamiento que se presenta cuando los esfuerzos de tensión en la fibra inferior de la sección crítica coinciden o sobrepasan el módulo de rotura del concreto. Estas cargas por lo general son la carga muerta más la carga viva afectada por un factor de carga, es decir, si esta sobrecarga desaparece las grietas que se formaron desaparecen.

En el punto 5, la curva corresponde a la carga que hace que el acero alcance su esfuerzo de fluencia, esto es que la carga muerta más la carga viva son afectadas por un factor mayor al anterior y por consiguiente la deformación que aparecerá como la deflexión y las grietas no desaparecerán al desaparecer dicho factor de carga y teniendo en cuenta que para una carga mayor a este punto las deformaciones permanecerán aún cuando la sobre carga desaparezca.

En el punto 6, la curva representa la resistencia de la sección, es decir, su capacidad máxima a la flexión y por lo tanto posterior a ésta se llega al colapso.



Simbología: δ_{pe} = combadura provocada por la aplicación del presfuerzo efectivo

δ_{do} = deflexión provocada por el peso del elemento

δ_d = deflexión provocado por la carga muerta sobrepuesta

δ_l = deflexión provocada por la carga viva.

Figura 2.3 Curva carga-deflexión de una viga presforzada

En general la viga presforzada presenta tres etapas de transición, desde su construcción hasta su posición final.

La primera etapa es de transferencia y es cuando se libera la fuerza de presforzado y la absorbe en su totalidad la viga, es decir se transfiere la fuerza al concreto y antes que ocurran las pérdidas por contracción y por flujo plástico del concreto y se tenga $0.60 f'_{ci}$ de la resistencia a compresión del concreto a la edad que ocurre la transferencia. Existe el método de estimación global que se usará únicamente en caso de no tener información para evaluar las pérdidas de presfuerzo, en elementos pretensados se puede suponer una suma de pérdidas entre el 20 y 25 por ciento y en elementos postensados sin incluir la fricción se puede suponer entre el 15 y 20 por ciento de la fuerza aplicada en el gato, según las Normas Técnicas Complementarias 2004.

La fuerza de presfuerzo aplicada por medios mecánicos o hidráulicos al acero de presfuerzo, varía con respecto a la fuerza efectiva de presfuerzo, esto se debe a que se presentan pérdidas en la fuerza pretensora.

La segunda etapa es el estado intermedio y se presenta al momento de transporte y montaje del elemento, en el cual deberá tenerse atención especial en la colocación de apoyos temporales y ganchos así como en los dispositivos de montaje para no alterar su condición estática para la que fue diseñado el elemento.

La tercera etapa es la etapa final, el diseñador deberá de considerar las distintas condiciones a las que estará sujeto el elemento, y definir las combinaciones de cargas. Propiamente la etapa final es cuando el elemento es colocado y comienza su estado de servicio tomando en cuenta los esfuerzos permisibles, deformaciones y agrietamientos, así como las condiciones de resistencia última, de tal manera, que tenga un comportamiento aceptable bajo estas condiciones y en caso de falla, que sea dúctil.

2.2 Materiales

Dentro de los materiales que se emplean en la elaboración del concreto presforzado se encuentran el concreto de alta resistencia, sus características son muy similares a las del concreto convencional, sólo que debido a los esfuerzos a los que estará sometido el elemento de concreto presforzado se requiere de mayor resistencia a compresión.

2.2.1 Concreto

Cuando el concreto presforzado se empezó a utilizar se comprendió que para alcanzar el éxito técnico y económico era esencial contar con el concreto de alta resistencia ya que el concreto debe resistir durante algunas etapas de su vida de servicio una combinación de esfuerzos de compresión ocasionados por el presfuerzo y las cargas de servicio. La alta resistencia coincide también a menudo con el flujo plástico y contracciones reducidas, por lo tanto se utilizan concretos con resistencias mayores a 400 kg/cm^2 . El concreto empleado en construcciones de concreto presforzado, no presenta ninguna diferencia esencial en su elaboración con el concreto ordinario a excepción de la dosificación de los agregados y el cemento para obtener su alta resistencia.

La utilización del concreto en el presfuerzo requiere de mayor resistencia que el concreto ordinario, por lo que se somete a esfuerzos mayores y a un aumento en su calidad que conduce a resultados económicos. También el uso de concreto de alta resistencia permite la reducción de las dimensiones de la sección de los miembros a un mínimo, se logran ahorros importantes en carga muerta y resultan grandes claros técnica y económicamente posibles. Las deflexiones y el agrietamiento pueden controlarse con facilidad mediante el presfuerzo, otra de las ventajas es que el concreto de alta resistencia tiene un módulo de elasticidad más alto que el concreto de resistencia convencional, de tal manera que se reduce cualquier pérdida de la fuerza pretensora debida al acortamiento elástico del concreto. Las pérdidas elásticas son también menores, otra de las ventajas es que cerca del área de los anclajes de los tendones los esfuerzos de aplastamiento del concreto son grandes por lo que los miembros postensados se pueden tomar fácilmente y se puede reducir el tamaño y el costo de los dispositivos de anclaje.

Los concretos de alta resistencia deben de elaborarse bajo un estricto control de calidad y supervisión, sus componentes darán las características mecánicas que se aprovecharán al máximo. La buena producción de elementos en plantas de precolado y pretensado requiere que se obtengan un gran porcentaje de su resistencia a edades tempranas utilizando varios métodos como son la vibración externa e interna, bajas relación agua cemento y sin peligro de formación de vacíos, la dosificación exacta en la mezcla y un curado con vapor de agua para obtener una mayor hidratación en el cemento.

Los materiales a emplear deben de cumplir con la Norma Mexicana NMX-C-111-2004 ONNCCE (Organismo Nacional de Normalización y Certificación de la Construcción y Edificación, S.C.); Agregados para concreto hidráulico-Especificaciones y métodos de prueba.

Para la elaboración de concreto de alta resistencia se deberá cumplir lo siguiente:

- Agregado grueso con las especificaciones que indiquen las normas
- Alto contenido de Cemento
- Baja relación agua-cemento
- Aditivos plastificantes y reductores de agua
- Mezclado homogéneo
- Vibrado completo
- Curado a vapor a baja presión o agua
- En climas cálidos enfriar los agregados antes de mezclar.

Estos requisitos son de importancia, ya que la resistencia del concreto dependerá de la calidad de los materiales antes descritos.

La deformación elástica del concreto se observa en la gráfica esfuerzo deformación, la curva tiende a ser recta en la parte inferior y el comportamiento es elástico, es posible obtener diferentes valores para el módulo de elasticidad del concreto y varía por diversos factores, como son la resistencia, la edad, el tipo de agregados y el cemento. La deformación del concreto depende del tiempo debida al flujo plástico y la contracción, es importante tomarse en cuenta en el diseño de estructuras de concreto presforzado debido a que estos cambios volumétricos

producen pérdidas en la fuerza pretensora inducida y que generan cambios significativos en la sección.

El flujo plástico es la propiedad en la que continua la deformación a través de lapsos considerables del tiempo, bajo un estado constante de esfuerzo, la velocidad del incremento de la deformación es grande al principio pero disminuye con el paso del tiempo, hasta que alcanza un valor constante, el flujo no sólo depende del tiempo sino también de las proporciones de la mezcla, de la humedad, de las condiciones de curado y de la edad del concreto a la cual fue cargado. La contracción en el concreto es debida al secado y a cambios químicos que dependen del tiempo y de la evaporación, pero no de los esfuerzos. La contracción en el concreto en cierto modo es proporcional a la cantidad de agua empleada en la mezcla, por consiguiente si se desea una contracción mínima, la relación agua-cemento y la proporción de la pasta de cemento deberá conservarse al mínimo, así los agregados de tamaño mayor bien graduados para obtener el número mínimo de vacíos necesitarán menor cantidad de cemento y la contracción será menor.

2.2.3 Normas Técnicas Complementarias 2004

El concreto de resistencia normal empleado para fines estructurales puede ser de dos clases: clase 1, con peso volumétrico en estado fresco superior a 22 kN/m³ (2.2 t/m³) y clase 2 con peso volumétrico en estado fresco comprendido entre 19 y 22 kN/m³ (1.9 y 2.2 t/m³).

Para las obras clasificadas como del grupo A ó B1, según se definen en el artículo 139 del Reglamento de construcciones para el Distrito Federal 2004, se usará concreto de clase 1.

Los requisitos adicionales para concretos de alta resistencia especificada a la compresión, f'_c , igual o mayor que 40 MPa (400 kg/cm²) se encuentran en el Capítulo 11 de las Normas Técnicas Complementarias 2004.

Materiales componentes para concretos clase 1 y 2. En la fabricación de los concretos, se empleará cualquier tipo de cemento que sea congruente con la finalidad y características de la estructura, clase resistente 30 ó 40, que cumpla con los requisitos especificados en la norma NMX-C-414-ONNCCE.

Los agregados pétreos deberán cumplir con los requisitos de la norma NMX-C-111 con las modificaciones y adiciones establecidas en la sección 14.3.1 de las Normas Técnicas Complementarias 2004.

El concreto clase 1 se fabricará con agregados gruesos con peso específico superior a 2.6 (caliza, basalto, etc.) y el concreto clase 2 con agregados gruesos con peso específico superior a 2.3, como andesita. Para ambos se podrá emplear arena andesítica u otra de mejores características.

El agua de mezclado deberá ser limpia y cumplir con los requisitos de la norma NMX-C-122. Si contiene sustancias en solución o en suspensión que la enturbien o le produzcan olor o sabor fuera de lo común, no deberá emplearse.

Podrán usarse aditivos a solicitud expresa del usuario o a propuesta del productor, en ambos casos con la autorización del Corresponsable en Seguridad Estructural, o del Director Responsable de Obra cuando no se requiera de Corresponsable. Los aditivos deberán cumplir con los requisitos de la norma NMX-C-255 ONNCCE.

Los concretos clase 1 tendrán una resistencia especificada, $f'c$, igual o mayor que 25 MPa (250 kg/cm²). La resistencia especificada de los concretos clase 2 será inferior a 25 MPa (250 kg/cm²) pero no menor que 20 MPa (200 kg/cm²). En ambas clases deberá comprobarse que el nivel de resistencia del concreto estructural de toda construcción cumpla con la resistencia especificada. Se admitirá que un concreto cumple con la resistencia especificada si satisface los requisitos prescritos en la sección 14.3.4.1. El Corresponsable en Seguridad Estructural o el Director Responsable de Obra, cuando el trabajo no requiera de Corresponsable, podrá autorizar el uso de resistencias, $f'c$, distintas mencionadas, sin que, excepto lo señalado en el párrafo siguiente, sean inferiores a 20 MPa (200 kg/cm²).

Todo concreto estructural debe mezclarse por medios mecánicos. El de clase 1 debe proporcionarse por peso; el de clase 2 puede proporcionarse por volumen.

Para diseñar se usará el valor nominal, f^*c , determinado con la expresión siguiente:

$$f^*c = 0.8 f'c \quad (2.1)$$

El valor f^*c se determinó de manera que la probabilidad de que la resistencia del concreto en la estructura no lo alcance es de dos por ciento. Puesto que f^*c , es una medida de la resistencia del concreto en la estructura, para que sea válida la ecuación 2.1 deben cumplirse los requisitos de transporte, colocación, compactación y curado prescritos en las secciones 14.3.5, 14.3.6 y 14.3.9, respectivamente.

Se hace hincapié en que el proporcionamiento de un concreto debe hacerse para una resistencia media, \bar{f}_c , mayor que la especificada, $f'c$ y que dicha resistencia media es función del grado de control que se tenga al fabricar el concreto.

Se considera como resistencia media a tensión, \bar{f}_t , de un concreto el promedio de los esfuerzos resistentes obtenidos a partir de no menos de cinco ensayos en cilindros de 150×300 mm, cargados diametralmente, ensayados de acuerdo con la norma NMX-C-163. A falta de información experimental, \bar{f}_t , se puede estimar igual a:

a) concreto clase 1

$$0.47 \sqrt{f'_c}, \text{ en MPa} \quad (1.5 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

b) concreto clase 2

$$0.38 \sqrt{f'_c}, \text{ en MPa } (1.2 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

La resistencia media a tensión por flexión o módulo de rotura, \bar{f}_f se puede suponer igual a:

a) concreto clase 1

$$0.63 \sqrt{f'_c}, \text{ en MPa } (2 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

b) concreto clase 2

$$0.44 \sqrt{f'_c}, \text{ en MPa } (1.4 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

Para diseñar se usará un valor nominal, ff^* , igual a $0.75 \bar{f}_t$. También puede tomarse:

a) concreto clase 1

$$0.41 \sqrt{f^*_c}, \text{ en MPa } (1.3 \sqrt{f^*_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

b) concreto clase 2

$$0.31 \sqrt{f^*_c}, \text{ en MPa } (1.0 \sqrt{f^*_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

y el módulo de rotura, ff^* , se puede tomar igual a

a) concreto clase 1

$$0.53 \sqrt{f^*_c}, \text{ en MPa } (1.7 \sqrt{f^*_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

b) concreto clase 2

$$0.38 \sqrt{f^*_c}, \text{ en MPa } (1.2 \sqrt{f^*_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

En las expresiones anteriores que no sean homogéneas los esfuerzos deben estar en MPa (en kg/cm² para las expresiones en paréntesis); los resultados se obtienen en estas unidades.

Módulo de elasticidad. Para concretos clase 1, el módulo de elasticidad, E_c , se supondrá igual a

$$4,400 \sqrt{f'_c}, \text{ en MPa } (14,000 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

para concretos con agregado grueso calizo, y

$$3,500 \sqrt{f'_c}, \text{ en MPa } (11,000 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

para concretos con agregado grueso basáltico.

Para concretos clase 2 se supondrán igual a

$$2,500 \sqrt{f'_c}, \text{ en MPa} \quad (8,000 \sqrt{f'_c}, \text{ en kg/cm}^2)$$

Pueden usarse otros valores de E_c que estén suficientemente respaldados por resultados de laboratorio. En problemas de revisión estructural de construcciones existentes, puede aplicarse el módulo de elasticidad determinado en corazones de concreto extraídos de la estructura, que formen una muestra representativa de ella. En todos los casos a que se refiere este párrafo, E_c se determinará según la norma NMX-C-128 ONNCCE. Los corazones se extraerán de acuerdo con la norma NMX-C-169 ONNCCE.

Para concretos clase 1, la contracción por secado final, ϵ_{cf} , se supondrá igual a 0.001 y para concreto clase 2 se tomará igual a 0.002.

Para concreto clase 1, el coeficiente de deformación axial diferida final,

$$C_f = \frac{\delta_f - \delta_i}{\delta_i} \quad (2.2)$$

se supondrá igual a 2.4 y para concreto clase 2 se supondrá igual a 5.0. Las cantidades δ_f y δ_i son las deformaciones axiales final e inmediata, respectivamente. Las flechas diferidas se deberán calcular con la sección 3.2 de las Normas Técnicas Complementarias 2004.

2.2.2 Acero de presfuerzo

La forma más común para inducir la fuerza de presfuerzo a la sección de concreto es por medio de tendones de acero de alta resistencia, con forma de varillas longitudinales similares a las utilizadas en el concreto reforzado, el acero de presfuerzo es anclado a los extremos del elemento en muertos de concreto, mismos que funcionan de soporte al momento de tensar el acero de presfuerzo, el tendón debe tener alta resistencia a la tensión y capacidad para mantener indefinidamente un alto estado de esfuerzos con escasas pérdidas por relajamiento corrosión o fatiga, el material óptimo para cumplir con estos requisitos es sin duda el acero, en alambres o varillas estiradas en frío, esto no quiere decir que sea el único material capaz de crear grandes fuerzas a una estructura, existen otros materiales como la fibra de vidrio y el nylon que tienen buenas propiedades pero aún están en etapa de experimentación, además el acero permite grandes elongaciones, las cuales son imprescindibles para la conservación de las fuerzas de pretensión en el concreto, también el uso del acero de alta resistencia tiene grandes ventajas económicas ya que el aumento en los esfuerzos de tensión es hasta de siete veces mayor y su costo es el doble del acero convencional.

Existen tres formas de aceros de presfuerzo, alambres redondos estirados en frío, torón, varillas de aleación, los alambres y el torón tienen una resistencia a la tensión que varía de 16000 kg/cm² a 19,000 kg/cm² las varillas de aleación tienen una resistencia a la tensión de 10,500 kg/cm² a 11,500 kg/cm² y dependerán del grado.

Los alambres redondos que se usan en la construcción de concreto presforzado y postensado ocasionalmente en obras pretensadas, se fabrican en forma que cumplan con los requisitos de la especificación ASTM A421 (American Society for Testing Materials, es un organismo internacional creado en los Estados Unidos para el desarrollo de técnicas y control de calidad de los alambres de acero), referente al alambre de acero aliviado de esfuerzos sin recubrimiento para concreto presforzado. Los alambres individuales se fabrican laminando en caliente lingotes de acero hasta obtener varillas redondas, después del enfriamiento las varillas pasan a través de troqueles para reducir su diámetro hasta el tamaño requerido, en el proceso de esta operación de estirado se ejecuta trabajo en frío sobre el acero lo cual modifica grandemente sus propiedades mecánicas e incrementa su resistencia. Los diámetros comerciales son: 0.157, 0.197, 0.236 y 0.276pulgadas.

El torón se usa en miembros pretensados y con frecuencia se usa en construcción postensada, el cable trenzado se fabrica de acuerdo con la especificación ASTM A416, (American Society for Testing Materials) especificación normalizada para torón de acero, de siete alambres sin recubrimiento para concreto presforzado, cable trenzado, relevado de esfuerzos, los alambres están firmemente torcidos alrededor de un séptimo, cuyo diámetro es ligeramente mayor, para el cable trenzado se usa el mismo tipo de alambres relevados de esfuerzos y estirados en frío que los que se usan para los alambres individuales de presfuerzo. Sin embargo las propiedades mecánicas se evidencian ligeramente debido a la tendencia de los alambres torcidos a enderezarse, cuando se les sujeta a tensión debido a que el eje de los alambres no coincide con la dirección de la tensión. En estos cables pueden obtenerse de 0.25 hasta 0.60 de pulgada de diámetro y su grado de resistencia es de 250 lb/in² y 270 lb/in² los cuales tiene una resistencia de 250,000 y 270,000 lb/in² basándose en el área nominal del cable.

Para el caso de varillas de aleación, la alta resistencia que se necesita se obtiene mediante introducción de ciertos elementos de ligazón, principalmente manganeso, silicón y cromo, durante la fabricación, adicionalmente se efectúa trabajo en frío en las varillas al fabricar estas para incrementar a un más su resistencia después de estirarlas en frío, se releva de esfuerzos para obtener las propiedades requeridas, las varillas se fabrican de manera que cumplan con los requisitos de la especificación ASTM A722, (American Society for Testing Materials) especificación normalizada para barras de acero de alta resistencia sin recubrimiento para concreto presforzado.

El módulo de elasticidad para los torones de presfuerzo se supondrá de 1,900,000 kg/cm² como señala las Normas Técnicas Complementarias 2004. (Capítulo 1.5.2).

2.2.2.1 Propiedades del acero de presfuerzo

Las propiedades mecánicas del acero de presfuerzo son importantes para el diseño y se pueden obtener de las curvas esfuerzo deformación, estas características importantes son el límite elástico, el punto de fluencia, la ductilidad y las propiedades de endurecimiento por deformación, figura 2.4. Es importante tener una comparativa de las curvas esfuerzo deformación del acero ordinario y del acero de alta resistencia para presfuerzo, notaremos que el acero de presfuerzo es mucho más elevado el límite elástico proporcional y la resistencia, se observa que el acero de presfuerzo no presenta un esfuerzo de fluencia definido, usualmente

este esfuerzo se calcula con el correspondiente a una deformación unitaria del 1%, de acuerdo a la gráfica 3.1 y corresponde a una deformación de 17,000 kg/cm² ó 17,500 kg/cm² para aceros de bajo relajamiento. En cambio el acero de refuerzo ordinario muestra una respuesta inicial elástica hasta el punto de fluencia definido, más allá ocurre un incremento sustancial de la deformación sin que venga aparejado un incremento en el esfuerzo, si crece la carga, la fluencia es seguida por el endurecimiento y la relación no será lineal entre el esfuerzo y la deformación, posteriormente seguirá la falla, lo que no ocurrirá con el acero de presfuerzo, estos no presentan un esfuerzo de fluencia definido.

Para el análisis y diseño por esfuerzos permisibles sólo es de interés los valores de E (módulo de elasticidad), f_{pu} (esfuerzo último), y f_{sy} (esfuerzo de fluencia), para el análisis por resistencia, siendo de interés la respuesta no elástica, para ello se recomienda la ecuación de Mattock, que predice la respuesta lineal y no lineal, por lo que la ecuación constitutiva para el acero es la 2.3.

$$f_{px} = E_p \varepsilon_{px} \left[A + \frac{1 - A}{(1 + (B\varepsilon_{px})^c)^{1/c}} \right] \quad (2.3)$$

donde: A, B y c, son los parámetros de Ramberg-Osgood (Ramberg y Osgood, 1943, "Description of stress-strain curves by three parameters").

La fluencia del acero de presfuerzo es similar al del acero convencional es decir, el aumento de la deformación sin aumento de la carga, cuando el acero de alta resistencia se esfuerza hasta los niveles que son usuales durante el tensado inicial y al actuar las cargas de servicio, se presenta una propiedad que se conoce como relajamiento, se define como pérdidas de presfuerzo en un material esforzado manteniendo una longitud constante, el mismo fenómeno básico se conoce con el nombre de escurrimiento plástico, cuando se define en términos de un cambio de longitud del material que está sujeto a esfuerzos constantes.

En los miembros de concreto presforzado el escurrimiento plástico y la contracción del concreto, así como las fluctuaciones de las cargas aplicadas producen cambios en la longitud del tendón, sin embargo cuando se calcula la pérdida del presfuerzo del acero debida al relajamiento se considera una longitud constante.

Las Normas Técnicas Complementarias 2004, señalan que los esfuerzos permisibles en el acero de presfuerzo son:

- Debido a la fuerza aplicada por el gato es: $0.94 f_{yp}$, pero no deberá exceder de $0.80 f_{sr}$
- Inmediatamente después de la transferencia $0.82 f_{yp}$, pero no será mayor que $0.74 f_{sr}$
- En cables de postensado, anclajes y acoplamientos, inmediatamente después del anclaje de los tendones será: $0.70 f_{sr}$

en estas expresiones, f_{sr} es el esfuerzo resistente del acero de presfuerzo y f_{yp} es el esfuerzo de fluencia del acero de presfuerzo.

Los estudios que se han realizado indican que continua indefinidamente, aunque a una velocidad decreciente y depende del tipo y grado del acero, por ello debe de tomarse en cuenta en el diseño ya que produce una pérdida significativa en la fuerza pretensora.

En la figura 2.4 se señalan las gráficas de los diferentes tipos y grados de acero de presfuerzo utilizados (Nilson,1990).

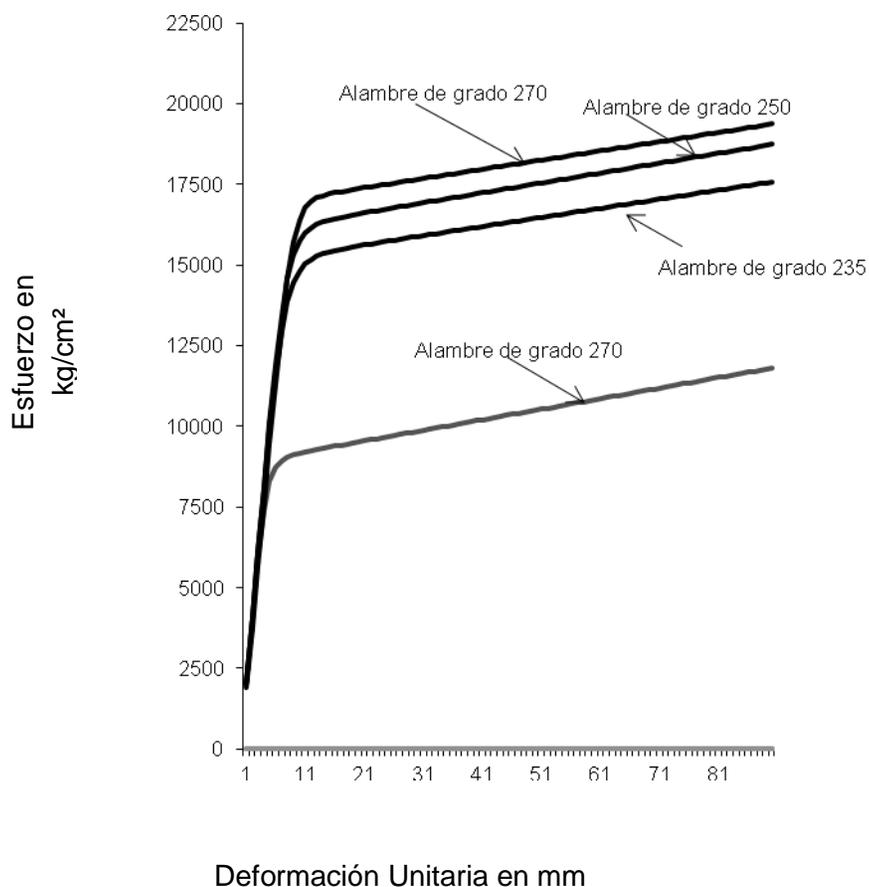


Figura 2.4 Esfuerzo-deformación unitaria de diferentes aceros de presfuerzo

2.3 Técnicas del presfuerzo

Existen dos técnicas para la aplicación del presfuerzo en elementos estructurales, ya sean prefabricados precolados o colados en sitio, como es el pretensado y el postensado y se aplicará de acuerdo al proyecto, se requiere una resistencia de 280 kg/cm² para poder hacer la transferencia del presfuerzo (Reynoso,1999), además se deberá tomar en cuenta las condiciones del lugar, de la edificación, de la economía y de la rapidez entre otros factores.

2.3.1 Pretensado

La técnica del concreto pretensado consiste en tensar el acero de presfuerzo previamente sujeto a los extremos con muertos de concreto, quienes absorberán la energía introducida por

gatos hidráulicos al momento de tensar, posteriormente se procede al vaciado del concreto, quedando el acero ahogado, una vez que el concreto haya alcanzado la resistencia requerida se libera la fuerza aplicada por medio de gatos u otros mecanismos, una vez que se libera la fuerza, el concreto tiende acortarse, de esta forma la fuerza del presfuerzo es transferida al concreto por adherencia en su mayor parte cerca de los extremos y no se requiere de algún anclaje especial. En el caso de colocar el acero de presfuerzo con excentricidades variables a lo largo del elemento se puede realizar por medios de varios mecanismos uno de ellos es por medio de depresores ya sea por arriba o por abajo del eje neutro de la sección. El pretensado es un método adecuado y tiene varias ventajas como son la producción en grandes cantidades además de sus dimensiones pueden estandarizarse en su diseño, lo que resulta económico.

2.3.2 Postensado

El postensado es otra técnica, este método se aplica en miembros precolados como colados en sitio, la técnica aplicada es contraria en la aplicación al pretensado, en el postensado primero se coloca el concreto fresco dentro del molde y se deja endurecer previo a la aplicación de la fuerza de presfuerzo, el acero puede colocarse en posición con un determinado perfil, para evitar la adherencia, se introduce el acero dentro de una camisa metálica protectora o también se pueden dejar ductos en el concreto, colocando el acero a través de ellos cuando el concreto haya endurecido y en cuanto alcanza la resistencia requerida se procede al tensado a través de los extremos del elemento por medio de gatos y se libera una vez que se llega a la fuerza de diseño, considerando las pérdidas que se generan, quedando así el elemento a compresión. Posteriormente se rellenan los ductos con mortero a alta presión, es recomendable el relleno de estos ductos ya que mejora el comportamiento del miembro y en caso que fuera sobrecargado aumenta su resistencia máxima a flexión.

Existen varios métodos para generar y aplicar la fuerza de presfuerzo, el más común es por medio de gatos hidráulicos, es exacto y práctico, aunque existen otros métodos como el eléctrico, que es por medio de calor, el presforzado químico por medio de la expansión de cementos, etc.

Como se comentó el concreto presforzado se ha aplicado ampliamente y con éxito en la construcción de edificios, puentes, tanques de almacenamiento, durmientes, tubos, muros de contención y otras estructuras, en miembros precolados y pretensados así como las estructuras coladas en sitio y postensadas, en algunos casos puede llegar a ser conveniente la aplicación de las dos técnicas, y dependerá de las condiciones de la construcción.

2.4 Pérdidas de presfuerzo

La magnitud inicial de la fuerza de presfuerzo en un miembro de concreto no es constante, ésta toma diferentes valores inferiores durante su vida útil, algunos cambios son instantáneas y otros dependen del tiempo ó diferidas, en ocasiones llegan a suceder de acuerdo a las cargas que se llegan a presentar.

Para la estimación en las pérdidas de presfuerzo las Normas Técnicas Complementarias 2004, señala tres métodos:

- a) Estimación global.- Las pérdidas se definen como un porcentaje de la fuerza aplicada al gato.
- b) Estimación individual.- Las pérdidas se valúan de manera individual mediante fórmulas.
- c) Estimación por intervalos.- Las pérdidas inmediatas se calculan por el método individual, las diferidas se efectúan estableciendo como mínimo cuatro intervalos de tiempo.

En elementos pretensados se puede suponer que la suma de las pérdidas de presfuerzo varía entre 20 y 25 por ciento de la fuerza aplicada del gato. En postensados, la suma de las pérdidas, sin incluir las de fricción, se puede suponer que varía entre 15 y 20 por ciento de la fuerza aplicada por el gato.

Es importante considerar estos cambios en el diseño, al momento de transferencia de la fuerza de pretensado se presenta una reducción inmediata en la fuerza. Las Normas Técnicas complementarias 2004, señala suponer las siguientes pérdidas de presfuerzo:

2.4.1 Deslizamiento del anclaje

En los elementos postensados, la liberación de la fuerza que se genera por los gatos hidráulicos se transfieren al concreto mediante anclajes, existe un pequeño deslizamiento de estos a medida que las cuñas se acomodan dentro de los tendones o a medida que se deforma el dispositivo de anclaje y para el pretensado es similar cuando la fuerza pretensora se transfiere de los gatos al anclaje permanente, esta situación se puede desprestigiar siempre que se considera una carga adicional similar a la pérdida estimada.

2.4.2 Acortamiento elástico del concreto

Una vez que la fuerza pretensora se transfiere al elemento estructural, se presenta un acortamiento elástico en el concreto, debido a la compresión que ejerce la fuerza del cable sobre el elemento. Para miembros pretensados en donde el acero de presfuerzo se encuentra adherido al concreto al momento de la transferencia, el cambio en la deformación del acero es el mismo que el de la deformación del concreto, y con esto se pueden calcular las pérdidas. Para miembros postensados en los que se trenza primero el acero es decir todos los cables al mismo tiempo la deformación elástica ocurre cuando se aplica la fuerza en el gato.

2.4.3 Pérdidas por fricción

Para los elementos postensados, por lo general los tendones se anclan en un extremo y se estiran mediante gatos, a medida que el acero se desliza a través del ducto previamente colocado se desarrolla resistencia a la fricción, se genera debido a la tensión generada por el gato hidráulico y en el extremo anclado es menor. Esta pérdida es la suma de la fricción por deformación del ducto y la fricción debida a la curvatura que presenta el perfil del tendón.

2.4.4 Pérdida por flujo plástico en el concreto

Cuando el concreto está sujeto a una fuerza sostenida de compresión primero se deforma elásticamente, después continua deformándose durante un periodo adicional de tiempo, en los

miembros de concreto presforzado el esfuerzo de compresión a nivel del acero es de naturaleza sostenida y el flujo plástico resultante en el concreto es una fuente importante de pérdidas de la fuerza pretensora. La fuerza de compresión que produce el flujo plástico del concreto no es constante sino que disminuye con el paso del tiempo debido al relajamiento del acero y a la construcción del concreto, así como a los cambios en longitud asociados con el flujo plástico del concreto.

2.4.5 Contracción del concreto

La contracción debido al secado del concreto genera una reducción en la deformación del acero de presfuerzo igual a la deformación por contracción del concreto. Se debe de considerar la parte de la contracción del concreto que ocurre después de la transferencia de la fuerza pretensora al miembro.

2.4.6 Relajamiento del acero

El acero de presfuerzo se mantiene esforzado con una longitud constante durante su vida útil, a pesar de que existe una reducción de su longitud debido al flujo plástico y la contracción del concreto existe una reducción gradual del esfuerzo bajo estas condiciones debido al relajamiento, esta depende de la intensidad del esfuerzo aplicado en el acero, así como del tiempo.

CAPÍTULO 3

DIAGRAMAS DE INTERACCIÓN PARA COLUMNAS DE CONCRETO PRESFORZADO

3.1 Comportamiento y modos de falla de una columna de concreto presforzado

Los conocimientos adquiridos a través de investigaciones experimentales y ensayos sobre el comportamiento de columnas de concreto presforzado han permitido conocer su comportamiento y resistencia bajo una acción externa.

Para comprender con claridad el comportamiento de un elemento sujeto a flexocompresión, se aplica una carga excéntrica a un elemento vertical y se analizan las variaciones que se presentan en los puntos importantes de su geometría, así como de los materiales que la componen durante la aplicación de la carga (González, 1990).

La carga P se aplica con una excentricidad e constante, al incrementar la carga axial se incrementa el momento flexionante que crece de manera proporcional, hasta llegar a la falla del elemento. Existen dos modos de falla: 1) falla en tensión y 2) falla en compresión. La falla en compresión se genera cuando los esfuerzos producidos por la carga axial, supera la resistencia del concreto antes que la del acero, es decir se produce el aplastamiento del concreto y el acero del mismo lado fluye, mientras que el del lado opuesto no fluye en tensión.

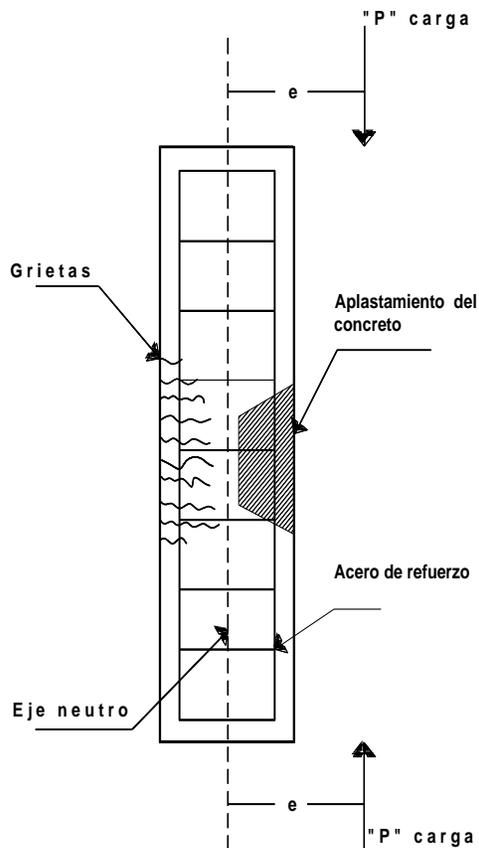


Figura 3.1 Modos de falla de una columna de concreto presforzado bajo la aplicación de carga excéntrica

La falla en tensión se genera cuando los esfuerzos producidos por la carga axial, supera la resistencia del acero antes que la del concreto, es decir el acero del lado más alejado de la carga axial fluye antes que se produzca el aplastamiento del concreto en el lado más comprimido como se observa en la figura 3.1.

3.2 Definición de diagrama de interacción

Un diagrama de Interacción se define como la representación gráfica del lugar geométrico de las diferentes combinaciones de las magnitudes de carga axial y momento flexionante, que producen que el elemento llegue a su falla y en la que se alcanza su máxima resistencia. Es de gran utilidad la aplicación de estos diagramas ya que facilitan el diseño estructural.

3.3 Requisitos para la elaboración del diagrama de interacción

Para construir un diagrama de interacción de un elemento estructural cuando está definida su geometría, características de los materiales y área de acero de presfuerzo, se determinan ubicaciones arbitrarias del eje neutro para representar un conjunto de valores de acciones dentro de la gráfica que el elemento puede resistir como se observa en la figura 3.2 (González,1990).

