



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

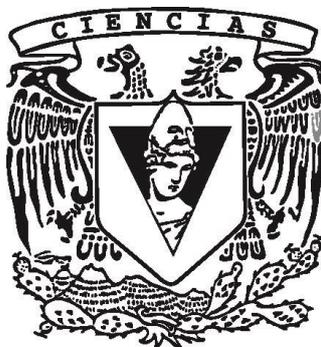
**DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA DE SISMOS VOLCÁNICOS: EL
CASO DEL VOLCÁN SAN MARTÍN TUXTLA, VERACRUZ
DURANTE 2010**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

MATEMÁTICO

P R E S E N T A:



ENRIQUE ÁLVAREZ DEL CASTILLO DE PINA

DIRECTOR DE TESIS:

DR. JUAN MANUEL ESPÍNDOLA CASTRO

2013



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Dedicado:

A mis padres Enrique y Volga y a mis abuelas Virginia y Volga.

A mis tíos Joaquín, Mariana, Rafael, Lupita, Pilar, Paula y Juan Pablo (†).

A mis primos Rafael, Mariana, Valeria y Volga.

A mi hermana Volga Álvarez del Castillo de Pina.

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer la participación de todas las personas que hicieron posible de alguna u otra forma la realización de este trabajo:

Al Dr. Juan Manuel Espíndola Castro de quien he recibido muchos conocimientos teóricos y prácticos.

A la Dra. Araceli Zamora Camacho por introducirme a la sismología y la vulcanología cuando comencé a hacer el servicio social.

A Arnaldo Hernández Cardona, compañero en las salidas a campo.

A la Dra. Margarita Elvira Chávez Cano, al Dr. Jaime Yamamoto Victorio y al Dr. Luis Quintanar Robles por el tiempo dedicado a la revisión de este trabajo.

A mis compañeros del servicio social: Alejandra, Angélica, Tania, Michelle, Horacio, Mario, Omar, Balam, Octavio, Azucena, Itzel Zamora.

A mis amigos de la Facultad de Ciencias: Julio Román, Mario Villanueva, Fernando Gutiérrez y Alonso Prieto.

A las instituciones que han participado en mi formación: la Universidad Nacional Autónoma de México así como su Facultad de Ciencias y su Instituto de Geofísica. Así como el apoyo de los proyectos CONACyT 11234 y PAPIIT-UNAM 122109-3.

1. Datos del alumno
Álvarez del Castillo
de Pina
Enrique
56 87 58 54
Universidad Nacional Autónoma de México
Facultad de Ciencias
Matemáticas
409062836
2. Datos del tutor
Doctor
Juan Manuel
Espíndola
Castro
3. Datos del sinodal 1
Doctor
Araceli
Zamora
Camacho
4. Datos del sinodal 2
Matemática
Margarita Elvira
Chávez
Cano
5. Datos del sinodal 3
Doctor
Jaime
Yamamoto
Victorio
6. Datos del sinodal 4
Doctor
Luis
Quintanar
Robles
7. Datos del trabajo escrito
Distribución estadística de sismos volcánicos: el caso del Volcán San Martín Tuxtla,
Veracruz, durante 2010
32 p.
2013

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN	1
2. EL FENÓMENO SÍSMICO Y LA ESTADÍSTICA DE LOS TEMBLORES	4
3. MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO b	7
a. Método de Utsu	7
b. Método de regresión lineal simple y el método de mínimos cuadrados	11
4. SISMICIDAD ASOCIADA AL VOLCÁN SAN MARTÍN TUXTLA EN EL AÑO 2010	13
5. ESTIMACIÓN DEL VALOR DE b MEDIANTE LOS MÉTODOS DE UTSU Y DE MÍNIMOS CUADRADOS PARA EL CATÁLOGO OBTENIDO EN EL PERIODO DE ESTUDIO	17
a. Estimación con el método de Utsu	17
b. Estimación con mínimos cuadrados	19
c. Estimación del error estándar para ambos métodos	20
d. Comparación entre ambos métodos	23
6. CONCLUSIONES	29
7. REFERENCIAS	31

1. INTRODUCCIÓN

En el sureste del estado de Veracruz, entre sus extensas llanuras de Sotavento, emerge un campo volcánico compuesto por alrededor de 250 conos y maares o cráteres de explosión. La provincia, conocida como Los Tuxtlas, se divide en base a la edad de sus expresiones de magmatismo, compuesto por una serie antigua, al este, y la reciente al oeste. El grupo de edificios antiguos tiene a los volcanes San Martín Pajapan y Santa Marta como sus mayores protuberancias. Es en la sección nueva del Campo Volcánico de Los Tuxtlas (CVT) en la que se enfoca este trabajo. En particular en su estructura más elevada: el volcán San Martín Tuxtla (N18.562°; W95.199°; 1659 msnm). Se estima la edad del San Martín en 0.8 Ma (millones de años), un volcán joven en términos geológicos y con actividades eruptivas registradas en tiempos históricos. Sus dos últimos periodos de actividad ocurrieron en 1664 y en 1793. En este último fue uno de los dos conos interiores del cráter la fuente de la erupción. El cráter tiene como eje mayor el E-W con una longitud de 1200m, mientras que la correspondiente al N-S es de 800m.



Ilustración 1: Campo Volcánico de Los Tuxtlas

La actividad del volcán San Martín Tuxtla y, en general, de todo el complejo volcánico, ha tenido impactos tanto positivos como negativos en la región. Por un lado, dada su textura

abierta y vesicular, así como su alta solubilidad de elementos formadores de nutrientes, los suelos de la zona son inusualmente fértiles. Las laderas del volcán presentan una vegetación considerablemente densa, complicando seriamente cualquier intento de ascenso al mismo. Aunada a esta cuestión se encuentra su exótica flora con plantas que producen escozores e irritaciones en la piel al contacto, así como espinas de gran tamaño que crecen en algunos troncos del hábitat. En cuanto a su fauna, ronda las laderas del San Martín la temible nauyaca de Los Tuxtlas, también conocida como Mano de metate, víbora famosa por su letal veneno. Se comenta entre los habitantes de las comunidades aledañas que habita en la parte superior de la montaña un felino de tamaño notable al que conocen como *El tigre*.

Así mismo, en las partes bajas de esta fértil región se encuentran extensas zonas de cultivo, predominando las de caña, camote, piña, palma real y tabaco. Sobre este último producto cabe resaltar la importantísima industria que se desarrolló a partir del siglo XIX en la región y cuya tradición permanece hasta nuestros días. Otra actividad económica relacionada con los depósitos del volcán es la extracción de arcillas y arenas en los múltiples bancos de materiales, destinadas a diversos fines, producto de oleadas de material emitidas por el San Martín. En el año 2012 se anunció el interés de la minera canadiense Gold Group de abrir un proyecto de extracción de plata en la zona; la relación entre yacimientos de metales y la vulcanología ha sido conocida desde hace mucho tiempo.

Sin embargo, el aspecto más conocido de la actividad volcánica es el riesgo asociado a esta: cuando una repentina y explosiva liberación de calor y energía llega a tener efectos devastadores sobre la vida y la propiedad. Como testimonio de esto están las dos ciudades más importantes de la región: Santiago y San Andrés Tuxtla. Se dice que los fundadores del pueblo de Toztla -actual Santiago- eran sobrevivientes de la destrucción de su comunidad llamada Ixtlán, ubicada al poniente del cráter del volcán y derribada durante una erupción del siglo XVI, probablemente en el año de 1534. Así mismo, la fundación de la ciudad de Tzacolco -ahora San Andrés- en 1664 coincide con la actividad del volcán que se presentó ese año. Es muy tentadora la idea de considerar que detrás haya un motivo similar al del caso del establecimiento de Toztla.

Sobre la emisión de densos gases volcánicos que producen un efecto de polarización sobre la radiación solar, se atestiguó el 22 de mayo de 1793, en su último periodo de actividad, cuando el volcán produjo una nube de humo y una caída de ceniza de tal grado que a mediodía de aquel miércoles fue necesario encender las velas y antorchas a 83 kilómetros a la redonda. Aquel último periodo de actividad comenzó el 2 de marzo del mismo año, con unas explosiones escuchadas a 300km a la redonda. Estas causaron un estado de alerta entre las tropas del puerto de Veracruz -a 120 km de distancia- pues el motivo de aquellos estallidos no podía ser otra cosa más que un ataque pirata, azote de los puertos en aquel Caribe colonial. Angustiado por esta situación, el virrey de la Nueva España Juan Vicente de Güemes, envía al naturalista Don José Mariano Moziño a reportar de forma fidedigna los sucesos del sureste veracruzano. Lo que Moziño encontró fue un volcán en erupción con columnas de humo, cenizas, truenos y tormentas eléctricas. Su primer ascenso lo hizo el 23 de septiembre, y describe una gran columna de humo. Posteriormente, en su segundo ascenso del 21 de noviembre encuentra un aparato eruptivo que ha disminuido ya su nivel de emisión de energía pues la columna se ha reducido a dos terceras partes su tamaño de dos meses antes. También

es en este ascenso donde el ecologista puede divisar claramente una colada de lava hacia el norte del cono en erupción.

A Don José Mariano Moziño se le debe la única fuente escrita de la erupción. Sin embargo, la imagen que vale más de mil palabras la tenemos en la pintura que nos legó el ilustrador de la Real Expedición Botánica –de la cual también formó parte Moziño- Don Antonio Echeverría, que subió de igual forma a la cumbre en el ascenso del 23 de septiembre. Echeverría muestra claramente que fue uno de los conos del interior del cráter, el ubicado al este, la fuente de aquella erupción. Después, la actividad disminuyó gradualmente, prolongándose la caída de ceniza durante dos años más.

