



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

FACULTAD DE INGENIERÍA

ESTIMACIÓN DE ESTADOS DE SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA CONSIDERANDO  
MEDICIONES FASORIALES

**T E S I S**

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA ELÉCTRICA - SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

P R E S E N T A :

**ING. ERNESTO MARCHELI NOLASCO CONTRERAS**



TUTOR:

**DR. CLAUDIO RUBÉN FUERTE ESQUIVEL**

2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presi d e n t e: Dra. María Cristina Verde Rodarte  
Secre t a r i o: Dr. César Ángeles Camacho  
Vocal: Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel  
1<sup>er</sup>. Suple n t e: M.I. Rodolfo Lorenzo Bautista  
2<sup>do</sup>. Suple n t e: Dr. Paul Rolando Maya Ortiz

México D.F. Ciudad Universitaria.

**TUTOR DE TESIS:**

Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel

---

**FIRMA**



## **DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS**

*Este trabajo fue realizado con mucha dedicación, sacrificio y el día de hoy gracias a la motivación y apoyo incondicional de muchas personas involucradas, algunas presentes aquí conmigo y otras en mis recuerdos y corazón, es que llegó a materializarse.*

*Por lo que dedico esta tesis a todos y cada uno de ellos que me apoyaron, creyeron y fortalecieron a lo largo del camino, que hicieron y hacen que mi formación personal y profesional siempre vaya en asenso, que me dieron esa motivación especial para agarrarle amor al conocimiento y sobre todo que estuvieron en los momentos más difíciles levantándome, animándome y acompañándome sin dejarme solo en ningún momento de mi vida, por eso y más quiero dedicar este trabajo a ustedes y decirle mil gracias por todo.*

### **A DIOS:**

Por darme la oportunidad de vivir, por llenar mi vida de bendiciones, de salud de mucha fuerza y sobre todo por ser la fuente principal de mi existencia.

### **A MIS PADRES:**

Por haber sido los pilares y la base de mi formación, por permitirme desarrollarme en lo que siempre quise, por todo el amor, confianza, esfuerzos y sacrificios que hicieron por mí, para que llegara a ser un hombre de bien, el cual agradezco infinitamente y les prometo que sus esfuerzos no quedaran en vano ya que siempre haré hasta lo imposible para que se sientan orgullosos. (Q.E.P.D.)

### **A MIS HERMANAS:**

Por todo el amor, confianza y soporte que siempre han sabido darme, por haber tomado el rol de padres cuando ellos partieron y por todos aquellos momentos de alegrías y tristezas que hemos pasado, pero que siempre hemos sabido superar gracias a la fuerza, unión y amor que como equipo hemos logrado.

### **A MIS PADRINOS:**

Por ser mí apoyo incondicional, por estar siempre en el momento oportuno, por no dejarme solo y por ser un refuerzo en mi vida.

### **AL AMOR DE MI VIDA:**

Por regresar la alegría a mí vida, por ser mi fuente de inspiración, por escuchar mis penas y darme ánimo en los días difíciles, por todo lo que revolucionaste mi forma

de vivir, de pensar, por eso y muchas cosas más, todo lo que haga de aquí en adelante siempre llevará un agradecimiento de mí para ti.

**A MI TUTOR:**

A todos mis profesores que hacen que personas como yo podamos seguir creciendo. A mi tutor en especial el Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel por haberme apoyado y dirigido en este proyecto. Quiero decirle que se lleva toda mi admiración y respeto.

**A MIS AMIGOS Y FAMILIARES:**

A todos mis amigos y familiares que siempre me han apoyado y que me han brindado una mano cuando la he necesitado muchas gracias.

## RESUMEN

En este trabajo de tesis se propone la implementación práctica de un Estimador de Estado Híbrido para los Sistemas Eléctricos de Potencia considerando mediciones fasoriales (PMU's) partiendo de una Estimación de Estado convencional. El estimador de estado híbrido considera las mediciones que nos proporciona el sistema SCADA y las mediciones que nos proporcionan los PMU's para hacer la estimación de estado, el cual está basado en la técnica de Mínimos Cuadrados Ponderados. La Estimación de Estado Híbrida tiene como objetivo considerar las mediciones de magnitudes de corrientes y voltajes así como sus respectivas fases que aportan los dispositivos PMU's, lo cuales van conectados a los transformadores de corriente y de potencial que se encuentran en las subestaciones de una red eléctrica, también considerando las mediciones de flujos de potencia e inyecciones de potencia activa y reactiva y la magnitud de voltaje con su nodo de referencia (nodo slack) que se consideran en un estimador convencional. Estos dispositivos dan los valores de las variables de estado en tiempo real sin necesidad de estar calculándolas y en el caso de tener un error grueso en la medición el método es capaz de eliminarlo. El programa con el que se realizó el Estimador de Estados Híbrido es MATLAB 7.8 (2009).

## **ABSTRACT**

This thesis proposes the practical implementation of a Hybrid State Estimator in Electrical Power Systems considering phasor measurements (PMU's) from a conventional state estimation. The hybrid state estimator considers the measurements that provides the SCADA system and measurements that give us the PMU's for state estimation, which is based on the weighted least squares technique. Hybrid State Estimation aims to consider the measurement of magnitudes of currents and voltages and their respective phases that provide the devices PMU's that are connected to current and potential transformers at the substations of an electric network, a part of active and reactive flow power measurements, active and reactive power injection and voltage magnitude of the reference node (node slack) considered a conventional estimator. Therefore these devices give us the exact values of state variables in real time without being calculated and if you have a gross error in the measurement, the method is able to remove it. The program that was held on Hybrid State Estimator is MATLAB 7.8 (2009).

# Índice de Contenido

DEDICATORIAS Y AGRADECIMIENTOS.....	i
RESUMEN .....	iii
ABSTRACT .....	iv
Índice de Contenido .....	v
Simbología y abreviaciones.....	vii
Índice de Figuras .....	x
Índice de Tablas.....	xi
CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN .....	1
1.1    Introducción .....	1
1.2    Estado del Arte .....	2
1.3    Justificación y motivación .....	4
1.4    Objetivos .....	5
1.5    Estructura de la tesis .....	6
CAPÍTULO 2 .....	8
ESTIMACIÓN DE ESTADO CONSIDERANDO MEDICIONES FASORIALES (PMU's).....	8
2.1    Introducción .....	8
2.2    Fasor .....	10
2.3    Unidades de medición fasorial.....	11
2.3.1    Medición de fasores .....	12
2.3.2    Comunicación de los datos de mediciones .....	13
2.4    Impacto de la tecnología PMU en la Estimación de Estado .....	14
2.4.1    Perspectivas de las unidades PMU.....	16
CAPÍTULO 3 .....	18
ESTIMACIÓN DE ESTADO.....	18
3.1    Introducción .....	18
3.2    Formulación del problema .....	20
3.2.1    Medición de flujo de potencia de una línea de transmisión.....	20
3.2.2    Medición de inyección de potencia nodal .....	23
3.2.3    Medición de magnitud de voltaje nodal .....	24
3.2.4    Medición y modelado del transformador .....	24
3.3    Método de Mínimos Cuadrados Ponderados .....	27
3.4    Matriz Jacobiana .....	32

3.4.1	Estructura y formación de $H$ .....	34
3.5	Ejemplo de aplicación .....	36
3.6	Estadística y estimación de errores.....	42
3.6.1	Detección de error .....	46
3.6.2	Prueba de datos erróneos.....	49
3.7	Observabilidad Estática .....	52
3.7.1	Áreas no observables .....	53
CAPÍTULO 4 .....		55
ESTIMACIÓN DE ESTADO HÍBRIDA .....		55
4.1	Introducción .....	55
4.2	Formulación del problema .....	55
4.3	Cálculo del error de la matriz de covarianza de las mediciones fasoriales .....	59
4.4	Procedimiento para la Estimación de Estado Híbrida.....	62
4.5	Ejemplo de aplicación .....	64
CAPÍTULO 5 .....		73
CASOS DE ESTUDIO .....		73
5.1	Introducción .....	73
5.1.1	Simulación del caso ideal de la red de 5 nodos.....	74
5.1.2	Simulación del caso ideal de la red IEEE-14 nodos. ....	80
5.1.3	Simulación del caso ideal de la red IEEE-30 nodos. ....	94
CAPÍTULO 6 .....		117
CONCLUSIONES GENERALES, APORTACIONES Y TRABAJOS FUTUROS .....		117
6.1	Conclusiones generales.....	117
6.2	Aportaciones .....	117
6.3	Trabajos futuros .....	118
Apéndice A .....		119
Estimación en Sistemas Eléctricos de Potencia .....		119
Deducción de la ecuación por el método de Mínimos Cuadrados Ponderados .....		119
Apéndice B .....		126
Redes de prueba y diagrama de flujo de la estimación de estado híbrida .....		126
Apéndice C.....		134
Descripción de Archivo de Datos para la Estimación de Estados Híbrida.....		134
APENDICE D.....		142
Gráficas de las redes de prueba de 5, 14 y 30 nodos.....		142

## Simbología y abreviaciones

SEP's	Sistemas Eléctricos de Potencia
PMU's	Unit Measurements Phasor (Unidad de Medición fasorial)
CCE	Centro de Control de Energía
SCADA	Supervisory Control and Acquisition Data (Supervisión del Control y Adquisición de Datos)
AEP	American Electric Power
BPA	Bonneville Power Administration
PDC	Phasor Data Concentrator (Concentrador de Datos Fasoriales)
EMS	Energy Management Systems (Sistema de Administración de energía)
RTU	Remote Terminal Unit (Unidad Terminal Remota)
GPS	Global Positioning System (Sistema de Posicionamiento Global)
IEEE	Institute of Electrical and Electronics Engineers (Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos)
CB	Circuit Breaker (Cortacircuito)
PT	Potential Transformer (Transformador de Potencial)
CT	Current Transformer (Transformador de Corriente)
R	Resistencia
L	Inductor
C	Capacitor
$P_k$	Inyección de potencia nodal activa
$Q_k$	Inyección de potencia nodal reactiva
$P_{km}$	Flujo de potencia activa
$Q_{km}$	Flujo de potencia reactiva

$V_k$	Magnitud de voltaje
$I_{km}$	Corriente compleja inyectada en terminales de las líneas
$y_{mk}$	Admitancia primitiva en serie de la línea de transmisión
$y_{km}^{sh}$	Admitancia primitiva en derivación de la línea de transmisión
$Y_{kk}$	Admitancia nodal compleja
$G_{km}$	Conductancia
$B_{km}$	Susceptancia
$S_{km}$	Flujo de potencia compleja
*	Complejo conjugado.
$\delta_k$	Ángulo
$z$	Vector del conjunto de mediciones físicas
$z$	Vector del conjunto de mediciones estimadas
$x$	Vector de las variables de estado
$x$	Vector de las variables de estado estimadas
$f$	Relación matemática entre las mediciones y variables de estado (vector de funciones no lineales)
$e$	Vector de errores de las mediciones físicas
$e$	Vector de errores de las mediciones estimadas
$W$	Factor de ponderación
$f_0$	Función objetivo
$H$	Matriz Jacobiana del sistema
$G$	Matriz de ganancia
$R^{-1}$	Matriz diagonal de covarianzas de las mediciones
$\Delta x$	Incremento del vector de estados
$P_z$	Probabilidad normal o Gaussiana
$\sigma$	Desviación estándar de las mediciones
$J_x$	Función cuadrática de Mínimos Cuadrados Ponderados

$\chi_{k,\alpha}^2$	Prueba de Chi-Cuadrada
$\alpha$	Nivel de significancia de la prueba de Chi-Cuadrada
$k$	Grados de libertad
$\varepsilon$	Tolerancia de la convergencia.
$r_i^N$	Prueba del máximo residuo normalizado
$S$	Matriz de varianzas de los errores de medición
$\Delta V_t$	Vector residual de las mediciones de voltaje
$\Delta V$	Corrección de la magnitud de voltaje del vector de estado
$V$	Submatriz jacobiana para las mediciones de voltaje
$I_{km,r}$	Corriente parte real
$I_{km,i}$	Corriente parte imaginaria
$\Delta I_{km,r}$	Vector residual de corriente parte real
$\Delta I_{km,i}$	Vector residual de corriente parte imaginaria
$H_V$	Submatriz jacobiana de mediciones fasoriales de voltaje
$H_I$	Submatriz de medición fasorial de corriente
$FDP$	Función de Densidad de Probabilidad
$\sigma^2$	Varianza
$\sigma$	Desviación estándar
$z$	Variable aleatoria
$J_x$	Suma ponderada de los cuadrados de los residuos de las mediciones
$\Delta \delta_p$	Vector residual de ángulo
$\Delta V_p$	Vector residual de voltaje
$\omega$	Velocidad angular del diagrama fasorial
$\varphi$	Ángulo del diagrama fasorial
$WAMS$	Wide Area Measurements Systems (Sistema de Medición de Área Amplia)

## Índice de Figuras

Figura 2.1 (a) Diagrama fasorial, (b) forma de onda senoidal.....	10
Figura 2.2 Diagrama de bloques de la unidad PMU de medición de fasores. ....	12
Figura 2.3 Utilización de una unidad PMU en un SEP. ....	13
Figura 2.4 Sistema de comunicación de una unidad PMU.....	14
Figura 3.1 Circuito $\pi$ de una línea de transmisión.....	20
Figura 3.2 Inyección de flujos en el nodo $K$ .....	23
Figura 3.3 Transformador con dos devanados. (a) Representación esquemática.....	24
(b) Circuito equivalente.....	24
Figura 3.4 Relación entre las variables para obtener la medición. ....	28
Figura 3.5 Variables a calcular $x$ , $z$ y $e$ . ....	32
Figura 3.6 Vector de mediciones.....	35
Figura 3.7 Red de 5 nodos.....	37
Figura 3.8 Función de densidad de probabilidad Gaussiana $p(z)$ y función de probabilidad Gaussiana estándar $p(y)$ obtenida al seleccionar $y = (z - m) / s$ . ....	43
Figura 3.9 Función de densidad de probabilidad $p(X^2)$ de la distribución Chi-Cuadrada $\chi^2_k, \alpha^2$ , para ( $k < 30$ ). ....	47
Figura 3.10 Algoritmo de detección e identificación de errores gruesos. ....	51
Figura 3.11 Sistema de 4 nodos con 11 mediciones. ....	52
Figura 4.1 Circuito $\pi$ de una línea de transmisión.....	57
Figura 4.2 Red de 5 nodos.....	65
Figura 5.1 red de 5 nodos.....	74
Figura 5.2 Red de 14 nodos del IEEE. ....	80
Figura 5.3 Red de 30 nodos del IEEE. ....	94

## Índice de Tablas

Tabla 3.1 Elementos típicos de la matriz jacobiana de estimación de estado $H$ .	35
Tabla 3.2 Valores típicos de $z\alpha$	48
Tabla 3.3 Valores de $Xk, \alpha 2$	48
Tabla 5.1 Voltajes nodales de la red original de 5 nodos.	75
Tabla 5.2 Mediciones de flujos de línea de la red de 5 nodos.	75
Tabla 5.3 Mediciones de inyecciones de potencias activas y reactivas de la red de 5 nodos. ...	76
Tabla 5.4 Mediciones de las corrientes del PMU de la red de 5 nodos.	76
Tabla 5.5 Mediciones de magnitudes de voltajes y fases de la red de 5 nodos.	76
Tabla 5.6 Variables de estado caso ideal (Voltajes y fases) de la iteración 1 a la 2 de la red de 5 nodos.	76
Tabla 5.7 Mediciones reales y erróneas de la red de 5 nodos.	77
Tabla 5.8 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 1 a la 3 de la red de 5 nodos.	77
Tabla 5.9 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 4 a la 6 de la red de 5 nodos.	77
Tabla 5.10 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 7 a la 9 de la red de 5 nodos.	78
Tabla 5.11 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 10 a la 11 de la red de 5 nodos.	78
Tabla 5.12 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 12 a la 13 de la red de 5 nodos.	79
Tabla 5.13 Variables de estado estimadas considerando el caso ideal sin errores en las mediciones (red de 5 nodos).	79
Tabla 5.14 Variables de estado estimadas considerando el caso con errores en las mediciones(red de 5 nodos).	79
Tabla 5.15 Mediciones de flujos de línea de la red de IEEE14 nodos.	81
Tabla 5.16 Mediciones de inyecciones de potencias activas y reactivas de la red de IEEE14 nodos.	81
Tabla 5.17 Mediciones de inyecciones de potencias activas y reactivas de la red de IEEE14 nodos.	82
Tabla 5. 18 Mediciones de corrientes reales e imaginarias de la red de IEEE14 nodos.	82
Tabla 5.19 Mediciones de magnitudes de voltajes y fases de la red de IEEE14 nodos.	82
Tabla 5.20 Mediciones de flujos de potencia con transformadores de la red de IEEE14 nodos.	83
Tabla 5.21 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y sus relaciones con el error de la iteración 1 a la 2 de la red de IEEE14 nodos.	83

Tabla 5.22 Variables de estado considerando el caso ideal (fases) y sus relaciones con el error de la iteración 1 a la 2 de la red de IEEE 14 nodos.....	84
Tabla 5.23 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y su relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE14 nodos. ....	84
Tabla 5.24 Variables de estado considerando el caso ideal (fases) y su relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE14 nodos. ....	85
Tabla 5. 25 Mediciones reales y erróneas de la red de IEEE14 nodos. ....	85
Tabla 5.26 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE14 nodos. ....	86
Tabla 5.27 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE14 nodos. ....	86
Tabla 5.28 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE14 nodos. ....	87
Tabla 5.29 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE14 nodos. ....	87
Tabla 5.30 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE14 nodos. ....	88
Tabla 5.31 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE14 nodos. ....	88
Tabla 5.32 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE14 nodos. ....	89
Tabla 5.33 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE14 nodos. ....	89
Tabla 5.34 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 13 a la 15 de la red de IEEE14 nodos. ....	90
Tabla 5.35 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 13 a la 15 de la red de IEEE14 nodos. ....	90
Tabla 5.36 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 16 a la 18 de la red de IEEE14 nodos. ....	91
Tabla 5.37 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 16 a la 18 de la red de IEEE14 nodos. ....	91
Tabla 5.38 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 19 a la 20 de la red de IEEE14 nodos. ....	92
Tabla 5.39 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 19 a la 20 de la red de IEEE14 nodos. ....	92
Tabla 5.40 Variables de estados estimadas sin mediciones erróneas (caso ideal) de la red de IEEE14 nodos.....	93
Tabla 5.41 Variables de estados estimadas considerando mediciones erróneas de la red de IEEE14 nodos.....	93

Tabla 5.42 Mediciones de flujos de línea de la red IEEE30 nodos. ....	95
Tabla 5.43 Mediciones de flujos de línea de la red IEEE30 nodos. ....	96
Tabla 5.44 Mediciones de inyecciones de potencias activa y reactiva de la red de IEEE30 nodos. .....	97
Tabla 5.45 Mediciones de corriente real e imaginaria de la red de IEEE30 nodos.....	97
Tabla 5.46 Mediciones de corriente real e imaginaria de la red de IEEE30 nodos.....	98
Tabla 5.47 Mediciones de magnitudes de voltajes y fases de la red de IEEE30 nodos. ....	98
Tabla 5.48 Mediciones de flujos de potencia con transformadores de la red de IEEE30 nodos.	99
Tabla 5.49 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 2 de la red de IEEE 30 nodos.....	99
Tabla 5.50 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes y fases).....	100
Tabla 5.51 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y sus relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE 30 nodos. ....	101
Tabla 5.52 Variables de estado considerando el caso ideal (fases) y sus relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE 30 nodos. ....	102
Tabla 5.53 Mediciones reales y erróneas de la red de IEEE 30 nodos. ....	103
Tabla 5.54 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE 30 nodos. ....	103
Tabla 5.55 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE 30 nodos. ....	104
Tabla 5.56 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE 30 nodos. ....	105
Tabla 5.57 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE 30 nodos. ....	106
Tabla 5.58 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE 30 nodos. ....	107
Tabla 5.59 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE 30 nodos. ....	108
Tabla 5.60 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error, de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE 30 nodos. ....	109
Tabla 5.61 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error, de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE 30 nodos. ....	110
Tabla 5.62 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error, de la iteración 13 a la 14 de la red de IEEE 30 nodos. ....	111
Tabla 5.63 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error, de la iteración 13 a la 14 de la red de IEEE 30 nodos. ....	112
Tabla 5.64 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error en la iteración 15 de la red de IEEE 30 nodos. ....	113

Tabla 5.65 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error en la iteración 15 de la red IEEE 30 nodos. ....	114
Tabla 5.66 Variables de estados estimadas sin mediciones erróneas (caso ideal) de la red de IEEE30 nodos.....	115
Tabla 5.67 Variables de estado estimadas considerando mediciones erróneas de la red de IEEE30 nodos.....	116

# CAPÍTULO 1 INTRODUCCIÓN

## 1.1 Introducción

Los centros de control se enfrentan con problemas complejos en una situación de constante evolución, entre estas cuestiones hay dos que se destacan especialmente. La primera es la previsión de que las líneas de transmisión operarán cada vez más cerca de su capacidad máxima, debido al crecimiento poblacional excesivo y el alto consumo industrial; y la segunda es la necesidad de mejorar la supervisión y control de los Sistemas Eléctricos de Potencia (SEP's).

Cuando dos sistemas eléctricos independientes se interconectan, existe el riesgo que un problema en la interconexión ocasione una pérdida total o considerable de carga, por lo que un incremento en la diferencia angular entre los dos puntos de la línea de transmisión podría generar problemas de inestabilidad en el sistema, de la misma forma en que lo haría una falla o alguna contingencia. En el pasado tratar de supervisar en tiempo real los ángulos relativos de fase de todos los voltajes de la red no era posible, debido a la falta de capacidad de procesamiento y a las grandes dificultades propias de la recolección, coordinación y sincronización de los datos de la red; sin embargo las nuevas tecnologías han dado un vuelco radical a esta situación. En la actualidad los equipos de mediciones que nos permiten calcular los ángulos de los diferentes nodos de un sistema interconectado son las unidades de medición fasorial conocidas como PMU's [1].

El interés en el uso de la tecnología de medición fasorial, ha alcanzado un nivel máximo en los últimos años, así como la necesidad de mejorar la estimación de los estados de los sistemas eléctricos de potencia. La medición fasorial es un elemento crucial para el mejoramiento de la operación de un SEP en estado estable y transitorio. En muchos países, la instalación de los PMU's para el monitoreo continuo del SEP se ha convertido en el primer paso en los Centros de Control de Energía (CCE), ya que mediante la aplicación de mediciones fasoriales se tienen nuevas posibilidades para la supervisión, protección, análisis y control de los SEP's.

La estimación de estado es el proceso de determinar el valor de un estado desconocido del sistema a partir de un conjunto de mediciones. Por lo general, el proceso implica mediciones imperfectas que son redundantes, por lo que el proceso de estimación se basa en un criterio estadístico que estima el valor real de las variables de estado. Un criterio de uso común es reducir al mínimo la suma de los cuadrados ponderados de las diferencias entre los valores estimados y el verdadero.

El estimador de estado es básicamente, una herramienta utilizada por los centros de control de energía eléctrica, para la estimación del estado operativo del SEP en tiempo real. La importancia de la estimación del estado de los sistemas eléctricos ha creado la necesidad de nuevas metodologías de análisis, que mejoren su confiabilidad y precisión.

La formulación matemática del estimador de estado empieza por asumir un sistema de potencia en estado estable, con condiciones de operación equilibradas, donde la red trifásica se puede modelar por su equivalente monofásico, las mediciones se captan en el mismo instante de tiempo, los estados de todos los interruptores obtenidos por el SCADA son exactos, por lo tanto también la topología de la red, todas las formas de ondas son sinusoidales puras con frecuencia y magnitud constante.

## **1.2 Estado del Arte**

En 1965 se produjo un incidente que dejó sin suministro de energía eléctrica al noreste de los Estados Unidos, las empresas eléctricas tomaron conciencia de que debían realizar un gran esfuerzo para desarrollar nuevas técnicas de operación de los sistemas de potencia que permitieran un nivel elevado de seguridad en el servicio.

En aquel entonces, el control y la decisión de la operación se basaban en un sistema de supervisión que controlaba las posiciones de los interruptores en las subestaciones y un sistema separado, generalmente análogo al anterior, que controlaba de manera automática la generación y el despacho económico [2]. Por lo tanto, los únicos datos que el operador tenía disponibles en tiempo real eran el estado de los interruptores, la frecuencia del sistema y el conjunto de mediciones de potencia necesarias para el control de la generación [2].

Partiendo de esta situación el esfuerzo se centró en conseguir la información del estado del sistema en intervalos de tiempo predefinidos, tanto de los interruptores como de las mediciones de las variables de estado de la red. Teniendo todos estos valores en la base de datos, era posible comprobar la seguridad continuamente, es decir, se podían analizar las condiciones de operación de cada equipo de la red y detectar las situaciones anormales de funcionamiento en tiempo real [2]. Este proceso de captación, detección y señalización del sistema, junto con la utilización de pantallas gráficas y el almacenamiento de todos los eventos, constituyó el Sistema de Supervisión del Control y Adquisición de Datos (SCADA en inglés) [2].

Con todo lo anterior, se pensó que teniendo la base de datos actualizada periódicamente, gracias al SCADA, se podría llevar el seguimiento y el control de la operación y seguridad del sistema, con sólo introducir las medidas correctivas en el programa de control. Pero no era correcto y fue Schweppe el que reconoció desde el principio que había dos problemas fundamentales para la ejecución de las funciones de seguridad [2].

En primer lugar, aunque el número de mediciones era generalmente muy grande siempre había inconsistencias, ya que ciertas mediciones desaparecían temporalmente o había mediciones con errores. En segundo lugar, las nuevas funciones de seguridad necesitaban un punto de partida, es decir, un reparto de cargas en tiempo real. Como consecuencia de lo primero, los programas de reparto de cargas que se venían utilizando hasta esas fechas no se podían utilizar en tiempo real, por lo que no había forma práctica de realizar funciones de seguridad [2].

En la época de los 70's se buscó un planteamiento matemático que permitiera utilizar la información recopilada del sistema eléctrico, que tuviera la habilidad de calcular el estado de un sistema, aún cuando los datos fueran erróneos, así como proporcionar resultados con un alto nivel de confiabilidad. Se sugirió aplicar el concepto de estimación de estado, el cual ya había sido probado en otras áreas tecnológicas. De esta forma se implementó la estimación de estado en los SEP's [3].

Las mediciones fasoriales fueron introducidas por primera vez como un conjunto de mediciones para la estimación de estado en 1986 [4]. Seguido de un artículo

publicado en 1983 describiendo la técnica de medición fasorial [4], Virginia Tech produjo un prototipo de unidad de medida fasorial (PMU's) que fue financiado por American Electric Power (AEP) y Bonneville Power Administration (BPA). Estos PMU's fueron probados y utilizados por muchos años antes de introducir el primer dispositivo comercial en 1991 por la compañía Macrodyne [4]. BPA rediseñó su sistema de medición en 1997 con un sistema de medición de área amplia en tiempo real, utilizando PMU's comerciales y un concentrador de datos fasoriales (PDC en inglés) personalizado [4]. Desde entonces muchos sistemas de mediciones fasoriales han sido desarrollados e implementados a través de todo el mundo.

Hoy en día, se está analizando una formulación completa de un estimador de estado híbrido, que incorpore mediciones convencionales, así como mediciones fasoriales y que cuente con la misma confiabilidad de resultados de los estimadores de estado convencionales.

### **1.3 Justificación y motivación**

Los Sistema Eléctricos de Potencia actualmente cuenta con un sistema SCADA que es una aplicación de software especialmente diseñada para proveer comunicación con dispositivos de campo y permitir a los operadores controlar un proceso de forma automática y remota desde la pantalla de una estación de supervisión. Estos sistemas efectúan tareas de supervisión y gestión de alarmas, así como tratamiento de datos y control de procesos.

Actualmente existen los PMU's que son dispositivos que miden la magnitud de voltaje, la corriente, la fase y la frecuencia en el nodo donde están instalados.

Con la creciente incorporación de los PMU's en los SEP's es cada vez más necesario contar con las herramientas adecuadas para hacer posible el análisis de estos dispositivos, dentro de la variedad de redes eléctricas existentes hoy en día. Es decir, es necesario en la actualidad contar con programas digitales que consideren a los PMU's. Con esto se pretende probar extensamente estos dispositivos, así como modelos

innovadores que sean desarrollados en el futuro, y de esta manera conocer las ventajas y desventajas que caracterizan el desempeño de cada uno de ellos.

Debido a que la estimación de estado es uno de los análisis más importantes y necesarios que se realizan en la vida real dentro de la industria eléctrica, es indispensable poder estimar las variables de estado utilizando los valores obtenidos por los PMU's y los valores obtenidos por el SCADA dentro de un SEP, con la misma facilidad y rapidez que se estiman las variables de estado en una estimación de estado convencional. Es por esto que el software utilizado por el personal encargado de las áreas de operación y control de los SEP's, tanto en la industria eléctrica como en la investigación debe ser desarrollado de forma eficiente y óptima.

## **1.4 Objetivos**

El objetivo principal de este trabajo es el análisis matemático del problema de estimación de estado del SEP con base en mediciones convencionales y fasoriales; así como la implementación de este desarrollo en un algoritmo computacional para realizar la estimación de estado por medio de una computadora digital. Para lograr el objetivo anterior se deben cumplir las siguientes metas:

- Estudiar a las unidades de mediciones fasoriales (PMU's) para un mayor entendimiento de su funcionamiento.
- Entender el método de Mínimos Cuadrados Ponderados, que es el método con el cual se parte para hacer la estimación de estado.
- Analizar los métodos utilizados para hacer la estimación de estado híbrida.
- Desarrollar un programa que realice la estimación de estado incluyendo las mediciones fasoriales.

- Verificar el desempeño de los PMU's dentro del algoritmo de estimación de estado híbridos.
- Verificar de la misma manera el desempeño del estimador de estado híbrido en una red eléctrica.

## **1.5 Estructura de la tesis**

El Capítulo 1 lo constituye la presente introducción, así como el estado del arte, justificación, motivación de la tesis y sus objetivos. El resto de la tesis está compuesta por 5 capítulos los cuales serán brevemente descritos a continuación.

El Capítulo 2 se hará referencia a las unidades de medición fasorial (PMU's), empezando con una introducción de estos dispositivos, mencionando de la misma manera su funcionamiento y de lo importante que es su uso en la red eléctrica.

El Capítulo 3 hará referencia al análisis de estimación de estado, comenzando con una introducción, formulación del problema y la explicación del método de Mínimos Cuadrados Ponderados que es el método que se utiliza en esta tesis para hacer la estimación de estado.

El Capítulo 4 hará referencia al análisis de estimación de estado híbrido, con una introducción, formulación del problema, así como su implementación por medio de un ejemplo.

El Capítulo 5 presentará las simulaciones y análisis de resultados de las redes de prueba.

El Capítulo 6 presentará las conclusiones generales de este trabajo, sus aportaciones y los trabajos futuros que serán realizados para continuar con este proyecto de investigación.

El Apéndice A muestra la deducción de la ecuación de Mínimos Cuadrados Ponderados.

Apéndice B muestra los archivos de datos de las redes de prueba en MatLab.

Apéndice C muestra la descripción de los archivos de datos de la Estimación de Estado Híbrida.

Apéndice D muestra las gráficas de las redes de prueba de los nodos 5, 14 y 30.

## CAPÍTULO 2

### ESTIMACIÓN DE ESTADO CONSIDERANDO MEDICIONES FASORIALES (PMU's)

#### 2.1 Introducción

La operación en tiempo real de los sistemas eléctricos de potencia es llevada a cabo a partir de una base de datos preestablecida, aunque esto es más complejo de lo que parece debido al deterioro o pérdida de la información en el proceso de lectura, transmisión y recepción de los datos asociados con la red eléctrica. Antes de que se haga cualquier evaluación de la seguridad de un sistema o de que se tomen acciones de control para el mismo, se debe determinar un estado confiable de la información existente del sistema eléctrico.

El estimador de estado es básicamente una herramienta utilizada por los centros de control de energía eléctrica para la determinación en tiempo real del estado operativo del sistema. En este contexto, la estimación de estado tiene por objetivo obtener el mejor estimado de las variables de estado de los sistemas de potencia, a partir de un conjunto redundante de mediciones recolectadas por medidores. Usualmente se tienen mediciones imperfectas cuyos errores son causados por pérdida de comunicación con medidores o introducción de ruido en la medición, por mala calibración o por defectos en los equipos; el procedimiento de estimación se basa en minimizar la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores estimados a partir de una función matemática y los valores obtenidos a través de mediciones (Mínimos Cuadrados Ponderados).

Las variables de estado importantes a conocer de los sistemas de potencia, bajo régimen estacionario, son las magnitudes y ángulos de voltaje nodal. Una vez obtenidas las variables de estado, todas las variables del sistema de potencia pueden ser calculadas, garantizándose la disponibilidad de todos los datos e información de forma ininterrumpida y coherente, ofreciendo una visión consistente, completa y precisa del estado del sistema de potencia.

El diseño de un estimador de estado está basado en un modelo de mediciones que describe como los datos obtenidos a partir del mismo o de un sistema de sensores, se obtienen las variables de estado [5].

Usualmente, el problema de estimación está enfocado a tres áreas:

- Estimación en línea o filtrado óptimo.
- Predicción.
- Retrodicción o Estimación fuera de línea.

La estimación en línea significa la estimación del estado operativo presente utilizando todas las mediciones que están disponibles. La predicción significa estimar estados futuros. Por último la retrodicción es la estimación de estados pasados o bien es un proceso que explica un hecho que sucedió anteriormente [6].

En sistemas eléctricos de gran escala, la administración de la energía se realiza en centros de control en base a sistemas computarizados denominados Sistemas de Administración de Energía (EMS: Energy Management Systems). La adquisición de datos y el control remoto es ejecutada por otros sistemas de computadoras denominados Control Supervisorio y Adquisición de Datos (SCADA: Supervisory Control and Data Acquisition). Estos últimos sistemas pueden ser instalados en una variedad de sitios incluyendo centros de control. Un sistema de administración de energía típicamente incluye un SCADA a través del cual se comunica con plantas de generación, subestaciones y otros dispositivos remotos [6].

Un sistema SCADA consiste de una estación maestra que se comunica con unidades remotas o RTUs (RTU: Remote Terminal Unit) con el propósito de permitir a los operadores observar y controlar plantas físicas. Los RTUs transmiten el estado del dispositivo de medición, envían y reciben señales de control y datos desde los puntos de operación hacia y desde la estación maestra [6].

Algunas de las funciones tradicionales de un sistema SCADA son:

- Adquisición de datos: proporciona datos medidos remotamente e información del estado al operador.

- Control supervisorio: Permite al operador controlar remotamente dispositivos de control, por ejemplo abrir y cerrar interruptores.
- Marcado: Identifica un dispositivo para restricciones de operación específicas y previene la operación no autorizada.
- Alarmas: informa al operador eventos no planeados y condiciones de operación no deseables, de la misma manera proporcionan al operador la posibilidad de disparos automáticos o iniciados en respuesta a emergencias del sistema.
- Tendencias: Grafica mediciones sobre escalas de tiempo elegidas.

## 2.2 Fasor

Si en una parte de una red eléctrica se produce una pérdida importante de sincronización con el resto de las máquinas, puede ocurrir una pérdida de estabilidad en la red y que se produzca un corte en el suministro de electricidad. Los ingenieros especialistas en redes eléctricas han tratado siempre de supervisar en tiempo real los ángulos de fase, voltajes nodales y corrientes [7].

En el pasado esto no era posible debido a la falta de capacidad de procesamiento y a las grandes dificultades propias de la recolección, coordinación y sincronización de los datos de la red. Pero las nuevas tecnologías han dado un vuelco radical a esta situación. Para facilitar las cosas, los ingenieros han simplificado las matemáticas que aplican en el análisis de redes eléctricas [7].

La simplificación ha supuesto pasar las ecuaciones referidas al eje temporal a otro sistema de coordenadas. Así, la corriente alterna representada por la onda senoidal (b) de la Figura 2.1, puede expresarse también con el diagrama fasorial (a) Figura 2.1.

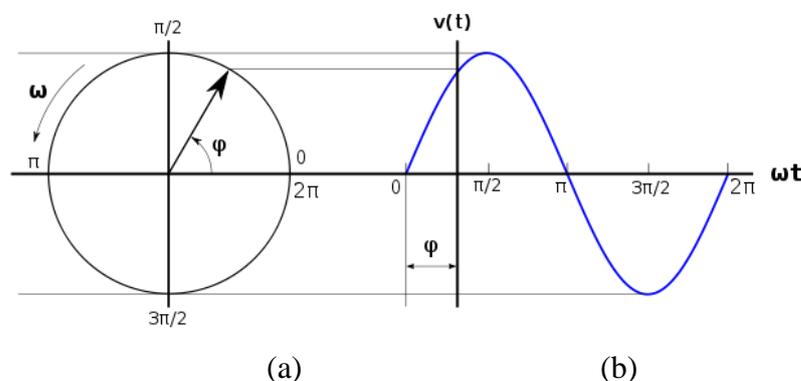


Figura 2.1 (a) Diagrama fasorial, (b) forma de onda senoidal

De tal manera, una función senoidal puede ser representada por un vector giratorio al que se denomina fasor o vector de Fresnel, que tiene las siguientes características:

- Girará con una velocidad angular  $\omega$ .
- Su módulo será el valor máximo o el valor eficaz de la función senoidal, según convenga.

La razón de utilizar la representación fasorial está en la simplificación que ello supone. Matemáticamente, un fasor puede ser definido fácilmente por un número complejo, por lo que puede emplearse la teoría de cálculo de estos números complejos para el análisis de sistemas eléctricos de corriente alterna.

### **2.3 Unidades de medición fasorial**

La aplicación extensiva de la Medición Sincronizada de Fasores en la operación y control de los sistemas de potencia, ha tenido un gran impacto en las funciones de análisis de la seguridad de los Sistemas de Administración de Energía (EMS- por sus siglas en inglés), particularmente en la función de estimación de estado.

Las unidades de medición fasorial (PMU's) son unidades que monitorean variables eléctricas con una periodicidad en el orden de los microsegundos, en base a sus valores de magnitud y ángulo de fase.

Los PMU's presentan diversas ventajas con respecto a las mediciones convencionales de voltaje, ya que mientras los equipos convencionales solo tienen la capacidad de medir la magnitud de voltaje, los PMU's pueden registrar tanto la magnitud como el ángulo de fase relativo a una referencia especificada. Lo mismo aplica para mediciones de corriente.

De lo expresado anteriormente se deduce que la inclusión de mediciones fasoriales en el algoritmo de estimación de estado produce un aumento en el vector de mediciones, ya que, en vez de contener solo las mediciones de magnitud de voltaje,

flujos de potencia e inyecciones de potencia suministradas por los equipos de medición convencionales, se incluyen ahora los ángulos de fase y flujos de corriente en las líneas.

Las mediciones provenientes de las PMU's usan la tecnología de los Sistemas de Posicionamiento Global (GPS) para detectar simultáneamente los fasores de voltaje en los nodos y los fasores de corriente de las líneas asociadas.

### 2.3.1 Medición de fasores

Actualmente, uno de los componentes fundamentales de los sistemas de las compañías eléctricas son las unidades PMU's para la medición de fasores. Las unidades PMU's dependen de una señal de tiempo GPS para realizar un marcado de tiempo sumamente preciso de la información que determina el estado de operación del sistema eléctrico de potencia. Un receptor satelital GPS proporciona un impulso de sincronización preciso en correlación con las entradas de voltajes y corrientes muestreadas. A partir de estas muestras de datos, se calculan los voltajes y corrientes de secuencia positiva [8] y se marcan en el tiempo, asignándoles permanentemente el microsegundo exacto en que se ha hecho la medición de los fasores. El dispositivo prepara un mensaje con la marca de tiempo y los datos del fasor en un formato definido en la norma IEEE 1344 [9], de modo que puede transmitirse a un lugar distante a través de cualquier enlace de comunicaciones que se encuentre disponible. La Figura 2.2 muestra el diagrama de bloques característico de un PMU.

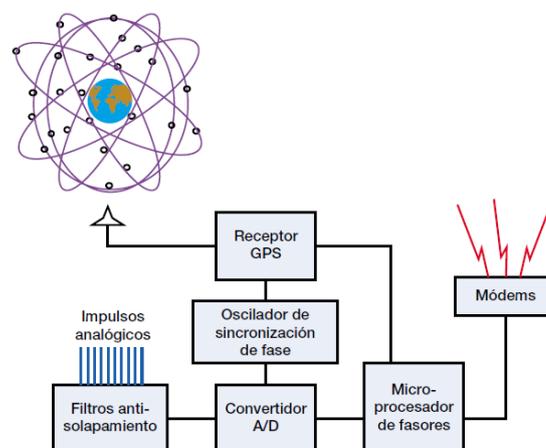


Figura 2.2 Diagrama de bloques de la unidad PMU de medición de fasores

Los datos de secuencia positiva de los fasores de todas las subestaciones provistas de dichos dispositivos se centralizan en un lugar apropiado utilizando un concentrador de datos o se intercambian entre unidades locales para realizar las aplicaciones de protección y control del sistema eléctrico. La Figura 2.3 muestra a los PMU's y su conexión con otros dispositivos para que se lleve a cabo la supervisión y control de los datos que estos proporcionan al sistema eléctrico.

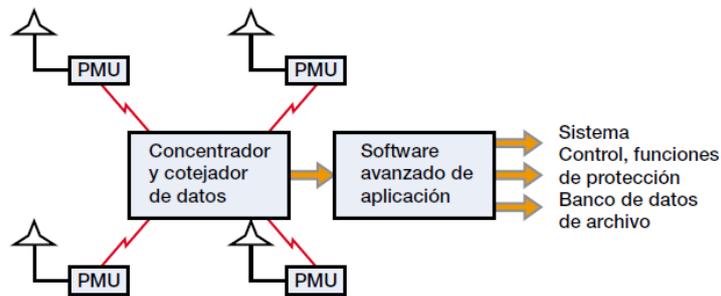


Figura 2.3 Utilización de una unidad PMU en un SEP

### 2.3.2 Comunicación de los datos de mediciones

Un factor fundamental a la hora de implementar el sistema de adquisición de datos es la comunicación de las mediciones con marca de tiempo al concentrador de datos. Mientras que la base de tiempos se distribuye a las unidades PMU's mediante una compleja red de satélites, los dispositivos actuales utilizan tecnologías de comunicación telefónica, digital en serie y de Ethernet para establecer la conexión con el concentrador de datos. Entre las diversas tecnologías que se aplican en la infraestructura de comunicaciones se cuentan el cableado directo, las redes de radio que requieran o no licencia, las microondas, los teléfonos, la radio digital y diversas combinaciones de estas tecnologías. La Figura 2.4 muestra como está conformado todo un sistema de comunicaciones considerando a las unidades fasoriales y su concentrador de datos fasoriales respectivamente.

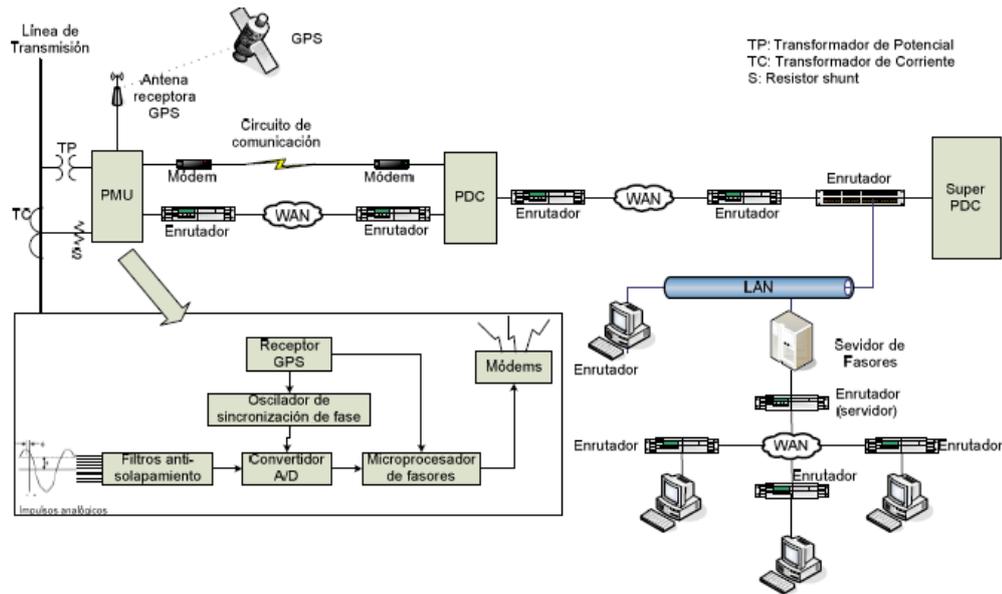


Figura 2.4 Sistema de comunicación de una unidad PMU

La norma IEEE 1344 [9] define los formatos de archivos de salida suministrados por las unidades PMU de medición de fasores. Se definen dos archivos (Encabezamiento y Configuración) para la configuración y la asistencia a la interpretación de los datos de los fasores, así como el formato del archivo de salida binario en tiempo real que consta de fasores y de la marca de tiempo e incluye la salida principal de las unidades PMU. La norma ha sido de gran ayuda para garantizar que las futuras aplicaciones de la medición sincronizada de fasores puedan acceder a los datos de fasores suministrados por las unidades de los PMU's de los distintos fabricantes.

La aplicación de esta tecnología eliminará en gran parte el retardo inherente a los sistemas actuales de estimación de estado; las compañías eléctricas estarán en condiciones de realizar, en tiempo real, avanzados análisis de los imprevistos estáticos y dinámicos que producen en sus redes de transmisión y distribución.

## 2.4 Impacto de la tecnología PMU en la Estimación de Estado

Los beneficios de los PMU's en la estimación de estado dependen de la exactitud y calibración de sus mediciones al igual que del número de dispositivos que estén instalados en el sistema, su localización y relación con los valores que proporciona el SCADA. Algunos de los beneficios y la manera de entender estos dispositivos son los siguientes:

1.- Los valores obtenidos por los PMU's pueden mejorar la estimación de mediciones de potencia activas inexactas cercanas a la subestaciones donde se encuentra instalados los PMU's. La medición errónea puede venir de la misma subestación o de subestaciones vecinas. Los valores de los PMU's con mayor exactitud son especialmente efectivos cuando las mediciones tienen un gran número de errores.

2.- Los PMU's deben estar proporcionalmente distribuidos en las subestaciones de todo el sistema eléctrico, para lograr un mejor rendimiento.

3.- La localización del PMU de referencia no tiene ningún impacto en la estimación de estado. Un solo PMU no puede mejorar el rendimiento de la estimación.

4.- El análisis de los valores proporcionados por el PMU puede detectar cambios en el estado de los interruptores (CB/Switch) en el sistema, lo cual debería de mejorar la estimación y la detección de errores.

5.- Los datos proporcionados por los PMUs de áreas externas pueden ayudar a operadores a localizar problemas externos rápidamente y prevenir eventos en cascada.

Algunos de los problemas en la implementación práctica de los PMU's en el contexto de estimación de estado son los siguientes:

1.- La selección de un PMU de referencia y la reasignación de la referencia en caso de que la primera falle. Aunque el lugar de la referencia del PMU no tiene impacto en la estimación de estado, los valores de los demás PMU's están todos relativos al de referencia. El PMU de referencia tiene que estar trabajando en todo momento.

2.- La calibración de los PMUs debido a las diferentes marcas en el mercado. Investigaciones han demostrado que algunas marcas de PMU's tienen diferentes valores de mediciones de los mismos datos lo cual está asociada a la calibración del dispositivo. En ese caso las mediciones tienen que ser calibradas y usar compensaciones para corregir los datos.

3.- La sincronización de los PMU's (reciben 20 a 60 muestras por segundo) y los valores SCADA (actualizados cada cuatro segundos o un poco más). El estado general del programa de estimaciones (que normalmente corre cada 2 a 3 minutos) utiliza los valores que proporciona el sistema SCADA. El tiempo no sincronizado de los valores del SCADA es un gran problema para las estimaciones de estado. Los datos

sincronizados del PMU pueden ser utilizados en una estimación de estado. Como solo una pequeña porción de las subestaciones tienen PMU's instalados, la mayoría de los valores del SCADA aun no son sincronizados.

4.- Ajustar las medidas de los valores de los PMU's para un óptimo rendimiento en línea. Cabe destacar que los PMU's dependen de los PT's y CT's (transformadores de potencial y de corriente) para recolectar los valores. Estos PT's y CT's también son usados por otros dispositivos tales como los RTU's para medir el voltaje y la corriente los cuales son enviados al SCADA. Los datos de los PMU's en la estimación de estado deben considerar dos factores, errores de los PMU's y errores de los PT's y CT's. Comparado a otros valores del SCADA los valores del PMU tienen la ventaja de estar en sincronización.

### **2.4.1 Perspectivas de las unidades PMU**

Las unidades PMU facilitan la búsqueda de soluciones innovadoras a los problemas tradicionales de las compañías eléctricas y ofrecen a los ingenieros de los sistemas de distribución y transmisión de energía numerosas ventajas potenciales, como las que se mencionan a continuación.

1. Posibilidad de hacer estimaciones precisas sobre el estado del sistema a intervalos frecuentes, lo que permite controlar los fenómenos dinámicos desde un lugar central y tomar las medidas de control apropiadas.
2. Gran mejora de los análisis posteriores a las perturbaciones, ya que la sincronización GPS permite obtener valores instantáneos precisos de los estados del sistema.
3. Posibilidad de implementar un sistema avanzado de protección a partir de las mediciones sincronizadas de fasores, con opciones para mejorar la respuesta global del sistema a los acontecimientos catastróficos.

4. Posibilidad de utilizar un sistema avanzado de control con realimentación a distancia, mejorando así el rendimiento del controlador.
5. Permitirá prevenir algunos casos de inestabilidad, que podrían conllevar a un corte de energía total o parcial.

## CAPÍTULO 3

# ESTIMACIÓN DE ESTADO

### 3.1 Introducción

La estimación de estado aplicada al análisis de un sistema eléctrico es definida como “un algoritmo de procesamiento de datos que convierten las medidas redundantes y otra información disponible en un estimado del estado del sistema eléctrico” [1]. Hoy en día, la estimación de estado es una parte esencial en los sistemas de gestión de energía de todo el mundo. Más aún, es el corazón de los sistemas modernos de administración de energía y aplicaciones, tales como análisis de seguridad, despacho económico, flujos de potencia, estudio de corto circuito, flujos de potencia óptimos, entre otros, que dependen en gran medida de la precisión de los datos que proporciona el estimador de estado [1].

Las fuentes de información necesarias para el estimador de estado son [1]:

- Los valores de los parámetros de diseño de los dispositivos que conforman la red eléctrica (R, L, C, etc.).
- La información topológica o estructural (posición de interruptores) de la red de transmisión.
- El modelo matemático del sistema eléctrico.
- Los distintos tipos de mediciones.

En general las mediciones pueden ser clasificadas en [1]:

Telemediciones: Son las que se obtienen en tiempo real desde las subestaciones a través del sistema SCADA. Los datos típicos que se miden son:

- Las magnitudes de voltaje e inyecciones de potencia activa y reactiva en los nodos.
- Los flujos de potencia activa y reactiva en las líneas.

**Pseudomediciones:** Son valores obtenidos basándose en los datos históricos existentes, por lo que tienen menos precisión que si fuesen medidos; por ejemplo, la potencia generada en las centrales eléctricas o la demanda de las subestaciones.

**Mediciones virtuales:** Son aquellas que no requieren ser medidas, como por ejemplo, la inyección cero en las subestaciones de transporte (nodos de tránsito).

Antes de que se haga cualquier evaluación de la seguridad o se tomen acciones de control, se debe tener un estimado confiable del punto de operación del sistema. Para cumplir con este propósito no se debe restringir el número de mediciones físicas a las cantidades utilizadas para los cálculos convencionales de flujos de potencia. Los datos de entrada de un programa convencional de flujos de potencia están restringidos a las inyecciones de potencia activa y reactiva en los nodos de carga y generación, así como a los valores de las magnitudes de voltaje en los nodos de voltaje controlado. Si no se dispone de alguna de esas mediciones, no es posible obtener la solución de flujos de potencia convencional. Además si tienen errores graves de medición en una o más de estas cantidades de entrada, se puede dar origen a resultados de flujos de potencia que no sean útiles. En la práctica, se tienen disponibles otras cantidades medibles tales como flujos de potencia activa y reactiva a través de los elementos de transmisión, pero estos no pueden ser utilizados en cálculos convencionales de flujos de potencia. Las limitaciones asociadas al método de flujos de potencia para obtener el punto de equilibrio de un sistema eléctrico, se pueden eliminar a través de la estimación de estados basada en los cálculos de Mínimos Cuadrados Ponderados. Este método da un estimado del estado del sistema y una medida cuantitativa de que tan bueno es este estimado, antes de que se use esta información en un tipo de análisis aplicado a los sistemas eléctricos de potencia y/o en la evaluación del grado de seguridad del mismo. En este contexto, las mediciones utilizadas para la estimación del estado operativo del sistema pueden tener errores que presentan propiedades estadísticas, tal que las variables de estado estimadas se sujetan a pruebas estadísticas antes de que se acepten como satisfactorios. Así los errores graves se detectan en el curso de la estimación de estado y se filtran automáticamente [10].

### 3.2 Formulación del problema

En la estimación de estado se utilizan generalmente tres tipos de mediciones físicas que son los datos de entrada del estimador y que son procesadas para obtener el estado operativo del sistema. Estas mediciones son:

- Inyección de potencia nodal activa  $P_k$  y/o reactiva  $Q_k$  en un nodo  $k$  de la red.
- Flujo de potencia activa  $P_{km}$  y/o reactiva  $Q_{km}$  en terminales de un elemento de transmisión conectado entre los nodos  $k$  y  $m$ .
- Magnitud de voltaje en un nodo  $k$ ,  $V_k$ .

Las mediciones estimadas de un sistema de potencia de C.A. son calculadas por medio de funciones, generalmente no lineales, dadas por las ecuaciones de flujos de potencia de un SEP. Entonces cada medición física está relacionada o representada por una ecuación de potencia. De ésta forma se calculan los errores en los datos medidos, para así obtener un índice que permita valorar la confiabilidad del estimado calculado [3].

#### 3.2.1 Medición de flujo de potencia de una línea de transmisión

Las ecuaciones que representan la potencia activa y reactiva fluyendo a través de una línea de transmisión se derivan de la Figura 3.1. Estas ecuaciones representan las mediciones estimadas durante el proceso de estimación de estado.

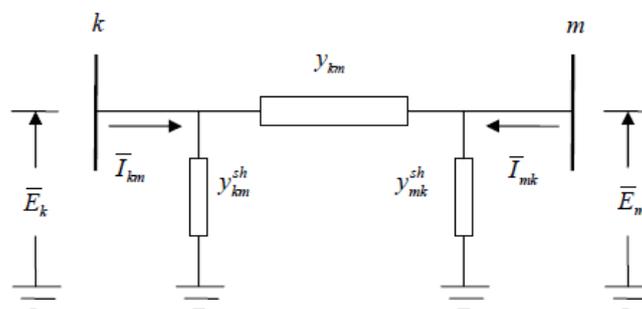


Figura 3.1 Circuito  $\pi$  de una línea de transmisión.

Aplicando la ley de corrientes de Kirchhoff a los nodos  $k$  y  $m$  de la Figura 3.1, se obtienen las siguientes corrientes complejas inyectadas en terminales de la línea de transmisión:

$$I_{km} = y_{km} (E_k - E_m) + y_{km}^{sh} E_k \quad (3.1)$$

$$I_{mk} = y_{mk} (E_m - E_k) + y_{mk}^{sh} E_m \quad (3.2)$$

donde  $y_{mk}$  y  $y_{km}^{sh}$  son las admitancias primitivas serie y derivación respectivamente, de la línea de transmisión. Las ecuaciones antes mostradas pueden ser expresadas de la siguiente manera:

$$I_{km} = (y_{km} + y_{km}^{sh}) E_k - y_{km} E_m \quad (3.3)$$

$$I_{mk} = -y_{km} E_k + (y_{km} + y_{km}^{sh}) E_m \quad (3.4)$$

las cuales pueden expresarse en función de las admitancias nodales complejas de la red ( $Y$ ) con base en las siguientes igualdades:

$$Y_{kk} = (y_{km}^{sh} + y_{km}) = G_{kk} + jB_{kk} \quad (3.5)$$

$$Y_{km} = -y_{km} = G_{km} + jB_{km} \quad (3.6)$$

$$Y_{mk} = -y_{mk} = G_{mk} + jB_{mk} \quad (3.7)$$

$$Y_{mm} = (y_{mk}^{sh} + y_{mk}) = G_{mm} + jB_{mm} \quad (3.8)$$

De tal forma las ecuaciones expresadas en (3.3) y (3.4) quedan en función de las admitancias nodales complejas de la siguiente forma:

$$I_{km} = Y_{kk} E_k + Y_{km} E_m \quad (3.9)$$

$$I_{mk} = Y_{mk} E_k + Y_{mm} E_m \quad (3.10)$$

Con estas ecuaciones es posible deducir las ecuaciones de flujos de potencia en terminales de la línea de transmisión con base en el concepto de potencia compleja; es decir,

$$S_{km} = P_{km} + jQ_{km} = E_k I_{km}^* \quad (3.11)$$

$$S_{mk} = P_{mk} + jQ_{mk} = E_m I_{mk}^* \quad (3.12)$$

donde \* significa complejo conjugado.

Sustituyendo (3.9) en (3.11) y (3.10) en (3.12) se obtiene:

$$P_{km} + jQ_{km} = E_k^2 Y_{kk}^* + E_k E_m^* Y_{km}^* \quad (3.13)$$

$$P_{mk} + jQ_{mk} = E_m E_k^* Y_{mk}^* + E_m^2 Y_{mm}^* \quad (3.14)$$

Tomando en cuenta la representación polar del fasor de voltaje nodal  $E_k = V_k e^{j\delta_k}$  y  $E_m = V_m e^{j\delta_m}$ , una representación rectangular de la admitancia nodal  $Y_{km} = G_{km} + jB_{km}$  y sustituyendo las ecuaciones (3.13) y (3.14) se obtiene:

$$E_k E_m = V_k V_m e^{j(\delta_k - \delta_m)} \quad (3.15)$$

$$P_{km} + jQ_{km} = V_k^2 G_{kk} - jB_{kk} + V_k V_m G_{km} - jB_{km} e^{j(\delta_k - \delta_m)} \quad (3.16)$$

$$P_{mk} + jQ_{mk} = V_m^2 G_{mm} - jB_{mm} + V_m V_k G_{mk} - jB_{mk} e^{j(\delta_k - \delta_m)} \quad (3.17)$$

donde:

$$e^{j(\delta_k - \delta_m)} = \cos \delta_k - \delta_m + j \sin \delta_k - \delta_m \quad (3.18)$$

Desarrollando las ecuaciones (3.16) y (3.17) y separando las partes real e imaginaria, se obtienen las ecuaciones de flujos de potencia activa y potencia reactiva de una línea de transmisión.

$$P_{km} = V_k^2 G_{kk} + V_k V_m \{ G_{km} \cos \delta_k - \delta_m + B_{km} \sin \delta_k - \delta_m \} \quad (3.19)$$

$$Q_{km} = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m \{ G_{km} \sin \delta_k - \delta_m - B_{km} \cos \delta_k - \delta_m \} \quad (3.20)$$

$$P_{mk} = V_m^2 G_{mm} + V_m V_k \{ G_{mk} \cos \delta_m - \delta_k + B_{mk} \sin \delta_m - \delta_k \} \quad (3.21)$$

$$Q_{mk} = -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k \{ G_{mk} \sin \delta_m - \delta_k - B_{mk} \cos \delta_m - \delta_k \} \quad (3.22)$$

Estas últimas 4 ecuaciones representan matemáticamente a los valores obtenidos mediante mediciones de flujos de potencia, a través de una línea de transmisión.

### 3.2.2 Medición de inyección de potencia nodal

La derivación de la ecuación que representa la medición de inyección de flujo de potencia en un nodo  $k$  se obtiene como la sumatoria de las potencias que están fluyendo a través de cada componente de transmisión  $l$  conectado al nodo, es decir:

$$P_k = \sum_{l \in k} P_{kl} \quad (3.23)$$

$$Q_k = \sum_{l \in k} Q_{kl} \quad (3.24)$$

Esta medición se realiza al tomar como datos la potencia de generación y carga, cuya resta es equivalente a la potencia nodal inyectada.

En las ecuaciones (3.23) y (3.24) se utilizan los términos  $P_{kl}$  y  $Q_{kl}$ , en lugar de las ecuaciones de flujo (3.19) y (3.20) con el fin de considerar el caso en que existan dos o más líneas en paralelo entre los nodos  $k$  y  $m$ , como se puede observar en la Figura 3.2 [3].

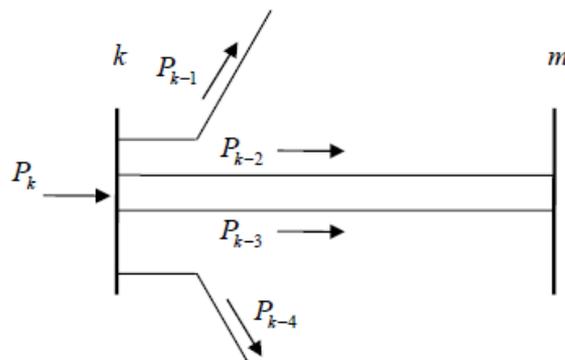


Figura 3.2 Inyección de flujos en el nodo  $K$

### 3.2.3 Medición de magnitud de voltaje nodal

Cuando se tiene una medición de voltaje, la ecuación correspondiente es únicamente la magnitud de voltaje del nodo en cuestión, es decir

$$V_k = V_k \quad (3.25)$$

donde  $V_k$  es la medición y  $V_k$  es la variable de estado de voltaje.

### 3.2.4 Medición y modelado del transformador

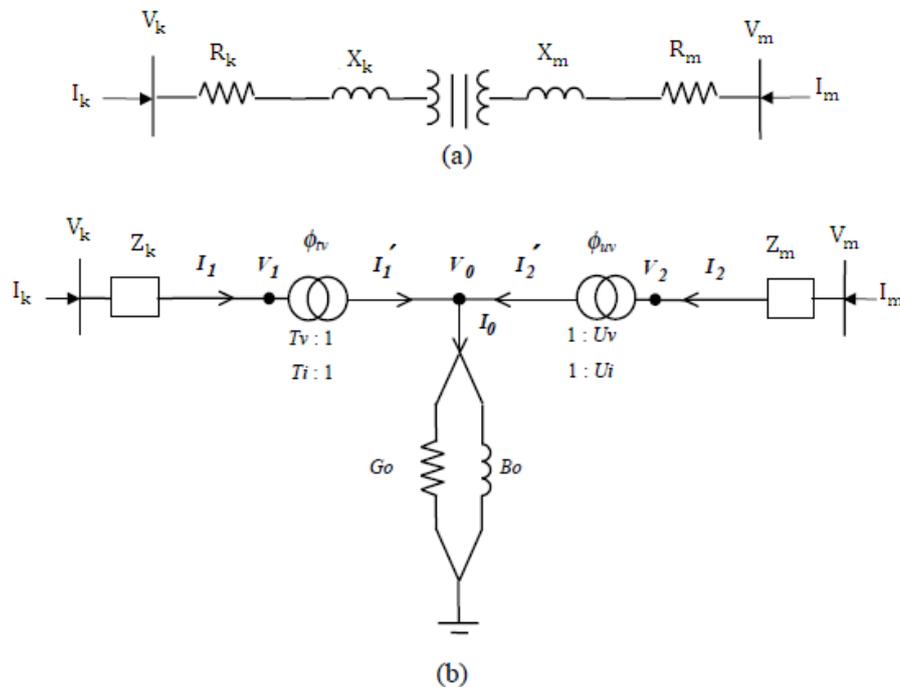


Figura 3.3 Transformador con dos devanados. (a) Representación esquemática. (b) Circuito equivalente.

El transformador monofásico considerado en este trabajo se muestra en la Figura 3.3 y tiene un tap en el devanado primario y en el devanado secundario. El devanado primario está representado como un transformador ideal con relación de tap  $T_v:1$  y  $T_i:1$  en serie con la impedancia  $Z_k$ . El devanado secundario está representado como un transformador ideal también con relación de tap  $U_v:1$  y  $U_i:1$  en serie con la impedancia  $Z_m$ .

La matriz de admitancia del transformador de dos devanados puede ser determinada de la siguiente manera:

considerando que la corriente  $I_1$  circula a través de la impedancia  $Z_k$  y que la corriente  $I_2$  circula a través de la impedancia  $Z_m$ , se tiene:

$$I_1 = \frac{V_k - V_1}{Z_k} = \frac{V_k - T_v V_0}{Z_k} = I_k \quad (3.26)$$

$$I_2 = \frac{V_m - V_1}{Z_m} = \frac{V_m - U_v V_0}{Z_m} = I_s \quad (3.27)$$

la corriente  $I_0$  a través del núcleo de acero está en función de las corrientes  $I'_1$  e  $I'_2$  y puede ser expresada como:

$$0 = I'_1 + I'_2 - I_0 = T_i I_1 + U_i I_2 - I_0 \quad (3.28)$$

ó

$$0 = \frac{T_v^* V_k}{Z_k} + \frac{T_v^2}{Z_k} + \frac{U_v^2}{Z_m} + Y_0 V_0 - \frac{U_v^* V_m}{Z_m} \quad (3.29)$$

donde

$$Y_0 = G_0 + jB_0 \quad (3.30)$$

Expresando las ecuaciones (3.26), (3.27) y (3.28) en forma matricial se obtiene:

$$\begin{array}{ccc} I_k & \frac{1}{Z_k} & -\frac{T_v}{Z_k} & 0 & V_k \\ 0 & -\frac{T_v^*}{Z_k} & \frac{T_v^2}{Z_m} + Y_0 & -\frac{U_v^*}{Z_m} & V_0 \\ I_m & 0 & -\frac{U_v}{Z_m} & \frac{1}{Z_m} & V_m \end{array} \quad (3.31)$$

Esta matriz representa el transformador mostrado en la Figura 3.3 Es posible encontrar una matriz equivalente reducida que modele el transformador en función de las variables eléctricas medidas en los nodos externos  $k$  y  $m$ . Esto se hace por medio de una eliminación gaussiana y da como resultado.

$$\frac{I_k}{I_m} = \frac{1}{T_v^2 Z_m + U_v^2 Z_k + Z_k Z_m Y_0} \begin{array}{cc} U_v^2 + Z_m Y_0 & -T_v U_v^* \\ -T_v^* U_v & T_v^2 + Z_k Y_0 \end{array} \frac{V_k}{V_m} \quad (3.32)$$

Esta ecuación puede ser expresada como:

$$\begin{matrix} I_k \\ I_m \end{matrix} = \begin{matrix} G_{kk} & G_{km} \\ G_{mk} & G_{mm} \end{matrix} + j \begin{matrix} B_{kk} & G_{km} \\ B_{mk} & B_{mm} \end{matrix} \begin{matrix} V_k \\ V_m \end{matrix} \quad (3.33)$$

donde

$$G_{kk} = \frac{F_1 U_v^2 + R_1 + F_2 R_2}{A_2} \quad (3.34)$$

$$B_{kk} = \frac{F_1 R_2 - F_2 U_v^2 + R_1}{A_2} \quad (3.35)$$

$$G_{mm} = \frac{F_1 T_v^2 + R_3 + F_2 R_4}{A_2} \quad (3.36)$$

$$B_{mm} = \frac{F_1 R_4 - F_2 T_v^2 + R_3}{A_2} \quad (3.37)$$

$$G_{km} = \frac{-T_v U_v F_1 \cos \phi_1 + F_2 \sin \phi_1}{A_2} \quad (3.38)$$

$$B_{km} = \frac{T_v U_v F_2 \cos \phi_1 - F_1 \sin \phi_1}{A_2} \quad (3.39)$$

$$G_{mk} = \frac{-T_v U_v F_1 \cos \phi_2 + F_2 \sin \phi_2}{A_2} \quad (3.40)$$

$$B_{mk} = \frac{T_v U_v F_2 \cos \phi_2 - F_1 \sin \phi_2}{A_2} \quad (3.41)$$

$$F_1 = T_v R_m + U_v^2 R_k + R_{eq1} \quad (3.42)$$

$$F_2 = T_v X_m + U_v^2 X_k + X_{eq1} \quad (3.43)$$

$$A_2 = F_1^2 + F_2^2 \quad (3.44)$$

$$R_{eq1} = R_k R_m - X_k X_m G_0 - R_k X_m + R_m X_k B_0 \quad (3.45)$$

$$X_{eq1} = R_k R_m - X_k X_m B_0 + R_k X_m + R_m X_k G_0 \quad (3.46)$$

$$R_1 = R_m G_0 - X_m B_0 \quad (3.47)$$

$$R_2 = R_m B_0 + X_m G_0 \quad (3.48)$$

$$R_3 = R_m G_0 - X_k B_0 \quad (3.49)$$

$$R_4 = R_k B_0 + X_k G_0 \quad (3.50)$$

$$\phi_1 = \phi_{tv} - \phi_{uv} \quad (3.51)$$

$$\phi_2 = \phi_{uv} - \phi_{tv} \quad (3.52)$$

Las ecuaciones de inyección de potencia de un transformador.

$$P_k = V_k^2 G_{kk} + V_k V_m \{ G_{km} \cos \delta_k - \delta_m + B_{km} \sin \delta_k - \delta_m \} \quad (3.53)$$

$$Q_k = -V_k^2 B_{kk} + V_k V_m \{ G_{km} \sin \delta_k - \delta_m - B_{km} \cos \delta_k - \delta_m \} \quad (3.54)$$

$$P_m = V_m^2 G_{mm} + V_m V_k \{ G_{mk} \cos \delta_m - \delta_k + B_{mk} \sin \delta_m - \delta_k \} \quad (3.55)$$

$$Q_m = -V_m^2 B_{mm} + V_m V_k \{ G_{mk} \sin \delta_m - \delta_k - B_{mk} \cos \delta_m - \delta_k \} \quad (3.56)$$

### 3.3 Método de Mínimos Cuadrados Ponderados

El sistema de transmisión de energía eléctrica usa wáttmetros, vármetros, voltímetros y amperímetros para medir la potencia activa, la potencia reactiva, así como las magnitudes de voltajes y corrientes, respectivamente. Estas cantidades continuas o análogas son registradas a través de transformadores de corriente y de potencial (u otros mecanismos equivalentes), instalados en las líneas, en los transformadores, en los nodos de las plantas de potencia y subestaciones del sistema. Las cantidades análogas pasan a través de transductores y de convertidores analógicos-digitales y las salidas digitales son medidas a distancia en el centro de control de energía a través de varios enlaces de comunicación. Los datos recibidos en el centro de control de energía son procesados para informar a los operadores del sistema sobre el estado del mismo. Los datos adquiridos siempre contienen inexactitudes que son inevitables porque las mediciones físicas no pueden estar libres de ruido. Este ruido se puede cuantificar en un sentido estadístico y los valores estimados en las cantidades que se miden se aceptan como razonables o se rechazan si exceden ciertas medidas de exactitud [10].

Debido al ruido, los valores reales de las cantidades físicas nunca son conocidos y se tiene que considerar la forma de calcular los mejores estimados posibles de las cantidades desconocidas. El método de mínimos cuadrados se usa frecuentemente para

encontrar el “mejor ajuste” de los datos medidos al relacionar dos o más cantidades [10].

La finalidad de la estimación de estados es estimar las variables de estado del sistema en base a las mediciones existentes. La relación entre las variables es como se muestra en la siguiente Figura.

$$\text{MEDICIONES} = \text{VALORES OBTENIDOS DEL MODELO DEL SISTEMA} + \text{ERRORES}$$

Figura 3.4 Relación entre las variables para obtener la medición

Las expresiones matemáticas de las variables de estado son obtenidas mediante las leyes fundamentales que rigen las relaciones voltaje-corriente en un circuito ó red eléctrica; por ejemplo ley de Ohm y leyes de Kirchhoff.

Debido a que los errores no se conocen, estos mismos son los que hay que determinar y minimizar.

Matemáticamente se tiene:

$$z = f x + e \quad (3.57)$$

$$e = z - f x \quad (3.58)$$

$z$ : vector del conjunto de mediciones físicas de dimensión  $Nm$ .

$x$ : vector de las variables de estado de dimensión  $Ns$ .

$f$ : relación matemática entre las mediciones y variables de estado (vector de funciones no lineales) de dimensión  $Nm$ .

$e$ : vector de errores acumulados a las mediciones físicas de dimensión  $Nm$ .

Debido a que las variables de estado son encontradas con base a mediciones que contienen errores, sus valores son estimados, tal que:

$$e = z - f x \quad (3.59)$$

donde  $e$  y  $x$  son valores estimados de los errores y de las variables de estado, respectivamente.

Con la finalidad de resolver el problema de estimación de estado, se debe minimizar el error entre los valores medidos  $z$  y los valores estimados de estas mediciones  $f x$  mediante el cálculo de las variables de estado  $x$ . Sin embargo, para asegurar que las mediciones de los instrumentos de gran precisión sean tratados más favorablemente que los menos precisos, cada término de la suma de los cuadrados se multiplica por un factor de ponderación  $W$ . Con la finalidad de minimizar los errores se plantea la siguiente función objetivo:

$$f_0 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n W_j e_j^2 = \frac{1}{2} W_1 e_1^2 + W_2 e_2^2 + \dots + W_n e_n^2 \quad (3.60)$$

donde  $W$  es un valor de ponderación,  $e_j$  es el error calculado y  $n$  el número de mediciones disponible.

La matriz  $W$  llamada matriz de ponderaciones, tiene elementos que son los recíprocos de las varianzas de error de las mediciones correspondientes. Esto es,

$$W = R^{-1} = \begin{matrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \frac{1}{\sigma_2^2} & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_m^2} \end{matrix} \quad (3.61)$$

donde  $W$  también se representa como  $R^{-1}$  que es la matriz del recíproco de la varianza.

Los valores de las varianzas se encuentran asociados con la precisión de los instrumentos de medición. En el proceso de estimación se seleccionan los mejores estimados de las variables de estado como aquellos valores de  $x$  que dan como resultado

que la función objetivo  $f_0$  (3.60) tenga su valor mínimo. Esto se logra mediante la aplicación de la primera derivada con respecto a  $x$  de la función objetivo igualada a 0, esto conlleva a la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} f_0 = 0 \quad (3.62)$$

Lo anterior implica

$$\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n w_j e_j^2 = 0 \quad (3.63)$$

$$\sum_{j=1}^n w_j e_j \frac{\partial e_j}{\partial x} = 0 \quad (3.64)$$

La ecuación anterior puede ser expresada como:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_1}{\partial x_1} & \frac{\partial e_2}{\partial x_1} & \frac{\partial e_n}{\partial x_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = 0 \quad (3.65)$$

Debido a que los errores reales son desconocidos, la ecuación anterior se debe expresar en función de los errores estimados  $e$ , las cuales se calculan a su vez en base a los valores estimados de las variables de estado  $x$  mediante la ecuación (3.59).

