



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

**PROGRAMA DE MAESTRIA Y DOCTORADO
EN INGENIERIA**

**“APLICACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS COMO TÉCNICA DE
OPTIMIZACIÓN EN LA REHABILITACIÓN DEL CENTRO CULTURAL
UNIVERSITARIO TLATELOLCO CON DISIPADORES DE ENERGÍA”.**

TESIS

**QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERIA**

**PRESENTA:
Ing. OSCAR SUAREZ ESTRADA**

**TUTOR:
M en I. ISMAEL VÁZQUEZ MARTÍNEZ**



MÉXICO D.F.

DICIEMBRE DE 2011.



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: DR. ROBERTO MELI PIRALLA.

Secretario: DR. JUAN JOSE PEREZ GAVILAN ESCALANTE.

Vocal: M. I. ISMAEL VAZQUEZ MARTINEZ.

1^{er}. Suplente: M.I. OCTAVIO GARCÍA DOMÍNGUEZ.

2^{do}. Suplente: M.I. RAUL JEAN PERRILLIAT.

Lugar donde se realizó la tesis: CIUDAD UNIVERSITARIA, MÉXICO D.F.

TUTOR DE TESIS:
M.I. ISMAEL VAZQUEZ MARTINEZ.

FIRMA

“APLICACIÓN DE ALGORITMOS GENÉTICOS COMO TÉCNICA DE OPTIMIZACIÓN EN LA REHABILITACIÓN DEL CENTRO CULTURAL UNIVERSITARIO TLATELOLCO CON DISIPADORES DE ENERGÍA”.

RESUMEN

La utilidad de los dispositivos de disipación de energía suplementaria para reducir la respuesta de los sistemas estructurales inducida por un sismo, es ahora bastante más conocida en el campo de la ingeniería sísmica y estructural. Sin embargo, en la práctica, el diseño de estructuras con amortiguadores viscosos consiste en el tradicional proceso iterativo de prueba y error, de manera que al alcanzar el objetivo de diseño, normalmente la solución no es la óptima.

Procedimientos de diseño sistemático son necesarios para determinar el número y ubicación de estos dispositivos de disipación de energía en los sistemas estructurales. El principal objetivo de este estudio es, por tanto, presentar un marco general para el diseño óptimo de los sistemas pasivos de disipación de energía sísmica para aplicaciones estructurales, basado en un modelo de búsqueda y optimación, así como su aplicación a un caso real en la rehabilitación de un edificio alto en la ciudad de México.

Los algoritmos genéticos pueden ser convenientemente empleados para determinar la cantidad de disipadores y su distribución óptima dentro de una estructura para conseguir un criterio de desempeño deseado.

ABSTRACT

The usefulness of energy dissipation devices in order to reduce the seismic response of structural systems induced by an earthquake, is now fairly well known in the field of seismic and structural engineering. However, by practice, the design of structures with viscous dampers consists of the traditional iterative process of trial and error, so that when they reach the design goal, usually the solution is not optimal.

Systematic design procedures for determining the number and location of these dissipation systems in structural systems are needed. The main objective of this study is, therefore, to present a general framework for the optimal design of passive systems of seismic energy dissipation for structural applications, based on a model of searching and optimization, as well as its application to an actual rehabilitation case of a tall building in Mexico City.

Genetic algorithms can be conveniently used to determine the number of dampers and optimal distribution within a structure to achieve a desired performance criterion.

Dedicatoria:

Dedicada a las dos mujeres más hermosas de este mundo Lorena y Ximena, la razón de mi existencia.

Agradecimientos:

A Dios por todas las bendiciones recibidas.

A Liliana por tu paciencia, por tu amor y apoyo.

A mis padres y hermanos por toda una vida de esfuerzo y dedicación, por el amor, por todos los sacrificios que han hecho por ayudarme cuando más los he necesitado

A todos mis profesores por su vocación y por el conocimiento que me transmitieron sin recibir nada a cambio.

A todos mis compañeros por vivir solidariamente juntos esta etapa de nuestras vidas donde dormíamos muy poco.

Al Dr, Amador Terán Gilmore y al M en I. Oscar Zúñiga, Investigador y estudiante de doctorado de la Universidad Autónoma Metropolitana respectivamente, y a la Dra. Katya Rodríguez Investigadora del Instituto de Investigaciones Matemáticas Aplicadas y Sistemas de la UNAM por el apoyo que desinteresadamente me brindaron, y que ha sido fundamental para la realización de este modesto trabajo,

A mi tutor M en I. Ismael Vázquez Martínez por su dedicación, su amistad y su valioso tiempo.

A mis sinodales por el valioso tiempo que dedicaron a la revisión de este modesto trabajo.

ÍNDICE.

CAPÍTULO 1.	6
INTRODUCCIÓN.	6
1.1 <i>Control pasivo de Estructuras.</i>	6
1.2 <i>Fuerza de amortiguamiento.</i>	7
1.3 <i>Principios de los métodos de reparación de edificaciones existentes.</i>	8
1.4 <i>Dispositivos Viscoelásticos.</i>	9
1.5 <i>Optimización de estructuras con dispositivos viscosos.</i>	11
CAPÍTULO 2.	11
ELEMENTOS Y CONCEPTOS BÁSICOS.	12
2.1 <i>Definición del problema.</i>	12
2.2 <i>Algoritmos Genéticos.</i>	14
CAPÍTULO 3.	21
3.1 <i>Modelo analítico de dispositivos de fluidos visco-elásticos.</i>	22
3.2 <i>Las variables de diseño discreto</i>	24
3.3 <i>Cálculo de la Respuesta.</i>	25
FORMULACIÓN DINÁMICA EN ESPACIO DE ESTADO 27	27
3.4 <i>Representación por variable de estado</i>	27
3.5 <i>Relación entre modelo interno y modelo externo</i>	30
CAPÍTULO 4.	34
DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO.....	34
4.1 <i>Hundimientos Diferenciales.</i>	36
4.2 <i>Resumen del comportamiento de desplomos y movimientos verticales.</i>	36
4.3 <i>Rehabilitaciones Anteriores.</i>	37
DESCRIPCIÓN DEL ANÁLISIS Y RESULTADOS.	38
4.4 <i>Modelo Tridimensional.</i>	39
4.5 <i>Modelo Bidimensional.</i>	42
4.6 <i>Conexión de dispositivos abarcando un entrepiso.</i>	44
4.7 <i>Dispositivos conectados a la estructura abarcando tres entrepisos.</i>	48
CONCLUSIONES.	59
INVESTIGACIONES FUTURAS.	60
APÉNDICE A.	61
BIBLIOGRAFÍA.	63

Capítulo 1.

INTRODUCCIÓN.

1.1 Control pasivo de Estructuras.

El fin del diseño estructural es garantizar la seguridad y funcionalidad de las edificaciones. La filosofía de diseño convencional busca evitar el colapso al permitir a los miembros estructurales absorber y disipar la energía sísmica a través de deformaciones cíclicas inelásticas en regiones especialmente detalladas. Esta estrategia implica que algunos daños pueden ocurrir y dependiendo de su magnitud en algunos casos las estructuras no son reparables.

En las últimas dos décadas, se han desarrollado sistemas especiales para mejorar la seguridad y reducir los daños de las estructuras durante los terremotos. Estos enfoques alternativos tienen por objeto el control de la respuesta sísmica estructural y la demanda de disipación de energía en los elementos estructurales mediante la modificación de las propiedades dinámicas del sistema.

En la actualidad el método más práctico y fiable de la reducción de la respuesta estructural sísmica es el uso de sistemas de control pasivo de respuesta, los cuales se pueden clasificar de acuerdo con los métodos empleados para manejar la energía de entrada del sismo en: sistemas de aislamiento de base y sistemas de disipación pasiva de energía con amortiguadores.

Los sistemas de aislamiento de base, filtran la energía sísmica interponiendo una capa con baja rigidez horizontal entre la estructura y la cimentación. Estos sistemas son adecuados para un gran número de estructuras que son de baja y mediana altura. Los sistemas de disipación pasiva de energía con amortiguadores, por otro lado, actúan como sumideros de energía y absorben una buena parte de la misma a fin de disminuir la energía disponible para deformar los demás elementos estructurales.

En general un movimiento sísmico induce una energía en la estructura que se transforma en energía elástica de movimiento, energía elástica de deformación y energía disipada de forma tal que se cumple el balance de energía planteado en la Ecuación [1.1].

$$\int_0^u m \ddot{u}(t) du + \int_0^u c \dot{u}(t) du + \int_0^u k_z(u, \dot{u}) u du = - \int_0^u m \ddot{u}_g(t) du \quad [1.1].$$

La relación mostrada en la Ecuación [1.1], se presenta gráficamente en la Figura 1.1. Se puede apreciar la influencia de la incorporación de dispositivos disipadores de energía en la reducción de la energía histerética disipada en la estructura en forma de daño estructural.

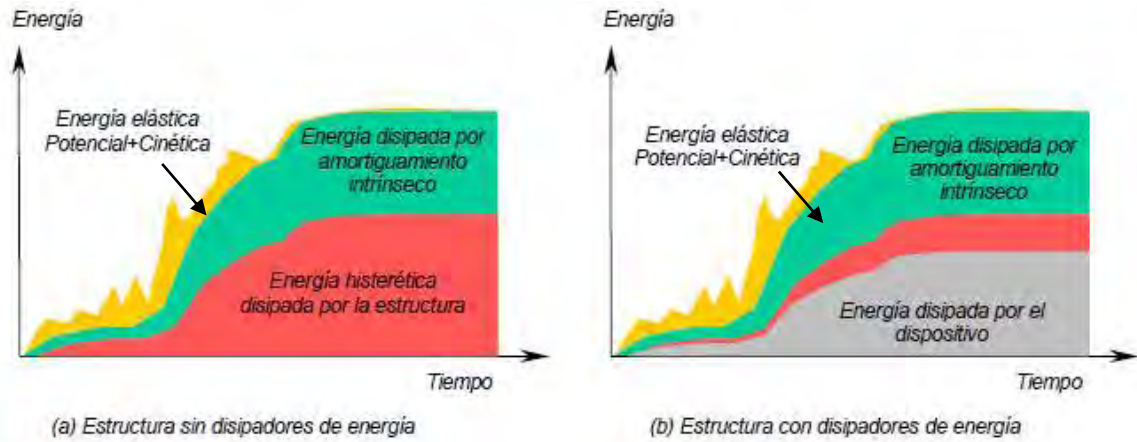


Figura 1.1 Balance de energía.

1.2 Fuerza de amortiguamiento.

El amortiguamiento es la propiedad estructural que permite que la amplitud del movimiento en vibración libre disminuya con el tiempo. En el caso de movimientos vibratorios sostenidos de tipo periódico de larga duración en el tiempo (comparado con el período T), el amortiguamiento puede tener gran incidencia en la magnitud de la respuesta dependiendo de la frecuencia de la excitación en comparación con la frecuencia natural del sistema.

Para cargas de baja frecuencia frente a la frecuencia natural, la respuesta es esencialmente estática y el amortiguamiento no afecta a la respuesta. Similarmente, para cargas de alta frecuencia frente a la frecuencia natural, el amortiguamiento tampoco incide significativamente en la amplitud de la respuesta. Por el contrario, cuando la frecuencia de la carga aplicada se encuentra en el entorno entre 0.5 y 2 veces la frecuencia natural de la estructura, el amortiguamiento cobra un rol decisivo, especialmente cuando la frecuencia natural del sistema y la excitación son muy próximas entre sí (resonancia). Por lo tanto, las fuerzas disipadoras deben ser tomadas en cuenta en los casos de cargas oscilatorias de larga duración, aunque no siempre tendrán incidencia apreciable en la magnitud de la respuesta.

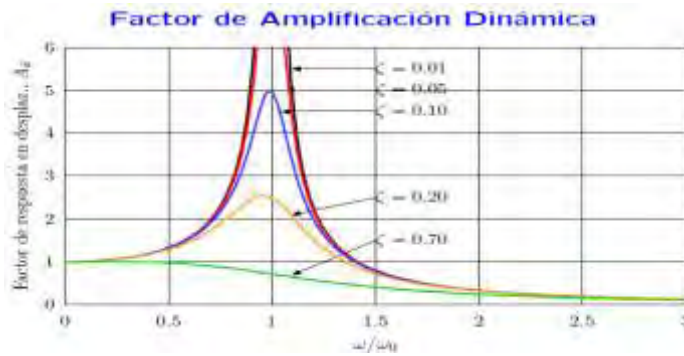


Figura 1.2. Factor de Amplificación Dinámica.

1.3 Principios de los métodos de reparación de edificaciones existentes.

Los métodos de rehabilitación de edificaciones tienen como principal objetivo garantizar condiciones adecuadas de estabilidad y capacidad de comportamiento inelástico de la edificación. Preferiblemente, la estructura debe tener un sistema completo de resistencia lateral garantizada; además debe demostrar una capacidad de deformación adecuada.

En la figura 1.3.a se aprecia la incidencia que tiene la alternativa de rehabilitación de aumentar la resistencia y la rigidez de la estructura sobre la curva de capacidad y la curva de demanda. En muchos casos el problema de la edificación no es ni su rigidez, ni su resistencia, sino su capacidad de deformación (Figura 1.3.b) debido a fallas prematuras a cortante en columnas y/o en losas planas. La capacidad de deformación se puede incrementar garantizando el comportamiento inelástico de los componentes, eliminando un piso débil o evitando rigideces concentradas locales que ocasionen columnas cortas o torsión en el diafragma.

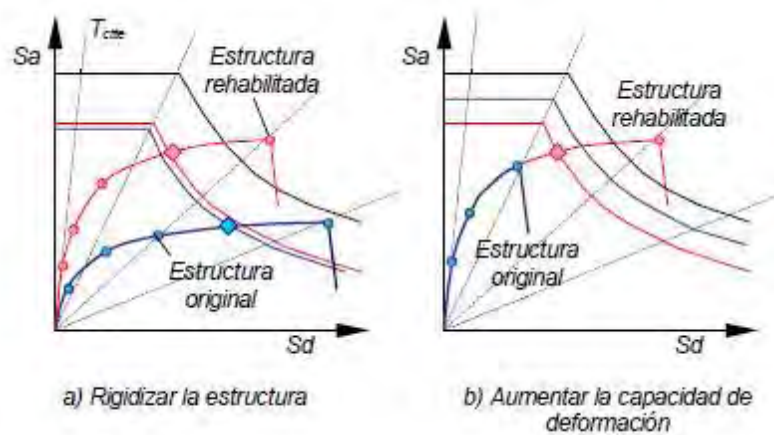


Figura 1.3. Incidencia de las reparaciones tradicionales en las curvas demanda capacidad.

La rehabilitación de edificios usando disipación pasiva de energía busca incrementar el amortiguamiento de la estructura para reducir su nivel de daño. Ya que los disipadores pasivos reaccionan a los movimientos estructurales, su efectividad depende de la capacidad de deformación de la edificación. En una estructura muy rígida estos dispositivos no alcanzan a trabajar antes de que se produzcan daños.

Existen dispositivos dependientes de la velocidad y dispositivos dependientes del desplazamiento, según el tipo de amortiguamiento que proporcionen. Los dispositivos dependientes de la velocidad trabajan de acuerdo con los niveles de velocidad alcanzados por la estructura durante un movimiento sísmico. Los dispositivos dependientes de la velocidad además de incrementar el amortiguamiento también pueden aumentar la rigidez del sistema (ver Figura 1.4).

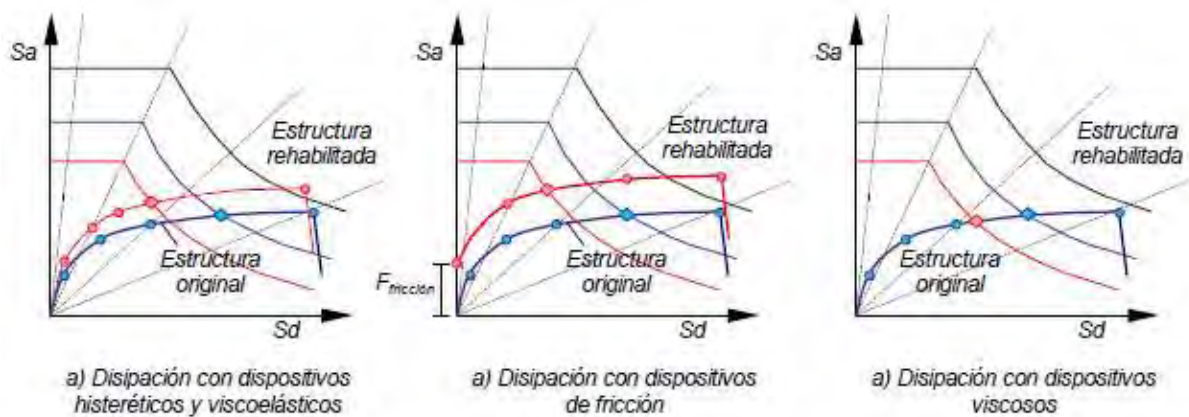


Figura 1.4. Efecto de los diferentes dispositivos disipadores de energía.

1.4 Dispositivos Visco-elásticos.

Estos dispositivos inicialmente fueron utilizados como dispositivos anti-impacto y aisladores de vibraciones en las industrias aeroespacial y automotriz, funcionan según el principio de la resistencia al flujo de fluidos viscosos a través de una apertura limitada. En la figura 1.5 se muestra un amortiguador viscoso típico.

El mecanismo de disipación de energía es a través del calor producido por la fricción entre las partículas del fluido y los componentes del dispositivo. Diferentes materiales viscosos han sido considerados para mejorar la rigidez y el amortiguamiento de la estructura principal.

Los amortiguadores de fluidos viscosos pueden ser diseñados para tener un comportamiento viscoso lineal o no lineal, y ser insensibles a los cambios significativos de la temperatura ambiental. Otra ventaja atribuida a los amortiguadores de fluidos viscosos es que sus fuerzas de amortiguamiento no están en fase con otras fuerzas dependientes del desplazamiento y no se suman directamente a las fuerzas desarrolladas en los elementos estructurales principales, éste es un atributo deseable para aplicaciones de rehabilitación.

Diferentes modelos matemáticos han sido propuestos para predecir el comportamiento de estos dispositivos. El modelo de Maxwell es un modelo clásico en el que un amortiguador y un resorte están unidos en serie. Un modelo más refinado es el de Maxwell generalizado basado en el concepto de derivadas fraccionales. Sin embargo, para aplicaciones estructurales el amortiguador viscoso puede ser modelado como un simple elemento amortiguador en el que la fuerza de amortiguamiento es directamente proporcional a la velocidad del pistón

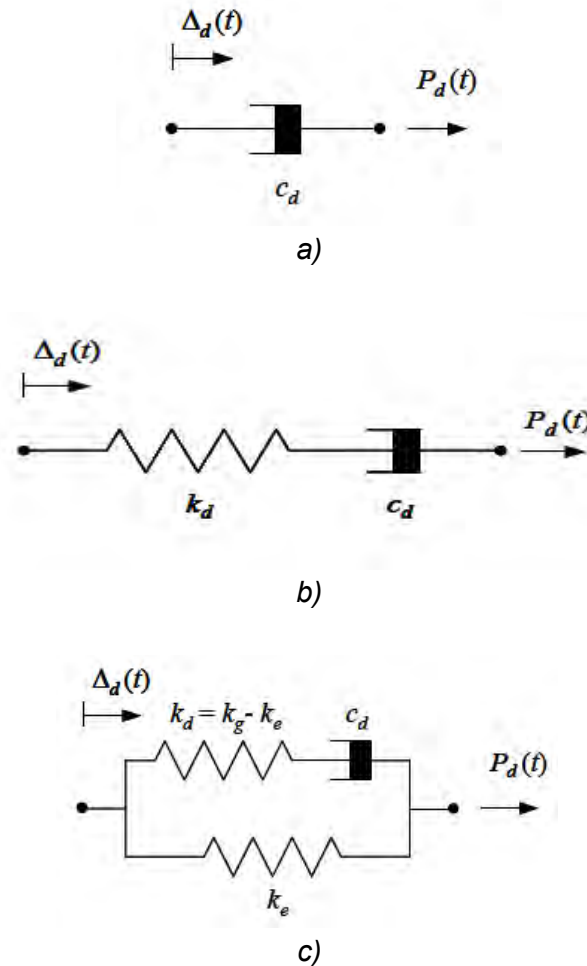


Figura 1.5. Modelos lineales de dispositivos viscosos. a) Amortiguador Viscoso b) Modelo de Maxwell c) Modelo de Wiechert

1.5 Optimización de estructuras con dispositivos viscosos.

Para aplicaciones sísmicas solo un número limitado de estudios han conducido a la obtención de la ubicación óptima de dispositivos viscosos.

