



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

POSGRADO EN CIENCIAS FÍSICAS

GENERACIÓN DE FOTONES INDIVIDUALES ADIFRACTIVOS

T E S I S

QUE PARA OPTAR EL GRADO DE:

MAESTRO EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

FRANCISCO JAVIER MORELOS MEDINA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. PEDRO A. QUINTO SU

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

COMITÉ TUTOR:

DR. JORGE G. HIRSCH GANIEVICH

INSTITUTO DE CIENCIAS NUCLEARES

DR. ENRIQUE LÓPEZ MORENO

FACULTAD DE CIENCIAS

MÉXICO, D.F. SEPTIEMBRE, 2013



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Resumen

Abstract

We report the generation of non-diffracting heralded single photons, produced by spontaneous parametric downconversion (SPDC) in a nonlinear crystal pumped with a Bessel-Gauss (BG) beam of order zero. In our experiment we mapped the well-understood non-diffracting behavior of a BG beam of the individual photons, directly without the need for any post-projection method to generate a particular distribution of vectors \vec{k} .

keywords: Quantum optics; Nonlinear optics, parametric processes, Diffraction Theory.

Resumen

En este trabajo presentamos la generación de fotones individuales anunciados adifractivos, producidos mediante conversión paramétrica descendente espontánea en un cristal no lineal bombeado con un haz Bessel-Gauss de orden cero (BG). En nuestro experimento mapeamos el comportamiento adifractivo del haz BG directamente a los fotones individuales sin la necesidad de usar algún método de proyección post-generación a una distribución particular de vectores \vec{k} .

palabras clave: Óptica cuántica, Óptica no-lineal, Procesos paramétricos, Teoría de la difracción.

Índice

Resumen	III
1. Introducción	1
1.1. Antecedentes	1
1.2. Justificación	3
1.3. Objetivos	3
1.3.1. Objetivo general	3
1.3.2. Objetivos particulares	4
1.4. Métodos	4
2. Haces Adifractivos	7
2.1. Haces Helmholtz-Gauss	8
2.2. Propiedades de haces HzG	10
2.3. Haces Bessel-Gauss	12
3. Fundamentos de SPDC	17
3.1. Proceso de Conversión Paramétrica Espontánea Descendente	18
3.2. Estado cuántico de SPDC	20
3.3. Espectro Angular y Espectro Angular Condicional	30
3.4. Correlaciones espaciales	33
3.4.1. Correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$	34
3.4.2. Correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$	35
3.4.3. Correlación espacial $k_{sy}k_{iy}$	36
4. Desarrollo Experimental	39
4.1. Haz con estructura espacial Bessel-Gauss	40
4.1.1. Montaje Experimental	40
4.1.2. Caracterización de haz Bessel-Gauss	42
4.2. SPDC con haz Bessel-Gauss	43
4.2.1. Montaje Experimental	45
4.2.2. Espectro Angular	45
4.2.3. Espectro Angular Condicional	47

4.3. Distribución de correlaciones espaciales	49
4.3.1. Correlación $k_{sx}k_{ix}$	50
4.3.2. Correlación $k_{sx}k_{iy}$	51
4.3.3. Correlación $k_{sy}k_{iy}$	52
4.3.4. Propiedades espaciales y en propagación	53
5. Análisis de resultados experimentales	55
5.1. Espectro Angular	56
5.2. Espectro Angular Condicional	56
5.3. Distribución de correlaciones espaciales	58
5.4. Distribución espacial de intensidad	60
5.5. Propagación de fotones individuales anunciados	61
6. Conclusiones	65
Bibliografía	67

Capítulo 1

Introducción

*La marcha de la humanidad parece
terminar... pero no concluye... para la
conquista del Cosmos tiene que
mantener sus manos creadoras en activa
edificación... la edificación del futuro en
apoyo de la ciencia... y las manos
receptivas, en íntimo maridaje con la
cultura y la técnica, tiene que levantar el
signo de la industrialización.*

David Alfaro Siqueiros

1.1. Antecedentes

El desarrollo de aplicaciones tecnológicas en información cuántica depende en gran medida, de la capacidad de producir, caracterizar y manipular estados fotónicos. La generación de estos estados fotónicos se asocia con procesos ópticos no lineales, en los cuales la interacción de un haz de luz con un medio óptico no lineal resulta en la generación de nuevas componentes

espectrales, asociadas a estados multi-fotónicos. Los procesos que se generan en el régimen espontáneo son de especial interés para el desarrollo de tecnologías de información cuántica. En este tipo de procesos se generan estados de fotones con fuertes correlaciones no clásicas en grados de libertad, tales como frecuencia, momento, polarización y número de fotones, lo que deriva en propiedades únicas como el enredamiento.

El fenómeno más utilizado en la producción de estados fotónicos es la conversión paramétrica descendente espontánea (de sus siglas en inglés SPDC), donde un haz de bombeo incide sobre un cristal óptico no lineal; fotones individuales del haz de bombeo decaen espontáneamente generando parejas de fotones, uno llamado fotón señal y el otro fotón acompañante. En este proceso se conserva la energía y se satisface la condición de empatamiento de fases, que corresponde a la conservación de momento.

La primer demostración de SPDC fue realizada por Magde y Mahr [1], por Akmanov et al [2] y más extensamente por Byer y Harris [3], Burnham y Weinberg [4]. Mientras que la descripción teórica asociada a estos experimentos fue desarrollada por Giallorenzi y Tang [5], Mollow y Glauber [6], Zel'dovich y Klyshko [7], Mollow [8] y por Hong y Madel [9].

SPDC se ha aplicado a una multitud de temas, como en pruebas a los fundamentos de la mecánica cuántica demostrando la existencia de correlaciones tipo Einstein-Podolsky-Rosen en las parejas de fotones [10], violación a las desigualdades de Bell [11], interferencia de fotones [12], generación de estados comprimidos [13], medición de correlaciones espaciales y temporales no clásicas [14], así como base para la implementación de tecnologías de procesamiento en información cuántica, como borrado cuántico [15], codificación cuántica [16], criptografía cuántica [17; 18], teletransportación cuántica [19], clonación cuántica [20], implementación de compuertas lógicas [21] y com-

puto cuántico [22], purificación, concentración y destilación de enredamiento cuántico [23]. En la mayoría de las aplicaciones mencionadas el estudio se hace a través del enredamiento cuántico de variables discretas, (e.g., espín, polarización, etc) siendo la polarización el grado de libertad más utilizado [23; 24; 25; 26]. Sin embargo, las parejas de fotones también comparten enredamiento en los grados de libertad espaciales tales como momento angular orbital, posición ó momento transversal [27; 28; 29; 30; 31].

En la mayoría de estos trabajos, se proyectan los modos señal y acompañante a distribuciones específicas de momento transversal usando métodos de proyección post-generación como hologramas de fase u otros elementos ópticos, impactando fuertemente en la tasa de brillantez de las fuentes de parejas de fotones.

1.2. Justificación

En el presente trabajo nos interesa optimizar los mecanismos de transferencia de propiedades espaciales del haz de bombeo a los fotones generados, con la finalidad de diseñar estados de parejas de fotones con propiedades espaciales, sin necesidad de utilizar métodos de proyección post-generación. La primer aplicación que se dará a esta técnica es la generación de fotones individuales anunciados adifractivos de tipo Bessel-Gauss.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo general

El objetivo general consiste en realizar un estudio experimental de las propiedades espaciales de las parejas de fotones generadas mediante SPDC

en un cristal no lineal, cuando el haz de bombeo tiene una estructura espacial transversal de tipo Bessel-Gauss de orden cero. En este estudio nos interesa controlar las propiedades de las parejas de fotones generadas y su relación con las propiedades espaciales del haz de bombeo.

Se propone generar fotones individuales anunciados adifractivos sin necesidad de utilizar métodos de proyección post-generación, mapeando así las propiedades espaciales del haz de bombeo (Bessel-Gauss de orden cero) a los fotones anunciados [32].

1.3.2. Objetivos particulares

Los objetivos particulares consisten en:

- Implementar técnicas experimentales para generar y caracterizar un haz Bessel-Gauss de orden cero que servirá como haz de bombeo en el proceso de SPDC.
- Implementar técnicas experimentales que permitan explorar las propiedades espaciales de fotones generados, tanto en el espacio de momentos como en el espacio de posiciones transversales en configuraciones tales que se pueda efectuar un conteo de fotones individuales y coincidentes.
- Generar fotones individuales anunciados adifraccionales.

1.4. Métodos

Para lograr los objetivos propuestos en la sección anterior el presente trabajo de tesis se divide en los siguientes capítulos: En el capítulo 2 se presenta una descripción de las características y propiedades generales de los haces adifractivos, resaltando las propiedades espaciales y en propagación de

un haz Bessel-Gauss de orden cero, caso de sumo interés para este trabajo de tesis. En el capítulo 3 se desarrolla el modelo teórico que describe el estado de parejas de fotones producido mediante SPDC cuando se considera la estructura espacial del haz de bombeo, así como las expresiones para espectro angular y espectro angular condicional. En el capítulo 4 se presenta el desarrollo experimental y está dividido en dos partes, la primera parte consiste en el montaje experimental y caracterización del haz Bessel-Gauss (BG) de orden cero, el cual será utilizado como haz de bombeo incidente sobre un cristal no lineal para la producción de parejas de fotones mediante SPDC. En la segunda parte se describe el sistema de conteo de fotones espacialmente resuelto. En el capítulo 5 se exhiben los resultados experimentales obtenidos para las propiedades espaciales y en propagación de las parejas de fotones generadas. Finalmente en el capítulo 6 se presentan conclusiones y algunas perspectivas futuras de este trabajo tesis.

Capítulo 2

Haces Adifractivos

*La musique est l'arithmétique du son,
comme l'optique est la géométrie de la
lumière.*

Claude Debussy

Los haces adifractivos han atraído la atención desde que Durnin et al.[33; 34] reportaron por primera vez la generación de haces Bessel en 1987. En sus trabajos originales, los haces Bessel se obtuvieron como soluciones a la ecuación de onda escalar homogénea expresada en coordenadas cilíndricas circulares. La distribución transversal de intensidad de estos haces se mantiene sin cambios en el espacio libre de propagación, sin embargo, son haces no físicos, porque al igual que las ondas planas portan una cantidad infinita de energía y por tanto su realización experimental es imposible. No obstante, razonables aproximaciones de estos pueden realizarse, tal es el caso de los haces Bessel-Gauss (BG), propuestos teóricamente en 1978 por Sheppard et al.[35] y experimentalmente probados en 1987 por Gori et al.[36].

Los haces BG son parte de una familia de haces adifractivos los cuales

son solución a la ecuación de Helmholtz, conocidos como haces Helmholtz-Gauss (HzG) [37]. A diferencia de los haces adifractivos ideales, los haces HzG transportan una cantidad finita de energía y por ende son físicamente realizables.

A lo largo de este capítulo se presentan las características y propiedades generales de los haces HzG. Resaltando particularmente las propiedades espaciales y en propagación del haz BG de orden cero ya que en este se centra el desarrollo teórico y experimental del presente trabajo de tesis.

2.1. Haces Helmholtz-Gauss

Los haces HzG como ya se ha mencionado son soluciones a la ecuación de Helmholtz en la aproximación paraxial [37], definidos como

$$U(\vec{r}) = \exp(-i\frac{k_t^2}{2k}\frac{z}{\mu}) \text{GB}(\vec{r}) W(\frac{x}{\mu}, \frac{y}{\mu}; k_t), \quad (2.1)$$

donde k_t es la componente transversal y k_z la componente longitudinal del vector de onda \vec{k} , que satisfacen la relación $k^2 = k_t^2 + k_z^2$, $\text{GB}(\vec{r})$ es la amplitud que describe un haz Gaussiano (GB) dada por

$$\text{GB}(\vec{r}) = \frac{\exp(ikz)}{\mu} \exp\left(-\frac{r^2}{\mu w_0^2}\right), \quad (2.2)$$

con w_0 el cinturón del haz, $\mu(z)$ un parámetro complejo que se escribe como

$$\mu(z) = 1 + i\frac{z}{z_R},$$

donde $z_R = kw_0^2/2$ es el rango de Rayleigh del haz Gaussiano [38]. $W(\frac{x}{\mu}, \frac{y}{\mu}; k_t)$ es una versión escalar compleja de la estructura transversal del haz dada por

$$W(\vec{r}_t; k_t) = \int_{-\pi}^{\pi} A(\varphi) \exp [ik_t(x \cos \varphi + y \sin \varphi)] d\varphi, \quad (2.3)$$

donde $\vec{r}_t = (x, y)$ y $A(\varphi)$ es el espectro angular de un haz adifractivo ideal que para el caso de interés la dependencia angular es

$$A(\varphi) \propto \exp(im\varphi).$$

Así, los haces HzG se escriben con el producto de tres factores: una función de amplitud compleja dependiente de la coordenada z , una haz GB y una función transversal compleja $W(\vec{r}_t; k_t)$ del haz adifractivo a tratar.

El espectro angular (EA) de un haz HzG a una distancia z del origen está dado por la transformada de Fourier bidimensional de la Ec. (2.1)

$$\begin{aligned} S(\vec{k}^\perp; z) &= \frac{1}{2\pi} \int \int dx dy U(x, y, z) \exp(-ixk_x - iyk_y) \\ &= D(z) \exp\left(-\frac{w_0^2 \mu}{4} |\vec{k}^\perp|^2\right) W\left(\frac{w_0^2}{2i} k_x, \frac{w_0^2}{2i} k_y; k_t\right), \end{aligned} \quad (2.4)$$

donde \vec{k}^\perp es el vector transversal del espacio de momentos dado por $\vec{k}^\perp = (k_x, k_y)$ y

$$D(z) = \frac{w_0^2}{2} \exp\left(-\frac{1}{4} k_t^2 w_0^2\right) \exp(ikz),$$

es un factor de amplitud compleja que depende solamente de z . Definidas las expresiones analíticas para los haces HzG Ec. (2.1) y su EA Ec. (2.4) correspondiente analicemos sus propiedades espaciales y en propagación las cuales como veremos en la siguiente sección dependen de un conjunto de parámetros.

2.2. Propiedades de haces HzG

De la Ec. (2.1) es fácil verificar que cuando $w_0 \rightarrow \infty$ la expresión para el haz HzG se reduce a

$$U(\vec{r}) = \exp\{i(k - k_t^2/2k)z\} W(\vec{r}_t; k_t), \quad (2.5)$$

esta expresión es la ecuación de un haz adifractivo ideal con vector de onda longitudinal k_z expresado en la aproximación paraxial como $k_z \approx k - k_t^2/2k$. Por otro lado, cuando $k_t \rightarrow 0$ la función $W(\vec{r}_t; k_t)$

$$W(\vec{r}_t; k_t \rightarrow 0) = \int_{-\pi}^{\pi} A(\varphi) \exp[ik_t(x \cos \varphi + y \sin \varphi)] d\varphi, \quad (2.6)$$

se hace una constante y en consecuencia el haz HzG Ec. (2.1) se reduce a un haz Gaussiano.

Siguiendo el esquema físico usado por Gori et al.[36] para discernir las características de propagación de los haces BG, uno puede suponer que un haz HzG está formado de una superposición coherente de haces Gaussianos con cintura coincidente en el plano $z=0$, cuyos ejes de propagación media se encuentran sobre la superficie de un cono con ángulo de apertura promedio $\theta_0 = \arcsin(k_t/k) \approx k_t/k$ y amplitudes moduladas angularmente por la función $A(\varphi)$. De este modo, las características de propagación se rigen por el esparcimiento del haz debido a la propagación cónica y la difracción de los haces Gaussianos constituyentes cuyo ángulo de difracción es $\theta_G = 2/kw_0$ [38].

