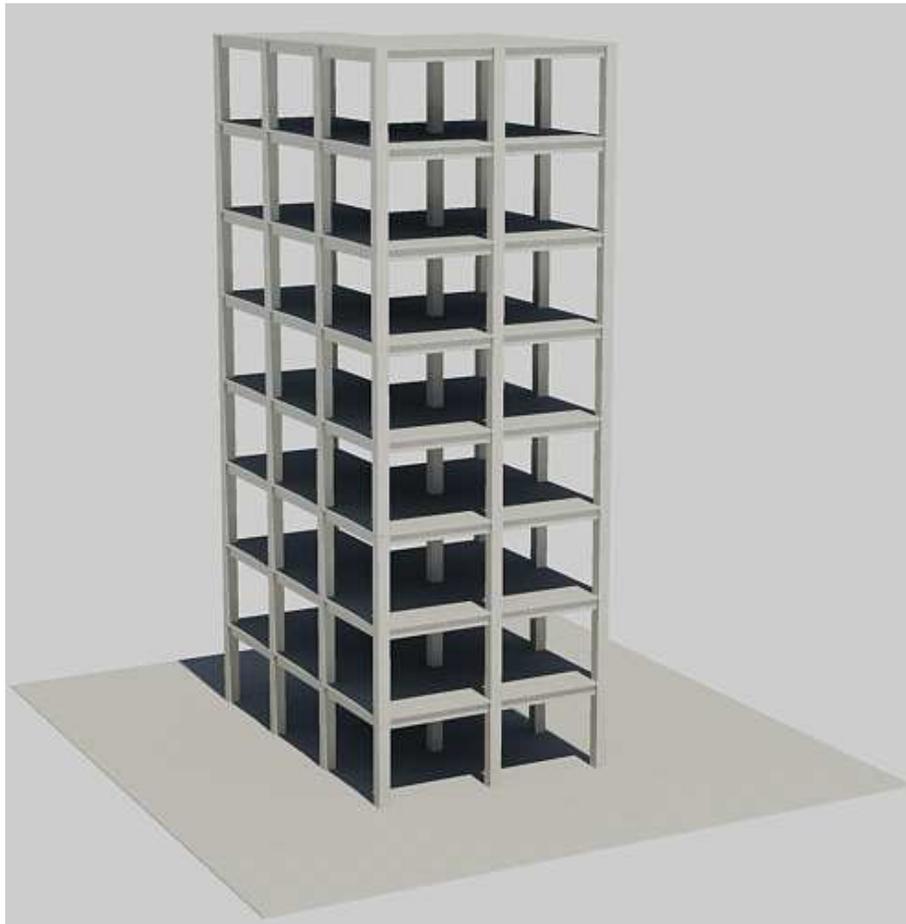


Universidad Nacional Autónoma
de México

Facultad de Ingeniería

Tema de Tesis:
Aislantes Sísmicos Aplicados a una
Edificación de Ocho Niveles



Alumno: Luna Casazola José Santos

Número de Cuenta: 097214724



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Tema de Tesis

Aislantes Sísmicos Aplicados a un Edificación de Ocho Niveles

Introducción.	3
I.	Características Sísmicas.	4
II.	Características Generales del Sistema de Aislante Sísmico.	7
III.	Teoría del Aislante Sísmico.	11
	III.1 Principios del Aislamiento Sísmico.	11
	III.2 Fundamento Teórico del Aislamiento Sísmico: Teoría Lineal.	15
	III.3 Extensión de la Teoría a los Edificios.	22
	III.3.1 Ecuaciones de Movimiento de N Grados de Libertad.	22
	III.3.2 Análisis Modal de un Sistema de N Grados de Libertad.	23
	III.4 Análisis de las Ecuaciones Dinámicas.	26
IV.	Reglamento para el Aislante Sísmico.	38
	IV.1 Códigos.	38
	IV.2 Métodos de Diseño.	38
	IV.3 Análisis Estático.	39
	IV.3.1 Factor de Zona Sísmica Z.	41
	IV.3.2 Tipo de Suelo en el Sitio.	41
	IV.3.3 Tipo de Fuente Sísmica: A, B y C.	42
	IV.3.4 Factores de Proximidad a la Fuente: N_a y N_v	42
	IV.3.5 Coeficiente de Respuesta al Sismo Máximo Posible (MCE) M_M	44
	IV.3.6 Coeficientes del Espectro Sísmico: C_{VD} , C_{VM} , C_{AD} y C_{AM}	44
	IV.3.7 Coeficientes de Amortiguamiento: B_D y B_M	47
	IV.3.8 Periodos Efectivos del Sistema de Vibración: T_D y T_M	48
	IV.3.9 Desplazamientos Total de Diseño: D_{TD} y D_{TM}	49
	IV.3.10 Fuerzas de Diseño.	50

IV.3.11 Distribución Vertical de la Fuerza.	52
IV.3.12 Desplazamientos Límites.	53
IV.4 Análisis Dinámico.	53
IV.4.1 Análisis del Acelerograma.	53
IV.4.2 Escalar.	54
IV.5 Otros Requerimientos para los Elementos No Estructurales.	55
V. Características Mecánicas y Modelado de los Aisladores.	56
V.1 Características Mecánicas de los Apoyos de Goma Laminada.	56
V.2 Características Mecánicas de los Apoyos de Goma Laminada con Núcleo de Plomo. ...	62
V.3 Modelado de Apoyos Aisladores por Modelado Bilineal.	64
V.4 Implicaciones del Modelado Bilineal.	68
VI. Deformación de los Aislantes Sísmicos.	71
VI.1 Principios.	71
VI.2 Estabilidad Bajo un gran Desplazamiento Lateral.	76
VII. Aplicación.	84
VII.1 Proyecto.	84
VIII. Conclusiones.	113
Bibliografía.	117
Anexos	

Introducción:

Entendiendo la importancia que tienen las acciones accidentales en lo que respecta al diseño de las estructuras, ya estemos hablando de la acción del viento o del sismo, nos resulta de sumo interés saber que hay diferentes formas, tanto antiguas como actuales, diseñadas con el fin primordial de aminorar su impacto. Siendo el sismo una de las acciones accidentales que a lo largo del mundo tiene una mayor difusión por los efectos que produce, abordaremos un elemento que nos ayuda a disminuir su repercusión, elemento que no nació de forma espontánea, sino que más bien ha estado involucrando una serie de cambios que aún a la fecha continúan.

Lo que el presente trabajo de tesis pretende es ilustrar de forma sencilla uno de los métodos empleados para aminorar la fuerza que el sismo genera en una estructura. La función de este es aislar, que como la palabra lo dice, es mantener cierta separación de los efectos que genera fuente y quien recibe estas repercusiones.

Dicho elemento tiene una función sumamente básica, la cual es generar un determinado efecto de disipación en lo que al sismo se refiere, como es de imaginarse, al hablar de aislar entendemos que dicho elemento se encuentra ubicado entre la cimentación y la superestructura, y su función es absorber parte del impacto. Los resultados que de este obtenemos tienen un carácter cuantitativo, ya que observamos un desplazamiento antes y otro después de aplicarse, ambos, como es claro, difieren, es decir, podemos medir que tanto de los efectos han sido disipados, dicha medición será de forma indirecta.

El presente trabajo se compone de tres partes, filosofía del aislamiento sísmico, parte de la normatividad que lo rige, y un ejemplo de aplicación, el cual analiza a la estructura antes y después de colocar estos elementos, en lo que se refiere a los desplazamientos laterales del edificio, y aunado al ejemplo se muestra de forma somera el diseño de un aislante sísmico de goma laminada. El ejemplo es de igual forma modelado con el fin de obtener un comportamiento cercano a lo que sucedería en la realidad bajo el efecto de dichas fuerzas antes y después de los aislantes ya mencionados, claro está, se añade al modelo la rigidez correspondiente de dichos aislantes, con el fin se aproximarse a lo que en la realidad sucedería.

Capítulo 1: Características Sísmicas.

El sismo en nuestro país es un suceso de todos los días, teniendo en consideración la acción de las fallas geológicas existentes en el territorio, y tanto los pequeños como los de grandes magnitudes, y por ende de efectos devastadores, difícilmente pueden predecirse.

Si a lo anterior añadimos que el tipo de terreno cambia a lo largo de nuestro país, consecuencia de las características geológicas en cada punto, tenemos una situación sumamente complicada. Basta mencionar un ejemplo muy claro al respecto, como lo es la ciudad de México, ya que en ella se aprecian tres tipos de terreno diferentes, siendo esto sumamente interesante, ya que al llevar a cabo el diseño de una misma construcción podemos tener al final del análisis, por el sitio en donde se encuentre ubicado, diferentes diseños finales.

Las zonas son conocidas como Zona de loma (I), de Transición (II) y de Lago (III), en la cual aun puede haber subdivisiones, observando que la primera de ellas es la más apta para llevar a cabo edificación con mayor estabilidad, la cual decrece conforme se vaya aproximando a la última de estas.

Pensemos en el caso de una estructura arquitectónicamente idéntica, pero colocada en cada uno de los terrenos que se presentan en la zona conurbada. El resultado obtenido al final es que no solo se llegara a una diferente cimentación, sino que los armados y el comportamiento de la estructura misma es distinta para cada uno de los terrenos.

Entendemos pues que esto se debe al comportamiento dinámico de la estructura, generado por la carga accidental que en un momento dado nos rige, es decir, el sismo. Esto es consecuencia del movimiento que tiene el suelo, en un terreno blando es sumamente diferente del que ocurre en uno de suelo firme, lo cual se pone de manifiesto a través de la amplificación dinámica por efectos locales que sufren las ondas sísmicas al propagarse a través de formaciones de suelos blandos. Las interfaces entre estratos y las fronteras laterales producen un fenómeno de difracción múltiple que genera interferencias constructivas y destructivas que a su vez originan amplificaciones y atenuaciones, respectivamente.

Una forma muy sencilla de verlo, es como el agua se mueve libremente cuando generamos en ella una perturbación, y vemos como resultado de esto, que las ondas se mueven libremente, lo cual no sucede cuando nuestro medio es un poco mas solido y menos fluido, pensemos en el mismo fluido pero ahora con material solido, al perturbarlo notamos que no se propagan las ondas de igual manera que en el agua. Ahora volviendo al caso de agua pensemos en piedras que estén sumergidas y que sobresalgan de la superficie, al perturbarla vemos como las piedras interfieren en la propagación de las ondas mismas, y apreciamos como sus trayectorias cambian de dirección ante la presencia de dichos sólidos. Ahora con el fluido con material solido y con elementos sólidos de mayor tamaño, nuestra situación cambia radicalmente, no solo el hecho de que la composición del medio impide que las ondas se muevan libremente, sino que aunado a esto, las piedras dan un mayor amortiguamiento a dicha perturbación.

En el caso de nuestro suelo observamos no solo la presencia de fluidos, material granular, y partes solidas de tamaño considerable, es decir, una total falta de homogeneidad en su composición, aunado a esto tenemos la geometría del mismo, es decir, al hacer cortes verticales no vemos estratos con un grosor proporcional, sino que este a la larga se va modificando, lo cual no es otra cosa que la sedimentación de los materiales y la condición en la que este proceso se fue dando, lo cual al final implica una heterogeneidad tal que hay que hacer una consideración al respecto.

Con el fin de simplificar dicha condición de nuestro suelo, se procede a obtener un periodo dominante de vibración y la velocidad efectiva del sitio. Pretendiendo con esto tener un estrato equivalente con profundidad y periodo fundamental de vibrar semejantes a los de la estratigrafía real.

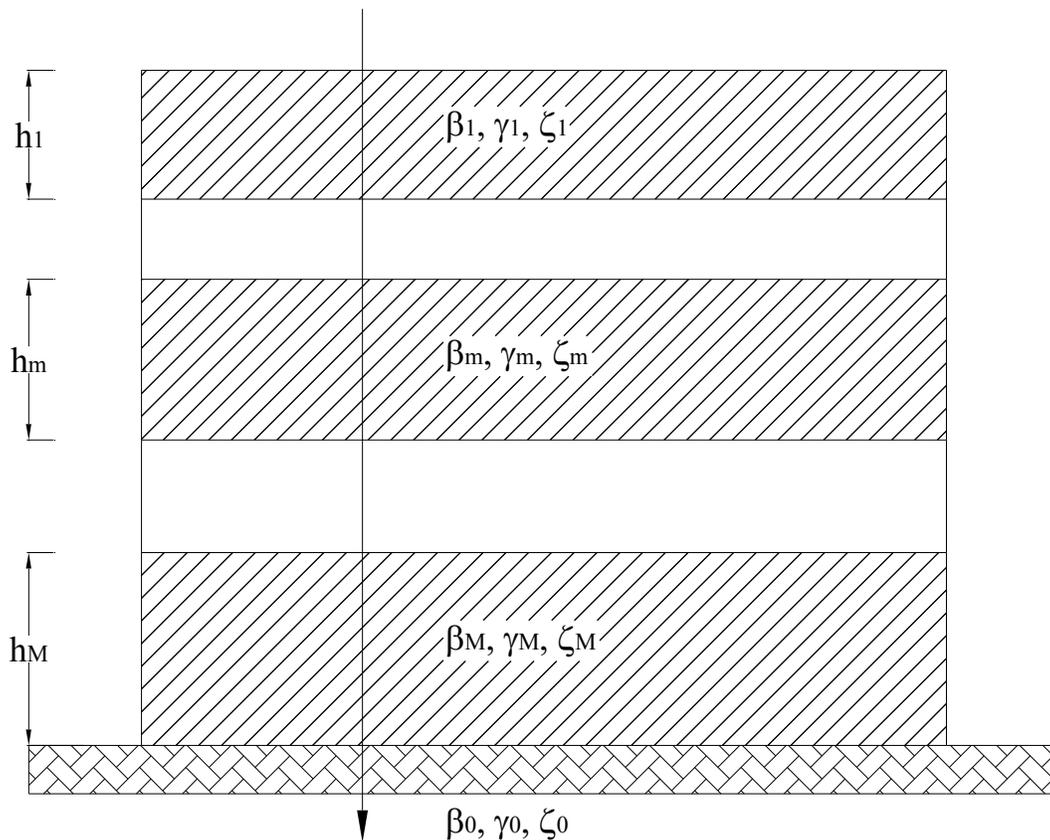


Figura 1.1 Depósito estratificado horizontalmente.

Como en diversas situaciones reales, la ingeniería opta por una idealización con la cual se hace frente a una situación real.

En una situación parecida tenemos la manera en cómo se adopta un criterio para llevar a cabo el diseño sísmico, ya que si nos enfocáramos a diseñar una estructura a partir de los datos más severos, que se tengan de un sismo, hasta ese entonces, podríamos estar del lado de la seguridad, pensando en que para que se presente otro de igual magnitud tardarían varios años, o por el contrario, estaríamos del lado de la inseguridad si tomamos en cuenta de que los registros pueden ser escasos para aventurarnos en pensar que lo que tenemos es la situación más crítica. Nos vemos en una situación en la que se le vea por donde se le vea, no ganamos, ya que aún cuando estemos del lado de la seguridad, podríamos vernos en la situación en que nuestro diseño este sumamente sobrado, es decir, no sea eficiente.

Podríamos recurrir como ya mencionamos arriba a emplear un espectro de respuesta, el cual es el registro del comportamiento de un sismo, en este caso, el de mayor impacto que se tenga hasta el momento. O se puede recurrir a un espectro de diseño, el cual no es otra cosa que una representación de la sismicidad del lugar. En otras palabras, una es la manera como se desenvuelve un caso en particular, y el otro es una serie de estos sucesos registrados y estandarizados, con el fin de dar una cantidad

aproximada de lo que lo que pasara en un tiempo determinado para dicha zona, cuando se presente el sismo como tal. En el espectro de diseño introducimos el periodo fundamental de nuestra estructura y obtenemos la aceleración, expresada como una fracción de la aceleración de la gravedad, y con ello obtenemos las fuerzas a las que estará sometida nuestra estructura, entonces estamos buscando con este un diseño eficiente de lo que bien podría ocurrir en un futuro del no tenemos mucha certeza, pero suponemos entre qué orden estará. Este es otro ejemplo de idealizar matemáticamente lo que se espera sea el comportamiento de algo que aún cuando no estamos seguros de que así será, tenemos bases para suponer entre que rangos podríamos estar localizados, lo cual es de gran ayuda.

Capítulo 2: Características Generales del Sistema de Aislante Sísmico.

Por cientos de años, los edificios y muchas otras estructuras han sido diseñadas para proteger la vida humana así como sus propiedades materiales. Sin embargo en la naturaleza encontramos un factor que ha intervenido decisivamente en la forma en cómo se diseñan en la actualidad estas, el sismo, en un principio se logró contrarrestar los efectos en la estructura haciéndola más rígida, sin embargo en el interior de estas edificaciones aún había repercusiones, y cabe hacer mención de que siempre hay la posibilidad que se presente un sismo de magnitud considerable, si tenemos esto en cuenta la resistencia de una edificación nunca será suficiente.

Dentro del sismo tenemos diversos factores que impactan, como lo son su intensidad y la duración del mismo, dentro de los diversos ejemplos de intensidad mencionaremos los siguientes: Alaska 1964, intensidad en escala de Richter de 9.2; México 1985, 8.5; Hanshin-Awaji en Japón 1995, intensidad de 7.2; en el 2001 un terremoto de 7,9 grados en la escala de Richter que asoló el estado de Gujarāt en la India. Cada uno de los anteriores con repercusiones catastróficas, por ende, se aprecia que la intensidad puede llegar a ser devastadora, sin embargo es menester nuestro mencionar que la duración implica otra serie de resultados, como lo es que la edificación entre en resonancia, este fenómeno implica que la estructura afectada vibre en su frecuencia natural, a consecuencia de la estimulación externa, provocando que el movimiento se prolongue de manera “indefinida”, hasta llegar al colapso, pues los elementos estructurales tienen un límite en lo que a su deformación se refiere.

Convencionalmente el diseño sísmico estructural está basado en el concepto de incrementar la resistencia de la estructura contra el sismo empleando, por ejemplo, el uso de muros que contrarresten el cortante de entrepiso, el contraventeo o la colocación elementos articulados. Sin embargo, estos métodos tradicionales a menudo provocan que en los edificios rígidos las losas tengan una aceleración considerable y en contraste se aprecia que en los edificios flexibles los desplazamientos de los entrepisos sean grandes, a consecuencia de esto, el contenido de las edificaciones y sus elementos no estructurales (instalaciones diversas) pueden sufrir cuantiosos daños durante un sismo de magnitud considerable, aún cuando la estructura sea capaz de mantenerse intacta. Esta situación no es tolerable para edificios en los que lo que llegan a contener en su interior es mas valioso que el edificio mismo, hablamos de edificios tipo A, en donde las vidas que albergan son sumamente importantes.

El concepto del aislamiento sísmico es simple. *El sistema desacopla al edificio, o estructura, de las componentes horizontales del movimiento del suelo por la interposición de elementos estructurales con baja rigidez horizontal, permitiendo un libre desplazamiento del mismo.* Esto provoca que la frecuencia fundamental de la estructura sea más baja que los dos, la frecuencia de la cimentación y la frecuencia predominante del movimiento del suelo. El primer modo dinámico de la estructura aislada envuelve deformación solo en el sistema de aislamiento, la estructura por encima se mantiene rígida. Los modos superiores que producen deformación en la estructura son ortogonales al primer modo y, en consecuencia, al movimiento del suelo. Estos modos superiores no participan en el movimiento, así que la energía más alta en el sismo y sus frecuencias superiores pueden no ser transmitidas a la estructura. El sistema de aislamiento no absorbe la energía del sismo, más bien la desvía a través de la dinámica del sistema; este efecto no depende del amortiguamiento, pero un cierto nivel de mismo es benéfico para suprimir posibles resonancias en la frecuencia aislada.

El aislamiento sísmico se ha descrito como un control pasivo, ya que el control de movimiento estructural no maneja lógicamente los agentes externos, más bien a través de una interface especialmente diseñada en la cimentación o dentro de la estructura, la cual puede reducir o filtrar la salida de fuerzas transmitidas provenientes del suelo. En contraste, las técnicas de un control activo, las cuales aún están en investigación y desarrollo para estructuras resistentes al sismo, requieren la instalación de un dispositivo que controle lógicamente los agentes externos, tal como activadores, para contrarrestar los movimientos estructurales. Uno de los inconvenientes con las técnicas de control activo es el relativo alto costo que tiene el mantenimiento del sistema de control y actores, para que permanezca funcional ante la presencia de un sismo de considerables proporciones. Cabe hacer mención de que existe una tercera categoría llamada control híbrido, que hace uso de lo mejor en ambos sistemas, el activo y el pasivo.

El efecto del aislamiento de la cimentación puede ser alcanzado a través de la instalación segura de mecanismos entre el edificio y los soportes de la cimentación, para separar o aislar el movimiento del edificio del proveniente del suelo, haciéndolos básicamente dispares. La aplicabilidad del concepto de aislamiento de la cimentación necesita no ser restringido a la estructura en su totalidad. Hay generalmente dos propuestas básicas para dicho aislamiento, ambas seguras.

Uno de los cuales es instalar algunos apoyos relativamente bajos en lo que a su rigidez horizontal se refiere, pero de una considerable rigidez vertical, entre la estructura y su cimentación. Con tales dispositivos, el periodo natural de la estructura será significativamente alargado y alejado del rango de donde predominantemente se encuentra la frecuencia de los sismos que general el mayor daño. El apoyo hecho con elastómero mostrado en la Figura 2.1 es el típico en esta categoría, el cual se encuentra compuesto de placas alternadas de acero y una especie de goma bastante rígida, por lo tanto, es también conocida como apoyo de goma laminada.

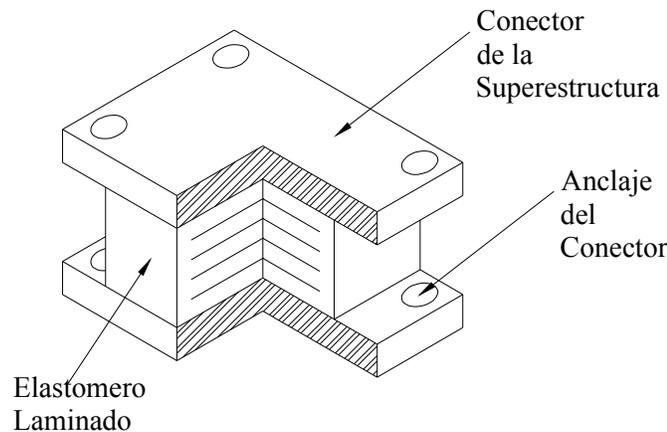


Figura 2.2 Apoyo de Goma Laminada

Este tipo de apoyo es suficientemente rígido para sostener cargas verticales, y es lo suficientemente flexible para soportar cargas horizontales. La capacidad de deformarse horizontalmente permite al apoyo reducir significativamente la fuerza cortante de la superestructura a través del alargamiento del periodo de vibración de sistema completo, ello proveería suficiente rigidez bajo los niveles de carga de servicio

para viento y sismos menores. En realidad, la reducción en las fuerzas sísmicas transmitidas a la superestructura a través de la instalación del apoyo de goma laminada es alcanzada a costa de un relativamente gran desplazamiento a través del apoyo. Si un substancial amortiguamiento puede ser introducido dentro del apoyo o el sistema de aislamiento, entonces el problema relacionado con el significativo desplazamiento puede ser solucionado. Es por esta razón que la goma laminada con núcleo de plomo ha sido desarrollada, como se aprecia en Figura 2.2.

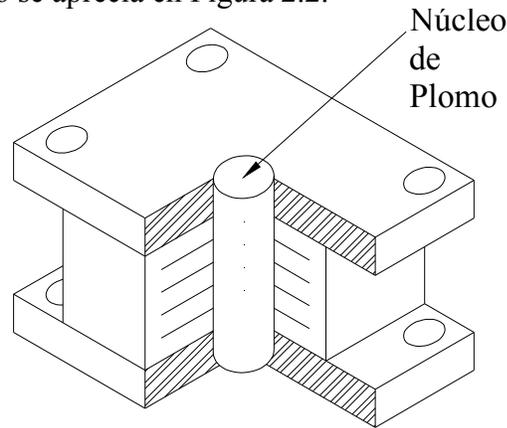


Figura 2.3 Apoyo de goma laminada con núcleo de plomo.

La otra alternativa para incrementar la flexibilidad de la estructura es colocar un apoyo deslizante o superficie de fricción entre la cimentación y la base de la estructura. Al respecto tenemos en agosto de 1909 el primer acercamiento de lo que es un aislamiento sísmico, el médico J. A. Calantarients le escribió un carta al Director del Servicio Sismológico de Chile, en Santiago, haciendo de su conocimiento un método de aislamiento en el cual propone que los edificios se construyan sobre apoyos libres y una capa de arena fina, mica o talco que permitan que ante un sismo la edificación se deslice, por lo tanto se reduce la fuerza transmitida al edificio mismo. En la Figura 2.3 se muestra esquemáticamente un apoyo deslizante así como los elementos que nos permiten que funcionen idóneamente.

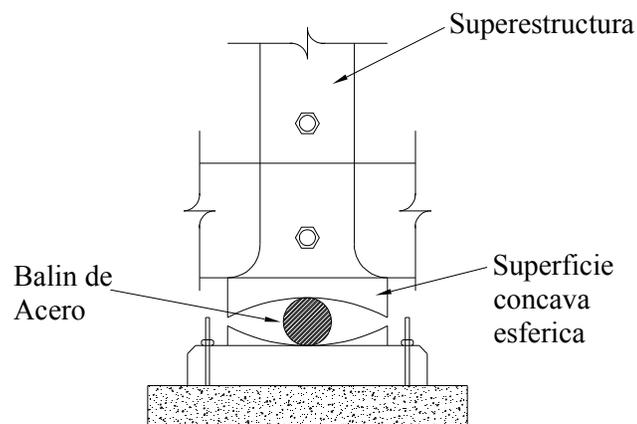


Figura 2.4 Apoyo deslizante.

La fuerza cortante transmitida a la superestructura a través de del punto de contacto del aislamiento está limitado por la fuerza de fricción estática, la cual es igual al producto del coeficiente de fricción y el peso de la superestructura. El coeficiente de fricción, usualmente, se mantiene bajo en la práctica, sin embargo, debe ser suficientemente alto para proporcionar una fuerza de fricción que sea considerablemente resistente a viento y sismos menores sin que exista deslizamiento. Un problema en particular con la estructura deslizante es el desplazamiento residual que ocurre después de un sismo mayor. Para solucionar este problema, la superficie deslizante con frecuencia se hace cóncava para proporcionar una fuerza restauradora. Esta idea del mecanismo friccionante, conocido como sistema de péndulo de fricción, el cual utiliza una superficie esférica cóncava, como se muestra en la figura de abajo, la cual garantiza que el desplazamiento de la estructura puede regresar a su posición original, otro mecanismo, como los resortes de alta tensión y apoyos de elastómeros, pueden ser usados como un sistema auxiliar para general fuerzas restauradoras. El sistema de deslizante ha sido exitosamente empleado en plantas nucleares, tanques de agua para incendios, almacenes de productos químicos y otras estructuras importantes.

Una revisión de productos de aislamiento que han sido estudiados y usados desde 1900 a 1984 fueron conducidos por Nelly (1986). En general, la mayoría de los productos de los sistemas de aislamiento son no lineales en lo que respecta a la relación fuerza-desplazamiento, sin embargo, en un análisis lineal de la estructura con cimentación aislada estaremos usando un simple modelo que nos permite comprender la dinámica de este sistema, mientras se identifican los parámetros clave relacionados. Con tal enfoque, la superestructura de dicha estructura aislada se asume con frecuencia elástica y se llega a tratar como un sistema de un grado de libertad, el apoyo de elastómero se considera como una combinación de resorte elástico y amortiguador viscoso, y la superficie de desplazamiento se considera plana obedeciendo las leyes de la fricción estática. Lo que debería realizarse en la etapa final de diseño, es tomar en consideración las propiedades no lineales del aislador, así como sus posibles efectos.

En resumen se puede apreciar que los dispositivos encargados a llevar a cabo el aislamiento sísmico están diseñados para absorber la energía asociada a dicho evento, este aislador como ya se ha comentado anteriormente consiste placas de acero alternadas con goma lo suficientemente rígida, lo cual permite al apoyo el desplazamiento lateral, reduciendo las cargas sísmicas a la edificación y a sus ocupantes, lo cual era una de las preocupaciones, ya que los elementos no estructurales significan de igual medida un costo. La forma en cómo están constituidos nuestros apoyos les permiten actuar como un resorte, permitiendo que nuestra estructura después de un sismo que haya originado un desplazamiento regrese a su posición original.

Un hecho que olvidamos mencionar a lo largo de todo este capítulo es la función de las placas de acero, lo cual nos permite que nuestro apoyo sea más rígido en lo que se refiere a las cargas verticales. Las láminas de acero están distribuidas en todo el apoyo, con el fin de hacer más rígido dicho apoyo, lo que tenemos al final es una forma de hacer que las secciones sean lo más cortas posibles, dándole rigidez vertical a nuestro elemento, hablamos de una especie de columnas cortas, por decirlo de una forma, manteniendo unidas ambas partes, la cimentación y la superestructura.

Capítulo 3: Teoría del Aislamiento Sísmico.

3.1 Principios del Aislamiento Sísmico

Empecemos comentando la filosofía detrás del aislamiento sísmico, cuando una estructura está sujeta a un fuerte sismo, la energía del sistema de la estructura puede ser conceptualmente expresada como:

$$KE + DE + SE = IE \quad (3.1)$$

donde KE denota la energía cinética, DE es la energía disipada, la cual es igual a la suma de VE y HE , con VE denota la energía viscosa y HE la energía histérica; SE es la energía de tensión e IE la energía sísmica que entra al sistema.

En la ecuación 3.1, KE y SE son la porción de la energía de la estructura que es recuperable, mientras que VE y HE son la porción que se disipa. Para una estructura de cimentación fija, cuando IE no es tan grande, la energía entrante no puede ser disipada por amortiguamiento viscoso de la estructura, entonces la energía residual será disipada en forma de HE . Si la estructura ha sido diseñada para tener suficiente ductilidad, entonces puede experimentar deformaciones plásticas en ciertos nodos, miembros o especialmente en componentes añadidos, pero el fenómeno de colapso podría ser evitado. Este es el concepto de diseño dúctil para estructuras de cimentación fija.

Las características dinámicas del aislamiento en la cimentación de las edificaciones puede ser modelada como un edificio de un solo piso con un aislador de comportamiento lineal, tal y como se muestra en la figura 3.1.1. Asumimos que la masa y la rigidez del edificio son mucho más grandes que la del aislador sísmico. Se considera que la parte aislada del edificio es una masa rígida, dicho edificio puede ser simulado como un sistema de un grado de libertad, para el cual la ecuación de movimiento es:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_g \quad (3.2)$$

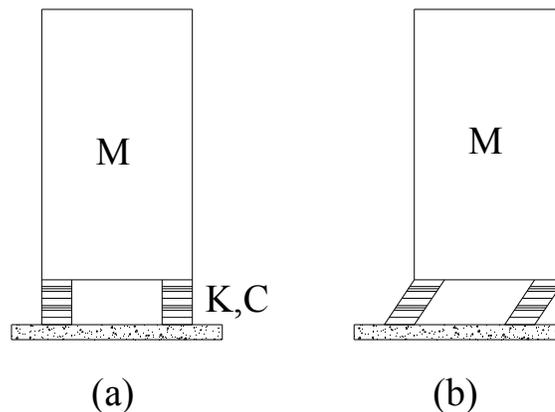


Figura 3.1.1 Idealización de una Estructura aislante sísmico (a) Posición inicial, (b) Posición Desplazada.

donde u_g denota la aceleración del suelo, u el desplazamiento de la estructura, M la masa de la estructura, C el amortiguamiento, K la rigidez del aislador.

A través de la integral de Duhamel, la respuesta $u(t)$ del sistema de aislamiento puede ser dado por:

$$u(t) = \frac{1}{\omega_d} \int_0^t -\ddot{u}(\tau) e^{-\xi\omega(t-\tau)} * \text{Sen} \omega_d (t - \tau) d\tau \quad (3.3)$$

en donde la frecuencia natural ω , la frecuencia natural de amortiguamiento ω_d , y el porcentaje de amortiguamiento ξ están definidos como sigue:

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}}, \quad \omega_d = \omega \sqrt{1 - \xi^2}, \quad \xi = \frac{C}{2M\omega} \quad (3.4)$$

Correspondientemente, el periodo natural de vibración T , y el periodo natural de amortiguamiento (vibración) T_d , son:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{M}{K}}, \quad T_d = \frac{2\pi}{\omega_d} = \frac{T}{\sqrt{1 - \xi^2}} \quad (3.5)$$

para un movimiento dado del suelo u_g , la deformación y la aceleración generada, u y \ddot{u} , de una estructura de un grado de libertad depende solo del periodo natural de vibración T y de su porcentaje de amortiguamiento ξ de la estructura. Entonces, para un sismo en particular, en principio seleccionamos un porcentaje de amortiguamiento ξ , uno en el que se pueda computar la deformación pico u para una estructura con un periodo de vibración T , por ejemplo, con valores dados de M , C y K , usando la ecuación 3.3. Repitiendo tal procedimiento para un vasto rango de periodos T , mientras mantenemos el porcentaje de amortiguamiento ξ constante, proporcionado una curva similar a las mostradas en la figura 3.1.2.

