



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

DOCTORADO EN CIENCIAS (FÍSICA)  
INSTITUTO DE FÍSICA  
FÍSICA TEÓRICA

CONSTRICCIONES COSMOLÓGICAS Y GALÁCTICAS AL  
MODELO BDM

T E S I S

QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN CIENCIAS (FÍSICA)

PRESENTA:

JORGE HIRAM MASTACHE DE LOS SANTOS

TUTOR PRINCIPAL:

DR. AXEL R. DE LA MACORRA PETTESSON  
INSTITUTO DE FÍSICA

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR:

DR. VLADIMIR ÁVILA REESE  
INSTITUTO DE ASTRONOMÍA  
DRA. MYRIAM MONDRAGÓN CEBALLOS  
INSTITUTO DE FÍSICA



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# Constricciones cosmológicas y galácticas al modelo BDM

por

Jorge Hiram Mastache de los Santos

Ing.S.C., Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey (2001)

Tesis presentada para obtener el grado de

Doctor en Ciencias (Física)

en el

INSTITUTO DE FÍSICA

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

México, Distrito Federal. Septiembre, 2013

*Dedicado a mi Familia,  
a mi mamá, por ser un ejemplo de superación,  
a mi papá, por introducirme al gusto por las ciencias,  
a la china, quien siempre será mi hermanita,  
a Mayra, por los interminables ratos de discusión.*

JORGE H. MASTACHE DE LOS SANTOS

# Agradecimientos

En primer lugar, agradezco a mi supervisor Axel de la Macorra por su orientación y apoyo, por todas las horas útiles de discusión, por darme toda esa libertad, por hacerme sentir más como un colaborador en lugar de un estudiante. A Jorge Cervantes-Cota por sus útiles comentarios, discusiones y por ser un gran colaborador. A mi comité tutor por el apoyo y opiniones brindadas.

Muchas gracias al Instituto de Física y al Instituto Avanzado de Cosmología por la creación de un entorno de investigación maravilloso, relajado, animado y fructífero. Sin olvidar a todos aquellos quienes forman parte de éstos institutos y quienes son el realmente el alma de la investigación.

Agradezco el apoyo financiero de Conacyt y de la UNAM-PAPIIT.

# Índice general

<b>1. Introducción a la Cosmología Estándar</b>	<b>8</b>
1.1. Visión General . . . . .	8
1.2. Geometría . . . . .	10
1.3. Termodinámica . . . . .	14
1.4. Big Bang Nucleosíntesis . . . . .	15
1.4.1. Proceso de Síntesis . . . . .	17
1.4.2. Parámetros en Nucleosíntesis . . . . .	21
1.5. Momento de Igualdad . . . . .	22
1.6. Evidencia de la Materia Oscura . . . . .	24
1.6.1. Escalas Astrofísicas . . . . .	24
1.6.2. Escalas Cosmológicas . . . . .	26
1.7. Problemas abiertos para CDM . . . . .	28
1.7.1. El problema de subestructura . . . . .	28
1.7.2. $N_{eff}$ : Radiación Extra . . . . .	29
1.7.3. El problema de densidad central . . . . .	30
<b>2. Modelo Bound Dark Matter</b>	<b>32</b>
2.1. Modelo Bound Dark Matter . . . . .	32
2.2. Modelo de Partículas . . . . .	34
2.3. Ecuación de Estado . . . . .	39

<b>3. El Modelo BDM a Escalas Cosmológicas</b>	<b>41</b>
3.1. Problema de la radiación extra, $N_{\text{ex}}$	42
3.1.1. La época de igualdad considerando BDM	43
3.1.2. BDM en BBN	47
3.1.3. Constricciones a BDM usando Equivalencia y BBN	49
3.2. Problema de Subestructura	53
<b>4. El Modelo BDM a Escalas Galácticas</b>	<b>55</b>
4.1. Introducción	55
4.2. La Muestra: THINGS	59
4.3. Modelo de Masa	59
4.3.1. Disco gaseoso	61
4.3.2. Disco Estelar	61
4.3.3. Halos de Materia Oscura	64
4.4. Ajuste a la Curva de Rotación	71
4.5. Resultados	72
4.5.1. Energía de la transición de fase $E_c^{\text{gal}}$	81
4.5.2. Perfil BDM-Fijo	83
<b>5. Gravedad Modificada</b>	<b>90</b>
5.1. Introducción	90
5.2. Modificación de la Teoría de Gravedad	91
5.3. Dinámica de Galaxias.	95
5.4. Resultados	97
5.4.1. Ajuste del modelo de Rindler ( $n = 1$ )	98
5.4.2. Ajuste del modelo de Rindler $ar^n$	99
5.4.3. Ajuste del modelo de Rindler- $r^n$ y $\Upsilon_*$ -libre	100
5.4.4. Comparación del modelo de Rindler con perfiles de DM	101
<b>6. Conclusiones</b>	<b>114</b>
6.0.5. Curvas de Rotación	117

6.0.6. Radiación Extra . . . . .	119
6.0.7. Modelo de Rindler . . . . .	121
<b>A. Curvas de Rotación</b>	<b>124</b>
A.1. diet-Salpeter and Free mass model . . . . .	124
A.2. ISO and Burkert results . . . . .	125
A.3. Rotation curves and likelihoods contours . . . . .	125
A.3.1. Análisis Interno . . . . .	126
A.3.2. GROUP A . . . . .	136
A.3.3. GROUP B . . . . .	144
A.3.4. GROUP C . . . . .	152
<b>B. Perturbaciones cosmológicas</b>	<b>156</b>
B.1. Descripción General . . . . .	156
B.2. Ecuación perturbada de Einstein . . . . .	157
B.3. Dinámica de las perturbaciones . . . . .	159
B.3.1. BDM . . . . .	160
B.3.2. Neutrinos sin masa . . . . .	161
B.3.3. Fotones . . . . .	162
B.3.4. Bariones . . . . .	163
B.4. Resultados Parciales . . . . .	164
<b>C. Comparación con Resultados Anteriores</b>	<b>165</b>

# Prefacio

El trabajo de esta tesis se llevó a cabo en el Instituto de Física, Universidad Nacional Autónoma de México, D.F. Los capítulos de la tesis se basa en los siguientes trabajos publicados:

- Capítulo 3 - Jorge Mastache and Axel de la Macorra. Extra relativistic degrees of freedom without extra particles using Planck data. *Phys.Rev.*, **D88**:043506, 2013
- Capítulo 4 -
  - Axel de la Macorra, Jorge Mastache, and Jorge L. Cervantes-Cota. Galactic phase transition at  $E_c=0.11$  eV from rotation curves of cored LSB galaxies and nonperturbative dark matter mass. **Rapid Communication**. *Phys.Rev.*, **D84**:121301, 2011
  - Jorge Mastache, Axel de la Macorra, and Jorge L. Cervantes-Cota. Core-Cusp revisited and Dark Matter Phase Transition Constrained at  $O(0.1)$  eV with LSB Rotation Curve. *Phys.Rev.*, **D85**:123009, 2012
  - Jorge Mastache, Axel de la Macorra, and Jorge L. Cervantes-Cota. Dark Matter Phase Transition Constrained at  $O(0.1)$  eV with LSB Rotation Curves. *PoS DSU 2012*, 024, 2012
- Capítulo 5 - Jorge Mastache, Jorge L. Cervantes-Cota, and Axel de la Macorra. Testing modified gravity at large distances with THINGS' rotation curves. *Phys. Rev.* **D87**, 063001, 2013

# Constricciones cosmológicas y galácticas al modelo BDM

por

Jorge Hiram Mastache de los Santos

## Resumen

Observaciones del Universo como las supernovas tipo Ia y la radiación de fondo cósmica, han demostrado que el universo se encuentra en expansión, tiene geometría plana, es isotrópico y homogéneo. Estas características son explicadas a través de una métrica de Friedmann-Robertson-Walker en el contexto de relatividad general en un Universo que contiene partículas del modelos estándar (bariones, leptons y fotones) y además dos componentes desconocidas en la tierra, no contenidas en el modelo estándar (MS): la materia oscura (*DM*, por sus siglas en inglés) y la energía oscura. La energía oscura es descrita en la teoría de la relatividad general como una constante  $\Lambda$  mientras la existencia de la materia oscura se infiere indirectamente a través de las observaciones, entre las cuales destacan: las curvas de rotación de galaxias, los picos acústicos bariónicos (BAO), formación de estructura a gran escala y lentes gravitacionales.

Recientemente, un nuevo modelo basado en ideas de física de partículas llamado materia oscura ligada (*Bound dark Matter*, BDM) ha sido propuesto en el que las partículas de materia oscura (DM) no tienen masa si su energía está por arriba de una energía umbral ( $E_c$ ) y adquieren masa por debajo de ésta debido a métodos no-perturbativos. Hay dos lugares naturales donde se pueden encontrar altas densidades de energía por encima de  $\rho_c$  de la materia oscura: el primero de ellos es en tiempos cosmológicos tempranos; y el segundo lugar es en las regiones internas de las galaxias. Por lo tanto el modelo de BDM describe partículas de DM relativista, materia oscura caliente (HDM) en los centros de las galaxias y DM no-relativista, materia oscura fría (CDM), donde la densidad de energía halo de materia oscura es menor a  $\rho_c$ .

Para probar esta idea en las galaxias utilizamos un perfil de DM aplanado en el centro que en particular contiene tres parámetros: una longitud de escala característica ( $r_s$ ), una densidad ( $\rho_o$ ) del halo, y un radio del núcleo ( $r_c$ ) derivada de la naturaleza relativista del modelo BDM. Analizamos este modelo mediante el ajuste de curvas de rotación de galaxias. Comparamos los ajustes con los del perfil de Navarro-Frenk-White (NFW) y otros perfiles de densidad central constante. A través de los resultados se concluye que el perfil de BDM ajusta mejor, o igual de bien, que el perfil NFW y concuerda con resultados anteriores acerca de que los perfiles con densidad central constante se prefieren sobre los perfiles divergentes motivados de las simulaciones de N-cuerpos. También se calculan 2D-probabilidades de los parámetros de BDM  $r_c$  y  $E_c$  para las diferentes galaxias, y encontramos un radio promedio de núcleo  $r_c = 300$  pc y energía de transición entre DM caliente y CDM de  $E_c = 0.11_{-0.07}^{+0.21}$  eV cuando el halo de DM es el única componente, por lo tanto, la contribución máxima de la materia oscura en las galaxias. En un análisis más realista, como el modelo de masa de Kroupa, se obtiene un núcleo  $r_c = 1.48$  kpc y energías de  $E_c = 0.06_{-0.03}^{+0.07}$  eV.

Posteriormente, trasladamos la investigación a la evolución del Universo temprano y la formación de estructuras a gran escala con el fin de seguir analizando el modelo BDM. Dado que las partículas de BDM viajan a la velocidad de la luz para densidades de energía por encima de  $\rho_c$  habrá un corte en pequeñas escalas en el espectro de potencia y BDM borrará inhomogeneidades

e inhibiría la formación de la estructura para escalas por debajo de la escala de su trayectoria libre  $\lambda_{fs}$ . Esta propiedad es similar al de DM tibia y predice un menor número de subestructura de halos de DM que el modelo CDM, como lo demuestran las observaciones. El valor de  $\lambda_{fs}$  dependerá sólo de escalas de energía de la transición de fase  $E_c$ . Una vez que el Universo se expande y el valor de la densidad de energía se hace menor a  $\rho_c$ , la velocidad de las partículas de BDM tiende a cero y hasta hoy en día éstas partículas se comportarán como CDM. Una vez que la DM domina el Universo, las partículas BDM son frías y se espera que el crecimiento de las inhomogeneidades son similares a la CDM, pero con un corte  $\lambda_{fs}$  en el espectro de potencia. Por lo tanto, el modelo predice una escala de camino libre BDM  $\lambda_{fs}$ , un corte en el espectro de potencia y un radio del núcleo galaxia  $r_c$  todo en términos de un único parámetro,  $E_c$ . El valor de  $E_c$  está determinado por el modelo de la física de partículas y se restringe mediante las propiedades de la materia oscura derivados de la cosmología.

Se restringe el valor de  $E_c$  analizando el valor de la radiación en la época cuando se forma el helio primordial y el momento de igualdad entre la materia y la radiación. Entre los resultados, se obtuvo que la materia oscura podría haber pasado por la transición antes del momento de igualdad ( $E_c > E_{eq}$ ), pero esta transición termina después de ese momento. Dado que tanto el valor del  $^4\text{He}$  y el momento de igualdad se restringen fuertemente con los datos del CMB se pudo constreñir el valor de la transición a escalas de energía de  $E_c^{\text{cos}} \geq \mathcal{O}(10)$  eV. Las partículas BDM también cambian la predicción de abundancia de los elementos ligeros en BBN, tales como el helio-4, debido a que cambia la densidad de radiación aumentando así la velocidad de expansión del universo temprano, dicho sea de paso, la observación también muestra un exceso durante la BBN que puede ser explicado por las partículas BDM.

Se concluye que el modelo BDM a nivel astrofísico, con un valor de energía fijo  $E_c^{\text{gal}}$ , reproduce correctamente las curvas de rotación de galaxias. El perfil BDM tiene una motivación importante proveniente de física de partículas que, a través de su transición de CDM hacia HDM (cuando  $\rho \simeq \rho_c$ ), permite una explicación más fundamental de las curvas de rotación de las diferentes galaxias tratadas aquí. Además, se puede explicar la radiación extra  $N_{ex}$  en igualdad y la épocas de BBN utilizando sólo las partículas de BDM, con una ecuación de estado dependiente del tiempo  $\omega_{\text{bdm}}(a)$ , sin necesidad de introducir partículas relativistas adicionales.

# Constricciones cosmológicas y galácticas al modelo BDM

by

Jorge Hiram Mastache de los Santos

## Abstract

Observations such as Type Ia supernovae (SNe) and cosmic microwave background (CMB) radiation have shown that the universe is expanding, isotropic and homogeneous. These characteristics can be explained through an unknown energy component (dark energy) and a non-relativistic gas of particles of non-baryonic nature known as dark matter. Dark energy is described in general relativity theory as a constant  $\Lambda$  as the existence of dark matter is inferred indirectly through, inter alia, the CMB, baryon acoustic peak (BAO), large scale structure and rotation curves of galaxies.

Recently a new particle physics model called Bound Dark Matter (BDM) has been proposed in which dark matter (DM) particles are massless above a threshold energy ( $E_c$ ) and acquire mass below it due to nonperturbative methods. There are two natural places where one may encounter high energy densities above  $\rho_c$  for dark matter. One is at early cosmological times and the second place is at the inner regions of galaxies. Therefore, the BDM model describes DM particles which are relativistic, hot dark matter (HDM) in the galactic center and describes nonrelativistic, cold dark matter (CDM) where halo energy density is below  $\rho_c \equiv E_c^4$ .

To realize this idea in galaxies we use a particular DM cored profile that contains three parameters: a typical scale length ( $r_s$ ) and density ( $\rho_o$ ) of the halo, and a core radius ( $r_c$ ) stemming from the relativistic nature of the BDM model. We compare the fittings with those of Navarro-Frenk-White (NFW) and other cored profiles. Through the results we conclude that the BDM profile fits better, or equally well, than NFW and agree with previous results implying that cored profiles are preferred over the N-body motivated cuspy profile. We also compute 2D likelihoods of the BDM parameters  $r_c$  and  $E_c$  for the different galaxies, and find an average galaxy core radius  $r_c = 300$  pc and a transition energy between hot and CDM at  $E_c = 0.11_{-0.07}^{+0.21}$  eV when the DM halo is the only component, therefore the maximum dark matter contribution in galaxies. In a more realistic analysis, as in Kroupa mass model, we obtain a core  $r_c = 1.48$  kpc, and energy  $E_c = 0.06_{-0.03}^{+0.07}$  eV.

We now turn out our research to the Universe background evolution and large scale structure formation in order to continue testing the BDM model. Since the BDM particles travel at the speed of light at energy densities above  $\rho_c$  there will be a cut at small scales in the power spectrum and BDM will erase inhomogeneities and inhibit structure formation for scales below the free streaming scale  $\lambda_{fs}$ . This property is similar to that of Warm DM and it predicts lower number of substructure in DM halos as a CDM model, welcome by the data. The value of  $\lambda_{fs}$  will depend only on the phase transition energy scale  $E_c$ . Once the universe expands and the energy density value get smaller than  $\rho_c$ , the speed of the BDM particles vanishes and these particles will then be CDM until present time. Once DM dominates the universe the BDM particles are cold and we expect a standard CDM inhomogeneities growth but with the a cutoff  $\lambda_{fs}$  in the power spectrum. Therefore, the BDM model predicts a free streaming scale  $\lambda_{fs}$ , a cutoff in the power spectrum and a galaxy core radius  $r_c$  all derived in terms of a single parameter

$E_c$ . The value of  $E_c$  is determined by the particle physics model and constraint by the dark matter properties derived from cosmology.

We constrain the value of  $E_c$  analyzing the CMB power spectrum and the BAO through the matter power spectrum (using modifications of *camb* and *cosmomc* software) including the BDM perturbations. Among the results, we obtained that the dark matter may have gone through the transition before the matter radiation equality ( $E_c > E_{eq}$ ) but it ends before that moment. Since both the value of  ${}^4\text{He}$  and the moment of equality are strongly constrained with CMB data we could constrain the value of the transition at energy scales  $E_c^{\text{cos}} \geq \mathcal{O}(10)$  eV. The BDM particles also change the abundance of light elements such as helium-4 at BBN, because it changes the amount of radiation thereby increasing the expansion rate of the early universe, incidentally, observation also shows an extra radiation component not included in the standard model during the BBN epoch that can be explained by the BDM particles. We conclude that the model BDM at astrophysics scales with a fixed energy value  $E_c^{\text{gal}}$ , correctly reproduces the rotation curves of galaxies. The BDM profile has an important motivation from particle physics, through its transition from CDM to HDM (when  $\rho \simeq \rho_c$ ) allows a more fundamental explanation of the rotation curves of galaxies studied. In addition, extra radiation can explain the extra  $N_{\text{ex}}$  in the moment of equality and the BBN epoch using only the BDM particles with a time-dependent equation of state  $\omega_{\text{bdm}}(a)$ , without the need for additional relativistic particles.

# Introducción

Durante miles de años la sociedad se ha preguntado, ha especulado y ha discutido sobre el origen del Universo. La cosmología es la rama de la física que busca una descripción verificable de nuestro Universo. La revolución observacional que se ha experimentado en los últimos años ha abierto interrogantes que hace 20 años no existían, como lo son la naturaleza de la energía oscura, responsable de la aceleración del universo, y de la materia oscura. Hoy en día estas dos componentes conforman el 96 % del contenido de energía del Universo. Por otro lado, aunado a los grandes enigmas del Universo (como lo son la materia y energía oscura) los grandes avances tecnológicos y el interés de la comunidad científica y de la sociedad en general han permitido la realización de grandes proyectos cosmológicos observacionales como son: el envío de satélites y el diseño de instrumentos en telescopios para determinar las propiedades del Universo y así poder determinar la dinámica y la naturaleza de las dos sustancias intrigantes: la materia y la energía oscura.

Observaciones del Universo como las supernovas tipo Ia y la radiación de fondo cósmica, han demostrado que el universo se encuentra en expansión, tiene geometría plana, es isotrópico y homogéneo. Estas características son explicadas a través de una métrica de Friedmann-Robertson-Walker en el contexto de relatividad general en un Universo que contiene partículas del modelo estándar (bariones, leptones y fotones) y además dos componentes desconocidas en la tierra, no contenidas en el modelo estándar (MS): la materia oscura (*DM*, por sus siglas en inglés) y la energía oscura. La evidencia de la existencia de DM se infiere indirectamente a través de sus interacciones gravitacionales, entre las cuales destacan: las curvas de rotación en galaxias, la dinámica en cúmulos de galaxias, la radiación de fondo cósmica, los picos acústicos bariónicos, la formación de estructura a gran escala y las lentes gravitacionales. La energía obs-

cura puede ser descrita en la teoría de la relatividad general como una constante cosmológica  $\Lambda$  con presión negativa, e.j.  $P = -\rho$ . Este extraordinario desarrollo nos ha llevado a concluir que hoy en día la materia ordinaria (bariones y electrones) solo representan aproximadamente el 4% de la energía del universo, el 28% lo constituye la DM y el restante 68% está en forma de energía oscura.

En la teoría de formación de estructura, no tan solo es importante la cantidad de materia que forma el Universo, sino también las cualidades de las partículas que lo constituyen. La DM más establecida por la comunidad cosmológica es la DM fría (*CDM*, por sus siglas en inglés), definida como partículas cuya velocidad de dispersión es mucho menor que la velocidad de la luz ( $c$ ); la DM es caliente (*HDM*) si la velocidad de dispersión de las partículas es cercana a  $c$ , es decir son relativistas; y se considera tibia si tiene un comportamiento intermedio. En el escenario de CDM, ésta sería no-relativista y las estructuras de materia se forman de manera jerárquica, es decir, los objetos más pequeños se agrupan primero y los grandes se van formando progresivamente. El escenario CDM es consistente con la formación de estructura a gran escala, la masa de las galaxias predicha es aceptada, reproduce correctamente las relaciones de escala de galaxias (como las relaciones de Faber-Jackson y Tully-Fisher), la edad del Universo y la amplitud de las fluctuaciones de la radiación de fondo cósmico.

El modelo teórico más establecido para describir a nuestro universo es el modelo  $\Lambda$ CDM que consiste en las partículas del MS, materia oscura fría y una constante cosmológica. No obstante hay algunos problemas importantes sin resolver que podría ser evidencia de física más allá del paradigma de  $\Lambda$ CDM. Algunos de estos problemas son: 1) la discrepancias entre el perfil de densidad de los halos de CDM, dado por el perfil de Navarro-Frenk-White, y el mejor perfil ajustado a las observaciones (problema *core-cusp*), en donde el perfil de CDM predice una singularidad en la densidad de energía para radio cero (perfil *cuspy*) mientras que las curvas de rotación para galaxias dominadas por materia oscura indican que la densidad de energía es constante para radios pequeños (perfil *core*); 2) También, existe una discrepancia entre el número de galaxias pequeñas (denomida subestructura) predichas por el modelo  $\Lambda$ CDM y el número de éstas observado (que es mucho menor); 3) De las observaciones se obtiene que la cantidad de radiación en la época de igualdad entre la materia y la radiación es mayor a lo esperado (i.e. radiación adicional a las partículas del MS) en el universo, que también

está presente en la época de nucleosíntesis y afecta a la formación de estructura a gran escala.

Entender la naturaleza de la DM es uno de los principales enigmas a resolver en la cosmología, la física de partículas y la astrofísica. Los nuevos modelos teóricos que atacan este problema necesitan hacerlo simultáneamente desde estos tres puntos de vista. En éste sentido hemos presentado un nuevo tipo de materia oscura que llamamos materia oscura ligada (*BDM*, por sus siglas en inglés Bound Dark Matter). La BDM es una extensión de la visión clásica de la materia oscura ya que permite resolver los diferentes problemas que se presentan en el escenario de CDM.

El modelo BDM propone que las partículas constituyentes de la materia oscura son relativistas a energías altas y estas forman partículas compuestas (neutras) al bajar la energía y adquieren una masa debido a la energía de amarre de las partículas fundamentales. El modelo esta basado en la teórica cuántica de campos y es totalmente análogo con la fuerza de color (cromodinámica cuántica, QCD) descrito por un grupo de norma  $SU(3)$ , en donde a altas energías las partículas elementales, los quarks, están libres y tienen una masa muy pequeña. Al bajar la energía, la fuerza de QCD se hace fuerte, debido a las correcciones cuánticas, y forma estados ligados neutros (sin carga de color) que llamamos bariones o mesones (e.g. protones, neutrones, piones, etc). Las partículas que proponemos como DM están dentro de un grupo de norma  $SU(N)$  asintóticamente libre, es decir la fuerza crece conforme baja la energía. Así, las partículas BDM a altas energías, mayores a una energía de transición de fase que llamamos  $E_c$ , son partículas relativistas. Pero a bajas energías,  $E < E_c$ , las partículas que forman estados neutros (equivalente a los protones o neutrones) pasan por una transición de fase y obtienen una masa a través de la energía de amarre y forman entonces partículas no relativistas con velocidades de dispersión despreciables (tipo CDM). Es interesante notar que en QCD la transición de fase es  $E_{\text{QCD}} \approx 200$  MeV y la masa de los protones  $m_p = 938$  MeV (neutrones  $m_n = 940$  MeV, piones  $m_\pi = 140$  MeV), es decir la masa de las partículas compuestas es del orden de magnitud de la energía de la transición de fase, que es lo que se esperaría si la masa es debida a la energía de amarre de QCD. En nuestro caso, esperamos el mismo comportamiento para las partículas de BDM, la masa de las partículas compuestas debe de ser del orden de la energía de la transición de fase del grupo de norma de BDM. Es precisamente esta energía de amarre que queremos determinar por medio de los datos galácticos, cosmológicos y/o astrofísicos.

Las partículas de BDM, a diferencia de las de QCD, solo interactúan con las partículas del MS vía la gravedad por lo que sus efectos son detectados solo cuando la densidad de partículas es grande, en otras palabras, en el contexto astronómico, galáctico o cosmológico. Por otro lado, en el MS de partículas elementales ni el número de quarks ni el valor de  $SU(N_c = 3)$  es predicho por la teoría, sino es obtenido de manera fenomenológica de los experimentos en los aceleradores de partículas. En nuestro caso BDM, tampoco podemos predecir de primeros principios el valor de  $SU(N_{\text{BDM}})$ , ni el número de sabores (i.e. el número de "quarks" del grupo de norma de BDM) y se tiene que, así como para QCD, ir a las observaciones para determinarlo. Sin embargo, dado que BDM solo interactúa vía gravitacional con las partículas del MS entonces es imposible verlos en los aceleradores de partículas y se tiene que obtener la información viendo al cielo y midiendo las propiedades gravitacionales de estas partículas. Hay dos lugares naturales donde se pueden encontrar altos niveles de energía por arriba de  $E_c$  y donde el modelo tendría importantes implicaciones: Primero, a escalas astrofísicas. Dado que las galaxias están envueltas en un halo de DM, en la región central de éstas la densidad podría ser mayor al valor umbral  $\rho_c \equiv E_c^4$ , de manera que el modelo BDM describe partículas relativistas, HDM, en los centros de las galaxias y CDM donde la densidad de energía del halo de DM permanece menor a  $\rho_c$ , afectando la dinámica de las galaxias que finalmente se vería reflejado en las curvas de rotación de estos sistemas. Segundo, a escalas cosmológicas. En el Universo temprano, cuando la energía del Universo es mayor a la energía umbral  $E_c$ , las partículas de BDM se comportarían como radiación, esto trascendería en una mayor producción de Helio-4 producido en la época de nucleosíntesis, en una reducción en la formación de estructura a gran escala y cambio en la cantidad de radiación en el momento de igualdad (entre la densidad de materia y radiación).

El objetivo principal del proyecto se enfoca en resolver los problemas presentes en el marco de CDM. El modelo de BDM resuelve al mismo tiempo los problemas de *core-cusp*, de la subestructura (i.e. el número de galaxias pequeñas) y de la radiación extra. Adicionalmente, después de la transición tiende de manera rápida a CDM, dado que la velocidad de dispersión de las partículas de BDM es muy chica después de la transición. En esta tesis se determinan los parámetros del modelo BDM a través de las curvas de rotación de las galaxias y finalmente se restringe la energía de transición en el modelo BDM. Se analiza este modelo mediante el ajuste de curvas de rotación cuya principal característica es contar con una gran resolución

espacial en el centro de las galaxias, donde se cree que el comportamiento de las partículas de BDM se manifestaría en la dinámica de las galaxias. Para probar esta idea en las galaxias se utiliza un perfil que es constante en el centro descrito con tres parámetros libres: una longitud de escala característica ( $r_s$ ), una densidad crítica ( $\rho_c$ ) y un radio del núcleo ( $r_c$ ) derivada de la naturaleza relativista del modelo BDM. Para una mejor descripción de la región interna se desarrolla un nuevo enfoque en el ajuste que aplicado en la región interna se es capaz de restringir los parámetros libres. El método consiste en combinar el ajuste del perfil BDM y el valor de la pendiente a la región correspondiente al núcleo. Se Confirma con el ajuste que el conjunto de datos observacionales utilizados para el análisis interno describe correctamente la región central.

Comparamos los ajustes principalmente con el perfil derivado de las simulaciones numéricas de CDM, Navarro-Frenk-White. A través de los resultados se concluye que el perfil de BDM es mejor en 65 % de galaxias que el perfil NFW en el modelo más realista, y los resultados son equivalentes con los de NFW en el restante 35 %. Así podemos concluir que los perfiles con un centro de densidad constante, como el propuesto en BDM, se prefieren sobre los perfiles divergentes en el centro motivados por las simulaciones de N-cuerpos.

Posteriormente, trasladamos la investigación a la evolución del Universo temprano. Relacionamos la cantidad de radiación extra presente en la época cuando se forma el helio primordial y el momento de igualdad entre la materia y la radiación con la contribución relativista del modelo propuesto. Entre los resultados, se obtuvo que la materia oscura pasó por una transición suave, descrita por una ecuación de estado dependiente del tiempo, antes del momento de igualdad ( $E_c > E_{eq}$ ), y termina después de ese momento. Esta línea de investigación está relacionada con resultados que señaló que el número efectivo de especies de neutrinos,  $N_{eff}$ , puede ser superior a la prevista en el modelo estándar ( $N_{ef} > 3.046$ ), lo que significa que la densidad de energía relativista en torno a la igualdad tiene que ser mayor que la contribución de los fotones y los neutrinos.

El escenario de la materia y energía oscura es actualmente la imagen del Universo más aceptada, es el resultado de la contribución de cientos de científicos de varias áreas de la física, y ha sido desarrollada a través de años de trabajo progresivo. Sin embargo, no hay una visión única, y muchas áreas aún esperan ser explicadas. Por otro lado, y por completes, se

estudian modificaciones a la relatividad general para estudiar si las leyes de la gravedad a escalas galácticas se desvía de la extrapolación de su comportamiento a escalas más pequeñas, del orden del sistema solar, las curvas de rotación de las galaxias podrían ser explicadas con teorías que modifican la teoría de la relatividad. Dado que existe una pequeña comunidad con el interés por estas teorías se explorará la fiabilidad de una de éstas, el caso en el que se predice una aceleración de Rindler a grandes escalas válida para todas las galaxias.

Finalmente, puesto que la energía  $E_c$  parametriza la transición de fase del modelo de física de partículas subyacente, éste es independiente de los detalles de la galaxia y/o la formación de estructura, se espera que el valor de  $E_c$  sea el mismo para todas las galaxias. Así concluimos que la transición fundamental de las partículas de materia oscura del modelo BDM debe comenzar en una escala de energía  $E_c \geq \mathcal{O}(10)$  eV y el valor mínimo perceptible de la transición, es de  $E_c = \mathcal{O}(0.1)$  eV.

Consideramos que las implicaciones del modelo son muy importantes para la comunidad, ya que de confirmarse que el modelo BDM es una descripción adecuada para la materia oscura se daría un gran paso para desenmascarar la naturaleza de ésta partícula. Como consecuencia del trabajo de tesis publicamos 4 artículos en la revista principal de circulación internacional en el campo que es *Physics Review D* y siendo el artículo [3] un *Rapid Communication* además de publicar un artículo en *Proceedings of Science* [4].

1. Jorge Mastache and Axel de la Macorra. Extra relativistic degrees of freedom without extra particles using Planck data. *Phys.Rev.*, **D88**:043506, 2013
2. Jorge Mastache, Axel de la Macorra, and Jorge L. Cervantes-Cota. Core-Cusp revisited and Dark Matter Phase Transition Constrained at  $\mathcal{O}(0.1)$  eV with LSB Rotation Curve. *Phys.Rev.*, **D85**:123009, 2012
3. Axel de la Macorra, Jorge Mastache, and Jorge L. Cervantes-Cota. Galactic phase transition at  $E_c=0.11$  eV from rotation curves of cored LSB galaxies and nonperturbative dark matter mass. **Rapid Communication**. *Phys.Rev.*, **D84**:121301, 2011
4. Jorge Mastache, Axel de la Macorra, and Jorge L. Cervantes-Cota. Dark Matter Phase Transition Constrained at  $\mathcal{O}(0.1)$  eV with LSB Rotation Curves. *PoS DSU 2012*, 024, 2012

5. Jorge Mastache, Jorge L. Cervantes-Cota, and Axel de la Macorra. Testing modified gravity at large distances with THINGS' rotation curves. *Phys. Rev.* **D87**, 063001, 2013

# 1

## Introducción a la Cosmología Estándar

*La vida es un problema  
y se vive para resolverla*  
— MERCEDES BRITO DE LOS SANTOS

### 1.1. Visión General

La imagen actualmente más aceptada del Universo es el resultado de la contribución de cientos de científicos de varias áreas de la física, y ha sido desarrollada a través de cientos de años de trabajo progresivo. No hay una visión única aceptada del Universo, y muchas áreas aún esperan ser explicadas, por lo que aquí vamos a dar sólo una visión básica sobre la base de la teoría del Big-Bang, mayormente aceptada como una forma de introducir los aspectos que motivaron esta tesis.

El Universo está caracterizado por su geometría, el factor de escala  $a$  y su evolución respecto al tiempo  $t$ . Existen dos fuertes observaciones que sostiene ésta teoría: el Universo en expansión,

caracterizado por la ley de Hubble y la existencia de la radiación de fondo cósmico (CMB, por sus siglas en inglés). Esta última, es la principal observable con la que se cuenta y que pone a prueba las teorías cosmológicas. Esta es la radiación que se produjo cuando el Universo tenía alrededor de 380,000 años de edad y se había enfriado lo suficiente como para permitir que los electrones y protones se combinaran para producir átomos de hidrógeno.

Durante los primeros minutos, todos los diferentes componentes del Universo se fueron creando de forma secuencial en un proceso llamado nucleosíntesis del Big Bang. Conforme disminuye la densidad de energía, las interacciones se hicieron más ineficientes, y las interacción regidas por la fuerza débil “congelaron” la fracción entre neutrones y protones existentes en el Universo.

Como sabemos, el Universo contiene energía en forma de materia [6, 7, 8, 9]. Las mediciones más recientes de la densidad de materia en el Universo muestran que  $\Omega_m h^2 \simeq 0.1415$ . Sin embargo, las predicciones de la teoría de nucleosíntesis en base a las observaciones de abundancias de elementos ligeros muestran que  $\Omega_b h^2 \simeq 0.0221$ , valor que es respaldado por las mediciones de las anisotropías en el fondo de microondas (CMB)[6], véase la Fig.1-1. Esta diferencia, sumada a las evidencias en las curvas de rotación de galaxia y formación de estructura a gran escala, indican que la mayor parte de la materia presente en el Universo no es materia ordinaria, o bariónica, sino una especie todavía no detectada en los laboratorios que se conoce como materia oscura. Para entender la naturaleza de la materia oscura primero debemos comprender las evidencias observacionales con las que se cuenta.

En este capítulo describiremos de forma breve los fundamentos del modelo cosmológico estándar en las secciones 1.2 y 1.3; se describe la época de nucleosíntesis y el momento de equivalencia en las Secciones 1.4 y 1.5, respectivamente, que más adelante servirán de referencia. Después hablaremos de las evidencias que se tienen de la materia oscura a escalas astrofísicas y cosmológicas en la Sec.1.6 y por último, describiremos las discordancias entre las predicciones numéricas y las observaciones en el marco CDM, Sec.1.7.

## 1.2. Geometría

La cosmología estándar esta basada en dos hipótesis fundamentales. La primera es que la evolución del Universo y su estructura en gran escala son determinadas por interacciones gravitacionales descritas por las ecuaciones de campo de Einstein, las cuales rigen la evolución de la métrica  $g_{\mu\nu}$  del espacio-tiempo. Estas ecuaciones son

$$G_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (1-1)$$

donde  $T_{\mu\nu}$  es el tensor de energía momentum,  $\Lambda$  es la constante cosmológica y  $G_{\mu\nu}$  es el tensor de Einstein definido como

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}, \quad (1-2)$$

donde  $R$  y  $R_{\mu\nu}$  es el escalar y tensor de Ricci respectivamente.

La segunda hipótesis fundamental se refiere a las simetrías impuestas sobre  $g_{\mu\nu}$ . A este respecto la cosmología estándar se basa en el llamado principio cosmológico, que plantea que el Universo es homogéneo e isotrópico en gran escala. Bajo estos principios la forma más general que puede adoptar  $g_{\mu\nu}$  es la métrica de Friedman-Robertson-Walker (FRW)

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = dt^2 - a^2(t)[\gamma_{ij}dx^i dx^j] = a^2(t)[d\eta^2 - \gamma_{ij}dx^i dx^j], \quad (1-3)$$

expresada en términos de las coordenadas comoviles  $x^i$ ,  $t$  es el tiempo cósmico (ó físico),  $\eta = \int [dt/a(t)]$  denota el tiempo conforme y  $a(t)$  es el factor de escala. La parte espacial de la métrica escrita en coordenadas esféricas es

$$\gamma_{ij}dx^i dx^j = \frac{dr^2}{1 - Kr^2} + r^2 d\Omega^2, \quad (1-4)$$

donde  $K$  está relacionado con la geometría del Universo y  $d\Omega$  es la parte angular de las coordenadas esféricas. De acuerdo al valor de  $K$  los Universos de Friedman se clasifican en abiertos ( $K < 0$ ), planos ( $K = 0$ ) y cerrados ( $K > 1$ ). El Universo plano es uno donde su densidad de

energía hoy en día es igual al valor crítico del Universo,

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (1-5)$$

cuyo valor hoy en día es  $\rho_{c0} \approx 10^{-11}$  eV, si la densidad es mayor que este valor el Universo es cerrado, si es menor el Universo es abierto.

Para utilizar las ecuaciones de Einstein debemos conocer cómo evoluciona la densidad de energía respecto al tiempo. En un Universo homogéneo e isotrópico el tensor de energía momentum que se utiliza es el de un fluido perfecto:

$$T^{\mu\nu} = pg^{\mu\nu} + (\rho + p)u^\mu u^\nu, \quad (1-6)$$

donde  $\rho$  es la densidad de energía,  $p$  es la presión y  $u^\mu$  es la cuadri-velocidad. La teoría de relatividad general provee la conexión entre la evolución del factor de escala y la densidad de energía del Universo, así las ecuaciones de campo Ec.(1-1) se reducen a las conocidas ecuaciones de Friedmann

$$H^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3} \quad (1-7)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1-8)$$

donde la constante de Hubble, H, mide la tasa de cambio del factor de escala. De las ecuaciones (1-7), (1-8) y la ecuación de conservación de la energía  $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$  obtenemos la ecuación de continuidad

$$\dot{\rho} = -3H(\rho + p) \quad (1-9)$$

Los fluidos más importantes en cosmología son barotrópicos, es decir, que su presión es proporcional a la densidad  $p = \omega\rho$  (donde  $\omega$  es independiente del tiempo), por lo que la evolución de la densidad de energía de un fluido  $\rho_x$  es

$$\rho_x(a) = \rho_{ox} \left( \frac{a}{a_o} \right)^{-3(1+\omega_x)} \quad (1-10)$$

Normalizamos el factor de escala  $a$  para ser  $a_o = 1$  el día de hoy, que mantiene la relación

con el corrimiento al rojo  $z$ ,  $1 + z = \frac{\lambda_{\text{obs}}}{\lambda_{\text{emit}}} = \frac{1}{a}$ . Usualmente se supone un Universo que en edades tempranas dominaba un tipo de energía, la radiación (e.g. fotones y neutrinos). Tiempos posteriores la materia no relativista representa la mayor parte de la energía (e.g. núcleos y materia oscura). La densidad de energía de materia ( $\omega = 0$ ) evoluciona  $\rho_m \propto a^{-3}$  mientras que la radiación ( $\omega = 1/3$ ) evoluciona  $\rho_r \propto a^{-4}$ . Las observaciones de supernovas tipo Ia como patrones lumínicos sugiere la existencia de energía oscura cuya densidad de energía es constante en el tiempo.

El contenido del Universo se define en términos de la densidad de energía crítica,  $\rho_c$ , a través del parámetro de densidad de un fluido  $x$  se define

$$\Omega_x \equiv \frac{\rho_x}{\rho_c}. \quad (1-11)$$

Las ecuaciones de Friedman nos dan la posibilidad de tener un Universo abierto, cerrado o plano según el valor de la densidad total de energía. Para fines del trabajo y dado que las observaciones se orientan hacia un Universo con curvatura cercana a cero ( $\Omega = 1$ ) [6, 7], trabajaremos con el modelo de Universo plano de Friedmann, descrito por el elemento de línea Ec.(1-3). Además existen argumentos teóricos (inflación) y observacionales (CMB) que respaldan ésta idea. Por lo tanto la evolución de la tasa de expansión puede escribirse en términos de los parámetros de densidad de los diferentes fluidos

$$H^2(z) = H_o^2 (\Omega_{ro}(1+z)^4 + \Omega_{mo}(1+z)^3 + \Omega_k(1+z)^2 + \Omega_\Lambda). \quad (1-12)$$

Hacemos notar que en este trabajo, los valores de las distintas cantidades cuyo valor dado sea hoy-en-día se denotaran con el subíndice cero.

Se mencionan las convenciones adoptadas en este trabajo. Trabajamos con (3+1) dimensiones, y adoptamos los signos de métrica como  $(+, -, -, -)$ . Los índices griegos  $(\alpha, \beta, \dots)$  denotarán coordenadas espacio-temporales, es decir corren de 0.4, los índices latinos  $(i, j, \dots)$  solo representan coordenadas espaciales 1.3. Se trabaja con las unidades tales que  $c = \hbar = 1$ , en éstas unidades la masa de Plank se define como:  $m_{\text{pl}} = (8\pi G)^{-1/2}$ .

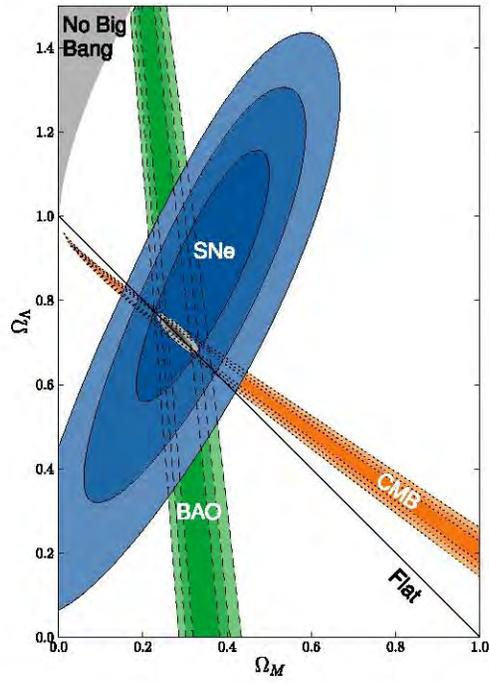


Figura 1-1: Se muestran el 68.3 %, 95.4 %, and 99.7 % contornos de confianza en el plano  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  para estudios combinados de supernovas, oscilaciones acústicas de bariones y radiación de fondo cósmico.  $\Omega_x$  es el cociente del parámetro de densidad del fluido  $x$  entre la densidad crítica del Universo. Imagen obtenida de [10].

### 1.3. Termodinámica

La densidad del número de partículas  $n$ , la densidad de energía  $\rho$  y presión  $P$  para un gas (diluido y débilmente interactuante) de partículas con  $g$  grados de libertad esta dado en términos de la distribución de fase sus estados,  $f(p)$ :

$$n = \frac{g}{(2\pi)^3} \int d^3\vec{p} f(\vec{p}) \quad (1-13)$$

$$p = \frac{g}{(2\pi)^3} \int \frac{|\vec{p}|^2}{3E} f(\vec{p}) d^3p \quad (1-14)$$

$$\rho = \frac{g}{(2\pi)^3} \int E(\vec{p}) f(\vec{p}) d^3p, \quad (1-15)$$

donde la energía,  $E$ , se escribe en términos de su masa ( $m$ ) y su momentum  $p$ ,  $E^2 = |\vec{p}|^2 + m^2$ . Para partículas en equilibrio la función de distribución de fase  $f$  esta dado por

$$f(\vec{p}) = \left[ e^{\frac{E-\mu}{T}} \pm 1 \right]^{-1} \quad (1-16)$$

donde  $\mu$  es el potencial químico y  $T$  la temperatura. El signo de la función de distribución describe partículas de Bose-Einstein (-1) o Fermi-Dirac (+1). En el límite relativista ( $T \gg m$ ) y  $T \gg \mu$  el número de partículas, energía y presión se simplifican de la siguiente manera:

$$n = \begin{cases} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} gT^3 & \text{Bosones} \\ \frac{3}{4} \frac{\zeta(3)}{\pi^2} gT^3 & \text{Fermiones} \end{cases} \quad (1-17)$$

$$\rho = \begin{cases} \frac{3\zeta(4)}{\pi^2} gT^4 & \text{Bosones} \\ \frac{7}{8} \frac{3\zeta(4)}{\pi^2} gT^4 & \text{Fermiones} \end{cases} \quad (1-18)$$

$$p = \frac{\rho}{3} \quad (1-19)$$

donde  $\zeta(3) \simeq 1.202$  es la función zeta de Riemann y  $\zeta(4) = \pi^2/90$ .

Para el límite *no*-relativista consideramos a todas aquellas partículas cuya masa  $m \ll T$ , la densidad de número de partículas, energía y la presión es la misma tanto para los bosones

como los fermiones:

$$n = g \left( \frac{mT}{2\pi} \right)^{3/2} e^{-m/T} \quad (1-20)$$

$$\rho = mn \quad (1-21)$$

$$p = nT \ll \rho \quad (1-22)$$

Debido a que la contribución de las partículas *no*-relativistas es mucho menor de las relativistas es una buena aproximación solo incluir a las partículas relativistas en el cálculo de  $\rho$  y  $p$

$$\rho_r = \frac{3\zeta(4)}{\pi^2} g_* T^4$$

donde  $g_* = \sum_{\text{bosones}} \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermiones}} \left( \frac{T_i}{T} \right)^4$

$g_*$  cuenta el número de grados de libertad efectivos de las partículas y  $T_i$  es la temperatura inicial.

En equilibrio térmico, la entropía en un volumen comovil  $S = a^3(\rho + P)/T$  se conserva,  $dS = 0$ . Dado que la entropía esta dominado por la contribución de las partículas relativistas, esta se puede ser escrita como,

$$S = \frac{2\pi^2}{45} g_{*s} T^3 a^3 \quad (1-23)$$

$$\text{donde } g_* = \sum_{\text{bosones}} \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermiones}} \left( \frac{T_i}{T} \right)^3 \quad (1-24)$$

## 1.4. Big Bang Nucleosíntesis

En esta sección hacemos un breve resumen de la historia del Universo descrito a partir de su temperatura. Según la teoría del Big Bang, el Universo surgió a partir de una gran explosión. Inmediatamente después del Big Bang ( $t = 10^{-43}$  seg), la temperatura,  $T$ , del Universo era del orden de la energía de Planck ( $T \sim 10^{19}$  GeV). Después de esto la temperatura disminuye mientras el Universo se expande.

- $t \sim (10^{-37} - 10^{-33})$  seg ó  $T \sim (10^{16} - 10^{14})$  GeV

Ocurre rompimiento espontáneo de la Gran Teoría de Unificación (GUT) (si existe GUT).

Las partículas del modelo de estándar de (SM) aparecen en ese momento.

- $t \sim 10^{-10}$  seg ó  $T \sim 300$  GeV

Rompimiento de la teoría electrodébil. Aparecen los fotones e interacciones electromagnéticas.

- $t \sim 10^{-4}$  seg ó  $T \sim 100$  MeV

Se forman los protones y neutrones.

- $t \sim (1 - 10^3)$  seg ó  $T \sim (1 - 0.01)$  MeV

Se empiezan a sintetizar elementos ligeros y sus abundancias logran ser explicadas por big bang nucleosíntesis.

- $t \sim (10^{12} - 1)$  seg ó  $T \sim (0.1 - 100)$  eV

Transición de fase de la materia oscura BDM.

- $t \sim 10^{12}$  seg ó  $T \sim 1$  eV

Momento de igualdad, el Universo pasa de ser dominado de radiación a materia. A partir de este momento empieza la formación de estructura

- $t \sim 10^{13}$  seg ó  $T \sim 0.1$  eV

En ésta época se desacoplan el electrón y positron de los fotones. Poco después que los fotones se desacoplan de la materia los electrones y protones empiezan a formar formar átomos de hidrógeno eléctricamente neutros (época de recombinación). A partir de este momento los fotones viajan libres hasta hoy en día.

La BBN ocurre en la época  $t \sim (1 - 10^3)$  seg. Los nucleones son sintetizados por primera vez en ésta época y su abundancia se explica correctamente a través del big bang nucleosíntesis. En ésta sección resumiremos la teoría detrás de éstas predicciones.

Los resultados de la teoría BBN se muestra en la Fig.1-2 (Ref. [11]). La figura muestra el tiempo y la evolución térmica de la fracción de masa de los neutrones, protones, deuterio, tritio +  $^3\text{He}$ ,  $^4\text{He}$ ,  $^6\text{Li}$  y  $^7\text{Be}$ . La época de nucleosíntesis se comprende bien en tres etapas, según la temperatura del Universo; (1)  $T \simeq 10$ , (2)  $T \simeq 1$  MeV, (3)  $T \simeq 0.1$  MeV.

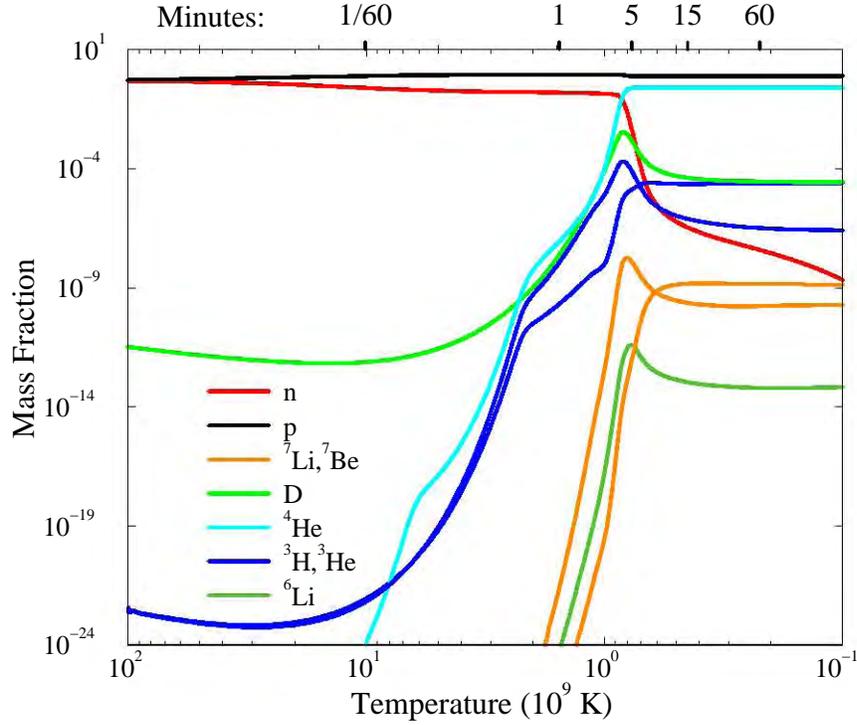


Figura 1-2: Tiempo y la evolución térmica de la fracción de masa de los neutrones, protones, deuterio, tritio +  ${}^3\text{He}$ ,  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^6\text{Li}$  y  ${}^7\text{Be}$ .

