UNAM IZTACALA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Estudio Superiores Iztacala

Metodología para la Solución de Problemas Aritméticos

en Educación Básica. Estado Actual y Propuesta de Intervención.

T E S I N A

PARA OBTENER EL TÍTULO DE

LICENCIADO EN PSICOLOGÍA

P R E S E N T A

Jorge Alejandro Díaz Mendoza

Director: **Mtro. Luis Gonzaga Zarzosa Escobedo**
Dictaminadores: **Dr. Jorge Guerrero Barrios**
Lic. Lino Mauricio Contreras Vázquez

IZTACALA

Los Reyes Iztacala Edo. de México, Septiembre 2013

Agradecimientos

Gracias a la Universidad Nacional Autónoma de México por transformar mi vida, es un privilegio formar parte de la máxima casa de estudios de este país. Mi corazón siempre estará aquí.

Gracias a los profesores Jorge Guerrero, Lino Contreras y, en especial, a Luis Zarzosa por compartir sus conocimientos conmigo e influir en mi desarrollo profesional como psicólogo.

Gracias a mis padres por el apoyo incondicional desde el inicio de este camino, nunca olvidaré sus sacrificios ni todo el cariño recibido.

Gracias Ana Laura por tu compañía en esta etapa de mi vida, por estar ahí en todo momento, por tu comprensión, por tus palabras, por todo. Te amo.

Y conseguí mi sueño gracias a mi inconformismo, sé que muchas personas hoy no pueden decir lo mismo… ¿Recuerdas cuando dije que estudiaría Psicología? No te mentía, enfoqué mi vida en esa vía. Fue una oportunidad que jamás desperdiciaría; amigos, pareja y familia mi única guía. En verdad no sé qué sería de mí sin esa compañía. Ahora llega la despedida, han sido casi 5 años aprendiendo de Lunes a Domingo de esta disciplina. El plan era convencer de que Jorge podía ¿No? ¡Ok, misión cumplida!

ÍNDICE

ESTADO ACTUAL DE LA COMPETENCIA MATEMÁTICA EN MÉXICO

1.1 *Sistema Educativo Nacional*

Uno de los servicios más importantes que debe proveer el gobierno mexicano es la educación, la cual es una obligación que está asentada como garantía individual en la Constitución Política de los Estados Unidos Mexicanos. A través de la Ley General de Educación, se regula desde un marco jurídico el funcionamiento del Sistema Educativo Nacional (SEN), todo ello con el fin de establecer la obligación que tiene el Estado de brindar educación laica y gratuita a la población. El SEN ha respondido a estas necesidades mediante dos modalidades de escolarización; el sistema escolarizado y el extraescolar.

El sistema educativo escolarizado está compuesto por tres esferas: la educación básica, media superior y superior. Asimismo, la educación básica abarca tres niveles: preescolar, primaria y secundaria. El nivel preescolar tiene una duración de tres años, el tercer grado es obligatorio a partir del ciclo escolar 2004-2005, el segundo grado desde el ciclo 2005-2006 y, por último, el primer grado a partir del ciclo 2011-2012. El segundo nivel corresponde a la educación primaria, la cual es obligatoria desde 1934 y se cursa en seis grados. El tercer y último nivel de educación básica es la secundaria, que desde 1993 es obligatoria y tiene una duración de tres años (SEP, 2012).

La participación de la población mexicana en su sistema escolar es significativa. El Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI) revela que, en el último año, 30 de cada 100 mexicanos se matricularon en el SEN. Dicha matrícula es una de las más grandes del mundo; la tercera en el continente americano, donde sólo es superada por Estados Unidos y Brasil. La característica principal de esta población estudiantil radica en la implicación activa de los niños en el nivel básico y una pequeña incursión de los jóvenes y adultos en niveles superiores, dicho de otro modo, en México 3 de cada 10 niños inscritos en el primer nivel de educación básica concluirán sus estudios hasta el nivel superior (INEGI, 2011).

1.2 *Evaluaciones del Desempeño Escolar Mexicano*

Con el propósito de mejorar la política educativa nacional, la mayoría de los sistemas educativos monitorean los avances académicos de su población estudiantil. Esta acción se ve enriquecida cuando se compara este panorama con un contexto global. Un caso emblemático de esta situación es el de la Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE) que ha organizado y promovido el Programa para la Evaluación Internacional de los Estudiantes (PISA). Este programa brinda información comparada sobre el desempeño de los estudiantes de 15 años pertenecientes a los países miembros de la OCDE, considerando la efectividad de los resultados educativos y los contextos en que éstos ocurren. Asimismo, PISA coadyuva al establecimiento de estándares y metas educativas, evaluando las habilidades del alumno para utilizar los conocimientos y destrezas en su vida diaria una vez que este ha finalizado el período de escolarización obligatorio. Esta característica aporta un indicador de la efectividad de las políticas educativas de cada país (OCDE, 2009).

Como parte del desarrollo de cualquier persona dentro de la sociedad del conocimiento, la OCDE establece que ésta debe tener un amplio manejo de los dominios de la *Lectura*, las *Ciencias* y las *Matemáticas*. Respecto a este último rubro, PISA 2009 define la competencia matemática como la capacidad de un individuo para analizar, razonar, resolver y comunicar de forma eficaz una variedad de situaciones que incluyan conceptos matemáticos. Dicha prueba establece seis niveles de competencia; en los dos niveles más altos se espera que los educandos puedan utilizar su razonamiento matemático avanzado en el dominio de las operaciones formales y simbólicas. La matrícula escolar mexicana sólo tiene el 5% de estudiantes con este tipo de desempeño, en cambio, en los dos últimos niveles de la escala, donde los estudiantes sólo son capaces de llevar a cabo procedimientos rutinarios siguiendo instrucciones directas en situaciones explícitas, México ubica a un 51% de sus alumnos con estas características; incluso presenta casos cuya puntuación ni siquiera alcanza estos niveles (INEE, 2010).

La media de las puntuaciones que reflejan el desempeño matemático de todos los países miembros de la OCDE fue de 500 puntos y la media de los países de Latinoamérica fue de 393. PISA 2009 encontró que la media de México alcanzó las 419 unidades, la cual es estadísticamente similar a la de Tailandia y Bulgaria. Es importante señalar que de los 65 países participantes en este programa, 14 presentaron un promedio inferior a México mientras que 47 obtuvieron un promedio superior. En el contexto Latinoamericano las medias de México y Chile fueron homólogas, siendo Uruguay el país mejor posicionado en contraste con Perú y Panamá que son las naciones con el rendimiento más bajo.

Para delimitar el panorama educativo mexicano, PISA 2009 arrojó datos relacionados con cada entidad federativa. El Distrito Federal, Nuevo León, Chihuahua, Aguascalientes, Colima y Jalisco tuvieron un desempeño en Matemáticas superior a la media nacional. Sin embargo, ninguna de estas entidades alcanzó el promedio de 500 puntos establecido por la OCDE; en el polo opuesto se ubicó Oaxaca, San Luis Potosí, Tabasco, Guerrero y Chiapas.

Una característica importante de PISA es la periodicidad de su aplicación. El programa se organiza para ser llevado a cabo cada tres años y en cada aplicación se enfatiza un dominio diferente; en el año 2000 la *Lectura*, en 2003 las *Matemáticas*, en 2006 las *Ciencias* y en 2009 una vez más la *Lectura*. La Tabla 1 muestra que en el dominio de las *Matemáticas* México obtuvo valores ascendentes en sus medias, si bien avanzó 34 puntos desde el primer estudio, aún se encuentra en la frontera del nivel más bajo. En el caso de la *Lectura* y las *Ciencias* el valor de los promedios fluctúa manifestando una tendencia descendente.

Dominio	PISA 2000	PISA 2003	PISA 2006	PISA 2009
Matemáticas	385	387	406	419
Ciencias	422	405	410	416
Lectura	422	400	410	420

Tabla 1.- Puntajes de México en la prueba PISA (INEE, 2004; OCDE, 2004; INEE, 2010).

Es indudable que la realidad educativa y social ha generado cambios sustantivos en la visión que se tiene sobre la calidad de la educación. La necesidad de diferenciar las circunstancias actuales de América Latina de las del contexto europeo ha dado pauta al surgimiento de diversas instituciones. En este marco, el Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación (LLECE) se ha enfocado en producir información sobre los logros en aprendizaje y sus factores asociados. Con el fin de disponer de resultados válidos y confiables sobre el nivel de aprendizaje en América, el LLECE desarrolló el Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo (SERCE) cuyas áreas de evaluación fueron *Matemáticas*, *Lenguaje* (expresado en la lectura y escritura) y *Ciencias Naturales*. Para su aplicación se tomó en cuenta a 16 países que incluían a México y una entidad subnacional representada por Nuevo León. A través de pruebas referidas a contenidos comunes en los currículos oficiales, se evaluó el grado de aprendizaje en estudiantes de tercero y sexto grado de primaria (INEE, 2006).

El área de las *Matemáticas* incluyó 5 dominios conceptuales vinculados al manejo de problemas simples y complejos, estos fueron: *Numérico*, *Geométrico*, *de Medición*, *Estadístico* y *Variacional*. Los resultados obtenidos se expresaron mediante los valores promedio de los estudiantes en un rango de 200 a 800 puntos. Además, se establecieron 4 niveles de competencia y se calcularon los porcentajes relacionados a dichos niveles. Tomando en cuenta que la media aritmética de los promedios de cada país tuvo un valor de 500 puntos para el tercer grado de primaria, la media correspondiente a México fue equivalente a 532 puntos, siendo estadísticamente superada por Chile, Costa Rica, Uruguay, Cuba y Nuevo León. Respecto a los porcentajes para cada nivel de competencia, 5% de los estudiantes mexicanos se ubican por debajo del *Nivel 1* en *Matemáticas* (menos de 319 puntos); mientras que el 16% representó aquellos educandos del *Nivel 4* (más de 624 puntos).

Siguiendo esta misma línea, el Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (INEE) interviene como una instancia técnicamente independiente de la Secretaría de Educación Pública (SEP), cuya misión es evaluar la calidad de la educación básica y media superior que actualmente se imparte en la nación. Una forma en que el INEE califica las funciones y desempeño del aparato educativo es a través del grado de aprendizaje que alcanzan los estudiantes en determinadas asignaturas y grados escolares. Por lo anterior, esta institución desarrolló el Plan General de la Evaluación del Aprendizaje (PGEA) y, como parte del mismo, se dedicó al diseño y aplicación de una nueva generación de pruebas con las cuales se pretendió conocer el logro educativo alcanzado por los educandos. Los Exámenes de la Calidad y el Logro Educativo (EXCALE) evalúan el desempeño de los estudiantes en los contenidos curriculares. En específico, las materias que engloba son: *Español*, *Matemáticas*, *Ciencias Naturales* y *Ciencias Sociales*. Esta prueba parte de la premisa de que las puntuaciones obtenidas muestran qué tanto los estudiantes saben y pueden hacer respecto a lo que estipula el currículo nacional (INEE, 2007).

De acuerdo con la SEP, el objetivo general de la asignatura de Matemáticas es desarrollar la capacidad de aplicación del pensamiento abstracto con el fin de reconocer, plantear y resolver problemas cotidianos (SEP, 2010). Para encontrar la relación del objetivo general propuesto con lo que se lleva a cabo en las aulas, EXCALE-03 tomó en cuenta para su aplicación cuatro ejes temáticos que se hallaban en el plan y programas de estudio de la SEP; *Tratamiento de la Información*, *Geometría*, *Medición* y *Números con sus Relaciones y Operaciones*. Las puntuaciones del EXCALE-03 se ubicaron dentro de un rango de 200 a 800 puntos con una media de 500 unidades. Para facilitar la interpretación de los resultados obtenidos se establecieron 4 niveles de logro educativo: *Avanzado*, *Medio*, *Básico* y *Por Debajo del Básico*.

La aplicación del EXCALE-03 de *Matemáticas* a nivel nacional en alumnos de tercer grado de primaria, reveló que el 60% de estudiantes se situaron en el nivel *Por Debajo del Básico* y *Básico*. Esto quiere decir que 6 de cada 10 educandos no manejan de manera adecuada los conocimientos y habilidades básicas establecidas en los planes de estudio de las Matemáticas; en contraste, el nivel *Avanzado* sólo representó el 9% de los casos.

1.3 *Déficit en la Competencia Matemática*

El objetivo principal de la enseñanza de las Matemáticas es mantener el interés de los alumnos sobre el funcionamiento del mundo abstracto y aplicado. Cuando se implementan actividades relacionadas a esta disciplina, se espera que los educandos exploren por debajo de la apariencia superficial de la realidad. Por medio del establecimiento de relaciones y explicaciones sobre diversos fenómenos, las habilidades críticas y analíticas del alumno permitirán extrapolar lo aprendido dentro y fuera de la escuela. En este sentido, la resolución de problemas aritméticos constituye uno de los ejes principales de la actividad matemática. Los problemas de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación* son categorías que representan situaciones a las que se enfrentarán los alumnos en su vida diaria, la importancia de tener un desempeño óptimo en esta área se caracteriza por consolidar los fundamentos del razonamiento lógico-matemático. Asimismo, permite al educando hacer uso de las Matemáticas aplicadas cuando su entorno exige funcionalmente un nivel más elevado de análisis y predicción; la creatividad que utilice para encontrar una solución a una problemática planteada, generará un repertorio de acciones que el escolar podrá utilizar ante una situación innovadora.

Los resultados de tres pruebas estandarizadas e independientes entre sí (PISA, SERCE y EXCALE) coinciden en que un porcentaje importante de estudiantes en México no tienen un buen desempeño académico. En el área de las Matemáticas, los datos recabados por el EXCALE-10 demuestran que los alumnos de segundo y tercer grado de primaria presentan un déficit en la resolución de problemas aritméticos de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación*. Según dicha prueba 7 de cada 10 alumnos son incapaces de encontrar una solución correcta a este tipo de situaciones (INEE, 2012).

1.4 *Factores que Inciden en el Déficit Matemático*

El diseño de cualquier plan curricular implica la intervención de políticas educativas adecuadas. A diferencia de otros países, México no tiene metas explícitas sobre el quehacer en esta área. Bajo este panorama la SEP ha generado propuestas enfocadas únicamente en la gestión escolar. En el 2011, el Gasto Nacional en Educación (GEN) fue equivalente a 7.05 puntos porcentuales del Producto Interno Bruto (PIB); la educación básica atrajo el 58% de éste, el nivel medio superior 11%, el nivel superior 21% y el 10% restante fue destinado a la educación para adultos. En la actualidad existe una fuerte inversión federal en recursos educativos. Sin embargo, estos no promueven los objetivos planeados para mejorar el ámbito escolar, dicho de otro modo, el SEN tiene una amplia cobertura, pero manifiesta importantes limitaciones en cuanto a calidad y resultados educativos (INEE, 2011). Gran parte de las acciones encaminadas a solucionar esta situación ignoran de algún modo las contribuciones innovadoras de la investigación educativa a nivel internacional, poniendo en tela de juicio el sentido, sustento y dirección de los beneficios que pueden aportar a la comunidad escolar. Ejemplo de ello es la revisión hecha por Zarzosa y Martínez (2011), en donde se analiza el estado actual de las prácticas docentes vinculadas a la enseñanza de la comprensión lectora comparándolas con los avances en la materia en otras latitudes.

Dicho lo anterior, es importante señalar que la SEP en el marco de la Reforma Integral de la Educación Básica diseñada para el ciclo escolar 2012-2013, planteó un nuevo enfoque para redefinir el uso y creación de los libros de texto gratuitos. En estos materiales se hizo especial énfasis en las actividades que desarrollarían las competencias elementales del alumno, estas destrezas lograrían sentar las bases para alcanzar un buen desenvolvimiento en la vida cotidiana y en el campo laboral. En el caso de las Matemáticas se estipuló que su enseñanza debía estar ligada con situaciones reales. Por esta razón, los problemas aritméticos fueron subordinados a contextos cotidianos con el objetivo de hacerlos manejables y significativos. La principal limitante de esta medida conlleva a situar a todos estos planteamientos única y exclusivamente en condiciones concretas y directas, lo cual puede representar a largo plazo un obstáculo para los educandos ya que los obliga a utilizar estrategias que funcionan bien para un conjunto restringido de situaciones. Un desempeño adecuado debe consistir en la solución eficiente y flexible de problemas en circunstancias variadas. Para alcanzar esta condición lo que se requiere es trascender de lo concreto y operar con reglas generales que pueden ajustarse a una amplia variedad de casos. Brindar a la población escolar modos poco flexibles para solucionar problemas aritméticos impide que los conocimientos derivados de estos procedimientos sean transferidos a situaciones innovadoras o más abstractas.

El tipo de persona y la clase de sociedad que se propone fomentar a través del proceso de escolarización, son propósitos que deben hacerse explícitos para que las acciones en el campo educativo puedan estar mejor orientadas. El sistema escolar mexicano enfrenta un conflicto debido a los objetivos que persigue. Por un lado, garantiza que todos los alumnos avanzarán ininterrumpidamente entre grados y niveles educativos, y por otro, que dichos alumnos desarrollarán las competencias planeadas al término de cada nivel para insertarse adecuadamente en la sociedad. La adopción de estas medidas se ha llevado a cabo, al parecer, sin algún tipo de reflexión profunda sobre sus implicaciones. La filosofía de la educación tradicional que se imparte en México ha considerado el proceso de escolarización como una práctica bancaria. En este escenario, el criterio de un profesor determina qué información llenará el “contenedor” de sus alumnos, cuanto más lleno esté su depósito, mejor educado estará. La memorización mecánica de los contenidos curriculares es el medio que aporta evidencia suficiente sobre el desempeño escolar del alumno, esta lógica apunta a que el propósito principal de la educación tradicional gira en torno a la obtención de una calificación aprobatoria. Además, la certeza de que los estudiantes respaldados por este tipo de notas reproducen adecuadamente los contenidos curriculares, ha provocado que las políticas educativas omitan el énfasis mundial que se hace en el nivel de competencia escolar (Martínez, 2004).

Al respecto, datos del INEGI revelan que en el 2011 más de cuatro millones de jóvenes entre 15 y 17 años de edad habían concluido exitosamente la educación básica, sin embargo, estos no accedieron al nivel medio superior. Esta cifra representa el 70.1% de la población nacional en dicho rango de edad lista para integrarse a la fuerza laboral. Por esta razón, el concepto de calidad en la educación mexicana se podría definir como aquella que permite la incorporación más o menos inmediata a un mercado de trabajo no especializado y burdo, la cual está caracterizada por la sobrecarga de contenidos curriculares que privilegian el manejo superficial de conceptos y no el domino de habilidades complejas (INEGI, 2011: 13-21).

LOS PROBLEMAS ARITMÉTICOS DE SUMA Y RESTA

2.1 *Importancia de los Problemas Aritméticos*

Las Matemáticas promueven el uso de hábitos intelectuales y pueden contribuir al desarrollo de la reflexión lógica. También permiten explicar, predecir y modificar la realidad con el fin de operar en ella. Los problemas aritméticos dan sentido aplicativo a esta área, su resolución fomenta en los alumnos las habilidades necesarias para utilizar conocimientos matemáticos en situaciones de la vida cotidiana (Alsina, 2010).

La disciplina matemática también proporciona un lenguaje poderoso, con el cual los educandos pueden transmitir información precisa sobre aspectos cuantificables del entorno. Este tipo de comunicación se relaciona con la habilidad de contrastar argumentos, con el reconocimiento de conceptos matemáticos en situaciones concretas, con la extracción y generación de conclusiones y, por último, con la capacidad de resolver problemas (Rodríguez, 2011). Este último rubro constituye la principal aportación que desde el área de las Matemáticas se puede hacer a la autonomía e iniciativa del educando.

El análisis y solución de problemas aritméticos permite al estudiante tomar decisiones sobre las posibles formas de actuar ante determinados eventos. El desempeño competente en esta área adquiere importancia en la medida que aumenta las probabilidades de éxito en el enfrentamiento de una situación innovadora (Bermejo, 2011). Es fundamental señalar que las Matemáticas poseen un papel no sólo aplicativo, sino también formativo. De esta manera, el trabajo que se lleva a cabo en esta área puede repercutir en la formación íntegra de los alumnos, cuya utilidad e importancia en la sociedad no se limita sólo a este ámbito.

