



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**

---

---

**PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN  
INGENIERÍA**

**IMPLEMENTACIÓN DE UN CONTROLADOR PARA  
UN VEHÍCULO ELECTRICO DE PÉNDULO  
INVERTIDO**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

**MAESTRO EN INGENIERÍA**

INGENIERÍA MECÁNICA – MECATRÓNICA

P R E S E N T A:

**RICARDO VÁSQUEZ LEYVA**

TUTOR:

**DR. VICENTE BORJA RAMÍREZ**

MEXICO D.F. 2012





Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **JURADO ASIGNADO**

Presidente: Dr. López Parra Marcelo

Secretario: Dr. González Villela Víctor Javier

Vocal: Dr. Borja Ramírez Vicente

1<sup>er</sup> suplente: Dr. Ramírez Reivich Alejandro C.

2<sup>do</sup> suplente: M. I. Corona Lira María del Pilar

Lugar donde se realizó la tesis:

Facultad de Ingeniería

TUTOR DE TESIS:

Vicente Borja Ramírez



**FIRMA**

## Índice

---

Índice .....	3
I. Introducción. ....	6
I.1. Objetivo. ....	7
I.1. Alcances. ....	7
I.2. Equipo de trabajo .....	8
I.3. Modelos y subsistemas .....	10
I.4. Estructura de la Tesis .....	11
II. Antecedentes.....	12
II.1. Conceptos básicos sobre el péndulo invertido. ....	12
II.2. Prototipos a base del péndulo invertido .....	13
III. Proceso de diseño. ....	17
III.1. Vehículos existentes en el mercado y características.....	18
III.2. Especificaciones y requerimientos .....	28
IV. Desarrollo de los módulos del vehículo .....	30
IV.1. Modelo matemático del péndulo invertido.....	30
IV.1.1. Respuesta natural del sistema. ....	40
IV.2. Diseño teórico del controlador. ....	41
IV.2.1. Observabilidad. ....	41
IV.2.2. Cálculo de las constantes controlador.....	42
IV.2.3. Cálculo de las constantes del observador .....	44
IV.2.4. Simulación de la respuesta del sistema con el controlador.....	46
IV.2.5. Discretización. ....	47
IV.3. Implementación en un prototipo funcional. ....	50

IV.3.1.	Prototipo 1.- miniVEPI.....	50
IV.3.2.	Prototipo 2.- VEPI .....	55
IV.3.3.	Etapa de sensado .....	57
IV.3.4.	Implementación de la etapa de control .....	63
IV.3.5.	Etapa de potencia .....	73
IV.3.6.	Implementación de los circuitos. ....	75
IV.3.7.	Software de monitoreo.....	77
V.	Conclusiones.....	80
VI.	Referencias .....	82
VII.	Anexos.....	83
VII.1.	Filtro Kalman .....	83
VII.2.	Controlador PID .....	84
VII.3.	Encuesta .....	87
VII.4.	Resultados de la encuesta.....	96

## I. Introducción.

---

Conforme al crecimiento de las grandes ciudades, la demanda de vehículos es cada vez mayor. El número de vehículos registrados ha tenido una tasa de incremento mayor en los últimos 5 años [1].

El impacto ambiental generado por esta cantidad de vehículos demanda alternativas de solución para el transporte en ciudades más eficiente que los medios de actuales.

Una alternativa que se ha planteado es el transporte público, sin embargo, esto no ha reducido el número de vehículos particulares.

Se ha perdido de vista otra posible solución que es la de optimizar los vehículos de transporte particulares, a partir del diseño de un sistema sustentable, ecológico, seguro y que ocupe mucho menor espacio.

Los vehículos convencionales suelen ser de cuatro plazas o más, sin embargo, una gran parte de la población se transporta sola, en un vehículo que excede las necesidades de espacio requeridas por el conductor, esto ocasiona un incremento no necesario en el tráfico y el uso de combustible que no es necesario para cumplir los requerimientos de una persona.

Considerando las necesidades ambientales y sociales que afectan a todas las áreas urbanas en crecimiento, se propuso el diseño de un vehículo monoplaza con la característica principal de que fuera capaz de mantenerse equilibrado sobre 2 ruedas con ejes colineales, al cual se le denominó “Vehículo Eléctrico de Péndulo Invertido (VEPI)”.

Con el fin de diseñar un producto que fuera capaz de satisfacer una necesidad real, se aplicó una tecnología de diseño para darle definir las características del diseño propuesto.

## **I.1. Objetivo.**

Con base en la iniciativa de desarrollar los sistemas que en conjunto lograrán estabilizar un vehículo de 2 ruedas se define como objetivo del proyecto:

Desarrollar un vehículo que funcione a base del principio de un péndulo invertido y que sea capaz de transportar una persona que se encuentre sentada dentro del vehículo.

En particular los objetivos planteados para esta tesis son:

- Desarrollar e implementar un control que sea capaz de estabilizar a un vehículo de péndulo invertido.
- El control del vehículo debe ser capaz de poder mover el vehículo con instrucciones recibidas mediante un módulo inalámbrico.
- Implementar la etapa de potencia necesaria para mover al vehículo y la carga.

## **I.1. Alcances.**

Para este trabajo se planteó, como alcance final, construir un prototipo funcional de un vehículo que funcione con el principio del péndulo invertido y que pueda ser manejado a distancia mediante una computadora.

Durante el desarrollo de la tesis se tuvieron alcances intermedios con el fin de ir desarrollando los diferentes módulos del vehículo:

- Implementar el algoritmo para medir con precisión el ángulo de inclinación.
- Desarrollar el modelo matemático del vehículo para poder estimar su comportamiento.
- Construir un prototipo a escala con la finalidad de probar que el controlador estabilizara el vehículo.
- Probar con diferentes controladores que el vehículo puede ser estabilizado
- Implementar el vehículo a escala natural.
- Desarrollar la etapa de potencia para poder controlar los motores del prototipo final.

## I.2. Equipo de trabajo.

El proyecto VEPI fue comenzado y desarrollado por dos alumnos de maestría en ingeniería mecánica durante un año, posteriormente se integraron al desarrollo de este diseño 3 alumnos de licenciatura; ingeniería mecatrónica, ingeniería mecánica y diseño industrial.

Los alumnos que participaron en el proyecto son:

Alfredo Mariscal Castillo.- Estudiante de posgrado en ingeniería mecánica.

Ricardo Vásquez Leyva.- Estudiante de posgrado en ingeniería mecánica.

Hugo Vargas.- Estudiante de ingeniería mecánica.

Ingrid Irani Ibarra Romero.- Estudiante de ingeniería mecatrónica.

Alfonzo Gonzáles.- Estudiante de diseño industrial.

Para el desarrollo del proyecto se desarrollaron en paralelo el diseño del vehículo y los sistemas para el prototipo, como se muestra en la Figura I-1.

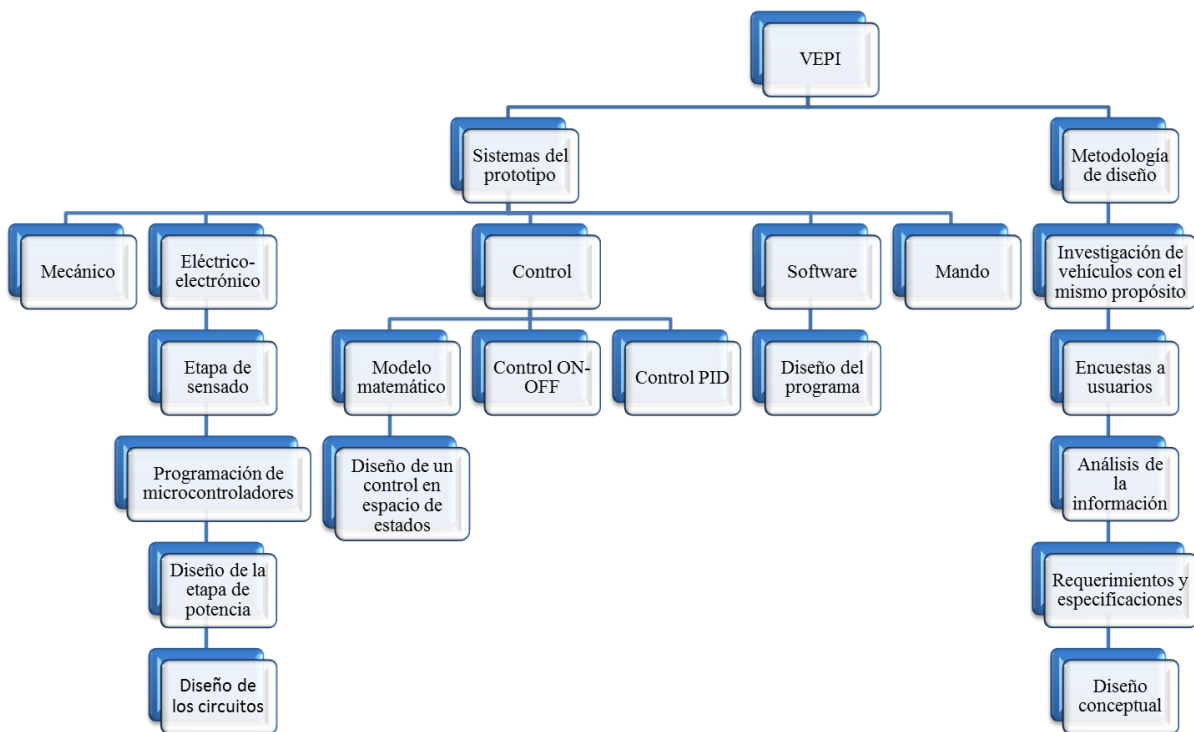


Figura I-1.- Diagrama de los procesos seguidos en el desarrollo del VEPI.



Durante el primer año se desarrolló un prototipo a escala con el propósito de adquirir los conocimientos y la experiencia necesarios para lograr el movimiento y equilibrio de un vehículo utilizando el principio del péndulo invertido en él. Durante este periodo se realizó en paralelo, al diseño del primer prototipo, una primera iteración del proceso de diseño para obtener un diseño conceptual del vehículo.

La segunda etapa consistió en la realización de un prototipo a escala natural capaz de transportar a una persona usando el mismo principio que el prototipo a escala.

En el segundo año del proyecto con la integración de nuevos integrantes al proyecto las tareas se dividieron como se muestra en la Tabla I-1.

Actividad	Desarrollada por:
Diseño mecánico del prototipo.	Alfredo Mariscal y Hugo Vargas.
Segunda iteración del proceso de diseño.	Alfredo Mariscal, Hugo Vargas y Alfonso González.
Mando del vehículo.	Ingrid Ibarra.
Implementación del control.	Ricardo Vásquez.
Módulo eléctrico electrónico.	Ricardo Vásquez.
Software de monitoreo.	Ricardo Vásquez.

**Tabla I-1.- Actividades realizadas por los integrantes del proyecto**

En este documento se presenta el desarrollo de la primera iteración del diseño así como las últimas 3 actividades presentadas en la Tabla I-1.

### I.3. Modelos y subsistemas.

Para la implementación del prototipo funcional, el proyecto fue dividido en 5 módulos dedicados a una parte del proyecto en particular.

- Eléctrico - Electrónico.- Selección y adquisición de sensores y actuadores: Baterías, motores y componentes electrónicos (giroscopio, acelerómetro, microcontroladores, reguladores, etapa de potencia).
- Mecánico.- Diseño y manufactura de la estructura del vehículo, considerando como base para esto la geometría de un péndulo invertido.
- Software de monitoreo.- Diseño y programación de una software que fuera auxiliar en el monitoreo de las variables del sistema.
- Control de estabilidad.- Diseño de la ley de control que fuera capaz de estabilizar al vehículo.
- Mando del vehículo.- Se diseñó un mando que fuera la interfaz con el usuario para conducir al vehículo desde dentro del mismo así como de manera inalámbrica.

En el diagrama de la Figura I-2 se muestra la integración de los módulos independientes para la realización de un prototipo funcional.

Donde el módulo de software y el mando del vehículo se encuentran fuera del vehículo y sirven como interfaz para el usuario que no se encuentra dentro del vehículo.

Todos los sensores y la recepción de datos son manejados por el módulo de control que realiza el análisis de las señales para poder manejar los *drivers* de los motores y poder controlar los mismos.

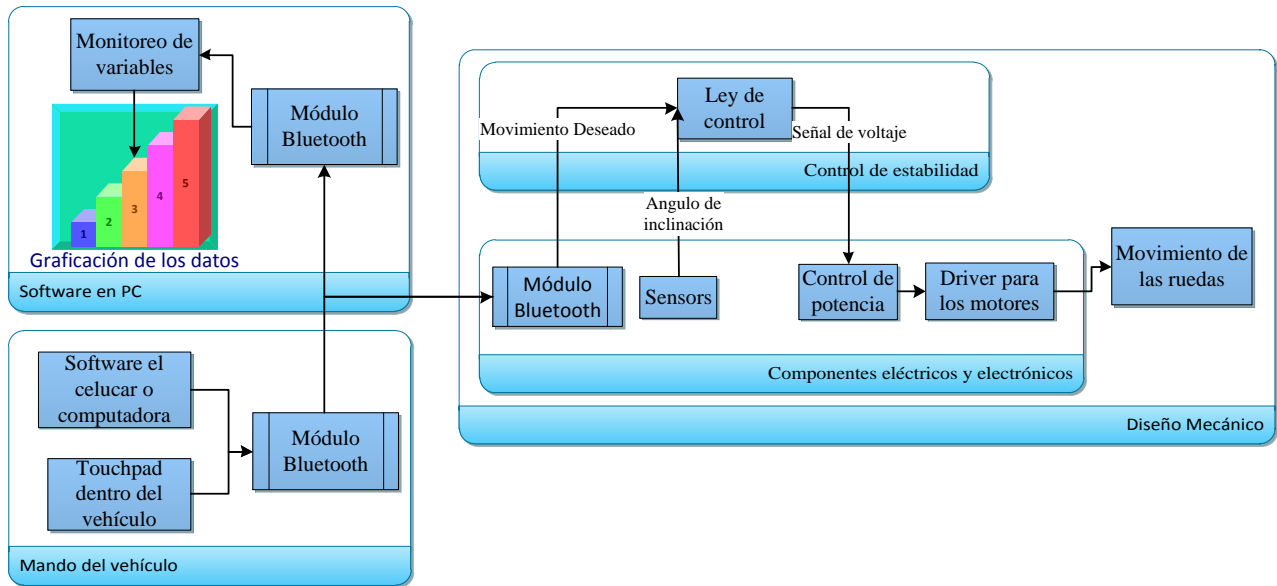


Figura I-2.- Esquema general de los módulos de vehículo.

#### I.4. Estructura de la Tesis.

En este trabajo se describirán los módulos que fueron objeto de esta tesis en particular; módulo eléctrico – electrónico, software de monitoreo y control de estabilidad, el módulo mecánico se detalla en [18] y [19], y el módulo del mando se describe en [20].

La tesis se encuentra estructurada de la siguiente manera:

- En el capítulo de “Antecedentes.” Se presentan los conceptos básicos sobre un péndulo invertido y una comparación entre prototipos existentes que funcionan bajo este principio.
- En “Proceso de diseño.” Se muestra la investigación sobre vehículos que tienen el mismo propósito que el VEPI, así como el diseño conceptual obtenido en las 2 iteraciones de diseño.
- En el capítulo “Desarrollo de los módulos del vehículo” se desarrolló en paralelo con lo mencionado en el capítulo anterior. En éste se muestra lo desarrollado para la implementación de los sistemas en un prototipo funcional.
- Finalmente se presentan las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de este vehículo.

## II. Antecedentes.

En esta sección se presentan los conceptos básicos sobre un péndulo invertido, así como una investigación de prototipos que funcionan bajo el mismo principio y que fueron realizados por otras universidades.

### II.1. Conceptos básicos sobre el péndulo invertido.

Un péndulo invertido se refiere a una masa que se encuentra en el extremo superior de una barra rígida, Figura II-1, la idea del estudio de un péndulo invertido es lograr mantener la masa  $m$  en su punto de equilibrio superior, ubicado sobre el eje vertical. Debido a que el sistema es inestable por naturaleza el objetivo del sistema de control es mantener la masa superior  $m$  en una posición vertical mediante el movimiento de la masa  $M$ .

Si la masa  $m$  se mueve de la vertical ésta puede volver a su posición de equilibrio moviendo la masa  $M$  en la misma dirección hasta que se alcance la estabilidad del sistema, Figura II-2.

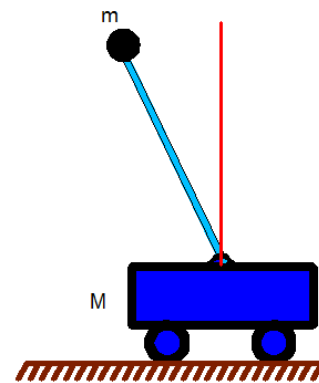


Figura II-1.- Modelo básico de un péndulo invertido.

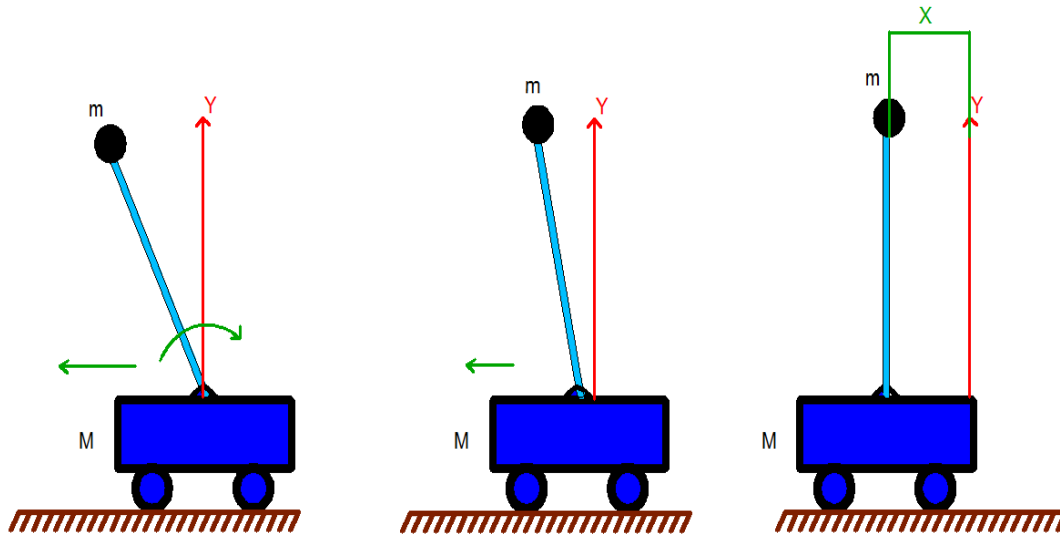






Figura II-2.- Estabilización del péndulo invertido.- La masa  $M$  se mueve en la misma dirección que la masa  $m$  hasta que ésta se estabilice, y después de esto queda con un desplazamiento  $X$ .

## II.2. Prototipos a base del péndulo invertido.

Existen diversos prototipos de pequeños robots que funcionan bajo el principio del péndulo invertido, la mayoría de estos son desarrollados en universidades, en la Tabla II-1 y Tabla II-2 se presentan algunos de estos prototipos.

Nombre	YAIP	Two-wheel self-balanced electric vehicle	JOE: A Mobile, Inverted Pendulum	Robot WV-2R
Universidad	Faculty of engineering, lund university, munich	College of Automation, Harbin Engineering University, China	The Industrial Electronics Laboratory at the Swiss Federal Institute of Technology	Department of Modern Mechanical Engineering, Waseda University
Año	2006	2006	2002	2009
Imagen				

Tabla II-1.- Prototipos de robots sobre dos ruedas realizados en universidades.

Nombre	nBot Balancing Robot	Gizmo	Home de Caramel N°1	---
Universidad	Massachusetts Institute of Technology	Justin McAllister	Casero	chinese university hongkong
Año	2003	2011	2011	----
Imagen				

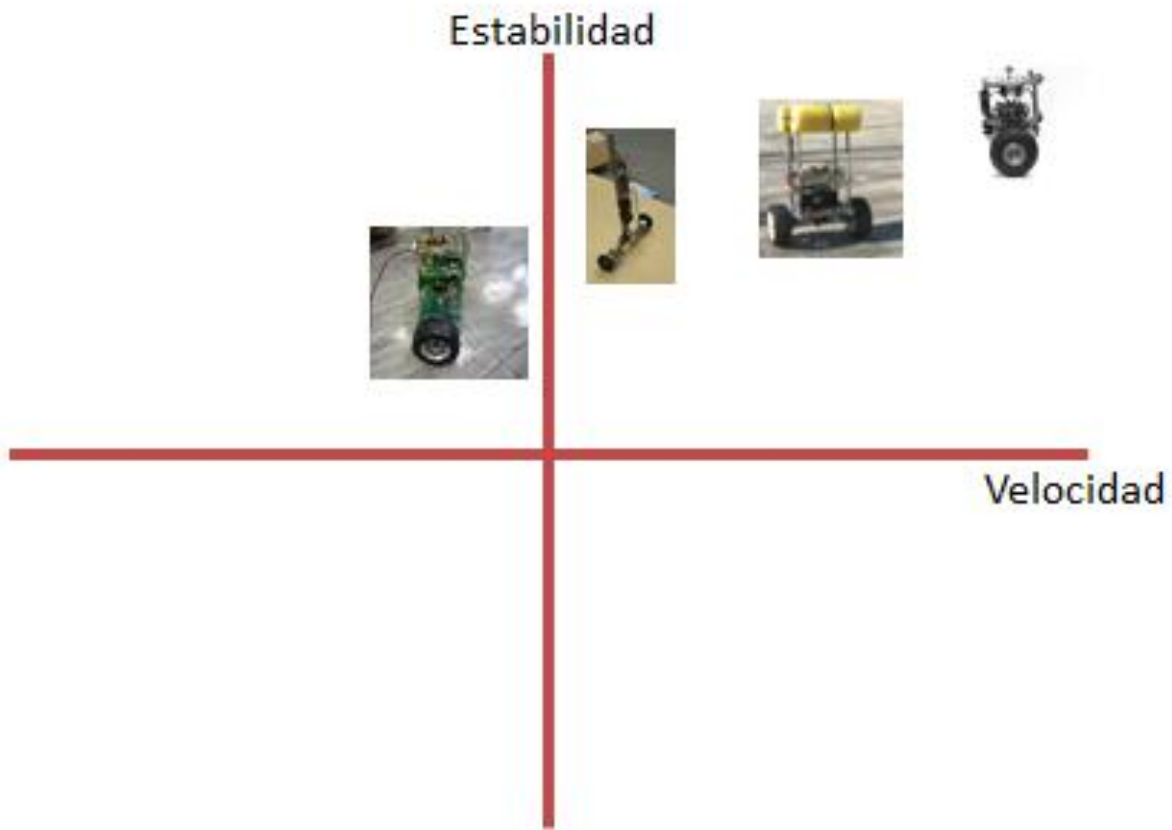
**Tabla II-2.- Prototipos de robots sobre dos ruedas realizados en universidades.**

Estos prototipos tienen el propósito de probar el principio del péndulo invertido, sin embargo ninguno de estos robots, con excepción del “*two-wheels self-balanced electric vehicle*” son con la finalidad de transportar a un pasajero.