Desde aquel entonces el San Martín se ha mantenido en calma. Su espesa jungla y el hostil hábitat que alberga han protegido sus más íntimos secretos sobre origen y evolución para todo aquel aventurero que trata de desentrañar sus misterios. A lo largo del siglo XX, y con un carácter más científico y formal, diversos sucesores del naturalista Moziño atestiguaron su interés por investigar al Tiltépetl –o Cerro negro, así conocido en épocas prehispánicas-. Los estudios continúan y la pregunta de cuándo vendrá el tiempo para los sucesores de Echeverría de dejar grabada en forma gráfica –probablemente esta vez sea con una cámara digital en lugar de óleo sobre lienzo- la reactivación del proceso de liberación de calor, energía y material incandescente que representa el vulcanismo.



Ilustración 2: Cráter del volcán de Tuxtla visto por la parte del este en 1793, pintura de Don Antonio Echeverría (1793)

2. EL FENÓMENO SÍSMICO Y LA ESTADÍSTICA DE LOS TEMBLORES

La sismología es el estudio de los terremotos así como de la propagación de ondas elásticas a través de la Tierra. Estas pueden ser originadas tanto en el interior como en la superficie de la misma y se pueden producir de forma muy diversa: rupturas geológicas, actividad volcánica, derrumbes, explosiones mineras o pruebas nucleares. Su historia se remonta a las grandes culturas ancestrales pues en la Grecia antigua, Tales de Mileto y Aristóteles escribieron tratados en los que se exponen sus intuiciones respecto de los temblores. Por otro lado, como testimonio de la sismología en Oriente quedó el primer detector de sismos creado por Zhang Heng en el año de 132 d. C.

El origen más común de los terremotos es el tectónico. Al estar dividida la corteza terrestre en enormes bloques llamados placas tectónicas y al estar sujetas a constantes movimientos en diversas direcciones se producen fricciones en sus bordes que almacenan energía hasta que se llega a un punto en el que ésta se libera en forma de ondas que viajan por las capas de la corteza y se manifiestan en la superficie como sismos. Los roces entre estas placas se llevan a cabo en sus bordes, siendo esto lo que determina el carácter geográfico de la sismicidad de origen tectónico. Cabe mencionar que también se presentan sismos intraplaca, siendo los de Nueva Madrid, Missouri de 1811 unos de los más representativos de este peculiar fenómeno. Al punto interior de la Tierra donde se inicia el movimiento sísmico se le llama foco o hipocentro.

Al producirse la liberación repentina de la energía almacenada, la propagación de las ondas a partir del foco y a través de las distintas capas de la corteza se lleva a cabo en todas direcciones. Cuando estas llegan a la superficie se generan vibraciones en dos direcciones: longitudinal –en el mismo sentido que la vibración de las partículas- y transversal –perpendiculares al sentido de vibración de las partículas-. La velocidad de las primeras es mayor por lo que aparecen antes que las de tipo transversal en los sismógrafos –aparatos destinados a registrar eventos de esta naturaleza-. Es por esto que reciben los nombres de ondas P (primarias) las unas y S (secundarias) las otras. Dado que estas ondas viajan a velocidades distintas, la diferencia en los tiempos de llegada de ambas a la estación sísmica nos habla de la distancia a la que se encuentra esta del epicentro –proyección del foco en la superficie de la Tierra-.

Es bien sabido que las características del movimiento ondulatorio dependen de las propiedades físicas del medio en el que se propague. En el caso de la sismología este aspecto cobra gran relevancia para calcular la profundidad de un evento dada la compleja constitución de la corteza terrestre, formada por distintas capas de variada composición, densidad y elasticidad. Aunque las velocidades de las ondas P y S varían con la profundidad de la Tierra, su promedio en la corteza es de unos 6 km/s para las primeras y 4.5 km/s para las segundas.

El otro parámetro relevante en sismología además de la localización es la magnitud relacionada con la cantidad de energía liberada. Existen diversas escalas que miden este factor, siendo la más utilizada la de Richter, en la cual un incremento unitario representa un incremento de 32 veces la energía liberada en el grado anterior. Se estima que anualmente se registran en el mundo más de 3 millones de sismos con la siguiente distribución de magnitudes:

Nombre descriptivo	Magnitud	Promedio anual de eventos
Grande	> 8.0	1
Mayor	7 - 7.9	18
Fuerte	6 – 6.9	120
Moderado	5 – 5.9	800
Ligero	4 – 4.9	~6,200
Menor	3 – 3.9	~49,000
Pequeños	< 3.0	~1,000 diarios ~8,000 diarios

Tabla 1: Relación entre magnitud en la escala de Richter y número de eventos anuales

La magnitud de un evento se obtiene del registro del movimiento del terreno que produce y que es conocido como *sismograma*. Cabe resaltar la importancia que tiene la disponibilidad de una red sísmica que estudie de forma permanente el movimiento interno de la Tierra. Las escalas actualmente utilizadas son indiscriminadamente referidas como escala Richter, ya que este investigador diseñó una de las primeras en utilizarse rutinariamente. Esta se obtiene como el promedio de las máximas amplitudes registradas en los sismógrafos de la red. Dado que la magnitud de un temblor también está correlacionada con su duración en el registro, se puede establecer una relación lineal entre la duración y la magnitud obtenida de las amplitudes, esto da origen a la llamada *magnitud de coda*. Para calcular la magnitud de coda se utiliza la duración total del evento, que comienza desde el momento en el que aparece la onda P en el sismograma y termina cuando el nivel en el mismo es indistinguible del ruido registrado. La duración del evento (en segundos) se denomina CODA y su correlación con la magnitud debe establecerse de forma empírica para las regiones que pretende utilizarse. Para la región de Oaxaca, González Ruiz (1980) obtuvo la fórmula:

$$M(C) = 1.87 \cdot \log(C) - 0.86$$

donde C es la duración en segundos. González Ruiz considera para su relación un modelo plano de la corteza terrestre. El uso de esta expresión en este trabajo queda justificado con la suposición que la litósfera debajo de la región de estudio se encuentre igualmente distribuida en capas, de forma similar a la costa oaxaqueña correspondiente al trabajo citado. Los sismólogos de distintas regiones del planeta han desarrollado fórmulas de este tipo que mejor se ajustan a la actividad tectónica de sus lugares de estudio. Estas no varían mucho entre sí, y la que describe el caso del Pacífico mexicano es la que mejor corresponde geográficamente a nuestro caso.

Las herramientas estadísticas se utilizan para hacer predicciones a corto y mediano plazo de la actividad sísmica. La formalidad matemática de este estudio comenzó en el siglo XX en Estados Unidos y Japón, ambas naciones golpeadas dramáticamente por terremotos en 1906 y 1923, respectivamente. Por la parte norteamericana, las universidades del estado de California comenzaron a formar sismólogos que estudiaran la actividad tectónica del estado más próspero de la Unión Americana. En particular fue en el Laboratorio Sismológico de Pasadena en donde Charles Richter y Beno Gutenberg trabajaron con la distribución de magnitud de terremotos llegando a la ley de Gutenberg-Richter:

$$\log[N(m)] = a - bm$$

Donde m es la magnitud y $N(m)$ es el número de eventos de magnitud mayor o igual a m en un catálogo de sismos dado. Obsérvese que $N(0)$ representa el número total de eventos en el catálogo. Luego, es fácil ver que:

$$\text{Log}[N(0)] = a - b \cdot 0 = a$$

Por tanto: $\log[N(m)] = \log[N(0)] - bm$, quedando el parámetro b como único factor que determina la distribución frecuencia-magnitud.

Para el caso de un catálogo hipotético de 100 eventos veamos a continuación cómo varía la distribución frecuencia-magnitud para distintos valores de b .

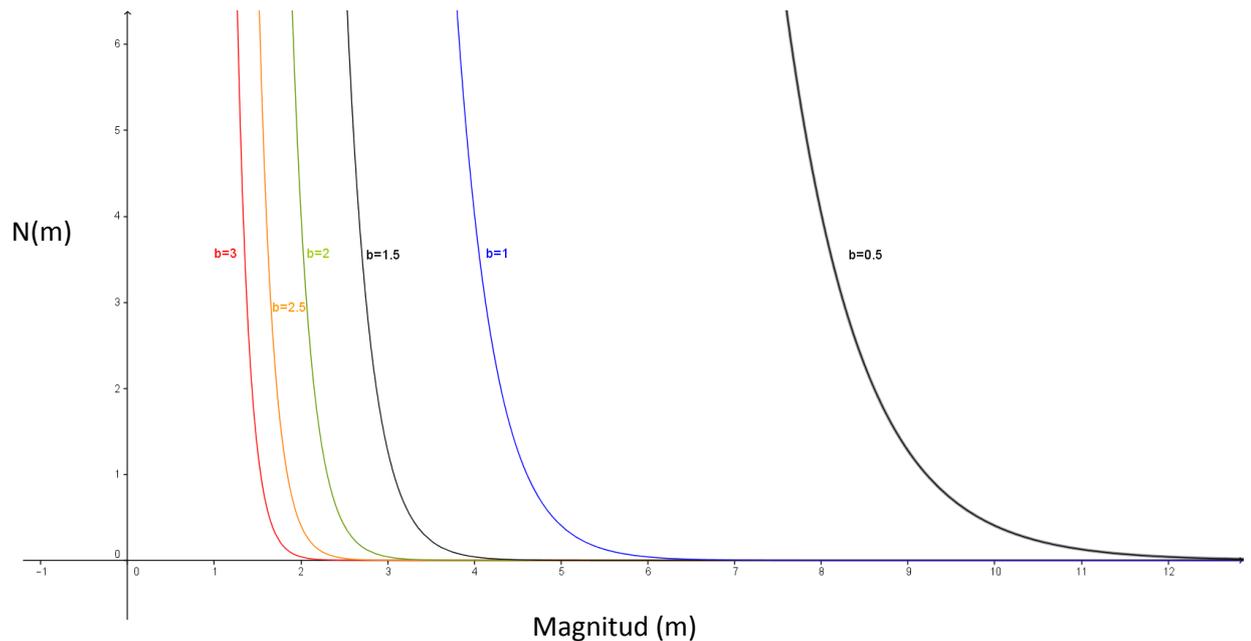


Figura 1: Distribución frecuencia-magnitud para distintos valores de b considerando un catálogo de 100 eventos. En el eje de las abscisas tenemos la magnitud como variable independiente y en el eje ordenado el número de eventos de magnitud mayor o igual a m . Observemos que a un valor mayor de b le corresponde un mayor número de eventos pequeños.

