



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO**

---

---

**FACULTAD DE INGENIERÍA**

**Modelado del efecto de la  
viscoplasticidad en un ensayo  
de tribometría coaxial**

**T E S I S**

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:  
INGENIERO MECÁNICO**

**P R E S E N T A:**

**ALEJANDRO COLIN MIRANDA**

**DIRECTOR DE TESIS  
DR. RAFAEL SCHOUWENAARS**



CD. UNIVERSITARIA

2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## **AGRADECIMIENTOS**

Primeramente quisiera agradecer a la Universidad Nacional Autónoma de México y a su Facultad de Ingeniería por haberme otorgado la oportunidad de recibir una educación de calidad y formarme como profesionista.

A los M.C. Miguel Ángel Ramírez, Hugo Alberto Durán, David Martínez, Carlos Gabriel Figueroa y Agustín Bravo, por su apoyo, amistad y consejos durante el desarrollo de este trabajo.

A cada uno de mis sinodales, Dr. Armando Ortiz, Dr. Arturo Barba, M.C. Edgar Isaac Ramírez y M.C. Osvaldo Ruíz, por cada uno de sus valiosos comentarios y observaciones en este trabajo.

Un agradecimiento muy especial al Dr. Rafael Schouwenaars, que mediante su guía, comentarios, paciencia y apoyo sin reserva alguna se logró concretar este trabajo.

A mi padre Felipe Colín, a mi madre Aurora Miranda por cada una de las preocupaciones que ha tenido por mí, a mis queridos hermanos Griselda, Hugo y Guillermo, a quien no tengo forma de agradecer su valioso apoyo y compañía durante este tiempo.

A la familia Cano Colín y mi tía Minerva Miranda por su constante interés en mi persona.

A mis valiosos amigos Laura, Aarón, Alberto, Olmo y David Durán, que con su compañía hicieron mi vida más agradable en la Facultad.

# ÍNDICE TEMÁTICO

<b>Objetivos</b>	1
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	2
1.1. Tribología	2
1.1.1. Fricción	3
1.1.2. Desgaste	4
1.1.3. Lubricación	6
1.2. Ensayos tribológicos	7
1.2.1. Importancia de los ensayos tribológicos	8
1.2.2. Tipos de análisis para ensayos tribológicos	8
<b>Capítulo 2. Antecedentes</b>	10
2.1. Desarrollo de aleaciones tribológicas	10
2.1.1. Aplicaciones de las aleaciones tribológicas	10
2.1.2. Aleaciones para cojinetes de deslizamiento	11
2.2. Conceptos generales de la plasticidad	14
2.2.1. Criterios de fluencia	14
2.3. Viscoplasticidad	18
2.3.1. Modelos reológicos de la viscoplasticidad	19
2.4. Termofluencia (Creep)	22
2.4.1. El ensayo de termofluencia	22
2.5. Modelado por el método de elemento finito	24
2.5.1. Modelos de termofluencia	24
<b>Capítulo 3. Desarrollo del modelo</b>	28
3.1. Módulo de parte	29
3.1.1. Dimensiones y características del modelo	29
3.2. Módulo de propiedades	31
3.2.1. Caracterización y comportamiento del material tribológico con viscoplasticidad	31

3.3. Módulo de ensamble	33
3.4. Módulo de paso	34
3.4.1. El paso <i>VISCO</i> (visco step)	34
3.5. Módulo de interacción	36
3.5.1. Tipo de contacto entre el perno y la placa	36
3.6. Módulo de condiciones de frontera	39
3.7. Módulo de mallado	40
<b>Capítulo 4. Presentación de resultados</b>	<b>43</b>
4.1. Descripción de las simulaciones	43
4.2. Resultados de las simulaciones	44
4.3. Gráficas de los resultados	59
<b>Capítulo 5. Discusión</b>	<b>62</b>
<b>Conclusiones</b>	<b>64</b>
<b>Referencias</b>	<b>65</b>

## Objetivos

1. Implementar los efectos de la termofluencia en un ensayo de tribometría coaxial.
2. Modelar por paquetería de elemento finito el comportamiento viscoplástico de la aleación SAE 783 debido a la termofluencia.

# Capítulo 1

## Introducción

---

### 1.1. Tribología

El término tribología proviene del griego τριβος (tribos) que significa frotar, y λόγος (logos) que significa estudio, así por tanto, se le define como la ciencia encargada del estudio de las superficies que interactúan en movimiento relativo [1]. Aunque esta ciencia ha existido desde hace miles de años, el término tribología tiene su origen por primera vez en el año de 1966 en Gran Bretaña.

Se le considera una ciencia multidisciplinaria, ya que se relaciona con otras áreas del conocimiento, principalmente cuatro [2], las cuales son:

- La mecánica de sólidos, que se centra en el análisis de los esfuerzos generados por el contacto entre superficies, así como en la temperatura superficial generada por la interacción de dichas superficies en contacto.
- La mecánica de fluidos, enfocada en la creación de modelos matemáticos que describan el comportamiento de los lubricantes líquidos de cualquier geometría de superficies en contacto.
- La ciencia de los materiales, encargada en el estudio de los mecanismos a nivel atómico y microestructural mediante los cuales la degradación de la superficie se presenta durante el deslizamiento, esto generalmente se observa en micrografías.
- La química, enfocada al estudio de la reactividad generada entre superficies sólidas y lubricantes.

La gran importancia de la tribología radica en el hecho de que en estudios efectuados en países industrializados se ha estimado el efecto que causan los problemas de fricción y desgaste, calculándose que hasta un tercio de toda la energía generada en los procesos termodinámicos se pierde en forma de fricción. Por lo tanto, esta ciencia tiene una gran importancia económica a nivel mundial, lo cual ha motivado su estudio, ya que un mejor entendimiento de los cuerpos en contacto implicaría ahorros de millones de dólares [3].

Esta disciplina está presente en cualquier caso en el cual exista deslizamiento o frotamiento de un material con otro, ya que esto implica un contacto complejo en la superficie. También juega un papel fundamental en la manufactura, mediante los distintos procesos industriales presentes en el trabajo de los metales, ya que la fricción aumenta el desgaste de las herramientas y la potencia necesaria para trabajar una pieza. Esto implica un mayor costo debido a la sustitución que con frecuencia se hace de dichas herramientas, aunque el uso de los distintos lubricantes existentes, reducen el contacto superficial, lo cual implica un menor desgaste de las superficies y por ende una menor pérdida de energía [4].

El progreso de esta ciencia está sujeto al desarrollo de nuevos equipos e instrumentos que generen distintas aportaciones al campo de la tribología y que sin duda ayudaran en la innovación de futuras investigaciones.

Todo lo anterior hace pensar en la gran magnitud que tiene esta área de estudio, pero se fundamenta en tres fenómenos principalmente: la fricción, el desgaste y la lubricación.

### 1. 1. 1. Fricción

La fricción se define como la resistencia al movimiento entre dos superficies en contacto; proviene del latín *fricare*, que significa frotar. Los cuerpos en cuestión pueden ser un gas y un sólido (fricción aerodinámica), o un líquido y un sólido (fricción hidrodinámica), o la fricción debido a los procesos internos de disipación de energía dentro de un cuerpo (fricción interna) [5]. Cabe resaltar, que es el interés de la presente tesis estudiar la fricción entre dos superficies metálicas, a esto se le conoce como fricción sólida.

La fricción comúnmente se describe en términos de un coeficiente (generalmente representado por la letra griega  $\mu$ ) que indica la relación entre la fuerza de fricción  $F$ , y la carga normal aplicada  $N$ . A esta relación se le conoce como coeficiente de fricción y se describe en la ecuación siguiente:

$$\mu = \frac{F}{N} \quad (1.1)$$

Debido a que la fricción siempre está presente donde exista el contacto entre cuerpos, juega un papel primordial en la realización de muchas actividades que se llevan a cabo diariamente, ya que de no existir este fenómeno, no se podría sujetar objetos, encender un fósforo, escuchar las sintonías de un violín, entre otras muchas actividades de la vida cotidiana.

En la industria por ejemplo, toda la maquinaria que se utiliza presenta una pérdida considerable de energía debido a la fricción, razón por la cual se requiere saber cuánta energía mecánica es necesaria para poder vencer a la fricción, y así mismo, mantener el buen deslizamiento de las piezas en contacto.

El fenómeno de la fricción se ha estudiado desde la era del Renacimiento, con las investigaciones realizadas por Leonardo da Vinci (1452-1519), seguidas por el francés Guillaume Amontons (1663-1705), y el inglés John Theophilus Desaguliers quien estudio a la fricción desde el punto de vista de la adhesión, fenómeno relacionado con la fuerza requerida para separar dos cuerpos en contacto.

Según Desaguliers las rugosidades presentes en las superficies eran las causantes de la fricción, provocando la adherencia de dichas superficies. Aunque tiempo después esta teoría fue rechazada y Desaguliers dedicó su atención del estudio de la fricción en base a la geometría de las superficies.

Con la recopilación de todos estos estudios se lograron establecer ciertas teorías que posteriormente fueron recopiladas por el físico francés Charles Coulomb (1736-1806) para dar cabida en el año de 1775 a las leyes fundamentales de la fricción seca, las cuales se enuncian a continuación [5]:

- La fricción estática puede ser mayor o igual que la fricción cinética.
- La fricción es independiente de la velocidad de deslizamiento.
- La fuerza de fricción es proporcional a la fuerza normal a la superficie.
- La fricción es independiente del área de contacto.

El estudio de la fricción continuó con el físico alemán Heinrich Hertz (1857-1894), quien en 1881 propuso por vez primera un modelo para la solución del problema de contacto entre superficies curvas. Esta relevante solución clásica supone el fundamento para problemas modernos del estudio de la fricción.

Nuevos avances en el campo de la fricción en la primera mitad del siglo XX se pueden atribuir a nombres como Bowden y Tabor. Estos científicos, basándose en las primeras ideas de Desaguliers, fueron los primeros en destacar la importancia de la rugosidad de la superficie de los cuerpos en contacto.

A través de la investigación de la rugosidad de la superficie, se obtuvo que la verdadera área entre las superficies en contacto, deba ser inferior al área de contacto aparente. Estos trabajos originaron varias teorías en el estudio del contacto de superficies rugosas. Tal comprensión cambió también drásticamente el rumbo de las investigaciones dedicadas a la tribología [6].

En la actualidad todavía se siguen estudiando a los fenómenos de la fricción con el fin de encontrar mejoras en esta área de estudio, algunos puntos en los cuales se ha hecho énfasis son los siguientes [5]:

- **Medición de la fricción.** Se mide a la fricción con el fin de conocer o predecir su valor bajo condiciones dadas y determinar la resistencia al deslizamiento.
- **Detección de fricción.** Esto se ha logrado gracias al uso de diversas señales que se generan debido a la fricción presente en un sistema para el control de retroalimentación en tiempo real de los robots, procesos de fabricación, sistemas de lubricación, etcétera.
- **Materiales.** Es de primordial interés el estudio de los materiales que al estar en contacto, mediante la ayuda de una pequeña capa de lubricante presenten un bajo coeficiente de fricción. Es importante también que estos materiales presenten un buen funcionamiento cuando se estén trabajando a temperaturas elevadas.

### 1. 1. 2. Desgaste

El desgaste se define como el fenómeno de remoción o pérdida de material de una superficie debido a la interacción con otra superficie de acoplamiento. Esta eliminación de material es el resultado de la formación de microfracturas, disolución química o por fundición de la interfaz de contacto de las superficies [7].

El desgaste es una consecuencia de la fricción, porque esta implica un daño en una o ambas superficies en contacto que se encuentran en movimiento relativo, el cual puede ser por deslizamiento, rodamiento o impacto. Dicho movimiento se puede manifestar en diferentes formas como: fractura por cortante, extrusión del material en la superficie, formación de viruta, rasgadura en polímeros, fractura frágil en cerámicos, fractura por fatiga, interacción entre la corrosión y la fractura [8].

El desgaste no es una propiedad intrínseca del material, es una función compleja del sistema, que incluye las propiedades del material, condiciones de operación (carga, velocidad, la geometría de contacto, la rugosidad superficial) y el medio al que se encuentre sometido como por ejemplo, la lubricación y la temperatura de trabajo [9].

Por lo tanto, para una determinada combinación de materiales, el desgaste puede variar a lo largo de varios órdenes de magnitud en función de las condiciones a las cuales se esté trabajando. Esto hace que la evaluación de los materiales en términos de resistencia al desgaste sea compleja.

Para estudiar esto, la práctica común es llevar a cabo pruebas de simulación de desgaste de los materiales bajo las mismas condiciones de operación, como carga y velocidad, para predecir la pérdida de material que se esté estudiando. Sin embargo, bajo la influencia de la química o el medio ambiente, a menudo se producen transiciones y la relación entre el desgaste y las condiciones de funcionamiento frecuentemente se ven afectadas. La clasificación relativa de los materiales, por lo tanto, cambiará cuando las condiciones de operación cambien [9].

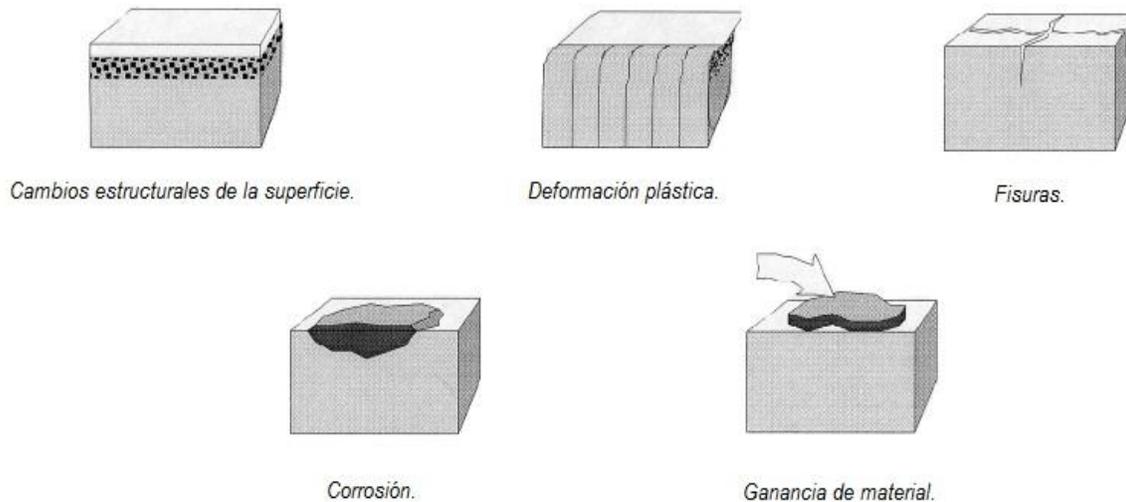
Existe una extensa variedad de daños superficiales que se pueden presentar en el proceso de desgaste durante la realización de los ensayos tribológicos, a continuación se describen algunos de ellos [10]. La figura 1.1 muestra esquemáticamente estos tipos de daños superficiales.

- **Cambios estructurales de la superficie.** Ejemplos de estos cambios son; las transformaciones de fase o la formación de nuevos granos por recristalización. Estos pueden ocurrir debido a la deformación de la superficie, o ser el resultado de la generación de calor causando reacciones de difusión. Los cambios no implican necesariamente el desgaste, pero pueden alterar las propiedades mecánicas de las capas superficiales y por ende las etapas iniciales de desgaste u otro tipo de fallas.
- **Deformación plástica.** Es causada por los esfuerzos mecánicos o por gradientes térmicos en la superficie. Aunque la deformación plástica de asperezas superficiales o de una zona de superficie entera no tiene necesariamente que estar asociado con el desgaste gradual, es de suma importancia en la creación de cualquier daño sobre la superficie, ya que eventualmente puede conducir a fallas catastróficas.
- **Fisuras.** Estas pueden ser causadas por tensiones superficiales exageradas, deformaciones por fatiga cíclica, o alteraciones térmicas reiteradas. Las fisuras pueden ser también un mecanismo inicial que eventualmente tienden a ser de escalas muy grandes, pero no alterarían el desgaste progresivo de una pieza en servicio.
- **Corrosión.** Algunos ataques químicos, como la corrosión, suelen representar mecanismos muy comunes de desgaste. Este tipo de ataques químicos son la causa de deterioro superficial y la propagación de grietas en forma acelerada.
- **Ganancia de material.** Esta ganancia se presenta en la superficie, y es el resultado de un calentamiento excesivo generado en tales superficies por la aglomeración de desechos como los que aparecen durante la erosión.

Se puede ver por lo tanto que los daños superficiales implican una continua pérdida de material debido a los anteriores mecanismos microscópicos que deterioran al material convirtiéndolo en desechos por cambios físicos y químicos en su estructura.

En el campo de la tribología, es de interés común conocer el incremento de desgaste generado por superficies que estén interactuando entre sí, ya que esto junto con las fuerzas de fricción ejercidas entre estas superficies son el parámetro ideal para la realización de ensayos tribológicos adecuados [10].

Cabe mencionar entonces la importancia que se tiene de este tipo de ensayos (de los cuales se hablarán más adelante) porque permiten conocer el grado de desgaste o deterioro del material y así predecir el ciclo de vida que se tendrá en algún elemento de maquinaria.



**Figura 1.1.** Daños superficiales [10]

### 1. 1. 3. Lubricación

La lubricación puede ser definida como la aplicación de un medio que sea capaz de controlar los fenómenos de fricción y desgaste generados por la interacción de superficies en movimiento relativo. Este medio puede ser un líquido, gas o sólido [11].

Los lubricantes trabajan dependiendo de la geometría de los cuerpos en contacto al que se hayan introducido. Para su aplicación deben tomarse en cuenta algunas consideraciones, tales como: la rugosidad y textura de las superficies de deslizamiento, las condiciones ambientales de trabajo (presión y temperatura), la composición de los materiales en contacto, la química del lubricante, entre otras [12].

El objetivo de la lubricación es reducir los esfuerzos presentes en las superficies que se encuentran en contacto. Esta generalmente se presenta bajo condiciones de carga y velocidad de distintas piezas de maquinaria, ejemplo de ello son los cojinetes de deslizamiento presentes en motores de combustión interna, trenes de engranes, levas, anillos de pistón, bombas, ejes de transmisión de potencia y cualquier tipo de mecanismos presentes en maquinaria industrial, donde la lubricación es primordial en el tiempo de vida de estos componentes sujetos al desgaste.

En los procesos de trabajo de metales, la lubricación tiene lugar entre un material elástico y otro deformado plásticamente, esto se hace con el fin de obtener y controlar la fricción para la deformación del material y así obtener una pieza deseable de trabajo. Lo anterior se puede lograr mediante la aplicación de una pequeña película, la cual además también debe ser un buen refrigerante para eliminar el calor generado durante la deformación plástica de la pieza [12].

La formación de estas películas de lubricante separa parcial o totalmente a la pieza que se está trabajando y con esto se reduce la fricción. El uso de aceites puros, emulsiones, microemulsiones y soluciones micelares, están presentes en algunas operaciones de conformado de metales, aunque también suelen utilizarse suspensiones sólidas [13].

## 1. 2. Ensayos tribológicos

El principal objetivo de los ensayos o pruebas tribológicas es incrementar el conocimiento general del comportamiento de los materiales utilizados para aplicaciones tribológicas. Estos ensayos pueden realizarse en diversas formas las cuales están relacionadas tanto con el par de materiales sometidos a estudio, como con el sistema mecánico que se esté utilizando [10].

En las pruebas tribológicas se debe tener cuidado en el control del coeficiente de fricción y el desgaste generados durante el tiempo que duren los ensayos, ya que estos son los parámetros más importantes en todo ensayo tribológico. Además debe tenerse en cuenta el estado de los elementos que componen al sistema encargado para la realización de las pruebas tribológicas. Es común que este tipo de ensayos estén diseñados con el objeto principal de obtener rápidas tasas de desgaste con exagerado contacto de superficies, presión, velocidades de rotación o una combinación de todas estas.

Se le conoce como tribómetro al prototipo o máquina encargado de realizar pruebas y simulaciones de fricción, desgaste y lubricación que son los objetos principales de estudio en el campo de la tribología, midiendo en la medida de lo posible estos efectos en tiempo real [14].

El tribómetro con el cual se llevaron a cabo los ensayos para la obtención de datos en las simulaciones de la presente tesis, es un equipo desarrollado en la Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales (UDIATEM), que en este caso recibe el nombre de tribómetro coaxial porque posee dos pernos de desgaste en la flecha que hace girar el motor de la máquina por lo que el eje del perno y el de rotación coinciden. La figura 1.2 muestra una fotografía del tribómetro coaxial en los laboratorios de la UDIATEM.

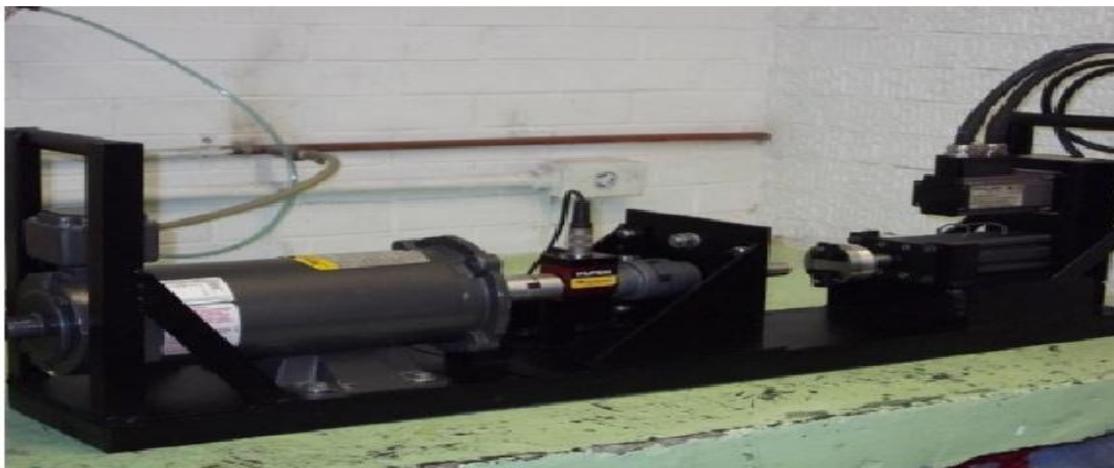


Figura 1.2. Tribómetro coaxial UDIATEM [15]

Este tribómetro funciona mediante la aplicación de una carga normal y de un par mediante un perno que gira por el acoplamiento a un sistema de transmisión de potencia.

### **1. 2. 1. Importancia de los ensayos tribológicos**

La fricción y el desgaste son consecuencia de interacciones microscópicas entre las superficies deslizantes entre sí. Dichas interacciones son el resultado de las características geométricas y topográficas de las superficies en movimiento relativo. Todos los aspectos mecánicos, físicos y químicos de la superficie de contacto junto con el ambiente de trabajo afectan a las interacciones superficiales y por ende a las propiedades tribológicas del sistema [10].

Es por lo anterior que los ensayos tribológicos son de vital importancia ya que deben de llevarse a cabo antes de tomar decisiones finales en la selección de materiales y tratamientos de superficie a los cuales estarán sometidos. Ejemplo de esto podría presentarse en el diseño de engranes o cojinetes de deslizamiento, por las diversas condiciones de temperatura y velocidades a las que trabajan.

Para la mayoría de las superficies en movimiento relativo, el área real de contacto es mucho menor que el área de contacto nominal. La carga aplicada se forma por un número de pequeñas asperezas locales con distribuciones de altura variable deformando elástica o plásticamente al material, siendo el conjunto de todas estas asperezas lo que compone al área de contacto real, y esto representa una fracción pequeña del área de contacto aparente [16].

De los experimentos de fricción y desgaste se desprenden ideas de modelos matemáticos que puedan describir el comportamiento y funcionamiento de estos experimentos. Desafortunadamente, existen pocos modelos que describan de manera viable y completa los fenómenos de fricción y desgaste, pero con la ayuda de los ensayos tribológicos es posible ir mejorando tales situaciones.

Sin embargo, se debe tener mucho cuidado en la correlación de los valores tomados para la fricción y desgaste durante el tiempo que dure un determinado ensayo tribológico en un material que se quiera estudiar, se debe tener mucha precaución en la carga y velocidad aplicada a la muestra para así poder controlar estos parámetros.

### **1. 2. 2. Tipos de análisis para ensayos tribológicos**

Como se ha mencionado anteriormente, la gran importancia de los ensayos tribológicos radica en el hecho de que se requieren pruebas de validación para poder tomar las mejores decisiones en la selección de materiales, lubricantes o tratamientos de superficie sometidos a fricción y desgaste, lo cual ayuda en gran medida a decidir el proceso óptimo de producción. En la actualidad existen dos tipos de análisis que permiten a confirmar la validez de estas pruebas: análisis experimentales y modelos computacionales [17].

Los análisis físicos presentan materiales y lubricantes proyectados en un aparato (tribómetro) que está destinado a proporcionar las características esenciales de funcionamiento para las que fueron previstas. Los modelos evaluados por métodos computacionales se conocen como simulaciones, ya que funcionan mediante un

ensamble virtual mecánico de componentes definidos en términos de un conjunto de propiedades, relaciones espaciales y condiciones de interacción. Todas estas características proporcionan al modelo virtual las bases necesarias para la similitud con el ensayo físico real.

Diferentes simulaciones virtuales en el estudio de ensayos tribológicos han sido desarrolladas por académicos, ingenieros e investigadores de la industria del diseño de materiales para aplicaciones tribológicas como son los rodamientos o cojinetes de deslizamiento, frenos y engranes. Aunque también se han desarrollado materiales sofisticados para soportar situaciones críticas de desgaste como por ejemplo las vías de un tren, implantaciones en el sistema óseo, así como sistemas de bombeo.

Para poder tener resultados confiables en un ensayo tribológico tanto si se trata de una prueba física en un laboratorio como una simulación por paquetería computacional, es necesario definir una serie de pasos a seguir en el desarrollo del experimento. Estos pasos son [17]:

1. Definir la naturaleza del problema de fricción o desgaste a investigar.
2. Seleccionar el equipo adecuado para el ensayo en el caso de un ensayo tribológico físico, o seleccionar el modelo adecuado para una simulación por computadora.
3. Llevar a cabo las pruebas de referencia para establecer los parámetros necesarios en una prueba física así como las características del modelo.
4. Analizar los resultados del ensayo en base a los parámetros establecidos.
5. Finalmente filtrar los datos de entrada según sea necesario hasta lograr un nivel confiable dentro de la ingeniería.

En conclusión, los ensayos tribológicos tienen que ser una parte fundamental en el desarrollo e innovación de materiales que satisfagan las aplicaciones tribológicas.

## Capítulo 2

### Antecedentes

---

#### 2. 1. Desarrollo de aleaciones tribológicas

Durante décadas se ha llevado a cabo una extensa investigación en el campo de la tribología con el fin de encontrar materiales que cumplan con los objetivos principales de esta ciencia, como son la reducción de fricción y desgaste de superficies que se encuentren en contacto. Para esto se ha enfocado el estudio a algunas aleaciones de distintos materiales que por sus propiedades físicas, mecánicas y químicas, han podido cumplir de forma satisfactoria a dichos objetivos. A este tipo de aleaciones se les conoce como materiales tribológicos.

En la actualidad las aleaciones tribológicas tienen un vasto campo de aplicaciones, éstas son comúnmente utilizadas para la producción de cojinetes de deslizamiento utilizados en bombas y motores de combustión interna, en la elaboración de las vías de los sistemas de trenes, en la creación de sistemas de implantes del tejido óseo, entre otras, y de las cuales se dará una descripción detallada a continuación.

