

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

## ACTUACIÓN DE UN DEDO ANTROPOMÓRFICO MECATRÓNICO

### T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:

### **INGENIERO EN MECATRÓNICA**

P R E S E N T A:

### PEDRO ENRIQUE ÁVILA HERNÁNDEZ



DIRECTOR DE TESIS: DR. VÍCTOR JAVIER GONZÁLEZ VILLELA MÉXICO, D.F. 2012



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

#### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# 2012

## Actuación de un Dedo Antropomórfico Mecatrónico (DAM)



Pedro Enrique Ávila Hernández Universidad nacional Autónoma de México Facultad de Ingeniería 02/08/2012

## Agradecimientos

A ti que estuviste allí cada noche y cada día, a ti que me brindaste tu apoyo no sólo económico sino también moral y espiritual, a ti quien se preocupó por mí en cada desvelo, quien me dio consuelo al irse a dormir y me reanimo al despertar y seguir mirándome trabajar. A ti quien me regalo su sonrisa en cada triunfo y que me escucho sin juzgarme cuando fracasé. A ti cuyos regalos siempre fueron enseñanzas. Gracias Mamá.

A ustedes que celebraron cada triunfo que les platiqué, que se maravillaron con mis proyectos, que me vieron enojado, feliz, somnoliento, triste, alegre, preocupado, sonriente. A ustedes que pese a que me veían lleno de tareas siempre me llamaban a cenar y me invitaban a jugar. Gracias Arturo y César.

A ustedes mis amigos, quienes vivieron conmigo los proyectos, los exámenes, lo momentos de confusión y gozo. A ustedes, quienes más allá de ser compañeros de equipo, compartieron sus intereses y tiempo conmigo. Ustedes quienes me explicaron cosas que yo no entendía. Gracias porque con ustedes no sólo trabaje, con ustedes reí y aprendí lo que significa que alguien que no es de tu familia, te tienda la mano en los momentos más difíciles.

Gracias por el apoyo brindado por la DGAPA, UNAM, a través del proyecto PAPIIT IN115811, con título: "Investigación y desarrollo en sistemas mecatrónicos: robótica móvil, robótica paralela, robótica híbrida y teleoperación" durante la realización de este trabajo; al Programa de Becas para la Educación Superior Convocatoria 2011 de la Secretaria de Educación Pública (SEP).

Así mismo, se agradece el apoyo brindado, a lo largo de mi carrera universitaria y durante la realización de este trabajo, a la Fundación TELMEX.

## Índice

Introducción1
Capítulo 1. Antecedentes
1.1 Análisis de la arquitectura mecánica de la mano humana: deformación palmar por arcos flexibles y extensión activa
1.2 Análisis de la estructura mecánica del dedo meñique humano
<mark>1.2.1</mark> Análisis de las dimensiones de los 4 huesos5
1.2.2 Análisis de las articulaciones6
1.3 Revisión del estado del arte9
1.4 Clasificación de los dedos robóticos de acuerdo a la ubicación de sus actuadores11
1.4.1 Actuadores localizados dentro del dedo o metacarpiano
1.4.2 Actuadores fuera del dedo o metacarpiano11
1.5 Configuraciones de los sistemas de transmisión basados en tendones
Capítulo 2. Simplificaciones y antropomorfismo en las medidas de los eslabones y juntas del DAM 14
2.1 Simplificaciones
2.2 Antropomorfismo
Capítulo 3. La estructura mecánica del DAM y el sistema de transmisión-actuación
3.1 El sistema de transmisión y el diseño de la estructura mecánica
3.2 Las juntas del DAM: número de actuadores, sistema de transmisión y la configuración de
3.2.1 La junta CIVIC
3.2.2 La junta MCP.
3.2.3 La junta PIP
<mark>3.2.4</mark> La junta DIP
Capítulo 4. Modelado matemático
4.1 Nomenclatura21
4.2 Modelado cinemático directo por medio del método Denavit-Hartenberg modificado 22
<mark>4.2.1</mark> Obtención del vector dinámico de posición23
4.2.2 Orientación de un vector <i>nV</i> con sistema local <i>xn</i> , <i>yn</i> , <i>zn</i> al sistema <i>xi</i> , <i>yi</i> , <i>zi</i>

<ul> <li>4.2.3 Referencia de un vector dinámico de posición <i>nVDinPos</i> con sistema local <i>xn</i>, <i>yn</i>, <i>zn</i></li> <li>al sistema <i>xi</i>, <i>yi</i>, <i>zi</i></li></ul>
4.2.4 Pasos para efectuar el modelado directo de posición
4.3 Modelado cinemático directo del DAM26
4.4 Modelado de los tendones
4.5 Relación matemática entre la longitud del tendón y la posición angular del servomotor 31
4.6 Modelado de los puntos en donde inicia o termina un segmento de tendón
<mark>4.6.1</mark> Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local <b>x1</b> , <b>y1</b> , <b>z1</b>
4.6.2 Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local x2, y2, z2
4.6.3 Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local x3, y3, z3
4.6.4 Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local x4, y4, z4
4.7 Calculo de las longitudes de los tendones del DAM
4.7.1 Cálculo de la longitud <i>LTendExtMCP</i> , del tendón TendExtMPC extensor de la junta MCP
<mark>4.7.2</mark> Cálculo de la longitud variable <i>LTendAAFDMCP</i> , del tendón TendAAFDMCP abductor/ aductor /flexor Derecho de la junta MCP41
4.7.3 Cálculo de la longitud <i>LTendAAFIMCP</i> , del tendón TendAAFIMCP, abductor/ aductor /flexor Izquierdo de la junta MCP43
<mark>4.7.4</mark> Cálculo de la longitud <i>LT endFlexPIP</i> del tendón TendFlexPIP, Flexor de la junta PIP 45
4.8 Ecuaciones matemáticas que relacionan las posiciones angulares de los actuadores con las coordenadas articulares del DAM
f4.8.1 Ecuación matemática entre la posición angular $m heta s1$ del Actuador 1 con la coordenada articular $m heta 1$ 48
4.8.2 Ecuaciones matemáticas que relacionan las posiciones angulares de los actuadores con las coordenadas articulares del DAM por medio de las longitudes de los tendones
4.9 Diseño y modelado del mecanismo de cuatro
4.10 El servomotor: relación entre el ancho de pulso de su señal de control y su posición angular 
Capítulo 5. El sistema de comunicación y la descripción del programa principal58
5.1 El microcontrolador como nexo entre la computadora y los actuadores: la comunicación y la trama de comunicación

5.2 Descripción general del programa Dedo Antropomórfico Mecatrónico
5.2.1 Inicio y configuración de la comunicación SERIAL62
5.2.2 Matriz de orientación y vector dinámico de posición
5.2.3 $ heta 5 = f( heta 4)$ , a partir de las ecuaciones de Freudenstein62
<mark>5.2.4</mark> Cinemática directa63
5.2.5 Vectores que señalan el punto de inicio o fin de un segmento de tendón
<mark>5.2.6</mark> Cálculo de longitud de tendones63
5.2.7 Cálculo de las posiciones para los servomotores63
5.2.8 Conversión de las posiciones angulares de los servomotores a su equivalente en microsegundos y descomposición de estos últimos en parejas de dígitos
5.2.9 Programación de la simulación, interfaz con el usuario, formación y envío de la trama de datos al microcontrolador
<mark>5.2.10</mark> Interfaz con el usuario64
<mark>5.2.11</mark> Fin de comunicación SERIAL65
<mark>5.2.12</mark> Calculo de longitudes iniciales65
Capítulo 6. Resultados
66.1 Resultados del sistema mecánico estructural66
69 6.2 Resultados del sistema de transmisión-actuación
6.3 Resultados del sistema de comunicación70
6.4 Resultados de la integración70
Capítulo 7. Conclusiones
Referencias
<mark>A)</mark> Bibliografía
B) Fuentes electrónicas
Apéndice A. Programa para el microcontrolador ATMEGA328 en ambiente ARDUINO
Apéndice B. Diagrama de conexiones n entre los servomotores, la placa ARDUINO y la PC84
Apéndice C. Programa: Dedo Antropomórfico Mecatrónico
Apéndice D. Las ecuaciones de Freudenstein a partir de la ecuación de lazo del mecanismo de cuatro barras del DAM
Apéndice E. Programa para el diseño, modelado y resolución del mecanismo de 4 barras 105
Apéndice F. Planos del DAM 111

## Introducción

En las últimas décadas se han desarrollado una gran variedad de manos robóticas inspiradas en las capacidades y forma de la mano humana. Alta flexibilidad operativa, capacidad de aprehensión, manipulación y reorientación de objetos de diferentes formas y tamaños, son algunas de las características que permiten a una mano robótica tener una destreza potencialmente comparable a la de la mano humana.

En general, son instaladas al final de un brazo robótico como un efector final ya que son ideales para realizar movimientos precisos, certeros y finos, minimizando así los movimientos que tendría que realizar el mismo brazo en el que se encuentra montado en caso de contar con otro efector final. El número de formas que pueden sujetar es mayor, lo cual reduce la necesidad de utilizar otros efectores finales para realizar diferentes tareas. Entre las principales características que los diseños han buscado alcanzar se encuentran un alto grado de modularidad, bajo peso y desarrollo de fuerzas similares a las de la mano humana.

Eventualmente, las manos robóticas pueden suplantar labores humanas cuya ejecución implica peligro, riesgo o monotonía, tal es el caso de la exploración espacial, procesos de manufactura y de automatización. Se integran como herramienta en la enfermería y sistemas de cuidado. Así mismo abren la posibilidad de aplicaciones en prótesis y en robots de convivencia.

En la actualidad se buscan desarrollar manos cuya palma sea flexible. Esta característica les permite, por un lado, ampliar su superficie de contacto con grandes volúmenes, y por otro, su campo de sujeción y manipulación [7]. Debido a este hecho se ha vuelto necesario ya no sólo diseñar la estructura y articulaciones de las tres falanges de los dedos, sino también incluir la estructura de los metacarpos y los movimientos de flexoextensión de las juntas CMC<sup>1</sup>, los cuales derivan en la existencia de los arcos carpales, metacarpales, longitudinales y oblicuos de la mano y a su vez en la flexibilidad palmar.

En esta tesis, presento el trabajo que realicé durante el último año en el MRC (Mechatronic Research Center) de la facultad de ingeniería de la UNAM: el diseño, desarrollo y construcción de un dedo robótico actuado por tendones que incluye además, un carpo, un metacarpo y el movimiento de flexoextensión de la junta CMC.

La meta principal buscada durante el desarrollo de este sistema ha sido el crear un dedo del tipo antropomórfico (de apariencia y medidas similares a las humanas) capaz emular los movimientos de las articulaciones del dedo menique: CMC, MCP<sup>2</sup>, PIP<sup>3</sup> y DIP<sup>4</sup> por sus siglas en inglés. Para ello

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup> Del inglés *CarpoMetaCarpal*, cuya traducción al español es Carpo-Metacarpo.

<sup>&</sup>lt;sup>2</sup> Del inglés *MetaCarpoPhalangeal,* cuya traducción al español es Metacarpo-falangeal.

<sup>&</sup>lt;sup>3</sup> Del inglés *Proximal InterPhalangeal*, cuya traducción al español es interfalángica proximal.

fue necesario desarrollar en paralelo e integrar los tres sistemas que lo componen: sistema mecánico estructural, sistema de transmisión-actuación y sistema de comunicación e interfaz con el usuario.

Entre los principales contribuciones aportadas, con la elaboración de esta tesis, se encuentran el desarrollo de un sistema modular constituido por el mismo número de eslabones que el dedo menique humano, que sirve como base para el desarrollo de los dedos restantes de una mano robótica; un nuevo tipo de junta de dos grados de libertad muy próxima a la articulación MCP de los dedos humanos; y las bases para el análisis y diseño de sistemas de transmisión basados en tendones que no van de una polea a otra.

<sup>&</sup>lt;sup>4</sup> Del inglés *Distal InterPhalangeal*, cuya traducción al español es interfalángica distal.

### **Capítulo 1.** Antecedentes

El objetivo de este capítulo es familiarizar al lector con los arcos flexibles; la deformación en la superficie palmar de la mano humana; y con los nombres y características de las articulaciones del dedo menique. Además se presentan dos de los diseños más actuales en lo que respecta a manos robóticas capaces de deformar su superficie palmar. Adicionalmente, se expone la clasificación de los dedos robóticos en lo que respecta a la colocación de sus actuadores. Finalmente, se exponen propiedades y configuraciones de los sistemas de transmisión basados en tendones.

## **1.1** Análisis de la arquitectura mecánica de la mano humana: deformación palmar por arcos flexibles y extensión activa.

Para tomar objetos la mano puede adaptar su forma y deformar su superficie palmar, por ejemplo, cuando se quiere tomar un objeto voluminoso, la mano se ahueca y se forman unos arcos orientados en tres direcciones:

En sentido transversal: el arco carpiano XOY que corresponde a la concavidad del macizo carpiano, se prolonga distalmente mediante el arco metacarpiano, en el cual se alinean las cabezas metacarpianas, **Figura 1.1 (a)**. El eje longitudinal del conducto carpiano pasa por el semilunar, el hueso grande y el tercer metacarpiano.

En sentido longitudinal, los arcos carpometacarpofalángicos adoptan una posición radiada desde el macizo carpiano y están constituidos, en cada dedo, por el metacarpiano y las falanges correspondientes. Los dos arcos longitudinales más importantes son: el arco del dedo corazón  $OD_3$ , **Figura 1.1 (a)**, que prolonga el eje del conducto carpiano; y el arco del índice  $OD_2$ , **Figura 1.1 (b)**, que es el que se opone con mayor frecuencia al del pulgar.

En sentido oblicuo, los arcos de oposición del pulgar con los otros cuatro dedos. De estos arcos el más importante es  $D_1D_2$ , reúne y opone al pulgar y al índice; y el más extremo es  $D_1D_5$ , que pasa por el pulgar y el meñique, **Figura 1.1 (b)**.

Cuando la mano se ahueca, forma un conducto de concavidad anterior, cuyos bordes están limitados por tres puntos:  $D_1$  que constituye por sí sólo el borde externo;  $D_2$  y  $D_5$  que limitan el borde Interno. Los cuatro arcos oblicuos de oposición se despliegan entre estos dos últimos bordes.

La dirección de este conducto palmar es en general oblicua y está cruzada en relación a los arcos de oposición. Gráficamente se encuentra representada por la flecha azul que sostiene la mano en

las **Figuras 1.1 (b) y 1.2 (a)**. Anatómicamente, se localiza por una línea que se extiende desde el talón de la eminencia hipotenar X, a la cabeza del segundo metacarpiano Z, **Figura 1.1 (a)**. Es importante señalar que esta es la dirección que toma un objeto cilíndrico sujeto con toda la mano, como por ejemplo el mango de un instrumento.





La existencia de los arcos antes expuestos no sería posible de no existir los movimientos de flexoextensión e inclinación lateral de las articulaciones carpometacarpales, CMC, de los dedos meñique, anular y del corazón o medio. Gracias a los movimientos de estas articulaciones, los dedos tienen la capacidad de adaptarse cuando hacen contacto con superficies irregulares, **Figura 1.2 (b)**.



Figura 1.2

#### **1.2** Análisis de la estructura mecánica del dedo meñique humano.

La estructura mecánica del dedo meñique humano se encuentra formada, desde el macizo carpiano por 4 huesos: un metacarpo, una falange proximal, una medial y una distal. Así mismo, cuenta con 4 articulaciones: carpo-metacarpal CMC, metacarpo-falangeal MCP, interfalángica proximal PIP e interfalángica distal DIP, **Figura 1.3**. Es importante hacer notar que durante la extensión del dedo humano los centros rotacionales de las cuatro juntas antes mencionadas se encuentran alineados.



Figura 1.3. En la figura se muestran los huesos constitutivos del dedo humano, así como los centros y ejes de rotación de cada una de sus articulaciones.

Una característica importante de los ejes de flexión de las articulaciones antes expuestas, es que su orientación y posición no es fija ni inmutable. Durante la extensión del dedo, cuando los ejes longitudinales del metacarpo y falanges se encuentran alineados, los ejes de rotación de cada articulación son perpendiculares a éstos, sin embargo durante el transcurso de la flexión se convierten progresivamente en oblicuos. Esta característica se llama evolutividad y se debe a la asimetría de las superficies articulares metacarpianas y falángicas.

#### **1.2.1** Análisis de las dimensiones de los 4 huesos

La flexión de los cuatro segmentos de una cadena digital, conformada por un metacarpiano y tres falanges, se lleva a cabo por enrollamiento a modo de espiral logarítmica. Esta espiral, también denominada equi-angular, está construida en base a la encajadura sucesiva de "Rectángulos de Oro", denominados así porque la proporción entre su longitud y su anchura es de 1.618, nombrado el "Número de Oro  $\Phi$ " **Figura 1.4**.



Figura 1.4

Esto significa que las longitudes entre los cuatro segmentos óseos están en proporción, es decir, que la relación entre las longitudes de dos huesos contiguos, uno anterior y uno posterior, es de 1.618. **Figura 1.5**.



#### **1.2.2** Análisis de las articulaciones

#### **Articulación CMC**

La articulación CMC es una artrodia que presenta los movimientos de flexoextensión de escasa amplitud e inclinación lateral prácticamente inexistente, es decir, cuenta con dos grados de libertad: uno en dos sentidos en torno al eje X'X, flexión y extensión activa; y otro en un sólo sentido lateral en torno al eje Y'Y, **Figura 1.6**.





Dado que el eje de flexión X'X de esta articulación es oblicuo en relación al plano frontal (línea a trazos rojos) **Figura 1.7 (a)**, la flexión de esta articulación provoca que la cabeza del hueso metacarpiano en el punto A se traslade no sólo hacia adelante sino también ligeramente hacia afuera, hacia la posición A' **Figura 1.7 (b)**. Gracias a esta oblicuidad es posible que tanto este dedo como el anular puedan oponerse al pulgar.



Figura 1.7

#### Articulación MCP

La articulación MCP es del tipo condíleo y presenta dos grados de libertad: uno de flexoextensión en torno al eje X'X y otro de inclinación lateral (abducción y aducción) en torno al eje Y'Y, **Figura 1.8**.





Así mismo, presenta en la cabeza del metacarpiano, A, una superficie convexa que es más extensa y ancha por delante que por detrás lo que hace variar levemente la posición del centro de rotación durante la flexión, **Figura 1.9**.



**Figura 1.9**. En la figura se muestra la cabeza del metacarpo denotada por la letra A y la base de la falange proximal denotada por B y B'. Así mismo, se exhibe la flexión de la junta MCP y se muestra cómo cambia el centro de rotación de esta junta.

Durante la flexión la capacidad de movimientos de lateralidad van disminuyendo hasta ser inexistentes durante la flexión total.

La posición entre el hueso metacarpiano y la falange proximal, durante la extensión, presenta una condición denominada ángulo de distracción la cual posiciona al eje longitudinal de esta última a 8 grados del eje longitudinal del hueso metacarpiano, **Figura 1.10 (a)**.

Gracias al movimiento de extensión activa de esta articulación, no sólo en el dedo meñique sino en todos los dedos, es posible que la mano amplíe su campo de sujeción **Figura 1.10 (b)**.





#### **Articulaciones PIP y DIP**

Son articulaciones del tipo troclear y poseen un sólo grado de libertad. Tanto la articulación PIP como la DIP poseen un sólo eje de rotación X'X y Y'Y, respectivamente, y en torno a estos, realizan los movimientos de flexoextensión, **Figura 1.11**.



Figura 1.11

#### Rango de movimiento de las articulaciones

Los rangos de movimiento para cada articulación son diferentes y así mismo éstos no son los mismos para las articulaciones de los distintos dedos de la mano humana. En la siguiente tabla se muestran los rangos de movimiento para las distintas articulaciones del dedo meñique.

Nombre de la articulación	Movimiento	Rango de movimiento
СМС	Flexión/Extensión Activa	15° / 15°
МСР	Flexión/ Extensión Activa	110° / 40°
МСР	Abducción/ Aducción	30° /30°
PIP	Flexión/ Extensión Activa	135° /5°
DIP	Flexión/ Extensión Activa	90° /5°
	Tabla 1.1	

#### **1.3** Revisión del estado del arte.

Para tomar un objeto la mano puede adaptar su forma, es decir, puede variar independientemente las posiciones de cada una de las falanges de sus dedos y deformar su superficie palmar.

La deformación palmar que presenta la mano humana cuando sujeta un objeto tiene las siguientes características importantes: aumenta el campo de sujeción y manipulación de la mano, al trasladar las bases de los dedos menique y anular, del plano en el que se encuentran contenidas cuando la palma está completamente extendida; garantiza, junto con la totalidad de la superficie palmar y la flexión de los dedos menique y anular, la firmeza en la sujeción de un objeto; así mismo, la mano tiene la posibilidad de ahuecarse para ampliar su superficie de contacto en la sujeción de objetos voluminosos.

Algunos diseños recientes, en manos robóticas antropomórficas, han buscado emular las características de la deformación palmar citadas en el párrafo anterior. Tal es el caso la mano robótica desarrollada por *"Shadow Robot Company"* [1] [2], que cuenta con 24 grados de libertad, es actuada por 40 músculos neumáticos y un sistema de transmisión basado en tendones. El grado de libertad que se encuentra en el metacarpo del dedo meñique, le permite a este dedo oponerse al dedo pulgar y alcanzar cierto grado de deformación palmar.



**Figura 1.12**. A la derecha la mano robótica Shadow desarrollada por *"Shadow Robot Company"*. A la izquierda, su respectivo diagrama de grados de libertad.

Otro de los diseños más recientes, perteneciente a este ramo, es la mano del Roboauta desarrollada por *"The Robotic Systems Technology Branch"* en el Centro Espacial Johnson de la NASA [3]. Cuenta con 14 grados de libertad, es actuada mediante 14 motores *brushless* de corriente directa, su sistema de transmisión se basa en tendones. El objetivo del grado de libertad que se encuentra en la palma es generar un ahuecamiento palmar. Esta característica le otorga a la mano una mayor estabilidad al sujetar herramientas y le permite alinear el eje, de estas últimas, con el eje de rotación del antebrazo. Una característica esencial para el uso de herramientas comunes tales como los taladros.



Figura 1.13. La mano robótica del Robonauta: a la izquierda sosteniendo un gancho y a la derecha una herramienta espacial.

## **1.4** Clasificación de los dedos robóticos de acuerdo a la ubicación de sus actuadores

Existen de acuerdo a la colocación de los actuadores, en los dedos robóticos, básicamente dos clasificaciones: la primera, en la que los actuadores se encuentran dentro del dedo o región metacarpiana; y la segunda, en la que los actuadores se encuentran fuera del dedo o región metacarpiana. A continuación se realizará una descripción de ambas clasificaciones, haciendo mayor énfasis en la segunda, que es la clasificación en la que se encuentra el dedo desarrollado.

#### **1.4.1** Actuadores localizados dentro del dedo o metacarpiano

En esta clasificación, las juntas del dedo son guiadas directamente o vía engranes por los actuadores. Los sistemas de este tipo son compactos. Sin embargo si la mano desarrollada tiene medidas antropomórficas la fuerza del dedo es relativamente pequeña ya que la fuerza de salida de los actuadores es muy pequeña. Como ejemplo se tiene Gifu hand II y III, DLR hand y NAIST Hand. Este tipo de dedos no pueden realizar movimientos parecidos a los del dedo humano, debido a que el número de grados de libertad es, en general, insuficiente.





#### **1.4.2** Actuadores fuera del dedo o metacarpiano

En esta clasificación, la fuerza de los actuadores es transmitida a las juntas del dedo por medio de mecanismos. Al localizar remotamente los actuadores del dedo, éste se vuelve ligero, se reduce su tamaño e inercia, sus medidas pueden ser antropomórficas y es capaz de desarrollar grandes fuerzas. Sin embargo, es definitivamente necesario incluir un antebrazo que contenga a los actuadores.

Los componentes y configuraciones de los mecanismos de transmisión son variadas, entre ellas se encuentran: conexiones de levas y seguidores; trenes de engranes; y las utilizadas en esta tesis, transmisión por tendones, poleas y mecanismos de 4 barras.

La transmisión por tendones tiene las siguientes desventajas: su elasticidad puede causar un inadecuado control de las posiciones; aumentan la complejidad del diseño mecánico y pueden causar obstrucción durante su movimiento; son susceptibles a vibraciones; pueden presentar Backslash (holgura del tendón); pérdidas de energía por fricción; además, este tipo de transmisión requiere de un mantenimiento continuo. Algunos ejemplos que utilizan dedos con este tipo de transmisión son las manos robóticas desarrolladas por "Shadow Robot Company" [1] [2], "The Robotic Systems Technology Branch" de la NASA [3] y por Utah/MIT [4].