La importancia del valor de b en la distribución frecuencia-magnitud recae en el hecho de que a un valor mayor de b le corresponde una mayor proporción de eventos de magnitud pequeña respecto de los de magnitud grande. Luego, el valor de b proporciona información sobre el estado de esfuerzos en la región de estudio así como algunos aspectos del origen de la actividad en cuestión. Si se comparan los valores de b de varias partes del mundo se observa que la actividad tectónica arroja valores alrededor de 1. Este valor típico está relacionado con la constitución de las rocas en que ocurre el fallamiento que causa el temblor. Lugares de gran heterogeneidad litológica están caracterizados por valores altos de b , mientras que aquellos en que el evento se produce en roca más homogénea los valores son menores.

3. MÉTODOS DE ESTIMACIÓN DEL PARÁMETRO b

Dado un catálogo de magnitudes sísmicas recabado en cierta región, procede estimar el valor de la pendiente b para posteriormente hacer un análisis sobre las implicaciones que este tiene en la actividad sísmica local. Utilizaremos el método de Utsu (1965) así como un ajuste por mínimos cuadrados, que se exponen a continuación:

a. *Método de Utsu*

En líneas anteriores se mencionó que no solo en los Estados Unidos se había dado un importante desarrollo en el estudio de la sismología sino que el país del sol naciente había tenido a su vez una gran aportación. Japón se localiza en la convergencia de dos placas tectónicas por lo que la actividad sísmica y volcánica son temas que han aparecido con frecuencia en su historia. En esta nación se habla de escalas de magnitudes sísmicas desde finales del siglo XIX, cuando se publicó una escala de 7 niveles. Se encuentra entre la larga lista de contribuyentes a la sismología japonesa el profesor de la Universidad de Hokkaido Tokuji Utsu. En 1965 el Dr. Utsu publicó un trabajo en el que se hace una estimación del valor de b para un catálogo dado a través de la simple expresión:

$$b = \frac{0.4343m}{\sum_{i=1}^m M_i - mM_{\min}}$$

Donde m es el número total de eventos y M_{\min} es la magnitud más pequeña del catálogo.

Comencemos por escribir la expresión de Gutenberg-Richter $\log[N(m)] = a - b \cdot m$ en términos de logaritmos naturales, de modo que:

$$\ln_e[N(m)] = \alpha - \beta \cdot m$$

Donde:

$$\beta = \frac{b}{\log_{10}(e)} = \frac{b}{0.4342}$$

$$\alpha = \frac{a}{\log_{10}(e)} = \frac{a}{0.4342}$$

Utsu sugiere que al considerar a la magnitud como una variable aleatoria, se obtiene una distribución exponencial con media $1/\beta$ con una función de densidad de probabilidad dada por:

$$f(m, \beta) = \beta \cdot e^{-\beta(m-m_{\min})}$$

Siempre que

$$m_{\min} \leq m$$

Consideremos ahora una muestra aleatoria de n magnitudes m_1, m_2, \dots, m_n definamos:

$$y_i = \frac{d}{d\beta} \log[f(m_i, \beta)]$$

Y también:

$$Y = \sum_{i=1}^n y_i$$

Veamos que cada una de las y_i tiene esperanza y varianza finitas.

En efecto como

$$y_i = \frac{d}{d\beta} \log[f(m_i, \beta)]$$

Al sustituir la función de densidad de probabilidad tenemos que:

$$y_i = \frac{d(\log\beta - \beta(m_i - m_{\min}))}{d\beta}$$

Al tratarse de la derivada de una suma obtenemos para cada y_i :

$$y_i = \frac{1}{\beta} + m_{\min} - m_i$$

De donde al calcular la esperanza de cada y_i al verlas como variables aleatorias:

$$E(y_i) = \int_{m_{\min}}^{\infty} y_i \cdot f(m_i, \beta) \cdot dm_i = \int_{m_{\min}}^{\infty} \left(\frac{1}{\beta} + m_{\min} - m_i \right) \cdot \beta \cdot e^{-\beta(m_i - m_{\min})} dm_i$$

Como la integral abre sumas tenemos para la esperanza que:

$$E(y_i) = \int_{m_{\min}}^{\infty} e^{-\beta(m_i - m_{\min})} dm_i - \int_{m_{\min}}^{\infty} (m_i - m_{\min}) \cdot \beta \cdot e^{-\beta(m_i - m_{\min})} dm_i$$

$$\text{Luego: } E(y_i) = \frac{e^{-\beta(\infty - m_{\min})}}{-\beta} + \frac{e^{-\beta(m_{\min} - m_{\min})}}{\beta} - \frac{1}{\beta}$$

$$E(y_i) = 0 + \frac{1}{\beta} - \frac{1}{\beta} = 0$$

Veamos qué sucede en el caso de la varianza:

$$\text{Var}(y_i) = \int_{m_{\min}}^{\infty} (y_i - 0)^2 f(m_i, \beta) dm_i$$

Como $(y_i - 0)^2 = 0$ entonces:

$$\text{Var}(y_i) = \int_{m_{\min}}^{\infty} \left(\frac{1}{\beta} + m_{\min} - m_i \right)^2 \cdot \beta \cdot e^{-\beta(m_i - m_{\min})} dm_i$$

Desarrollando el cuadrado en el integrando:

$$\text{Var}(y_i) = \int_{m_{\min}}^{\infty} \left(\frac{1}{\beta^2} + \frac{2(m_{\min} - m_i)}{\beta} + (m_{\min} - m_i)^2 \right) \cdot \beta \cdot e^{-\beta(m_i - m_{\min})} dm_i$$

Distribuyendo el factor $\beta \cdot e^{-\beta(m_i - m_{\min})}$ tenemos que:

$$\begin{aligned} \text{Var}(y_i) = & \int_{m_{\min}}^{\infty} \frac{e^{-\beta(m_i - m_{\min})}}{\beta} dm_i + \int_{m_{\min}}^{\infty} 2(m_{\min} - m_i) \cdot e^{-\beta(m_i - m_{\min})} dm_i \\ & + \int_{m_{\min}}^{\infty} (m_{\min} - m_i)^2 \cdot \beta \cdot e^{-\beta(m_i - m_{\min})} dm_i \end{aligned}$$

De donde:

$$\text{Var}(y_i) = \frac{1}{\beta^2} - \frac{2}{\beta^2} + \frac{2}{\beta^2} = \frac{1}{\beta^2}$$

Recordemos que el Teorema del Límite Central nos dice que dada S_n la suma de n variables aleatorias independientes, entonces la función de distribución de S_n se aproxima a una distribución Gaussiana para n suficientemente grande. Entonces, en nuestro caso, como $Y = \sum_{i=1}^n y_i$ se tiene que para n suficientemente grande esta tiene una distribución normal con media 0 y varianza $\frac{n}{\beta^2}$.

De este modo, la estandarización de S_n sería:

$$Z_n = \frac{S_n - n\mu}{\sigma\sqrt{n}} = \frac{S_n - n \cdot 0}{\left(\frac{1}{\beta}\right)\sqrt{n}} = \frac{\beta \cdot Y}{\sqrt{n}}$$

Para acotar nuestra variable estandarizada entre $-d\varepsilon$ y $d\varepsilon$ cuantiles al 95% y sustituyendo el valor de Y en la expresión de Z_n tenemos que:

$$\begin{aligned} -d\varepsilon & \leq \frac{\beta \cdot Y}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon \\ -d\varepsilon & \leq \frac{\beta \cdot \sum_{i=1}^n y_i}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon \end{aligned}$$

Pero habíamos obtenido que

$$y_i = \frac{1}{\beta} + m_{\min} - m_i$$

De donde:

$$-d\varepsilon \leq \frac{\beta \cdot \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{\beta} + m_{\min} - m_i\right)}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

Distribuyendo la suma:

$$-d\varepsilon \leq \frac{\beta \cdot \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{\beta} + \sum_{i=1}^n (m_{\min} - m_i) \right]}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

Es decir:

$$-d\varepsilon \leq \frac{\frac{\beta n}{\beta} + \beta \sum_{i=1}^n (m_{\min} - m_i)}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

Luego:

$$-d\varepsilon \leq \frac{n + \beta \sum_{i=1}^n (m_{\min} - m_i)}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

Por tanto:

$$-d\varepsilon \leq \frac{n}{\sqrt{n}} + \frac{\beta \sum_{i=1}^n (m_{\min} - m_i)}{\sqrt{n}} \leq d\varepsilon$$

Multiplicando ambas desigualdades por $1/\sqrt{n}$:

$$-d\varepsilon \frac{1}{\sqrt{n}} \leq 1 + \frac{\beta \sum_{i=1}^n (m_{\min} - m_i)}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}} d\varepsilon$$

Sumando -1 a ambos lados de la desigualdad:

$$-d\varepsilon \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \leq \frac{\beta \sum_{i=1}^n (m_{\min} - m_i)}{n} \leq \frac{1}{\sqrt{n}} d\varepsilon - 1$$

Podemos multiplicar las desigualdades por -1 para simplificar un poco la expresión:

$$1 - d\varepsilon \frac{1}{\sqrt{n}} \leq \frac{\beta \sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})}{n} \leq 1 + \frac{1}{\sqrt{n}} d\varepsilon$$

Queremos despejar a β para acotarla de modo que al multiplicar ambas desigualdades por

$$\frac{n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})}$$

Obtenemos:

$$\begin{aligned} & \left[1 - d\varepsilon \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \cdot \frac{n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})} \\ & \leq \beta \leq \left[1 + \frac{1}{\sqrt{n}} d\varepsilon \right] \cdot \frac{n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})} \end{aligned}$$

