



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
POSGRADO DE ECONOMÍA  
FACULTAD DE ECONOMÍA

LA POLÍTICA CLIMÁTICA ÓPTIMA EN UN MUNDO DESIGUAL:  
UNA MODIFICACIÓN DEL MODELO DICE

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRÍA EN ECONOMÍA

PRESENTA:  
SIMON KENNETH JAMES DANIEL

TUTOR:  
DR. HÉCTOR BRAVO  
Facultad de Economía

MÉXICO, D.F. OCTUBRE 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# La política climática óptima en un mundo desigual: una modificación del modelo DICE

Simon Kenneth James Daniel\*

Octubre de 2013

Tesis de maestría  
(Versión electrónica)

Facultad de Economía  
Universidad Nacional Autónoma de México

Director de tesis: Dr. Héctor Bravo

Jurado:

Dr. Martín Puchet Anyul

Dra. Julietta Fierro

Dr. Pablo Ruíz Nápoles

Dr. Miguel Angel Gutiérrez Andrade

Dr. Héctor Bravo

---

\*Correo electrónico: [skjdaniel@gmail.com](mailto:skjdaniel@gmail.com)

# Resumen

---

El modelo DICE de Nordhaus es un bien conocido modelo de la economía del cambio climático en el que se mitigan las emisiones industriales de carbono únicamente para disminuir la reducción del consumo medio global causada por el cambio climático. Sin embargo, se predice que las regiones más pobres sufrirán de manera desproporcionada los efectos del cambio climático; esto necesariamente traducirá en un aumento de la desigualdad global del consumo. En esta tesis presentamos una modificación del modelo DICE-2010 en la que se mitigan las emisiones de carbono para reducir tanto la reducción del consumo medio global como el aumento de la desigualdad global del consumo debido al cambio climático. El modelo modificado también toma en cuenta los cambios exógenos en la desigualdad global del consumo. Hallamos que el modelo modificado recomienda una política climática más estricta que el modelo DICE-2010 estándar: el primero recomienda que el aumento de la temperatura global se limite a entre 2.5 °C y 2.7 °C por encima de los niveles de 1900, mientras que el segundo recomienda un aumento de 3.0 °C. También hallamos que reducir el aumento de la desigualdad global del consumo causado por el cambio climático es en sí una razón importante para mitigar las emisiones de carbono. Hasta si el cambio climático aumentara la desigualdad del consumo sin reducir el consumo medio, un límite del aumento de la temperatura de entre 3.1 °C y 3.6 °C sería justificado; tal aumento sería mucho menor que el aumento esperado de 7.0 °C bajo el escenario *business-as-usual*.

# Abstract

---

Nordhaus's well-known DICE model of the economics of climate change may be interpreted as a model in which industrial carbon emissions are mitigated solely in order to decrease the reduction of global mean per capita consumption caused by climate change. However it is predicted that poorer regions will suffer disproportionately from the effects of climate change; this will necessarily translate into an increase in the inequality of the global distribution of consumption. In this thesis we introduce a modification of the DICE-2010 model in which carbon emissions are mitigated to decrease both the reduction of global mean per capita consumption and the increase of global consumption inequality due to climate change. The modified model also takes into account predicted exogenous changes in global consumption inequality. We find that the modified model recommends a stricter climate policy than the standard DICE-2010 model: the former recommends that the global temperature increase be limited to between 2.5 °C and 2.7 °C above 1900 levels, whereas the latter recommends a 3.0 °C increase. We also find that reducing the climate-change-induced increase in global consumption inequality is in itself an important reason to mitigate carbon emissions. Even if climate change were to increase consumption inequality without decreasing mean consumption, a limit to the global temperature increase of between 3.1 °C and 3.6 °C would be warranted; such an increase would be much lower than the predicted 7.0 °C increase under the business-as-usual scenario.

Dedico esta tesis a mi papá, Peter John Daniel.

# Agradecimientos

---

Escribir una tesis de maestría no es fácil; afortunadamente he tenido la suerte de conocer a un gran número de personas que me han ayudado de innumerables maneras. Temo que estas breves palabras de agradecimiento no harán justicia a su amabilidad, ni expresarán adecuadamente la profundidad de mi gratitud.

Agradezco sinceramente al Dr. Héctor Bravo, mi tutor de tesis. El Dr. Bravo me guió durante todo el proceso de la elaboración de la tesis. Su conocimiento profundo de la teoría microeconómica y de una variedad de modelos económicos y su programación en GAMS fue inspirador. El Dr. Bravo también me ayudó a resolver de manera muy satisfactoria el problema de una laptop robada. Agradezco su ayuda y su sentido de humor.

Agradezco a los siguientes doctores por formar parte del jurado: el Dr. Martín Puchet Anyul, del Posgrado de la Facultad de Economía de la UNAM; la Dra. Julietta Fierro, del Instituto de Astronomía de la UNAM; el Dr. Pablo Ruíz Nápoles, del Posgrado de la Facultad de Economía de la UNAM; el Dr. Miguel Angel Gutiérrez Andrade, del Departamento de Ingeniería Eléctrica de la UAM-Iztapalapa; y el Dr. Héctor Bravo, del Posgrado de la Facultad de Economía de la UNAM.

Los Drs. Fernando Rello y Martín Puchet vieron ensayos basados en versiones preliminares de esta tesis. Agradezco sus comentarios, sugerencias y correcciones. Expuse las ideas principales de la tesis durante el seminario del Dr. Américo Saldívar y la clase del Dr. Rafael Borrayo. Agradezco a los Drs. Saldívar y Borrayo por sus críticas y sugerencias.

Durante mis estudios de maestría recibí una beca de CONACYT. Agradezco a la Mtra. Nayelly León por su ayuda con los trámites relacionados con la beca. Juana Romero y la Lic. Ana Morales me ayudaron con los trámites relacionados con la inscripción a la Maestría.

Quiero agradecer a mis amigos Yamilet Motte, Marely Bravo, Brenda Arévalo, Estefanía Molerés, Florian Schultz, Francisco Castellón, y Carla Santos Ribeiro por su amistad y su apoyo. Quiero agradecer también al Dr. Alfredo Gilbert y la Mtra. Gloria Hernández, quienes ya considero parte de mi familia.

Finalmente, gracias a mi mamá Maggie, mi papá Peter, mi hermano Alex, mi cuñada Christal, y la pareja de mi papá, Vicki, por su amor.

# Índice general

---

<b>Índice de figuras</b>	<b>VIII</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>X</b>
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>1 Una visión general del modelo DICE-2010 estándar</b>	<b>5</b>
1.1 La estructura del modelo DICE-2010 estándar . . . . .	5
1.1.1 La función de producción . . . . .	5
1.1.2 Las emisiones de carbono . . . . .	6
1.1.3 El módulo climático . . . . .	7
1.1.4 La función de daños . . . . .	8
1.1.5 El costo de la reducción de emisiones . . . . .	10
1.1.6 El consumo y la inversión . . . . .	10
1.1.7 La utilidad . . . . .	11
1.1.8 Resolviendo el modelo . . . . .	11
1.2 La programación del modelo . . . . .	12
1.3 La política climática óptima según el modelo DICE-2010 estándar . . . . .	12
<b>2 El marco del modelo modificado</b>	<b>14</b>
2.1 La utilidad individual y la utilidad “verdadera” de una generación . . . . .	14
2.2 La función de densidad del consumo de la generación $t$ . . . . .	16
2.3 El consumo equivalente al consumo distribuido igualmente . . . . .	19
2.4 El comportamiento del coeficiente de Gini . . . . .	21
2.5 Resumen del marco de la modificación . . . . .	22
<b>3 La calibración del modelo modificado</b>	<b>24</b>
3.1 La estimación de la distribución global del consumo para cada periodo . . . . .	25
3.2 La función $h(G(t))$ . . . . .	30
3.3 El efecto del cambio climático sobre el coeficiente de Gini . . . . .	35
3.4 La trayectoria del coeficiente de Gini en el caso del cambio climático mínimo . . . . .	37
<b>4 Los resultados del modelo modificado</b>	<b>40</b>
4.1 La tasa de control . . . . .	40
4.2 Las emisiones de carbono . . . . .	42
4.3 El impuesto al carbono . . . . .	43
4.4 La concentración atmosférica de CO <sub>2</sub> . . . . .	43

---

4.5	El aumento de la temperatura . . . . .	44
4.6	La importancia relativa de las razones para reducir las emisiones de carbono . . . . .	46
<b>Conclusiones</b>		<b>52</b>
<b>A Resumen del modelo DICE-2010 estándar</b>		<b>55</b>
A.1	Las ecuaciones del modelo DICE-2010 estándar . . . . .	55
A.2	Las variables del modelo DICE-2010 estándar . . . . .	57
A.3	Los parámetros del modelo DICE-2010 estándar . . . . .	59
<b>B El módulo climático del modelo DICE-2010 estándar</b>		<b>61</b>
B.1	El ciclo del carbono . . . . .	61
B.2	El forzamiento radiativo . . . . .	62
B.3	El aumento de la temperatura . . . . .	63
B.4	La subida del nivel del mar . . . . .	64
<b>C La estimación de los coeficientes de Gini regionales en 2005</b>		<b>67</b>
C.1	Estados Unidos . . . . .	69
C.2	Unión Europea . . . . .	69
C.3	Japón . . . . .	70
C.4	Rusia . . . . .	70
C.5	Eurasia . . . . .	70
C.6	China . . . . .	72
C.7	India . . . . .	73
C.8	Medio Oriente . . . . .	73
C.9	África . . . . .	74
C.10	América Latina . . . . .	76
C.11	Otros países de ingresos altos . . . . .	79
C.12	Otros países asiáticos . . . . .	79
<b>D Resumen del modelo modificado</b>		<b>81</b>
<b>Referencias</b>		<b>84</b>

# Índice de figuras

---

1.1	La función de daños del modelo DICE-2010 estándar. . . . .	9
1.2	La trayectoria óptima de la tasa de control según el modelo DICE-2010 estándar. . . . .	13
2.1	Representación gráfica del coeficiente de Gini. . . . .	17
2.2	Una ilustración del consumo equivalente al consumo distribuido igualmente. . . . .	21
3.1	Las trayectorias exógenas de los coeficientes de Gini de cinco regiones (África, América Latina, China, India y Japón) bajo la política óptima del modelo DICE-2010 estándar para los escenarios pesimista y optimista. . . . .	29
3.2	Las estimaciones de las distribuciones del consumo de siete regiones y la distribución global en 2015 para el escenario optimista. . . . .	30
3.3	Las estimaciones de las distribuciones del consumo de siete regiones y la distribución global en 2015 para el escenario optimista, con una escala logarítmica. . . . .	31
3.4	La estimación de la distribución global del consumo en 2015, y el consumo medio y el consumo equivalente de la distribución. . . . .	33
3.5	Las series de puntos ( $\text{erf}^{-1}(G)$ , $-\ln h(G)$ ) para los escenarios pesimista y optimista, y las curvas que ajustamos a estas series. . . . .	34
3.6	La función $h(G)$ para los escenarios pesimista y optimista. . . . .	35
3.7	El efecto del cambio climático sobre el coeficiente de Gini. . . . .	36
3.8	La estimación de la trayectoria del coeficiente de Gini global en el caso del cambio climático mínimo para los escenarios pesimista y optimista. . . . .	38
4.1	La trayectoria de la tasa de control (%) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base. . . . .	41
4.2	La trayectoria de las emisiones anuales de carbono (Gt) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base. . . . .	42
4.3	La trayectoria del impuesto al carbono (\$/tC) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base. . . . .	44

---

4.4	La trayectoria de la concentración atmosférica de CO <sub>2</sub> (ppm) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base. . . . .	45
4.5	La trayectoria del aumento de la temperatura (°C por encima de la temperatura en 1900) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base. . . . .	46
4.6	La trayectoria de la tasa de control (%) según la política óptima del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política en la que se reducen las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad del consumo y para evitar el límite de carbono, y el caso base. . . . .	48
D.1	La trayectoria de los daños climáticos globales mínimos. . . . .	83

# Índice de tablas

---

3.1	Las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo regionales en el año 2005 . . . . .	28
4.1	Resumen de resultados . . . . .	51
C.1	Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Unión Europea” en 2005. . . . .	71
C.2	Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Eurasia” en 2005. . . . .	72
C.3	Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Medio Oriente” en 2005. . . . .	73
C.4	Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “África” en 2005. . . . .	74
C.5	Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “América Latina” en 2005. . . . .	77
C.6	Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Otros países de ingresos altos” en 2005. . . . .	79
C.7	Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Otros países asiáticos” en 2005. . . . .	80

# Introducción

---

La cuestión que nos ocupa es la determinación de la política climática óptima. Para los propósitos de esta tesis definimos una política climática como una política que recomienda una trayectoria de reducción de emisiones de CO<sub>2</sub> (con respecto a un nivel o una trayectoria de referencia), una trayectoria de emisiones de CO<sub>2</sub>, una concentración máxima de CO<sub>2</sub> atmosférico, un aumento máximo de la temperatura global, o una trayectoria de un impuesto global al carbono.

En 2010 el Acuerdo de Cancún reconoció que era necesario limitar el aumento de la temperatura global a 2 °C con respecto a los niveles preindustriales para evitar el cambio climático “peligroso”. A la insistencia de las Maldivas y otros pequeños Estados insulares, se dejó abierta la posibilidad de bajar el límite a 1.5 °C como parte de una revisión del Acuerdo que se llevará a cabo en 2015 (King, Richards, & Tyldesley, 2011). Por otro lado, Hansen et al. (2008) afirman que la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> debe reducirse a no más de 350 partes por millón (ppm) (en septiembre de 2012 era de 391 ppm (World Bank, 2012a)). Sugieren una serie de medidas que implicaría una concentración máxima de poco más de 400 ppm y que reduciría la concentración por debajo de 350 ppm para finales del siglo XXI.

Los análisis que subyacen estas metas podrían describirse como “no económicos”, en el sentido de que no se basan en una comparación explícita de los costos y los beneficios de la reducción de emisiones (Dietz, 2008). Para un análisis económico formal es necesario recurrir a los Modelos de Evaluación Integrada (IAMs, o *Integrated Assessment Models*), que modelan aspectos importantes de los sistemas climático y económico, y de las interacciones entre los dos sistemas, para informar las decisiones sobre la política climática.

Probablemente el IAM más conocido es el modelo DICE (el modelo Dinámico e Integrado del Clima y la Economía) del economista William Nordhaus.<sup>1</sup> El modelo DICE es un modelo de crecimiento óptimo tipo Ramsey de la economía mundial que ha sido modificado para permitir la comparación de los costos y los beneficios de la reducción de las emisiones industriales de carbono.

La esencia del modelo DICE-2010 estándar es el empleo de dos instrumentos de política—la tasa de ahorro y la tasa de control de emisiones—para optimizar la distribución del consumo en el tiempo. El consumo de una generación le proporciona utilidad a esa generación; de este modo cada trayectoria del consumo determina una trayectoria de la utilidad. La utilidad intergeneracional asociada con una trayectoria de utilidad es la suma descontada de las utilidades de las distintas generaciones. La política climática óptima consiste en la trayectoria de la tasa de ahorro y la de la tasa de control que

---

<sup>1</sup>En el inglés original, el modelo DICE es el *Dynamic Integrated model of Climate and the Economy*.

maximizan la utilidad intergeneracional.

Sin embargo, los instrumentos de política no se utilizan para optimizar la manera en que el consumo de una generación se distribuye entre los miembros de esa generación. Este uso asimétrico de los instrumentos de política se debe al hecho de que la utilidad intergeneracional depende de la forma en la que se distribuye el consumo total entre las distintas generaciones, pero la utilidad de una generación no depende de la forma en la que se distribuye el consumo de esa generación entre los miembros de la generación.

En el modelo DICE estándar la utilidad de una generación depende solamente de la población de la generación y el consumo medio de la generación; en particular, es igual a la población multiplicada por la utilidad de un individuo cuyo consumo es el consumo medio de la generación. Es importante notar que la función de utilidad individual es cóncava. En esta tesis supondremos que la utilidad de una generación es igual a la suma de las utilidades de los individuos que componen la generación, y que cada individuo tiene la misma función de utilidad individual. Estos supuestos implican que multiplicar la población de una generación por la utilidad que proporciona el consumo medio es una buena medida de la utilidad de la generación solamente si todos los individuos tienen el mismo consumo—el consumo medio. En un mundo “desigual”, en el que el consumo de una generación no se distribuye igualmente, la población de la generación multiplicada por la utilidad que proporciona el consumo medio no es una buena medida de la utilidad de la generación.

Sin embargo, si la forma de la distribución intrageneracional del consumo no cambia con el tiempo, ni endógenamente (por el cambio climático) ni exógenamente (por razones fuera del modelo), entonces no importa si la población de la generación multiplicada por la utilidad que proporciona el consumo medio es una buena medida de la utilidad de la generación o no. El supuesto de que la forma de la distribución intrageneracional del consumo no cambia con el tiempo implica que la forma de la distribución del consumo del primer periodo del modelo (el año 2005) “se congela” durante los 600 años que abarca el modelo. En particular, implica que la política climática no tendrá ningún efecto sobre la distribución intrageneracional del consumo.

En efecto, el modelo DICE-2010 estándar nos pide que hagamos uno de dos supuestos:

1. que la manera en que el consumo se distribuye entre las generaciones afecta a la utilidad intergeneracional, pero que la manera en que el consumo de una generación se distribuye entre los miembros de esa generación no afecta a la utilidad de la generación; o
2. que la manera en que el consumo de una generación se distribuye entre los miembros de la generación podría afectar a la utilidad de la generación, pero esto no importa porque la forma de la distribución intrageneracional del consumo no cambia con el tiempo.

Rechazamos el primer supuesto al suponer que la utilidad de una generación es igual a la suma de las utilidades de los individuos que componen la generación. También rechazamos el segundo supuesto. Se espera que el cambio climático no solamente

actúe para reducir la media de la distribución global del consumo sino también para aumentar la desigualdad del consumo. Es probable que la distribución de los impactos será “intrínsecamente desigual, e inclinada en contra de las regiones más pobres, que tienen menor capacidad económica, institucional, científica y técnica para manejarlos y adaptar de manera proactiva” (World Bank, 2012a, p. 2, traducido por autor). Según el Cuarto Informe de Evaluación del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático (IPCC):

Hay diferencias muy acusadas entre unas regiones y otras, siendo así que las más débiles económicamente son frecuentemente las más vulnerables al cambio climático y, frecuentemente, las más susceptibles a padecer daños relacionados con el clima, especialmente cuando han de hacer frente a múltiples factores de estrés. Hay cada vez más evidencia de que aumenta la vulnerabilidad de determinados grupos, como los pobres o los ancianos, no solo en los países en desarrollo sino también en los desarrollados. [...] Además, ha aumentado la evidencia de que las áreas de baja latitud y las menos desarrolladas suelen estar expuestas a mayores riesgos, por ejemplo en las extensiones secas y en los grandes deltas. Nuevos estudios confirman que África es uno de los continentes más vulnerables debido a la gran diversidad de impactos, múltiples factores de estrés y escasa capacidad adaptativa que indican las proyecciones. Estas señalan también importantes riesgos debidos al aumento de nivel del mar en los grandes deltas de Asia y en las comunidades de las islas pequeñas. (IPCC, 2007, p. 65)

En esta tesis presentamos una modificación de la versión más reciente del modelo DICE, el modelo DICE-2010, en la que la utilidad de una generación depende no solamente de la población y el consumo medio de la generación, sino también de la desigualdad del consumo. El resultado es un modelo en el que las emisiones de carbono se reducen no solamente para reducir el traslado a la izquierda de la media de la distribución global del consumo, sino también para reducir el aumento de la desigualdad ocasionado por el cambio climático.

En el momento de redactar esta introducción (enero de 2013), el modelo DICE-2010 estándar solamente está disponible en la forma de un archivo Excel.<sup>2</sup> No existe ninguna publicación que documente la estructura o los resultados del modelo. Por esta razón dedicamos el [Capítulo 1](#) a una visión general del modelo DICE-2010 estándar. En el [Capítulo 2](#) presentamos el marco del modelo modificado. La modificación tiene dos componentes. Primero, es necesario estimar la manera en que la utilidad de una generación depende del coeficiente de Gini del consumo de esa generación. (Utilizamos el coeficiente de Gini como medida de la desigualdad del consumo.) Segundo, es necesario estimar la manera en que cambia el coeficiente de Gini. Modelamos el coeficiente de Gini como el producto de un componente exógeno y uno endógeno. El componente exógeno describe la trayectoria del coeficiente de Gini global en el caso del cambio climático mínimo (el cambio climático que no se puede evitar hasta si las emisiones

---

<sup>2</sup>El archivo se puede bajar de la página web de Nordhaus (<http://nordhaus.econ.yale.edu/>).

de carbono se redujeran a cero inmediatamente). Cada tonelada de carbono que se emite a la atmósfera hace que el cambio climático sea mayor que su nivel mínimo, y esto a su vez hace que el coeficiente de Gini sea mayor que su nivel mínimo (exógeno). El componente endógeno describe la relación entre el aumento del alcance del cambio climático y el aumento del coeficiente de Gini por encima de su nivel exógeno. En el [Capítulo 3](#) describimos la calibración de la relación entre el coeficiente de Gini de la distribución del consumo de una generación y la utilidad de la generación, y de los dos componentes del coeficiente de Gini. En el [Capítulo 4](#) presentamos los resultados del modelo modificado y los comparamos con los resultados del modelo DICE-2010 estándar. En las [Conclusiones](#) resumimos los resultados principales de la tesis.

Concluimos esta introducción con tres observaciones importantes. Primero, la política climática óptima (del modelo DICE-2010 estándar y del modelo modificado que presentamos aquí) podría ser óptima en términos económicos, pero esto no quiere decir que sea factible en términos políticos. Dada la historia de los intentos de lograr un acuerdo internacional para reducir las emisiones de GEI, es probable que cualquier política climática adoptada dista mucho de la política óptima. En este caso la política óptima sirve de referencia con la que se puede comparar la política adoptada. Segundo, es importante tomar en cuenta que en el modelo DICE-2010 estándar, y en el modelo modificado, las emisiones se reducen de manera eficiente. Si, por ejemplo, el modelo recomienda que en un periodo dado las emisiones se reduzcan en un 20 %, entonces las emisiones que deben eliminarse son las emisiones más baratas de eliminar. No es el caso, por ejemplo, que todos los países tendrían que reducir sus emisiones en un 20 %. Un punto relacionado es que suponemos que todos los países participan en el régimen de reducción de emisiones. Tercero, en el modelo DICE-2010 estándar, y en el modelo modificado, solamente las emisiones industriales de CO<sub>2</sub> son endógenas. Las emisiones de los otros gases de efecto invernadero (GEI), y las emisiones de CO<sub>2</sub> debido a la deforestación, son exógenas. De este modo la política óptima describe la trayectoria de la reducción de las emisiones industriales de carbono que debería adoptarse dadas las emisiones exógenas de los otros GEI y de CO<sub>2</sub> debido a la deforestación. Ni el modelo DICE-2010 estándar ni el modelo modificado describe las políticas necesarias para limitar estas otras emisiones. En este sentido podríamos considerar la política óptima que se presenta aquí como necesaria pero no suficiente.

Un artículo basado en esta tesis fue publicado por la Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL) como parte del Programa EUROCLIMA ([Daniel, 2013](#)).

## Capítulo 1

# Una visión general del modelo DICE-2010 estándar

---

En la [Sección 1.1](#) describimos la estructura del modelo DICE-2010 estándar y la manera en que se resuelve el modelo para determinar la política climática óptima. Presentamos solamente las ecuaciones principales del modelo; una lista completa de las ecuaciones se encuentra en el [Apéndice A](#). El [Apéndice A](#) también contiene una lista de las variables y los parámetros más importantes del modelo. En la [Sección 1.2](#) discutimos la programación del modelo. En la [Sección 1.3](#) describimos brevemente la solución del modelo—la política climática óptima.

### 1.1 La estructura del modelo DICE-2010 estándar

Los 600 años que abarca el modelo DICE-2010 se dividen en 60 periodos decenales. El primer periodo ( $t = 1$ ) empieza a principios del año 2005 y termina a finales del año 2014, el segundo ( $t = 2$ ) empieza a principios de 2015 y termina a finales de 2024, y así sucesivamente. Los valores de las variables se refieren al principio del periodo relevante:  $K(1)$  representa la cantidad de capital a principios del año 2005 y no, por ejemplo, la cantidad de capital promediada sobre los diez años del primer periodo. Los dólares son dólares internacionales constantes de 2005.

#### 1.1.1 La función de producción

El producto bruto mundial a principios del periodo  $t$ ,  $Y_{bruta}(t)$ , es una función de la cantidad de capital físico que existe a principios del periodo  $t$ ,  $K(t)$ , la población mundial a principios del periodo  $t$ ,  $L(t)$ , y un factor  $A(t)$ —la productividad total de los factores—que representa el estado de la tecnología a principios del periodo  $t$ :

$$Y_{bruta}(t) = A(t)K(t)^\gamma L(t)^{1-\gamma}. \quad (1.1)$$

El producto bruto mundial se mide en billones de dólares por año, el capital en billones de dólares y la población en millones.<sup>3</sup> Tanto la productividad total de los factores

---

<sup>3</sup>Utilizamos la convención según la cual 1 billón =  $10^{12}$ .

$A(t)$  como la población mundial  $L(t)$  crecen de manera exógena.<sup>4</sup> El capital  $K(t)$  es endógeno.

### 1.1.2 Las emisiones de carbono

Las emisiones totales de carbono, en gigatoneladas (Gt) por periodo,<sup>5</sup> son la suma de las emisiones industriales  $E_{ind}(t)$  y las emisiones de carbono por la deforestación  $E_{defor}(t)$ :

$$E(t) = E_{ind}(t) + E_{defor}(t). \quad (1.2)$$

Las emisiones industriales son endógenas; las debidas a la deforestación son exógenas.<sup>6</sup>

En ausencia de medidas de control, las emisiones industriales de carbono del periodo  $t$  son iguales al producto bruto del periodo ( $10 \times Y_{bruta}(t)$ ) multiplicado por un factor  $\sigma(t)$ :

$$E_{ind}(t) = 10\sigma(t)Y_{bruta}(t) \quad (\text{emisiones no controladas}). \quad (1.3)$$

El factor  $\sigma(t)$  es, por definición, la razón de las emisiones industriales no controladas al producto bruto. Se mide en toneladas de carbono por mil dólares de producto, y decrece de manera exógena.<sup>7</sup> El decrecimiento de  $\sigma(t)$  representa la descarbonización de la economía.

Si  $\mu(t)$  es la fracción en que las emisiones se reducen en comparación con su nivel no controlado, entonces las emisiones industriales de carbono en presencia de medidas de control son

$$E_{ind}(t) = 10\sigma(t)[1 - \mu(t)]Y_{bruta}(t) \quad (\text{emisiones controladas}). \quad (1.4)$$

La tasa de control  $\mu(t)$  es una variable clave del modelo.<sup>8</sup>

La cantidad de carbono que puede extraerse de la Tierra y emitirse a la atmósfera—la cantidad total de las emisiones industriales—es finita. Sea  $C_{max}$  esta cantidad de carbono (en gigatoneladas). La cantidad total de emisiones industriales de carbono no puede exceder de  $C_{max}$ . En particular, si  $E_{acum}(t)$  es la cantidad total de emisiones industriales de carbono que se han emitido desde principios de 2005 hasta principios del periodo  $t$ :

$$E_{acum}(t) = \sum_{t'=1}^{t-1} E_{ind}(t'), \quad (1.5)$$

entonces  $E_{acum}(t)$  no puede exceder de  $C_{max}$  para ningún valor de  $t$ :

$$E_{acum}(t) \leq C_{max} \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, 60\}. \quad (1.6)$$

La existencia de un límite a las emisiones industriales acumuladas implica la necesidad

<sup>4</sup>Las Ecuaciones A.2 y A.3 describen la evolución de la productividad total de los factores; la Ecuación A.4 describe la de la población mundial.

<sup>5</sup>Una gigatonelada es igual a  $10^9$  toneladas, o mil millones de toneladas.

<sup>6</sup>La Ecuación A.6 describe las emisiones debidas a la deforestación.

<sup>7</sup>Las Ecuaciones A.7 y A.8 describen la evolución de  $\sigma(t)$ .

<sup>8</sup>En la terminología de la teoría del control óptimo, la tasa de control  $\mu(t)$  es una variable de control.

de reducir las emisiones hasta en ausencia de los daños climáticos. Veremos más adelante que el efecto de este límite sobre la política óptima es insignificante durante el siglo XXI.

### 1.1.3 El módulo climático

El módulo climático del modelo DICE-2010 modela el ciclo de carbono, el forzamiento radiativo, el aumento de la temperatura, y la subida del nivel del mar. Aquí describimos el módulo climático en palabras. Véase el [Apéndice B](#) para una descripción más detallada.

El ciclo de carbono se representa por tres reservorios de carbono: la atmósfera, un reservorio intermedio que representa la biosfera y la capa superior de los océanos, y los océanos profundos. Las emisiones de carbono primero se incorporan a la atmósfera, luego se difunden entre los otros reservorios. Una serie de ecuaciones lineales gobierna los flujos de carbono entre los tres reservorios. La concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> es directamente proporcional a la cantidad de carbono en la atmósfera.<sup>9</sup>

La cantidad de carbono en la atmósfera se vincula con el aumento de la temperatura atmosférica a través del concepto del forzamiento radiativo. El forzamiento radiativo es “un indicador de la influencia que determinado factor ejerce sobre el balance de energía entrante y saliente del sistema Tierra-atmósfera, y constituye un índice de la importancia de ese factor como posible mecanismo de cambio climático” (IPCC, 2007, p. 36). Entre más alta la concentración de CO<sub>2</sub>, más forzamiento. En el modelo DICE-2010 el forzamiento debido al aumento de la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> es endógeno; el forzamiento debido a los otros forzantes (los otros GEI de larga vida, los aerosoles, el ozono, etc.) es exógeno.<sup>10</sup>

El modelo DICE-2010 modela los cambios de la temperatura superficial media global (a la que nos referimos como la temperatura global o atmosférica) y de la temperatura del océano profundo. Los cambios tanto en la temperatura atmosférica como en la del océano profundo se miden en grados Celsius con respecto a sus niveles en el año 1900. A cada nivel del forzamiento radiativo le corresponde una temperatura atmosférica de equilibrio: si el forzamiento radiativo se mantiene constante en un nivel determinado, entonces la temperatura global tenderá a la temperatura de equilibrio correspondiente. Si la temperatura atmosférica actual es más baja que la temperatura de equilibrio del forzamiento radiativo actual, entonces la temperatura atmosférica aumentará. Si la temperatura atmosférica actual es más alta que la temperatura de equilibrio del forzamiento radiativo actual, la temperatura atmosférica se reducirá.

Los cambios de la temperatura atmosférica y los cambios de la temperatura del océano profundo interactúan entre sí. Esta interacción representa la transferencia de parte del calor adicional de la atmósfera al océano profundo. El efecto es reducir ligeramente el aumento de la temperatura atmosférica y aumentar ligeramente la temperatura del océano profundo. La temperatura atmosférica se ve afectada tanto por el forzamiento

<sup>9</sup>La [Ecuación A.12](#) describe los flujos de carbono entre los reservorios. La [Ecuación A.13](#) muestra la relación entre la cantidad de carbono en la atmósfera y la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub>.