### 1.4.1. Proceso de Síntesis

$T \simeq 10$  MeV. **Equilibrio estadístico nuclear.** La densidad del número de núcleos se determina a través del equilibrio estadístico nuclear, cuando la temperatura del Universo es de aproximadamente 10 MeV. En equilibrio estadístico, cuando la tasa de interacciones débiles supera la tasa de expansión del Universo, se cumple que

$$Z \cdot p + (A - Z) \cdot n \longleftrightarrow A(Z). \quad (1-25)$$

La densidad del número de partículas del núcleo,  $A(Z)$ , el cual tiene un número de masa  $A$  y una cantidad de protones  $Z$ , está determinado por el número de densidad de protones y neutrones,  $n_p$  y  $n_n$ , y la energía de enlace del núcleo,  $B_A$

$$n_A = g_A A^{3/2} 2^{-A} \left( \frac{2\pi}{m_N T} \right)^{\frac{3(A-1)}{2}} n_p^Z n_n^{A-Z} \exp \left[ \frac{B_A}{T} \right] \quad (1-26)$$

A	$B_A$	$g_A$	$X_n$ (10 MeV)	$X_n$ (1 MeV)
n	-	-	0.5	1/7
p	-	-	0.5	6/7
$^2\text{H}$	2.22	3	$6 \times 10^{-12}$	$10^{-12}$
$^3\text{He}$	7.72	2	$2 \times 10^{-23}$	$10^{-23}$
$^4\text{He}$	28.3	1	$2 \times 10^{-34}$	$10^{-28}$
$^{12}\text{C}$	92.2	1	$2 \times 10^{-126}$	$10^{-108}$

**Tabla 1-1:** En la tabla se presenta la energía de amarre  $B_A$ , los grados de libertad  $g_A$  y la fracción de masa a las temperaturas de 10 y 1 MeV para las diferentes especies nucleares.

donde  $g_A$  es el número de grados de libertad del núcleo,  $m_N$  es la masa del nucleón y  $T$  es la temperatura del Universo. La energía de enlace de cada núcleo se muestra en la Tabla 1-1, donde se toma al carbono 12 como ejemplo de los elementos pesados.

La densidad de número de partículas no es una cantidad invariante y disminuye conforme a la expansión del Universo. Por lo tanto es útil definir la fracción de masa

$$X_A \equiv A \frac{n_A}{n_N} \quad (1-27)$$

para representar el número de nucleones. Donde  $n_N$  es la densidad del total de nucleones definida como,

$$n_N = n_n + n_p + \sum A n_A. \quad (1-28)$$

Donde la sumatoria toma en consideración todas las especies. La fracción de masa para un núcleo  $A(Z)$  es

$$X_A = g_A \left[ \zeta(3)^{A-1} \pi^{\frac{1-A}{2}} 2^{\frac{3A-5}{2}} \right] A^{\frac{5}{2}} \left( \frac{T}{m_N} \right)^{\frac{3(A-1)}{2}} \eta^{A-1} X_p^Z X_n^{A-Z} \exp \left[ \frac{B_A}{T} \right] \quad (1-29)$$

donde  $\zeta(x)$  es la función zeta de Riemann;  $X_p$  y  $X_n$  es la fracción de masa del protón y el neutrón, respectivamente.  $\eta \equiv n_b/n_\gamma \sim 10^{-10}$  es la fracción barión-fotón. El valor de la fracción de masa de los protones, neutrones, deuterio (D), helio 3 ( $^3\text{He}$ ), helio 4, ( $^4\text{He}$ ) y carbono 12 ( $^{12}\text{C}$ ) se muestra en la Tabla 1-1.

En esta época no se pueden formar núcleos, principalmente por el valor tan chico de  $\eta$  y por lo tanto casi todos los nucleones están libres. La fracción de masa entre los protones y los neutrones es aproximadamente uno,  $n_n/n_p \equiv n/p \simeq 1$ , ya que la diferencia de masa entre los

protones y neutrones es despreciable cuando la temperatura del Universo es de aprox. 10 MeV.

$T \simeq 1$  MeV. **La fracción entre neutrones y protones se congela.** Los neutrinos se desacoplan a una temperatura  $T \simeq 2.5$  MeV. Poco después ( $T \simeq 170keV$ ) los pares  $e^\pm$  se aniquilan y su entropía es transferida a los fotones. En este momento la tasa de las interacciones (débiles) en las que los protones y neutrones forman parte



es menor que la tasa de expansión, por lo tanto el cociente entre la densidad neutron-proton es la misma que cuando las reacciones se encuentran en equilibrio estadístico en el momento en este momento.

$$\left(\frac{n}{p}\right) = e^{-\frac{Q}{T_F}} \simeq \frac{1}{6} \quad (1-32)$$

donde  $Q = m_n - m_p = 1.293\text{MeV}$ , es la diferencia de masas entre el protón y el neutrón; y  $T_F \simeq 1$  MeV es la temperatura del Universo en este momento.

Desde el momento en que las reacciones se congelan hasta el principio de nucleosíntesis la razón neutrón-protón cambia debido al decaimiento espontáneo de los neutrones ( $n \leftrightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e$ ). El valor la razón neutrón-protón cambia de 1/6 a 1/7.

$T \simeq 0.1$  MeV. **Nucleosíntesis.** La época de nucleosíntesis empieza según disminuya la temperatura del Universo. A una temperatura de  $T \simeq 0.1$  MeV el equilibrio estadístico no se mantiene dado que la tasa de formación de los núcleos es menor que la tasa de expansión del Universo. Los elementos ligeros D,  $^3\text{He}$ ,  $^3\text{H}$  y  $^4\text{He}$  son rápidamente sintetizados. Prácticamente todos los neutrones quedan ligados dentro de  $^4\text{He}$ , que es el elemento más estable. Resumiremos los procesos de síntesis de D,  $^4\text{He}$ ,  $^3\text{He}$ , Tritio y  $^7\text{Li}$ .

**Deuterio.** El deuterio es el primero elemento sintetizado. Otros elementos son sintetizados a partir de éste. El proceso dominante en la creación del deuterio es



Eventualmente el deuterio se convierte en  $^3\text{He}$  y aún más en su evolución cosmológica, sirve

como combustible para las estrellas. Por lo tanto, su abundancia real es el límite inferior del valor primordial.

**Helio 4.** Después de la síntesis del deuterio, el helio 4 es sintetizado a través de los siguientes procesos



Los procesos (1-35)-(1-39) son debido a interacciones fuertes y electromagnéticas, mientras que los procesos (1-40)-(1-43) son gracias solamente a las interacciones fuertes. Una buena aproximación consiste en decir que todos los neutrones terminan en los átomos de  ${}^4\text{He}$  a través de los procesos anteriores dado que el  ${}^4\text{He}$  es el núcleo más estable. Por lo tanto la abundancia del  ${}^4\text{He}$  se puede determinar por el cociente neutrón-protón

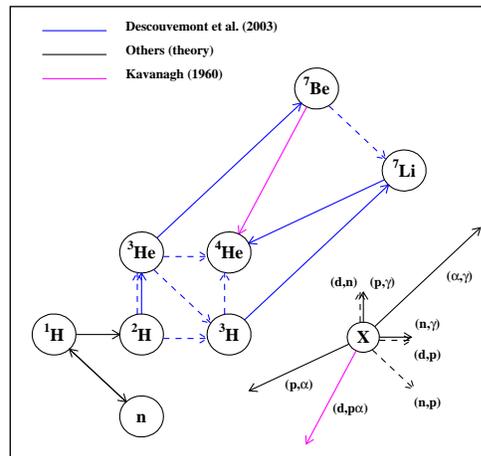
$$Y \equiv X_4 = \frac{2(n_n/n_p)}{1 + (n_n/n_p)} \simeq \frac{1}{4} \quad (1-44)$$

donde hemos utilizado  $n_n/n_p = 1/7$  el cual es el valor aproximado del cociente neutrón-protón al principio de nucleosíntesis.

**Helio 3 y Tritio.** Éstos elementos son sintetizado vía los procesos (1-35),(1-36) y (1-40)-(1-42). Sin embargo la mayor parte de éstos terminan como  ${}^4\text{He}$  ya que, como se mencionó anteriormente, el  ${}^4\text{He}$  es más estable que  ${}^3\text{He}$  y T. Por lo tanto la abundancia de éstos últimos

elementos es mucho menor que la de  $^4\text{He}$ . El tritio es inestable y decae a  $^3\text{He}$  con una vida media de 12.32 años, por lo que la abundancia observada de  $^3\text{He}$  hoy en día es el valor total de la síntesis de  $^3\text{He}$  y T.

**Litio 7.** Algunos elementos de  $^7\text{Li}$  se sintetiza, pero síntesis significativos de elementos más pesados no se lleva a cabo. En este momento, cuando se proporciona  $^4\text{He}$  para la síntesis de los elementos más pesados, la supresión de la barrera-de-Coulomb<sup>1</sup> juega un papel significativo, y aumenta con la disminución de la temperatura. Este hecho, junto con la ausencia de isótopos fuertemente ligados con masa atómica 5 y 8 y la casi insignificante tasa de interacción, suprime la síntesis de elementos más pesados.



**Figura 1-3:** Figura donde se muestran las reacciones que forman los átomos ligeros en BBN. Figura tomada de [12].

### 1.4.2. Parámetros en Nucleosíntesis

Los valores teóricos de las abundancias de los elementos depende de los siguientes parámetros: **Razón barión-fotón  $\eta$** . Como se puede ver en la Eq.(1-29) la fracción de masa depende de la razón barión-fotón,  $\eta$ . Si  $\eta$  tiene un valor grande la síntesis de elementos más pesados empieza más temprano. Por lo tanto valores del deuterio y helio 3, que funcionan como combustible

<sup>1</sup>Es la barrera de energía debido a la interacción electrostática que el núcleo atómico debe superar para experimentar una reacción nuclear.

para algunas reacciones, se consume y sus abundancia decrecería. **Los grados de libertad relativistas  $g_*$** . Los grados de libertad afectan en el cálculo del momento cuando las reacciones nucleares se “congelan”, es decir, su tasa de interacción es menor que la tasa de expansión del Universo. Los grados de libertad,  $g_*$ , es una función de la temperatura del Universo y esta determinada por el número y el spin de las partículas relativistas,

$$g_* = \sum_{\text{boson}_i} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4 + \frac{7}{8} \sum_{\text{fermion}_i} g_i \left( \frac{T_i}{T} \right)^4. \quad (1-45)$$

En el modelo estándar, las partículas relativistas en la época de BBN son los fotones y las tres familias de los neutrinos. Si existieran más partículas relativistas  $g_*$  sería mayor, el cual conduciría a una mayor tasa de expansión del Universo, y esto a su vez implicaría una época de BBN más temprana. Este hecho se utiliza para restringir el valor en el número de especies del neutrino como se vera en el capítulo 2.

## 1.5. Momento de Igualdad

Entre los observables fundamentales que describen el Universo se encuentra el corrimiento al rojo del momento de equivalencia,  $z_{eq}$ , el momento cuando la densidad de energía de materia y radiación son iguales, véase la Fig.1-4. Esta época de igualdad es relevante en la formación de la estructura y también afecta al early-Sachs-Wolfe integrado (eISW). Cuanto más dure la época de dominada por la radiación, el efecto eISW recibirá más fotones del CMB. El efecto eISW es en realidad una restricción directa obtenida a través de la razón entre primer y tercer pico del espectro del CMB [6], por lo tanto, se puede calcular la cantidad de radiación en la época de igualdad si se conoce la cantidad de materia en el Universo y viceversa.

Vamos a presentar aquí un manera novedosa y fácil de calcular la época de la igualdad entre materia-radiación, que también es válida cuando la EoS de la DM es dependiente del tiempo, como veremos es el caso del modelo de BDM.

En el escenario estándar de CDM, donde la DM está dada por una partícula masiva con velocidad de dispersión nula a escalas relevantes para la formación de la estructura. En este escenario tenemos que la densidad de energía no-relativista esta dado por los bariones ( $b$ ) y la CDM,  $\rho_m = \rho_b + \rho_{cdm}$ , y las partículas relativistas a energías por debajo del desacoplamiento

de los neutrino son los fotones ( $\gamma$ ) y neutrinos ( $\nu$ ) con una densidad de energía dada por

$$\rho_r = (1 + \alpha N_{\text{eff}})\rho_\gamma \quad (1-46)$$

donde utilizamos la relación  $T_\nu = (4/11)^{1/3}T_\gamma$  derivado de la conservación entropía a través de la aniquilación de electrones-positrones  $\alpha \equiv (7/8)(4/11)^{4/3} \simeq 0.227$ . Si se tienen grados adicionales de libertad es común parametrizarlo en términos de la temperatura del neutrinos usando  $N_{\text{eff}} \equiv N_\nu + N_{\text{ex}}$ , donde  $N_\nu = 3.046$  son los grados de libertad del neutrino y  $N_{\text{ex}}$  toma en cuenta la cantidad de radiación adicional. En el marco del CDM considerando ninguna radiación extra en la época es la igualdad ( $a_{\text{eq}}/a_o = \rho_{ro}/\rho_{mo}$ ). Está claro que si tenemos más grados de libertad relativistas en la época igualdad  $\hat{a}_{\text{eq}}$  (con  $\hat{a}_{\text{eq}}/a_o = \hat{\rho}_{ro}/\rho_{mo}$ ), cambiará a

$$\frac{\hat{a}_{\text{eq}}}{a_{\text{eq}}} = \frac{\hat{\rho}_{ro}}{\rho_{ro}} = \frac{1 + \alpha N_{\text{eff}}}{1 + \alpha N_\nu} = 1 + \frac{\alpha N_{\text{ex}}}{1 + \alpha N_\nu}, \quad (1-47)$$

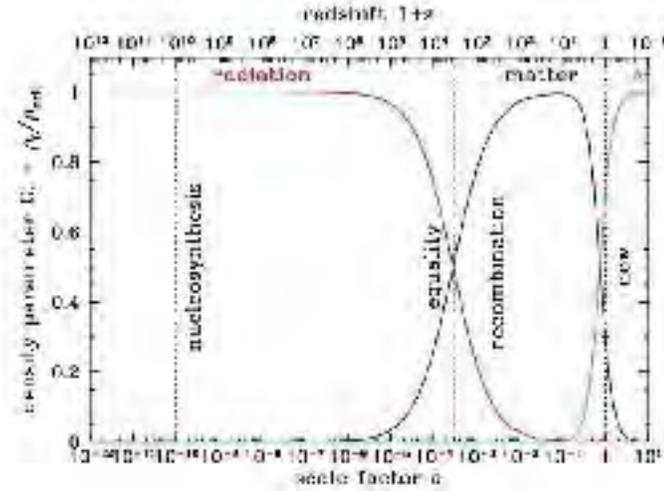
donde  $\hat{\rho}_r = \rho_r + \alpha N_{\text{ex}}\rho_\gamma$  es la densidad de energía relativista incluyendo la radiación adicional. Es evidente que si las mediciones dan un factor de escala mayor del momento de igualdad,  $\hat{a}_{\text{eq}} \geq a_{\text{eq}}$ , entonces tendríamos grados adicionales de libertad,  $N_{\text{ex}} \geq 0$  ( $N_{\text{eff}} \geq N_\nu$ ) y la igualdad vale para  $N_{\text{ex}} = 0$ .

En el cap. 2, donde se presenta el model BDM es necesario calcular el valor de ecuación de estado en el momento de equivalencia. Por ello se determinará el valor de la EoS total que se determina a partir de la densidad de energía ( $\rho_{\text{tot}}$ ) y presión total ( $P_{\text{tot}}$ ),  $\omega_{\text{tot}} \equiv P_{\text{tot}}/\rho_{\text{tot}}$ . Por simplicidad vamos se supone que la contribución de la energía oscura (DE) en el momento de igualdad entre materia-radiación es insignificante y no esperamos que desempeñe un papel importante en nuestro análisis. La ecuación de estado,  $\omega_{\text{tot}}$ , de un fluido que consiste de partículas tipo radiación y materia como función del factor de escala es

$$\omega_{\text{tot}} = \frac{\rho_r/3}{\rho_r + \rho_m} = \frac{1}{3} \frac{a_{\text{eq}}}{a_{\text{eq}} + a}, \quad (1-48)$$

$$\hat{\omega}_{\text{tot}} = \frac{\hat{\rho}_r/3}{\hat{\rho}_r + \rho_m} = \frac{1}{3} \frac{\hat{a}_{\text{eq}}}{\hat{a}_{\text{eq}} + a}. \quad (1-49)$$

se hace notar que  $\omega_{\text{tot}} = 1/6$  en el momento de igualdad  $a = a_{\text{eq}}$  y  $\hat{\omega}_{\text{tot}} = 1/6$  en  $a = \hat{a}_{\text{eq}}$ . Se propone este criterio alternativo para definir la época de igualdad entre la materia y radiación,



**Figura 1-4:** En esta figura se grafica el parámetro de densidad  $\Omega_x = \rho_x / \rho_c$ , donde  $\rho_x$  es la densidad de energía del fluido  $x$  como función del factor de escala y  $\rho_c$  es la densidad crítica del Universo. Se muestra explícitamente el momento de igualdad entre la densidad de materia y de radiación.

que es muy útil cuando las partículas no tienen una EoS constante en este momento. En este caso del modelo BDM, donde las partículas están en transición entre  $\omega_{\text{bdm}} = 1/3$  y  $\omega_{\text{bdm}} = 0$ .

## 1.6. Evidencia de la Materia Oscura

En los últimos años, la existencia de la materia oscura se ha establecido en una gran variedad de escalas, desde la estructura interna de las galaxias hasta la estructura a gran escala del Universo. En esta sección combino algunos desarrollos donde el concepto de materia oscura empezaba a formar parte de la imagen de nuestro Universo, con observaciones astrofísicas y cosmológicas recientes.

### 1.6.1. Escalas Astrofísicas

**Cúmulos de Galaxias.** En la década de 1930, Fritz Zwicky observó que las galaxias en el cúmulo de Coma se movían mucho más rápido de lo esperado basados en la cantidad de materia luminosa presente [13]. Por lo tanto, Zwicky sostiene que las galaxias del clúster deben tener masas del orden de 100 veces mayor de lo que se esperaría para los sistemas estelares puros. Poco

después se obtuvieron resultados similares por Smith (1936) para el cúmulo de Virgo. Durante las siguientes cuatro décadas, se reconoce en general que Coma y otros cúmulos de galaxias tienen cocientes masa-luminosidad del orden de cientos de masas solares por luminosidad solar, pero la naturaleza de la masa no luminosa que contenían era completamente desconocido.

En escalas de los cúmulos de galaxias, la masa del sistema se puede determinar a través de diferentes métodos: (1) Mediante la aplicación del teorema del virial, (2) Mediante observaciones de lente gravitacional de galaxias de fondo y (3) el estudio del perfil de emisión de los rayos-X que trazan la distribución de gas caliente. El teorema del virial implica que cualquier sistema gravitacional aislado alcanza el equilibrio cuando la energía gravitacional,  $U$ , compensa la energía cinética,  $K$ , esto es:  $2K + U = 0$ . Ambas cantidades dependen del radio *efectivo* del sistema y el promedio de la velocidad al cuadrado, que se pueden determinar observacionalmente. Con ésta información uno puede ser capaz de obtener la masa dinámica del sistema. Con el análisis independiente del contenido de gas caliente en los cúmulos de galaxias y observaciones de lente gravitacional débil se llega la conclusión que la cantidad de masa necesaria para mantener la dinámica del sistema es  $\sim 5$  mayor que la masa observada.

**Curvas de Rotación en Galaxias.** A partir de la década de 1970, las observaciones de Vera Rubin, Alberto Bosma, entre otros, demostraron convincentemente que el problema de la DM también estaba presente en las galaxias espirales, al igual que en los cúmulos de galaxias. Las galaxias combinaban observaciones fotométricas de la densidad de brillo superficial y las líneas de absorción en 21 cm del hidrógeno neutro. Con esta información es posible medir la velocidad circular de los discos galácticos a grandes distancias. El comportamiento de las observaciones, generalmente la misma en todas las galaxias espiral, demostraba que la velocidad circular crece linealmente dentro de la región interna de la galaxias (aprox. hasta un radio máximo de 10 kpc) y después permanece constante hasta grandes distancias alejadas del centro de la galaxia.

El hecho de tener velocidad constant a distancias donde no se observaban estrellas indica que la distribución de la DM se extiende más allá de la distribución de la materia visible.

Si la distribución de la masa de una galaxia es esféricamente simétrica, la ley de gravitación de Newton afirma que la velocidad circular de un objeto dado a una distancia  $r$  del centro de la galaxia esta dado por,

$$v_c(r) = \sqrt{\frac{GM(r)}{r}} \quad (1-50)$$

donde  $M(r) = 4\pi \int_{\text{vol}} \rho(r)r^2 dr$  es la masa del objeto con un perfil de densidad  $\rho(r)$ .

Por tanto, una curva de rotación de velocidad constante implica que la masa aumenta proporcional al radio y que la densidad disminuye como función de  $r^{-2}$ . Dado que la distribución de la luz en galaxias espirales tiende a disminuir de forma exponencial respecto al radio (de Vaucouleurs 1959; Freeman, 1970), es claro que estas galaxias deben contener material no luminoso en su región externa. Estas primeras observaciones revelaron que hay al menos 10 veces más masa de lo que se esperaría para una población estelar promedio.

Por la misma época, galaxias elípticas y S0 ([14, 15], y sus referencias) se concluyó, utilizando argumentos un poco más complicadas, que requieren mayores proporciones de masa en el sistema de lo que se observa. La situación en este tipo de galaxias es diferente ya que el análisis de las curvas de rotación se dificulta debido al alto movimiento caótico de sus estrellas. Las técnicas adoptadas para este tipo de objetos involucra análisis dinámico de las orbitas estelares, e involucran fuertes hipótesis.

Sin embargo análisis dinámico en conjunto con observaciones de lente gravitacional produjeron resultados compatibles y dejaron pocas dudas sobre la necesidad de incluir DM en las galaxias elípticas. Para fines de la presente tesis se analizarán solo las galaxias espirales, el análisis detallado se presenta en el capítulo 4.

### 1.6.2. Escalas Cosmológicas

Fuertes restricciones se han implantado en la abundancia de los bariones y la materia gracias a las observaciones del satélite Planck de las anisotropías de la radiación de fondo cósmico. La existencia de la radiación de fondo originada por la propagación de los fotones del Universo temprano fue predicho por G. Gamow en 1948 y descubierta por A. Penzias y R. Wilson en 1965. Después de muchas décadas de desarrollo experimental el CMB se ha demostrado que la radiación es la de un cuerpo negro con una temperatura de  $T_o \simeq 2.726$  K. Las anisotropías en la temperatura corresponden a  $\Delta T/T \sim 10^{-5}$  y fueron medidas por primera vez por la colaboración del satélite COBE. Hoy en día, el análisis de las anisotropías del CMB es una de las pruebas más duras a los modelos cosmológicos y además pone restricciones a los parámetros teóricos.

La física del CMB es el reflejo de las interacciones que hubo entre la radiación y la mate-

ria en la época de recombinación, impulsados por la gravedad y la presión de radiación. Las observaciones de las anisotropías de la temperatura son usualmente expandidas como:

$$\frac{\delta T}{T}(\theta, \phi) = \sum_{l=2}^{+\infty} \sum_{m=-l}^{+l} a_{lm} Y_{lm}(\theta, \phi) \quad (1-51)$$

donde  $Y_{lm}(\theta, \phi)$  son los armónicos esféricos. Los coeficiente  $c_l$  de la varianza de  $a_{lm}$  se definen como

$$c_l \equiv \langle |a_{lm}|^2 \rangle \equiv \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^{+l} |a_{lm}|^2 \quad (1-52)$$

Si las fluctuaciones de la temperatura se suponen gaussianas, como parece ser el caso, toda la información contenida en el CMB puede ser resumida en el espectro de potencia, que es esencialmente el comportamiento de  $c_l$  como función de  $l$ . Ésta cantidad refleja las oscilaciones entre la materia y radiación en términos de los picos acústicos cuya localización y altura proveen la información necesaria para la geometría y la composición del Universo. Más en específico, la posición del primer pico acústico es sensible a la geometría del Universo que a su vez es descrita por el parámetro de densidad  $\Omega_{tot}$ . Las mediciones de Planck dan  $\Omega_{tot} = 1.00 \pm 0.01$ , esto implica que el Universo es plano. Del análisis solamente de los datos de Planck la abundancia de los bariones y la materia son:

$$\Omega_b h^2 = 0.02205 \pm 0.00028, \quad \Omega_m h^2 = 0.1426 \pm 0.0025 \quad (1-53)$$

que es consistente con las predicciones de BBN. La densidad de energía del Universo es la suma de las contribuciones de la materia ( $\Omega_m$ ), radiación ( $\Omega_r$ ) y energía oscura ( $\Omega_\Lambda$ ). Hoy en día sabemos que la densidad de la radiación es mucho menor que la densidad de materia,  $\Omega_m \gg \Omega_r$  y por lo tanto  $\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$ . Para romper la degeneración entre la materia y energía oscura se puede recurrir a observaciones independientes donde se involucran las candelas estándar. Las candelas estándar son objetos astronómicos de luminosidad absoluta conocida. Una vez que su luminosidad aparente (y absoluta) se conocen esto da lugar a la determinación de su distancia, la cual depende de la velocidad de expansión y esta dada por el contenido del Universo ( $\Omega_m$  y  $\Omega_\Lambda$  como función del corrimiento al rojo del objeto). Los resultados tanto del análisis del CMB como de las supernovas implica que el Universo contiene una gran cantidad de energía

oscuro, 70 % de la densidad de energía, nombre genérico que se le da a una densidad de energía que físicamente actúa como presión negativa, y el restante 30 % está formado por materia. Sin embargo la cantidad de materia “ordinaria” (bariónica) es solo 15 % de la cantidad de materia total del Universo, el resto se considera que es materia no-bariónica, desconocida dentro de nuestros conocimientos de la teoría de física de partículas y cuyo nombre genérico es materia oscura.

## 1.7. Problemas abiertos para CDM

En la teoría de formación de estructura, no tan solo es importante la cantidad de materia que forma el Universo, sino también las cualidades de las partículas que lo constituyen. La DM se considera fría (*CDM*, por sus siglas en inglés) si la velocidad de dispersión es mucho menor que la velocidad de la luz ( $c$ ); es caliente (*HDM*) si su velocidad es cercana a  $c$ , es decir, relativistas; y se considera tibia si tiene un comportamiento intermedio. Las observaciones cosmológicas son sistemáticamente consistentes con el modelo estándar de la materia oscura fría (*CDM*) y una constante cosmológica que describe la expansión acelerada del Universo. Sin embargo, hay algunas cuestiones sin resolver, dejando a un lado la naturaleza de la materia y energía oscura, que son diferencias entre el Universo observado lo predicho por las simulaciones numéricas cosmológicas que podría ser evidencia de física más allá del paradigma de *CDM*. Algunos de estas diferencias son la gran cantidad de la subestructura, la discrepancia entre el perfil de densidad de los halos de DM de las galaxias predichas en el marco  $\Lambda$ *CDM* y el mejor perfil ajustado a las observaciones. Otra cuestión es la cantidad de radiación antes y durante la época de igualdad, por lo tanto la tasa de expansión en esta época. Explicaremos con más detalle los asuntos no resueltos del modelo  $\Lambda$ *CDM*, y para ser consistentes con la literatura llamaremos a estas cuestiones como “problemas”.

### 1.7.1. El problema de subestructura

El desafío de *CDM* creció más con el descubrimiento del problema subestructura: es la discrepancia entre el número de halos de materia oscura de baja-masa vistas en las simulaciones de *CDM* y el número de galaxias enanas en el Universo. Resulta que este problema

se observó inicialmente en modelos semianalíticos por Kauffmann, White, y Guiderdoni [16], pero su importancia no fue totalmente considerado hasta Klypin et al. [17] y Moore et al. [18] simularon, independientemente, grupos de galaxias similares al grupo local en el contexto de CDM. Examinando las propiedades de sus resultados encontraron que una galaxia típica como la nuestra debía contener aproximadamente  $\sim 500$  minihalos de materia oscura con masas del orden de  $10^8 M_\odot$ , un desacuerdo total con la población conocida de galaxias satélites  $\sim 25$ . En el modelo estándar de CDM, esta predicción parece ser robusta, no parece haber ninguna manera de evitar la presencia de esta gran cantidad de infraestructura en halos galácticos.

Cambios fundamentales en la naturaleza de la materia oscura como la introducción de una ley de corte a pequeñas escalas en el espectro de potencia primordial ([19]) o haciendo la materia oscura tibia en lugar de fría ([20, 21]) podría resolver el problema. La primera solución carece de una perspectiva desde el punto de vista de física de partículas, la segunda sufre de efectos secundarios no deseados con las predicciones en el *Ly $\alpha$ -forest*. Algunos autores predicen que la subestructura de pura materia oscura están ahí pero que no fueron capaces de atraer materia bariónica debido a fuertes corrientes de marea u otro tipo de interacciones bariónicas.

La búsqueda de evidencia de los halos subestructura del Universo local, es un campo activo en la cosmología, donde la presencia de mini-halos (o falta de ella) con objetos luminosos pueden ser claramente confirmada o descartada. En particular, muchos autores han especulado que las nubes de alta velocidad están conectados con el problema subestructura. Si los mini-halos de materia oscura están realmente presentes, representaría un éxito para el modelo CDM. Si no, uno se ve obligado a concluir que nuestra comprensión de la formación del halo es la duda. En nuestro caso veremos como el modelo de BDM puede resolver este tipo de problemas en el Cap. 2.

### 1.7.2. $N_{eff}$ : Radiación Extra

La densidad de energía de radiación en la época de igualdad está dada por fotones y neutrinos. El modelo estándar de partículas aporta  $N_\nu = 3.046$  grados de libertad al número de especies del neutrino [22]. Sin embargo, recientes análisis observacionales: Planck [6], WMAP [7], Atacama Cosmology Telescope [8], el *South Pole Telescope* [9], el *Sloan Digital Sky Survey* (SDSS-DR7) [23, 24] y otros análisis [25, 26] han reportado indicio de que el número efectivo de

grados de libertad,  $N_{\text{eff}} \equiv N_\nu + N_{\text{ex}}$ , puede ser mayor que el esperado,  $N_{\text{eff}} > N_\nu$ . Los nuevos resultados del satélite Planck obtiene que  $N_{\text{ex}} = 0$  a  $1\sigma$  pero el valor central da indicios de una pequeña cantidad del número de grados de libertad adicionales. A fin de tener un alcance más amplio que presentar nuestros resultados con un conjunto diferente de datos. Esto significa que la cantidad de radiación antes de la época de desacoplamiento parece ser más que el ( $\hat{\rho}_r > \rho_r$ ) esperado, donde  $\hat{\rho}_r = \rho_r + \rho_{\text{ex}}$  y  $\rho_{\text{ex}}$  identifica un componente extra relativista.

Además, estudios recientes encuentran un poco más alto la abundancia de  ${}^4\text{He}$ ,  $Y_p > 0.25$ , [7, 27, 28] sugiriendo también radiación extra durante la época de Big Bang Nucleosíntesis (BBN). En ambos casos, el componente extra relativista es parametrizado como un grado extra de libertad del neutrino y es función de la temperatura de esa partícula. El valor de  $N_{\text{eff}}$  obtenido a partir del análisis de los datos da un valor mayor en el momento de BBN que en el de igualdad. Mientras que en un escenario de CDM, uno espera que las partículas adicionales relativistas tengan una contribución constante de  $N_{\text{eff}}$ .

### 1.7.3. El problema de densidad central

Moore (1994)[29] y Flores & Primack (1994)[30] fueron los primeros en reconocer el problema a pequeña escala, que ahora se conoce como el problema de la densidad central o el problema core/cusp. Ésta denota la diferencia entre los perfiles que el modelo  $\Lambda\text{CDM}$  predice y los perfiles de densidad de materia oscura mejor ajustados para las galaxias enanas. En una serie de trabajos posteriores, Navarro, Frenk, y White (1995a, 1996, 1997, NFW en lo sucesivo) formalizaron este problema al señalar que las simulaciones de N-cuerpos predicen que los halos de materia oscura del CDM deben compartir un perfil universal de densidad. El perfil de densidad que definen, que ahora se llama el perfil NFW, es

$$\rho_{\text{nfw}} = \frac{\rho_o}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (1-54)$$

donde  $r_s$  es el radio característico del halo,  $\rho_o$  es una cuarta parte de la densidad del halo en  $r_s$ . La densidad de este perfil aumenta como  $r^{-1}$  para  $r \rightarrow 0$ , lo que conlleva a una densidad con una cúspide central, y para radios grandes el perfil decrece como  $r^{-3}$ , de modo que en la mayor parte de su extensión radial el perfil sigue un comportamiento  $r^{-2}$  como es requerido

por las curvas de rotación observadas para las galaxias espirales.

Las observaciones, por el contrario, han demostrado de manera general que la mayoría de las galaxias enanas y de bajo brillo de superficie (LSB) tienen perfiles de densidad centrales casi constantes ([29, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37]). Ha surgido mucha controversia debido a que se apela que los datos utilizados en muchos de estos estudios padecen de grandes incertidumbres sistemáticas que limitan su utilidad para distinguir entre los perfiles de densidad tipo divergentes y aplanados ([38]). de Blok, Bosma, y McGaugh [39] argumentaron que ningún problema sistemático podría explicar la diferencia entre los perfiles de densidad observados y simulados, pero no pudieron descartar la posibilidad de que múltiples sistemática podrían combinarse para producir los efectos pertinentes.

Suponiendo que la discrepancia es real y no es debido a problemas observacionales, astrofísicos teóricos han encontrado una variedad de posibles explicaciones para el problema *core/cusp*. Algunas de las propuestas: incluyen la introducción de retroalimentación en la formación de estrellas que redistribuye la distribución de masa en los centros de las galaxias; invocan la triaxialidad de los halos de materia oscura, que pueden conducir a perfiles de densidad aparentes que son significativamente menos “picudos” que los verdaderos perfiles de densidad ([40]); ó incluyen un cambio en las propiedades de la materia oscura como la materia oscura auto-interactuante ([41]) o como el caso que nos atañe, el de una materia oscura con una transición de fase.

# 2

## Modelo Bound Dark Matter

*La ignorancia y el obscurantismo en todos los tiempos no han producido más que rebaños de esclavos para la tiranía.*

— EMILIANO ZAPATA

### 2.1. Modelo Bound Dark Matter

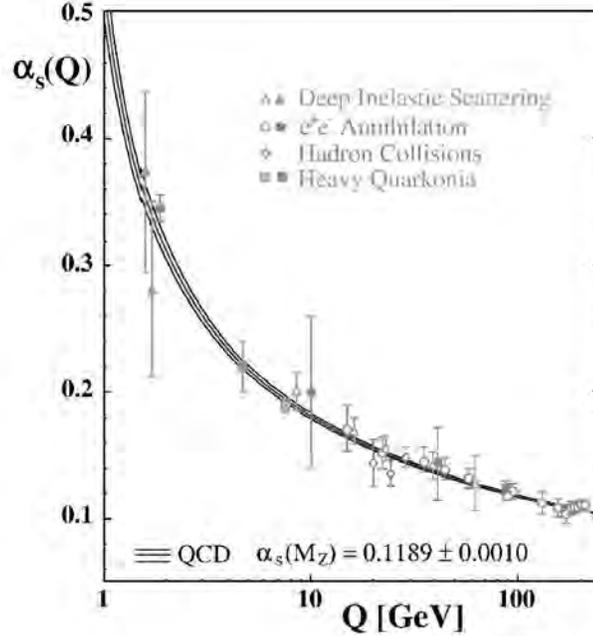
Se presentará ahora el escenario donde utilizamos como DM las partículas descritas por el modelo llamado *Bound Dark Matter* (BDM). El modelo propone que el grupo de norma al que pertenecen las partículas de materia oscura tiene un comportamiento asintóticamente libre, similar al que tiene el grupo SU(3) que describe las interacciones de la fuerza fuerte. Las partículas BDM pasan por una transición de fase no-perturbativa cuando el factor de escala  $a = a_c$  ó  $\rho_{\text{bdm}}(a_c) = \rho_c \equiv E_c^4$ . En este momento las partículas adquieren masa a través de fenómenos no-perturbativos, como los protones y los neutrones lo hacen en QCD debido a la

fuerza de amarre.

La dinámica de los grupos de norma predicen la forma funcional de la dependencia de la energía de la constante de acoplamiento,  $g$ . Para los grupos de norma asintóticamente libres a escalas pequeñas de energía es cada vez mayor el acoplamiento, que conlleva al confinamiento de quarks dentro de los hadrones, mientras que a altos niveles de energía el acoplamiento se hace más débil. Es decir,  $g \rightarrow \infty$  para energías  $E \rightarrow 0$ . El valor de  $g$ , es obtenido experimentalmente. El modelo BDM propone que las partículas constituyentes de la materia oscura forman parte de un grupo que es asintóticamente libre. Así, las partículas BDM a altas densidades de energía, mayores a una densidad límite  $\rho_{\text{bdm}} > \rho_c$ , se comportan como partículas relativistas sin masa. Pero a bajas densidades de energía,  $\rho_{\text{bdm}} < \rho_c$ , las partículas obtienen masa a través de métodos no perturbativos y se convierten en partículas no relativistas con velocidades de dispersión despreciables (e.j. CDM).

Debido al comportamiento de las partículas BDM se espera que la transición de fase propuesta en el modelo que tenga influencia relevantes en el Universo temprano y en la dinámica de las galaxias. Se entiende bien que el Universo temprano se lleva a cabo a densidades de energía muy elevadas, por lo tanto las partículas BDM se comportarán como partículas relativistas ( $\omega_{\text{bdm}} = 1/3$ ) sin masa por debajo de la escala  $a < a_c$  (o  $\rho_{\text{bdm}} > \rho_c$ ). Mientras el Universo se expande, éste se enfría y la densidad de energía disminuye. Hasta el punto en el que la materia oscura sufre una transición de fase cuando  $a = a_c$ , obtiene masa a través de los métodos perturbativos y pasa de tener velocidades de dispersión relativistas a tener una velocidad casi nula. La transición de fase está caracterizado por que las partículas BDM tienen una EoS dependiente del tiempo que toma valores desde  $\omega_{\text{bdm}}(a_c) \leq 1/3$  a  $\omega_{\text{bdm}} \simeq 0$  for  $a \gg a_c$ .

A través de este comportamiento uno puede explicar satisfactoriamente el problema de subestructura inherente a las partículas CDM, explica el problema core/cusp y el problema de la radiación extra. Se espera un corte en el espectro de potencia de la materia, el cual inhibe formación de estructura a partir de una cierta escala que depende del valor de la energía de transición. De ésta manera uno explica el menor número de galaxias satélites que se observan al rededor de nuestra galaxia que las que se predicen. La transición de BDM se puede observar hoy en día en el centro de las galaxias donde la concentración de DM se incrementa hasta llegar el punto en el que  $\rho_g(r_c) = \rho_c$  ó  $r \leq r_c$  lugar donde se encuentra una transición para las



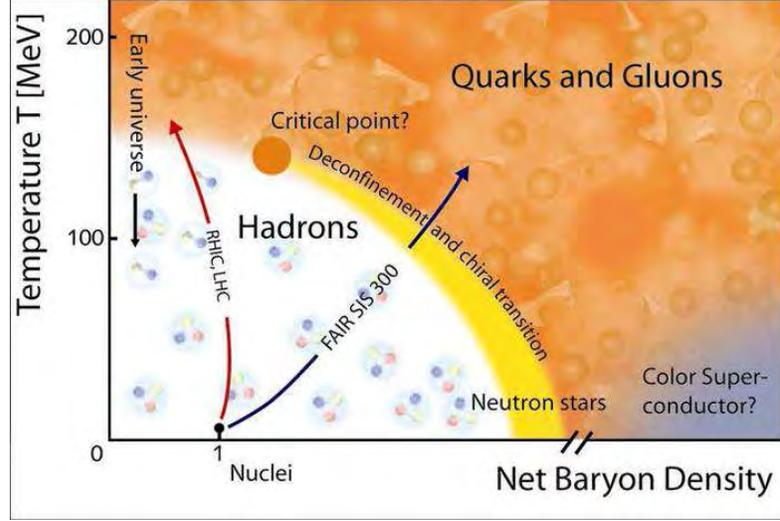
**Figura 2-1:** Mediciones de la constante de acoplamiento  $\alpha_s$  para las interacciones fuertes. La propuesta del modelo BDM es tener un comportamiento similar a éste, donde a grandes energías las partículas se comporten como partículas libres y a bajas energías formen partículas neutras masivas. Figura tomada de [42].

partículas BDM, donde la densidad de estas partículas permanece constante y no presente el pico característico derivado de modelos computacionales de  $\Lambda$ CDM.

En este capítulo introducimos el modelo BDM. Primero explicaremos los fundamentos teóricos que motivaron el modelo en la Sec.2.2. Seguido explicaremos las implicaciones de tener radiación extra al inicio del Universo, deduciendo el comportamiento de las partículas descritas por la ecuación de estado en el momento de la transición en la Secc.2.3.

## 2.2. Modelo de Partículas

Ahora presentamos la física y la motivación detrás del modelo BDM [44]. La evolución cosmológica de los grupos de norma, similares a QCD, se han estudiado para entender la naturaleza de la energía [45] y materia [46] oscura. La masa de las partículas pueden ser generada ya sea: por el mecanismo de Higgs o por efectos no-perturbativos. Las partículas fundamentales (quarks, electrones, neutrinos) del Modelo Estándar (SM) obtienen su masa por la interacción con el campo de Higgs, que adquiere un valor esperado del vacío diferente a cero



**Figura 2-2:** Figura donde se visualiza la transición de fase en el grupo de QCD. Ésta transición de fase es similar a la que se tiene en mente para las partículas del modelo BDM. Imágen tomada de [43].

en la escala electrodébil  $E_{ew} = \mathcal{O}(200 \text{ GeV})$ , mientras que a altas energías todas las partículas fundamentales del SM tienen masa despreciable.

En el caso que nos atañe, el grupo de norma y los campos elementales *no* son parte del modelo estándar (SM). Se supone que el grupo de norma “oscuro” interactúa con las partículas de SM sólo a través de la fuerza de gravedad como es ampliamente predicho por las extensiones del SM, tal como en las teorías de branas o de cuerdas.

La expresión de la dependencia de la constante de acoplamiento de la energía depende del grupo de norma con el que se trabaje y de la renormalización. Cuando se realizan cálculos de perturbaciones en el grupo, los diagramas del bucle (*loop*) que surgen introducen divergencias. Estas divergencias se pueden eliminar mediante la renormalización a cierta escala de energía. La constante de acoplamiento, con aproximación a 1-loop, está dado por

$$g^{-1}(E) = g_i^{-1}(E_i) - \frac{\beta_0}{2\pi} \ln\left(\frac{E}{E_i}\right) \quad (2-1)$$

donde el coeficiente  $\beta_0$  es (para teorías no supersimétricas)

$$\beta_0 = \frac{11N_c - 2N_f}{3} \quad (2-2)$$

función que depende del número de partículas elementales,  $N_f$ , y partículas ligadas  $N_c$  del

grupo. La Ec.(2-1) además de ser una relación entre los valores de  $g$  en dos escalas diferentes de energía, en la escala  $\mathbb{E}_i$  donde se supone que se conocen el valor de  $g_i(\mathbb{E}_i)$ , y  $\mathbb{E}$  es la energía donde se predice el valor de  $g(\mathbb{E})$ , también demuestra que el comportamiento es *asintóticamente libre*: Si  $\mathbb{E}$  se vuelve grande y  $\beta_0$  es positivo el valor de la constante de acoplamiento  $\alpha(\mathbb{E})$  decrecerá asintóticamente a cero para  $\mathbb{E} \rightarrow \infty$ . La forma funcional de  $g(\mathbb{E})$  se muestra en la Fig.2-1.

A escalas de altas energía (distancias cortas), el acoplamiento se hace tan pequeña que las partículas fundamentales del grupo se comportan como partículas libres -asintóticamente libres- y su interacción pueden ser tratados en la teoría de perturbaciones, ya que la constante de acoplamiento,  $g$  es pequeña. Se ha demostrado en el Relativistic Heavy Ion Collider [47] que a altas energías, por encima de la escala de transición  $E_c$ , los quarks se comportan como partículas libres, mientras que a bajas energías no hay quarks libres.

La escala de transición se define como la energía, donde la constantes de acoplamiento  $g$  se vuelve fuerte,  $g(\mathbb{E}) \gg 1$ , dando una escala condensación  $\mathbb{E}_c = \mathbb{E}_i e^{-8\pi^2/\beta_0 g_i^2}$ , donde  $\beta_0$  es la función de la Ec.(2-2). Por ejemplo, para un grupo de norma de SUSY  $SU(N_c), N_f$ , donde  $N_c(N_f)$  es el número de colores (sabores), tenemos que  $\beta_0 = 3N_c - N_f$ . El hecho de que  $\mathbb{E}_c$  se suprime de manera exponencial en comparación con  $\mathbb{E}_i$  permite que entender por qué  $\mathbb{E}_c$  puede ser mucho más pequeño que la suma inicial de  $\mathbb{E}_i$  que puede ser identificado con la escala de Planck, inflación o de el de gran unificación. Podemos relacionar  $E_c$  a  $\mathbb{E}_c$  ya que la densidad de energía depende de la energía media por partícula y la densidad del número de partículas  $n$ , es decir,  $\rho_c \equiv E_c^4 = \mathbb{E}_c n$ .

Por otra parte, a escalas de baja energía (o, equivalentemente, a grandes distancias) el acoplamiento efectivo es muy grande  $g \gg 1$  y cálculos perturbativos no son válidos. En este régimen se necesitan modelos fenomenológicos para describir los procesos físicos correspondientes. En estas escalas de energía, la interacción entre las partículas fundamentales del grupo de norma es muy fuerte y crece aún más cuando se separan. Por lo tanto, a distancias macroscópicas no se observan las partículas fundamentales libres, una propiedad conocida como *confinamiento* y sólo existen como estados ligados. La formación dinámica de los estados ligados no se conoce completamente, ya que implica teoría física no-perturbativa. Por ejemplo, en QCD,  $g(\mathbb{E}) > 1$  para energía  $\mathbb{E} \leq \mathcal{O}(200MeV)$ , por lo tanto para escalas de energía menores a 200 MeV es

considerada como la región no-perturbativa, cuando los quarks libres forman partículas neutras (hadrones), como los protones, neutrones y piones, formados por partículas fundamentales (casi sin masa), quarks. Los hadrones parecen ser neutral con respecto a carga cuántica fuerte (colores).

Dado que aumenta la intensidad de la interacción a bajas energías, se espera que la formación de los estados ligados sea mayor para formar la partícula más estable posible  $E_{BS}$  (i.e.  $E_{BS} = m_{BS}$ ) con un momentum  $p^2 = E_{BS}^2 - m_{BS}^2 \simeq 0$ . La distribución de energía en la formación de los estados ligados todavía está bajo investigación [48] y por simplicidad tomamos aquí  $v_c = 0$  que implica una velocidad de dispersión nula para las partículas formada a partir de los estados ligados.

El mecanismo no-perturbativo se basa en la fuerza de interacción del grupo de norma y se espera que la masa de las partículas sea del mismo orden de magnitud que la escala de transición de fase, por ejemplo: los protones y los neutrones. El orden de magnitud de la masa de estas partículas es

$$m_{BS} = d E_c \tag{2-3}$$

con  $d = O(1)$  una constante de proporcionalidad. En QCD uno tiene  $E_c \simeq 200$  MeV con la masa pion  $m_\pi \simeq 140$  MeV, mientras que la masa de los bariones (protones y neutrones)  $m_b \simeq 940$  MeV, es decir, la constante de proporcionalidad está en el rango de  $0.7 < d < 5$ , y la masa de un estado ligado es mucho más grande que la masa de los quarks ( $m_u \simeq (1 - 3)$  MeV,  $m_d \simeq (3.5 - 6)$  MeV). Claramente la masa de los estados ligados *no* es la suma de sus partículas elementales.

Es precisamente este mecanismo no-perturbativo el que se tiene en mente para formar los estados ligados de materia oscura (BDM). A pesar de que la motivación del modelo BDM proviene de la física de partículas hemos de destacar el hecho de que las implicaciones cosmológicas de BDM no dependen de su origen. El modelo BDM se define por una DM que a altas densidades de energía,  $\rho_{\text{bdm}} > \rho_c$ , las partículas se comportan como partículas relativista (HDM) con una velocidad de la partícula  $v = c$  mientras que para densidades de energía más bajos  $\rho_{\text{bdm}} < \rho_c$ , las partículas BDM son partículas frías en estado ligado, por ejemplo, partículas CDM con  $v \ll c$ .

Hay dos lugares naturales donde se puede encontrar una alta densidad de energía  $\rho_{\text{bdm}}$  de

materia oscura. El primero de ellos es en etapas cosmológicas tempranas y el segundo lugar es en las regiones internas de las galaxias. En el primer caso, definimos  $a_c$  como el factor de escala de transición donde

$$\rho_c \equiv E_c^4 = \rho_{\text{bdm}}(a = a_c), \quad (2-4)$$

para  $a < a_c$  la velocidad de las partículas BDM es relativistas y su densidad de energía evoluciona como radiación, mientras que para  $a > a_c$  las partículas de BDM son no-relativistas y evolucionan como materia, es decir,

$$\rho_c < \rho_{\text{bdm}}(a < a_c) \propto a^{-4}, \quad \rho_c > \rho_{\text{bdm}}(a > a_c) \propto a^{-3} \quad (2-5)$$

En el segundo caso, lejos del centro de las galaxias la densidad de energía es chica y aumenta conforme uno se acerca al centro, en el caso del perfil tipo NFW  $\rho \rightarrow \infty$  cuando el radio  $r \rightarrow 0$ . Por lo tanto podemos distinguir dos regiones: La primera, donde  $\rho_{\text{bdm}} < \rho_c$  y las partículas de BDM se comporten como materia oscura fría, es decir CDM. La segunda región será donde  $\rho_{\text{bdm}} \geq \rho_c$ , por lo tanto habrá una transición y las partículas BDM se comporten como partículas relativistas,

$$\rho_c < \rho_{\text{bdm}}(r < r_c) \quad \text{with } v \approx c, \quad \rho_c > \rho_{\text{bdm}}(r > r_c) \quad \text{with } v \approx 0. \quad (2-6)$$

donde  $r_c$  se define por  $\rho_{\text{bdm}}(r = r_c) = \rho_c$ . La velocidad de dispersión,  $v$ , de las partículas BDM tenderá a cero para  $r$  mayor a  $r_c$ , las partículas se comportan como CDM. Mientras que en el centro de la galaxia las partículas BDM serán relativistas, cuando  $r < r_c$ , la velocidad de la DM será  $v = c$  y formará una región de densidad constante (core) en el interior interior de la galaxia  $r \leq r_c$ .

El parámetro  $E_c$  sería una nueva escala fundamental para la DM que se puede determinar teóricamente utilizando dinámica de grupos de norma, es decir, que no depende de las propiedades de las galaxias, una vez que se conoce el grupo de norma. Sin embargo, a pesar de que se propone  $E_c$  como una nueva constante fundamental para la DM, este está relacionado con la masa de la partícula de DM, y es importante tener en cuenta que su valor no se conoce y se requieren pruebas observacionales para determinarla. Esto también es válido cuando uno calcula

la masa de todas las partículas del modelo estándar, es decir, su valor no está en relación con el modelo estándar y son los resultados experimentales quienes las fijan. El modelo estándar de partículas tiene una constante de Yukawa para cada partícula que no esta definida por la teoría y que por lo tanto es libre. Se utilizará la información de curvas de rotación galáctica para determinar el valor de  $E_c^{\text{gal}}$ . Sin embargo, la precisión del valor de  $E_c^{\text{gal}}$  depende no sólo de la calidad de los datos observacionales o el modelo de masa utilizados, sino también del perfil de DM. También se restringirá el valor de la energía en escalas cosmológicas  $E_c^{\text{cos}}$  con los datos del momento de igualdad  $z_{\text{eq}}$  y  $Y_p$  que se deducen a partir del análisis estadístico del CMB.

### 2.3. Ecuación de Estado

Por simplicidad vamos a tomar que estas partículas tienen en promedio un momentum  $\langle |\vec{p}|^2 \rangle$  y energía  $\langle E \rangle$  tal que la presión es  $P = n \langle |\vec{p}|^2 \rangle / 3 \langle E \rangle$  y la densidad de energía  $\rho = \langle E \rangle n$ , siendo  $n$  la densidad del número de partículas. La EoS para BDM se convierte entonces en

$$\omega_{\text{bdm}} = \frac{\langle |\vec{p}|^2 \rangle}{3 \langle E \rangle} = \frac{v_{\text{bdm}}^2}{3} = \frac{1}{3} \left( \frac{v_c a_c}{a} \right)^2 \quad (2-7)$$

donde  $v_{\text{bdm}}$  es la velocidad media de las partículas, y se ha tomado en cuenta que, en un fondo de Friedmann-Robertson-Walker las velocidades escalan en función del factor de escala como

$$v_{\text{bdm}}(a) = v_c \left( \frac{a_c}{a} \right). \quad (2-8)$$

La ecuación (2-7) y (2-8) contiene dos parámetros libres, el factor escala,  $a_c$ , y la velocidad de las partículas oscuras,  $v_c$ , resultantes después de la transición. La cantidad  $v_c$ , con  $0 \leq v_c \leq 1$ , es la velocidad inicial de las partículas después de la transición de fase que refleja el hecho de que la masa de las partículas de BDM tiene un origen no-perturbativo y la velocidad resultante puede ser suprimida en comparación con la velocidad de la luz  $v_{\text{bdm}}(a_c) = v_c < 1$ . Esta es una de las principales diferencias entre las partículas BDM y una partícula relativista estándar con una masa (perturbativa)  $m$ , que se convierte en no-relativista cuando  $\omega = T/m$  (por ejemplo, cuando  $a = a_c$ ) con  $v = 1$ . Es evidente que el modelo BDM se reduce al escenario de CDM cuando  $a_c \rightarrow 0$  (con  $v \rightarrow 0$ ), por lo tanto  $\omega_{\text{bdm}} \rightarrow 0$ , y las partículas de BDM se enfrían cuando

$a \gg a_c$  y nuevamente tenemos  $v \rightarrow 0$  y  $\omega_{\text{bdm}} \rightarrow 0$ . Por otro lado, el modelo BDM se reduce a una partícula estándar que se vuelve no relativista en  $a_c$  si  $v_c = 1$ .