El parámetro

$$\gamma = \frac{\theta_0}{\theta_G} = \frac{1}{2}k_t w_0 \quad (2.7)$$

desempeñara un papel muy importante en la propagación de los haces HzG.

Cuando $\gamma \gg 1$, una superposición significativa de haces Gaussianos constituyentes sobrevivirán una distancia

$$z_{max} = \frac{w_0}{\sin \theta_0} \approx \frac{w_0 k}{k_t} = \frac{z_R}{\gamma}. \quad (2.8)$$

Esto es una estimación conservativa porque el tamaño del lóbulo central de los haces Gaussianos incrementa a lo largo del eje de propagación. Para $\gamma \gg 1$ el haz HzG mantiene sus propiedades de propagación adifractivas dentro de un rango $z \in [-z_{max}, z_{max}]$. Fuera de esta zona, el haz HzG diverge y adquiere curvatura de frente de onda, dejando la región central cercana al eje z prácticamente oscura.

El caso $\gamma \ll 1$ ocurre cuando $\lambda_t = 2\pi/k_t \gg \pi w_0$, la función W Ec. (2.7) oscila radialmente de manera amortiguada en el plano $z=0$, quedando solamente un haz Gaussiano el cual es modulado angularmente por la dependencia azimutal del haz adifractivo ideal. El caso $\gamma \sim 1$ corresponde a la zona de transición entre el comportamiento Gaussiano ($\gamma \ll 1$) y el comportamiento adifractivo ($\gamma \gg 1$).

El comportamiento del EA también muestra una interesante dependencia del parámetro γ . La amplitud del EA es

$$\exp(\gamma^2) \exp\left(-\frac{1}{4}w_0^2(|\vec{k}^\perp| - k_t)^2\right), \quad (2.9)$$

la cual es identificada como una función Gaussiana con un ancho medio de $2/w_0$. Para $\gamma^2 \gg 1$, el EA es expresado como un anillo anular en el espacio de momentos. El radio de este anillo es k_t y es determinado exclusivamente por la función $W(\vec{r}_t, k_t)$ asociada con el haz adifractivo ideal, el ancho de este anillo es precisado únicamente por la envolvente Gaussiana dado por

$\delta k = 4/w_0$.

Así mismo la distribución transversal de intensidad del espectro angular $|S(\vec{k}^\perp; z)|^2$ permanece invariante bajo propagación, i.e. $|S(\vec{k}^\perp; z)|^2 = |S(\vec{k}^\perp; 0)|^2$. En la siguiente sección analizamos las propiedades espaciales y en propagación para un caso particular de haces HzG (haces BG).

2.3. Haces Bessel-Gauss

Los haces BG son parte de la familia de haces HzG, estos se obtienen de resolver la ecuación de Helmholtz en coordenadas cilíndricas circulares. De acuerdo con el esquema presentado en la sección anterior, la función transversal compleja $W(\vec{k}^\perp; k_t)$ se escribe como

$$W(\vec{r}_t; k_t) = J_m\left(\frac{k_t \vec{r}}{\mu(z)}\right) \exp(im\phi), \quad (2.10)$$

donde J_m es la función Bessel de orden m . Por tanto la expresión para el campo eléctrico que describe a los haces BG esta dada por

$$\text{BG}_m(\vec{r}) = \exp\left(-i\frac{k_t^2}{2k}\frac{z}{\mu(z)}\right) \text{GB}(\vec{r}) J_m\left(\frac{k_t r}{\mu(z)}\right) \exp(im\phi) \quad (2.11)$$

donde $\text{GB}(\vec{r})$ es el campo eléctrico que describe a un haz Gaussiano. La Ec. (2.11) es completamente equivalente a otras expresiones para haces BG presentadas en [36; 39; 40]. Por otro lado, el espectro angular de los haces BG es determinado directamente de obtener la transformada de Fourier de

la Ec.(2.11)

$$\begin{aligned} S_{\text{BG}}(\vec{k}^\perp; z) &= \frac{1}{2\pi} \int \int dx dy \text{BG}(x, y, z) \exp(-ixk_x - iyk_y) \\ &= (-i)^m D(z) \exp\left(-\frac{\mu(z)}{4} w_0^2 |\vec{k}^\perp|^2\right) I_m\left(\frac{k_t w_0^2}{2} |\vec{k}^\perp|\right), \end{aligned} \quad (2.12)$$

donde I_m es la función Bessel modificada de orden m y $D(z)$ un factor de amplitud compleja que depende solamente de z dado por

$$D(z) = \frac{w_0^2}{2} \exp\left(-\frac{1}{4} k_t^2 w_0^2\right) \exp(ikz).$$

Las propiedades espaciales y en propagación de los haces BG están determinadas por un conjunto de parámetros, que de acuerdo con la Ec. (2.7-2.8) son: la longitud de onda central λ , la magnitud de la componente transversal del vector de onda k_t y el cinturón del haz Gaussiano w_0 .

Por ejemplo, para el caso de interés el Haz BG de orden cero ($m = 0$) la Ec. (2.11) queda

$$\text{BG}_0(r, z = 0) = \exp\left(-\frac{r^2}{w_0^2}\right) J_0(k_t r), \quad (2.13)$$

si se elige que este conjunto de parámetros por propósitos numéricos sean $\lambda=633\text{nm}$, $k_t = 0.086\mu\text{m}^{-1}$ y $w_0 = 3\text{mm}$. La gráfica de la distribución transversal de intensidad en el espacio de posiciones $I(x, y, z = 0) = |\text{BG}_0(x, y)|^2$ con estos valores numéricos es mostrada en la Fig. (2.1).

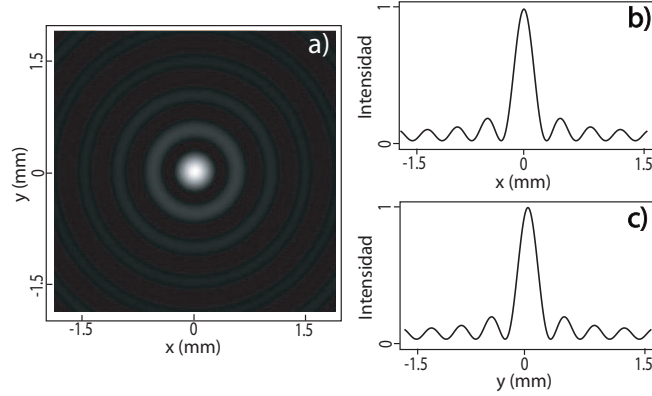


Figura 2.1: a) Distribución transversal de intensidad en el espacio de posiciones para el Haz Bessel-Gauss de orden cero ($m=0$), b) corte transversal del eje x del perfil de intensidad del haz BG, c) corte transversal del eje y del perfil de intensidad del haz BG.

Mientras que, la expresión Ec. (2.12) del espectro angular para el haz BG de orden cero ($m=0$) queda

$$S_{\text{BG}}(\vec{k}^{\perp}; z) = \exp\left(-\frac{w_0^2}{4} |\vec{k}^{\perp}|^2\right) I_0\left(\frac{k_t w_0^2}{2} |\vec{k}^{\perp}|\right), \quad (2.14)$$

usando los mismos valores numéricos. La gráfica de distribución transversal de intensidad en el espacio de momentos $I(x, y, z = 0) = |S_{\text{BG}}(\vec{k}^{\perp}; z = 0)|^2$ se muestra en la Fig. (2.2).

Note la característica forma anular ya antes mencionada. Es ésta la estructura anular del haz de bombeo que como se verá más adelante se transfiere al fotón individual anunciado y nos permitirá analizar las interesantes propiedades de propagación de los fotones individuales.

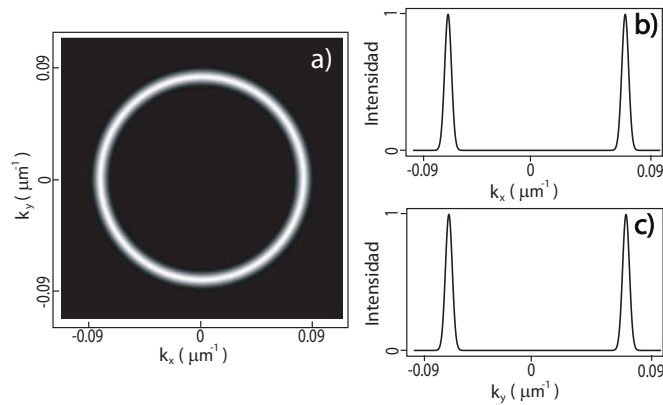


Figura 2.2: a) Distribución transversal de intensidad en el espacio de momentos para el Haz Bessel-Gauss de orden cero ($m=0$), b) corte transversal del eje k_x del perfil de intensidad del haz BG, c) corte transversal del eje k_y del perfil de intensidad del haz BG.

La propiedad de adifractividad para los valores numéricos es de $z_{max} = 3.44\text{m}$. En la Fig. (2.3) se muestra la proyección de la distribución transversal de intensidad en el eje y , en función de la propagación en el eje z . En esta gráfica se puede ver claramente cómo el haz BG mantiene la estructura del perfil transversal de intensidad esencialmente sin cambios cuando se propaga en el eje z , dentro un rango $\pm z_{max}$.

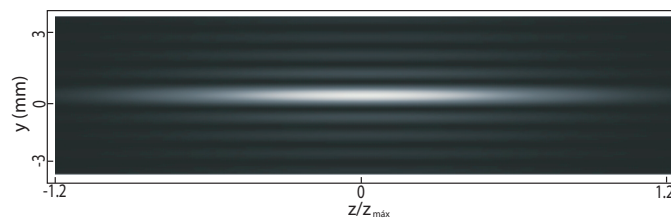


Figura 2.3: Propagación del perfil transversal de intensidad $I(x, y, z)$ del haz BG en el plano (y, z)

Se han dado valores numéricos a los parámetros λ , k_t y w_0 , para ejemplificar su importancia en la caracterización de las propiedades espaciales y en propagación del haz BG de orden cero. No obstante, estos pueden ser

obtenidos de la siguiente manera: El parámetro λ es la longitud de onda de la luz laser empleada, el parámetro k_t corresponde al radio del anillo del EA del haz BG tal como se muestra en la Fig. (2.4). Mientras que el parámetro w_0 es inversamente proporcional al ancho del anillo δk .

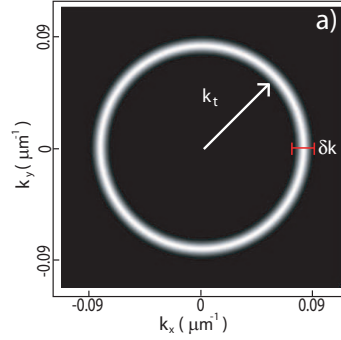


Figura 2.4: Distribución transversal de intensidad en el espacio de momentos para el Haz Bessel-Gauss de orden cero ($m=0$)

Así los parámetros que caracterizan al haz BG se pueden obtener a partir de la medición experimental realizada para el espectro angular, lo cual será fundamental para el estudio de propiedades en propagación de los fotones individuales anunciados como veremos en capítulos subsecuentes. A continuación se presenta la teoría general con la cual se producirán las parejas de fotones en un cristal no lineal mediante conversión paramétrica espontánea descendente.

Capítulo 3

Fundamentos de SPDC

Current trends continue, the XXI century religions may have some curious links with outer space, extraterrestrial intelligence, UFOs, telekinesis, electronic technology and quantum mechanics.

Martin Gardner

En este capítulo se desarrolla el modelo teórico que nos permitirá hacer una descripción cualitativa y cuantitativa de los resultados experimentales que constituyen este trabajo de tesis. Se obtendrán expresiones analíticas para el estado cuántico, el espectro angular (EA) y el espectro angular condicional (EAC) de las parejas de fotones producidas mediante conversión paramétrica espontánea descendente (SPDC) en un cristal no-lineal, cuando éste es iluminado con un haz BG de orden cero.

3.1. Proceso de Conversión Paramétrica Espontánea Descendente

El proceso de SPDC consiste en hacer incidir un haz de bombeo (con frecuencia ω_p y vector de onda \vec{k}_p) sobre un cristal birrefringente con propiedades ópticas no lineales; fotones individuales del haz de bombeo decaen espontáneamente generando parejas de fotones, uno llamado fotón señal (con frecuencia ω_s y vector de onda \vec{k}_s) y el otro llamado fotón acompañante (con frecuencia ω_i y vector de onda \vec{k}_i) como se muestra esquemáticamente en la figura 3.1. En el proceso de SPDC, las ondas involucradas deben cumplir las condiciones de conservación de energía y de momento:

$$\Delta\omega = \omega_p - (\omega_i + \omega_s) = 0, \quad (3.1)$$

$$\Delta\vec{k} = \vec{k}_p - (\vec{k}_i + \vec{k}_s) = 0.$$

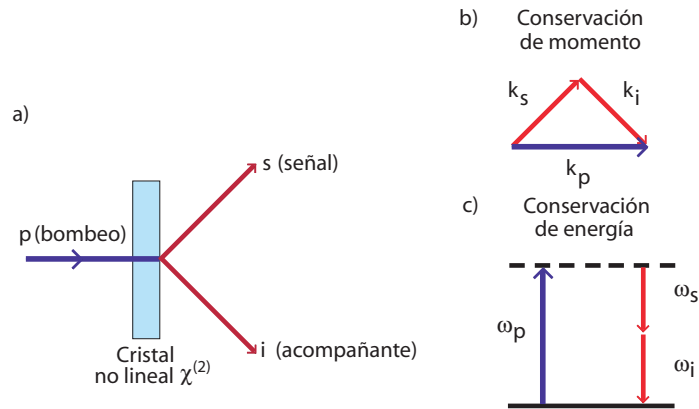


Figura 3.1: a) Esquema del proceso de conversión espontánea paramétrica descendente en un cristal no lineal, b) Conservación de momento, y c) conservación de energía durante el proceso de SPDC.

La conservación de momento se asegura mediante las condiciones de empatamiento de fase. En un cristal uniaxial existen dos formas de satisfacer dichas condiciones:

La primera es conocida como SPDC tipo I ó conversión (eo), que genera pares de fotones señal y acompañante con la misma polarización y ésta, a su vez, es ortogonal a la polarización del haz de bombeo. Si el haz de bombeo está polarizado en la dirección extraordinaria (e), entonces la polarización de los fotones señal y acompañante es ordinaria (o). En el segundo caso, conocido como SPDC tipo II ó conversión (oe), los pares de fotones generados señal y acompañante tienen polarizaciones perpendiculares entre sí. Si el haz de bombeo está polarizado en la dirección extraordinaria (e), entonces la polarización del fotón señal esta en la dirección ordinaria (o) mientras que la polarización del fotón acompañante esta en la dirección extraordinaria (e).

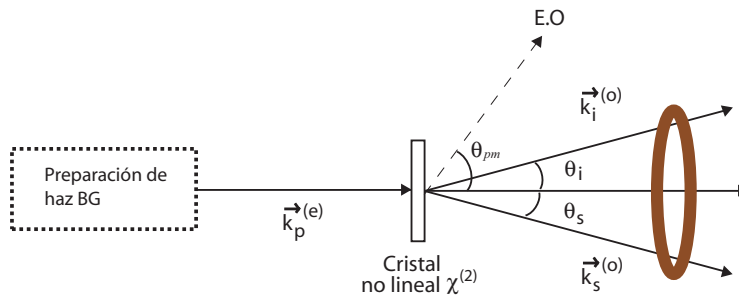


Figura 3.2: Diagrama esquemático de SPDC Tipo I.