Con base en los videos que se pudieron observar de los prototipos de las Tabla II-1 y Tabla II-2 se realizaron diagramas comparativos donde se comparan las características de estos robots.

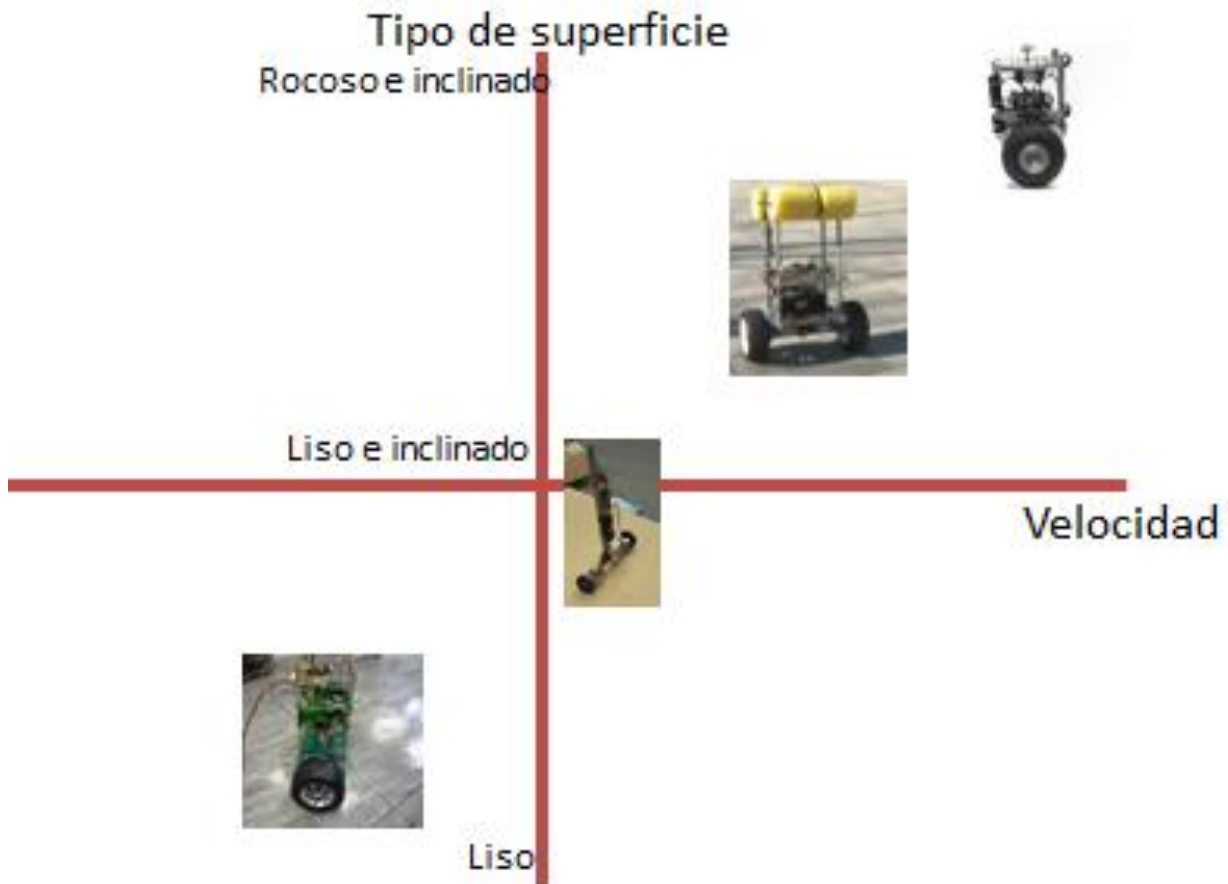
En la Figura II-3 se muestra la comparación de éstos robots considerando su velocidad de desplazamiento contra la estabilidad de los mismos.

Aunque todos los robots en la Figura II-3 se mantienen estabilizados sobre sus 2 ruedas, se observó que no tienen el mismo grado de estabilidad, en los robots *nBot* y el *Home made caramel* no se tiene oscilación en su comportamiento mientras que los otros presentan vibración para lograr mantener el equilibrio.



**Figura II-3.- Comparación entre la estabilidad contra su velocidad.**

En la Figura II-4 se realizó la comparación de los robots con base en su velocidad contra el tipo de suelo sobre el que pueden desplazarse.



**Figura II-4.- Comparación de los prototipos con base a la rugosidad del suelo contra la velocidad.**

De la Figura II-3 y la Figura II-4 se observa que el robot con las mejores características fue el desarrollado por el *MIT*, debido a que es capaz de desplazarse sobre un terreno inclinado y accidentado,[17].

Con la información obtenida de los robots se puede asegurar que el robot puede ser estabilizado aplicando un control lineal al sistema, [7], [8], [9], [11] y [12].



### III. Proceso de diseño.

---

En este capítulo se describe el proceso mediante el cual se asignaron las características al VEPI que pudieran permitirles ser un producto acorde a las necesidades de los potenciales usuarios.

Para poder definir las especificaciones base para el desarrollo de un prototipo funcional se llevó a cabo la metodología de diseño orientado a usuarios.

Como parte del diseño se consideran los gustos y necesidades de los usuarios potenciales, para el diseño final se desarrollaron 2 iteraciones del proceso del diseño conceptual, las cuales se encuentran completamente descritas en [18] y [19].

El proceso seguido en la primera iteración fue el siguiente:

1. Estado del arte y vehículos con propósitos similares al planteado para el VEPI.
2. Se diseñaron encuestas electrónicas con la finalidad de conocer las preferencias de los potenciales usuarios referentes a los vehículos de transporte personal.
3. Se realizaron entrevistas verbales a usuarios de *Segway*, como transporte recreativo y turístico, para tener como base a este vehículo como punto de comparación contra nuestro diseño.
4. Observación de usuarios al interactuar con el vehículo *Segway* para analizar sus reacciones al manejar este vehículo en particular.
5. Se analizaron los resultados obtenidos y se obtuvieron los requerimientos para el vehículo.
6. Se realizó un diseño conceptual con base en los requerimientos y especificaciones obtenidos.

### III.1. Vehículos existentes en el mercado y características.

Como primer parte del proceso de diseño se realizó una investigación del estado del arte sobre vehículos existentes en el mercado que intentan satisfacer la necesidad a la que el prototipo de este trabajo va dirigido, estos vehículos fueron clasificados con base en sus características principales.

Actualmente existe una tendencia hacia vehículos compactos, los cuales son capaces de transportar a una o dos personas, todos estos vehículos buscan cumplir con la tarea del transporte siendo lo más pequeño posible, usando desde una hasta cuatro ruedas como soporte.

La mayoría de estos vehículos optan por el uso de motores eléctricos, proponiendo una autonomía de aproximadamente 20Km, este tipo de vehículos están formando un nuevo nicho de mercado planteando ser una mejor alternativa a los vehículos convencionales, debido al uso más eficiente de la energía y el espacio usado por estos vehículos.

En la Tabla III-1 se muestran los vehículos que actualmente tienen el fin de servir como transporte personal. Como se puede observar en los vehículos que tienen dos ruedas, ninguno cuenta con un sistema de estabilidad, esta depende de la habilidad del conductor para mantenerlo en equilibrio.

Las características que se consideraron más importantes de los vehículos analizados son:

- Costo.
- Manejabilidad.
- Estabilidad.
- Peso.
- Dimensiones.
- Fuentes de energía.
- Autonomía.
- Esfuerzo en la operación por parte del usuario.
- Velocidades de operación.
- Tipo de terrenos sobre los que pueden transportarse.
- Nivel de confort.





















Referencia						
Nombre	Tandem	Cuadriciclo	Velomobile	Trikke	Silla de Ruedas	Silla de Ruedas Eléctrica
Empresa	Windsor, Benotto		Allenweder, Velomobile USA	Trikke Tech Inc	Drive, Quickie etc	Hover, Quickie etc
Fuente de Energía	Propulsión Humana	Propulsión Humana	Propulsión Humana	Propulsión Humana	Propulsión Humana	Eléctrica
Costo Promedio	\$5000 a \$10000	\$7000 a \$15000		\$900 a \$1700	\$1500 a \$6000	\$8000 a \$20000
Número de Pasajeros	2	2	1 y 2	1	1	1
Imagen						
Tipo de uso	Transporte y recreativo	Transporte	Transporte	Recreativo	Transporte de personas enfermas o discapacitadas	Transporte de personas enfermas o discapacitadas
Nivel de Confort	Medio	Medio	Medio - alto	Medio	Alta	Alta
Estabilidad	Media	Alta	Alta	Depende del usuario	Alta	Alta
Nombre	Monociclo	Bicicleta	Motocicleta	Scooter	Kit de Motor para Bicicleta	Cuatrimoto
Empresa	Addict Unicles, Benotto etc	BMX, Benotto, Mercurio etc	Honda, Ducati, Dinamo Spots etc	Racer, etc	Bicimoto	Honda, Yamaha, Polaris etc
Fuente de Energía	Propulsión Humana	Propulsión Humana	Motor de combustión interna	Eléctricos, de gasolina y de propulsión humana	Motor de Combustión interna	Motor de Combustión Interna
Costo Promedio	\$1200 - \$2000	Desde \$1000 a \$20000	Desde \$6000 a \$80000	\$1500 a \$ 9000	2000	De \$10000 a \$65000
Número de Pasajeros	1	1	1	1	No aplica	1
Imagen						
Tipo de uso	Transporte y recreativo	Transporte y recreativo	Transporte	Transporte y recreativo		Transporte, recreativo
Nivel de Confort	Bajo	Medio	Alto	Medio		Alto
Estabilidad	Depende del usuario	Depende del usuario	Depende del usuario	Depende del usuario	Depende del usuario	Alta

Tabla III-1.- Tabla comparativa entre vehículos de transporte personal convencionales.

Actualmente las compañías automotrices han lanzado prototipos de vehículos eléctricos para transporte personal, buscando dar una solución al problema de transporte en las grandes ciudades, proponiendo vehículos para transporte en cortas distancias, ya que no todos los automovilistas necesitan un vehículo muy grande para desplazarse dentro de su ciudad. Tabla III-2.

Con excepción del Segway, estos vehículos aun no son comerciales, todos son prototipos que aún se encuentran en desarrollo.

Nombre	i-unit		PI VO	PUMA	winglet	Segway
Empresa	Toyota	Honda	Nissan	GMC	toyota	Segway
Fuente de Energía	electrico	electrico	electrico	electrico	electrico	Eléctrico
Costo Promedio	---					\$10000 a \$25000
Número de Pasajeros	1	1	1	2	1	1
Imagen						
Tipo de uso	prototipo	prototipo	prototipo	prototipo	transporte personal	Transporte, recreativo
Nivel de Confort	alto	alto	alto	alto	medio	Medio
Estabilidad	alta	alta	alta	alta	alta	Alta

**Tabla III-2.- Prototipos actuales de vehículos personales.**



Para buscar las características que pueden proporcionar ventajas de algún tipo de vehículo sobre otro, y conocer las debilidades de los mismos, se evaluaron las ventajas y desventajas de cada uno de los vehículos investigados. En la Tabla III-3 se enlistaron las características de cada vehículo para compararlos.

Vehículo	Ventajas	Desventajas
<b>Monociclo</b>	Bajo Costo. Dimensiones pequeñas. Fuente de energía limpia. Peso Ligero.	Inestable. Se requiere de una gran habilidad y esfuerzo del usuario. Poco confortable. Bajo nivel de seguridad. Se alcanzan velocidades bajas. No apto para personas mayores. No apto para todo tipo de terrenos ni inclinaciones.
<b>Bicicleta</b>	Bajo Costo. Relativa facilidad de Manejo. Fuente de energía limpia. Dimensiones pequeñas. Existen para todo tipo de terrenos. Peso ligero.	Se requiere cierta habilidad y esfuerzo por parte del usuario. Bajo nivel de seguridad y estabilidad.
<b>Tandem</b>	Facilidad de manejo. Fuente de energía limpia.	Es necesario ser operado por dos personas. Inestable, poco confortable e inseguro. Se desarrollan velocidades bajas. Requiere de habilidad y esfuerzo de los usuarios. No apto para todo tipo de terrenos ni inclinaciones.
<b>Cuadriciclo</b>	Facilidad de Manejo. Fuente de energía limpia. Buena estabilidad.	Estorbo (Grandes dimensiones). Bajas velocidades. Esfuerzo del usuario. No apto para todo tipo de terrenos.
<b>Velomobile</b>	Facilidad de Manejo. Fuente de energía limpia. Buena estabilidad.	Estorbo (Grandes Dimensiones). Moderado alto costo. No apto para todo tipo de terrenos.
<b>Trikke</b>	Bajo costo. Dimensiones pequeñas. Fuente de energía limpia Peso ligero.	Puede recorrer distancias cortas. Requiere mucha habilidad del usuario. Poca estabilidad en pendientes. No apto para personas mayores. Bajo nivel de seguridad. No apto para todo tipo de terrenos.
<b>Silla de Ruedas</b>	Bajo costo. Buena estabilidad. Dimensiones moderadas. Fuente de energía limpia. Peso Ligero.	Bajas velocidades. Recorridos muy cortos. Requiere esfuerzo de usuario.
<b>Silla de Ruedas Eléctrica</b>	Excelente manejabilidad. Buena autonomía. Excelente confort. Buena estabilidad.	Relativo alto costo. Bajas Velocidades.
<b>Monopatín</b>	Bajo costo. Pequeñas dimensiones. Fuente de energía limpia. Peso ligero.	Bajas velocidades. No apto para personas mayores. Distancias cortas. No apto para todo tipo de terrenos.
<b>Monopatín Motorizado</b>	Relativo bajo costo. Pequeñas dimensiones. Peso ligero.	Bajas velocidades. Distancias cortas. No apto para personas mayores. Baja seguridad. No apto para todo tipo de terrenos.
<b>Motoneta</b>	Buena autonomía. Alcanza buena velocidad. Buena manejabilidad.	Moderado alto costo. Fuente de energía contaminante.
<b>Motocicleta</b>	Excelente autonomía Excelente velocidad y aceleración Buena manejabilidad. Excelente para recorridos muy largos. Buen desempeño en varios tipos de terrenos.	Altos costos. Por las velocidades que opera tiene un bajo nivel de seguridad. Fuente de energía contaminante.

<b>Scooter</b>	Buen manejo. Moderadas dimensiones. Autonomía moderada.	Bajas velocidades.
<b>Kit de Motor para Bicicleta</b>	Relativo bajo costo. Brinda autonomía y un menor desgaste del usuario con respecto a una bicicleta convencional. Brinda un ahorro significativo respecto a una motocicleta convencional.	Genera velocidades bajas de operación. Tiene una autonomía baja. Fuente de energía contaminante.
<b>Cuatrimoto</b>	Excelente manejo y estabilidad. Buena velocidad y aceleración. Buena autonomía. Buen confort. Buena seguridad.	Altos costos. Fuente de energía contaminante. Grandes dimensiones.
<b>ATV (All terrain vehicles)</b>	Excelente manejo y estabilidad. Buena velocidad y aceleración. Buena autonomía. Buen confort. Buen desempeño en todo tipo de terrenos.	Altos costos. Fuente de energía contaminante. Grandes dimensiones.
<b>Segway</b>	Buena autonomía. Buen manejo y estabilidad. Dimensiones moderadas. Buen desempeño en varios tipos de terrenos.	Alto costo. Baja velocidad. No apto para todo terreno.

**Tabla III-3.- Comparación entre las características de los distintos vehículos investigados.**



También se utilizaron diagramas comparativos para poder comparar gráficamente las características de los vehículos comerciales contra los prototipos de la Tabla III-2.

La Figura III-1 muestra una comparativa de la estabilidad contra la velocidad de los vehículos.



Figura III-1.- Comparación de vehiculos considerando su estabilidad y su velocidad.

La Figura III-2 compara los vehículos en la superficie sobre la que pueden desplazarse contra su velocidad.



Figura III-2.- Comparación de la velocidad de los vehículos contra el tipo de superficie sobre la que pueden desplazarse.

La Figura III-3 muestra la conducción de manejo de estos vehículos contra la comodidad del pasajero.



**Figura III-3.-Comparación entre la facilidad de conducción contra la comodidad del pasajero.**

El escenario ideal de las figuras anteriores se encuentra en el primer cuadrante, esta es considerada la zona de desarrollo planteada para el VEPI.

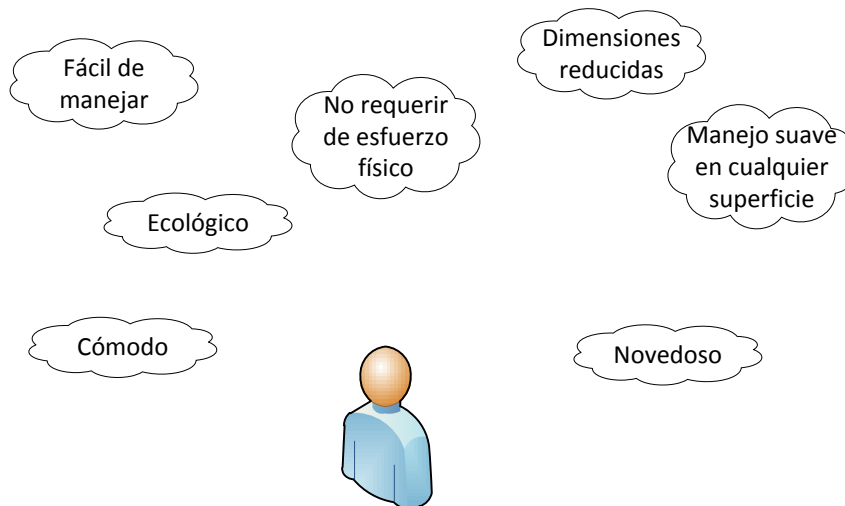
Considerando la comparación que se hizo en los vehículos los prototipos de *GM* y de *Toyota* se encuentran en el primer cuadrante, aunque no con las mejores características. Un punto a considerar para el desarrollo del VEPI es reducir las dimensiones de estos prototipos y lograr el mismo nivel de desempeño que estos para obtener una ventaja sobre estos vehículos.

### III.2. Especificaciones y requerimientos.

Como parte del proceso de diseño centrado en el usuario se diseñó una encuesta, apéndice VII.3, la cual sirvió para evaluar los gustos y preferencias de los potenciales usuarios. La encuesta fue aplicada a 187 personas y los resultados, usados para la generación de los requerimientos, se muestran en apéndice VII.4.

También se realizaron entrevistas verbales y escritas a usuarios de *Segway*, debido a que este vehículo es el producto más similar a la propuesta del VEPI existente en el mercado.

De las entrevistas realizadas se obtuvieron comentarios de los usuarios, las cuales se muestran en la Figura III-4.



**Figura III-4.- Comentarios de los usuarios potenciales.**

Considerando los resultados de las encuestas y de las entrevistas realizadas, se definieron los requerimientos de la Tabla III-4 para el prototipo de VEPI, considerando como 5 la máxima prioridad para el requerimiento:

Requerimientos	Prioridad
Mantener una filosofía de sustentabilidad.	1
Que el ensamble sea sencillo y no requiera unión permanente de piezas con materiales diferentes.	3
Contar de pocas piezas.	2
Poder operar el vehículo en dos posiciones, sentado o de pie.	3
Tener un sistema de amortiguamiento para evitar sentir las irregularidades del suelo.	3
Brindar seguridad al usuario.	5
Proponer un modo de operación más sencillo que el del <i>segway</i> .	5
Tener dimensiones que le permitan acceder a espacios reducidos.	4
Usar materiales cuya apariencia física no necesiten el uso de pintura para que sea atractivo el vehículo	4

**Tabla III-4.- Requerimientos obtenidos en la primera iteración del proceso de diseño.**

La primera iteración se enfocó hacia la obtención de las necesidades de los usuarios, por lo que las etapas de generación de soluciones y evaluación se desarrollaron en la segunda iteración del proceso de diseño, [19] y [18].

En este diseño se propuso el uso de un asiento capaz de posicionarse en 3 maneras distintas, para así tener tres formas de manejo:

- a) Manejo sentado.
- b) Manejo en posición semi-sentado.
- c) Manejo de pie.

Para realizar el diseño definitivo del VEPI se realizó una segunda iteración para generar nuevos conceptos y añadir características al vehículo.

Como se comentó en la sección I.4, esta tesis presenta el diseño del control del VEPI, y no los detalles de las actividades del diseño del VEPI. El desarrollo de la segunda iteración así como el diseño mecánico del vehículo se detalla en las tesis [18] y [19].

Para el prototipo final del VEPI se definieron los siguientes requerimientos de diseño:

- Sus dimensiones permiten que pueda ser guardado en la cajuela de un automóvil convencional.
- Puede manejarse sentado y de pie.
- Puede ser manejado vía remota desde algún dispositivo electrónico como un celular o una computadora.
- No requiere esfuerzo físico para ser conducido.

- Este vehículo se desplaza sobre 2 ruedas de ejes colineales usando el principio del péndulo invertido.

## IV. Desarrollo de los módulos del vehículo.

En este capítulo se muestra el desarrollo de los módulos que integran el prototipo VEPI. Como se mencionó en el capítulo I, el proceso de diseño y la implementación de los módulos fueron realizadas en paralelo.

Como parte del desarrollo del controlador, primero se realizó el modelo matemático del vehículo con el fin de analizar su estabilidad.

### IV.1. Modelo matemático del péndulo invertido.

Esta sección se enfoca en la obtención de las ecuaciones diferenciales del modelo dinámico que describen el comportamiento del vehículo utilizando las ecuaciones de Euler- LaGrange.