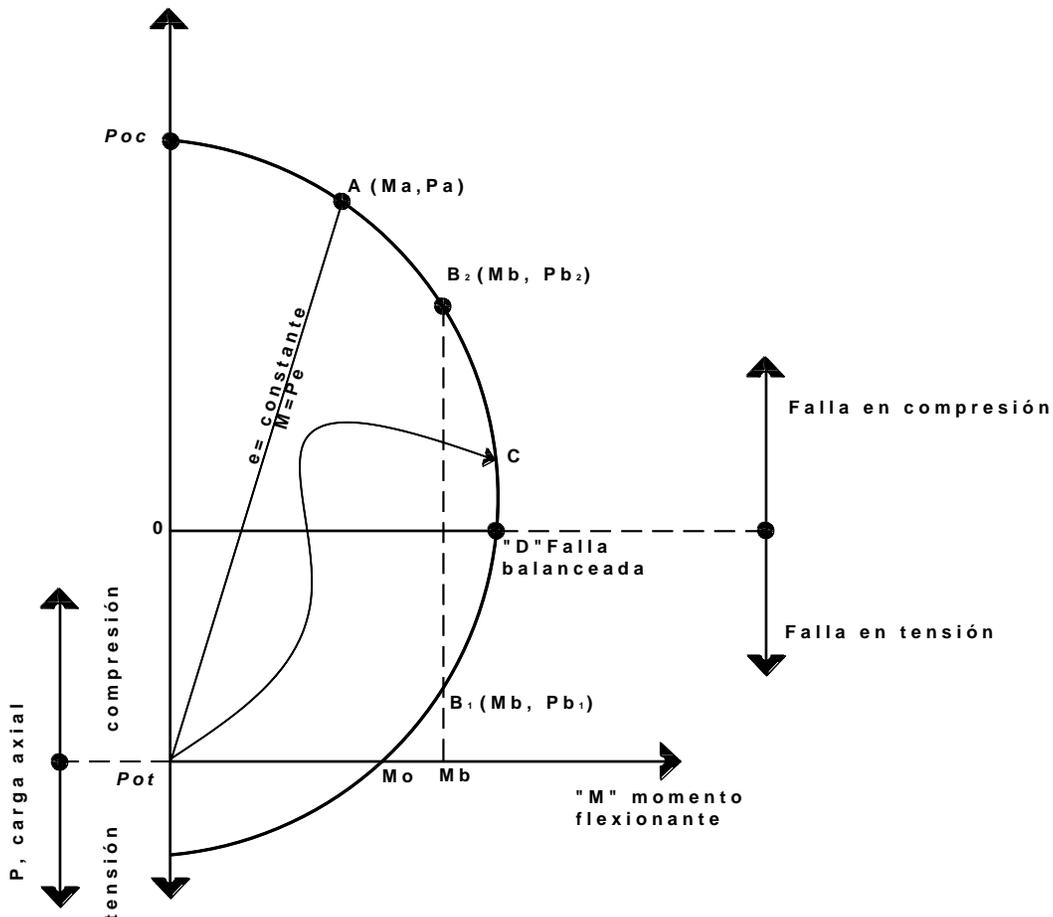


Figura 3.2 Diagrama de interacción de columna de concreto presfuerzo de sección rectangular.

El diagrama de Interacción del elemento estructural sometido a flexocompresión, se obtiene de la hipótesis de esfuerzos en flexión pura o hipótesis simplificadas sobre la forma del diagrama de esfuerzos de compresión del concreto y sobre la deformación unitaria máxima.

Considerando el desarrollo de un modo general, se puede proponer que la carga axial, P , y el momento flexionante M , varían de manera independiente, aunque en algunas estructuras la carga axial y el momento flexionante varían en la misma proporción en una sección transversal dada. Al variar las condiciones de carga externa, esto significa que la excentricidad e , permanece constante, sin olvidar que la carga de presfuerzo actúa como otra de ellas en forma de compresión.

Una columna puede alcanzar su resistencia bajo muchas combinaciones de carga axial y momento flexionante, estas combinaciones varían desde una carga axial cero a una carga axial máxima P_o , de tensión o compresión, un momento nulo hasta un momento M_o y la consideración de la carga que genera el acero de presfuerzo P .

En la figura 3.2 se muestran las condiciones de carga axial y momento flexionante a la que está sometida, cualquier punto dentro del área de la curva representa una combinación de momento y carga axial, que hace que el elemento alcance su resistencia, se puede observar que si el momento es nulo, la carga axial de compresión el valor máximo o de mayor resistencia correspondería al valor de P_{oc} , de igual forma para la carga axial máxima en tensión será P_{ot} ; y por lo contrario si la sección se somete sólo al momento flexionante, es decir con carga axial nula, el máximo momento resistente de la sección será M_o .

Al aumentar la carga externa el momento y la carga axial crecen en la misma proporción, la historia de carga queda representada por una recta desde el origen con una pendiente igual al cociente $\frac{P}{M} = \frac{1}{e}$.

Para las combinaciones de carga representada por una recta OA de la figura 3.3, la resistencia correspondería a la combinación $M_a - P_a$.

Se observa que para un mismo momento existen dos valores de carga axial que hacen que la sección alcance su resistencia. El momento máximo flexionante que la sección es capaz de resistir no es el que corresponde a una carga axial nula, como se observa en la figura 3.2.

La determinación del diagrama de interacción requiere de las siguientes suposiciones:

- 1 La distribución de deformación en el concreto varía linealmente con la profundidad en la zona de compresión.
- 2 El diagrama de esfuerzos de deformación para el concreto y el acero de presfuerzo son conocidos.
- 3 La sección falla cuando la deformación en el concreto en la fibra extrema alcanza deformación unitaria máxima ϵ_{cu} , o cuando la mitad de la profundidad es ϵ_o .

De acuerdo a la gráfica esfuerzo deformación del concreto la deformación unitaria máxima es de 0.003.

Además para definir el diagrama de interacción, es necesario conocer los puntos relevantes que formarán su gráfica, como son:

- Punto P_{oc} corresponde a la carga axial de compresión pura, la cual representa el estado de deformaciones unitarias de compresión uniforme.
- Punto D , corresponde a la falla balanceada, en el que se considera el estado de deformaciones unitarias definido por ϵ_{cu} en la fibra extrema en compresión y por ϵ_{py} deformación unitaria en el acero en tensión. Este estado de deformaciones se tiene cuando simultáneamente el concreto alcanza su deformación máxima útil y el acero de presfuerzo su límite de fluencia.
- Punto M_o corresponde al momento sin carga axial es decir flexión pura, para el cual se supone un estado de deformaciones iguales en el lado de tensión y de compresión.
- Punto adicional entre los puntos P_{oc} , D y otros dos puntos entre los puntos D y M_o .

3.4 Teoría de compatibilidad de deformaciones para el cálculo de columnas presforzadas

En la figura 3.3, se observa una columna en un estado incipiente de falla con una carga última aplicada P_u y una excentricidad e , con respecto al centro geométrico de la sección transversal, las dimensiones de los lados b y h de la sección, son paralelas y perpendiculares al eje de la flexión, el acero de presfuerzo se coloca en dos capas, cada una paralela al eje de flexión y la sección es simétrica con áreas de acero de presfuerzo A_{p1} y A_{p2} iguales (Lin,1980).

La carga aplicada excéntrica en la sección es equilibrada en cualquier sección $a - a$, a lo largo de la longitud del miembro, mediante las fuerzas internas se contrarresta con una fuerza igual a P_n y un momento igual opuesto M_n producido por $P_n \times e$, una columna como esta puede fallar en los siguientes modos:

a) Cuando las excentricidades son grandes, el acero de presfuerzo del lado más alejado de la columna respecto a la carga, alcanzará la condición de fluencia en tensión. Si la carga continúa después de que el acero alcanza su fluencia el eje neutro de la sección desplazará al lado cargado del elemento, reduciendo con ello el área de concreto para resistir la compresión por lo que lo sobrecargará y resultará una falla consecutiva y secundaria por compresión cuando el esfuerzo unitario del concreto alcance su deformación máxima ϵ_{cu} .

b) Cuando las excentricidades son pequeñas, primero se alcanzará una falla primaria por compresión del concreto cuando la deformación máxima del lado más cargado de la columna sea igual al límite ϵ_{cu} , mientras el acero de presfuerzo del lado más alejado sus esfuerzos se encuentran por debajo del límite de fluencia.

Con las diferentes aplicaciones, en la variación de la excentricidad en la carga axial y momento flexionante se generan diferentes resistencias, así como el modo de falla del elemento, es decir podrá fallar por aplastamiento del concreto en compresión del lado más cercano a la carga o por fluencia del acero del lado más alejado de la columna y de la carga.

Al tipo de falla cuando se dan estas dos de manera simultánea se le llama falla balanceada y será bajo la aplicación de una carga P_o y un momento M_o .

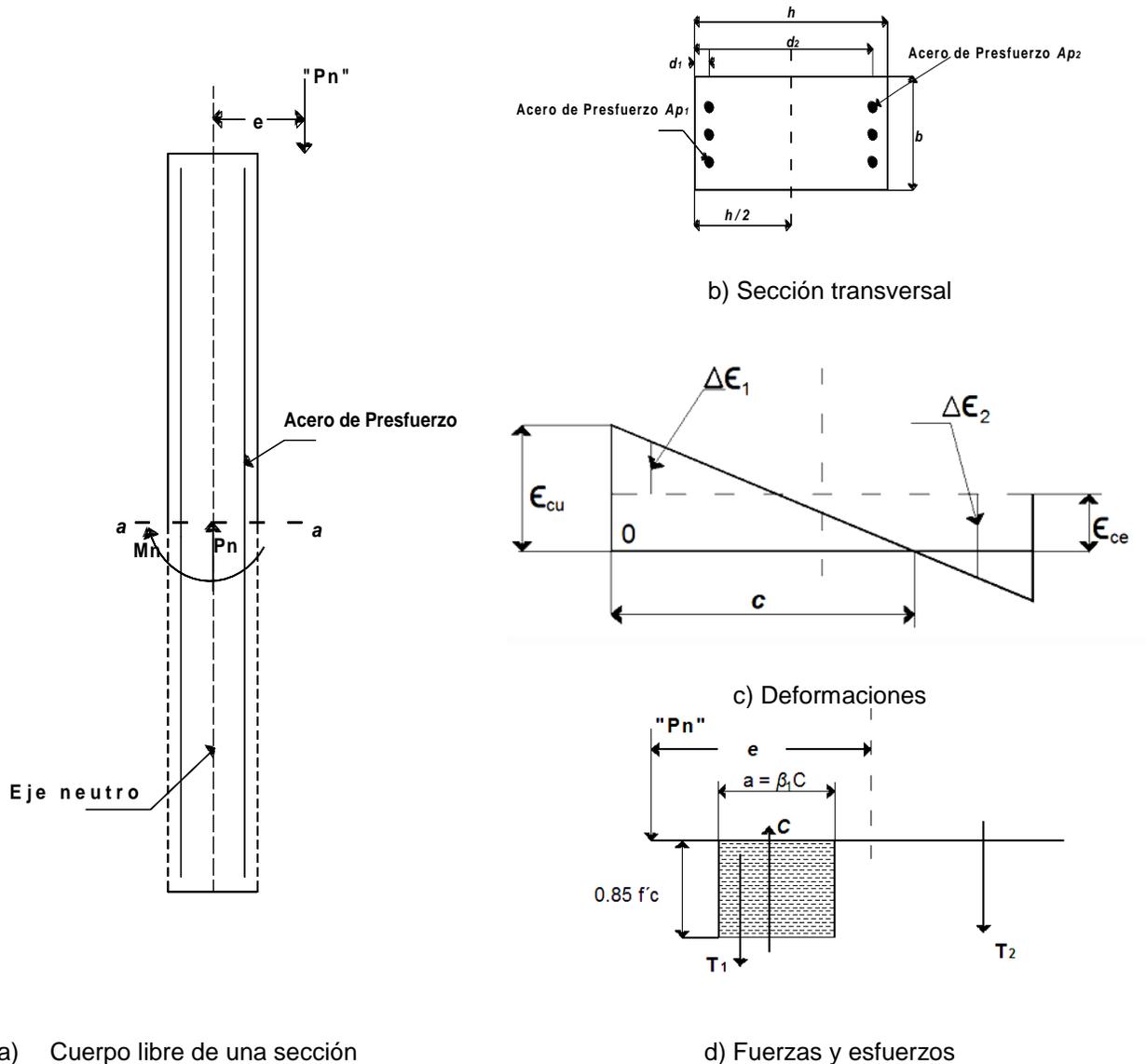


Figura 3.3 Análisis de una columna bajo una carga excéntrica

En la figura 3.3 (c) se observan las deformaciones del concreto para una sección a-a, la deformación producida por la fuerza pretensora efectiva, es decir, una vez que hayan ocurrido las pérdidas por flujo plástico, contracción y relajamiento del acero, se considera una deformación uniforme en el concreto ϵ_{ce} . Se muestra la distribución de deformaciones, el

concreto al inicio de la falla cuando el eje neutro se encuentra a la distancia c del lado más cargado de la columna y la deformación en el concreto en aquella cara es igual al límite ϵ_{cu} .

Las fuerzas y los esfuerzos de las deformaciones al inicio de la falla se muestran en la figura 3.2 (d), el bloque rectangular de esfuerzos equivalente con una intensidad de esfuerzo uniforme en el concreto toma el valor de $0.85f'_c$ y una profundidad $a = \beta_1 c$ por lo que la relación de equilibrio de cuerpo libre de la mitad superior de la columna se indica en la ecuación 3.1:

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

Donde la resultante de los esfuerzos de compresión en el concreto es $C = 0.85 f'_c a b$, T_1 y T_2 son respectivamente las fuerzas de tensión proporcionadas por las áreas del acero de presfuerzo A_{p1} y A_{p2} e igualando a cero la suma de los momentos se obtiene la ecuación 3.2:

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

Las ecuaciones 3.1 y 3.2 nos permiten calcular la carga de falla P_n para una excentricidad dada e , ya que los términos C , T_1 , T_2 y a , dependen del valor que tomará el eje neutro c , aunque a su vez la posición del eje neutro dependerá de la magnitud de las fuerzas C , T_1 y T_2 .

Aunque teóricamente se puede expresar las incógnitas del lado derecho de las ecuaciones en función de la distancia c del eje neutro y posteriormente resolver de manera simultánea las dos ecuaciones para una excentricidad dada e y hallar c y P_n , pero las dificultades de cálculo serán considerables.

Por lo que resulta más práctico a través de la construcción de un diagrama de interacción que relacione la carga P_n y el momento M_n a la falla, como se muestra en la figura 3.2.

La línea límite corresponde a un estado de único de falla para la columna, mientras que la combinación de la carga y el momento estén dentro del área limitada por la línea límite resistirá a los esfuerzos producidos.

Cada selección de la ubicación del eje neutro le corresponde una excentricidad, a una carga de falla P_n y a un momento M_n , en particular para esa profundidad, las cuales se pueden hallar mediante el análisis de compatibilidad de deformaciones.

Es conveniente que se considere en el análisis el presfuerzo efectivo antes de la aplicación de cargas exteriores, en que la fuerza pretensora es P_e y la deformación en el concreto es ϵ_{ce} . Como se muestra en la figura 3.3 (d), se observa que la deformación de compresión en el concreto está distribuida uniformemente a través del peralte de la sección, en caso de aplicación de carga excéntrica, produciría una deformación linealmente variable en el concreto. Cuando la columna se encuentra al inicio de la falla, la deformación en el concreto del lado más cercano del carga será ϵ_{cu} y el eje neutro se encontrará a la distancia c de aquella cara según se muestra en la figura 3.3 (c).

Los esfuerzos y las fuerzas de la figura 3.3 (d), pueden encontrarse basándose en las distribuciones de deformación, para el valor de c arbitrariamente escogido, la resultante de compresión en el concreto está representada por la ecuación 3.3:

$$C = f'c a b \quad (3.3)$$

Es importante observar que el valor de c puede ser mayor que la dimensión h de la columna y que de hecho tendrá un valor infinito para el caso especial de carga concéntrica. En todos los cálculos el límite superior de a es la dimensión h de la columna.

La deformación en el acero para el presfuerzo efectivo se representa con la ecuación 3.4.

$$\epsilon_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{P_e}{(A_{p1} + A_{p2})E_p} \quad (3.4)$$

La variación en la deformación en el acero del área A_{p1} , al pasar el miembro del estado de presfuerzo efectivo hasta la carga última se representa en la ecuación 3.5.

$$\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{cu} \frac{(c - d_1)}{c} - \epsilon_{ce} \quad (3.5)$$

Mientras que el cambio correspondiente en la deformación en el acero del área A_{p2} se representa en la ecuación 3.6.

$$\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{cu} \frac{(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \quad (3.6)$$

Y las fuerzas en el acero T_1 y T_2 de la figura 3.3 (d), se pueden encontrar basándose en las deformaciones netas de cada una de las áreas del acero. Para las deformaciones que se encuentran por debajo del límite elástico proporcional o de la deformación de fluencia se representa con las ecuaciones 3.7 y 3.8.

$$\begin{aligned} \text{Para } T_1: \quad T_1 &= A_{p1} f_{p1} \\ T_1 &= A_{p1} E_p (\epsilon_{pe} - \Delta\epsilon_1) \\ T_1 &= A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \text{Para } T_2: \quad T_2 &= A_{p2} f_{p2} \\ T_2 &= A_{p2} E_p (\epsilon_{pe} - \Delta\epsilon_2) \end{aligned}$$

$$T_2 = A p_2 E p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

Es importante tomar en cuenta que el valor de c puede ser mayor que d_1 ó mayor que d_2 , además en caso que las deformaciones sean mayores al límite proporcional de la curva en la gráfica esfuerzo deformación del acero de presfuerzo, la fuerza se deberá referir a ésta para su cálculo. Ahora, con la aplicación de las ecuaciones 3.1 y 3.2 se podrán hallar la carga P_n y el momento de falla M_n , con esto se establece un punto importante en el límite de la curva en la gráfica del diagrama de interacción, que es, el de la falla.

De manera similar se propondrán valores de c , para establecer la línea completa de falla y una vez definida la curva, se podrán ver los valores de la carga y momento flexionante para cualquier valor de la excentricidad de la gráfica y con ello proponer una línea radial paralela a la curva de falla con valores apropiados de diseño. Para fines de diseño las Normas Técnicas Complementarias 2004, modifican los valores calculados de P_n y M_n , mediante un factor de reducción de resistencia F_r para obtener los valores de diseño con las ecuaciones 3.9 y 3.10.

$$P \text{ diseño} = F_r P_n \quad (3.9)$$

$$M \text{ diseño} = F_r M_n \quad (3.10)$$

Para el diseño de columnas de concreto presforzado el procedimiento esencialmente de iteraciones sucesivas, una vez seleccionada la columna con sus características de material, resistencia, geometría, cantidad y ubicación del acero de presfuerzo, se procede a calcular la curva de resistencia por medio de los diagramas de interacción y comparar su capacidad calculada con la requerida. Existen ciertas ayudas para el diseño en forma de tablas pero en la mayoría de los casos prácticos es necesario realizar un análisis de compatibilidad de deformaciones.

3.5 Cálculo de resistencia de una columna de concreto presforzado por medio de la construcción de diagrama de interacción

3.5.1 Ejemplo de aplicación I

A continuación se construirá el diagrama de interacción para una columna de concreto presforzado por medio de la teoría de compatibilidad de deformaciones y se determinará su comportamiento. Se considera al elemento como corto, por lo que no se considera el efecto de esbeltez, con la finalidad de conocer su comportamiento bajo diferentes magnitudes de carga en la axial como en la del momento flexionante.

La columna propuesta tiene una sección cuadrada de 35 cm por lado y está presforzada mediante seis cables de 3/8 de pulgada de diámetro, grado 250 en dos capas, el área total del acero es de 4.12 cm², el presfuerzo efectivo es de 10,555.52 kg/cm², y tiene un módulo de elasticidad de 1,900,000 kg/cm² y le corresponde una deformación de $\epsilon_{py} = 0.0052$. La resistencia del concreto es de 450 kg/cm² y la deformación en el concreto bajo la carga de presfuerzo efectiva es 0.0005, como se observa en la figura 3.4.

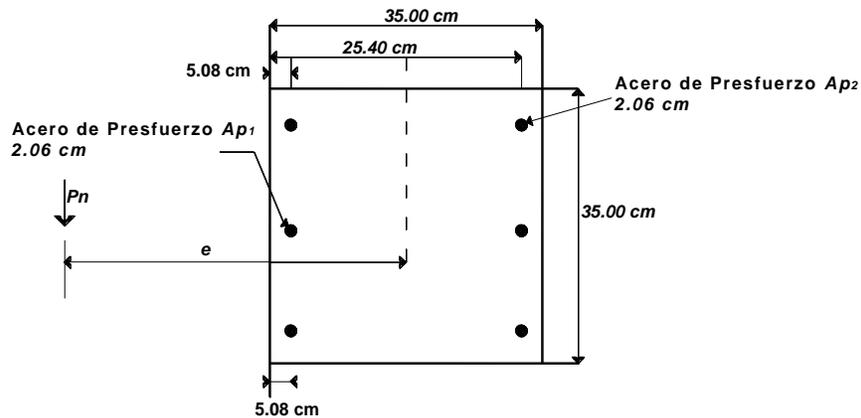


Figura 3.4 Sección transversal de columna prefabricada

Los datos del ejemplo son: el área del acero de refuerzo del lado derecho es $A_{p1} = 2.06 \text{ cm}^2$, el área de acero de refuerzo del lado izquierdo es $A_{p2} = 2.06 \text{ cm}^2$, el refuerzo efectivo es $P_e = 10,555.52 \text{ kg}$, el módulo de elasticidad del acero de refuerzo es $E_p = 1,900,000 \text{ kg/cm}^2$, la deformación del concreto debida al refuerzo efectivo es $\epsilon_{pe} = 0.0005$, la resistencia del concreto es $f^*c = 450 \text{ kg/cm}^2$, la deformación unitaria máxima del concreto es $\epsilon_{cu} = 0.003$, la fracción de esfuerzos que tomará el concreto es $\beta = 0.80$.

Para la obtención del factor de resistencia del concreto β , aplicamos la fórmula que determina el valor que se aplicará en el ejemplo, de acuerdo a las Normas Técnicas Complementarias 2004.

Para valores mayores de:

$$f^*c > 250 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

se aplica la siguiente ecuación: $\beta = \left(1.05 - \frac{f^*c}{1400}\right)$ (3.11)

donde: $f^*c = 0.80$ de f^*c , sustituyendo valores en el ejemplo tenemos:

$$f^*c = 0.80 \left(450 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right) = 360 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \quad \text{sustituyendo en la ec. 3.11}$$

$$\beta = \left(1.05 - \frac{360}{1400}\right) = 0.793 \therefore \beta = 0.80$$

El valor del módulo de elasticidad para el acero de refuerzo será el descrito en las Normas Técnicas Complementarias 2004, (Capítulo 1-1.5.2); para los valores superiores a la deformación máxima del intervalo elástico, se tomarán los valores directamente de la gráfica esfuerzo-deformación, la cual se elaboró para este tipo de acero de refuerzo, con la ecuación de A.H. Mattock (Ramberg-Osgood, 1943, "Description of stress-strain curves by three parameters").

Se aplica el método, por lo que propondrán varios puntos con valores arbitrarios para la dimensión de c del eje neutro, posteriormente se aplican las fórmulas para la obtención de la fuerza axial y el momento flexionante, que producen el estado de inicio de falla y con esto la elaboración del diagrama de interacción.

Punto 1

$$c = 23.33 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$ por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (23.33 \text{ cm}) = 18.66 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{\text{cab}} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2)(18.66 \text{ cm}) = 35 \text{ cm}$$

$$C = 249,810.75 \text{ kg.}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

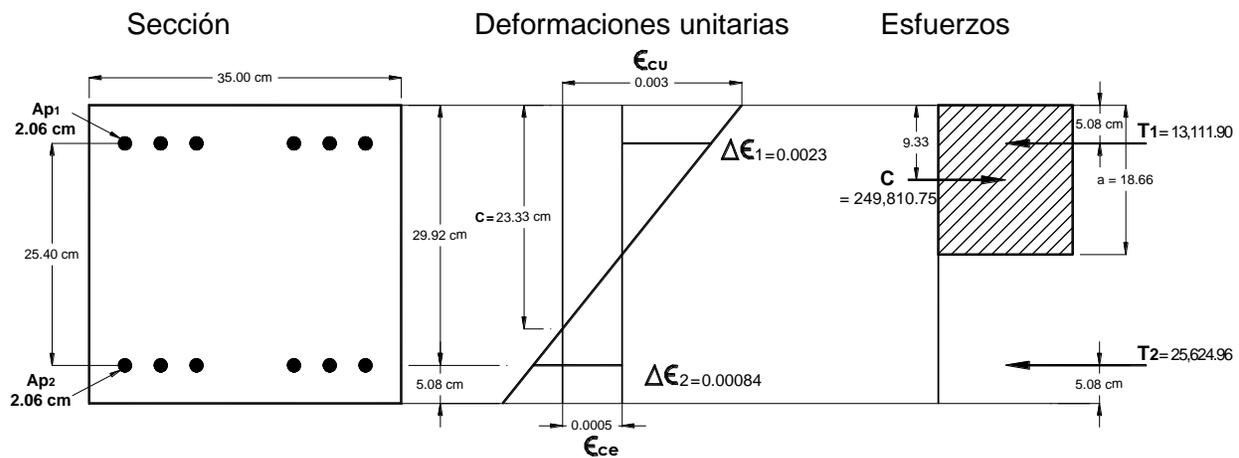


Figura 3.5 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 1

Por triángulos semejantes se obtiene el valor de $\Delta\epsilon_1$.

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\epsilon_1}{(c - d_1)} - \epsilon_{ce} \text{ despejando } \Delta\epsilon_1 \text{ se tiene la ec. 3.5}$$

$$\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{cu} \frac{(c - d_1)}{c} - \epsilon_{ce} \text{ sustituyendo valores en la ec. 3.7 se tiene:}$$

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{23.33 \text{ cms} - 5.08 \text{ cms}}{23.33 \text{ cms}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.00335 =$$

$$T_1 = 13,111.90 \text{ kg}$$

De la misma forma se calcula $\Delta\epsilon_2$

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\epsilon_2}{(d_2 - c)} - \epsilon_{ce} \text{ despejando } \Delta\epsilon_2 \text{ se tiene la ec. 3.6}$$

$$\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{cu} \frac{(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce}$$

$$\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{cu} \frac{(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \text{ sustituyendo valores en la ec. 3.8 se tiene:}$$

$$T_2 = A p_2 E p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cms} - 23.33 \text{ cms}}{23.33 \text{ cms}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.006547 =$$

$$T_2 = 25,624.96 \text{ kg}$$

Se aplican las fuerzas obtenidas de acuerdo al diagrama, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 249,810.75 \text{ kg} - 13,111.90 \text{ kg} - 25,624.96 \text{ kg} =$$

$$P_n = 211,073.89 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de M_n se aplica la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n =$$

$$249,810.75 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{17.50 \text{ cm}}{2} \right) - 13,111.90 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 25,624.96 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 249,810.75 \text{ kg} (8.75 \text{ cm}) - 13,111.90 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 25,624.96 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 2,341,256.26 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Si } M_n = P_e \text{ por lo tanto } e = \frac{M_n}{P} :$$

$$e = \frac{2,205,373.14 \text{ kg} - \text{cm}}{211,073.89 \text{ kg}} =$$

$$e = 11.09 \text{ cm}$$

Punto 2

$$c = 29.16 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta=0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (29.16 \text{ cm}) = 23.33 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{\text{cab}} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (23.33 \text{ cm}) 35 \text{ cm}$$

$$C = 312,330.38 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

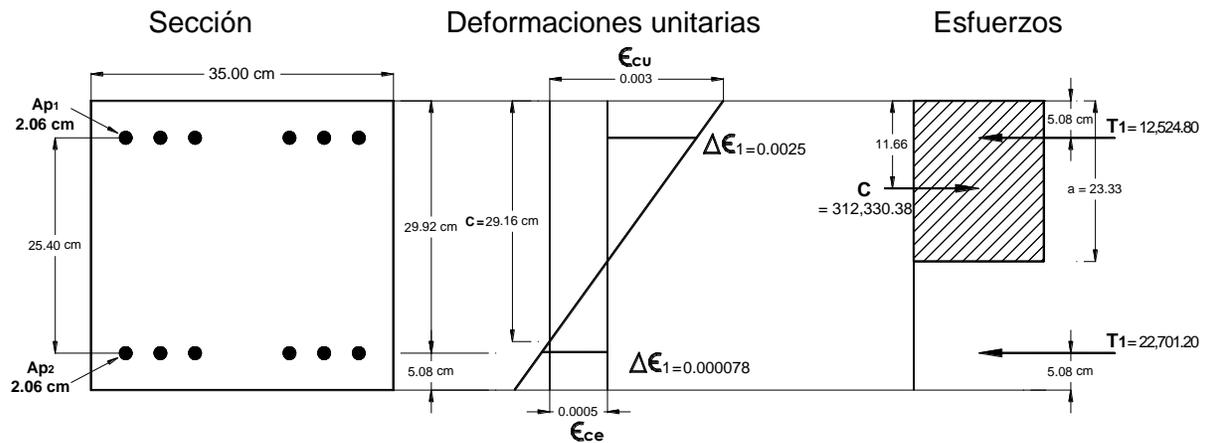


Figura 3.6 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 2

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{29.16 \text{ cm} - 5.08 \text{ cm}}{29.16 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0032 =$$

$$T_1 = 12,524.80 \text{ kg}$$

$$T_2 = A_{p2} E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cm} - 29.16 \text{ cm}}{29.16 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0058 =$$

$$T_2 = 22,701.20 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de Pn:

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 312,330.38 \text{ kg} - 12,524.80 \text{ kg} - 22,701.20 \text{ kg} =$$

$$P_n = 277,104.38 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n =$$

$$312,330.38 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{21.87 \text{ cm}}{2} \right) - 12,524.80 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 22,701.20 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 312,330.38 \text{ kg} (6.57 \text{ cm}) - 12,524.80 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 22,701.20 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 2,178,401.48 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Si } M_n = P_e \text{ por lo tanto } e = \frac{M_n}{P}$$

$$e = \frac{2,178,401.48 \text{ kg-cm}}{277,104.38 \text{ kg}} =$$

$$e = 7.86 \text{ cm}$$

Punto 3

$$c = 35 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (35 \text{ cm}) = 28.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f' c a b = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (28.00 \text{ cm}) 35 \text{ cm}$$

$$C = 374,850.00 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

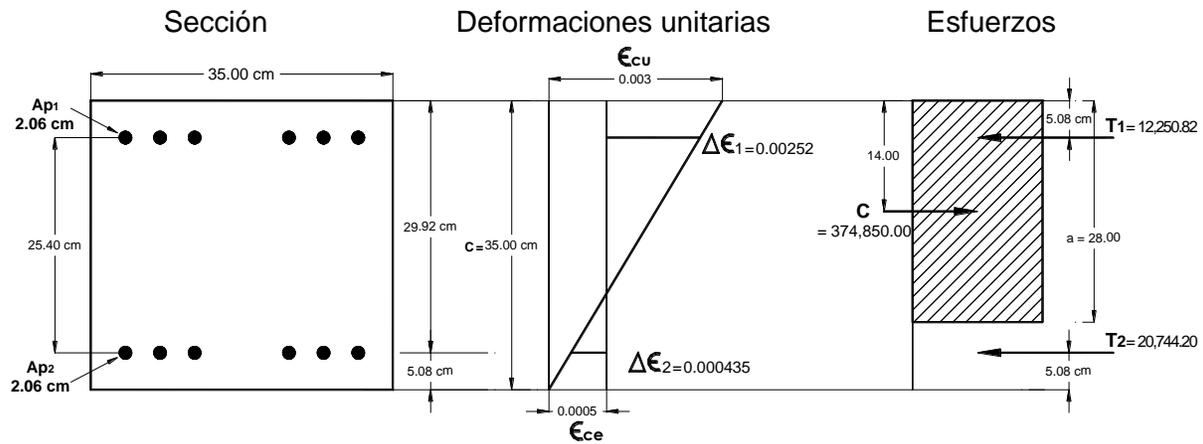


Figura 3.7 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 3

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{35 \text{ cm} - 5.08 \text{ cm}}{35 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.00313 =$$

$$T_1 = 12,250.82 \text{ kg}$$

$$T_2 = A_{p2} E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cm} - 35 \text{ cm}}{35 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0053 =$$

$$T_2 = 20,744.20 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de Pn:

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 374,850.00 \text{ kg} - 12,250.82 \text{ kg} - 20,744.20 \text{ kg} =$$

$$P_n = 341,854.98 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n = 374,850.00 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{26.25 \text{ cm}}{2} \right) - 12,250.82 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 20,744.20 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 374,850.00 \text{ kg} (4.38 \text{ cm}) - 12,250.82 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 20,744.20 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 1,743,330.78 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = P e$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{1,743,330.78 \text{ kg-cm}}{341,854.98 \text{ kg}} =$$

$$e = 5.11 \text{ cm}$$

Punto 4

$$c = 43.75 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (43.75 \text{ cm}) = 35.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'c b = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (35.00 \text{ cm}) 35 \text{ cm}$$

$$C = 468,562.50 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

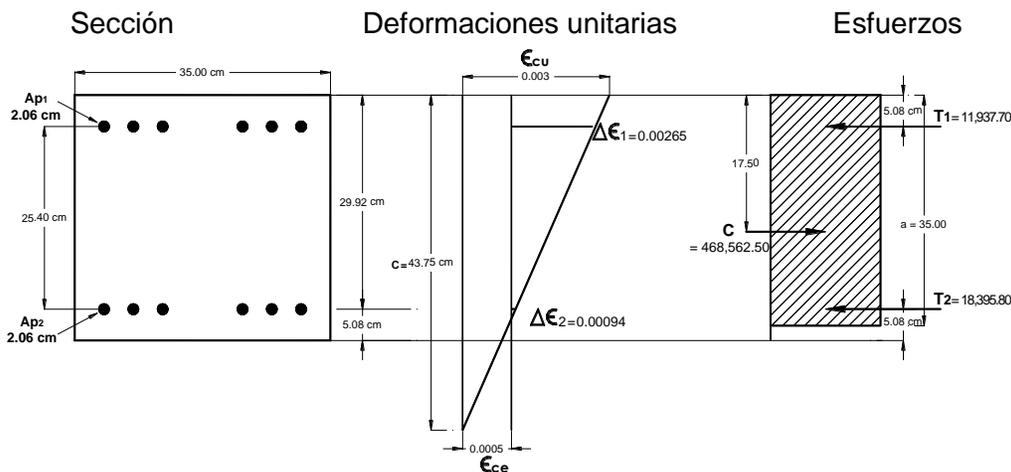


Figura 3.8 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 4

(3.7)

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{43.75 \text{ cm} - 5.08 \text{ cm}}{43.75 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.00305 =$$

$$T_1 = 11,937.70 \text{ kg}$$

$$T_2 = A p_2 E p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cm} - 43.75 \text{ cm}}{43.75 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0047 =$$

$$T_2 = 18,395.80 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de Pn:

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 468,562.50 \text{ kg} - 11,937.70 \text{ kg} - 18,395.80 \text{ kg} =$$

$$P_n = 438,229.00 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n =$$

$$468,562.50 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{32.81 \text{ cm}}{2} \right) - 11,937.70 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 18,395.80 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 468,562.50 \text{ kg} (1.10 \text{ cm}) - 11,937.70 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 18,395.80 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 595,628.36 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Si } M_n = P_e \text{ por lo tanto } e = \frac{M_n}{P}$$

$$e = \frac{595,628.36 \text{ kg-cm}}{438,229.00 \text{ kg}} =$$

$$e = 1.36 \text{ cm}$$

Punto 5

Cuando el valor de c tiende a infinito, suponemos $c = 46.65 \text{ cm}$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (46.65 \text{ cm}) = 37.32 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cab} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (37.32 \text{ cm}) 35 \text{ cm}$$

$$C = 499,621.50 \text{ kg}$$

Es importante este punto, ya que al desplazar el eje neutro al lado más alejado, es decir fuera del área de la sección, la carga excéntrica tiende a ubicarse en el eje neutro de la sección además debido a que los valores de T_1 y T_2 tienden a ser iguales y se contrarrestan los momentos que estas generan, por lo que la sección solo tenderá a soportar esfuerzos de compresión, como se observa en la figura 3.9.