De tal manera:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial e_1}{\partial x_1} & \frac{\partial e_2}{\partial x_1} & \frac{\partial e_n}{\partial x_1} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_1 \\ \vdots \\ w_2 \\ \vdots \\ w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{bmatrix} = 0 \quad (3.66)$$

En el caso de que se tengan  $m$  variables de estado

$$\begin{matrix} \frac{\partial e_1}{\partial x_1} & \frac{\partial e_2}{\partial x_1} & \frac{\partial e_n}{\partial x_1} \\ \frac{\partial e_1}{\partial x_2} & \frac{\partial e_2}{\partial x_2} & \frac{\partial e_n}{\partial x_2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial e_1}{\partial x_m} & \frac{\partial e_2}{\partial x_m} & \frac{\partial e_n}{\partial x_m} \end{matrix} \begin{matrix} w_1 & \dots & 0 \\ \vdots & w_2 & \vdots \\ 0 & \dots & w_n \end{matrix} \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ \vdots \\ e_n \end{matrix} = 0 \quad (3.67)$$

La ecuación anterior puede expresarse como:

$$H^T \begin{matrix} m \times n \\ n \times n \\ n \times 1 \end{matrix} \begin{matrix} w \\ z \\ f \end{matrix} = 0 \quad (3.68)$$

donde  $H$  es la matriz Jacobiana de las funciones no lineales de flujos de potencia de las líneas e inyecciones de potencia nodal.

$$H = \begin{matrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_m}{\partial x_1} & \frac{\partial f_m}{\partial x_2} & \frac{\partial f_m}{\partial x_n} \end{matrix} \quad (3.69)$$

Debido a que se cumple la siguiente igualdad

$$e_{n \times 1} = z_{n \times 1} - f_{n \times 1} = 0 \quad (3.70)$$

la ecuación puede ser expresada de la siguiente manera:

$$H^T \begin{matrix} m \times n \\ n \times n \\ n \times 1 \end{matrix} \begin{matrix} w \\ z \\ f \end{matrix} = 0 \quad (3.71)$$

$$H^T \begin{matrix} m \times n \\ n \times n \\ n \times 1 \end{matrix} \begin{matrix} w \\ z \\ f \end{matrix} - H^T \begin{matrix} m \times n \\ n \times n \\ n \times 1 \end{matrix} \begin{matrix} w \\ z \\ f \end{matrix} = 0 \quad (3.72)$$

$$H^T \begin{matrix} m \times n \\ n \times n \\ n \times 1 \end{matrix} \begin{matrix} w \\ z \\ f \end{matrix} = H^T \begin{matrix} m \times n \\ n \times n \\ n \times 1 \end{matrix} \begin{matrix} w \\ z \\ f \end{matrix} \quad (3.73)$$

La Figura 3.5 muestra las variables que se deben calcular:

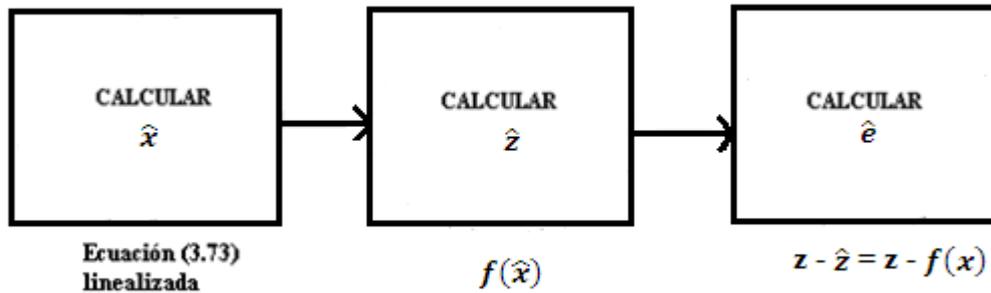


Figura 3.5 Variables a calcular  $x$ ,  $z$  y  $e$

**Nota:** La deducción matemática de (3.73) se encuentra en el apéndice A de esta tesis.

Una vez linealizando (3.73) la ecuación queda de la siguiente forma.

$$H^T R^{-1} H \Delta x = H^T R^{-1} z - f(x) \quad (3.74)$$

El vector  $x$  que minimiza la función objetivo es estimado por un proceso iterativo (Newton-Raphson) mediante la siguiente ecuación.

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (3.75)$$

Por último un perfil de voltaje plano es generalmente utilizado como condición inicial para empezar el proceso iterativo, donde los ángulos son cero y las magnitudes de voltaje son la unidad [3].

### 3.4 Matriz Jacobiana

Con el fin de estimar los ángulos y las magnitudes del voltaje, se selecciona un valor del ángulo de uno de los  $N$  nodos del sistema como referencia para los otros ángulos. Lo cual reduce a  $N-1$  ángulos de voltaje y  $N$  magnitudes de voltaje a ser calculados a través de la ecuación (3.73). De aquí que la matriz jacobiana de estimación de estados  $H$  (a diferencia de la matriz jacobiana cuadrada  $J$  que se utiliza en los estudios de flujos de potencia por el método de Newton-Raphson), tiene siempre  $(2N-1)$  columnas y un mayor número  $Nm$  de filas. Cada una de las filas de  $H$  corresponde de

manera única a una de las cantidades medidas que se indican en el circuito equivalente de la línea de transmisión de la figura (3.1) [10]:

- La magnitud del voltaje  $|V_k|$  en un nodo  $k$
- La potencia activa  $P_k$  que se inyecta en la red en el nodo  $k$ .
- La potencia reactiva  $Q_k$  que se inyecta en la red en el nodo  $k$ .
- El flujo de potencia activa  $P_{km}$  en el nodo  $k$  o el  $P_{mk}$  en el nodo  $j$  en la línea que conecta a los nodos  $k$  y  $m$ .
- El flujo de potencia reactiva  $Q_{km}$  en el nodo  $k$  o el  $Q_{mk}$  en el nodo  $j$  en la línea que conecta a los nodos  $k$  y  $m$ .

En una estimación de estado siempre se presentan errores, por lo que es de gran importancia que el sistema que va a ser estimado sea altamente redundante. Un sistema altamente redundante es aquel en el que se tiene un número mucho mayor de mediciones que de variables de estado; a esta diferencia se le llama grados de libertad del sistema. Cuando se tiene una alta redundancia en un sistema y la colocación de las mediciones permite que el sistema sea completamente observable, se forma una matriz Jacobiana  $H$  rectangular logrando así que la matriz de ganancia  $H^T W^{-1} H$  sea no singular [1] [10]. Lo anterior aumenta la capacidad de poder estimar todas las variables de estado del sistema. Sin embargo, una matriz de ganancia de un sistema muy redundante puede ser singular en el caso en que exista un nodo que no tenga mediciones en él ó en sus vecindades.

Considerando  $Nm$  como el número de lecturas tomadas del sistema y  $Ns$  como el número de variables de estado de la red, las dimensiones de la matriz  $H$  son  $Nm * Ns$ . Existen tres tipos de sistemas según las dimensiones de  $H$ . Cuando ( $Nm > Ns$ ) la matriz es rectangular, es decir que el sistema es sobre determinado y se utiliza (3.74) para obtener la solución. Cuando el número de mediciones es igual al número de variables de estado ( $Nm = Ns$ ), se dice que el sistema es completamente

determinado y que el sistema carece de redundancia. En este caso, se tiene una matriz Jacobiana cuadrada y (3.74) se reduce a (3.76). En este caso la matriz de covarianzas  $R^{-1}$  no causa efecto; todas las mediciones físicas se utilizan directamente (aun cuando sean erróneas).

Si cualquier medición se pierde, el sistema no podrá ser resuelto. En este caso la solución se reduce a una solución ajustada a los datos [3].

$$\Delta x = H^{-1} z - f(x) \quad (3.76)$$

El tercer tipo de sistema es indeterminado, donde el número de variables de estado es mayor que el número de mediciones ( $Nm < Ns$ ), esto implica que no existe solución única para el problema. En este caso se pueden utilizar multiplicadores de Lagrange para solucionar el sistema obteniéndose [11].

$$\Delta x = H^T H H^T^{-1} z - f(x) \quad (3.77)$$

### 3.4.1 Estructura y formación de $H$

La formación de los elementos jacobianos y su colocación en la matriz Jacobiana depende del tipo de mediciones tomadas y de la localización de estas en un sistema. Las dimensiones de  $[H]$  están dadas por la cantidad de mediciones disponibles y dos veces el número de nodos menos un ángulo de referencia, es decir  $Nm \times (2Nb - 1)$ .

La estructura se encuentra relacionada directamente con el orden de acomodo que se elija para las mediciones en el vector  $z$ . A cada fila del vector de mediciones le corresponde una fila en la matriz Jacobiana. La estructura del vector de mediciones para un sistema completo de mediciones es el mostrado en la Figura 3.6

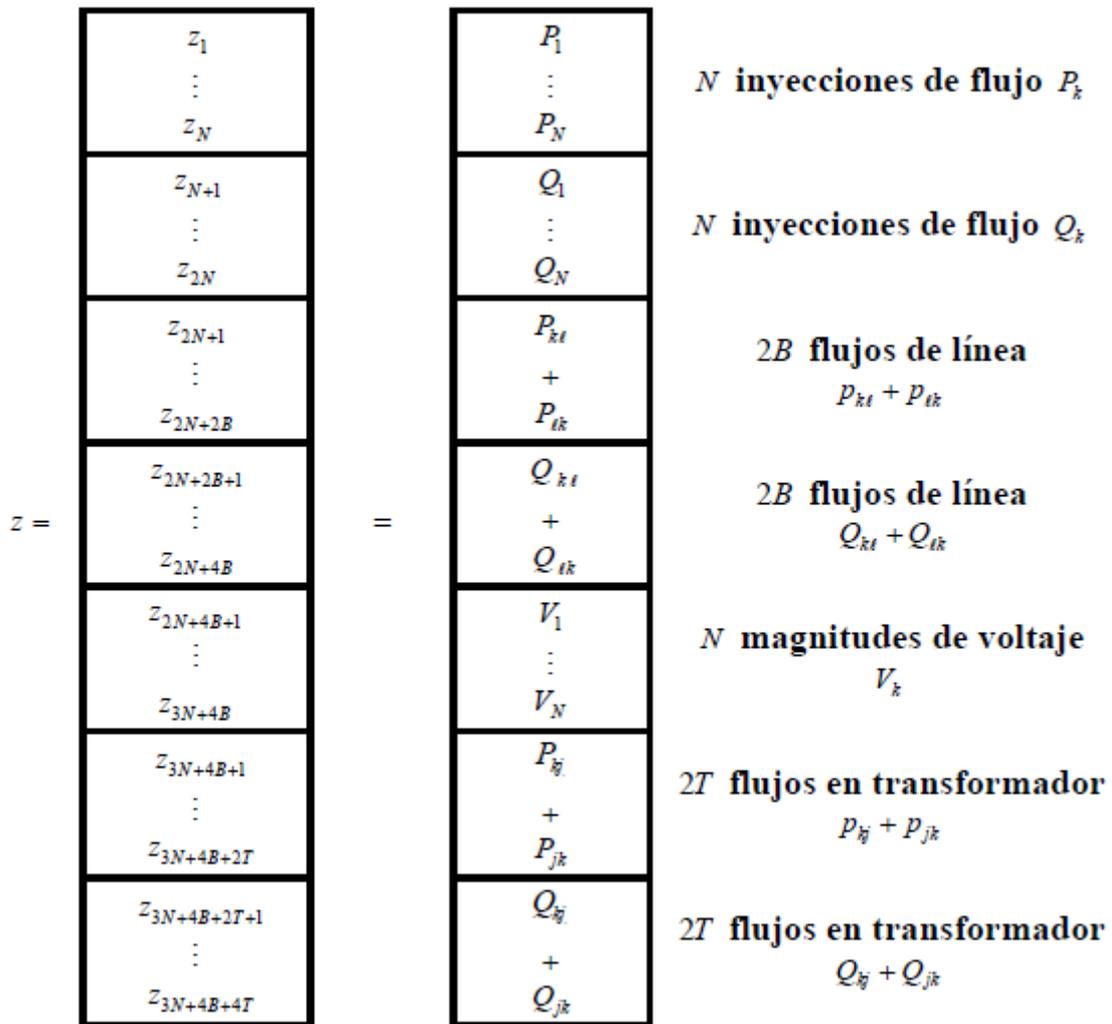


Figura 3.6 Vector de mediciones.

En la tabla 3.1 se observa que  $[H]$  tiene una fila  $P_1$ , una para  $Q_1$  y una columna correspondiente a  $V_1$  pero no para  $\delta_1$ . Esto se debe a que en los cálculos de estimación de estados se debe especificar un ángulo de referencia en uno de los nodos, que en este caso se trata en el nodo 1. La magnitud de  $V_1$  no tiene que ser especificada, lo que hace que el nodo 1 sea diferente del nodo de compensación del problema de flujos de potencia. Los elementos que son cero en el bloque 1 de la tabla 3.1 resultan del hecho que la medición  $V_k$  no depende explícitamente de  $\delta$ , así que  $\frac{\partial V_k}{\partial \delta_m}$  es igual a cero para todos los valores de  $k$  y  $m$ . También para un conjunto completo de mediciones, los elementos de la diagonal del bloque dos son unitarios porque  $\frac{\partial V_k}{\partial V_m} = 1$  cuando  $k$  es igual a  $m$  y de otra manera es cero.

Tabla 3.1 Elementos típicos de la matriz jacobiana de estimación de estado  $H$

		$\theta_2$	$\theta_3$	$\dots$	$\theta_N$	$\frac{V_1}{V_1}$	$\frac{V_2}{V_2}$	$\dots$	$\frac{V_N}{V_N}$		
$H =$	$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial P_1}{\partial \theta_N}$			$V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial P_1}{\partial V_N}$	<b><math>N</math> inyecciones de flujo <math>P_k</math></b>		
	$\frac{\partial P_N}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial P_N}{\partial \theta_N}$			$V_1 \frac{\partial P_N}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial P_N}{\partial V_N}$			
	$\frac{\partial Q_1}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_1}{\partial \theta_N}$			$V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial Q_1}{\partial V_N}$	<b><math>N</math> inyecciones de flujo <math>Q_k</math></b>		
	$\frac{\partial Q_N}{\partial \theta_2}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_N}{\partial \theta_N}$			$V_1 \frac{\partial Q_N}{\partial V_1}$	$\dots$	$V_N \frac{\partial Q_N}{\partial V_N}$			
	$\dots$	$\frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial P_{kl}}{\partial \theta_l}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial P_{kl}}{\partial V_l}$	<b><math>2B</math> flujos de línea <math>P_{kl} + P_{lk}</math></b>
	$\dots$	$\frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial P_{lk}}{\partial \theta_l}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial P_{lk}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial P_{lk}}{\partial V_l}$	
	$\dots$	$\frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_{kl}}{\partial \theta_l}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial Q_{kl}}{\partial V_l}$	<b><math>2B</math> flujos de línea <math>Q_{kl} + Q_{lk}</math></b>
$\dots$	$\frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_{lk}}{\partial \theta_l}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_l \frac{\partial Q_{lk}}{\partial V_l}$		
	0		0	$\dots$	0	$V_1$		$V_2$	$\dots$	$V_N$	<b><math>N</math> magnitudes de voltaje <math>V_k</math></b>
$\dots$	$\frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial P_{kj}}{\partial \theta_j}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_j \frac{\partial P_{kj}}{\partial V_j}$	<b><math>2T</math> flujos en transformador <math>P_{kj} + P_{jk}</math></b>	
$\dots$	$\frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial P_{jk}}{\partial \theta_j}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial P_{jk}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_j \frac{\partial P_{jk}}{\partial V_j}$		
$\dots$	$\frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_{kj}}{\partial \theta_j}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial Q_{kj}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_j \frac{\partial Q_{kj}}{\partial V_j}$	<b><math>2T</math> flujos en transformador <math>Q_{kj} + Q_{jk}</math></b>	
$\dots$	$\frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_k}$	$\dots$	$\frac{\partial Q_{jk}}{\partial \theta_j}$			$\dots$	$V_k \frac{\partial Q_{jk}}{\partial V_k}$	$\dots$	$V_j \frac{\partial Q_{jk}}{\partial V_j}$		

### 3.5 Ejemplo de aplicación

Esta sección presenta un ejemplo para el mejor entendimiento de la estimación de estado en una red eléctrica. Se tienen 19 mediciones disponibles en la red de 5 nodos como se observa en la Figura 3.7 donde la letra *B* indica la inyección de potencia activa y reactiva en algún nodo *k*, *F* indica medición de flujo de potencia activa y reactiva y *V* indica la medición de la magnitud de voltaje nodal. El ángulo de fase  $\delta$  en el nodo 1 es elegido como referencia para la solución de las variables de estado de la red. La

dimensión del vector de estado es  $2Nb - 1 = 9$ , donde  $Nb$  es el número de nodos. De acuerdo a las mediciones físicas de la red el vector de mediciones y el vector de estado son:

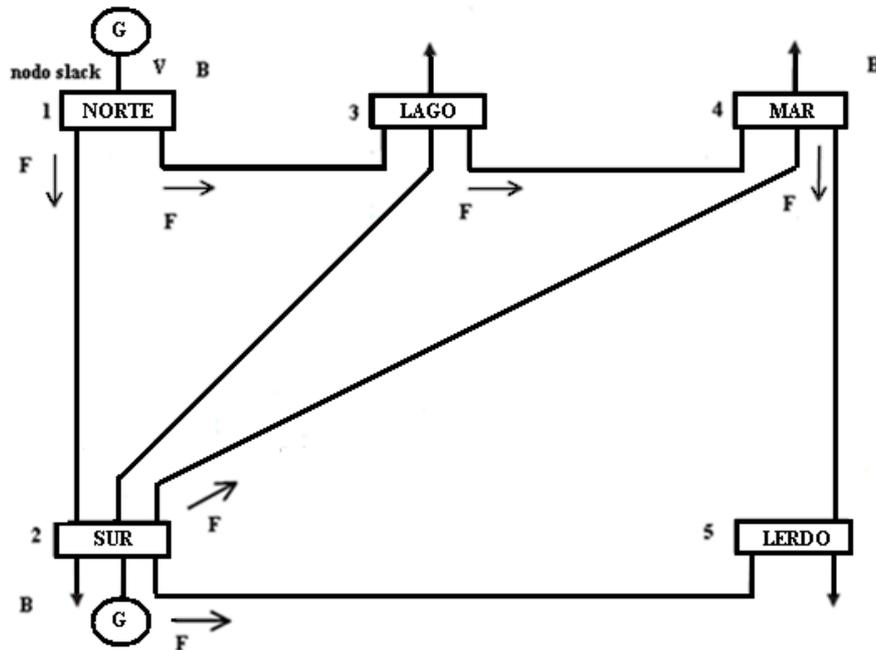


Figura 3.7 Red de 5 nodos

$B$  = indica la inyección de flujo nodal

$F$  = flujo de potencia de línea

$V$  = Indica la magnitud de voltaje

$$z = \begin{matrix} P_1 \\ Q_1 \\ P_2 \\ Q_2 \\ P_4 \\ Q_4 \\ P_{12} \\ Q_{12} \\ P_{13} \\ Q_{13} \\ P_{24} \\ Q_{24} \\ P_{25} \\ Q_{25} \\ P_{34} \\ Q_{34} \\ P_{45} \\ Q_{45} \\ V_1 \end{matrix} \quad x = \begin{matrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix} \quad (3.78)$$

donde  $z$  es el vector de mediciones de los instrumentos y  $x$  es el vector de las variables de estado que necesitamos estimar. La  $P_1$  y  $Q_1$  con un solo subíndice indica que es inyección de potencia. La  $P_{12}$  y  $Q_{12}$  con dos subíndices indica que la medición es de flujo de potencia de la línea,  $V$  indica que es magnitud de voltaje y  $\delta$  indica el ángulo de fase. El vector de ecuaciones no lineales (mediciones estimadas) es:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= P_{12} + P_{13} & (3.79) \\
 Q_1 &= Q_{12} + Q_{13} \\
 P_2 &= P_{21} + P_{23} + P_{24} + P_{25} \\
 Q_2 &= Q_{21} + Q_{23} + Q_{24} + Q_{25} \\
 P_4 &= P_{43} + P_{45} \\
 Q_4 &= Q_{43} + Q_{45} \\
 f \ x &= \begin{matrix} P_{12} \\ Q_{12} \\ P_{13} \\ Q_{13} \\ P_{24} \\ Q_{24} \\ P_{25} \\ Q_{25} \\ P_{34} \\ Q_{34} \\ P_{45} \\ Q_{45} \\ V_1 \end{matrix}
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones de inyección de potencia activa son

$$P_1 = P_{12} + P_{13} \quad (3.80)$$

$$\begin{aligned}
 P_1 &= V_1^2 G_{11} + V_1 V_2 G_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 + B_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 + \\
 &V_1^2 G_{11} + V_1 V_3 G_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 + B_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 \quad (3.81)
 \end{aligned}$$

$$P_2 = P_{21} + P_{23} + P_{24} + P_{25} \quad (3.82)$$

$$\begin{aligned}
 P_2 &= V_2^2 G_{22} + V_2 V_1 G_{21} \cos \delta_2 - \delta_1 + B_{21} \sin \delta_2 - \delta_1 + \\
 &V_2^2 G_{22} + V_2 V_3 G_{23} \cos \delta_2 - \delta_3 + B_{23} \sin \delta_2 - \delta_3 + \\
 &V_2^2 G_{22} + V_2 V_4 G_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 + B_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 +
 \end{aligned}$$

$$V_2^2 G_{22} + V_2 V_5 G_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 + B_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 \quad (3.83)$$

$$P_4 = P_{42} + P_{43} + P_{45} \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned} P_4 = & V_4^2 G_{44} + V_4 V_2 G_{42} \cos \delta_4 - \delta_2 + B_{42} \sin \delta_4 - \delta_2 + \\ & V_4^2 G_{44} + V_4 V_3 G_{43} \cos \delta_4 - \delta_3 + B_{43} \sin \delta_4 - \delta_3 + \\ & V_4^2 G_{44} + V_4 V_5 G_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 + B_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 \end{aligned} \quad (3.85)$$

Ecuaciones de inyección de potencia reactiva son

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{13} \quad (3.86)$$

$$\begin{aligned} Q_1 = & -V_1^2 B_{11} + V_1 V_2 G_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 - B_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 + \\ & -V_1^2 B_{11} + V_1 V_3 G_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 - B_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$Q_2 = Q_{21} + Q_{23} + Q_{24} + Q_{25} \quad (3.88)$$

$$\begin{aligned} Q_2 = & -V_2^2 B_{22} + V_2 V_1 G_{21} \sin \delta_2 - \delta_1 - B_{21} \cos \delta_2 - \delta_1 + \\ & -V_2^2 B_{22} + V_2 V_3 G_{23} \sin \delta_2 - \delta_3 - B_{23} \cos \delta_2 - \delta_3 + \\ & -V_2^2 B_{22} + V_2 V_4 G_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 - B_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 + \\ & -V_2^2 B_{22} + V_2 V_5 G_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 - B_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 \end{aligned} \quad (3.89)$$

$$Q_4 = Q_{42} + Q_{43} + Q_{45} \quad (3.90)$$

$$\begin{aligned} Q_4 = & -V_4^2 B_{44} + V_4 V_2 G_{42} \sin \delta_4 - \delta_2 - B_{42} \cos \delta_4 - \delta_2 + \\ & -V_4^2 B_{44} + V_4 V_3 G_{43} \sin \delta_4 - \delta_3 - B_{43} \cos \delta_4 - \delta_3 + \\ & -V_4^2 B_{44} + V_4 V_5 G_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 - B_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 \end{aligned} \quad (3.91)$$

Las ecuaciones de los flujos de potencia activa de las líneas, donde se encuentran las mediciones de este ejemplo quedan de la siguiente manera:

$$P_{12} = V_1^2 G_{11} + V_1 V_2 G_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 + B_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 \quad (3.92)$$

$$P_{13} = V_1^2 G_{11} + V_1 V_3 G_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 + B_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 \quad (3.93)$$

$$P_{24} = V_2^2 G_{22} + V_2 V_4 G_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 + B_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 \quad (3.94)$$

$$P_{25} = V_2^2 G_{22} + V_2 V_5 G_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 + B_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 \quad (3.95)$$

$$P_{34} = V_3^2 G_{33} + V_3 V_4 G_{34} \cos \delta_3 - \delta_4 + B_{34} \sin \delta_3 - \delta_4 \quad (3.96)$$

$$P_{45} = V_4^2 G_{44} + V_4 V_5 G_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 + B_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 \quad (3.97)$$

Las ecuaciones de los flujos de potencia reactiva de las líneas, donde se encuentran las mediciones de este ejemplo quedan de la siguiente manera:

$$Q_{12} = -V_1^2 B_{11} + V_1 V_2 G_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 - B_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 \quad (3.98)$$

$$Q_{13} = -V_1^2 B_{11} + V_1 V_3 G_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 - B_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 \quad (3.99)$$

$$Q_{24} = -V_2^2 B_{22} + V_2 V_4 G_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 - B_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 \quad (3.100)$$

$$Q_{25} = -V_2^2 B_{22} + V_2 V_5 G_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 - B_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 \quad (3.101)$$

$$Q_{34} = -V_3^2 B_{33} + V_3 V_4 G_{34} \sin \delta_3 - \delta_4 - B_{34} \cos \delta_3 - \delta_4 \quad (3.102)$$

$$Q_{45} = -V_4^2 B_{44} + V_4 V_5 G_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 - B_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 \quad (3.103)$$

La matriz Jacobiana del sistema está dada por la siguiente expresión.

$$H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_1}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_5} & V_1 \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial P_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_5} & V_1 \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial Q_2}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial Q_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial P_4}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial P_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial Q_4}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_{12}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial P_{12}}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_{12}}{\partial V_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{12}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial Q_{12}}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_{12}}{\partial V_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial P_{13}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial P_{13}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial P_{13}}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q_{13}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial Q_{13}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial Q_{13}}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_{24}}{\partial \delta_2} & 0 & \frac{\partial P_{24}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial P_{24}}{\partial V_2} & 0 & V_4 \frac{\partial P_{24}}{\partial V_4} & 0 \\ \frac{\partial Q_{24}}{\partial \delta_2} & 0 & \frac{\partial Q_{24}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial Q_{24}}{\partial V_2} & 0 & V_4 \frac{\partial Q_{24}}{\partial V_4} & 0 \\ \frac{\partial P_{25}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial P_{25}}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial P_{25}}{\partial V_2} & 0 & 0 & V_5 \frac{\partial P_{25}}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_{25}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_{25}}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial Q_{25}}{\partial V_2} & 0 & 0 & V_5 \frac{\partial Q_{25}}{\partial V_5} \\ 0 & \frac{\partial P_{34}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_{34}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & 0 & V_3 \frac{\partial P_{34}}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial P_{34}}{\partial V_4} & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q_{34}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_{34}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & 0 & V_3 \frac{\partial Q_{34}}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial Q_{34}}{\partial V_4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial P_{45}}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_{45}}{\partial \delta_5} & 0 & 0 & 0 & V_4 \frac{\partial P_{45}}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial P_{45}}{\partial V_5} \\ 0 & 0 & \frac{\partial Q_{45}}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_{45}}{\partial \delta_5} & 0 & 0 & 0 & V_4 \frac{\partial Q_{45}}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial Q_{45}}{\partial V_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.104)$$

La matriz Jacobiana  $H(x)$  (3.104) es la matriz del ejemplo mostrado en este capítulo, en la cual se observan las mediciones de flujos de potencias, inyecciones de potencias, así como la medición de voltaje en el nodo 1 y el ángulo de referencia que se toma del mismo nodo, por lo que en la matriz no se contempla el ángulo en el nodo 1 ya que es 0 y las mediciones son derivadas con respecto a las variables de estado ángulo y voltaje con las que tienen relación las mediciones.



$$\Pr a < z < b = \int_a^b \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\frac{(z-\mu)^2}{\sigma^2}} dz \quad (3.107)$$

$$FDP(\eta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{\eta}{\sigma}\right)^2}$$

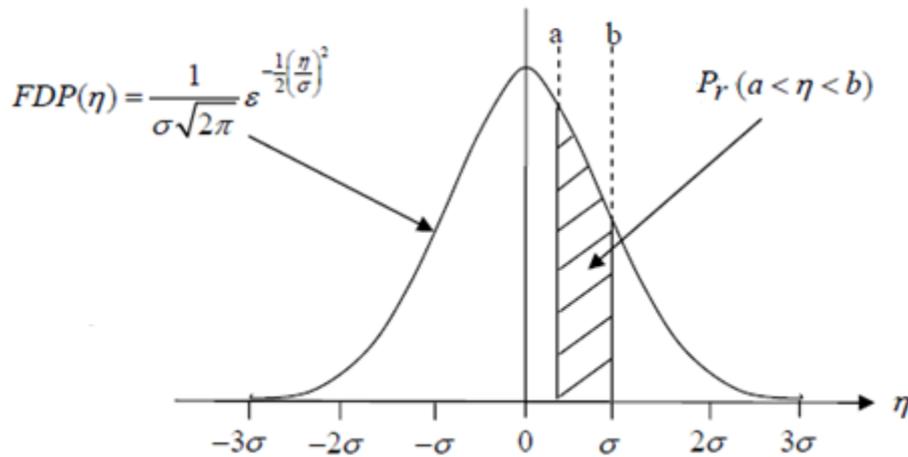


Figura 3.8 Función de densidad de probabilidad Gaussiana  $p(z)$  y función de probabilidad Gaussiana estándar  $p(y)$  obtenida al seleccionar  $y = (z - m) / s$ .

donde  $\eta = z - \mu$  y el símbolo  $\Pr(\bullet)$  significa la probabilidad de que ocurra  $(\bullet)$ . El área total bajo la curva  $p(z)$  entre  $-\infty$  y  $+\infty$  es igual a 1 porque ciertamente (con una probabilidad igual a 1 o 100%), el valor de  $z$  cae entre los valores extremos arbitrariamente grandes.

La función de densidad de probabilidad gaussiana de la ecuación (3.106) está determinada completamente una vez que se conocen los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ . De la misma manera en la Figura 3.8 se muestra que la función  $p(z)$  tiene su valor máximo cuando  $z$  es igual a  $\mu$ , que es el valor esperado de  $z$ , el cual se denota por  $E z$ , y está definido de la siguiente forma [10]:

$$\mu = E z = \int_{-\infty}^{+\infty} z p z dz \quad (3.108)$$

Frecuentemente, al valor esperado  $m$  se le llama media porque los valores de  $z$  están agrupados en forma simétrica alrededor de  $\mu$ . El grado en el que la curva  $p(z)$  se

extiende alrededor de  $\mu$  (esto es, el ancho de la curva) depende de la varianza  $\sigma^2$  de  $z$ , que se define como:

$$\sigma^2 = E (z - \mu)^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} (z - \mu)^2 p(z) dz \quad (3.109)$$

Así, la varianza de  $z$  es el valor esperado del cuadrado de las desviaciones de la variable  $z$  desde su media; los valores pequeños de  $\sigma^2$  dan curvas estrechas y elevadas, y tienen un área unitaria centrada alrededor de  $\mu$ . La raíz cuadrada positiva de la varianza es la llamada desviación estándar  $\sigma$  de  $z$ . La media y la varianza son parámetros importantes de muchas de las funciones de densidad de probabilidad que se encuentran comúnmente. Cada una de estas funciones tiene una curva con áreas fundamentales que cuantifican las probabilidades de las variables aleatorias asociadas [10].

La asociación de estos conceptos con los errores es de la siguiente manera. Se asume que los errores  $e_j$  son variables aleatorias gaussianas independientes con medias 0 y varianzas  $\sigma_j^2$ . El hecho de que sean independientes implica que  $E e_k e_m = 0$  para  $k \neq m$ . El hecho de considerar que la media sea cero implica que el error de cada medición tiene una misma probabilidad de tomar un valor positivo o negativo de una magnitud dada:

$$ee^T = \begin{matrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \end{matrix} \begin{matrix} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \end{matrix} = \begin{matrix} e_1^2 & e_1 e_2 & e_1 e_3 & e_1 e_4 \\ e_2 e_1 & e_2^2 & e_2 e_3 & e_2 e_4 \\ e_3 e_1 & e_3 e_2 & e_3^2 & e_3 e_4 \\ e_4 e_1 & e_4 e_2 & e_4 e_3 & e_4^2 \end{matrix} = \begin{matrix} e_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e_4^2 \end{matrix} \quad (3.110)$$

El valor esperado de  $ee^T$  se encuentra al calcular el valor esperado de cada elemento de la matriz de la ecuación (3.110). Los valores esperados de todos los elementos fuera de la diagonal son cero porque los errores se han supuesto independientes; los valores esperados de los elementos de la diagonal no son cero y corresponden a la varianza  $E e_i^2 = \sigma_i^2$  para  $i$  de 1 a 4. La matriz diagonal resultante se designa por lo general mediante el símbolo  $R$  y así, el valor esperado de la ecuación (3.111) da:

$$E e e^T = R = \begin{bmatrix} E e_1^2 & & & \\ & E e_2^2 & & \\ & & E e_3^2 & \\ & & & E e_4^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & & & \\ & \sigma_2^2 & & \\ & & \sigma_3^2 & \\ & & & \sigma_4^2 \end{bmatrix} \quad (3.111)$$

Con esta base, se pueden considerar algunas propiedades estadísticas del procedimiento de estimación de mínimos cuadrados ponderados [10].

De la ecuación (3.57) se tiene:

$$z = f(x) + e$$

Lo anterior implica que la medición  $z$  es la suma de la variable aleatoria gaussiana  $e_1$  y el término constante  $f(x)$  que representa el valor verdadero de la medición  $z$ . Lo anterior nos dice que la medición  $z$  también tiene una función de distribución gaussiana con un valor medio  $\mu$  igual al valor verdadero  $f(x)$  y una varianza  $\sigma^2$  igual al del error  $e$ .

El hecho de que la medición tenga una función de probabilidad gaussiana implica que se puede cuantificar la exactitud de la medición con la varianza.

Los instrumentos con menos varianzas de errores, tienen curvas más estrechas y dan mediciones más exactas. De tal manera, el factor de ponderación  $W$  puede ser expresado como el recíproco de la varianza. En este caso la matriz de ponderación es:

$$W = R^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & & & \\ & \frac{1}{\sigma_2^2} & & \\ & & \frac{1}{\sigma_3^2} & \\ & & & \frac{1}{\sigma_4^2} \end{bmatrix} \quad (3.112)$$

Es importante mencionar que el valor esperado del error  $E e$  y por ende su medición asociada  $\mu$  debería ser estrictamente cero. Lo que implica que el valor calculado matemáticamente de las variables de estado  $x$  por medio de  $f(x)$  es igual al valor medido con lo que se tiene:

$$E e = E z - f x = 0 \quad (3.113)$$

Como  $z$  es el valor definido por la distribución gaussiana, es decir una variable aleatoria.

$$E z - f x = E z - f x = 0 \quad (3.114)$$

Tal que:

$$E z = f x \quad (3.115)$$

Estas ecuaciones nos indican que los estimados de mínimos cuadrados ponderados de las variables de estado y las cantidades medidas son en promedio, iguales a sus valores verdaderos (una propiedad obviamente deseable), esto es cierto siempre y cuando no existan mediciones erróneas.

### 3.6.1 Detección de error

Cuando se ha calculado el vector de estados estimados, se realiza una prueba para saber que tan confiables son estos resultados. La prueba de Chi-Cuadrada  $\chi^2_{k,\alpha}$  es una prueba estadística que utiliza los residuos estimados como variables aleatorias. En la teoría estadística se muestra que si una variable, como en este caso  $e_j$ , tiene distribución normal estándar, entonces tiene la distribución Chi-Cuadrada [12][13]. En base a la Figura 3.9, la prueba Chi-Cuadrada es realizada y representada por (3.116).

$$\text{prob } J x < \chi^2_{k,\alpha} = 1 - \alpha \quad (3.116)$$

donde

$J x$  : es la suma ponderada de los cuadrados de los residuos de las mediciones.

$\chi^2_{k,\alpha}$ : es el valor límite o umbral de la distribución Chi-Cuadrada,  $k$  es el número de grados de libertad y  $\alpha$  es el nivel de significancia respectivamente [3].

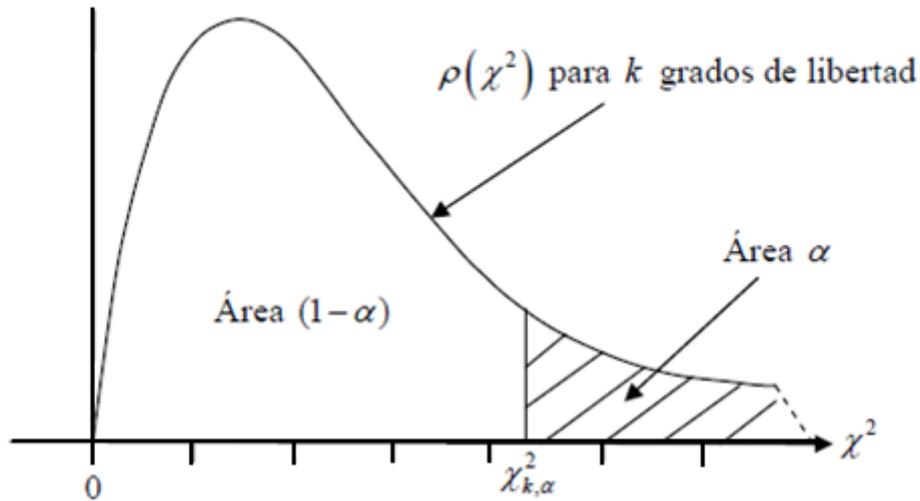


Figura 3.9 Función de densidad de probabilidad  $\rho(X^2)$  de la distribución Chi-Cuadrada  $\chi^2_{k,\alpha}$ , para ( $k < 30$ ).

Los grados de libertad están dados por  $k = Nm - Ns$ , donde  $Nm$  es el número de mediciones y  $Ns$  es el número de estados de libertad.

La distribución Chi-Cuadrada se encuentra dividida en dos áreas, donde el área  $\alpha$  representa la probabilidad de que  $J x$  exceda el valores límite  $\chi^2_{k,\alpha}$ , mientras que  $(1 - \alpha)$  representa la probabilidad de que  $J x$  sea menor que  $\chi^2_{k,\alpha}$ . La distribución Chi-Cuadrada de la Figura 3.9 es asimétrica para ( $k \leq 30$ ), mientras que para ( $k > 30$ ) la distribución Chi-Cuadrada se asemeja a una distribución normal.

El valor  $\chi^2_{k,\alpha}$ , para ( $k > 50$ ), que es común en grandes sistemas de potencia, puede ser calculado en forma aproximada por (3.117).

$$\chi^2_{k,\alpha} \approx \frac{1}{2} z_\alpha + \sqrt{2k - 1} \quad (3.117)$$

El valor límite para ( $k \leq 30$ ), se determina de la Tabla 3.2 donde están los valores tabulados en base a los valores  $k$  y  $\alpha$  requeridos.

El valor  $\alpha$  es seleccionado en base al nivel de significancia requerido.

Tabla 3.2 Valores típicos de  $z_\alpha$

$Z_{1-\alpha} = -Z_\alpha \qquad \alpha = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{z_\alpha} e^{-z^2} 2 \, dz$									
$1-\alpha$	0.90	0.925	0.95	0.975	0.99	0.995	0.999	0.9995	
$Z_\alpha$	1.282	1.44	1.645	1.967	2.326	2.576	3.09	3.291	

Tabla 3.3 Valores de  $\chi^2_{k,\alpha}$

k	(1-a)									
	0.005	0.01	0.025	0.05	0.1	0.9	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.02	2.71	3.0	5.02	6.63	7.88
2	0.01	0.02	0.05	0.10	0.21	4.61	5.99	7.38	9.21	10.60
3	0.07	0.11	0.22	0.35	0.58	6.25	7.81	9.35	11.34	12.84
4	0.21	0.3	0.48	0.71	1.06	7.78	9.49	11.14	13.28	14.86
5	0.41	0.55	0.83	1.15	1.61	9.24	11.07	12.83	15.09	16.75
6	0.68	0.87	1.24	1.64	2.20	10.64	12.59	14.45	16.81	18.55
7	0.99	1.24	1.69	2.17	2.83	12.02	14.07	16.01	18.48	20.28
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	13.36	15.51	17.23	20.09	21.96
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	14.68	16.92	19.02	21.67	23.59
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	15.99	18.31	20.48	23.21	25.19
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	18.55	21.03	23.34	26.22	28.30
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	21.06	23.68	26.12	29.14	31.12
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	23.54	26.30	28.85	32.00	34.27
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.86	25.99	28.87	31.53	34.81	37.16
20	7.43	8.26	9.59	10.85	12.44	28.41	31.41	31.17	37.57	40.0
22	8.60	9.50	11.0	12.3	14.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
24	9.90	10.9	12.4	13.8	15.7	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7

El procedimiento para detectar errores en las mediciones mediante la prueba Chi-Cuadrada es el siguiente:

1. Se estima el estado del sistema  $x$ .
2. Se calculan los residuos estimados

$$e_i = z_i - \hat{z}_i \tag{3.118}$$

donde  $z_i = f_i^T x$ .

3. Se evalúa la función de mínimos cuadrados ponderados

$$J x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{Nm} \frac{e_i^2}{\sigma_i^2} \quad (3.119)$$

4. Determinar si se cumple la siguiente desigualdad para  $k$  y  $\alpha$  determinados,

$$J x < \chi_{k,\alpha}^2 \quad (3.120)$$

si (3.120) se cumple se considera que no hay datos con errores gruesos y los estimados son confiables.

5. Si no se cumple (3.120) entonces existe la posibilidad de que al menos haya una medición con error grueso. Lo siguiente a la detección es identificar la medición errónea, eliminarla y volver a estimar hasta que se cumpla (3.120). El proceso de identificación de errores gruesos es descrito en la siguiente sección [3].

### 3.6.2 Prueba de datos erróneos

Cuando el modelo del sistema es correcto y las mediciones son exactas, hay una buena razón para aceptar los estimados de estado que se calculan por el estimador de mínimo cuadrado ponderados. Pero si las mediciones son significativamente malas o erróneas, se deben detectar e identificar con el fin de quitarlas de los cálculos de estimación. Las propiedades estadísticas de los errores de medición facilitan esta detección e identificación. Cada error de medición estimado  $e_j = z_j - \hat{z}_j$  es una variable aleatoria.

Cuando la prueba Chi-Cuadrada ha detectado la existencia de mediciones erróneas en la estimación de estado, otra prueba debe ser realizada para identificar la medición o mediciones que están introduciendo ruido al proceso de estimación de estado. Esta prueba se denomina prueba del máximo residuo normalizado  $r^N$ , y consiste en normalizar los residuos estimados de las mediciones. La identificación de la medición errónea se logra eligiendo el residuo normalizado más grande y eliminando la

medición correspondiente a dicho residuo del vector de mediciones disponibles en el sistema. Una vez que se ha eliminado la medición errónea se realiza de nuevo el proceso de estimación hasta que la prueba de detección de error sea negativa.

El desarrollo matemático para obtener una expresión que permita normalizar los residuos es de la siguiente manera:

Primeramente se tiene que el error estimado es

$$e_i = z - \hat{z} = z - f(x) \quad (3.121)$$

Sustituyendo (3.57) en (3.93) y reordenando se tiene

$$e_i = e - H(\Delta x) \quad (3.122)$$

Donde  $\Delta x = x - \hat{x}$  Ahora despejando  $\Delta x$  de (3.74) y sustituyendo en (3.122) se obtiene

$$e_i = I - HG^{-1}H^TR^{-1} e \quad (3.123)$$

Con (3.123) y su transpuesta se puede obtener la matriz de varianza del error de medición de la siguiente manera:

$$E e e^T = z - z z - z^T \quad (3.124)$$

Ahora tomando el valor esperado de cada lado de (3.124) se tiene

$$E e e^T = I - HG^{-1}H^TR^{-1} E e e^T I - R^{-1}HG^{-1}H \quad (3.125)$$

donde  $E e e^T = R$ , es decir, es igual a la matriz diagonal de varianza de las mediciones. Los elementos fuera de la diagonal de esta matriz son cero ya que se han supuesto errores independientes. Multiplicando  $R$  por la matriz a su derecha y después factorizando se obtiene

$$E e e^T = I - HG^{-1}H^T R^{-1} I - HG^{-1}H^T R^{-1} R \quad (3.126)$$

La matriz es idempotente por tanto la matriz de varianza del error de medición es:

$$S = R - HG^{-1}H^T \quad (3.127)$$

También la matriz es diagonal, por tanto  $\overline{S_{ii}}$  es la desviación estándar. El error estimado es una variable aleatoria gaussiana con media cero. El residuo estimado de una medición es en realidad la desviación del error de la medición.

$$e_i = z_i - \hat{z}_i \quad (3.128)$$

Dividiendo (3.128) entre  $\overline{S_{ii}}$  se obtiene el residuo normalizado de la medición  $i$ .

$$r_i^N = \frac{e_i}{\overline{S_{ii}}} \quad (3.129)$$

Puede darse el caso de que los errores estandarizados más grandes no siempre indiquen las mediciones erróneas [10]. En la Figura 3.10 está representado el diagrama de bloques para el algoritmo de detección e identificación de mediciones que contienen error grueso.

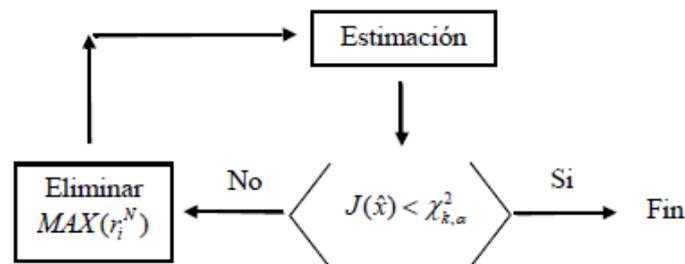


Figura 3.10 Algoritmo de detección e identificación de errores gruesos

La prueba del máximo residuo normalizado no garantiza que siempre se elimine la medición errónea, es decir, puede darse el caso en que el residuo de una medición que

no tenga error sea mayor que el residuo de la medición errónea, por eso para que esta prueba sea más precisa es recomendable que se tenga un gran número de redundancia, esto quiere decir que haya un mayor número de mediciones, que de variables de estados [14].

Otro problema que ocurre frecuentemente es la existencia de mediciones críticas las cuales son mediciones aisladas de las demás mediciones del sistema. Debido al aislamiento de una medición crítica, el valor estimado es siempre igual al valor medido, lo cual hace que el residuo correspondiente sea igual a cero [10][15].

### 3.7 Observabilidad Estática

Una de las condiciones para que se puedan estimar todos los estados de un sistema es que el sistema sea completamente observable. Un sistema completamente observable es aquel en el que la cantidad de mediciones disponibles, así como la distribución geográfica de estas, permite estimar todos los estados del sistema [16][17]. En un algoritmo de estimación de estados se puede detectar si el sistema es observable, determinando si el producto matricial  $H^T R^{-1} H$ , conocido como la matriz de ganancia  $G$  y dada por (3.74), es no singular.

Un sistema puede ser sobredeterminado pero aun así ser no observable, tal como se muestra en la Figura 3.11

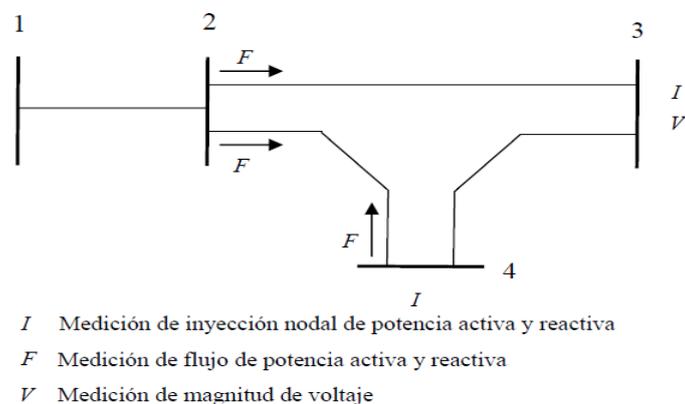


Figura 3.11 Sistema de 4 nodos con 11 mediciones

Debe observarse que aunque el sistema es redundante, en el nodo 1 no existe ninguna medición. Además no hay medición de flujo en la línea conectada entre los nodos 1 y 2, de manera que el voltaje complejo en el nodo 1 no puede ser calculado. Como no existe cambio en las mediciones disponibles respecto a los estados de este nodo, sus columnas en la matriz  $H$  son nulas. Esto provoca que la matriz de ganancia  $G$  sea singular y se tenga un sistema redundante pero no observable.

En la práctica los sistemas de monitoreo colocados de tal manera que el SEP sea observable utilizan una gran cantidad de medidores. Cuando se encuentran mediciones erróneas durante el proceso de estimación, un algoritmo de identificación de error elimina tales mediciones como se describe en la siguiente sección. Estos errores pueden reducir el nivel de redundancia hasta el punto en que el sistema se vuelva inobservable, este es un motivo más para tratar que el sistema tenga suficientes mediciones y estén perfectamente distribuidas.

### **3.7.1 Áreas no observables**

El modelo de la red utilizado por la estimación de estado incluye habitualmente redes que está fueran del ámbito de influencia del centro de control. Tales áreas no observables pueden ser partes de redes de voltajes inferiores o parte de interconexiones con sistemas externos. Además, algunas zonas de la red que están siendo controladas pueden pasar a no observables debido a la pérdida de una medición crítica, a un fallo en la terminal remota o en las vías de comunicación, o simplemente porque en dicha subestación se está realizando mantenimiento o está siendo reparada la unidad remota.

Con el objetivo de convertir en observables todas esas zonas no observables, se utilizan las Pseudomediciones [1], las cuales se basan en las últimas mediciones y en datos históricos. Por lo tanto, la estimación de estado realiza una función que un operador podría realizar de una manera más lenta y proporciona una información que el SCADA no puede suministrar.

Si el periodo durante el cual las zonas no observables permanecen en ese estado mucho tiempo, la estimación de estado puede no ser correcta, no por causa de las pseudomedidas, sino por la posibilidad de cambios en el estado de dicha zona.

Cuando se produce una isla no observable debido a una red de voltaje inferior, si la no observabilidad se debe a la pérdida o a la no disponibilidad de una medición crítica, se puede subsanar este problema comunicando el cambio del estado desde la subestación al centro de control y se actualizaría en el sistema. Sin embargo, si la no observabilidad se debiese a la imposibilidad de acceder a la subestación por cualquier razón, entonces los cambios no se registrarían. Si el periodo de indisponibilidad llega a ser excesivamente prolongado el operador podría recibir información telefónica desde la subestación por el personal de operación o mantenimiento y si fuese necesario, debido a la importancia de la subestación, tendría que haber personal que lo controlase en modo local temporalmente [1].

Por lo último, si la zona no observable no es demasiado extensa, un cambio en un interruptor se podría notar e incluso identificar en las zonas observables adyacente.

## CAPÍTULO 4

### ESTIMACIÓN DE ESTADO HÍBRIDA

#### 4.1 Introducción

La estimación de estado es crucial para el monitoreo, análisis y control de los Sistemas Eléctricos de Potencia en línea. El estimador de estado tradicional obtiene la estimación de las variables de estado de acuerdo a mediciones redundantes provenientes del sistema SCADA y el método de Mínimos Cuadrados Ponderados. En este contexto el uso de los PMU's ha incrementado la precisión de la estimación de estado con mediciones fasoriales, debido a sus características de sincronización y la velocidad de transmisión de datos.

Solamente cuando hay suficientes PMU's instalados en una red de potencia la estimación de estado lineal es aplicable. Sin embargo es difícil que se puedan instalar una gran cantidad de PMU's en la red eléctrica, incluso después de un largo periodo de tiempo. Por este motivo, se describe en este capítulo la estimación de estado híbrida, que involucra las mediciones fasoriales proporcionadas por los PMU's así como las mediciones tradicionales proporcionadas por el sistema SCADA.

#### 4.2 Formulación del problema

Una vez que los PMU's son instalados en las subestaciones, las mediciones fasoriales de magnitud de ángulo de voltaje nodal y de corrientes fluyendo en las líneas de transmisión dentro y fuera de la subestaciones están disponibles.

Para las mediciones de flujos de potencia e inyecciones de potencia, las ecuaciones linealizadas están dadas por:

$$\begin{matrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \end{matrix} \begin{matrix} \Delta \delta \\ \Delta V \end{matrix} \quad (4.1)$$

Para la medición de magnitud de voltaje la ecuación de medición linealizada esta expresada por:

$$\Delta V_t = V * \Delta V \quad (4.2)$$

donde  $\Delta V_t$  es el vector residual de las mediciones de voltaje,  $\Delta V$  es la corrección de la magnitud de voltaje del vector de estado y  $V$  es la submatriz jacobiana para las mediciones de voltaje.

Las mediciones fasoriales de voltaje pueden ser insertadas directamente dentro de la ecuación de medición linealizada y están dadas por [18]:

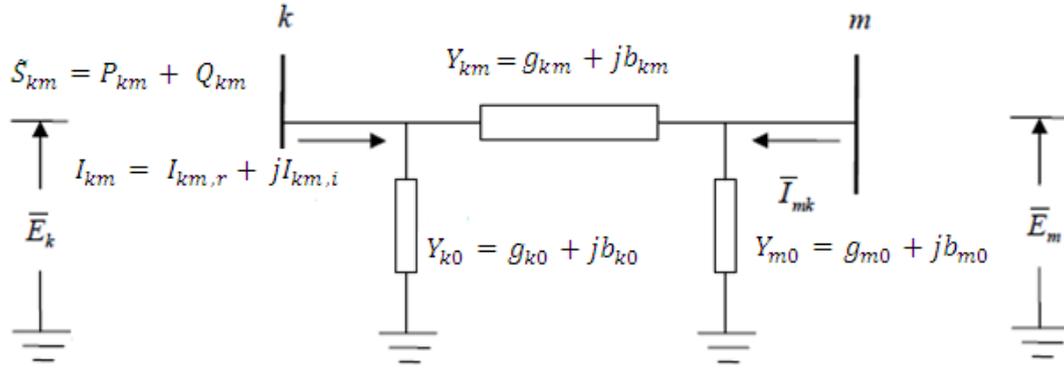
$$\Delta V_p = V * \Delta V \quad (4.3)$$

$$\Delta \delta_p = V * \Delta \delta \quad (4.4)$$

donde  $\Delta V_p$  y  $\Delta \delta_p$  son vectores residuales de las mediciones de magnitudes y de ángulo de fase de voltajes, respectivamente. Solo cuando  $\Delta V_p(v) \neq 0$  o  $\Delta \delta_p(v) \neq 0$  en la correspondiente fila de  $V$ , los elementos son 1 en la columna  $v$ , mientras los demás elementos son 0 [18].

Para deducir las ecuaciones de las corrientes ramales de los PMU's y su relación con el vector de estado, estas se derivan con respecto a las variables de estado con las que tengan relación [18].

La Figura 4.1 muestra un modelo  $\pi$  por medio del cual las corrientes de rama a través de líneas y transformadores pueden ser deducidas. Las ecuaciones de las corrientes en coordenadas rectangulares son:


 Figura 4.1 Circuito  $\pi$  de una línea de transmisión.

$$I_{km} = E_k - E_m \quad y_{km} + y_{km}^{sh} E_k \quad (4.5)$$

$$I_{km} = y_{km} + y_{km}^{sh} E_k - y_{km} E_m \quad (4.6)$$

$$I_{km,r} = V_k \cos \delta_k - V_m \cos \delta_m \quad G_{km} - V_k \sin \delta_k - V_m \sin \delta_m \quad B_{km} - G_{k0} + jB_{k0} \quad V_k \sin \delta_k \quad (4.7)$$

$$I_{km,i} = V_k \sin \delta_k - V_m \sin \delta_m \quad G_{km} + V_k \cos \delta_k - V_m \cos \delta_m \quad B_{km} - G_{k0} + jB_{k0} \quad V_k \cos \delta_k \quad (4.8)$$

donde  $I_{km,r}$  e  $I_{km,i}$  denotan la parte real e imaginaria de la corriente fluyendo del nodo  $k$  al nodo  $m$ , mientras que  $V_k, \delta_k, V_m, \delta_m$  son las magnitudes y ángulos de fase de voltaje en los nodos  $k$  y  $m$  [18]. La correspondiente ecuación de medición linealizada puede ser expresada de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \Delta I_{km,r} &= \frac{\partial I_{km,r}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial I_{km,r}}{\partial V} \Delta V \\ \Delta I_{km,i} &= \frac{\partial I_{km,i}}{\partial \delta} \Delta \delta + \frac{\partial I_{km,i}}{\partial V} \Delta V \end{aligned} \quad (4.9)$$

donde  $\Delta I_{km,r}$  y  $\Delta I_{km,i}$  son los vectores residuales de las corrientes que son calculados de la siguiente forma:

$$\Delta I_{km,r} = z - f \quad x = z - I_{km,r} \quad (4.10)$$

$$\Delta I_{km,i} = z - f \quad x = z - I_{km,i} \quad (4.11)$$

donde  $z$  es la medición obtenida por el PMU e  $I_{km,r}$  e  $I_{km,i}$  son las ecuaciones no lineales de la corriente en su forma real e imaginaria dadas por (4.7) y (4.8), respectivamente.

La sub-matriz jacobiana que incluye mediciones convencionales así como mediciones fasoriales de voltajes y corrientes puede ser escrita por separado como:

$$H = \begin{matrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \\ 0 & V \end{matrix} \quad H_V = \begin{matrix} V & 0 \\ 0 & V \end{matrix} \quad H_I = \begin{matrix} \frac{\partial I_{km,r}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{km,r}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{km,i}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{km,i}}{\partial V} \end{matrix} \quad (4.12)$$

donde  $H$  es la matriz jacobiana de las mediciones tradicionales y es calculada por (4.1) y (4.2),  $H_V$  es la sub-matriz jacobiana de la mediciones fasoriales de voltaje que pueden ser calculadas por (4.3) y (4.4) y  $\Delta\delta_p$  y  $\Delta V_p$  son los vectores residuales del ángulo de fase y de la magnitud de voltaje respectivamente y son calculados de la siguiente forma:

$$\Delta\delta_p = z - f(x) = z - \delta \quad (4.13)$$

$$\Delta V_p = z - f(x) = z - V \quad (4.14)$$

y  $H_I$  es la sub-matriz de medición fasorial de corriente de rama que puede ser calculada por (4.9) [18]. Por lo tanto el modelo híbrido de la estimación de estado es el siguiente.

$$\begin{matrix} \Delta P \\ \Delta Q \\ \Delta V_t \\ \text{---} \\ \Delta\delta_p \\ \Delta V_p \\ \text{---} \\ \Delta I_{km,r} \\ \Delta I_{km,i} \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial P}{\partial \delta} & \frac{\partial P}{\partial V} \\ \frac{\partial Q}{\partial \delta} & \frac{\partial Q}{\partial V} \\ 0 & V \\ \text{---} & \text{---} \\ V & 0 \\ 0 & V \\ \text{---} & \text{---} \\ \frac{\partial I_{km,r}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{km,r}}{\partial V} \\ \frac{\partial I_{km,i}}{\partial \delta} & \frac{\partial I_{km,i}}{\partial V} \end{matrix} \quad \begin{matrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{matrix} = \begin{matrix} H \\ \text{---} \\ H_V \\ \text{---} \\ H_I \end{matrix} \quad \begin{matrix} \Delta\delta \\ \Delta V \end{matrix} \quad (4.11)$$

### 4.3 Cálculo del error de la matriz de covarianza de las mediciones fasoriales

Aunque el modelo de estimación de estado híbrido es obtenido por [3]:

$$H^T R^{-1} H \Delta x = H^T R^{-1} z - f(x) \quad (4.12)$$

la matriz de error de covarianza para todo tipo de mediciones tiene que ser calculada, ya que las mediciones fasoriales de voltaje son utilizadas directamente. La matriz de error de covarianza  $R_U$  puede ser calculada basada en el error de distribución [19]. La desviación estándar del error de la medición fasorial de voltaje puede ser establecida como  $\delta = 0.0017$  rad (ángulo de fase) y  $V = 0.002$  pu (magnitud de voltaje) y por lo tanto sus cuadrados son los correspondientes elementos diagonales de la matriz de error de covarianza  $R_U$ .

$$R_U = \begin{bmatrix} \frac{1}{0.0017^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.002^2} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

En el sistema SCADA usualmente se escoge un bus de referencia (bus slack) para obtener un ángulo de fase a partir del cual se miden todos los demás ángulos de fase del sistema; es decir los ángulos de fase de voltaje obtenidos en el vector de estado por el método de Mínimos Cuadrados Ponderados son calculados con respecto a esta referencia. Por el contrario las mediciones de fasoriales están sincronizadas y pueden tener una referencia diferente que es determinada por el instante donde inicia el muestreo sincronizado, tal que resultados incorrectos podrían ser obtenidos con las mediciones de los PMU's. La solución que se adopta para este problema es instalar un PMU en el bus de referencia del modelo tradicional de estimación de estado. Por lo tanto los WAMS y el SCADA pueden escoger el mismo bus como referencia. Por otra parte el bus de referencia podría estar equipado con dos PMU's por si llegara a fallar la única medición de referencia.

Con el fin de resolver la estimación de estado híbrida propuesta, la matriz de error de covarianza para las mediciones de corriente  $I_{km,r}$  e  $I_{km,i}$  tiene que ser

calculada de acuerdo a como se realiza la medición. En China las mediciones fasoriales son almacenadas y enviadas a los centros de control en forma polar  $I_{km} \angle \delta_{Ii}$  en vez de la forma rectangular  $I_{km,r}$  e  $I_{km,i}$  con el fin de que las mediciones fasoriales sean comprendidas más fácilmente por los operadores. Esto es diferente en países como Estados Unidos y Europa donde los fasores son calculados en forma rectangular por los dispositivos PMU's, luego son convertidos y enviados en forma polar a los centros de control para realizar todo tipo de aplicaciones en línea, incluyendo la estimación de estado. Por otra parte la precisión de los datos fasoriales son también evaluados en forma polar [18]. Por lo tanto en algunos países como China el fasor de corriente en forma polar  $I_{km} \angle \delta_{Ii}$  es considerado como medición directa mientras que los valores  $I_{km,r}$  e  $I_{km,i}$  en forma rectangular no están disponibles y son considerados como mediciones indirectas.

La relación entre las mediciones indirectas  $I_{km,r}$  e  $I_{km,i}$  y directas  $I_{km} \angle \delta_{Ii}$  son las siguientes:

$$\begin{aligned} I_{km,r} &= I_{km} \cos \delta_{I_{km}} \\ I_{km,i} &= I_{km} \sin \delta_{I_{km}} \end{aligned} \quad (4.14)$$

Las mediciones que proporcionan los PMU's no están libres de errores, por lo tanto es importante evaluar la incertidumbre asociada a estas mediciones. Se entiende como incertidumbre al parámetro asociado con el resultado de una medición que caracteriza la dispersión de los valores que pudieran ser razonables atribuidos a la misma. Las principales fuentes de incertidumbre en el PMU son:

- Instrumento de transformación.
- Las interfaces analógicas, incluyendo los cables y las conexiones de los instrumentos de transformación con el equipo digital.
- El convertidor analógico-digital (A/D) y el algoritmo de cálculo asociado.

Las dos primeras pueden ser compensadas calibrando al PMU, ya que no son de gran trascendencia, pero la tercera es difícil de compensar, por lo que la incertidumbre asociada a las magnitudes de voltajes y los ángulos de fases de los buses son

determinadas en base a la teoría de error de propagación [20]; de tal manera las varianzas de las corrientes pueden ser calculadas de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_{km,r}}^2 &= \frac{\partial I_{km,r}}{\partial I_{km}}^2 \sigma_{I_{km}}^2 + \frac{\partial I_{km,r}}{\partial \delta_{I_{km}}}^2 \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \\ \sigma_{I_{km,r}}^2 &= \cos^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{I_{km}}^2 + I_{km}^2 \sin^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2\end{aligned}\quad (4.15)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{I_{km,i}}^2 &= \frac{\partial I_{km,i}}{\partial I_{km}}^2 \sigma_{I_{km}}^2 + \frac{\partial I_{km,i}}{\partial \delta_{I_{km}}}^2 \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \\ \sigma_{I_{km,i}}^2 &= \sin^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{I_{km}}^2 + I_{km}^2 \cos^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2\end{aligned}\quad (4.16)$$

donde  $\sigma_{I_{km,r}}^2$  y  $\sigma_{I_{km,i}}^2$  son los errores de varianzas de  $I_{km,r}$  e  $I_{km,i}$  respectivamente. De acuerdo a la teoría de error de propagación [20],  $\sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 = 0.0017^2$  rad y  $\sigma_{I_{km}}^2 = 0.002^2$  p.u. La transformación de las ecuaciones (4.15) y (4.16) de coordenadas polares a coordenadas rectangulares podrían amplificar el error de las mediciones de los PMU's, lo que indica que la utilización de las mediciones directas de PMU's es de mayor ayuda para el mejoramiento en la precisión del estimador de estado [18].

Los elementos diagonales de la matriz de error de covarianza  $R_U$  son los cuadrados de los errores de varianzas del ángulo de fase de voltaje  $\delta^2 = 0.0017^2$  rad y la magnitud de voltaje  $V^2 = 0.002^2$  pu y los elementos diagonales de la matriz de error de covarianza  $R_I$  son  $\sigma_{I_{km,r}}^2, \sigma_{I_{km,i}}^2$  los cuales son calculados por las ecuaciones en (4.15) y (4.16). Los valores  $R_U$  y  $R_I$  se integran a la matriz de covarianza  $W$  de las medición convencionales para formar la matriz de covarianza híbrida  $R_m$

$$R_m = \begin{bmatrix} W & 0 & 0 \\ 0 & R_U & 0 \\ 0 & 0 & R_I \end{bmatrix}\quad (4.17)$$

$$W = \begin{matrix} \frac{1}{\sigma_{p_1}^2} \\ \frac{1}{\sigma_{p_{12}}^2} \\ \vdots \\ \frac{1}{\sigma_n^2} \end{matrix} \quad R_U = \begin{matrix} \frac{1}{0.0017^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{0.002^2} \end{matrix} \quad R_I = \begin{matrix} \frac{1}{\sigma_{I_{km,r}}^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_{I_{km,i}}^2} \end{matrix} \quad (4.18)$$

#### 4.4 Procedimiento para la Estimación de Estado Híbrida

En base a lo expuesto anteriormente, la estimación de estado de un sistema eléctrico puede ser realizada en base a mediciones convencionales y fasoriales de la siguiente manera:

- 1.- Inicializar las variables de estado de magnitudes de voltaje en 1 y los ángulos de fase en 0.
- 2.- Colocar el contador iterativo  $l = 0$ .
- 3.- Las corrientes fasoriales medidas en coordenadas polares son transformadas dentro del vector de medición  $z$  a coordenadas rectangulares.
- 4.- Formar la sub-matriz jacobiana  $H$  de mediciones convencionales de acuerdo a las ecuaciones (4.1) y (4.2).
- 5.- Calcular el vector de residuos  $z - f(x^l)$  de las mediciones convencionales.
- 6.- La sub-matriz jacobiana  $H_I(x^l)$  de las mediciones fasoriales de corriente se obtiene de acuerdo a la ecuación (4.9).
- 7.- Calcular los valores de las mediciones fasoriales de corrientes de acuerdo a las ecuaciones (4.7) y (4.8) para obtener sus correspondientes vectores residuales  $\Delta I_{km,r}$  y  $\Delta I_{km,i}$ .
- 8.- Calcular los vectores residuales  $\Delta \delta_p$  y  $\Delta V_p$  de la medición fasorial de voltaje.

9.- Formar la matriz Jacobiana  $H_m$  y el vector de residuos  $\Delta z_m$  incluyendo todas las mediciones mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{array}{r}
 H_P x^l \\
 - \\
 H_V x^l \\
 - \\
 H_I x^l
 \end{array}
 =
 \begin{array}{r}
 \Delta z^l \\
 - \\
 \Delta \delta_P^l \\
 \Delta V_P^l \\
 - \\
 \Delta I_{km,r}^l \\
 \Delta I_{km,i}^l
 \end{array}
 \quad (4.19)$$

10.- Formar la matriz de covarianza híbrida  $R_m$  de acuerdo a la ecuación (4.16).

11.- Resolver la siguiente ecuación para obtener el vector de corrección de las variables de estado  $\Delta x$  y el max  $\Delta x_i$ .

$$H_m^T x^{l-1} R_m^{-1} H_m^T x^l \Delta x^l = H_m^T x^l R_m^{-1} \Delta z_m^l \quad (4.20)$$

12.- Actualizar  $x^l = x^{l-1} + \Delta x^l$  y checar si el max  $\Delta x_i$  es menor que la tolerancia de convergencia dada. Si es si, el proceso iterativo converge y  $x^l$  es el vector de estado estimado; de otra forma incrementar el contador iterativo e ir al paso número 4 hasta que la condición se cumpla.

13.- Si el proceso iterativo converge se procede hacer la detección de errores de las mediciones si es que existen, mediante la prueba de Chi-Cuadrada de la siguiente manera:

- Se estima el estado del sistema  $x$ .
- Se calculan los residuos estimados.

$$e_l = z_l - z_l \quad (4.21)$$

donde  $z_l = f_l x$ .

- Se evalúa la función de mínimos cuadrados ponderados

$$J x = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{Nm} \frac{e_i^2}{\sigma_i^2} \quad (4.22)$$

- Determinar si se cumple la siguiente desigualdad para  $k$  y  $\alpha$  determinados,

$$J x < \chi_{k,\alpha}^2 \quad (4.23)$$

si (4.23) se cumple se considera que no hay datos con errores gruesos y los estimados son confiables.

- Si no se cumple (4.23) entonces existe la posibilidad de que al menos haya una medición con error grueso.

14.- Lo siguiente a la detección es identificar la medición errónea, eliminarla y volver a estimar hasta que se cumpla (4.23). Para esto se calculan los residuos normalizados de cada una de las mediciones estimadas con la siguiente ecuación.

$$r_i^N = \frac{e_i}{s_{ii}} \quad (4.24)$$

15.- Una vez que se tienen todos los residuos normalizados se elimina el residuo más grande y empieza todo el proceso de nuevo con la medición errónea eliminada.

## 4.5 Ejemplo de aplicación

Con la finalidad de ilustrar como se forma el conjunto de ecuaciones que permiten la estimación de estado híbrida se considera que se tienen 29 mediciones disponibles en la red de 5 nodos como se observa en la Figura 4.2, donde la letra  $B$  indica la medición de inyección de potencia activa y reactiva,  $F$  indica medición de flujo de potencia activa y reactiva,  $V$  indica la medición de la magnitud de voltaje nodal e  $I$  indica la corriente de rama. Además se cuenta con un dispositivo PMU colocado en el nodo 2, tomando como referencia el nodo 1(nodo slack). El ángulo de fase del nodo 1 es elegido como referencia para la solución de las variables de estado de la red. La dimensión del vector de estado es  $2Nb - 1 = 9$ , donde  $Nb$  es el número de nodos. De

acuerdo a las mediciones físicas de la red el vector de mediciones y el vector de estado son:

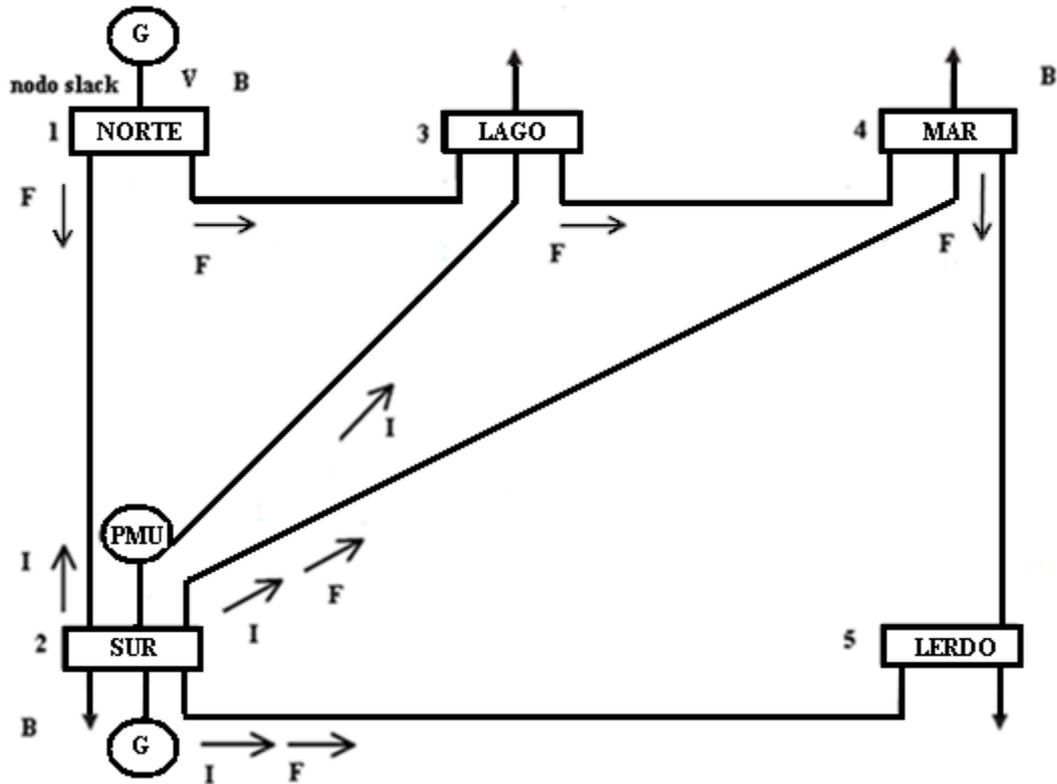


Figura 4.2 Red de 5 nodos.

$B$  = indica la inyección de flujo nodal

$F$  = flujo de potencia de línea

$V$  = Indica la magnitud de voltaje

$I$  = Corriente de rama

(4.25)

$$z = \begin{matrix} P_1 \\ Q_1 \\ P_2 \\ Q_2 \\ P_4 \\ Q_4 \\ P_{12} \\ Q_{12} \\ P_{13} \\ Q_{13} \\ P_{24} \\ Q_{24} \\ P_{25} \\ Q_{25} \\ P_{34} \\ Q_{34} \\ P_{45} \\ Q_{45} \\ V_1 \\ \delta_2 \\ V_2 \\ I_{21,r} \\ I_{21,i} \\ I_{23,r} \\ I_{23,i} \\ I_{24,r} \\ I_{24,i} \\ I_{25,r} \\ I_{25,i} \end{matrix} \quad x = \begin{matrix} \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \\ V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{matrix}$$

donde  $z$  es el vector de mediciones de los instrumentos y  $x$  es el vector de las variables de estado a estimar. La  $P_1$  y  $Q_1$  con un solo subíndice indica que la medición es inyección de potencia. La  $P_{12}$  y  $Q_{12}$  con dos subíndices indica que la medición es de flujo de potencia de la línea, la  $V$  indica la magnitud de voltaje,  $\delta$  indica el ángulo de fase e  $I_{km,r}$ ,  $I_{km,i}$  son las corrientes de ramas en su parte real e imaginaria. El vector de ecuaciones no lineales (mediciones estimadas)  $f(x)$  queda de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= P_{12} + P_{13} & (4.26) \\
 Q_1 &= Q_{12} + Q_{13} \\
 P_2 &= P_{21} + P_{23} + P_{24} + P_{25} \\
 Q_2 &= Q_{21} + Q_{23} + Q_{24} + Q_{25} \\
 P_4 &= P_{43} + P_{45} \\
 Q_4 &= Q_{43} + Q_{45}
 \end{aligned}$$

$$f(x) = \begin{matrix} P_{12} \\ Q_{12} \\ P_{13} \\ Q_{13} \\ P_{24} \\ Q_{24} \\ P_{25} \\ Q_{25} \\ P_{34} \\ Q_{34} \\ P_{45} \\ Q_{45} \\ V_1 \\ \delta_2 \\ V_2 \\ I_{21,r} \\ I_{21,i} \\ I_{23,r} \\ I_{23,i} \\ I_{24,r} \\ I_{24,i} \\ I_{25,r} \\ I_{25,i} \end{matrix}$$

donde las ecuaciones de las mediciones que están dentro del vector son expresadas a continuación.