El objetivo de cualquier currículum en la enseñanza obligatoria se debe distinguir por su carácter globalizador, por agrupar diversas facetas de la cultura y por promover en los estudiantes las habilidades necesarias para desenvolverse en la sociedad del conocimiento. Sin embargo, el campo de la educación matemática en México ha sido un complejo universo, caracterizado por la variedad de interpretaciones que se confieren a los criterios de enseñanza y aprendizaje empleados en él. En este contexto no hay una respuesta comúnmente asumida sobre qué son las Matemáticas, ni sobre qué es lo esencial y lo secundario en ellas.

La impartición de la disciplina matemática dentro de las aulas mexicanas se ha alejado del pensamiento crítico y analítico. La mecanización de los contenidos curriculares, la descontextualización de la práctica con los ámbitos de la vida real y la nula relación con otras áreas de conocimiento representan el principal obstáculo para el desarrollo de esta materia. Prueba de ello es el surgimiento de una gran cantidad de datos consistentes, en los que se hace patente que muchos estudiantes no dominan o, al menos no lo suficiente, las habilidades derivadas de esta área (Iruretagoyena, 2010).

2.2 *Los Problemas Aritméticos*

Un problema aritmético es una situación imaginaria susceptible de ser real, la cual se plantea en forma de enunciado verbal o escrito y se resuelve mediante una operación elemental. De acuerdo con Tomás (1990) su estructura la conforma un *Esqueleto* y un *Envoltorio*; el *Esqueleto* es todo lo esencial en el problema (la información numérica) y el *Envoltorio* se relaciona con la forma de describir y presentar la situación (el contenido verbal).

Para resolver un problema aritmético se necesita encontrar la información numérica relevante, esta indica qué cálculos son pertinentes para solucionar dicha situación. El lenguaje en este proceso sirve como una herramienta que organiza y estructura los datos proporcionados por el problema. Por ejemplo: *"Genaro tiene 4 canicas guardadas en un costal, cuando terminó de jugar guardó 5 más. ¿Cuántas canicas tiene guardadas ahora?"* En este caso, para obtener el resultado se necesita hacer una suma de 4 más 5. Las competencias lingüísticas del alumno permitirán transformar el conjunto de circunstancias planteadas a una formulación matemática sólida (Alcalá, 2009).

Los distintos tipos de enunciados que conforman los problemas aritméticos no tienen una estructura estable, a pesar de que lo enriquecen a nivel semántico, en muchas ocasiones incluyen información irrelevante para su resolución. Estas características semánticas determinan en gran medida las estrategias y técnicas utilizadas por los alumnos para llegar a un resultado. Considérese por ejemplo el siguiente problema: *"El abuelo de Jonás cumple 67 años de edad, tiene exactamente 7 años menos que la abuela Micaela. ¿Cuántos años tiene la abuela Micaela?"* En primer plano, la manera en que se describen estas circunstancias propicia que el educando se distraiga con información y/o datos que carecen de importancia. Posteriormente, esta distracción descontextualiza los puntos clave inmersos en el problema, alejando al estudiante de los cálculos adecuados para solucionar esta situación. La problemática anteriormente expuesta indica que la comprensión de un conjunto de circunstancias que plantea un problema aritmético, implica un nivel mayor de abstracción que la ejecución de la operación que las explica. Un alumno con déficit de aprendizaje o en riesgo de tenerlo, no podría identificar fácilmente que la suma 67 más 7 resuelve este problema.

La incapacidad de reestructurar y formular correctamente la naturaleza de un problema provoca que el alumno tome otra ruta para llegar a un resultado. A partir de información lingüística que suele ser variada y confusa éste puede crear representaciones equivocadas de una situación. Sabagh (2008) encontró dentro de la comunidad estudiantil con bajo desempeño matemático, la tendencia a distorsionar la información verbal que implica relaciones cuantitativas en los problemas aritméticos. En el ejemplo: *"Jorge tiene $3, Alejandro tiene $5 pesos más. ¿Cuánto dinero tienen entre los dos?"* El comportamiento de un alumno con estas características se ve influenciado por la palabra "más", es decir, los cálculos efectuados en esta situación estarían condicionados por el significado de este término. Escapar de las asociaciones lingüísticas vinculadas a la estructura superficial de un problema no es tarea fácil, la historia que tiene el alumno en el enfrentamiento de situaciones problema consolida formas de respuesta inadecuadas. Generalmente, se ha enseñado a los educandos a codificar lingüísticamente las relaciones cuantitativas de manera fragmentada, dicho de otro modo, se ignora la naturaleza y sentido del texto como un todo.

El lenguaje además de organizar y estructurar la información contenida en un problema, también simplifica el camino para acceder a su resolución. En determinadas circunstancias, las competencias lingüísticas del educando aportan más de una forma de proceder ante una situación problema. Por ejemplo: *“Narciso compró en la tienda de la esquina 10 chicles, cuando regresaba a su casa se comió 2. Ya en la tarde, su hermano Eusebio le robó 4. ¿Cuántos chicles perdió Narciso?”* Un alumno normalmente podría elegir el algoritmo 10 menos 2 menos 4 para saber la cantidad final de chicles que tiene Narciso y, posteriormente, buscaría la diferencia entre la cantidad inicial y la cantidad final para obtener el resultado. En cambio, el procedimiento utilizado por un educando capaz de codificar eficazmente la información relevante, simplemente resolvería el algoritmo de 2 más 4 para obtener la cantidad de chicles perdidos. Esta diferencia en rendimientos indica que el lenguaje es capaz de descomponer una situación en diversos factores. Las habilidades lingüísticas del alumno ayudan a tomar una decisión sobre la mejor forma de actuar ante una serie de circunstancias.

Todas estas dificultades en el proceso de resolución de problemas aritméticos reflejan, de alguna forma, que los alumnos en educación básica han sido abandonados a sus propios recursos. La diversidad de situaciones de complejidad variada puede propiciar confusiones y representaciones equivocadas de un planteamiento. Sin el respaldo de alguna estrategia que demuestre ser efectiva ante esta problemática, los educandos recurren al razonamiento espontáneo para aplicar sus conocimientos matemáticos. De acuerdo con Jitendra, Griffin, Haria, Leh, Adams y Kaduvettoor (2007), encontrar la solución correcta a un planteamiento matemático implica poner en juego varios recursos cognitivos: comprender las sutilezas del lenguaje; identificar los datos fundamentales de la situación; traducir el problema aritmético usando la información relevante con el objetivo de obtener una representación conceptual adecuada; elaborar y ejecutar un plan de solución; y llevar a cabo los cálculos adecuados verificando su pertinencia respecto al planteamiento original.

2.3 *El Uso de Esquemas Figurativos en la Resolución de Problemas Aritméticos*

Los problemas aritméticos representan diversas situaciones en las cuales los educandos despliegan una serie de acciones matemáticas, ejemplo de ellas son las de naturaleza aditiva y sustractiva que son objeto de análisis del presente trabajo. Como se ha señalado, la dificultad que entrañan estos planteamientos es muy fluctuante. Esta condición provoca que las estrategias utilizadas por los alumnos para acceder a su resolución sean heterogéneas y en ocasiones poco efectivas.

Un método diseñado para ayudar a la comunidad estudiantil con déficit o en riesgo de tenerlo, es el propuesto por Jitendra y Hoff (1996, citado en Powell, 2011), este procedimiento consiste en identificar los rasgos característicos de un problema aritmético con el propósito de reconocer la estructura subyacente de esta situación. Por medio de diversos esquemas que organizan la información enmarcada en el problema, el alumno es instruido para ubicar los puntos esenciales que le permitirán realizar los cálculos pertinentes. De acuerdo con Aguilar y Martínez (1998) la estructura latente de una situación problema de adición y sustracción puede ser diferenciada en tres tipos de problemas:

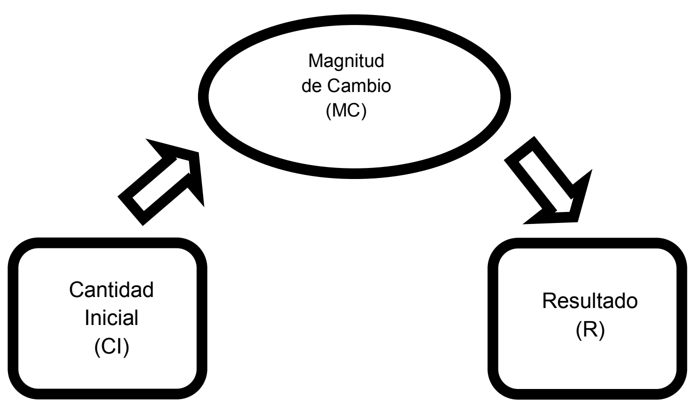
- *Problemas de Cambio*.- Esta categoría plantea situaciones dinámicas configuradas por tres elementos estructurales: la *Cantidad Inicial* (CI), la *Magnitud de Cambio* (MC) y el *Resultado* (R). En este esqueleto puede faltar cualquier componente, dicha condición origina un abanico de situaciones. La primera de ellas se caracteriza por la presencia de una acción transformadora, la cual actúa sobre un punto de partida y genera un estado final (CI + MC = ¿?). Por ejemplo, *"Bonifacio tiene 5 galletas, su mamá le regaló 4 más. ¿Cuántas galletas tiene ahora Bonifacio?"* En otro tipo de situación se tiene identificado el estado inicial y la cantidad final del planteamiento, sin embargo, no se sabe la magnitud de la acción que provocó el cambio (CI + ¿? = R). Por ejemplo, *"Odilón con 3 estampas inició su colección, saliendo de la escuela compró un bonche para tener más. Al final del día contó 10 estampas en su álbum. ¿Cuántas estampas tenía el bonche que compró Odilón?"* Finalmente, se puede conocer la cantidad generadora de un resultado y el resultado en sí, lo que se desconoce en este tipo de circunstancias es la génesis del problema aritmético (¿? + MC = R). Por ejemplo, *"Para festejar su cumpleaños Cirilo compró 6 refrescos y los metió al refrigerador, cuando la fiesta empezó notó que tenía 9 refrescos en total. ¿Cuántos refrescos ya tenía guardados Cirilo en el refrigerador?"*

- *Problemas de Combinación*.- Este tipo de situaciones se distinguen por exponer relaciones estáticas, sus componentes son considerados como partes de un todo a pesar de que parecieran pertenecer a categorías diferentes ($P_1 + P_2 = P_T$). Por ejemplo, *"El jardinero Lorenzo plantó en su jardín 2 girasoles y 3 tulipanes. ¿Cuántas plantas hay en su jardín?"* Es importante mencionar que los problemas de *Combinación* pueden presentar las mismas variaciones que tienen los problemas de *Cambio*, esta condición depende de dónde se encuentra la incógnita, esto es, en el valor de la combinación (P_T) o en alguno de los subconjuntos (P_1 o P_2).

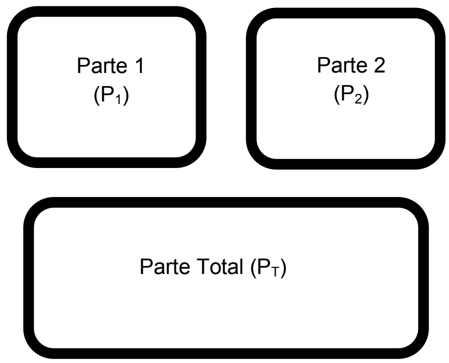
- *Problemas de Comparación*.- Estos problemas implican el cotejo de un *Conjunto Referente* con un *Conjunto Comparado,* en ellos existen dos valores establecidos y se debe encontrar la diferencia positiva o negativa entre estas cantidades según sea el caso (C_R $_{VS}$ C_C = D). Por ejemplo, *"Pascual tiene 8 libros de terror, Norberto tiene 3 del mismo género. ¿Cuántos libros tiene Pascual más que Norberto?"* Del mismo modo, también se puede averiguar uno de los conjuntos conociendo su contraparte y la diferencia entre ellos, considérese las siguientes situaciones: *“Nicanor tiene 6 tortas de jamón, Rogelio tiene 2 tortas más que él. ¿Cuántas tortas de jamón tiene Rogelio?”* En este ejemplo el *Conjunto Comparado* es desconocido. Por otro lado, en el planteamiento: *“Simón tiene 7 gallos en su corral, él tiene 2 gallos menos que Justino. ¿Cuántos gallos tiene Justino?”* el *Conjunto Referente* es la interrogante.

Las acciones que deben emprender los educandos ante los distintos tipos de esqueletos propuestos, involucran necesariamente la elaboración de un plan y el seguimiento de una serie de pasos. El uso de esquemas figurativos ayuda a comprender, representar y solucionar dichas estructuras. En este escenario, el modelo *Story Grammar* es una herramienta que organiza la información inmersa en un planteamiento, proporcionando un esquema gráfico específico para facilitar dicha acción. Si los educandos son capaces de utilizar estos diagramas y, a la vez, efectúan el protocolo para llegar a su resolución, esta población estaría preparada para resolver exitosamente la gran mayoría de problemas aritméticos. Aguilar, Navarro y Alcalde (2003) proponen las siguientes figuras para representar el esqueleto de un problema aritmético:

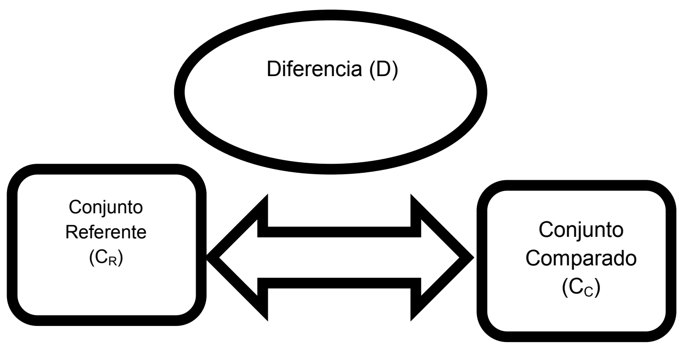
- *Problemas de Cambio*:



- *Problemas de Combinación*:



- *Problemas de Comparación*:



Al igual que las estrategias diseñadas para mejorar la comprensión de textos narrativos, el modelo *Story Grammar* ayuda a identificar los elementos clave de las historias que se describen en un problema aritmético (planteamiento, nudo y desenlace del relato). Mediante el esclarecimiento de diversas interrogantes se pueden establecer metas y submetas que le indicarán al alumno qué tipo de comportamiento tiene que desplegar ante determinada estructura; ya sea de *Cambio*, *Combinación* o *Comparación* (Xin, Wiles & Lin, 2008). En el ejemplo: *"Lázaro tiene 4 clavos guardados en su caja de herramientas, luego en la tlapalería compró 3 más. ¿Cuántos clavos tiene Lázaro?"* Cuestionamientos tales como: *“¿Existe una cantidad final en el problema”?* y/o *“¿Qué oración habla de la cantidad total?”* ayudan a que el alumno pueda inferir la ausencia de este dato y, con ello, completar el esquema elegido con la información que ya se conoce. De igual forma, el procedimiento desarrollado por Xin (2008) y Xin y Zhang (2009) denominado *Solución de Problemas Basado en un Modelo Conceptual* (COMPS por sus siglas en inglés), brinda un marco a través del cual es posible solucionar de forma eficaz un problema aritmético. Este modelo ayuda a identificar la estructura subyacente de un planteamiento, por medio de auto-cuestionamientos críticos relacionados a cada estructura se puede detallar la información relevante del problema, esto con el propósito de completar un esquema de tipo algebraico que permitirá efectuar los cálculos pertinentes.

Este tipo de representaciones y razonamientos sobre problemas aritméticos que contienen incógnitas, guardan un estrecho vínculo con la generación de ecuaciones matemáticas. Una ecuación matemática revela la estructura o esqueleto del problema y permite que el envoltorio no distraiga de lo esencial. En este sentido, se adopta esta aplicación del álgebra como un andamio en el que los educandos se familiarizan con los principios básicos del pensamiento algebraico (Fuchs, Zumeta, Finelli, Powell, Seethaler, Hamlett & Fuchs, 2010). Es muy probable que el uso de estas expresiones algebraicas pueda ayudar a generalizar o transferir los conceptos, métodos y reglas que explican una situación problema a circunstancias diferentes a las que originaron su aprendizaje. Si una ecuación abarca un número considerable de formas particulares de abordar un problema aritmético, mayores serán las posibilidades de que los alumnos reconozcan las conexiones entre los problemas familiares y una situación innovadora. El propósito de este recurso educativo digno de considerar, es trazar una ruta hacia competencias matemáticas con mayor grado de dificultad (Wagner, 2006).

Considerando el marco teórico anteriormente expuesto, se hace patente la necesidad de lograr que los educandos alcancen un desempeño competente en todos los contenidos curriculares inmersos en los planes de estudio de las Matemáticas. Bajo este panorama, la contribución que emerge de la Psicología se circunscribe al diseño y aplicación de métodos relacionados con el proceso de enseñanza y aprendizaje de contenidos escolares. Así pues, debido a la irregularidad que caracteriza a las intervenciones que pretenden abordar los diversos tipos de problemas aritméticos, en el presente trabajo se propone una adaptación al modelo COMPS con el propósito de crear un tipo de instrucción específica capaz de solucionar los problemas de suma y resta vinculados a las estructuras de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación*.

El modelo conceptual propuesto permite identificar los elementos críticos de un planteamiento; además sintetiza en un esquema algebraico las relaciones matemáticas implicadas. Un alumno al adoptar una ecuación de primer grado como medio para solucionar cualquier tipo de planteamiento, tiene la posibilidad de desarrollar conceptos pre-algebraicos que lo familiaricen con competencias más avanzadas en el campo del algebra. Dichas bondades son la principal ventaja que ofrece este procedimiento en comparación con los métodos adoptados por Aguilar & Martínez (1998); Aguilar & Navarro (2000); y Aguilar, Navarro & Alcalde (2003) donde se maneja un tipo de esquema gráfico particular para solucionar cada una de las estructuras de adición y sustracción. Lo anterior es poco conveniente ya que la efectividad de un estímulo auxiliar radica en el número de casos particulares que puede abarcar. La función referencial y planificadora del lenguaje crea un amplio repertorio conductual que engloba formas efectivas de solucionar un problema aritmético, una manifestación del despliegue de estas destrezas es la capacidad de ignorar la línea directa entre la acción y la meta gracias a la generación de una serie de actos preliminares vinculados al uso de estímulos auxiliares. Esta premisa es el eje central del procedimiento propuesto en este trabajo, el cual busca mejorar el desempeño de los alumnos en el rubro matemático.

La resolución de problemas aritméticos debe ser una de las principales tareas de la enseñanza matemática en los diferentes niveles de la educación básica, gran parte del conocimiento que se deriva de este proceso está ligado con el pensamiento abstracto. Los alumnos con un buen nivel de competencia en este rubro pueden distanciarse de situaciones concretas para operar con conceptos y reglas generalizables. Estas habilidades son mediadas por el lenguaje; las competencias lingüísticas de los educandos que manejan este perfil evitan que los rasgos superficiales de los problemas y la información rica en elementos distractores intervengan en la ruta hacia la solución correcta del planteamiento. Es importante señalar que el uso de estímulos auxiliares vence dicha acción impulsiva efectuada por los alumnos, ayudando a dominar y reorganizar la conducta propia (Vygotsky, 1988). Esta regulación es un apoyo potencial que los educandos pueden utilizar para resolver un problema aritmético. Particularmente, un estímulo auxiliar debe ayudar en cuatro aspectos básicos; a caracterizar la estructura subyacente de un problema; a identificar los elementos críticos; a detallar la operación matemática que corresponde; y por último, a cotejar el resultado obtenido con el planteamiento original. De este modo, el lenguaje se convierte en una herramienta que en potencia independiza a los escolares del entorno inmediato y evidente, estableciendo la visión de acciones futuras como elemento característico en las aproximaciones vinculadas a la resolución de problemas aritméticos. Además juega un papel central en la representación, descripción y organización de los elementos críticos de estos planteamientos.