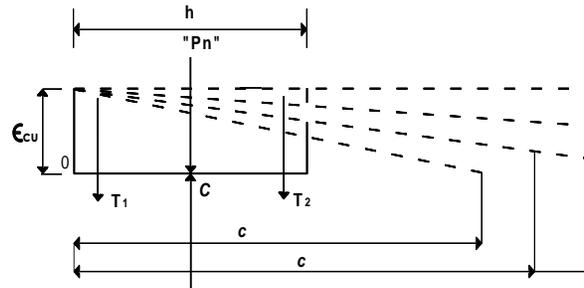


Figura 3.9 Sección con desplazamiento del eje neutro

A continuación las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto:

$$T_1 = A p_1 E p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{46.65 \text{ cms} - 5.08 \text{ cm}}{46.65 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

como el valor de "c" tiende a infinito, el término $\frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c}$ tiende a la unidad

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0027 =$$

$$T_1 = 10,567.80 \text{ kg}$$

$$T_2 = A p_2 E p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cm} - 46.65 \text{ cm}}{46.65 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

Debido a que c tiende a infinito, el valor de la deformación de T2 tiende a ser igual a T1

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0027 =$$

$$T_2 = 10,567.80 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de Pn:

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 499,621.50 \text{ kg} - 10,567.80 \text{ kg} - 10,567.80 \text{ kg} =$$

$$P_n = 478,485.90 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n = 499,621.50 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cms}}{2} - \frac{35 \text{ cms}}{2} \right) - 10,567.80 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cms}}{2} - 5.08 \text{ cms} \right) + 10,567.80 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cms} - \frac{35 \text{ cms}}{2} \right)$$

$$M_n = 499,621.50 \text{ kg} (0.0 \text{ cm}) - 10,567.80 (12.42) + 10,567.80 (12.42) =$$

$$M_n = 0 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Si } M_n = P_e \text{ por lo tanto } e = \frac{M_n}{P}$$

$$e = \frac{0 \text{ kg-cm}}{478,485.90 \text{ kg}} =$$

$$e = 0.0 \text{ cm}$$

Punto 6

$$c = 17.50 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (17.50 \text{ cm}) = 14.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cb} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (14.00 \text{ cm}) 35 \text{ cm}$$

$$C = 187,425.00 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

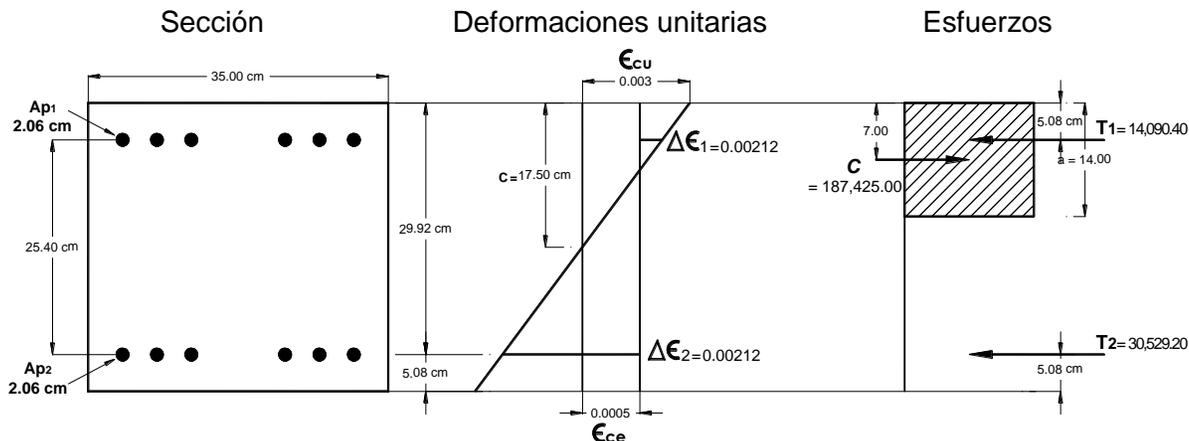


Figura 3.10 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 6

$$T_1 = A p_1 E p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{17.50 \text{ cm} - 5.08 \text{ cm}}{17.50 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0036 =$$

$$T_1 = 14,090.40 \text{ kg}$$

$$T_2 = A p_2 E p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cms} - 17.50 \text{ cm}}{17.50 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0078 =$$

$$T_2 = 30,529.20 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n:

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 187,425.00 \text{ kg} - 14,090.40 \text{ kg} - 30,529.20 \text{ kg} =$$

$$P_n = 142,805.80 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n = 187,425.00 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{13.125 \text{ cm}}{2} \right) - 14,090.40 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 30,529.20 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 187,425.00 \text{ kg} (10.94 \text{ cm}) - 14,090.40 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 30,529.20 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 2,254,599.39 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Si } M_n = P_e \text{ por lo tanto } e = \frac{M_n}{P}$$

$$e = \frac{2,254,599.39 \text{ kg-cm}}{142,805.80 \text{ kg}} =$$

$$e = 15.78 \text{ cm}$$

Punto 7

$$c = 11.66 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (11.66 \text{ cm}) = 9.33 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cab} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2)(9.33 \text{ cm}) = 35 \text{ cm}$$

$$C = 124,905.38 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

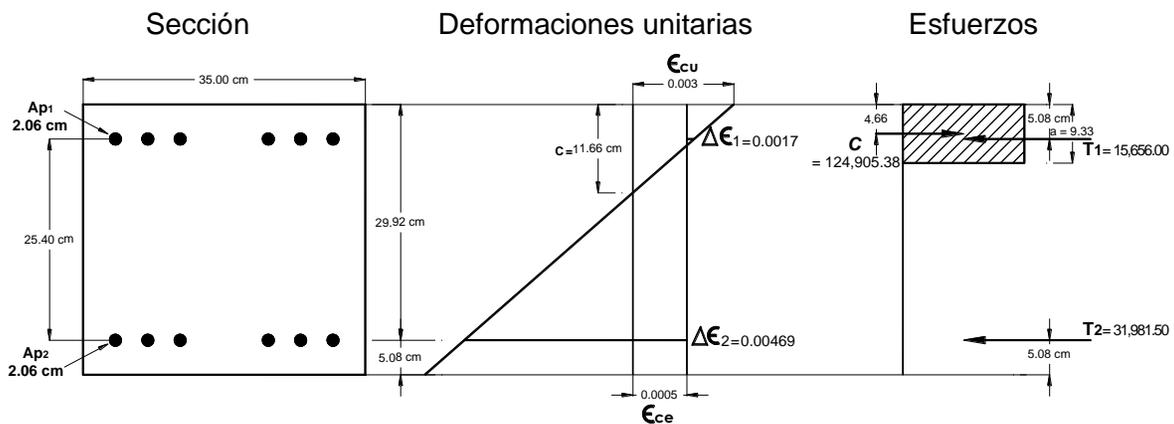


Figura 3.11 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 7

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{11.66 \text{ cm} - 5.08 \text{ cm}}{11.66 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm} \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.004 =$$

$$T_1 = 15,656.00 \text{ kg}$$

$$T_2 = A_{p2} E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cm} - 11.66 \text{ cm}}{11.66 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0104$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.0104, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 15,525 kg/cm², como se observa en la figura 3.13.

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(15,525.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) =$$

$$T_2 = 31,981.50 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 124,905.38 \text{ kg} - 15,656.00 \text{ kg} - 31,981.50 \text{ kg} =$$

$$P_n = 77,267.88 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n = 124,905.38 \text{ kg}$$

$$\left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{8.745 \text{ cm}}{2} \right) - 15,656.00 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 31,981.50 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 124,905.38 \text{ kg} (13.13 \text{ cm}) - 15,656.00 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 31,981.50 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 1,842,770.35 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Si } M_n = P_e \text{ por lo tanto } e = \frac{M_n}{P}$$

$$e = \frac{1,842,770.35 \text{ kg-cm}}{77,267.88 \text{ kg}} =$$

$$e = 23.85 \text{ cm}$$

Punto 8

$$c = 8.75 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (8.75 \text{ cm}) = 7.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cab} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (7.00 \text{ cm}) = 35 \text{ cm}$$

$$C = 93,712.50 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto:

Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

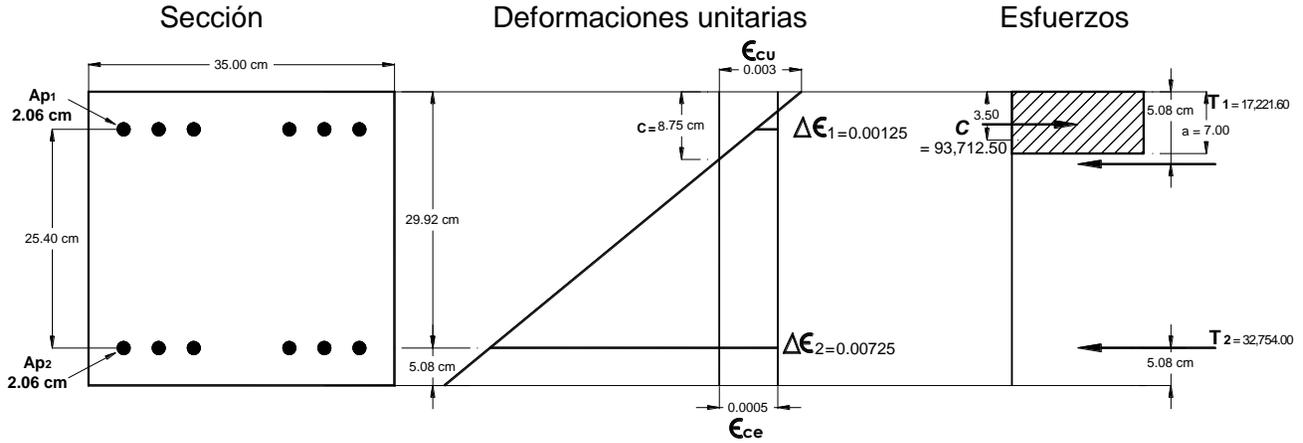


Figura 3.12 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 8

(3.7)

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{8.75 \text{ cm} - 5.08 \text{ cm}}{8.75 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0044 =$$

$$T_1 = 17,221.60 \text{ kg}$$

$$T_2 = A_{p2} E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_2 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{29.92 \text{ cm} - 8.75 \text{ cm}}{8.75 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.013$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.013, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 15,900 kg/cm², como se observa en la figura 3.13.

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(15,900.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) =$$

$$T_2 = 32,754.00 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 93,712.50 \text{ kg} - 17,221.60 \text{ kg} - 32,754.00 \text{ kg} =$$

$$P_n = 43,736.90 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n = 93,712.50 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{6.5625 \text{ cm}}{2} \right) - 17,221.60 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 37,879.87 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 87,855.47 \text{ kg}(14.22 \text{ cm}) - 17,221.60 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 32,754.00 \text{ kg}(12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 1,525,504.16 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = P_e$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{1,525,504.16 \text{ kgcm}}{43,736.90 \text{ kg}} =$$

$$e = 34.88 \text{ cm}$$

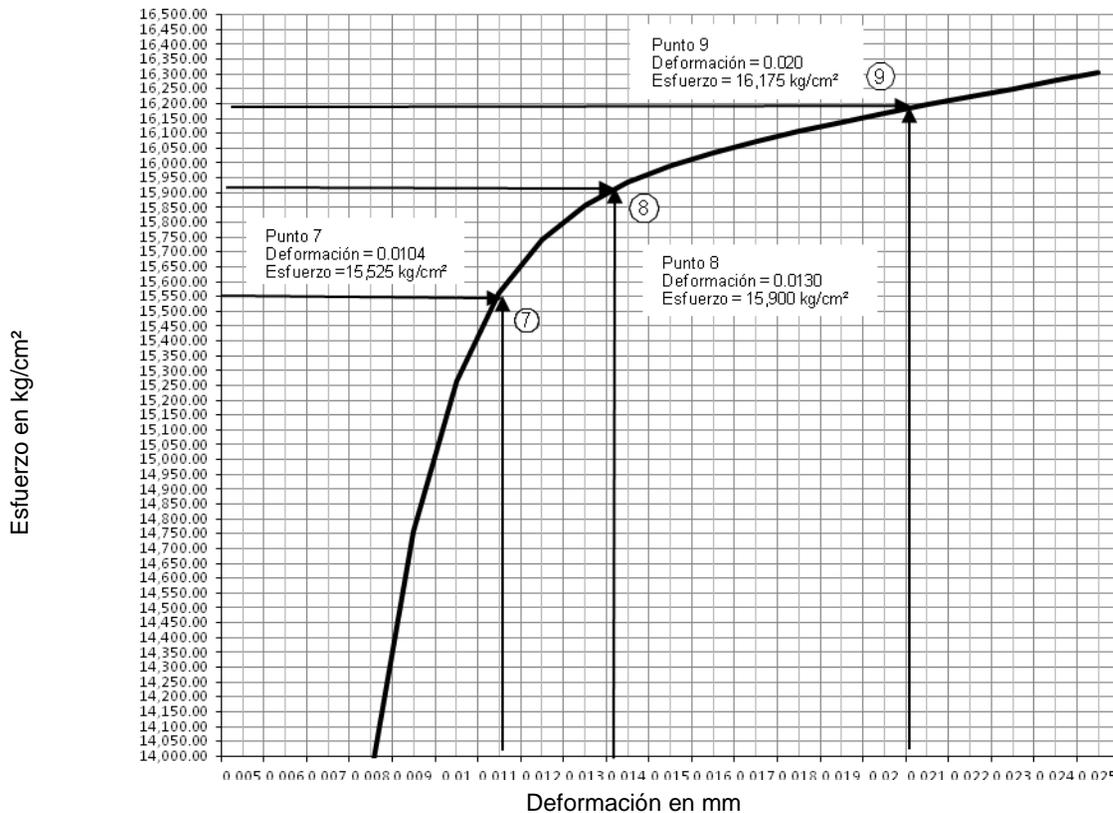


Figura 3.13 Localización de puntos en la gráfica esfuerzo-deformación de acero de presfuerzo grado 250

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.020, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 16,175 kg/cm², como se observa en la figura 3.13.

$$T_2 = 2.06 \text{ cm}^2 \left(16,175.00 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) =$$

$$T_2 = 33,320.50 \text{ kg}$$

Aplicamos los resultados obtenidos, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 \quad (3.1)$$

$$P_n = 54,353.25 \text{ kg} - 22,309.80 \text{ kg} - 34,350.50 \text{ kg} =$$

$$P_n = -2,307.05 \text{ kg}$$

A continuación la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) + T_2 \left(d_2 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n = 54,353.25 \text{ kg}$$

$$\left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - \frac{3.81 \text{ cm}}{2} \right) - 22,309.80 \text{ kg} \left(\frac{35 \text{ cm}}{2} - 5.08 \text{ cm} \right) + 33,320.50 \text{ kg} \left(29.92 \text{ cm} - \frac{35 \text{ cm}}{2} \right)$$

$$M_n = 54,353.25 \text{ kg} (15.60 \text{ cm}) - 22,309.80 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) + 34,350.50 \text{ kg} (12.42 \text{ cm}) =$$

$$M_n = 997,456.19 \text{ kg-cm}$$

$$\text{Si } M_n = P_e \text{ por lo tanto } e = \frac{M_n}{P}$$

$$e = \frac{997,456.19 \text{ kg-cm}}{-2,307.05 \text{ kg}} =$$

$$e = -432.35 \text{ cm}$$

Para este punto el valor de P_n resulto negativo, lo que indica, que la ubicación del eje neutro es posible si se sujeta a la columna a una carga de tensión en lugar de una carga a compresión, es decir la excentricidad equivalente. Al incrementar el valor cuando tiende a infinito para $P_n = 0$, es cuando ocurre el cambio de signo, lo que indica que la carga de tensión debe de aplicarse del lado opuesto de la columna. En la tabla 3.1 se muestran un resumen para el trazo del diagrama de interacción, figura 3.15.

Tabla 3.1 Valores de Pn y Mn de la sección						
Punto	"c" (cm)	"a" (cm)	Pn (kg)	Mn (kg-cm)	"e" (cm)	Observaciones
1	23.33	18.66	211,073.89	2,341,256.26	11.09	COMPORTAMIENTO BALANCEADO
2	29.16	23.33	277,104.38	2,178,401.48	7.86	FALLA A COMPRESIÓN
3	35.00	28.00	341,854.98	1,747,330.78	5.11	FALLA A COMPRESIÓN
4	43.75	35.00	438,229.00	595,928.36	1.36	FALLA A COMPRESIÓN
5	∞	37.32	478,485.90	0.00	0.00	COMPRESIÓN PURA
6	17.50	14.00	142,805.80	2,254,599.39	15.78	FALLA A TENSIÓN
7	11.66	9.33	77,267.88	1,842,770.35	23.85	FALLA A TENSIÓN
8	8.75	7.00	43,736.90	1,525,504.16	34.88	FALLA A TENSIÓN
9	5.08	4.06	-2,307.05	997,456.19	-432.35	FALLA A TENSIÓN

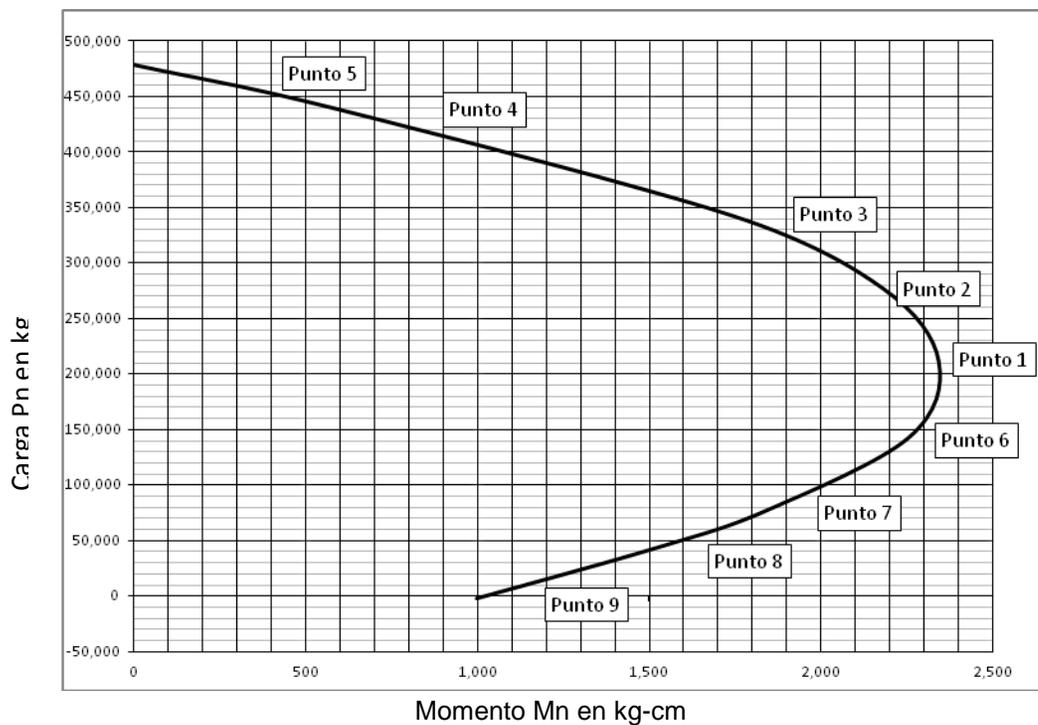


Figura 3.15 Diagrama de interacción de ejemplo I

3.5.1 Ejemplo de aplicación II

Ahora se aplica el procedimiento para una columna que tiene una sección tipo H de 100 x 90 cm y está presforzada mediante dieciséis cables de 3/8 de pulgada de diámetro, grado 250 distribuidos como se indica en la figura, el área total del acero es de 11.392 cm², el presfuerzo efectivo es de 10,555.52 kg/cm², y tiene un módulo de elasticidad de 1,900,000 kg/cm² y le corresponde una deformación de $\epsilon_{py} = 0.52$. La resistencia del concreto es de 450 kg/cm² y la

deformación en el concreto bajo la carga de presfuerzo efectiva es 0.0005, como se observa en la figura 3.16.

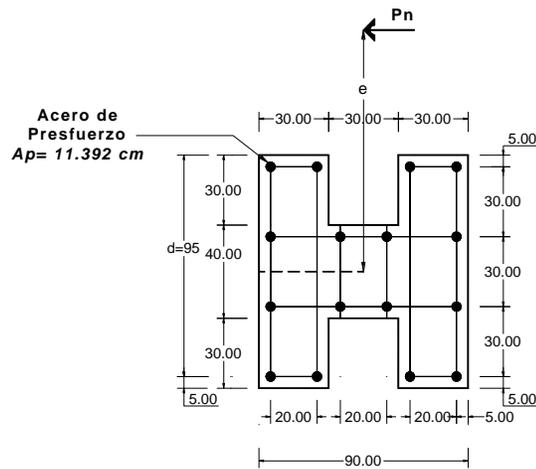


Figura 3.16 Sección transversal de columna presfuerzada

Los datos del ejemplo son: el área del acero de presfuerzo de la mitad de la sección es $A_{p1} = 5.696 \text{ cm}^2$, el presfuerzo efectivo es $P_e = 10,555.52 \text{ kg}$, el módulo de elasticidad del acero de presfuerzo es $E_p = 1,900,000 \text{ kg/cm}^2$, la deformación unitaria del concreto debida al presfuerzo efectivo es $\epsilon_{pe} = 0.0005$, la resistencia del concreto es $f'c = 450 \text{ kg/cm}^2$, la deformación unitaria máxima del concreto es $\epsilon_{cu} = 0.003$, la fracción de esfuerzos que tomara el concreto es $\beta = 0.80$.

Para la obtención del factor de resistencia del concreto β , aplicamos la fórmula que determina el valor que se aplicará en el ejemplo, de acuerdo las Normas Técnicas Complementarias.

Para valores mayores de:

$$f^*c > 250 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}$$

se aplica la siguiente ecuación: $\beta = \left(1.05 - \frac{f^*c}{1400}\right)$ (3.11)

donde: $f^*c = 0.80$ de $f'c$, sustituyendo valores en el ejemplo tenemos:

$$f^*c = 0.80 \left(450 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}\right) = 360 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2}, \quad \text{sustituyendo en la ec. 3.11}$$

$$\beta = \left(1.05 - \frac{360}{1250}\right) = 0.793 \therefore \beta = 0.80$$

Punto 1

$$c = 57.00 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta=0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (57.00 \text{ cm}) = 45.60 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'c ab = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) [(15.60 \text{ cm}) (90 \text{ cm}) + (30 \text{ cm})(30 \text{ cm})^2]$$

$$C = 1,225,530.00 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

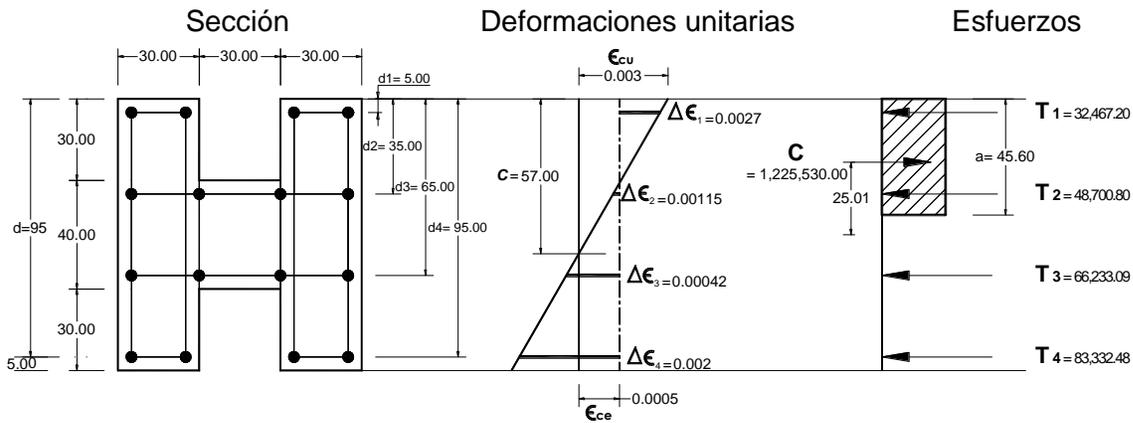


Figura 3.17 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 1

Por triángulos semejantes se obtiene el valor de $\Delta\epsilon_1$.

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\epsilon_1}{(c - d_1)} - \epsilon_{ce} \text{ despejando } \Delta\epsilon_1 \text{ se tiene la ec. 3.5}$$

$$\Delta\epsilon_1 = \epsilon_{cu} \frac{(c - d_1)}{c} - \epsilon_{ce} \text{ sustituyendo valores en la ec. 3.7 se tiene:}$$

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{57.00 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{57.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.003 =$$

$$T_1 = 32,467.20 \text{ kg}$$

De la misma forma se calcula $\Delta\epsilon_2$

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\epsilon_2}{(c - d_2)} - \epsilon_{ce} \text{ despejando } \Delta\epsilon_2 \text{ se tiene la ec. 3.6}$$

$$\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{cu} \frac{(c - d_2)}{c} - \epsilon_{ce}$$

$$\Delta\epsilon_2 = \epsilon_{cu} \frac{(c - d_2)}{c} - \epsilon_{ce} \text{ sustituyendo valores en la ec. 3.8 se tiene:}$$

$$T_2 = A p_2 E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_2)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{57.00 \text{ cm} - 35.00 \text{ cm}}{57.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0045 =$$

$$T_2 = 48,700.80 \text{ kg}$$

De la misma forma se calcula $\Delta\epsilon_3$

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\epsilon_3}{(d_3 - c)} + \epsilon_{ce} \text{ despejando } \Delta\epsilon_3 \text{ se tiene la ec. 3.6}$$

$$\Delta\epsilon_3 = \epsilon_{cu} \frac{(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce}$$

$$\Delta\epsilon_3 = \epsilon_{cu} \frac{(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \text{ sustituyendo valores en la ec. 3.8 se tiene:}$$

$$T_3 = A p_3 E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{65.00 \text{ cm} - 57.00 \text{ cm}}{57.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.00612 =$$

$$T_3 = 66,233.09 \text{ kg}$$

De la misma forma se calcula $\Delta\epsilon_4$

$$\frac{\epsilon_{cu}}{c} = \frac{\Delta\epsilon_4}{(d_4 - c)} + \epsilon_{ce} \text{ despejando } \Delta\epsilon_4 \text{ se tiene la ec. 3.6}$$

$$\Delta\epsilon_4 = \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce}$$

$$\Delta\epsilon_4 = \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \text{ sustituyendo valores en la ec. 3.8 se tiene:}$$

$$T_4 = A p_4 E_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (0.0052 + 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 57.00 \text{ cm}}{57.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0077 =$$

$$T_4 = 83,332.48 \text{ kg}$$

Se aplican las fuerzas obtenidas de acuerdo al diagrama, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 - T_3 - T_4 \quad (3.1)$$

$$P_n = 1,225,530.00 \text{ kg} - 32,467.20 \text{ kg} - 48,700.80 \text{ kg} - 66,233.09 \text{ kg} - 83,332.48 \text{ kg} =$$

$$P_n = 994,796.43 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de M_n se aplica la ec. 3.2

$$M_n = C \bar{y} - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) - T_2 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + T_3 \left(d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_4 \left(d_4 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

Cálculo de la ubicación de la fuerza de compresión en el concreto.

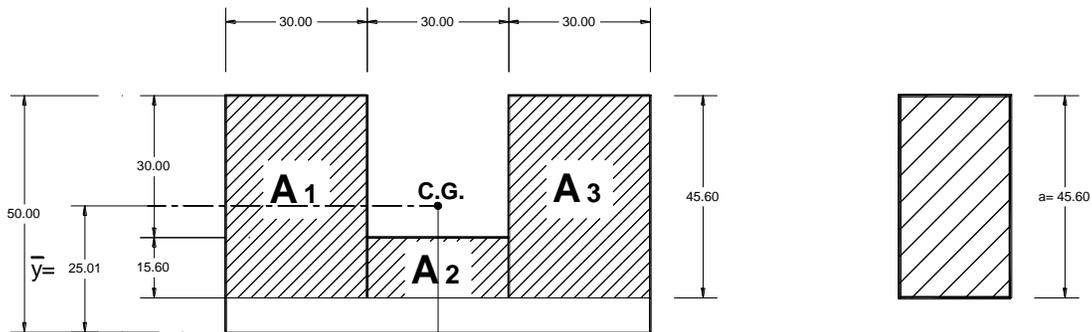


Figura 3.18 Centro de gravedad de la sección para el punto 1

$$\Sigma A \bar{y} = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 \dots \therefore \bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{\Sigma A}$$

$$\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 = (30)(45.60)(2) + (30)(15.60) = 3204.00 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{(30)(45.60)(2)(22.80) + (30)(15.60)(7.80)}{3204.00}$$

$$\bar{y} = \frac{62380.80 + 3650.40}{3204.00} = 20.61 \text{ cm}$$

$$Y_f = 20.61 + 4.40 = 25.01 \text{ cm}$$

$$M_n = 1,225,530.00 (25.01) - 32,467.20 \left(\frac{100}{2} - 5.00 \right) - 48,700.80 \left(\frac{100}{2} - 0.35 \right) + 66,233.09 \left(65 - \frac{100}{2} \right) + 83.332.48 \left(0.95 - \frac{100}{2} \right)$$

$$M_n = 30,650,505.30 - 1,461,024.00 - 730,512.00 + 993,496.35 + 3,749,961.60 =$$

$$M_n = 33,202,427.25 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = Pe$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{33,202,427.25 \text{ kg-cm}}{994,796.43 \text{ kg}} =$$

$$e = 33.38 \text{ cm}$$

Punto 2

$$c = 95.00 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (95.00 \text{ cm}) = 76.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cab} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) [(30 \text{ cm})(40 \text{ cm}) + (76.00 \text{ cm})(30 \text{ cm})^2]$$

$$C = 2,203,200.00 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

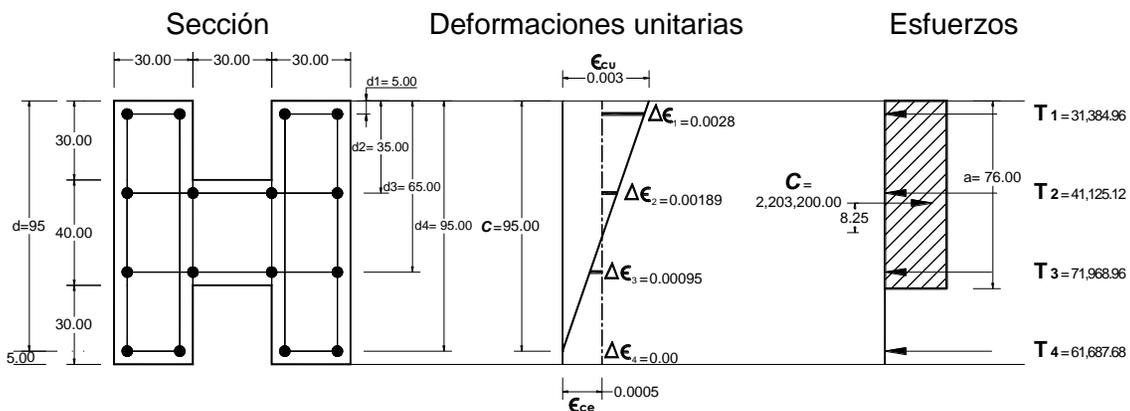


Figura 3.19 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 2

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{cce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{95.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0029 =$$

$$T_1 = 31,384.96 \text{ kg}$$

$$T_2 = A p_2 E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_2)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cms} - 35.00 \text{ cms}}{95.00 \text{ cms}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0038 =$$

$$T_2 = 41,125.12 \text{ kg}$$

$$T_3 = A p_3 E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 65.00 \text{ cm}}{95.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.00665 =$$

$$T_3 = 71,968.96 \text{ kg}$$

$$T_4 = A p_4 E_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 95.00 \text{ cm}}{95.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0057 =$$

$$T_4 = 61,687.68 \text{ kg}$$

Se aplican las fuerzas obtenidas de acuerdo al diagrama, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 - T_3 - T_4 \quad (3.1)$$

$$P_n = 2,203,200.00 \text{ kg} - 31,384.96 \text{ kg} - 41,125.12 \text{ kg} + 71,968.96 \text{ kg} + 61,687.68 \text{ kg} =$$

$$P_n = 2,264,346.56 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de M_n se aplica la ec. 3.2

$$M_n = C \bar{y} - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) - T_2 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + T_3 \left(d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_4 \left(d_4 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

Cálculo de la ubicación de la fuerza de compresión en el concreto.

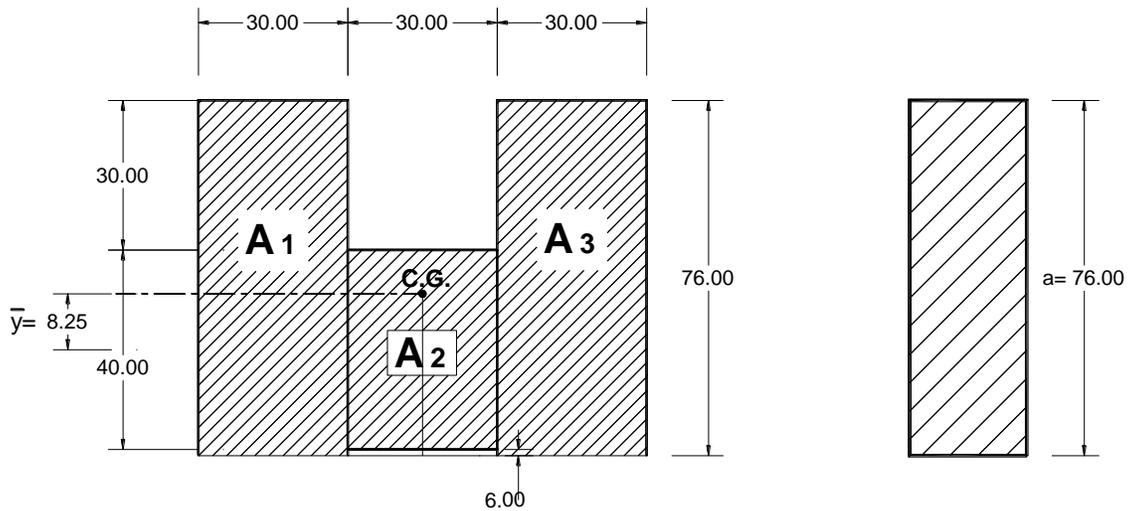


Figura 3.20 Centro de gravedad de la sección para el punto 2

$$\Sigma A \bar{y} = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 \dots \therefore \bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{\Sigma A}$$

$$\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 = (71.25)(30)(2) + (40)(30) = 5,475.00 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{(30)(76.00)(2)(38.00) + (40)(30)(20)}{5,760.00}$$

$$\bar{y} = \frac{173,280.00 + 24000.00}{5,760.00} = 34.25 \text{ cm}$$

$$Y_f = 32.20 - 26.00 = 8.25 \text{ cm}$$

$M_n =$

$$2,203,200.00 (8.25) - 31,384.96 \left(\frac{100}{2} - 5.00 \right) - 41,125.12 \left(\frac{100}{2} - 0.35 \right) + 71,968.96 \left(\frac{100}{2} - 0.35 \right)$$

$$) + 61,687.68 \left(\frac{100}{2} - 5.00 \right)$$

$$M_n = 18,176,400.00 - 1,412,323.20 - 616,876.80 + 1,079,534.4 + 2,775,945.60 =$$

$$M_n = 20,002,680.00 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = Pe$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{20,002,680.00 \text{ kg-cm}}{2,264,346.56 \text{ kg}} =$$

$$e = 8.83 \text{ cm}$$

Punto 3

$c = 65 \text{ cm}$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (65 \text{ cm}) = 52.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cab} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) [(30 \text{ cm}) (22.00 \text{ cm}) + (52.00 \text{ cm})(30 \text{ cm})2]$$

$$C = 1,445,850.00 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

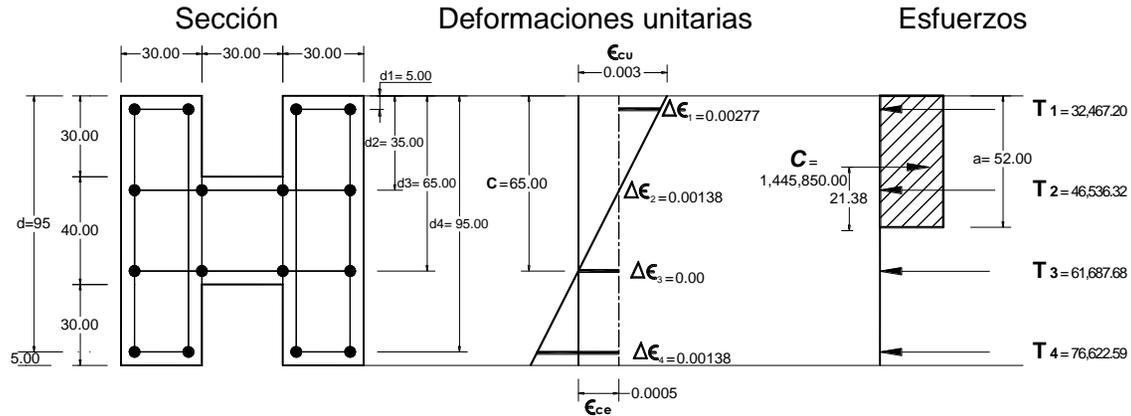


Figura 3.21 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 3

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{65.00 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{65.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.003 =$$

$$T_1 = 32,467.20 \text{ kg}$$

$$T_2 = A_{p2} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_2)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{65.00 \text{ cm} - 35.00 \text{ cm}}{65.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0043 =$$

$$T_2 = 46,536.32 \text{ kg}$$

$$T_3 = A_{p3} E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{65.00 \text{ cm} - 65.00 \text{ cm}}{65.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0057 =$$

$$T_3 = 61,687.68 \text{ kg}$$

$$T_4 = A p_4 E_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 65.00 \text{ cm}}{65.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.00708 =$$

$$T_4 = 76,622.59 \text{ kg}$$

Se aplican las fuerzas obtenidas de acuerdo al diagrama, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 - T_3 - T_4 \quad (3.1)$$

$$P_n = 1,445,850.00 \text{ kg} - 32,467.20 \text{ kg} - 46,536.32 \text{ kg} - 61,687.68 \text{ kg} - 76,622.59 \text{ kg} =$$

$$P_n = 1,228,536.21 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de M_n se aplica la ec. 3.2

$$M_n = C \bar{y} - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) - T_2 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + T_3 \left(d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_4 \left(d_4 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

Cálculo de la ubicación de la fuerza de compresión en el concreto.