<sup>10</sup>Las [Ecuaciones A.14](#) y [A.15](#) describen la relación entre la cantidad de carbono en la atmósfera y el forzamiento radiativo. La [Ecuación A.16](#) muestra la forma funcional del forzamiento exógeno.

to radiativo como por la interacción entre la atmósfera y el océano profundo, mientras que la temperatura del océano profundo se ve afectada solamente por la interacción entre los dos reservorios: el forzamiento radiativo no afecta directamente a la temperatura del océano profundo.<sup>11</sup>

Cuatro procesos contribuyen a la subida del nivel del mar: la expansión térmica de los océanos; el derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo; el derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia; y el derretimiento de la capa de hielo antártica. La subida del nivel del mar se mide con respecto al nivel del mar en el año 2000, y se mide en metros. La tasa a la que sube el nivel del mar debido a la expansión térmica es proporcional al aumento de la temperatura atmosférica. Los glaciares y las pequeñas capas de hielo, la capa de hielo de Groenlandia y la capa de hielo antártica contienen cantidades finitas de hielo. Las tasas a las que se derriten estas fuentes de hielo aumentan con el aumento de la temperatura atmosférica, pero disminuyen a medida que disminuye el volumen de hielo restante. La expansión térmica, el derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo y el derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia contribuyen a la subida del nivel del mar en cuanto la temperatura atmosférica sea mayor de su nivel en el año 1900. En cambio, la capa de hielo antártica empieza a derretirse cuando la temperatura atmosférica haya aumentado en más de 3 °C por encima de su nivel en 1900.<sup>12</sup>

#### 1.1.4 La función de daños

La función de daños  $D(t)$  define la fracción del producto bruto mundial que se pierde debido a los daños climáticos. La función de daños del modelo DICE-2010 es cuadrática en el aumento de la temperatura atmosférica y en la subida del nivel del mar. Si  $T_{at}(t)$  es el aumento de la temperatura atmosférica (en °C por encima de su nivel en 1900), y  $slr(t)$  es la subida del nivel del mar (en metros por encima de su nivel en 2000),<sup>13</sup> entonces la función de daños es

$$D(t) = \pi_1 T_{at}(t) + \pi_2 T_{at}(t)^2 + \kappa_1 slr(t) + \kappa_2 slr(t)^2, \quad (1.7)$$

donde  $\pi_1$ ,  $\pi_2$ ,  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$  son constantes.

El producto mundial neto de daños climáticos,  $Y_{neta}(t)$ , es

$$Y_{neta}(t) = [1 - D(t)]Y_{bruta}(t). \quad (1.8)$$

<sup>11</sup>Las Ecuaciones A.17 y A.18 son un sistema de ecuaciones acopladas que describe la relación entre el cambio de la temperatura atmosférica y el forzamiento radiativo y la relación entre el cambio de la temperatura atmosférica y el de la temperatura del océano profundo. La ecuación A.19 define un parámetro importante.

<sup>12</sup>Las Ecuaciones A.20, A.21, A.22 y A.23 describen las contribuciones a la subida del nivel del mar de la expansión térmica, el derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo, el derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia, y el derretimiento de la capa de hielo antártica respectivamente. La Ecuación A.24 define la subida del nivel del mar como la suma de las contribuciones de los cuatro procesos.

<sup>13</sup>Las siglas *slr* significan *sea level rise* (subida del nivel del mar).

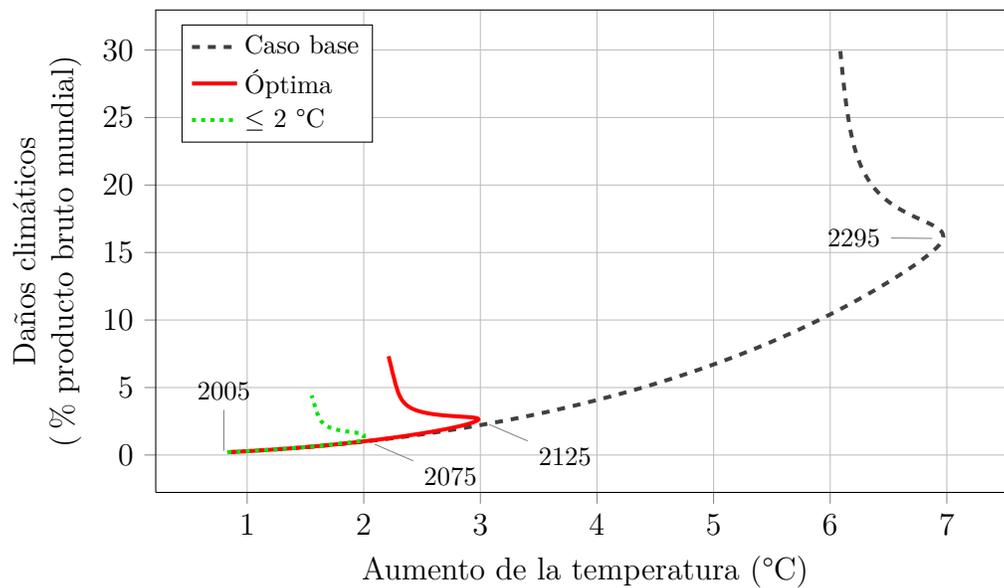


Figura 1.1: La función de daños del modelo DICE-2010 estándar para tres políticas climáticas: el caso base, la política óptima, y la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C. Los puntos de inflexión corresponden a los aumentos máximos de la temperatura. Los años en que se alcanzan estos aumentos máximos se indican en la figura. Se observa que los daños climáticos siguen creciendo hasta después de que la temperatura máxima se haya alcanzado.

La dependencia de la función de daños de la subida del nivel del mar introduce una especie de dependencia de camino a la función de daños: la curva de los daños climáticos como porcentaje del producto bruto mundial contra el aumento de la temperatura atmosférica depende de la política climática que se adopte. La dependencia de la función de daños de la subida del nivel del mar, y la consiguiente dependencia de camino de la función de daños, hacen que, cualquier sea la política que se implemente, los daños climáticos sigan creciendo hasta después de que la temperatura máxima se haya alcanzado.<sup>14</sup>

La Figura 1.1 muestra la función de daños del modelo DICE-2010 estándar para tres políticas climáticas: el caso base (en el que las emisiones de carbono se reducen porque existe un límite a las emisiones industriales acumuladas, pero no para reducir los daños climáticos), la política óptima, y la política que limita el aumento de la temperatura atmosférica a 2 °C. (Estas políticas se discutirán con más detalle más adelante.) El modelo estima que en el año 2005, la temperatura global era aproximadamente 0.8 °C por encima de los niveles de 1900, y los daños climáticos representaron aproximadamente el 0.2% del producto bruto mundial. Este punto se indica en la figura. Si se

<sup>14</sup>La dependencia de la función de daños de la subida del nivel del mar, y la consiguiente dependencia de camino de la función de daños, distinguen el modelo DICE-2010 de las versiones anteriores del modelo DICE. En las versiones anteriores, los daños climáticos son una función (cuadrática) únicamente del aumento de la temperatura atmosférica. Una consecuencia es que, en estas versiones, los daños climáticos se reducen una vez que se haya alcanzado la temperatura máxima.

implementara la política que limita el aumento de la temperatura atmosférica a 2 °C, la temperatura máxima se alcanzaría en el año 2075. Si se implementara la política óptima, la temperatura aumentaría en un máximo de aproximadamente 3 °C, y este máximo se alcanzaría en el año 2125. Si se implementara la política del caso base, la temperatura atmosférica aumentaría en un máximo de aproximadamente 7 °C por encima de los niveles de 1900, y este máximo se alcanzaría en el año 2295. Los puntos de inflexión corresponden a estos aumentos máximos de la temperatura. Los años en que se alcanzan estos aumentos máximos se indican en la figura. Se observa que los daños climáticos siguen creciendo después de que la temperatura máxima se haya alcanzado.

### 1.1.5 El costo de la reducción de emisiones

En cada periodo una fracción del producto neto de daños climáticos se dedica a la reducción de emisiones de carbono. Si  $\Lambda(t)$  es la fracción del producto neto de daños climáticos que se gasta en la reducción de emisiones, entonces el producto mundial neto de daños climáticos y del costo de la reducción de emisiones,  $Y(t)$ , es

$$\begin{aligned} Y(t) &= [1 - \Lambda(t)]Y_{neta}(t) \\ &= [1 - \Lambda(t)][1 - D(t)]Y_{bruta}(t). \end{aligned} \quad (1.9)$$

La fracción del producto neto de daños climáticos que se dedica a la reducción de emisiones es proporcional a la tasa de control  $\mu(t)$  elevada a la potencia  $\theta_2$ :

$$\Lambda(t) \propto \mu(t)^{\theta_2}. \quad (1.10)$$

La fracción del producto neto de daños climáticos que se dedica a la reducción de emisiones también depende del precio de la tecnología *backstop*, donde la tecnología *backstop* es una tecnología que “permite la sustitución completa de todos los combustibles de carbono a un precio que es relativamente alto pero que disminuye con el tiempo” (Nordhaus, 2008, p. 35, traducido por autor). El precio de la tecnología *backstop* es el costo marginal de la mitigación cuando la tasa de control es el 100%. Decece de manera exógena. La tasa de control y el precio de la tecnología *backstop* determinan el impuesto al carbono.<sup>15</sup>

### 1.1.6 El consumo y la inversión

En cada periodo el producto neto de daños climáticos y del costo de la reducción de emisiones  $Y(t)$  se divide entre el consumo  $C(t)$  y la inversión  $I(t)$ :

$$Y(t) = C(t) + I(t). \quad (1.11)$$

La razón de la inversión al producto neto de daños climáticos y del costo de la

<sup>15</sup>Las Ecuaciones A.28, A.29 y A.30 describen los costos de la reducción de emisiones. La Ecuación A.31 describe el impuesto al carbono.

reducción de emisiones define la tasa de ahorro  $S(t)$ :

$$S(t) = \frac{I(t)}{Y(t)}. \quad (1.12)$$

La tasa de ahorro  $S(t)$  y la tasa de control  $\mu(t)$  son las dos variables de control del modelo.

Si  $\delta_K$  es la tasa anual de depreciación del capital, entonces la cantidad de capital a principios del periodo  $t + 1$  es igual a la cantidad de capital a principios del periodo  $t$  multiplicada por  $(1 - \delta_K)^{10}$ , más la inversión que se ha realizado durante los diez años del periodo  $t$ ,  $10 \times I(t)$ :

$$K(t + 1) = 10I(t) + (1 - \delta_K)^{10}K(t). \quad (1.13)$$

### 1.1.7 La utilidad

En el modelo DICE-2010 estándar la utilidad del periodo  $t$ —la utilidad de la generación  $t$ —es igual a la población,  $L(t)$ , multiplicada por una función del consumo medio,  $u(\bar{c}(t))$ :

$$U(L(t), \bar{c}(t)) = L(t) \cdot u(\bar{c}(t)). \quad (1.14)$$

La función de utilidad individual  $u(\bar{c}(t))$  es isoelástica:

$$u(\bar{c}(t)) = \frac{\bar{c}(t)^{1-\alpha} - 1}{1 - \alpha}. \quad (1.15)$$

Por conveniencia, el consumo medio se mide en miles de dólares por año:

$$\bar{c}(t) = \frac{1000 \times C(t)}{L(t)}. \quad (1.16)$$

La utilidad intergeneracional,  $W$ , es la suma de las utilidades de cada periodo, donde las utilidades futuras se descuentan a una tasa anual constante de  $\rho$ :

$$W = \sum_{t=1}^{60} \frac{U(L(t), \bar{c}(t))}{(1 + \rho)^{10(t-1)}}. \quad (1.17)$$

En el modelo DICE-2010 estándar, la elasticidad de la utilidad marginal del consumo (el parámetro  $\alpha$ ) es 1.5, y la tasa de descuento de la utilidad (el parámetro  $\rho$ ) es 1.5% por año.

### 1.1.8 Resolviendo el modelo

Una política climática consiste en una trayectoria de la tasa de ahorro  $S(t)$  y una trayectoria de la tasa de control  $\mu(t)$ . Las trayectorias de la tasa de ahorro y la tasa de control determinan las trayectorias de todas las variables endógenas del modelo. A cada política le corresponde un valor de la utilidad intergeneracional  $W$ . La política

climática óptima—la solución del modelo—se define como esa política que maximiza la utilidad intergeneracional (sujeto a las otras ecuaciones del modelo):

$$\max_{\{S(t), \mu(t)\}} \sum_{t=1}^{60} \frac{U(L(t), \bar{c}(t))}{(1 + \rho)^{10(t-1)}}. \quad (1.18)$$

La trayectoria óptima de la tasa de ahorro y la de la tasa de control determinan las trayectorias óptimas de las otras variables endógenas: el producto bruto mundial  $Y_{bruta}(t)$ , las emisiones totales de carbono  $E(t)$ , la concentración atmosférica de  $\text{CO}_2$ , el aumento de la temperatura global, etc.

## 1.2 La programación del modelo

Para los fines de esta tesis era necesario programar el modelo DICE-2010 estándar en GAMS.<sup>16</sup> Hacer los cambios estructurales necesarios para incorporar al modelo los efectos de cambios en la desigualdad del consumo es relativamente fácil en GAMS, pero habría sido prohibitivamente difícil en Excel. El primer periodo del modelo DICE-2010 estándar (de principios de 2005 a finales de 2014) se considera como enteramente histórico: las condiciones iniciales “verdaderas” son los valores de las variables en el año 2015, y algunas de las ecuaciones del modelo entran en efecto a partir del segundo periodo. Descubrimos que era más fácil programar el modelo en GAMS eliminando el periodo 2005–2014 y empezando en el año 2015.

La política óptima de la versión GAMS del modelo difiere ligeramente de la de la versión Excel. Por ejemplo, la tasa de control en el año 2015 es el 19.1 % en la versión GAMS y el 18.5 % en la versión Excel (una diferencia de aproximadamente 3 %). La concentración máxima de  $\text{CO}_2$  es de 588 ppm en la versión GAMS y de 601 ppm en la versión Excel (una diferencia de aproximadamente 2 %). El aumento máximo de la temperatura global es de 2.98 °C en la versión GAMS y de 3.08 °C en la versión Excel (una diferencia de aproximadamente 3 %). No se conoce la razón por estas diferencias.

En esta tesis consideramos la versión GAMS como la versión “canónica” del modelo DICE-2010 estándar. Es esta versión que modificaremos más adelante para tomar en cuenta los cambios en la desigualdad del consumo. El código GAMS del modelo DICE-2010 estándar está disponible con previa solicitud al autor.

## 1.3 La política climática óptima según el modelo DICE-2010 estándar

Los resultados para el año 2005 son de la versión Excel del modelo DICE-2010; los resultados para los años posteriores son de la versión GAMS del modelo.

<sup>16</sup>El *General Algebraic Modeling System* (el Sistema General de Modelaje Algebraico)—GAMS—es un sistema para el modelaje y resolución de problemas de optimización. Está disponible en Internet en <http://www.gams.com/>. Nótese que el modelo DICE-2010 estándar (y posteriormente el modelo modificado) no correrá en la versión gratuita de GAMS; se necesita la versión completa.

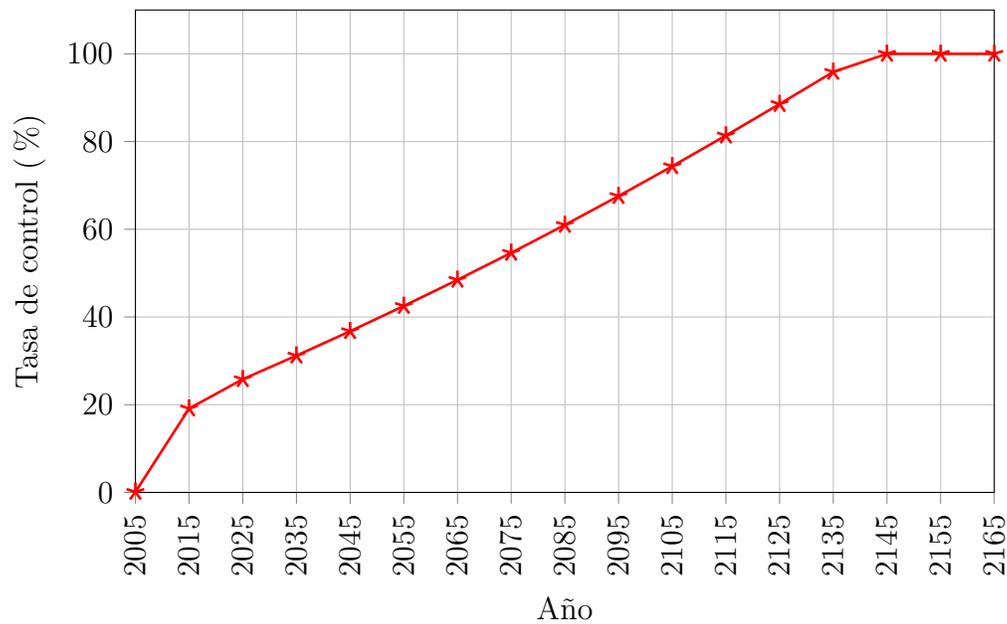


Figura 1.2: La trayectoria óptima de la tasa de control según el modelo DICE-2010 estándar.

La trayectoria óptima de la tasa de control según el modelo DICE-2010 estándar se muestra en la [Figura 1.2](#). El modelo estima que las emisiones se redujeron en un 0.1% en el año 2005. Para el año 2015, el modelo recomienda que las emisiones se reduzcan en aproximadamente el 19%. A partir del año 2015 la tasa de control aumenta aproximadamente de manera lineal a una tasa de 0.6 puntos porcentuales por año, y alcanza el 100% en el año 2145.

Esta política implica que las emisiones totales de carbono aumentan lentamente de aproximadamente 9.6 Gt/año en 2005 a un máximo de aproximadamente 10.6 Gt/año en el año 2035. La concentración máxima de  $\text{CO}_2$  es de 588 ppm, mientras que el aumento máximo de la temperatura global es de 3.0 °C. Estos máximos se alcanzan en los años 2105 y 2125 respectivamente. Si la política se implementara por medio de un impuesto global al carbono, el impuesto sería de aproximadamente \$62.6 por tonelada en el año 2015. Entre 2015 y 2065 el impuesto aumentaría a una tasa de 3.2% por año.

En el [Capítulo 4](#) compararemos las consecuencias de esta política con las de la política óptima del modelo modificado.

## Capítulo 2

# El marco del modelo modificado

---

En este capítulo desarrollamos el marco del modelo modificado. La [Sección 2.1](#) se trata de los dos supuestos fundamentales en los que se basa nuestra modificación del modelo DICE-2010 estándar. El primer supuesto concierne a las utilidades de los individuales que componen una generación; el segundo a la relación entre las utilidades individuales y la utilidad de la propia generación. En la [Sección 2.2](#) hacemos un tercer supuesto importante. Suponemos que la distribución del consumo de una generación es completamente especificada por tres parámetros: la población de la generación, el consumo medio, y otro parámetro que mide la desigualdad de la distribución. Utilizamos el coeficiente de Gini como medida de la desigualdad.

El modelo DICE-2010 estándar se puede considerar como un modelo en el que la distribución global del consumo—una distribución “desigual”—se reemplaza por una distribución “igual”, en la que el consumo de todos los individuos de la generación es el consumo medio. Esta “distribución efectiva” no depende de la desigualdad de la distribución verdadera del consumo de la generación. Nuestra modificación del modelo DICE-2010 estándar consiste en dos componentes. Primero, reemplazamos el consumo medio en la distribución efectiva por otro nivel del consumo que depende de la desigualdad de la distribución verdadera del consumo de la generación. Este otro nivel del consumo, al que llamamos el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente, es el objeto de la [Sección 2.3](#). El segundo componente de la modificación consiste en una estimación del comportamiento—tanto endógeno como exógeno—del coeficiente de Gini. En la [Sección 2.4](#) discutimos la manera en que modelamos este comportamiento. La [Sección 2.5](#) resume el marco de la modificación.

### 2.1 La utilidad individual y la utilidad “verdadera” de una generación

El primer supuesto fundamental que hacemos es suponer que todos los individuos en todos los periodos tienen la misma función de utilidad. En particular, suponemos que la utilidad del individuo  $i$  en el periodo  $t$  es una función isoelástica del consumo de ese individuo:

$$u(c_i(t)) = \frac{c_i(t)^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha}, \quad i = 1, \dots, L(t), \quad t = 1, \dots, 60, \quad (2.1)$$

donde  $u(\cdot)$  es la utilidad del individuo y  $c_i(t)$  es el consumo. El parámetro  $\alpha$  es una medida del grado de la concavidad de la función, y es el *mismo* parámetro que se utiliza para calcular la utilidad de una generación en el modelo DICE-2010 estándar (véase las Ecuaciones 1.14 y 1.15).

El segundo supuesto fundamental que hacemos es suponer que la utilidad de una generación es la *suma* de las utilidades de los individuos que componen la generación.<sup>17</sup> Ahora el parámetro  $\alpha$  juega dos papeles: además de su papel anterior como una medida de la aversión a la desigualdad entre las distintas generaciones, también es una medida de la aversión a la desigualdad entre los individuos de una generación. En otras palabras, es una medida de la aversión a la desigualdad tanto *intergeneracional* como *intrageneracional*.

Al suponer que la utilidad “verdadera” de una generación es la suma de las utilidades de los individuos que componen la generación, hemos introducido una especie de simetría al modelo. Después de todo, la utilidad intergeneracional es la suma de las utilidades (descontadas) de las distintas generaciones. La simetría que introducimos es solamente parcial, en dos aspectos. Primero, aunque no tratamos las utilidades de todas las generaciones de manera igual—descontamos las utilidades de las generaciones futuras a una tasa de 1.5 % por año—sí tratamos las utilidades de todos los individuos de una generación de manera igual. (Sería difícil justificar el descuento de las utilidades de las mujeres, por ejemplo, simplemente porque son mujeres, o los ciudadanos de los países africanos, simplemente porque son ciudadanos de los países africanos.)<sup>18</sup> Segundo, cuando se trata de modificar la distribución del consumo dentro de una generación, los individuos se consideran como individuos, pero cuando se trata de modificar la distribución del consumo entre las generaciones, cada generación se considera como un grupo homogéneo de individuos, en el que cada individuo tiene el mismo nivel de consumo. (En el modelo DICE-2010 estándar, este nivel de consumo es el consumo medio. En el modelo modificado que presentamos aquí reemplazamos el consumo medio con un nivel de consumo que llamamos el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente, que definimos en la [Sección 2.3](#).)

Observamos que la manera en la que se calcula la utilidad de una generación en el modelo DICE-2010 estándar—multiplicar la población de la generación por la utilidad

---

<sup>17</sup>Sumar las utilidades de los individuos es de ninguna manera es la única manera de definir la utilidad de una generación. Podríamos, por ejemplo, seguir la filosofía de Rawls (1971) y definir la utilidad de una generación como la utilidad del individuo de esa generación con el menor nivel de consumo. También podríamos sostener que la utilidad de una generación debería depender no solamente de la distribución de consumo de la misma generación, sino también de las distribuciones de consumo de las generaciones anteriores y posteriores. De la misma manera podríamos sostener que la utilidad de un individuo debería depender no solamente del consumo del propio individuo, sino también del consumo de otros individuos. Al suponer que la utilidad de un individuo depende solamente del consumo de ese individuo (véase la [Ecuación 2.1](#)), y que la utilidad de una generación es la suma de las utilidades de los individuos de esa generación, por lo menos estamos siendo consistentes.

<sup>18</sup>Por supuesto que uno podría argumentar que no deberíamos descontar las utilidades de los miembros de las generaciones futuras simplemente porque son miembros de las generaciones futuras y no de la generación actual. No entramos en el debate sobre la tasa de descuento aquí; se remite al lector a la amplia literatura publicada sobre este tema. (Beckerman y Hepburn (2007) es un buen punto de partida.)

que proporciona el consumo medio—solamente es consistente con el supuesto de que utilidad de una generación es la suma de las utilidades de los individuos que componen la generación si el consumo de todos los individuos es igual al consumo medio. Por otro lado, si la desigualdad de la distribución de consumo de una generación no es insignificante, entonces la multiplicación de la población de la generación por el consumo que proporciona el consumo medio siempre será una sobreestimación de la utilidad verdadera. (Esto es una consecuencia de la concavidad de la función de utilidad. Discutimos este punto más adelante.) Sin embargo, si la desigualdad de la distribución intrageneracional del consumo no cambia con el tiempo (lo que implica que no se ve afectada por la elección de la tasa de control), entonces el problema del cambio climático no requiere una consideración de la desigualdad intrageneracional, y el modelo DICE-2010 estándar sería suficiente. Como mencionamos en la Introducción, rechazamos el supuesto de que la desigualdad intrageneracional es independiente del cambio climático. (También esperamos que la desigualdad del consumo cambie por otras razones no relacionadas con el cambio climático.)

En resumen, si aceptamos que la utilidad de una generación es igual a la suma de las utilidades de los individuos que componen la generación (o, más generalmente, que la utilidad de una generación depende de manera en que el consumo de la generación se distribuye entre los miembros de la generación), entonces la política óptima del modelo DICE-2010 estándar solamente será óptima si la forma de la distribución intrageneracional del consumo no cambia con el tiempo, un caso especial siendo el en que el consumo de todos los individuos es igual al consumo medio. El marco que presentamos en las siguientes secciones de este capítulo se diseña para tomar en cuenta la relación entre la desigualdad de la distribución de consumo de una generación y la utilidad de la generación, el efecto del cambio climático sobre la desigualdad, y los cambios exógenos en el nivel de desigualdad.

## 2.2 La función de densidad del consumo de la generación $t$

Aproximamos las distribuciones discretas de consumo de los diferentes periodos por una familia de distribuciones continuas. Suponemos que la distribución del consumo de la generación  $t$  se puede especificar por completo por tres parámetros: la población de la generación  $L(t)$ , el consumo medio  $\bar{c}(t)$ , y otro parámetro que mide la desigualdad de la distribución. Aquí utilizamos el coeficiente de Gini.

El coeficiente de Gini se interpreta intuitivamente a través de la curva de Lorenz, que grafica el consumo acumulado (como fracción del consumo total), contra la población acumulada (como fracción de la población total). Si, por ejemplo, el 40 % más pobre de la población consume el 15 % del consumo total, entonces el punto  $(0.4, 0.15)$  estará en la curva de Lorenz. El coeficiente de Gini es igual al área entre la línea diagonal y la curva de Lorenz dividida por el área total debajo de la línea diagonal. El coeficiente de Gini varía entre 0 y 1: un coeficiente de 0 corresponde a la situación en que todos los individuos tienen el mismo consumo y un coeficiente de 1 a la situación en que un individuo tiene todo el consumo y el consumo de los demás individuos es cero. La [Figura 2.1](#) muestra una representación gráfica del coeficiente de Gini para una distribución

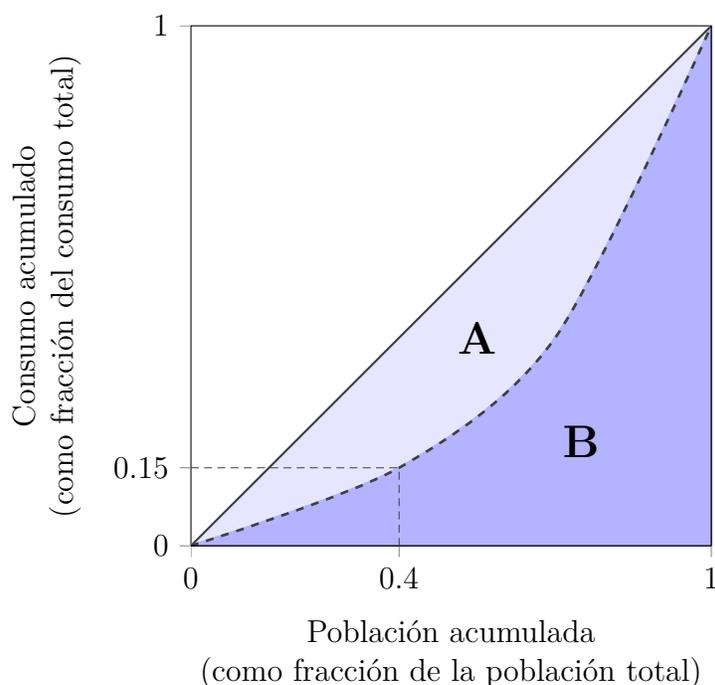


Figura 2.1: Representación gráfica del coeficiente de Gini. La línea discontinua es la curva de Lorenz. El coeficiente de Gini es igual al área entre la línea diagonal y la curva de Lorenz (**A**) dividida por el área debajo de la línea diagonal (**A + B**). En este ejemplo el 40 % más pobre de la población consume el 15 % del consumo total.

de consumo en la que el 40 % más pobre de la población consume el 15 % del consumo total.

El coeficiente de Gini no es la única medida de la desigualdad de una distribución. Podríamos utilizar, por ejemplo, la varianza, o uno de los índices de Atkinson, o uno de los índices de entropía generalizada, o la razón del consumo del 10 % más rico de la población al consumo del 10 % más pobre de la población. Utilizamos el coeficiente de Gini por dos razones. Primero, el coeficiente de Gini se utiliza para medir la desigualdad de las distribuciones del ingreso y del consumo nacionales que utilizamos para calibrar el modelo en el siguiente capítulo. Segundo, los parámetros de una distribución lognormal se pueden expresar fácilmente en términos del coeficiente de Gini. (Utilizamos las distribuciones lognormales extensamente en el siguiente capítulo.)<sup>19</sup>

La función de densidad que aproxima la distribución del consumo de la generación  $t$  es

$$f(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)), \quad c \in [0, \infty), \quad (2.2)$$

donde  $L(t)$  es la población de la generación,  $\bar{c}(t)$  es el consumo medio (en miles de

<sup>19</sup>Véase el Capítulo 6 de World Bank (2005) para una introducción al coeficiente de Gini, los índices de Atkinson y los índices de entropía generalizada. Las diferentes medidas de la desigualdad de una distribución tienen diferentes propiedades matemáticas. *A priori* no es obvio qué tan sensibles serían los resultados del modelo modificado que presentamos aquí a un cambio de la medida de la desigualdad.

dólares),  $G(t)$  es el coeficiente de Gini, y la función se define sobre el intervalo  $[0, \infty)$ . No será necesario especificar la forma funcional de la función de densidad.

La función de densidad se normaliza para que el área debajo de la curva sea igual a la población de la generación:

$$L(t) = \int_0^{\infty} f(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)) dc. \quad (2.3)$$

El consumo total (en miles de dólares) es la integral de la función de densidad multiplicada por  $c$ . El consumo medio es el consumo total dividido por la población:

$$\bar{c}(t) = \frac{1}{L(t)} \int_0^{\infty} c \cdot f(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)) dc. \quad (2.4)$$

El coeficiente de Gini es

$$G(t) = \frac{1}{\bar{c}(t)} \int_0^{\infty} F(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)) [1 - F(c; L(t), \bar{c}(t), G(t))] dc, \quad (2.5)$$

donde

$$F(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)) = \int_0^c f(c'; L(t), \bar{c}(t), G(t)) dc' \quad (2.6)$$

es la función de distribución. (En el siguiente capítulo utilizaremos una manera más fácil de calcular el coeficiente de Gini.)

La utilidad “verdadera” de la generación es la integral de la función de densidad multiplicada por la función de utilidad individual:

$$U^*(L(t), \bar{c}(t), G(t)) = \int_0^{\infty} u(c) \cdot f(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)) dc, \quad (2.7)$$

donde

$$\begin{aligned} u(c) &= \frac{c^{1-\alpha} - 1}{1 - \alpha} \\ &= 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c}} \right), \end{aligned} \quad (2.8)$$

y hemos utilizado el hecho de que  $\alpha = 1.5$  en el modelo DICE-2010 estándar.

Distinguimos entre la utilidad verdadera de la generación,  $U^*(L(t), \bar{c}(t), G(t))$ , que se obtiene integrando la función de densidad multiplicada por la función de utilidad, y la utilidad  $U(L(t), c'(t))$ , que se obtiene multiplicando la población de la generación por la utilidad que proporciona el nivel de consumo  $c'(t)$ :

$$\begin{aligned} U(L(t), c'(t)) &= L(t) \cdot u(c'(t)) \\ &= L(t) \cdot 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c'(t)}} \right). \end{aligned} \quad (2.9)$$

La función  $U(L(t), c'(t))$  calcula la utilidad que proporciona una distribución en la que todos los individuos tienen un nivel de consumo igual a  $c'(t)$ . El modelo DICE-2010 estándar utiliza esta función para calcular la utilidad de la generación  $t$ , donde el nivel de consumo  $c'(t)$  es igual al consumo medio de la generación,  $\bar{c}(t)$ . En el modelo modificado reemplazamos el consumo medio como el segundo argumento de la función  $U(L(t), \cdot)$  por un nivel de consumo más representativo—el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente.