Obtenemos finalmente la estimación de Utsu al calcular el valor central de la expresión anterior, dada por mitad de la suma de las cotas de β :

$$\frac{1}{2} \left(\left[1 - d\varepsilon \frac{1}{\sqrt{n}} \right] \cdot \frac{n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})} + \left[1 + \frac{1}{\sqrt{n}} d\varepsilon \right] \cdot \frac{n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})} \right) = \beta$$

Es decir:

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{2n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})} \right) = \frac{n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})}$$

Recordemos que

$$\beta = \frac{b}{0.4342}$$

Por lo que:

$$b = \frac{0.4342 \cdot n}{\sum_{i=1}^n (m_i - m_{\min})}$$

Simplificando un poco más el denominador obtenemos la ecuación que motivó este desarrollo:

$$b = \frac{0.4342 \cdot n}{\sum_{i=1}^n m_i - n \cdot m_{\min}}$$

La precisión de este método ha sido comprobada como superior con respecto a otros métodos en el caso en el que el catálogo cuente con por lo menos 100 eventos. Esta observación será relevante más adelante, cuando comparemos el resultado arrojado por el modelo de Utsu con los datos obtenidos.

b. Modelo de regresión lineal simple y el método de mínimos cuadrados

El modelo de regresión lineal simple toma en cuenta a un único regresor x que tiene una relación con el regresando y . Este está dado por:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon$$

Donde ε es un error aleatorio que se asume con media cero y varianza desconocida σ^2 . β_0 y β_1 son constantes desconocidas llamadas coeficientes de regresión. La pendiente β_1 es el cambio en la media de la distribución y producida por un cambio unitario en x . Estos parámetros deben de ser estimados utilizando información obtenida de una muestra. Supongamos que tenemos n pares de datos recabados: $(y_1, x_1), (y_2, x_2), \dots, (y_n, x_n)$.

El método de mínimos cuadrados es utilizado para estimar dichos parámetros.

La idea es minimizar la suma de cuadrados de las diferencias entre las observaciones y_i y la recta

$$y = \beta_0 + \beta_1 x + \varepsilon.$$

Para $i = 1, 2, \dots, n$ definamos:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i$$

Luego el criterio de mínimos cuadrados está dado por:

$$S(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 + \beta_1 x_i)^2$$

Las aproximaciones $\widetilde{\beta}_0$ y $\widetilde{\beta}_1$ de los parámetros β_0 y β_1 deben de satisfacer:

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_0}(\widetilde{\beta}_0, \widetilde{\beta}_1) = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 x_i) = 0$$

y

$$\frac{\partial S}{\partial \beta_1}(\widetilde{\beta}_0, \widetilde{\beta}_1) = -2 \sum_{i=1}^n (y_i - \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 x_i) \cdot x_i = 0$$

Simplificando estas dos expresiones obtenemos las siguientes dos:

$$n\widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\widetilde{\beta}_0 \sum_{i=1}^n x_i + \widetilde{\beta}_1 \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n y_i x_i$$

Estas expresiones reciben el nombre de ecuaciones normales de mínimos cuadrados. La solución de estas ecuaciones están dadas por:

$$\widetilde{\beta}_0 = \bar{y} - \widetilde{\beta}_1 \bar{x}$$

y

$$\widetilde{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}}$$

En donde \bar{y} y \bar{x} son los promedios de y_i y de x_i respectivamente, dados por:

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i$$

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Luego, $\widetilde{\beta}_0$ y $\widetilde{\beta}_1$ son los estimadores de mínimos cuadrados de la intersección con el eje ordenado y la pendiente. El modelo ajustado de regresión lineal simple es entonces:

$$\hat{y} = \widetilde{\beta}_0 + \widetilde{\beta}_1 x$$

Observemos que en el denominador de la expresión que obtuvimos anteriormente para $\widetilde{\beta}_1$, aparece la suma corregida de cuadrados de los x_i mientras que en el numerador tenemos la

suma corregida de productos cruzados de x_i y los y_i . Podemos simplificar estos valores de una forma más compacta al hacer:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Y:

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n} = \sum_{i=1}^n y_i (x_i - \bar{x})$$

Simplificando la expresión que teníamos para $\widetilde{\beta}_1$:

$$\widetilde{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}}$$

4. SISMICIDAD ASOCIADA AL VOLCÁN SAN MARTÍN TUXTLA EN EL AÑO 2010

Durante el año 2010 operaron de forma continua en la región tres estaciones sísmicas. Se trata de sismógrafos triaxiales de marca GURALP modelo CMG 6TD de banda ancha que registran a 20 muestras por segundo. Las estaciones fueron instaladas en los ranchos del Chininal (N18.509°; W95.184°, 856mslm) y Sinapan (N18.569°; W95.283, 453msnm) así como en el ejido de la Revolución de Arriba (N18.597°; W95.195°, 847msnm), todas localizadas en el municipio de San Andrés Tuxtla. En la elección de la ubicación de cada estación se ha tenido en mente en todo momento tratar de que estas formen los vértices de un triángulo lo más equilátero posible. La localización de las estaciones se muestra en la Ilustración 3. Dado que las estaciones operan con paneles solares con memoria interna fue necesario descargar los datos cada 3 meses aproximadamente. Los datos fueron desplegados en pantalla y revisados en su totalidad para separar los eventos del ruido local y de estos aquellos ocurridos a distancias locales (S-P≤5 seg.)

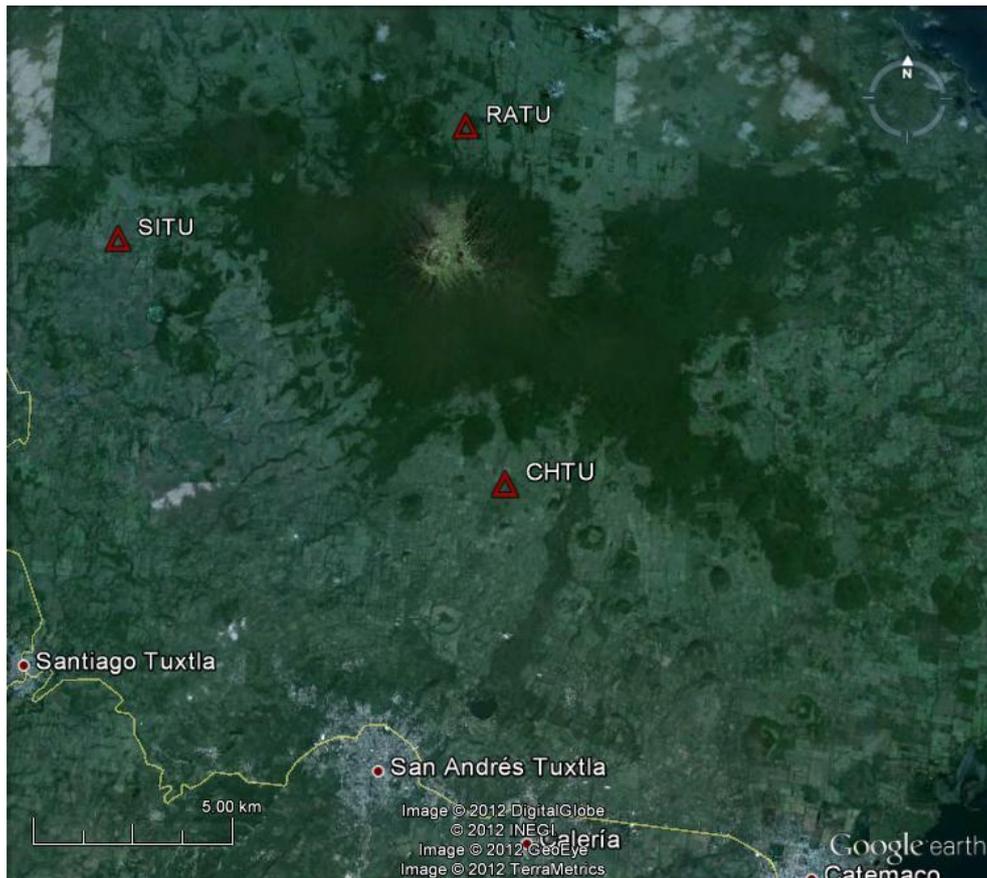
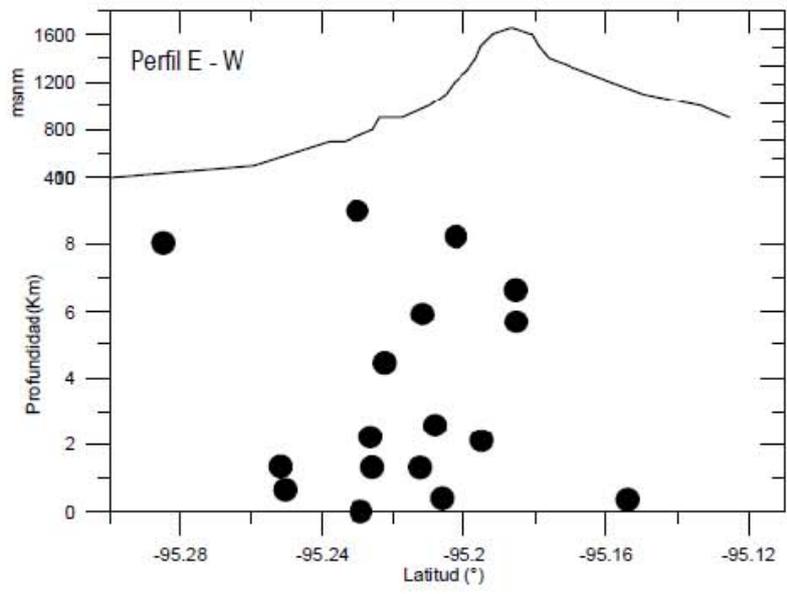
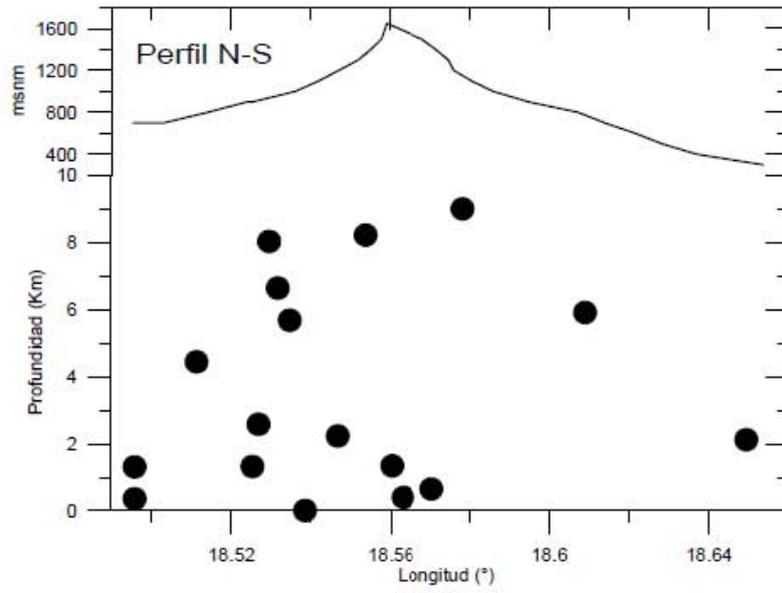


Ilustración 3: Ubicación de las tres estaciones sísmicas en operación durante el 2010 de cuyos registros emana este trabajo.