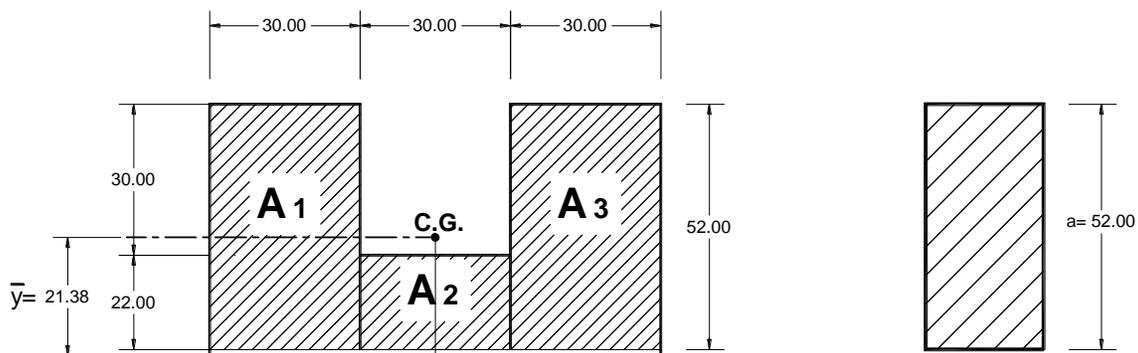


Figura 3.22 Centro de gravedad de la sección para el punto 3

$$\Sigma A \bar{y} = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 \dots \therefore \bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{\Sigma A}$$

$$\Sigma A = A_1 + A_2 + A_3 = (52.00)(30)(2) + (22.00)(30) = 3,780.00 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{(52.00)(30)(2)(26.00) + (22.00)(30)(11.00)}{3,780.00}$$

$$\bar{y} = \frac{81,120.00 + 7,260.00}{3,780.00} = 23.38 \text{ cm}$$

$$Y_f = 23.38 - 2.00 = 21.38 \text{ cm}$$

$M_n =$

$$1,445,850.00 (21.38) - 32,467.20 \left(\frac{100}{2} - 5 \right) - 46,536.32 \left(\frac{100}{2} - 0.35 \right) + 61,687.68 \left(65 - \frac{100}{2} \right) + 76,622.59 \left(95 - \frac{100}{2} \right)$$

$$M_n = 30,912,273.00 - 1,461,024.00 - 698,044.80 + 925,315.20 + 3,448,016.55 =$$

$$M_n = 33,126,535.95 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = Pe$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{33,126,535.95 \text{ kg-cm}}{1,228,536.21 \text{ kg}} =$$

$$e = 26.96 \text{ cm}$$

Punto 4

$$c = 10.00 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (10.00 \text{ cm}) = 8.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cab} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (7.50 \text{ cm})(30 \text{ cm}) (2)$$

$$C = 183,600.00 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

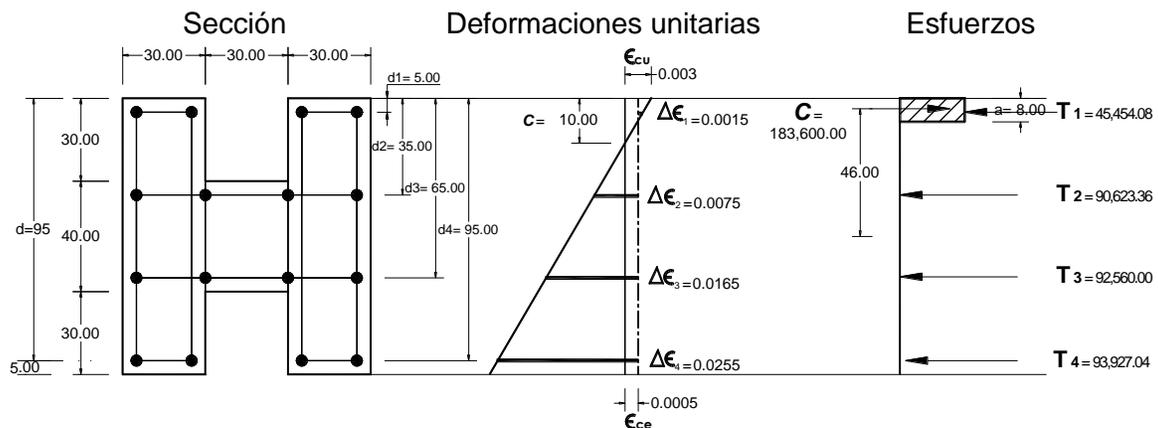


Figura 3.23 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 4

$$T_1 = A_{p1} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{10.00 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{10.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0042 =$$

$$T_1 = 45,454.08 \text{ kg}$$

$$T_2 = A_{p2} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_2)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{10.00 \text{ cm} - 35.00 \text{ cm}}{10.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0132 =$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.0132, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 15,910 kg/cm², como se observa en la figura 3.25.

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 (15,910 \text{ kg/cm}^2)$$

$$T_2 = 90,623.36 \text{ kg}$$

$$T_3 = A_{p3} E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{65.00 \text{ cm} - 10.00 \text{ cm}}{10.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0222 =$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.0222, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 16,250 kg/cm², como se observa en la figura 3.25.

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 (16,250 \text{ kg/cm}^2)$$

$$T_3 = 92,560 \text{ kg}$$

$$T_4 = A p_4 E_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 10.00 \text{ cm}}{10.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0312 =$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.0312, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 16,490 kg/cm², como se observa en la figura 3.25.

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 (16,490 \text{ kg/cm}^2) =$$

$$T_4 = 93,927.04 \text{ kg}$$

Se aplican las fuerzas obtenidas de acuerdo al diagrama, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 - T_3 - T_4 \quad (3.1)$$

$$P_n = 183,600.00 \text{ kg} - 45,454.08 \text{ kg} - 90,623.36 \text{ kg} - 92,560.00 \text{ kg} - 93,927.04 \text{ kg} =$$

$$P_n = -138,964.48 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de M_n se aplica la ec. 3.2

$$M_n = C \bar{y} - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) - T_2 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + T_3 \left(d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_4 \left(d_4 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

Cálculo de la ubicación de la fuerza de compresión en el concreto.

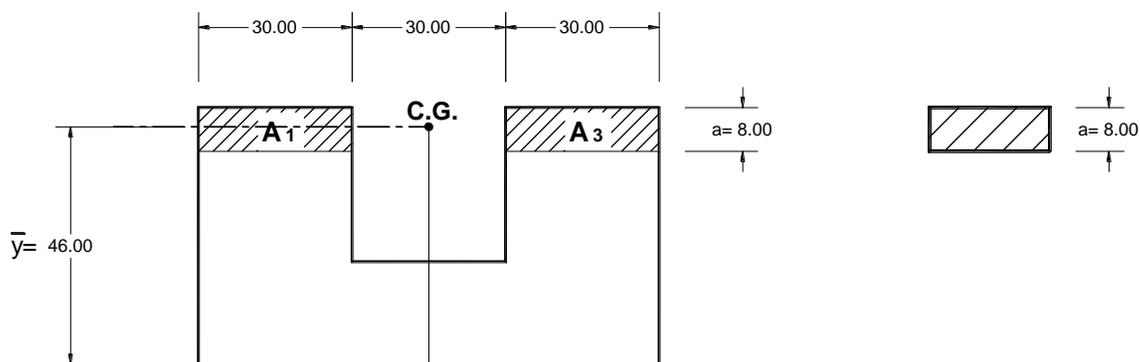


Figura 3.24 Centro de gravedad de la sección para el punto 4

$$\bar{y} = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 \dots \therefore \bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{\Sigma A}$$

$$\Sigma A = A_1 + A_2 = (8.00)(30)(2) = 480 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{(8.00)(30)(2)(4.00)}{480}$$

$$\bar{y} = \frac{1,920.00}{480} = 4.00 \text{ cm}$$

$$Y_f = 4.00 + 42.00 = 46.00 \text{ cm}$$

$M_n =$

$$183,600.00 (46.00) - 45,454.08 \left(\frac{100}{2} - 5 \right) - 90,623.36 \left(\frac{100}{2} - 0.35 \right) + 92,560.00 \left(\frac{100 \text{ cms}}{2} - 0.35 \right) + 93,927.04 \left(\frac{100 \text{ cms}}{2} - 5.00 \right)$$

$$M_n = 8,445,600.00 - 2,045,433.60 - 1,359,350.40 + 1,388,400.00 + 4,226,716.80 =$$

$$M_n = 10,655,932.80 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = Pe$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{10,655,932.80 \text{ kg-cm}}{-138,964.48 \text{ kg}} =$$

$$e = -76.68 \text{ cm}$$

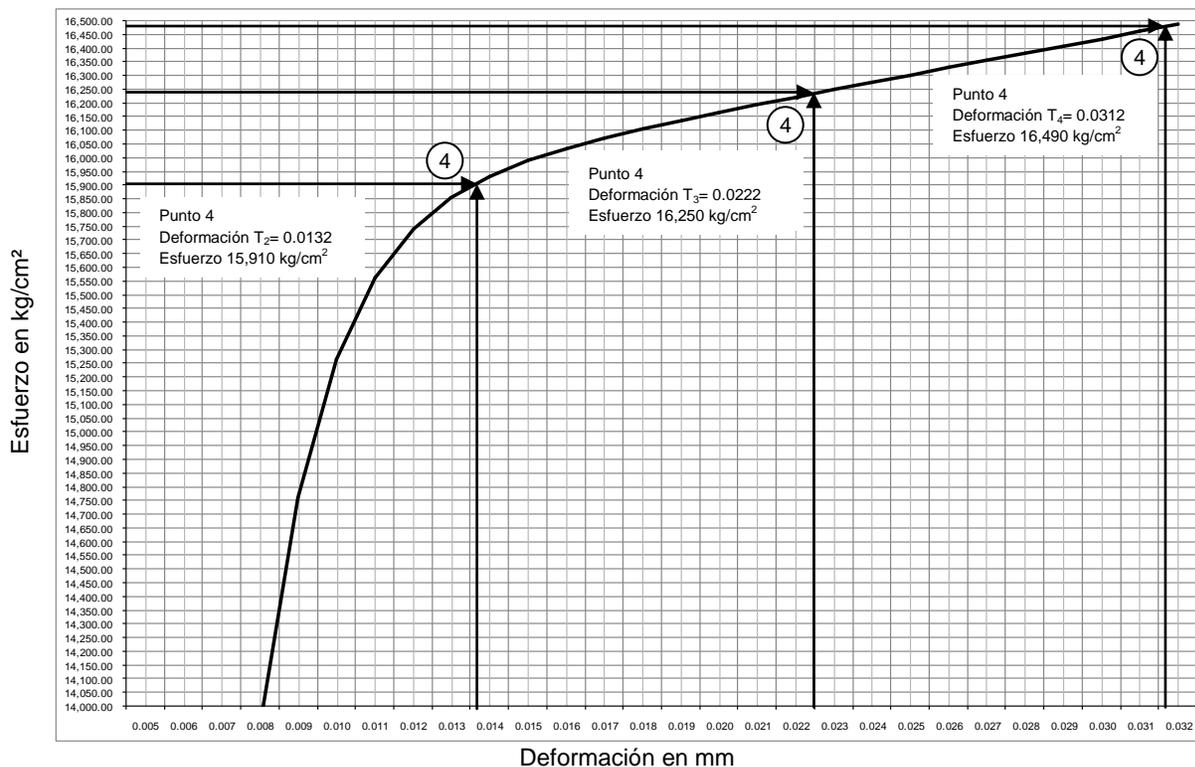


Figura 3.25 Localización de puntos en la gráfica esfuerzo-deformación de acero de presfuerzo grado 250

Punto 5

cuando el valor de c tiende a infinito, suponemos $c = 133.33 \text{ cm}$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (133.33 \text{ cm}) = 106.66 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{\text{cab}} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) [(40 \text{ cm})(30 \text{ cm}) + (30 \text{ cm})(106.66 \text{ cm})(2)]$$

$$C = 2,906,847.00 \text{ kg}$$

Es importante este punto, ya que al desplazar el eje neutro al lado más alejado, es decir fuera del área de la sección, la carga excéntrica tiende a ubicarse en el eje neutro de la sección además debido a que los valores de T_1 y T_2 tienden a ser iguales y se contrarrestan los momentos que estas generan, por lo que la sección solo tendera a soportar esfuerzos de compresión, como se observa en la figura 3.5.

A continuación las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto:

$$T_1 = A p_1 E p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{133.33 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{133.33 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

como el valor de " c " tiende a infinito, el término $\frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c}$ tiende a la unidad

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0027 =$$

$$T_1 = 29,220.48 \text{ kg}$$

$$T_2 = A p_2 E p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_2)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{133.33 \text{ cm} - 35.00 \text{ cm}}{133.33 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

como el valor de " c " tiende a infinito, el término $\frac{\epsilon_{cu}(c - d_2)}{c}$ tiende a la unidad

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0027 =$$

$$T_2 = 29,220.48 \text{ kg}$$

$$T_3 = A p_3 E p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (0.0052 + 0.003 \left(\frac{65.00 \text{ cm} - 133.33 \text{ cm}}{133.33 \text{ cm}} \right) + 0.0005)$$

como el valor de "c" tiende a infinito, el término $\frac{\epsilon_{cu}(d_3 - c)}{c}$ tiende a la unidad

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0027 =$$

$$T_3 = 29,220.48 \text{ kg}$$

$$T_4 = A p_4 E_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) (0.0052 + 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 133.33 \text{ cm}}{133.33 \text{ cm}} \right) + 0.0005)$$

como el valor de "c" tiende a infinito, el término $\frac{\epsilon_{cu}(d_4 - c)}{c}$ tiende a la unidad

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0027 =$$

$$T_4 = 29,220.48 \text{ kg}$$

Se aplican las fuerzas obtenidas de acuerdo al diagrama, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n:

$$P_n = C - T_1 - T_2 - T_3 - T_4 \quad (3.1)$$

$$P_n = 2,906,847.00 \text{ kg} - 29,220.48 \text{ kg} - 29,220.48 \text{ kg} - 29,220.48 \text{ kg} - 29,220.48 \text{ kg} =$$

$$P_n = 2,789,965.08 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de M_n se aplica la ec. 3.2

$$M_n = C \left(\frac{h}{2} - \frac{a}{2} \right) - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) - T_2 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + T_3 \left(d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_4 \left(d_4 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$M_n = 2,906,847.00 (0) - 29,220.48 \left(\frac{100}{2} - 5 \right) - 29,220.48 \left(\frac{100}{2} - 0.35 \right) + 29,220.48 \left(65 - \frac{100}{2} \right) + 29,220.48 \left(95 - \frac{100}{2} \right)$$

$$M_n = 2,906,847.00 (0) - 29,220.48 (45) - 29,220.48 (15) + 29,220.48 (15) + 29,220.48 (45) =$$

$$0$$

$$M_n = 0.00 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = Pe$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{0 \text{ kg} - \text{cm}}{2,789,965.08 \text{ kg}} =$$

$$e = 0.00 \text{ cm}$$

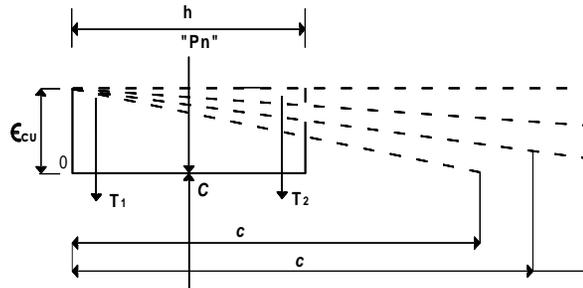


Figura 3.26 Sección con desplazamiento del eje neutro

Punto 6

$$c = 5.00 \text{ cm}$$

Se aplica la ec. 3.3 con un valor de $\beta = 0.80$, por lo tanto:

$$a = \beta_1 c = 0.80 (5.00 \text{ cm}) = 4.00 \text{ cm}$$

$$C = 0.85 f'_{cab} = 0.85 (450 \text{ kg/cm}^2) (4.00 \text{ cm})(30 \text{ cm}) (2)$$

$$C = 91,800.00 \text{ kg}$$

A continuación se aplican las ecuaciones 3.7 y 3.8, por lo tanto: Partiendo de los datos anteriores se construye la gráfica de deformaciones, para obtener las fuerzas en el acero.

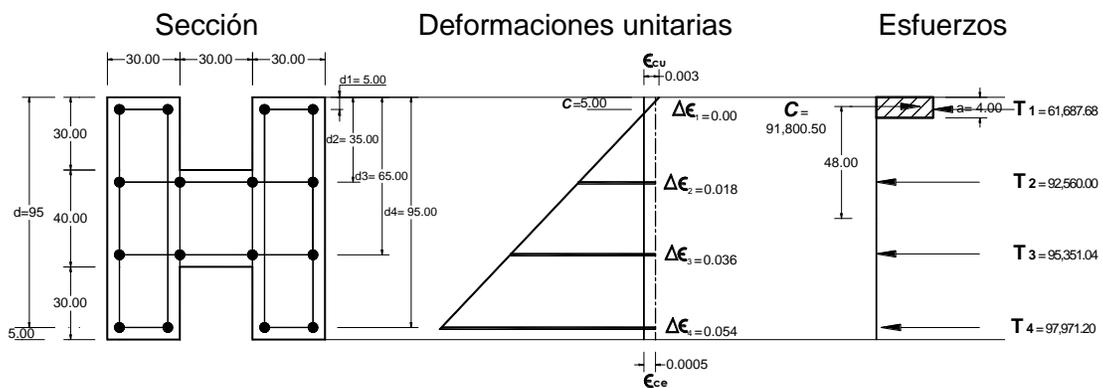


Figura 3.27 Sección, deformaciones y esfuerzos para el punto 6

$$T_1 = A p_1 E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_1)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.7)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{5.00 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_1 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0057 =$$

$$T_1 = 61,687.68 \text{ kg}$$

$$T_2 = A_{p2} E_p \left(\epsilon_{pe} - \frac{\epsilon_{cu}(c - d_2)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 - 0.003 \left(\frac{5.00 \text{ cm} - 35.00 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0237 =$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.0237, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 16,260 kg/cm², como se observa en la figura 3.29.

$$T_2 = 5.696 \text{ cm}^2 (16,260 \text{ kg/cm}^2)$$

$$T_2 = 92,616.96 \text{ kg}$$

$$T_3 = A_{p3} E_p \left(\epsilon_{pe} + \frac{\epsilon_{cu}(d_3 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{65.00 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0417 =$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.0417, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 16,740 kg/cm², como se observa en la figura 3.29.

$$T_3 = 5.696 \text{ cm}^2 (16,740 \text{ kg/cm}^2)$$

$$T_3 = 95,351.04 \text{ kg}$$

$$T_4 = A p_4 E_p \left(\epsilon_{pe} + \epsilon_{cu} \frac{(d_4 - c)}{c} + \epsilon_{ce} \right) \quad (3.8)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) \left(0.0052 + 0.003 \left(\frac{95.00 \text{ cm} - 5.00 \text{ cm}}{5.00 \text{ cm}} \right) + 0.0005 \right)$$

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 \left(1,900,000 \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2} \right) 0.0597 =$$

Para este punto la deformación total del acero de presfuerzo de lado derecho de la sección es 0.0597, mayor que la deformación de fluencia, por lo que no es válido para los valores mayores al punto de fluencia establecido f_{py} , entonces se aplican los valores que corresponden a la gráfica establecida para este tipo de acero grado 250 es de 17,200 kg/cm², como se observa en la figura 3.29.

$$T_4 = 5.696 \text{ cm}^2 (17,200.00 \text{ kg/cm}^2) =$$

$$T_4 = 97,971.20 \text{ kg}$$

Se aplican las fuerzas obtenidas de acuerdo al diagrama, en la ec. 3.1 para conocer el valor de P_n :

$$P_n = C - T_1 - T_2 - T_3 - T_4 \quad (3.1)$$

$$P_n = 91,800.00 \text{ kg} - 61,687.68 \text{ kg} - 92,616.96 \text{ kg} - 95,351.04 \text{ kg} - 97,971.20 \text{ kg} =$$

$$P_n = -255,826.88 \text{ kg}$$

Para obtener el valor de M_n se aplica la ec. 3.2

$$M_n = C \bar{y} - T_1 \left(\frac{h}{2} - d_1 \right) - T_2 \left(\frac{h}{2} - d_2 \right) + T_3 \left(d_3 - \frac{h}{2} \right) + T_4 \left(d_4 - \frac{h}{2} \right) \quad (3.2)$$

Cálculo de la ubicación de la fuerza de compresión en el concreto.

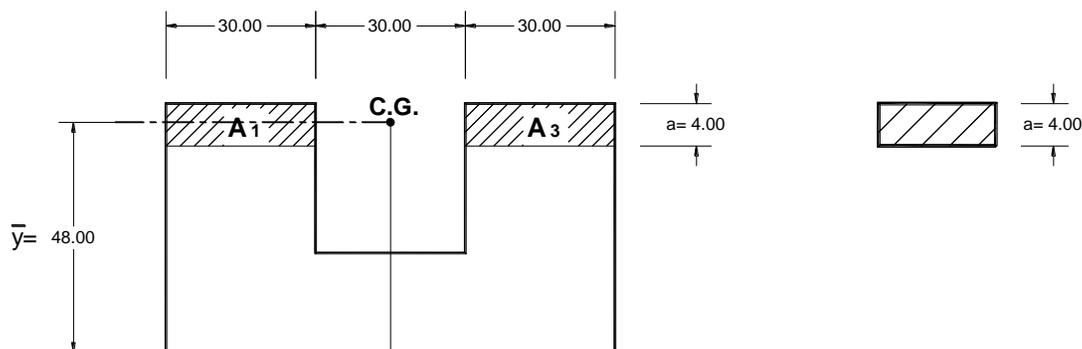


Figura 3.28 Centro de gravedad de la sección para el punto 1

$$\Sigma A \bar{y} = A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3 \dots \therefore \bar{y} = \frac{A_1 y_1 + A_2 y_2 + A_3 y_3}{\Sigma A}$$

$$\Sigma A = A_1 + A_2 = (4.00)(30)(2) = 240 \text{ cm}^2$$

$$\bar{y} = \frac{(4.00)(30)(2)(2.00)}{240}$$

$$\bar{y} = \frac{480.00}{240} = 2.00 \text{ cm}$$

$$Y_f = 2.00 + 46.00 = 48.00 \text{ cm}$$

$$M_n = 91,800.00 (48.00) - 61,687.68 \left(\frac{100}{2} - 5 \right) - 92,616.96 \left(\frac{100}{2} - 35 \right) + 95,351.04 \left(35 - \frac{100 \text{ cms}}{2} \right) + 97,971.20 \left(95 - \frac{100 \text{ cms}}{2} \right)$$

$$M_n = 4,406,400.00 - 2,775,945.60 - 1,389,254.40 + 1,430,265.60 + 4,408,704.00 =$$

$$M_n = 6,080,169.60 \text{ kg-cm}$$

Si $M_n = Pe$ por lo tanto $e = \frac{M_n}{P}$:

$$e = \frac{6,080,169.60 \text{ kg-cm}}{-255,826.88 \text{ kg}} =$$

$$e = -23.77 \text{ cm}$$

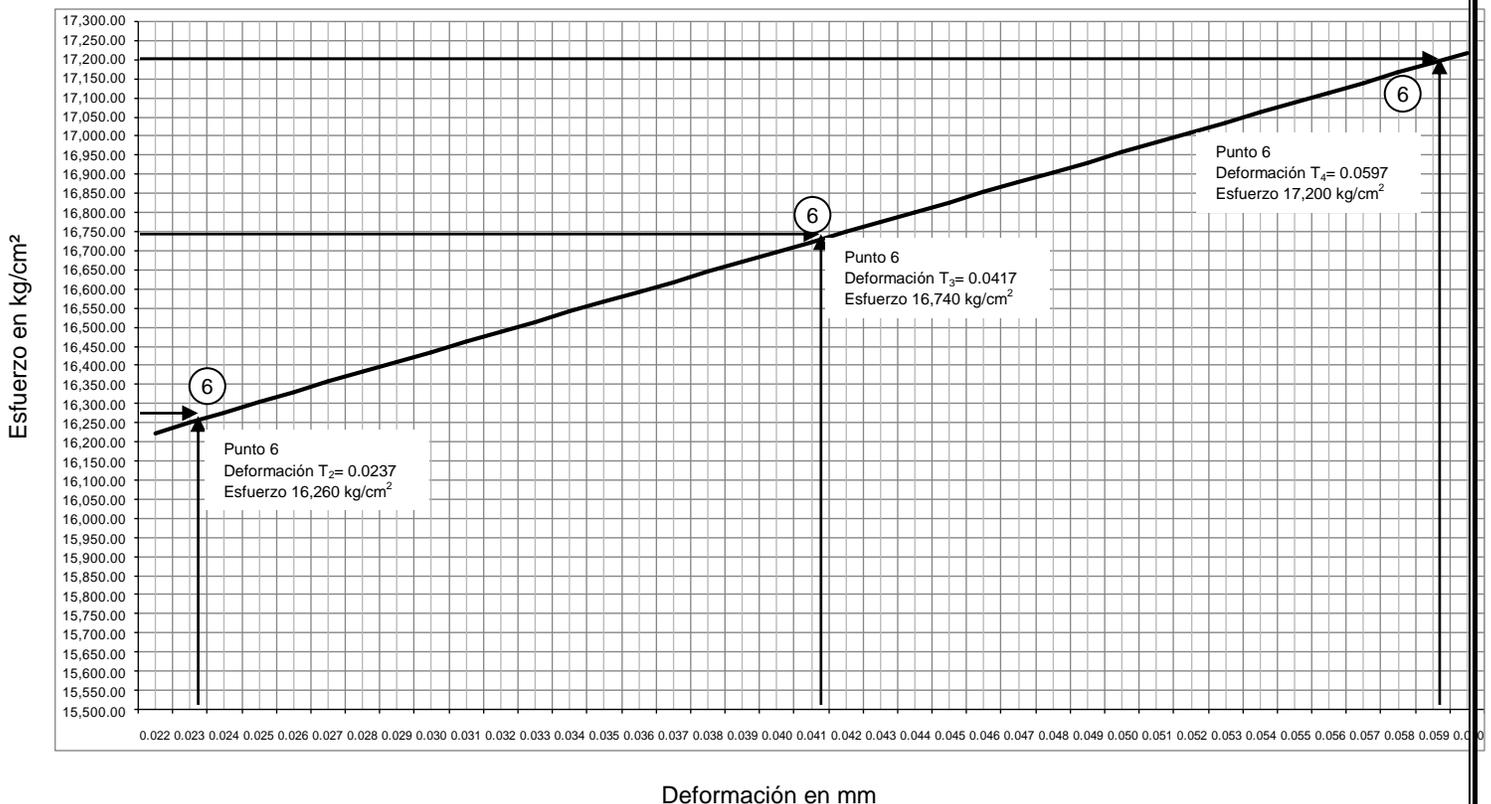


Figura 3.29 Localización de puntos en la gráfica esfuerzo-deformación de acero de presfuerzo grado 250

Tabla 3.2 Valores de Pn y Mn de la sección						
Punto	"c" (cm)	"a" (cm)	Pn (kg)	Mn (kg-cm)	"e" (cm)	Observaciones
1	57.00	45.60	994,796.43	33,202,427.25	33.38	COMPORTAMIENTO BALANCEADO
2	95.00	76.00	2,264,346.56	20,002,680.00	8.83	FALLA A COMPRESIÓN
3	65.00	52.00	1,228,536.21	33,126,535.95	26.96	FALLA A COMPRESIÓN
4	10.00	8.00	-138,964.48	10,655,932.80	-76.68	FALLA A TENSIÓN
5	∞	106.66	2,789,965.08	0.00	0.00	COMPRESIÓN PURA
6	5.00	4.00	-255,826.88	6,080,169.60	-23.77	FALLA A TENSIÓN

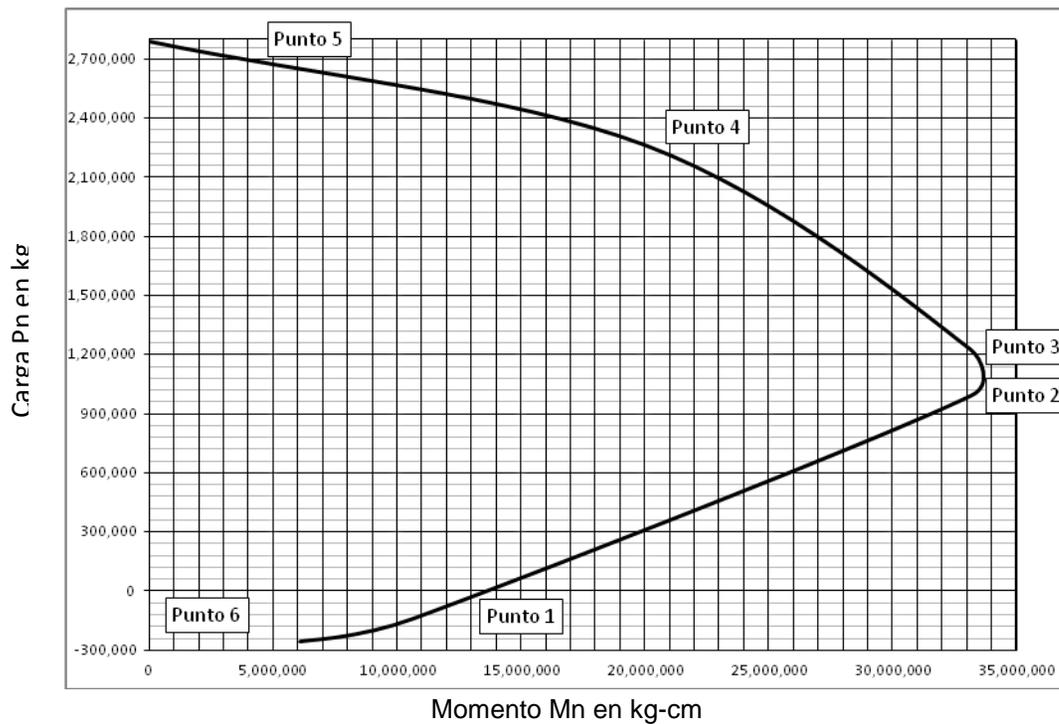


Figura 3.30 Diagrama de interacción de ejemplo II

CONCLUSIONES

En la realización del presente trabajo se trataron los fundamentos básicos acerca de la técnica del concreto presforzado, la teoría aplicada a elementos estructurales, como se pudo observar la aplicación de esta técnica ha venido a contribuir en el desarrollo de nuevos proyectos de construcción, así como la utilización de nuevos materiales y aditivos, aunado a los procedimientos constructivos, que han hecho que las construcciones de obra civil se desarrollen de manera rápida y económica.

Una de las ventajas del concreto presforzado en comparación con el concreto ordinario, es la construcción de elementos de alta resistencia, debido a lo anterior se obtienen estructuras con mayor capacidad, para soportar grandes esfuerzos, lo que representa una economía en su utilización.

Las columnas de concreto presforzado cumplen un trabajo importante en la ejecución de diversos proyectos, debido a la gran capacidad que presentan para soportar cargas considerables, una de las recientes aplicaciones que tuvo, fue en la construcción de los diferentes distribuidores viales de la Ciudad de México.

Uno de los objetivos de pretensar una columna, es dar ventaja para el manejo, montaje y transporte, aunque se sabe que las columnas son elementos que están sujetos a esfuerzos de compresión y con la aplicación del presfuerzo se incrementarán estos esfuerzos, lo que restará capacidad de resistencia a la compresión, aunque aumentará la capacidad para resistir mayores momentos, por lo que una de las recomendaciones en la utilización es cuando las cargas verticales no sean muy grandes y esté sujeta a momentos importantes.

El objetivo principal de este trabajo fue conocer como se elabora los diagramas de interacción de columnas de concreto presforzado, así como mostrar el análisis y las variables que se deben tomar en cuenta para su elaboración, considerar la actuación de los esfuerzos que genera la fuerza del acero previamente tensado en la sección del elemento de concreto, debido a que en la mayoría de la literatura aborda la elaboración de diagramas de interacción de columnas de concreto reforzado, otra de las finalidades de este trabajo es proporcionar al lector, un procedimiento sencillo y práctico para su elaboración y que sirva de guía para quien pretenda aplicar este método.

Como se observó, los diagramas de interacción de los ejemplos de aplicación, cuyos valores de la carga P_n y el momento M_n , presentan un rango alto en sus magnitudes, por lo que ofrecen la opción de aplicar mayores cargas en comparación con una columna elaborada con concreto ordinario.

Después de conocer las propiedades mecánicas, en cuanto a resistencia, economía y rapidez en su construcción, se puede concluir que la aplicación del concreto presforzado se ha venido incrementando en diferentes elementos estructurales debido a las ventajas que presenta con respecto al concreto estructural convencional.

REFERENCIA BIBLIOGRÁFICA

1. -American association of state highway and transportation officials AASHTO, 2002, Standard specifications for highway bridges, 17th edition.
- 2.- Eduardo Reinoso Angulo, Conceptos básicos de diseño de elementos de concreto presforzado y prefabricado, Capítulo 2, Manual de diseño de estructuras prefabricadas y presforzadas, 1999, Instituto de ingeniería de la UNAM-ANIPPAC.
- 3.- Eduardo Reinoso Angulo, Diseño de puentes con elementos de concreto presforzado y prefabricado, Capítulo 4, Manual de diseño de estructuras prefabricadas y presforzadas, 1999, Instituto de ingeniería de la UNAM-ANIPPAC.
- 4.- González Cuevas Oscar M y Robles Fernández-Villegas, Aspectos fundamentales del concreto reforzado, México, D.F. Editorial Limusa, Segunda edición, 1990.
5. - Guyon Yves, Constructions en béton précontraint, Classes.ÉtatsLimites, Paris Editsur Eyrolles, 1966, 360 pp.
6. - Guyon Yves, Prestressed concrete. Ed. By W. M. Johns, New York, J. Wiley, London contractor record, 1955, 543 pp.
7. - Leonhardt Fritz, Prestressed concrete design and construction, Berlin Munich, Published by Wilhem Ernst and Sohn, Second edition, 1964, 677 pp.
- 8.- Lin T.Y., Diseño de estructuras de concreto preesforzado, México, D.F. Editorial CECSA Sexta impresión, 1980,701 pp.
9. –Narbey Khachaturian German Gurfunkel, Concreto presforzado, México, D.F. Editorial Diana, Primera Edición, 1979, 506 pp.
- 10.- Nilson Arthur H, Diseño de estructuras de concreto presforzado, México, D.F. Editorial Limusa, Segunda reimpresión, 1990, 603 pp.
- 11.- Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcción del D.F. 2004, para diseño y construcción de estructuras de concreto.
12. - Ramberg Walter and Osgood William R., “Description of stress-strain curves by three parameters”, Technical note No. 902,National advisory commites for aeronautics, Washington D.C., 1943.

“DISEÑO DE SUPERESTRUCTURA DE PUENTE VEHICULAR”

JUSTIFICACIÓN EN LA INTEGRACIÓN DEL ANEXO

Como se pudo observar en el presente trabajo, la tecnología aplicada en los nuevos proyectos de ingeniería referente al concreto presforzado, ha sido de gran ayuda para el desarrollo y progreso en la infraestructura vial de las grandes ciudades y también en pequeños poblados, sobre todo por las ventajas que presenta la aplicación de esta técnica en diferentes elementos estructurales y en particular en vigas, que son muy utilizadas para la construcción de puentes vehiculares.

Debido a lo anterior se integra un anexo al presente trabajo, el cual contempla el análisis y diseño de la superestructura de un puente vehicular de Zicuarán, construido en el municipio de Ario de rosales, estado de Michoacán, con el objetivo de proporcionar una herramienta para quien pretenda diseñar o aplicar la técnica del concreto presforzado, sobre un proyecto similar, el anexo contempla la estructuración de la superestructura a base de vigas, la definición del tipo de carga móvil que transitará por él, diseño propio de las vigas principales, así como la losa del puente, el tipo de conexiones que se utiliza en la aplicación de la fuerza de presfuerzo, así como la distribución gráfica de los tendones de presfuerzo.

DISEÑO DE SUPERESTRUCTURA DE PUENTE VEHICULAR

Puente Zicuarán

El puente de Zicuarán se localizará sobre el río del mismo nombre a la altura del km 75+300 del camino Ario de Rosales-Costa del Pacífico. Este camino parte precisamente de la población de Ario de Rosales, Michoacán, situada a 101°43' W.G. de longitud y 19°12' de latitud, está comunicada por un ramal pavimentado, que partiendo de Quiroga (km365/400 del camino México-Nogales) hacia la izquierda, tocando en sus 72 km los poblados del Tzintzuntzan, Zarumútaro, Pátzcuaro, Opopeo y Ario. De Ario de Rosales se continúa hacia el Suroeste por una terracería revestida, tocando: La Huacana, Zicuirán, Cuatro Caminos, Gámbara, Artenga, La Mira y Playa Azul con un recorrido de 308 kilómetros.