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} + \frac{\partial J}{\partial \dot{q}_j} = F_j \quad j = 1, \dots, l$$

$$L = U^* - T$$

Donde:

$L \rightarrow$  es el lagrangiano del sistema.

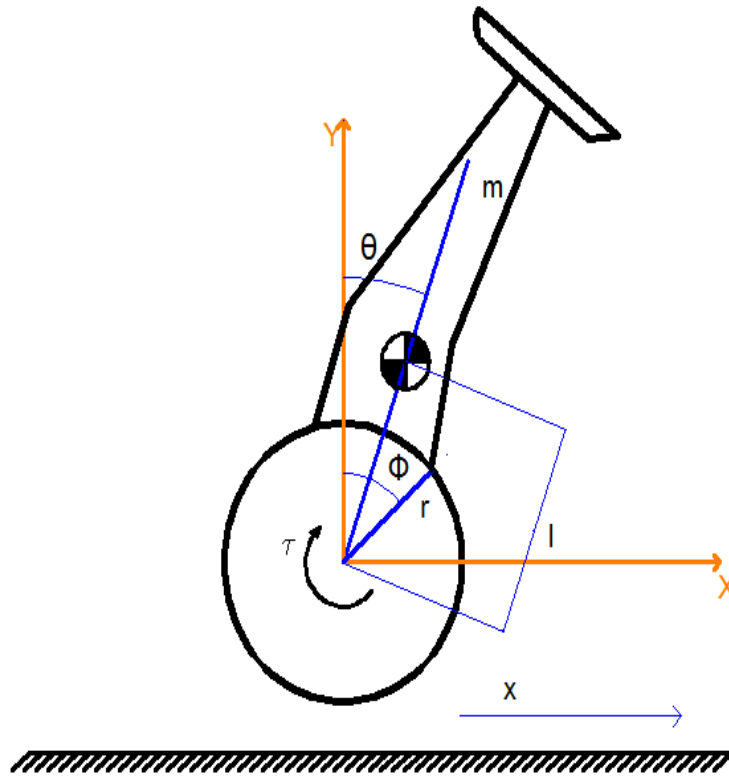
$U \rightarrow$  es la energía cinética.

$T \rightarrow$  energía potencial.

$J \rightarrow$  energía disipada por el sistema.

$q \rightarrow$  coordenada generalizada del sistema.

$j \rightarrow$  número de coordenadas generalizadas del sistema.



**Figura IV-1.- Esquema general del vehículo de péndulo invertido.**

Donde:

- x Desplazamiento lineal del vehículo.
- $\Theta$  Ángulo de inclinación.
- $\Phi$  Ángulo de las ruedas.
- l Distancia entre el eje de las ruedas y el centro de masa.
- m Masa del vehículo más la del pasajero.
- r Radio de las ruedas.
- $\tau$  Torque proporcionado por los motores.

Con base en el esquemático de la Figura IV-1 para realizar el modelado matemático del sistema se definieron como el conjunto de coordenadas completas las siguientes variables.

$$x, \theta, \phi$$

Debido a que el desplazamiento lineal del vehículo está restringido por el ángulo de giro de las llantas de acuerdo a la ecuación:

$$\mathcal{X} = r \phi$$

Las coordenadas generalizadas del sistema son:  $\mathcal{X}$ ,  $\theta$ .

Considerando las ecuaciones de energía para cada elemento del sistema:

$$U^* = \frac{1}{2} m V^2 \quad ; \quad U^* = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2 \quad ; \quad J = \frac{1}{2} b \dot{x}^2 \quad ; \quad J = \frac{1}{2} b \dot{\theta}^2$$

$$U^* = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_1 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_R V_T^2$$

$$V_T^2 = V_x^2 + V_y^2 = \frac{dz_x^2}{dt} + \frac{dz_y^2}{dt}$$

Donde:

$$Z_x = x + l \sin \theta \quad ; \quad Z_y = l \cos \theta \quad \text{Por lo tanto:}$$

$$\frac{dz_x^2}{dt} = (\dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta})^2 \quad ; \quad \frac{dz_y^2}{dt} = (-l \sin \theta \dot{\theta})^2 \quad \text{Por lo tanto:}$$

$$V_T^2 = V_x^2 + V_y^2 = (\dot{x} + l \cos \theta \dot{\theta})^2 + (-l \sin \theta \dot{\theta})^2 = \dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2$$

$$\text{Y como... } \phi = \frac{x}{r}$$

Finalmente  $U^*$  resulta:

$$U^* = \frac{1}{2} m_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} J_1 \left(\frac{\dot{x}}{r}\right)^2 + \frac{1}{2} J_2 \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} m_R (\dot{x}^2 + 2 \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta} + l^2 \dot{\theta}^2)$$

$$U^* = \frac{1}{2} \left(m_1 + \frac{J_1}{r^2} + m_R\right) \dot{x}^2 + \frac{1}{2} (J_2 + m_R l^2) \dot{\theta}^2 + m_R \dot{x} l \cos \theta \dot{\theta}$$

T=0

$$J = \frac{1}{2} b_1 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} b_2 \dot{\theta}^2 = \frac{1}{2} \left(b_1 + \frac{b_2}{r^2}\right) \dot{x}^2$$



$$L = U^* - T = U^* = \frac{1}{2}(m_1 + \frac{J_1}{r^2} + m_R)\dot{x}^2 + \frac{1}{2}(J_2 + m_R l^2)\dot{\theta}^2 + m_R l \dot{x} \cos \theta \dot{\theta}$$

Para la coordenada X se tiene:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) - \frac{\partial L}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial \dot{x}} = F$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{x}} = (m_1 + \frac{J_1}{r^2} + m_R)\dot{x} + m_R l \dot{\theta} \cos \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{x}} \right) = (m_1 + \frac{J_1}{r^2} + m_R)\ddot{x} - m_R l \dot{\theta}^2 \sin \theta + m_R l \ddot{\theta} \cos \theta \quad ; \quad \frac{\partial L}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial J}{\partial \dot{x}} = \left( b_1 + \frac{b_2}{r^2} \right) \dot{x}$$

La ecuación para X es entonces:

$$(m_1 + \frac{J_1}{r^2} + m_R)\ddot{x} - m_R l \dot{\theta}^2 \sin \theta + m_R l \ddot{\theta} \cos \theta + \left( b_1 + \frac{b_2}{r^2} \right) \dot{x} = F$$

Para la coordenada  $\theta$ :

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta} + \frac{\partial J}{\partial \dot{\theta}} = \tau_{Total}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} = (J_2 + m_R l^2)\dot{\theta} + m_R l \dot{x} \cos \theta$$

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} \right) = (J_2 + m_R l^2)\ddot{\theta} - m_R l \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta + m_R l \ddot{x} \cos \theta$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -m_R l \dot{x} \dot{\theta} \sin \theta \quad ; \quad \frac{\partial J}{\partial \theta} = 0$$

La ecuación para  $\theta$  es entonces:

$$(J_2 + m_R l^2) \ddot{\theta} - m_R l \dot{\theta}^2 \sin\theta + m_R l \ddot{x} \cos\theta + m_R l \dot{x} \dot{\theta} \sin\theta = m_R g l \sin\theta$$

$$(J_2 + m_R l^2) \ddot{\theta} + m_R l \ddot{x} \cos\theta - m_R g l \sin\theta = 0$$

Por lo que el sistema completo queda de la siguiente forma:

$$(m + \frac{J_1}{r^2}) \ddot{x} - m l \dot{\theta}^2 \sin\theta + m l \ddot{\theta} \cos\theta + (b_1 + \frac{b_2}{r^2}) \dot{x} = F \dots (1)$$

$$(J_2 + m l^2) \ddot{\theta} - m l \sin\theta \dot{\theta} \dot{x} + m l \ddot{x} \cos\theta - m g l \sin\theta = 0 \dots (2)$$

Multiplicando ecuación (1) por “r” para dejar la salida en función del torque (τ) generado por los motores, se obtiene:

$$(mr + \frac{J_1}{r}) \ddot{x} - m r l \dot{\theta}^2 \sin\theta + m r l \ddot{\theta} \cos\theta + r (b_1 + \frac{b_2}{r^2}) \dot{x} = \tau \dots \dots \dots (3)$$

Con el fin de simplificar el modelo para realizar la simulación del sistema se despreciaron:

Coefficiente de fricción del eje de las ruedas (b2).

Momento de inercia del chasis del robot (J2).

De este modo el modelo resultante es:

$$(mr + \frac{J}{r}) \ddot{x} - m r l \dot{\theta}^2 \sin\theta + m r l \cos\theta \ddot{\theta} + r b \dot{x} = \tau \dots \dots \dots (4)$$

$$(m l^2) \ddot{\theta} - m l \sin\theta \dot{\theta} \dot{x} + m l \cos\theta \ddot{x} - m g l \sin\theta = 0 \dots \dots \dots (5)$$

Donde b es el coeficiente de fricción entre las ruedas y el piso.

Para obtener el modelo en variables de estado las variables de estado se definieron de acuerdo a la Tabla IV-1.

$z1$	$\theta$	$u$	$V$	$z1'$	$z3$
------	----------	-----	-----	-------	------

$z2$	$x' = xp$	$Y$	$\theta$	$z2'$	$x''$
$z3$	$\theta' = \theta p$			$z3'$	$\theta''$

**Tabla IV-1.- Variables de estado definidas para el análisis.**

Despejando a las derivadas de orden superior de cada una de las coordenadas del sistema se tiene:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{J}{r} + mr & lmr \cos[\theta] \\ lm \cos[\theta] & l^2 m \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} -brxp + \tau + lmr \theta p^2 \sin[\theta] \\ glm \sin[\theta] + lmxp \theta p \sin[\theta] \end{pmatrix}$$

Simplificando la ecuación se llega a la siguiente igualdad:

$$\begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r(brxp - \tau + mr(-l\theta p^2 + (g + xp\theta p)\cos[\theta])\sin[\theta])}{-J - mr^2 + mr^2 \cos[\theta]^2} \\ \frac{(J + mr^2)(g + xp\theta p)\sin[\theta] - r\cos[\theta](-brxp + \tau + lmr\theta p^2 \sin[\theta])}{l(J + mr^2 - mr^2 \cos[\theta]^2)} \end{bmatrix}$$

Por tanto la representación de estados no lineal es:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{x} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{r(brz_2 - \tau + mr(-lz_3^2 + (g + z_2 z_3)\cos[z_1])\sin[z_1])}{-J - mr^2 + mr^2 \cos[z_1]^2} \\ \frac{(J + mr^2)(g + z_2 z_3)\sin[z_1] - r\cos[z_1](-brz_2 + \tau + lmrz_3^2 \sin[z_1])}{l(J + mr^2 - mr^2 \cos[z_1]^2)} \end{bmatrix}$$

Previo a trabajar con la matriz del sistema para diseñar el controlador se linealizó el sistema con base al punto de operación.

Para esto se establece un punto de operación o equilibrio para realizar la linealización. Dicho punto de operación es cuando el péndulo se encuentra en una posición vertical y sus velocidades son nulas:

$$PO = (\theta, \dot{x}, \dot{\theta}, \tau) = (0,0,0,0)$$

Para obtener las matrices de la ecuación de estados linealizadas se calcula el Jacobiano de cada coordenada del sistema en el punto de operación.

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{gmr^2 z_1}{J} - \frac{br^2 z_2}{J} + \frac{r\tau}{J} \\ \frac{g(J + mr^2) z_1}{Jl} + \frac{br^2 z_2}{Jl} - \frac{r\tau}{Jl} \end{bmatrix}$$

Debido a que  $J=Mr^2$ , donde M es la masa de las llantas y r es el radio de las mismas, las matrices quedan:

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{gm}{M} & \frac{b}{M} & 0 \\ \frac{g(mr^2 + Mr^2)}{LMr^2} & \frac{b}{LM} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{Mr} \\ -\frac{1}{LMr} \end{bmatrix} \tau \dots \dots \dots (6)$$

Debido a que la señal de control que se le aplicará a los motores será el voltaje, se realizó un cambio de variable para sustituir al torque de los motores como señal de entrada, por el voltaje aplicado a los motores, sustituyendo la ecuación (7) en la ecuación (6).

$$\tau = \frac{k}{R} u - \frac{k^2}{rR} z_1 \dots \dots \dots (7)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -\frac{gm}{M} & -\frac{k^2}{Mr^2 R} - \frac{b}{M} & 0 \\ \frac{g(mr^2 + Mr^2)}{LMr^2} & \frac{k^2}{Mr R} + \frac{b}{LM} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k}{Mr} \\ -\frac{k}{LMr} \end{bmatrix} u \dots \dots \dots (8)$$

$$Y = [1,0,0]\bar{Z} + [0]u$$

Para obtener la respuesta natural del sistema se utilizaron los valores del modelo a escala que se realizó inicialmente, descrito en la sección IV.1, sustituimos los valores de las constantes mostradas en la tabla en la ecuación (8).

m	0.45 [kg]	<b>R</b>	18.233 [ $\Omega$ ]
r	0.036 [m]	<b>l</b>	0.023 [m]
g	9.81 [m/s <sup>2</sup> ]	<b>M</b>	0.190 [kg]
k	0.0329	<b>b</b>	0.7

Las matrices A, B, C y D resultan:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -23.2342 & -3.9253 & 0 \\ 1436.7 & 160.56 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2638 \\ -11.4697 \end{bmatrix}$$

$$C = [1 \ 0 \ 0]$$

$$D = 0$$

Resultando la representación del sistema como se muestra en la ecuación (9):

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -23.2342 & -3.9253 & 0 \\ 1436.7 & 160.56 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0.2638 \\ -11.4697 \end{bmatrix} u \dots \dots \dots (9)$$

$$Y = [1,0,0]\bar{Z} + [0]u$$

El análisis de estabilidad se obtiene con los valores propios de la matriz A con:

$$|\lambda I - A|$$

Obteniendo como resultado de  $\lambda$ .

$$\lambda_1 = -39.2714$$

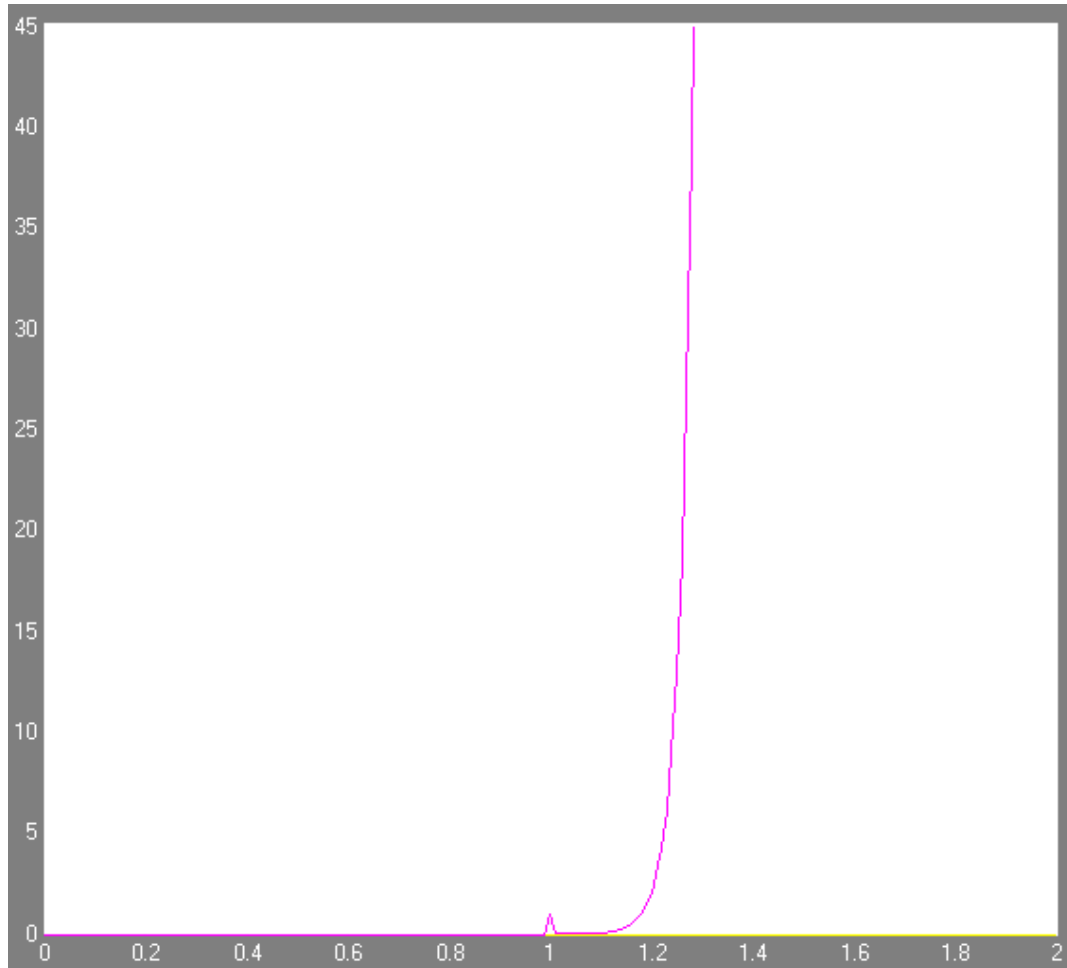
$$\lambda_2 = 36.6717$$

$$\lambda_3 = -1.3256$$

Con lo que se comprueba que el sistema no es estable debido a que tiene un polo positivo.

#### IV.1.1. Respuesta natural del sistema.

Se graficó la respuesta natural del vehículo ante una perturbación. Como se puede observar en la Figura IV-2, el sistema está originalmente en su punto de equilibrio,  $0^\circ$ . Al aplicársele una excitación en el tiempo 1[s], la inclinación incrementa, lo que indica que el vehículo caería al no tener ningún controlador.



**Figura IV-2.- Respuesta natural del sistema ante una perturbación.**

El modelado del sistema se utilizó para diseñar un controlador en espacio de estado y poder simular la respuesta del sistema con el controlador aplicado.



## IV.2. Diseño teórico del controlador.

Una vez que se obtuvo el modelo matemático del vehículo, con este se puede diseñar y simular un control que sea capaz de estabilizar al sistema.

En esta sección se muestra el diseño teórico de un control en espacio de estados diseñado para estabilizar el vehículo, considerando solo el uso de un sensor para uno de los estados del vehículo los otros son estimados usando el modelo matemático.

Para realizar el controlador se tiene que verificar que el sistema sea controlable aplicando la siguiente definición.

*Un sistema de control es completamente controlable, si es posible transferir al sistema desde un estado inicial arbitrario a cualquier estado deseado en un tiempo finito, [2].*

La matriz de controlabilidad para este sistema se define como:

$$\mathbb{C} = [B \ AB \ A^2B]$$

Una vez construida la matriz de controlabilidad para conocer si un sistema es controlable se obtiene su rango y si éste es igual al orden del sistema se dice entonces que el sistema es controlable, en este caso, se obtuvo que el rango de la matriz es 3 al igual que el orden del sistema.

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} 0 & -11.4697 & 42.3565 \\ 0.2638 & -1.0355 & 270.5552 \\ -11.4697 & 42.3565 & -16645 \end{bmatrix}$$

*Rango = 3 ∴ Controlable*

### IV.2.1. Observabilidad.

Con el objetivo de reducir el número de sensores para poder retroalimentar el valor de los estados, se realizó el diseño de un observador que pueda estimar el valor de 2 de los estados, considerando que el único estado que se midió fue el ángulo de inclinación del vehículo sobre la vertical. De la misma forma que para la controlabilidad, se construye una matriz con base en la siguiente definición:

$$\begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{pmatrix}$$

Si el rango de esta matriz es igual al número de estados, se dice entonces que el sistema es observable.

$$\mathbb{O} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1436.7 & 160.56 & 0 \end{bmatrix}$$

*Rango = 3 ∴ Observable*

#### IV.2.2. Cálculo de las constantes controlador.

Se diseñó un controlador en espacio de estados cuyo diagrama de bloques se presenta en la Figura IV-3:

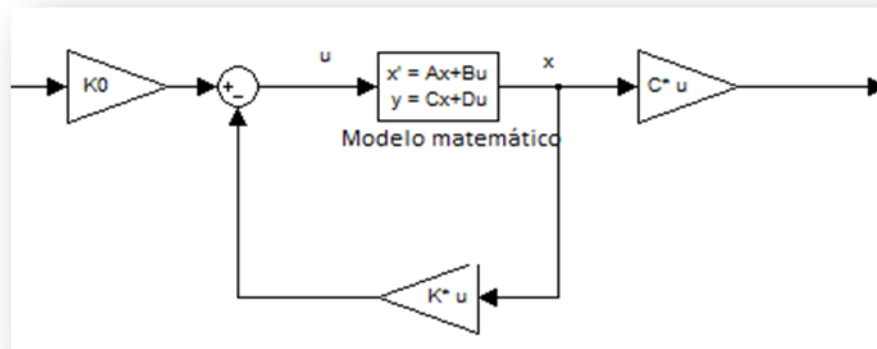


Figura IV-3.- Diagrama de bloques del sistema de control.

Donde  $K_0$  y  $K$  son matrices constantes del controlador.

Por el principio de separación que dice que el diseño de la matriz  $K$  del controlador por retroalimentación de los estados y el diseño de  $L$  del observador se puede llevar a cabo independientemente y el sistema completo es estable, siendo el sistema un sistema lineal invariante en el tiempo.