Inyecciones de potencia activa.

$$P_1 = P_{12} + P_{13} \quad (4.27)$$

$$\begin{aligned}
 P_1 &= V_1^2 G_{11} + V_1 V_2 G_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 + B_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 + \\
 &V_1^2 G_{11} + V_1 V_3 G_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 + B_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 \quad (4.28)
 \end{aligned}$$

$$P_2 = P_{21} + P_{23} + P_{24} + P_{25} \quad (4.29)$$

$$\begin{aligned}
 P_2 &= V_2^2 G_{22} + V_2 V_1 G_{21} \cos \delta_2 - \delta_1 + B_{21} \sin \delta_2 - \delta_1 + \\
 &V_2^2 G_{22} + V_2 V_3 G_{23} \cos \delta_2 - \delta_3 + B_{23} \sin \delta_2 - \delta_3 + \\
 &V_2^2 G_{22} + V_2 V_4 G_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 + B_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 +
 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2}G_{22} + V_2V_5 G_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 + B_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 \quad (4.30)$$

$$P_4 = P_{42} + P_{43} + P_{45} \quad (4.31)$$

$$\begin{aligned} P_4 = & V_4^2 G_{44} + V_4V_2 G_{42} \cos \delta_4 - \delta_2 + B_{42} \sin \delta_4 - \delta_2 + \\ & V_4^2 G_{44} + V_4V_3 G_{43} \cos \delta_4 - \delta_3 + B_{43} \sin \delta_4 - \delta_3 + \\ & V_4^2 G_{44} + V_4V_5 G_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 + B_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 \end{aligned} \quad (4.32)$$

Inyecciones de potencia reactiva.

$$Q_1 = Q_{12} + Q_{13} \quad (4.33)$$

$$\begin{aligned} Q_1 = & -V_1^2 B_{11} + V_1V_2 G_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 - B_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 + \\ & -V_1^2 B_{11} + V_1V_3 G_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 - B_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 \end{aligned} \quad (4.34)$$

$$Q_2 = Q_{21} + Q_{23} + Q_{24} + Q_{25} \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} Q_2 = & -V_2^2 B_{22} + V_2V_1 G_{21} \sin \delta_2 - \delta_1 - B_{21} \cos \delta_2 - \delta_1 + \\ & -V_2^2 B_{22} + V_2V_3 G_{23} \sin \delta_2 - \delta_3 - B_{23} \cos \delta_2 - \delta_3 + \\ & -V_2^2 B_{22} + V_2V_4 G_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 - B_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 + \\ & -V_2^2 B_{22} + V_2V_5 G_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 - B_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$Q_4 = Q_{42} + Q_{43} + Q_{45} \quad (4.37)$$

$$\begin{aligned} Q_4 = & -V_4^2 B_{44} + V_4V_2 G_{42} \sin \delta_4 - \delta_2 - B_{42} \cos \delta_4 - \delta_2 + \\ & -V_4^2 B_{44} + V_4V_3 G_{43} \sin \delta_4 - \delta_3 - B_{43} \cos \delta_4 - \delta_3 + \\ & -V_4^2 B_{44} + V_4V_5 G_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 - B_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 \end{aligned} \quad (4.38)$$

Las ecuaciones de los flujos de potencia activa de las líneas para este ejemplo son:

$$P_{12} = V_1^2 G_{11} + V_1V_2 G_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 + B_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 \quad (4.39)$$

$$P_{13} = V_1^2 G_{11} + V_1V_3 G_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 + B_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 \quad (4.40)$$

$$P_{24} = V_2^2 G_{22} + V_2V_4 G_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 + B_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 \quad (4.41)$$

$$P_{25} = V_2^2 G_{22} + V_2 V_5 G_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 + B_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 \quad (4.42)$$

$$P_{34} = V_3^2 G_{33} + V_3 V_4 G_{34} \cos \delta_3 - \delta_4 + B_{34} \sin \delta_3 - \delta_4 \quad (4.43)$$

$$P_{45} = V_4^2 G_{44} + V_4 V_5 G_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 + B_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 \quad (4.44)$$

Las ecuaciones de los flujos de potencia reactiva de las líneas para este ejemplo son:

$$Q_{12} = -V_1^2 B_{11} + V_1 V_2 G_{12} \sin \delta_1 - \delta_2 - B_{12} \cos \delta_1 - \delta_2 \quad (4.45)$$

$$Q_{13} = -V_1^2 B_{11} + V_1 V_3 G_{13} \sin \delta_1 - \delta_3 - B_{13} \cos \delta_1 - \delta_3 \quad (4.46)$$

$$Q_{24} = -V_2^2 B_{22} + V_2 V_4 G_{24} \sin \delta_2 - \delta_4 - B_{24} \cos \delta_2 - \delta_4 \quad (4.47)$$

$$Q_{25} = -V_2^2 B_{22} + V_2 V_5 G_{25} \sin \delta_2 - \delta_5 - B_{25} \cos \delta_2 - \delta_5 \quad (4.48)$$

$$Q_{34} = -V_3^2 B_{33} + V_3 V_4 G_{34} \sin \delta_3 - \delta_4 - B_{34} \cos \delta_3 - \delta_4 \quad (4.49)$$

$$Q_{45} = -V_4^2 B_{44} + V_4 V_5 G_{45} \sin \delta_4 - \delta_5 - B_{45} \cos \delta_4 - \delta_5 \quad (4.50)$$

Corrientes de rama:

$$I_{21,real} = V_2 \cos \delta_2 - V_1 \cos \delta_1 G_{21} - V_2 \sin \delta_2 - V_1 \sin \delta_1 B_{21} - V_2 \sin \delta_2 B_{20} \quad (4.51)$$

$$I_{21,imag} = V_2 \sin \delta_2 - V_1 \sin \delta_1 G_{21} + V_2 \cos \delta_2 - V_1 \cos \delta_1 B_{21} + V_2 \cos \delta_2 B_{20} \quad (4.52)$$

$$I_{23,real} = V_2 \cos \delta_2 - V_3 \cos \delta_3 G_{23} - V_2 \sin \delta_2 - V_3 \sin \delta_3 B_{23} - V_2 \sin \delta_2 B_{20} \quad (4.53)$$

$$I_{23,imag} = V_2 \sin \delta_2 - V_3 \sin \delta_3 G_{23} + V_2 \cos \delta_2 - V_3 \cos \delta_3 B_{23} + V_2 \cos \delta_2 B_{20} \quad (4.54)$$



La matriz jacobiana de la estimación de estado convencional  $H$  (4.61) a esta matriz se le agregan las mediciones de las submatrices  $H_{(V)}$  y  $H_{(I)}$

$$H(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_1}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial P_1}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_1}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_1}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_1}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial Q_1}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_1}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_1}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_5} & V_1 \frac{\partial P_2}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_2}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial P_2}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial P_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_5} & V_1 \frac{\partial Q_2}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_2}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial Q_2}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial Q_2}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_4}{\partial \delta_2} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_4}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial P_4}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial P_4}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial P_4}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial P_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_2} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_4}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial Q_4}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial Q_4}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial Q_4}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial Q_4}{\partial V_5} \\ \frac{\partial P_{12}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial P_{12}}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial P_{12}}{\partial V_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial Q_{12}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial Q_{12}}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial Q_{12}}{\partial V_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial P_{13}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial P_{13}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial P_{13}}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q_{13}}{\partial \delta_3} & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial Q_{13}}{\partial V_1} & 0 & V_3 \frac{\partial Q_{13}}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial P_{24}}{\partial \delta_2} & 0 & \frac{\partial P_{24}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial P_{24}}{\partial V_2} & 0 & V_4 \frac{\partial P_{24}}{\partial V_4} & 0 \\ \frac{\partial Q_{24}}{\partial \delta_2} & 0 & \frac{\partial Q_{24}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial Q_{24}}{\partial V_2} & 0 & V_4 \frac{\partial Q_{24}}{\partial V_4} & 0 \\ \frac{\partial P_{25}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial P_{25}}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial P_{25}}{\partial V_2} & 0 & 0 & V_5 \frac{\partial P_{25}}{\partial V_5} \\ \frac{\partial Q_{25}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial Q_{25}}{\partial \delta_5} & 0 & V_2 \frac{\partial Q_{25}}{\partial V_2} & 0 & 0 & V_5 \frac{\partial Q_{25}}{\partial V_5} \\ 0 & \frac{\partial P_{34}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial P_{34}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & 0 & V_3 \frac{\partial P_{34}}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial P_{34}}{\partial V_4} & 0 \\ 0 & \frac{\partial Q_{34}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial Q_{34}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & 0 & V_3 \frac{\partial Q_{34}}{\partial V_3} & V_4 \frac{\partial Q_{34}}{\partial V_4} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial P_{45}}{\partial \delta_4} & \frac{\partial P_{45}}{\partial \delta_5} & 0 & 0 & 0 & V_4 \frac{\partial P_{45}}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial P_{45}}{\partial V_5} \\ 0 & 0 & \frac{\partial Q_{45}}{\partial \delta_4} & \frac{\partial Q_{45}}{\partial \delta_5} & 0 & 0 & 0 & V_4 \frac{\partial Q_{45}}{\partial V_4} & V_5 \frac{\partial Q_{45}}{\partial V_5} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & V_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

La matriz Jacobina de mediciones fasoriales es:

$$H_{(v)} \text{ y } H_{(I)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial V_2}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & V_2 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial I_{21,r}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial I_{21,r}}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial I_{21,r}}{\partial V_2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\partial I_{21,i}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & 0 & V_1 \frac{\partial I_{21,i}}{\partial V_1} & V_2 \frac{\partial I_{21,i}}{\partial V_2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial I_{23,r}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial I_{23,r}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial I_{23,r}}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial I_{23,r}}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial I_{23,i}}{\partial \delta_3} & \frac{\partial I_{23,i}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial I_{23,i}}{\partial V_2} & V_3 \frac{\partial I_{23,i}}{\partial V_3} & 0 & 0 \\ \frac{\partial I_{24,r}}{\partial \delta_2} & 0 & \frac{\partial I_{24,r}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial I_{24,r}}{\partial V_2} & 0 & V_4 \frac{\partial I_{24,r}}{\partial V_4} & 0 \\ \frac{\partial I_{24,i}}{\partial \delta_2} & 0 & \frac{\partial I_{24,i}}{\partial \delta_4} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial I_{24,i}}{\partial V_2} & 0 & V_4 \frac{\partial I_{24,i}}{\partial V_4} & 0 \\ \frac{\partial I_{25,r}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial I_{25,r}}{\partial \delta_2} & 0 & V_2 \frac{\partial I_{25,r}}{\partial V_2} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial I_{25,r}}{\partial V_2} \\ \frac{\partial I_{25,i}}{\partial \delta_2} & 0 & 0 & \frac{\partial I_{25,i}}{\partial \delta_2} & 0 & V_2 \frac{\partial I_{25,i}}{\partial V_2} & 0 & 0 & V_2 \frac{\partial I_{25,i}}{\partial V_2} \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

Se puede observar en la submatrices  $H_V$  y  $H_I$  que la corriente esta en coordenadas rectangulares.

Cabe mencionar que la estimación híbrida se basa en el método de Mínimos Cuadrados Ponderados y la única modificación que se hace es aumentar las mediciones de voltajes y corrientes proporcionadas por los dispositivos PMU's. Por lo tanto la estimación y detección de errores se hace de la forma descrita en el capítulo 3.

## CAPÍTULO 5

### CASOS DE ESTUDIO

#### 5.1 Introducción

En este capítulo se presenta la aplicación numérica del algoritmo de estimación de estado híbrida descrito en el capítulo anterior a tres redes eléctricas.

Los ejemplos aquí simulados son la red de 5 nodos, la red de 14 nodos de la IEEE-14 y la red de 30 nodos de la IEEE-30. La tolerancia especificada para la convergencia fue seleccionada de  $Tol = 1e^{-3}$ , y el nivel de significancia del 1% en la prueba  $X^2_{k,\alpha}$  para todos los casos analizados. Las desviaciones de las mediciones físicas utilizadas en todos los casos de prueba fueron seleccionadas como,  $\sigma = 0.01$  para las inyecciones de potencia,  $\sigma = 0.008$  para los flujos de potencia,  $\sigma = 0.004$  para los voltajes nodales,  $\sigma = 0.01$  para los flujos en transformadores,  $\sigma = 0.002$  para la magnitud de voltaje del PMU y  $\sigma = 0.0017$  rad para el ángulo de fase de voltaje y para las corrientes de rama se calcula de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\sigma_{I_{km,r}}^2 &= \frac{\partial I_{km,r}}{\partial I_{km}}^2 \sigma_{I_{km}}^2 + \frac{\partial I_{km,r}}{\partial \delta_{I_{km}}}^2 \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \\ \sigma_{I_{km,r}}^2 &= \cos^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{I_{km}}^2 + I_{km}^2 \sin^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2\end{aligned}\quad (5.1)$$

$$\begin{aligned}\sigma_{I_{km,i}}^2 &= \frac{\partial I_{km,i}}{\partial I_{km}}^2 \sigma_{I_{km}}^2 + \frac{\partial I_{km,i}}{\partial \delta_{I_{km}}}^2 \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \\ \sigma_{I_{km,i}}^2 &= \sin^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{I_{km}}^2 + I_{km}^2 \cos^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2\end{aligned}\quad (5.2)$$

En todos los casos los vectores de mediciones fueron tomados de un programa de flujos de carga convencionales [3]. Los ejemplos se analizaron en su caso ideal (vector de mediciones  $z$  sin ningún error) y en su caso no ideal (vector de mediciones  $z$ , con errores en algunas de sus mediciones), esto con el fin de que haya mediciones erróneas,

para que el programa las detecte, las elimine del proceso y encuentre las variables de estados de cada uno de los nodos.

### 5.1.1 Simulación del caso ideal de la red de 5 nodos

Se considera la red de 5 nodos mostrado en la figura 5.1

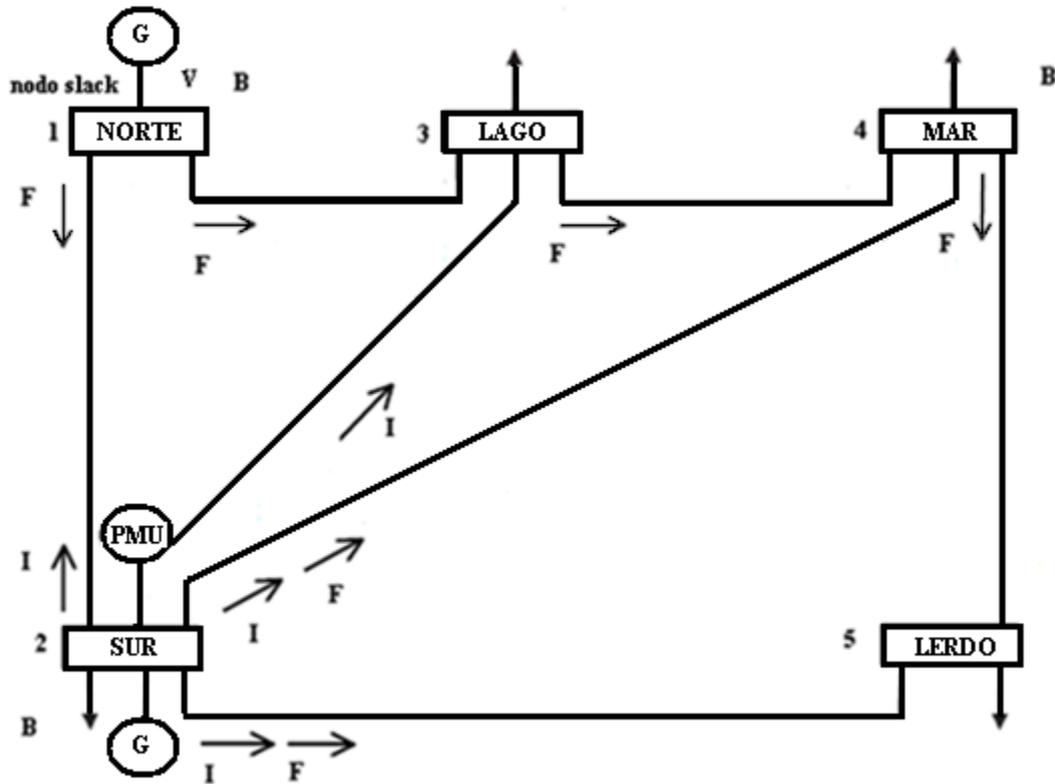


Figura 5.1 red de 5 nodos

$B$  = indica la inyección de flujo nodal

$F$  = flujo de potencia de línea

$V$  = Indica la magnitud de voltaje

$I$  = Corriente de rama

La tabla 5.1 muestra los valores de las variables de estado de las magnitudes de los voltajes en cada nodo y sus ángulos de fase. Estos valores son lo que debe estimar el programa de estado híbrido.

Tabla 5.1 Voltajes nodales de la red original de 5 nodos.

Red nodal					
Voltaje nodal	Norte	Sur	Lago	Mar	Lerdo
Magnitud (p.u.)	1.06	1.00	0.987	0.984	0.970
Ángulo de fase (deg)	0.00	-2.06	-4.64	-4.96	-5.77

Para este ejemplo se utilizaron 38 mediciones, con el que se solucionó un sistema de 38 ecuaciones (filas) por 10 variables de estados (columnas), tomando una variable de ángulo 0 como el ángulo de referencia en el nodo 1, lo cual hace que el estimador tenga que estimar 9 variables de estados, el grado de libertad es de 28. Las mediciones utilizadas quedaron de la siguiente forma, 6 mediciones de inyección de potencia ( $B$ ), 20 de flujos de líneas de transmisión ( $F$ ), 8 mediciones de corrientes ( $I$ ), (en el caso de las corrientes se toman en coordenadas rectangulares) y 4 mediciones de voltajes ( $V$ ) y  $\delta$ , (magnitud y fase). Las siguientes tablas 5.2, 5.3, 5.4 y 5.5 muestran las mediciones de los flujos de las líneas de las potencias activas y reactivas en los nodos con los que están relacionados, las inyecciones de potencia, las mediciones de los PMU's de corrientes ramales y de las magnitudes de voltaje con sus ángulos.

Tabla 5.2 Mediciones de flujos de línea de la red de 5 nodos.

Mediciones ( 5 nodos)			
Mediciones de flujos de línea			
Nodos	Potencias Activas	Nodos	Potencias Reactivas
1-2	0.8933	1-2	0.7400
2-1	-0.8685	2-1	-0.7291
1-3	0.4179	1-3	0.1682
2-3	0.2447	2-3	-0.0252
2-4	0.2771	2-4	-0.0172
2-5	0.5466	2-5	0.0556
3-4	0.1939	3-4	0.0286
4-2	-0.2725	4-2	-0.0083
4-3	-0.1935	4-3	-0.0469
4-5	0.0660	4-5	0.0052

Tabla 5.3 Mediciones de inyecciones de potencias activas y reactivas de la red de 5 nodos.

Mediciones de inyecciones de potencias			
Nodo	P inyección	Nodo	Q inyección
1	1.3112	1	0.9082
2	0.2000	2	-0.7159
4	-0.4000	4	-0.0500

Tabla 5.4 Mediciones de las corrientes del PMU de la red de 5 nodos.

Mediciones de corrientes (real)		Mediciones de corrientes (imaginaria)	
Nodos	I real	Nodos	I imag
2-1	-0.8417	2-1	0.7598
2-3	0.2455	2-3	0.0164
2-4	0.2776	2-4	0.0073
2-5	0.5442	2-5	-0.0752

Tabla 5.5 Mediciones de magnitudes de voltajes y fases de la red de 5 nodos.

Mediciones de voltaje			
Nodo	Magnitud	Ángulo en grados	Ángulos en radianes
1	1.06	0	0
2	1	-2.06123	-0.03597

En este primer ejemplo se corrió el programa considerando el caso ideal, sin mediciones erróneas, con una tolerancia de 0.001 e inicializando las magnitudes de voltajes en 1 y los ángulos en 0. El problema se resolvió en 2 iteraciones, encontrando las variables deseadas en esta última, en la tabla 5.6 se pueden observar estos valores.

Tabla 5.6 Variables de estado caso ideal (Voltajes y fases) de la iteración 1 a la 2 de la red de 5 nodos.

Variable de estado	nodo	Iteración 1	error	iteración 2	error
$V_1$	1	1.06	0.0001	1.06	$0.0023 \times 10^{-4}$
$V_2$	2	1	0.0009	1	$0.0022 \times 10^{-4}$
$V_3$	3	0.9873	0.0036	0.9873	$0.0013 \times 10^{-4}$
$V_4$	4	0.9842	0.0038	0.9842	$0.0003 \times 10^{-4}$
$V_5$	5	0.9717	0.0051	0.9717	$0.0332 \times 10^{-4}$
$\delta_1$	1	0000	0.0000	0000	0.0000
$\delta_2$	2	-0.0360	0.0003	-0.0360	$0.0100 \times 10^{-4}$
$\delta_3$	3	-0.0809	0.0007	-0.0809	$0.0379 \times 10^{-4}$
$\delta_4$	4	-0.0865	0.0011	-0.0865	$0.0601 \times 10^{-4}$
$\delta_5$	5	-0.1006	0.0028	-0.1006	$0.1617 \times 10^{-4}$

En el mismo problema se modificaron 5 mediciones, las mediciones modificadas fueron: una medición de inyección de potencia activa, una medición de inyección de potencia reactiva, una medición de flujo de potencia activa y por último dos mediciones de corrientes ramales. El programa detecta estas mediciones erróneas y las elimina. La tabla 5.7 muestra las mediciones que fueron modificadas y eliminadas.

Tabla 5.7 Mediciones reales y erróneas de la red de 5 nodos.

Tipo de medición	Medición real	Medición errónea
Inyección de $P$	0.200001	-0.200001
Inyección de $Q$	0.908155	3.908155
Flujo de $P$	0.193862	-0.193862
$I$	0.759722	-0.759722
$I$	-0.07523	0.07523

El problema fué resuelto en 13 iteraciones, quedando con una Chi-cuadrada de 40.3, con 23 grados de libertad, una  $J = 4.2703$  en las tablas del 5.8 al 5.12 se muestran los valores obtenidos en cada iteración de las magnitudes de voltajes y ángulos en radianes. La última iteración muestra las variables de estado deseadas, los resultados quedaron de la siguiente forma:

Tabla 5.8 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 1 a la 3 de la red de 5 nodos.

Variable de estado	iteración 1	error	iteración 2	error	iteración 3	error
$V_1$	0.9477	0.0662	0.9589	0.0112	0.9551	0.0039
$V_2$	0.9481	0.0716	0.9601	0.0119	0.9557	0.0044
$V_3$	0.9294	0.0738	0.9413	0.0119	0.9366	0.0047
$V_4$	0.9283	0.0740	0.9402	0.0119	0.9356	0.0047
$V_5$	0.9324	0.0741	0.9447	0.0123	0.9399	0.0048
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	0.0744	0.1225	0.0687	0.0056	0.0748	0.0061
$\delta_3$	0.0273	0.1194	0.0212	0.0060	0.0272	0.0060
$\delta_4$	0.0251	0.1191	0.0194	0.0057	0.0253	0.0059
$\delta_5$	0.0046	0.1186	-0.0004	0.0050	0.0055	0.0058

Tabla 5.9 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 4 a la 6 de la red de 5 nodos

Variable de estado	iteración 4	error	iteración 5	error	iteración 6	error
$V_1$	0.9563	0.0013	0.9561	$0.2417 \times 10^{-3}$	1.0649	0.0209
$V_2$	0.9570	0.0013	0.9567	$0.2823 \times 10^{-3}$	0.9646	0.0220
$V_3$	0.9380	0.0013	0.9377	$0.2974 \times 10^{-3}$	0.9504	0.0206
$V_4$	0.9369	0.0013	0.9366	$0.2974 \times 10^{-3}$	0.9488	0.0206
$V_5$	0.9413	0.0013	0.9410	$0.3023 \times 10^{-3}$	0.9533	0.0204
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	0.0744	0.0004	0.0748	$0.3366 \times 10^{-3}$	-0.0209	0.0230
$\delta_3$	0.0268	0.0004	0.0272	$0.3266 \times 10^{-3}$	-0.0679	0.0235
$\delta_4$	0.0250	0.0003	0.0253	$0.3246 \times 10^{-3}$	-0.0699	0.0239
$\delta_5$	0.0052	0.0003	0.0055	$0.3191 \times 10^{-3}$	-0.0902	0.0251

Tabla 5.10 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 7 a la 9 de la red de 5 nodos.

Variable de estado	iteración 7	error	iteración 8	error	iteración 9	error
$V_1$	1.0661	0.0013	1.0662	$0.3667 \times 10^{-4}$	1.0567	0.0010
$V_2$	0.9660	0.0014	0.9661	$0.4497 \times 10^{-4}$	0.9981	0.0006
$V_3$	0.9519	0.0015	0.9520	$0.4763 \times 10^{-4}$	0.9852	0.0005
$V_4$	0.9503	0.0015	0.9504	$0.4816 \times 10^{-4}$	0.9834	0.0005
$V_5$	0.9548	0.0016	0.9549	$0.4708 \times 10^{-4}$	0.9885	0.0004
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0224	0.0015	-0.0224	$0.2019 \times 10^{-4}$	-0.0372	0.0024
$\delta_3$	-0.0692	0.0013	-0.0692	$0.0582 \times 10^{-4}$	-0.0826	0.0026
$\delta_4$	-0.0712	0.0013	-0.0712	$0.0702 \times 10^{-4}$	-0.0844	0.0025
$\delta_5$	-0.0915	0.0013	-0.0915	$0.0823 \times 10^{-4}$	-0.1040	0.0026

Tabla 5.11 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 10 a la 11 de la red de 5 nodos.

Variable de estado	iteración 10	error	iteración 11	error
$V_1$	1.0567	$0.3723 \times 10^{-4}$	1.0567	$0.1819 \times 10^{-4}$
$V_2$	0.9981	$0.2933 \times 10^{-4}$	0.9981	$0.1997 \times 10^{-4}$
$V_3$	0.9852	$0.2741 \times 10^{-4}$	0.9859	$0.2666 \times 10^{-4}$
$V_4$	0.9834	$0.2732 \times 10^{-4}$	0.9830	$0.2349 \times 10^{-4}$
$V_5$	0.9884	$0.2850 \times 10^{-4}$	0.9884	$0.2586 \times 10^{-4}$
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0372	$0.3752 \times 10^{-4}$	-0.0374	$0.8481 \times 10^{-4}$
$\delta_3$	-0.0826	$0.3984 \times 10^{-4}$	-0.0800	$0.8818 \times 10^{-4}$
$\delta_4$	-0.0845	$0.3842 \times 10^{-4}$	-0.0859	$0.9069 \times 10^{-4}$
$\delta_5$	-0.1041	$0.4307 \times 10^{-4}$	-0.1046	$0.8380 \times 10^{-4}$

Tabla 5.12 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error, de la iteración 12 a la 13 de la red de 5 nodos.

Variable de estado	iteración 12	error	iteración 13	error
$V_1$	1.0580	$0.1579 \times 10^{-4}$	1.0600	$0.1263 \times 10^{-4}$
$V_2$	0.9999	$0.1481 \times 10^{-4}$	1.0000	$0.1305 \times 10^{-4}$
$V_3$	0.9869	$0.0278 \times 10^{-4}$	0.9872	$0.1295 \times 10^{-4}$
$V_4$	0.9840	$0.0323 \times 10^{-4}$	0.9841	$0.1354 \times 10^{-4}$
$V_5$	0.9895	$0.0104 \times 10^{-4}$	0.9717	$0.1287 \times 10^{-4}$
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0331	$0.9266 \times 10^{-4}$	-0.0361	$0.0013 \times 10^{-4}$
$\delta_3$	-0.0781	$0.9620 \times 10^{-4}$	-0.0810	$0.0053 \times 10^{-4}$
$\delta_4$	-0.0837	$0.9696 \times 10^{-4}$	-0.0866	$0.0306 \times 10^{-4}$
$\delta_5$	-0.1019	$0.9123 \times 10^{-4}$	-0.1007	$0.2408 \times 10^{-4}$

Se observa en las tablas 5.13 y 5.14 que las variables de estado estimadas con el programa de estimación de estado híbrido en su caso ideal y con errores en las medición son muy similares.

Tabla 5.13 Variables de estado estimadas considerando el caso ideal sin errores en las mediciones (red de 5 nodos).

Variables de estados estimadas			
Magnitud V	Ángulos en grados	Ángulos en radianes	nodo
1.0600	0	0.0000	1
1.0000	-2.0612	-0.0360	2
0.9872	-4.6367	-0.0809	3
0.9841	-4.9570	-0.0865	4
0.9717	-5.7649	-0.1006	5

Tabla 5.14 Variables de estado estimadas considerando el caso con errores en las mediciones(red de 5 nodos).

Variables de estados estimadas			
Magnitud V	Ángulos en grados	Ángulos en radianes	nodo
1.0600	0	0.0000	1
1.0000	-2.0683	-0.0361	2
0.9872	-4.6409	-0.0810	3
0.9841	-4.9618	-0.0866	4
0.9717	-5.7696	-0.1007	5

### 5.1.2 Simulación del caso ideal de la red IEEE-14 nodos.

Para simular el caso ideal se considera el sistema IEEE-14 de la Figura 5.2

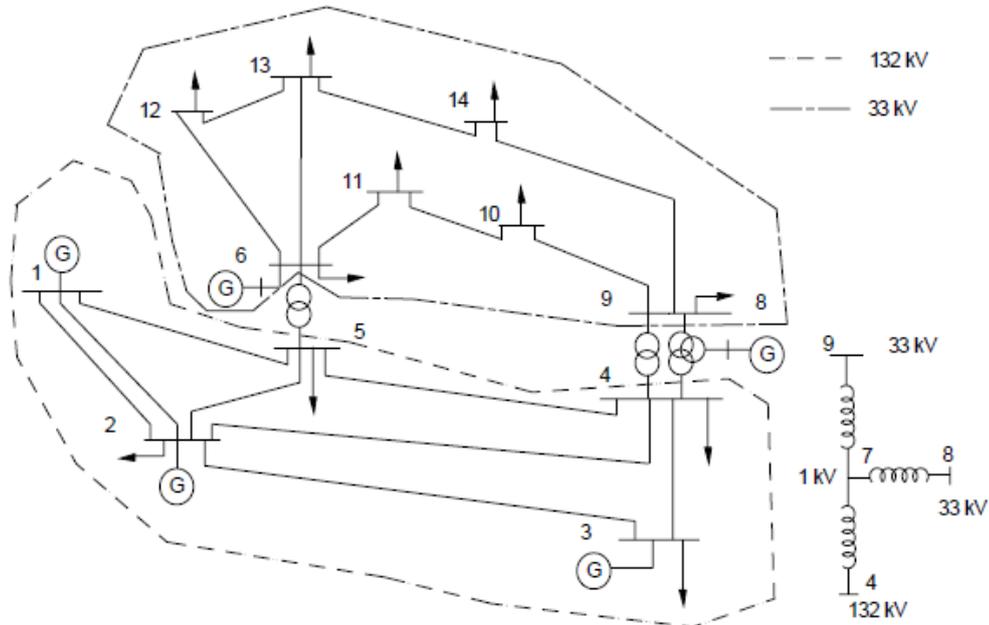


Figura 5.2 Red de 14 nodos del IEEE.

Para este ejemplo se utilizaron 150 mediciones, con el que se solucionó un sistema de 150 ecuaciones (filas) por 28 variables de estados (columnas), tomando una variable de ángulo 0 como el ángulo de referencia en el nodo 1, lo cual hace que el estimador tenga que estimar 27 variables de estados, el grado de libertad es de 122. Las mediciones utilizadas quedaron de la siguiente forma, 28 mediciones de inyección de potencia ( $B$ ), 60 de flujos de líneas de transmisión ( $F$ ), 20 de flujo con transformadores ( $T$ ), 32 mediciones de corrientes ( $I$ ), (en el caso de las corrientes se toman en coordenadas rectangulares) y 10 mediciones de voltajes ( $V$ ) y  $\delta$ , (magnitud y fase). Las siguientes tablas de la 5.15 hasta la 5.20 muestran las mediciones de los flujos de las líneas de las potencias activas y reactivas en los nodos con los que están relacionados, las inyecciones de potencia, las mediciones de los PMU's de corrientes ramales y de las magnitudes de voltaje con sus ángulos.

Tabla 5.15 Mediciones de flujos de línea de la red de IEEE14 nodos.

Mediciones (14 nodos)			
Mediciones de flujos de línea			
Nodos	Potencias Activas	Nodos	Potencias Reactivas
1-2	1.5683	1-2	-0.2039
2-1	-1.5254	2-1	0.2766
1-5	0.7555	1-5	0.0351
5-1	-0.7279	5-1	0.0258
2-3	0.7319	2-3	0.0357
3-2	-0.7087	3-2	0.0158
2-4	0.5614	2-4	-0.0229
4-2	-0.5446	4-2	0.0339
2-5	0.4151	2-5	0.0076
5-2	-0.4061	5-2	-0.0164
3-4	-0.2333	3-4	0.0281
4-3	0.2370	4-3	-0.0542
4-5	-0.6122	4-5	0.1567
5-4	0.6173	5-4	-0.1537
6-11	0.0734	6-11	0.0347
11-6	-0.0729	11-6	-0.0336
6-12	0.0778	6-12	0.0249
12-6	-0.0771	12-6	-0.0234
6-13	0.1774	6-13	0.0717
13-6	-0.1753	13-6	-0.0676
9-10	0.0524	9-10	0.0431
10-9	-0.0523	10-9	-0.0427
9-14	0.0944	9-14	0.0367
14-9	-0.0932	14-9	-0.0342
10-11	-0.0377	10-11	-0.0153
11-10	0.0379	11-10	0.0156
12-13	0.0161	12-13	0.0074
13-12	-0.0160	13-12	-0.0074
13-14	0.0563	13-14	0.0169
14-13	-0.0558	14-13	-0.0158

Tabla 5.16 Mediciones de inyecciones de potencias activas y reactivas de la red de IEEE14 nodos.

Mediciones de inyección de potencias			
nodo	P inyección	nodo	Q inyección
1	2.3239	1	-0.1689
2	0.1830	2	0.2970
3	-0.9420	3	0.0440
4	-0.9198	4	0.1364
5	-0.5167	5	-0.1443

Tabla 5.17 Mediciones de inyecciones de potencias activas y reactivas de la red de IEEE14 nodos.

Mediciones de inyección de potencias			
nodo	P inyección	nodo	Q inyección
6	0.3286	6	0.1314
7	0	7	0
8	0	8	0
9	0.1468	9	0.0798
10	-0.0900	10	-0.0580
11	-0.0350	11	-0.0180
12	-0.0610	12	-0.0160
13	0.0403	13	0.0095
14	-0.0558	14	-0.0158

Tabla 5. 18 Mediciones de corrientes reales e imaginarias de la red de IEEE14 nodos.

Mediciones de corrientes (real)		Mediciones de corrientes (imaginaria)	
Nodos	I real	Nodos	I imag
1-2	1.4796	1-2	0.1924
1-5	0.7128	1-5	-0.0331
2-1	-1.4772	2-1	-0.1369
2-3	0.6948	2-3	-0.0948
2-4	0.5371	2-4	-0.0249
2-5	0.3951	2-5	-0.0418
6-5	-0.5377	6-5	-0.4452
6-11	0.0585	6-11	-0.0483
6-12	0.0648	6-12	-0.0404
6-13	0.1442	6-13	-0.1057
7-4	-0.3349	7-4	-0.2652
7-8	0.0369	7-8	0.1552
7-9	0.2448	7-9	-0.1138
9-7	-0.2448	9-7	0.1138
9-10	0.0374	9-10	-0.0522
9-14	0.0774	9-14	-0.0566

Tabla 5.19 Mediciones de magnitudes de voltajes y fases de la red de IEEE14 nodos.

Mediciones de voltaje			
Nodo	Magnitud	Ángulos en grados	Ángulos en radianes
1	1.06	0	0
2	1.045	-4.98095	-0.08693
6	1.07	-14.2227	-0.24823
7	1.06195	-13.3682	-0.23331
9	1.05635	-14.9466	-0.26086

Tabla 5.20 Mediciones de flujos de potencia con transformadores de la red de IEEE14 nodos.

Mediciones flujos de línea con transformadores			
Nodos	Potencias activas	Nodos	Potencias reactivas
4-7	0.2809	4-7	-0.0940
7-4	-0.2809	7-4	0.3562
4-9	0.1609	4-9	-0.0032
9-4	-0.1609	9-4	0.1467
5-6	0.4406	5-6	0.1282
6-5	-0.4406	6-5	0.6032
7-8	0	7-8	-0.1694
8-7	0	8-7	0.1739
7-9	0.2809	7-9	0.0574
9-7	-0.2809	9-7	-0.0494

En este segundo ejemplo se corrió el programa considerando el caso ideal, sin mediciones erróneas, con una tolerancia de 0.001 e inicializando las magnitudes de voltajes en 1 y los ángulos en 0. El programa resolvió el problema en 3 iteraciones, los valores obtenidos en la última iteración fueron los valores deseados de las variables de estado, en las tablas de la 5.21 hasta la 5.24 se pueden observar estos valores.

Tabla 5.21 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y sus relaciones con el error de la iteración 1 a la 2 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	nodo	iteración 1	error	iteración 2	error
$V_1$	1	1.0561	0.0316	1.0600	0.0039
$V_2$	2	1.0413	0.0392	1.0450	0.0036
$V_3$	3	1.0061	0.0529	1.0100	0.0039
$V_4$	4	1.0146	0.0455	1.0186	0.0040
$V_5$	5	1.0162	0.0431	1.0202	0.0040
$V_6$	6	1.0663	0.0292	1.0700	0.0037
$V_7$	7	1.0578	0.0275	1.0619	0.0040
$V_8$	8	1.0868	0.0560	1.0900	0.0032
$V_9$	9	1.0523	0.0276	1.0563	0.0041
$V_{10}$	10	1.0473	0.0390	1.0513	0.0040
$V_{11}$	11	1.0533	0.0436	1.0570	0.0037
$V_{12}$	12	1.0516	0.0425	1.0552	0.0036
$V_{13}$	13	1.0466	0.0445	1.0504	0.0038
$V_{14}$	14	1.0315	0.0464	1.0357	0.0043

Tabla 5.22 Variables de estado considerando el caso ideal (fases) y sus relaciones con el error de la iteración 1 a la 2 de la red de IEEE 14 nodos.

Variable de estado	nodo	iteración 1	error	iteración 2	error
$\delta_1$	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	2	-0.0905	0.0954	-0.0869	0.0035
$\delta_3$	3	-0.2273	0.1037	-0.2220	0.0053
$\delta_4$	4	-0.1848	0.1018	-0.1802	0.0046
$\delta_5$	5	-0.1576	0.1015	-0.1533	0.0043
$\delta_6$	6	-0.2524	0.0866	-0.2483	0.0041
$\delta_7$	7	-0.2376	0.0900	-0.2333	0.0042
$\delta_8$	8	-0.2372	0.0856	-0.2333	0.0039
$\delta_9$	9	-0.2653	0.0886	-0.2609	0.0044
$\delta_{10}$	10	-0.2690	0.0895	-0.2636	0.0053
$\delta_{11}$	11	-0.2636	0.0884	-0.2582	0.0054
$\delta_{12}$	12	-0.2683	0.0884	-0.2632	0.0051
$\delta_{13}$	13	-0.2702	0.0899	-0.2646	0.0056
$\delta_{14}$	14	-0.2864	0.0955	-0.2800	0.0064

Tabla 5.23 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y su relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	nodo	iteración 3	error
$V_1$	1	1.0600	$0.2223 \times 10^{-4}$
$V_2$	2	1.0450	$0.2224 \times 10^{-4}$
$V_3$	3	1.0100	$0.2516 \times 10^{-4}$
$V_4$	4	1.0186	$0.2357 \times 10^{-4}$
$V_5$	5	1.0202	$0.2324 \times 10^{-4}$
$V_6$	6	1.0700	$0.2052 \times 10^{-4}$
$V_7$	7	1.0619	$0.2115 \times 10^{-4}$
$V_8$	8	1.0900	$0.2392 \times 10^{-4}$
$V_9$	9	1.0563	$0.2118 \times 10^{-4}$
$V_{10}$	10	1.0513	$0.2519 \times 10^{-4}$
$V_{11}$	11	1.0571	$0.2572 \times 10^{-4}$
$V_{12}$	12	1.0552	$0.2447 \times 10^{-4}$
$V_{13}$	13	1.0504	$0.2655 \times 10^{-4}$
$V_{14}$	14	1.0358	$0.2964 \times 10^{-4}$

Tabla 5.24 Variables de estado considerando el caso ideal (fases) y su relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE14 nodos.

Variabes de estado	nodo	iteración 3	error
$\delta_1$	1	0.0000	0.0000
$\delta_2$	2	-0.0869	$0.1174 \times 10^{-4}$
$\delta_3$	3	-0.2220	$0.0604 \times 10^{-4}$
$\delta_4$	4	-0.1802	$0.0831 \times 10^{-4}$
$\delta_5$	5	-0.1533	$0.0879 \times 10^{-4}$
$\delta_6$	6	-0.2482	$0.1559 \times 10^{-4}$
$\delta_7$	7	-0.2333	$0.1429 \times 10^{-4}$
$\delta_8$	8	-0.2333	$0.1651 \times 10^{-4}$
$\delta_9$	9	-0.2609	$0.1460 \times 10^{-4}$
$\delta_{10}$	10	-0.2636	$0.1110 \times 10^{-4}$
$\delta_{11}$	11	-0.2582	$0.1141 \times 10^{-4}$
$\delta_{12}$	12	-0.2632	$0.1203 \times 10^{-4}$
$\delta_{13}$	13	-0.2646	$0.1057 \times 10^{-4}$
$\delta_{14}$	14	-0.2799	$0.0594 \times 10^{-4}$

En el mismo problema se modificaron 5 mediciones, las mediciones modificadas fueron: 4 mediciones de inyección de potencia activa, una medición medición de corriente ramal. El programa detecta estas mediciones erróneas y las elimina. La tabla 5.25 muestra las mediciones que fueron modificadas y eliminadas.

Tabla 5. 25 Mediciones reales y erróneas de la red de IEEE14 nodos.

Tipo de medición	Medición real	Medición errónea
Inyección de $P$	2.3239	-2.3239
Inyección de $P$	-0.91976	-10.91976
Inyección de $P$	0.1467	-0.1467
Inyección de $P$	-0.0609	0.0609
$I$	-0.0566	0.0566

El problema fué resuelto en 20 iteraciones, quedando con una Chi-cuadrada de 138.1630, con 117 grados de libertad, una  $J = 137.0499$  en las tablas de la 5.26 hasta la 5.39 se muestran los valores obtenidos en cada iteración. La última iteración muestra las variables de estado deseadas, los resultados quedaron de la siguiente forma:

Tabla 5.26 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 1	error	iteración 2	error	iteración 3	error
$V_1$	1.1462	0.1693	1.1275	0.0187	1.1548	0.0273
$V_2$	1.1306	0.1762	1.1123	0.0182	1.1402	0.0279
$V_3$	1.1021	0.1859	1.0882	0.0139	1.1166	0.0284
$V_4$	1.0848	0.1820	1.0651	0.0196	1.0941	0.0290
$V_5$	1.1031	0.1749	1.0857	0.0175	1.1140	0.0283
$V_6$	1.1354	0.1435	1.1223	0.0131	1.1468	0.0245
$V_7$	1.1191	0.1491	1.1038	0.0153	1.1306	0.0268
$V_8$	1.1495	0.1796	1.1308	0.0187	1.1570	0.0261
$V_9$	1.1138	0.1497	1.0983	0.0154	1.1253	0.0269
$V_{10}$	1.1090	0.1703	1.0935	0.0155	1.1204	0.0268
$V_{11}$	1.1222	0.1582	1.1089	0.0133	1.1336	0.0247
$V_{12}$	1.1203	0.1531	1.1078	0.0125	1.1323	0.0245
$V_{13}$	1.1158	0.1575	1.1029	0.0129	1.1275	0.0246
$V_{14}$	1.1197	0.1800	1.1032	0.0166	1.1300	0.0268

Tabla 5.27 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 1	error	iteración 2	error	iteración 3	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0474	0.0803	-0.0473	0.0001	-0.0546	0.0073
$\delta_3$	-0.1592	0.0838	-0.1582	0.0010	-0.1627	0.0045
$\delta_4$	-0.1854	0.0694	-0.1933	0.0080	-0.1950	0.0017
$\delta_5$	-0.1065	0.0868	-0.1082	0.0016	-0.1139	0.0058
$\delta_6$	-0.1829	0.0190	-0.2019	0.0190	-0.2036	0.0017
$\delta_7$	-0.2102	0.0176	-0.2317	0.0215	-0.2319	0.0001
$\delta_8$	-0.2183	0.0496	-0.2320	0.0137	-0.2319	0.0001
$\delta_9$	-0.2329	0.0088	-0.2566	0.0238	-0.2556	0.0010
$\delta_{10}$	-0.2376	0.0276	-0.2582	0.0206	-0.2571	0.0011
$\delta_{11}$	-0.1946	0.0328	-0.2118	0.0172	-0.2133	0.0015
$\delta_{12}$	-0.1967	0.0339	-0.2135	0.0168	-0.2148	0.0013
$\delta_{13}$	-0.1997	0.0327	-0.2169	0.0173	-0.2183	0.0014
$\delta_{14}$	-0.2573	0.0215	-0.2787	0.0214	-0.2771	0.0016

Tabla 5.28 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 4	error	iteración 5	error	iteración 6	error
$V_1$	1.1435	0.0112	1.1506	0.0070	1.1471	0.0035
$V_2$	1.1291	0.0112	1.1362	0.0071	1.1326	0.0035
$V_3$	1.1059	0.0108	1.1130	0.0071	1.1095	0.0035
$V_4$	1.0827	0.0114	1.0900	0.0073	1.0864	0.0036
$V_5$	1.1028	0.0112	1.1100	0.0072	1.1064	0.0035
$V_6$	1.1371	0.0097	1.1434	0.0063	1.1403	0.0031
$V_7$	1.1200	0.0106	1.1268	0.0068	1.1234	0.0033
$V_8$	1.1466	0.0103	1.1533	0.0066	1.1500	0.0033
$V_9$	1.1146	0.0106	1.1214	0.0068	1.1181	0.0034
$V_{10}$	1.1098	0.0106	1.1166	0.0068	1.1132	0.0033
$V_{11}$	1.1238	0.0098	1.1301	0.0063	1.1270	0.0031
$V_{12}$	1.1226	0.0097	1.1289	0.0062	1.1258	0.0031
$V_{13}$	1.1178	0.0097	1.1240	0.0063	1.1209	0.0031
$V_{14}$	1.1194	0.0106	1.1262	0.0068	1.1228	0.0033

Tabla 5.29 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 4	error	iteración 5	error	iteración 6	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0546	0.0001	-0.0555	0.0010	-0.0554	0.0002
$\delta_3$	-0.1636	0.0009	-0.1640	0.0003	-0.1641	0.0002
$\delta_4$	-0.1977	0.0027	-0.1971	0.0006	-0.1978	0.0007
$\delta_5$	-0.1148	0.0008	-0.1153	0.0005	-0.1154	0.0001
$\delta_6$	-0.2063	0.0027	-0.2057	0.0006	-0.2063	0.0007
$\delta_7$	-0.2353	0.0035	-0.2343	0.0010	-0.2352	0.0009
$\delta_8$	-0.2353	0.0035	-0.2343	0.0010	-0.2352	0.0009
$\delta_9$	-0.2596	0.0040	-0.2582	0.0013	-0.2593	0.0010
$\delta_{10}$	-0.2611	0.0040	-0.2597	0.0013	-0.2608	0.0010
$\delta_{11}$	-0.2161	0.0028	-0.2154	0.0007	-0.2161	0.0007
$\delta_{12}$	-0.2176	0.0028	-0.2169	0.0007	-0.2176	0.0007
$\delta_{13}$	-0.2212	0.0029	-0.2204	0.0007	-0.2212	0.0007
$\delta_{14}$	-0.2813	0.0041	-0.2798	0.0015	-0.2809	0.0011

Tabla 5.30 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 7	error	iteración 8	error	iteración 9	error
$V_1$	1.1490	0.0020	1.1480	0.0010	1.1485	$0.5590 \times 10^{-3}$
$V_2$	1.1346	0.0020	1.1336	0.0010	1.1341	$0.5624 \times 10^{-3}$
$V_3$	1.1115	0.0020	1.1105	0.0010	1.1110	$0.5566 \times 10^{-3}$
$V_4$	1.0884	0.0020	1.0873	0.0011	1.0879	$0.5761 \times 10^{-3}$
$V_5$	1.1084	0.0020	1.1074	0.0010	1.1079	$0.5648 \times 10^{-3}$
$V_6$	1.1420	0.0017	1.1411	0.0009	1.1416	$0.4926 \times 10^{-3}$
$V_7$	1.1253	0.0019	1.1243	0.0010	1.1249	$0.5342 \times 10^{-3}$
$V_8$	1.1518	0.0018	1.1509	0.0010	1.1514	$0.5216 \times 10^{-3}$
$V_9$	1.1200	0.0019	1.1190	0.0010	1.1195	$0.5363 \times 10^{-3}$
$V_{10}$	1.1151	0.0019	1.1141	0.0010	1.1147	$0.5356 \times 10^{-3}$
$V_{11}$	1.1288	0.0017	1.1278	0.0009	1.1283	$0.4973 \times 10^{-3}$
$V_{12}$	1.1275	0.0017	1.1266	0.0009	1.1271	$0.4915 \times 10^{-3}$
$V_{13}$	1.1227	0.0017	1.1218	0.0009	1.1223	$0.4930 \times 10^{-3}$
$V_{14}$	1.1247	0.0019	1.1237	0.0010	1.1243	$0.5355 \times 10^{-3}$

Tabla 5.31 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 7	error	iteración 8	error	iteración 9	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0556	0.0002	-0.0555	0.0001	-0.0555	$0.0453 \times 10^{-3}$
$\delta_3$	-0.1641	0.0000	-0.1641	0.0000	-0.1641	$0.0034 \times 10^{-3}$
$\delta_4$	-0.1975	0.0003	-0.1977	0.0002	-0.1976	$0.0802 \times 10^{-3}$
$\delta_5$	-0.1154	0.0000	-0.1154	0.0000	-0.1154	$0.0049 \times 10^{-3}$
$\delta_6$	-0.2061	0.0003	-0.2062	0.0002	-0.2062	$0.0834 \times 10^{-3}$
$\delta_7$	-0.2348	0.0004	-0.2350	0.0002	-0.2349	$0.1178 \times 10^{-3}$
$\delta_8$	-0.2348	0.0004	-0.2350	0.0002	-0.2349	$0.1178 \times 10^{-3}$
$\delta_9$	-0.2588	0.0005	-0.2591	0.0003	-0.2589	$0.1406 \times 10^{-3}$
$\delta_{10}$	-0.2603	0.0005	-0.2606	0.0003	-0.2605	$0.1409 \times 10^{-3}$
$\delta_{11}$	-0.2158	0.0003	-0.2160	0.0002	-0.2159	$0.0887 \times 10^{-3}$
$\delta_{12}$	-0.2174	0.0003	-0.2176	0.0002	-0.2175	$0.0891 \times 10^{-3}$
$\delta_{13}$	-0.2209	0.0003	-0.2211	0.0002	-0.2210	$0.0910 \times 10^{-3}$
$\delta_{14}$	-0.2804	0.0005	-0.2807	0.0003	-0.2806	$0.1499 \times 10^{-3}$

Tabla 5.32 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 10	error	iteración 11	error	iteración 12	error
$V_1$	0.5484	0.0989	0.5438	0.0046	0.5390	0.0048
$V_2$	0.5334	0.0982	0.5300	0.0034	0.5251	0.0049
$V_3$	0.5078	0.0912	0.5102	0.0024	0.5055	0.0048
$V_4$	0.5158	0.0888	0.5146	0.0012	0.5098	0.0048
$V_5$	0.5137	0.0967	0.5123	0.0014	0.5075	0.0047
$V_6$	0.6538	0.0589	0.6516	0.0022	0.6475	0.0041
$V_7$	0.6133	0.0641	0.6120	0.0013	0.6077	0.0043
$V_8$	0.6608	0.0537	0.6606	0.0001	0.6567	0.0039
$V_9$	0.6046	0.0656	0.6034	0.0012	0.5992	0.0043
$V_{10}$	0.6005	0.0653	0.5998	0.0007	0.5956	0.0042
$V_{11}$	0.6393	0.0559	0.6389	0.0005	0.6349	0.0040
$V_{12}$	0.6426	0.0561	0.6425	0.0001	0.6385	0.0039
$V_{13}$	0.6373	0.0558	0.6373	0.0001	0.6334	0.0039
$V_{14}$	0.6207	0.0600	0.6213	0.0006	0.6172	0.0042

Tabla 5.33 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 10	error	iteración 11	error	iteración 12	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.1184	0.0465	-0.1335	0.0151	-0.1331	0.0004
$\delta_3$	-0.3829	0.1350	-0.4140	0.0311	-0.4160	0.0020
$\delta_4$	-0.3122	0.0737	-0.3309	0.0187	-0.3325	0.0016
$\delta_5$	-0.2359	0.0850	-0.2610	0.0251	-0.2616	0.0007
$\delta_6$	-0.5155	0.2062	-0.5766	0.0611	-0.5829	0.0064
$\delta_7$	-0.4733	0.1566	-0.5181	0.0448	-0.5231	0.0050
$\delta_8$	-0.4733	0.1566	-0.5181	0.0448	-0.5231	0.0050
$\delta_9$	-0.5494	0.1890	-0.6011	0.0517	-0.6072	0.0061
$\delta_{10}$	-0.5558	0.1921	-0.6082	0.0524	-0.6144	0.0062
$\delta_{11}$	-0.5373	0.2151	-0.5997	0.0624	-0.6062	0.0065
$\delta_{12}$	-0.5445	0.2167	-0.6069	0.0625	-0.6134	0.0064
$\delta_{13}$	-0.5493	0.2183	-0.6124	0.0632	-0.6190	0.0066
$\delta_{14}$	-0.5847	0.1940	-0.6343	0.0496	-0.6404	0.0061

Tabla 5.34 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 13 a la 15 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 13	error	iteración 14	error	iteración 15	error
$V_1$	0.5386	$0.3983 \times 10^{-3}$	0.9995	0.0383	1.0492	0.0497
$V_2$	0.5247	$0.3858 \times 10^{-3}$	0.9783	0.0383	1.0307	0.0524
$V_3$	0.5052	$0.3023 \times 10^{-3}$	0.9243	0.0324	0.9918	0.0674
$V_4$	0.5095	$0.3449 \times 10^{-3}$	0.9396	0.0351	1.0012	0.0616
$V_5$	0.5072	$0.3574 \times 10^{-3}$	0.9443	0.0383	1.0034	0.0591
$V_6$	0.6472	$0.2809 \times 10^{-3}$	1.0337	0.0085	1.0556	0.0218
$V_7$	0.6074	$0.2956 \times 10^{-3}$	1.0034	0.0017	1.0449	0.0415
$V_8$	0.6564	$0.2698 \times 10^{-3}$	1.0331	0.0108	1.0734	0.0403
$V_9$	0.5989	$0.2982 \times 10^{-3}$	0.9965	0.0037	1.0393	0.0429
$V_{10}$	0.5953	$0.2942 \times 10^{-3}$	0.9903	0.0032	1.0343	0.0440
$V_{11}$	0.6346	$0.2458 \times 10^{-3}$	1.0136	0.0101	1.0420	0.0284
$V_{12}$	0.6383	$0.2619 \times 10^{-3}$	1.0155	0.0138	1.0408	0.0253
$V_{13}$	0.6331	$0.2541 \times 10^{-3}$	1.0087	0.0135	1.0362	0.0276
$V_{14}$	0.6169	$0.2601 \times 10^{-3}$	1.0047	0.0019	1.0446	0.0399

Tabla 5.35 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 13 a la 15 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 13	error	iteración 14	error	iteración 15	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.1334	$0.3042 \times 10^{-3}$	-0.0074	0.0266	-0.0520	0.0446
$\delta_3$	-0.4165	$0.4671 \times 10^{-3}$	-0.1473	0.1615	-0.1888	0.0415
$\delta_4$	-0.3329	$0.4557 \times 10^{-3}$	-0.1022	0.1277	-0.1465	0.0444
$\delta_5$	-0.2621	$0.4452 \times 10^{-3}$	-0.0753	0.0818	-0.1189	0.0436
$\delta_6$	-0.5839	$0.9197 \times 10^{-3}$	-0.1753	0.3567	-0.2169	0.0416
$\delta_7$	-0.5238	$0.7624 \times 10^{-3}$	-0.1573	0.3026	-0.2013	0.0440
$\delta_8$	-0.5239	$0.7625 \times 10^{-3}$	-0.1573	0.3027	-0.2013	0.0440
$\delta_9$	-0.6081	$0.8561 \times 10^{-3}$	-0.1884	0.3596	-0.2295	0.0411
$\delta_{10}$	-0.6153	$0.8674 \times 10^{-3}$	-0.1912	0.3649	-0.2319	0.0407
$\delta_{11}$	-0.6071	$0.9395 \times 10^{-3}$	-0.1861	0.3735	-0.2267	0.0406
$\delta_{12}$	-0.6143	$0.9410 \times 10^{-3}$	-0.1904	0.3703	-0.2304	0.0400
$\delta_{13}$	-0.6200	$0.9543 \times 10^{-3}$	-0.1942	0.3779	-0.2331	0.0389
$\delta_{14}$	-0.6412	$0.8386 \times 10^{-3}$	-0.2126	0.3492	-0.2530	0.0404

Tabla 5.36 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 16 a la 18 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 16	error	iteración 17	error	iteración 18	error
$V_1$	1.0506	0.0014	1.0506	$0.0498 \times 10^{-4}$	1.0536	$0.5030 \times 10^{-3}$
$V_2$	1.0319	0.0011	1.0319	$0.0225 \times 10^{-4}$	1.0382	$0.4947 \times 10^{-3}$
$V_3$	0.9923	0.0005	0.9923	$0.0315 \times 10^{-4}$	1.0027	$0.4559 \times 10^{-3}$
$V_4$	1.0019	0.0007	1.0019	$0.0153 \times 10^{-4}$	1.0114	$0.4719 \times 10^{-3}$
$V_5$	1.0042	0.0009	1.0042	$0.0076 \times 10^{-4}$	1.0132	$0.4798 \times 10^{-3}$
$V_6$	1.0571	0.0015	1.0571	$0.0173 \times 10^{-4}$	1.0648	$0.4205 \times 10^{-3}$
$V_7$	1.0463	0.0014	1.0463	$0.0105 \times 10^{-4}$	1.0550	$0.4371 \times 10^{-3}$
$V_8$	1.0748	0.0014	1.0748	$0.0101 \times 10^{-4}$	1.0833	$0.4272 \times 10^{-3}$
$V_9$	1.0406	0.0013	1.0406	$0.0119 \times 10^{-4}$	1.0494	$0.4387 \times 10^{-3}$
$V_{10}$	1.0356	0.0013	1.0356	$0.0163 \times 10^{-4}$	1.0444	$0.4597 \times 10^{-3}$
$V_{11}$	1.0434	0.0014	1.0434	$0.0086 \times 10^{-4}$	1.0516	$0.4298 \times 10^{-3}$
$V_{12}$	1.0422	0.0013	1.0422	$0.0292 \times 10^{-4}$	1.0504	$0.4356 \times 10^{-3}$
$V_{13}$	1.0375	0.0013	1.0375	$0.0066 \times 10^{-4}$	1.0458	$0.4222 \times 10^{-3}$
$V_{14}$	1.0457	0.0011	1.0457	$0.2004 \times 10^{-4}$	1.0551	$0.4654 \times 10^{-3}$

Tabla 5.37 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 16 a la 18 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 16	error	iteración 17	error	iteración 18	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0470	0.0050	-0.0469	$0.3810 \times 10^{-4}$	-0.0828	$0.2439 \times 10^{-3}$
$\delta_3$	-0.1832	0.0056	-0.1832	$0.4122 \times 10^{-4}$	-0.2187	$0.3767 \times 10^{-3}$
$\delta_4$	-0.1410	0.0055	-0.1410	$0.4068 \times 10^{-4}$	-0.1767	$0.3496 \times 10^{-3}$
$\delta_5$	-0.1136	0.0053	-0.1136	$0.3920 \times 10^{-4}$	-0.1495	$0.3258 \times 10^{-3}$
$\delta_6$	-0.2114	0.0055	-0.2113	$0.3936 \times 10^{-4}$	-0.2456	$0.3905 \times 10^{-3}$
$\delta_7$	-0.1955	0.0058	-0.1955	$0.4030 \times 10^{-4}$	-0.2302	$0.3868 \times 10^{-3}$
$\delta_8$	-0.1955	0.0058	-0.1955	$0.4030 \times 10^{-4}$	-0.2302	$0.3868 \times 10^{-3}$
$\delta_9$	-0.2239	0.0057	-0.2238	$0.4066 \times 10^{-4}$	-0.2581	$0.4047 \times 10^{-3}$
$\delta_{10}$	-0.2262	0.0057	-0.2262	$0.4154 \times 10^{-4}$	-0.2606	$0.4093 \times 10^{-3}$
$\delta_{11}$	-0.2209	0.0058	-0.2209	$0.3931 \times 10^{-4}$	-0.2555	$0.4081 \times 10^{-3}$
$\delta_{12}$	-0.2247	0.0057	-0.2247	$0.4332 \times 10^{-4}$	-0.2592	$0.4056 \times 10^{-3}$
$\delta_{13}$	-0.2274	0.0058	-0.2273	$0.3999 \times 10^{-4}$	-0.2621	$0.4152 \times 10^{-3}$
$\delta_{14}$	-0.2475	0.0055	-0.2474	$0.4505 \times 10^{-4}$	-0.2813	$0.4083 \times 10^{-3}$

Tabla 5.38 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 19 a la 20 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 19	error	iteración 20	error
$V_1$	1.0557	$0.7437 \times 10^{-4}$	1.0597	$0.0134 \times 10^{-3}$
$V_2$	1.0404	$0.7396 \times 10^{-4}$	1.0447	$0.0108 \times 10^{-3}$
$V_3$	1.0049	$0.7270 \times 10^{-4}$	1.0097	$0.0073 \times 10^{-3}$
$V_4$	1.0136	$0.7290 \times 10^{-4}$	1.0184	$0.0083 \times 10^{-3}$
$V_5$	1.0154	$0.7312 \times 10^{-4}$	1.0200	$0.0082 \times 10^{-3}$
$V_6$	1.0666	$0.6317 \times 10^{-4}$	1.0698	$0.0024 \times 10^{-3}$
$V_7$	1.0570	$0.6781 \times 10^{-4}$	1.0617	$0.0079 \times 10^{-3}$
$V_8$	1.0853	$0.6614 \times 10^{-4}$	1.0898	$0.0072 \times 10^{-3}$
$V_9$	1.0514	$0.6816 \times 10^{-4}$	1.0561	$0.0083 \times 10^{-3}$
$V_{10}$	1.0463	$0.6762 \times 10^{-4}$	1.0511	$0.0062 \times 10^{-3}$
$V_{11}$	1.0534	$0.6338 \times 10^{-4}$	1.0569	$0.0019 \times 10^{-3}$
$V_{12}$	1.0522	$0.6337 \times 10^{-4}$	1.0555	$0.0022 \times 10^{-3}$
$V_{13}$	1.0476	$0.6390 \times 10^{-4}$	1.0501	$0.0032 \times 10^{-3}$
$V_{14}$	1.0565	$0.5711 \times 10^{-4}$	1.0355	$0.1764 \times 10^{-3}$

Tabla 5.39 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 19 a la 20 de la red de IEEE14 nodos.

Variable de estado	iteración 19	error	iteración 20	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0829	$0.0974 \times 10^{-4}$	-0.0869	$0.0336 \times 10^{-3}$
$\delta_3$	-0.2185	$0.1956 \times 10^{-4}$	-0.2220	$0.0377 \times 10^{-3}$
$\delta_4$	-0.1766	$0.1681 \times 10^{-4}$	-0.1802	$0.0364 \times 10^{-3}$
$\delta_5$	-0.1495	$0.1448 \times 10^{-4}$	-0.1533	$0.0358 \times 10^{-3}$
$\delta_6$	-0.2452	$0.2594 \times 10^{-4}$	-0.2483	$0.0429 \times 10^{-3}$
$\delta_7$	-0.2299	$0.2312 \times 10^{-4}$	-0.2334	$0.0361 \times 10^{-3}$
$\delta_8$	-0.2299	$0.2312 \times 10^{-4}$	-0.2334	$0.0361 \times 10^{-3}$
$\delta_9$	-0.2577	$0.2627 \times 10^{-4}$	-0.2609	$0.0379 \times 10^{-3}$
$\delta_{10}$	-0.2604	$0.2724 \times 10^{-4}$	-0.2637	$0.0379 \times 10^{-3}$
$\delta_{11}$	-0.2552	$0.2667 \times 10^{-4}$	-0.2583	$0.0422 \times 10^{-3}$
$\delta_{12}$	-0.2589	$0.2931 \times 10^{-4}$	-0.2620	$0.0429 \times 10^{-3}$
$\delta_{13}$	-0.2617	$0.2705 \times 10^{-4}$	-0.2646	$0.0459 \times 10^{-3}$
$\delta_{14}$	-0.2807	$0.2947 \times 10^{-4}$	-0.2800	$0.0123 \times 10^{-3}$

Se observa en las tablas 5.40 y 5.41 que las variables de estado estimadas con el programa de estimación de estado híbrido en su caso ideal y con errores en las medición son las mismas.

Tabla 5.40 Variables de estados estimadas sin mediciones erróneas (caso ideal) de la red de IEEE14 nodos.

Variables de estados estimadas			
Magnitud V	Ángulos en grados	Ángulos en radianes	nodo
1.0600	0	0	1
1.0450	-4.9810	-0.0869	2
1.0100	-12.7180	-0.2220	3
1.0186	-10.3242	-0.1802	4
1.0203	-8.7826	-0.1533	5
1.0700	-14.2227	-0.2483	6
1.0619	-13.3682	-0.2334	7
1.0900	-13.3682	-0.2334	8
1.0563	-14.9466	-0.2609	9
1.0513	-15.1043	-0.2637	10
1.0571	-14.7953	-0.2583	11
1.0552	-15.0774	-0.2620	12
1.0504	-15.1589	-0.2646	13
1.0358	-16.0389	-0.2800	14

Tabla 5.41 Variables de estados estimadas considerando mediciones erróneas de la red de IEEE14 nodos.

Variables de estados estimadas			
Magnitud V	Ángulos en grados	Ángulos en radianes	nodo
1.0600	0	0	1
1.0450	-4.9810	-0.0869	2
1.0100	-12.7180	-0.2220	3
1.0186	-10.3242	-0.1802	4
1.0203	-8.7826	-0.1533	5
1.0700	-14.2227	-0.2483	6
1.0619	-13.3682	-0.2334	7
1.0900	-13.3682	-0.2334	8
1.0563	-14.9466	-0.2609	9
1.0513	-15.1043	-0.2637	10
1.0571	-14.7953	-0.2583	11
1.0552	-15.0774	-0.2620	12
1.0504	-15.1589	-0.2646	13
1.0358	-16.0389	-0.2800	14



Tabla 5.42 Mediciones de flujos de línea de la red IEEE30 nodos.

Mediciones (30 nodos)			
Mediciones de flujos de línea			
Nodos	Potencias Activas	Nodos	Potencias Reactivas
1-2	1.7787	1-2	-0.2181
2-1	-1.7240	2-1	0.3235
1-3	0.8316	1-3	0.0571
3-1	-0.8035	3-1	0.0138
2-4	0.4570	2-4	0.0332
4-2	-0.4459	4-2	-0.0382
3-4	0.7795	3-4	-0.0259
4-3	-0.7718	4-3	0.0394
2-5	0.8309	2-5	0.0159
5-2	-0.8009	5-2	0.0662
2-6	0.6190	2-6	0.0004
6-2	-0.5985	6-2	0.0224
4-6	0.7010	4-6	-0.1587
6-4	-0.6950	6-4	0.1703
5-7	-0.1411	5-7	0.1147
7-5	0.1427	7-5	-0.1313
6-7	0.3744	6-7	-0.0282
7-6	-0.3707	7-6	0.0223
6-8	0.2958	6-8	-0.0839
8-6	-0.2947	8-6	0.0786
12-14	0.0785	12-14	0.0242
14-12	-0.0777	14-12	-0.0226
12-15	0.1784	12-15	0.0686
15-12	-0.1763	15-12	-0.0643
12-16	0.0718	12-16	0.0319
16-12	-0.0713	16-12	-0.0308
14-15	0.0157	14-15	0.0066
15-14	-0.0157	15-14	-0.0066
16-17	0.0363	16-17	0.0129
17-16	-0.0362	17-16	-0.0126
15-18	0.0599	15-18	0.0164
18-15	-0.0595	18-15	-0.0157
18-19	0.0275	18-19	0.0066
19-18	-0.0275	19-18	-0.0065

Tabla 5.43 Mediciones de flujos de línea de la red IEEE30 nodos.

Mediciones (30 nodos)			
Mediciones de flujos de línea			
Nodos	Potencias Activas	Nodos	Potencias Reactivas
19-20	-0.0675	19-20	-0.0275
20-19	0.0677	20-19	0.0279
10-20	0.0905	10-20	0.0366
20-10	-0.0897	20-10	-0.0348
10-17	0.0539	10-17	0.0458
17-10	-0.0538	17-10	-0.0454
10-21	0.1579	10-21	0.0999
21-10	-0.1568	21-10	-0.0975
10-22	0.0762	10-22	0.0459
22-10	-0.0757	22-10	-0.0448
21-22	-0.0181	21-22	-0.0143
22-21	0.0181	22-21	0.0143
15-23	0.0501	15-23	0.0295
23-15	-0.0498	23-15	-0.0289
22-24	0.0575	22-24	0.0303
24-22	-0.0570	24-22	-0.0296
23-24	0.0178	23-24	0.0129
24-23	-0.0177	24-23	-0.0128
24-25	-0.0123	24-25	0.0202
25-24	0.0124	25-24	-0.0200
25-26	0.0354	25-26	0.0237
26-25	-0.0350	26-25	-0.0230
25-27	-0.0478	25-27	-0.0036
27-25	0.0481	27-25	0.0041
27-29	0.0619	27-29	0.0167
29-27	-0.0610	29-27	-0.0151
27-30	0.0709	27-30	0.0166
30-27	-0.0693	30-27	-0.0136
29-30	0.0370	29-30	0.0061
30-29	-0.0367	30-29	-0.0054
8-28	-0.0054	8-28	-0.0035
28-8	0.0054	28-8	-0.0399
6-28	0.1869	6-28	-0.0007
28-6	-0.1863	28-6	-0.0105

Tabla 5.44 Mediciones de inyecciones de potencias activa y reactiva de la red de IEEE30 nodos.

Mediciones de inyecciones de potencia			
Nodo	P inyección	Nodo	Q inyección
1	2.6103	1	-0.1610
2	0.1830	2	0.3729
3	-0.0240	3	-0.0121
9	0	9	0
14	0.0157	14	0.0066
16	-0.0350	16	-0.0180
18	-0.0320	18	-0.0090
23	-0.0320	23	-0.0160
27	0.1100	27	0.0208
30	-0.1060	30	-0.0190

Tabla 5.45 Mediciones de corriente real e imaginaria de la red de IEEE30 nodos.

Mediciones de corrientes (real)		Mediciones de corrientes (imaginaria)	
Nodos	I real	Nodos	I imag
1-2	1.6780	1-2	0.2058
1-3	0.7846	1-3	-0.0539
2-1	-1.6754	2-1	-0.1504
2-4	0.4332	2-4	-0.0737
2-5	0.7917	2-5	-0.0915
2-6	0.5909	2-6	-0.0572
4-2	-0.4283	4-2	0.1111
4-6	0.7094	4-6	0.0385
4-12	0.4061	4-12	-0.2111
6-2	-0.5853	6-2	0.0951
6-4	-0.7078	6-4	-0.0296
6-9	0.2855	6-9	0.0249
6-10	0.1537	6-10	-0.0328
6-28	0.1815	6-28	-0.0358
9-6	-0.3365	9-6	-0.2469
9-10	0.2419	9-10	-0.1211
9-11	0.0375	9-11	0.1454
10-6	-0.1827	10-6	-0.0857

Tabla 5.46 Mediciones de corriente real e imaginaria de la red de IEEE30 nodos.

Mediciones de corrientes (real)		Mediciones de corrientes (imaginaria)	
Nodos	I real	Nodos	I imag
10-9	-0.2419	10-9	0.1211
10-17	0.0375	10-17	-0.0564
10-20	0.0736	10-20	-0.0576
12-4	-0.5432	12-4	-0.4057
12-13	0.0261	12-13	0.0956
12-16	0.0576	12-16	-0.0471
15-14	-0.0127	15-14	0.0103
15-18	0.0510	15-18	-0.0314
15-23	0.0384	15-23	-0.0408
19-18	-0.0237	19-18	0.0139
19-20	-0.0551	19-20	0.0450
25-24	0.0172	25-24	0.0154
25-26	0.0269	25-26	-0.0322
25-27	-0.0441	25-27	0.0167
27-29	0.0537	27-29	-0.0322
27-25	0.0441	27-25	-0.0167
27-28	-0.2075	27-28	-0.0835
27-30	0.0622	27-30	-0.0346

Tabla 5.47 Mediciones de magnitudes de voltajes y fases de la red de IEEE30 nodos.

Mediciones de voltaje			
Nodo	Magnitud	Ángulo en grados	Ángulos en radianes
1	1.06	0	0
2	1.0428	-5.49732	-0.09594
4	1.01161	-9.64811	-0.16839
6	1.01013	-11.3784	-0.19859
9	1.05077	-14.4308	-0.25185
10	1.04491	-16.0258	-0.27970
12	1.05713	-15.2919	-0.26689
15	1.03765	-16.2703	-0.28397
19	1.02551	-17.0491	-0.29756
25	1.01722	-16.3915	-0.28608
27	1.02315	-15.8638	-0.27687

Tabla 5.48 Mediciones de flujos de potencia con transformadores de la red de IEEE30 nodos.

Mediciones de flujos de líneas con transformadores			
Nodos	Potencias activas	Nodos	Potencias reactivas
6-9	0.2778	6-9	-0.0816
9-6	-0.2778	9-6	0.3394
6-10	0.1587	6-10	0.0018
10-6	-0.1587	10-6	0.1387
9-11	0	9-11	-0.1578
11-9	0	11-9	0.1625
9-10	0.2779	9-10	0.0598
10-9	-0.2779	10-9	-0.0518
4-12	0.4408	4-12	0.1417
12-4	-0.4408	12-4	0.5652
12-13	0	12-13	-0.1047
13-12	0	13-12	0.1061
28-27	0.1809	28-27	0.0503
27-28	-0.1809	27-28	0.1403

En este tercer ejemplo se corrió el programa considerando el caso ideal, con una tolerancia de 0.001 e inicializando las magnitudes de voltajes en 1 y los ángulos en 0. El problema se resolvió en 3 iteraciones, encontrando los valores deseados de las variables de estado en esta última, en la tablas de la 5. 49 a la 5.52 se pueden ver estos valores.

Tabla 5.49 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 2 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	nodo	iteración 1	error	iteración 2	error
$V_1$	1	1.0590	0.0158	1.0600	0.0010
$V_2$	2	1.0419	0.0267	1.0428	0.0009
$V_3$	3	1.0191	0.0283	1.0205	0.0013
$V_4$	4	1.0106	0.0348	1.0116	0.0010
$V_5$	5	1.0083	0.0442	1.0100	0.0018
$V_6$	6	1.0093	0.0388	1.0101	0.0009
$V_7$	7	1.0012	0.0409	1.0023	0.0011
$V_8$	8	1.0091	0.0395	1.0100	0.0009
$V_9$	9	1.0499	0.0378	1.0508	0.0009
$V_{10}$	10	1.0440	0.0382	1.0449	0.0009
$V_{11}$	11	1.0823	0.0698	1.0820	0.0003
$V_{12}$	12	1.0562	0.0324	1.0571	0.0010
$V_{13}$	13	1.0712	0.0687	1.0710	0.0002
$V_{14}$	14	1.0407	0.0379	1.0422	0.0015
$V_{15}$	15	1.0366	0.0363	1.0376	0.0011
$V_{16}$	16	1.0436	0.0361	1.0447	0.0012

Tabla 5.50 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes y fases).