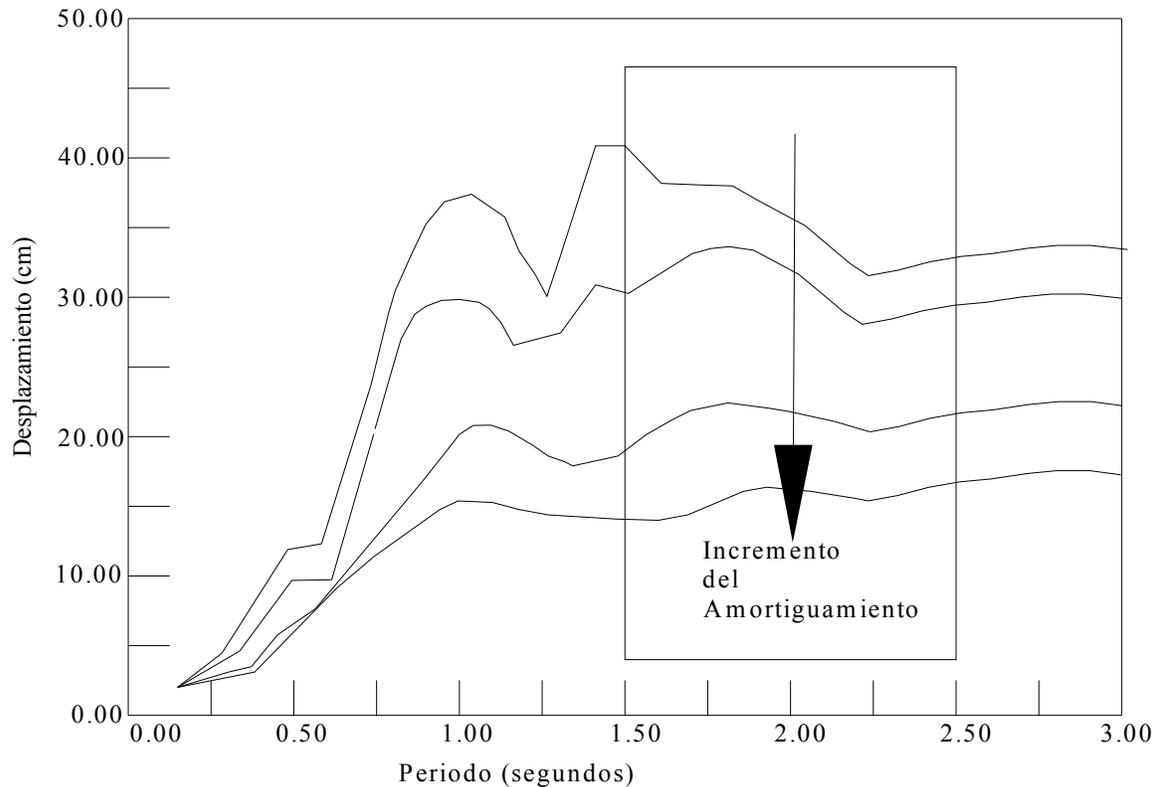


Figura 3.1.2 Esquema del espectro de respuesta de deformación.

Con la variación del porcentaje de amortiguamiento, se puede hacer el espectro de respuesta de deformación para toda estructura de un grado de libertad sometida a un sismo determinado, como se ejemplifica en la figura esquemática 3.1.2.

La respuesta $A(t)$ de la Pseudo-aceleración de un sistema puede ser computado a partir de la respuesta de la deformación $u(t)$ del sistema:

$$A(t) = \omega^2 * u(t) = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 u(t) \quad (3.6)$$

En la ingeniería sísmica, la respuesta de la Pseudo-aceleración $A(t)$ es una importante cantidad, a partir de la cual puede ser multiplicada por la masa M para generar la fuerza estática equivalente o cortante basal de la estructura considerada. El espectro de respuesta de la Pseudo-aceleración, como se muestra esquemáticamente en la figura 3.1.3, representa puntos de valores máximas de $A(t)$ con respecto al periodo natural de vibración T de la estructura, el cual puede ser obtenido como producto del espectro de respuesta de la deformación, a través de la relación mostrada en la ecuación 3.6.

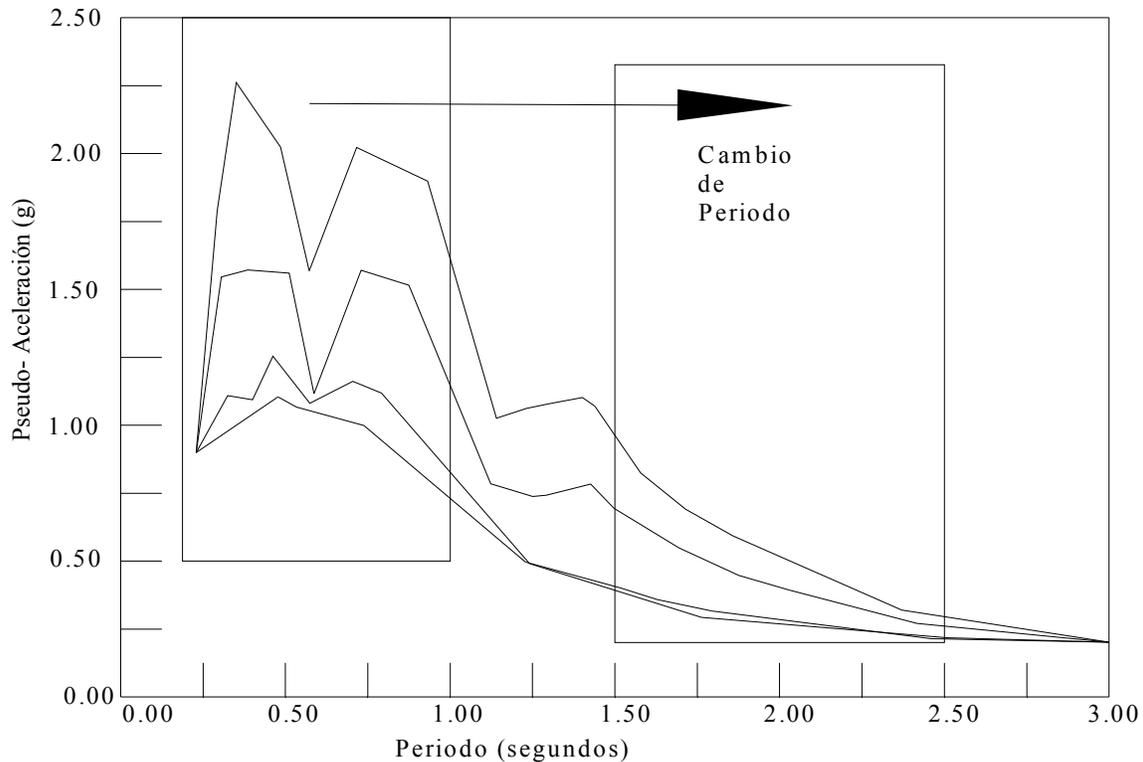


Figura 3.1.3 Esquema del espectro de Pseudo-Aceleración

Dos importantes características se pueden observar a partir de los espectros dados. La primera es el conocido efecto de cambio de periodo. Como se puede apreciar en la figura 3.1.3, una substancial reducción en la pseudo-aceleración o el cortante basal de la estructura puede ser posible, si el periodo de vibración de la estructura es significativamente alargado, por ejemplo, a través de la instalación de aislantes sísmicos. El nivel de reducción depende primariamente de la naturaleza del movimiento del suelo y el periodo de la estructura de cimentación fija. En general, la necesidad de flexibilidad adicional para alargar el periodo de la estructura generará un incremento en los desplazamientos relativos a través del aislador, como se muestra en la figura 3.1.2. La segunda es la conocida como efecto de disipación de energía. Si el amortiguamiento adicional es introducido a la estructura, entonces la deformación de la estructura puede ser significativamente reducida, como se aprecia en la figura 3.1.2. Además, puede verse que una mínima fuerza cortante basal será inducida a la estructura lo cual podría generar un amortiguamiento considerable (figura 3.1.3), y aquella estructura responde con menor sensibilidad a variaciones del movimiento característico del suelo, como se indica en las curvas suaves para estructuras con altos niveles de amortiguamiento en ambos esquemas.

Como se revela en los dos espectros de respuesta sísmica mencionados, la filosofía detrás de la instalación de un aislante sísmico tiene el propósito de alargar el periodo de vibración de la estructura, tanto para reducir el cortante basal inducido por el sismo, como para adicionar un amortiguamiento con el fin de reducir los desplazamientos relativos a través del aislador mismo. Esto es porque la mayoría de los códigos de diseño sísmico sugieren el uso de un sistema de aislamiento sísmico que tenga la función dual de la elongación del periodo y la disipación de energía. Más aún, esto requiere que los aisladores

sean lo suficientemente rígidos bajo niveles de carga de servicio, por ejemplo, bajo cargas de viento y sismos pequeños, tal que no se generen frecuencias de vibración que puedan molestar a los ocupantes.

3.2 Fundamento Teórico del Aislamiento Sísmico: Teoría Lineal.

La teoría lineal del aislamiento sísmico ha sido en gran medida desarrollada por Kelly. La teoría se basa en un modelo estructural de dos masas, como se muestra en la figura 3.2.1. La masa m trata de representar a la estructura del edificio y m_b es la masa del piso por encima del sistema de aislamiento. La rigidez de la estructura y el amortiguamiento están representados por k_s y c_s , por otro lado, la rigidez y amortiguamiento del aislador se representa por k_b y c_b . Los desplazamientos absolutos de las dos masas son representados u_s y u_b , respectivamente, pero es conveniente usar los desplazamientos relativos que se definen como:

$$v_b = u_b - u_g \quad v_s = u_s - u_b$$

donde u_g es el desplazamiento del suelo. Esta elección de los desplazamientos relativos es particularmente conveniente para este análisis, ya que los dos importantes resultados serán el desplazamiento del sistema de aislamiento, representado por v_b , y el desplazamiento del entrepiso, representado por v_s .

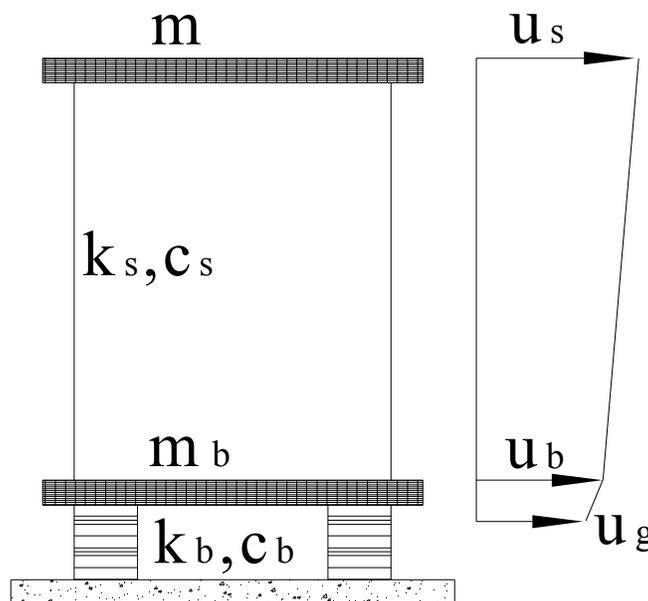


Figura 3.2.1 Desplazamientos idealizados de la estructura y el sistema de aislamiento, así como las propiedades de ambos

En términos de estas cantidades, la ecuación básica de movimientos para un modelo de dos grados de libertad es

$$(m + m_b)\ddot{v}_b + m\ddot{v}_s + c_b\dot{v}_b + k_b v_b = -(m + m_b)\ddot{u}_g \quad (3.7)$$

$$m\dot{v}_b + m\dot{v}_s + c_s\dot{v}_s + k_s v_s = -m\ddot{u}_g \quad (3.8)$$

las cuales se pueden escribir de forma matricial como

$$\begin{bmatrix} M & m \\ m & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{v}_b \\ \dot{v}_s \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & k_s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_b \\ v_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M & m \\ m & m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \ddot{u}_g \quad (3.9)$$

done $M = m + m_b$, que en notación matricial es

$$M\dot{v} + C\dot{v} + Kv = -Mr\ddot{u}_g \quad (3.10)$$

Definimos el porcentaje de la masa como

$$\gamma = \frac{m}{m + m_b} = \frac{m}{M} \quad (3.11)$$

y la frecuencia nominal

$$\omega_b^2 = \frac{k_b}{m + m_b} \quad \omega_s^2 = \frac{k_s}{m} \quad (3.12)$$

y asumimos que $\frac{\omega_b^2}{\omega_s^2} = \varepsilon$ y $\varepsilon = O(10^{-2})$.

Los factores de amortiguamiento β_b y β_s están dados por

$$2\omega_b\beta_b = \frac{c_b}{m + m_b} \quad 2\omega_s\beta_s = \frac{c_s}{m} \quad (3.13)$$

En términos de estas cantidades, las ecuaciones básicas de movimiento (3.7) y (3.8) se convierten en

$$\gamma\dot{v}_s + \dot{v}_b + 2\omega_b\beta_b\dot{v}_b + \omega_b^2 v_b = -\ddot{u}_g \quad (3.14a)$$

$$\dot{v}_s + \dot{v}_b + 2\omega_s\beta_s\dot{v}_s + \omega_s^2 v_s = -\ddot{u}_g \quad (3.14b)$$

Los modos clásicos del sistema combinado estarán definidos por ϕ^1 y ϕ^2 , donde

$$\Phi^{iT} = (\phi_b^i, \phi_s^i) \quad i = 1, 2$$

con frecuencias ω_1 y ω_2 . La ecuación característica para las frecuencias es

$$(1-\gamma)\omega^4 - (\omega_s^2 + \omega_b^2)\omega^2 + \omega_b^2\omega_s^2 = 0 \quad (3.15)$$

donde sus soluciones son

$$\begin{aligned} \omega_1^2 &= \frac{1}{2(1-\gamma)} \left\{ \omega_b^2 + \omega_s^2 - \left[(\omega_b^2 - \omega_s^2)^2 + 4\gamma\omega_b^2\omega_s^2 \right]^{1/2} \right\} \\ \omega_2^2 &= \frac{1}{2(1-\gamma)} \left\{ \omega_b^2 + \omega_s^2 + \left[(\omega_b^2 - \omega_s^2)^2 + 4\gamma\omega_b^2\omega_s^2 \right]^{1/2} \right\} \end{aligned} \quad (3.16)$$

para empezar ε esta dado por

$$\omega_1^2 = \omega_b^2(1-\gamma\varepsilon) \quad \omega_2^2 = \frac{\omega_s^2}{1-\gamma}(1+\gamma\varepsilon) \quad (3.17)$$

y las formas modales para $(\phi_b^i = 1)$, $i = 1, 2$ son

$$\Phi^{1T} = (1, \varepsilon) \quad \Phi^{2T} = \left(1, -\frac{1}{\gamma} [1 - (1-\gamma)\varepsilon] \right) \quad (3.18)$$

Para expresar el desplazamiento original en las coordenadas modales, escribimos

$$v_b = q_1\phi_b^1 + q_2\phi_b^2 \quad v_s = q_1\phi_s^1 + q_2\phi_s^2$$

donde q_1 y q_2 son coeficientes modales que dependen del tiempo.

Observamos que las cantidades modales M_i y L_i están dadas por

$$M_i = \Phi^{iT} M \Phi^i \quad M_i L_i = \Phi^{iT} M r$$

comenzando por ε , estos son

$$M_1 = M(1+2\gamma\varepsilon) \quad M_2 = M \frac{(1-\gamma)[1-2(1-\gamma)\varepsilon]}{\gamma} \quad (3.19)$$

Cuando (v_b, v_s) en las ecuaciones (3.7) y (3.8) son expresadas en términos de Φ^1 y Φ^2 , tenemos dos ecuaciones en los coeficientes modales (q_1, q_2) de la forma

$$\ddot{q}_1 + 2\omega_1\beta_1\dot{q}_1 + \lambda_1\dot{q}_2 + \omega_1^2 q_1 = -L_1\ddot{u}_g \quad (3.20)$$

$$\ddot{q}_2 + \lambda_2\dot{q}_1 + 2\omega_2\beta_2\dot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 = -L_2\ddot{u}_g \quad (3.21)$$

Los términos $2\omega_1\beta_1$ y $2\omega_2\beta_2$ son calculados a partir de

$$M_i 2\omega_i\beta_i = \Phi^{iT} \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \Phi^i$$

a partir del cual obtenemos

$$2\omega_1\beta_1 = 2\omega_b\beta_b(1-2\gamma\varepsilon)$$

$$2\omega_2\beta_2 = \frac{1}{1-\gamma} (2\omega_s\beta_s + 2\gamma\omega_b\beta_b)$$

llegando a

$$\beta_1 = \beta_b \left(1 - \frac{3}{2} \gamma \varepsilon \right) \quad (3.22)$$

$$\beta_2 = \frac{\beta_s + \gamma\beta_b\varepsilon^{1/2}}{(1-\gamma)^{1/2}} \left(1 - \frac{\gamma\varepsilon}{2} \right) \quad (3.23)$$

El par de coeficientes λ_1 y λ_2 son calculados de

$$\lambda_1 M_1 = \Phi^{iT} \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \Phi^2$$

$$\lambda_2 M_2 = \Phi^{2T} \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \Phi^1 = \lambda_1 M_1$$

Por lo tanto

$$\lambda_1 M_1 = (1, \varepsilon) \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & c_s \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -a \end{pmatrix} = c_b - \varepsilon a c_s \quad a = \frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon]$$

Haciendo uso de (M_1, M_2) de la ecuación (3.19), tenemos

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{2\omega_b \beta_b M - \varepsilon \left\{ \left(\frac{1}{\gamma} \right) [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \right\} 2\omega_s \beta_s m}{M(1 + 2\gamma\varepsilon)} \\ &= 2\omega_b \beta_b (1 - 2\gamma\varepsilon) - \varepsilon 2\omega_s \beta_s (1 - 2\gamma\varepsilon) \\ &= 2\omega_b \left[\beta_b (1 - 2\gamma\varepsilon) - \varepsilon^{1/2} \beta_s \right] \end{aligned} \quad (3.24)$$

y

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{2\omega_b \beta_b M - \varepsilon \left\{ \left(\frac{1}{\gamma} \right) [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \right\} 2\omega_s \beta_s m}{\left[\frac{M(1 - \gamma)}{\gamma} \right] [1 - 2(1 - \gamma)\varepsilon]} \\ &= (2\omega_b \beta_b - \varepsilon 2\omega_s \beta_s) [1 + 2(1 - \gamma)\varepsilon] \frac{\gamma}{1 - \gamma} \\ &= 2\omega_b \left\{ \beta_b [1 + 2(1 - \gamma)\varepsilon] - \varepsilon^{1/2} \beta_s \right\} \frac{1}{1 - \gamma} \end{aligned} \quad (3.25)$$

En la mayoría de las aplicaciones estructurales se asume que el amortiguamiento es lo suficientemente pequeño de tal forma que el efecto de la resultante de las componentes (aquí λ_1 y λ_2) son insignificantes y lo que la solución requerida puede ser obtenida a partir de la desenganchada ecuación modal de movimiento, a saber,

$$\ddot{q}_1 + 2\omega_1 \beta_1 \dot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 = -L_1 \ddot{u}_g$$

$$\ddot{q}_2 + 2\omega_2 \beta_2 \dot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 = -L_2 \ddot{u}_g$$

Si la gráfica del movimiento del suelo, $\ddot{u}_g(t)$, es conocido, entonces las componentes modales $q_1(t)$, $q_2(t)$ pueden ser calculadas a partir de

$$q_1 = \frac{L_1}{\omega_1} \int_0^t \ddot{u}(t - \tau) e^{-\omega_1 \beta_1 \tau} \text{Sen}(\omega_1 \tau) d\tau$$

$$q_2 = \frac{L_2}{\omega_2} \int_0^t \ddot{u}(t - \tau) e^{-\omega_2 \beta_2 \tau} \text{Sen}(\omega_2 \tau) d\tau$$

y los valores máximos estimados de q_1 y q_2 pueden dados por

$$|q_1|_{\max} = L_1 S_D(\omega_1, \beta_1) \quad (3.26a)$$

$$|q_2|_{\max} = L_2 S_D(\omega_2, \beta_2) \quad (3.26b)$$

donde $S_D(\omega, \beta)$ es el desplazamiento del espectro de respuesta para el movimiento del suelo, $\ddot{u}(t)$, para la frecuencia ω y el factor de amortiguamiento β .

Se comienza por estimar las diversas respuestas a partir de los valores pico del espectro, es necesario usar el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados. El valor del máximo desplazamiento del sistema de aislamiento y la deformación estructural están dados por

$$|v_s|_{\max} = \left[(\phi_2^1 |q_1|_{\max})^2 + (\phi_2^2 |q_2|_{\max})^2 \right]^{1/2} \quad (3.27a)$$

$$|v_b|_{\max} = \left[(\phi_1^1 |q_1|_{\max})^2 + (\phi_1^2 |q_2|_{\max})^2 \right]^{1/2} \quad (3.27b)$$

Insertando los resultados obtenidos de las ecuaciones (3.12), (3.13), (3.27a) y (3.27b), obtenemos

$$\begin{aligned} |v_b|_{\max} &= \left\{ [L_1 S_D(\omega_1, \beta_1)]^2 + [L_2 S_D(\omega_2, \beta_2)]^2 \right\}^{1/2} \\ &= \left\{ (1 - \gamma \varepsilon)^2 [S_D(\omega_1, \beta_1)]^2 + \gamma^2 \varepsilon^2 [S_D(\omega_2, \beta_2)]^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.28)$$

y

$$\begin{aligned} |v_s|_{\max} &= \left\{ \varepsilon^2 (1 - \gamma \varepsilon)^2 [S_D(\omega_1, \beta_1)]^2 + \gamma^2 \varepsilon^2 \frac{1}{\gamma^2} [1 - (1 - \gamma) \varepsilon]^2 [S_D(\omega_2, \beta_2)]^2 \right\}^{1/2} \\ &= \varepsilon \left\{ (1 - 2\gamma \varepsilon)^2 [S_D(\omega_1, \beta_1)]^2 + [1 - 2(1 - \gamma) \varepsilon]^2 [S_D(\omega_2, \beta_2)]^2 \right\}^{1/2} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Generalmente, el término $\varepsilon^2 S_D(\omega_2, \beta_2)$ puede ser despreciado con el espectro de sismo donde el desplazamiento en altas frecuencias (por ejemplo ω_2) es mucho más pequeño que en bajas frecuencias (por ejemplo ω_1). Esto nos da

$$|v_b|_{\max} = (1 - \gamma\varepsilon) S_D(\omega_1, \beta_1) \quad (3.30)$$

si nosotros dejamos cualquier término que sea más alto que ε^2 , entonces al estimar la deformación estructural o el desplazamiento de entrepiso, v_s , obtenemos

$$|v_s|_{\max} = \varepsilon \left[S_D(\omega_1, \beta_1)^2 + S_D(\omega_2, \beta_2)^2 \right]^{1/2} \quad (3.31)$$

Similarmente, el coeficiente del cortante basal C_S esta dado por

$$C_S = \left| \frac{k_s v_s}{m} \right|_{\max} = \omega_s^2 |v_s|_{\max}$$

convirtiéndose en

$$\begin{aligned} C_S &= \omega_s^2 \varepsilon \left[S_D(\omega_1, \beta_1)^2 + S_D(\omega_2, \beta_2)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[\omega_b^4 S_D(\omega_1, \beta_1)^2 + \varepsilon^2 \omega_s^4 S_D(\omega_2, \beta_2)^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[S_A(\omega_1, \beta_1)^2 + \varepsilon S_A(\omega_2, \beta_2)^2 \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Entonces si conservamos sólo los primeros términos, obtenemos

$$|v_s|_{\max} = \frac{\varepsilon S_V}{\omega_b} = \varepsilon S_D(\omega_b, \beta_b) \quad (3.33a)$$

$$|v_b|_{\max} = \frac{S_V}{\omega_b} = S_D(\omega_b, \beta_b) \quad (3.33b)$$

y el diseño del coeficiente de cortante basal C_S definido por

$$C_S = \frac{k_s v_s}{m} = \omega_s^2 v_s$$

se convierte en

$$C_S = \omega_b S_V \left[1 + \varepsilon^2 \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} \right]^{1/2} = S_A(\omega_b, \beta_b) \left(1 + \frac{\varepsilon}{1 - \gamma} \right)^{1/2} \approx S_A(\omega_b, \beta_b) \quad (3.34)$$

indicando que para un pequeño ε y un típico espectro de diseño, el sistema de aislamiento sísmico puede ser diseñado, menor en la fase inicial, para un desplazamiento relativo de la base $S_D(\omega_b, \beta_b)$ y un coeficiente de cortante basal de $S_A(\omega_b, \beta_b)$ del edificio. La reducción en el cortante basal se compara con un estructura de cimentación fija, donde $C_S = S_A(\omega_s, \beta_s)$, está dado por $S_A(\omega_b, \beta_b)/S_A(\omega_s, \beta_s)$, el cual para un espectro de velocidad constante es ω_b/ω_s , o aproximadamente del orden de $\varepsilon^{1/2}$; esto subestima la reducción en la cortante basal porque, en general, β_b será más grande que β_s .

3.3 Extensión de la Teoría a los Edificios.

3.3.1 Ecuaciones de Movimiento de N Grados de Libertad.

El análisis de un sistema de dos grados de libertad de un modelo lineal simple desarrollado en el capítulo anterior puede ser aplicado al caso de un edificio de varios pisos. Representemos la estructura de este edificio a través de la matriz de la masa M , matriz de amortiguamiento C , y la matriz de rigidez K . Para una estructura convencionalmente cimentada, los desplazamientos relativos u de cada grado de libertad con respecto al suelo está dado por

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -Mr\ddot{u}_g \quad (3.35)$$

donde r es un vector que acopla cada grado de libertad al movimiento del suelo. Cuando este modelo estructural es superpuesto en un sistema de aislamiento sísmico con masa m_b , rigidez k_b , y amortiguamiento c_b , la ecuación (3.35) se transforma en

$$M\dot{v} + C\dot{v} + Kv = -Mr(u_g + v_b) \quad (3.36)$$

donde v es el desplazamiento relativo de la losa de la cimentación y v_b es el desplazamiento relativo de la losa de cimentación con respecto al suelo. La ecuación general de movimiento para un edificio combinado y su losa de cimentación es

$$r^T M(\dot{v} + r\dot{v}_b + r\ddot{u}_g) + m_b(\dot{v}_b + \ddot{u}_g) + c_b\dot{v}_b + k_b v_b = 0 \quad (3.37)$$

la cual se puede escribir de la forma

$$r^T M v + (m + m_b) \dot{v}_b + c_b v_b + k_b v_b = -(m + m_b) \ddot{u}_g \quad (3.38)$$

La ecuación (3.38) se identifica $r^T M r$ como la masa total m del edificio, por lo tanto, $m + m_b$ es la masa total sostenida sobre el sistema de aislamiento sísmico. La forma matricial esta ecuación es

$$M^* \dot{v}^* + C^* v^* + K^* v^* = -M^* r^* \ddot{u}_g \quad (3.39)$$

donde

$$M^* = \begin{bmatrix} m + m_b & r^T M \\ M r & M \end{bmatrix}, \quad C^* = \begin{bmatrix} c_b & 0 \\ 0 & C \end{bmatrix}, \quad K^* = \begin{bmatrix} k_b & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}$$

$$r^* = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad v^* = \begin{bmatrix} v_b \\ v \end{bmatrix}$$

3.3.2 Análisis Modal de un Sistema de N Grados de Libertad.

Los modos naturales de la una estructura de cimentación fija se asumen conocidos y se denotan por Φ^i , donde $i = 1, \dots, N$. En términos de estas formas modales, el desplazamiento de cada grado de libertad de la estructura puede ser representada como

$$v = \sum_{i=1}^N q_i \Phi^i \quad (3.40)$$

la frecuencia natural ω_i^2 está dada por

$$M \phi^i \omega_i^2 = K \Phi^i$$

y se asume que $\Phi^i C \Phi^j = 0$ sí $i \neq j$.

Las ecuaciones matriciales de movimiento se reducen a $N + 1$ ecuaciones

$$\sum_{i=1}^N r^T M \Phi^i q_i + (m + m_b) \dot{v}_b + c_b v_b + k_b v_b = -(m + m_b) \ddot{u}_g \quad (3.41a)$$

y

$$\ddot{q}_i + 2\omega_i\beta_i\dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -L_i(\dot{v}_b + \ddot{u}_g) \quad i = 1, \dots, N \quad (3.41b)$$

donde L_i son la participación de los factores de la forma de cimentación fija, que es,

$$L_i = \frac{\Phi^{iT} M r}{\Phi^{iT} M \Phi^i}$$

Las masas modales de una cimentación fija están dados por

$$M_i = \Phi^{iT} M \Phi^i$$

Podemos escribir esta ecuación en la forma

$$\sum_{i=1}^N \frac{L_i M_i}{m + m_b} \ddot{q}_i + \dot{v}_b + 2\omega_b \beta_b \dot{v}_b + \omega_b^2 v_b = -\ddot{u}_g \quad (3.42a)$$

y

$$L_i \ddot{v}_b + \ddot{q}_i + 2\omega_i \beta_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = -L_i \ddot{u}_g \quad (3.42b)$$

En la mayoría de los casos los modos más altos que el primer modo no juegan un papel importante en el diseño de la estructura o el sistema de aislamiento sísmico; por lo tanto sólo el primer modo necesita ser incluido.

Comparando las ecuaciones de movimiento (3.42a) y (3.42b) con la que se observo previamente para una estructura con sistema aislado de un grado de libertad, ecuaciones (3.14a) y (3.14b), las ecuaciones pueden hacerse corresponder si nosotros reemplazamos v_b en el análisis elemental con $L_1 v_b$, \ddot{u}_g con

$L_1 \ddot{u}_g$, y

$$\gamma = \frac{m}{m + m_b} = \frac{m}{M}$$

con

$$\gamma_1 = \frac{L_1^2 M_1}{m + m_b}$$

dando

$$\frac{L_1^2 M_1}{m + m_b} \ddot{q}_1 + (L_1 \dot{v}_b) + 2\omega_b \beta_b (L_1 \dot{v}_b) + \omega_b^2 (L_1 v_b) = -L_1 \ddot{u}_g$$

$$(L_1 v_b) + \dot{q}_1 + 2\omega_b \beta_b \dot{q}_1 = -L_1 \ddot{u}_g$$

En la solución de estas ecuaciones, el resultado para q_1 es que se deduce para v_s en el sistema de un grado de libertad.

Los resultados básicos para la estructura de un grado de libertad, son:

$$|v_b|_{\max} = \frac{1}{\omega_b^2} S_A(\omega_b, \beta_b) \quad (3.43)$$

y

$$C_S = \left[S_A(\omega_b^*, \beta_b^*) + \varepsilon^2 (1 - \gamma)^2 S_A^2(\omega_s^*, \beta_s^*) \right]^{1/2} \quad (3.44)$$

se rempazan tal como se dedujo. El máximo desplazamiento relativo de la cimentación esta dado por

$$|L_1 v_b|_{\max} = \frac{1}{\omega_b^2} L_1 S_A(\omega_b, \beta_b) \quad (3.45)$$

y como L_1 aparece en ambos lado, el resultado es el mismo por lo tanto.

Para obtener el cortante basal, tenemos

$$|q_1|_{\max} = \left[\frac{\varepsilon^2 L_1^2 S_A^2(\omega_b^*, \beta_b^*)}{\omega_b^{*4}} + \frac{\varepsilon^2 L_1^2 S_A^2(\omega_s^*, \beta_s^*)}{\omega_s^{*4}} \right]^{1/2} \quad (3.46)$$

con ω_s^* , β_s^* calculados antes y ε reemplazado por $\varepsilon_1 = \omega_b^2 / \omega_1^2$. El vector de desplazamientos relativos v esta dado por

$$v = q_1 \Phi^1 \quad (3.47)$$

y si anulamos las contribuciones de amortiguamiento, la fuerza de inercia en cada elemento es

$$F = Kv = q_1 K \Phi^1 = q_1 M \Phi^1 \omega_1^2 \quad (3.48)$$

La fuerza horizontal en la superestructura es

$$r^T F = q_1 \omega_1^2 L_1 M_1 \quad (3.49)$$

y esto se expresa en términos del coeficiente de cortante basal C_s a través de

$$C_s m = r^T F \quad (3.50)$$

Entonces

$$\begin{aligned} C_s &= \frac{L_1 M_1}{m} \left[L_1^2 S_A^2(\omega_b, \beta_b) + (1 - \gamma_1)^2 \varepsilon^2 L_1^2 S_A^2(\omega_s^*, \beta_s^*) \right]^{1/2} \\ &= \frac{L_1^2 M_1}{m} \left[S_A^2(\omega_b, \beta_b) + (1 - \gamma_1)^2 \varepsilon^2 S_A^2(\omega_s^*, \beta_s^*) \right]^{1/2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

con $\varepsilon = \omega_b^2 / \omega_1^2$ establecido previamente.

3.4 Análisis de las Ecuaciones Dinámicas.

En la mayoría de las aplicaciones estructurales se asume que el amortiguamiento es lo suficientemente pequeño para que el efecto de la resultante sea despreciado y la solución requerida pueda ser obtenida a partir de incompatibilidad modal de las ecuaciones de movimiento. El análisis previo olvida la resultante de las componentes, conduciendo a un muy simple resultado para el desplazamiento de la base, cortante basal, y desplazamiento del entrepiso.

En muchas estructuras con sistemas de aislamiento sísmico el diseño es acorde al más reciente código de diseño de California (UBC), los requerimientos del mismo son tan conservativos que los diseñadores están usando amortiguadores viscosos con el fin de controlar los grandes desplazamientos, y los factores de amortiguamiento para el sistema de aislamiento de orden de 0.50 son obtenidos. Claramente, a este nivel de amortiguamiento las ecuaciones no pueden permanecer incompatibles y un complejo análisis modal podría ser usado.