Para calcular  $K$  se debe obtener la ecuación característica de lazo cerrado y como primer paso saber la dimensión de esta matriz.

$$\dot{x} = (A - BK)x + Br$$

$$y = Cx$$

La dimensión de  $K$  queda como un vector de  $1 \times 3$ .

$$K = [K_1 \quad K_2 \quad K_3]$$

Y entonces la ecuación característica de lazo cerrado se obtiene con el determinante.

$$|sI - A + BK|$$

La cual se compara con la ecuación característica deseada obtenida como:

$$(s + Pd1)(s + Pd2)(s + Pd3)$$

Por otro lado, con los requerimientos de diseño, que se propusieron como sobrepaso del 5% y un tiempo de asentamiento de 3s, se calculan los polos deseados de la siguiente manera:

$$t_s = 3 = \frac{5}{|Parte Real del Polo deseado|}$$

$$|Parte Real del Polo deseado| = \frac{5}{3} = 1.666$$

$$\%Sp = e^{\frac{-\pi * |Parte Real del Polo deseado|}{|Parte Imaginaria del Polo deseado|}} \times 100 = 5$$

$$|Parte Imaginaria del Polo deseado| = \frac{-\pi |Parte Real del Polo deseado|}{\ln\left(\frac{\%Sp}{100}\right)} = \frac{-\pi \left(\frac{5}{3}\right)}{\ln\left(\frac{5}{100}\right)} = -1.7478$$

Por lo tanto el polo deseado para los requerimientos dados es:

$$P_{d1,2} = -1.666 \pm 1.7478j$$

El tercer polo se propone como 5 veces más alejado del eje imaginario para que su efecto sea despreciado en la respuesta (polos dominantes), quedando:

$$P_{d3} = -8.333$$

Estableciendo estos polos deseados y con ayuda de *Matlab* se obtuvieron los siguientes valores de ganancia:

$$K = [-127.9571 \quad -14.3667 \quad -1.0054]$$

El valor de  $K_0$  se obtiene como:

$$K_0 = [C(-A + BK)^{-1}B]^{-1} = -18.2338$$

#### IV.2.3. Cálculo de las constantes del observador.

A continuación se describe el cálculo de las constantes del observador, el cual sirvió para estimar los estados del vehículo y evitar el uso de sensores adicionales

Se plantea la ecuación de la dinámica del error:

$$\dot{e} = (A - LC)e$$

$$e = x - \hat{x}$$

De la misma manera que con  $K$ , se determina la dimensión de  $L$ , quedando de  $1 \times 3$ .

$$L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix}$$

Y se obtiene la ecuación característica de la dinámica del observador de la siguiente manera:

$$|sI - A + LC|$$

Que se compara con la ecuación característica deseada del observador, y se proponen los polos del observador 5 veces más alejados del origen, que los polos deseados del controlador.

$$(s + Pdo1)(s + Pdo2)(s + Pdo3)$$

Comparando con las ecuaciones se obtienen los valores de  $L$ :

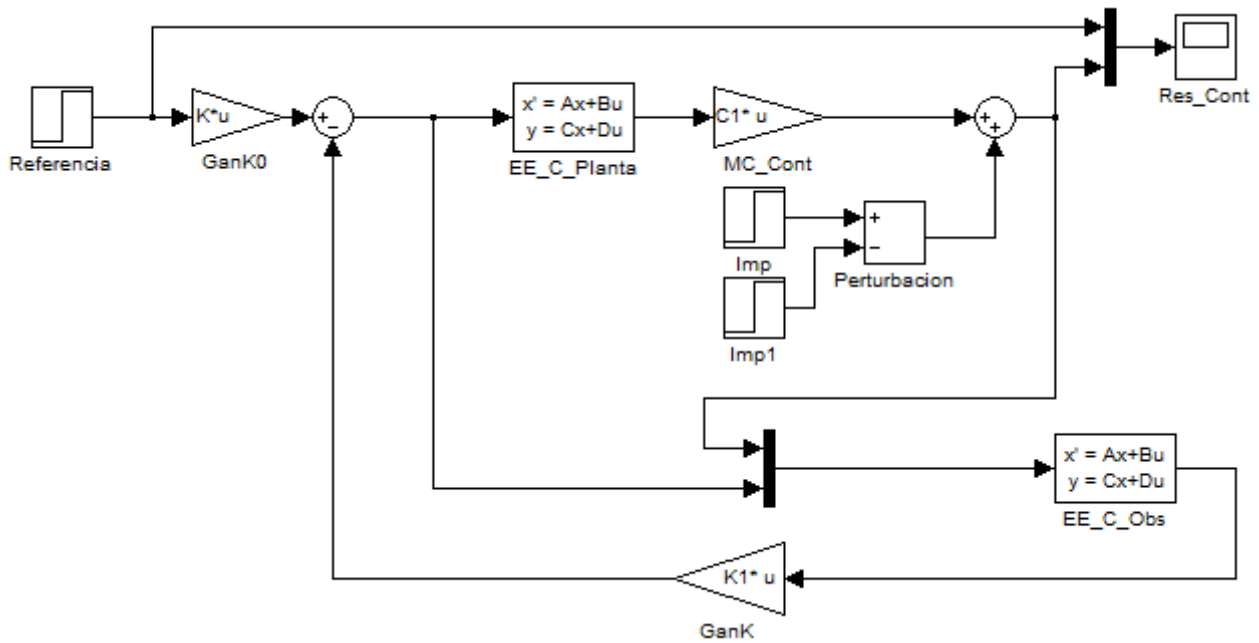
$$L = \begin{bmatrix} 54.408 \\ -18.6668 \\ 1987 \end{bmatrix}$$

Se plantea la ecuación del observador.

$$\dot{\hat{x}} = (A - LC)\hat{x} + [L \quad B] \begin{bmatrix} u \\ y \end{bmatrix}$$

$$y = C_0\hat{x} + D_0$$

Agregando el observador para la retroalimentación de los estados el diagrama del sistema con el controlador queda como el la Figura IV-4:



**Figura IV-4.- Diagrama del sistema con un controlador por retroalimentación de estados con un observador.**

#### IV.2.4. Simulación de la respuesta del sistema con el controlador.

Se realizó una simulación al sistema con el controlador, Figura IV-5, en ésta se puede observar que el sistema inicia en el punto de equilibrio. El vehículo permanece estable, hasta que en el tiempo 1[s] el sistema recibe una perturbación que lo saca del equilibrio, llevándolo a una posición de 0.1 rad.

El controlador actúa y la respuesta del sistema se vuelve subamortiguada, enviando al sistema a una posición de -0.28 para compensar la perturbación y el sistema comienza a estabilizarse hasta volver a su punto de equilibrio en el segundo 4.5, 3.5 [s] después de recibir la perturbación.

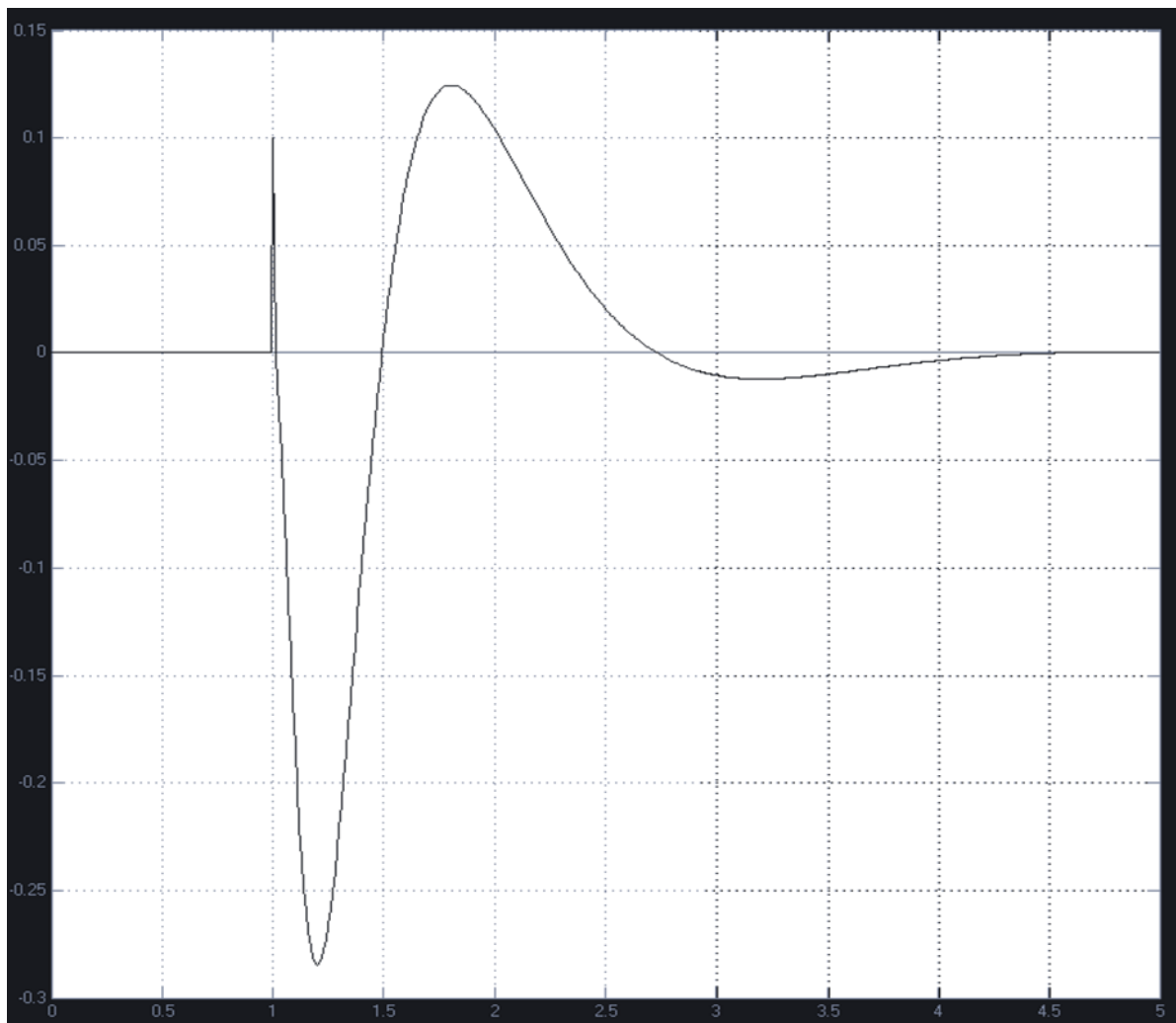


Figura IV-5. Respuesta del sistema con el controlador ante una perturbación.

#### IV.2.5. Discretización.

El controlador descrito en la sección IV.2 trabaja en tiempo continuo, sin embargo debido a que para el prototipo se hizo uso de un microcontrolador que trabaja en tiempo discreto se debe comprobar que el controlador puede volverse digital sin afectar significativamente la respuesta del sistema.

Con esto se simuló el sistema en tiempo continuo teniendo un controlador digital para poder comparar la respuesta del sistema contra la obtenida previamente, Figura IV-5.

Para esto se usó del software *Matlab* con el cual se hizo la transformación del modelo continuo del sistema a un modelo discreto, con un tiempo de muestreo de 10 ms.

Se utilizó la herramienta de cómputo *Matlab* para obtener el equivalente del sistema en tiempo discreto, haciendo uso del comando *c2d* que recibe como argumento las matrices en tiempo continuo y entrega las matrices discretizadas con un tiempo de muestreo definido.

$$A_d = \begin{bmatrix} 1.0721 & 0.00800 & 0.0102 \\ -0.2334 & 0.9609 & -0.0012 \\ 14.525 & 1.6126 & 1.0721 \end{bmatrix}$$

$$B_d = \begin{bmatrix} -5.7331e - 04 \\ 0.0026 \\ -0.1153 \end{bmatrix}$$

$$C_d = [1 \quad 0 \quad 0]$$

De igual forma para obtener la ubicación de los polos en tiempo discreto se usa la siguiente expresión:

$$P_{do\acute{d}} = \exp(P_{do} * T)$$

Donde:

$P_{do\acute{d}} \rightarrow$  Son los polos en el plano discreto.

$P_{do} \rightarrow$  Son los polos en tiempo continuo.

$T \rightarrow$  Tiempo de muestreo.

Donde  $T$  propuesto toma un valor de 0.01s, con base a esto se calculan los valores del vector para el observador en tiempo discreto, " $L_d$ ", que son calculados con el comando "*place*", quedando de la siguiente forma:

$$L_d = \begin{bmatrix} 0.6057 \\ -0.2557 \\ 22.2991 \end{bmatrix}$$

Introduciendo los valores obtenidos de " $L_d$ " en el diagrama de bloques ahora el observador queda en tiempo discreto, Figura IV-6.

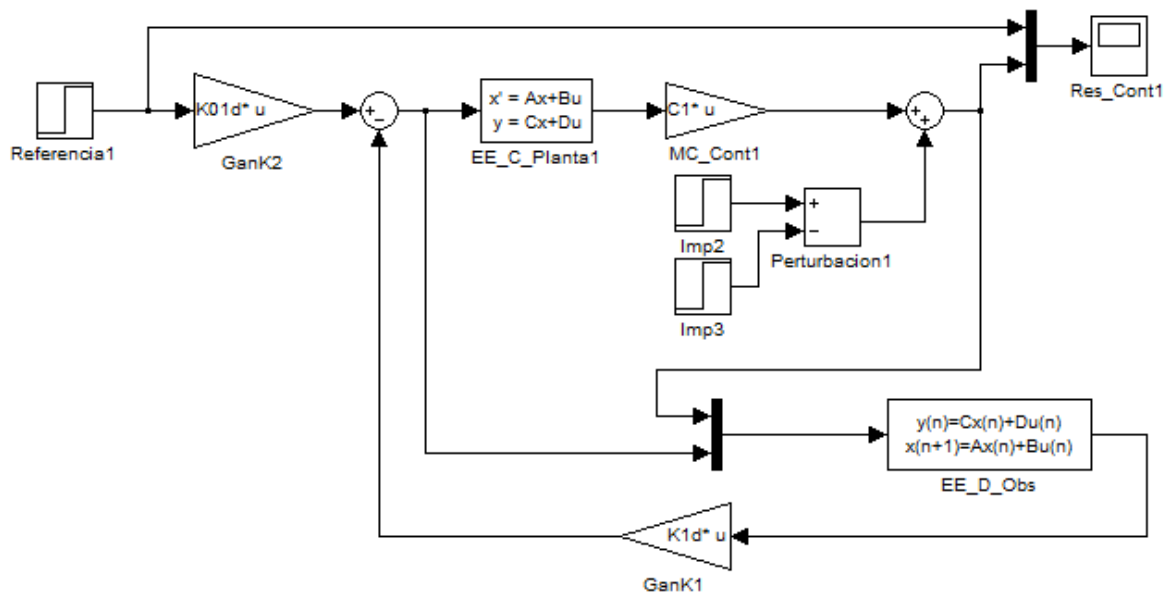
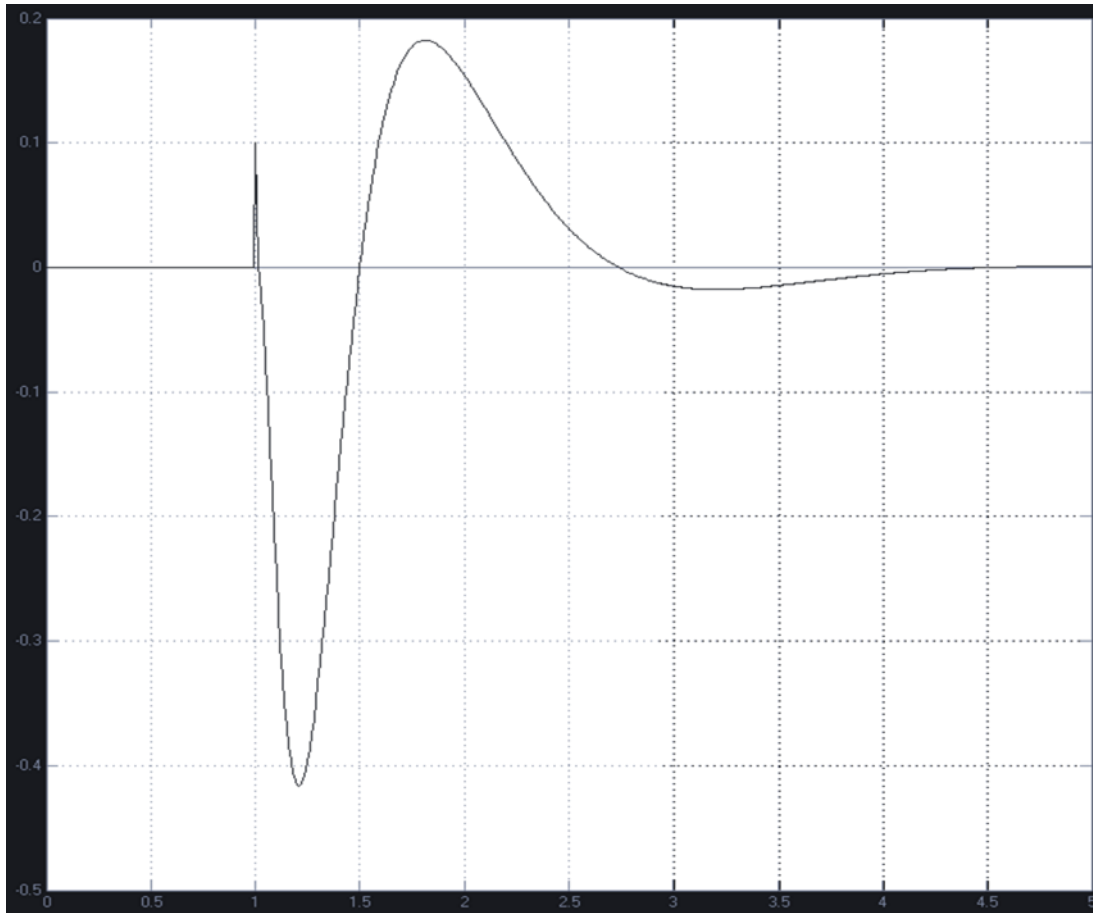


Figura IV-6.- Diagrama de bloques del sistema en tiempo continuo con un controlador discreto.



Con base en el diagrama de la Figura IV-6, se realizó una simulación al sistema completo aplicándole una perturbación.



**Figura IV-7.- Respuesta del sistema ante una perturbación con un controlador discreto.**

La respuesta es muy parecida al sistema continuo, pero se puede observar que el sobrepaso es mayor. Mientras que en el controlador continuo, Figura IV-5, el sobrepaso máximo fue de -0.28, en la simulación con el controlador discreto el sobrepaso máximo fue de -0.41, y el tiempo de asentamiento no tuvo variación y sigue siendo a los 4.5 [s] en ambas simulaciones.

Una vez que se probó matemáticamente que el sistema puede ser estabilizado se comenzó el armado de un prototipo para probar el control en un sistema real y realizar el sensado del ángulo de inclinación del vehículo.

### IV.3. Implementación en un prototipo funcional.

En esta sección se presentan los componentes utilizados para la fabricación del prototipo, así como la descripción de los mismos y la integración de los mismos.

#### IV.3.1. Prototipo 1.- miniVEPI

El primer prototipo, Figura IV-8, se realizó con el fin de corroborar que el sistema podía estabilizarse mediante el uso de un controlador lineal sin necesidad de construir un modelo mecánico muy elaborado, utilizando motores y ruedas dedicadas a la robótica.

En este primer prototipo se realizó la medida y filtrado de los sensores inerciales para tener una medida fiel del ángulo de inclinación del vehículo.



**Figura IV-8.- Fotografía del primer prototipo, denominado “miniVEPI”.**

Este prototipo fue construido usando los siguientes componentes:

- Batería de 9V.
- Motores con torque de 3 [Kg.cm] trabajando a 12V.
- Microcontrolador Pic18f4550.
- Acelerómetro MMA7361.
- Giroscopio LPY550.
- Driver L298 para control de los motores, capaz de soportar una carga máxima de 4A, suficiente para los motores usados.
- Regulador de 5V para alimentar la parte lógica.
- *Display* Lcd alfanumérico de 2x16 líneas.
- 2 ruedas de hule de 7cm de diámetro.

En la Figura IV-9 se muestra el esquema general de este prototipo.

El miniVEPI se usó para probar que el sistema era capaz de mantenerse estable. El sistema estaba compuesto por el microcontrolador que realizaba la lógica y enviaba la señal de velocidad a los motores.

Debido a que la masa de este prototipo era constante no se requirió retroalimentación de la velocidad de las llantas, por lo que solo se requirió del uso de un microcontrolador.

#### **Figura IV-9.- Esquema del sistema general del miniVEPI.**

El circuito empleado para este prototipo se muestra en la Figura IV-10, el circuito consta de los sensores, y el microcontrolador que se encarga de realizar toda la lógica del vehículo y una lcd que sirvió para poder imprimir datos del robot en tiempo real.

Debido a que el tipo de motores utilizados en este prototipo no demandaba una gran potencia fue posible utiliza un driver de propósito general para el control de los mismos, el integrado L298.

#### **Figura IV-10.- Esquema del circuito empleado en el primer prototipo.**

Antes de aplicar el controlador descrito en IV.2 en este prototipo se utilizaron otros 2 tipos de controladores, un controlador ON-OFF y un controlador PID, los cuales son descritos a continuación.

##### ***IV.3.1.i. Controlador ON-OFF***

Este controlador se probó debido a que es el método más simple de control. Su ley de control esta descrita por:

$$u = \begin{cases} u_{max} & ; e > 0 \\ u_{min} & ; e < 0 \end{cases}$$

Donde:

*u* → Es la señal de salida del controlador.

$u_{max}$  → Es el valor máximo de la salida del controlador.

$u_{min}$  → Es el valor mínimo de la salida del controlador.

$e = Y_{sp} - Y$ ; señal de error.

$Y_{sp}$  → Valor de referencia.

$Y$  → Valor actual de la retroalimentación.

El controlador consistió en hacer girar los motores a la máxima velocidad en el mismo sentido en el que el robot tuviera la inclinación Figura IV-11.