Usando eq.(2-7) podemos integrar la ecuación de continuidad  $\dot{\rho} = -3H(\rho + P)$  para obtener la forma analítica por  $\rho_{\text{bdm}}(a)$  que describen la transición de un fluido tipo radiación convirtiéndose a uno tipo materia. Por lo tanto, permite que uno calcule la evolución de la expansión y las distancias cosmológicas con facilidad,

$$\begin{aligned} \rho_{\text{bdm}} &= \rho_c \left( \frac{a}{a_c} \right)^{-4}, \quad w = 1/3 && \text{for } a < a_c \\ \rho_{\text{bdm}} &= \rho_{\text{cdm}} f(a) && \text{for } a \geq a_c \end{aligned} \quad (2-9)$$

$$f(a) \equiv \exp \left[ \frac{3}{2} \omega_{\text{bdm}}(a) \left( 1 - \frac{a^2}{a_o^2} \right) \right]$$

con  $\rho_{\text{cdm}} \equiv \rho_{\text{cdmo}} (a/a_o)^{-3}$  y  $\rho_{\text{bdmo}} = \rho_{\text{cdmo}} = \rho_{\text{dmo}}$  es la cantidad de densidad DM hoy, y

$$\rho_c \equiv E_c^4 \simeq \rho_{\text{bdmo}} \left( \frac{a_c}{a_o} \right)^{-3} e^{v_c^2/2} \quad (2-10)$$

donde se definió  $f(a_c) \equiv f|_{a=a_c} \simeq \exp[v_c^2/2]$ , ya que  $\omega_{\text{bdm}}(a_c) = v_c^2/3$  y se tomó  $a_c \ll a_o$  y  $f(a_c)$  es sólo una función de  $v_c$ .

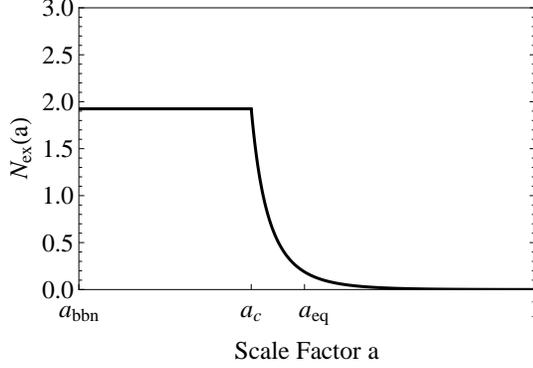
# 3

## El Modelo BDM a Escalas Cosmológicas

*If you want to live a happy life,  
tie it to a goal. Not to people  
or things.*

— ALBERT EINSTEIN

En este capítulo nos enfocaremos a estudiar las implicaciones del modelo BDM introducido en el capítulo anterior a escalas cosmológicas. Estudiaremos las implicaciones cosmológicas de la transición de fase en la época de big bang nucleosíntesis y de igualdad entre la densidad de materia y energía. En éste capítulo primero relacionamos el problema de la radiación extra con el modelo BDM en la Sec.3.1. Después se presenta en la Sec. 3.1.1 el marco teórico para calcular el momento de igualdad para el escenario estándar CDM y BDM. Evidencia observacional actual también evidencia radiación extra en la época BBN, se explorará la posibilidad de que las partículas BDM representen tal exceso en la Sec. 3.1.2. Se calcula el rango de valores de los parámetros libres del modelo BDM utilizando los valores publicados de  $N_{\text{eff}}$  en la Sec. 3.1.3. Por último analizaremos como es posible explicar los problemas de subestructura.

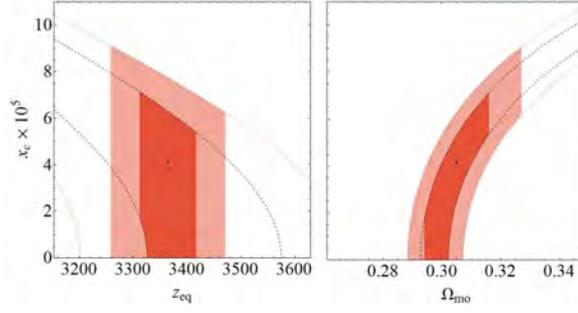


**Figura 3-1:** Gráfica de los grados de libertad relativistas extras,  $N_{\text{ex}}(a)$ , como función del factor de escala utilizando los datos de Planck. Las partículas BDM pasan por una transición cuando el factor de escala  $a = a_c$  que se espera sea más pequeño que el momento de igualdad  $a_c < a_{\text{eq}}$ . Antes de este momento, las partículas BDM se comporta como radiación pura. Después de la transición de la cantidad de radiación dada por las partículas de BDM está descrita por la ecuación (3-4). Esto significa que los grados de libertad adicionales se mantiene constante antes de la transición, y después de ésta disminuye como función del factor de escala, cf Ecuación (3-3).

### 3.1. Problema de la radiación extra, $N_{\text{ex}}$

Para responder al problema de la radiación extra se propone una interpretación diferente, se verá que el modelo BDM [44], donde las partículas de DM pasan por una fase de transición, puede también explicar la necesidad para un componente extra sin la introducción de nuevas partículas. El modelo de BDM consiste en partículas sin masa de DM por encima de una energía umbral ( $E_c$ ) y estas partículas adquieren masa en  $E_c$  debido a los métodos no-perturbativos, como los protones y neutrones lo hacen, y su masa está relacionada con su energía de enlace. Esperamos que esta transición esté entre las escalas de energía de MeV y eV, es decir, entre la época de BBN y de igualdad materia-radiación. Si  $E_c > MeV$  entonces BDM se reduciría al caso de CDM y cuando  $E_c < E_{\text{eq}} = \mathcal{O}(eV)$  no habría suficiente cantidad de DM para la formación de estructura.

Se espera que el modelo BDM describe partículas relativistas en la época de BBN y cuando su energía está por debajo de  $E_c$  éstas pasan por una fase de transición entre radiación y materia la cuál es descrita por una ecuación de estado (EoS) dependiente del tiempo y este particular comportamiento, nos permite entender la falta de coherencia en el número de grados de libertad de neutrinos en las épocas de BBN e igualdad mediante la predicción de que la cantidad de radiación adicional cambia como función del factor de escala, si la radiación adicional se



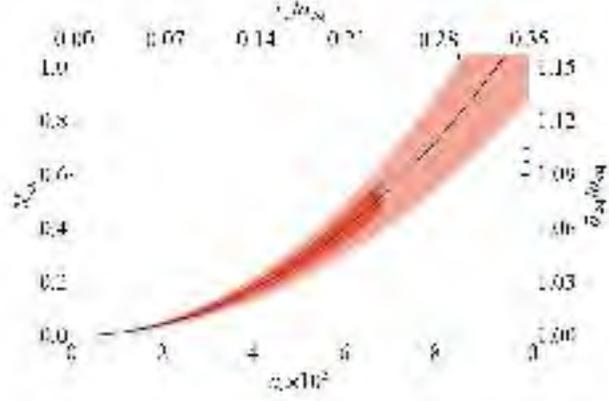
**Figura 3-2:** En el panel de la izquierda se muestran los contornos bidimensional marginalizados (68 %, 95 %) en el plano  $x_c - z_{\text{eq}}$  utilizando los resultados de Planck, cf Tabla 3-2. Los C.L. se recortan con los respectivos errores de  $1\sigma$  y  $2\sigma$  de  $z_{\text{eq}}$ . La dependencia de  $x_c$  es debido a la  $1\sigma$  (línea discontinua) y  $2\sigma$  (línea punteada) de  $\Omega_m$ . El punto es el valor central. En el panel derecho de igual manera se muestra un contorno bidimensional en el plano  $x_c - \Omega_{m0}$  donde los CL se recorta con los respectivos errores  $1\sigma$  y  $2\sigma$  de  $\Omega_{m0}$ , y la dependencia de  $x_c$  se debe a  $1\sigma$  (línea discontinua) y  $2\sigma$  (línea punteada) en  $z_{\text{eq}}$ .

escribe en términos de los grados de libertad del neutrino implicaría que los grados de libertad relativistas del neutrinos también serían una función del factor de escala.

Sin embargo, debido a que se espera que la transición de fase BDM tenga lugar a escalas de energía  $E_c^{\text{cos}} \gg E_{\text{eq}}$  la cantidad de grados adicionales de libertad en la época de equivalencia debe ser pequeño, que está en conformidad con los últimos datos de Planck, véase la figura 3-1. Además, el modelo BDM puede reducir la cantidad de subestructura predicho por CDM [44] y puede formar halos de materia oscura con un perfil aplanado en el centro [2, 3, 44], evitando así los problemas CDM.

### 3.1.1. La época de igualdad considerando BDM

Es ingenuo pensar que la razón entre materia-radiación en edades tempranas se puede calcular mediante una simple extrapolación de los valores de hoy en día ya que se propone una transición de fase en la DM con un dependencia temporal en  $\omega_{\text{bdm}}$ . Por lo tanto, no podemos decir que la época de igualdad entre materia-radiación es cuando  $\rho_r = \rho_m$ , sino que definimos la igualdad cuando la EoS total es  $\omega_{\text{tot}} = 1/6$ , como se discutió en la Eq.(1-48), que supera el



**Figura 3-3:** Gráfica de  $N_{ex}$  y  $\tilde{a}_{eq}/a_{eq}$  como función de  $x_c$ , véase la ecuación (3-2) y (3-3) usando datos de Planck, c.f.3-2. La región coloreada representa contornos marginalizados en dos dimensiones (68%, 95%) sobre  $\Omega_{mo}$ . La línea gruesa representa el valor central obtenido con los datos. Esperamos  $a_c \ll a_{eq}$  y por lo tanto nuestra BDM sólo sería capaz de explicar una pequeña cantidad de  $N_{ex}$ .

hecho de que  $\omega_{bdm}$  es una función de  $a$ . Por lo tanto en el caso de la BDM tenemos,

$$\begin{aligned} \omega_{tot}(a) &= \frac{\rho_r/3 + \omega_{bdm}\rho_{bdm}}{\rho_r + \rho_b + \rho_{bdm}} \\ &= \frac{1/3 + \frac{a}{a_{eq}} \frac{\Omega_{bdmo}}{\Omega_{mo}} \omega_{bdm}(a) f(a)}{1 + \frac{a}{a_{eq}} \left(1 + \frac{\Omega_{bdmo}}{\Omega_{mo}} (f(a) - 1)\right)} \end{aligned} \quad (3-1)$$

donde se ha utilizado  $\rho_{mo} = \rho_b + \rho_{bdmo}$ , se ha ignorado de nuevo la contribución de la DE, y  $\Omega_{x0}$  es el parámetro de densidad hoy para el fluido  $x$ . Se hace notar que  $\omega_{tot}$  es una función de  $a$  y  $x_c$  a través de  $f(a, x_c)$  y  $\omega_{bdm}$  y esta ecuación debe ser resuelta numéricamente. Podemos reescribir la Eq.(3-1) como,

$$\frac{a}{a_{eq}} = \frac{(1 - 3\omega_{tot})/3\omega_{tot}}{1 + \frac{\Omega_{bdmo}}{\Omega_{mo}} \left[ f \left( 1 - \frac{\omega_{bdm}}{\omega_{tot}} \right) - 1 \right]}. \quad (3-2)$$

Se define que el momento de igualdad entre materia-radiación para el caso de BDM es  $\tilde{a}_{eq}$  cuando  $\omega_{tot} = 1/6$ , que también es válido para el caso límite del modelo CDM, notamos que la cantidad  $(1 - 3\omega_{tot}(a_{eq}))/3\omega_{tot}(a_{eq}) = 1$ . Además, es interesante observar que  $\tilde{a}_{eq} > a_{eq}$  se puede obtener sin la introducción de partículas adicionales relativistas y es debido a la dependiente temporal de la EoS de partículas BDM. Nótese que en la Eq.(3-2),  $\omega_{bdm}$  y  $f(a)$  depende de  $a_c$  y  $v_c$  sólo a través de la combinación  $x_c = v_c a_c$ . En el límite de  $x_c \rightarrow 0$  tenemos  $\omega_{bdm} = 0$ ,  $f = 1$

y  $\tilde{a}_{eq} = a_{eq}$ , como en el escenario CDM estándar sin grados de libertad adicionales.

La conexión entre el BDM y grados de libertad relativistas adicionales en cualquier momento  $a$  se obtiene fácilmente utilizando la Eq.(1-47) y (3-2), lo que resulta

$$\tilde{N}_{\text{ex}}(a) = \frac{1 + \alpha N_\nu}{\alpha} \left( \frac{a}{a_{\text{eq}}} \frac{3\omega_{\text{tot}}(a)}{1 - 3\omega_{\text{tot}}(a)} - 1 \right), \quad (3-3)$$

y en la igualdad tenemos que  $\omega_{\text{tot}} = 1/6$  y  $\tilde{N}_{\text{ex}}(\tilde{a}_{eq}) = (\tilde{a}_{eq}/a_{\text{eq}} - 1)(1 + \alpha N_\nu)/\alpha$ . La Eq.(3-3) se debe interpretar como: el número aparente de partículas relativistas extra  $\tilde{N}_{\text{ex}}$  en la época de igualdad, a pesar de que no se han introducido partículas extras, es consecuencia de la dependencia temporal de la EoS para la DM, es decir, para BDM. Los  $N_{\text{ex}}$  sin la “tilde” es para el escenario CDM y es constante por hipótesis. Debido a que las partículas de BDM se comporta como radiación antes de la época de la transición,  $a < a_c$ , el aparente número de neutrinos adicionales debe permanecer constante. Después de la transición Eq.(3-3) es una función del factor de escala. Este comportamiento se muestra en la figura 3-1.

Podemos reorganizar los elemento de la última ecuación y extraer la contribución de las partículas de BDM a la radiación cósmica  $\rho_{\text{ex}}(a) = \alpha N_{\text{ex}}(a)\rho_\gamma(a)$  como función del factor de escala

$$\rho_{\text{ex}}(a) = \frac{3\omega_{\text{tot}}}{1 - 3\omega_{\text{tot}}} \left( \rho_{\text{cdm}} - \rho_{\text{bdm}} \left[ 1 - \frac{\omega_{\text{bdm}}}{\omega_{\text{tot}}} \right] \right). \quad (3-4)$$

Se espera que la transición de fase sea  $a_c < a_{eq}$ , y por lo tanto las partículas de BDM sólo serían capaces de contribuir una pequeña cantidad de  $N_{\text{ex}}$  en la época de igualdad. Graficamos en la Fig.3-3 el valor de  $\tilde{a}_{eq}/a_{eq}$  y  $N_{\text{ex}}$  como función de  $x_c$ . El valor máximo de  $N_{\text{ex}}$  está dado cuando  $v_c = 1$ , y dado que  $x_c = v_c a_c$  en la Fig.3-3 se tiene el valor máximo cuando  $x_a/a_{eq}|_{v_c=1} = a_c/a_{eq}$ , y por ejemplo, si  $a_c/a_{eq} = 1$  se tiene que la cantidad máxima de grados de libertad adicionales  $N_{\text{ex}} = 6.15$ , para  $a_c/a_{eq} = 0.2$  se reduce a  $N_{\text{ex}} = 0.37$ , mientras que por  $a_c/a_{eq} = 0.1$  calculamos que  $N_{\text{ex}} = 0.09$ . El momento de la transición  $x_c$  puede ser determinado por las observaciones del CMB por la cantidad de materia,  $\Omega_m$ , y la época igualdad,  $z_{\text{eq}}$ . En la Fig.3-2 presentamos los niveles de confianza (CL) del 68% y 95% para  $x_c$  considerar los datos de Planck.

**Tabla 3-1:** Se presentan los resultados de diferentes estudios anteriores cuando se consideran los grados efectivos de libertad del neutrino  $N_{\text{eff}}$  y/o el helio primordial  $Y_p$  como parámetros libres. El guión ( - ) significa que consideran el valor fijo de  $Y_p = 0.24$  y/o  $N_{\text{eff}} = 3.046$ . También se muestra el valor obtenido de  $N_{\text{eff}}^{\text{bbn}}$  suponiendo que la radiación adicional se encontraba en equilibrio térmico con los fotones.

	$\Omega_m$	$z_{eq}$	$N_{\text{eff}}$	$Y_p$
Planck <sup>a</sup> + . . . . .	$0.308 \pm 0.010$	$3366 \pm 39$	–	–
Planck <sup>a</sup> + $N_{\text{eff}}$ . . . . .	$0.304 \pm 0.011$	$3354 \pm 42$	$3.30 \pm 0.27$	–
Planck <sup>a</sup> + $Y_p$ . . . . .	$0.306 \pm 0.011$	$3373 \pm 40$	–	$0.267 \pm 0.020$
Planck <sup>a</sup> + $N_{\text{eff}}$ + $Y_p$ . . . . .	$0.305 \pm 0.011$	$3365 \pm 53$	$3.19^{+0.54}_{-0.43}$	$0.260^{+0.034}_{-0.029}$
Planck <sup>b</sup> + $N_{\text{eff}}$ . . . . .	$0.296 \pm 0.010$	$3329 \pm 38$	$3.52 \pm 0.24$	–
WMAP9 <sup>c</sup> . . . . .	$0.287^{+0.009}_{-0.009}$	$3318 \pm 55$	$3.55^{+0.49}_{-0.48}$	$0.278^{+0.034}_{-0.032}$
ACT <sup>d</sup> . . . . .	$0.29 \pm 0.01$	$3312 \pm 78$	$3.50 \pm 0.42$	$0.255^{+0.01}_{-0.11}$
SPT <sup>e</sup> . . . . .	$0.28 \pm 0.02$	$3267 \pm 81$	$3.86 \pm 0.42$	$0.296^{+0.30}_{-0.30}$

<sup>a</sup> Estos resultados consideran la combinación de datos Planck+WMAP9 Polarization(WP)+high- $l$  *Planck temperature* (highL)+ BAO. [6].

<sup>b</sup> Estos resultados consideran Planck+WP+highL+BAO+HST combined data. [6].

<sup>c</sup> Estos resultados consideran WMAP9+ACT+SPT+BAO+HST combined data. [7].

<sup>d</sup> Se toman en cuenta ACT+WMAP7+SPT+BAO+HST [8].

<sup>e</sup> Combinación de datos de SPT+WMAP7+BAO+HST [9].

### 3.1.2. BDM en BBN

En la sección anterior se consideró la evidencia observacional en el CMB que favorece la existencia de radiación adicional más allá del modelo estándar [7]. Ahora, se explorará la posibilidad de que las partículas BDM representan tal exceso en la época de BBN. Las partículas BDM pueden cambiar el pronóstico de BBN para la abundancia de los elementos ligeros, como el helio y el deuterio cambiando la densidad de radiación en esa época lo que aumenta la velocidad de expansión del Universo durante esta etapa del Universo.

El  ${}^4\text{He}$  es muy sensible a la competencia entre las tasas de interacción de la fuerza débil y la expansión del Universo. Como resultado la abundancia de  ${}^4\text{He}$  pone a prueba el modelo standard y ofrece una de las restricciones más fuertes sobre los parámetros de BDM,  $x_c = a_c v_c$ .

En la época de BBN, antes del desacople de los electrones y positrones  $e^\pm$ , el modelo estándar de la física de partículas establece que la densidad de energía se compone de una mezcla en equilibrio de fotones, electrones y positrones  $e^\pm$ , neutrinos y antineutrinos como constituyentes del componente dominante. Con todos los potenciales químicos fijos en cero, la densidad de energía están relacionados por el equilibrio térmico de manera que la densidad de radiación total puede escribirse en términos de la densidad de fotones como  $\rho_r^{\text{bbn}} = \rho_\gamma + \rho_{e^\pm} + \rho_\nu = 43\rho_\gamma/8$ ,  $\rho_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = \frac{7}{8}N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}\rho_\gamma$  y se tiene que  $T_\gamma = T_\nu$  en BBN.

Es conveniente definir la tasa de expansión no estándar,  $S$ , para tomar en cuenta la contribución adicional a la densidad de energía del modelo estándar, como

$$S^2 = \left(\frac{\hat{H}}{H}\right)^2 = \left.\frac{\hat{\rho}_r}{\rho_r}\right|_{\text{bbn}} = 1 + \frac{7}{43}N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}, \quad (3-5)$$

para el modelo CDM teniendo en cuenta la radiación adicional. Esta componente extra se modela como un neutrino adicional pero hacemos hincapié en que el componente adicional no es necesariamente un sabor adicional de neutrinos activos o estériles.

La siguiente ecuación ajusta de manera sencilla la fracción de masa  ${}^4\text{He}$  de manera muy precisa y toma en cuenta la expansión no-estándar [49, 50]

$$Y_p = 0.2485 + 0.0016 [(\eta_{10} - 6) + 100(S - 1)] \quad (3-6)$$

donde  $\eta_{10} = 273.9\Omega_b h^2$  es el cociente barión-fotón. La última ecuación es la conexión entre el hidrógeno neutro, el modelo BDM y los grados de libertad relativistas adicionales en la época de BBN,  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$ . Si  $S \neq 1$  ( $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} > 0$ ), es una indicación de física nueva más allá del modelo estándar.

Utilizando los valores de  $\Omega_m$ ,  $z_{\text{eq}}$  se puede determinar el valor de  $N_{\text{ex}}(z_{\text{eq}})$  en el momento de igualdad (véase  $N_{\text{ex}}(z_{\text{eq}})$ ) y con  $Y_p$  se restringe  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$  en BBN (véase Eq.(3-5)). De la tabla 3-1 se puede observar que los valores centrales de Planck $_{\star}$ , c.f.  $\Omega_m = 0.305$ ,  $z_{\text{eq}} = 3365$ ,  $Y_p = 0.26$ , dan un valor de  $N_{\text{ex}}(z_{\text{eq}}) = 0.14$  en la época de igualdad y  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = 0.90$  en BBN. Es evidente que los valores de  $N_{\text{ex}}$  entre ambas épocas son muy diferentes cuando en el escenario de CDM se debe tener una  $N_{\text{ex}}$  constante, es decir,  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = N_{\text{ex}}(z_{\text{eq}}) = N_{\text{ex}}(a_o)$ , si las partículas son todavía relativista en la época de igualdad y/o en la actualidad.

Estudemos ahora la constricción de BBN para el modelo BDM. Dado que se espera que la transición de fase de BDM tenga lugar después de BBN, las partículas BDM son relativistas en la época de nucleosíntesis. Usando las Eqs.(2-9) y (2-10) cuando  $a < a_c$

$$\rho_{\text{bdm}} = \rho_c \left( \frac{a}{a_c} \right)^{-4} \simeq \rho_{\text{bdmo}} \frac{a_c}{a_o} \left( \frac{a}{a_o} \right)^{-4} e^{v_c^2/2}, \quad (3-7)$$

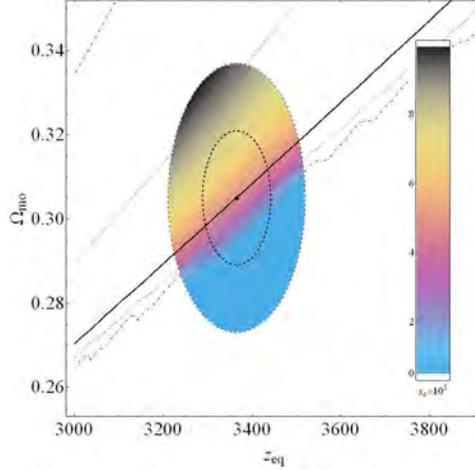
Por lo tanto, la tasa de expansión no-estándar se convierte

$$S^2 = \left( \frac{\tilde{H}}{H} \right)^2 = \frac{\tilde{\rho}_r}{\rho_r} = 1 + \frac{8}{43} \frac{\rho_{\text{bdm}}}{\rho_\gamma} \quad (3-8)$$

De las Eqs.(3-5), (3-7) y (3-8) y usando el hecho de que en la época BBN  $\rho_\gamma = \rho_{\gamma o} (T_{\gamma, \text{bbn}}/T_{\gamma o})^4$  con  $T_{\gamma, \text{bbn}}/T_{\gamma o} = (a_o/a)(g_o/g_{\text{bbn}})^{1/3}$  y siendo  $g_o/g_{\text{bbn}} = 4/11$  el cociente entre los grados de libertad de los componentes relativistas en equilibrio térmico con los fotones a actualidad ( $g_o = 2$ ) y justo después del desacoplamiento del neutrino ( $g_{\text{bbn}} = 11/2$ ) y antes de que la aniquilación de los  $e^\pm$ . Por lo tanto tenemos

$$N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = \frac{8}{7} \frac{\rho_{\text{bdm}}}{\rho_\gamma} = \frac{1 + \alpha N_\nu}{\alpha} \frac{\Omega_{\text{bdmo}}}{\Omega_{mo}} \frac{a_c}{a_{\text{eq}}} e^{v_c^2/2} \quad (3-9)$$

donde también hemos utilizado  $\Omega_{mo}/\Omega_{ro} = a_o/a_{\text{eq}}$  y  $\rho_{ro} = (1 + \alpha N_\nu)\rho_{\gamma o}$ . Las partículas BDM son relativista por encima de energías  $E_c^{\text{cos}}$ , es decir  $a < a_c$ , el número de  $N_{\text{ex}}(a \leq a_c) = N_{\text{ex}}(a_c)$



**Figura 3-4:** En esta gráfica se muestra la degeneración entre  $\Omega_{m0}$  y  $z_{eq}$ , es decir, diferentes valores de  $\Omega_{m0}$  y  $z_{eq}$  puede dar el mismo  $x_c$ . La línea de color negro representa una  $x_c = 4.13 \times 10^{-5}$ , mientras que la línea verde punteada representa el  $\pm 1\sigma$  de  $x_c$ . El pequeño (grande) círculo punteado representa el  $1\sigma(2\sigma)$  C.L. entre  $z_{eq}$  y  $\Omega_{m0}$ . Los gradientes de color representan los diferentes valores que se obtiene con una combinación diferente de  $\Omega_{m0}$  y  $z_{eq}$  entre los valores  $x_c > 10^{-8}$  (azul) a  $x_c < 10^{-4}$  (negro). El punto negro representa el valor central.

permanece constante como se ve en la Fig.3-1. Esto incluye el tiempo de BBN, así que BDM debe tener  $N_{ex}^{bbn} = N_{ex}(a_c)$ .

### 3.1.3. Constricciones a BDM usando Equivalencia y BBN

En esta sección se restringen los valores válidos de los parámetros del modelo BDM  $x_c$  y  $v_c$  a partir de datos cosmológicos recientes. Utilizamos los valores publicados de  $N_{eff}$  para determinar en el momento de igualdad y BBN. De las Eqs.(3-2) y (3-3), con  $a_{eq} \ll a_o$ , vemos que  $\rho_{bdmo}$  y  $N_{ex}$  son función de  $x_c = a_c v_c$  y la cantidad de DM en la actualidad,  $\Omega_{bdmo}$ . Por otro lado, en la época de BBN la cantidad de  $Y_p$ , dada en la Eq.(3-9), es función de  $\Omega_{bdmo}, x_c$  y también de  $v_c$ . Por lo tanto, se puede restringir los valores de  $x_c$  y  $v_c$  utilizando el valor de  $N_{eff}$  a en las dos épocas de interés.

Se observa en la tabla 3-1 que los resultados publicados por WMAP9, ACT y SPT se obtiene un valor de  $N_{ex} > 0$  en un intervalo de confianza de  $1\sigma$ ; los resultados de Planck obtienen un valor de  $N_{ex} = 0$  en el mismo intervalo de confianza. Sin embargo, el valor central de  $N_{ex}$  sugiere una cantidad pequeña de grados de libertad adicionales [6]. Sin embargo su valor depende en gran medida de  $H_o$ , un mayor valor de  $H_o$  implica más cantidad de grados de

**Tabla 3-2:** Se presentan las restricciones en  $x_c$  y  $v_c$  como se discute en la Sección. 3.1.1 y 3.1.2 usando diferentes resultado de  $N_{\text{eff}}$  y  $Y_p$  (c.f. Tabla 3-1). También se muestra el momento ( $z_c$ ) y la energía cuando se produce la transición ( $E_c^{\text{cos}}$ ). Tenga en cuenta que en algunos casos la transición  $z_c < z_{\text{eq}}$ , sin embargo esperamos que estos casos no sean válidos para poder explicar de la formación de la estructura. Se presenta el valor mínimo de  $z_c$  y  $E_c^{\text{cos}}$  para los datos de Planck $_{\star}$ , ya que no hay radiación extra contenida en  $1\sigma$  por lo tanto, el momento de la transición debe ser coherente con  $x_c \rightarrow 0$  a  $1\sigma$ .

	Planck $_{\star}$ <sup>a</sup>	WMAP9	ACT	SPT
$x_c \times 10^5$ .	$4.13_{-4.13}^{+3.65}$	$6.64_{-3.54}^{+2.46}$	$6.34_{-4.16}^{+2.56}$	$8.25_{-4.07}^{+2.92}$
$N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} \dots$	$0.9_{-0.9}^{+1.5}$	$2.4_{-1.4}^{+1.6}$	$0.6_{-0.6}^{+1.8}$	$4.2_{-1.5}^{+1.6}$
$v_c \dots \dots$	$0.37_{-0.17}^{+0.18}$	$0.54_{-0.10}^{+0.09}$	$0.26_{-0.14}^{+0.13}$	$0.64_{-0.10}^{+0.09}$
$z_c \dots \dots$	$\geq 24217$	$15060_{-1 \times 10^4}^{+2 \times 10^4}$	$15781_{-6 \times 10^3}^{+3 \times 10^4}$	$6313_{-3 \times 10^3}^{+10^4}$
$E_c^{\text{cos}} [eV] \dots$	$\geq 3.89$	$2.75_{-1.77}^{+2.12}$	$2.38_{-1.03}^{+3.49}$	$1.32_{-0.55}^{+2.60}$
$E(z_c) [eV]$	$\geq 9.01$	$5.93_{-3.9}^{+5.77}$	$6.17_{-2.34}^{+9.87}$	$2.65_{-1.13}^{+6.32}$

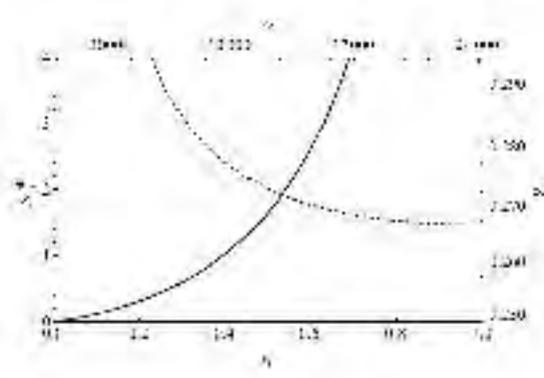
<sup>a</sup> This results considered Planck+WP+highL+BAO combined data. [6].

libertad. Dado a la inconsistencia en los valor de  $H_o$  y  $N_{\text{ex}}$  se presentan los resultados utilizando diferentes conjuntos de datos. Un  $N_{\text{ex}} > 0$  implica la necesidad de partículas relativistas extra en la cosmología CDM ó un valor no nulo de  $x_c$  en el modelo BDM. Un pequeño valor de  $N_{\text{ex}}$  requiere una muy pequeña  $x_c$ , por ejemplo, un valor de  $N_{\text{ex}} \leq 0.07$  requiere que  $x_c$  se menor a  $x_c < 2 \times 10^{-5}$  (tomando  $v_c = 1$  obtenemos  $a_c/a_{\text{eq}} < 0.09$ ) y si  $N_{\text{eff}} \simeq N_\nu$  entonces  $x_c \ll 10^{-5}$  como puede verse en la Fig.3-3. De la Eq.(3-2) y la Fig.3-4 vemos que podemos obtener el mismo valor de  $x_c$  con la combinación de diferentes valores de  $\Omega_m$  y  $a_{\text{eq}}$ . Por lo tanto, se utilizan los resultados con las restricciones más fuertes sobre  $\Omega_m$ , es decir, utilizamos los resultados del análisis de datos combinados del CMB, BAO y  $H_o$  cuando estan disponibles, c.f. Tabla 3-1.

Utilizando la relación  $N_{\text{ex}}$  y  $x_c$  en la Eq.(3-3) durante la época de igualdad y los resultados de Planck $_{\star}$ , obtenemos el valor

$$x_c = 4.13_{-4.13}^{+3.65} \times 10^{-5}. \quad (3-10)$$

En la Fig.3-2 se muestra el 68 % y 95 % C.L. de  $x_c$  obtenidos con los datos de Planck. El momento



**Figura 3-5:** Gráfica de los grados de libertad relativistas extra como función de  $v_c$ . La línea gruesa es  $\tilde{N}_{\text{ex}}(a_c)$  evaluada en el momento de la transición, Ec.(3-3). La línea punteada es  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$ , Eq.(3-9). La línea punteada es el grado de libertad relativista extra que corresponde con el valor reportado de  $Y_p$ , c.f. Eq.(3-5). La primera línea se deriva de la radiación extra en el momento de igualdad cuando  $\omega_{\text{tot}} = 1/6$ . La segunda línea se deduce de las restricciones de la tasa de expansión no estándar en la época de BBN. En todos los casos se supone un valor fijo de  $x_c = 4.13 \times 10^{-5}$ . El modelo BDM predice un valor para  $Y_p = 0.272$  que está dentro de  $1\sigma$  de error del valor reportado de  $Y_p = 0.26$ , ver la discusión en la Sec.3.1.2 y 3.1.3 para obtener más detalles.

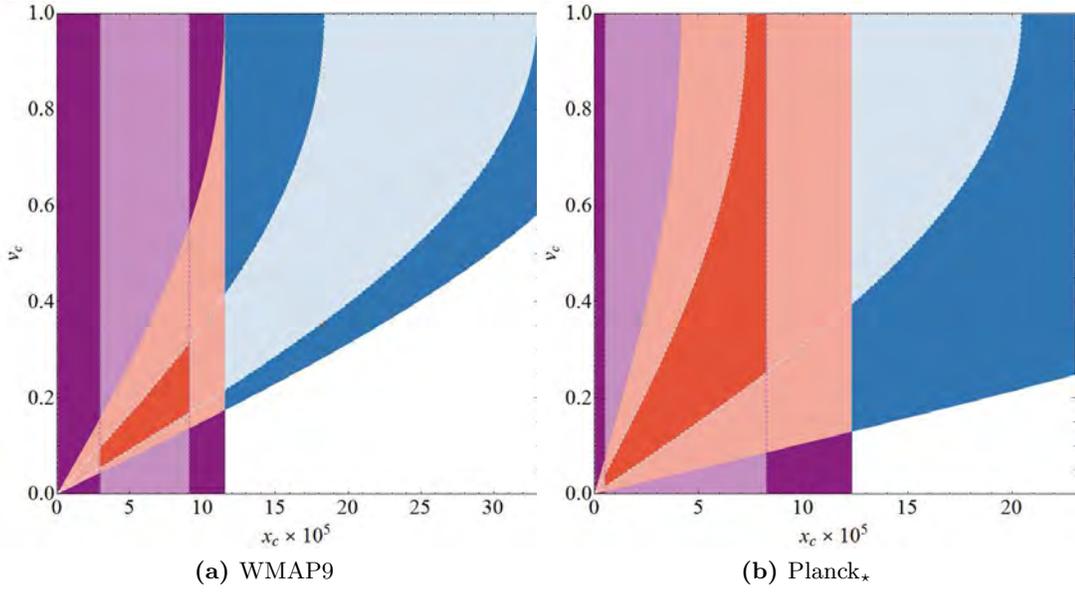
de la transición  $x_c$  se puede determinar a partir de las observaciones del CMB a partir de la cantidad de materia,  $\Omega_m$ , y el momento de igualdad,  $z_{\text{eq}}$ . Los contornos se encuentran en la correlación lineal esperada entre  $\Omega_m$  y  $a_c$  dada por la Eq. (1-48) los cuales se toman los valores mostrados en la tabla 3-1.

Ahora se restringe el valor de  $x_c$  y  $v_c$  utilizando las Eq.(3-9) y (3-6) válidas para la época de BBN, obteniendo un valor

$$\frac{x_c}{v_c} e^{v_c^2/2} = 4.17^{+6.86}_{-4.17} \times 10^{-5}. \quad (3-11)$$

Si tomamos el resultado de la Eq.(3-10) para  $x_c$  se puede determinar el valor de  $v_c$  de la ecuación anterior. Se debe tomar en cuenta que la dependencia de  $v_c$  en la Eq.(3-11) está dada por la cantidad  $g(v_c) \equiv e^{v_c^2/2}/v_c$  la cuál tiene un límite inferior  $e^{1/2} = 1.64 \leq g(v_c = 1)$  puesto que la velocidad debe tener un valor entre  $0 \leq v_c \leq 1$ . Por lo tanto, el valor central de la Eq.(3-11) da un valor máximo de  $x_c < 2.7 \times 10^{-4}$  para  $v_c = 1$ , que es un orden de magnitud mayor que  $x_c$  de la ecuación Eq.(3-10). Sin embargo, esperamos tener  $v_c < 1$  si la masa de las partículas de BDM se debe a mecanismos no-perturbativos como se sugiere por el modelo BDM.

Ser consistentes con el modelo BDM exige que el número aparente de grados adicionales de libertad en la época de BBN sea el mismo que en el momento de la transición de BDM  $a_c$ , ya que



**Figura 3-6:** En esta gráfica se muestra el rango de valores válidos para  $x_c$  y  $v_c$  dadas las restricciones de  ${}^4\text{He}$  y  $z_{\text{eq}}$  y usando de datos WMAP9 (panel izquierdo) y Planck $_{\star}$  (panel derecho), c.f. Table 3-2. Las regiones de color morado y azul representan el 68 % y 96 % C.L. obtenidos de los datos de  $N_{\text{eff}}$  (c.f. Sec 3.1.3) y  ${}^4\text{He}$ , respectivamente. La zona naranja es donde el resultado de ambos análisis se superponen. Nótese que no se puede restringir el valor de  $v_c$  utilizando sólo los datos de  $N_{\text{eff}}$ .

estas partículas son puramente relativista cuando  $a \leq a_c$ . Si se fija el valor de  $x_c$  se obtiene que  $\tilde{N}_{\text{ex}}(a_c)$  y  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$ , en las Eqs.(3-3) and (3-9), son sólo una función de  $v_c$ . En la Fig.3-5 graficamos el valor de  $\tilde{N}_{\text{ex}}(a_c)$  y  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$  como función de  $v_c$  y los resultados para  $v_c$  cuando  $\tilde{N}_{\text{ex}}(a_c) = N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$  se muestra en la Tabla 3-2 para los diferentes datos utilizados. La radiación extra al modelo estándar debido a las partículas de BDM cambian la cantidad de hidrógeno neutro producido en época de BBN.

La cantidad de  $Y_p$  se puede predecir para el modelo BDM si se supone que el número aparente de grados adicionales de libertad evoluciona según la Eq.(3-3). Sustituyendo  $\tilde{N}_{\text{ex}}(a_c)$  en la Eq.(3-9) se puede limitar el valor de  $v_c$  and  $Y_p$  simultáneamente teniendo solamente como dato el momento de igualdad. Por lo tanto, el modelo BDM relaciona la cantidad de hidrógeno neutro producido en la época de BBN con la época de igualdad, y viceversa. En este caso, tomando los datos de Planck $_{\star}$  ( $z_{\text{eq}} = 3365$ ) obtenemos una  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = 1.92$  y  $v_c = 0.53$  y BDM predice una  $Y_p = 0.272$  (dentro de  $1\sigma$  C.L.), ver Fig. 3-5. Nos gustaría enfatizar que el valor de  $Y_p$  y  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$  son muy sensibles al valor de  $x_c$ , por ejemplo, si tomamos  $x_c = 10^{-5}$  entonces obtenemos valores para  $Y_p = 0.256$  and  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = 0.62$ .

En la tabla 3-2 se resumen las restricciones sobre los parámetros BDM,  $x_c$  y  $v_c$ , obtenidos a partir de diferentes resultados anteriormente publicados de  $N_{\text{eff}}$  y  $^4\text{He}$ , como los son Planck $_{\star}$ , WMAP9, ACT, y SPT. Además de otros parámetros derivados, tales como el momento,  $1+z_c = a_c^{-1}$ ; la energía de las partículas BDM,  $E_c^{\text{cos}} = \rho_c^{1/4}$  (c.f. Eq.(2-10)); y la energía total del Universo  $E \equiv \rho^{1/4}$ ; en el momento de la transición. Hay que tener en cuenta que con la Eq.(3-11) y la restricción en  $x_c$  (c.f. Eq.(3-10)) se pueden calcular los valores de  $a_c = 4.13 \times 10^{-5}$  y  $v_c = 0.37$ . Hay que notar que los datos de Planck son consistente con  $N_{\text{ex}} = 0$  a  $1\sigma$  por lo tanto  $x_c = 0$  es válida en el mismo intervalo de confianza. Por lo tanto, para este conjunto de datos el momento de la transición sólo se puede restringir tal que  $z_c \geq 6445$  y la energía del Universo  $E(a_c) \geq 2.65$  eV. En la Fig.3-6 se muestran los rangos de valores a  $1\sigma$  y  $2\sigma$  (68% y 95% intervalos de confianza) válidos para  $x_c$  y  $v_c$  tomando en cuenta las dos evidencias de radiación adicional, las que se derivan de la época igualdad y de BBN.

## 3.2. Problema de Subestructura

En esta sección trataremos el tema del problema de la subestructura y como lo resuelve el modelo BDM. Dado que las partículas BDM viajan a velocidades cercanas a la velocidad la luz para densidades de energía mayores a  $\rho_c$  habrá un corte en el espectro de potencia a pequeñas escalas, es decir, se borrarán las inhomogeneidades y se inhibirá la formación de estructura para las escalas por debajo de una escala  $\lambda_{\text{fs}}$ , el camino libre promedio. Así se predice un menor número de subestructura en halos de DM que el modelo CDM.

El valor de  $\lambda_{\text{fs}}$  dependerá sólo de la escala de energía de la transición de fase  $E_c \equiv \rho_c^{1/4}$ .

Siguiendo la historia natural del Universo, éste se expande y cuando  $\rho_{\text{bdm}}$  es menor que  $\rho_c$ , la velocidad de las partículas BDM tiende a cero y éstas se comportarán como CDM-estándar hasta el día de hoy. Cuando la materia empieza a dominar el Universo, la formación de estructura se vuelve efectiva y se espera que el crecimiento de las inhomogeneidades sea similar al de CDM, pero con un corte  $\lambda_{\text{fs}}$  en el espectro de potencia.

Un modelo de HDM tiene un corte en el espectro de potencia que no permite formación de estructura por debajo de la escala de su camino libre  $\lambda_{\text{fs}}$  y que contiene una masa  $M_{\text{fs}} = 4\pi\rho_o(\lambda_{\text{fs}}/2)^3/3$ . Una gran  $M_{\text{fs}} > 10^{16}M_{\odot}$ , como es el caso de los neutrinos, es excluida por

las observaciones de formación de una estructura, pero una masa más pequeña  $M_{\text{fs}} \simeq 10^9 M_{\odot}$  ayudaría a resolver el problema de tener demasiada subestructura en un escenario de CDM. La escala  $\lambda_{\text{fs}}$  está dada por

$$\begin{aligned}\lambda_{\text{fs}}(t) &= a(t) \int_0^t dt' \frac{v(t')}{a(t')} \\ &= a(t) \int_0^{a_c} \frac{da}{a^2 H} = \frac{a(t)}{H_c a_c}\end{aligned}\quad (3-12)$$

donde hemos utilizado  $dt = da/aH$  y se supone que la transición es abrupta, entonces la velocidad de BDM es  $v = 1$  para  $a \leq a_c$  y  $v = 0$  para  $a > a_c$ . Utilizando la Ec.(2-9) con  $3H_c^2(a_c) = \rho_c/\Omega_{\text{bdm}}$  y Ec. (3-12) obtenemos una escala del camino libre

$$\lambda_{\text{fs}}(E_c) = \frac{\sqrt{\Omega_{\text{rmro}}}}{H_o \Omega_{\text{rmmo}}} \frac{a_c}{a_{\text{eq}} \sqrt{1 + \frac{a_c}{a_{\text{eq}}}}} = \frac{\rho_{\text{bdm}}^{1/3} E_c^{-4/3}}{H_o \sqrt{\Omega_{\text{ro}}} \sqrt{1 + \frac{a_c}{a_{\text{eq}}}}}\quad (3-13)$$

$$\simeq \left( \frac{60 \text{ eV}}{E_c} \right)^{4/3} 0.4 \text{ Mpc}\quad (3-14)$$

y una masa contenida dentro de un radio de  $\lambda_{\text{fs}}/2$

$$M_{\text{fs}}(E_c) \equiv \frac{4\pi\rho_o}{3} \left( \frac{\lambda_{\text{fs}}}{2} \right)^3 = \left( \frac{60 \text{ eV}}{E_c} \right)^4 5.1 \times 10^9 M_{\odot}.\quad (3-15)$$

Vemos que  $\lambda_{\text{fs}}$  y  $M_{\text{fs}}$  sólo dependen de la energía  $E_c$  y son inversamente proporcionales a ésta. Cuanto mayor sea la magnitud de  $E_c$  (o  $\rho_c$ ) menor es  $\lambda_{\text{fs}}$  y  $M_{\text{fs}}$ . Es el valor de  $E_c \sim 60 \text{ eV}$  el que da una  $M_{\text{fs}}$  del orden de  $10^9 M_{\odot}$  como se requiere para inhibir la subestructura adicional en los halo pero lo suficientemente pequeño como para permitir que las pequeñas galaxias puedan ser producidas. La restricción de tener  $M_{\text{fs}} < 10^{10} M_{\odot}$  da un límite inferior a  $E_c$ , de  $E_c > 50 \text{ eV}$ .

# 4

## El Modelo BDM a Escalas Galácticas

*La perfección es el único don  
que la naturaleza ha negado al  
ser humano pero aun reconociéndolo  
tratamos de perfeccionarnos. — B.JUAREZ*

### 4.1. Introducción

La cuestión sobre la naturaleza de la materia oscura es uno de los problemas principales de la astrofísica, cosmología y física de partículas. Los modelos cosmológicos que se desarrollaron en base al dominio en el Universo de esta materia sobre la bariónica enfrentan pruebas decisivas en la comparación de sus predicciones a escalas galácticas con las observaciones. Las curvas de rotación galácticas se utilizan para para comprender la naturaleza y distribución de la materia oscura (DM) en las galaxias [51, 52, 53, 54].

La parte visible de las galaxias de disco está constituida por dos componentes principales:

el bulbo y el disco. El bulbo se encuentra en el centro de la galaxia y tiene características esferoidales: la dispersión de velocidades domina sobre la rotación, la población estelar es en promedio más vieja que la del disco y contiene poco gas. El disco está formado por estrellas de poblaciones diferentes, aunque son dominantes las jóvenes, y contiene una cantidad importante de gas, es por tanto una componente con formación estelar; los discos son dinámicamente fríos y con altas velocidades de rotación. En el interior del disco pueden distinguirse dos sub-regiones: la barra (más de la mitad de las galaxias espirales lo contienen) que se separa de la estructura global del disco, pues a diferencia de éste, cuya luminosidad decae exponencialmente, está formada por regiones grandes de densidad casi constante; y los brazos, cuyo número y grado de enrollamiento depende del tipo morfológico; los de tipo tardío son mucho más largos y menos enrollados que los de morfologías más tempranas, la población estelar en los brazos es típicamente de estrellas jóvenes.

La dinámica de las galaxias puede ser explicada satisfactoriamente con la introducción de un halo “oscuro” envolvente, muy grande y masivo alrededor de la galaxia misma. A este objeto se le conoce como halo de materia oscura y tiene características definidas: la materia que lo constituye no emite radiación alguna (es por eso que se le llama oscuro), es un sistema con cierta simetría esférica o elipsoidal; su masa es considerablemente mayor a la masa de la galaxia visible; también se extiende hasta radios 20-30 veces mayores que la galaxia visible.

Las componentes oscura y luminosa de las galaxias se encuentran ligadas únicamente por la fuerza gravitacional. El enorme campo gravitacional que produce el halo oscuro es equilibrado por la rápida rotación del disco. De esta manera, la rotación del disco traza aproximadamente la velocidad circular (campo gravitacional) del sistema disco-halo. Si el halo domina sobre el disco, entonces la curva de rotación traza básicamente la distribución de masa del halo (esto ocurre para las galaxias enanas). A la inversa, la curva de rotación reproduce la distribución de masa del disco que implica una curva de rotación decreciente después de un máximo. Por lo tanto, de la curva de rotación se puede inferir mucho sobre los contenidos de materia luminosa y oscura a ciertos radios. La fracción de materia oscura a luminosa decrece notablemente con la luminosidad (masa), siendo las galaxias luminosas dominadas por el disco y las poco luminosas dominadas por el halo.

Hay esencialmente dos tipos de perfiles que describen los halos de DM, los que se derivan de

simulaciones cosmológicas de n-cuerpos y que tienen un perfil divergente (o *cuspy*) en su región interior, por ejemplo, el perfil de Navarro-Frenk-White (NFW) [55, 56]. Por otro lado, están los perfiles aplanados en el centro motivado por las observaciones, tales como el perfil de Burkert o el pseudo-isotérmica (ISO) [31]. Los perfiles divergentes y aplanados pueden ajustarse a la mayoría de las curvas de rotación de las galaxias, pero existe una marcada preferencia por una región interna de densidad constante. Además, los perfiles cuspy que se ajustan a las galaxias en muchos casos sufren de inconsistencia en sus parámetros, ya que sus concentraciones ( $c$ ) son demasiado bajos y las velocidades  $V_{200}$  son demasiado altas en comparación con los esperados a partir de simulaciones cosmológicas [54, 57]. Otros ajustes indican que los perfiles divergentes requieren un ajuste fino para ajustar bien la línea de visión del observador con potenciales axisimétricos [58]. Sin embargo, diferentes sistemáticos pueden desempeñar un papel importante en las observaciones tales como movimientos no circulares, la resolución de los datos y entre otras cuestiones [32, 38, 59, 60, 61]. Y hay intentos de reconciliar ambos enfoques través de la evolución de los perfiles de halo DM incluyendo procesos bariónicos [62, 63] para transformar perfiles cuspy a los perfiles más aplanados que sigan la curva de rotación ( $v \sim r$ ) observada en galaxias de tipo tardío. Sin embargo, esta cuestión es un asunto de debate reciente, véase por ejemplo, [64, 65] para una discusión reciente.

Como se vio anteriormente el modelo BDM, las partículas de DM con gran densidad de energía, como en las regiones galácticas más interiores, son relativistas, es decir, del tipo DM caliente (HDM); pero en las regiones más externas se comportan como CDM estándar. Para probar esta idea en las galaxias se utiliza un perfil aplanado de DM particular que contiene tres parámetros libres: una escala de longitud típica ( $r_s$ ) y la densidad central del halo ( $\rho_0$ ) y un radio del núcleo ( $r_c$ ) derivado de la naturaleza relativista del modelo BDM. La densidad del núcleo galáctico está dada por  $\rho_c \equiv E_c^4$  y las propiedades del perfil determinarán la escala de energía del modelo. Se demuestra que las curvas de rotación de las galaxias producen una escala de energía de transición de fase  $E_c^{\text{gal}}$ , entre HDM y CDM para el perfil BDM, a  $E_c^{\text{gal}} = 0.11_{-0.07}^{+0.21}$  eV cuando tomamos en cuenta sólo DM;  $E_c^{\text{gal}} = 0.06_{-0.03}^{+0.07}$  al considerar gas, DM, y la contribución de las estrellas [2].