### 2.3 El consumo equivalente al consumo distribuido igualmente

Definimos el consumo equivalente al consumo distribuido equitativamente (que abreviamos como el consumo equivalente),  $c^*(t)$ , como el nivel de consumo que proporciona la utilidad media. El consumo equivalente cumple la siguiente ecuación:

$$U(L(t), c^*(t)) = U^*(L(t), \bar{c}(t), G(t)). \quad (2.10)$$

O, utilizando las Ecuaciones 2.7, 2.8 y 2.9:

$$L(t) \cdot 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c^*(t)}} \right) = \int_0^\infty 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c}} \right) \cdot f(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)) dc. \quad (2.11)$$

Consideremos el efecto de variar el coeficiente de Gini sobre la utilidad que proporciona la distribución del consumo y sobre el consumo equivalente. Por el momento fijamos la población  $L(t)$  y el consumo medio  $\bar{c}(t)$  mientras variamos el coeficiente de Gini  $G(t)$ . Un poco de reflexión basta para que uno se convenza de que entre más bajo el coeficiente de Gini, más utilidad proporciona el consumo a la generación. Esto es una consecuencia de la concavidad de la función de utilidad  $u(\cdot)$ . Si no todos los individuos de la generación tienen el mismo nivel de consumo, entonces siempre podemos aumentar la utilidad de la generación al transferir un poco del consumo de los individuos cuyo consumo es mayor que el consumo medio a los individuos cuyo consumo es menor que la media. Si pudiéramos transferir el consumo libremente entre los individuos de una generación, entonces todos los individuos terminarían con el mismo nivel de consumo—el consumo medio,  $\bar{c}(t)$ . En este caso el coeficiente de Gini sería cero, y la utilidad de la generación sería  $L(t) \cdot u(\bar{c}(t)) = U(L(t), \bar{c}(t))$ . Esto significa que cuando el coeficiente de Gini es cero, la utilidad se maximiza, y el consumo equivalente  $c^*(t)$  es igual al consumo medio  $\bar{c}(t)$ . Cuando el coeficiente de Gini es positivo, la utilidad total será menor que su nivel máximo, y el consumo equivalente será una fracción (entre 0 y 1) del consumo medio. Entre más alto el coeficiente de Gini, menos el consumo equivalente (como fracción del consumo medio).

Esto sugiere que definamos el consumo equivalente como el producto del consumo medio  $\bar{c}(t)$  y una función que varía entre los valores de 1 y 0 y que decrece a medida que aumenta el coeficiente de Gini. A esta función le llamamos  $h(G(t))$ :

$$c^*(t) = \bar{c}(t) \cdot h(G(t)). \quad (2.12)$$

Cuando el coeficiente de Gini es cero, la utilidad de la generación alcanza su máximo de  $L(t) \cdot u(\bar{c}(t))$ , y el consumo equivalente es igual al consumo medio:  $h(0) = 1$ . Si el coeficiente de Gini aumenta, tanto la utilidad de la generación como el consumo equivalente disminuyen:  $h(\cdot)$  es estrictamente decreciente. Cuando el coeficiente de Gini es uno, la utilidad de la generación es menos infinito y el consumo equivalente es cero:  $h(1) = 0$ .

La manera en que la función  $h(G(t))$  disminuye de 1 a 0 a medida que aumenta el coeficiente de Gini de 0 a 1 dependerá de la forma de la distribución del consumo. Si conocemos la forma funcional de la función de densidad, entonces en teoría podemos encontrar la forma funcional de la función  $h(G(t))$ . Si no conocemos la forma funcional de la función de densidad, no podemos encontrar la forma funcional de la función  $h(G(t))$ . Pero si tenemos una estimación de la función de densidad para un valor particular del coeficiente de Gini, entonces podemos calcular el valor de la función  $h$  para ese valor del coeficiente de Gini. Esto nos da un punto en el plano  $G - h(G)$ . Si tenemos estimaciones de la función de densidad para varios valores del coeficiente de Gini, entonces tenemos varios puntos en el plano  $G - h(G)$ , y podemos unir estos puntos para estimar la forma de la función  $h$ . Éste es el método que emplearemos en el siguiente capítulo.

Para ilustrar estas ideas consideramos la distribución del consumo mostrada en la [Figura 2.2](#). (La cola de la distribución continúa a la derecha.) La distribución describe una generación de mil personas con un consumo medio de 10 mil dólares por año. El consumo total es, por supuesto, 10 millones de dólares. El coeficiente de Gini y la utilidad de la generación se pueden obtener integrando las [Ecuaciones 2.5](#) y [2.7](#) respectivamente. Resulta que el coeficiente de Gini de la distribución es 0.4 y que la utilidad de la generación es 1,223 útiles. El consumo equivalente al consumo distribuido igualmente cumple la siguiente ecuación (compárese con la [Ecuación 2.10](#)):

$$1000 \cdot 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c^*}} \right) = 1223. \quad (2.13)$$

La solución es  $c^* = 6.62$  (miles de dólares). El consumo equivalente ( $c^* = 6.62$ ) y el consumo medio ( $\bar{c} = 10$ ) también se muestran en la [Figura 2.2](#).

Podemos interpretar este resultado de la siguiente manera: una distribución en la que todos los individuos tienen un consumo de 6.62 miles de dólares proporciona la misma utilidad a la generación que una distribución de la forma mostrada en la [Figura 2.2](#) y con una media de 10 miles de dólares. Por esta razón a la solución de la [Ecuación 2.10](#) le llamamos el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente: 6.62 millones de dólares distribuidos igualmente proporciona la misma utilidad que 10 millones de dólares distribuidos según la distribución mostrada en la [Figura 2.2](#).<sup>20</sup>

El argumento de la función  $h$  es el coeficiente de Gini (en este caso 0.4), y el valor de la función es igual a la razón del consumo equivalente al consumo medio (véase la [Ecuación 2.12](#)):  $h(0.4) = 6.62/10 = 0.662$ . Si la distribución intrageneracional del

---

<sup>20</sup>El término “consumo equivalente al consumo distribuido igualmente” es una adaptación del término “*equally-distributed equivalent income*”, utilizado por [Atkinson y Brandolini \(2008\)](#) para expresar un concepto parecido en otro contexto.

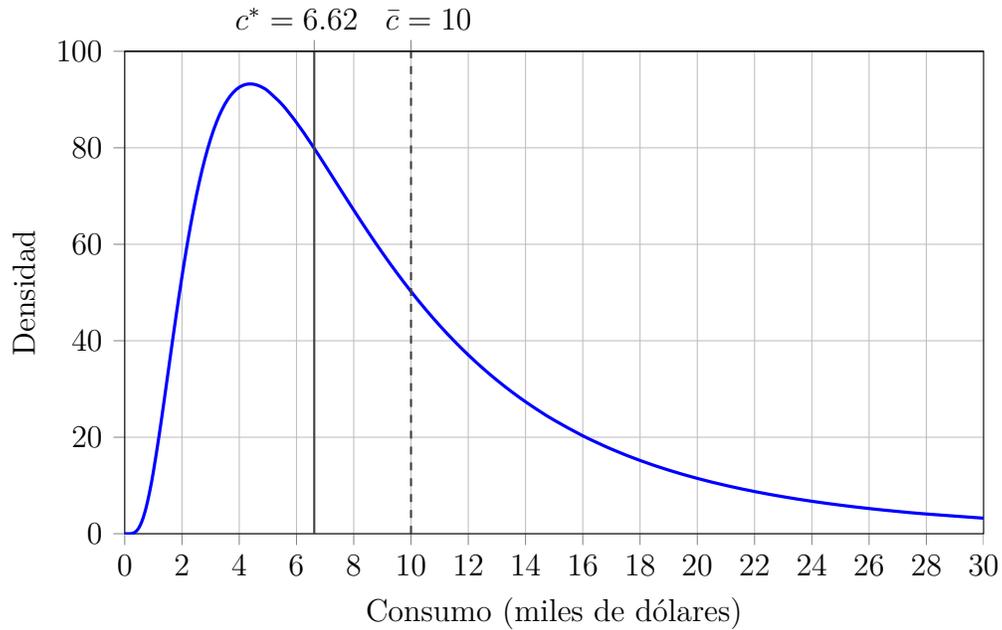


Figura 2.2: Una ilustración del consumo equivalente al consumo distribuido igualmente. Esta distribución describe una población de mil personas. El consumo medio es 10 miles de dólares ( $\bar{c} = 10$ ) y el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente es 6.62 miles de dólares ( $c^* = 6.62$ ). El coeficiente de Gini es 0.4. La distribución proporciona la misma utilidad que una distribución igual en la que todos los individuos tienen un consumo de 6.62 miles de dólares.

consumo se describiera por una familia de funciones de densidad, de la que la función mostrada en la Figura 2.2 es un miembro, entonces la función  $h(G)$  pasaría por el punto  $(0.4, 0.662)$  (además de los puntos  $(1, 0)$  y  $(0, 1)$ ).

Si reemplazamos el consumo medio  $\bar{c}(t)$  por el consumo equivalente  $c^*(t) = \bar{c}(t) \cdot h(G(t))$  como el segundo argumento de la función  $U(L(t), \cdot)$  en el modelo DICE, entonces el modelo calculará la utilidad verdadera de la generación, y no la máxima utilidad que se puede alcanzar dados la población y el consumo total. El efecto que esto tendrá sobre la política climática óptima dependerá del comportamiento del coeficiente de Gini, que discutimos en la siguiente sección.

## 2.4 El comportamiento del coeficiente de Gini

Primero observamos que si el coeficiente de Gini es constante durante los 600 años del modelo, entonces el modelo modificado es equivalente al modelo estándar. En este caso la única diferencia entre el modelo estándar y el modificado es que en el primero, la utilidad de la generación  $t$  está dada por  $U(L(t), \bar{c}(t))$ , mientras que en el segundo está dada por  $U(L(t), k \cdot \bar{c}(t))$ , donde la constante  $k$  es igual al valor constante de la función  $h(G(t))$ . Por ejemplo, si la forma de la distribución intrageneracional del consumo fuera igual que la forma de la distribución mostrada en la Figura 2.2, entonces el coeficiente

de Gini se mantendría en 0.4 ( $G(t) = 0.4 \forall t$ ), y el valor de la función  $h$ , y el de la constante  $k$ , se mantendría en 0.662 ( $h(0.4) = k = 0.662$ ).

Un aumento (endógeno o exógeno) del coeficiente de Gini tendría un efecto sobre la política óptima parecido al efecto de un aumento de los daños climáticos (por ejemplo, un aumento de uno de los coeficientes o uno de los exponentes de la función de daños): la tasa de control aumentaría para reducir el aumento de la desigualdad de los periodos posteriores. Por otro lado, una disminución (endógena o exógena) del coeficiente de Gini tendría el efecto opuesto sobre la política óptima: la tasa de control disminuiría.

En nuestra modificación del modelo DICE, modelamos el coeficiente de Gini como el producto de un componente exógeno  $G_{ex}(t)$  y un componente endógeno  $G_{end}(t)$ :

$$G(t) = G_{ex}(t) \cdot G_{end}(t). \quad (2.14)$$

El componente exógeno describe la trayectoria del coeficiente de Gini en el caso de un cambio climático mínimo o inevitable, definido como el cambio climático que resultaría si la tasa de control fuera el 100% a partir del año 2015. En este caso el coeficiente de Gini seguiría la trayectoria exógena  $G_{ex}(t) = G_{min}(t)$ . El componente endógeno describe el efecto del cambio climático “adicional” o “evitable”, es decir, el cambio climático que se podría evitar dada una tasa de control adecuada, sobre el coeficiente de Gini.

Utilizamos los daños climáticos—la fracción del producto mundial que se pierde debido al cambio climático—como medida del alcance del cambio climático. El cambio climático mínimo se asocia con una trayectoria de los daños climáticos:  $D_{min}(t)$ . Esta trayectoria es exógena. Cada tonelada de carbono que se emite hace que los daños climáticos sean mayores que este nivel mínimo, y esto a su vez hace que el coeficiente de Gini sea mayor que su nivel mínimo. Entre más grande la diferencia entre los daños climáticos reales y los daños mínimos, más grande la diferencia entre el coeficiente de Gini y su nivel mínimo. El componente endógeno del coeficiente de Gini,  $G_{end}(t)$ , describe el aumento porcentual del coeficiente de Gini por encima de su nivel exógeno (mínimo) cuando los daños climáticos aumentan en un punto porcentual por encima de su nivel mínimo. El componente endógeno del coeficiente de Gini tendrá la siguiente forma:

$$G_{end}(t) = 1 + f_G(D(t) - D_{min}(t)), \quad (2.15)$$

donde  $f_G(\cdot)$  es una función creciente que pasa por el origen.

## 2.5 Resumen del marco de la modificación

Todos los individuos de todas las generaciones tienen la misma función (isoelástica) de utilidad. La utilidad de una generación es la suma de las utilidades de los individuos que componen la generación. La distribución del consumo de la generación  $t$  se puede aproximar adecuadamente por una función de densidad continua de tres parámetros: la población de la generación ( $L(t)$ ), el consumo medio ( $\bar{c}(t)$ ), y el coeficiente de Gini ( $G(t)$ ). Debido a la concavidad de la función de utilidad individual, un aumento del coeficiente de Gini de la distribución de consumo de una generación (manteniendo la población y el consumo medio constantes) reduce la utilidad de la generación. Dados la

población y el consumo medio, la utilidad de una generación es una función decreciente del coeficiente de Gini: la utilidad máxima de  $L(t) \cdot u(\bar{c}(t))$  se alcanza cuando el coeficiente de Gini es cero, y la utilidad mínimo de  $-\infty$  se alcanza cuando el coeficiente de Gini es uno. Aquí  $u(c) = 2(1 - 1/\sqrt{c})$  es la función de utilidad individual. Definimos el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente  $c^*(t) = \bar{c}(t) \cdot h(G(t))$  tal que  $L(t) \cdot u(c^*(t))$  es igual a la utilidad de la generación.

Interpretamos tanto el modelo DICE-2010 estándar como el modelo modificado como modelos que reemplazan la distribución de consumo de la generación  $t$  por una distribución “efectiva”. En el caso del modelo DICE-2010 estándar, la distribución efectiva es una distribución igual en la que todos los individuos de la generación tienen el consumo medio  $\bar{c}(t)$ . La utilidad de esta distribución efectiva es igual a la utilidad máxima que se puede obtener de cualquier distribución, dados la población y el consumo medio. Aún más importante, la utilidad de esta distribución efectiva es independiente del coeficiente de Gini. La consecuencia es que el modelo DICE-2010 estándar solamente toma en cuenta que el cambio climático afectará a la media de la distribución global del consumo; no toma en cuenta que también afectará a la desigualdad de la distribución. (Tampoco toma en cuenta los cambios exógenos en la desigualdad de la distribución.)

En contraste, la distribución efectiva del modelo modificado es una distribución igual en la que todos los individuos de una generación tienen un nivel de consumo igual al consumo equivalente al consumo distribuido igualmente. La utilidad de esta distribución efectiva es, por definición, igual a la utilidad de la generación. De este modo, el modelo modificado toma en cuenta tanto la pérdida de utilidad debido a un traslado a la izquierda de la media de la distribución del consumo como la pérdida de utilidad debido a un aumento de la desigualdad de la distribución.

El modelo modificado es igual al modelo estándar cuando el coeficiente de Gini que describe la distribución global del consumo se fija en cero, y es equivalente cuando el coeficiente de Gini es una constante distinta de cero. Si el coeficiente de Gini cambia endógena o exógenamente, entonces la política óptima del modelo modificado será, en general, diferente de la del modelo estándar. *A priori*, no es posible saber si el modelo modificado recomendará una política climática más estricta que el modelo estándar: la diferencia entre las políticas óptimas de los dos modelos dependerá de la forma de la distribución global del consumo (que determinará la forma de la función  $h(G(t))$ ), del efecto del cambio climático sobre el coeficiente de Gini, y de la trayectoria del coeficiente de Gini en el caso del cambio climático mínimo. La estimación de estos tres componentes del modelo modificado es el objeto del siguiente capítulo.

## Capítulo 3

# La calibración del modelo modificado

---

En la [Sección 3.1](#) construimos una estimación de la distribución global del consumo para cada periodo. En la [Sección 3.2](#) calculamos el coeficiente de Gini y el valor de la función  $h(G(t))$  para cada distribución. Cada distribución nos da un punto en el plano  $G-h(G)$ . Ajustamos una función a esta serie de puntos para estimar la forma funcional de la función  $h(G(t))$ . En la [Sección 3.3](#) estimamos el efecto del cambio climático sobre el coeficiente de Gini (el componente endógeno del coeficiente de Gini). En la [Sección 3.4](#) estimamos la trayectoria del coeficiente de Gini en el caso del cambio climático mínimo (el componente exógeno del coeficiente de Gini).

Para la calibración del modelo hacemos un uso extensivo de los datos del modelo RICE-2010, la versión regional, o desagregada, del modelo DICE-2010.<sup>21</sup> Las economías regionales se describen por ecuaciones parecidas a las que describen la economía mundial en el modelo DICE. (Por ejemplo, cada región cuenta con su propia función de producción y su propia función de daños.) Las 12 regiones del modelo RICE-2010 son:

1. Estados Unidos (EEUU),
2. Unión Europea (UE),
3. Japón,
4. Rusia,
5. Eurasia,
6. China,
7. India,
8. Medio Oriente,
9. África,
10. América Latina,
11. Otros países de ingresos altos (OPIA), y
12. Otros países asiáticos (OPA).

El modelo RICE-2010 se puede bajar de la página web de Nordhaus (<http://nordhaus.econ.yale.edu/>). Está disponible en la forma de tres archivos Excel. Un archivo corresponde a la política óptima, otro a una política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y otro al caso base, en el que las emisiones de carbono se reducen

---

<sup>21</sup>El modelo RICE es el *Regional DICE model* (el modelo DICE Regional). De hecho, ya que el modelo RICE-2010 se desarrolló antes del modelo DICE-2010, sería más preciso considerar el modelo DICE-2010 como la versión agregada del modelo RICE-2010.

debido al límite a las emisiones industriales acumuladas pero no para reducir los daños climáticos.<sup>22</sup> Cada versión del modelo contiene las trayectorias de todas las variables del modelo para cada región. Para nosotros las trayectorias más importantes son las de las poblaciones regionales, de los consumos medios regionales, y de los daños regionales. Las trayectorias de las poblaciones regionales, siendo exógenas, son iguales para las tres políticas. Las trayectorias de los consumos medios regionales y los daños regionales son endógenas y son diferentes para las diferentes políticas. Los archivos Excel del modelo RICE-2010 contienen una lista de los países en cada región.

Observamos que las variables exógenas del modelo DICE-2010—la población mundial, la productividad total de los factores, la razón de las emisiones industriales no controladas al producto bruto, etc.—se calibran para que el modelo DICE-2010 reproduzca los resultados agregados del modelo RICE-2010. Véase Nordhaus (2010) para una breve descripción del modelo RICE-2010 y una discusión de algunos de los resultados del modelo.

### 3.1 La estimación de la distribución global del consumo para cada periodo

Construimos una estimación de la distribución global del consumo para cada periodo. Suponemos que la distribución del consumo de cada región es lognormal, y que cada función de densidad regional se normaliza tal que el área debajo de la curva sea igual a la población de la región. De este modo la distribución global es la suma de las distribuciones regionales.

El hecho de que la forma de las distribuciones de ingreso *nacionales* es aproximadamente lognormal se ha comprobado ampliamente (Pinkovsky & Sala-i-Martin, 2009). Las distribuciones de *consumo* nacionales son más próximas a las distribuciones lognormales que las distribuciones de ingreso (Battistin, Blundell, & Lewbel, 2009). Cinco de los 12 regiones del modelo RICE-2010 son países individuales: EEUU, Japón, Rusia, China e India. No parece inapropiado utilizar las distribuciones lognormales para representar las distribuciones de consumo de estas regiones.<sup>23</sup>

Pero también utilizamos distribuciones lognormales para las siete regiones que consisten en varios países. Justificamos la utilización de las distribuciones lognormales para estas regiones al observar que si representamos las distribuciones de consumo de los países que componen una región por distribuciones lognormales, y todos los países tienen consumos medios parecidos y coeficientes de Gini parecidos, entonces la suma de las distribuciones—la distribución regional—será aproximadamente lognormal.

---

<sup>22</sup>La política del caso base es la política óptima cuando los coeficientes de la función de daños se fijan en cero.

<sup>23</sup>Pinkovsky y Sala-i-Martin (2009) dividen tanto China como India en dos partes, una urbana y una rural, y utilizan distribuciones lognormales para las dos partes. El modelo RICE-2010 no incluye suficientes datos para permitir tal subdivisión de estas regiones.

La función de densidad de la región  $i$  ( $i = \text{EEUU}, \dots, \text{OPA}$ ) en el periodo  $t$  es

$$f(c; L_i(t), \mu_i(t), \sigma_i(t)) = \frac{L_i(t)}{\sqrt{2\pi} c \sigma_i(t)} \exp\left(-\frac{(\ln(c) - \mu_i(t))^2}{2\sigma_i(t)^2}\right). \quad (3.1)$$

La función es completamente determinada por tres parámetros: la población de la región  $L_i(t)$ , el parámetro de ubicación  $\mu_i(t)$ , y el parámetro de escala  $\sigma_i(t)$ . La población aparece en la función de densidad como un factor multiplicativo. El parámetro de ubicación y el parámetro de escala se pueden escribir en términos de dos otros parámetros: el consumo medio regional  $\bar{c}_i(t)$  y el coeficiente de Gini regional  $G_i(t)$ .

El parámetro de escala es una función únicamente del coeficiente de Gini (Kemp-Benedict, 2001):

$$\sigma_i(t) = 2 \operatorname{erf}^{-1}(G_i(t)), \quad (3.2)$$

donde

$$\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt \quad (3.3)$$

es la función error.<sup>24</sup>

El parámetro de ubicación es una función tanto del consumo medio como del coeficiente de Gini (Kemp-Benedict, 2001):

$$\mu_i(t) = \ln(\bar{c}_i(t)) - \frac{1}{2}\sigma_i(t)^2. \quad (3.4)$$

Está claro que para construir la estimación de la distribución global del consumo en un periodo dado, es necesario saber las poblaciones regionales  $L_i(t)$ , los consumos medios regiones  $\bar{c}_i(t)$ , y los coeficientes de Gini regionales  $G_i(t)$ , para ese periodo. Con estos datos, utilizamos las Ecuaciones 3.2 y 3.4 para calcular el parámetro de escala y el parámetro de ubicación para cada región, sustituimos la población regional, el parámetro de escala regional y el parámetro de ubicación regional en la Ecuación 3.1 para obtener la distribución regional del consumo, y sumamos las distribuciones regionales para obtener la distribución global.

<sup>24</sup>Kemp-Benedict (2001) escribe el parámetro de escala como

$$\sigma_i(t) = \sqrt{2}\Phi^{-1}\left(\frac{G_i(t) + 1}{2}\right),$$

donde  $\Phi(\cdot)$  es la función de distribución de la distribución normal estándar. La función de distribución de la distribución normal estándar está relacionado a la función error a través de la siguiente ecuación (Weisstein, s.f.):

$$\Phi(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \operatorname{erf}\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)\right).$$

Invertimos esta ecuación para obtener

$$\Phi^{-1}(x) = \sqrt{2} \operatorname{erf}^{-1}(2x - 1).$$

El resultado mostrado en la Ecuación 3.2 se obtiene al reemplazar el argumento  $x$  con  $(G_i(t) + 1)/2$  y multiplicar por  $\sqrt{2}$ .

El modelo RICE-2010 proporciona las poblaciones regionales y los consumos medios regionales para cada periodo. Utilizamos los consumos medios regionales de la política óptima, ya que es ésta política la que queremos investigar en el modelo modificado. Desafortunadamente, el modelo RICE-2010 no contiene estimaciones de las trayectorias de los coeficientes de Gini regionales. Tenemos que encontrar estas estimaciones en otro lado. Seguimos la siguiente estrategia: primero estimamos los coeficientes de Gini regionales en el año 2005, y segundo suponemos que los coeficientes de Gini regionales siguen trayectorias exógenas. Especificamos la forma de estas trayectorias para el caso de la política óptima.

Cinco de los 12 regiones consisten en un solo país: Estados Unidos, Japón, Rusia, China e India. Tomamos nuestra estimación del coeficiente de Gini del consumo de Estados Unidos de [Heathcote, Perri y Violante \(2010\)](#). [McKenzie \(s.f.\)](#) proporciona una estimación del coeficiente de Gini del consumo de Japón. La base de datos Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) tiene estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo de Rusia, China e India.

Las otras siete regiones—Unión Europea, Eurasia, Medio Oriente, África, América Latina, Otros países de ingresos altos y Otros países asiáticos—consisten en más de un país. Para estimar los coeficientes de Gini del consumo de estas regiones, suponemos que la distribución del consumo de cada país es lognormal (y normalizada para que el área debajo de la curva sea igual a la población del país). Para especificar la distribución del consumo de un país, en teoría tenemos que saber la población del país en 2005, el consumo (total o medio) del país en 2005, y el coeficiente de Gini del consumo del país en 2005.

La base de datos Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) contiene estimaciones de las poblaciones y los PIBs de casi todos los países incluidos en el modelo RICE-2010. Tomamos las estimaciones de las poblaciones de los países en el año 2005 de esta base de datos. Utilizamos los PIBs de los países en vez de sus niveles de consumo. (La base de datos del Banco Mundial incluye estimaciones de los PIBs de casi todos los países, pero no incluye estimaciones de sus consumos.) La utilización de los PIBs en vez de los consumos en la estimación del coeficiente de Gini del consumo de las regiones es válida si hacemos el supuesto de que la razón del consumo de un país al consumo total de la región es igual a la razón del PIB del país al PIB total de la región para todos los países. Donde sea posible, tomamos las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo de la misma base de datos. Utilizamos otras fuentes para el coeficiente de Gini del consumo de algunos de los países desarrollados y algunos de los de América Latina.

Dividimos los países de una región en tres grupos. El primer grupo consiste en los países para los que tenemos estimaciones de sus poblaciones, PIBs y coeficientes de Gini del consumo. El segundo grupo consiste en esos países para los que tenemos estimaciones de las poblaciones y los PIBs pero no los coeficientes de Gini del consumo. Utilizamos el promedio de los coeficientes de Gini de los países del primer grupo como una estimación del coeficiente de Gini del consumo para los países del segundo grupo. El tercer grupo consiste en los países para los que la base de datos del Banco Mundial no incluye una estimación de la población o el PIB. Los países del tercer grupo se omiten

Tabla 3.1: Las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo regionales en el año 2005. Véase el [Apéndice C](#) para los detalles de los cálculos.

Región	Coeficiente de Gini	Fuente(s)
EEUU	0.32	<a href="#">Heathcote, Perri y Violante (2010)</a>
UE	0.3582	Calculado por autor con base en datos de <a href="#">Zaidi y de Vos (2001)</a> y <a href="#">World Bank (2012b)</a>
Japón	0.272	<a href="#">McKenzie (s.f.)</a>
Rusia	0.3751	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
Eurasia	0.4355	Calculado por autor con base en datos de <a href="#">World Bank (2012b)</a>
China	0.4248	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
India	0.3338	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
Medio Oriente	0.5426	Calculado por autor con base en datos de <a href="#">World Bank (2012b)</a>
África	0.6283	Calculado por autor con base en datos de <a href="#">World Bank (2012b)</a>
América Latina	0.5088	Calculado por autor con base en datos de <a href="#">Goñi, López y Servén (2006)</a> y <a href="#">World Bank (2012b)</a>
OPIA	0.2883	Calculado por autor con base en datos de <a href="#">Barrett, Crossley y Worswick (1999)</a> , <a href="#">Cheong (2001)</a> , <a href="#">Crossley y Pendakur (2002)</a> y <a href="#">World Bank (2012b)</a>
OPA	0.4815	Calculado por autor con base en datos de <a href="#">World Bank (2012b)</a>

de la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región.

Un resultado de [Young \(2011\)](#) nos permite calcular el coeficiente de Gini de una distribución que es la suma de una serie de distribuciones normales. Utilizamos este resultado con los datos de los países del primer y del segundo grupo para estimar el coeficiente de Gini del consumo de las siete regiones que contienen más de un país. Los datos utilizados para los cálculos se encuentran en el [Apéndice C](#). La [Tabla 3.1](#) muestra las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo regionales en el año 2005 y las fuentes de las estimaciones.

La segunda parte de la estrategia para estimar los coeficientes de Gini del consumo de todas las regiones en todos los periodos es especificar las trayectorias exógenas de los coeficientes de Gini regionales para el caso de la política óptima. Definimos dos escenarios: uno “optimista” y uno “pesimista”. Según el escenario pesimista, los coeficientes de Gini regionales se mantienen constantes durante los 600 años del modelo. Según el escenario optimista, los coeficientes disminuyen de manera exponencial hacia un límite asintótico de 0.272. Este límite corresponde al coeficiente de Gini más bajo en 2005 (el de Japón). Cada coeficiente de Gini regional disminuye de manera que la diferencia entre el coeficiente y el límite de 0.272 se reduzca a la mitad cada 10 periodos

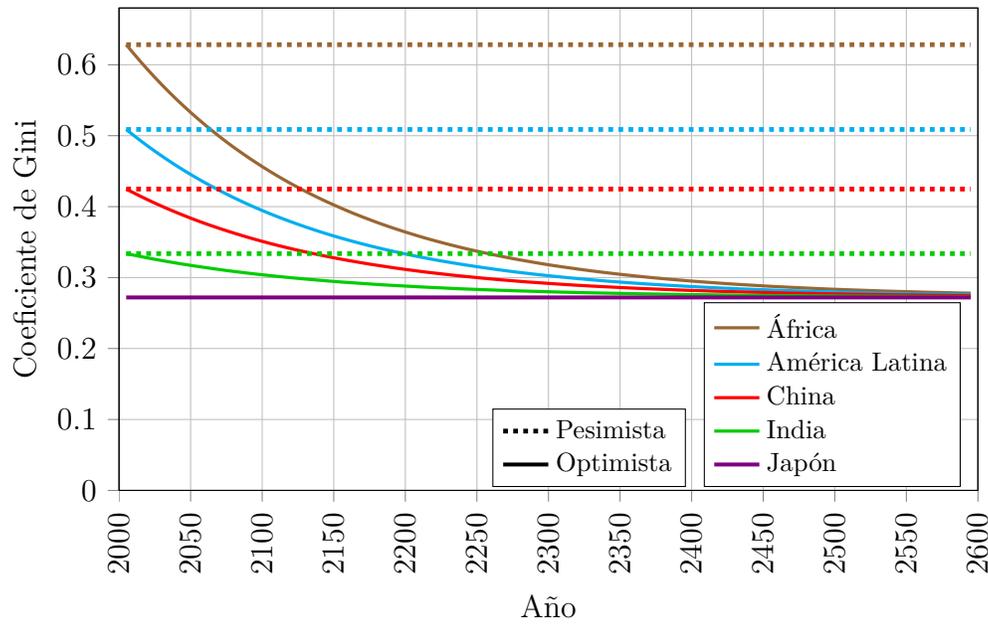


Figura 3.1: Las trayectorias exógenas de los coeficientes de Gini de cinco regiones (África, América Latina, China, India y Japón) bajo la política óptima del modelo DICE-2010 estándar para los escenarios pesimista y optimista.

(100 años). Estas trayectorias, por definición, se aplican a la política óptima del modelo DICE-2010 estándar. En el caso de otra política climática, las trayectorias de los coeficientes de Gini regionales serían diferentes. No será necesario especificar la forma de las trayectorias para políticas distintas de la política óptima del modelo DICE-2010 estándar. La Figura 3.1 muestra las trayectorias de los coeficientes de Gini de cinco regiones—África, América Latina, China, India y Japón—para los dos escenarios.

Es necesario reconocer la naturaleza arbitraria de estos escenarios. En particular, no queremos sugerir que son los únicos escenarios posibles, o que son los escenarios más probables. No obstante, esperamos que los escenarios sean suficientemente diferentes para tener una idea de la importancia del comportamiento de los coeficientes de Gini regionales en la política climática óptima.

Ahora tenemos todos los datos necesarios para especificar las distribuciones regionales—y por consiguiente la distribución global—en todos los periodos: las poblaciones regionales y los consumos medios regionales de la política óptima del modelo RICE-2010, y los coeficientes de Gini regionales del proceso que acabamos de describir.