Variable de estado	nodo	iteración 1	error	iteración 2	error
$V_{17}$	17	1.0382	0.0427	1.0395	0.0013
$V_{18}$	18	1.0262	0.0411	1.0280	0.0018
$V_{19}$	19	1.0242	0.0392	1.0255	0.0013
$V_{20}$	20	1.0274	0.0425	1.0296	0.0021
$V_{21}$	21	1.0317	0.0419	1.0325	0.0009
$V_{22}$	22	1.0322	0.0418	1.0330	0.0009
$V_{23}$	23	1.0250	0.0392	1.0271	0.0021
$V_{24}$	24	1.0193	0.0343	1.0214	0.0021
$V_{25}$	25	1.0156	0.0218	1.0172	0.0016
$V_{26}$	26	0.9971	0.0272	0.9995	0.0025
$V_{27}$	27	1.0216	0.0191	1.0231	0.0016
$V_{28}$	28	1.0050	0.0347	1.0067	0.0017
$V_{29}$	29	1.0010	0.0276	1.0033	0.0023
$V_{30}$	30	0.9895	0.0274	0.9918	0.0023
$\delta_1$	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	2	-0.0986	0.1280	-0.0959	0.0027
$\delta_3$	3	-0.1429	0.1367	-0.1395	0.0034
$\delta_4$	4	-0.1717	0.1304	-0.1684	0.0033
$\delta_5$	5	-0.2556	0.1383	-0.2513	0.0044
$\delta_6$	6	-0.2022	0.1297	-0.1986	0.0036
$\delta_7$	7	-0.2343	0.1455	-0.2294	0.0049
$\delta_8$	8	-0.2165	0.1458	-0.2117	0.0048
$\delta_9$	9	-0.2553	0.1258	-0.2518	0.0035
$\delta_{10}$	10	-0.2831	0.1236	-0.2797	0.0034
$\delta_{11}$	11	-0.2556	0.1284	-0.2519	0.0037
$\delta_{12}$	12	-0.2701	0.1239	-0.2669	0.0032
$\delta_{13}$	13	-0.2704	0.1266	-0.2669	0.0035
$\delta_{14}$	14	-0.2862	0.1318	-0.2824	0.0038
$\delta_{15}$	15	-0.2874	0.1280	-0.2840	0.0035
$\delta_{16}$	16	-0.2809	0.1265	-0.2771	0.0038
$\delta_{17}$	17	-0.2867	0.1290	-0.2825	0.0042
$\delta_{18}$	18	-0.2990	0.1345	-0.2946	0.0044
$\delta_{19}$	19	-0.3013	0.1290	-0.2976	0.0038
$\delta_{20}$	20	-0.2987	0.1360	-0.2941	0.0046
$\delta_{21}$	21	-0.2922	0.1410	-0.2874	0.0048
$\delta_{22}$	22	-0.2920	0.1410	-0.2872	0.0048
$\delta_{23}$	23	-0.2950	0.1372	-0.2907	0.0043
$\delta_{24}$	24	-0.2985	0.1331	-0.2936	0.0049
$\delta_{25}$	25	-0.2892	0.1262	-0.2861	0.0032
$\delta_{26}$	26	-0.2976	0.1357	-0.2934	0.0042
$\delta_{27}$	27	-0.2797	0.1250	-0.2769	0.0028
$\delta_{28}$	28	-0.2129	0.1365	-0.2095	0.0034
$\delta_{29}$	29	-0.3023	0.1339	-0.2983	0.0040
$\delta_{30}$	30	-0.3179	0.1354	-0.3137	0.0042

Tabla 5.51 Variables de estado considerando el caso ideal (voltajes) y sus relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	nodo	iteración 3	error
$V_1$	1	1.0600	$0.0154 \times 10^{-4}$
$V_2$	2	1.0428	$0.0104 \times 10^{-4}$
$V_3$	3	1.0205	$0.0141 \times 10^{-4}$
$V_4$	4	1.0116	$0.0150 \times 10^{-4}$
$V_5$	5	1.0100	$0.0329 \times 10^{-4}$
$V_6$	6	1.0101	$0.0177 \times 10^{-4}$
$V_7$	7	1.0023	$0.0234 \times 10^{-4}$
$V_8$	8	1.0100	$0.0177 \times 10^{-4}$
$V_9$	9	1.0508	$0.0173 \times 10^{-4}$
$V_{10}$	10	1.0449	$0.0176 \times 10^{-4}$
$V_{11}$	11	1.0820	$0.0266 \times 10^{-4}$
$V_{12}$	12	1.0571	$0.0142 \times 10^{-4}$
$V_{13}$	13	1.0710	$0.0245 \times 10^{-4}$
$V_{14}$	14	1.0422	$0.0269 \times 10^{-4}$
$V_{15}$	15	1.0376	$0.0153 \times 10^{-4}$
$V_{16}$	16	1.0448	$0.0301 \times 10^{-4}$
$V_{17}$	17	1.0395	$0.0441 \times 10^{-4}$
$V_{18}$	18	1.0280	$0.0430 \times 10^{-4}$
$V_{19}$	19	1.0255	$0.0246 \times 10^{-4}$
$V_{20}$	20	1.0296	$0.0584 \times 10^{-4}$
$V_{21}$	21	1.0325	$0.0234 \times 10^{-4}$
$V_{22}$	22	1.0330	$0.0238 \times 10^{-4}$
$V_{23}$	23	1.0271	$0.0456 \times 10^{-4}$
$V_{24}$	24	1.0214	$0.0520 \times 10^{-4}$
$V_{25}$	25	1.0172	$0.0037 \times 10^{-4}$
$V_{26}$	26	0.9995	$0.0360 \times 10^{-4}$
$V_{27}$	27	1.0231	$0.0008 \times 10^{-4}$
$V_{28}$	28	1.0067	$0.0073 \times 10^{-4}$
$V_{29}$	29	1.0033	$0.0336 \times 10^{-4}$
$V_{30}$	30	0.9918	$0.0289 \times 10^{-4}$

Tabla 5.52 Variables de estado considerando el caso ideal (fases) y sus relación con el error en la iteración 3 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	nodo	iteración 3	error
$\delta_1$	1	0.0000	0.0000
$\delta_2$	2	-0.0959	$0.1836 \times 10^{-4}$
$\delta_3$	3	-0.1395	$0.1718 \times 10^{-4}$
$\delta_4$	4	-0.1684	$0.1780 \times 10^{-4}$
$\delta_5$	5	-0.2513	$0.1370 \times 10^{-4}$
$\delta_6$	6	-0.1986	$0.1780 \times 10^{-4}$
$\delta_7$	7	-0.2294	$0.1429 \times 10^{-4}$
$\delta_8$	8	-0.2117	$0.1563 \times 10^{-4}$
$\delta_9$	9	-0.2518	$0.1819 \times 10^{-4}$
$\delta_{10}$	10	-0.2797	$0.1842 \times 10^{-4}$
$\delta_{11}$	11	-0.2518	$0.1806 \times 10^{-4}$
$\delta_{12}$	12	-0.2669	$0.1831 \times 10^{-4}$
$\delta_{13}$	13	-0.2669	$0.1813 \times 10^{-4}$
$\delta_{14}$	14	-0.2824	$0.1619 \times 10^{-4}$
$\delta_{15}$	15	-0.2839	$0.1804 \times 10^{-4}$
$\delta_{16}$	16	-0.2771	$0.1725 \times 10^{-4}$
$\delta_{17}$	17	-0.2825	$0.1603 \times 10^{-4}$
$\delta_{18}$	18	-0.2946	$0.1421 \times 10^{-4}$
$\delta_{19}$	19	-0.2975	$0.1699 \times 10^{-4}$
$\delta_{20}$	20	-0.2941	$0.1244 \times 10^{-4}$
$\delta_{21}$	21	-0.2874	$0.1575 \times 10^{-4}$
$\delta_{22}$	22	-0.2872	$0.1570 \times 10^{-4}$
$\delta_{23}$	23	-0.2907	$0.1350 \times 10^{-4}$
$\delta_{24}$	24	-0.2936	$0.1213 \times 10^{-4}$
$\delta_{25}$	25	-0.2861	$0.1698 \times 10^{-4}$
$\delta_{26}$	26	-0.2934	$0.1197 \times 10^{-4}$
$\delta_{27}$	27	-0.2768	$0.1748 \times 10^{-4}$
$\delta_{28}$	28	-0.2095	$0.1536 \times 10^{-4}$
$\delta_{29}$	29	-0.2983	$0.1273 \times 10^{-4}$
$\delta_{30}$	30	-0.3137	$0.1263 \times 10^{-4}$

En el mismo problema se modificaron 5 mediciones, las mediciones modificadas fueron: 2 mediciones de inyección de potencia activa y 3 mediciones de corrientes. El programa detecta estas mediciones erróneas y las elimina. La tabla 5.53 muestra las mediciones que fueron modificadas y eliminadas.

Tabla 5.53 Mediciones reales y erróneas de la red de IEEE 30 nodos.

Tipo de medición	Medición real	Medición errónea
Inyección de $P$	2.6103	-2.6103
Inyección de $P$	-0.1610	0.1610
$I$	-0.2769	0.2769
$I$	-1.6754	1.6754
$I$	-0.0346	0.0346

El problema fué resuelto en 15 iteraciones, quedando con una Chi-cuadrada de 241.2475, con 213 grados de libertad, una  $J = 0.0184$  en las tablas 5.54 a la 5.65 se muestran los valores obtenidos en cada iteración. La última iteración muestra las variables de estado deseadas, los resultados quedaron de la siguiente forma:

Tabla 5.54 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 1	error	iteración 2	error	iteración 3	error
$V_1$	1.0005	0.0511	1.0023	0.0017	0.9993	0.0030
$V_2$	1.0089	0.0405	1.0099	0.0010	1.0073	0.0026
$V_3$	0.9857	0.0327	0.9899	0.0041	0.9886	0.0012
$V_4$	0.9834	0.0242	0.9847	0.0013	0.9838	0.0009
$V_5$	0.9896	0.0111	0.9897	0.0001	0.9905	0.0008
$V_6$	0.9851	0.0166	0.9859	0.0008	0.9858	0.0001
$V_7$	0.9787	0.0142	0.9793	0.0006	0.9794	0.0002
$V_8$	0.9850	0.0162	0.9858	0.0008	0.9857	0.0001
$V_9$	1.0265	0.0151	1.0272	0.0008	1.0271	0.0002
$V_{10}$	1.0203	0.0149	1.0211	0.0008	1.0209	0.0002
$V_{11}$	1.0579	0.0163	1.0592	0.0012	1.0590	0.0002
$V_{12}$	1.0311	0.0219	1.0323	0.0012	1.0316	0.0008
$V_{13}$	1.0446	0.0131	1.0466	0.0020	1.0458	0.0008
$V_{14}$	1.0181	0.0164	1.0181	0.0001	1.0178	0.0004
$V_{15}$	1.0125	0.0154	1.0138	0.0013	1.0135	0.0003
$V_{16}$	1.0210	0.0209	1.0209	0.0002	1.0204	0.0005
$V_{17}$	1.0161	0.0136	1.0159	0.0002	1.0158	0.0001
$V_{18}$	1.0049	0.0128	1.0055	0.0006	1.0056	0.0001
$V_{19}$	1.0020	0.0109	1.0033	0.0014	1.0036	0.0003
$V_{20}$	1.0064	0.0110	1.0071	0.0006	1.0072	0.0002
$V_{21}$	1.0079	0.0126	1.0086	0.0007	1.0085	0.0001
$V_{22}$	1.0085	0.0127	1.0092	0.0007	1.0091	0.0001
$V_{23}$	1.0030	0.0150	1.0039	0.0009	1.0038	0.0001
$V_{24}$	0.9997	0.0208	0.9994	0.0002	0.9996	0.0002
$V_{25}$	0.9946	0.0288	0.9954	0.0008	0.9955	0.0001
$V_{26}$	0.9781	0.0276	0.9784	0.0003	0.9787	0.0003

Tabla 5.55 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes y fases) y sus relación con el error de la iteración 1 a la 3 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 1	error	iteración 2	error	iteración 3	error
$V_{27}$	1.0001	0.0324	1.0007	0.0005	1.0006	0.0001
$V_{28}$	0.9827	0.0215	0.9834	0.0007	0.9835	0.0001
$V_{29}$	0.9843	0.0253	0.9834	0.0009	0.9839	0.0005
$V_{30}$	1.0039	0.0221	1.0022	0.0017	1.0030	0.0007
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.1940	0.2380	-0.1797	0.0143	-0.2026	0.0229
$\delta_3$	-0.2612	0.2461	-0.2465	0.0147	-0.2701	0.0236
$\delta_4$	-0.2740	0.2496	-0.2576	0.0164	-0.2814	0.0237
$\delta_5$	-0.3509	0.2515	-0.3337	0.0172	-0.3571	0.0234
$\delta_6$	-0.3058	0.2513	-0.2885	0.0173	-0.3122	0.0237
$\delta_7$	-0.3348	0.2555	-0.3176	0.0172	-0.3412	0.0236
$\delta_8$	-0.3194	0.2546	-0.3023	0.0172	-0.3260	0.0237
$\delta_9$	-0.3617	0.2531	-0.3444	0.0173	-0.3681	0.0237
$\delta_{10}$	-0.3909	0.2539	-0.3736	0.0173	-0.3973	0.0237
$\delta_{11}$	-0.3617	0.2408	-0.3444	0.0173	-0.3681	0.0237
$\delta_{12}$	-0.3784	0.2550	-0.3617	0.0166	-0.3856	0.0239
$\delta_{13}$	-0.3785	0.2422	-0.3617	0.0167	-0.3856	0.0239
$\delta_{14}$	-0.3937	0.2509	-0.3769	0.0169	-0.4006	0.0238
$\delta_{15}$	-0.3959	0.2570	-0.3787	0.0172	-0.4026	0.0239
$\delta_{16}$	-0.3897	0.2509	-0.3733	0.0164	-0.3974	0.0241
$\delta_{17}$	-0.3944	0.2508	-0.3770	0.0174	-0.4008	0.0239
$\delta_{18}$	-0.4079	0.2562	-0.3904	0.0175	-0.4145	0.0241
$\delta_{19}$	-0.4118	0.2607	-0.3937	0.0181	-0.4178	0.0241
$\delta_{20}$	-0.4078	0.2570	-0.3898	0.0180	-0.4138	0.0241
$\delta_{21}$	-0.3990	0.2551	-0.3817	0.0174	-0.4054	0.0238
$\delta_{22}$	-0.3988	0.2551	-0.3814	0.0174	-0.4052	0.0238
$\delta_{23}$	-0.4035	0.2575	-0.3863	0.0173	-0.4103	0.0241
$\delta_{24}$	-0.4056	0.2572	-0.3879	0.0176	-0.4118	0.0238
$\delta_{25}$	-0.3968	0.2608	-0.3806	0.0162	-0.4045	0.0239
$\delta_{26}$	-0.4061	0.2618	-0.3897	0.0164	-0.4140	0.0243
$\delta_{27}$	-0.3862	0.2581	-0.3707	0.0155	-0.3945	0.0238
$\delta_{28}$	-0.3157	0.2509	-0.2999	0.0158	-0.3237	0.0238
$\delta_{29}$	-0.4100	0.2584	-0.3945	0.0155	-0.4186	0.0240
$\delta_{30}$	-0.4296	0.2504	-0.4135	0.0161	-0.4372	0.0237

Tabla 5.56 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 4	error	iteración 5	error	iteración 6	error
$V_1$	0.9990	0.0003	0.9987	0.0003	0.9986	0.0794
$V_2$	1.0070	0.0003	1.0067	0.0002	1.0066	0.0777
$V_3$	0.9889	0.0002	0.9888	0.0000	0.9889	0.0225
$V_4$	0.9838	0.0000	0.9838	0.0000	0.9838	0.0083
$V_5$	0.9907	0.0002	0.9909	0.0002	0.9909	0.0538
$V_6$	0.9858	0.0001	0.9859	0.0001	0.9859	0.0183
$V_7$	0.9796	0.0001	0.9797	0.0001	0.9797	0.0301
$V_8$	0.9858	0.0001	0.9858	0.0001	0.9858	0.0187
$V_9$	1.0271	0.0001	1.0272	0.0001	1.0272	0.0167
$V_{10}$	1.0209	0.0001	1.0210	0.0001	1.0210	0.0164
$V_{11}$	1.0591	0.0001	1.0591	0.0001	1.0591	0.0161
$V_{12}$	1.0315	0.0000	1.0315	0.0000	1.0315	0.0069
$V_{13}$	1.0458	0.0000	1.0457	0.0000	1.0457	0.0068
$V_{14}$	1.0178	0.0000	1.0178	0.0000	1.0178	0.0084
$V_{15}$	1.0135	0.0000	1.0135	0.0000	1.0136	0.0111
$V_{16}$	1.0204	0.0000	1.0204	0.0000	1.0204	0.0061
$V_{17}$	1.0159	0.0001	1.0160	0.0001	1.0160	0.0190
$V_{18}$	1.0057	0.0001	1.0058	0.0001	1.0058	0.0278
$V_{19}$	1.0037	0.0001	1.0038	0.0001	1.0039	0.0329
$V_{20}$	1.0073	0.0001	1.0074	0.0001	1.0075	0.0294
$V_{21}$	1.0086	0.0001	1.0086	0.0001	1.0086	0.0178
$V_{22}$	1.0091	0.0001	1.0092	0.0001	1.0092	0.0179
$V_{23}$	1.0039	0.0001	1.0040	0.0001	1.0040	0.0184
$V_{24}$	0.9997	0.0001	0.9998	0.0001	0.9999	0.0281
$V_{25}$	0.9956	0.0001	0.9957	0.0001	0.9958	0.0282
$V_{26}$	0.9788	0.0001	0.9790	0.0001	0.9790	0.0364
$V_{27}$	1.0007	0.0001	1.0008	0.0001	1.0008	0.0212
$V_{28}$	0.9836	0.0001	0.9837	0.0001	0.9837	0.0273
$V_{29}$	0.9841	0.0001	0.9842	0.0001	0.9843	0.0423
$V_{30}$	1.0032	0.0002	1.0033	0.0002	1.0034	0.0509

Tabla 5.57 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 4 a la 6 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 4	error	iteración 5	error	iteración 6	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.2058	0.0032	-0.2086	0.0028	-0.2095	0.8646
$\delta_3$	-0.2734	0.0033	-0.2763	0.0029	-0.2772	0.8933
$\delta_4$	-0.2846	0.0033	-0.2875	0.0029	-0.2884	0.8902
$\delta_5$	-0.3603	0.0031	-0.3631	0.0029	-0.3640	0.8682
$\delta_6$	-0.3155	0.0032	-0.3184	0.0029	-0.3192	0.8878
$\delta_7$	-0.3444	0.0032	-0.3473	0.0029	-0.3482	0.8806
$\delta_8$	-0.3292	0.0032	-0.3321	0.0029	-0.3330	0.8874
$\delta_9$	-0.3714	0.0032	-0.3743	0.0029	-0.3751	0.8862
$\delta_{10}$	-0.4006	0.0032	-0.4035	0.0029	-0.4043	0.8853
$\delta_{11}$	-0.3714	0.0032	-0.3743	0.0029	-0.3752	0.8862
$\delta_{12}$	-0.3889	0.0033	-0.3918	0.0029	-0.3927	0.8908
$\delta_{13}$	-0.3889	0.0033	-0.3918	0.0029	-0.3927	0.8908
$\delta_{14}$	-0.4039	0.0032	-0.4068	0.0029	-0.4077	0.8853
$\delta_{15}$	-0.4058	0.0032	-0.4087	0.0029	-0.4096	0.8880
$\delta_{16}$	-0.4007	0.0033	-0.4036	0.0029	-0.4045	0.9002
$\delta_{17}$	-0.4041	0.0032	-0.4070	0.0029	-0.4079	0.8896
$\delta_{18}$	-0.4178	0.0033	-0.4207	0.0029	-0.4216	0.8948
$\delta_{19}$	-0.4211	0.0033	-0.4240	0.0029	-0.4249	0.8965
$\delta_{20}$	-0.4171	0.0032	-0.4200	0.0029	-0.4209	0.8941
$\delta_{21}$	-0.4086	0.0032	-0.4115	0.0029	-0.4124	0.8852
$\delta_{22}$	-0.4084	0.0032	-0.4113	0.0029	-0.4122	0.8853
$\delta_{23}$	-0.4136	0.0033	-0.4165	0.0029	-0.4174	0.8942
$\delta_{24}$	-0.4150	0.0032	-0.4179	0.0029	-0.4188	0.8865
$\delta_{25}$	-0.4078	0.0032	-0.4107	0.0029	-0.4116	0.8911
$\delta_{26}$	-0.4173	0.0033	-0.4203	0.0030	-0.4212	0.9052
$\delta_{27}$	-0.3977	0.0032	-0.4007	0.0029	-0.4015	0.8870
$\delta_{28}$	-0.3269	0.0032	-0.3298	0.0029	-0.3307	0.8891
$\delta_{29}$	-0.4219	0.0033	-0.4249	0.0029	-0.4258	0.9070
$\delta_{30}$	-0.4404	0.0032	-0.4433	0.0029	-0.4442	0.8825

Tabla 5.58 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 7	error	iteración 8	error	iteración 9	error
$V_1$	0.9322	0.0635	0.9182	0.0140	0.9132	0.0050
$V_2$	0.9273	0.0667	0.9126	0.0147	0.9074	0.0052
$V_3$	0.9114	0.0643	0.8963	0.0150	0.8911	0.0053
$V_4$	0.9047	0.0640	0.8896	0.0151	0.8843	0.0053
$V_5$	0.9123	0.0616	0.8968	0.0154	0.8916	0.0053
$V_6$	0.9067	0.0630	0.8914	0.0153	0.8861	0.0053
$V_7$	0.9000	0.0630	0.8844	0.0155	0.8791	0.0053
$V_8$	0.9066	0.0630	0.8913	0.0153	0.8860	0.0053
$V_9$	0.9507	0.0609	0.9362	0.0145	0.9311	0.0051
$V_{10}$	0.9437	0.0616	0.9290	0.0147	0.9239	0.0051
$V_{11}$	0.9851	0.0589	0.9712	0.0139	0.9663	0.0049
$V_{12}$	0.9587	0.0589	0.9452	0.0134	0.9405	0.0047
$V_{13}$	0.9739	0.0581	0.9607	0.0132	0.9561	0.0046
$V_{14}$	0.9419	0.0607	0.9275	0.0144	0.9225	0.0050
$V_{15}$	0.9376	0.0606	0.9232	0.0144	0.9182	0.0050
$V_{16}$	0.9470	0.0589	0.9335	0.0135	0.9287	0.0048
$V_{17}$	0.9387	0.0614	0.9240	0.0147	0.9189	0.0051
$V_{18}$	0.9291	0.0606	0.9145	0.0146	0.9095	0.0051
$V_{19}$	0.9269	0.0606	0.9123	0.0146	0.9072	0.0051
$V_{20}$	0.9304	0.0608	0.9158	0.0146	0.9107	0.0051
$V_{21}$	0.9307	0.0620	0.9158	0.0149	0.9106	0.0052
$V_{22}$	0.9313	0.0619	0.9165	0.0149	0.9113	0.0052
$V_{23}$	0.9281	0.0603	0.9137	0.0144	0.9087	0.0050
$V_{24}$	0.9244	0.0595	0.9100	0.0144	0.9050	0.0050
$V_{25}$	0.9210	0.0590	0.9067	0.0143	0.9017	0.0050
$V_{26}$	0.9042	0.0587	0.8899	0.0143	0.8850	0.0050
$V_{27}$	0.9262	0.0592	0.9119	0.0143	0.9069	0.0050
$V_{28}$	0.9045	0.0626	0.8891	0.0153	0.8838	0.0053
$V_{29}$	0.9099	0.0581	0.8955	0.0144	0.8906	0.0050
$V_{30}$	0.9297	0.0571	0.9161	0.0136	0.9114	0.0047

Tabla 5.59 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error de la iteración 7 a la 9 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 7	error	iteración 8	error	iteración 9	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.1991	0.0276	-0.1913	0.0078	-0.1902	0.0011
$\delta_3$	-0.2453	0.0295	-0.2379	0.0075	-0.2369	0.0009
$\delta_4$	-0.2831	0.0336	-0.2769	0.0062	-0.2764	0.0006
$\delta_5$	-0.3748	0.0403	-0.3710	0.0038	-0.3712	0.0002
$\delta_6$	-0.3167	0.0356	-0.3112	0.0055	-0.3109	0.0003
$\delta_7$	-0.3525	0.0391	-0.3483	0.0042	-0.3484	0.0001
$\delta_8$	-0.3328	0.0375	-0.3280	0.0048	-0.3279	0.0001
$\delta_9$	-0.3818	0.0430	-0.3792	0.0026	-0.3797	0.0005
$\delta_{10}$	-0.4156	0.0468	-0.4145	0.0011	-0.4155	0.0010
$\delta_{11}$	-0.3818	0.0430	-0.3792	0.0026	-0.3797	0.0005
$\delta_{12}$	-0.4056	0.0484	-0.4057	0.0001	-0.4072	0.0015
$\delta_{13}$	-0.4056	0.0484	-0.4057	0.0001	-0.4072	0.0015
$\delta_{14}$	-0.4204	0.0481	-0.4198	0.0006	-0.4209	0.0012
$\delta_{15}$	-0.4224	0.0482	-0.4218	0.0006	-0.4229	0.0012
$\delta_{16}$	-0.4184	0.0496	-0.4187	0.0004	-0.4203	0.0016
$\delta_{17}$	-0.4195	0.0473	-0.4185	0.0010	-0.4195	0.0010
$\delta_{18}$	-0.4354	0.0493	-0.4350	0.0004	-0.4362	0.0012
$\delta_{19}$	-0.4389	0.0495	-0.4386	0.0003	-0.4398	0.0013
$\delta_{20}$	-0.4344	0.0490	-0.4340	0.0005	-0.4352	0.0012
$\delta_{21}$	-0.4249	0.0477	-0.4241	0.0008	-0.4252	0.0011
$\delta_{22}$	-0.4245	0.0477	-0.4237	0.0008	-0.4248	0.0011
$\delta_{23}$	-0.4309	0.0490	-0.4304	0.0005	-0.4316	0.0012
$\delta_{24}$	-0.4307	0.0474	-0.4297	0.0010	-0.4308	0.0010
$\delta_{25}$	-0.4229	0.0471	-0.4217	0.0012	-0.4227	0.0010
$\delta_{26}$	-0.4335	0.0484	-0.4325	0.0009	-0.4336	0.0010
$\delta_{27}$	-0.4121	0.0462	-0.4107	0.0014	-0.4116	0.0009
$\delta_{28}$	-0.3292	0.0365	-0.3240	0.0052	-0.3237	0.0003
$\delta_{29}$	-0.4383	0.0483	-0.4376	0.0007	-0.4386	0.0011
$\delta_{30}$	-0.4580	0.0487	-0.4574	0.0006	-0.4586	0.0012

Tabla 5.60 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error, de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 10	error	iteración 11	error	iteración 12	error
$V_1$	0.9117	0.0015	0.9112	$0.4666 \times 10^{-3}$	1.0644	0.0136
$V_2$	0.9058	0.0016	0.9053	$0.4809 \times 10^{-3}$	1.0440	0.0125
$V_3$	0.8895	0.0016	0.8890	$0.4831 \times 10^{-3}$	1.0197	0.0110
$V_4$	0.8827	0.0016	0.8822	$0.4833 \times 10^{-3}$	1.0105	0.0103
$V_5$	0.8900	0.0016	0.8895	$0.4797 \times 10^{-3}$	1.0062	0.0075
$V_6$	0.8845	0.0016	0.8840	$0.4837 \times 10^{-3}$	1.0080	0.0093
$V_7$	0.8775	0.0016	0.8770	$0.4867 \times 10^{-3}$	0.9996	0.0089
$V_8$	0.8844	0.0016	0.8840	$0.4836 \times 10^{-3}$	1.0078	0.0093
$V_9$	0.9296	0.0015	0.9291	$0.4633 \times 10^{-3}$	1.0487	0.0083
$V_{10}$	0.9223	0.0016	0.9218	$0.4688 \times 10^{-3}$	1.0428	0.0086
$V_{11}$	0.9649	0.0015	0.9644	$0.4456 \times 10^{-3}$	1.0800	0.0075
$V_{12}$	0.9391	0.0014	0.9386	$0.4332 \times 10^{-3}$	1.0560	0.0084
$V_{13}$	0.9547	0.0014	0.9543	$0.4260 \times 10^{-3}$	1.0699	0.0081
$V_{14}$	0.9210	0.0015	0.9205	$0.4604 \times 10^{-3}$	1.0405	0.0083
$V_{15}$	0.9166	0.0015	0.9162	$0.4601 \times 10^{-3}$	1.0358	0.0082
$V_{16}$	0.9273	0.0014	0.9268	$0.4349 \times 10^{-3}$	1.0432	0.0079
$V_{17}$	0.9174	0.0016	0.9169	$0.4681 \times 10^{-3}$	1.0374	0.0084
$V_{18}$	0.9079	0.0015	0.9074	$0.4637 \times 10^{-3}$	1.0256	0.0075
$V_{19}$	0.9056	0.0015	0.9052	$0.4649 \times 10^{-3}$	1.0229	0.0073
$V_{20}$	0.9092	0.0015	0.9087	$0.4655 \times 10^{-3}$	1.0271	0.0076
$V_{21}$	0.9091	0.0016	0.9086	$0.4733 \times 10^{-3}$	1.0304	0.0087
$V_{22}$	0.9097	0.0016	0.9093	$0.4727 \times 10^{-3}$	1.0309	0.0087
$V_{23}$	0.9072	0.0015	0.9067	$0.4590 \times 10^{-3}$	1.0250	0.0079
$V_{24}$	0.9035	0.0015	0.9030	$0.4558 \times 10^{-3}$	1.0189	0.0076
$V_{25}$	0.9002	0.0015	0.8997	$0.4541 \times 10^{-3}$	1.0148	0.0078
$V_{26}$	0.8835	0.0015	0.8830	$0.4533 \times 10^{-3}$	0.9968	0.0072
$V_{27}$	0.9054	0.0015	0.9049	$0.4547 \times 10^{-3}$	1.0210	0.0082
$V_{28}$	0.8822	0.0016	0.8817	$0.4834 \times 10^{-3}$	1.0042	0.0090
$V_{29}$	0.8891	0.0015	0.8886	$0.4525 \times 10^{-3}$	1.0009	0.0069
$V_{30}$	0.9100	0.0014	0.9095	$0.4308 \times 10^{-3}$	1.0179	0.0080

Tabla 5.61 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error, de la iteración 10 a la 12 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 10	error	iteración 11	error	iteración 12	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.1899	0.0003	-0.1898	$0.0692 \times 10^{-3}$	-0.0642	0.0271
$\delta_3$	-0.2366	0.0003	-0.2366	$0.0552 \times 10^{-3}$	-0.1069	0.0274
$\delta_4$	-0.2762	0.0002	-0.2762	$0.0228 \times 10^{-3}$	-0.1356	0.0304
$\delta_5$	-0.3713	0.0000	-0.3713	$0.0404 \times 10^{-3}$	-0.2189	0.0322
$\delta_6$	-0.3108	0.0001	-0.3108	$0.0037 \times 10^{-3}$	-0.1658	0.0310
$\delta_7$	-0.3484	0.0000	-0.3484	$0.0305 \times 10^{-3}$	-0.1968	0.0327
$\delta_8$	-0.3278	0.0001	-0.3278	$0.0148 \times 10^{-3}$	-0.1789	0.0322
$\delta_9$	-0.3799	0.0001	-0.3799	$0.0723 \times 10^{-3}$	-0.2192	0.0356
$\delta_{10}$	-0.4157	0.0003	-0.4159	$0.1095 \times 10^{-3}$	-0.2471	0.0378
$\delta_{11}$	-0.3799	0.0001	-0.3800	$0.0723 \times 10^{-3}$	-0.2192	0.0356
$\delta_{12}$	-0.4076	0.0004	-0.4078	$0.1593 \times 10^{-3}$	-0.2342	0.0396
$\delta_{13}$	-0.4076	0.0004	-0.4078	$0.1593 \times 10^{-3}$	-0.2341	0.0396
$\delta_{14}$	-0.4212	0.0003	-0.4214	$0.1272 \times 10^{-3}$	-0.2498	0.0384
$\delta_{15}$	-0.4232	0.0003	-0.4234	$0.1265 \times 10^{-3}$	-0.2512	0.0385
$\delta_{16}$	-0.4208	0.0004	-0.4209	$0.1670 \times 10^{-3}$	-0.2440	0.0407
$\delta_{17}$	-0.4198	0.0003	-0.4199	$0.1126 \times 10^{-3}$	-0.2497	0.0382
$\delta_{18}$	-0.4366	0.0003	-0.4367	$0.1341 \times 10^{-3}$	-0.2615	0.0394
$\delta_{19}$	-0.4402	0.0003	-0.4403	$0.1357 \times 10^{-3}$	-0.2644	0.0395
$\delta_{20}$	-0.4355	0.0003	-0.4356	$0.1313 \times 10^{-3}$	-0.2611	0.0392
$\delta_{21}$	-0.4254	0.0003	-0.4256	$0.1183 \times 10^{-3}$	-0.2548	0.0383
$\delta_{22}$	-0.4251	0.0003	-0.4252	$0.1178 \times 10^{-3}$	-0.2546	0.0383
$\delta_{23}$	-0.4320	0.0003	-0.4321	$0.1319 \times 10^{-3}$	-0.2577	0.0392
$\delta_{24}$	-0.4310	0.0003	-0.4311	$0.1130 \times 10^{-3}$	-0.2609	0.0381
$\delta_{25}$	-0.4230	0.0003	-0.4231	$0.1088 \times 10^{-3}$	-0.2532	0.0379
$\delta_{26}$	-0.4339	0.0003	-0.4340	$0.1166 \times 10^{-3}$	-0.2600	0.0391
$\delta_{27}$	-0.4118	0.0002	-0.4119	$0.1026 \times 10^{-3}$	-0.2441	0.0373
$\delta_{28}$	-0.3236	0.0001	-0.3236	$0.0035 \times 10^{-3}$	-0.1766	0.0314
$\delta_{29}$	-0.4389	0.0003	-0.4391	$0.1194 \times 10^{-3}$	-0.2650	0.0378
$\delta_{30}$	-0.4589	0.0003	-0.4590	$0.1262 \times 10^{-3}$	-0.2861	0.0374

Tabla 5.62 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error, de la iteración 13 a la 14 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 13	error	iteración 14	error
$V_1$	1.0641	$0.3399 \times 10^{-3}$	1.0602	$0.5772 \times 10^{-4}$
$V_2$	1.0437	$0.3188 \times 10^{-3}$	1.0428	$0.7062 \times 10^{-4}$
$V_3$	1.0194	$0.2715 \times 10^{-3}$	1.0204	$0.8668 \times 10^{-4}$
$V_4$	1.0102	$0.2459 \times 10^{-3}$	1.0115	$0.8805 \times 10^{-4}$
$V_5$	1.0060	$0.1829 \times 10^{-3}$	1.0098	$0.7843 \times 10^{-4}$
$V_6$	1.0078	$0.2273 \times 10^{-3}$	1.0100	$0.8818 \times 10^{-4}$
$V_7$	0.9994	$0.2160 \times 10^{-3}$	1.0022	$0.8604 \times 10^{-4}$
$V_8$	1.0076	$0.2269 \times 10^{-3}$	1.0099	$0.8822 \times 10^{-4}$
$V_9$	1.0485	$0.2087 \times 10^{-3}$	1.0506	$0.8554 \times 10^{-4}$
$V_{10}$	1.0426	$0.2107 \times 10^{-3}$	1.0448	$0.8641 \times 10^{-4}$
$V_{11}$	1.0798	$0.1960 \times 10^{-3}$	1.0819	$0.8309 \times 10^{-4}$
$V_{12}$	1.0558	$0.2236 \times 10^{-3}$	1.0571	$0.8140 \times 10^{-4}$
$V_{13}$	1.0697	$0.2178 \times 10^{-3}$	1.0709	$0.8034 \times 10^{-4}$
$V_{14}$	1.0403	$0.2075 \times 10^{-3}$	1.0421	$0.8352 \times 10^{-4}$
$V_{15}$	1.0356	$0.2020 \times 10^{-3}$	1.0375	$0.8459 \times 10^{-4}$
$V_{16}$	1.0430	$0.1980 \times 10^{-3}$	1.0447	$0.8650 \times 10^{-4}$
$V_{17}$	1.0372	$0.2007 \times 10^{-3}$	1.0394	$0.8841 \times 10^{-4}$
$V_{18}$	1.0254	$0.1705 \times 10^{-3}$	1.0279	$0.9053 \times 10^{-4}$
$V_{19}$	1.0227	$0.1618 \times 10^{-3}$	1.0254	$0.9226 \times 10^{-4}$
$V_{20}$	1.0269	$0.1714 \times 10^{-3}$	1.0294	$0.9091 \times 10^{-4}$
$V_{21}$	1.0302	$0.2126 \times 10^{-3}$	1.0324	$0.8691 \times 10^{-4}$
$V_{22}$	1.0307	$0.2120 \times 10^{-3}$	1.0329	$0.8682 \times 10^{-4}$
$V_{23}$	1.0248	$0.1838 \times 10^{-3}$	1.0270	$0.8709 \times 10^{-4}$
$V_{24}$	1.0187	$0.1880 \times 10^{-3}$	1.0213	$0.8337 \times 10^{-4}$
$V_{25}$	1.0146	$0.1998 \times 10^{-3}$	1.0171	$0.8455 \times 10^{-4}$
$V_{26}$	0.9967	$0.1678 \times 10^{-3}$	0.9993	$0.9159 \times 10^{-4}$
$V_{27}$	1.0207	$0.2162 \times 10^{-3}$	1.0230	$0.8239 \times 10^{-4}$
$V_{28}$	1.0040	$0.2175 \times 10^{-3}$	1.0066	$0.8910 \times 10^{-4}$
$V_{29}$	1.0006	$0.2447 \times 10^{-3}$	1.0036	$0.6888 \times 10^{-4}$
$V_{30}$	1.0178	$0.1306 \times 10^{-3}$	1.0210	$0.5700 \times 10^{-4}$

Tabla 5.63 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error, de la iteración 13 a la 14 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 13	error	iteración 14	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0645	$0.2947 \times 10^{-3}$	-0.0945	$0.2891 \times 10^{-4}$
$\delta_3$	-0.1071	$0.2582 \times 10^{-3}$	-0.1380	$0.0251 \times 10^{-4}$
$\delta_4$	-0.1359	$0.3247 \times 10^{-3}$	-0.1669	$0.0945 \times 10^{-4}$
$\delta_5$	-0.2193	$0.3584 \times 10^{-3}$	-0.2498	$0.4371 \times 10^{-4}$
$\delta_6$	-0.1661	$0.3243 \times 10^{-3}$	-0.1971	$0.2669 \times 10^{-4}$
$\delta_7$	-0.1971	$0.3633 \times 10^{-3}$	-0.2279	$0.3469 \times 10^{-4}$
$\delta_8$	-0.1792	$0.3502 \times 10^{-3}$	-0.2102	$0.2906 \times 10^{-4}$
$\delta_9$	-0.2196	$0.4233 \times 10^{-3}$	-0.2504	$0.3541 \times 10^{-4}$
$\delta_{10}$	-0.2475	$0.4693 \times 10^{-3}$	-0.2782	$0.3997 \times 10^{-4}$
$\delta_{11}$	-0.2196	$0.4233 \times 10^{-3}$	-0.2504	$0.3541 \times 10^{-4}$
$\delta_{12}$	-0.2347	$0.5311 \times 10^{-3}$	-0.2654	$0.2834 \times 10^{-4}$
$\delta_{13}$	-0.2347	$0.5311 \times 10^{-3}$	-0.2654	$0.2834 \times 10^{-4}$
$\delta_{14}$	-0.2503	$0.4951 \times 10^{-3}$	-0.2809	$0.2992 \times 10^{-4}$
$\delta_{15}$	-0.2517	$0.4931 \times 10^{-3}$	-0.2825	$0.3218 \times 10^{-4}$
$\delta_{16}$	-0.2445	$0.5305 \times 10^{-3}$	-0.2756	$0.3652 \times 10^{-4}$
$\delta_{17}$	-0.2502	$0.4703 \times 10^{-3}$	-0.2810	$0.4147 \times 10^{-4}$
$\delta_{18}$	-0.2620	$0.4864 \times 10^{-3}$	-0.2931	$0.4567 \times 10^{-4}$
$\delta_{19}$	-0.2649	$0.4833 \times 10^{-3}$	-0.2961	$0.5011 \times 10^{-4}$
$\delta_{20}$	-0.2616	$0.4816 \times 10^{-3}$	-0.2926	$0.4773 \times 10^{-4}$
$\delta_{21}$	-0.2553	$0.4791 \times 10^{-3}$	-0.2860	$0.4141 \times 10^{-4}$
$\delta_{22}$	-0.2550	$0.4783 \times 10^{-3}$	-0.2857	$0.4139 \times 10^{-4}$
$\delta_{23}$	-0.2582	$0.4955 \times 10^{-3}$	-0.2892	$0.3773 \times 10^{-4}$
$\delta_{24}$	-0.2613	$0.4608 \times 10^{-3}$	-0.2921	$0.4418 \times 10^{-4}$
$\delta_{25}$	-0.2536	$0.4553 \times 10^{-3}$	-0.2846	$0.4605 \times 10^{-4}$
$\delta_{26}$	-0.2604	$0.4567 \times 10^{-3}$	-0.2919	$0.5236 \times 10^{-4}$
$\delta_{27}$	-0.2446	$0.4555 \times 10^{-3}$	-0.2753	$0.4175 \times 10^{-4}$
$\delta_{28}$	-0.1769	$0.3256 \times 10^{-3}$	-0.2080	$0.3219 \times 10^{-4}$
$\delta_{29}$	-0.2656	$0.5860 \times 10^{-3}$	-0.2969	$0.5904 \times 10^{-4}$
$\delta_{30}$	-0.2866	$0.5057 \times 10^{-3}$	-0.3173	$0.6307 \times 10^{-4}$

Tabla 5.64 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (voltajes) y sus relación con el error en la iteración 15 de la red de IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 15	error
$V_1$	1.0600	$0.0011 \times 10^{-3}$
$V_2$	10428	$0.0010 \times 10^{-3}$
$V_3$	1.0205	$0.0010 \times 10^{-3}$
$V_4$	1.0116	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_5$	1.0100	$0.0008 \times 10^{-3}$
$V_6$	1.0101	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_7$	1.0023	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_8$	1.0100	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_9$	1.0508	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{10}$	1.0449	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{11}$	1.0820	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{12}$	1.0571	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{13}$	1.0710	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{14}$	1.0422	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{15}$	1.0376	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{16}$	1.0448	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{17}$	1.0395	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{18}$	1.0280	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{19}$	1.0255	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{20}$	1.0296	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{21}$	1.0325	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{22}$	1.0330	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{23}$	1.0271	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{24}$	1.0214	$0.0010 \times 10^{-3}$
$V_{25}$	1.0172	$0.0010 \times 10^{-3}$
$V_{26}$	0.9995	$0.0010 \times 10^{-3}$
$V_{27}$	1.0231	$0.0011 \times 10^{-3}$
$V_{28}$	1.0067	$0.0009 \times 10^{-3}$
$V_{29}$	1.0033	$0.0025 \times 10^{-3}$
$V_{30}$	0.9918	$0.5676 \times 10^{-3}$

Tabla 5.65 Variables de estado considerando el caso con mediciones erróneas (fases) y sus relación con el error en la iteración 15 de la red IEEE 30 nodos.

Variable de estado	iteración 15	error
$\delta_1$	0.0000	0.0000
$\delta_2$	-0.0959	$0.0005 \times 10^{-3}$
$\delta_3$	-0.1395	$0.0006 \times 10^{-3}$
$\delta_4$	-0.1684	$0.0006 \times 10^{-3}$
$\delta_5$	-0.2512	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_6$	-0.1986	$0.0007 \times 10^{-3}$
$\delta_7$	-0.2294	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_8$	-0.2117	$0.0007 \times 10^{-3}$
$\delta_9$	-0.2518	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_{10}$	-0.2797	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_{11}$	-0.2518	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_{12}$	-0.2669	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_{13}$	-0.2669	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_{14}$	-0.2824	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_{15}$	-0.2839	$0.0008 \times 10^{-3}$
$\delta_{16}$	-0.2771	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{17}$	-0.2825	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{18}$	-0.2946	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{19}$	-0.2975	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{20}$	-0.2941	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{21}$	-0.2874	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{22}$	-0.2872	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{23}$	-0.2907	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{24}$	-0.2936	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{25}$	-0.2860	$0.0010 \times 10^{-3}$
$\delta_{26}$	-0.2934	$0.0010 \times 10^{-3}$
$\delta_{27}$	-0.2768	$0.0009 \times 10^{-3}$
$\delta_{28}$	-0.2095	$0.0007 \times 10^{-3}$
$\delta_{29}$	-0.2983	$0.0083 \times 10^{-3}$
$\delta_{30}$	-0.3137	$0.2019 \times 10^{-3}$

Se observa en las tablas 5.66 y 5.67 que las variables de estado estimadas con el programa de estimación de estado híbrido en su caso ideal y con errores en las medición son las mismas.

Tabla 5.66 Variables de estados estimadas sin mediciones erróneas (caso ideal) de la red de IEEE30 nodos.

Variables de estado estimadas			
Magnitud V	Ángulos en grados	Ángulos en radianes	nodos
1.0600	0	0	1
1.0428	-5.4973	-0.0959	2
1.0205	-7.9924	-0.1395	3
1.0116	-9.6481	-0.1684	4
1.0100	-14.3977	-0.2512	5
1.0101	-11.3784	-0.1986	6
1.0023	-13.1455	-0.2294	7
1.0100	-12.1295	-0.2117	8
1.0508	-14.4303	-0.2518	9
1.0449	-16.0258	-0.2797	10
1.0820	-14.4308	-0.2518	11
1.0571	-15.2919	-0.2669	12
1.0710	-15.2919	-0.2669	13
1.0423	-16.1816	-0.2824	14
1.0377	-16.2703	-0.2839	15
1.0448	-15.8757	-0.2771	16
1.0395	-16.1880	-0.2825	17
1.0280	-16.8789	-0.2946	18
1.0255	-17.0491	-0.2975	19
1.0296	-16.8507	-0.2941	20
1.0325	-16.4692	-0.2874	21
1.0331	-16.4552	-0.2872	22
1.0271	-16.6555	-0.2907	23
1.0214	-16.8246	-0.2936	24
1.0172	-16.3915	-0.2860	25
0.9995	-16.8112	-0.2934	26
1.0232	-15.8638	-0.2768	27
1.0067	-12.0035	-0.2095	28
1.0033	-17.0940	-0.2983	29
0.9918	-17.9770	-0.3137	30

Tabla 5.67 Variables de estado estimadas considerando mediciones erróneas de la red de IEEE30 nodos.

Variables de estado estimadas			
Magnitud V	Ángulos en grados	Ángulos en radianes	nodos
1.0600	0	0	1
1.0428	-5.4973	-0.0959	2
1.0205	-7.9924	-0.1395	3
1.0116	-9.6481	-0.1684	4
1.0100	-14.3977	-0.2512	5
1.0101	-11.3784	-0.1986	6
1.0023	-13.1455	-0.2294	7
1.0100	-12.1295	-0.2117	8
1.0508	-14.4303	-0.2518	9
1.0449	-16.0258	-0.2797	10
1.0820	-14.4308	-0.2518	11
1.0571	-15.2919	-0.2669	12
1.0710	-15.2919	-0.2669	13
1.0423	-16.1816	-0.2824	14
1.0377	-16.2703	-0.2839	15
1.0448	-15.8757	-0.2771	16
1.0395	-16.1880	-0.2825	17
1.0280	-16.8789	-0.2946	18
1.0255	-17.0491	-0.2975	19
1.0296	-16.8507	-0.2941	20
1.0325	-16.4692	-0.2874	21
1.0331	-16.4552	-0.2872	22
1.0271	-16.6555	-0.2907	23
1.0214	-16.8246	-0.2936	24
1.0172	-16.3915	-0.2860	25
0.9995	-16.8112	-0.2934	26
1.0232	-15.8638	-0.2768	27
1.0067	-12.0035	-0.2095	28
1.0033	-17.0940	-0.2983	29
0.9918	-17.9770	-0.3137	30

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSIONES GENERALES, APORTACIONES Y TRABAJOS FUTUROS

#### 6.1 Conclusiones generales

En esta tesis se realizó un programa de estimación de estado híbrido mediante el método de Mínimos Cuadrado Ponderados. El programa desarrollado considera mediciones de inyección de potencia nodal, de flujos de línea, voltaje nodal (magnitud y ángulo) y corrientes ramales como datos de entrada para el estimador (estas últimas fueron calculadas en coordenadas rectangulares).

En base al programa desarrollado se analizaron 3 redes. Los datos de entrada antes mencionados para el estimador se obtuvieron de las corridas de un programa de flujos de potencia. Se estimaron las variables de estado de las redes de prueba considerando el caso ideal, así como el caso con errores gruesos en las mediciones. El algoritmo de detección e identificación de error también proporcionó resultados satisfactorios eliminando los errores gruesos.

Los resultados obtenidos de las variables de estado simuladas por el programa de estimación de estado híbrido, fueron comparados con el programa de flujos convencionales del cual fueron tomadas las mediciones ( $z$ ). Los resultados proporcionados por el Estimador de Estado Híbrido fueron muy similares a los resultados obtenidos por el programa de flujos convencionales, con el cual se puede validar la credibilidad de los valores obtenidos de las variables de estado.

#### 6.2 Aportaciones

La aportación realizada con este trabajo, es la implementación de un algoritmo de estimación de estado híbrido, que incluye la combinación de mediciones fasoriales obtenidas por los PMU's y mediciones convencionales obtenidas por el sistema

SCADA. Con este programa se pueden estimar las variables de estado de cualquier sistema o red eléctrica incluyendo como tal, las mediciones fasoriales, haciendo de esto una gran ventaja para el estudio y análisis de Sistemas Eléctricos de Potencia.

### **6.3 Trabajos futuros**

Es de gran importancia mencionar, que aunque este trabajo fue realizado para mejorar la estimación de estado convencional y poder utilizar las nuevas mediciones proporcionadas por los PMU's, el problema se sigue complicando cuando la redes eléctricas son muy grandes, ya que al tener un mayor número de nodos, se tienen un mayor número de mediciones de entrada, haciendo que la velocidad de convergencia disminuya al tener una cantidad enorme de mediciones, por lo que un trabajo futuro puede ser el análisis de las mismas redes, haciendo estimaciones por áreas, esto es que cuando exista un sistema muy grande se puede subdividir y en cada subdivisión se haga la estimación de estado híbrida y con los datos obtenidos de estas estimaciones hacer una estimación global de todo el sistema, permitiendo así que la velocidad de convergencia del programa no se altere y que los valores obtenidos sigan siendo de la misma manera valores confiables, esto se obtendría haciendo otra metodología pero tomando en cuenta los valores obtenidos de este programa.

## Apéndice A

### Estimación en Sistemas Eléctricos de Potencia

#### Deducción de la ecuación por el método de Mínimos Cuadrados Ponderados

La relación fundamental entre mediciones, valores estimados y errores es:

$$z_i = f_i x + e_i \quad (\text{A.1})$$

Con la finalidad de que los valores estimados sean los más precisos posible, se debe minimizar la siguiente función de errores:

$$J_x = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n w_j e_j^2 \quad (\text{A.2})$$

la cual puede ser expresada por:

$$J_x = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(z_j - f_j x)^2}{\sigma_j^2} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(z_j - f_j x)^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.3})$$

De tal manera que hay que encontrar los valores de las variables de estado ( $x$ ) que satisfacen la primera condición de optimalidad dada por:

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.4})$$

Sustituyendo (A.3) en (A.4) se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(z_j - f_j x)^2}{\sigma_j^2} \right] = \nabla J_x = 0 \quad (\text{A.5})$$

donde  $\nabla_x J(x)$  es el gradiente de  $J(x)$  de tal forma que:

$$\nabla_x J(x) = \sum_{j=1}^n \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \frac{-\partial f_j(x)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\nabla_x J(x) = - \sum_{j=1}^n \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \frac{\partial f_j(x)}{\partial x} = 0 \quad (\text{A.7})$$

Expresando la ecuación anterior en forma matricial.

$$\nabla_x J(x) = - \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2(x)}{\partial x_1} & \dots & \frac{\partial f_n(x)}{\partial x_1} \end{bmatrix}_x \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & \dots & 0 & z_1 - f_1(x) \\ & \frac{1}{\sigma_2^2} & & z_2 - f_2(x) \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} & z_n - f_n(x) \end{bmatrix} \quad (\text{A.8})$$

donde:

$$J(x) = \frac{1}{2} \frac{(z_1 - f_1(x))^2}{\sigma_1^2} + \frac{(z_2 - f_2(x))^2}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{(z_n - f_n(x))^2}{\sigma_n^2} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n \frac{(z_j - f_j(x))^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.9})$$

$$\nabla_x J(x) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \frac{(z_1 - f_1(x))^2}{\sigma_1^2} + \frac{(z_2 - f_2(x))^2}{\sigma_2^2} + \dots + \frac{(z_n - f_n(x))^2}{\sigma_n^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \sum_{j=1}^n \frac{(z_j - f_j(x))^2}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.10})$$

Lo que resulta en:

$$\nabla_x J(x) = - \frac{z_1 - f_1(x)}{\sigma_1^2} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x} + \frac{z_2 - f_2(x)}{\sigma_2^2} \frac{\partial f_2(x)}{\partial x} + \dots + \frac{z_n - f_n(x)}{\sigma_n^2} \frac{\partial f_n(x)}{\partial x} = - \sum_{j=1}^n \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \frac{\partial f_j(x)}{\partial x} \quad (\text{A.11})$$

En caso de que se tenga m variables de estado.

$$\nabla_x J x = - \begin{matrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_2}{\partial x_m} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_3}{\partial x_m} \end{matrix} \begin{matrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{matrix} \begin{matrix} z_1 - f_1 x \\ \vdots \\ z_2 - f_2 x \\ \vdots \\ z_n - f_n x \end{matrix} \quad (A.12)$$

en forma compacta

$$\nabla_x J x = \begin{matrix} \frac{\partial J x}{\partial x_1} \\ \frac{\partial J x}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial J x}{\partial x_m} \end{matrix} = 0 \quad (A.13)$$

La ecuación (A.12) se puede expresar como:

$$\nabla_x J x = - H x^T R^{-1} \Delta z = 0 \quad (A.14)$$

donde:

$$H x = \begin{matrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_2}{\partial x_m} \\ \vdots \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} \frac{\partial f_3}{\partial x_2} \dots \frac{\partial f_3}{\partial x_m} \end{matrix} \quad (1.15)$$

$$\Delta z = \begin{matrix} z_1 - f_1 x \\ \vdots \\ z_2 - f_2 x \\ \vdots \\ z_n - f_n x \end{matrix} \quad (A.16)$$

$$R^{-1} = \begin{matrix} \frac{1}{\sigma_1^2} \dots 0 \dots 0 \\ 0 \dots \frac{1}{\sigma_2^2} \dots 0 \\ \vdots \\ 0 \dots 0 \dots \frac{1}{\sigma_n^2} \end{matrix} \quad (\text{A.17})$$

Con la finalidad de obtener los valores de las variables de estado ( $x$ ) que minimizan  $\nabla_x J(x)$ ; hay que resolver  $\nabla_x J(x) = 0$  para  $x$ . Debido a que corresponde a un conjunto de ecuaciones algebraicas no lineales, es necesario linealizar  $\nabla_x J(x) = 0$ .

Linealizando esta ecuación por la expansión de series de Taylor

$$\nabla_x J(x + \Delta x) \approx \nabla_x J(x) + \frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) \Delta x + H.O.T = 0 \quad (\text{A.18})$$

donde H.O.T son los términos de alto orden. Despreciando estos términos, se obtienen.

$$\nabla_x J(x + \Delta x) \approx \nabla_x J(x) + \frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) \Delta x = 0 \quad (\text{A.19})$$

Asumiendo que  $\nabla_x J(x + \Delta x)$  es la solución buscada  $\nabla_x J(x + \Delta x) = 0$  se tiene.

$$\nabla_x J(x) + \frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) \Delta x = 0 \quad (\text{A.20})$$

de tal manera.

$$\Delta x = -\left(\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x)\right)^{-1} \nabla_x J(x) \quad (\text{A.21})$$

Solucionando (A.21) se actualizan las variables de estados como:

$$x^{new} = x + \Delta x \quad (\text{A.22})$$

El término  $\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} J(x)$  es el Hessiano de la función de minimización y se obtiene de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{z_1 - f_1(x)}{\sigma_1^2} \frac{\partial f_1(x)}{\partial x} + \frac{z_2 - f_2(x)}{\sigma_2^2} \frac{\partial f_2(x)}{\partial x} + \dots + \frac{z_n - f_n(x)}{\sigma_n^2} \frac{\partial f_n(x)}{\partial x} \right] \quad (\text{A.23})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = -\frac{\partial}{\partial x} \sum_{j=1}^n \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \frac{\partial f_j(x)}{\partial x} \quad (\text{A.24})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = -\sum_{j=1}^n \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \frac{\partial^2 f_j(x)}{\partial x^2} + \frac{\partial f_j(x)}{\partial x} \frac{\partial}{\partial x} \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \quad (\text{A.25})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = -\sum_{j=1}^n \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \frac{\partial^2 f_j(x)}{\partial x^2} + \frac{\partial f_j(x)}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sigma_j^2} \cdot -\frac{\partial f_j(x)}{\partial x} \quad (\text{A.26})$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = \sum_{j=1}^n \frac{\partial f_j(x)}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sigma_j^2} \cdot \frac{\partial f_j(x)}{\partial x} - \frac{z_j - f_j(x)}{\sigma_j^2} \frac{\partial^2 f_j(x)}{\partial x^2} \quad (\text{A.27})$$

De forma expandida se tiene.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) &= \frac{\partial f_1}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sigma_1^2} \cdot \frac{\partial f_1}{\partial x} - \frac{z_1 - f_1(x)}{\sigma_1^2} \frac{\partial^2 f_1(x)}{\partial x^2} + \frac{\partial f_2}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sigma_2^2} \cdot \frac{\partial f_2}{\partial x} - \frac{z_2 - f_2(x)}{\sigma_2^2} \frac{\partial^2 f_2(x)}{\partial x^2} + \dots + \\ &\frac{\partial f_n}{\partial x} \cdot \frac{1}{\sigma_n^2} \cdot \frac{\partial f_n}{\partial x} - \frac{z_n - f_n(x)}{\sigma_n^2} \frac{\partial^2 f_n(x)}{\partial x^2} \end{aligned} \quad (\text{A.28})$$

Lo anterior puede ser escrito en forma matricial como se muestra a continuación.

$$\nabla_x J(x) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} & \frac{1}{\sigma_1^2} & \dots & 0 & \frac{\partial f_1}{\partial x} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} & \vdots & \frac{1}{\sigma_2^2} & \vdots & \frac{\partial f_2}{\partial x} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} & \frac{\partial f_n}{\partial x} \end{bmatrix} \begin{matrix} 1*n \\ n*n \\ n*1 \end{matrix} \quad (A.29)$$

En caso de m variables de estados la ecuación es:

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = H^T R^{-1} H - \frac{\partial}{\partial x} H^T R^{-1} z - F \quad (A.30)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = H^T R^{-1} H - \frac{\partial}{\partial x} H^T R^{-1} \Delta z \quad (A.31)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \nabla_x J(x) = G - \frac{\partial}{\partial x} H^T R^{-1} \Delta z \quad (A.32)$$

En base a lo anterior, se obtiene que los incrementos de las variables de estado sean:

$$\Delta x^k = G x^k - \frac{\partial H^T}{\partial x} \Big|_{x=x^k} R^{-1} \Delta z^k - H^T R^{-1} \Delta z^k \quad (A.33)$$

y

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k \quad (A.34)$$

Con la finalidad de tratar de reducir el número de operaciones, al degradar el número de iteraciones, se desprecian los términos de derivadas de segundo orden. De tal manera se obtiene:

$$\Delta x^k = G x^k^{-1} H^T R^{-1} \Delta z^k \tag{A.35}$$

o bien

$$\Delta x^k = H^T R^{-1} H^{-1} H^T R^{-1} \Delta z^k \tag{A.36}$$

Expresando esta última ecuación en forma expandida para n mediciones y m variables de estados.

$$\begin{matrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \Delta x_m \end{matrix} = \begin{matrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_m} \end{matrix}^T \begin{matrix} \frac{1}{\sigma_1^2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma_2^2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{\sigma_n^2} \end{matrix} \begin{matrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_m} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_1} & \frac{\partial f_3}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_3}{\partial x_m} \end{matrix}^{-1} \tag{A.37}$$

Es importante mencionar que la única variable de estado que se considera fija es el ángulo de voltaje en algún nodo, todas las demás variables se modelan para estimar el estado del sistema.

## Apéndice B

### Redes de prueba y diagrama de flujo de la estimación de estado híbrida

A continuación se muestra el diagrama de flujo del algoritmo de estimación de estado híbrida [3] en las siguientes Figuras.

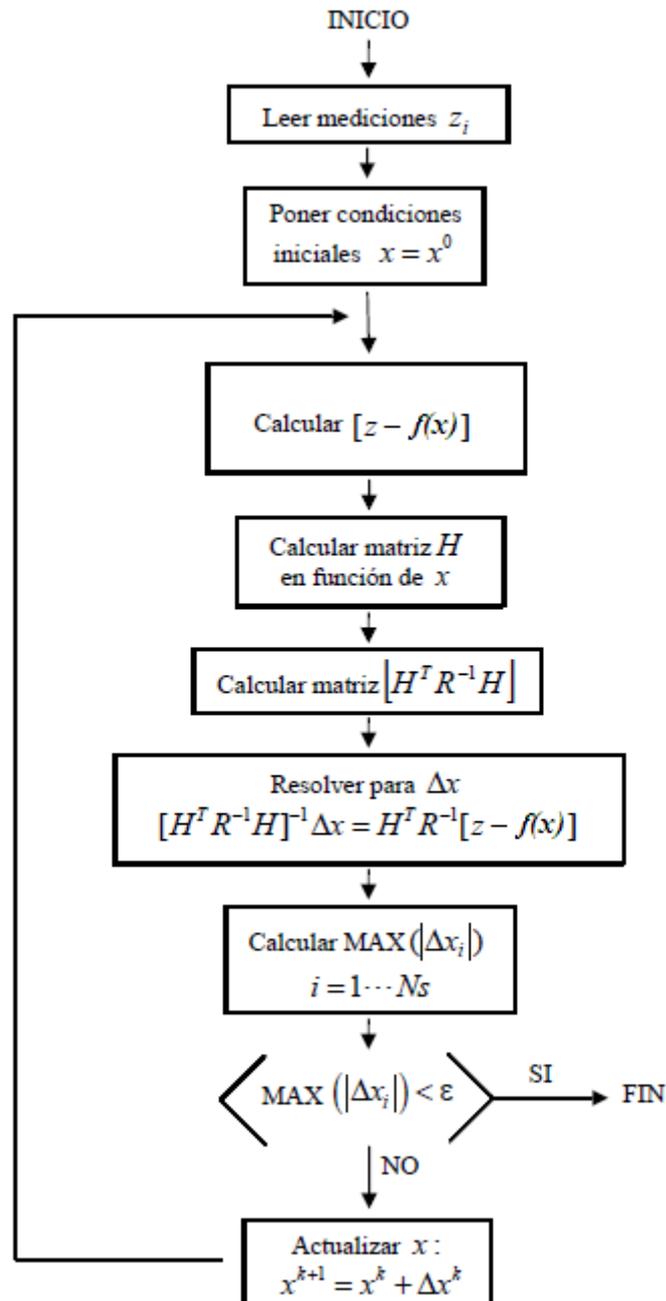


Figura B1 Algoritmo para la estimación de estado.

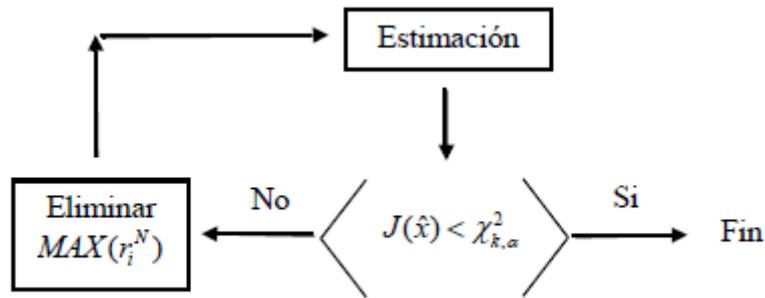


Figura B2 Algoritmo de detección e identificación de errores gruesos.

Las simulaciones del capítulo 5 fueron realizadas con 3 redes de prueba. A continuación se presentan los archivos de datos utilizados por el estimador de estado híbrido.

### Red de 5 nodos

n=5; Número de nodos

```
xini1=[1.06 1 0.987247 0.984132 0.971696 0 -2.06123 -4.63669 -4.95702
-5.76495];
```

```
xini1=[1 1 1 1 1 0 0 0 0 0];
```

```
red=[1 2 0.02 0.06 0.03;1 3 0.08 0.24 0.025;2 3 0.06 0.18 0.02;2 4
0.06 0.18 0.02;2 5 0.04 0.12 0.015;3 4 0.01 0.03 0.01;4 5 0.08 0.24
0.025];
```

```
trans=[0];
```

```
z=[1.31122 0.200001 -0.40038375 0.908155 -0.7159286 -0.0499999
0.893314 -0.868455 0.417908 0.244727 0.27713 0.546599 0.193862 -
0.27252 -0.193461 0.0659825 0.739952 -0.729084 0.168203 -0.0251849 -
0.0172391 0.0555794 0.028648 -0.00830564 -0.0468775 0.00518316 0 1.06
-0.03595 1 -0.841626 0.759722 0.2455 0.01642 0.2776 0.0073 0.5442 -
0.07523]; Vector de mediciones
```

```
z=[1.31122 -0.200001 -0.40038375 3.908155 -0.7159286 -0.0499999
0.893314 -0.868455 0.417908 0.244727 0.27713 0.546599 0.193862 -
0.27252 -0.193461 0.0659825 0.739952 -0.729084 0.168203 -0.0251849 -
0.0172391 0.0555794 0.028648 -0.00830564 -0.0468775 0.00518316 0 1.06
-0.03595 1 -0.841626 0.759722 0.2455 0.01642 0.2776 0.0073 0.5442
0.07523]; Vector de mediciones erróneas
```

```
w=[1 0 1.06; 2 -2.06123 1];
```

```
P=[1 2; 2 1; 1 3; 2 3; 2 4; 2 5; 3 4; 4 2; 4 3; 4 5];
Resultados para P (k,m)
```

```
Q=[1 2; 2 1; 1 3; 2 3; 2 4; 2 5; 3 4; 4 2; 4 3; 4 5];
Resultados para Q (k,m)
```

```
I=[2 1; 2 3; 2 4; 2 5;];
Resultados para corriente I(k,m)
```

```
T=[];Valores de los transformadores
```

```
Piny=[1 1 2 1 3 0 0 0 0;2 2 1 2 3 2 4 2 5;4 4 2 4 3 4 5 0 0];
Resultados para Pinyección
Qiny=[1 1 2 1 3 0 0 0 0;2 2 1 2 3 2 4 2 5;4 4 2 4 3 4 5 0 0];
Resultados para Qinyección
```

```
p=0.001; Tolerancia
```

```
alfa=0.01; Nivel de significancia
```

```
c=[0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008
0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008
0.008 0.008 0.008 0.0017 0.002 0.0017 0.002 0.0020 0.0020 0.0020
0.000438 0.002 0.0004746 0.0020 0.0009647];
```

La c representa el valor de sigma desviación estándar del instrumento

## Red IEEE-14 nodos

```
n=14; Número de nodos
```

```
xini1=[1.06 1.045 1.01 1.01862 1.02026 1.07 1.0619 1.09 1.05635
1.05133 1.05708 1.05522 1.05044 1.03579 0 -4.98095 -12.718 -10.3242 -
8.78258 -14.2227 -13.3682 -13.3682 -14.9466 -15.1043 -14.7953 -15.0774
-15.1589 -16.0389];
```

```
xini1=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
red=[1 2 0.01938 0.05917 0.0264; 1 5 0.05403 0.22304 0.0246; 2 3
0.04699 0.19797 0.0219; 2 4 0.05811 0.17632 0.0187; 2 5 0.05695
0.17388 0.017; 3 4 0.06701 0.17103 0.0173; 4 5 0.01335 0.04211 0.0064;
6 11 0.09498 0.19890 0; 6 12 0.12291 0.25581 0; 6 13 0.06615 0.13027
0; 9 10 0.03181 0.08450 0; 9 14 0.12711 0.27038 0; 10 11 0.08205
0.19207 0; 12 13 0.22092 0.19988 0; 13 14 0.17093 0.34802 0];
```

```
trans=[4 7 0 0 0 0.20912 0 0 0.978 1 0 0; 4 9 0 0 0 0.55618 0 0 0.969
1 0 0; 5 6 0 0 0 0.25202 0 0 0.932 1 0 0; 7 8 0 0 0 0.17615 0 0 1 1 0
0; 7 9 0 0 0 0.11001 0 0 1 1 0 0];
```

```
z=[2.3239 0.18301 -0.942 -0.91976 -0.51666 0.32863 0 0 0.14678 -
0.08999 -0.035016 -0.06099 0.040281 -0.055791 -0.16887 0.297 0.043956
0.13638 -0.14428 0.13139 0 0 0.07977 -0.058006 -0.018025 -0.015996
0.0095419 -0.015831 1.5683 -1.5254 0.75553 -0.72789 0.73188 -0.70868
0.56138 -0.54461 0.41513 -0.4061 -0.23332 0.23703 -0.61217 0.61734
0.073415 -0.072868 0.077815 -0.077098 0.1774 -0.17528 0.052393 -
0.052261 0.09439 -0.093222 -0.037729 0.037852 0.016108 -0.016046
0.056327 -0.055791 -0.20393 0.27656 0.035055 0.025789 0.03565 0.015844
-0.022857 0.033919 0.0076479 -0.016359 0.028112 -0.054232 0.1567 -
0.15371 0.034731 -0.033585 0.024925 -0.023433 0.071731 -0.067565
0.043083 -0.042734 0.036687 -0.034202 -0.015272 0.01556 0.0074369 -
```

```
0.0073804 0.016922 -0.015831 0.28085 -0.28085 0.1609 -0.1609 0.44063 -
0.44063 0 0 0.28087 -0.28087 -0.093973 0.35621 -0.0032258 0.14669
0.12822 0.60316 -0.1694 0.17388 0.057442 -0.049424 0 1.06 -0.086934
1.045 -0.24823 1.07 -0.23332 1.0619 -0.26087 1.0563 1.4796 0.19238
0.71276 -0.033071 -1.4772 -0.13692 0.69476 -0.094795 0.53708 -0.024853
0.39512 -0.041782 -0.5377 -0.4452 0.0585 -0.0483 0.0648 -0.0404 0.1442
-0.1057 -0.3349 -0.2652 0.0369 0.1552 0.2448 -0.1138 -0.2448 0.1138
0.0374 -0.0522 0.0774 -0.0566]; Vector de mediciones
```

```
z=[-2.3239 0.18301 -0.942 -10.91976 -0.51666 0.32863 0 0 -0.14678 -
0.08999 -0.035016 0.06099 0.040281 -0.055791 0.16887 0.297 0.043956
0.13638 -0.14428 0.13139 0 0 0.07977 -0.058006 -0.018025 -0.015996
0.0095419 -0.015831 1.5683 -1.5254 0.75553 -0.72789 0.73188 -0.70868
0.56138 -0.54461 0.41513 -0.4061 -0.23332 0.23703 -0.61217 0.61734
0.073415 -0.072868 0.077815 -0.077098 0.1774 -0.17528 0.052393 -
0.052261 0.09439 -0.093222 -0.037729 0.037852 0.016108 -0.016046
0.056327 -0.055791 -0.20393 0.27656 0.035055 0.025789 0.03565 0.015844
-0.022857 0.033919 0.0076479 -0.016359 0.028112 -0.054232 0.1567 -
0.15371 0.034731 -0.033585 0.024925 -0.023433 0.071731 -0.067565
0.043083 -0.042734 0.036687 -0.034202 -0.015272 0.01556 0.0074369 -
0.0073804 0.016922 -0.015831 0.28085 -0.28085 0.1609 -0.1609 0.44063 -
0.44063 0 0 0.28087 -0.28087 -0.093973 0.35621 -0.0032258 0.14669
0.12822 0.60316 -0.1694 0.17388 0.057442 -0.049424 0 1.06 -0.086934
1.045 -0.24823 1.07 -0.23332 1.0619 -0.26087 1.0563 1.4796 0.19238
0.71276 -0.033071 -1.4772 -0.13692 0.69476 -0.094795 0.53708 -0.024853
0.39512 -0.041782 -0.5377 -0.4452 0.0585 -0.0483 0.0648 -0.0404 0.1442
-0.1057 -0.3349 -0.2652 0.0369 0.1552 0.2448 -0.1138 -0.2448 0.1138
0.0374 -0.0522 0.0774 0.0566]; Vector de mediciones erróneas.
```

```
w1=[1 0 1.06; 2 -4.98095 1.045; 6 -14.2227 1.07; 7 -13.3682 1.06195; 9
-14.9466 1.05635]; Vector de magnitudes de voltaje y fases de los
PMU's
```

```
P=[1 2; 2 1; 1 5; 5 1; 2 3; 3 2; 2 4; 4 2; 2 5; 5 2; 3 4; 4 3; 4 5; 5
4; 6 11; 11 6; 6 12; 12 6; 6 13; 13 6; 9 10; 10 9; 9 14; 14 9; 10 11;
11 10; 12 13; 13 12; 13 14; 14 13]; Resultados para P (k,m)
```

```
Q=[1 2; 2 1; 1 5; 5 1; 2 3; 3 2; 2 4; 4 2; 2 5; 5 2; 3 4; 4 3; 4 5; 5
4; 6 11; 11 6; 6 12; 12 6; 6 13; 13 6; 9 10; 10 9; 9 14; 14 9; 10 11;
11 10; 12 13; 13 12; 13 14; 14 13]; Resultados para Q (k,m)
```

```
I=[1 2; 1 5; 2 1; 2 3; 2 4; 2 5; 6 5; 6 11; 6 12; 6 13; 7 4; 7 8; 7 9;
9 7; 9 10; 9 14]; Resultados para corriente I(k,m)
```

```
T=[4 7; 7 4; 4 9; 9 4; 5 6; 6 5; 7 8; 8 7; 7 9; 9 7];
Valores de los transformadores
```

```
Piny=[1 1 2 1 5 0 0 0 0;2 2 1 2 3 2 4 2 5;3 3 2 3 4 0 0 0 0;4 4 2 4 3
4 5 4 7;5 5 1 5 2 5 4 5 6;6 6 5 6 11 6 12 6 13;7 7 4 7 8 7 9 0 0;8 8 7
8 14 0 0 0 0;9 9 7 9 10 9 14 0 0;10 10 9 10 11 0 0 0 0;11 11 6 11 10 0
0 0 0;12 12 6 12 13 0 0 0 0;13 13 12 13 14 0 0 0 0;14 14 8 14 13 0 0 0
0]; Resultados para Pinyección
```

```
Qiny=[1 1 2 1 5 0 0 0 0;2 2 1 2 3 2 4 2 5;3 3 2 3 4 0 0 0 0;4 4 2 4 3
4 5 4 7;5 5 1 5 2 5 4 5 6;6 6 5 6 11 6 12 6 13;7 7 4 7 8 7 9 0 0;8 8 7
8 14 0 0 0 0;9 9 7 9 10 9 14 0 0;10 10 9 10 11 0 0 0 0;11 11 6 11 10 0
0 0 0;12 12 6 12 13 0 0 0 0;13 13 12 13 14 0 0 0 0;14 14 8 14 13 0 0 0
0]; Resultados para Qinyección
```

```
p=0.001; Tolerancia
```

alfa=0.01; Nivel de significancia

```
c=[0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01
0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01
0.01 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008
0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008
0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008
0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008
0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.008
0.008 0.008 0.008 0.008 0.008 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01
0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.01 0.0017
0.002 0.0017 0.002 0.0017 0.002 0.0017 0.002 0.0017 0.002 0.0017 0.002 0.0017
0.0021 0.0019 0.0014 0.0025 0.0021 0.0012 0.0020 0.0018 0.0010 0.0019
0.0008 0.0015 0.0018 0.0005 0.0019 0.0017 0.0010 0.0003 0.0020 0.0019
0.0008 0.0007 0.0019 0.0020 0.0006 0.0009 0.0018 0.0011 0.0017 0.0001
0.0020];
```

La c representa el valor de sigma desviación estándar del instrumento

## Red IEEE-30 nodos

n=30; Número de nodos

```
xinil=[1.06 1.0428 1.02047 1.01161 1.01 1.01013 1.0023 1.01 1.05077
1.04491 1.082 1.05713 1.071 1.04226 1.03765 1.04476 1.03954 1.02805
1.02551 1.02958 1.03252 1.03305 1.0271 1.02143 1.01722 0.999537
1.02315 1.00671 1.00331 0.99183 0 -5.49732 -7.99237 -9.64811 -14.3977
-11.3784 -13.1455 -12.1295 -14.4303 -16.0258 -14.4308 -15.2919 -
15.2919 -16.1816 -16.2703 -15.8757 -16.188 -16.8789 -17.0491 -16.8507
-16.4692 -16.4552 -16.6555 -16.8246 -16.3915 -16.8112 -15.8638 -
12.0035 -17.094 -17.977];
```

```
xinil=[1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 0
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0];
```

```
red=[1 2 0.0192 0.0575 0.0264; 1 3 0.0452 0.1852 0.0204; 2 4 0.0570
0.1737 0.0184; 3 4 0.0132 0.0379 0.0042; 2 5 0.0472 0.1983 0.0209; 2 6
00.0581 0.1763 0.0187; 4 6 00.0119 0.0414 0.0045; 5 7 0.0460 0.1160
0.0102; 6 7 0.0267 0.0820 0.0085; 6 8 0.0120 0.0420 0.0045; 12 14
0.1231 0.2559 0; 12 15 0.0662 0.1304 0; 12 16 0.0945 0.1987 0; 14 15
0.2210 0.1997 0; 16 17 0.0824 0.1923 0; 15 18 0.1073 0.2185 0; 18 19
0.0639 0.1292 0; 19 20 0.0340 0.0680 0; 10 20 0.0936 0.2090 0; 10 17
0.0324 0.0845 0; 10 21 0.0348 0.0749 0; 10 22 0.0727 0.1499 0; 21 22
0.0116 0.0236 0; 15 23 0.1000 0.2020 0; 22 24 0.1150 0.1790 0; 23 24
0.1320 0.2700 0; 24 25 0.1885 0.3292 0; 25 26 0.2544 0.3800 0; 25 27
0.1093 0.2087 0; 27 29 0.2198 0.4153 0; 27 30 0.3202 0.6027 0; 29 30
0.2399 0.4533 0; 8 28 0.0636 0.2000 0.0214; 6 28 0.0169 0.0599
0.0065];
```

```
trans=[6 9 0 0 0 0.2080 0 0 0.978 1 0 0; 6 10 0 0 0 0.5560 0 0 0.969 1
0 0; 9 10 0 0 0 0.1100 0 0 1 1 0 0; 9 11 0 0 0 0.2080 0 0 1 1 0 0; 4 12
0 0 0 0.2560 0 0 0.932 1 0 0; 12 13 0 0 0 0.1400 0 0 1 1 0 0; 28 27 0
0 0 0.3960 0 0 0.968 1 0 0];
```

```
z=[2.6103 0.1830 -0.0240 0 0.0157 -0.0350 -0.0320 -0.0320 0.1100 -
0.1060 -0.1610 0.3729 -0.0121 0 0.0066 -0.0180 -0.0090 -0.0160 0.0208
-0.0190 1.7787 -1.7240 0.8316 -0.8035 0.4570 -0.4459 0.7795 -0.7718
0.8309 -0.8009 0.6190 -0.5985 0.7010 -0.6950 -0.1411 0.1427 0.3744 -
0.3707 0.2958 -0.2947 0.0785 -0.0777 0.1784 -0.1763 0.0718 -0.0713
0.0157 -0.0157 0.0363 -0.0362 0.0599 -0.0595 0.0275 -0.0275 -0.0675
```

```

0.0677 0.0905 -0.0897 0.0539 -0.0538 0.1579 -0.1568 0.0762 -0.0757 -
0.0181 0.0181 0.0501 -0.0498 0.0575 -0.0570 0.0178 -0.0177 -0.0123
0.0124 0.0354 -0.0350 -0.0478 0.0481 0.0619 -0.0610 0.0709 -0.0693
0.0370 -0.0367 -0.0054 0.0054 0.1869 -0.1863 -0.2181 0.3235 0.0571
0.0138 0.0332 -0.0382 -0.0259 0.0394 0.0159 0.0662 0.0004 0.0224 -
0.1587 0.1703 0.1147 -0.1313 -0.0282 0.0223 -0.0839 0.0786 0.0242 -
0.0226 0.0686 -0.0643 0.0319 -0.0308 0.0066 -0.0066 0.0129 -0.0126
0.0164 -0.0157 0.0066 -0.0065 -0.0275 0.0279 0.0366 -0.0348 0.0458 -
0.0454 0.0999 -0.0975 0.0459 -0.0448 -0.0143 0.0143 0.0295 -0.0289
0.0303 -0.0296 0.0129 -0.0128 0.0202 -0.0200 0.0237 -0.0230 -0.0036
0.0041 0.0167 -0.0151 0.0166 -0.0136 0.0061 -0.0054 -0.0035 -0.0399 -
0.0007 -0.0105 0.2778 -0.2778 0.1587 -0.1587 0 0 0.2779 -0.2779 0.4408
-0.4408 0 0 0.1809 -0.1809 -0.0816 0.3394 0.0018 0.1387 -0.1578 0.1625
0.0598 -0.0518 0.1417 0.5652 -0.1047 0.1061 0.0503 0.1403 0 1.06 -
0.0959 1.0428 -0.1684 1.0116 -0.1986 1.0101 -0.2519 1.0508 -0.2797
1.0449 -0.2669 1.0571 -0.2840 1.0377 -0.2976 1.0255 -0.2861 1.0172 -
0.2769 1.0232 1.6780 0.2058 0.7846 -0.0539 -1.6754 -0.1504 0.4332 -
0.0737 0.7917 -0.0915 0.5909 -0.0572 -0.4283 0.1111 0.7094 0.0385
0.4061 -0.2111 -0.5853 0.0951 -0.7078 -0.0296 0.2855 0.0249 0.1537 -
0.0328 0.1815 -0.0358 -0.3365 -0.2469 0.2419 -0.1211 0.0375 0.1454 -
0.1827 -0.0857 -0.2419 0.1211 0.0375 -0.0564 0.0736 -0.0576 -0.5432 -
0.4057 0.0261 0.0956 0.0576 -0.0471 -0.0127 0.0103 0.0510 -0.0314
0.0384 -0.0408 -0.0237 0.0139 -0.0551 0.0450 0.0172 0.0154 0.0269 -
0.0322 -0.0441 0.0167 0.0537 -0.0322 0.0441 -0.0167 -0.2075 -0.0835
0.0622 -0.0346]; Vector de mediciones

```

```

z=[-2.6103 0.1830 -0.0240 0 0.0157 -0.0350 -0.0320 -0.0320 0.1100 -
0.1060 0.1610 0.3729 -0.0121 0 0.0066 -0.0180 -0.0090 -0.0160 0.0208 -
0.0190 1.7787 -1.7240 0.8316 -0.8035 0.4570 -0.4459 0.7795 -0.7718
0.8309 -0.8009 0.6190 -0.5985 0.7010 -0.6950 -0.1411 0.1427 0.3744 -
0.3707 0.2958 -0.2947 0.0785 -0.0777 0.1784 -0.1763 0.0718 -0.0713
0.0157 -0.0157 0.0363 -0.0362 0.0599 -0.0595 0.0275 -0.0275 -0.0675
0.0677 0.0905 -0.0897 0.0539 -0.0538 0.1579 -0.1568 0.0762 -0.0757 -
0.0181 0.0181 0.0501 -0.0498 0.0575 -0.0570 0.0178 -0.0177 -0.0123
0.0124 0.0354 -0.0350 -0.0478 0.0481 0.0619 -0.0610 0.0709 -0.0693
0.0370 -0.0367 -0.0054 0.0054 0.1869 -0.1863 -0.2181 0.3235 0.0571
0.0138 0.0332 -0.0382 -0.0259 0.0394 0.0159 0.0662 0.0004 0.0224 -
0.1587 0.1703 0.1147 -0.1313 -0.0282 0.0223 -0.0839 0.0786 0.0242 -
0.0226 0.0686 -0.0643 0.0319 -0.0308 0.0066 -0.0066 0.0129 -0.0126
0.0164 -0.0157 0.0066 -0.0065 -0.0275 0.0279 0.0366 -0.0348 0.0458 -
0.0454 0.0999 -0.0975 0.0459 -0.0448 -0.0143 0.0143 0.0295 -0.0289
0.0303 -0.0296 0.0129 -0.0128 0.0202 -0.0200 0.0237 -0.0230 -0.0036
0.0041 0.0167 -0.0151 0.0166 -0.0136 0.0061 -0.0054 -0.0035 -0.0399 -
0.0007 -0.0105 0.2778 -0.2778 0.1587 -0.1587 0 0 0.2779 -0.2779 0.4408
-0.4408 0 0 0.1809 -0.1809 -0.0816 0.3394 0.0018 0.1387 -0.1578 0.1625
0.0598 -0.0518 0.1417 0.5652 -0.1047 0.1061 0.0503 0.1403 0 1.06 -
0.0959 1.0428 -0.1684 1.0116 -0.1986 1.0101 -0.2519 1.0508 -0.2797
1.0449 -0.2669 1.0571 -0.2840 1.0377 -0.2976 1.0255 -0.2861 1.0172
0.2769 1.0232 1.6780 0.2058 0.7846 -0.0539 1.6754 -0.1504 0.4332 -
0.0737 0.7917 -0.0915 0.5909 -0.0572 -0.4283 0.1111 0.7094 0.0385
0.4061 -0.2111 -0.5853 0.0951 -0.7078 -0.0296 0.2855 0.0249 0.1537 -
0.0328 0.1815 -0.0358 -0.3365 -0.2469 0.2419 -0.1211 0.0375 0.1454 -
0.1827 -0.0857 -0.2419 0.1211 0.0375 -0.0564 0.0736 -0.0576 -0.5432 -
0.4057 0.0261 0.0956 0.0576 -0.0471 -0.0127 0.0103 0.0510 -0.0314
0.0384 -0.0408 -0.0237 0.0139 -0.0551 0.0450 0.0172 0.0154 0.0269 -
0.0322 -0.0441 0.0167 0.0537 -0.0322 0.0441 -0.0167 -0.2075 -0.0835
0.0622 0.0346]; Vector de mediciones erróneas

```

```

w1=[1 0 1.06; 2 -5.49732 1.0428; 4 -9.64811 1.01161; 6 -11.3784
1.01013; 9 -14.4308 1.05077; 10 -16.0258 1.04491; 12 -15.2919 1.05713;
15 -16.2703 1.03765; 19 -17.0491 1.02551; 25 -16.3915 1.01722; 27 -

```



## Estimación de estados de Sistemas Eléctricos de Potencia considerando mediciones fasoriales

---

0.0019 0.0008 0.0015 0.0018 0.0005 0.0019 0.0017 0.0010 0.0003 0.0020  
0.0019 0.0008 0.0007 0.0019 0.0020 0.0006 0.0009 0.0018 0.0011 0.0017  
0.0001 0.0020 0.0024 0.0021 0.0019 0.0014 0.0025 0.0021 0.0012 0.0020  
0.0018 0.0010 0.0019 0.0008 0.0015 0.0018 0.0005 0.0019 0.0017 0.0010  
0.0003 0.0020 0.0019 0.0008 0.0007 0.0019 0.0020 0.0006 0.0009 0.0018  
0.0011 0.0017 0.0001 0.0020 0.0020 0.0006 0.0009 0.0018 0.0011 0.0017  
0.0001 0.0020];

La  $c$  representa el valor de sigma desviación estándar del instrumento

## Apéndice C

### Descripción de Archivo de Datos para la Estimación de Estados Híbrida

El objetivo de este apéndice es describir como se forman los archivos de datos que se utilizan para el programa de Estimación de Estado Híbrida para los SEP's.