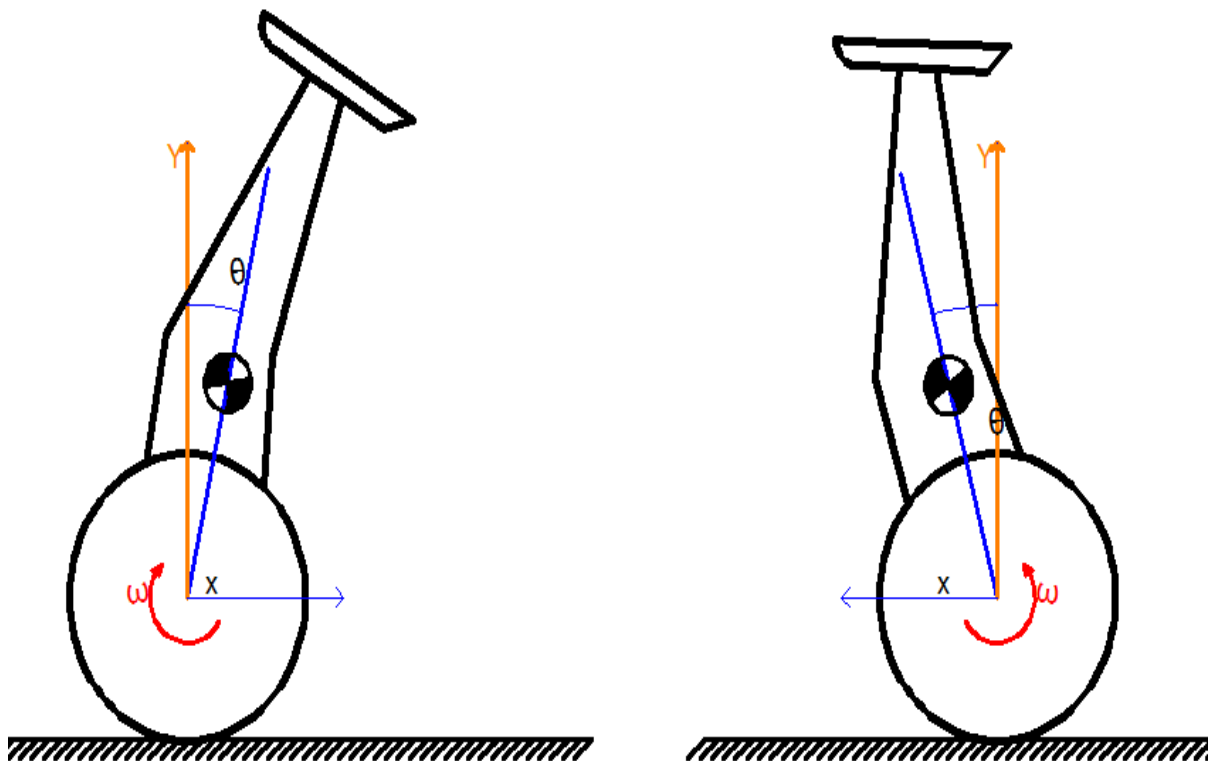


Figura IV-11.- Proceso del controlador ON-OFF.

Con este controlador se logró mantener al robot sobre sus dos ruedas sin que éste cayera, sin embargo, la respuesta no era la deseable debido a que se encontraba pasando de un estado a otro, Figura IV-11, y no permanecía en la posición de  $0^\circ$ .

El prototipo permanecía oscilando entre  $\pm 10^\circ$ , esto es debido a que ante una pequeña perturbación el sistema sobreactúa en lugar de tener una respuesta suave para equilibrar al robot.

Una vez comprobado que el vehículo era capaz de mantenerse en equilibrio sobre sus 2 ruedas se procedió a probar otro tipo de controlador, uno del tipo PID.

### ***IV.3.1.ii. Controlador PID.***

También se propuso el uso de un controlador del tipo PID, el cual se describe en el anexo VII.2

Este controlador se aplicó debido a que este puede ser calibrado sin necesidad de conocer el modelo matemático del vehículo.

Las constantes del controlador fueron obtenidas experimentalmente, asociando un potenciómetro al valor de cada constante, de acuerdo a la secuencia descrita en la Tabla IV-2,[3].

- 1 Iniciar con los valores de  $K_p$ ,  $K_i$  y  $K_d$  en cero.
- 2 Se enciende el robot cerca de la posición de equilibrio, y este caerá mientras los valores no estén correctamente sintonizados.
- 3 Se incrementa el valor de la  $K_p$ .
- 4 Se repiten los pasos 2 y 3 hasta que el robot permanezca en equilibrio con una oscilación constante.
- 5 Se incrementa la constante  $K_i$  de la misma manera que la  $K_p$ .
- 6 La respuesta del robot comienza a ser subamortiguada, pero tiende a quedarse más cerca del punto de equilibrio que solo con la constante  $K_p$ .
- 7 Finalmente se ajusta la constante  $K_d$ , la cual irá reduciendo el tiempo de estabilización del robot hasta lograr una respuesta con un mínimo de sobrepaso.

**Tabla IV-2.- Proceso para calibrar el control PID.**

Aplicando el controlador PID se obtuvo una respuesta mejor que con el controlador ON-OFF.

Con el PID se logró una respuesta con un mínimo de sobrepaso, de 2 a 3°, y el robot logró estabilizarse ante perturbaciones aplicadas al sistema.

### ***IV.3.1.iii. Controlador en espacio de estados.***

También se realizó un controlador en espacio de estados, descrito en la sección IV.2, este controlador otorgó un mejor resultado que los 2 anteriores, con la desventaja de que para esto se tuvieron que caracterizar los actuadores y realizar el modelado del sistema para poder obtener las ecuaciones del controlador.

### IV.3.2. Prototipo 2.- VEPI

Este fue el prototipo a escala natural del vehículo, Figura IV- y Figura IV-12, el cual es capaz de soportar a una persona. El prototipo se diseñó con base a los siguientes requerimientos:

- Que fuera capaz de soportar una carga de 100 Kg.
- Dimensiones necesarias para poder ser almacenado en la cajuela de un vehículo familiar.
- Al estar sobre el vehículo la altura de operación no sea inferior a la altura de la persona al estar de pie.
- El vehículo puede ser operado remotamente con el uso de un celular o una computadora.
- El vehículo no requiere ningún esfuerzo físico para su conducción, para esto se utilizó un mando táctil en las agarraderas, Figura IV-13.
- La posición de conducción es cómoda para poder utilizar el vehículo por más de 30 minutos continuos sin provocar incomodidad.

Existen 2 modos de hacer que el vehículo se mueva, la primera es sacando al centro de gravedad del vehículo de la vertical.

La segunda forma es cambiar el valor de referencia haciendo que el vehículo se estabilice con un ángulo determinado a partir de la vertical.

Para el VEPI se utilizó el segundo método, lo cual permite que el usuario permanezca en una posición de reposo sin necesidad de tener que moverse para cambiar el centro de gravedad del vehículo.

Además de los componentes electrónicos para el control y sensado descritos en el primer prototipo, este modelo utilizó los siguientes elementos:

Los motores se escogieron con base a la disponibilidad y considerando que estos motores son usados en vehículos que tienen una carga similar a la propuesta para el VEPI.

**Figura IV-5. - Prototipo VEPI, vista delantera.**

**Figura IV-12.- VEPI vista trasera**

**Figura IV-13.- Mando táctil del vehículo.**

Los componentes y el desarrollo de cada elemento del vehículo se desarrollaran en los capítulos posteriores, el esquema general de los sistemas de este prototipo se presentan en la Figura IV-14.

Este prototipo requirió de un control de velocidad para cada motor, debido a que la carga no es constante y se requiere ajustar el nivel de voltaje aplicado a los motores.

**Figura IV-14.- Esquemático del prototipo VEPI.**



El vehículo se comunica con una computadora haciendo uso de un módulo *bluetooth*. En la computadora pueden monitorearse las variables deseadas del vehículo o puede manejarse el vehículo de manera remota.

Una de las partes esenciales para poder aplicar el control al vehículo es la medida correcta del ángulo de inclinación, ya que si esta medida es incorrecta el vehículo no podrá estabilizarse correctamente.

### **IV.3.3. Etapa de sensado.**

Para tener una retroalimentación al sistema de control fue necesario tener el conocimiento de variables específicas del vehículo, en este apartado se darán a conocer los sensores usados para este propósito, así como el procesamiento de las señales provenientes de estos.

#### ***IV.3.3.i. Medición del ángulo de inclinación.***

Para tener el conocimiento del ángulo que genera el vehículo con respecto a la vertical, se planteó el uso de sensores inerciales del tipo MEMs, un acelerómetro y un giroscopio.

#### **Figura IV-15.- Acelerómetro y giroscopio.**

Los sensores fueron elegidos debido a que cumplían con los requerimientos necesarios de resolución para poder medir el ángulo con precisión, además de la disponibilidad de éstos en México.

Es posible medir el ángulo de inclinación utilizando solamente uno de estos sensores, sin embargo cada sensor tiene inconvenientes al usarse por sí solos, como se explica a continuación.

#### **◆ Medida del ángulo usando solamente el acelerómetro.**

El acelerómetro es un dispositivo que produce una señal de voltaje proporcional, a la aceleración a la que se encuentra sometido cada uno de sus ejes, de acuerdo a la sensibilidad del sensor, para calcular la aceleración se usa la siguiente ecuación:

$$A = \frac{V - Z_0}{S}$$

Donde:

$A \rightarrow$  Aceleración medida en un eje.

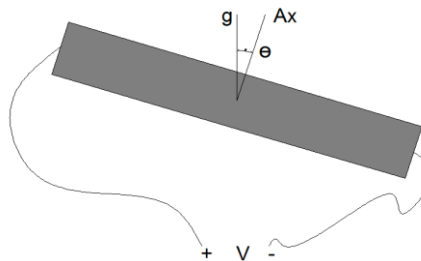
$V \rightarrow$  Voltaje a la salida del acelerómetro.

$Z_0 \rightarrow$  Voltaje cuando el eje se encuentra perpendicular a la gravedad, 1.55V.

$S \rightarrow$  Sensibilidad del sensor,  $800 \frac{mV}{g}$  cuando trabaja con un rango de 1.6g.

En estado estático el ángulo puede ser obtenido en función de la aceleración de la gravedad con respecto a la vertical, Figura IV-16.

Aunque la medición en estado estático otorga una buena precisión ante un estado dinámico, el acelerómetro es muy susceptible a ruido a causa de las vibraciones o aceleraciones debidas al movimiento del robot. En estos casos la aceleración medida por el acelerómetro es la suma de la aceleración de la gravedad más la aceleración a la que esté sometido el acelerómetro, lo que impide tener un cálculo correcto del ángulo.



**Figura IV-16.- Medición del ángulo usando el acelerómetro; donde: (g) aceleración de la gravedad, (Ax) aceleración medida en el eje X, (V) voltaje a la salida del acelerómetro, (Θ) ángulo entre la vertical y la medida de la aceleración en el eje X.**

◆ Medida del ángulo con el giroscopio.

El giroscopio produce un voltaje de salida proporcional a la velocidad angular a la que está sometido en cualquiera de sus ejes. Es posible estimar el ángulo de inclinación si se integra la velocidad angular en un tiempo de muestreo definido previamente.

$$\theta = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \omega(t) dt \rightarrow 2$$

Donde:

$\theta \rightarrow$  Ángulo de inclinación.

$\omega(t) \rightarrow$  Velocidad angular calculada con la lectura del giroscopio.

$t \rightarrow$  Tiempo de muestreo.

Lo primero a considerar con el uso de esta técnica es que solo puede medirse un ángulo relativo a la posición anterior, debido a esto se necesita de algún otro sensor para conocer la posición inicial del ángulo.

Aunque la respuesta del giroscopio ante un estado dinámico es mejor que la del acelerómetro, la medida del ángulo con ésta técnica no es precisa. Debido a que los giroscopios tienen el inconveniente que cuando se integra siempre existe un voltaje de desfaseamiento, con el paso del tiempo estas medidas harán una suma de errores sistemáticos que generarán valores erróneos del ángulo demasiado grandes para ser despreciados.

◆ Medida del ángulo aplicando el filtro Kalman.

La medida se logró usando las mejores características de cada uno de los sensores mencionados, ya que por sí solos cada uno es susceptible a perturbaciones, como se mencionó anteriormente.

Las ecuaciones desarrolladas para ser introducidas al microcontrolador son:

Etapas de predicción:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + (u_k - w_{k-1}) * dt$$

$$P[0,0] = Q[0,0] + P[0,0] - dt * P[1,0] - dt * P[0,1] + dt^2 * P[1,1]$$

$$P[0,1] = Q[0,1] + P[0,1] - dt * P[1,1]$$

$$P[1,0] = Q[1,0] + P[1,0] - dt * P[1,1]$$

$$P[1,1] = Q[1,1] + P[1,1]$$

Dónde:  $Q[0,1]=Q[1,0]=0$

Etapas de corrección:

$$K[0] = \frac{P[0,0]}{P[0,0] + R}$$

$$K[1] = \frac{P[1,0]}{P[0,0] + R}$$

$$\theta_k = \theta_k + K[0] * (z_k - \theta_k)$$

$$w_k = w_k + K[1] * (z_k - \theta_k)$$

$$P[0,0] = P[0,0] - P[0,0] * K[0]$$

$$P[0,1] = P[0,1] - P[0,1] * K[0]$$

$$P[1,0] = P[1,0] - P[0,0] * K[1]$$

$$P[1,1] = P[1,1] - P[0,1] * K[1]$$

### *IV.3.3.ii. Medición de la velocidad de giro de las llantas.*

Debido a que se requería medir la velocidad de giro de los motores, se requirió el uso de sensores que fueran capaces de retroalimentación al sistema con estos valores.

Considerando que, la velocidad de giro puede obtenerse midiendo el incremento del ángulo de giro en un tiempo determinado.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{t}$$

Donde:

$\omega \rightarrow$  *Velocidad de giro del motor.*

$\theta \rightarrow$  *Ángulo de giro del motor.*

$t \rightarrow$  *Tiempo que duro el incremento de ángulo.*

Debido a esto se hizo uso de *encoders* relativos para medir el incremento del ángulo de giro de los motores, el modelo del *encoder* usado fue el SM23-1000-50/5.

Se utilizaron estos *encoders* debido a que ya se disponía de ellos y la resolución de estos es adecuada para este vehículo, estos cuentan con las siguientes características:

- *Encoder* óptico incremental.
- Resolución de 1000 divisiones por vuelta.
- Señal cuadrada a la salida.
- Voltaje de alimentación de 5V.
- 2 canales de salida, A y B.



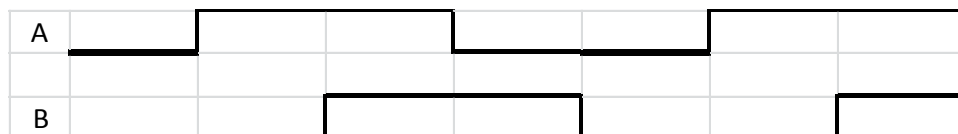
**Figura IV-17.- Fotografía del *encoder* óptico utilizado.**

Sabiendo que el *encoder* tiene una resolución de 1000 divisiones por vuelta, cada división corresponde a 0.00628 radianes, la ecuación para calcular la velocidad de giro quedaría:

$$\omega = \frac{0.00628}{t}$$

Con base a esto midiendo, el tiempo que pasa entre cada división del *encoder* se puede calcular la velocidad del motor en ese instante.

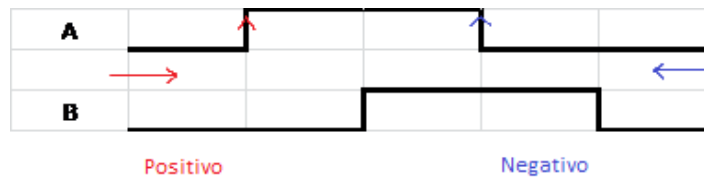
Las señales de salida del *encoder* se muestran en la Figura IV-18 permiten, además de medir el incremento del giro, conocer el sentido de giro de los motores haciendo uso de la señal B.



**Figura IV-18.- Señales del *encoder*.**

El tiempo se midió entre cada flanco de subida de la señal A, como se puede observar en la Figura IV-19, la dirección puede conocerse al leer el estado de la señal B en cada flanco de subida del canal A.

Si el motor está girando en sentido positivo, la señal del canal B estará en bajo cuando A tenga un flanco de subida y si el motor gira en sentido negativo el canal B estará en alto cada que A tenga un flanco de subida.



**Figura IV-19.- Dirección de las señales con base al sentido de giro del motor.**

Una vez definidos los sensores y el análisis que se hará con las señales provenientes de ellos, se procedió a realizar la lógica en los microcontroladores para realizar el procesamiento de las señales y aplicar el control al vehículo.

#### **IV.3.4. Implementación de la etapa de control.**

Para analizar las señales de los sensores usados, procesar la información y aplicarle la ley de control se hizo uso de 3 microcontroladores, un maestro y 2 esclavos comunicados mediante el protocolo i2c. En esta sección se explica la lógica que realizaron cada uno de los microcontroladores usados en el vehículo.

Debido a que las señales de los sensores se encuentran en el rango de 0-3.3V no fue necesario el uso de amplificadores u otro circuito analógico para filtrar o amplificar las señales de los sensores.

En esta sección se presentan los diagramas de flujo y los módulos usados de cada microcontrolador para el control principal del vehículo y el control de velocidad de los motores.

##### **IV.3.4.i. Microcontrolador maestro.**

El control general del vehículo se encuentra embebido en un microcontrolador PIC18F4550 de la empresa microchip, para esto se utilizaron las siguientes características de este microcontrolador:

- Convertidor ADC.
- Protocolo serial RS232.
- Protocolo I2C.
- Velocidad máxima de 12 megas instrucciones por segundo [MIPs].
- *Timers* de 8 y de 16 bits.

Este microcontrolador se seleccionó debido a que ya se tenía experiencia con esta familia de microcontroladores, y porque este modelo es el que tiene la mayor velocidad de trabajo de los microcontroladores de 8 bits. Esto permitió tener un tiempo de muestreo adecuado para la discretización de la ley de control.

El programa principal configura los módulos del microcontrolador de la siguiente manera:

- Convertidor analógico-digital (ADC) con resolución de 10 bits, con referencia máxima a 3.3V.
- RS232 a 115200 bps.
- Timer 1 con interrupción cada 5 [ms].
- Comunicación i2c a 400 Kbps.

Para definir la máxima velocidad de muestreo posible se tuvo que definir el tiempo máximo que le toma al microcontrolador realizar todas las funciones de sensado, filtrado, control y envío de datos antes de que la siguiente interrupción ocurra. Para esto se hizo uso del software *Proteus* para simular y medir el tiempo de cada función, definiéndose así el periodo de muestreo mínimo en 5 ms.

#### **Figura IV-20.- Función principal del microcontrolador.**

Cada que se cumple el tiempo de muestreo, dado por la interrupción del *timer1*, se mandan a llamar a las funciones.

**Get\_angle**, Figura IV-21.- Esta función lee el valor de los sensores y realiza la conversión de los voltajes entregados por el acelerómetro y el giroscopio por los valores de aceleración y velocidad angular respectivamente. Al terminar la función los valores del ángulo y la velocidad angular leídos se guardan en las variables *A\_ acel* y *gyro* respectivamente.

Donde *Soa* es la sensibilidad del acelerómetro y *Sog* la sensibilidad del giroscopio.

Debido a que la lectura del acelerómetro es en radianes y la del giroscopio es en °/s, se hace una conversión de la medida del acelerómetro para tener unificación en las unidades.

#### **Figura IV-21.- Función para leer los datos de los sensores.**



***Kalman\_filter***, Figura IV-22.- Esta función realiza las operaciones del filtro digital Kalman, utilizando los valores de *A\_acel* y *gyro*, al final guarda el valor del ángulo filtrado en la variable *angle*.

**Figura IV-22.-Función del filtro Kalman.**

**Control law.-** Esta función realiza la ley de control deseada, dentro de ésta se realizaron 2 posibles leyes de control a elegir, la del controlador PID, Figura IV-23, y la del control en espacio de estados, Figura IV-24.

Para el controlador PID la salida es la variable  $u$ , la cual será enviada al control de velocidad.

**Figura IV-23.- diagrama de flujo del controlador PID.**

Para el control en espacio de estados se redujeron todas las operaciones hasta la mínima expresión, donde las operaciones solo son una multiplicación de constantes por las variables que representan los estados del sistema. Para este controlador la variable que será enviada a los controles de velocidad es la variable *Volt*.

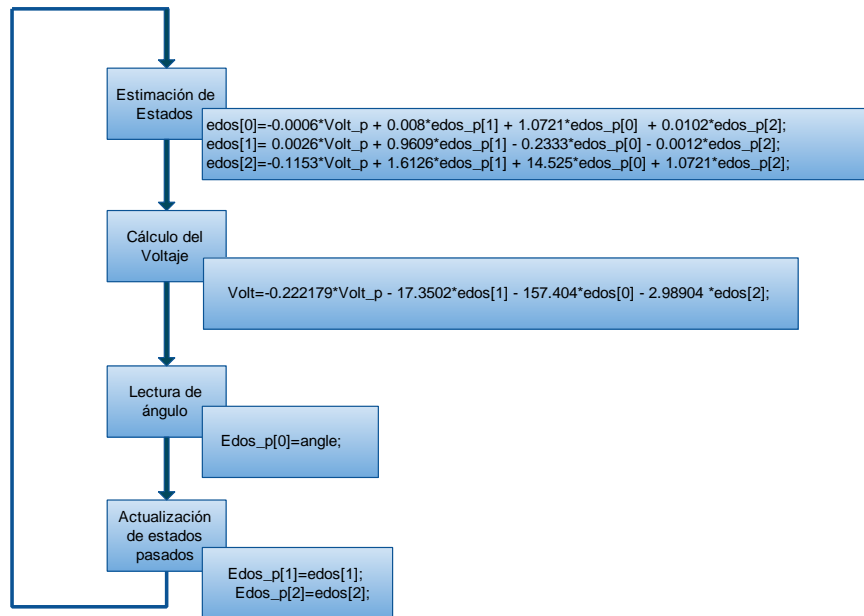


Figura IV-24.- Diagrama de flujo del controlador en espacio de estados.

*Send\_speeds*.- Esta función envía los valores calculados de la velocidad para los motores a su respectivo control de velocidad a través del protocolo I2C.

#### IV.3.4.ii. Control de velocidad.

Para el control de velocidad de cada motor se utilizó un microcontrolador 16f1829, de este microcontrolador se usaron las siguientes características:

- 2 módulos configurables para modulación por ancho de pulso.
- 1 pin de interrupción externa.
- Protocolo de comunicación I2C.
- Velocidad máxima de operación de 8MIPs.

Debido a que el controlador se diseñó con una carga constante en el vehículo, éste da un valor de voltaje que debe aplicarse a los motores para variar la velocidad de los llantas de acuerdo al ángulo de inclinación del vehículo. Sin embargo, el prototipo no tiene una carga constante, ya que ésta varía con el peso de cada pasajero, por lo que es necesario ajustar el voltaje que se le aplica a los motores para estos giren a la velocidad necesaria para estabilizar el vehículo.

Para esto se realizó el diseño de un control de velocidad para cada motor, el cual recibe del microcontrolador maestro el valor de la velocidad a la que deber girar los motores para estabilizar el vehículo.

El microcontrolador se encarga de aplicar el valor de voltaje, para que los motores giren a la velocidad deseada, teniendo como retroalimentación de la velocidad la lectura del encoder.