Un estudio analítico sugiere que la distribución óptima de amortiguadores debe ser la que maximice el amortiguamiento del modo fundamental, ya que la contribución de este modo a la respuesta general de la estructura es a menudo importante². Un análisis de optimización paramétrica se llevó a cabo para determinar el coeficiente de amortiguamiento óptimo para un amortiguador colocado en el primer piso de un edificio². Se estableció el efecto de diferentes distribuciones de los amortiguadores en toda la altura del edificio¹⁰.

Se ha propuesto en la literatura un criterio heurístico para la colocación óptima de los amortiguadores basado en el concepto de índice de capacidad de control²⁵. La idea detrás de esta metodología simple es que un dispositivo se encuentra de manera óptima si se coloca en una posición donde el desplazamiento relativo en los extremos del amortiguador es el más grande. Por lo tanto, se adopta un procedimiento secuencial para incorporar sucesivamente los dispositivos en el edificio. Extensiones de este enfoque se han utilizado para investigar el efecto del modelado de dispositivos viscosos y el efecto del contenido de frecuencias de la excitación sísmica¹⁷, y el estudio del comportamiento de las estructuras tridimensionales con amortiguamiento suplementario²⁴.

Un ensayo diferente utiliza conceptos de la teoría de control óptimo para encontrar las mejores ubicaciones y los coeficientes de los dispositivos de amortiguamiento viscoso⁹. Recientemente algunas técnicas de optimización basadas en gradientes son aplicadas para minimizar las amplitudes de la función de transferencia de sistemas estructurales.^{18,19,20,21}

En México no hay información publicada al respecto, la mayoría de las investigaciones recientes abordan el problema proponiendo expresiones para estimar el factor de reducción que debe utilizarse para disminuir el espectro de diseño elástico de resistencia para establecer fuerzas sísmicas de diseño en sistemas con diferente capacidad de disipación de energía viscosa, con base en el estudio de la respuesta de sistemas de un grado de libertad^{1,16}. Sin embargo, no incluyen algún criterio para determinar el número, ubicación, y características mecánicas de estos sistemas de disipación.

Adicionalmente para sistemas de varios grados de libertad, el uso del amortiguamiento modal no cumple con el equilibrio dinámico y las leyes fundamentales de la física²³ (ver apéndice A).

Capítulo 2.

ELEMENTOS Y CONCEPTOS BÁSICOS.

2.1 Definición del problema.

Las ecuaciones de movimiento para estructuras con N grados de libertad con amortiguamiento suplementario sujetas a excitaciones en la base en un intervalo de tiempo $[0, t_f]$, pueden ser escritas de la siguiente forma:

$$M\ddot{u}(t) + C_s\dot{u}(t) + K_s u(t) + \sum_{d=1}^{n_i} r_d n_d P_d(t) = -MEf(t); \quad t \in [0, t_f] \quad (2.1)$$

Donde M , K_s y C_s representan respectivamente, la matriz $N \times N$ de masas, de rigidez, y amortiguamiento; $f(t)$ es el vector uni-dimensional representado por la excitación sísmica; E es la matriz $N \times I$ de coeficientes de influencia de movimientos; $u(t)$ es el vector N -dimensional de desplazamientos relativos con respecto a la base, y el símbolo del punto indica la derivada con respecto al tiempo. La fuerza local $P_d(t)$ debida al amortiguador pasivo instalado en la d -ésima posición es considerada a través del vector N -dimensional de influencia r_d , con n_d siendo el número de amortiguadores idénticos y n_i el número de posibles localizaciones para los dispositivos en la estructura. Las fuerzas de los dispositivos disipadores de energía son consideradas en este estudio a través de operadores algébricos o diferenciales como¹³:

$$P_d[d_1, \dots, d_n, h_d(t), \Delta_d(t), \dot{\Delta}_d(t), t] = 0; \quad t \in [0, t_f] \quad (2.2)$$

Donde d_i representa los parámetros mecánicos característicos del comportamiento de los dispositivos, $h_d(t)$ es una variable interna del elemento, $\Delta_d(t)$ la deformación local y $\dot{\Delta}_d(t)$ la derivada de la deformación local experimentada por el d -ésimo dispositivo, son relacionados con los de la estructura principal por¹³:

$$\Delta_d(t) = r_d^T u(t)$$

y

$$(2.3)$$

$$\dot{\Delta}_d(t) = r_d^T \dot{u}(t)$$

El objetivo principal de la instalación de dispositivos de disipación de energía en las estructuras es el control de la respuesta sísmica estructural a fin de mejorar la seguridad y reducir el daño estructural.

Es evidente de acuerdo a las ecuaciones (2.1) y (2.2) que la eficacia de estos sistemas es una función de varias variables, incluyendo su número, ubicación en la estructura y sus parámetros físicos. Un enfoque de diseño empleado generalmente en la práctica es asumir un patrón razonable para la colocación de los dispositivos y variar sus parámetros hasta que el sistema estructural cumpla ciertos requisitos de desempeño. Sin embargo, cuando el número de dispositivos aumenta, la estructura se vuelve más compleja y este enfoque puede no ser eficaz para fines de diseño.

En este estudio, para determinar los parámetros de diseño adecuados de los dispositivos y su mejor ubicación en la estructura con el fin de obtener el máximo provecho de cada uno, esta tarea se plantea como un problema de optimización. La eficacia de un arreglo de dispositivos puede ser medida en términos de cuánto se reduce la respuesta sísmica del edificio, o en cuánto se minimiza o maximiza el índice de rendimiento. Esta eficacia puede expresarse en términos de un criterio de optimización de la siguiente manera¹³:

$$\underset{d, n}{\text{minimizar}} f[R(d, n, t)]; \quad t \in [0, t_f] \quad (2.4)$$

Sujeto a

$$g_j(d, n, t) \geq 0 \quad j = 1, \dots, m; \quad t \in [0, t_f] \quad (2.5)$$

donde $R(d, n, t)$ es el vector de la respuesta estructural definida deseada en términos de la función de desempeño $f(t)$, d es el vector de variables de diseño que representa los parámetros de los amortiguadores, n es el vector de número de dispositivos idénticos n_d , y m es el número de restricciones que puede incluir límites superior e inferior de las variables de diseño.

Una serie de alternativas de índices de rendimiento pueden ser utilizadas para evaluar la mejora en el comportamiento sísmico de la estructura. Dependiendo de los criterios elegidos, se pueden obtener diferentes soluciones de diseño para el mismo problema. Por otra parte, para una solución dada, la reducción de alguna medida de la respuesta estructural puede aumentar para otras. Es evidente que no hay manera única de definir un problema de optimización, por lo tanto, diferentes índices de rendimiento se deben definir con el fin de determinar el diseño que produce el mejor comportamiento en general.

El espacio solución del problema general de optimización formulado por las ecuaciones. (2.4) y (2.5) puede ser considerado como continuo o discreto. Para el problema de la colocación de un número determinado de dispositivos las propiedades mecánicas d se mantienen fijas, mientras que la localización de los dispositivos es optimizada. Las variables n , definidas como el número de dispositivos ubicados en diferentes sitios, son de naturaleza discreta, ya que sólo un número entero de los dispositivos se pueden colocar en cualquier lugar. Por otra parte, fijando el número de dispositivos y su ubicación, las propiedades mecánicas de los dispositivos d pueden considerarse como un continuo y capaces de tomar cualquier valor real dentro de los límites especificados. Alternativamente, los parámetros d también pueden limitarse a tomar de una lista sólo los valores permisibles obtenidos por una discretización adecuada de las variables de diseño.

El problema de optimización dado por las ecuaciones. (2.4) y (2.5) puede ser resuelto por un procedimiento general de búsqueda numérica. Muchos métodos de optimización suponen que las variables de diseño son continuas. Si se desea una solución entera la solución continua se debe redondear al valor discreto más cercano.

Sin embargo, a menudo se deben seleccionar los dispositivos de disipación de energía comercialmente disponibles y un simple redondeo puede resultar una solución alejada del valor óptimo original.

Además, el redondeo puede violar algunas de las limitaciones. Los algoritmos genéticos se utilizan para aquellos casos en los que las variables de diseño son discretas. A continuación se presenta, una descripción breve pero pertinente de estas técnicas de optimización.

2.2 Algoritmos Genéticos.

Los principios básicos de los algoritmos genéticos fueron propuestos en 1975 por Holland¹¹. Desde entonces diferentes aplicaciones de los algoritmos genéticos han sido exploradas y hay varios libros disponibles sobre este tema. Aplicaciones importantes de esta técnica han sido realizadas en la ingeniería estructural. Un breve resumen del enfoque, aplicable al problema de la ubicación óptima de amortiguadores en una estructura del edificio, se da en esta sección.

Los algoritmos genéticos están basados en el mecanismo de selección natural, donde los individuos más fuertes tienden a ser los ganadores en un entorno de competencia. Emplean la analogía de la evolución natural de una población de individuos a través de generaciones, donde los más aptos sobreviven y dominan. Los algoritmos genéticos difieren de otras técnicas de las siguientes maneras; (1) Se consideran al mismo tiempo muchos diseños en el espacio de búsqueda, y por lo tanto tienen una menor posibilidad de convergencia a óptimos locales; (2) No requiere cálculo alguno para orientar su búsqueda, la única información necesaria es la respuesta del sistema para

calcular el objetivo o función de conveniencia; (3) utilizan reglas de transición probabilística (operadores genéticos) en lugar de las de transición determinista.

En el contexto del problema de la ubicación óptima de los dispositivos de amortiguamiento en una estructura, los diseños posibles de la estructura representan a los individuos en el espacio de búsqueda. Un diseño es considerado el mejor (individuo más apto) si una función objetivo o el índice de desempeño asociado con este diseño tiene el valor más alto. El objetivo es buscar el mejor diseño de este espacio de búsqueda.

En un algoritmo genético una generación de la población se somete a la evolución en generaciones sucesivas futuras a través del proceso de los operadores genéticos como son: el cruzamiento para la reproducción (crossover) y las mutaciones. La selección de los pares para la reproducción aprovecha los conocimientos actuales sobre el espacio de soluciones mediante la multiplicación de los mejores diseños (individuos), y desalienta a los más pobres. Los operadores de cruzamiento y de mutación son los dos mecanismos básicos de un algoritmo genético, y crean nuevos diseños para seguir con la exploración en el espacio de búsqueda. Como se crea una nueva población, el índice de rendimiento se evalúa para cada nuevo diseño para determinar su idoneidad con respecto a otros diseños de la población.

Este proceso se repite para un número de ciclos (generaciones) hasta que no se observa mejoría en los mejores individuos de las generaciones posteriores. La figura 2.1 muestra todos los elementos básicos del algoritmo genético utilizado en este estudio¹³.

Para iniciar la búsqueda de algoritmos genéticos, inicialmente se selecciona de forma aleatoria el tamaño de la población inicial. Esta población se compone de individuos únicos.

En el contexto de la colocación de dispositivos, cada individuo representa un diseño con un particular esquema de la colocación de los dispositivos. Para ilustrar esto, considérese la colocación de diez dispositivos en un edificio de 8 pisos. Un posible arreglo de estos dispositivos de 10 dispositivos es (1, 5, 2, 5, 2, 8, 1, 2, 7, 6), este arreglo representa a un individuo de la población. En este arreglo particular, el primer dispositivo se coloca en la primer nivel, el segundo en el quinto, y así sucesivamente. En términos genéticos, esta localización de los dispositivos representa a los genes, y ordenados de manera colectiva en una cadena, forman un cromosoma que identifica a un individuo de la población. Así, en este caso particular un gen (nivel en el que se ubica cada dispositivo) en un cromosoma (arreglo de dispositivos) será un número real entre 1 y 8 (posibles ubicaciones en planta).

Para el problema de la colocación de diez dispositivos en 8 posibles lugares, hay 1.073×10^9 posibles soluciones de diseño diferentes que definen el espacio de búsqueda.

Sin embargo, para iniciar la búsqueda en el proceso genético, sólo unos pocos de ellos son seleccionados para formar parte de la población. No hay algún conjunto de reglas para seleccionar el tamaño de una población. Una mayor población puede converger a la solución final en un menor número de iteraciones que una población más reducida. Por otra parte, una mayor población también requiere de un mayor número de cálculos del índice de rendimiento por iteración.

Después de seleccionar un tamaño de la población, el siguiente paso es manipular el contenido de la información genética contenida en esta población por medio de los operadores genéticos. Para ello, primero se evalúa la idoneidad de cada miembro individual de la población elegida calculando su índice de rendimiento. Cuanto mayor sea el índice, mejor es el rendimiento individual. Los individuos luego son ordenados por rango, de los mejores a los peores en la población.

A continuación, se forman parejas para la reproducción, de acuerdo al esquema de la ruleta que se explica a continuación. En este esquema la probabilidad de que los individuos con un mayor índice de rendimiento sean seleccionados es mayor que la probabilidad de selección de un individuo con un índice más bajo. Sin embargo, para evitar un completo dominio en el proceso de emparejamiento de los individuos con mayores índices de rendimiento (y por lo tanto causando una rápida convergencia a una posible sub-solución óptima), los índices de rendimiento se asignan a una función de conveniencia que modula el dominio relativo de los valores de rendimiento del índice. La función de conveniencia depende del rango de individuos sorteados de acuerdo a su índice de desempeño bruto. En este estudio la función de conveniencia $F(i)$ para el i -ésimo lugar en una población de tamaño N es definido como sigue¹³.

$$F(i) = F(i - 1) + \frac{2(N + 1 - i)}{(N + 1)N}$$

Con $F(0) = 0$.

En el sistema de ruleta empleado en este trabajo se le asigna a un candidato un sector de la ruleta en proporción al valor del intervalo de conveniencia definió como¹³:

$$I_i = F(i) - F(i - 1)$$

La suma de todos los I_i es igual a 1. Para seleccionar una pareja, son generados dos números aleatorios entre 0 y 1. Los individuos asociados con esos números aleatorios son identificados por los intervalos de conveniencia en que cayeron los números seleccionados al azar. Para ilustrar este mecanismo de emparejamiento, considere una población de seis individuos ordenados de acuerdo al valor de su función objetivo F_i (Tabla 2.1). La tabla también muestra los correspondientes valores de la función de

conveniencia y los intervalos de conveniencia de estos individuos, definidos de acuerdo a la Ecuación (1) y (2). La figura 2.2 muestra los sectores

	A	B	C	D	E	F
<i>Función Objetivo</i>	0.92	0.33	0.17	0.12	0.09	0.05
<i>i-esimo mejor individuo</i>	1	2	3	4	5	6
<i>Conveniencia F(i)</i>	0.29	0.52	0.71	0.86	0.95	1.00
<i>Intervalo I</i>	0.29	0.23	0.19	0.15	0.09	0.05
<i>Número Aleatorio</i>	0.25	0.63	0.49	0.87	0.79	0.18
<i>Selección Individual</i>	A	C	B	E	D	A

Tabla 2.1. Parámetros individuales para el proceso de selección.

El gráfico 2.2 muestra los sectores de una ruleta, las áreas son proporcionales al intervalo de conveniencia de los valores individuales dados en la Tabla 2.1. La siguiente fila en la tabla 2.1 muestra seis números generados aleatoriamente entre 10 y 1. Los individuos asociados con estos números son mostrados en la siguiente fila de esta tabla. Las parejas se formaron entonces para el emparejamiento de forma secuencial.

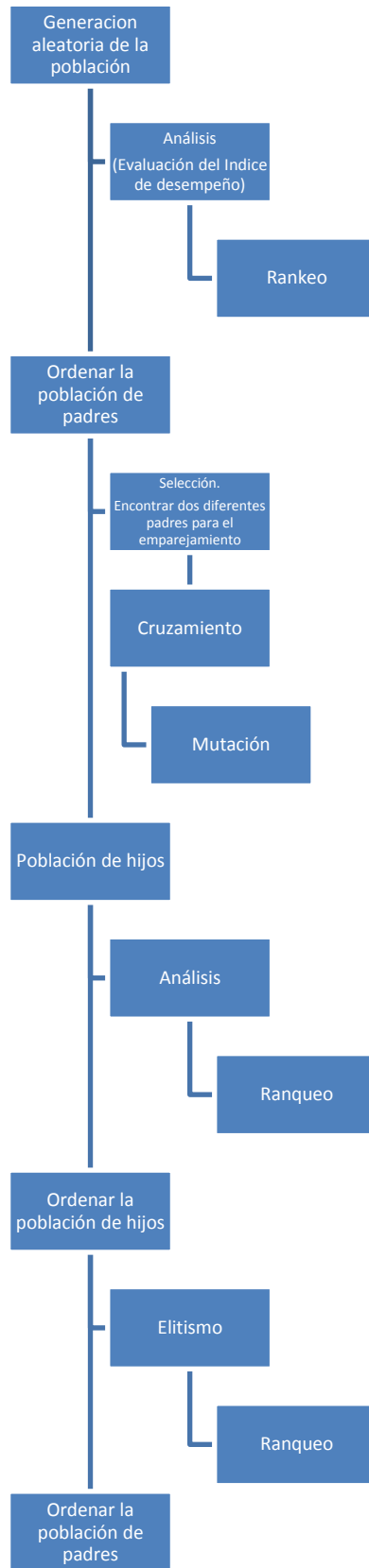


Figura 2.1. Diagrama de flujo Algoritmo genético.

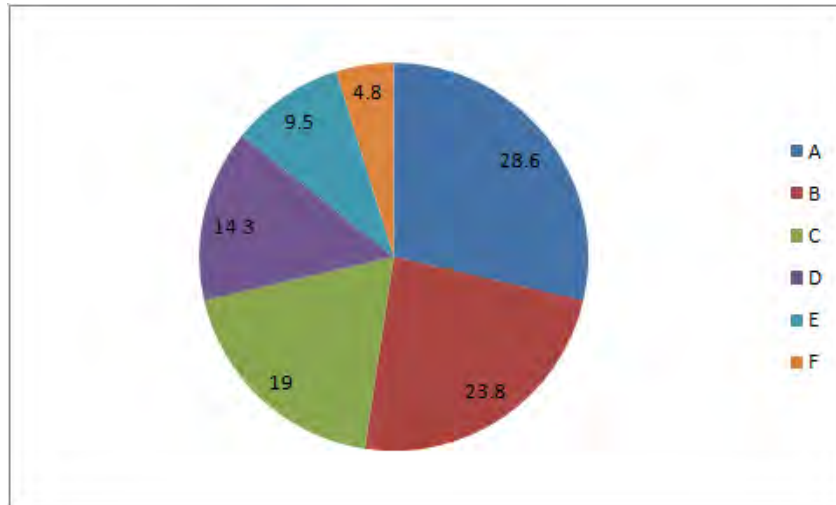


Figura 2.2. Proceso de selección de ruleta.

Para este ejemplo particular, los tres pares son (A, C), (B, E), y (D, A). En la generación aleatoria de números, es posible que dos números consecutivos al azar sean asociados al mismo individuo para el emparejamiento. Este emparejamiento no es aceptado y un número aleatorio se genera hasta que un individuo diferente se encuentre para el emparejamiento.

El siguiente paso es la reproducción de dos nuevas crías (nuevo modelos) por cada par. El cruzamiento es empleado para producir descendencia que comparte la información genética de los padres. Para ello, la ubicación de un gen es seleccionada al azar para una pareja de individuos, a partir de la cual los genes se intercambian para crear nueva descendencia. Esquemas de cruzamiento más complejos con múltiples puntos de cruzamiento también se pueden considerar. La figura 2.3 (a) ilustra el esquema de un punto de cruzamiento para los individuos A y C previamente seleccionados para la reproducción. En este caso, la descendencia A y C es creada por un simple cambio de los genes después del cuarto gen.