Es interesante notar que para el orden cero en ε , los cuatro términos de amortiguamiento son

$$\begin{aligned} 2\omega_1\beta_1 &= 2\omega_b\beta_b & 2\omega_2\beta_2 &= \frac{1}{1-\gamma}2\omega_s\beta_s \\ \lambda_1 &= 2\omega_b\beta_b & \lambda_2 &= 2\omega_b\beta_b \frac{\gamma}{1-\gamma} \end{aligned}$$

así que la resultante de las componentes son de igual orden a los términos de la diagonal. Renombrando a $L_1 \approx O(1)$ y $L_2 \approx O(\varepsilon)$, asumimos que la influencia de $\lambda_1\dot{q}_2$ sobre el resultado para q_1 es despreciable pero la influencia de $\lambda_2\dot{q}_1$ sobre q_2 podría ser considerable. Entonces se asume que las ecuaciones (3.20) y (3.21) son modificadas, así que $q_1(t)$ está dado por la solución de

$$\ddot{q}_1 + 2\omega_1\beta_1\dot{q}_1 + \omega_1^2q_1 = -L_1\ddot{u}_g$$

y $q_2(t)$ por

$$\ddot{q}_2 + 2\omega_1\beta_1\dot{q}_2 + \omega_1^2q_2 = -L_2\ddot{u}_g - \lambda_2\dot{q}_1$$

Para ayudar a simplificar la solución, es útil tomar la transformada de Laplace de estas ecuaciones usando

$$LT[f(t)] = \int_0^\infty e^{-st} f(t) dt = \bar{f}(s)$$

En términos de la transformada de Laplace, tenemos

$$\begin{aligned} \bar{q}_1(s) &= -\frac{L_1\bar{a}(s)}{s^2 + 2\omega_1\beta_1s + \omega_1^2} \\ \bar{q}_2(s) &= -\frac{L_2\bar{a}(s)}{s^2 + 2\omega_2\beta_2s + \omega_2^2} + \frac{\lambda_2L_1s\bar{a}(s)}{(s^2 + 2\omega_2\beta_2s + \omega_2^2)(s^2 + 2\omega_1\beta_1s + \omega_1^2)} \\ &= -L_2A_1(s)\bar{a}(s) + \lambda_2L_1A_2(s)\bar{a}(s) \end{aligned}$$

dónde $\bar{a}(s) = LT[\ddot{u}_g]$. El término $A_2(s)$ puede ser reducido por fracciones parciales a

$$A_2(s) = \frac{a + bs}{s^2 + 2\omega_1\beta_1s + \omega_1^2} + \frac{c + ds}{s^2 + 2\omega_2\beta_2s + \omega_2^2}$$

después de considerables manipulaciones encontramos

$$\begin{aligned} a &= \frac{\omega_1^2(2\omega_2\beta_2 - 2\omega_1\beta_1)}{D} & b &= \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{D} \\ c &= \frac{\omega_2^2(2\omega_2\beta_2 - 2\omega_1\beta_1)}{D} & d &= -\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{D} \end{aligned} \quad (3.52)$$

y

$$D = (\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 + (2\omega_2\beta_2 - 2\omega_1\beta_1)(\omega_1^2 2\omega_2\beta_2 - \omega_2^2 2\omega_1\beta_1) \quad (3.53)$$

La inversión de los dos términos de $A_2(s)$ se deduce de

$$LT^{-1}\left[\frac{s - \alpha}{(s - \alpha)^2 + \gamma^2}\right] = e^{\alpha t} \text{Cos}(\gamma t)$$

y

$$LT^{-1}\left[\frac{1}{(s - \alpha)^2 + \gamma^2}\right] = \frac{1}{\gamma} e^{\alpha t} \text{Sen}(\gamma t)$$

así que la inversión de $(a + bs)/(s^2 + 2\omega_1\beta_1s + \omega_1^2)$ es

$$be^{-\omega_1\beta_1 t} \text{Cos}(\bar{\omega}_1 t) + (a - b\bar{\omega}_1\beta_1) \frac{e^{-\omega_1\beta_1 t} \text{Sen}(\bar{\omega}_1 t)}{\bar{\omega}_1}$$

y que de $(c + ds)/(s^2 + 2\omega_2\beta_2s + \omega_2^2)$ es

$$de^{-\omega_2\beta_2 t} \text{Cos}(\bar{\omega}_2 t) + (c - d\bar{\omega}_2\beta_2) \frac{e^{-\omega_2\beta_2 t} \text{Sen}(\bar{\omega}_2 t)}{\bar{\omega}_2}$$

donde

$$\bar{\omega}_1 = \omega_1(1 - \beta_1^2)^{1/2} \quad \bar{\omega}_2 = \omega_2(1 - \beta_2^2)^{1/2}$$

El resultado final de $q_1(t)$ y $q_2(t)$ es obtenido por convolución y sustitución de a, b, c y d de la ecuación (3.52) como

$$q_1(t) = -\frac{L_1}{\bar{\omega}_1} \int_0^t \ddot{u}_g(t-\tau) e^{-\omega_1\beta_1\tau} \text{Sen}(\bar{\omega}_1\tau) d\tau \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} q_1(t) = & -\frac{L_2}{\bar{\omega}_1} \int_0^t u_g(\tau) e^{-\omega_2\beta_2\tau} \text{Sen}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) d\tau \\ & + \lambda_2 L_1 \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{D} \int_0^t e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \ddot{u}_g(\tau) d\tau \right) \\ & + \lambda_2 L \left(\frac{\omega_1^2(2\omega_2\beta_2) - (\omega_1^2 + \omega_2^2)\omega_1\beta_1}{D} \frac{1}{\omega_1} \int e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \ddot{u}_g(\tau) d\tau \right) \\ & - \lambda_2 L \left(\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{D} \int_0^t e^{-\omega_2\beta_2(t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) \ddot{u}_g(\tau) d\tau \right) \\ & - \lambda_2 L \left(\frac{(\omega_1^2 + \omega_2^2)\omega_2\beta_2 - \omega_2^2 2\omega_1\beta_1}{D} \frac{1}{\bar{\omega}_2} \int e^{-\omega_2\beta_2(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) \ddot{u}_g(\tau) d\tau \right) \end{aligned} \quad (3.55)$$

Esta convolución de integrales puede ser calculada para cualquier elección de $\ddot{u}_g(t)$, pero el propósito de esta demostración, es necesario solo tener un sentido de orden de la magnitud de resultados.

Los términos ω_1, ω_2 pueden ser expresados en términos de las frecuencias nominales ω_b, ω_s por uso de la ecuación (3.16), a partir de la cual tenemos

$$\omega_2^2 - \omega_1^2 = \frac{1}{1-\gamma} \left[(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2 - 4\gamma\omega_b^2\omega_s^2 \right]^{1/2}$$

$$\omega_2^2 + \omega_1^2 = \frac{\omega_s^2 + \omega_b^2}{1-\gamma}$$

$$\omega_2^2 \omega_1^2 = \frac{\omega_s^2 \omega_b^2}{1-\gamma}$$

El denominador D de cada término en la ecuación (3.55) puede ser escrito como

$$D = (\omega_2^2 - \omega_1^2)^2 - 4\omega_1^2\omega_2^2(\beta_1^2 + \beta_2^2) + 4\omega_1\omega_2(\omega_1^2 + \omega_2^2)\beta_1\beta_2$$

lo cual se reduce a

$$D = \frac{1}{(1-\gamma)^2} \left[(\omega_s^2 - \omega_b^2)^2 + 4\gamma\omega_s^2\omega_b^2 - 4(1-\gamma)\omega_s^2\omega_b^2\beta_1^2\beta_2^2 \right] + \frac{1}{(1-\gamma)^2} \left[4(1-\gamma)^{1/2}\omega_s\omega_b(\omega_s^2 + \omega_b^2)\beta_1\beta_2 \right] \quad (3.56)$$

Una reducción mas afondo de cada término es posible si asumimos la siguiente orden de magnitud

$$\gamma = O(1) \quad \frac{\omega_b^2}{\omega_s^2} = \varepsilon \ll 1$$

Para empezar en ε , tenemos

$$D = \frac{\omega_s^4}{(1-\gamma)^2} [1 - 2(1-2\gamma)\varepsilon]$$

y los multiplicadores de cada integral se convierten en

$$\frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{D} = \frac{\omega_s^2}{1-\gamma} [1 - (1-2\gamma)\varepsilon] \frac{1}{D}$$

$$= \frac{1-\gamma}{\omega_s^2} [1 + (1-2\gamma)\varepsilon]$$

$$\frac{\omega_1^2(2\omega_2\beta_2) - (\omega_1^2 - \omega_2^2)\omega_1\beta_1}{D\omega_1} = \frac{1-\gamma}{\omega_s^2} \beta_1$$

$$\frac{(\omega_1^2 + \omega_2^2)\omega_2\beta_2 - \omega_2^2 2\omega_1\beta_1}{D\omega_2} = \frac{1-\gamma}{\omega_s^2} \beta_2$$

dando para los cuatro términos dentro del paréntesis en la ecuación (3.55)

$$\frac{1-\gamma}{\omega_s^2} \left\{ [1 + (1-2\gamma)\varepsilon] \left[\int_0^t e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau - \int_0^t e^{-\omega_2\beta_2(t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau \right] \right. \\ \left. + \frac{1-\gamma}{\omega_s^2} \left[-\beta_1 \int_0^t e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau + \beta_2 \int_0^t e^{-\omega_2\beta_2(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau \right] \right\}$$

El resultado para q_1 y q_2 comenzando en ε son entonces

$$q_1(t) = -\frac{L_1}{\bar{\omega}_1} \int_0^t e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau \quad (3.57)$$

$$q_2(t) = -\frac{L_2}{\bar{\omega}_2} \int_0^t e^{-\omega_2\beta_2(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau \\ + \left\{ \lambda_2 L_1 \frac{1-\gamma}{\omega_s^2} \right\} [1 + (1-2\gamma)\varepsilon] \left[\int_0^t e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau - \int_0^t e^{-\omega_2\beta_2(t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau \right] \\ + \left\{ \lambda_2 L_1 \frac{1-\gamma}{\omega_s^2} \right\} \left\{ -\beta_1 \int_0^t e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau + \beta_2 \int_0^t e^{-\omega_2\beta_2(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_2\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau \right\} \quad (3.58)$$

Es conveniente denotar la convolución de integrales en las ecuaciones (3.57) y (3.58) por I_1 , I_2 , I_3 y I_4 , donde

$$I_1 = \int_0^t e^{-\omega_1\beta_1(t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_1\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau$$

$$I_2 = \int_0^t e^{-\omega_2 \beta_2 (t-\tau)} \text{Sen}(\bar{\omega}_2 \{t - \tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau$$

$$I_3 = \int_0^t e^{-\omega_1 \beta_1 (t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_1 \{t - \tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau$$

$$I_4 = \int_0^t e^{-\omega_2 \beta_2 (t-\tau)} \text{Cos}(\bar{\omega}_2 \{t - \tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau$$

En el análisis las cantidades de interés son los desplazamientos de entrepiso y las aceleraciones de las losas, los cuales son representados en este simple modelo por v_s y \ddot{u}_s . En este sencillo modelo a estos los relacionamos por

$$|\ddot{u}_s|_{\max} = \frac{k_s |v_s|_{\max}}{m}$$

así que la evaluación de v_s también proporcionará la aceleración del piso. Los desplazamientos del entrepiso v_s está dada por

$$v_s = q_1 \phi_s^1 + q_2 \phi_s^2$$

conduciendo a

$$v_s = -\varepsilon \frac{L_1}{\bar{\omega}_1} I_1 + \frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \frac{L_2}{\omega_2} I_2 - \frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \lambda_2 L_1 \frac{1 - \gamma}{\omega_s^2} \{ [1 + (1 - 2\gamma\varepsilon)] (I_3 - I_4) - \beta_1 I_1 + \beta_2 I_2 \} \quad (3.59)$$

Es común aquí separar las tres contribuciones para los desplazamientos como sigue:

- (i) Aquellos producidos por el cortante basal generado por el sistema de aislamiento sísmico

$$v_s^{(1)} = -\varepsilon \frac{L_1}{\bar{\omega}_1} I_1$$

- (ii) Aquellos a partir de la incompatibilidad de las ecuaciones modales

$$v_s^{(2)} = \frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \frac{L_2}{\omega_2} I_2$$

- y
(iii) Aquellas a partir de los términos acoplados, los cuales generalmente se desprecian en la mayoría de los análisis

$$v_s^{(3)} = -\frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \lambda_2 L_2 \frac{1 - \gamma}{\omega_s^2} \{ [1 + (1 - 2\gamma\varepsilon)](I_3 - I_4) - \beta_1 I_1 + \beta_2 I_2 \}$$

(3.60)

La convolución de las integrales I_1 , I_2 , I_3 y I_4 puede calcularse con un fin demostrativo por métodos de espectros de respuesta. Reconocemos que

$$\frac{1}{\omega_1} |I_1|_{\max} = S_D(\omega_1, \beta_1) \qquad \frac{1}{\omega_2} |I_2|_{\max} = S_D(\omega_2, \beta_2)$$

donde S_D es el espectro de respuesta del desplazamiento.

La expresión

$$\left| \int_0^t e^{-\omega\beta(t-\tau)} \text{Cos}(\omega\{t-\tau\}) \dot{u}_g(\tau) d\tau \right|_{\max}$$

es el espectro de respuesta de la velocidad relativa $S_{RV}(\omega, \beta)$ para un oscilador de un grado de libertad de frecuencia ω y factor de amortiguamiento β . Esto nos aproxima al espectro de pseudo-velocidad $S_V(\omega, \beta)$ dado por $\omega S_D(\omega, \beta)$. Los valores pico de las cuatro integrales por convolución entre paréntesis en la ecuación (3.58) ocurrirá en diferentes tiempos y podrían ser sumados por el método SRSS (raíz de la suma de los cuadrados), conduciendo a estimar a la máxima de las tres contribuciones para v_s .

Tenemos

$$\left| v_s^{(1)} \right|_{\max} = \varepsilon L_2 S_D(\omega_1, \beta_1)$$

$$\left| v_s^{(2)} \right|_{\max} = \frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] L_2 S_D(\omega_2, \beta_2)$$

$$\left| v_s^{(3)} \right|_{\max} = \frac{1}{\gamma} [1 - (1 - \gamma)\varepsilon] \lambda_2 L_1 \frac{1 - \gamma}{\omega_s^2} *$$

$$\left\{ [1 + (1 - 2\gamma\varepsilon)]^2 * \omega_1^2 S_D^2(\omega_1, \beta_1) + [1 + (1 - 2\gamma\varepsilon)]^2 * \omega_2^2 S_D^2(\omega_2, \beta_2) + \beta_1^2 \omega_1^2 S_D^2(\omega_1, \beta_1) + \beta_2^2 \omega_2^2 S_D^2(\omega_2, \beta_2) \right\}^{1/2} \quad (3.61)$$

Todos los códigos de diseño para estructuras aisladas están basadas sobre espectro de velocidad constante, así que los diversos términos al respecto pueden ser relacionados a través de

$$S_V(\omega, \beta) = S_V H(\beta)$$

donde S_V es constante y $H(\beta)$ es una apropiada modificación a la función de amortiguamiento la cual decrece con el incremento de β y se vuelve en unidad cuando $\beta = 0.05$. Diversas funciones de este tipo han sido usadas, ya sea en tablas o como funciones continuas. Una particularmente simple forma es la función Kawashima-Aizawa

$$H(\beta) = \frac{1.5}{1 + 40\beta} + 0.5 \quad (3.62)$$

donde $H(0) = 2$, $H(0.05) = 1$, y cuando $H \rightarrow 0.5$ entonces $\beta \rightarrow \infty$. Usando un espectro de velocidad constante de esta forma y los resultados para las cantidades modales $L_1, L_2, \omega_1, \omega_2, \dots$, del comienzo de esta sección (después de hacer considerables manipulaciones), obtenemos los siguientes resultados:

$$\left| v_s^{(1)} \right|_{\max} = \varepsilon \frac{S_V}{\omega_b} H(\beta_1)$$

$$\left| v_s^{(2)} \right|_{\max} = \varepsilon^{2/3} (1 - \gamma)^{1/2} \frac{S_V}{\omega_b} H(\beta_2)$$

$$\left| v_s^{(3)} \right|_{\max} = 2\varepsilon\beta_b \frac{S_V}{\omega_b} * \left\{ [1 + 2(1 - 2\gamma)\varepsilon + \beta_1^2] H^2(\beta_1) + [1 + 2(1 - 2\gamma)\varepsilon + \beta_2^2] H^2(\beta_2) \right\}^{1/2} \quad (3.63)$$

Claramente, para valores pequeños de β_b , decimos que $\beta \approx 0.10$, el primer término, $\left| v_s^{(1)} \right|_{\max}$, es el dominante. Para todos los valores de β_b el segundo término, $\left| v_s^{(2)} \right|_{\max}$, es siempre menor que el primero y se desprecia. El significado del tercero, $\left| v_s^{(3)} \right|_{\max}$, depende del valor de β_b . Para los valores comunes de β_s , el valor de β_2^2 es pequeño comparado con la unidad, así que el porcentaje entre ellos se convierte

$$\frac{v_s^{(3)}}{v_s^{(1)}} = R = \frac{2\beta_b \left\{ (1 + \beta_1^2) H^2(\beta_1) + H^2(\beta_2) \right\}^{1/2}}{H(\beta_1)} \quad (3.64)$$

Ahora $\beta_1 \approx \beta_b$ y

$$\beta_2 \approx \frac{1}{(1 - \gamma)^{1/2}} \left(\beta_s + \gamma\varepsilon^{1/2} \beta_b \right)$$

Suponiendo que adoptamos la fórmula Kawashima-Aizawa para $H(\beta)$ y tomamos $\varepsilon = \frac{1}{25}$, $\gamma = \frac{1}{2}$ y $\beta_s = 0.02$; entonces el porcentaje de los dos términos es de 0.33 cuando $\beta_b = 0.10$ e incrementa a 1.80 cuando $\beta_b = 0.50$. Para poner esto en números apropiados como un ejemplo, supongamos que el código sugiere que el desplazamiento en el MCE es de 76cm (30in) para un amortiguamiento del 5% y un periodo de 2.5seg. Para reducir esto a un nivel más aceptable, se supone que se añadirán amortiguadores de viscosidad lineal para hacer que el amortiguamiento se aproxime al 50%, en dicho punto el factor de reducción es de 0.57. Este desplazamiento es ahora aceptable, y en la notación del código el cortante basal elástico se convierte en $F_s = KD$, el cual antes era

$$F_s = \frac{K}{M} D \frac{W}{g} = 0.5W$$

y ahora es reducido a $0.285W$, el cual, de nuevo, parece bastante razonable; sin embargo, la fuerza viscosa

$$F_v = 2\omega\beta M\dot{D}$$

la cual se encuentra fuera de fase con F_s , es, por $\beta = 0.50$ y $\dot{D} = \omega D$, exactamente la misma como F_s , y el máximo cortante basal es

$$\sqrt{2}F_s = 0.40W$$

La correspondiente aceleración máxima del piso está dada por

$$|\ddot{u}_s|_{\max} = \omega_s^2 |v_s|_{\max}$$

son

$$|u_s|_{\max}^{(1)} = \varepsilon \frac{S_V}{\omega_b} H(\beta) \omega_s^2 = \omega_b S_V H(\beta_1)$$

y

$$\begin{aligned} |u_s|_{\max}^{(3)} &= \omega_s^2 2\varepsilon\beta_b \frac{S_V}{\omega_b} * \left\{ [1 + 2(1 - 2\gamma)\varepsilon + \beta_1^2] H^2(\beta_1) + [1 + 2(1 - 2\gamma)\varepsilon + \beta_2^2] H^2(\beta_2) \right\}^{1/2} \\ &= 2\omega_b^2 2\varepsilon\beta_b \left\{ [1 + 2(1 - 2\gamma)\varepsilon + \beta_1^2] H^2(\beta_1) + [1 + 2(1 - 2\gamma)\varepsilon + \beta_2^2] H^2(\beta_2) \right\}^{1/2} S_V \end{aligned}$$

Para el mismo ejemplo estas dos componentes y sus sumas como una función de β_b se muestran en la figura 3.4.1. Observamos que $|u_s^{(1)}|_{\max}$ se vuelve igual a $|u_s^{(3)}|_{\max}$ cuando β_b se acerca al valor de 0.26, pero sus suma tiene un valor mínimo en 0.12.

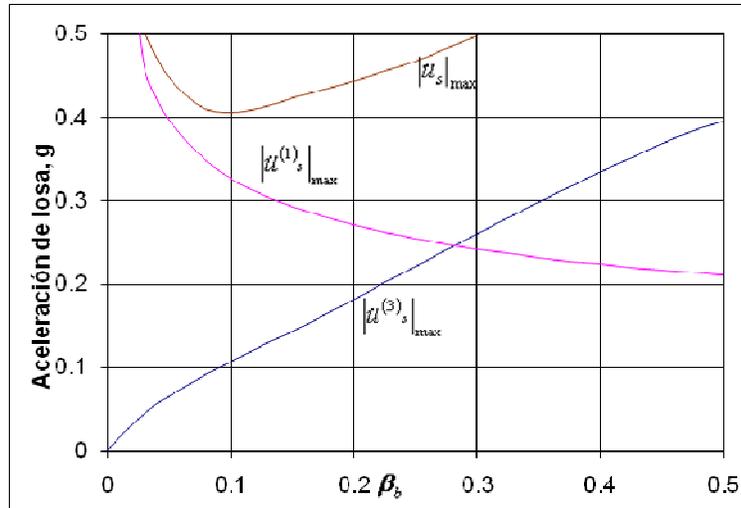


Figura 3.4.5 Influencia del amortiguamiento sobre la aceleración de la losa.

Este resultado implica que la adición de amortiguadores (conduciendo a grandes valores de β_b), mientras controlan el desplazamientos de los aisladores por la reducción de v_b , tiene el contra efecto de incrementar el desplazamiento del entrepiso y la aceleración de las losas. Para un espectro de diseño de velocidad constante la aceleración generada por los términos acoplados se convierte en el término dominante. No del todo claro que en una estructura con sistema de aislamiento sísmico los modos superiores, lo cuales llevan a ambos, la aceleración de las losas y el desplazamiento del entrepiso, son casi ortogonales al cortante basal, así que un bajo cortante basal no garantiza un efectivo sistema de aislamiento. Al respecto el esfuerzo de mejorar el diseño de sistemas que sumen un amortiguamiento excesivo es un inadecuado esfuerzo e inevitablemente auto desechable.

Capítulo 4: Reglamento para el aislamiento sísmico.

4.1 Códigos

El diseño de nuevos edificios con aislante sísmico en los Estados Unidos actualmente se encuentra regido por dos códigos principalmente: la edición de 1997 del Código de Edificios Uniformes (Uniform Building Code, UBC-97) publicado por la Conferencia Internacional de Edificios Oficiales, y el Título 24, Parte 2 del Código de Regulaciones de California, División III.

El criterio sísmico adoptado por el actual modelo de los códigos involucra dos niveles de enfoque para el peligro sísmico, los cuales son:

- **Diseño del Sismo Fundamental (DBE).** Es aquel nivel de movimiento de suelo que tiene un 10% de probabilidad de comenzar a exceder en 50 años (sismo con un periodo de retorno de 475 años).
- **Sismo Máximo Posible (MCE).** Es el máximo nivel de movimiento de suelo que puede ser esperado en el sitio del edificio.

El documento de la Asociación de Ingenieros Estructurales del Norte de California (SEAONC) Visión-2000 comenta que un DBE es poco frecuente y el MCE es muy poco probable.

4.2 Métodos de Diseño.

En las primeras versiones del reglamento propuesto por la UBC se enfatiza un sencillo método de equivalencia estática de diseño que toma ventaja del hecho de que para una estructura aislada los desplazamientos están concentrados en el nivel aislado y, por lo tanto, la superestructura se mueve como un cuerpo rígido. El diseño se basó en el primer modo de vibración, y las fuerzas de diseño para la superestructura se computaron a partir de fuerzas en el aislador como el desplazamiento de diseño. Por lo tanto se trata de un sencillo proceso de diseño. También dicha normatividad hace hincapié, por otro lado, en la situación en la cual el análisis dinámico al ser usado debe de tener incrementos, y dichos incrementos son considerados para dichas situaciones.

Para todo diseño de aislante sísmico es necesario representar un análisis estático. Esto establece un nivel mínimo para diseñar desplazamientos y fuerzas. El análisis estático es asimismo conveniente tanto para diseño preliminar del sistema de aislamiento y de la estructura cuando un análisis dinámico es requerido y como una revisión del mismo diseño; bajo ciertas circunstancias puede ser sólo usado como un método de diseño.

El análisis dinámico es requerido en muchos casos y puede ser llevado en la forma de un análisis del espectro de respuesta o un análisis de acelerograma. La ubicación específica de movimientos de suelo son requeridos en los siguientes casos:

- La estructura aislada se localiza en un suelo blando, suelo tipo S_3 y S_4 .
- La estructura está dentro 10 km de una falla activa.

- El periodo de la estructura aislada (MCE) es superior a 3 segundos.

Un análisis del espectro de respuesta se requiere en los siguientes casos:

- Un espectro de la zona es requerido.
- La superestructura es irregular, tanto horizontal como verticalmente.
- El edificio es superior a cuatro pisos ó 19.8 m de altura.
- El periodo de la estructura aislada (DBE) es más pequeño que tres veces el periodo elástico de la estructura con cimentación fija.

4.3 Análisis Estático.

Las fórmulas del análisis estático proporcionan desplazamientos y fuerzas, basándose en un espectro de velocidad constante por encima de un rango en el que el periodo está entre 1.0-3.0 segundos. En el UBC-94 y el OSHPD-96 (Office of Statewide Health Planning and Development, Oficina de Todo el Estado de Sana Planeación y Desarrollo de California), el valor del espectro de velocidad constante se deriva a partir del Consejo de Tecnología Aplicada previsiones ATC-3-60 y para $Z = 0.40$, un factor de suelo $S = 1$, y un 5% de amortiguamiento es $0.60m/s$, condiciéndonos a un espectro de desplazamiento S_D dado por

$$S_D = \frac{S_V}{\omega} = \frac{T}{2\pi} \frac{Z}{4} (0.60) \approx 0.24ZT(m) \quad (4.1)$$

El espectro es entonces modificado por un factor de suelo y un factor de amortiguamiento y es ajustado para otras zonas sísmicas, llevándonos a desplazamientos de diseño establecidos D . Los tres niveles de desplazamientos son calculados como se muestra a continuación:

- D , el desplazamiento de diseño, siendo el desplazamiento en el centro de rigidez del sistema de aislamiento en el DBE.
- D_T , el desplazamiento total de diseño, es el desplazamiento del apoyo aislante en una esquina del edificio e incluyendo la componente de desplazamiento torsional en la dirección de D , y
- D_{TM} , el desplazamiento total máximo, siendo el desplazamiento total evaluado en el MCE.

El desplazamiento de diseño D en el UBC-94 y el OSHPD-96 es el punto de partida para la totalidad del proceso de diseño y debe siempre ser calculado fuera o no usado un análisis dinámico. Esto se fundamenta en la aseveración de que las deformaciones de la superestructura son insignificantes y está dado por

$$D = \frac{0.25ZNS_I T_I}{B} (m) \quad (4.2)$$

Donde Z = coeficiente de zona sísmica

N = coeficiente de proximidad a la fuente

S_f = coeficiente de suelo

T_f = periodo efectivo en segundos

B = coeficiente de amortiguamiento

Mientras el concepto aún es el mismo, la formulación del UBC-97 es más compleja. Un mayor número de términos nuevos han sido sumados al código. Por ejemplo, hay ahora seis diferentes desplazamientos que han sido calculados. El número de tipos de suelos ha sido incrementado a seis, de los cuales tres son roca maciza, roca y roca ligera. Hay cuatro coeficientes sísmicos para calcularse, pero en la zona 4, donde la mayoría de los edificios con aislante sísmico en los Estados Unidos se localizan, es necesario calcular los siguientes factores: N_a y N_v , los cuales dependen del tipo de origen sísmico y de la distancia al mismo; M_M el cual depende de ZN_v ; y C_{AM} y C_{VM} , los cuales dependen de M_M , N_a y N_v . El resultado es que el sencillo cálculo del análisis estático de las primeras versiones del código ha sido reemplazado por una serie de tablas y fórmulas.

Aunque todos los proyecto de aislamiento sísmico son en la actualidad diseñados usando un análisis dinámico, el análisis estático es aún requerido para asegurar que las cantidades de diseño no caerán por debajo de ciertos niveles mínimos determinados a partir del análisis estático.

De acuerdo al UBC-97, los dos desplazamientos básicos por ser calculados son D_D y D_M , o el desplazamiento DBE y MCE en el centro de rigidez del sistema de aislamiento sísmico. Estos son calculados usando las fórmulas

$$D_D = \frac{\left(\frac{g}{4\pi^2}\right)C_{VD}T_D}{B_D} (mm) \quad (4.3)$$

$$D_M = \frac{\left(\frac{g}{4\pi^2}\right)C_{VM}T_M}{B_M} (mm) \quad (4.4)$$

Donde g es la aceleración gravitacional, C_{VD} y C_{VM} son coeficientes sísmicos, T_D y T_M son periodos aislados, B_D y B_M son coeficientes de amortiguamiento correspondientes a los DBE y MCE niveles de respuesta, respectivamente. Los términos C_{VD} y C_{VM} están en funciones del factor de zona sísmica Z , el tipo de suelo en el sitio, y uno de los dos factores de proximidad a la fuente, N_v . La definición de estos y otros factores necesarios para calcular D_D y D_M se muestran a continuación.

4.3.1 Factor de Zona Sísmica Z.

Los factores de zona sísmica varían de 0.075 para la zona 1 a 0.4 para la zona 4 como se muestra en la figura 4.3.1.1.

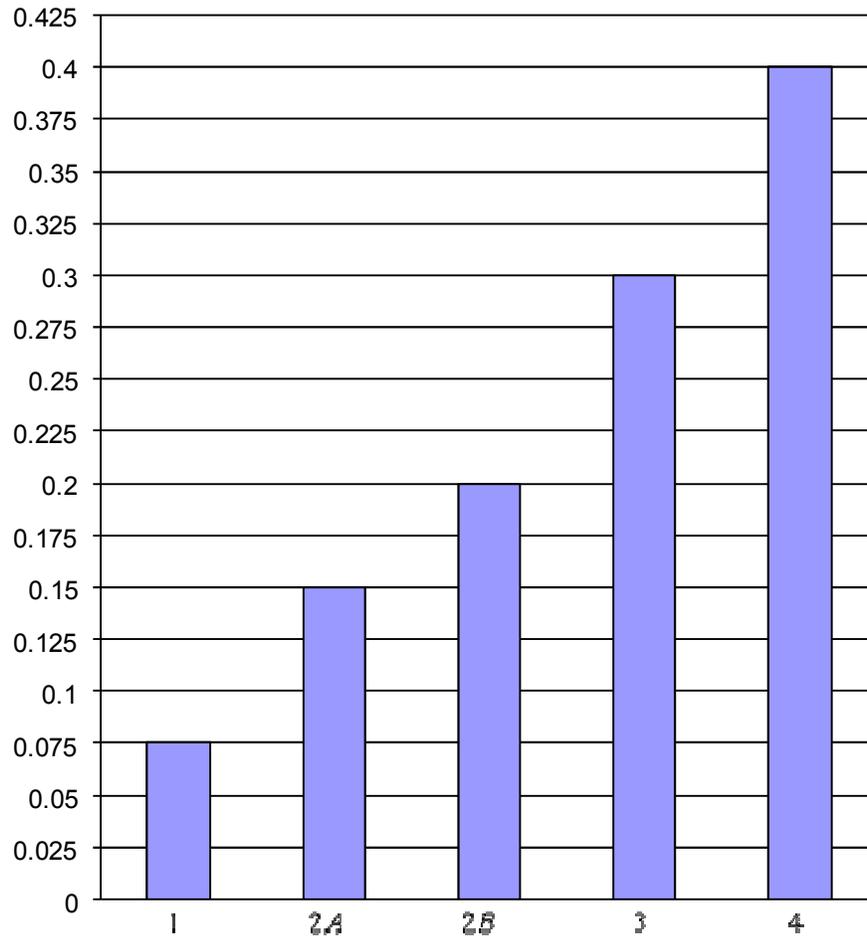


Figura 4.3.6.1 Factores de zona sísmica UBC-97.

4.3.2 Tipo del Suelo en el Sitio.

El tipo de suelo de S_A a S_E están basados en el promedio de la velocidad de onda cortante en la parte superior de 30.5 m de suelo. Se muestran estos factores en la figura 4.3.2.1. Esta velocidad varía desde 180 m/s para suelo blando (S_E) a 1500 m/s para roca sólida (S_A). El tipo de suelo (S_F) requiere de pruebas del mismo.

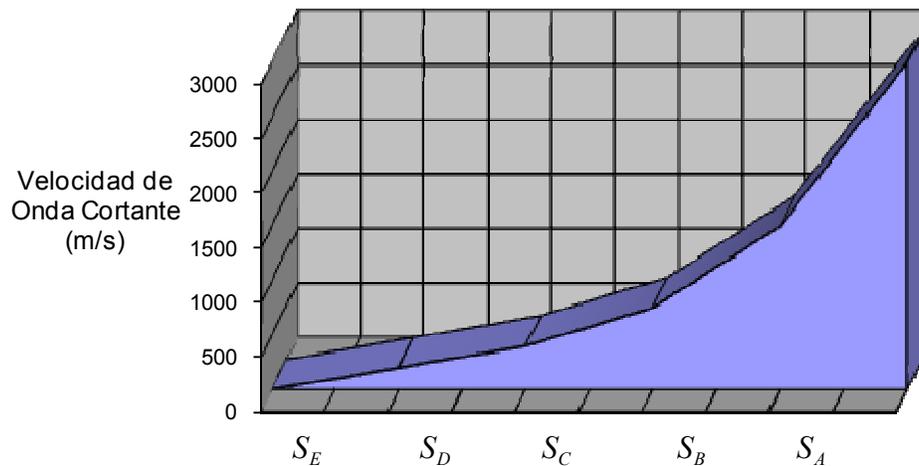


Figura 4.3.7.1 Categorías de suelo por UBC-97.

4.3.3 Tipo de Fuente Sísmica: A, B y C.

Las fallas sísmicas se agrupan dentro de tres categorías basadas en la seriedad del peligro que representan. Las capaces de producir una gran magnitud de sismos ($M \geq 7.0$) y tiene una alta tasa de actividad sísmica se clasifican como una fuente tipo A, tiene un desplazamiento sísmico promedio de 5 mm o más. Las fallas capaces de producir sismos de magnitud moderada ($M \geq 6.5$) con una relativamente baja tasa de actividad sísmica, el desplazamiento promedio es de menor o igual a 2 mm , se clasifican como fuentes tipo C. Todas las otras fallas se clasifican como fuentes tipo B.