También se encontraron, utilizando el programa HYPO71 (Lee & Lahr, 1975), los epicentros de los eventos del catálogo. Dicho programa requiere de un modelo de velocidades de la región donde se hace el estudio sismológico. En este caso, se dividió la litósfera en 3 capas, la primera consistente en los primeros 7 kilómetros, la segunda comprende los siguientes 10 kilómetros y la tercera va del kilómetro 17 hacia abajo. Así mismo, requiere un coeficiente de Poisson definido como el cociente entre las velocidades de las ondas P y S. Las velocidades introducidas fueron 6.35km/s y 3.87km/s respectivamente, obteniendo un coeficiente de Poisson de 1.64. Este modelo se tomó de los resultados que publicados por Zamora et. al. (2010). La proyección N-S y profundidad de los eventos del catálogo del 2010 aparecen en la figura 2:



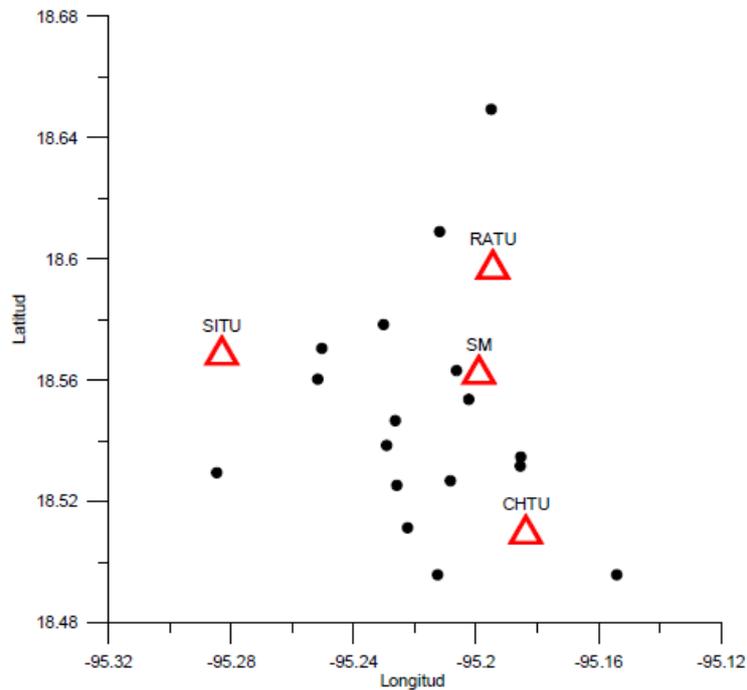


Figura 2: Distribución de epicentros Lon-Lat; Proyección N-S, E-W y profundidad de los eventos que forman el catálogo de 2010

Después de revisar los registros se encontraron 17 eventos, cuyas magnitudes –variando entre 1.3 y 2.2-, localización, profundidad así como el error asociado a la aproximación de esta aparecen en la siguiente tabla, en orden cronológico:

	Latitud	Longitud	Profundidad (km)	Magnitud (Mc)	RMS
1	18°31.9'	-95°11.13'	6,6	1,7	0,96
2	18°31.77'	-95°17.08'	8,0	1,5	2,43
3	18°33.62'	-95°15.1'	1,3	1,4	0,52
4	18°32.31'	-95°13.75'	0,0	1,3	0,42
5	18°31.61'	-95°12.5'	2,6	1,4	0,51
6	18°32.8'	-95°13.58'	2,2	2,2	0,32
7	18°34.7'	-95°13.81'	9,0	2,0	1,14
8	18°33.79'	-95°12.38'	0,4	1,5	0,53
9	18°31.52'	-95°13.55'	1,3	1,4	0,44
10	18°32.08'	-95°11.12'	5,7	1,9	0,54
11	18°33.22'	-95°12.14'	8,2	2,0	1,17
12	18°38.96'	-95°11.7'	2,1	2,1	0,73
13	18°29.75'	-95°12.75'	1,3	1,7	0,39
14	18°30.68'	-95°13.34'	4,4	1,6	0,65
15	18°29.75'	-95°9.24'	0,4	2,1	0,38
16	18°36.54'	-95°12.71'	5,9	2,1	1,15
17	18°34.23'	-95°15.02'	0,7	2,1	0,38

Tabla 2: Relación entre los eventos del catálogo y su profundidad, magnitud y valor residual correspondiente

De donde obtenemos a su vez la siguiente tabla, donde $N(m)$ denota el número de eventos de magnitud mayor o igual a m :

<u>Magnitud (m)</u>	<u>N(m)</u>	<u>Log[N(m)]</u>
1,3	17	1,230448921
1,4	16	1,204119983
1,5	13	1,113943352
1,6	11	1,041392685
1,7	10	1
1,9	8	0,903089987
2	7	0,84509804
2,1	4	0,60205999
2,2	2	0,301029995

Tabla 3: Logaritmo del número de eventos de magnitud mayor o igual con respecto a la magnitud

En la siguiente figura se muestra un ejemplo del material de estudio de este trabajo, es decir: del registro en sismograma de un evento. Corresponde al evento número 15. Las tres primeras señales corresponden a la estación de la Revolución de Arriba, las siguientes tres al Chiñinal y las últimas a Sinapan.

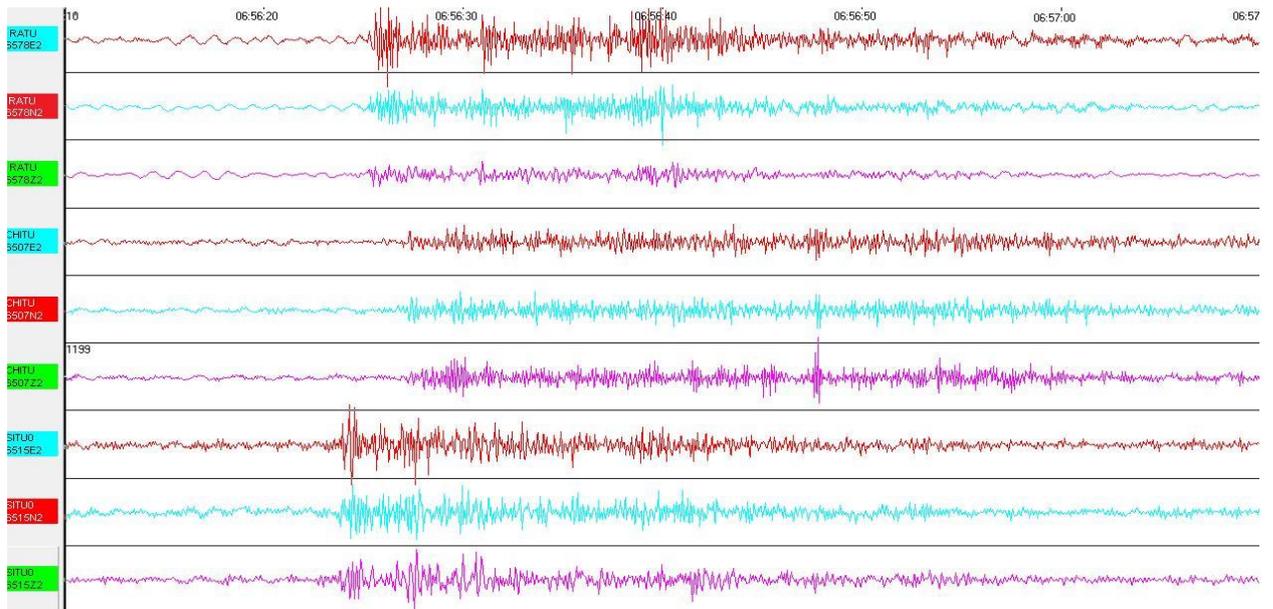


Ilustración 4: Ejemplo de un evento, el número 15 de la tabla II. Obsérvese que la calidad de la señal varía en cada estación. Este hecho se discutirá en la sección de conclusiones.