**Figura 1.15**. Dedo para pruebas desarrollado por *"Shadow Robot Company"* nótese que los actuadores (neumáticos) se encuentran fuera de las falanges del dedo y que utiliza tendones para transmitir la fuerza.

#### **1.5** Configuraciones de los sistemas de transmisión basados en tendones.

De acuerdo al inicio y fin de los extremos de un tendón en un sistema de transmisión basado en poleas y tendones, existen dos tipos de configuraciones: las cerradas y las abiertas. En la configuración cerrada el tendón va del actuador al eslabón y regresa nuevamente hacia el actuador, es decir, los extremos del tendón coinciden en inicio y fin. En la configuración abierta, un extremo del tendón se encuentra conectado al eslabón y otro al actuador.



**Figura 1.16**: (a) Modelo de una articulación simple accionada por un actuador rotacional. Configuración cerrada. (b) Estructura de un actuador que flexiona y un resorte que extiende a una articulación simple. Configuración abierta.

De acuerdo al número de actuadores (*m*) utilizados para controlar el número de grados de libertad (*n*), en un mecanismo, existen tres tipos de configuraciones: los subactuados en donde m<n; los completamente actuados, donde m=n; y finalmente los sobreactuados donde m>n.

Algunos investigadores [5] señalan que para poder controlar completamente un manipulador, éste debe estar sobreactuado. De acuerdo a lo anterior existen dos tipos de diseños de dedos robóticos, uno considerado máximo en donde m=2n y otro considerado como mínimo en donde m=n+1.



Figura 1.17: (a) Manipulador de dos grados de libertad accionado por tres actuadores. (b) Modelo de una articulación simple accionada por dos actuadores.

### **Capítulo 2.** Simplificaciones y antropomorfismo en las medidas de los eslabones y juntas del DAM

Los objetivos de este capítulo son exponer las simplificaciones en los grados de libertad y las amplitudes de movimiento de la estructura mecánica del DAM, con respecto a la estructura del dedo menique humano; y las características antropomórficas que se tomaron en cuenta para su desarrollo.

#### **2.1** Simplificaciones.

El dedo menique humano cuenta con 6 grados de libertad: 2 en la junta CMC, 2 en la junta MCP, 1 en la junta PIP y 1 en la junta DIP.

De acuerdo a lo expuesto en el capítulo 1 el rango del movimiento de inclinación lateral de la junta CMC es prácticamente inexistente, por lo que para el diseño del DAM este no se tomó en cuenta, reduciendo así, el número de grados de libertad de esta junta a 1.

Se decidió eliminar el grado de libertad de la junta DIP y enlazar su movimiento con el de la junta PIP mediante un mecanismo de cuatro barras. Esta simplificación se debe a que durante la flexión del dedo, en general, el cambio angular de estas dos articulaciones mantiene una relación proporcional. Esta relación se explicará más a detalle en el Capítulo 4.

En la siguiente imagen se ilustran los diagramas de los grados de libertad del dedo humano y del DAM.



Figura 2.1. A la izquierda el diagrama de los grados de libertad del dedo humano, a la derecha el del DAM.

Por motivos de diseño, los rangos de movimiento de algunas articulaciones se redujeron. En la siguiente tabla, se exponen los rangos de movimiento de las juntas del DAM:

Nombre de la junta	Movimiento	Rango de movimiento
СМС	Flexión/Extensión Activa	15° / 15°
МСР	Flexión/ Extensión Activa	91° / 30°
МСР	Abducción/ Aducción	30° /30°
PIP	Flexión/ Extensión Activa	102° /0°
DIP	Flexión/ Extensión Activa	68° /0°
	Tabla 2.1	

Otra de las simplificaciones realizadas, radica en que las juntas del DAM no mantienen la característica de evolutividad de las articulaciones del dedo humano, es decir, los ejes de rotación de las juntas serán, para cualquier posición, perpendiculares a los ejes longitudinales de los eslabones durante la flexión del dedo. Así mismo, la posición relativa del centro de rotación de las juntas será invariante, caso contrario a los centros de rotación de las articulaciones del dedo humano en flexión.

#### **2.2** Antropomorfismo.

La primera característica antropomórfica del dedo aquí diseñado, radica en que el número de los eslabones que conforman su estructura mecánica coincide con el número de huesos de la estructura del dedo menique humano. Esta característica permite que los eslabones del DAM emulen la función estructural de los huesos del dedo. En base a esta idea se decidió nombrar a cada eslabón con el nombre del hueso que emula.

Otra de las características se encuentra en las medidas longitudinales de los eslabones, pues estas se encuentran en proporción aurea. De acuerdo a la **Sección 1.2.1** se buscó que cumpliesen o fuesen muy próximas a la siguiente relación.

Ecuación 2.1	
$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_2}{r_4} = \frac{r_4}{r_8} = 1.618$	

De manera arbitraria se decidió que las medidas longitudinales de los eslabones asemejasen a las de un ser humano adulto de aproximadamente 1.80m. Se tomó como medida inicial la longitud de la falange distal  $r_4$ , y en base a ésta y a la **Ecuación 2.1**, se determinaron las medidas longitudinales de los eslabones del DAM, o en otras palabras, las distancias entre los centros de rotación de las juntas, **Tabla 2.2**.

Nombre de la medida longitudinal o distancia entre centros de rotación.	Punto de inicio y fin.	Magnitud (mm).
$r_1$	CMC y MCP	77.6
<i>r</i> <sub>2</sub>	MCP y PIP	48
$r_4$	PIP y DIP	30.2
r <sub>8</sub>	DIP y punta del dedo	19
	Tabla 2.2	

También se decidió que cada eslabón pudiese ser contenido en una figura como la siguiente:





Los parámetros A, B, C, D, para el diseño de cada eslabón se muestran en la siguiente tabla.

Nombre del	Parámetros de diseño en mm			
eslabón	Α	В	С	D
Metacarpo	12	9	77.6	19
Falange proximal	9	9	48	19
Falange media	9	8	30.2	17
Falange distal	8	4	15	17
		Tabla 2.3		

# **Capítulo 3**. La estructura mecánica del DAM y el sistema de transmisión-actuación

El primer objetivo de este capítulo es exponer la necesidad de haber diseñado la estructura mecánica del dedo, pensando no sólo en los tipos de juntas entre los eslabones que le constituyen, sino también, en la inclusión del sistema de transmisión-actuación en ésta. Como segundo objetivo, se expone para cada junta, la configuración y el número de actuadores y tendones que le controlan.

#### **3.1** El sistema de transmisión y el diseño de la estructura mecánica.

Los sistemas de transmisión basados en tendones aportan grandes beneficios a las estructuras mecánicas tales como ligereza, transmisión de grandes fuerzas, reducción del tamaño de la estructura y menor inercia. Sin embargo, su utilización demanda un aumento en la complejidad del diseño de la estructura mecánica y de sus análisis cinemáticos y dinámicos.

Debido a lo anterior se debe tener un especial cuidado al diseñar un sistema de este tipo, ya que un mal diseño mecánico, no sólo se ve reflejado en el aumento de pérdidas por fricción y baja transmisión de fuerza, sino también en la mayor complejidad que demandará el modelado matemático de los tendones dentro, sobre y fuera de la estructura mecánica.

El diseño de la estructura mecánica del DAM está pensado para minimizar la complejidad del modelado matemático de los tendones con base en los siguientes fundamentos:

- Garantizar que las propiedades y formas en el espacio del tendón sean conocidas, buscando que éstos puedan ser modelados como: arcos circulares cuyo radio sea constante, pero su longitud, orientación y centro sean variables; líneas rectas de longitud constante y orientación variable; y líneas rectas de longitud y orientación variables.
- Generar cambios suaves en la geometría de las guías de los tendones para minimizar las pérdidas por fricción o el atascamiento del tendón dentro de la guía.
- Evitar interferencia de la estructura mecánica del DAM con el tendón cuando se encuentre fuera de las guías. Así mismo, evitar interferencia de un tendón con otro tendón.
- Tratar que los tendones se encuentren sobre o contenidos en la estructura mecánica, Es importante evitar que los tendones se despeguen o alejen de la estructura ya que objetos del ambiente pueden modificar su comportamiento al interferir en su trayectoria.
- Tratar que los extremos finales de los tendones, al ser fijados en los eslabones, maximicen los momentos con respecto al eje de rotación de la junta que controlan.

## **3.2** Las juntas del DAM: número de actuadores, sistema de transmisión y la configuración de los tendones.

La arquitectura mecánica desarrollada, se basa en la arquitectura mecánica del dedo meñique de un ser humano adulto. En el capítulo 2, se expuso que el dedo meñique junto con su metacarpiano cuenta básicamente con 5 grados de libertad, pero en general, durante la flexión del mismo se ha observado que el cambio angular en la articulación DIP ( $\Delta\theta_5$ ) es proporcional al cambio angular de la articulación PIP ( $\Delta\theta_4$ ) [6]. En base a lo anterior, se decidió eliminar de la arquitectura mecánica el grado de libertad de la junta DIP y mantener los 4 restantes.

El DAM utiliza un total de 5 actuadores para controlar completamente sus 4 grados de libertad y todos sus sistemas de transmisión se encuentran basados en poleas y tendones. A continuación se describirá para cada junta la configuración de sus actuadores, de su sistema de transmisión y de sus tendones.

#### **3.2.1** La junta CMC.

Para controlar la junta CMC de un sólo grado de libertad, se decidió utilizar un sólo actuador, es decir, utilizar una configuración completamente actuada. El sistema de transmisión elegido se basa en dos poleas, una colocada en la cabeza del Actuador 1 y otra en el centro rotatorio de la junta, comunicadas por un tendón en configuración cerrada como se muestra en la **Figura 3.1**. Cabe señalar que este tipo de transmisión permite controlar a la junta CMC de manera bidireccional, mantiene constante la longitud total del tendón transmisor y varía el valor de  $\theta_1$  en función del valor de  $\theta_{s1}$ .



**Figura 3.1**. En la figura se muestra en color amarillo el tendón que comunica la polea en la cabeza del Actuador 1 con la polea en la junta CMC.

#### **3.2.2** La junta MCP.

Para controlar la junta MCP de dos grados de libertad, se decidió utilizar una configuración sobreactuada. El sistema de transmisión elegido se basa en tres tendones en configuración abierta y tres poleas, una colocada en la cabeza del Actuador 2, otra sobre la cabeza del Actuador 3 y una sobre la cabeza del Actuador 4, **Figura 3.2**. El tendón conectado al Actuador 2 se encarga de la extensión activa de la junta MCP y sólo puede controlarla de forma unidireccional. El extremo final de este tendón, se encuentra conectado fuera del eje de rotación de esta junta.

Los tendones conectados a los actuadores 3 y 4 respectivamente, se encargan de los movimientos de flexión, abducción y aducción de la junta MCP. Al igual que el extremo final del tendón anterior, sus extremos finales están fijados fuera de los ejes de rotación de la junta, lo que permite que al modificar sus longitudes se provoquen dos pares, uno bidireccional sobre el eje de rotación de  $\theta_2$ y otro unidireccional sobre el eje de  $\theta_3$ .



**Figura 3.2**. En la figura se muestran en color anaranjado, verde y azul los tendones que comunican las poleas en las cabezas de los actuadores 2,3 y 4, respectivamente, con la junta MCP.

#### **3.2.3** La junta PIP.

Para controlar la junta PIP de un grado de libertad, se decidió utilizar una configuración completamente actuada. El sistema de transmisión elegido se basa en una polea colocada en la cabeza del Actuador 5; un tendón en configuración abierta encargado de la flexión, cuyo extremo final se conecta fuera del eje de rotación de la junta en cuestión; y un resorte torsional encargado de la extensión, cuyo eje coincide con el eje de rotación de la junta, **Figura 3.3**. Este tipo de transmisión no permite controlar la junta PIP de manera bidireccional ya que la fuerza que transmite es unidireccional.



**Figura 3.3**. En la figura se muestra en color rosa el tendón que comunica la polea en la cabeza del Actuador 5 con la junta CMC.

Las configuraciones de las juntas CMC, MCP y PIP, antes descritas, pueden resumirse en la **Tabla 3.1.** 

Nombre de la junta	Número de Grados de libertad ( <i>n</i> )	Número de actuadores utilizados ( <i>m</i> )	Número de tendones utilizados	Configuración de acuerdo al número de actuadores ( <i>m</i> ) utilizados para controlar el número de Grados de libertad ( <i>n</i> )	Configuración del sistema de transmisión basado en tendones y poleas
СМС	1	1	1	Completamente actuada	Cerrada
МСР	2	3	3	Sobreactuada	Abierta
PIP	1	1	1	Completamente actuada	Abierta
Total	4	5	5		
			<b>T</b> - 1, 1 -	~ 4	

Tabla 3.1

#### **3.2.4** La junta DIP.

El control de la posición de esta junta, depende directamente del control de la posición de la junta PIP, mediante un mecanismo de 4 barras acoplado entre estas dos juntas, se dota de movimiento angular a la primera en proporción al movimiento angular de la segunda.

### Capítulo 4. Modelado matemático

En las primeras tres secciones de este capítulo se expone el método y el modelo cinemático por el cual se modeló al DAM. En las siguientes seis secciones, se exponen las bases para modelar a un tendón formado por varios segmentos; las ecuaciones matemáticas que relacionan las posiciones angulares de los actuadores con las longitudes de los tendones; las ecuaciones matemáticas que relacionan las longitudes de los tendones con los valores de las coordenadas articulares del DAM; y finalmente, con las ecuaciones de las secciones angulares de los actuadores con las posiciones angulares de los actuadores con las posiciones angulares de los actuadores con las coordenadas articulares del DAM; y finalmente, con las ecuaciones de las secciones angulares de los actuadores con las coordenadas articulares del DAM. Adicionalmente, en la sección **4.9** se expone el diseño y modelado del mecanismo de cuatro barras que enlaza los movimientos de las juntas PIP y DIP. Finalmente, en la sección **4.10** se expone la relación entre el ancho de pulso de la señal de control y la posición angular del servomotor.

#### **4.1** Nomenclatura

Para todos los vectores que tienen la forma de la **Expresión 4.1**, el superíndice izquierdo "*i*" indica que el vector en cuestión ha sido construido o definido en el sistema  $\{x_i, y_i, z_i\}$ . El subíndice derecho "*i*, *i* + 1" denota que este vector señala, desde el origen del sistema  $\{x_i, y_i, z_i\}$ , el origen del sistema  $\{x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}\}$ .

$$i\overline{Vtras}_{i,i+1}$$
 Exp (4.1)

Para los vectores que tienen la forma de la **Expresión 4.2**, el subíndice "Or i" indica que el vector en cuestión, construido en el sistema "n", ha sido orientado al sistema "i".

$$r_{ori}^{n}\vec{V}$$
 Exp (4.2)

Para los vectores que tienen la forma de la **Expresión 4.3**, el subíndice "*Ref i*" indica que el vector en cuestión, construido en el sistema "n", ha sido referenciado al sistema "i".

$$\underset{Ref \,i}{\overset{n}{V}} Exp\left(4.3\right)$$

## **4.2** Modelado cinemático directo por medio del método Denavit-Hartenberg modificado.

Este método nos permite conocer, para un robot del tipo serial, en base a los valores de sus coordenadas articulares, las posiciones espaciales de cada una de sus juntas, de su órgano terminal y de cualquier punto que se traslade conforme al movimiento de sus eslabones.

Se basa en las siguientes definiciones para formar los sistemas de referencia  $\{x_i, y_i, z_i\}$ :

 $z_i$ : Es el eje que se encuentra alineado con el eje de movimiento de la articulación, la cual conecta a los eslabones *i* e *i*+1. Se elige como el eje de rotación cuando se trata de una junta rotatoria o como el eje de traslación cuando se trata de una junta prismática.

 $x_i$ : Es la perpendicular común a los ejes  $z_i$  y  $z_{i-1}$ .

 $y_i$ : Completa el sistema dextrógiro  $y_i = x_i \times z_i$ .

 $\theta_i$ : Es el ángulo que existe entre los ejes  $x_i$  y  $x_{i+1}$  medido sobre  $z_i$ .

 $\alpha_i$ : Es el ángulo que existe entre los ejes  $z_i$  y  $z_{i+1}$  medido sobre  $x_{i+1}$ .

Vector dinámico de posición: Es el vector que describe en todo momento la posición de un punto de interés asociado a un eslabón. Este vector se encuentra referido al sistema de referencia local  $\{x_i, y_i, z_i\}$  asociado al eslabón inmediato anterior al eslabón en cuestión.

$${}^{i}\overline{VDnPos} = \begin{bmatrix} M_{x}\cos\theta_{i} - M_{y}\sin\theta_{i} \\ M_{x}\sin\theta_{i} + M_{y}\cos\theta_{i} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\cos(\theta_{i} + \varphi) \\ M\sin(\theta_{i} + \varphi) \\ T \end{bmatrix}$$
(4.1)

Vector de traslación  $iVtras_{i,i+1}$ : Es un caso particular del vector dinámico de posición y sirve para describir en todo momento el desplazamiento del sistema  $\{x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}\}$  con respecto al sistema  $\{x_i, y_i, z_i\}$ .

$${}^{i}\overline{Vtras}_{i,i+1} = \begin{bmatrix} M_{x}\cos\theta_{i} - M_{y}\sin\theta_{i} \\ M_{x}\sin\theta_{i} + M_{y}\cos\theta_{i} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\cos(\theta_{i} + \varphi) \\ M\sin(\theta_{i} + \varphi) \\ T \end{bmatrix}$$
(4.2)

Matriz de orientación  $Q_i$ : Es la matriz que sirve para orientar el sistema  $\{x_{i+1}, y_{i+1}, z_{i+1}\}$  con el sistema  $\{x_i, y_i, z_i\}$ . Se encuentra definida por:

$$Q_{i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{i} & -\sin \theta_{i} \cos \alpha_{i} & \sin \theta_{i} \sin \alpha_{i} \\ \sin \theta_{i} & \cos \theta_{i} \cos \alpha_{i} & -\cos \theta_{i} \sin \alpha_{i} \\ 0 & \sin \alpha_{i} & \cos \alpha_{i} \end{bmatrix}$$
(4.3)

#### 4.2.1 Obtención del vector dinámico de posición

Considérese una condición inicial entre el eslabón *i* e *i*+1 en la que  $\theta_i = 0$  y constrúyase un vector de posición iVpos al punto de interés, es decir, constrúyase un vector con sistema de referencia local { $x_i, y_i, z_i$ } que vaya del origen de este sistema al punto de interés en el eslabón *i*+1.



Figura 4.1

De acuerdo a la Figura 4.1, las componentes del vector de posición se encuentren definidas por:

$${}^{i}\overline{Vpos} = \begin{bmatrix} M_{x} \\ M_{y} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\cos\varphi \\ M\sin\varphi \\ T \end{bmatrix}$$
 (4.4)

Dónde:

 $M_x$ : Es la componente del vector de posición a lo largo del eje  $x_i$ .

 $M_{\gamma}$ : Es la componente del vector de posición a lo largo del eje  $y_i$ .

*T*: Es la componente del vector de posición a lo largo del eje  $z_i$ .

*M*: Es la magnitud del vector de posición en el plano  $x_i y_i$  o en uno paralelo a éste.

 $\varphi$ : Es el ángulo del vector de posición en el plano  $x_i y_i$  o en uno paralelo a éste medido sobre  $z_i$ .

Dado que el eslabón *i*+1 rota alrededor del eje  $z_i$ , el punto de interés también lo hará. El ángulo de tal rotación es igual al ángulo que existe entre los ejes  $x_i$  y  $x_{i+1}$ , es decir  $\theta_i$ . Para encontrar la

posición del punto de interés con sistema de referencia local  $\{x_i, y_i, z_i\}$ , dada cualquier rotación del eslabón *i+1*, se premultiplica al vector de posición  $i\overline{Vpos}$  por la matriz  $R_i$ . Esta última operación define al vector dinámico de posición  $i\overline{VDinPos}$ .

$$R_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0\\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
(4.5)

$$i\overline{VDinPos} = R_i \times i\overline{Vpos}$$
 (4.6)

Desarrollando la ecuación anterior:

$${}^{i}\overline{VDnPos} = \begin{bmatrix} \cos\theta_{i} & -\sin\theta_{i} & 0\\ \sin\theta_{i} & \cos\theta_{i} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_{x}\\ M_{y}\\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{x}\cos\theta_{i} - M_{y}\sin\theta_{i}\\ M_{x}\sin\theta_{i} + M_{y}\cos\theta_{i}\\ T \end{bmatrix}$$

Dado que  $M_x = M \cos \varphi$  y  $M_y = M \sin \varphi$  y de las definiciones de seno y coseno de la suma de un ángulo se tiene:

$${}^{i}\overline{VDinPos} = \begin{bmatrix} M\cos\varphi\cos\theta_{i} - M\sin\varphi\sin\theta_{i} \\ M\cos\varphi\sin\theta_{i} + M\sin\varphi\cos\theta_{i} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\cos(\theta_{i} + \varphi) \\ M\sin(\theta_{i} + \varphi) \\ T \end{bmatrix}$$

Finalmente el vector dinámico de posición  $i\overline{VDinPos}$  queda definido como:

$${}^{i}\overline{VDinPos} = \begin{bmatrix} M_{x}\cos\theta_{i} - M_{y}\sin\theta_{i} \\ M_{x}\sin\theta_{i} + M_{y}\cos\theta_{i} \\ T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M\cos(\theta_{i} + \varphi) \\ M\sin(\theta_{i} + \varphi) \\ T \end{bmatrix}$$

#### **4.2.2** Orientación de un vector ${}^{n}\vec{V}$ con sistema local $\{x_n, y_n, z_n\}$ al sistema $\{x_i, y_i, z_i\}$

Es la operación que sirve para orientar a un vector con sistema local  $\{x_n, y_n, z_n\}$  al sistema  $\{x_i, y_i, z_i\}$ . Se realiza mediante la siguiente transformación:

$${}_{Ori}{}^{n}\vec{V} = Q_{i}Q_{i+1}Q_{i+2}\dots Q_{n-1}{}^{n}\vec{V}$$
(4.7)

## **4.2.3** Referencia de un vector dinámico de posición ${}^{n}\vec{V}DinPos$ con sistema local $\{x_n, y_n, z_n\}$ al sistema $\{x_i, y_i, z_i\}$

La referencia de un vector es la operación con la que se crea un vector que va desde el origen del sistema  $\{x_i, y_i, z_i\}$ , al punto de interés señalado por el  ${}^n \vec{V} DinPos$ . Esta operación se realiza mediante la siguiente expresión:

$$\underset{Ref_{i}}{\overset{n}{V}\overline{DunPos}} = \overset{i}{\overset{v}{V}tras}_{i,i+1} + \overset{i+1}{\overset{o}{}_{ri}}\overset{v}{V}tras}_{i+1,i+2} + \overset{i+2}{\overset{o}{}_{ri}}\overset{v}{V}tras}_{i+2,i+3} + \cdots + \overset{n-1}{\overset{o}{}_{ri}}\overset{v}{V}tras}_{n-1, n} + \overset{n}{\overset{o}{}_{ri}}\overset{v}{V}\overline{DunPos}$$
(4.8)

#### **4.2.4** Pasos para efectuar el modelado directo de posición

- 1. Enumerar cada uno de los eslabones comenzando por 1 para el eslabón base.
- 2. Establecer los ejes de los sistemas de coordenadas *i* en cada una de las juntas, de acuerdo a las definiciones de los mismos.
- 3. Formar una tabla con los siguientes parámetros y variables:

i	$\boldsymbol{\theta}_{i}$	α <sub>i</sub>	M <sub>x</sub>	M <sub>y</sub>	М	φ	Т
0							
1							
n							

4. Construir los vectores de traslación  $i\overline{Vtras}_{i,i+1}$  y las matrices de orientación  $Q_i$ 

#### **4.3** Modelado cinemático directo del DAM

De acuerdo a los pasos de la sección anterior y a las definiciones antes descritas, en la **Figura 4.2** se muestra: el número asignado a cada eslabón, los sistemas de referencia establecidos y las coordenadas articulares asociadas a cada junta. Cabe señalar que el sistema de referencia  $\{x_0, y_0, z_0\}$  no se encuentra asociado a ningún eslabón y sólo se incluyó para visualizar al DAM durante la simulación por computadora de forma vertical. Para efectos de cálculo, es posible prescindir de la utilización de la matriz  $Q_0$  así como del vector de traslación  ${}^0\overline{Vtras}_{0,1}$ .