##### 2. 1. 1. Aplicaciones de las aleaciones tribológicas

Ruedas, rieles, frenos, embragues, anillos de pistón, engranes, rodillos y otros tantos componentes de maquinaria requieren una mayor resistencia al desgaste, inclusive cuando exista deslizamiento sin lubricación. Existen algunos materiales tribológicos que cumplen cabalmente estas condiciones, como es el caso de los hierros fundidos, los aceros perlíticos y algunas aleaciones de cobalto.

**Hierros fundidos.** Los hierros fundidos tienen un porcentaje de peso en carbono entre 2.5 y 4% y son materiales relativamente baratos. Se clasifican en cinco grupos: hierro gris, hierro blanco, hierro nodular, hierro maleable y hierro de alta aleación.

El hierro gris cuenta con grafito en una matriz de bainita o martensita, el hierro blanco cuenta con carburos, el hierro maleable se forma del hierro blanco a partir de tratamiento térmico, el hierro nodular cuenta con grafito nodular que se forma por la adición de pequeñas cantidades de magnesio. Estas partículas de grafito ayudan a las superficies a la reducción de fricción y desgaste.

La dureza y resistencia de los hierros fundidos aumenta conforme aumenta el volumen de carburos en su matriz, esto quiere decir que existe proporcionalidad. Los carburos de cromo también trabajan como abrasivos resistentes al desgaste de piezas [18].

**Aceros perlíticos.** Son aceros con grafito en una matriz perlítica/ferrítica. Esta matriz ofrece propiedades mecánicas superiores, un buen acabado superficial y endurecimiento, lo cual le permite ser utilizado en aplicaciones que requieran una alta resistencia al desgaste [19].

Ejemplo de esto son los sistemas ferroviarios, que encuentran en este tipo de aceros una buena solución a los problemas de desgaste que se presentan en las vías de tren que

componen a estos sistemas, ya que el deterioro causado por el contacto rueda-riel implica un alto costo a los países industrializados.

Por su composición química y propiedades mecánicas los aceros perlíticos (en comparación con otro tipo de aceros) son los más utilizados en la elaboración de los carriles para la creación de sistemas ferroviarios. Esta composición se presenta en la tabla siguiente y se aplica para aceros que son utilizados tanto en vías de tren como sus ruedas:

**Tabla 2.1.** Composición química y propiedades mecánicas de los sistemas ferroviarios [19]

Material Especificación	Carril BS11	Rueda W8A
<b>Composición química (%Peso)</b>		
C	0.52	0.64
Si	0.2	0.23
Mn	1.07	0.71
Ni	0.03	0.17
Cr	<0.01	0.18
MO	<0.01	0.03
S	0.018	0.041
P	0.013	0.023
<b>Propiedades mecánicas</b>		
Dureza [HV 500 g]	240	275
Resistencia a la tracción [MPa]	781	857
Esfuerzo de cedencia [MPa]	406	325
Modulo de Young [GPa]	209	199
Deformación plástica total (%)	21.9	20.3

Se han realizado algunos experimentos en el área de tribología para determinar el desgaste de los aceros perlíticos tomando en cuenta los carriles y rieles de los trenes donde se ha podido determinar la máxima carga posible así como el grado de fluencia de estos materiales de acuerdo a un número de ciclos de contacto rueda-riel. Estos experimentos se han estudiado tanto en fricción seca como con ayuda de lubricantes [19].

**Aleaciones base cobalto.** Las aleaciones Co-Cr-Mo actualmente son las más utilizadas en la elaboración de implantes de articulaciones de cadera, rodillas y fémur. En algunas aleaciones se adhiere un recubrimiento de boro con el fin de minimizar el desgaste producido por el movimiento de las articulaciones. En general, estas aleaciones son las que mejor pueden adaptarse a la complejidad del sistema óseo además de que son efectivamente rentables [20].

### 2. 1. 2. Aleaciones para cojinetes de deslizamiento

Las aleaciones tribológicas se utilizan sobre capas delgadas en sustratos con mayor resistencia como es el caso de los cojinetes de deslizamiento. Estos componentes son elementos que sirven para minimizar la fricción y el desgaste entre dos piezas y al mismo tiempo permite la transmisión de la carga y el par [21]. Los cojinetes de deslizamiento son de uso común en los motores de combustión interna.

Un cojinete de deslizamiento básicamente es empleado para guiar árboles y ejes con la finalidad de permitir el libre movimiento de las piezas, así como el de soportar las cargas que actúan sobre éstas. Se puede hacer uso de la lubricación o no para alcanzar este objetivo.

Debido a que se trata de un contacto, puede entenderse que de los seis grados de libertad que presenta un cuerpo sólido en su movimiento, se elimina por lo menos un grado. En general, los cojinetes se diseñan de tal manera que permitan un solo grado de libertad, ya sea en la traslación en una dirección o en la rotación de un eje fijo [22].

Se puede clasificar a los cojinetes de acuerdo a su campo de aplicación, existen cojinetes que trabajan con lubricación, así como también existen los que lo hacen en seco, es decir sin lubricación, y también existen los cojinetes con elementos rodantes y que generalmente se conocen como rodamientos o cojinetes antifricción.

La figura 2.1 muestra a un cojinete y a un rodamiento, cabe destacar que cada uno de ellos tienen distintas aplicaciones aunque ambos cubren de manera satisfactoria su primordial interés que es el de reducir la fricción y desgaste.

Con los cojinetes de deslizamiento se puede trabajar a velocidades de operación relativamente altas, ya que de esta manera se forma una adecuada película de lubricante que inhibe a la fricción y por ende al desgaste. En cambio, los rodamientos presentan un mejor funcionamiento en condiciones de velocidades bajas porque las fuerzas centrífugas presentes son muy pequeñas [21]. Existen también varios tipos de rodamientos que se pueden clasificar de acuerdo a su funcionamiento o a las condiciones de trabajo a los que estarán sometidos, la figura 2.2 b) muestra un rodamiento conocido como rodamiento de bolas, este término alude al hecho de que en el interior de este se presentan elementos rodantes (bolas o rodillos) que se utilizan para separar los anillos exterior e interior [23].



a) b)  
**Figura 2.1.** a) Cojinete b) Rodamiento [23]

Existen algunas características funcionales que deben cumplirse en las aleaciones tribológicas destinadas a la elaboración de cojinetes de deslizamiento, dentro de las principales están:

- **Conformabilidad.** Indica la capacidad que debe tener un material de adaptarse a las condiciones geométricas como es en el caso de la compensación del desalinamiento entre el eje y el cojinete [21].
- **Resistencia mecánica.** Es la capacidad que poseen los cuerpos para soportar fuerzas sin fracturarse, depende de las propiedades del material y de su geometría [16].
- **Incrustabilidad.** Se relaciona con la capacidad del material de atrapar partículas ajenas al sistema o material debido al desgaste e incrustarlas en su matriz [16, 22].
- **Compatibilidad.** La compatibilidad tribológica se refiere al rango de solubilidad líquida y sólida en un diagrama de fases de los elementos en contacto. Debido a la adhesión que se debe a los enlaces físicos y químicos de los cuerpos en contacto se evitará que los elementos mecánicos queden soldados entre sí por las grandes presiones generadas. Ejemplo de esto está en la fabricación de cojinetes de deslizamiento, ya que deben utilizarse materiales con los cuales se evite que durante el funcionamiento del motor el material del cojinete y de la flecha tiendan a sufrir desgaste adhesivo debido a las altas presiones que se generan en momentos de operación extrema [16, 19].
- **Resistencia a la corrosión.** La corrosión juega un papel primordial en la degradación de las aleaciones. Este fenómeno entre otras cosas, se debe a la presencia de productos de degradación durante el funcionamiento de distintos elementos de maquinaria. Los compuestos que contienen cloro o azufre son los que se consideran agresivos para los cojinetes [19].

Algunas de las aleaciones tribológicas presentes en la actualidad para la producción de cojinetes de deslizamiento se presentan a continuación:

- 1) **Babbitts.** Se les conocen así debido a Isaac Babbitt quien en el año de 1839 pidió la patente para las aleaciones estaño-plomo, sistema binario en el cual están basados estos materiales ya que se forma un eutéctico simple y que tiene una solubilidad sólida limitada de ambos elementos de otro. Estos materiales presentan un alto porcentaje (>80% en peso) de plomo con únicamente 1 a 10% en peso de estaño, dejando el otro 10% en peso al antimonio. Su principal desventaja se encuentra en el hecho de que presentan un alcance muy limitado a la fatiga y a la resistencia mecánica debido a que presentan un valor de dureza de 0.2 GPa. La resistencia contra la corrosión depende de la composición específica, debido a que las aleaciones que cuentan con un alto contenido de estaño muestran una excelente resistencia a este fenómeno comparadas con las aleaciones que son ricas en plomo que aunque no presentan un alto grado de resistencia a la corrosión, también se encuentran en un rango aceptable [18, 22].
- 2) **Base Aluminio.** Esta es una familia de aleaciones que se utilizan para la producción de cojinetes que trabajen con mayor resistencia a la fatiga y condiciones de temperatura más elevadas a los Babbitt. Sin embargo su desventaja es que presentan una menor incrustabilidad que los babbitts [18].
- 3) **Aleaciones cobre-estaño/plomo.** Las aleaciones basadas en cobre han sido utilizadas para aplicaciones en donde se requiera mayor carga. Los cojinetes con este tipo de aleación deben poseer una resistencia y dureza mayor que los mencionados Babbitt y las aleaciones en base aluminio. En este tipo de aleaciones

existe la presencia de compuestos intermetálicos como es el caso del plomo, en donde se le considera como aleación tribológica cuando se tiene entre 4-25% en peso de Pb [16, 18, 22].

El material utilizado para alcanzar los objetivos de la presente tesis fue la aleación tribológica Al-Sn SAE 783 (Al -20%Sn-1%Cu-0.6%Fe, % peso), que es un material que actualmente se está utilizando en la industria automotriz para la producción de cojinetes de deslizamiento.

## 2. 2. Conceptos generales de la plasticidad

Cuando un material está siendo sometido a cargas considerablemente bajas este presentará pequeñas deformaciones en su estructura, sin embargo al ser removidas dichas cargas el material recuperará su forma inicial, a esto se le conoce como *deformación elástica*. Cuando al material se le somete a grandes cargas tales que al ser removidas este no puede recuperar sus condiciones iniciales, se dice entonces que ha alcanzado la *deformación plástica*.

Es decir, tras deformar elásticamente a un material se llega a un punto de transición conocido como esfuerzo de cedencia en el cual la deformación plástica comienza. Este punto indica la división entre el comportamiento elástico y plástico del material [24].

La gran mayoría de los materiales metálicos pueden ser altamente deformados bajo la acción de fuerzas, por lo cual suelen ser trabajados mediante procesos de manufactura como laminación, extrusión, trefilado, entre otros, y así conseguir partes útiles de estos como parachoques, latas, tubos, y demás utensilios usados en la vida diaria. A los materiales que presentan tal propiedad suele llamárseles materiales dúctiles [25].

Para la gran mayoría de los metales dúctiles se ha encontrado experimentalmente que su comportamiento plástico puede estudiarse mediante la representación de formulaciones matemáticas a las que se les conoce como criterios de fluencia, los cuales se describirán a continuación.

### 2. 2. 1. Criterios de fluencia

Un criterio de fluencia (ó cedencia) es una función matemática de las componentes del tensor de esfuerzos que predice el comienzo de la deformación plástica en un material para cualquier combinación de esfuerzos posible en un sólido. Es decir:

$$f(\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{12}, \sigma_{13}, \sigma_{21},) = k^2 \quad (2.1)$$

O bien, si se transforma al sistema de referencia de ejes principales, el criterio de fluencia queda definido sólo con las componentes principales del tensor de esfuerzos.

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = k^2 \quad (2.2)$$

Dado que para la deformación plástica el esfuerzo hidrostático no influye en la cedencia de un metal porque el mecanismo de deformación en estos materiales se activa con el movimiento de las dislocaciones o mediante maclas, donde éstas se activan únicamente con esfuerzos cortantes, es conveniente entonces separar la parte hidrostática de cualquier tensor de esfuerzos y definir al tensor desviador de esfuerzos como la parte del tensor  $\sigma_{ij}$  que no causa cambio de volumen, lo cual se representa en la siguiente ecuación:

$$S_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma_m \delta_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sigma_{kk} \quad (2.3)$$

Donde  $S_{ij}$  representa los componentes del tensor desviador de esfuerzos,  $\sigma_m$  representa el esfuerzo normal promedio de  $\sigma_{ij}$  el cual se define como  $\sigma_m = (\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})/3$  y  $\delta_{ij}$  es la delta de Kronecker.

Así entonces,  $S$  es la parte del tensor de esfuerzos que influye en el flujo plástico. La característica principal del tensor desviador de esfuerzos es que su traza es nula, es decir,  $S_{ii} = 0$ . La ecuación 2.4 representa matricialmente a este tensor  $S_{ij}$  así como su ecuación característica y sus respectivos invariantes  $J_2$  y  $J_3$ .

$$S_{ij} = \begin{bmatrix} S_x & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{xy} & S_y & S_{yz} \\ S_{xz} & S_{yz} & S_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x - \sigma_m & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y - \sigma_m & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z - \sigma_m \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$s^3 + J_2 s - J_3 = 0 \quad (2.4a)$$

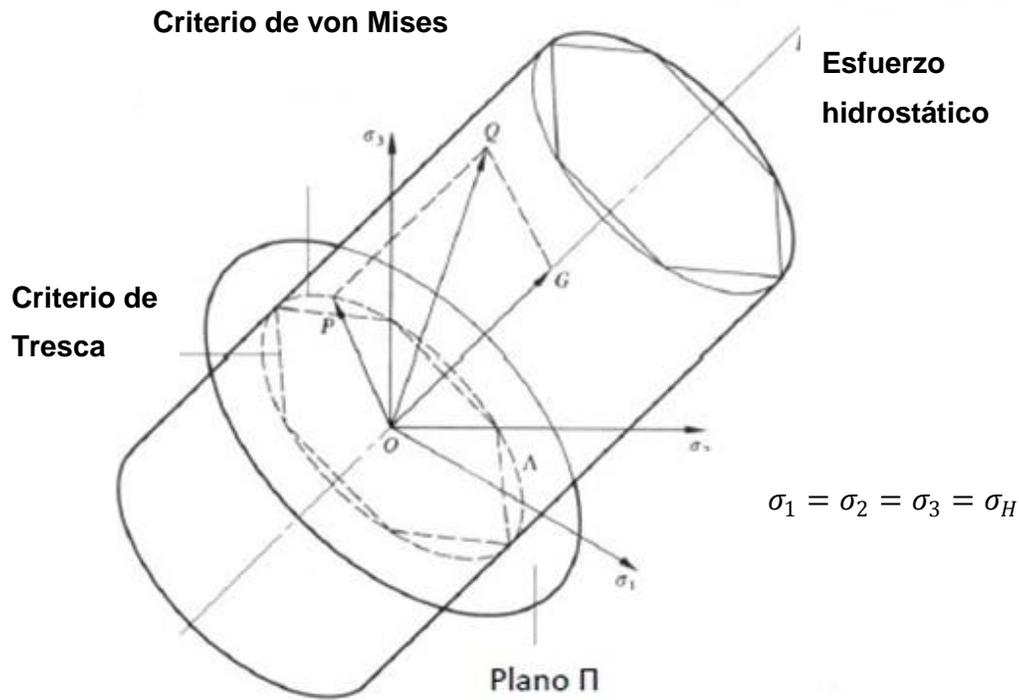
$$J_2 = -\frac{1}{2} S_{ij} S_{ij} \quad (2.4b)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} S_{ij} S_{jk} S_{ki} \quad (2.4c)$$

Para representar geoméricamente a la superficie de cedencia definida por la función  $f$ , se considera un sistema cartesiano formado por los tres ejes principales  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  el cual se muestra en la figura 2.2. Cualquier estado de esfuerzos en este espacio vectorial tridimensional está definido por un vector que emana desde el origen del sistema de referencia  $OQ$ . Se define como plano octaédrico, o plano  $\Pi$ , a todo aquel que posee su vector normal sobre la dirección  $OH$  que define la igualdad  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma$ , es decir  $n = (1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3}, 1/\sqrt{3})$ . Este vector unitario  $n$  define la dirección de la componente hidrostática del vector  $OQ$ , representada por el vector  $OG$ , mientras que la componente del desviador de esfuerzos está representada por el vector  $OP$ , cuyas componentes son  $(s_1, s_2, s_3)$  y su magnitud es  $\sqrt{2J_2}$ , donde  $J_2$  es el segundo invariante del tensor desviador de esfuerzos. El resultado es que al desplazar el vector  $OP$ , al cual se le conoce como esfuerzo cortante octaédrico, se define un cilindro en el espacio  $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ .

Este cilindro representa la superficie de cedencia del material, y su intersección con el plano octaédrico define a la curva de fluencia, conocida también como el lugar geométrico de la fluencia. Por tanto, la función de cedencia  $f$  queda definida en términos de las componentes del tensor desviador de esfuerzos, es decir:

$$f(s_1, s_2, s_3) = k^2 \quad (2.5)$$



**Figura 2.2.** Representación geométrica de la superficie de cedencia en los tres ejes principales [26]

El lugar geométrico de la fluencia para un material isotrópico posee una geometría característica sobre el plano octaédrico. Existe una simetría de la curva de fluencia con respecto a cada uno de los ejes proyectados ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ), esto se debe a que el lugar geométrico de la fluencia es una función de los invariantes del tensor de esfuerzos, es decir, que si el punto  $P(a, b, c)$  pertenece a la curva de fluencia, entonces el punto  $P'(a, c, b)$  también forma parte de la curva [26].

$$f(J_2, J_3) = k^2 \quad (2.6)$$

En conclusión, la función que define al criterio de cedencia únicamente depende de las componentes del tensor desviador de esfuerzos, debido a que el esfuerzo hidrostático no influye en el comienzo de la deformación plástica.

Han sido varios los criterios que se han propuesto en el pasado para predecir el inicio de la deformación plástica, sin embargo solamente dos criterios son ampliamente utilizados con este fin, el criterio de Tresca y el criterio de Von Mises.

El criterio de Tresca (Coulomb) fue desarrollado en el año de 1864 por el ingeniero francés Henri Tresca (1814-1885). Este criterio establece que la deformación plástica

comienza cuando el esfuerzo cortante máximo alcanza un valor crítico, es decir, la función matemática del lugar geométrico de la fluencia posee la forma de la ecuación 2.7.

$$\sigma_1 - \sigma_3 = Y = C \quad \text{con } \sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3 \quad (2.7)$$

El criterio de von Mises, fue desarrollado en el año de 1913 por el matemático Richard von Mises (1883-1953). Este criterio puede expresarse como:

$$\frac{1}{\sqrt{3}}\{(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2\}^{\frac{1}{2}} = C \quad (2.8)$$

A diferencia del criterio de Tresca, la convención  $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$  no es necesaria debido a los términos elevados al cuadrado. En ambos criterios, el valor de la constante  $C$  puede evaluarse mediante un ensayo de tracción uniaxial.

Cabe mencionar además que el criterio de von Mises está sustentado en consideraciones teóricas, donde se dedujo que la cedencia debe alcanzarse cuando el segundo invariante del tensor desviador de esfuerzos alcanza un valor crítico, esto puede expresarse como:

$$J_2 = -\frac{1}{2}s_{ij}s_{ij} = 2k^2 \quad (2.9)$$

Siendo  $s_{ij}$  el tensor desviador de esfuerzos. Para Nadai, el criterio de von Mises establece que la cedencia se alcanza cuando el esfuerzo cortante octaédrico adquiere un valor crítico, el cual es característico para cada material. Hencky propuso que la cedencia se alcanza cuando la energía de distorsión elástica en el material posee un valor característico al alcanzar un punto del lugar geométrico de la fluencia. Mediante un ajuste experimental, es posible que los criterios de Tresca y de von Mises concuerden en el plano octaédrico, tal como se muestra en la figura 2.3 donde el hexágono de Tresca queda circunscrito en el círculo de von Mises.

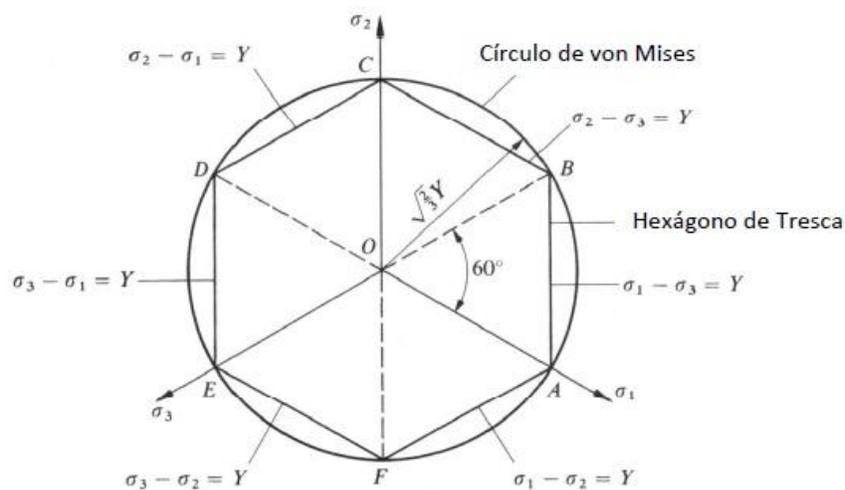


Figura 2.3. Criterio de Tresca y von Mises sobre el plano  $\Pi$  [26]

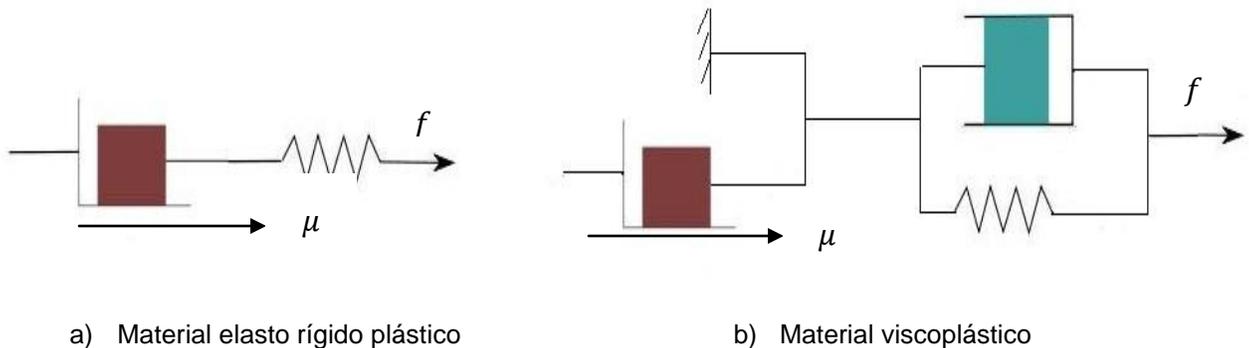
Concluyendo entonces, una vez que el material ha alcanzado el lugar geométrico de la fluencia, éste comenzará a deformarse plásticamente, es decir, dicha deformación será permanente aún si se eliminarán las sollicitaciones ejercidas sobre él. Si la forma o posición de la curva de fluencia cambia durante el proceso de deformación, se dice que ésta depende de la historia completa de la deformación plástica.

En caso contrario, se define como sólido elástico perfectamente plástico a aquel sólido que, una vez alcanzado el esfuerzo de cedencia, no requiere de una sollicitación mayor para seguir deformándose plásticamente [25, 26].

### 2. 3. Viscoplasticidad

La viscoplasticidad es una teoría de la mecánica del medio continuo que describe la tasa de variación en el comportamiento plástico de los sólidos, esto significa que la deformación de un material depende de la velocidad a la que se le aplica una o varias cargas [27].

Para su mejor comprensión la teoría de la viscoplasticidad ha sido estudiada mediante la representación de tres elementos los cuales se esquematizan en la figura 2.4. El primero consiste en un resorte que representa el comportamiento elástico de los materiales, es decir que al ser retirada la carga a la que se esté sometiendo volverá a su estado inicial, el parámetro  $E$  es el módulo de Young. El segundo elemento muestra a un amortiguador, el cual representa a un material viscoso donde  $\lambda$  es el parámetro de viscosidad y  $N$  es un parámetro no lineal de la ecuación potencia (de la cual se hablará más adelante). Y el tercer elemento es un elemento deslizante que representa a la plasticidad, ya que puede tener un límite elástico  $\sigma_y$  que depende de la velocidad de deformación.



**Figura 2.4.** Elementos principales en el estudio de la viscoplasticidad [27]

Usualmente la viscoplasticidad suele ser modelada en tres dimensiones utilizando modelos de sobre esfuerzo conocidos como Perzyna o Duvaut-Lions. En estos modelos, en una superficie se permite al esfuerzo aumentar más allá del de fluencia tras la aplicación de una carga, y después se le deja relajar.

En general la teoría de la viscoplasticidad es útil para resolver distintos problemas de la ingeniería, tales como:

- El cálculo de las deformaciones permanentes.
- La predicción del colapso de las estructuras.
- La investigación de la estabilidad.
- Simulaciones de impactos.
- Sistemas expuestos a altas temperaturas.
- Problemas dinámicos y sistemas expuestos a altas velocidades de deformación.

En el presente trabajo se estudia el efecto de la viscoplasticidad que se presenta en la aleación SAE 783 durante el ensayo con el tribómetro. Este efecto se genera en el material debido a su temperatura homóloga. Esta temperatura determina si la deformación es a alta temperatura ó a baja temperatura, y se define como:

$$T_H = \frac{T_C}{T_F} \quad (2.10)$$

Donde  $T_H$  es la temperatura homóloga,  $T_C$  la temperatura de trabajo o conformado y  $T_F$  la temperatura de fusión del material [28].

Para entender esto mejor debe hacerse mención que se consideran procesos de trabajo en frío aquellos que se realizan desde temperatura ambiente hasta aproximadamente  $T_H < 0.3$ , mientras que los procesos de trabajo en caliente se realizan de  $T_H \geq 0.3$ .

### 2. 3. 1. Modelos reológicos de la viscoplasticidad

El sólido viscoplástico perfecto y el sólido elasto-plástico perfecto son modelos reológicos en el estudio de la viscoplasticidad que operan con los componentes resorte-amortiguador en donde estos se encuentran en deslizamiento. Estos componentes pueden estar conectados en serie y paralelo. Muchos de estos modelos unidimensionales, pueden generalizarse como tridimensionales con un régimen de deformaciones pequeñas. En lo siguiente el esfuerzo y la velocidad de deformación se expresarán como  $\dot{\sigma}$  y  $\dot{\epsilon}$  respectivamente.

En el sólido viscoplástico perfecto, comúnmente llamado modelo de Norton-Hoff de la viscoplasticidad, el esfuerzo es una función de la velocidad de deformación permanente. El efecto de la elasticidad se desprecia en este modelo ( $E = 0$ ) y por tanto no existe un límite elástico inicial ( $\sigma_y = 0$ ).