Para realizar esta tarea, nos ayudamos de la alta resolución en las observaciones  $HI$ ,  $H_\alpha$  del conjunto *The HI Nearby Galaxy Survey* (THINGS), cuyos datos revelan mediciones com-

plementarias al de las velocidades de rotación del gas y las trayectorias circulares de la materia bariónica [66]. Teniendo en cuenta estas propiedades es pertinente poner a prueba los distintos perfiles de DM antes mencionados con THINGS, la cuál ha sido utilizada para examinar los diferentes perfiles. Los perfiles cuspy y aplanados ajustan igual de bien para las galaxias donde dominan el disco estelar, sin embargo, para estas las galaxias existe una clara preferencia por los perfiles aplanados sobre los cuspy [32]. Análisis de diferentes conjuntos de datos de alta resolución, han confirmado esta tendencia en los años recientes [33, 35, 58, 62, 67]. Se presentará el estudio de las curvas de rotación con los perfiles BDM, NFW, Burkert e ISO, teniendo en cuenta la contribución de los diferentes modelos de masa: i) solamente DM, ii) DM y gas, y iii) DM, gas y disco estelar. Mediante el ajuste de los perfiles a los datos nos encontramos con que el perfil BDM se adapta igualmente bien o mejor que los perfiles aplanados y sólo para un par de galaxias nuestro modelo se asemeja al de NFW.

Es un desafío considerar la cinemática de las estrellas en el análisis, debido principalmente a la incertidumbre de la razón masa-luminosidad ( $\Upsilon_*$ ) y su comportamiento dominante cerca del centro galáctico. Se han realizado algunas consideraciones con el fin de reducir esta incertidumbre en los parámetros [68, 69, 70, 71], pero la contribución estelar exacta aún no es bien conocida. En nuestro caso, se estudian cuatro diferentes modelos para  $\Upsilon_*$  y se analiza la región más interna para calcular los parámetros del modelo BDM  $r_c$  y  $E_c^{\text{gal}}$ , ambos relacionados con la región central. Presentamos los intervalos de confianza a  $1\sigma$  y  $2\sigma$  de estos parámetros para las diferentes galaxias y modelos de masas. Notamos que a pesar de ser  $r_c$  diferente para cada modelo de masa su valor es consistente dentro del intervalo  $2\sigma$  de error. Además, nos encontramos con que el radio de la densidad central de la galaxia es del orden de  $r_c \sim 300$  pc y  $E_c^{\text{gal}} \sim \mathcal{O}(0.1 \text{ eV})$  que da la escala de transición entre la DM caliente a fría, esto se muestra en el estudio preliminar [2].

Hemos organizado este capítulo de la siguiente manera: En Sec. 4.2 se describe la muestra de galaxias en cuenta para el estudio curvas de rotación. Los diferentes modelos y componentes (gas, estrellas, DM halo) medios se presentan en detalle en la sección. 4.3, mientras que las diferentes hipótesis de la relación masa-luminosidad se discuten en el apartado 4.3.2. Los resultados se presentan en la sección. 4.5. Para mayor comodidad, algunas figuras y tablas se muestran en el Apéndice A. Se muestra en los Apéndices A.1 y A.2 los valores ajustados correspondientes a

los parámetros libres para algunos de los perfiles aplanados con contribución estelar máxima. Por último, en el Apéndice A.3 se presentan las curvas de rotación de los diferentes perfiles y galaxias e incluimos los niveles contornos de confianza, señalando las consideraciones realizadas por cada galaxia.

## 4.2. La Muestra: THINGS

Con los datos actuales de HI proporcionados por THINGS se tienen observaciones de alta resolución, excelente sensibilidad de los campos de velocidad y las curvas de rotación están disponibles, haciendo posible el volver a preguntar algunos pendientes acerca de la naturaleza de la DM, y poder comparar los ajuste entre los perfiles cuspy y aplanados. Las galaxias de THINGS tienen una muestra de 34 galaxias cercanas que contienen una amplia gama de luminosidad y diferente tipos de galaxias con resolución por debajo de los kpc. Se limita la muestra a diecisiete galaxias de baja luminosa (tempranas y enanas) con curva de rotación suave, simétrica y extendida a grandes radios y con bulbo pequeño o nulo, consulte la tabla 4-1. Estas propiedades proporcionan una buena resolución en la región central de la galaxia, sin embargo la incertidumbre en el ajuste de nuestros parámetros libres aumenta debido a la gran contribución de las estrellas en ésta región. Para más detalles técnicos y acerca del tratamiento de los errores sistemáticos de las observaciones consulte Refs. [37, 66, 69] y para un análisis completo de sus curvas de rotación ver [32], en lo sucesivo deBlok08.

Los modelos de masa están construidos con los datos de las curvas rotación de THINGS y las observaciones de SINGS (Spitzer Infrared Nearby Galaxies Survey) [72] en la banda de  $3.6 \mu\text{m}$ . Seguimos el análisis de deBlok08 y McGaugh et al. (2007) [36] para la muestra considerada aquí.

## 4.3. Modelo de Masa

El modelo de masa incluye los tres principales componentes en una galaxia espiral: (1) Disco gaseoso delgado,  $V_g$ , (2) un disco de estrellas,  $V_*$ , y (3) un halo de materia oscura,  $V_h$ . En la mayoría de los casos el disco estelar es bien descrito por un disco exponencial simple. Cuando es necesario, en un pequeño número de galaxias hemos considerado una componente adicional

THINGS

Galaxia (1)	Distancia (2)	$R_d$ (3)	DIET-SALPETER	KROUPA
			$\log_{10} M_{star}$ (4)	$\log_{10} M_{star}$ (5)
N 925	9.2	3.30	10.01	9.86
N 2366	3.4	1.76	8.41	8.26
N 2403	3.2	1.81	9.71	9.56
N 2403	3.2	1.81	9.67	9.52
N 2841	14.1	4.22	11.04	10.88
N 2903	8.9	2.40	10.15	10
N 2976	3.6	0.91	9.25	9.1
N 3031	3.6	1.93	10.84	10.69
N 3198	13.8	3.18	10.4	10.25
N 3198	13.8	3.06	10.45	10.3
N 3521	10.7	3.09	11.09	10.94
N 3621	6.6	2.61	10.29	10.14
N 4736	4.7	1.99	10.27	10.12
N 5055	10.1	3.68	11.09	10.94
N 6946	5.9	2.97	10.77	10.62
N 7331	14.7	2.41	11.22	11.07
N 7793	3.9	1.25	9.44	9.29
IC 2574	4	2.56	9.02	8.87
D 154	4.3	0.72	7.42	7.27

**Tabla 4-1:** Muestra de galaxias enanas y tempranas tomadas de THINGS tal como se presenta en Walter et al [66]. Columna: (1) el nombre de la galaxia. (2) Distancia a la galaxia en Mpc. (3) Radio Característico del disco estelar en kpc como se muestra en deBlok08. (4) Logaritmo de la masa del disco estelar cuando se considera la IMF (Función Inicial de Masa) diet-Salpeter en unidades de masas solares ( $M_\odot$ ), y (5) Logaritmo de la masa del disco estelar cuando se considera la IMF Kroupa ( $M_\odot$ ).

en el centro, el bulbo, que contiene una pequeña fracción de la luminosidad total de la galaxia, como se describe en deBlok08 [32]. Nuestro modelo también supone que la distribución de materia es axialmente simétrica, tal que una partícula prueba siga una órbita circular, con una velocidad en el plano del disco dado por  $v_{rot}^2(r) = r \frac{\partial \Phi}{\partial r}$ . Donde  $\Phi$  es el potencial gravitacional. El potencial gravitacional de la galaxia es la suma de la contribución a la masa de cada uno de los componentes, por lo que la velocidad de rotación total observada es:

$$V_{obs}^2 = V_h^2 + V_g^2 + \Upsilon_\star V_\star^2, \quad (4-1)$$

donde  $\Upsilon_\star$  es la cociente masa-luminosidad y es un parámetro libre adicional en el modelo, introducido principalmente por que solo se pueden hacer mediciones en la distribución de la luz de las estrellas en lugar de su masa.

Como entrada de datos lo que necesitamos es la curva de rotación observada,  $V_{obs}$ , la curva de rotación de el componente gaseoso,  $V_G$ , y el componente estelar,  $V_\star$ . Con ésta información podemos extraer información del halo de materia oscura a través del modelo teórico. A continuación describo con más detalle el tratamiento para el componente gaseoso al igual que para

el componente estelar y el modelo de halo de DM que hemos analizado en la secc.4.3.3

### 4.3.1. Disco gaseoso

Para encontrar el potencial del disco supondremos que se trata de un sistema axisimétrico e infinitamente delgado. Con esto el potencial del disco se puede escribir en coordenadas cilíndricas como  $\Phi(r, z)$ . Un método para encontrar la expresión del potencial es resolver la ecuación de Laplace,  $\nabla^2\Phi = 0$ , sujeta a condiciones de frontera en coordenadas cilíndricas, este es el método de [73]. El potencial gravitacional correspondiente a una densidad superficial de masa arbitraria  $\Sigma(r)$  es,

$$\Phi(r, z) = -2\pi G \int_0^\infty dk e^{-k|z|} J_0(kr) \int_0^\infty \Sigma(r') J_0(kr') r' dr' \quad (4-2)$$

donde  $J_0$  es la función Bessel  $J$  de orden cero.

La densidad superficial del gas está dada por los datos observacionales del brillo superficial de los datos HI en la banda de 21 cm., cuyo comportamiento no puede ser modelado genéricamente por una función. Es necesario hacer una interpolación entre los puntos observacionales y resolver la integral de la Eq.(4-2) numéricamente.

Hacemos notar que si el disco con déficit central en la distribución de masa puede producir una fuerza neta que apuntan hacia el exterior, lo que genera una velocidad de rotación imaginario y por lo tanto, una velocidad  $V_g^2$  negativa. Una velocidad imaginaria es sólo un reflejo de la fuerza efectiva de una partícula de prueba causada por una distribución de masa no esférica con un deficit de masa en el centro. No hemos incluyendo la contribución del gas molecular por que su densidad superficial es sólo un pequeño porcentaje comparado con la contribución de las estrellas, y su contribución se refleja en un pequeño aumento de  $\Upsilon_*$  [74].

### 4.3.2. Disco Estelar

Para modelar el componente estelar utilizamos la aproximación del perfil exponencial infinitamente delgado. Esta aproximación es válida ya que el ancho del disco no cambia apreciablemente respecto al radio. Hay que tener en cuenta que la corrección a la velocidad máxima para un disco de ancho finito es de aproximadamente 5% en la mayoría de los casos. Así pues la densidad superficial central es  $\Sigma(r) = \Sigma_0 e^{-r/R_d}$ , donde  $R_d$  es la escala del disco y  $\Sigma_0$  es la densidad

superficial central, ambos parámetros son obtenidos a partir del perfil de brillo superficial de las imágenes en la banda de  $3.6\mu m$  de SINGS, a partir del ajuste lineal  $\mu(r) = \mu_0 + 1.0857r/R_d$  donde  $\mu_0$  es la densidad superficial de brillo observada en unidades [ $\text{mag arcsec}^{-2}$ ]. La densidad superficial y el perfil de brillo están relacionados a través de la siguiente formula

$$\Sigma = \Upsilon_{\star} 206265^2 10^{\frac{1}{2.5}(M_{\odot} - 5 - \mu)}, \quad (4-3)$$

donde  $\Upsilon_{\star}$  es la cociente masa-luminosidad, ésta última es función del radio. La densidad superficial esta dada en unidades de  $M_{\odot}/pc^2$ .

La curva de rotación del disco exponencial, suponiendo un valor  $\Upsilon_{\star}$  constante, está dado por la formula de Freeman,

$$V_{\star}^2(y) = 4\pi G \Sigma_0 R_d^2 y^2 [I_0(y)K_0(y) - I_1(y)K_1(y)], \quad (4-4)$$

donde  $y \equiv r/2R_d$  y  $I_n$  y  $K_n$  son las funciones de Bessel modificadas de orden  $n$  del primer y segundo tipo respectivamente.

Cuando se trata de deducir las propiedades de la materia oscura, El cociente masa-luminosidad al igual que la función inicial de masa (IMF) son una de las principales incertidumbres. Dado que se desconoce el valor real de  $\Upsilon_{\star}$  es muy difícil hacer una adecuada distinción entre los perfiles que prefieren un perfil cuspy a uno aplanado, o viceversa. Para restringir la amplia gama de valores que se pueden optar para los parámetros de los halos y en particular el de  $\Upsilon_{\star}$  se considera la IMF diet-Salpeter en el que los estudios de la población de las estrellas indican que maximiza la contribución de masa del disco de estrellas. Y la IMF de Kroupa, que basado en los estudios de población estelar en la Vía Láctea produce la contribución mínima para las estrellas. La contribución diet-Salpeter es 1.4 veces más masivo que el Kroupa.

En el análisis numérico se utiliza  $\Upsilon_{\star}$  de las observaciones de  $3.6\mu m$  utilizando una relación empírica entre la emisión  $3.6\mu m$  y  $\Upsilon_{\star}$  utilizando los colores J-K dadas por 2MASS Large Galaxy Atlas [75].

El tipo de galaxias tratadas a veces muestran gradientes radiales de color, y se cree que estas son un indicador de la población estelar entre las regiones internas y externas en una galaxia. Como consecuencia el valor de  $\Upsilon_{\star}$  varia entre estas dos regiones del disco [76]. Se considera la

relación masa-luminosidad  $\Upsilon_*$  como función del radio con la finalidad de tener en cuenta las diferentes contribuciones estelares, ya que su valor depende de la región que sea analizada. En este caso la contribución de las estrellas al potencial gravitacional total se obtiene a partir de la integración numérica de la Eq.(4-2).

Se ha modelado  $\Upsilon_*$  (e.g. Salpeter [77], Kroupa [70], Bottema[71]), pero el valor (ó función) exacto de una galaxia es poco conocida y depende de extinción, historia de su formación estelar, el IMF, entre otros. Algunos hipótesis tienen que ser hechas al respecto con el fin de reducir el número de parámetros libres en el modelo. Se presentan diferentes consideraciones para  $\Upsilon_*$  para la muestra de galaxias que aquí se considera.

**Disco Mínimo** Este modelo supone que la curva de rotación observada es consecuencia únicamente de la DM. Esto daría el límite superior del grado de concentración que el componente de DM podría alcanzar en las galaxias.

**Disco Mínimo más gas** La contribución del gas atómico y el halo DM se toma en cuenta, pero las estrellas no aporte a la curva de rotación ( $\Upsilon_* = 0$ ).

**Kroupa** Los estudios de la población estelar de la Vía Láctea sugieren que considerar la IMF de Kroupa es equivalente a tomar el límite inferior para la masa del disco estelar.

**diet-Salpeter** Aquí el valor de  $\Upsilon_*$  se basa en la IMF de diet-Salpeter, en el que el modelo de síntesis de poblaciones estelares ha demostrado dar la máxima contribución del disco estelar para las restricciones fotométricas dadas.

**$\Upsilon_*$ -libre** Aquí no no tomamos ningún valor para IMF a priori y tratamos  $\Upsilon_*$  como un parámetro libre adicional al modelo, dejamos que el programa numérico elija el mejor valor de  $\Upsilon_*$ .

Hacemos un fuerte énfasis en que los dos primeros modelos, disco mínimo y disco mínimo más gas, son modelos de juguete y que no representan modelos realistas de galaxias. Sin embargo conservamos los resultados ya que nos sirve para clasificar las galaxias según su ajuste.

La contribución del gas atómico se toma en cuenta para los modelos de masa de Kroupa, diet-Salpeter y  $\Upsilon_*$ -libre. En nuestra ajuste consideramos el gradiente radial del color y cuando está presente, el bulbo del disco estelar. En la sección de resultados hacemos énfasis en las

diferencias en el ajuste del core cuando no tomamos en consideración uno o ambos de estos ingredientes como parte del disco estelar.

### 4.3.3. Halos de Materia Oscura

Para nuestro análisis utilizamos tres perfiles bien conocidos en la literatura para la distribución de DM. El primero, la llamada distribución universal de densidad, el perfil de NFW. El segundo, motivado observacionalmente por tener un núcleo es el Pseudo-Isotérmico y por último se encuentra el perfil de Burkert.

Las simulaciones  $\Lambda$ CDM dieron como resultado un perfil de densidad de DM independiente de la masa del halo que se caracteriza por una densidad central divergente, el perfil NFW. Por otro lado observaciones de la densidad de masa central parece indicar que los perfiles de los halos de DM pueden ser mejor descritos por un perfil de densidad central constante ( $\rho \sim r^\alpha$  con  $\alpha \ll 1$ ). Esta región central tiene un tamaño típico del orden de kpc [29, 78], y ejemplos de estos perfiles son el ISO y Burkert. En ésta categoría también consideramos el perfil BDM propuesto a continuación.

La forma más sencilla de tratar las curvas de rotación es suponiendo que la velocidad de una partícula prueba en el sistema es puramente rotación circular en el plano de la galaxia y que el halo es totalmente esféricos. Para esta distribución de materia la velocidad circular como función del radio  $r$  está dada por  $V_h^2(r) = GM(r)/r$ . No consideramos que la contracción adiabática del halo de materia oscura, pero se es consiente de que predice un aumento de la densidad de materia oscura hast en un 5 % del radio virial [79]. A continuación describiremos los perfiles NFW, Burket e Isothermal.

#### Perfiles NFW

A partir de las simulaciones de  $\Lambda$ CDM se dedujo un perfil de densidad para los halos de materia oscura. Este perfil se ha caracterizado por tener una pendiente muy empinada para radios cercanos a cero y que va como  $\rho \propto r^{-1}$ , a ésto es a lo que se le conoce como “*cuspy*”. El

perfil NFW, se presentó en la Sec. 1.7.3,

$$\rho_{\text{nfw}} = \frac{\rho_o}{\frac{r}{r_s} \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (4-5)$$

donde  $r_s$  es el radio característico del halo,  $\rho_o$  está relacionado con la densidad del Universo en el instante en el que la materia oscura colapsó. La curva de rotación asociada a esta distribución es

$$V_H^2(R) = \frac{4\pi G r_s^3 \rho}{R} \left( -\frac{R}{R+r_s} + \ln\left[\frac{R+r_s}{r_s}\right] \right). \quad (4-6)$$

Este perfil de densidad tiene una pendiente interior y exterior de -1 y -3, respectivamente. La pendiente interior implica una densidad divergente. La densidad del halo se puede especificar en términos de un parámetro de concentración  $c = r_{200}/r_s$  que indica la cantidad de colapso que el halo de DM ha experimentado, donde se define el radio  $r_{200}$  como el radio donde la densidad de la galaxia es 200 veces mayor que la densidad crítica  $\rho_{\text{cr}}$ , define como  $\rho_{\text{cr}} = 3H^2/(8\pi G)$ , siendo  $H$  el parámetro de Hubble.

Utilizamos los parámetros  $\rho_o$  y  $r_s$  como los parámetros libres del modelo NFW en lugar de los tradicionales  $c$  y  $V_{200}$ , ya que estos dos parámetros pueden ser interpretados y comparados directamente con los parámetros libres de otros perfiles de halos de DM.

## Perfil BDM

Para obtener el perfil del modelo BDM en galaxias, primero explicamos caritativamente las implicaciones del tener una transición de fase en el halo de materia oscura en las galaxias, para ello, primero resumimos aquí la derivación de la ecuación para determinar la evolución de una sobre-densidad para un fluido a nivel cosmológico, analizamos sus distintos comportamientos a diferentes escalas y describimos de manera breve el marco del colapso esférico.

La presión en el modelo BDM se torna importante a escalas cosmológicas y en términos de formación de estructura. Se expande el parámetro de densidad  $\rho(x, t)$  con un pequeño parámetro perturbativo  $\delta(x, t)$

$$\rho(x, t) = \rho_o(t)(1 + \delta(x, t)) \quad (4-7)$$

Utilizando las ecuaciones clásicas fundamentales para el movimiento de un fluido (la ecuación de Euler, Poisson y continuidad), expandiendo la densidad, la velocidad y el potencial gravitacional de manera lineal. Haciendo la transformada de Fourier de las variables principales, uno obtiene una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden para la evolución de la amplitud  $\delta$

$$\ddot{\delta}(k) + 2H\dot{\delta}(k) + \left( \frac{c_s^2 k^2}{a^2} - 4\pi G\rho_0 \right) \delta(k) = 0 \quad (4-8)$$

donde  $\delta(k)$  es la transformada de Fourier de  $\delta(x)$  y  $c_s^2 = \partial p / \partial \rho$  es la velocidad del sonido. Donde H es el factor de Hubble, este término no se toma en cuenta en el estudio de las galaxias. Esta ecuación describe la evolución gravitacional de la perturbación de la densidad, en donde el primer termino del paréntesis toma en cuenta la presión relativista de la partícula la cual disminuye la concentración de la perturbación. El segundo término dentro del paréntesis, considera la gravedad la cual tiende a aumentar la concentración. Hay una longitud de onda crítica, correspondiente a  $\lambda = 2\pi a/k$  llamada la longitud de Jeans

$$\lambda_J = c_s^2 \sqrt{\frac{\pi}{G\rho_0}} \quad (4-9)$$

la cual se deduce a partir hacer cero el término de presión-gravedad. La ecuación tiene dos soluciones, si

- $k < k_J$ , es decir, el término de gravedad es mayor al de presión por consecuencia la perturbación crecerá exponencialmente en una galaxia. en el que describa una perturbación a escala cosmológica la perturbación obedece una ley de potencia.
- $k > k_J$ , es decir, el término de presión es mayor al de gravedad. La solución de la ecuación diferencial es oscilatoria, es decir las perturbaciones no crecen.

La ecuación 4-8 es válida para perturbaciones lineales en un tratamiento Newtoniano, en el caso de las perturbaciones cosmológicas términos relativistas necesitan ser tomados en cuenta, al igual que se necesitan considerar cuatro fluidos (materia oscura, bariones, fotones y neutrinos) en vez de una.

En el caso de formación de estructura es necesario estudiar el modelo de colapso esférico para el escenarios de BDM, se realizarlo se utiliza la ecuación diferencial no-lineales para la evolución

de la densidad dentro sobre-densidades esféricas y homogéneas derivadas de la hidrodinámica newtoniana. El campo de densidad  $\rho(x, t)$ , el campo de velocidad  $\vec{v}(x, t)$  y el potencial gravitacional  $\phi$  para las partículas BDM siguen la ecuación de continuidad, la de Euler y la de Poisson como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{P}{c^2} \nabla \cdot \vec{v} = 0, \quad (4-10)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla \phi + \frac{c^2 \nabla P + \vec{v} \dot{P}}{\rho c^2 + P} = 0, \quad (4-11)$$

$$\nabla^2 \phi - 4\pi G \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) = 0 \quad (4-12)$$

La combinación de las ecuaciones al igual que a nivel cosmológico uno obtiene una ecuación de evolución para el contraste de densidad  $\delta$  [80],

$$\ddot{\delta} + \left( 2H - \frac{\dot{\omega}}{1 + \omega} \right) \dot{\delta} - \frac{4 + 3\omega}{3(1 + \omega)} \frac{\delta^2}{1 + \delta} - (4\pi G \rho (1 + \omega) (1 + 3\omega) \delta - (1 + \omega) (\sigma^2 - \Pi^2)) (1 + \delta) = 0 \quad (4-13)$$

donde  $\sigma$  y  $\Pi$  son los tensores de estrés y de rotación respectivamente. Una vez que el contraste de densidad se hace grande,  $\delta > 1$ , la teoría de perturbaciones lineales (Ec. 4-8) no da una descripción correcta de la evolución de la sobre-densidad, ésta se separa de la expansión general y en este momento comienza la formación de estructura. Para obtener una solución es necesario resolver numéricamente las ecuaciones (4-10 – 4-12), trabajo que está fuera del objetivo de la tesis. Trabajos similares con simulaciones de N-cuerpos ya se han realizado [81] en donde se aumenta artificialmente la velocidad de dispersión térmica en el centro de las galaxias, obteniendo como resultados la aparición de perfiles aplanados en centro para los halos de materia oscura.

Daremos una descripción cualitativa de lo que sucede en el escenario de BDM. El modelo BDM postula que si la densidad de energía de la materia oscura esta por debajo de una densidad umbral  $\rho_{\text{BDM}} < \rho_c$ , la materia oscura se comporta una partícula masiva no-relativista, e.j. CDM. Se espera que este sea el comportamiento de la materia oscura en la región exterior de las galaxias. En cambio, si  $\rho_{\text{BDM}} > \rho_c$  entonces la materia oscura se comporta como una partícula sin masa relativistas. Si  $r_c$  es el radio del centro de la galaxia donde ocurre la transición, entonces, para radios mayores a  $r > r_c$  esperamos un comportamiento típico de CDM, por otro lado para radios  $r < r_c$  se espera un comportamiento tipo de una materia oscura relativista,

es decir, con una presión no nula dada por la ecuación de estado. Análogo a lo que sucede a nivel cosmológico, para radios  $r < r_c$  la cantidad de radiación será importante para la dinámica del halo, si la presión en el centro supera la fuerza de gravedad entonces las perturbaciones de la densidad no crecerán y se formará una región de densidad constante.

La transición de fase se lleva a cabo a una densidad de energía definida como  $\rho_c \equiv E_c^4$  y se relaciona con la masa de la partícula DM. El valor de  $\rho_c$  puede determinarse teóricamente, dado un modelo de grupo de de norma o fenomenológicamente a partir de los datos cosmológicos y astrofísicos. Se estimará el valor de  $E_c^{\text{gal}}$  a través del estudio de las curvas de rotación. Vale la pena señalar que la masa de las partículas del SM también son parámetros libres y es la física experimental en colisionadores, como en el LHC del CERN, que define su valor. En nuestro caso, ya que las partículas BDM interactúan débilmente con el SM no podemos utilizar los datos colisionador de medir su masa y solo contamos con las observaciones astronómicas y cosmológicas.

La densidad de energía promedio en halos galácticos es del orden  $\rho_g \sim 10^5 \rho_{\text{cr}}$  ( $\rho_{\text{cr}}$ , es la densidad crítica del Universo) y mientras  $\rho_g < \rho_c$  se espera que el halo de DM siga el perfil dictado por CDM, que puede ser descrito por el perfil NFW,  $\rho_{\text{nfw}}$ . El perfil NFW tiene una región cuspy interior donde  $\rho_{\text{nfw}}$  diverge en el centro de la galaxia. Por lo tanto, una vez que uno se acerca al centro de la galaxia la densidad de energía aumenta conforme el perfil NFW pero una vez que se llega a la región donde  $\rho_g = \rho_c$  ocurre la transición de fase y las partículas BDM se convierten en partículas sin masa. Por lo tanto, para radios menores  $r < r_c$  las partículas BDM son relativistas y la densidad de energía de DM permanece constante. Por supuesto, es de esperar una región de transición suave entre estos dos comportamientos tan distintos, pero consideraremos que el ancho de esta región de transición sea muy pequeño y se considerará.

Debido a que las partículas BDM se comporta como CDM cuando  $\rho < \rho_c$  (ó  $r > r_c$  en galaxias) se espera observar un perfil tipo NFW en este límite. Por lo tanto, el perfil de BDM propuesto [44] esta dado por un perfil aplanado

$$\rho_{bdm} = \frac{\rho_o}{\left(\frac{r_c}{r_s} + \frac{r}{r_s}\right) \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (4-14)$$

$$= \frac{2\rho_c}{\left(1 + \frac{r}{r_c}\right) \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (4-15)$$

con  $r_c < r_s$  y  $r_s, \rho_o$  son los parámetros característicos del perfil NFW. El perfil BDM coincide con  $\rho_{\text{nfw}}$  a radios grande pero tiene una región de densidad constante en el centro, cuando la densidad de energía de la galaxia  $\rho_{\text{bdm}}$  alcanza el valor de  $\rho_c = E_c^4$  cuando  $r \simeq r_c$  y para  $r_c \ll r_s$  tenemos

$$\rho_{\text{core}} \equiv \rho_{\text{bdm}}(r = r_c) \equiv \rho_c = \frac{\rho_o r_s}{2r_c}, \quad (4-16)$$

con el radio del core dado por  $r_c \equiv \frac{\rho_o r_s}{2\rho_c}$ . El valor de  $r_c$  depende de los parámetros del perfil  $\rho_o$  and  $r_s$ .

Si suponemos que la energía de transición de las partículas de BDM es un parámetro fundamental en la naturaleza de la DM que puede ser constreñida mediante el ajuste de la curva de rotación de las galaxias, podemos sustituir uno de los tres parámetros libres por la densidad  $\rho_c$  en el perfil BDM, Eq. (4-14), usando la relación (4-16). Llamaremos “fixed-BDM” al perfil que se obtiene como resultado de la sustitución del parámetro libre  $\rho_o$  por la cantidad fundamental  $\rho_c$  como en la Eq.(4-15). El perfil fixed-BDM depende ahora de la densidad fundamental  $\rho_c$ , que es la misma para todas las galaxias, y en los dos parámetros libres  $r_s$  y  $r_c$  que dependen de la morfología de cada galaxia.

La pendiente del perfil BDM esta dada por

$$\alpha \equiv -\frac{d \log \rho}{d \log r} = \frac{r/r_c(1 + 3r/r_s + 2r_c/r_s)}{(1 + r/r_c)(1 + r/r_s)} \quad (4-17)$$

y toma los valores  $\alpha = (0, 1/2, 1)$  para  $r = (0, r_c, r_c \ll r \ll r_s)$  y  $\alpha = (2, 3)$  para  $r = (r_s, r_s \ll r)$ . Si estamos interesados en la región interna de la galaxia,  $r \ll r_s$ , Eq. (4-17) se puede aproximar para  $r_c \ll r_s$  con

$$0 \leq \alpha = \frac{y}{1 + y} < 1 \quad (4-18)$$

en términos de  $y \equiv r/r_c$  con  $0 \leq y < \infty$ . Dado un valor de  $\alpha$ , podemos determinar el valor de  $y = r/r_c = \alpha/(1 - \alpha)$ .

Para referencia en el futuro (véase la Sec. 4.5) se introduce aquí un ansatz fenomenológico para un perfil de DM independiente, útil para investigar la región central de una galaxia, dada por  $\rho_\alpha = \rho_o r^{-\alpha}$  los parámetros  $\rho_o, \alpha$  son constantes.

Ajustes a los datos observacionales han demostrado que el perfil NFW no describe correc-

tamente las curvas de rotación de las galaxias, y en general se prefiere un perfil con densidad constante [35]. En el presente trabajo ponemos a prueba el modelo BDM, Eq. (4-14), a través de las curvas de rotación de una amplia muestra de galaxias. Nuestro objetivo es obtener las propiedades cinemáticas de las galaxias y, en particular, limitar la pendiente  $\alpha$ , y la energía de transición  $E_c^{\text{gal}}$ .

Recordando que el modelo BDM predice una densidad constante en el centro de las galaxias determinado por la escala de energía  $E_c^{\text{gal}}$ , que corresponde a la escala de energía de la transición de fase del modelo de partículas elementales subyacente. El perfil de halo de DM propuesto coincide con el perfil  $\rho_{NFW}$  a grandes distancias,  $\rho \propto r^{-3}$  pero este tiene un region central constante cuando  $r \leq r_c$  donde  $\rho \propto \rho_0 r_s r_c^{-1}$ . Su velocidad circular está dada por,

$$V_H(R)^2 = \frac{4\pi G \rho_0 r_s^3}{R} \left( \frac{r_s}{r_c - r_s} \left( \frac{R}{r_s + R} \right) + \frac{r_s(r_s - 2r_c)}{(r_c - r_s)^2} \ln \left[ 1 + \frac{R}{r_s} \right] + \left( \frac{r_c}{r_c - r_s} \right)^2 \ln \left[ 1 + \frac{R}{r_c} \right] \right), \quad (4-19)$$

el parámetro libre adicional  $r_c$  es el radio donde el núcleo empieza a surgir y el lugar donde las partículas BDM se comportan como relativistas.

donde el parámetro libre adicional  $r_c$  es el radio de la región de densidad constante de la galaxia y que delimita el lugar donde las partículas BDM tienen una energía superior a  $E_c^{\text{gal}}$  y se comporta como HDM para  $r < r_c$ . Si el radio es mayor a  $r_c$  las partículas BDM adquieren una gran masa a través de un mecanismo no-perturbativo y se comportan como CDM. El parámetro  $r_s$  es una escala característica para el halo DM.

### Perfil Burkert

El perfil de halo aplanado de Burkert está definido como

$$\rho_B = \frac{\rho_0}{\left(1 + \frac{r}{r_s}\right) \left[1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^2\right]}, \quad (4-20)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad central,  $r_s$  es el radio de la región central. Las curvas de rotación derivada por ese halo es

$$V_H(r)^2 = \frac{\pi G \rho_0 r_s^3}{r} \left( \ln \left[ \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2 \left(1 + \frac{r^2}{r_s^2}\right) \right] - 2 \arctan \left[ \frac{r}{r_s} \right] \right). \quad (4-21)$$

## Perfil Pseudo-Isotérmico

El perfil del halo esférico pseudo-isotérmico (ISO) esta definido como

$$\rho_{ISO} = \frac{\rho_0}{1 + \left(\frac{r}{r_s}\right)^2}, \quad (4-22)$$

donde  $\rho_0$  es la densidad central del halo y  $r_s$  es el radio del núcleo del halo. La curva de rotación correspondiente a este perfil es

$$V_H(r)^2 = 4\pi G \rho_0 r_s^2 \left[ 1 - \frac{r_s}{r} \arctan\left(\frac{r}{r_s}\right) \right]. \quad (4-23)$$

## 4.4. Ajuste a la Curva de Rotación

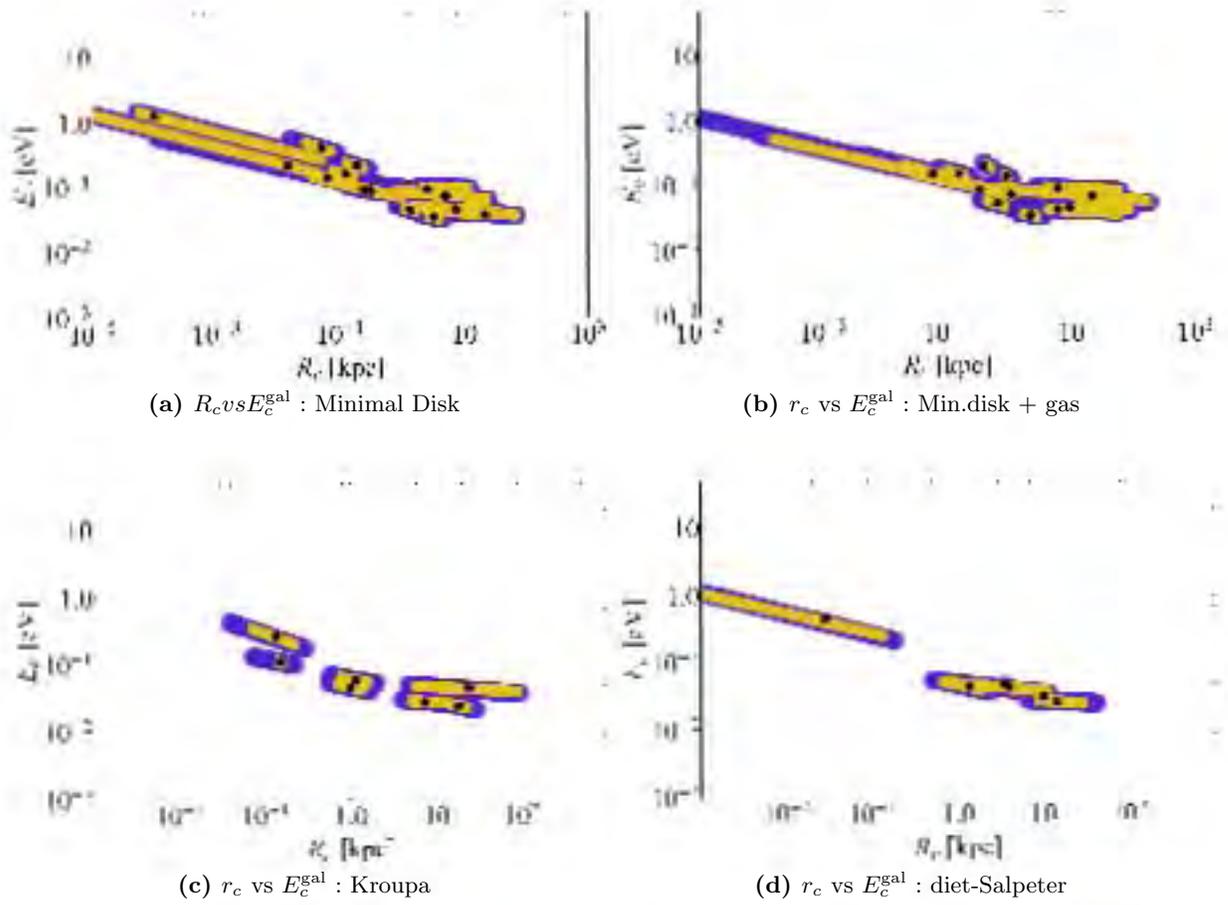
Utilizamos la curva de rotación total observada, el componente gaseoso y estelar como las entradas del código numérico con el fin de obtener las propiedades para el halo de materia oscura. Con el fin de ajustar observacionalmente la curva de rotación con el modelo teórico utilizamos el criterio de la chi-cuadrada ( $\chi^2$ ), la cuál es una medida de que tan bueno es el ajuste de la curva observada respecto a la predicha por el modelo teórico. La  $\chi^2$  se define

$$\chi^2 = \sum^n \left( \frac{V_{obs}(r) - V_{model}(r, \rho_0, r_s, r_c)}{\sigma} \right)^2, \quad (4-24)$$

donde  $\sigma$  es la desviación estándar de las observaciones y  $n$  es e número de observaciones.

Ajustamos los parámetros libres del halo de materia oscura con un código usando el criterio de la  $\chi^2$ . Utilizamos diferentes métodos de minimización para encontrar los parámetros libres: DifferentialEvolution, NelderMead y SimulatedAnnealing, para asegurarnos que el valor obtenido no se centraba en un mínimo local. También impusimos rangos de valor válidos para ciertos parámetros. Para todos los modelos supusimos valores de  $r_s$  y  $\rho_0$  mayores a cero, adicionalmente para BDM impusimos el hecho de que  $r_c$  era menor o igual a  $r_s$ , dado que no tiene sentido para nuestro modelos tener valores mayores a éste.

La comparación de los ajustados realizados nos dice que modelo es el que mejor favorece el ajuste, en particular el valor de  $r_c$  nos dice incluso si los modelos cuspy son preferidos por encima de los modelos con densidad central constante. Más importante es la diferencia para los



**Figura 4-1:** Se grafican los valores de  $r_c$  vs  $E_c^{\text{gal}}$  por cada galaxia y modelos de masa. Los círculos representan las galaxias con  $r_c \ll r_s$ , las viñetas de diamantes representan las galaxias del grupo que cumplen con  $r_c = r_s$ , pero tomando en cuenta que el valor de  $r_c$  y  $E_c^{\text{gal}}$  se obtiene a partir del análisis interno descrito en la Sec.4.5. En todos los casos, las áreas en amarillo y azul representan el  $1\sigma$  y  $2\sigma$  de los intervalos de confianza.

diferentes ajustes del valor de la  $\chi_{\text{red}}^2 = \chi^2 / (n - p - 1)$ , donde  $n$  es el número de observaciones y  $p$  es el número de parámetros ajustados. Las incertidumbres en la velocidad de rotación se reflejan en las incertidumbres de los parámetros del modelo.

## 4.5. Resultados

Se han analizado las curvas de rotación de diecisiete galaxias utilizando cinco modelos de disco (Sec. 4.3.2) y cuatro perfiles diferentes DM: nuestro BDM, NFW, Burkert, y pseudo-isotérmico (Sec. 4.3.3). Ya que tenemos un gran número de tablas y figuras, y porque queremos

hacer hincapié en los principales resultados, en esta sección se presentan principalmente tres modelos de disco (min.disk, min.disk + gas, Kroupa) y dos perfiles de DM (BDM y NFW). Sin embargo, cada perfil de DM se analiza con todos los modelos de disco a excepción de la  $\Upsilon_*$ -libre, para el cual se prueba solamente el perfil de BDM. El resto de las tablas y figuras se encuentran en los Apéndices como se explica a continuación. En lo que sigue vamos a utilizar el término “modelos de masa” para referirnos a los diferentes escenarios en el análisis de las curvas de rotación como se describe en la sección. 4.3.2, y se denotará “min.d” y “min.d+g”, refiriendonos a los análisis de disco mínimo de disco mínimas más gas, respectivamente. Vale la pena señalar que la inclusión de los gradientes de color se obtiene un mejor ajuste en las curva de rotación de nuestro análisis. También hemos de considerar el efecto del bulbo cuando éste está presente en la galaxia y se encontró que para todos los ajustes de las curvas de rotación el valor de  $r_c \neq 0$  es válido. Sin embargo, ya que el bulbo contribuye de manera significativa a la región interior de las galaxias el valor de  $r_c$  es más pequeño cuando éste se toma en cuenta y en algunas galaxias el valor de  $r_c \rightarrow 0$  es consistente con en un intervalo de confianza de  $1\sigma$ . Se ha demostrado que la adecuada distribución de brillo superficial del bulbo es descrita por una función exponencial [32] y es el modelo que consideramos en este trabajo. Las galaxias con una bulbo merecen un análisis más profundo en la estimación de los parámetros, como se verá a continuación.

Se presentan los resultados de los perfiles NFW y BDM con el fin de compararlos ya que el perfil BDM tiene como límite el perfil NFW cuando  $r_c \rightarrow 0$ . Los valores ajustados de los parámetros de los perfil se muestran en el siguiente orden: min.d, min.d+g, y Kroupa en las Tablas 4-2, 4-3, y 4-4, respectivamente. Se presentan los contornos de confianza de  $1\sigma$  and  $2\sigma$  para  $\rho_0$  and  $r_c$  en las figuras A-1, A-2, A-3, y A-5.

Dejamos para el Apéndice A.1 los resultados de los escenarios de diet-Salpeter (Tabla A-1),  $\Upsilon_*$ -libre (Table A-4), y los valores ajustados para los perfiles Burkert e ISO con los diferentes modelos de masas (Tables A-5, A-6). Los detalles del análisis de cada galaxia, así como las cifras al considerar los diferentes escenarios de masas están en el Apéndice A.3.

Después se explica el método en el que hemos sido capaces de extraer información de la región central, se muestran los resultados en las tablas 4-5 and 4-6. Para resumir los resultado se presentan los parámetros derivados  $E_c^{\text{gal}}$  y  $\rho_c$  en la Tabla 4-7 y 4-8. Finalmente fijamos el

valor de la energía  $E_c^{\text{gal}}$  y usando la ecuación (4.3.3) ajustamos de nuevo todas las galaxias y presentamos los resultados en la Tabla 4-9.

Hemos agrupado las galaxias en tres grupos según los valores ajustados de  $r_c$  del perfil de BDM, como se muestra en la columna (2) de la tabla 4-2. El primero de ellos, el grupo A (GA), se compone de las galaxias con un radio de core  $r_s > r_c \neq 0$ . El segundo grupo, Grupo B (GB), está formado por galaxias en las que  $r_c$  tomó su valor límite superior,  $r_c = r_s$ , y por último, el Grupo C (GC) es donde  $r_c$  es insignificante,  $r_c/r_s < 10^{-6}$ . En aras de la simplicidad se ha de conservar la misma estructura de los grupos en las tablas posteriores. Se explicará la interpretación física de los resultados para cada grupo en los siguientes párrafos.

Vamos a discutir en primer lugar las galaxias del grupo GA. Este grupo está formado por galaxias con valores ajustados razonables para los parámetros BDM  $r_c, r_s$ , y  $\rho_0$ , y se compone de las galaxias D 154, N 2841, N 3031, N 3621, N 4736, N 6946, y N 7793. En las galaxias N 3031, N 4736 y N 6946 un bulbo está presente y se obtiene un mejor ajuste, pero la reducción en el valor de la  $\chi^2$  es casi insignificante. Por otro lado, el bulbo en N 3031 se sobreestima en el modelo de masa dieta-Salpeter y el ajuste es peor que cuando se analiza sin el bulbo.

Para las galaxias de GA se obtienen valores de  $r_c \leq 200$  pc, en promedio  $r_s \sim 4$  kpc en el análisis del disco mínimo, con excepción de D 154 que tiene un núcleo más grande,  $r_c = 1.35$  kpc. Por otra parte, la media del radio de escala para el perfil NFW es un poco más grande,  $r_s \sim 6$  kpc. En las Tablas 4-2, 4-3, y 4-4 se muestran los ajustes para los perfiles BDM y NFW con los tres modelos de masa mencionados anteriormente. Vemos que el radio del core  $r_c$  disminuye, cuando más componentes masivos se están tomando en cuenta. La razón de esto es que  $r_c$ , la masa del disco estelar y del bulbo son parámetros degenerados, y esto sucede cuando más cuando el disco estelar tiene un comportamiento más dominante cerca del centro de la galaxia, lo que impide tener una mejor precisión en el valor de  $r_c$ .

En el Apéndice A.3.2 mostramos los ajustes para todos los perfiles de DM y modelos de masas. A partir de las curvas de probabilidades (e.g. Fig. (A-1)) vemos que el radio de core disminuye, e incluso  $r_c \rightarrow 0$  se torna un valor válido cuando más componentes se toman en cuenta. El motivo que esto ocurra es que  $r_c$  y  $\Upsilon_*$  son parámetros degenerados, y esto sucede más cuando el disco estelar tiene un comportamiento dominante cerca del centro de la galaxia, que nos impide tener una mejor precisión en el ajuste.

Nos damos cuenta de que para todas las galaxias GA el valor de la  $\chi^2$  de BDM es menor que el de NFW. El parámetro adicional ( $r_c$ ) en BDM, sin embargo, hace que el parámetro  $\chi_{\text{red}}^2$  sea equivalentes para ambos perfiles. Los  $\chi_{\text{red}}^2$  en el perfil BDM tiende al valor obtenido con el perfil NFW cuando  $r_c \rightarrow 0$  tal como se explica en la Sec. 4.3.3. Cuando el valor de  $r_c \geq 40$  pc, BDM claramente ajusta mejor que NFW, y que los otros dos perfiles aplanados, cf. Tablas 4-2, A-5 y A-6 para los modelos de masa min.d. Los perfiles Burkert e ISO tienen dificultades al ajustar un par de galaxias (N 4736, N 3621) obteniendo una  $\chi_{\text{red}}^2 > 5$ , mientras que BDM y NFW ajustan con una  $\chi_{\text{red}}^2 \leq 2$ . Para la galaxia D 154 todos los perfiles aplanados ajustan igual de bien en todos los modelos de masas, ya que tienen un  $\chi_{\text{red}}^2 \leq 1$ , lo que significa que el ajuste está dentro de la incertidumbre de las observaciones. Para las galaxias N 3031 y N 7793 ninguno de los perfiles de DM proporcionan un buen ajuste, siendo BDM el mejor perfil para ambas galaxias con un  $\chi_{\text{red}}^2 > 3$  en cada uno de los modelos de masas. Un valor tan grande de  $\chi_{\text{red}}^2$  es ocasionada por la caída de la velocidad poco frecuente en la curva de rotación a radios grandes en estas galaxias.

Pasamos al análisis de los intervalos de confianza de  $r_c$  y  $\rho_0$  obtenidos con el perfil BDM derivados de los diferentes modelos de masa para este conjunto de galaxias, y que se muestra en la Fig. (A-1). A partir de esta información se obtiene que el promedio del radio de la región central  $r_c \simeq 40$  pc que corresponde a una energía  $E_c^{\text{gal}} \simeq 0.22$  eV para el modelo de masa min.d, donde hemos tomado una distribution log-normal. De nuevo hacemos énfasis en que los modelos de min.d y min.d+g no describen sistemas galácticos realistas ya que no se toman en cuenta la contribución de las estrellas. Hay que hacer notar que la energía  $E_c^{\text{gal}}$  tiene una menor dispersión que  $r_c$  o  $r_s$  y esto apoya la hipótesis de que  $E_c^{\text{gal}}$  es un parámetro fundamental. Esto indica la importancia del parámetro de energía en el modelo de BDM. Las gráficas de los contornos de probabilidad también revelan cómo el valor de  $r_c$  aumenta gracias a la contribución del gas (c.f. min.d vs. min.d+g), pero por el contrario, los discos estelares no dejan evidencia clara del core en las galaxias ya que  $r_c \rightarrow 0$ , por ejemplo, las galaxias N 3031, N 3621 y N 6946 en el modelo de masa de Kroupa son consistentes con un valor de  $r_c$  nulo en un intervalo de confianza de  $1\sigma$ . También se observa que aun cuando el valor de  $r_c$  es diferente para cada modelo de masa, éste se encuentra dentro de los niveles de confianza obtenidos a partir de los otros modelos de masa para la misma galaxia. Por ejemplo, en la galaxia N 3621 el valor central de  $r_c < 60$  pc

para min.d y min.d+g, aunque los niveles de confianza siguen siendo equivalentes con un core nulo. Por otro lado, cuando se consideran las estrellas con el IMF de Kroupa el valor central es  $r_c \rightarrow 0$ , pero los intervalos de confianza muestran que se pueden tomar valores de hasta 30 pc. Esto, por otro lado, significa que la cantidad de datos en esta galaxia no es lo suficientemente buena para discernir claramente entre un perfil aplanado o cuspy. Se obtiene  $r_c = r_s$  para la galaxia N 4736 (en el modelo de masa Kroupa), y el valor de  $r_c$  esta fuertemente restringido como lo muestran las curvas de contorno.

Ahora vamos a analizar el Grupo B (GB) el cual se compone de las galaxias IC 2574, N 2366, N 2903, N 2976, N 3198, N 3521 y N 925. Estas galaxias prefieren valores de  $r_c \simeq r_s$ , que convierte al perfil BDM en una función del tipo,  $\rho \propto (r_c + r)^{-3}$ . El valor de  $r_c$  para las galaxias IC 2574, N 2976, y N 925 es del orden de la observación más externa de la galaxias lo que implica que la densidad del halo de DM es constante a cualquier radio. Las galaxias de GB que cuentan con un bulbo son N 2903 y N 3198. La galaxia N 3198 presenta un “enrojecimiento” en la región más interna que pudiera indicar la presencia de una componente extra (e.g. un bulbo), por lo tanto llevamos a cabo los ajustes con y sin bulbo para esta galaxia. El bulbo en ambas galaxias sobreestima la velocidad de rotación, lo que indica que es probable que sea dinámicamente menos importante que lo sugerido por los modelos de masas. Los ajustes para las galaxias GB están en las Tablas 4-2, 4-3, 4-4, y A-1, y las curvas de rotación se encuentran en el Apéndice A.3.3.

Cabe destacar que para este conjunto de galaxias el perfil BDM ajusta mucho mejor que NFW, ya que el ajuste del primero ajusta con una  $\chi_{\text{red}}^2$  menor. De hecho, los perfiles de Burkert e ISO también ajustan mejor que NFW, lo que implica que las galaxias GB pueden contener una región central constante. El perfil de BDM ajusta mejor o igual de bien que los otros dos perfiles aplanados en todos los escenarios analizados. Los perfiles BDM y Burkert son ligeramente mejores que el perfil ISO cuando hacemos el análisis suponiendo min.d y min.d+g. En los otros casos, para los modelos de masa diet-Salpeter y Kroupa se obtienen valores equivalentes de  $\chi_{\text{red}}^2$  para los ajustes de los perfiles BDM e ISO los cuales son un poco mejor que los del perfil Burkert.

Las gráficas de los contornos de probabilidad ( $1\sigma$  y  $2\sigma$ ) de  $r_c$  y  $\rho_0$  para las galaxias GB se muestran en la Fig. (A-2). Se observa que cuando más componentes son incluidas en el

análisis la gráfica de los contornos se amplían. El perfil BDM ajusta sistemáticamente valores de  $r_c \simeq r_s$  para todos los modelos de masas, con un valor promedio de  $r_c$  de 6 y 5 kpc para min.d y min.d+g, respectivamente, de aquí la clasificación de las galaxias en los distintos casos considerados. Hay una excepción cuando se consideran los modelos de masas diet-Salpeter y Kroupa para las galaxias IC 2574, N 2903 y N 3521 para los cuales  $r_c \neq r_s$ , como se ve en la Tabla 4-4 and A-1.