Figura 4.2

La **Tabla 4.1** muestra el conjunto de parámetros y variables necesarios para la formación de los vectores de traslación y las matrices de rotación.

i	$\boldsymbol{\theta}_{i}$	$\alpha_i$	$M_{x}$	My	М	φ	T
0	0	-90°			0	0°	0
1	$ heta_1$	90°			77.6	0°	0
2	$\theta_2$	-90°			0	0°	0
3	$\theta_3$	0°			48	0°	0
4	$ heta_4$	0°			30.2	0°	0
5	$\theta_5 = f(\theta_4)$	0°			19	0°	0

4.1	
	4.1

Las matrices de orientación  $Q_i$  construidas con los parámetros y variables de la **Tabla 4.1** son:

$$Q_{0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad Q_{1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{1} & 0 & \sin \theta_{1} \\ \sin \theta_{1} & 0 & -\cos \theta_{1} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$Q_{2} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{2} & 0 & -\sin \theta_{2} \\ \sin \theta_{2} & 0 & \cos \theta_{2} \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \qquad Q_{3} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{3} & -\sin \theta_{3} & 0 \\ \sin \theta_{3} & \cos \theta_{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$
$$Q_{4} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{4} & -\sin \theta_{4} & 0 \\ \sin \theta_{4} & \cos \theta_{4} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad Q_{5} = \begin{bmatrix} \cos \theta_{5} & -\sin \theta_{5} & 0 \\ \sin \theta_{5} & \cos \theta_{5} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Así mismo, los vectores de traslación  $iVtras_{i,i+1}$  son:

$${}^{0}\overline{Vtras}_{0,1} = \begin{bmatrix} 0\\0\\0 \end{bmatrix} \qquad {}^{1}\overline{Vtras}_{1,2} = \begin{bmatrix} 77.6\cos\theta_{1}\\77.6\sin\theta_{1}\\0 \end{bmatrix} \qquad {}^{2}\overline{Vtras}_{2,3} = \begin{bmatrix} 0\\0\\0 \end{bmatrix}$$
$${}^{3}\overline{Vtras}_{3,4} = \begin{bmatrix} 48\cos\theta_{3}\\48\sin\theta_{3}\\0 \end{bmatrix} \qquad {}^{4}\overline{Vtras}_{4,5} = \begin{bmatrix} 30.2\cos\theta_{4}\\30.2\sin\theta_{4}\\0 \end{bmatrix} \qquad {}^{5}\overline{Vtras}_{5,6} = \begin{bmatrix} 19\cos\theta_{5}\\19\sin\theta_{5}\\0 \end{bmatrix}$$

#### **4.4** Modelado de los tendones

El modelado aquí descrito se encuentra basado en la siguiente proposición:

Un tendón puede ser modelado como un conjunto de líneas en el espacio, **Figura 4.3**, y su longitud es equivalente a la suma de las longitudes individuales de cada una de las líneas que lo conforman.



**Figura 4.3.** En la imagen se muestra en color rojo un tendón formado por cuatro segmentos: tres segmentos que se comportan como líneas rectas y un segmento que se comporta como arco circular.

A cada una de las líneas antes descritas, se le denomina segmento de tendón y cuenta con tres propiedades útiles para determinar su longitud: un punto en el que inicia, un punto en el que termina y un determinado comportamiento geométrico.

Un segmento de tendón no existe por sí mismo, sino que se encuentra definido totalmente por la guía de la estructura mecánica del DAM que lo contiene. Por consiguiente, los puntos de inicio y fin de un segmento de tendón son coincidentes con los puntos de inicio y fin de su guía. Así mismo, el comportamiento geométrico del segmento del tendón se encuentra determinado por la forma geométrica de la guía que lo contiene.

Las guías definen dos tipos de formas geométricas para los segmentos de tendón: líneas rectas y arcos circulares.

Las líneas rectas pueden ser representadas o modeladas por medio de vectores, ya que estos pueden ser interpretados geométricamente como segmentos de líneas rectas dirigidos. Al calcular el módulo de tales vectores se determina la longitud del segmento de tendón que modela.

Ahora bien, los vectores que representan a las líneas rectas, a su vez, pueden ser obtenidos a partir de vectores de posición y dinámicos de posición que modelan las posiciones en el espacio de los puntos de inicio y fin de los distintos segmento de tendón.



**Figura 4.4.** En la imagen se muestra el segmento de tendón Tend2 representado por el vector  $\overline{Tend2}$ , que es obtenido como resultado de la suma algebraica de los vectores  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ .

Para los segmentos que se comportan como arcos de circunferencia se utilizan vectores de posición y dinámicos de posición para modelar a los radios que limitan a tales arcos. Al determinar el ángulo que existe entre tales vectores y multiplicarlo por el radio del arco circular se obtiene la longitud de este último.



**Figura 4.5.** En la imagen se muestra el segmento de tendón *Tend*3 representado por el arco circular Tend3, su radio *R*, los vectores  $\vec{c}$  y  $\vec{d}$  que representan a los radios que le limitan y al ángulo  $\alpha$  comprendido entre los dos vectores.

Como se verá en la siguiente sección, para determinar las posiciones de los servomotores únicamente será necesario conocer la longitud de los segmentos de tendón cuya longitud es variable.

A continuación en la **Tabla 4.2**, de acuerdo al tipo de guía y al comportamiento de la longitud de la misma, se describen las formas en las que se modelan las longitudes de los distintos segmentos de tendón que contiene cada una de ellas.
Tipo de guía	Tipo de longitud	Modelo matemático que describe de la longitud del segmento de tendón.
Recta	Constante	Norma del vector definido como la resta de los vectores dinámicos de posición que señalan, para cualquier coordenada articular del DAM, el punto de inicio y el punto de fin de la guía en cuestión. Nótese que dado que la longitud de la guía es invariante, también lo será el valor de la norma del vector que modela al segmento de tendón.
	Variable	Norma del vector definido como la resta entre el vector dinámico de posición y el vector de posición que señalan, para cualquier coordenadas articulares del DAM, el punto de fin y el punto de inicio de la guía en cuestión respectivamente.
En arco circular C	Constante	Longitud del arco circular que describe el segmento de tendón, definida como la multiplicación del radio de tal arco y el ángulo entre los vectores, que van desde el centro de la circunferencia que contiene a tal arco circular, a los puntos de inicio y fin de este último. Dado que la longitud de la guía es constante, la longitud del arco también lo será.
	Variable	Longitud del arco circular que describe el segmento de tendón, definida como la multiplicación del radio de tal arco y el ángulo entre los vectores que van desde el centro de la circunferencia o esfera que contiene a tal arco circular, a los puntos de inicio y fin de este último. Hay que señalar que el ángulo entre los vectores antes mencionados será una función de algunas coordenadas articulares del DAM.

Tabla 4.2

# **4.5** Relación matemática entre la longitud del tendón y la posición angular del servomotor

Cada tendón tiene una longitud *LTend* y se encuentra conectado a un servomotor, con posición angular  $\theta_s$ , por medio de una polea, **Figura 4.6**. A este sistema se le denomina Polea-Tendón.





De acuerdo a la forma en la que el tendón se encuentra enrollado en la polea se desprenden dos casos, uno en el que el incremento en  $\theta_s$  incrementa a *LTend*, **Figura 4.7**, y otro en el que lo decrementa, **Figura 4.8**.



Para facilitar el modelado del sistema se realizaron siguientes suposiciones: el tendón siempre se encuentra tenso, es inelástico y no existe ningún deslizamiento entre éste y la polea en la que se encuentra enrollado. Además se define a  $\theta_{sci}$  como la posición angular inicial del servomotor y a  $LTend_{ci}$  como la longitud inicial del tendón.

Del sistema Polea-Tendón se puede afirmar que un cambio infinitesimal  $d\theta_s$  en la posición angular del servomotor provocará un cambio infinitesimal dLTend en la longitud del tendón. Tal cambio será igual al cambio infinitesimal dS en la longitud de arco S del sector circular, de radio  $r_{\theta s}$  y longitud inicial  $S_{ci}$ .



Figura 4.9

La ecuación del sistema que relaciona a dS con  $d\theta_s$  está definida por:

$$\int_{S_{ci}}^{S} dS = \int_{\theta_{sci}}^{\theta} r_{\theta s} d\theta_s$$
(4.9)

Dado que *dLTend* es igual a *dS*, se tiene:

$$\int_{LTend_{ci}}^{LTend} dLTend = \int_{S_{ci}}^{S} dS$$
(4.10)

Igualando las ecuaciones (4.9) y (4.10) se obtiene la ecuación que relaciona dLTend con  $d\theta_s$ :

$$\int_{LTend_{ci}}^{LTend} dLTend = \int_{\theta_{sci}}^{\theta} r_{\theta s} d\theta_s$$
(4.11)

Finalmente, al resolver las integrales de ambos miembros de la igualdad y despejando la posición angular del servomotor  $\theta_s$  se obtiene la ecuación matemática que relaciona a esta última con la longitud del tendón *LT end* y las condiciones iniciales del sistema:

Ecuación 4.12
$$\theta_{s} = \frac{LTend - LTend_{ci}}{r_{\theta s}} + \theta_{sci}$$

Cabe señalar que la ecuación anterior modela un sistema en el que un incremento en  $\theta_s$  provoca un incremento en *LTend*. Para un sistema en el que un incremento en  $\theta_s$  decrementa a *LTend* se tiene:

Ecuación 4.13
$$\theta_{s} = \theta_{sci} - \frac{LTend - LTend_{ci}}{r_{\theta s}}$$

De acuerdo a lo expuesto en la sección anterior la longitud de un tendón LTend se encontrará definida como la suma de las distintas longitudes de los segmentos de tendón que lo componen. Ahora bien, analicemos el elemento fraccionario de las ecuaciones (4.12) y (4.13) supóngase que se analiza un tendón formado por tres segmentos de tendón y que su longitud inicial  $LTend_{ci}$ se encuentra formada por:

$$LTend_{ci} = LTend_{ci} + LTend_{ci} + LTend_{ci}$$

Para condiciones diferentes a las iniciales la longitud del tendón es:

$$LTend = LTend1 + LTend2 + LTend3$$

Sustituyendo en la fracción analizada:

$$\frac{LTend - LTend_{ci}}{r_{\theta s}} = \frac{LTend1 + LTend2 + LTend3 - (LTend1_{ci} + LTend2_{ci} + LTend3_{ci})}{r_{\theta s}}$$

Reagrupando:

$$\frac{(LTend1 - LTend1_{ci}) + (LTend2 - LTend2_{ci}) + (LTend3 - LTend3_{ci})}{r_{\theta_{S}}}$$

Si, suponemos que la longitud  $LTend2_{ci}$  se mantiene constante para cualquier condición del tendón, se afirma que:

$$LTend2_{ci} = LTend2$$

Finalmente:

$$\frac{(LTend1 - LTend1_{ci}) + (LTend3 - LTend3_{ci})}{r_{\theta s}}$$

De acuerdo al resultado obtenido de la ecuación anterior y dado que los parámetros  $r_{\theta s}$  y  $\theta_{sci}$  son constantes, la posición angular del servomotor  $\theta_s$  será únicamente una función de las longitudes iniciales y finales de los segmentos que presentan variación en su longitud.

El objetivo de esta sección es modelar todos los puntos de inicio y fin de un segmento de tendón que posteriormente se utilizaran para calcular la longitud del mismo. Los puntos de inicio y fin de un segmento de tendón son coincidentes con los puntos de inicio y fin de su guía, así pues, al modelar éstos últimos por medio de vectores de posición y dinámicos de posición, los primeros también quedaran definidos. En adelante todos los puntos que se encuentren contenidos dentro del eslabón cuyo sistema ligado se utilice como sistema de referencia se representarán por medio de vectores de posición.

### **4.6.1** Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local $\{x_1, y_1, z_1\}$

Los puntos TendExtMCPA y TendFlexPIPA , TendAAFDMCPA y TendAAFIMCPA se encuentran contenidos en el Eslabón 1, por lo que no se comportan de forma dinámica con respecto al sistema  $\{x_1, y_1, z_1\}$ , en consecuencia quedan definidos mediante vectores de posición. De la **Figura 4.10**:



**Figura 4.10.** La imagen muestra las vistas en sección A-A y B-B, efectuadas sobre los planos  $z_1 = 0$  y  $x_1 = -2$  respectivamente, las distancias de los puntos de inicio o fin de una guía a los ejes del sistema  $\{x_1, y_1, z_1\}$  para la condición  $\theta_1 = 0$ .

Los puntos TendExtMCPB, TendFlexPIPB, TendAAFDMCPB y TendAAFIMCPB se encuentran contenidos en el Eslabón 2, en consecuencia quedan definidos mediante vectores dinámicos de posición. En la **Tabla 4.3** se muestran los parámetros y variables necesarios para su construcción obtenidos a partir de la **Figura 4.10**.

Nombre del vector dinámico de posición	M <sub>x</sub>	M <sub>y</sub>	Т
<sup>1</sup> TendExtMCPB	-2	-7.3	0
<sup>1</sup> TendFlexPIPB	-2	8	0
<sup>1</sup> TendAAFDMCPB	-2	5	-8.5
<sup>1</sup> TendAAFIMCPB	-2	5	8.5
	Tabla 4.3		

# **4.6.2** Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local $\{x_2, y_2, z_2\}$

Los puntos TendFlexPIPC, TendAAFDMCPC y TendAAFIMCPC se encuentran contenidos en el Eslabón 2, en consecuencia quedan definidos mediante vectores de posición. De la **Figura 4.11**:

 ${}^{2}\overline{TendFlexPIPC} = \{7.3 \cos -150^{\circ}, 0, 7.3 \sin -150^{\circ}\}$  ${}^{2}\overline{TendAAFDMCPC} = \{-10.5, -8.5, -5\}$  ${}^{2}\overline{TendAAFIMCPC} = \{-10.5, 8.5, -5\}$ 



**Figura 4. 11.** La imagen muestra en las vistas C-C y D-D, efectuadas sobre los planos  $y_2 = 0$  y  $x_2 = -10.5$  respectivamente, las distancias de los puntos de inicio o fin de una guía a los ejes del sistema  $\{x_2, y_2, z_2\}$  para la condición  $\theta_2 = 0$ .

**4.6.3** Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local  $\{x_3, y_3, z_3\}$ 



El punto TendExtMCPC se define mediante un vector de posición, de la **Figura 4.12**:

 ${}^{3}\overline{TendExtMCPC} = \{0, -7.3, 0\}$ 

Los puntos TendExtMCPD TendFlexPIPD, TendAAFDMCPD y TendAAFIMCPD se encuentran contenidos en el Eslabón 4, en consecuencia quedan definidos mediante vectores dinámicos de posición. En la **Tabla 4.4** se muestran los parámetros y variables necesarios para su construcción obtenidos a partir de la **Figura 4.12**.

Nombre del vector dinámico de posición	М	φ	T
<sup>3</sup> TendExtMCPD	7.3	$-40^{\circ}$	0
<sup>3</sup> TendFlexPIPD	7.3	30°	0
<sup>3</sup> TendAAFDMCPD	8	45°	-8
<sup>3</sup> TendAAFIMCPD	8	45°	8
Tabla 4.4			



Section view F-F

**Figura 4.12.** La imagen muestra en las vistas E-E, F-F y G-G, efectuadas sobre los planos  $z_3 = -8.5$ ,  $z_3 = 8.5$  y  $z_3 = 0$  respectivamente, las distancias de los puntos de inicio o fin de una guía a los ejes del sistema  $\{x_3, y_3, z_3\}$  para las condiciones $\theta_2 = 0$  y  $\theta_3 = 0$ .

# **4.6.4** Modelado mediante vectores, de posición y dinámicos de posición, de los puntos de inicio o fin de una guía con sistema de referencia local $\{x_4, y_4, z_4\}$

El punto TendFlexPIPE se encuentra contenido en el Eslabón 4, en consecuencia queda definido mediante un vector de posición. De la **Figura 4.13**:



El punto TendFlexPIPF se encuentra contenido en el Eslabón 5, en consecuencia queda definido mediante un vector dinámico de posición. En la **Tabla 4.5** se muestran los parámetros y variables necesarios para su construcción obtenidos a partir de la **Figura 4.13**.

Nombre del vector dinámico de posición	M <sub>x</sub>	My	Т
<sup>4</sup> TendFlexPIPF	5	5	0
	Tabla 4.5	;	

<sup>4</sup> $\overline{TendFlexPIPE} = \{-9, 2.5, 0\}$ 

#### **4.7** Calculo de las longitudes de los tendones del DAM

En esta sección se calcularan las longitudes de los distintos tendones del DAM a partir de la suma de las longitudes de los distintos segmentos de los que se componen.

Como primer paso se desarrollaran para cada segmento las ecuaciones que relacionan su longitud con las coordenadas articulares del DAM. Una vez encontradas tales ecuaciones, mediante su suma, se obtendrán las ecuaciones que relacionan las longitudes de los distintos tendones del DAM con sus coordenadas articulares.

De acuerdo a lo expuesto al final de la sección 4.5, para fines prácticos no es necesario conocer longitud de los segmentos que permanecen constantes para las distintas posiciones articulares del DAM, por lo que no se desarrollaran sus ecuaciones.

# **4.7.1** Cálculo de la longitud *LTendExtMCP*, del tendón TendExtMPC extensor de la junta MCP

El tendón TendExtMCP se encuentra formado por 4 segmentos: TendExtMCP0, TendExtMCP1, TendExtMCP2, TendExtMCP3. Ya que los segmentos TendExtMCP0 y TendExtMCP2 mantienen en todo momento una longitud constante, únicamente se calculará la longitud de los segmentos TendExtMCP1 y TendExtMCP3.





La longitud *LTendExtMCP*1 del segmento de tendón TendExtMCP1, con guía del tipo recta de longitud variable, será igual al módulo del vector  $\overline{^1TendExtMCP1}$  cuyos puntos de inicio y fin son TendExtMCPA y TendExtMCPB respectivamente.

$$LTendExtMCP1 = \left\| {}^{1}\overline{TendExtMCP1} \right\|$$
(4.14)





De la Figura 4.15 se tiene que:

$${}^{1}\overline{TendExtMCP1} = {}^{1}\overline{TendExtMCPB} - {}^{1}\overline{TendExtMCPA}$$
(4.15)

Combinando las ecuaciones (4.14) y (4.15) anteriores se llega a:

**Ecuación 4.16**  
$$LTendExtMCP1 = \left\| {}^{1}\overline{TendExtMCPB} - {}^{1}\overline{TendExtMCPA} \right\|$$

La longitud *LTendExtMCP*3, del segmento de tendón TendExtMCP3, cuya guía es del tipo arco circular de longitud variable, es igual a la longitud del arco de circunferencia de la guía definida como la multiplicación del radio r y el ángulo  $\mu$  entre los vectores  ${}^{3}\overline{TendExtMCPC}$  y  ${}^{3}\overline{TendExtMCPD}$  que van, respectivamente, del origen de los sistemas { $x_2, y_2, z_2$ } y { $x_3, y_3, z_3$ } al punto de inicio y fin del arco circular.



Figura 4.16

De lo antes expuesto la longitud *LT end Ext MCP*3 matemáticamente se calcula al como:

$$LTendExtMCP3 = r * \mu \tag{4.17}$$

Dónde:

r: Es el radio del arco de circunferencia de la guía y es igual a 7.3mm.

 $\mu$ : Es el ángulo, en radianes, entre los vectores <sup>3</sup> $\overline{TendExtMCPC}$  y <sup>3</sup> $\overline{TendExtMCPD}$ 

Para este caso en particular, se puede observar de la **Figura 4.16**, que el ángulo  $\mu$  para cualquier posición del eslabón 3 será igual a:

$$\mu = [90^{\circ} + (\theta_3 - 40^{\circ})] * \frac{\pi}{180^{\circ}}$$

De donde:

$$\mu = [\theta_3 + 50^\circ] * \frac{\pi}{180^\circ}$$
(4.18)

Combinando las ecuaciones (4.17) y (4.18) se obtiene:

Ecuación 4.19  

$$LTendExtMCP3 = 7.3 * [\theta_3 + 50^\circ] * \frac{\pi}{180^\circ}$$

Finalmente la longitud variable *LTendExtMCP*, del tendón TendExtMPC, se calcula como:

Ecuación 4.20

LTendExtMCP = LTendExtMCP1 + LTendExtMCP3

# **4.7.2** Cálculo de la longitud variable *LTendAAFDMCP*, del tendón TendAAFDMCP abductor/ aductor / flexor Derecho de la junta MCP

El tendón TendAAFDMCP se encuentra formado por 4 segmentos: TendAAFDMCP0, TendAAFDMCP1, TendAAFDMCP2 y TendAAFDMCP3. Los segmentos contenidos en las guías TendAAFDMCP0 y TendAAFDMCP2 mantienen en todo momento una longitud constante, por lo que únicamente se calculará la longitud de los segmentos restantes.



Figura 4.17

La longitud *LTendAAFDMCP*1 del segmento de tendón TendAAFDMCP1, cuya guía es del tipo recta de longitud variable, será igual al módulo del vector  ${}^{1}\overline{TendAAFDMCP1}$  cuyos puntos de inicio y fin son TendAAFDMCPA y TendAAFDMCPB respectivamente.



Figura 4.18

De la Figura 4.18 se tiene que:

$${}^{1}\overline{TendAAFDMCP1} = {}^{1}\overline{TendAAFDMCPB} - {}^{1}\overline{TendAAFDMCPA}$$
(4.22)

Combinando las dos ecuaciones anteriores se llega a:



La longitud *LTendAAFDMCP*3, del segmento de tendón TendAAFDMCP3, cuya guía es del tipo recta de longitud variable, será igual al módulo del vector<sup>2</sup> $\overline{TendAAFDMCP3}$  cuyos puntos de inicio y fin son TendAAFDMCPC y TendAAFDMCPD respectivamente.

$$LTendAAFDMCP3 = \|^{2}\overline{TendAAFDMCP3}\|$$
(4.24)



Figura 4.19

De la Figura 4.19 se tiene que:

$${}^{2}\overline{TendAAFDMCP3} = {}_{Ref} {}^{3}_{2}\overline{TendAAFDMCPD} - {}^{2}\overline{TendAAFDMCPC}$$
(4.25)

Combinando las dos ecuaciones anteriores se llega a:

**Ecuación 4.26**  $LTendAAFDMCP3 = \|_{Ref 2} \overline{^{3}TendAAFDMCPD} - {^{2}TendAAFDMCPC} \|$ 

Finalmente la longitud variable *LTendAAFDMCP*, del tendón TendAAFDMCP, se calcula como:



#### **4.7.3** Cálculo de la longitud *LTendAAFIMCP*, del tendón TendAAFIMCP, abductor/ aductor /flexor Izquierdo de la junta MCP

Este tendón es análogo al tendón TendAAFDMCP por lo que aquí ya no se desarrollan completamente sus ecuaciones. El tendón TendAAFIMCP se encuentra formado por 4 segmentos: TendAAFIMCP0, TendAAFIMCP1, TendAAFDMIP2 y TendAAFDMIP3. Los segmentos contenidos en las guías TendAAFIMCP0 y TendAAFIMCP2 mantienen en todo momento una longitud constante, por lo que únicamente se calculará la longitud de los segmentos TendAAFIMCP1 y TendAAFDMIP3.



Figura 4.20

La longitud *LTendAAFIMCP*1 del segmento de tendón TendAAFIMCP1, cuya guía es del tipo recta de longitud variable, será igual al módulo del vector  ${}^{1}\overline{TendAAFIMCP1}$  cuyos puntos de inicio y fin son TendAAFIMCPA y TendAAFIMCPB respectivamente.



Figura 4.21

De la Figura 4.21 se tiene que:



La longitud *LTendAAFIMCP*3, del segmento de tendón TendAAFDMCP3, con guía del tipo recta de longitud variable, será igual al módulo del vector<sup>2</sup> $\overline{TendAAFIMCP3}$  cuyos puntos de inicio y fin son TendAAFIMCPC y TendAAFIMCPD respectivamente.