El archivo de datos está formado de la siguiente forma.

- El número de nodos de la red.
- Vector de magnitud y ángulos de voltajes verdaderos.
- Vector de magnitud y ángulos de voltajes inicializándolos con (1, 0).
- Vector de datos generales de las líneas de transmisión de la red.
- Vector de datos generales de transformadores convencionales.
- Vector mediciones verdaderas.
- Vector de mediciones erróneas.
- Vector de magnitudes y ángulos de los PMU's.
- Vector de flujos de potencia activa.
- Vector de flujos de potencia reactiva.
- Vector de corriente ramales.
- Vector de flujo de transformadores.
- Vector de inyección de potencia activa.
- Vector de inyección de potencia reactiva.
- Valor de la tolerancia.
- Valor de nivel de significancia.
- Vector de covarianzas.

#### 1. Número de nodos de la red

Está representado con la letra  $n$ .

$n=5$ ,  $n=14$  ó  $n=30$  en los tres casos presentados aquí ese valor puede ser modificado según los nodos que haya en el sistema ha analizar.

## 2. Vector de magnitud y ángulo de voltajes verdaderos

Está representado como  $x_{ini1}$ .

$x_{ini1} = [1.06 \ 1 \ 0.987247 \ 0.984132 \ 0.971696 \ 0 \ -2.06123 \ -4.63669 \ -4.95702 \ -5.76495];$

Poniendo primero los valores de las magnitudes de voltajes y después las fases en forma ascendente conforme el número de nodos.

En este caso es un ejemplo de 5 nodos por lo que hay 5 magnitudes de voltaje y 5 fases.

**Nota:** El programa puede correr con estos valores o con los valores del punto 3 con uno de los dos solamente, no con los dos al mismo tiempo, así que si se utiliza este vector el del punto 3 se tiene que poner como comentario el vector del punto 2 y viceversa.

## 3. Vector de magnitud y ángulo de voltaje inicializándolos con (1, 0)

Está representado como  $x_{ini1}$ .

$x_{ini1} = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0];$

Inicializando con los valores de las magnitudes de los voltajes con 1 y los valores de los ángulos con 0.

Esta es la forma como se debe correr el programa t debe ser capaz de encontrar las variables de estados iguales a los valores del vector del punto número 2.

## 4. Vector de datos generales de las líneas de transmisión de la red

Está representada como  $red$ .

$red = [1 \ 2 \ 0.02 \ 0.06 \ 0.03; 1 \ 3 \ 0.08 \ 0.24 \ 0.025; 2 \ 3 \ 0.06 \ 0.18 \ 0.02; 2 \ 4 \ 0.06 \ 0.18 \ 0.02; 2 \ 5 \ 0.04 \ 0.12 \ 0.015; 3 \ 4 \ 0.01 \ 0.03 \ 0.01; 4 \ 5 \ 0.08 \ 0.24 \ 0.025];$

$1 \ 2 \ 0.02 \ 0.06 \ 0.03$

Los dos primeros valores indica los nodos a la que está conectada, este caso esta línea esta del nodo1 al nodo 2.

**0.02** Este valor, es el valor de la impedancia de la línea.

**0.06** Este valor, es el valor de la inductancia de la línea.

**0.03** Este valor, es el valor capacitivo de un solo lado de la línea, por lo que el total de este valor sería 0.06 tomando en cuenta los dos lados de la línea.

## 5. Vector de datos generales de transformadores convencionales

Está representado con trans.

trans = [4 7 0 0 0 0.20912 0 0 0.978 1 0 0; 4 9 0 0 0 0.55618 0 0 0.969 1 0 0; 5 6 0 0 0 0.25202 0 0 0.932 1 0 0; 7 8 0 0 0 0.17615 0 0 1 1 0 0; 7 9 0 0 0 0.11001 0 0 1 1 0 0];

**4 7 0 0 0 0.20912 0 0 0.978 1 0 0**

Los dos primeros valores indica los nodos a la que está conectada, este caso esta línea esta del nodo 4 al nodo 7.

**0.0** Es el valor de la resistencia total del primario en (pu).

**0.0** Es el valor de la reactancia serie inductiva total del primario en (pu).

**0.0** Es el valor de la resistencia total del secundario en (pu).

**0.20912** Es el valor de la reactancia serie inductiva total del secundario en (pu).

**0.0** Es el valor de la conductancia total de la rama magnética en derivación en (pu).

**0.0** Es el valor de la susceptancia total de la rama magnética en derivación en (pu).

**0.978** Es el valor de la magnitud del tap del lado primario tap complejo en (pu).

**1.0** Es el valor de la magnitud del tap del lado secundario tap complejo en (pu).

**0.0** Es el valor del ángulo del tap del lado primario tap complejo en (grados).

**0.0** Es el valor del ángulo del tap del lado secundario tap complejo en (grados).

## 6. Vector mediciones verdaderas

Este vector está representando con la letra z.

$z = [1.31122 \ 0.200001 \ -0.40038375 \ 0.908155 \ -0.7159286 \ -0.0499999 \ 0.893314 \ -0.868455 \ 0.417908 \ 0.244727 \ 0.27713 \ 0.546599 \ 0.193862 \ -0.27252 \ -0.193461 \ 0.0659825 \ 0.739952 \ -0.729084 \ 0.168203 \ -0.0251849 \ -0.0172391 \ 0.0555794 \ 0.028648 \ -0.00830564 \ -0.0468775 \ 0.00518316 \ 0 \ 1.06 \ -0.03595 \ 1 \ -0.841626 \ 0.759722 \ 0.2455 \ 0.01642 \ 0.2776 \ 0.0073 \ 0.5442 \ -0.07523];$

En este vector vienen representadas todas las mediciones verdaderas y están acomodadas de izquierda a derecha de la siguiente manera:

Inyección de potencia activa.

Inyección de potencia reactiva.

Flujos de potencia activa de líneas.

Flujos de potencia reactiva de líneas.

Flujos de potencia activa con transformadores.

Flujos de potencia reactiva con transformadores.

Ángulo de voltaje.

Magnitud de voltaje.

Corriente ramal en coordenadas rectangulares

Corriente ramal real.

Corriente ramal imaginaria.

**Nota:** El programa puede correr con estos valores o con los valores del punto 7 con uno de los dos solamente, no con los dos al mismo tiempo, así que si se utiliza este vector el del punto 6 se tiene que poner como comentario el vector del punto 7 y viceversa.

## 7. Vector mediciones erróneas

Este vector está representando con la letra z.

$z = [1.31122 \ -0.200001 \ -0.40038375 \ 3.908155 \ -0.7159286 \ -0.0499999 \ 0.893314 \ -0.868455 \ 0.417908 \ 0.244727 \ 0.27713 \ 0.546599 \ 0.193862 \ -0.27252 \ -0.193461 \ 0.0659825 \ 0.739952 \ -0.729084 \ 0.168203 \ -0.0251849 \ -0.0172391 \ 0.0555794 \ 0.028648 \ -0.00830564 \ -0.0468775 \ 0.00518316 \ 0 \ 1.06 \ -0.03595 \ 1 \ -0.841626 \ 0.759722 \ 0.2455 \ 0.01642 \ 0.2776 \ 0.0073 \ 0.5442 \ 0.07523];$

Este vector al igual que el anterior contiene los valores de las diferentes tipos de mediciones que fueron medidas en el sistema, solo que en este vector se modificaron

algunas mediciones con el objetivo de que el programa pueda identificar las mediciones que son erróneas y pueda eliminarlas.

### **8. Vector de magnitudes y ángulos de los PMU's**

Este está representado dentro del programa con la letra w.

w= [1 0 1.06; 2 -2.06123 1];

2 -2.06123 1

El primer valor indica el número del nodo en el cual se encuentra instalado el dispositivo.

**2.06123** Este es el valor del ángulo de voltaje en grados.

**1** Este es el valor de la magnitud del voltaje en p.u.

### **9. Vector de flujos de potencia activa**

Está representado con la letra P.

P= [1 2; 2 1; 1 3; 2 3; 2 4; 2 5; 3 4; 4 2; 4 3; 4 5];

**1 2** El primer número indica el nodo de envío.

**2** El segundo número indica el nodo de recepción.

Este vector solo te mostrará el valor de flujo que le indiques, en este caso nos dará el flujo de potencia activa del nodo 1 al 2, del 2 al 1, 1 al 3 etc...

### **10. Vector de flujos de potencia reactiva**

Está representando con la letra Q.

Q= [1 2; 2 1; 1 3; 2 3; 2 4; 2 5; 3 4; 4 2; 4 3; 4 5];

**1 2** El primer número indica el nodo de envío.

**2** El segundo número indica el nodo de recepción.

Este vector solo te mostrará el valor de flujo que le indiques, en este caso nos dará el flujo de potencia reactiva del nodo 1 al 2, del 2 al 1, 1 al 3 etc...

### 11. Vector de corriente ramales

Está representado con la letra I.

$$I = [2\ 1; 2\ 3; 2\ 4; 2\ 5];$$

- 1 2 El primer número indica el nodo de envío.
- 2 El segundo número indica el nodo de recepción.

Este vector solo te mostrará el valor de corriente ramal que le indiques, en este caso nos dará la corriente de rama del nodo del 2 al 1, 2 al 3 etc... Siempre y cuando haya un dispositivo PMU instalado en el nodo, en este caso hay uno en el nodo dos, por lo que podemos obtener los valores de las corrientes relacionadas a este nodo.

### 12. Vector flujo de transformadores

Está representado con la letra T.

$$T = [4\ 7; 7\ 4; 4\ 9; 9\ 4; 5\ 6; 6\ 5; 7\ 8; 8\ 7; 7\ 9; 9\ 7];$$

- 1 2 El primer número indica el nodo de envío.
- 2 El segundo número indica el nodo de recepción.

Este vector solo te mostrará el valor del flujo con transformados que le indiques, en este caso nos dará el flujos de potencia activa y reactiva del nodo del 4 al 7, 7 al 4 etc... Estos valores solo serán obtenidos en los nodos donde se encuentre los transformadores, si no hay transformadores se toma el flujo normal de la línea.

### 13. Vector de inyección de potencia activa

Este está representado como Piny.

$$Piny = [1\ 1\ 2\ 1\ 5\ 0\ 0\ 0\ 0; 2\ 2\ 1\ 2\ 3\ 2\ 4\ 2\ 5; 3\ 3\ 2\ 3\ 4\ 0\ 0\ 0\ 0; 4\ 4\ 2\ 4\ 3\ 4\ 5\ 4\ 7; 5\ 5\ 1\ 5\ 2\ 5\ 4\ 5\ 6; 6\ 6\ 5\ 6\ 11\ 6\ 12\ 6\ 13; 7\ 7\ 4\ 7\ 8\ 7\ 9\ 0\ 0; 8\ 8\ 7\ 8\ 14\ 0\ 0\ 0\ 0; 9\ 9\ 7\ 9\ 10\ 9\ 14\ 0\ 0; 10\ 10\ 9\ 10\ 11\ 0\ 0\ 0\ 0; 11\ 11\ 6\ 11\ 10\ 0\ 0\ 0\ 0; 12\ 12\ 6\ 12\ 13\ 0\ 0\ 0\ 0; 13\ 13\ 12\ 13\ 14\ 0\ 0\ 0\ 0; 14\ 14\ 8\ 14\ 13\ 0\ 0\ 0\ 0];$$

- 1 1 2 1 5 0 0 0 0 El primer valor es el número del nodo donde existe esta inyección de potencia activa

1 2 y 1 5 Es la relación de los nodos que se encuentran conectados a ese nodo, en este caso el nodo 1 va conectado con el nodo 2 y con el nodo 5 a la vez. Los ceros son los nodos con lo que no tiene relación. El nodo que más relación tenga de conexiones con otros nodos, ese es el que se tomará como referencia para poner los espacios.

Ejemplo si el nodo 2 está conectado con los nodos 3, 4, 5 y 6 la relación será 2 3, 2 4, 2 5 y 2 6 por lo que el vector quedará de la siguiente manera.

2 2 3 2 4 2 5 2 6 y si hay un nodo que esté conectado con solo dos nodos.

Ejemplo nodo 1 con 1 2 1 5 los otro 4 espacios se ponen como ceros, quedando de la siguiente forma.

1 1 2 1 5 0 0 0 0

#### **14. Vector de inyección de potencia reactiva**

Está representado como  $Q_{iny}$ .

$Q_{iny} = [1\ 1\ 2\ 1\ 5\ 0\ 0\ 0\ 0; 2\ 2\ 1\ 2\ 3\ 2\ 4\ 2\ 5; 3\ 3\ 2\ 3\ 4\ 0\ 0\ 0\ 0; 4\ 4\ 2\ 4\ 3\ 4\ 5\ 4\ 7; 5\ 5\ 1\ 5\ 2\ 5\ 4\ 5\ 6; 6\ 6\ 5\ 6\ 11\ 6\ 12\ 6\ 13; 7\ 7\ 4\ 7\ 8\ 7\ 9\ 0\ 0; 8\ 8\ 7\ 8\ 14\ 0\ 0\ 0\ 0; 9\ 9\ 7\ 9\ 10\ 9\ 14\ 0\ 0; 10\ 10\ 9\ 10\ 11\ 0\ 0\ 0\ 0; 11\ 11\ 6\ 11\ 10\ 0\ 0\ 0\ 0; 12\ 12\ 6\ 12\ 13\ 0\ 0\ 0\ 0; 13\ 13\ 12\ 13\ 14\ 0\ 0\ 0\ 0; 14\ 14\ 8\ 14\ 13\ 0\ 0\ 0\ 0];$

Esto está de la misma forma que el punto número 13.

#### **15. Valor de la tolerancia**

Está representado con la letra  $p$ .

$p = 0.001;$

Este valor es el mismo para todos los casos y puede ser modificado, según el valor de tolerancia que se le quiera dar al caso de estudio.

#### **16. Valor de nivel de significancia**

Está representado como  $\alpha$ .

$\alpha = 0.01;$

Este valor es el mismo para todos los casos y puede ser modificado, según el valor de significancia que se le quiera dar al caso de estudio.

### 17. Vector de covarianzas

Está representado con la letra  $c$ .

$c = [0.01 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.008 \ 0.0017 \ 0.002 \ 0.0017 \ 0.002 \ 0.0020 \ 0.0020 \ 0.0020 \ 0.000438 \ 0.002 \ 0.0004746 \ 0.0020 \ 0.0009647];$

Estos valores son las mediciones de los errores de los instrumentos, 0.001 es para las inyecciones de potencia, 0.008 es para los flujos, para los flujos con transformadores, 0.01, para el voltaje 0.002 y para la fase es de 0.0017 y para las corriente real e imaginaria se utiliza las siguientes ecuaciones.

$$\begin{aligned} \sigma_{I_{km,r}}^2 &= \frac{\partial I_{km,r}}{\partial I_{km}}^2 \sigma_{I_{km}}^2 + \frac{\partial I_{km,r}}{\partial \delta_{I_{km}}}^2 \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \\ &= \cos^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{I_{km}}^2 + I_{km}^2 \sin^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{I_{km,i}}^2 &= \frac{\partial I_{km,i}}{\partial I_{km}}^2 \sigma_{I_{km}}^2 + \frac{\partial I_{km,i}}{\partial \delta_{I_{km}}}^2 \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \\ &= \sin^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{I_{km}}^2 + I_{km}^2 \cos^2 \delta_{I_{km}} \sigma_{\delta_{I_{km}}}^2 \end{aligned}$$

## APENDICE D

### Gráficas de las redes de prueba de 5, 14 y 30 nodos

#### RED DE 5 NODOS

Las siguientes gráficas muestran los comportamientos de los voltajes y los ángulos respecto al error y sus iteraciones en la red de 5 nodos.

#### CASO CON ERRORES EN LA MEDICIÓN, 13 ITERACIONES

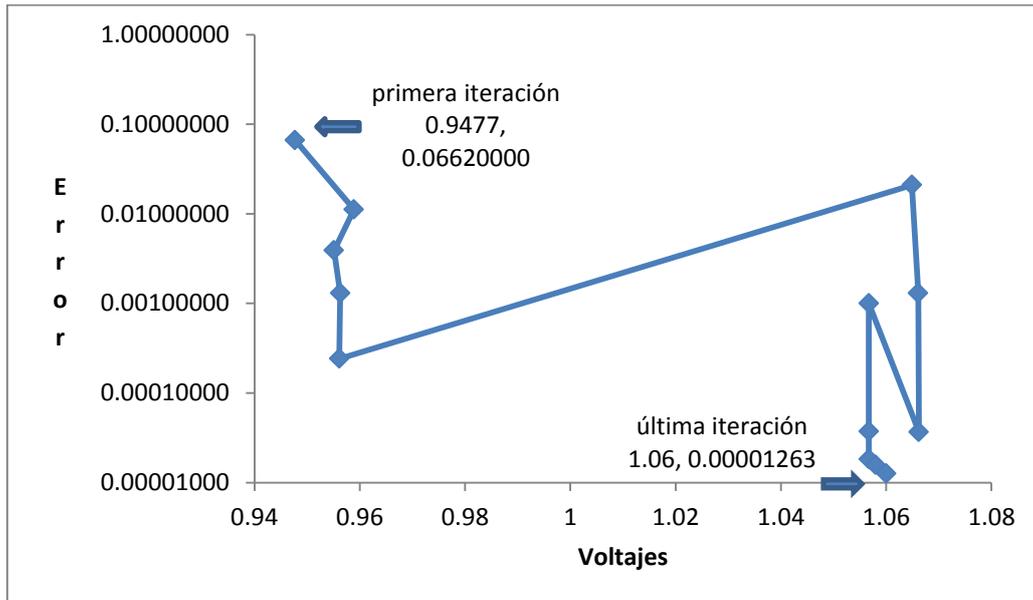


Figura D1. Relación del voltaje en el nodo 1 en la red de 5 nodos

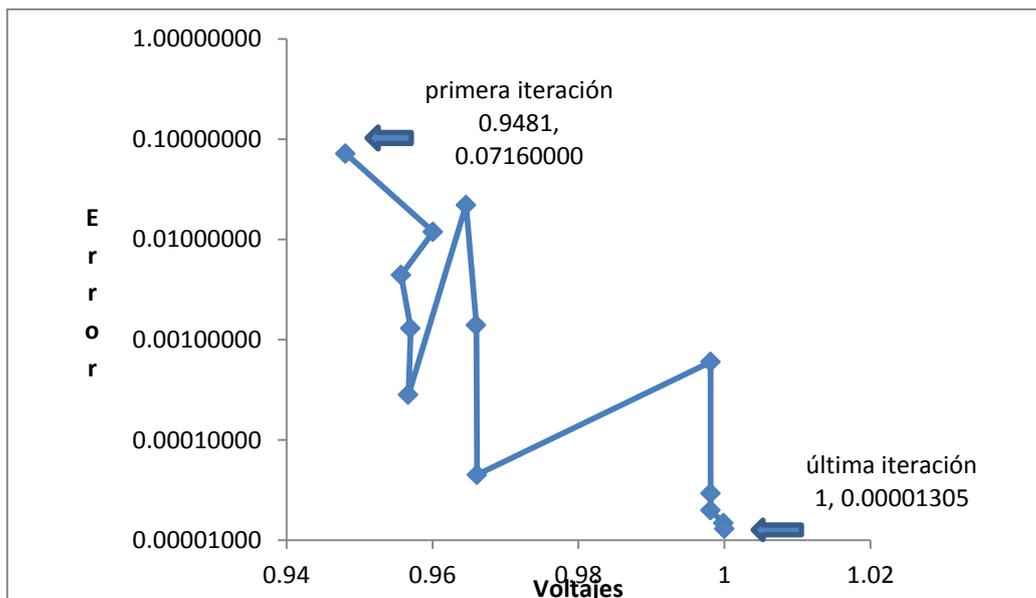


Figura D2. Relación del voltaje en el nodo 2 en la red de 5 nodos

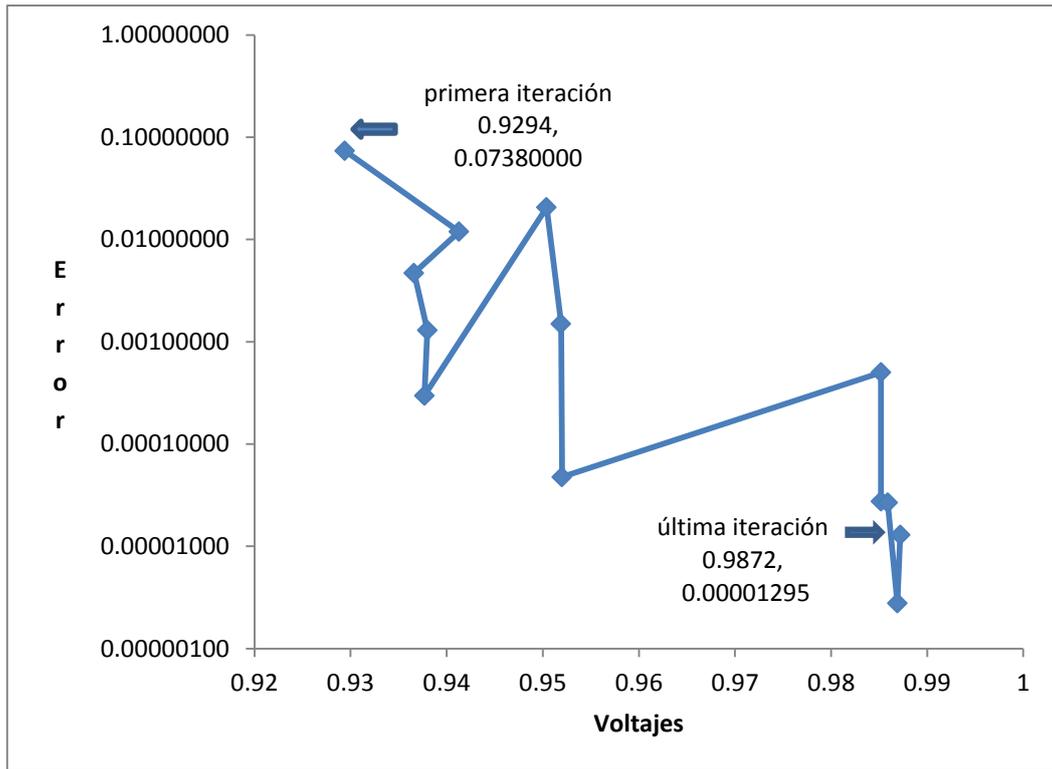


Figura D3. Relación del voltaje en el nodo 3 de la red de 5 nodos

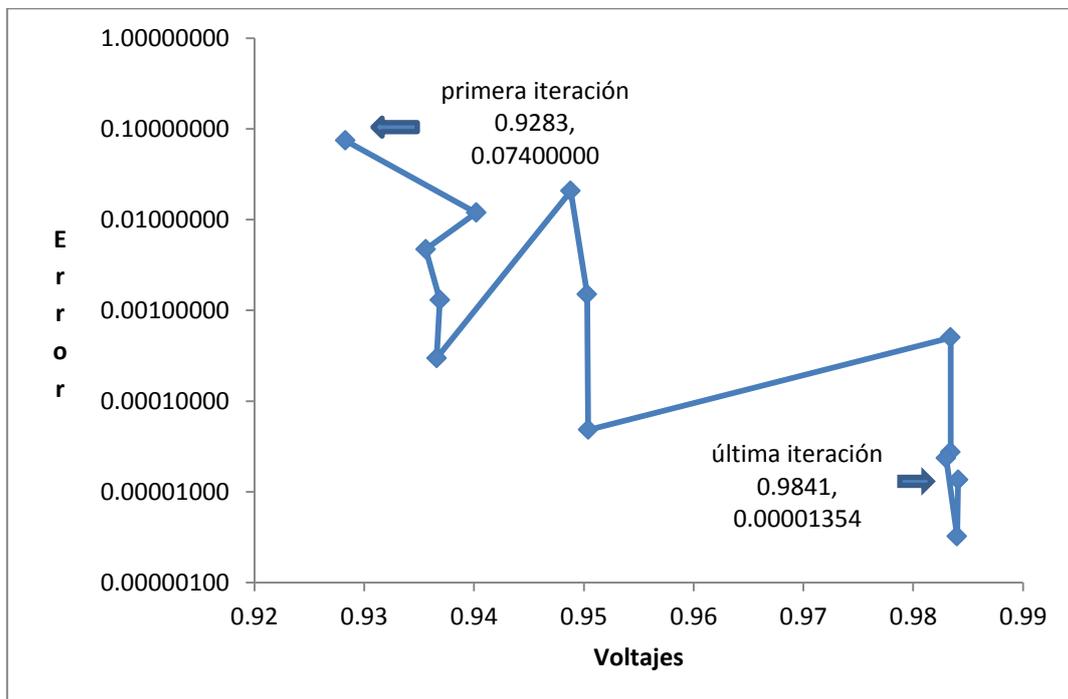


Figura D4. Relación del voltaje en el nodo 4 de la red de 5 nodos

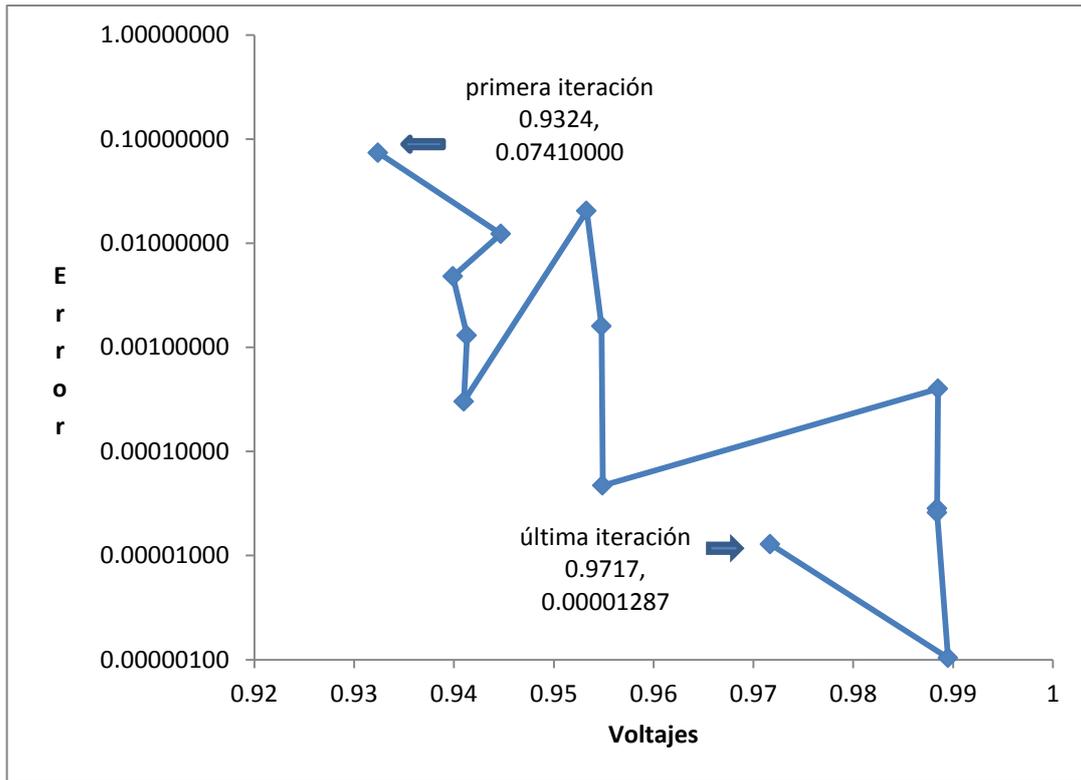


Figura D5. Relación del voltaje en el nodo 5 de la red de 5 nodos

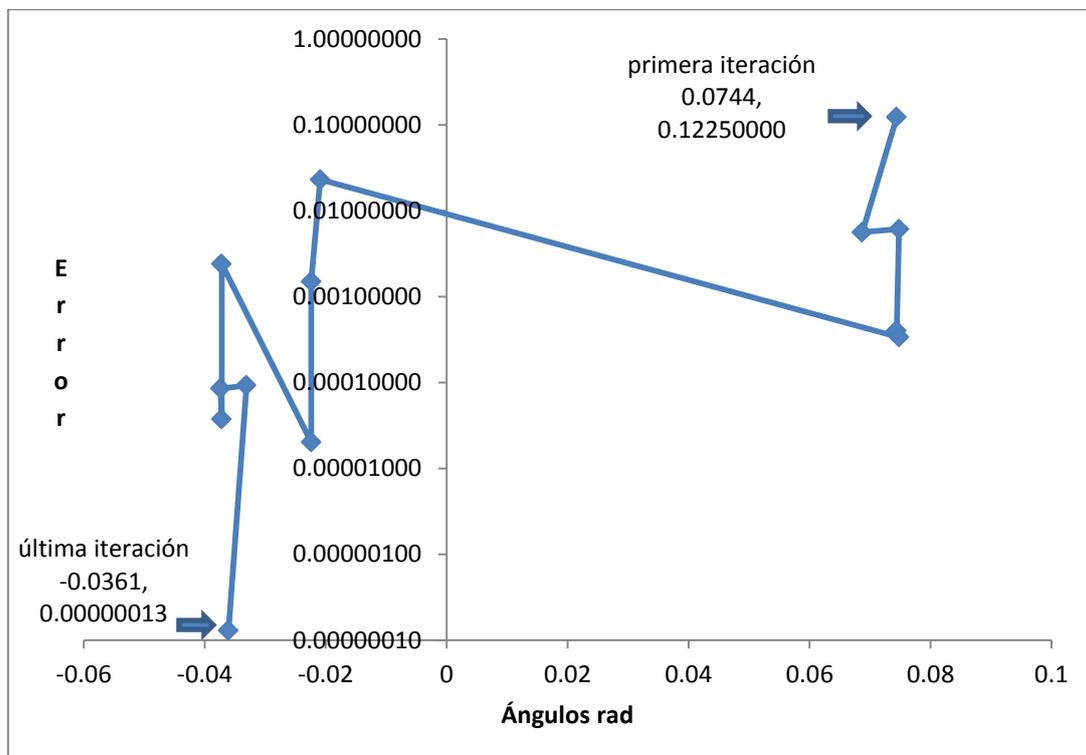


Figura D6. Relación del ángulo en el nodo 2 de la red de 5 nodos

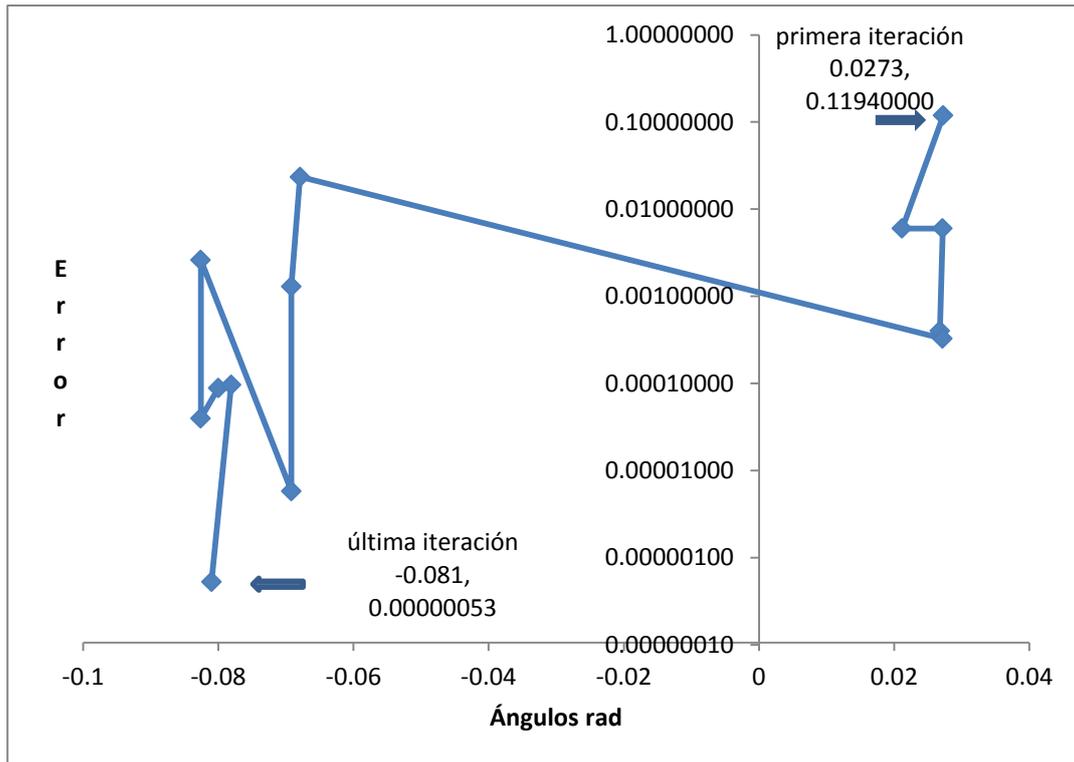


Figura D7. Relación del ángulo en el nodo 3 de la red de 5 nodos

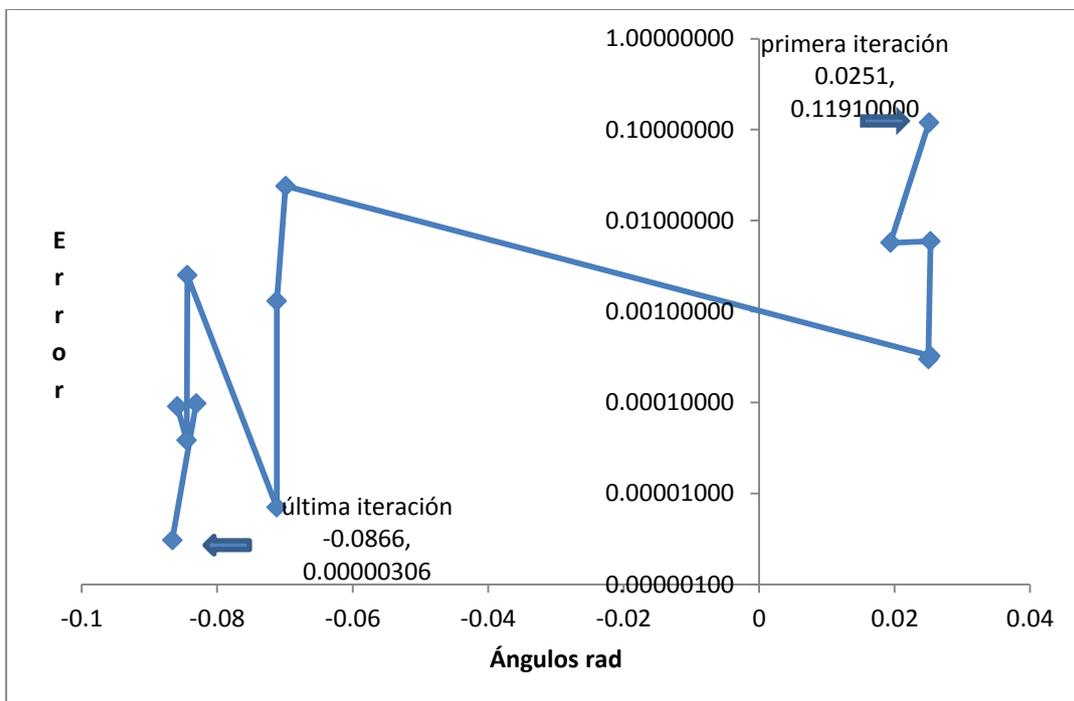


Figura D8. Relación del ángulo en el nodo 4 de la red de 5 nodos

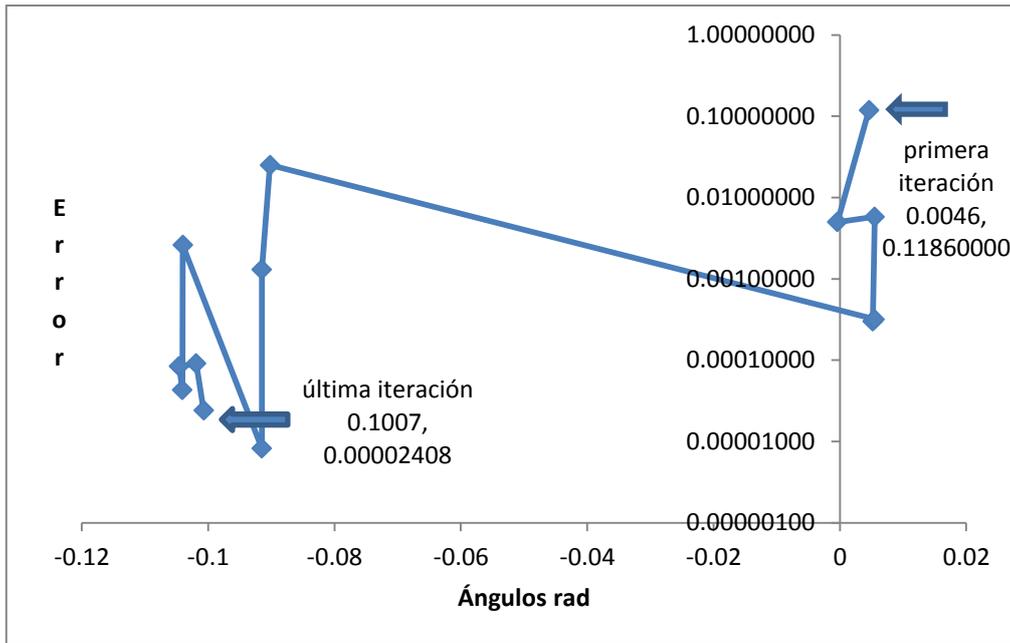


Figura D9. Relación del ángulo del nodo 5 de la red de 5 nodos

CASO IDEAL SIN ERRORES EN LA MEDICIONES, 2 ITERACIONES

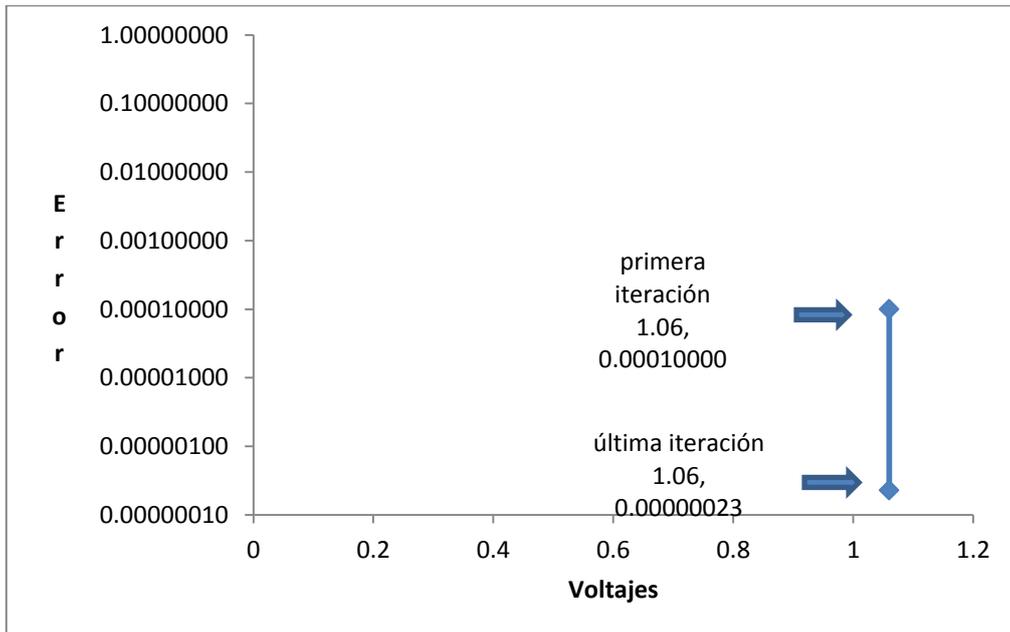


Figura D10. Relación del voltaje en el nodo 1 de la red de 5 nodos

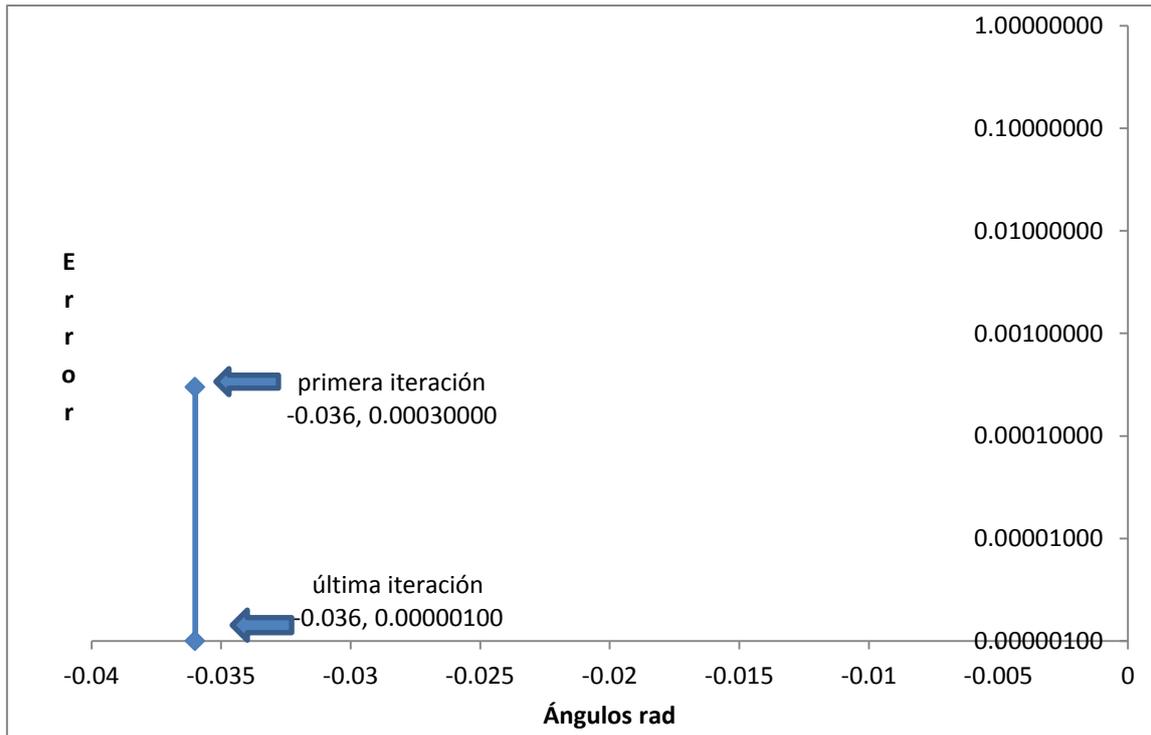


Figura D11. Relación del ángulo en el nodo 2 de la red de 5 nodos

### RED DE 14 NODOS

Las siguientes gráficas muestran los comportamientos de los voltajes y los ángulos respecto al error y sus iteraciones en la red de 14 nodos.