La utilidad de la instrucción que se propone también puede competir con los atributos del procedimiento desarrollado por Xin (2008) y Xin & Zhang (2009) para los problemas de multiplicación y división. Dichos planteamientos resultan relativamente simples debido a que sólo cuentan con una estructura (*factor-factor-producto*) y el esquema gráfico diseñado para su resolución engloba fácilmente las 3 variantes que puede tener. La limitante se hace presente cuando este mismo esquema es incapaz de solucionar problemas que están compuestos por más de una operación o cuentan con un tipo de estructura diferente (*Producto Cartesiano*, *Isomorfismo de Medidas*, *Escalares Grandes* y *Escalares Pequeños*). En cambio, la propuesta de instrucción que se desarrolla en el presente trabajo se extiende de tal forma que abarca categorías no previstas como es el caso de la estructura de *Igualación*. También es capaz de fragmentar un planteamiento configurado por más de una estructura en sus unidades elementales.

El objetivo de este trabajo es desarrollar una propuesta de intervención dirigida a alumnos con déficit en Matemáticas o en riesgo de tenerlo. En específico, se diseñará una estrategia enfocada en la solución de problemas aritméticos de adición y sustracción. Así pues, para el desarrollo de la presente propuesta se planteó la siguiente interrogante: ¿Implementar una estrategia procedimental ayudará a los alumnos a transformar de forma eficaz información del plano verbal al plano matemático expresado en algoritmos? Esta pregunta da pauta al surgimiento de las siguientes hipótesis: a) Los alumnos instruidos por la intervención serán capaces de reconocer los diferentes tipos de estructuras subyacentes que conforman un problema aritmético de suma y resta. b) La instrucción basada en modelos pre-algebraicos mejorará la capacidad de los educandos para resolver problemas aritméticos con estructura de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación*.

PROPUESTA DE INTERVENCIÓN

3.1 Método

Participantes

En esta intervención participaría un grupo de 10 alumnos pertenecientes al 3° grado de educación primaria pública. El perfil que deberán tener estos educandos se caracterizará por exhibir un buen desempeño en la solución de algoritmos de suma y resta el cual contrastará con un déficit acentuado en la resolución de problemas aritméticos. Para seleccionar esta muestra se tomarán en cuenta los resultados obtenidos de la aplicación de una Prueba de Algoritmos de Suma y Resta **(ver Anexo 1)**, los escolares cuya puntuación sea equivalente o se sitúe por arriba del 80% de respuestas correctas serán tomados en cuenta para la administración de una segunda prueba. La Batería de Problemas Aritméticos de Adición y Sustracción **(ver Anexo 2)** tendrá como objetivo seleccionar a 10 alumnos que obtengan los puntajes más bajos. De esta manera, la aplicación de estas dos pruebas atestiguará en qué rubro presenta el educando dificultades ya sea en la solución de algoritmos, en la resolución de problemas aritméticos o en ambos.

Escenario

El desarrollo de esta investigación ocurriría dentro de un salón de clases, esto con la finalidad de trabajar con los escolares dentro de un contexto meramente educativo en conjunción con las claves ambientales derivadas de éste.

Instrumentos de Diagnóstico y Evaluación

La Prueba de Algoritmos de Suma y Resta la conforman 20 operaciones **(ver Anexo 1)**; 10 de ellas son de adición simple cuyo valor en los sumandos va de 0 a 10 unidades y el total de su combinación será igual o menor que 20. Las 10 operaciones restantes son de sustracción simple en las cuales tanto el minuendo como el sustraendo tienen valores que van de 0 a 10 unidades, es importante decir que la diferencia entre estos dos elementos siempre será positiva. Esta prueba fue diseñada con el objetivo primordial de evaluar la capacidad de los alumnos para resolver correctamente algoritmos de suma y resta.

La Batería de Problemas Aritméticos de Adición y Sustracción abarca una serie de 10 situaciones problema **(ver Anexo 2)**. Como su nombre lo indica, la naturaleza de estos planteamientos se relaciona directamente con dichas operaciones. Este conjunto de situaciones presentan las siguientes estructuras; 4 son problemas de *Cambio*, 3 del tipo de *Combinación* y 3 de *Comparación*. Para su resolución los educandos deberán efectuar sólo un algoritmo manipulando números naturales. El propósito de esta batería es seleccionar aquellos escolares que muestren bajo desempeño en la solución de problemas aritméticos.

El Examen Final de Problemas Aritméticos está compuesto por 15 planteamientos **(ver Anexo 16)**. Esta gama de situaciones presenta la siguiente distribución: 5 son problemas de *Cambio*, 5 son del tipo de *Combinación* y los 5 restantes son de *Comparación*. Es importante mencionar que para su resolución los alumnos deberán efectuar sólo un algoritmo manipulando números que van del 0 al 10. El objetivo de este examen es evaluar la capacidad de los educandos para resolver problemas aritméticos.

Materiales para la Instrucción

Los Compendios de Problemas Aritméticos son cuadernos de trabajo que se dividen en dos secciones; en la primera de ellas están escritos 5 problemas con estructura de *Cambio*, *Combinación* o *Comparación* dependiendo de la versión del compendio. Estos ejercicios serán analizados por los escolares a través de un proceso de modelamiento. Paralelamente, la segunda sección está compuesta por otros 10 problemas, impresos en tarjetas plastificadas de 10 x 10 cm cuya estructura y distribución también varía en función de la versión de este material. Asimismo, en esta sección aparece un tablero hecho de cartulina con dimensiones semejantes a una hoja tamaño carta; en su superficie están delimitados dos espacios en forma de rectángulo con las leyendas "Si" y "No". Es importante mencionar que el diseño y decoración de este tablero cumple con el propósito de crear un contexto lúdico para que los alumnos lleven a cabo una tarea de clasificación. La siguiente tabla desglosa las propiedades de todos los compendios:

Compendio.	**Cantidad de Problemas Aritméticos.**	**Primera Sección.**	**Segunda Sección.**
Primera Versión **(ver Anexo 3)**.	15	5 problemas de *Cambio*.	9 problemas de *Cambio* y 1 de *Combinación*.
Segunda Versión **(ver Anexo 4)**.	15	5 problemas de *Cambio*.	8 problemas de *Cambio* y 2 de *Combinación*.
Tercera Versión **(ver Anexo 5)**.	15	5 problemas de *Combinación*.	6 problemas de *Cambio* y 4 de *Combinación*.
Cuarta Versión **(ver Anexo 6)**.	15	5 problemas de *Combinación*.	5 problemas de *Cambio* y 5 de *Combinación*.
Quinta Versión **(ver Anexo 7)**.	15	5 problemas de *Comparación*.	8 problemas de *Comparación*, 1 de *Cambio* y 1 de *Combinación*.
Sexta Versión **(ver Anexo 8)**.	15	5 problemas de *Comparación*.	6 problemas de *Comparación*, 2 de *Cambio* y 2 de *Combinación*.

Tabla 2.- Versiones de los Compendios de Problemas Aritméticos diseñados para la instrucción.

Los Juegos de Memoria están diseñados con el objetivo de emular un memorama clásico, estos materiales están compuestos por problemas de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación* impresos en fichas de cartoncillo de 10 x 10 cm. La cantidad, distribución y estructura de estos planteamientos varía dependiendo del ejemplar del juego. Con estos memoramas se pretende implementar una tarea de clasificación en la cual los educandos deberán reconocer y agrupar todos los problemas con estructura similar. Esta actividad tiene la finalidad de que los escolares aprendan a identificar la estructura de cada tipo de problema. La siguiente tabla muestra las características de estos materiales:

Juego de Memoria.	**Cantidad de Problemas Aritméticos.**	**Distribución y Estructura.**
Primer Ejemplar **(ver Anexo 9)**.	20	10 de *Cambio* y 10 de *Combinación*.
Segundo Ejemplar **(ver Anexo 10)**.	30	10 de *Cambio*, 10 de *Combinación* y 10 de *Comparación*.

Tabla 3.- Ejemplares de los Juegos de Memoria diseñados para la instrucción.

Los Catálogos de Problemas Aritméticos son cuadernos de trabajo que se dividen en dos apartados; en el primero de ellos están escritos 3 problemas con estructura de *Cambio*, *Combinación* o *Comparación* dependiendo del volumen del catálogo. Simultáneamente, en el segundo apartado aparecen 5 problemas más con las mismas características de los ejercicios que conforman la primera parte de este material. Todos estos problemas serán resueltos por los alumnos a través de un proceso de modelamiento. La siguiente tabla desglosa las propiedades de los catálogos:

Catálogo.	Cantidad de Problemas Aritméticos.	Estructura.	Modelo.	Especificaciones.
Primer Volumen **(ver Anexo 11)**.	8	*Cambio*.	$CI + MC =$ *¿?*	Todos los catálogos incluyen una plantilla que facilita el proceso de resolución de los problemas aritméticos que contienen. En esta plantilla están dibujados un círculo, un cuadrado y un triángulo; cada figura tiene el contorno de un color diferente y en su área se deberá escribir las cantidades relevantes del problema y la incógnita a despejar: *Cambio* 
Segundo Volumen **(ver Anexo 12)**.	8	*Cambio*.	*¿?* $+ MC = R$	
Tercer Volumen **(ver Anexo 13)**.	8	*Cambio*.	$CI +$ *¿?* $= R$	
Cuarto Volumen **(ver Anexo 14)**.	8	*Combinación*.	$P_1 + P_2 =$ *¿?*	
Quinto Volumen **(ver Anexo 15)**.	8	*Comparación*.	$C_C +$ *¿?* $= C_R$	

				Combinación ○ ➡ □ 〓 △ *Comparación* ○ ➡ □ 〓 △

Tabla 4.- Volúmenes de los Catálogos de Problemas Aritméticos diseñados para la instrucción.

3.2 Procedimiento

Selección de la Muestra

Con la finalidad de elegir a los alumnos que compondrán la muestra experimental, se deberá emplear la Prueba de Algoritmos de Suma y Resta antes del comienzo de las fases propias de la intervención **(ver Anexo 1)**. Esta acción estará dirigida a un grupo de 3º grado de primaria perteneciente a una escuela de educación pública. Para dar inicio a la aplicación, cada uno de los educandos tendrá en sus manos una copia de esta prueba. Posteriormente, de forma grupal se brindarán las siguientes instrucciones: "*Leopoldo el cavernícola tiene que contestar un examen de Matemáticas y no sabe cómo…Me dijeron que aquí hay muchos alumnos que pueden ayudarlo, por favor resuelve estos ejercicios…Cuando termines alza la mano y voltea la hoja, recuerda que es de manera individual… Esta prueba no afecta tu calificación en Matemáticas… ¿Quieren preguntar algo?"* Cuando todos los escolares hayan terminado, se recogerán las pruebas y habrá finalizado la primera etapa del proceso de selección. De esta población solamente serán elegidos aquellos alumnos que hayan evidenciado un buen desempeño en esta tarea, el criterio para evaluar la capacidad de resolución efectiva en estas operaciones será de 8 o más aciertos en los algoritmos de adición y sustracción respectivamente. Dicha condición es necesaria para poder participar en la aplicación de la Pre-prueba.

Fase 1: Aplicación de la Pre-prueba

Una vez que se haya seleccionado a los educandos con buen rendimiento en la solución de algoritmos de suma y resta, es necesario determinar las habilidades que tienen estos alumnos para resolver situaciones problema. Para cumplir con este propósito, en una segunda sesión se utilizará la Batería de Problemas Aritméticos de Adición y Sustracción **(ver Anexo 2)**. En un principio los escolares previamente elegidos recibirán las siguientes indicaciones: *"Leopoldo el cavernícola una vez más necesita ayuda, ahora tiene mucha tarea y no sabe cómo hacerla... Ayúdenlo contestando de forma individual los siguientes problemas… Cuando terminen alcen la mano y volteen su hoja… ¿Tienen alguna duda?"* Los resultados obtenidos aportarán un indicador sobre el desempeño de los alumnos en este rubro. De esta forma, serán seleccionados sólo aquellos educandos que hayan mostrado bajo rendimiento en la solución de problemas aritméticos, es decir, los 10 alumnos que obtengan los puntajes más bajos podrán ser receptores de la instrucción propuesta.

Fase 2: Instrucción

Esta fase está constituida por 2 etapas; la primera de ellas la conforman 8 sesiones cuyo objetivo consiste en que los escolares identifiquen los problemas aritméticos con estructura de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación*. A través de un proceso de instrucción inspirado en lo general en el procedimiento de discriminación sin error desarrollado por Terrace (1963), los alumnos serán capaces de diferenciar estos problemas que pueden confundirse con facilidad. Este método consiste en presentar continuamente en los ensayos de un programa de entrenamiento un estímulo positivo con la misma intensidad y duración, mientras que otro de naturaleza negativa es introducido de forma breve y tenue con el propósito de que resulte difícil responder a él. La duración, intensidad y frecuencia del estímulo negativo aumentará gradualmente conforme avancen los ensayos del entrenamiento hasta alcanzar valores comparables a los del estímulo positivo. Este procedimiento trasladado a los problemas que se pretende abordar, consistiría en que, en las primeras sesiones los educandos tendrán que distinguir los problemas con estructura de *Cambio* (estímulo positivo) de los que cuentan con estructura de *Combinación* (estímulo negativo). Los tipos de problemas que hagan las veces de estímulo positivo tendrán mayor tiempo de exposición y explicación. Posteriormente, y sobre todo en las últimas sesiones, ambos tipos de problemas tendrán idénticas probabilidades de ser elegidos puesto que el tiempo de exposición y explicación será el mismo para ambos estímulos. Cabe aclarar que cualquiera de los tres tipos de problemas podrá fungir, ya sea como estímulo positivo o como negativo, puesto que se trata simplemente de que los escolares logren discriminar entre los diferentes tipos de estructura. A diferencia de lo que ocurre en el procedimiento tradicional de discriminación, la forma y el momento de presentar un estímulo negativo influye claramente en el número de errores cometidos por el sujeto en este proceso.

Por otro lado, la segunda etapa está caracterizada por la resolución de estos problemas. A través de 8 sesiones los alumnos formarán parte de un proceso de instrucción que permitirá alcanzar esta finalidad, dicho entrenamiento está compuesto por cuatro pasos fundamentales: 1.- Leer el problema las veces que sean necesarias para poder subrayar con los colores establecidos cada componente de las estructuras. 2.- Escribir las cantidades vinculadas a la estructura del problema en el interior de las figuras de la plantilla, el color con el que se identifica cada componente, corresponde al mismo color del contorno de la figura geométrica. 3.- Resolver la operación matemática siguiendo los lineamientos del algebra para solucionar una ecuación. 4.- Verificar el problema original con el resultado obtenido. La tabla 5 muestra de forma general los momentos clave de esta propuesta de intervención. Así pues, en el presente trabajo las actividades relativas a toda esta fase fueron diseñadas de la siguiente manera:

<table>
<tr><th>Estructura.</th><th>Identificación.</th><th>Transición.</th><th>Resolución.</th></tr>
<tr><td>Cambio</td><td>1.- Exposición.

2.- Reconocimiento de los componentes del planteamiento (Cantidad Inicial, Magnitud de Cambio y Resultado).

3.- Discriminación entre diferentes tipos de estructuras (Cambio vs Combinación).</td><td rowspan="3">1.- Lectura del problema y señalamiento de sus elementos

2.- Transcripción en la plantilla de la información numérica relevante</td><td rowspan="3">1.- Despeje

2.- Solución del algoritmo

3.-Verificación</td></tr>
<tr><td>Combinación</td><td>1.- Exposición.

2.- Reconocimiento de los componentes del planteamiento (Parte 1, Parte 2 y Parte Total).

3.- Discriminación entre diferentes tipos de estructuras (Cambio y Combinación vs Comparación).</td></tr>
<tr><td>Comparación</td><td>1.- Exposición.

2.- Reconocimiento de los componentes del planteamiento (Cantidad Mayor, Cantidad Menor y Diferencia).</td></tr>
</table>

	3.- Discriminación entre diferentes tipos de estructuras (*Cambio* vs *Combinación* vs *Comparación*).	

Tabla 5.- Itinerario de los momentos clave de la propuesta de intervención.

Etapa 1.- Reconocimiento de la Estructura Subyacente de un Problema Aritmético; Estructura: ***Cambio***

Sesión 1. En esta sesión se trabajará con la primera versión del Compendio de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 3)**. Cada uno de los alumnos participantes, así como el investigador, contará con este material para poder iniciar el proceso de instrucción. Con el objetivo de que los educandos identifiquen los componentes de una situación problema con estructura de *Cambio*, en la primera sección del compendio se modelarán los pasos que deberán seguir para localizar la *Cantidad Inicial, la Magnitud de Cambio* y el *Resultado* dentro de un planteamiento. Las siguientes instrucciones son representativas del quehacer de los escolares en este momento de la actividad: *"Estos son 5 problemas aritméticos con estructura de Cambio. Hoy aprenderán cómo reconocer las partes que los componen… Los ejemplos que están en el pizarrón aparecen en su cuadernillo, cuando haga una anotación, ustedes deberán hacer lo mismo en sus ejemplos… Lo primero que tenemos que hacer es leer detenidamente la situación que se está planteando. Tengan en cuenta que es una pequeña historia… Todos los relatos tienen un inicio, una trama y un desenlace; ¿Qué oración habla sobre el principio de la historia...? Vamos a subrayarla de color rojo. Ahora bien ¿Qué enunciado describe lo que está sucediendo en el relato…? Remarquémoslo de color azul. Finalmente con el color verde señalemos las frases que hablan del final de la narración… Recuerden que en los problemas de Cambio siempre se contará una historia donde se parte de una cantidad, a la que se le añadirá o se le quitará otra de la misma naturaleza para generar un estado final"*. En el transcurso de esta explicación los alumnos podrán expresar cualquier duda relacionada con la ejecución de esta actividad. Del mismo modo, la retroalimentación brindada será enriquecida con los comentarios de los demás participantes.

Una vez finalizado el tutorial anteriormente mencionado y de ser posible dentro de esta misma sesión se abordará la segunda sección del compendio. En ella los educandos deberán seleccionar entre una serie de situaciones problema sólo aquellas que reúnan las características de la estructura de *Cambio*. Las siguientes indicaciones reflejan la dinámica de esta tarea: *"En las tarjetas están escritos 10 problemas aritméticos, Leopoldo el cavernícola les pide encontrar y agrupar sólo los que tengan estructura de Cambio. ¡Tengan mucho cuidado porque hay un problema impostor!... Por esta ocasión pueden consultar los apuntes que hicieron o comentar al grupo las dudas que tengan… Todos los niños y niñas que hagan esto de forma correcta ganarán 1000 puntos que pueden canjear por un premio"*. Al término de esta actividad se mostrará al grupo la correcta ejecución de la tarea y los planteamientos que hayan sido clasificados erróneamente se retomarán con la finalidad de perfeccionar las destrezas de los escolares.

Sesión 2. Para iniciar con las actividades programadas, los alumnos participantes, en colaboración con el investigador, realizarán una pequeña reseña de lo ocurrido la sesión anterior. A continuación se citarán algunas expresiones propias de esta dinámica: *"Una de las cosas más importantes que dijimos es que todos los problemas aritméticos son pequeñas historias… Los problemas con estructura de Cambio describen una situación inicial, la cual sufre una transformación que acabará un estado final. Estas tres condiciones son los elementos principales de los planteamientos con esqueleto de Cambio"*. Acto seguido se les facilitará a cada uno de los educandos la segunda versión del Compendio de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 4)**, la cual contiene en su primera sección una serie de 5 situaciones problema con estructura de *Cambio*. El objetivo de esta actividad consiste en que los escolares identifiquen los tres componentes de dichas situaciones de una forma más autónoma. Para llevar a cabo lo anterior es necesario proporcionar las siguientes instrucciones: *"Con ayuda de Leopoldo el cavernícola, de nueva cuenta encuentren la situación inicial, la transformación y el estado final de estos problemas con estructura de Cambio… En esta ocasión lo harán individualmente, si tienen alguna duda la resolveremos tomando en cuenta las observaciones que los demás compañeros hagan… El premio para las personas que hagan correctamente esta tarea será de 1500 puntos"*. Una vez finalizada la dinámica, inmediatamente se evaluará las ejecuciones obtenidas y de forma grupal se retroalimentarán los errores cometidos.