4.3.4 Factores de Proximidad a la Fuente: N_a y N_v .

Dos factores usados para modelar la amplificación del movimiento del suelo a causa de los efectos de proximidad de la fuente. El primero, N_a , es propuesto para un rango de periodo corto correspondiente al segmento de aceleración constante del espectro de respuesta. El segundo factor, N_v , el cual corresponde al rango de periodo medio o segmento en el cual la velocidad es constante en el espectro de respuesta, es el factor primario de proximidad a la fuente usado en la aplicación del aislamiento sísmico. Los factores de aproximación a la fuente se encuentran en función del acercamiento a la fuente sísmica y el tipo de fuente sísmica, como se muestra en la figura 4.3.4.1 y 4.3.4.2.

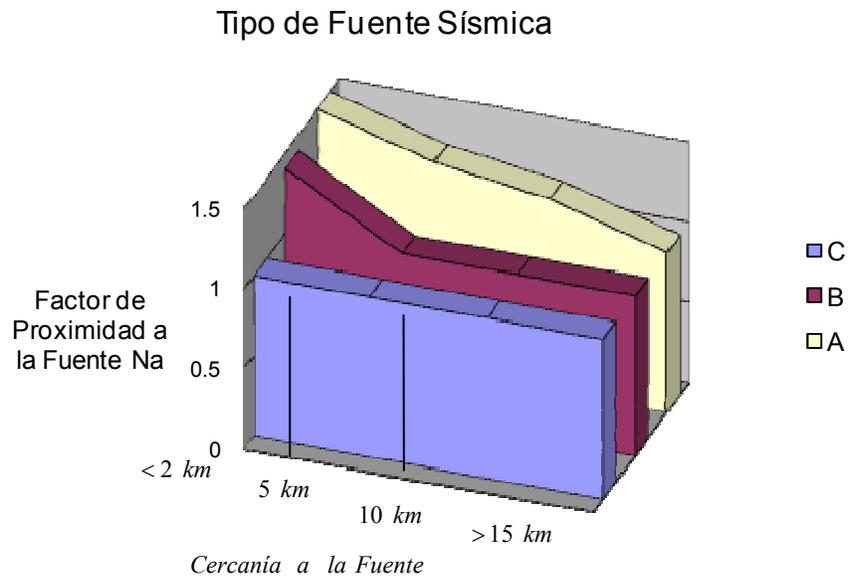


Figura 4.3.4.1 Factores de proximidad a la fuente N_a como una función del tipo de fuente sísmica y distancia.

El UBC-97 define la fuente próxima como la distancia más cercana entre el sitio y la proyección vertical de la falla sobre la superficie. La proyección en la superficie no necesariamente incluye porciones de la fuente a profundidades de $10km$ o mayores; por lo tanto, un lugar ubicado directamente sobre la superficie de una falla con una profundidad mayor a $10km$ no se considera como una fuente próxima.

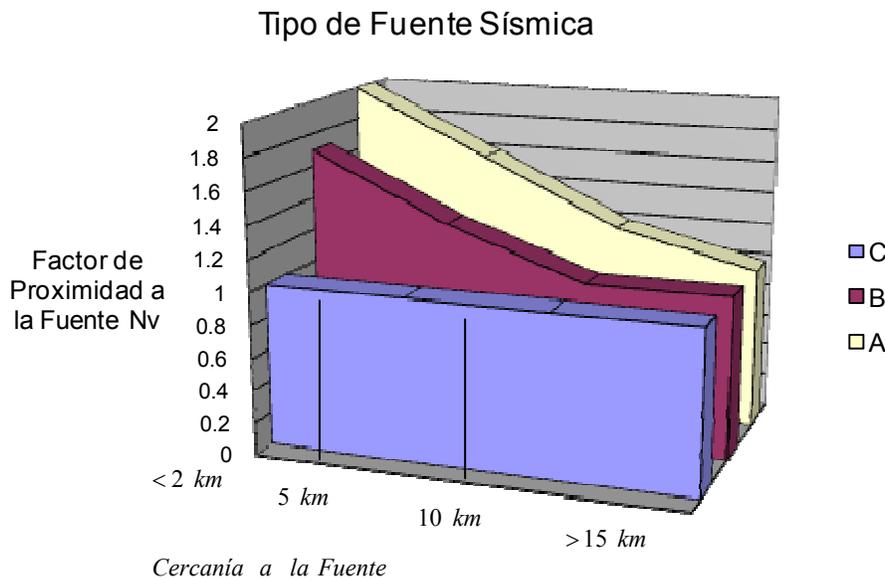


Figura 4.3.4.2 Factores de proximidad a la fuente N_v como una función del tipo de fuente sísmica y distancia.

4.3.5 Coeficiente de Respuesta al Sismo Máximo Posible (MCE) M_M .

El coeficiente de respuesta al Sismo Máximo Posible (MCE) pretende estimar la respuesta este mismo basándose en las características de movimiento en el Diseño del Sismo Fundamental (DBE). Como tal, M_M se define con una función de ZN_V y varía de desde 2.67 para $ZN_V = 0.075$ a 1.20 para $ZN_V \geq 0.50$, como es muestra en la figura 4.3.5.1. Se asignan valores más grandes a M_M para eventos menores de DBE que parten del hecho de que en regiones con baja sismicidad el hueco entre el DBE y eventos MCE es generalmente mayor que en aquellas en zonas de altas sismicidad. Los valores de M_M se listan en el UBC-97.

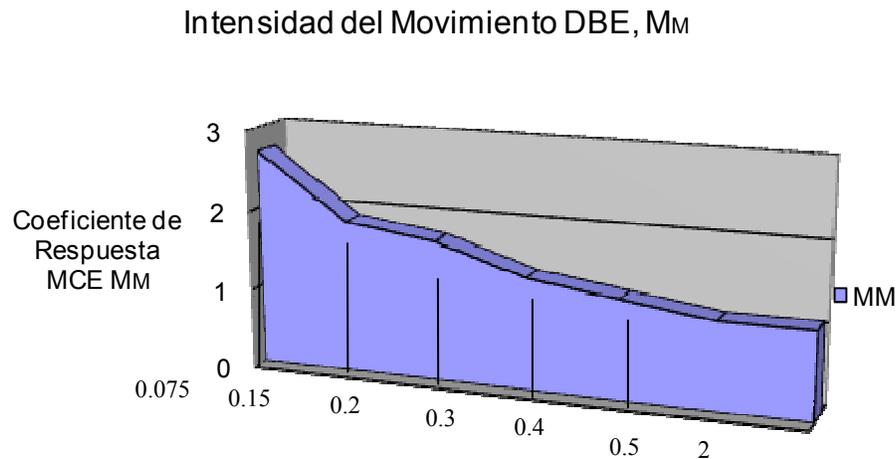


Figura 4.8.5.1 Coeficiente de respuesta MCE M_M

4.3.6 Coeficientes del Espectro Sísmico: C_{VD} , C_{VM} y C_{AD} , C_{AM} .

Estos coeficientes tienen el objetivo de definir las ordenas mínimas del espectro para ser usadas en el diseño. Los términos C_{VD} y C_{AD} corresponden a los segmentos en donde se presenta velocidad constante y aceleración constante del espectro DBE, respectivamente; C_{VM} y C_{AM} representan la misma función para el espectro MCE. Para estructuras aislante sísmico, C_{VD} y C_{AD} son iguales como C_V y C_A definidas para estructuras convencionales por el UBC-97.

Como se muestra en las figuras 4.3.6.1 y 4.3.6.2, C_{VD} y C_{AD} están en función del factor de la zona sísmica y el tipo de suelo en el sitio. También hay que notar que en la zona 4 el valor mostrado es estas figuras debe ser multiplicado por el apropiado factor de proximidad a la fuente N_a y N_V .

Información parecida para C_{VM} y C_{AM} se muestra en las figuras 4.3.6.3 y 4.3.6.4. Aquí, el coeficiente de respuesta del MCE participa. El valor mostrado en estas figuras para valores de $M_M ZN_V$ y $M_M ZN_a$ mayores a 0.40 deben multiplicarse por el factor indicado en la figura.

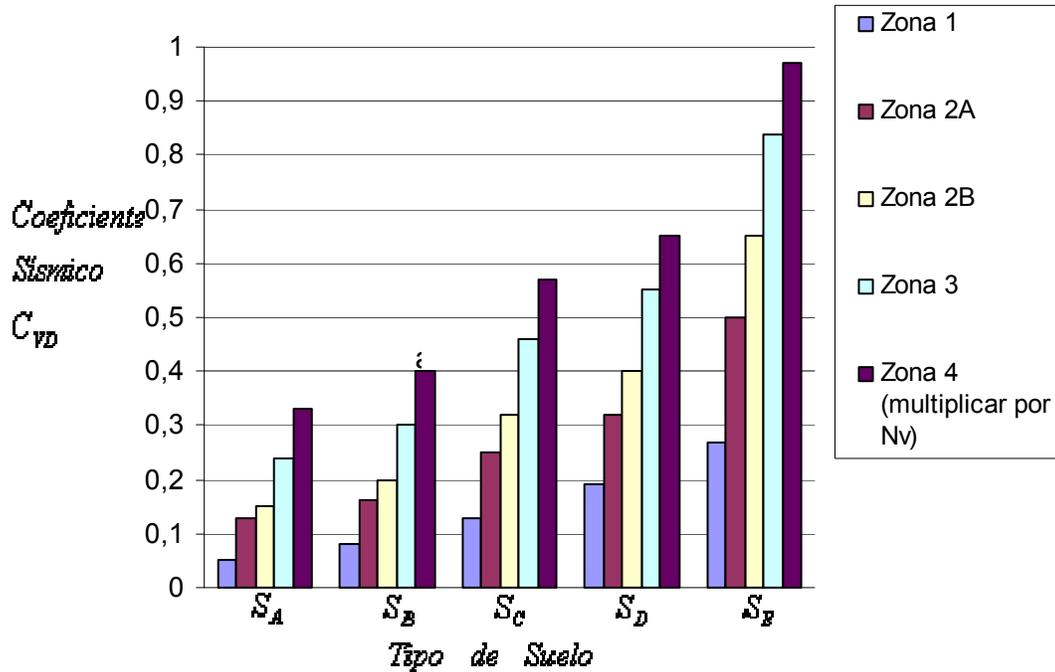


Figura 9.3.6.1 Coeficiente Sísmico C_{VD}

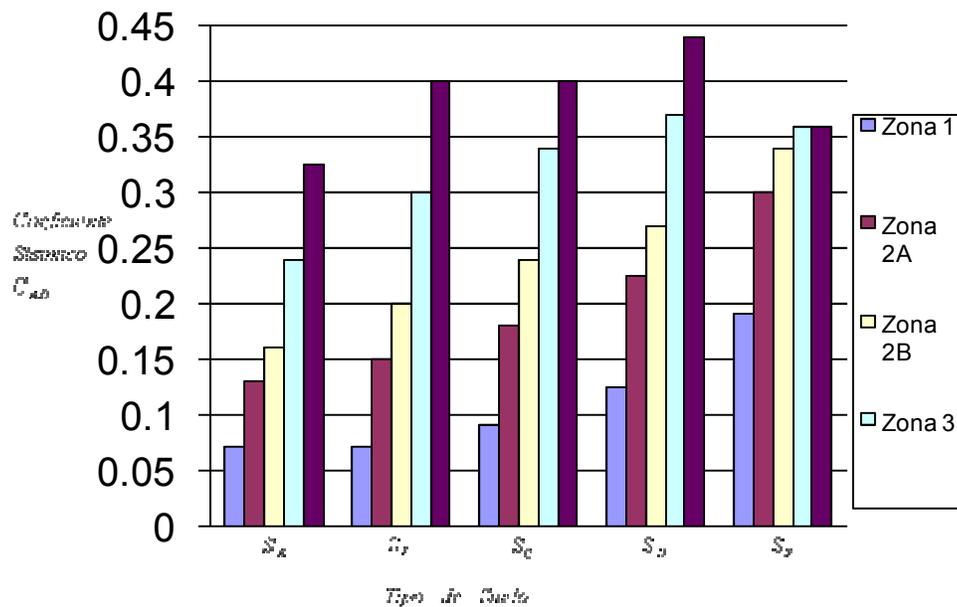


Figura 4.3.6.2 Coeficiente Sísmico C_{AD}

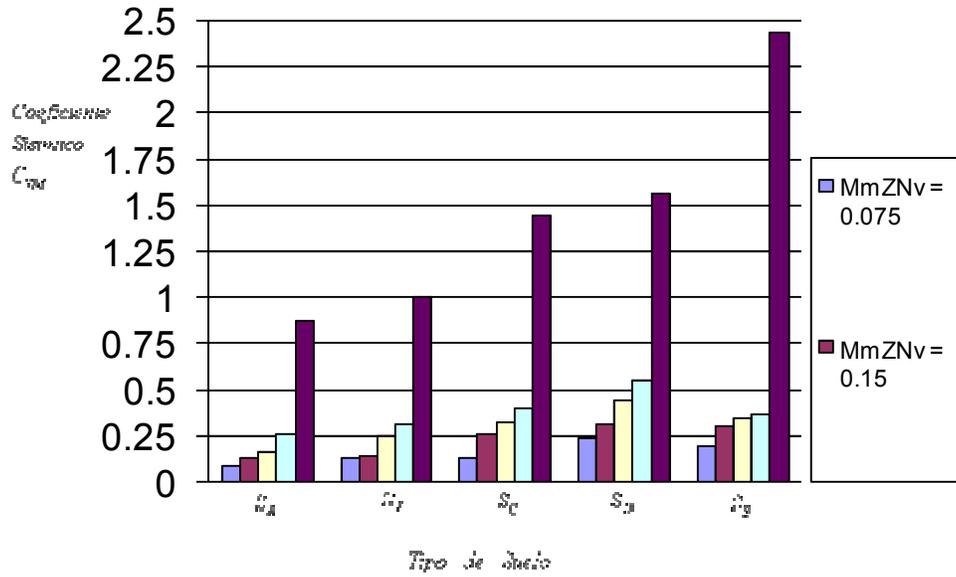


Figura 4.3.6.3 Coeficiente Sísmico C_{VM}

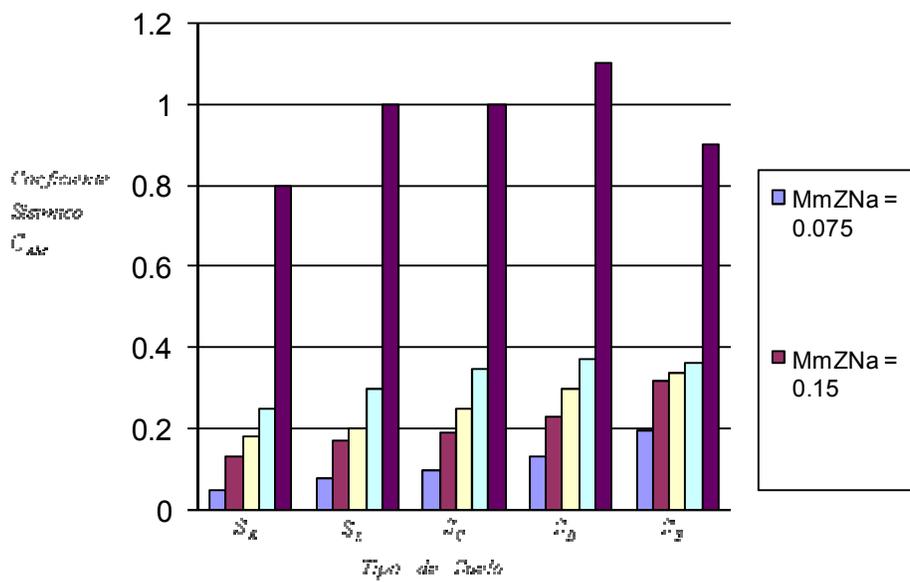


Figura 4.3.6.4 Coeficiente Sísmico C_{AM}

4.3.7 Coeficientes de Amortiguamiento: B_D y B_M .

El amortiguamiento efectivo en el sistema, β , en los niveles de respuesta DBE y el MCE (referidos tanto a β_D y β_M) se calculan a partir de

$$\beta_D = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\text{Área total de la curva histérica}}{K_{D,\max} D_D^2} \right) \quad (4.5)$$

$$\beta_M = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\text{Área total de la curva histérica}}{K_{M,\max} D_M^2} \right) \quad (4.6)$$

donde $K_{D,\max}$ y $K_{M,\max}$ son los términos de las rigideces efectivas definidas en la sección siguiente. El factor de reducción de amortiguamiento B (B_D para el DBE y B_M para el MCE) está dado en términos de β en forma tabular, con la interpolación lineal usada para valores intermedios. Una aproximación aceptable para los valores de la tabla se obtiene por medio de

$$\frac{1}{B} = 0.25(1 - \ln \beta) \quad (4.7)$$

donde β está dado como una fracción del amortiguamiento crítico (no como un porcentaje). Los valores de B a partir del código y la fórmula se muestran en la figura 4.3.7.1.

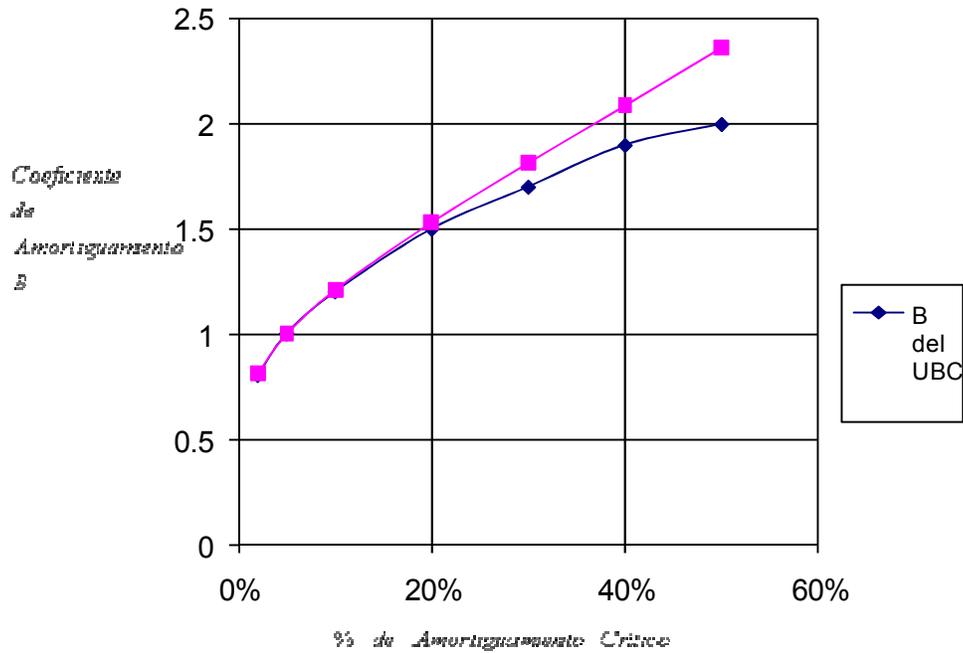


Figura 4.3.7.1 Coeficiente de Amortiguamiento B

4.3.8 Periodos Efectivos del Sistema de Vibración: T_D y T_M .

Los periodos T_D y T_M que corresponden al DBE y al MCE se calculan a partir de

$$T_D = 2\pi \sqrt{\frac{W}{K_{D,min}g}} \tag{4.8}$$

$$T_M = 2\pi \sqrt{\frac{W}{K_{M,min}g}} \tag{4.9}$$

donde W = peso del edificio
 g = gravedad

$$K_{D,eff} = \frac{F_D^+ - F_D^-}{D_D^+ - D_D^-}$$

$$K_{M,eff} = \frac{F_D^+ - F_D^-}{D_D^+ - D_D^-}$$

$K_{D,min}$ = valor mínimo de $K_{D,eff}$ en D_D determinado en pruebas

$K_{D,max}$ = valor máximo de $K_{D,eff}$ en D_D determinado en pruebas

$K_{M,\min}$ = valor mínimo de $K_{M,\text{eff}}$ en D_M determinado en pruebas

$K_{M,\max}$ = valor máximo de $K_{M,\text{eff}}$ en D_M determinado en pruebas

Los valores de $K_{D,\text{mir}}$, $K_{D,\text{max}}$, $K_{M,\text{mir}}$ y $K_{M,\text{max}}$ no son conocidos para el diseñador durante la fase preliminar de diseño. El procedimiento de diseño comenzará con la suposición de los valores de K_{eff} , el cual es obtenido de pruebas previas en componentes similares o usando las características del material y un esquema del aislador propuesto. Después el diseño preliminar es satisfactoriamente completado, los aisladores prototipo se ordenarán y probarán, y los valores de $K_{D,\text{mir}}$, $K_{D,\text{max}}$, $K_{M,\text{mir}}$ y $K_{M,\text{max}}$ se obtendrán a partir de resultados del prescrito programa de pruebas en los prototipos. Los términos F_D^+ , F_D^- , F_M^+ , F_M^- y D_D^+ , D_D^- , D_M^+ , D_M^- son los máximas y mínimas fuerzas y desplazamientos en los aislantes prototipo, correspondientes a los niveles de respuesta del DBE y el MCE, usados para determinar las características mecánicas del sistema. El resultado de las pruebas del prototipo son entonces usados para refinar el diseño preliminar, y cuando el análisis dinámico es usado, ellos establecen un vínculo sobre las diversas cantidades de diseño. Ya que la rigidez y el amortiguamiento efectivo son usualmente dependientes del desplazamiento, el proceso de cálculo del periodo efectivo del sistema y su amortiguamiento es de una sola iteración.

4.3.9 Desplazamientos Totales de Diseño: D_{TD} y D_{TM} .

Los desplazamientos totales de diseño D_{TD} y D_{TM} (en los cuales se incluye torsión) están dados como

$$D_{TD} = D_D \left(1 + y \frac{12e}{b^2 + d^2} \right) \quad (4.10)$$

$$D_{TM} = D_M \left(1 + y \frac{12e}{b^2 + d^2} \right) \quad (4.11)$$

donde e es la excentricidad actual más el 5% de la excentricidad accidental y y es la distancia a una esquina perpendicular a la dirección de la carga sísmica. Esta fórmula asume que la carga sísmica $K_{\text{eff}}D$ es aplicada a través del centro de masa, el cual está localizado a una distancia e a partir del centro de rigidez, como se muestra en la figura 4.3.9.1. Asumiendo un plano rectangular, con dimensiones $b \times d$ y una distribución uniforme de aisladores, la rigidez a la torsión del sistema de aisladores es $\frac{K_{\text{eff}}(b^2 + d^2)}{12}$, y la rotación θ es entonces

$$\theta = \frac{K_{\text{eff}} * De}{K_{\text{eff}} \left[\frac{(b^2 + d^2)}{12} \right]} = \frac{12De}{b^2 + d^2}$$

El desplazamiento adicional debido a la rotación es

$$\frac{12De}{b^2 + d^2} y$$

importante para las ecuaciones 4.10 y 4.11. Si la actual rigidez a la torsión del sistema es calculado y el desplazamiento adicional generado por $K_{eff}D$ a través de e se vuelve menor que valor dado por las ecuaciones 4.10 y 4.11, entonces este valor puede ser usado, pero debe ser menor a 1.1 veces a D_D y D_M , respectivamente.

El desplazamiento máximo total D_{TM} es requerido para la verificación de la estabilidad del sistema de aislamiento.

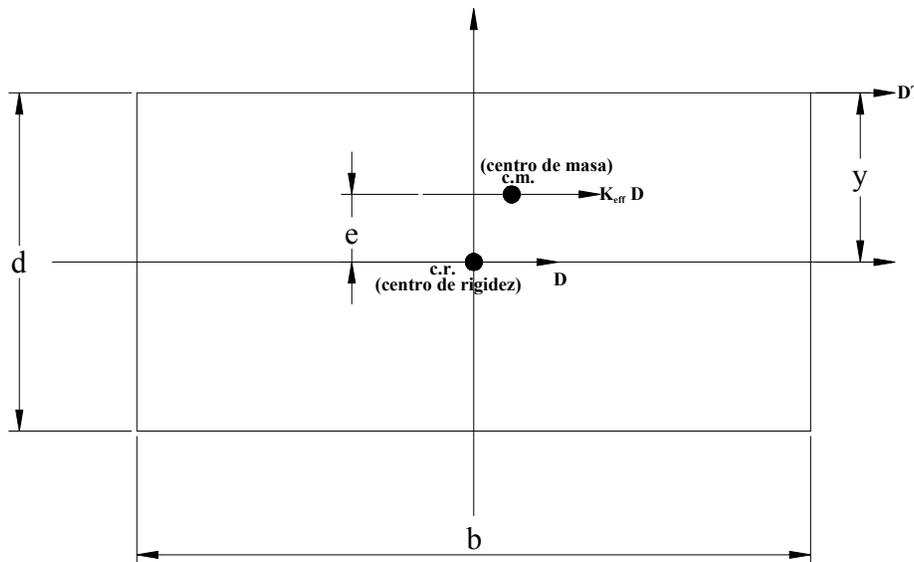


Figura 4.3.9.1 Dimensiones planas para el cálculo de D_{TD} y D_{TM}

4.3.10 Fuerzas de Diseño.

La solidez de las fuerzas de diseño que la superestructura y los elementos inferiores a la interface de aislamiento están por ser diseñados para ser una base sobre los desplazamientos de diseño D . Los elementos por debajo del sistema de aislamiento son calculados usando la fórmula

$$V_b = K_{D,max} D_D \tag{4.12}$$

El nivel de resistencia para el diseño de elementos por encima del sistema de aislamiento en términos de la fuerza cortante mínima lateral debida al sismo está dada por la fórmula

$$V_s = \frac{K_{D,\max} D_D}{R_f} \quad (4.13)$$

donde R_f es factor de reducción en la fuerza de diseño (factor de ductilidad) que se encuentra en un rango que va de 1.4 a 2.0. En la tabla 4.3.10.1 se muestran unos cuantos ejemplos de un sistema de cimentación fija con su correspondiente factor de reducción R.

Tabla 4.3.10.1 Factores de reducción para Cimentación Fija y Aislada		
Construcción	R_f	R
Marco Resistente al Momento	2.0	8.5
Muro de Cortante	2.0	5.5
Estructura Ordinaria Reforzada	1.6	5.6
Estructura Excéntrica Reforzada	2.0	7.0

En todos los casos el valor de V_s no debe ser menor que

- La fuerza sísmica requerida por las provisiones UBC para una estructura de cimentación fija.
- El cortante basal correspondiente al diseño por carga por viento, y
- Una y media veces la fuerza lateral requerida para activar completamente el sistema de aislamiento, que es, la carga de fluencia de un apoyo de goma laminada o el umbral del desplazamiento del sistema de aislamiento.

Los factores de reducción para el diseño de una cimentación fija son mucho mayores que aquellos para el diseño de sistemas aislados por una cantidad de razones; ya que se cambia de periodo natural de vibración, como se comentó anteriormente. Como la estructura fluye, propiamente dicho, permitimos que el edificio se mueva “libremente”, disminuyendo el impacto del sismo en él, y por lo tanto el periodo se alarga y la demanda de fuerza se reduce. Simultáneamente, el amortiguamiento en la estructura se incrementa ya que la acción histórica genera la fluencia del sistema estructural. En suma, el sobre esfuerzo y la redundancia tiende a extender la fluencia a otros elementos. En el caso de una estructura aislada, solo el sobre esfuerzo y la redundancia son aplicables.

Por ejemplo, si una estructura momento resistente de acero es usada como superestructura, el factor de reducción permitido por el código es de 2.0 que aloja una sobre carga y redundancia, aplicando que (a) el sistema estructural fluya en un nivel de fuerza que es el doble del nominal nivel de fluencia y (b) el sistema solo estará sobre el límite de una real fluencia en las fuerzas especificadas por las fórmulas del código.

El cambio en el periodo en la respuesta de la estructura es muestra de la efectividad del sistema de aislamiento ya que decrece la separación entre el periodo de cimentación fija y el de la aislada y puede traer significativas fuerzas a la estructura y mayor participación de los modos superiores. En suma, el

amortiguamiento en la estructura aislada será no tan grande como en la estructura fija. Por todas estas razones, los factores R_i son substancialmente más pequeños que los factores R para la misma estructura. Nota, una mayor demanda de ductilidad puede significar daño a los componentes estructurales y lo no estructurales; entonces, el requerimiento para un menores valores de R_i es equivalente al control de daño para estructuras aisladas.

4.3.11 Distribución Vertical de la Fuerza.

En las primeras versiones del código, la distribución vertical de las fuerzas de inercia sobre la estructura se basó en el supuesto de que la participación de los modos superiores fueran insignificantes y que las aceleraciones fueran aproximadamente iguales en todos los niveles de la estructura. Había algo al respecto, sin embargo, por lo que esto puede no ser suficientemente conservativo, y la distribución vertical cambió en las subsiguientes ediciones del código UBC a una en donde la fuerza lateral en el nivel x , denotada por F_x , es calculada a partir del cortante basal V_s por

$$F_x = V_s \frac{h_x w_x}{\sum_{i=1}^N w_i h_i} \quad (4.14)$$

donde w_x y w_i son los pesos en los niveles i o x y h_x y h_i son las respectivas alturas de las estructura por encima del nivel aislado.

Esta fórmula conduce a una distribución triangular de la fuerza. Mientras la teoría básica estaría cerca de una uniforme, una distribución triangular esta especificada para contribuciones de un modo superior generado por la no linealidad de un sistema de aislamiento, por ejemplo, a consecuencia del centro de plomo en los apoyos de goma laminada o los efectos de fricción en el deslizamiento en los apoyos de goma laminada simples.

Que son las implicaciones de los requerimientos de este código en términos del coeficiente sísmico del cortante basal. Si la ecuación 4.8 es substituida en la ecuación 4.2 y dividida por el peso de la estructura W para dar C_s , encontramos

$$C_s = \frac{V_s}{W} = \frac{NZS}{B} \frac{1}{T} \frac{1}{R_i}$$

Por ejemplo, si $N = 1$, $Z = 0.4$, y $S = 1.4$ y el sistema tiene un 10% de amortiguamiento equivalente, entonces

$$C_s = (0.47) \left(\frac{1}{T} \frac{1}{R_i} \right)$$

así que para un marco con un $R_1 = 2$ y un periodo de 2.0 segundos el código recomienda $C_s = 0.1175$. El C_s para una estructura similar de cimentación fija en la misma zona y tipo de suelo está dado por

$$C_s = \frac{0.60}{T^{2/3}} \frac{1}{R}$$

y ya que $R = 8.5$ cuando $R_1 = 2$, el coeficiente del cortante de diseño es igual a 0.0706 para un edificio de cimentación fija con un periodo de 1.0 segundos. Claramente, las reducciones en la fuerza sísmica que se esperan del aislamiento (alrededor de $\varepsilon^{1/2}$) son aptas para diseñar.

4.3.12 Desplazamientos Límites.

Los máximos desplazamientos límites de entrepiso para edificios con aislamiento sísmico son también más severos que estos mismos para una edificación de cimentación fija. Y no excederán de $0.01/R_1$ (es decir, la deformación elástica generada por $K_{D,max} D_D$ aplicada en un modelo triangular para la estructura no debe exceder el 1%). Este límite es menor que la mitad de 2.5% permitido para una edificación de cimentación fija con un periodo fundamental menor que 0.70 segundos y la mitad del 2% del límite permitido para una edificación de cimentación fija con un periodos fundamentales mayores.

4.4 Análisis Dinámico.

Espectro de diseño: el espectro de diseño específico del lugar es requerido si

- $T_M \geq 3.0$ segundo o
- el tipo de suelo es S_E, S_F o
- la estructura se encuentra localizada dentro de 10km de una falla activa.

El análisis dinámico es también requerido si el periodo efectivo de la estructura aislada, T_D , es mayor que tres veces el periodo elástico de la estructura con cimentación fija. Si un espectro de específico del sitio es usado, este puede ser más grande, pero si es más pequeño, este no puede ser menor que el 80% del espectro de respuesta en el código.

4.4.1 Análisis del Acelerograma.

El par de componentes horizontales a partir de los últimos tres eventos registrados son necesarios para una análisis del acelerograma. Los eventos deben ser representativos del sitio, suelo, y fuente característica y tener una duración consistente con el DBE y el MCE. Los acelerogramas desarrollados para un sitio dentro de 15 km de una falla mayor activa son requeridos para incorporar el fenómeno de falla cercana, aún cuando dicho fenómeno no se encuentre definido.

4.4.2 Escalar.

Para cada par de movimiento de suelo, el SRSS del 5% del espectro de amortiguamiento son computados. Los movimientos son entonces escalados (multiplicados por un factor) así que el porcentaje del espectro SRSS no se encuentre por debajo de 1.3 veces el espectro objetivo para el DBE y el MCE más del 10% sobre $0.5T_D$ a $1.25T_M$ segundos. Cuando se usa el análisis dinámico, los valores de diseño son calculados de la siguiente forma:

- Si tres acelerogramas son usados, el diseño debe estar basado en cantidades máximas de respuesta.
- Si siete acelerogramas se usan, el diseño puede estar basado en cantidades promedio de respuesta.

Cuando el análisis dinámico esta hecho, es posible tener desplazamientos de diseño y fuerzas de diseño que son menores que aquellas dadas por fórmulas equivalentes estáticas.

El desplazamiento total de diseño D_{TD} para un sistema aislado puede reducirse no menos que el 90% de lo obtenido por fórmulas estáticas, y el máximo total desplazamiento D_{TM} puede reducirse en no más del 80% de los obtenido en las fórmulas estáticas. El D_{TD} y el D_{TM} se calculan a partir de D_D y D_M con el uso de multiplicadores, y el código permite una reducción superior reemplazando D_D y D_M en las fórmulas estáticas por D'_D y D'_M , donde

$$D'_D = \frac{D_D}{\sqrt{1+(T/T_D)^2}} \quad (4.15)$$

$$D'_M = \frac{D_M}{\sqrt{1+(T/T_M)^2}} \quad (4.16)$$

con T inicial proveniente del periodo elástico de la superestructura con cimentación fija calculado de las fórmulas empíricas del código.