#### CASO IDEAL SIN ERRORES EN LA MEDICIONES, 3 ITERACIONES

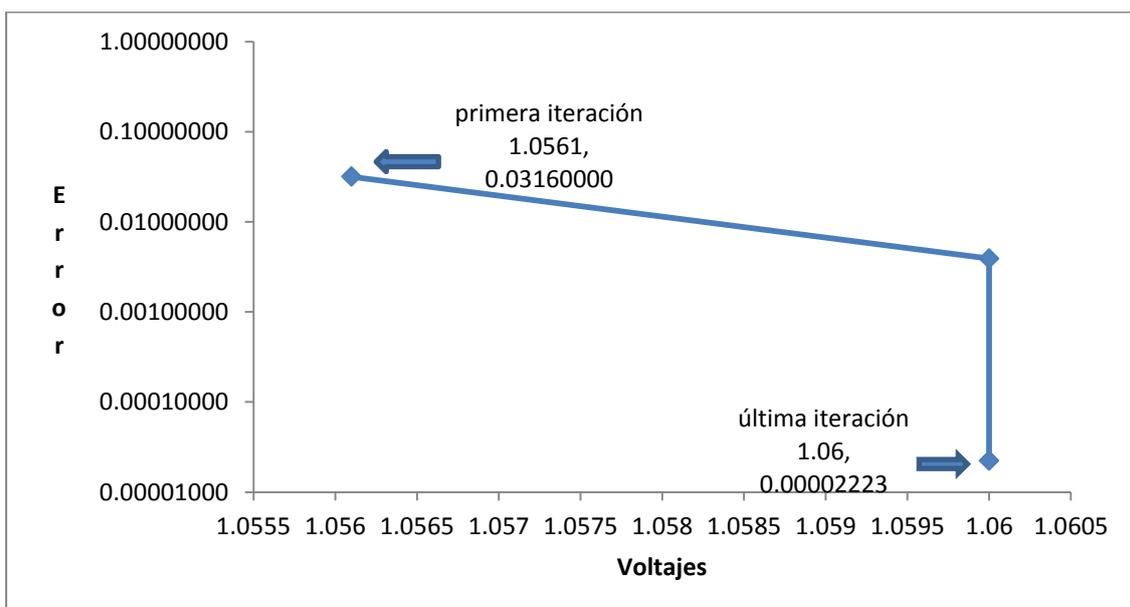


Figura D12. Relación del voltaje en el nodo 1 de la red de 14 nodos

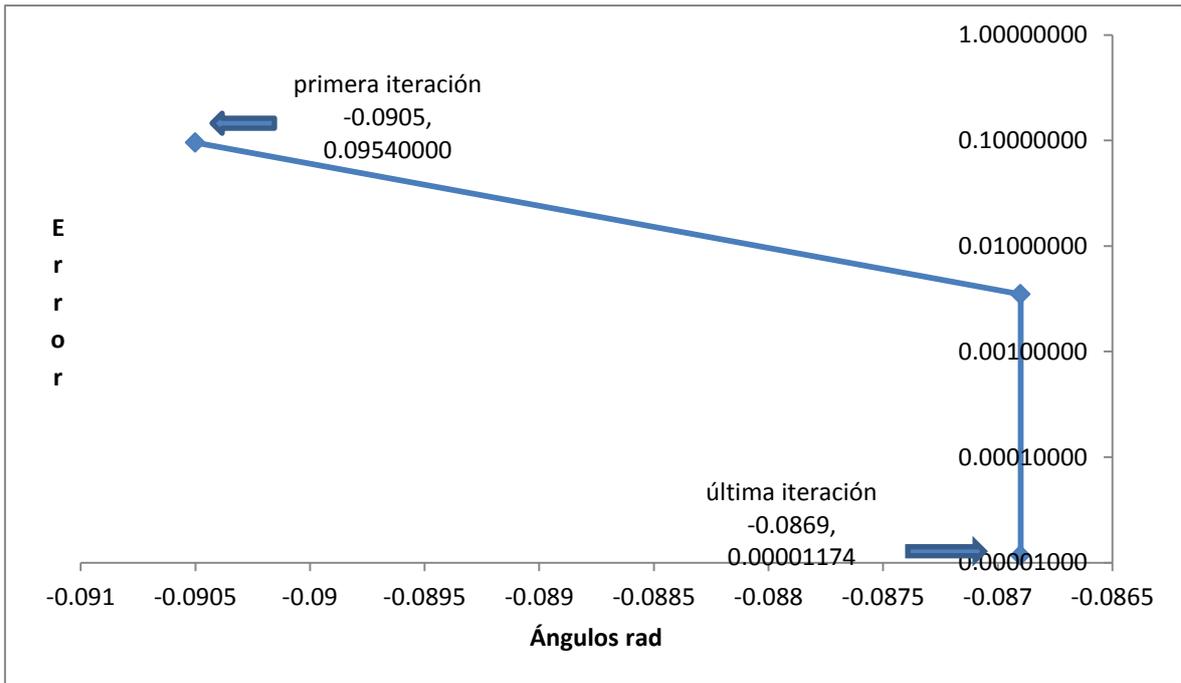


Figura D13. Relación del ángulo en el nodo 2 de la red de 14 nodos

CASO CON ERRORES EN LA MEDICIÓN, 20 ITERACIONES

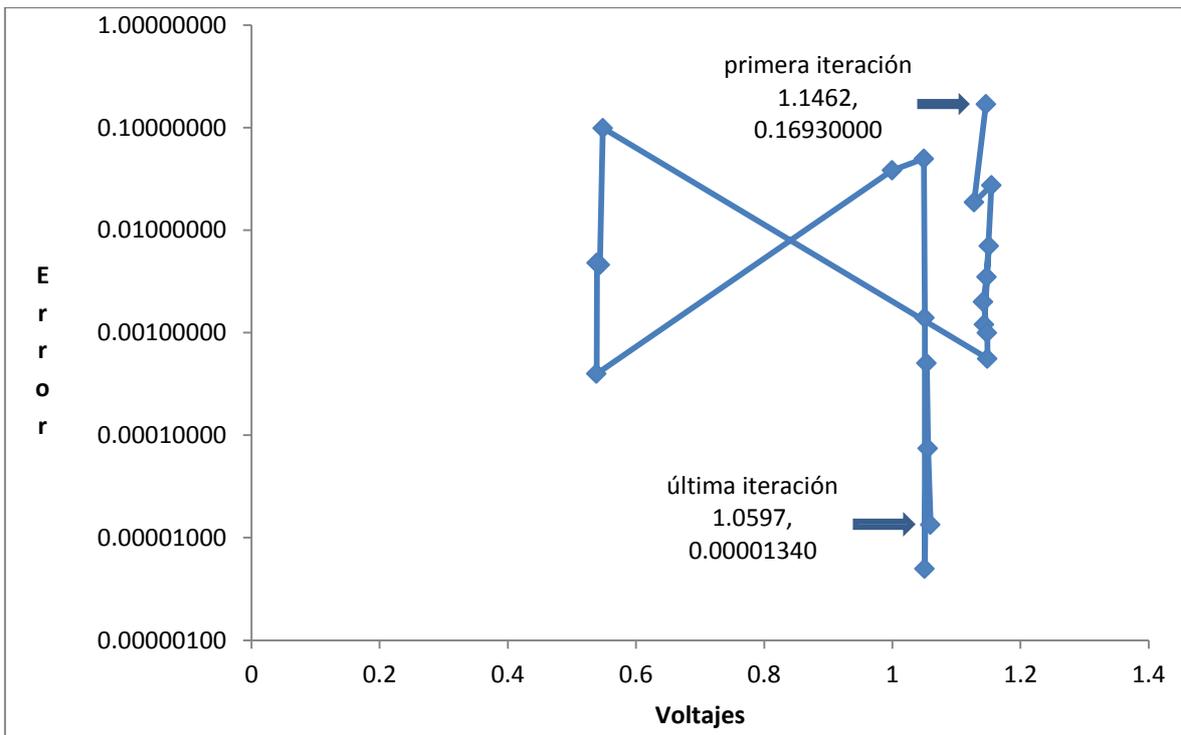


Figura D14. Relación del voltaje en el nodo 1 de la red de 14 nodos

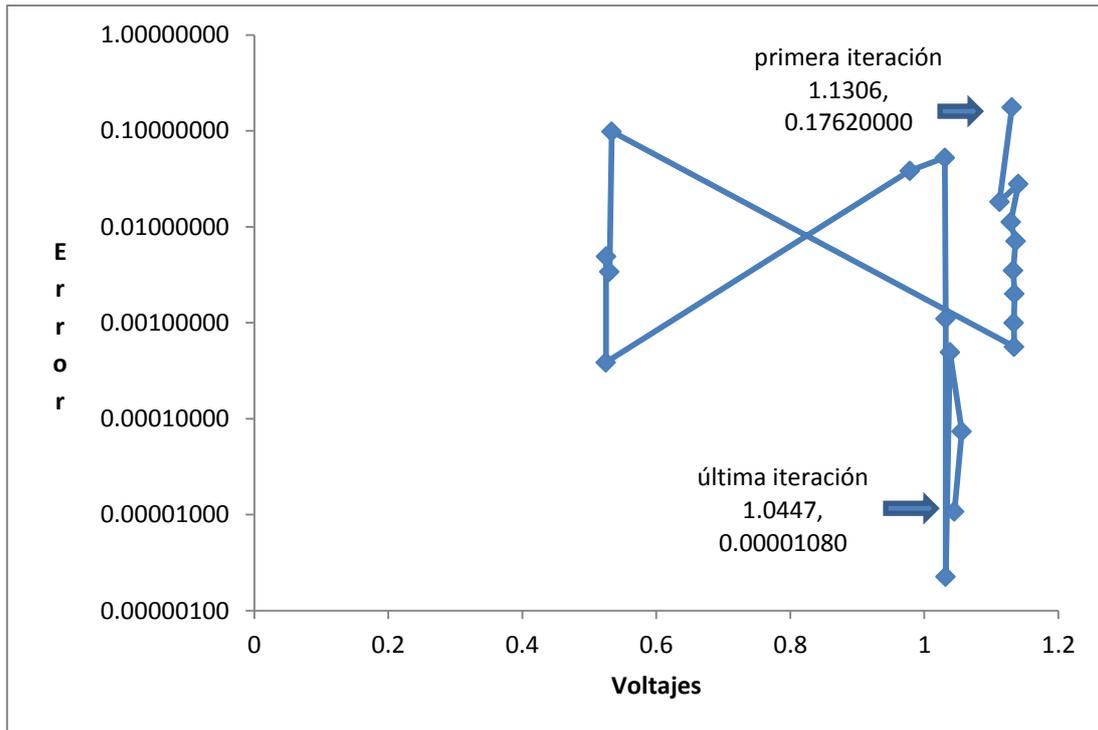


Figura D15. Relación del voltaje en el nodo 2 de la red de 14 nodos

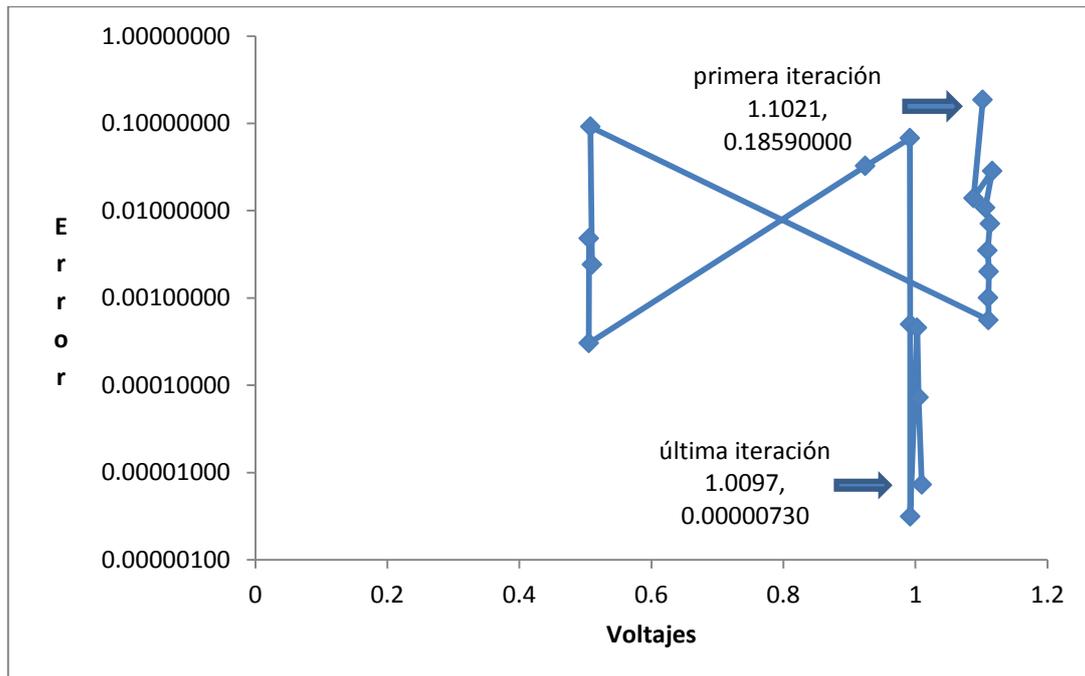


Figura D16. Relación del voltaje en el nodo 3 de la red de 14 nodos

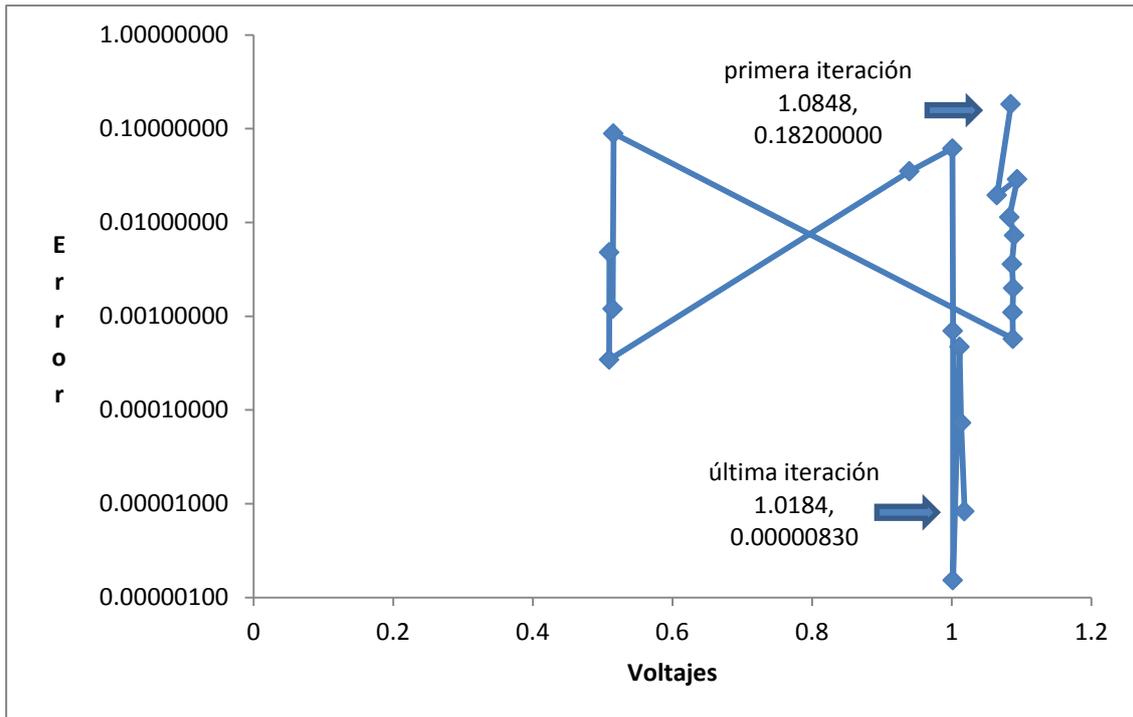


Figura D17. Relación del voltaje en el nodo 4 de la red de 14 nodos

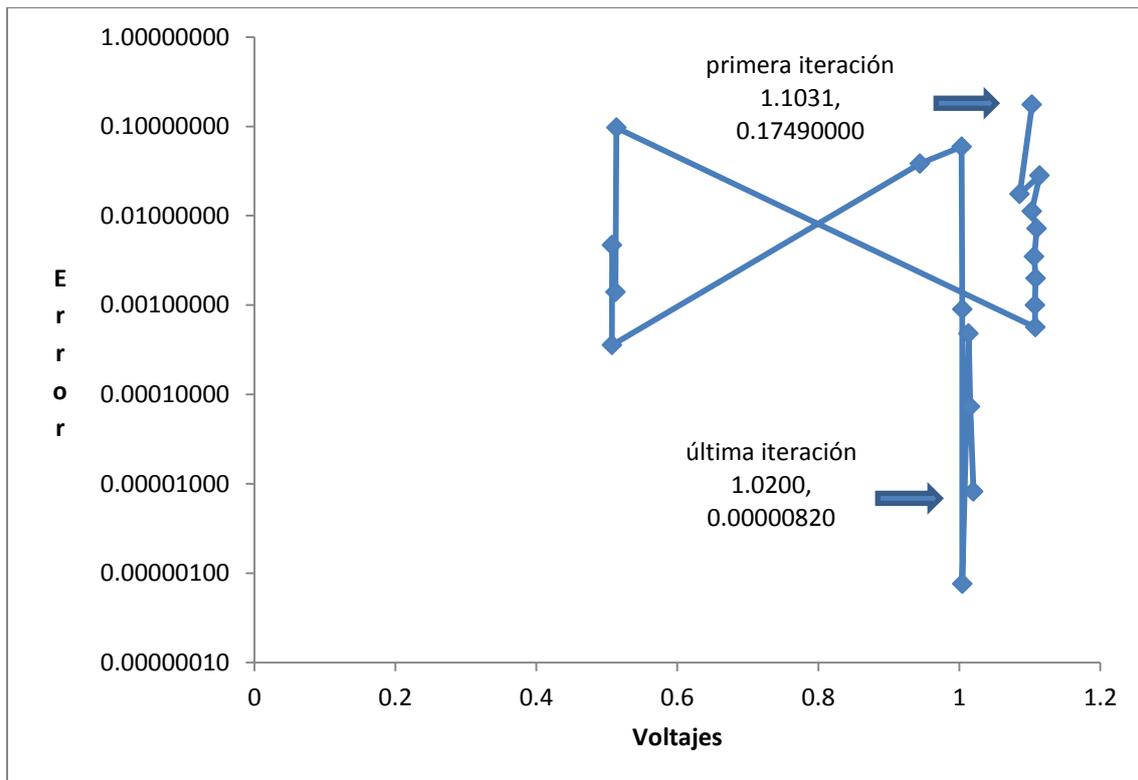


Figura D18. Relación del voltaje en el nodo 5 de la red de 14 nodos

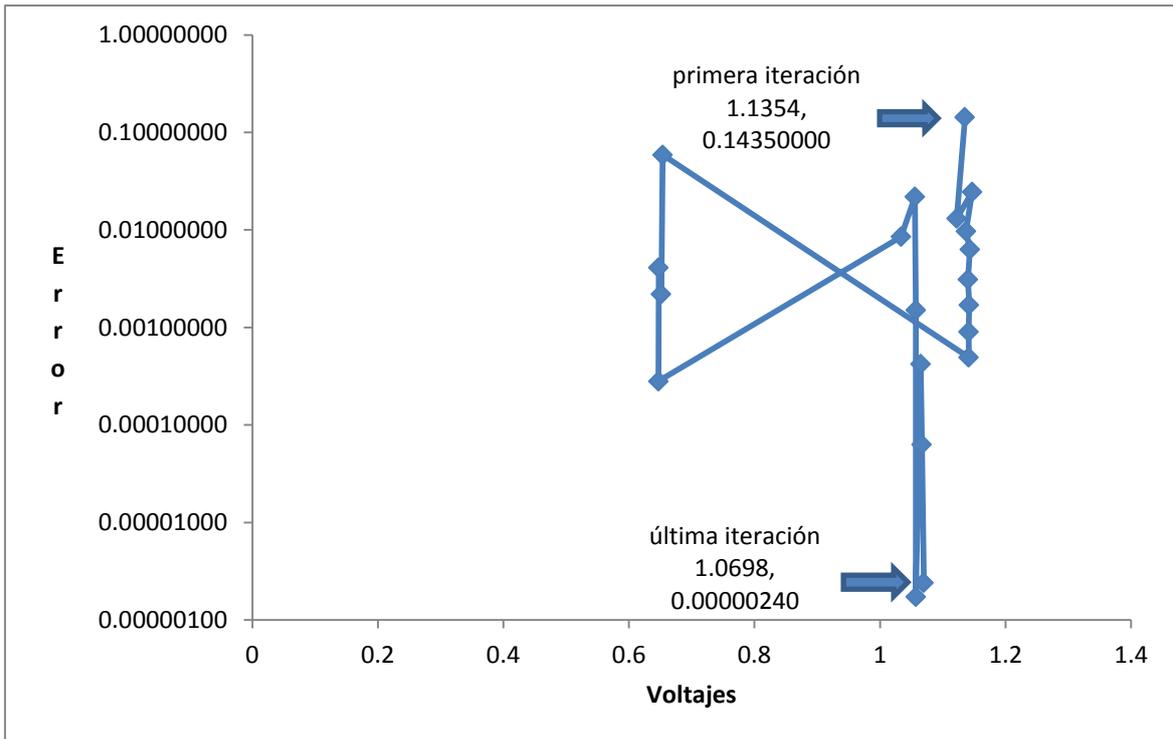


Figura D19. Relación del voltaje en el nodo 6 de la red de 14 nodos

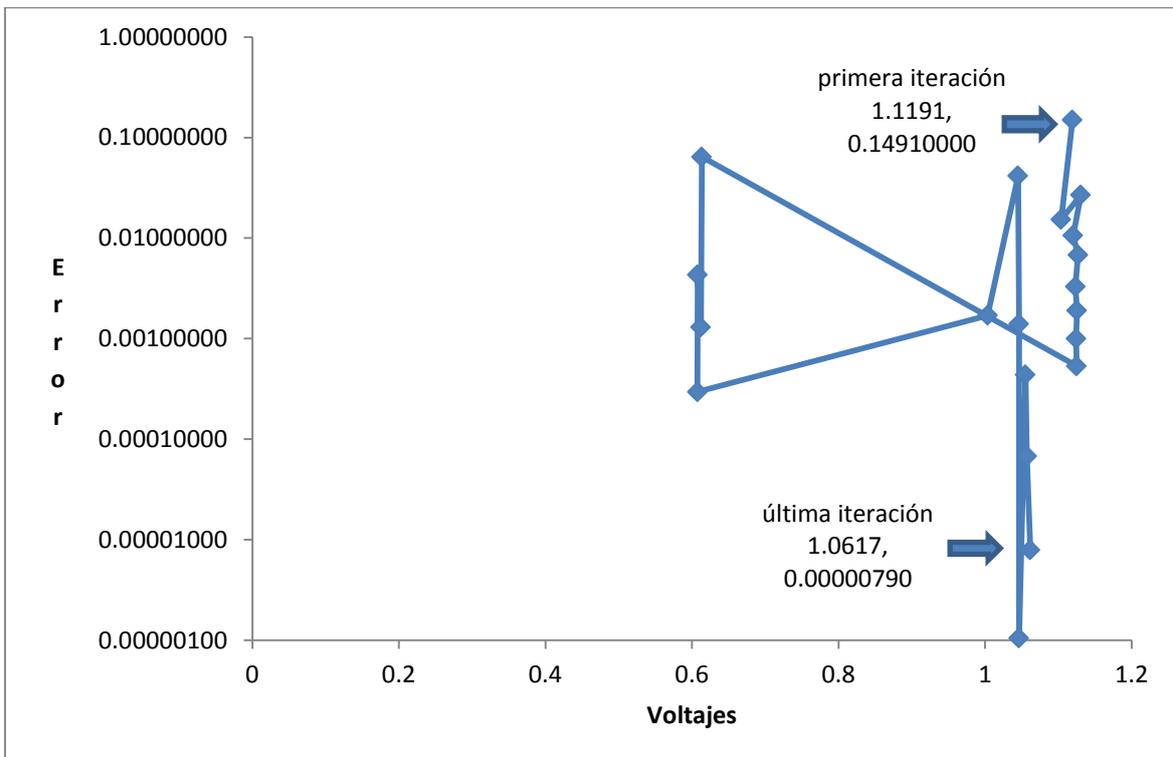


Figura D20. Relación del voltaje en el nodo 7 de la red de 14 nodos

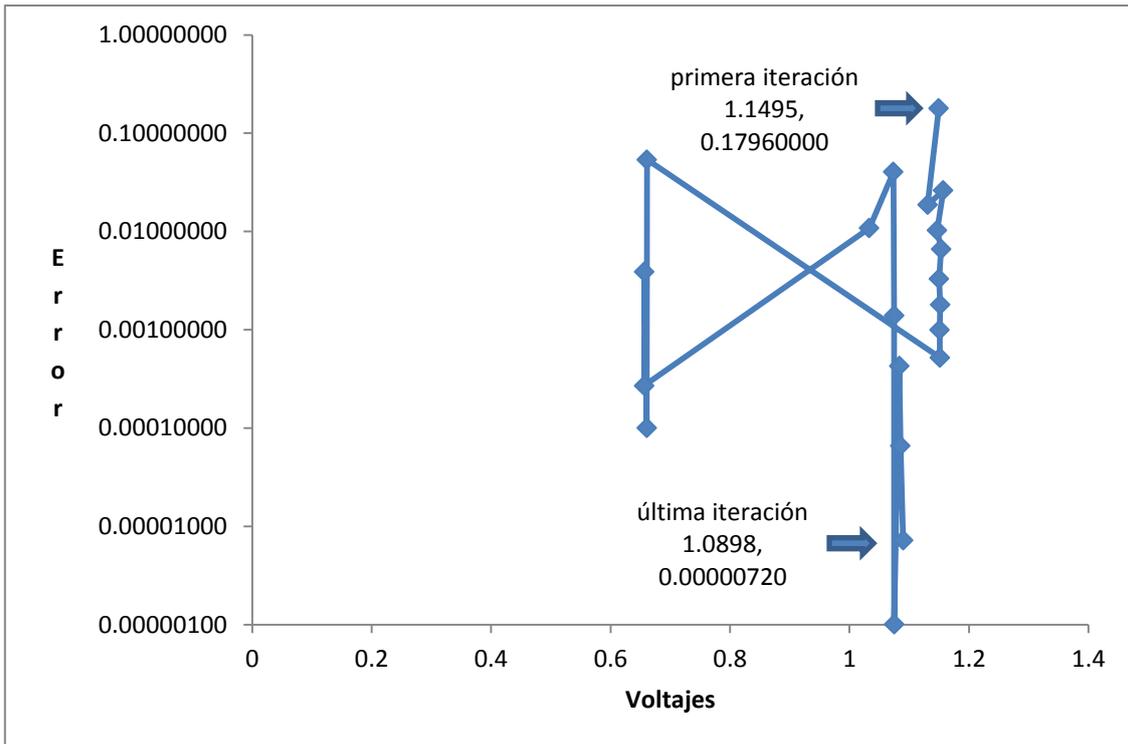


Figura D21. Relación del voltaje del nodo 8 de la red de 14 nodos

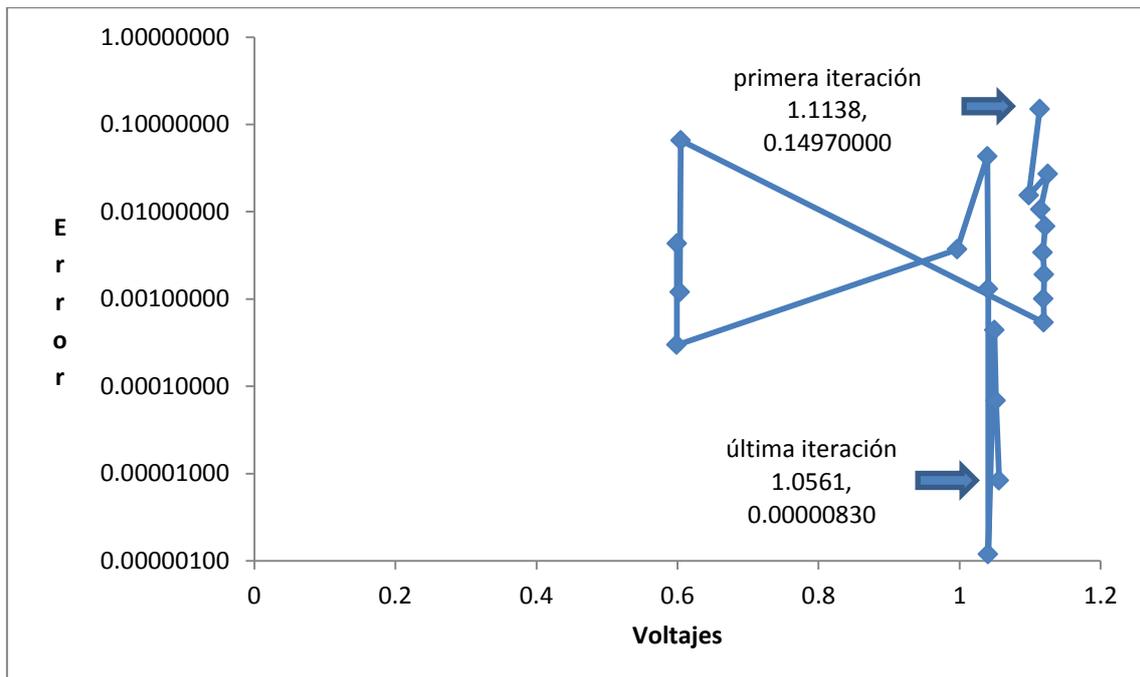


Figura D22. Relación del voltaje del nodo 9 de la red de 14 nodos

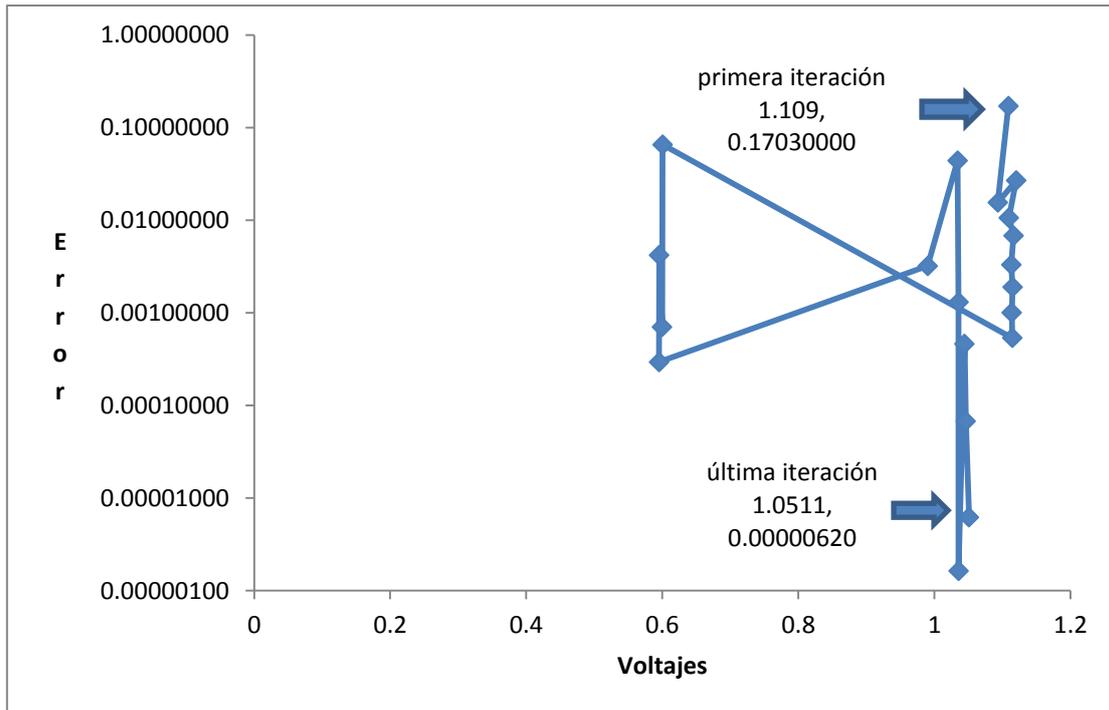


Figura D23. Relación del voltaje del nodo 10 de la red de 14 nodos

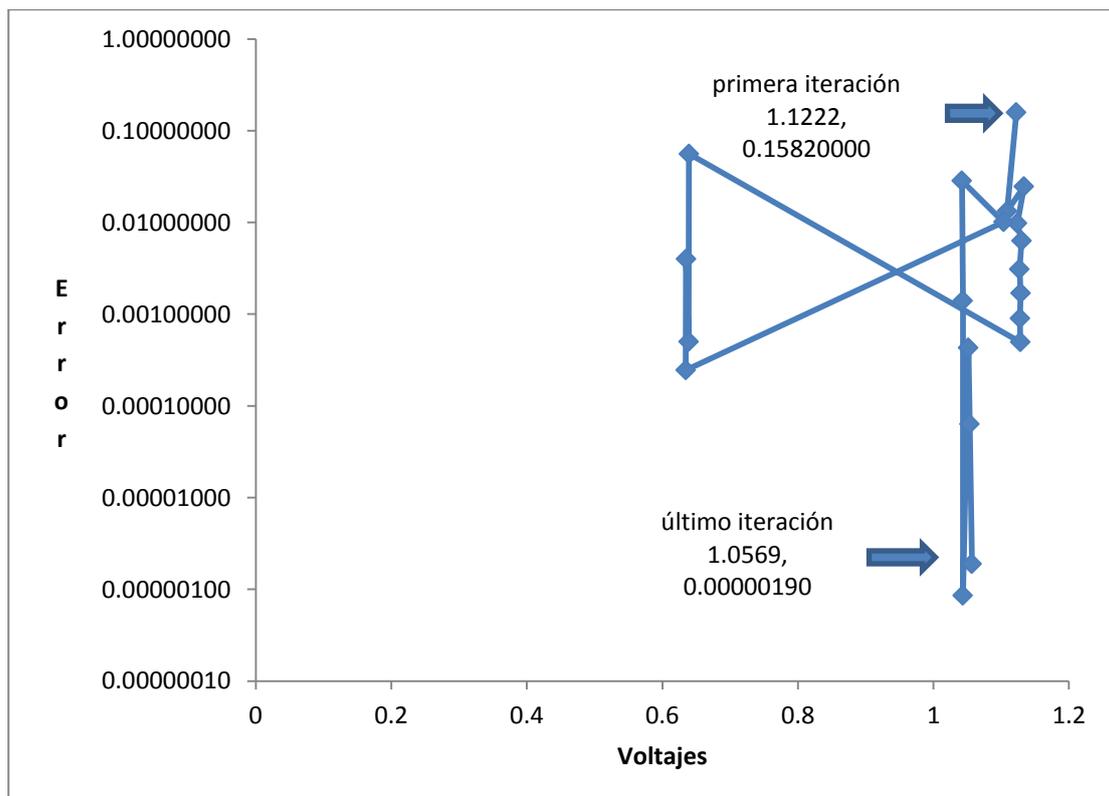


Figura D24. Relación del voltaje del nodo 11 de la red 14 nodos

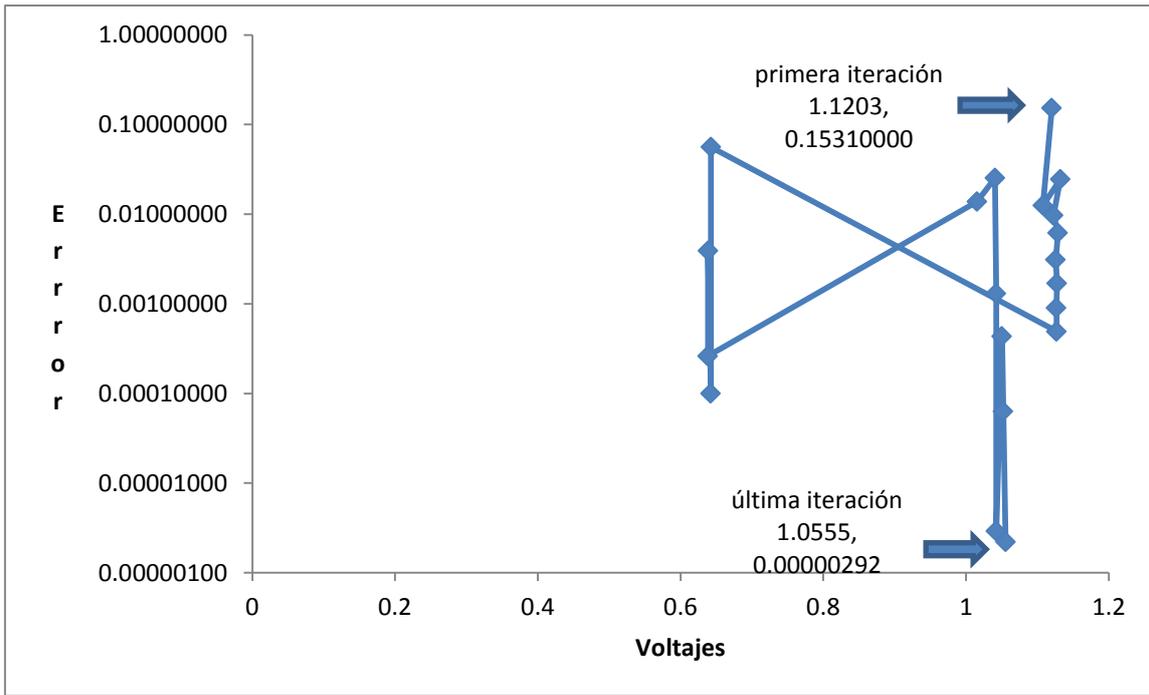


Figura D25. Relación del voltaje en el nodo 12 de la red de 14 nodos

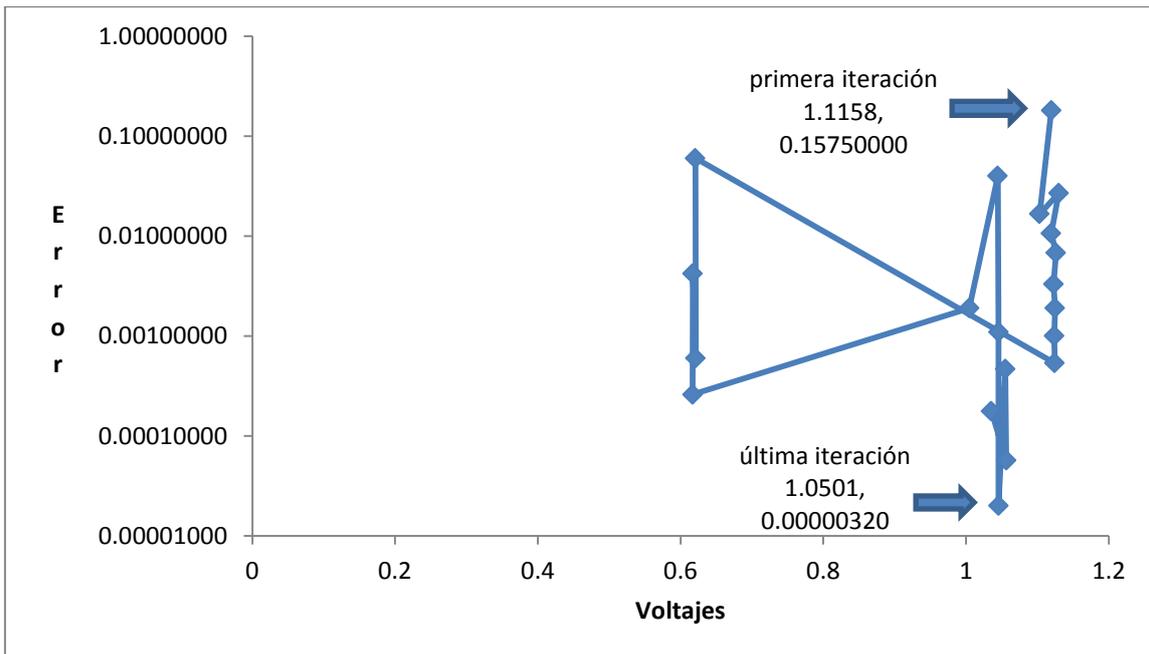


Figura D26. Relación del voltaje en el nodo 13 de la red de 14 nodos

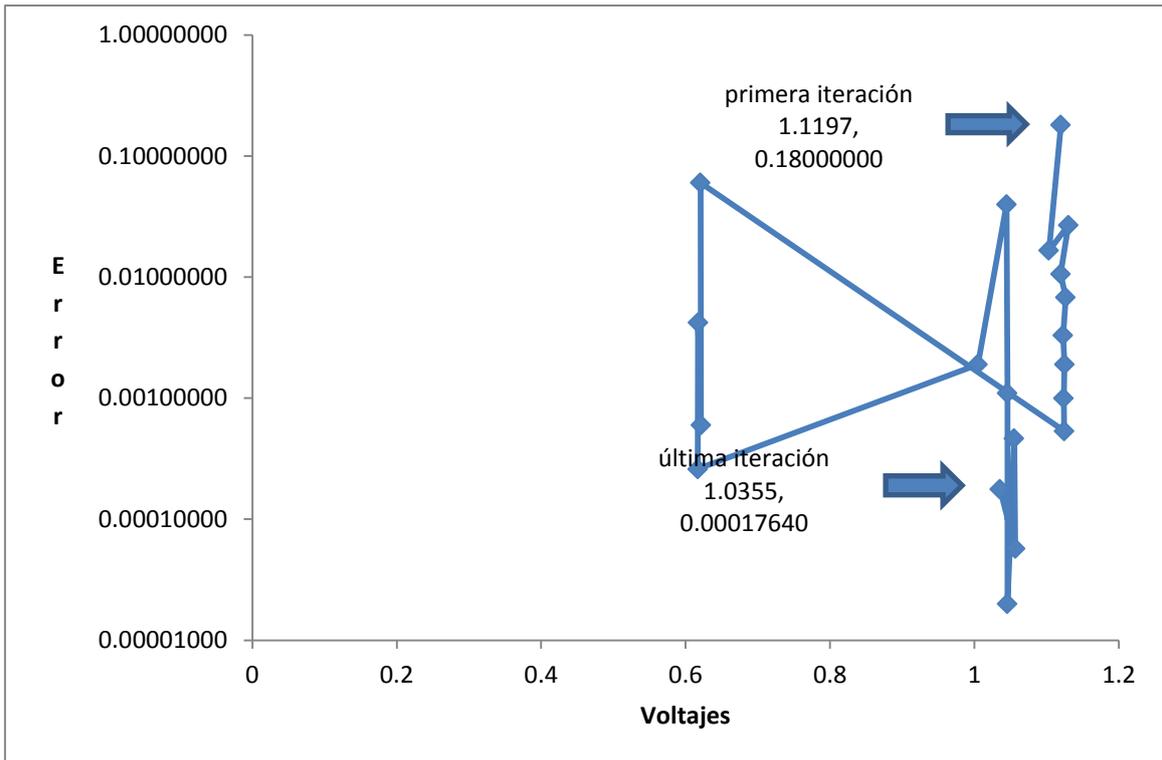


Figura D27. Relación del voltaje en el nodo 14 de la red de 14 nodos

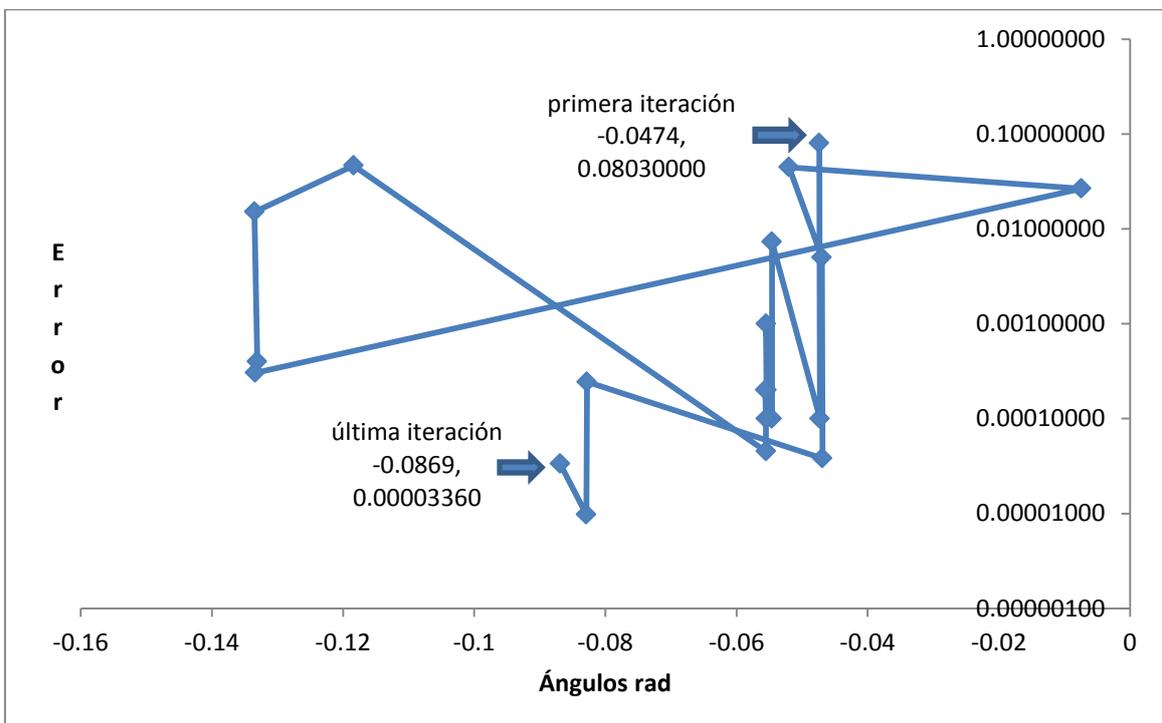


Figura D28. Relación del ángulo en el nodo 2 de la red de 14 nodos

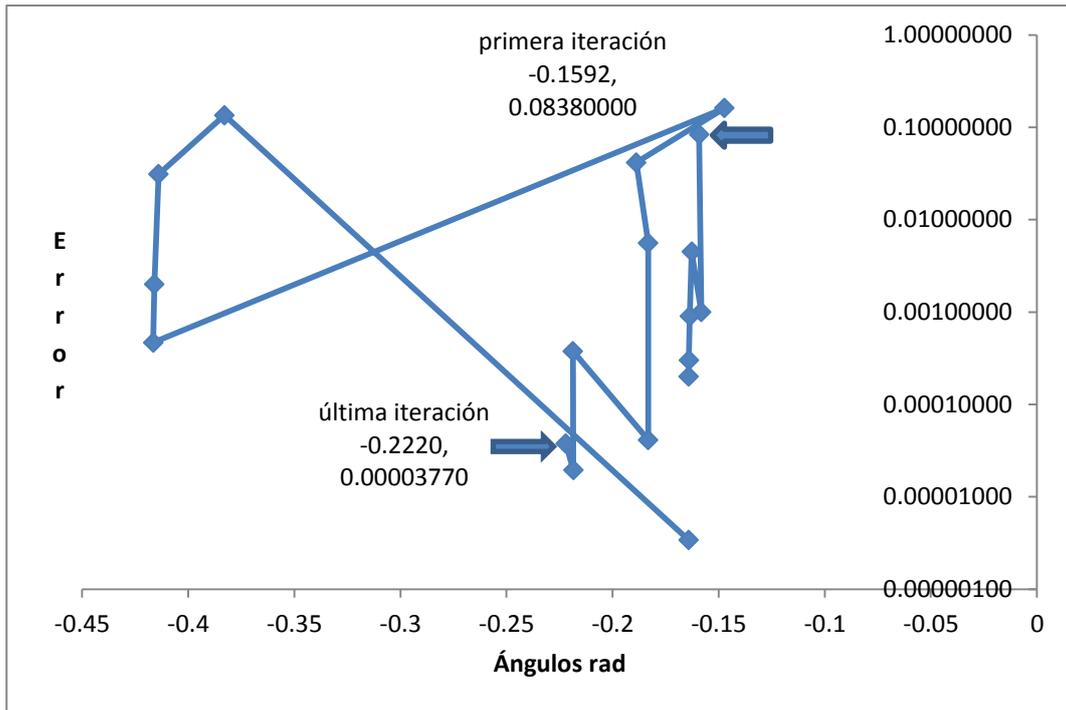


Figura D29. Relación del ángulo del nodo 3 de la red de 14 nodos

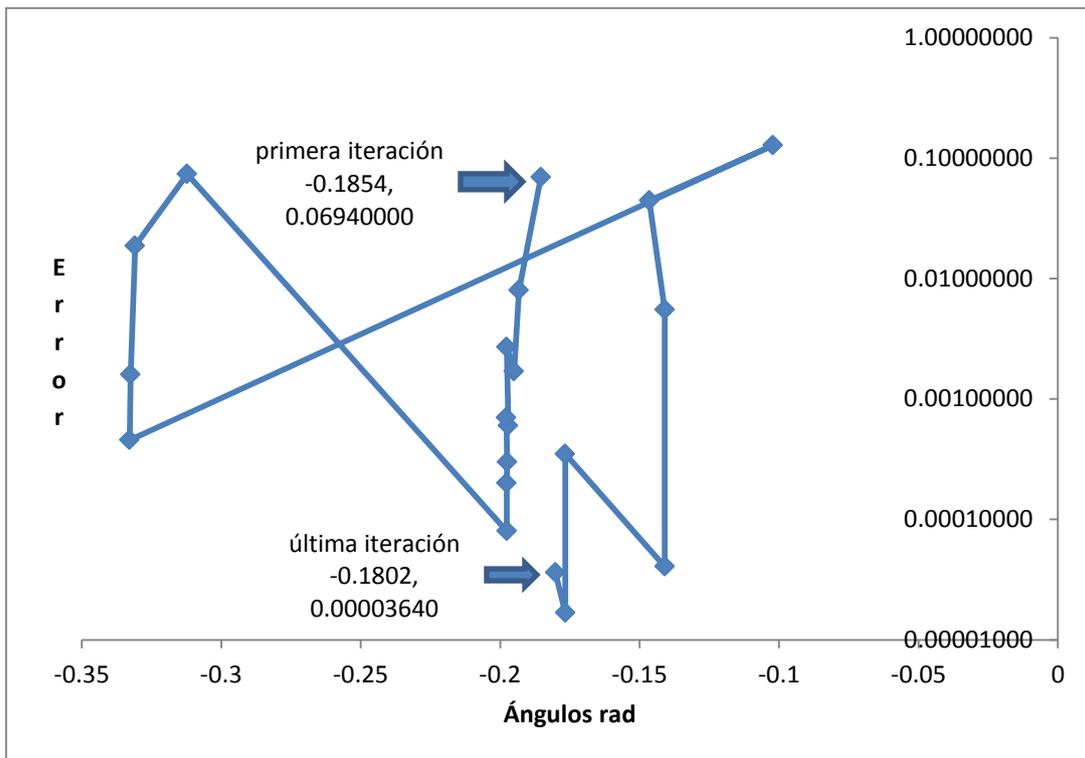


Figura D30. Relación del ángulo del nodo 4 de la red de 14 nodos

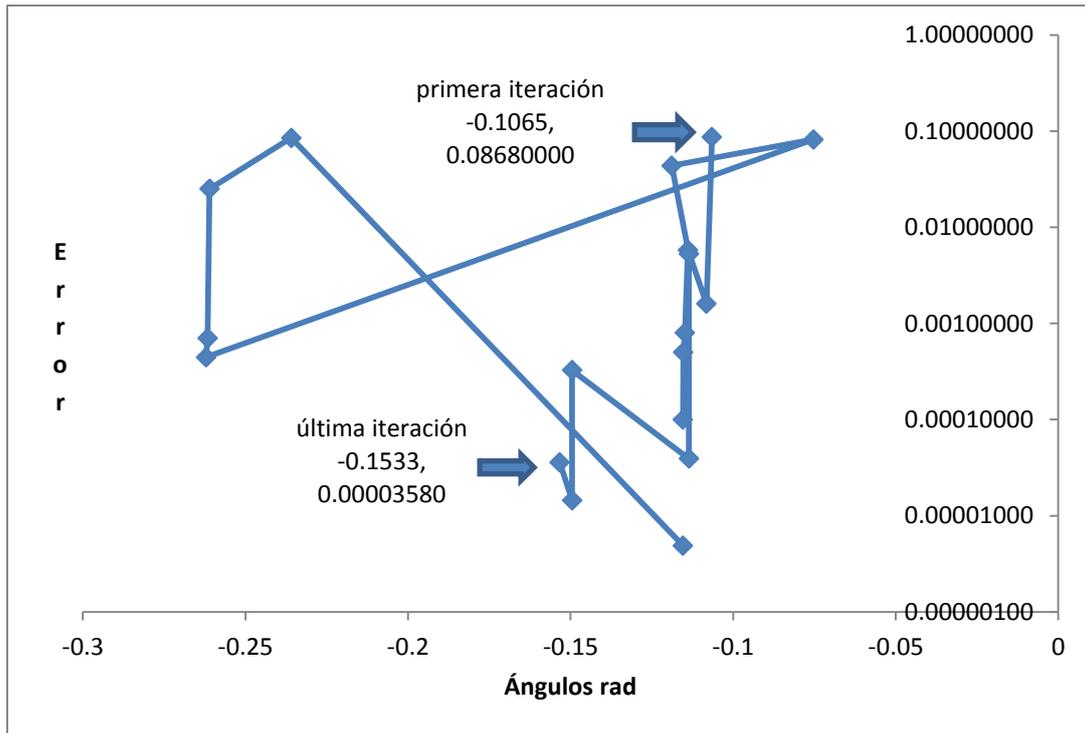


Figura D31. Relación del ángulo del nodo 5 de la red de 14 nodos

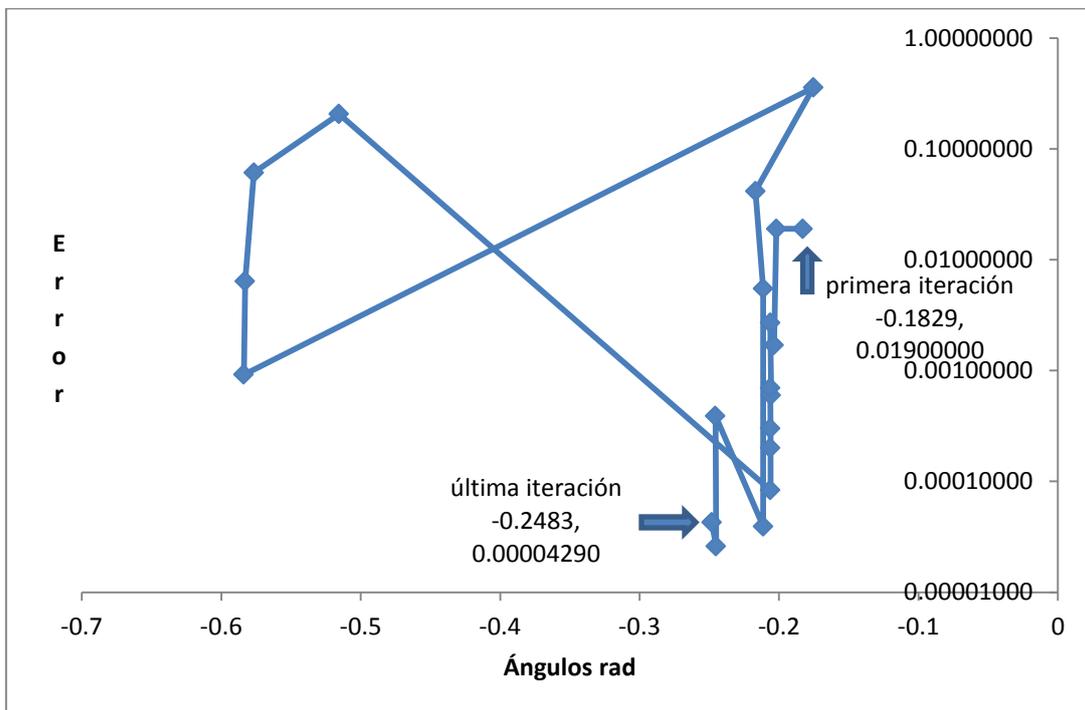


Figura D32. Relación del ángulo en el nodo 6 de la red de 14 nodos

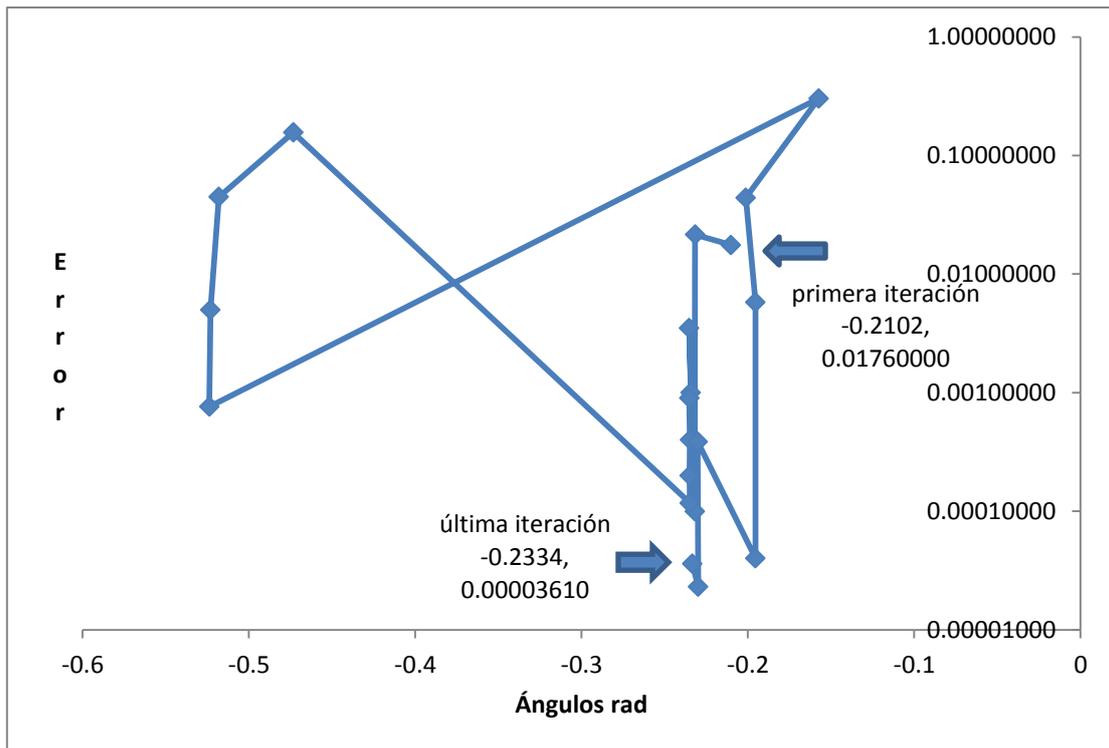


Figura D33. Relación del ángulo del nodo 7 de la red de 14 nodos

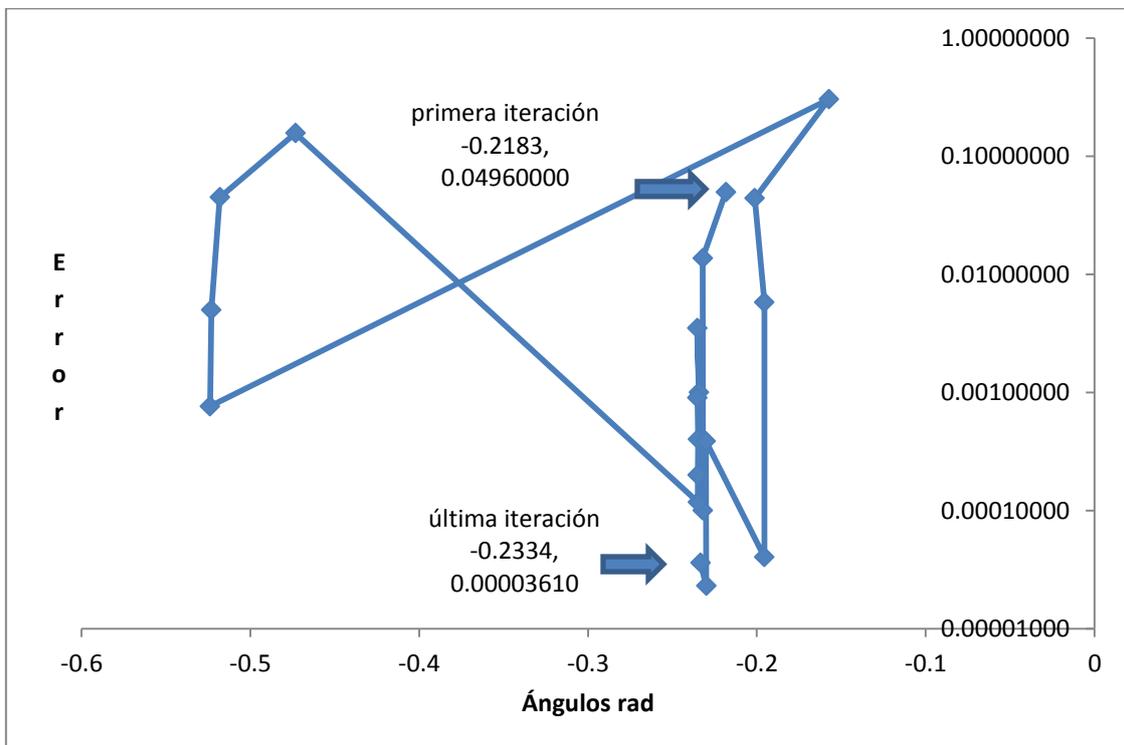


Figura D34. Relación del ángulo en el nodo 8 de la red de 14 nodos

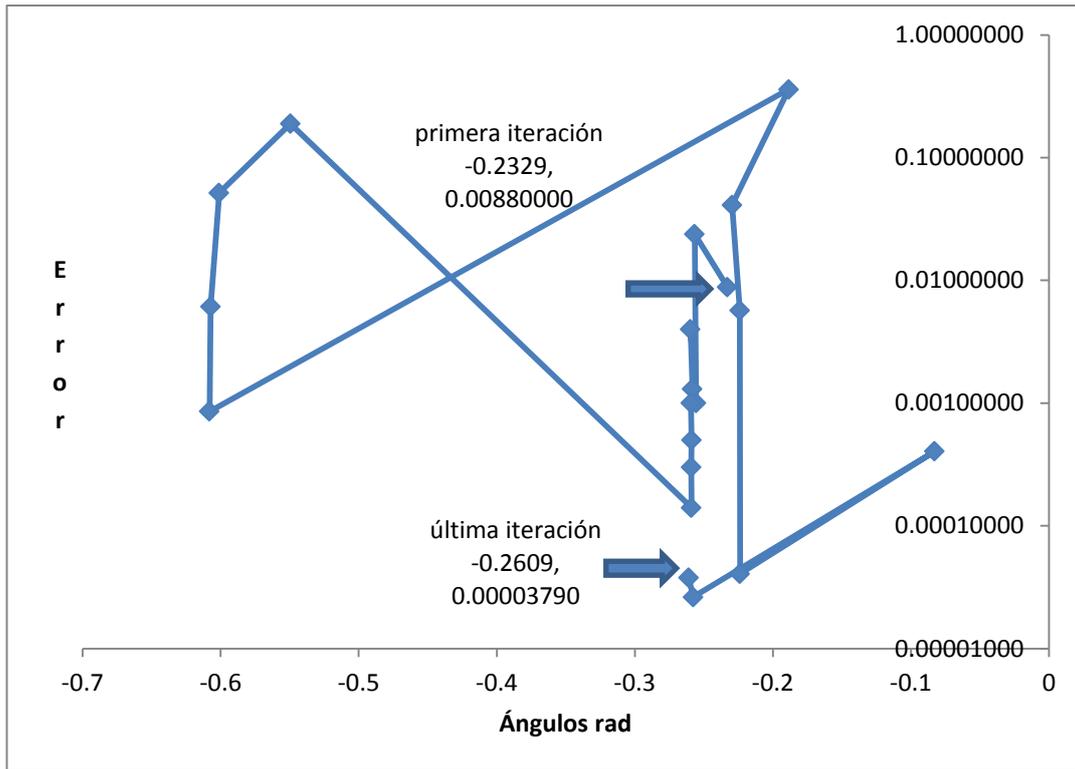


Figura D35. Relación del ángulo del nodo 9 de la red de 14 nodos

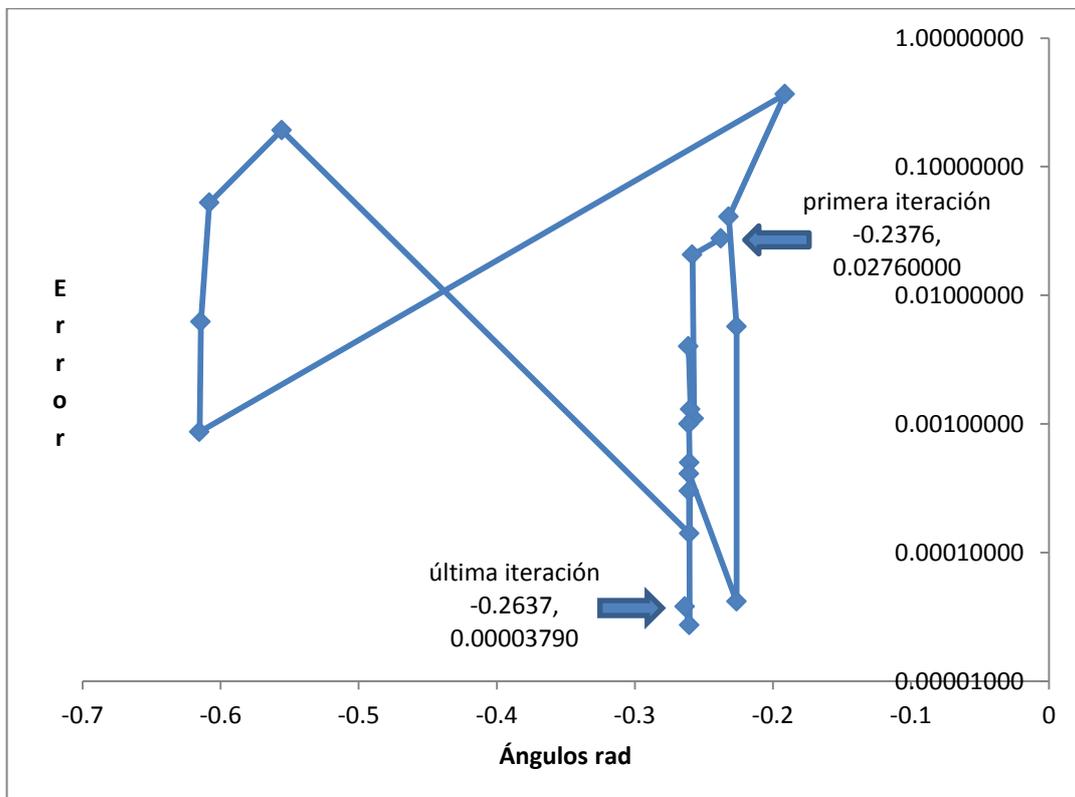


Figura D36. Relación del ángulo del nodo 10 de la red de 14 nodos

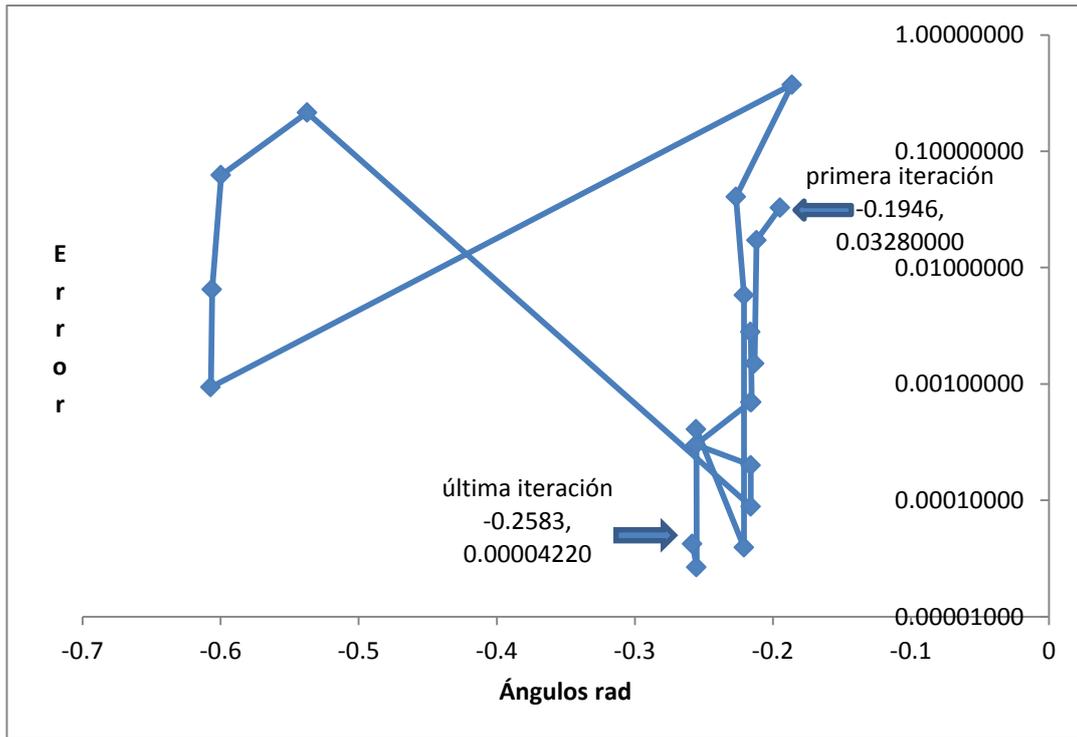


Figura D37. Relación del ángulo del nodo 11 de la red de 14 nodos

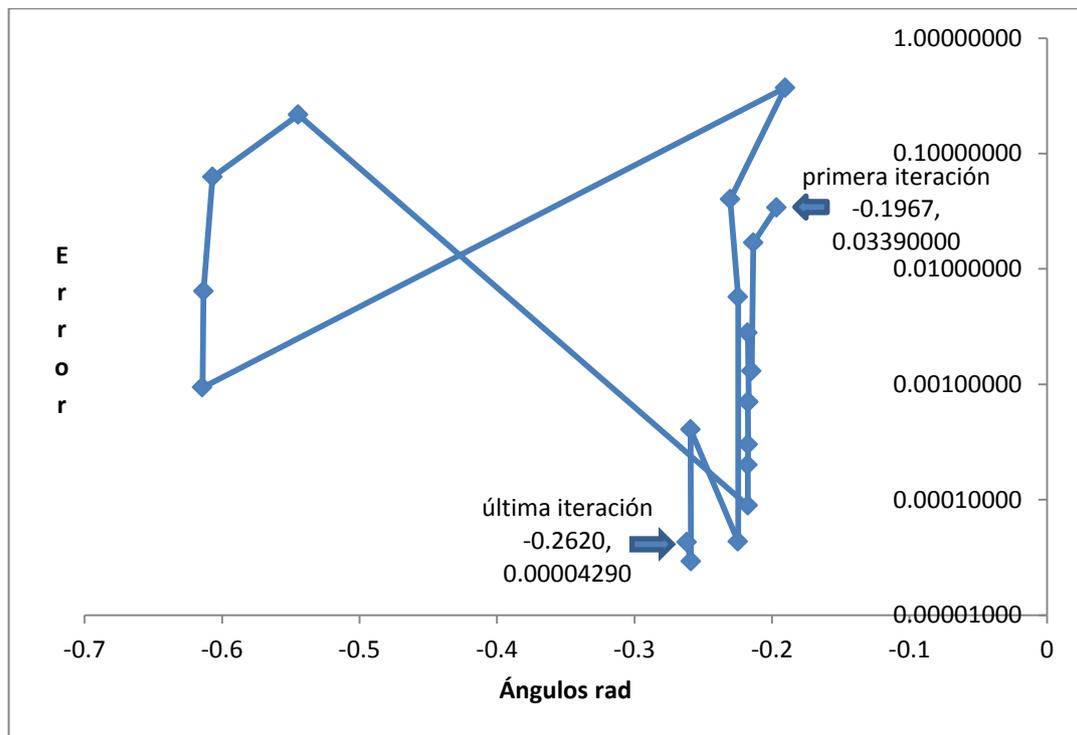


Figura D38. Relación del ángulo del nodo 12 de la red de 14 nodos

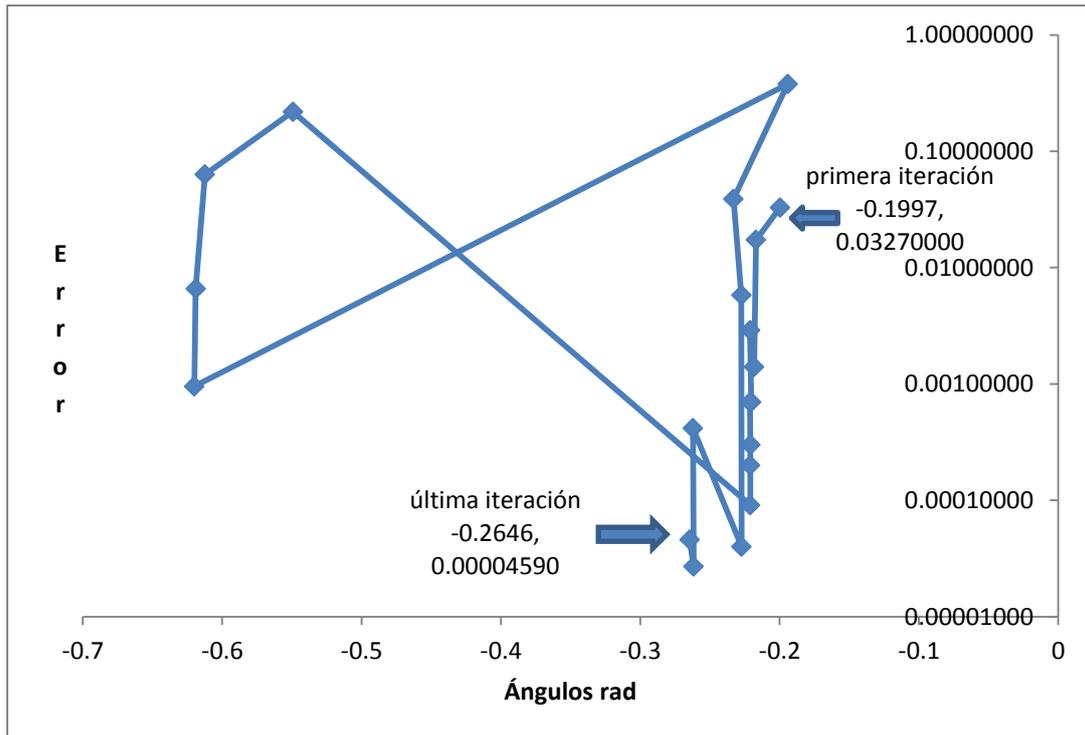


Figura D39. Relación del ángulo del nodo 13 de la red de 14 nodos

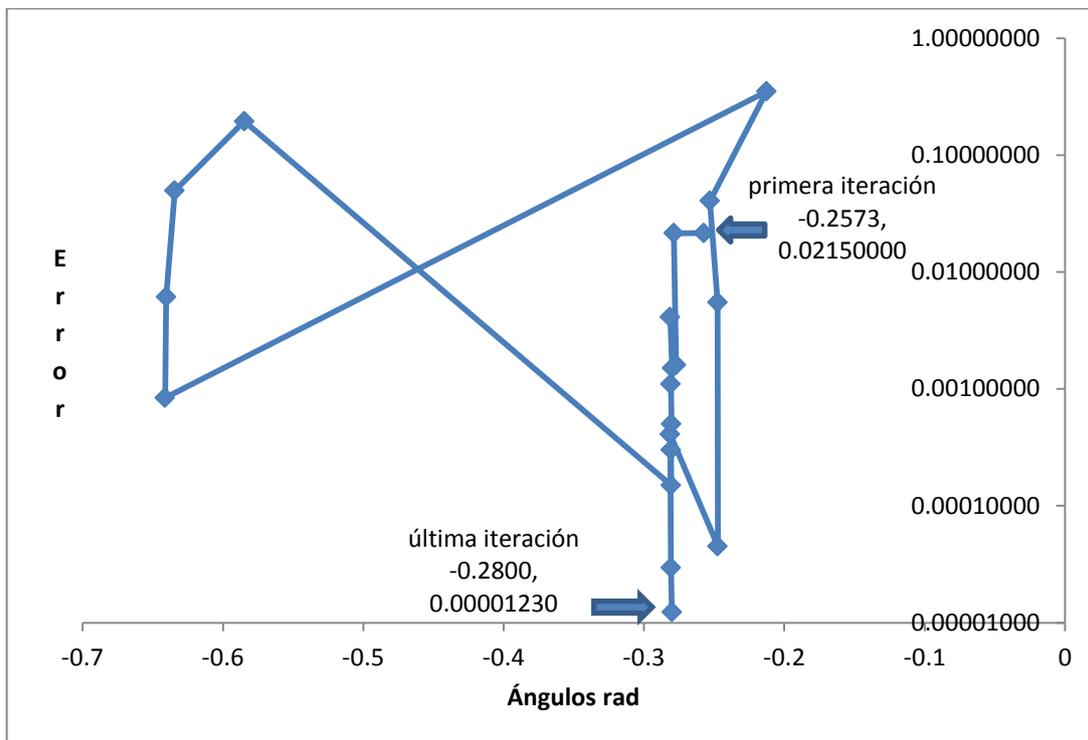


Figura D40. Relación del ángulo del nodo 14 de la red de 14 nodos

RED DE 30 NODOS

Las siguientes gráficas muestran los comportamientos de los voltajes y los ángulos respecto al error y sus iteraciones en la red de 30 nodos.