Más tarde en la sesión, se utilizarán los 10 problemas aritméticos que conforman la segunda sección del compendio, esto con el propósito de que los alumnos clasifiquen todas aquellas situaciones que presenten las propiedades de la estructura de *Cambio*. Lo anterior estará regulado por las siguientes instrucciones: *"Previamente habían buscado problemas aritméticos con las características que hemos revisado, también han encontraron algunos que no cumplen con estas propiedades… Aquí tenemos 10 situaciones más que trajo Leopoldo. Por favor localicen solamente las que sean de Cambio ¡Tengan cuidado porque esta vez hay 2 planteamientos impostores!… En esta ocasión no podrán consultar sus apuntes, pero si tienen alguna duda alcen la mano y comentaremos de forma individual lo que está pasando…Para esta actividad regalaremos 2000 puntos a los niños y niñas que hagan correctamente lo que pide Leopoldo".*

Es importante mencionar que en el cierre de esta sesión se les proporcionará a los educandos una breve explicación que pondrá de manifiesto los verdaderos nombres de los términos que refieren las partes de un problema de *Cambio*. Las siguientes expresiones cumplen con este objetivo: *"Ahora que ya les resulta más fácil superar las pruebas que les pone Leopoldo tienen que saber una cosa más. Llamaremos 'Cantidad Inicial' a la oración que engloba el inicio de nuestra historia, 'Magnitud de Cambio' al enunciado que describe lo que está pasando en el problema y, finalmente, 'Resultado' al desenlace del relato"*. Con esta lógica se analizarán los errores cometidos en esta actividad utilizando en su corrección los términos anteriormente mencionados.

Sesión 3. Para iniciar esta sesión es necesario apuntalar los ejes principales que se han abordado en ocasiones pasadas. La exposición de un resumen articulará las siguientes ideas: *"Se ha dicho que todos los problemas aritméticos son pequeñas historias… En los problemas de Cambio estas narraciones están compuestas por una situación donde se parte de una cantidad (Cantidad Inicial) a la que se añade o quita otra de la misma naturaleza (Magnitud de Cambio) para producir un estado final (Resultado)… Estos tres componentes distinguen estas situaciones de los demás problemas aritméticos"*. Al término de esta explicación se ocupará la tercera versión del Compendio de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 5)**, el objetivo de su primera sección es presentar una serie de 10 planteamientos que deberán ser categorizados por los alumnos basándose en las propiedades de la estructura de *Cambio*. Bajo las siguientes indicaciones se deberá efectuar dicha tarea: *"Ustedes son muy buenos identificando problemas de Cambio, eso ya lo sabe Leopoldo el cavernícola… En este nuevo reto él les regalará 2500 puntos para canjear si logran encontrar todas las situaciones de Cambio, ¡Pero presten atención porque esta vez hay 4 problemas impostores!... Si no hay alguna duda pueden empezar"*. Durante la ejecución de dicha dinámica los educandos no recibirán algún tipo de retroalimentación, empero al final de este proceso los errores serán analizados de forma grupal.

Etapa 1.- Reconocimiento de la Estructura Subyacente de un Problema Aritmético; Estructura: ***Combinación***

Continuando con las actividades programadas, se impartirá a los alumnos un nuevo tutorial cuyo objetivo es abordar los elementos y características definitorias de los problemas con estructura de *Combinación*. Para ello será necesario hacer uso de las siguientes expresiones: *"Hasta ahora hemos visto todo sobre los componentes de los problemas de Cambio, sus conocimientos les han* *permitido identificar en las actividades realizadas estas situaciones de las demás existentes… Hoy descubrirán un nuevo tipo de situación: se trata de los problemas aritméticos con estructura de Combinación… Este tipo de estructura describe una historia donde se habla de dos cantidades que no sufrirán algún tipo de cambio; ambas partes representan cosas distintas, pero cuando se unen forman parte de una misma… Por ejemplo, aquí hay varios niños y varias niñas; al parecer son 2 cosas totalmente diferentes que no comparten las mismas características. Pero si se juntan todos, a ese total le podemos llamar alumnos y automáticamente conformarían una sola cosa con las mismas propiedades… Ahora bien, presten atención a todos los problemas que clasificaron anteriormente. Notarán que algunos de estos planteamientos coinciden con la estructura de Combinación. Encontremos juntos estas similitudes".* Una vez que haya finalizado el tutorial anteriormente descrito, se procederá a señalar en los ejemplos seleccionados los componentes de los problemas aritméticos con estructura de *Combinación*.

Sesión 4. En el comienzo de esta sesión los educandos utilizarán la cuarta versión del Compendio de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 6)**, la cual contiene en su primera sección una serie de 5 problemas con estructura de *Combinación*. Estos planteamientos serán analizados con el propósito de que los alumnos identifiquen los tres componentes de este tipo de problemas. Lo anterior se llevará a cabo bajo las siguientes instrucciones: *"Habíamos dicho que las situaciones de Combinación las conforman dos cantidades de naturaleza distinta. También se dijo que dentro de este tipo de historias ambas cifras se unirán para formar una más grande... En los problemas que aparecen en su cuadernillo vamos a marcar con el color rojo las dos cantidades que se muestran en estos relatos, las llamaremos P_1 y P_2. Como pueden observar, tienen características distintas y representan todas las partes de las que se habla en la narración del problema…Después, con el color azul subrayemos el enunciado que habla sobre la cantidad total que se quiere obtener juntando estas partes, a este componente lo llamarán P_T…"*. Es fundamental señalar que esta acción será enriquecida por los comentarios y observaciones del grupo participante.

Posteriormente, finalizada la lección se utilizará la segunda sección del compendio. Una serie de 10 problemas aritméticos serán presentados con el propósito de que los escolares clasifiquen todos aquellos que presenten las características examinadas en esta sesión. Las siguientes especificaciones son inherentes al quehacer de los alumnos en esta actividad: *"En sesiones pasadas han encontrado y clasificado sólo planteamientos de Cambio, en esta ocasión deberán reconocer y agrupar todos los problemas que tengan las características de la estructura de Combinación… Leopoldo dice que de estas 10 tarjetas la mitad son problemas de Combinación. Aquí no hay situaciones impostoras porque ya conocen bien estos dos tipos de planteamientos… De forma individual deberán realizar esta tarea, si llegara a existir alguna duda, la podrán comentar para considerar las opiniones que hay al respecto… Para todos aquellos que hayan hecho esto correctamente, se les regalarán 3000 puntos para que consigan un premio"*. Al final de esta ejecución todos los errores cometidos serán analizados y corregidos, esta acción está encaminada a perfeccionar las habilidades de discriminación e identificación de los educandos.

Sesión 5. Esta sesión comenzará con una pequeña síntesis de los temas revisados en ocasiones pasadas. Los puntos que se detallarán giran en torno a las características y componentes de los problemas aritméticos con estructura de *Cambio* y *Combinación*. A través de las siguientes expresiones el grupo participante realizará esta dinámica: *"Juntos hemos revisado 2 tipos de planteamientos diferentes; las situaciones de Cambio y las de Combinación… Los problemas con estructura de Cambio son narraciones que parten de una cantidad (CI), la cual sufrirá un tipo de transformación (MC), que generará un estado final (R)… El modelo para estas situaciones dinámicas es CI + MC = R… Por otro lado, los problemas con esqueleto de Combinación se caracterizan por presentar dos elementos de naturaleza distinta que se mezclarán para originar un concepto más grande que los englobará… El modelo para este tipo de situaciones estáticas es* $P_1 + P_2 = P_T$*"*. Al término de este breviario los alumnos que manifiesten algún tipo de inquietud serán retroalimentados.

Esta sesión continuará con la aplicación de la primera versión del Juego de Memoria **(ver Anexo 9)**, el cual fue diseñado con el propósito de presentar una extensa gama de problemas aritméticos para que los escolares identifiquen y clasifiquen todos aquellos problemas con estructura y características semejantes. Las siguientes instrucciones serán emitidas para orientar esta actividad: *“Leopoldo el cavernícola trajo un memorama para que todos jugaran con él ¿Alguien sabe cuáles son las reglas de este juego?... Lo primero que tienen que saber es que en cada tarjeta hay un problema aritmético, en total hay 20. Estos pueden ser de Cambio o de Combinación, ustedes deberán encontrar otro problema de la misma clase. Si hacen esto de forma correcta contará como un par a su favor. Recuerden que si ambos problemas destapados tienen esqueletos distintos no podrán agruparlos… En esta ocasión jugarán por parejas, todos aquellos que encuentren el mayor número de pares ganarán 3500 puntos para canjear por premios… ¿Está claro todo?”*. En el transcurso de esta dinámica los educandos podrán discutir entre ellos sobre la validez de sus elecciones, es decir, justificarán la veracidad de sus planteamientos. Como colofón, los alumnos que hayan mostrado dificultades formarán parejas para realizar nuevamente la actividad. Asimismo recibirán retroalimentación directa para perfeccionar sus habilidades.

Etapa 1.- Reconocimiento de la Estructura Subyacente de un Problema Aritmético; Estructura: ***Comparación***

Sesión 6. En las últimas sesiones que conforman la etapa de identificación de estructuras subyacentes, se introducirá un último tipo de esqueleto. Los problemas aritméticos con armazón de *Comparación* serán analizados a detalle por los alumnos, para ello en la presente sesión se trabajará con la quinta versión del Compendio de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 7)**. Mediante un proceso de modelamiento los escolares examinarán los rasgos característicos de los 5 problemas que conforman la primera sección de este material, esta actividad será dirigida bajo las siguientes indicaciones: *“Hoy descubrirán un último tipo de esqueleto: se trata de los problemas aritméticos con estructura de Comparación… Estas situaciones cuentan historias donde existe un par de personajes* *relacionados a 2 cantidades de la misma naturaleza. Por lo general, lo que se desconoce en estas narraciones es la diferencia que existe entre ellas… En el primer ejemplo de su cuadernillo ¿Quiénes son los personajes de esa historia?, ¿De quién se habla en esta narración? ¿Cuáles son las cantidades relacionadas con estos protagonistas?... Como podrán darse cuenta, una de estas cifras es más grande que la otra; con el color azul marquen la de menor valor y con el color rojo la que sea mayor… Ahora bien, ¿Qué oración habla sobre la diferencia que se busca entre estas dos cantidades? o ¿Qué enunciado se relaciona con la búsqueda de esta distancia? Remarquen esta parte de color verde… Repitamos estos pasos con los 4 ejercicios restantes”*.

Finalizado el procedimiento anteriormente descrito, con ayuda de la segunda sección del compendio, serán presentados a los escolares una serie de problemas, los cuales deberán ser clasificadas con base en las características revisadas durante la sesión. Esta tarea se efectuará por medio de las siguientes instrucciones: *“El día de hoy Leopoldo el cavernícola les pide encontrar los problemas con esqueleto de Comparación. En las tarjetas hay 10 situaciones con todas las estructuras que hemos visto, solamente tendrán que agrupar las que él está pidiendo… Durante esta actividad pueden consultar los ejemplos que resolvimos al principio de la sesión, también pueden comentar sus dudas al grupo para considerar las opiniones que tienen sus compañeros al respecto... Por ayudar a Leopoldo tantas veces se les regalará 4000 puntos a todos aquellos que hagan esta actividad correctamente… ¿Tienen alguna duda?”*. Al término de esta dinámica los desaciertos serán analizados y corregidos con la intención de afinar las destrezas de los educandos.

Sesión 7. Esta sesión comenzará con la elaboración de una reseña de los puntos más importantes que giran en torno a los problemas aritméticos con estructura de *Comparación*. El objetivo de esta acción es introducir las terminaciones de los componentes de estas situaciones. Para ello será necesario hacer uso de las siguientes expresiones: *“Todos los planteamientos con estructura de Comparación narran historias donde aparecen 2 personajes que representan* *cantidades de la misma naturaleza pero con diferente magnitud. En la mayoría de las ocasiones se tiene que encontrar la diferencia que hay entre esas cifras… Es importante que sepan los nombres de estos elementos; llamaremos Cantidad Mayor (C_{MA}) a la cifra más grande inmersa en esta narración, no olviden que para identificarla es necesario subrayarla de color rojo. Por otro lado, la Cantidad Menor (C_{ME}) es el número más pequeño que se presenta en el relato y debe ser marcado con el color azul. Finalmente, la distancia entre estas cantidades se llamará Diferencia (D) y será remarcada con el color verde”*.

Al término de esta síntesis se ocupará la sexta versión del Compendio de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 8),** en su primera sección los escolares identificarán los componentes de los 5 planteamientos que se exhiben utilizando las terminaciones establecidas. Las siguientes instrucciones ilustran el quehacer de los alumnos en esta dinámica: *“El día de hoy ustedes tendrán que encontrar en estos problemas la Cantidad Mayor, la Cantidad Menor y la Diferencia. Del mismo modo, como se ha estado haciendo, utilicen los colores para señalar estos elementos… Esta tarea la harán sin ayuda; sin embargo, al final podrán expresar cualquier tipo de duda para que sus compañeros comenten sus observaciones al respecto*”.

En el cierre de esta sesión se utilizará la segunda sección del compendio, este material muestra una gama de situaciones problema que los alumnos deberán identificar utilizando los criterios de clasificación para la estructura de *Comparación*. Las siguientes expresiones ejemplifican la dinámica de esta tarea: *“Leopoldo el Cavernícola hoy les pide que encuentren todos los problemas aritméticos de Comparación. En estas tarjetas están escritos 10 planteamientos con todos los esqueletos que hemos visto, pero sólo 6 cumplen con las características que buscan… Para realizar esta actividad no podrán consultar sus anotaciones o pedir ayuda a sus compañeros… Si tienen alguna duda alcen la mano y comentaremos de forma individual lo que está pasando… Los alumnos y alumnas que hagan esto de forma correcta ganarán 4500 puntos para canjear por diversos premios… Si no hay alguna duda pueden empezar”*. Es importante decir que finalizando esta tarea, los errores cometidos por los educandos serán examinados por todo el grupo con la intención de refinar las habilidades utilizadas para discriminar este tipo de estructuras.

Sesión 8. En esta sesión está contemplada la aplicación del Juego de Memoria en su segunda versión **(ver Anexo 10)**. Este material muestra una serie de 30 problemas aritméticos; 10 de *Cambio*, 10 de *Combinación* y 10 de *Comparación*. Los cuales deberán ser agrupados por los escolares empleando las características examinadas hasta el momento. Las siguientes indicaciones son propias de esta tarea: *"Leopoldo el cavernícola trajo este juego de memoria para ustedes. Anteriormente habíamos jugado con uno similar; si recuerdan bien, aquel memorama sólo tenía problemas de Cambio y Combinación. Pues bien, el que tienen en sus manos contiene todos los tipos de situaciones que hemos revisado… Para comenzar a jugar tendrán que conseguir un compañero, las reglas son exactamente iguales que la vez anterior… Los problemas destapados que tengan la misma estructura contarán como un par a su favor. Recuerden justificar su elección para que su compañero valide la pareja de situaciones que eligieron… Si tuvieran alguna duda al respecto alcen la mano y comentaremos de forma individual lo que esté sucediendo… Para esta dinámica Leopoldo el cavernícola tiene un premio sorpresa para todos aquellos que encuentren los pares de forma correcta… Si no tienen alguna duda pueden comenzar"*.

Es importante mencionar que los alumnos participantes seguirán siendo receptores de la instrucción propuesta siempre y cuando muestren un buen desempeño en esta última tarea, es decir, el criterio de competencia para avanzar a una nueva etapa dentro de la intervención consistirá en que los escolares identifiquen plenamente las estructuras de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación*.

Etapa 2.- Resolución de todos los tipos de Problemas Aritméticos*;* Estructura de *Cambio* con modelo *CI* + *MC* = ¿?

Sesión 1. Al inicio de esta sesión el grupo participante trabajará con el primer volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 11)**. En primer plano, los planteamientos que exhibe este material en su primer apartado serán analizados por los alumnos a través de un proceso de modelado. Las siguientes expresiones reflejan la dinámica con la cual se pretende llevar a cabo esta tarea: *"Ahora que ya saben reconocer todos los tipos de problemas que hay, Leopoldo el cavernícola les enseñará cómo resolverlos correctamente de forma fácil y sencilla… En su cuadernillo aparecen 3 planteamientos ¿Alguien sabe qué tipo de estructura tienen?... ¡Muy bien, todas son situaciones de Cambio! Para solucionarlas lo primero que deben hacer es identificar sus componentes del mismo modo que en ocasiones pasadas; con el color rojo subrayen la Cantidad Inicial, después remarquen con el color azul la Magnitud de Cambio y, finalmente, con el color verde resalten el Resultado. Hagámoslo juntos en el primer ejemplo… Una vez finalizado este primer paso ocuparán la plantilla que Leopoldo hizo para este tipo de estructuras. Observen detenidamente las figuras, notarán que a cada una de ellas le corresponde un componente del problema por el color que presenta… Para concluir este segundo paso escriban dentro de las figuras las cantidades que están asociadas a cada elemento del problema aritmético… ¿Qué figura quedó vacía? ¿Qué componente del problema no tiene una cantidad que lo represente?... Así es, en este ejercicio se desconoce el valor que tiene el resultado. Por esa razón anotaremos un signo de interrogación dentro de la figura que está desocupada… Cuando ya saben qué tipo de problema van a solucionar y han llenado toda la plantilla adecuadamente, es hora de iniciar con el tercer paso. Para saber qué operación corresponde a este problema utilizarán su plantilla, en este caso nos indica que para encontrar el Resultado sólo tenemos que sumar las dos cantidades que hay. Escriban en el ejercicio dicha suma y resuélvanla… ¡Listo, obtuvimos el componente que nos faltaba! Este número es el resultado del problema aritmético, para estar totalmente seguros leamos por última vez el planteamiento con todas las cantidades que encontramos"*. Los ejercicios restantes serán abordados del mismo modo, las preguntas y observaciones derivadas de la realización de esta actividad serán atendidas de forma grupal.

Para concluir con esta sesión será presentada una serie de 5 situaciones problema que cumplen con las características examinadas, estos planteamientos deberán ser resueltos por los escolares bajo las siguientes indicaciones: *"Leopoldo el cavernícola quiere saber si ustedes aprendieron a solucionar correctamente este tipo de problemas… Todos aquellos que resuelvan bien los ejercicios que él trajo, ganarán 5000 puntos para canjear… A pesar de que la actividad se tiene que llevar a cabo de manera individual, en esta ocasión podrán comentar entre ustedes las dudas que surjan"*. Una vez finalizada la tarea, los errores cometidos se corregirán mediante la retroalimentación grupal con el propósito de afinar las destrezas de los alumnos.

Etapa 2.- Resolución de todos los tipos de Problemas Aritméticos*;* Estructura de *Cambio* con modelo ¿? + *MC* = *R*

Sesión 2. En forma de diálogo introductorio a esta sesión, los educandos recibirán una serie de especificaciones con el propósito de retomar y reforzar los contenidos vistos con anterioridad. Para ello se emitirán las siguientes enunciaciones: *"El tipo de plantilla que utilizaron sólo sirve para resolver situaciones con estructura de Cambio, más adelante Leopoldo les enseñará cómo solucionar los demás tipos de esqueletos con diferentes plantillas… Es muy importante que tomen en cuenta la regla que aprendieron. Si el Resultado es desconocido deben sumar/restar las cantidades que hay para encontrarlo… En los planteamientos que resolvieron estaba bien definida la Cantidad Inicial y la Magnitud de Cambio, lo que tenían que encontrar era el Resultado"*.