Para variar la velocidad del motor utilizando un controlador digital se utiliza la técnica de “modulación por ancho de pulso” o *pwm* por sus siglas en inglés (*pulse wide modulation*), ésta consiste en generar un tren de pulsos a una frecuencia constante y se modula el ciclo de trabajo de esta onda.

Este método hace que el voltaje aplicado al motor sea el máximo durante el tiempo en el que el ancho de pulso esta en alto y cuando la señal de *pwm* es el voltaje aplicado al motor es 0V.



**Figura IV-25.- Modulación por ancho de pulso.**

El ciclo de trabajo se define como el porcentaje del ancho de pulso entre el periodo, Figura IV-25, cuando el ciclo de trabajo se toma el valor de 100% es equivalente a aplicar el máximo voltaje al motor, por lo que éste girara a la máxima velocidad.

En la Figura IV-25, los ciclos de trabajo son A=16.6%, B=83.3% y C=50%, esto implica que el voltaje promedio aplicado al motor en los 3 casos serían el mismo porcentaje que el ciclo de trabajo respectivo.

Dentro de la función principal el microcontrolador se actualiza la velocidad de los motores. La lectura de la velocidad y la lectura del valor de referencia son realizadas por las interrupciones de cambio de estado en un pin y la interrupción por recepción de datos vía I2C respectivamente, para esto la configuración es:

- Se configura una interrupción en flanco de subida para leer el encoder.
- *Timer* 1 con una resolución de 125[ns].
- Se configura el módulo de modulación de ancho de pulso.
- Módulo SSP con interrupción por recepción de datos vía I2C.
- Velocidad del procesador a 8 Mega instrucciones por segundo.

Función principal, Figura IV-26.- En cuanto se activa la bandera “*update\_f*” se llama a la función del controlador PID y posteriormente a la función Motor que da la salida de *pwm* para el motor.

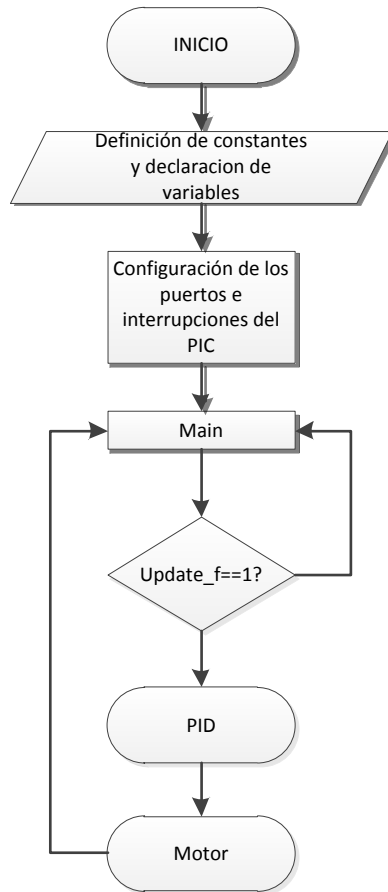
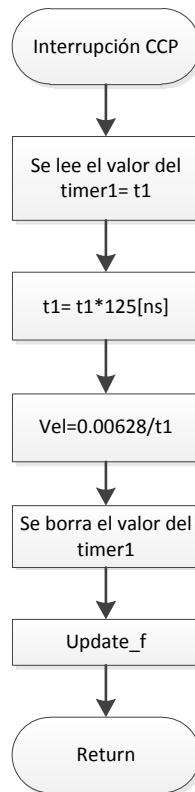


Figura IV-26.- Función principal.

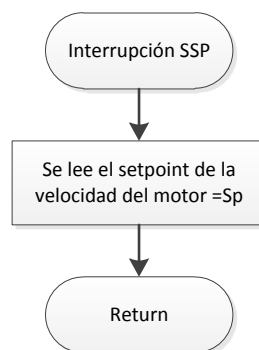
Interrupción CCP, Figura IV-27.- Esta interrupción ocurre cada que se detecta el flanco de subida del canal A del encoder. En esta función lee el valor del contador del *timer1* y lo multiplica por la resolución de este *timer* para obtener el tiempo que tardo entre un los pulsos del encoder.

Posteriormente se calcula la velocidad del motor en ese instante y se activa la bandera *update\_f*.



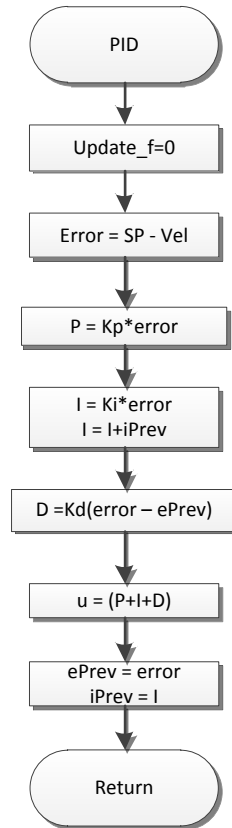
**Figura IV-27.- Interrupción del módulo CCP.**

Interrupción SSP, Figura IV-28.- Esta interrupción se encarga de leer los datos enviados por el microcontrolador maestro.



**Figura IV-28.- Interrupción SSP.**

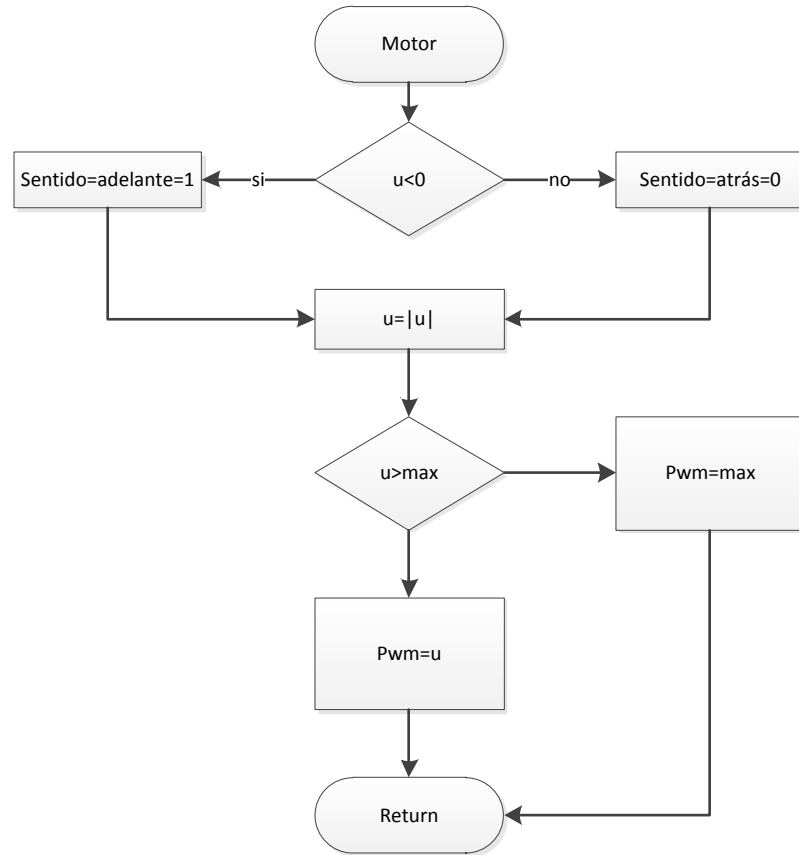
PID, Figura IV-29.- El controlador aplicado para ajustar la velocidad de los motores fue un controlador PID.



**Figura IV-29.- Diagrama de flujo del controlador PID para el control de velocidad.**

**Función Motor**, Figura IV-30.- Esta función se encarga de aplicar el valor obtenido del controlador PID al *pwm* de los motores. Debido a que al valor de *pwm* no puede ser negativo, primero se lee el signo y se asigna el sentido de giro a los motores y se obtiene el valor absoluto de la salida del controlador.

Considerando que el valor máximo del *pwm* es de 1023 se aplica una función de saturación para que si la salida del controlador, *u*, es mayor a 1023 esta es limitada a este valor.



**Figura IV-30.- Función para aplicar el valor del *pwm* a los motores.**

Debido a que toda la lógica del vehículo se realizó con microcontroladores, se requiere de una etapa de potencia que sea capaz de interpretar las señales digitales y generar el movimiento de los motores. La etapa de potencia del vehículo se describe a continuación.



### IV.3.5. Etapa de potencia.

En esta sección se describen los componentes utilizados para la etapa de potencia y el control de los motores.

Los motores seleccionados para el movimiento del vehículo son de 450W a 24V, para poder controlar estos motores fue necesario diseñar el driver que permitiera controlar la etapa de potencia de los motores con el uso de las señales digitales del microcontrolador.

La configuración utilizada para poder cambiar el sentido de giro de cada motor mediante señales digitales se llama puente H, Figura IV-31, es una configuración con 4 activadores, en este caso cuatro transistores del tipo *mosfets*.

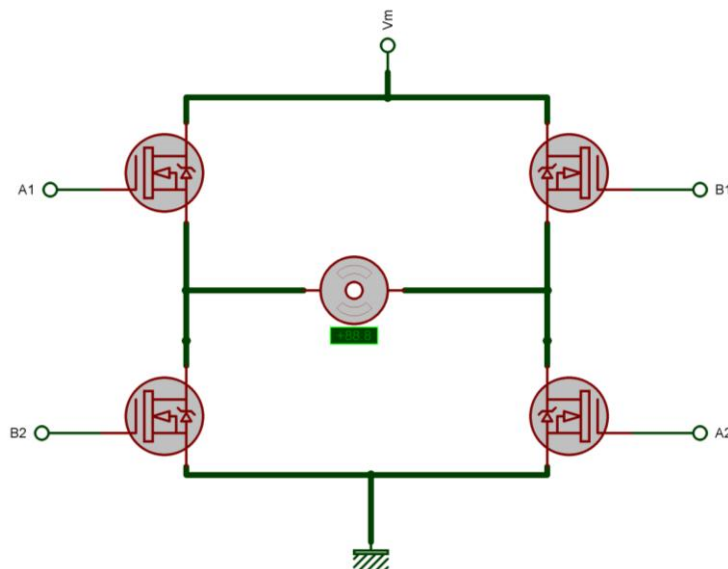
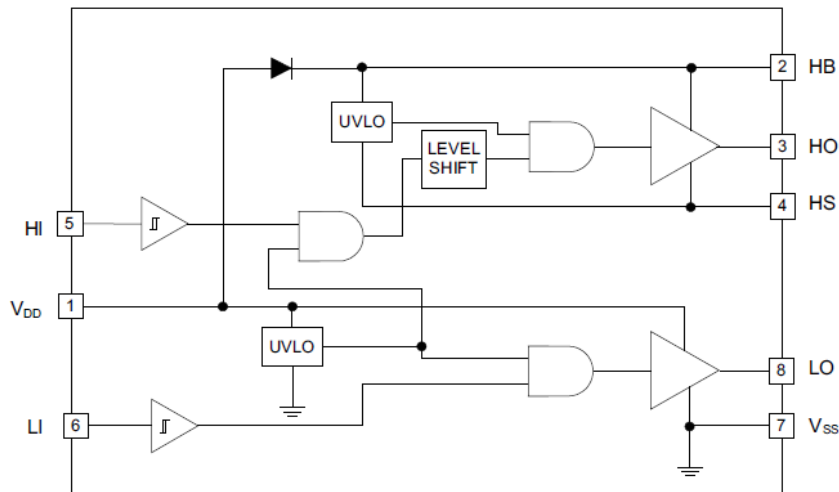


Figura IV-31.- Diagrama de un puente H.

El funcionamiento del puente H consiste en activar los 2 *mosfets* A al mismo tiempo mientras los *mosfets* B no conducen, de esta forma el motor girará en un sentido. Para que el motor gire en sentido contrario se activan los *mosfets* B mientras se desactivan los *mosfets* A. Es importante mencionar que no pueden activarse 2 *mosfets* de un mismo lado al mismo tiempo ya que estos producirían un corto circuito que podría dañar los componentes.

Los *mosfets* seleccionados, debido a su fácil adquisición, para realizar el driver fueron el modelo *Irf1405* en encapsulado *TO220*, el cual es capaz de soportar una corriente pico de 100 [A], por lo que es adecuado para esta aplicación.

Para activar los *mosfets* se requiere un voltaje de al menos 12V en el *gate*, para realizar la activación de éstos mediante la señal lógica proveniente del microcontrolador se utilizó el integrado UCC27211, Figura IV-32, este integrado es un driver para *mosfets* con la configuración de medio puente.



**Figura IV-32.- Diagrama funcional del driver UCC27211, [22].**

Este driver permite activar el *mosfet* de la parte superior del puente H, Ho, así como la parte inferior del mismo, LO, mediante señales lógicas TTL aplicadas en los pines Hi y Li, alimentando el integrado con un voltaje de 12V.

Una vez diseñados los circuitos a utilizar para el prototipo se procedió a realizar los circuitos impresos que se montaron el vehículo.

### **IV.3.6. Implementación de los circuitos.**

En esta sección se presentan los circuitos diseñados para la etapa de control y la etapa de potencia.

#### ***IV.3.6.i. Circuito de control maestro.***

La tarjeta del circuito de control contiene los siguientes componentes:

- Microcontrolador maestro 18F4550.
- Acelerómetro.
- Giroscopio.
- Módulo *Bluetooth*.
- Una barra de *leds*.
- Conexión para el programador del microcontrolador.
- Cristal de 4Mhz.
- Conectores para las salidas de I2C y alimentación del circuito.
- Resistencias.
- Capacitores.

**Figura IV-33.- Diagrama esquemático de la tarjeta maestra.**

**Figura IV-34.- Diseño del circuito impreso de la tarjeta maestra.**

**Figura IV-35.- Imagen de la tarjeta maestra.**

#### ***IV.3.6.ii. Circuito del control de velocidad.***

Se desarrolló la tarjeta para el circuito del control de velocidad y la etapa de potencia, cada tarjeta de control de velocidad contiene los componentes:

- Pic16F1829.
- 2 drivers UCC27211.
- 4 *mosfets* IRF1405.
- 1 regulador lp2950 a 5V.
- *Leds*.
- Conectores para las señales del encoder.
- Conectores de alimentación y comunicación i2C.
- Conector para un motor.

**Figura IV-36.- Diagrama esquemático de la tarjeta de control de velocidad.**

#### IV.3.7. Software de monitoreo.

Se diseñó y programó una herramienta de cómputo que permitiera conocer el estado de las variables en el vehículo y poder graficar éstas.

El software diseñado se comunica con un módulo inalámbrico *bluetooth* mediante el protocolo rs232 a una velocidad de 115200 bps, que es la máxima permitida por el módulo, a su vez este envía la información a otro módulo *bluetooth* que se encuentra en la tarjeta maestra.

Es posible seleccionar el puerto a usar para la comunicación con el vehículo, así como la velocidad de transmisión.

El software permite seleccionar entre 3 modos de uso dependiendo lo que se quiere monitorear.

##### IV.3.7.i. Modo hiperterminal

Este modo el software funciona como una hiperterminal para enviar y recibir datos vía RS232, los datos recibidos son mostrados en el cuadro de texto en formato ASCII, de la manera en que son recibido por el vehículo.

Este modo se utilizó para poder modificar las constantes de filtro y del controlador sin necesidad de reprogramar el microcontrolador o de apagar el circuito.

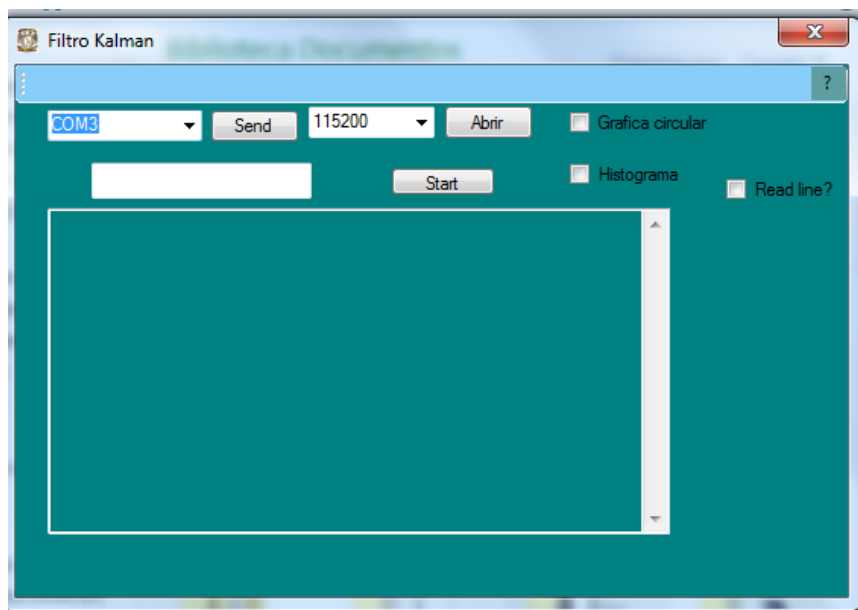


Figura IV-37.- Software en modo hiperterminal.

### IV.3.7.ii. Modo gráfica circular.

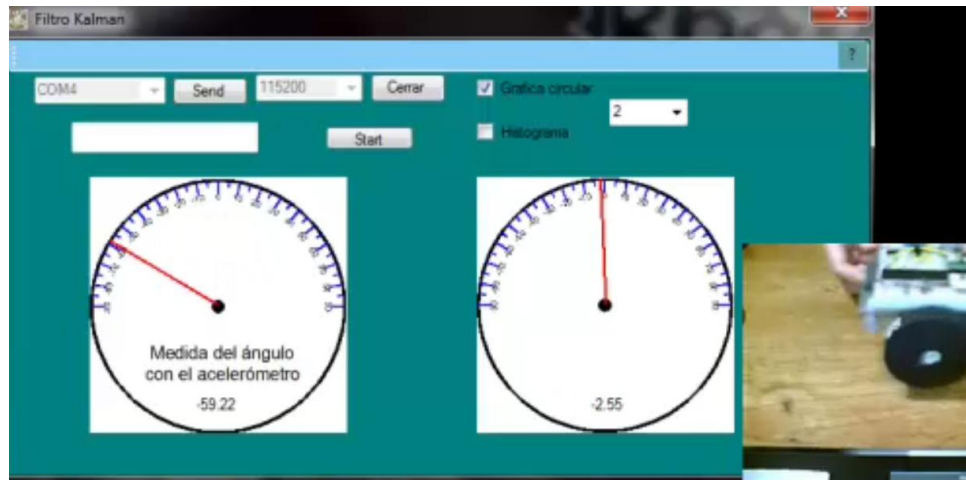
Para realizar la calibración y prueba del filtro Kalman se programó este modo que permite visualizar los datos de la medida de la inclinación en una gráfica del tipo radar.



Figura IV-38.- Software en modo de gráfica circular.

En este modo se puede comparar la medida de 2 mediciones del ángulo, tomadas del acelerómetro, giroscopio o filtro, en tiempo real, este modelo permitió comparar la medida filtrada del ángulo contra la medida obtenida con el acelerómetro.

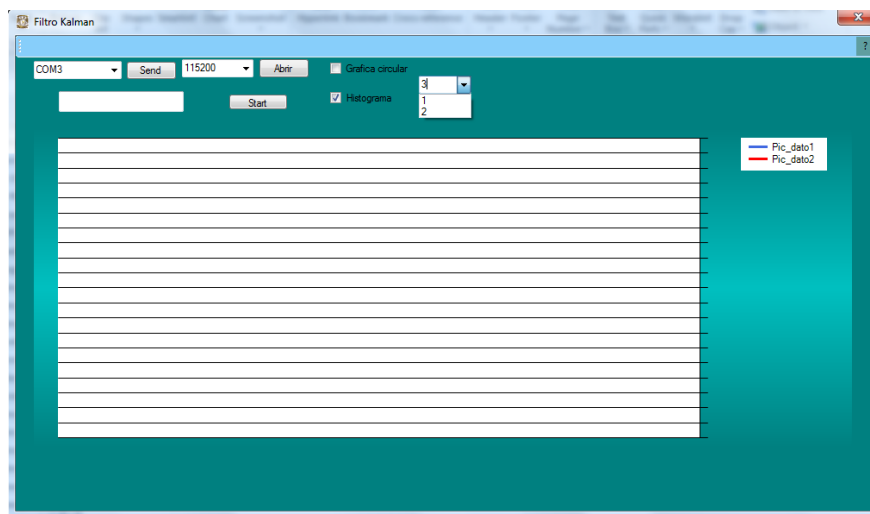
En la Figura IV-39 se muestra una captura de pantalla de un video donde se probó la respuesta de la medida del acelerómetro contra la medida filtrada ante vibraciones. Como se puede observar la medida filtrada se encuentra en un valor muy cercano a la posición del circuito, mientras que la señal del acelerómetro se encuentra errada debido a las vibraciones.



**Figura IV-39.- Comparación de la medida del ángulo con el acelerómetro, círculo izquierdo, contra la señal filtrada, círculo derecho.**

### *IV.3.7.iii. Modo histograma.*

En este modo se pueden graficar 2 o más señales enviadas por la tarjeta maestra en tiempo real en un plano cartesiano.



**Figura IV-40.- Tercer modo de uso del software de monitoreo.**

Los datos pueden ser mostrados con 2 escalas diferentes, esto permitió realizar la gráfica de la medida del ángulo y la salida del controlador en una misma gráfica para poder observar cómo era la respuesta del sistema ante la señal de control.

En la Figura IV-41 se muestra la gráfica obtenida del prototipo, la línea azul muestra la medida del ángulo, siendo su escala los valores de la izquierda, mientras que la línea roja muestra la salida del controlador con su escala a la derecha.

Los picos en 0 y la línea en valor de 434 de la gráfica del controlador son los instantes en que el vehículo se mantuvo estático debido a que se encontraba en el punto de equilibrio.