Figura 4.22

De la Figura 4.22 se tiene que:



Finalmente la longitud variable *LTendAAFIMCP*, del tendón TendAAFIMCP, se calcula como:

Ecuación 4.30 LTendAAFIMCP = LTendAAFIMCP1 + LTendAAFIMCP3

# **4.7.4** Cálculo de la longitud *LT end Flex PIP* del tendón Tend Flex PIP, Flexor de la junta PIP

El tendón TendFlexPIP se encuentra formado por 6 segmentos: TendFlexPIPO, TendFlexPIP1, TendFlexPIP2, TendFlexPIP3, TendFlexPIP4 y TendFlexPIP5. Los segmentos TendFlexPIP0, TendFlexPIP2 y TendFlexPIP4 mantienen en todo momento una longitud constante, por lo que únicamente se calcula la longitud de los segmentos TendFlexPIP1, TendFlexPIP3 y TendFlexPIP5.



La longitud *LTendFlexPIP*1 del segmento de tendón TendFlexPIP1, contenido en la guía TFPIP1 del tipo recta de longitud variable, será igual al módulo del vector  ${}^{1}\overline{TendFlexPIP1}$  cuyos puntos de inicio y fin son TendFlexPIPAy TendFlexPIPB respectivamente.

$$LTendFlexPIP1 = \left\| {}^{1}\overline{TendFlexPIP1} \right\|$$
(4.31)



Figura 4.24

De la Figura 4.24 se tiene que:

$${}^{1}\overline{TendFlexPIP1} = {}^{1}\overline{TendFlexPIPB} - {}^{1}\overline{TendFlexPIPA}$$
(4.32)

Combinando las dos ecuaciones anteriores se llega a:



La longitud *LTendFlexPIP3*, del segmento de tendón TendFlexPIP3, con guía del tipo arco circular de longitud variable, es igual a la longitud del arco de circunferencia de la guía, definida como la multiplicación del radio r y el ángulo v entre los vectores  ${}^{2}\overline{TendFlexPIPC}$  y  ${}_{Ref}{}^{3}\overline{2}\overline{TendFlexPIPD}$  que van, respectivamente, del origen de los sistemas  $\{x_{2}, y_{2}, z_{2}\}$  y  $\{x_{3}, y_{3}, z_{3}\}$  al punto de inicio y fin del arco circular.



Figura 4.25

De lo antes expuesto la longitud LT endFlexPIP3 matemáticamente se calcula al como:

$$LTendFlexPIP3 = r * v \tag{4.34}$$

Dónde:

*r*: Es el radio del arco de circunferencia de la guía y es igual a 7.3mm.

v: Es el ángulo, en radianes, entre los vectores  ${}^{2}\overline{TendFlexPIPC}$  y  $_{Ref} {}^{3}_{2}\overline{TendFlexPIPD}$ .

El ángulo  $\nu$  puede ser definido como:

$$\nu = \cos^{-1}\left(\frac{{}^{2}\overline{TendFlexPIPC} \cdot_{Ref} {}^{3}\overline{TendFlexPIPD}}{\|{}^{2}\overline{TendFlexPIPD}\|}\right)$$
(4.35)

Dado que la magnitud de los vectores  ${}^{2}\overline{TendFlexPIPC}$  y  $_{Ref} {}^{3}_{2}\overline{TendFlexPIPD}$  es constante e igual a r, se tiene que:

$$\nu = \cos^{-1}\left(\frac{{}^{2}\overline{TendFlexPIPC} \cdot_{Ref}{}^{3}\overline{TendFlexPIPD}}{r^{2}}\right)$$
(4.36)

Finalmente:

Ecuación 4.37  

$$LTendFlexPIP3 = r * \cos^{-1} \left( \frac{2\overline{TendFlexPIPC} \cdot \frac{3}{Ref_{2}} \overline{TendFlexPIPD}}{r^{2}} \right)$$

La longitud *LTendFlexPIP5* del segmento de tendón TendFlexPIP5, con guía del tipo recta de longitud variable, será igual al módulo del vector  ${}^{4}\overline{TendFlexPIP5}$  cuyos puntos de inicio y fin son TendFlexPIPFy TendFlexPIPE respectivamente.

$$LTendFlexPIP5 = \left\| {}^{4}\overline{TendFlexPIP5} \right\|$$
(4.38)





De la Figura 4.26 se tiene que:

$${}^{4}\overline{TendFlexPIP5} = {}^{4}\overline{TendFlexPIPF} - {}^{4}\overline{TendFlexPIPE}$$
(4.39)

Combinando las dos ecuaciones anteriores se llega a:

**Ecuación 4.40**  

$$LTendFlexPIP5 = ||^{4}\overline{TendFlexPIPF} - {}^{4}\overline{TendFlexPIPF}||$$

Finamente la longitud variable *LTendFlexPIP*, del tendón TendFlexPIP, se calcula como:

Ecuación 4.41

*LTendFlexPIP* = *LTendFlexPIP*1 + *LTendFlexPIP*3 + *LTendFlexPIP*5

**4.8** Ecuaciones matemáticas que relacionan las posiciones angulares de los actuadores con las coordenadas articulares del DAM

**4.8.1** Ecuación matemática entre la posición angular  $\theta_{s1}$  del Actuador 1 con la coordenada articular  $\theta_1$ 

En la sección **3.2.1**, se describió el sistema de transmisión Polea-Polea que permite al Actuador 1 controlar la orientación de la polea localizada en la junta CMC acoplada al eslabón 2, en este capítulo se expone la relación matemática que modela la orientación de esta última con la posición de la polea acoplada a la cabeza del Actuador 1.



Figura 4.27

Los parámetros y variables mostrados en la Figura 4.27 son:

 $\omega_{1s}$ : Es la velocidad angular de la polea acoplada al eslabón 2.

- $\omega_1:$  Es la velocidad angular de la polea acoplada a la cabeza del Actuador 1.
- $\theta_{s1}:$  Es la posición angular de la polea acoplada a la cabeza del Actuador 1.

 $\theta_1$ : Es la coordenada articular de la junta CMC definida como el ángulo que existe entre los ejes  $x_1$  y  $x_2$  medido sobre  $z_1$ , también se interpreta como la orientación del Eslabón 2.

 $r_{ heta 1}$ : Es el radio de la polea acoplada al Eslabón 2, su magnitud es constante e igual a 12mm

 $r_{ heta s1}$ : Es el radio de la polea acoplada a la cabeza del Actuador 1, su magnitud es constante e igual a 6.025mm

Las velocidades tangenciales a las circunferencias de ambas poleas son iguales, es decir:

$$v_1 = v_{1s}$$
 (4.42)

De la definición escalar de velocidad tangencial se sabe que:

$$v_1 = r_{\theta 1} * \omega_1$$
  $v_{1s} = -r_{\theta s1} * \omega_{s1}$  (4.43)

De la definición de velocidad angular se tiene:

$$\omega_1 = \frac{d\theta_1}{dt} \qquad \omega_{s1} = \frac{d\theta_{s1}}{dt} \tag{4.44}$$

Relacionando las ecuaciones anteriores, se afirma:

$$-r_{\theta s1}\frac{d\theta_{s1}}{dt} = r_{\theta 1}\frac{d\theta_1}{dt}$$
(4.45)

Multiplicando ambos lados de la igualdad por dt e integrando para las condiciones iniciales  $\theta_{s1} = 90^{\circ} \text{ y } \theta_1 = 0$  se tiene:

$$\int_{90^{\circ}}^{\theta_{s1}} -r_{\theta_{s1}} \, d\theta_{s1} = \int_{0}^{\theta_{1}} r_{\theta_{1}} \, d\theta_{1}$$
(4.46)

Finalmente, la ecuación que relaciona la posición angular  $\theta_{s1}$ , de la polea acoplada a la cabeza del Actuador 1, con la coordenada articular  $\theta_1$ , de la polea acoplada al eslabón 2, es:

Ecuación 4.47	
$\theta_{s1} = -\frac{r_{\theta 1}}{r_{\theta s1}}\theta_1 + 90^\circ$	

# **4.8.2** Ecuaciones matemáticas que relacionan las posiciones angulares de los actuadores con las coordenadas articulares del DAM por medio de las longitudes de los tendones.

En la sección 4.7 se dedujeron las ecuaciones que relacionan las longitudes de los tendones con las coordenadas articulares del DAM y en la sección **4.5** se dedujo la ecuación que relaciona la longitud de un tendón con la posición angular de su actuador correspondiente. Dado que las longitudes de los tendones son una función de las coordenadas articulares y las posiciones angulares de los actuadores son a su vez, una función de la longitud del tendón acoplado a su cabeza, es entonces posible afirmar que las posiciones angulares de los actuadores se encuentran en función de la coordenadas articulares.

La posición angular  $\theta_s$  de un servomotor como una función de las coordenadas articulares, se encuentra al sustituir, según sea el caso, la ecuación que modela la longitud *LTend* del tendón acoplado a la polea en su cabeza, en la ecuación **(4.12)** o **(4.13)**.

Para una correcta elección entre las ecuaciones se tomó en cuenta la configuración del sistema Polea-Tendón y el tipo de incremento angular del servomotor (horario o antihorario)

Finalmente, en las siguientes tablas se muestra el nombre del actuador, la configuración del sistema polea tendón al que pertenece, su tipo de incremento angular y la ecuación matemática que relaciona su posición angular con las coordenadas articulares por medio de la longitud de su tendón.



Tabla 4.6



Tabla 4.7



Tabla 4.8





#### **4.9** Diseño y modelado del mecanismo de cuatro

Durante los movimientos de flexión de los dedos de la mano humana, en general, el cambio angular de la articulación DIP ( $\Delta\theta_5$ ) guarda una relación directamente proporcional con el cambio angular de la articulación PIP ( $\Delta\theta_4$ ). De acuerdo a la bibliografía [6],  $\Delta\theta_5$  es una función de ( $\Delta\theta_4$ ), matemáticamente mantiene la siguiente relación:

Ecuación 4.51
$$\Delta \theta_5 = \frac{2}{3} \Delta \theta_4$$

Despejando a  $\theta_5$  y expresándolo como una función de  $\theta_4$ , para las condiciones iniciales  $\theta_{4ci}$  y  $\theta_{5ci}$ , a partir de la ecuación **(4.51)**, se puede afirmar que:

Ecuación 4.52
$$\theta_5 = \frac{2}{3}(\theta_4 - \theta_{4ci}) + \theta_{5ci}$$

Tomando en cuenta este hecho y dado que el DAM está orientado a la sujeción de objetos, se decidió simplificar el grado de libertad de la junta DIP y utilizar un mecanismo de cuatro barras, del tipo cruzado, para transmitir el movimiento de la junta PIP a la junta DIP, **Figura 4.28**.



**Figura 4.28**. En la figura se observan en blanco, las líneas base de las barras que componen al mecanismo de 4 barras que transmite el movimiento de la junta PIP a la junta DIP.

Para el diseño de este mecanismo se buscó que las longitudes de las barras 4 y 2 proyectadas sobre los ejes  $y_4$  y  $y_5$ , respectivamente, para las condiciones  $\theta_5 = 0$  y  $\theta_4 = 0$ , no sobrepasasen 6mm ya que de sobrepasarse se perdería el antropomorfismo del DAM, **Figura 4.29**.



**Figura 4.29.** En la figura, el conjunto de vectores con los que se representa el mecanismo de 4 barras, los sistemas de coordenadas de cada junta, y los ángulos necesarios para la formación de los de los vectores citados.

Las barras del mecanismo fueron representadas mediante vectores como se muestra en la **Tabla 4.10**:

Nombre de la barra	Vector que le representa
Barra1	$\overline{{}^{4}Vtras_{4,5}} = r_4 \{\cos\theta_4, \sin\theta_4, 0\}$
Barra2	$\overline{Barra2} = r_5\{\cos(\theta_4 + \theta_5 + \delta), \sin(\theta_4 + \theta_5 + \delta), 0\}$
Barra3	$\overline{Barra3} = r_6 \{\cos\gamma, \sin\gamma, 0\}$
Barra4	$\overline{Barra4} = r_7 \{\cos\beta, \sin\beta, 0\}$
Tabla 4.10	

Con estos vectores se obtiene la siguiente ecuación de lazo:

$$\overline{{}^{4}Vtras_{4,5}} + \overline{Barra2} - \overline{Barra3} - \overline{Barra4} = 0$$
(4.53)

Mediante la manipulación de la ecuación anterior, **Apéndice D**, se obtienen las siguientes ecuaciones conocidas como las ecuaciones de Freudenstein.

$$k_1 - \cos(\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5) - k_2 \cos\theta_4 + k_3 \cos(\beta - \delta - \theta_5)$$
(4.54)

$$k_1 = \frac{-r_6^2 + r_4^2 + r_5^2 + r_7^2}{2r_5 r_7} \quad k_2 = \frac{r_4}{r_5} \qquad k_3 = \frac{r_4}{r_7} \qquad (4.55, 4.56, 4.57)$$

Al analizar tales ecuaciones se observa que al conocer los valores de  $\delta$  y  $r_4$  y definir tres valores de  $\theta_5$  y  $\theta_4$  respectivamente, es posible determinar los valores de las tres barras restantes.

De la sección **2.1** se sabe que la distancia entre los orígenes de los sistemas  $\{x_4, y_4, z_4\}$  y  $\{x_5, y_5, z_5\}$  definida por  $r_4$  es igual a 30.2mm. Por decisión arbitraria los valores de  $\beta$  y  $\delta$  quedan definidos como  $-60^\circ$  y  $60^\circ$  respectivamente.

Para este caso en particular en el que las condiciones iniciales son  $\theta_{5ci} = 0$  y  $\theta_{4ci} = 0$ , la ecuación **(4.52)** queda reducida a:

$$\theta_5 = \frac{2}{3}\theta_4$$

De acuerdo a la relación anterior se definen tres valores para  $\theta_4$  y se obtienen los correspondientes para  $\theta_5$ , como se muestra en la **Tabla 4.11**.

$\boldsymbol{\theta}_5 = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{\theta}_4)$	$\theta_4$	
<b>0</b> °	0°	
<b>43</b> °	45°	
<b>68</b> ° 102°		
Tabla 4.11		

Cabe señalar que el primer y tercer valor para  $\theta_4$  cumplen con la ecuación **(4.52)**, y son los valores mínimo y máximo de diseño que puede alcanzar esta articulación. Dada la naturaleza del mecanismo de 4 barras, como se verá más adelante, el segundo valor fue tomado arbitrariamente y no cumple con la ecuación antes citada.

Sustituyendo los valores antes expuestos en la ecuación (4.54), se forma el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} k_1 - 0.5 k_2 + 0.5 k_3 = -0.5 \\ k_1 + 0.258819 k_2 - 0.224951 k_3 = -0.882948 \\ k_1 + 0.951057 k_2 - 0.615661 k_3 = 0.34202 \end{cases}$$

Al resolverlo se obtienen los siguientes valores:

$$k_1 = -0.882149$$
  $k_2 = 5.0529$   $k_3 = 5.8172$ 

Despejando los valores de  $r_5$  y  $r_7$  de las ecuaciones **(4.56)** y **(4.57)**, y sustituyendo los valores de  $k_2$  y  $k_3$ , se deduce que:

$$r_5 = \frac{r_4}{k_2}$$
  $r_7 = \frac{r_4}{k_3}$   
 $r_5 = 5.97676$   $r_7 = 5.1915$ 

Despejando a  $r_6$  de la ecuación (4.55) y sustituyendo los valores de  $r_4$ ,  $r_5$ ,  $r_7$  y  $k_1$ , se obtiene:

$$r_6 = \sqrt{r_4^2 + r_5^2 + r_7^2 - 2k_1r_5r_7}$$
$$r_6 = 32.0851$$

Finalmente las longitudes, en milímetros, redondeadas de las barras o eslabones que conforman al mecanismo de 4 barras que cumple con los puntos de control expuestos en la **Tabla 4.11** son:

$$r_4 = 30.2$$
  $r_5 = 6$   $r_6 = 32$   $r_7 = 5.2$ 

De manera ideal, las posiciones angulares del mecanismo diseñado, deberían de cumplir con la ecuación **(4.52)**, sin embargo debido a la naturaleza del mismo, la relación que mantendrá a  $\theta_5$  con respecto  $\theta_4$  será del tipo no lineal. Para este caso en particular, y a partir de la ecuación **(4.54)**, la relación matemática entre  $\theta_5 y \theta_4$  es:

Ecuación 4.58  

$$\theta_{5} = \operatorname{ArcCos}\left[-\frac{1}{1 - 2\operatorname{Cos}[\beta - \theta_{4}]k_{3} + k_{3}^{2}}(\operatorname{Cos}[\beta - \theta_{4}]k_{2}(\operatorname{Cos}[\beta - \delta - \theta_{4}] - \operatorname{Cos}[\delta]k_{3}) + k_{1}(-\operatorname{Cos}[\beta - \delta - \theta_{4}] + \operatorname{Cos}[\delta]k_{3}) - \sqrt{(\operatorname{Sin}[\beta - \delta - \theta_{4}] + \operatorname{Sin}[\delta]k_{3})^{2}(1 - k_{1}^{2} + 2\operatorname{Cos}[\beta - \theta_{4}]k_{1}k_{2} - \operatorname{Cos}[\beta - \theta_{4}]^{2}k_{2}^{2} - 2\operatorname{Cos}[\beta - \theta_{4}]k_{3} + k_{3}^{2}))]}$$

# **4.10** El servomotor: relación entre el ancho de pulso de su señal de control y su posición angular

Los actuadores elegidos para el DAM son servomotores de aeromodelismo. Este tipo de actuadores otorgan ventajas tales como: un alto par de salida en comparación con su tamaño; una etapa de control de posición angular de su flecha implementada e integrada; y señal de referencia o control modulada por ancho de pulso PWM.

Idealmente la relación entre un incremento en el ancho de pulso de la señal de control de posición y un incremento en la posición angular de la flecha del servomotor debería ser constante. Matemáticamente esta relación está dada por la siguiente ecuación:



Dónde:

 $m_X$ : Constante del servomotor o actuador X.

 $\theta_{Xusf}$ : Valor máximo del ancho de pulso de la señal de control, en microsegundos.

 $\theta_{X\mu si}$ : Valor mínimo del ancho de pulso de la señal de control, en microsegundos.

 $\theta_{af}$ : Posición angular máxima de la flecha del servomotor.

 $\theta_{qi}$ : Posición angular mínima de la flecha del servomotor.

Ahora bien, la expresión matemática que permite conocer el ancho de pulso de la señal de control en función de la posición angular deseada del servomotor es:

Ecuación 4.59
$$heta_{sX\mu s} = m_X ( heta_{sX} - heta_{gi}) + heta_{X\mu si}$$

Dónde:

 $\theta_{sXus}$ : Ancho de pulso en microsegundos de la señal de control del servomotor o actuador X.

 $\theta_{sX}$ : Posición angular del servomotor X.

Cada servomotor es diferente y pese a que los fabricantes ponen a la disposición de los usuarios hojas de especificaciones en las que se exponen las características de los mismos, en la práctica algunas de estas no siempre coinciden. Tal es el caso del valor mínimo y máximo del ancho de pulso de la señal de control, por tal motivo fue necesario caracterizar a cada servomotor. A continuación los valores obtenidos:

Servomotor 1 (VTS-08A SERVO)	
$\theta_{1\mu si}$	530
$\theta_{1\mu sf}$	2400

Tabla 4.12

Servomotor 2 (VTS-08A SERVO)	
$\theta_{2\mu si}$	530
$\theta_{2\mu sf}$	2360

Tabla 4.13

Servomotor 3 (VTS-08A SERVO)		
$\theta_{3\mu si}$	530	
$\theta_{3\mu sf}$	2360	

Tabla 4.14

Servomotor 4 (VTS-08A SERVO)	
$ heta_{4\mu si}$	530
$ heta_{4\mu sf}$	2380

Tabla 4.15

Servomotor 5 (HS-311 SERVO)		
$\theta_{4\mu si}$	540	
$\theta_{4\mu sf}$	2260	

Tabla 4.16

Todos los servomotores coinciden en los valores  $\theta_{gi}$  y  $\theta_{gf}$  siendo 0° y 180° ó 0 rad y  $\pi$  rad respectivamente.

# **Capítulo 5**. El sistema de comunicación y la descripción del programa principal

En la primer sección de este capítulo se exponen las razones por las que se utilizó un microcontrolador como nexo entre la PC y los servomotores; las características por las que se eligió; y como a partir de estas últimas, en combinación el tipo de datos que se envían desde la PC, se organiza la trama de comunicación que se envía al microcontrolador. Finalmente, en la segunda sección, se presenta la descripción de cada una de las secciones que componen al programa principal del DAM.

# **5.1** El microcontrolador como nexo entre la computadora y los actuadores: la comunicación y la trama de comunicación

En general, una computadora de uso doméstico no cuenta con un periférico que le permita controlar o comunicarse directamente con un actuador o, para este caso en específico, con un servomotor de aeromodelismo. Como consecuencia de este hecho, la utilización de un nexo que permita el control o la comunicación entre ambos dispositivos se vuelve inherente.



Entre las diferentes opciones que existen el mercado y pueden funcionar como nexo entre la pc y los servomotores de aeromodelismo, decidí utilizar el microcontrolador ATMEGA328 en ambiente ARDUINO. Las principales propiedades por las que elegí este dispositivo y su ambiente son las siguientes: este microcontralodor se encuentra equipado con un puerto serie, esta propiedad le permite establecer comunicación con una computadora mediante el protocolo de comunicación RS232. Así mismo, cuenta con **6** salidas digitales que le permiten enviar señales moduladas por ancho de pulso (PWM). Por otro lado, el ambiente ARDUINO cuenta con la librería SERVO especializada en el control de actuadores como los utilizados por el DAM, es decir, servomotores de aeromodelismo. Entre las funciones de la librería SERVO, existen 3 muy importantes, a continuación se enuncian y describen brevemente:

En primer lugar se encuentra la función attach() que permite asignar el pin del microcontrolador del que se sale la señal PWM o de control al servomotor; y así mismo, los valores mínimo y máximo del ancho de pulso de esta última, los cuales son específicos para cada servomotor y fueron expuestos en la sección **4.10**.

En segundo y tercer lugar se encuentran las funciones write() y writeMicroseconds() cuyo fin último es definir el ancho de pulso de la señales de control enviadas a los servomotores, la diferencia entre ambas radica en que la primera permite asignar el valor de la posición angular del servomotor de forma entera en un rango de 0 a 180 grados para luego realizar, junto con los valores mínimo y máximo definidos en la función attach(), una regresión lineal con la que obtiene y define el valor entero del ancho de pulso de la señal de control correspondiente a la posición angular definida en grados; mientras que la segunda, permite asignar directamente el valor del ancho de pulso de la señal de control del servomotor en un intervalo dentro de los valores mínimo y máximo definidos en la función attach().

Ahora bien, la forma en la que se envían los datos de las posiciones de los servomotores al microcontrolador es mediante una trama de datos en formato ASCII. De acuerdo a la elección de la función con la que se define en ARDUINO el ancho de pulso de las señales de control enviadas a los servomotores, puse a consideración dos posibles tramas cuyo tamaño, estructura y significado de los datos que las conforman son completamente diferentes:

1.- Suponiendo que se elige la función write(). Se utilizaría una trama formada por 5 caracteres ASCII, en donde cada carácter representa el valor numérico entero de la posición angular, en grados, de cada uno de los servomotores del DAM. Esta trama aprovecha el siguiente hecho: dado que los caracteres del código ASCII pueden representar valores numéricos desde el 0 hasta el 255 y dado que el rango en grados de las posiciones angulares de los servomotores va de 0 a 180, es entonces posible representar a cada una de estas últimas mediante un sólo carácter de la primera. Sin embargo, los caracteres ASCII sólo pueden representar valores enteros por lo que es necesario truncar las partes decimales o redondear al entero más próximo las posiciones angulares de los servomotores.

De acuerdo a lo descrito en el párrafo anterior a continuación se muestra el algoritmo para la conversión de la posición angular de un actuador a su carácter ASCII.





Finalmente, la organización en la trama de comunicación, formada por la concatenación de caracteres ASCII que representan a las posiciones angulares de los actuadores, es:

Byte inicial				Byte final						
$\theta_{s1\mu sint}$	$\theta_{s2\mu sint}$	$\theta_{s3\mu sint}$	$\theta_{s4\mu sint}$	$ heta_{s5\mu sint}$						
Figura 5.3										

2.- Suponiendo que se elige la función writeMicroseconds(). Se utilizaría una trama formada por 5 parejas de caracteres ASCII. Con cada pareja se representa el valor numérico entero del ancho de pulso de la señal de control de cada servomotor. La necesidad de utilizar dos caracteres se debe a que los valores numéricos de las señales de control están fuera de los valores numéricos que el código ASCII puede representar, pues, los primeros oscilan entre 500 y 2400 aproximadamente. Al utilizar dos caracteres se puede representar de forma completa el valor numérico entero de cada señal de control: un carácter para representar el valor numérico de los dos últimos dígitos y otro más para representar el valor numérico los dígitos restantes. Nótese como al igual que en el caso anterior, es necesario truncar las partes decimales o redondear al entero más próximo los valores numéricos del ancho de pulso de cada señal de control para poder trabajar con un número entero.