La viscosidad en el amortiguador está dada por:

$$\sigma = \eta \dot{\epsilon}_{vp} \quad \longrightarrow \quad \eta \dot{\epsilon}_{vp} = \frac{\sigma}{\eta} \quad (2.11)$$

Donde  $\eta$  representa la viscosidad en el amortiguador y  $\dot{\epsilon}_{vp}$  la velocidad de deformación del sólido viscoplástico. En el modelo de Norton-Hoff la viscosidad  $\eta$  es una función no lineal del esfuerzo aplicado, en donde este parámetro esta dado por:

$$\eta = \lambda \left[ \frac{\lambda}{\|\sigma\|} \right]^{N-1} \quad (2.12)$$

Donde  $N$  es un parámetro de ajuste,  $\lambda$  es la viscosidad cinemática del material y el parámetro  $\|\sigma\| = \sqrt{\sigma_{ij}\sigma_{ij}}$ . Así entonces, la velocidad de deformación en el material viscoplástico está dado por:

$$\dot{\epsilon}_{vp} = \frac{\sigma}{\lambda} \left[ \frac{\|\sigma\|}{\lambda} \right]^{N-1} \quad (2.13)$$

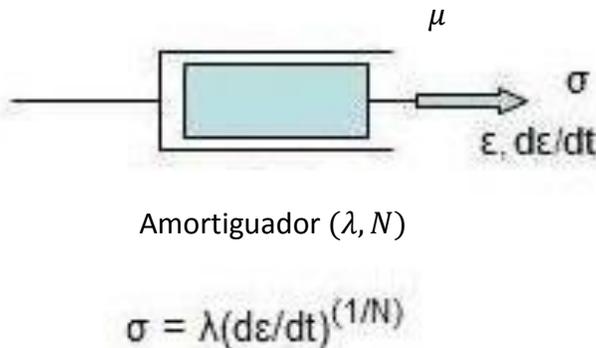
Si se supone que el flujo plástico es a volumen constante, la relación anterior puede expresarse como:

$$s = 2k(\sqrt{3}\dot{\epsilon}_{eq})^{m-1}\dot{\epsilon}_{vp} \quad (2.14)$$

Donde  $s$  es el tensor desviador de esfuerzos,  $\dot{\epsilon}_{eq}$  es la velocidad de deformación de Von Mises y,  $k$  y  $m$  son parámetros del material. La velocidad de deformación de von Mises está definida como:

$$\dot{\epsilon}_{eq} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\dot{\epsilon}_{11} - \dot{\epsilon}_{22})^2 + (\dot{\epsilon}_{22} - \dot{\epsilon}_{33})^2 + (\dot{\epsilon}_{33} - \dot{\epsilon}_{11})^2]^{1/2} \quad (2.15)$$

El estudio de estos modelos puede aplicarse a los metales y aleaciones a altas temperaturas, tal como arriba de un tercio de su temperatura de fusión absoluta.



**Figura 2.5.** Sólido viscoplástico perfecto [27]

Para el caso del modelo Bingham-Norton (conocido también como el modelo del sólido elasto-plástico perfecto) existen dos tipos elementales que se utilizan para su representación.

En un primer caso, se presenta un sistema mecánico compuesto de un cuerpo que se desliza con fricción (sólido plástico) conectado en paralelo con un amortiguador y que a la vez se agrega al sistema un resorte elástico conectado en serie. El sistema se esquematiza en la figura 2.6. Comúnmente suele llamarse a este modelo con el nombre de Bingham-Maxwell o modelo de Bingham-Norton.

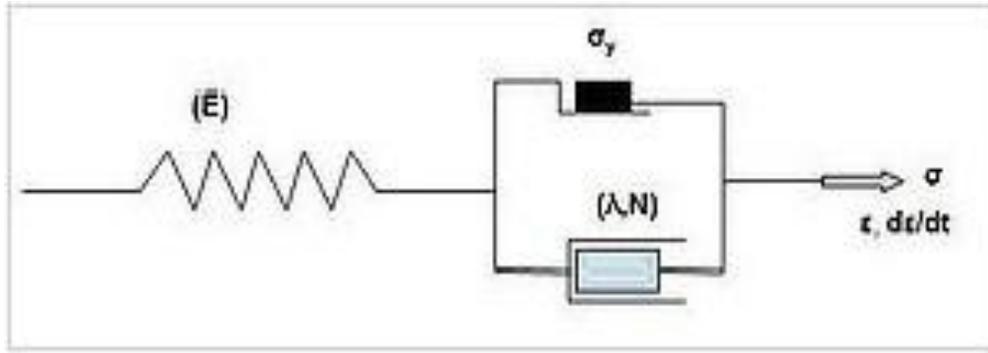


Figura 2.6. Sólido elasto-viscoplástico perfecto [27]

En el segundo caso se conecta en paralelo a estos tres elementos, al cual suele llamársele como el modelo de Bingham-Kelvin.

En este modelo ya no se desprecia a la deformación elástica debido a que la deformación plástica es una función inicial del esfuerzo de cedencia y no se consideran los efectos de endurecimiento, es decir, la cedencia del elemento deslizante representa un esfuerzo constante cuando se supera el límite elástico. El modelo puede expresarse como:

$$\sigma = E\varepsilon \quad \longrightarrow \quad \|\sigma\| < \sigma_y \quad (2.16a)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_{vp} = E^{-1}\dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\eta} \left[ 1 - \frac{\sigma_y}{\|\sigma\|} \right] \quad \longrightarrow \quad \|\sigma\| \geq \sigma_y \quad (2.16b)$$

Donde  $\eta$  es la viscosidad del amortiguador. Si el amortiguador tiene como respuesta el modelo de Norton, el cual se expresa como:

$$\frac{\sigma}{\eta} = \frac{\sigma}{\lambda} \left[ \frac{\|\sigma\|}{\lambda} \right]^{N-1} \quad (2.17)$$

Entonces se tiene el modelo de Bingham-Norton:

$$\dot{\varepsilon} = E^{-1}\dot{\sigma} + \frac{\sigma}{\lambda} \left[ \frac{\|\sigma\|}{\lambda} \right]^{N-1} \left[ 1 - \frac{\sigma_y}{\|\sigma\|} \right] \quad \longrightarrow \quad \|\sigma\| \geq \sigma_y \quad (2.18)$$

Otra expresión de este modelo que se puede encontrar en la literatura es la siguiente:

$$\dot{\varepsilon} = E^{-1}\dot{\sigma} + f(\sigma, \sigma_y)\sigma \quad \longrightarrow \quad \|\sigma\| \geq \sigma_y \quad (2.19)$$

Un tercer modelo reológico en el estudio de la viscoplasticidad es el conocido como modelo elasto-viscoplástico con endurecimiento, el cual puede ser descrito por medio de ecuaciones similares a las de un material elasto-viscoplástico perfecto, con la diferencia de que en este caso el esfuerzo depende tanto de la velocidad de deformación como de la deformación plástica misma, es decir, que aún después de exceder al esfuerzo de fluencia del material, está seguirá aumentando más allá de este punto inicial.

Las ecuaciones que representan lo anterior son las siguientes:

$$\varepsilon = \varepsilon_e = E^{-1}\sigma \text{ si } \|\sigma\| < \sigma_y \quad (2.20)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}_e + \dot{\varepsilon}_{vp} = E^{-1}\dot{\sigma} + f(\sigma, \sigma_y, \varepsilon_{vp})\sigma \quad (2.21)$$

## 2. 4. Termofluencia (Creep)

En ciencia e ingeniería de materiales suelen presentarse distintos ensayos para estudiar el comportamiento y características de todos los materiales en los cuales la humanidad se basa para una mejor calidad de vida. Entre ellos están el ensayo de dureza, fatiga, resistencia a la tracción. Esta tesis se interesa en conocer sobre el ensayo de termofluencia.

Por esto se puede definir a la fluencia como la respuesta a la deformación de un material bajo una carga constante durante un periodo largo de tiempo [29]. Esta respuesta es gradual al crecimiento de la fractura en el material. El fenómeno de fluencia en los materiales suele ocurrir a elevadas temperaturas y es por esto que se le llama termofluencia.

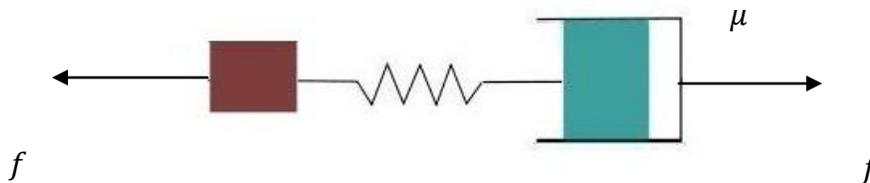


Figura 2.7. Modelo de Maxwell

### 2. 4. 1. El ensayo de termofluencia

Del párrafo anterior se puede ver que el fenómeno de la fluencia en los materiales está asociado a la deformación plástica con dependencia del tiempo cuando se aplica una carga constante a una elevada temperatura, la cual aproximadamente es mayor a  $0.3 T_m$ , donde este parámetro  $T_m$  representa la temperatura de fusión absoluta del material [30]. La gráfica de la figura 2.8 muestra el comportamiento plástico de los materiales bajo una carga constante como función del tiempo. Esta gráfica se conoce como la curva de fluencia y se divide en tres regiones [29]:

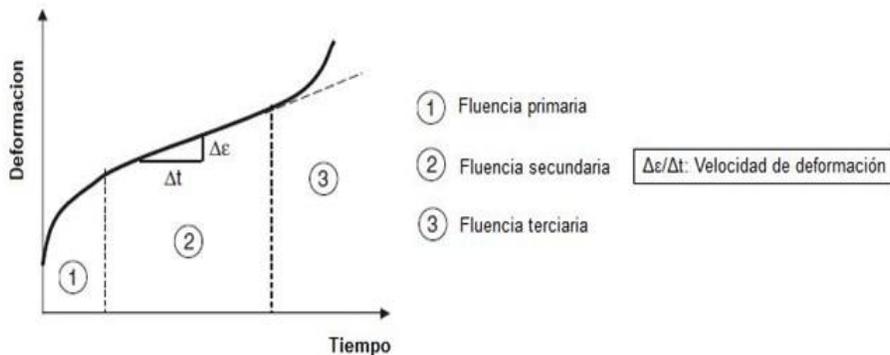
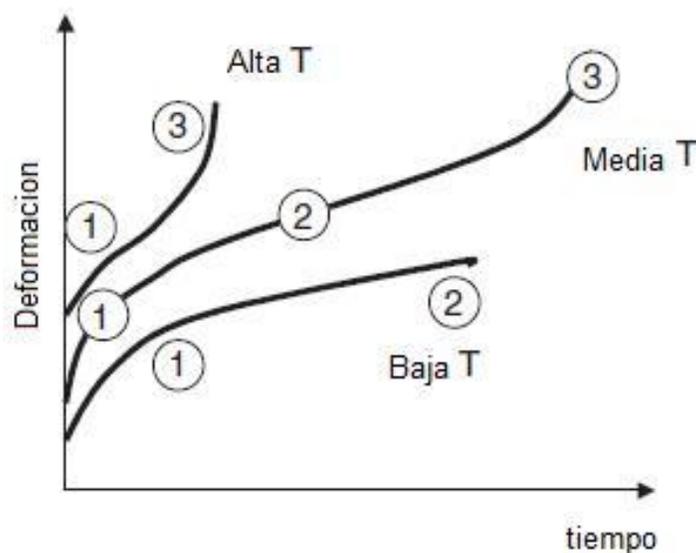


Figura 2.8. La curva de fluencia [29]

- **Región 1.** Es la región de la fluencia primaria, cuando se aplica la carga y el material comienza a deformarse. Durante la deformación se generan nuevas dislocaciones. Estas impiden el movimiento de unas con otras lo que provoca una disminución de la relación de fluencia  $\dot{\epsilon} = d\epsilon/dt$ .
- **Región 2.** En esta región la tasa de fluencia permanece constante, a esta zona se le conoce como fluencia secundaria o como la región de fluencia en estado estacionario (steady-state creep). En esta región, el endurecimiento por deformación se encuentra en equilibrio con la recuperación, caso similar a una prueba de deformación en caliente convencional donde se impone una velocidad de deformación constante y después de un cierto tiempo se alcanza un flujo constante. En un ensayo de fluencia en cambio, se aplica una carga de flujo constante y después de un cierto periodo de tiempo se observa una velocidad de deformación constante. Pero en ambos casos los mecanismos de deformación son los mismos.
- **Región 3.** Suele llamársele fluencia terciaria. Debido al desarrollo de las vacantes, el esfuerzo se incrementa lo que a la vez provoca un aumento de la tasa de fluencia. El aumento de vacantes es lo que conducen a las fracturas en el material.

Cabe mencionar que a bajas temperaturas (esto es, por debajo de  $0.4 T_m$ ) el endurecimiento por deformación es dominante y apenas se alcanza el estado estacionario, es decir, los metales muestran fluencia primaria y la fluencia secundaria suele ser despreciable porque la temperatura es demasiado baja para la recuperación de la fluencia por difusión. Y a temperaturas altas la formación de vacantes puede ocurrir después de la región 1, donde la región del estado estacionario es pequeña o inclusive inexistente [29] y [31]. Esto puede verse en la gráfica de la figura 2.9.

Mediante la prueba de fluencia se pueden determinar los efectos de temperatura y el esfuerzo sobre la velocidad de deformación, ya que muchas de las pruebas de fluencia se llevan a cabo utilizando diferentes niveles de esfuerzo a temperatura constante o diferentes temperaturas a esfuerzo constante [31].



**Figura 2.9.** Curvas de fluencia a alta, media y baja temperatura [29]

Un aspecto importante en la fluencia es el tiempo de ruptura, ya que durante esta se generan algunas vacantes en los límites de grano. Estas vacantes se unen para formar una grieta que se propaga hasta causar la fractura en el material.

Ciertas características microestructurales como es el caso del tamaño de grano, tienen una influencia tanto en el mecanismo de deformación como en la relación de fluencia. Esto último permite mejorar la resistencia a la fluencia de un material [29].

## **2. 5. Modelado por el método de elemento finito**

El método de elementos finitos (FEM por sus siglas en inglés) ha adquirido una gran importancia en la solución de problemas ingenieriles, físicos, etcétera, puesto que permite resolver casos en donde hasta hace poco tiempo era prácticamente imposible resolver mediante los métodos matemáticos tradicionales. Todo esto provocaba la realización de prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma interactiva, lo que traía consigo un elevado costo tanto económico como de tiempo de desarrollo.

El FEM permite la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales mediante procesos de discretización, lo cual es más económico y sencillo de realizar que los prototipos. Sin embargo no deja de ser un método aproximado de cálculo debido a las hipótesis básicas en las cuales se fundamenta el método. Es por ello que los prototipos siguen siendo necesarios aunque en menor número ya que este puede acercarse más al diseño óptimo [32].

El presente trabajo tiene como fin conocer los efectos debido a la termofluencia durante un ensayo en un tribómetro coaxial mediante la utilización de la paquetería ABAQUS ® que fue el software de elemento finito utilizado, así que por tanto se describirán las herramientas que esta paquetería posee para su modelado.

### **2. 5. 1. Modelos de termofluencia**

Existen dos típicos casos en ABAQUS ® para el modelado del comportamiento de la termofluencia: los modelos de la Ley de Potencia y del Seno Hiperbólico [33].

- **Modelo de la ley de potencia**

El modelo de fluencia de la ley de potencia suele ser más empleado por su simplicidad, pero está limitado en sus rangos de aplicación. Existen dos versiones para el análisis de este modelo:

- a) Tiempo-endurecimiento
- b) Deformación-endurecimiento

Generalmente es recomendable utilizar la versión tiempo-endurecimiento de este modelo para los casos en los cuales el estado de esfuerzos se mantiene esencialmente constante. Si el estado de esfuerzo varía durante un análisis debe utilizarse la versión de deformación-endurecimiento.

**Versión tiempo-endurecimiento.** Esta versión es la más simple de las dos formas que existen para el estudio de este modelo y su ecuación respectiva es:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = A\sigma^n t^m \quad (2.22)$$

Donde:

$\dot{\varepsilon}^{cr}$   $\longrightarrow$  Es la velocidad de deformación  $\sqrt{\frac{2}{3}} \dot{\varepsilon}^{cr} : \dot{\varepsilon}^{cr}$   
 $\sigma$   $\longrightarrow$  Es el equivalente uniaxial del desviador de esfuerzos  
 $t$   $\longrightarrow$  Representa el tiempo total

Los valores de  $A$ ,  $n$  y  $m$  son dependientes de cada material,  $A$  y  $n$  deben de ser positivos y  $-1 < m \leq 0$ .

**Versión deformación-endurecimiento.** La ecuación que representa a esta versión del modelo de la ley de potencia es:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = \{A\sigma^n [(m+1)\varepsilon^{cr}]^m\}^{\frac{1}{m+1}} \quad (2.23)$$

Donde ya se ha mencionado el significado de cada término, salvo  $\varepsilon^{cr}$  que representa el tensor de deformación. Puede demostrarse que la ecuación 2.22 y 2.23 son equivalentes mediante el siguiente desarrollo:

Integrando la ecuación 2.22:

$$\varepsilon^{cr} = \int A\sigma^n t^m dt \quad (2.24)$$

Se obtiene:

$$\varepsilon^{cr} = \frac{1}{m+1} A\sigma^n t^{m+1} \quad (2.25)$$

Despejando a  $t$  de 2.25:

$$t = \left[ \frac{1}{A\sigma^n} \varepsilon^{cr} (m+1) \right]^{\frac{1}{m+1}} \quad (2.26)$$

Así entonces sustituyendo la ecuación 2.26 en la ecuación 2.22 se tiene:

$$\dot{\varepsilon}^{cr} = A\sigma^n \left\{ \left[ \frac{1}{A\sigma^n} \varepsilon^{cr} (m+1) \right]^{\frac{1}{m+1}} \right\}^m \quad (2.27)$$

Al desarrollar la ecuación 2.27 mediante leyes de los exponentes (que por razón de espacio en esta sección no se mostrará) se llega finalmente a la ecuación 2.23, con lo

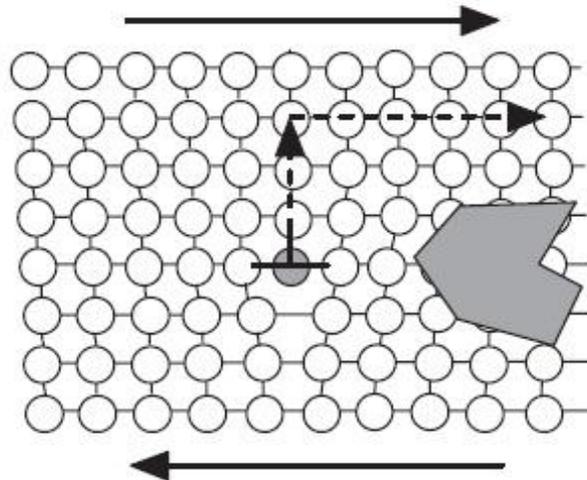
cual se comprueba que ambas versiones para el modelo de la ley de potencia son equivalentes.

$$\dot{\epsilon}^{cr} = A\sigma^n t^m \longrightarrow \dot{\epsilon}^{cr} = \{A\sigma^n [(m + 1)\epsilon^{cr}]^m\}^{\frac{1}{m+1}}$$

Para esta tesis se eligió modelar el ensayo tribológico con la ecuación de la potencia en su versión de tiempo-endurecimiento, es decir mediante la ecuación 2.22:

$$\dot{\epsilon}^{cr} = A\sigma^n t^m$$

Esta ecuación representa el mecanismo del movimiento de las dislocaciones, es decir, mediante esta ecuación se puede ver que la fluencia depende de la rapidez con que las dislocaciones superan a los obstáculos que se oponen a su movimiento. A altas temperaturas este tipo de obstáculos son superados con ascensos en las dislocaciones como se muestra en la figura 2.11 [25].



**Figura 2.10.** Ascenso de la dislocación en un defecto de borde [25]

En la ecuación 2.22  $A$ ,  $n$  y  $m$  son constantes para cada material y debido a que éstos valores eran desconocidos se optó por realizar distintas simulaciones para predecir y finalmente conocer el comportamiento viscoplastico del material tribológico.

Con el objetivo de reducir el tiempo de ensayo en las simulaciones, se optó por realizar un determinado ajuste en la variable  $t$  mediante la ecuación:

$$t^* = bt \tag{2.28}$$

Con lo que la ecuación 2.22 se puede modelar como:

$$\dot{\epsilon} = \frac{A}{b^m} \sigma^n t^{*m} \tag{2.29}$$

Con lo cual se lograron reducir los tiempos de ensayo para las simulaciones realizadas y obtener resultados eficientes para un determinado tiempo dado.

- **Modelo del seno hiperbólico**

En regiones en donde el esfuerzo es muy alto, como en el caso del crecimiento de grieta, la velocidad de deformación frecuentemente presenta una dependencia exponencial del esfuerzo.

La ecuación que describe el comportamiento de este modelo de termofluencia y con la cual es permisible su programación en la paquetería de elemento finito ABAQUS® es la siguiente:

$$\dot{\epsilon}^{cr} = A(\sinh B\sigma)^n \exp\left[-\frac{\Delta H}{R(\theta-\theta^z)}\right] \quad (2.30)$$

Donde:

$\theta$              $\longrightarrow$  Es la temperatura de trabajo

$\theta^z$             $\longrightarrow$  Es un valor de temperatura definido por el usuario

$\Delta H$           $\longrightarrow$  Es la energía de activación

$R$               $\longrightarrow$  Es la constante universal de los gases

Los parámetros  $A$ ,  $B$  y  $n$  son constantes para cada material. Cabe mencionar que este modelo presenta dependencia con la temperatura, como claramente lo muestra la ecuación (2.30), sin embargo los parámetros  $A$ ,  $B$ ,  $n$ ,  $\Delta H$  y  $R$  no pueden estar definidos como función de la temperatura [33].

### Capítulo 3

## Desarrollo del modelo

---

En este capítulo se explicará cada una de las consideraciones tomadas en cuenta para la realización del modelo de elemento finito. El software utilizado en la elaboración del modelo numérico fue ABAQUS®, el cual contiene un ambiente de programación (conocido como ABAQUS/CAE) en la creación de modelos debido a que está dividido en una serie de módulos en los cuales pueden definirse distintos aspectos como las geometrías, propiedades de los materiales utilizados, relaciones entre estos, así como distintas opciones de mallado [34]. Es por lo anterior que este capítulo se enfocará en la descripción de cada uno de estos módulos.

El modelo de la presente tesis proviene de una prueba experimental realizada con el tribómetro coaxial de los laboratorios de la UDIATEM, en donde para la simulación se ha dado importancia sólo a una parte de todo el tribómetro por tratarse de un contacto entre superficies. Esta parte hace referencia al contacto entre el perno de desgaste y el material tribológico a ensayar.

Además de que el modelo desarrollado intenta establecer los parámetros en los cuales se den las condiciones necesarias para alcanzar los efectos de termofluencia que sin duda se presentan durante el ensayo tribológico, razón por la cual se decidió partir de un modelo previo realizado en [35]. De forma muy breve se hará una descripción de este modelo, y durante el desarrollo de este capítulo, se hará hincapié en cada una de las mejoras realizadas para alcanzar los objetivos establecidos.

El modelo del cual se partió presenta las siguientes características; consiste en un modelo compuesto de tres partes, un perno con el cual se aplica una carga cuyo diámetro es de 20 mm y que cuenta con un radio de curvatura de 200 mm, y de dos placas cuadradas de 40 mm de longitud y 1 mm de espesor. El material utilizado para el perno y una de las placas cuya función era actuar de respaldo a la otra placa fue acero, el cual se idealizó como un material elástico. La segunda placa consistió de un material tribológico conocido comercialmente como la aleación SAE 783 y que se consideró como un material elasto-plástico con endurecimiento.

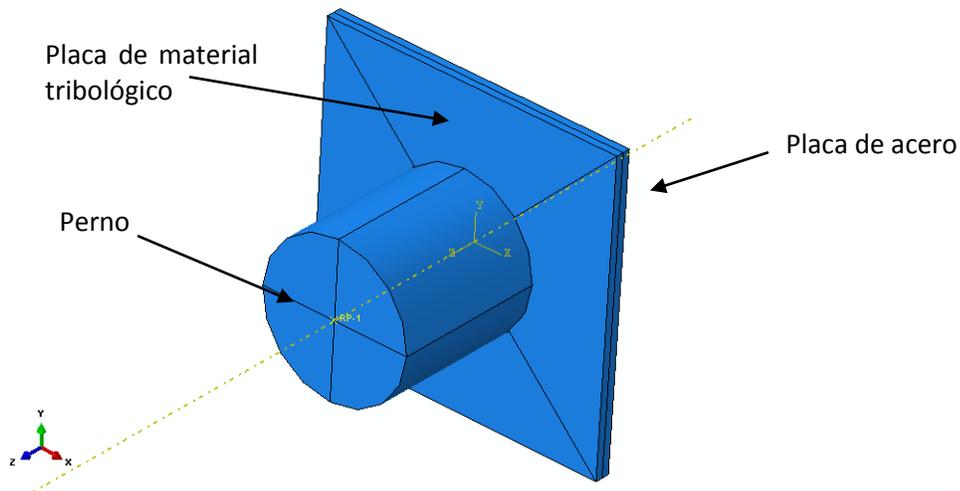


Figura 3.1. Modelo inicial [35]

La figura 3.1 muestra esquemáticamente el ensamble final utilizado en este modelo, con el fin de que a partir de este se tenga la referencia suficiente para la explicación de las consideraciones realizadas durante el desarrollo del modelo del presente trabajo, al cual además se le han implementado valores de fluencia al material tribológico.

### **3. 1. Módulo de parte**

Este es el primer módulo presente en ABAQUS/CAE y es en donde se definen cada una de las dimensiones y geometrías de todos los componentes del modelo mediante la realización de un bosquejo (sketch), es decir, se dibuja un perfil o contorno del componente con el fin de extruirlo o generar un sólido de revolución para poder obtener la parte deseada. La geometría de cada uno de los componentes involucrados en el modelo del ensayo tribológico se describe a continuación.

#### **3. 1. 1. Dimensiones y características del modelo**

Como ya se ha mencionado, el tribómetro coaxial que se utilizó para el ensayo tribológico y que se modeló con paquetería de elemento finito en esta tesis, funciona mediante la aplicación de una carga normal y de un par mediante un perno que gira por el acoplamiento a un sistema de transmisión de potencia.