Individuo A	1	5	2	5	2	8	1	2	7	6
Individuo C	4	1	1	5	3	1	2	2	7	6
Descendencia A	1	5	2	5	3	1	2	2	7	6
Descendencia C	4	1	1	5	2	8	1	2	7	6

a)

Descendencia C	4	1	1	5	2	8	1	2	7	6
							↓			
Mutacion descendencia C	4	1	1	5	2	8	3	2	7	6

b)

Figura 2.3 Operadores genéticos.

No es necesario aplicar esta operación a todos los individuos de la población. Preferiblemente solo se aplica a una fracción p_c de la población. Esta fracción es usualmente un porcentaje grande para permitir la exploración de una parte grande del espacio solución y evitar la convergencia a un óptimo local. Las parejas sujetas al cruzamiento fueron seleccionadas de forma aleatoria.

Una pequeña fracción p_m de los cromosomas sufre una mutación para introducir nuevos modelos. La mutación introduce nuevos genes en la población para ensayos adicionales.

Esta fracción p_m controla la proporción de los nuevos genes que se introducen en la población. Este porcentaje se mantiene generalmente bajo para evitar que mucha descendencia pierda el parecido con sus “padres”, perdiendo así su capacidad de aprender de su historia genética. En el contexto de la búsqueda de la solución óptima, muchas mutaciones podrían retrasar la convergencia del proceso. El operador de mutación altera al individuo (cromosoma) de acuerdo a una regla probabilística simple. La Figura 2.3 (b) ilustra una mutación puntual llevada a cabo en el cromosoma descendencia C. Un gen del cromosoma es seleccionado al azar y asume un nuevo valor del conjunto de los otros valores posibles.

Con frecuencia la nueva población generada, es también sujeta a un esquema de selección elitista para conservar las mejores características individuales de la generación previa. Para lograr esto, la nueva generación es ranqueada de acuerdo al valor del índice de desempeño. El último clasificado es entonces eliminado de la población y se sustituye por el mejor individuo de la población de procedencia. Políticas elitistas más complejas que implican más de un individuo también se han utilizado en la literatura.

Esta población de reciente creación está sujeta a ranqueo-ordenación, emparejamiento, la reproducción a través de cruzamiento, y mutación antes de comenzar el nuevo ciclo de la generación de la población. El proceso se repite hasta que se alcanza la convergencia a la solución óptima.

Capítulo 3.

En el capítulo anterior se formuló un marco general para el problema de optimización de los sistemas estructurales con dispositivos de disipación de energía suplementaria. En este capítulo, este marco general se enfoca en dispositivos de fluidos visco-elásticos, instalados en los edificios para mejorar su desempeño sísmico.

En la práctica el diseño de estructuras con amortiguadores viscosos sigue el tradicional proceso iterativo de ensayo y error. Se considera un patrón de colocación razonable para los dispositivos, y se varían sus parámetros hasta alcanzar un porcentaje del amortiguamiento crítico deseado. Una vez que las propiedades mecánicas de los amortiguadores son elegidas, el nivel de reducción de respuesta a alcanzar para este arreglo puede ser fácilmente calculado. Sin embargo, para el diseño o la rehabilitación de una estructura deficiente, interesaría más en saber el número de amortiguadores visco-elástico, y su distribución en la estructura a fin de lograr un nivel deseado de reducción de la respuesta y la mejora en el desempeño.

3.1 Modelo analítico de dispositivos de fluidos visco-elásticos.

La respuesta lineal fuerza-deformación de un dispositivo de fluido visco-elástico es comúnmente caracterizada por modelos mecánicos que consisten en la combinación de resortes lineales y amortiguadores.

La respuesta cíclica de los dispositivos visco-elásticos es generalmente dependiente de la frecuencia de excitación y su comportamiento puede ser simulado adecuadamente empleando el modelo clásico de Maxwell; modelo en el cual el amortiguador y el resorte son colocados en serie como se muestra en la figura 3.2(a). Para este modelo, la relación general para la fuerza resistente $P_d(t)$ en el d -ésimo elemento amortiguador está dada por la ecuación 3.1.

$$P_d(t) + \frac{c_d}{k_d} \dot{P}_d(t) = c_d \dot{\Delta}_d(t) \quad (3.1)$$

Donde k_d es la rigidez del dispositivo para una frecuencia de excitación infinitamente grande, y c_d es el coeficiente de amortiguamiento para una frecuencia de excitación de 0. La razón $\Delta_d = c_d/k_d$ se refiere en la literatura como la constante de tiempo de relajación. La figura 3.2b muestra la dependencia de los coeficientes de amortiguamiento y rigidez con respecto a la frecuencia de excitación para este modelo mecánico. La figura 3.2c ilustra la curva fuerza-deformación para diferentes frecuencias de excitación. Se ha observado que para frecuencias bajas el fluido del dispositivo exhibe un comportamiento puramente viscoso contribuyendo a la capacidad de disipación de

energía de la estructura del edificio; si la frecuencia se incrementa el amortiguador también desarrolla rigidez significativa.

En diseño práctico, este modelo es recomendado para caracterizar la respuesta de dispositivos de fluido visco-elástico que puedan exhibir algún comportamiento rigidizante para frecuencias altas de cargas cíclicas.

Este modelo puede ser simplificado cuando se consideran frecuencias bajas como rango de operación para el dispositivo. En este caso la contribución de rigidez puede despreciarse y considerar el modelo de amortiguador viscoso, como se ilustra en la figura 3.2(a), es suficiente estimar la fuerza del dispositivo $P_d(t)$ como:

$$P_d(t) = c_d \dot{\Delta}_d(t) \quad (3.2)$$

La discusión hasta ahora se ha referido a la descripción de los modelos disponibles para caracterizar la relación fuerza-deformación de un dispositivo visco-elásticos. En aplicaciones típicas también es necesario considerar la rigidez de los elementos diagonales que soportan y ligan al dispositivo con otras partes del sistema principal de marcos. La figura 3.4 ilustra diferentes arreglos de diagonales y dispositivos.

Para tener en cuenta el efecto de la rigidez de la diagonal, se considera un dispositivo viscoso lineal situado en la parte superior de un contraviento en K, figura 3.4(a). La fuerza ejercida por el dispositivo en la estructura se basa en la ecuación (3.2), mientras que la fuerza local $f_b(t)$ en la diagonal puede ser expresada en función de su rigidez inherente $k_b = \frac{2 \cdot E \cdot A}{L_b} \cos \theta_b$ y la deformación del contraviento en K $\Delta_d(t)$ como:

$$f_b(t) = k_d \Delta_d(t) \quad (3.3)$$

Las deformaciones locales experimentadas por el dispositivo de $\Delta_d(t)$ contraviento $\Delta_b(t)$ están relacionadas con la deformación estructural global, o la deriva de entrepiso $\Delta_s(t)$

$$\Delta_s(t) = \Delta_b(t) + \Delta_d(t) \quad (3.4)$$

La fuerza global aplicada por el elemento de amortiguamiento $F_d(t)$ en la estructura cumple que:

$$F_d(t) = f_b(t) = P_d(t).$$

Rescribiendo la ecuación (3.4).

$$F_d(t) + \frac{c_d}{k_d} \dot{F}_d(t) = c_d \dot{\Delta}_s(t) \quad (3.5)$$

Por lo tanto el comportamiento del amortiguador-diagonal ensamblado puede también ser descrito por un resorte y un amortiguador conectados en serie, donde la rigidez y la deflexión de la diagonal pueden influir en el desempeño del amortiguador. Es claro que si la diagonal es considerada como rígida la deformación experimentada por el

amortiguador es la misma. En este caso la ecuación 3.5 se reduce a la ecuación 3.2 donde $k_b = \infty$, $\Delta_b = 0$ y $\Delta_d = \Delta_s$. En el caso en que el amortiguador conectado con un contraviento diagonal en la estructura, como se ilustra en la figura 3.4b, la fuerza global $F_d(t)$ actuando en la estructura es obtenida considerando el ángulo teta del elemento amortiguador con respecto al eje horizontal. Para un brazo rígido, puede ser escrita como

$$F_d(t) = P_d(t) \cos \theta_d = c_d \dot{\Delta}_s(t) \cos^2 \theta_d \quad (3.6)$$

Para un brazo flexible la fuerza global $F_d(t)$ está dada por:

$$F_d(t) + \frac{c_d}{k_b} \ddot{F}_d(t) = c_d \dot{\Delta}_s(t) \cos^2 \theta_d \quad (3.7)$$

Se observa que la deformación del amortiguador se reduce debido al ángulo de inclinación, con la consiguiente reducción de su capacidad de disipación de energía. La figura 3.4 (c) presenta una alternativa mecanismo de fijación en el que la deriva estructural Δ_s se amplifica causando una mayor deformación en el dispositivo.

3.2 Las variables de diseño discreto

En el apartado anterior las propiedades mecánicas de los dispositivos de amortiguamiento se determinaron tomando en cuenta que se podía tomar cualquier valor real admisible. Asumir que las variables de diseño son continuas permite el uso de técnicas analíticas del cálculo diferencial para encontrar las soluciones óptimas de diseño; sin embargo, esta solución en la práctica puede no ser posible debido a la limitada disponibilidad de los productos comerciales. Una solución más conveniente y práctica será seleccionar los amortiguadores que pueden ser suministrados por la industria. Por lo tanto, en el siguiente desarrollo, las características de un dispositivo unitario (es decir, la capacidad de amortiguamiento) se especifican, o un dispositivo con predeterminado propiedades mecánicas se elige de un catálogo de productos comerciales con fines de optimización.

Puesto que los parámetros de los dispositivos son fijos, el problema de encontrar el número de dispositivos y su ubicación dentro del edificio se puede ver como un problema de optimización combinatoria con un espacio de diseño discreto. Así, el problema general de optimización se puede expresar como:

$$\underset{n}{\text{minimize}} |R(n, t)| \quad (3.8)$$

Sujeto a:

$$\sum_{d=1}^{n_l} n_d = N_T \quad (3.9)$$

donde n es el vector de variables de diseño n_d y N_T es el número total de amortiguadores que se colocará en la estructura. Aunque en principio la solución óptima se puede encontrar a través de una búsqueda exhaustiva de todas las posibles combinaciones de las ubicaciones de los amortiguadores, la aplicación práctica de esta búsqueda es inviable debido al gran número de posibles soluciones. Por ejemplo, para la colocación de 50 dispositivos en la estructura de 10 niveles, uno tendrá que examinar $10E50$ combinaciones posibles. Para m dispositivos idénticos que se coloca en el n niveles posibles, hay $(m + n-1)! / m! (n-1)!$ Diferentes combinaciones. Para $m = 50$ y $n = 10$, este número es de $1.25E10$.

Evaluar cada posible combinación es obviamente una tarea de enormes proporciones, incluso para las herramientas informáticas actuales, y por lo tanto, debe ser utilizado un enfoque más sistemático y eficiente.

Un algoritmo genético se emplea para buscar la mejor solución de diseño en problemas con variables discretas. Para un número determinado de dispositivos, se puede obtener su ubicación en una estructura resolviendo las ecuaciones. (3.8) y (3.9), y calculando el grado de reducción de respuesta a alcanzar para esta instalación. Por otro lado, para obtener el menor número de dispositivos para reduzcan la respuesta en una determinada cantidad tiene que ser resuelto por una serie de iteraciones. En este caso, la falta de un resultado analítico, tal como el teorema de la sensibilidad, se opone a la determinación de una relación entre la función del índice de rendimiento y del número total de dispositivos. Por lo tanto, la dependencia de $f [R (n, t)]$ en N_T se debe determinar numéricamente. Este se puede hacer variar el número total de dispositivos en las inmediaciones de N_T y la solución de un nuevo problema de optimización con el valor de $N_T + \Delta N_T$ en la restricción de la ecuación. (3.9).

La variación obtenida puede ser usada para fines de extrapolación, y el número total de los dispositivos necesarios para lograr el objetivo de diseño puede ser estimado.

3.3 Cálculo de la Respuesta.

Para calcular el índice de desempeño y evaluar un diseño particular se debe analizar la estructura. Por lo general, el enfoque de diseño está basado en la reducción de los valores máximos de la respuesta a los límites establecidos en los códigos. Por ejemplo, consideremos un modelo de N grados de libertad de un edificio de cortante con dispositivos visco-elásticos, como se muestra en la Figura 3.3. Las ecuaciones de movimiento se pueden escribir como:

$$M\ddot{x}(t) + C_s\dot{x}(t) + K_sx(t) + \sum_{d=1}^{n_l} r_d n_d P_d(t) = -ME\ddot{X}_g(t) \quad (3.10)$$

Donde $\ddot{X}_g(t)$ son los movimientos sísmicos en la base de la estructura, y $x(t)$ es el vector de desplazamientos en dirección de la excitación. Si la fuerza ejercida por el d -ésimo dispositivo visco-elástico se caracteriza por un modelo de amortiguador simple, las relaciones cinemáticas siguientes se pueden establecer entre las deformaciones locales del elemento amortiguador y de los principales miembros estructurales.

$$\left. \begin{aligned} P_d(t) &= c_d \dot{\Delta}_d(t) \\ \dot{\Delta}_d(t) &= r_d^T \dot{x}(t) \end{aligned} \right\} P_d(t) = c_d r_d^T \dot{x}(t) \quad (3.11)$$

Donde para el modelo del edificio mostrado en la figura 3.3, los vectores de influencia r_d^T están dados por:

$$r_1^T = [\cos\theta_1 \quad 0 \quad 0]; \quad r_2^T = [-\cos\theta_1 \quad \cos\theta_2 \quad 0]; \quad r_3^T = [0 \quad -\cos\theta_2 \quad \cos\theta_3]$$

Sustituyendo la ecuación (3.11) en la ecuación (3.10) conduce a:

$$M\ddot{x}(t) + \left(C_s + \sum_{d=1}^{n_l} r_d n_d c_d r_d^T \right) \dot{x}(t) + K_s x(t) = -ME\ddot{X}_g(t) \quad (3.12)$$

Por lo tanto, la matriz de amortiguamiento general del sistema, definida como C , es obtenida por la suma del amortiguamiento estructural intrínseco y la contribución de los dispositivos. Esto es:

$$C = C_s + \sum_{d=1}^{n_l} r_d n_d c_d r_d^T \quad (3.13)$$

Se puede observar a partir de las ecuaciones (3.12) y (3.13) que mediante la adición de varios dispositivos de amortiguamiento en los diferentes lugares de una estructura, la matriz de amortiguamiento de la estructura resulta modificada y el sistema se convierte, en un sistema con amortiguamiento no clásico.

Para analizar el caso de un sistema con amortiguamiento no proporcional es conveniente escribir las ecuaciones de movimiento (3.12) como un sistema de ecuaciones de primer orden.

$$\dot{x}(t) = A \cdot x(t) + B \cdot u(t) \quad (3.14)$$

Para un sistema dinámico de N grados de libertad, $x(t)$ es el vector de $2N$ elementos que consiste en la vector de velocidad relativa $\dot{x}_i(t)$ en sus primeros N elementos y el vector

de desplazamiento relativo $x_i(t)$ en los restantes elementos de N. El sistema de matrices A y B se define como:

$$A_{2n \times 2n} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}; B_{2n \times 1} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ [I]\{r\} \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

$$\begin{Bmatrix} \{\dot{x}_i\} \\ \{\ddot{x}_i\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_i\} \\ \{\dot{x}_i\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \{0\} \\ [I]\{r\} \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t)$$

El modelo completo del sistema, para un sistema lineal invariante en el tiempo, consiste de un conjunto de n Ecuaciones de Estado que se definen en términos de las propiedades físicas de los sistemas a analizar, y de un conjunto de ecuaciones que relacionan las variables de interés con las variables de estado y con la excitación externa (Ecuaciones de Salida). Con base en lo anterior, el modelo del sistema se puede expresar a partir de las Ecuaciones 1.37 y 1.38.

$$\{\dot{x}\} = [A]\{x(t)\} + [B]\{u(t)\} \quad (3.16.a)$$

$$\{y\} = [C]\{x(t)\} + [D]\{u(t)\} \quad (3.16.b)$$

Donde

$$C_{3n \times 2n} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix}; D_{3n \times 1} = \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{Ir\} \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \{x_i\} \\ \{\dot{x}_i\} \\ \{\ddot{x}_i\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [I] & [0] \\ [0] & [I] \\ -[M]^{-1}[K] & -[M]^{-1}[C] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{x_i\} \\ \{\dot{x}_i\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \{0\} \\ \{0\} \\ \{Ir\} \end{bmatrix} \ddot{x}_g(t)$$

FORMULACIÓN DINÁMICA EN ESPACIO DE ESTADO

3.4 Representación por variable de estado

En el análisis dinámico de estructuras es muy común suponer que el amortiguamiento es del tipo clásico. Esta suposición permite desacoplar las ecuaciones de movimiento mediante el uso de los autovectores del sistema no amortiguado. Sin embargo, las estructuras con amortiguadores viscosos producen una matriz global de amortiguamiento "llena". Entonces, la matriz de amortiguamiento no puede ser diagonalizada por los autovectores del sistema no amortiguado.

Aun así, se pueden desacoplar las ecuaciones de movimiento de un sistema estructural con amortiguamiento no clásico usando los autovectores del sistema amortiguado. Sin embargo, para tales estructuras los autovectores amortiguados son valores complejos. Este procedimiento desacopla las ecuaciones de movimiento de un sistema con amortiguamiento no clásico de “ n ” grados de libertad a un sistema de “ $2n$ ” ecuaciones de primer orden que tienen solución en el dominio de los números complejos.

Sistemas continuos

Entre las formas de modelar un sistema matemáticamente, se encuentra la de describir al sistema mediante la representación de **variables de estado**. Buscar un modelo matemático es encontrar una relación matemática entre las salidas y las entradas del sistema. En particular la representación interna (representación por variables de estado) relaciona matemáticamente las salidas con las entradas a través de las variables de estado como paso intermedio.

La forma más general de representación por variable de estado de un sistema continuo está dada por dos ecuaciones: la primera que define los cambios de las variables de estado en función de estas mismas variables, las entradas y el tiempo; y la segunda que define la salida en función de las variables de estado, las entradas y el tiempo. Así tenemos:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), t) \quad \text{Ecuación de estado} \quad (3.17.a)$$

$$y(t) = g(x(t), u(t), t) \quad \text{Ecuación de salida} \quad (3.17.b)$$

Aquí consideramos que “ x ”, “ y ” y “ u ” son vectores (columnas) de “ n ”, “ p ” y “ m ” componentes respectivamente. Esta forma de representación es válida para los sistemas continuos no-lineales y variantes en el tiempo en forma general.

Si el sistema representado por las ecuaciones 3.17, es un sistema lineal, la dependencia de “ \dot{x} ” e “ y ”, pasa a ser lineal:

$$\dot{x}(t) = A(t) \cdot x(t) + B(t) \cdot u(t) \quad (3.18.a)$$

$$y(t) = C(t) \cdot x(t) + D(t) \cdot u(t) \quad (3.18.b)$$

Donde A es una matriz de $n \times n$, B es una matriz de $n \times m$, C es una matriz de $p \times n$, y D una matriz de $p \times m$, que pueden ser dependientes del tiempo. Si además de lineal, el sistema es invariante en el tiempo, las matrices A , B , C y D dejan de depender del tiempo.

En general la dimensión de los vectores “ u ” e “ y ” puede ser cualquiera. Si en particular ambos se reducen a un escalar ($p = m = 1$) el sistema se denomina **SISO**

(single-input single-output). En el caso de que ambas dimensiones fuesen mayores a la unidad, el sistema se denomina **MIMO** (multiple-input multiple-output).

Sistemas discretos

De igual manera, podemos describir en forma genérica a un sistema discreto por la siguiente representación por variable de estado:

$$\dot{x}(k + 1) = f(x(k), u(k), k) \quad \text{Ecuación de estado} \quad (3.19.a)$$

$$y(t) = g(x(k), u(k), k) \quad \text{Ecuación de salida} \quad (3.19.b)$$

Donde “ k ”, $k+1$ representan los instantes consecutivos de las series de variables, $x(k)$ es el vector de estados (discreto), $u(k)$ es la serie del vector de entradas, e $y(k)$ es el vector de salida de todos en el instante “ k ”. Estos vectores nuevamente son de dimensión “ n ”, “ m ” y “ p ” respectivamente.

Esta forma de representación es válida para los sistemas discretos no-lineales e invariantes en el tiempo en forma general.