En la Fig. (3.2) se muestra un diagrama esquemático de la conversión tipo I para la cual, las parejas de fotones se producen en un distribución de conos concéntricos alrededor del eje que define el vector de onda del haz de bombeo.

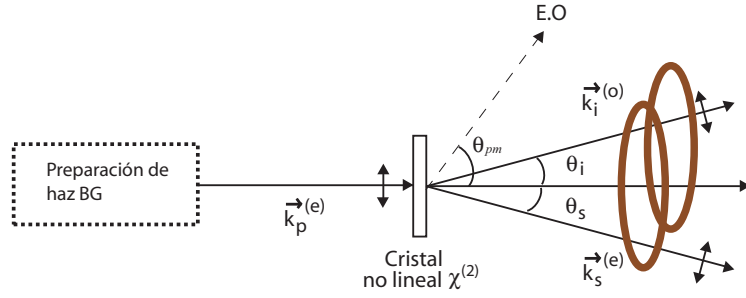


Figura 3.3: Diagrama esquemático de SPDC Tipo II.

La Fig. (3.3) muestra un diagrama esquemático de la conversión tipo II, para la cual las parejas de fotones se producen en una distribución de conos que se intersectan alrededor del eje que define el vector de onda del haz de bombeo.

Hasta ahora se ha explicado de manera cualitativa las propiedades de emisión de las parejas de fotones generadas en SPDC, desde un punto de vista geométrico. No obstante, para lograr un mejor entendimiento de este efecto, es necesario desarrollar un modelo teórico que nos permita conocer la evolución del estado cuántico de la pareja de fotones. Por ende, en la siguiente sección se deriva el estado cuántico que representa al estado de parejas de fotones emitidas mediante el proceso de SPDC.

3.2. Estado cuántico de SPDC

El proceso de SPDC ha sido descrito teóricamente en varios trabajos, comenzando con el trabajo de Klyshko [42] y más tarde de Hong y Mandel [43]. Una explicación detallada puede encontrarse en la tesis doctoral de L. Wang [44] y en los libros de D. N. Klyshko [45], Mandel y Wolf [46]. En esta sección derivamos el estado cuántico que representa al estado de parejas de fotones emitidas mediante el proceso de conversión paramétrica descendente,

siguiendo el tratamiento que se presenta en las Refs. ([42; 43; 45; 46]).

Para inferir el estado cuántico de parejas de fotones emitidas mediante SPDC, es necesario conocer la evolución temporal del sistema cuando la interacción no lineal está presente. Es decir, si el estado inicial al tiempo $t = 0$ es el vacío $|\Psi(0)\rangle = |0\rangle_s |0\rangle_i = |vac\rangle$, entonces el estado al tiempo $t = \tau$ será:

$$|\Psi(\tau)\rangle = U(\tau, 0) |\Psi(0)\rangle, \quad (3.2)$$

donde $U(\tau, 0)$ es el operador evolución temporal, dado por:

$$U(\tau, 0) = \exp\left\{\frac{1}{i\hbar} \int_0^\tau dt H(t)\right\}, \quad (3.3)$$

donde $H(t)$ es el Hamiltoniano dependiente del tiempo del sistema y τ es el intervalo de tiempo que dura la interacción dentro del cristal. De manera que nuestro problema se reduce entonces al cálculo del Hamiltoniano del sistema, el cual podemos obtener a partir de la expresión clásica de la energía del campo que se propaga dentro de un medio.

Cuando una onda electromagnética se propaga a través de un material dieléctrico, el campo aplicado induce una distribución de carga en el medio dando origen a momentos de dipolo en cada molécula. Este efecto induce un momento de dipolo por unidad de volumen o una polarización eléctrica \vec{P} . Cuando la intensidad del campo de radiación es comparable con la del campo eléctrico atómico, la relación entre el campo incidente y la polarización es no lineal. Esto da origen a los denominados efectos no lineales tales como generación de segundo y tercer armónicos, suma o diferencia de frecuencias, ó nuestro caso de interés, conversión paramétrica descendente espontánea.

En estos casos la polarización se expresa como una expansión

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij}^{(1)} E_j + \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \epsilon_0 \chi_{ijkl} E_j E_k E_l + \dots, \quad (3.4)$$

donde los coeficientes $\chi_{ijk}^{(2)}$, $\chi_{ijkl}^{(3)}$, \dots , son tensores de susceptibilidad de orden superior, los cuales regulan la respuesta del medio al campo aplicado. En nuestro análisis se considera que el medio por el cual se propaga el campo es un cristal birrefringente uniaxial cuya principal respuesta no lineal será de segundo orden $\chi^{(2)}$ en un régimen donde se considera una respuesta local e instantánea al campo aplicado, en tal situación la polarización inducida en el medio puede ser escrita como:

$$P_i(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \chi_{ij}^{(1)} E_j(\vec{r}, t) + \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)} E_j(\vec{r}, t) E_k(\vec{r}, t), \quad (3.5)$$

donde los índices i , j , k denotan las componentes cartesianas de los tensores de susceptibilidad y los vectores de campo eléctrico.

Si elegimos un elemento en particular del tensor $\chi^{(2)}$, se puede escribir una versión escalar para la polarización no lineal inducida por la presencia de los campos señal s y acompañante i $P^{(NL)}(\vec{r}, t)$ como:

$$P^{(NL)}(\vec{r}, t) = d_{eff} E_s(\vec{r}, t) E_i(\vec{r}, t), \quad (3.6)$$

donde $d_{eff} = \epsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)}$ con i , j , k fijos, determinados por el estado de polarización de cada uno de los campos involucrados.

El Hamiltoniano del sistema lo podemos obtener a partir de la expresión clásica de energía del campo que se propaga por el medio $U = \frac{1}{2} \vec{E} \cdot \vec{D}$, obteniendo:

$$H = H_0 + H_I(t), \quad (3.7)$$

donde el Hamiltoniano H_0 está dado por:

$$H_0 = \frac{1}{2} \int_V d^3r \vec{D} \cdot \vec{E}, \quad (3.8)$$

donde V es el volumen de interacción y $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}^L$ el vector de desplazamiento lineal. Mientras que el Hamiltoniano H_I queda como:

$$H_I(t) = \frac{1}{2} \int_V d^3r \vec{E} \cdot \vec{P}^{(NL)}. \quad (3.9)$$

De esta manera, usando la Ec. (3.6) es posible obtener una expresión para el Hamiltoniano de interacción, el cual será el responsable de describir el proceso cuántico en la imagen de interacción:

$$H_I(t) = \frac{1}{2} \int_V d^3r d_{eff} E_p^{(-)}(\vec{r}, t) E_s^{(+)}(\vec{r}, t) E_i^{(+)}(\vec{r}, t) + \text{H.C.}, \quad (3.10)$$

donde H.C. denota el hermitico conjugado y hemos expresado cada uno de los campos involucrados como la suma de las componentes de frecuencia positiva y negativa:

$$E_\mu = E_\mu^{(+)} + E_\mu^{(-)}, \quad (3.11)$$

donde $\mu = p, s, i$. Para tiempos de interacción muy pequeños en comparación con el tiempo entre sucesivas interacciones paramétricas (lo que implica una pequeña probabilidad de que un fotón del bombeo sea absorbido por el medio dando origen a la interacción no lineal), la exponencial de la Ec. (3.3) se puede expandir como:

$$|\Psi(\tau)\rangle \approx \left\{ 1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^\tau dt H_I(t) \right\} |vac\rangle, \quad (3.12)$$

se ha truncado la serie hasta primer orden conservando el término relacionado

con la emisión de parejas de fotones y la contribución de vacío. Los términos de orden mayor en la expansión están relacionados con la emisión de múltiples parejas. Sin embargo los experimentos de SPDC operan en un régimen de ganancia en los que la probabilidad de emitir múltiples parejas de fotones es despreciable.

Ahora bien, en la Ec. (3.12) falta introducir formas explícitas de los campos eléctricos involucrados. Dado que en el régimen de operación el haz de bombeo muestra una intensidad mucho mayor que el nivel de fotones individuales, éste será tratado clásicamente, (i.e., el operador de campo eléctrico es remplazado por una función compleja):

$$E_p(\vec{r}, t) = (2\pi)^3 A_p \int d\omega_p \alpha(\omega_p) \gamma(\vec{r}) \exp(-i\omega_p t), \quad (3.13)$$

donde $\alpha(\omega_p)$ es la distribución espectral del haz y $A_p \gamma(\vec{r})$ es la distribución espacial del bombeo con amplitud A_p . Es importante resaltar que en este análisis consideramos toda la riqueza estructural espacial y en frecuencia del haz de bombeo, lo que nos permite modelar los fenómenos que se estudian experimentalmente en esta tesis.

Los operadores de campo eléctrico para los fotones señal y acompañante están dados por (con $\mu = s, i$):

$$\hat{E}(\vec{r}, t) = i \int d^3k_\mu \exp -i(\vec{k}_\mu \cdot \vec{r} - \omega_\mu t) \ell(\omega_\mu) \hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu) + H.C, \quad (3.14)$$

donde $\hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu)$ es el operador de creación asociado con el modo μ y

$$\ell(\omega_\mu) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_\mu}{2V_Q\epsilon_0 n(\omega_\mu)}}, \quad (3.15)$$

representa la amplitud de campo eléctrico asociado con un sólo fotón, en la

cual, V_Q es el volumen de cuantización ó interacción y $n(\omega_\mu)$ el índice de refracción del medio.

Sustituyendo las expresiones los campos eléctricos mostradas en Ec. (3.13) y Ec. (3.14) en la Ec. (3.10) obtenemos:

$$\begin{aligned} H_I(t) = & -\frac{1}{2}(2\pi)^3 A_p d_{eff} \int d\omega_p \int d^3 k_s \int d^3 k_i \ell(\omega_s) \ell(\omega_i) \alpha(\omega_p) \times \\ & \exp\{-i(\omega_p - (\omega_s - \omega_i))t\} \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i), \end{aligned} \quad (3.16)$$

donde hemos definido la función $\Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i)$ como:

$$\Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = \int d^3 r \exp(-i\vec{k}_+^\perp \cdot \vec{\rho}) \exp(-i(k_s + k_i)_z z) \gamma(x, y - z \tan \rho_0, z), \quad (3.17)$$

la cual recibe el nombre de función de distribución espacial y describe las propiedades dispersivas del cristal no lineal. Note en la Ec.(3.17) que la expresión $\gamma(\vec{r})$, correspondiente a la distribución espacial del haz de bombeo contiene un término adicional en la componente y , el cual esta relacionado con el llamado efecto de desplazamiento ó efecto *walk-off* del vector de Poynting (\vec{S}). Este efecto se debe a que el vector de Poynting del haz de bombeo se propaga dentro del cristal en un ángulo ρ_0 con respecto al vector de onda \vec{k}_p . En la Ec. (3.17) se ha expresado el producto $(\vec{k}_s + \vec{k}_i) \cdot \vec{r}$ como:

$$(\vec{k}_s + \vec{k}_i) \cdot \vec{r} = \vec{k}_+^\perp \cdot \vec{\rho} + (k_s + k_i)_z z,$$

con $\vec{r} = (\vec{\rho}, z)$ y $\vec{k}_+^\perp = \vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp$. Al integrar sobre el volumén de interacción

se obtiene que esta función se escribe como:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = & \int_0^L dz \exp(-i(k_s + k_i)_z z) \times \\ & \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \exp(-i\vec{k}_+^{\perp} \cdot \vec{\rho}) \gamma(x, y - z \tan(\rho_0), z) \end{aligned} \quad (3.18)$$

donde L es la longitud del cristal y se ha considerado que las dimensiones transversales del cristal son infinitas. Esta aproximación es válida para el caso en que las dimensiones transversales del haz de bombeo son menores que las del cristal. En particular si consideramos el plano $z = 0$ la integral transversal se reduce a

$$\Gamma(\vec{k}_+^{\perp}; z = 0) = S(\vec{k}_+^{\perp}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dx dy \exp(-i\vec{k}_+^{\perp} \cdot \vec{\rho}) \gamma(x, y - z \tan \rho_0, z = 0), \quad (3.19)$$

donde esta función Ec.(3.19) es la transformada de Fourier del campo asociado al haz de bombeo de distribución espacial $\gamma(\vec{r})$, de modo que $|S(\vec{k}_+^{\perp})|^2$ es el espectro angular (EA) del haz de bombeo como el visto en la Ec. (2.14). Ahora si $z \neq 0$, aplicamos el teorema del corrimiento definido como: Sea $f(x)$ y $h(x)$ funciones integrables $f, h: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{C}$, que satisfacen $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx < \infty$, entonces para algún $x_0 \in \mathbb{R}$, tal que $h(x) = f(x \pm x_0)$, la transformada de Fourier de esta función es

$$\mathcal{F}[h(x)] = \exp(\pm i x_0 \xi) \mathcal{F}[f(x)], \quad (3.20)$$

aplicando el teorema se tiene que

$$\Gamma(\vec{k}_+^{\perp}; z) = S(\vec{k}_+^{\perp}) \mathbb{H}(k_x^{\perp}, k_y^{\perp}; z) \exp(-i k_y^{\perp} \tan(\rho_0) z), \quad (3.21)$$

donde $H(k_x^\perp, k_y^\perp; z)$ esta dado por:

$$H(k_x^\perp, k_y^\perp; z) = \exp(i(k_p^2 - k_x^{\perp 2} - k_y^{\perp 2})^{1/2} z) \approx \exp(i(k_p - \frac{|k^\perp|^2}{2k_p})z).$$

De manera que la función de distribución espacial mostraba en la Ec. (3.18) queda como:

$$\begin{aligned} \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) &= S(\vec{k}_+^\perp) \int_0^L dz \exp\{i\Delta k z\} \\ &= L S(\vec{k}_+^\perp) \text{Sinc}\left(\frac{L}{2} \Delta k\right) \exp\left(i\frac{L}{2} \Delta k\right) \end{aligned} \quad (3.22)$$

donde Δk es la condición de *phase matching* dada por:

$$\Delta k = k_p - \frac{|\vec{k}_+^\perp|^2}{2k_p} - (k_s + k_i)_z - k_y^\perp \tan \rho_0. \quad (3.23)$$

Sustituyendo estos resultados en la Ec.(3.12) tenemos que

$$\begin{aligned} |\Psi(\tau)\rangle &= \left\{1 + \frac{1}{i\hbar} \int_0^\tau dt H_I(t)\right\} |vac\rangle \\ &= \left\{1 + \eta \int d\omega_p \alpha(\omega_p) \int d^3k_s \int d^3k_i \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \times \right. \\ &\quad \left. \int_0^\tau dt \exp\{-i(\omega_p - (\omega_s + \omega_i))t\} \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i)\right\} |vac\rangle, \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde el parámetro η es proporcional al cuadrado de la magnitud de la no linealidad y a la potencia del haz de bombeo, representa la eficiencia del proceso de SPDC. Para integrar temporalmente la Ec.(3.24) consideramos que el tiempo entre eventos consecutivos es mucho mayor que el tiempo que dura cada una de las interacciones, por lo que la duración de cada evento se

puede extender hasta infinito, i.e. $\int_0^\tau dt \rightarrow \int_{-\infty}^\infty dt$ de modo que:

$$|\Psi(\tau)\rangle = [1 + \eta \int d\omega_p \alpha(\omega_p) \int d^3k_s \int d^3k_i \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \times \underbrace{\int_{-\infty}^\infty dt \exp\{-i(\omega_p - (\omega_s + \omega_i))t\}}_{2\pi\delta(\omega_p - (\omega_s + \omega_i))} \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i)] |vac\rangle, \quad (3.25)$$

utilizando la definición de delta dirac en la variable de integración ω_p , podemos obtener la expresión final del estado cuántico producido por SPDC:

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle + \eta \int d^3k_s \int d^3k_i F(\vec{k}_s, \vec{k}_i) \hat{a}_s^\dagger(\vec{k}_s) \hat{a}_i^\dagger(\vec{k}_i) |vac\rangle \quad (3.26)$$

donde se ha definido la función de amplitud espectral y espacial adjunta (JSA) como:

$$F(\vec{k}_s, \vec{k}_i) = \alpha(\omega_s + \omega_i) \Phi(\vec{k}_s, \vec{k}_i). \quad (3.27)$$

Esta función contiene toda la información relevante del estado de parejas de fotones que genera el cristal. En este momento es conveniente realizar un cambio de coordenadas para reescribir la Ec. (3.27) de acuerdo a:

$$(\vec{k}_\mu^\perp, k_{\mu z}) \rightarrow (\vec{k}_\mu^\perp, k_\mu) \rightarrow (\vec{k}_\mu^\perp, \omega_\mu),$$

el Jacobiano de la transformación queda como

$$dk_x dk_y dk_z \rightarrow \frac{k}{k_z} dk_x dk_y dk \rightarrow \frac{k}{k_z} \frac{dk}{d\omega} dk_x dk_y d\omega = A dk_x dk_y d\omega.$$

Con este cambio de coordenadas la expresión final para el estado cuántico

se escribe como:

$$|\Psi\rangle = |vac\rangle + \eta \int d\omega_s \int d^2k_s^\perp \int \omega_i \int d^2k_i^\perp F(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp) \times \hat{a}_s^\dagger(\omega_s, \vec{k}_s^\perp) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i, \vec{k}_i^\perp) |vac\rangle, \quad (3.28)$$

donde la función de amplitud espectral y espectral adjunta se reescribe como:

$$F(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp) = A_s A_i f(\omega_s) f(\omega_i) \alpha(\omega_s + \omega_i) \Phi(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp), \quad (3.29)$$

las funciones $f(\omega_s)$ y $f(\omega_i)$ simulan el efecto que tienen los filtros espectrales considerados en la parte experimental de este trabajo, cuyas formas explícitas deberán ser obtenidas a partir de las curvas de transmitancia especificadas según el fabricante. La función de empataamiento de fase se expresa como

$$\Phi(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp) = L S(\vec{k}_+^\perp) \text{Sinc}\left(\frac{L}{2} \Delta k(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp)\right) \times \exp\left(i\frac{L}{2} \Delta k(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp)\right), \quad (3.30)$$

y la condición de empataamiento de fase queda como:

$$\Delta k(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp) = k_p - \frac{|\vec{k}_+^\perp|^2}{2k_p} - (k_s + k_i)_z - k_y^\perp \tan(\rho_0). \quad (3.31)$$

En la siguiente sección se estudian la distribución en momento transversal con la cual se generan las parejas de fotones, desarrollando un modelo teórico (utilizando las Ecs. (3.28–3.31)) que permita explicar las observaciones experimentales. Por ende, para realizar ambas descripciones (experimental

y teórica) debemos definir cantidades físicas medibles que sean puntos de convergencia entre sí. Dichas cantidades son la tasa de cuentas simples R_S y la tasa de cuentas en coincidencias R_C de las parejas de fotones producidas mediante el proceso de SPDC.

3.3. Espectro Angular y Espectro Angular Condicional

Para poder estudiar la distribución en momento transversal con la que se generan los fotones se implementarán experimentos de conteo espacialmente resuelto, en el espacio de momentos transversales son colocados dos detectores de forma que estos colecten fotones con vectores de onda transversales \vec{k}_s^\perp , \vec{k}_i^\perp y frecuencias ω_s y ω_i , la tasa de cuentas en coincidencias entre los modos señal y acompañante estará dada por:

$$R_c(\omega_s, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp) = \langle \Psi_2 | \hat{a}_s^\dagger(\omega_s, \vec{k}_s^\perp) \hat{a}_s(\omega_s, \vec{k}_s^\perp) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i, \vec{k}_i^\perp) \hat{a}_i(\omega_i, \vec{k}_i^\perp) | \Psi_2 \rangle, \quad (3.32)$$

la tasa de cuentas en coincidencias debe integrarse en el espacio de momentos transversal sobre los modos señal, acompañante y la aceptación espectral de los detectores que realizan la medición, esto para simular una situación experimental realista. Si consideramos que el haz de bombeo de luz laser es continua, monocromática con frecuencia central ω_p , el módulo cuadrado de la función de amplitud espectral del bombeo $|\alpha(\omega)|^2$ se escribe como $\delta(\omega - \omega_p)$ y detectores puntuales de resolución perfecta infinita en momento transversal e integrado sobre todo en ancho de banda espectral, la tasa de cuentas en

coincidencias se reduce a:

$$R_c^{(0)}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp) = \left| S(\vec{k}_+^\perp) \right|^2 \mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp), \quad (3.33)$$

donde $\left| S(\vec{k}_+^\perp) \right|^2$ es el espectro angular del haz de bombeo, Ec.(2.14) que está relacionado con el empatamiento de fase transversal. Mientras que la función \mathcal{L} esta dada por:

$$\mathcal{L}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp) = \int d\omega_i \frac{k'_s k_s}{k_{sz}} \frac{k'_i k_i}{k_{iz}} |f(\omega_p - \omega_i)|^2 |f(\omega_i)|^2 \times \quad (3.34)$$

$$\text{Sinc}^2 \left[\frac{1}{2} L \Delta k(\omega - \omega_i, \vec{k}_s^\perp, \omega_i, \vec{k}_i^\perp) \right],$$

está relacionada con el empatamiento de fase longitudinal y se determina por las propiedades del cristal. Cuando el haz de bombeo es considerado una onda plana con vector de onda $\vec{k}_p^\perp = 0$ el espectro angular del bombeo estará dado por:

$$\left| S(\vec{k}_+^\perp) \right|^2 = \delta(\vec{k}_+^\perp) = \delta(\vec{k}_s^\perp + \vec{k}_i^\perp), \quad (3.35)$$

lo cual nos dice que si un fotón del modo señal es detectado en el punto $\vec{k}_i^\perp = \vec{k}_{i0}^\perp$ en el espacio de momento transversal, el fotón correspondiente al modo acompañante se debería encontrar en el punto $\vec{k}_s^\perp = -\vec{k}_{i0}^\perp$, de tal forma que el momento transversal se conserve de manera exacta Ec. (3.1). Sin embargo, hay que considerar que la probabilidad de observar parejas de fotones en posiciones antipodales está limitada por la función $\mathcal{L}(-\vec{k}_{i0}^\perp, \vec{k}_{i0}^\perp)$, i.e., por la existencia de empatamiento de fases longitudinal. Para un caso más general cuando el haz de bombeo es una superposición de ondas planas, si un fotón es detectado en el punto $\vec{k}_i^\perp = \vec{k}_{i0}^\perp$, el fotón conjugado se debería detectar en una vecindad alrededor del punto $\vec{k}_s^\perp = -\vec{k}_{i0}^\perp$, con una incertidumbre que crece con el ancho del espectro angular del bombeo. Esta incertidumbre en la

detección del fotón conjugado está determinada por el función $R_C(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$, por lo que se le denomina espectro angular condicional (EAC) del fotón señal anunciado, condicionado a la detección de un fotón acompañante con un vector de onda $\vec{k}_{\mu 0}^\perp$.

Hasta este momento sólo se han considerado detectores puntuales con detección ideal de los modos señal y acompañante. Sin embargo, en una implementación experimental realista, las dimensiones transversales de los detectores usados para medir los modos señal y acompañante nos son despreciables. Para incluir este efecto de la extensión espacial finita de los detectores, se considera que cada detector está caracterizado por funciones $u(\vec{k}^\perp - \vec{k}_s^\perp)$ y $u(\vec{k}^\perp - \vec{k}_i^\perp)$, para los modos señal y acompañante respectivamente, donde cada uno de los detectores está centrado en el punto $\vec{k}^\perp = \vec{k}_{\mu 0}^\perp$ con $\mu = s, i$ del espacio de momento transversal. Por lo que la tasa de cuentas en coincidencias se escribe como:

$$R_c(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp) = \int d^2\tilde{k}_s^\perp \int d^2\tilde{k}_i^\perp R_C^{(0)}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp) u(\vec{k}^\perp - \vec{k}_s^\perp) u(\vec{k}_i^\perp - \vec{k}_i^\perp). \quad (3.36)$$

Mientras que la tasa de cuentas individuales, registradas en un detector colocado de forma que seleccione fotones con un momento transversal \vec{k}_s^\perp y frecuencia ω_s , está dada por

$$R_S(\omega_s, \vec{k}_s^\perp) = \langle \Psi_2 | \hat{a}_s^\dagger(\omega_s, \vec{k}_s^\perp) \hat{a}_s(\omega_s, \vec{k}_s^\perp) | \Psi_2 \rangle \quad (3.37)$$

Integrando la Ec. (3.37) sobre el ancho de banda espectral de las parejas de fotones, considerando un bombeo monocromático y detectores con

resolución perfecta, la tasa de cuentas individuales se escribe como:

$$R_S^{(0)}(\vec{k}_s^\perp) = \int d^2 k_i^\perp R_C^{(0)}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp), \quad (3.38)$$

donde $R_C^{(0)}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ es el EAC del fotón señal anunciado, la Ec. (3.38) representa la distribución en momento transversal con la cual se generan las parejas de fotones mediante SPDC, que para el caso de interés SPDC tipo I colineal esta distribución forma una estructura anular en el espacio de \vec{k}_s^\perp . Para hacer una implementación experimental realista se debe incluir la extensión espacial finita de los detectores, que caracterizaremos por una función de aceptación $u_s(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ de manera que la tasa de cuentas individuales queda como

$$R_S^{(0)}(\vec{k}_s^\perp) = \int d^2 \tilde{k}_s^\perp \int d^2 \tilde{k}_i^\perp R_C^{(0)}(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp) u_s(\vec{k}_s - \vec{k}_s^\perp). \quad (3.39)$$

Adicional al estudio del EA y EAC, también se pueden realizar otro tipo de estudio conocido como correlaciones espaciales objeto de análisis en la siguiente sección.

3.4. Correlaciones espaciales

Como se describió en la sección anterior las variables fotónicas que describen al fotón asociado al modo acompañante son: k_{ix} , k_{iy} y ω_i ; y al fotón asociado al modo señal son: k_{sx} , k_{sy} y ω_s . A partir de esto el espectro angular se calcula integrando el módulo cuadrado de la función $F(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ sobre las coordenadas espaciales del fotón acompañante k_{ix} , k_{iy} , considerando que $\omega_s = \omega_i = \frac{\omega_p}{2} = \omega_0$. Mientras que el espectro angular condicional se calcula fijando las coordenadas espaciales del fotón acompañante k_{ix0} , k_{iy0} a valores

tales que el momento transversal se conserve e integrado el módulo cuadrado de la función $F(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ sobre las coordenadas espaciales del fotón señal k_{sx} , k_{sy} .

De forma similar se puede calcular el módulo cuadrado de la función $F(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ dejando fijas en valores centrales¹ dos coordenadas espaciales del conjunto k_{ix} , k_{iy} , k_{sx} y k_{sy} para obtener correlaciones espaciales de las parejas de fotones, con $\omega_s = \omega_i = \frac{\omega_p}{2} = \omega_0$. Como primer aproximación consideraremos detectores puntuales de resolución perfecta infinita en momento transversal para su estudio. Entonces las posibles combinaciones entre estas variables fotónicas son:

Caso k_{sy0} , k_{iy0} : correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$,

Caso k_{sy0} , k_{ix0} : correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$,

Caso k_{ix0} , k_{ix0} : correlación espacial $k_{sy}k_{sy}$.

A continuación se detalla cada uno de los casos :

3.4.1. Correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$

En esta correlación las variables que se fijan a valores centrales son $k_{sy} = k_{sy0}$ y $k_{iy} = k_{iy0}$ de modo que la función $F(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ queda como

$$|F(k_{sx}, k_{sy0}, k_{ix}, k_{iy0})|^2 \approx \left| S(\vec{k}_\perp^\perp) \right|^2 \text{Sinc}^2\left(\frac{L}{2}\Delta k(k_{sx}, k_{sy0}, k_{ix}, k_{iy0})\right) \quad (3.40)$$

donde Δk es la condición de empatamiento de fase mostrada en la Ec. (3.31) y $S(\vec{k}_\perp^\perp)$ es el espectro angular del haz de bombeo Ec. (2.14). Para propósitos numéricos los parámetros son elegidos como $\lambda_p = .405\mu\text{m}$, $k_t = 0.046(\mu\text{m})^{-1}$ y $w_0 = 260\mu\text{m}$ los cuales coinciden con los encontrados experimentalmente, si

¹llamamos valores centrales a aquellos para los cuales k_{ix0} , k_{iy0} , k_{sx0} y k_{sy0} conservan el momento transversal

fijamos $k_{sy0} = k_{iy0} = 0 \mu\text{m}^{-1}$ y la frecuencias al valor $\omega_0 = \omega_{s,i}$ tenemos que la gráfica de la correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$ se muestra en la Fig. (3.4 a).

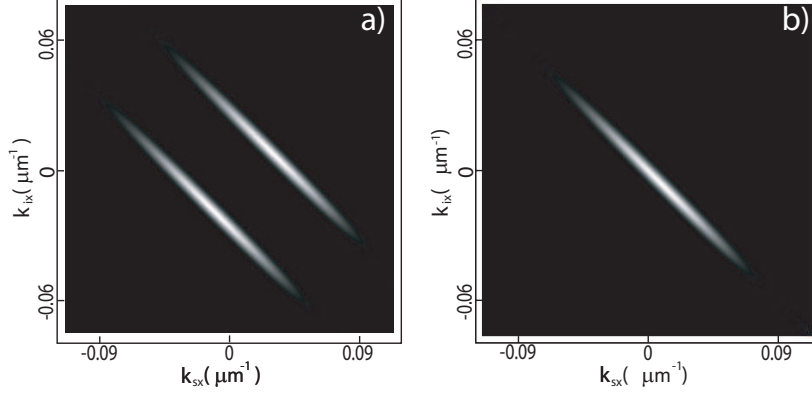


Figura 3.4: a) Gráfica de la correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$ haz BG, b) gráfica de la correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$ haz Gaussiano

Como se observa de la gráfica la correlación generada por un haz Bessel-Gauss muestra un patrón de dos franjas con pendiente negativa la cual difiere de la correlación espacial de un haz Gaussiano [47] Fig. (3.4 b) en donde solo aparece una franja de pendiente negativa, esto es consecuencia directa de la forma anular de espectro angular del haz de bombeo BG.