Antes de utilizar estos datos para calibrar la función  $h(G(t))$ , ilustramos la estimación de la distribución global del consumo en el año 2015 para el escenario optimista. La Figura 3.2 es una gráfica de las estimaciones de las distribuciones de consumo en 2015 de siete regiones: África, India, Otros países asiáticos (OPA), China, América Latina, Medio Oriente y Eurasia. Las distribuciones de cinco regiones (EEUU, Unión Europea, Japón, Rusia, y Otros países de ingresos altos (OPIA)) son casi indistinguibles del eje horizontal a la escala de la Figura 3.2, y no se muestran en la figura. La distribución global del consumo, obtenida sumando las distribuciones de las 12 regiones, también

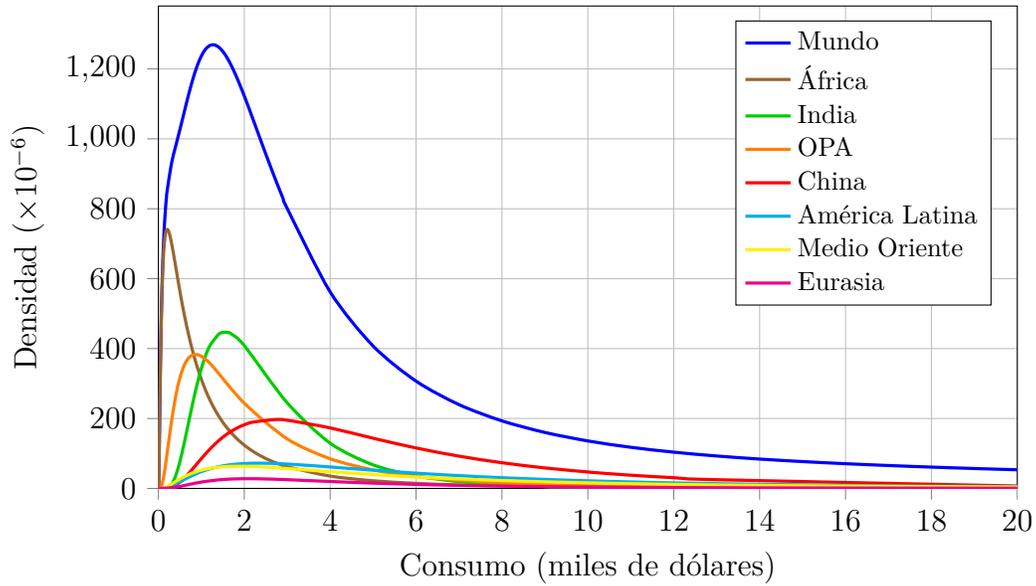


Figura 3.2: Las estimaciones de las distribuciones del consumo de siete regiones y la distribución global en 2015 para el escenario optimista. La distribución global del consumo es la suma de las 12 distribuciones regionales (incluyendo las cinco distribuciones regionales no mostradas en la figura).

se muestra en la figura. La Figura 3.3 muestra las mismas distribuciones, pero con una escala logarítmica.

### 3.2 La función $h(G(t))$

Para calcular los coeficientes de las estimaciones de las distribuciones globales del consumo utilizamos un resultado de Young (2011). El coeficiente de Gini de la distribución global del consumo en el periodo  $t$  es

$$G(t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\omega_i(t)\omega_j(t)\bar{c}_i(t)}{\bar{c}(t)} \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(\bar{c}_i(t)) - \ln(\bar{c}_j(t)) + \frac{1}{2}\sigma_i(t)^2 + \frac{1}{2}\sigma_j(t)^2}{\sqrt{\sigma_i(t)^2 + \sigma_j(t)^2}} \right], \quad (3.5)$$

donde  $\omega_i(t) = L_i(t)/L(t)$  es la proporción de la población global que representa la región  $i$ ,  $\bar{c}_i(t)$  es el consumo medio de la región  $i$ ,  $\bar{c}(t)$  es el consumo medio global, y  $\sigma_i(t)$  es el parámetro de escala de la región  $i$ , relacionado con el coeficiente de Gini de la región  $i$  a través de la Ecuación 3.2.<sup>25</sup>

Para poder usar la Ecuación 3.5 para calcular el coeficiente de Gini global, primero tenemos que calcular los parámetros de escala regionales  $\sigma_i(t)$  utilizando la Ecuación 3.2. Esto requiere que estimemos valores de la función error inversa. Para esto utilizamos

<sup>25</sup>Young (2011) escribe esta fórmula en términos de la función de distribución de la distribución normal estándar  $\Phi(\cdot)$ . La reescribimos en términos de la función error  $\operatorname{erf}(\cdot)$  utilizando la relación entre  $\Phi(\cdot)$  y  $\operatorname{erf}(\cdot)$  mostrada en la Nota 24.

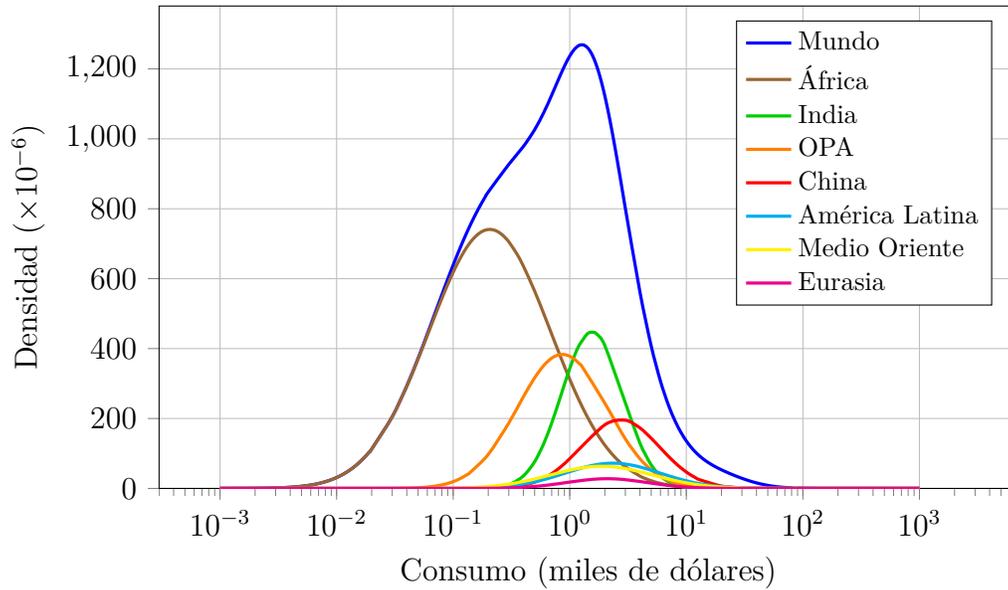


Figura 3.3: Las estimaciones de las distribuciones del consumo de siete regiones y la distribución global en 2015 para el escenario optimista, con una escala logarítmica.

los primeros 10 términos de la serie de Maclaurin (hasta la decimonovena potencia del argumento). La serie de Maclaurin de la función error inversa es

$$\operatorname{erf}^{-1}\left(\frac{2x}{\sqrt{\pi}}\right) = x + \frac{1}{3}x^3 + \frac{7}{30}x^5 + \frac{127}{630}x^7 + \dots \quad (3.6)$$

La secuencia de los numeradores  $\{1, 1, 7, 127, \dots\}$  es la secuencia [A092676](#) de la *Online Encyclopedia of Integer Sequences (OEIS)*; la secuencia de los denominadores  $\{1, 3, 30, 630, \dots\}$  es la secuencia [A092677](#).

La [Ecuación 3.5](#) también requiere que estimemos valores de la función error. Para estimar los valores de esta función utilizamos la siguiente aproximación:

$$\operatorname{erf}(x) \approx \operatorname{sgn}\left[1 - \left(a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 + a_4t^4 + a_5t^5\right) e^{-x^2}\right], \quad t = \frac{1}{1 + p|x|}, \quad (3.7)$$

donde  $p = 0.3275911$ ,  $a_1 = 0.254829592$ ,  $a_2 = -0.284496736$ ,  $a_3 = 1.421413741$ ,  $a_4 = -1.453152027$ ,  $a_5 = 1.061405429$ ,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  es la función signo, y  $|x|$  es el valor absoluto de  $x$  ([Abramowitz & Stegun, 1964](#), p. 299).<sup>26</sup> El error máximo de la aproximación es  $1.5 \times 10^{-7}$ . No utilizamos la serie de Maclaurin de la función error porque es necesario estimar valores de la función para valores del argumento tanto menores que uno como mayores que uno, y es bien conocido que la serie de Maclaurin de la función error converge muy lentamente cuando el argumento es mayor que uno (véase la secuencia [A007680](#) de la *OEIS*).

<sup>26</sup>La aproximación en [Abramowitz y Stegun \(1964\)](#) es válida para valores no negativos del argumento. Modificamos la aproximación para que también sea válida para valores negativos del argumento.

El próximo paso es calcular la utilidad que proporciona la distribución global del consumo del periodo  $t$ , es decir, la utilidad de la generación  $t$ . La utilidad que proporciona la distribución global es la suma de las utilidades de las distribuciones regionales. La utilidad de la región  $i$  es

$$U^*(L_i(t), \bar{c}_i(t), G_i(t)) = \int_0^\infty u(c) \cdot f(c; L_i(t), \bar{c}_i(t), G_i(t)) dc, \quad (3.8)$$

donde  $u(c) = 2(1 - 1/\sqrt{c})$  es la función de utilidad individual y  $f(c; L_i(t), \bar{c}_i(t), G_i(t))$  es la función de densidad de la región  $i$ , dada por la Ecuación 3.1 (y hemos cambiado los argumentos de la función de densidad de los parámetros de ubicación y de escala al consumo medio y el coeficiente de Gini).

Resulta que esta integral se puede hacer analíticamente.<sup>27</sup> Es fácil mostrar que la utilidad de la región  $i$  es

$$U^*(L_i(t), \bar{c}_i(t), G_i(t)) = L_i(t) \cdot 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\bar{c}_i(t)} e^{-3[\text{erf}^{-1}(G_i(t))]^2}} \right). \quad (3.9)$$

Utilizamos este resultado para obtener la utilidad de cada región, y sumamos las utilidades regionales para obtener la utilidad de la generación  $t$ . Luego resolvemos la Ecuación 2.10 (o 2.11) para obtener el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente  $c^*(t)$ . La razón del consumo equivalente al consumo medio nos da el valor de la función  $h(G(t))$ .

Como ejemplo, el coeficiente de Gini de la distribución global del consumo en 2015 (mostrada en las Figuras 3.2 y 3.3) es 0.629. El consumo equivalente al consumo distribuido igualmente es 2.51 miles de dólares, mientras que el consumo medio es 8.78 miles de dólares. Esto significa que la forma de la distribución global del consumo es tal que una distribución con una media de 8.78 mil y un coeficiente de Gini de 0.629 proporciona la misma utilidad que una distribución con una media de 2.51 mil y un coeficiente de Gini de cero (es decir, una distribución en la que todos los individuos tienen un consumo de 2.51 mil). La estimación de la distribución global del consumo en el año 2015, y el consumo equivalente y el consumo medio de esta distribución, se muestran en la Figura 3.4. (Las estimaciones de las distribuciones de consumo de siete regiones también se muestran en la figura.)

Para el año 2015, el valor de la función  $h$  es  $2.51/8.78 = 0.286$ , y su argumento es el coeficiente de Gini, tal que  $h(0.629) = 0.286$ . De este modo la estimación de

<sup>27</sup>Utilizamos la siguiente integral indefinida:

$$\begin{aligned} & \int \frac{1}{\sqrt{c}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_i(t)c} \exp \left[ -\frac{(\ln c - \mu_i(t))^2}{2\sigma_i(t)^2} \right] dc \\ &= \frac{1}{2} \exp \left[ \frac{1}{8} (\sigma_i(t)^2 - 4\mu_i(t)) \right] \times \text{erf} \left[ \frac{-2\mu_i(t) + \sigma_i(t)^2 + 2 \ln c}{2\sqrt{2}\sigma_i(t)} \right] \end{aligned}$$

Utilizamos el *Wolfram Mathematica Online Integrator* (<http://integrals.wolfram.com/index.jsp>) para hacer la integral.

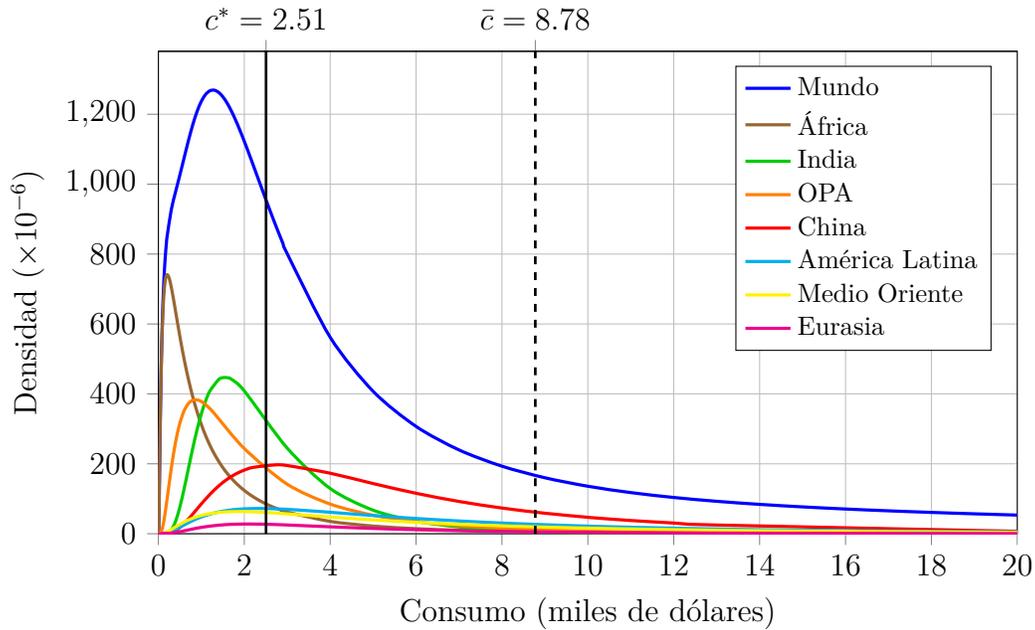


Figura 3.4: La estimación de la distribución global del consumo en 2015, y el consumo medio ( $\bar{c}$ ) y el consumo equivalente ( $c^*$ ) de la distribución. El coeficiente de Gini de la distribución global es 0.629. La distribución global, con una media de 8.78 mil y un coeficiente de Gini de 0.629, proporciona el mismo nivel de utilidad a la generación de 2015 que una distribución con una media de 2.51 mil y un coeficiente de Gini de cero (es decir, una distribución en la que todos los individuos tienen un consumo de 2.51 mil).

la distribución global del consumo en el año 2015 nos ha dado un punto en el plano  $G - h(G)$ : el punto (0.629, 0.286). Repetimos el proceso para las estimaciones de la distribución global del consumo de los otros periodos: para cada periodo calculamos el coeficiente de Gini, la utilidad que proporciona la distribución, el consumo equivalente, y el valor de la función  $h$ . El resultado es una serie de 59 puntos en el plano  $G - h(G)$  (no incluimos el punto que corresponde al año 2005).

La curva que ajustamos a estos puntos (más los puntos (0, 1) y (1, 0)) define la función  $h(G(t))$  que utilizamos en el modelo modificado. El truco es encontrar una forma funcional adecuada. La Ecuación 3.9 nos da una pista. Esta ecuación nos dice que si la distribución global del consumo fuera lognormal, entonces la función  $h(G(t))$  sería

$$h(G(t)) = e^{-3[\text{erf}^{-1}(G(t))]^2}. \quad (3.10)$$

Las Figuras 3.2 y 3.3 muestran que la distribución global del consumo en el año 2015 no está lejos de ser lognormal, así que parece razonable utilizar la Ecuación 3.10 como guía.

Observamos que si la función  $h(G)$  tuviera la forma de la ecuación 3.10, la gráfica de  $-\ln h(G)$  contra  $\text{erf}^{-1}(G)$  sería una cuadrática de la forma  $y = 3x^2$ . La Figura 3.5 muestra la serie de puntos ( $\text{erf}^{-1}(G)$ ,  $-\ln h(G)$ ) para los dos escenarios (pesimista y op-

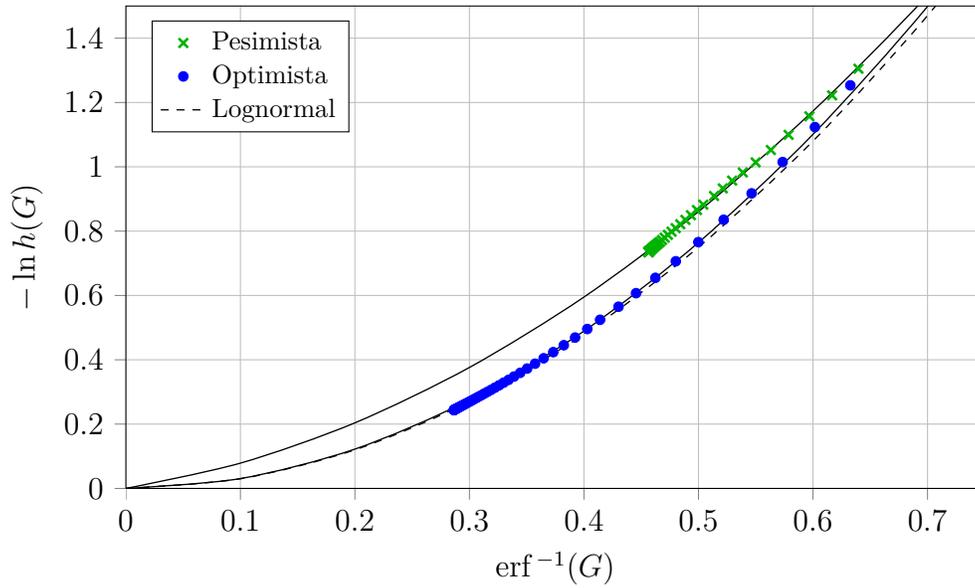


Figura 3.5: Las series de puntos  $(\text{erf}^{-1}(G), -\ln h(G))$  para los escenarios pesimista y optimista, y las curvas que ajustamos a estas series. La línea discontinua es la curva que resultaría si la distribución global del consumo fuera lognormal.

timista). La figura también muestra la curva de  $y = 3x^2$  que resultaría si la distribución global del consumo fuera lognormal. El hecho de que la función  $h(G)$  tiene que pasar por los puntos  $(0, 1)$  y  $(1, 0)$  significa que las curvas que ajustamos a los puntos tienen que pasar por el origen, y (abusando de la notación matemática), el punto  $(\infty, \infty)$ .

Las dos series son bien aproximadas funciones cuadráticas:

$$-\ln h(G(t)) = \begin{cases} 2.3401 [\text{erf}^{-1}(G(t))]^2 + 0.5516 \text{erf}^{-1}(G(t)), & \text{pesimista} \\ 3.0582 [\text{erf}^{-1}(G(t))]^2, & \text{optimista} \end{cases} \quad (3.11)$$

Los coeficientes de los términos lineales están restringidos a ser mayores o iguales a cero para que las funciones sean positivas.

La función  $h(G(t))$  es

$$h(G(t)) = \begin{cases} e^{-\{2.3401[\text{erf}^{-1}(G(t))]^2 + 0.5516 \text{erf}^{-1}(G(t))\}}, & \text{pesimista} \\ e^{-3.0582[\text{erf}^{-1}(G(t))]^2}, & \text{optimista} \end{cases} \quad (3.12)$$

La Figura 3.6 muestra la función  $h(G(t))$  para los escenarios pesimista y optimista, y la función que resultaría si la distribución global del consumo fuera lognormal (la Ecuación 3.10).

Para concluir esta sección, observamos que no ha sido necesario especificar la forma funcional de la distribución global del consumo. Solamente hemos supuesto que la función de densidad es una función de tres parámetros, y que la función cumple cuatro ecuaciones. Las tres primeras ecuaciones definen la población  $L(t)$ , la media  $\bar{c}(t)$ ,

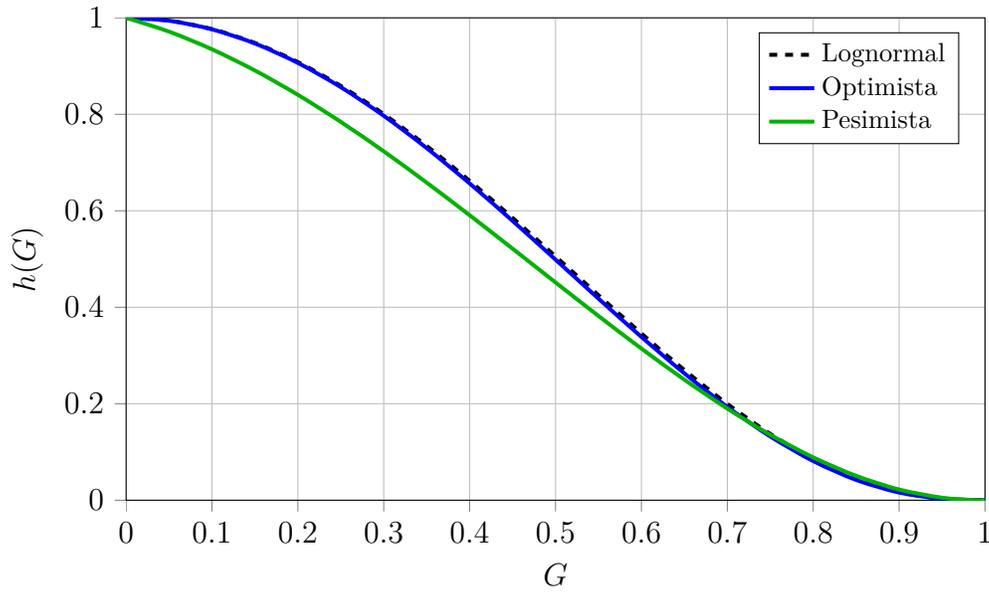


Figura 3.6: La función  $h(G)$  para los escenarios pesimista y optimista. La línea discontinua muestra la función que resultaría si la distribución global del consumo fuera lognormal.

y el coeficiente de Gini  $G(t)$  (las Ecuaciones 2.3, 2.4 y 2.5 respectivamente). La cuarta ecuación es

$$L(t) \cdot 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c^*(t)}} \right) = \int_0^\infty 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c}} \right) \cdot f(c; L(t), \bar{c}(t), G(t)) dc, \quad (3.13)$$

donde

$$c^*(t) = \bar{c}(t) \cdot h(G(t)), \quad (3.14)$$

y la función  $h(G(t))$  está dada por la Ecuación 3.12.

### 3.3 El efecto del cambio climático sobre el coeficiente de Gini

Para estimar el efecto de un aumento de los daños climáticos por encima de su nivel mínimo sobre el coeficiente de Gini global, utilizamos los datos tanto de la política óptima como del caso base del modelo RICE-2010. Sea  $\Delta D(t)$  la diferencia entre los daños climáticos globales (como porcentaje del producto bruto mundial) del caso base y los daños climáticos globales de la política óptima, y  $\Delta G(t)$  la diferencia entre el coeficiente de Gini *interregional* del caso base y el coeficiente de Gini *interregional* de la política óptima, expresada como un porcentaje del coeficiente de Gini *interregional* de la política óptima.<sup>28</sup>

<sup>28</sup>El coeficiente de Gini *interregional* se calcula suponiendo que todos los individuos de una región tienen el consumo medio de esa región. Sería igual al coeficiente de Gini global si solamente hubiera

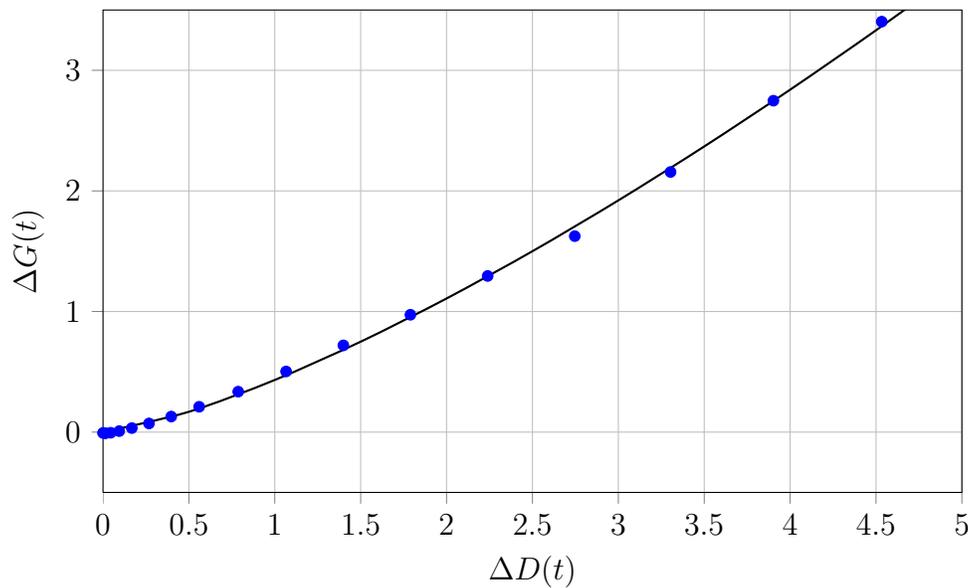


Figura 3.7: La diferencia entre el coeficiente de Gini interregional del caso base del modelo RICE-2010 y el coeficiente de Gini interregional de la política óptima, expresada como un porcentaje del coeficiente de Gini interregional de la política óptima ( $\Delta G(t)$ ), contra la diferencia entre los daños climáticos globales del caso base y los daños climáticos globales de la política óptima ( $\Delta D(t)$ ), para los años 2015–2175, y la curva que ajustamos a estos puntos.

La Figura 3.7 muestra la gráfica de los puntos  $\Delta G(t)$  contra  $\Delta D(t)$  para valores de  $\Delta D(t)$  entre 0 y aproximadamente 4.53. La interpretación de la figura es la siguiente: en 2015 los daños climáticos globales son iguales para las dos políticas ( $\Delta D(2015) = 0$ ), y los coeficientes de Gini interregionales también son iguales ( $\Delta G(2015) = 0$ ). De este modo el punto en la Figura 3.7 que corresponde al año 2015 es  $(0, 0)$ . Después del año 2015 las políticas divergen; los daños climáticos globales del caso base son cada vez mayores que los de la política óptima. A medida que crece la diferencia entre los daños climáticos del caso base y los de la política óptima (es decir,  $\Delta D(t)$ ), también crece la diferencia entre el coeficiente de Gini interregional del caso base y el de la política óptima (como porcentaje del coeficiente de la política óptima). El punto más a la derecha en la Figura 3.7 corresponde al año 2175 y tiene coordenadas  $(4.53, 3.40)$ . Esto significa que en el año 2175, los daños climáticos globales del caso base son 4.53 puntos porcentuales más altos que los daños de la política óptima, y el coeficiente de Gini interregional del caso base es 3.40 % más alto que el coeficiente de la política óptima.

En el modelo DICE-2010 estándar los daños climáticos de la política óptima difieren de los daños mínimos en un máximo de 4.02 puntos porcentuales. Suponemos que la

---

desigualdades entre las regiones, pero no dentro de ellas. El coeficiente de Gini interregional se puede calcular directamente a través de la curva de Lorenz. Puede aproximarse con un nivel arbitrario de precisión utilizando el resultado de Young (2011) (la Ecuación 3.5) y fijando los parámetros de escala  $\sigma_i(t)$  en un valor suficientemente próximo a cero.

diferencia entre los daños climáticos de la política óptima del modelo modificado y los daños mínimos también varía dentro del rango  $[0, 4.02]$ .<sup>29</sup> En el modelo RICE-2010, los daños climáticos del caso base difieren de los de la política óptima en 3.90 % en 2165, 4.53 % en 2175, y 5.19 % en 2185. Para cuantificar el efecto del aumento de los daños climáticos sobre el coeficiente de Gini global, utilizamos los datos de los años 2015–2175, el rango de los valores de  $\Delta D(t)$  para estos años,  $[0, 4.53]$ , siendo el rango más pequeño que contiene el intervalo  $[0, 4.02]$ .

La curva que ajustamos a los puntos mostrados en la [Figura 3.7](#) se describe por la ecuación

$$\Delta G(t) = 0.4328 \times \Delta D(t)^{1.3576}. \quad (3.15)$$

Esta curva también se muestra en la [Figura 3.7](#).

Esta ecuación describe el aumento porcentual del coeficiente de Gini interregional que corresponde al aumento de los daños climáticos globales en un cierto número de puntos porcentuales. Para utilizar este resultado en el modelo modificado, hacemos dos supuestos. Primero, suponemos que un aumento de los daños climáticos globales tiene el mismo efecto sobre el coeficiente de Gini *global* que tiene sobre el coeficiente de Gini *interregional*. Segundo, aunque la [Ecuación 3.15](#) se calibró utilizando la política óptima como punto de referencia, suponemos que la ecuación sigue siendo válida cuando utilizamos el caso del cambio climático mínimo como punto de referencia.

Ahora podemos escribir la ecuación del componente endógeno del coeficiente de Gini global:

$$G_{end}(t) = 1 + 0.004328 (D(t) - D_{min}(t))^{1.3576}. \quad (3.16)$$

Si la tasa de control fuera el 100 % a partir de 2015, los daños siempre serían iguales a los daños mínimos, el componente endógeno del coeficiente de Gini sería igual a 1, y el coeficiente de Gini seguiría su trayectoria exógena (que estimaremos en la siguiente sección). Si la tasa de control no es del 100 % en todos los periodos, los daños serán mayores que los daños mínimos, y el coeficiente de Gini global será mayor que su nivel exógeno en un porcentaje descrito por la [Ecuación 3.16](#).

La trayectoria de los daños climáticos globales mínimos,  $D_{min}(t)$ , se encuentra fijando la tasa de control en el modelo DICE-2010 estándar en el 100 % para todos los periodos.<sup>30</sup> La trayectoria se muestra en el [Apéndice D](#).

### 3.4 La trayectoria del coeficiente de Gini en el caso del cambio climático mínimo

En la [Sección 3.1](#) construimos una estimación de la distribución global del consumo para cada periodo. Estas distribuciones se construyeron utilizando los datos de la política óptima del modelo RICE-2010 y las trayectorias exógenas de los coeficientes de Gini regionales descritas en la [Sección 3.1](#). En la [Sección 3.2](#) calculamos el coeficiente de Gini de cada una de estas distribuciones para calibrar la función  $h(G(t))$ . (Por ejemplo, el

<sup>29</sup>Resulta que este supuesto es correcto.

<sup>30</sup>Es decir, empezando en el año 2015. En el modelo DICE, el periodo de 2005 a 2014 es histórico.

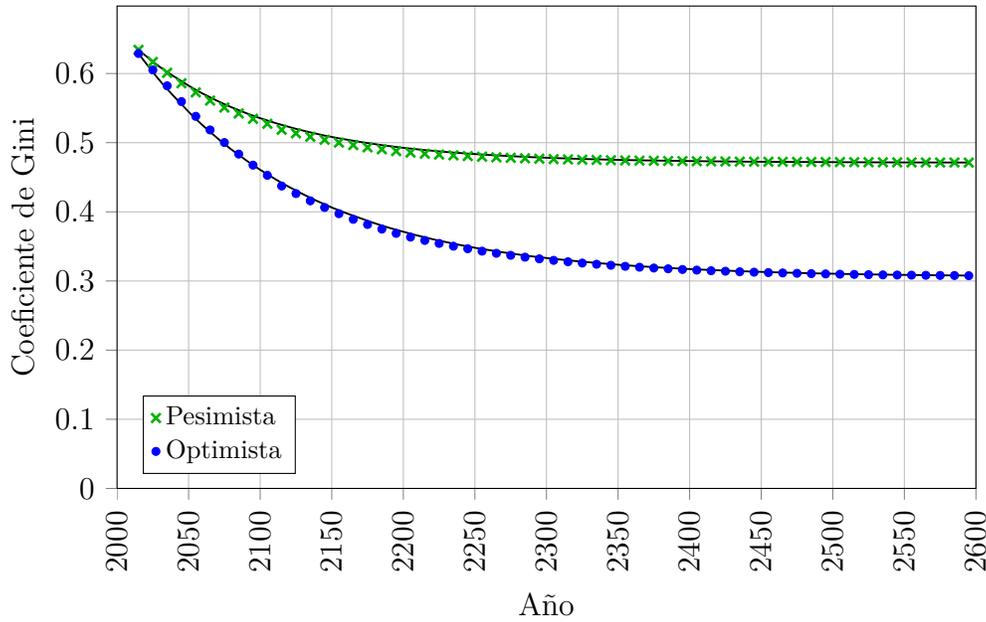


Figura 3.8: La estimación de la trayectoria del coeficiente de Gini global en el caso del cambio climático mínimo para los escenarios pesimista y optimista.

coeficiente de Gini global en el año 2015 es 0.629 según el escenario optimista.) Estos datos nos proporcionan una estimación de la trayectoria del coeficiente de Gini global en el caso de la política óptima del modelo DICE-2010 estándar.