CASO IDEAL SIN ERRORES EN LA MEDICIONES, 3 ITERACIONES

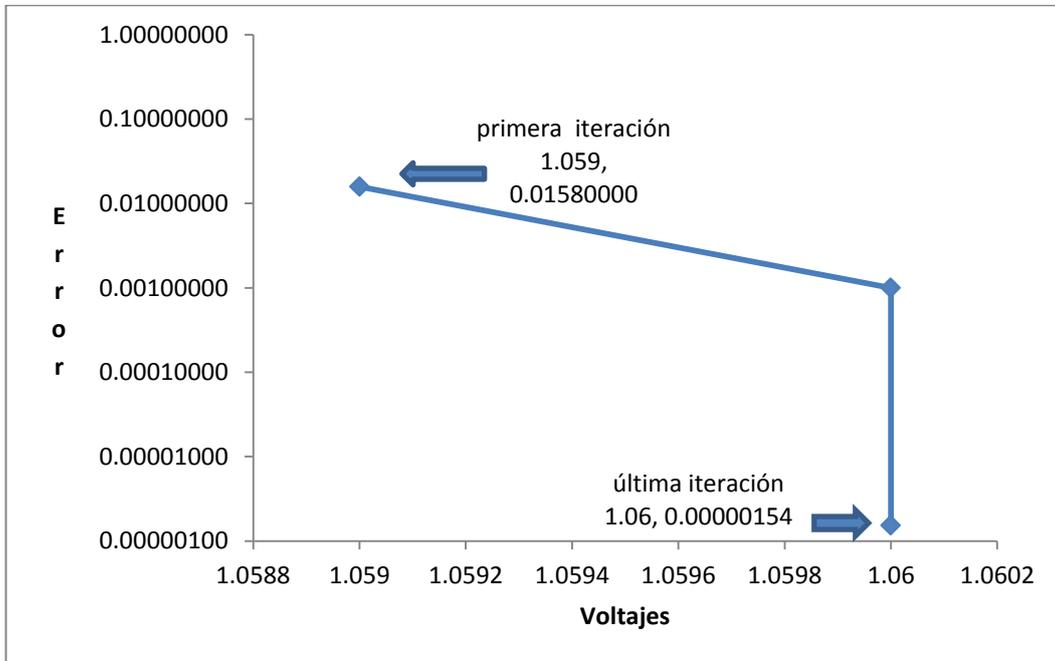


Figura D41. Relación del voltaje en el nodo 1 de la red de 30 nodos

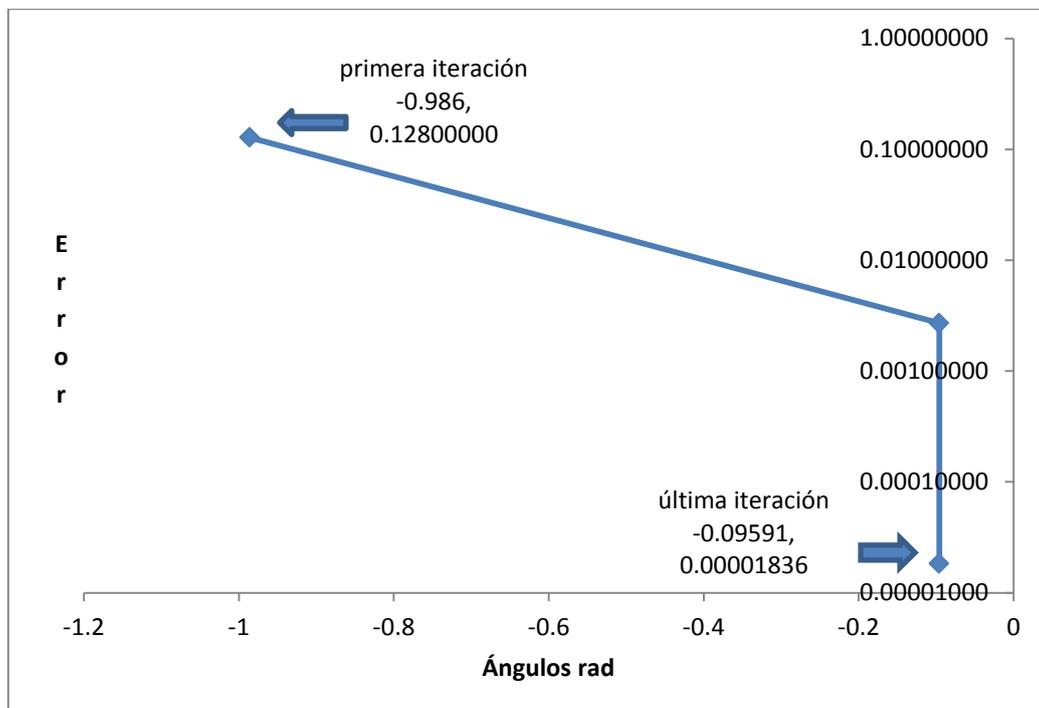


Figura D42. Relación del ángulo en el nodo 2 de la red de 30 nodos

CASO CON ERRORES EN LA MEDICIÓN, 15 ITERACIONES

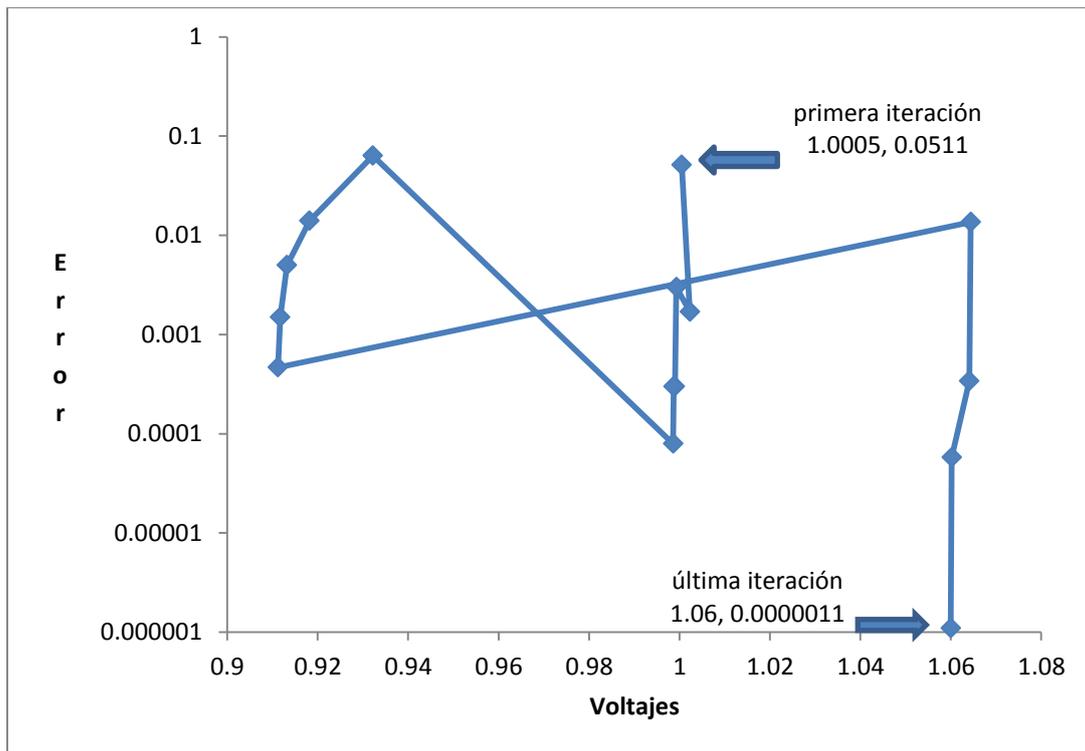


Figura D43. Relación del voltaje del nodo 1 de la red de 30 nodos

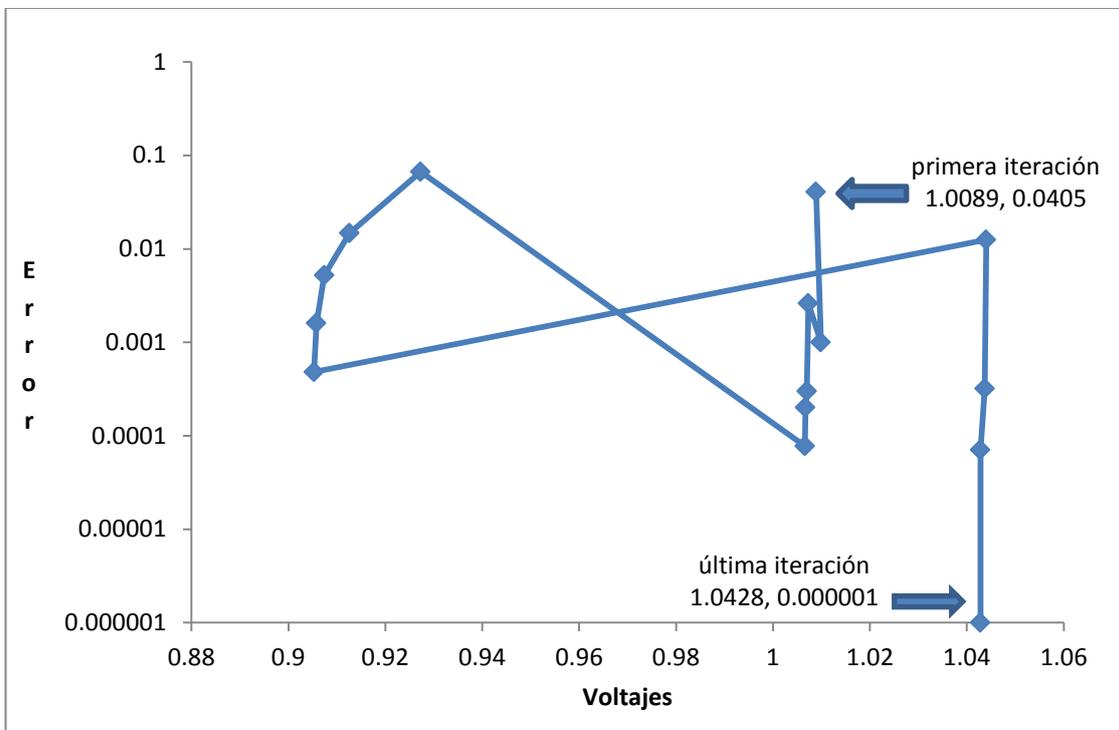


Figura D44. Relación del voltaje en el nodo 2 de la red de 30 nodos

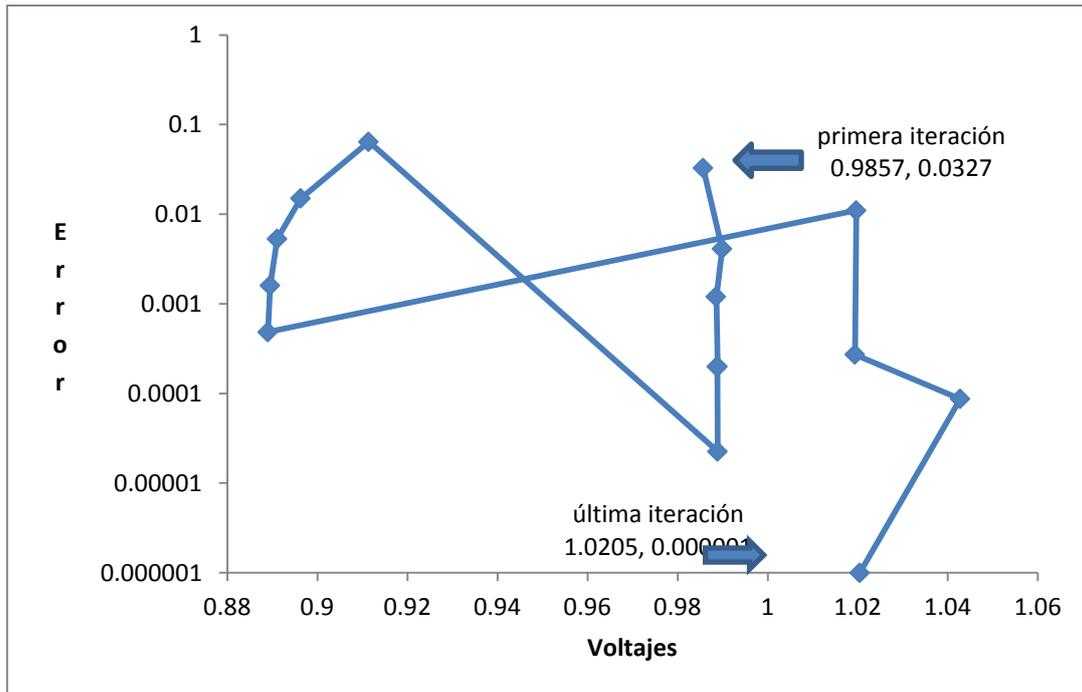


Figura D45. Relación del voltaje en el nodo 3 de la red de 30 nodos

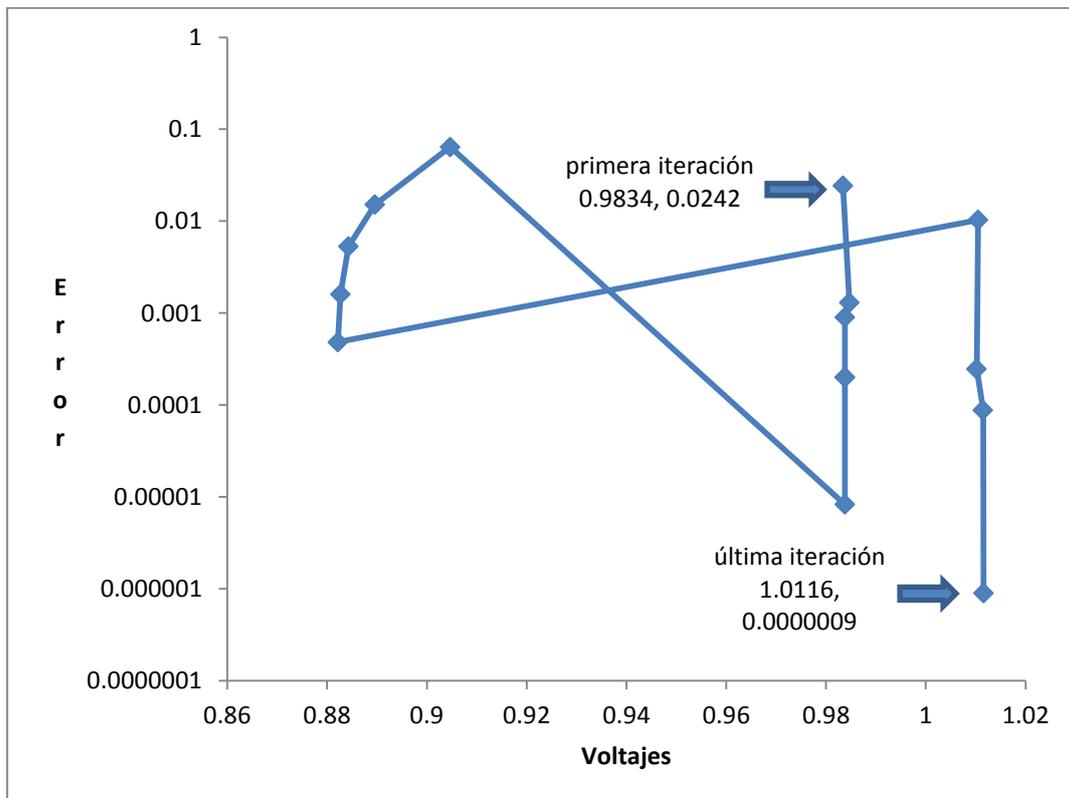


Figura D46. Relación del voltaje en el nodo 4 de la red de 30 nodos

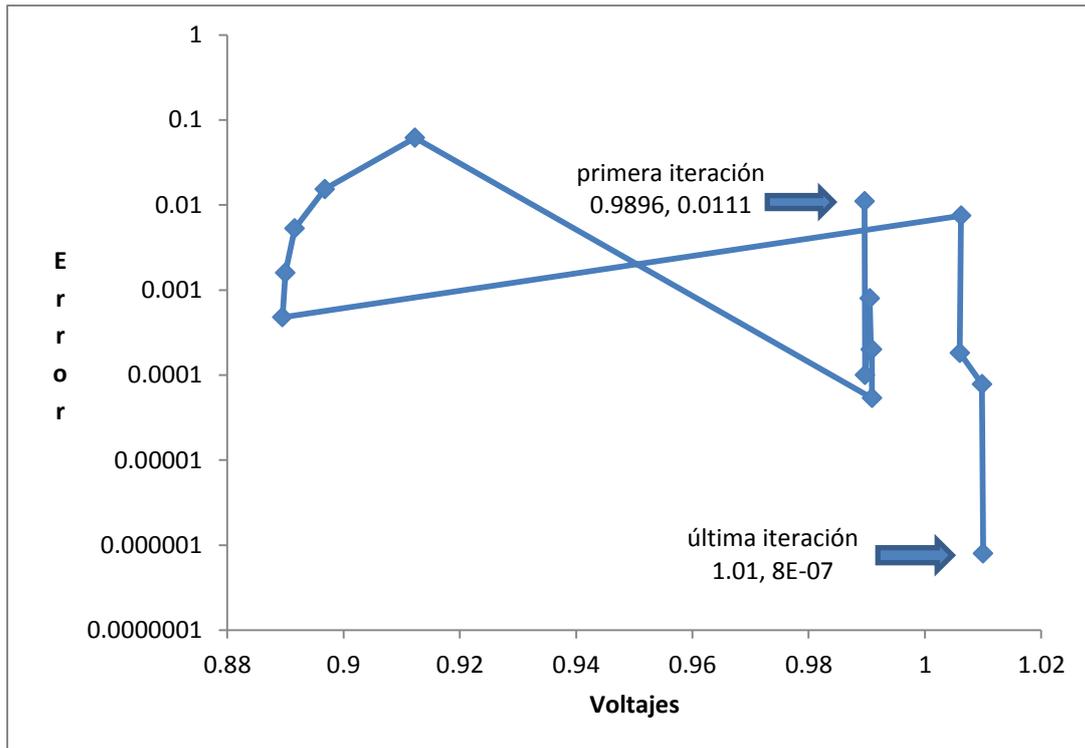


Figura D47. Relación del voltaje del nodo 5 de la red de 30 nodos

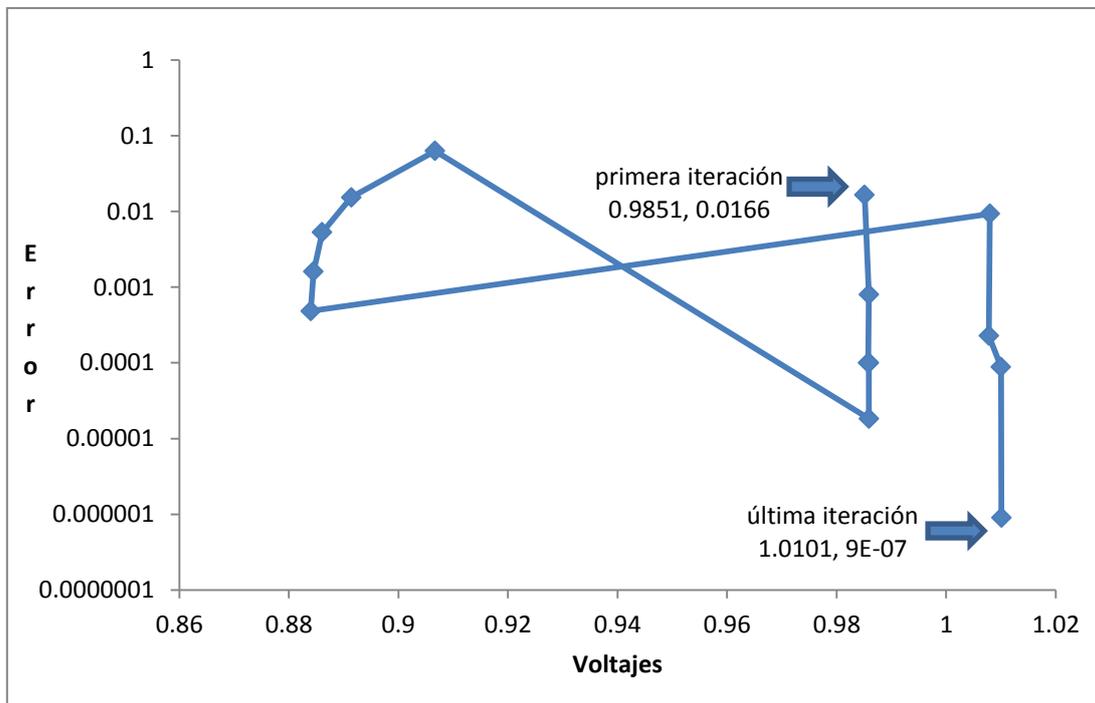


Figura D48. Relación del voltaje del nodo 6 de la red de 30 nodos

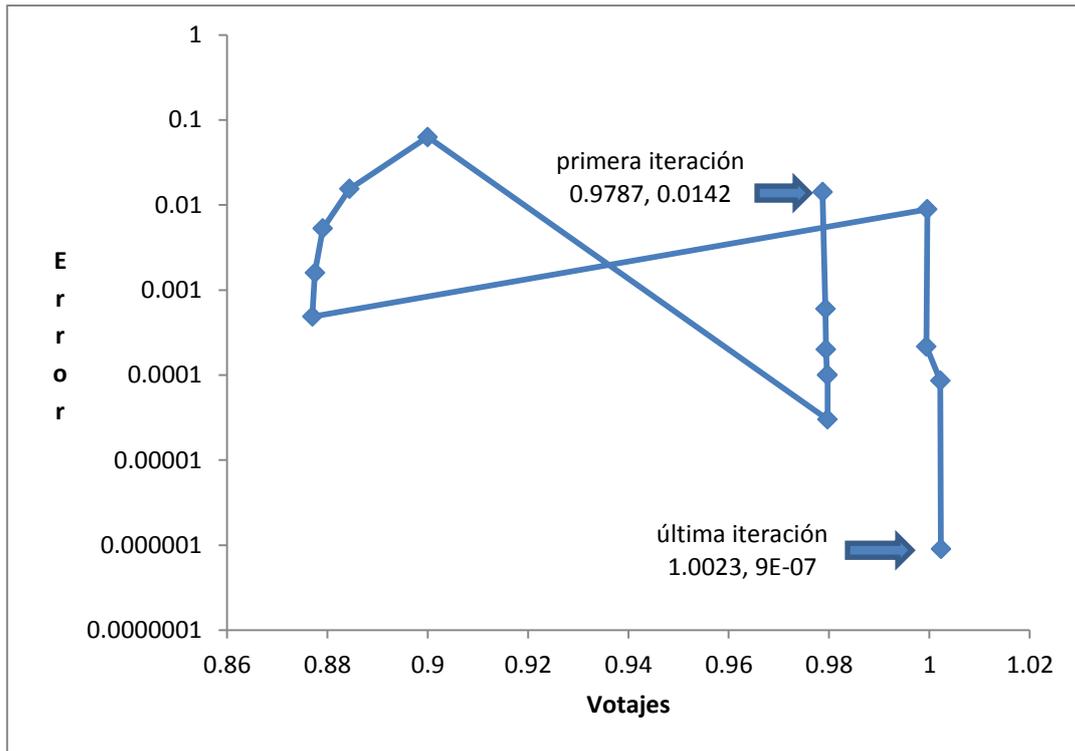


Figura D49. Relación del voltaje en el nodo 7 de la red de 30 nodos

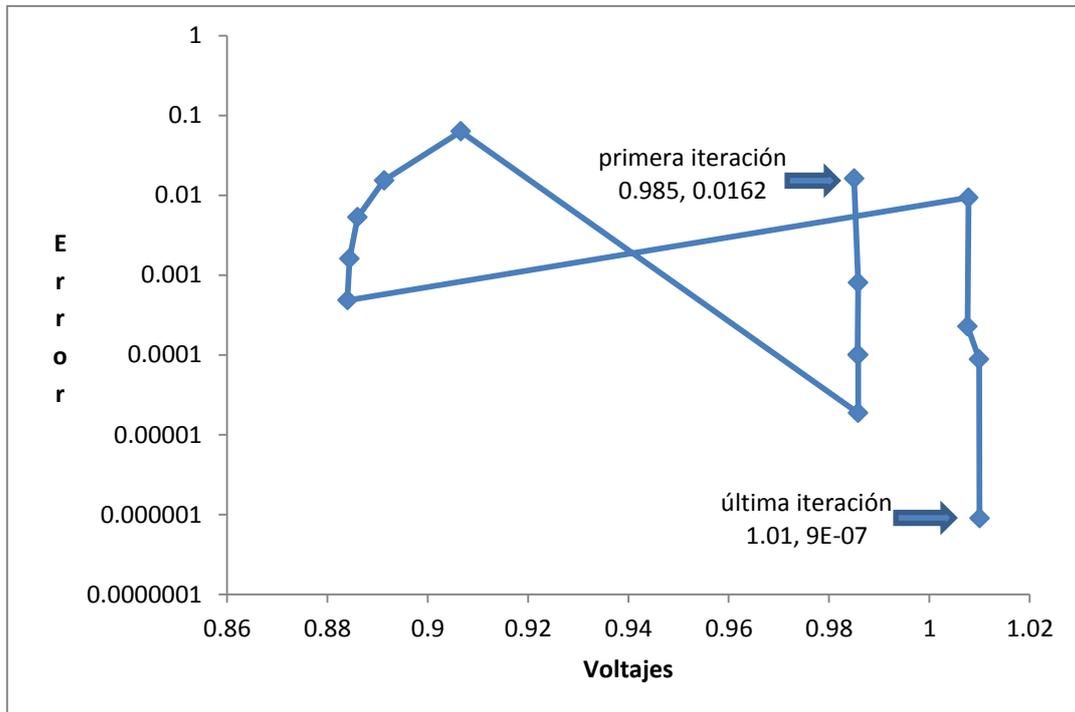


Figura D50. Relación del voltaje en el nodo 8 de la red de 30 nodos

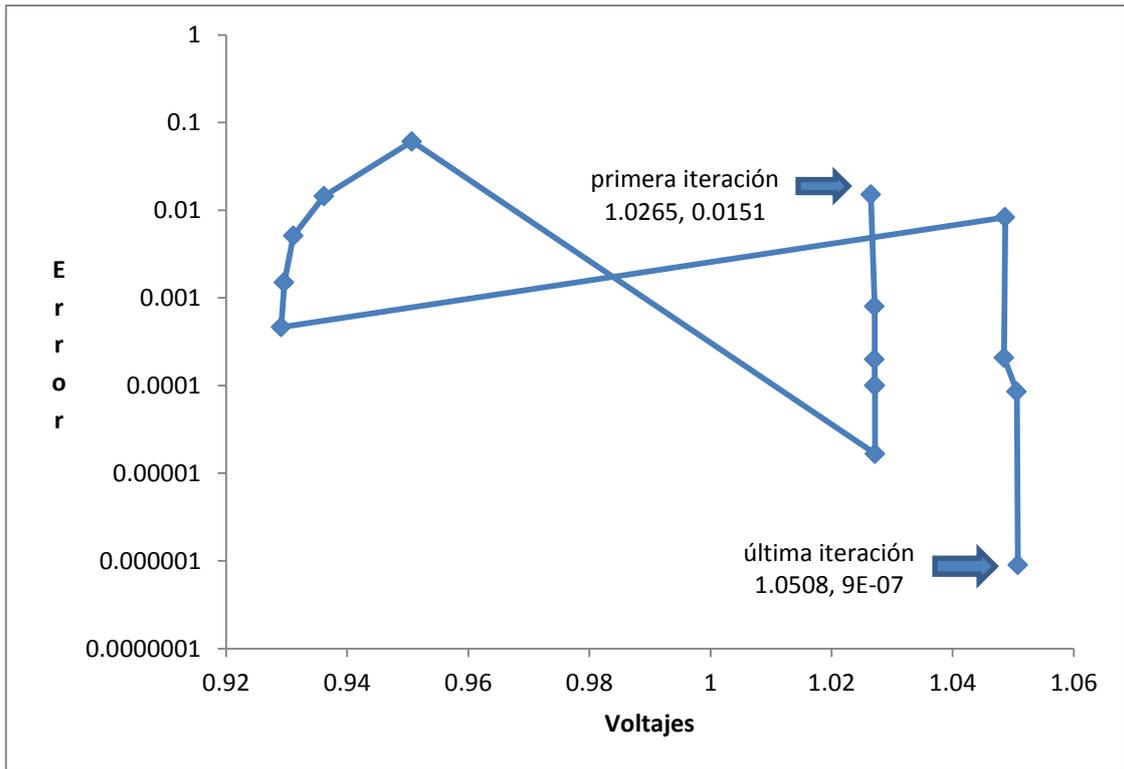


Figura D51. Relación del voltaje en el nodo 9 de la red de 30 nodos

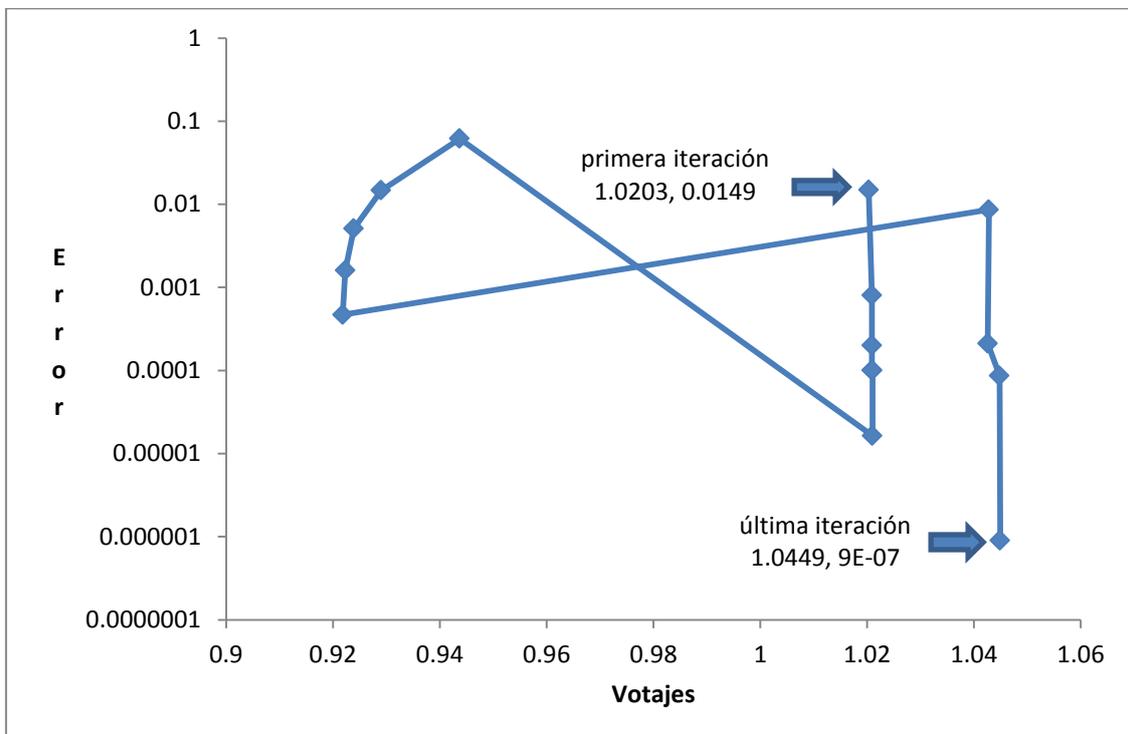


Figura D52. Relación del voltaje en el nodo 10 de la red de 30 nodos

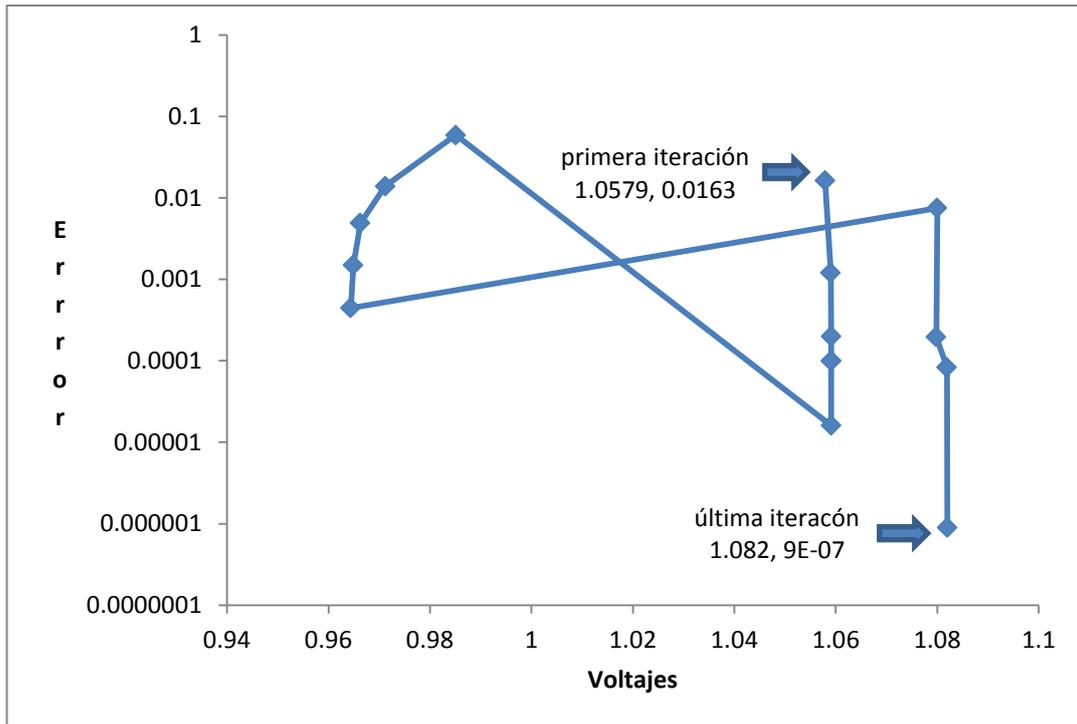


Figura D53. Relación del voltaje en el nodo 11 de la red de 30 nodos

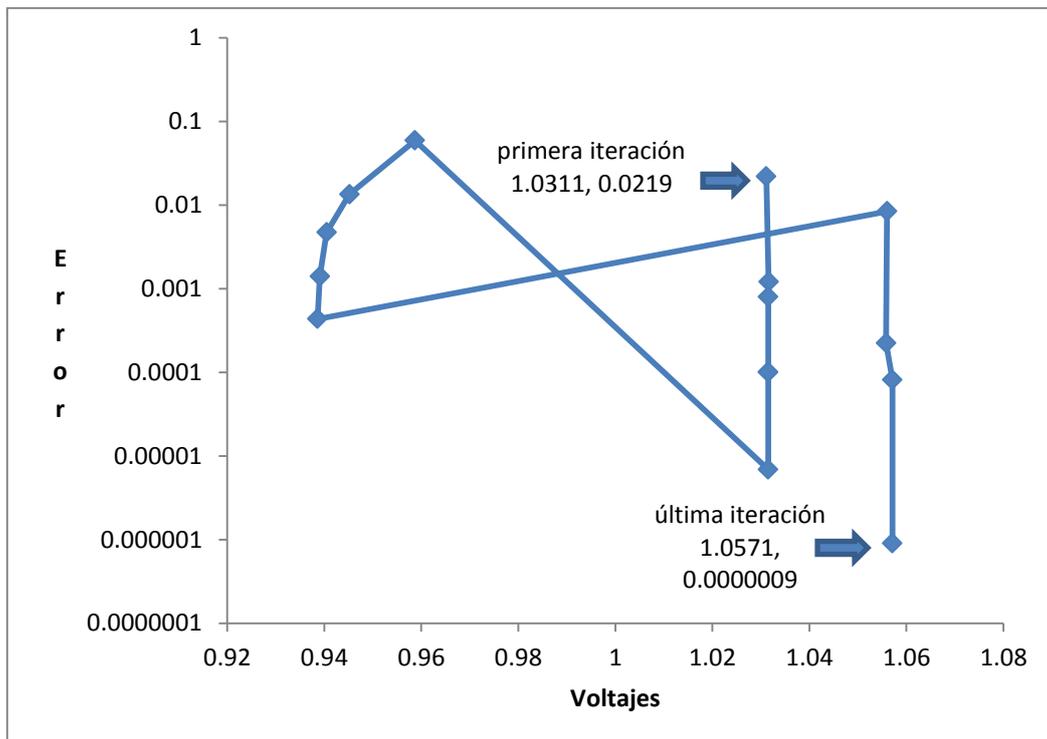


Figura D54. Relación del voltaje en el nodo 12 de la red de 30 nodos

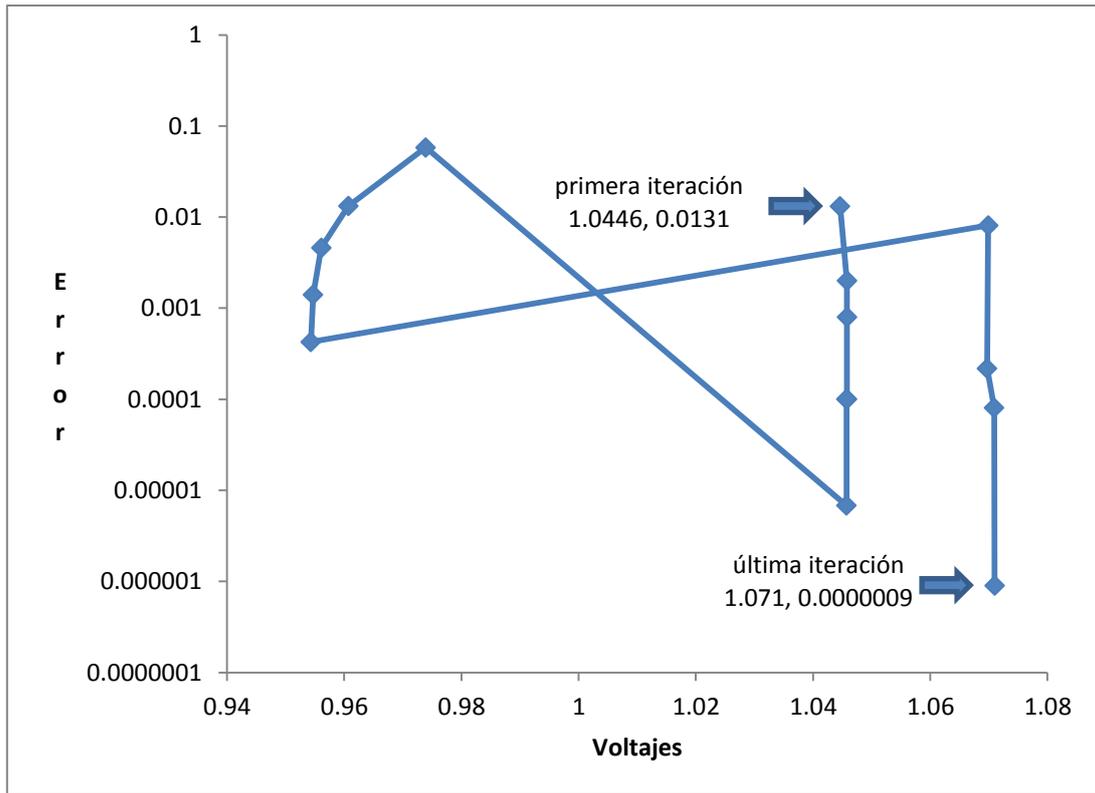


Figura D55. Relación del voltaje en el nodo 13 de la red de 30 nodos

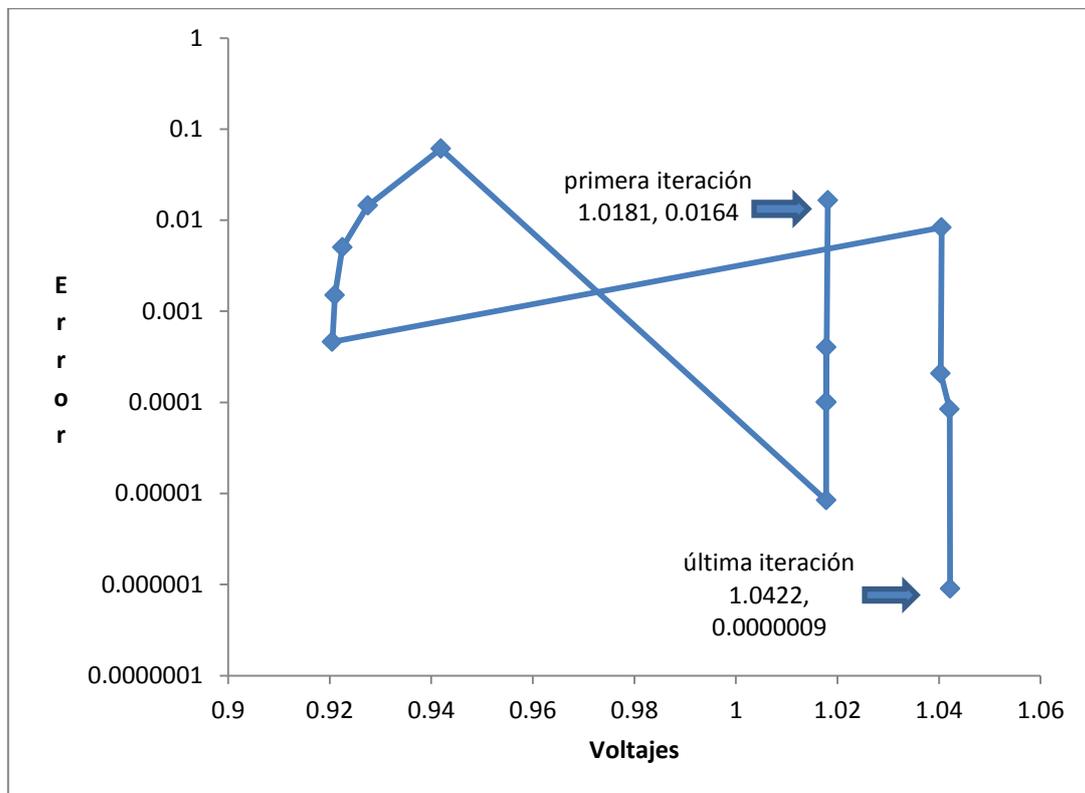


Figura D56. Relación del voltaje en el nodo 14 de la red de 30 nodos

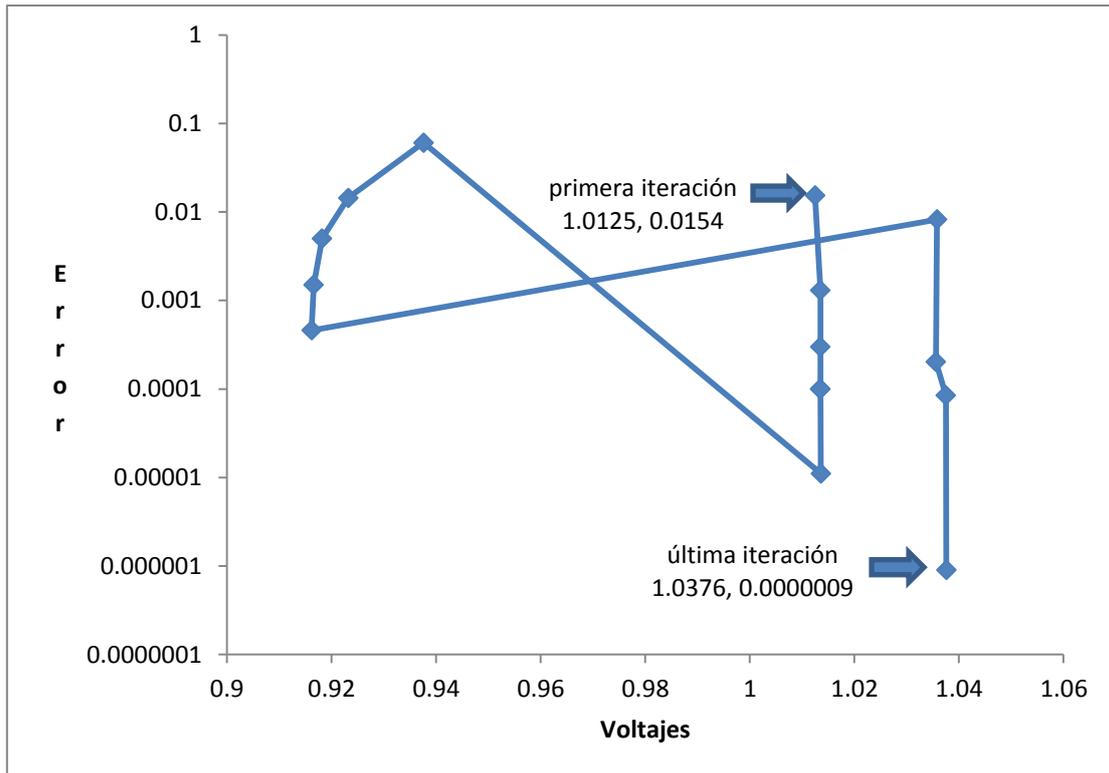


Figura D57. Relación del voltaje en el nodo 15 de la red de 30 nodos

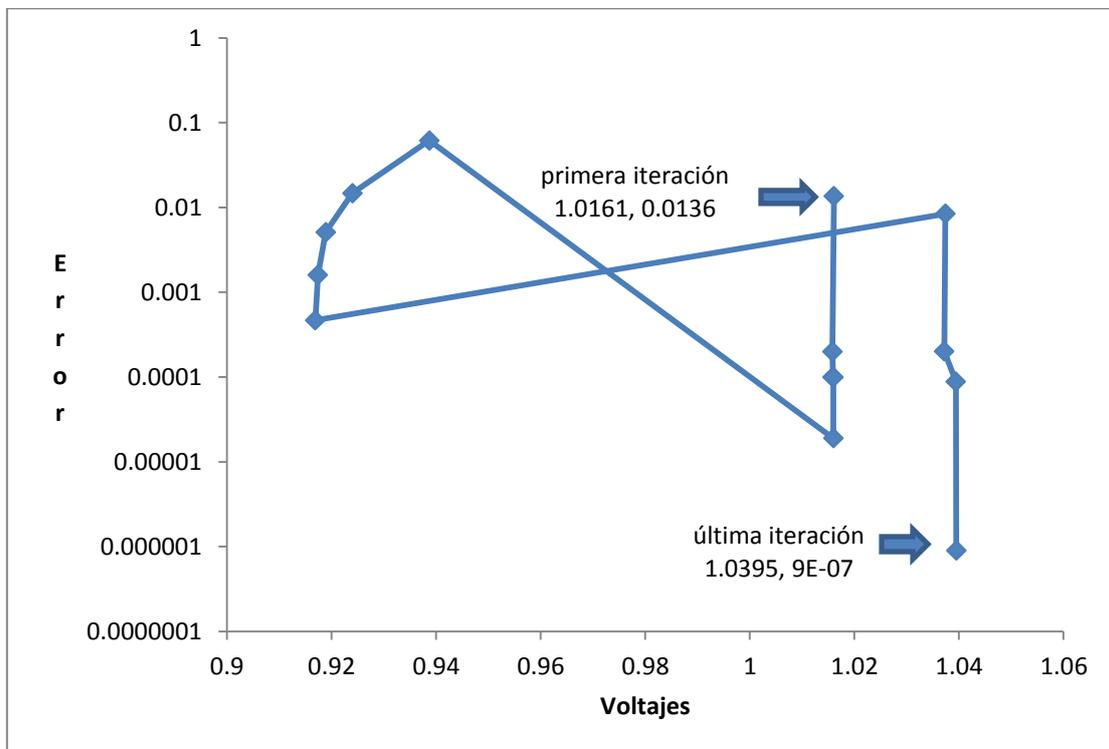


Figura D58. Relación del voltaje en el nodo 16 de la red de 30 nodos

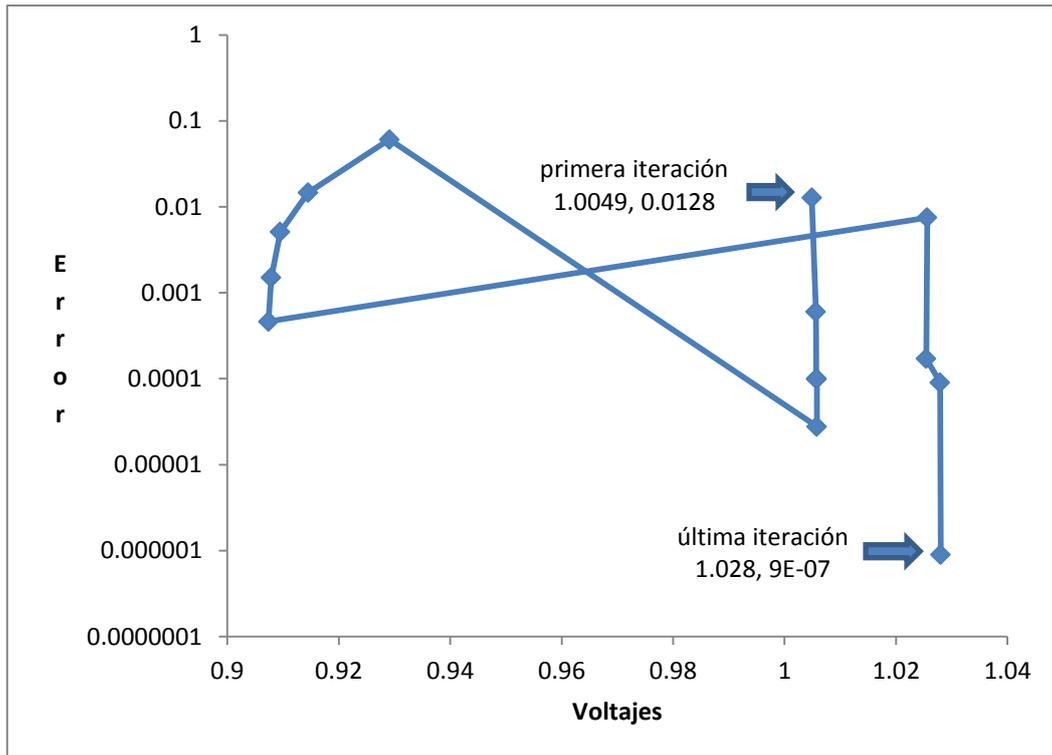


Figura D59. Relación del voltaje en el nodo 17 de la red de 30 nodos

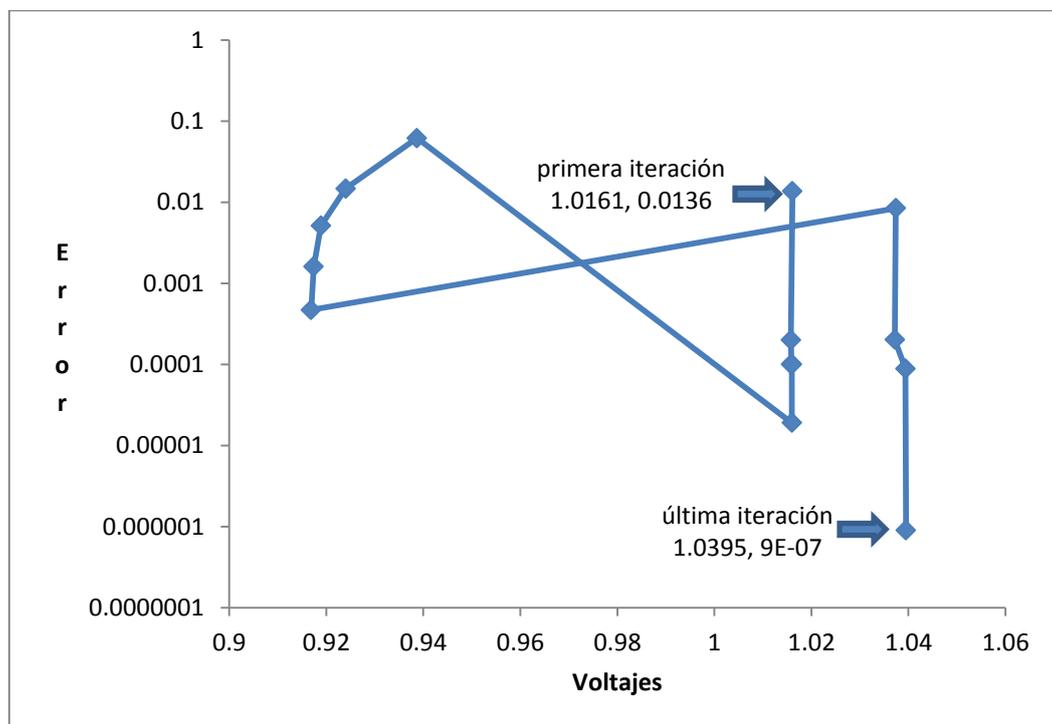


Figura D60. Relación del voltaje en el nodo 18 de la red de 30 nodos

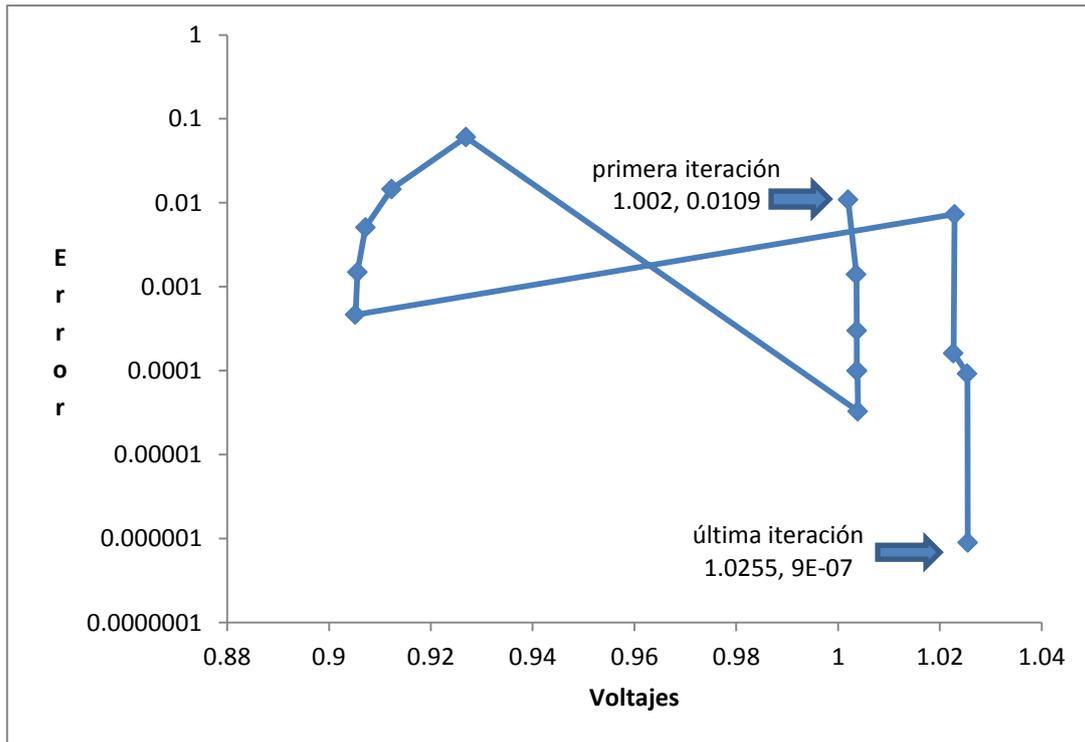


Figura D61. Relación del voltaje en el nodo 19 de la red de 30 nodos

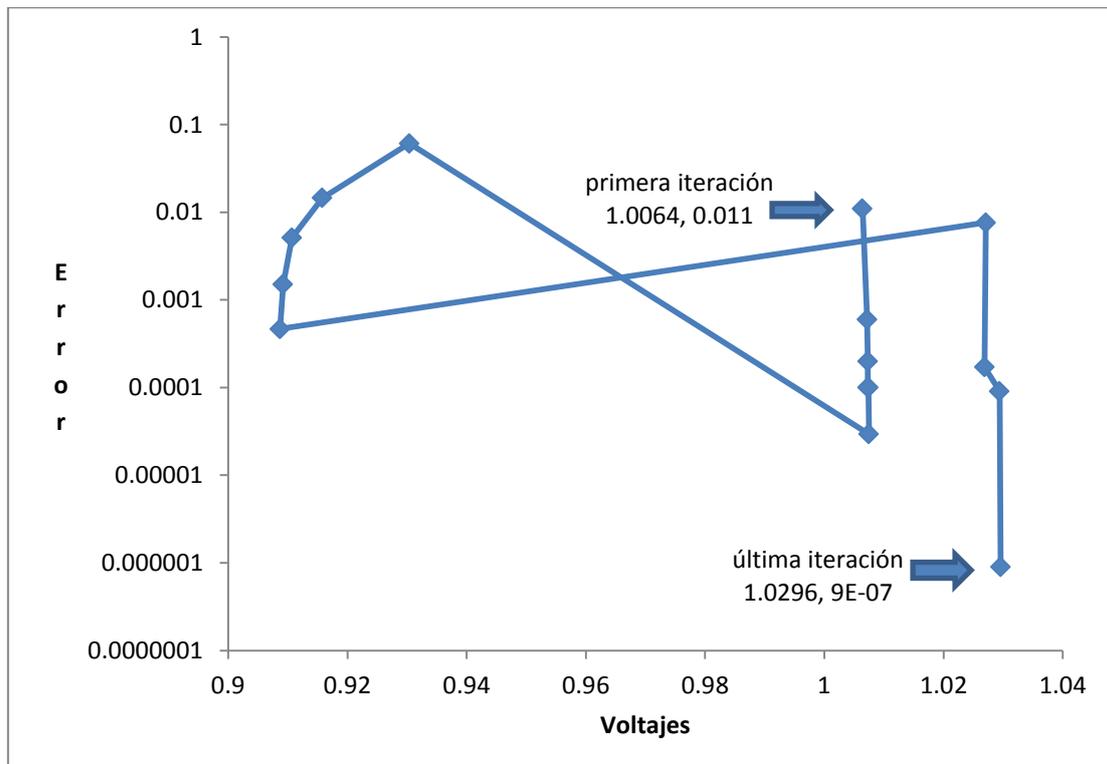


Figura D62. Relación del voltaje en el nodo 20 de la red de 30 nodos

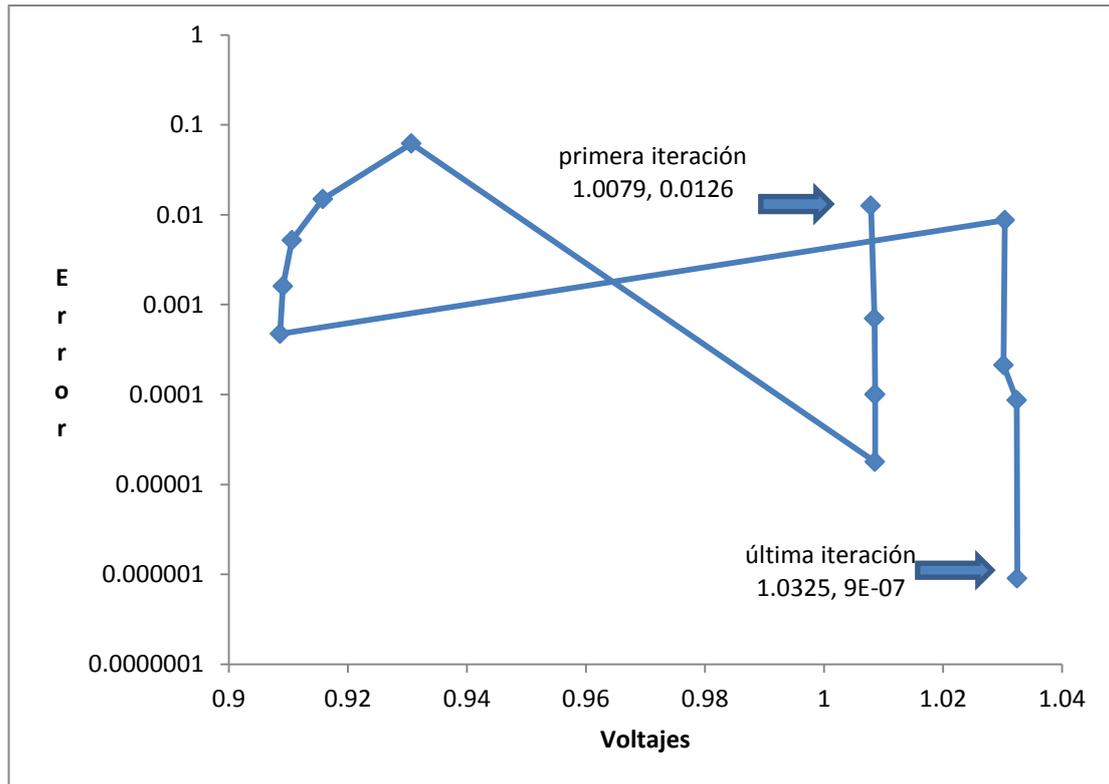


Figura D63. Relación del voltaje en el nodo 21 de la red de 30 nodos

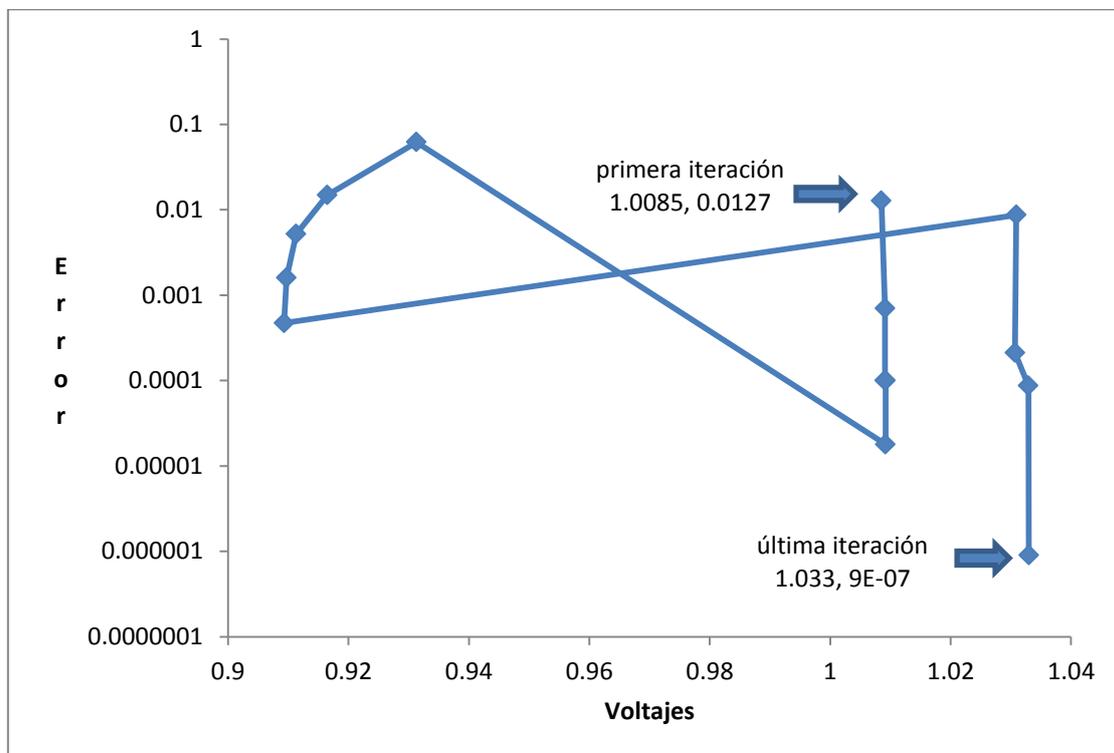


Figura D64. Relación del voltaje en el nodo 22 de la red de 30 nodos

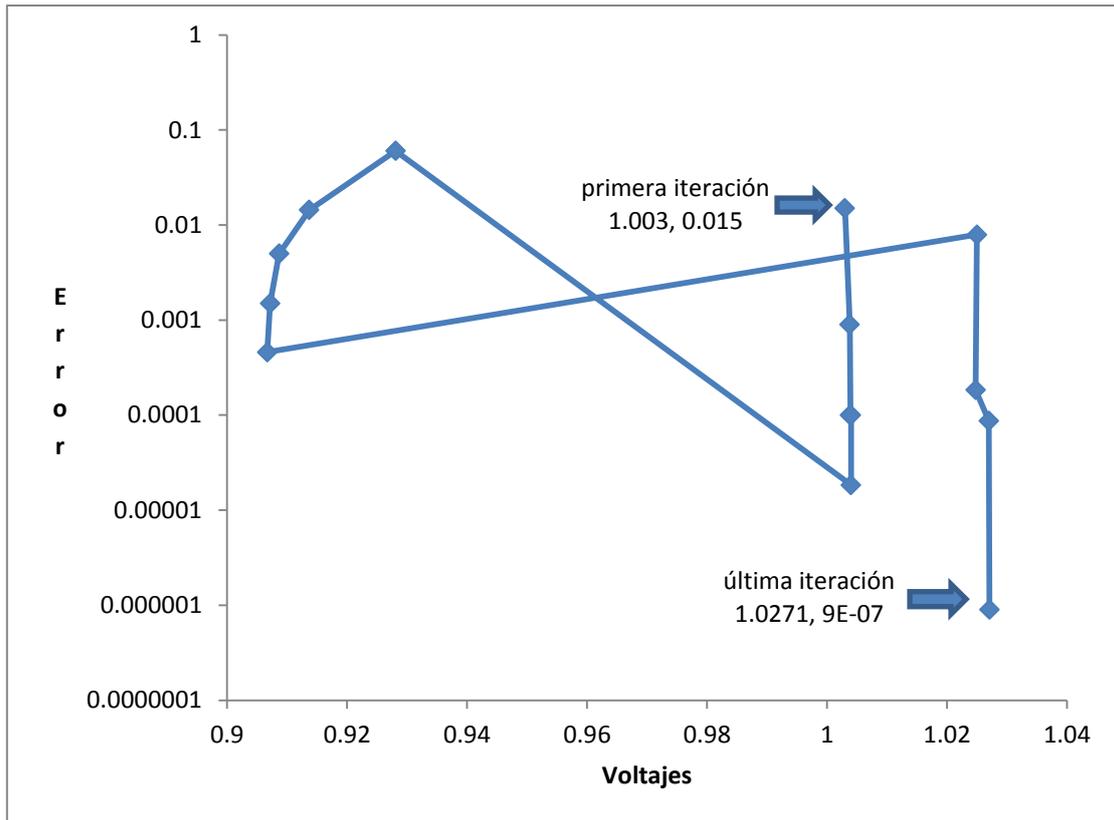


Figura D65. Relación del voltaje en el nodo 23 de la red de 30 nodos

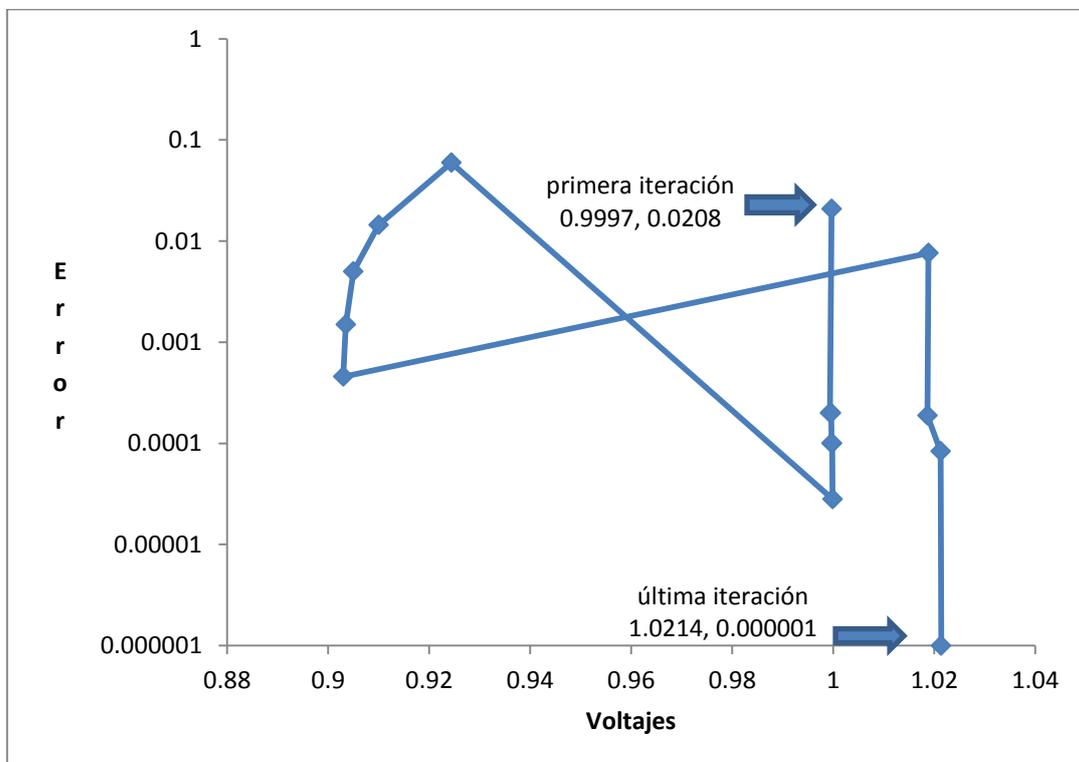


Figura D66. Relación del voltaje en el nodo 24 de la red de 30 nodos

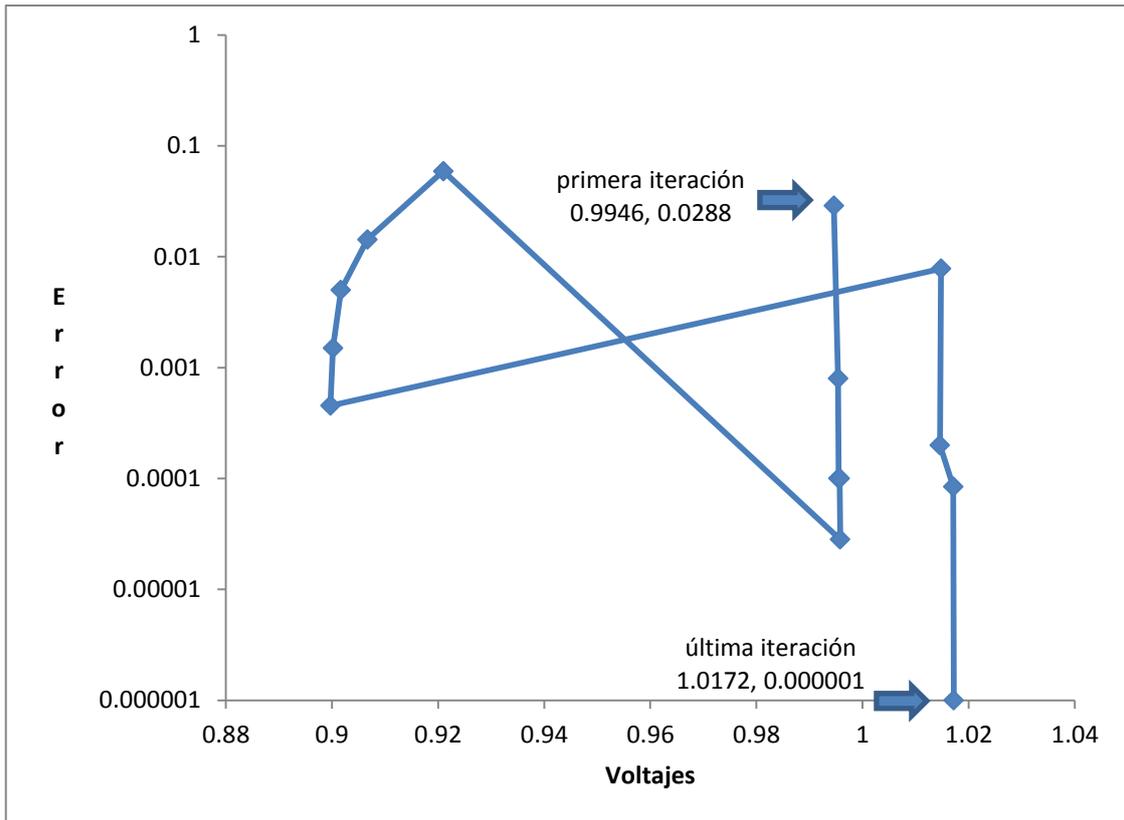


Figura D67. Relación del voltaje en el nodo 25 de la red de 30 nodos

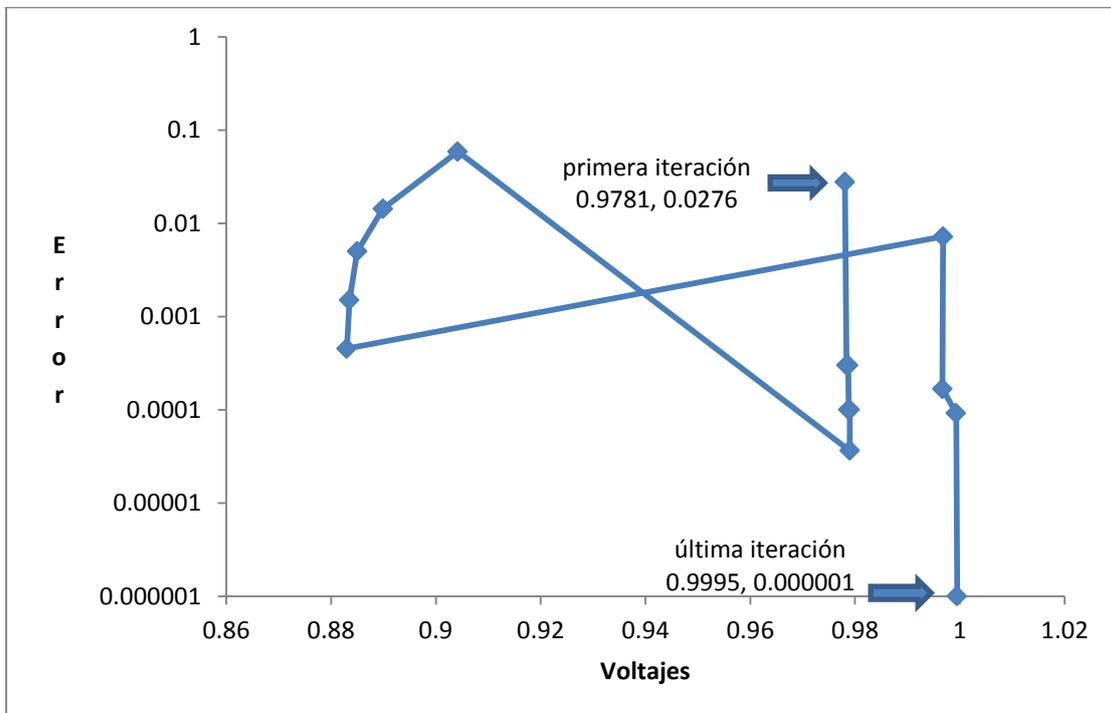


Figura D68. Relación del voltaje en el nodo 26 de la red de 30 nodos

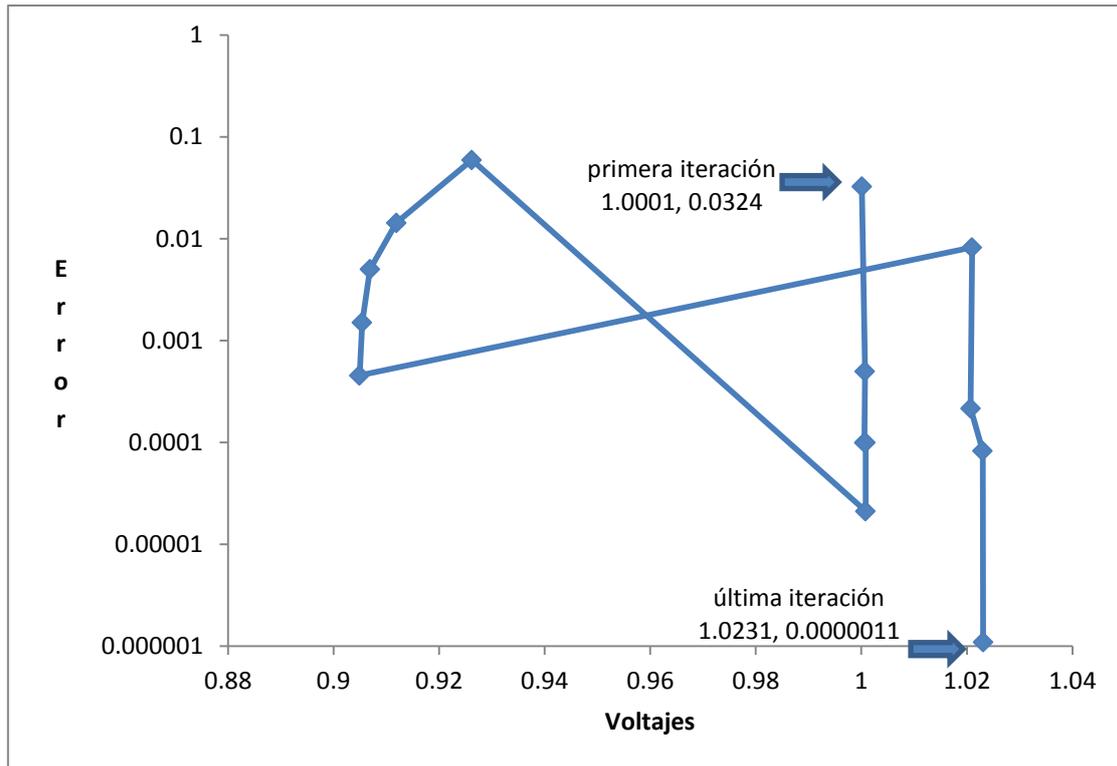


Figura D69. Relación del voltaje en el nodo 27 de la red de 30 nodos

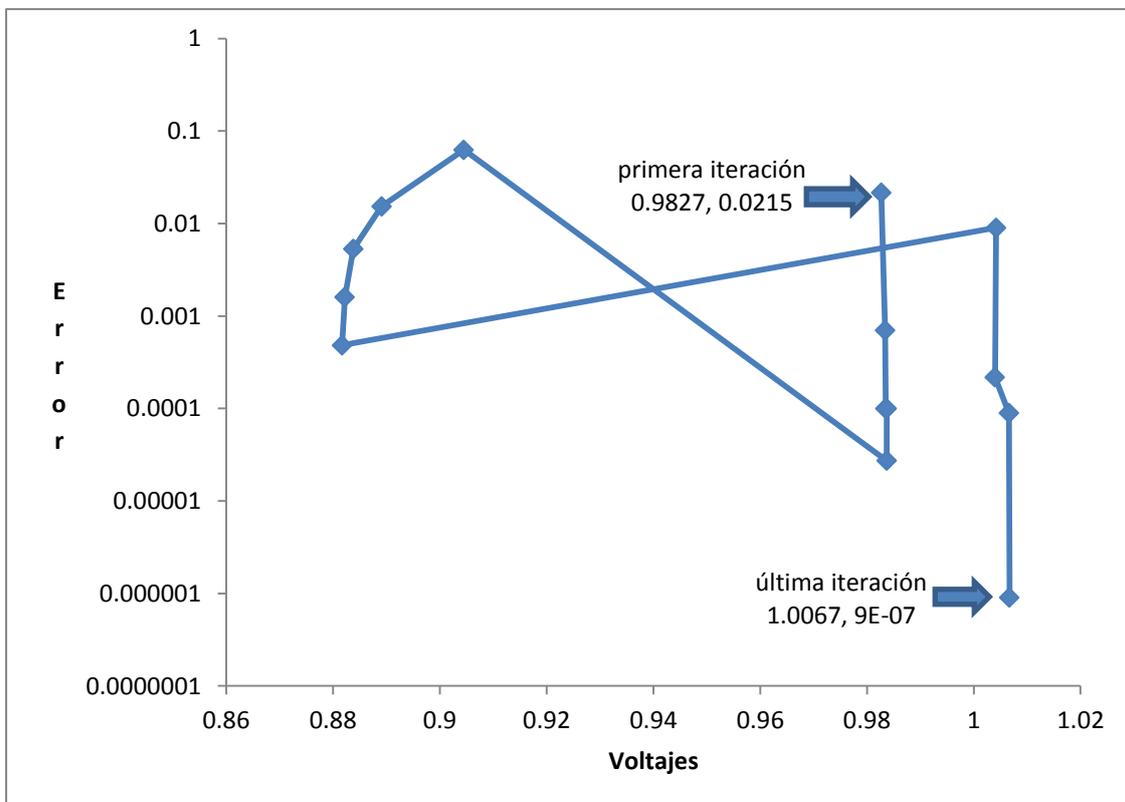


Figura D70. Relación del voltaje en el nodo 28 de la red de 30 nodos

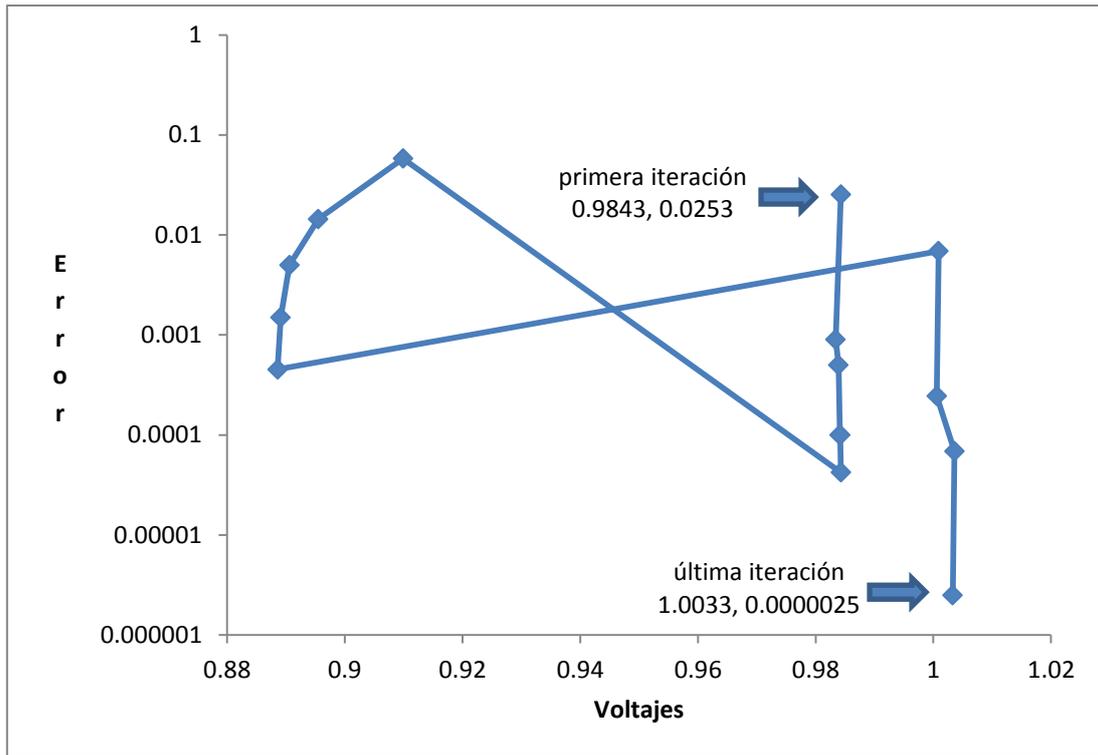


Figura D71. Relación del voltaje en el nodo 29 de la red de 30 nodos

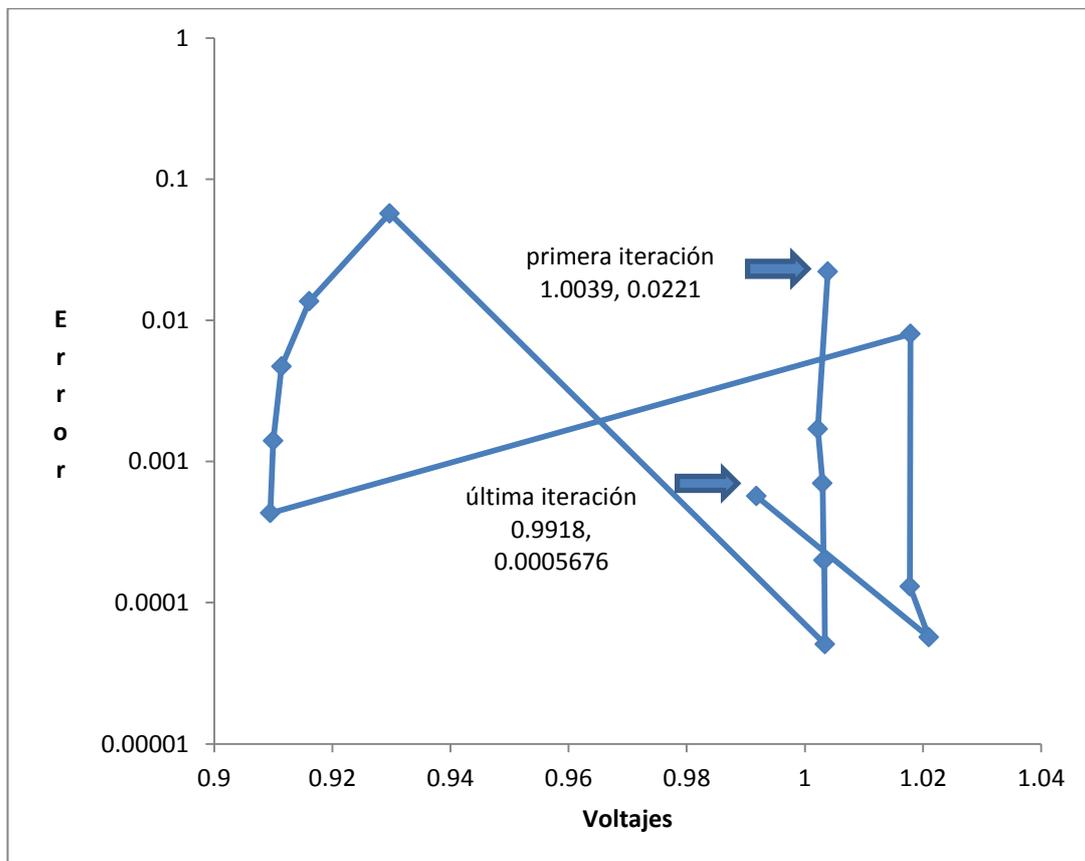


Figura D72. Relación del voltaje en el nodo 30 de la red de 30 nodos

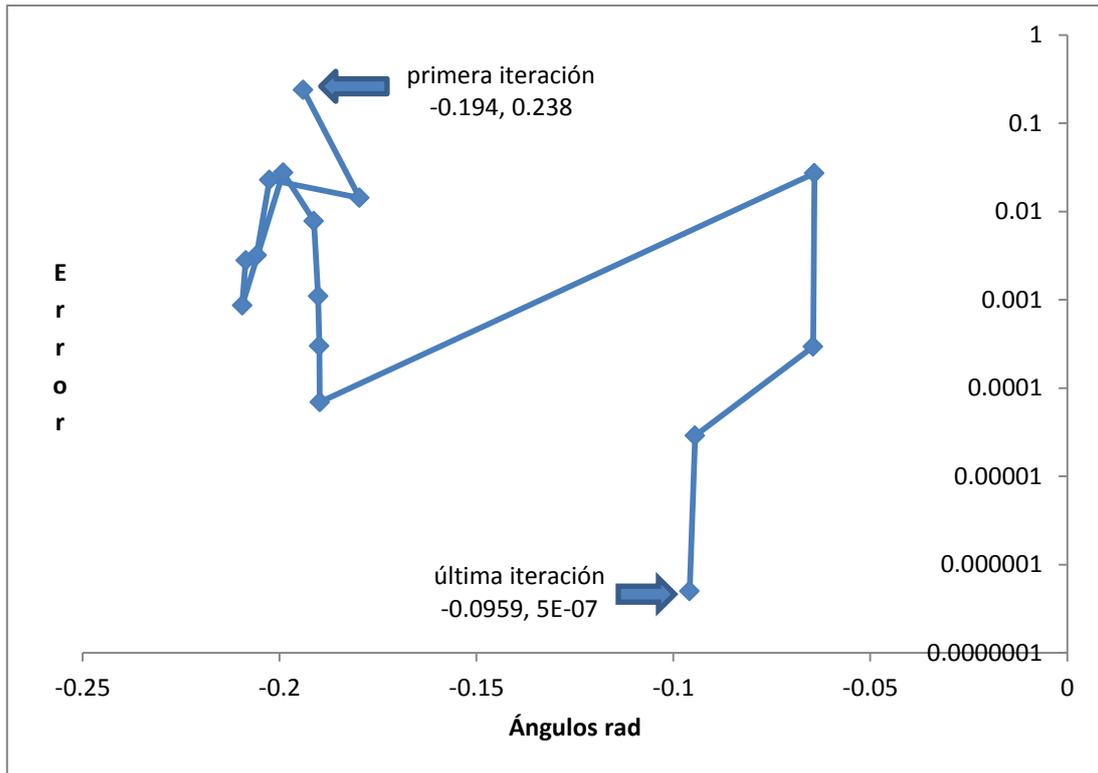


Figura D73. Relación del ángulo en el nodo 2 de la red de 30 nodos

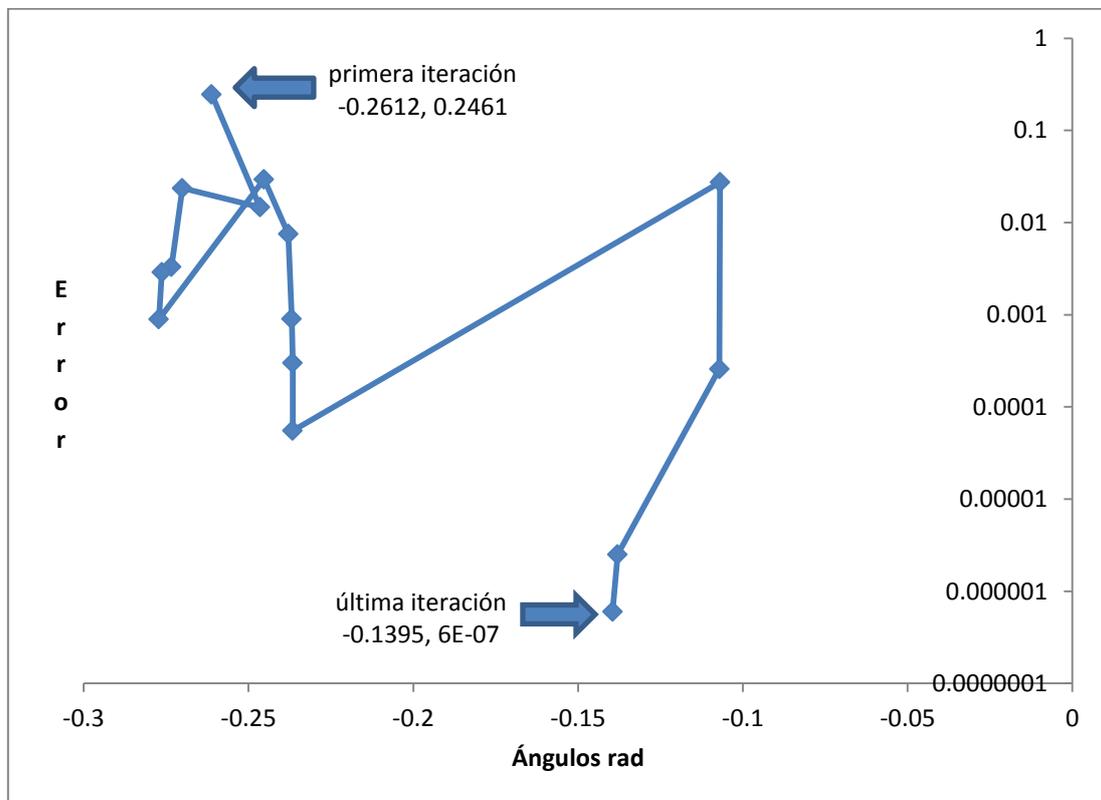


Figura D74. Relación del ángulo en el nodo 3 de la red de 30 nodos

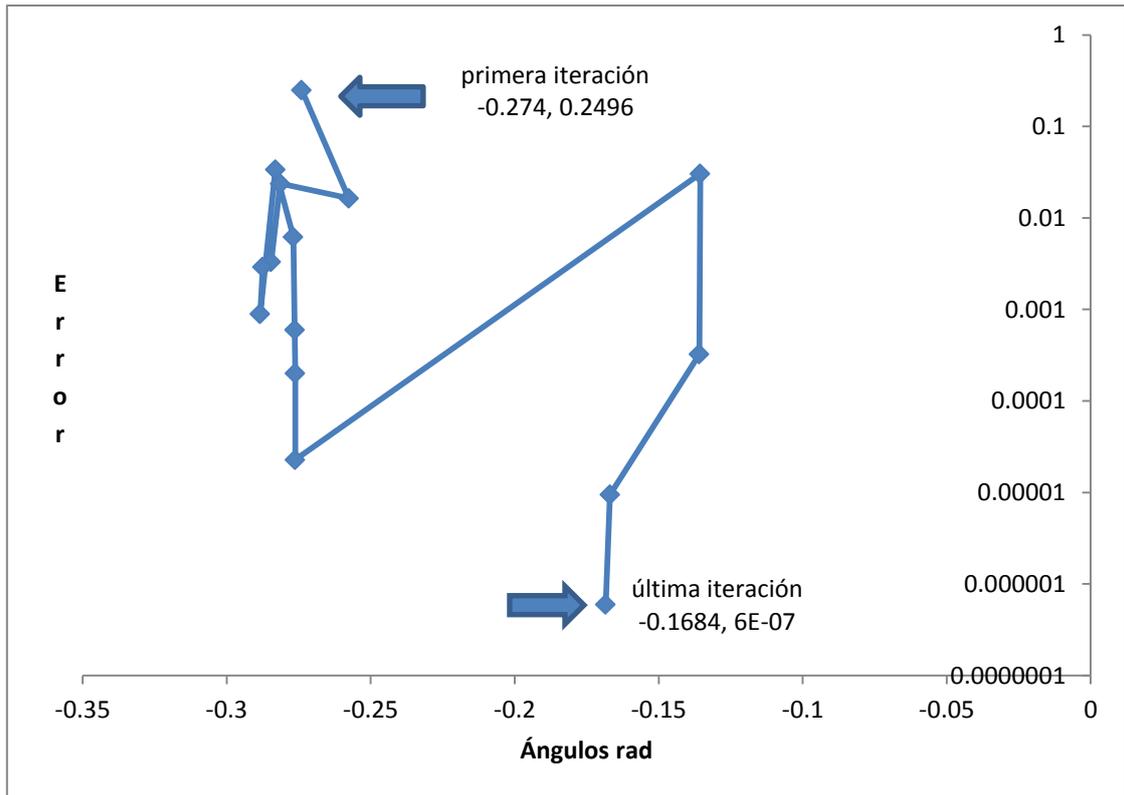


Figura D75. Relación del ángulo en el nodo 4 de la red de 30 nodos

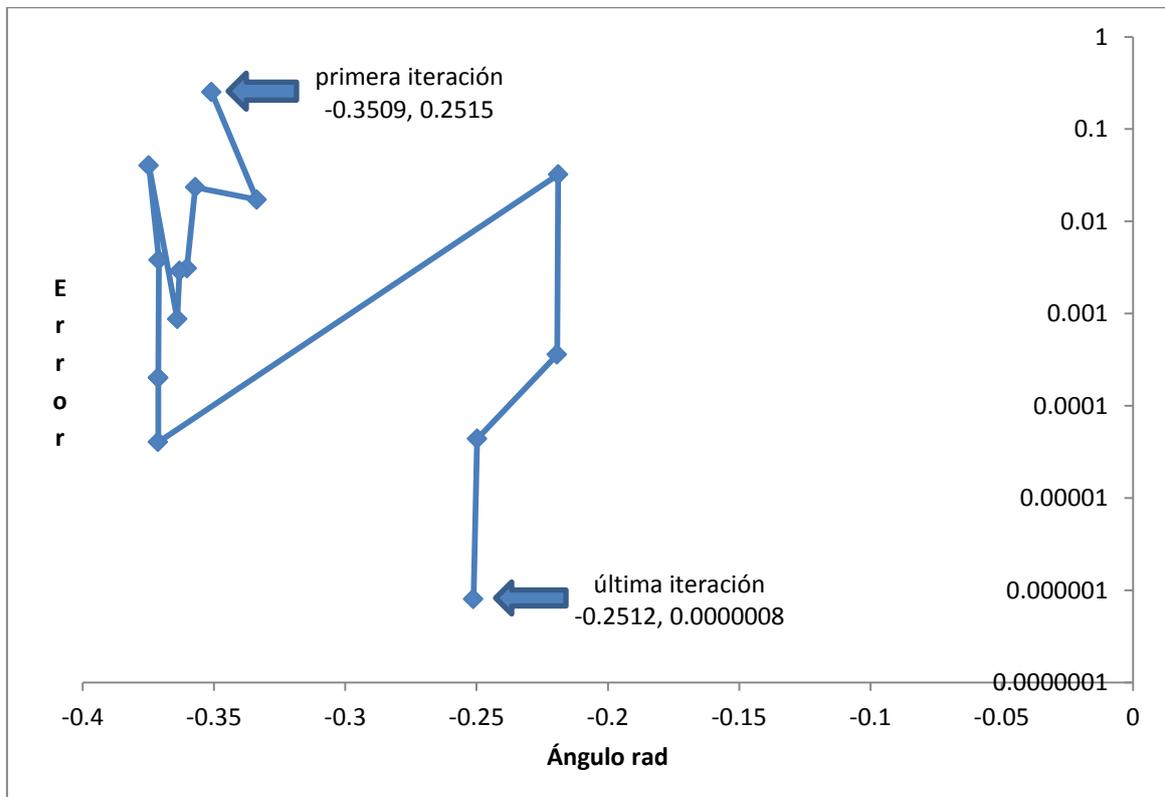


Figura D76. Relación del ángulo en el nodo 5 de la red de 30 nodos

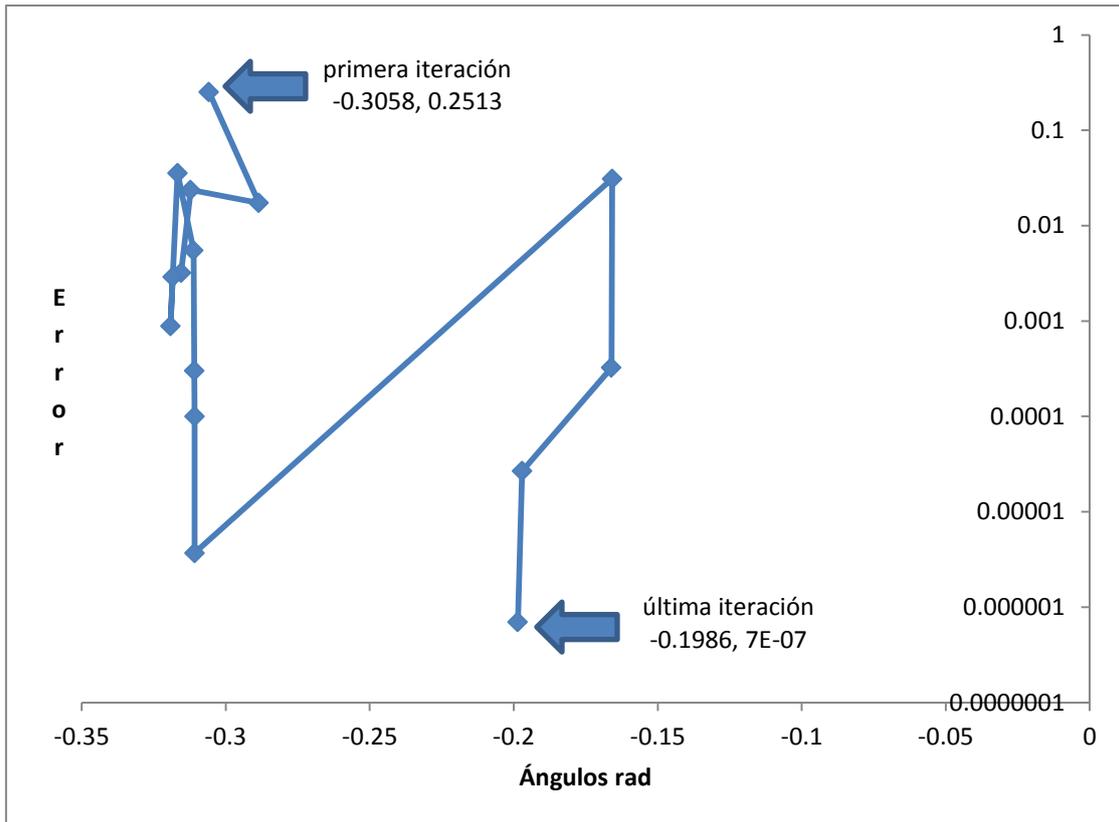


Figura D77. Relación del ángulo en el nodo 6 de la red de 30 nodos

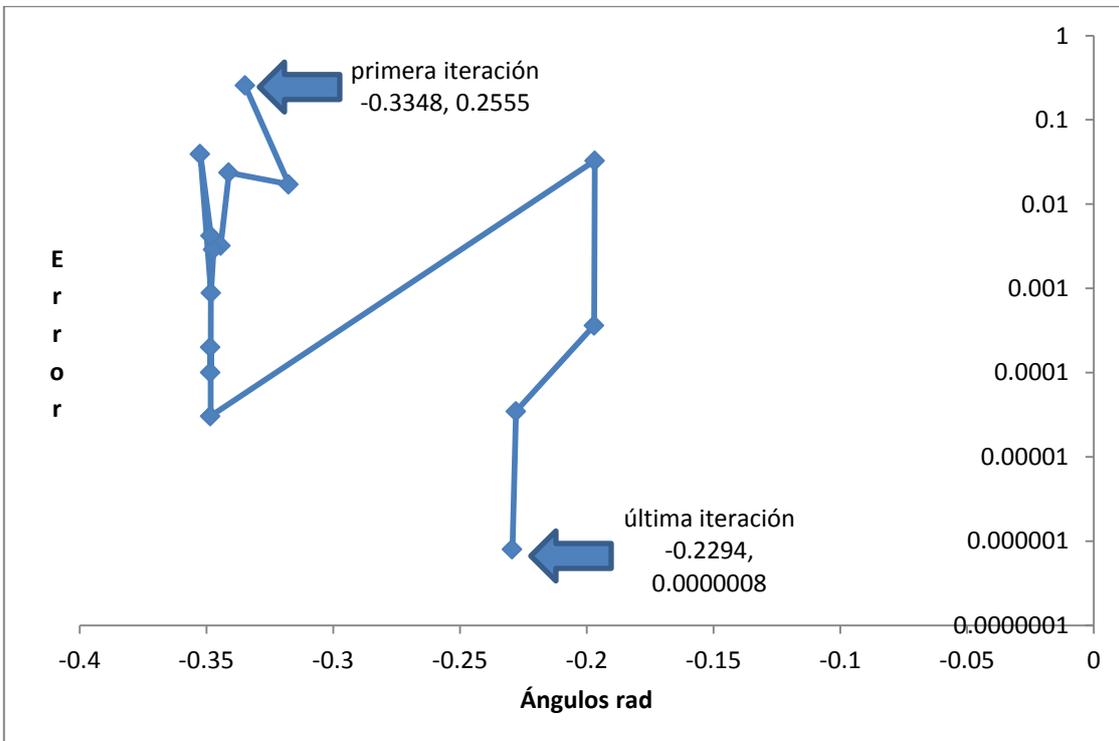


Figura D78. Relación del ángulo en el nodo 7 de la red de 30 nodos

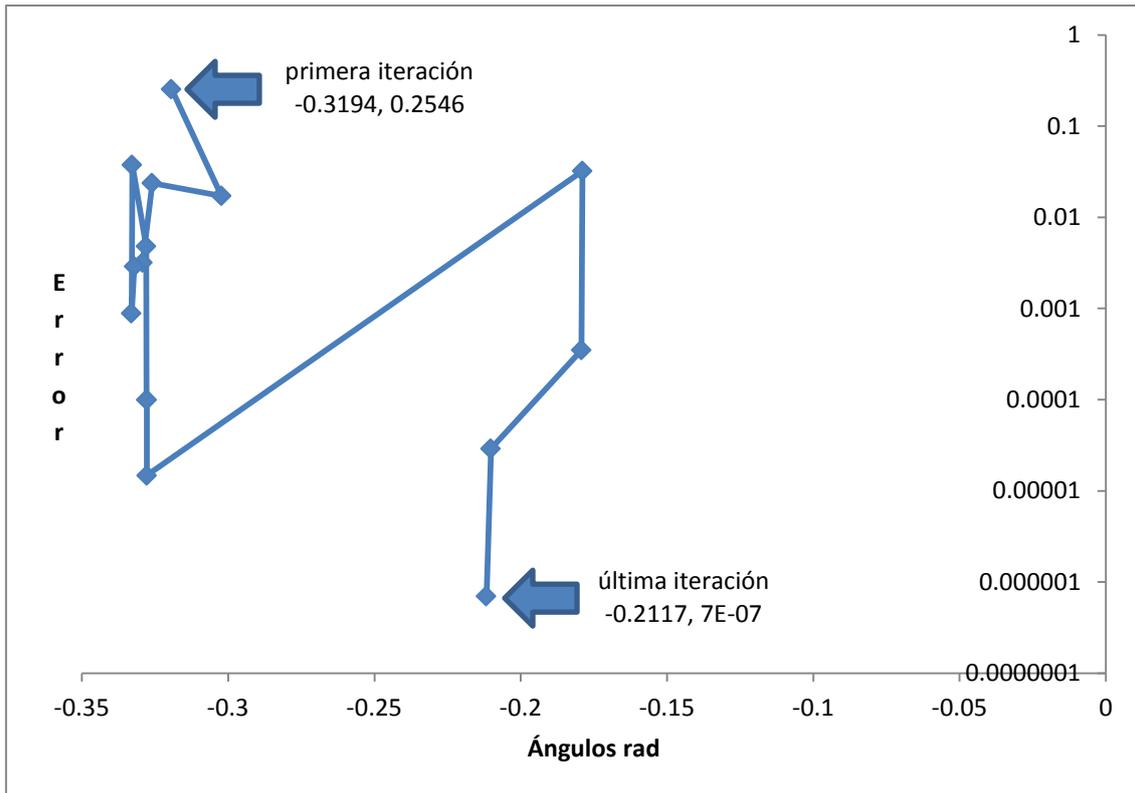


Figura D79. Relación del ángulo en el nodo 8 de la red de 30 nodos

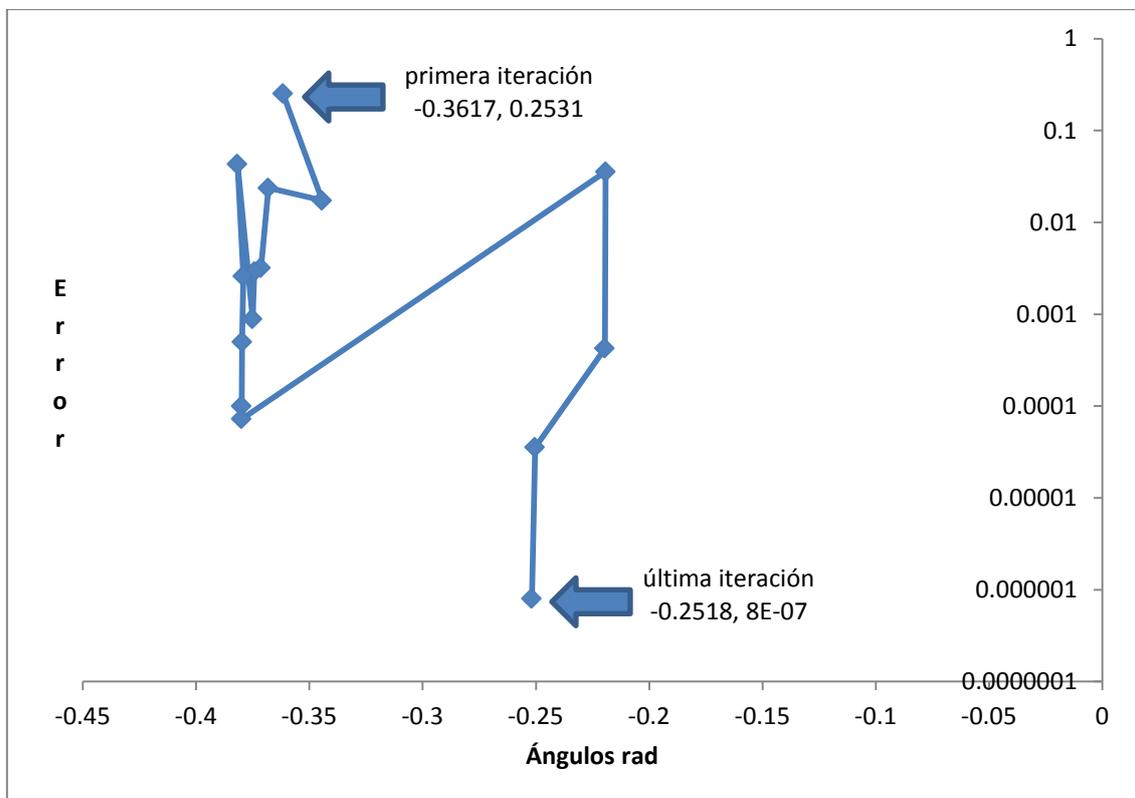


Figura D80. Relación del ángulo en el nodo 9 de la red de 30 nodos

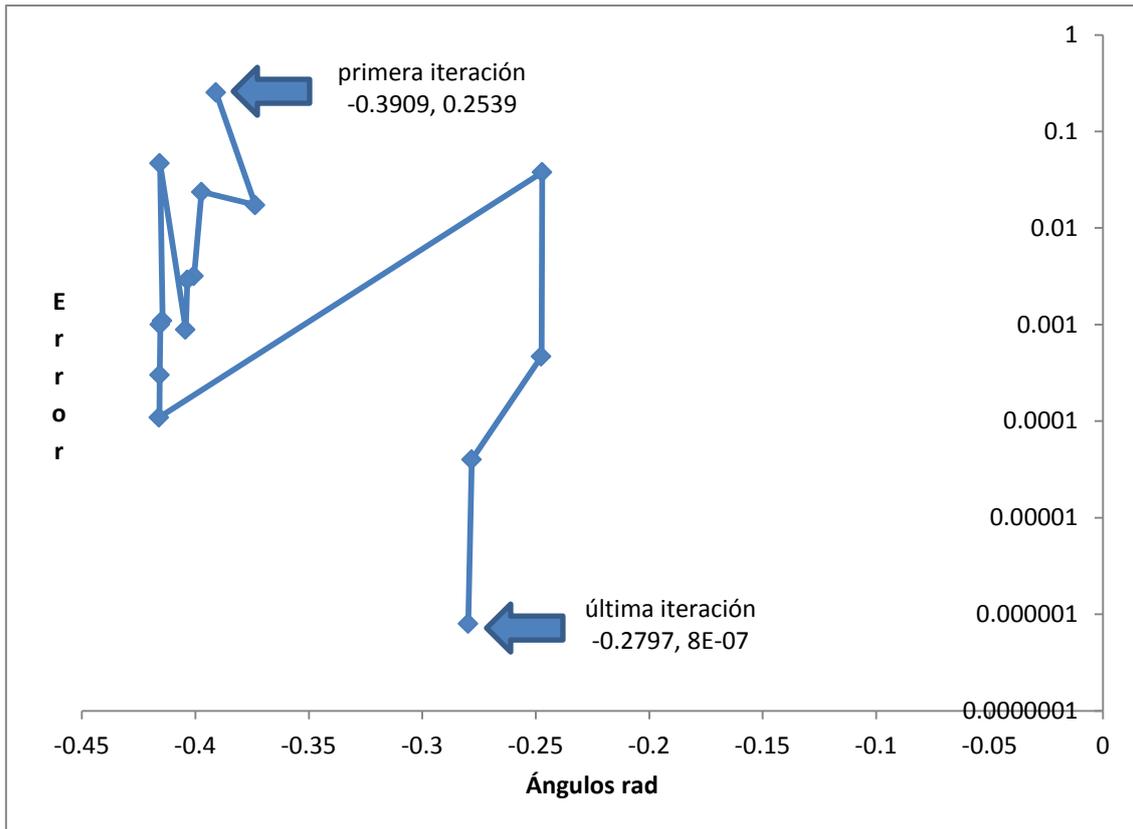


Figura D81. Relación del ángulo en el nodo 10 de la red de 30 nodos

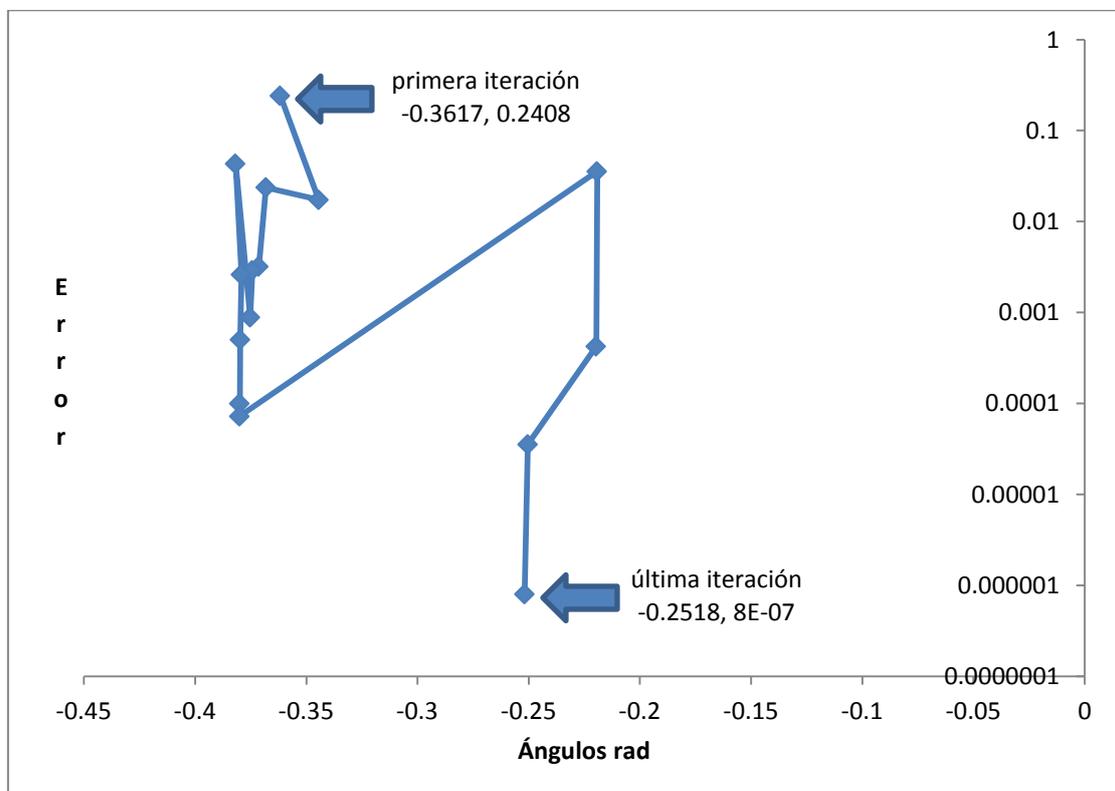


Figura D82. Relación del ángulo en el nodo 11 de la red de 30 nodos

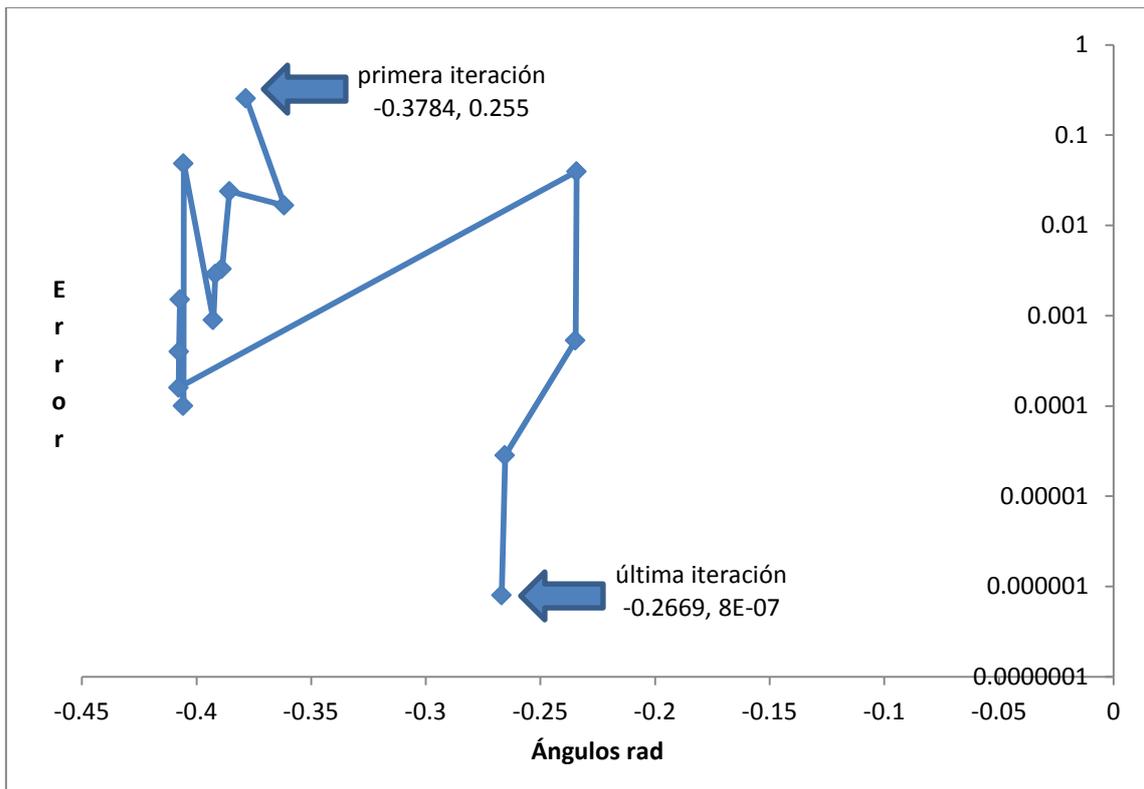


Figura D83. Relación del ángulo en el nodo 12 de la red de 30 nodos

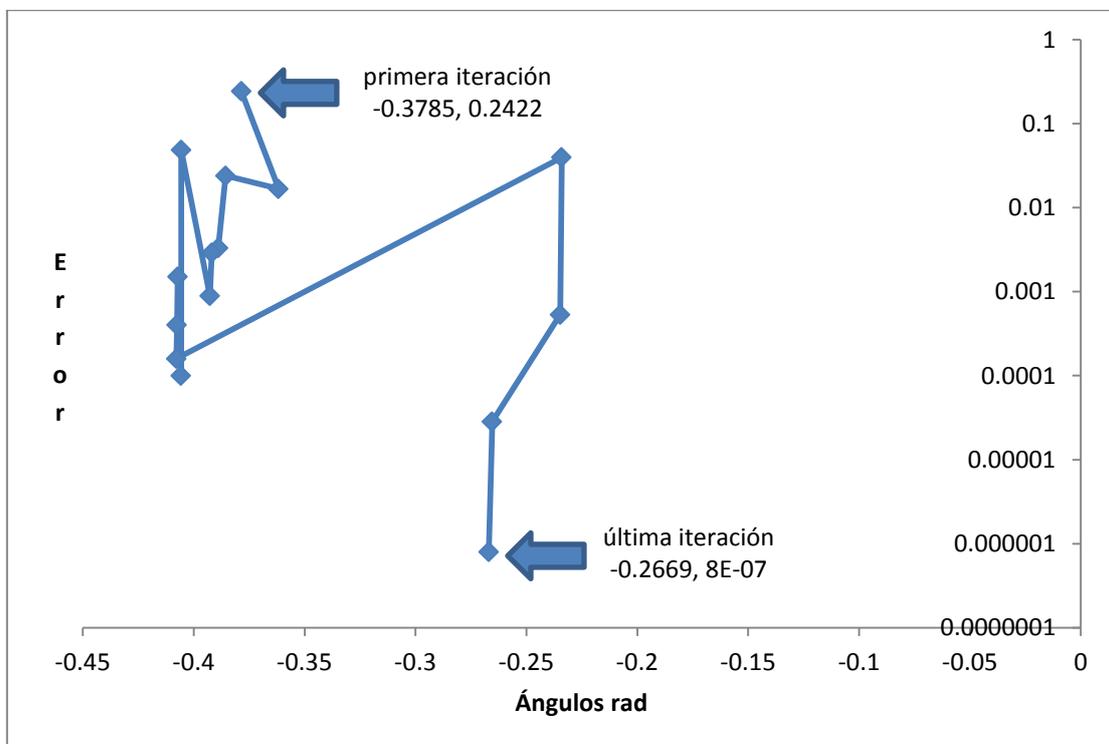


Figura D84. Relación del ángulo en el nodo 13 de la red de 30 nodos

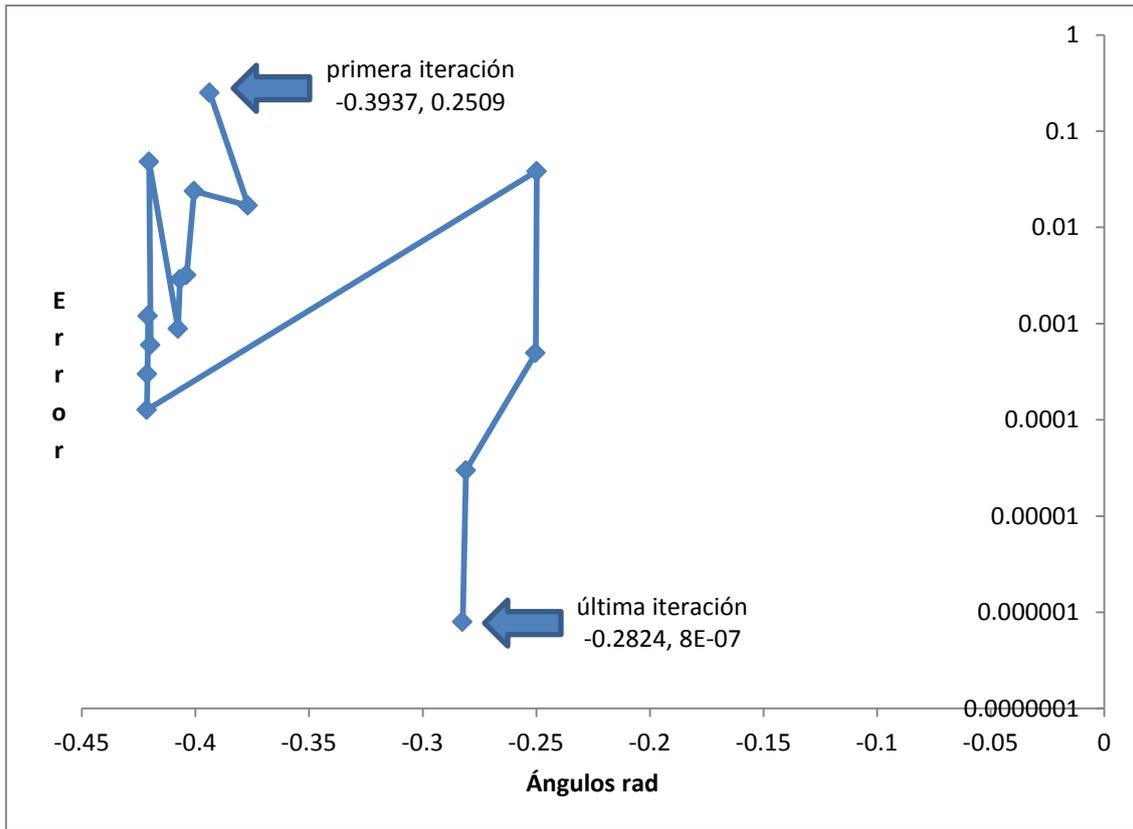


Figura D85. Relación del ángulo en el nodo 14 de la red de 30 nodos

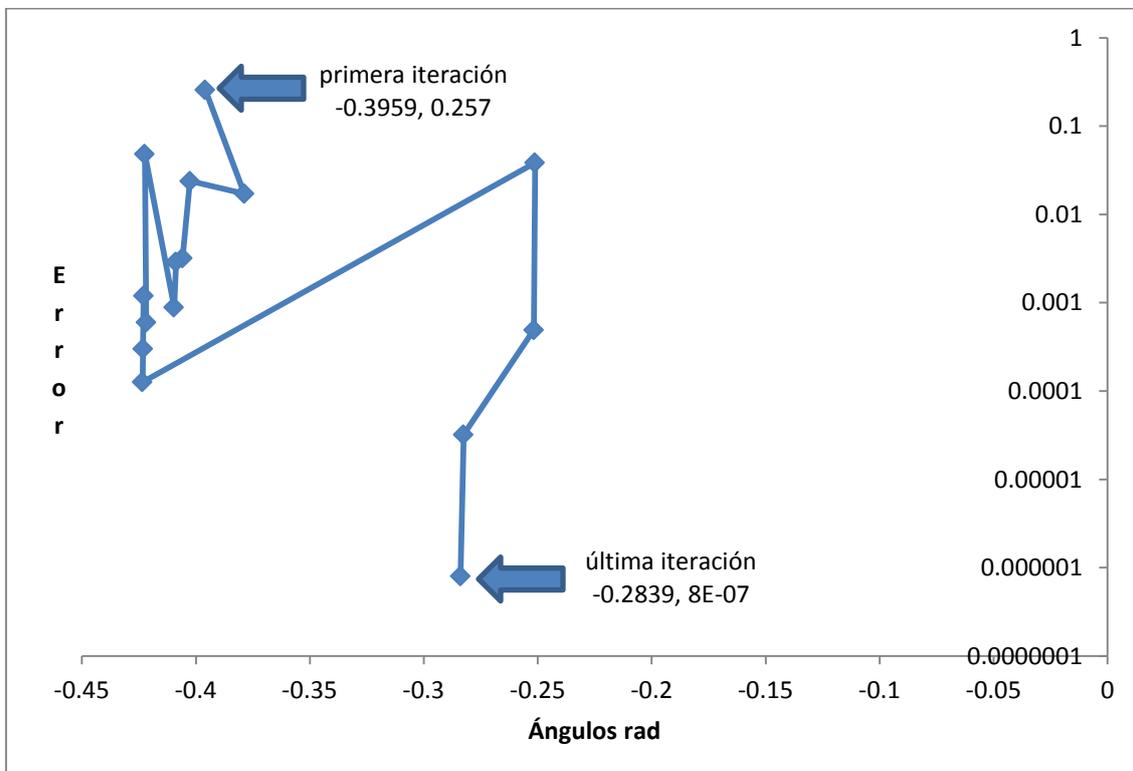


Figura D86. Relación del ángulo en el nodo 15 de la red de 30 nodos

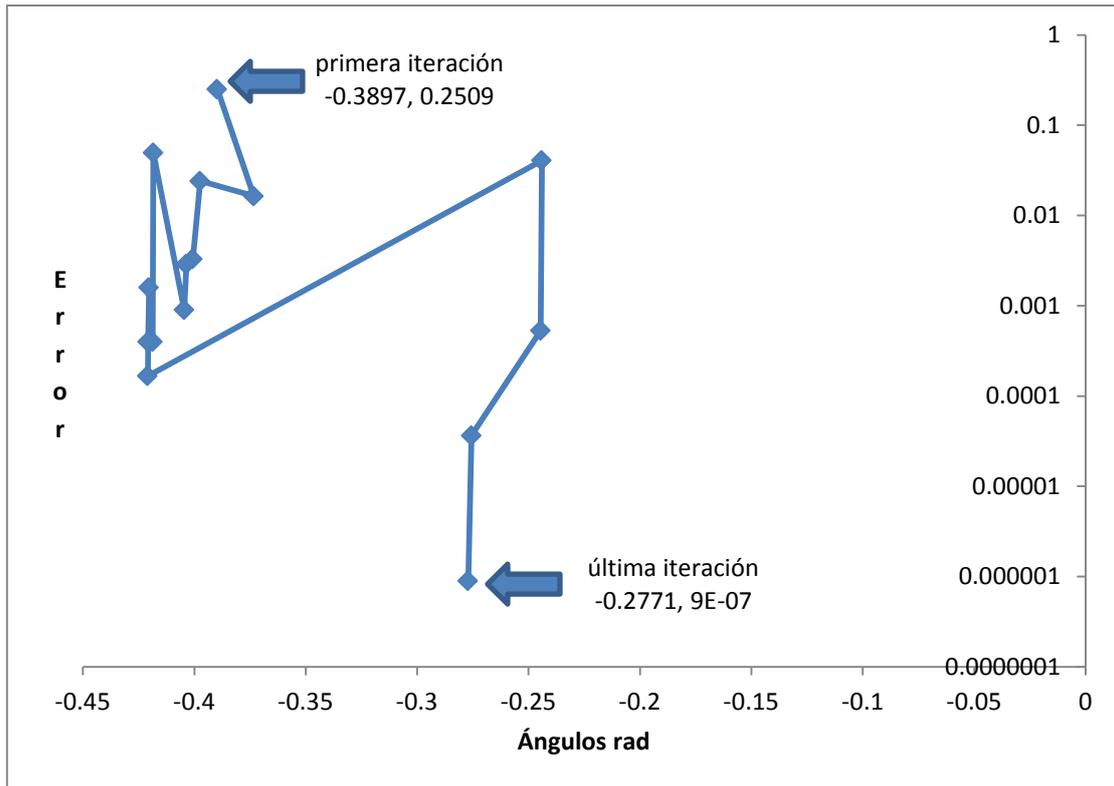


Figura D87. Relación del ángulo en el nodo 16 de la red de 30 nodos