De acuerdo a lo descrito en el párrafo anterior a continuación se muestra el algoritmo para la conversión de la posición angular de un actuador a su valor numérico equivalente como ancho de pulso de la señal de control y su descomposición en parejas de dígitos.





Finalmente, la organización en la trama de comunicación de las parejas de caracteres ASCII que representan a las parejas de dígitos expuestas anteriormente es.

Byte inicial								Byte final			
$\theta_{s1\mu sintA}$	$\theta_{s1\mu sintB}$	$\theta_{s2\mu sintA}$	$\theta_{s2\mu sintB}$	$\theta_{s3\mu sintA}$	$\theta_{s3\mu sintB}$	$\theta_{s4\mu sintA}$	$\theta_{s4\mu sintB}$	$\theta_{s5\mu sintA}$	$\theta_{s5\mu sintB}$		
Figura 5.5											

En la construcción de ambas tramas existirá perdida de información ya sea por truncamiento o por redondeo. Esta pérdida derivará en un error en el ancho de pulso de las señales de control enviadas por el microcontrolador a los servomotores y por ende en las posiciones angulares de los mismos. Para una mejor elección entre ambas tramas analicé el error entre el ancho de pulso teórico de la señal de control y los anchos de pulso enviados por el microcontrolador al utilizar una y otra trama. Para tal análisis consideré como posición angular deseada 150.62° para el Servomotor 1, cuyas características son las siguientes:  $\theta_{1\mu sf} = 2400\mu s$ ,  $\theta_{1\mu si} = 530\mu s$   $\theta_{af} = 180^{\circ}$  y  $\theta_{ai} = 0^{\circ}$ .

De acuerdo ecuación **(4.59)** el valor teórico del ancho de pulso para la posición angular 150.62° es:

$$\theta_{s1\mu s}(150.62^\circ) = 2094.77444\mu s$$

El valor del ancho de pulso de la señal de control utilizando la trama expuesta en el punto 1 y su error con respecto al valor teórico son:

$$\theta_{s1\mu s}(150) = 2088\mu s$$
  $error = 0.32\%$ 

El valor del ancho de pulso de la señal de control utilizando la trama expuesta en el punto 2 y su error con respecto al valor teórico son:

$$\theta_{s1\mu s}(150.62^\circ) = 2094\mu s$$
  $error = 0.03\%$ 

Como se puede observar en los resultados anteriores el error provocado al utilizar la trama expuesta en el punto 1 es mayor al de la trama expuesta en el punto 2. Por tal motivo, opté por utilizar a esta última como la trama de comunicación entre la computadora y el microcontrolador y por consiguiente a la función writeMicroseconds().

#### **5.2** Descripción general del programa Dedo Antropomórfico Mecatrónico

Este programa se realizó en el software MATHEMATICA 7. La razón principal por la que elegí utilizar este software es porque permite crear documentos interactivos formados por varias secciones de códigos; así mismo, cuenta con librerías que le permiten comunicarse con hardwares externos a través de los distintos puertos de entradas y salidas digitales de una computadora domestica (USB, Puerto serial y Puerto paralelo). Hay que señalar que para el correcto funcionamiento de cada sección, a excepción de la primera, es necesario haber corrido las secciones anteriores. A continuación, se enuncia y describe cada una de las secciones que compone al programa Dedo Antropomórfico Mecatrónico.

#### **5.2.1** Inicio y configuración de la comunicación SERIAL

Para el correcto funcionamiento de la sección aquí descrita es necesario contar con el paquete SerialIO. Al correr esta sección se cargara el archivo init.m y se abrirá una ventana de dialogo que preguntará por la localización del programa SerialIO.exe, una vez ingresada lo ejecutará. En conjunto, la realización de las operaciones antes descritas le permitirán al software MATHEMATICA 7 reconocer y ejecutar a las funciones del paquete SerialIO con las cuales es posible, definir como un objeto, el puerto de comunicación serial a utilizar y así mismo, sus respectivas características: apertura, cierre, velocidad de comunicación, envío y recepción de datos.

En esta sección se define al objeto **ser** mediante la apertura del puerto serial COMX. Este objeto adquiere en sus atributos todas las características del puerto y permite que se almacenen en el Kernel de MATHEMATICA 7. También, se definen los atributos del objeto **ser** mediante la función SerialSetOptions[]: velocidad de comunicación del puerto como 115200 baudios, los bits de datos como 8, bit de parada como 1 y paridad igual a 0, es decir, sin paridad.

**Nota**: Una vez que se corre esta sección el puerto COMX, de existir, se abrirá y podrá comenzar la comunicación serial.

#### **5.2.2** Matriz de orientación y vector dinámico de posición

En esta sección se definen las funciones  $Q[\theta_{,\alpha_{,}}, vdp\theta M\phi T[\theta_{,M_{,}}\phi_{,T_{,}}] y vdp\theta MxMyT[\theta_{,M_{,}}My_{,T_{,}}] con las cuales y a partir de los parámetros y variables expuestos en las secciones$ **4.3**y**4.6** $, se construyen las matrices de orientación <math>Q_i$ , los vectores de traslación  $iVtras_{i,i+1}$  y los vectores dinámicos de posición.

#### **5.2.3** $\theta$ **5** = $f(\theta$ **4**), a partir de las ecuaciones de Freudenstein

Aquí se define a la coordenada articular  $\theta_5$  como una función de la coordenada articular  $\theta_4$  y de los parámetros  $\beta$ ,  $\delta$ ,  $k_1$ ,  $k_2$  y  $k_3$  expuestos en la sección **4.9**.

#### **5.2.4** Cinemática directa

En esta sección se programaron, a partir de las funciones definidas en la sección **5.2.2**, las matrices de orientación  $Q_i$  y los vectores de traslación  $iVtras_{i,i+1}$  de la sección **4.3**. También, se programó a las matrices  $p_i$ , definidas para i = 1 como  $p_1 = Q_0Q_1$  y para los subsecuentes valores de i como  $p_i = p_{i-1} * Q_i$ , con estas matrices se evita realizar varias veces la multiplicación de las matrices  $Q_i$ . Con estas operaciones se eficienta el código del programa. Finalmente se forman los vectores que señalan la posición espacial de la punta y centros de las juntas del DAM, a partir de la referencia de los vectores de traslación  $iVtras_{i,i+1}$  al sistema  $\{x_0, y_0, z_0\}$ .

#### **5.2.5** Vectores que señalan el punto de inicio o fin de un segmento de tendón

En esta sección se procedió a programar y separar, conforme al sistema local en el que fueron construidos, todos los vectores que señalan el punto de inicio o fin de un segmento de tendón definidos en la sección **4.6**. Para la programación de algunos de estos los vectores se hizo uso de dos de las funciones definidas en la sección **5.2.2**.

#### **5.2.6** Cálculo de longitud de tendones

En esta sección, se encuentran programadas todas las ecuaciones matemáticas con las que se calcula la longitud variable de cada tendón del DAM como una función de las coordenadas articulares del mismo. Estas ecuaciones fueron definidas en la sección **4.7**.

#### **5.2.7** Cálculo de las posiciones para los servomotores

Aquí se programaron las ecuaciones matemáticas con las que se calculan las posiciones angulares de los actuadores del DAM, en función de las longitudes de sus tendones, y en consecuencia como una función de las coordenadas articulares del mismo. Estas ecuaciones se encuentran definidas en la sección **4.8**. Así mismo, en esta sección se encuentran programadas las condiciones iniciales de las posiciones angulares de cada servomotor y de las longitudes de los tendones.

### **5.2.8** Conversión de las posiciones angulares de los servomotores a su equivalente en microsegundos y descomposición de estos últimos en parejas de dígitos.

En esta sección, se procedió a programar todos los valores característicos  $\theta_{X\mu sf}$  y  $\theta_{X\mu si}$  de los 5 servomotores del DAM, definidos en la sección **4.10**. Así mismo, se programaron las ecuaciones con las que se obtiene el ancho de pulso de la señal de control, como una función de la posición angular de cada servomotor. Finalmente se programó el algoritmo con el cual se descompone el ancho de pulso en parejas de dígitos.

### **5.2.9** Programación de la simulación, interfaz con el usuario, formación y envío de la trama de datos al microcontrolador

En esta sección se encuentra programada, mediante líneas que unen la punta y los centros de cada una de las juntas, la representación visual de la estructura mecánica del DAM y de forma similar los ejes del sistema  $\{x_0, y_0, z_0\}$ . También es aquí donde se encuentra programada la interfaz con el usuario.

Además, se encuentra programada la construcción de la trama de comunicación a partir de la concatenación de las parejas obtenidas en la sección **5.2.7**, así como su envió al microcontrolador. Una vez que se han realizado pruebas o experimentos con el DAM se recomienda llevar a cero los valores de las coordenadas articulares en la interfaz antes de cerrar el programa, de no hacerlo, al correr nuevamente el programa el DAM sufrirá un golpeteo, pues los servomotores trataran de alcanzar rápidamente las primeras posiciones que envía el programa al microcontrolador, las cuales son las definidas como posiciones iniciales de los mismos.



#### **5.2.10** Interfaz con el usuario

Figura 5.6

Al correrse esta sección se desplegará la interfaz con el usuario, la cual mostrará: las coordenadas articulares en grados y sus respectivos controles del tipo slider; las longitudes de los tendones en milímetros; las posiciones angulares de los servomotores; y la representación visual del DAM, **Figura 5.6**.

#### **5.2.11** Fin de comunicación SERIAL

Aquí se programó el cierre del puerto COMX. Una vez que se corre esta sección el puerto se cierra y la comunicación por medio de éste cesa.

#### **5.2.12** Calculo de longitudes iniciales

En esta sección se calcularon las longitudes iniciales de los tendones y se encuentran definidas como las longitudes de los tendones cuando todas las coordenadas articulares son iguales a cero. Esta sección sólo se corrió una vez y no es necesario volverla a correr a menos de que se requiera cambiar tales condiciones.
## Capítulo 6. Resultados

En este capítulo se exponen, en las primeras tres secciones y de forma separada, los resultados de los tres sistemas que conforman al DAM: sistema mecánico estructural, sistema de transmisiónactuación y sistema de comunicación. En la sección final, se exponen los resultados de la integración de los sistemas antes citados.

## **6.1** Resultados del sistema mecánico estructural

En la presente tesis desarrollé y construí una estructura mecánica de cuatro grados de libertad que es capaz de emular, no en su rango completo, los movimientos de las articulaciones CMC, MCP, PIP y DIP del dedo menique humano. En la siguiente tabla se muestra una comparativa entre los rangos de los movimientos de la estructura mecánica del DAM y el rango de los del dedo menique.

Nombre de la junta	Movimiento	Dedo menique humano	Estructura mecánica del DAM	
СМС	Flexión/Extensión Activa	15° / 15°	15° / 120°	
	Inclinación lateral	Prácticamente inexistente	Inexistente	
МСР	Flexión/Extensión Activa	110° / 40°	90° / 40°	
	Abducción/Aducción	30° /30°	30° /30°	
PIP	Flexión/Extensión Activa	135° /5°	102° /0°	
DIP	Flexión/Extensión Activa	90° /5°	68° /0°	
= 11.64				

Tabla 6.1

Pese a que suprimí el grado de libertad de la junta DIP, su movimiento angular,  $\theta_5$ , no se perdió sino que se mueve en relación al movimiento angular,  $\theta_4$ , de la junta PIP, por medio de un mecanismo de 4 barras. Este mecanismo es contenido perfectamente por la **Figura 2.2** y sus



respectivos parámetros de la **Tabla 2.3**, en consecuencia la característica de antropomorfismo de la estructura no se ve afectada. La relación que mantiene  $\theta_5$  con respecto  $\theta_4$ , en el DAM, no cumple con la ecuación (4.52). En la **Figura 6.1** se muestra de forma gráfica la relación entre  $\theta_5$  y  $\theta_4$ , en azul respecto a la ecuación (4.58). Los valores de los ejes se encuentran en radianes.



La junta MCP que diseñé, a diferencia del diseño presentado en otras manos tales como MAT, MATII, GIFU HAND I y GIFU HAND II, por citar algunas, mantiene en un sólo punto los centros de rotación de sus dos movimientos de abducción/aducción y flexoextensión.

**Figura 6.2.** Los ejes y el centro de rotación de los movimientos de abducción/aducción y flexoextensión de la junta MCP.

Esta estructura garantiza que el movimiento de sus eslabones, no provoque interferencia en la trayectoria de sus tendones. En consecuencia, los modelos matemáticos expuestos en el capítulo 4 no se verán afectados durante el movimiento de la estructura. Además garantiza que, para los cambios de posición de las juntas, existan momentos con respecto a los ejes de rotación de cada junta, provocados por las fuerzas que transmiten los tendones, ya que estos últimos jamás intersectan con los primeros.



**Figura 6.3.** En la parte superior, los momentos con respecto a los ejes  $z_2$  y  $z_3$  provocados por la acción independiente o en conjunto de los tendones que controlan a la junta MCP. En la parte inferior, a la izquierda y a la derecha, los momentos con respecto a los ejes  $z_1$  y  $z_4$  provocados por la fuerza que transmiten los tendones que controlan a las juntas CMC y PIP respectivamente.

La elaboración de los eslabones del DAM, se realizó en la máquina de prototipado rápido DIMENSION SST de la facultad de ingeniería de la UNAM. El proceso con el cual esta máquina genera cualquier pieza (generación por planos), provoca superficies no lisas en el acabado de las mismas, **Figura 6.4**. Debido a lo antes expuesto, existe una gran cantidad de fricción entre las superficies esféricas de los eslabones metacarpal y falange proximal; y así mismo, entre la superficie esférica del eslabón metacarpal y los tendones que le envuelven, **Figura 6.5**.



**Figura 6.4**. Simulación del prototipado rápido de la junta MCP. A la izquierda la simulación con el archivo STL de la pieza visible, a la derecha sin la visibilidad de este último. Las líneas en rojo representan a los planos de material con los que se genera la pieza, las líneas en gris a los planos del material de soporte.



**Figura 6.5.** Fricción entre las superficies del eslabón metacarpal y el eslabón falange proximal. En amarillo la zona de fricción entre la superficie interna de la esfera del eslabón metacarpal y la superficie externa de la esfera del eslabón falange proximal. En rojo, la zona de fricción entre la superficie externa de la esfera del eslabón metacarpal y la cara interna del segmento esférico del eslabón falange proximal. Finalmente, en azul la zona de fricción entre la superficie de la esfera del eslabón metacarpal y los segmentos de tendón que la envuelven.

## **6.2** Resultados del sistema de transmisión-actuación

El sistema de transmisión desarrollado en base al número de actuadores, utilizados para controlar los grados de libertad de la estructura mecánica, es del tipo sobreactuado en configuración m = n + 1, es decir, utiliza 5 actuadores, m, para controlar los movimientos de los 4 grados de libertad, n, de la estructura de mecánica del dedo.

Gracias a la ubicación de los actuadores fuera del espacio de trabajo del DAM y gracias a la utilización de tendones como medio para transmitir la fuerza de los primeros hacia el segundo, se consigue reducir el peso del dedo. Sin embargo, la existencia de un antebrazo que contenga a los actuadores se tornó inherente.

A diferencia del MATII con la configuración de tendones y actuadores, aquí desarrollada, se consigue controlar de manera bidireccional los movimientos de flexoextensión de la junta CMC y los movimientos de abducción, aducción y flexoextensión de la junta MCP.

Debido al backslash de los tendones se provoca un relativamente inadecuado control de las posiciones. Esta desventaja aporta un beneficio para los actuadores, pues, el fenómeno de elongación en los tendones protege de sobrecargas a los actuadores.

Gracias a la configuración sistema polea-tendón-polea de la junta CMC, se amplió el campo de trabajo del servomotor 1 y se minimizaron los momentos que debe aportar ya sea para acelerar al DAM o mantenerle estable.



Figura 6.6. El sistema polea tendón polea, que transmite la fuerza del servomotor 1 a la junta MCP

De acuerdo a la **Figura 6.6**, el momento o torque que debe aportar el servomotor 1 se encuentra relacionado con el momento resultante sobre la junta CMC mediante la ecuación **(4.60)** y el rango de movimiento angular  $\Delta \theta_{s1}$  con respecto al rango de movimiento  $\Delta \theta_1$  por la ecuación **(4.61)**:

$$\tau_{servo} = F_R * d * \frac{r_{\theta s1}}{r_{\theta 1}}$$
(4.60)

$$\Delta \theta_{s1} = \frac{r_{\theta 1}}{r_{\theta s1}} * \Delta \theta 1 \tag{4.61}$$

Nótese como al aumentar el radio de la polea de la junta CMC y disminuir el radio de la cabeza del servomotor se amplía el rango de movimiento angular del servomotor 1 y se disminuye el torque que aporta.

## **6.3** Resultados del sistema de comunicación

La comunicación entre el usuario, la computadora, el microcontrolador, y el posicionamiento de los actuadores fueron logrados. Sin embargo la ejecución del programa principal en la computadora es relativamente lenta.

## **6.4** Resultados de la integración

A continuación se describen los resultados obtenidos del DAM hablando ya de un sistema que integra a los sistemas antes descritos.

Este sistema logra realizar todos los movimientos para los cuales fue diseñado, es decir, flexoextensión en las juntas CMC, PIP, DIP y MCP, así mismo, los movimientos de abducción y aducción de esta última, si bien en rangos no iguales a los del dedo menique humano si en rangos muy próximos **Tabla 6.2**.

Nombre de la junta	Movimiento	Dedo menique humano	DAM	
СМС	Flexión/Extensión Activa	15° / 15°	15° / 15°	
	Inclinación lateral	Prácticamente inexistente	Inexistente	
МСР	Flexión/Extensión Activa	110° / 40°	90° / 30°	
	Abducción/Aducción	30° /30°	30° /30°	
PIP	Flexión/Extensión Activa	135° /5°	102° /0°	
DIP	Flexión/Extensión Activa	90° /5°	68° /0°	
Tabla 6.2				

En la siguientes dos páginas se ilustran los rangos de movimiento de cada articulación.



**Figura 6.7.** Las posiciones límite y central del movimiento de flexoextensión de la junta CMC. A la izquierda el DAM. A la derecha, simulación por computadora.



**Figura 6.8.** Las posiciones límite y central del movimiento de flexoextensión de la junta MCP. A la izquierda el DAM. A la derecha, simulación por computadora.



**Figura 6.9.** Las posiciones límite de los movimientos de flexión de las junta PIP y DIP. A la izquierda el DAM. A la derecha, simulación por computadora.



**Figura 6.10.** Las posiciones límite y central del movimiento de aducción/aducción de la junta MCP. A la izquierda el DAM. A la derecha, simulación por computadora.

Este sistema, es capaz de realizar movimientos que combinan los movimientos independientes de cada una de sus juntas. Esta característica, sumada a las amplitudes de sus movimientos, le permiten, adaptarse a un considerable número de formas.



**Figura 6.11.** Combinación de los movimientos de las juntas del DAM: flexión de las juntas CMC, PIP, DIP, MCP y aducción de esta última.



Figura 6.12. A la izquierda, el DAM adaptándose a un prisma cuadrangular. A la derecha, adaptándose a una esfera.



Figura 6.13. El DAM adaptándose y sosteniendo un prisma hexagonal.



Figura 6.14. A la izquierda, el DAM adaptándose a un jarrito. A la derecha, adaptándose a una bombilla doméstica.



**Figura 6.15**. A la izquierda: el DAM con la ayuda de un pulgar humano, sostiene una caja de maquillaje. La extensión activa de la junta MCP le permite al DAM sujetar formas de mayor volumen o dimensiones. A la derecha: adaptándose a la caja de maquillaje.



Figura 6.16. A la izquierda, el DAM adaptándose a un prisma circular. A la derecha, adaptándose a una forma cónica.

El movimiento de flexoextensión de la junta CMC amplía el área o campo de trabajo del DAM, con respecto al que tendría de no contar con éste. Un resultado más derivado de la existencia de este movimiento, es la formación del arco longitudinal a lo largo de la estructura del dedo.



Figura 6.17. Posiciones del campo de trabajo del DAM, al utilizar de los movimientos de flexión y extensión de cada una sus juntas.





**Figura 6.18**. Posiciones del campo de trabajo del DAM, al suprimir los movimientos de flexoextensión de la junta CMC, extensión activa de la junta MCP y utilizando únicamente los movimientos de flexión de las juntas MCP, DIP y PIP.

Aun cuando en esta tesis no se realiza una medición o estudio sobre el error entre las posiciones articulares reales y las teóricas o definidas en la interfaz, se puede presumir que visualmente la mayoría de las posiciones son parecidas. Este sistema tiene la capacidad de mantener las posiciones que alcanza, por lo que puede decirse que es estable.

Un aspecto que compromete tanto a la estructura mecánica como a la correcta orientación de las juntas del DAM se desprende de las fuerzas resultantes que provocan los tendones en las guías. Tal es el caso que se presenta durante el movimiento combinado formado por la extensión activa de la junta MCP y la flexión de la PIP. Durante éste último, la tensión en el segmento de tendón

TendFlexPIP3 provoca una fuerza resultante sobre la junta MCP que, a su vez, genera un momento sobre la junta CMC y una elongación en el tendón que controla su movimiento. En consecuencia el DAM presenta un pequeño alabeo en su estructura.



Figura 6.19

Como resultado del tiempo de ejecución del programa en la computadora, las velocidades máximas angulares de las juntas del DAM no logran alcanzar a las velocidades máximas angulares del dedo menique humano.

# **Capítulo 7.** Conclusiones

El dedo robótico aquí desarrollado es capaz de emular o realizar los movimientos de las articulaciones del dedo menique humano, si bien en un rango no igual al de este último si en un rango muy próximo.

En comparación con otros dedos robóticos que no cuentan con el movimiento de flexoextensión de la junta CMC y extensión activa en la junta MCP, el área de trabajo del DAM es mayor. Estos movimientos aumentan la capacidad del dedo para adaptarse a un mayor número superficies ya sean regulares o irregulares, de igual forma le permiten tener un mayor contacto superficial con formas de gran volumen. Gracias al control bidireccional de los movimientos de estas dos juntas la estabilidad frente a la existencia de estímulos externos se ve aumentada en comparación con la de los dedos cuyo control es unidireccional. En una visión a futuro, estas características en los dedos de una mano robótica aumentaran su capacidad para sujetar y manipular objetos.

Tal y como afirman [9] y [11] el precio de haber desarrollado un dedo actuado por tendones fue aumentar la complejidad en su estructura mecánica, en su sistemas de transmisión- actuación y en su análisis cinemático y dinámico. Los eslabones constitutivos del dedo aquí desarrollado, a diferencia de los dedos que integran a los actuadores dentro de sus eslabones, incluyen puntos de fijación para los finales de los tendones, transformadores mecánicos y guías que además de contener y facilitar el paso de los tendones, garantizan que los últimos tengan un determinado comportamiento geométrico y que no obstruyan el movimiento de los eslabones o colisionen con los mismos. Las ecuaciones que relacionan la posición angular de los actuadores con las posiciones articulares del DAM, a diferencia de las ecuaciones de otros dedos robóticos que utilizan sistemas polea-tendón-polea, son más complejas matemáticamente hablando, pues mientras que las segundas son del tipo lineal, las primeras incluyen funciones cosenoidales que las vuelven del tipo no lineal.

De acuerdo a la experiencia que adquirí durante el desarrollo de esta tesis, puedo afirmar que se obtienen mejores resultados si las actividades de diseño, desarrollo y análisis de la estructura mecánica, la configuración del sistema de transmisión y actuación, análisis cinemático y de las ecuaciones que relacionan la posiciones de sus actuadores con las posiciones articulares de este tipo de dedos, se realizan y piensan en forma paralela.

Desde el punto de vista mecánico, la transmisión por medio de tendones y la ubicación de los actuadores lejos del espacio de trabajo del dedo, aportan a este último, los siguientes beneficios: no interferencia de los actuadores en su espacio de trabajo o con los objetos que manipula; ligereza en su estructura mecánica y consecuentemente una menor inercia; además, la facultad para desarrollar fuerzas mayores a las que desarrollaría de contener a los actuadores dentro de sus eslabones.