Para estimar el coeficiente de Gini global de un periodo dado en el caso del cambio climático mínimo, calculamos la diferencia entre los daños climáticos de ese periodo en el caso de la política óptima (según el modelo DICE-2010 estándar) y los daños mínimos del periodo. Esta diferencia determina—a través de la Ecuación 3.16—el factor por el cual tenemos que dividir el coeficiente de Gini en el caso de la política óptima para obtener el coeficiente en el caso del cambio climático mínimo. En efecto, la estimación del coeficiente de Gini de un periodo dado en el caso del cambio climático mínimo es igual a la estimación del coeficiente de Gini de ese periodo en el caso de la política óptima, ajustada a la baja por un factor dado por la Ecuación 3.16. El proceso se repite para cada periodo, y una curva se ajusta a los puntos ajustados. La Figura 3.8 muestra los puntos ajustados para los escenarios pesimista y optimista, y las curvas que ajustamos estos puntos.

Las ecuaciones que describen las estimaciones de la trayectoria del coeficiente de Gini global en el caso del cambio climático mínimo son:

$$G_{ex}(t) = \begin{cases} (0.6342 - 0.4710)e^{-0.1094(t-1)} + 0.4710, & \text{pesimista} \\ (0.6289 - 0.3056)e^{-0.0864(t-1)} + 0.3056, & \text{optimista} \end{cases} \quad (3.17)$$

Hemos ajustado curvas que pasan por el punto inicial, suponiendo que la estimación del coeficiente de Gini global es más precisa en el año 2015 que en los años posteriores.

La calibración del componente exógeno del coeficiente de Gini completa la cali-

---

bración del modelo modificado. Un resumen del modelo modificado se encuentra en el [Apéndice D](#). En el siguiente capítulo presentamos los resultados del modelo modificado, y los comparamos con los del modelo DICE-2010 estándar.

## Capítulo 4

# Los resultados del modelo modificado

---

Los dos escenarios del modelo modificado definen dos políticas climáticas óptimas. En este capítulo describimos estas dos políticas óptimas y las comparamos con la política óptima del modelo DICE-2010 estándar. También comparamos las tres políticas óptimas con dos políticas no óptimas: la política que se define por la adición de una restricción que limita aumento de la temperatura atmosférica a 2 °C; y el caso base, en el que las emisiones de carbono se reducen únicamente para evitar que las emisiones industriales acumuladas excedan la cantidad de carbono que se puede extraer de la Tierra.<sup>31</sup>

Describimos las políticas en términos de las trayectorias de las siguientes variables: la tasa de control, las emisiones totales de carbono (en Gt/año), el impuesto al carbono (en dólares por tonelada de carbono), la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> (en ppm), y el aumento de la temperatura atmosférica (en °C por encima de la temperatura en 1900). Estas variables se discuten en las Secciones 4.1, 4.2, 4.3, 4.4 y 4.5 respectivamente. Presentamos los resultados gráficamente.

En la Sección 4.6 consideramos la situación hipotética en la que las emisiones se reducen para reducir el aumento de la desigualdad causado por el cambio climático, pero no para reducir la reducción del consumo medio. La consideración de esta situación hipotética nos permite comparar la importancia de los dos efectos del cambio climático: la reducción del consumo medio y el aumento de la desigualdad del consumo.

En las secciones que siguen, los valores de las variables para los años 2015, 2025, . . . , 2595 son del modelo modificado y de la versión GAMS del modelo DICE-2010 estándar; los valores para el año 2005 son de la versión Excel del modelo DICE-2010.

### 4.1 La tasa de control

La Figura 4.1 muestra la trayectoria de la tasa de control (como porcentaje de las emisiones no controladas) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

---

<sup>31</sup>No existe una diferencia significativa entre el modelo DICE-2010 estándar y el modelo modificado en cuanto a la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C y el caso base.

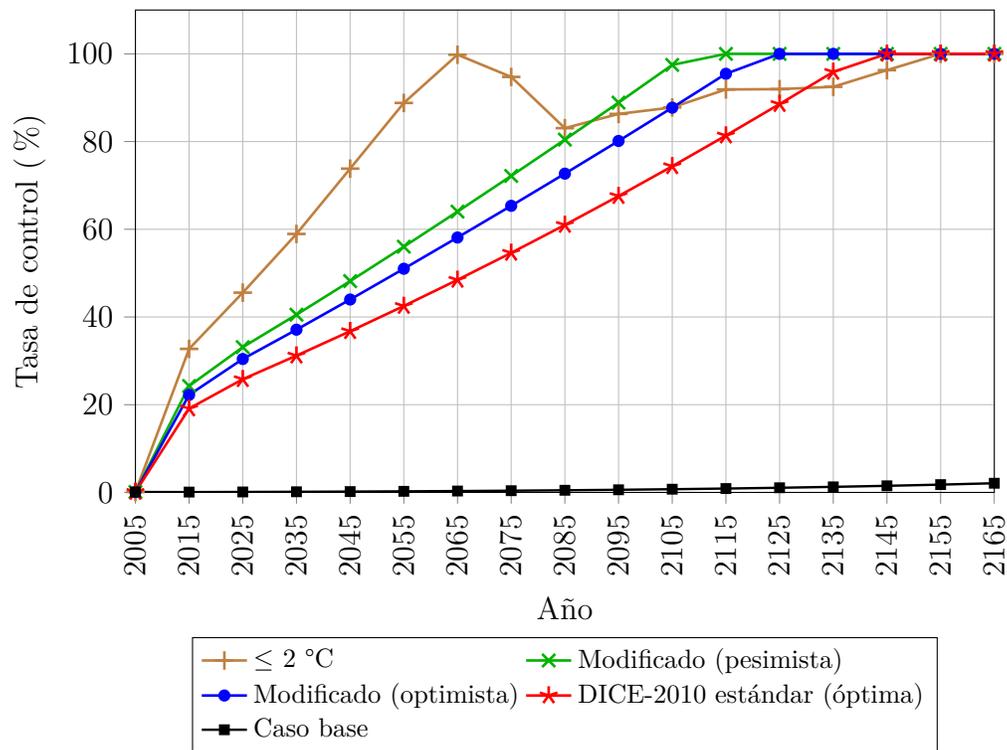


Figura 4.1: La trayectoria de la tasa de control (%) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a  $2^\circ\text{C}$ , y el caso base.

Según la versión Excel del modelo DICE-2010, la tasa de control era de solamente 0.1% en 2005. El escenario pesimista (optimista) del modelo modificado recomienda que en 2015 las emisiones de carbono se reduzcan en el 24.3% (22.2%) con respecto a su nivel no controlado. La tasa de control aumenta en aproximadamente 0.76 (0.71) puntos porcentuales por año, y alcanza el 100% en el año 2115 (2125). En comparación, la tasa de control del modelo DICE-2010 estándar es del 19.1% en el año 2015, aumenta en 0.62 puntos porcentuales por año y alcanza el 100% en 2145.

La política que limita el aumento de la temperatura a  $2^\circ\text{C}$  es más estricta: la tasa de control tendría que aumentar del 0.1% en 2005 al 32.7% en 2015. Entre 2015 y 2065 aumentaría en aproximadamente 1.3 puntos porcentuales por año, y alcanzaría el 100% en 2065. (Entre 2065 y 2155 la tasa de control sigue una trayectoria errática para que la temperatura se mantenga en  $2^\circ\text{C}$  por encima de su nivel en 1900.) Si se implementara la política del caso base, la tasa de control se mantendría en el 0.1% en 2015. Aumentaría lentamente para alcanzar el 1.1% en 2125 y el 11.4% en 2255. Finalmente alcanzaría el 100% en 2305. (La trayectoria de la tasa de control a partir de 2165 no se muestra en la Figura 4.1.)

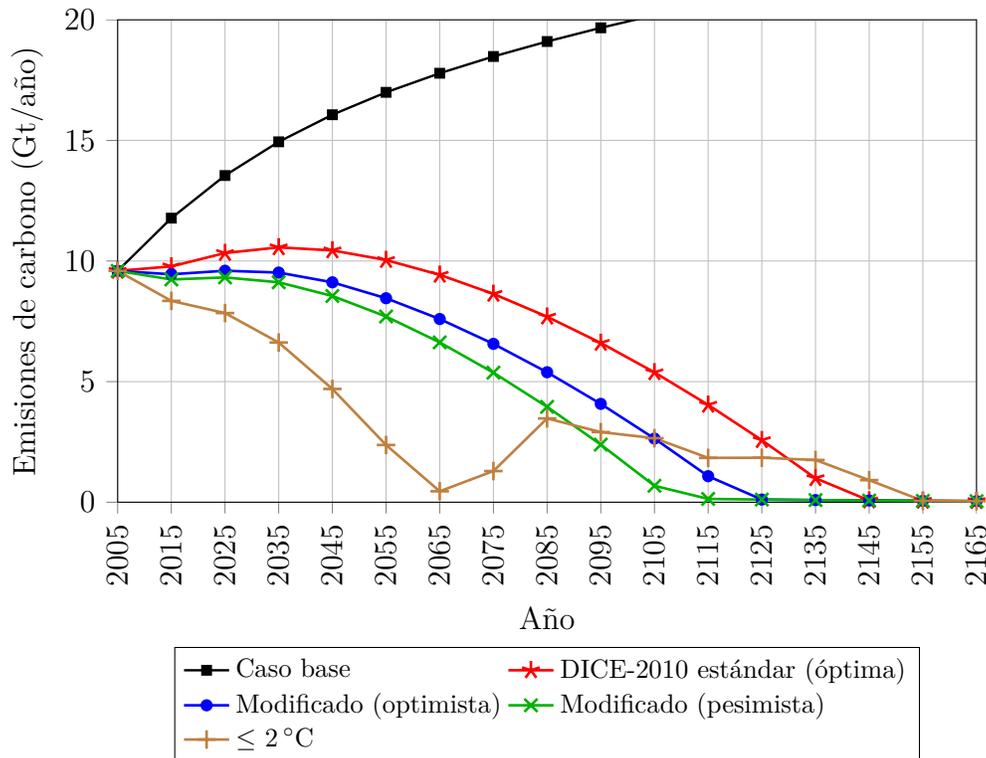


Figura 4.2: La trayectoria de las emisiones anuales de carbono (Gt) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

## 4.2 Las emisiones de carbono

La Figura 4.2 muestra la trayectoria de las emisiones totales de carbono (en Gt por año) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

El modelo estima que 9.6 Gt de carbono se emitieron en 2005. El escenario pesimista (optimista) del modelo modificado recomienda que se emitan 9.2 (9.4) Gt de carbono, 9.3 (9.6) Gt en 2025, y 9.1 (9.5) Gt en 2035. Las emisiones anuales alcanzan un nivel insignificante ( $\lesssim 0.1$  Gt) en 2115 (2125). El modelo DICE-2010 estándar recomienda que las emisiones anuales de carbono sean de 9.8 Gt en 2015 y 10.3 Gt en 2025. Alcanzan un máximo de 10.6 Gt en 2035, y luego disminuyen a un nivel insignificante para 2145.

Para limitar el aumento de la temperatura atmosférica a 2 °C, las emisiones anuales tendrían que disminuir de 9.6 Gt en 2005 a 8.3 Gt en 2015, 7.8 Gt en 2025, y 6.6 Gt en 2035. Alcanzarían 0.5 Gt en 2065, y luego variarían entre 0.9 Gt y 3.5 Gt entre 2075 y 2145. Si se implementara la política del caso base, las emisiones anuales serían de 11.8 Gt en 2015, 13.5 Gt en 2025, y 15.0 Gt en 2035. Alcanzarían un máximo de 25.3 Gt en 2245. (Este máximo no se muestra en la Figura 4.2.)

### 4.3 El impuesto al carbono

El modelo DICE-2010 incluye una estimación del costo marginal de reducir las emisiones para cada periodo. Por ejemplo, en el año 2015, el primer por ciento de las emisiones se elimina a un costo de 0.3 dólares por tonelada, el segundo por ciento a un costo de 1.1 dólares por tonelada, el décimo por ciento a un costo de 19.5 dólares por tonelada, y el vigésimo por ciento a un costo de 67.8 dólares por tonelada. Para reducir las emisiones en un 10 %, se establecería un impuesto global al carbono de 19.5 dólares por tonelada; para reducir las emisiones en un 20 %, se establecería un impuesto de 67.8 dólares por tonelada. En general, el impuesto global al carbono necesario para reducir las emisiones en un  $n$  % en un periodo dado es igual al costo por tonelada de reducir el  $n$ ésimo por ciento de emisiones en ese periodo.<sup>32</sup>

La [Figura 4.3](#) muestra la trayectoria del impuesto al carbono (en dólares por tonelada de carbono) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base. Para implementar la política óptima del escenario pesimista (optimista) del modelo modificado, el precio del carbono tendría que ser 96.1 (82.1) dólares por tonelada en el año 2015. Entre 2015 y 2065 el impuesto aumentaría a una tasa de 3.3 % (3.3 %) por año. En comparación, para implementar la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, el impuesto sería 62.6 dólares por tonelada en 2015, y aumentaría a una tasa de 3.2 % por año entre 2015 y 2065.

Para limitar el aumento de la temperatura a 2 °C, el precio del carbono tendría que ser 164.6 dólares por tonelada en 2015. Entre 2015 y 2065 el precio aumentaría a una tasa de 3.9 % por año. Para implementar la política del caso base, el precio sería 0.3 centavos de dólar por tonelada en 2015, y entre 2015 y 2065 aumentaría a una tasa de 5.0 % por año. (En 2065 el precio sería 3.5 centavos de dólar por tonelada.)

### 4.4 La concentración atmosférica de CO<sub>2</sub>

La [Figura 4.4](#) muestra la trayectoria de la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> (en ppm) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

La concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> aumentó de su nivel preindustrial de aproximadamente 278 partes por millón (ppm) a aproximadamente 391 ppm en septiembre de 2012, y está aumentando actualmente a una tasa de 1.8 ppm por año ([World Bank, 2012a](#)).<sup>33</sup> La política óptima del escenario pesimista (optimista) del modelo modificado resultaría en una concentración máxima de CO<sub>2</sub> de 525 ppm (543 ppm). Este máximo se alcanzaría en el año 2085 (2095). En comparación, la política óptima del modelo estándar resultaría en una concentración máxima de 588 ppm en el año 2115.

<sup>32</sup>El costo de reducir el  $n$ ésimo por ciento de las emisiones disminuye con el tiempo, reflejando la reducción en el costo de las fuentes alternativas de energía.

<sup>33</sup>Según [Tripathi, Roberts y Eagle \(2009\)](#), la concentración actual de CO<sub>2</sub> es más alta que en cualquier momento de los últimos 15 millones de años.

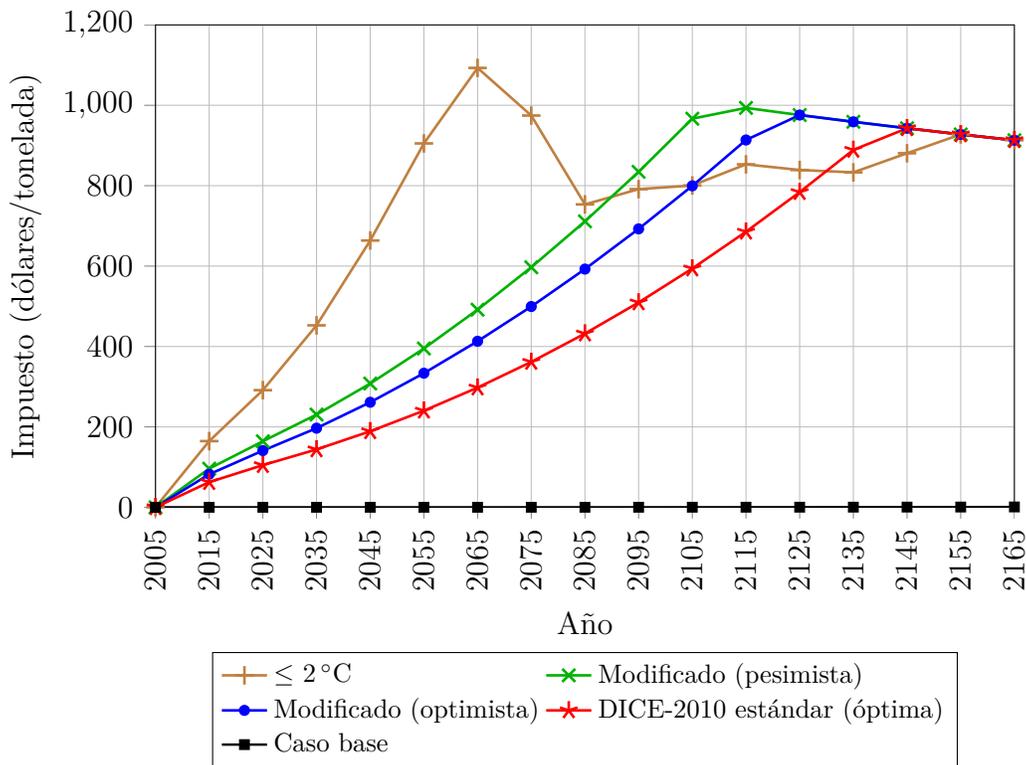


Figura 4.3: La trayectoria del impuesto al carbono (\$/tC) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

Si se implementa la política que limita el aumento de la temperatura atmosférica a 2 °C, la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> alcanzaría un máximo de 461 ppm en el año 2055. La política del caso base implicaría una concentración máxima de 1,513 ppm en el año 2285. (Este máximo no se muestra en la [Figura 4.4](#).)

### 4.5 El aumento de la temperatura

La [Figura 4.5](#) muestra la trayectoria del aumento de la temperatura superficial media global (en °C por encima de los niveles de 1900) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

La temperatura superficial media global es actualmente aproximadamente 0.8 °C por encima de los niveles preindustriales ([World Bank, 2012a](#)). La política óptima del escenario pesimista (optimista) del modelo modificado resultaría en un aumento máximo de la temperatura de 2.5 °C (2.7 °C). Este máximo se alcanzaría en el año 2095 (2115). En comparación, la política óptima del modelo estándar resultaría en un aumento máximo de la temperatura de 3.0 °C. Este máximo se daría en el año 2125.

Si se implementara la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, el

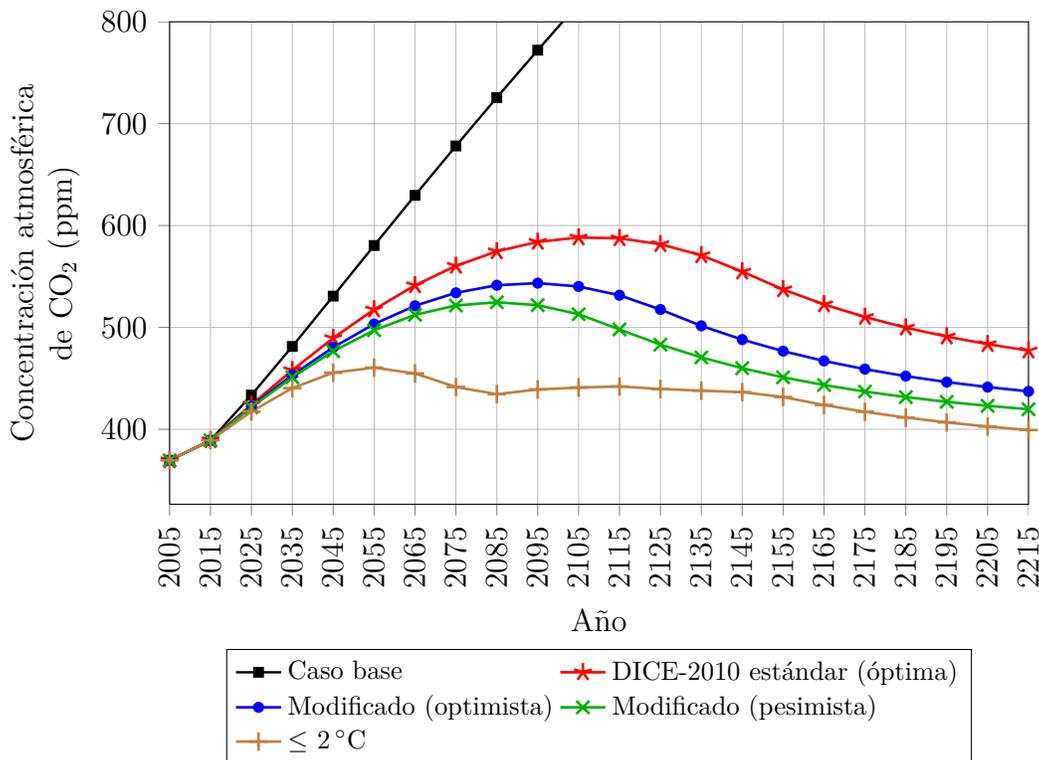


Figura 4.4: La trayectoria de la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> (ppm) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

aumento máximo de 2 °C se alcanzaría en el año 2065. La temperatura se mantendría en este nivel durante aproximadamente un siglo antes de disminuir. Si se implementara la política del caso base, la temperatura global alcanzaría un máximo de 7.0 °C por encima del nivel de 1900, y este máximo se alcanzaría en el año 2295. (El máximo no se muestra en la Figura 4.5.)

Es útil considerar estos resultados en un contexto histórico. Según Hansen, Sato y Ruedy (2012), la temperatura global de las últimas dos décadas probablemente estaba fuera del rango del Holoceno.<sup>34</sup> Las temperaturas proyectadas para finales del siglo XXI podrían estar no solamente fuera del rango del Holoceno, sino también fuera del rango del Cuaternario (Zalasiewicz et al., 2008).<sup>35</sup> La temperatura superficial media global

<sup>34</sup>El Holoceno es una época que empezó hace aproximadamente 11,800 años con el fin de la última glaciación. El Holoceno temprano se caracterizó por un aumento de la temperatura global y una subida del nivel del mar. La temperatura se estabilizó hace aproximadamente 11,000 años y el nivel del mar hace aproximadamente 8,000 años. La temperatura y el nivel del mar permanecieron más o menos estables hasta hace muy poco (Zalasiewicz et al., 2008). Zalasiewicz et al. (2008) observan que la historia entera de la civilización humana se sitúa dentro del Holoceno, y que la estabilidad climática notable que caracteriza la mayor parte del Holoceno ha sido un factor significativo en el desarrollo de la civilización.

<sup>35</sup>El Cuaternario es un periodo geológico que empezó hace aproximadamente 2.588 millones de años

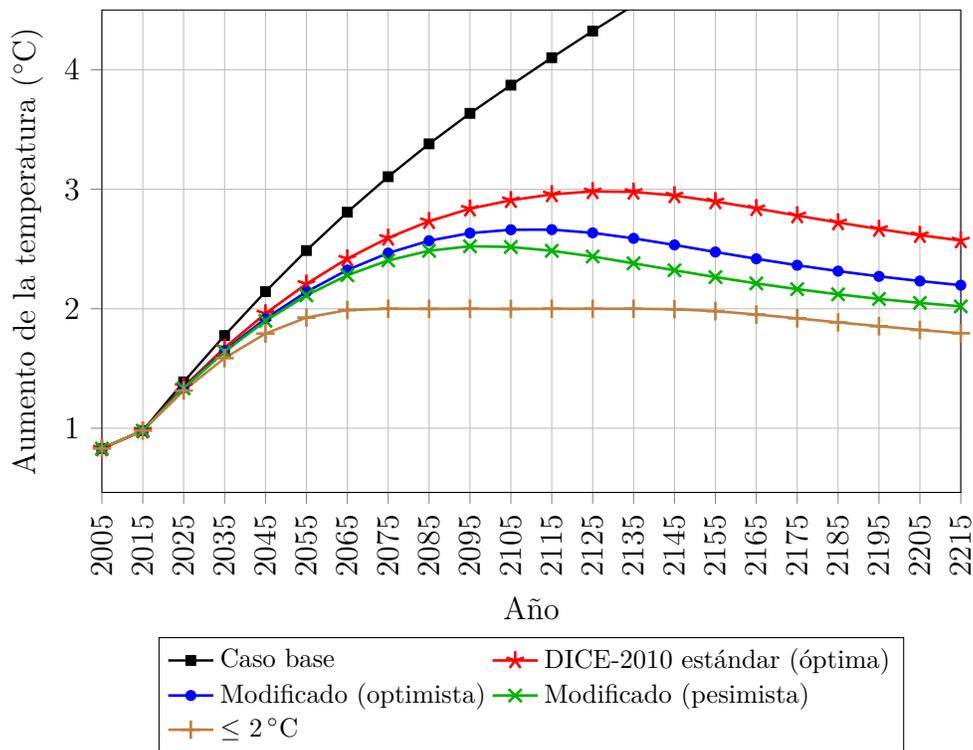


Figura 4.5: La trayectoria del aumento de la temperatura (°C por encima de la temperatura en 1900) según la política óptima de los escenarios pesimista y optimista del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, y el caso base.

ha aumentado entre 4 °C y 7 °C en los 21 mil años desde el Último Máximo Glacial (Jansen et al., 2007). Una política parecida a la del caso base podría dar lugar a un aumento de la temperatura de esta magnitud en menos de cuatro siglos. Tal aumento sería similar a los aumentos de la temperatura media global de aproximadamente 5 °C que se produjeron en el Toarciano (hace aproximadamente 180 millones de años) y en el Máximo Térmico del Paleoceno-Eoceno (MTPE, hace aproximadamente 56 millones de años), y que muy probablemente estuvieron relacionados con las emisiones naturales de carbono a la atmósfera (Zalasiewicz et al., 2008).

## 4.6 La importancia relativa de las razones para reducir las emisiones de carbono

En la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, las emisiones de carbono se reducen por dos razones: para reducir la reducción del consumo medio causada por el cambio climático, y para evitar que las emisiones industriales acumuladas sean mayores que la cantidad de carbono que se puede extraer de la Tierra. En la política del caso base, la única razón para reducir las emisiones es para evitar que las emisiones

y que continúa hasta el presente.

industriales acumuladas excedan el límite de carbono. Resulta que la política óptima del modelo estándar no cambia de manera notable si se elimina el límite de carbono. Una comparación de la política óptima del modelo estándar sin el límite de carbono (que, como acabamos de mencionar, es esencialmente igual que la política óptima) con la política del caso base nos permite afirmar que es mucho más importante reducir las emisiones de carbono para reducir la reducción del consumo medio causado por el cambio climático que para evitar que las emisiones industriales excedan el límite de carbono.

En la política óptima del modelo modificado, las emisiones se reducen por tres razones: para reducir la reducción del consumo medio, para reducir el aumento de la desigualdad del consumo causado por el cambio climático, y para evitar que las emisiones industriales acumuladas excedan el límite de carbono. Solamente las primeras dos de estas razones son importantes; la política óptima del modelo modificado no cambia de manera significativa si se elimina el límite de carbono. Una comparación de la política en la que las emisiones se reducen para reducir el aumento de la desigualdad (y para evitar el límite de carbono), pero no para reducir la reducción del consumo medio, con la política óptima del modelo estándar nos permitirá determinar la importancia relativa de estas dos razones.<sup>36</sup>

La [Figura 4.6](#) muestra la trayectoria de la tasa de control para la política óptima del modelo DICE-2010 estándar (en la que las emisiones se reducen para reducir la reducción del consumo medio y para evitar el límite de carbono) y para la política en la que las emisiones se reducen para reducir el aumento de la desigualdad del consumo debido al cambio climático y para evitar el límite de carbono. La figura también muestra la política óptima del modelo modificado (en la que las emisiones se reducen para reducir la reducción del consumo medio, para reducir el aumento de la desigualdad debido al cambio climático, y para evitar el límite al carbono) y la política del caso base (en la que las emisiones se reducen únicamente para evitar el límite de carbono), aunque estas últimas dos políticas no se necesitan para determinar la importancia relativa de las dos razones principales para reducir las emisiones. Los dos escenarios se muestran para esas políticas que afectan a la desigualdad del consumo.

Si se redujeran las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad y para evitar el límite de carbono, pero no para reducir la reducción del consumo medio, la tasa de control sería el 16.5 % (14.1 %) en 2015 según el escenario pesimista (optimista) del modelo modificado. La tasa de control aumentaría a una tasa de 0.60 (0.45) puntos porcentuales por año, y alcanzaría el 100 % en 2155 (2205). Estas trayectorias están por debajo de la trayectoria de la tasa de control de la política óptima del modelo estándar, ligeramente en el caso del escenario pesimista, y más sustancialmente en el caso del escenario optimista. (Recordemos que según la política óptima del modelo estándar, la tasa de control es del 19.1 % en 2015, aumenta a una tasa de 0.62 puntos porcentuales por año, y alcanza el 100 % en 2145.) La política en la que se reducen las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad y para evitar el límite de carbono recomienda que el aumento de la temperatura se limite a 3.1 °C en el escenario pesimista y 3.6 °C en

---

<sup>36</sup>El hecho de que la eliminación del límite de carbono no afecta a estas políticas nos permite hacer la comparación.

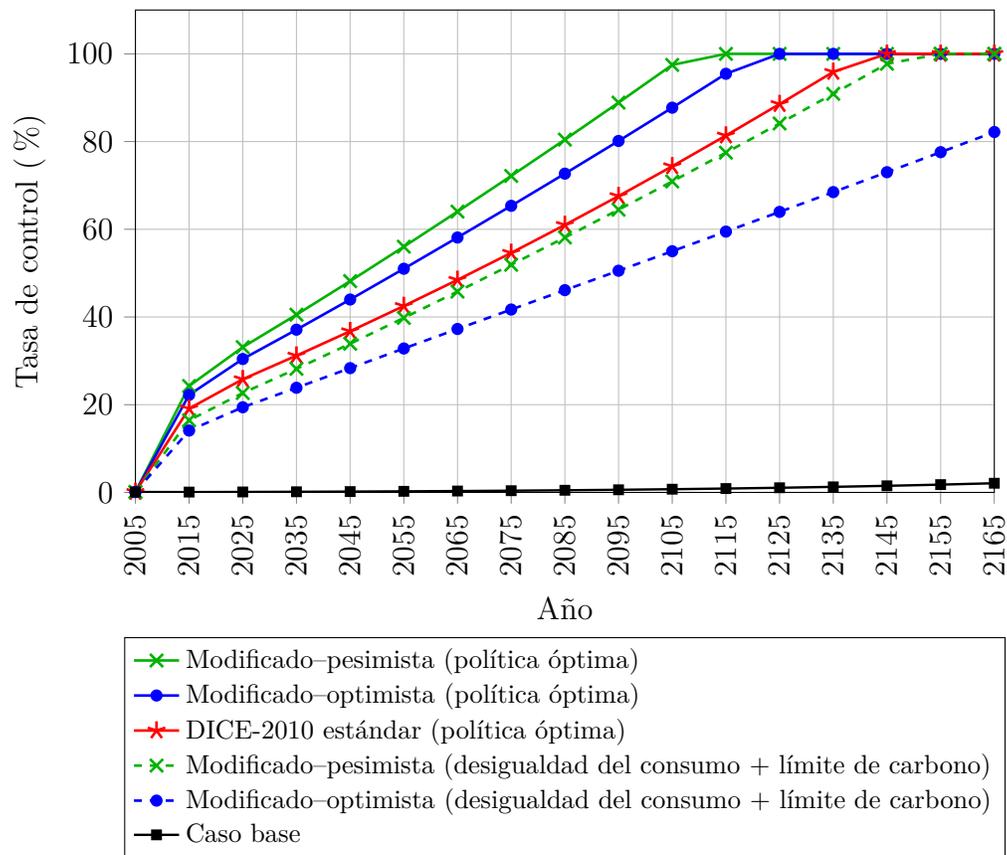


Figura 4.6: La trayectoria de la tasa de control (%) según la política óptima del modelo modificado, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política en la que se reducen las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad del consumo y para evitar el límite de carbono (la política “desigualdad de consumo + límite de carbono”), y el caso base. Los dos escenarios se muestran para esas políticas que afectan a la desigualdad del consumo.

el escenario optimista. (Recordemos que el aumento máximo es de 3.0 °C en el caso de la política óptima del modelo estándar.)