En general, los ajustes de las curvas de rotación prefieren perfiles aplanados en el centro en lugar de perfiles del tipo NFW, pero para este grupo de galaxias se encontró que  $r_c \simeq r_s$ , que define un perfil aplanado particular que se menciona anteriormente. Para entender con más detalle la estimación de estos parámetros para estas galaxias se realizó un análisis de la región interno de las galaxias, ver Sec. 4.5. Las galaxias IC 2574, N 2976 y N 925 se caracterizan por tener una curva de rotación con una pendiente positiva constante a cualquier radio, ver Figs. A-4. Es importante destacar que para estas galaxias los diferentes resultados obtenidos a partir de los análisis del perfil BDM y de la región interior tienen buena concordancia. En primer lugar, el ajuste del perfil BDM da como resultado  $r_c \simeq r_s$  que es del orden de la distancia máxima observada de la galaxias. Entonces, para el perfil interior  $\rho_{in}$  se obtiene valores  $r_s/r_c \geq 10^2$  en la mayoría de los casos. Finalmente, se obtiene una pendientes  $\alpha \leq 0.9$  para estas galaxias al ajustar el perfil  $\rho_\alpha = \rho_0 r^{-\alpha}$  tomando en cuenta todas las observaciones, véase la Tabla 4-6. Los diferentes resultados obtenidos a partir de los diferentes análisis implican que el halo de densidad de DM de estas galaxias es constante hasta el radio máximo observado. Esto indica claramente que los halos de DM necesitan perfiles aplanados para la correcta descripción de estas galaxias.

Los contornos de los intervalos de confianza ( $1\sigma$  y  $2\sigma$ ) de  $r_c$  y  $\rho_c$  se muestran en la Fig. (A-5). A partir del análisis interno observamos que el valor del radio de core se reduce, por ejemplo, el promedio de  $r_c = 2.2$  kpc,  $r_c = 3.5$  kpc para min.d y min.d+g, respectivamente. Con una energía de  $E_c^{\text{gal}} \sim 0.06$  eV en ambos casos, suponiendo una distribución log-normal en nuestra muestra. Se hace notar que, dado que las estrellas son difíciles de modelar, para los modelos de masa de diet-Salpeter y Kroupa los intervalos de confianza aumentan hasta un orden de magnitud para el valor de  $r_c$ .

El último y el más pequeño es el grupo C (GC), compuesto de las galaxias N 2403, N 5055

y N 7331. En estas galaxias está presente un bulbo en su estructura estelar, sin embargo, su contribución no es suficiente para explicar adecuadamente las curvas de rotación. Esta es probablemente una indicación de que el bulbo ha sido dinámicamente subestimado en los cálculos, según lo sugerido por los modelos diet-Salpeter o Kroupa, con excepción de la galaxia N 2403 que tiene una buena ajuste tomando en cuenta el modelo de diet-Salpeter. En el mejor ajuste para estas galaxias se obtienen valores tal que  $r_c/r_s < 10^{-6}$ , c.f. Table 4-2. El reducido número de datos cerca del centro galáctico nos impide concluir si estas galaxias cuentan con una región central constante o un perfil cuspy. El ajuste de los perfiles ISO y Burkert es muy pobre, mientras que el mejor ajuste del perfil BDM se obtiene  $r_c \rightarrow 0$ , por lo tanto, el perfil BDM es equivalente al perfil NFW y ambos tienen ajustes equivalentes. Sus valores se muestran en la Tabla 4-2 para el modelo de disco mínimo. Las curvas de rotación y los contornos de los intervalos de confianza de  $r_c$  y  $\rho_0$  se muestran en el Apéndice A.3 en la Fig. (A-3). Se concluye que los perfiles NFW/BDM ajustan mejor que los perfiles Burkert e ISO.

Todos los modelos de masas son consistentes con un a región central constante (core) inexistente, excepto para el análisis de la diet-Salpeter donde el core toma valores de  $r_c > r_s$  pero que no tiene ninguna interpretación física en nuestro modelo e indica una sobreestimación del disco estelar. Las galaxias N 2403 y N 5055 tienen pocos datos observacionales cerca del centro, por lo que decidieron llevar a cabo un análisis interno que se describe en la sección 4.5. Calculamos los contornos de los intervalos de confianza de  $r_c$  y  $\rho_c$ , ver Fig. (A-3). Se obtiene  $0 \leq r_c \leq 50$  pc como un intervalo plausible que se ajusta a las observaciones dentro del  $2\sigma$ . Aunque se prefiere un perfil cuspy para estas galaxias, para dar un conclusión más decisiva se necesitarían más datos cerca del centro en estas galaxias.

En resumen, hemos visto que en GA y GB los perfiles aplanados ajustan mejor que el perfil cuspy NFW. Para el perfil BDM se ajustan mejor los valores para  $r_c \neq 0$  y se ajustan igualmente bien o mejor que los otros dos perfiles aplanados. En los casos en que  $r_c$  es muy pequeño ( $r_c < 10^{-6}r_s$ ) se necesita un mayor número de datos observacionales cerca del centro de la galaxia con el fin de distinguir claramente entre los perfiles cuspy y aplanados. Los perfiles BDM, Burkert e ISO tienen buenos ajustes para las galaxias GB, donde NFW sobre-predice la velocidad en las regiones internas de las galaxias, o ajusta con valores no físicos para  $r_s > \mathcal{O}(10^4)$  o  $\rho_0 < \mathcal{O}(10^2)M_\odot/\text{kpc}^3$ . En las galaxias GC los perfiles de Burkert e ISO no tienen un buen

ajuste, y el ajuste del perfil de BDM requiere un core muy pequeño ( $r_c < 10^{-6}r_s$ ), sin embargo el número de datos cercanos al centro de la galaxia es pobre y no da suficiente información a cerca de  $r_c$ . Tomando en cuenta estos resultados, el perfil BDM es indistinguible del perfil NFW. Por lo tanto, BDM-NFW tiene un ajuste mucho mejor que los perfiles ISO y Burkert. Los contornos de los intervalos de confianza muestran coherencia entre los valores ajustados de  $r_c$  para los diferentes modelos de masas. Dada la mayor complejidad del perfil de BDM, a través de su transición entre CDM a HDM, se ha permitido una mejor explicación de las curvas de rotación de las diferentes galaxias.

El modelo de la masa  $\Upsilon_*$ -libre supone al cociente masa-luminosidad como un parámetro libre adicional al modelo, y el mejor ajuste para  $\Upsilon_*$  se obtiene del ajuste teórico con las observaciones. La masa del disco estelar está directamente relacionada con  $\Upsilon_*$  a partir de la ecuación Freeman, consulte Sec. 4.3.2. Los resultados cuando se analiza el perfil BDM en el modelo de masa  $\Upsilon_*$ -libre se presentan en la tabla A-4. Hay que hacer notar, a partir de las Tablas 4-1 y A-4, que los valores de la masa estelar en el modelo  $\Upsilon_*$ -libre concuerdan con las masas obtenidas a partir de las imágenes de la banda de  $3.6\mu m$  en combinación con argumentos de síntesis de población estelares, predichas por diet-Salpeter como la máxima contribución del disco estelar, sin embargo, en el escenario del modelo diet-Salpeter se sobreestima la velocidad de rotación de la mayoría de las galaxias y por lo tanto es menos realista que el escenario de Kroupa.

## Análisis Interno

En esta sección se presenta la metodología del estudio de la región interna de las galaxias. Se hace el análisis de las galaxias en el que encontramos un ajuste de  $r_c \simeq r_s$ , es decir, en el Grupo B. Estas galaxias tienen un gran número de datos observacionales en la región exterior y por lo tanto el perfil de de DM se ajuste en base a estas observaciones. Sin embargo, la estimación de los parámetros del perfil de DM ajustan mal en la región interna de estas galaxias y entonces se pierde información a cerca del core. Veremos que si usamos sólo la región interna de la galaxia tenemos un mejor ajuste.

Para extraer información de la región central de la galaxia, determinar el radio del core y la densidad central con una pendiente interior se examinan los datos de región de central con dos escenarios diferentes:

i) La primera uno tomando el límite  $r \ll r_s$  en el perfil BDM que resulta ser

$$\rho_{in} = \frac{2\rho_c}{\left(1 + \frac{r}{r_c}\right)}; \quad (4-25)$$

ii) El segundo es con el ansatz

$$\rho_\alpha = \rho_0 r^{-\alpha}, \quad (4-26)$$

donde  $\alpha$  es la pendiente (constante). Ambos enfoques se relacionan mediante la Eq. (4-18). Si la pendiente toma valores  $\alpha \leq 1/2$  que implica que uno se encuentra en la región en la que  $r < r_c$ , por lo tanto, estamos analizando la influencia del core en la dinámica interna de la galaxia.

En el caso (i), la Eq.(4-25), cuando el perfil de BDM se aproxima como  $\rho_{in}$ , tomamos los puntos observacionales que cumplen con  $r \leq \text{Minimo}(r_c, r_s)$  y se determinan los parámetros  $r_c$ ,  $\rho_c$ , y su correspondiente chi-cuadrado,  $\chi_{inn}^2$ . Los valores obtenidos con este método se muestran en la Tabla 4-5 y A-2. Los  $\chi_t^2$  se calcula utilizando sólo las observaciones interiores pero con los valores de  $r_c$  y  $\rho_c$  obtenidos con el ajuste que considera el conjunto de observaciones completos. Se observa que  $\chi_{inn}^2$  es mucho menor que  $\chi_t^2$  en la mayoría de los casos.

Se presentan los galaxias GB que fueron analizadas cuando se considera al halo de DM el único componente utilizando la aproximación para el perfil BDM  $\rho_{in}$  con datos hasta un radio  $r < \text{Minimum}(r_c, r_s)$ , ver Fig. (A-4). A partir de esta primera aproximación se restringe el valor de la escala del core  $r_c$  y la densidad central  $\rho_c$ . Los valores ajustados se presentan en la Tabla 4-5 y los contornos de los intervalos de confianza entre  $\rho_c$  y  $r_c$  en la Fig. A-5.

En el caso (ii), la Eq.(4-26), se analizan las curvas de rotación con  $\rho_\alpha$  y se ajustan los parámetros libres  $\alpha$  y  $\rho_0$  utilizando el mismo conjunto de datos que se describen en el caso (i). Los valores obtenidos para  $\alpha$  tienen buena concordancia, cf. Eq. (4-18), con el valor correspondiente de  $r_c$  en el caso i), véase la Tabla 4-6. Para la mayoría de las galaxias se obtienen valores en el intervalo  $y \leq 1.08$ , que implica un comportamiento central de densidad constante (core). Para galaxias N 2976 y N 3198 obtenemos  $y \sim 5.67$  que significa que sus datos internos corresponden a distancias más allá de la región del core, tal que  $r_c < r < r_s$ , que pueden ser aún un valor aceptado para el análisis del core ya que incluyen la región del core y el de la transición entre  $r_c$  y  $r_s$ . Teniendo en cuenta estos resultados, podemos confiar en los valores de  $r_c$  obtenidos a partir del análisis  $\rho_{in}$  en el caso i), ya que se confirma que el conjunto de datos observacionales

utilizados para el análisis interno describe correctamente la región central de densidad constante de la galaxia.

Es interesante notar que se puede obtener el valor de  $r_c$  a partir del valor de  $\alpha$ . Hemos desarrollado un enfoque diferente con el fin de calcular el radio del core a partir del valor de la pendiente. La constante  $\alpha$  obtenida a partir del ajuste con  $\rho_\alpha$  es un valor promedio de la pendiente como función del radio  $\alpha(r)$ , Eq. (4-18), en el intervalo de  $r_{min}$  a  $r_{max}$ , donde  $r_{min}$  es la primera observación y  $r_{max}$  es el radio máximo hasta donde se hace el análisis interno. El valor promedio de  $\alpha$  está dado por

$$\alpha = \frac{1}{r_{max} - r_{min}} \int_{r_{min}}^{r_{max}} \frac{r}{r_c + r} dr = 1 + \frac{r_c}{r_{max} - r_{min}} \ln \left[ \frac{r_c + r_{min}}{r_c + r_{max}} \right]. \quad (4-27)$$

Se puede resolver numéricamente la ecuación anterior con el fin de obtener el valor de  $r_c$ . Los valores obtenidos a partir de este método se muestran en la Tabla 4-6, en la que se puede ver que el radio del núcleo concuerda en el orden de magnitud con los que se obtuvieron a partir del análisis de  $\rho_{in}$  para la mayoría de los galaxias.

#### 4.5.1. Energía de la transición de fase $E_c^{gal}$

En la región interna de las galaxias, para  $r \ll r_s$ , los parámetros relevantes son  $\rho_0$  y  $r_c$  y se presentan sus contornos de probabilidad de  $1\sigma$  y  $2\sigma$  para los diferentes modelos de masas en las Figuras A-1, A-2, A-3, y A-5. Usando el ajuste de las curvas de rotación para las diecisiete galaxias utilizando el perfil BDM, la Eq. (4-14) presentada en la Sec.4.5 se determinan las propiedades de los halos de DM a través de sus tres parámetros libres ( $r_c$ ,  $r_s$ , y  $\rho_0$ ) y se restringe el valor de la energía  $E_c^{gal}$ , en la cual las partículas BDM adquiriera masa a partir de fenómenos no-perturbativa y pasan de tener un comportamiento tipo CDM a otro HDM, como se explica en la Sec. 4.3.3. Se calcula el valor máximo, mínimo y el valor central de  $E_c^{gal}$  y  $r_c$  para los cuatro modelos de masa; se presentan los resultados en la Tabla 4-8. Los valores de la escala del core  $r_c$ , la densidad de energía central  $\rho_c$  y la energía de transición  $E_c^{gal} = \rho_c^{1/4}$ , tal como se define en la Sec.4.3.3, se muestran en las Tablas 4-7 y A-3 y se grafica  $E_c$  vs  $r_c$  en la Fig.4-1 para los diferentes modelos de masas y las galaxias GA y GB, donde ya se toma en cuenta el análisis de la región interna de la Sec.4.5) y sus contornos de probabilidad ( $1\sigma$  y  $2\sigma$ ) correspondientes.

Los círculos y diamantes representan las galaxias de GA y G.B., respectivamente. Utilizamos una distribución log-normal para  $E_c^{\text{gal}}, r_c$  ya que estas cantidades son restringidas en el intervalo  $(0, \infty)$  y los valores  $1\sigma, 2\sigma$  representan  $A \times 10^{\pm\sigma}$  la desviación estándar respecto al valor central siendo  $A = E_c^{\text{gal}}$  o  $A = r_c$  según sea el caso.

El promedio del radio del core  $r_c$  y la energía de la transición entre HDM y CDM,  $E_c^{\text{gal}}$ , depende de la elección de modelos de masa utilizado. De las Figs (A-6 - A-22) vemos que la contribución del gas es muy pequeña o insignificante a radios pequeños, sin embargo Kroupa, y aún más con diet-Salpeter, se tiene una contribución considerable de masa a radio pequeños  $\mathcal{O}(0.1 - 1 \text{ kpc})$ , por lo tanto la contribución requerida de DM en este rango serían menor que para min.d o min.d+g. Por lo tanto, no es sorprendente que la extracción de las propiedades de cualquier perfil de DM para radios pequeños en los modelos de masa de Kroupa o dieta-Salpeter da una menor restricción para  $r_c$ , es decir, la desviación estándar es más grande.

Para galaxias y modelos de masas donde el valor central de  $r_c$  tiende a cero, la densidad de energía  $\rho_c$  o  $E_c^{\text{gal}}$  no se puede calcular porque la cantidad es indeterminada como se ve en la Eq.(4-16). En estos casos mostramos un espacio en blanco (i.e. " - ") en las Tablas 4-7 y A-3. A pesar que en estos casos el valor central de  $r_c < r_s 10^{-6}$  los datos observacionales son coherentes con un valor diferente de cero en  $1\sigma$ . Se necesitan más datos y una mejor comprensión acerca de la distribución de las estrellas en estas galaxias para poder responder el problema core/cusp.

Los valores promedio de  $r_c$  y  $E_c^{\text{gal}}$  las desviaciones estándar  $\sigma$  se presentan para los diferentes modelos de masas en la Tabla 4-8. Para el escenario de Kroupa se obtiene

$$E_c^{\text{gal}} = 0.06 \times 10^{\pm 0.33} \text{ eV} = 0.06_{-0.03}^{+0.07} \text{ eV}; \quad r_c = 1.48 \times 10^{\pm 0.97} \text{ kpc}, \quad (4-28)$$

es decir,  $0.2 \text{ kpc} < r_c < 13 \text{ kpc}$ . Donde hemos tomado en cuenta todas las galaxias a las que pudimos hacer el análisis interno.

Las gráficas de  $E_c^{\text{gal}}$  vs  $r_c$  para los diferentes modelos de masas se muestran en la Fig 4-1. Se hace notar que cuando se consideran más componentes, los intervalos de confianza  $1\sigma$  y  $2\sigma$  para  $r_c$  se hacen más grandes y la transición de energía  $E_c^{\text{gal}}$  disminuye, pero todos los resultados son coherentes dentro de  $1$  y  $2\sigma$  como se observa en la Table4-8.

### 4.5.2. Perfil BDM-Fijo

Ahora, somos capaces de extraer más información del modelo BDM. Este predice que la escala de transición  $E_c^{\text{gal}}$  es una constante universal que depende de la naturaleza de la interacción de las partículas de DM [46] y, como se explica en la Sec.4.3.3, es independiente de las características de las galaxias. Por lo tanto, debe ser la misma para todas las galaxias. Sin embargo, la determinación en el valor de  $E_c^{\text{gal}}$  depende de la calidad de los datos, el modelo de masa y también en la elección del perfil del halo de DM.

El perfil BDM tiene tres parámetros  $r_s, r_c$  and  $\rho_c = E_c^4$ . En Sec.4.5.1 se presentó el análisis y las conclusiones del ajuste de las curvas de rotación con el perfil BDM. Ahora se procede de la siguiente manera: se calcula el valor promedio de  $E_c^{\text{gal}}$  para cada uno de los diferentes modelos de masa, luego se toma este promedio y procedemos a volver a analizar las curvas de rotación para el perfil de BDM, pero con sólo dos parámetros libres, es decir, se fija el valor de  $\rho_c$  -en la Eq.(4-15)- y tomamos  $r_c$  y  $r_s$  como parámetros libres. A continuación se presenta los resultados y conclusiones de este análisis.

Los resultados se muestran en las Tablas 4-2 - 4-3, y 4-4 para cada modelo de masas, y en la Tabla 4-9 se muestran la estadística de los parámetros  $r_s$  y  $r_c$  para este análisis. Por lo general, encontramos que en la mayoría de las galaxias del perfil BDM-Fijo es mejor que NFW independientemente del modelo de masa utilizado. El perfil-BDM fijo tiene un menor  $\chi_{\text{red}}^2 \sim 1$  que NFW, por ejemplo, en las galaxias D 154, N 2366, N 3198. En algunos casos el ajuste de BDM es equivalente a la de NFW,  $\Delta\chi_{\text{red}}^2 < 1$ , por ejemplo, las galaxias N 4736, N 2841, N 6946. Otro resultado relevante es que la escala del core obtenida en el escenario min.d con el BDM-Fijo (460 pc) es del orden en la obtenida con el perfil de BDM (300 pc).

## MINIMUM DISK

Galaxias	BDM					NFW			Fixed-BDM $E_c^{\text{gal}} = 0.11$		
	$r_c/r_s$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
D154	0.37	$3.66^{+0.03}_{-0.03}$	$7.35^{+5.44}_{-5.44}$	$1.35^{+0.04}_{-0.04}$	0.38	$14.46^{+0.14}_{-0.14}$	$6.21^{+4.31}_{-4.3}$	1.48	$12.39^{+0.44}_{-0.44}$	$0.02^{+0.002}_{-0.002}$	1.17
N 2841	$10^{-5}$	$4.67^{+0.01}_{-0.01}$	$8.61^{+6.33}_{-6.11}$	$0.0001^{+0.01}_{-0.01}$	0.58	$4.67^{+0.01}_{-0.01}$	$8.61^{+6.33}_{-6.13}$	0.58	$2.59^{+0.02}_{-0.02}$	$1.87^{+0.005}_{-0.005}$	0.80
N3031	0.12	$1.55^{+0.003}_{-0.003}$	$9.38^{+7.}_{-7.01}$	$0.19^{+0.01}_{-0.01}$	4.24	$1.86^{+0.004}_{-0.004}$	$9.17^{+6.79}_{-6.79}$	4.20	$0.69^{+0.02}_{-0.02}$	$1.62^{+0.003}_{-0.003}$	4.21
G.A N 3621	0.01	$7.79^{+0.02}_{-0.02}$	$7.5^{+5.21}_{-5.22}$	$0.01^{+0.01}_{-0.01}$	2.04	$7.9^{+0.02}_{-0.02}$	$7.49^{+5.19}_{-5.21}$	2.02	$6.53^{+0.04}_{-0.04}$	$0.29^{+0.001}_{-0.001}$	2.38
N 4736	0.18	$0.27^{+0.001}_{-0.001}$	$10.71^{+8.61}_{-8.61}$	$0.05^{+0.01}_{-0.01}$	1.69	$0.33^{+0.001}_{-0.001}$	$10.47^{+8.36}_{-8.36}$	1.67	$0.02^{+0.001}_{-0.001}$	$1.06^{+0.003}_{-0.003}$	1.72
N 6946	0.02	$5.95^{+0.01}_{-0.01}$	$8.01^{+5.64}_{-5.64}$	$0.12^{+0.02}_{-0.01}$	1.37	$6.61^{+0.02}_{-0.02}$	$7.9^{+5.54}_{-5.54}$	1.38	$4.33^{+0.03}_{-0.03}$	$0.7^{+0.003}_{-0.003}$	1.42
N 7793	0.01	$7.21^{+0.05}_{-0.05}$	$7.41^{+5.39}_{-5.39}$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	3.69	$8.68^{+0.06}_{-0.06}$	$7.27^{+5.25}_{-5.25}$	3.75	$5.4^{+0.1}_{-0.1}$	$0.22^{+0.002}_{-0.002}$	3.80
IC2574	1	$17.27^{+0.17}_{-0.16}$	$7.^{+5.16}_{-1.24}$	$18.28^{+0.34}_{-0.38}$	0.43	$\sim 10^4$	$2.85^{+1.03}_{-1.01}$	6.17	$> 10^6$	$0.02^{+0.001}_{-0.001}$	5.49
N 2366	1	$2.25^{+0.00001}_{-0.00001}$	$7.96^{+6.52}_{-6.4}$	$2.25^{+0.001}_{-0.001}$	2.11	$18.62^{+0.48}_{-0.47}$	$6.15^{+4.65}_{-4.65}$	4.45	$11.68^{+1.03}_{-1.03}$	$0.03^{+0.001}_{-0.001}$	3.98
N 2903	1	$1.90^{+0.002}_{-0.003}$	$9.26^{+7.07}_{-7.00}$	$1.90^{+0.02}_{-0.02}$	1.72	$3.91^{+0.01}_{-0.01}$	$8.38^{+6.19}_{-6.12}$	2.36	$2.44^{+0.02}_{-0.02}$	$1.04^{+0.004}_{-0.004}$	1.75
G.B N 2976	1	$2.53^{+0.001}_{-0.001}$	$8.5^{+6.6}_{-6.85}$	$2.53^{+0.001}_{-0.001}$	0.69	$\sim 10^4$	$3.27^{+1.5}_{-1.5}$	2.86	$> 10^6$	$0.12^{+0.001}_{-0.001}$	1.23
N 3198	1	$3.76^{+0.01}_{-0.01}$	$8.41^{+6.18}_{-6.22}$	$3.76^{+0.06}_{-0.06}$	0.59	$9.02^{+0.03}_{-0.03}$	$7.39^{+5.16}_{-5.21}$	1.80	$7.85^{+0.05}_{-0.05}$	$0.25^{+0.001}_{-0.001}$	1.23
N 3521	1	$2.00^{+0.0001}_{-0.0001}$	$9.31^{+7.47}_{-7.08}$	$2.00^{+0.001}_{-0.001}$	1.37	$5.25^{+0.03}_{-0.03}$	$8.22^{+6.19}_{-6.19}$	7.17	$2.43^{+0.04}_{-0.04}$	$1.22^{+0.008}_{-0.008}$	2.72
N 925	1	$10.36^{+0.08}_{-0.08}$	$7.53^{+5.6}_{-5.65}$	$12.18^{+0.23}_{-0.23}$	0.31	$\sim 10^4$	$2.27^{+0.39}_{-0.39}$	1.46	$> 10^7$	$0.04^{+0.001}_{-0.001}$	1.32
N 2403	$< 10^{-6}$	$6.94^{+0.01}_{-0.01}$	$7.51^{+5.11}_{-5.11}$	$< 0.01$	0.79	$6.94^{+0.01}_{-0.01}$	$7.51^{+5.11}_{-5.11}$	0.79	$5.59^{+0.02}_{-0.02}$	$0.27^{+0.001}_{-0.001}$	1.24
G.C N 5055	$< 10^{-6}$	$4.03^{+0.01}_{-0.01}$	$8.38^{+6.05}_{-6.05}$	$< 0.01$	1.38	$4.03^{+0.01}_{-0.01}$	$8.38^{+6.05}_{-6.05}$	1.37	$2.27^{+0.02}_{-0.02}$	$1.13^{+0.004}_{-0.004}$	2.90
N 7331	$< 10^{-6}$	$3.56^{+0.01}_{-0.01}$	$8.67^{+6.5}_{-6.5}$	$< 0.01$	0.85	$3.56^{+0.01}_{-0.01}$	$8.67^{+6.5}_{-6.5}$	0.85	$1.83^{+0.02}_{-0.02}$	$1.58^{+0.006}_{-0.006}$	1.03

**Tabla 4-2:** Se presentan los resultados discutidos en la Sec. 4.5 para las perfiles BDM (Eq. (4-14)), con sus tres parámetros libres ( $r_c$ ,  $r_s$ , and  $\rho_0$ ) y NFW (Eq. (4-5)) con el modelo min.d. Además, en los últimos tres columnas, se presenta el resultado obtenido con el perfil fixed-BDM fijando el valor de  $E_c^{\text{gal}}$  en 0.11 eV, como se explica en la Sec. 4.5.2. En la columna (2) se muestra el cociente entre el radio de core  $r_c$  y la distancia  $r_s$ ; las galaxias se agrupan por de valor de este cociente. En las columnas (3-6) se presentan los resultados del ajustados para el perfil BDM. En (7-9) se muestran los resultados para NFW con el mismo modelo de masa. En (10-12) se muestran los resultados para el modelo de fixed-BDM. Todas las escalas de distancia como  $r_c$  y  $r_s$  están dadas en kpc. El logaritmo base 10 de las densidades  $\rho_0$  esta dado en unidades de  $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ . En (6,9,12) se muestra el valor de  $\chi^2$  normalizada con el número de datos menos el de parámetros libres.

## MINIMUM DISK + GAS

Galaxias	BDM					NFW			Fixed-BDM $E_c^{\text{gal}} = 0.08$		
	$r_c/r_s$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
D 154	0.138	$4.79^{+0.04}_{-0.04}$	$6.97^{+5.15}_{-5.15}$	$0.66^{+0.04}_{-0.04}$	0.28	$13.41^{+0.15}_{-0.15}$	$6.18^{+4.34}_{-4.35}$	1.00	$9.35^{+0.332}_{-0.332}$	$0.08^{+0.001}_{-0.001}$	0.52
N 2841	0	$4.47^{+0.01}_{-0.01}$	$8.65^{+6.25}_{-6.24}$	$0.00^{+0.01}$	0.50	$4.47^{+0.01}_{-0.01}$	$8.65^{+6.25}_{-6.24}$	0.5	$3.61^{+0.046}_{-0.046}$	$3.76^{+0.014}_{-0.014}$	6.44
N 3031	1	$0.88^{+0.002}_{-0.002}$	$10.06^{+7.69}_{-7.68}$	$0.91^{+0.01}_{-0.01}$	4.5	$1.73^{+0.003}_{-0.003}$	$9.23^{+6.85}_{-6.85}$	4.48	$0.53^{+0.016}_{-0.016}$	$2.96^{+0.009}_{-0.009}$	4.89
G.A N 3621	0.01	$6.22^{+0.02}_{-0.02}$	$7.66^{+5.4}_{-5.4}$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	1.61	$6.58^{+0.02}_{-0.02}$	$7.60^{+5.34}_{-5.34}$	1.64	$2.88^{+0.026}_{-0.026}$	$1.41^{+0.009}_{-0.009}$	2.87
N 4736	4	$0.10^{+0.0003}_{-0.0003}$	$12.02^{+9.91}_{-9.92}$	$0.4^{+0.009}_{-0.005}$	1.7	$0.04^{+0.0001}_{-0.0001}$	$12.79^{+10.86}_{-10.52}$	14.59	< 0.01	$1.74^{+0.006}_{-0.006}$	1.99
N 6946	0.028	$5.41^{+0.01}_{-0.01}$	$8.08^{+5.73}_{-5.72}$	$0.15^{+0.01}_{-0.01}$	1.32	$5.78^{+0.02}_{-0.01}$	$8.00^{+5.69}_{-5.61}$	1.36	$1.17^{+0.018}_{-0.018}$	$2.45^{+0.007}_{-0.007}$	4.93
N 7793	0.009	$6.24^{+0.04}_{-0.05}$	$7.48^{+5.48}_{-5.47}$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	3.37	$7.41^{+0.05}_{-0.05}$	$7.35^{+5.34}_{-5.34}$	3.44	$2.4^{+0.065}_{-0.065}$	$1.03^{+0.008}_{-0.008}$	4.09
IC2574	1	$13.57^{+0.28}_{-0.13}$	$6.93^{+5.21}_{-5.18}$	$13.57^{+0.26}_{-0.29}$	0.39	$\sim 10^7$	$0.08^{+-2.07}_{-1.27}$	1.42	> $10^6$	$0.05^{+0.001}_{-0.001}$	3.03
N 2366	1	$1.99^{+0.13}_{-0.14}$	$7.93^{+6.6}_{-6.47}$	$1.99^{+0.13}_{-0.12}$	1.76	$14.77^{+0.5}_{-0.49}$	$6.14^{+4.78}_{-4.77}$	3.24	$5.9^{+0.457}_{-0.457}$	$0.12^{+0.005}_{-0.005}$	2.51
N 2903	1	$1.80^{+0.01}_{-0.01}$	$9.30^{+6.82}_{-7.34}$	$1.80^{+0.01}_{-0.01}$	1.63	$3.66^{+0.01}_{-0.01}$	$8.43^{+6.22}_{-6.2}$	2.40	$0.74^{+0.025}_{-0.025}$	$2.7^{+0.009}_{-0.009}$	3.89
G.B N 2976	0.5	$3.01^{+0.03}_{-0.04}$	$8.24^{+6.5}_{-6.49}$	$1.62^{+0.04}_{-0.05}$	0.88	$4.97^{+0.07}_{-0.07}$	$7.43^{+6.08}_{-5.28}$	6.60	$5.34^{+0.765}_{-0.765}$	$0.75^{+0.016}_{-0.016}$	0.86
N 3198	1	$3.29^{+0.01}_{-0.01}$	$8.49^{+6.54}_{-6.03}$	$3.29^{+0.01}_{-0.01}$	0.7	$7.66^{+0.02}_{-0.02}$	$7.50^{+5.3}_{-5.31}$	2.12	$3.36^{+0.028}_{-0.028}$	$1.41^{+0.008}_{-0.008}$	1.96
N 3521	1.5	$1.62^{+0.01}_{-0.01}$	$9.54^{+7.52}_{-7.52}$	$2.40^{+0.06}_{-0.05}$	2.97	$2.03^{+0.02}_{-0.01}$	$9.02^{+6.61}_{-7.38}$	15.15	$1.61^{+0.068}_{-0.068}$	$2.87^{+0.011}_{-0.011}$	2.98
N 925	1	$9.59^{+0.07}_{-0.07}$	$7.48^{+5.64}_{-5.63}$	$9.59^{+0.19}_{-0.2}$	0.48	$4.64^{+0.04}_{-0.04}$	$7.46^{+5.72}_{-5.57}$	13.63	> $10^7$	$0.14^{+0.001}_{-0.001}$	1.20
N 2403	< $10^{-6}$	$6.26^{+0.01}_{-0.01}$	$7.57^{+5.2}_{-5.19}$	< 0.01	0.85	$6.26^{+0.01}_{-0.01}$	$7.57^{+5.2}_{-5.19}$	0.84	$2.03^{+0.016}_{-0.016}$	$1.42^{+0.002}_{-0.002}$	2.79
G.C N 5055	< $10^{-6}$	$3.76^{+0.01}_{-0.01}$	$8.43^{+6.11}_{-6.11}$	< 0.002	1.26	$3.76^{+0.01}_{-0.01}$	$8.43^{+6.11}_{-6.11}$	1.25	$1.05^{+0.022}_{-0.022}$	$2.73^{+0.001}_{-0.001}$	2.84
N 7331	< $10^{-6}$	$3.11^{+0.01}_{-0.01}$	$8.78^{+6.64}_{-6.62}$	< 0.01	0.68	$3.11^{+0.01}_{-0.01}$	$8.78^{+6.64}_{-6.62}$	0.67	$5.58^{+0.072}_{-0.072}$	$2.41^{+0.009}_{-0.009}$	13.8

**Tabla 4-3:** Aquí presentamos los valores obtenidos del ajuste para el modelo de disco mínimo + gas tomando el conjunto completo de observaciones (como se describe en la Sec. 4.5) y considerando los perfiles de densidad  $\rho_{bdm}$  y  $\rho_{nfw}$ , columnas (2-6) y (7-9) respectivamente. Las columnas (10-12) presentan los valores ajustados cuando el valor de la energía se fija en  $E_c^{\text{gal}} = 0.08$  eV, cf.4.5. Las unidades y la clasificación de galaxias son como se muestran en la Tabla 4-2.

KROUPA

Galaxias	BDM					NFW			Fixed-BDM $E_c^{\text{gal}} = 0.06$		
	$r_c/r_s$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
D 154	0.23	$4.37^{+0.04}_{-0.04}$	$7.08^{+5.27}_{-5.26}$	$0.99^{+0.05}_{-0.05}$	0.28	$15.14^{+0.17}_{-0.18}$	$6.1^{+4.28}_{-4.28}$	1.06	$7.3^{+0.25}_{-0.25}$	$0.31^{+0.}_{-0.}$	0.35
N 2841	$< 10^{-6}$	$6.67^{+0.02}_{-0.02}$	$8.18^{+5.89}_{-5.89}$	$< 0.01$	1.3	$6.67^{+0.02}_{-0.02}$	$8.18^{+5.89}_{-5.89}$	1.29	$3.16^{+0.11}_{-0.11}$	$5.97^{+0.02}_{-0.02}$	1.21
N 3031	$< 10^{-6}$	$8.35^{+0.06}_{-0.06}$	$7.48^{+5.56}_{-5.55}$	$< 0.03$	5.01	$8.35^{+0.06}_{-0.06}$	$7.48^{+5.56}_{-5.55}$	4.96	$3.09^{+0.21}_{-0.21}$	$3.2^{+0.02}_{-0.02}$	5.02
G.A N 3621	$< 10^{-6}$	$17.1^{+0.08}_{-0.08}$	$6.72^{+4.6}_{-4.6}$	$< 0.01$	1.46	$17.1^{+0.08}_{-0.08}$	$6.72^{+4.6}_{-4.6}$	1.45	$20.3^{+0.27}_{-0.27}$	$0.90^{+0.01}_{-0.01}$	1.72
N 4736	1.05	$0.13^{+0.02}_{-0.01}$	$11.19^{+9.49}_{-9.49}$	$0.14^{+0.02}_{-0.01}$	1.34	$0.23^{+0.02}_{-0.02}$	$10.44^{+8.74}_{-8.74}$	1.34	$< 0.01$	$1.90^{+0.02}_{-0.02}$	1.65
N 6946	0.03	$35.13^{+0.24}_{-0.27}$	$6.49^{+4.49}_{-4.49}$	$1.17^{+0.07}_{-0.07}$	1.13	$96.74^{+0.84}_{-0.85}$	$5.87^{+3.87}_{-3.87}$	1.21	$31.3^{+0.98}_{-0.98}$	$1.20^{+0.01}_{-0.01}$	1.13
N 7793	$< 10^{-6}$	$8.62^{+0.08}_{-0.08}$	$7.15^{+5.26}_{-5.25}$	$< 0.01$	4.13	$8.62^{+0.08}_{-0.08}$	$7.15^{+5.26}_{-5.25}$	4.07	$40.9^{+8.20}_{-8.20}$	$0.65^{+0.02}_{-0.02}$	31.1
IC2574	0.32	$48.39^{+0.88}_{-0.89}$	$6.14^{+4.5}_{-4.51}$	$15.61^{+0.49}_{-0.46}$	0.75	$> 10^6$	$0.1^{+1.62}_{-1.46}$	2.4	$23.0^{+1.20}_{-1.20}$	$< 0.01$	-
N 2366	1	$2.03^{+0.30}_{-0.30}$	$7.87^{+5.90}_{-5.90}$	$2.03^{+0.2}_{-0.2}$	1.71	$15.5^{+1.1}_{-1.1}$	$6.07^{+4.81}_{-4.81}$	3	$9.02^{+0.80}_{-0.80}$	$0.28^{+0.01}_{-0.01}$	2.22
N 2903	1	$2.34^{+0.18}_{-0.15}$	$9.02^{+6.97}_{-6.7}$	$2.35^{+0.03}_{-0.03}$	2.13	$4.92^{+0.02}_{-0.02}$	$8.12^{+5.94}_{-5.94}$	3.43	$1.67^{+0.07}_{-0.07}$	$4.36^{+0.01}_{-0.01}$	2.67
G.B N 2976	0.8	$40.2^{+2.10}_{-2.10}$	$7.61^{+5.80}_{-5.71}$	$29.9^{+2.10}_{-2.10}$	1.28	$> 10^5$	$< 2$	6.31	$> 10^5$	$4.28^{+0.31}_{-0.36}$	4.33
N 3198	0.9	$8.28^{+0.03}_{-0.03}$	$7.58^{+5.53}_{-5.53}$	$8.27^{+0.18}_{-0.17}$	3.51	$24.2^{+0.13}_{-0.13}$	$6.42^{+4.37}_{-4.37}$	4.99	$17.2^{+0.21}_{-0.21}$	$0.93^{+0.01}_{-0.01}$	4.1
N 3521	0.06	$128^{+5.21}_{-5.67}$	$5.65^{+4.44}_{-4.36}$	$7.58^{+1.09}_{-0.98}$	5.74	$> 10^6$	$1.01^{+0.24}_{-0.24}$	9.26	$> 10^7$	$0.29^{+0.01}_{-0.01}$	9.01
N 925	1	$48.56^{+0.8}_{-0.93}$	$6.77^{+5.1}_{-5.15}$	$48.56^{+1.39}_{-1.26}$	1.24	$> 10^5$	$1.95^{+0.34}_{-0.32}$	3.68	$> 10^7$	$0.21^{+0.01}_{-0.01}$	22.2
N 2403	0.004	$10.45^{+0.03}_{-0.03}$	$7.14^{+4.87}_{-4.72}$	$0.05^{+0.01}_{-0.01}$	0.8	$10.38^{+0.03}_{-0.03}$	$7.14^{+4.79}_{-4.8}$	0.82	$4.36^{+0.04}_{-0.04}$	$2.29^{+0.01}_{-0.01}$	0.98
G.C N 5055	0.4	$45.9^{+0.39}_{-0.48}$	$6.31^{+4.50}_{-4.50}$	$18.24^{+0.59}_{-0.76}$	4.35	$> 10^6$	$< 2$	5.09	$> 10^3$	$0.25^{+0.01}_{-0.01}$	5.00
N 7331	0	$> 10^5$	$2.11^{+0.22}_{-0.21}$	$3.76^{+0.2}_{-0.19}$	7.92	$> 10^6$	$< 2$	8.63	$580^{+127}_{-127}$	$0.94^{+0.01}_{-0.01}$	8.14

**Tabla 4-4:** En esta tabla se muestran los valores ajustados al considerar la IMF de Kroupa para disco estelar, en las columnas (2-6) se muestran los parámetros del perfil BDM y en las columnas (7-9) los de NFW. En las columnas (10-12) se presentan los parámetros obtenidos con el perfil fixed-BDM utilizando una energía de  $E_c^{\text{gal}} = 0.05$  eV, cf. 4.5. Unidades y la clasificación de las galaxias son como se muestran en la Tabla 4-2.

Inner Analysis -  $\rho_{in}$

Galaxias	Min. Disk.					Min.Disk+gas					Kroupa				
	$R_m$	$r_c$	$\log_{10} \rho_c$	$\chi_{inn}^2$	$\chi_t^2$	$R_m$	$r_c$	$\log_{10} \rho_c$	$\chi_{inn}^2$	$\chi_t^2$	$R_m$	$r_c$	$\log_{10} \rho_c$	$\chi_{inn}^2$	$\chi_t^2$
G.A. N 3621	3.32	< 0.01	$9.89^{+10.0}_{-8.19}$	1.24	2.43	3.32	$0.03^{+0.01}_{-0.01}$	$9.46^{+8.87}_{-7.59}$	1.43	1.97	3.32	< 0.02	$9.41^{+7.6}_{-7.22}$	1.54	4.13
IC 2574	11.6	$3.27^{+0.11}_{-0.12}$	$6.72^{+5.29}_{-5.32}$	0.63	0.54	11.6	$2.22^{+0.12}_{-0.12}$	$6.72^{+5.47}_{-5.46}$	0.58	0.39	11.6	$7.37^{+0.29}_{-0.28}$	$6.35^{+5.01}_{-5.01}$	0.79	0.75
N 2366	2.28	$7.39^{+0.82}_{-0.70}$	$7.22^{+6.38}_{-6.32}$	0.04	1.41	2.08	$9.42^{+1.12}_{-0.98}$	$7.21^{+6.41}_{-6.37}$	0.07	1.20	0.99	$24.2^{+5.55}_{-4.10}$	$7.12^{+6.60}_{-6.52}$	0.12	1.86
N 2903	2.11	$5.07^{+0.88}_{-0.73}$	$8.06^{+7.41}_{-7.32}$	1.61	18.0	1.81	$22.0^{+7.33}_{-4.78}$	$7.84^{+7.47}_{-7.34}$	0.73	21.4	2.72	$81.3^{+5.10}_{-7.20}$	$6.44^{+4.80}_{-4.80}$	14.7	39.3
G.B N 2976	2.57	$0.25^{+0.02}_{-0.01}$	$8.44^{+7.31}_{-6.67}$	1.14	0.99	2.57	$1.07^{+0.01}_{-0.18}$	$8.01^{+6.51}_{-7.24}$	2.88	0.83	2.57	$197^{+6.68}_{-6.07}$	$7.40^{+6.07}_{-6.01}$	1.18	423
N 3198	3.61	$0.31^{+0.09}_{-0.09}$	$8.34^{+7.78}_{-7.60}$	0.03	1.76	3.21	$0.33^{+0.10}_{-0.10}$	$8.33^{+7.80}_{-7.08}$	0.04	3.16	7.23	$191^{+18.0}_{-15.2}$	$6.63^{+5.73}_{-5.69}$	10.5	15.8
N 3521	2.18	$1.95^{+0.12}_{-0.35}$	$8.47^{+7.36}_{-7.80}$	15.2	45.7	1.87	$6.19^{+0.67}_{-0.58}$	$8.40^{+7.63}_{-7.45}$	13.4	69.3	5.60	> $10^3$	< 2	48.9	51.6
N 925	6.02	$22.3^{+0.73}_{-0.70}$	$6.91^{+5.54}_{-5.54}$	0.21	0.62	6.02	$6.10^{+0.27}_{-0.26}$	$7.01^{+5.75}_{-5.70}$	0.25	0.98	6.02	> $10^3$	$6.31^{+5.01}_{-5.01}$	1.98	44.0
G.C N 2403	2.04	< 0.01	$10.4^{+10.7}_{-8.77}$	1.86	1.94	2.04	< 0.004	$10.5^{+10.9}_{-8.83}$	1.87	1.89	2.04	> $10^5$	$5.27^{+4.3}_{-4.3}$	228	211
N 5055	0.73	< 0.003	$11.3^{+12.4}_{-10.3}$	- 4.65		0.73	< 0.003	$11.3^{+12.4}_{-10.3}$	- 3.84		0.73	> $10^5$	$6.7^{+5.2}_{-5.2}$	- 10.1	

**Tabla 4-5:** Se muestran los valores obtenidos del análisis de la región interna, para todos los modelos de masa (excepto diet-Salpeter, véase el Apéndice A.1), con el perfil  $\rho_{in}$ . El radio  $R_m$  es el radio máximo considerado al hacer el análisis de esta región. El radio del core  $r_c$  se da en unidades de [ rm kpc] y el logaritmo de la densidad central  $\rho_c$  en [ $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ ], ambos parámetros obtenidos del análisis en el cual se ajusta el perfil  $\rho_{in} = 2\rho_c(1+r/r_c)^{-1}$  a los datos dentro del radio  $R_m$  y del cual se obtiene la calidad del ajuste  $\chi_{red}^2$ . Utilizando los parámetros ( $r_c$ ,  $r_s$ , y  $\rho_0$ ) obtenidos a partir del análisis del conjunto completo de datos y el perfil  $\rho_{bdm}$ , calculamos  $\chi_t^2$  y es la contribución de de los datos correspondientes a la región interna,  $r < R_m$ .

Inner Analysis -  $\rho_{\alpha}$

Galaxias	Min.Disk				Min.Disk.+gas				Kroupa			
	$\alpha$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{red}^2$	$r_c$	$\alpha$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{red}^2$	$r_c$	$\alpha$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{red}^2$	$r_c$
IC 2574	0.47	6.93	1.09	11.84	0.54	6.87	1.03	10.22	0.28	6.6	0.98	20.32
N 2366	0.19	7.45	0.04	5.55	0.21	7.47	0.05	4.50	0.11	7.47	0.16	4.22
N 2903	0.13	8.26	1.03	8.49	0.15	8.46	4.13	6.23	< 0.01	6.76	12.6	74.79
N 2976	0.74	8.02	1.17	1.13	0.72	8.06	2.02	1.18	< 0.01	5.17	381	130.9
N 3198	0.76	7.99	0.12	1.90	0.74	8.00	0.13	1.70	0.03	6.92	9.77	126.5
N 3521	0.01	8.66	6.77	123.8	0.03	8.46	13.7	35.5	0.90	< 1	45.8	2.60
N 925	0.22	7.25	0.15	13.9	0.20	7.22	0.16	15.3	1.60	4.63	36.0	1.32

**Tabla 4-6:** Se muestra el ajuste del perfil  $\rho = \rho_0 r^{-\alpha}$  cf Eq. (4-26) para las galaxias que pertenecen al grupo GB para todos los modelos de masa (excepto el diet-Salpeter, véase el Apéndice A.1). La distancia hasta la cual se consideran las observaciones está dada por  $R_m$  determinado en la Tabla 4-5. La magnitud de la pendiente de la curva de rotación es dada por el parámetro adimensional  $\alpha$ . El parámetro  $r_c$  es el radio del núcleo, dada en Kpc, obtenida en base al valor de  $\alpha$  y la Eq. (4-27).

BDM

Galaxias	MINIMUM DISK			MINIMUM DISK+GAS			KROUPA		
	$r_c$	$\log_{10} \rho_c$	$E_c^{\text{gal}}$	$r_c$	$\log_{10} \rho_c$	$E_c^{\text{gal}}$	$r_c$	$\log_{10} \rho_c$	$E_c^{\text{gal}}$
D 154	$1.35^{+0.04}_{-0.04}$	$7.20^{+6.18}_{-6.17}$	$0.05^{+0.001}_{-0.001}$	$0.66^{+0.04}_{-0.04}$	$7.42^{+6.54}_{-6.53}$	$0.05^{+0.002}_{-0.002}$	$0.99^{+0.05}_{-0.05}$	$7.24^{+6.07}_{-6.07}$	$0.05^{+0.0008}_{-0.0008}$
N 2841	$0.0001^{+0.001}_{-0.001}$	$13.0^{+15.0}_{-11.08}$	$1.29^{+0.004}_{-0.004}$	< 0.01	-	-	< 0.01	-	-
N 3031	$0.19^{+0.01}_{-0.01}$	$9.90^{+8.74}_{-8.02}$	$0.22^{+0.004}_{-0.001}$	$0.91^{+0.01}_{-0.01}$	$9.14^{+7.74}_{-7.73}$	$0.14^{+0.001}_{-0.001}$	< 0.03	-	-
G.A N 3621	$0.01^{+0.01}_{-0.01}$	$9.94^{+9.87}_{-9.83}$	$0.22^{+0.05}_{-0.04}$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	$9.36^{+8.76}_{-8.74}$	$0.16^{+0.01}_{-0.01}$	< 0.01	-	-
N 4736	$0.05^{+0.01}_{-0.01}$	$11.0^{+10.2}_{-8.9}$	$0.41^{+0.02}_{-0.001}$	$0.40^{+0.009}_{-0.005}$	$9.71^{+8.61}_{-7.61}$	$0.2^{+0.004}_{-0.001}$	$0.14^{+0.02}_{-0.02}$	$10.3^{+9.61}_{-8.55}$	$0.27^{+0.02}_{-0.002}$
N 6946	$0.12^{+0.02}_{-0.01}$	$9.37^{+8.53}_{-8.46}$	$0.16^{+0.01}_{-0.01}$	$0.15^{+0.01}_{-0.01}$	$9.30^{+8.33}_{-8.32}$	$0.16^{+0.004}_{-0.004}$	$1.17^{+0.07}_{-0.07}$	$7.64^{+6.46}_{-6.46}$	$0.06^{+0.001}_{-0.001}$
N 7793	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	$9.18^{+8.51}_{-8.49}$	$0.15^{+0.007}_{-0.007}$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	$9.21^{+8.56}_{-8.55}$	$0.15^{+0.01}_{-0.01}$	< 0.01	-	-
IC2574	$3.27^{+0.11}_{-0.12}$	$6.72^{+5.29}_{-5.32}$	$0.04^{+0.0003}_{-0.0003}$	$2.22^{+0.12}_{-0.12}$	$6.72^{+5.47}_{-5.46}$	$0.04^{+0.001}_{-0.001}$	$7.37^{+0.29}_{-0.28}$	$6.35^{+5.00}_{-5.00}$	$0.03^{+0.0003}_{-0.0003}$
N 2366	$7.40^{+0.82}_{-0.70}$	$7.22^{+6.38}_{-6.32}$	$0.05^{+0.002}_{-0.002}$	$9.42^{+1.12}_{-0.98}$	$7.21^{+6.41}_{-6.37}$	$0.05^{+0.002}_{-0.002}$	$24.2^{+5.55}_{-4.10}$	$7.12^{+6.60}_{-6.52}$	$0.04^{+0.003}_{-0.003}$
N 2903	$5.07^{+0.88}_{-0.73}$	$8.06^{+7.41}_{-7.32}$	$0.08^{+0.004}_{-0.004}$	$22.0^{+7.33}_{-4.78}$	$7.84^{+7.47}_{-7.34}$	$0.07^{+0.01}_{-0.01}$	$81.3^{+9.10}_{-9.10}$	$6.44^{+4.80}_{-4.80}$	$0.03^{+0.001}_{-0.001}$
G.B N 2976	$0.25^{+0.02}_{-0.02}$	$8.44^{+7.31}_{-6.67}$	$0.09^{+0.002}_{-0.001}$	$1.07^{+0.01}_{-0.18}$	$8.01^{+6.51}_{-7.24}$	$0.07^{+0.001}_{-0.003}$	$197^{+6.68}_{-6.07}$	$7.40^{+6.07}_{-6.01}$	$0.05^{+0.001}_{-0.001}$
N 3198	$0.31^{+0.09}_{-0.09}$	$8.34^{+7.78}_{-7.78}$	$0.09^{+0.006}_{-0.001}$	$0.33^{+0.10}_{-0.10}$	$8.33^{+7.80}_{-7.08}$	$0.09^{+0.01}_{-0.001}$	$191.3^{+18.0}_{-15.2}$	$6.63^{+5.73}_{-5.69}$	$0.03^{+0.001}_{-0.001}$
N 3521	$1.95^{+0.12}_{-0.35}$	$8.47^{+7.36}_{-7.80}$	$0.10^{+0.002}_{-0.005}$	$6.19^{+0.67}_{-0.58}$	$8.4^{+7.63}_{-7.45}$	$0.09^{+0.004}_{-0.003}$	$98.0^{+8.10}_{-8.10}$	< 2	-
N 925	$22.25^{+0.73}_{-0.70}$	$6.91^{+5.54}_{-5.54}$	$0.04^{+0.0004}_{-0.0004}$	$6.10^{+0.27}_{-0.26}$	$7.01^{+5.75}_{-5.70}$	$0.04^{+0.001}_{-0.001}$	> $10^3$	$6.31^{+5.1}_{-5.1}$	$0.03^{+0.001}_{-0.001}$

**Tabla 4-7:** Se muestran los parámetros principales,  $r_c$ ,  $\rho_c$  y  $E_c^{\text{gal}}$ , para el modelo BDM tal como se define en la Sección. 4.3.3 para los modelos de masa min.d, min.d+g, y Kroupa. Para las galaxias GA se presentan los resultados obtenidos para el análisis tomando en cuenta el perfil BDM, Eq. (4-14). Los valores para las galaxias GB son aquellos obtenidos a partir del análisis interno utilizando  $\rho_{in}$  como se describe en la Sec.4.5. El core  $r_c$  se da en unidades kpc. El logaritmo en base 10 de la densidad  $\rho_c$  se da en  $\rho_c$  en  $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ . Por último, la energía  $E_c^{\text{gal}}$  cuando la transición tiene lugar se da en eV.