La reducción de la parte de arriba es para permitir la flexibilidad de la superestructura. Las fórmulas estáticas (ecuaciones 4.3 y 4.4) asumen que la superestructura es rígida y que si alguna deformación toma lugar en la superestructura, el desplazamiento en el sistema aislado es reducido. Pero por el uso del modelo con dos grados de libertad desarrollado al principio e ignorando las aproximaciones para un pequeño ε , es posible mostrar que esta fórmula no es del todo correcta. Este análisis directo y el resultado, el cual depende del porcentaje de masa γ y el porcentaje de la frecuencia ω_b/ω_s , demostrando que la fórmula correspondiente al resultado $\gamma=1$, correspondiente a $m_b=0$ (es decir, un sistema de un grado de libertad). Para todos los valores de $\gamma < 1$ y para $\omega_b/\omega_s \leq 1$, el análisis muestra que la corrección (ecuaciones 4.15 y 4.16) sobreestiman la reducción en D_D y D_M generan la flexibilidad en la superestructura.

4.5 Otros Requerimientos para los Elementos No Estructurales.

Los esfuerzos de diseño de los elementos no estructurales, cualquiera de los requerimientos de cimentación fija pueden ser usados o la respuesta máxima de la fuerza sísmica calculada. Los componentes de se encuentran a través de la interface deberán diseñarse por D_{TM} , mientras que para cimentación fija el procedimiento de diseño es usado por debajo del sistema de aislamiento. En suma, hay otro detallado en los requerimientos del sistema que deben ser considerados; estos incluyen las condiciones del entorno, fuerzas originadas por el viento, resistencia al fuego, y fuerza de restauración lateral.

Capítulo 5: Características Mecánicas y Modelado de los Aisladores.

5.1 Características Mecánicas de los Apoyos de Goma Laminada.

El proceso de diseño para un sistema de aislamiento sísmico estará generalmente basado con un diseño preliminar usando parámetros a partir de un proyecto previo o de datos aportados del fabricante para estimar el máximo desplazamiento posible del sistema y valores máximos de varias cantidades de control (como el esfuerzo cortante) y también para estimar el cortante basal, estabilidad de los aislantes, y posibilidades de desplazamiento vertical.

Las características mecánicas de los apoyos de goma laminada han sido estudiados por décadas, y mientras un análisis exacto usando técnicas no lineales aún tienen muchas dificultades, las predicciones simples basados en la teoría elástica han sido desarrollados por diversos investigadores y verificados en pruebas de laboratorio y más recientemente en el análisis de elemento finito. La más importante propiedad mecánica de los estos apoyos es, por supuesto, su rigidez horizontal, está dada por

$$K_H = \frac{GA}{t_r}$$

donde G es el modulo de cortante del elastómero, A es el área de la sección transversal completa (la cual puede diferir del área de los discos de refuerzo), y t_r es el espesor total de la goma. El desplazamiento máximo horizontal D está relacionado al máximo cortante de tensión γ por

$$\gamma = \frac{D}{t_r}$$

La rigidez vertical K_V y la rigidez de flexión (expresada como EI por analogía con la teoría de la viga) están también dados por una simple teoría elástica lineal y son primordialmente para el diseño del apoyo.

La frecuencia vertical de una estructura aislada, a menudo es un criterio de diseño importante, está controlado por la rigidez vertical de los apoyos que consta el sistema. Para predecir esta frecuencia vertical, el diseñador necesita solamente calcular la rigidez vertical de los apoyos bajo una carga muerta específica, y para este análisis lineal es adecuado. La respuesta inicial de los apoyos bajo carga vertical es demasiado no lineal y depende de diversos factores. Normalmente, los apoyos tienen una substancial participación antes de que la rigidez vertical se desarrolle por completo. Esta participación, la cual es fuertemente influenciada por la alineación de las placas de refuerzo y otros aspectos en la elaboración del apoyo, no se puede predecir a través del análisis pero es generalmente de mínima importancia en la predicción de la respuesta vertical de un apoyo.

Otra importante propiedad del apoyo que debe ser analizada para el diseño es el comportamiento de deformación del aislador. Para conducir este análisis, la respuesta de la compresión del apoyo al momento flexionante es necesaria. Refiriéndose como la “rigidez a la flexión”, esto puede asegurarse por una extensión del mismo análisis que está hecho para determinar la rigidez vertical.

La rigidez vertical de un apoyo de goma laminada esta dado por la fórmula

$$K_V = \frac{E_C A}{t_r}$$

donde A es el área de la sección transversal del apoyo (en este caso usualmente se toma como el área de las laminas de refuerzo), t_r es el espesor total de la goma en el apoyo, y E_C es el modulo de compresión instantánea de la composición goma-acero bajo un nivel específico de carga vertical. El valor de E_C para una goma laminada simple está controlada por el factor de forma S , que se define como

$$S = \frac{\text{área cargada}}{\text{Área libre de fuerza}}$$

la cual es una medida adimensional de la forma de porcentaje de un sencillo segmento del elastómero. Por ejemplo, en un tira infinita de profundidad $2b$ y con un segmento de goma y lamina de espesor t

$$S = \frac{b}{t} \quad (5.1)$$

para un segmento circular de diámetro Φ o radio R y espesor t ,

$$S = \frac{\Phi}{4t} \quad \text{o} \quad S = \frac{R}{2t} \quad (5.2)$$

y para uno cuadrado con una dimensión de a por cada lado y espesor t ,

$$S = \frac{a}{4t} \quad (5.3)$$

En la forma circular tenemos que el modulo de compresión E_C esta dado por

$$E_C = 6GS^2$$

y para uno cuadrado, el resultado es

$$E_C = 6.73GS^2$$

En algunos casos los apoyos están diseñados con huecos centrales. El resultado para un apoyo con un radio interno a y uno externo b es

$$E_C = 6\lambda GS^2$$

donde

$$\lambda = \frac{b^2 + a^2 - \left[\frac{b^2 - a^2}{\ln(b/a)} \right]}{(b-a)^2}$$

Si $a/b \rightarrow 0$, entonces $\lambda \rightarrow 1$; de aquí que, $E_C = 6GS^2$, lo cual es el resultado para el apoyo completamente circular, sin huecos. Si $a/b \rightarrow 1$, diciéndolo de cómo $a/b = 1 - \varepsilon$ y permitiendo que $\varepsilon \rightarrow 0$, encontramos que $\lambda \rightarrow 2/3$ y $E_C \rightarrow 4GS^2$, lo cual es el resultado para una tira infinita. Es interesante evaluar como rápidamente el resultado para λ tiende a $\frac{2}{3}$. Para ilustrar este punto, se grafica la solución de λ contra a/b y a partir de $0 \leq a/b \leq 1$ en la figura 5.1.1. Claramente para el caso cuando $a/b > 0.10$, el valor de λ es casi dos tercios, indicando que la presencia de aún un pequeño hueco tiene un significativo efecto sobre E_C ; por lo tanto, en la mayoría de los casos para los apoyos con huecos centrales, el valor de E_C podía tomarse como $4GS^2$ en lugar de $6GS^2$.

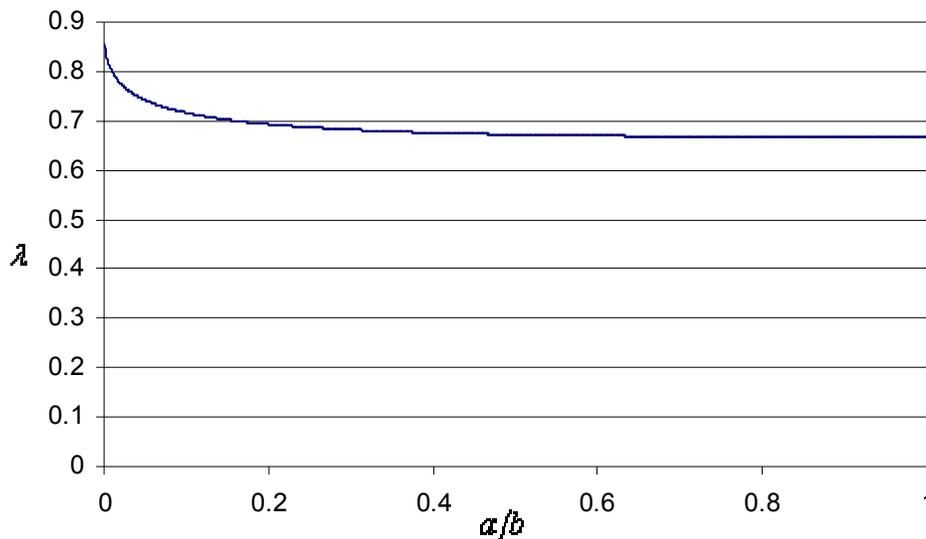


Figura 5.1.1 Reducción del Módulo de Compresión E_C

Bajo compresión directa la coacción provista por las laminas metálicas produce una tensión cortante en la goma, la cual esta denotada por γ_C . Si el esfuerzo de compresión nominal ε_C esta dado por

$$\varepsilon_C = \frac{\Delta}{t_r}$$

donde Δ es el desplazamiento vertical, entonces

$$\gamma_C = 6S\varepsilon_C$$

Este es el esfuerzo cortante máximo desarrollado en los extremos del apoyo y a menudo usado en el diseño.

El esfuerzo cortante máximo generado por compresión no es el único esfuerzo generado de interés para el diseño. Es también útil el estimar el esfuerzo promedio de la siguiente manera. Ya que la goma es un poco sensitiva al esfuerzo, G se obtiene modificado de acuerdo al nivel de esfuerzo, particularmente en apoyos no huecos. En compresión el esfuerzo cortante varía bastante por encima del volumen del apoyo; por lo tanto, el apropiado valor del modulo usado para estimar el esfuerzo promedio se basa en el cálculo de la energía elástica almacenada en el apoyo.

A partir de este cálculo el cortante promedio γ_{Prom} esta dado por

$$\gamma_{Prom} = \sqrt{6} S \varepsilon_C$$

Aún cuando un cierto grado de muestras y errores es necesario, los cálculos de esta clase permite al diseñador el estimar el valor apropiado de G , el cual puede entonces ser usado para estimar la rigidez vertical. Primero debemos asumir un valor de G para calcular ε_C y a partir de esto calcular γ_{Prom} ; entonces modificamos G e iteramos tanto como sea necesario. Ya que el modulo no es muy sensitivo al esfuerzo por encima de un 20%, unas cuantas iteraciones son necesarias.

La rigidez a la flexión de un apoyo se calcula usando un enfoque similar con el mismo tipo de suposiciones de desplazamiento. Se asume que el apoyo está cargado por un momento puro M , y la deformación se asume como una rotación de la parte superior e inferior de las láminas, como se muestra en la figura 5.1.2. El ángulo relativo entre la lamina superior e inferior se denota por α , y el radio de curvatura ρ generado por la deformación está relacionado con α a través de

$$\frac{1}{\rho} = \frac{\alpha}{r}$$

Por analogía con la teoría de la viga, donde

$$M = \frac{EI}{\rho}$$

escribimos

$$M = (EI)_{eff} \frac{\alpha}{t}$$

Para un apoyo circular de radio R , el resultado es

$$M = \frac{3\alpha G \pi R^6}{2t^3 \cdot 12}$$

y para una viga de sección circular

$$I = \frac{\pi R^4}{4}$$

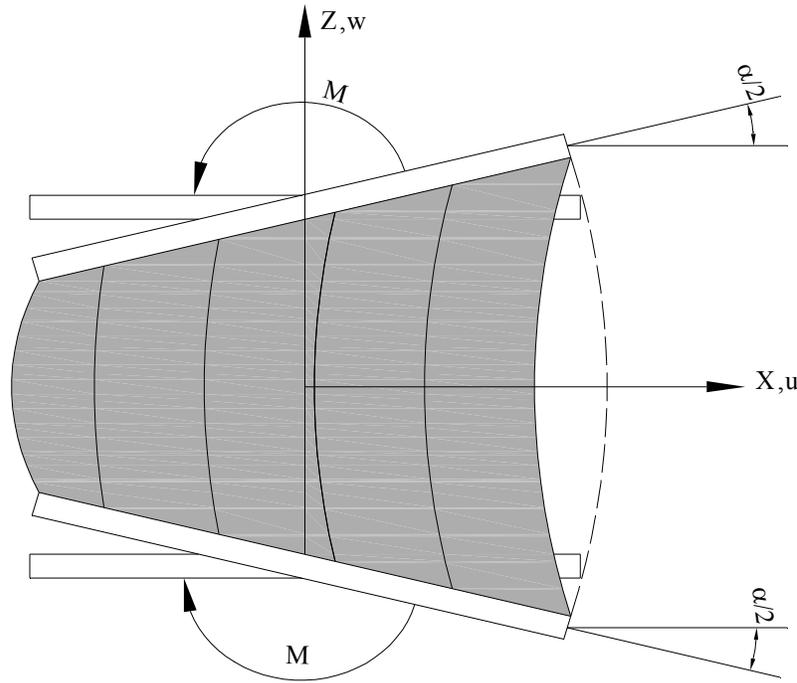


Figura 5.1.2 Apoyo de goma entre dos laminas rígidas en flexión pura.

Pero en este caso, tomando a E en EI como $E_c = 6GS^2$, tenemos el resultado $\pi R^4/12$ para I , el cual es un tercio del momento de inercia de la viga. La diferencia es causada por el hecho de que la distribución de presión varía como una curva parabólica a través del apoyo, mientras que en una viga, la distribución del esfuerzo de flexión es lineal. En el caso de un apoyo cuadrado, el efectivo EI está muy cerca de un tercio el EI de la viga, siendo

$$(EI)_{eff} = E_c (0.329 I)$$

Para el apoyo circular con un hueco central, tenemos

$$(EI)_{eff} = 2GS^2 I \frac{(b + a)^2}{b^2 - a^2}$$

El esfuerzo cortante inducido por la flexión esta dado por

$$\gamma_b = 6S\varepsilon_b$$

donde $\varepsilon_b = R(\alpha/t)$ es el esfuerzo de compresión límite por flexión. El esfuerzo cortante promedio (en el sentido de energía total de esfuerzo cortante) está dado por

$$\begin{aligned}\gamma_b^{prom} &= \sqrt{2}S^2\alpha \\ &= \sqrt{2}\frac{R}{4}\frac{\alpha}{t} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{4}S\varepsilon_b\end{aligned}$$

Cuando el factor de forma del aislador se vuelve grande, el efecto de compresibilidad de la goma comienza a ser importante. La compresibilidad puede ser aproximadamente incorporada en las fórmulas previas directamente conduciéndonos a

$$\frac{1}{E_C} = \frac{1}{E'_C} + \frac{1}{K}$$

donde $1/E'_C$ es el modulo de compresión suponiendo un comportamiento incompresible y K es el modulo masa del material. Fórmulas más exactas han sido desarrolladas para este efecto, pero la cuantificación del modulo de masa es una cantidad tan difícil de medir que se usan formulas simples suficientemente buenas como para permitirnos diseñar. El valor de K varía de sobremanera dependiendo del material, el rango va desde $1000MPa$ ($145,000psi$) a los $2500MPa$ ($363,000psi$). El valor más comúnmente usado, y el cual se presente reiteradamente en los resultados de las pruebas de laboratorio en apoyos de este tipo, es $2000MPa$ ($290,000psi$).

Cuando reescribimos para E_C , la ecuación idónea se convierte en

$$E_C = \frac{E'_C K}{E'_C + K}$$

y para el apoyo de sección circular, tenemos que $E'_C = 6GS^2$; entonces

$$\begin{aligned}E_C &= \frac{6GS^2 K}{6GS^2 + K} \\ &= 6GS^2 \left[\frac{1}{1 + 6GS^2/K} \right]\end{aligned}$$

Cuando S es pequeño, tenemos

$$E_c = 6GS^2 \left(1 - \frac{6GS^2}{K} \right)$$

así que, digamos, mayor al 10% de certeza, S es tal que

$$6S^2 < \frac{K}{60G}$$

con $K = 2000MPa$ (290,000psi) y $G = 0.7MPa$ (101.5psi), $S < 7$.

Cuando S es grande y $6GS^2/K$ es mucho más grande que la unidad,

$$E_c = K \left[1 - \frac{K}{6GS^2} \right]$$

mostrando que K es un límite superior para E_c y se aproximará menos a E_c con un 10% de certeza si

$$\frac{K}{6GS^2} < \frac{1}{10}$$

o

$$S > \left(\frac{K}{0.6G} \right)^{1/2} \approx 70$$

Los factores de forma de esta magnitud son distintos, pero las fórmulas muestran que una compresibilidad límite es necesaria para los factores de forma por encima de 10.

5.2 Características Mecánicas de los Apoyos de Goma Laminada con Núcleo de Plomo.

Los apoyos con núcleo de plomo son siempre modelados como elementos bilineales, con sus características basadas en tres parámetros: K_1 , K_2 y Q (como se aprecia en la figura 5.2). La rigidez elástica K_1 es difícil de cuantificar y usualmente se toma como un empírico múltiplo de K_2 , la rigidez de posterior a la fluencia, el cual puede ser exactamente estimado a partir del módulo de cortante de la goma y el diseño del apoyo. El esfuerzo característico Q es la intersección de la curva histórica y el eje de fuerza y se estima exactamente a partir del esfuerzo de fluencia del plomo $10.3MPa$ (1500psi) y el área del núcleo.

La rigidez efectiva de un apoyo de goma laminada con núcleo de plomo, definida sobre las cargas pico en la cimentación, gradualmente se reduce con el desplazamiento. En términos de los parámetros básicos K_1 , K_2 y Q , esto está dado por

$$K_{eff} = K_2 + \frac{Q}{D} \quad D \geq D_y \quad (5.4)$$

donde D_y el desplazamiento de fluencia. La frecuencia natural ω está dada por

$$\begin{aligned} \omega &= \sqrt{\frac{K_{eff} g}{W}} \\ &= \sqrt{\omega_0^2 + \mu \frac{g}{D}} \end{aligned}$$

donde $\mu = Q/W$, $\omega_0^2 = \sqrt{K_2 g/W}$, y el periodo efectivo T esta dado por

$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{\omega} \\ &= \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 + \mu \frac{g}{D}}} \end{aligned}$$

El amortiguamiento efectivo β_{eff} para $D \geq D_y$ esta definido por

$$\beta_{eff} = \frac{\text{área de la curva histérica}}{2\pi K_{eff} D^2} \quad (5.5)$$

El área de la curva histérica esta dado por $4Q(D - D_y)$; para poner β_{eff} en términos de estos parámetros básico, observemos que

$$D_y = \frac{F_y}{K_1} \quad F_y = Q + K_2 D_y$$

así que

$$D_y = \frac{Q}{K_1 - K_2} \quad (5.6)$$

Usando la definición de β_{eff} y el resultado de la ecuación 5.4 para K_{eff} , tenemos

$$\beta_{eff} = \frac{4Q(D - D_y)}{2\pi(K_2D + Q)D}$$

Como una regla general, la rigidez elástica K_1 es tomada como $10K_2$, así que $D_y = Q/(9K_2)$, dando

$$\beta_{eff} = \frac{4Q(D - Q/9K_2)}{2\pi(K_2D + Q)D}$$

5.3 Modelado de Apoyos Aisladores por Modelado Bilineal.

En la práctica todos los apoyos de goma laminada son modelados por un modelo bilineal basado en tres parámetros K_1 , K_2 y Q , como ya se mencionó anteriormente, tal como se muestra en la figura 5.3.1. La rigidez elástica K_1 se estima ya sea por curvas de pruebas de apoyos de elastómero en laboratorio o como un múltiplo de K_2 para apoyos de goma laminada con núcleo de plomo. La fuerza característica Q es estimada a partir de la curva de histéresis para apoyos de goma laminada. Para apoyos con núcleo de plomo Q está dado por el esfuerzo de fluencia en el plomo y en el área del plomo. El esfuerzo de post fluencia puede ser estimado exactamente o predecirse para ambos tipos de apoyo de goma.

La rigidez efectiva, definida como una línea secante del valor pico en la curva de histéresis, está dada por

$$K_{eff} = K_2 + \frac{Q}{D} \quad D \geq D_y$$

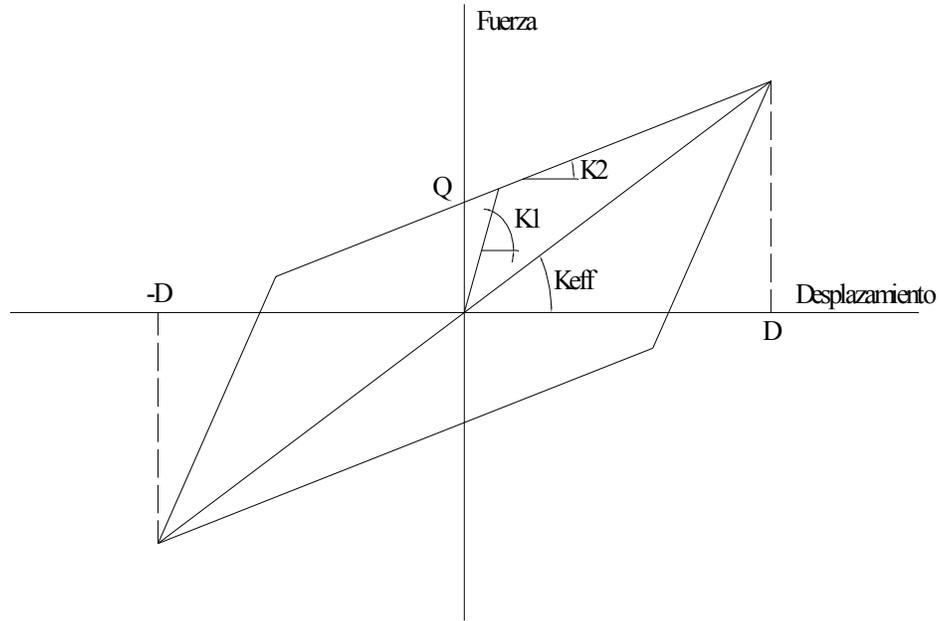


Figura 5.3.1 Parámetros básicos de la curva de histéresis.

donde D_y es el desplazamiento de fluencia. En términos de parámetros primarios,

$$D_y = \frac{Q}{K_1 - K_2}$$

y el área de curva de histéresis (energía disipada por ciclo), W_D , esta dado por

$$W_D = 4Q(D - D_y)$$

El amortiguamiento efectivo β_{eff} está definido por

$$\beta_{eff} = \frac{4Q(D - D_y)}{2\pi K_{eff} D^2}$$

Esto puede ser expresado en cantidades adimensionales definiendo un desplazamiento adimensional

$$y = \frac{D}{D_y}$$

y una fuerza característica adimensional

$$a = \frac{Q}{K_2 D_y}$$

por lo tanto el amortiguamiento efectivo se convierte en

$$\beta_{eff} = \frac{2a}{\pi} \frac{(y-1)}{(y+a)y} \quad y \geq 1 \quad (5.7)$$

para fijas $a, \beta = 0$ en $y=1$ y tienden a cero cuando $y \rightarrow \infty$. El valor máximo de β está dado por $d\beta/dy = 0$ ocurre cuando

$$y = 1 + (1+a)^{1/2}$$

con

$$\beta_{max} = \frac{2a}{\pi} \frac{1}{2(1+a)^{1/2} + (2+a)} \quad (5.8)$$

Ahora $a = Q/K_2 D_y$; entonces de la ecuación 5.6, tenemos

$$a = \frac{K_1 - K_2}{K_2} \quad (5.9)$$

Esto nos conduce a un resultado curioso que el máximo valor del amortiguamiento efectivo depende solamente de la proporción de K_1 a K_2 . La segunda pendiente, K_2 , es fácil de determinar para cualquier tipo de sistema aislado, pero la primera K_1 no tiene influencia sobre la rigidez efectiva pero obviamente tiene una fuerte influencia en el amortiguamiento y, en particular, en el máximo valor, el cual puede ser un importante valor promocional para el dueño de este sistema.

Para ilustrar el efecto de la selección de K_1 en el amortiguamiento, hay que considerar un sistema con un mismo valor para K_2 y Q (entonces el mismo periodo efectivo en todos los valores de D y la misma curva de histéresis) pero modelado por diferentes valores de K_1 .

Como ejemplo tomemos $Q = 44.5kN$ y $K_2 = 350kN/m$;

$K_1^1 = 21K_2$ Correspondiente a un apoyo con núcleo de plomo.

$K_1^2 = 6K_2$ Correspondiente a un apoyo de goma laminada de alto amortiguamiento.

$K_1^3 = 3K_2$ Correspondiente a otro apoyo de goma laminada de alto amortiguamiento.

El valor de D_y , para estos son

$$D_y^1 = \frac{44.5}{20 * 2} = 6.35mm \quad a^1 = 20.0$$

$$D_y^2 = \frac{44.5}{5 * 2} = 25.4mm \quad a^2 = 5.0$$

$$D_y^3 = \frac{44.5}{2 * 2} = 63.5mm \quad a^3 = 2.0$$

El valor pico de β y el desplazamiento en el cual este ocurre son los siguientes

$$\beta_{\max}^1 = 0.410 \quad \text{en} \quad D = 20.8mm$$

$$\beta_{\max}^2 = 0.268 \quad \text{en} \quad D = 35.6mm$$

$$\beta_{\max}^3 = 0.170 \quad \text{en} \quad D = 173.5mm$$

La variación de β con D para los tres casos se muestra en la figura 5.3.2, ilustrando como el amortiguamiento en un pequeño desplazamiento puede ser muy alto si K_1 se selecciona muy grande. Esto también muestra que cuando D se vuelve grande, todas las curvas β contra D tienden a ser la misma. El punto es que la misma curva histórica cuando la construimos a través de modelo bilineal podemos tener un muy diverso comportamiento de valores de amortiguamiento, dependiendo solo sobre como seleccionemos la rigidez inicial.

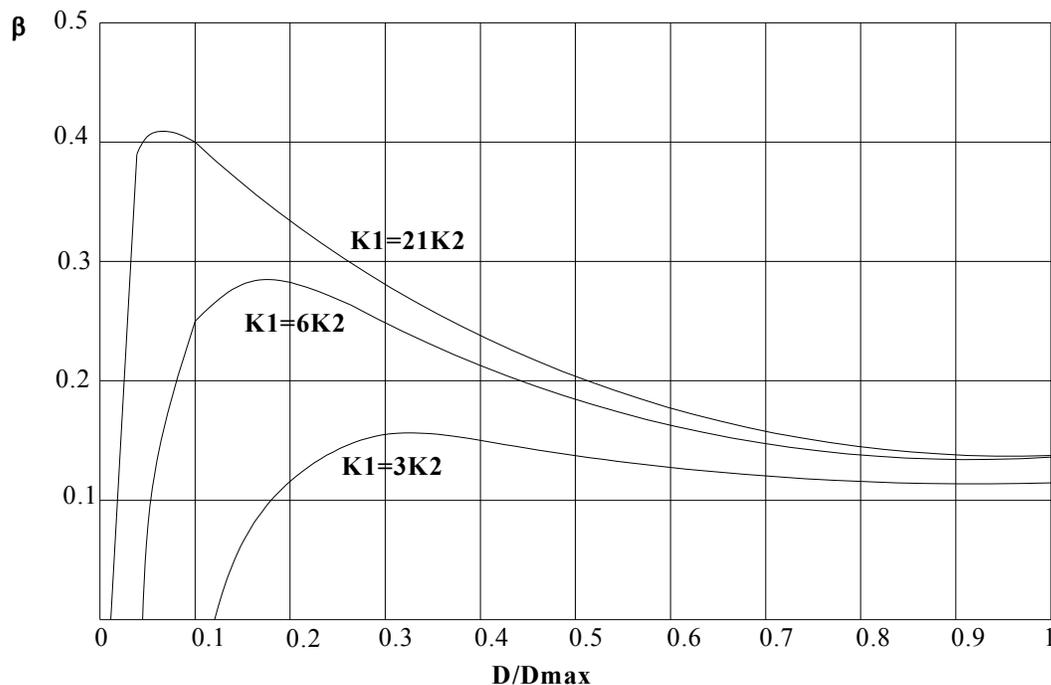


Figura 5.3.2 Amortiguamiento Efectivo en función del desplazamiento para diferentes elecciones de K_1 .

5.4 Implicaciones del Modelado Bilineal.

El problema que se enfrenta el diseñador del sistema de aislamiento es que habiendo obtenido el valor de C_{VM} para el sitio y asumiendo posible valores de periodo y amortiguamiento, existe aún la restricción del valor máximo aceptable para el desplazamiento MCE, D_M . Suponiendo entonces que T , β y D son específicos y necesarios para calcular los parámetros del modelo, a saber, K_2 y Q , para proveer estos valores.

Con el periodo especificado, la rigidez efectiva K_{eff} está dada por

$$K_{eff} = \frac{W}{g} \left(\frac{2g}{T} \right)^2$$

entonces

$$W_D = 2\pi K_{eff} D^2 \beta$$

puede ser calculada, llevándonos a

$$4Q(D - D_y) = 2\pi \left(\frac{W}{g} \right) \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 D^2 \beta$$

En este punto dejamos D_y y estimamos Q a partir de

$$Q = \frac{W_D}{4D} = \frac{\pi}{2} K_{eff} D \beta$$

conduciéndonos a un valor inicial de Q/W . Es entonces posible estimar $K_2 = K_{eff} - Q/D$ y D_y , asumiendo, por ejemplo, para un apoyo de goma laminada de núcleo de plomo en el que $K_1 = 10K_2$. Con un valor aproximado de D_y , la estimación de Q y K_2 puede ser mejorada, y con estos valores el diseño del sistema puede llevarse a cabo.

Por ejemplo, pongamos la fórmula del código D_M que nos lleva a un desplazamiento de $76cm$ para un periodo de $2.5seg$ y un 5% de amortiguamiento. Para reducir esto a un nivel de desplazamiento factible, digamos, $50cm$, se requiere que $B = 1.5$ y $\beta = 0.30$. El valor de K_{eff} para $T = 2.5seg$ es

$$K_{eff} = 0.644W \text{ kN/m}$$

y el valor de W_D está dado como

$$W_D = (0.3)2\pi(0.644)(0.25)W = 0.304 \text{ kN/m}$$

a partir del cual obtenemos

$$\frac{Q}{W} = \frac{W_D}{4D} = \frac{0.304}{4(0.5)} = 0.152$$

La primera estimación de K_2 es

$$K_2 = \left(0.644 - \frac{0.152}{0.5}\right)W = 0.341W$$

y

$$D_y = \frac{0.154}{9(0.341)} = 0.050 \text{ m}$$

Un re cálculo de Q , incluyendo esta estimación de D_y , es $Q/W = 0.171$, con una segunda estimación es K_2 como

$$K_2 = 0.306W \text{ kN/m}$$

Entonces necesitamos un núcleo de plomo que produzca una fuerza característica del 17% de W para obtener este nivel de amortiguamiento. Imaginemos ahora que proponemos un nivel sísmico de servicio (SLE), por ejemplo, que el sismo puede tener un 50% de probabilidad de ser excedido en 50 años, y asumamos que para este nivel de entrada el coeficiente sísmico C_V es la mitad que en el DBE, que es, $C_{VS} = \frac{1}{2}C_V D$, entonces $C_{VS} = (1/2.4)D_M$. Por lo tanto, podemos anticipar un desplazamiento D_S que no es más que $(1/2.)D_M$. Asumiendo que en este caso D es aproximadamente 125mm , a este nivel de desplazamiento tenemos

$$K_{eff} = 0.306W + \frac{0.171}{0.125}W = 1674 \text{ kN/m}$$

y

$$W_D = 4Q(D - D_y) = 4(0.171)(0.125 - 0.051) = 0.0506 \text{ kN/m}$$

dando

$$\beta = 0.31$$

y

$$B = 1.5 + 0.20 \times \frac{1}{10} = 1.52$$

El periodo $T = 1.56 \text{ seg}$. Asumiendo que $C_{VS} = (1/2.4)C_{VM}$ y que C_{VM} conduce a 76 cm en $T = 2.5 \text{ seg}$ y $\beta = 5\%$, tenemos

$$D_S = \frac{30}{2.4} \frac{1.56}{2.5} \frac{1}{1.52} = 130 \text{ mm}$$

El irreducible cortante basal en este desplazamiento es

$$K_{eff} D_S = 1.674W \times 13 = 0.22W \text{ kN}$$

el cual está sólo por encima del esfuerzo característico $Q = 0.171W$; por lo tanto, con este diseño, un muy pequeño efecto de aislamiento es alcanzado.

Capítulo 6: Deformación de los Aislantes Sísmicos.

6.1 Principios.

La teoría para deformación de los apoyos de goma laminada es una extensión del trabajo de Haringx en 1947 sobre las características mecánicas de los resortes helicoidales de acero y las varas de goma para el incremento de vibración.