De estos resultados sacamos tres conclusiones. Primero, el efecto del cambio climático sobre el consumo medio es más importante que su efecto sobre la desigualdad del consumo, en el sentido de que la política en la que se reducen las emisiones para reducir la reducción del consumo medio es más estricta que la política en la que se reducen para reducir el aumento de la desigualdad. La primera política recomienda que el aumento de la temperatura se limite a 3.0 °C; la segunda recomienda un límite de 3.1 °C en el caso del escenario pesimista y 3.6 °C en el caso del escenario optimista.

Segundo, aunque es más importante reducir las emisiones para reducir la reducción del consumo medio que para reducir el aumento de la desigualdad, hay poca diferencia entre las dos políticas. En particular, la diferencia entre estas dos políticas es mucho más pequeña que la diferencia entre cada una de las políticas y la política del caso base. (Cuando se reducen las emisiones para reducir la reducción del consumo medio, el

aumento máximo de la temperatura es 4 °C más bajo que el aumento máximo del caso base (3 °C en comparación con 7 °C). Cuando se reducen las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad, el aumento máximo es 3.9 °C más bajo que en el caso base en el caso del escenario pesimista y 3.4 °C más bajo en el caso del escenario optimista.) Esto significa que reducir el aumento de la desigualdad del consumo es en sí una razón importante para reducir las emisiones de carbono. Una política mucho más estricta que el caso base—para ser concreto, una política que limita el aumento de la temperatura a 3.1 °C en el caso del escenario pesimista y 3.6 °C en el caso del escenario optimista—se justificaría *hasta si el cambio climático afectara solamente a la desigualdad del consumo, y no al consumo medio*.<sup>37</sup>

Tercero, la política óptima del modelo modificado—la política en la que se reducen las emisiones para reducir tanto la reducción del consumo medio como el aumento de la desigualdad del consumo (y para evitar el límite de carbono, aunque hemos mencionado que esta razón no es significativa)—no puede considerarse como la suma de la política en la que se reducen las emisiones para reducir la reducción del consumo medio y la política en la que se reducen para reducir el aumento de la desigualdad. Por ejemplo, en el año 2015 la tasa de control de la política óptima (24.3 % en el escenario pesimista y 22.2 % en el escenario optimista) no es la suma de la tasa de control de la política en la que se reducen las emisiones para reducir la reducción del consumo medio (19.1 %) y la tasa de control de la política en la que se reducen para reducir el aumento de la desigualdad (16.5 % en el escenario pesimista y 14.1 % en el escenario optimista). Asimismo, observamos que la diferencia entre el aumento máximo de la temperatura del caso base y el de la política óptima del modelo modificado (7.0 °C – 2.5 °C = 4.5 °C en el escenario pesimista y 7.0 °C – 2.7 °C = 4.3 °C en el escenario optimista) no es la suma de la diferencia correspondiente de la política en la que se reducen las emisiones para reducir la reducción del consumo medio (7.0 °C – 3.0 °C = 4.0 °C) y de la política en la que se reducen las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad (7.0 °C – 3.1 °C = 3.9 °C en el escenario pesimista y 7.0 °C – 3.6 °C = 3.4 °C en el escenario optimista).<sup>38</sup>

La [Tabla 4.1](#) resume los resultados de las políticas que hemos discutido en este capítulo—el caso base, la política que limita el aumento de la temperatura a 2 °C, la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, la política óptima del modelo modificado (escenarios pesimista y optimista), y la política en la que se reducen las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad del consumo pero no para reducir la reducción del consumo medio (escenarios pesimista y optimista). (Esta última política se designa

<sup>37</sup>Podría parecer contradictorio considerar una situación en la que el cambio climático tiene un efecto sobre la desigualdad del consumo pero no sobre el consumo medio, dado que hemos expresado el aumento de la desigualdad debido al cambio climático (el componente endógeno del coeficiente de Gini) como una función de los daños climáticos, y que los daños climáticos son, por definición, esa fracción del producto bruto mundial que se pierde debido a los efectos del cambio climático. Sin embargo, esto no presenta ningún problema: podríamos reinterpretar los daños climáticos simplemente como esa combinación del aumento de la temperatura y la subida del nivel del mar que es el argumento más conveniente del componente endógeno del coeficiente de Gini.

<sup>38</sup>Esta falta de una relación sencilla entre las tres políticas también se observa en el caso de otras variables (véase la [Tabla 4.1](#)).

la política “desigualdad + límite” en la tabla.) La tabla muestra la tasa de control en el año 2015 (como porcentaje de las emisiones no controladas), la tasa de crecimiento de la tasa de control (en puntos porcentuales por año), las emisiones totales de carbono en los años 2015 y 2025 (en gigatoneladas), el impuesto al carbono en 2015 (en dólares por tonelada), la tasa de crecimiento del impuesto al carbono entre 2015 y 2065 (%/año), la concentración máxima de CO<sub>2</sub> (en ppm), el año en que se alcanza la concentración máxima, el aumento máximo de la temperatura (en °C desde 1900), y el año en que se alcanza el aumento máximo. Algunos de los resultados de la política en la que se reducen las emisiones para reducir el aumento de la desigualdad del consumo pero no para reducir la reducción del consumo medio no se han discutido en el texto. Sin embargo, estos resultados no presentan sorpresas; sabemos que esta política es ligeramente menos estricta que la política óptima del modelo estándar y mucho más estricta que el caso base.

Tabla 4.1: Resumen de resultados

Modelo (política)	Tasa de control en 2015, % (tasa de crecimiento, puntos porcentuales por año)	Emisiones de carbono en 2015 (2025), Gt/año	Impuesto al carbono en 2015, \$/t (tasa de crecimiento entre 2015 y 2065, %/año)	Concentración máxima de CO <sub>2</sub> , ppm (año)	Aumento máximo de temperatura, °C desde 1900 (año)
Caso base <sup>a</sup>	0.1 (0.3) <sup>b</sup>	11.8 (13.5)	0.0 <sup>c</sup> (5.0)	1,513 (2285)	7.0 (2295)
≤ 2 °C <sup>a</sup>	32.7 (1.3) <sup>d</sup>	8.3 (7.8)	164.6 (3.9)	461 (2055)	2.0 (2065)
Estándar (óptima)	19.1 (0.6)	9.8 (10.3)	62.6 (3.2)	588 (2115)	3.0 (2125)
Modificado–pesimista (óptima)	24.3 (0.8)	9.2 (9.3)	96.1 (3.3)	525 (2085)	2.5 (2095)
Modificado–optimista (óptima)	22.2 (0.7)	9.5 (9.6)	82.1 (3.3)	543 (2095)	2.7 (2115)
Modificado–pesimista (desigualdad + límite)	16.5 (0.6)	10.6 (10.9)	47.8 (3.5)	601 (2115)	3.1 (2135)
Modificado–optimista (desigualdad + límite)	14.1 (0.5)	11.0 (11.4)	36.2 (3.3)	670 (2145)	3.6 (2175)

<sup>a</sup> Esta política no difiere de manera significativa entre el modelo DICE-2010 estándar y el modelo modificado.

<sup>b</sup> Esta tasa de crecimiento tiene que interpretarse con cuidado; a diferencia de las otras políticas, la trayectoria de la tasa de control del caso base no es bien aproximada por una recta.

<sup>c</sup> El impuesto al carbono no es exactamente cero (es aproximadamente 0.3 centavos de dólar por tonelada).

<sup>d</sup> Esta tasa de crecimiento corresponde a la parte de la trayectoria de la tasa de control que es aproximadamente lineal (de 2015 a 2065).

# Conclusiones

---

Hemos supuesto explícitamente que la utilidad de una generación es igual a la suma de las utilidades de todos los individuos que componen la generación. También hemos supuesto que la distribución global del consumo se describe por una función de densidad de tres parámetros: la población, la media, y el coeficiente de Gini. El hecho de que la función de utilidad individual es cóncava significa que, si la población y el consumo medio son dados, un aumento (una reducción) del coeficiente de Gini disminuirá (aumentará) la utilidad de la generación.

Hemos interpretado el modelo DICE estándar como un modelo en que se reemplaza la distribución verdadera de consumo de una generación por una distribución efectiva. La distribución efectiva es una distribución “igual”, en la que todos los individuos de la generación tienen el mismo nivel de consumo. En el modelo DICE estándar, este nivel representativo de consumo es el consumo medio. Dados la población y el consumo medio, un aumento del coeficiente de Gini reducirá la utilidad verdadera de la generación, pero no reducirá el consumo representativo, y, como consecuencia, no se reducirá la utilidad de la distribución efectiva. El hecho de que el consumo representativo es independiente del coeficiente de Gini significa que el modelo DICE estándar no toma en cuenta el efecto del cambio climático sobre la desigualdad del consumo (o los cambios exógenos en la desigualdad del consumo) cuando determina la trayectoria óptima de la reducción de emisiones de carbono.

En el modelo modificado que hemos presentado en esta tesis, la distribución global del consumo se reemplaza por una distribución efectiva en la que todos los individuos de una generación tienen un nivel de consumo que hemos llamado el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente. Este nivel representativo de consumo se define tal que la distribución efectiva del modelo modificado proporciona el mismo nivel de utilidad que la distribución verdadera. Es fácil ver que el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente tiene que ser un múltiplo del consumo medio, y que el factor que multiplica el consumo medio es una función del coeficiente de Gini que decrece de 1 a 0 a medida que el coeficiente aumenta de 0 a 1. La forma de la distribución verdadera de consumo determina la forma de esta función decreciente del coeficiente de Gini. En el [Capítulo 3](#), utilizamos los datos de la versión regional del modelo DICE-2010, el modelo RICE-2010, para construir estimaciones de la distribución global del consumo para cada periodo, y posteriormente utilizamos estas distribuciones para estimar la manera en la que el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente depende del coeficiente de Gini (es decir, la forma funcional de la función del coeficiente de Gini que multiplica el consumo medio para generar el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente). Para construir las estimaciones de las distribuciones globales del

consumo, tuvimos que hacer un supuesto acerca del comportamiento de los coeficientes de Gini de las 12 regiones del modelo RICE-2010. Introdujimos el escenario pesimista, en el que los coeficientes de Gini regionales serían constantes si se implementara la política óptima del modelo DICE-2010 estándar, y el escenario optimista, en el que los coeficientes de Gini regionales disminuirían exponencialmente a un límite positivo si se implementara la misma política. Observamos en el [Capítulo 3](#), y repetimos aquí, que estos dos escenarios no son los únicos posibles.

Habiendo estimado la manera en que el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente depende del coeficiente de Gini (de este modo asegurando que la utilidad de la distribución efectiva del modelo modificado es igual a la utilidad de la distribución verdadera), utilizamos de nuevo los datos del modelo RICE-2010 para estimar el efecto del cambio climático sobre el coeficiente de Gini. En concreto, estimamos una función que relaciona el aumento porcentual del coeficiente de Gini por encima de su nivel exógeno con el aumento de los daños climáticos por encima de los daños mínimos. El último ingrediente del modelo modificado es una estimación de la trayectoria del coeficiente de Gini en el caso del cambio climático mínimo (es decir, el cambio climático no evitable). Utilizamos los datos del modelo RICE-2010 para estimar una trayectoria del coeficiente de Gini en el caso del cambio climático mínimo para tanto el escenario pesimista como el escenario optimista.

El resultado de estas modificaciones es un modelo en el que las emisiones industriales de carbono se mitigan no solamente para reducir la reducción del consumo medio causado por el cambio climático y para evitar que las emisiones industriales acumuladas excedan el límite de carbono, sino también para reducir el aumento de la desigualdad del consumo (y para tomar en cuenta los cambios exógenos en la desigualdad del consumo). Es importante recordar que la estructura del modelo modificado no nos permite saber *a priori* si la política óptima del modelo modificado será más estricta o menos estricta que la política óptima del modelo estándar. El componente exógeno del coeficiente de Gini hace que la política óptima del modelo modificado sea menos estricta que la del modelo estándar; el componente endógeno hace que sea más estricta. El efecto neto depende de la calibración de estos dos componentes.

La conclusión principal de esta tesis es que la política óptima del modelo modificado es más estricta que la política óptima del modelo estándar; el modelo modificado recomienda que el aumento de la temperatura se limite a 2.5 °C (2.7 °C) en el caso del escenario pesimista (optimista), mientras que el modelo estándar recomienda un límite de 3.0 °C. Las otras variables que hemos utilizado para describir las políticas también reflejan esta diferencia: el modelo modificado recomienda que la tasa de control en 2015 sea del 24.3 % (22.2 %) en el caso del escenario pesimista (optimista); el modelo estándar recomienda una tasa de control del 19.1 %. Una tasa de control más alta implica un impuesto al carbono más alto: el modelo modificado recomienda un impuesto en 2015 de 96.1 (82.1) dólares por tonelada en el caso del escenario pesimista (optimista); el modelo estándar recomienda un impuesto de 62.6 dólares por tonelada.<sup>39</sup>

El modelo modificado también nos permite obtener un resultado interesante: reducir

---

<sup>39</sup>Véase el [Capítulo 4](#) para más resultados; véase la [Tabla 4.1](#) para un resumen.

el aumento de la desigualdad del consumo es en sí una razón importante para reducir las emisiones de carbono. De hecho, hasta si el cambio climático afectara solamente a la desigualdad del consumo (y no al consumo medio), se justificaría una política que limita el aumento de la temperatura a 3.1 °C (3.6 °C) en el caso del escenario pesimista (optimista). Esta política es casi tan estricta como la política en la que se reducen las emisiones para reducir la reducción del consumo medio pero no para reducir el aumento de la desigualdad del consumo (la política óptima del modelo estándar).

Aunque el modelo modificado que hemos presentado aquí se basa en el modelo DICE estándar, esperamos que el resultado principal—que la toma en cuenta de los cambios (tanto exógenos como endógenos) de la desigualdad del consumo resulta en una política óptima más estricta—también sea válida para versiones del modelo DICE que incorporan otras modificaciones. Debería ser obvio del breve esbozo del modelo DICE que ofrecemos en el [Capítulo 1](#) que existen múltiples aspectos del modelo que podríamos desear modificar. Algunas de las limitaciones del modelo estándar han sido abordadas por otros autores. Por ejemplo, [Popp \(2004\)](#) endogenizó el cambio tecnológico endógeno del modelo DICE,<sup>40</sup> [Stern y Persson \(2007\)](#) modificaron la función de utilidad para incluir un bien ambiental que es un sustituto imperfecto del bien producido, y [De Bruin, Dellink y Tol \(2009\)](#) incorporaron la adaptación al cambio climático como otra variable de control. Las políticas óptimas de estas versiones modificadas del modelo DICE difieren de la política óptima del modelo estándar. Otras modificaciones del modelo estándar que podríamos imaginar también implicarían políticas óptimas que difieren de la del modelo estándar. El punto que nos gustaría hacer aquí es que es probable que las políticas recomendadas por estos modelos no son óptimas en el sentido que hemos discutido en esta tesis. Es probable que las políticas óptimas de estos modelos se volverían más estrictas si los modelos se modificaran para tomar en cuenta los cambios futuros de la desigualdad, y en particular el previsto aumento de la desigualdad causado por el cambio climático (aunque la magnitud de cualquier cambio tendría que determinarse caso por caso).

Finalmente, es importante reconocer que tanto el modelo DICE estándar como el modelo modificado que hemos presentado aquí se basan en una ética consecuencialista; una visión más amplia de la economía del cambio climático también debería considerar las recomendaciones basadas en perspectivas deontológicas.

---

<sup>40</sup>El modelo DICE incluye dos tipos de cambio tecnológico: el aumento exógeno de la productividad total de los factores (el factor  $A(t)$  en la [Ecuación 1.1](#)) y el decrecimiento exógeno de la razón de las emisiones industriales no controladas al producto bruto (el factor  $\sigma(t)$  en la [Ecuación 1.3](#)). Es el segundo tipo de cambio tecnológico que endogenizó Popp.

## Apéndice A

# Resumen del modelo DICE-2010 estándar

---

En la [Sección A.1](#) enumeramos las ecuaciones de definen la política óptima del modelo DICE-2010 estándar. Las [Secciones A.2](#) y [A.3](#) contienen una lista de las variables y una lista de los parámetros del modelo respectivamente.

### A.1 Las ecuaciones del modelo DICE-2010 estándar

Las ecuaciones aparecen en el orden en el que aparecen en el texto. Para resolver el modelo se maximiza la utilidad intergeneracional  $W$  (la [Ecuación A.38](#)) sujeto a las otras ecuaciones.

$$Y_{bruta}(t) = A(t)K(t)^\gamma L(t)^{1-\gamma} \quad (\text{A.1})$$

$$A(t+1) = \frac{A(t)}{1 - g_A(t)} \quad (\text{A.2})$$

$$g_A(t) = g_A(1) \exp\{-10\delta_A(t-1) \exp[-10\varepsilon_A(t-1)]\} \quad (\text{A.3})$$

$$L(t+1) = L(t) \left( \frac{L_\infty}{L(t)} \right)^{\delta_L} \quad (\text{A.4})$$

$$E(t) = E_{ind}(t) + E_{defor}(t) \quad (\text{A.5})$$

$$E_{defor}(t) = E_{defor}(1)(1 - g_E)^{t-1} \quad (\text{A.6})$$

$$\sigma(t+1) = \sigma(t)(1 - g_\sigma(t)) \quad (\text{A.7})$$

$$g_\sigma(t+1) = g_\sigma(t) \{1 - \delta_\sigma \exp[-10\varepsilon_\sigma(t-1)]\}^{10} \quad (\text{A.8})$$

$$E_{ind}(t) = 10\sigma(t)[1 - \mu(t)]Y_{bruta}(t) \quad (\text{A.9})$$

$$E_{acum}(t) = \sum_{t'=1}^{t-1} E_{ind}(t') \quad (\text{A.10})$$

$$E_{acum}(t) \leq C_{max} \quad \forall t \in \{1, 2, \dots, 60\} \quad (\text{A.11})$$

$$\begin{bmatrix} M_{at}(t+1) \\ M_{os}(t+1) \\ M_{op}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{at \rightarrow at} & \phi_{os \rightarrow at} & \phi_{op \rightarrow at} \\ \phi_{at \rightarrow os} & \phi_{os \rightarrow os} & \phi_{op \rightarrow os} \\ \phi_{at \rightarrow op} & \phi_{os \rightarrow op} & \phi_{op \rightarrow op} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{at}(t) \\ M_{os}(t) \\ M_{op}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A.12})$$

$$(\text{Concentración atmosférica de CO}_2 \text{ en ppm})(t) = \frac{M_{at}(t)}{2.13} \quad (\text{A.13})$$

$$F(t) = \eta \left[ \log_2 \left( \frac{\bar{M}_{at}(t)}{M_{at}(1750)} \right) \right] + F_{ex}(t) \quad (\text{A.14})$$

$$\bar{M}_{at}(t) = \frac{1}{2} (M_{at}(t) + M_{at}(t+1)) \quad (\text{A.15})$$

$$F_{ex}(t) = \begin{cases} F_{ex}(1) + 0.1[F_{ex}(11) - F_{ex}(1)](t-1) & t = 1, 2, \dots, 11 \\ F_{ex}(11) & t = 12, 13, \dots, 60 \end{cases} \quad (\text{A.16})$$

$$T_{at}(t+1) = T_{at}(t) + \xi_1 \{F(t+1) - \xi_2 T_{at}(t) - \xi_3 [T_{at}(t) - T_{op}(t)]\} \quad (\text{A.17})$$

$$T_{op}(t+1) = T_{op}(t) + \xi_4 [T_{at}(t) - T_{op}(t)] \quad (\text{A.18})$$

$$\xi_2 = \frac{\eta}{sc} \quad (\text{A.19})$$

$$expterm(t+1) = expterm(t) + g_{expterm} T_{at}(t) \quad (\text{A.20})$$

$$gypch(t+1) = gypch(t) + g_{gypch} (max_{gypch} - gypch(t)) T_{at}(t) \quad (\text{A.21})$$

$$chG(t+1) = chG(t) + g_{chG} (max_{chG} - chG(t)) T_{at}(t) \quad (\text{A.22})$$

$$cha(t+1) = cha(t) + g_{cha} (max_{cha} - cha(t)) T_{at}(t) H(T_{at}(t) - 3) \quad (\text{A.23})$$

$$slr(t) = expterm(t) + gychp(t) + chG(t) + cha(t) \quad (\text{A.24})$$

$$D(t) = \pi_1 T_{at}(t) + \pi_2 T_{at}(t)^2 + \kappa_1 slr(t) + \kappa_2 slr(t)^2 \quad (\text{A.25})$$

$$Y_{neta}(t) = [1 - D(t)] Y_{bruta}(t) \quad (\text{A.26})$$

$$\begin{aligned} Y(t) &= [1 - \Lambda(t)] Y_{neta}(t) \\ &= [1 - \Lambda(t)] [1 - D(t)] Y_{bruta}(t) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

$$\Lambda(t) = \varphi(t)^{1-\theta_2} \theta_1(t) \mu(t)^{\theta_2} \quad (\text{A.28})$$

$$\theta_1(t) = \frac{1}{\theta_2} P_{back}(t) \sigma(t) \quad (\text{A.29})$$

$$P_{back}(t) = \frac{1}{2} P_{back}(1) [1 + \exp(-g_{back}(t-1))], \quad t = 1, 2, \dots, 24,$$

$$P_{back}(t+1) = \frac{1}{2} P_{back}(t), \quad t = 25, 26, \dots, 60 \quad (\text{A.30})$$

$$(\text{Impuesto al carbono})(t) = 1000 \times P_{back}(t) \times \mu(t)^{\theta_2-1} \quad (\text{A.31})$$

$$Y(t) = C(t) + I(t) \quad (\text{A.32})$$

$$S(t) = \frac{I(t)}{Y(t)} \quad (\text{A.33})$$

$$K(t+1) = 10I(t) + (1 - \delta_K)^{10} K(t) \quad (\text{A.34})$$

$$U(L(t), \bar{c}(t)) = L(t) \cdot u(\bar{c}(t)) \quad (\text{A.35})$$

$$u(\bar{c}(t)) = \frac{\bar{c}(t)^{1-\alpha} - 1}{1 - \alpha} \quad (\text{A.36})$$

$$\bar{c}(t) = \frac{1000 \times C(t)}{L(t)} \quad (\text{A.37})$$

$$W = \sum_{t=1}^{60} \frac{U(L(t), \bar{c}(t))}{(1 + \rho)^{10(t-1)}} \quad (\text{A.38})$$

La función  $H(\cdot)$  en la [Ecuación A.23](#) es la función escalón de Heaviside:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (\text{A.39})$$

En el código GAMS del modelo, utilizamos la siguiente aproximación continua de la función de Heaviside:

$$H(x) \approx \frac{1}{1 - e^{-2Mx}}, \quad (\text{A.40})$$

donde  $M$  es un número “grande”.

## A.2 Las variables del modelo DICE-2010 estándar

La distinción entre una variable exógena y un parámetro es un poco arbitraria. Aquí enumeramos todas las cantidades que son funciones de  $t$ , además de la propia variable  $t$  y la utilidad intergeneracional  $W$ . Las variables aparecen en el orden en que aparecen en la lista de ecuaciones de la [Sección A.1](#). Un asterisco significa que la variable es

endógena.

$t$	Periodo ( $t = 1$ : 2005–2014; $t = 2$ : 2015–2024; ... ; $t = 60$ : 2595–2604)
$Y_{bruta}(t)$	* Producto bruto mundial (billones de dólares por año)
$A(t)$	Productividad total de los factores
$K(t)$	* Capital (billones de dólares)
$L(t)$	Población mundial (millones)
$g_A(t)$	Describe la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores
$E(t)$	* Emisiones totales de carbono (Gt por periodo)
$E_{ind}(t)$	* Emisiones industriales de carbono (Gt por periodo)
$E_{defor}(t)$	Emisiones exógenas de carbono (Gt por periodo)
$\sigma(t)$	La razón de las emisiones industriales no controladas al producto bruto (tC/mil dólares)
$g_\sigma(t)$	Describe la tasa de decrecimiento de $\sigma(t)$
$\mu(t)$	* Tasa de control de emisiones
$E_{acum}(t)$	* Emisiones industriales acumuladas (Gt)
$M_{at}(t)$	* Masa de carbono en la atmósfera (Gt)
$M_{os}(t)$	* Masa de carbono en la biosfera y el océano superior (Gt)
$M_{op}(t)$	* Masa de carbono en el océano profundo (Gt)
$F(t)$	* Forzamiento radiativo total ( $W/m^2$ relativo a 1750)
$F_{ex}(t)$	Forzamiento radiativo exógeno ( $W/m^2$ relativo a 1750)
$\bar{M}_{at}(t)$	* Promedio de la masa de carbono en la atmósfera, utilizado para calcular $F(t)$
$T_{at}(t)$	* Aumento de la temperatura superficial media global ( $^{\circ}C$ desde 1900)
$T_{op}(t)$	* Aumento de la temperatura del océano profundo ( $^{\circ}C$ desde 1900)
$expterm(t)$	* Contribución de la expansión térmica de los océanos a la subida del nivel del mar (m desde 2000)
$gypch(t)$	* Contribución del derretimiento de los glaciares y pequeñas capas de hielo a la subida del nivel del mar (m desde 2000)
$chG(t)$	* Contribución del derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia a la subida del nivel del mar (m desde 2000)
$cha(t)$	* Contribución del derretimiento de la capa de hielo antártica a la subida del nivel del mar (m desde 2000)
$slr(t)$	* Subida total del nivel del mar (m desde 2000)
$D(t)$	* Daños climáticos (porcentaje del producto bruto mundial)
$Y_{neta}(t)$	* Producto mundial neto de daños climáticos (billones de dólares por año)
$Y(t)$	* Producto mundial neto de daños climáticos y del costo de la reducción de emisiones (billones de dólares por año)
$\Lambda(t)$	* Fracción del producto neto de daños climáticos que se gasta en la reducción de emisiones

$\varphi(t)$	Tasa de participación (en este estudio suponemos que la tasa de participación es 1 a partir del año 2015)
$\theta_1(t)$	Describe el costo de la reducción de emisiones
$P_{back}(t)$	Precio de la tecnología <i>backstop</i> (miles de dólares por tonelada de carbono)
$C(t)$	* Consumo (billones de dólares por año)
$I(t)$	* Inversión (billones de dólares por año)
$S(t)$	* Tasa de ahorro
$U(L(t), \bar{c}(t))$	* Utilidad de la generación $t$
$u(\bar{c}(t))$	* La utilidad que proporciona el consumo medio
$\bar{c}(t)$	* Consumo medio (miles de dólares por año)
$W$	* Utilidad intergeneracional

### A.3 Los parámetros del modelo DICE-2010 estándar

La lista de los parámetros no incluye las condiciones iniciales del modelo.

$\gamma$	Elasticidad de la producción con respecto al capital
$\delta_A, \varepsilon_A$	Determinan la tasa de crecimiento de la productividad total de los factores
$L_\infty$	Población mundial asintótica (millones)
$\delta_L$	Determina la rapidez con la que la población mundial se aproxima al límite asintótico
$g_E$	Determina la tasa de decrecimiento de las emisiones debido a la deforestación
$\delta_\sigma, \varepsilon_\sigma$	Determinan la tasa de decrecimiento de $\sigma(t)$
$C_{max}$	Límite a las emisiones industriales acumuladas (Gt)
$\phi_{at \rightarrow at}$	Fracción de carbono en la atmósfera a principios de un periodo que se encuentra en la atmósfera a principios del siguiente periodo. La interpretación de los otros parámetros de la ecuación A.12 es análoga.
$\eta$	Forzamiento radiativo que corresponde a una duplicación de la concentración atmosférica de CO <sub>2</sub>
$\xi_1$	Determina la rapidez con la que el forzamiento efectivo se traduce en un cambio en la temperatura superficial media global
$\xi_3$	Determina la rapidez con la que una diferencia entre el aumento de la temperatura superficial media global y el aumento de la temperatura del océano profundo se traduce en un cambio en la temperatura superficial media global
$\xi_4$	Determina la rapidez con la que una diferencia entre el aumento de la temperatura superficial media global y el aumento de la temperatura del océano profundo se traduce en un cambio en la temperatura del océano profundo
$sc$	Sensibilidad climática: el aumento de la temperatura global que corresponde a una duplicación de la concentración atmosférica de CO <sub>2</sub>

$g_{expterm}$	Tasa de la subida del nivel del mar debido a la expansión térmica de los océanos (m/°C)
$g_{gypch}$	Tasa inicial de la subida del nivel del mar por el derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo (m/°C). La interpretación de $g_{chG}$ y $g_{cha}$ es análoga.
$max_{gypch}$	Subida del nivel del mar que resulta del derretimiento total de los glaciares y las pequeñas capas de hielo (m sobre el nivel de 2000). La interpretación de $max_{chG}$ y $max_{cha}$ es análoga.
$\pi_1, \pi_2, \kappa_1, \kappa_2$	Coefficientes en la función de daños
$\theta_2$	Exponente de la tasa de control en la función de costos $\Lambda(t)$
$g_{back}$	Determina la tasa de decrecimiento del precio de la tecnología <i>back-stop</i>
$\delta_K$	Tasa anual de depreciación del capital
$\alpha$	Elasticidad de la utilidad marginal del consumo
$\rho$	Tasa de descuento de la utilidad (% por año)
$M$	Número “grande” en la aproximación de la función escalón de Heaviside (versión GAMS solamente)

## Apéndice B

# El módulo climático del modelo DICE-2010 estándar

---

El módulo climático del modelo DICE-2010 estándar modela el ciclo de carbono, el forzamiento radiativo, el aumento de la temperatura superficial media global y de la temperatura del océano profundo, y la subida del nivel del mar. Estos componentes se discuten en las [Secciones B.1, B.2, B.3 y B.4](#) respectivamente.

### B.1 El ciclo del carbono

El carbono que se emite a la atmósfera no se queda para siempre en la atmósfera. Según el Cuarto Informe de Evaluación del IPCC, “aproximadamente la mitad del CO<sub>2</sub> emitido hacia la atmósfera se elimina en una escala de tiempo de 30 años; otro 30 % se elimina en pocos siglos y el 20 % restante permanecerá en la atmósfera durante miles de años” (Solomon et al., 2007, p. 26).

En el modelo DICE-2010 estándar el ciclo del carbono se representa por tres reservorios: la atmósfera; un reservorio intermedio que representa la biosfera y capa superior de los océanos; y los océanos profundos. El siguiente sistema de ecuaciones lineales gobierna los flujos de carbono entre los tres reservorios y la manera en que las emisiones de carbono se incorporan a la atmósfera:

$$\begin{bmatrix} M_{at}(t+1) \\ M_{os}(t+1) \\ M_{op}(t+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{at \rightarrow at} & \phi_{os \rightarrow at} & \phi_{op \rightarrow at} \\ \phi_{at \rightarrow os} & \phi_{os \rightarrow os} & \phi_{op \rightarrow os} \\ \phi_{at \rightarrow op} & \phi_{os \rightarrow op} & \phi_{op \rightarrow op} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_{at}(t) \\ M_{os}(t) \\ M_{op}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E(t) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.1})$$

La masa de carbono (en gigatoneladas) en la atmósfera a principios del periodo  $t+1$ ,  $M_{at}(t+1)$ , es igual a la masa de carbono en la atmósfera a principios del periodo  $t$  (diez años antes),  $M_{at}(t)$ , multiplicada por la fracción de esa masa que ha permanecido en la atmósfera durante el periodo  $t$ ,  $\phi_{at \rightarrow at}$ ; más la masa de carbono en la biosfera y el océano superior a principios del periodo  $t$ ,  $M_{os}(t)$ , multiplicada por la fracción de esa masa que se ha transferido a la atmósfera durante el periodo  $t$ ,  $\phi_{os \rightarrow at}$ ; más la masa de carbono en el océano profundo a principios del periodo  $t$ ,  $M_{op}(t)$ , multiplicada por la fracción de esa masa que se ha transferido a la atmósfera durante el periodo  $t$ ,  $\phi_{op \rightarrow at}$ ; más todas las emisiones de carbono que se han emitido durante el periodo  $t$ ,  $E(t)$ . Las masas de carbono en la biosfera y el océano superior y en el océano profundo a principios

del periodo  $t + 1$ ,  $M_{os}(t + 1)$  y  $M_{op}(t + 1)$  respectivamente, se interpretan de manera análoga. Observamos que los coeficientes del sistema de ecuaciones son independientes del tiempo y que las emisiones de carbono se emiten directamente a la atmósfera.