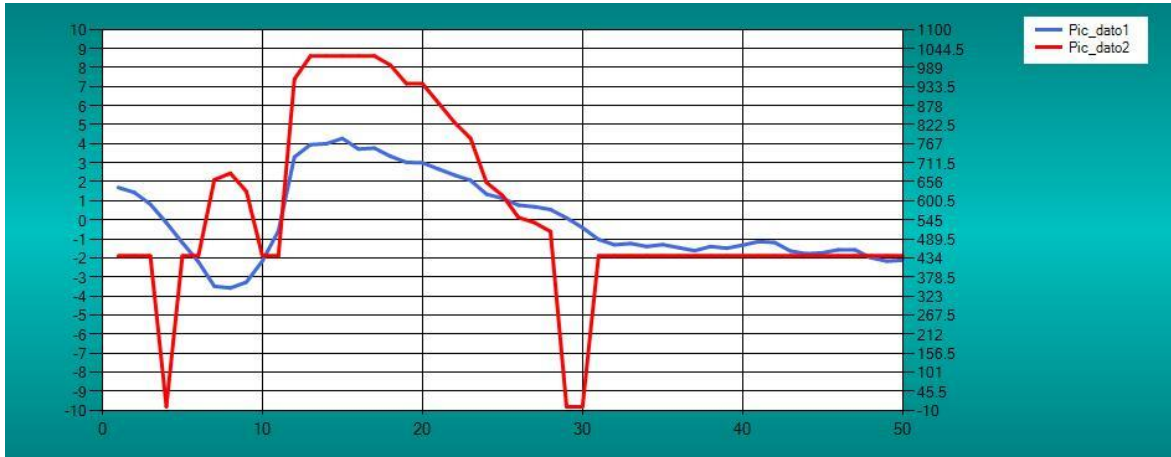


Figura IV-41.- Gráfica de la medida del ángulo y la salida del controlador.

## V. Conclusiones.

Al término del proyecto se concluyó satisfactoriamente el objetivo planteado en un inicio, obteniendo las conclusiones siguientes:

- Se implementaron satisfactoriamente 3 tipos de control al vehículo pudiendo estabilizarlo satisfactoriamente.
- El vehículo se encuentra en comunicación con una computadora haciendo uso de un módulo inalámbrico.
- Debido a que no se pudo hacer uso de un *driver* comercial para el control de los motores, se diseñó un *driver* que fuera capaz de suministrar la potencia necesaria para poder controlar los motores usando señales de control con valores lógicos.
- El valor de referencia del convertidor ADC debe ser fijo y no tener como referencia la fuente de alimentación, ya que al variar la fuente de alimentación por descarga de la batería, la medida en los sensores presenta errores. En este caso se fijó a 3.3V mientras que la alimentación era de 5V para la parte lógica.
- El uso del acelerómetro para medir la inclinación es una solución muy fiable pero sólo en sistemas estáticos, ya que en este sistema no fue posible medir la inclinación sólo con el acelerómetro debido a la susceptibilidad de éste al ruido mecánico, debido a las vibraciones.
- Aunque el modelo matemático que representa el sistema del péndulo invertido es no lineal fue posible estabilizarlo al linealizar el modelo cerca de un punto de equilibrio.



- El desarrollo y la implementación de este proyecto requirió de la integración de conocimientos de electrónica, diseño, control y programación, logrando un sistema mecatrónico funcional y con aplicación práctica.
- De los 2 tipos de controladores utilizados el controlador PID presentó una buena respuesta considerando que no se necesita el modelado de la planta para aplicarlo.
- La definición del tema desarrollado durante este trabajo fue impulsada por una iniciativa personal en el campo del diseño y desarrollo de nuevas tecnologías hacia una aplicación real que fuera capaz de satisfacer una necesidad real.
- Se aplicó la metodología de diseño centrado al usuario para obtener los requerimientos, lo cual brindó un mejor entendimiento de lo que los usuarios potenciales necesitan o quieren en un vehículo.
- La ubicación del centro de gravedad del vehículo fue un factor imprescindible para el diseño del vehículo, debido a que antes de intentar estabilizar el vehículo aplicado un controlador éste debe ser estable mecánicamente.
- Aunque existen otros vehículos que funcionan bajo el mismo principio, la retroalimentación de los usuarios mostró que la posición de manejo y la incomodidad que estos vehículos presentan después de un tiempo de uso, es un aspecto de gran importancia para que estos vehículos puedan ser considerados como una verdadera alternativa de transporte.
- Al dividir el desarrollo en diversos módulos fue posible ir desarrollando cada módulo independientemente.
- Aunque las dimensiones del prototipo permiten que éste pueda ser almacenado fácilmente el peso de las baterías y los motores impiden que sea fácil cargar el vehículo, por lo que para un diseño posterior se deben sustituir las baterías y motores por componentes equivalentes en potencia pero que reduzcan su peso.
- Aunque el prototipo es funcional aún se requiere de trabajo para que éste cumpla con medidas de seguridad para que el vehículo sea seguro ante colisiones o accidentes imprevistos.
- Actualmente el transporte está sufriendo un cambio conceptual, debido a que se están cambiando conceptos que anteriormente eran incuestionables, como el uso de energías más sustentables, reducción del volumen de los vehículos, transportes personales, etc.
- La sobrepoblación y la contaminación actual están forzando a la industria a buscar una mejora significativa en sus diseños y propuestas de movilidad.
- Este trabajo presenta una alternativa de transporte siguiendo la tendencia que existe hacia los transportes individuales para cortas distancias; la cual diversas compañías automotrices están desarrollando actualmente con prototipos en su mayoría.

## VI. Referencias

- [1] Datos de vehículos en circulación registrados en México por el INEGI  
[http://www.inegi.org.mx/lib/olap/consulta/general\\_ver4/MDXQueryDatos.asp?#Regreso&c=13158](http://www.inegi.org.mx/lib/olap/consulta/general_ver4/MDXQueryDatos.asp?#Regreso&c=13158).
- [2] Ingeniería de control moderna, Ogata, tercera edición.
- [3] Nota de aplicación de un control de péndulo invertido implementado en un pic  
<http://ww1.microchip.com/downloads/en/AppNotes/00964A.pdf>.
- [4] **Electric vehicle battery systems**, Sandeep Dhameja, Newnes.
- [5] **Electric Vehicle Technolog Explained**; James Larminie, Oxford Brookes University, Oxford, UK.
- [6] <http://www.segway.com/puma/>
- [7] **Design and Control of YAIP –an Inverted Pendulum on Two Wheels Robot** (2006). Johan A° kesson, Anders Blomdell and Rolf Braun; Munich, Germany.
- [8] **JOE: A Mobile, Inverted Pendulum**.(2002) Felix Grasser, Aldo D’Arrigo, Silvio Colombi.
- [9] **Development of the Two-Wheeled Inverted Pendulum Type Mobile Robot WV-2R for Educational Purposes**.(2009) Jorge Solis, Ryu Nakadate, Yuki Yoshimura, Yuichiro Hama, and Atsuo Takanishi; St. Louis, USA.
- [10] **Design of Inertial Navigation System Based on Micromechanical Gyroscope and Accelerometer** (2009). Qu Pingping, Fu Li, Zhao Xin.
- [11] **Study on the Control of a Two-wheeled Unstable Vehicle** (2009). Yanzhao Li, Shengli Qu, Jiahui Zhu, Jianqin Sun.
- [12] **Controller Design for Two-wheels Inverted Pendulum Mobile Robot Using PISMC** (2006). Nawawi S.W, Ahmad M.N, Osman J.H.S, Husain A.R and Abdollah M.F.
- [13] <http://bibdigital.epn.edu.ec/bitstream/15000/1794/1/CD-2772.pdf>
- [14] [http://coecl.ece.illinois.edu/ge423/spring04/group9/objectives\\_sensors.htm](http://coecl.ece.illinois.edu/ge423/spring04/group9/objectives_sensors.htm)
- [15] **Robot Gizmo**, <http://justinm.com/category/gizmo>
- [16] **Explicación del filtro Kalman**. <http://web.mit.edu/scolton/www/filter.pdf>
- [17] **nBot balancing robot**. <http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/>
- [18] **Tesis de Alfredo Mariscal**.
- [19] **Tesis de Hugo Vargas**.
- [20] **Tesis de Ingrid Ibarra**.
- [21] **Hoja de especificaciones del driver para los mosfets.-**  
<http://www.ti.com/product/ucc27211>
- [22] **Hoja de especificaciones de los mosfets usados.-**

[http://www.redrok.com/MOSFET\\_IRF1405\\_55V\\_169A\\_5.3mO\\_Vth4.0\\_TO-220.pdf](http://www.redrok.com/MOSFET_IRF1405_55V_169A_5.3mO_Vth4.0_TO-220.pdf)

## VII. Anexos.

### VII.1. Filtro Kalman

Para discriminar los errores causados por cada dispositivo, se hace uso de un filtro digital denominado Filtro Kalman.

El filtro Kalman se utiliza en sistemas dinámicos para poder reducir el ruido de las mediciones, combinando las lecturas del acelerómetro y la integral de la lectura del giroscopio se logra tener una medición más precisa del ángulo del vehículo.

Para poder aplicar el filtro a un sistema éste debe estar expresado en variables de estado y teniendo una lectura  $z$  del sistema.

$$x_k = Ax_{k-1} + Bu_k + w_{k-1} \rightarrow 3$$

$$z_k = Hx_k + v_k \rightarrow 4$$

Donde:

$x \rightarrow$  Vector de estados.

$k \rightarrow$  Tiempo, numero de muestra.

$z \rightarrow$  Variable observada del sistema.

$u \rightarrow$  Vector de entrada.

$v \rightarrow$  Ruido en la medición.

$w \rightarrow$  Error en los cálculos.

$A, B, H \rightarrow$  Matrices para representar al sistema.

La matriz A es la relación que existe entre los estados presentes,  $k$ , y los estados pasados,  $k-1$ ; la matriz B relaciona la entrada con el estado presente y la matriz H es la que proporciona los valores para el cálculo del observador en términos de los estados presentes.

Los vectores  $w$  y  $v$  representan el ruido que se puede percibir en el sistema, a estos vectores se asociarán matrices de covarianza  $Q$  y  $R$  que ayudan a reducir estos errores y tener una medida más fiel a la realidad.

## VII.2. Controlador PID.

Este controlador combina las ventajas de los controladores proporcional, integral y derivativo, siendo éste uno de los tipos de controladores más utilizados para propósitos generales en sistemas lineales.

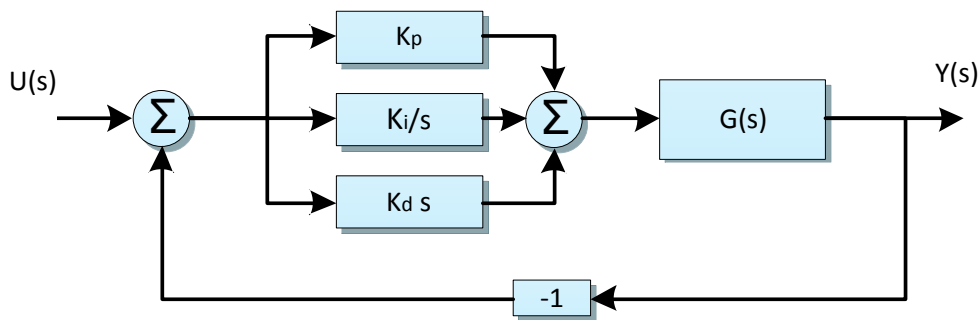


Figura VII-1.- Ley de control de un controlado PID.

La acción de control proporcional está dada por una ganancia que multiplica a la señal de error, es decir:

$$P(s) = K_p$$

Donde:

$P(s)$  → Es la función de transferencia de un controlador proporcional.

$K_p$  → Es la ganancia asociada a este controlador.

El control integral proporciona una salida que es proporcional al error acumulado, su función de transferencia está representada por:

$$I(s) = \frac{K_i}{s}$$

Donde:

$P(s) = K_i$  → Es la ganancia del control integral.

Este controlador tiene la ventaja de que elimina el error en estado permanente, sin embargo la respuesta del sistema se vuelve más lenta debido a la acumulación del error en el estado transitorio.

La señal de control derivativa es proporcional a la derivada de la señal de error:

$$D(s) = K_d s$$

Esta última señal de control ayuda a acelerar la señal de control, y reducir el tiempo del estado transitorio, sin embargo debido a que se aplica la derivada al error, también se puede amplificar el ruido de las mediciones y provocar una saturación en la señal de control.

La función de transferencia completa del controlador PID queda de la siguiente manera:

$$PID = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s$$

### **VII.3. Encuesta.**

Esta encuesta tiene como objetivo obtener datos e información para el diseño de un vehículo que represente una mejor opción para los usuarios.

Se muestran a continuación imágenes de vehículos mencionados en la presente encuesta.

#### **Bicicleta.**



#### **Cuatrimoto.**



#### **Motocicleta.**



#### **Segway.**



#### **Tandem.**



## Go kart.



1. ¿Cuáles de los siguientes vehículos ha usado? (Se puede seleccionar más de uno).

- Bicicleta.  Tandem.  Cuatrimoto.  
 Motocicleta.  Segway.  Go Kart.

Otro (especifique)

2. Prefiero los vehículos:

- Motorizados (Motocicleta, motoneta, autos).  
 Eléctricos.  
 De propulsión humana (Bicicleta).  
 Híbridos.

3. Prefiero los vehículos:

- Que no generen emisiones contaminantes.  
 Que simplemente satisfagan mis necesidades de transporte.

4. ¿Usa automóvil propio para transportarse?

- Sí.  No.  En ocasiones.

5. ¿Le gusta usar vehículos que generen un esfuerzo físico?

- Sí.  No.  En ocasiones.



**6. ¿Al usarlos(los vehículos de esfuerzo humano), con qué fines lo hace?**

- |                                      |                                  |
|--------------------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/> Transporte.    | <input type="radio"/> Deporte.   |
| <input type="radio"/> Esparcimiento. | <input type="radio"/> No aplica. |

**7. ¿Si los usa con fines de transporte, preferiría usar un vehículo que no le canse?**

- |                           |                                  |
|---------------------------|----------------------------------|
| <input type="radio"/> Sí. | <input type="radio"/> No sé.     |
| <input type="radio"/> No. | <input type="radio"/> No aplica. |

**8. ¿Cuáles son los motivos por los cuales no adquiriría un auto que contamine muy poco o no contamine?**

- Son caros.
- Son lentos
- No estoy muy interesado sobre la ecología.
- Tienen un rendimiento bajo.

Otro (especifique)

**9. Para cada vehículo mostrado marque las cinco características positivas que considere más importantes (Si no ha usado o conoce alguno, marque las características más importantes que imagine según su apariencia).**

	Bicicleta	Motocicleta	Cuatrimoto	Segway	Tandem	Go Kart
<b>Tiene un bajo costo.</b>						
<b>No Contamina.</b>						
<b>Es fácil de conducir.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Es cómodo.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>No me cansaría manejarlo.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Tiene un tamaño adecuado.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Tendría buen acceso a espacios reducidos.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Es para todo terreno.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Es novedoso.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Lo puede usar cualquier persona.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Tiene una velocidad adecuada.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Es seguro usarlo.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Es divertido usarlo.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Marque si estaría dispuesto a comprarlo.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

10. Para cada vehículo mostrado marque las cinco características negativas que considere más relevantes (Si no ha usado o conoce alguno, marque según imagine por su apariencia).

	Bicicleta	Motocicleta	Cuatrimoto	Segway	Tandem	Go kart
Tiene un alto costo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Contamina.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es difícil de conducir.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es incómodo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Me cansaría manejarlo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es muy grande o muy pequeño.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
No tendría buen acceso a espacios reducidos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
No es para todo terreno.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
No es novedoso.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
No lo puede usar cualquier persona.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es muy rápido o muy lento.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es inseguro usarlo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Es aburrido usarlo.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**11. ¿De tener oportunidad de rentarlo, cuánto pagaría por una hora de uso?**

<b>Bicicleta.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Motocicleta.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Cuatrimoto.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Segway.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Tandem.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Go Kart.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**12. Cuántas veces usted se traslada por semana para:**

	<b>No aplica</b>	<b>1 a 5</b>	<b>6 a 10</b>	<b>11 en adelante</b>
<b>Trabajo.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Escuela.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Compras.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Asuntos personales.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Visitas sociales.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Médico.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**13. ¿Cuántas veces por semana viaja usted por los medios de transporte mostrados?**

	<b>No Aplica</b>	<b>Menos de 5</b>	<b>5 a 9</b>	<b>10 o mas</b>
<b>Auto (conduciendo solo).</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Auto (compartiendo el viaje).</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Bicicleta.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Caminando.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Transporte público.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**14. ¿Qué grado de problemática implican para usted las siguientes situaciones?**

	<b>No tengo problema</b>	<b>Hay ligero problema</b>	<b>Tengo problema</b>	<b>Tengo mucho problema</b>
<b>El tiempo que espera su transporte</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Llegar puntualmente a actividades</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

	No tengo problema	Hay ligero problema	Tengo problema	Tengo mucho problema
<b>programadas</b>				
<b>Costo de transporte.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Costo de gasolina.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Comodidad de su transporte.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Seguridad en su transporte.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Congestión vial.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
<b>Contaminantes que género.</b>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

15. ¿Tiene alguna dificultad que le impida manejar un vehículo?

Si

No

16. Seleccione según el grado de importancia que tienen para usted las siguientes características:

	Sin importancia	Poco importante	Importante	Muy importante
Comodidad.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Versatilidad (varios usos).	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Tamaño del espacio interior.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Gasto de combustible.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Modelo reciente.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Ecológico.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Seguridad.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Económico.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Velocidad.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Facilidad de Manejar.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
Que sean bonitos.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

17. ¿Estaría dispuesto a usar un vehículo eléctrico?

- Sí  No

18. ¿Si su respuesta fue no especifique por qué?

19. ¿Cuánto estaría dispuesto a pagar por un vehículo para una o dos personas, que no contamine y que además realice las mismas funciones de su actual automóvil?

- Menos de \$10,000  De \$20,000 a \$30,000  
 De \$10,000 a \$20,000  De \$30,000 a \$50,000  
 De \$10,000 a \$20,000  Más

**20. ¿Cuál es su edad?**

- |   |   |
|---|---|
| <input type="radio"/> Menor de 18 años. | <input type="radio"/> De 46 a 60 años.  |
| <input type="radio"/> De 19 a 30 años.  | <input type="radio"/> Mayor de 60 años. |
| <input type="radio"/> De 31 a 45 años.  |   |

**21. ¿Estudia o trabaja?**

- |                                |                                |  |
|--------------------------------|--------------------------------|--|
| <input type="radio"/> Estudio. | <input type="radio"/> Trabajo. | <input type="radio"/> No estudio ni trabajo. |
|--------------------------------|--------------------------------|--|

**22. ¿Cuál es su máximo grado de estudios?**

- |                                   |                                     |                                 |
|-----------------------------------|-------------------------------------|---------------------------------|
| <input type="radio"/> Primaria.   | <input type="radio"/> Bachillerato. | <input type="radio"/> Posgrado. |
| <input type="radio"/> Secundaria. | <input type="radio"/> Licenciatura. |                                 |

**23. ¿Cuál es su género?**

- |                                |                                 |
|--------------------------------|---------------------------------|
| <input type="radio"/> Femenino | <input type="radio"/> Masculino |
|--------------------------------|---------------------------------|

**24. ¿Cuál es el ingreso mensual en su familia?**

- Menos de \$5000
- De \$5000 a \$10 000
- De \$10 000 a \$15 000
- De \$15 000 a \$20 000
- De \$20 000 a \$30 000
- Más de \$30 000

#### VII.4. Resultados de la encuesta.

En este anexo se presentan las gráficas correspondientes a los resultados de la encuesta mostrada en el anexo VII.3.

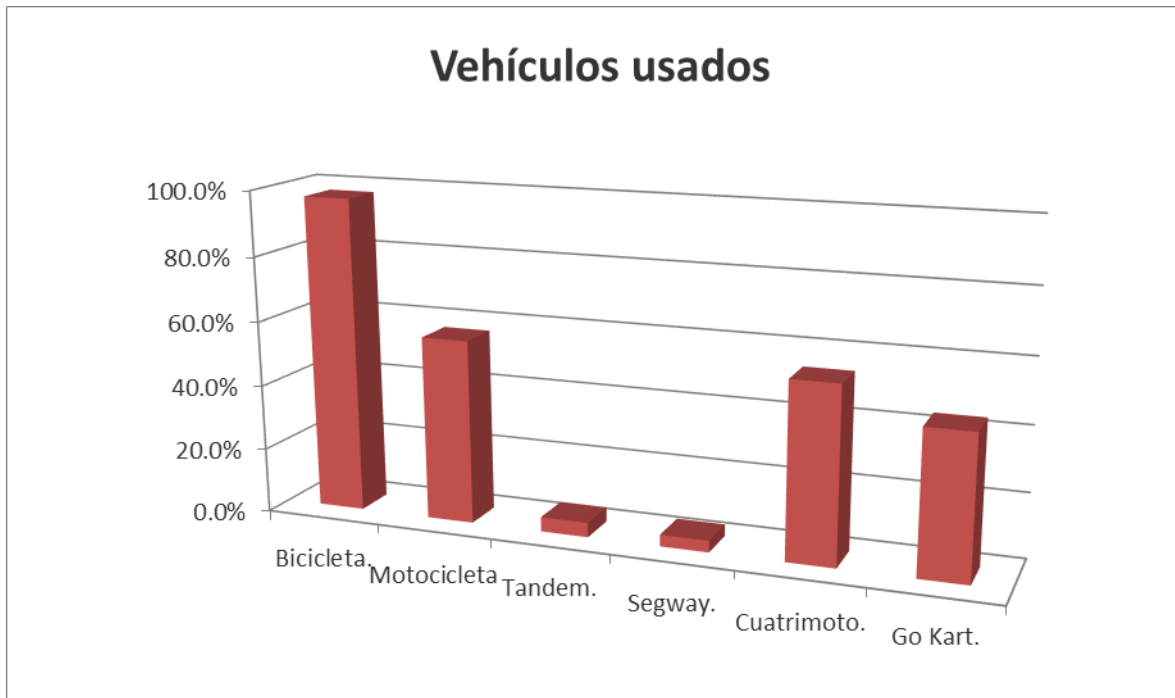


Figura VII-2.- Conocimiento y uso de vehículos en el mercado.