El método paralelo es el análisis elástico lineal de deformación de Euler de una columna. Para el modelo del aislador de goma laminada como una viga continua, es necesario introducir ciertas modificaciones a las cantidades definidas en la capítulo anterior. Considerar al apoyo como una columna de longitud h con una sección transversal de área A y definir la rigidez al cortante por unidad de longitud como $P_S = GA_S$, donde A_S es un área de cortante efectivo dado por

$$A_S = A \frac{h}{t_r}$$

donde h es la altura total del apoyo (goma y acero) y t_r es, como se definió al principio, la altura total de la goma. El incremento en A es necesario para considerar el hecho de que el acero no se deforma en sistema compuesto. La rigidez al pandeo es similarmente modificada, así que $(EI)_{eff}$ para un apoyo simple de espesor t se convierte en EI_S , donde

$$EI_S = E_C \left(\frac{1}{3} \right) I \frac{h}{t_r}$$

En términos de estas cantidades, la rigidez horizontal total K_H (el cual era GA/t_r) se convierte en

$$K_H = \frac{GA_S}{h}$$

y la carga de deformación de Euler para una columna sin deformación por cortante es

$$P_E = \pi \frac{EI_S}{h^2}$$

la situación inusual para un apoyo en un sistema de aislamiento se muestra en la figura 6.1.1. El apoyo está restringido contra la rotación en ambos extremos y es libre de moverse hacia los lados en la parte superior. El resultado para la carga de deformación crítica P_{crit} es la solución a la ecuación

$$p^2 + PP_S - P_S P_E = 0 \quad (6.1)$$

a partir de la cual la carga crítica P_{crit} está dada por

$$P_{crit} = \frac{-P_S + \sqrt{P_S^2 + 4P_S P_E}}{2} \tag{6.2}$$

Si nosotros asumimos que $P_S \approx GA$ y

$$P_E \approx \frac{1}{3} \frac{6GS^2 I \pi^2}{h^2} \approx GA \left(\frac{2\pi^2 S^2 I}{A} \right)$$

entonces, para la mayoría de los apoyos donde $S \geq 5$, $P_E \gg P_S$, la carga crítica puede ser aproximada por

$$P_{crit} = (P_S P_E)^{1/2} \tag{6.3}$$

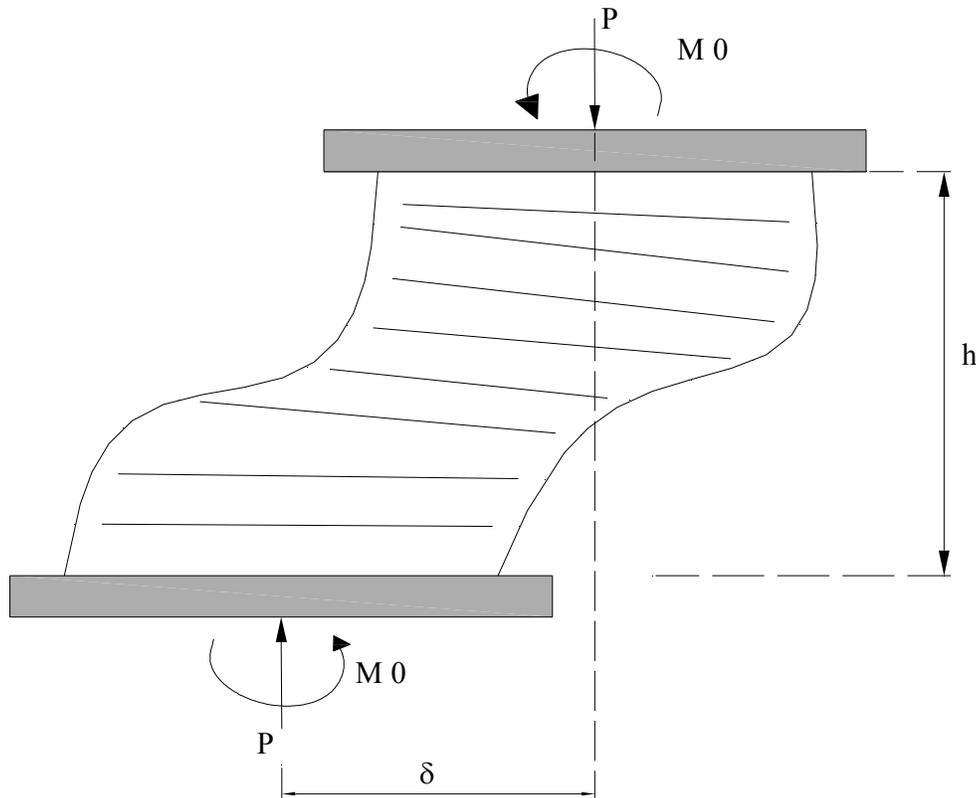


Figura 6. 10.1 Condiciones límite para un apoyo de aislamiento bajo una carga vertical P (el apoyo se deforma sin restricción a la carga lateral pero es previsto a partir de la rotación en cada uno de sus extremos).

Usando esta expresión y renombrándola

$$P_S = GA \left(\frac{h}{t_r} \right) \quad P_E = \frac{\pi^2}{h^2} \frac{1}{3} E_C I \frac{h}{t_r} \quad (6.4)$$

tenemos

$$P_{crit} = \begin{cases} \left(GA \frac{h}{t_r} \right)^{1/2} \left(\frac{\pi^2}{h^2} \frac{1}{3} 6GS^2 Ar^2 \frac{h}{t_r} \right)^{1/2} \\ \frac{\sqrt{2}\pi GASr}{t_r} \end{cases}$$

donde el radio de giro esta denotado por $r = \sqrt{I/A} = a/2\sqrt{3}$ para un apoyo cuadrado de dimensión a en cada lado y $\Phi/4$ para un apoyo circular con un diámetro Φ .

La presión crítica $p_{crit} = P_{crit}/A$ puede ser expresado en términos de S y la cantidad S_2 , referida a como la proporción de aspecto o el segundo factor de forma, definido por

$$P_{crit} = \begin{cases} \frac{\pi}{2\sqrt{2}} SS_2 & \text{para un apoyo circular} \\ \frac{\sqrt{2}\pi GASr}{t_r} & \text{para un apoyo cuadrado} \end{cases} \quad (6.5)$$

En el diseño actual la carga llevada por el apoyo (W) será menor que la carga crítica, y despreciando el efecto de la carga vertical sobre la rigidez vertical K_H del apoyo, el cual está dado por $K_H = GA/t_r$, el cual en ocasiones está relacionado a la frecuencia horizontal ω_H a través de

$$\omega_H^2 = \frac{K_H}{W} g$$

Entonces, el factor de seguridad SF contra la deformación, el cual está definido por $SF = P_{crit}/W$, se convierte en

$$SF = \frac{\sqrt{2}S\omega_H^2 r}{g} \quad (6.6)$$

En todo lo demás sucede lo mismo, los factores de seguridad se incrementan junto el factor de forma S , frecuencia ω_H , o las dimensiones del apoyo (ya sea a o Φ).

Las dimensiones del apoyo serán, por supuesto, dependientes de la carga soportada. Si la presión $p = W/A$ es específica, entonces

$$r = \begin{cases} 2\sqrt{\pi} \left(\frac{W}{p}\right)^{1/2} & \text{para un apoyo circular} \\ \frac{1}{2\sqrt{3}} \left(\frac{W}{p}\right)^{1/2} & \text{para un apoyo cuadrado} \end{cases} \quad (6.7)$$

$$\quad (6.8)$$

Si la presión es fija, el factor de seguridad será disminuido como $W^{1/2}$, conduciendo a un resultado inesperado que la deformación puede generar un problema para apoyos que están ligeramente cargados.

Para tener una idea de la magnitud de las cantidades involucradas, supongamos que el factor de seguridad debe ser al menos 3, el factor de forma S es 10, y la frecuencia es π radianes por segundo (periodo de 2 segundos), todo lo cual son valores típicos. En este caso, r debe ser al menos

$$r = \frac{3 \times 9810}{\sqrt{2\pi} \times 10 \times \pi^2} = 67.0 \text{ mm}$$

Si el apoyo es circular, entonces $\Phi = 268 \text{ mm}$. Esta dimensión mínima es independiente de la carga soportada o la presión, pero si la presión es específica, digamos, por ejemplo, en 6.90 MPa , esta se traduce en una carga mínima de 390 kN . Para la mayoría de los edificios los apoyos serán más grandes que este tamaño mínimo y las cargas soportadas serán cientos de toneladas, así que la deformación probablemente no será un problema para el diseño.

Cuando la carga soportada por los apoyos es comparable a la carga por deformación, la rigidez horizontal K_H es reducida. La reducción es obtenida usando el mismo análisis elástico lineal y esta dado por

$$K_H = \frac{GA_S}{h} \left[1 - \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^2 \right] \quad (6.9)$$

Si la carga es menor que 0.32 veces la carga de deformación, la certeza de la fórmula usual para K_H es mayor al 10%, y en la mayoría de los diseños lo que se busca es asegurar estar en este caso.

El asentamiento δ_V en la parte superior del apoyo soportando una carga vertical P y desplazado a través de movimientos laterales en el extremo de D está también dado por el análisis de deformación en la forma

$$\delta_V = \frac{P_S + P}{P_E} \frac{D^2}{h} \quad (6.10)$$

En la mayoría de los casos, $P \gg P_S$; entonces

$$\delta_V = \frac{P}{P_{crit}} \frac{P_{crit}}{P_E} \frac{D^2}{h} = \left(\frac{P}{P_{crit}} \right) \sqrt{\frac{P_S}{P_E}} \frac{D^2}{h} \quad (6.11)$$

Ahora

$$\frac{P_S}{P_E} = \frac{GA_S h^2}{\pi^2 EI_S} = \frac{Ah^2}{2\pi^2 IS^2} \quad (6.12)$$

En términos de $r = (I/A)^{1/2}$, tenemos

$$\frac{\delta_V}{h} = \frac{P}{P_{crit}} \frac{h}{\sqrt{2\pi r S}} \frac{D^2}{h} \quad (6.13)$$

Este asentamiento es una incorporación de aquello producido por pura compresión del aislador y es causado por la rotación de las laminas de acero de refuerzo en el centro del apoyo. Esta rotación produce un esfuerzo cortante causado por el componente de la carga vertical entre las láminas rotadas, y el esfuerzo cortante resultante genera el movimiento de asentamiento en la parte superior del apoyo.

6.2 Estabilidad Bajo un Gran Desplazamiento Lateral.

El análisis de deformación para un aislador de elastómero está basado en la teoría lineal que es análoga al análisis de deformación de una columna y, como es el caso en la teoría usual, provee la carga de deformación o el esfuerzo de deformación en la posición sin desplazamiento pero no la información sobre la estabilidad de un apoyo en la posición desplazada, la inestabilidad se manifestará asimismo por la pérdida de incremento positivo en la rigidez horizontal. Este tipo de inestabilidad es de crucial importancia en el diseño del apoyo tal como la carga pico de asentamiento en un aislador ocurrirá al mismo tiempo como el desplazamiento máximo horizontal y en combinación serán uno de los estados límite para los cuales el aislador necesitará estar proporcionado.

En principio, un complejo análisis no lineal será necesario para predecir el comportamiento del apoyo bajo la combinación de la carga máxima vertical y el desplazamiento máximo horizontal. Hay dos hipótesis simples para una aproximación al estado límite cuando un aislador está cargado en cortante y con carga vertical. El primero es que el desplazamiento crítico, definido como desplazamiento bajo el cual aquel apoyo muestra un incremento nulo en su rigidez horizontal, es el desplazamiento lateral en el cual el esfuerzo de compresión del área reducida calculado a partir de la carga axial dividida por A_r (el área del apoyo entre la parte superior e inferior del apoyo) alcanzando el esfuerzo crítico p_{crit} dado por la ecuación 6.5.

La segunda hipótesis es que el área A en la expresión de la carga crítica en la configuración indeformable (ecuación 6.4) es remplazada por el área reducida A_r . Esto es quizás lo más plausible para las dos posibilidades como la concentración del esfuerzo vertical genera desplazamiento no afectará la resistencia al pandeo pero podría reducir la resistencia con respecto al cortante.

Para un apoyo cuadrado de lado B , el área reducida A_r está dada por

$$A_r = B(B - D) \quad (6.14)$$

así que si la primera hipótesis es correcta, el desplazamiento crítico D_{crit} bajo un carga específica P está dado por

$$P = p_{crit} A_r = \frac{\pi}{\sqrt{6}} GSS_2 B(B - D_{crit}) \quad (6.15)$$

que es,

$$D_{crit} = B - \frac{P}{\left(\frac{\pi}{\sqrt{6}}\right) GSS_2 B}$$

$$\begin{aligned}\frac{D_{crit}}{B} &= 1 - \frac{P}{(\pi/\sqrt{6})GSS_2} \\ &= 1 - \frac{P}{P_{crit}}\end{aligned}\quad (6.16)$$

Por otro lado, si la segunda hipótesis es correcta, el desplazamiento crítico está dado por

$$\begin{aligned}P &= \sqrt{GA_r \frac{\pi^2 (EI)_{eff}}{t_r^2}} \\ &= \left(\frac{A_r}{A}\right)^{1/2} P_{crit}\end{aligned}\quad (6.17)$$

$$\frac{A_r}{A} = \left(\frac{P}{P_{crit}}\right)^2$$

$$\frac{B(B - D_{crit})}{B^2} = \left(\frac{P}{P_{crit}}\right)^2$$

$$1 - \frac{B}{D_{crit}} = \left(\frac{P}{P_{crit}}\right)^2 \quad \text{ó} \quad \frac{D_{crit}}{B} = 1 - \left(\frac{P}{P_{crit}}\right)^2\quad (6.18)$$

Ambos resultados son el mismo para P próximo a P_{crit} pero diferentes para el rango de aplicación práctica donde $P < P_{crit}$.

El área de la parte intermedia del apoyo de goma laminada para un apoyo de tipo cuadrado es fácil de calcular pero es más difícil para uno circular de radio R . Con la notación mostrada en la figura 6.2.1, donde θ es la mitad del ángulo que se subtende en el centro de la intersección del círculo superior y el inferior y $\phi = \frac{1}{2}\pi - \theta$, el desplazamiento D y el área reducida A_r están dados por

$$D = 2R \cos \theta = 2R \sin \phi \quad (6.19)$$

y

$$\begin{aligned}
 A_r &= 2R^2 \left(\theta - \text{Sen} \theta \text{ Cos} \theta \right) \\
 &= 2R^2 \left(\frac{\pi}{2} - \phi - \text{Sen} \phi \text{ Cos} \phi \right)
 \end{aligned}
 \tag{6.20}$$

Es conveniente para no dimensionar esto definiendo

$$d = \frac{D}{2R} \quad \text{y} \quad a = \frac{A_r}{\pi R^2}$$

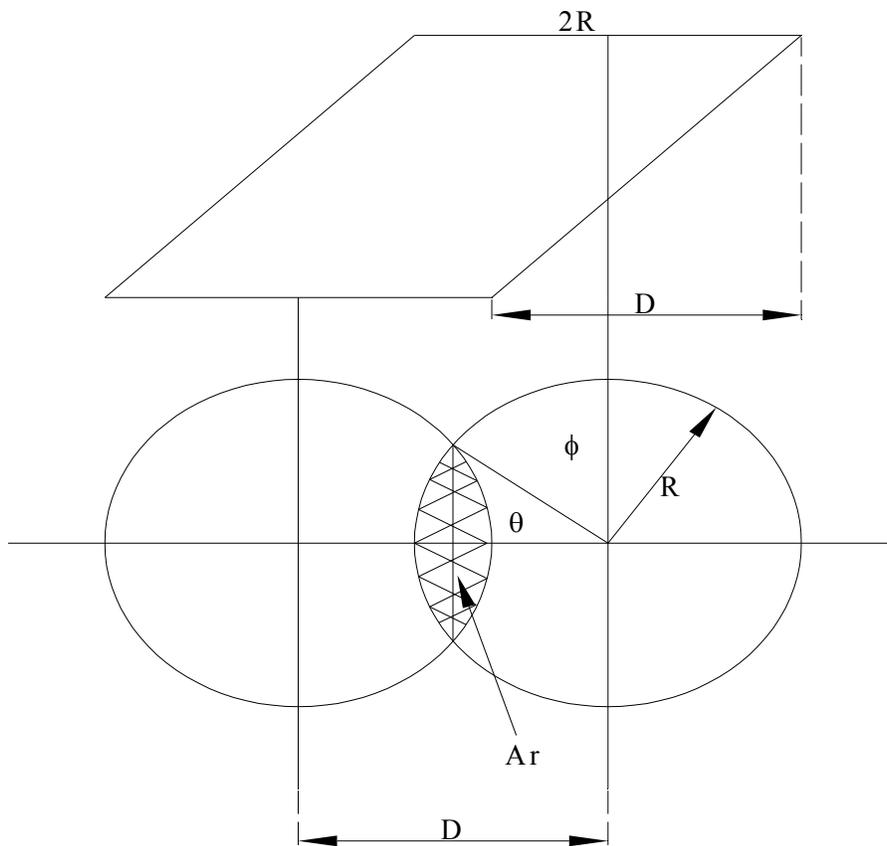


Figura 6. 11.1 Notación para el área reducida.

Conduciendo a

$$\begin{aligned}
 d &= \text{Cos} \theta = \text{Sen} \theta \\
 a &= \frac{2}{\pi} \left(\theta - \text{Sen} \theta \text{ Cos} \theta \right)
 \end{aligned}$$

$$= 1 - \frac{2}{\pi} \phi - \frac{2}{\pi} \text{Sen} \theta \text{ Cos} \theta \quad (6.21)$$

la curva simple que resulta a partir de la solución simultanea de estas dos ecuaciones esta dado en la tabla 6.2.1 y se muestra en la Figura 6.2.2. Para un cálculo rápido de los resultados en la ausencia de una tabla o figura, es bastante útil el expandir las dos ecuaciones para valores pequeños de ϕ correspondientes a pequeños d y a pequeños desplazamientos

Tabla 6.2.1 Área Reducida y Normalizada					
d	θ rads	a	$a_a^{1^a}$	$a_a^{2^a}$	P
0.10	1.471	0.873	0.873		0.934
0.20	1.369	0.747	0.747		0.864
0.30	1.266	0.624	0.624		0.790
0.40	1.159	0.505	0.505		0.710
0.50	1.047	0.391	0.391		0.625
0.60	0.927	0.285	0.284		0.534
0.70	0.795	0.188	0.0187		0.434
0.80	0.644	0.1044	0.1005	0.1074	0.323
0.85	0.555	0.0683		0.0697	0.261
0.90	0.451	0.0374		0.0380	0.193
0.95	0.318	0.0136		0.0134	0.117^a

^a Nota: $a_a^1 = 1 - (4d/\pi) + (2/3\pi)d^3 + (d^5/10\pi)$ y $a_a^2 = (8\sqrt{2}/3\pi)(1-d)^{3/2}$.

ó para valores pequeños de θ correspondientes a valores pequeños de a y muy grandes desplazamientos.

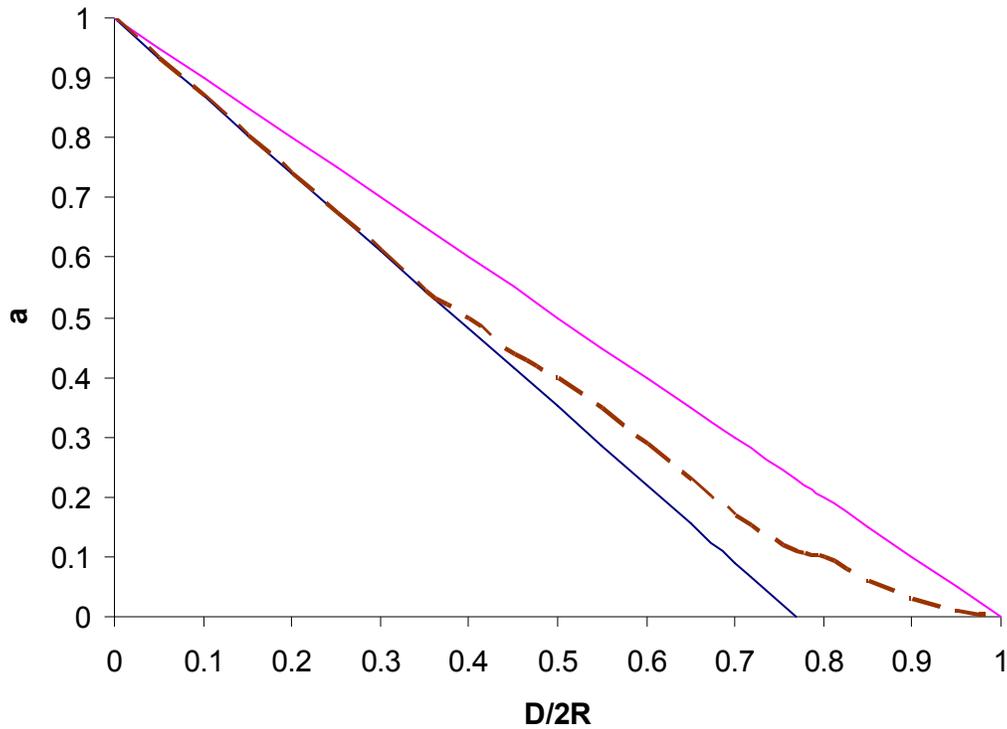


Figura 6.2.2 Área reducida normalizada $a = A_r / \pi R^2$ como una función de $D/2R$.

Cuando ϕ es pequeño, la primera ecuación puede escribirse como

$$\phi = \text{Sen}^{-1} d = d + \frac{d^3}{6} + \frac{3d^5}{40} + \dots$$

y

$$\text{Sen } \phi \text{ Cos } \phi = \frac{1}{2} \text{Sen} 2\phi = \frac{1}{2} \left(2\phi - \frac{8\phi^3}{6} + \frac{32\phi^5}{120} + \dots \right)$$

Entonces

$$\begin{aligned} \phi + \text{Sen } \phi \text{ Cos } \phi &= 2\phi - \frac{2}{3}\phi^3 + \frac{2}{15}\phi^5 \\ &= 2 \left(d + \frac{1}{6}d^3 + \frac{3}{40}d^5 \right) - \frac{2}{3}d^3 \left(1 + \frac{1}{6}d^6 \right)^3 + \frac{2}{15}d^5 \end{aligned}$$

$$= 2d - \frac{1}{3}d^3 - \frac{1}{20}d^5$$

conduciendo a la aproximación a_a^1 para a en la forma

$$a_a^1 = 1 - \frac{4d}{\pi} + \frac{2}{3\pi}d^3 + \frac{d^5}{10\pi} \quad (6.22)$$

Esta expansión es precisa para 4% más para $d = 0.80$ y mejora para valores menores a este, como se muestra en la Tabla 6.2.1. Más allá de esto es posible para usar una expansión para valores pequeños de θ , con

$$d = 1 - \frac{\theta^2}{2} \quad \theta = \sqrt{2(1-d)} \quad (6.23)$$

Encontramos una segunda aproximación a_a^2 dada por

$$\begin{aligned} a_a^2 &= \frac{2}{\pi} \left[\theta - \frac{1}{2} \left(2\theta + \frac{8}{6}\theta^3 \right) \right] \\ &= \frac{2}{\pi} \frac{2}{3} \theta^3 \\ &= \frac{4}{3\pi} [2(1-d)]^{3/2} \\ &= \frac{8\sqrt{2}}{3\pi} (1-d)^{3/2} \end{aligned} \quad (6.24)$$

Esta es un 3% más precisa para $d = 0.80$ y mejora para valores de d mayores a ese.

Para un apoyo circular el desplazamiento crítico D_{crit} esta dado por $2Rd_{crit}$, donde d_{crit} es el valor de d que nos lleva a

$$a = \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^2 \quad (6.25)$$

Para valores pequeños de la carga vertical relativa para la carga crítica sin desplazamiento, la aproximación de a por a_a^2 es válida y conduce a

$$\frac{\delta\sqrt{2}}{3\pi} (1-d)^{3/2} = \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^2 \quad (6.26)$$

dando

$$\begin{aligned} d &= 1 - \left(\frac{3\pi}{\delta\sqrt{2}} \right)^{2/3} \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^{2/3} \\ &= 1 - \left(\frac{3\pi}{\delta\sqrt{2}} \right)^{2/3} \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^{4/3} \\ &= 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{3\pi}{4} \right)^{2/3} \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^{4/3} \end{aligned} \quad (6.27)$$

Esto podría ser razonablemente preciso para estos valores de d para el cual a_a^2 fue preciso (por ejemplo, $0.8 \leq d \leq 1.0$ y $0.1 \geq a \geq 0$). Así como $a = (P/P_{crit})^2$, esto significa que cubre el rango

$$0 \leq \left(\frac{P}{P_{crit}} \right) \leq 0.3$$

En el otro extremo, la aproximación

$$a = 1 - \frac{4d}{\pi} \quad (6.28)$$

lo cual estaba bastante bien para $d \leq 0.5$ (precisión del 10%) y lejanamente bien para $d \leq 0.8$. Esto conduce a

$$d = \frac{\pi}{4}(1-a)$$

$$= \frac{\pi}{4} \left[1 - \left(\frac{P}{P_{crit}} \right)^2 \right] \quad (6.29)$$

Tal como $d = 0.5$ significa que $a = 0.4$, esto debería ser preciso para $0.6 \leq p \leq 1.0$.

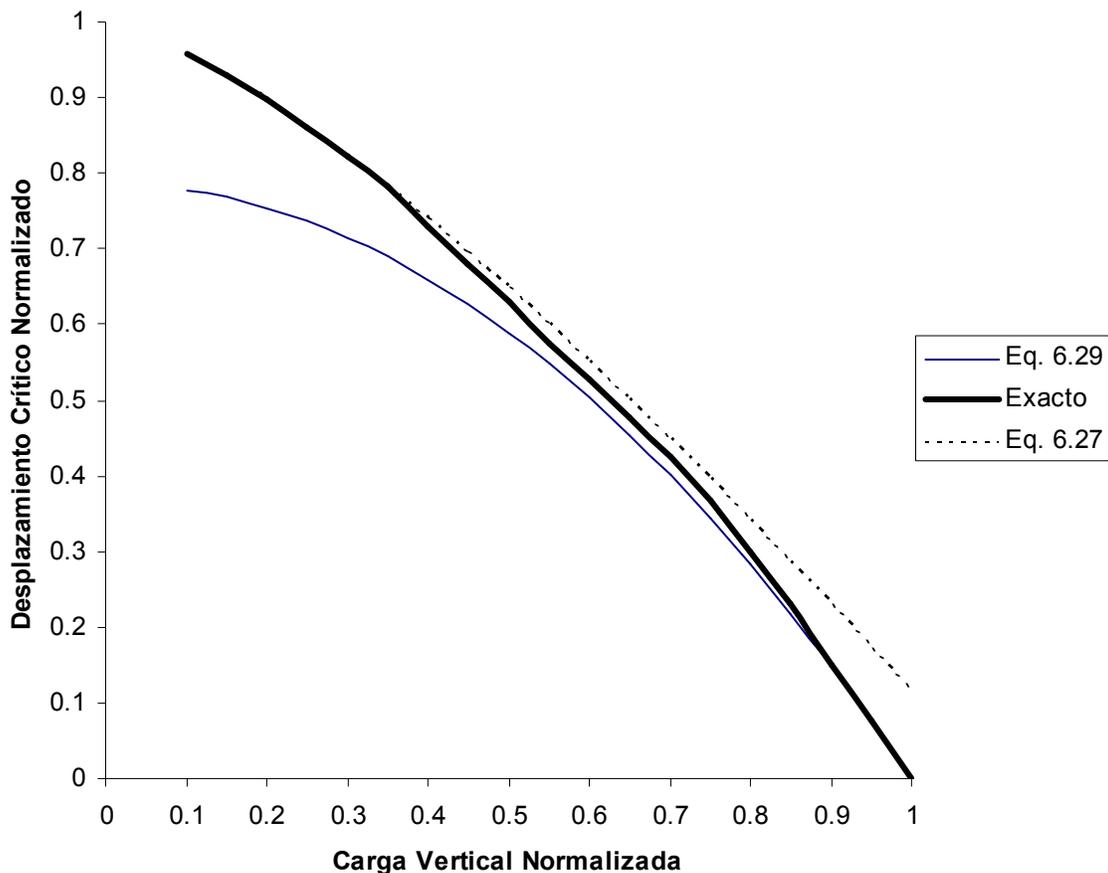


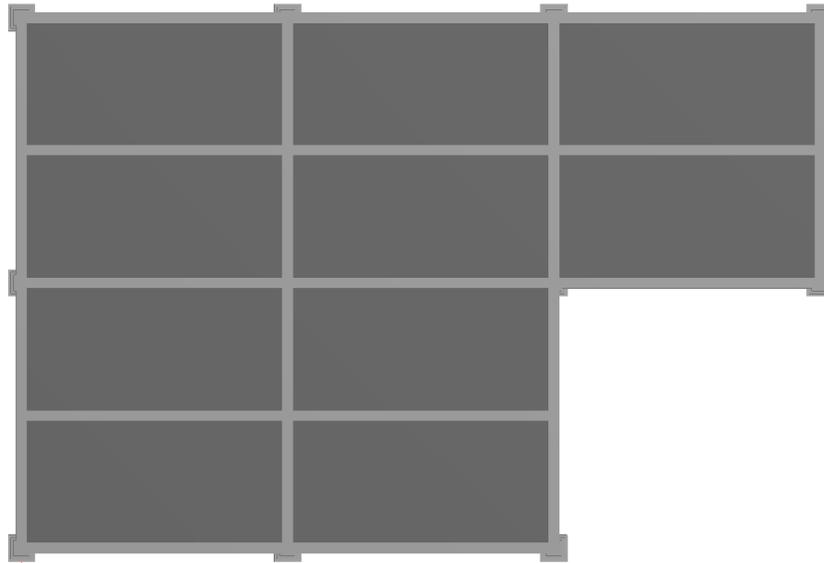
Figura 6.2.3 Desplazamiento crítico normalizado versus carga vertical normalizada.

La respuesta exacta para el valor de P/P_{crit} que hace a un valor específico de d crítico es obtenido en la Tabla 6.1, y la curva producida por esta solución inversa puede ser comparada a las dos aproximaciones. Cuando las graficamos juntas en la Figura 6.2.3, es claro que la aproximación para pequeños P/P_{crit} se tiende por encima de la curva exacta y es precisa para valores por encima de $P/P_{crit} = 0.5$ y que para P/P_{crit} más próximas a 1 se tiende por abajo y es precisa para $P/P_{crit} \geq 0.6$.

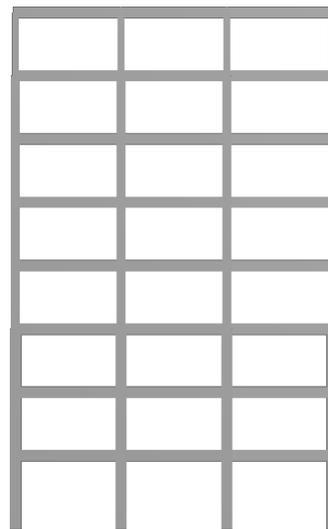
Capítulo 7: Aplicación.

7.1 Proyecto.

La planta del edificio a analizar es el siguiente:



Vista en Planta



Vista en Alzado

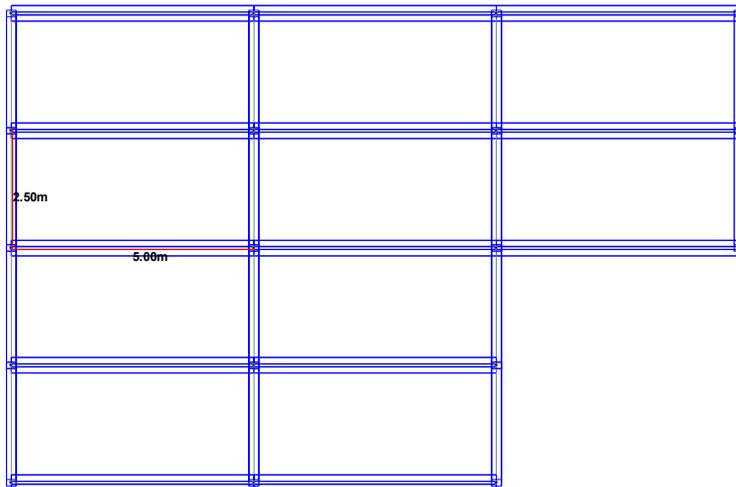
Las secciones de las columnas en tres primeros niveles es de 50x50 cm, en los cuatro siguientes son de 40x40 cm y en el último es de 30x30 cm. Las trabes principales y secundarias tienen secciones de 50x20 cm.