Para dar inicio a un nuevo tutorial cuyo objetivo es proporcionar a los escolares instrucción específica que ayude a resolver planteamientos de *Cambio* vinculados al modelo ¿? + MC = R, es necesario ocupar el segundo volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 12)**. En el primer apartado de este material aparecen 3 situaciones que serán analizadas por los alumnos a través de un proceso de modelamiento, por medio de las siguientes instrucciones se pretende llevar a cabo esta tarea: *"Hoy solucionaremos juntos los problemas que aparecen en su cuadernillo, ¿Qué es lo primero que se debe hacer?... Muy bien, al inicio hay que identificar qué tipo de esqueleto tiene el planteamiento que se está* *resolviendo. En este caso nuestros ejercicios tienen estructura de Cambio… A continuación marquen todos sus componentes con los colores que han utilizado; rojo para la Cantidad Inicial, azul para la Magnitud de Cambio y verde para el Resultado… Con la información que tienen, llenen la plantilla para este tipo de problemas. Pueden observar que estas situaciones carecen de un valor que represente a la Cantidad Inicial… Para escribir la operación correspondiente a un problema cuyo valor del Resultado está definido y la Cantidad Inicial o la Magnitud de Cambio son la incógnita, lo primero por hacer es utilizar su plantilla. En este caso indica que, a nuestra incógnita se le debe sumar el valor de la Magnitud de Cambio para que sea igual que el Resultado. Anoten dicha operación… Ahora bien, Leopoldo dice que a los signos de interrogación les gusta estar solos. Por esa razón hay que agrupar a todos los números ¿Qué cifra hay que mover?... Correcto, el número que se encuentra a la izquierda del signo igual tiene que pasar al lado derecho. Cuando esto sucede, dicho número cambia al signo contrario, es decir, si es un signo de suma cambia a un signo de resta y viceversa… En este caso realizar una resta ayudará a encontrar el componente que falta. Con el número que obtuvieron rectificarán sus datos leyendo de nueva cuenta el problema”*. Es importante decir que todos los ejemplos serán afrontados del mismo modo articulando las observaciones y comentarios que tengan los educandos al respecto.

Al finalizar el procedimiento anteriormente descrito, se empleará el segundo apartado del catálogo. En él los alumnos resolverán de forma más independiente los problemas que se exponen, las siguientes expresiones ilustran el quehacer de los escolares en esta tarea: *“Estos 5 problemas son exactamente iguales a los que solucionamos juntos, Leopoldo el cavernícola regalará 5500 puntos a todos los alumnos y alumnas que resuelvan de forma correcta estos ejercicios... Esta actividad se tiene que llevar a cabo de manera individual. Sin embargo, si tienen alguna duda la podremos aclarar personalmente”*. En el cierre de esta sesión se retomarán los errores cometidos por los educandos, aleatoriamente serán elegidos varios participantes con la intención de que estos expongan el método efectivo para solucionar dichos planteamientos.

Etapa 2.- Resolución de todos los tipos de Problemas Aritméticos*;* Estructura de *Cambio* con modelo *CI* + ¿? = *R*

Sesión 3. La última sesión enfocada en analizar las variantes en la presentación de las situaciones de *Cambio* comenzará con una plática introductoria. En ella se retomarán los puntos importantes vistos hasta el momento, a continuación se citan algunas expresiones propias de esta dinámica: ”*Para poder solucionar problemas aritméticos con estructura de Cambio es necesario seguir 4 pasos; primero deben identificar dentro del planteamiento a la Cantidad Inicial, la Magnitud de Cambio y el Resultado. Posteriormente, con ayuda de los marcadores que utilizaron para reconocer estos componentes, deben llenar la plantilla diseñada para este tipo de esqueleto. No olviden representar con un signo de interrogación aquel elemento que no tenga un valor definido… En el tercer paso tienen que escribir y resolver la operación que explica a este planteamiento; sí en un problema de suma el resultado es desconocido, tienen que sumar/restar las partes que hay para encontrarlo. En cambio, si el total es conocido y la Cantidad Inicial o la Magnitud de Cambio son la incógnita deberán realizar un despeje, esto es, agrupar todos los números de tal forma que el signo de interrogación quede solo. El último paso consiste en releer la situación con todos los valores que encontraron para rectificar sus hallazgos”*.

Finalizando esta explicación se expondrá al grupo participante el proceso de resolución de las situaciones de *Cambio* con modelo *CI* + *¿? = R*. Para ello será necesario utilizar el tercer volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 13)**, en su primer apartado se muestran 3 problemas con estas características. A través de las siguientes especificaciones los alumnos realizarán esta dinámica: *“Hoy resolveremos juntos estas situaciones ¿Alguien sabe qué tipo de problema son?... Así es, son planteamientos con armazón de Cambio. Identifiquemos sus componentes: con el color rojo marquen la Cantidad Inicial, con el color azul subrayen la Magnitud de Cambio y, finalmente, con el color verde el Resultado. Con esta información llenen la plantilla para este tipo de esqueletos… Notarán que en ellos está definida la Cantidad Inicial y el Resultado, sin embargo* *la Magnitud de Cambio es la incógnita… En este caso la plantilla indica que a nuestra Cantidad Inicial se le debe sumar un número desconocido para llegar al Resultado que tenemos, anoten dicha operación… Como pueden ver, necesitamos hacer un despeje, es decir, hay que dejar solo al signo de interrogación ¿Recuerdan como lo hicimos anteriormente?... Así es, tenemos que mover el número que se encuentra al lado izquierdo del signo igual a la derecha; cuando se hace esto inmediatamente cambia al signo contrario. En este caso el signo de resta se convierte a uno de suma… ¡Listo, resuelvan la operación que explica este ejercicio! Con todos los datos obtenidos relean la situación”.* Los ejercicios restantes serán analizados del mismo modo tomando en cuenta las observaciones que el grupo participante tenga. Asimismo, se clarificarán las dudas vinculadas al proceso de ejecución de dicha actividad.

Al término de esta exposición se utilizarán los 5 planteamientos que conforman el segundo apartado de este catálogo, el objetivo de esta acción es que a través de la resolución de dichos ejercicios los educandos se familiaricen por completo con todas las formas de presentación de la estructura de *Cambio*. Las siguientes instrucciones acompañarán la ejecución de esta actividad: *“Los problemas que aparecen en su cuadernillo cuentan con las características que hemos visto hoy, es decir, son situaciones de Cambio con la Cantidad Inicial y Resultado definido mientras que la Magnitud de Cambio funge como incógnita… De forma individual ustedes tendrán que resolver estos problemas, en recompensa Leopoldo regalará 6000 puntos para canjear a las personas que hagan esto correctamente… En caso de tener algún contratiempo lo podrán comentar personalmente… Si no hay alguna duda pueden comenzar”*. Finalizando esta dinámica los errores cometidos por los escolares serán analizados grupalmente.

Etapa 2: Resolución de todos los tipos de Problemas Aritméticos*;* Estructura de *Combinación* $P_1 + P_2 = ¿?$

Sesión 4. Antes de iniciar con esta sesión se implementará una actividad cuyo objetivo es perfeccionar las habilidades de los alumnos para solucionar todas las variantes relacionadas a la presentación de la estructura de *Cambio*. La tarea consiste en manipular todos los componentes de una serie de ejercicios con dichas características que anteriormente han sido resueltos por este grupo, a través de diversas modificaciones se pretende originar varios planteamientos que los educandos tendrán que resolver. Las siguientes instrucciones reflejan el desarrollo de esta dinámica: *"Observen con detenimiento los problemas que están en el pizarrón, notarán que son situaciones con estructura de Cambio ya resueltas. Leopoldo quiere que hoy juguemos con ellas… Señalemos en el primer ejemplo los componentes del planteamiento ¿Cómo se tendría que solucionar este problema si tuvieran que encontrar el valor del Resultado?... Muy bien, si ya está identificada la Cantidad Inicial y la Magnitud de Cambio sólo hay que sumar/restar ambas partes… Ahora consideren a la Cantidad Inicial como una incógnita ¿Qué se debe hacer para encontrar este componente?... Así es, se tiene que hacer un despeje. Agrupando los números y dejando sólo al signo de interrogación podemos saber qué operación resuelve este tipo de problema… Finalmente, ¿Qué pasaría en esta situación si se desconoce la Magnitud de Cambio?... Efectivamente, en los problemas con estructura de Cambio el mismo procedimiento que se realiza para localizar la Cantidad Inicial se hace para obtener la Magnitud de Cambio"*.

Concluida la actividad anteriormente descrita, los escolares trabajarán con el cuarto volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 14)**. En su primer apartado exhibe una gama de 3 situaciones que los alumnos analizarán a través de un proceso de modelamiento. Las siguientes indicaciones son representativas de esta tarea: *"¿Qué tipo de armazón tienen los tres ejercicios escritos en su cuadernillo?... ¡Correcto todas son situaciones de Combinación! Hoy aprenderán a resolver este tipo de problemas… Lo primero por hacer es* *identificar los componentes de este esqueleto del mismo modo que en ocasiones pasadas; con el color rojo marcarán las dos cantidades que son distintas en este problema. Después, con el color azul hay que subrayar la oración que simboliza el total que se quiere obtener juntando estas partes… Una vez hecho esto usarán la plantilla que Leopoldo el cavernícola hizo para este tipo de problemas, podrán percatarse que es diferente a la que han usado para las situaciones de Cambio. Sin embargo, la forma en que se tiene que llenar es la misma… Notarán que a cada componente del planteamiento le corresponde una casilla, esto lo podemos saber gracias al color que presenta cada figura. Siguiendo esta lógica en cada espacio se anotarán las cantidades correspondientes a cada elemento del problema aritmético… ¿Qué casilla quedó vacía? ¿Qué componente del problema no tiene una cantidad que lo represente? En estos ejercicios el valor de la Parte Total es desconocido. Por tanto, anotarán un signo de interrogación dentro de la figura que está desocupada y de esta manera señalarán que esa es la incógnita… Hasta ahora ya reconocimos qué tipo de problema hay que resolver y hemos llenado la plantilla adecuadamente ¿Recuerdan qué se debe hacer cuando no existe un total en un problema de suma?... Así es, en estas situaciones sólo se tienen que sumar/restar ambas partes. Escriban dicha operación y resuélvanla… ¡Listo, obtuvimos el componente que faltaba! Ahora sólo queda ratificar esto que acabamos de encontrar, leamos por última vez el planteamiento con todas las cantidades que encontramos”*. Los problemas restantes se abordarán del mismo modo estableciendo los pasos a seguir para solucionar este tipo de estructura.

En el cierre de esta sesión se utilizarán los 5 planteamientos con estructura de *Combinación* que forman parte del segundo apartado de este catálogo. Estos ejercicios serán resueltos por los alumnos de manera individual con el propósito de buscar un nivel de ejecución más independiente, las siguientes enunciaciones son propias de esta tarea: *“Al igual que en ocasiones pasadas estas situaciones deben ser resueltas de forma individual… A todos aquellos que contesten estos ejercicios correctamente Leopoldo el Cavernícola les regalará 6500 puntos para canjear por premios… Si llegaran a tener una duda en el transcurso de la actividad la podremos comentar personalmente”*. Al término de esta dinámica los errores cometidos serán analizados y corregidos con la intención de afinar las destrezas de los escolares.

Etapa 2: Resolución de todos los tipos de Problemas Aritméticos*;* Estructura *Comparación* C_{ME} + ¿? = C_{MA}

Sesión 5. En esta sesión los alumnos formarán parte de un proceso de instrucción enfocado en la solución de planteamientos de *Comparación*. Para cumplir con este objetivo es necesario emplear el quinto volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 15)**, en su primer apartado se exponen una serie de situaciones que los educandos analizarán por medio de un proceso de modelamiento. Las siguientes expresiones son representativas de este procedimiento: *"Hoy aprenderán a resolver el último tipo de situación problema que hay, ¿Qué tipo de esqueleto tienen los tres ejercicios que aparecen en su cuadernillo?... ¡Exacto, todos son problemas de Comparación! Para comenzar a resolverlos lo primero que se debe hacer es identificar todos sus componentes como lo han hecho anteriormente; con el color rojo subrayaran la Cantidad Mayor, es decir, la cifra con mayor valor. Después con el color azul marcarán la Cantidad Menor, esta se relaciona con el número más pequeño dentro de la situación. Finalmente, con el color verde señalarán el enunciado que habla sobre la distancia entre estas cantidades… Una vez hecho esto llenarán la plantilla para este tipo de esqueletos, notarán que es diferente a la que han usado para los problemas de Cambio y Combinación. Sin embargo, la forma en que se tiene que completar es la misma. A cada elemento del planteamiento le corresponde una casilla, esto lo podemos saber gracias al color que presenta cada figura… En estos problemas el valor de la Diferencia es nuestra incógnita, la plantilla indica que a la Cantidad Menor se le debe sumar/restar un número para ser igual que la Cantidad Mayor, anoten dicha operación… El siguiente paso consiste en realizar un despeje, es decir, dejar solo al signo de interrogación agrupando todos los números… Cuando se mueve el número que se encuentra al lado izquierdo del signo igual, inmediatamente cambia al signo contrario. En este caso el signo de suma se convierte a uno de resta… ¡Listo, resuelvan la operación que explica este ejercicio!*

Después, con todos los datos obtenidos relean la situación para rectificar nuestro problema”. Las situaciones problema restantes se afrontarán del mismo modo con el propósito de refinar las destrezas de los escolares.

Finalizado el tutorial anteriormente descrito, se ocuparán los 5 planteamientos que forman parte del segundo apartado del catálogo. Estos ejercicios serán resueltos por los alumnos de forma independiente. Por medio de las siguientes indicaciones se llevará a cabo esta dinámica: *“Leopoldo ha traído estos problemas de Combinación para que los solucionen, a cambio él regalará 7000 puntos a todos aquellos que hagan esto correctamente… En esta ocasión durante la actividad no podrán hacer equipo con sus compañeros. Sin embargo, si existe alguna duda o inquietud la podremos comentar personalmente”*. Al término de esta dinámica los errores cometidos por los escolares serán analizados grupalmente.

Fase 3: Aplicación de la Post-prueba

Concluido el proceso de instrucción, es indispensable evaluar el efecto de dicho procedimiento en el nivel de competencia del grupo participante para solucionar cualquier tipo de situación problema. Para ello es necesario emplear la Prueba Final de Problemas Aritméticos **(ver Anexo 16)**, la cual está compuesta por 15 reactivos que los escolares deberán resolver. Las siguientes expresiones acompañarán el desarrollo de esta acción: *“Leopoldo quiere saber si aprendieron todo lo que él les enseñó, esta vez trajo un último reto. Por favor contesten de forma individual todos los planteamientos que aparecen en su cuadernillo. Cuando terminen alcen la mano y volteen su hoja… ¿Tienen alguna duda?”*. Los resultados obtenidos aportarán un indicador sobre el desempeño de los escolares en este rubro.

CONCLUSIONES

En la actualidad la disciplina matemática puede ser considerada como una de las asignaturas más importantes en los sistemas educativos a nivel mundial. Esta materia potencializa en los estudiantes importantes competencias que resultan útiles en el análisis y solución de problemas. Por esta razón, es motivo de gran preocupación que la población escolar mexicana obtenga malos resultados en las distintas evaluaciones nacionales e internacionales. Este nivel deficiente en el desempeño matemático representa, de algún modo, el principal obstáculo que impide a los educandos aplicar los conocimientos derivados de esta área más allá de los espacios formales de educación.

Brindando información precisa sobre el grado de dificultad que entrañan los problemas aritméticos con estructura de *Cambio*, *Combinación* y *Comparación* así como el itinerario pormenorizado de los pasos a seguir para solucionar eficazmente estos planteamientos, surge esta propuesta de intervención con el propósito de satisfacer las demandas educativas que la sociedad mexicana reclama. Como se ha señalado, dicho procedimiento permite identificar los rasgos característicos de las distintas estructuras subyacentes. Asimismo, detalla la información relevante organizándola y sintetizándola en un esquema basado en la lógica del álgebra.

Las propiedades anteriormente mencionadas es la principal ventaja que ofrece este tipo de instrucción en comparación con los métodos que predominan actualmente en el país. Paralelamente, existen dos atributos adicionales que pueden enriquecer esta línea de investigación a través de investigaciones futuras. El primero de ellos tiene que ver con el posible establecimiento de una relación bidireccional entre el problema aritmético planteado lingüísticamente (el contenido verbal) y las operaciones matemáticas que lo resuelven (la información numérica relevante). Dicho de otro modo, además de evaluar la capacidad de los alumnos para resolver problemas aritméticos, también sería interesante estimar la habilidad de esta muestra para codificar un planteamiento desde su expresión matemática hacia la creación una enunciación coherente. Finalmente, el segundo atributo gira en torno a la familiarización temprana del educando con ecuaciones de primer grado y como estas expresiones influyen en los principios básicos del pensamiento algebraico.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, M. & Martínez, J. (1998). Los problemas aritméticos elementales verbales (PAEV) de una operación formulados con números muy pequeños. *Suma,* 27(?), 71-80.
- Aguilar, M., Navarro, J. & Alcalde, C. (2003). El uso de esquemas figurativos para ayudar a resolver problemas aritméticos. *Cultura y Educación,* 15(4), 385-397.
- Aguilar, M. & Navarro, J. (2000). Aplicación de una estrategia de resolución de problemas matemáticos en niños. *Revista de Psicología General y Aplicada,* 53(1), 63-83.
- Alcalá, M., (2009). *La construcción del lenguaje matemático*. Barcelona: GRAÓ.
- Alsina, A., (2010). *El uso práctico de las matemáticas*. Barcelona: EUMO.
- Bermejo, V., (2011). *Programa de intervención para la mejora del rendimiento matemático*. Madrid: CCS.
- Fuchs, L., Zumeta, R., Finelli, R., Powell, S., Seethaler, P., Hamlett, C. & Fuchs, D. (2010). The effects of schema-broadening instruction on second graders word-problem performance and their ability to represent word problems with algebraic equations: a randomized control study. *The Elementary School Journal*, 110 (4), 440-459.
- INEE (2004). *Resultados de las pruebas PISA 2000 y 2003 en México*. México: INEE.
- INEE (2006). *Resultados nacionales: Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo 2006 (SERCE)*. México: INEE.
- INEE (2007). *El aprendizaje en tercero de primaria en México*. México: INEE.
- INEE (2010). *México en PISA 2009*. México: INEE.
- INEE (2011). *Panorama educativo de México: indicadores del sistema educativo nacional*. México: INEE.
- INEE (2012). Explorador EXCALE. Recuperado de: http://www.inee.edu.mx/explorador/muestradificultad.php. Diciembre de 2012.
- INEGI (2011). *El rezago educativo en la población mexicana*. México: INEGI.

- Iruretagoyena, D., (2010). *Las matemáticas en la educación primaria*. Barcelona: EUMO.
- Jitendra, K., Griffin, C., Haria, P., Leh, J., Adams, A., & Kaduvettoor, A. (2007). A comparison of single and multiple strategy instruction on third-grade students' mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 1(99), 115-127.
- Martínez, F., (2004). ¿Aprobar o reprobar? El sentido de la evaluación en educación básica. *Investigación Temática*, 9(24), 817-839.
- OCDE (2004). *Aptitudes básicas para el mundo de mañana: otros resultados del proyecto PISA 2003*. Paris: OCDE.
- OCDE (2009). *PISA 2009 Assessment framework key competencies in reading, mathematics and science*. Paris: OCDE.
- Powell, S., (2011). Solving word problems using schemas: A review of the literature. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26(2), 94-108.
- Rodríguez, A., (2011). *Resolución de problemas y razonamiento matemático*. Barcelona: EUMO.
- Sabagh, S., (2008). Solución de problemas aritméticos redactados y control inhibitorio cognitivo. *Universitas Psychologica*, 7(1), 215-227.
- SEP (2012). Plan de estudios 2011 de educación básica. Recuperado de: htpp://básica.sep.gob.mx/reformaintegral/sitio/index.php?act=frontlibros. Diciembre de 2012.
- SEP (2010). *Programas de estudio 2009; Tercer grado educación básica primaria*. México: SEP.
- Terrace, H., (1963) Discrimination learning with and without errors. *Journal of the Experimental Analyssis of Behaivor*, 6(?), 1-27.
- Tomás, M., (1990). Los problemas aritméticos de la enseñanza primaria, estudios de dificultades y propuesta didáctica. *Educar*, 17(?), 119-140.
- Vygotsky L., (1988). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona: Crítico
- Wagner, J., (2006). Transfer in Pieces. *Cognition and Instruction.* 24(1), 1-71.