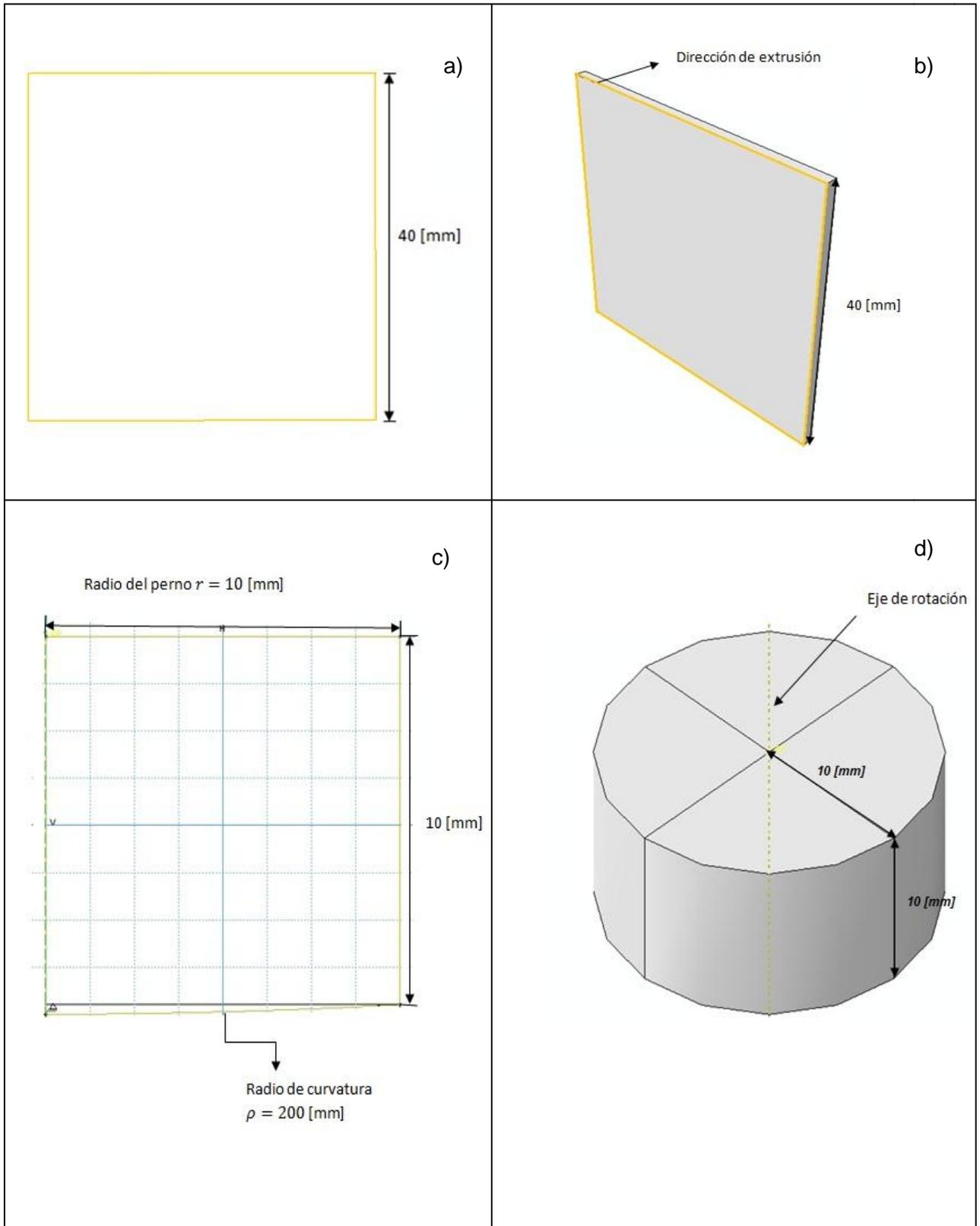
Sin embargo, debido a que en la presente tesis solamente se está simulando un contacto entre superficies, se consideró únicamente la elaboración de dos componentes a los cuales se les asignó la descripción de sólidos deformables.

La primera pieza considerada fue para la creación del perno que es el encargado de producir el proceso de desgaste de la capa multi-metálica. Este pieza cuenta con las mismas dimensiones del primer modelo, es decir un radio de 20 mm y un radio de curvatura de 200 mm, pero se limitó su longitud a 10 mm que es la mitad del perno del modelo inicial. La segunda pieza considerada fue para la creación del material tribológico ensayado, el cual sólo consiste de una placa cuadrada de 20 mm de longitud y de 0.75 mm de espesor.

Como se mencionó anteriormente, ABAQUS/CAE cuenta en este módulo de parte con una serie de herramientas que permiten la construcción de cualquier superficie que se desee mediante la representación de un perfil o contorno de la pieza. Así entonces, para la creación del perno se dibujó sólo un plano que se hizo girar alrededor de un eje que es el proceso mediante el cual se crean los sólidos por revolución.

Para la elaboración de la placa de material tribológico se dibujó un cuadrado con la dimensión de longitud señalada y a este se le hizo extruir a la medida del espesor señalado.

En la siguiente tabla (figura 3.2) se muestran las geometrías y los esquemas finales utilizados en el modelo numérico para el perno y la placa. Donde la figura a) representa el sketch de la placa de aleación, la figura b) indica la pieza de lámina final extruida, en la figura c) se presenta el sketch utilizado para la creación del perno, donde puede verse además el radio de curvatura del perno, y finalmente en la figura d) se observa la pieza final del perno.



**Figura 3.2.** Perfiles y superficies finales de la placa de aleación y del perno en el modelo oficial

### 3. 2. Módulo de propiedades

En este segundo módulo deben definirse las propiedades de cada uno de los materiales utilizados en el modelo, como ambas piezas se han supuesto como deformables deben asignarse las propiedades debidas a cada material. Como se hizo mención anteriormente, el material para el perno de desgaste fue acero y para la placa se utilizó una lámina de aleación SAE 783.

Existe una extensa cantidad de opciones en este módulo que permiten simular el comportamiento mecánico de materiales metálicos, cerámicos, poliméricos y materiales compuestos mediante modelos matemáticos y físicos, es por ello que se deben definir los parámetros más representativos para cada material.

Para la realización de este modelo se consideró al acero como un material elástico y por tratarse de un material isotrópico, fue necesario definir solamente dos constantes independientes las cuales se conocen como las constantes de Lamé ( $\lambda$  y  $\mu$ ). Estas constantes pueden expresarse en términos del módulo de Young  $E$ , el módulo cortante  $G$  y la relación de Poisson  $\nu$  como:

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.1)$$

$$\lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (3.2)$$

Así entonces, ABAQUS/CAE sólo requiere que se definan los valores para el módulo de Young y para la relación de Poisson respectivos al material que se va a utilizar. Como en este caso se trata del acero se definieron los valores de  $E = 200 [GPa]$  y  $\nu = 0.29$ .

#### 3. 2. 1. Caracterización y comportamiento del material tribológico con viscoplasticidad

Es de principal interés en el presente trabajo conocer los efectos de la termofluencia que se dan durante la realización del ensayo tribológico del cual se partió para la simulación numérica. Esta es la razón por la cual se optó partir del modelo realizado en [35] en donde el material tribológico se idealizó como un sólido elasto-plástico, sin embargo en el desarrollo del modelo se proponen algunos valores de los efectos de fluencia (*creep* en inglés) que permitirán comenzar a entender el comportamiento de este tipo de efectos en la velocidad de deformación que se da durante el proceso de formación de la tribocapa.

Los valores que se utilizaron para definir la zona elástica del material tribológico fue un módulo de Young de  $E = 68 [GPa]$  y una relación de Poisson de  $\nu = 0.33$ .

Para conocer los datos correspondientes a la zona plástica, se tuvo que caracterizar al material. Por lo cual se llevó a cabo un tratamiento térmico de recocido a probetas de la aleación SAE 783, durante 30 minutos con una temperatura de 300 °C para posteriormente llevar a cabo ensayos de tracción y así poder determinar la curva esfuerzo-deformación ingenieril. A partir de esta curva se determinaron los valores que el programa necesita para definir el comportamiento plástico del material. El esfuerzo de cedencia se determinó en 60.49 MPa y se obtuvieron 68 puntos plásticos que para

utilizarlos en ABAQUS/CAE fue necesario convertir estos valores de esfuerzos y deformaciones ingenieriles a valores reales mediante las ecuaciones 3.3 y 3.4, la curva obtenida con los valores reales se indica en la figura 3.3.

$$\sigma_{real} = \sigma_{ing} (\epsilon_{ing} + 1) \quad (3.3)$$

$$\epsilon_{real} = \ln(\epsilon_{ing} + 1) \quad (3.4)$$



**Figura 3.3.** Curva para la zona plástica de la aleación SAE 783

Dentro de este módulo también deben definirse los valores que determinan el comportamiento viscoplástico del material. Para esto fue necesario hacer uso de la opción *creep*, ya que permite modelar análisis de esfuerzos cuya respuesta del material depende del tiempo. Cabe mencionar que esta opción ignora los efectos de las fuerzas de inercia, razón por la cual no es necesario definir la densidad del material.

Como se mencionó anteriormente se eligió modelar el ensayo tribológico con la ecuación de la potencia en su versión de tiempo-endurecimiento, es decir mediante la ecuación 2.22 (y mediante el ajuste realizado para la variable de tiempo con lo cual se obtuvo la ecuación 2.29) la cual se volverá a presentar por su debida importancia en este trabajo:

$$\dot{\epsilon}^{cr} = A\sigma^n t^m \quad (2.22)$$

$$\dot{\epsilon} = \frac{A}{b^m} \sigma^n t^{*m} \quad (2.29)$$

Al valor del exponente  $n$  de la ecuación 3.5 se le suele conocer como la sensibilidad de la velocidad de deformación y cuyo valor para el caso de los metales y sus aleaciones se encuentra en  $4.5 \leq n \leq 5$ . Estos valores controlan el ascenso de las dislocaciones durante el efecto de la fluencia [25, 36].

La constante  $A$  presenta unidades de esfuerzo por unidad de tiempo ( $Pa/s$ ), cuyo valor depende para cada material. Este valor debe ser muy pequeño para los casos de la velocidad de deformación en la fluencia. Sin embargo, si el valor de  $A \leq 10^{-27}$ , pueden presentarse dificultades numéricas en el cálculo del análisis de los materiales definidos en el modelo [33].

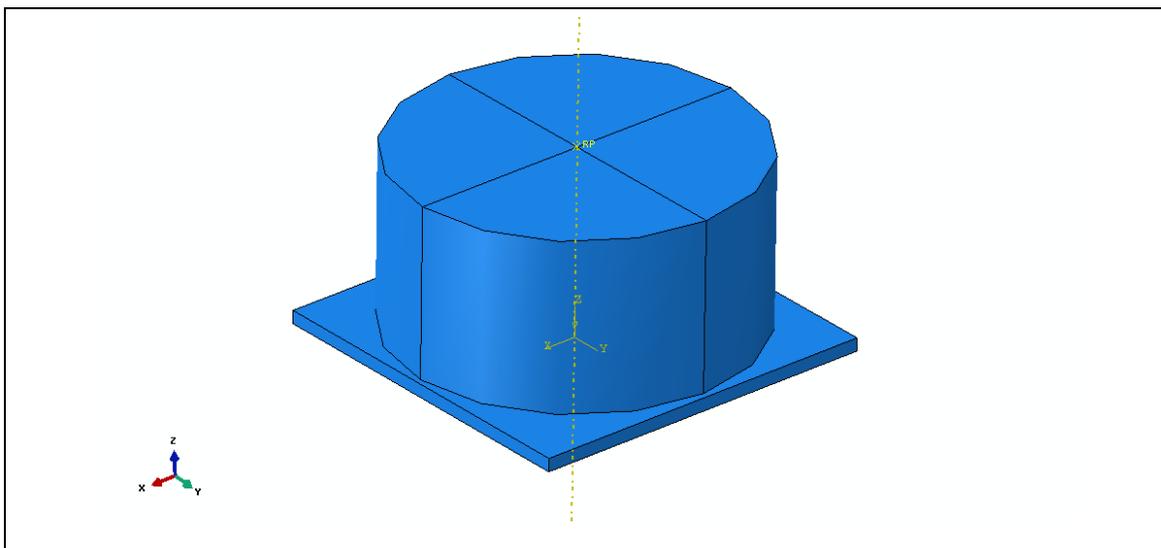
Para evitar lo anterior, es recomendable utilizar un sistema de unidades que permita que el valor de la constante  $A$  no esté por debajo de este rango. Es por esta razón que en el módulo de parte se definieron a las piezas en milímetros, para que así en este módulo de propiedades se pudiesen definir unidades de  $\sigma$  en MPa ( $N/mm^2$ ), con lo que se logró un valor de la constante  $A = 10^{-16} MPa$ .

Para las distintas simulaciones que se desarrollaron, los valores de  $A$  y de  $n$  se mantuvieron constantes (basándose en experimentación) variando solamente el valor del coeficiente de fricción que se da entre el perno de acero y la placa del material tribológico.

### 3. 3. Módulo de ensamble

En este módulo se unen cada una de las piezas que se dibujaron en el módulo de parte con el fin de crear el ensamble final del modelo. Las piezas creadas en el módulo de parte cuentan con su propio sistema de coordenadas, y en el módulo de ensamble se toman figuras instantáneas de éstas para que, al unir las, el ensamble final cuente con su sistema de coordenadas respectivo.

Se ha mencionado que el modelo desarrollado cuenta con dos piezas; un perno de acero y una placa de material tribológico, donde además cabe mencionar que a la superficie del perno se le asignó un punto de referencia, el cual determinará su comportamiento dentro del modelo, es decir, mediante este punto se establecen los grados de libertad que rigen el movimiento del perno (esto se detallará en el módulo de condiciones de frontera), además también debe hacerse mención que se crean dos particiones al perno con el fin de seccionarlo en cuatro partes y con ello lograr, en el módulo de mallado (*mesh*) una mejor malla de elementos finitos para esta pieza. En la figura 3.4 se observa el ensamble final del modelo vista desde el plano XY.



**Figura 3.4.** Ensamble final del modelo visto desde el plano XY

### 3. 4. Módulo de paso

En este módulo se define el tipo de solución numérica para el análisis del modelo. Esto mediante la división de pasos que el modelo debe realizar durante su funcionamiento. Para cada paso el usuario puede elegir un procedimiento de análisis, entre ellos análisis estáticos y análisis dinámicos, pero es importante destacar que sólo un tipo de análisis puede ser definido para cada paso.

Para el modelo de esta tesis se definieron tres pasos. El primero de ellos se definió como un paso estático y consiste en que el perno debe avanzar y penetrar a la placa en un tiempo de diez segundos. El segundo paso, definido también como estático, consiste en que el perno comenzará a girar con una velocidad constante durante un lapso de cinco segundos, con lo cual se originará un esfuerzo cortante debido a la fricción existente entre el perno y la placa. Finalizado este tiempo comienza el tercer paso donde se mantiene la velocidad de giro del perno durante 60 segundos en un paso conocido como VISCO. Este paso permitirá conocer los efectos viscoplásticos del material, cuyas características principales se describirán más adelante.

Los tres pasos que se definieron en este módulo se encuentran dentro de la librería de Abaqus/Standard, lo que significa que se utilizará el método de integración implícita en el análisis.

#### 3. 4. 1. El paso VISCO (*visco step*)

El paso VISCO es una opción que se utiliza para obtener una respuesta transitoria en análisis donde el comportamiento del material depende del tiempo, como es en el caso de la fluencia que se da en el material tribológico.

Este paso no considera los efectos de las fuerzas de inercia y puede resolver problemas lineales y no lineales. Es recomendable utilizar incrementos de tipo automático en la mayoría de los casos para el desarrollo del análisis, aunque también es posible hacer uso de incrementos fijos. En algunos tipos de análisis se puede generar inestabilidad local, siendo posible no obtener solución aún utilizando incrementos de tipo automático, sin embargo Abaqus/Standard posee varias herramientas que permiten resolver esta clase de problemas, como son:

1. Estabilización automática con fracción de energía dada por defecto cuyo valor es de  $2.0 \times 10^{-4}$ .
2. Estabilización automática con fracción de energía dada por el usuario.
3. Estabilización a través del método para determinar el factor de amortiguamiento en problemas con movimiento de cuerpo rígido. El valor para esta opción corresponde al mismo de energía dada por defecto, es decir  $2.0 \times 10^{-4}$  aunque también es posible para el usuario definir este valor.

Para el tipo de solución numérica en este paso VISCO se puede utilizar el método de integración explícita, el método de integración implícita o inclusive ambos, todo depende del procedimiento utilizado, la presencia de la plasticidad y si es un análisis lineal o no lineal.

El programa comienza con el método de integración explícita y continúa utilizando este método a menos que el límite de estabilidad del sistema cause restricciones en los incrementos de tiempo, ó si la plasticidad está activa en el modelo. Si alguna de estas dos condiciones se produce, el programa cambia del método de integración explícito a implícito, lo que provoca una de las principales desventajas de este paso, ya que es necesario un gran número de incrementos de tiempo para la solución, lo que lleva a que la solución sea costosa para el equipo de cómputo, además también de que en algunos casos pueden presentarse problemas de divergencia.

La precisión de la integración en los incrementos de tiempo para los efectos de fluencia puede ser controlada mediante el parámetro CETOL (error de tolerancia "errtol"), el cual, a partir de las tasas de deformación, indica la diferencia máxima calculada al principio y final de cada incremento. El valor del error de tolerancia para este parámetro se determina al dividir un valor de esfuerzo suficiente para que se dé la fluencia en el material entre su respectivo módulo de Young. A continuación se describe cómo se determina este tipo de error en el programa, en donde cabe mencionar que esto sólo se presenta en los casos donde se utilizan incrementos de tipo automático.

Abaqus/Standard controla el límite de estabilidad de forma automática durante la integración explícita. Si en algún punto del modelo el incremento de fluencia ( $\dot{\varepsilon}^{cr}|_t \Delta t$ ) es mayor que la deformación elástica total, el problema se volverá inestable. Por lo tanto, para calcular un paso de tiempo estable  $\Delta t_s$  se utiliza la siguiente ecuación:

$$\Delta t_s = 0.5 \frac{\varepsilon^{el}|_t}{\dot{\varepsilon}^{cr}|_t} \quad (3.5)$$

Donde  $\varepsilon^{el}|_t$  es la deformación elástica equivalente en el tiempo  $t$ ,  $\dot{\varepsilon}^{cr}|_t$  es la velocidad de deformación equivalente en el tiempo  $t$ . Para cada incremento que se realiza con integración explícita, se compara el incremento de tiempo estable  $\Delta t_s$  con el incremento de tiempo crítico definido como:

$$\Delta t_c = \frac{errtol}{\dot{\varepsilon}^{cr}|_{t+\Delta t} - \dot{\varepsilon}^{cr}|_t} \quad (3.6)$$

La tolerancia de error para la integración debe elegirse de modo que los incrementos en el esfuerzo  $\Delta \sigma$  se calculen con precisión. Considerando el ejemplo unidimensional donde el incremento de esfuerzo  $\Delta \sigma$  esta dado por:

$$\Delta \sigma = E \Delta \varepsilon^{el} = E (\Delta \varepsilon - \Delta \varepsilon^{cr}) \quad (3.7)$$

Donde  $\Delta \varepsilon^{el}$  es la deformación elástica,  $\Delta \varepsilon$  la deformación total,  $\Delta \varepsilon^{cr}$  los incrementos de fluencia y  $E$  el módulo de Young del material. Para que el cálculo de  $\Delta \sigma$  sea preciso el error en cada incremento debido a la deformación por fluencia  $\Delta \varepsilon_{err}^{cr}$  debe ser muy pequeño comparado con  $\Delta \varepsilon^{el}$ , es decir:

$$\Delta \varepsilon_{err}^{cr} \ll \Delta \varepsilon^{el} \quad (3.8)$$

El valor del error en la expresión  $\Delta\varepsilon_{err}^{cr}$  se mide mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta\varepsilon_{err}^{cr} = (\dot{\varepsilon}^{cr} |_{t+\Delta t} - \dot{\varepsilon}^{cr} |_t)\Delta t \quad (3.9)$$

Lo que conduce a:

$$(\dot{\varepsilon}^{cr} |_{t+\Delta t} - \dot{\varepsilon}^{cr} |_t)\Delta t \ll \frac{\Delta\varepsilon^{el}}{E} \quad (3.10)$$

Y de las ecuaciones (3.6) y (3.7) se obtiene:

$$errtol \ll \frac{\Delta\sigma}{E} \quad (3.11)$$

Para obtener más información de este método de estabilización se recomienda revisar las referencias [33] y [37].

En el modelo de esta tesis se optó por utilizar el método de estabilización por factor de amortiguamiento con movimiento de cuerpo rígido utilizando el valor automático de energía dada por defecto, es decir  $2.0 \times 10^{-4}$ . El valor utilizado para controlar el error de tolerancia fue  $errtol = 5 \times 10^{-6}$  y debido a que en el modelo se encuentra activa la plasticidad se optó por ambos métodos de integración, tanto explícito como implícito, esto mediante la opción *Explicit/Implicit* al definir el paso VISCO.

Todo lo anterior permitió al modelo solucionar problemas comunes como los dados por inestabilidades, por factor de amortiguamiento en el movimiento de cuerpo rígido, así como problemas de divergencia. Cabe mencionar que este resultado fue obtenido a través de una serie extensa de simulaciones previas.

### 3. 5. Módulo de interacción

En este módulo deben especificarse las interacciones mecánicas y térmicas del modelo entre una región de éste con sus alrededores, es decir, las interacciones de contacto entre superficies, de radiación, condiciones de cuerpo rígido, etcétera.

A la interacción entre la superficie de desgaste del perno y la placa de material tribológico se le llama par de contacto, el cual se presenta desde el primer incremento de tiempo en el primer paso, es decir, el contacto comenzará desde el momento en que el perno empiece a presionar a la placa, es por esto que el contacto se debe definir desde el primer paso y que su efecto se propague al segundo y tercer paso en donde el perno se encuentra girando.

#### 3. 5. 1. Tipo de contacto entre el perno y la placa

Dentro del programa existen dos métodos para definir el tipo de contacto entre las superficies del modelo, contacto tipo superficie-superficie y nodo-superficie. Para esta tesis se escogió el primer tipo de contacto, debido a que este permite una pequeña

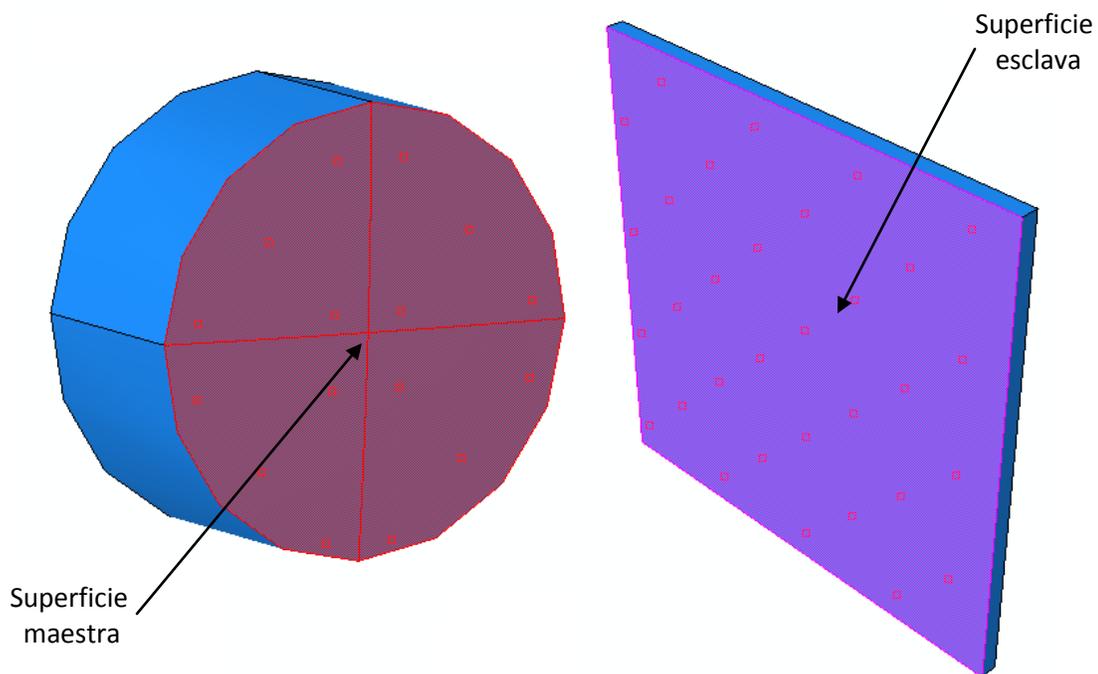
penetración de los nodos de la superficie maestra sobre la esclava, donde las condiciones de contacto se distribuyen uniformemente. Además que el cálculo de esfuerzos que se presentan en las superficies es mucho más preciso que al utilizar el tipo de contacto nodo-superficie, ya que en este los esfuerzos y deformaciones se concentran solamente en nodos seleccionados de la superficie [38].

En el programa también se permite definir el tipo de movimiento relativo para el par de contacto mediante dos trayectorias de aproximación: deslizamiento finito y deslizamiento pequeño.

En el contacto por deslizamiento finito el programa requiere dar un seguimiento continuo de qué parte de la superficie maestra se encuentra en contacto con cada uno de los nodos de la superficie esclava, lo que conlleva a un cálculo muy complejo para el análisis, sobre todo si ambas piezas son deformables. Es por lo anterior que se optó por utilizar la trayectoria de aproximación de deslizamiento pequeño, ya que en este tipo de formulación el programa estabiliza la relación entre los nodos de la superficie esclava y la superficie maestra desde el comienzo de la simulación, es decir, el programa determina qué segmento de la superficie maestra interactuará con cada uno de los nodos en la superficie esclava [39].

Se consideró al perno como la superficie maestra y la placa de material tribológico como la superficie esclava, ya que en el perno solamente se presentaran deformaciones elásticas debido a las propiedades que se definieron en el módulo respectivo, además de que esta superficie se comporta aproximadamente como un cuerpo rígido.

Cabe mencionar que se consideró como superficie maestra a la parte del perno que se encuentra en contacto con la superficie de la placa que sufrirá el desgaste durante el ensayo. La principal ventaja de esto es que conlleva a una eficiente reducción en el tiempo de cálculo durante el análisis.



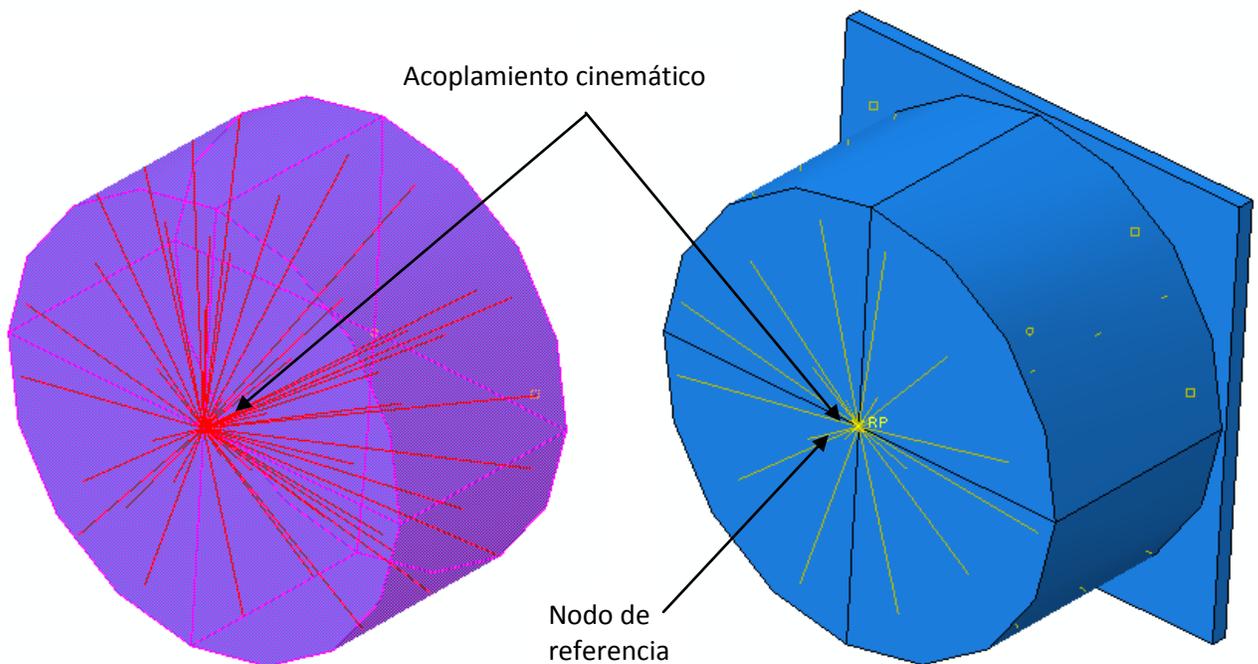
**Figura 3.5.** Dominio de la superficie maestra y esclava del modelo

Para el caso de la placa de aleación, ésta sufrirá severas deformaciones como consecuencia del proceso de desgaste del perno tanto cuando este último se encuentre indentando como girando, además de que es precisamente en el material tribológico donde se desarrollan los efectos de fluencia que se presentan en el ensayo. Debe mencionarse también que sólo se está considerando como superficie esclava a la superficie cuyos nodos estarán en contacto con la superficie maestra del perno. La figura 3.5 indica la selección de la superficie maestra y la superficie esclava.