Si el sistema es invariante en el tiempo, las funciones “ f ” y “ g ” dejan de depender explícitamente del tiempo:

$$x(k + 1) = f(x(k), u(k)) \quad (3.20.a)$$

$$y(k) = g(x(k), u(k)) \quad (3.20.b)$$

Si el sistema representado por las ecuaciones 3.20, es un sistema lineal, la dependencia del vector de estado en un nuevo tiempo $x(k+1)$ y la salida $y(k)$ pasa a ser lineal:

$$x(k + 1) = A(k) \cdot x(k) + B(k) \cdot u(k) \quad (3.21.a)$$

$$y(k) = C(k) \cdot x(k) + D(k) \cdot u(k) \quad (3.21.b)$$

donde A es una matriz de $n \times n$, B es una matriz de $n \times m$, C es una matriz de $p \times n$, y D una matriz de $p \times m$, que pueden ser dependientes del instante k . Si además de lineal, el sistema es invariante en el tiempo, las matrices A , B , C y D dejan de depender del instante de tiempo k :

$$x(k + 1) = A \cdot x(k) + B \cdot u(k) \quad (3.22.a)$$

$$y(k) = C \cdot x(k) + D \cdot u(k) \quad (3.22.b)$$

3.5 Relación entre modelo interno y modelo externo

Como hemos visto solamente podemos definir la función de transferencia de un sistema que sea lineal e invariante en el tiempo. Dado entonces un sistema de dichas características, que además sea SISO (por simplicidad, pero puede extenderse a sistemas MIMO), representado por las siguientes ecuaciones 3.16.

Busquemos entonces hallar su función de transferencia, desde la entrada $u(t)$ a la salida $y(t)$. Para ello apliquemos la transformada de Laplace a las ecuaciones 3.16:

$$s \cdot X(s) - x(0) = A \cdot X(s) + B \cdot U(s) \quad (3.23.a)$$

$$Y(s) = C \cdot X(s) + D \cdot U(s) \quad (3.23.b)$$

Donde $X(s)$ es el vector de variables de estado transformado por Laplace, y $U(s)$ e $Y(s)$ son respectivamente la entrada y la salida del sistema también transformadas por Laplace.

Como en la función de transferencia se define que las condiciones iniciales son nulas, el vector de estado inicial es el vector nulo: $x(0) = 0$. Por lo tanto, realizando pasajes de términos, la ecuación 3.23a queda:

$$s \cdot X(s) - A \cdot X(s) = B \cdot U(s) \quad (3.24)$$

Sacando factor común $X(s)$:

$$(s \cdot I - A) \cdot X(s) = B \cdot U(s) \quad (3.25)$$

donde I es la matriz identidad de $n \times n$, necesaria para que las dimensiones de las matrices y vectores se correspondan. Ahora, premultiplicando por la inversa de la matriz $(s \cdot I - A)$, esta ecuación resulta en:

$$X(s) = (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B \cdot U(s) \quad (3.26)$$

Reemplazando esta ecuación, en la ecuación 23.b, obtenemos:

$$Y(s) = C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B \cdot U(s) + D \cdot U(s) \quad (3.27)$$

Sacando factor común $U(s)$, obtenemos finalmente la función de transferencia:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = C \cdot (s \cdot I - A)^{-1} \cdot B + D \quad (3.28)$$

Esta ecuación sigue siendo válida para los sistemas MIMO, con la salvedad que en ese caso obtendríamos una matriz $G(s)$ de funciones de transferencias de $p \times m$ (p la dimensión del vector de salida y m la dimensión del vector de entrada), donde cada

elemento $G_{ij}(s)$ de dicha matriz corresponde a la función de transferencia desde la entrada j -ésima u_j , a la salida i -ésima y_i .

Dadas $G(s)$ y $U(s)$ podemos hallar $Y(s) = G(s)U(s)$ una vez hallada $Y(s)$, la transformada inversa de Laplace nos da $y(t)$.

$$y(t) = L^{-1} \cdot \{Y(s)\} \quad (3.29)$$

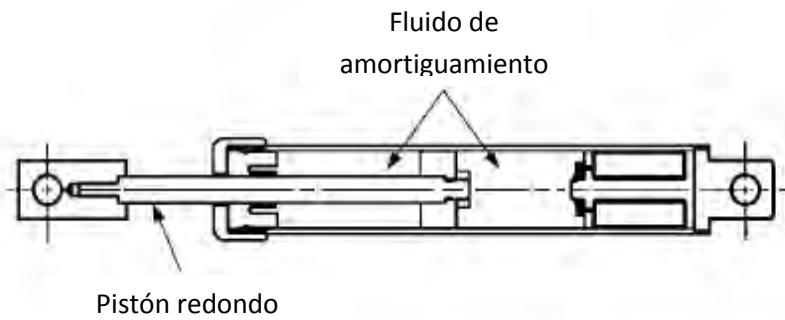
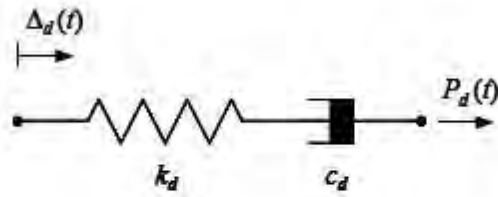
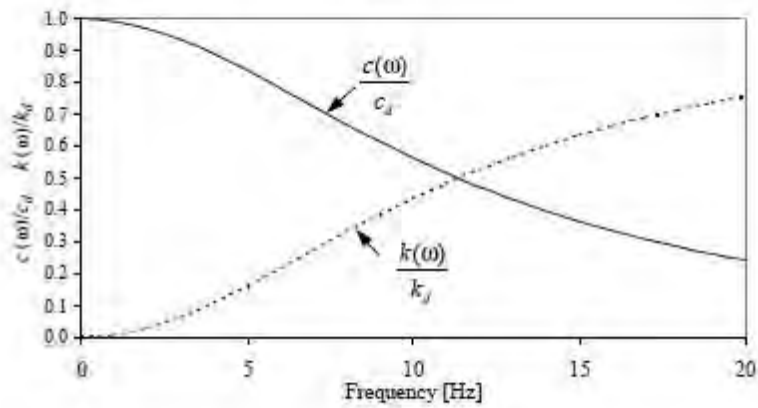


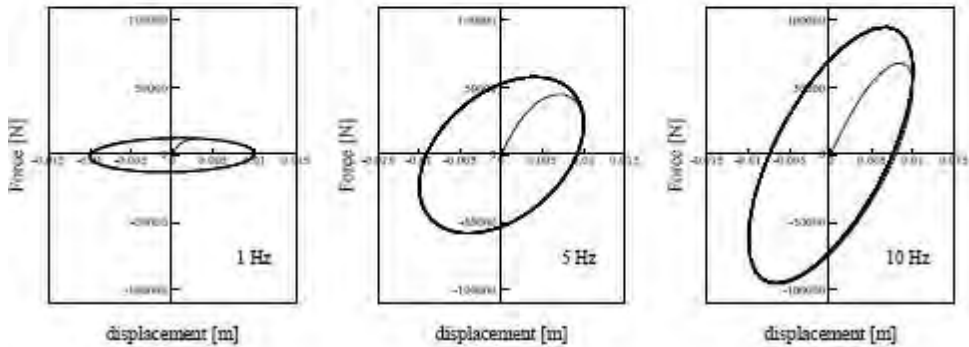
Figura 3.1 Dispositivo de fluido viscoso típico para aplicaciones sísmicas estructurales.



(a)



(b)



(c)

Figura 3.2. Modelos lineales de dispositivos de fluido visco-elástico; a) Modelo de Maxwell, b) Dependencia de la de rigidez y amortiguamiento con la frecuencia, c) Respuesta típica fuerza-deformación para diferentes frecuencias (1 Hz, 5 Hz y 10 Hz).

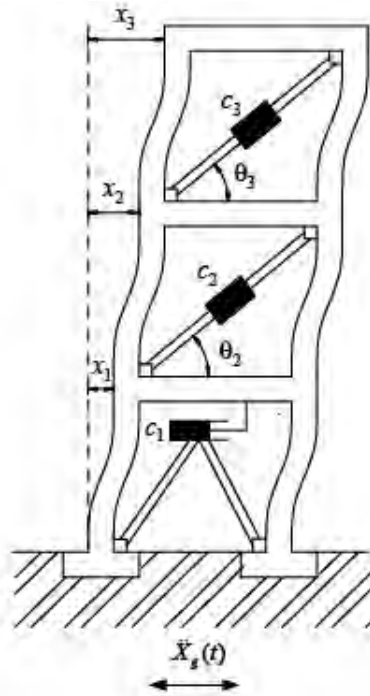


Figura 3.3 Modelo de cortante de una estructura con amortiguamiento visco-elástico.

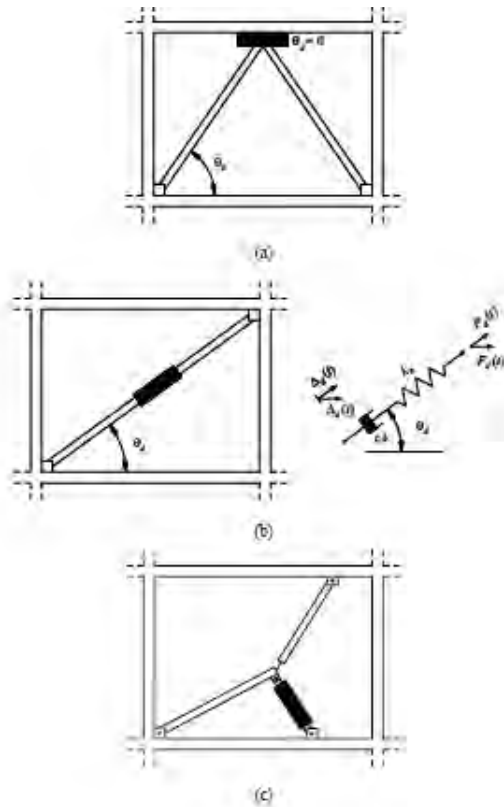


Figura 3.4. Configuraciones típicas de dispositivos de amortiguamiento y contravientos, a) contraviento en K, b) contraviento diagonal c) Sistema de fijación contraviento-amortiguador.

Capítulo 4.

DESCRIPCIÓN DEL PROYECTO.

El predio del Centro Cultural Universitario Tlatelolco (CCUT) se encuentra ubicado dentro de la zona sísmica IIIb (zona del lago), según el mapa de la zonificación geotécnica de la ciudad de México presentado en el Cuerpo Principal de las NTC-Sismo del RDF-04, en la zona donde el periodo dominante del movimiento del suelo (TS) está entre 1.9 y 2.0 s, y la profundidad de los depósitos firmes (HS) se encuentra entre los 30 y 40 m.

La Torre (edificio I) es un edificio de 41.87 m de largo, 18.35 m de ancho y 86.30 m de altura, consta de sótano, planta baja y 22 niveles. La estructura es de concreto reforzado. Se trata de una estructura irregular según lo establecido en las NTC-Sismo del RDF-04.

Los elementos verticales de apoyo se localizan en las fachadas norte y sur (ejes H y K), y corresponden a bandas continuas de 4.30 m de ancho desde la planta baja hasta el piso 20. El muro del eje cabecero oriente (eje 12) tiene una ventana de toda la altura del edificio, la cual divide al muro en dos tramos ligados entre sí por traveses de concreto al nivel de cada piso. El muro del otro eje cabecero poniente (eje 6) es cerrado en toda la altura. Los elementos de apoyo de las losas, a partir del primer nivel, son traveses de acero estructural, de alma abierta, que salvan el claro libre de 17.15 m en el sentido transversal.

La losa de cimentación es a base de cascarones de 18 cm, formando bóvedas de cañón invertidas, en el sentido transversal del edificio; las contratraveses en el mismo sentido son de 3.00 m de peralte y de 60 a 70 cm de ancho. El nivel de arranque de las bóvedas es -6.60 m y sus flechas son de dimensión variable (62 a 88 cm), dependiendo del claro de las bóvedas. Las contratraveses en el sentido longitudinal son de 1.30 m de peralte y 30 cm de ancho.

Los muros perimetrales en la cimentación son de 7.30 m de altura, desde el arranque de las bóvedas hasta el nivel del piso de la planta baja, el cual está a 70 cm sobre el nivel de banqueta.

Todos estos elementos, según proyecto original, forman un cajón de cimentación, apoyado sobre 156 pilotes de fricción de concreto reforzado de sección circular de 50 cm de diámetro, hincados a 25 m de profundidad abajo del nivel general del terreno.

El edificio II de los Cuerpos Bajos es de planta cuadrada, de 43.20 x 43.20 m por lado. La planta alta tiene un patio de 14.40 x 14.40 m. Toda la estructura es de concreto armado, con claros de 7.20 x 7.20 m entre columnas. Las losas del piso y de la azotea son reticulares, de 45 cm de peralte.

Los edificios III y IV de los mismos Cuerpos Bajos son de dos pisos con diferentes niveles; están estructurados con columnas de acero a partir de la planta baja, losa reticular en el piso y traveses de acero en el nivel de azotea y en el auditorio.

Los edificios que forman el conjunto tienen un sótano común cuyo nivel de piso (N -3.60 m) es el mismo en toda el área. Dado que las presiones sobre el terreno por las descargas de los edificios son muy variables, en la zona de la torre se colocaron 156 pilotes de fricción para tomar el diferencial entre la carga del edificio y el peso de suelo excavado, y para los Cuerpos Bajos se aumentaron las descargas mediante la colocación de lastres de concreto ciclópeo de diferentes espesores debajo de la losa de cimentación en algunas zonas, y lastres removibles, como en el caso de la plaza interior y en el edificio III.

La cimentación de la Torre está ligada al norte y al oriente con la de los Cuerpos Bajos. El nivel de la losa del sótano está a -3.60 m con respecto del nivel de banquetas, con excepción de la que se encuentra debajo de la plaza central, cuyo nivel es -4.50 m. El espesor de esta losa en el edificio II y debajo de la plaza es de 45 cm y en el resto es de 20 cm. Las contratrabes son de 3.00 m de peralte y de 50 y 60 cm de ancho, formando una retícula de 7.20 m por 7.20 m en los edificios II y III y bajo la plaza. En el edificio IV los claros son de 7.20 m en el sentido norte-sur y variables en el sentido oriente-poniente, de 7.65 a 4.72 m.



Fig. 4.1. Centro Cultural Universitario Tlatelolco.

4.1 Hundimientos Diferenciales.

Las mediciones de hundimientos diferenciales y desplomos hechas en la Torre desde su construcción en 1964, confirmaron su tendencia a la inclinación en la dirección Sur-Oeste.

A raíz de los asentamientos diferenciales que ocurrieron en la Torre, en octubre de 1964 se colocó lastre de arena en la cimentación en las zonas norte y este, y se instalaron 25 pilotes electrometálicos de tubo de acero de 2" de diámetro en la zona Sur-Oeste, en la cual se presentaron los hundimientos mayores. No obstante, los asentamientos prosiguieron, por lo que un año más tarde se instalaron otros 48 pilotes del mismo tipo y se retiró el lastre de la zona Sur-Oeste. En 1982 se procedió al hincado de 52 pilotes de control a lo largo de la fachada sur y parte de la fachada poniente de la Torre, para detener el hundimiento diferencial, que siempre se manifestó en esa dirección.

4.2 Resumen del comportamiento de desplomos y movimientos verticales.

El hundimiento general del conjunto se traduce en la tendencia de la Torre al desplomo hacia el sur, que es resultado de la excentricidad de la torre de mayor altura en el conjunto y a las diferencias de compresibilidad del subsuelo, cuya resistencia disminuye de norte a sur, lo que se ve agravado por la sobre-explotación de los acuíferos en la zona; la figura 4.3 representa la evolución de los movimientos horizontales de la Torre desde el término de la construcción, en 1965, hasta las últimas mediciones efectuadas en 2005.

Los primeros registros consistentes que se tienen de los desplazamientos de los movimientos verticales datan de febrero de 1985, cuando la SCT instaló el banco de nivel a 62 m de profundidad; estos registros terminan en julio de 2001; la historia de estos movimientos se expresa en la figura 4.3. Los resultados de la Torre, según las mediciones de diciembre de 2007, muestran un desplomo promedio del orden de 101.15 cm.

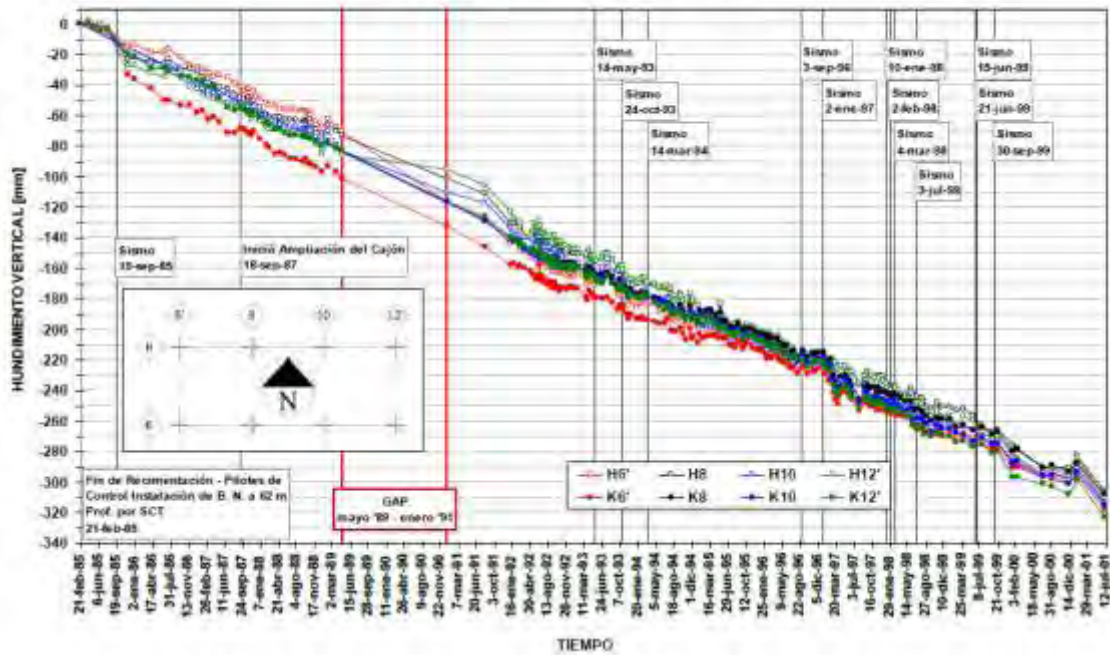


Fig.4.2. Movimientos verticales (Hundimiento) según Jorge Ávila³. Periodo: 21/Febrero/1985 al 5/julio/2001.

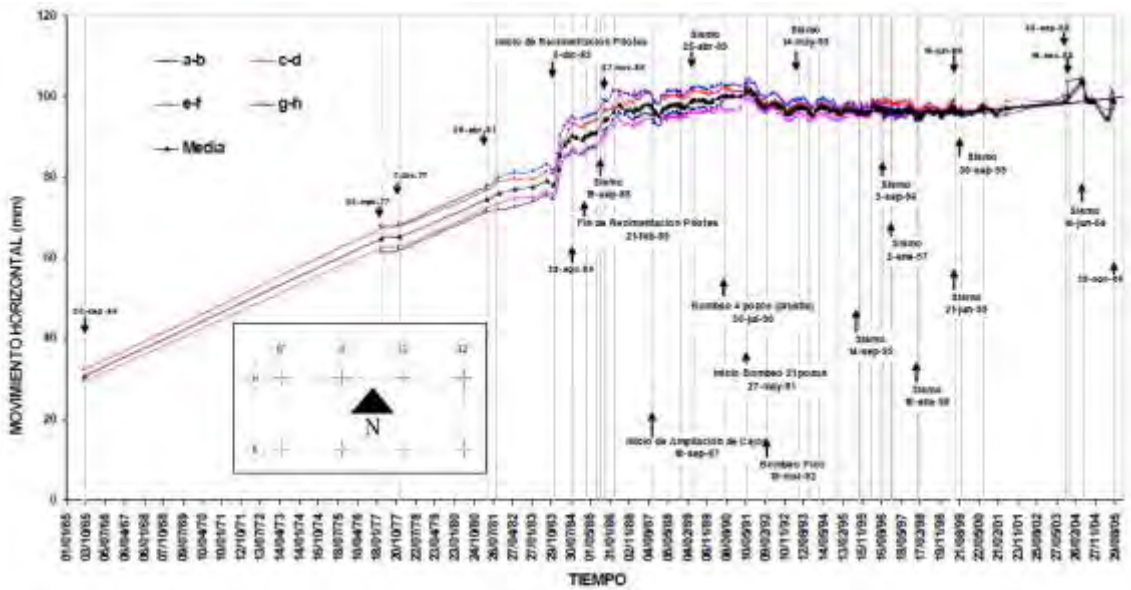


Fig.4.3. Movimientos horizontales (desplomo) según Jorge Ávila³. Periodo: Septiembre/1965 a agosto/2005.