BDM Statistics

Mass Models	Energy $E_c^{\text{gal}}$					$\log_{10} \rho_c$	Core $r_c$				
	$\tilde{E}_{c_n}$	$E_{c-}$	$E_c^{\text{gal}}$	$E_{c+}$	$\sigma(E_c^{\text{gal}})$		$\tilde{r}_{c_n}$	$r_{c-}$	$\hat{r}_c$	$r_{c+}$	$\sigma(r_c)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Min.Disk	0.21	0.04	0.11	0.33	0.46	8.85	3.02	0.01	0.30	7.02	1.37
Min.Disk+gas	0.10	0.05	0.08	0.15	0.25	8.35	3.81	0.15	0.98	6.60	0.83
Kroupa	0.08	0.03	0.06	0.13	0.33	7.65	6.59	0.16	1.48	13.73	0.97
diet-Salpeter	0.13	0.02	0.07	0.21	0.47	7.92	5.85	0.17	1.70	17.37	1.01

**Tabla 4-8:** Se muestra la estadística de la energía de transición  $E_c^{\text{gal}}$  y el core  $r_c$  para el perfil BDM para los diferentes modelos de masas. En la columna (2) se muestra la media aritmética de la energía de transición entre HDM y CDM,  $\tilde{E}_{c_n}$ . En las columnas (3-5) se presenta la energía promedio ( $E_c^{\text{gal}}$ ), y su incertidumbre relacionada ( $E_{c\pm} \equiv E_c^{\text{gal}} 10^{\pm\sigma}$ ), donde  $\sigma$  es la desviación estándar de la distribución  $\log E_c^{\text{gal}}$ . En las columnas (8-12) se presentan los mismos parámetros estadísticos, pero relacionados con la escala del core  $r_c$ . La energía  $E_c^{\text{gal}}$  y la distancia del core se dan en unidades de eV y kpc, respectivamente. En la columna (7) se muestra  $\rho_c \equiv E_c^4$  en unidades de  $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ .

Estadística de BDM-Fijo

Mass Model	$E_c^{\text{gal}}$	$\tilde{r}_c$	$r_{c-}$	$r_c$	$r_{c+}$	$\sigma(r_c)$	$\tilde{r}_s$	$r_{s-}$	$r_s$	$r_{s+}$	$\sigma(r_s)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)
Min.Disk	0.11	0.81	0.11	0.46	1.85	0.61	4.71	0.51	2.64	13.44	0.71
Min.Disk+gas	0.08	1.86	0.40	1.28	4.11	0.51	3.25	1.03	2.41	5.62	0.37
Kroupa	0.06	2.01	0.44	1.27	3.65	0.46	13.84	2.90	8.56	25.26	0.47
diet-Salpeter	0.07	1.59	0.25	0.85	3.50	0.62	11.99	2.80	7.84	22.01	0.45

**Tabla 4-9:** Se muestra la estadística para el core  $r_c$  y  $r_s$  resultante del ajuste del perfil BDM-Fijo, Eq. (4-15) para los diferentes modelos de masas. Se ha considerado la distribución log-normal. En las columnas (3) se muestra la media aritmética  $\tilde{r}_c$ . En las columnas (4-6) se presenta el valor promedio del core ( $r_c$ ), y su incertidumbre relacionada ( $r_{c\pm} \equiv r_c 10^{\pm\sigma}$ ), donde el  $\sigma$  es la desviación estándar de la distribución  $\log r_c$ . En las columnas (8-12) se presentan los mismos parámetros estadísticos, pero relacionados con la distancia  $r_s$ . Ambas distancias se dan en unidades de kpc.

# 5

## Gravedad Modificada

*What really interests me is  
whether God had any choice  
in the creation of the world. — A. EINSTEIN*

### 5.1. Introducción

Vale la pena señalar que la materia oscura no es la única solución posible para el problema de la materia faltante como lo demuestran la cinemática y la dinámica de las galaxias, véase Secc. 1.7. De hecho, la hipótesis de la materia oscura depende fundamentalmente de la suposición que las leyes de la gravedad de Newton son válidas para distancias muy grandes, distancias de varios órdenes de magnitud mayores que para los teoría de la gravedad se ha demostrado experimentalmente. Si el comportamiento de la gravedad se desviara de la extrapolación de las escalas más pequeñas, los movimientos de las galaxias podrían explicarse sin recurrir a la materia oscura. De hecho, es fácil de construir un modelo que produce curvas de rotación planas para las

galaxias y grandes velocidad de dispersión en los cúmulos de galaxias modificando ligeramente la ley de la gravedad.

Recientemente, un nuevo modelo motivado por la teoría-cuántica de la gravedad ha propuesto una modificación al potencial newtoniano a grandes distancias cuando se considera simetría esférica. En consecuencia, la gravedad newtoniana se ve alterada por la adición de un término extra identificado como de aceleración Rindler que debe ser determinado fenomenológicamente. Aquí consideramos una norma y una generalización de ley de potencia de la modificación potencial newtoniano Rindler. Los nuevos términos en el potencial gravitacional son la hipótesis que juega el papel de la materia oscura en las galaxias. Encontramos que los parámetros Rindler no llevan a cabo un ajuste adecuado a las curvas de rotación en comparación con perfiles de materia oscura estándar (Navarro-Frenk-White y Burkert) y, además, los parámetros calculados de la gravedad Rindler muestran una alta dispersión, que se concluye que el modelo es una alternativa no aceptables.

En este capítulo introduciremos la teoría que modifica la teoría de relatividad especial (Grumiller) y veremos si es capaz de explicar el problema de las curvas de rotación de las galaxias.

## 5.2. Modificación de la Teoría de Gravedad

Recientemente, se ha propuesto una nueva teoría de la gravedad que modifica el potencial newtoniano para largas distancias considerando simetría esférica [82]. El formalismo incorpora un término de aceleración de Rindler que podría explicar la dinámica galáctica sin la presencia de un halo de materia oscura [83]. Esto parece plausible ya que una estimación de la aceleración de Rindler es del orden  $\sim 10^{-9} \text{cm/s}^2$ , un valor similar a la aceleración de la teoría de Modified Newton Dynamics (MOND). Se pondrá a prueba esta idea aplicada a curvas de rotación de las galaxias espirales.

En la teoría de gravedad modificada de Grumiller [82] primero se simplifica la teoría tanto como sea posible, se supone que el espacio-tiempo se describe por una métrica esféricamente simétrica en cuatro dimensiones [84]

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta + \Phi^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2), \quad (5-1)$$

donde la métrica (bi-dimensional)  $g_{\alpha\beta}(x^\gamma)$  y el radio superficial  $\Phi(x^\gamma)$  depende solo de la coordenada  $x^\gamma = \{t, r\}$ . La acción de Einstein-Hilbert y de materia están dadas por

$$S_{\text{EH}} = - \int d^4x \sqrt{-g} R \quad (5-2)$$

$$S_m = - \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}_m, \quad (5-3)$$

donde  $R$  es el escalar de Ricci y  $\mathcal{L}_m$  es el lagrangiano de la materia.

Es posible describir la dinámica de métrica  $g_{\alpha\beta}$  y el campo escalar  $\Phi$  en dos dimensiones, ya que la solución de las ecuaciones de movimiento (EoM) de la teoría de 2-dimensiones da lugar a un elemento de línea de 4-dimensiones. Se supone que las partículas prueba se mueven en un fondo dado por la métrica 5-1.

El proceso de reducción esférica” [85] simplifica la acción de Einstein-Hilbert (y de materia) 4-dimensional a un modelo de gravedad de 2-dimensiones específicas. Se construye la teoría de 2-dimensiones más general bajo las siguientes suposiciones: que las funciones  $f$  y  $V$  son analíticas en el límite de  $\Phi$  grande; que la teoría sea renormalizable y no singular de curvatura. La acción Eq.(5-2) se puede generalizar a la forma [82]

$$S_{\text{EH}} = - \int d^2x \sqrt{-g} [f(\Phi)R + 2(\partial\Phi)^2 - 2V(\Phi)], \quad (5-4)$$

donde se supone que el potencia  $V$  se comporta como

$$V(\Phi) \equiv 3\Lambda\Phi^2 - 4a\Phi - 1. \quad (5-5)$$

donde  $\Lambda$  y  $a$  son constantes. Se demostrará que  $\Lambda$  se relaciona con la constante cosmológica, y que  $a$  corresponde a la aceleración Rindler. La Ec.(5-4) es la propuesta de Grummiller (2010) para modificar la teoría de la gravedad para grandes distancias.

Las ecuaciones de movimiento (EoM) se obtienen de la variación de la acción de la Ec.(5-4)

$$R = \frac{2}{\Phi} g^{\alpha\beta} \nabla_\alpha \partial_\beta \Phi - 6\Lambda - \frac{4a}{\Phi} \quad (5-6)$$

$$g_{\mu\nu} V(\Phi) = 2\Phi (\nabla_\mu \partial_\nu - g_{\mu\nu} \nabla^\alpha \partial_\alpha) \Phi - g_{\mu\nu} (\partial\Phi)^2, \quad (5-7)$$

donde la primera igualdad se obtiene de la variación de la acción con respecto al la campo escalar  $\Phi$ , y la segunda igualdad se obtiene a partir de la variación de la acción con respecto a la métrica 2-dimensional  $g^{\mu\nu}$ .  $\nabla_\mu$  representa las derivadas covariantes.

La solución general de la Ec.(5-6) en la norma de Schwarzschild, donde la métrica es diagonal, podemos encontrar la solución a la EoM anterior [82].

$$g_{\alpha\beta}dx^\alpha dx^\beta = -K^2 dt^2 + \frac{dr^2}{K^2} \quad (5-8)$$

$$\Phi = r \quad (5-9)$$

donde

$$K^2 \equiv 1 - \frac{2M}{r} - \Lambda r^2 + 2ar \quad (5-10)$$

y  $M$  es una constante de movimiento. Si  $a = \Lambda = 0$ , la Ec.(5-9) se reduce a la solución de Schwarzschild en la  $M$  sería la masa del agujero negro. Si  $\Lambda \neq 0$  se obtiene una constante cosmológica adicional. Si  $a \neq 0$  se obtiene una contribución extra identificada como la aceleración de Rindler. En efecto, si  $M = \Lambda = 0$ , la Ec.(5-9) se reduce a la métrica 2-dimensional de Rindler [84]. Así, la métrica (Ec.(5-4)) que modifica la teoría de la gravedad discrepa al de relatividad general, permite un término de aceleración de Rindler arbitrario.

El término de la aceleración de Rindler tiene consecuencias en el movimiento de partículas pruebas sobre trayectorias geodésicas propagándose en un fondo determinado por el elemento de línea Ec.(5-1) con la ecuación de movimiento Ec.(5-9). La conservación de energía y momento angular de una partícula puntual con una energía  $E$  y momento angular  $\ell$  moviéndose a lo largo de una geodésica en el plano  $\theta = \Pi/2$  daría ([84])

$$K^2 \frac{dt}{d\tau} = E \quad (5-11)$$

$$r^2 \frac{d\phi}{d\tau} = \ell. \quad (5-12)$$

La normalización de la 4-velocidad ( $g_{\mu\nu}u^\mu u^\nu = 1$ ) se obtiene la igualdad

$$-K^2 \left( \frac{dt}{d\tau} \right)^2 + \frac{1}{K^2} \left( \frac{dr}{d\tau} \right)^2 + r^2 \left( \frac{d\phi}{d\tau} \right)^2 = -1. \quad (5-13)$$

Usando las ecuaciones (5-11) y (5-13) se reescriben las ecuaciones de la siguiente forma

$$\frac{1}{2} \left( \frac{dr}{d\tau} \right)^2 = \frac{1}{2} E^2 - V^{\text{eff}}, \quad (5-14)$$

donde

$$V^{\text{eff}} \equiv \frac{K^2}{2} \left( 1 + \frac{\ell^2}{r^2} \right) = -\frac{M}{r} + \frac{\ell^2}{2r^2} - \frac{M\ell^2}{r^3} - \frac{\Lambda r^2}{2} + ar \left( 1 + \frac{\ell^2}{r^2} \right) \quad (5-15)$$

es el potencial efectivo.

Los dos primeros términos del lado izquierdo de la ecuación (5-15) son el potencial newtoniano clásico y la fuerza centrífuga, respectivamente. El tercer término es la corrección de la relatividad general. El cuarto término es de la constante cosmológica. El último término, que es proporcional a la aceleración Rindler  $a$ , es peculiar del modelo de gravedad modificada de Grumiller.

Dado que el término de aceleración Rindler

$$V_{\text{mg}} = ar \left( 1 + \frac{\ell^2}{r^2} \right) \quad (5-16)$$

depende del momento angular, esto implicaría que la gravedad modificada depende de las excentricidades orbitales de las estrellas. Sin embargo, el segundo término de la ecuación es mucho más pequeños que el primero, es decir

$$V_{\text{mg}} = ar \left( 1 + \frac{\ell^2}{c^2 r^2} \right) = ar \left( 1 + \frac{(vr)^2}{c^2 r^2} \right) = ar \left( 1 + \frac{v^2}{c^2} \right), \quad (5-17)$$

donde  $v$  es la velocidad de rotación de una estrella moviéndose alrededor del centro de la galaxia y  $c$  es la velocidad de la luz. Para la mayoría de las galaxias,  $v$  es del orden de magnitud de aproximadamente  $10^2 \text{ km s}^{-1}$ , por lo tanto  $v^2/c^2 \ll 1$ . Por lo tanto, el segundo término de la Ec.(5-16) se puede despreciar.

Si despreciamos la constante cosmológica y el momento angular (es decir,  $\Lambda = \ell = 0$ ), la fuerza efectiva correspondiente a la Ec.(5-15) esta dada por

$$F^{\text{eff}} = - \left. \frac{\partial V^{\text{eff}}}{\partial r} \right|_{\ell=\Lambda=0} = -\frac{M}{r^2} - a. \quad (5-18)$$

Por lo tanto, la velocidad de rotación de una partícula de prueba se mueve en el potencial de una partícula de punto de masa  $M$  lee

$$v(r) = \sqrt{\frac{M}{r} + ar} = \sqrt{v_N^2 + ar}, \quad (5-19)$$

A pequeñas distancias, la velocidad de rotación se reduce al caso newtoniano. La fuerza Rindler domina sólo a distancias suficientemente grandes, tales como las escalas de galaxias.

### 5.3. Dinámica de Galaxias.

En el enfoque de Grumiller [83] el potencial efectivo de una masa puntual ( $M_i$ ), sin la contribución momento angular, es:

$$\phi_i(x_i) = -G \frac{M_i}{x_i} + a x_i, \quad (5-20)$$

donde  $x_i = |\vec{x}_i| = |\vec{r} - \vec{r}'|$ ,  $\vec{r}$  es un punto arbitrario,  $r'$  son los coordenadas de una partícula prueba, y  $a$  es una constante universal, la aceleración Rindler.

Para una distribución suave de la materia con simetría esférica, uno tiene

$$\phi(r) = -G \int \frac{\rho(r')}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d^3 r' + a |\vec{r}|, \quad (5-21)$$

donde  $\rho(r)$  es el perfil de densidad en el radio  $r$ . Las correspondientes velocidades de rotación es,

$$v^2(r) = v_N^2(r) + v_R^2(r), \quad (5-22)$$

donde el subíndice “N” se refiere a la contribución de Newton y la velocidad Rindler circular está dada por

$$v_R^2(r) \equiv a |\vec{r}|. \quad (5-23)$$

Un enfoque similar a la Eq. (5-22) se presentó en la Ref. [86] para adaptarse a las curvas de rotación dentro de una teoría de la gravedad de conformación, ver Refs. [87, 88] para continuar el desarrollo de este modelo. Como se destaca en la referencia. [83], el término Rindler constituye un modelo aproximado que arroja dudas sobre la descripción de las curvas de rotación con un

crecimiento tan lineal de la velocidad con el radio. Por consiguiente, se sugiere considerar algún tipo de plazo  $r$ -dependiente de la aceleración para probar una hipótesis más general Rindler. Por lo tanto, vamos a suponer por debajo de una dependencia del poder de la ley que es el siguiente paso en la complejidad que añade un parámetro adicional, el exponente  $n$  en la Eq. (5-27) a continuación. Uno puede preguntarse cuántos parámetros extra se necesitan para ajustar los datos, y si esto representa una mejor opción que los modelos estándar de materia oscura. Por ejemplo, los típicos halos de materia oscura, por ejemplo, NFW de [55, 56] o Burkert de [31] perfiles, tiene dos parámetros libres, el radio y el parámetro de densidad escala. Entonces, desde un punto de vista fenomenológico, que tiene dos parámetros en una alternativa de la materia oscura no parece demasiado exigente, ya que tiene el mismo número de parámetros libres para llevar a cabo los ajustes. Al final, los mejores ajustes del modelo alternativo deben compararse con las de los modelos estándar de materia oscura, ya que se realiza al final de la sección de resultados más abajo. Observemos que en los perfiles estándar de materia oscura se espera una variación de los dos parámetros libres para cada galaxia, pero esto no sucede en los modelos de Grumiller ya que los dos parámetros libres son constantes en todas las galaxias,  $a$  es constante fundamental de la naturaleza y el exponente  $n$  también es una constante, aún por determinar. Por lo tanto, el reto es más grande para encajar en los modelos de Grumiller, y este es un precio que se paga para modificar las leyes de la gravedad.

Los principales componentes luminosos en una galaxia espiral típica son el gas, las estrellas y una bulbo, que están orbitando alrededor del centro galáctico, y normalmente un halo de materia oscura se supone que representan la alta velocidad de las curvas de rotación. En el modelo utilizado en el presente trabajo no existe la materia oscura, pero en su lugar se utiliza un término Rindler para explicar la distribución de la velocidad de las estrellas y el gas. En consecuencia, el modelo desarrollado aquí considera simetría esférica y cantidades físicas será independiente del ángulo polar. Por lo tanto, la contribución de Newton de las estrellas ( $\star$ ) y el gas ( $G$ ) se puede considerar como dado por un disco spherized. La contribución de las estrellas viene dado por el disco Freeman [89, 90]:

$$\rho_{\star}(r) = \frac{M_d}{2\pi r_d^2} e^{-r/r_d}, \quad (5-24)$$

donde  $M_d$  la masa del disco y  $r_d$  su radio. Por lo tanto, la contribución curva de rotación de las estrellas con un estándar dinámica newtoniana da [91]

$$v_{\star}^2(r) = \frac{GM_d}{2r_d} \left(\frac{r}{r_d}\right)^2 \left[ I_0\left(\frac{r}{2r_d}\right) K_0\left(\frac{r}{2r_d}\right) - I_1\left(\frac{r}{2r_d}\right) K_1\left(\frac{r}{2r_d}\right) \right], \quad (5-25)$$

donde las funciones I y K son las funciones de Bessel modificadas; más detalles sobre el tratamiento de las estrellas se dan en la Sec. 4.3.2. Por otro lado, el aporte de gas ( $v_G^2$ ) se calcula mediante la integración de su brillo superficial como en la tradición newtoniana estándar, como se explica en la Sec. 4.3.1.

Reunir a todas las contribuciones al total ( $T$ ) curva de rotación y que incluye un Rindler término generalizado (GR),

$$v_T^2(r) = \Upsilon_{\star} v_{\star}^2 + v_G^2 + v_{GR}^2(r), \quad (5-26)$$

donde  $\Upsilon_{\star}$  es la relación masa-luminosidad y

$$v_{GR}^2(r) \equiv a|\bar{r}|^n. \quad (5-27)$$

El caso  $n = 1$  es el modelo original de la gravedad modificada a grandes distancias [83], como en las Eqs. (5-21, 5-22). Los nuevos parámetros libres del modelo de curvas de rotación galácticas son  $a$  y  $n$ , y tienen que ser determinado por las observaciones, en lugar de los dos parámetros libres de la materia oscura fría perfil galáctico estándar, como en NFW [55, 56], o alternativas al Burkert [31], la materia oscura pseudoisothermal o unida (BDM) [44] perfiles, para una comparación de estos perfiles de ver Refs. [2, 3]. Para obtener información sobre los parámetros Rindler, como entrada, necesitaremos la curva de rotación total observacional  $v_T$ , la curva de rotación del componente estelar  $v_{\star}$ , y el componente de gas  $v_G$ . Después, se describen los datos observacionales utilizados y los modelos asociados a cada componente.

## 5.4. Resultados

Con el fin de restringir la modificación de gravedad Rindler consideramos dos escenarios. En primer lugar, tratamos el modelo original de Rindler con  $n = 1$ , y, en segundo lugar, la

dependencia del modelo Rindler de ley de potencia, como se sugiere en la referencia. [82], con dos parámetros libres  $(a, n)$ , tal como se explica en la sección. 5.2. Para ambos casos se consideró el disco mínimo Kroupa y el disco máximo diet- Salpeter. En tercer lugar, se presentan los ajustes para los modelos Rindler con  $n \neq 1$  utilizando la función de masa estelar  $\Upsilon_*$  libre.

Hacemos uso de la curva de rotación observada, estelar, y las componentes del gas como una entrada para el código numérico, con el fin de obtener los parámetros de Rindler. Para ajustar las curvas de velocidad observadas con el modelo teórico empleamos la prueba  $\chi^2$  la calidad del ajuste, que nos dice que tan “cercano” es la parte teórica de los valores observados .

#### 5.4.1. Ajuste del modelo de Rindler ( $n = 1$ )

Consideramos el modelo original de Rindler  $n = 1$  y procedemos a ajustar el parámetro  $a$  para el disco Kroupa mínimo y máximo de disco diet-Salpeter con la prueba de  $\chi^2$ . Se adoptan priors sobre los parámetros libres con el fin de obtener valores mayores o iguales a cero para obtener valores físicos razonables. Los resultados se presentan en la Tabla ref tab: things2, donde los valores estan dados  $chi^2_{rmrojas}$ . Se observa que los diferentes modelos de masa estelar no cambian significativamente el valor determinado de la aceleración de Rindler para la mayoría de las galaxias.

Las incertidumbres en la velocidad de rotación se reflejan en las incertidumbres de los parámetros del modelo, pero en general éstas son pequeñas. Se observa cierta dispersión en los valores de  $a$  (en unidades de  $\text{cm/s}^2$ )  $0.93^{+0.01}_{-0.44}$  de N 2366 a  $9.57^{+0.06}_{-0.06}$  de 2841 N en el modelo de Kroupa, para tener en cuenta una diferencia de un orden de magnitud, pero las incertidumbres son pequeñas y no tienen en cuenta esta diferencia. Además de esta discrepancia, los ajustes a algunas de las galaxias presentan valores, muy elevado  $\chi^2_{\text{red}}$  que habla de un mal ajuste. En el modelo de masa diet-Salpeter, un  $a$  varía de manera similar, dado  $0.62^{+0.10}_{-0.10}$  para N 3,031 y  $7.79^{+0.06}_{-0.06}$  para N 284, y de nuevo la prueba la calidad de ajuste no es satisfactorio para la mayoría de las galaxias. Al comparar ambos ajustes, Kroupa tuvo un mejor desempeño en 9 (de 17) de los casos y diet- Salpeter en 8. Ninguno de los ajustes con  $n = 1$  tiene una  $\chi^2_{\text{red}} \leq 1$ .

#### 5.4.2. Ajuste del modelo de Rindler $ar^n$

Ahora consideramos el modelo de Rindler con la dependencia de ley de potencia, como se sugiere en la referencia. [82], con dos parámetros libres ( $a, n$ ) y se utilizaron los mismo modelos de gas y estrellas. Los resultados se muestran en la Tabla 5-2. Ahora, los valores de  $a$  se expresan en las unidades ( $\frac{m^2}{s^2 kpc^n}$ ), en coherencia con los valores indicados  $n$ , uno podría extraer una parámetro de aceleración aquí si uno define  $a r^n \equiv a_{\text{new}} r (r/r_{\text{new}})^{n-1}$ , pero sólo añadiría un parámetro adicional ( $r_{\text{new}}$ ) que está completamente degenerado con  $a_{\text{new}}$ .

Los resultados de los ajustes muestran un margen más amplio en los valores de  $a$ . Una vez más, los diferentes modelos estelares de masa no cambian significativamente el valor determinado de la aceleración de Rindler o el exponente de ley de potencia para la mayoría de las galaxias. Al considerar el modelo Kroupa uno obtiene  $a = 77.96_{-1.75}^{+1.74}$  para IC2574, y  $a = 32294.30_{-212.01}^{+211.39}$  para 2903, lo que representa 2 órdenes de magnitud de diferencia. Para este modelo IMF, la variación en  $n$  varía desde valores de menos de 0.002 para N 4736 hasta  $2.14_{-0.044}^{+0.045}$  para N 2976, que da una de magnitud de diferencia de 3 órdenes. Por otra parte, los resultados ajustados en general no son de nuevo muy satisfactorio ya que algunos valores de  $\chi_{\text{red}}^2$  son altos. El análisis del modelo de masa diet- Salpeter muestra un comportamiento similar: el “ rangos de parámetros de aceleración  $2.12_{-0.12}^{+0.12}$  para N 3031 hasta  $4216.82_{-176.98}^{+176.24}$  para N 4736, mientras que el exponente de la ley de potencia va desde valores muy pequeños ( $< 0.003$ ) para N 4736 hasta  $3.43_{-0.001}^{+2.196}$  para 2976 N para estos modelos de IMF las desviaciones de los parámetros de Rindler son algunos órdenes de magnitud diferente En las figuras 5-1 y 5-2 se presentan las curvas de contorno de los Rindler parámetros ( $a, n$ ) para  $1\sigma$  y  $2\sigma$  para ambos modelos estelares.

Al comparar ambos ajustes, Kroupa y diet-Salpeter, el primero ajusta mucho mejor en 14 (de 17) de los casos y el segundo, en sólo 3. Sin embargo, la prueba la calidad del ajuste no da resultados aceptables, ya que algunas galaxias presentan valores de  $\chi_{\text{red}}^2$  muy altos, y sólo tres de ellos se ajustan con  $\chi_{\text{red}}^2 < 1$  (en el modelo de Kroupa). Por otra parte, teniendo en cuenta sólo estos tres mejores ajustes, los valores más favorecidos de  $a$  y  $n$  se excluyen entre sí dentro de varias desviaciones estándar.

Finalmente, mediante la comparación de los mejores ajustes de las tablas 5-1 y 5-2, es claro que el modelo Rindler generalizado ajusta mejor para todas las galaxias.

### 5.4.3. Ajuste del modelo de Rindler- $r^n$ y $\Upsilon_*$ -libre

Los resultados anteriores muestran que para algunas galaxias los parámetros estimados y/o su  $\chi_{\text{red}}^2$  asociados presentes grandes discrepancias cuando cambiamos el modelo de masa estelar (Kroupa y diet-Salpeter), véase, por ejemplo las galaxias N 3031 y N 6946 en la Tabla 5-2. De hecho, estos resultados dependen de la comprensión de la física estelares/bariónica en galaxias, y hay una amplia investigación en el campo [70, 71, 77, 92]. porque no comprendemos completamente la física bariónicas detrás de las galaxias es que incluimos el “modelo de masa estelar libre” en la que el parámetro  $\Upsilon_*$  se deja libre y se determina con el mejor ajuste, junto con los parámetros Rindler. En los pocos casos cuando el bulbo está presente tratamos la masa del bulbo ( $M_B$ ) también como un parámetros libres, como se describe en la ref. [32]. Una vez más, comenzamos con el Rindler estándar el exponente ( $n = 1$ ) y luego consideramos  $n$  libre. Los resultados se muestran en la Tabla 5-3. El modelo de Rindler estándar da resultados Valores  $a$  (en  $\text{cm} / \text{s}^2$ .) variando desde menos de 0.1 para N 4736 hasta  $14.80_{-0.95}^{+0.02}$  para N 3521, una diferencia de 2 órdenes de magnitud, y, además, los  $\chi^2$  test no da los resultados satisfactorios de algunas de las galaxias. A continuación, consideramos el modelo Rindler generalizado para obtener el parámetro “aceleración” que van desde  $< 10$ . para N 2366 hasta  $19022_{-154}^{+153}$  para el N 4736, lo que representa unas 3 órdenes de magnitud de diferencia. Por otro lado, el exponente de la ley de potencia varía desde  $< 0,002$  para N 3031 hasta  $1.52_{-0.009}^{+0.009}$  para I 2574, una diferencia de 2 órdenes de magnitud. En la figura. ref tab: Gratis se presentan curvas de contorno de los parámetros de Rindler ( $a, n$ )  $1\sigma$  y  $2\sigma$  para el modelo de masa libre.

Al comparar ambos ajustes ( $n = 1$  vs  $n \neq 1$ ), se observa que tanto la  $\chi_{\text{red}}^2$  como la aceleración Rindler los valores cambian sustancialmente. El modelo  $r^n$  logra un mejor ajuste que el modelo Rindler,  $r^1$ , para todas las galaxias. Ahora comparando los mejores ajustes de las tablas 5-2 y 5-3, es decir, el modelo de Rindler  $r^n$  con Kroupa vs  $\Upsilon_*$ -libre, los resultados son mejores en 14 casos (de un total de 17) para el modelo de masa  $\Upsilon_*$ -libre. El precio que se paga es que el modelo estelar libre en el modelo Rindler  $r^n$  tiene una variación en el exponente ( $n$ ) de 3 órdenes de magnitud frente a una variación de sólo 2 órdenes de magnitud en el modelo de Kroupa.

En un trabajo reciente se considera un modelo similar [93] para ajustar a las mismas ocho (de nuestras diecisiete) galaxias fijando  $n = 1$  y dejando  $\Upsilon_*$  para ser libre. Los autores ajustan

las siguientes galaxias: N 2403, N 2841, N 2903, N 3198, N 3521, N 5055, N 7331, y la D 154. Sin embargo, no se han tomado en cuenta los gradientes de color ni los bulbos, como lo hacemos, por lo que sus conclusiones no se espera que sea idéntica a la nuestra. Llegaron a la conclusión de que seis de estas galaxias tienden a ajustarse bien a los datos y que no es un parámetro de aceleración de Rindler preferido de alrededor de un  $a \approx 3.0 \times 10^{-9} \text{ cm/s}^2$ , ellos posteriormente fijan este parámetro de aceleración y encontraron un ajuste aceptable por cinco galaxias, y además, con un parámetro libre adicional les permite ajustar dos galaxias más. Cuando analizamos estas galaxias en nuestros resultados en la tabla 5-3 llegamos a conclusiones similares sobre los ajustes (excepto para N 3521) y a una convergencia para la aceleración de Rindler similar dentro de  $1\sigma$  nivel de confianza. Sin embargo, cuando se añade más galaxias en el análisis la dispersión de la aceleración aumenta, como se muestra en la tabla 5-3.

#### 5.4.4. Comparación del modelo de Rindler con perfiles de DM

Con el propósito de comparar los resultados anteriores con los de perfiles estándar de materia oscura se incluyen los ajustes de los perfiles NFW [55, 56] y Burkert [31] para los modelos de masas estelar Kroupa y diet-Salpeter. Los resultados se muestran en las tablas 5-4 y 5-5, que se extraen de nuestro anterior trabajo [3], donde se emplearon las mismas galaxias y los ajustes fueron calculados con la misma técnica que en el presente trabajo. En general, tal como se encuentra por muchos autores los perfiles encajan mejor que los perfiles divergentes al tipo de galaxias estudiadas aquí, véase, por ejemplo Refs [2, 3, 32, 33, 35, 58, 62, 67]. Esto es evidente a partir de los valores menores de  $\chi_{\text{red}}^2$  para el perfil de Burkert en comparación con NFW de la mayor parte de las galaxias para ambos modelos de masas estelares.

Para comparar entre los diferentes modelos se ha construido la tabla 5-6 con los valores  $\chi_{\text{red}}^2$  para NFW, Burkert, Rindler con  $n = 1$ , y Rindler  $r^n$  con  $n \neq 1$ , para los dos modelos de masa estelar diet-Salpeter y Kroupa. Los resultados son los siguientes:

- Como era de esperar el modelo de Rindler con dos parámetros libres ( $a, n$ ) se ajusta mejor que el modelo con un único parámetro ( $a, n = 1$ ) para los modelos de masas estelares diet-Salpeter y Kroupa, para todas las galaxias.
- El modelo Rindler estándar ( $n = 1$ ) en general ajusta peor que los perfiles de NFW y

de Burkert para los modelo de masa Kroupa, y la misma tendencia se observa para el modelo estelar diet-Salpeter. En este último caso, el modelo de Rindler estándar ajusta mejor que NFW y Burkert sólo para una de las galaxias (N 3521), y ajusta mejor que Burkert para una galaxia (N 3621), y ajusta igual de bien que NFW para dos galaxias (N 6946 y N 7331).

- Considerando el modelo Rindler  $r^n$  ( $n \neq 1$ ) para el modelo de masa de Kroupa los ajustes son mejores que el modelo de Rindler estándar, ya que uno ahora tiene 2 grados de libertad. Este modelo ajusta mejor que los perfiles Burkert y NFW para cuatro galaxias (N 2841, N 2976, N 3521 y N 3621) y, además, éste ajusta mejor que NFW para cuatro galaxias (IC2574, N 5055, N 7331, y N 925) y mejor que Burkert para una galaxia (N 7793) y ajusta igualmente bien una galaxia (N 3031). En todos los otros casos, 20 de las 34 posibilidades, NFW y el perfiles de Burkert para el modelo de masa de Kroupa ajusta mejor que el modelo Rindler  $r^n$ : El perfil NFW ajusta mejor para 9 galaxias (de 17) que el modelo Rindler  $r^n$  y para el perfil de Burkert logra un mejor ajuste en 11 de las galaxias (de 17).
- Los resultados del modelo de Rindler generalizado  $r^n$  (para  $n \neq 1$ ) para del modelo de masas diet-Salpeter son un poco mejor que el modelo de Kroupa: El modelo ajusta mejor tanto para el perfil de Burkert y NFW para cinco galaxias (N 3031, N 3521, N 3621, N 6946 y N 925) y, además, ajusta mejor que NFW para tres galaxias (IC2574, N 5055 y N 7331), pero no se ajusta mejor para cualquier otra galaxia con el perfil de Burkert. Teniendo en cuenta todos los otros casos, 21 de las 34 posibilidades, los perfiles de NFW y Burkert para el modelo de masa de diet-Salpeter ajusta mejor que el modelo Rindler  $r^n$ : El perfil NFW ajusta mejor para 9 galaxias (de 17) y perfil Burkert logra un mejor ajuste para 12 galaxias (de 17) que el modelo Rindler generalizado

Para completar, en la fig. (5-4) se muestra tres curvas de rotación de galaxias (N 2841, N 3621 y N 6946) como ejemplos de ajustes típicos para el modelo de Rindler estándar ( $n = 1$ ) y su comparación con los perfiles de NFW y Burkert. Para algunas de las galaxias (por ejemplo, N 2841), el término lineal de la curva de rotación, dada por la ecuación. 5-23, sobreestima la curva de rotación externa dando lugar a malos ajustes, un punto que se advirtió en la referencia. [82]

y discutido en la referencia. [93]. Por el contrario, se argumenta, por ejemplo, En la referencia. [35], que las curvas de rotación tienden a disminuir lentamente después de pocos radio óptica.

Como mostramos en las Refs. [2, 3], el perfil de BDM ajustes incluso mejor que o al menos igual de bien que el de Burkert y de NFW por las mismas galaxias considerados aquí, pero a fin de evitar múltiples comparaciones que pueden ser engorroso, no incluimos los resultados del perfil BDM que se discuten ampliamente en el capítulos 4. Al considerar alternativas a los perfiles de de materia oscura uno desea lograr una mejor fenomenología como el modelo de BDM lo hace, pero la gravedad modificada de Rindler no.

Rindler  $n = 1$

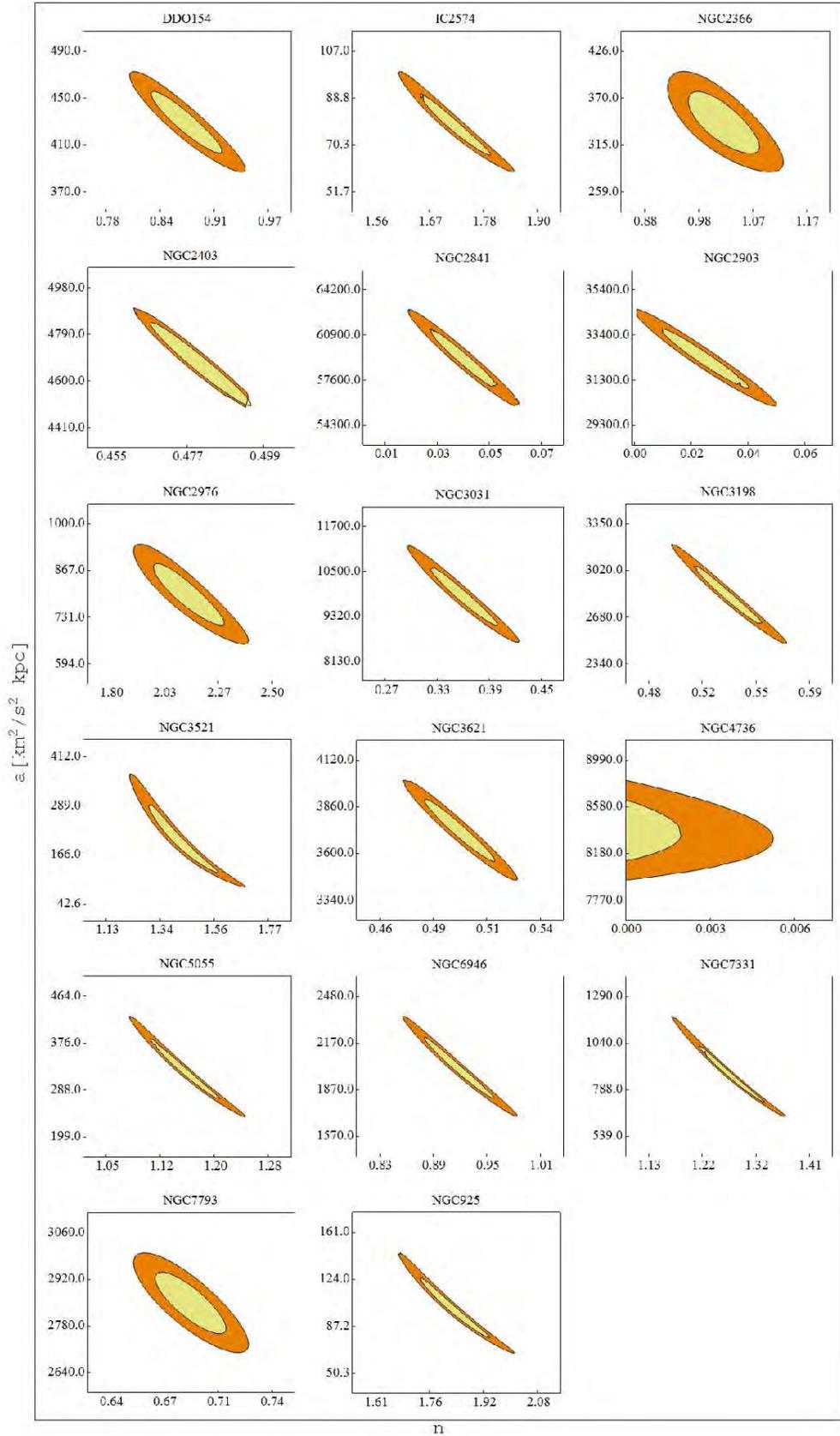
Galaxias	Kroupa			diet-Salpeter		
	$a$	$a$ [ $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ ]	$\chi_{\text{red}}^2$	$a$	$a$ [ $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ ]	$\chi_{\text{red}}^2$
D 154	$358.45^{+5.45}_{-5.49}$	$1.16^{+0.02}_{-0.02}$	2.10	$355.64^{+5.45}_{-5.48}$	$1.15^{+0.02}_{-0.02}$	2.03
I 2574	$297.35^{+6.91}_{-6.97}$	$0.96^{+0.02}_{-0.02}$	4.74	$272.61^{+6.91}_{-6.97}$	$0.88^{+0.02}_{-0.02}$	5.53
N 2366	$285.45^{+1.94}_{-134.51}$	$0.93^{+0.01}_{-0.44}$	3.48	$285.45^{+2.66}_{-99.97}$	$0.93^{+0.01}_{-0.32}$	3.29
N 2403	$1258.65^{+5.77}_{-5.78}$	$4.08^{+0.02}_{-0.02}$	11.80	$1225.23^{+5.75}_{-5.76}$	$3.97^{+0.02}_{-0.02}$	9.29
N 2841	$2952.36^{+19.45}_{-19.50}$	$9.57^{+0.06}_{-0.06}$	76.10	$2405.18^{+18.91}_{-18.96}$	$7.79^{+0.06}_{-0.06}$	44.30
N 2903	$1985.81^{+13.91}_{-13.96}$	$6.44^{+0.05}_{-0.05}$	71.80	$1998.74^{+13.92}_{-13.97}$	$6.48^{+0.05}_{-0.05}$	74.10
N 2976	$1000.00^{+2.64}_{-723.12}$	$3.24^{+0.01}_{-2.34}$	8.05	$698.04^{+44.46}_{-44.80}$	$2.26^{+0.14}_{-0.15}$	10.70
N 3031	$2617.86^{+32.68}_{-32.77}$	$8.48^{+0.11}_{-0.11}$	9.54	$191.44^{+29.52}_{-29.62}$	$0.62^{+0.10}_{-0.10}$	22.80
N 3198	$632.49^{+5.85}_{-5.87}$	$2.05^{+0.02}_{-0.02}$	14.00	$567.72^{+5.78}_{-5.80}$	$1.84^{+0.02}_{-0.02}$	11.50
N 3521	$684.59^{+36.21}_{-36.59}$	$2.22^{+0.12}_{-0.12}$	6.14	$562.41^{+35.10}_{-35.50}$	$1.82^{+0.11}_{-0.12}$	7.54
N 3621	$889.79^{+6.98}_{-7.00}$	$2.88^{+0.02}_{-0.02}$	11.20	$777.46^{+6.86}_{-6.88}$	$2.52^{+0.02}_{-0.02}$	3.29
N 4736	$1005.43^{+27.96}_{-28.11}$	$3.26^{+0.09}_{-0.09}$	20.50	$420.13^{+27.07}_{-27.24}$	$1.36^{+0.09}_{-0.09}$	8.74
N 5055	$559.90^{+8.71}_{-8.74}$	$1.81^{+0.03}_{-0.03}$	5.09	$399.76^{+8.30}_{-8.34}$	$1.30^{+0.03}_{-0.03}$	15.80
N 6946	$1650.37^{+16.51}_{-16.55}$	$5.35^{+0.05}_{-0.05}$	1.29	$908.03^{+16.12}_{-16.17}$	$2.94^{+0.05}_{-0.05}$	4.42
N 7331	$1938.02^{+24.45}_{-24.55}$	$6.28^{+0.08}_{-0.08}$	8.65	$1505.92^{+23.90}_{-24.00}$	$4.88^{+0.08}_{-0.08}$	29.60
N 7793	$1720.65^{+1.57}_{-358.31}$	$5.58^{+0.01}_{-1.16}$	10.50	$1688.18^{+37.17}_{-15.34}$	$5.47^{+0.12}_{-0.05}$	5.52
N 925	$612.29^{+14.40}_{-14.39}$	$1.98^{+0.05}_{-0.05}$	3.74	$453.50^{+14.26}_{-14.36}$	$1.47^{+0.05}_{-0.05}$	5.72

**Tabla 5-1:** Ajuste para la potencia fija  $n = 1$  con los modelos de masa diet- Salpeter y Kroupa. En las columnas (2) y (5) la aceleración Rindler tiene unidades de  $\frac{\text{km}^2}{\text{s}^2 \text{kpc}}$  y en las columnas (3) y (6) en las unidades de  $\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \times 10^{-9}$ .

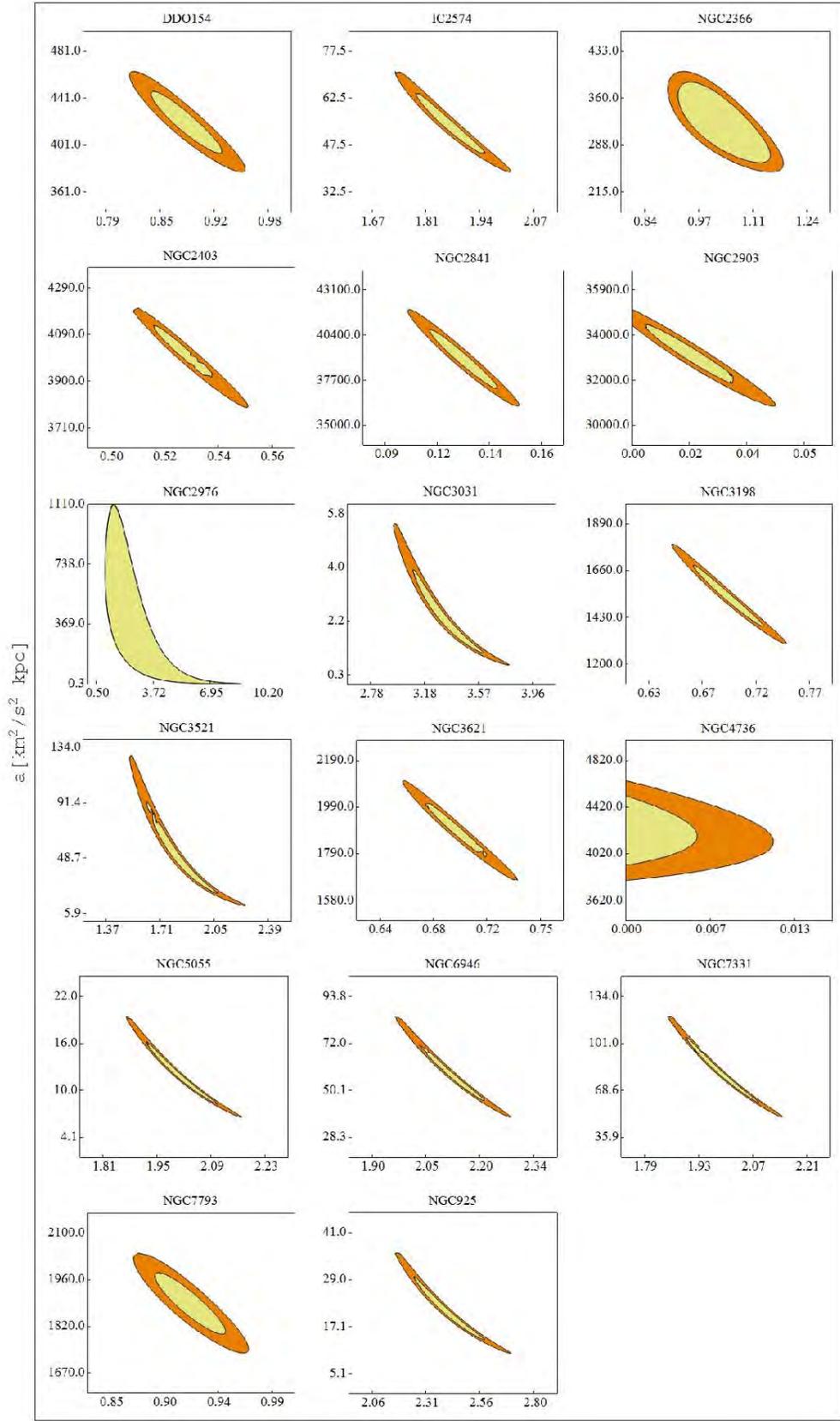
Rindler  $n \neq 1$

Galaxias	Kroupa			diet-Salpeter		
	$a$	$n$	$\chi^2_{\text{red}}$	$a$	$n$	$\chi^2_{\text{red}}$
D 154	$429.25^{+6.52}_{-6.56}$	$0.87^{+0.010}_{-0.010}$	1.77	$420.27^{+6.43}_{-6.47}$	$0.88^{+0.010}_{-0.010}$	1.75
I 2574	$77.96^{+1.74}_{-1.75}$	$1.72^{+0.011}_{-0.011}$	0.98	$53.57^{+1.28}_{-1.29}$	$1.87^{+0.011}_{-0.011}$	1.32
N 2366	$340.76^{+16.15}_{-16.42}$	$1.02^{+0.029}_{-0.028}$	3.27	$285.45^{+18.13}_{-11.09}$	$1.13^{+0.100}_{-0.009}$	3.23
N 2403	$4667.30^{+20.97}_{-21.01}$	$0.48^{+0.002}_{-0.002}$	2.27	$4000.25^{+18.46}_{-18.50}$	$0.53^{+0.002}_{-0.002}$	2.55
N 2841	$59071.70^{+333.82}_{-334.49}$	$0.04^{+0.002}_{-0.002}$	0.90	$38957.50^{+262.73}_{-263.27}$	$0.13^{+0.002}_{-0.002}$	1.23
N 2903	$32294.30^{+211.39}_{-212.01}$	$0.03^{+0.002}_{-0.002}$	7.99	$33026.10^{+215.04}_{-215.67}$	$0.02^{+0.002}_{-0.002}$	8.34
N 2976	$796.89^{+25.89}_{-26.15}$	$2.14^{+0.045}_{-0.044}$	1.15	$386.08^{+336.71}_{-0.34}$	$3.43^{+2.196}_{-0.001}$	10.60
N 3031	$9840.04^{+116.91}_{-117.17}$	$0.36^{+0.006}_{-0.006}$	5.12	$2.12^{+0.12}_{-0.12}$	$3.34^{+0.024}_{-0.023}$	20.30
N 3198	$2830.13^{+25.46}_{-25.54}$	$0.54^{+0.003}_{-0.003}$	7.77	$1531.59^{+15.37}_{-15.42}$	$0.69^{+0.003}_{-0.003}$	9.54
N 3521	$195.76^{+10.31}_{-10.44}$	$1.42^{+0.017}_{-0.016}$	5.82	$48.00^{+2.85}_{-2.89}$	$1.83^{+0.019}_{-0.018}$	6.84
N 3621	$3728.60^{+28.09}_{-28.17}$	$0.50^{+0.003}_{-0.003}$	0.87	$1880.38^{+16.30}_{-16.34}$	$0.70^{+0.003}_{-0.003}$	1.24
N 4736	$8377.42^{+176.93}_{-177.79}$	$< 0.002$	5.76	$4216.82^{+176.24}_{-176.98}$	$< 0.003$	4.11
N 5055	$322.28^{+5.04}_{-5.06}$	$1.16^{+0.004}_{-0.004}$	4.96	$11.81^{+0.24}_{-0.24}$	$2.01^{+0.000}_{-0.005}$	13.50
N 6946	$2005.70^{+20.02}_{-20.07}$	$0.92^{+0.004}_{-0.004}$	1.25	$57.86^{+1.00}_{-1.00}$	$2.11^{+0.007}_{-0.007}$	2.47
N 7331	$876.99^{+11.11}_{-11.15}$	$1.27^{+0.004}_{-0.004}$	8.21	$80.47^{+1.26}_{-1.27}$	$1.99^{+0.005}_{-0.005}$	26.00
N 7793	$2850.27^{+35.74}_{-35.91}$	$0.69^{+0.009}_{-0.009}$	4.48	$1884.05^{+26.61}_{-26.74}$	$0.92^{+0.009}_{-0.009}$	5.31
N 925	$100.24^{+2.31}_{-2.32}$	$1.83^{+0.010}_{-0.010}$	1.35	$20.43^{+0.60}_{-0.60}$	$2.41^{+0.012}_{-0.012}$	2.30

**Tabla 5-2:** Valores ajustados para los modelos de masa estelar diet-Salpeter y Kroupa con una de la ley de potencia ( $r^n$ ) dependiente de la aceleración de Rindler. En la columna (2) y (5) se presenta el resultado de la aceleración de Rindler (en unidades de  $\frac{m^2}{s^2 kpc^n}$ ), en la columna (3) y (6) se presenta el valor de la ley de potencia de  $r^n$ .



106  
**Figura 5-1:** Contornos de probabilidad 2D en el plano  $a$ - $n$ , correspondientes a  $1\sigma$  and  $2\sigma$ , para el modelo IMF de Kroupa.