3.4.2. Correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$

Para esta correlación las dos coordenadas que se ponen a valores centrales son $k_{sy0} = 0 \mu\text{m}^{-1}$ y $k_{ix0} = 0.45 \mu\text{m}^{-1}$, utilizando los mismo valores numéricos para los parámetros que en la correlación anterior tenemos que el módulo cuadrado de la función $F(\vec{k}_s^\perp, \vec{k}_i^\perp)$ es

$$|F(k_{sx}, k_{sy0}, k_{ix0}, k_{iy})|^2 \approx \left| S(\vec{k}_\perp^\perp) \right|^2 \text{Sinc}^2\left(\frac{L}{2} \Delta k(k_{sx}, k_{sy0}, k_{ix0}, k_{iy})\right) \quad (3.41)$$

La gráfica de la Ec. (3.41) es mostrada en la Fig. (3.5 a),

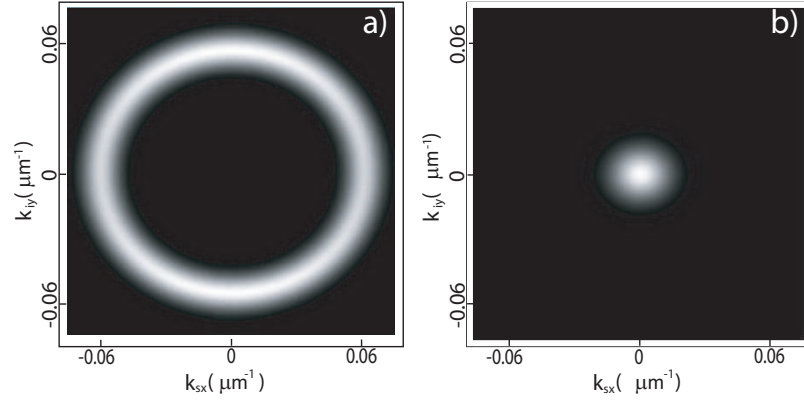


Figura 3.5: a) Gráfica de la correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$ del haz BG, b) gráfica de la correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$ del haz Gaussiano.

en esta se puede apreciar un patrón anular con un radio aproximado de $0.045\mu\text{m}^{-1}$ y un ancho de $0.015\mu\text{m}^{-1}$. Este al igual que es consecuencia directa del espectro angular del haz de bombeo Ec. (2.14). Mientras que en la gráfica de la Fig. (3.5 b) se muestra la correlacion espacial para un haz gaussiano el patrón tiene un ancho de cintura aproximado de $w_0=260\mu\text{m}$.

3.4.3. Correlación espacial $k_{sy}k_{iy}$

Mientras que en la correlación $k_{sy}k_{iy}$ las dos coordenadas que tomarán valores centrales son $k_{sx0} = 0.45\mu\text{m}^{-1}$ y $k_{ix0} = -0.45\mu\text{m}^{-1}$ en la Fig.(3.6 a) es mostrada la gráfica del módulo cuadrado de la función $F(k_{sy}, k_{iy})$ en ella se observa un patrón de doble franja con un comportamiento similar al visto en la primer correlación, i.e. con patrón con pendiente negativa, este resultado obtenido es nuevamente consecuencia directa de la forma anular de espectro angular del haz de bombeo BG. Mientras que la Fig. (3.6 b) muestra la misma correlación espacial para un haz Gaussiano en esta gráfica se puede observar una sola franja que al igual que la mostrada en el inciso a) tiene pendiente negativa. Cabe mencionar que estos resultados son una primer

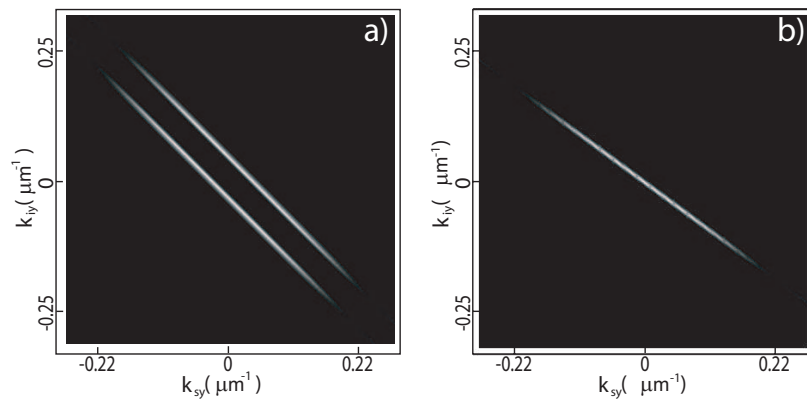


Figura 3.6: a) Gráfica de la correlación espacial $k_{sy}k_{iy}$ del haz BG, b) gráfica de la correlación espacial $k_{sy}k_{iy}$ del haz Gaussiano.

aproximación esto porque consideramos detectores ideales, sin embargo en una implementación experimental realista, las dimensiones transversales de los detectores usados para medir los modos señal y acompañante no son despreciables. No obstante como se verá más adelante esta aproximación teórica da una clara idea de los resultados que se obtienen en la parte experimental. En el siguiente capítulo se presenta el desarrollo experimental que nos permitirá hacer la mediciones revisadas a lo largo de estos dos capítulos.

Capítulo 4

Desarrollo Experimental

Science is based on experiment, on a willingness to challenge old dogma, on an openness to see the universe as it really is. Accordingly, science sometimes requires courage - at the very least the courage to question the conventional wisdom.

Carl Sagan

La parte experimental presentada en este trabajo de tesis fue separada en dos: la primera, consiste en el montaje experimental y caracterización de un haz Bessel-Gauss (BG) de orden cero, el cual se emplea como haz bombeo sobre el cristal no lineal. La segunda, consiste en el montaje experimental del sistema empleado para la detección de los fotones producidos a la salida del cristal. Este sistema permite hacer escaneo espacialmente resueltos en configuraciones tales que se permite el conteo de fotones individuales y coincidentes.

4.1. Haz con estructura espacial Bessel-Gauss

El arreglo experimental utilizado en la primera parte es mostrado en la Fig. (4.1) .

4.1.1. Montaje Experimental

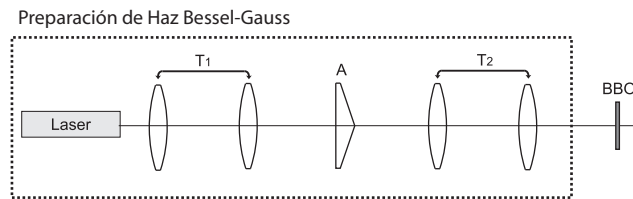


Figura 4.1: Arreglo experimental para generar un haz Bessel-Gauss (BG) de orden cero.

La preparación del haz BG de orden cero consiste de: Un diodo laser (DL-405-100 CrystalLaser[®]), el cual emite un haz multimodo longitudinal centrado en $\lambda_p = 406\text{nm}$ con un ancho de banda de $\Delta\lambda_p \approx 1\text{nm}$ y 72mW de potencia, que es expandido con un telescopio (T1) que consta de lentes plano convexas (LA1509-A y LA1608-A Thorlabs[®]) apropiadamente separadas de distancia focal de 10cm y 7.5cm que magnifica el haz a $13.3\times$, obteniendo así un haz Gaussiano con un radio de cinturón de aproximadamente 7.5mm . El haz amplificado ilumina una lente cónica (A) ó axicón (Altechna[®]) cuyo ángulo de vértice es de 2° , éste mapea el haz entrante a un haz BG de orden cero de alta calidad, véase Fig. (4.2). Como paso final a la preparación, este haz es magnificado $5\times$ con un segundo telescopio (T2) con el propósito de ajustar parámetros del haz BG tales como k_t y w_0 .

En la Fig. (4.2) se muestra una medición directa de la distribución de intensidad transversal del haz BG en el espacio de posiciones. En ésta se puede apreciar claramente el punto central rodeado de un conjunto de anillos

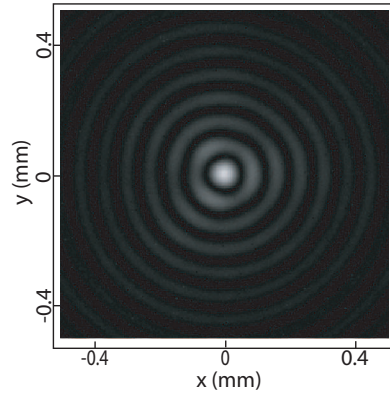


Figura 4.2: Medición del perfil transversal de intensidad en el espacio de posiciones.

concéntricos característicos del haz BG descrito en la Ec.(2.13), esta medición fue obtenida con una cámara CCD (DCU224M Thorlabs[®]) a una distancia de 25cm desde la última lente del segundo telescopio (T2) tal cual se muestra en la Fig. (4.3). La pequeña deformidad de la simetría azimutal es debida probablemente a imperfecciones de fabricación del axicón.

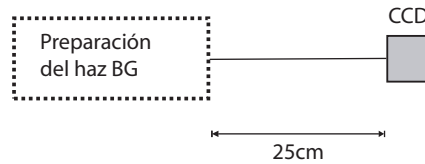


Figura 4.3: Arreglo experimental utilizado para tomar la imagen mostrada en la Fig.(4.2).

Mientras que en la Fig. (4.4) se observa la distribución de intensidad transversal del haz BG en el espacio de momentos obtenida mediante la transformada de Fourier (TF) bidimensional del perfil transversal de intensidad. En esta muestra la forma anular esperada para el espectro angular del bombeo descrito en Ec.(2.14). Para obtenerla se utilizó un sistema óptico $f - f$ con una lente (L) de longitud focal de $f = 10\text{cm}$ antes de la cámara CCD, véase Fig.(4.5).

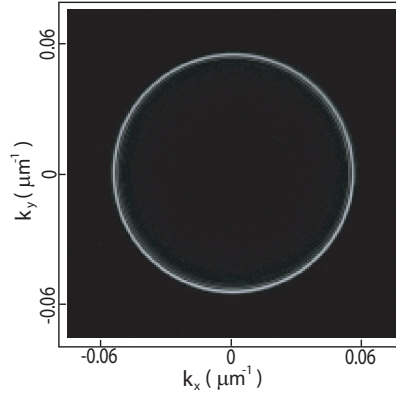


Figura 4.4: Medición del perfil transversal de intensidad en el espacio de momentos.

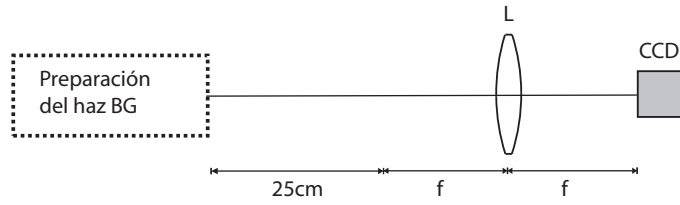


Figura 4.5: Arreglo experimental utilizado para tomar la imagen mostrada en la Fig.(4.4).

4.1.2. Caracterización de haz Bessel-Gauss

Como ya se ha visto en el capítulo 2 los parámetros que caracterizan al haz BG son k_t y w_0 . Estos parámetros pueden obtenerse de manera directa de la medición experimental hecha en la Fig. (4.4), esto es, el parámetro k_t corresponde al radio del anillo medido en el espacio de momento transversal, que mediante el procesamiento de imágenes en el software MATLAB[®] y utilizando la transformación de coordenadas $\vec{k}^\perp = (\omega_p/cf)\vec{\rho}^\perp$ (donde ω_p es la frecuencia central del bombeo y f es la distancia focal de la lente L mostrada en la Fig. (4.5)), obtenemos que el valor de $k_t = 0.046 \pm 0.001 \mu\text{m}^{-1}$.

Mientras que el parámetro w_0 , se obtiene midiendo el ancho del anillo en el espacio de momento transversal δk calculado con la definición FWHM ,

de modo que $w_0 = 4/\delta k$ da un valor númerico de $w_0 = 1.85 \pm 0.60\text{mm}$.

Con el fin de visualizar las propiedades de propagación del haz de bombeo BG, en la Fig. (4.6) se muestra la gráfica de la medición de la distribución transversal de intensidad del haz de bombeo a lo largo del eje y , tomada con un cámara CCD, como una función de la distancia de propagación z . Se puede apreciar que esta distribución permanece esencialmente sin cambios en una distancia de 200cm, dejando claro que nuestro haz de bombeo tiene propiedades adifractivas.

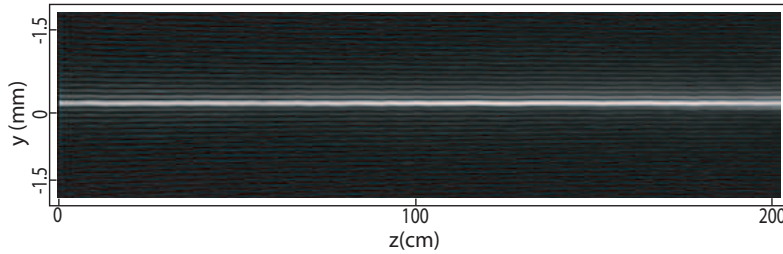


Figura 4.6: Medición de la intensidad transversal y vs propagación a lo largo del eje z .

4.2. SPDC con haz Bessel-Gauss

Después de preparar y caracterizar el haz de bombeo lo siguiente es colocar el cristal con propiedades ópticas no lineales que genera el proceso de SPDC. En particular se utilizó un cristal de Beta Borato de Bario $B_a - B_2O_4$ (Castech[®]), llamado comúnmente BBO. Éste tiene 1mm de espesor y ha sido cortado especialmente para producir SPDC de Tipo I de forma que, al incidir el haz de bombeo normalmente sobre una de sus caras, el eje óptico del cristal forma un ángulo de 29.3° con respecto del vector de onda del haz de bombeo \vec{k}_p , éste es el ángulo de empatamiento de fases θ_{pm} . En esta configuración el cristal produce parejas de fotones degeneradas ($\omega_p = \frac{\omega_{s,i}}{2}$)

con longitud de onda de 810nm emitidos en conos concéntricos con ángulos de emisión $\theta'_{s,i}$ de 3.6° respecto del eje definido por el vector de onda del haz de bombeo.

Este cristal es colocado a una distancia de 25cm de la segunda lente del telescopio (T2) tal y como se muestra en la Fig. (4.7). Para eliminar los fotones del haz bombeo y lograr fotones degenerados con longitud de onda de 810nm se utiliza un filtro (F1) pasa-altas (LP02-488RU-25 Semrock[®]) con longitud de onda de corte de 488nm y una transmitancia para el haz de bombeo de $T=4.26 \times 10^{-5}$, seguido de un filtro (F2) pasa-bandas (FB810-10 Thorlabs[®]) centrado en 810nm, con un ancho de banda de 10nm y una transmitancia para los fotones degenerados de $T(810\text{nm})=3.13 \times 10^{-1}$. A fin de tener el espacio de momentos transversal donde se puede examinar EA, EAC y correlaciones espaciales de las parejas de fotones colocamos un sistema óptico $f - f$ con una lente (L1) esférica plano convexa (LA1509-B Thorlabs[®]), de distancia focal de 10cm y diámetro de 2.5cm. Ésta se colocó a una distancia de 10cm del cristal no lineal definiendo así el plano de Fourier (FP1) a una distancia de 10cm de L1. Mientras que para examinar las propiedades espaciales en propagación de la distribución transversal de intensidad de los fotones, es necesario realizar conteo de fotones coincidentes entre el plano de Fourier FP1 y otro plano de Fourier, el cual defina nuevamente el espacio de posiciones transversales. Este plano se implementó utilizando una lente (L2) plano convexa (LA1256-B Thorlabs[®]), de 5cm de diámetro y distancia focal de 30cm, que fue colocada a 30cm del FP1 definiendo así el segundo plano de Fourier (FP2) a 30 cm de ésta, veasé Fig. (4.7).

4.2.1. Montaje Experimental

El arreglo experimental utilizado en la segunda parte es mostrado en la Fig. (4.7) .