Al desarrollar el DAM como un sistema sobreactuado en configuración m = n + 1, se consiguió reducir al mínimo el número de actuadores [22], el peso y el volumen en conjunto de estos últimos y el costo total del proyecto.

La característica de antropomorfismo sumada a que el número de eslabones, grados de libertad, rangos de movimiento y localización de estos últimos son próximos a los del dedo humano, le permiten al DAM por un lado realizar movimientos muy parecidos a los del dedo humano y por otro adaptarse a la superficie de los mismos objetos a los que se adapta un dedo humano.

Con esta tesis se sientan las bases para el desarrollo modular de los dedos restantes de una mano robótica y se contribuye al campo de la investigación con el diseño mecánico y actuación, basada en tendones, de un nuevo tipo de junta de dos grados de libertad muy próxima a la articulación MCP de los dedos humanos; y con las bases para el análisis y el cálculo espacial de la longitud de tendones cuyos segmentos se comportan geométricamente como una recta o un arco circular.

La construcción e implementación de una mano con dedos de este tipo le proporcionará a la misma la capacidad de deformar su superficie palmar, una capacidad derivada de la existencia de arcos oblicuos y transversales no rígidos, a su vez generados por los arcos longitudinales flexibles de sus dedos; así mismo, una mayor capacidad para utilizar herramientas de uso corriente para la mano humana, pues durante la sujeción de objetos cilíndricos podrá mantener un mejor contacto superficial y alinear el eje de los mismos de una forma más próxima a como lo haría una mano humana, evitando así la necesidad de diseñar herramientas especiales para el uso de la misma.

## Referencias

## **A)** Bibliografía

- [1] Shadow Robot Company. *Shadow Dexterous Hand C6M2. Technical Specification*. 13 de octubre 2010.
- [2] Shadow Robot Company. Design of a Dextrous Hand for advanced CLAWAR applications. England, 2003.
- [3] C.S. Lovchik, M. A. Diftler. *The Robonaut Hand: A Dexterous Robot Hand for Space*. IEEE, International Conference on Robotics & Automation, 1999.
- [4] S.C. Jacobsen, E.K. Iversen, D.F. Knutti, R.T. Johnson, K.B.. *Design of the utah/mit dexterous* hand. IEEE, International Conference on Robotics and Automation, 1986.
- [5] Morecki, Busko, Gasztold, Jaworek. *Synthesis and control of anthropomorphic two-handed manipulator*. Proc. 10th International Symposium On Industrial robots, 1980.
- [6] Aguilar, López, "Manipulador antropomórfico teleoperado II". Universidad Nacional Autónoma de México, Facultad de ingeniería, 2002.
- [7] Gonzalez Villela, Arnez Paniagua, Hernandez Avilés. Mechanic Design of Anthropomorphic Hand for shapeless Objects Subjection. Electronics, Robotics and Automotive Mechanics Conference, 2010.
- [8] P. Grosch, R. Suárez. Modelado y Control de una Mano Mecánica. Instituto de Organización y Control de Sistemas Industriales (IOC), Universidad Politécnica de Cataluña (UPC), 2003.
- [9] H. Kawasaki, T. Komatsu, K. Uchiyama. Dexterous Anthropomorphic Robot Hand With Distributed Tactile Sensor: Gifu Hand II. IEEE/ASME TRANSACTIONS ON MECHATRONICS, VOL. 7, NO. 3, SEPTEMBER 2002.

- [10] T. Takaki, T. Omata. High-Performance Anthropomorphic Robot HandWith Grasping-Force-Magnification Mechanism. IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009.
- [11] R. M. Murray, Z. Li, S. S. Sastry. A mathematical Introduction to robotic manipulation.
   E.U.A., 1994.
- [12] Z. Xu, E. Todorov, B. Dellon, Y. Matsuoka. Design and Modeling of an Anthropomorphic Robotic Finger with Biomimetic Artificial Joints. Department of Computer Science & Engineering, University of Washington.
- [13] Z. Xu, E. Todorov, B. Dellon, Y. Matsuoka. Design and Analysis of an Artificial Finger Joint for Anthropomorphic Robotic Hands. Department of Computer Science & Engineering, University of Washington.
- [14] Y. Kurita, Y. Ono, A. Ikeda, T. Ogasawara. *Human-sized anthropomorphic robot hand with detachable mechanism at the wrist*. Mechanism and Machine Theory, Elsevier, 2011.
- [15] F. García-Córdova, J. J. Martínez, R. J. Saltarén, A. Guerrero, J. López. Diseño mecatrónico de un dedo antropomórfico. Parte I: mecánica. Departamento de Ingeniería de Sistemas y Automática. Universidad Politécnica de Cartagena, 2001.
- [16] N. S. Pollard, R. C. Gilbert. *Tendon arrangement and muscle force requirements for humanlike force capabilities in a robotic finger*. Brown University.
- [17] O. F. Avilés, P. L. León, G. Calle. Dedos para "GRIPPERS" robóticos Revisión bibliográfica. Scientia et Technica Año XI, No 27, Abril 2005.
- [18] A.I. Kapandji. Fisiología articular: esquemas comentados de mecánica humana. Médica Panamericana, Madrid 2006.
- [19] Cinemática y dinámica de maquinas. IV.1 Síntesis dimensional de mecanismos. Generación de funciones. Departamento de ingeniería estructural y mecánica. Universidad de Cantabria.
- [20] E. F. Aguilar, G. López. *Manipulador Antropomórfico Teleoperado II*. Facultad de ingeniería, UNAM, 2001.

- [21] K. S. FU, R. C. Gonzalez, C. S. G. LEE. *Robotics: control, sensing vision and intelligence*. McGraw-Hill, New York, 1987.
- [22] S. C. Jacobsen, H. KO, E. K. Iversen, C. C. Davis. Antagonistic Control of a Tendon Driven Manipulator. Center for Engineering Design, University of Utah, 1989.

## **B** Fuentes electrónicas

[23] Shadow Robot Company. *The Shadow Dextrous Hand*. Recuperado el 8 de agosto de 2011. http://www.shadow.org.uk/products/newhand.shtml

## **Apéndice A.** Programa para el microcontrolador ATMEGA328 en ambiente ARDUINO

Este programa se realizó en el ambiente de desarrollo integrado ARDUINO 19. Le permite realizar al microcontrolador leer, por medio del puerto serie, la trama de comunicación enviada por el programa Dedo Antropomórfico Mecatrónico desde la pc, además controlar a los 5 servomotores del DAM mediante señales PWM.

#### #include <Servo.h> //Llamada a la libreria servo

int val1,val2,val3,val4,val5,val6,val7,val8,val9,val10; // Declaración de variables que almacenan los valores numericos de los caracteres de la trama de comunicación recibida por el puerto serie

int A,B,C,D,E; // Declaración de variables que almacenan la posición en microsegundos de cada servomotore. "A" para la posición del servomotor 1, "B" para el servomotor 2 y así sucesivamente

Servo myservo1; // creación del objeto myservo1 para controlar el servomotor 1

Servo myservo2; // creación del objeto myservo2 para controlar el servomotor 2

Servo myservo3; // creación del objeto myservo3 para controlar el servomotor 3

Servo myservo4; // creación del objeto myservo4 para controlar el servomotor 4

Servo myservo5; // creación del objeto myservo5 para controlar el servomotor 5 void setup()

{

Serial.begin(115200); // Inicio y configuración de la velocidad de la comunicación serial

myservo1.attach(11,530,2400); // Declaracion del pin 11 como pin de salida de la señal de control y de los valores minimo y maximo de ancho de pulso del objeto myservo1

myservo2.attach(10,530,2360); // Declaracion del pin 10 como pin de salida de la señal de control y de los valores minimo y maximo de ancho de pulso del objeto myservo2

myservo3.attach(9,530,2360); // Declaracion del pin 9 como pin de salida de la señal de control y de los valores minimo y maximo de ancho de pulso del objeto myservo3

myservo4.attach(6,530,2380); // Declaracion del pin 8 como pin de salida de la señal de control y de los valores minimo y maximo de ancho de pulso del objeto myservo4

myservo5.attach(5,540,2260); // Declaracion del pin 7 como pin de salida de la señal de control y de los valores minimo y maximo de ancho de pulso del objeto myservo5

}

#### void loop()

if(Serial.available()==10) //Se realiza si el número de caracteres de la trama de comunicación recibida es igual a 10

{

val1=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val1

val2=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val2

val3=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val3

val4=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val4

val5=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val5

val6=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val6

val7=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val7

val8=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val8

val9=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val9

val10=Serial.read(); // Lectura y asiganación del primer carácter, en cola en el puerto serie, a la variable val10 //Reconstrucción de la posición en microsegundos p.e. sí val1=22 y val2=10, entonces A=100\*22+10=2210

A=100\*val1+val2;

B=100\*val3+val4;

C=100\*val5+val6;

D=100\*val7+val8;

E=100\*val9+val10;

myservo1.writeMicroseconds(A); //Asiganación del ancho de pulso de la señal de control asociada al objeto myservo1

myservo2.writeMicroseconds(B); //Asiganación del ancho de pulso de la señal de control asociada al objeto myservo2

myservo3.writeMicroseconds(C); //Asiganación del ancho de pulso de la señal de control asociada al objeto myservo3

myservo4.writeMicroseconds(D); //Asiganación del ancho de pulso de la señal de control asociada al objeto myservo4

myservo5.writeMicroseconds(E); //Asiganación del ancho de pulso de la señal de control asociada al objeto myservo5

delay(15); //Tiempo de espera

Serial.flush(); // Limpieza del búfer de entrada de datos en serie

83

}

}

# **Apéndice B**. Diagrama de conexiones n entre los servomotores, la placa ARDUINO y la PC

A continuación se muestra el diagrama de conexiones entre los pines de los servomotores, los pines de la placa ARDUINO DUEMILANOVE, la fuente de poder y la PC.



# **Apéndice C.** Programa: Dedo Antropomórfico Mecatrónico

En las siguientes páginas se muestra el código del programa Dedo Antropomórfico Mecatrónico. El cual, le permite a un usuario comunicarse y manipular las posiciones del DAM, a través de una interfaz gráfica desde una PC doméstica.

Este programa se realizó en el software MATHEMATICA 7 y se recomienda ejecutarlo en esta versión o en una posterior. Además es necesario contar con el paquete SerialIO. Cabe señalar que este paquete incluye un documento interactivo, *InHardwareLand.nb*, que orienta al usuario sobre su instalación y ejecución.

## Dedo Antropomórfico Mecatrónico

Pedro Enrique Ávila Hernández Mechatronic Research Center (MRC) Facultad de Ingeniería, UNAM

## Inicio y configuración de la comunicación SERIAL

```
In[1]:= << "C:\\Program Files\\Wolfram
Research\\Mathematica\\7.0\\AddOns\\Applications\\SerialIO\\Kernel\\init.m"
In[2]:= Names["SerialIO`*"]
ser = SerialOpen["COM4"]
SerialSetOptions[ser, "BaudRate" → 115 200]
Out[2]= {SerialClose, SerialOpen, SerialPort,
SerialRead, SerialReadyQ, SerialSetOptions, SerialWrite}
```

 ${\sf Out[3]= \ SerialPort[<COM4>]}$ 

```
\texttt{Out[4]=} \hspace{0.1in} \{\texttt{BaudRate} \rightarrow \texttt{115200}, \hspace{0.1in} \texttt{DataBits} \rightarrow \texttt{8}, \hspace{0.1in} \texttt{StopBits} \rightarrow \texttt{1}, \hspace{0.1in} \texttt{Parity} \rightarrow \texttt{0} \}
```

### Matriz de orientación y vector dinamico de posición

```
\begin{split} &\ln[5]:= \ Q[\theta_{-}, \alpha_{-}] := \{\{\cos[\theta], -\sin[\theta] * \cos[\alpha], \sin[\theta] * \sin[\alpha]\}, \\ &\{\sin[\theta], \cos[\theta] * \cos[\alpha], -\cos[\theta] * \sin[\alpha]\}, \{0, \sin[\alpha], \cos[\alpha]\}\}; \\ &vdp\theta M \varphi T[\theta_{-}, M_{-}, \varphi_{-}, T_{-}] := \{M * \cos[\theta + \varphi], M * \sin[\theta + \varphi], T\}; \\ &vdp\theta M x M y T[\theta_{-}, M x_{-}, M y_{-}, T_{-}] := \{M x * \cos[\theta] - M y * \sin[\theta], M x * \sin[\theta] + M y * \cos[\theta], T\}; \end{split}
```

## $\theta$ 5=f( $\theta$ 4) a partir de las ecuaciones de Freudenstein

```
\begin{aligned} & \ln[8]:= \left( *k_1 - k_2 \cos \left[\beta - \theta_4\right] + k_3 \cos \left[\delta + \theta_5\right] = = \cos \left[\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5\right] * \right) \\ & \left( *k_1 = -0.882149457547636^{\circ}; \\ & k_2 = 5.052904162303331^{\circ}; \\ & k_3 \rightarrow 5.817203077398602^{\circ}; \\ & \beta = -60.0 * Degree; \\ & \delta = 60.0 * Degree; \\ & \theta_5 = \operatorname{ArcCos} \left[ -\frac{1}{1 - 2 \cos \left[\beta - \theta_4\right] + k_3 + k_3^2} \left( \cos \left[\beta - \theta_4\right] + k_2 \right] \left( \cos \left[\beta - \delta - \theta_4\right] - \cos \left[\delta\right] + k_3 \right) + \\ & k_1 \left( - \cos \left[\beta - \delta - \theta_4\right] + \cos \left[\delta\right] + k_3 \right) - \sqrt{\left( \left( \sin \left[\beta - \delta - \theta_4\right] + \sin \left[\delta\right] + k_3 \right)^2 \right) - \left( \left( - k_1^2 + 2 \cos \left[\beta - \theta_4\right] + k_1 + k_2 - \cos \left[\beta - \theta_4\right]^2 + k_2^2 - 2 \cos \left[\beta - \theta_4\right] + k_3^2 \right) \right) \right] * \right) \\ & \left( * \theta_5 \text{ a partir de la ecuación 4.52* \right) \\ & \theta_5 = \frac{2}{3} * \theta_4; \end{aligned}
```

## **Cinematica directa**

```
In[9]:= (*Matrices de Orientación Qi y Vectores de Traslación ai*)
      Q_0 = Q[0 * Degree, -90 * Degree];
      VTras_{0,1} = vdp\Theta M \phi T [0 * Degree, 0, 0 * Degree, 0];
      Q_1 = Q[\theta_1, 90 * Degree];
      VTras_{1,2} = vdp \Theta M \varphi T [\Theta_1, 77.6, 0 * Degree, 0];
      Q_2 = Q[\theta_2, -90 * Degree];
      VTras_{2,3} = vdp\Theta M \phi T [\theta_2, 0, 0 * Degree, 0];
      Q_3 = Q[\theta_3, 0 * Degree];
      VTras_{3,4} = vdp\Theta M \varphi T [\theta_3, 48, 0 * Degree, 0];
      Q_4 = Q[\theta_4, 0 * Degree];
      VTras_{4,5} = vdp\Theta M \varphi T [\Theta_4, 30.2, 0 * Degree, 0];
      Q_5 = Q[\theta_5, 0 * Degree];
      vTras_{5,6} = vdp\Theta M \varphi T [\Theta_5, 19, 0 * Degree, 0];
      (*Anidación de Matrices de Orientación Qi*)
      p_1 = Q_0 \cdot Q_1;
      p_2 = p_1 \cdot Q_2;
      p_3 = p_2 \cdot Q_3;
      p_4 = p_3 \cdot Q_4;
      (*Formación de los vectores, referidos al Sistema 0,
      que señalan la posición de las juntas y punta del dedo *)
      CMC = {0, 0, 0}; (*Posición de la junta CarpoMetaCarpal*)
      MCPAA = Q_0 \cdot VTras_{1,2}; (*Posición de la junta MetaCarpoPhalangeal*)
      MCPEF = MCPAA + p_1.VTras<sub>2.3</sub>; (*Posición de la junta MetaCarpoPhalangeal*)
```

```
MCPEF = MCPAA + p<sub>1</sub>.VTras<sub>2,3</sub>; (*Posición de la junta MetaCarpoPhalangeal*)
PIP = MCPEF + p<sub>2</sub>.VTras<sub>3,4</sub>; (*Posición de la junta ProximalInterPhalangeal*)
DIP = PIP + p<sub>3</sub>.VTras<sub>4,5</sub>; (*Posición de la junta DistalInterPhalangeal*)
PFD = DIP + p<sub>4</sub>.VTras<sub>5,6</sub>; (*Posición de la Punta de la Falange Distal*)
```

Vectores que señalan el punto de inicio o fin de un segmento de tendón

Vectores que señalan los Puntos de inicio o fin de un segmento de tendón con sistema local X1Y1Z1

```
In[31]:=
     (*Del Tendón Extensor de la junta MCP. TendExtMCP*)
     TendExtMCPA = {-16.7, -7.3, 0}; (*punto de inicio del segmento TendExtMCP1*)
     TendExtMCPB = vdp\theta MxMyT[\theta_1, -2, -7.3, 0];
      (*punto de fin del segmento TendExtMCP1 e inicio del segmento TendExtMCP2*)
     (*Del Tendón Flexor de la junta PIP. TendFlexPIP*)
     TendFlexPIPA = {-16.7, 7.3, 0}; (*punto de inicio del segmento TendFlexPIP1*)
     TendFlexPIPB = vdp\Theta MxMyT[\theta_1, -2, 8, 0];
     (*punto de fin del segmento TendFlexPIP1 e inicio del segmento TendFlexPIP2*)
     (*De los Tendones Abducción/Aducción Flexiónde la junta MCP. TendAAFDMCP y TendAAFIMCP*)
     TendAAFDMCPA = {-16.7, 5, -8.5}; (*punto de inicio del segmento TendAAFDMCP1*)
     TendAAFIMCPA = {-16.7, 5, 8.5}; (*punto de inicio del segmento TendAAFIMCP1*)
     TendAAFDMCPB = vdp\theta MxMyT[\theta_1, -2, 5, -8.5];
      (*punto de fin del segmento TendAAFDMCP1 e inicio del segmento TendAAFDMCP2*)
     TendAAFIMCPB = vdp\theta MxMyT[\theta_1, -2, 5, 8.5];
      (*punto de fin del segmento TendAAFIMCP1 e inicio del segmento TendAAFIMCP2*)
```

Vectores que señalan Puntos de inicio o fin de un segmento de tendón con sistema local X2Y2Z2

```
(*Del Tendón Flexor de la junta PIP. TendFlexPIP*)
TendFlexPIPC = {7.3 * Cos[-150 * Degree], 0, 7.3 * Sin[-150 * Degree]};
(*punto de fin del segmento TendFlexPIP2 e inicio del segmento TendFlexPIP3*)
(*De los Tendones Abducción/Aducción Flexiónde la junta MCP. TendAAFDMCP y TendAAFIMCP*)
TendAAFDMCPC = {-10.5, -8.5, -5};
(*punto de fin del segmento TendAAFDMCP2 e inicio del segmento TendAAFDMCP3*)
TendAAFIMCPC = {-10.5, 8.5, -5};
(*punto de fin del segmento TendAAFIMCP2 e inicio del segmento TendAAFIMCP3*)
```

#### Vectores que señalan Puntos de inicio o fin de un segmento de tendón con sistema local X3Y3Z3

```
(*Del Tendón Flexor de la junta PIP. TendFlexPIP*)
<sup>3</sup>
TendFlexPIPD = vdp\thetaM\phiT[\theta_3, 7.3, 30 * Degree, 0];(*Inserción D del Tendón Flexor PIP*)
```

(\*De los Tendones Abducción/Aducción Flexiónde la junta MCP. TendAAFDMCP y TendAAFIMCP\*) <sup>3</sup> TendAAFDMCPD = vdp $\theta$ M $\phi$ T[ $\theta_3$ , 8, 45 \* Degree, -8]; (\*punto de fin del segmento TendAAFDMCP3\*) <sup>3</sup> TendAAFIMCPD = vdp $\theta$ M $\phi$ T[ $\theta_3$ , 8, 45 \* Degree, 8]; (\*punto de fin del segmento TendAAFIMCP2\*)

Vectores que señalan Puntos de inicio o fin de un segmento de tendón con sistema local X4Y4Z4

```
(*Del Tendón Flexor de la junta PIP. TendFlexPIP*)
4
TendFlexPIPE = {-9, 2.5, 0};(*Inserción E del Tendón Flexor PIP*)
4
TendFlexPIPF = vdp0MxMyT[04, 5, 5, 0];(*Inserción F del Tendón Flexor PIP*)
```

### Cálculo de longitud de tendones

Cálculo de longitud LTendExtMCP, del tendón TendExtMCP extensor de la junta MCP

```
In[40]:= (*Calculo de la Longitud del segmento LTendExtMCP1*)
LTendExtMCP1 = Norm [TendExtMCPB - TendExtMCPA];
(*Calculo de la Longitud del segmento LTendExtMCP3*)
r = 7.3; (*Radio de la esfera o del arco *)
\mu = \theta_3 + 50 * Degree; (*Angulo entre los vectores TendExtMCPC yTendExtMCPD*)
LTendExtMCP3 = r * \mu;
(*Calculo de la Longitud del tendón TendExtMCP*)
```

```
LTendExtMCP = LTendExtMCP1 + LTendExtMCP3;
```

Cálculo de la longitud variable LTendAAFDMCP, del tendón TendAAFDMCP abductor/ aductor /flexor Derecho de la junta MCP

```
In[45]:= (*Calculo de la Longitud del segmento LTendExtMCP1*)
LTendAAFDMCP1 = Norm[TendAAFDMCPB - TendAAFDMCPA];
```

```
(*Calculo de la Longitud del segmento LTendExtMCP3*)

<sup>3</sup> <sup>2</sup> <sup>3</sup>

TendAAFDMCPD = VTras<sub>2,3</sub> + Q<sub>2</sub>.TendAAFDMCPD;

Ref 2
```

LTendAAFDMCP3 = Norm [TendAAFDMCPD - TendAAFDMCPC]; Ref 2

```
(*Calculo de la Longitud del tendón TendAAFDMCP*)
LTendAAFDMCP = LTendAAFDMCP1 + LTendAAFDMCP3;
```

 Cálculo de la longitud variable LTendAAFIMCP, del tendón TendAAFIMCP abductor/ aductor /flexor Izquierdo de la junta MCP

```
In[49]:= (*Calculo de la Longitud del segmento LTendExtMCP1*)
LTendAAFIMCP1 = Norm [TendAAFIMCPB - TendAAFIMCPA];
(*Calculo de la Longitud del segmento LTendExtMCP3*)
TendAAFIMCPD = VTras<sub>2,3</sub> + Q<sub>2</sub>.TendAAFIMCPD;
Ref 2
LTendAAFIMCP3 = Norm [TendAAFIMCPD - TendAAFIMCPC];
(*Calculo de la Longitud del tendón TendAAFDMCP*)
```

```
LTendAAFIMCP = LTendAAFIMCP1 + LTendAAFIMCP3;
```

### Cálculo de longitud del tendón que controla la Flexión de la junta PIP

```
In[53]:= (*Calculo de la Longitud del segmento TendFlexPIP1*)
LTendFlexPIP1 = Norm [TendFlexPIPB - TendFlexPIPA];
(*Calculo de la Longitud del segmento TendFlexPIP3*)
TendFlexPIPD = VTras<sub>2,3</sub> + Q<sub>2</sub>.TendFlexPIPD;
Ref 2
(*v=ArcCos [TendFlexPIPC.TendFlexPIPD
ref 2 rendFlexPIPC.TendFlexPIPD
v = ArcCos [TendFlexPIPC.TendFlexPIPD
v = ArcCos [TendFlexPIPC.TendFlexPIPD
r<sup>2</sup> r<sup>2</sup>];
LTendFlexPIP3 = r * v;
(*Calculo de la Longitud del segmento TendFlexPIP5*)
LTendFlexPIP5 = Norm [TendFlexPIPF - TendFlexPIP5];
(*Calculo de la Longitud del tendón TendFlexPIP5;
LTendFlexPIP = LTendFlexPIP1 + LTendFlexPIP3 + LTendFlexPIP5;
```