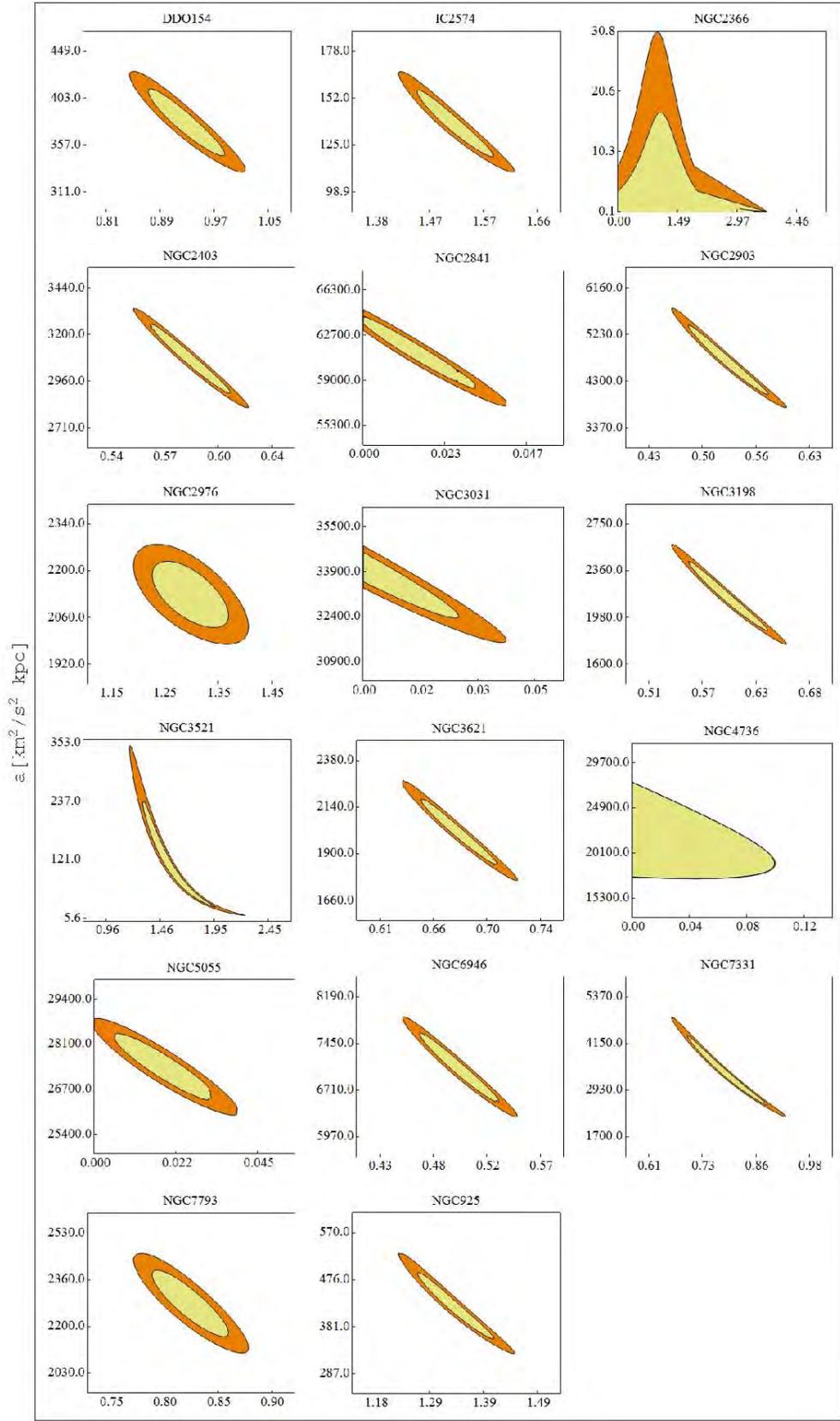


107  
**Figura 5-2:** Contornos de probabilidad 2D en el plano  $a$ - $n$ , correspondientes a  $1\sigma$  and  $2\sigma$ , para el modelo IMF de diet-Salpeter.

Free mass model

Galaxias	$n = 1$					$n \neq 1$				
	$a$	$a \left[ \frac{\text{cm}}{\text{s}^2} \right]$	$M_D$	$M_B$	$\chi_{\text{red}}^2$	$a$	$n$	$M_D$	$M_B$	$\chi_{\text{red}}^2$
D 154	$332.91^{+5.42}_{-5.50}$	$1.08^{+0.02}_{-0.02}$	$7.96^{+7.06}_{-7.07}$		1.78	$378.75^{+6.01}_{-6.05}$	$0.93^{+0.010}_{-0.010}$	$7.80^{+7.06}_{-7.06}$		1.75
I 2574	$365.24^{+6.89}_{-6.95}$	$1.18^{+0.02}_{-0.02}$	< 1		3.94	$136.85^{+2.63}_{-2.65}$	$1.52^{+0.009}_{-0.009}$	$8.26^{+7.76}_{-7.77}$		1.03
N 2366	$176.84^{+16.41}_{-16.69}$	$0.57^{+0.05}_{-0.05}$	$9.00^{+7.12}_{-8.69}$		2.30	< 10	$1.11^{+1.00}_{-1.00}$	$9.31^{+9.26}_{-7.92}$		1.58
N 2403	$797.22^{+97.65}_{-0.32}$	$2.58^{+0.32}_{-0.30}$	$10.2^{+9.83}_{-6.36}$	$6.77^{+5.80}_{-5.72}$	4.88	$3070.1^{+16.1}_{-16.1}$	$0.59^{+0.002}_{-0.002}$	$9.85^{+8.07}_{-8.07}$	$7.70^{+6.65}_{-6.65}$	0.75
N 2841	$1182.6^{+16.57}_{-16.73}$	$3.83^{+0.05}_{-0.05}$	$11.4^{+9.08}_{-9.08}$		1.08	$61227^{+358}_{-359}$	$0.02^{+0.002}_{-0.002}$	$11.0^{+9.08}_{-9.08}$		0.14
N 2903	$965.84^{+12.81}_{-12.87}$	$3.13^{+0.04}_{-0.04}$	$10.8^{+8.74}_{-8.75}$	$7.43^{+6.39}_{-6.47}$	2.47	$4686.8^{+52.1}_{-52.3}$	$0.53^{+0.004}_{-0.004}$	$10.7^{+8.74}_{-8.75}$	$7.70^{+6.71}_{-6.77}$	1.82
N 2976	$2646.5^{+99.93}_{-21.12}$	$8.58^{+0.32}_{-0.07}$	$5.86^{+6.95}_{-4.95}$		2.32	$2130.7^{+41.2}_{-41.6}$	$1.30^{+0.030}_{-0.030}$	$8.38^{+7.59}_{-7.59}$		0.99
N 3031	$1602.5^{+31.69}_{-31.80}$	$5.19^{+0.10}_{-0.10}$	$10.8^{+8.50}_{-8.50}$	$7.83^{+6.79}_{-6.78}$	5.93	$34102^{+233}_{-228}$	< 0.002	$10.5^{+8.50}_{-8.51}$	$5.86^{+4.88}_{-4.89}$	4.86
N 3198	$503.00^{+5.72}_{-5.74}$	$1.63^{+0.02}_{-0.02}$	$10.5^{+8.62}_{-8.62}$	$7.96^{+6.95}_{-6.97}$	5.11	$2144.6^{+21.0}_{-21.0}$	$0.60^{+0.003}_{-0.003}$	$10.4^{+8.62}_{-8.62}$	$8.65^{+7.64}_{-7.69}$	3.96
N 3521	$4580.0^{+7.67}_{-294}$	$14.80^{+0.02}_{-0.95}$	$9.00^{+6.88}_{-6.45}$		63.10	$120.08^{+6.75}_{-8.96}$	$1.51^{+0.017}_{-0.023}$	$11.0^{+8.96}_{-9.05}$		1.78
N 3621	$689.06^{+4.84}_{-9.49}$	$2.23^{+0.02}_{-0.03}$	$10.4^{+8.39}_{-8.32}$		0.67	$2015.0^{+17.3}_{-17.4}$	$0.67^{+0.003}_{-0.003}$	$10.3^{+8.35}_{-8.35}$		0.56
N 4736	< 10	< 0.1	$10.5^{+8.44}_{-8.44}$	$7.27^{+6.34}_{-6.24}$	53.0	$19022^{+153}_{-154}$	$0.10^{+0.001}_{-0.001}$	$7.08^{+7.90}_{-5.90}$	$6.69^{+5.77}_{-5.63}$	32.1
N 5055	$556.69^{+8.75}_{-8.82}$	$1.80^{+0.03}_{-0.03}$	$11.0^{+8.76}_{-8.77}$	< 1	9.30	$27370^{+175}_{-175}$	$0.02^{+0.002}_{-0.002}$	$10.5^{+8.76}_{-8.76}$	$7.70^{+6.62}_{-6.75}$	0.86
N 6946	$1378.7^{+16.64}_{-16.30}$	$4.47^{+0.05}_{-0.05}$	$10.7^{+8.55}_{-8.54}$	< 1	1.48	$7052.8^{+53.5}_{-53.6}$	$0.50^{+0.003}_{-0.003}$	$10.6^{+8.54}_{-8.54}$	$3.70^{+2.67}_{-2.70}$	1.22
N 7331	$1707.9^{+24.65}_{-24.73}$	$5.53^{+0.08}_{-0.08}$	$11.0^{+9.01}_{-9.01}$	$12.2^{+11.2}_{-11.1}$	0.26	$3348.2^{+45.7}_{-45.8}$	$0.79^{+0.005}_{-0.005}$	$10.9^{+9.01}_{-9.01}$	$7.70^{+6.67}_{-6.77}$	0.24
N 7793	$1523.1^{+23.79}_{-23.79}$	$4.94^{+0.08}_{-0.08}$	$9.47^{+7.85}_{-7.85}$		4.88	$2277.8^{+30.2}_{-30.4}$	$0.83^{+0.009}_{-0.009}$	$9.31^{+7.85}_{-7.85}$		4.61
N 925	$803.09^{+0.42}_{-450}$	$2.60^{+0.01}_{-1.46}$	$7.55^{+6.88}_{-6.88}$		4.07	$420.11^{+7.12}_{-7.17}$	$1.33^{+0.008}_{-0.008}$	$9.47^{+8.34}_{-8.34}$		1.12

**Tabla 5-3:** Ajustes para el modelo de  $\Upsilon_*$ -libre. En las columnas (2), (3) y (7) se presenta la aceleración de Rindler en unidades de  $\frac{km^2}{s^2kpc}$ ,  $\text{cm/s}^2 \times 10^{-9}$  y  $\frac{m^2}{s^2kpc^n}$ , respectivamente. La masa del disco estelar ( $M_D$ ) y el bulbo ( $M_B$ ) se dan en  $\log_{10}$  unidades de masa solar.



109  
**Figure 5-3:** 2D likelihood contours between the  $a$  and  $n$ , corresponding to  $1\sigma$  and  $2\sigma$ , for the free mass model.

Kroupa

Galaxias	NFW			Burkert		
	$r_s$	$\log \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$
D 154	$15.14^{+0.17}_{-0.18}$	$6.1^{+4.28}_{-4.28}$	1.06	$2.47^{+0.02}_{-0.02}$	$7.43^{+5.61}_{-5.6}$	0.43
I 2574	$> 10^6$	$< 0.1$	2.4	$14.74^{+0.57}_{-0.54}$	$6.62^{+4.96}_{-4.95}$	0.69
N 2366	$15.47^{+0.58}_{-0.57}$	$6.07^{+4.75}_{-4.74}$	3	$1.75^{+0.04}_{-0.05}$	$7.72^{+6.37}_{-6.37}$	1.34
N 2403	$10.38^{+0.03}_{-0.03}$	$7.14^{+4.8}_{-4.8}$	0.82	$3.86^{+0.01}_{-0.01}$	$7.98^{+5.63}_{-5.63}$	1.6
N 2841	$6.67^{+0.02}_{-0.02}$	$8.18^{+5.89}_{-5.89}$	1.29	$4.08^{+0.01}_{-0.01}$	$8.62^{+6.34}_{-6.33}$	3.02
N 2903	$4.92^{+0.02}_{-0.02}$	$8.12^{+5.94}_{-5.94}$	3.43	$3.06^{+0.01}_{-0.01}$	$8.55^{+6.37}_{-6.45}$	2.01
N 2976	$> 10^5$	$1.77^{+0.46}_{-0.15}$	6.3	$> 10^4$	$7.69^{+6.19}_{-6.2}$	1
N 3031	$8.35^{+0.06}_{-0.06}$	$7.48^{+5.56}_{-5.55}$	4.96	$3.5^{+0.02}_{-0.03}$	$8.22^{+6.29}_{-6.3}$	5.12
N 3198	$20.95^{+0.11}_{-0.11}$	$6.54^{+4.5}_{-4.47}$	4.75	$8.1^{+0.04}_{-0.04}$	$7.34^{+5.29}_{-5.28}$	2.49
N 3521	$> 10^6$	$1.03^{+-0.27}_{-0.28}$	5.66	$15.70^{+0.58}_{-0.56}$	$6.93^{+5.61}_{-5.61}$	5.21
N 3621	$17.1^{+0.08}_{-0.08}$	$6.72^{+4.6}_{-4.6}$	1.45	$5.77^{+0.02}_{-0.02}$	$7.63^{+5.51}_{-5.51}$	5.59
N 4736	$0.23^{+0.02}_{-0.02}$	$10.44^{+8.74}_{-8.74}$	1.34	$0.22^{+0.05}_{-0.05}$	$10.45^{+8.76}_{-8.76}$	1.3
N 5055	$> 10^6$	$< 2$	5.09	$23.54^{+0.27}_{-0.26}$	$6.6^{+4.79}_{-4.8}$	4.11
N 6946	$96.74^{+0.84}_{-0.85}$	$5.87^{+3.87}_{-3.87}$	1.21	$8.12^{+0.06}_{-0.06}$	$7.52^{+5.52}_{-5.52}$	1.14
N 7331	$> 10^6$	$< 2$	8.63	$17.4^{+0.19}_{-0.19}$	$7.23^{+5.33}_{-5.34}$	7.06
N 7793	$8.62^{+0.08}_{-0.08}$	$7.15^{+5.26}_{-5.25}$	4.07	$1.88^{+0.01}_{-0.02}$	$8.35^{+6.44}_{-6.45}$	7.88
N 925	$> 10^5$	$1.95^{+0.34}_{-0.32}$	3.68	$21.15^{+1.02}_{-0.95}$	$6.77^{+5.14}_{-5.13}$	1.19

**Tabla 5-4:** Valores de los parámetros ajustados para los perfiles NFW y Burkert con un modelo de masa estelar de Kroupa.

diet-Salpeter

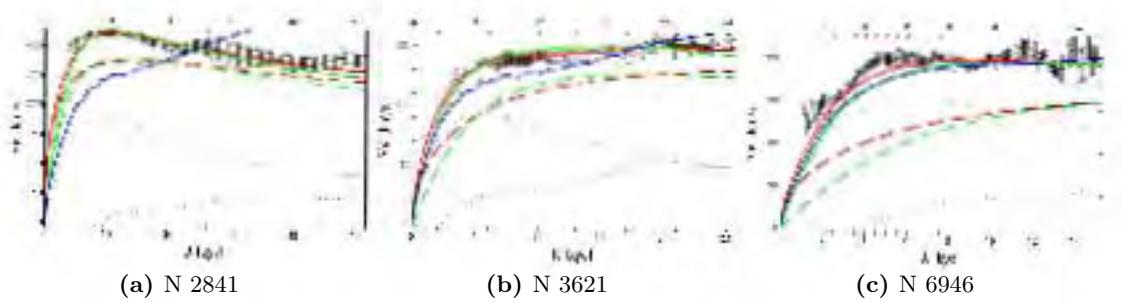
Galaxias	NFW			Burkert		
	$r_s$	$\log \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$
D 154	$15.95^{+0.19}_{-0.19}$	$6.07^{+4.25}_{-4.25}$	1.09	$2.53^{+0.03}_{-0.03}$	$7.41^{+5.59}_{-5.59}$	0.39
I 2574	$> 10^5$	$< 2$	5.49	$20.82^{+1.27}_{-1.14}$	$6.51^{+4.89}_{-4.89}$	1.16
N 2366	$15.99^{+0.63}_{-0.62}$	$6.03^{+4.74}_{-4.71}$	2.94	$1.78^{+0.05}_{-0.05}$	$7.69^{+6.36}_{-6.35}$	1.34
N 2403	$12.53^{+0.03}_{-0.03}$	$6.99^{+4.65}_{-4.65}$	1.08	$5.71^{+0.02}_{-0.02}$	$7.63^{+5.33}_{-5.32}$	1.37
N 2841	$5.84^{+0.43}_{-0.43}$	$8.37^{+6.51}_{-6.51}$	0.49	$3.85^{+0.03}_{-0.03}$	$8.75^{+7.02}_{-7.01}$	0.93
N 2903	$4.81^{+0.01}_{-0.01}$	$8.15^{+6.04}_{-5.96}$	3.73	$2.85^{+0.01}_{-0.01}$	$8.63^{+6.44}_{-6.43}$	1.23
N 2976	$> 10^5$	$2.41^{+1.22}_{-1.22}$	10.49	$> 10^4$	$7.46^{+6.41}_{-5.95}$	5.11
N 3031	$> 10^6$	$< 2$	22.76	$1.90^{+0.01}_{-0.01}$	$9.06^{+7.82}_{-7.81}$	4.37
N 3198	$41.1^{+0.27}_{-0.27}$	$6.01^{+4.01}_{-4.01}$	7.86	$9.74^{+0.05}_{-0.05}$	$7.17^{+5.16}_{-5.13}$	0.93
N 3521	$> 10^6$	$< 2$	12.5	$162^{+135}_{-50.1}$	$6.22^{+5.02}_{-5.01}$	11.5
N 3621	$43.81^{+0.27}_{-0.27}$	$6.03^{+3.98}_{-3.98}$	1.44	$9.41^{+0.05}_{-0.05}$	$7.21^{+5.15}_{-5.17}$	3.64
N 4736	$0.07^{+0.01}_{-0.01}$	$11.54^{+10.11}_{-10.16}$	1.3	$0.08^{+0.01}_{-0.01}$	$11.34^{+9.91}_{-9.96}$	1.29
N 5055	$> 10^6$	$< 1$	15.74	$2.52^{+0.03}_{-0.03}$	$8.79^{+6.89}_{-6.89}$	3.47
N 6946	$> 10^5$	$2.89^{+1.15}_{-1.14}$	4.42	$309.22^{+322.11}_{-104.69}$	$6.65^{+4.89}_{-4.9}$	2.49
N 7331	$> 10^6$	$< 2$	29.6	$27.58^{+0.49}_{-0.48}$	$7.00^{+5.15}_{-5.14}$	15.57
N 7793	$30.08^{+0.36}_{-0.36}$	$6.4^{+4.55}_{-4.55}$	5.01	$3.09^{+0.03}_{-0.03}$	$7.98^{+6.14}_{-6.13}$	4.3
N 925	$> 10^6$	$1.23^{+0.26}_{-0.27}$	5.64	$61.11^{+18.46}_{-8.61}$	$6.54^{+4.78}_{-5.23}$	2.54

**Tabla 5-5:** Valores de los parámetros ajustados para los perfiles de NFW y Burkert con un modelo estelar diet-Salpeter.

**Goodness-of-fit comparison table**

Galaxias	Kroupa				diet-Salpeter			
	NFW	Burkert	Rindler	Rindler	NFW	Burkert	Rindler	Rindler
	$(n = 1)$		$(n \neq 1)$		$(n = 1)$		$(n \neq 1)$	
D 154	1.06	0.43	2.10	1.77	1.09	0.39	2.03	1.75
I 2574	2.40	0.69	4.74	0.98	5.49	1.16	5.53	1.32
N 2366	3.00	1.34	3.48	3.27	2.94	1.34	3.29	3.23
N 2403	0.82	1.60	11.80	2.27	1.08	1.37	9.29	2.55
N 2841	1.29	3.02	76.10	0.90	0.49	0.93	44.30	1.23
N 2903	3.43	2.01	71.80	7.99	3.73	1.23	74.10	8.34
N 2976	6.31	1.00	8.05	1.15	10.49	5.11	10.70	10.60
N 3031	4.96	5.12	9.54	5.12	22.76	4.37	22.80	20.30
N 3198	4.75	2.49	14.00	7.77	7.86	0.93	11.50	9.54
N 3521	5.66	5.21	6.14	5.82	12.48	11.5	7.54	6.84
N 3621	1.45	5.59	11.20	0.87	1.44	3.64	3.29	1.24
N 4736	1.34	1.30	20.50	5.76	1.30	1.29	8.74	4.11
N 5055	5.09	4.11	5.09	4.96	15.74	3.47	15.80	13.50
N 6946	1.21	1.14	1.29	1.25	4.42	2.49	4.42	2.47
N 7331	8.63	7.06	8.65	8.21	29.60	15.6	29.60	26.00
N 7793	4.07	7.88	10.50	4.48	5.01	4.30	5.52	5.31
N 925	3.68	1.19	3.74	1.35	5.64	2.54	5.72	2.30

**Tabla 5-6:** Resumen de los valores de la  $\chi^2_{\text{red}}$  para los diferentes perfiles con los modelos de masa estelar Kroupa y diet-Salpeter.



**Figura 5-4:** Curvas de rotación para las galaxias (a) N 2841, (b) N 3621, y (c) N 6946. Se traza explícitamente la contribución del gas (punteada y negra), el modelo estelar de Kroupa (discontinua, negro), las curvas rojo/verde corresponden al perfil del halo de DM de NFW/Burkert y su contribución total (línea gruesas y discontinua, respectivamente), finalmente, la línea azul es la curva de rotación total del modelo de aceleración Rindler estándar ( $n = 1$ ).

# 6

## Conclusiones

*En el punto donde  
se detiene la ciencia,  
empieza la imaginación.*  
— JULES DE GAULTIER

En esta tesis determinamos los parámetros del modelo BDM a nivel astrofísico a través del ajuste del perfil de BDM a las curvas de rotación de galaxias de alta resolución; y a nivel cosmológico relacionando la radiación extra en el Universo temprano con el comportamiento tipo-radiación del modelo BDM. Finalmente, restringimos la energía de transición del modelo BDM a partir del análisis de los datos observacionales. Las conclusiones se presentan de la siguiente manera, primero damos una conclusión general a la que se llegó en este trabajo, después presentamos conclusiones más detalladas de cada análisis presentado en la tesis: en la sección 6.0.5 presentamos las conclusiones del análisis de las curvas de rotación, en la sección 6.0.6 presentamos las conclusiones del análisis en el universo temprano 6.0.6 y por último presentamos las conclusiones del análisis del estudio hecho en el marco en el que se modifican

las leyes de gravedad como alternativa a la materia oscura.

A partir del análisis de las curvas de rotación y de la radiación extra en el Universo temprano, concluimos que el modelo motivado de la física de partículas elementales BDM, como una extensión al actual paradigma CDM, es un buen candidato a explicar la naturaleza de la materia oscura ya que explica con gran sencillez los problemas a los que se enfrentan las predicciones de las simulaciones numéricas en el marco  $\Lambda$ CDM al ser comparada con las observaciones, tanto a escalas astrofísicas como cosmológicas. En este trabajo se ha tenido como objetivo final calcular el valor de la escala de la energía de transición de la materia oscura del modelo BDM. Ya que esta transición tiene implicaciones tanto a nivel galáctico, como en la formación de elementos ligeros como el  $^4\text{He}$ .

Se ha presentado el análisis de las curvas de rotación de galaxias utilizando cuatro perfiles diferentes en los halos de DM (BDM, NFW, Burkert, e ISO) y cinco diferentes modelos de masa -sólo de DM (min.d), DM más gas (min.d+g), DM más gas más disco estelar (Kroupa, dieta Salpeter,  $\Upsilon_\star$ -Free)- para una sub-muestra de las galaxias THINGS. A partir del análisis de las 17 galaxias de alta resolución fuimos capaces de restringir el valor de  $E_c^{\text{gal}} = \mathcal{O}(0.06 \text{ eV})$  para el caso que mejor refleja las observaciones, el modelo de Kroupa.

Se ha encontrado que los ajustes a las galaxias de THINGS favorecen perfiles con core sobre los cuspy (NFW) que concuerda con otros resultados generales que se encuentran en la literatura [32, 54] para las mismas galaxias. Se estudiaron cinco casos de modelos de masa y se concluyen que el perfil BDM describe adecuadamente las observaciones en todos los escenarios. El perfil propuesto se ajusta mejor en el 65 % de los casos y de manera similar que el perfil NFW en el restante 35 % de las galaxias.

Para una mejor descripción de la región interna desarrollamos un nuevo método para hacer el análisis en la región interna para extraer información de las curvas de rotación que es consistente con el comportamiento de un perfil con densidad central constante. El método consiste en combinar el ajuste del perfil BDM y el valor de la pendiente a la región correspondiente al núcleo. Confirmamos con el ajuste que el conjunto de datos observacionales utilizados para el análisis interno describe correctamente la región central y restringe el rango de valor para densidad central  $\rho_c$ .

Se encontró que la energía de transición entre HDM y CDM es perceptible en las galaxias

a una energía  $E_c^{\text{gal}} = \mathcal{O}(0.1 \text{ eV})$  y la mayoría de las galaxias tienen un core de  $r_c \sim \mathcal{O}(300 \text{ pc})$ , ver Tabla 4-8. Se encontró que  $r_c$  es poco restringida si el disco estelar tiene un comportamiento dominante cerca del centro de la galaxia. Sin embargo, se hace notar que, incluso cuando  $r_c$  es diferente para cada modelo de masa hay un intervalo de valores donde  $r_c$  es consistente para todos los modelos de masa dentro del intervalo  $1\sigma$  para la mayoría de las galaxias y algunos pocos dentro del intervalo de error de  $2\sigma$ .

Dado que en épocas cosmológicas tempranas las partículas de BDM se comportan como radiación éste puede influir en el tasa de creación del  $^4\text{He}$  y después de la transición podría modificar el momento cuando ocurre la igualdad entre la densidad de materia y radiación. Dado que ambas cantidades se restringen fuertemente con los datos del CMB se restringió el valor de la transición a escalas de energía de  $E_c^{\text{cos}} \geq \mathcal{O}(10) \text{ eV}$ .

Observaciones cosmológicas sugieren la existencia de radiación extra,  $N_{\text{eff}} > N_\nu$ , a partir de mediciones del CMB. Motivados por esta falta de radiación en el marco estándar CDM se ha considerado el modelo BDM, que puede explicar la necesidad de un componente extra relativista sin la necesidad introducir nuevas partículas. Se concluye que el número aparente de partículas relativistas extra,  $N_{\text{ex}}$ , se puede explicar con una dependencia temporal en la ecuación de estado (EoS) de la DM sin introducir nuevas partículas, c.f. Sec.3.1.1. Para una transición de fase  $a_c \ll a_{\text{eq}}$  la cantidad aparente de grados de libertad extra necesarios en la época de igualdad es pequeño y para  $N_{\text{ex}} \leq 0.07$  se requiere  $a_c/a_{\text{eq}} \leq 0.09$  si  $v_c = 1$ . Las partículas BDM también cambian la predicción de abundancia de los elementos ligeros en BBN, tales como el helio, debido a que cambia la densidad de radiación aumentando así la velocidad de expansión del universo temprano, dicho sea de paso, la observación también muestra un exceso durante la BBN que puede ser explicado por las partículas BDM.

El modelo BDM también es capaz de explicar la inconsistencia entre los aparentes grados de libertad adicionales en la época de igualdad y BBN,  $N_{\text{ex}}(a_{\text{eq}}) \neq N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$ , y predecir la cantidad de  $^4\text{He}$  dada el momento de la igualdad  $z_{\text{eq}}$ , y viceversa. Bajo el supuesto de que el momento de igualdad ocurre cuando  $\omega_{\text{tot}} = 1/6$  se es capaz de calcular la cantidad  $\tilde{N}_{\text{ex}}$  como función del factor de escala, Eq.(3-3).

El hecho de que  $E_c^{\text{gal}} < E_c^{\text{cos}}$  implica que densidad en las galaxias no es la suficiente para observar el comportamiento tipo-radiación de BDM en el centro de las galaxias, y al igual

que en el momento de equivalencia, se observan los efectos de la transición de fase, donde la materia oscura tiene un comportamiento intermedio entre la materia y la radiación. Resolver las ecuaciones de Boltzmann en el contexto cosmológico para todos los fluidos relevantes en la evolución del universo pondría cuotas más estrictas para el valor de  $E_c^{\text{cos}}$ , ver Apéndice B; y simulaciones hidrodinámicas ayudarían en la comprensión de la transición en las galaxias, sin embargo, estas dos vertientes quedan fuera del objetivo de la presente tesis pero dan paso a la investigación del tema en un futuro.

Se concluye que el modelo BDM a nivel astrofísico, con un valor de energía fijo  $E_c^{\text{gal}}$ , reproduce correctamente las curvas de rotación de galaxias. El perfil BDM tiene una motivación importante proveniente de física de partículas que, a través de su transición de CDM hacia HDM (cuando  $\rho \simeq \rho_c$ ), permite una explicación más fundamental de las curvas de rotación de las diferentes galaxias tratadas aquí. Además, se puede explicar la radiación extra  $N_{ex}$  en igualdad y la épocas de BBN utilizando sólo las partículas de BDM, con una EoS dependiente del tiempo  $\omega_{\text{bdm}}(a)$ , sin necesidad de introducir partículas relativistas adicionales.

### 6.0.5. Curvas de Rotación

Se ha presentado el análisis de las curvas de rotación con cuatro perfiles diferentes (de DM BDM, NFW, Burkert, e ISO) y cinco diferentes modelos de masa -sólo de DM (min.d), DM mas gas (min.d+g), DM, mas gas, mas disco estelar (Kroupa, dieta Salpeter,  $\Upsilon_{\star}$ -Free)- para una sub-muestra de las galaxias THINGS tal como se describe en el capítulo 4.

El nuevo perfil BDM se ha puesto a prueba, se ha introducido en la Sec. ?? y describe partículas tipo CDM si su densidad de energía está por debajo del límite  $\rho_c = E_c^4$ , y se comporta como HDM si su densidad es mayor que  $\rho_c$ , este comportamiento en las galaxias está caracterizado por la escala del core  $r_c$ . Por lo tanto, el perfil resultante se comporta como un perfil NFW a grandes escalas, pero tiene una región central de densidad constante (*core*).

Se ha encontrado que los ajustes a las galaxias de THINGS favorecen perfiles con core sobre los cuspy (NFW) que concuerda con otros resultados generales que se encuentran en la literatura [32, 54] para las mismas galaxias. Se estudiaron los cinco casos cuando de los modelos de masa y se concluyen que el perfil BDM describe adecuadamente las observaciones en todos los escenarios y se ajusta mejor o igual de bien que los perfiles Burkert e ISO. Para tres galaxias

(Grupo C) los ajustes del perfil BDM exigieron  $r_c/r_s < 10^{-6}$  y en estos casos el valor de la  $\chi^2$  es casi idénticos a los de NFW. Para estas galaxias el perfil cuspy ajusta mejor aunque que no hay suficientes datos observacionales cerca del centro de la galaxia para afirmarlo anterior.

La resolución de las observaciones de la muestra de THINGS es de alta calidad, pero todavía se necesitan datos más cerca del centro para algunas galaxias, a escalas menores a los 200 pc, para poder discernir entre los perfiles con core o cuspy. Esto es porque las estrellas son un problema difícil de tratar cuando se intenta resolver el problema core-cusp, en gran parte debido a la incertidumbre de la relación masa-luminosidad y su comportamiento dominante cerca del centro de la galaxia. Hemos llevado a cabo un análisis de la region interna para los grupos de galaxias B y C, para los cuales  $r_c \leq r_s$ , extrayendo información de las curvas de rotación que es consistentes con el comportamiento de un perfil con densidad central constante. Los contornos de intervalos de confianza muestran que la escala del core depende de la cantidad de los componentes de masas que se toman en cuenta en el análisis. Se encontró que el valor de  $r_c$  es poco restringida si el disco estelar tiene un comportamiento dominante cerca del centro de la galaxia.

Hemos calculado los intervalos de confianza del 1 y  $2\sigma$  para los parámetros de BDM  $r_c$  y  $E_c^{\text{gal}}$  para las diferentes galaxias y modelos de masas. Encontramos que la energía de transición entre HDM y CDM tiene lugar en la mayoría de las galaxias a una energía  $E_c^{\text{gal}} = \mathcal{O}(0.1 \text{ eV})$ , y la mayoría de las galaxias tienen un core de  $r_c \sim \mathcal{O}(300 \text{ pc})$ , ver Tabla 4-8. Se encontró que  $r_c$  es poco restringida si el disco estelar tiene un comportamiento dominante cerca del centro de la galaxia. Sin embargo, se hace notar que, incluso cuando  $r_c$  es diferente para cada modelo de masa hay un intervalo de valores donde  $r_c$  es consistente para todos los modelos de masa dentro del intervalo  $1\sigma$  para la mayoría de las galaxias y algunos pocos dentro del intervalo de error de  $2\sigma$ , como se muestra en las figuras Figures A-1, A-2, A-3, y A-5. Esto nos proporciona las herramientas suficientes para poner a prueba, la evolución del Universo y formación de estructura a gran escala con el fin de seguir probando el modelo BDM.

Nótese que la dispersión de  $E_c^{\text{gal}}$  es mucho menor que el de  $r_c$  y esto es coherente con nuestro modelo de BDM ya  $E_c^{\text{gal}}$  es una nueva escala fundamental para el modelo de DM mientras que  $r_c$  depende  $r_s, \rho_0$  que dependen de las condiciones iniciales y formación de cada galaxia. Analizamos el perfil BDM con un valor de energía fijo  $E_c^{\text{gal}}$  y se concluyó que el perfil

propuesto es competitivo comparado con el perfil NFW. El perfil BDM tiene una motivación importante proveniente de física de partículas que, a través de su transición de CDM hacia HDM (cuando  $\rho \simeq \rho_c$ ), permite una explicación más fundamental de las curvas de rotación de las diferentes galaxias tratados aquí.

### 6.0.6. Radiación Extra

Observaciones cosmológicas sugieren la existencia de radiación extra,  $N_{\text{eff}} > N_\nu$ , a partir de mediciones del CMB y  $^4\text{He}$ . Motivados por esta falta de radiación en el marco estándar CDM se ha considerado el modelo BDM, que puede explicar la necesidad de un componente extra relativista sin la necesidad introducir nuevas partículas.

Vale la pena hacer notar que existe una tensión entre el valor de la constante de Hubble  $H_o$  (en unidades de  $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$ ) obtenida por Planck  $H_o = 67.3 \pm 1.2$  [6], WMAP9:  $H_o = 70.0 \pm 2.2$  [7] y las Cefeidas+SNeIa  $H_o = 74.8 \pm 3.1$  [94]; dado que el valor de  $N_{\text{eff}}$  depende en gran medida de éste parámetro. Se requiere un valor mayor de  $H_o$  para un mayor número de grados de libertad relativistas. A fin de tener mayor validez presentamos nuestros resultados usando diferentes conjuntos de datos. Esto significa que la cantidad de radiación durante y antes de la época de igualdad parece ser más de lo esperado ( $\hat{\rho}_r > \rho_r$ ), donde  $\hat{\rho}_r = \rho_r + \rho_{\text{ex}}$  y  $\rho_{\text{ex}}$  describe a el componente relativista extra.

Debido a que tenemos una EoS dependiente tiempo, no podemos simplemente utilizar  $\rho_r = \rho_m$  para determinar el momento de igualdad materia-radiación. En cambio, definimos el momento de igualdad cuando la EoS total toma el valor  $\omega_{\text{tot}} = 1/6$ , que supera el hecho de que  $\omega_{\text{bdm}}$  es una función de  $a$  e incluso es válido en el caso límite del modelo estándar. Se concluye que el número aparente de partículas relativistas extra,  $N_{\text{ex}}$ , se puede explica por con una dependencia temporal en la EoS de la DM sin introducir nuevas partículas, c.f. Sec.3.1.1. Para una transición de fase  $a_c \ll a_{\text{eq}}$  la cantidad aparente de grados de libertad extra necesarios en la época de igual es pequeño y para  $N_{\text{ex}} \leq 0.07$  se requiere  $a_c/a_{\text{eq}} \leq 0.1$  si  $v_c = 1$ . Las partículas BDM también cambian la predicción de abundancia de los elementos ligeros en BBN, tales como el helio, debido a que cambia la densidad de radiación aumentando así la velocidad de expansión del universo temprano, dicho sea de paso, la observación también muestra un exceso durante la BBN que puede ser explicado por las partículas BDM.

Calculamos el rango de valores de la época de transición  $x_c = a_c v_c$  y  $v_c$  utilizando datos cosmológicos que predicen radiación extra, la Tabla 3-2 resume los resultados. Utilizando la las últimas observaciones de Planck<sub>\*</sub>, llegamos a la conclusión de que el momento de la transición debe ser del orden  $x_c = 4.13({}^{+3.65}_{-4.13}) \times 10^{-5}$  con el fin de explicar la evidencia de radiación adicional en la época de igualdad  $a_{\text{eq}}$ . Utilizando resultados de  ${}^4\text{He}$  de BBN se obtiene restricciones equivalentes para  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = 0.9^{+1.5}_{-0.9}$ . La combinación de ambos resultados pone restricciones a la velocidad  $v_c = 0.37^{+0.18}_{-0.17}$ , y por lo tanto al momento de la transición  $z_c > 24217$  y energía  $E^{\text{cos}}(a_c) \geq 9.01$  eV. Sin embargo, si el valor de  $N_{\text{eff}}$  toma valores cercanos a  $N_\nu$ , es decir,  $N_{\text{eff}} \simeq N_\nu$ , entonces  $x_c \ll 10^{-5}$  y  $z_c \gg 10^5$ .

El modelo BDM también es capaz de explicar la inconsistencia entre los aparentes grados de libertad adicionales en la época de igualdad y BBN,  $N_{\text{ex}}(a_{\text{eq}}) \neq N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$ , y predecir la cantidad de  ${}^4\text{He}$  dada el momento de la igualdad  $z_{\text{eq}}$ , y viceversa. Bajo el supuesto de que el momento de igualdad ocurre cuando  $\omega_{\text{tot}} = 1/6$  se es capaz de calcular la cantidad  $\tilde{N}_{ex}$  como función del factor de escala, Eq.(3-3). Combinando esta ecuación con la que se obtiene a partir de BBN  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}}$ , Eq.(3-9), se puede predecir que la cantidad de  ${}^4\text{He}$  consistente para un  $z_{\text{eq}} = 3365$  y  $x_c = 4.13 \times 10^{-5}$  debe ser de  $Y_p = 0.272$ , que es conciliable dentro del  $1\sigma$  de error del valor reportado para  $Y_p = 0.26$ , pero dado un valor un poco menor de  $x_c = 10^{-5}$  uno obtiene un  $N_{\text{ex}}^{\text{bbn}} = 0.62$  y  $Y_p = 0.256$ .

Se concluye que se puede explicar la radiación extra  $N_{ex}$  en igualdad y la épocas de BBN utilizando sólo las partículas de BDM, con una EoS dependiente del tiempo  $\omega_{\text{bdm}}(a)$ , sin necesidad de introducir partículas relativistas adicionales. Sin embargo, un análisis más detallado nos proporcionará una mejor comprensión de la materia oscura y la posibilidad de que la masa de la materia oscura se obtiene a partir de fenómenos no-perturbativos.

El modelo BDM puede explicar la diferencia entre  $E_c^{\text{gal}}$  y  $E_c^{\text{cos}}$ , a través del mismo argumento con el que se explica por se obtienen diferentes valores de  $N_{\text{eff}}$  en la época de BBN que en el momento de igualdad  $N_{\text{eff}}^{\text{bbn}} > N_{\text{eff}}^{\text{eq}}$ . El argumento es el siguiente, en el escenario en el que pasamos de altas a bajas energías (ténganse en mente la Fig.3-1), las partículas BDM sufren una transición a escalas de energías de  $E_c^{\text{cos}}(a_c) = \mathcal{O}(10)$  eV, a partir de ese momento las partículas obtienen masa a partir de métodos no perturbativos, la evolución de ésta transición es descrita a partir de una ecuación de estado dependiente del factor de escala (tiempo). Así,

en la época de igualdad  $a_{\text{eq}} > a_c$  las partículas de BDM tienen poca contribución a la densidad de la radiación en comparación con la contribución a la cantidad de radiación en la época de BBN ( $a_{\text{rmbbn}} < a_c$ ). Eventualmente para momentos  $a > a_c$  las partículas del modelo BDM son totalmente frías.

Ahora, la imagen de la transición es distinta en un marco donde se pasa de bajas a altas energías, como sería el caso de los halos de materia oscura en las galaxias. Cuando empieza la formación de estructura a gran escala uno espera que en una galaxia la densidad de energía de la materia oscura sea baja en la parte exterior de ésta y conforme uno se acerca al centro la densidad de energía incremente. Simulaciones numéricas en el marco  $\Lambda\text{CDM}$  predice que la densidad de energía es infinita en centro de la galaxia, sin embargo en el caso de BDM la densidad alcanzaría el valor límite de  $\rho_c = (E_c^{\text{gal}})^{1/4}$  y entonces las partículas BDM empezarían a comportarse como materia oscura caliente.

Ahora bien, el hecho de que  $E_c^{\text{gal}} < E_c^{\text{cos}}$  implica que densidad en las galaxias no es la suficiente para observar el comportamiento tipo-radiación de BDM en el centro de las galaxias, y al igual que en el momento de equivalencia, se observan los efectos de la transición de fase, donde la materia oscura tiene un comportamiento intermedio entre materia y radiación. Resolver las ecuaciones de Boltzmann en el contexto cosmológico para todos los fluidos relevantes en la evolución del universo pondría cuotas más estrictas para el valor de  $E_c^{\text{cos}}$ , ver Apéndice B; y simulaciones hidrodinámicas ayudarían en la compresión de la transición en las galaxias, sin embargo estas dos vertientes quedan fuera del objetivo de la presente pero lo tratado aquí son la base de futuros trabajos.

### 6.0.7. Modelo de Rindler

Mediante el ajuste de los modelos a los datos encontramos que aunque los ajustes son razonables para las galaxias consideradas, en muchos casos, se muestran valores grandes de  $\chi_{\text{red}}^2$ , y una alta dispersión en los parámetros Rindler ( $a, n$ ). Además, los perfiles estándar de materia oscura [Navarro-Frenk-White (NFW) y Burkert] hacen un mejor trabajo en los ajustes a las curvas de rotación. Un trabajo muy reciente [93] considera el mismo problema y utiliza ocho (de nuestras diecisiete) galaxias para el modelo Rindler estándar ( $n = 1$ ), concluyendo que para seis galaxias sus resultados tienden a converger a un único parámetro de aceleración

Rindler. En nuestro caso, también observamos esta evidencia, pero si se toman en cuenta más galaxias u otros modelos estelares sus conclusiones no so válidas.

Hemos puesto a prueba la idea de que una modificación del potencial newtoniano derivada de una aceleración de Rindler que modifica la gravedad, como propone Ref. [82], explicaría el contenido de materia oscura en las galaxias espirales. La teoría da una nueva término efectivo en la curva de rotación teórica de la forma  $v_T^2(r) = \Upsilon_* v_*^2 + v_G^2 + a|\bar{r}|^n$ , donde el último término sustituiría a la contribución del perfil de la materia oscura.

Hemos hecho uso de los datos proporcionados por HI THINGS [66], que poseen campos de velocidad de alta resolución de las curvas de rotación que son ideales para probar nuevos perfiles de materia oscura [2, 3] o, como en los trabajos actuales, nuevos modelos de gravedad. Hemos considerado el componente de gas que se calcula mediante la integración de su brillo superficial como en la teoría newtoniana estándar, tres modelos de masa estelar de (Kroupa, diet-Salpeter y masa-libre), y el modelo de Rindler estándar ( $n = 1$ ) y una generalización de ley de potencia ( $n$  libre). Hemos considerado tres modelos de masas estelar desde la dinámica galáctica está codificado en la física bariónica, y esto es algo desconocido. Por lo tanto, la determinación de parámetros de la gravedad modificada depende de la la comprensión de la física estelar/bariónica en galaxias, y llegar a conclusiones hay que tener cuidado, a través de la búsqueda de mejores ajustes y buscando la convergencia de los valores de los parámetros.

Los resultados de los ajustes se muestran en las Tablas 5-1, 5-2, y 5-3 para tres modelo de masa para ambos modelos de Rindler,  $n = 1$  y  $n$ -libre. Hemos demostrado, en la sección. 5.4.1, que los ajustes para  $n = 1$  son pobres, ya que la mayoría de las  $\chi_{\text{red}}^2$  son mayores a uno. Sin embargo, el problema más importante es el parámetro de aceleración de Rindler no converge a un único valor. El parámetro calculado esta en el intervalo de  $0.93_{-0.44}^{+0.01} < a < 9.57_{-0.06}^{+0.06}$  en el modelo de Kroupa, mientras que  $0.62_{-0.10}^{+0.10} < a < 7.79_{-0.06}^{+0.06}$  en el modelo de diet-Salpeter, de manera similar como en el modelo anterior. En cada modelo de masa las incertidumbres en la aceleración de Rindler son pequeñas y no podrían explicar tan gran dispersión en los intervalos de  $a$ .

Cuando el parámetro de ley de potencia  $n$  se considera parámetro libre, consulte Sec. 5.4.2 y tabla 5-2, los ajustes son mejores, y los resultados de Kroupa ajustan mucho mejor en 14 (de 17) de los casos comparado con los de diet-Salpeter. Sin embargo, la calidad del ajuste

no da resultados aceptables, ya que algunas galaxias presentan valores muy altos  $\chi_{\text{red}}^2$ . Por otra lado, los ajustes sufren de una amplia dispersión en la determinación de los valores de los parámetros de Rindler, como se muestra en las gráficas de contorno de la Fig. 5-1. Para el modelo de Kroupa los parámetros son  $77.96_{-1.75}^{+1.74} < a < 32294.30_{-212.01}^{+211.39}$ , que representa 2 órdenes de magnitud de diferencia y  $0.002 \sim n < 2.14_{-0.044}^{+0.045}$  que produce 3 órdenes de magnitud de diferencia. La dispersión de los parámetros en diet-Salpeter son similares.

Cuando la relación masa-luminosidad se toma parámetro libre, consulte Sec. 5.4.3 y tabla 5-3, los ajustes son mejores que los modelos anteriores cuando  $n$  es un parámetro libre, pero de nuevo la dispersión de los parámetros es alta:  $10 \sim a < 19022_{-154}^{+153}$ , lo que representa unas 3 órdenes de magnitud de diferencia y  $0.002 \sim n < 1.52_{-0.009}^{+0.009}$ , una diferencia de 2 órdenes de magnitud, ver también fig. 5-3. Un trabajo muy reciente [93] considera el mismo problema y el uso de las mismas ocho (de nuestra diecisiete) galaxias para el modelo de Rindler estándar ( $n = 1$ ), concluyendo que durante seis galaxias sus resultados tienden a converger a un solo parámetro de aceleración de Rindler. En nuestro caso, observamos esta evidencia también, pero si se tiene en cuenta más galaxias u otros modelos estelares galácticos no sostenemos sus conclusiones.

Por último, hemos comparado nuestros resultados anteriores con dos perfiles de materia oscura estándar, un cuspy (NFW) y un plana (Burkert), ver Tablas 5-4, 5-5, y 5-6. La calidad en el ajuste favorece al perfil, primero de Burkert y luego el de NFW sobre el de el modelo de gravedad modificada de Grumiller. La tendencia es más clara para el modelos de Rindler estándar ( $n = 1$ ) que se ajustan peor que los perfiles tanto de NFW como de Burkert para los modelos de masa diet-Salpeter y Kroupa. Los resultados del modelo de Rindler- $r^n$  ( $n \neq 1$ ) analizado con el modelo de masa diet-Salpeter son un poco mejor que el modelo de Kroupa, pero aún así el perfil NFW ajusta mejor para 9 galaxias (de 17) y el perfil de Burkert logra una mejor ajuste para 12 galaxias (de 17) que el modelo Rindler- $r^n$ .

Si bien los ajustes de gravedad modificada de Rindler son factible para las galaxias consideradas, en muchos casos, muestran altos valores de  $\chi_{\text{red}}^2$  y una alta dispersión en los parámetros de Rindler ( $a, n$ ) que apunta para ser un modelo incoherente. Además, los perfiles estándar de materia oscura (NFW y Burkert) o el modelo BDM son una mejor alternativa en el ajuste de las curvas de rotación.

# A

## Curvas de Rotación

Organizamos este Apéndice de la siguiente manera, en la sección A.1 se muestran los valores ajustados con el modelo diet-Salpeter para los perfiles NFW y BDM; y para el modelo de masa  $\Upsilon_{\star}$ -free únicamente con el perfil BDM. En la sección A.2 se muestran los valores ajustados para el modelo min.d, min.d+g, Kroupa y dieta Salpeter utilizando los perfiles de Burkert, tabla A-5, y pseudo-isotérmico, Table A-6. Por último, en la sección A.3 se muestran los gráficos de los contornos de probabilidad de las galaxias diferentes y modelos de masas.

### A.1. diet-Salpeter and Free mass model

En esta sección se presentan los resultados del modelo de masa diet-Salpeter para los perfiles BDM, Eq. (4-14), y NFW, Eq. (4-5). También se presentan los resultados para el modelo de masa  $\Upsilon_{\star}$ -free de para el perfil de BDM, como se explica en el capítulo 4.

DIET-SALPETER

Galaxias	BDM					NFW			$E_c^{\text{gal}} = 0.07$		
	$r_c/r_s$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$r_c$	$\chi_{\text{red}}^2$
D 154	0.46	$3.53^{+0.03}_{-0.03}$	$7.32^{+5.51}_{-5.5}$	$1.63^{+0.06}_{-0.06}$	0.28	$15.95^{+0.19}_{-0.19}$	$6.07^{+4.25}_{-4.25}$	1.09	$9.74^{+0.35}_{-0.35}$	$0.14^{+0.}_{-0.}$	0.51
N 2841	0.04	$5.36^{+0.20}_{-0.31}$	$8.47^{+6.30}_{-6.30}$	$0.22^{+0.02}_{-0.01}$	0.49	$5.84^{+0.43}_{-0.43}$	$8.37^{+6.51}_{-6.51}$	0.49	$6.09^{+0.09}_{-0.09}$	$3.32^{+0.02}_{-0.02}$	2.21
N 3031	$> 1$	$> 10^4$	$8.73^{+7.56}_{-7.55}$	$> 10^6$	21.29	$> 10^6$	$< 2$	22.76	$> 10^7$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	22.6
G.A N 3621	0	$43.8^{+0.27}_{-0.27}$	$6.03^{+3.98}_{-3.98}$	$< 0.01$	1.45	$43.81^{+0.27}_{-0.27}$	$6.03^{+3.98}_{-3.98}$	1.44	$> 10^6$	$0.14^{+0.01}_{-0.01}$	31.7
N 4736	0.59	$0.05^{+0.01}_{-0.01}$	$12.0^{+10.6}_{-10.6}$	$0.03^{+0.01}_{-0.01}$	1.31	$0.07^{+0.01}_{-0.01}$	$11.5^{+10.1}_{-10.2}$	1.3	$< 0.01$	$1.14^{+0.02}_{-0.02}$	1.65
N 6946	$> 1$	$> 10^5$	$8.96^{+7.22}_{-7.18}$	$> 10^6$	2.5	$> 10^5$	$2.89^{+1.15}_{-1.14}$	4.42	$> 10^5$	$0.22^{+0.01}_{-0.01}$	4.2
N 7793	1	$3.53^{+0.02}_{-0.02}$	$8.17^{+6.60}_{-6.60}$	$3.53^{+0.02}_{-0.02}$	4.05	$30.1^{+2.2}_{-2.2}$	$6.4^{+4.8}_{-4.8}$	5.01	$> 10^6$	$0.18^{+0.01}_{-0.01}$	75.92
IC2574	0.14	$143.55^{+3.18}_{-3.2}$	$5.66^{+4.03}_{-4.04}$	$20.06^{+0.63}_{-0.61}$	1.21	$> 10^5$	$< 2$	5.49	$9.40^{+1.03}_{-1.03}$	$< 0.01$	148
N 2366	0.15	$4.59^{+0.13}_{-0.13}$	$7.01^{+5.82}_{-5.56}$	$0.68^{+0.10}_{-0.09}$	1.87	$15.99^{+0.63}_{-0.62}$	$6.03^{+4.74}_{-4.71}$	2.94	$> 10^3$	$< 0.02$	31.3
N 2903	1	$2.30^{+0.24}_{-0.24}$	$9.05^{+6.58}_{-7.14}$	$2.30^{+0.24}_{-0.24}$	2.24	$4.81^{+0.01}_{-0.01}$	$8.15^{+6.04}_{-5.96}$	3.73	$1.96^{+0.05}_{-0.05}$	$3.15^{+0.01}_{-0.01}$	2.91
G.B N 2976	$> 1$	$300.^{+20.31}_{-12.11}$	$11.84^{+10.65}_{-10.76}$	$> 10^6$	5.28	$> 10^5$	$2.41^{+1.22}_{-1.22}$	10.49	$> 10^6$	$< 0.01$	640
N 3198	1	$11.6^{+0.06}_{-0.05}$	$7.28^{+5.29}_{-5.27}$	$11.6^{+0.24}_{-0.25}$	6.28	$41.1^{+0.27}_{-0.27}$	$6.01^{+4.01}_{-4.01}$	7.86	$34.8^{+0.61}_{-0.61}$	$0.28^{+0.02}_{-0.02}$	7.45
N 3521	$> 1$	$339^{+21.2}_{-18.8}$	$10.75^{+9.55}_{-9.54}$	$> 10^7$	11.62	$> 10^6$	$< 2$	12.5	$> 10^6$	$0.12^{+0.01}_{-0.01}$	12.35
N 925	$> 1$	$> 10^3$	$9.59^{+8.07}_{-8.06}$	$> 10^6$	2.51	$> 10^6$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	36.4			
N 2403	1.38	$3.66^{+0.01}_{-0.01}$	$8.32^{+5.98}_{-5.99}$	$5.05^{+0.05}_{-0.05}$	0.87	$12.53^{+0.03}_{-0.03}$	$6.99^{+4.65}_{-4.65}$	1.08	$7.32^{+0.05}_{-0.05}$	$1.05^{+0.03}_{-0.03}$	0.84
G.C N 5055	0.33	$417.6^{+7.61}_{-7.54}$	$5.49^{+3.8}_{-3.79}$	$135.9^{+3.3}_{-3.54}$	13.45	$> 10^6$	$< 1.51$	15.74	$> 10^6$	$0.09^{+0.01}_{-0.01}$	15.7
N 7331	0	$> 10^6$	$1.51^{+0.41}_{-0.18}$	$58.1^{+1.53}_{-0.86}$	26.2	$> 10^6$	$< 2$	29.6	$> 10^8$	$0.4^{+0.01}_{-0.01}$	23.5

**Tabla A-1:** Se muestran los valores ajustados cuando se analiza el modelo de masa utilizando la IMF diet-Salpeter para el disco estelar. Los parámetros de BDM y NFW se muestran en las columnas (2-7) y (8-10), respectivamente. Las unidades y el conjunto de galaxias son idénticas a las que se muestran en la Tabla 4-2.