- Xin, Y., Wiles, B. & Lin, Y., (2008). Teaching conceptual model-based word problem story grammar to enhance mathematics problem solving. *The Journal of Special Education*, 42(3), 162-178.
- Xin, Y., & Zhang, D., (2009). Exploring conceptual model-based approach to teaching situated word problems. *The Journal of Educational Research*, 6(102), 427-441.
- Xin, Y., (2008). The effect of schema-based instruction in solving mathematics word problems: An emphasis on prealgebraic conceptualization of multiplicative relations. *Journal of Research in Mathematics Education*, 5(39), 526-551.
- Zarzosa, L. & Martínez, A., (2011). La comprensión lectora en México y su relación con la investigación empírica externa. *Revista Mexicana de Psicología Educativa*, 2(1), 15-30.

Anexo 1

Prueba de Algoritmos de Suma y Resta

Nombre Completo:

Leopoldo el cavernícola tiene que contestar un examen de Matemáticas, ayúdalo a resolver las siguientes sumas y restas.

2 + 7 =

8 + 6 =

9 + 3 =

5 + 6 =

3 + 2 =

10 + 4 =

1 + 5 =

7 + 3 =

2 + 8 =

10 + 2 =

8 - 3 =

10 - 2 =

5 - 1 =

6 - 4 =

10 - 9 =

7 - 5 =

4 - 2 =

9 - 6 =

2 - 2 =

3 - 1 =

Calificación:

Anexo 2

Batería de Problemas Aritméticos de Adición y Sustracción

Nombre Completo:

Leopoldo el cavernícola tiene mucha tarea y no sabe cómo hacerla, ayúdalo contestando los siguientes problemas.

- Samuel tiene 4 galletas, por portarse bien su mamá le ha regalado 5 más. ¿Cuántas galletas tiene en total?

- En una bolsa de plástico hay 6 caramelos con sabor a uva y 2 chicles de menta. ¿Cuántos dulces hay en la bolsa?

- Juan tiene 6 años de edad, José el más pequeño de todos sus hermanos tiene 2. ¿Cuántos años es más grande Juan que su hermano José?

- Cuando Esteban llegó a la escuela su estuche de plumones estaba completo, en clase un compañero suyo le pidió prestado 2 plumones. Ahora Esteban cuenta en su estuche incompleto 5 plumones. ¿Cuántos plumones tenía en un principio?

- En la granja de Jacinto hay 3 puercos gordos y 8 vacas lecheras. ¿Cuántos animales hay en su granja?

- En una fiesta Diego rompió 7 globos, él rompió 2 menos que su primo Antonio. ¿Cuántos globos rompió Antonio?

- Nadia tenía en su alcancía 2 pesos, su papá le regaló dinero para que siguiera ahorrando. Más tarde ella contó 8 pesos en su alcancía. ¿Cuánto dinero le regaló su papá?

- En el patio de una escuela están jugando fútbol 6 niños y 8 niñas. ¿Cuántas personas están jugando?

- Sandra tiene 3 manzanas, su amiga Elena tiene sólo 1. ¿Cuántas manzanas necesita comprar Elena para tener las mismas que Sandra?

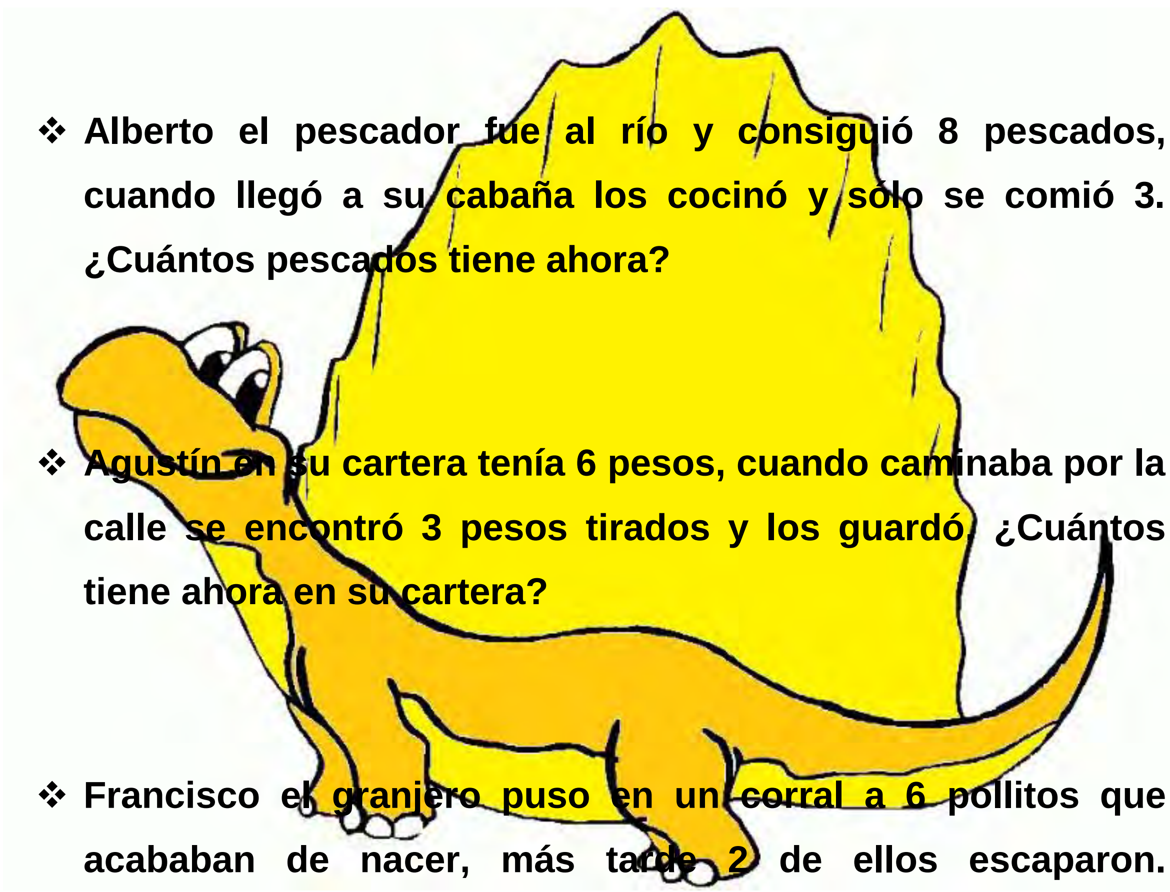
- Carlos fue al parque a jugar con sus amigos, en ese momento tenía 5 canicas en su costal. Como sabe jugar muy bien le ganó a sus amigos 7 canicas más ¿Cuántas tiene ahora?

Calificación:

Anexo 3

Primera Versión del Compendio de Problemas Aritméticos

- **Anastasio tiene 5 estampas de luchadores en su colección, para tener más en el puesto de revistas compró 7 que no tenía. ¿Cuántas estampas tiene ahora?**



- **Alberto el pescador fue al río y consiguió 8 pescados, cuando llegó a su cabaña los cocinó y sólo se comió 3. ¿Cuántos pescados tiene ahora?**

- **Agustín en su cartera tenía 6 pesos, cuando caminaba por la calle se encontró 3 pesos tirados y los guardó. ¿Cuántos tiene ahora en su cartera?**

- **Francisco el granjero puso en un corral a 6 pollitos que acababan de nacer, más tarde 2 de ellos escaparon. ¿Cuántos pollitos tiene ahora?**

- **Sebastián recoge latas de refresco para reciclarlas, cuando empezó el tenía en su costal 4 latas. En todo el día pudo recolectar 9 más. ¿Cuántas latas recogió en total?**

Juan estaba haciendo su horario para ir a la escuela y metió a su mochila 5 libros, más tarde se acordó que tenía que llevar más y metió otros 2. ¿Cuántos libros lleva a la escuela?

Antonio tenía 9 canicas guardadas en su costal, más tarde su hermano menor le pidió 3 para jugar. ¿Cuántas canicas le quedaron a Antonio?

En una caja de cartón hay 10 galletas con chispas de chocolate, cuando tenía hambre Eduardo se comió 6. ¿Cuántas galletas quedaron?

En la orilla de un gran lago había 8 patos nadando, más tarde llegaron otros 4. ¿Cuántos patos hay en el lago?

Luis fue a la papelería y compró 1 monografía para hacer su tarea. Cuando estaba a punto de terminar, un compañero le dijo que tenía que ir a comprar 7 más. ¿Cuántas compró en total?

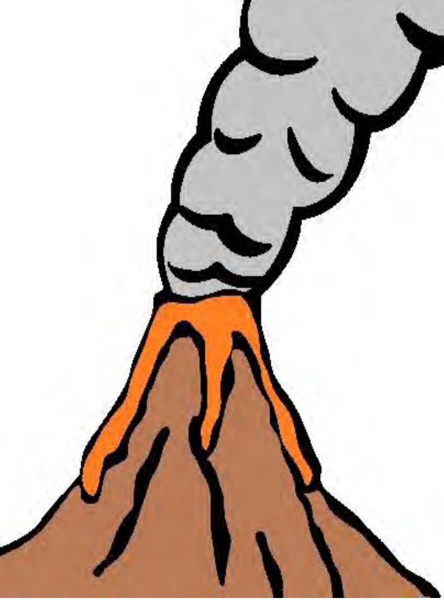
Cuando empezó la carrera había 10 corredores, al final sólo llegaron 3 a la meta. ¿Cuántos corredores renunciaron?

Un carro a control remoto recorrió 8 kilómetros, con las pilas que le quedaban recorrió 3 kilómetros más. ¿Qué distancia recorrió?

En un árbol había 7 manzanas rojas, una mañana Gabriel decidió arrancar 6. ¿Cuántas manzanas le quedaron al árbol?

En un frasco Héctor metió 2 luciérnagas, en la noche capturó 5 más. ¿Cuántas luciérnagas atrapó Héctor?

Jacobo tiene 2 perros y 1 gato que viven con él en su casa. ¿Cuántas mascotas tiene?



Si

No

Anexo 4

Segunda Versión del Compendio de Problemas Aritméticos

- **En un rancho ubicado a las afueras de la ciudad hay 5 vacas, el dueño para tener más compró 8. ¿Cuántas vacas tiene ahora?**

- **En un pequeño bosque había 7 árboles, un incendio quemó 6. ¿Cuántos árboles quedaron?**

- **La taquillera de un cine vendió el sábado 2 boletos para la función de estreno, el domingo vendió 4 más. ¿Cuántos boletos vendió en total?**

- **En un criadero de aves hay 10 gallinas, en todo el mes se vendieron 5. ¿Cuántas gallinas quedan?**

- **Raquel ha leído 3 páginas de una revista de su abuela, tiempo después de la misma revista leyó 1 más. ¿Cuántas páginas leyó?**

Un león en el circo brincó de un salto 2 escalones, con la siguiente orden del domador saltó otros 9. ¿Cuántos escalones brincó el león?

En un canasto hay 10 huevos, Mariana ocupó 4 para desayunar. ¿Cuántos huevos quedaron en el canasto?

Gonzalo el panadero preparó en el horno 6 pasteles, como vio que no iban a ser suficientes decidió hacer 8 más. ¿Cuántos pasteles preparó en total?

En una tarde Laura ha hecho 4 burbujas de jabón, por accidente han estallado 3. ¿Cuántas burbujas le quedan?

En el primer tiempo de un partido de fútbol un jugador metió 5 goles, ya en el segundo tiempo metió 1 más. ¿Cuántos goles metió en total?

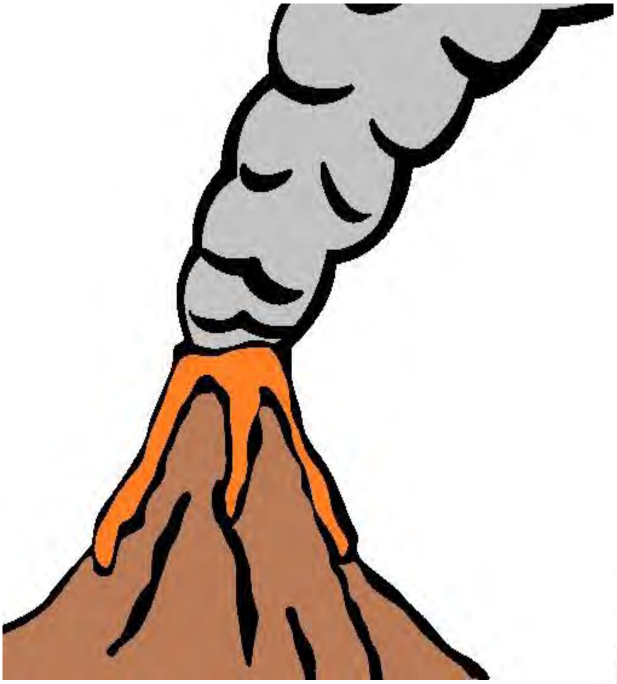
Antonio en el recreo gastó 7 pesos en un refresco, después le dio hambre y compró unas papas que le costaron 6 pesos. ¿Cuánto dinero gastó?

En el techo de una casa había 9 palomas tomando el sol, con un fuerte ruido salieron volando 2. ¿Cuántas palomas se quedaron?

Fernanda viendo la televisión se comió 6 bombones de vainilla, cuando terminó de verla decidió comerse 1 más. ¿Cuántos bombones se comió?

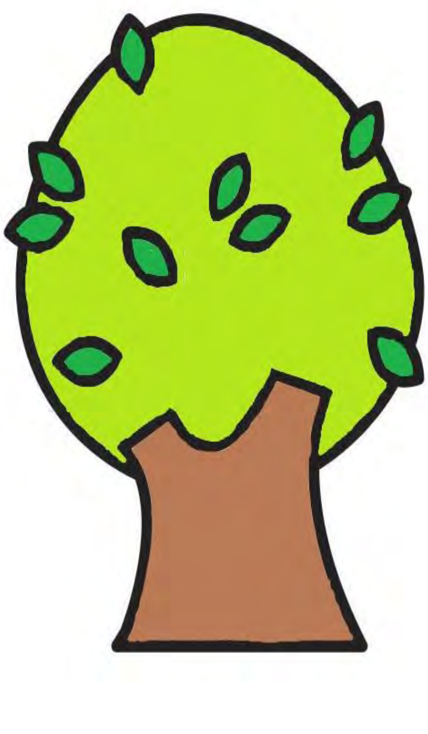
En un estacionamiento hay 4 automóviles y 10 motocicletas. ¿Cuántos vehículos hay?

En un frutero hay 3 mangos y 7 duraznos. ¿Cuántas frutas hay?



Si

No



Anexo 5

Tercera Versión del Compendio de Problemas Aritméticos

- Jacobo tiene 2 perros y 1 gato que viven con él en su casa. ¿Cuántas mascotas tiene?

- En un frutero hay 3 mangos y 7 duraznos. ¿Cuántas frutas hay?

- En un estacionamiento hay 4 automóviles y 10 motocicletas. ¿Cuántos vehículos hay?

Brenda dibujó en el patio de su casa 6 figuras, para seguir divirtiéndose dibujó 4 figuras más. ¿Cuántos dibujos hizo?

La caja de gises de la maestra tenía al principio de la clase 9 gises, cuando llegó la hora de salida sólo le quedaron 5. ¿Cuántos gises gastó?

Germán depositó en su cuenta de banco 2 pesos, para seguir ahorrando decidió meter 10 pesos más. ¿Cuánto dinero tiene Germán?

En el puesto de aguas frescas Hugo tenía 8 vasos llenos, en todo el día vendió 7. ¿Cuántos vasos le quedaron?

Luis con su cámara salió de casa y tomó 3 fotos, por la tarde vio un lindo paisaje y tomó 1 más. ¿Cuántas fotos tomó?

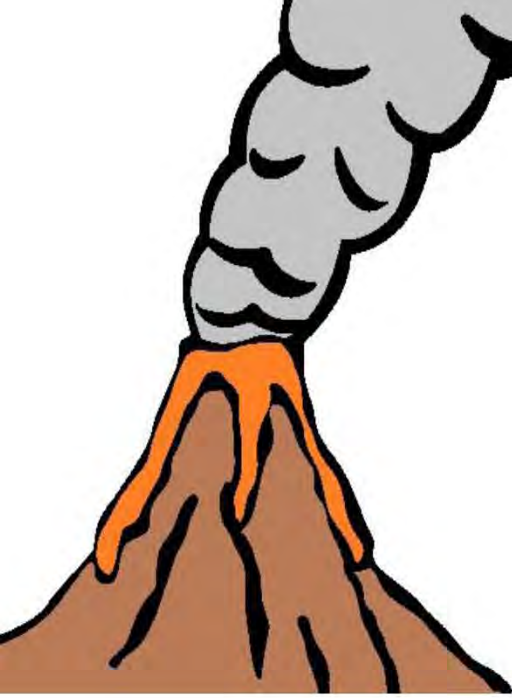
Gerardo salió al recreo con 9 canicas, mientras jugaba apostó 8 y las perdió. ¿Cuántas canicas le quedaron?

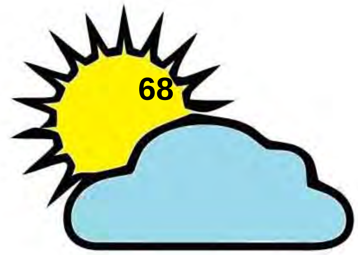
En un jardín hay 4 hormigas y 3 caracoles. ¿Cuántos insectos hay?

Muy temprano en la mañana viajan en el autobús 6 mujeres y 5 hombres. ¿Cuántas personas viajan en el autobús?

En un zoológico hay 2 leones y sólo 1 elefante. ¿Cuántos animales hay en el zoológico?

Un granjero recogió de su huerta 2 zanahorias y 3 chayotes. ¿Cuántas verduras recolectó?