5. ESTIMACIÓN DEL VALOR DE b MEDIANTE LOS MÉTODOS DE UTSU Y DE MÍNIMOS CUADRADOS PARA EL CATÁLOGO OBTENIDO EN 2010

a. Estimación con el método de Utsu

La Tabla II de resultados presentada en la sección anterior nos da la información necesaria para utilizar el método de Utsu en la estimación de nuestro parámetro de interés. Aquí, $m = 17$, $m_{\min} = 1.3$ y:

$$\sum_{i=1}^m M_i = 1.7 + 1.5 + 1.4 + 1.3 + 1.4 + 2.2 + 2.0 + 1.5 + 1.4 + 1.9 + 2.0 + 2.1 + 1.7 + 1.6 + 2.0 + 2.2 + 2.1 = 30$$

$$b = \frac{0.4343 * 17}{30 - 17 * 1.3} = \frac{7.3831}{30 - 22.1} = \frac{7.3831}{7.9}$$

De donde obtenemos que $b = 0.93$

Podemos calcular el valor de a que nos falta de la expresión de Gutenberg-Richter ya que:

$$a = \log(17) = 1.23$$

De donde la recta de ajuste que nos da Utsu es:

$$\log[N(m)] = 1.23 - 0.93m$$

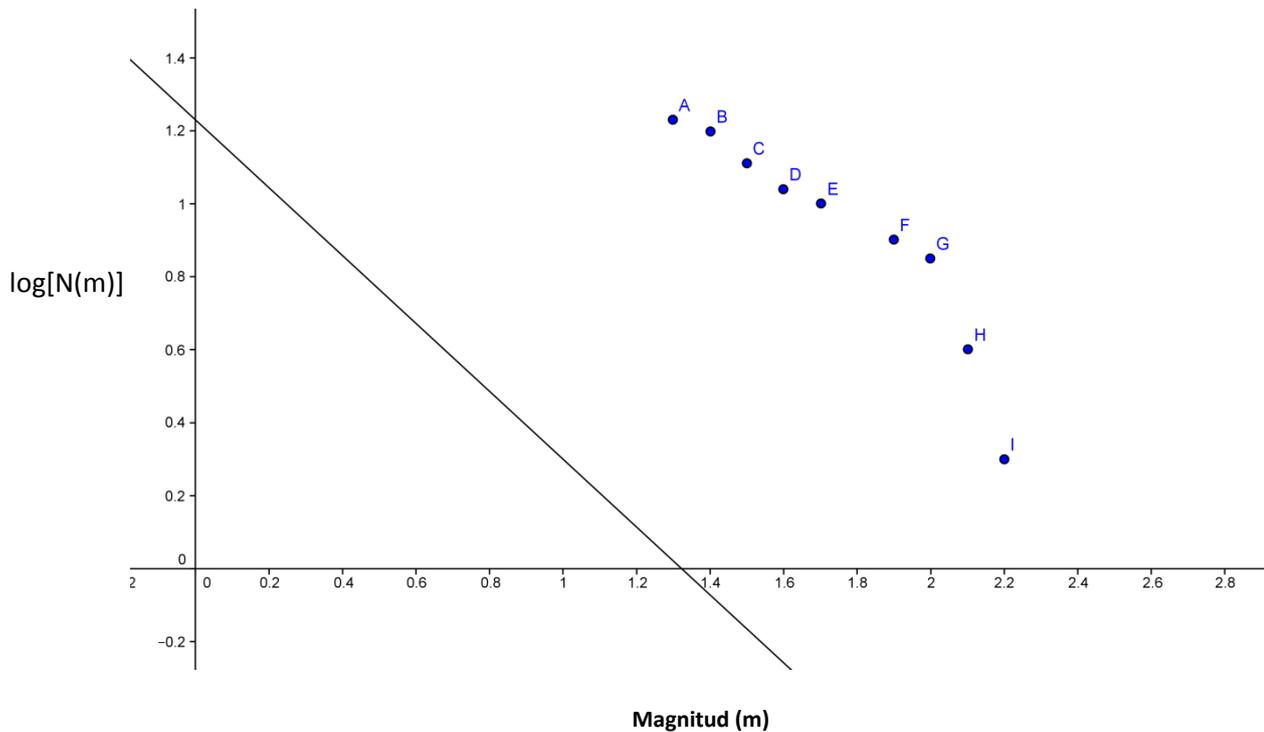


Figura 3: Recta de ajuste correspondiente a los parámetros obtenidos con el modelo de Utsu. Se observa que aunque la pendiente es correcta, la ordenada en Y está fuera de contexto. Esto se debe al bajo número de eventos del catálogo.

Letra	Punto (m,log[N(m)])
A	(1.3 , 1.23)
B	(1.4 , 1.2)
C	(1.5 , 1.11)
D	(1.6 , 1.04)
E	(1.7 , 1)

F	(1.9 , 0.9)
G	(2 , 0.85)
H	(2.1, 0.6)
I	(2.2 , 0.3)

Tabla 4: Relación entre los puntos que aparecen en la figura 2 y sus parejas ordenadas correspondientes

El ajuste por el método de Utsu no es apropiado pues es necesario recordar el comentario hecho al final de la sección anterior ya que el valor de la ordenada está dado por el número de eventos del catálogo, siendo el considerado aquí muy pequeño. Por otro lado, la pendiente del ajuste sí es adecuada.

b. Estimación con mínimos cuadrados

Contamos con lo necesario para hacer una estimación de los parámetros $\widetilde{\beta}_0$ y $\widetilde{\beta}_1$ introducidos en la sección 3-b) a partir de los pares ordenados que aparecen en la Tabla IV que corresponden a $(m, \text{Log}[N(m)])$ para $m \in \{1.3, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.9, 2, 2.1, 2.2\}$

De modo que:

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n x_i)^2}{n}$$

$$S_{xx} = 28.21 - \frac{246.49}{9}$$

$$S_{xx} = 28.21 - 27.39 = 0.82$$

Por otro lado:

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n y_i x_i - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)(\sum_{i=1}^n x_i)}{n}$$

$$S_{xy} = 13.66 - \frac{8.24 * 15.7}{9}$$

$$S_{xy} = 13.66 - 14.37 = -0.71$$

De donde:

$$\widetilde{\beta}_1 = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{0.82}{-0.71} = -1.15$$

Luego, como

$$\bar{y} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 y_i = \frac{1}{9} 8.24 = 0.92$$

$$\bar{x} = \frac{1}{9} \sum_{i=1}^9 x_i = \frac{1}{9} 15.7 = 1.74$$

Tenemos que:

$$\widetilde{\beta}_0 = \bar{y} - \widetilde{\beta}_1 \bar{x} = 0.92 - (-1.15) \cdot 1.74$$

Por tanto:

$$\widetilde{\beta}_0 = 2.92$$

El ajuste de mínimos cuadrados es:

$$\hat{y} = 2.92 - 1.15x$$

A continuación la gráfica de este ajuste con los puntos de la tabla IV:

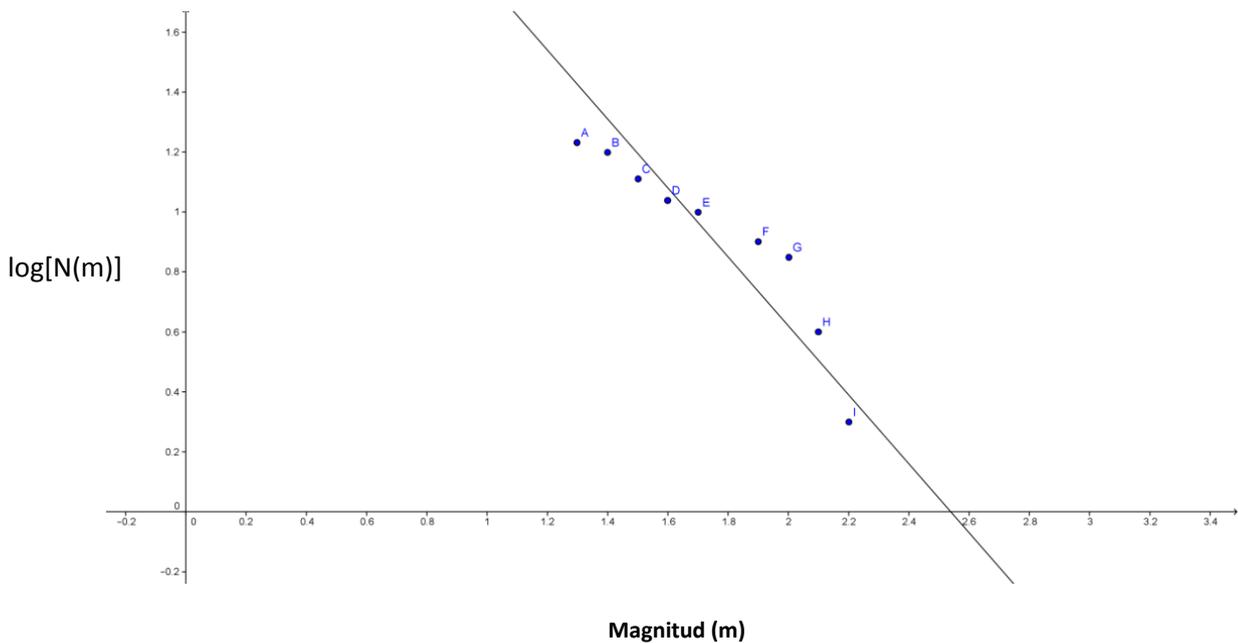


Figura 4: Recta de ajuste correspondiente a los parámetros obtenidos con el método de mínimos cuadrados

Es evidente la forma en la que el método de mínimos cuadrados mejora la ordenada que corresponde a la recta de ajuste.

c. Estimación del error estándar para ambos métodos

Además de estimar β_0 y β_1 se requiere un conocimiento del error estándar de la regresión. Este depende de la suma de cuadrados de residuos o suma de cuadrados de error:

$$SSr = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$$

La suma de cuadrados de residuales tiene n-2 grados de libertad porque dos grados de libertad se asocian con los estimados de β_0 y β_1 que se usan para obtener \hat{y}_i . Luego, el cuadrado medio residual está dado por:

$$MS = \frac{SSr}{S_{xx}}$$

La raíz cuadrada de este valor se denomina el error estándar de la regresión.