Cada 2.13 Gt de carbono en la atmósfera equivale a una concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> de 1 ppm (CDIAC, s.f.). De este modo la concentración atmosférica de CO<sub>2</sub> a principios del periodo  $t$  es

$$(\text{Concentración atmosférica de CO}_2 \text{ en ppm}) (t) = \frac{M_{at}(t)}{2.13}. \quad (\text{B.2})$$

## B.2 El forzamiento radiativo

La masa de carbono en la atmósfera se vincula con los cambios en la temperatura superficial media global a través del concepto del forzamiento radiativo. El IPCC define el forzamiento radiativo como

el cambio de la irradiancia neta (la ascendente menos la descendente), expresado en vatios por metro cuadrado (W/m<sup>2</sup>), en la tropopausa por efecto del cambio de un originante externo del sistema climático (por ejemplo, un cambio de la concentración de dióxido de carbono, o de la energía emitida por el Sol). El forzamiento radiativo se calcula manteniendo fijas todas las propiedades de la troposfera y sus valores no perturbados, y permitiendo que las temperaturas de la estratosfera, una vez perturbadas, se reajusten hasta alcanzar el equilibriodinámico radiativo. (IPCC, 2007, p. 81)

Para nuestros propósitos basta saber que el forzamiento radiativo “es una medida sencilla para cuantificar las [...] influencias en el cambio climático” (Forster et al., 2007, p. 133, traducido por autor), y que “el forzamiento positivo tiende a calentar la superficie, mientras el forzamiento negativo tiende a enfriarla” (Solomon et al. 2007, p. 21). El forzamiento radiativo es una medida relativa: se mide como una diferencia con respecto al nivel de forzamiento en el año 1750.

En el modelo DICE-2010 estándar la relación entre la masa de carbono en la atmósfera y el forzamiento radiativo se describe por la siguiente ecuación:

$$F(t) = \eta \left[ \log_2 \left( \frac{\bar{M}_{at}(t)}{M_{at}(1750)} \right) \right] + F_{ex}(t), \quad (\text{B.3})$$

donde  $M_{at}(1750)$  es la masa de carbono en la atmósfera en el año 1750, y  $\bar{M}_{at}(t)$  es el promedio de la masa de carbono en la atmósfera a principios del periodo  $t$  y la masa de carbono en la atmósfera a principios del periodo  $t + 1$ :

$$\bar{M}_{at}(t) = \frac{1}{2} (M_{at}(t) + M_{at}(t + 1)). \quad (\text{B.4})$$

El parámetro  $\eta$  es el forzamiento que resulta de una duplicación de la masa de carbono en la atmósfera con respecto al nivel de 1750.

El primer término en el lado derecho de la [Ecuación B.3](#) representa el forzamiento debido a las emisiones de carbono. El segundo término representa el forzamiento debido a los otros GEI de larga vida, los aerosoles, el ozono, y otros factores. En el modelo DICE-2010 estándar, el forzamiento debido a estos otros agentes forzantes es exógeno, y se describe por la siguiente ecuación:

$$F_{ex}(t) = \begin{cases} F_{ex}(1) + 0.1[F_{ex}(11) - F_{ex}(1)](t - 1) & t = 1, 2, \dots, 11 \\ F_{ex}(11) & t = 12, 13, \dots, 60 \end{cases} \quad (\text{B.5})$$

El forzamiento exógeno aumenta linealmente de su valor en 2005 ( $F_{ex}(1)$ ) a su valor en 2105 ( $F_{ex}(11)$ ). A partir de 2105 se mantiene constante.

### B.3 El aumento de la temperatura

El aumento en la temperatura media superficial global, en grados Celsius, por encima de su nivel en el año 1900,  $T_{at}(t)$ , y el aumento en la temperatura del océano profundo, en grados Celsius, por encima de su nivel en 1900,  $T_{op}(t)$ , están relacionados entre sí, y con el forzamiento radiativo  $F(t)$ , a través de las siguientes dos ecuaciones:

$$T_{at}(t + 1) = T_{at}(t) + \xi_1\{F(t + 1) - \xi_2 T_{at}(t) - \xi_3[T_{at}(t) - T_{op}(t)]\} \quad (\text{B.6})$$

$$T_{op}(t + 1) = T_{op}(t) + \xi_4[T_{at}(t) - T_{op}(t)] \quad (\text{B.7})$$

El parámetro  $\xi_1$  determina la rapidez con la que un forzamiento efectivo dado se traduce en un cambio en la temperatura superficial media global, donde definimos el forzamiento efectivo como la expresión entre las llaves en la [Ecuación B.6](#). Un forzamiento efectivo positivo aumentará la temperatura superficial media global; uno negativo reducirá la temperatura superficial media global.

Los parámetros  $\xi_3$  y  $\xi_4$  determinan la rapidez con la que una diferencia entre el aumento de la temperatura superficial media global y el aumento de la temperatura del océano profundo se traduce en un cambio en la temperatura de la atmósfera y un cambio en la temperatura del océano profundo respectivamente.

El parámetro  $\xi_2$  es la razón del parámetro  $\eta$  a la sensibilidad climática  $sc$ , donde la sensibilidad climática es el cambio en la temperatura superficial media global que resultaría de una duplicación de la masa de carbono en la atmósfera:

$$\xi_2 = \frac{\eta}{sc}. \quad (\text{B.8})$$

Es más fácil entender la manera en que el forzamiento radiativo afecta a la temperatura superficial media global si consideramos una versión truncada de la [Ecuación B.6](#):

$$T_{at}(t + 1) = T_{at}(t) + \xi_1\{F(t + 1) - \xi_2 T_{at}(t)\} \quad (\text{B.9})$$

Esta versión truncada omite la transferencia de calor entre la atmósfera y el océano profundo. El forzamiento efectivo—el término entre las llaves—tiene una interpreta-

ción sencilla: es igual al forzamiento actual menos el forzamiento que corresponde a la temperatura actual.

En el modelo DICE-2010 estándar, el forzamiento radiativo que corresponde a una duplicación de la masa de carbono en la atmósfera es  $\eta = 3.8 \text{ W/m}^2$ , la sensibilidad climática es  $sc = 3.2 \text{ }^\circ\text{C}$ , y el parámetro que determina la rapidez con la que el forzamiento efectivo se traduce en un cambio en la temperatura superficial media global es  $\xi_1 = 0.208$ . Consideremos la siguiente situación hipotética: a principios del primer periodo la temperatura superficial media global es igual a su nivel en el año 1900 ( $T_{at}(1) = 0$ ), y el forzamiento radiativo es cero. Ahora supongamos que, de manera repentina, la masa de carbono en la atmósfera se duplica, y se mantiene constante en ese nuevo nivel. El forzamiento radiativo aumentará a  $3.8 \text{ W/m}^2$  y se mantendrá en ese nivel. Durante el primer periodo el forzamiento efectivo será igual a  $3.8 \text{ W/m}^2$ , y para inicios del segundo periodo la temperatura superficial media global habrá aumentado en  $0.208 \times 3.8 \approx 0.79 \text{ }^\circ\text{C}$ . Durante el segundo periodo, el forzamiento efectivo será  $3.8 - 3.8/3.2 \times 0.79 \approx 2.06$ , y para inicios del tercer periodo la temperatura superficial media global habrá aumentado en  $0.79 + 0.208 \times 2.06 \approx 1.22 \text{ }^\circ\text{C}$ . La temperatura superficial media global tenderá asintóticamente a un nivel de  $3.2 \text{ }^\circ\text{C}$  por encima de su nivel inicial. En este ejemplo el forzamiento radiativo es constante (en  $3.8 \text{ W/m}^2$ ) y la temperatura aumenta en una cantidad que corresponde a ese forzamiento ( $3.2 \text{ }^\circ\text{C}$ ). Por supuesto que en el modelo DICE-2010 estándar en general, la temperatura aumenta o se reduce dependiendo del signo del forzamiento efectivo.

La diferencia entre las Ecuaciones B.6 y B.9 es que la primera contiene un término adicional que describe el efecto de la presencia del océano profundo sobre la respuesta de la temperatura superficial media global a un forzamiento efectivo dado. A medida que aumenta la temperatura superficial media global, una parte del calor adicional de la atmósfera se absorbe por el océano profundo, aumentando la temperatura de éste y a la vez reduciendo ligeramente el aumento en la temperatura media superficial global.

## B.4 La subida del nivel del mar

Cuatro procesos contribuyen a la subida del nivel del mar: la expansión térmica de los océanos; el derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo; el derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia; y el derretimiento de la capa de hielo antártica. La subida del nivel del mar se mide con respecto al nivel del mar en el año 2000, y se mide en metros.

La subida del nivel del mar durante el periodo  $t$  debido a la expansión térmica de los océanos es proporcional a la diferencia entre la temperatura atmosférica a principios del periodo  $t$  y la temperatura atmosférica en el año 1900:

$$expterm(t+1) - expterm(t) = g_{expterm} T_{at}(t). \quad (\text{B.10})$$

El parámetro  $g_{expterm}$  es la constante de proporcionalidad.

Los glaciares y las pequeñas capas de hielo, la capa de hielo de Groenlandia y la capa de hielo antártica contienen cantidades finitas de hielo. Sea  $max_{gypch}$ ,  $max_{chG}$  y  $max_{cha}$

la subida del nivel del mar que resultaría del derretimiento total de los glaciares y las pequeñas capas de hielo, la capa de hielo de Groenlandia, y la capa de hielo antártica respectivamente.

La subida del nivel del mar durante el periodo  $t$  debido al derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo es proporcional tanto a la diferencia entre la temperatura atmosférica a principios del periodo  $t$  y la temperatura atmosférica en el año 1900,  $T_{at}(t)$ , como a la cantidad de hielo restante (medida en términos de la contribución a la subida del nivel del mar),  $max_{gypch} - gypch(t)$ :

$$gypch(t + 1) - gypch(t) = g_{gypch}(max_{gypch} - gypch(t))T_{at}(t). \quad (B.11)$$

El parámetro  $g_{gypch}$  es la constante de proporcionalidad.

La ecuación que describe la subida del nivel del mar durante el periodo  $t$  debido al derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia es parecida a la que describe la subida del nivel del mar debido al derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo:

$$chG(t + 1) - chG(t) = g_{chG}(max_{chG} - chG(t))T_{at}(t). \quad (B.12)$$

La ecuación que describe la subida del nivel del mar durante el periodo  $t$  debido al derretimiento de la capa de hielo antártica es ligeramente diferente de las que describen la subida del nivel del mar debido al derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo y de la capa de hielo de Groenlandia:

$$cha(t + 1) - cha(t) = g_{cha}(max_{cha} - cha(t))T_{at}(t)H(T_{at}(t) - 3). \quad (B.13)$$

La función  $H(x)$  es la función escalón de Heaviside. Esta función tiene un valor de cero cuando el argumento es negativo y un valor de uno si el argumento es positivo:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (B.14)$$

La presencia de esta función en la [Ecuación B.13](#) significa que la capa de hielo antártica solamente empieza a contribuir a la subida del nivel del mar cuando la temperatura superficial media global haya aumentado en más de 3 °C por encima de su nivel en 1900. (En contraste, la expansión térmica de los océanos, el derretimiento de los glaciares y las pequeñas capas de hielo, y el derretimiento de la capa de hielo de Groenlandia empiezan a contribuir a la subida del nivel del mar en cuanto la temperatura global sea mayor que su nivel en 1900.)

Con el fin de facilitar la programación del modelo DICE-2010 estándar en GAMS, en la versión GAMS utilizamos la siguiente aproximación continuamente diferenciable de la función de Heaviside:

$$H(x) \approx \frac{1}{1 + e^{-2Mx}}, \quad (B.15)$$

donde  $M$  es un número “grande”. (Entre más grande  $M$ , más se acerca la aproximación a la función de Heaviside.) La utilización de esta aproximación distingue la versión

GAMS del modelo DICE-2010 estándar de la versión Excel, aunque no esperamos que esta diferencia resulte en diferencias notables en los resultados.

La subida total del nivel del mar entre el año 2000 y principios del periodo  $t$  en metros,  $slr(t)$ , es la suma de las contribuciones de los cuatro procesos mencionados:

$$slr(t) = expterm(t) + gychnp(t) + chG(t) + cha(t). \quad (\text{B.16})$$

## Apéndice C

# La estimación de los coeficientes de Gini regionales en 2005

---

En este apéndice proporcionamos los detalles de las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo regionales para el año 2005.

Para estimar los coeficientes de Gini del consumo de las regiones que consisten en más de un país (Unión Europea, Eurasia, Medio Oriente, África, América Latina, Otros países de ingresos altos y Otros países asiáticos), suponemos que la distribución del consumo de cada país es lognormal (y normalizada para que el área debajo de la curva sea igual a la población del país). De este modo la distribución del consumo de una región que consiste en más de un país es la suma de una serie de distribuciones lognormales.

La función de densidad del país  $i$  es

$$f(c; L_i, \mu_i, \sigma_i) = \frac{L_i}{\sqrt{2\pi} c \sigma_i} \exp\left(-\frac{(\ln(c) - \mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) \quad (\text{C.1})$$

donde  $L_i$  es la población del país en 2005 y  $\mu_i$  y  $\sigma_i$  son el parámetro de ubicación y el parámetro de escala respectivamente. Estos últimos dos parámetros están relacionados con el consumo medio del país en 2005,  $\bar{c}_i$ , y el coeficiente de Gini del país en 2005,  $G_i$ , a través de las siguientes dos ecuaciones (Kemp-Benedict, 2001; también véase la Nota 24):

$$\mu_i = \ln(\bar{c}_i) - \frac{1}{2}\sigma_i^2 \quad (\text{C.2})$$

$$\sigma_i = 2 \operatorname{erf}^{-1}(G_i) \quad (\text{C.3})$$

Si la región en la que nos enfocamos consiste en  $n$  países, entonces la función de densidad de la región es

$$f_{\text{región}}(c; L, \mu_1, \dots, \mu_n, \sigma_1, \dots, \sigma_n) = \sum_{i=1}^n f(c; L_i, \mu_i, \sigma_i), \quad (\text{C.4})$$

donde la población regional  $L = \sum_{i=1}^n L_i$  es la suma de las poblaciones de los países de la región.

El siguiente resultado de Young (2011) proporciona una manera de calcular el coe-

ficiente de Gini regional sin tener que integrar numéricamente. El coeficiente de Gini de la distribución regional del consumo es

$$G = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{\omega_i \omega_j \bar{c}_i}{\bar{c}} \operatorname{erf} \left[ \frac{\ln(\bar{c}_i) - \ln(\bar{c}_j) + \frac{1}{2}\sigma_i^2 + \frac{1}{2}\sigma_j^2}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}} \right] \quad (\text{C.5})$$

donde  $\omega_i = L_i/L$  es la proporción de la población regional que representa el país  $i$ ,  $\bar{c}_i$  es el consumo medio del país  $i$  (en miles de dólares),  $\bar{c}$  es el consumo medio regional (en miles de dólares) y  $\sigma_i$  es el parámetro de escala del país  $i$  (relacionado con el coeficiente del país  $i$  a través de la [Ecuación C.3](#)).

La [Ecuación C.3](#) requiere que estimemos valores de la función error inversa. Utilizamos la siguiente aproximación de la función:

$$\begin{aligned} \operatorname{erf}^{-1}(G_i) \approx & \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( G_i + \frac{\pi}{12} G_i^3 + \frac{7\pi^2}{480} G_i^5 + \frac{127\pi^3}{40320} G_i^7 + \frac{4369\pi^4}{5806080} G_i^9 \right. \\ & + \frac{34807\pi^5}{182476800} G_i^{11} + \frac{20036983\pi^6}{398529331200} G_i^{13} + \frac{2280356863\pi^7}{167382319104000} G_i^{15} \\ & \left. + \frac{49020204823\pi^8}{13007997370368000} G_i^{17} + \frac{65967241200001\pi^9}{62282291409321900000} G_i^{19} \right). \quad (\text{C.6}) \end{aligned}$$

Esta aproximación se basa en la serie de Maclaurin de la función  $\operatorname{erf}^{-1}(2x/\sqrt{\pi})$  (la [Ecuación 3.6](#)).

La [Ecuación C.5](#) requiere que estimemos valores de la función error. Utilizamos la siguiente aproximación:

$$\operatorname{erf}(x) \approx \operatorname{sgn} \left[ 1 - \left( a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3 + a_4 t^4 + a_5 t^5 \right) e^{-x^2} \right], \quad t = \frac{1}{1 + p|x|}, \quad (\text{C.7})$$

donde  $p = 0.3275911$ ,  $a_1 = 0.254829592$ ,  $a_2 = -0.284496736$ ,  $a_3 = 1.421413741$ ,  $a_4 = -1.453152027$ ,  $a_5 = 1.061405429$ ,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$  es la función signo, y  $|x|$  es el valor absoluto de  $x$  ([Abramowitz & Stegun, 1964](#), p. 299; también véase la [Nota 26](#)).

Dados la poblaciones de los países de una región en el año 2005 ( $L_i$ ), los consumos medios de los países en el año 2005 ( $\bar{c}_i$ ), y los coeficientes de Gini del consumo en el año 2005 ( $G_i$ ), utilizamos la [Ecuación C.3](#) y la [Aproximación C.6](#) para estimar los parámetros de escala ( $\sigma_i$ ), y luego utilizamos la [Ecuación C.5](#) y la [Aproximación C.7](#) para estimar el coeficiente de Gini del consumo de la región en el año 2005.

Una lista de los países en cada región se encuentra en los archivos Excel del modelo RICE-2010 (disponible en <http://nordhaus.econ.yale.edu/>). La base de datos Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) contiene estimaciones de las poblaciones de casi todos los países para el año 2005. Utilizamos estas estimaciones como los parámetros  $L_i$ . [World Bank \(2012b\)](#) no incluye estimaciones de los niveles de consumo de los países, pero sí incluye estimaciones de sus ingresos (PIBs). Por esta razón, utilizamos los PIBs de los países de una región en vez de los consumos de los países en el cálculo del coeficiente de Gini del consumo de la región. La

utilización de los PIBs en la [Ecuación C.5](#) en vez de los consumos es válida si hacemos el supuesto de que la razón del consumo de un país al consumo total de la región es igual a la razón del PIB del país al PIB total de la región para todos los países de la región. Donde sea posible, tomamos las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo (los  $G_i$ ) de la misma base de datos. Utilizamos otras fuentes para el coeficiente de Gini del consumo de algunos de los países desarrollados y algunos de los de América Latina.

En general, dividimos los países de una región en tres grupos. El primer grupo consiste en los países para los que tenemos estimaciones de sus poblaciones, PIBs y coeficientes de Gini del consumo. El segundo grupo consiste en esos países para los que tenemos estimaciones de las poblaciones y los PIBs pero no los coeficientes de Gini del consumo. Utilizamos el promedio de los coeficientes de Gini de los países del primer grupo como una estimación del coeficiente de Gini del consumo para los países del segundo grupo. El tercer grupo consiste en los países para los que la base de datos del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) no incluye una estimación de la población o el PIB. Los países del tercer grupo se omiten de la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región.

En las siguientes secciones consideramos cada región de manera individual. Para las regiones que consisten en solamente un país, notamos la fuente de la estimación del coeficiente de Gini del consumo en el año 2005. Para las regiones que consisten en más de un país, proporcionamos una tabla que contiene una lista de los países de la región, las estimaciones de las poblaciones de los países en el año 2005 (de [World Bank \(2012b\)](#)), las estimaciones de los PIBs en el año 2005 (de [World Bank \(2012b\)](#)), y las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo en el año 2005. En el caso de los coeficientes de Gini del consumo, notamos la fuente de la estimación.

## C.1 Estados Unidos

La región “Estados Unidos” tiene tres países: Estados Unidos, Guam y Samoa Americana. La base de datos Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial ([World Bank, 2012](#)) no tiene estimaciones de los PIBs de Guam o Samoa Americana, así que estos países se omiten del cálculo. La base de datos tiene una estimación del coeficiente de Gini del ingreso del país que queda, Estados Unidos, pero no una del coeficiente de Gini para el consumo. Tomamos nuestra estimación del coeficiente de Gini del consumo de Estados Unidos de [Heathcote, Perri y Violante \(2010\)](#). Según la Figura 13 de este artículo, el coeficiente de Gini del consumo de Estados Unidos era de 0.32 en el año 2006. Utilizamos esta estimación para nuestra estimación del coeficiente de Gini del consumo del país (y de la región) en el año 2005.

## C.2 Unión Europea

La región “Unión Europea” tiene 26 países, no todos de los que son miembros de la Unión. La base de datos del Banco Mundial no incluye estimaciones del PIB de las Islas Feroe o Groenlandia; omitimos estos dos países del cálculo. La base de datos incluye

estimaciones del coeficiente de Gini del consumo de solamente tres de los 24 países que quedan: Polonia, la República Eslovaca y Turquía. [Zaidi y de Vos \(2001\)](#) incluye estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para nueve países más: Alemania, Bélgica, España, Francia, Grecia, Italia, los Países Bajos, Portugal y el Reino Unido. La mayoría de las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para estos nueve países corresponden al año 1988; para utilizar estas estimaciones para el año 2005 tenemos que suponer que la desigualdad del consumo no cambió de manera significativa entre 1988 y 2005 en estos países. Los 12 países para los que tenemos estimaciones individuales del coeficiente de Gini constituyen el primer grupo de países de la región. Estos países no son sombreados en la [Tabla C.1](#). Los 12 países para los que tenemos estimaciones de la población y el PIB, pero no el coeficiente de Gini, constituyen el segundo grupo de países. Utilizamos el promedio de los coeficientes de Gini de los países del primer grupo como una estimación del coeficiente de Gini de los países del segundo grupo. Los países del segundo grupo son ligeramente sombreados en la [Tabla C.1](#). Los dos países que se omiten del cálculo aparecen en sombreado oscuro al final de la tabla.

Utilizando las ecuaciones y las aproximaciones mencionadas arriba, estimamos que el coeficiente de Gini del consumo de la región “Unión Europea” era de 0.3582 en el año 2005.

### C.3 Japón

Esta región consiste en un país: Japón. La base de datos del Banco Mundial no contiene una estimación del coeficiente de Gini del consumo; utilizamos una estimación de [McKenzie \(s.f.\)](#). McKenzie estima que el coeficiente de Gini del consumo de Japón era de 0.272 en 2005. (La estimación aparece en de la [Tabla 2](#) de [McKenzie \(s.f.\)](#).)

### C.4 Rusia

La región consiste en un país: Rusia. La base de datos Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) estima que el coeficiente de Gini del consumo de Rusia era de 0.3751 en 2005.

### C.5 Eurasia

La región tiene 23 países. La base de datos del Banco Mundial incluye estimaciones de la población y el PIB de todos los países; ningún país se omite del cálculo. La base de datos tiene estimaciones del coeficiente de Gini del consumo de 22 de los 23 países (estos países no son sombreados en la [Tabla C.2](#)). Utilizamos el promedio de los coeficientes de Gini de estos 22 países como una estimación del coeficiente de Gini del consumo del vigésimo tercer país (Turkmenistán, ligeramente sombreado en la [Tabla C.2](#)).

Tabla C.1: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Unión Europea” en 2005.

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini (×100)	Año	Fuente
Belgium	10,478,617	337,299,884,076	23.6	1987/88	Zaidi y de Vos (2001)
France	63,175,934	1,860,699,795,702	29.5	1989	Zaidi y de Vos (2001)
Germany	82,469,422	2,565,997,353,297	25.6	1988	Zaidi y de Vos (2001)
Greece	11,103,965	270,363,806,316	32.0	1988	Zaidi y de Vos (2001)
Italy	58,607,043	1,657,399,588,073	35.2	1988	Zaidi y de Vos (2001)
Netherlands	16,319,868	572,900,602,702	21.4	1988	Zaidi y de Vos (2001)
Poland	38,165,445	526,078,602,780	34.92	2005	World Bank (2012b)
Portugal	10,549,424	225,430,206,678	37.4	1989/90	Zaidi y de Vos (2001)
Slovak Rep.	5,387,001	87,133,808,137	29.84	2005	World Bank (2012b)
Spain	43,398,143	1,188,763,816,300	30.4	1990	Zaidi y de Vos (2001)
Turkey	68,143,186	781,243,404,330	42.56	2005	World Bank (2012b)
UK	60,224,307	1,971,620,579,903	31.3	1988	Zaidi y de Vos (2001)
Austria	8,227,829	276,672,160,743	31.14	—	promedio *
Czech Rep.	10,235,828	217,658,883,481	31.14	—	promedio *
Denmark	5,419,432	179,888,492,352	31.14	—	promedio *
Finland	5,246,096	161,096,832,052	31.14	—	promedio *
Hungary	10,087,065	171,223,488,173	31.14	—	promedio *
Iceland	296,734	10,352,808,176	31.14	—	promedio *
Ireland	4,159,914	161,805,623,216	31.14	—	promedio *
Luxembourg	465,158	31,779,425,806	31.14	—	promedio *
Malta	403,837	8,488,026,196	31.14	—	promedio *
Norway	4,623,291	220,190,150,870	31.14	—	promedio *
Sweden	9,029,572	295,293,937,662	31.14	—	promedio *
Switzerland	7,437,115	266,129,821,233	31.14	—	promedio *
	533,654,226	14,045,511,098,253			
Faeroe Is. **	48,258				
Greenland **	56,935				

\* El coeficiente de Gini es el promedio de los coeficientes de Gini de los países no sombreados.

\*\* País no incluido en la estimación del coeficiente de Gini de la región.

Tabla C.2: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Eurasia” en 2005.

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini (×100)	Año	Fuente
Albania	3,141,800	19,169,934,155	33.03	2005	World Bank (2012b)
Armenia	3,065,954	12,559,496,968	36.16	2005	World Bank (2012b)
Azerbaijan	8,391,850	37,730,965,492	33.71	2008	World Bank (2012b)
Belarus	9,775,591	83,491,527,464	27.92	2005	World Bank (2012b)
Bosnia & Herzegovina	3,781,001	23,974,737,770	35.78	2004	World Bank (2012b)
Bulgaria	7,739,900	75,923,299,557	28.19	2007	World Bank (2012b)
Croatia	4,442,000	68,103,801,822	28.99	2004	World Bank (2012b)
Estonia	1,346,097	22,275,160,169	36	2004	World Bank (2012b)
Georgia	4,361,200	15,746,759,948	41.05	2005	World Bank (2012b)
Kazakhstan	15,147,029	131,765,490,903	30.76	2006	World Bank (2012b)
Kyrgyz Rep.	5,162,600	8,886,594,659	39.49	2005	World Bank (2012b)
Latvia	2,300,512	29,999,531,129	35.73	2004	World Bank (2012b)
Lithuania	3,414,304	48,473,632,137	35.81	2004	World Bank (2012b)
Macedonia	2,038,109	16,044,807,364	39.13	2005	World Bank (2012b)
Moldova	3,595,182	8,491,642,652	36.28	2005	World Bank (2012b)
Montenegro	626,739	5,163,300,589	30.12	2005	World Bank (2012b)
Romania	21,634,371	202,525,791,935	31.57	2005	World Bank (2012b)
Serbia	7,440,769	63,372,927,321	33.4	2005	World Bank (2012b)
Slovenia	2,000,474	46,962,272,775	31.15	2004	World Bank (2012b)
Tajikistan	6,453,240	9,681,676,797	33.61	2004	World Bank (2012b)
Ukraine	47,105,150	263,006,855,631	28.21	2005	World Bank (2012b)
Uzbekistan	26,167,000	52,359,264,378	36.72	2003	World Bank (2012b)
Turkmenistan	4,747,839	22,608,518,229	33.76	—	promedio *
	193,878,711	1,268,317,989,844			

\* El coeficiente de Gini es el promedio de los coeficientes de Gini de los países no sombreados.

Las poblaciones, los PIBs y los coeficientes de Gini que se utilizaron para estimar el coeficiente de Gini del consumo de la región “Eurasia” en el año 2005 se muestran en la [Tabla C.2](#). Utilizando las ecuaciones y las aproximaciones mencionadas arriba, estimamos que el coeficiente de Gini del consumo de la región “Eurasia” era de 0.4355 en el año 2005.

## C.6 China

La región consiste en un país: China. La base de datos Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) estima que el coeficiente de Gini del consumo era de 0.4248 en 2005.

## C.7 India

La región consiste en un país: India. La base de datos Indicadores de Desarrollo Mundial del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) estima que el coeficiente de Gini del consumo era de 0.3338 en 2005.

## C.8 Medio Oriente

La región “Medio Oriente” tiene 14 países. La base de datos del Banco Mundial incluye estimaciones de la población y el PIB de los 14 países, así que ninguno se omite del cálculo. La base de datos tiene estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para seis de los países; estos países no son sombreados en la [Tabla C.3](#). Utilizamos el promedio de los coeficientes de Gini de estos seis países como una estimación del coeficiente de Gini para los otros ocho países; estos países son ligeramente sombreados en la [Tabla C.3](#). Las estimaciones de los coeficientes de Gini, junto con las de las poblaciones y los PIBs de los 14 países en 2005 se muestran en la [Tabla C.3](#). Utilizamos estos datos y las ecuaciones y las aproximaciones mencionadas arriba para estimar que el coeficiente de Gini del consumo de la región “Medio Oriente” era de 0.5426 en el año 2005.

Tabla C.3: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Medio Oriente” en 2005.

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini (×100)	Año	Fuente
Iran	69,732,007	643,503,423,966	38.28	2005	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
Iraq	27,598,437	82,510,311,622	30.86	2008	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
Jordan	5,411,500	23,456,024,693	37.72	2006	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
Syria	18,484,122	76,403,164,435	35.78	2004	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
West Bank & Gaza	3,574,698	8,811,978,772	38.65	2007	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
Yemen	20,648,643	46,172,068,885	38.69	2005	<a href="#">World Bank (2012b)</a>
Bahrain	724,807	20,344,224,752	36.50	—	promedio*
Cyprus	1,032,562	18,496,214,095	36.50	—	promedio*
Israel	6,930,100	161,748,215,721	36.50	—	promedio*
Kuwait	2,264,014	110,444,592,356	36.50	—	promedio*
Lebanon	4,052,420	38,884,148,932	36.50	—	promedio*
Oman	2,429,510	51,135,023,338	36.50	—	promedio*
Qatar	820,986	57,068,650,912	36.50	—	promedio*
S. Arabia	24,041,116	490,578,367,143	36.50	—	promedio*
	187,744,922	1,829,556,409,622			

\* El coeficiente de Gini es el promedio de los coeficientes de Gini de los países no sombreados.

## C.9 África

La región “África” consiste en 53 países. (El país nombrado “Sudán” incluye lo que ahora son Sudán y Sudán del Sur.) La base de datos del Banco Mundial tiene estimaciones de las poblaciones y los PIBs de 51 de los 53 países. Omitimos los otros dos países, Somalia y Zimbabue, del cálculo de la estimación del coeficiente de Gini de la región. La base de datos del Banco Mundial incluye estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para 46 de los 51 países utilizados en la estimación. Estos 46 países no son sombreados en la [Tabla C.4](#). Utilizamos el promedio de los coeficientes de Gini de estos 46 países como una estimación de los coeficientes de Gini del consumo para los otros cinco países que se utilizan en la estimación. Estos cinco países son ligeramente sombreados en la [Tabla C.4](#). Los dos países omitidos aparecen en sombreado oscuro al final de la tabla.

Utilizando los datos de la [Tabla C.4](#) y las ecuaciones y aproximaciones mencionadas al principio de este apéndice, estimamos que el coeficiente de Gini de la región era de 0.6283 en 2005.

Tabla C.4: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “África” en 2005.