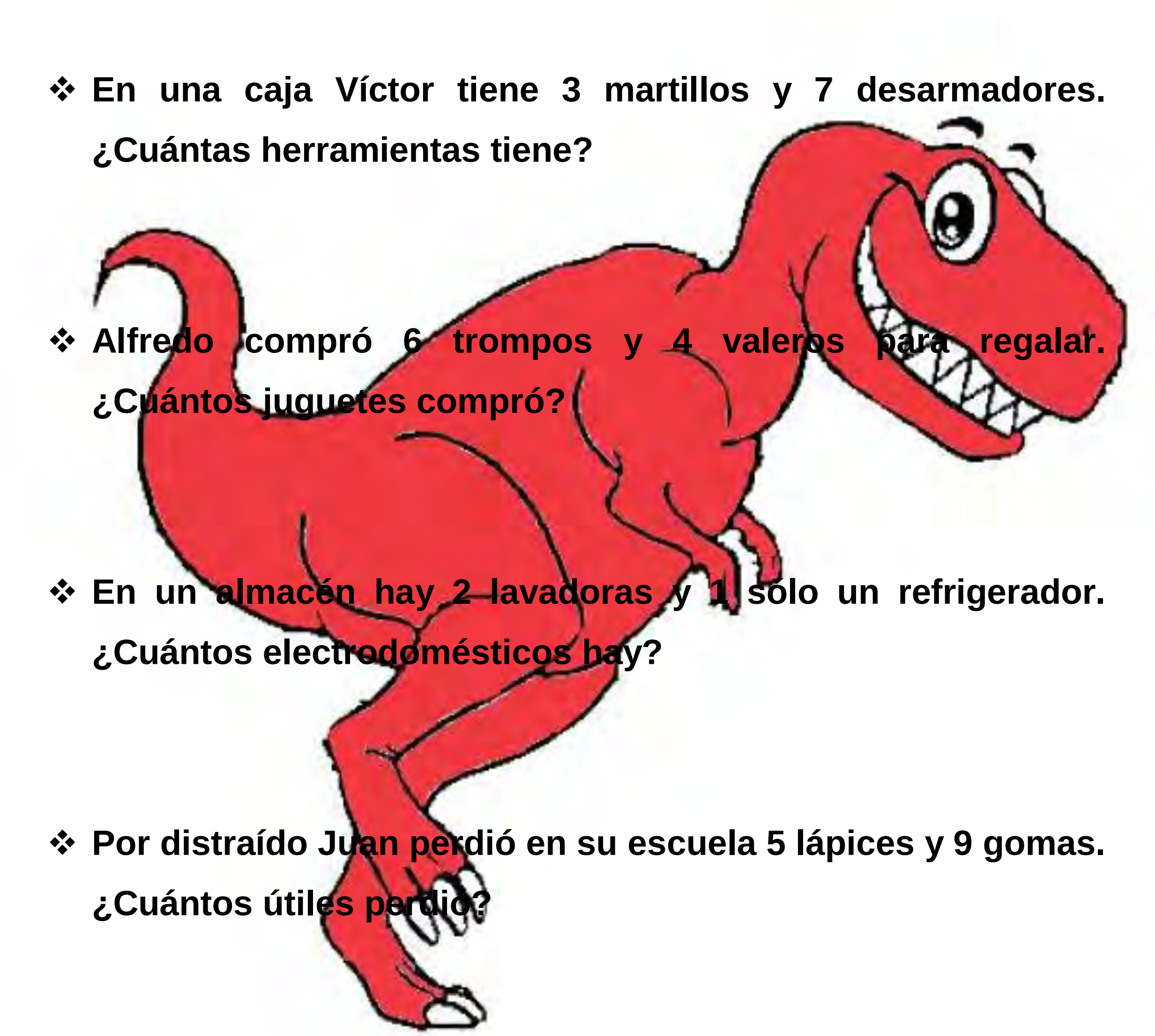
Si

No

Anexo 6

Cuarta Versión del Compendio de Problemas Aritméticos

- **En una caja Víctor tiene 3 martillos y 7 desarmadores. ¿Cuántas herramientas tiene?**



- **Alfredo compró 6 trompos y 4 valeros para regalar. ¿Cuántos juguetes compró?**

- **En un almacén hay 2 lavadoras y 1 sólo un refrigerador. ¿Cuántos electrodomésticos hay?**

- **Por distraído Juan perdió en su escuela 5 lápices y 9 gomas. ¿Cuántos útiles perdió?**

- **Ximena lavó 4 blusas y 7 pantalones en la lavandería. ¿Cuánta ropa lavó?**

Adrián paseaba por la playa y recogió 4 conchas de mar, siguió caminando y encontró 6 más. ¿Cuántas conchas recogió Adrián?

En el estuche de un niño que va a la escuela había 5 sacapuntas, con el paso del tiempo 3 de ellos se perdieron. ¿Cuántos sacapuntas quedan?

En un mercado Sara vendió 2 quesos, después ella decidió ir a la plaza del pueblo y ahí vendió 8 quesos más. ¿Cuántos quesos vendió Sara?

En una fiesta infantil un payaso infló 4 globos, por accidente 1 de ellos reventó. ¿Cuántos globos le quedaron al payaso?

Samanta estaba jugando serpientes y escaleras. Cuando tiró por primera vez el dado marcó 6, en su segundo tiro el dado marcó 4. ¿Cuántas casillas debe avanzar Samanta?

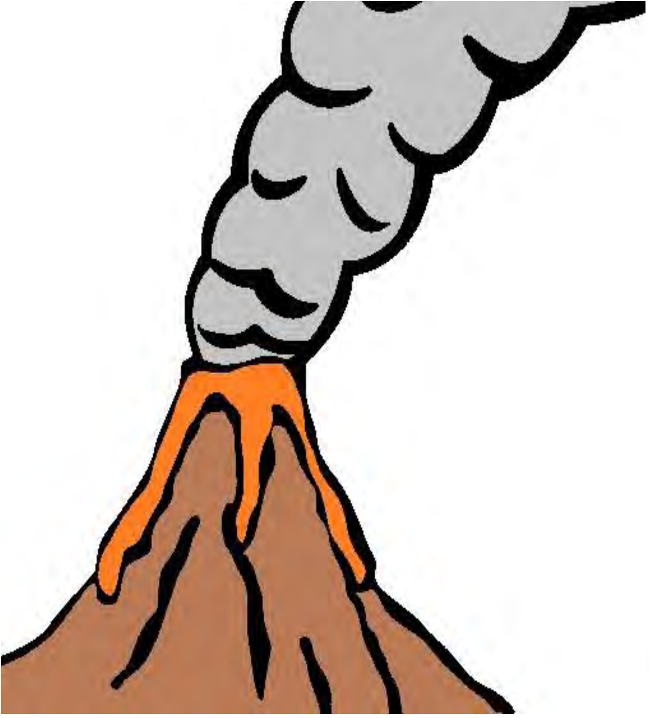
En el mostrador de una cafetería hay 8 pasteles y 10 gelatinas. ¿Cuántos postres hay?

En una joyería hay 10 diamantes y 9 zafiros. ¿Cuántas joyas hay?

Maximiliano el músico tiene 3 violines y 7 flautas. ¿Cuántos instrumentos tiene?

Un comerciante ha vendido 4 pantalones y 2 blusas para mujer. ¿Cuánta ropa ha vendido?

En la casa del tío Pedro hay 5 sillas y 8 sillones. ¿Cuántos muebles hay?

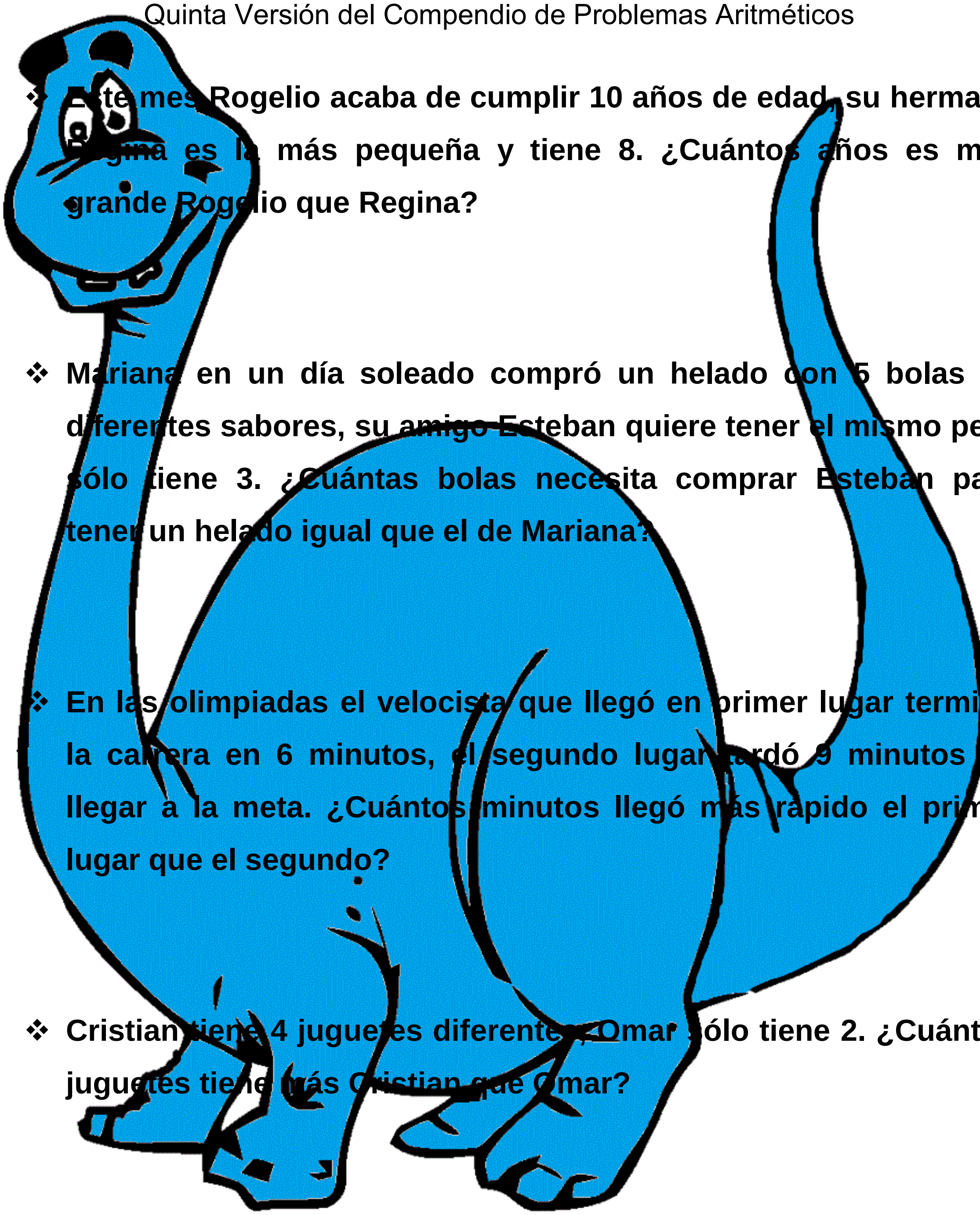


Si

No

Anexo 7

Quinta Versión del Compendio de Problemas Aritméticos



- **Este mes Rogelio acaba de cumplir 10 años de edad, su hermana Regina es la más pequeña y tiene 8. ¿Cuántos años es más grande Rogelio que Regina?**

- **Mariana en un día soleado compró un helado con 5 bolas de diferentes sabores, su amigo Esteban quiere tener el mismo pero sólo tiene 3. ¿Cuántas bolas necesita comprar Esteban para tener un helado igual que el de Mariana?**

- **En las olimpiadas el velocista que llegó en primer lugar terminó la carrera en 6 minutos, el segundo lugar tardó 9 minutos en llegar a la meta. ¿Cuántos minutos llegó más rapido el primer lugar que el segundo?**

- **Cristian tiene 4 juguetes diferentes, Omar sólo tiene 2. ¿Cuántos juguetes tiene más Cristian que Omar?**

- **En una feria Benjamín dio 3 vueltas en el carrusel, su hermano José sólo dio 1. ¿Cuántas vueltas dio más Benjamín que José?**

Liliana compró en la tienda de la esquina 7 paletas de caramelo, su amiga Laura ya tenía 3. ¿Cuántas paletas tiene que comprar Laura para tener las mismas que Liliana?

Omar plantó en su jardín 5 girasoles, Diana en su casa tiene 9. ¿Cuántos girasoles tiene más Diana que Omar?

Silvia la granjera metió 6 vacas lecheras a un corral, Joel que sólo es estudiante metió 4. ¿Cuántas vacas tiene que meter Joel para encerrar las mismas que Silvia?

En la hora de la comida Jorge se comió 2 rebanadas de pizza, su primo Carlos se llenó con 8. ¿Cuántas rebanadas comió más Carlos que Jorge?

La semana pasada Karina decidió pintar su cerca, con todo su esfuerzo alcanzó a pintar sólo 1 metro. Su esposo Javier le ayudó y logró pintar 10 metros más. ¿Cuántos metros pintó más Javier que Karina?

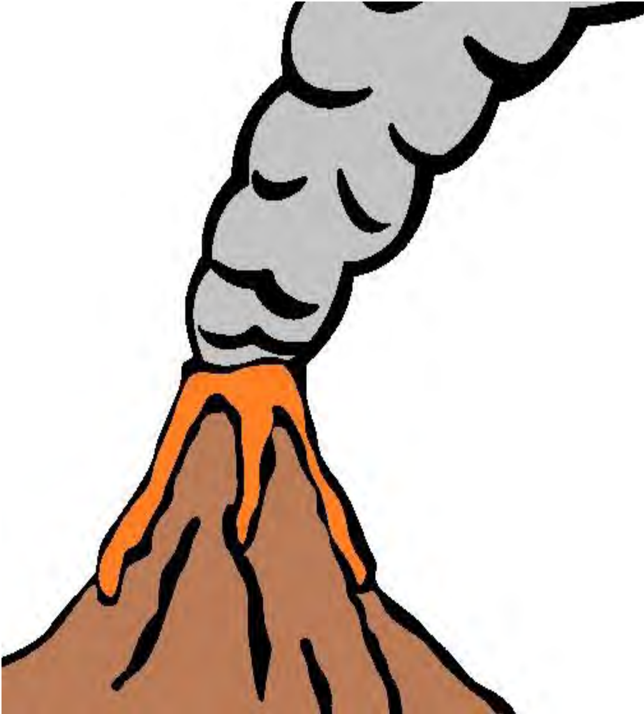
Aquiles el cocinero preparó 7 platillos deliciosos, su compañero Armando sólo preparó 4. ¿Cuántos platillos tiene que cocinar Armando para tener los mismos que Aquiles?

Fernanda tiene 3 muñecas con las que juega, su prima Isabel tiene 5. ¿Cuántas muñecas tiene más Isabel que Fernanda?

El equipo campeón de baloncesto ha anotado 10 puntos, el equipo contrario sólo 2. ¿Cuántos puntos tiene que meter el equipo contrario para igualar al campeón?

Alfonso el minero encontró en la mina 6 pepitas de oro, más tarde siguió excavando y se topó con 2 más. ¿Cuántas pepitas de oro encontró Alfonso?

En una construcción un albañil tiene 9 bultos de cemento y 4 ladrillos. ¿Cuánto material para construir tiene?



Si

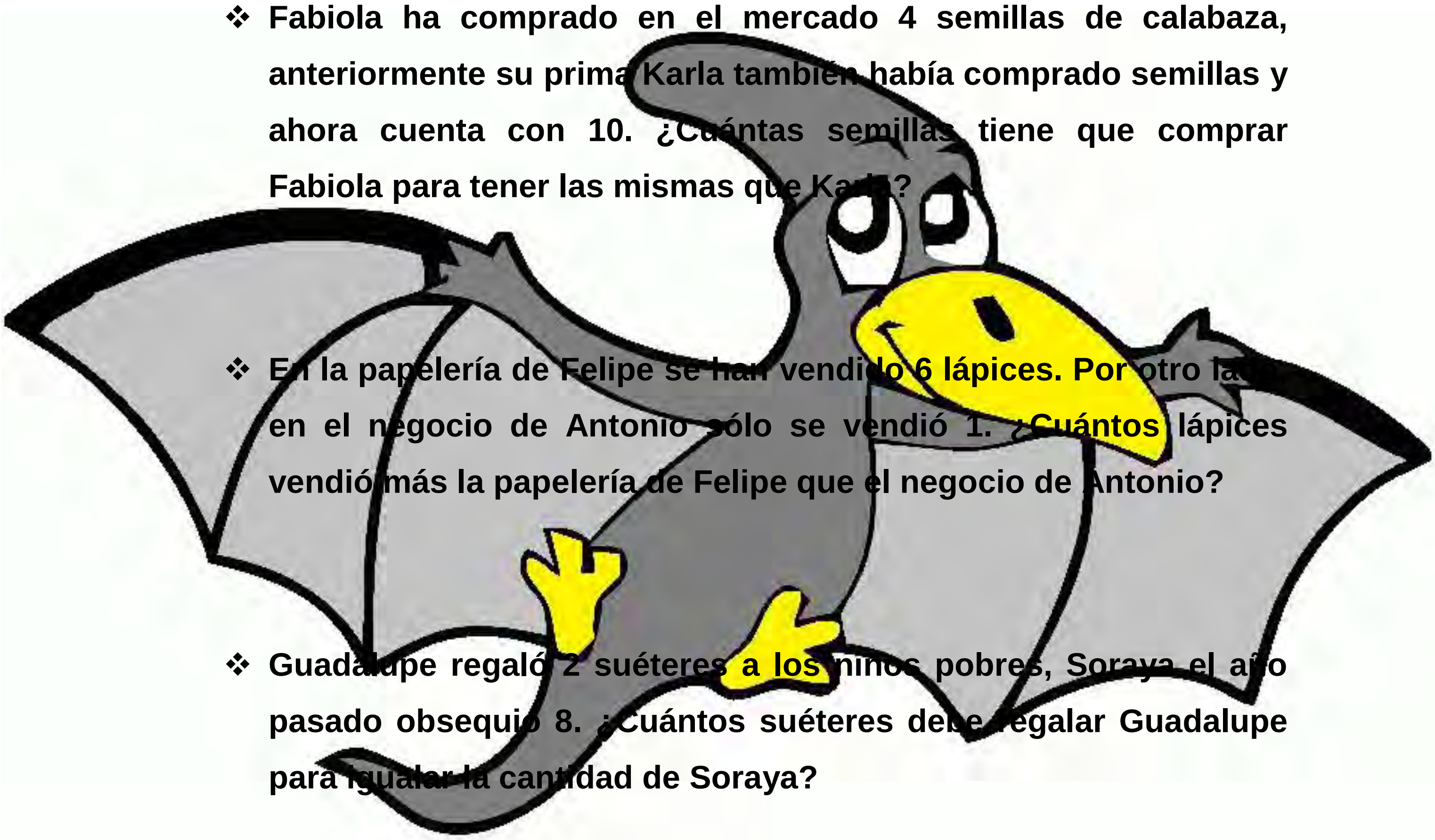
No

Anexo 8

Sexta Versión del Compendio de Problemas Aritméticos

- **Jugando en el kínder Bruno ha hecho 5 bolitas de plastilina, su amigo Joaquín hizo otras 7. ¿Cuántas bolitas de plastilina hizo más Joaquín que Bruno?**

- **Fabiola ha comprado en el mercado 4 semillas de calabaza, anteriormente su prima Karla también había comprado semillas y ahora cuenta con 10. ¿Cuántas semillas tiene que comprar Fabiola para tener las mismas que Karla?**



- **En la papelería de Felipe se han vendido 6 lápices. Por otro lado, en el negocio de Antonio sólo se vendió 1. ¿Cuántos lápices vendió más la papelería de Felipe que el negocio de Antonio?**

- **Guadalupe regaló 2 suéteres a los niños pobres, Soraya el año pasado obsequió 8. ¿Cuántos suéteres debe regalar Guadalupe para igualar la cantidad de Soraya?**

- **Fabián ha estudiado 3 horas para su examen de matemáticas, su novia Virginia para la misma prueba dispuso de 5 horas. ¿Cuánto tiempo estudió más Virginia que Fabián?**

Dafne se comió 2 platos de sopa, su hermano Santiago sólo se comió 1. ¿Cuántos platos comió más Dafne que Santiago?

Por la noche Arturo durmió 8 horas sin interrupción, su amigo Gonzalo le contó que el durmió 6. ¿Cuántas horas le faltó dormir a Gonzalo para tener las mismas que Arturo?

Hace 3 años Andrea compró su televisión, su sobrino Alfredo también compró una hace 7 años. ¿Cuánto tiempo es más vieja la televisión de Alfredo que la de Andrea?

El pavo del señor Jonás pesó 10 kilogramos, el del señor Tomás pesa 9. ¿Cuántos kilogramos debe de subir el pavo del señor Tomás para ser igual que el del señor Jonás?

En una iglesia asistieron a misa el sábado 5 personas, al día siguiente sólo fueron 2. ¿Cuántas personas más asistieron a misa el sábado que el domingo?

Aidé compró un estuche con 7 pinturas, su prima Ofelia compró uno con 6. ¿Cuántas pinturas tiene más Aidé que Ofelia?

Ramiro utiliza 5 reglas y 6 escuadras en la escuela. ¿Cuántas piezas hay en su juego de geometría?

Fátima tiene 7 pelotas y 2 casas de muñecas guardadas en un baúl. ¿Cuántos juguetes tiene Fátima?

Otón tenía 4 bolígrafos, en la tarde fue a la papelería y compró 8 más. ¿Cuántos bolígrafos tiene Otón?

En una casa había 6 ventanas, con el paso del tiempo se rompieron 3. ¿Cuántas ventas quedan en la casa?


Si
No

}

Anexo 9

Primer Ejemplar del Juego de Memoria

El abuelo Miguel compró 4 bolsas de pistaches para ver la televisión, días después decidió comprar 2 más. ¿Cuántas bolsas de pistache compró el abuelo Miguel?

En una caja Teresa tenía 7 cerillos, cuando se fue la luz ella tuvo que utilizar 3. ¿Cuántos cerillos le quedan a Teresa?