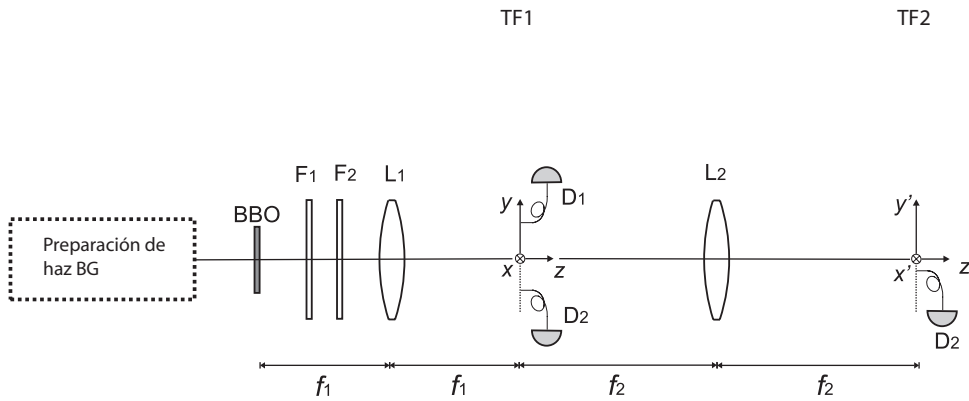


Figura 4.7: Arreglo experimental para la generación de fotones individuales adifractivos.

Finalmente, para realizar el estudio del EA, EAC, correlaciones espaciales y de las propiedades en propagación de las parejas de fotones emitidas por el cristal se implementó un sistema de conteo de fotones. En las siguientes secciones damos detalles de estos sistemas de conteo.

4.2.2. Espectro Angular

Para hacer el estudio del espectro angular en cuentas individuales se realiza la reconstrucción de la distribución en momento transversal con la cual

se genera un sólo fotón (modo señal ó acompañante) del par. Para ello se utiliza una fibra multimodo de núcleo ancho de $200\mu\text{m}$ de diámetro montada en un sistema de translación X-Y formado por dos platinas de translación lineal (M-111.1DG Physick Instrumente[®]), ésta es conectada a un módulo de contador de fotones APD (SPCM-AQR-13 Perkin Elmer[®]), cuya eficiencia de fotodetección (EFD) de un fotón es de $\text{EFD}(810\text{nm}) \approx 0.6$. Los pulsos TTL de salida del APD se llevan a un sistema automatizado de discriminación y conteo de pulsos (C1) que consiste de un discriminador de pulsos (NIM 704 Phillips Scientific[®]) y un modulo contador de pulsos (SR400 Stanford Research[®]). El sistema de discriminación NIM permite desechar pulsos espurios y modelar los pulsos anchos TTL obtenidos a la salida de los APD, generando pulsos NIM con un ancho mínimo de 4.7ns , estos pulsos se llevan al módulo multicanal contador de pulsos que registra todos los eventos detectados en el APD por unidad de tiempo. Cabe mencionar que el sistema de desplazamiento X-Y y el sistema automatizado de discriminación y conteo de pulsos son controlados por un programa hecho en LabView de National Instrument[®] por el M. en C Héctor Cruz Ramírez. El sistema hace un registro de las posiciones de la fibra montada en el sistema de translación automatizado X-Y y las cuentas individuales por unidad de tiempo que detectan los módulos de contadores de fotones APD junto con el sistema de discriminación y conteo de pulsos. También despliega los datos de forma que la distribución de cuentas individuales que constituye el espectro angular sea fácil analizar. En la Fig. (4.8) se muestra el sistema de detección que fue utilizado para la reconstrucción del espectro angular en cuentas individuales.

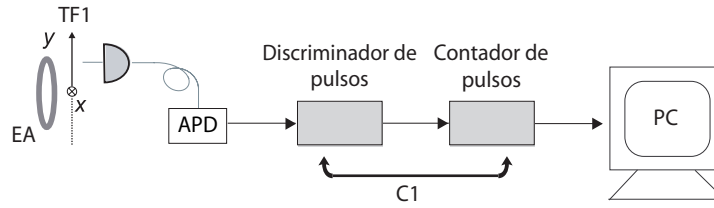


Figura 4.8: Montaje experimental utilizado para realizar la reconstrucción del EA en cuentas individuales.

4.2.3. Espectro Angular Condicional

Para hacer el estudio del espectro angular condicional ó cuentas en coincidencias se realiza la reconstrucción de la distribución en momento transversal con la cual se genera el fotón correspondiente al modo señal condicionado a la detección del modo acompañante. Para esto se utilizan dos fibras una por cada modo, la primer fibra asociada al modo acompañante permanece en una posición fija \vec{k}_{i0}^{\perp} en una región de máxima intensidad del EA en el plano $k_{iy0} = 0$ cuyo origen esta definido por el vector de onda del haz de bombeo, tal y como puede ser visto en la Fig. (4.9). Mientras que la segunda fibra es montada sobre un sistema automatizado de desplazamiento transversal X-Y, la cual escanea en las inmediaciones de $k_{s0}^{\perp} = -k_{i0}^{\perp}$ región donde se maximiza la conservación de momento transversal y así realizar la reconstrucción del EAC.

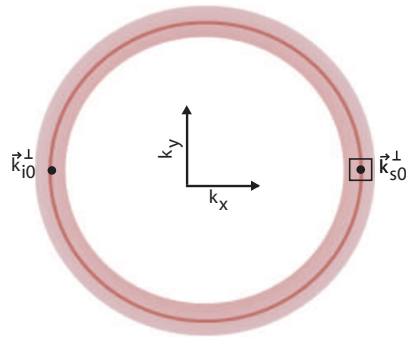


Figura 4.9: Diagrama esquemático que ilustra las posiciones de las puntas de fibra para realizar la reconstrucción del EAC, en esta se especifica con un punto la zona donde se coloca la fibra fija y con un recuadro la zona que escanea la fibra móvil.

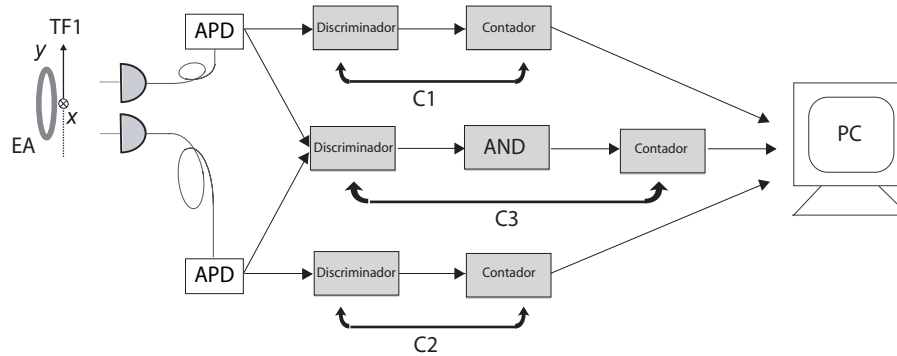


Figura 4.10: Montaje experimental utilizado para realizar la reconstrucción del espectro angular condicional (EAC).

En la Fig. (4.10) se muestra el montaje experimental para hacer la reconstrucción del espectro angular condicional, en ésta se contempla que ambas fibras son conectadas a módulos contadores de fotones APD cuyas salidas al igual que en el caso anterior son llevadas al sistema automatizado de discriminación y conteo de pulsos que nuevamente es controlado mediante el programa de Labview. En este caso, el programa de control registra las cuentas individuales por unidad de tiempo generadas por la fibra fija (C2) y por la fibra móvil (C1), así como las cuentas en coincidencias por unidad de

tiempo entre ambas fibras (C3). Para determinar las cuentas en coincidencias que forma el espectro angular condicional se toman los pulsos de salida de los APD's y, luego de ser discriminados se llevan a los puertos de entrada de la compuerta AND electrónica del módulo de lógica (NIM 754 Phillips Scientific), la cual emite un pulso de salida sólo cuando se superponen temporalmente los pulsos de entrada, estos son almacenados en el programa de Labview para su procesamiento. Las cuentas oscuras de los APD's son del orden de 200/segundo, por lo que el nivel de cuentas en coincidencia accidentales es esencialmente cero, esto último debido a que las cuentas oscuras de un detector APD no están correlacionadas con las cuentas oscuras del otro detector, i.e. son totalmente independientes.

Ahora bien, como se ha comentado en el Cap. (3) se pueden realizar otro tipo de mediciones conocidas como correlaciones espaciales, para esto se implementa un sistema idéntico al expuesto en esta sección exceptuando que la fibra asociada con el modo acompañante también va a realizar escaneos según sea la correlación espacial a estudiar, lo cual difiere de la medición hecha para el EAC donde esta fibra se mantiene fija. Como se verá en la siguiente sección los movimientos de la fibra asociada al modo acompañante estarán sujetos a la correlación espacial a investigar.

4.3. Distribución de correlaciones espaciales

Para hacer el estudio de la distribución de correlaciones espaciales utilizamos dos fibras (una por cada modo) montadas sobre sistemas de translación idénticos a los vistos en la sección anterior. Estas fibras son colocadas en posiciones antipodales (\vec{k}_{s0}^\perp y \vec{k}_{i0}^\perp) en regiones donde la cuentas individuales del EA se maximizan las cuales han sido ejemplificadas en la Fig. (4.11) con

zonas de color mas intenso, ya situadas las fibras se realiza un escaneo en busca de cuentas coincidentes de la correlación espacial a estudiar.

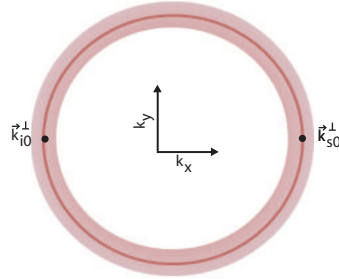


Figura 4.11: Diagrama esquemático donde se muestran las puntas de fibra colocadas antipodalmente en regiones donde se maximizan el EA.

4.3.1. Correlación $k_{sx}k_{ix}$

En el caso $k_{sx}k_{ix}$ se realizan cuentas en coincidencias en las posiciones horizontales de los modos señal k_{sx} y acompañante k_{ix} respectivamente. Para cada posición horizontal k_{ix} donde se coloca la primer fibra (F1) asociado al modo acompañante, se desplaza horizontalmente la segunda fibra (F2) asociada al modo señal escaneando los puntos k_{sx} en búsqueda de coincidencias. La Fig. (4.12) ilustra este procedimiento.

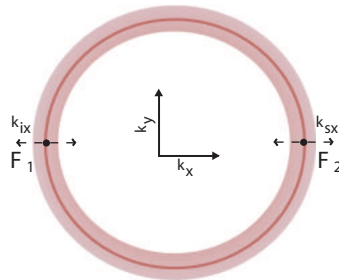


Figura 4.12: Diagrama esquemático de correlación $k_{sx}k_{ix}$ donde se muestran las puntas de fibras F1 y F2 realizando un escaneo sobre el eje horizontal en busca de coincidencias.

Ambas fibras son conectadas a módulos contadores de fotones APD cuyos

pulsos TTL de salida son llevados al sistema automatizado de discriminación y conteo de pulsos controlado con el programa de Labview, el cual registra las cuentas individuales por unidad de tiempo generadas por (F1) en (C1) y por (F2) en (C2), así como las cuentas en coincidencias por unidad de tiempo entre ambas fibras en (C3). Para determinar las cuentas en coincidencias que forman la correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$ se toman los pulsos de salida de los APD's y, luego de ser discriminados se llevan a los puertos de entrada de la compuerta electrónica AND , la cual emite un pulso de salida sólo cuando se superponen temporalmente los pulsos de entrada, estos son almacenados en el programa de Labview para su post-procesamiento.

4.3.2. Correlación $k_{sx}k_{iy}$

En este caso realizan las cuentas coincidencias de las posiciones horizontales del modo señal k_{sx} y las posiciones verticales del modo acompañante k_{iy} respectivamente. Para cada posición vertical k_{iy} donde se coloca la primer fibra (F1) asociada al modo acompañante, se desplaza la segunda fibra (F2) asociada al modo señal sobre el eje horizontal escaneando los puntos k_{sx} en la búsqueda de coincidencias. La Fig. (4.13) muestra esto.

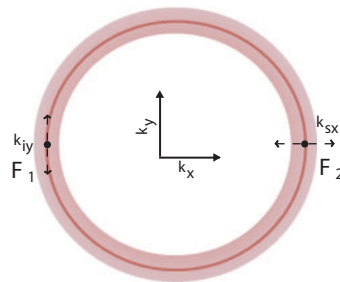


Figura 4.13: Diagrama esquemático de correlación $k_{sx}k_{iy}$ donde se muestran las puntas de fibras F1 y F2 haciendo un escaneo sobre el eje vertical para F1 y el eje horizontal para F2 en busca de cuentas coincidencias.

Al igual que en el caso anterior el sistema de detección de cuentas coincidentes trabaja de la misma manera que el descrito en la sección previa.

4.3.3. Correlación $k_{sy}k_{iy}$

En el caso $k_{sy}k_{iy}$ se realizan cuentas en coincidencias en las posiciones verticales de los modos señal k_{sy} y acompañante k_{iy} respectivamente. Para cada posición vertical k_{iy} donde se coloca la primer fibra (F1) asociado al modo acompañante, se desplaza verticalmente la segunda fibra (F2) asociada al modo señal escaneando los puntos k_{sy} en búsqueda de coincidencias. La Fig. (4.14) se muestra este procedimiento. Al igual que en los casos anteriores

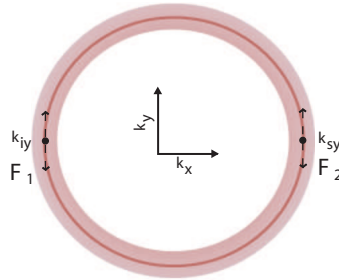


Figura 4.14: Diagrama esquemático de correlación $k_{sy}k_{iy}$ donde se muestran las puntas de fibras F1 y F2 haciendo un escaneo sobre el eje vertical en busca de coincidencias.

el sistema de detección de cuentas en coincidencias opera de manera idéntica a los ya presentados. Para estudiar la distribución de intensidad transversal en el espacio de posiciones del fotón anunciado y la adifracción de este, se necesita trasladar un sistema de detección (C2) al espacio de posiciones que se sitúa en el (FP2) como veremos en la próxima sección.

4.3.4. Propiedades espaciales y en propagación

Para el estudio de las propiedades espaciales y en propagación de los fotones anunciados se realiza la reconstrucción de la distribución de intensidad transversal con la que se genera el fotón correspondiente al modo señal en el (TF2) condicionado a la detección del fotón correspondiente al modo acompañante en el (TF1). Para esto se utilizan dos fibras montadas sobre los motores de translación XY, la primer fibra asociada al modo acompañante es fijada en la región donde se maximizan las cuentas individuales del EA en el (TF1). Mientras que la segunda fibra asociada al modo señal es trasladada al espacio de posición ubicado en el (TF2) donde escanea el espacio de posiciones en busca de cuentas en coincidencias como se muestra en la Fig. (4.15).