La localización de este camino atraviesa todos los tipos de terreno: plano, lomerío suave, lomerío fuerte y montaña. Su trazo aloja curvas no mayores de 28° y pendientes no mayores del 6%. Su construcción se hizo a base de tractores, arados, escrapas, palas, motoconformadoras y explosivos; en ningún caso se hizo compactación por suponerse que su pavimentación se lograría hasta después de muchos años, sin embargo debido a las características de los materiales que componen su terraplén en pocos casos se tendrán asentamientos notables, como puede observarse hasta estos momentos.

El tránsito que se espera tenga este camino, será intenso ya que además de comunicar a la zona de Playa Azul, para donde existe un gran proyecto industrial, comunica a una zona de nuestro Estado bastante rica en producción agrícola, ganaderos, mineros y forestales.

Elección del tipo de puente

Cuando se hizo el proyecto del camino, se pensó hacer el puente de Zicuirán de tres claros iguales de 25.00 m en el que la superestructura estaría formada por una losa de concreto armado apoyada sobre cuatro nervaduras del mismo material, que estarían libremente apoyadas sobre dos estribos y dos pilas intermedia. Posteriormente al hacer el estudio del corte geológico se pudo observar que la cimentación saldría muy costosa en las zonas donde se localizaban las pilas. Por tal razón, el proyecto fue desechado.

Considerando el problema anterior, se pensó suprimir una pila, es decir, en proyectar un puente de dos claros en el que la superestructura fuera de concreto presforzado.

Datos para el proyecto

Longitud total	2 tramos de 37.70 m
Distancia entre apoyos	37.10 m
Ancho de calzada	6.70 m
Parapetos	125 kg/m
Peso del asfalto	2,250 kg/m ³
Carga viva	H15-S12 en dos bandas de circulación. ¹

Concreto.

Se usará concreto con una resistencia a los 28 días de $f'c = 315 \text{ kg/cm}^2$ y una resistencia en la transferencia de $f'ci = 280 \text{ kg/cm}^2$.

Esfuerzos admisibles.

Compresión en la fibra extrema = $0.55 f'ci = 0.55 \times 280 = 154 \text{ kg/cm}^2$

Tensión en la fibra extrema = $0.05 f'ci = 0.05 \times 280 = 14 \text{ kg/cm}^2$

Bajo la carga de trabajo:

Compresión en la fibra extrema = $0.40 f'c = 0.40 \times 315 = 126 \text{ kg/cm}^2$

Tensión en la fibra extrema = 0

Aceros.

Se usará acero de alta resistencia a la tensión que soportará un esfuerzo mínimo a la ruptura de $16,874 \text{ kg/cm}^2$

Esfuerzos admisibles:

Tensión en la transferencia = $11,250 \text{ kg/cm}^2$

Tensión efectiva = $0.85 \times 11,250 = 9,562.5 \text{ kg/cm}^2$

Acero de refuerzo (suave) $f_s = 1,265 \text{ kg/cm}^2$

Descripción de la estructura

Dimensiones generales.

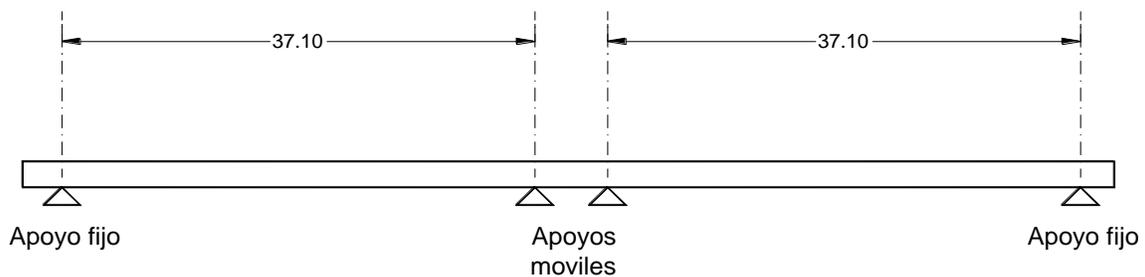


Figura A1 Sección longitudinal

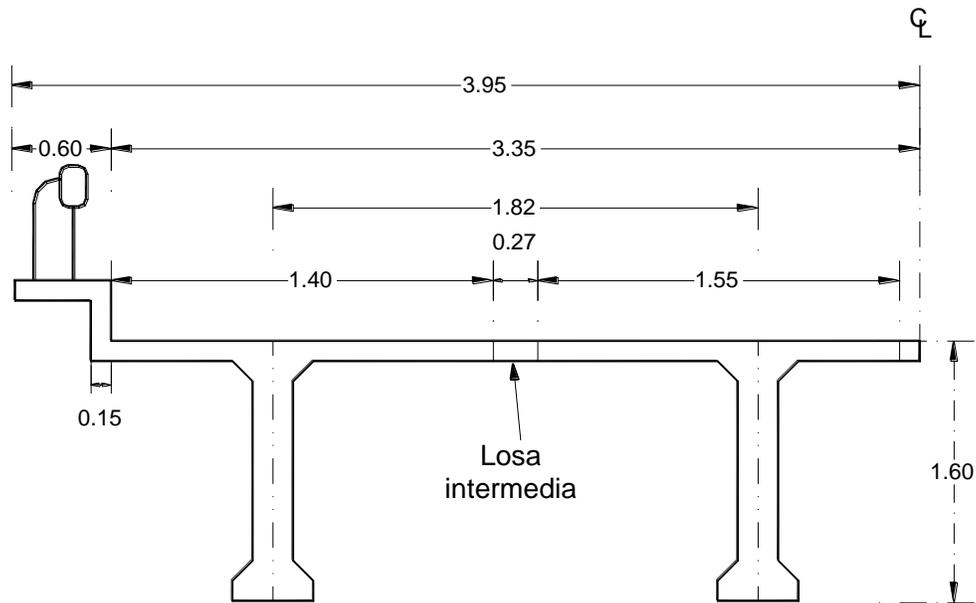


Figura A2 Sección transversal

La superestructura consiste en un sistema de vigas libremente apoyadas formando dos claros iguales. Cada uno de los tramos está formado por cuatro vigas de sección T, que unidas de sus patines por pequeñas losas coladas en el lugar, forman la losa de piso para las dos fajas de circulación.

Las vigas se construirán con dovelas precoladas, cuya longitud será aproximadamente de 1.35 m y su peso del orden de 2 toneladas.

El acero para precomprimir pasará por unos conductos longitudinales que se dejara al colar las dovelas. Terminando el tensado, estos conductos se inyectarán con lechada o mortero fino de cemento.

El proceso constructivo de la superestructura implica ciertas condiciones de carga, que se tienen que tomar en cuenta al hacer el análisis de esfuerzos.

A continuación se describe brevemente el procedimiento de construcción, para definir más adelante las distintas condiciones de carga. Se iniciará la construcción con el colado de las dovelas y la construcción de la obra falsa para unos de los tramos, sobre esta se armarán por separado las cuatro vigas correspondientes a dicho tramo, siguiendo estas etapas:

- a.- Colocación de las dovelas y ensartado simultáneo de los cables de acero por los conductos.
- b.- alineación y nivelación de las dovelas.
- c.- Junteo de las dovelas.
- d.- Tensado de los cables.

Entre las dos últimas etapas, c y d, se precisó dejar tiempo suficiente para que el concreto de la juntas fragüe y alcance una resistencia a la ruptura de 280 kg/cm^2 cuando menos. Las pruebas hechas han demostrado que de 3 a 4 días son suficientes.

Terminando el proceso de tensado de las cuatro vigas, éstas quedarán independientemente sobre sus apoyos y soportando como cargas su peso propio y el efecto del presforzado. A esta condición de carga se le nombrará CM/Po.

El paso siguiente en la construcción, consistirá en unir las cuatro vigas por medio de los diafragmas y las losas intermedias entre los patines de las vigas. El efecto de esta carga adicional es pequeño, por lo que se considerará junto con los pesos de parapetos, guarniciones y asfalto, llamado el conjunto CA.

Finalmente se tendrá la condición por carga rodante, más el efecto del impacto que se denominará CVI.

El proceso de construcción del segundo tramo cerca semejante al anterior, únicamente con la diferencia que en este caso deberá dejarse espacio para hacer el tensado y una vez efectuado éste, se hará llegar cada una de las vigas hasta su posición definitiva.

El cálculo siguiente se basará en general en las especificaciones de la A.A.S.H.T.O. (American Association of State Highway and Transportation officials, 1957), para puentes de caminos de 1957, salvo en aquellos casos en que se cite el criterio de otra autoridad en la materia.

Es conveniente, antes de hacer el cálculo de las vigas, investigar la forma en que se reparte entre ellas la carga rodante.

Determinación del factor de concentración.

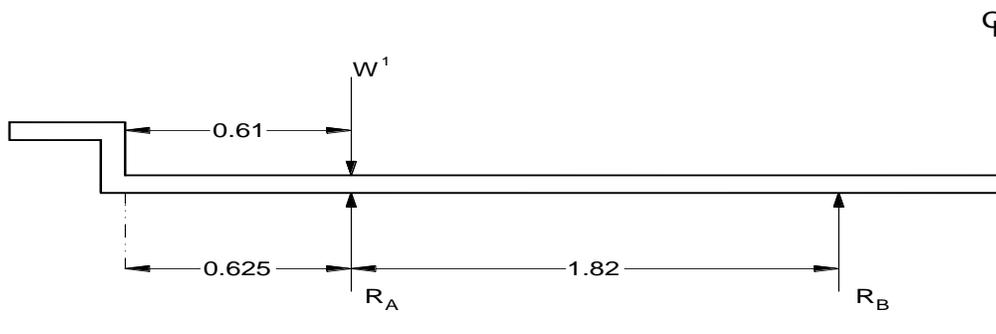


Figura A3 Repartición de la carga rodante

Para las vigas exteriores la condición más desfavorable ocurre cuando una de las ruedas se encuentra a 2 pies de la guarnición.

$$R_A = \frac{183.5}{182} = 1.008w'$$

Se considera el peso que corresponde a una faja de circulación: $w = 2w'$; $R_A = 0.504w$

Entonces el factor de concentración para las vigas exteriores vale: $F_C = 0.504$

Para las vigas interiores el factor de concentración vale:

$$F_c = \frac{S}{10} \quad \text{Donde } S = \text{Se paración entre vigas en pies}$$

$$F_c = \frac{5.97}{10} = 0.597$$

Considerando que el factor de concentración en las vigas exteriores es solo 16% más pequeño que el considerado para las vigas interiores, se considerará el de estas últimas para el cálculo de las cuatro vigas, quedando ligeramente sobradas las vigas exteriores, pero proporcionará cierta economía en lo referente a moldes.

Impacto.

El impacto se calcula con la fórmula:

$$I = \frac{50}{L + 125} \quad \text{Donde } L: \text{Longitud de las viga en pies.}$$

$$I = \frac{50}{121.69 + 125} = \frac{50}{246.90} = 0.203$$

El factor debido al impacto y concentración vale:

$$F_c I = 1.203 \times 0.597 = 0.7181$$

Proyecto de la sección de las vigas.

El proyecto de las secciones de concreto presforzado se hace por tanteos, primero se elige una sección preliminar basándose en el conocimiento del par interno $C-T$ que actúa en la sección.

En la práctica se fija a la reacción el peralte h y suponiéndose conocida su área, se calcula el momento total M_T que soportará dicha reacción. Bajo la carga de trabajo el brazo de palanca varía alrededor del 65 por ciento de la altura h ; en consecuencia la precomprensión efectiva P , se puede calcular con la fórmula:

$$P = T = \frac{M_T}{0.65h}$$

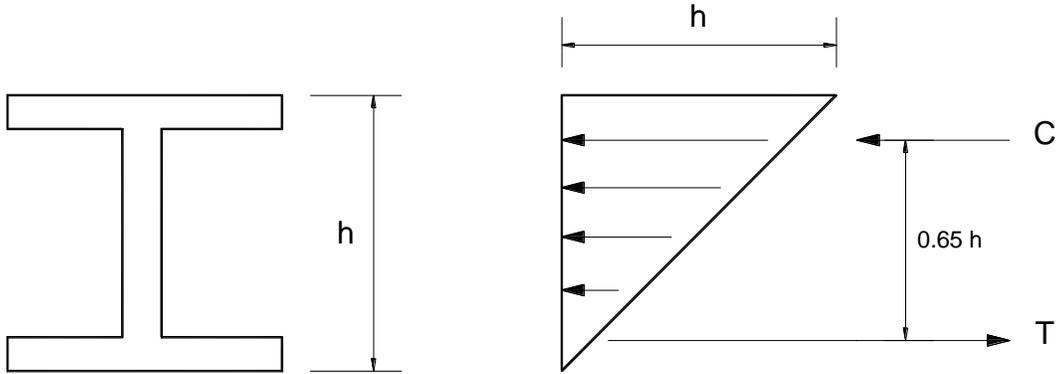


Figura A4 Esfuerzos de la sección con peralte 0.65 h

La precompresión P equivale a la fuerza C sobre la sección y esta fuerza producirá un esfuerzo promedio sobre el concreto de:

$$\frac{C}{A_c} = \frac{T}{A_c}$$

Para el cálculo preliminar este esfuerzo promedio puede suponerse que vale el 50% del esfuerzo admisible f_c bajo la carga de trabajo, luego:

$$\frac{T}{A_c} = 0.5 f_c$$

$$A_c = \frac{T}{0.5 f_c}$$

Conocida el área del concreto, se busca una sección que reúna esa condición y se produce a efectuar el cálculo definitivo por tanteos.

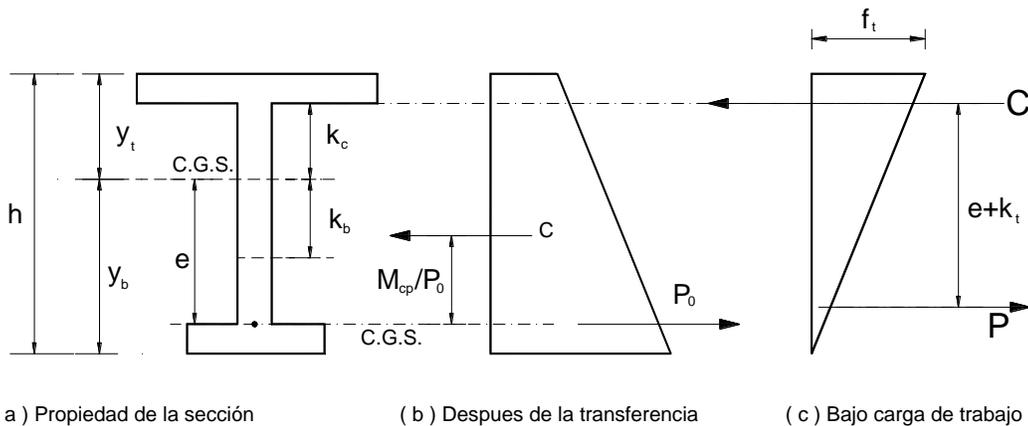


Figura A5 Esfuerzos de la sección

El cálculo definitivo que produce el peso de la viga, la precompresión, las propiedades de la sección y los esfuerzos admisibles. Estos últimos se calculan con las fórmulas:

$$f_t = \frac{Ph}{A_c Y_b} \quad \text{y} \quad f_b = \frac{Po}{A_c} - \frac{(Po^e + M_{pc}) Y_b}{I}$$

Como f_t y f_b son datos, la sección propuesta deberá satisfacer las siguientes condiciones:

$$A_c = \frac{Ph}{f_b Y_b} \quad \text{y} \quad A_c = \frac{Po}{f_b} \left(1 - \frac{e + \frac{M_{cp}}{Po}}{k_t} \right)$$

Sección preliminar

Las vigas serán de sección constante y se supondrá que el momento máximo ocurra en el centro del claro. La elección de la sección de las vigas se hará de acuerdo con lo propuesto por Guyon, (Guyon, 1966) o sea:

En vigas para puentes, cuyos claros están comprendidos entre 20 y 40 metros que se encuentren libremente apoyados en sus dos extremos, como norma general h no deberá ser menor que el valor dado por la fórmula:

$$h = 0.10 + \frac{\text{claro}}{25} \quad (\text{Claro de la viga en metros})$$

$$h = 0.10 + \frac{37.10}{25} = 1.58m \quad \text{Se tomará } h = 1.60m$$

Espesor mínimo del alma

Para las vigas en la que $h > 0.80m$ el espesor del alma b' no deberá ser menor que el valor dado por la fórmula:

$$b' = 0.09 + \frac{h}{40} \quad (h \text{ en metros})$$

$$b' = 0.09 + \frac{1.60}{40} = 0.13m \quad \text{Se tomará } b' = 16cm.$$

Tomando en cuenta lo anterior, la sección propuesta es la siguiente:

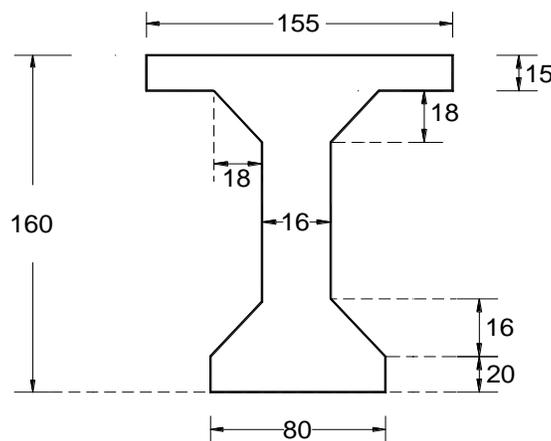


Figura A6 Sección propuesta

El área de la sección es:

$$A_c = 155 \times 15 + 18 \times 18 + 32 \times 16 + 125 \times 16 + 80 \times 20 = 6,761 \text{ cm}^2$$

El momento que produce el peso propio vale:

$$M_{cp} = \frac{0.6721 \times 2,400 \times (37.10)^2}{8}$$

$$M_{cp} = 279,339 \text{ kg} - m$$

Momento por carga adicional

a.- Parapetos, guarniciones, asfalto, losa intermedia, etc.

$$M_{CAI} = \frac{370 \times (37.10)^2}{8} = 63,638 \text{ kg} - m$$

b.- Diafragma. Se considerarán 6 diafragmas a una separación de 5.30 m y con un peso de 600 kg cada uno.

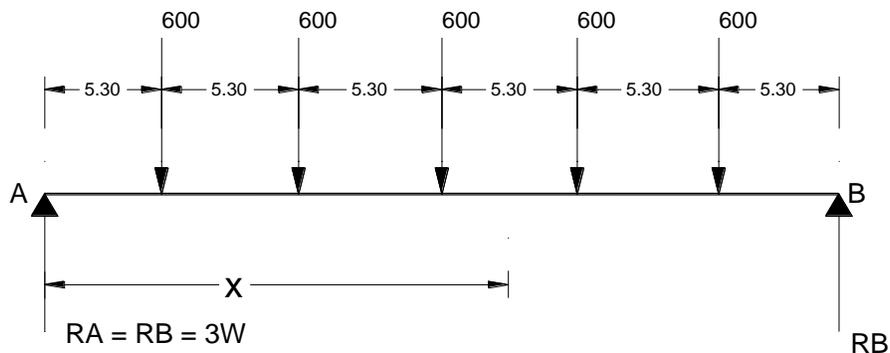


Figura A7 Distribución de cargas

$$M_x = R_A x - W(x - 5.30) - W(x - 10.60) - W(x - 15.90)$$

si $x = 18.55 \text{ m}$

$$M_{CA2} = 1,800 \times 18.55 - 600(18.55 - 5.30) - 600(18.55 - 10.60) - 600(18.55 - 15.90)$$

$$M_{CA2} = 19,080 \text{ kg} - m$$

Momento por carga móvil e impacto.- Del apéndice A de las especificaciones de la A.A.S.H.T.O.¹ se tomaron los momentos flexionantes máximos en los siguientes claros para una faja de circulación:

Para 120 pies; $M_{Cv} = 142,2500 \text{ lb} - \text{pie}$

$$I = 1,950 \left(\frac{(15)^2}{12} + (61.3)^2 \right) + 225 \left(\frac{(15)^2}{18} \right) + (48.8)^2 + 4,000 \left(\frac{(160)^2}{12} \right) + (11.2)^2 +$$

$$1,225 \left(\frac{(35)^2}{12} + (73.7)^2 \right) + 306 \left(\frac{(17.5)^2}{18} \right) + 85.42 = 24,063,918 \text{ cm}^4$$

El radio de giro vale:

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}; r^2 = \frac{I}{A} = \frac{24,063,918}{7,706} = 3,423 \text{ cm}^2$$

Los límites superior e inferior del núcleo, se encuentran a distancias del centro de gravedad de la sección que valen:

$$k_t = \frac{r^2}{y_b} = \frac{3,423}{91.2} = 37.5 \text{ cm} \quad \text{y} \quad k_b = \frac{r^2}{y_t} = \frac{3,423}{68.8} = 49.8 \text{ cm}$$

Considerando que la relación M_{cp} / M_t es relativamente grande, el cable resultante evidentemente puede colocarse tan bajo como resulte práctico sin producir ningún esfuerzo de tensión en las fibras superiores. Suponiendo que el centro de gravedad del acero queda a 15 cm arriba de las fibras inferiores, el brazo de palanca para el momento resistente vale:

$$a = y_b + k_t - 15 = 91.2 + 37.5 - 15 = 113.5 \text{ cm}$$

La precompresión total efectiva que se requiere vale:

$$P = \frac{M_T}{a} = \frac{50,468,700}{113.5} = 444,658 \text{ kg}$$

Para una pérdida del 15% en el pretensado, la precompresión inicial requerida será de:

$$P_o = \frac{444,127}{0.85} = 523,127 \text{ kg}$$

Para limitar las fibras superiores a un esfuerzo máximo de 126 kg/cm² se debe tener:

$$A_c = \frac{P_h}{f_t y_b} = \frac{444,658 \times 160}{126 \times 91.2} = 6,191 \text{ cm}^2$$

Para limitar las fibras inferiores a un esfuerzo máximo de 154 kg/cm² se debe tener:

$$A_c = \frac{P_o}{f_b} \left(1 - \frac{e + \frac{M_{cp}}{P_o}}{k_t} \right) = \frac{523,127}{154} \left(1 - \frac{-76.2 + \frac{279,239}{523,127}}{37.5} \right)$$

$$A_c = 5,435 \text{ cm}^2$$

Como el área de la sección propuesta es de 7,706 cm² y las áreas requeridas para limitar los esfuerzos en las fibras extremas son menores, será necesario reducir el área de concreto por medio de otros tanteos.

Segundo tanteo
Sección propuesta

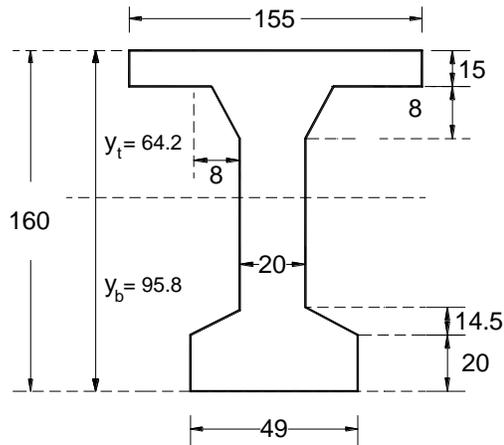


Figura A9 Sección propuesta segundo tanteo

El momento de inercia con respecto al eje que pasa por el centro de gravedad de la sección vale:

$$I = 2025 \left(\frac{(15)^2}{12} + (56.7)^2 \right) + 64 \left(\frac{(15)^2}{18} + (46.6)^2 \right) + 3,200 \left(\frac{(160)^2}{12} + (15.8)^2 \right) + 580 \left(\frac{(20)^2}{12} + (85.8)^2 \right) + 211 \left(\frac{(14.5)^2}{18} + 71 \right) = 19,658,355 \text{ cm}^4$$

$$r = \sqrt{\frac{I}{A}}; r^2 = \frac{I}{A} = \frac{19,658,355}{95.8} = 3,233 \text{ cm}^2$$

$$k_t = \frac{r^2}{y_b} = \frac{3,233}{95.8} = 33.7 \text{ cm} \quad \text{y} \quad k_b = \frac{r^2}{y_t} = \frac{3,233}{64.2} = 50.4 \text{ cm}$$

Considerando nuevamente que el centro de gravedad del acero queda a 15 cm arriba de las fibras inferiores, el brazo de palanca para el momento resistente interno es:

$$a = 95.8 + 33.7 - 15 = 114.5 \text{ cm}$$

Como la sección difiere ya bastante de la sección anterior, se hará una corrección al momento total.

Peso por metro de viga = $w = 1,456.2 \text{ kg}$

$$M_{CP} = \frac{1,459.2 \times (37.10)^2}{8} = 251,057 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

$$M_T = 251,057 + 82,718 + 142,730 = 476,505 \text{ kg} \cdot \text{m}$$

La precompresión efectiva vale:

$$P = \frac{M_T}{a} = \frac{47,650,500}{114.5} = 416,162 \text{ kg}$$

Para una pérdida del 15% en el pretensado, la precompresión inicial será de:

$$P_o = \frac{416,162}{0.85} = 489,602 \text{ kg}$$

Para limitar las fibras superiores a un esfuerzo máximo de 154 kg/cm^2 se deberá tener:

$$A_c = \frac{489,602}{154} \left(1 - \frac{-80.8 + \frac{25,105,700}{489,602}}{33.7} \right) = 5,976 \text{ cm}^2$$

Como el área de concreto de que se dispone es de $6,080 \text{ cm}^2$, es probable que las fibras superiores no resulten esforzadas hasta el valor admisible, como se han tomado valores aproximados, se considerará esta sección como satisfactoria.

Una vez fijada la sección de las vigas, se puede pasar al cálculo de la losa de piso.

Losas del sistema de piso

Losas intermedias.

Datos:

Carga Viva	=H15-S12 ¹
Peso de una rueda	=5,440 kg
Asfalto	=2,250 kg/cm ²
Impacto	=0.30

El refuerzo principal se colocará normal a la dirección del tránsito.

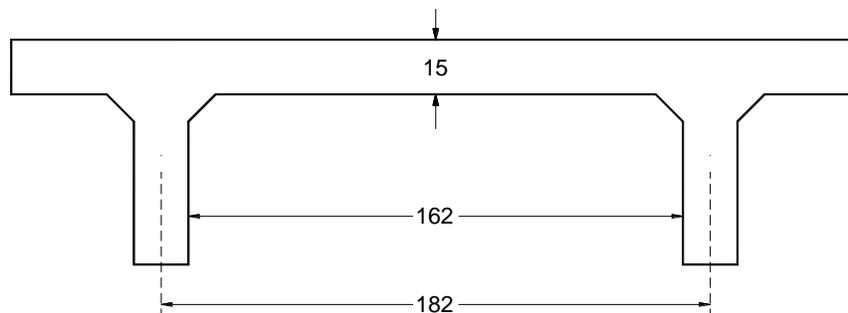


Figura A10 Sección de losa

Carga permanente por metro de losa.-

$$Losa = 0.15 \times 1.00 \times 2,400 = 360$$

$$Carpeta = 0.04 \times 1.00 \times 2,250 = 90$$

$$Losa + carpeta = 450 \text{ kg/m}$$

Momento por carga permanente:

$$M_{CP} = \frac{450 \times (1.62)^2}{10} = 118.10 \text{ kg-m}$$

Carga móvil e impacto.-

La carga móvil se reparte en una distancia E a lo largo del puente que vale:

$$E = 0.608 + 0.76$$

$$E = 0.60 \times 1.62 + 0.76 = 1.73 \text{ m}$$

donde: E = Claro efectivo en metros

Momento por carga móvil e impacto:

$$M_{CVI} = \frac{PSI}{5E} = \frac{55,440 \times 1.62 \times 1.30}{5 \times 1.73} = 132,446 \text{ kg-m}$$

$$M_T = 118.10 + 1,324.46 = 1442.56 \text{ kg-m}$$

Se usará concreto cuya resistencia a los 28 días es:

Esfuerzos admisibles:

$$f'_c = 315 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c = 315 \times 0.40 = 126 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = 1,265 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = 8$$

constantes

$$k = 0.4436$$

$$j = 0.8522$$

$$K = 23.800$$

Peralte de la losa:

$$d = \sqrt{\frac{144,256}{2,380}} = 7.8 \text{ cm}$$

Acero de refuerzo:

$$A_s = \frac{144,256}{1,265 \times 0.8522 \times 7.8} = 17.1 \text{ cm}^2$$

Considerando que el espesor mínimo de este tipo de losas para pisos de puentes es de 15 cm, se considerará $d = 12$ cm para dejar un recubrimiento de 3 cm. Con lo anterior, el concreto no trabajará a la fatiga de $126 \frac{kg}{cm^2}$ pero se economizará refuerzo como se verá a continuación.

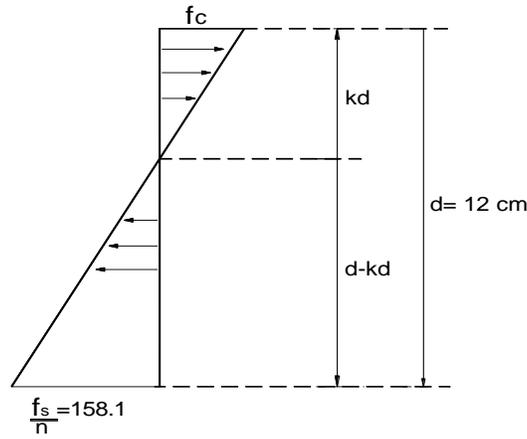


Figura A11 Esfuerzos del concreto en losa

$$M = 144,256 \text{ kg} \cdot \text{cm}$$

$$f_s = 1,265 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = 8$$

$$d = 12 \text{ cm}$$

$$b = 100 \text{ cm}$$

$$f_c = \frac{158.1kd}{d - kd}$$

$$C = T = \frac{f_c b k d}{2} = \frac{0.5 \times 158.1 k d \times 100 k d}{12 - k d}$$

$$j d = d - \frac{k d}{3} = 12 - \frac{k d}{3}$$

$$K_R = C j d = 50 k d \frac{158.1 k d}{12 - k d} \left(12 - \frac{k d}{3} \right)$$

$$144,256 = \frac{94,850 (k d)^2 - 2,635 (k d)^3}{12 - k d}$$

Resolviendo la ecuación anterior se tiene:

$$kd = 3.74 \quad ; \quad f_c = \frac{158.1 \times 3.74}{12 - 3.74} = 71.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$C = T = 0.50 \times 71.5 \times 100 \times 3.74 = 13,370 \text{ kg}$$

$$A_s = \frac{13,370}{1,265} = 10.6 \text{ cm}^2$$

Usando varillas de $1/2" \phi$, se pondrán a una separación de 11.5 cm centro a centro.

Doblado de las varillas

El doblado de las varillas se hace basándose en el conocimiento de la ley de variación del momento flexionante.

Ley de variación del momento positivo

Para determinar la variación del momento positivo se hacen las siguientes consideraciones:

1.- Si el momento en el centro del claro por carga permanente vale $wl^2/10$ (losa continua), en el empotramiento se produce otro momento que vale $wl^2/40$, ya que si la losa fuera libremente apoyada el momento sería igual a $wl^2/8$.

2.- Si el momento en el centro del claro por carga móvil e impacto vale $PSI/5E$ (losa continua), en el empotramiento se produce otro que vale $-PSI/20E$, ya que si la losa fuera libremente apoyada el momento sería igual a $PSI/4E$.

3.- La variación del momento es parabólica.

Tomando en cuenta lo anterior se tiene:

En el centro del claro:

$$M_{cp} = \frac{wl^2}{10} = 118.10 \text{ kg} - m$$

$$M_{cvi} = \frac{PSI}{5E} = 1,324.46 \text{ kg} - m$$

$$M_T = 1,442.56 \text{ kg} - m$$

En los empotramientos:

$$M_{cp} = -\frac{wl^2}{40} = -26.52 \text{ kg-m}$$

$$M_{cvi} = -\frac{PSI}{20E} = -311.11 \text{ kg-m}$$

$$M_T = -360.63 \text{ kg-m}$$

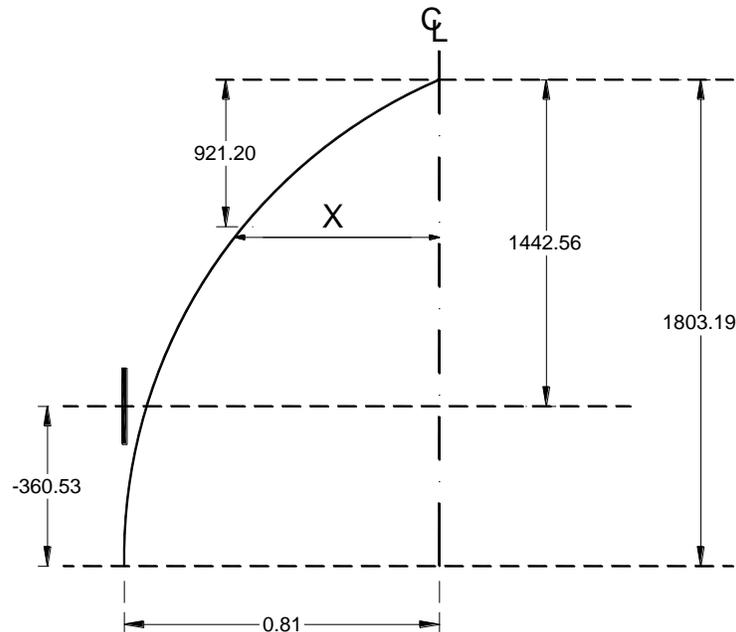


Figura A12 Gráfica parabólica del momento

En la ecuación de la parábola:

$$X^2 = ky \quad ; \quad k = \frac{(0.81)^2}{1,803.19}$$

La mitad del acero ya no es necesario para resistir el momento positivo a una distancia

$$x = \pm 0.81 \sqrt{\frac{721.28}{1,803.19}} = \pm 0.51 \text{ m}$$

Entre los apoyos de una viga continua o de una libremente apoyada, cada varilla de refuerzo deberá prolongarse cuando menos 15 diámetros de la varilla utilizada, y no menos de 1/20 del claro, adelante del punto en donde los cálculos indiquen no ser ya necesarias para resistir esfuerzos. Como en este caso las varillas son de $1/2" \phi$, la longitud recta de este refuerzo será:

$$l = 2 \times 0.51 + 2 \times 0.19 = 1.40 \text{ m}$$

Ley de variación del momento negativo.

Procedimiento en forma análoga que en el caso anterior se tiene:
En el centro del claro:

$$M_{cp} = \frac{wl^2}{40} = 29.52 \text{ kg} - m$$

$$M_{cvi} = \frac{PSI}{5E} = 331.11 \text{ kg} - m$$

$$M_T = 360.63 \text{ kg} - m$$

En los empotramientos:

$$M_{cp} = -\frac{wl^2}{40} = -118.10 \text{ kg} - m$$

$$M_{cvi} = -\frac{PSI}{20E} = -1,324.46 \text{ kg} - m$$

$$M_T = -1,442.56 \text{ kg} - m$$

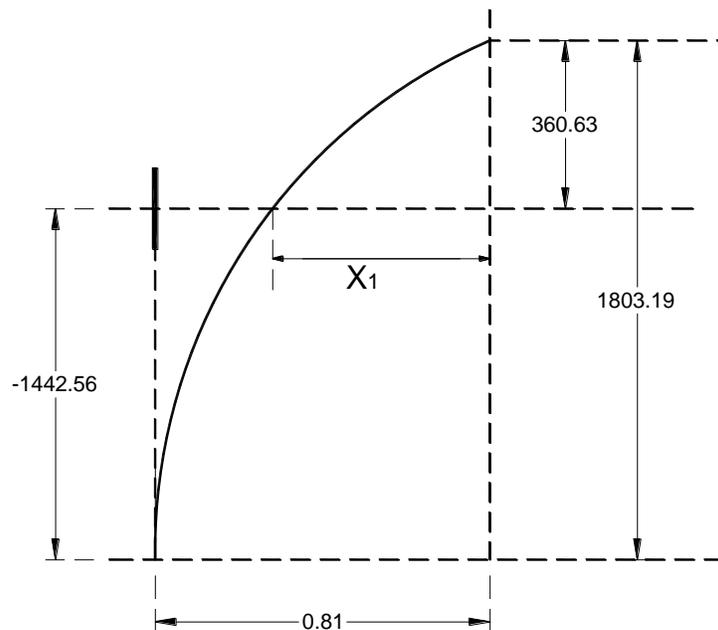


Figura A13 Gráfica parábola del momento negativo

De la figura:

$$x_1 = 0.81 \sqrt{\frac{360.63}{1,803.19}} = 0.36 \text{ m}$$

$$x_1 = 0.63 - 0.19 = 0.17 \text{ m}$$

La longitud recta de estas varillas para resistir el momento negativo será:

$$l_1 = 0.81 - 0.17 = 0.64 \text{ m}$$

De los resultados obtenidos en los dos casos se desprende que no es posible doblar varillas, por lo que el armado de estas losas quedará como se indica en la siguiente figura:

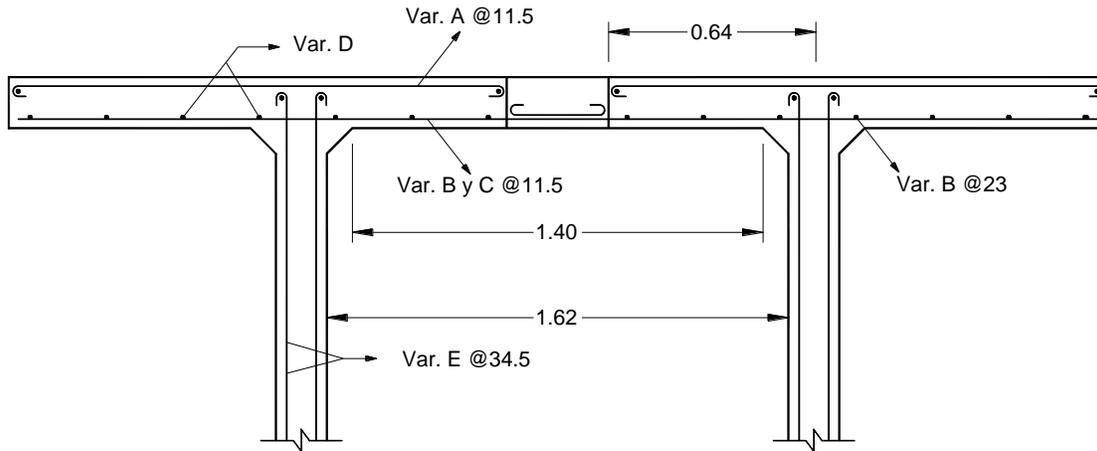


Figura A14 Armado de losa

Refuerzo por temperatura.