La losa en un principio se propone de 10cm de espesor y de concreto clase 1, partiendo de eso se procede a revisarla con las N.T.C. del D.F. para las cargas muertas se muestran y para una carga viva máxima, pensando que será para departamentos, obteniendo lo siguiente:

Entrepiso

Carga Muerta	Peso (kg/m ²)
Losa maciza	240
muros	100
firme	40
acabado	50
plafon	30
instalaciones	10
incremento RCDF	40
Total	510

Carga Viva Maxima 170

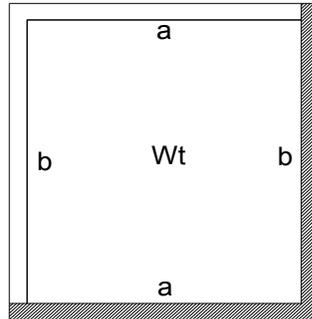


Concreto Clase I
Losa de esquina

wt kg/m² = 680
wt kg/m² = 952

Materiales

f_c = 250 kg/cm²
f_y = 4200 kg/cm³
f^{*}_c = 200 kg/cm⁴
f^o_c = 170 kg/cm⁵
FR = 0.9



	Long m	
Lado Largo	4.8	continuo
Lado Largo	4.8	discontinuo
Lado Corto	2.3	continuo
Lado Corto	2.3	discontinuo

d cm = 6.62

$$f_s = 0.6 * f_y = 2520$$

$$0.0324 \sqrt{f_s * w} = 1.259$$

d cm = 8.337
d cm = 8

m = Lado Corto/LadoLargo = 0.479

Neg corto interior = 613.435
Neg largo interior = 762.637
Neg corto discontinuo = 373.501
Neg largo discontinuo = 259.544
Positivo Corto = 369.720
Positivo Largo = 153.513

M kg-cm = 43250.316
M kg-cm = 53769.833
M kg-cm = 26333.761
M kg-cm = 18299.164
M kg-cm = 26067.147
M kg-cm = 10823.439

$$p = \frac{f_c''}{f_y} \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2Mu}{FR * bd^2 f_c''}} \right\}$$

p req = 0.0018	p min = 0.002	ó 0.003 en cimentación
p req = 0.0023	p min = 0.002	ó 0.003 en cimentación
p req = 0.0011	p min = 0.002	ó 0.003 en cimentación
p req = 0.0008	p min = 0.002	ó 0.003 en cimentación
p req = 0.0011	p min = 0.002	ó 0.003 en cimentación
p req = 0.0004	p min = 0.002	ó 0.003 en cimentación

As cm² = 1.6000
As cm² = 1.8298
As cm² = 1.6000
As cm² = 1.6000
As cm² = 1.6000
As cm² = 1.6000

Var #	Separa cm
3	44.53
3	38.94
3	44.53
3	44.53
3	44.53
3	44.53

Revisión por cortante en la losa

$$V = \left(\frac{a1}{2} - d \right) \left(0.95 - 0.5 \frac{a1}{a2} \right) w = 723.66 \quad \text{kg}$$

$$V_{cr} = 0.5 F_R b d \sqrt{f_c^*} = 4525.48 \quad \text{kg}$$

∴ Cumple

Cuantificando la rigidez de cada Marco obtenemos los siguientes valores:

Direccion Z				Nivel	Fi Ton	di cm	V Ton	dr cm	R kg/m
				8	8	10.8277			
				7	7	9.9604	8	0.8673	922402.859
				6	6	8.9759	15	0.9845	1523616.05
				5	5	7.6599	21	1.316	1595744.68
				4	4	6.054	26	1.6059	1619029.83
				3	3	4.2356	30	1.8184	1649802.02
				2	2	2.6268	33	1.6088	2051218.3
				1	1	1.0913	35	1.5355	2279387.82
							36	1.0913	3298817.92
Direccion Z				Nivel	Fi Ton	di cm	V Ton	dr cm	R kg/m
				8	8	7.3993			
				7	7	6.8039	8	0.5954	1343634.53
				6	6	6.143	15	0.6609	2269632.32
				5	5	5.2514	21	0.8916	2355316.29
				4	4	4.1573	26	1.0941	2376382.41
				3	3	2.9129	30	1.2444	2410800.39
				2	2	1.8221	33	1.0908	3025302.53
				1	1	7.683	35	-5.8609	-597177.908
							36	7.683	468566.966
Direccion X				Nivel	Fi Ton	di cm	V Ton	dr cm	R kg/m
				8	8	10.8277			
				7	7	9.9604	8	0.8673	922402.859
				6	6	8.9759	15	0.9845	1523616.05
				5	5	7.6599	21	1.316	1595744.68
				4	4	6.054	26	1.6059	1619029.83
				3	3	4.2356	30	1.8184	1649802.02
				2	2	2.6268	33	1.6088	2051218.3
				1	1	1.0913	35	1.5355	2279387.82
							36	1.0913	3298817.92

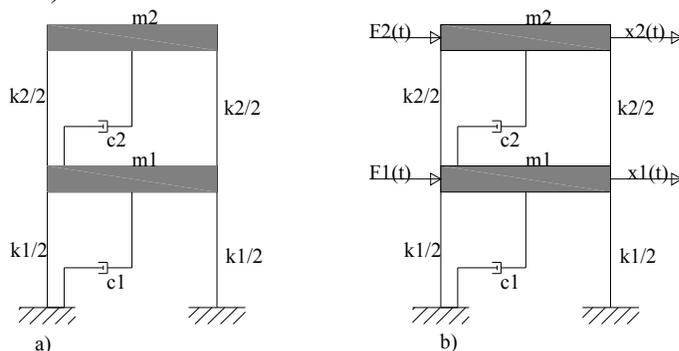
Nivel	Fi Ton	di cm	V Ton	dr cm	R kg/m
8	8	20.2595			
7	7	18.6253	8	1.6342	489536.164
6	6	16.6921	15	1.9332	775915.58
5	5	14.1737	21	2.5184	833862.77
4	4	11.1564	26	3.0173	861697.544
3	3	7.7782	30	3.3782	888046.889
2	2	4.726	33	3.0522	1081187.34
1	1	1.8955	35	2.8305	1236530.65
			36	1.8955	1899235.03

En el sentido de Z		En el sentido de X	
Nivel	Rigidez	Nivel	Rigidez
8	3609671.9	8	3256744.74
7	6062880.7	7	5346763.73
6	6306377.3	6	5621096.81
5	6371794.7	5	5718787.03
4	6471402.8	4	5837452.96
3	8101823.4	3	7234842.24
2	1085032.0	2	8074694.11
1	4235951.9	1	11795688.80

En primer lugar observamos como la falta de regularidad de nuestra estructura hace que la rigidez en uno y otro sentido sea distinta, este cálculo lo emplearemos más adelante. Con el fin de explicar lo que sucede cuando un sismo afecta a una estructura comenzaremos por desglosar los principios físicos básicos de esto.

El principio físico es el mismo, para n grados que para dos, por ellos vamos a dar las bases de cómo se lleva a cabo dicho calculo.

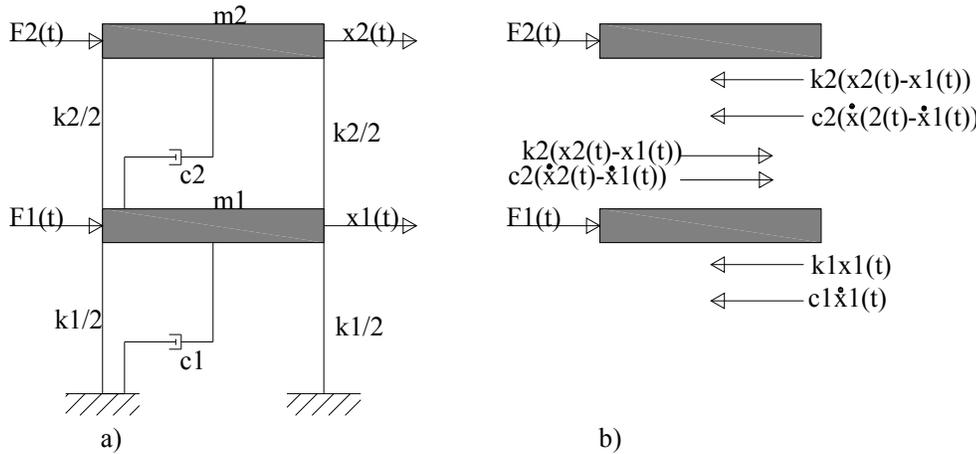
Hay muchas formas de representar un sistema de dos grados de libertad, el que nos ayudará es el del inciso a).



Así como en un sistema de un solo grado de libertad, son cuatro los tipos de fuerzas que actúan sobre las masas de los pisos, son la rigidez, el amortiguamiento, las fuerzas externas y las fuerzas de inercia. En la figura b) se muestra el diagrama de cuerpo libre de nuestro modelo en ambos pisos. Permitiendo que el desplazamiento $x_2(t)$ sea mayor al $x_1(t)$; entonces la reacción para las columnas entre los dos pisos es empujar $x_2(t)$ en el sentido de $x_1(t)$, y por lo tanto la fuerza de rigidez actuante sobre m_2 es negativa en

la dirección de $x_2(t)$. De forma similar, la reacción para las columnas entre los dos pisos es empujar $x_1(t)$ en el sentido $x_2(t)$, y entonces la fuerza de rigidez actuante sobre m_1 es positiva sobre el sentido $x_1(t)$. El mismo razonamiento aplica a fuerza de amortiguamiento entre los dos pisos usando $\dot{x}_1(t)$ y $\dot{x}_2(t)$. Observe que la rigidez y la fuerza de amortiguamiento entre los dos pisos usando son igual en magnitud pero tiene sentido opuesto.

Del diagrama de cuerpo libre mostrado en la figura 4.2, usando 1 para denotar que se trata del primer piso por encima del suelo y 2 para el subsecuente, las ecuaciones de equilibrio dinámico son:



$$-c_1 \dot{x}_1(t) - c_2(\dot{x}_1(t) - \dot{x}_2(t)) - k_1 x_1(t) - k_2(x_1(t) - x_2(t)) + F_1(t) = m_1 \ddot{x}_1(t) \tag{4.1a}$$

$$-c_2(x_2(t) - x_1(t)) - k_2(x_2(t) - x_1(t)) + F_2(t) = m_2 \ddot{x}_2(t) \tag{4.1b}$$

Note que las ecuaciones 4.1 representan a dos ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden acopladas; ya que los términos $x_1(t)$ y $x_2(t)$ aparecen en ambas. Reacomodando y representando esta ecuación en forma matricial obtenemos:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}$$

Donde

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 & -c_2 \\ -c_2 & c_2 \end{bmatrix} \quad K = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \quad X(t) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$F(t) = \begin{Bmatrix} F_1(t) \\ F_2(t) \end{Bmatrix}$$

Y entonces de podemos escribir la fórmula de esta forma

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = F(t)$$

Aprecie que las matrices correspondientes a las masas, amortiguamiento y rigidez, son simétricas. Además, estas matrices son positivas definitivamente.

Vibración Libre de Amortiguamiento

La vibración libre de amortiguamiento está definida como solución a las ecuaciones anteriores sin amortiguamiento ($C=0$) y sin fuerzas externas ($F=0$). El resultado son las siguientes dos simultaneas ecuaciones lineales diferenciales de segundo orden:

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} x_{1_0} \\ x_{2_0} \end{Bmatrix}, \quad \begin{Bmatrix} \dot{x}_1(0) \\ \dot{x}_2(0) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dot{x}_{1_0} \\ \dot{x}_{2_0} \end{Bmatrix} \quad 4.2.1$$

La solución para esta ecuación matricial es:

$$\begin{Bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_{11} \\ X_{21} \end{Bmatrix} \cos \omega t + \begin{Bmatrix} X_{12} \\ X_{22} \end{Bmatrix} \sin \omega t \quad 4.2.2$$

Sustituyendo 4.2.2 en 4.2.1 obtenemos

$$(-m_1 \omega^2 + k_1 + k_2)(X_{11} \cos \omega t + X_{12} \sin \omega t) - k_2(X_{21} \cos \omega t + X_{22} \sin \omega t) = 0 \quad 4.2.3a$$

$$-k_2(X_{11} \cos \omega t + X_{12} \sin \omega t) + (-m_2 \omega^2 + k_2)(X_{21} \cos \omega t + X_{22} \sin \omega t) = 0 \quad 4.2.3b$$

Y en forma matricial se convierte en

$$\begin{bmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -m_2 \omega^2 + k_2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_{11} \\ X_{21} \end{Bmatrix} \cos \omega t + \begin{Bmatrix} X_{12} \\ X_{22} \end{Bmatrix} \sin \omega t = 0 \quad 4.2.4$$

Una solución a la ecuación 4.2.4 es que $X_{11} = X_{12} = X_{21} = X_{22} = 0$. Sin embargo, esta solución no es de nuestro interés. Otra solución a la ecuación se obtiene cuando el determinante de la matriz de 2x2 es igual a cero, y por lo tanto continúa que:

$$\begin{vmatrix} -m_1 \omega^2 + k_1 + k_2 & -k_2 \\ -k_2 & -m_2 \omega^2 + k_2 \end{vmatrix} = |-M\omega^2 + K| = 0 \quad 4.3$$

La siguiente ecuación cuadrática es entonces obtenida para ω^2 :

$$m_1 m_2 \omega^4 - [(k_1 + k_2)m_2 + k_2 m_1] \omega^2 + k_1 k_2 = 0 \quad 4.4$$

Resolviendo esta ecuación cuadrática para ω^2 obtenemos

$$\omega_1^2 = \frac{[(k_1 + k_2)m_2 + k_2 m_1] - \sqrt{[(k_1 + k_2)m_2 + k_2 m_1]^2 - 4m_1 m_2 k_1 k_2}}{2m_1 m_2}$$

$$\omega_2^2 = \frac{[(k_1 + k_2)m_2 + k_2 m_1] + \sqrt{[(k_1 + k_2)m_2 + k_2 m_1]^2 - 4m_1 m_2 k_1 k_2}}{2m_1 m_2}$$

A partir de este punto nos enfocaremos en lo que es nuestro caso. En el cual el determinante de la matriz que hay que obtener es la siguiente:

Relacion Masa Rigidez de la Estructura idealizada como un arreglo masa resorte.



Sentido en Z

Nivel	Masa kg	Rigidez
8	10203.466	3609671.92
7	10869.113	6062880.69
6	11104.587	6306377.25
5	11104.587	6371794.66
4	11104.587	6471402.8
3	11407.339	8101823.36
2	11710.092	8920123.99
1	11878.287	12673817.9

Sentido en X

Nivel	Masa kg	Rigidez
8	10203.466	3256744.74
7	10869.113	5346763.73
6	11104.587	5621096.81
5	11104.587	5718787.03
4	11104.587	5837452.96
3	11407.339	7234842.24
2	11710.092	8074694.11
1	11878.287	11795688.80

$$\begin{vmatrix}
 -\omega^2 m_8 + k_8 & -k_8 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 -k_8 & -\omega^2 m_7 + k_8 + k_7 & -k_7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -k_7 & -\omega^2 m_6 + k_7 + k_6 & -k_6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & -k_6 & -\omega^2 m_5 + k_6 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & -k_5 & -\omega^2 m_4 + k_5 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & -k_4 & -\omega^2 m_3 + k_4 + k_3 & -k_3 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_3 & -\omega^2 m_2 + k_3 + k_2 & -k_2 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_2 & -\omega^2 m_1 + k_1 + k_2
 \end{vmatrix}$$

La matriz numéricamente hablando en el sentido de Z es la siguiente:

$$A := \begin{bmatrix} -10203.466 w^2 + .360967192 10^7, & -360967192 10^7, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -360967192 10^7, & -10869.113 w^2 + .967255261 10^7, & -.606288069 10^7, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & -.606288069 10^7, & -11104.587 w^2 + .1236925794 10^8, & -.630637725 10^7, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & -.630637725 10^7, & -11104.587 w^2 + .1267817191 10^8, & -.637179466 10^7, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & -.637179466 10^7, & -11104.587 w^2 + .1284319746 10^8, & -.64714028 10^7, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & -.64714028 10^7, & -11407.339 w^2 + .1457322616 10^8, & -.810182336 10^7, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & -.810182336 10^7, & -11710.092 w^2 + .1702194735 10^8, & -.892012399 10^7 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & -.892012399 10^7, & -11878.287 w^2 + .2159394189 10^8 \end{bmatrix}$$

Y su determinante es el siguiente:

$$.5212523545 10^{55} + .2459644043 10^{52} w^4 - .2630421600 10^{54} w^2 + .1611376605 10^{47} w^8 - .8989853751 10^{49} w^6 \\ + .8186173932 10^{40} w^{12} - .1552792936 10^{44} w^{10} + .2409614277 10^{33} w^{16} - .2218030479 10^{37} w^{14}$$

Para dicha ecuación las soluciones son:

$$-5.025294586, 5.025294586, -13.86570382, 13.86570382, -21.24259621, 21.24259621, -28.54800306, 28.54800306, \\ -35.75309172, 35.75309172, -41.52170190, 41.52170190, -45.77868445, 45.77868445, -51.21667972, 51.21667972$$

En el sentido de X tenemos la siguiente matriz

$$A := \begin{bmatrix} -10203.466 w^2 + .325674474 10^7, & -.325674474 10^7, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -.325674474 10^7, & -10869.113 w^2 + .860350847 10^7, & -.534676373 10^7, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & -.534676373 10^7, & -11104.587 w^2 + .1096786054 10^8, & -.562109681 10^7, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & -.562109681 10^7, & -11104.587 w^2 + .1133988384 10^8, & -.571878703 10^7, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & -.571878703 10^7, & -11104.587 w^2 + .1155623999 10^8, & -.583745296 10^7, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & -.583745296 10^7, & -11407.339 w^2 + .1307229520 10^8, & -.723484224 10^7, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & -.723484224 10^7, & -11710.092 w^2 + .1530953635 10^8, & -.807469411 10^7 \\ 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & -.807469411 10^7, & -11878.287 w^2 + .1987038291 10^8 \end{bmatrix}$$

Y el determinante de la misma es:

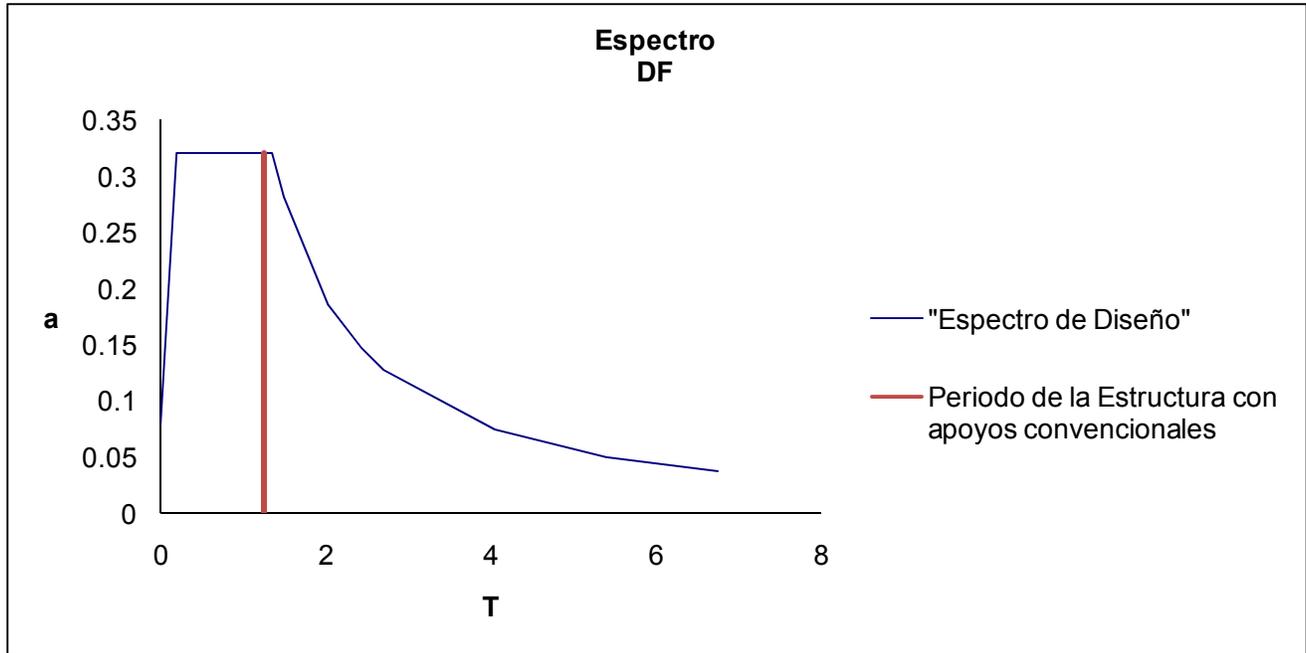
$$.2251653424 10^{55} + .1308241296 10^{52} w^4 - .1259880731 10^{54} w^2 + .1057264331 10^{47} w^8 - .5309885830 10^{49} w^6 + .6632173229 10^{40} w^{12} - .1132070023 10^{44} w^{10} + .2409614275 10^{33} w^{16} - .1996715309 10^{37} w^{14}$$

Y sus respectivas soluciones son:

$$-4.773599854, 4.773599854, -13.15007554, 13.15007554, -20.18696036, 20.18696036, -27.10175971, 27.10175971, -33.86756138, 33.86756138, -39.33481372, 39.33481372, -43.36372443, 43.36372443, -48.72442565, 48.72442565$$

Ahora ordenemos los resultados obtenidos en la siguiente tabla:

Modo	ωz rad/s	ωx rad/s	ωz Hz	ωx Hz	Tz s	Tx s
1	5.02529459	4.77359985	0.79980047	0.75974201	1.25031184	1.31623628
2	13.8657038	13.1500755	2.2067953	2.09289952	0.45314579	0.47780602
3	21.2425962	20.1869604	3.38086419	3.21285453	0.29578236	0.3112497
4	28.5480031	27.1017597	4.5435558	4.31337902	0.22009194	0.2318368
5	35.7530917	33.8675614	5.69028128	5.3901898	0.17573824	0.18552222
6	41.5217019	39.3348137	6.6083841	6.26033004	0.15132292	0.15973599
7	45.7786845	43.3637244	7.28590392	6.90155109	0.13725133	0.14489496
8	51.2166797	48.7244257	8.15138775	7.75473319	0.1226785	0.1289535



$a_0 =$	0.08
$c =$	0.32
$T_a =$	0.2
$T_b =$	1.35
$r =$	1.33

La aceleración para su periodo fundamental es de $a=0.32$.

En las Normas Técnicas Complementarias se menciona que dado el caso en que $T > T_a$ el valor de $Q'=Q$, y el valor de Q es de 2.

Ahora procederemos a hacer un análisis sísmico estático con el fin de obtener las fuerzas aplicadas en nuestro modelo y con las cuales obtendremos periodos y desplazamientos de nuestra estructura, antes de eso corregiremos el valor de Q a consecuencia de la irregularidad de la estructura.

ANÁLISIS SÍSMICO ESTÁTICO**PESO DE LA ESTRUCTURA****Azotea**

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	280.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	35.00
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	216.00	Longitud (m)	27.50	Peso Ton	5.94

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 100.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 12.50

Azotea **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 106.82**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Azotea **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 103.07**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 15.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 1.88

Azotea **Carga Muerta + Carga Viva Media = 96.19**

7to Nivel

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	270.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	33.75
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	384.00	Longitud (m)	27.50	Peso Ton	10.56

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 170.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 21.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 118.94**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 90.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 11.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 108.94**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Media = 106.44**

6to Nivel

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	270.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	33.75
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	384.00	Longitud (m)	27.50	Peso Ton	10.56

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 170.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 21.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 118.94**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 90.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 11.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 108.94**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Media = 106.44**

5to Nivel

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	270.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	33.75
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	384.00	Longitud (m)	27.50	Peso Ton	10.56

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 170.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 21.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 118.94**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 90.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 11.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 108.94**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Media = 106.44**

4to Nivel

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	270.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	33.75
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	384.00	Longitud (m)	27.50	Peso Ton	10.56

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 170.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 21.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 118.94**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 90.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 11.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 108.94**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Media = 106.44**

3er Nivel

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	270.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	33.75
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	600.00	Longitud (m)	27.50	Peso Ton	16.50

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 170.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 21.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 124.88**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 90.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 11.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 114.88**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Media = 112.38**

2do Nivel

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	270.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	33.75
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	600.00	Longitud (m)	27.50	Peso Ton	16.50

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 170.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 21.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 124.88**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 90.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 11.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 114.88**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Media = 112.38**

1er Nivel

CARGA MUERTA

Losa Maciza	Peso (kg/m ²)	240.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	30.00
Sobre carga	Peso (kg/m ²)	270.00	Area (m ²)	125.00	Peso Ton	33.75
Trabes	Peso (kg/m)	240.00	Longitud (m)	97.40	Peso Ton	23.38
Columnas	Peso (kg/m)	600.00	Longitud (m)	33.00	Peso Ton	19.80

CARGA VIVA MÁXIMA Peso (kg/m²) 170.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 21.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Máxima = 128.18**

CARGA VIVA INST Peso (kg/m²) 90.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 11.25

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Instantánea = 118.18**

CARGA VIVA MEDIA Peso (kg/m²) 70.00 Area (m²) 125.00 Peso Ton 8.75

Entrepiso **Carga Muerta + Carga Viva Media = 115.68**

ANÁLISIS SÍSMICO ESTÁTICO

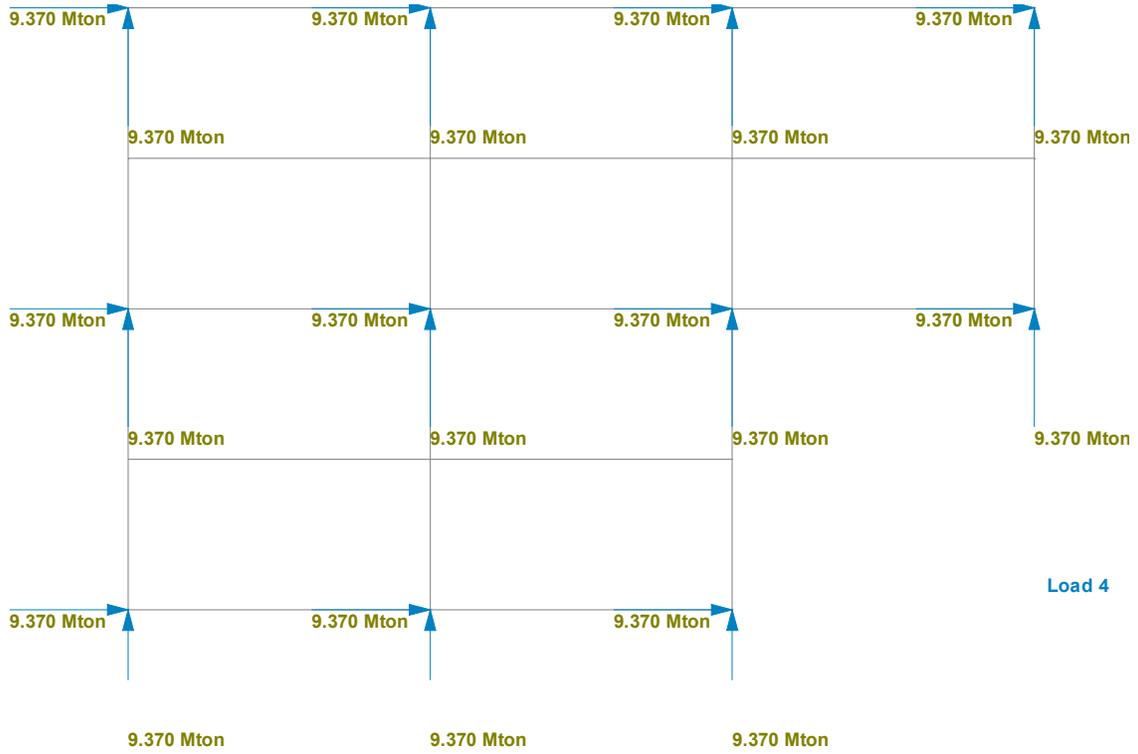
Zonificación Sísmica de la Republica	Zona B	
Tipo de Suelo del Predio	Tipo II	
Estructura a la que pertenece la Construcción	Grupo B	
Coefficiente Sísmico	c =	0.32
Factor de Comportamiento Sísmico	Q =	2
Forma de la Estructura	Irregular	

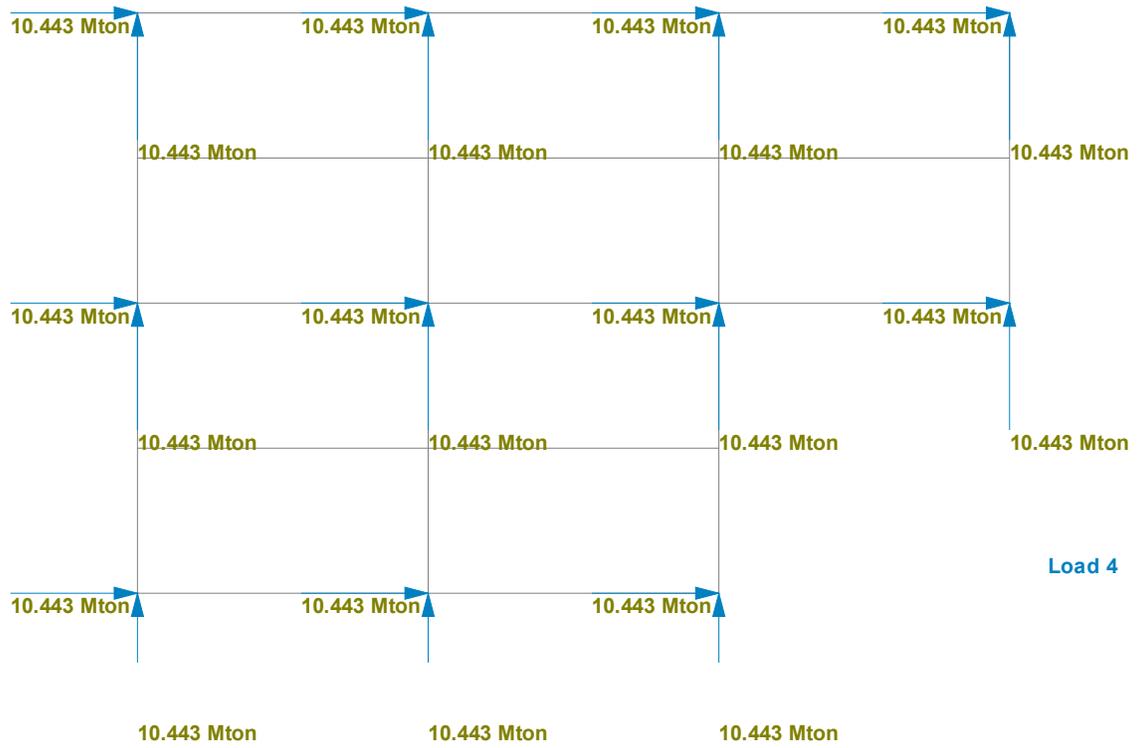
$$Q' = 0.8 * Q = 1.6$$

$$\left(\frac{c}{Q} \right) \left(\frac{\sum W_i}{\sum W_i H_i} \right) = 0.012$$

Nivel	hi	Wi	hi	WiHi	Fi	Vi	80%Vi
Azotea		103.07	24.5	2525.12	29.40		
	3					29.40	23.52
7to Nivel		108.94	21.5	2342.12	27.27		
	3					56.68	45.34
6to Nivel		108.94	18.5	2015.32	23.47		
	3					80.14	64.11
5to Nivel		108.94	15.5	1688.51	19.66		
	3					99.80	79.84
4to Nivel		108.94	12.5	1361.70	15.86		
	3					115.66	92.53
3er Nivel		114.88	9.5	1091.32	12.71		
	3					128.37	102.69
2do Nivel		114.88	6.5	746.69	8.69		
	3					137.06	109.65
1er Nivel		118.18	3.5	413.62	4.82		
	3.5					141.88	113.50
0							
		Suma Wi =	886.74	Suma WiHi=	12184.40		

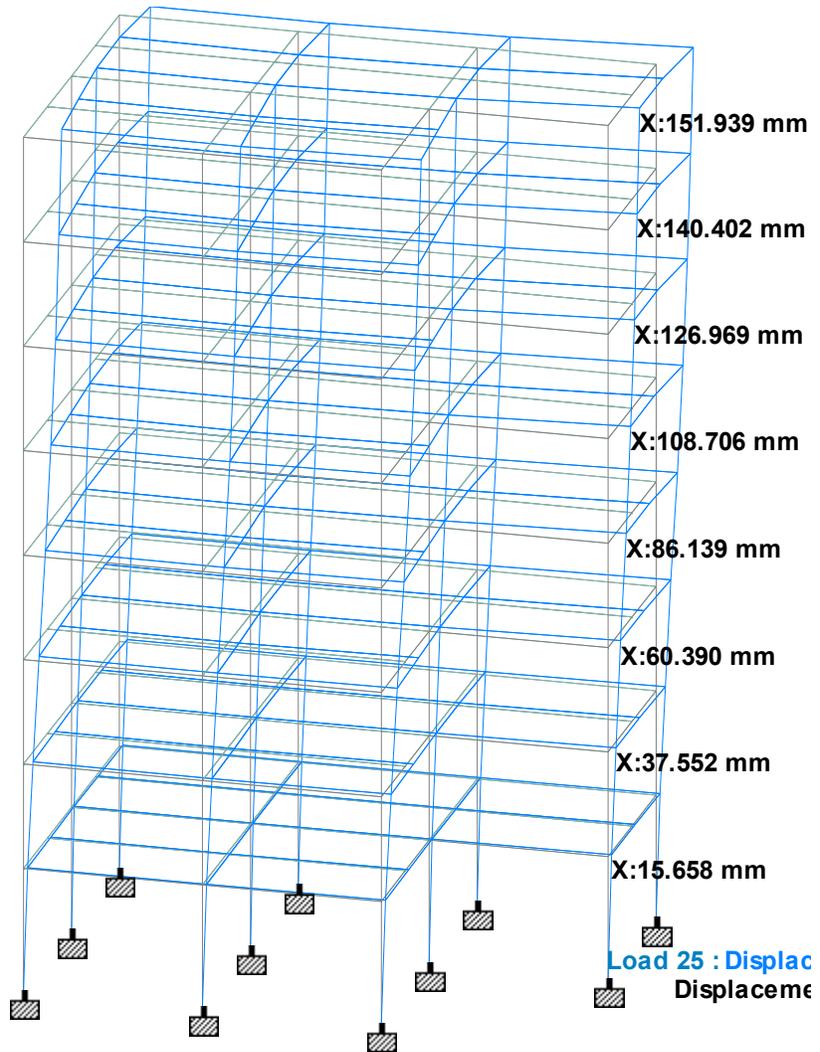
Lo que vamos a hacer a continuación es aplicar las el peso de entrepiso en cada una de las columnnas obteniendo para cada uno de los niveles:



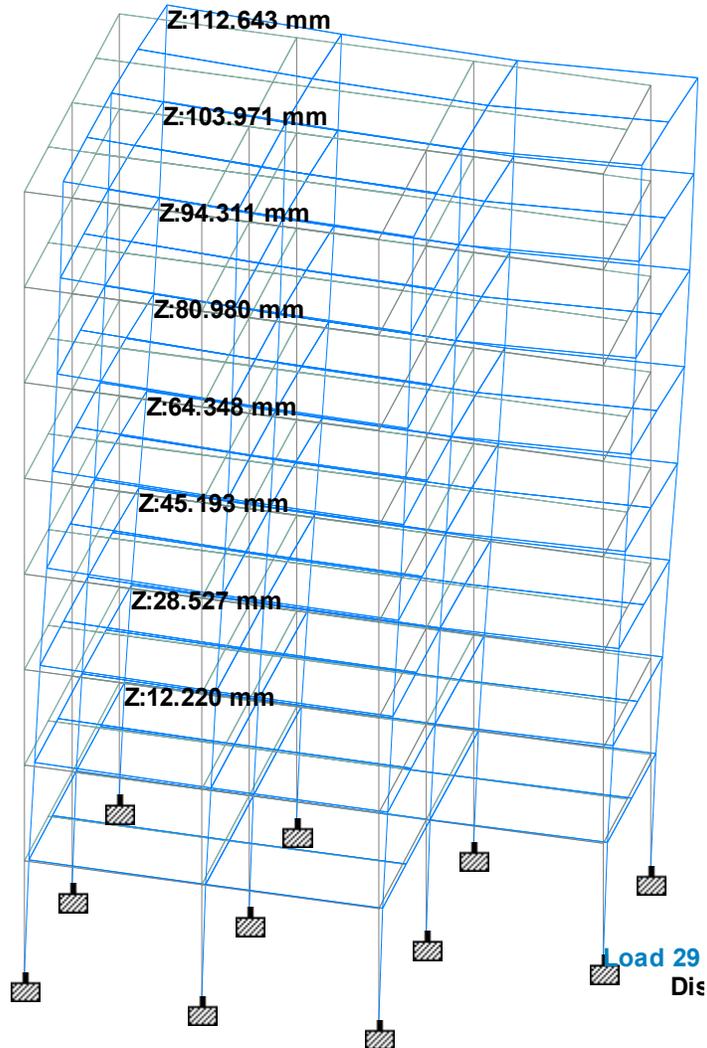


Se muestran pocas plantas ya que nuestros pesos se repiten en varios niveles.