En una aventura un pirata ha encontrado enterradas 8 monedas de oro, tiempo después en un cofre encontró 9 más. ¿Cuántas monedas tiene el pirata?

Verónica tenía ahorrados 10 pesos, su mamá le ha pedido prestados 7. ¿Cuánto dinero le queda a Verónica?

Julio con una resortera rompió en su primer tiro 5 botellas, en su segundo tiro rompió 6 más. ¿Cuántas botellas ha roto Julio?

Oliva tenía 8 estampas de sus personajes favoritos, en su álbum pegó sólo 2. ¿Cuántas estampas le quedan a Oliva?

Amanda tenía en su despensa 6 latas de atún, durante la semana tuvo que utilizar 5. ¿Cuántas latas de atún le quedan a Amanda?

En un día soleado Mario se ha tomado 3 vasos de agua, más tarde sintió mucha sed y se tomó 1 más. ¿Cuántos vasos de agua se tomó Mario?

Una costurera tenía en su estuche 9 botones de muchos colores, cuando estaba trabajando utilizó 4. ¿Cuántos botones le quedan a la costurera?

Leonardo atrapó 10 mariposas con su red, cuando fue al campo capturó 7 más. ¿Cuántas mariposas tiene Leonardo?

En algún lugar del desierto de Sonora hay 6 víboras y 7 salamandras. ¿Cuántos reptiles hay?

En un pajar están acostadas 4 mulas y 5 yeguas. ¿Cuántos animales hay en el pajar?

Como parte de sus deberes Alan ha lavado 3 cucharas y 2 tenedores. ¿Cuántos cubiertos lavó?

En el puesto de Rodrigo hay 4 piñas y 2 sandías. ¿Cuánta fruta está vendiendo Rodrigo?

En la mesa de Elena hay 10 piezas de pollo y 8 cortes de carne. ¿Cuánta comida hay?

Aurora encontró en su sótano 7 arañas y 9 cucarachas. ¿Cuántos bichos encontró?

Un jefe militar tiene en un estante 3 pistolas y 9 espadas. ¿Cuántas armas tiene?

En el refrigerador de Marcelino hay 10 botellas de refresco y 4 de agua natural. ¿Cuántas bebidas hay?

En un accidente de carretera acudieron 5 policías y 7 bomberos. ¿Cuántas personas acudieron al lugar?

En una película de terror han salido 2 hombres lobo y sólo 1 momia. ¿Cuántos monstruos aparecen en la película?

Anexo 10

Segundo Ejemplar del Juego de Memoria

En una escuela primaria estaban inscritos 10 alumnos, tiempo después inició un nuevo ciclo escolar y llegaron 9 alumnos más. ¿Cuántos alumnos hay en la escuela primaria?

Un atleta ha recorrido 7 kilómetros en un maratón, si tiene que recorrer 9. ¿Cuántos kilómetros le faltan?

Un vendedor por la mañana ha vendido 4 pescados, justo antes de cerrar vendió 2 más. ¿Cuántos pescados vendió en total?

Lucía tenía 8 pesos ahorrados, durante el mes pudo ahorrar 5 más. ¿Cuánto dinero tiene Lucía?

Diego tenía 6 esferas de diferentes colores, decorando su árbol de navidad se le rompió 1. ¿Cuántas esferas le quedan?

Un autobús transportaba 5 personas, en el trayecto se bajaron 3. ¿Cuántas personas se quedaron en el autobús?

Alejandro quiere comprar una bicicleta que cuesta 10 pesos, si tiene ahorrados 2. ¿Cuánto dinero la falta para comprar la bicicleta?

En el bote de basura Moisés depositó 1 envoltura de papel, cuando siguió limpiando tiró 4 más. ¿Cuántas envolturas tiró?

Andrés colecciona tazas, él ya posee 4. En un bazar compró 9 más. ¿Cuántas tazas tiene ahora?

Josué compró en el supermercado 2 bolsas de pan integral, más tarde su esposa lo mandó a comprar otras 5. ¿Cuántas bolsas de pan compró Josué?

Alfonso tiene 8 perros y 4 gatos encerrados en una jaula. ¿Cuántas mascotas capturó?

En una fábrica hay 6 obreros y 4 empacadores. ¿Cuántos trabajadores hay?

En una canasta hay 1 sandía y 6 melones. ¿Cuántas frutas hay?

Sara en su negocio ha vendido 4 camisas y 2 pantalones. ¿Cuánta ropa ha vendido?

En la calle principal están estacionados 5 automóviles y 9 camiones. ¿Cuántos vehículos hay?

En un gallinero Amanda ha recogido 2 huevos rojos y 7 blancos. ¿Cuántas piezas ha recolectado?

En el cinturón de un plomero hay 2 pinzas y 1 cierra. ¿Cuántas herramientas tiene?

En una bolsa de plástico hay 9 pimientos y 3 zanahorias. ¿Cuántas verduras hay?

En casa de la abuela Martina hay 7 sillones y 4 mesas. ¿Cuántos muebles hay?

La mamá de Jesús ha preparado 5 tortas y 3 sándwiches. ¿Cuántos bocadillos ha hecho?

En un partido de fútbol Álvaro metió 7 goles, su amiga Gabriela anotó 9. ¿Cuántos goles metió más Gabriela que Álvaro?

Griselda tiene 10 años de edad, Ramón el más pequeño de todos sus hermanos tiene 4. ¿Cuántos años es más grande Griselda que Ramón?

Ana ha comprado 7 galletas de nuez, su prima Sofía sólo tiene 2. ¿Cuántas galletas tiene que comprar Sofía para tener las mismas que Ana?

En una pista de carreras un auto blanco dio 7 vueltas, el auto negro sólo dio 5. ¿Cuántas vueltas dio más el auto blanco que el negro?

Mirna compró un estuche con 9 colores, su hermana Carolina compró una con 6. ¿Cuántos colores tiene más Mirna que Carolina?

Gerardo ha tardado 2 horas en llegar a su casa, su hermana Evelyn sólo 1. ¿Cuánto tiempo tardó más Gerardo que Evelyn?

En una pista de carreras un auto blanco dio 7 vueltas, el auto negro sólo dio 5. ¿Cuántas vueltas dio más el auto blanco que el negro?

Raúl colocó 3 losetas de mármol en el piso de su casa, mientras que su hermana Raquel logró poner 2. ¿Cuántas losetas tiene que colocar Raquel para igualar a Raúl?

Minerva saltó 10 veces la cuerda, su amiga Montserrat brincó solamente 3 veces. ¿Cuántos saltos necesita dar Montserrat para igualar a Minerva?

Federico tiene 4 gorras de diferentes colores, Román sólo tiene 2. ¿Cuántas gorras tiene más Cristian que Omar?

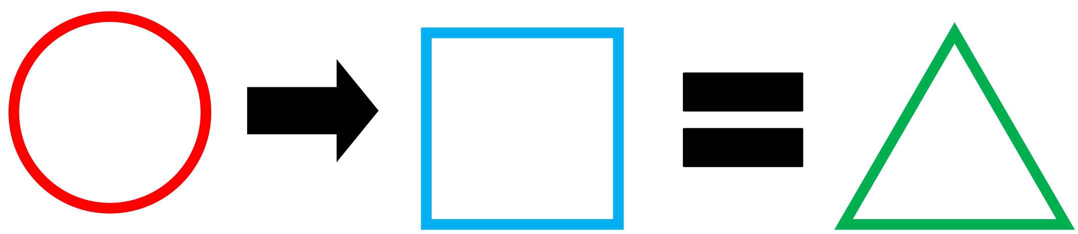
Anexo 11

Primer Volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos

- Jaime tenía en su bolsillo 4 chicles de hierbabuena, antes de que se le acabaran decidió comprar 8 más. ¿Cuántos chicles tiene Jaime?

- Camino a casa Clara compró 7 helados de chocolate, antes de llegar se le derritieron 3. ¿Cuántos helados le quedan a Clara?

- Porfirio tenía guardadas 10 llaves en un cofre, tiempo después se encontró 6 más y también las metió. ¿Cuántas llaves tiene Porfirio en su cofre?



Cantidad Inicial **Magnitud de Cambio** **Resultado**

- Entre sus juguetes Enrique tenía 5 muñecos de acción, en su cumpleaños su papá le ha regalado 8 más. ¿Cuántos muñecos tiene David?

- Abigail tenía guardados 10 pesos en su alcancía, su hermano Julio le pidió prestados 7 para comprarse una bebida. ¿Cuánto dinero le queda a Abigail?

- En una bodega estaba guardadas 6 cajas, en la noche ha llegado un tráiler y descargó 4 más. ¿Cuántas cajas hay en la bodega?

- En un salón de clases había 9 alumnos, cuando llego la hora del recreo sólo salió 1. ¿Cuántos alumnos se quedaron en el salón?

- Un albañil ha construido 2 pisos de una casa, tiempo después recibió órdenes y construyó 3 pisos más. ¿Cuántos pisos tiene la casa que construyó el albañil?

Anexo 12

Segundo Volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos

- Un tren salió de la estación norte con varios pasajeros, en el transcurso del viaje se subieron 3 personas más. Cuando el tren llegó a su destino se bajaron 10 pasajeros en total. ¿Cuántas personas abordaron el tren al principio del viaje?

- Lorena compró en la tienda un paquete de galletas, más tarde sintió hambre y se comió 2. Sí ahora le quedan 4 galletas. ¿Cuántas galletas tenía el paquete que compró?

- Marisela tenía en su colección varios timbres postales, una tarde fue al palacio de correos y compró 5 más. Al final del día Marisela ha contado 10 timbres postales en su colección. ¿Cuántos timbres tenía al principio?

- **Un barrendero tenía en el bote de basura algunas botellas de plástico, cuando estaba limpiando la calle depositó 4 más. Al final del día el barrendero contó en el bote 9 botellas. ¿Cuántas botellas tenía el bote de basura al inicio?**

- **En casa de Rogelio hay varios relojes colgados en la pared, él ha decidido quitar 7 para que su casa se vea mejor. Sí al final se ha percatado que tiene 3 decorando su casa. ¿Cuántos relojes tenía al principio?**

- **En un cultivo estaban sembradas varias semillas de calabazas, Susana decidió sembrar 9 más. Cuando contó todas vio que tenía 16. ¿Cuántas semillas de calabaza estaban sembradas en un principio?**

- **En el bolsillo de Rodolfo había muchos billetes, cuando fue al supermercado gastó 8. Sí Rodolfo ahora tiene 1. ¿Cuántos billetes tenía al principio?**

- **Sara tenía varios videojuegos en su casa, como regalo de cumpleaños recibió 5 más. Cuando los acomodó en su lugar contó 7 en total. ¿Cuántos tenía en un principio?**

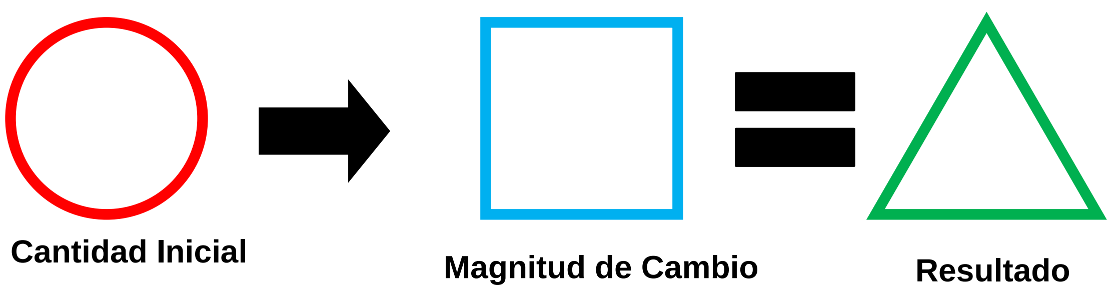
Anexo 13

Tercer Volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos

- Francisco el granjero tenía en un chiquero a 4 cerdos. Días después consiguió en el pueblo otros más y también los metió ahí, ahora en el chiquero hay 10 cerdos. ¿Cuántos cerdos consiguió Francisco?

- Samuel tenía 7 estampas en su colección, un día perdió en la escuela un bonche. ¿Cuántas estampas perdió Samuel sí ahora en su colección hay 5?

- Patricia en una canasta tenía 3 pescados, cuando fue al río sacó su caña y se puso a pescar. Llegando a su casa en la canasta contó 8 pescados ¿Cuántos pescados obtuvo del río?



- **Andrea salió de casa con 8 cuadernos en su mochila, en la escuela su amiga le dio a guardar los suyos. Sí ahora Andrea tiene 10. ¿Cuántos cuadernos le dio su amiga a guardar?**

- **Cuando estaba anocheciendo 9 osos se metieron a una cueva para dormir, en el transcurso de la noche unos cuantos regresaron al bosque. Sí al amanecer despertaron 2 ¿Cuántos osos se fueron de la cueva?**

- **Marisela en su colección tiene 4 botones, su abuela le ha regalado un puño de ellos. Al final Marisela en su colección contó 10. ¿Cuántos botones le ha regalado su abuela?**

- **En un jardín Ana tenía 8 rosas, cuando visitó a su madre le regaló varias. Ahora Ana tiene 2 rosas en su jardín ¿Cuántas rosas regaló?**

- **Luis tenía en una pecera 7 peces, tiempo después compró más y también los echó ahí. Cuando contó todos los peces se percató que tenía 10. ¿Cuántos peces compró?**

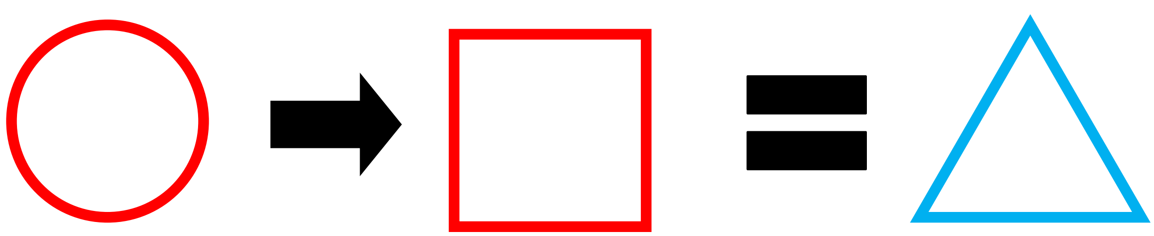
Anexo 14

Cuarto Volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos

- El señor Martín ha comprado 4 edificios y 3 casas en Jalisco. ¿Cuántas propiedades ha comprado?

- En una caja de cartón hay 2 cucharas y 6 tenedores. ¿Cuántos cubiertos hay?

- En casa de Alejandro hay 8 televisiones y sólo 1 radio. ¿Cuántos aparatos hay?



Parte 1 **Parte 2** **Parte Total**

- **En una alacena hay 8 latas de atún y 9 latas de verduras. ¿Qué cantidad de alimento hay?**

- **En el zoológico de la ciudad hay 6 leones y 3 elefantes. ¿Cuántos animales hay?**

- **Fernando compró en la dulcería 10 caramelos y 2 paletas. ¿Cuántos dulces compró?**

- **El director de orquesta tiene en su casa 7 violines y sólo 1 saxofón. ¿Cuántos instrumentos tiene?**

- **Un vaquero tiene en su bolsillo 8 balas de revolver y 4 balas de escopeta. ¿Cuánta munición tiene?**

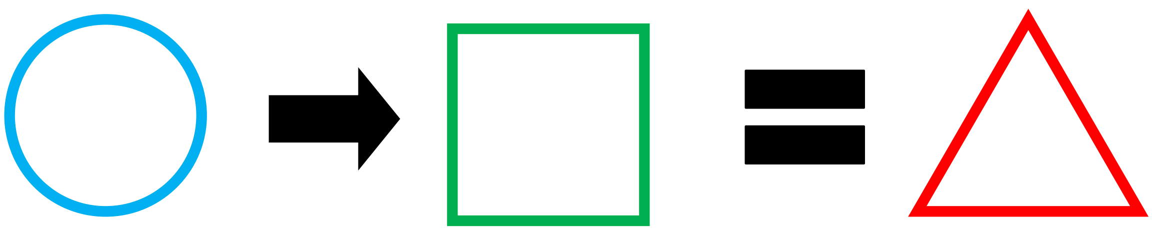
Anexo 15

Quinto Volumen del Catálogo de Problemas Aritméticos

- Dulce acaba de cumplir 8 años, su hermano Misael tiene 1. ¿Cuántos años es más grande Dulce que Misael?

- Mario compró un rollo de cable con una longitud de 7 metros, su amigo Miguel tiene otro de 4 metros. ¿Cuántos metros de cable tiene que comprar Miguel para tener los mismos que Mario?

- En un partido de baloncesto Miriam anotó 6 puntos, mientras que su amiga Griselda anotó 9. ¿Cuántos puntos metió más Griselda que Miriam?



Cantidad Comparada **Diferencia** **Cantidad Referente**

- **Agustín tiene 8 playeras de diferentes colores, Gerardo sólo tiene 2. ¿Cuántas gorras tiene más Agustín que Gerardo?**

- **Federico ha dado 10 pasos, su amiga Mónica sólo dio 6. ¿Cuántos pasos necesita dar Mónica para igualar a Federico?**

- **Elizabeth compró un estuche con 9 pinturas, su hermana Cecilia compró una con 6. ¿Cuántos colores tiene más Elizabeth que Cecilia?**

- **Raúl colocó 5 ventanas en un edificio, mientras que su compañero Eduardo logró poner 3. ¿Cuántas ventanas tiene que colocar Eduardo para igualar a Raúl?**

- **Valeria ha vivido en Francia 8 años, su hermana María sólo 4. ¿Cuánto años ha vivido más en Francia Valeria que María?**

Anexo 16

Prueba Final de Problemas Aritméticos de Adición y Sustracción

- **En una caja de madera Julio tenía 10 manzanas, para terminarla de llenar compró 5 más. ¿Cuántas manzanas tiene Julio?**

- **En una casa hay 3 mesas y 4 libreros. ¿Cuántos muebles hay?**

- **Alma corrió en la pista de la escuela 8 minutos, su amigo Juan sólo corrió 6. ¿Cuántos minutos necesita correr Juan para igualar a Alma?**

- **Ramiro tenía en su costal muchas canicas, cuando terminó de jugar con sus amigos había ganado 7. Sí Ramiro tiene ahora 9. ¿Cuántas canicas les ganó a sus amigos?**

- **En un refrigerador hay 2 refrescos y sólo 1 botella de agua. ¿Cuántas bebidas hay?**

- **Jugando en la playa Diego ha hecho 5 castillos de arena, su primo Jaime sólo hizo 1. ¿Cuántos castillos de arena hizo más Diego que Jaime?**

- **Amelia tenía ahorrados 8 pesos, cuando fue a la feria del pueblo se gastó 6. ¿Cuánto dinero le queda a Amelia?**

- **En un callejón de la ciudad hay 6 perros y 9 gatos. ¿Cuántos animales hay?**

- **Mariana ha dormido 8 horas, su hermano Jacinto sólo 4. ¿Cuánto tiempo ha dormido más Mariana que Jacinto?**

- **Roberto tenía en un corral con 2 vacas, tiempo después nacieron más y también las encerró ahí. Cuando contó todas las vacas que tenía vio que eran 6. ¿Cuántas vacas nacieron?**

- **Un militar en su sótano tiene 5 pistolas y sólo 1 cañón. ¿Cuántas armas tiene?**

- **El equipo campeón de fútbol ha anotado 7 puntos, el equipo retador sólo 4. ¿Cuántos puntos tiene que meter el equipo retador para igualar al campeón?**

- **Rodrigo jugaba serpientes y escaleras, en su primer tiro el dado marcó 1 y en el segundo marco 6. ¿Cuántas casillas debe avanzar Rodrigo?**

- **En el salón de una escuela están tomando clase 10 niños y 7 niñas. ¿Cuántos alumnos hay?**

- **Liliana tiene 8 años de edad, Guillermo el más pequeño de todos sus hermanos tiene 3. ¿Cuántos años es más grande Liliana que su hermano Guillermo?**