No se pondrá acero por temperatura, ya que la precompresión ayuda a evitar agrietamientos y además, por ser secciones precoladas no hay continuidad en el refuerzo, lo que hace que en caso que el concreto tendiera a agrietarse, aún con este refuerzo dichas grietas aparecerían en las juntas.

Refuerzo por distribución.

El proporcionamiento de este refuerzo se hace basándose en el área de acero del refuerzo principal, calculándose en porcentaje de esta de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$\text{Porcentaje} = \frac{100}{\sqrt{S}} \quad S = \text{Claro efectivo en pies} = 5.31 \text{ ft}$$

$$\text{Porcentaje} = \frac{100}{2.3} = 43.4\% \quad \text{Se fija } 50\% \text{ como valor máximo}$$

$$A_{sd} = 0.434 \times 10.6 = 4.6 \text{ cm}^2$$

Usando varilla de $\frac{1}{2}'' \phi$, se pondrá a una separación de 26.5 cm centro a centro.

Esfuerzo cortante y adherencia.

Las losas calculadas para momento flexionante de acuerdo con las especificaciones de la A.A.S.H.T.O. (American Association of State Highway and Transportation officials, 1957) se deberán considerar como satisfactorias en lo referente a esfuerzo cortante y adherencia.

Losas voladas

Momento por carga móvil e impacto

Se especifica que el peso de una rueda posterior se reparta en el voladizo en una longitud según el claro del puente, que se calcula con la fórmula:

$$E = 0.80 \times 1.14 \quad x = \text{brazo del peso de la rueda}$$

$$E = 0.8 \times 0.215 + 1.14 = 1.31 \text{ m.}$$

$$M_{CVI} = \frac{5,440 \times 0.215 \times 1.30}{1.31} = 1,161 \text{ kg-m}$$

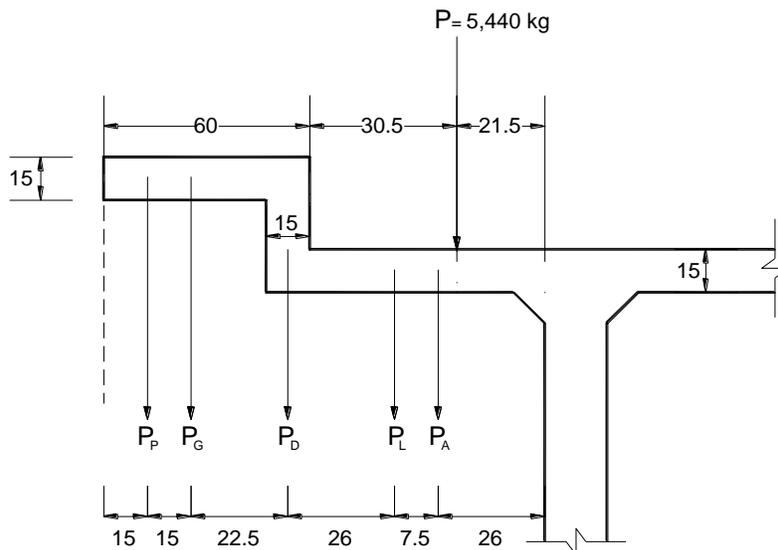


Figura A15 Sección de losa volado

Momento por carga permanente.

Carga kg	Cálculo de la carga	Valor	Brazo m	Momento kg-m
P_p	Dato (parapeto)	125	0.970	121.25
p_G	$0.60 \times 0.15 \times 2,400$	216	0.820	177.12
P_D	$0.10 \times 0.15 \times 2,400$	36	0.595	21.42
P_L	$0.67 \times 0.15 \times 2,400$	241	0.335	12.25
P_A	$0.04 \times 0.52 \times 2,400$	47	0.260	12.25

Tabla A1

Momento total

$$M_T = 412.78 + 1,161 = 1,573.78 \text{ kg-m}$$

$$d = \sqrt{\frac{157,378}{23.80 \times 100}} = 8.1 \text{ cm}$$

Si se toma como en las losas anteriores el peralte efectivo de 12 cm se tiene:

$$157,378 = \frac{94,850(kd)^2 - 2,635(kd)^3}{12 - kd}$$

Resolviendo la ecuación anterior se tiene: $kd = 3.85$

$$f_c = \frac{158.1 \times 3.85}{12 - 3.85} = 74.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$T = C = 0.5 \times 74.6 \times 100 \times 3.85 = 14,360 \text{ kg}$$

El área de acero para la losa volada será:

$$A_s = \frac{14,360}{1,265} = 11.5 \text{ cm}^2$$

Usando varillas de $\frac{1}{2}''\phi$, se pondrán a 10.6 cm centro a centro.

Momentos flexionantes y fuerzas cortantes

Conocida la forma que tendrá la superestructura y considerando que se ha aceptado el mismo efecto de la carga viva para las vigas interiores así como para las exteriores, y que al estar éstas unidas por medio de diafragmas, la carga debida a parapetos, guarniciones, banquetas y diafragmas, se repartirá por igual entre las cuatro vigas, la condición de trabajo será igual para todas; por lo tanto, bastará analizar una sola viga. Esta se supondrá dividida en secciones a cada dos metros para efectuar el cálculo únicamente.

Debido a que las diferentes condiciones de carga de trabajo, se determinará primero en forma independiente, los momentos flexionantes así como las fuerzas cortantes para cada carga y después se combinarán, para obtener los esfuerzos para las diferentes condiciones reales de trabajo.

Momento flexionante y fuerza cortante por peso propio.-

$$\text{Peso de la viga} = 0.6080 \times 2,400 = 1,460 \text{ kg/m}$$

$$\text{Peso de las cabeceras} = 4,550 \text{ kg (supuesto)}$$

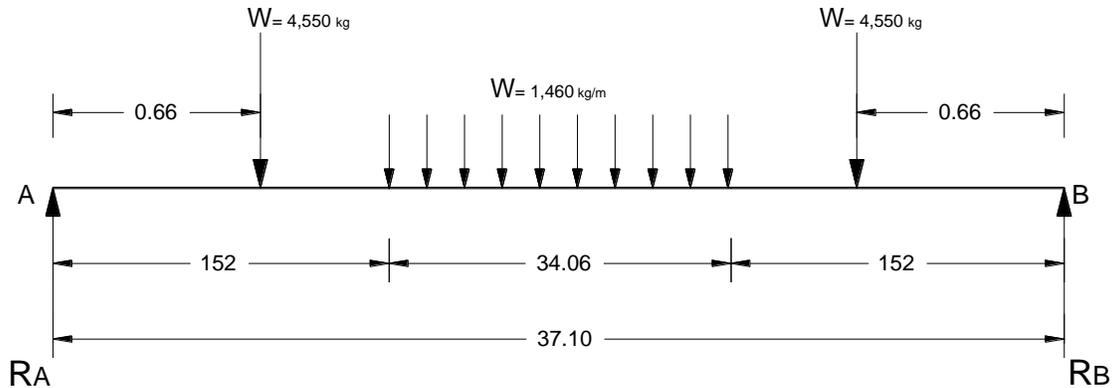


Figura A16 Cargas de la viga

Cálculo de las reacciones.-

$$R_A = R_B = 4,550 + 1,460 \times 17.03 = 29,414 \text{ kg}$$

para una sección x el momento vale:

$$M_x = R_A x - 4,550(x - 0.66) - \frac{1,460(x - 1.52)^2}{2}$$

Tabulando se tiene:

sección x	$R_A x$	$x - 0.66$	$w(x - 0.66)$	$(x - 1.52)^2$	$\frac{w(x - 1.52)^2}{2}$	$Mx \text{ kg} - m$
1.00	29,414	0.34	1547	0.00	0.00	27,867
2.00	58,828	1.34	6,097	0.2304	168.00	52,563
4.00	117,656	3.34	15,197	6.1504	4,490	97,969
6.00	176,484	5.34	24,297	20.07	14,651	137,536
8.00	235,312	7.34	33,397	41.99	30,653	171,262
10.00	294,140	9.34	42,497	71.91	52,494	199,149
12.00	352,968	11.34	51,597	109.83	80,176	221,195
14.00	411,796	13.34	60,697	155.75	113,698	237,401
16.00	470,624	15.34	69,797	209.67	153,059	247,768
18.00	529,452	17.34	78,897	271.59	198,261	252,294
18.60	545,630	17.89	81,400	290.02	211,715	252,514

Tabla A2

Fuerza cortante

Para una sección x la fuerza cortante vale:

$$V_x = R_A - 4,550 - 1,460(x - 1.52)$$

$$V_x = 24,864 - 1,460(x - 1.52)$$

Tabulando se tiene:

sección x	$x - 1.52$	$1,460(x - 1.52)$	V_x (Kg)
0.00	-1.52	-2,219.20	29,414
2.00	0.48	700.80	24,163.20
4.00	2.48	3,621.00	21,243.20
6.00	4.48	6,541.00	18,323.20
8.00	6.48	9,461.00	15,403.20
10.00	8.48	12,381.00	12,483.20
12.00	10.48	15,301.00	9,563.20
14.00	12.48	18,221.00	6,643.20
16.00	14.48	21,141.00	3,723.20
18.00	16.48	24,061.00	803.20
18.55	17.03	24,864.00	0.2000

Tabla A3

Cargas adicionales

Primeramente se considerarán las cargas uniformemente repartidas, que son las debidas a: Losas entre secciones precoladas, guarniciones, parapetos y carpeta asfáltica.

a.- Losas coladas en el lugar $W_1 = 0.60 \times 0.15 \times 2,400 = 292 \text{ Kg/m}$

b.- Guarniciones $W_2 = 0.60 \times 0.15 \times 2,400 \times 2 = 432 \text{ Kg/m}$

c.- Parapetos $W_3 = 12.5 \times 2 = 250 \text{ Kg/m}$

d.- Carpeta asfáltica $W_4 = 0.034 \times 6.70 \times 2,250 = 505 \text{ Kg/m}$

$$W_T = 1,479 \text{ Kg/m}$$

Como las vigas están unidas por medio de diafragmas, la carga se repartirá por igual entre las cuatro vigas, teniendo para cada viga: $w = \frac{1,479}{4} = 370 \text{ Kg/m}$

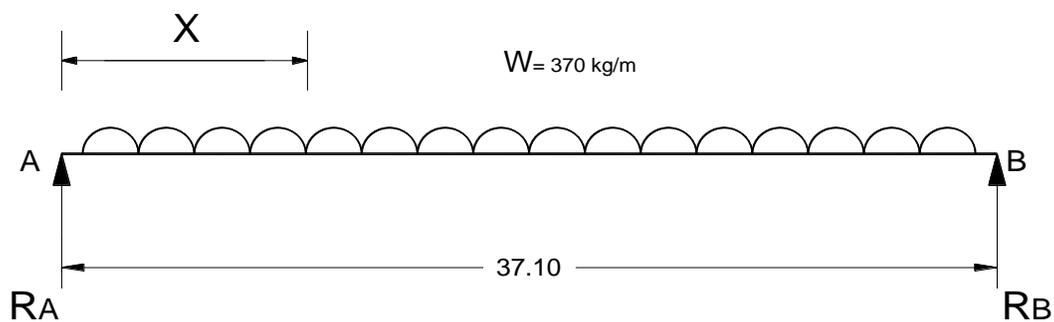


Figura A17 Carga uniforme adicional de la viga

$$R_A = R_B = \frac{370 \times 37.10}{2} = 6,864 \text{ kg}$$

Para una sección x el momento flexionante vale:

$$M_x = R_A x - \frac{wx^2}{2} = 6,864x - 185x^2$$

Para una sección x la fuerza cortante vale:

$$V_x = 6,864 - 370x$$

Tabulando se tiene:

sección x	x^2	$185x^2$	$6864x$	$M_x \text{ kg-m}$	$370x$	$V_x \text{ kg}$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	6,864
2.00	4.00	740	13,728	12,988	740	6,124
4.00	16.00	2,960	27,456	24,496	1,480	5,384
6.00	36.00	6,660	41,184	34,524	2,220	4,644
8.00	64.00	11,840	54,912	43,072	2,960	3,904
10.00	100.00	18,500	68,640	50,140	3,700	3,164
12.00	144.00	26,640	82,368	55,728	4,440	2,424
14.00	196.00	36,260	96,096	59,836	5,180	1,684
16.00	256.00	47,360	109,824	62,464	5,920	944
18.00	324.00	59,940	123,552	63,612	6,660	204
18.55	344.10	63,659	127,327	63,668	6,864	0.50

Tabla A4

Diafragmas

Es sabido que el objeto principal de los diafragmas en los tableros de los puentes, es lograr una repartición transversal más eficiente de las cargas. Como resultado de diversos experimentos realizados por Leonhardt (Leonhardt, 1964), recomienda que el número de diafragmas sea 1, 3 ó 5; en particular 3, independientemente del claro, sin considerar los diafragmas que por razones constructivas, se colocan a plomo de los apoyos. Guyon (Guyon, 1955) coincide con esa opinión, diciendo por su parte, que hasta cierto punto, un puente de claro pequeño es un modelo a escala de un puente de gran claro, en consecuencia el número de diafragmas debe permanecer el mismo, independientemente de la separación entre ellos y que 3 diafragmas son en general suficientes. Corning seleccionó a prueba 5.18 m a 5.49 m como la distancia adecuada entre diafragmas. Siguiendo el criterio del Manual de diseño de estructuras prefabricadas y presforzadas, en el capítulo 4, "Diseño de puentes con elementos prefabricados y presforzados" (Reinoso, 1999), en la que llevarán al menos un diafragma intermedio con espaciamiento de alrededor de 5 m entre ellos, por lo que se colocarán 6 diafragmas a una separación de 5.30 m centro a centro.

Cálculo del diafragma

En el cálculo del momento flexionante y de la fuerza cortante por carga móvil en el diafragma debe tenerse presente que la carga equivalente o el vehículo tipo se supone que ocupan un ancho de 10 pies (3.05 m) y que estas cargas se pueden colocar en cualquier posición

transversalmente dentro del ancho de 3.35 m (banda de tránsito), pero sin rebasar el eje longitudinal del centro de la calzada.

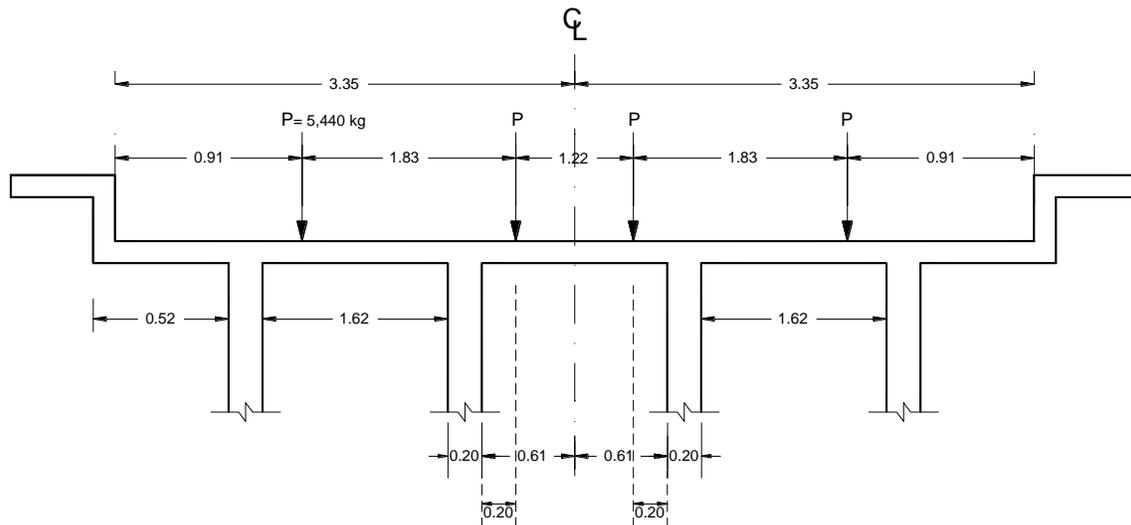


Figura A18 Sección transversal

Momento por carga móvil

El momento flexionante máximo se produce en el tramo central y vale:

$$M_{CVI} = 5,440 \times 0.20 \times 1.30 = 1,414 \text{ kg} - m$$

La fuerza cortante vale:

$$V_{CVI} = 5,440 \times 1.30 = 7,072 \text{ kg}$$

Momento por carga permanente.-

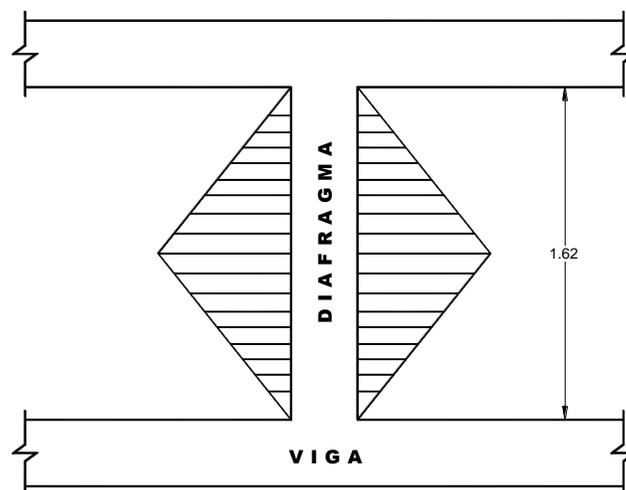


Figura A19 Área tributaria de losa

Dimensiones del diafragma

Peralte = 1.25 m

Ancho = 0.16 m

W = peso del diafragma = $1.25 \times 0.16 \times 1.62 \times 2,400 = 778 \text{ kg}$

$$W_1 = \text{peso de la carpeta y losa} = \frac{1.622}{2} (0.15 \times 2,400 + 0.04 \times 2,250)$$

$$W_1 = 590 \text{ kg}$$

$$M_{cp} = \frac{WL}{8} + \frac{W_1L}{6} = \frac{778 \times 1.62}{8} + \frac{590 \times 1.62}{6}$$
$$= 316.8 \text{ kg-m}$$

Fuerza cortante

$$V_{cp} = \frac{778 + 590}{2} = 684 \text{ kg}$$

Resumen:

Momento flexionante total = $M_{cvi} + M_{cp} = 1,414 + 316.8 = 1,730.8 \text{ kg-m}$

Fuerza cortante total = $V_{cvi} + V_{cp} = 7,072 + 684 = 7,756 \text{ kg}$

Peralte por momento.-

$$d = \sqrt{\frac{M}{Kb}} = \sqrt{\frac{173,080}{23.8 \times 16}} = 21.3 \text{ cm}$$

Peralte por esfuerzo cortante.-

Esfuerzo cortante admisible = $v = 0.03 f'c = 0.03 \times 315 = 9.45 \text{ kg/cm}^2$

$$d = \frac{V}{vjb} = \frac{7756}{9.45 \times 0.8528 \times 16} = 60.2 \text{ cm}$$

Considerando que estos peraltes son demasiado pequeños y que las dimensiones supuestas para el diafragma son prácticamente invariables, se determinara el área de acero en la siguiente forma:

Peralte aparente = 1.25 m , peralte real = 1.40 m , peralte efectivo = 1.35 m

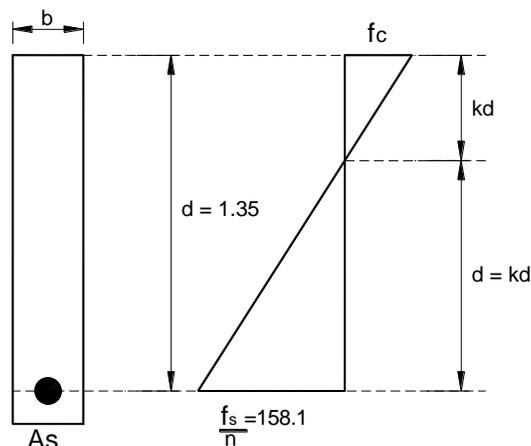


Figura A20 Sección de diafragma

$$M = 173,080 \text{ kg} - \text{cm}$$

$$f_s = 1,265 \text{ kg/cm}^2$$

$$b = 16 \text{ cm}$$

$$n = 8$$

$$f_c = \frac{158.1kd}{d - kd}$$

$$M = Cjd = 0.5 f_c bkdjd = 0.5 \times 16kd \frac{158.1kd}{d - kd} \left(d - \frac{kd}{3} \right)$$

$$173,080 = \frac{170,744(kd)^2 - 422(kd)^3}{135 - kd}$$

Resolviendo esta ecuación: $kd = 11.82$

$$f_c = \frac{158.1 \times 11.82}{135 - 11.82} = 15.2 \text{ kg/cm}^2$$

$$C = T = 0.50 \times 15.2 \times 16 \times 11.82 = 1,437 \text{ kg}$$

$$A_s = \frac{1,437}{1,265} = 1.1 \text{ cm}^2$$

se pondrán 2 varillas de $\frac{1}{2}'' \phi$

Momento flexionante y fuerza cortante por cargas adicionales.

Peso del diafragma

$$W_1 = 1.62 \times 0.16 \times 1.25 \times 2,400 \times 3 = 2,333 \text{ kg}$$

Peso del diafragma por viga

$$W = \frac{2,333}{4} = 582 \text{ kg} \quad \text{se considerará } W = 600 \text{ kg}$$

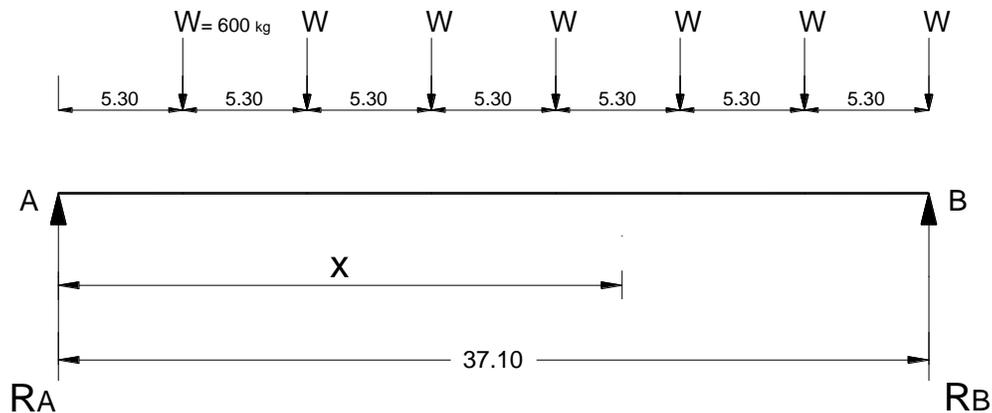


Figura A21 Distribución de cargas

Calculo de las reacciones

$$R_A = R_B = 3W = 3 \times 600 = 1,800 \text{ kg}$$

El momento flexionante vale:

sección 2

$$M = 1,800 \times 2 = 3,600 \text{ kg} - m$$

sección 4

$$M = 1,800 \times 4 = 7,200 \text{ kg} - m$$

sección 6

$$M = 1,800 \times 6 - 600(6.00 - 5.30) = 10,380 \text{ kg} - m$$

sección 8

$$M = 1,800 \times 8 - 600(8.00 - 5.30) = 12,780 \text{ kg} - m$$

sección 10

$$M = 1,800 \times 10 - 600(10.00 - 5.30) = 15,180 \text{ kg} - m$$

sección 12

$$M = 1,800 \times 12 - 600(12.00 - 5.30) - 600(12.00 - 10.60) = 16,740 \text{ kg} - m$$

sección 14

$$M = 1,800 \times 14 - 600(14.00 - 5.30) - 600(14.00 - 10.60) = 17,640 \text{ kg} - m$$

sección 16

$$M = 1,800 \times 16 - 600(16.00 - 5.30) - 600(16.00 - 10.60) - 600(16.00 - 15.90) = 19,080 \text{ kg} - m$$

sección 18

$$M = 1,800 \times 18 - 600(18.00 - 5.30) - 600(18.00 - 10.60) - 600(18.00 - 15.90) = 19,080 \text{ kg} - m$$

sección 18.55

$$M = 1,800 \times 18.55 - 600(18.55 - 5.30) - 600(18.55 - 10.60) - 600(18.55 - 15.90) = 19,080 \text{ kg} - m$$

Fuerzas cortantes.

$$V_x = R_A - \sum W = 1,800 - \sum W$$

sección x	R_A	$\sum X$	$V_x \text{ (kg)}$
0.00	1800	0.00	1800
2.00	1800	0.00	1800
4.00	1800	0.00	1800
6.00	1800	600	1200
8.00	1800	600	1200
10.00	1800	600	1200
12.00	1800	1200	600
14.00	1800	1200	600

16.00	1800	1800	0.00
18.00	1800	1800	0.00
18.55	1800	1800	0.00

Tabla A5

Carga rodante H15-S12

Descripción de la carga

La carga H15-S12 consiste en un camión tipo con semiremolque, que tiene un peso total de 54,000 libras (24,480 kg), que se distribuye en sus tres ejes como se indica a continuación en la figura.

W= Peso total de los ejes 1 y 2

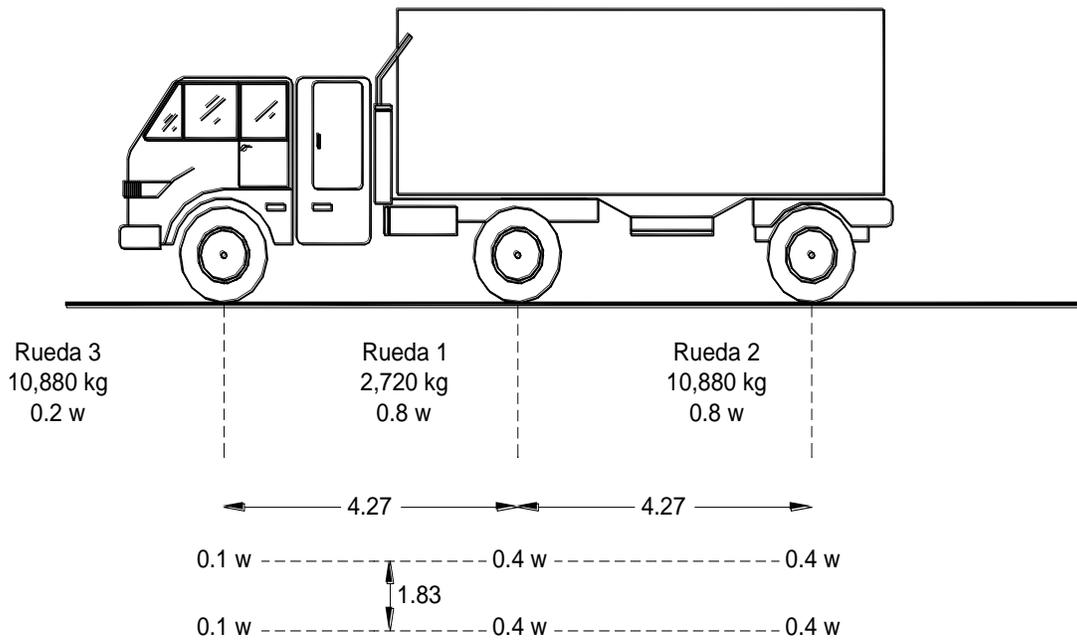


Figura A22 Cargas de camión H15-S12

Momento flexionante y fuerza cortante por carga móvil.

Para determinar el momento flexionante y la fuerza cortante por carga móvil en cada una de las secciones, se procederá en la siguiente forma:

- 1.- Se calculará el momento flexionante y la fuerza cortante, considerando la sección x bajo la rueda 2, suponiendo que el convoy transita de izquierda a derecha.
- 2.- Se calculará el momento flexionante y la fuerza cortante, considerando la sección bajo la rueda 3, suponiendo que el convoy transita de izquierda a derecha.

3.- Con los valores obtenidos para el momento flexionante en 1 y 2, se trazarán 4 diagramas; 2 correspondientes a cada rueda considerando que el convoy pueda transitar de izquierda a derecha y viceversa. La envolvente de los diagramas anteriores nos proporcionará los valores máximos de los momentos flexionantes en cada sección debido a la carga móvil.

Momentos flexionantes bajo la rueda 1 y 2

a.- El vehículo entra en el puente, pero únicamente las ruedas 1 y 2 se encuentran en él.

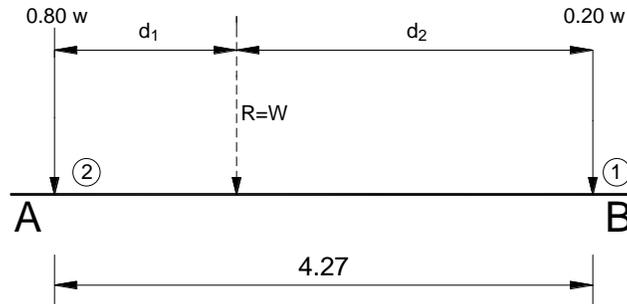


Figura A23 Posición de la resultante de las ruedas 1 y 2

Tomando momentos con respecto a "a"

$$d_1 R = 4.27 \times 0.2W \quad ; \quad d_1 = 0.85m$$

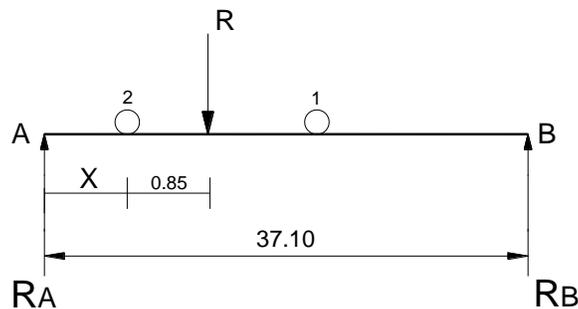


Figura A24 Momento respecto al punto A

$$R_A = 13,600 \times \frac{37.10 - (x + 0.85)}{37.10} = 13,600 \left(0.9771 - \frac{x}{37.10} \right)$$

El momento flexionante para una sección x vale:

$$M_x = R_A \cdot x = 13,600 \left(0.9771 - \frac{x}{37.10} \right) x$$

La fuerza cortante en una sección x vale: $V_x = R_A$

Tabulando se tiene:

sección x	$\frac{x}{37.10}$	$0.9771 - \frac{x}{37.10}$	R_A	$M_x \text{ kg-m}$	$V_x \text{ kg}$
1	0.027	0.9501	12,921	12,921	12,921
2	0.0539	0.9232	12,556	25,112	12,556

Tabla A6

b.- Las tres ruedas se encuentran dentro del claro.

Posición de la resultante de las 3 ruedas.-

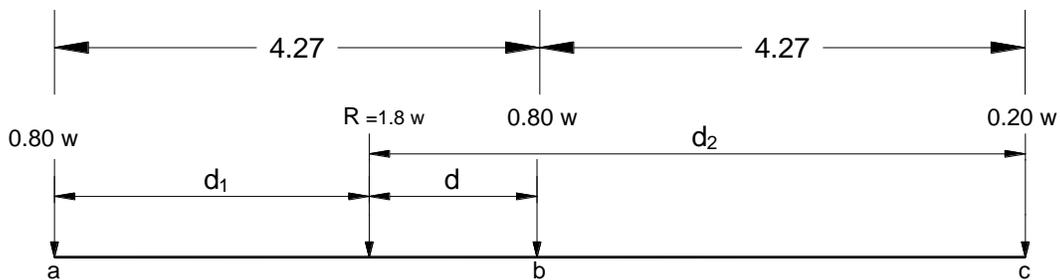


Figura A25 Posición de la resultante de las 3 ruedas

Tomando momentos con respecto a "a"

$$Rd_1 = 4.27 \times 0.8 + 8.54 \times 0.2$$

$$d_1 = \frac{3.416 + 1.708}{1.8} = 2.85 \text{ m} \quad ; \quad d = 4.27 - 2.85 = 1.42 \text{ m}$$

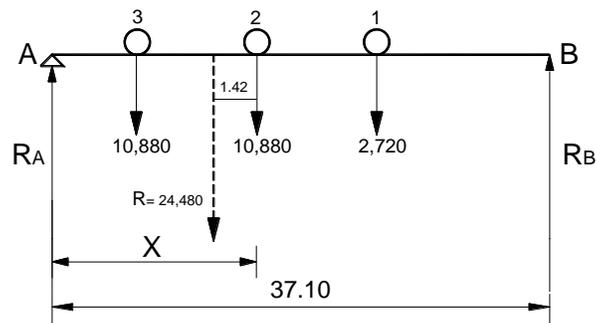


Figura A26 Resultante de cargas

$$R_A = 24,480 \left[\frac{37.10 - (x - 1.42)}{37.10} \right] = 24,480 \left(1.0383 - \frac{x}{37.10} \right)$$

para una sección x :

$$M_x = R_A x - 4.27 \times 10,880 = R_A x - 4,6458$$

$$V_x = R_A - 10,880$$

sección x	$\frac{x}{37.1}$	$1.0383 - \frac{x}{37.1}$	R_A	$R_A x$	$Mx(kg-m)$	$Vx(kg)$
4.27	0.1151	0.9232	22,600	96,502	50,044	11,720
6.00	0.1617	0.8766	21,459	128,751	82,293	10,579
8.00	0.2156	0.8227	20,139	161,111	114,653	9,259
10.00	0.2695	0.7688	18,819	188,192	141,734	7,939
12.00	0.3235	0.7148	17,500	209,994	163,536	6,620
14.00	0.3774	0.6609	16,180	226,518	180,060	5,300
14.99	0.404	0.6343	15,527	232,744	186,286	4,647
16.00	0.4313	0.6070	14,860	237,763	191,305	3,980
17.13	0.4617	0.5766	14,115	241,782	195,324	3,235
17.84	0.4809	0.5574	13,646	243,446	196,988	2,766
18.00	0.4852	0.5531	13,540	243,729	197,271	2,660
18.55	0.5000	0.5383	13,178	244,444	197,986	2,298
19.26	0.5191	0.5192	12,709	244,777	198,319	1,829
20.00	0.5391	0.4992	12,221	244,416	197,958	1,341
22.00	0.5930	0.4453	10,901	239,825	193,367	21.14
24.00	0.6469	0.3914	9,581	229,955	183,497	-1,299
26.00	0.7008	0.3375	8,262	214,807	168,349	-2,618
28.00	0.7547	0.2836	6,942	194,379	147,921	-3,938
30.00	0.8086	0.2297	5,622	168,673	122,215	-5,258
32.00	0.8625	0.1758	4,303	137,688	91,230	-6,577
32.83	0.8849	0.1534	3,755	123,280	76,822	-7,125

Tabla A7

c.- El vehículo está saliendo del claro y únicamente las ruedas 2 y 3 se encuentran en él.

Posición de la resultante de las ruedas 2 y 3.

En este caso por ser las ruedas del mismo peso, la resultante se encuentra a la mitad de la distancia que hay entre las ruedas.