Al definir la formulación de contacto es necesario también considerar ciertas propiedades que indiquen el comportamiento de las superficies a interactuar en el par de contacto, estas propiedades pueden ser mecánicas y térmicas [40].

En esta tesis se optó por modelar un contacto superficial de acuerdo al modelo de fricción seca de Coulomb, donde para las distintas simulaciones se utilizaron dos valores para el coeficiente de fricción  $\mu$  (0.2 y 0.4), además también para un tercer caso en donde no se consideraron los efectos de fricción. La propiedad mecánica para cada uno de los distintos coeficientes de fricción utilizados en el par de contacto fue un comportamiento tangencial.

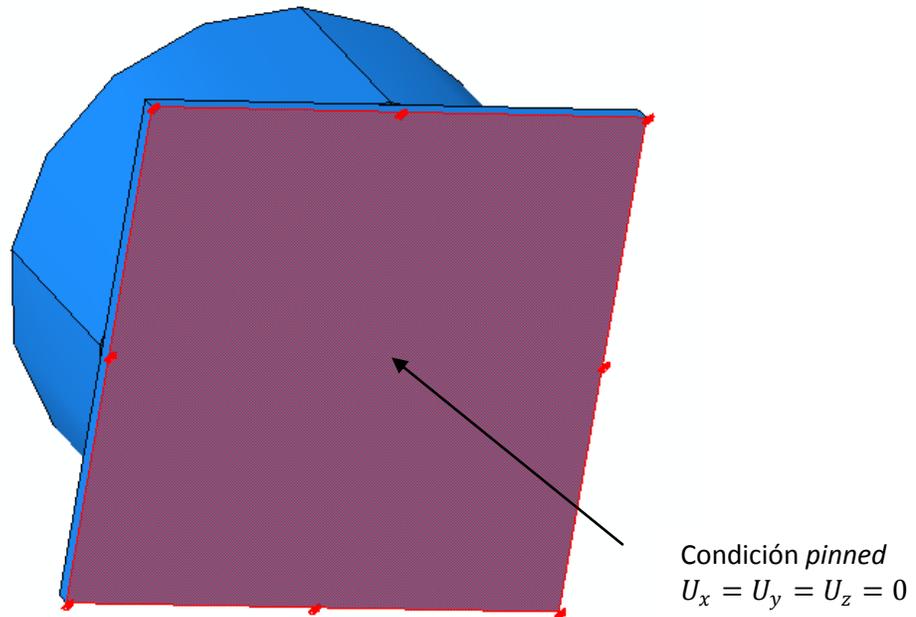
Por último, dentro de este módulo de interacción se ha asignado al perno un acoplamiento cinemático sobre el punto de referencia definido en el módulo de ensamble. Dicho acoplamiento estará asociado a cada uno de los puntos que conforman la superficie del perno. La función principal de este acoplamiento cinemático radica en que limita el movimiento de un grupo de nodos a través del nodo de referencia, es decir, será este punto el que controle el movimiento de los nodos asociados a él [41], sin embargo esto se detallará en el módulo siguiente. En la figura 3.6 se muestra la relación del acoplamiento cinemático con la superficie del perno.



**Figura 3.6.** Acoplamiento cinemático asociado al perno

### 3. 6. Módulo de condiciones de frontera

Debido a que en la prueba experimental la placa de aleación se encuentra en el sistema porta-muestras del tribómetro, se optó por utilizar la condición *pinned* para los nodos que componen la parte inferior de la placa desde el primer paso de la simulación. Dicha condición restringe los desplazamientos de los nodos en cada una de las direcciones, es decir  $U_x = U_y = U_z = 0$ . Por lo tanto no habrá desplazamiento de estos nodos en ninguna de las direcciones durante toda la simulación (ver figura 3.7).



**Figura 3.7.** Condición *pinned* para el respaldo de la placa

Las condiciones de frontera para el perno se definieron en el punto de referencia, ya que este determinará el movimiento de cada uno de los elementos del perno una vez que este se haya dividido en elementos finitos [42].

En primer lugar se le definió al punto de referencia del perno una carga normal de tipo fuerza concentrada cuya magnitud corresponde a un valor de 100 N en la dirección negativa  $z$ , la cual estará actuando desde el primer paso del análisis y su efecto se propagará a los siguientes dos pasos.

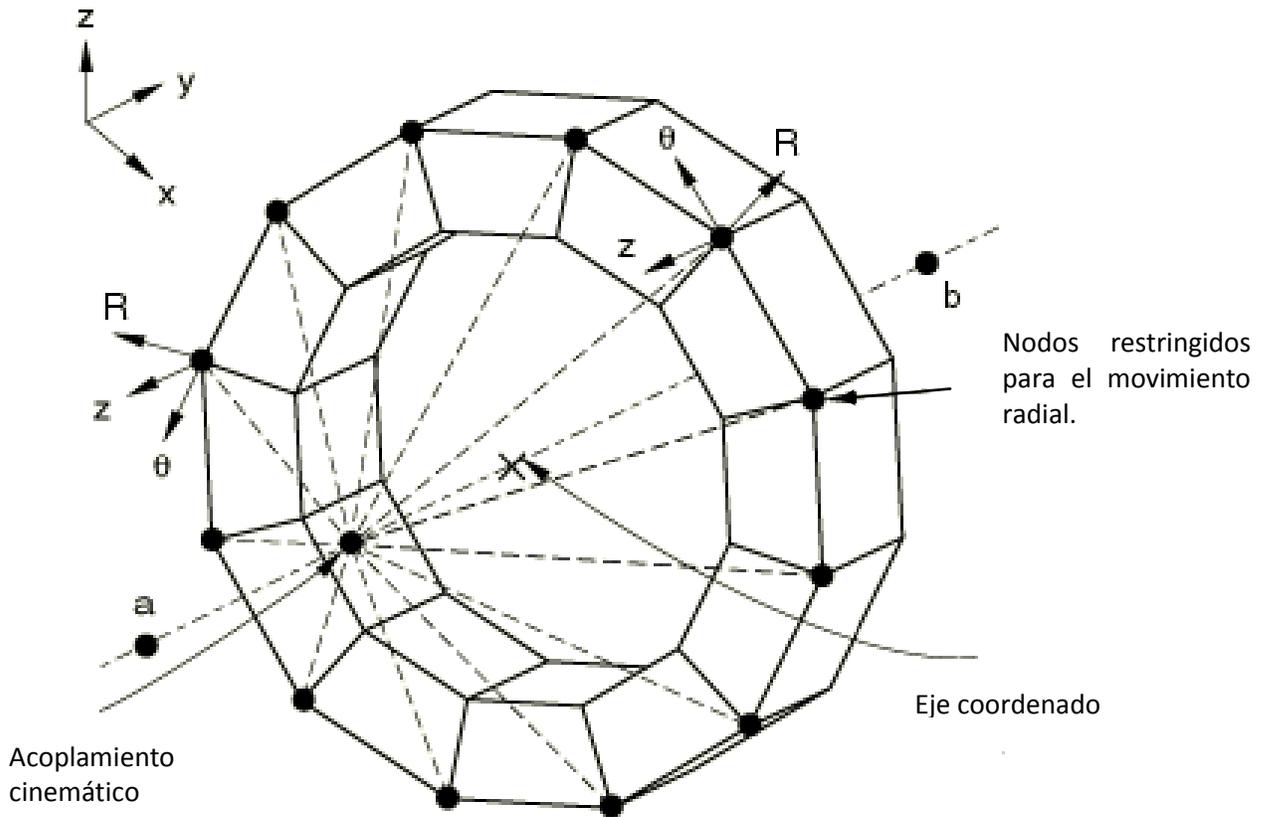
Con la finalidad de que el valor definido de la carga actué desde el primer incremento de tiempo, se definió una curva de amplitud tipo tabular, indicando así que desde el momento en que  $t = 0$  la magnitud de la carga es de 100 N.

Para la condición de rotación del perno se asignó al nodo de referencia la condición de velocidad/velocidad angular para ambos giros definidos en el módulo de paso. Estos giros provocaran el proceso de desgaste en la placa.

La velocidad angular de giro del perno tiene un valor de  $\omega = 0.20944 \text{ rad/s}$  tanto para el primer giro como el segundo alrededor del eje  $z$ . Esta velocidad angular corresponde a

dos vueltas por minuto. Debido a que se permitió el desplazamiento en el eje  $z$  durante los giros del perno, este se desplazará por efecto de la carga de 100 N.

La figura 3.8 muestra un típico ejemplo donde se utiliza una restricción de acoplamiento cinemático para establecer un movimiento de rotación en los elementos de un sólido deformable (ver figura 3.6).



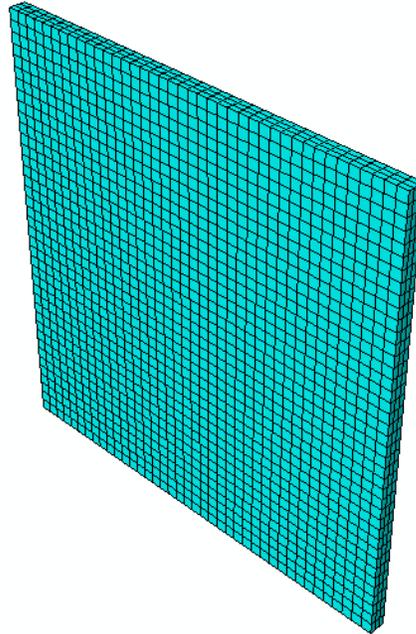
**Figura 3.8.** Acoplamiento cinemático utilizado para transmitir rotación a una estructura [41]

### 3. 7. Módulo de mallado

Una vez que se establecieron las geometrías, propiedades, interacciones y condiciones en cada uno de los módulos anteriores, debe definirse el tipo y la geometría de los elementos finitos que compondrán la malla del modelo.

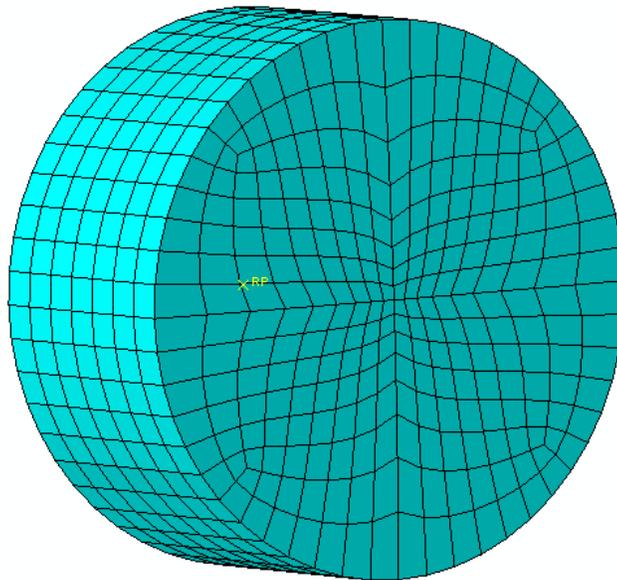
El módulo de mallado contiene diversas herramientas para generar eficaces mallas de elementos finitos de las distintas partes o ensambles creados en el modelo. A continuación se describirá el procedimiento realizado para la elaboración de la malla de la lámina y el perno.

Para la lámina de aleación se malló con la opción *seed edges*, formando así 4800 elementos paralelepípedos lineales con integración reducida (C3D8R).



**Figura 3.9.** Malla para la lámina de aleación

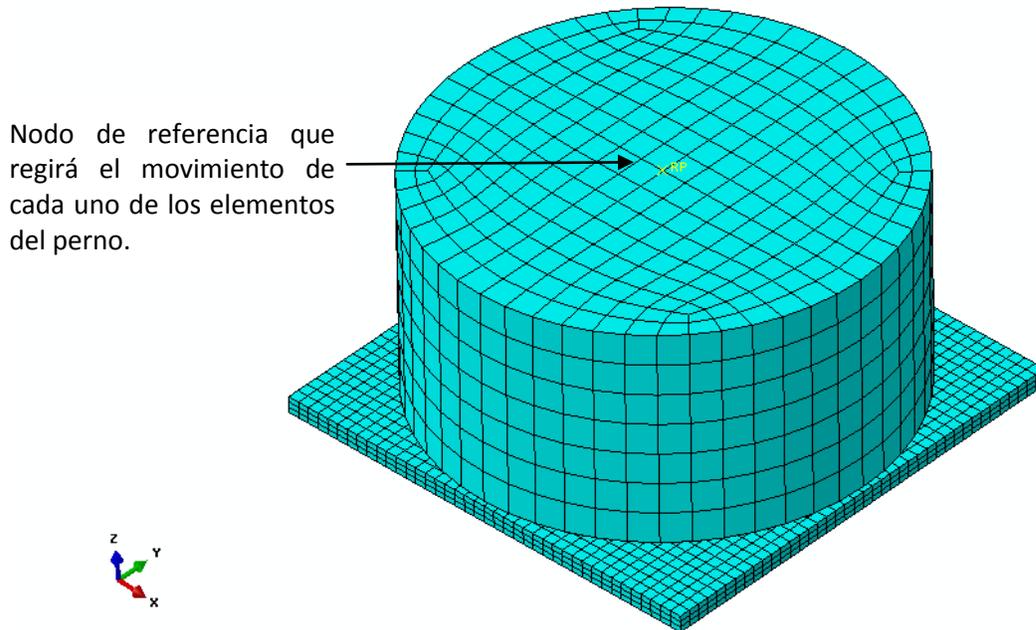
Para el caso del perno, se realizó un mallado no muy fino, sin embargo éste se hizo más denso en la parte central, ya que esta es la zona que se encuentra en contacto con la placa del material tribológico.



**Figura 3.10.** Mallado del perno (vista de zona de contacto)

Lo anterior se realizó mediante la opción *biased* aplicada a los bordes que dividen las particiones del perno. Con ello se obtuvieron un total de 1904 elementos para el mallado del perno.

La figura 3.11 muestra el mallado final del modelo, el cual será utilizado en cada una de las simulaciones realizadas. Así entonces, la malla final tiene un total de 6704 elementos tipo continuos lineales con integración reducida (C3D8R).



**Figura 3.12.** Malla final de elementos finitos para el modelo

## Capítulo 4

### Presentación de resultados

---

---

#### 4. 1. Descripción de las simulaciones

Este capítulo presentará los resultados obtenidos en cada una de las simulaciones realizadas a cabo mediante el método de elementos finitos.

Con el propósito de tener criterios de comparación en los resultados obtenidos, se tomó la decisión de realizar nueve simulaciones distintas, en las que, se variaron algunos de los valores de los parámetros de la ecuación 2.29. Ecuación que representa el modelo de termofluencia (en su versión tiempo-endurecimiento). Además, como se ha mencionado anteriormente, se utilizaron tres coeficientes de fricción distintos para el desarrollo de las simulaciones.

Los valores de  $A$  y  $n$  de de la ecuación 3.5 se mantuvieron constantes para todas las simulaciones, donde  $A = 3.2 \times 10^{-12}$  [MPa/s] y  $n = 5$ . La tabla 4.1 muestra los valores utilizados para la variable del tiempo  $m$  y del coeficiente de fricción  $\mu$  en cada una de las nueve simulaciones.

**Tabla 4.1.** Valores para  $m$  y  $\mu$  en las simulaciones realizadas

Variables en las simulaciones	
Simulación 1	$m = 0 \quad \mu = 0$
Simulación 2	$m = 0.2 \quad \mu = 0$
Simulación 3	$m = 0.4 \quad \mu = 0$
Simulación 4	$m = 0 \quad \mu = 0.2$
Simulación 5	$m = 0.2 \quad \mu = 0.2$
Simulación 6	$m = 0.4 \quad \mu = 0.2$
Simulación 7	$m = 0 \quad \mu = 0.4$
Simulación 8	$m = 0.2 \quad \mu = 0.4$
Simulación 9	$m = 0.4 \quad \mu = 0.4$

En cada una de las simulaciones se observará la importancia que tiene el efecto del valor de la carga del perno, el cual es suficiente para alcanzar la deformación plástica del material tribológico como se ha reportado en trabajos previos [16, 35], y así poder formar la mezcla mecánica de la tribocapa. Así también se observará la influencia que se tiene en el giro del perno para la formación de la tribocapa y se detallaran algunos aspectos en la velocidad de deformación que se tiene en el material ensayado.

Es por ello que para cada simulación se presentarán importantes aspectos, como es el caso del esfuerzo de von Mises necesario para que inicie la deformación plástica en el material tribológico, así como las deformaciones elásticas que se presentan en el perno durante el ensayo. A continuación se describirán los resultados obtenidos.

## 4. 2. Resultados de las simulaciones

La figura 4.1 contiene las figuras donde se indican los esfuerzos de von Mises y la respectiva deformación plástica equivalente en el primer incremento de tiempo de carga del perno, al finalizar los 10 s de esta carga y al término de los 60 s de giro del perno para el caso de la primera simulación, donde la variable del tiempo  $m = 0$  y el coeficiente de fricción  $\mu = 0$ . Las unidades de esfuerzo están en  $MPa$ .

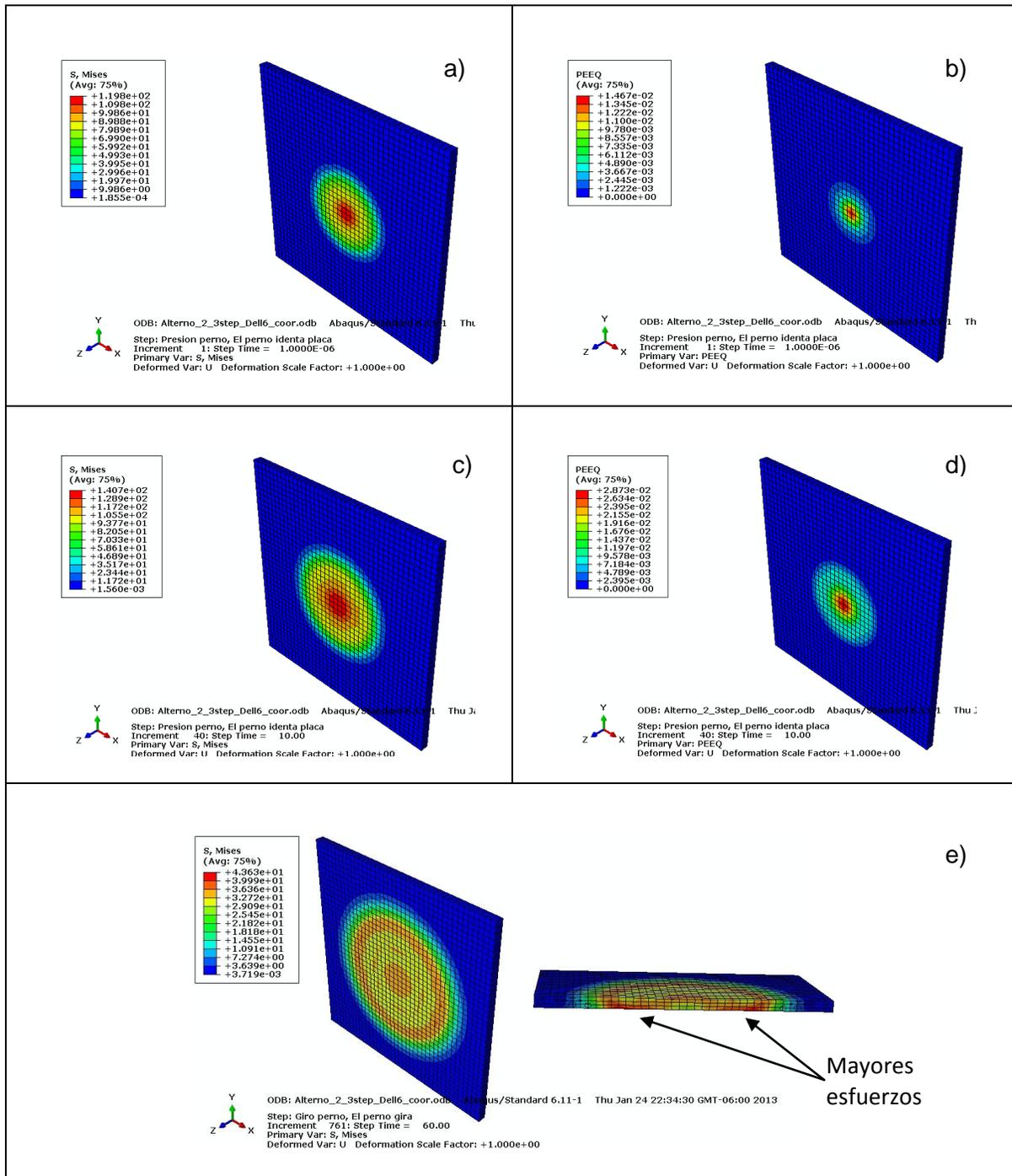


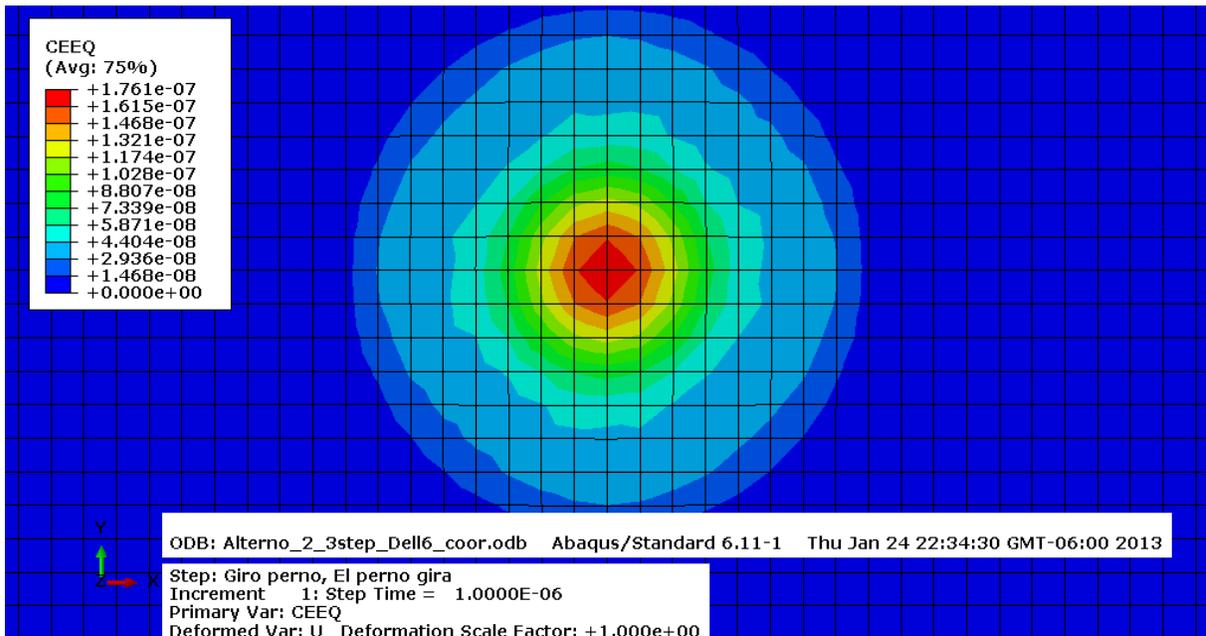
Figura 4.1. Esfuerzos de von mises y deformación plástica equivalente para la primera simulación

En la figura 4.1 a) se indican los esfuerzos que se generan con la carga de los 100 N que el perno ejerce sobre la placa, suficientes para alcanzar la deformación plástica en la placa desde el instante en que comienza la presión del perno como se muestra en b).

Se puede ver que los esfuerzos más altos se presentan en la zona de contacto entre el perno y la placa, la cual se da en el centro de la placa y que, como se mencionó, la deformación plástica se da desde el primer incremento de tiempo, la cual a su vez también va incrementando conforme aumenta el tiempo de carga hasta llegar a un valor constante (figuras c) y d)).

Se muestran además en la figura e), los esfuerzos de von mises obtenidos al término de los 60 s de giro del perno mediante una vista frontal de la placa, en donde se aprecia que, debido a la carga y giro del perno, el área de contacto ha crecido, así como una vista lateral donde se puede ver que los mayores esfuerzos se presentan en el respaldo de la placa de aleación.

Puede observarse como los esfuerzos en la placa han disminuido debido al ensayo de relajación. En este caso no se distingue una gran distorsión en la malla provocada por el giro del perno ya que no existe fricción para esta simulación. La figura 4.2 muestra los resultados obtenidos para la variable CEEQ que representa los valores de la velocidad de deformación  $\varepsilon^{cr} = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}^{cr} : \dot{\varepsilon}^{cr}} dt$  en el primer incremento de tiempo.

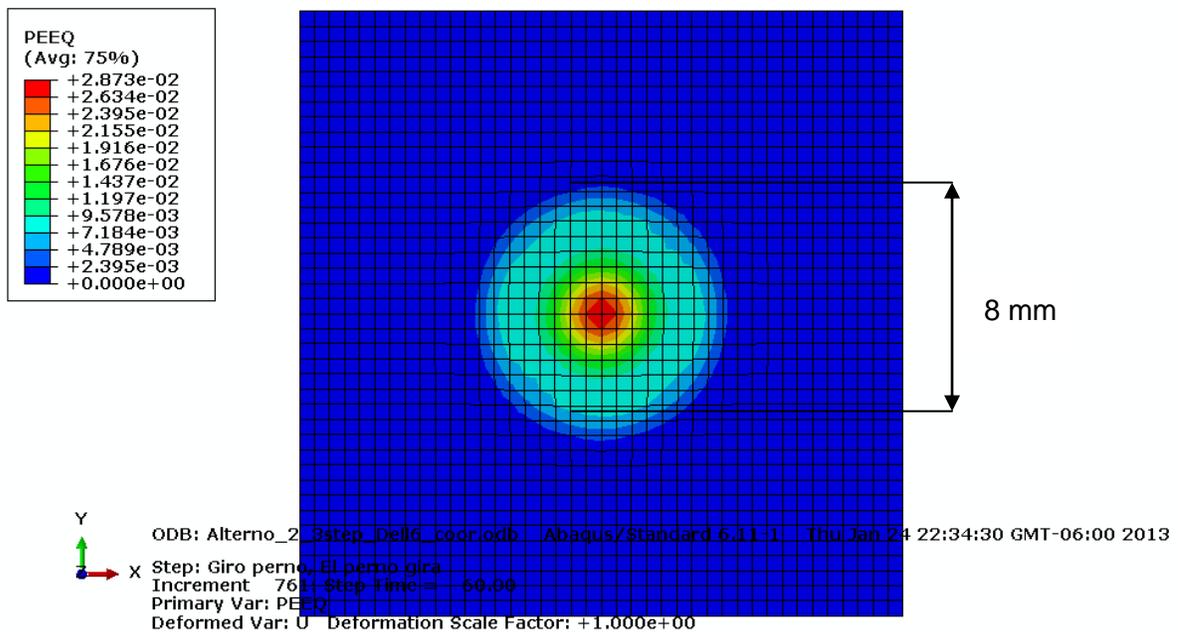


**Figura 4.2.** Primer incremento con fluencia (*creep*) paso 3

A continuación se presenta la figura 4.3, la cual contiene las imágenes donde se muestran las simulaciones correspondientes a la variable de fluencia CEEQ en los incrementos de tiempo 10, 20, 204 (el cual fue el incremento necesario para resolver el primer segundo de fluencia) y el incremento 761 con el que se alcanzó los 60 segundos de fluencia. En cada una de estas figuras puede verse la evolución en el crecimiento de la huella producida por el perno.