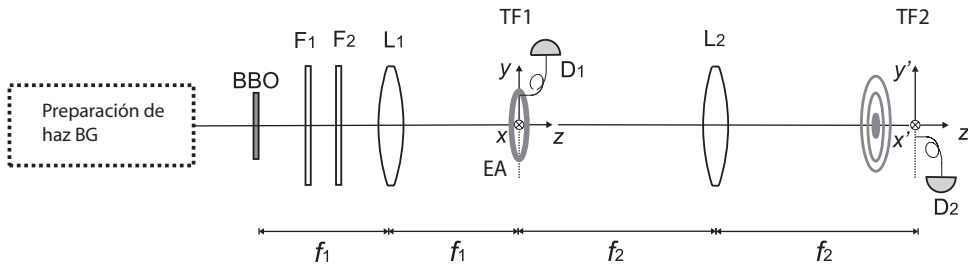


Figura 4.15: Montaje experimental utilizado para realizar el estudio de la distribución espacial de fotones individuales anunciados.

Ambas fibras son conectadas a módulos contadores de fotones APD cuyos pulsos TTL de salida son llevados al sistema automatizado de discriminación y conteo de pulsos controlado con el programa de Labview. Este último registra las cuentas individuales por unidad de tiempo generadas por (F1) en (C1) y por (F2) en (C2), así como las cuentas en coincidencias por unidad de tiempo entre ambas fibras en (C3). Las cuentas en coincidencias que forman la distribución de intensidad espacial son almacenadas en el programa de

Labview para su post-procesamiento.

Para estudiar las propiedades en propagación del fotón individual anunciado se diseñó un riel que permitió mover el sistema de detección (D2) en diferentes planos de propagación z comenzando en $z=0\text{cm}$ (FT2) en busca de cuentas en coincidencias que reconstruyan la distribución de intensidad espacial del fotón anunciado en cada uno de estos planos.

En el próximo capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos para el espectro angular (EA), el espectro angular condicional (EAC), las correlaciones espaciales, así como la distribución de intensidad transversal para el fotón individual anunciado y la generación de fotones individuales adifractivos.

Capítulo 5

Análisis de resultados experimentales

*Failing to fetch me at first, keep
encouraged. Missing me one place,
search another. I stop somewhere waiting
for you.*

Walt Whitman

En el presente capítulo se muestran los resultados experimentales obtenidos para las mediciones del EA, del EAC, así como de las correlaciones espaciales. Al igual que las mediciones de las propiedades espaciales y de propagación de los fotones individuales anunciados.

5.1. Espectro Angular

La medición del EA se realizó escaneando con una fibra de $200\mu\text{m}$ un área de 15mm^2 en el plano de Fourier TF1 correspondiente al espacio de momentos transversal. El tiempo con el cual fueron tomados los datos fue de un segundo por punto. Cada punto de la malla representa una posición transversal $\vec{\rho}_{s0}^\perp$ de la fibra, lo que corresponde a un momento transversal dado por $\vec{k}_{s0}^\perp = [\omega_s/cf]\vec{\rho}_{s0}^\perp$.

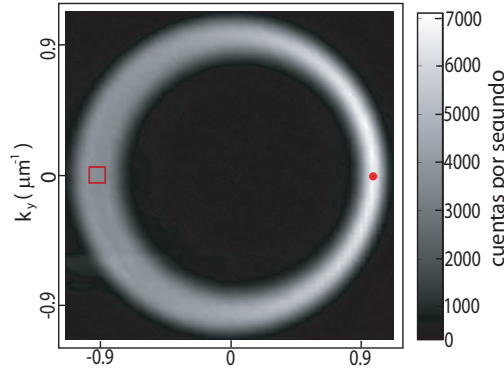


Figura 5.1: Espectro angular de las parejas de fotones de las parejas de fotones producidas por SPDC.

En la Fig.(5.1) se puede ver claramente el anillo del EA de las parejas de fotones es asimétrico. Esta asimetría es relacionada al efecto walk-off que en nuestro caso ocurre en el eje vertical. Sin embargo, las propiedades interesantes se obtienen al analizar el EAC.

5.2. Espectro Angular Condicional

En la Fig. (5.2 a) se muestra la medición del EAC, esta se logró colocando una fibra fija de $50\mu\text{m}$ de diámetro asociada al modo acompañante en la posición que se marca con el punto rojo en la Fig. (5.1) del EA, dicha posición corresponde al valor $k_{iy} = 0$ y un valor de k_{ix} que maximiza las cuentas

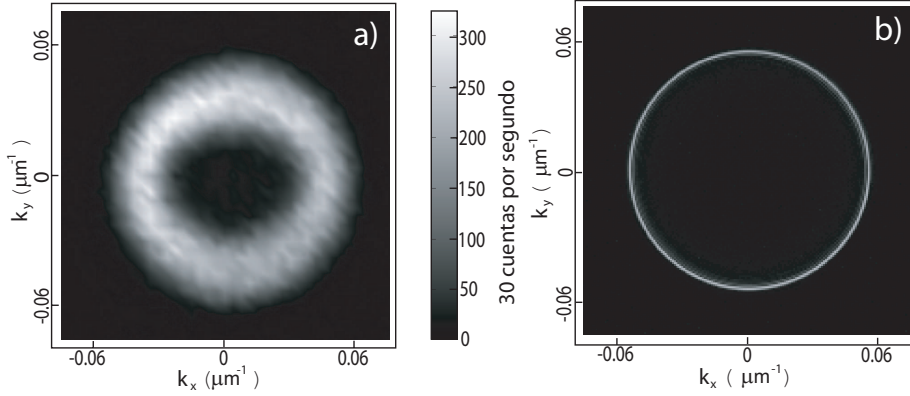


Figura 5.2: a) Medición de la distribución del espectro angular condicional de los fotones individuales anunciados, b) Intensidad transversal medida en el espacio de momentos tomada con una cámara CCD.

individuales del EA. Por otro lado, la fibra móvil de $200\mu\text{m}$ de diámetro asociada con el modo señal, realiza un escaneo en un área de 1mm^2 alrededor de la región $k_s^\perp = -k_t^\perp$ donde se conserva momento transversal (ilustrada en la Fig. (5.2 b) como un recuadro rojo), el tiempo con el cual fueron tomados estos datos fue de 300 segundos por punto. Esta gráfica corresponde al número de coincidencias medido *señal-acompañante* como función de la posición de la fibra móvil que por estar en el TF1, corresponde a valores de momento transversal de acuerdo a la transformación $\vec{k}_{s0}^\perp = [\omega_s/cf]\vec{\rho}_{s0}^\perp$. En esta gráfica se muestra, como se esperaba de la Ec. (2.14), la estructura anular, que en condiciones ideales debería ser idéntica a la del EA del bombeo Fig. (2.2).

Sin embargo, el ensanchamiento del EAC es consecuencia directa de la extensión transversal finita que tiene la fibra fija. No obstante de la Fig. (5.2 a) se pueden calcular los parámetros que determinan las propiedades en propagación del fotón anunciado. Obteniendo así los siguientes valores numéricos $k_t = 0.046 \pm 0.001\mu\text{m}^{-1}$ y $w_0 = 260\mu\text{m} \pm 2\mu\text{m}$, estos resultados nos permitirán calcular mas adelante la distancias de propagación z_{max} de los

fotones individuales anunciados. Por el momento analicemos los resultados obtenidos para las distribuciones de correlación espacial.

5.3. Distribución de correlaciones espaciales

En la Fig. (5.3 a) muestra la medición experimental de la distribución de correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$, en la cual coloca una fibra asociada al modo acompañante de $50\mu\text{m}$ de diámetro en la posición $k_{iy} = 0$ y un valor de k_{ix} que maximice las cuentas individuales del EA, esta fibra efectúa un escaneo en un segmento de longitud de 0.4mm alrededor del eje horizontal k_{ix} . Mientras que la fibra asociada al modo señal de $200\mu\text{m}$ de diámetro es colocada antipodalmente a la primer fibra en una posición $k_{sy} = 0$ y un valor de k_{sx} tal que las cuentas individuales de EA se maximicen, esta realiza un escaneo en un segmento de longitud de 0.6mm alrededor del eje horizontal k_{sx} como se muestra en la Fig. (4.12), el tiempo con el cual fueron tomados los datos es de un segundo por punto. La gráfica de la cuentas coincidentes que forman la distribución de correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$ después de los escaneos es procesada en Matlab para su visualización. En Fig. (5.3 b) se observa la gráfica de cuentas en coincidencias que forma la distribución de correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$ la cual fue obtenida de los escaneos en busca de cuentas en coincidencias de la fibra asociada al modo acompañante en un segmento de longitud de 0.6mm alrededor del eje horizontal k_{sx} y la fibra asociada al modo señal en un segmento de longitud de 0.6mm alrededor del eje vertical k_{iy} como se muestra en la Fig. (4.13), el tiempo con el cual fueron tomados los datos fue de un segundo por punto. Mientras que los resultados obtenidos de la distribución de correlación $k_{sy}k_{iy}$ son mostrados en el inciso c) de Fig. (5.3). Para obtener esta gráfica los escaneos en busca de cuentas en coin-

cidencias entre la fibra asociada al modo acompañante y la fibra asociada al modo señal fueron realizado en un segmento de longitud de 0.17mm y 0.15mm respectivamente ambos sobre el eje vertical k_{sy} y k_{iy} .

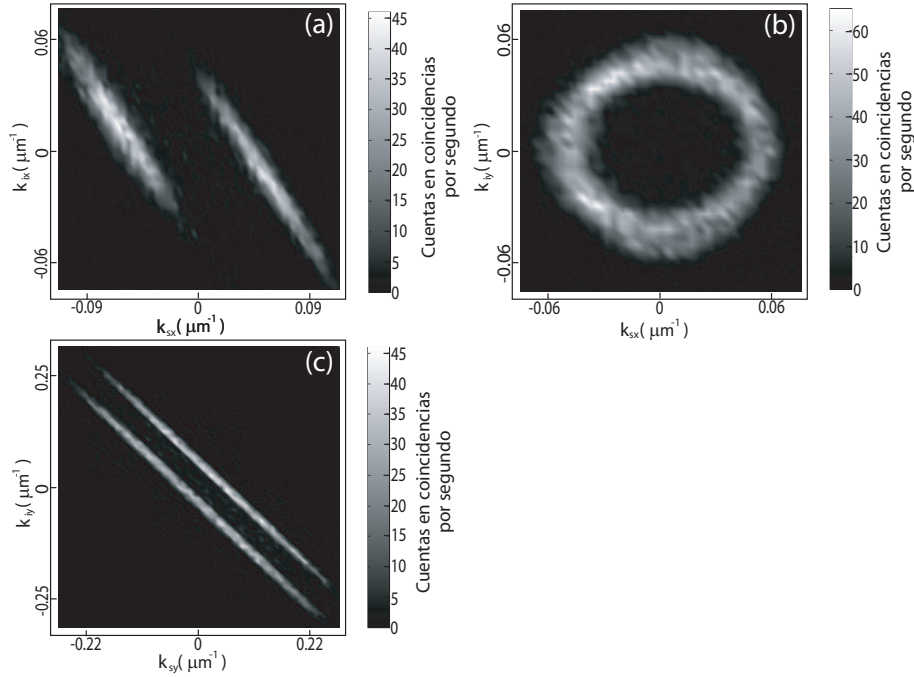


Figura 5.3: Resultados experimentales que muestra las gráficas para las - correlaciones espaciales. a) Distribución de la correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$, b) Distribución de la correlación espacial $k_{sx}k_{iy}$, c) Distribución de la correlación espacial $k_{sy}k_{iy}$.

Como puede observarse las predicciones hechas en el conjunto de Ecs.(3.40–3.41) nos dan una buena primer aproximación de este resultado experimental, considerando que el cálculo realizado en las Fig. (3.4–3.6) se hizo teniendo en cuenta resolución perfecta, lo que no sucede a nivel experimental puesto que las fibras utilizadas en los sistemas de detección tienen una sección transversal finita. No obstante el resultado teórico obtenido para la correlación espacial $k_{sx}k_{ix}$ no deja de ser ilustrativo.

5.4. Distribución espacial de intensidad

Para conseguir medir la distribución transversal de intensidad en el espacio de posiciones se colocó un segundo sistema óptico $f - f$ en seguida del FT1 tal como se muestra en la Fig. (4.7), definiendo así el FT2. De este modo una medición de la distribución espacial de intensidad se obtiene colocando una fibra fija en el FT1 (modo acompañante) donde se maximizan las cuentas individuales y otra fibra montada en un sistema móvil XY (modo señal) en el FT2 que realiza un escaneo transversal en la parte central de este plano, registrando así las cuentas en coincidencia *señal-acompañante* con el sistema automatizado de discriminación y conteo descrito en el capítulo anterior. Ambas fibras que fueron utilizadas para realizar esta medición tenían un diámetro de $50\mu\text{m}$. En la Fig. (5.4) mostramos el resultado obtenido, el cual expone las cuentas en coincidencias entre los fotones acompañante colectados en el FT1 y los fotones señal colectados en el FT2, como función de la posición de la fibra del modo señal, esta constituye una medición de la distribución de intensidad de fotón anunciado del modo señal como función de la posición transversal. Se puede apreciar de manera clara la estructura Bessel de la distribución espacial del fotón anunciado señal, heredada de la estructura espacial del haz de bombeo. Finalmente en la sección consecuente estudiaremos las propiedades de propagación del fotón señal anunciado con una estructura BG.

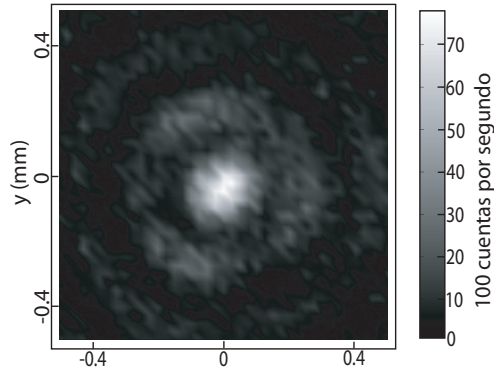


Figura 5.4: Distribución transversal de intensidad de fotones individuales anunciados.

5.5. Propagación de fotones individuales anunciados

Para estudiar las propiedades en propagación del fotón señal anunciado con estructura BG, implementamos un riel que nos permitió trasladar el plano que escanea la fibra en el modo señal, desde una posición inicial correspondiente al TF2 definido como $z = 0\text{cm}$ hasta $z = 40\text{cm}$. Los escaneos se realizaron en el eje y en planos correspondientes a $z = 0, 2, 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40\text{cm}$, con una fibra de $50\mu\text{m}$ montada sobre un sistema de translación automatizado XY, registrando así las cuentas individuales y las cuentas en coincidencias para cada plano. Esto es, de la distribución transversal de intensidad mostrada en la Fig. (5.4) se escanearon cortes del eje y para cada uno de los diferentes planos del eje de propagación z . En la Fig. (5.5) se muestran los resultados obtenidos de las mediciones realizadas en coincidencias señal-acompañante en el eje y para cada uno de los planos de propagación z ya mencionados. Como puede apreciarse, el corte de la distribución transversal de intensidad se mantiene esencialmente sin cambio una distancia de propagación que excede los 25cm , además de mostrar una

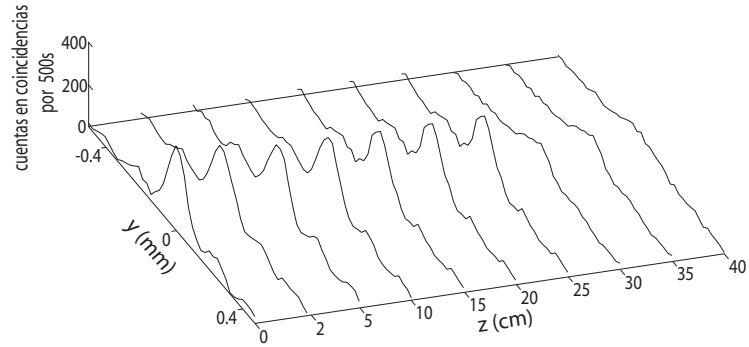


Figura 5.5: Distribución transversal de intensidad en el eje y del fotón individual anunciado señal en diferentes planos del eje de propagación z .

reducción gradual en el número máximo de las cuentas en coincidencias como se observa en la Fig. (5.6).