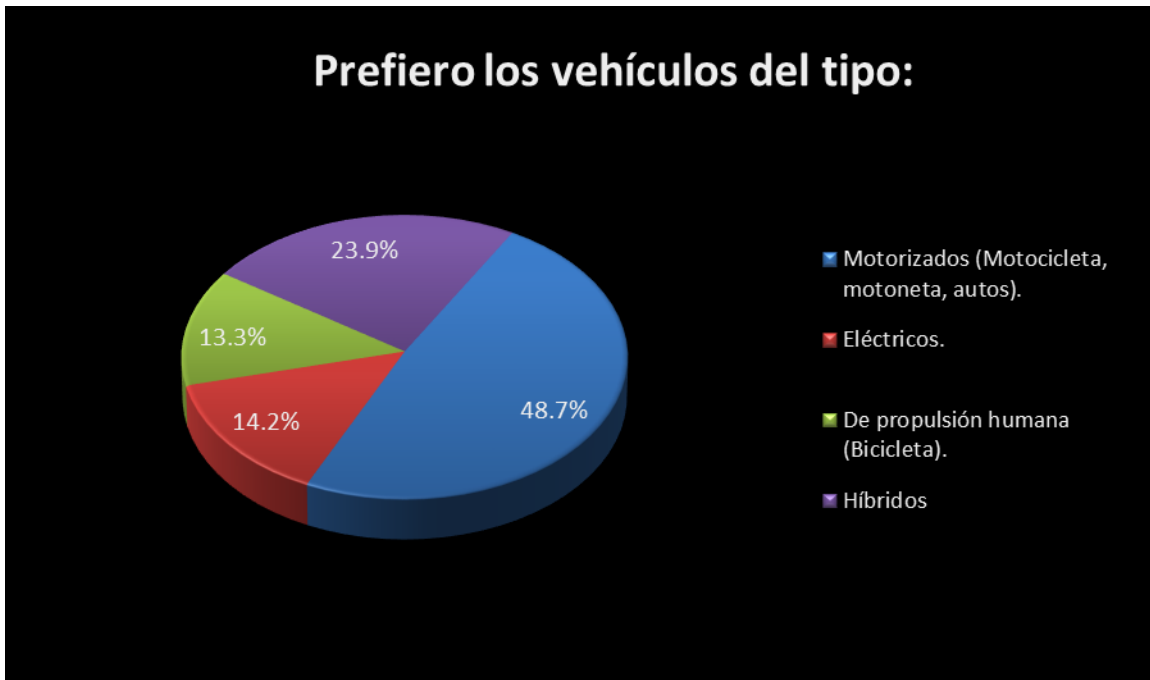


Figura VII-3.- Preferencia por vehículos en el mercado.

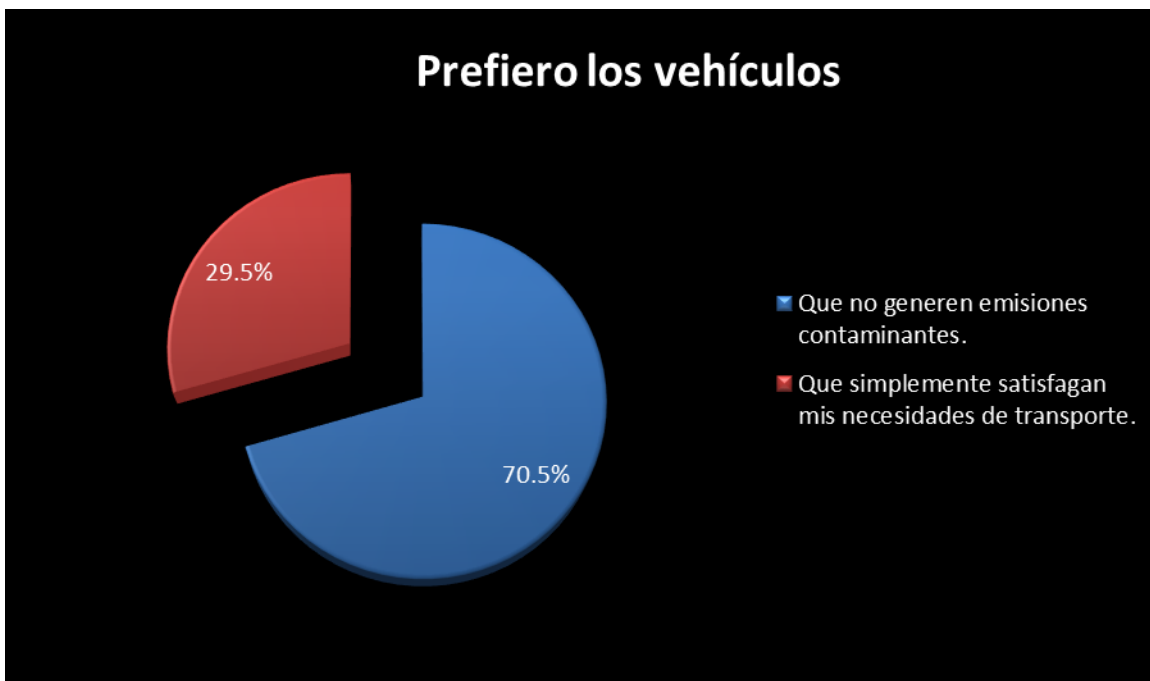


Figura VII-4.- Conciencia ecológica.

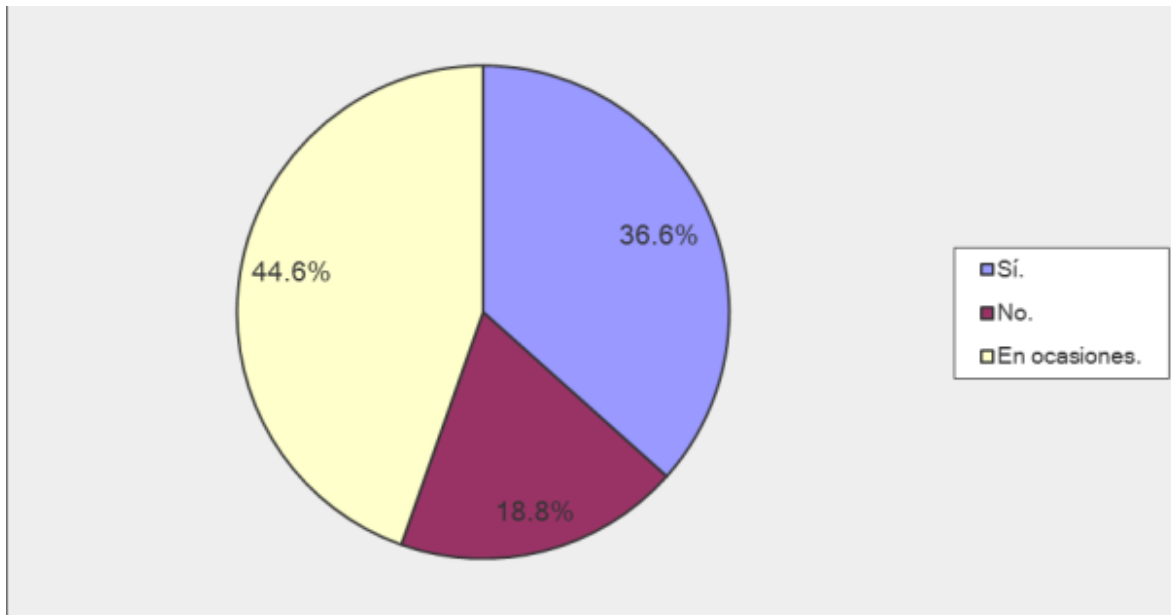


Figura VII-5.- Frecuencia del uso de vehículos que requieren de esfuerzo físico.

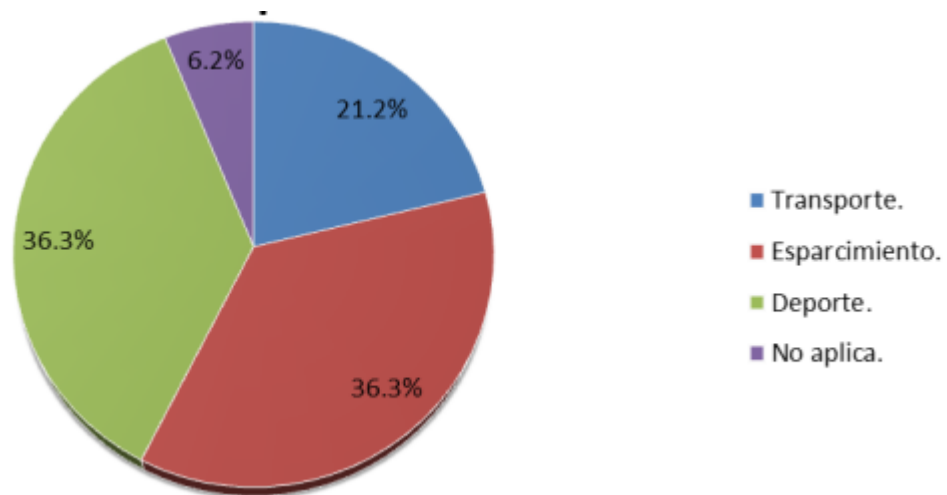


Figura VII-6.- Finalidad con la que usan vehículos que requieren esfuerzo físico para funcionar.

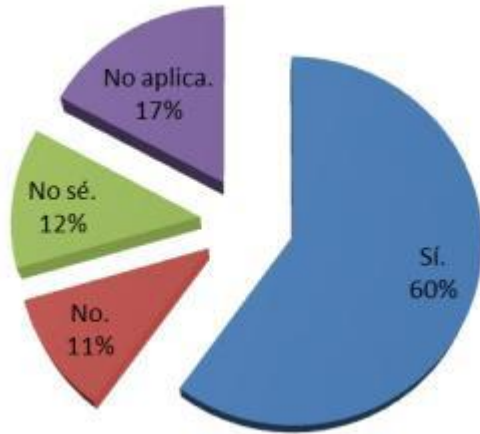


Figura VII-7.- Preferencia de los usuarios por vehículos que no generen cansancio durante su uso



Figura VII-8.- Percepción sobre vehículos poco contaminantes.

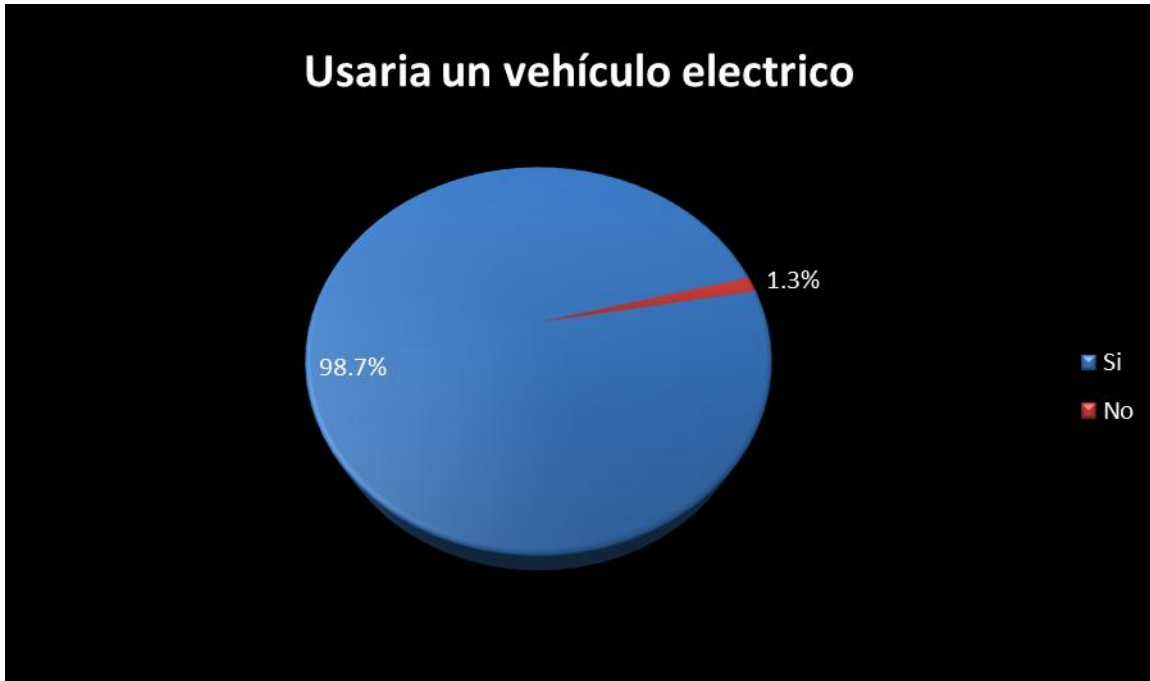


Figura VII-9.- Aceptación hacia los vehículos eléctricos.

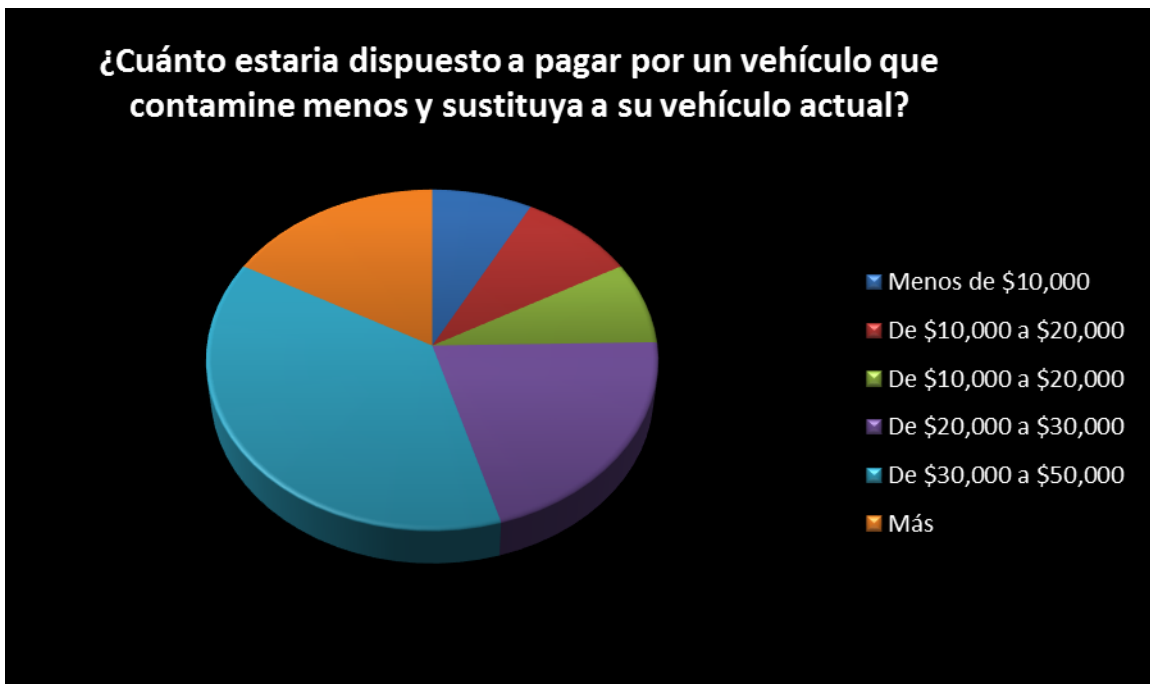


Figura VII-10.- Disposición de los usuarios a pagar por vehículos sustentables.

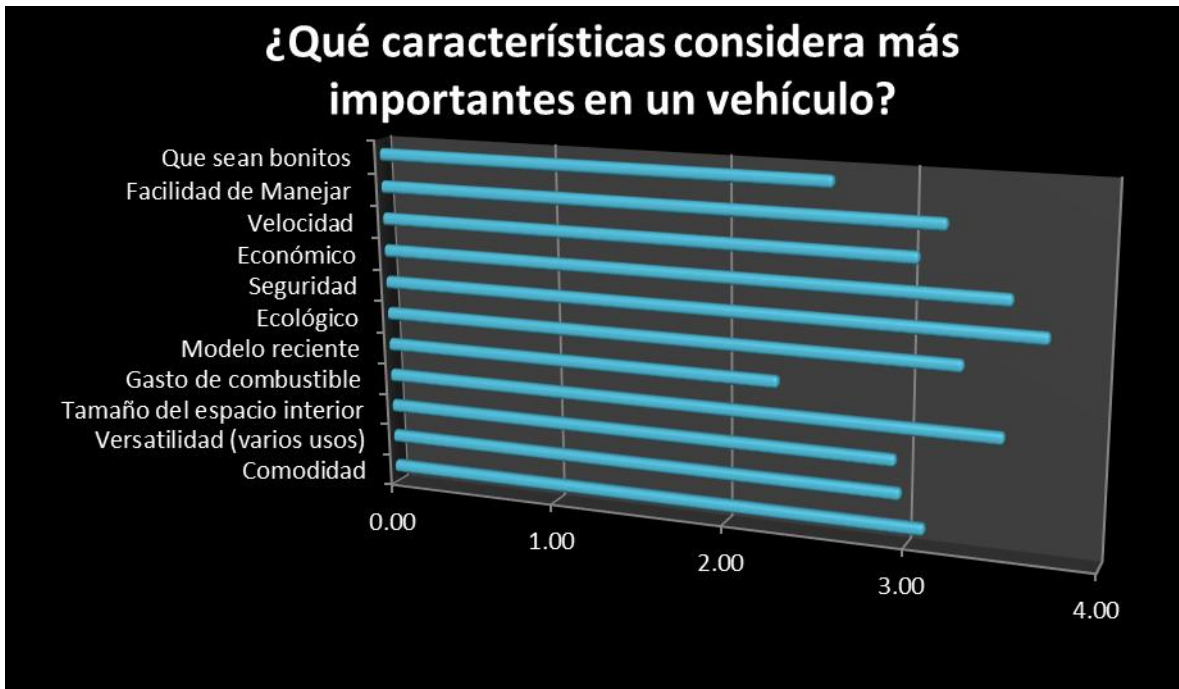


Figura VII-11.- Características de un vehículo consideradas más importantes por los usuarios.



Figura VII-12.- Datos sobre las actividades de los usuarios.

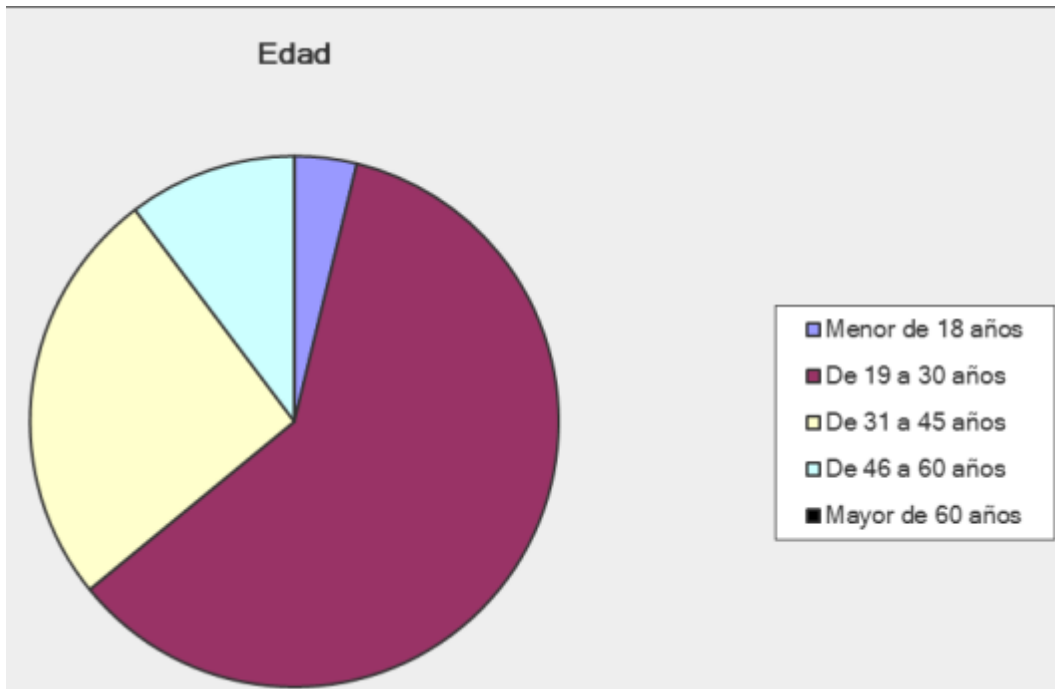
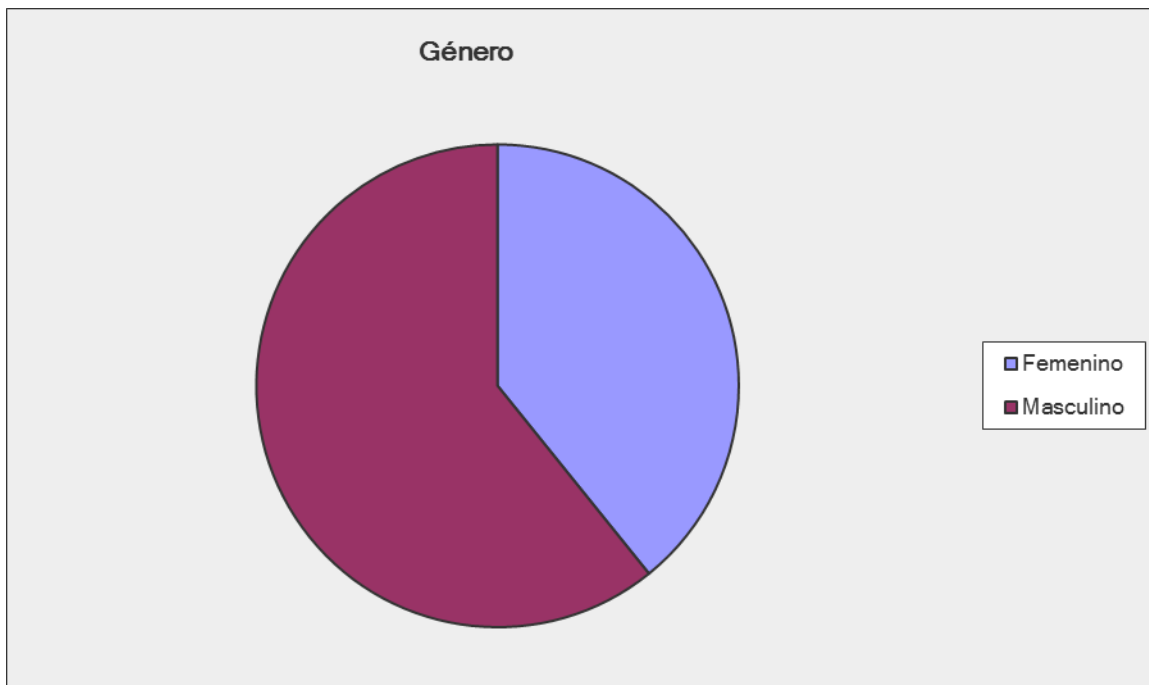


Figura VII-13.- Edades de los encuestados.



Figura VII-14.- Grado de estudios de los encuestados.



**Figura VII-15.- Género de los encuestados.**