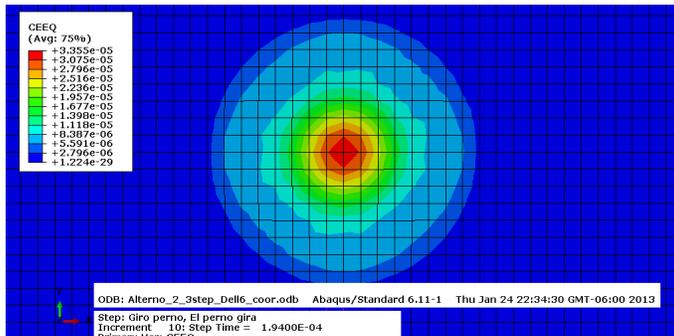
Con cada una de las figuras anteriores se puede ver la evolución del crecimiento de diámetro de huella marcada en el material por el perno. Para esta primera simulación el programa realizó 761 incrementos de tiempo para su solución, sin embargo, las siguientes simulaciones necesitaron de un número mayor de incrementos de tiempo, debido a las condiciones establecidas para cada una de estas. Para este primer caso de simulaciones en el que no existe fricción entre el perno y el material tribológico, es donde se presentaron menos incrementos de tiempo. Solamente para esta simulación se utilizaron estos incrementos con el propósito de ver el costo de cálculo que requiere elaborar el programa para resolver los efectos de fluencia, donde los primeros incrementos de tiempo son muy pequeños pero conforme se van estableciendo los valores en el modelo, aumenta el tamaño en los incrementos.

Finalmente, la figura 4.4 indica la huella marcada en vista frontal debido a la deformación plástica que se presenta en el material al término de la simulación. Puede comprobarse que ésta se mantuvo constante desde los 10 s de carga del perno ya que al no existir fricción no existe la presencia de esfuerzo cortante debido al primer giro del perno, además de que a partir del momento en que finaliza el primer giro del perno, el crecimiento de huella en el material se dará por los efectos de fluencia (paso visco). Al medir la distancia entre los nodos extremos que conforman el diámetro de la huella en el material, se obtuvo un valor de 8 mm.

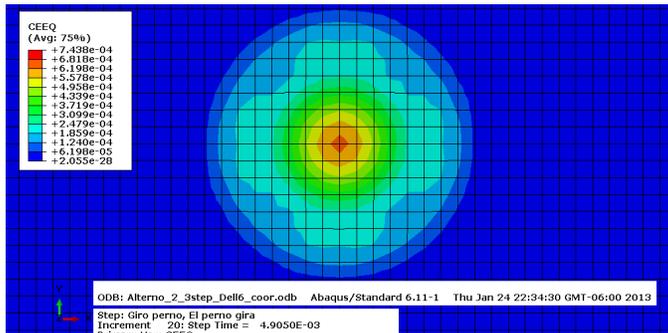


**Figura 4.4.** Diámetro final ocasionado por la deformación plástica en el material tribológico

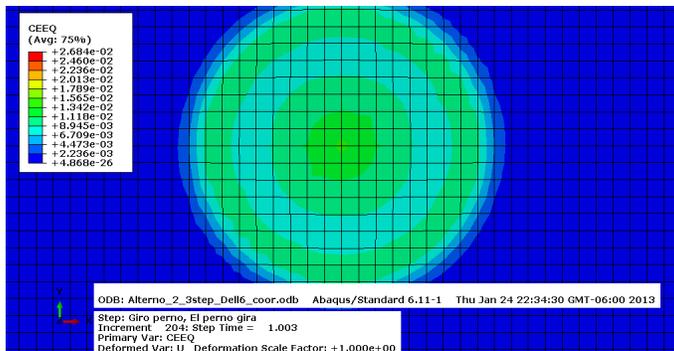
A continuación se presentarán los resultados correspondientes a la segunda y tercera simulación, donde  $m = 0.2$   $\mu = 0$  y  $m = 0.4$   $\mu = 0$  respectivamente. En este caso se reportarán los esfuerzos y deformaciones por los efectos de fluencia que se generan por el giro del perno, ya que con los diez segundos de carga del perno, se generaron los mismos valores que en el caso de la simulación 1 para el esfuerzo de von Mises y la deformación plástica equivalente PEEQ (ver figuras 4.1 a) – d)). Debido a esto, se indicarán los esfuerzos de von Mises para el primer y último segundo con fluencia.



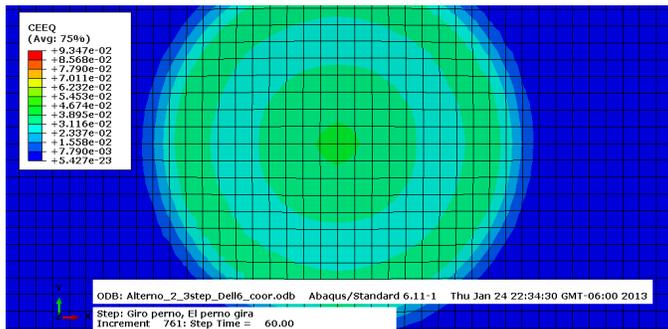
a) En esta figura se esquematiza el décimo incremento de la simulación para el valor de CEEQ, en donde comienza a apreciarse un aumento en el tamaño de la huella marcada en la placa del material tribológico.



b) Para el incremento 20 se ha alcanzado un diámetro mayor de la huella en el material, puede apreciarse que los mayores esfuerzos tienden a concentrarse en el centro de la placa.



c) La imagen indica el primer segundo a partir del comienzo del efecto de la fluencia en el material, para ello el programa necesitó de la realización de cálculo de 204 incrementos.



d) Esta imagen indica la simulación final debida al efecto de fluencia, fue necesario realizar 761 incrementos de tiempo para solucionar los 60 segundos de tiempo establecidos en el paso.

Figura 4.3. Evolución del tamaño de huella en el material para la simulación 1

La figura 4.5 a) indica los niveles de esfuerzo alcanzados en el primer incremento de tiempo con fluencia, y al llevarse a cabo los 60 segundos de simulación, los niveles de esfuerzo de von Mises han disminuido debido al ensayo de relajación como lo indica la figura 4.4 b). Ambas figuras corresponden a la segunda simulación.

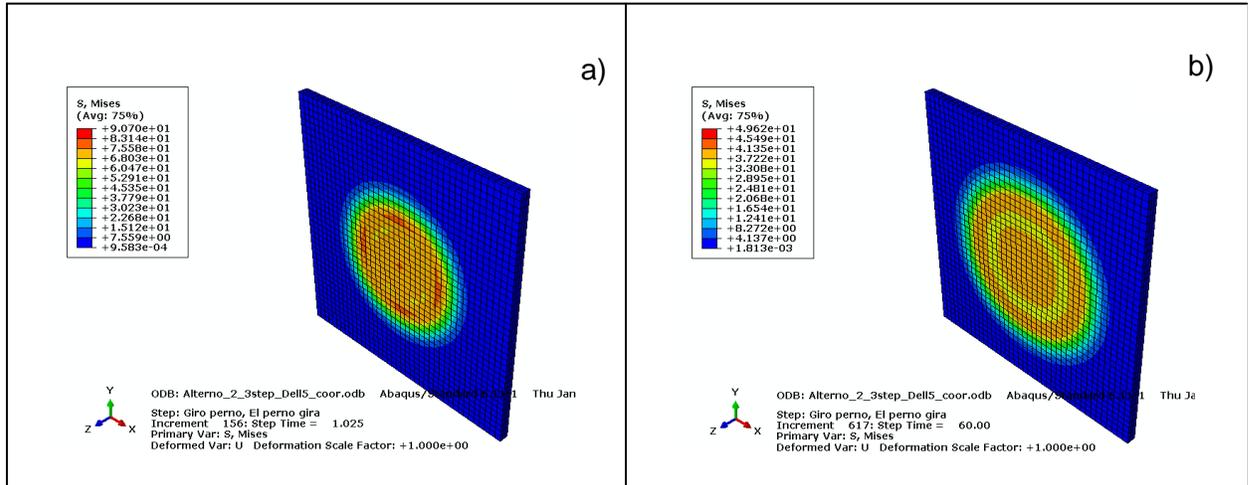


Figura 4.5. Esfuerzo de von Mises en el primer y último segundo para la simulación 2

En la figura 4.6 a) se muestran los niveles de esfuerzo de von Mises en el instante en que comienza el efecto de fluencia en el material, y en b) se puede ver una vez más que estos niveles de esfuerzo han disminuido considerablemente al finalizar los 60 segundos definidos en este paso. Estas imágenes corresponden a la tercera simulación.

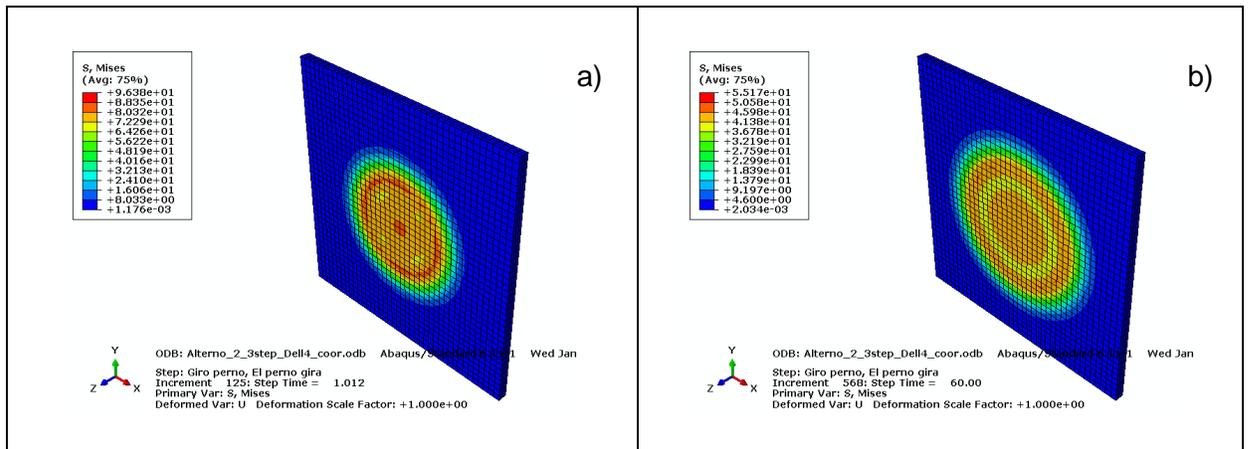
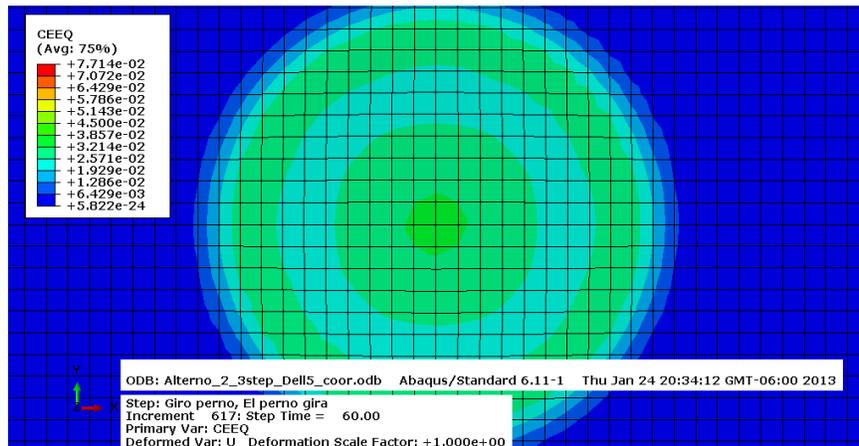


Figura 4.6. Esfuerzo de von Mises en el primer y último segundo para la simulación 3

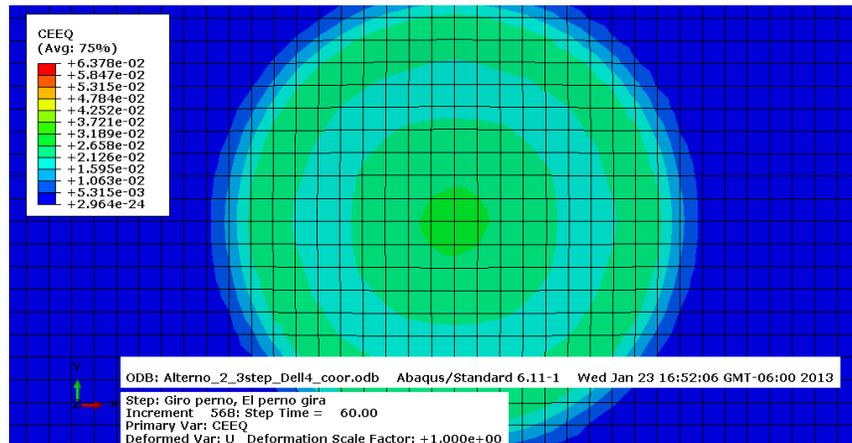
Puede notarse que los mayores esfuerzos se generan en la tercera simulación, y es precisamente en esta simulación donde se llevaron a cabo el menor número de incrementos de tiempo para su solución al efectuarse 568 incrementos de tiempo, una diferencia de 193 incrementos con respecto a la primera simulación, y de 49 incrementos con respecto a la segunda simulación, esto muestra el efecto que tiene el valor de la constante  $m$  del tiempo en la simulación, al tener un valor mayor de este parámetro, el

tamaño de los incrementos de tiempo es mayor, y por ende se requerirán menos incrementos para la solución.

En la figura 4.7 se observan las huellas finales obtenidas en el material al finalizar los 60 segundos del paso *VISCO*, en donde a) corresponde a la segunda simulación y b) indica los valores para la tercera simulación.



a) Huella obtenida en la simulación 2



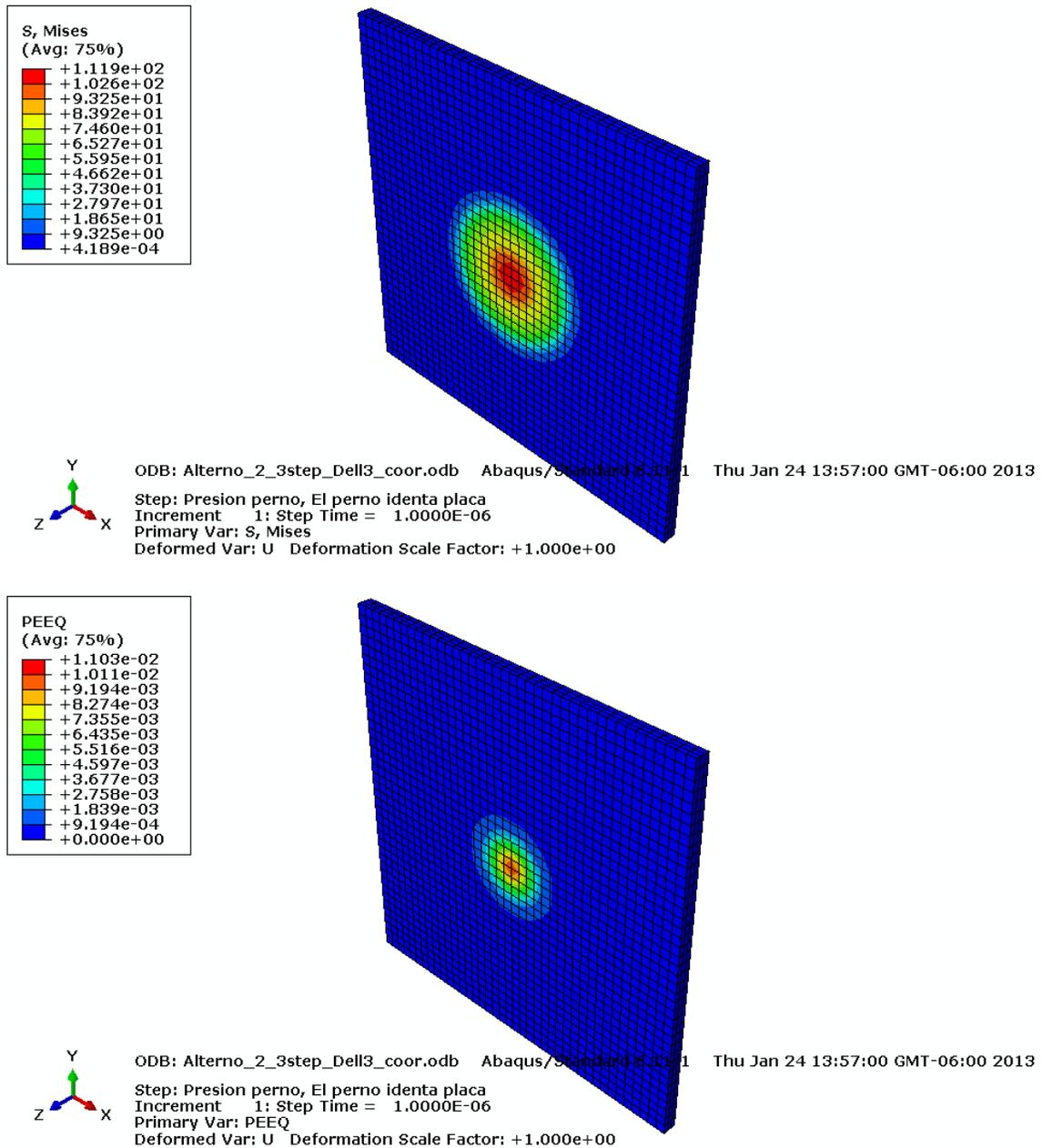
b) Huella obtenida en la simulación 3

**Figura 4.7.** Huella final debido a la fluencia (CEEQ) para la segunda y tercera simulación

De las figuras anteriores puede notarse que los mayores esfuerzos se generan en la tercera simulación, y es precisamente en esta simulación donde se llevaron a cabo el menor número de incrementos de tiempo para su solución al efectuarse 568 incrementos de tiempo, una diferencia de 193 incrementos con respecto a la primera simulación, y de 49 incrementos con respecto a la segunda simulación, esto muestra el efecto que tiene el valor de la constante  $m$  del tiempo en la simulación, al tener un valor mayor de este parámetro, el tamaño de los incrementos de tiempo es mayor, y por ende se requerirán menos incrementos para la solución.

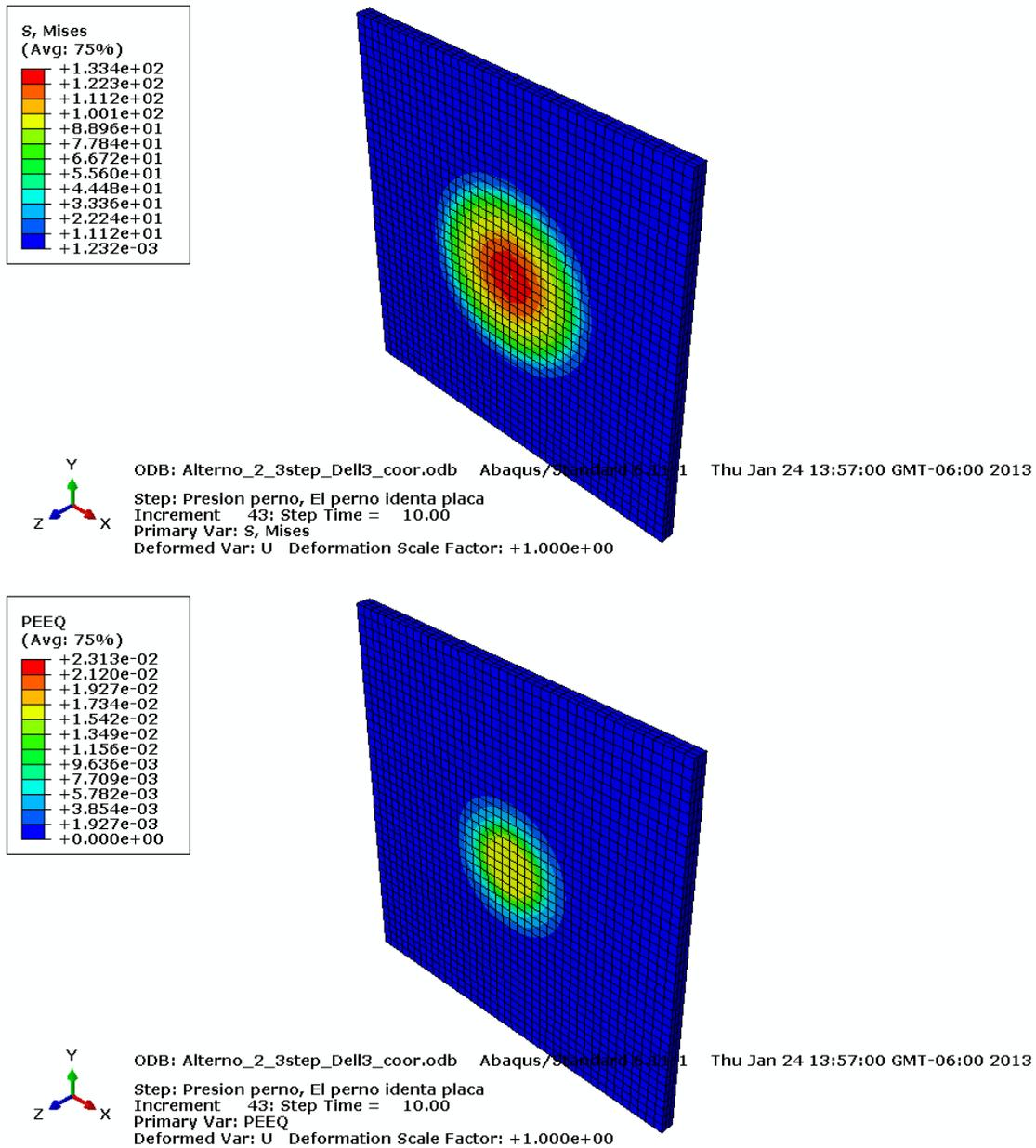
En lo que sigue se mostraran las simulaciones donde también influirá el efecto de fricción, de la tabla 4.1 se observa que se tienen dos valores para  $\mu$  (0.2 y 0.4), lo que generará esfuerzos cortantes en el modelo.

En la figura 4.8 se muestran los esfuerzos de von Mises y su respectiva deformación plástica equivalente correspondientes a la cuarta simulación de esta tesis (donde  $m = 0$  y  $\mu = 0.2$ ) en el primer incremento de tiempo debido a la carga del perno. Pude verse como en el caso de las simulaciones anteriores, que desde el comienzo de la carga se han alcanzado los esfuerzos necesarios para la deformación plástica en el material tribológico.



**Figura 4.8.** Nivel de esfuerzo de von Mises y deformación plástica equivalente al comienzo de la cuarta simulación

En la figura 4.9 se pueden observar los niveles de esfuerzos de von Mises alcanzados por la carga del perno y la deformación plástica equivalente producida en el material tribológico al finalizar los 10 segundos de la carga.

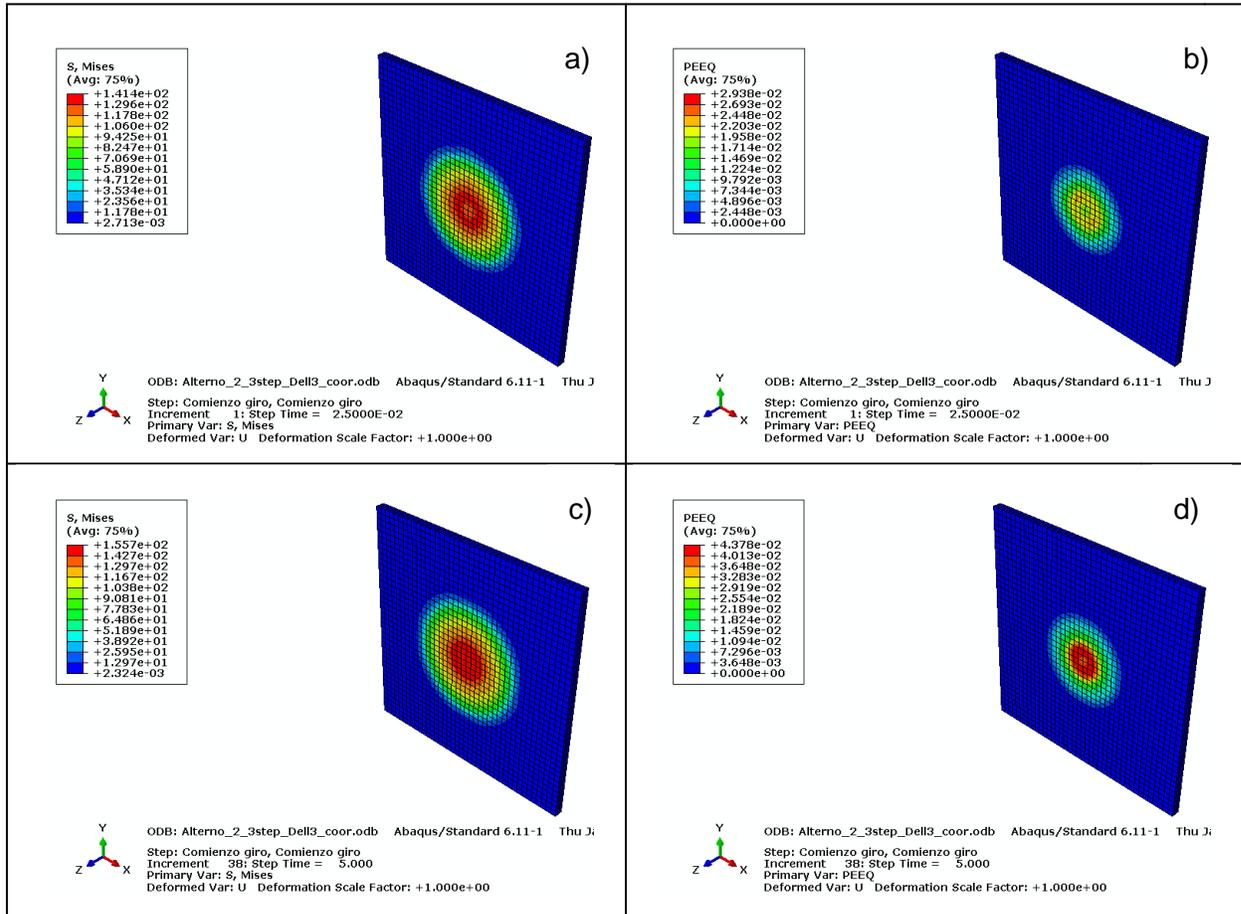


**Figura 4.9.** Nivel de esfuerzo de von Mises y deformación plástica equivalente al finalizar la carga del perno para la cuarta simulación

Debido a que en este modelo existe el efecto de fricción ( $\mu = 0.2$ ), desde el comienzo del primer giro del perno se generan esfuerzos cortantes. La figura 4.10 a) muestra los esfuerzos de von Mises en el primer incremento de tiempo que se generan debido al primer giro del perno. Por su parte en b) se indican la deformación plástica equivalente generada en el material, correspondiente a estos esfuerzos. Dado que el perno gira y

existe la presencia de fricción entre este con la placa de aleación, los valores de esfuerzo como de deformación plástica han aumentado.

Puede apreciarse también en las respectivas figuras c) y d) los niveles de esfuerzo de von mises y la deformación plástica equivalente al finalizar los 5 s de ensayo de este paso.