De aquí obtenemos el error estándar de la pendiente:

$$se(\beta_1) = \sqrt{\frac{MS}{S_{xx}}}$$

Así como el error estándar de la ordenada al origen:

$$se(\beta_0) = \sqrt{MS \cdot \left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}} \right)}$$

Ahora, en nuestro caso:

	y_i	\hat{y}_i
1	1,23	1,43
2	1,20	1,31
3	1,11	1,20
4	1,04	1,08
5	1	0,97
6	0,90	0,74
7	0,85	0,62
8	0,60	0,51
9	0,30	0,39

Luego:

$$SSr = \sum_{i=1}^9 (y_i - \hat{y}_i)^2$$

$$SSr = (1.23 - 1.43)^2 + (1.20 - 1.31)^2 + (1.11 - 1.20)^2 + (1.04 - 1.08)^2 + (1 - 0.97)^2 + (0.9 - 0.74)^2 + (0.85 - 0.62)^2 + (0.6 - 0.51)^2 + (0.3 - 0.39)^2$$

De donde se obtiene: $SSr = 0.6354$

Como $n = 9$ entonces:

$$MS = \frac{0.6354}{9 - 2} = \frac{0.6354}{7} = 0.09$$

Recordemos que $S_{xx} = 0.82$ por lo que el error estándar de la pendiente es:

$$se(\beta_1) = \sqrt{\frac{MS}{S_{xx}}} = \sqrt{\frac{0.09}{0.82}}$$

Es decir: $se(\beta_1) = \sqrt{0.1098} = 0.33$

A su vez, como $\bar{x} = 1.74$ entonces:

$$\bar{x}^2 = 3.0276$$

De donde, el error estándar de la ordenada al origen está dado por:

$$se(\beta_0) = \sqrt{MS\left(\frac{1}{n} + \frac{\bar{x}^2}{S_{xx}}\right)}$$

Por tanto:

$$se(\beta_0) = \sqrt{0.09 \cdot \left(\frac{1}{9} + \frac{3.0276}{0.82}\right)}$$

De donde: $se(\beta_0) = 0.602$

Por otro lado, para el método de Ustu, el error estándar correspondiente de b es:

$$se(b) = 2.30 \cdot b^2 \sigma(M)$$

Con:

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{17 \cdot (16)} \sum_{i=1}^{17} (m_i - M)^2$$

Donde M es la magnitud promedio, es decir $M = 1.8$. Además, como:

$$\sum_{i=1}^{17} (m_i - M)^2 = 1.55$$

Entonces:

$$\sigma^2(M) = \frac{1}{272} \cdot 1.55 = 0.006$$

Tomando raíz cuadrada: $\sigma(M) = 0.075$

Además, como el valor de b estimado por Utsu es $b = 0.93$ entonces:

$$b^2 = 0.8649$$

Por lo tanto:

$$se(b) = 2.30 \cdot 0.8649 \cdot 0.075$$

Finalmente, el error en la estimación del parámetro b por el método de Utsu nos los da el valor:

$$se(b) = 0.15$$

Observemos que no tiene sentido hablar del error estándar en la estimación de la ordenada al origen para el método de Utsu pues este solo sirve para calcular el valor b de la pendiente.

También es de notar que el error asociado al método de mínimos cuadrados duplica al correspondiente de Utsu. Esto se podía haber esperado ya que aunque el ajuste de Utsu está muy alejado de la realidad esto depende enteramente de la ordenada en el que la recta corta al eje Y. Los errores arriba mencionados se refieren al cálculo exclusivamente del parámetro b en el cual el método de Utsu es mejor.

d. Comparación entre ambos métodos

Magnitud	N(m)	Log[N(m)]	Ajuste Utsu ($y=1.23-0.93x$)	Ajuste mínimos cuadrados ($y=2.92-1.15x$)
1,3	17	1,23	0,021	1,43
1,4	16	1,20	-0,072	1,31
1,5	13	1,11	-0,16	1,20
1,6	11	1,04	-0,26	1,08
1,7	10	1	-0,35	0,97
1,9	8	0,90	-0,54	0,74
2	7	0,85	-0,63	0,62
2,1	4	0,60	-0,72	0,51
2,2	2	0,30	-0,82	0,39

Tabla 4: Comparación entre los valores de $\log[N(m)]$ obtenidos con el método de Utsu y el de mínimos cuadrados. Obsérvese lo alejado de la realidad que está el ajuste de Utsu en comparación con el de mínimos cuadrados. Sin embargo, como se vio en la sección c) el error estándar asociado al método de Utsu es la mitad del correspondiente al de mínimos cuadrados.

Veamos los modelos de Utsu (en negro) y de mínimos cuadrados (en verde) juntos, así como los 9 datos recabados (puntos):

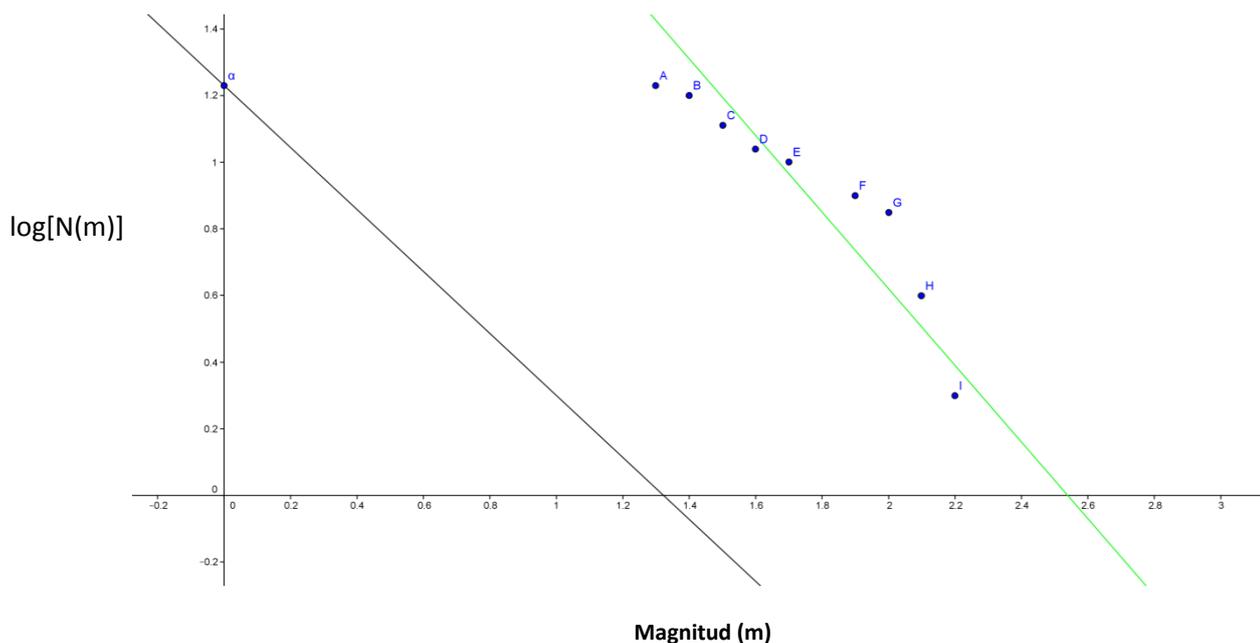


Figura 5: Comparación gráfica entre los ajustes correspondientes a los métodos utilizados

También recordemos que es probable que nuestra recta de Utsu haya salido tan abajo dado el número tan pequeño de eventos en nuestro catálogo. Si incluimos como tercer ajuste (en rojo) a una recta paralela a la obtenida con Utsu utilizando un catálogo hipotético de 350 eventos:

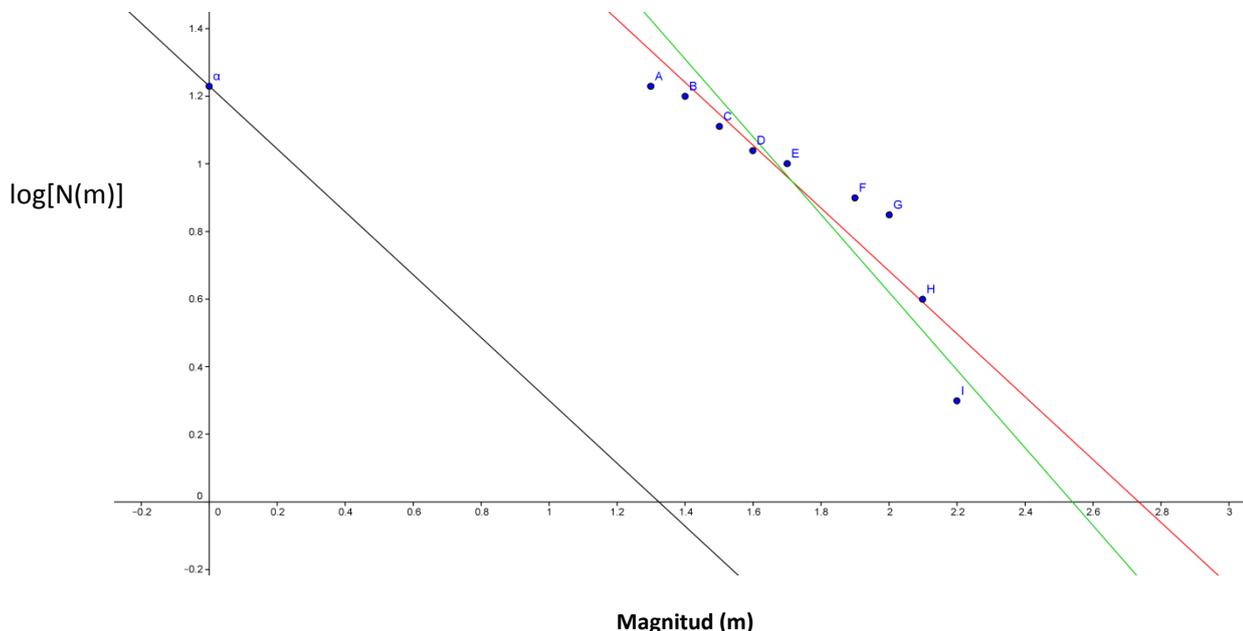


Figura 6: Comparación gráfica entre los ajustes correspondientes a los métodos utilizados y en rojo aparece el ajuste de Utsu desplazado positivamente como si hubiera sido calculado a través de un catálogo de 350 eventos.