4.3 Rehabilitaciones Anteriores.

Después del sismo 1985, se reforzaron las columnas y trabes del marco de la fachada oriente. El refuerzo consistió en el ensanchamiento de las columnas de concreto en la cimentación y en el sótano. A partir de la planta baja, se colocaron ángulos de acero en las esquinas de las columnas en toda su altura, soldados a placas de acero en el sentido horizontal. Todos los muros no estructurales que fueron desligados de la estructura principal. Se reforzó el muro de contención (eje 6) que une a la Torre con el edificio II; el refuerzo consistió en el aumento de sección de la columna de concreto del eje G-6 que recibe al muro y el aumento de 30 a 60 cm en el espesor del mismo.

En 1987 se llevó a cabo un estudio que sirvió de base para el proyecto de la ampliación de la cimentación de la Torre. Dicha ampliación de la cimentación consistió en un cajón de 6 m de ancho por 42.05 m de longitud, desplantado a 3.80 m de profundidad.

Los daños estructurales a la fecha, según revisiones recientes, muestran que se presentan algunas grietas y fisuras en varias vigas, losas y muros, principalmente de la Torre, que no son de alto riesgo.

DESCRIPCIÓN DEL ANÁLISIS Y RESULTADOS.

El estudio del edificio consistió en la recopilación de toda la información existente del proyecto estructural y de las revisiones en campo hechas a la fecha (Planos del proyecto estructural original, memorias de cálculo, dictámenes, refuerzos, etc.), y en el diagnóstico y análisis del estado actual.

Se calibraron los modelos matemáticos a partir de la medición de los periodos del conjunto Torre-Cuerpos Bajos con la técnica de vibración y ruido ambiental (Muria en 2007). Se revisaron los estados límite de servicio (desplazamientos laterales) ante la combinación más desfavorable de las cargas permanentes (cargas muertas y cargas vivas) y accidentales (sismo) actuantes.

Dirección	Modo	T _i analíticos * (s)		T _i medidos ** (s)
		Base rígida	Base Flexible	
X (Longitudinal)	1	2.097 (17.6)	2.268 (42.2)	2.278 – 2.557
	2	0.883 (1.1)	1.325 (56.2)	-
	3	0.702 (9.5)	0.652 (0.7)	-
Y (Transversal)	1	1.929 (17.9)	2.059 (28.8)	2.049
	2	0.619 (3.7)	0.922 (67.1)	-
	3	0.542 (9.0)	0.606 (0.6)	-
θ (Torsión)	1	1.237 (3.5)	1.262 (3.7)	1.280
	2	0.531 (7.37)	0.876 (1.9)	-
	3	0.378 (1.27)	0.519 (6.7)	-

Tabla 4.1. Periodos analíticos obtenidos por Ávila 2007³ y periodos obtenidos de prueba de vibración ambiental Muria 2007³.

4.4. Modelo Tridimensional.

Se determinó la respuesta del edificio ante los efectos sísmicos llevando a cabo un análisis tridimensional modal con técnicas de espectro, empleando la regla de combinación modal SRSS para evaluar el estado que guardaba la estructura antes de la rehabilitación de 2007, y adicionando macro-diagonales (refuerzo convencional), arreglo propuesto por Vázquez y Valles en 2007 (ver figura 4.4).

Para este tipo de análisis se decidió determinar un espectro de sitio considerando los efectos de la interacción suelo-estructura, asumiendo un periodo de retorno de 250 años. Este estudio fue realizado por Avilés en 2007, para que el modelo estructural se analizara bajo la condición de base fija (empotrado); después de reducir dicho espectro elástico por los factores Q' y R (sobre-resistencia) se obtuvo una ordenada espectral máxima de 0.10, prácticamente igual a la máxima del espectro del RDF-66, de 0.104.

Finalmente, posterior a las revisiones de los estados límite de servicio y de falla con el espectro propuesto por Avilés, se llegó a la conclusión que éste debería de escalarse para un $C_s = 0.15$ y que, además, el modelo estructural se analizaría bajo las condiciones de base flexible.

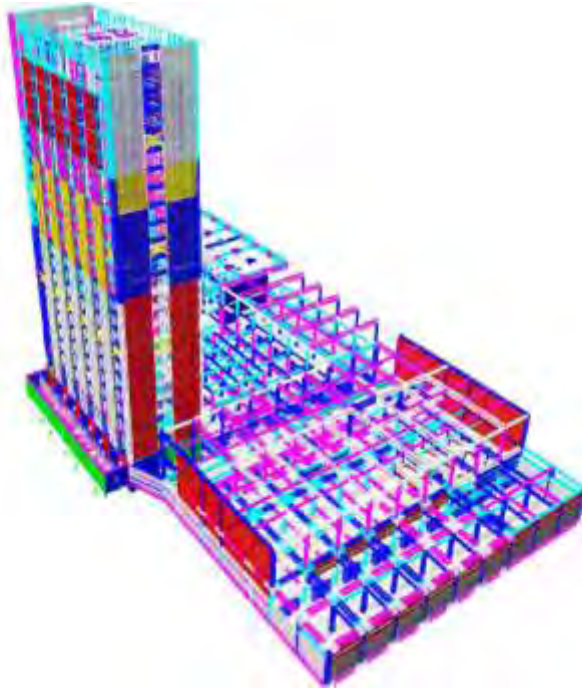


Figura 4.4. Modelo Tridimensional en Etabs del Centro cultural Universitario Tlatelolco

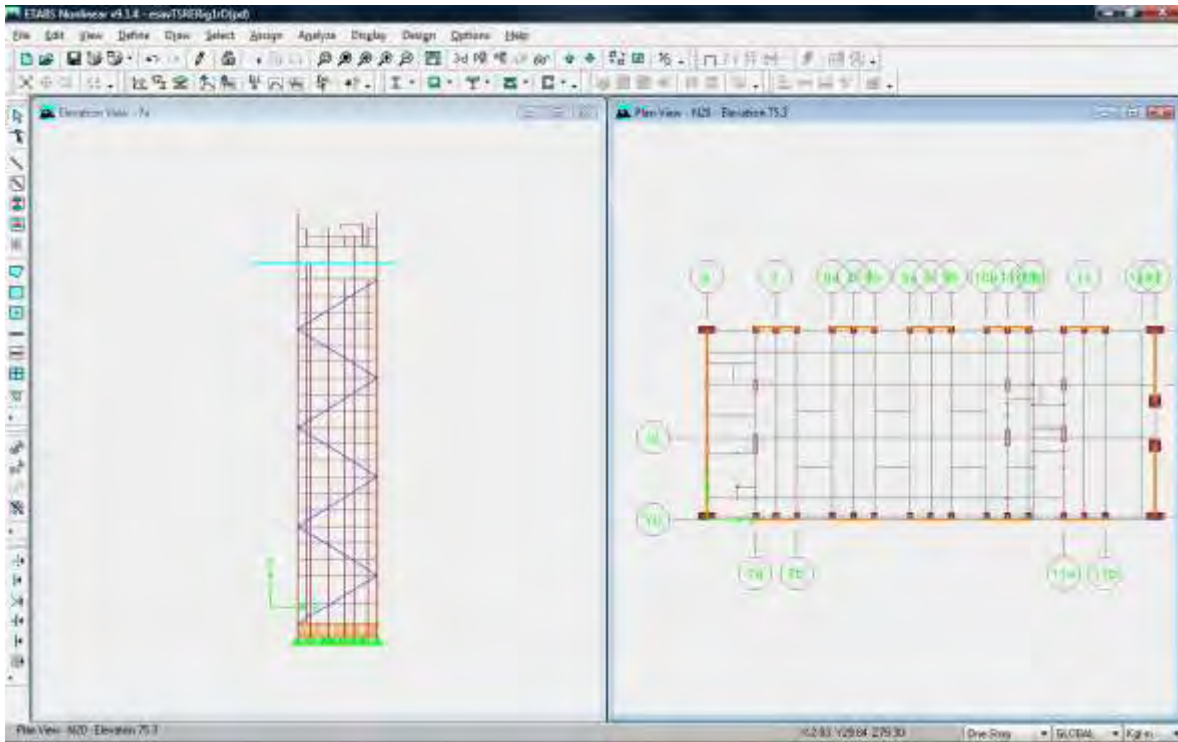


Figura 4.5. Propuesta de Rehabilitación con contravientos en 4 ejes del Edificio.

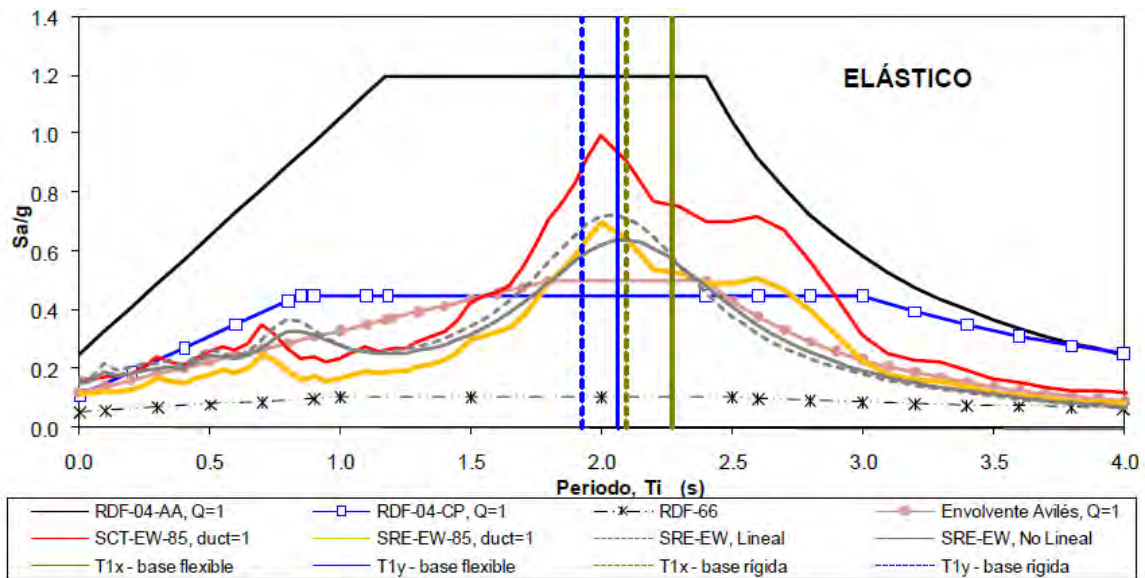


Figura 4.6. Espectros elásticos de diseño ($Q=1$) de las NTC-Sismo (Apéndice A y C.P) del RDF-04, RDF-66 y del estudio original de Avilés ($cs=0.50$ y periodo de retorno de 250 años), espectros de respuesta elástica de SCT-EW (1985) y SRE-EW (lineal y no-lineal), y ubicación de los periodos fundamentales de vibración ("X", "Y") de la Torre-Cuerpos Bajos, sin y con base flexible³.

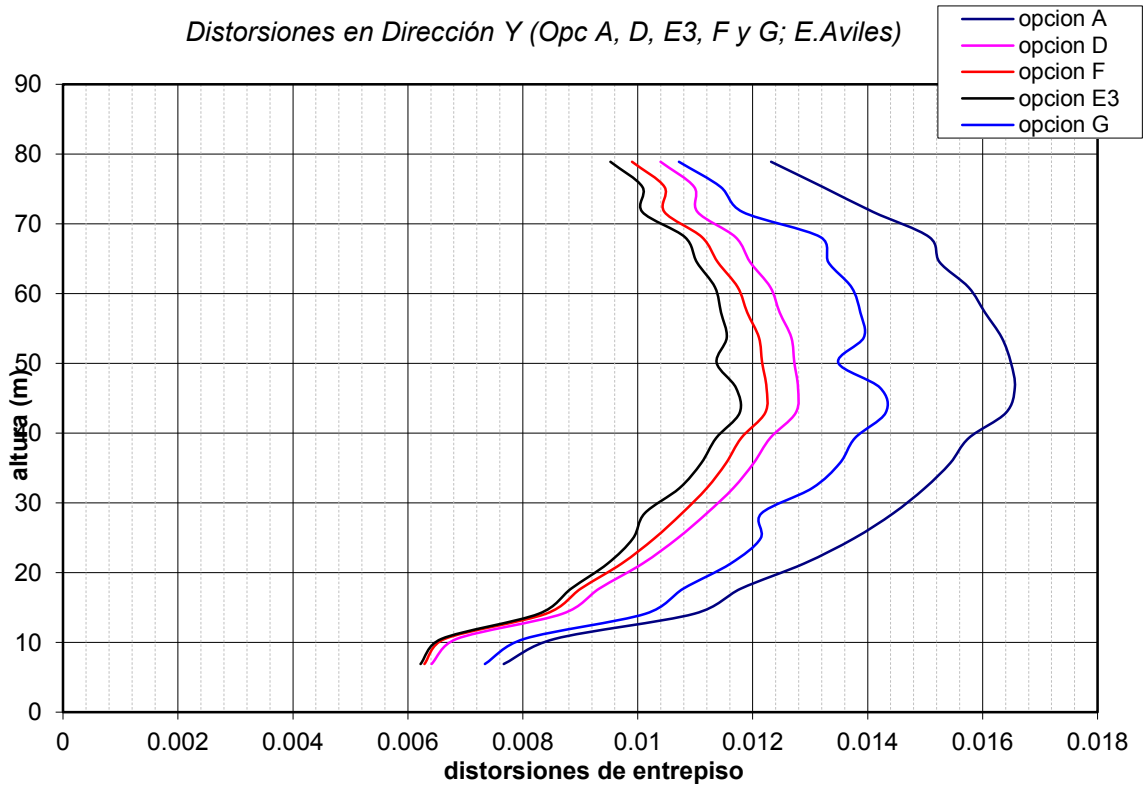


Figura 4.7. Distorsiones de entpiso para varias propuestas de refuerzo Valles y Vázquez (2007).

29-Jan-08						
Resumen de Refuerzo Torre SRE (Espectro Aviles)						
		Opcion A	Opcion D	Opcion E3	Opcion F	Opcion G
Desplazamiento X	(m)	1.1152	1.1096	0.7868	0.7700	0.8488
Desplazamiento Y	(cm)	0.9548	0.7540	0.7076	0.7352	0.8456
Drifts X (max)		0.0174	0.0172	0.011692	0.0115	0.01314
Drifts Y (max)		0.0166	0.0128	0.011772	0.0122	0.014312
Periodo (Modo 1)	(s)	2.20	2.19	1.83	1.80	1.86
Periodo (Modo 2)	(s)	1.87	1.67	1.64	1.67	1.78

- Opcion A Sin contraventeos
- Opcion D 2 Ligeros, 2 Intermedios, 3 Pesados
- Opcion E3 Opcion D + Anillos Fachadas+ 2 Contraventeos
- Opcion F Opcion D + Contraventeos Verticales Fachadas
- Opcion G Anillos de rigidez en las dos direcciones

Tabla 4.2. Tabla resumen para varias propuestas de reforzamiento Valles y Vázquez (2007).

11-Feb-08		
<i>Resumen de Refuerzo Torre SRE (Espectro Aviles)</i>		
		<i>Opción E3</i>
<i>Desplazamiento X</i>	<i>(cm)</i>	<i>0.7176</i>
<i>Desplazamiento Y</i>	<i>(cm)</i>	<i>0.5792</i>
<i>Drifts X (max)</i>		<i>0.01169</i>
<i>Drifts Y (max)</i>		<i>0.01172</i>
<i>Periodo (Modo 1)</i>	<i>(s)</i>	<i>1.827645</i>
<i>Periodo (Modo 2)</i>	<i>(s)</i>	<i>1.632571</i>
<i>Cortante Basal X</i>	<i>(Ton)</i>	<i>3017.88</i>
<i>Cortante Basal Y</i>	<i>(Ton)</i>	<i>2678.71</i>
<i>Momento de Volteo X</i>	<i>(Ton*m)</i>	<i>152153.16</i>
<i>Momento de Volteo Y</i>	<i>(Ton*m)</i>	<i>138930.55</i>
<i>Peso Contraventeos Y</i>	<i>(Ton)</i>	<i>97.59</i>
<i>Peso Contraventeos X</i>	<i>(Ton)</i>	<i>29.63</i>
<i>Peso Total</i>		<i>127.21</i>

Tabla 4.3. Resumen reforzamiento de CCUT opción E3 Valles y Vázquez (2007).

4.5 Modelo Bidimensional.

Se procedió a partir del modelo tridimensional a determinar la masa y la rigidez de los entrepisos del edificio. Se llevaron a cabo una serie de análisis: un análisis unidimensional lineal paso a paso basado en la solución de las ecuaciones de estado, un análisis lineal paso a paso basado en el método de Newmark, y un análisis unidimensional modal con técnicas de espectro empleando las reglas de combinación SRSS y CQC. Adicionalmente se analizó la estructura antes de la rehabilitación de 2007, con la finalidad de comparar los distintos métodos.

Para este tipo de análisis se utilizaron los acelerogramas SRE-EW, éste último determinado por Ordaz en 2007 y que supuestamente debió haberse registrado en el sitio de la ex-Secretaría de Relaciones Exteriores a raíz del sismo de 1985 (ver figura 4.8). De dichos análisis se derivan las siguientes conclusiones:

1. Se validaron los resultados del análisis unidimensional lineal paso a paso basado en la solución de las ecuaciones de estado, ya que la respuesta para cada instante de tiempo es exactamente la misma que la solución exacta basado en el método de Newmark.
2. El periodo fundamental de la estructura obtenido en el modelo unidimensional ($T = 2.33$ [s]) resultó ser ligeramente más grande que el obtenido del modelo tridimensional ($T = 2.05$ [s]). Las distorsiones máximas de la estructura obtenida en el análisis tridimensional (SRSS) resultaron del orden de un 10% mayores que las obtenidas en el análisis unidimensional modal (SRSS), debido al efecto de torsión.

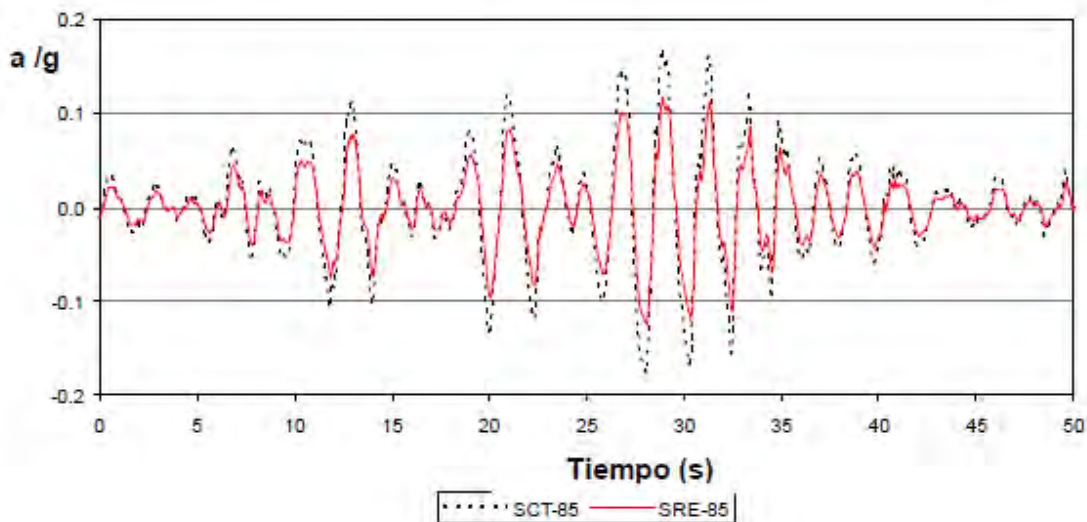


Fig. 4.8. Acelerogramas utilizados del sismo de 1985 en la ciudad de México, SCT-EW y SRE-EW, Ordaz 2007³.