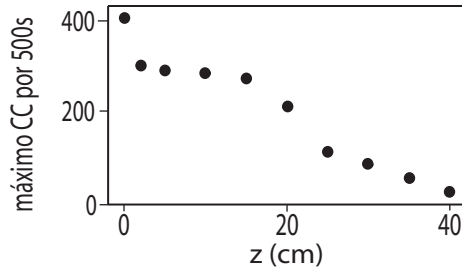


Figura 5.6: Número máximo de cuentas en coincidencias como función de z .

Este resultado puede ser contrastado directamente con el comportamiento correspondiente a las cuentas individuales. Las cuales decrecen rápidamente mientras se propagan en el eje z como es mostrado en Fig. (5.7). Esto último es debido a que las cuentas individuales del espectro angular no forman una distribución espacial Bessel-Gauss, esta distribución como se muestra en la gráfica Fig. (5.7), cambia su estructura drásticamente del plano $z = 0\text{cm}$ al plano $z = 2\text{cm}$ a un anillo que va ensanchándose cada vez más en los planos subsecuentes $z = 5, 10, 15, 20\text{cm}$. Se ha limitado a presentar los resultados obtenidos hasta el plano $z = 20\text{cm}$ debido a que los motores de translación XY en los cuales son montadas las fibras tienen un

limite de translación de 150mm por tal motivo en los planos posteriores el ensanchamiento es tal que la capacidad de escaneo de los motores es limitado.

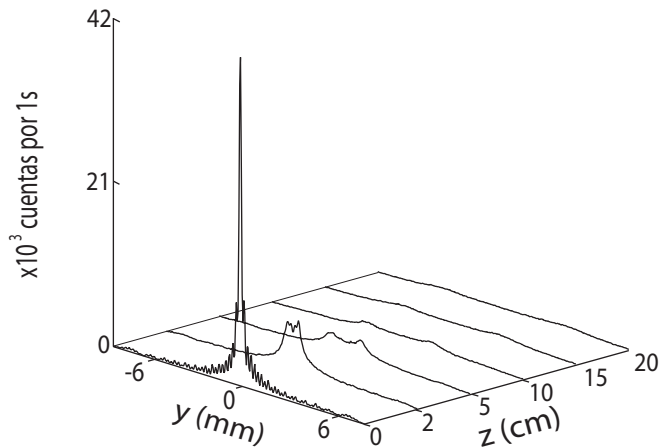


Figura 5.7: Distribución transversal de intensidad de las cuentas individuales.

A diferencia del decremento gradual en el número máximo de las cuentas en coincidencias. La disminución en el número máximo de cuentas individuales es mucho más drástica con respecto a la propagación tal como se muestra en la Fig. (5.8). Las propiedades de las cuentas en coincidencias,

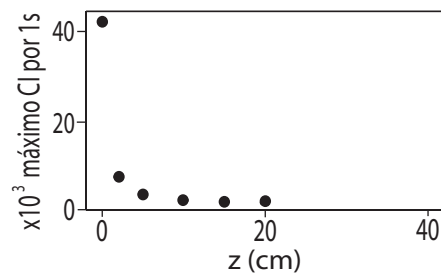


Figura 5.8: Número máximo de cuentas individuales como función de z .

observadas en la Fig. (5.5), son una clara demostración del comportamiento adifraccional a nivel de un solo fotón para el modo señal anunciado. Este comportamiento se caracteriza por el parámetro $z_{max} = (f_2/f_1)^2(w_0k/k_t)$

donde f_1 y f_2 , que apartir de la mediciones obtenidas para k_t y w_0 del EAC del fotón individual señal tenemos una distancia máxima de propagación adifraccional de $z_{max} \approx 40\text{cm}$ lo que se observa en la Fig. (5.5).

Capítulo 6

Conclusiones

It doesn't matter how beautiful your theory is, it doesn't matter how smart you are. If it doesn't agree with experiment, it's wrong.

Richard P. Feynman

Se presentaron mediciones del EA y EAC para las parejas de fotones generadas mediante conversión paramétrica descendente espontánea de tipo I cuando el cristal no lineal es bombeado con un haz de estructura espacial Bessel-Gauss orden cero. Estas mediciones se llevaron a cabo mediante conteo de fotones espacialmente resueltos en cuentas individuales y en coincidencias.

La medición del EAC muestran que, aunque limitado por el ensanchamiento causado por la fibra que realiza la detección del modo acompañante, es igual al EA del haz de bombeo. Mientras que las simulaciones hechas para las correlaciones espaciales nos da una buena primer aproximación del resultado experimental obtenido, considerando que el cálculo realizado se hizo teniendo en cuenta resolución perfecta. Así mismo, la distribución transver-

sal de intensidad espacial del fotón individual anunciado es idéntica a la estructura espacial del haz de bombeo BG. De igual forma, se presentaron mediciones que demuestran que la distribución transversal de intensidad del fotón anunciado en el modo señal se mantiene sin cambios en una distancia de propagación que excede los 25cm, mientras que las cuentas individuales en el modo señal exhiben un dramático ensanchamiento en pocos cm de propagación. También, fue posible demostrar que el comportamiento adifractivo del haz Bessel-Gauss usado como bombeo, es mapeado directamente a los fotones individuales anunciados en el modo señal sin la necesidad de utilizar técnicas post-generación de proyección a una distribución particular de vectores k , observando así el comportamiento adifractivo a nivel de un solo fotón.

Estos resultados permiten un mejor entendimiento cualitativo y cuantitativo de las propiedades espaciales de las parejas de fotones y son una importante herramienta para el diseño de fuentes de parejas de fotones en aplicaciones donde la estructura espacial de los fotones es relevante.

Dentro de las perspectivas de este trabajo cabe mencionar que los haces Bessel-Gauss de orden superior, además de la propiedad de adifraccionalidad en propagación, poseen momento angular. Esta característica los convierte en candidatos ideales para la extensión de este trabajo, en la que se planea realizar un estudio de generación de fotones individuales anunciados con momento angular orbital, heredado directamente de las propiedades espaciales del haz de bombeo en una configuración Bessel-Gauss de orden superior.

Bibliografía

*Y así, del mucho leer y del poco dormir,
se le secó el cerebro de manera que vino
a perder el juicio.*

Miguel de Cervantes Saavedra

- [1] Magde, Douglas and Mahr, Herbert. *Study in Ammonium Dihydrogen Phosphate of Spontaneous Parametric Interaction Tunable from 4400 to 16 000 AA*, Phys. Rev. Lett., **18**, 905-907, (1967).
- [2] S.A. Akhmanov, V.V. Fadeev, R. V. Khoklov, and O.N. Chunaev. *Photon Correlations in the Parametric Frequency Splitting of Light*, Sov. Phys. JETP Lett., **6**, 85, (1967).
- [3] R.L. Byer and S.E. Harris. *Power and Bandwidth of Spontaneous Parametric Emission*. Phys. Rev., **168**, 1064, (1968).
- [4] Burnham, David C. and Weinberg, Donald L. *Observation of Simultaneity in Parametric Production of Optical Photon Pairs*, Phys. Rev. Lett., **25**, 84-87, (1970).
- [5] T. G. Giallorenzi and C. L. Tang. *Quantum Theory of Spontaneous Parametric Scattering of Intense Light*, Phys Rev., **166**, 255, (1968).
- [6] B. R. Mollow and R. J. Glauber. *Quantum Theory of Parametric Amplification. I*, Phys Rev., **160**, 1076, (1967).
- [7] Zel'dovich B.Ya., Klyshko D.N. *Field Statistics in Parametric Luminescence*, JETP Letters., **9**, 40, (1969).
- [8] B. R. Mollow. *Photon Correlations in the Parametric Frequency Splitting of Light*, Phys. Rev. A., **8**, 2684-2694, (1973).
- [9] Hong, C. K. and Mandel, L. *Theory of parametric frequency down conversion of light*, Phys. Rev. A., **31**, 2409-2418, (1985).

-
- [10] T. E Kiess, Y. H Shih, A. V. Sergienko, C.O Alley. *Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm experiment using pairs of light quanta produced by Type-II parametric down conversion*, Phys. Rev. Lett., **71**, 3893, (1993).
- [11] Shih, Y. H. and Alley, C. O. *New Type of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Experiment Using Pairs of Light Quanta Produced by Optical Parametric Down Conversion*, Phys. Rev. Lett., **61**, 2921-2924, (1988).
- [12] R. Gosh, C.K. Hong, Z.Y. Ou, L Mandel. *Interference of two photons in parametric down conversion*, Phys. Rev. A., **34**, 3962, (1986).
- [13] P.R. Tapster, J.G. Rarity, J.S. Satchell. *Use of parametric down-conversion to generate sub-Poissonian light*, Phys. Rev. A., **37**, 2963, (1988).
- [14] Chan, K. W. and Torres, J. P. and Eberly, J. H. *Transverse entanglement migration in Hilbert space*, Phys. Rev. A., **75**, 050101, (2007).
- [15] Kim, Yoon-Ho and Yu, Rong and Kulik, Sergei P. and Shih, Yanhua and Scully, Marlan O. *Delayed "Choice" Quantum Eraser*, Phys. Rev. Lett., **84**, 1-5, (2000).
- [16] K. Mattle, H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A. Zeilinger. *Dense Coding in Experimental Quantum Communication*, Phys. Rev. Lett., **76**, 4656, (1996).
- [17] Ekert, Artur K. and Rarity, John G. and Tapster, Paul R. and Massimo Palma, G. *Practical quantum cryptography based on two-photon interferometry*, Phys. Rev. Lett., **69**, 1293-1295, (1992).
- [18] D. S. Naik, C. G. Peterson, A. G. White, A. J. Berglund, and P. G. Kwiat. *Entangled state quantum cryptography: Eavesdropping on the Ekert protocol*, Phys. Rev. Lett., **84**, 4733, (2000).
- [19] D. Bouwmeester, J. Pan, K. Mattle, M. Eibl, H. Weinfurter, and A. Zeilinger. *Experimental quantum teleportation*, Nature., **390**, 575, (1997).
- [20] F. D. Martini, D. Pelliccia, and F. Sciarrino. *Contextual, optimal and universal realization of the quantum cloning machine and of NOT gate* Phys. Rev. Lett., **92**, 067901, (2004).
- [21] J. L. O'brien, G. J. Pryde, A. G. White, T. C. Ralph and D. Branning. *Demonstration of an all-optical quantum controlled-NOT gate*, Nature., **426**, 264-627, (2003).
- [22] P. G. Kwiat, S. Barraza-Lopez, A. Stefanov, and N. Gisin. *Experimental entanglement distillation and hidden nonlocality*, Nature., **409**, 1014, (2001).

-
- [23] Walborn, S. P. and Pádua, S. and Monken, C. H. *Hyperentanglement-assisted Bell-state analysis*, Phys. Rev. A., **68**, 042313, (2003).
- [24] Kwiat, Paul G. and Eberhard, Philippe H. and Steinberg, Aephraim M. and Chiao, Raymond Y. *Proposal for a loophole-free Bell inequality experiment*, Phys. Rev. A., **49**, 3209-3220, (1994).
- [25] Mosley, Peter J. and Lundeen, Jeff S. and Smith, Brian J. and Wasylczyk, Piotr and U'Ren, Alfred B. and Silberhorn, Christine and Walmsley, Ian A. *Heralded Generation of Ultrafast Single Photons in Entanglement of the orbital angular momentum states of photons Pure Quantum States*, Phys. Rev. Lett., **100**, 133601, (2008).
- [26] Valencia, Alejandra and Ceré, Alessandro and Shi, Xiaojuan and Molina-Terriza, Gabriel and Torres, Juan P. *Shaping the Waveform of Entangled Photons*, Phys. Rev. Lett., **99**, 243601, (2007).
- [27] A. Mair, A. Vaziri, G. Weihs, and A. Zeilinger. *Entanglement of the orbital angular momentum states of photons*, Nature., **412**, 313-316, (2001).
- [28] Franke-Arnold, Sonja and Barnett, Stephen M. and Padgett, Miles J. and Allen, L. *Two-photon entanglement of orbital angular momentum states*, Phys. Rev. A., **65**, 033823, (2002).
- [29] G. Molina-Terriza, J. P. Torres, and L. Torner. *Twisted photons*, Nature Phys., **3**, 305, (2007).
- [30] Walborn, S. P. and Monken, C. H. *Transverse spatial entanglement in parametric down-conversion*, Phys. Rev. A., **76**, 062305, (2007).
- [31] Law, C. K. and Eberly, J. H. *Analysis and Interpretation of High Transverse Entanglement in Optical Parametric Down Conversion*, Phys. Rev. Lett., **92**, 127903, (2004).
- [32] Héctor Cruz-Ramírez and Roberto Ramírez-Alarcón and Francisco J. Morelos and Pedro A. Quinto-Su and Julio C. Gutiérrez-Vega and Alfred B. U'Ren. *Observation of non-diffracting behavior at the single-photon level*, Opt. Express., **20**, 29761-29768, (2012).
- [33] Durnin, J. and Miceli, J. J. and Eberly, J. H. *Exact solutions for non-diffracting beams. I. The scalar theory*, J. Opt. Soc. Am. A., **4**, 651-654, (1987).
- [34] Durnin, J. and Miceli, J. J. and Eberly, J. H. *Diffracton-free beams*, Phys. Rev. Lett., **58**, 1499-1501, (1987).

-
- [35] Sheppard, C. J R and Wilson, T. *Gaussian-beam theory of lenses with annular aperture*, Microwaves Optics and Acoustics IEE., **2**, 105-112, (1976).
- [36] F. Gori and G. Guattari and C. Padovani. *Bessel-Gauss beams*, Optics Communications., **64**, 491-495, (1987)
- [37] Julio C. Gutiérrez-Vega and Miguel A. Bandres *Helmholtz-Gauss waves*, J. Opt. Soc. Am. A., **22**, 289-298, (2005).
- [38] A. E. Siegman. *Lasers*, University Science Mill Valley, (1986).
- [39] Yajun Li and Hungte Lee and Emil Wolf. *Diffraction and gratings; Laser beam shaping*, J. Opt. Soc. Am. A., **21**, 640-646, (2004).
- [40] A. P. Kiselev. *New structures in paraxial Gaussian beams*, Opt. Spectrosc., **96**, 479-481, (2004).
- [41] Ou, Zhe-Yu Jeff. *Multi-Photon Quantum Interference*, Springer, (2007).
- [42] D. N. Klyshko. *Scattering of light in a medium with nonlinear polarizability*, Sov. Phys. JETP., **28**, 479-481, (1969).
- [43] Hong, C. K. and Mandel, L. *Theory of parametric frequency down conversion of light*, Phys. Rev. A., **31**, 2409-2418, (1985).
- [44] L. J. Wang *Ph.D Thesis*, University of Rochester (unpublished), (1992).
- [45] D. N. Klyshko. *Photons and Non-Linear Optics*, Gordon and Breach Science Publishers, Mill Valley, (1988).
- [46] L. Mandel and E. Wolf. *Optical Coherence and Quantum Optics*, Cambridge University Press, New York, (1995).
- [47] Procopio-Peña *MSc Thesis*, Cinvestav IPN (unpublished), (2010).