6. CONCLUSIONES

El valor de b obtenido con el método de Utsu, considerando el error estándar, es: $b=0.93 \pm 0.15$ mientras que el de mínimos cuadrados es $b = 1.15 \pm 0.602$. Es decir, en términos generales, para una predicción sísmica de la región de Los Tuxtlas, en particular en los alrededores del volcán San Martín, el valor de b correspondiente a su distribución frecuencia-magnitud es de 1. Se trata de valores considerablemente altos, tomando en cuenta que la zona es sumamente activa sísmicamente del estado de Guerrero tiene un valor de b también de 1. En el capítulo 2 se mencionó que un valor grande de b corresponde a un medio principalmente heterogéneo. Las regiones que presentan valores mayores de b corresponden a zonas fracturadas con incrementos en temperatura y condiciones variables de esfuerzos, mientras que a un valor bajo de b corresponde a un medio con menos fracturas y más estabilidad térmica. Es decir, el trabajo nos describe un medio sumamente heterogéneo debajo del volcán, probablemente relacionado con los restos de una cámara magmática del edificio.

El estudio de la sismicidad durante 2010 nos indica que el nivel de esta es bastante bajo pero es poco probable que esto sea algo anómalo y no existen razones para así suponerlo; de igual forma, conversaciones con los moradores de las diferentes localidades alrededor del volcán indican la poca frecuencia de eventos sísmicos que han percibido. Por esta razón la sismicidad aquí analizada puede ser considerada como una muestra típica de la sismicidad del área. Esto indica que, aunque el medio en efecto sea poco homogéneo no es probable que

existan cámaras magmáticas activas cercanas a la superficie y que el magma durante una erupción ocurre con poco tiempo de advertencia, debida a su rápida transferencia desde la base de la corteza.

Como evidencia de la heterogeneidad del medio en estudio se incluye el registro sísmico del evento número 13, registrado con una calidad variable entre las estaciones. Al observar la señal de los eventos, tal y como se mencionó en la ilustración 3, la calidad del registro no es constante, dependiendo de la ubicación del epicentro respecto de cada estación. Las tres primeras señales corresponden a las componentes de la estación de la Revolución, ubicada al noroeste del cono; con un registro bastante pobre. Las siguientes tres señales corresponden al rancho del Chiñinal, al sureste del volcán, cuyo registro es excelente. Finalmente, en Sinapan, al suroeste del edificio, la calidad vuelve a disminuir. Algo análogo ocurre en el evento 15 de la ilustración 4. Esta variación tan considerable en un espacio tan pequeño de terreno nos indica que probablemente al atravesar las ondas por debajo del volcán estas pierden su amplitud, debido a un cambio en la estructura geológica que subyace al San Martín.

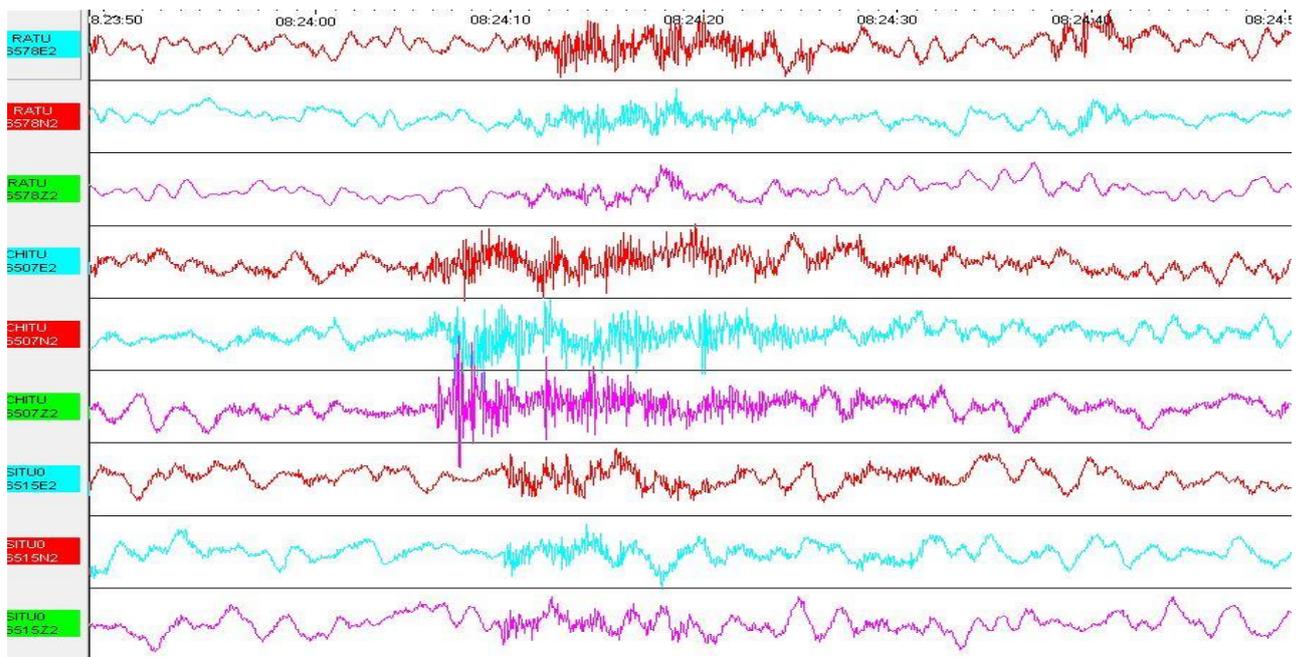


Ilustración 5: Registro del evento número 13 de la tabla II. Se observa que, al igual que como se mencionó en la ilustración del evento 15, la calidad del registro disminuye cuando las ondas pasan por debajo del volcán.

Los valores de **b** obtenidos con pocos eventos son poco robustos e indican que el catálogo empleado fue incompleto. Para tener un catálogo más completo sería necesario el registro de la actividad por un mayor número de años. Lo anterior nos confirma que las propiedades estadísticas de la sismicidad son fuertemente dependientes de la completitud del catálogo. Esto obliga también a una reflexión sobre la resolución de la red y la verificación del umbral por encima del cual todos los sismos asociados al volcán son registrados.

Cualquier alteración en la actividad del volcán traería consigo un incremento en la sismicidad asociada con los movimientos internos del mismo. El conocimiento del nivel de sismicidad correspondiente a un periodo de quietud en el volcán es de fundamental

importancia para detectar a la brevedad cualquier cambio en este. De aquí la relevancia de la vigilancia permanente de los volcanes.

REFERENCIAS

Aki, K., (1965). Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log N(m) = a - bm$ and its confidence limits. Bulletin of the Earthquake Research Institute, Tokyo University 43, 237-239

Bender, B., (1983). Maximum likelihood estimation of b -values for magnitude grouped data. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 73, No. 3, 831-851

Boettcher, M.S., McGarr, A., Johnston, M., (2009). Extension of Gutenberg-Richter distribution to $M_w -1.3$, no lower limit in sight. Geophysical Research Letters Vol. 36,

Espindola, J.M., Zamora-Camacho, A., Godinez, M.L., Schaff, P., Rodriguez, S.R., (2010). The 1793 eruption of San Martín Tuxtla volcano, Veracruz, Mexico. Journal of Volcanology and Geothermal Research 197, 188-208

Espíndola, J.M., Muñoz E.A., Medina, F., de la Cruz, R., (1991). Bases geofísica y geoquímicas para la vigilancia de volcanes activos. Revista Ciencia, No 42, 185-205

Espíndola J.M., Godínez M.L., Zamora-Camacho, A. (2012). Volcanic hazard from San Martin Tuxtla Volcano, Tuxtla Volcanic Field, Veracruz, Mexico: probability maps of ashfall deposition from possible future eruption. Natural Hazards 61, 771-784

Forcada S., Egozcue, J.J., (1996). Estimación del parámetro b de Richter a partir de las medidas imprecisas de intensidad epicentral. Qüestiió Vol.20, No. 3 427-447

González Ruiz, L.C. 1980. Estudio de las réplicas (29 de noviembre al 17 de diciembre de 1978, $m > 3.0$) del temblor de Oaxaca del 29 de noviembre de 1978. Calibración de magnitudes. Tesis de Físico, Facultad de Ciencias, UNAM.

Guttorp, P., (1987). On least-squares estimation of b values. . Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 77, No. 6, 2115-2124

Ishibashi, K., (2004). Status of historical seismicity in Japan. Annals of Geophysics, Vol. 47 No. 2/3. 339-368

Jones, J., Malone, S.D., (2005). Mount Hood Earthquake Activity: Volcanic or Tectonic Origins?. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 95, No. 3, 818-832

- Kagan, Y.Y., (2010). Earthquake size distribution: Power-law with exponent $\beta = \frac{1}{2}$
- Makjanic, B., (1980). On the frequency distribution of earthquake magnitude and intensity. . Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 70, No. 6 2253-2260
- Marzocchi, W., Sandri L., (2003). A review and new insights on the estimation of the b-value and its uncertainty. Annals of Geophysics, Vol. 46, No. 6, 1271-1282
- Molina, I. Ruiz, M., (1999). Cambios temporales del valor de b: ¿posibles correlaciones con la actividad hidrotermal del volcán Tungurahua? UNAL. 8p.
- Moziño, J. (1793). Descripción del Volcán de Tuxtla por D. José Mariano Moziño; Botánico de la Expedición de Nueva España. Tipografía Mexicana. 33 p.
- Shi, Y., Bolt, B., (1982). The Standard Error of the Magnitude-Frequency b Value. Bulletin of the Seismological Society of America, Vol. 72, No. 5, 1677-1687
- Zamora-Camacho, A., Espindola V.H., Pacheco, J.F., Espíndola, J.M., Godínez, M.L., (2010). Crustal thickness at the Tuxtla Volcanic Field (Veracruz, Mexico) from receiver functions. Physics of the Earth and Planetary Interiors 182, 1-9