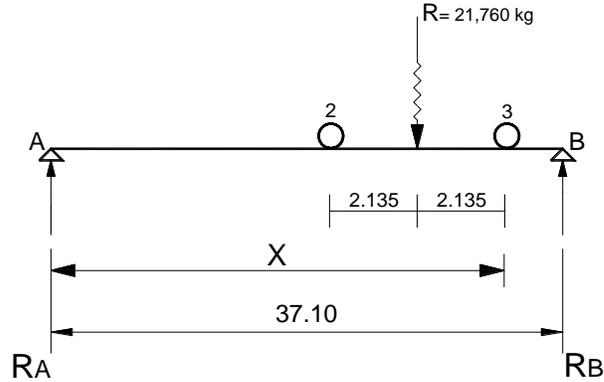


Figura A27 Ubicación de carga resultante ruedas 2 y 3

$$R_A = 21,760 \left[\frac{37.1 - (x - 2.135)}{37.10} \right] = 21,760 \left(1.0575 - \frac{x}{37.10} \right)$$

para una sección x:

$$M_x = R_A \cdot x - 4.27 \times 10,880 = R_A \cdot x - 46,458$$

$$V_x = R_A - 10,880$$

sección x	$\frac{x}{37.1}$	$1.0575 - \frac{x}{37.1}$	R_A	$R_A \cdot x$	$M_x(kg-m)$	$V_x(kg)$
34	0.9164	0.1411	3,069	104,360	57,902	-7,811
36	0.9704	0.0871	1,896	68,270	21,812	-8,984

Tabla A8

Momento flexionante y fuerzas cortantes bajo la rueda 3.

a.- Las tres ruedas se encuentran dentro del claro.-

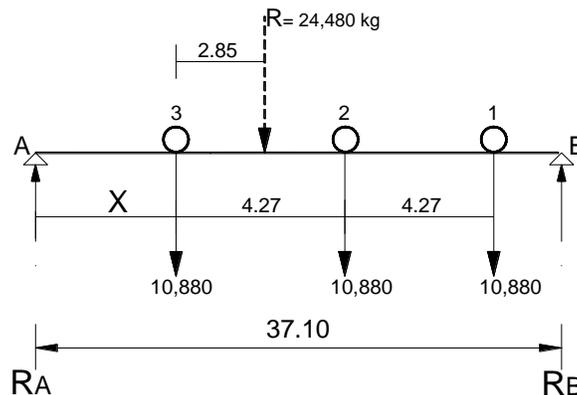


Figura A28 Ubicación de carga resultante ruedas 1, 2 y 3

$$R_A = 24480 \left[\frac{37.10 - (x + 2.85)}{37.10} \right] = 24480 \left(0.9232 - \frac{x}{37.10} \right)$$

para una sección x :

$$M_x = R_A x$$

$$V_x = R_A$$

Tabulando se tiene:

sección x	$\frac{x}{37.1}$	$0.9232 - \frac{x}{37.1}$	R_A	$Mx(kg-m)$	$Vx(kg)$
0.00	0.0000	0.9232	22,600	0.00	22,600
1.00	0.0270	0.8962	21,940	21,940.1	21,940
2.00	0.0539	0.8693	21,280	42,560.5	21,280
4.00	0.1078	0.8154	19,961	79,842.3	19,961
6.00	0.1617	0.7615	18,641	111,845	18,641
8.00	0.2156	0.7076	17,321	138,570	17,321
10.00	0.2695	0.6537	16,002	160,016	16,002
12.00	0.3235	0.5997	14,682	176,183	14,682
14.00	0.3774	0.5458	13,362	187,071	13,362
16.00	0.4313	0.4919	12,043	192,680	12,043
17.10	0.4617	0.4615	11,297	193,516	11,297
17.80	0.4809	0.4423	10,828	193,179	10,828
18.00	0.4852	0.4380	10,723	193,011	10,723
18.60	0.5000	0.4232	10,360	192,177	10,360
19.30	0.5191	0.4041	9,891	190,509	9,891
20.00	0.5391	0.3841	9,403	188,063	9,403
22.00	0.5930	0.3302	8,083	177,837	8,083
24.00	0.6469	0.2763	6,764	162,332	6,764
26.00	0.7008	0.2224	5,444	141,548	5,444
28.00	0.7547	0.1685	4,124	115,485	4,124
28.60	0.7698	0.1534	3,755	107,242	3,755

Tabla A9

b.- El vehículo va saliendo del claro y únicamente las ruedas 2 y 3 se encuentran en él.

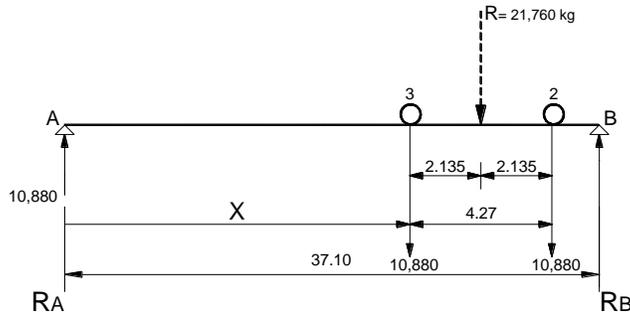


Figura A29 Resultante de carga rueda 2 y 3

$$R_A = 21,760 \left[\frac{37.10 - (x - 2.135)}{37.10} \right] = 21,760 \left(0.9455 - \frac{x}{37.10} \right)$$

para una sección x :

$$M_x = R_A x$$

sección 31.00

$$M = 21,760 \times 32.83 \left(0.9455 - \frac{32.83}{37.10} \right) = 43,202 \text{ kg-m}$$

c.- El vehículo va saliendo del claro y únicamente la rueda 3 se encuentra en él.

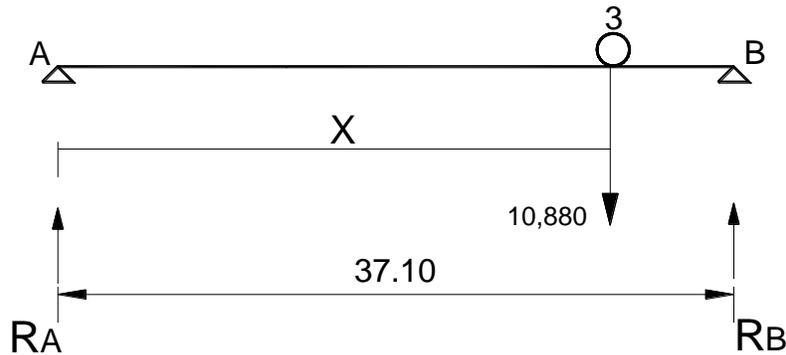


Figura A30 Posición de la rueda 3

$$R_A = 10880 \left(\frac{37.10 - x}{37.10} \right) = 10880 \left(1 - \frac{x}{37.10} \right)$$

$$M_x = R_A x$$

sección x	$\frac{x}{37.10}$	$1 - \frac{x}{37.10}$	R_A	$M_x \text{ (kg-m)}$
-------------	-------------------	-----------------------	-------	----------------------

34.00	0.9164	0.0836	909	30,910
36.00	0.9704	0.0296	323	11,613

Tabla A10

Conocidas las excentricidades y los esfuerzos que produce la precompresión en las fibras inferiores, se calcularán ahora los esfuerzos que produce la precompresión en las fibras superiores.

$$f_{tp} = f \left(1 + \frac{e}{r^2} y_i\right) = f \left(1 + \frac{e}{k_b}\right) \quad (\text{ref 5})$$

Sección	x	e	k _b	e/ k _b	1+ e/ k _b	f	f _{tp}
	m	cm	cm			kg/cm ²	kg/cm ²
	2.00	-11,5	50,4	-0,23	0,77	68,50	52,70
	4.00	-22,9	50,4	-0,45	0,55	68,50	37,80
	6.00	-34,4	50,4	-0,68	0,32	68,50	21,90
	8.00	-45,8	50,4	-0,91	0,09	68,50	6,20
	10.00	-57,3	50,4	-1,14	-0,14	68,50	-9,60
	12.00	-67,4	50,4	-1,34	-0,34	68,50	-23,30
	14.00	-74,1	50,4	-1,47	-0,47	68,50	-32,20
	16.00	-78,9	50,4	-1,57	-0,57	68,50	-39,00
	18.00	-80,8	50,4	-1,6	-0,6	68,50	-41,00
	18,55	-80,8	50,4	-1,6	-0,6	68,50	-41,00

Tabla A11

Sumando los esfuerzos que produce la precompresión debido a las combinaciones de carga, se encuentran los siguientes valores:

Sección	CM+P		CM+CMA+P		CM+CMA+P+CVI	
	ft	fb	ft	fb	ft	fb
2.00	69,9	66,3	75,3	58,2	85,3	43,30
4.00	68,8	67,3	76,9	65,8	95,6	28,80
6.00	66,8	71,3	81,5	49,4	107,7	10,20
8.00	62,1	78,1	80,4	50,9	112,9	2,40
10.00	55,5	87,8	76,8	56	114,3	0,00
12.00	48,9	97,5	72,9	61,7	114,3	0,00
14.00	45,3	103,6	70,6	65,8	114,8	0,00
16.00	41,9	108,1	68,5	68,4	114,4	0,00
18.00	41,3	109,7	68,3	69,4	114,8	0,00
18,55	41,4	109,6	68,4	69,3	114,8	0,00

Tabla A12

Imponiéndole a todas las secciones las mismas condiciones fijadas para la sección crítica, puede observarse en la tabla anterior que los resultados obtenidos para cada una de ellas es satisfactorios, ya que en ningún caso se pasa de los esfuerzos admisibles.

Fuerzas y esfuerzos cortantes

El sistema de construcción del concreto presforzado mejora el comportamiento de las estructuras así construidas, a los esfuerzos cortantes:

- a).-Los esfuerzos de tensión (tensión principal) se reducen considerablemente.
- b).-Los planos de agrietamiento resultan más inclinados que el concreto armado, por lo que los estribos pueden ir mas separados.
- c).-Cuando el cable es curvo, la componente tangencial de la precompresión reduce los esfuerzos producidos por las cargas externas.

Componente tangencial de la precompresión.

Tomando en cuenta que en el presente caso, los cables no son horizontales en la mayor parte de su trayectoria, la componente tangencial de la precompresión para las diferentes secciones se calculara partiendo de la inclinación del cable resultante.

$$T_p = P \text{sen } \alpha, P=416,480 \text{ kg}$$

Sección	x	e	$(e_2 \cdot e_1)/x$	$\text{sen } \alpha$	α	$\text{sen } \alpha$	P kg
	0.00	0	11,5	0,0575	3 ^a 18'	0,0575	23,948
	2.00	11,5	11,4	0,0575	3 ^a 18'	0,0575	23,948
	4.00	22,9	11,5	0,0575	3 ^a 18'	0,0575	23,948
	6.00	34,4	11,4	0,0575	3 ^a 18'	0,0575	23,948
	8.00	45,8	11,5	0,0575	3 ^a 18'	0,0575	23,948
	10.00	57,3	10,1	0,0505	2 ^a 54'	0,0505	21,032
	12.00	67,4	6,7	0,0335	1 ^a 59'	0,0335	13,952
	14.00	74,1	4,8	0,024	1 ^a 23'	0,0240	9,996
	16.00	78,9	1,9	0,0095	0 ^o 33'	0,0095	3,956
	18.00	80,8	0.00	0.00	0.00	0.0000	0.000
	18,55	80,8	0.00	0.00	0.00	0.0000	0.000

Tabla A13

Resumen de fuerzas cortantes

Sección	VCM	VCM+VCMA	VCM+VCMA+	Tp(-)	VCM+Tp	VCM+Tp+	VCM+VCMA+
X	kg	kg	VCVI kg	kg	kg	VCMA kg	VCVI+Tp kg
0.00	29,414	38,078	54,307	-23,948	5,466	14,130	30,359
2.00	24,163	32,087	47,368	-23,948	215	8,139	23,420

4.00	21,243	28,427	42,761	-23,948	-2,705	4,479	18,813
6.00	18,323	24,167	37,552	-23,948	-5,625	219	13,604
8.00	15,404	20,508	32,947	-23,948	-8,544	-3,443	8,999
10.00	12,483	16,847	28,336	-21,032	-8,549	-4,185	7,304
12.00	9,563	12,387	22,930	-13,952	-4,389	-1,565	8,978
14.00	6,643	8,927	18,522	-9,996	-3,353	-1,069	8,526
16.00	7,723	4,667	13,268	-3,956	3,767	711	9,312
18.00	803	1,007	8,706	0.00	803	1,007	8,706
18,55	0.00	0.00	7,439	0.00	0.00	0.00	7,439

Tabla A14

Esfuerzos cortantes.

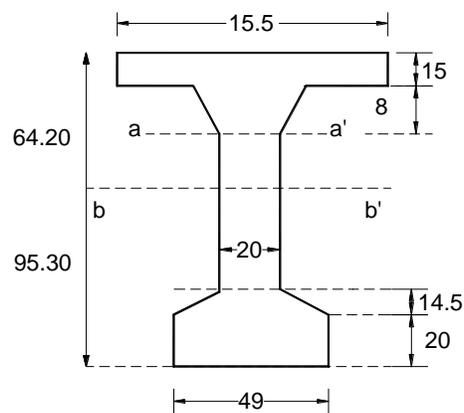


Figura A31 Secciones para revisión por cortante

Con los valores que se encontraron para la fuerza cortante en cada una de las secciones, se calcularán los esfuerzos cortantes en los planos horizontales críticos que son (a-a`) pasando por la unión del patín con el alma y (b-b`) que pasa por el centro de gravedad de la sección. Estos esfuerzos se calcularán con la siguiente fórmula:

$$v = \frac{v_{\max} m}{Ib}$$

v=esfuerzo cortante.

v_{\max} = fuerza cortante máxima.

m=momento estático del área.

b=ancho del alma.

I= momento de inercia.

Momento estático del área situada arriba de (a-a`) con respecto al eje que pasa por el centro de gravedad de la sección:

$$m_a = 155 \times 15 \times 56.7 + 8 \times 8 \times 46.5 + 20 \times 8 \times 45.2 = 142.036 \text{ cm}^3.$$

Momento estático del área situada arriba de (b-b') con respecto al eje que pasa por el centro de gravedad de la sección:

$$m_b = 142036 + 41.2 \times 20 \times 20.6 = 159,010 \text{ cm}^3.$$

Sustituyendo en la fórmula las constantes:

$$v = \frac{v_{\max} m}{Ib} = \frac{v_{\max} m}{19658355 * 20} = v_{\max} m \times 2.543 \times 10^{-9}$$

Sección x	V máx.	Momento Patín	estático C.C.	Esfuerzo Patín	cortante C.C.
2.00	23,420	142,036	159,036	8,50	9,50
4.00	18,823	142,036	159,036	6,80	7,60
6.00	13,604	142,036	159,036	4,90	5,50
8.00	8,999	142,036	159,036	3,30	3,60
10.00	8,549	142,036	159,036	3,10	3,50
12.00	8,978	142,036	159,036	3,20	3,60
14.00	8,526	142,036	159,036	3,10	3,40
16.00	9,312	142,036	159,036	3,40	3,80
18.00	8,706	142,036	159,036	3,10	3,50
18,55	7,439	142,036	159,036	2,70	3.00

Tabla A15

Se ha omitido en esta tabla la sección x=0, porque en ese tramo la viga tiene 49 cm de ancho y el esfuerzo cortante evidentemente no rige.

Tensión principal

Considerando que lo interesante respecto a los esfuerzos cortantes es la tensión principal (diagonal) que puede causar, se calculará esta para todos aquellos valores del esfuerzo cortante mayores de 9.45 kg/cm² que es la tensión admisible del concreto.

La tensión principal se calcula con la fórmula siguiente (Leonhardt, 1964):

$$t = -\frac{f_N}{2} + \sqrt{\left(\frac{f_N}{2}\right)^2 + v^2}$$

t=tensión principal

f_N = Compresión vertical

v=esfuerzo cortante

En la fórmula anterior puede verse que en estos casos la tensión principal es también función de la compresión que existe en los puntos considerados, y el efecto de esta es aliviar las tensiones.

En el presente caso solo en sección x=2 el esfuerzo cortante sobrepasa ligeramente al valor admisible y por lo tanto, solo para esa sección se calculará la tensión principal.

Tensión diagonal en (b-b')

$$t = -\frac{68.5}{2} + \sqrt{\left(\frac{68.5}{2}\right)^2 + 9.5^2} = -34.3 + 35.6 = 1.3 \text{ kg/cm}^2$$

Como pueden deducirse fácilmente del resultado anterior, en ninguna de las secciones la tensión diagonal resultará mayor que el esfuerzo admisible y teóricamente no será necesario ningún armado especial para resistir dicha tensión; sin embargo se pondrá un armado siguiendo alguno de los dos criterios que a continuación se exponen:

1.-Existe una fórmula semi-empírica en la que se recomienda emplear el acero a su límite elástico para estos casos e ignorando la propia resistencia del concreto. Esta fórmula se asemeja a la empleada para los estribos en concreto reforzado (Guyon, 1955).

$$s = \frac{f_N I a_s f_s}{2vmV}$$

s=separación de estribos

f_N = compresión horizontal.

I=momento de inercia.

a_s = área de las 2 ramas del estribo.

f_s = esfuerzo en el acero.

v=esfuerzo cortante

m=momento estático.

V=fuerza cortante.

Usando estribos de 3/8" tendremos.

$$s = \frac{68.5 \times 19,658 \times 1.42 \times 2,100}{2 \times 9.5 \times 159,010 \times 25,528} = 52.2 \text{ cm}$$

2.-Se recomienda usar algunos estribos nominales independientemente de que el cálculo demuestre que se necesitan, tomando en cuenta lo siguiente:

a).-El espaciamiento máximo de los estribos no debe ser mayor que las tres cuartas partes del peralte de la viga.

b).-La suma de las áreas transversales de los dos brazos de todos los estribos, no debe ser menor que el 0.08% del área de la sección transversal de la viga, para el espaciamiento máximo.

El espaciamiento máximo según a) será:

$$s = \frac{160 \times 3}{4} = 120 \text{ cm}$$

El área de acero mínimo para el espaciamiento máximo según b) será:

$$A_s = \frac{6,080 \times 0.08}{100} = 4.86 \text{ cm}^2$$

Colocando estribos de 3/8" de diámetro a una distancia de 35.1 cm centro a centro nos dará el acero requerido.

Anclajes

El elemento más importante por lo que respecta a la estática a la economía de la obra, es al aparato de tensar y los anclajes de armadura. Actualmente se disponen en la industria de la construcción de numerosos sistemas de anclaje, que aunque en su mayoría corresponden a patentes extranjeras, también en nuestro país ya se han ideado y patentado algunos de ellos por ingenieros mexicanos de los cuales se citará brevemente los tres siguientes:

1.- Anclaje Cemsa.- Puede considerarse como una variante del anclaje ideado por el Profesor Magnel, con la diferencia que en el Cemsa, se substituye cada placa sándwich por pieza metálica en la que se dejan los huecos que ocuparán después los alambres y las cuñas.

Un grupo de estas placas simplemente superpuestas y apoyadas sobre una placa de repartición anclada al cable, fue diseñada por el Ing. Vicente Guerrero y Gama.

2.- Anclaje ICA.-Este anclaje sirve para sujetar un alambre de 7 mm. Consiste en un cilindro metálico con un hueco tronco cónico, por el cual pasa el alambre por anclar y el cual se fija al cilindro por medio de 2 o 3 cuñas cónicas dentadas. Varios de estos anclajes se apoyan sobre una placa de repartición, apoyada a su vez sobre el extremo de la pieza presforzada.

3.- El anclaje ICA fue diseñado por el Ing. Juan Nessi, así como el gato de doble acción requerido para el tensado y el anclaje.

Anclaje Vinastier.-Este anclaje consta de dos partes principales, un bloque que sujeta los cables por tensar y una barra que tensa los alambres. El bloque de sujeción queda dentro de la primera dovella intermedia que es hueca.

Después de haber sido estirados los alambres, se conserva su deformación apretando contra el concreto una tuerca que se fija al extremo de la barra, que pasa a través de la dovella extrema que es sólida.

El bloque de sujeción, está formado de un cuerpo central contra, el cual se aprietan por medio de pernos, placas más angostas que sujetan los alambres. El número de placas varía con el número de alambre.

En este sistema los alambres pasan descubiertos a través de las dovelas huecas, siguiendo una trayectoria poligonal con inflexiones en los diafragmas.

Este sistema fue ideado por el Ing. Félix Vinatier.

Sistema Feyssinet

El anclaje de freyssinet es el más difundido en el mundo, fue patentado en Francia en el año de 1939 y es el que se propone para esta obra.

Materiales que se utilizan en este sistema:

El cable es cilíndrico, está formado por una capa de alambres de alta resistencia, (18 alambres de 5 mm de diámetro en este caso), dispuestos alrededor del perímetro de un resorte central formado por una hélice de alambre de 1.5 mm de diámetro y con un paso de 3 cm. Los alambres se sujetan al resorte mediante ligaduras.

El resorte central facilita la confección del cable, evita que los alambres se encimen unos sobre otros y proporciona en el centro del cable un conductor para las inyecciones del mortero de cemento que se aplicarán después de tensar los alambres.

Una vez formados los cables se hacen pasar por los conductos dejados en las dovelas, valiéndose de un hilo piloto que se soldó a uno de los extremos del cable. Cada cable se dejará sobresalir de los conos de anclaje unos 55 cm con objeto de poder instalar los gatos para tensar.

El cable que se acaba de describir tiene las siguientes características:

Resistencia a la ruptura =61,290 kg

Tensión final recomendada=34,958 kg

Área del acero del cable=3.502 cm²

Diámetro del cable =36 mm

Peso por metro de cable=2.74 kg

Cono de anclaje.

El cono de anclaje se compone de dos piezas, un cono hembra y un cono macho.

El cono hembra, es un bloque cilíndrico de concreto de alta resistencia, provisto de un agujero cónico central de pendiente 1/8" de diámetro aproximadamente con enlaces curvos, que lleva interiormente un zuncho de pequeño paso de acero duro de alta resistencia y exteriormente un zuncho de acero dulce en capas múltiples y de una sección cuatro o cinco veces mayor que la del zuncho interior.

El cono macho es concéntrico con el cono hembra, de menor diámetro que este último y dimensionado de modo que quede la holgura necesaria para que los hilos del cable puedan ser colocados entre ambos.

El cono macho está taladrado axialmente por un conducto que sirve para las inyecciones.

Las dimensiones del cono de anclaje son las siguientes:

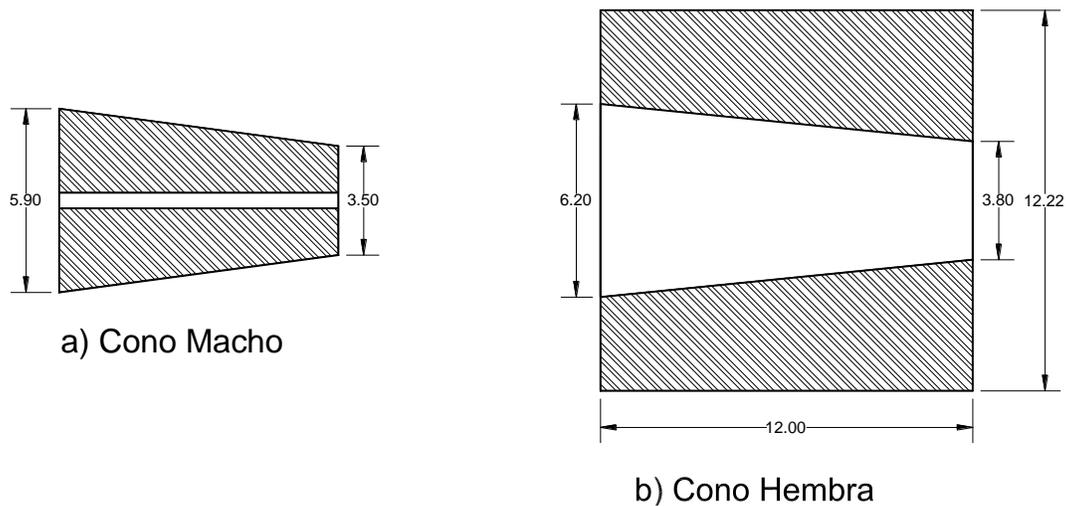


Figura A32 Conos de tensado

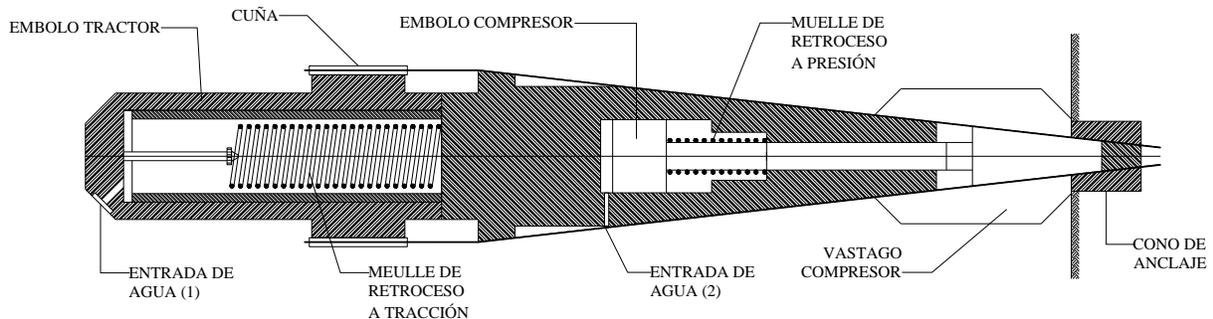


Figura A33 Gatos para tensar

El gato es de doble acción, es decir, tiene dos émbolos, uno tractor y otro compresor que son accionados mediante corrientes de agua a presión.

El gato se coloca apoyándose directamente sobre el cono hembra y los alambres que se van a tensar, se sujetan exteriormente al embolo tractor de dos en dos por medio de cuñas metálicas. Introduciendo agua a presión por la abertura (1) sale hacia atrás el embolo tractor y con ello se tensan los alambres, como se observa en la figura A33. Conseguida la tensión necesaria, se introduce agua a presión por la abertura (2), con lo que se consigue empujar al embolo compresor y con él, el cono macho que penetra en el cono hembra, sujetándose así a los alambres que se tensaron. Una vez terminados los procesos de tensado y de compresión, se

sueltan las tuberías que llevan el agua a presión, se devuelven los émbolos a su posición inicial por medio de los resortes correspondientes y se retira el gato.

Después de efectuado el tensando de los cables, para asegurar la adherencia entre la armadura y el concreto, se inyectará por el conducto central del cono macho mortero de cemento, compuesto aproximadamente de 2/3 de cemento y 1/3 de arena fina, en volumen.

Asientos para los conos de anclaje

Conocido el sistema de anclaje que se propone para esta obra, es conveniente proceder a preparar la zona de concreto donde se van a apoyar los conos de anclaje.

En los extremos de la viga los conos de anclaje actúan como fuerzas concentradas sobre superficies de concreto pequeñas, dando lugar a esfuerzos de tensión y corte, que es necesario soportar mediante la armadura necesaria.

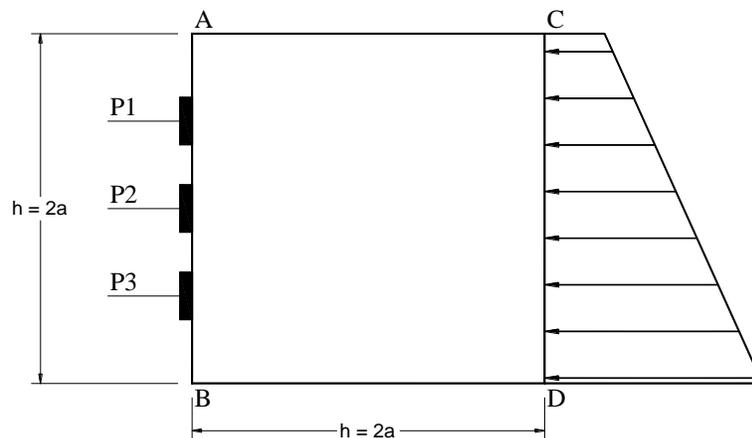


Figura A34 Esfuerzos debidos a las cargas del acero

Se sabe que a partir de cierta distancia del plano donde se aplican las fuerzas, del orden del peralte de la viga, el diagrama de la precompresión puede considerarse lineal y continuo, en general en forma de trapecio, como se observa en la figura A34. Despreciando la acción local de las cargas externas, este trapecio equilibra a las fuerzas aplicadas en el plano AB, en donde la ley de variación de esfuerzos es discontinua, alcanzando las compresiones valores elevados en las pequeñas superficies donde están concentradas las fuerzas, y siendo nulas fuera de estas superficies de aplicación. El segmento de viga comprendido entre los planos AB y CD se llama zona de enlace.

El paso de la ley discontinua a la ley continua, es gradual, dando origen en la zona de enlace a la existencia de esfuerzos de tensión y corte, que es necesario evaluar con objeto de proporcionar la armadura necesaria para resistir dichos esfuerzos. La determinación de estos esfuerzos generalmente se hace en forma aproximada, por ser un problema teórico de gran dificultad.

El cálculo de los esfuerzos en la zona de enlace de las vigas para el presente trabajo, se hará basándose en la reglas prácticas de zunchado que da Guyon, empleando diagramas y coeficientes.

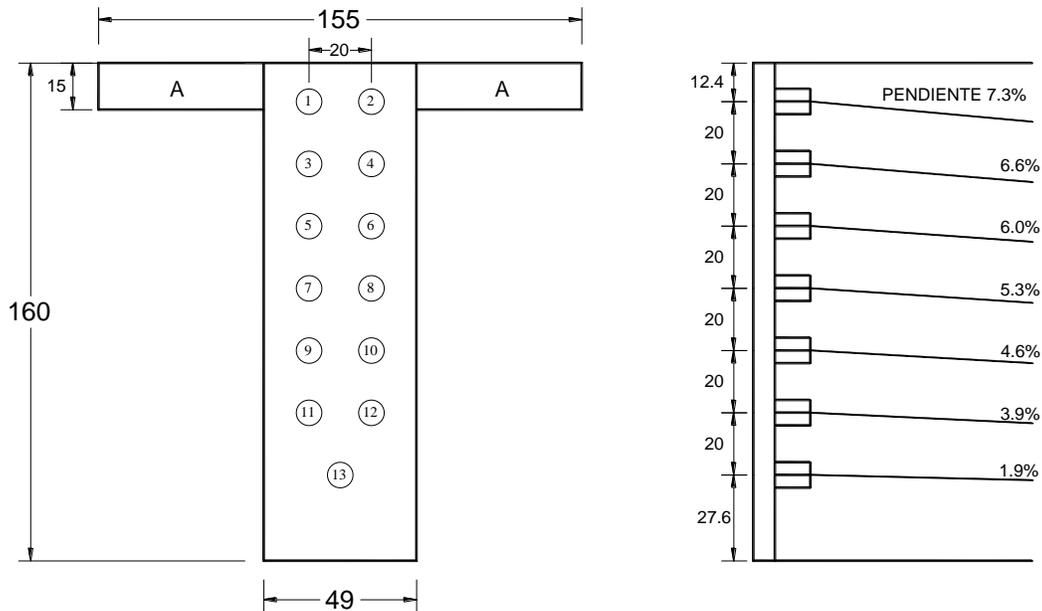


Figura A35 Ubicación del acero de presfuerzo

En cada extremo de la viga se han dispuesto trece conos de anclaje, que transmitirán al concreto, la fuerza de precompresión de 33.5 toneladas cada uno, como se observa en la figura A35.

La viga en los extremos tiene una superficie de 9,430 cm², está formada por una sección rectangular de 160 x 49 cm y dos rebordes de 15 x 53 cm.

Si aislamos la sección rectangular de 160 x 49 cm practicando dos cortes según dos planos indicados por puntos en la figura, que separan a los rebordes A del resto de la viga, la sección rectangular se hallará así sometida a las fuerzas ejercidas por los conos y las fuerzas interiores que se ejercen en los planos de puntos. Si se considera el equilibrio del conjunto imaginando la proyección de las fuerzas sobre el plano vertical axial, puede admitirse que la acción de los rebordes sobre la sección rectangular equivale a un cizallamiento a lo largo de los planos de corte.

Los esfuerzos cortantes tienen un resultante F' , igual a la fracción de la precompresión que se ejerce a través de los rebordes.

$$F = 33.5 \times 13 = 46.2 \text{ kg/cm}^2 ; P' = 46.2 \times 106 \times 15 = 73,458 \text{ kg}$$

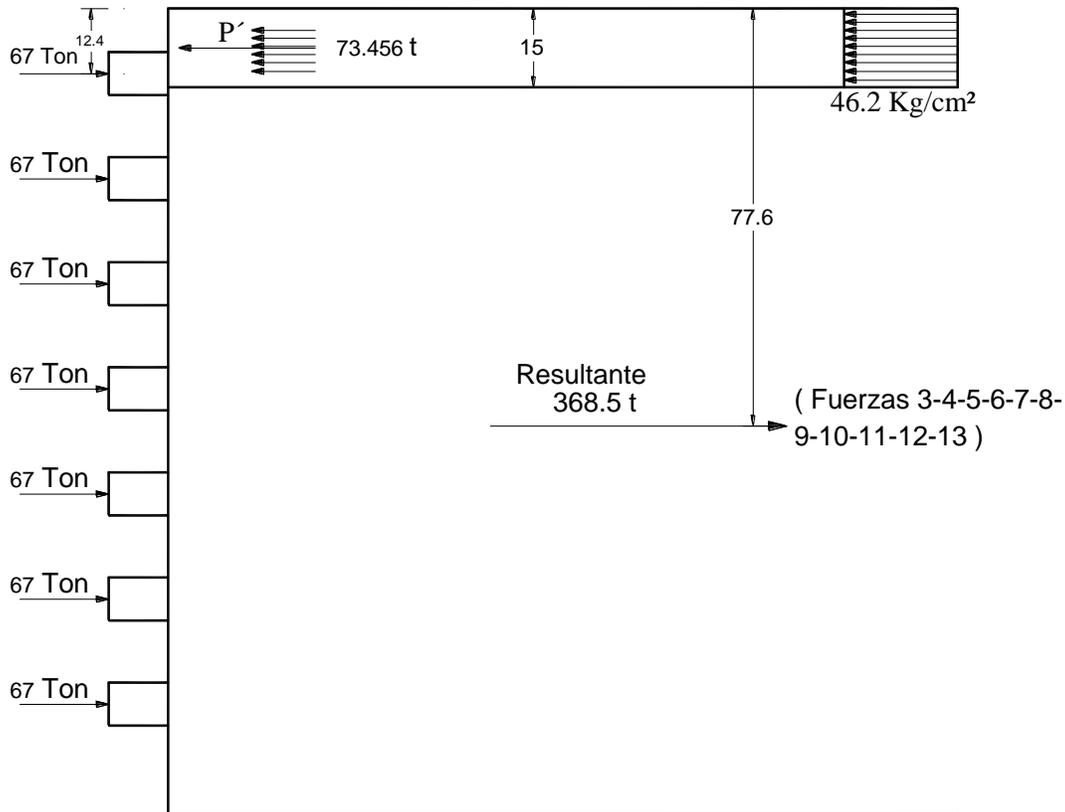


Figura A36 Cargas debidas al acero de presfuerzo

Para simplificar el problema se puede considerar que la acción de los conos uno y dos queda anulada por la acción de P' , quedando la sección rectangular bajo la acción de las 11 fuerzas restantes, que tienen una resultante que dista 77.6 cm de la arista superior, como se observa en la figura A36.

La regla de las resultantes sucesivas no es aplicable en este caso, ya que no se trata de grupos de fuerzas claramente definidas, por lo que se procederá de la manera siguiente:

Se aplicará la regla del prisma simétrico a la resultante de las 11 fuerzas, para determinar los esfuerzos en la línea de acción de esta y después se determinarán los esfuerzos en la línea de acción de cada una de las fuerzas.

Esfuerzos n_y en la línea de acción de la resultante

Para determinar los esfuerzos es necesario sustituir la base real de los conos (diámetro de 12.22 cm) por una base cuadrada de la misma área (lado de 10.80 cm), en la que supondremos la fuerza uniformemente repartida. También será preciso considerar dividida la semialtura del prisma simétrico en ocho partes iguales, es decir entre las horizontales 0, + $a/8$, + $a/4$, + $3a/8$, + $a/2$, + $5a/8$, + $3a/4$, + $7a/8$, + a ya que los coeficientes están dados en las tablas para este tipo de divisiones. Tomando en cuenta que la semialtura del prisma simétrico es de 77.6 cm = a , las horizontales citadas quedarán espaciadas a 9.7 cm.