**Figura 4.10.** Esfuerzo de von Mises y deformación plástica equivalente en el primer giro del perno.

Sin embargo, al finalizar el primer giro del perno, el crecimiento de la huella en el material se dará por los efectos de fluencia lo cuales corresponden al segundo giro, donde debido a las condiciones del ensayo en el material, los esfuerzos en este disminuirán debido a la relajación.

La figura 4.11 a) indica los esfuerzos de von Mises obtenidos al finalizar los 60 s de ensayo con fluencia en el material, puede verse que estos esfuerzos han disminuido debido al ensayo de relajación. La figura 4.11 b) muestra la huella final generada en el material debido a los efectos de CEEQ.

En estas imágenes se aprecia el efecto que produce en la placa el valor activo del coeficiente de fricción, donde a diferencia de las simulaciones donde el  $\mu = 0$  no se distingue una distorsión en la malla, sino que esta solo se deforma por el efecto de la

carga del perno. En las simulaciones en las cuales existe fricción entre el perno y la placa los máximos esfuerzos se concentran alrededor del centro de la placa como se observa en las figuras anteriores.

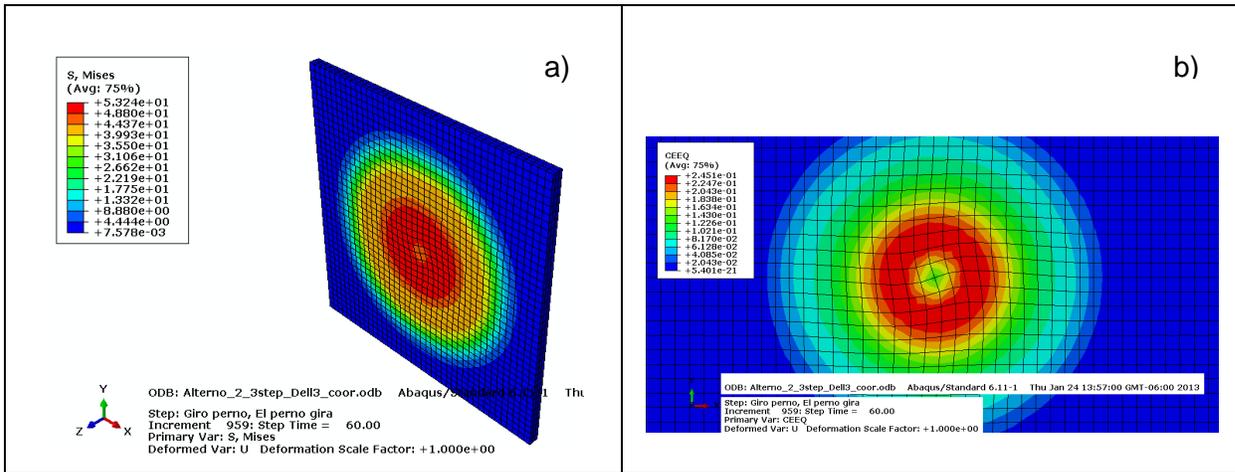


Figura 4.11. Esfuerzo de von Mises y huella final obtenida en la cuarta simulación

A continuación se presentarán los resultados para las últimas tres simulaciones, como se indica en la tabla 4.1, los valores que corresponden a la séptima simulación son  $m = 0$  y  $\mu = 0.4$ . En las figuras 4.12 y 4.13 se indican los niveles de esfuerzos de von Mises y como la deformación plástica equivalente respectivamente, generados por la carga ejercida del perno en el primer y último incremento de tiempo para esta simulación.

En estas imágenes pueden verse nuevamente que los esfuerzos de von Mises generados superan el punto de cedencia definido en el material tribológico y por ende puede darse la deformación plástica.

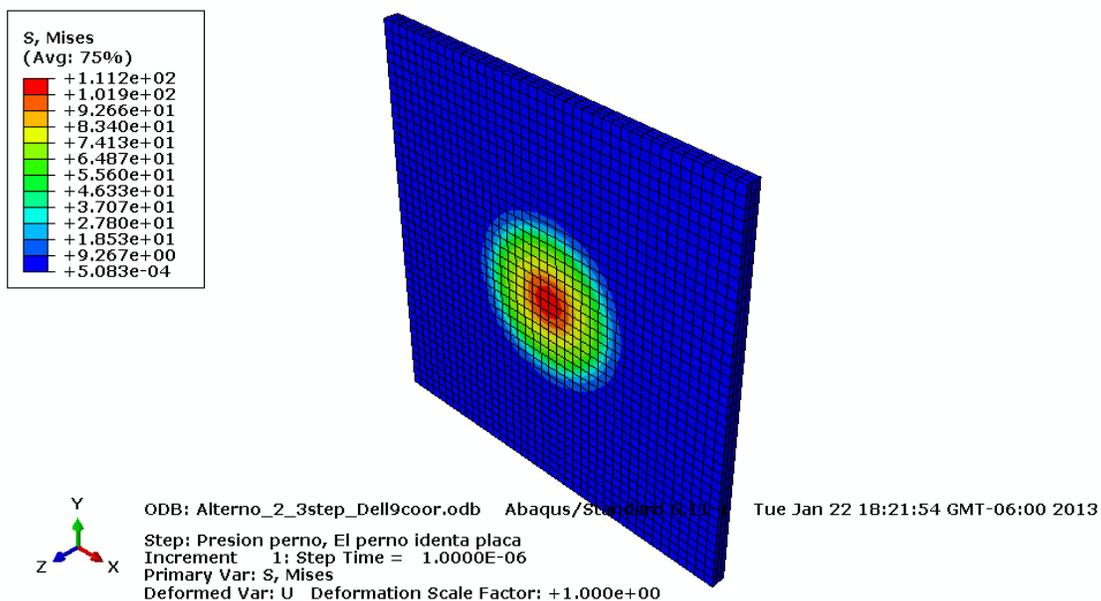
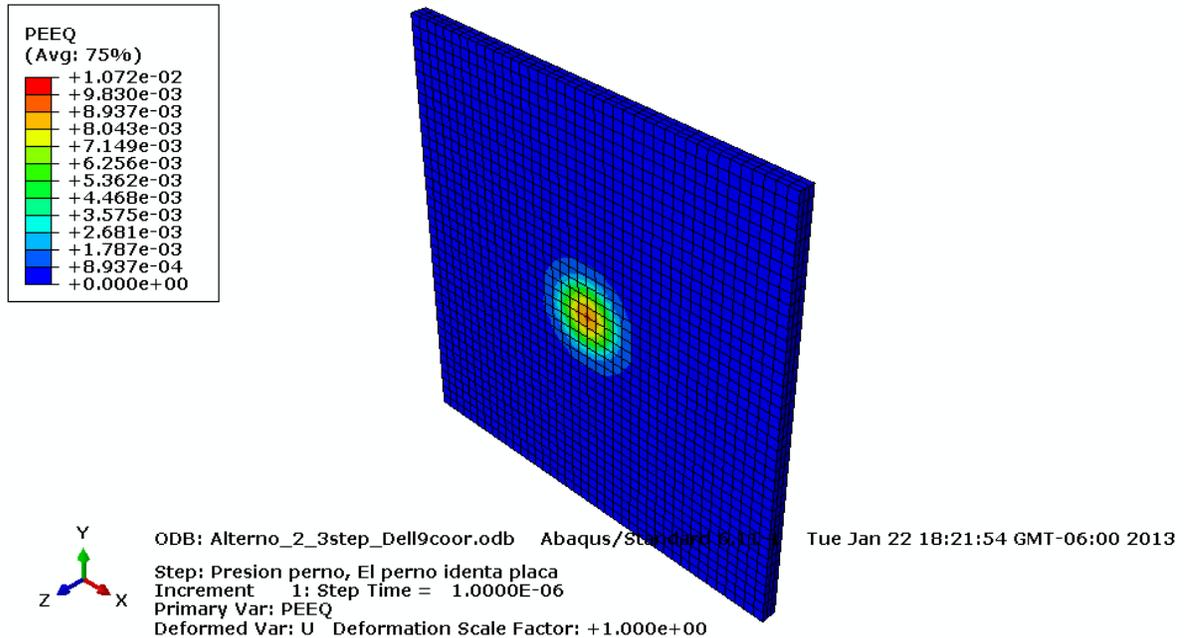


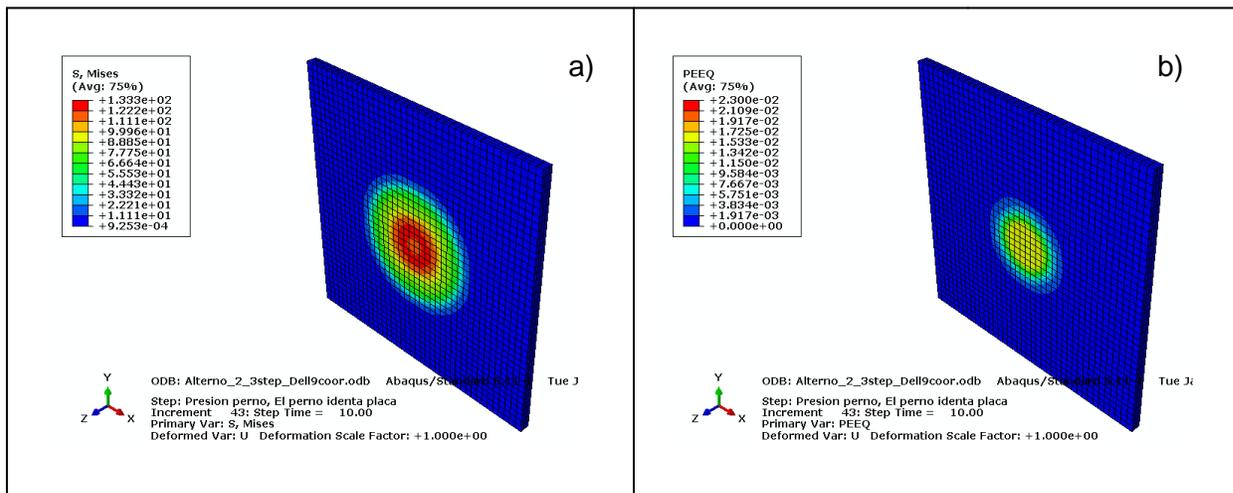
Figura 4.12. Niveles de esfuerzo de von Mises en el primer incremento de tiempo



**Figura 4.13.** Deformación plástica equivalente en el primer incremento de tiempo

Se comprueba nuevamente que la principal deformación se presenta en el centro de la placa del material, que es la zona de contacto del perno con la placa, y que desde el instante mismo que el perno comienza a ejercer la carga correspondiente a los 100 N definidos en el programa.

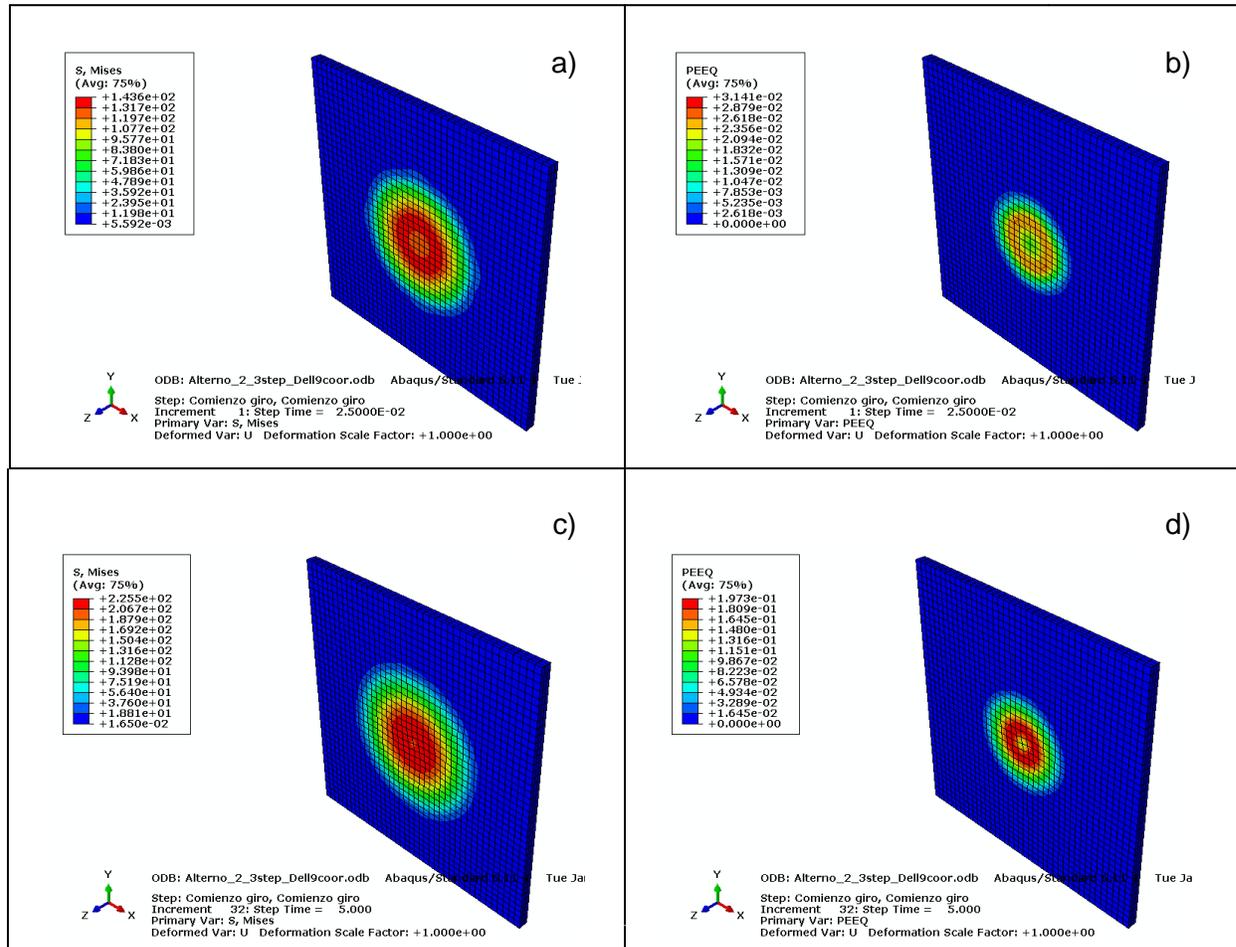
En la figura 4.14 a) se reflejan los valores de esfuerzo de von Mises en la placa al finalizar los 10 s de carga del perno, comparado con las simulaciones anteriores, estos valores presentan una diferencia mínima en su magnitud. La figura 4.14 b) indica el nivel alcanzado en la deformación plástica equivalente del material tribológico.



**Figura 4.14.** Esfuerzo de von Mises y deformación plástica equivalente al final de la carga del perno para la séptima simulación

El coeficiente de fricción en estas simulaciones posee un valor de  $\mu = 0.4$ , por esta razón se espera que la malla presente una distorsión y deformación más alta que en las simulaciones anteriores.

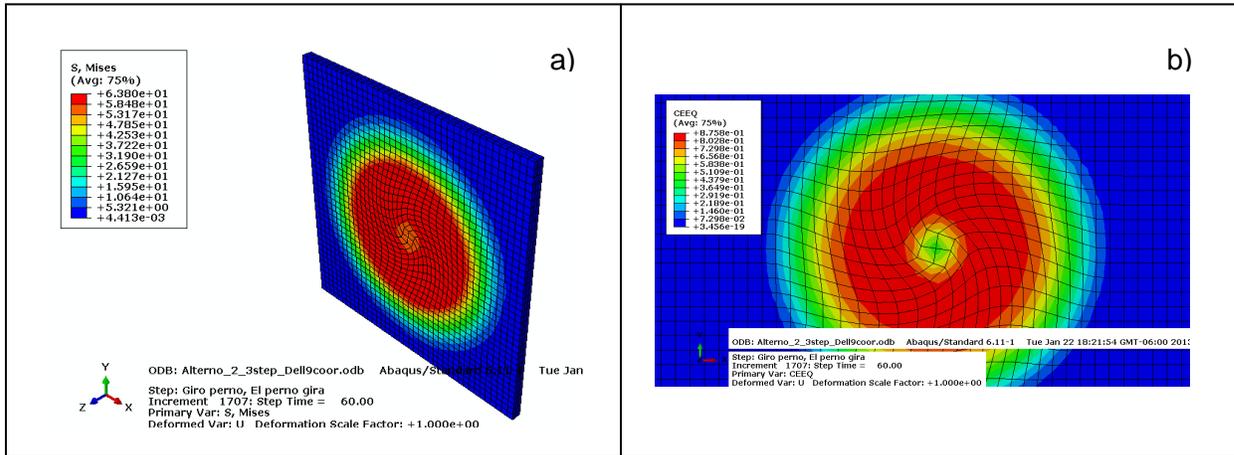
La figura 4.15 a) y c) indican los niveles de esfuerzos de von Mises generados en el material al comienzo y final del primer giro del perno. Así por tanto, en b) y d) se indican la correspondiente deformación plástica equivalente producida por estos niveles de esfuerzo con este valor de coeficiente de fricción.



**Figura 4.15.** Esfuerzo de von Mises y deformación plástica equivalente en el primer giro del perno

Los niveles de esfuerzo han aumentado como consecuencia del comienzo del giro del perno, estos niveles de esfuerzo han aumentado ya que se tiene un coeficiente de fricción más altos entre el perno y la placa (ver figuras 4.10), por ende los niveles de deformación plástica equivalente también poseen un valor mayor.

Nuevamente, a partir de este momento, el crecimiento de la huella en el material se dará por los efectos de fluencia durante los próximos 60 s de simulación del ensayo. En la figura 4.16 a) se presentan los esfuerzos de von Mises obtenidos al final de esta simulación, por su parte b) presenta la huella final obtenida en el material tribológico.



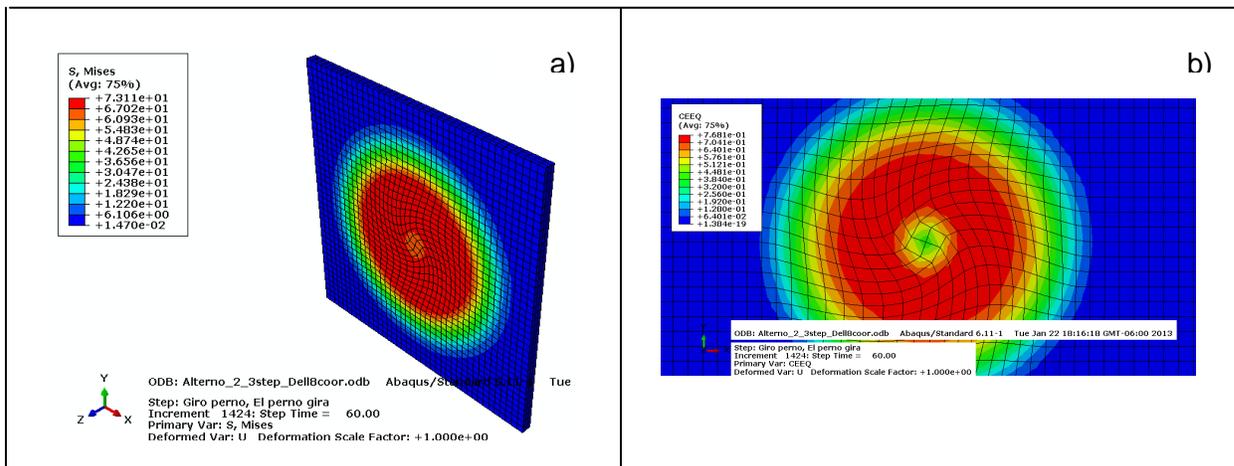
**Figura 4.16.** Esfuerzo de von Mises y huella final obtenida al finalizar la séptima simulación

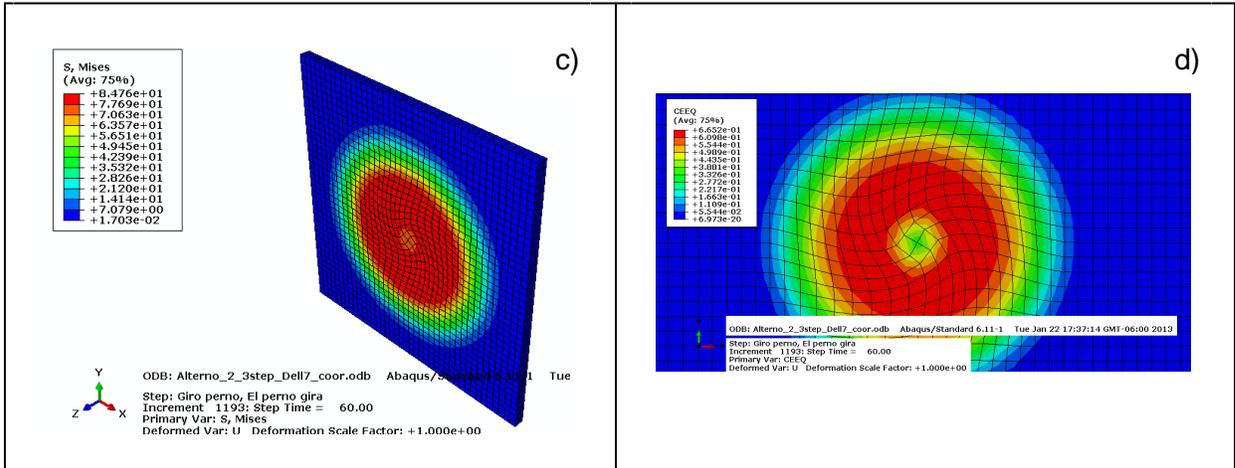
Como se esperaba, en esta séptima simulación, es muy notorio el efecto que produce en el material el valor del coeficiente de fricción  $\mu$ , en donde puede verse una gran distorsión en la malla debido al giro del perno, además la zona donde se producen los máximos esfuerzos se incrementa en relación con el de las simulaciones cuyo  $\mu = 0.2$ .

Finalmente, en la figura 4.17 a) y c) muestran los esfuerzos obtenidos de von Mises y las respectivas huellas finales se aprecian en b) y d) debido a los efectos de fluencia para las dos últimas simulaciones. Los esfuerzos y deformaciones para la carga y primer giro del perno, son los mismos que se presentaron para la simulación anterior.

En este último grupo de simulaciones donde el coeficiente de fricción  $\mu = 0.4$ , es muy evidente el efecto que se produce sobre el material al deformarlo, y es también donde se realizaron mayores incrementos de tiempo para resolver la simulación.

En la figura 4.17 a) y c) se muestran los esfuerzos obtenidos de von Mises, las respectivas figuras 4.17 b) y d) muestran las huellas finales debido a los efectos de fluencia para las dos últimas simulaciones, ya que los esfuerzos y deformaciones en los pasos de carga y primer giro del perno, son los mismos que en la simulación anterior.

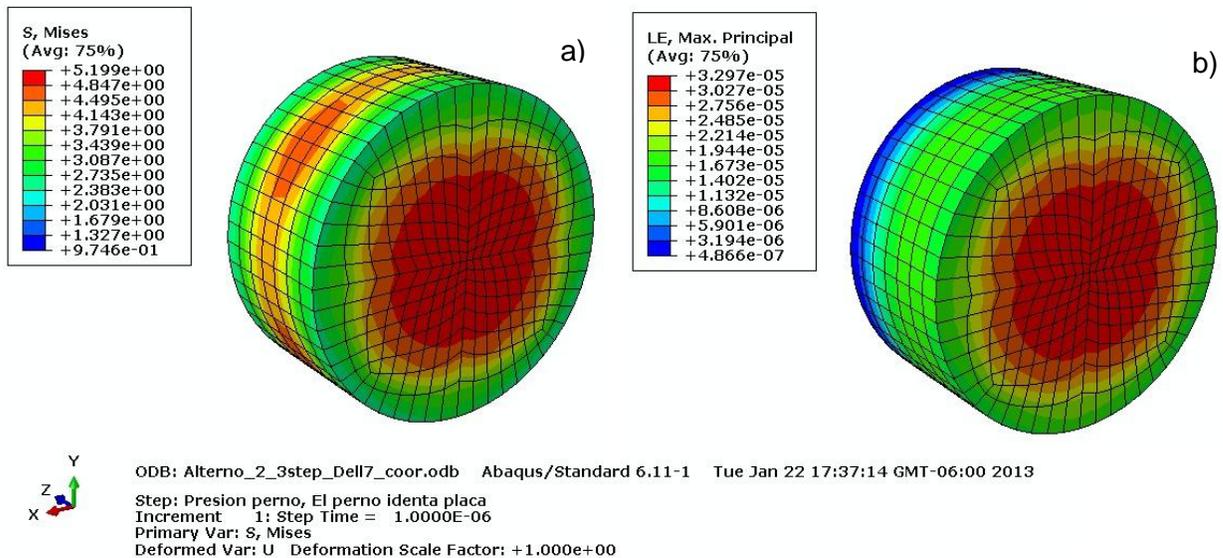




**Figura 4.17.** Esfuerzos de von Mises y huellas finales para las simulaciones finales

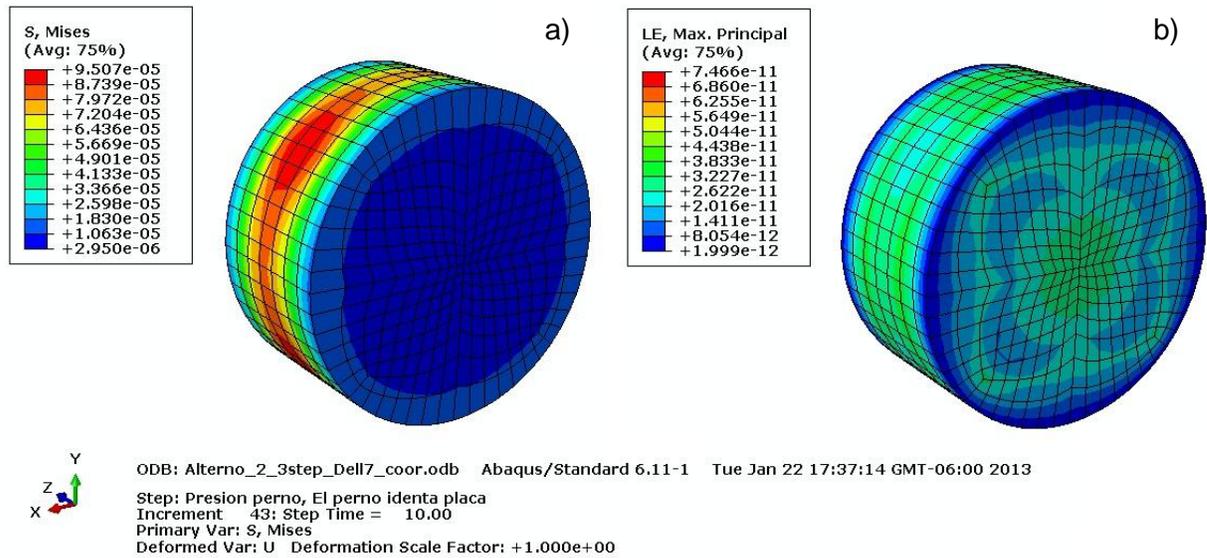
Se presentaran ahora de manera breve los resultados obtenidos para el perno, ya que este sufre deformaciones elásticas, es por ello que se optó por presentar el nivel de esfuerzos de von Mises que actúan sobre esta pieza, así como su deformación verdadera (LE).

En la figura 4.18 a) se muestran los respectivos valores de esfuerzo de von Mises en el primer incremento de tiempo de la simulación, es decir, cuando comienza la carga del perno sobre el material tribológico. La figura 4.18 b) presenta la deformación verdadera que se produce en el perno, debido a que los valores de esfuerzo de von Mises no exceden el esfuerzo de cedencia del material, las deformaciones que se presentan en este corresponden a deformaciones elásticas.