4.6 Conexión de dispositivos abarcando un entrepiso.

Se determinó la respuesta del edificio empleando el acelerograma SRE-EW en la dirección transversal resolviendo las ecuaciones de estado de 250,000 arreglos diferentes para determinar el número mínimo de dispositivos disipadores de energía y su ubicación óptima dentro de la estructura empleado algoritmos genéticos como técnica de optimización.

Los parámetros de amortiguamiento pro $C=20$ kips-s/in y $\alpha = 1.0$. Los dispositivos se instalan abarcando un entrepiso suponiendo $k_b =$. Se eligió este valor para la constante C, ya que éste es múltiplo de las tres constantes características que se emplearon en la propuesta de rehabilitación de Méndez (2007). El número de dispositivos inicial corresponde a 0 dispositivos y el incremento del número de dispositivos corresponde a 4 por cada iteración.

Los parámetros empleados en el algoritmo de optimización son los siguientes: distorsión objetivo (0.012), población Inicial (50 individuos), probabilidad de cruzamiento (80%), probabilidad a mutar (10%), elitismo (90%), número máximo de generaciones (200).

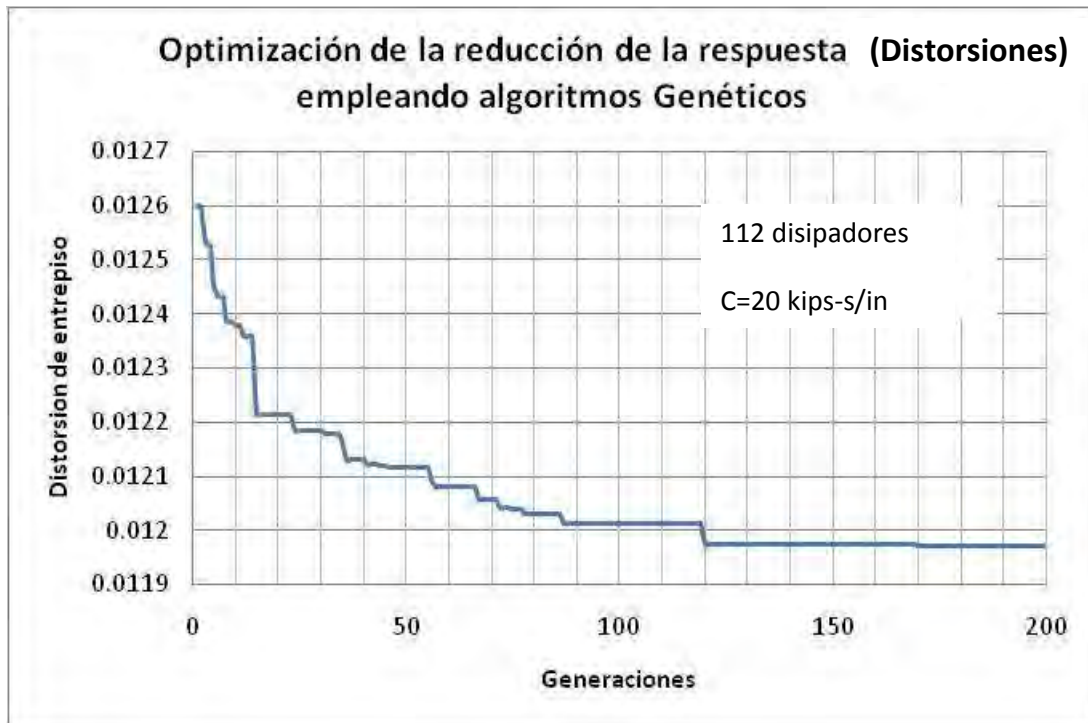


Fig. 4.9. Historia de optimización para reducir la respuesta empleando algoritmos genéticos con dispositivos conectados a la estructura abarcando un entrepiso.

De dichos análisis se derivan los siguientes resultados:

1. El número de dispositivos necesarios para reducir la distorsión a los límites que indica la Norma Técnica Complementaria para Diseño por Sismo corresponde a 112 dispositivos para los parámetros de amortiguamiento propuestos.
2. La gráfica 4.10 muestra la distorsión máxima de la estructura para el peor arreglo de la población inicial y la distorsión máxima de la estructura que corresponde al arreglo óptimo para diferente número de dispositivos.

En la gráfica del arreglo óptimo se observa que para un mayor número de dispositivos disminuye la distorsión máxima. Para la gráfica de la población inicial se observan algunos puntos de incremento de la distorsión a pesar del aumento del número de dispositivos, sin embargo, existe una tendencia a reducir la distorsión al aumentar el número de dispositivos como también se observa en la gráfica del arreglo óptimo.

3. La gráfica 4.11 muestra la eficiencia de los algoritmos genéticos como técnica de optimización en función del número de dispositivos.
4. Se presenta en la siguiente tabla el arreglo óptimo, donde se indica la ubicación de los 112 dispositivos en la estructura.

Nivel	PB	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
No. Disp	0	0	2	7	7	5	8	5	12	9	14	13	3	3	10	3	0	3	1	0	0	1	1	1

Tabla 4.4. Ubicación de dispositivos conectados a la estructura abarcando un entrepiso. Arreglo optimizado empleando algoritmos genéticos

Es importante señalar que con la finalidad de reducir costos de instalación, es posible instalar por ejemplo en lugar de 12 dispositivos con $C = 20$ kips-s/in en el Nivel 12, 2 dispositivos con $C = 120$ kips-s/in; esto es válido ya que el análisis es de tipo lineal. El valor inicial de C recomendado por Taylor. Inc es 55 kips-s/in.



Figura 4.10. Comparación de la distorsión de la población inicial y distorsión del individuo optimizado después de 200 generaciones con dispositivos conectados a la estructura abarcando un entrepiso.

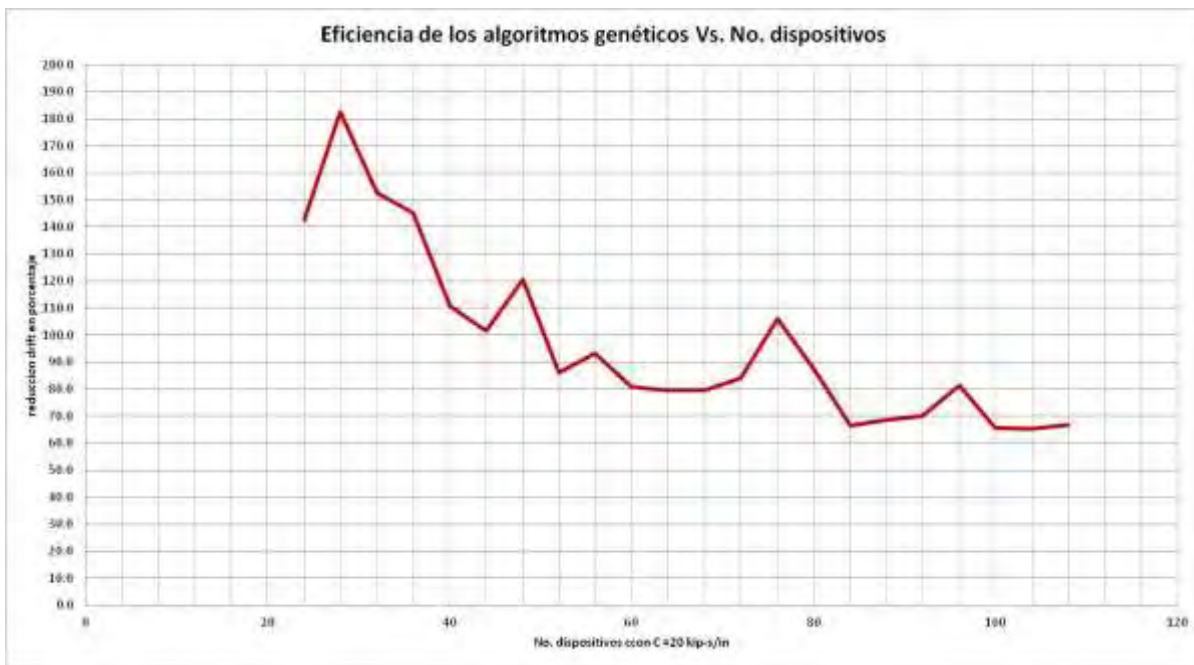


Figura 4.11. Eficiencia de los algoritmos genéticos en función de la cantidad de amortiguamiento suplementario con dispositivos conectados a la estructura abarcando un entrepiso.

Se procedió a determinar el amortiguamiento modal equivalente, retirando de su posición de equilibrio a la estructura y posteriormente dejándola vibrar libremente. A la expresión que permite despejar el coeficiente de amortiguamiento se conoce como “decremento logarítmico”.

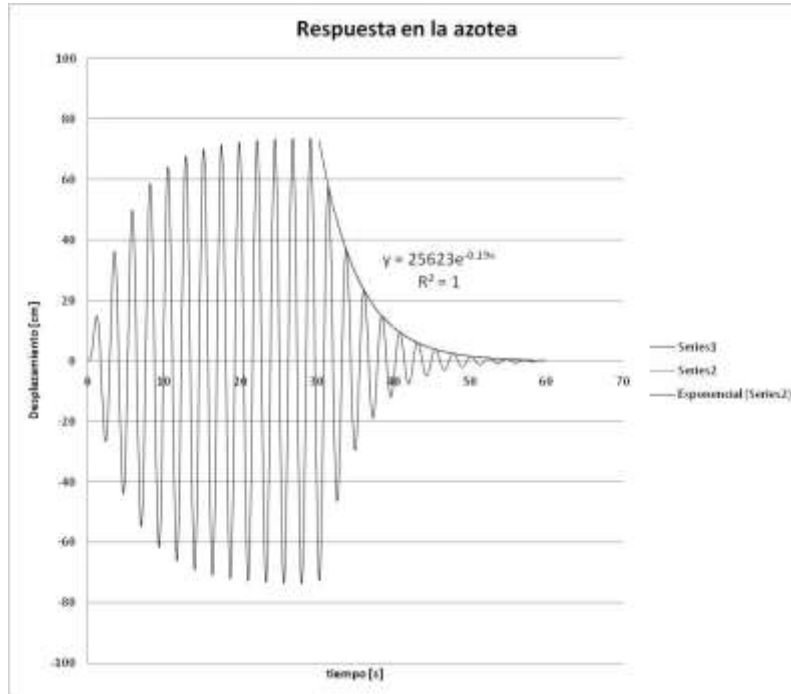


Figura 4.12. Desplazamiento en la azotea de la estructura con el arreglo de la tabla 4.4 excitada con una señal armónica durante 30 segundos y en vibración libre durante otros 30 segundos.

Como resultado del análisis anterior, se determinó que el incremento del amortiguamiento modal equivalente corresponde a un 2.17% adicional al 5% del amortiguamiento modal intrínseco de la estructura, sumando en total 7.17%.

Fue necesario aumentar el amortiguamiento modal de la estructura apenas en una pequeña cantidad, para reducir la respuesta a un nivel deseado, esto confirma, que cuando la frecuencia de la carga aplicada es similar a la frecuencia natural de la estructura, el amortiguamiento cobra un rol decisivo en la amplitud de la respuesta; sin embargo, también es relevante señalar que independientemente de que se seleccionó una constante de amortiguamiento relativamente pequeña, se requirió adicionar una cantidad importante de dispositivos conectados a la estructura abarcando un entrepiso para incrementar el amortiguamiento modal en una cantidad pequeña.

El hecho de que el amortiguamiento no incida significativamente en la amplitud de la respuesta cuando la frecuencia de la carga no es similar a la frecuencia natural de la estructura, y los altos costos de los dispositivos comparado con técnicas de rehabilitación convencionales, limitan los alcances y por tanto el uso de esta tecnología.

Finalmente se determinó la respuesta de la estructura llevando a cabo un análisis bidimensional lineal paso a paso basado en el método de Newark con amortiguamiento modal $\zeta = 7.17\%$. También se realizaron análisis modal con técnicas de espectro empleando las reglas de combinación SRSS y CQC. Los resultados se compararon con la respuesta exacta de la estructura con amortiguamiento no clásico y se determinó que ambas respuestas se ajustan de manera aceptable excepto en los pisos superiores; sin embargo, las diferencias son de aproximadamente del 5%, siempre del lado de la seguridad (Ver. Figura 4.23). Este resultado es de relevancia ya que implica, que para amortiguamientos modales bajos es posible diseñar los elementos estructurales con las fuerzas obtenidas de un análisis convencional empleando un espectro reducido debido al incremento de amortiguamiento, evitando realizar análisis complejos que demandan requerimientos computacionales grandes y la interpretación de los resultados por un especialista en este tipo de análisis.

4.7 Dispositivos conectados a la estructura abarcando tres entrepisos.

Existen antecedentes en México de la conexión de dispositivos disipadores de energía conectados a la estructura abarcando múltiples niveles, empleando macro diagonales de 20 metros de longitud en la Torre Mayor; Martínez Romero (2003).

Se incorporó en el análisis la posibilidad de conectar los dispositivos a la estructura abarcando tres entrepisos con la finalidad de evaluar el desempeño de la estructura cuando los dispositivos disipadores se conectan abarcando múltiples niveles; esta modificación al programa original fue necesaria también para comparar el arreglo de dispositivos propuesto por Méndez en (2007) con un arreglo optimizado, ambos con un número de dispositivos y constantes de amortiguamiento equivalentes.

El número de dispositivos que se adicionaron a la estructura en la propuesta de Méndez corresponde a 6 con $C = 120$ kips-s/in y $\alpha = 1.0$, 4 con $C = 80$ kips-s/in y $\alpha = 1.0$, y 4 con $C = 60$ kips-s/in y $\alpha = 1.0$; se supuso $k_b = \infty$.

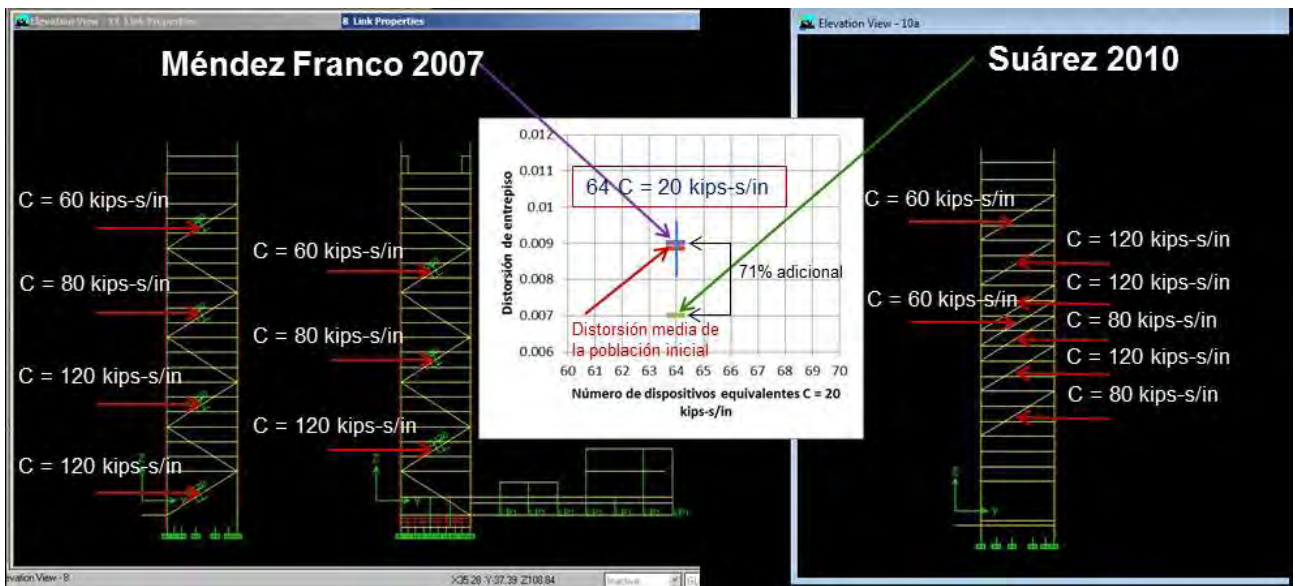
Los parámetros empleados en el algoritmo de optimización son los siguientes: distorsión objetivo (la que resulte), Población Inicial (50 individuos), probabilidad de cruzamiento (80%), probabilidad a mutar (10%), elitismo (90%), número máximo de generaciones (200).

De dichos análisis se derivan los siguientes resultados:

1. La distorsión máxima calculada para el arreglo propuesto por Méndez (0.009) se reduce en un 71% cuando se emplean algoritmos genéticos como técnica de optimización, con la que se verifica la efectividad de la técnica y la superioridad del arreglo optimizado.

La población inicial corresponde a 50 individuos únicos (arreglos) generados aleatoriamente, evidentemente no han sido sujetos a ningún proceso de optimización. La distorsión máxima asociada al individuo con el mejor desempeño de la población inicial corresponde 0.00807, y la distorsión máxima asociada al individuo con el peor desempeño de la población inicial corresponde a 0.00960.

Comparando los resultados anteriores con la distorsión máxima obtenida con el arreglo propuesto por Méndez, podemos observar que tampoco es superior a la media de la población inicial (arreglos generados al azar), con esto podemos verificar que actualmente los especialistas en México incluyendo a los familiarizados con estas tecnologías, no cuentan con criterios ingenieriles para determinar el número mínimo y la ubicación en la estructura de los dispositivos disipadores.



2. Es evidente la mejora en el desempeño de la estructura cuando se conectan a la estructura los dispositivos disipadores abarcando múltiples niveles.

Debido a que tanto el desplazamiento y la velocidad relativa entre los extremos de conexión es mayor, y por lo tanto la capacidad de disipar energía en cada ciclo también aumenta, reflejándose en una sustancial disminución del número de

dispositivos necesarios para reducir la respuesta hasta el nivel que se desea. Se debe tomar en cuenta que la fuerza máxima desarrollada por el dispositivo, la carrera del pistón (stroke) y la velocidad máxima de operación aumentan, incrementándose el costo de los dispositivos, a pesar de que las propiedades mecánicas en ambos casos sean las mismas. También el costo de instalación se ve incrementado.

3. Se presenta en la siguiente tabla el arreglo óptimo, donde se indica la ubicación en la estructura de 64 dispositivos con $C=20$ kips-s/in y $\alpha = 1.0$.

Niveles	0-PB	0-1	0-2	PB-3	1-4	2-5	3-6	4-7	5-8	6-9	7-10	8-11
No.dispositivos	0	0	0	0	0	2	2	5	4	4	6	3
Niveles	9-12	10-13	11-14	12-15	14-16	15-17	16-18	17-19	18-20	19-21	20-22	21-23
No.dispositivos	5	8	4	5	4	3	2	3	3	0	1	0

Tabla 4.5. Arreglo de dispositivos conectados a la estructura abarcando 3 entresijos optimizado con algoritmos genéticos (número de dispositivos = 64, $C = 20$ kips-s/in, y $\alpha = 1.0$).

Se procedió a determinar el amortiguamiento modal equivalente, retirando de su posición de equilibrio a la estructura y posteriormente dejándola vibrar libremente.