Obteniendo con este método los desplazamientos laterales máximos para en el sentido de X, que corresponden a la combinación de carga $CM + CV + S_x + 0.3S_z$, se observa lo siguiente:



Los desplazamientos laterales máximos para Z, son en la condición de carga $CM + CV + 0.3S_x + S_z$, observando lo siguiente:



Tenemos que el desplazamiento máximo permisible bajo condición sísmica y elementos estructurales que no soportan grandes deformaciones laterales es de $0.006h$, y para nuestros casos tenemos lo siguiente:

$$Q * \Delta x = 2 * 15.19 = 30.38 \text{ cm}$$

En Z tenemos

$$Q * \Delta z = 2 * 11.26 = 22.52 \text{ cm}$$

Y lo máximo permisible es:

$$\Delta_{max} = 0.006 * 25.4 * 100 = 15.24cm$$

Con base en los resultados obtenidos tenemos que hacer una modificación en nuestra estructura con el objetivo de que los desplazamientos laterales sean menores a los hasta ahora alcanzados, por ello añadiremos aislantes sísmicos.

En primer lugar las cargas con las que llevaremos a cabo nuestro diseño de los apoyos son las reacciones por la condición de carga muerta. Por lo que:



$$Y = 48.747 \text{ Mton}$$



$$Y = 82.757 \text{ Mton}$$



$$Y = 82.458 \text{ Mton}$$



$$Y = 47.998 \text{ Mton}$$



$$Y = 79.917 \text{ Mton}$$



$$Y = 140.794 \text{ Mton}$$



$$Y = 112.139 \text{ Mton}$$



$$Y = 48.642 \text{ Mton}$$



$$Y = 48.732 \text{ Mton}$$



$$Y = 82.675 \text{ Mton}$$



$$Y = 49.249 \text{ Mton}$$

En este momento nuestro periodo es de $T=1.25s$ y lo que buscamos es reducir la aceleración, pensemos entonces en que nos conviene llevar ese periodo a uno de diseño de $T_D = 2.5s$, y en la ecuaciones del UBC tenemos

$$T_D = 2\pi \sqrt{\frac{W}{k_{Dmin} * g}}$$

Pensemos en cuatro casos para los apoyos con las cargas que estamos viendo, y vamos a redondear para cada uno de ellos, El primer apoyo tiene una carga de $W_1 = 50Ton$, $W_2 = 84Ton$, $W_3 = 115Ton$ y $W_4 = 143Ton$, en cada uno de ellos lo que buscamos es que su periodo sea el que mencionamos arriba, por ello estaremos buscando una rigidez en cada uno de ellos distinta. Calculamos entonces esa rigidez:

$$k1_{D_{\min}} = \frac{W}{g} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{50000}{9.81} \left(\frac{2\pi}{2.5} \right)^2 = 32194.43 \text{ kg/m}$$

$$k2_{D_{\min}} = \frac{W}{g} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{84000}{9.81} \left(\frac{2\pi}{2.5} \right)^2 = 53921.74 \text{ kg/m}$$

$$k3_{D_{\min}} = \frac{W}{g} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{115000}{9.81} \left(\frac{2\pi}{2.5} \right)^2 = 73821.43 \text{ kg/m}$$

$$k4_{D_{\min}} = \frac{W}{g} \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{143000}{9.81} \left(\frac{2\pi}{2.5} \right)^2 = 91795.35 \text{ kg/m}$$

Ya obtenido esto para calcular nuestro desplazamiento de diseño tenemos lo siguiente:

$$D_D = \frac{g}{4\pi^2} \frac{C_{VD} T_D}{B_D}$$

Y para llevar a cabo esto es menester nuestro primero determinar el valor de C_{VD} pues es un valor relacionado con su espectro de diseño, por ello veamos las relaciones que guarda uno y el otro.

Nuestro espectro de diseño tiene los siguientes coeficientes

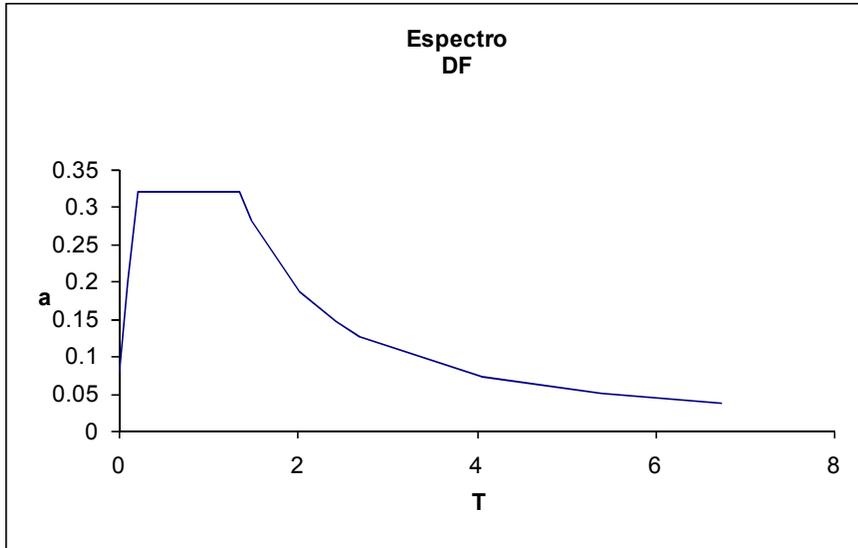
$a_0 =$	0.08
$c =$	0.32
$T_a =$	0.2
$T_b =$	1.35
$r =$	1.33

Las ecuaciones para dibujar el espectro son las siguientes:

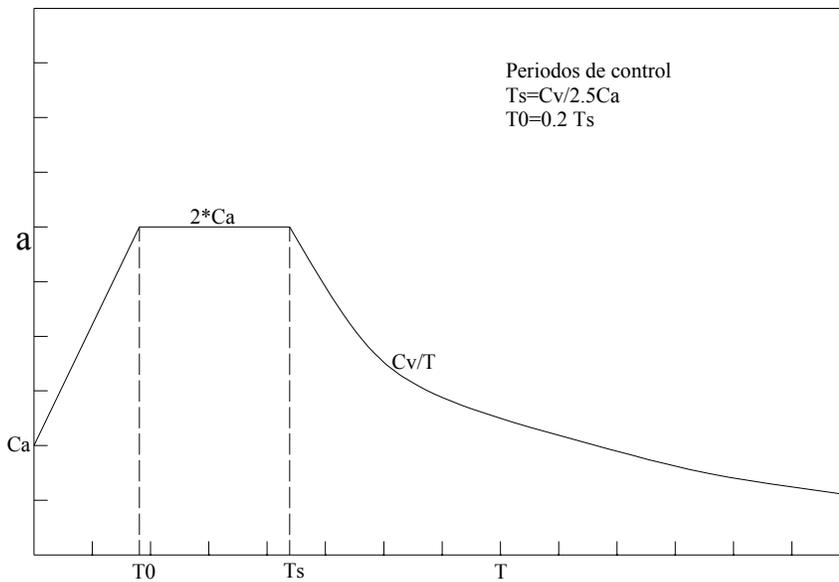
$$a = a_0 + (c - a_0) \frac{T}{T_a} \quad \text{para} \quad T < T_a$$

$$a = c \quad \text{para} \quad T_a \leq T \leq T_b$$

$$a = c \left(\frac{T}{T_b} \right)^r \quad \text{para} \quad T_b < T$$



Por parte del UBC del 97 tenemos lo siguiente



Ahora vamos despejando términos en primer lugar tenemos lo siguiente, en la ordenada al origen observamos que:

$Ca = 0.08$ éste valor es consecuencia de que en nuestro espectro se presenta dicho valor

$$2.5 * Ca = 0.32 \Rightarrow Ca = 0.128$$

Observando ahora los periodos de control tenemos que para T_s y T_0 se presentan la siguientes igualdades

$0.2 = 0.2T_s \Rightarrow T_s = 1$ y con ello llegamos a $1 = \frac{C_v}{2.5C_a}$ para $C_a = 0.08$ $C_v = 0.2$
para el mismo caso pero con $C_a = 0.128$ $C_v = 0.32$

En capítulo 4 de códigos mencionamos los tipos de coeficientes que se tienen que considerar en el diseño, la tabla en el UBC-97 para dicho coeficiente es:

Valores de C_v

Tipo de Suelo	Factor de Zona Sísmica, Z				
	$Z=0.075$	$Z=0.15$	$Z=0.2$	$Z=0.3$	$Z=0.4$
SA	0.06	0.12	0.16	0.24	0.32N _v
SB	0.08	0.15	0.2	0.3	0.4N _v
SC	0.13	0.25	0.32	0.45	0.56N _v
SD	0.18	0.32	0.4	0.54	0.64N _v
SE	0.26	0.5	0.64	0.84	0.96N _v
SF					

Observamos que nuestro factor se encuentra en terreno SC entre $Z=0.075$ y $Z=0.2$ y tomaremos el valor de $C_{vD} = 0.25$

Pensemos que nuestro amortiguador en conjunto con la estructura hacen que el amortiguamiento sea del 10%, en la tabla A-16C del UBC de 1997 tenemos que el valor de los coeficientes de amortiguamiento B_D o B_M es de 1.2.

$$D_D = \frac{g}{4\pi^2} \frac{C_{vD} T_D}{B_D} = \frac{9.81}{4 * \pi^2} * \frac{0.25 * 2.5}{1.2} = 0.1294m$$

Del capítulo 5 tenemos que para determinar la dimensión de nuestro necesitamos calcular lo siguiente:

$$K_H = \frac{GA}{t_r}$$

Donde tenemos la rigidez de nuestro apoyo, pensemos que tenemos un espesor de la goma igual a $t_r = 30cm$, pensemos que lo buscamos es que nuestros apoyos tengan la misma área, por ello lo que haremos es determinar el Modulo de elasticidad que podría corresponder a cada caso. La columnas tienen una sección de 50cmx50cm, pensemos que nuestros apoyos tengan una dimensión de 65cmx65cm, ahora calculando G para cada apoyo tenemos lo siguiente:

$$\frac{G_1 * 0.65 * 0.65}{0.3} = 32194.43kg/m \Rightarrow G_1 = 22859.95kg/m^2 \quad \therefore G_1 = 23000kg/m^2$$

$$\frac{G_2 * 0.65 * 0.65}{0.3} = 53921.74 \text{kg} / m \Rightarrow G_2 = 38287.626 \text{kg} / m^2 \quad \therefore G_2 = 39000 \text{kg} / m^2$$

$$\frac{G_3 * 0.65 * 0.65}{0.3} = 73821.43 \text{kg} / m \Rightarrow G_3 = 52417.583 \text{kg} / m^2 \quad \therefore G_3 = 53000 \text{kg} / m^2$$

$$\frac{G_4 * 0.65 * 0.65}{0.2} = 91795.35 \text{kg} / m \Rightarrow G_4 = 65180.13 \text{kg} / m^2 \quad \therefore G_4 = 66000 \text{kg} / m^2$$

El redondeo lo hacemos con el fin de manejar números cerrados, y esperando que el fabricante maneje dichos valores, con lo que obtenemos un nuevo valor para la rigidez de cada uno de los apoyos:

$$k1_{D_{\min}} = \frac{23000 * 0.65 * 0.65}{0.3} = 32391.67 \text{kg} / m$$

$$k2_{D_{\min}} = \frac{39000 * 0.65 * 0.65}{0.3} = 54925 \text{kg} / m$$

$$k3_{D_{\min}} = \frac{53000 * 0.65 * 0.65}{0.3} = 74641.67 \text{kg} / m$$

$$k4_{D_{\min}} = \frac{66000 * 0.65 * 0.65}{0.3} = 92950 \text{kg} / m$$

La rigidez compuesta de los apoyos es:

$$K_H = 5 * 32391.67 + 4 * 54925 + 74641.67 + 92950 = 549250.02 \text{kg} / m$$

Por lo que la actual frecuencia es:

$$\omega^2 = \frac{K_H}{W} = \frac{555587.5}{824.108 * 1000} = 0.66648 \text{seg}^{-2}$$

$$\omega = 0.8164 \text{seg}^{-1}$$

$$T = 7.6964 \text{seg}$$

Ahora diseñando con un poco mas de detalle nuestro apoyo tenemos lo siguiente, primero proponiendo que nuestra frecuencia vertical sea $f_V = 10 \text{Hz}$, tenemos que:

$$6S^2 = \frac{f_V^2}{f_H^2} \Rightarrow S = \frac{1}{\sqrt{6}} \frac{f_V}{f_H} = \frac{1}{\sqrt{6}} * \frac{10}{1/7.6964} = 31.4204$$

Manejando los valores para los apoyos 1, 2 y 3 un valor de $G_{1,2,3} = 71375.07 \text{kg} / m^2$, y en el caso del apoyo 4 manejamos un valor de $G_4 = 142750.13 \text{kg} / m^2$, aunado a esto el valor de K de nuestros apoyos pensemos que es de $2.0393 \times 10^8 \text{kg} / m^2$, que es un valor común para este tipo. Calculando el modulo de compresión de cada uno de ellos tenemos lo siguiente:

$$E_c = \frac{6GS^2K}{6GS^2 + K}$$

$$E_{C1,2,3} = \frac{6 * 71375.07 * 31.4204^2 * 2.0393 \times 10^8}{6 * 71375.07 * 31.4204^2 + 2.0393 \times 10^8} = 137572343.7 \text{ kg / m}^2$$

$$E_{C4} = \frac{6 * 142750.13 * 31.4204^2 * 2.0393 \times 10^8}{6 * 142750.13 * 31.4204^2 + 2.0393 \times 10^8} = 164304158.9 \text{ kg / m}^2$$

Obteniendo la rigidez horizontal compuesta de estos apoyos, la cual resulta en:

$$K_H = \frac{GA}{t_r} = \frac{(10 * 137572343.7 + 164304158.9) * 0.65 * 0.65}{0.3} = 2168872198 \text{ kg / m}$$

Y ahora calculando la frecuencia vertical correspondiente obtenemos:

$$\omega^2 = \frac{K_H}{W} = \frac{2168872198}{824.108 * 1000} = 2631.7815 \text{ seg}^{-2} \Rightarrow \omega = 51.3009 \text{ rad / seg}$$

$$\omega = 8.164 \text{ seg}^{-1}$$

Calculando de nuevo el valor de S para una nueva frecuencia vertical de $\omega = 8.5 \text{ seg}^{-1}$ obtenemos:

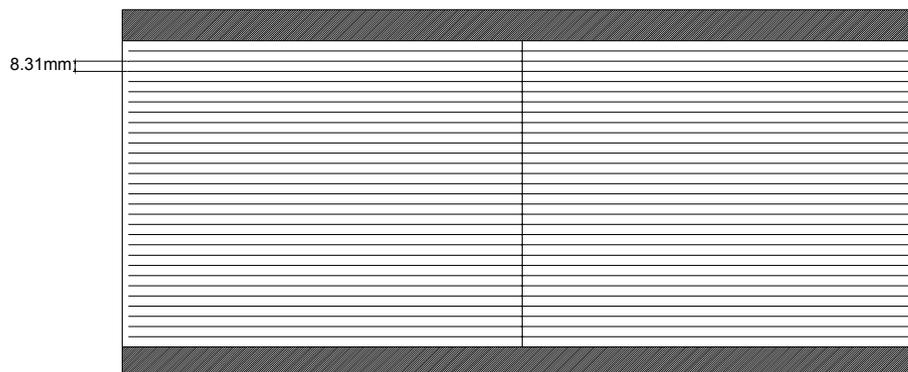
$$S = 26.707$$

y teniendo en consideración que nuestros apoyos son cuadrados observamos que:

$$S = \frac{a}{4t} \Rightarrow t = \frac{a}{4S} = \frac{650}{4 * 26.707} = 6.0845 \text{ mm}$$

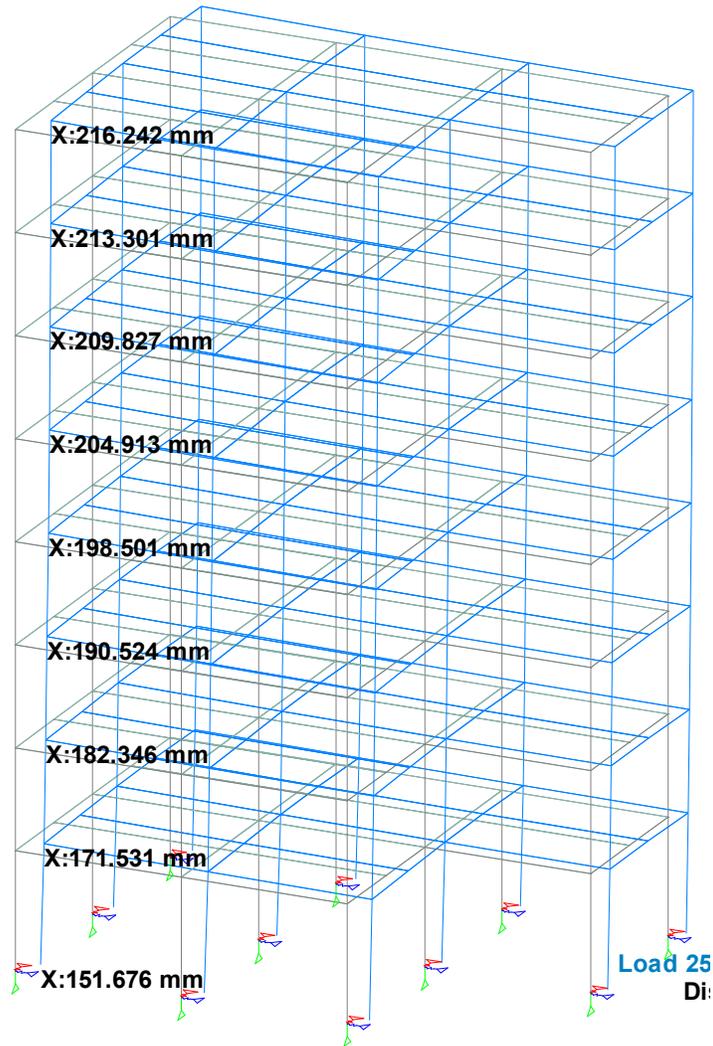
$$nt = 300 \Rightarrow n = 49.3$$

Dándole 5mm de recubrimiento a las placas que quedan ahogadas, y colocando placas de una pulgada en los extremos y el espesor de las placas es de 2mm obtenemos lo siguiente:

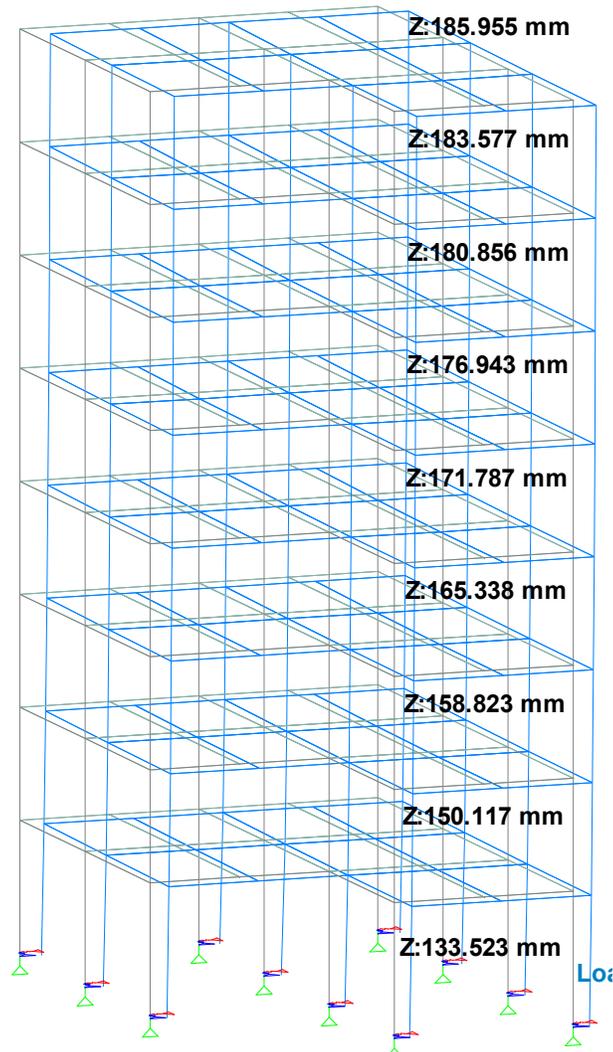


Colocando los apoyos de goma laminada correspondientes en cada apoyo, claro está, la siguiente es una idealización del mismo, y lo que hacemos es colocar la rigidez lateral que este tiene, obteniendo lo siguiente al aplicar las cargas y el espectro, mostramos pues la condición de carga y el desplazamiento correspondiente.

$$CM + CV + S_x + 0.3S_z$$



CM + CV + 0.3Sx + Sz



Los desplazamientos relativos de la estructura en uno y en otro sentido son:

$$\Delta x = 21.6242 - 15.1676 = 6.4566 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad Q * \Delta x = 2 * 6.4566 = 12.9132 \text{ cm}$$

$$\Delta z = 18.5955 - 13.3523 = 5.2432 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad Q * \Delta z = 2 * 5.2432 = 10.4864 \text{ cm}$$

Nosotros estábamos con un límite de:

$$\Delta_{\text{max}} = 0.006 * 25.4 * 100 = 15.24 \text{ cm}$$

Con lo cual nuestro desplazamiento es aceptable.

Capítulo 8: Conclusiones.

Una vez llevado a cabo el análisis del ejemplo, lo que se aprecia es el nuevo comportamiento de la misma a través de los desplazamientos ahora obtenidos, en el capítulo anterior habíamos mostrado una tabla con los siguientes resultados:

Modo	ω_z rad/s	ω_x rad/s	ω_z Hz	ω_x Hz	Tz s	Tx s
1	5.02529459	4.77359985	0.79980047	0.75974201	1.25031184	1.31623628
2	13.8657038	13.1500755	2.2067953	2.09289952	0.45314579	0.47780602
3	21.2425962	20.1869604	3.38086419	3.21285453	0.29578236	0.3112497
4	28.5480031	27.1017597	4.5435558	4.31337902	0.22009194	0.2318368
5	35.7530917	33.8675614	5.69028128	5.3901898	0.17573824	0.18552222
6	41.5217019	39.3348137	6.6083841	6.26033004	0.15132292	0.15973599
7	45.7786845	43.3637244	7.28590392	6.90155109	0.13725133	0.14489496
8	51.2166797	48.7244257	8.15138775	7.75473319	0.1226785	0.1289535

En los resultados obtenidos por parte del STAAD.Pro los resultados tendrían que guardar mucha similitud, y por ello aquí los mostramos:

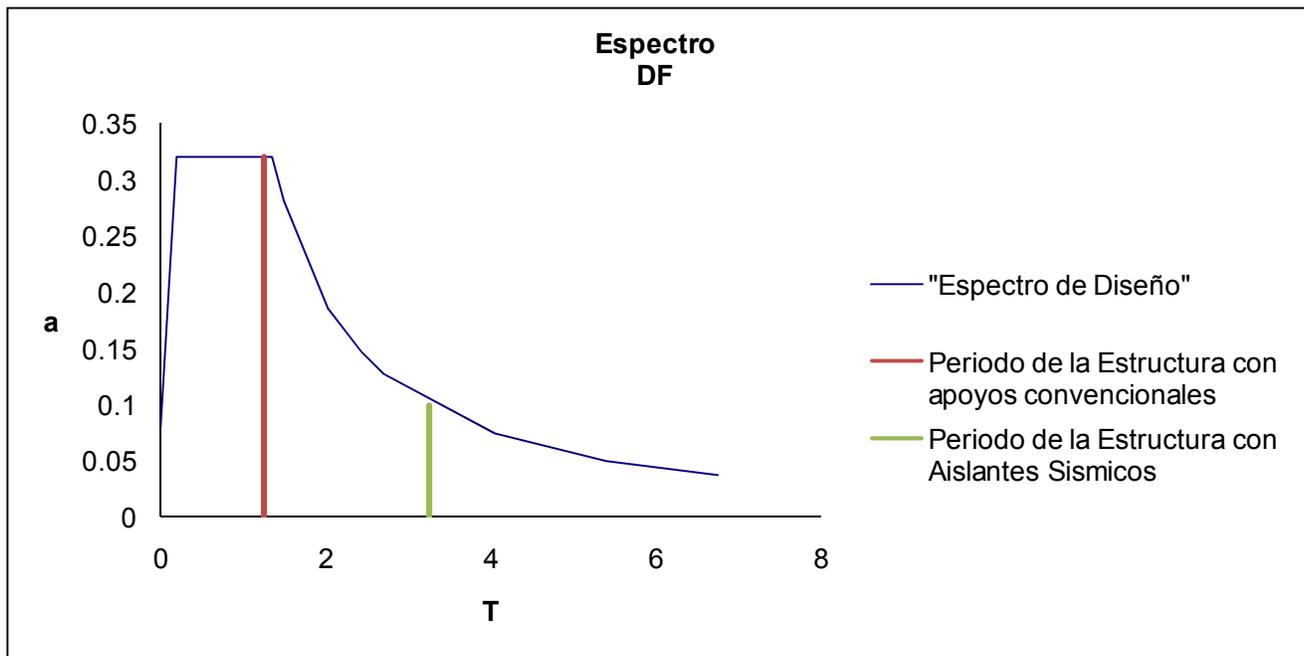
MODE	FREQUENCY (CYCLES/SEC)	PERIOD (SEC)	ACCURACY
1	0.781	1.28083	2.890E-12
2	0.819	1.22173	4.737E-12
3	0.838	1.19283	2.663E-12
4	2.292	0.43632	8.577E-07
5	2.375	0.42099	5.087E-07
6	2.429	0.41171	1.464E-07
7	3.847	0.25992	1.750E-05
8	3.927	0.25462	1.748E-05
9	3.999	0.25008	6.630E-06

En estos resultados podemos apreciar las frecuencias y los periodos de las primeras tres formas modales de la estructura, los tres primeros valores corresponden a cada una de las direcciones analizadas, x, y, y el tercer resultado aparentemente se obtiene de forma diagonal. Lo que nos interesa aquí es ver que nuestros valores son sumamente similares, y no tendría que ser de otra manera, ahora observando los resultados de nuestro modelo añadiendo la idealización de los apoyos de goma laminada, es decir, la rigidez que estos representan, observamos lo siguiente:

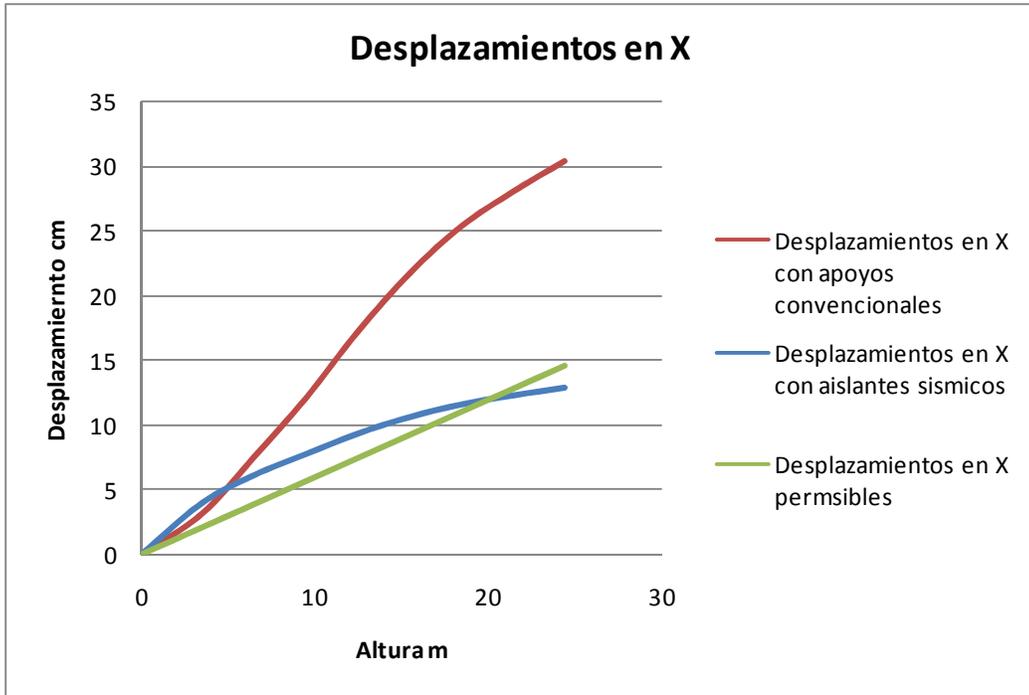
CALCULATED FREQUENCIES FOR LOAD CASE 4

MODE	FREQUENCY (CYCLES/SEC)	PERIOD (SEC)	ACCURACY
1	0.309	3.23771	3.302E-15
2	0.338	2.95802	1.969E-15
3	0.342	2.92786	5.786E-16
4	1.550	0.64503	1.008E-08
5	1.618	0.61798	7.322E-09
6	1.661	0.60187	6.439E-10
7	3.125	0.31996	1.194E-05
8	3.221	0.31046	1.180E-05
9	3.301	0.30293	4.725E-06

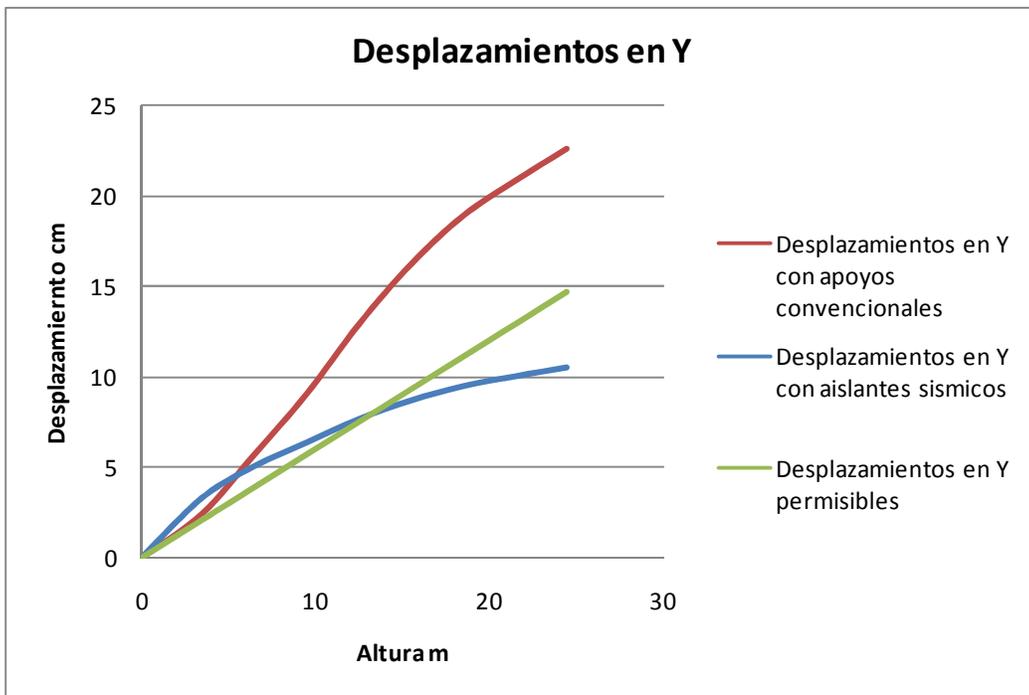
Calculando el valor de la nueva aceleración con el nuevo periodo, llegamos a un valor de $a=0.1$, y graficándolo en nuestro espectro de diseño observamos su posición con respecto al obtenido anteriormente con los apoyos convencionales:



Eso por una parte, por la otra tenemos los desplazamientos obtenidos al final de cada uno de los casos, con apoyos convencionales, aplicando los elastómeros y una tercera gráfica que son los desplazamientos relativos permisibles. En X tenemos la siguiente situación:



En Y obtenemos:



Con todos estos resultados obtenidos llegamos a varias conclusiones.

- Con el nuevo periodo, la aceleración obtenida con el espectro de diseño ha aminorado, y por ende, las fuerzas sísmicas de igual manera han disminuido, y con esto las deformaciones laterales de la estructura son ahora menores. Cumpliendo el objetivo primordial del presente ejercicio, que era hacer que nuestra estructura fuera aceptable sin recurrir a cambiar secciones transversales de las columnas para aminorar las deformaciones ya mencionadas, lo cual se habría hecho en otra condición.
- Lo anterior da lugar a ver que aún cuando no pudimos anular en su totalidad el impacto del sismo, si se logra aminorar su influencia, ello nos conduce a que la estructura en un momento dado, trabaje menos en lo dinámico y más en lo estático, cabe hacer mención de que al decir que trabaja menos en lo dinámico, nos referimos a lo que se presentaba antes de añadir los aislantes sísmicos, aun cuando estará contribuyendo en ese aspecto es menester nuestro mencionar que ahora será en menor grado.
- Aún cuando no se hizo una revisión de los armados obtenidos para columnas y trabes, antes y después de aplicar los aislantes sísmicos, es lógico pensar que estos también sufrieron cambios significativos, pues como podemos ver en nuestro análisis sísmico estático, lo que nos rige en diseño y deformación es el sismo, ello implica que los armados guardarían una relación estrecha con dicha condición.

Bibliografía.

Chopra, Anil K., *Dynamics of Structures*, Prentice Hall, N.J., 1995

Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Sismo, Comisión Federal de Electricidad 1993.

Naeim, F. and Kelly, J. M. (2007) Frontmatter, in *Design of Seismic Isolated Structures: From Theory to Practice*, John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ, USA.

Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo, Gaceta Oficial del Distrito Federal.

Uniform Building Code 1997, Volume 2, Structural Engineering Provisions.