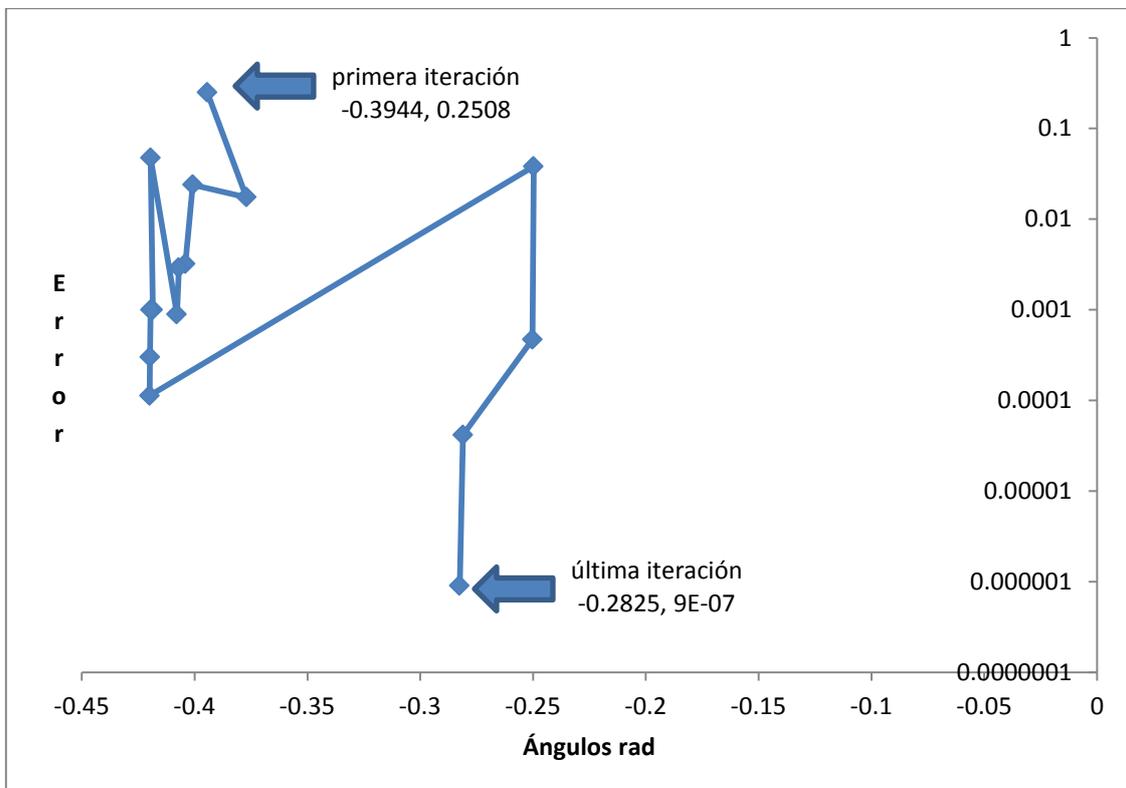


Figura D88. Relación del ángulo en el nodo 17 de la red de 30 nodos

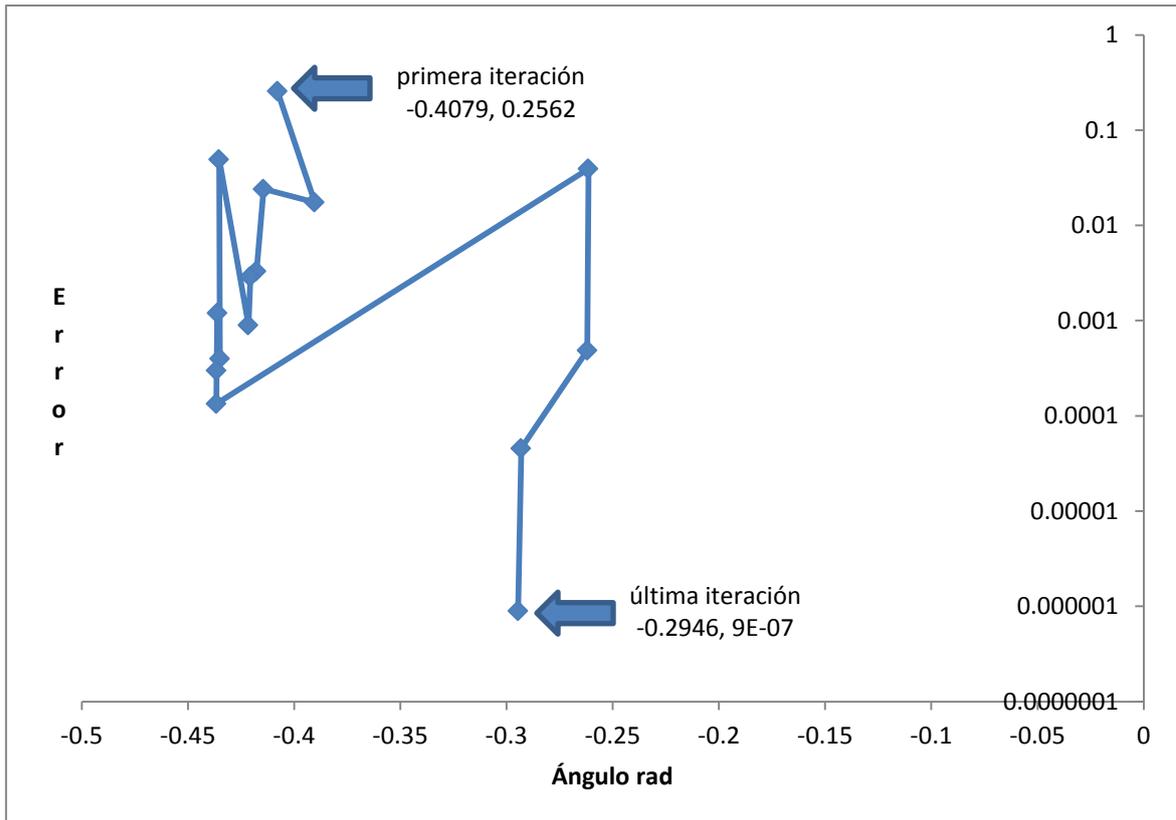


Figura D89. Relación del ángulo en el nodo 18 de la red de 30 nodos

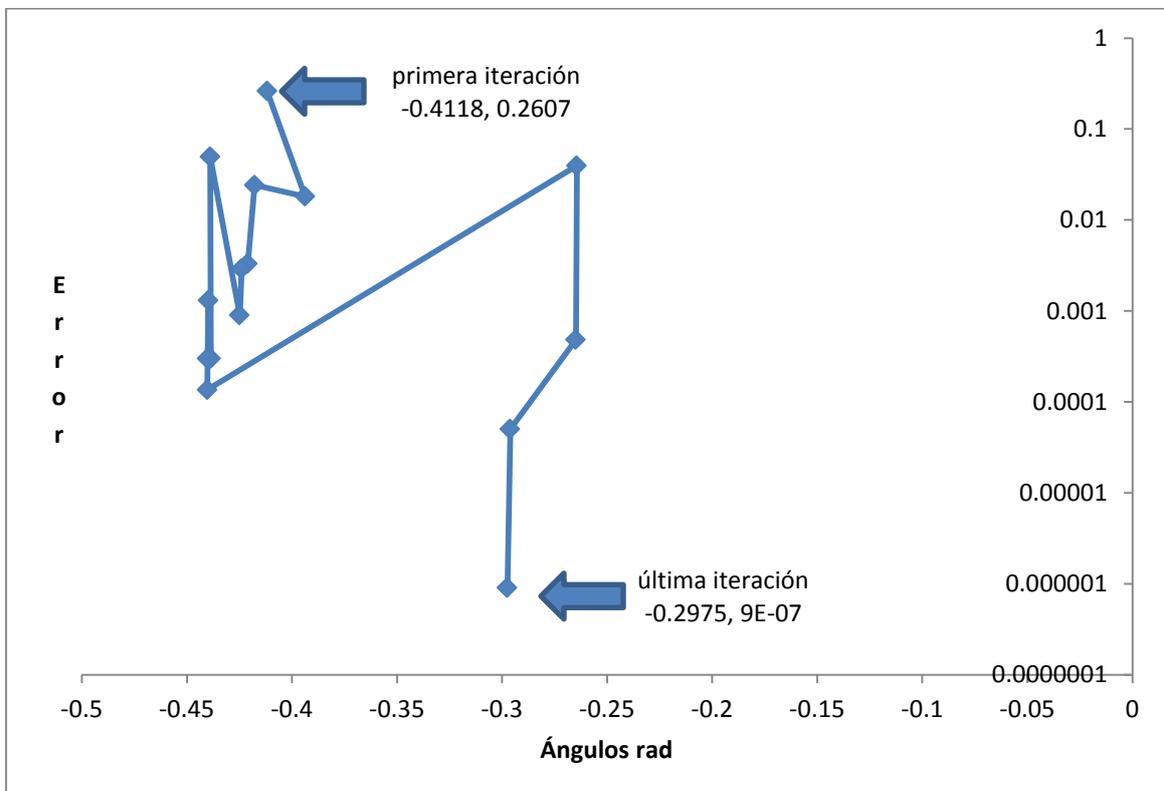


Figura D90. Relación del ángulo en el nodo 19 de la red de 30 nodos

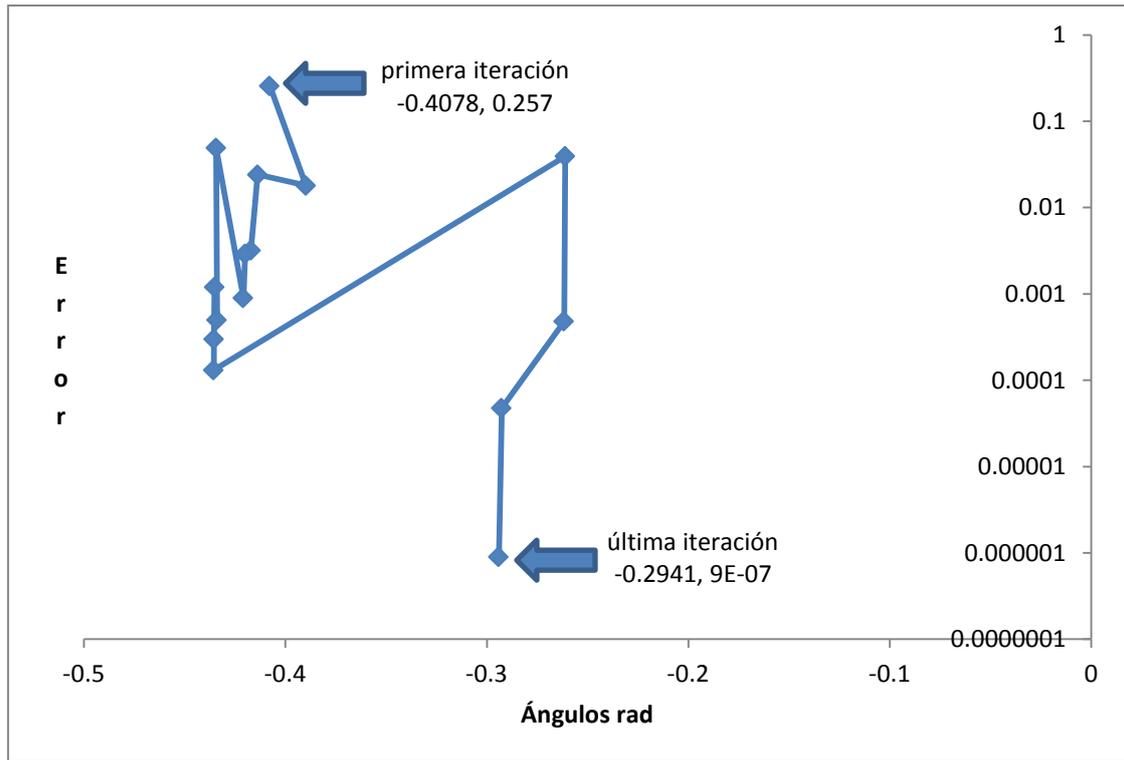


Figura D91. Relación del ángulo en el nodo 20 de la red de 30 nodos

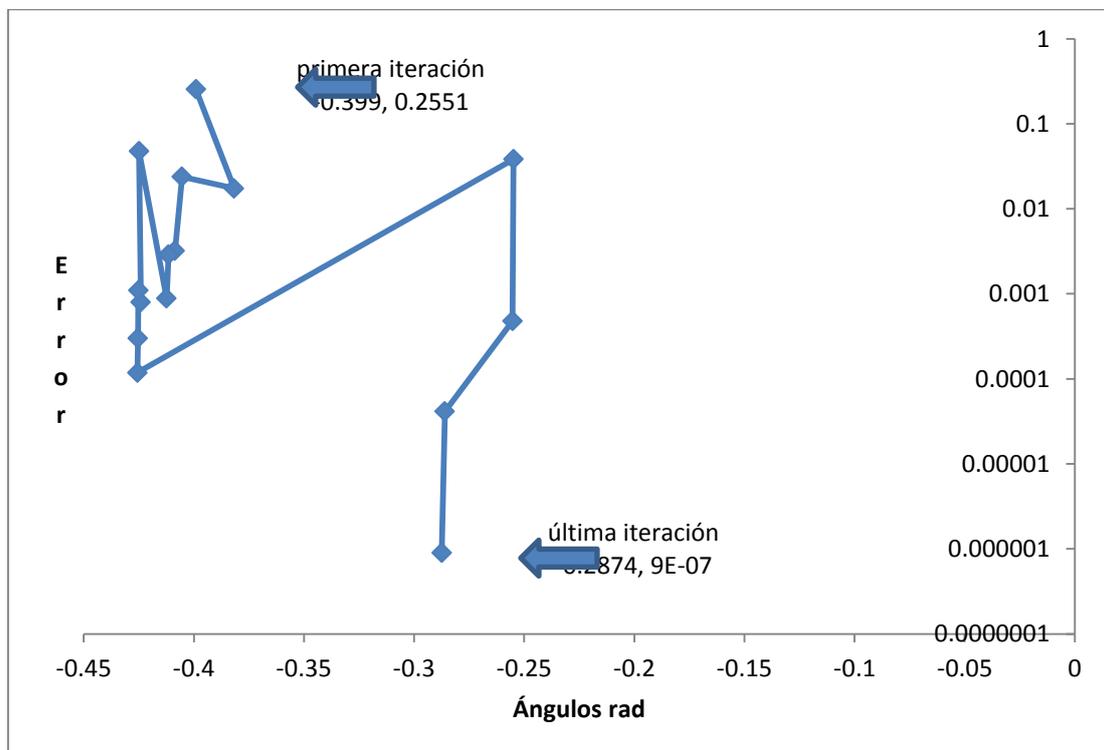


Figura D92. Relación del ángulo en el nodo 21 de la red de 30 nodos

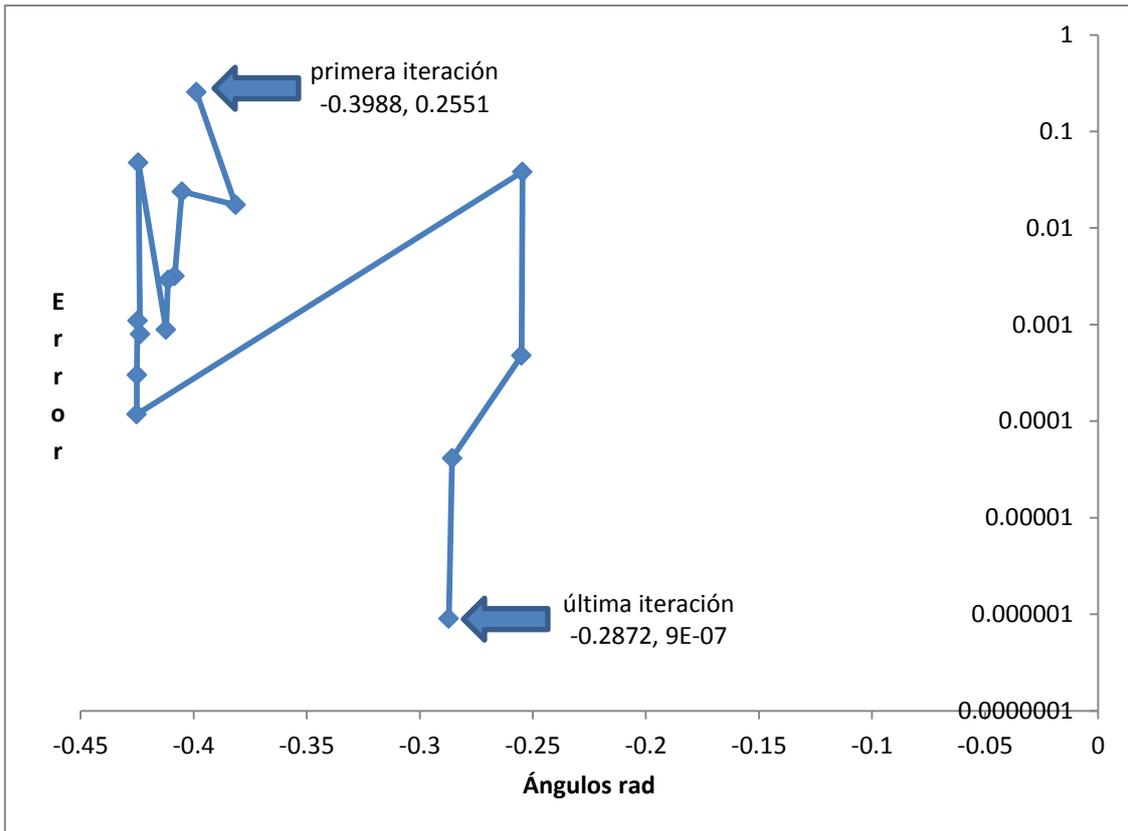


Figura D93. Relación del ángulo en el nodo 22 de la red de 30 nodos

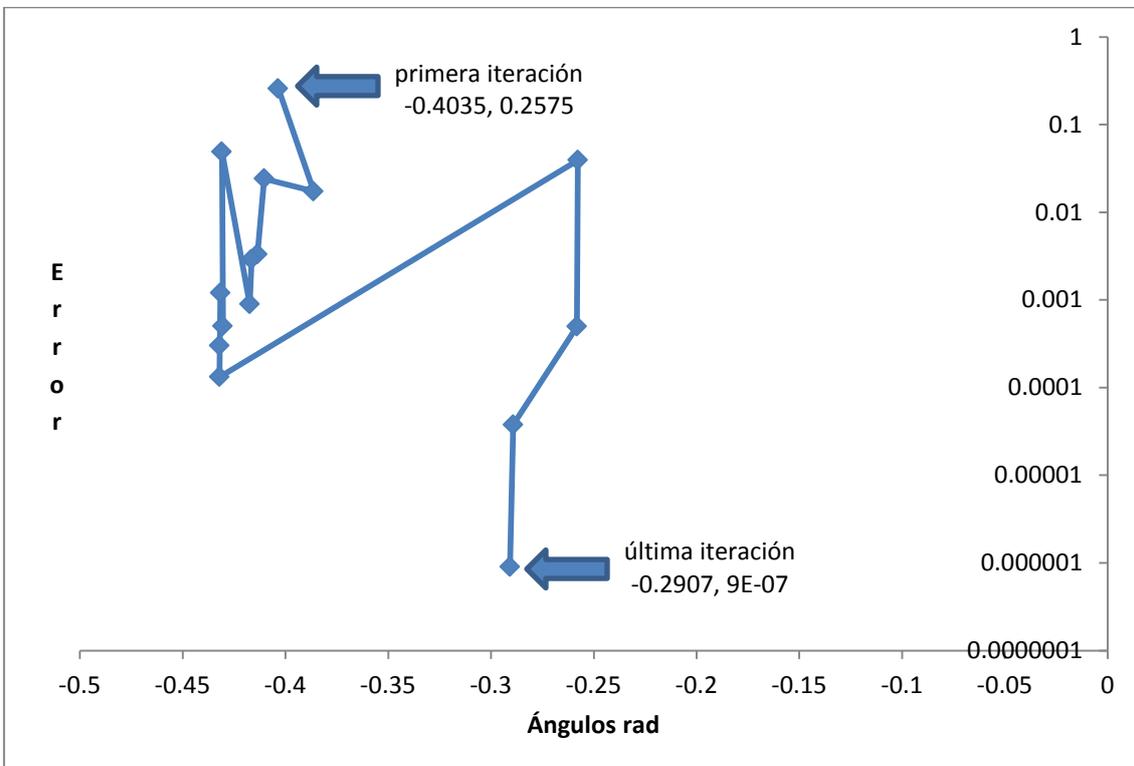


Figura D94. Relación del ángulo en el nodo 23 de la red de 30 nodos

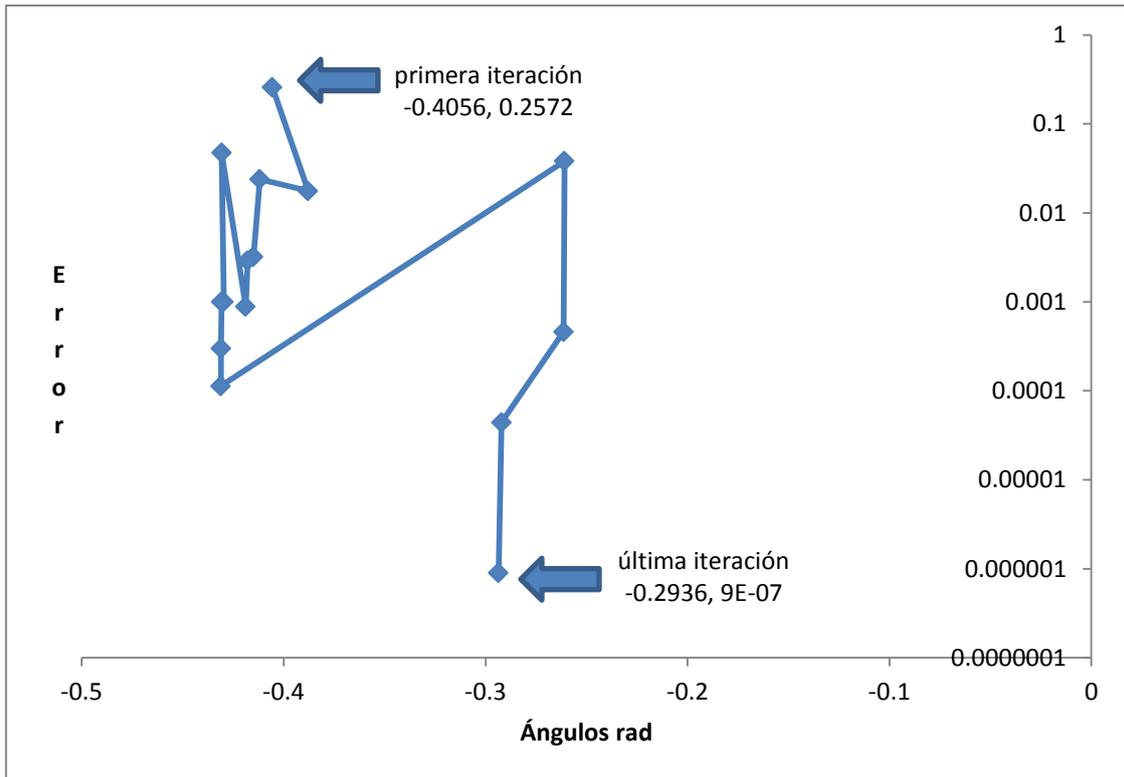


Figura D95. Relación del ángulo en el nodo 24 de la red de 30 nodos

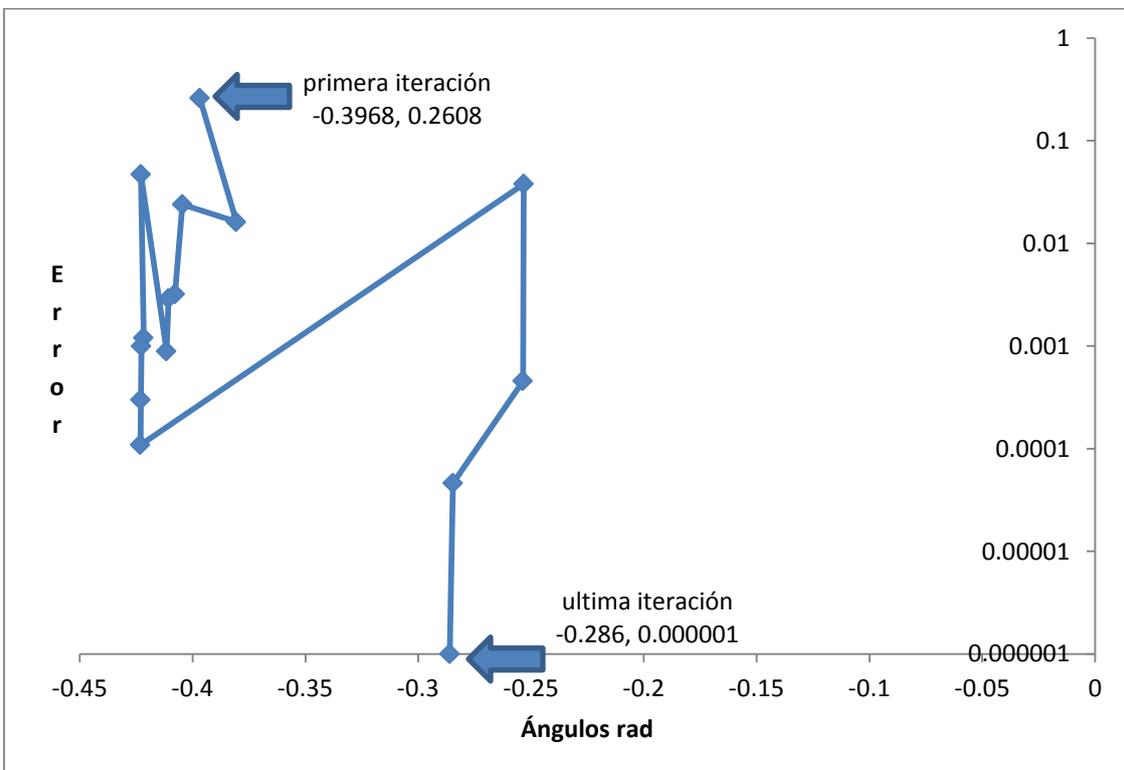


Figura D96. Relación del ángulo en el nodo 25 de la red de 30 nodos

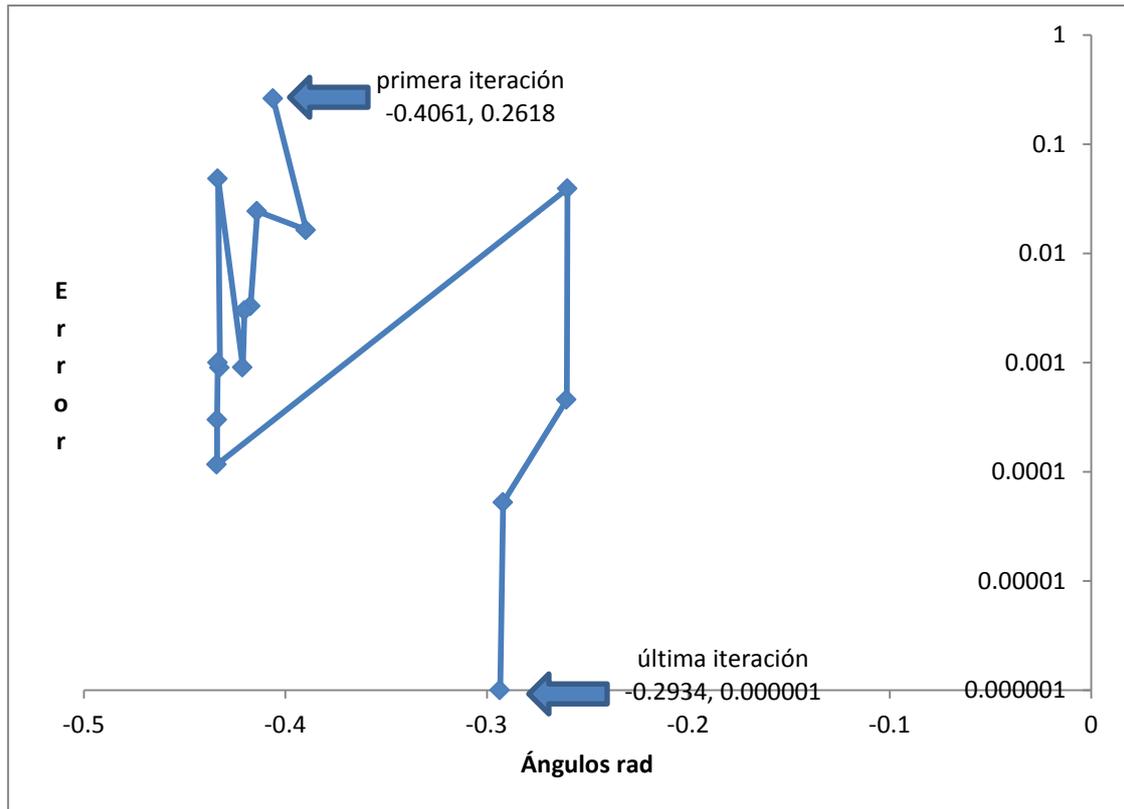


Figura D97. Relación del ángulo en el nodo 26 de la red de 30 nodos

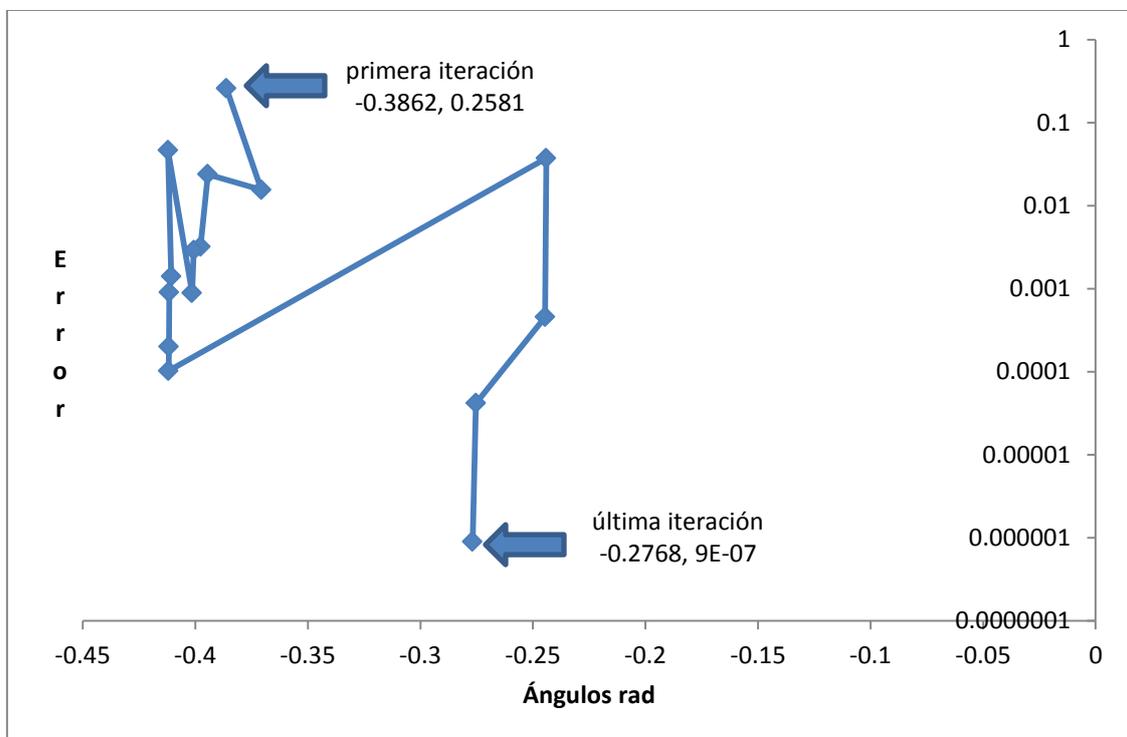


Figura D98. Relación del ángulo en el nodo 27 de la red de 30 nodos

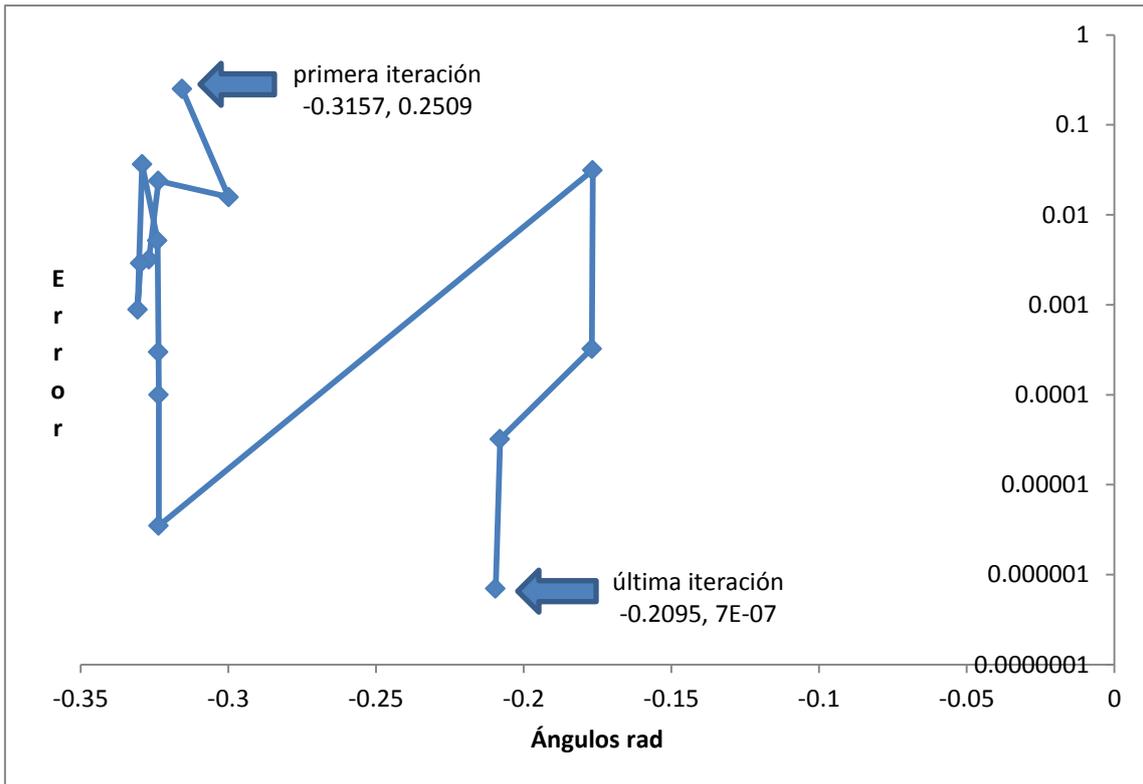


Figura D99. Relación del ángulo en el nodo 28 de la red de 30 nodos

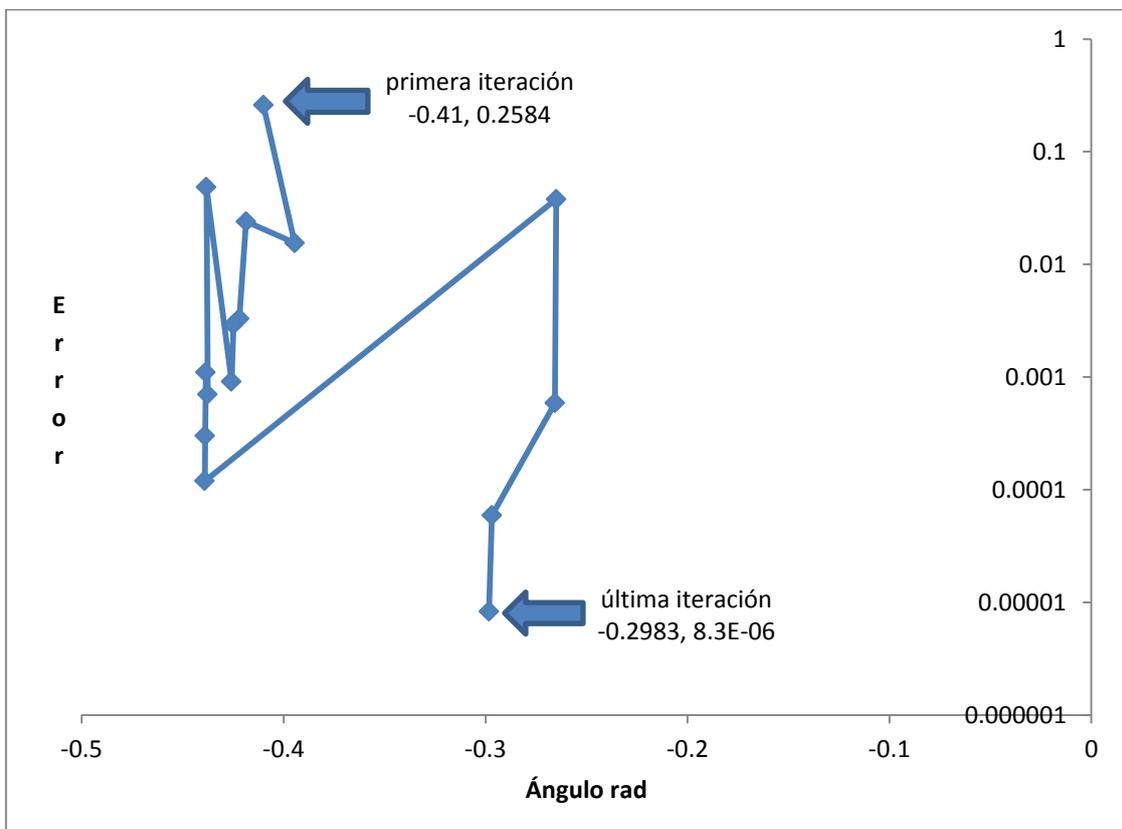


Figura D100. Relación del ángulo en el nodo 29 de la red de 30 nodos

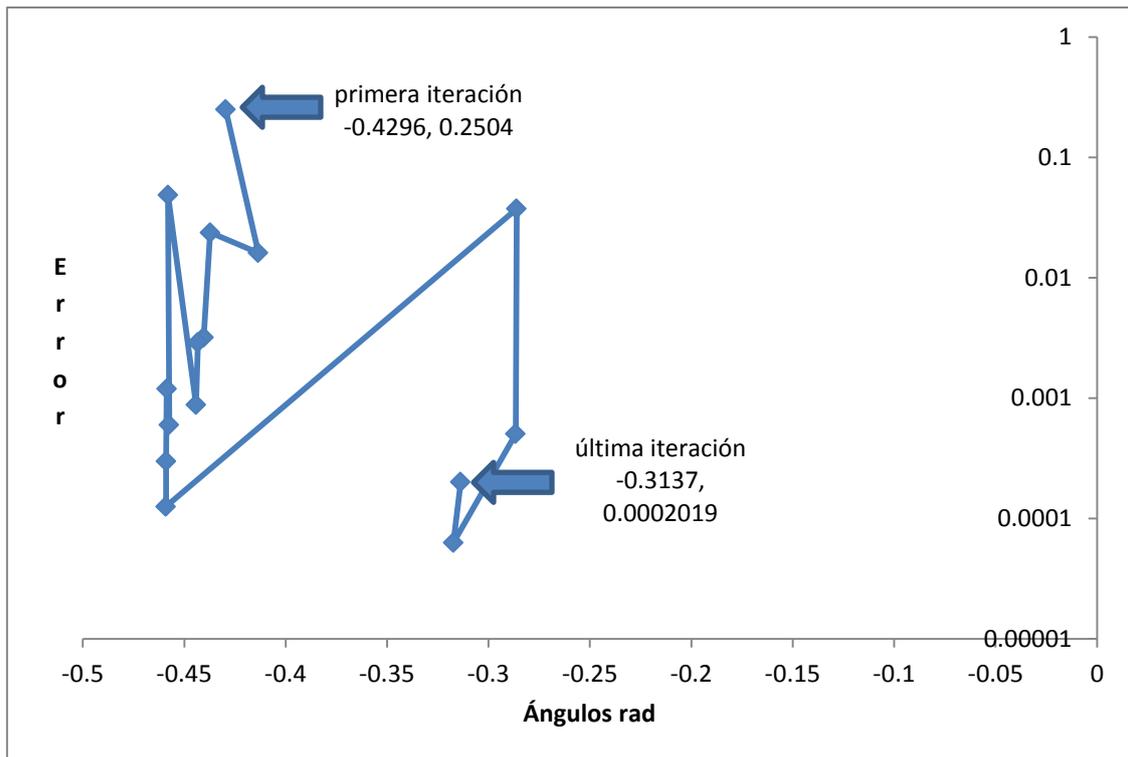


Figura D101. Relación del ángulo en el nodo 30 de la red de 30 nodos

## Bibliografía

- [1] G. J. Araque y R. Barba., “Unidades de Medición Fasorial – PMU”  
Corporación Centro Nacional de Control de Energía – CENACE, Ecuador [2008].
- [2] Pedro Javier Zarco Perrián y Antonio Gómez Expósito., “Estimación de Estado y de Parámetros en Redes eléctricas,” Departamento de Ingeniería Eléctrica Universidad de Sevilla [1999].
- [3] Enrique Arnoldo Zamora Cárdenas., “Estimación de Estado en Sistemas Flexibles de Transmisión de Corriente Alterna,” Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo México [2004].
- [4] Kenneth E. & James Ritchie Caroll., “Phasor Measurement Devices and Systems for Wide-Area Monitoring,” IEEE Power and energy magazine for electric power professional; volume 6 Number 5, September/October [2008]
- [5] F. González y E. González., “Estimación de Estados utilizando medición sincronizada de fasores,” EDELCA (Electrificación del Caroní, C.A), Centro de Investigaciones Aplicadas; Comité Nacional Venezolano, Junio [2009].
- [6] Pablo Álvarez Danker., “Desarrollo de un modelo computacional de Estimación de Estado para Sistemas Eléctricos de Potencia,” Universidad de Chile Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas, Departamento de Ingeniería Eléctrica [2005]
- [7] David G. Hart, David Uy, Vasudev Gharpure, Damir Novosel, Daniel Karlsson, Mehmet Kaba., “Unidades PMU Supervisión de las redes eléctricas: un nuevo enfoque,” Revista ABB [2001].
- [8] A.G. Phadke, J. S.Thorp, John Wiley & Sons., “Computer Relaying for Power Systems,” New York, 1988; reprinted May [1993].

- [9] IEEE Standard for Synchrophasors: IEEE Std. 1344–1995, copyright 1996 by IEEE, 345 East 47th Street, New York, NY 10017–2394.
- [10] John J. Grainger, William D. Stevenson Jr., “Análisis de Sistemas de Potencia,” Mc Graw Hill; Capítulo 15 pag (603-653), Junio [2007].
- [11] Wood A. J. and Wollenberg B. F., Wiley, “Power generation, operation and control,” Interscience. 2th. Edition [1996].
- [12] Freund John E. and Walpole Ronald E., “Estadística Matemática con Aplicaciones, Prentice Hall, cuarta edición, [1990].
- [13] Spiegel M. R., Schiller J. and Srinivasan R. A., “Probabilidad y Estadística.” Mc Graw Hill, segunda edición, [2000].
- [14] García A., Monticelli A. and Abreu P., “Fast Decoupled State Estimation and Data Processing,” IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-98, No. 5, Sept./Oct 1979, pp. 1645-1652.
- [15] Monticelli A., “State Estimation in Electric Power Systems a Generalized Approach,” Kluwer Academic Press, Boston [2001].
- [16] Monticelli A. and Wu Felix F., “Network Observability: Theory, IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems,” Vol. PAS-104, No. 5, May [1985].
- [17] Monticelli A. and Wu Felix F., “Network Observability: Identification of Observable Islands and Measurement Placement,” IEEE Trans. On Power Apparatus and Systems, Vol. PAS-104, No. 5, May [1985].
- [18] T. S. Bi, X. H. Qin, Q. X. Yang., “A novel hybrid state estimator for including synchronized phasor measurements,” North China Electric Power University, Beijing 102206, China [2007].

[19] IEEE Std C37.118-2005-IEEE “Standard for Synchrophasor for Power Systems,” IEEE Power Engineering Society, [2005].

[20] Y.T. Fei., “Error Theory and Data Processing, China Machine Press,” North China Electric Power University, Beijing [1981].

[21] Saikat Chakrabarti and Elias Kyriakides,, “PMU measurement uncertainty considerations in WSL state estimation,” Member, IEEE transactions on power systems, vol. 24, no. 2, may [2009].

[22] Saikat Chakrabarti, Elias Kyriakides and Mihaela Albu., “Uncertainty in Power System State Variables Obtained Through Synchronized Measurements.” IEEE transactions on instrumentation and measurement, vol. 58, no. 8, August [2009].