Si se considera que la fuerza de 67 ton (conos 3 y 4) se representa en un cuadro de 10.8 cm de lado, el esfuerzo en esta base será por centímetro de altura igual a $67,000/10.8 = 6,204$ kg. La fuerza de 67 ton se puede descomponer en una fuerza de 13,028 kg. ($6,204 \times 2.1$)

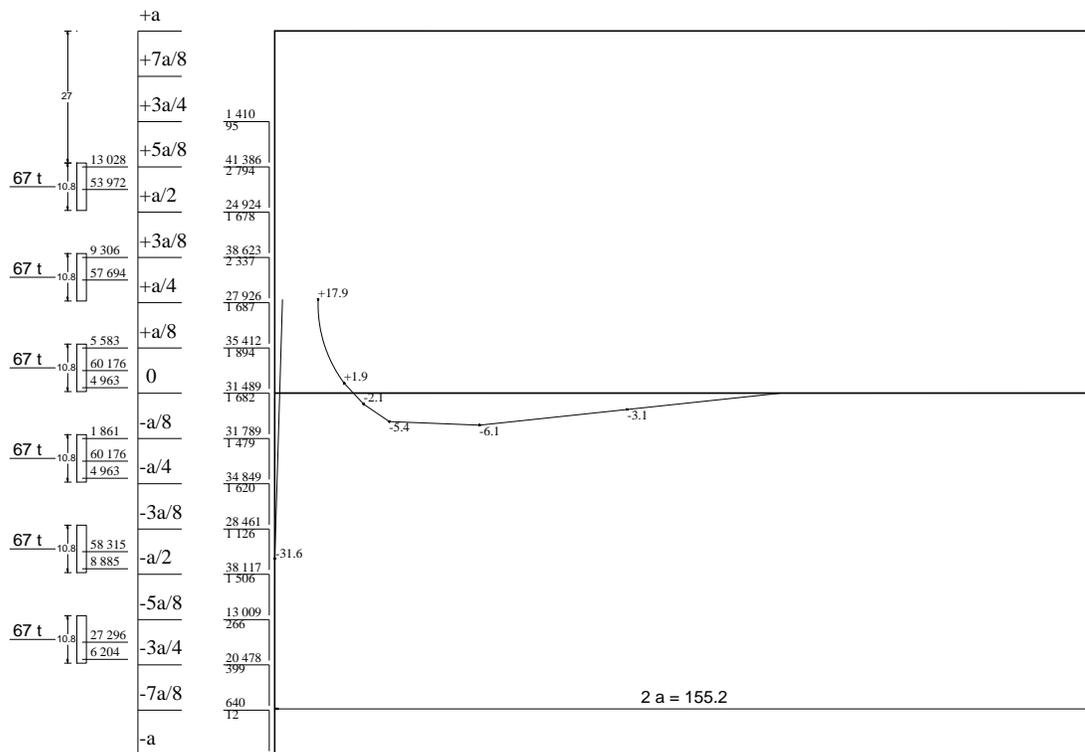


Figura A37 Línea de acción de la resultante

Situada entre las horizontales 3a/4 y 5a/8, y otra fuerza de 53,972 kg (6,204 x 8.7) situada entre las horizontales 5a/8 y a/2. La descomposición de estas fuerzas entre las horizontales 3a/4, 5a/8 y a/2 es entonces la siguiente:

$$3a/4 : (13,028 \times 1.05) / (9.7) = 1,410 \text{ kg.}$$

$$5a/8 : (13,028 \times 8.65) / (9.7) + (53,972 \times 5.35) / (9.7) = 41,386 \text{ kg}$$

$$a/2 : (53,972 \times 4.35) / (9.7) = 24,204 \text{ kg}$$

Tomando en cuenta que los cables llegan a los conos 3 y 4 con una pendiente de 6.6 %, las fuerzas anteriores tienen componentes tangenciales que valen:

$$3a/4 : (1,410 \times 6.6) / (100) = 93 \text{ kg.}, \quad 5a/8 : (41,386 \times 6.6) / (100) = 2,731 \text{ kg}$$

$$a/2 : (24,204 \times 6.6) / (100) = 1,597 \text{ kg}$$

Procediendo en forma análoga con cada una de las fuerzas, se encontraron los valores que aparecen en la figura.

Esfuerzos ny debidos a las fuerzas normales

Cada una de las fuerzas P aplicadas en las horizontales que divide la altura del prisma simétrico en 16 partes iguales, da lugar en el eje del prisma a un esfuerzo n_y igual al producto del valor dado en las tablas por la compresión media $P/(2a \times 2b) = P/(155.2 \times 49) = P / 7,605$ debida a esta fuerza.

Posición	Fuerza kg	x = 0		x = a/6		x = a/3	
		Coficiente	Producto	Coficiente	Producto	Coficiente	Producto
+ 3a/4	1,410	-1.222	-1,723	-0.601	-847	0.125	176
+ 5a/8	41,386	-0.950	-39,317	-0.38	-15,727	0.210	8,691
+ a/2	24,924	-0.758	-18,892	-0.025	-623	0.238	5,932
+ 3a/8	38,623	-0.642	-24,796	0.550	21,243	0.190	7,338
+ a/4	27,916	-0.566	-15,800	1.004	28,028	0.074	2,066
+ a/8	35,412	-0.54	-19,122	1.120	39,661	-0.320	-11,332
0	31,489	-0.523	-16,469	-0.488	-15,367	-0.500	-15,745
- a/8	31,789	-0.54	-17,166	1.120	35,604	-0.320	-10,172
- a/4	34,864	-0.566	-19,733	1.004	35,003	0.074	2,580
- 3a/8	28,461	-0.642	-18,272	0.550	15,654	0.190	5,408
- a/2	38,117	-0.758	-28,893	-0.025	-953	0.238	9,072
- 5a/8	13,009	-0.950	-12,359	-0.380	-4,943	0.210	2,732
- 3a/4	20,478	-1.222	-25,024	-0.601	-12,307	0.125	2,560
- 7a/8	640	-1.610	-1,030	-0.800	-512	-0.130	-83
Fuerza total			-258,597		123,913		9,222
			-34.1		16.4		1.2
n_y			kg/cm ²		kg/cm ²		kg/cm ²

Tabla A16 Esfuerzos n_y

Posición	Fuerza kg	x = a/2		x = 2a/3		x = a		x = 3a/2	
		Coficiente	Producto	Coficiente	Producto	Coficiente	Producto	Coficiente	Producto
+ 3a/4	1,410	0.192	271	0.250	353	0.242	341	0.122	172
+ 5a/8	41,386	0.220	9,105	0.174	7,201	0.130	5,380	0.062	2,566
+ a/2	24,924	0.154	3,838	0.062	1,545	-0.024	-598	-0.016	-399
+ 3a/8	38,623	0.040	1,545	-0.090	-3,476	-0.170	-6,566	-0.074	-2,858
+ a/4	27,916	-0.144	-4,020	-0.266	-7,426	-0.262	-7,314	-0.128	-3,573
+ a/8	35,412	-0.340	-12,040	-0.360	-12,748	-0.300	-10,624	-0.158	-5,595
0	31,489	-0.462	-14,548	-0.423	-13,320	-0.314	-9,888	-0.161	-5,070
- a/8	31,789	-0.340	-10,808	-0.360	-11,444	-0.300	-9,537	-0.158	-5,023
- a/4	34,864	-0.144	-5,020	-0.266	-9,274	-0.262	-9,134	-0.128	-4,463
- 3a/8	28,461	0.040	1,138	-0.090	-2,561	-0.170	-4,838	-0.074	-2,106
- a/2	38,117	0.154	5,870	0.062	2,363	-0.024	-915	-0.016	-610
- 5a/8	13,009	0.220	2,862	0.174	2,264	0.130	1,691	0.062	807
- 3a/4	20,478	0.192	3,932	0.250	5,120	0.242	4,956	0.122	2,498
- 7a/8	640	0.120	77	0.280	179	0.325	208	0.166	106
Fuerza total			-17,799		-41,225		-46,837		-23,547
			- 2.3		- 5.4		- 6.1		- 3.1
n_y			kg/cm ²		kg/cm ²		kg/cm ²		kg/cm ²

Tabla A17 Esfuerzos n_y

Esfuerzos n_y debido a las cargas tangenciales

Posición	Fuerza kg	x = 0		x = a/6		x = a/3		x = a/2	
		Coficiente	Producto	Coficiente	Producto	Coficiente	Producto	Coficiente	Producto
+ 3a/4	93	5.66	526	2.96	275	0.87	81	0.19	18
+ 5a/8	2,731	4.32	11,798	3.05	8,330	1.36	3,714	0.35	956
+ a/2	1,639	4.00	6,556	3.10	5,081	1.52	2,491	0.44	721
+ 3a/8	2,278	4.32	9,841	3.05	6,948	1.36	3,098	0.35	797
+ a/4	1,645	5.66	9,311	2.96	4,869	0.87	1,431	0.19	313
+ a/8	1,841	10.44	19,220	1.02	1,878	0.15	276	0.05	92
0.00	1,658	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
- a/8	1,431	-10.44	-14,940	-1.02	-1,460	-0.15	-215	-0.05	-72
- a/4	1,568	-5.66	-8,875	-2.96	-4,641	-0.87	-1,364	-0.19	-298
- 3a/8	1,110	-4.32	-4,795	-3.05	-3,386	-1.36	-1,510	-0.35	-389
- a/2	1,486	-4.00	-5,944	-3.10	-4,607	-1.52	-2,259	-0.44	-654
- 5a/8	245	-4.32	-1,058	-3.05	-747	-1.36	-333	-0.35	-86
- 3a/4	389	-5.66	-2,202	-2.96	-1,151	-0.87	-338	-0.19	-74
- 7a/8	12	-10.44	-125	-1.02	-12.00	-0.15	-2.00	-0.05	-1.0
Fuerza total			19,313		11,377		5,071		1,325
			2.500		1.500		0.700		0.200
ny			kg/cm ²		kg/cm ²		kg/cm ²		kg/cm ²

Tabla A18 Esfuerzos ny tangenciales

En definitiva resultan, los siguientes esfuerzos ny en el eje del prisma, en kg/cm²

Distancia a la cara de aplicación en cm.		a/6	a/3	a/2	2a/3	a	3a/2	2a
	0.00	12.9	25.9	38.8	51.7	77.6	116.4	155.2
Esfuerzo ny producido por las cargas normales	-34.1	16.4	1.2	-2.3	-5.4	-6.1	-3.1	0.00
Esfuerzo ny producido por las cargas tangenciales	2.5	1.5	0.7	0.2	0.00	0.00	0.00	0.00
Esfuerzo ny totales	-31.6	17.9	1.9	-2.1	-5.4	-6.1	-3.1	0.00

Tabla A19 Esfuerzos resultantes

La gráfica de variación de los esfuerzos ny está trazada en la figura A37.

Debe observarse que para $x = 0$ (es decir en el plano que contiene los conos) el esfuerzo ny en el eje del prisma no es una tensión, por actuar junto a un cono; es preciso añadir a la tensión calculada el esfuerzo de compresión que produce el cono, o sea en este caso, $67,000 / (10.8 \times 49) = 67,000 / 529.2 = 126.6 \text{ kg/cm}^2$, se tiene pues, para $x = 0$ un esfuerzo ny de compresión igual a $126.6 - 31.6 = 95 \text{ kg/cm}^2$.

Pero un poco bajo del eje del prisma (en la zona comprendida entre los conos 5-6 y 7-8) vuelve a aparecer la tensión de 31.6 kg/cm^2 que resultó del cálculo anterior. Existen pues, entre los

conos una zona de pequeño espesor sometida a tensión y ahí la fuerza de tensión es igual al producto del área de la zona en tensión adyacente a 0, por el ancho de 49 cm, o sea por distar sensiblemente el esfuerzo nulo de 1.5 cm de la cara, igual aproximadamente a $\frac{1}{2} \times 31.6 \times 1.5 \times 49 = 1,158 \text{ kg}$.

Esta zona en tensión esta seguida de una zona de compresión, en la cual es el esfuerzo σ_y alcanza un máximo bastante mal definido por la tabla anterior, que no da valor alguno para una abscisa intermedia entre 0 y $a/6$. Esto afecta muy poco; si se quiere trazar correctamente el diagrama de esfuerzos σ_y debidos a las cargas normales, es preciso que el área positiva sea igual al área negativa del mismo diagrama, y con esto se obtendría un esfuerzo máximo de compresión del orden de 60 kg/cm^2 .

Existe después una zona profunda de tensión que comienza a unos 26 cm de la cara de apoyo, en está la tensión es inferior a 9.5 kg/cm^2 , que es la tensión admisible y por lo tanto no será necesario zunchado alguno en esta zona.

Esfuerzos en las líneas de acción de las fuerzas

La determinación de los esfuerzos en la línea de acción de cada una de las fuerzas, se hará haciendo uso del siguiente diagrama que da Guyon (Guyon, 1955):

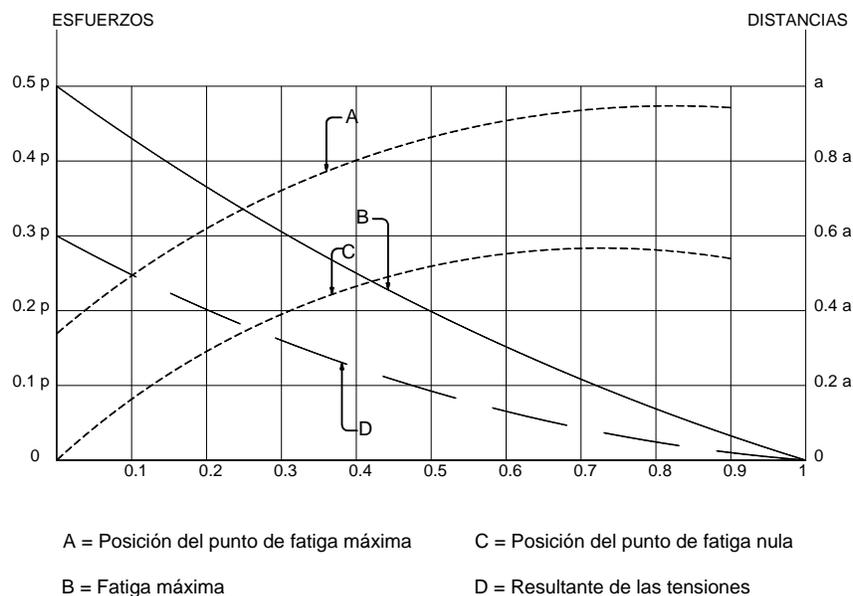


Figura A38 Líneas de acción de las fuerzas

Para hacer uso de este diagrama, es necesario considerar que cada una de las fuerzas actúa en el centro de un compartimiento. Para este caso se puede admitir que las fuerzas 1 y 2 afecten compartimientos de $15 \times 77.5 \text{ cm}$; las fuerzas 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 a compartimientos de $20 \times 24.5 \text{ cm}$, y las fuerza 13 (aplicando a esta la regla del prisma simétrico) a un compartimiento de $55.2 \times 49 \text{ cm}$.

Fuerza 1

$$\text{Área del compartimiento} = 15 \times 77.5 = 1,162 \text{ cm}^2$$

$$\text{Compresión media} = p = 33,500 / 1,162 = 28.8 \text{ kg/cm}^2$$

Entrando con la relación de reparto a'/a al diagrama, encontramos; el valor del esfuerzo máximo de tensión, la posición de este máximo y además la posición del punto de esfuerzo nulo.

Para $a'/a = \text{altura cargada} / \text{altura del compartimiento} = 10.8/15 = 0.72$ se encontró:

Esfuerzo máximo de tensión $n_y = 0.13 p = 0.13 \times 28.8 = 3.7 \text{ kg/cm}^2$.

Posición del esfuerzo máximo de tensión: $a \cdot 0.9 a = 0.9 \times 7.5 = 6.7 \text{ cm}$ del apoyo.

Posición del punto de esfuerzo nulo: $a \cdot 0.46 a = 0.46 \times 7.5 = 3.5 \text{ cm}$ de la cara de apoyo.

En este caso no se dibujara el diagrama de esfuerzos, ya que el esfuerzo máximo de tensión es menor que 9.5 kg/cm^2 , que es la tensión admisible, y no será necesario disponer zunchos verticales para resistir ese esfuerzo.

Zunchos horizontales

Para calcular estos zunchos, es necesario considerar que la fuerza 1 actúa en un compartimiento de $77.5 \times 15 \text{ cm}$.

Para la relación de reparto a'/a que en este caso es igual a 0.14 se encuentra con la ayuda del diagrama los siguientes resultados:

Esfuerzo máximo de tensión $n_y = 0.38 p = 0.38 \times 28.8 = 10.9 \text{ kg/cm}^2$.

Posición del esfuerzo anterior: $x = 0.52 a = 0.52 \times 38.8 = 20.2 \text{ cm}$.

Posición del punto de esfuerzo nulo: $x = 0.23 a = 0.23 \times 38.8 = 8.9 \text{ cm}$.

Con los datos anteriores se puede trazar el diagrama de esfuerzos. Para simplificar el problema se acostumbra trazar este diagrama triangular, aumentando el valor de la tensión máxima en 10%, lográndose con esto hacerlo prácticamente equivalente al diagrama exacto, como se observa en la figura A39.

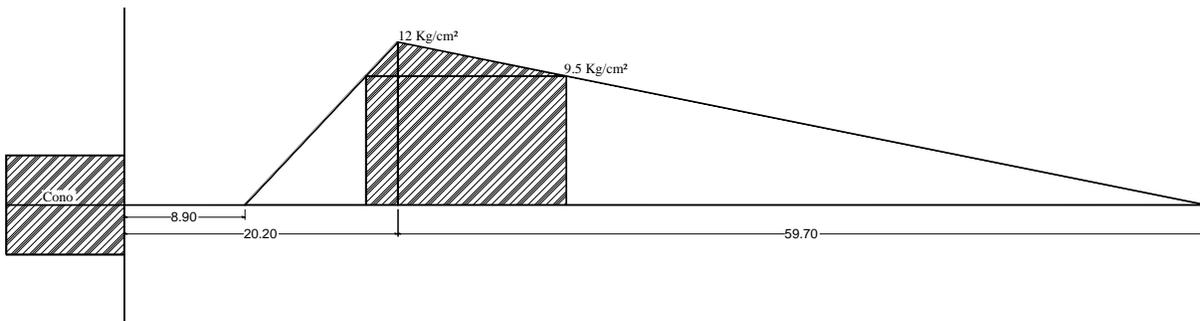


Figura A39 Diagrama de esfuerzos debido a la fuerza 1

La tensión resultante que actúa en una rebanada del compartimiento de un centímetro de espesor, es igual a la superficie del triangulo, que tiene una base de $77.5 - 8.9 = 68.6 \text{ cm}$ y una altura de 12 cm .

$$T_1 = \frac{1}{2} \times 68.6 \times 12 = 412 \text{ kg}$$

Para los 15 cm que tiene el compartimiento de espesor, la tensión resultante será:

$$T = 412 \times 15 = 6,180 \text{ kg}$$

No será preciso resistir la totalidad de esta resultante, por que en todas las zonas donde la tensión n_y sea menor que 9.5 kg/cm^2 no necesitan ser zunchadas. Si cortamos el diagrama por medio de la horizontal que representa la tensión de 9.5 Kg/cm^2 , se ve que es necesario zunchar únicamente la zona rayada.

La tensión que deben resistir los zunchos es:

$$T' = 6,180 \left(1 - (9.5/12)^2 \right) = 6,180 \times 0.37 = 2,287 \text{ kg.}$$

Dispondremos armaduras horizontales de $\frac{1}{4}" \text{ } \emptyset$, en el plano vertical paralelo a la cara en que va alojado el cono y pasa por el punto donde la tensión es máxima.

Cada alambroón de $\frac{1}{4}" \text{ } \emptyset$ resiste a la tensión: $1,265 \times 0.32 = 405 \text{ kg}$, por lo que será necesario disponer $2,287/405 = 5.6$ varillas a lo largo del ancho de 15 cm , o sea un zuncho con paso de $15/5.6 = 2.6 \text{ cm}$.

Fuerza 3

Área del compartimiento = $20 \times 24.5 = 490 \text{ kg/cm}^2$

Compresión media = $p = 33\,500 / 490 = 68.4 \text{ kg/cm}^2$

Entrando al diagrama con $a'/a = 10.8 / 20 = 0.54$, se tiene: esfuerzo máximo de tensión = $n_y = 0.22 p = 0.22 \times 68.4 = 14.4 \text{ kg/cm}^2$.

Posición del esfuerzo anterior: $x = 0.85 a = 0.85 \times 10 = 8.5 \text{ cm}$.

Posición del punto de esfuerzo nulo: $x = 0.42 a = 0.42 \times 10 = 4.2 \text{ cm}$.

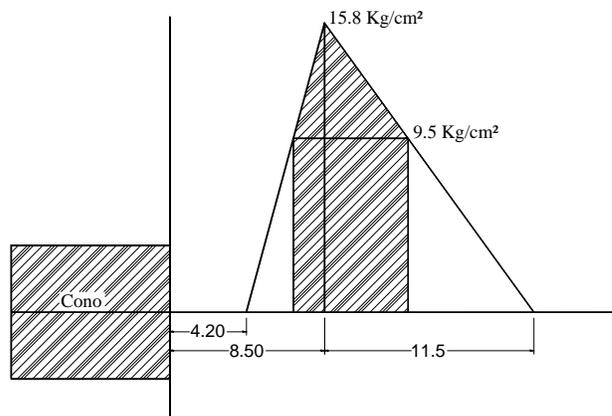


Figura A40 Diagrama de esfuerzos debido a la fuerza 3

La tensión que actúa en una rebanada del compartimiento de un centímetro de espesor vale:

$$T1 = \frac{1}{2} \times 15.8 \times 15.8 = 124.8 \text{ kg}$$

Para los 24.5 cm que tiene de espesor el compartimiento, la tensión resultante será:

$$T = 124.8 \times 24.5 = 3,058 \text{ kg}$$

La tensión que deben resistir los zunchos es:

$$T' = 3,058 \left(1 - (9.5 / 15.8)^2 \right) = 3,058 \times 0.64 = 1,957 \text{ kg.}$$

Si disponemos armaduras verticales de un $\frac{1}{4}$ " de diámetro, será necesaria $1,957 / 405 = 4.8$ varillas a lo largo del ancho de 24.5 cm, o sea un zuncho en forma de orquilla con un paso de $24.5 / 4.8 = 5.1$ cm.

Zunchos horizontales

Para determinar la tensión se considera que la fuerza 3 actúa en un compartimiento de $24.5 \times 20 = 490$ cm.

Entrando al diagrama con $a'/a = 10.8 / 24.5 = 0.44$ se tiene:

Esfuerzo máximo de tensión $n_y = 0.26 p = 0.26 \times 68.4 = 17.8 \text{ kg/cm}^2$.

Posición del esfuerzo anterior: $x = 0.82 a = 0.82 \times 12.3 = 10.1$ cm.

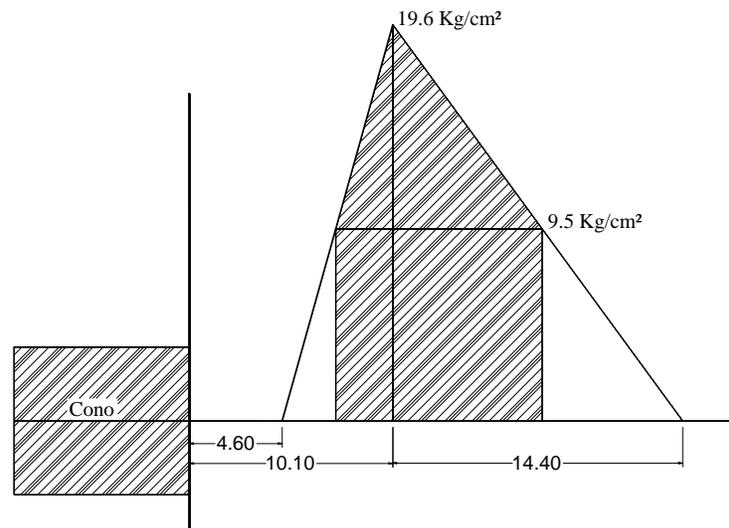


Figura A41 Diagrama de esfuerzos debido a la fuerza 3

Posición del punto de esfuerzo nulo: $x = 0.37 a = 0.37 \times 12.3 = 4.6$ cm.

La tensión que actúa en una rebanada del compartimiento de un centímetro de espesor vale:

$$T_1 = \frac{1}{2} \times 19.9 \times 19.6 = 195 \text{ kg}$$

Para los 20 cm de espesor que tiene el compartimiento la tensión resultante será:

$$T = 195 \times 20 = 3,900 \text{ kg}$$

La tensión que deben resistir los zunchos horizontales es:

$$T' = 3,900 \left[1 - \left(\frac{9.5}{19.6} \right)^2 \right] = 39,00 \times 0.77 = 3,003 \text{ kg}$$

Si disponemos armaduras horizontales de $\frac{1}{4}$ " de diámetro, será necesario $3,003/405 = 7.4$ varillas a lo largo del ancho de 20 cm, o sea un zuncho con un paso de $20 / 7.4 = 2,7$ cm.

Fuerza 13

Aplicando a esta fuerza la regla del prisma simétrico, esta actuará en un compartimiento de $55.2 \times 49 = 2,705 \text{ cm}^2$.

Compresión media $p = 33,500 / 2,705 = 12.4 \text{ kg/cm}^2$

Entrando al diagrama con $a'/a = 10.8 / 55.2 = 0.19$ se tiene:

Esfuerzo máximo de tensión $n_y = 0.37 p = 0.37 \times 12.4 = 4.6 \text{ kg/cm}^2$

Posición del máximo anterior: $x = 0.6 a = 0.6 \times 27.6 = 16.6 \text{ cm}$

Posición del punto de esfuerzo nulo: $x = 0.27 a = 0.27 \times 27.6 = 7.5 \text{ cm}$

Zunchos Horizontales

Para determinar la tensión se considera que la figura A41 actúa en un compartimiento de $49 \times 55.2 \text{ cm}$.

Entrando al diagrama con $a'/a = 10.8 / 49 = 0.23$ se tiene:

Esfuerzo máximo de tensión $n_y = 0.36 p = 0.36 \times 12.4 = 4.5 \text{ kg/cm}^2$

Posición del máximo anterior: $x = 0.64 a = 0.64 \times 24.5 = 15.7 \text{ cm}$

Posición del punto de esfuerzo nulo: $x = 0.29 a = 0.29 \times 24.5 = 7 \text{ cm}$

Zunchos superficiales

Además de los zunchos que ya se vió son necesarios para resistir las tensiones calculadas anteriormente, hay necesidad de disponer un zuncho vertical y otro horizontal tan cerca como sea posible de la base de apoyo del cono, para tener en cuenta los esfuerzos superficiales. Considerando que los esfuerzos de tensión sean fuertes en la superficie, su resultante es poco importante, porque la zona en tensión es de pequeño espesor y se puede admitir en estos casos que esa resultante vale aproximadamente un 4% de P, es decir, $4 \times 33\,500 / 100 = 1,340 \text{ kg}$. Aunque 3.3. Varillas de $\frac{1}{4}$ " de diámetro son suficientes para cada uno de los conos, se pondrá un zuncho de $\frac{1}{4}$ " de diámetro con un paso de 4 cm con objeto de que existan sobradamente las varillas requeridas junto a la base del cono.

Resumiendo se pondrán los siguientes zunchos:

Fuerza	Compartimiento	Zunchado vertical				Zunchado Horizontal			
		Distancia	Paso	Distancia	Paso	Distancia	Paso	Distancia	Paso
1	15 x 77.5	2	4	-	-	2	4	20.2	2.6
3	20 x 24.5	2	4	8.5	5.1	2	4	10.1	2.7
13	55.2 x 49	2	4	-	-	2	4	-	-

Tabla A20

Se añadirán algunas armaduras alrededor de los conos, para tener en cuenta que una parte de las fuerzas es transmitida por la superficie lateral de estos y que por esa causa se producen tensiones en la zona de incrustación.

Pérdidas de tensión en el acero y tensión inicial en los gatos

a).- Pérdidas por deformación plástica, contracción y deformación elástica

Se calculan con la siguiente fórmula para concreto postensado (Guyon, 1955):

$$211 + 11 fcs + 0.04 fsi$$

fcs = esfuerzo promedio en el concreto

fsi = esfuerzo inicial en el acero

$$fcs = P_o / A_o = 489,976 / 6,080 = 80.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$fsi = P_o / A_s = 489,976 / 43.6 = 11,238 \text{ kg/cm}^2$$

$$211 + 11 * 80.6 + 0.04 * 11,238 = 1,547.1 \text{ kg/cm}^2$$

El valor anterior nos indica una pérdida de 13.8 %, que es menor que el valor supuesto de 15%

b).- Pérdida por el deslizamiento del anclaje

Considerando que en este tipo de anclaje, el cono macho penetra más o menos 0.5 cm, esta pérdida valdrá:

$$0.5 \times 1,968,680 / 3,760 = 261.8 \text{ kg/cm}^2$$

c).- Pérdida por fricción

Para estimar la pérdida por fricción, se supone un coeficiente $\mu = 0.5$ para cables en conductos de concreto liso y por excentricidad $K = 0.0032$ por metro.

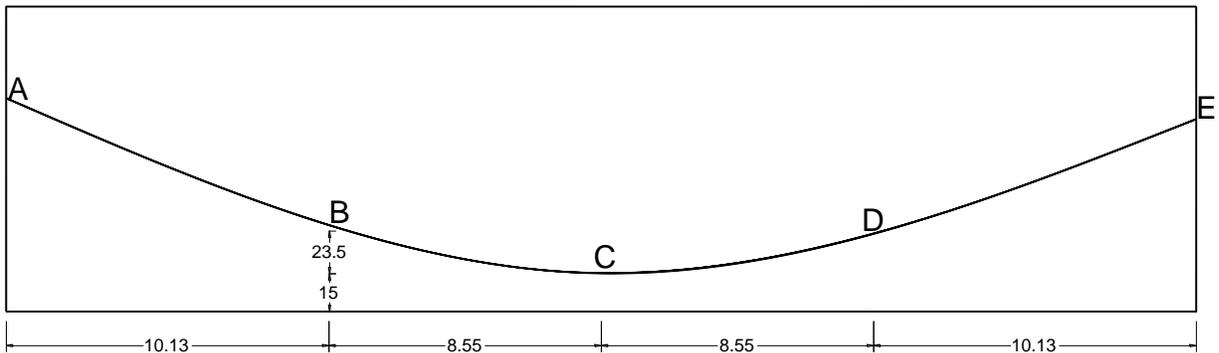


Figura A42 Perfil del acero de presfuerzo

$$\text{Efecto de longitud en AB} = KL = 0.0032 \times 10.13 = 0.032$$

$$\text{Esfuerzo en B} = fsi = 0.032 fsi = 0.0968 fsi$$

$$\text{Efecto de longitud en BC} = 0.0032 \times 8.55 = 0.027$$

$$\text{Efecto de curvatura} = \mu\theta = 0.5 \times 0.028 = 0.014$$

$$\text{Total} = 0.027 - 0.014 = 0.041$$

$$\text{Esfuerzo en C} = 0.968 \text{ fsi} - 0.041 \times 0.0968 \text{ fsi} = 0.928 \text{ fsi}$$

La pérdida por fricción si se tensan los cables por los dos extremos valdrá:

$$\text{fsi} - 0.928 \text{ fsi} = 0.072 \times 11\,238 = 809.1 \text{ kg/cm}^2$$

Si se sobre tensan los cables un promedio de 809.1 kg/cm^2 en los anclajes, la pérdida por anclaje de 261.8 kg/cm^2 quedara compensada automáticamente y por lo tanto el esfuerzo máximo de tensión inicial en el gato será de: $11,238 + 809.1 = 12,047.1 \text{ kg/cm}^2$.

El valor anterior resulta correcto, ya que se especifica que este esfuerzo temporal en el gato no debe exceder del 80% de la resistencia a la ruptura del acero, es decir, no exceder de: $16,874 \times 0.8 = 13,500 \text{ kg/cm}^2$.

Apoyos en las vigas

Las vigas tendrán en un extremo un apoyo móvil constituido por una mecedora de acero y en el otro extremo el apoyo será fijo.

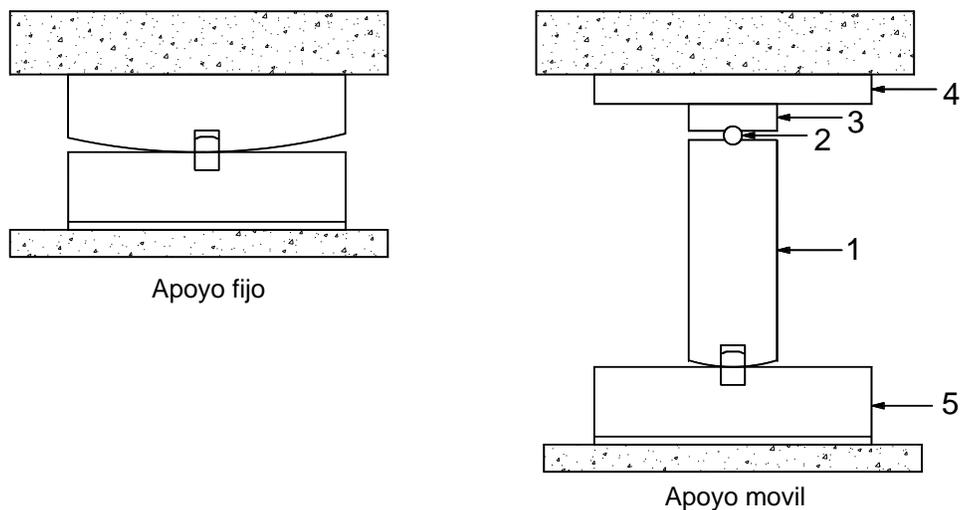


Figura A43 Apoyos de vigas

Apoyo Móvil

Cuerpo de la mecedora (1)

$$\text{Reacción máxima} = 54,307 \text{ kg}$$

La fatiga admisible al aplastamiento por pulgada lineal para mecedoras cuyo diámetro es menor de 25", se calcula según A.A.S.H.O.1.4.2 usando la fórmula:

$$p = (P_y - 13,000) / (20,000) \cdot 600d$$

$$P_y = \text{esfuerzo mínimo de deformación permanente} = 33,000 \text{ lb/in}^2$$

d = Diámetro de la mecedora en pulgadas

Para una mecedora de 32.3 centímetros de diámetro se tiene:

$$P = (33,000 - 13,000) / (20,000) \cdot 600 (12.7) = 7,620 \text{ lb/in}^2 = 1,363 \text{ kg/cm}^2$$

Longitud de la mecedora = $54,307 / 1,363 = 39.8$ cm.

El espesor de la placa con que se fabricará la mecedora, se determinará después, ya que esta será diseñada del mismo ancho que la placa (3).

Perno (2)

El perno trabaja al aplastamiento a una fatiga admisible de $12,000$ lb/in²

Diámetro del perno = $54,307 / 12,000 \times 0.0704 \times 39.8 = 1.6$ cm

Se usará un poco sobrado un perno de 1" de diámetro

Placa (3)

$a = 40$ cm

$b = 7.6$ cm (supuesto)

$w = 54,307 / 40 \times 7.6 = 173.6$ kg/cm²

Considerando para el cálculo una rebanada de un centímetro:

$M = wl^2/2 = 173.6 \times 3.82/2 = 1,289$ kg.cm

$V = wl = 173.6 \times 3.8 = 678$ kg

Módulo de sección = $S = M/fs = 1,289 / 1,265 = 1$ cm³

$h = \sqrt{(6S/b)} = \sqrt{(6 \times 1 / 1)} = 2.4$ cm

$v = 678 / 2.4 = 282$ kg/cm² < 850 kg/cm² (Esfuerzo Admisible)

El espesor de esta placa será de $2.4 + 0.8 = 3.2$ cm

Placa (4)

Se considera una fatiga admisible de aplastamiento en concreto

de $f'c = 1,000$ lb/in² = 70.4 kg/cm²

El área requerida es:

$A = 54,307 / 70.4 = 771$ cm²

Esta placa será de $20 \times 40 = 800$ cm²

$w = 54,307 / 800 = 67.9$ kg/cm²

Considerando para el cálculo una rebanada de un centímetro:

$M = wl^2/2 = 67.9 \times 6.22/2 = 1,305$ kg-cm

$V = wl = 67.9 \times 6.2 = 420$ kg

$S = 1305 / 1265 = 1$ cm³

$h = \sqrt{(6S)} = \sqrt{(6 \times 1)} = 2.4$ cm

$v = 420 / 2.4 = 175$ kg/cm² < 850 kg/cm²

Esta placa se considerará del mismo espesor que la placa (3)

Placa (5)

La placa inferior no puede ser de 40 cm de ancho como la superior (4), pues necesita ensancharse para alojar los pernos de anclaje, por lo tanto se pondrá una placa de 20 x 55 cm = 1,100 cm².

$$w = 54,307 / 1,100 = 49.4 \text{ kg/cm}^2$$

$$M = 49.4 \times 102 / 2 = 2,470 \text{ kg-cm}$$

$$V = 49.4 \times 10 = 494 \text{ kg}$$

Para una rebanada de un centímetro:

$$S = M / f_c = 2,70 / 1,265 = 1.95 \text{ cm}^3$$

$$h = \sqrt{6 \times 1.95} = 3.4 \text{ cm}$$

$$v = 494 / 3.4 = 145 \text{ kg/cm}^2 < 850 \text{ kg/cm}^2$$

Apoyo Fijo

La placa inferior será igual a la placa inferior (5) del apoyo móvil y la placa superior será de las mismas dimensiones que la placa (4) del apoyo móvil, excepto en el espesor h.

$$w = 54,307 / 800 = 67.9 \text{ kg/cm}^2$$

Considerando una rebanada de un centímetro de espesor

$$M = 67.9 \times 102 / 2 = 3,395 \text{ kg-cm}$$

$$V = 67.9 \times 10 = 679 \text{ kg}$$

$$S = 3,395 / 1,265 = 2.68 \text{ cm}^3$$

$$h = \sqrt{6 \times 2.68} = 4 \text{ cm}$$

$$v = 679 / 4 = 169 \text{ kg/cm}^2 < 850 \text{ kg/cm}^2$$