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini ( $\times 100$ )	Año	Fuente
Algeria	32,888,449	235,762,969,400	35.33	1995	World Bank (2012b)
Angola	16,489,021	55,314,910,086	58.64	2000	World Bank (2012b)
Benin	7,633,757	10,298,986,960	38.62	2003	World Bank (2012b)
Botswana	1,875,673	21,649,422,857	60.96	1994	World Bank (2012b)
Burkina Faso	14,198,463	14,390,722,537	39.60	2003	World Bank (2012b)
Burundi	7,251,424	3,523,396,912	33.27	2006	World Bank (2012b)
Cameroon	17,553,589	34,856,839,003	38.91	2007	World Bank (2012b)
Cape Verde	472,883	1,242,576,850	50.52	2002	World Bank (2012b)
Central African Rep.	4,017,880	2,700,030,644	43.57	2003	World Bank (2012b)
Chad	9,785,902	13,445,267,520	39.78	2003	World Bank (2012b)
Comoros	642,974	676,904,052	64.30	2004	World Bank (2012b)
Congo, Dem. Rep.	57,420,522	15,905,111,821	44.43	2006	World Bank (2012b)
Congo, Rep.	3,533,177	11,946,336,814	47.32	2005	World Bank (2012b)
Côte d'Ivoire	18,020,946	30,023,069,144	41.50	2008	World Bank (2012b)
Djibouti	808,367	1,487,587,814	39.96	2002	World Bank (2012b)
Egypt	74,203,215	333,218,411,473	32.14	2005	World Bank (2012b)
Ethiopia	74,263,861	47,236,917,845	29.83	2005	World Bank (2012b)
Gabon	1,370,729	17,839,029,266	41.45	2005	World Bank (2012b)

(Continúa en la página siguiente.)

Tabla C.4: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “África” en 2005 (continuada).

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini (×100)	Año	Fuente
Gambia, The	1,503,678	2,404,250,889	47.28	2003	World Bank (2012b)
Ghana	21,639,806	26,141,197,001	42.76	2006	World Bank (2012b)
Guinea	9,041,448	8,778,188,406	39.35	2007	World Bank (2012b)
Guinea- Bissau	1,367,695	1,390,527,001	35.52	2002	World Bank (2012b)
Kenya	35,614,576	47,951,376,759	47.68	2005	World Bank (2012b)
Lesotho	2,065,752	2,493,381,046	52.50	2003	World Bank (2012b)
Liberia	3,182,539	1,100,389,291	38.16	2007	World Bank (2012b)
Madagascar	17,885,967	15,537,093,713	47.24	2005	World Bank (2012b)
Malawi	12,822,587	8,268,474,989	39.02	2004	World Bank (2012b)
Mali	13,176,642	11,655,456,275	38.99	2006	World Bank (2012b)
Mauritania	3,047,249	5,868,422,986	41.26	2004	World Bank (2012b)
Morocco	30,392,473	108,171,204,433	40.88	2007	World Bank (2012b)
Mozambique	20,770,013	13,906,009,356	45.66	2008	World Bank (2012b)
Niger	12,993,884	7,924,152,247	43.89	2005	World Bank (2012b)
Nigeria	139,823,340	244,642,093,041	42.93	2004	World Bank (2012b)
Rwanda	9,201,727	7,733,818,367	53.09	2006	World Bank (2012b)
Sao Tome and Principe	152,622	216,187,519	50.82	2001	World Bank (2012b)
Senegal	10,871,908	18,232,202,207	39.19	2005	World Bank (2012b)
Seychelles	82,900	1,492,408,495	65.77	2007	World Bank (2012b)
Sierra Leone	5,153,435	3,334,211,241	42.52	2003	World Bank (2012b)
South Africa	47,198,469	405,757,255,382	67.4	2006	World Bank (2012b)
Sudan	30,777,563	61,955,397,193	35.29	2009	World Bank (2012b)
Swaziland	1,017,425	4,990,265,969	50.68	2001	World Bank (2012b)
Tanzania	38,831,024	40,354,382,417	37.58	2007	World Bank (2012b)
Togo	5,408,044	4,641,277,061	34.41	2006	World Bank (2012b)
Tunisia	10,029,000	72,031,944,851	41.42	2005	World Bank (2012b)
Uganda	28,431,204	25,903,142,658	42.62	2006	World Bank (2012b)
Zambia	11,462,365	13,268,758,899	54.63	2006	World Bank (2012b)
Equatorial Guinea	607,739	15,080,074,883	44.32	—	promedio *
Eritrea	4,486,155	2,674,281,821	44.32	—	promedio *
Libya	5,769,709	80,864,581,232	44.32	—	promedio *
Mauritius	1,243,253	12,628,351,002	44.32	—	promedio *
Namibia	2,079,951	10,827,002,303	44.32	—	promedio *
	880,562,974	2,139,736,251,934			
Somalia **	8,359,859				
Zimbabwe **	12,570,686				

\* El coeficiente de Gini es el promedio de los coeficientes de Gini de los países no sombreados.

\*\* País no incluido en la estimación del coeficiente de Gini de la región.

## C.10 América Latina

La región “América Latina” consiste en 39 países. La base de datos del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) no tiene estimaciones de los PIBs de siete de los 39 países; omitimos estos siete países de la estimación del coeficiente de Gini de la región. (Uno de los países omitidos, las Antillas Neerlandesas, se disolvió en 2010. Las dos islas más grandes que componían el país, Curazao y San Martín, se convirtieron en países autónomos dentro de los Países Bajos. La base de datos del Banco Mundial no tiene estimaciones de los PIBs de estos dos países autónomos.)

La base de datos del Banco Mundial tiene estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para tres de los 32 países que se incluyen en la estimación (Jamaica, México y Nicaragua), y estimaciones de los coeficientes de Gini del ingreso para 22 países. Para los otros siete países no tiene estimaciones ni de los coeficientes de Gini del consumo ni de los coeficientes de Gini del ingreso.

[Goñi, López y Servén \(2006\)](#) estiman que el coeficiente de Gini del consumo de Brasil en 1996 era de 0.55, el de Colombia en 2003 era de 0.5, y el de Perú en 2003 era de 0.48. La base de datos del Banco Mundial estima que el coeficiente del *ingreso* de Brasil en 1996 era de 0.6055, el de Colombia en 2003 era de 0.5786, y el de Perú en 2003 era de 0.5522. El promedio de las razones del coeficiente de Gini del consumo al coeficiente de Gini del ingreso es 0.8806. Suponemos que esta razón es válida para los otros países de la región y que es constante en el tiempo. Para obtener las estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para los 22 países para los que la base de datos del Banco Mundial tiene estimaciones de los coeficientes de Gini del ingreso, pero no del consumo, multiplicamos las estimaciones de los coeficientes del ingreso por 0.8806. De este modo tenemos estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para 25 países. Estos países no son sombreados en la [Tabla C.5](#). Utilizamos el promedio de los coeficientes de Gini del consumo de los 25 países no sombreados como una estimación del coeficiente de Gini del consumo para los otros siete países que incluimos en la estimación del coeficiente de Gini de la región. Estos siete países son ligeramente sombreados en la [Tabla C.5](#). Los países omitidos del cálculo aparecen en sombreado oscuro al final de la tabla.

Utilizando los datos de la [Tabla C.5](#) y las ecuaciones y aproximaciones mencionadas al principio de este apéndice, estimamos que el coeficiente de Gini de la región “América Latina” era de 0.5088 en 2005.

Tabla C.5: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “América Latina” en 2005.

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini ( $\times 100$ )	Año	Fuente
Argentina	38,681,174	419,048,847,404	43.40	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Belize	291,800	1,825,017,017	46.79	1999	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Bolivia	9,146,655	34,501,536,008	50.89	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Brazil	185,986,964	1,582,642,363,389	50.56	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Chile	16,301,726	206,427,425,515	45.65	2006	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Colombia	43,040,558	314,392,155,161	49.42	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Costa Rica	4,309,413	38,963,718,161	41.94	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Dominican Republic	9,264,267	59,109,442,657	44.96	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Ecuador	13,426,402	87,411,173,006	47.67	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
El Salvador	6,050,513	34,501,160,346	44.32	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Guatemala	12,717,154	51,651,820,181	49.22	2006	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Guyana	746,235	1,892,736,259	39.22	1998	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Haiti	9,347,262	9,564,420,027	52.14	2001	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Honduras	6,879,243	22,542,303,915	52.53	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Jamaica	2,650,400	19,147,470,925	45.51	2004	World Bank (2012b)
Mexico	106,483,757	1,298,150,277,311	48.11	2006	World Bank (2012b)
Nicaragua	5,424,336	12,668,882,015	40.47	2005	World Bank (2012b)
Panama	3,238,321	29,684,275,264	47.55	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Paraguay	5,897,816	23,006,126,111	46.19	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)
Peru	27,558,769	176,016,624,588	45.01	2005	0.8806 $\times$ Gini del ingreso World Bank (2012b)

(Continúa en la página siguiente.)

Tabla C.5: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “América Latina” en 2005 (continuada).

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini (×100)	Año	Fuente
St. Lucia	164,330	1,469,238,368	37.50	1995	0.8806×Gini del ingreso World Bank (2012b)
Suriname	499,294	3,059,931,570	46.57	1999	0.8806×Gini del ingreso World Bank (2012b)
Trinidad and Tobago	1,315,386	26,384,324,019	35.46	1992	0.8806×Gini del ingreso World Bank (2012b)
Uruguay	3,305,723	32,008,625,141	40.39	2005	0.8806×Gini del ingreso World Bank (2012b)
Venezuela	26,577,000	263,762,429,468	43.55	2005	0.8806×Gini del ingreso World Bank (2012b)
Antigua and Barbuda	83,916	1,557,148,205	45.40	—	promedio *
Bahamas, The	319,358	9,963,764,564	45.40	—	promedio *
Barbados	270,503	4,859,542,249	45.40	—	promedio *
Dominica	68,925	638,182,502	45.40	—	promedio *
Grenada	102,734	1,030,575,524	45.40	—	promedio *
St. Kitts and Nevis	49,173	735,774,025	45.40	—	promedio *
St. Vincent and the Grenadines	108,755	962,710,491	45.40	—	promedio *
	540,307,862	4,769,580,021,386			
Aruba **	100,996				
Bermuda **	63,600				
Cayman Is. **	52,268				
Cuba **	11,254,242				
Netherlands Antilles **					
Puerto Rico **	3,821,362				
Virgin Is. (U.S.) **	109,599				

\* El coeficiente de Gini es el promedio de los coeficientes de Gini de los países no sombreados.

\*\* País no incluido en la estimación del coeficiente de Gini de la región.

## C.11 Otros países de ingresos altos

La región “Otros países de ingresos altos” (OPIA) consiste en siete países. La base de datos del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) tiene estimaciones de las poblaciones y los PIBs de los siete países en 2005, pero no tiene una estimación del coeficiente de Gini del consumo de ningún país.

[Barrett, Crossley y Worswick \(1999\)](#) estiman que el coeficiente de Gini del consumo de Australia era de 0.221 en 1993. (Este dato es de la Tabla 3 en la página 31.) [Crossley y Pendakur \(2002\)](#) estiman que el coeficiente de Gini del consumo de Canadá era 0.175 en 1999. (Este dato es de la Tabla 3 en la página 18.) [Cheong \(2001\)](#) estima que el coeficiente de Gini del consumo de Corea era de 0.33 en 1999. (Este dato es de la Tabla 8 en la página 55.) Utilizamos estas estimaciones como nuestras estimaciones para el año 2005. Suponemos que los coeficientes de Gini de Hong Kong, Macao y Singapur en 2005 eran iguales que el de Corea en 2005, y que el coeficiente de Gini de Nueva Zelanda en 2005 era igual que el de Australia en 2005.

Los datos utilizados para la estimación del coeficiente de Gini de la región “Otros países de ingresos altos” en 2005 se muestran en la [Tabla C.6](#). Utilizando estos datos, y las ecuaciones y aproximaciones mencionadas al principio de este apéndice, estimamos que el coeficiente de Gini de la región era de 0.2883 en 2005.

Tabla C.6: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Otros países de ingresos altos” en 2005.

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini (×100)	Año	Fuente
Australia	20,394,800	667,297,971,222	22.1	1993	<a href="#">Barrett, Crossley y Worswick (1999)</a>
Canada	32,312,000	1,131,999,961,695	17.5	1999	<a href="#">Crossley y Pendakur (2002)</a>
Korea, Rep.	48,138,000	1,096,741,053,794	33	1999	<a href="#">Cheong (2001)</a>
Hong Kong	6,813,200	243,080,794,359	33	—	Igual que Korea
Macao	481,390	17,925,205,653	33	—	Igual que Korea
New Zealand	4,133,900	104,608,094,024	22.1	—	Igual que Australia
Singapore	4,265,800	193,557,422,531	33	—	Igual que Korea
	116,539,090	3,455,210,503,282			

## C.12 Otros países asiáticos

La región “Otros países asiáticos” consiste en 28 países. La base de datos del Banco Mundial ([World Bank, 2012b](#)) tiene estimaciones de las poblaciones y los PIBs de 24 de los 28 países. Omitimos los otros cuatro países del cálculo de la estimación del coeficiente de Gini de la región. La base de datos del Banco Mundial incluye estimaciones de los coeficientes de Gini del consumo para 16 de los 24 países utilizados en la estimación. Estos 16 países no son sombreados en la [Tabla C.7](#). Utilizamos el promedio de

los coeficientes de Gini de estos 16 países como una estimación de los coeficientes de Gini del consumo para los otros ocho países que se utilizan en la estimación. Estos ocho países son ligeramente sombreados en la Tabla C.7. Los países omitidos de la estimación aparecen en sombreado oscuro al final de la tabla.

Utilizando los datos de la Tabla C.7 y las ecuaciones y aproximaciones mencionadas al principio de este apéndice, estimamos que el coeficiente de Gini de la región era de 0.4815 en 2005.

Tabla C.7: Datos para la estimación del coeficiente de Gini del consumo de la región “Otros países asiáticos” en 2005.

País	Población (2005)	PIB (2005) (dólares de 2005)	Gini (×100)	Año	Fuente
Afganistan	29,904,962	22,372,285,252	27.82	2008	World Bank (2012b)
Bangladesh	140,587,922	163,728,142,377	33.22	2005	World Bank (2012b)
Bhutan	659,293	2,294,456,324	38.06	2007	World Bank (2012b)
Cambodia	13,357,574	20,143,333,754	41.85	2004	World Bank (2012b)
Fiji	822,553	3,556,144,034	46.81	2003	World Bank (2012b)
Indonesia	227,303,175	705,158,950,678	34.01	2005	World Bank (2012b)
Laos	5,753,341	9,753,707,888	32.63	2002	World Bank (2012b)
Mongolia	2,547,339	7,289,666,695	36.52	2008	World Bank (2012b)
Nepal	27,281,945	26,021,817,153	43.83	2003	World Bank (2012b)
Pakistan	158,645,463	340,262,059,925	31.18	2005	World Bank (2012b)
Papua New Guinea	6,095,437	11,374,365,124	50.88	1996	World Bank (2012b)
Philippines	85,546,427	260,987,323,044	44.04	2006	World Bank (2012b)
Sri Lanka	19,644,000	69,740,390,819	40.26	2007	World Bank (2012b)
Thailand	66,698,483	445,195,047,036	42.35	2006	World Bank (2012b)
Timor-Leste	983,125	968,145,622	31.93	2007	World Bank (2012b)
Vietnam	82,393,500	178,074,797,839	35.75	2006	World Bank (2012b)
Brunei Darussalam	363,123	17,566,847,030	38.20	—	promedio *
Kiribati	91,988	215,402,175	38.20	—	promedio *
Malaysia	26,100,241	301,308,420,196	38.20	—	promedio *
Maldives	295,240	1,561,853,891	38.20	—	promedio *
Samoa	180,237	690,507,147	38.20	—	promedio *
Solomon Is.	469,805	973,800,161	38.20	—	promedio *
Tonga	100,926	417,725,312	38.20	—	promedio *
Vanuatu	211,170	739,098,148	38.20	—	promedio *
	896,037,269	2,590,394,287,622			
French Polynesia **	254,870				
Korea, Dem. Rep. **	23,745,941				
Myanmar **	46,321,162				
New Caledonia **	234,393				

\* El coeficiente de Gini es el promedio de los coeficientes de Gini de los países no sombreados.

\*\* País no incluido en la estimación del coeficiente de Gini de la región.

## Apéndice D

# Resumen del modelo modificado

---

El modelo modificado comparte todas las ecuaciones del modelo DICE-2010 estándar, menos una: la que describe la utilidad de la generación  $t$ . (Véase el [Apéndice A](#) para las otras ecuaciones.) En el modelo DICE-2010 estándar, la utilidad de la generación  $t$  es

$$U(L(t), \bar{c}(t)) = L(t) \cdot 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{\bar{c}(t)}} \right), \quad (\text{D.1})$$

donde  $L(t)$  es la población de la generación y  $\bar{c}(t)$  es el consumo medio en miles de dólares.

En el modelo modificado, la utilidad de la generación  $t$  es

$$U(L(t), c^*(t)) = L(t) \cdot 2 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{c^*(t)}} \right), \quad (\text{D.2})$$

donde el consumo equivalente al consumo distribuido igualmente,  $c^*(t)$ , es el producto del consumo medio y una función  $h$  del coeficiente de Gini de la distribución global del consumo del periodo  $t$ ,  $G(t)$ :

$$c^*(t) = \bar{c}(t) \cdot h(G(t)). \quad (\text{D.3})$$

La función  $h(G(t))$  es

$$h(G(t)) = \begin{cases} e^{-\{2.3401[\text{erf}^{-1}(G(t))]^2 + 0.5516 \text{erf}^{-1}(G(t))\}}, & \text{pesimista} \\ e^{-3.0582[\text{erf}^{-1}(G(t))]^2}, & \text{optimista} \end{cases} \quad (\text{D.4})$$

Los escenarios optimista y pesimista se explican en la [Sección 3.1](#).

Para estimar los valores de la función  $h(G(t))$ , utilizamos la siguiente aproximación

de la función error inversa:

$$\begin{aligned} \operatorname{erf}^{-1}(G(t)) \approx & \frac{\sqrt{\pi}}{2} \left( G(t) + \frac{\pi}{12} G(t)^3 + \frac{7\pi^2}{480} G(t)^5 + \frac{127\pi^3}{40320} G(t)^7 + \frac{4369\pi^4}{5806080} G(t)^9 \right. \\ & + \frac{34807\pi^5}{182476800} G(t)^{11} + \frac{20036983\pi^6}{398529331200} G(t)^{13} + \frac{2280356863\pi^7}{167382319104000} G(t)^{15} \\ & \left. + \frac{49020204823\pi^8}{13007997370368000} G(t)^{17} + \frac{65967241200001\pi^9}{62282291409321900000} G(t)^{19} \right). \quad (\text{D.5}) \end{aligned}$$

Esta aproximación se basa en la serie de Maclaurin de la función  $\operatorname{erf}^{-1}(2x/\sqrt{\pi})$  (la Ecuación 3.6).

El coeficiente de Gini,  $G(t)$ , es el producto de un componente exógeno,  $G_{ex}(t)$ , y un componente endógeno,  $G_{end}(t)$ :

$$G(t) = G_{ex}(t) \cdot G_{end}(t). \quad (\text{D.6})$$

El componente exógeno es

$$G_{ex}(t) = \begin{cases} (0.6342 - 0.4710)e^{-0.1094(t-1)} + 0.4710, & \text{pesimista} \\ (0.6289 - 0.3056)e^{-0.0864(t-1)} + 0.3056, & \text{optimista} \end{cases} \quad (\text{D.7})$$

El componente endógeno es

$$G_{end}(t) = 1 + 0.004328 (D(t) - D_{min}(t))^{1.3576}, \quad (\text{D.8})$$

donde  $D(t)$  son los daños climáticos (como porcentaje del producto bruto mundial) y  $D_{min}(t)$  son los daños climáticos que corresponden al caso del cambio climático mínimo. Los daños climáticos mínimos se encuentran fijando la tasa de control del modelo DICE-2010 estándar en el 100% a partir del año 2015. La Figura D.1 muestra la trayectoria de los daños climáticos mínimos. El valor atípico del último periodo se debe a la finitud del horizonte temporal del modelo, y no tiene ningún significado físico o económico. Observamos que los datos mostrados en la Figura D.1 se entran individualmente en el código GAMS del modelo modificado; no ajustamos una curva a estos datos.

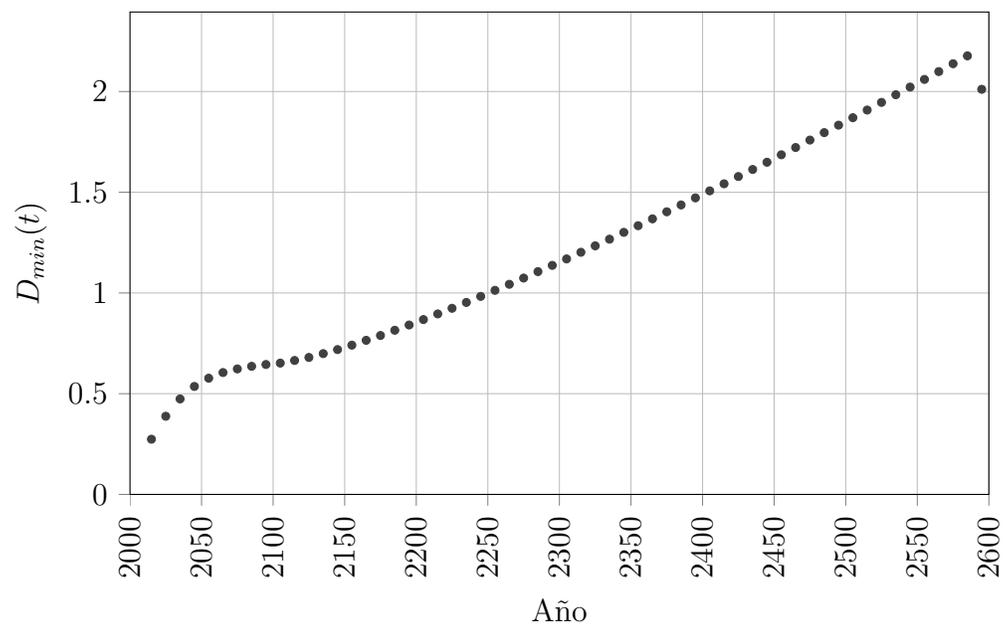


Figura D.1: La trayectoria de los daños climáticos globales mínimos como porcentaje del producto bruto mundial,  $D_{min}(t)$ . El valor atípico del último periodo se debe a la finitud del horizonte temporal del modelo, y no tiene ningún significado físico o económico.

# Referencias

---

- Abramowitz, M. & Stegun, I. (Eds.) (1964). *Handbook of Mathematical Functions, with Formulas, Graphs and Tables*. Versión electrónica de la décima impresión. Washington, DC: National Bureau of Standards. <http://people.math.sfu.ca/~cbm/aands/>
- Atkinson, A.B. & Brandolini, A. (2008). On Analysing the World Distribution of Income. Working Papers 97, ECINEQ, Society for the Study of Economic Inequality. <http://www.ecineq.org/milano/WP/ECINEQ2008-97.pdf>
- Barrett, G., Crossley, T., & Worswick, C. (1999). Consumption and Income Inequality in Australia. Discussion Paper No. 404. Centre for Economic Policy Research. Australian National University.
- Battistin, E., Blundell, R., & Lewbel, A. (2009) Why Is Consumption More Log Normal than Income? Gibrat's Law Revisited. *Journal of Political Economy*, 117(6), 1140–1154.
- Beckerman, W. & Hepburn, C. (2007) Ethics of the discount rate in the Stern Review on the economics of climate change. *World economics*, 8(1), 187–210.
- CDIAC (*Carbon Dioxide Information Analysis Center*) (s.f.). Frequently Asked Global Change Questions. Recuperada el 25 de marzo de 2012 desde <http://cdiac.ornl.gov/pns/faq.html>.
- Cheong, K.S. (2001). Economic Crisis and Income Inequality in Korea. *Asian Economic Journal*, 15(1), 39–60.
- Crossley, T.F. & Pendakur, K. (2002). Consumption Inequality. Department of Economics Working Papers 2002–09, McMaster University.
- Daniel, S.K.J. (2013). La política climática óptima en un mundo desigual: una modificación del modelo DICE. Unidad de Cambio Climático, División de Desarrollo Sostenible y Asentamientos Humanos, CEPAL. [http://www.eclac.cl/ccas/noticias/paginas/9/49769/Modelo\\_DICE\\_2010.pdf](http://www.eclac.cl/ccas/noticias/paginas/9/49769/Modelo_DICE_2010.pdf)
- De Bruin, K.C., Dellink, R.B., & Tol R.S.J. (2009). AD-DICE: An Implementation

- of Adaptation in the DICE Model. *Climatic Change*, 95, 63–81. doi: 10.1007/s10584-008-9535-5
- Dietz, S. (2008). A long-run target for climate policy: the Stern Review and its critics. Investigación para el informe inaugural del UK Committee on Climate Change: *Building a Low-Carbon Economy—the UK’s Contribution to Tackling Climate Change*. Disponible en <http://personal.lse.ac.uk/dietzs/Publications.htm>
- Forster, P., Ramaswamy, V., Artaxo, P., Berntsen, T., Betts, R., Fahey, D.W., Haywood, J., Lean, J., Lowe, D.C., Myhre, G., Nganga, J., Prinn, R., Raga, G., Schulz, M. & Van Dorland, R. (2007) Changes in Atmospheric Constituents and in Radiative Forcing. En: *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change* [Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K.B., Tignor, M., & Miller, H.L. (eds.)]. Cambridge, Reino Unido y Nueva York, NY, Estados Unidos: Cambridge University Press.
- Goñi, E., López, H., & Servén, L. (2006). Getting Real about Inequality: Evidence from Brazil, Colombia, Mexico, and Peru. World Bank Policy Research Working Paper 3815.
- Hansen, J., Sato, M., Kharecha, P., Beerling, D., Berner, R., Masson-Delmotte, V., Pagani, M., Raymo, M., Royer, D.L., & Zachos, J.C. (2008). Target atmospheric CO<sub>2</sub>: Where should humanity aim? *Open Atmospheric Science Journal*, 2, 217–231. doi: 10.2174/1874282300802010217
- Hansen, J., Sato, M., & Ruedy, R. (2012). Perception of climate change. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, Early Edition*. doi: 10.1073/pnas.1205276109
- Heathcote, J., Perri, F., & Violante, G.L. (2010). Unequal We Stand: An Empirical Analysis of Economic Inequality in the United States: 1967-2006. *Review of Economic Dynamics*, 13(1), 15–51.
- IPCC (2007). *Cambio climático 2007: Informe de síntesis. Contribución de los Grupos de trabajo I, II y III al Cuarto Informe de evaluación del Grupo Intergubernamental de Expertos sobre el Cambio Climático* [Equipo de redacción principal: Pachauri, R.K. & Reisinger, A. (directores de la publicación)]. Ginebra, Suiza: IPCC.
- Jansen, E., Overpeck, J., Briffa, K.R., Duplessy, J.-C., Joos, F., Masson-Delmotte, V., Olago, D., Otto-Bliesner, B., Peltier, W.R., Rahmstorf, S., Ramesh, R., Raynaud, D., Rind, D., Solomina, O., Villalba, R., & Zhang, D. (2007). Palaeoclimate. En: *Climate Change 2007: The Physical Science Basis. Contribution of Working Group I to the Fourth Assessment Report of the Intergovernmental Panel on Climate Change*

- nge* [Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K.B., Tignor, M., & Miller, H.L. (eds.)]. Cambridge, Reino Unido y Nueva York, NY, Estados Unidos: Cambridge University Press
- Kemp-Benedict, E. (2001). Income distribution and poverty: Methods for using available data in global analysis. PoleStar Technical Note No. 4. [http://gdrs.sourceforge.net/docs/PoleStar\\_TechNote\\_4.pdf](http://gdrs.sourceforge.net/docs/PoleStar_TechNote_4.pdf)
- King, D., Richards, K., & Tyldesley, S. (2011). *International climate change negotiations: Key lessons and next steps*. Oxford, UK: Smith School of Enterprise and the Environment, University of Oxford. doi:10.4210/ssee.pbs.2011.0003
- McKenzie, C. (s.f.). Inequality in Japan. First Draft. <http://www.lisdatacenter.org/conference/papers/mckenzie.pdf>
- Nordhaus, W.D. (2008). *A Question of Balance: Weighing the Options on Global Warming Policies*. Versión previa a la publicación. Disponible en línea en [http://nordhaus.econ.yale.edu/Balance\\_2nd\\_proofs.pdf](http://nordhaus.econ.yale.edu/Balance_2nd_proofs.pdf)
- Nordhaus, W.D. (2010). Economic aspects of global warming in a post-Copenhagen environment. *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 107(26), 11721–11726.
- Pinkovskiy, M., & Sala-i-Martin, X. (2009). Parametric estimations of the world distribution of income. NBER Working Papers 15433. National Bureau of Economic Research, Inc.
- Popp, D. (2004). Entice: Endogenous Technological Change In The DICE Model Of Global Warming. *Journal of Environmental Economics and Management*, 48(1), 742–768.
- Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Alley, R.B., Berntsen, T., Bindoff, N.L., Chen, Z., Chidthaisong, A., Gregory, J.M., Hegerl, G.C., Heimann, M., Hewitson, B., Hoskins, B.J., Joos, F., Jouzel, J., Kattsov, V., Lohmann, U., Matsuno, T., Molina, M., Nicholls, N., Overpeck, J., Raga, G., Ramaswamy, V., Ren, J., Rusticucci, M., Somerville, R., Stocker, T.F., Whetton, P., Wood, R.A., & Wratt, D. (2007). Resumen Técnico. En *Cambios Climáticos 2007: Base Física de la Ciencia. Aportes del Grupo de Trabajo I al Cuarto Informe de Evaluación del Panel Intergubernamental sobre Cambios Climáticos* [Solomon, S., Qin, D., Manning, M., Chen, Z., Marquis, M., Averyt, K.B., Tignor, M., & Miller, H.L. (eds.)]. Cambridge, Reino Unido y Nueva York, NY, Estados Unidos: Cambridge University Press.
- Rawls, J. A. (1971). *A Theory of Justice*. Cambridge, MA, Estados Unidos: Harvard University Press.

- Sterner, T. & Persson, U.M. (2007). An Even Sterner Review: Introducing Relative Prices into the Discounting Debate. Resources for the Future Discussion Paper 07-37. <http://www.rff.org/Documents/RFF-DP-07-37.pdf>
- Tripathi, A. K., Roberts, C. D., & Eagle, R. A. (2009). Coupling of CO<sub>2</sub> and ice sheet stability over major climate transitions of the last 20 million years. *Science*, 326, 1394–1397. doi: 10.1126/science.1178296
- Weisstein, E.W. (s.f.). Inverse Erf. Wolfram Mathworld. <http://mathworld.wolfram.com/InverseErf.html>
- World Bank (2005). *An Introduction to Poverty Analysis*. Washington, DC: World Bank Institute. <http://siteresources.worldbank.org/PGLP/Resources/PovertyManual.pdf>
- World Bank (2012a). *Turn Down the Heat: Why a 4°C Warmer World Must Be Avoided*. Washington, DC: World Bank. Disponible en <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/11860>
- World Bank (2012b). World Development Indicators & Global Development Finance. The World Bank. Disponible en <http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators>. Consultado el 10 de marzo de 2012.
- Young, A. (2011). The Gini Coefficient for a Mixture of Ln-Normal Populations. <http://personal.lse.ac.uk/YoungA/MixtureGini.pdf>
- Zaidi, M.A. & de Vos, K. (2001). Trends in consumption-based poverty and inequality in the European Union during the 1980s. *Journal of Population Economics*, 14, 367–390.
- Zalasiewicz, J., Williams, M., Smith, A., Barry, T.L., Coe, A.L., Bown, P.R., Brechley, P., Cantrill, D., Gale, A., Gibbard, P., John Gregory, F., Hounslow, M.W., Kerr, A.C., Pearson, P., Knox, R., Powell, J., Waters, C., Marshall, J., Oates, M., Rawson, P., & Stone, P. (2008). Are we now living in the Anthropocene? *GSA Today*, 18(2), 4–8. doi: 10.1130/GSAT01802A.1