## Cálculo de posiciones para los servomotores

Cálculo de posición para el servomotor que controla la posición de θ1

```
R\theta 1 = 12; (*Radio de la polea en \theta 1*)
R\theta 1s = 6.025; (*Radio de la polea en \theta 1s*)
\theta 1i = 0 * Degree; (* Angulo inicial en \theta 1, Angulo inicial en sistema 1*)
\theta 1si = 90 * Degree; (* Angulo inicial en \theta 1s, Angulo inicial del servomotor*)
\theta 1s = \left(-\frac{R\theta 1}{R\theta 1s} * (\theta_1 - \theta 1i) + \theta 1si\right) / Degree; (* Angulo Final \theta 1s Angulo final del servomotor*)
\theta 1se = Round [\theta 1s];
```

#### Cálculo de posición para el servomotor que controla la extensión de θ3

```
In[65]:= LTendExtMCPci = 21.070451769779304<sup>*</sup>;

R\thetas2 = 8.725; (*Radio de la polea mas el radio del tendón*)

\thetas2ci = 60 * Degree;

\thetas2 = \left(\frac{\text{LTendExtMCP} - \text{LTendExtMCPci}}{R\thetas2 + \thetas2ci\right) / Degree;

<math>\thetas2e = Round[\thetas2];
```

Cálculo de posición para los servomotores que controlan la Flexión en  $\theta$ 3 y posición de  $\theta$ 2

```
In[70]:= LTendAAFDMCPci = 30.87792930953823<sup>;</sup>

R\Thetas3 = 8.225;

\Thetas3ci = 122 * Degree;

\Thetas3 = \left(\frac{\text{LTendAAFDMCP} - \text{LTendAAFDMCPci}}{R\Thetas3} + \Thetas3ci\right) / Degree;

LTendAAFIMCPci = 30.87792930953823<sup>;</sup>

R\Thetas4 = 8.225;

\Thetas4ci = 60 * Degree;

\Thetas4 = \left(\frac{-(\text{LTendAAFIMCP} - \text{LTendAAFIMCPci})}{R\Thetas4} + \Thetas4ci\right) / Degree;
```

Cálculo de posición para el servomotor que controla la Flexión de θ4

```
In[78]:= LTendFlexPIPci = 44.227204129938265<sup>;</sup>

R \Theta s5 = 10.175;

\Theta s5ci = 140 * Degree;

\Theta s5 = \left(\frac{LTendFlexPIP - LTendFlexPIPci}{R\Theta s5} + \Theta s5ci\right) / Degree;
```

Conversión de las posiciones angulares de los servomotores a su equivalente en microsegundos y descomposición de estos últimos en parejas de dígitos

```
In[82]:= Ogi = 0;(*Limite inferior en grados para el servomotor*)
Ogf = 180;(*Limite superior en grados para el servomotor*)
```

#### • Escalamiento y manipulación de $\theta$ 1s a $\theta$ s1 $\mu$

```
In[84]:= θµsi = 530; (*Limite inferior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*)
θµsf = 2400; (*Limite superior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*)
m = θµsf - θµsi
@gf - θµsi; (*Pendiente del escalamiento para servomotor VTS-08A*)
θslµ = m (θls - θgi) + θµsi; (*Cambio de posición en Grados a posición en microsegundos*)
θslµint = IntegerPart[θslµ]; (*Parte Entera de la posición en microsegundos*)
θslµintA = IntegerPart[θslµ]; (*Parte Entera de la posición en microsegundos*)
θslµintA = IntegerPart[θslµint / 100];
(*Primeros dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos*)
θslµintB = θslµint - 100 * θslµintA;
(*Últimos dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos*)
```

#### • Escalamiento y manipulación de $\theta$ s2 a $\theta$ s2 $\mu$

```
\begin{aligned} & \ln[91]:= \theta 2\mu \text{si} = 530; (*\text{Limite inferior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*) \\ & \theta 2\mu \text{sf} = 2360; (*\text{Limite superior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*) \\ & \text{m2} = \frac{\theta 2\mu \text{sf} - \theta 2\mu \text{si}}{\theta \text{gf} - \theta \text{gi}}; (*\text{Pendiente del escalamiento para servomotor VTS-08A*) \\ & \theta \text{s2}\mu = \text{m2} (\theta \text{s2} - \theta \text{gi}) + \theta 2\mu \text{si}; (*\text{Cambio de posición en Grados a posición en microsegundos*) \\ & \theta \text{s2}\mu \text{int} = \text{IntegerPart}[\theta \text{s2}\mu]; (*\text{Parte Entera de la posición en microsegundos*) \\ & \theta \text{s2}\mu \text{int} \text{A} = \text{IntegerPart}[\theta \text{s2}\mu \text{int} / 100]; \\ & (*\text{Primeros dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos*) \\ & \theta \text{s2}\mu \text{int} \text{B} = \theta \text{s2}\mu \text{int} - 100 * \theta \text{s2}\mu \text{int} \text{A}; \\ & (* \hat{\text{V}} \text{ltimos dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos*) \end{aligned}
```

#### • Escalamiento y manipulación de $\theta$ s3 a $\theta$ s3 $\mu$

```
In[98]:= \Theta 3\mu si = 530; (*Limite inferior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*)\Theta 3\mu sf = 2360; (*Limite superior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*)m3 = \frac{\Theta 3\mu sf - \Theta 3\mu si}{\Theta gf - \Theta gi}; (*Pendiente del escalamiento para servomotor VTS-08A*)
```

θs3µ = m3 (θs3 - θgi) + θ3µsi; (\*Cambio de posición en Grados a posición en microsegundos\*) θs3µint = IntegerPart[θs3µ]; (\*Parte Entera de la posición en microsegundos\*) θs3µintA = IntegerPart[θs3µint / 100]; (\*Primeros dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos\*) θs3µintB = θs3µint - 100 \* θs3µintA; (\*Últimos dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos\*)

#### **Escalamiento y manipulación de** $\theta$ s4 a $\theta$ s4 $\mu$

```
In[105]:= \theta 4\mu si = 530; (*Limite inferior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*)\theta 4\mu sf = 2380; (*Limite superior en microsegundos para el servomotor VTS-08A*)m4 = \frac{\theta 4\mu sf - \theta 4\mu si}{\theta gf - \theta gi}; (*Pendiente del escalamiento para servomotor VTS-08A*)
```

 $\theta s4\mu = m4 (\theta s4 - \theta gi) + \theta 4\mu si; (*Cambio de posición en Grados a posición en microsegundos*)$  $<math>\theta s4\mu int = IntegerPart[\theta s4\mu]; (*Parte Entera de la posición en microsegundos*)$  $\theta s4\mu intA = IntegerPart[\theta s4\mu int / 100];$ 

(\*Primeros dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos\*)  $\theta$ s4µintB =  $\theta$ s4µint - 100 \*  $\theta$ s4µintA;

(\*Últimos dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos\*)

### • Escalamiento y manipulación de $\theta$ s5 a $\theta$ s5 $\mu$

```
\begin{aligned} &\ln[112]:= \theta \mu \text{sHSi} = 540; (*\text{Limite inferior en microsegundos para el servomotor*}) \\ &\theta \mu \text{sHSf} = 2260; (*\text{Limite superior en microsegundos para el servomotor*}) \\ &\text{mHS} = \frac{\theta \mu \text{sHSf} - \theta \mu \text{sHSi}}{\theta \text{gf} - \theta \text{gi}}; (*\text{Pendiente del escalamiento para servomotor VTS-08A*}) \\ &\theta \text{s5}\mu = \text{mHS} (\theta \text{s5} - \theta \text{gi}) + \theta \mu \text{sHSi}; \\ &(*\text{Cambio de posición en Grados a posición en microsegundos*}) \\ &\theta \text{s5}\mu \text{int} = \text{IntegerPart}[\theta \text{s5}\mu]; (*\text{Parte Entera de la posición en microsegundos*}) \\ &\theta \text{s5}\mu \text{intA} = \text{IntegerPart}[\theta \text{s5}\mu \text{int} / 100]; \\ &(*\text{Primeros dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos*}) \\ &\theta \text{s5}\mu \text{intB} = \theta \text{s5}\mu \text{int} - 100 * \theta \text{s5}\mu \text{intA}; \\ &(*\hat{\text{Utimos dos digitos de la Parte Entera de la posición en microsegundos*}) \end{aligned}
```

Programación de la simulación, interfaz con el usuario, formación y envío de la trama de datos al microcontrolador

```
In[119]:=
     Cero = {0, 0, 0};
      Metacarpo = Line[{CMC, MCPAA}];
      FalangeProximal = Line[{MCPEF, PIP}];
      FalangeMedia = Line[{PIP, DIP}];
      FalangeDistal = Line[{DIP, PFD}];
      (*TendExtMCPABCD=Line[{TendExtMCPA,TendExtMCPB,TendExtMCPC,TendExtMCPD}];
      TendFlexPIPABCDEF=
       Line[{TendFlexPIPA,TendFlexPIPB,TendFlexPIPC,TendFlexPIPD,TendFlexPIPE,TendFlexPIPF}];
      TendMCPAAFDABCD=Line[{TendMCPAAFDA,TendMCPAAFDB,TendMCPAAFDC,TendMCPAAFDD}];
      TendMCPAAFIABCD=Line[{TendMCPAAFIA,TendMCPAAFIB,TendMCPAAFIC,TendMCPAAFID}];*)
      EjeX = Line[{Cero, {20, 0, 0}}];
      EjeY = Line[{Cero, {0, 20, 0}}];
      EjeZ = Line[{Cero, {0, 0, 20}}];
     Misimulacion = Manipulate[
         Grid[
          {
           {
            Text[Style[
               "COORDENADAS ARTICULARES", Red, TextAlignment \rightarrow Center]],
            SpanFromLeft
           },
           {
            Text[Style["01", Red]],
            Text[Style["02", Red]],
            Text[Style["03", Red]],
            Text[Style["04", Red]],
            Text[Style["05", Red]]
           },
           {
```

```
Text[Style[\theta_1 /. {\theta_1 \rightarrow \theta_1}, Red]],
  Text[Style[\theta_2 /. {\theta_2 \rightarrow \theta_2}, Red]],
  \texttt{Text[Style[}\theta_3 \text{ /. } \{\theta_3 \rightarrow \theta 3\}, \texttt{Red]],}
  Text[Style[\theta_4 /. {\theta_4 \rightarrow \theta_4}, Red]],
  Text[Style[\theta_5 / Degree /. {\theta_4 \rightarrow \theta_4}, Red]]
},
ſ
  Text[Style["LONGITUDES DE LOS TENDONES",
      Blue, TextAlignment → Center]],
  SpanFromLeft
},
{Text[Style["LTendExtMCP", Blue]],
 Text[Style["LTendAAFDMCP", Blue]],
 Text[Style["LTendAAFIMCP", Blue]],
 Text[Style["LTendFlexPIP", Blue]]
},
{Text[Style[LTendExtMCP /. {\theta_1 \rightarrow \theta_1, \theta_2 \rightarrow \theta_2, \theta_3 \rightarrow \theta_3, \theta_4 \rightarrow \theta_4}, Blue]],
 \texttt{Text[Style[LTendAAFDMCP /. \{\theta_1 \rightarrow \theta 1, \theta_2 \rightarrow \theta 2, \theta_3 \rightarrow \theta 3, \theta_4 \rightarrow \theta 4\}, Blue]],}
 \texttt{Text[Style[LTendAAFIMCP /. \{\theta_1 \rightarrow \theta 1, \theta_2 \rightarrow \theta 2, \theta_3 \rightarrow \theta 3, \theta_4 \rightarrow \theta 4\}, Blue]],}
 \texttt{Text[Style[LTendFlexPIP /. {} \theta_1 \rightarrow \theta_1, \theta_2 \rightarrow \theta_2, \theta_3 \rightarrow \theta_3, \theta_4 \rightarrow \theta_4 \}, \texttt{Blue}]]}
},
{
  Text[Style[
       "POSCICIONES ANGULARES DE LOS SERVOMOTORES", Purple, TextAlignment → Center]],
 SpanFromLeft
},
{Text[Style["0s1", Purple]],
  Text[Style["0s2", Purple]],
 Text[Style["0s3", Purple]],
 Text[Style["0s4", Purple]],
 Text[Style["0s5", Purple]]
},
{
  \texttt{Text[Style[}\theta\texttt{ls} /. \{\theta_1 \rightarrow \theta\texttt{l}, \theta_2 \rightarrow \theta\texttt{2}, \theta_3 \rightarrow \theta\texttt{3}, \theta_4 \rightarrow \theta\texttt{4}\}, \texttt{Purple]],}
 Text[Style[\thetas2 /. {\theta_1 \rightarrow \theta 1, \theta_2 \rightarrow \theta 2, \theta_3 \rightarrow \theta 3, \theta_4 \rightarrow \theta 4}, Purple]],
  \texttt{Text[Style[}\theta\texttt{s3} /. \{\theta_1 \rightarrow \theta\texttt{1}, \theta_2 \rightarrow \theta\texttt{2}, \theta_3 \rightarrow \theta\texttt{3}, \theta_4 \rightarrow \theta\texttt{4}\}, \texttt{Purple]],}
  \texttt{Text[Style[}\theta\texttt{s}\texttt{4} / \texttt{.} \{\theta_1 \rightarrow \theta\texttt{1}, \theta_2 \rightarrow \theta\texttt{2}, \theta_3 \rightarrow \theta\texttt{3}, \theta_4 \rightarrow \theta\texttt{4}\}, \texttt{Purple]],}
  Text[Style[\thetas5 /. {\theta_1 \rightarrow \theta 1, \theta_2 \rightarrow \theta 2, \theta_3 \rightarrow \theta 3, \theta_4 \rightarrow \theta 4}, Purple]]
```

```
},
        {
             0motores =
                From Character Code [\{\theta s | \mu int A, \theta s | \mu int B, \theta s 2 \mu int A, \theta s 2 \mu int B, \theta s 3 \mu int A, \theta s 3 \mu int B, \theta s 3 \mu int 
                              \Theta s4\muintA, \Theta s4\muintB, \Theta s5\muintA, \Theta s5\muintB} /. {\Theta_1 \rightarrow \Theta_1, \Theta_2 \rightarrow \Theta_2, \Theta_3 \rightarrow \Theta_3, \Theta_4 \rightarrow \Theta_4};
           Dynamic[SerialWrite[ser, \Theta motores /. \{\theta_1 \rightarrow \theta 1, \theta_2 \rightarrow \theta 2, \theta_3 \rightarrow \theta 3, \theta_4 \rightarrow \theta 4\}] //
                     ToCharacterCode]
             (*Dynamic[Text[Style[XX/.{\theta1→i},Purple]]]*)
        },
        {
             Graphics3D[
                 {
                      {AbsoluteThickness[1], RGBColor[1, 0, 0], EjeX},
                      {AbsoluteThickness[1], RGBColor[0, 1, 0], EjeY},
                      {AbsoluteThickness[1], RGBColor[0, 0, 0], EjeZ},
                      {
                              {AbsoluteThickness[2], RGBColor[0, 0, 1], Metacarpo},
                              {AbsoluteThickness[2], RGBColor[0, 1, 1], FalangeProximal},
                               {AbsoluteThickness[2], RGBColor[1, 1, 0], FalangeMedia},
                              {AbsoluteThickness[2], RGBColor[1, 0, 1], FalangeDistal}
                              (*,
                              {AbsoluteThickness[1],RGBColor[1,0,0],TendExtMCPABCD},
                              {AbsoluteThickness[1],RGBColor[1,0,0],TendFlexPIPABCDEF},
                              {AbsoluteThickness[1],RGBColor[1,0,0],TendMCPAAFDABCD},
                              {AbsoluteThickness[1],RGBColor[1,0,0],TendMCPAAFIABCD},
                              {Sphere[MCPAA,7]}*)
                         } /. {\theta_1 \rightarrow \theta_1, \theta_2 \rightarrow \theta_2, \theta_3 \rightarrow \theta_3, \theta_4 \rightarrow \theta_4}
                },
                Boxed \rightarrow True, Axes \rightarrow True,
                AxesLabel \rightarrow {"x", "y", "z"}, PlotRange \rightarrow {{-60, 210}, {-70, 70}, {-120, 120}}
             ], SpanFromLeft
       }
   }
], {{\theta1, 0}}, -15 * Degree, 15 * Degree, 1 * Degree}, {{\theta2, 0}, -30 * Degree,
```

```
30 * Degree, 2 * Degree}, {{\theta_3, 0}, -30 * Degree, 90 * Degree, 2 * Degree}, {{\theta_4, 0}, 0 * Degree, 100 * Degree, 2 * Degree}, AnimationRunning \rightarrow False];
```

## Interfaz con el usuario

In[147]:= Misimulacion



## Fin de comunicación SERIAL

SerialClose[ser]

## Calculo de longitudes iniciales

 $(*\Theta_1=0; \Theta_2=0; \Theta_3=0; \Theta_4=0;$ 

LTendExtMCP LTendAAFDMCP LTendAAFIMCP LTendFlexPIP\*)
# **Apéndice D.** Las ecuaciones de Freudenstein a partir de la ecuación de lazo del mecanismo de cuatro barras del DAM

El objetivo de este apéndice, es mostrar el desarrollo y manipulación de la ecuación **(4.53)** para obtener a las conocidas ecuaciones de Freudenstein. Estas ecuaciones, para este caso en específico, nos van a permitir determinar las longitudes de las barras del mecanismo cuatro barras (encargado de acoplar el movimiento de las articulaciones DIP y PIP del DAM) a partir de las posiciones angulares  $\theta_4$ ,  $\theta_5$  y de la longitud  $r_4$  de la **Barra1**. De acuerdo a sección **4.9**, y a partir de la **Figura 4.29** y de los vectores de la **Tabla 4.10**, se obtiene la siguiente ecuación de lazo:

$${}^{4}Vtras_{4,5} + \overline{Barra2} - \overline{Barra3} - \overline{Barra4} = \overline{0}$$
(4.53)



**Figura 4.29.** En la figura, el conjunto de vectores con los que se representa el mecanismo de 4 barra, los sistemas de coordenadas de cada junta, y los ángulos necesarios para la formación de los de los vectores citados.

Nombre de la barra	Vector que le representa				
Barra1	$\overline{{}^{4}Vtras_{4,5}} = r_4 \{\cos\theta_4, \sin\theta_4, 0\}$				
Barra2	$\overline{Barra2} = r_5 \{ \cos(\theta_4 + \theta_5 + \delta), \sin(\theta_4 + \theta_5 + \delta), 0 \}$				
Barra3	$\overline{Barra3} = r_6 \{\cos \gamma, \sin \gamma, 0\}$				
Barra4	$\overline{Barra4} = r_7 \{\cos\beta, \sin\beta, 0\}$				

Tabla 4.10

Al expandir la ecuación (4.53) se obtiene el siguiente vector:

$$\begin{bmatrix} \cos[\theta_4]r_4 + \cos[\delta + \theta_4 + \theta_5]r_5 - \cos[\gamma]r_6 - \cos[\beta]r_7\\ \sin[\theta_4]r_4 + \sin[\delta + \theta_4 + \theta_5]r_5 - \sin[\gamma]r_6 - \sin[\beta]r_7\\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0\\0\\0 \end{bmatrix}$$
(AD. 1)

Ahora bien, si utilizamos las primeras 2 componentes de este último vector en forma escalar, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} \cos[\theta_4]r_4 + \cos[\delta + \theta_4 + \theta_5]r_5 - \cos[\gamma]r_6 - \cos[\beta]r_7 = 0\\ \sin[\theta_4]r_4 + \sin[\delta + \theta_4 + \theta_5]r_5 - \sin[\gamma]r_6 - \sin[\beta]r_7 = 0 \end{cases}$$
(AD.2)

Dado que sólo se conocen las posiciones angulares  $\theta_4$ ,  $\theta_5$  y la longitud  $r_4$  deseadas, el sistema anterior resulta no tener una solución única, ya que contiene más incógnitas que ecuaciones. Sin embargo, es posible manipularlo para reducir el número de incógnitas.

Nótese como como en las ecuaciones del sistema (AD.2), la variable  $\gamma$ , es únicamente el argumento de una de las funciones trigonometricas que componen a cada una de dichas ecuaciones. Si aprovechamos el hecho de que ambas ecuaciones del sistema están igualadas a cero, y así mismo la identidad trigonométrica (AD.3), entonces es posible obtener una ecuación que ya no contenga a la variable  $\gamma$ .

$$\operatorname{Sin}^{2}[\gamma] + \operatorname{Cos}^{2}[\gamma] = 1 \tag{AD.3}$$

Despejando a los términos  $Cos[\gamma]r_6$  y  $Sin[\gamma]r_6$  del sistema (*AD*. 2):

$$\cos[\gamma]r_6 = \cos[\theta_4]r_4 + \cos[\delta + \theta_4 + \theta_5]r_5 - \cos[\beta]r_7 \qquad (AD.4)$$

$$\operatorname{Sin}[\gamma]r_6 = \operatorname{Sin}[\theta_4]r_4 + \operatorname{Sin}[\delta + \theta_4 + \theta_5]r_5 - \operatorname{Sin}[\beta]r_7 \qquad (AD.5)$$

Elevando al cuadrado ambos miembros de las ecuaciones (AD.4) y (AD.5) y sumándolas, se tiene que:

$$\begin{aligned} \sin^{2}[\gamma]r_{6}^{2} + \cos^{2}[\gamma]r_{6}^{2} \\ &= (\sin[\theta_{4}]r_{4} + \sin[\delta + \theta_{4} + \theta_{5}]r_{5} - \sin[\beta]r_{7})^{2} + (\cos[\theta_{4}]r_{4} + \cos[\delta + \theta_{4} + \theta_{5}]r_{5} - \cos[\beta]r_{7})^{2} \end{aligned}$$

(AD.6)

De acuerdo a la identidad (AD. 3), el miembro izquierdo de la ecuación anterior queda reducido a:

$$Sin^{2}[\gamma]r_{6}^{2} + Cos^{2}[\gamma]r_{6}^{2} = r_{6}^{2}$$

Desarrollando y simplificando el miembro derecho de la ecuación (*AD*. 6), se tiene:

$$r_6^2 = r_4^2 + r_5^2 - 2\cos[\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5]r_5r_7 + r_7^2 + 2r_4(\cos[\delta + \theta_5]r_5 - \cos[\beta - \theta_4]r_7)$$
 (AD.7)

lgualando a cero y dividiendo sobre  $2r_5r_7$  esta última ecuación, se llega a:

$$\frac{-r_6^2 + r_4^2 + r_5^2 - 2\cos[\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5]r_5r_7 + r_7^2 + 2r_4(\cos[\delta + \theta_5]r_5 - \cos[\beta - \theta_4]r_7)}{2r_5r_7} = 0 \qquad (AD.8)$$

Ahora bien, si:

$$k_1 = \frac{-\frac{r_6}{r_6} + r_4^2 + r_5^2 + r_7^2}{2r_5 r_7} \qquad k_2 = \frac{r_4}{r_5} \qquad k_3 = \frac{r_4}{r_7} \qquad (4.55, 4.56, 4.57)$$

A partir de la ecuación (AD. 8), se tiene que:

$$k_1 - \cos[\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5] - k_2 \cos[\theta_4] + k_3 \cos[\beta - \delta - \theta_5] = 0$$
 (AD.9)

Despejando al término  $Cos[\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5]$ :

$$k_1 - k_2 \operatorname{Cos}[\beta - \theta_4] + k_3 \operatorname{Cos}[\delta + \theta_5] = \operatorname{Cos}[\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5]$$
(4.54)

Finalmente, las ecuaciones (4.55), (4.56), (4.57) y (4.54) constituyen a las denominadas ecuaciones de Freudenstein.

# **Apéndice E**. Programa para el diseño, modelado y resolución del mecanismo de 4 barras

En las siguientes páginas se muestra el código del programa *Diseño y modelado mec4barras.NB* desarrollado en el software MATHEMATICA 7, el cual que se utilizó para resolver el sistema de ecuaciones generado de la sección **4.9**, generado a partir de las ecuaciones **(4.55)**, **(4.56)**, **(4.57)** y **(4.54)**.

Adicionalmente, este programa incluye la definición de los vectores que conforman a las barras del mecanismo, la ecuación de lazo (4.53), la obtención de las ecuaciones (AD.4), (AD.5) y (AD.8), la obtención de las medidas de las barras y el despeje de  $\theta_5$  a partir de la ecuación (4.54) y finalmente la obtención de la gráfica comparativa entre las ecuaciones (4.52) y (4.58).