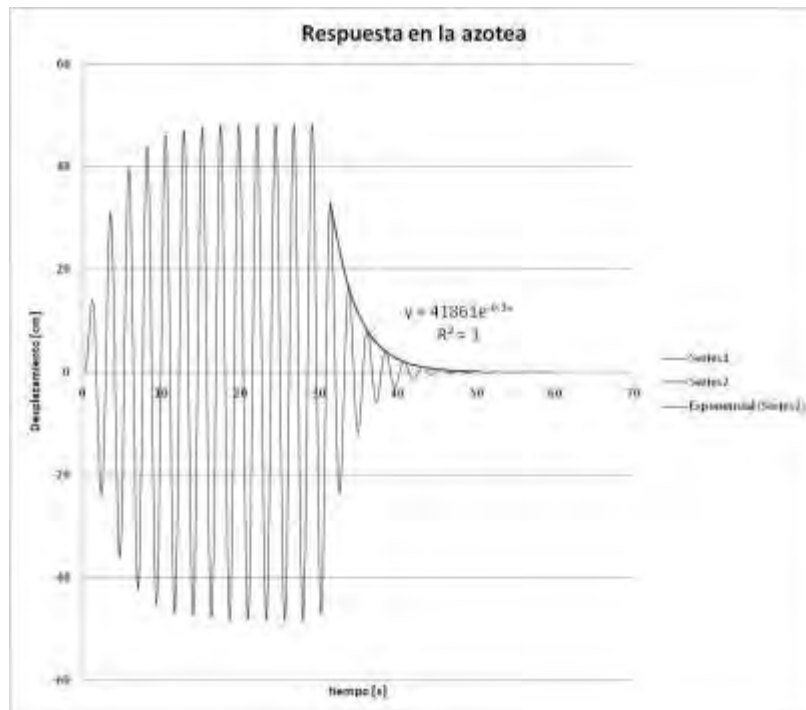


Figura 4.14. Desplazamiento en la azotea de la estructura correspondiente al arreglo de la Tabla 4.5, excitada con una función armónica durante 30 segundos y en vibración libre durante otros 30 segundos.

Como resultado del análisis anterior, se determinó que el incremento del amortiguamiento modal equivalente corresponde a un 12.59% adicional al 5% del amortiguamiento modal intrínseco de la estructura, sumando en total 17.59%.

Se calculó la respuesta de la estructura llevando a cabo un análisis lineal paso a paso basado en el método de Newmark con amortiguamiento modal $\zeta = 17.59\%$ para verificar si la respuesta de la estructura se ajusta a la solución con amortiguamiento no clásico. También se realizaron análisis modales con técnicas de espectro empleando las reglas de combinación SRSS y CQC.

Las distorsiones calculadas son hasta 15% menores comparadas con la respuesta exacta de la estructura con amortiguamiento no clásico. Se verificó que para amortiguamientos modales de moderados a altos se subestiman las distorsiones (ver Figura 4.23), así como los cortantes de entrepiso y el momento de volteo. Estos resultados coinciden con la información publicada por Ed. Wilson (ver apéndice A).

Las distorsiones máximas de la estructura obtenidas del análisis modal con técnicas de espectro resultaron ser menores a las distorsiones máximas calculadas con el método exacto (Método de Newmark) para las dos reglas de combinación modal.

Finalmente se procedió a determinar el número mínimo de dispositivos necesarios conectados abarcando tres entrepisos, para reducir la respuesta al límite indicado en el Reglamento del D.F, debido a que inclusive (sin optimizar su ubicación) es evidente que 56 dispositivos son más de los necesarios.

Los parámetros empleados en el algoritmo de optimización son los siguientes: distorsión objetivo (0.012), población inicial (50 individuos), probabilidad de cruzamiento (80%), probabilidad a mutar (10%), elitismo (90%,) número máximo de generaciones (200).

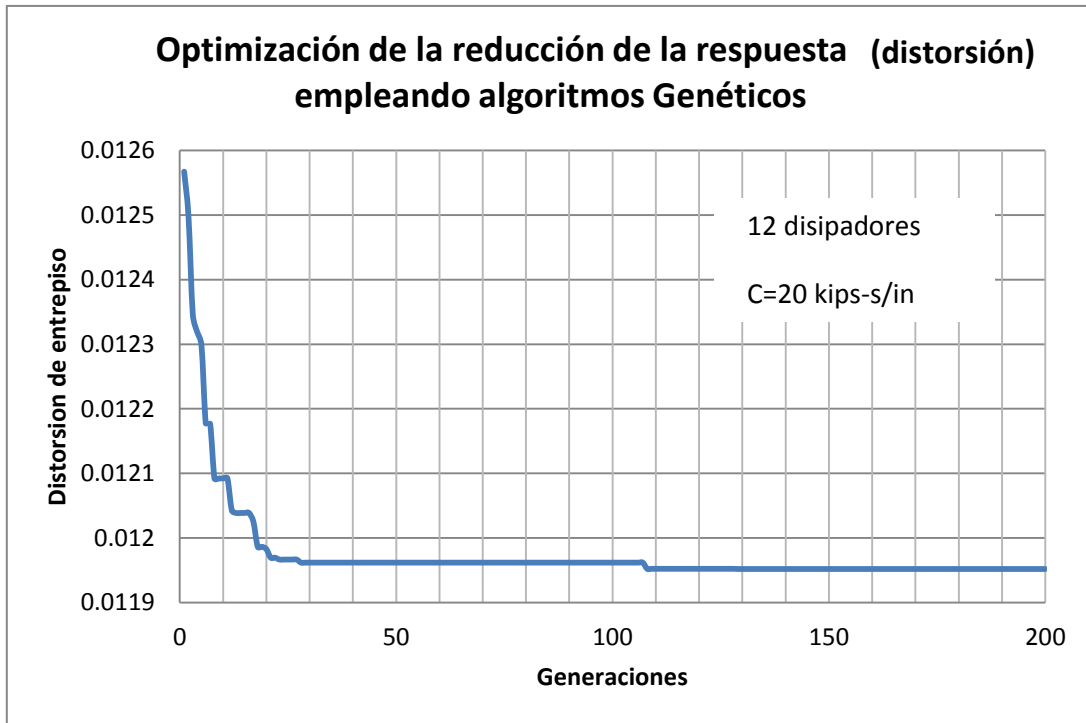


Fig. 4.15. Historia de optimización para reducir la respuesta empleando algoritmos genéticos con dispositivos conectados a la estructura abarcando tres entrepisos.

De dichos análisis se derivan los siguientes resultados:

1. El número de dispositivos necesarios para reducir la distorsión a los límites que indica la Norma Técnica Complementaria para Diseño por Sismo corresponde a 12 dispositivos.
2. La gráfica 4.17 muestra la distorsión máxima de la estructura para el peor arreglo de la población inicial y la distorsión máxima de la estructura que corresponde al arreglo óptimo para diferente número de dispositivos. Los resultados son congruentes con los de la sección. 4.2.2.1.
3. La gráfica 4.18 muestra la eficiencia de los algoritmos genéticos como técnica de optimización en función del número de dispositivos.
4. Se presenta en la figura 4.16 el arreglo óptimo, donde se indica la ubicación de los 12 dispositivos en la estructura.

Niveles	0-PB	0-1	0-2	PB-3	1-4	2-5	3-6	4-7	5-8	6-9	7-10	8-11
No.dispositivos	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Niveles	9-12	10-13	11-14	12-15	14-16	15-17	16-18	17-19	18-20	19-21	20-22	21-23
No.dispositivos	0	5	1	1	1	2	0	1	1	0	0	0

Tabla 4.6. Ubicación de dispositivos conectados a la estructura abarcando tres entrepisos. Arreglo optimizado empleando algoritmos genéticos.

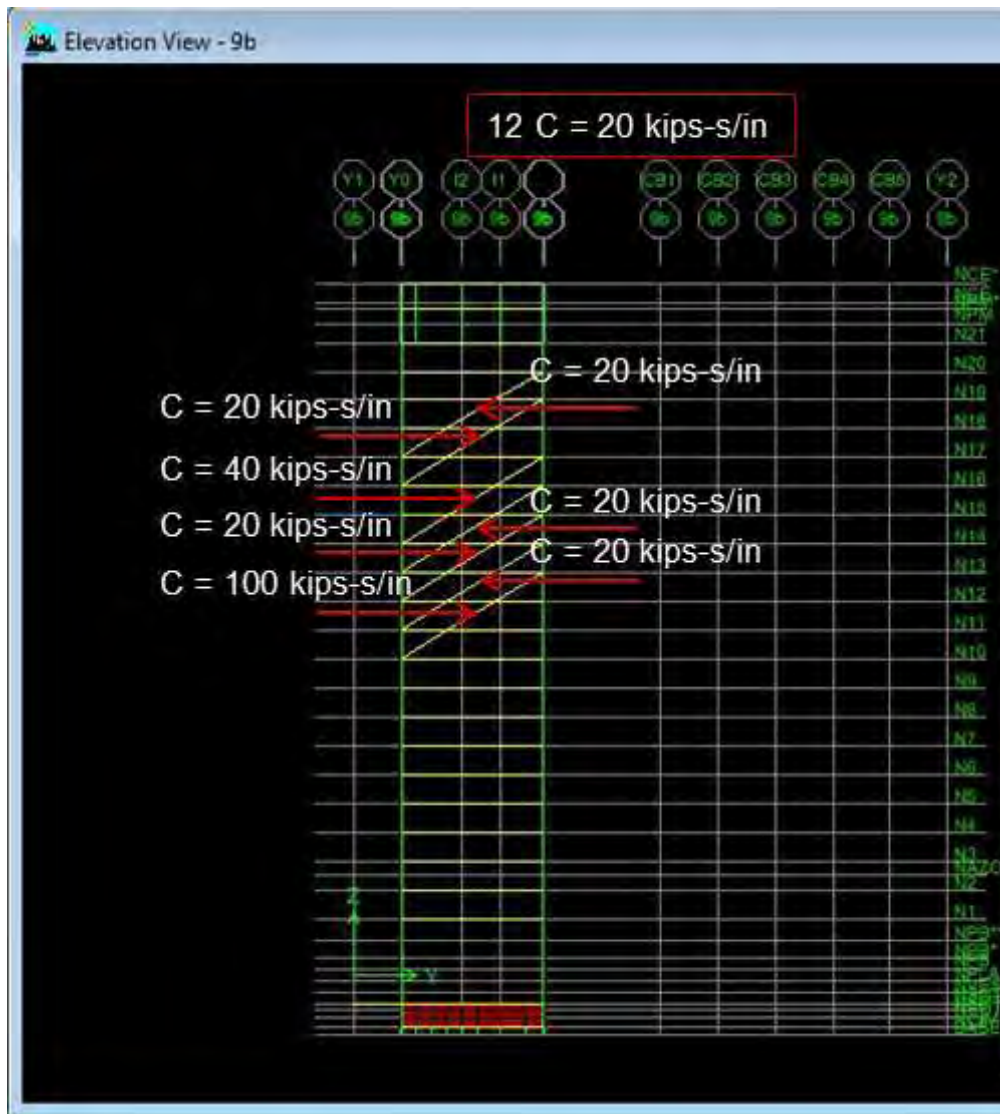


Figura 4.16. Ubicación de dispositivos disipadores conectados a la estructura abarcando tres entrepisos. Arreglo optimizado empleando algoritmos genéticos.

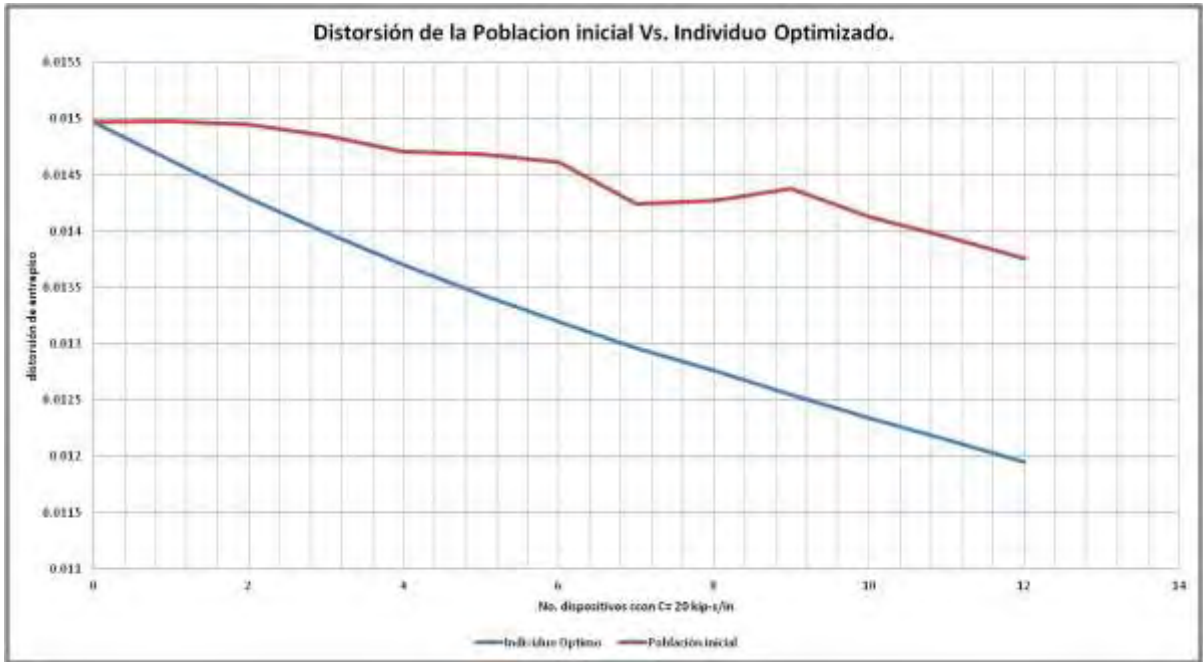


Figura 4.17. Comparación de la distorsión de la población inicial y distorsión del individuo optimizado después de 200 generaciones con dispositivos conectados a la estructura abarcando tres entrepisos.

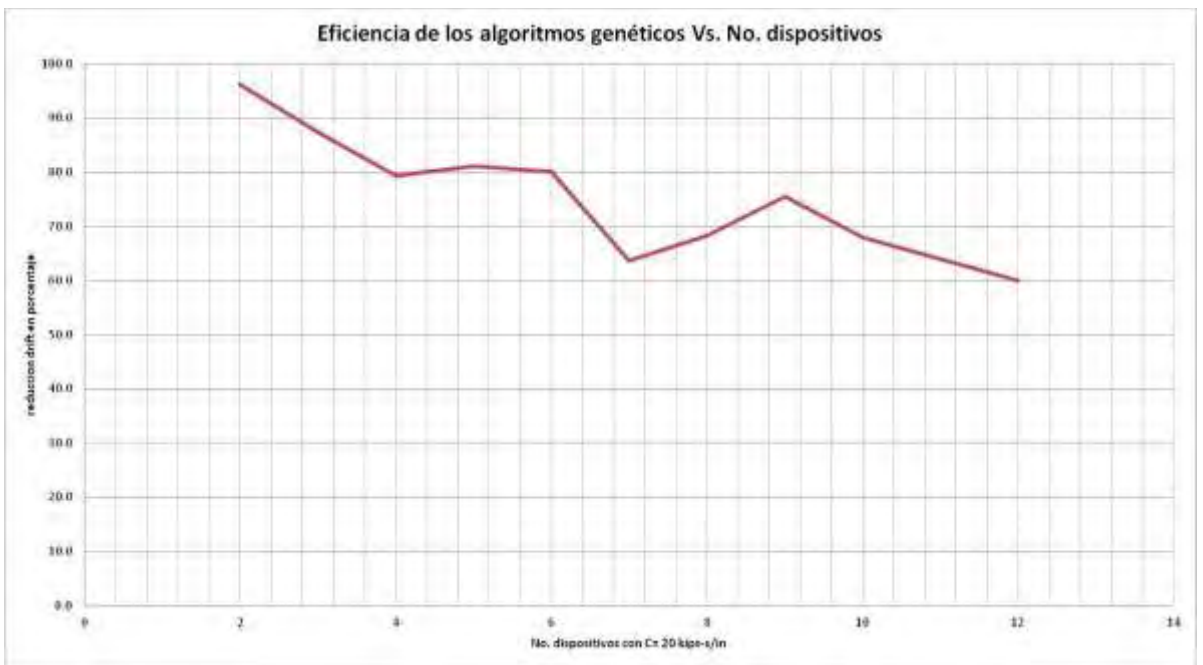
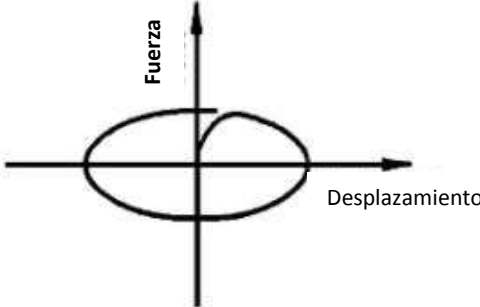


Figura 4.18. Eficiencia de los algoritmos genéticos en función de la cantidad de amortiguamiento suplementario con dispositivos conectados a la estructura abarcando tres entrepisos.

La reducción del número de dispositivos es significativa comparada con el arreglo optimizado de 112 dispositivos conectados abarcando un entrepiso. Como en ambos casos la energía adicionada al sistema es la misma, y la energía disipada a través de deformación la deformación elástica se restringió al mismo nivel para los dos arreglos, podemos afirmar que para cumplirse el balance de energético los 12 dispositivos deberán disipar la misma energía que los 112. Se procedió a graficar la relación entre la fuerza y el desplazamiento del pistón (stroke) para dos dispositivos instalados en niveles similares, pero conectados abarcando tres entrepisos y un entrepiso respectivamente.



Respuesta de un fluido viscoso

Figura 4.19. Respuesta teórica del fluido viscoso⁶.

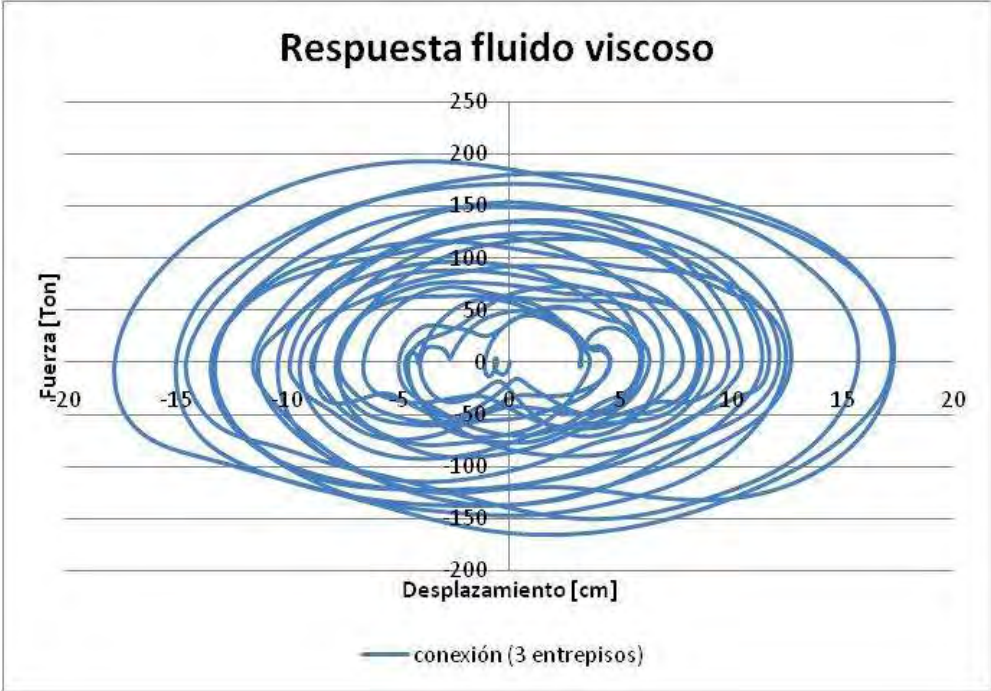


Figura 4.20. Respuesta del dispositivo disipador conectado a la estructura abarcando 3 entrepisos.