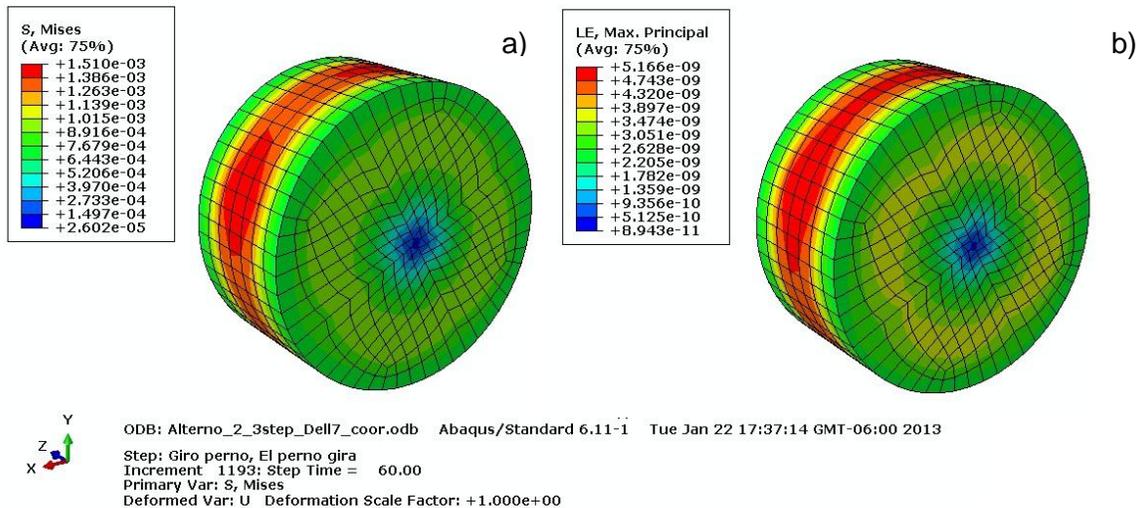
**Figura 4.18.** a) Esfuerzo de von Mises y b) deformación verdadera del perno en el primer incremento de tiempo

Puede verse que en este primer incremento las reacciones más altas de esfuerzo y deformación se producen en el contacto con la placa de aleación, sin embargo, al estabilizarse la carga, las reacciones en el perno se distribuyen alrededor de este, como se muestra en la figura 4.19, la cual indica el esfuerzo de von Mises y la respectiva deformación verdadera al finalizar la carga.



**Figura 4.19.** Esfuerzo de von Mises y deformación verdadera del perno

De esta imagen se observa que la máxima deformación verdadera se da en la zona de contacto con la placa de aleación. Todos estos niveles de deformación se encuentran en la zona elástica del material. Los niveles de esfuerzo de von Mises y deformación verdadera al finalizar la simulación, es decir, una vez que el perno ha girado y formado la tribocapa al material, se presentan en la figura 4.20.



**Figura 4.20.** Esfuerzo de von Mises y deformación verdadera en el perno al finalizar la simulación

La figura 4.20 a) indica los niveles de esfuerzo de von Mises ejercidos en el perno una vez finalizada la simulación. Por su parte, la figura 4.20 b) presenta la deformación verdadera que se presenta en esta pieza de acero. Estos niveles de deformación son bajos y por ello este cuerpo solamente presenta deformaciones elásticas.

En estas últimas imágenes se puede observar que en el centro del perno se producen los mínimos esfuerzos, esto se debe a que una vez que el material se encuentra fluyendo, el contacto entre el centro del perno con el material va disminuyendo, y el contacto aumenta alrededor del centro del perno.

### 4. 3. Gráficas de los resultados

Las gráficas que se obtuvieron corresponden al área de contacto entre el perno y la placa de aleación, y los esfuerzos de von Mises generados para cada una de las nueve simulaciones así como el comportamiento viscoplástico del material.

En la figura 4.21 se muestra la gráfica correspondiente al área de contacto perno-placa a partir de los diez primeros segundos de simulación. Puede verse el efecto que produce el primer giro del perno al incrementar el área de contacto, y la forma de evolución del contacto al estar presente el comportamiento viscoplástico.

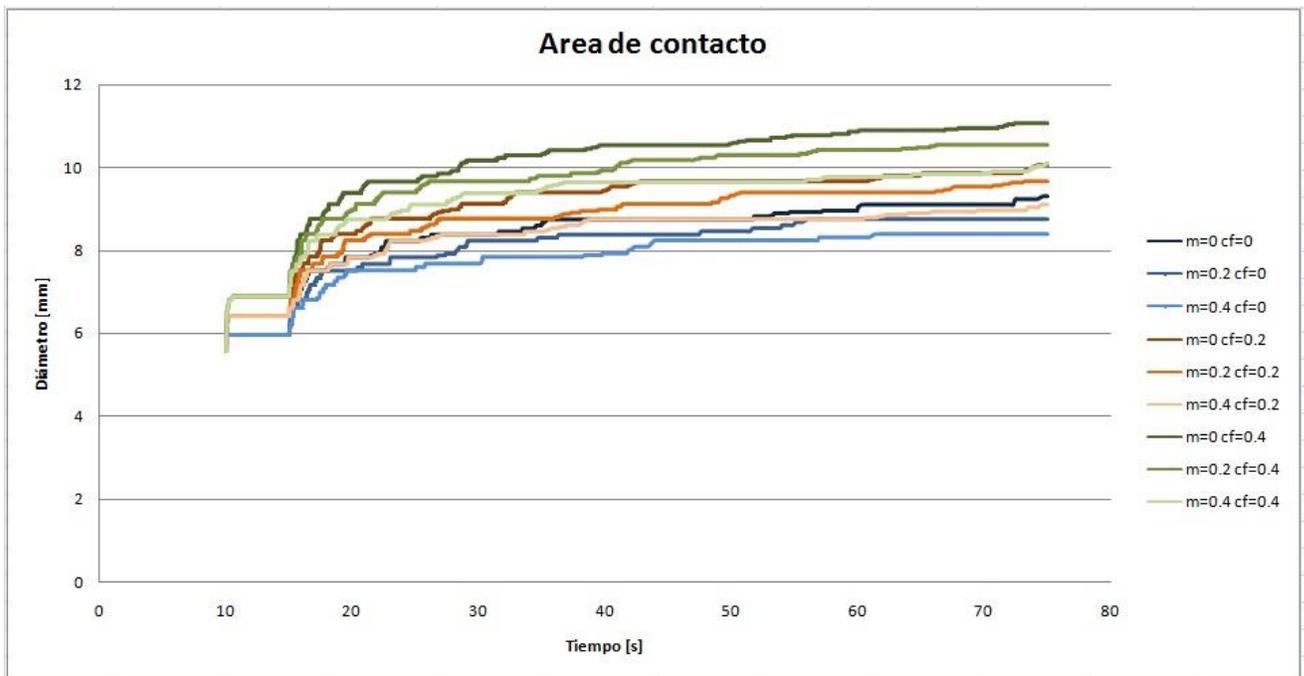
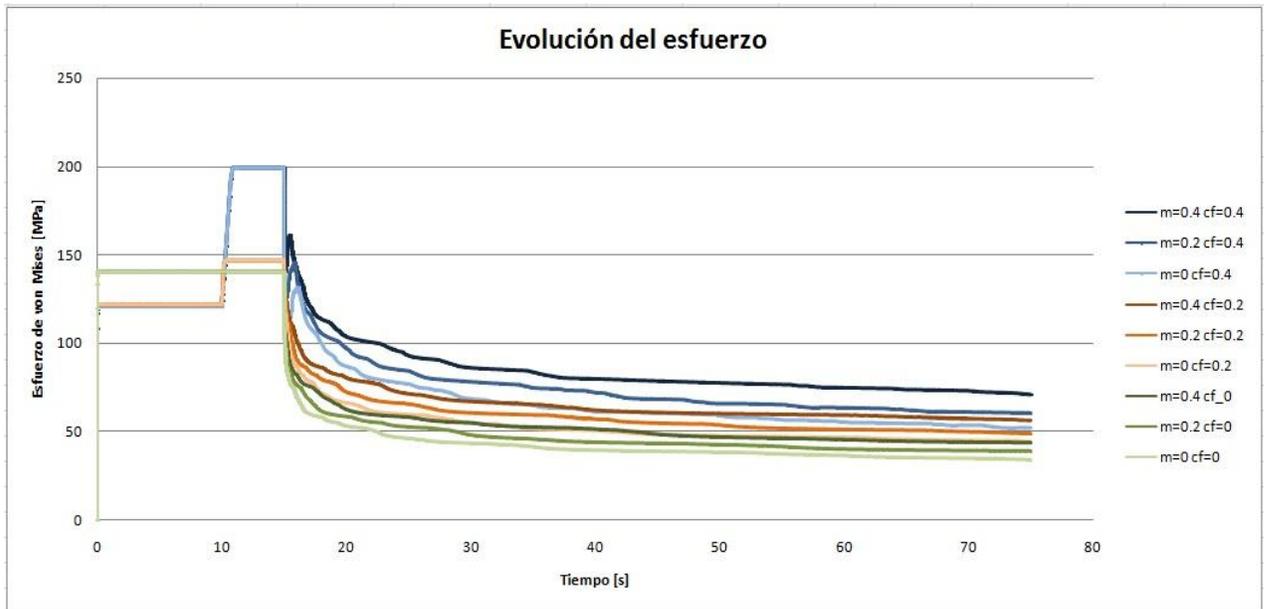


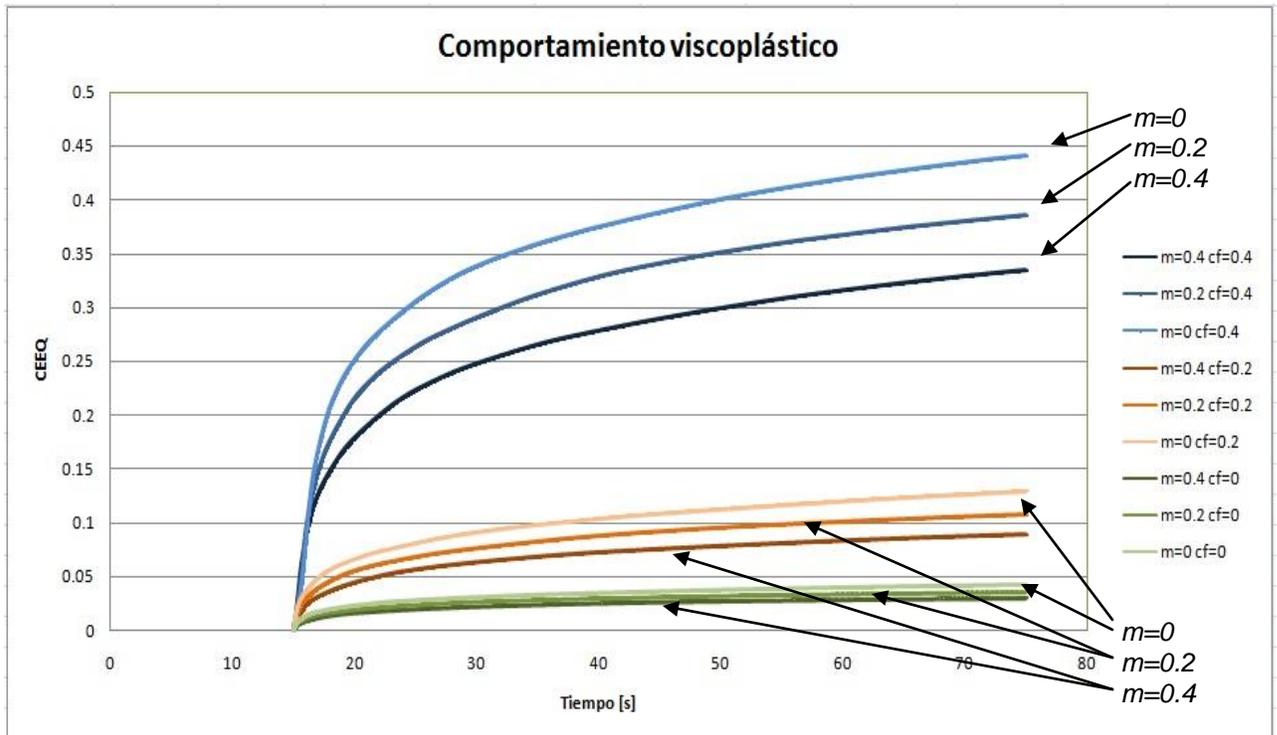
Figura 4.21. Gráfica de área de contacto

En la gráfica de la figura 4.22 se presenta la evolución del comportamiento del esfuerzo de von Mises a lo largo de la simulación. Puede distinguirse el efecto que se tiene en los tiempos de relajación al mantener la carga constante, ya que estos valores de esfuerzo disminuyen hasta lograr obtener cierta convergencia en los valores para cada una de las simulaciones.



**Figura 4.22.** Evolución del esfuerzo de von Mises durante la simulación

La gráfica de la figura 4.23 indica el comportamiento viscoplástico del material de aleación para cada una de las simulaciones realizadas en este trabajo.



**Figura 4.23.** Comportamiento del material debido a la fluencia

De la gráfica anterior puede distinguirse el efecto que se tiene al modelar con un coeficiente de fricción  $\mu$  alto y bajo, al obtener grandes o pequeñas deformaciones. En lo

que respecta a las simulaciones donde  $\mu = 0.4$  existe una gran diferencia en los niveles de deformación del material como se pudo observar en las simulaciones presentadas anteriormente al alcanzar los más altos esfuerzos y por ende altas deformaciones.

También puede verse en esta gráfica que al no tener la presencia de fricción ( $\mu = 0$ ), los niveles de esfuerzo y deformación son considerablemente bajos.

## Capítulo 5

### Discusión

---

La principal ventaja de realizar simulaciones radica en el hecho de poder modificar con gran facilidad cada uno de los parámetros que se quieran para un determinado análisis, como se ha hecho en este trabajo donde cada una de las simulaciones realizadas se llevó a cabo con éxito.

Para estas simulaciones se experimentó con el valor del coeficiente de fricción  $\mu$  y de la constante  $m$  de la ecuación 2.22, que representa el modelo de termofluencia del cual se partió para la implementación de los efectos de fluencia que se presentan en el material durante el ensayo tribológico.

De trabajos anteriores se ha comprobado que la carga utilizada, correspondiente a 100 N es suficiente para alcanzar la deformación plástica en el material tribológico, por la que se decidió mantener constante esta carga a lo largo de cada una de las simulaciones.

Se mantuvo así también una velocidad de rotación constante para el perno, donde al tratarse de una pieza deformable el programa tiene que calcular el movimiento de cada uno de los nodos que lo componen, razón por la cual se incrementa el tiempo para la solución de la simulación que si se hubiese tratado de una pieza analíticamente rígida, sin embargo la ventaja de haberlo hecho de esta forma es que se pudieron conocer los esfuerzos y deformaciones elásticas que se presentan sobre esta pieza de acero.

Estas consideraciones permitieron la elaboración de un modelo que permite dar los primeros pasos en la investigación y estudio de ensayos donde se presenten efectos de termofluencia en el material, además que describe de manera óptima el ensayo realizado por el tribómetro del laboratorio de la UDIATEM, y que presenta resultados confiables tanto en el material tribológico como en el perno de acero, ya que en los resultados de las simulaciones presentada puede apreciarse el efectos que se produce tanto por la carga del perno como por el del coeficiente de fricción que se presenta entre el perno y la placa de material tribológico.

Como se mencionó, para la implementación del efecto de la viscoplasticidad en el modelo se optó por utilizar el modelo de la ecuación de potencia en su versión tiempo-endurecimiento, la cual está presente en la vasta paquetería que ABAQUS® ofrece, sin embargo se encuentra limitada para su solución, ya que solamente permite el uso del método implícito cuando se presentan efectos de plasticidad, lo cual conlleva a que el programa realice un gran número de incrementos de tiempo.

Además se presentaron las condiciones del paso *VISCO* perteneciente a la paquetería de Abaqus/Standard, el cual en los primeros incrementos de tiempo utiliza el método de solución explícito sin embargo al estabilizarse ciertas condiciones en el modelo, tales como la presencia de plasticidad, se tiene que cambiar a la solución implícita. Es importante hacer mención de la tolerancia (CETOL) que se debe definir en el programa al utilizarse incrementos de tipo automático, ya que este parámetro es el encargado de controlar la estabilidad de los incrementos que se deben realizar.

Es preciso también señalar que este paso *VISCO*, es el único dentro del programa que considera los valores que se deben definir para modelar a la viscoplasticidad, en este caso se definió el valor de las constantes  $A$ ,  $n$  y  $m$  de la ecuación 3.5. Sin embargo como se ha mencionado, mediante un determinado ajuste realizado en la variable del tiempo, se logró modelar esta ecuación para que obtuviese resultados equivalentes en escalas de tiempo menores, y así no tener la necesidad de correr simulaciones a mayores lapsos de tiempo, lo que conllevaría a un mayor tiempo de solución para el equipo computacional.

Tras realizar las investigaciones necesarias se encontró que el valor de  $n = 5$  es conveniente para que se den de manera efectiva los efectos de fluencia en los metales y sus aleaciones. Esto se comprobó tras realizar determinadas simulaciones donde se varió el valor de  $n$ , y se pudo observar que con este valor efectivamente se alcanzaba el comportamiento viscoplastico del material tribológico, razón por la cual este valor se mantuvo constante para todas las simulaciones que se realizaron.

Sin embargo como se dijo, se utilizaron tres valores para el valor del parámetro  $m$  y se pudo observar en cada uno de ellos el efecto que se tiene cuando en el modelo está activo o cuando  $m = 0$ , donde lo más representativo está en el número de incrementos de tiempo a realizar en el programa.

Otro aspecto importante a mencionar es el efecto que se produjo en cada una de las simulaciones debido al valor del coeficiente de fricción, ya que al tener un coeficiente de fricción alto se tendrá un mayor proceso de desgaste en el material y en la formación de la tribocapa, esto se observa claramente en la distorsión generada en la malla debida a los distintos ensayos realizados variando el coeficiente de fricción que ejerce el perno sobre la placa.

Sin embargo, este trabajo también ha demostrado que el crecimiento de huella en el material tribológico no sólo depende de los efectos de fluencia, sino que también deben considerarse los efectos de deformación plástica cíclica, aunque actualmente dentro de la paquetería ABAQUS® no se han desarrollado modelos que permitan conocer el comportamiento de este fenómeno.

En cada una de las simulaciones realizadas, pudo comprobarse que el flujo de material incrementa conforme el tiempo avanza hasta alcanzar un valor determinado, ya que al principio de cada simulación las diferencias en los valores de la variable CEEQ cambian de forma considerable, pero conforme el tiempo va incrementándose la diferencia en este cambio de valores se reduce. Esto se observa en los primeros 30 s de cada simulación, donde la deformación de la huella es grande, y al sobrepasar este tiempo la deformación en la huella ya no es tan notorio ya que, de las gráficas reportadas, puede verse que al final de las simulaciones se logra llegar a un valor convergente, aunque todavía sería necesario modelar más tiempo.

Por todo lo anterior puede hacerse mención que es sumamente complejo modelar el comportamiento numérico de la fluencia en los materiales, aún a pesar de las herramientas brindadas por la paquetería ABAQUS®, sin embargo, con este trabajo se pretende abrir camino a futuras investigaciones dentro de la UDIATEM.

## Conclusiones

Se logró implementar el efecto de la viscoplasticidad en un modelo funcional de elemento finito en la paquetería ABAQUS®, el cual es capaz de predecir el comportamiento de la termofluencia en la aleación SAE 783.

Este modelo está sujeto a un ensayo de fricción y desgaste realizado en el tribómetro coaxial de la Unidad de Investigación y Asistencia Técnica en Materiales, donde para el modelo se consideraron como los parámetros más representativos, el valor de la carga y del coeficiente de fricción entre el perno y el material tribológico.

Este modelo es de gran utilidad para proteger al equipo durante el desarrollo de las pruebas experimentales, ya que indica la carga necesaria para alcanzar el comienzo de la deformación plástica en el material tribológico, así como el flujo que se da en el material.

Todo esto, sin duda representa una gran ayuda en la elaboración de prototipos, ya que representa una gran ventaja porque permite utilizar el equipo sin dañarlo una vez que se estén realizando pruebas de laboratorio.

Se concluye que se tienen varias consideraciones a tomar en cuenta al momento de modelar ensayos que en su comportamiento presenten viscoplasticidad, ya que es necesario definir varias subrutinas dentro del programa que establezcan la corrección de inestabilidades y problemas de convergencia, y así poder contar con un modelo óptimo y confiable.

Cabe mencionar que este modelo presenta una simulación completa de lo que ocurre en la prueba experimental, al considerar los efectos de la deformación elástica que ocurren en el perno de acero, así como los efectos que se dan debido a la fluencia en la placa de material tribológico, y a pesar de la complejidad que esto implica, gracias a los recursos computacionales con los que se cuenta en la UDIATEM fue posible realizar un gran número de simulaciones que permitieron conocer los aspectos planteados en el objetivo de esta tesis, con lo cual se concluye que se ha logrado obtener un modelo capaz de ser el principal antecedente para investigaciones futuras.

## Referencias

- [1] ASM Handbook Vol. 18. *Friction, Lubrication and Wear Technology, glossary of terms* by ASM International. Copyright 1998
- [2] Ludema K.C. *Friction, Wear, Lubrication* CRC Press 1996.
- [3] Tichy, John A. Meyer D.M. *Review of solid mechanics in tribology*. Department of Mechanical Engineering 2000.
- [4] <http://en.wikipedia.org/wiki/Tribology>
- [5] Larsen-Basse, Jorn. *Introduction to friction*. National Science Foundation. ASM Handbook Vol. 18 by ASM International. Copyright 1998
- [6] [http://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica\\_de\\_contacto](http://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_de_contacto)
- [7] Koji K., Koshi A. Modern Tribology Handbook Vol. 1 Chapter 7. *Wear Mechanisms*. 2001.
- [8] Hogmark S., Jacobson S. *Surface damage, surface damage involving loss of material: wear*. Uppsala University (Swede), ASM Handbook Vol. 18 by ASM International. Copyright 1998
- [9] Stephen M., Ming C. Modern Tribology Handbook Vol. 1 Chapter 9. *Wear Maps*. 2001.
- [10] Niklas A., Sture H., Staffan J. Modern Tribology Handbook Vol. 1 Chapter 13. *Friction and Wear Measurement Techniques*. 2001.
- [11] Stephen M., Richard S. Modern Tribology Handbook Vol. 1 Chapter 12. *Boundary Lubrication and boundary Lubricating Films*. 2001.
- [12] Herbert S. Cheng. *Introduction to Lubrication*. Northwestern University. ASM Handbook Vol. 18 by ASM International. Copyright 1998.
- [13] Joseph T. Laemmle. *Metalworking Lubricants, Metalworking lubricant types*. Aluminium Company of American, Alcon Technical Center. ASM Handbook Vol. 18 by ASM International. Copyright 1998
- [14] <http://en.wikipedia.org/wiki/Tribometer>
- [15] Lara Paredes, José Gabriel. *Rediseño de un tribómetro coaxial*. Tesis de licenciatura UNAM 2013.
- [16] Andresen Eguiluz, Roberto C. *Análisis de la tribocapa de la aleación SAE 783 ensayada en un tribómetro coaxial*. Tesis de Maestría UNAM 2010.
- [17] Peter J. Blau. Modern Tribology Handbook Vol. 1 Chapter 14. *Simulative Friction and Wear Testing*. 2001.

- [18] Koji K., Koshi A. Modern Tribology Handbook Vol. 2 Chapter 21. *Metals and Ceramics*. 2001.
- [19] Tyfour W.R., Beynon J.H., A. Kapoor. *Deterioration of rolling contact fatigue life of pearlitic rail steel due to dry-wet rolling-sliding line contact*. Department of mechanical and process engineering. The University of Sheffield UK 1996.
- [20] Klepper C.C., Williams J.M., Keitz M.D., y otros. *Tribo-mechanical properties of thin boron coatings deposited on polished cobalt alloy surfaces for orthopedic applications*. Elsevier 2007.
- [21] Durán Cortés, Hugo Alberto. *Superficie de respuesta para el proceso termomecánico de la aleación SAE 783*. Tesis de Licenciatura UNAM 2007.
- [22] Schouwenaars Franssens, Rafael. *Análisis de la deformación plástica durante el desgaste de cojinetes de deslizamiento*. Tesis Doctoral UNAM 2004.
- [23] Harris, Tedric A. *Friction and Wear of Rolling-Element Bearings*. Pennsylvania State University ASM Handbook Vol. 18 Copyright 1998 by ASM International.
- [24] Getting started with abaqus: Interactive Edition version 6.11 Chapter 10.2. *Plasticity in ductile metals*.
- [25] Hosford, William F. *Solid Mechanics*. Cambridge University Press 2010.
- [26] Chakrabarty, J. *Theory of plasticity*, third ed. Elsevier 2006.
- [27] <http://en.wikipedia.org/wiki/Viscoplasticity>
- [28] González, Jorge Luis. *Metalurgia Mecánica*. Limusa 2003, pag. 93.
- [29] Verlinden, Bert., Driver, Julian y otros. *Thermo-Mechanical processing of metallic materials*. Chapter 6 Alternative Deformation Mechanisms, section 6.3 Creep. Elsevier 2007.
- [30] Kassner M.E., Pérez-Prado M.T. *Five-power-law creep in single phase metals and alloys*. Department of Mechanical Engineering, Oregon State University, Corvallis USA. Progress in Materials Science 2000.
- [31] Smith, William F., Hashemi Javad. *Fundamentos de la ciencia e ingeniería de materiales*. McGraw Hill cuarta edición 2006, pp. 294-296.
- [32] [http://www.profesores.frc.utn.edu.ar/industrial/sistemasinteligentes/FFlexible/Introduccion\\_al\\_MEF.pdf](http://www.profesores.frc.utn.edu.ar/industrial/sistemasinteligentes/FFlexible/Introduccion_al_MEF.pdf)
- [33] Abaqus analysis user's manual v. 6.11. Materials, Chapter 22.2.4. *Rate-dependent plasticity: creep and swelling*.
- [34] Getting Started with Abaqus: Interactive Edition v. 6.11. Chapter 2.2. *Introduction to Abaqus/CAE*.

[35] Figueroa Alcántara, Carlos Gabriel. *Caracterización de la compatibilidad tribológica en aleaciones dúctiles mediante un ensayo de tribometría coaxial*. Tesis de Maestría UNAM 2011.

[36] Nabarro, F.R.N. *Do we have an acceptable model of power-law creep?* Elsevier 2003.

[37] Abaqus benchmarks manual v. 6.11. Material Test, Chapter 3.2.6. *Verification of creep integration*. 2011.

[38] Abaqus analysis user's manual v. 6.11. Interactions, Chapter 34.3.1. *Defining contact pairs in Abaqus/Standard*. 2011.

[39] Getting Started with Abaqus: Interactive Edition v. 6.11. Contact, Chapter 12.4. *Defining contact in Abaqus/Standard*. 2011.

[40] Abaqus analysis user's manual v.6.11. Interactions, Chapter 34.3.3. *Assigning contact properties for contact pairs in Abaqus/Standard*. 2011.

[41] Abaqus analysis user's manual v.6.11. Constraints, Chapter 33.2.3. *Kinematic coupling constraints*. 2011.

[42] Abaqus analysis user's manual v.6.11. Spatial modeling, Chapter 2.4.1. *Rigid body definition*. 2011.