## Diseño y modelado del mecanismo de 4 barras que acopla las ultimas dos falanges del DAM

Pedro Enrique Ávila Hernández Mechatronic Research Center (MRC) Facultad de Ingeniería, UNAM

Declaracion de funciones para la formacion de vectores dinamicos de posición

 $\begin{aligned} & \text{vdpM}[\theta_{-}, \text{M}_{-}, \varphi_{-}] := \{ \text{M} \star \text{Cos}[\theta + \varphi], \text{M} \star \text{Sin}[\theta + \varphi] \}; \\ & \text{vdpMx}[\theta_{-}, \text{Mx}_{-}, \text{My}_{-}] := \{ \text{Mx} \star \text{Cos}[\theta] - \text{My} \star \text{Sin}[\theta], \text{Mx} \star \text{Sin}[\theta] + \text{Cos}[\theta] \}; \end{aligned}$ 

#### Definicion de constantes y variables

```
\beta = -60.0 * \text{Degree};

\gamma = \gamma;

\delta = 60.0 * \text{Degree};

r_4 = 30.2;

r_5 = r_5;

r_6 = r_6;

r_7 = r_6;
```

#### Definicion de vectores

```
Vtras<sub>4,5</sub> = vdpM[\theta_4, r<sub>4</sub>, 0]
Barra2 = vdpM[\theta_4, r<sub>5</sub>, (\theta_5 + \delta)]
Barra3 = r<sub>6</sub> * {Cos[\gamma], Sin[\gamma]}
Barra4 = r<sub>7</sub> * {Cos[\beta], Sin[\beta]}
{30.2 Cos[\theta_4], 30.2 Sin[\theta_4]}
{Cos[1.0472 + \theta_4 + \theta_5] r<sub>5</sub>, Sin[1.0472 + \theta_4 + \theta_5] r<sub>5</sub>}
{Cos[\gamma] r<sub>6</sub>, Sin[\gamma] r<sub>6</sub>}
{0.5 r<sub>6</sub>, -0.866025 r<sub>6</sub>}
```

#### Ecuación de lazo

```
L = Vtras<sub>4,5</sub> + Barra2 - Barra3 - Barra4; (*L es un vector couyo valor
es cero y solo se utilizo para poder manipular a la ecuación de lazo*)
```

### Manipulación y reducción de la ecuación de lazo y Resolución de las ecuaciones de Freudenstein

Obtención de algunas ecuaciones del Apendice D

```
\begin{split} & \text{A} = \text{Expand} \left[ \left( \text{L} \left[ \left[ 1 \right] \right] + \text{Barra3} \left[ \left[ 1 \right] \right] \right)^2 \right]; \\ & (\text{*Elevación alcuadrado del miembro derecho la ecuación (AD.4)*) \\ & \text{B} = \text{Expand} \left[ \left( \text{L} \left[ \left[ 2 \right] \right] + \text{Barra3} \left[ \left[ 2 \right] \right] \right)^2 \right]; \\ & (\text{*Elevación alcuadrado del miembro derecho la ecuación (AD.5)*) \\ & \text{G} = \text{Simplify} \left[ \left( \text{A} + \text{B} - \frac{r_6^2}{6} \right) \middle/ \left( 2 \, r_5 \, r_7 \right) \right]; \\ & (\text{*Obtención de la ecuación (AD.8)*) \\ & (\text{*Ecuación (AD.9)*) \\ & (\text{* k_1-Cos} \left[ \beta - \delta - \theta_4 - \theta_5 \right] - \text{k_2Cos} \left[ \theta_4 \right] + \text{k_3Cos} \left[ \beta - \delta - \theta_5 \right] = 0*) \\ & (\text{*Definicion de k_1, k_2 y k_3 a partir de las ecuaciones (4.55), (4.56), (4.57)*) \\ & (\text{*k_1} = \frac{-r_6^2 + r_4^2 + r_5^2 + r_7^2}{2 \, r_5 \, r_7}; \\ & \text{k_2} = \frac{r_4}{r_5}; \\ & \text{k_3} = \frac{r_4}{r_7}; \\ & *) \end{split}
```

Resolución del sistema generado en la sección 4.9

### Medidas para las barras

$$r_{5} = \frac{r_{4}}{k_{2}} / . \text{ sol}[[1]]$$

$$r_{7} = \frac{r_{4}}{k_{3}} / . \text{ sol}[[1]]$$

$$r_{6} = \sqrt{-(2 k_{1} r_{5} r_{7} - (r_{4}^{2} + r_{5}^{2} + r_{7}^{2}))} / . \text{ sol}[[1]]$$

$$5.97676$$

$$5.1915$$

$$32.0851$$

## Despeje de $\theta_5$

 $\texttt{Solve}\left[k_1 - k_2 \cos\left[\beta - \theta_4\right] + k_3 \cos\left[\delta + \theta_5\right] = \texttt{Cos}\left[\beta - \delta - \theta_4 - \theta_5\right], \ \theta_5\right]\texttt{;}$ 

Solve::ifun :

Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information.  $\gg$ 

#### Manipulacion y simplificación de una de las soluciones para $\theta_5$

```
Simplify Expand
                                                                2 \cos[\beta] \sin[\delta] \sin[\theta_4] k_1 - 2 \cos[\beta]^2 \cos[\delta] \cos[\theta_4]^2 k_2 - 2 \cos[\beta] \cos[\theta_4]^2 \sin[\beta] \sin[\delta] k_2 - 2 \cos[\beta] \cos[\theta_4]^2 \sin[\theta_4] k_1 - 2 \cos[\theta_4]^2 \cos[\theta_4]^2 k_2 - 2 \cos[\theta_4]^2 \cos[\theta_4]^2 \sin[\theta_4] k_1 - 2 \cos[\theta_4]^2 \cos[\theta_4]^2 k_2 - 2 \cos[\theta_4]^2 k_2 - 2 \cos[\theta_4]^2 \sin[\theta_4]^2 \sin[\theta_4]^2 \sin[\theta
                                                                                                                                                                                4 \cos[\beta] \cos[\delta] \cos[\theta_4] \sin[\beta] \sin[\theta_4] k_2 + 2 \cos[\beta]^2 \cos[\theta_4] \sin[\delta] \sin[\theta_4] k_2 - \frac{1}{2} \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] k_2 - \frac{1}{2} \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] k_2 - \frac{1}{2} \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] k_2 - \frac{1}{2} \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] 
                                                                                                                                                                                2 \cos[\theta_4] \sin[\beta]^2 \sin[\delta] \sin[\theta_4] k_2 - 2 \cos[\delta] \sin[\beta]^2 \sin[\theta_4]^2 k_2 +
                                                                                                                                                                                2\cos[\beta] \sin[\beta] \sin[\delta] \sin[\theta_4]^2 k_2 - 2\cos[\delta] k_1 k_3 + 2\cos[\beta] \cos[\delta] \cos[\theta_4] k_2 k_3 + 2\cos[\beta] \cos[\delta] \cos[\theta_4] k_2 k_3 + 2\cos[\beta] \cos[\theta_4] k_2 k_3 + 2\cos[\theta_4] \cos[\theta_4] k_4 k_4 + 2\cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] k_4 k_4 + 2\cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] k_4 k_4 + 2\cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \cos[\theta_4] \cos[\theta
                                                                                                                                                                                    2 \cos[\delta] \sin[\beta] \sin[\theta_4] k_2 k_3 + \sqrt{\left( \left(-2 \cos[\beta] \cos[\delta] \cos[\theta_4] k_1 - 2 \cos[\theta_4] \sin[\beta] \sin[\delta] k_1 - 2 \cos[\theta_4] \sin[\beta] \sin[\delta] k_1 - 2 \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] + 2 \cos[\theta_4] \sin[\theta_4] \sin
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \cos[\delta] \sin[\beta] \sin[\theta_4] k_1 + 2 \cos[\beta] \sin[\delta] \sin[\theta_4] k_1 + 2 \cos[\beta]^2 \cos[\delta] \cos[\theta_4]^2 k_2 + \frac{1}{2} \cos[\delta] \cos[\theta_4]^2 k_2 + \frac{1}{2} \cos[\delta] \cos[\theta_4]^2 k_3 + \frac{1}{2} \cos[\delta] \cos[\theta_4]^2 k_4 + \frac{1}{2} \cos[\theta_4]^2 k_4 
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \cos[\beta] \cos[\theta_4]^2 \sin[\beta] \sin[\delta] k_2 + 4 \cos[\beta] \cos[\delta] \cos[\theta_4] \sin[\beta] \sin[\theta_4] k_2 -
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \cos[\beta]^2 \cos[\theta_4] \sin[\delta] \sin[\theta_4] k_2 + 2 \cos[\theta_4] \sin[\beta]^2 \sin[\delta] \sin[\theta_4] k_2 +
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2\cos[\delta] \sin[\beta]^{2} \sin[\theta_{4}]^{2} k_{2} - 2\cos[\beta] \sin[\beta] \sin[\delta] \sin[\theta_{4}]^{2} k_{2} +
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \cos[\delta] k_1 k_3 - 2 \cos[\beta] \cos[\delta] \cos[\delta] \cos[\theta_4] k_2 k_3 - 2 \cos[\delta] \sin[\beta] \sin[\theta_4] k_2 k_3 - 2 \cos[\delta] \sin[\beta] \sin[\theta_4] k_2 k_3 - 2 \cos[\delta] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] k_2 k_3 - 2 \cos[\delta] \sin[\theta_4] \sin[\theta_4] k_2 k_3 - 2 \cos[\delta] \sin[\theta_4] \sin[\theta_
                                                                                                                                                                                                                                                                       4 (-\cos[\delta]^2 \cos[\theta_4]^2 \sin[\beta]^2 + 2\cos[\beta] \cos[\delta] \cos[\theta_4]^2 \sin[\beta] \sin[\delta] -
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \cos[\beta]^{2} \cos[\theta_{4}]^{2} \sin[\delta]^{2} + 2 \cos[\beta] \cos[\delta]^{2} \cos[\theta_{4}] \sin[\beta] \sin[\theta_{4}] -
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \cos[\beta]^2 \cos[\delta] \cos[\Theta_4] \sin[\delta] \sin[\Theta_4] + 2 \cos[\delta] \cos[\Theta_4] \sin[\beta]^2 \sin[\delta] \sin[\Theta_4] - \frac{1}{2} \cos[\Theta_4] \sin[\Theta_4] \sin[\Theta_4] - \frac{1}{2} \cos[\Theta_4] \sin[\Theta_4] \sin[\Theta
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \cos[\beta] \cos[\theta_4] \sin[\beta] \sin[\delta]^2 \sin[\theta_4] - \cos[\beta]^2 \cos[\delta]^2 \sin[\theta_4]^2 - 2 \cos[\beta] \cos[\delta]
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        \sin[\beta] \sin[\delta] \sin[\theta_4]^2 - \sin[\beta]^2 \sin[\delta]^2 \sin[\theta_4]^2 + k_1^2 - 2 \cos[\beta] \cos[\theta_4] k_1 k_2 - \frac{1}{2} \cos[\theta_4] \sin[\theta_4]^2 + \frac{1}{2} \sin[\theta_4]^2 + \frac{1}{2} \cos[\theta_4] \sin[\theta_4]^2 + \frac{1}{2} \sin[\theta_4]^2 \sin[\theta_4]^2 + \frac{1}{2} \sin[\theta_4]^2 + \frac{1}{
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2\sin[\beta]\sin[\theta_4]k_1k_2 + \cos[\beta]^2\cos[\theta_4]^2k_2^2 + 2\cos[\beta]\cos[\theta_4]\sin[\beta]\sin[\theta_4]k_2^2 +
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \sin[\beta]^{2} \sin[\theta_{4}]^{2} k_{2}^{2} - 2 \cos[\delta] \cos[\theta_{4}] \sin[\beta] \sin[\delta] k_{3} + 2 \cos[\beta] \cos[\theta_{4}] \sin[\delta]^{2} k_{3} + 
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \cos[\beta] \cos[\delta] \sin[\delta] \sin[\theta_4] k_3 + 2 \sin[\beta] \sin[\delta]^2 \sin[\theta_4] k_3 - \sin[\delta]^2 k_3^2
                                                                                                                                                                                                                                                                                                             \left(\cos\left[\beta\right]^{2}\cos\left[\delta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}+\cos\left[\delta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\beta\right]^{2}+\cos\left[\beta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              \cos\left[\theta_{4}\right]^{2} \sin\left[\beta\right]^{2} \sin\left[\delta\right]^{2} + \cos\left[\beta\right]^{2} \cos\left[\delta\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} + \cos\left[\delta\right]^{2} \sin\left[\beta\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} + \cos\left[\delta\right]^{2} + \cos\left[\delta\right]^{2}
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          \cos\left[\beta\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}\sin\left[\theta_{4}\right]^{2}+\sin\left[\beta\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}\sin\left[\theta_{4}\right]^{2}-2\cos\left[\beta\right]\cos\left[\delta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\beta\right]\cos\left[\delta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[\theta_{4}\right]k_{3}-2\cos\left[
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2\cos[\beta]\cos[\theta_4]\sin[\delta]^2k_3 - 2\cos[\delta]^2\sin[\beta]\sin[\theta_4]k_3 - 
                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              2 \sin[\beta] \sin[\delta]^2 \sin[\theta_4] k_3 + \cos[\delta]^2 k_3^2 + \sin[\delta]^2 k_3^2 \right) \Big) \Big/
                                                                                                                            \left(2\left(\cos\left[\beta\right]^{2}\cos\left[\delta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}+\cos\left[\delta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\beta\right]^{2}+\cos\left[\beta\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\delta\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\sin\left[\theta_{4}\right]^{2}+\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos\left[\theta_{4}\right]^{2}\cos
                                                                                                                                                                                                                                         \cos[\theta_4]^2 \sin[\beta]^2 \sin[\delta]^2 + \cos[\beta]^2 \cos[\delta]^2 \sin[\theta_4]^2 +
                                                                                                                                                                                                                                         \cos\left[\delta\right]^{2} \sin\left[\beta\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} + \cos\left[\beta\right]^{2} \sin\left[\delta\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} + \cos\left[\beta\right]^{2} \sin\left[\delta\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} + \cos\left[\theta_{4}\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} + \cos\left[\theta_{4}\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} + \cos\left[\theta_{4}\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}\right]^{2} \sin\left[\theta_{4}
                                                                                                                                                                                                                                             \sin[\beta]^{2} \sin[\delta]^{2} \sin[\theta_{4}]^{2} - 2 \cos[\beta] \cos[\delta]^{2} \cos[\theta_{4}] k_{3} -
                                                                                                                                                                                                                                             2 \cos[\beta] \cos[\theta_4] \sin[\delta]^2 k_3 - 2 \cos[\delta]^2 \sin[\beta] \sin[\theta_4] k_3 -
                                                                                                                                                                                                                                             2 \sin[\beta] \sin[\delta]^2 \sin[\theta_4] k_3 + \cos[\delta]^2 k_3^2 + \sin[\delta]^2 k_3^2 \right)
                          ]]
\operatorname{ArcCos}\left[-\frac{1}{1-2\operatorname{Cos}\left[\beta-\Theta_{4}\right]\,k_{3}+k_{3}^{2}}\,\left(\operatorname{Cos}\left[\beta-\Theta_{4}\right]\,k_{2}\,\left(\operatorname{Cos}\left[\beta-\delta-\Theta_{4}\right]-\operatorname{Cos}\left[\delta\right]\,k_{3}\right)\,+\right.\right.
                                                                                                                                                  \mathbf{k_{1}} \ (-\operatorname{Cos}\left[\beta - \delta - \theta_{4}\right] + \operatorname{Cos}\left[\delta\right] \ \mathbf{k_{3}}) \ - \sqrt{\left(\left(\operatorname{Sin}\left[\beta - \delta - \theta_{4}\right] + \operatorname{Sin}\left[\delta\right] \ \mathbf{k_{3}}\right)^{2}\right)} 
                                                                                                                                                                                                                                             (1 - k_1^2 + 2 \cos [\beta - \theta_4] k_1 k_2 - \cos [\beta - \theta_4]^2 k_2^2 - 2 \cos [\beta - \theta_4] k_3 + k_3^2)))
```

### Solución para $\theta_5$

$$\begin{split} \min \theta_{5} &= \operatorname{ArcCos} \left[ -\frac{1}{1 - 2 \cos \left[\beta - \theta_{4}\right] \, k_{3} + k_{3}^{2}} \left( \operatorname{Cos} \left[\beta - \theta_{4}\right] \, k_{2} \left( \operatorname{Cos} \left[\beta - \delta - \theta_{4}\right] - \operatorname{Cos} \left[\delta\right] \, k_{3} \right) + k_{1} \left( - \operatorname{Cos} \left[\beta - \delta - \theta_{4}\right] + \operatorname{Cos} \left[\delta\right] \, k_{3} \right) - \sqrt{\left( \left( \operatorname{Sin} \left[\beta - \delta - \theta_{4}\right] + \operatorname{Sin} \left[\delta\right] \, k_{3} \right)^{2} \right) \left( 1 - k_{1}^{2} + 2 \operatorname{Cos} \left[\beta - \theta_{4}\right] \, k_{1} \, k_{2} - \operatorname{Cos} \left[\beta - \theta_{4}\right]^{2} \, k_{2}^{2} - 2 \operatorname{Cos} \left[\beta - \theta_{4}\right] \, k_{3} + k_{3}^{2} \right) \right) \right)} \right] \end{split}$$

## Gráfica comparativa entre $\theta_4$ y $\theta_5$



En las siguientes páginas, se muestra la lista de materiales o BOM, el plano de ensamble completo o general, el plano en perspectiva explosiva del dedo robótico, el plano en perspectiva explosiva de la estructura de montaje de los servomotores y del dedo, los planos en perspectiva explosiva de los servomotores y sus poleas, y finalmente, los planos de todas las piezas que componen al DAM.

~	-	•
		•

4

ო

 $\sim$ 

ပ

В

∢

4

3

Identificador	Nombre	Cantidad	No. De Plano	u Hoja
1	Eslab¢n base	1	9	
2	Eslabøn Metacarpo	1	10-13	
3	Eslab¢n Falange Proximal	1	14-16	
4	Eslab¢n Falange Media A	1	17	
5	Eslab¢n Falange Media B	1	18	
6	Eslab¢n Acoplador	1	19	
7	Resorte Torcional	1	20	
8	Eslabøn Falange Distal	1	21	
9	PIPDIPTornilloM3x14mm	2	22	
10	Polea1.5mm	4	23	
11	EstrMont-Nivel1BasePrincipal	1	24	
12	EstrMont-Nivel1Columna	2	25	
13	EstrMont-Nivel1ColumnaPosterior	1	26	
14	EstrMont-NexoNivel1Nivel2	1	27	
15	EstrMont-Nivel2ColumnaDer	1	28	
16	EstrMont-Nivel2ColumnaIzq	1	29	
17	CalzaVTS-8A	2	30	
18	EstrMont-NexoNivel2Base	1	31	
19	Polea6mm	1	32	
20	Polea6mmTapa	1	33	
21	Polea8mm	2	34	
22	Polea8mmTapa	2	35	
23	Polea8.5mm	1	36	
24	Poleamm8.5Tapa	1	37	
25	Polea10mm	1	38	
26	Polea10mmTapa	1	39	
27	Cabeza Circular Horn T s1	1	40	
28	Cabeza Circular Horn T s2	1	41	
29	Cabeza Circular Horn T s3 y s4	2	42	
30	Cabeza Circular Horn T s5	1	43	
31	HS-311 Servomotor	1	44	
32	VTS-08A Servomotor	4	45	
33	EsparragoM2x7mm	2	46	
34	EsparragoM2x10mm	1	47	
35	TornilloCilindricoM2x6mm	4	48	
36	TornilloCilindricoM2x8mm	3	49	
37	TornilloCilindricoM2x10mm	10	50	
38	TornilloCilindricoM2x14mm	1	51	
39	TornilloM3x14mm	11	52	
40	TuercaHexagona1M2	13	53	
41	TuercaHexagonalM3	12	54	
<sup>»:</sup> o Enrique a Hernández	Dedo Antropomórfic	o Meca	atrónico	AMAÑO
25/11/2011	Lista de materiales (BOM)			ALO

2

1

| '

Α

┥

D

ŀ

	Ω	0	۵	<	_
4		0			4
3					3
2			Isometric view	<b>S</b>	2
	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández	Dedo Antropomórfico Me	ecatrónico A4	MATERIAL CANTIDAD Mixto 1	4
-	FECHA: 25/11/2011	Plano General		• 1:2 HOJA 2/54	
	D			A	ļ





D

Α

	Ω	о О	۵		c	۲	
4	32						4
ო		27 19 20 37					3
5	35 35 35 35						2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Ensamble Actuador 1	Mecatrónico (Explosivo)	TAMAÑO A4	MATERIAL Mixto ESCALA 1:1	CANTIDAD 1 HOJA 5/54	1
	D			-	/	۹	















	Ω	O		Ш	<	٢	
4		$ \begin{array}{c} 0.3\\ \hline 0.6\\ \hline 8.2\\ \hline 0.6\\ \hline 0.6\\ \hline \end{array} $					4
က	4.7	0.6 0.3 Bottom	view o C.	Is	ometric view		3
2	- 7 - 9 - 2						2
		lop view					
<del></del>	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández	Dedo Antropomórfio	co Mecatrónico	A4	ABS	CANTIDAD 1	1
-	FECHA: 25/11/2011	Eslabón Metacarpo	(Plano 4 de 4 )		1:1	13/54	•
	LD				A	J Ą	
























































	Ω	U U	В		<	4	
4			ζ.				4
S			R0.8				3
2		Front v: Scale:	iew Left 2:1 Scal	t view le: 2: <sup>-</sup>	I		2
1	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Me Cabeza Circular Horn T	catrónico	AÃO A4	MATERIAL Resina ESCALA 2:1	CANTIDAD 2 HOJA 42/54	1
I	D				/	۹	



	Ω	U	В		<	∢	
4							4
ო							3
5	Isometric view Scale: 1:1						2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Me HS-311 Servomoto	catrónico	A4	MATERIAL Resina ESCALA <b>1:1</b>	CANTIDAD 1 HOJA 44/54	1
	D				/	4	



	Ω	U U	۵		•	4	
4							4
3		¢					3
2			Isometric view				2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011 D	Dedo Antropomórfico Me Espárrago M2x7r	ecatrónico nm E	<sup>∞</sup> A4	MATERIAL Acero ESCALA 2:1	CANTIDAD 2 HOJA 46/54	1

	Ω	ပ ပ	۵		c	4	
4							4
ო		Ś	$\sim$				3
2			Isometric view				2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Me Espárrago M2x10r	catrónico	MAÑO A4	Acero escala 2:1	CANTIDAD 1 HOJA 47/54	1

	Ω	U	۵		•	4	
4							4
ю			$\sim$				3
2		Ś	Isometric view			-	2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Me Tornillo Cilindrico	catrónico M2x6mm	TAMAÑO A4	Acero escala 2:1	CANTIDAD 4 HOJA 48/54	1
	D			1	/	4	

	Ω	<u>о</u>	Ш		•	۲	
4							4
ю							3
2		Ű.	Isometric view			-	2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Me Tornillo Cilíndrico	catrónico M2x8mm	A4	Acero escala 2:1	CANTIDAD 3 HOJA 49/54	1

α							
с							4
							3
0		I	Isometric view			-	2
- DI FE	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Meo Tornillo Cilíndrico M	catrónico	A4 ∃⊕	Acero ESCALA	CANTIDAD 10 HOJA 50/54	1

	Ω	о О	۵			4	
4							4
က							3
2	Isometric view						2
-	<sup>DISEÑADO POR:</sup> Pedro Enrique Ávila Hernández <sup>FECHA:</sup> 25/11/2011	Dedo Antropomórfico M Tornillo Cilíndrico	ecatrónico M2x14mm	TAMAÑO A4	Acero ESCALA 2:1	CANTIDAD 1 HOJA 51/54	1
	D			-		4	

	Ω	U	۵		<	٢	
4							4
က							3
2	Isometric view						2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández <sup>FECHA:</sup> 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Me Tornillo M3x14m	catrónico	° A4 ∃⊕	Acero escala 2:1	cantidad 11 HOJA 52/54	1
	D				ļ	A	

	Ω	о О	۵			۲	
4							4
ε			3				3
2		Č	Sy Isometric view				2
-	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011 D	Dedo Antropomórfico Me Tuerca Hexagonal	ecatrónico M2	A4	Acero ESCALA 2:1	CANTIDAD 13 HOJA 53/54	1

	Ω	о О	В	c	∢	
4						4
ю			7			3
2			) Isometric view		-	2
	DISEÑADO POR: Pedro Enrique Ávila Hernández FECHA: 25/11/2011	Dedo Antropomórfico Me Tuerca Hexagonal	catrónico M3	Acero escala 2:1	CANTIDAD 12 HOJA 54/54	1