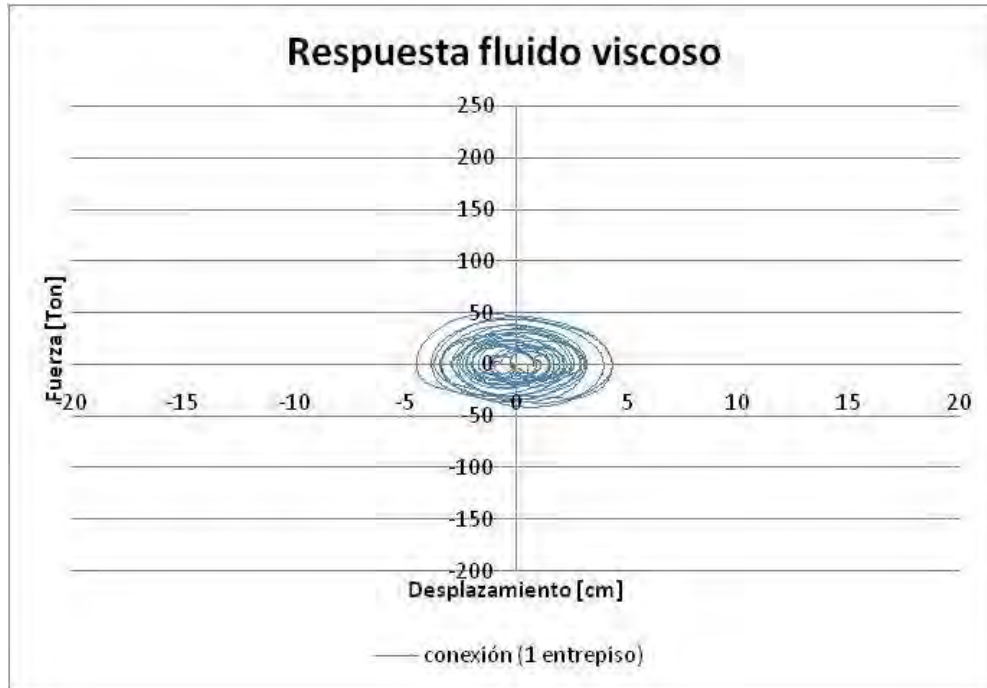


Figura 4.21. Respuesta del dispositivo disipador conectado abarcando 1 entrepiso.

Se presenta la gráfica 4.22 de la energía disipada acumulada para ambos alternativas de conexión de dispositivos (abarcando 1 ó 3 entrepisos). En la tabla 4.7 se comparan los parámetros más relevantes para ambas alternativas de conexión de dispositivos y se incluye como referencia los valores de los parámetros de los dispositivos empleados en el centro médico San Bernardino E.U.A según Taylor Inc.

	Max. Fuerza de Amortiguamiento [Ton]	V max [cm/s]	Desplazamiento [cm]	Potencia de Disipación [watts]	Energía Disipada Acumulada [J]	Cantidad requerida de disipadores
SCUT (3 entrepisos)	193	54.1	17.79	1,020,000	7,429,000	12
SCUT (1 entrepiso)	49	13.7	4.48	66,000	464,000	112
San Bernardino Medical Center	145	160	12.0	2,170,000	N/D	186

Tabla 4.7. Comparativa de los parámetros más relevantes de los dispositivos conectados abarcando 1 entrepiso (SCUT), 3 entrepisos(SCUT), y los empleados en el Hospital San Bernardino.

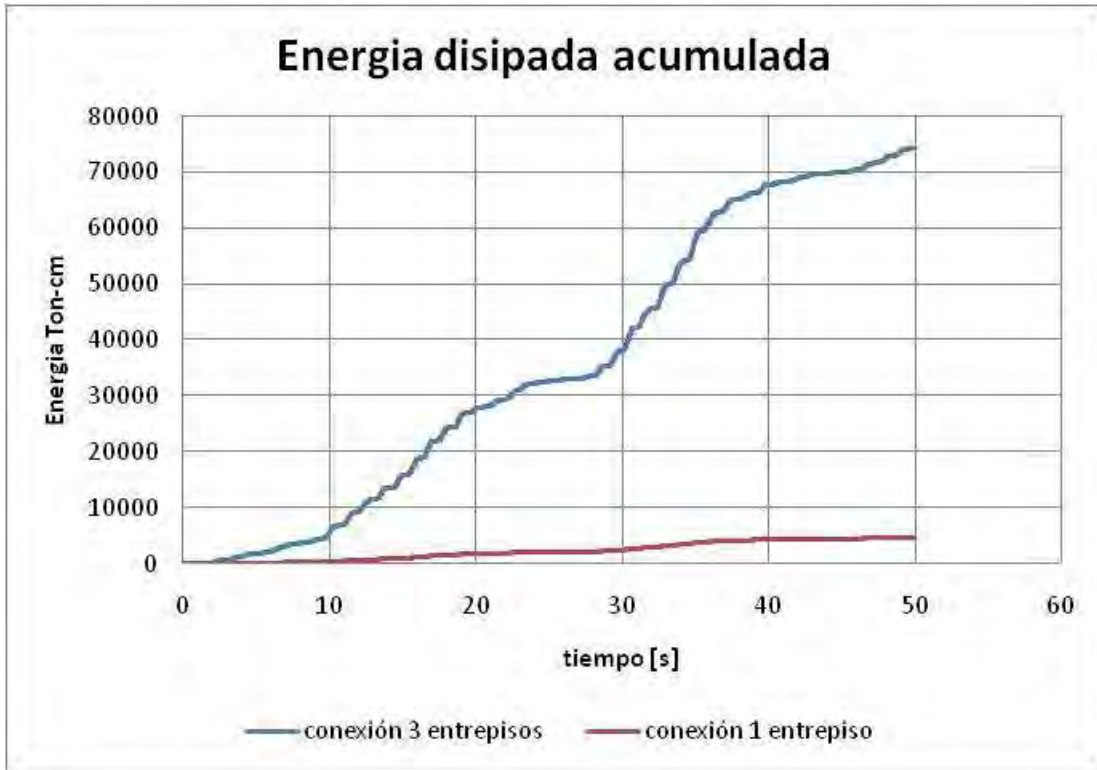


Figura 4.22. Comparativa de la energía disipada acumulada para ambos dispositivos.

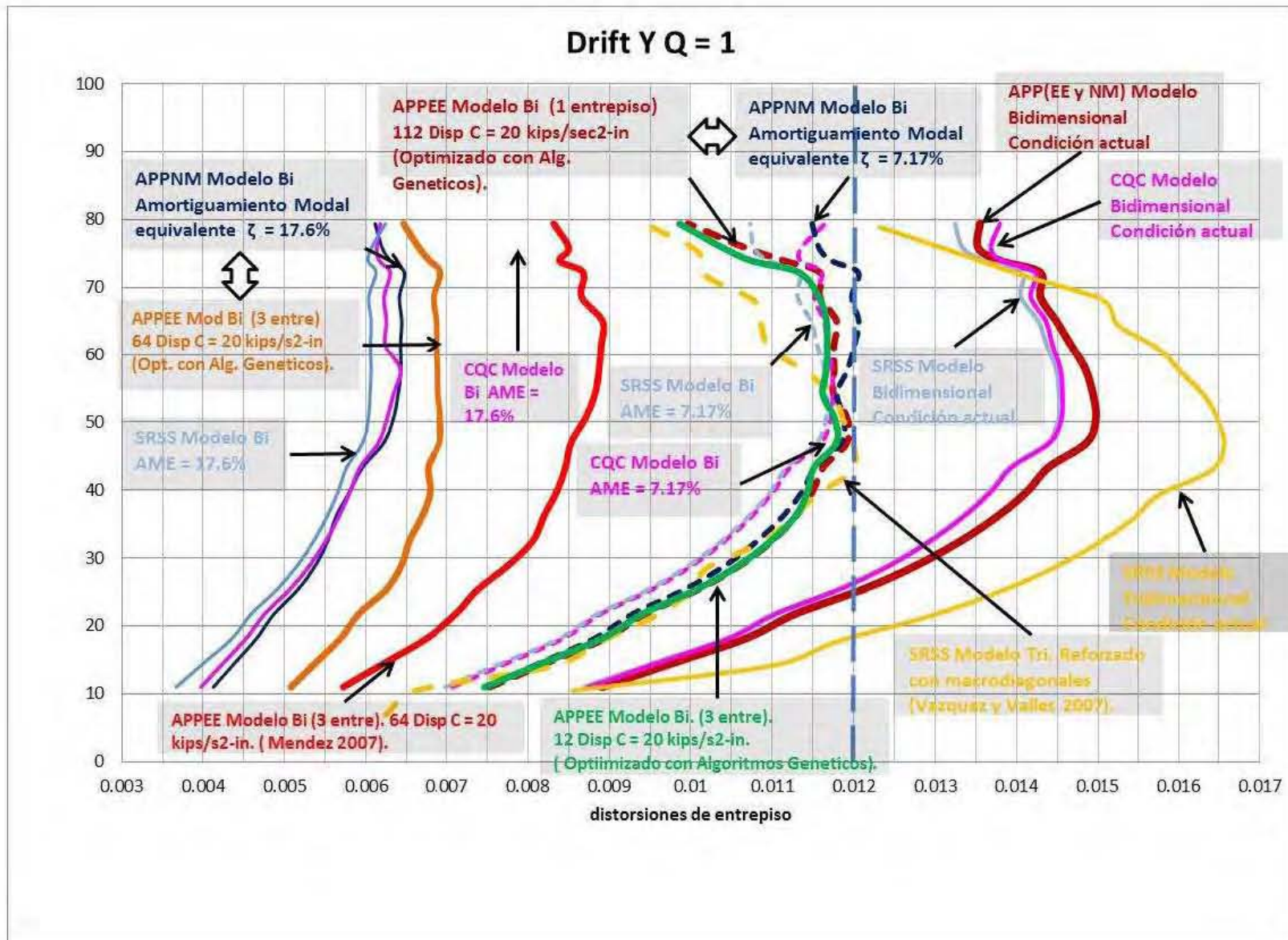


Figura 4.23. Resumen de las respuestas de los 15 análisis realizados.

Conclusiones.

Actualmente los especialistas en México, incluyendo a los familiarizados con estas tecnologías, que tienen por objetivo el control de la respuesta sísmica estructural mediante la modificación de las propiedades dinámicas del sistema, no cuentan con criterios ingenieriles para determinar el número mínimo y la mejor ubicación en la estructura de los dispositivos disipadores de energía. En la práctica este diseño consiste en el tradicional proceso iterativo de prueba y error.

El problema de la rehabilitación de edificios usando dispositivos disipadores de energía puede ser resuelto de manera eficiente con un modelo de búsqueda y optimización. Los algoritmos genéticos son una técnica poderosa de optimización aplicable a dicho problema. Pueden ser convenientemente utilizados en problemas en los cuales las variables de diseño sean discretas, tales como la ubicación óptima de disipadores en un edificio o la selección de propiedades mecánicas de los dispositivos de una lista de valores disponibles.

Los dispositivos disipadores funcionan como sumideros de energía de manera que estos absorban la mayor cantidad de energía posible y se deforme menos la estructura.

El modelo de amortiguador viscoso simple se empleó suponiendo que éste es un dispositivo que no desarrolla una rigidez significativa en las condiciones de funcionamiento. El modelo clásico de Maxwell, en el que se unen amortiguador y resorte en serie, se considera como un modelo adecuado que es capaz de capturar la dependencia de la respuesta del dispositivo con la frecuencia de la excitación.

Las estructuras con amortiguadores viscosos producen una matriz global de amortiguamiento "llena", entonces dicha matriz de amortiguamiento no puede ser diagonalizada por los autovectores del sistema no amortiguado. Tomando en cuenta esta consideración, es de gran utilidad disponer de un método de cálculo de la respuesta dinámica aplicable a modelos con amortiguamiento no clásico. En este sentido se probó satisfactoriamente un procedimiento de cálculo de la respuesta de la estructura que parte de la solución analítica de las ecuaciones de estado.

Los resultados numéricos han demostrado que los dispositivos de disipación de energía son muy eficaces en la reducción de la respuesta estructural. Utilizando la propuesta de optimización, basado en este enfoque, estos dispositivos pueden ser colocados de forma óptima para reducir la respuesta de la estructura (distorsiones, cortante basal, aceleraciones, etc.) hasta alcanzar el desempeño estructural deseado.

Debido a que la capacidad de disipar energía en cada ciclo es mayor, es evidente la mejora en el desempeño de la estructura cuando los dispositivos disipadores se conectan a la estructura abarcando múltiples niveles.

Para amortiguamientos modales equivalentes bajos es posible diseñar los elementos estructurales con las fuerzas obtenidas de un análisis convencional, evitando realizar análisis complejos que demandan requerimientos computacionales grandes. Se verificó que para amortiguamientos modales de moderados a altos esto no es posible debido a que se subestiman las distorsiones al calcular la respuesta con un análisis convencional.

Debido a la dependencia de la respuesta de los dispositivos con la frecuencia de la excitación una estructura no debe diseñarse para resistir un solo sismo, sino un conjunto de sismos que pueden afectarla durante su vida útil.

El hecho de que el amortiguamiento no incida significativamente en la amplitud de la respuesta cuando la frecuencia de la carga no es similar a la frecuencia natural de la estructura, y los altos costos de los dispositivos comparado con técnicas de rehabilitación convencionales, limitan el uso de esta tecnología.

Investigaciones Futuras.

- Incorporar en el análisis el modelo de amortiguador clásico de Maxwell ó modelos más refinados.
- Incorporar en el análisis algún método de linealización de las ecuaciones de movimiento para tomar en cuenta dispositivos con comportamiento no lineal o el posible comportamiento inelástico de los miembros de la estructura principal.
- Aplicación del marco general de diseño a otro tipo de dispositivos como ADAS, TADAS, dispositivos sólidos visco-elásticos, dispositivos de fricción, etc.
- Aplicación del marco general de diseño a problemas multiobjetivo de diseño basado en el control de desplazamientos y diseño basado en el concepto de desempeño sísmico.
- Desarrollo y simplificación de metodologías de diseño, aplicaciones computacionales para el uso directo de ingenieros profesionales.
- Implementación de un programa experimental para validar los análisis numéricos.

Apéndice A.

Para sistemas de varios grados de libertad, el uso del amortiguamiento modal no cumple con el equilibrio dinámico ni con las leyes fundamentales de la física. Por ejemplo es posible calcular las reacciones, en la base de una estructura con los siguientes dos métodos, como función del tiempo:

Primero, las fuerzas inerciales en cada punto de masa pueden calcularse en una dirección específica, en cualquier instante de tiempo al multiplicar la aceleración absoluta en esa dirección por la masa en el punto. En el caso de acciones sísmicas la suma de todas esas fuerzas puede ser igualada a la suma de las reacciones en la base, ya que no actúan otras fuerzas en la estructura.

Segundo, las fuerzas en los extremos de todos los miembros adyacentes a los apoyos pueden calcularse en función del tiempo. La suma de las componentes de las fuerzas de los miembros en dirección de las cargas horizontales es la reacción en la base que experimenta la estructura.

En el caso de que el amortiguamiento modal sea cero, las reacciones en función del tiempo son idénticas. Sin embargo, para un amortiguamiento modal distinto de cero, estas reacciones son significativamente diferentes. Esta diferencia indica que el amortiguamiento modal introduce fuerzas exteriores actuando en la superestructura, siendo esto físicamente imposible.

La disipación de energía existe en las estructuras reales. Sin embargo, debe ser en forma de fuerzas iguales y opuestas entre los puntos dentro de la estructura. Por lo tanto, un amortiguador viscoso, o cualquier otro tipo de dispositivo de disipación de energía, conectados entre dos puntos dentro de la estructura es físicamente posible y no causará errores en las fuerzas de reacción. El cortante basal debido a fuerzas internas de energía de disipación debe ser cero.

A fin de ilustrar los errores involucrados en el uso del amortiguamiento modal, un edificio simple de siete niveles fue sometido a un movimiento sísmico típico²³. La Tabla A.1 indica los valores de cortante en la base a partir de las fuerzas inerciales externas, que cumplen con el equilibrio dinámico; el cortante en la base fue calculado a partir de la suma exacta de los cortantes en la base de las tres columnas en cada incremento de tiempo.

Es de interés señalar que los valores máximos de cortante en la base calculada a partir de los dos métodos son significativamente diferentes. La única explicación lógica es la existencia de fuerzas de amortiguamiento externas que sólo existen en el modelo matemático. Puesto que esto es físicamente imposible, el uso del amortiguamiento modal puede producir errores en el análisis.

Porcentaje de amortiguamiento	Equilibrio dinámico CORTANTE BASAL (kips)	Suma de CORTANTES de columnas (kips)	Porcentaje de error
0	370.7@5.355sec	370.7@5.355sec	0.0
2	314.7@4.690sec	318.6@4.695sec	+1.2
5	253.7@4.675sec	259.6@4.690se	+2.3
10	214.9@3.745sec	195.4@4.035sec	-9.1
20	182.3@3.055sec	148.7@3.365sec	-18.4

Bibliografía.

1. Arroyo Espinosa, Terán Gilmore, (2002) "Factores de Reducción de Fuerzas Sísmicas para el Diseño de Estructuras con Sistemas de Disipación Pasiva" *Revista de Ingeniería Sísmica No. 66*.
2. Ashour, S. A. and Hanson, R. D., (1987). "Elastic Seismic Response of Buildings with Supplemental Damping," *Report No. UMCE 87-1*, University of Michigan, Ann Arbor, MI.
3. Ávila Rodríguez (2007), "Revisión de los Aspectos Generales Estructurales del Proyecto de Rehabilitación del Centro Cultural Universitario Tlatelolco", *XVI Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*.
4. Constantinou, M. C. and Tadjbakhsh, I. G., (1983). "Optimum Design of a First Story Damping System," *Computers and Structures*.
5. Chopra, A K (2001), "Dynamics of Structures, Theory and applications to earthquake engineering", *Prentice Hall*.
6. Douglas P. Taylor, *History, Design, and Applications of Fluid Dampers in Structural Engineering* .www.taylordevices.com.
7. FEMA 273 (1999), "NEHRP Guidelines for the seismic rehabilitation of buildings", *ASCE/FEMA 273, Federal Emergency Management Agency*.
8. Gaceta Oficial del D.F. (2004), "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo".
9. Gluck, N., Reinhorn, A. M., Gluck, J., and Levy, R., (1996). "Design of Supplemental Dampers for Control of Structures," *Journal of Structural Engineering*.
10. Hahn, G. D. and Sathiyaveeswaran, K. R., (1992). "Effects of Added-Damper Distribution on the Seismic Response of Buildings," *Computers and Structures*.
11. Holland, J. H., (1975). "Adaptation in Natural and Artificial Systems", *University of Michigan Press, Ann Arbor, MI*.
12. Martínez Romero, Méndez Franco (2004). Rehabilitación Sísmica de Estructuras Experiencia Mexicana en la Rehabilitación de Estructuras con Disipadores Pasivos de Energía. *VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*.
13. Moreshi M. Luis, "Seismic Design of Energy Dissipation Systems for Optimal Structural Performance", *Dissertation submitted to the Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University in partial fulfillment of the requirements for the degree of Doctor of Philosophy*.
14. Ordaz M., Montoya C (2000), "DEGTRA 2000 Ver. 2.0.2", *Instituto de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México*.
15. Park, Jeong Gyu (2003), "Vibration Simulation Using Matlab" *Department of Precision Engineering Kyoto University*.
16. Ruiz Gómez., Toxqui Hidalgo (2010), "Factor de reducción β por incremento de amortiguamiento viscoso, para estructuras desplantadas sobre roca", *Revista de Ingeniería Sísmica No. 83*.
17. Shukla, A. K. and Datta, T. K., (1999). "Optimal Use of Viscoelastic Dampers in Building Frames for Seismic Force," *Journal of Structural Engineering*.
18. Takewaki, I., (1997). "Optimal Damper Placement for Minimum Transfer Functions," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.

19. Takewaki, I., (1999). "Optimal Damper Placement for Building Structures Including Surface Ground Amplifications", *13th ASCE Engineering Mechanics Division Conference*.
20. Takewaki, I. and Yoshitomi, S., (1998). "Effects of Support Stiffnesses on Optimal Damper Placement for a Planar Building Frame," *The Structural Design of Tall Buildings*.
21. Takewaki, I., Yoshitomi, S., Uetani, K., and Tsuji, M., (1999). "Non-Monotonic Optimal Damper Placement Via Steepest Direction Search," *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.
22. Tena Colunga (2004), Rehabilitación de Estructuras en México utilizando Disipadores Pasivos de Energía. *VIII Congreso Nacional de Ingeniería Sísmica*.
23. Wilson Ed (s/inf), "Linear Viscous Damping is a Property of the Computer Model and Is Not a Property of a Real Structure", www.csiberkeley.com.
24. Wu, B., Ou, J. P., and Soong, T. T., (1997). "Optimal Placement of Energy Dissipation Devices for Three-Dimensional Structures," *Engineering Structures*.
25. Zhang, R. H. and Soong, T. T., (1992). "Seismic Design of Viscoelastic Dampers for Structural Applications," *Journal of Structural Engineering*.