## A.2. ISO and Burkert results

En esta sección se presentan las tablas en las que se muestran los resultados del ajustan utilizando los perfiles pseudo-isotérmico (Eq.(4-22)) y Burkert (Eq.(4-20)) para todos los modelos de masa, como se explica en el capítulo 4. Los valores para los perfiles BDM y NFW para min.d, min.d+g y el modelo de masa Kroupa fueron presentados en la Sec.4.5 y en las Tablas 4-2, 4-3, 4-4.

## A.3. Rotation curves and likelihoods contours

En esta Sección. se presentan las figuras donde se grafican los contornos de los intervalos de confianza obtenidos a partir del ajuste numérico para los diferentes perfiles, presentados en la

DIET-SALPETER

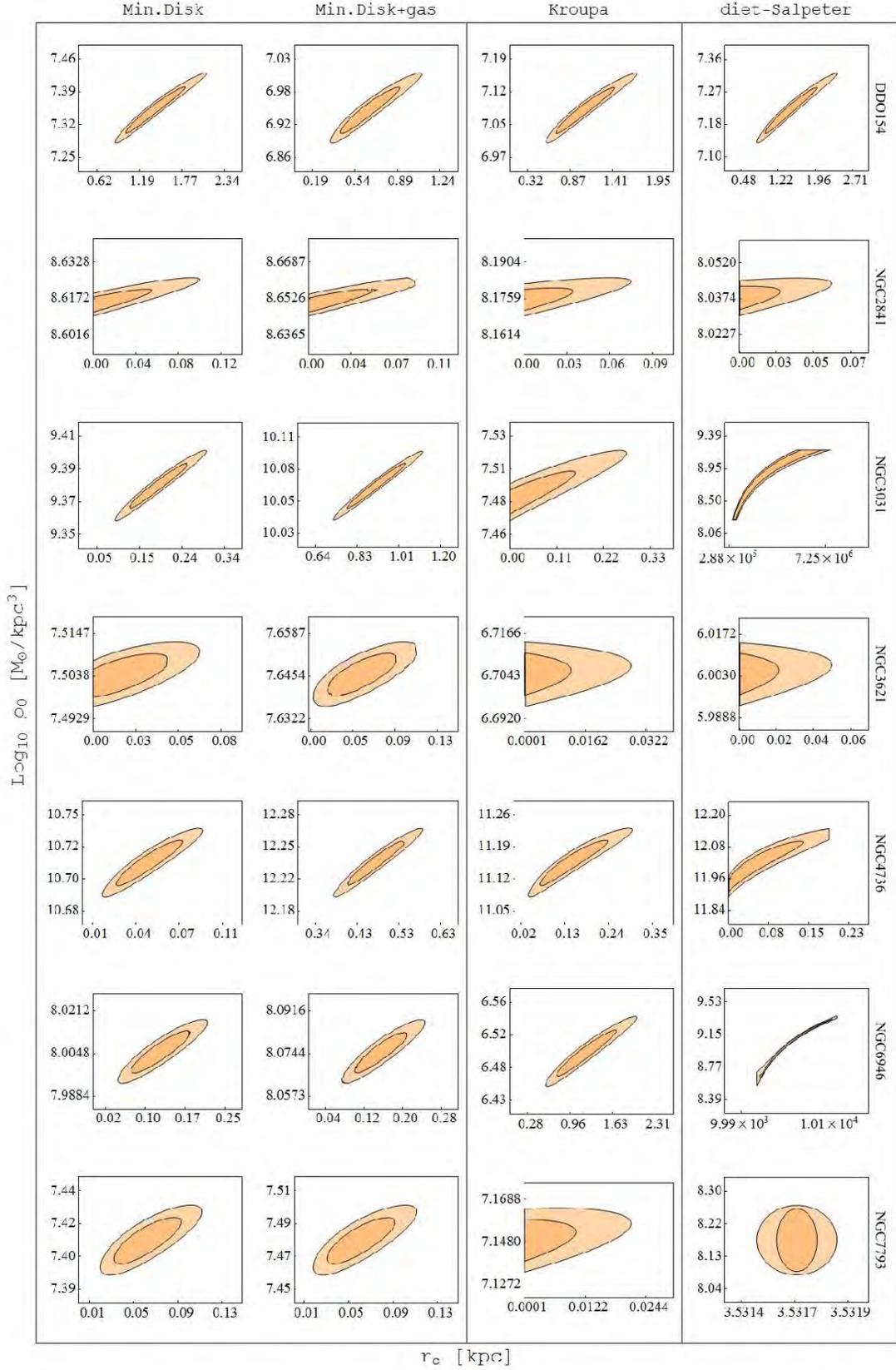
Galaxias		BDM Inner				
		$R_{max}$	$r_c$	$\log \rho_0$	$\chi_{red}^2$	$\chi_t^2$
G.A.	N 3621	3.32	< 0.01	$9.47^{+7.38}_{-7.3}$	3.09	3.66
	IC2574	11.64	$14.35^{+0.49}_{-0.48}$	$6.21^{+4.83}_{-4.82}$	1.22	1.21
	N 2366	0.79	$3.94^{+1.23}_{-0.83}$	$7.09^{+6.69}_{-6.59}$	0.09	2.04
	N 2903	2.72	> $10^4$	$7.29^{+7.04}_{-6.89}$	17.9	39.8
G.B.	N 2976	2.57	> $10^3$	$7.20^{+5.6}_{-5.6}$	5.56	684
	N 3198	6.02	> $10^5$	$5.43^{+3.70}_{-3.70}$	25.1	52.4
	N 3521	3.74	> $10^5$	$6.44^{+4.7}_{-4.6}$	110	164
	N 925	6.02	> $10^5$	$5.38^{+5.16}_{-5.16}$	4.14	77.1
G.C.	N 2403	2.04	$44.5^{+23.88}_{-11.78}$	$6.87^{+6.68}_{-6.51}$	0.71	3.11
	N 5055	0.73	$0.45^{+0.24}_{-0.}$	$9.04^{+8.8}_{-8.44}$	-	1.87

**Tabla A-2:** Aquí se muestran los valores obtenidos del análisis interno utilizando el modelo de masa diet-Salpeter, con el perfil  $\rho_{in}$ . Todos los parámetros se explican en la Table 4-5. El guión (-) significa que el valor  $\chi_{red}^2$  no se puede calcular porque el número de datos tomados para hacer el análisis son aproximadamente el número de parámetros.

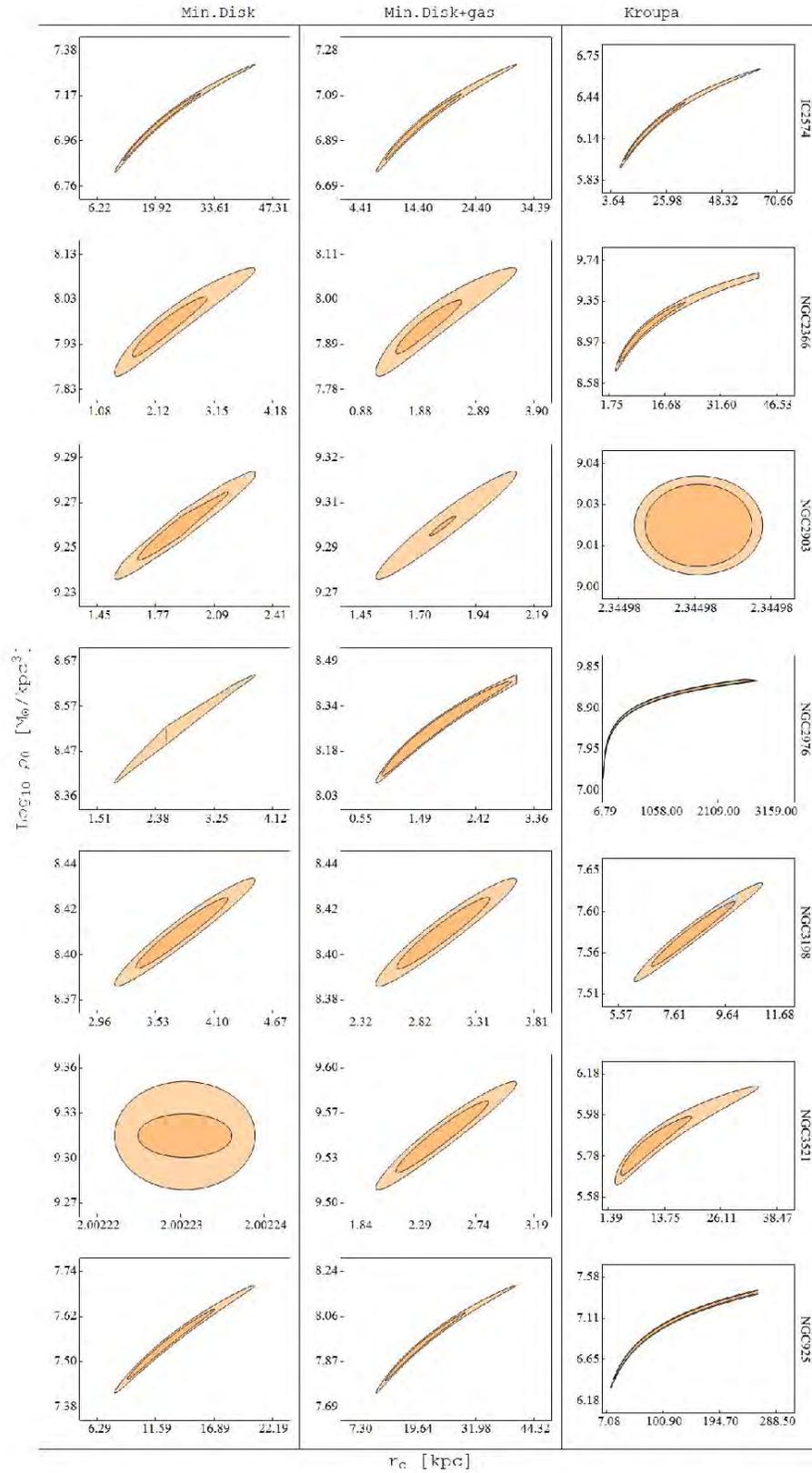
Sec. 4.4. La clasificación de las galaxias se describe en la Sec. 4.5.

### A.3.1. Análisis Interno

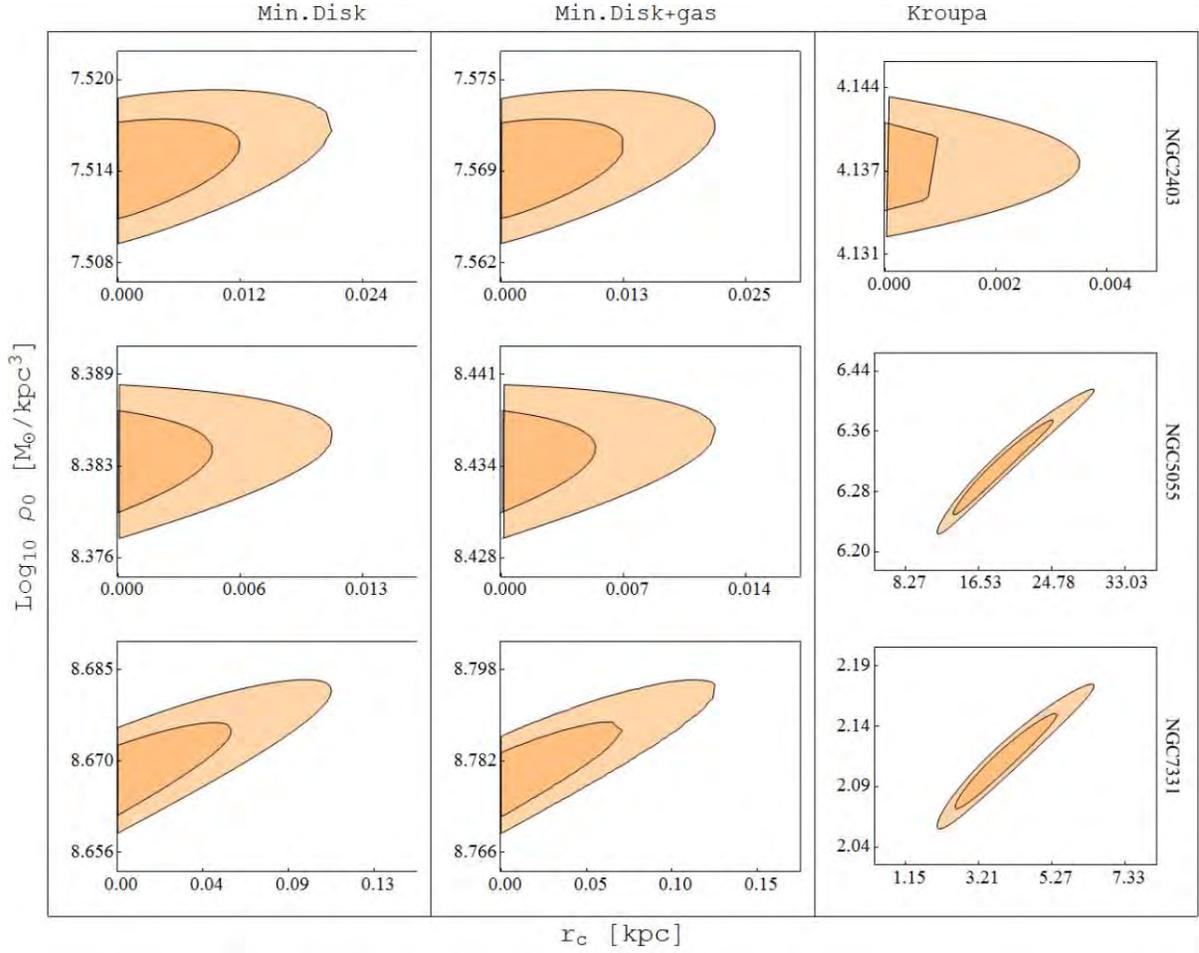
Se presentan las diferentes galaxias del grupo GB que se analizaron cuando el halo de DM es la única componente de masa dinámica con la aproximación para el perfil BDM  $\rho_{in} = 2\rho_c(1 + r/r_c)^{-1}$  hasta un radio  $r < r_s$  con una pendiente constante positiva como se muestra en las Fig. (A-4) con una línea color morado, discontinua. A partir de este primer enfoque se obtiene la distancia del núcleo  $r_c$  y la densidad central  $\rho_c$ , entonces usamos estos parámetros para obtener  $\rho_0$  y  $r_s$  a partir del ajuste de perfil de BDM usando el conjunto completo de datos observacionales (línea gruesa negra). Los valores ajustados se presentan en la Table 4-5 y los intervalos de confianza entre  $\rho_c$  y  $r_c$  en la Fig. A-2.



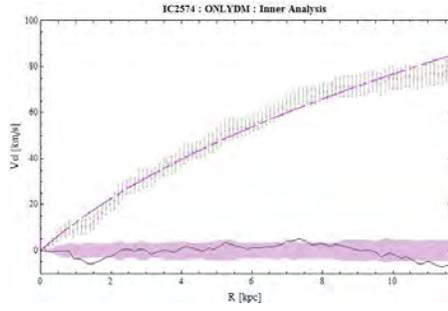
**Figura A-1:** Se presentan los contornos de probabilidad 2D para los parámetros BDM  $\rho_0$  y  $r_c$  para las galaxias con  $r_c \ll r_s$ , grupo A. Las dos regiones en cada figura corresponden a  $1\sigma$  (68%) y  $2\sigma$  (95%) Nivel de confianza. Las columnas de izquierda a derecha corresponden al disco minimal, minimal disco + modelos masivos dieta Salpeter gas, Kroupa y. Esto muestra claramente cómo las estrellas tiene una contribución importante cerca del centro de la galaxia y borrar rastro del núcleo, podemos ver que, aunque el valor de  $r_c$  que minimizan  $\chi^2$  es cero, es consistente con valores distintos de cero hasta  $1\sigma$ .



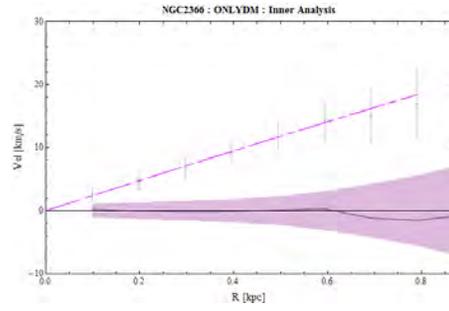
**Figura A-2:** Esta tabla muestra los contornos de probabilidad 2D para los parámetros BDM  $\rho_0$  y  $r_c$  de galaxias con  $r_c = r_s$ , grupo B. Los diferentes colores en cada figura representan la suma de  $1\sigma$  y  $2\sigma$ . Las columnas de izquierda a derecha, corresponde al disco minimal, minimal disco + gas, y Kroupa. Cuando más componentes de masa se incluyen en el análisis de los contornos de los niveles de confianza se hacen más grandes, lo que resulta en la dificultad de encontrar el valor mínimo ajustado para  $r_c$  porque las estrellas se desvanecen las huellas del núcleo. Obtenemos infrecuentes contornos de nivel de confianza para la dieta Salpeter que sugieren una sobreestimación del componente estelar. Para este modelo de masa se obtienen valores por  $r_c < r_s$  y  $r_c$  sin restricciones dentro del  $2\sigma$  para los demás análisis, y decidimos no para mostrar aquí.



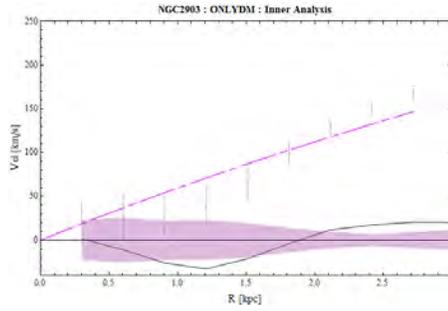
**Figura A-3:** Esta tabla muestra los contornos de probabilidad 2D entre los parámetros BDM  $\rho_0$  y  $r_c$ , correspondientes a  $1\sigma$  y  $2\sigma$  de galaxias con  $r_c = 0$ , grupo C. Las columnas de izquierda a derecha, corresponden a disco mínimo, min.disk + gas, Kroupa, y los modelos de masa dieta Salpeter.



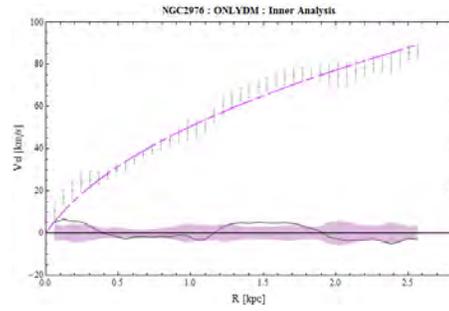
(a) I 2574



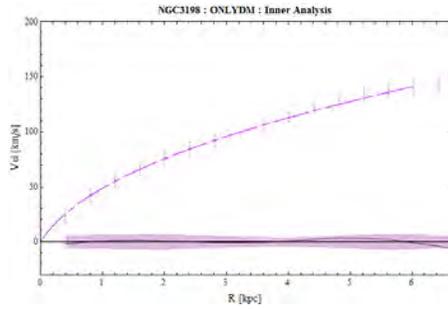
(b) N 2366



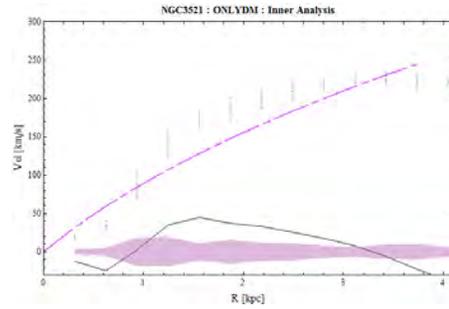
(c) N 2903



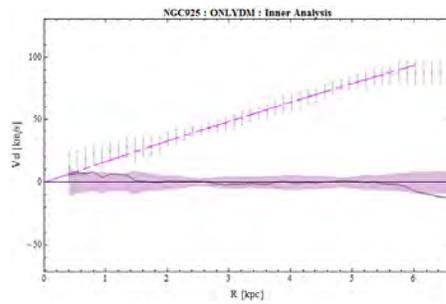
(d) N 2976



(e) N 3198

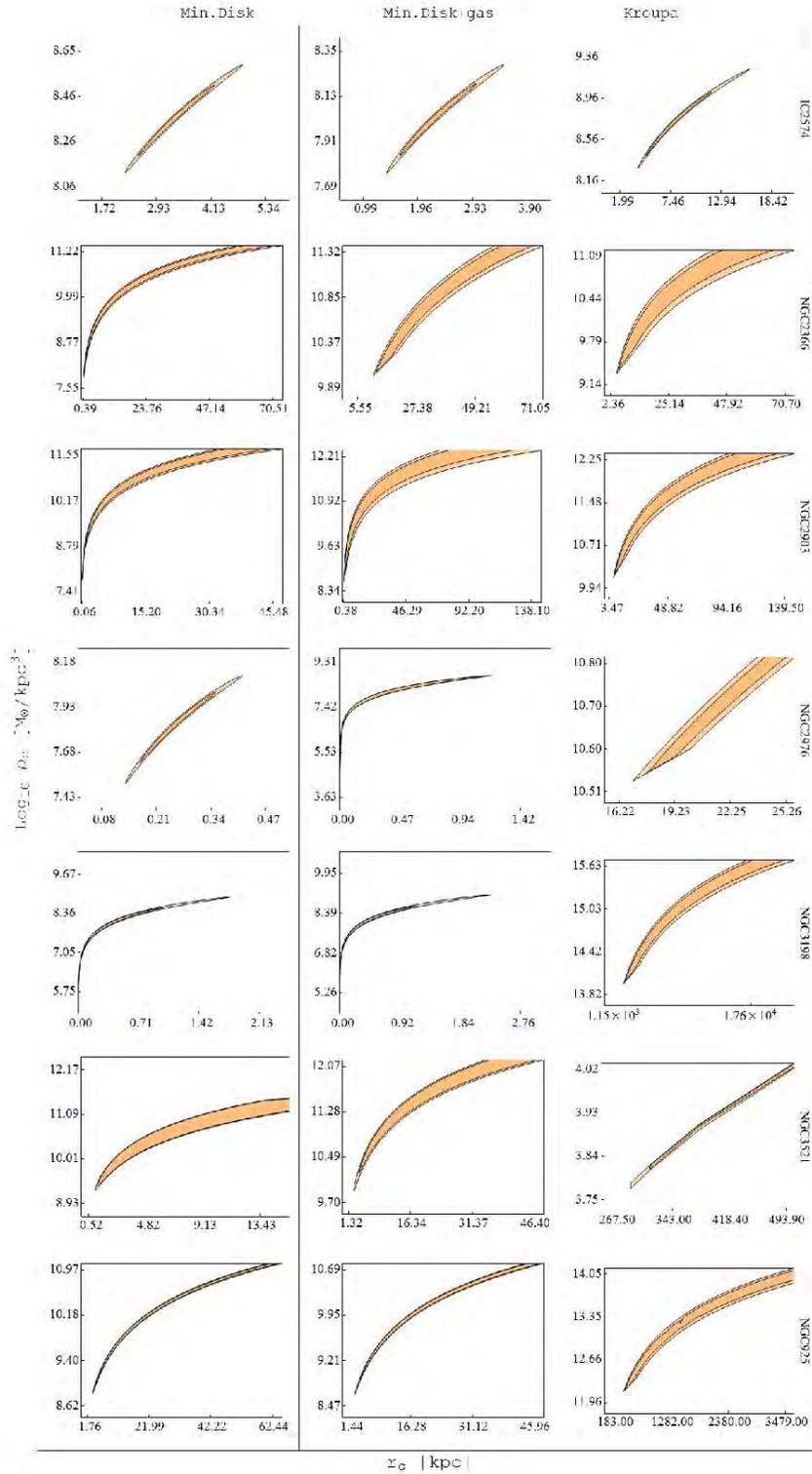


(f) N 3521



(g) N 925

**Figura A-4:** Análisis interno de las galaxias I 2574, N 2366, N 2903 y N 2976, N 3198 y N 3521, N 925. Los puntos grises son las observaciones con sus barras de error. Debajo de cada gráfica se muestra la diferencia entre la observación y el planteamiento teórico, la región morada representan las barras de error y la línea es la curva ajustada.



**Figura A-5:** Los contornos 2D de probabilidad de los parámetros BDM  $\rho_0$  y  $r_c$  para las galaxias con  $r_c = r_s$ , grupo B. Los diferentes colores en cada figura representan los niveles de confianza  $1\sigma$  y  $2\sigma$ . Las columnas de izquierda a derecha, corresponde y los modelos de masa de disco mínimo, disco mínimo+gas y Kroupa obtenidos a partir del análisis interno.

BDM - diet-Salpeter			
Galaxias	$r_c$	$\rho_c$	$E_c^{\text{gal}}$
G.A D 154	$1.63^{+0.20}_{-0.20}$	$6.80^{+4.80}_{-6.80}$	$0.04^{+0.001}_{-0.001}$
N 2841	$0.22^{+0.01}_{-0.01}$	$8.83^{+6.80}_{-6.80}$	$0.12^{+0.01}_{-0.01}$
N 3031	$1.44^{+0.03}_{-0.03}$	$9.08^{+7.80}_{-7.80}$	$0.14^{+0.01}_{-0.01}$
N 3621	$< 0.001$	$< 2$	–
N 4736	$0.03^{+0.01}_{-0.01}$	$11.53^{+11.36}_{-10.15}$	$0.56^{+0.09}_{-0.01}$
N 6946	$> 10^6$	$< 2$	–
N 7793	$3.53^{+0.50}_{-0.50}$	$7.32^{+6.80}_{-6.80}$	$0.05^{+0.01}_{-0.01}$
G.B IC2574	$14.4^{+0.49}_{-0.48}$	$6.21^{+4.83}_{-4.82}$	$0.03^{+0.0003}_{-0.0003}$
N 2366	$3.94^{+1.23}_{-0.83}$	$7.09^{+6.69}_{-6.59}$	$0.04^{+0.004}_{-0.003}$
N 2903	$> 10^4$	$7.29^{+7.04}_{-6.89}$	$0.05^{+0.007}_{-0.005}$
N 2976	$> 10^3$	$7.2^{+5.50}_{-5.50}$	$0.05^{+0.001}_{-0.001}$
N 3198	$> 10^5$	$5.43^{+3.1}_{-3.1}$	$0.02^{+0.001}_{-0.001}$
N 3521	$> 10^5$	$6.44^{+4.50}_{-4.50}$	$0.03^{+0.001}_{-0.001}$
N 925	$> 10^5$	$5.38^{+5.16}_{-5.16}$	$0.02^{+0.002}_{-0.002}$

**Tabla A-3:** Se muestran los parámetros principales,  $r_c$ ,  $\rho_c$  y  $E_c^{\text{gal}}$ , para el modelo BDM tal como se define en la Sec. 4.3.3 para el modelo de masa diet-Salpeter. Los valores para las galaxias GA son los obtenidos con el perfil de BDM, la Eq. (4-14). Los valores para las galaxias GB son los obtenidos a partir del análisis interno con  $\rho_{in}$  como se explica en la Sec.4.5. En los casos en los que  $r_c < 10^{-6}$  el valor de la energía  $E_c^{\text{gal}}$  no se pueden calcular, en estos casos se muestra un guión. Las unidades son las mismas que las mostradas en la Tabla. 4-7.

FREE :: BDM

Galaxias	$r_c/r_s$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$r_c$	$\log_{10} M_s$	$\Upsilon_\star$	$\chi_{\text{red}}^2$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
D 154	0.14	$4.79^{+0.04}_{-0.04}$	$6.97^{+5.15}_{-5.15}$	$0.66^{+0.04}_{-0.04}$	$< 1 < 0.01$	0.28	
N 2841	0	$4.47^{+0.01}_{-0.01}$	$8.65^{+6.25}_{-6.24}$	$0.00^{+0.01}$	$4.7^{+8.95}_{-4.00}$	$< 0.01$	0.5
N 3031	0.21	$1.33^{+0.01}_{-0.01}$	$9.54^{+7.17}_{-7.16}$	$0.28^{+0.01}_{-0.01}$	$7.52^{+8.53}_{-7.50}$	0.01	4.5
G.A N 3621	0	$60.^{+0.45}_{-0.38}$	$5.83^{+3.79}_{-3.85}$	$0.00^{+0.01}$	$10.31^{+8.35}_{-8.35}$	0.24	0.67
N 4736	6	$0.08^{+0.01}_{-0.01}$	$12.33^{+10.24}_{-10.24}$	$0.466^{+0.01}_{-0.01}$	$8.91^{+8.33}_{-8.5}$	0.01	1.67
N 6946	0	$7.36^{+0.02}_{-0.02}$	$7.73^{+5.45}_{-5.45}$	$0.0^{+0.01}$	$10.13^{+8.55}_{-8.54}$	0.10	1.24
N 7793	0.009	$6.24^{+0.04}_{-0.05}$	$7.48^{+5.48}_{-5.47}$	$0.06^{+0.01}_{-0.01}$	$< 1 < 0.01$	3.37	
IC2574	1	$13.41^{+0.09}_{-0.13}$	$6.94^{+5.15}_{-5.26}$	$13.40^{+0.28}_{-0.19}$	$< 1 < 0.01$	0.39	
N 2366	3.8	$1.53^{+0.05}_{-0.05}$	$8.19^{+7.}_{-7.11}$	$5.92^{+0.64}_{-0.56}$	$8.95^{+8.08}_{-7.74}$	0.41	1.63
N 2903	1	$2.32^{+0.02}_{-0.03}$	$9.00^{+6.77}_{-6.92}$	$2.32^{+0.03}_{-0.03}$	$10.15^{+8.75}_{-8.74}$	0.22	1.29
G.B N 2976	0.5	$4.26^{+0.06}_{-0.06}$	$8.01^{+6.34}_{-6.33}$	$2.09^{+0.07}_{-0.07}$	$8.61^{+7.6}_{-7.58}$	0.03	0.85
N 3198	0.98	$5.17^{+0.02}_{-0.02}$	$8.00^{+5.9}_{-5.9}$	$5.08^{+0.11}_{-0.11}$	$10.17^{+8.62}_{-8.61}$	0.21	0.47
N 3521	1	$1.91^{+0.02}_{-0.01}$	$9.34^{+7.21}_{-7.43}$	$1.91^{+0.005}_{-0.005}$	$9.59^{+9.02}_{-8.98}$	0.01	1.1
N 925	1	$9.32^{+0.08}_{-0.08}$	$7.52^{+5.67}_{-5.68}$	$10.14^{+0.22}_{-0.22}$	$< 1 < 0.01$	0.49	
N 2403	0	$13.2^{+0.04}_{-0.04}$	$6.92^{+4.61}_{-4.61}$	$0.0^{+0.001}$	$9.75^{+8.17}_{-7.95}$	0.19	0.82
G.C N 5055	0	$3.76^{+0.01}_{-0.01}$	$8.43^{+6.11}_{-6.11}$	$0.0^{+0.01}$	$< 1 < 0.01$	1.26	
N 7331	292	$0.12^{+0.001}_{-0.001}$	$13.41^{+11.3}_{-11.3}$	$35.643^{+0.34}_{-0.33}$	$10.24^{+9.1}_{-8.91}$	0.02	0.43

**Tabla A-4:** Mostramos los valores ajustados cuando consideramos el cociente masa-luminosidad del disco estelar como un parámetro libre. Las columnas (2-5) son los parámetros BDM cuyas unidades para la distancias están dadas en kpc y para la densidad de energía  $\rho_0$  en  $M_\odot/\text{kpc}^3$ . La columna (6) es el logaritmo base 10 de la masa del disco estelar y en la columna (7) el cociente masa-luminosidad. Se observa que los resultados para algunas galaxias son consistentes con las del modelos min.d+g. La clasificación de las galaxias es como se muestra en la Tabla 4-2.

BURKERT

Galaxias	MIN. DISK			MIN. DISK + GAS			KROUPA			DIET-SALPETER		
	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$	$r_s$	$\log_{10} \rho_0$	$\chi_{\text{red}}^2$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)
D 154	$2.44^{+0.02}_{-0.02}$	$7.52^{+5.62}_{-5.61}$	0.57	$2.31^{+0.02}_{-0.02}$	$7.48^{+5.64}_{-5.65}$	0.53	$2.47^{+0.02}_{-0.02}$	$7.43^{+5.61}_{-5.6}$	0.43	$2.53^{+0.03}_{-0.03}$	$7.41^{+5.59}_{-5.59}$	0.39
N 2841	$3.23^{+0.01}_{-0.01}$	$8.95^{+6.66}_{-6.46}$	1.53	$2.01^{+0.002}_{-0.006}$	$9.39^{+7.42}_{-6.55}$	5.79	$4.08^{+0.01}_{-0.01}$	$8.62^{+6.34}_{-6.33}$	3.02	$3.85^{+0.03}_{-0.03}$	$8.75^{+7.02}_{-7.01}$	0.93
N 3031	$1.35^{+0.003}_{-0.003}$	$9.45^{+7.07}_{-7.08}$	4.34	$1.02^{+0.004}_{-0.001}$	$9.71^{+7.28}_{-7.39}$	5.45	$3.5^{+0.02}_{-0.03}$	$8.22^{+6.29}_{-6.3}$	5.12	$1.90^{+0.01}_{-0.01}$	$9.06^{+7.82}_{-7.81}$	4.37
G.A N 3621	$3.33^{+0.01}_{-0.01}$	$8.26^{+5.96}_{-5.98}$	7.94	$0.89^{+0.003}_{-0.001}$	$9.43^{+7.32}_{-7.06}$	55.7	$5.77^{+0.02}_{-0.02}$	$7.63^{+5.51}_{-5.51}$	5.59	$9.41^{+0.05}_{-0.05}$	$7.21^{+5.15}_{-5.17}$	3.64
N 4736	$0.29^{+0.001}_{-0.001}$	$10.6^{+8.47}_{-8.47}$	1.73	$0.04^{+0.0001}_{-0.0001}$	$12.8^{+10.84}_{-10.52}$	15.8	$0.22^{+0.05}_{-0.05}$	$10.5^{+8.76}_{-8.76}$	1.30	$0.55^{+0.05}_{-0.05}$	$9.80^{+7.40}_{-7.40}$	3.33
N 6946	$2.86^{+0.01}_{-0.01}$	$8.63^{+6.27}_{-6.27}$	2.11	$1.77^{+0.002}_{-0.006}$	$9.04^{+6.51}_{-6.87}$	7.13	$8.12^{+0.06}_{-0.06}$	$7.52^{+5.52}_{-5.52}$	1.14	$309^{+322}_{-105}$	$6.65^{+4.89}_{-4.9}$	2.49
N 7793	$1.90^{+0.01}_{-0.01}$	$8.47^{+6.43}_{-6.44}$	6.11	$1.77^{+0.01}_{-0.01}$	$8.49^{+6.49}_{-6.49}$	5.68	$1.88^{+0.01}_{-0.02}$	$8.35^{+6.44}_{-6.45}$	7.88	$3.09^{+0.03}_{-0.03}$	$7.98^{+6.14}_{-6.13}$	4.30
IC 2574	$10.5^{+0.19}_{-0.19}$	$6.90^{+5.06}_{-5.1}$	0.29	$8.71^{+0.17}_{-0.17}$	$6.86^{+5.13}_{-5.18}$	0.31	$14.7^{+0.57}_{-0.54}$	$6.62^{+4.96}_{-4.95}$	0.69	$20.8^{+1.27}_{-1.14}$	$6.51^{+4.89}_{-4.89}$	1.16
N 2366	$1.92^{+0.04}_{-0.03}$	$7.81^{+6.43}_{-6.3}$	1.63	$0.76^{+0.01}_{-0.03}$	$8.33^{+7.16}_{-6.82}$	3.94	$1.75^{+0.04}_{-0.05}$	$7.72^{+6.37}_{-6.37}$	1.34	$1.78^{+0.05}_{-0.05}$	$7.69^{+6.36}_{-6.35}$	1.34
N 2903	$2.55^{+0.01}_{-0.01}$	$8.77^{+6.59}_{-6.52}$	1.43	$2.43^{+0.01}_{-0.01}$	$8.81^{+6.60}_{-6.58}$	1.31	$3.06^{+0.01}_{-0.01}$	$8.55^{+6.37}_{-6.45}$	2.01	$2.85^{+0.01}_{-0.01}$	$8.63^{+6.44}_{-6.43}$	1.23
G.B N 2976	$1.77^{+0.03}_{-0.03}$	$8.40^{+6.62}_{-6.63}$	0.95	$0.32^{+0.003}_{-0.003}$	$9.41^{+7.3}_{-8.07}$	36.3	$> 10^4$	$7.69^{+6.19}_{-6.19}$	1.18	$23.7^{+3.06}_{-3.06}$	$7.50^{+5.39}_{-5.39}$	5.29
N 3198	$4.50^{+0.01}_{-0.01}$	$8.02^{+5.79}_{-5.83}$	0.67	$4.00^{+0.01}_{-0.01}$	$8.09^{+5.90}_{-5.91}$	0.42	$8.76^{+0.04}_{-0.04}$	$7.27^{+5.22}_{-5.23}$	2.92	$9.74^{+0.05}_{-0.05}$	$7.17^{+5.16}_{-5.13}$	0.93
N 3521	$2.18^{+0.01}_{-0.01}$	$9.00^{+6.87}_{-7.05}$	1.25	$2.14^{+0.01}_{-0.01}$	$9.01^{+6.98}_{-6.98}$	1.32	$24.5^{+1.32}_{-1.25}$	$6.66^{+5.39}_{-5.39}$	8.64	$162^{+135}_{-50.1}$	$6.22^{+5.02}_{-5.01}$	11.5
N 925	$7.98^{+0.09}_{-0.09}$	$7.35^{+5.55}_{-5.47}$	0.19	$2.14^{+0.01}_{-0.03}$	$8.15^{+5.86}_{-6.77}$	13.7	$21.2^{+1.02}_{-0.95}$	$6.77^{+5.14}_{-5.13}$	1.19	$61.1^{+18.5}_{-8.61}$	$6.54^{+4.78}_{-5.23}$	2.54
N 2403	$2.78^{+0.01}_{-0.01}$	$8.32^{+5.83}_{-5.91}$	4.33	$0.84^{+0.001}_{-0.001}$	$9.42^{+7.45}_{-6.66}$	27.8	$3.86^{+0.01}_{-0.01}$	$7.98^{+5.63}_{-5.63}$	1.6	$3.9^{+0.01}_{-0.01}$	$7.96^{+5.59}_{-5.62}$	2.25
G.C N 5055	$2.26^{+0.01}_{-0.01}$	$8.91^{+6.59}_{-6.58}$	6.34	$0.07^{+0.0001}_{-0.0001}$	$12.5^{+10.4}_{-10.0}$	94.4	$23.6^{+0.27}_{-0.26}$	$6.6^{+4.79}_{-4.8}$	4.11	$2.52^{+0.03}_{-0.03}$	$8.79^{+6.89}_{-6.89}$	3.47
N 7331	$2.36^{+0.01}_{-0.01}$	$9.05^{+6.88}_{-6.88}$	1.47	$2.16^{+0.01}_{-0.01}$	$9.12^{+6.96}_{-6.96}$	1.08	$17.4^{+0.19}_{-0.19}$	$7.23^{+5.33}_{-5.34}$	7.06	$27.58^{+0.49}_{-0.48}$	$7.00^{+5.15}_{-5.14}$	15.57

**Tabla A-5:** Se presentan los valores ajustados de los parámetros libres del perfil de Burkert , Eq. (4-20), por todos los modelos de masa. Las unidades de  $r_c$  estan dadas en kpc. El logaritmo en base 10 de la densidad central  $\rho_0$  esta dada en  $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ . El valor de  $\chi^2$  esta normalizada al número de puntos de datos menos el número de parámetros libres. Las galaxias están clasificadas como se muestran en la Tabla 4-2.

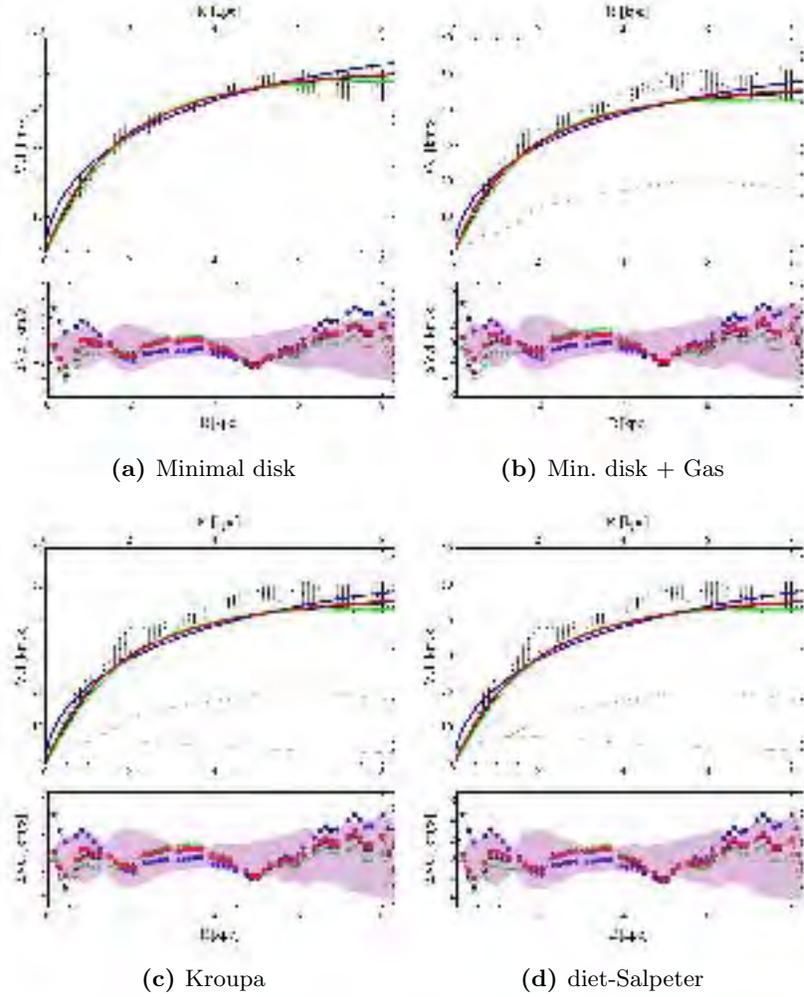
PSEUDO-ISOTHERMAL

Galaxias (1)	MIN.DISK			MIN.DISK+GAS			KROUPA			DIET-SALPETER		
	$r_s$ (2)	$\log \rho_0$ (3)	$\chi_{\text{red}}^2$ (4)	$r_s$ (5)	$\log \rho_0$ (6)	$\chi_{\text{red}}^2$ (7)	$r_s$ (8)	$\log \rho_0$ (9)	$\chi_{\text{red}}^2$ (10)	$r_s$ (11)	$\log \rho_0$ (12)	$\chi_{\text{red}}^2$ (13)
D 154	$1.30^{+0.01}_{-0.01}$	$7.55^{+5.64}_{-5.64}$	0.50	$1.21^{+0.01}_{-0.01}$	$7.52^{+5.68}_{-5.69}$	0.40	$1.31^{+0.01}_{-0.01}$	$7.45^{+5.64}_{-5.63}$	0.36	$1.36^{+0.01}_{-0.01}$	$7.43^{+5.61}_{-5.61}$	0.35
N 2841	$0.14^{+0.01}_{-0.01}$	$11.0^{+8.61}_{-8.53}$	5.36	$0.82^{+0.01}_{-0.01}$	$9.47^{+7.32}_{-6.81}$	10.9	< 0.01	$13.6^{+11.3}_{-11.3}$	0.72	< 0.01	$14.95^{+12.4}_{-12.3}$	3.14
N 3031	$\sim 10^{-7}$	$22.80^{+20.4}_{-20.5}$	6.98	$1.07^{+0.02}_{-0.03}$	$9.08^{+7.14}_{-6.26}$	25.6	$1.42^{+0.01}_{-0.01}$	$8.42^{+6.50}_{-6.49}$	5.14	> $10^8$	$6.54^{+4.79}_{-5.76}$	20.4
G.A N 3621	$1.01^{+0.01}_{-0.01}$	$8.65^{+6.37}_{-6.35}$	0.86	$0.58^{+0.01}_{-0.01}$	$9.05^{+7.15}_{-6.43}$	1.89	$1.99^{+0.01}_{-0.01}$	$7.94^{+5.83}_{-5.82}$	2.8	$4.56^{+0.03}_{-0.03}$	$7.29^{+5.23}_{-5.24}$	3.01
N 4736	$2.63^{+0.01}_{-0.03}$	$8.10^{+6.10}_{-5.99}$	168	$0.38^{+0.01}_{-0.01}$	$9.51^{+7.64}_{-7.22}$	47.2	< 0.01	$21.0^{+19.3}_{-19.3}$	5.96	< 0.01	$12.0^{+10.7}_{-10.6}$	4.29
N 6946	$1.06^{+0.02}_{-0.02}$	$8.88^{+6.52}_{-6.52}$	1.66	$1.68^{+0.06}_{-0.03}$	$8.53^{+6.27}_{-6.06}$	4.09	$4.79^{+0.04}_{-0.04}$	$7.49^{+5.49}_{-5.49}$	1.10	$41.6^{+7.14}_{-4.87}$	$6.66^{+4.91}_{-4.91}$	2.48
N 7793	$0.95^{+0.01}_{-0.01}$	$8.52^{+6.48}_{-6.49}$	5.74	$0.86^{+0.01}_{-0.01}$	$8.56^{+6.56}_{-6.56}$	5.22	$0.87^{+0.01}_{-0.01}$	$8.44^{+6.54}_{-6.55}$	7.02	$1.86^{+0.02}_{-0.02}$	$7.94^{+6.09}_{-6.09}$	4.78
IC 2574	$6.62^{+0.12}_{-0.11}$	$6.84^{+5.01}_{-5.04}$	0.26	$5.47^{+0.11}_{-0.11}$	$6.81^{+5.07}_{-5.12}$	0.27	$8.95^{+0.30}_{-0.31}$	$6.57^{+4.91}_{-4.9}$	0.64	$11.7^{+0.64}_{-0.57}$	$6.48^{+4.86}_{-4.86}$	1.12
NGCy 2366	$1.16^{+0.02}_{-0.02}$	$7.75^{+6.24}_{-6.23}$	2.07	$0.06^{+0.01}_{-0.02}$	$9.35^{+8.04}_{-8.35}$	11.8	$1.36^{+0.02}_{-0.02}$	$7.47^{+5.83}_{-6.45}$	1.79	$1.06^{+0.03}_{-0.03}$	$7.62^{+6.34}_{-6.29}$	1.64
N 2903	$0.29^{+0.01}_{-0.02}$	$9.96^{+7.73}_{-7.77}$	6.47	$0.51^{+0.02}_{-0.02}$	$9.46^{+7.35}_{-7.13}$	7.58	$0.59^{+0.02}_{-0.02}$	$9.31^{+7.13}_{-7.12}$	6.04	$0.56^{+0.02}_{-0.02}$	$9.35^{+7.16}_{-7.24}$	6.46
G.B N 2976	$1.12^{+0.02}_{-0.02}$	$8.35^{+6.56}_{-6.57}$	1.03	$0.04^{+0.01}_{-0.01}$	$10.4^{+9.08}_{-8.36}$	36.7	> $10^6$	$7.69^{+5.61}_{-5.56}$	1.15	$3.00^{+0.01}_{-0.01}$	$7.56^{+6.20}_{-6.15}$	6.01
N 3198	$1.37^{+0.02}_{-0.02}$	$8.40^{+6.17}_{-6.22}$	2.79	$0.36^{+0.01}_{-0.01}$	$9.47^{+6.97}_{-7.58}$	8.04	$3.80^{+0.02}_{-0.02}$	$7.43^{+5.39}_{-5.38}$	3.42	$6.70^{+0.04}_{-0.04}$	$6.96^{+4.68}_{-4.98}$	6.40
N 3521	$0.90^{+0.01}_{-0.01}$	$9.16^{+7.12}_{-7.12}$	5.70	$0.63^{+0.04}_{-0.02}$	$9.43^{+7.03}_{-7.76}$	7.19	$15.38^{+0.83}_{-0.79}$	$6.6^{+5.34}_{-5.34}$	8.62	$46.3^{+11.7}_{-7.39}$	$6.24^{+5.03}_{-5.03}$	11.49
N 925	$5.01^{+0.06}_{-0.06}$	$7.29^{+5.49}_{-5.41}$	0.20	$1.03^{+0.01}_{-0.01}$	$8.20^{+6.25}_{-6.47}$	10.3	$12.4^{+0.54}_{-0.50}$	$6.73^{+5.10}_{-5.09}$	1.13	> $10^6$	$6.47^{+0.60}_{-0.60}$	2.47
N 2403	$0.84^{+0.01}_{-0.01}$	$8.72^{+6.23}_{-6.31}$	1.04	$0.57^{+0.01}_{-0.01}$	$9.00^{+6.86}_{-6.38}$	1.14	$1.53^{+0.01}_{-0.01}$	$8.19^{+5.85}_{-5.84}$	0.85	$1.91^{+0.01}_{-0.01}$	$8.01^{+5.67}_{-5.68}$	0.8
G.C N 5055	$0.14^{+0.01}_{-0.01}$	$10.6^{+8.24}_{-8.24}$	2.79	< 0.002	$14.2^{+11.9}_{-11.9}$	3.43	$15.04^{+0.18}_{-0.18}$	$6.53^{+4.72}_{-4.72}$	4.14	$45.3^{+1.69}_{-1.58}$	$5.99^{+4.29}_{-4.29}$	13.3
N 7331	$0.35^{+0.01}_{-0.01}$	$10.0^{+7.91}_{-7.73}$	1.80	$0.20^{+0.01}_{-0.01}$	$10.5^{+8.35}_{-8.23}$	2.18	> $10^7$	$6.73^{+4.66}_{-5.02}$	10.2	> $10^8$	$6.64^{+4.98}_{-4.70}$	25.9

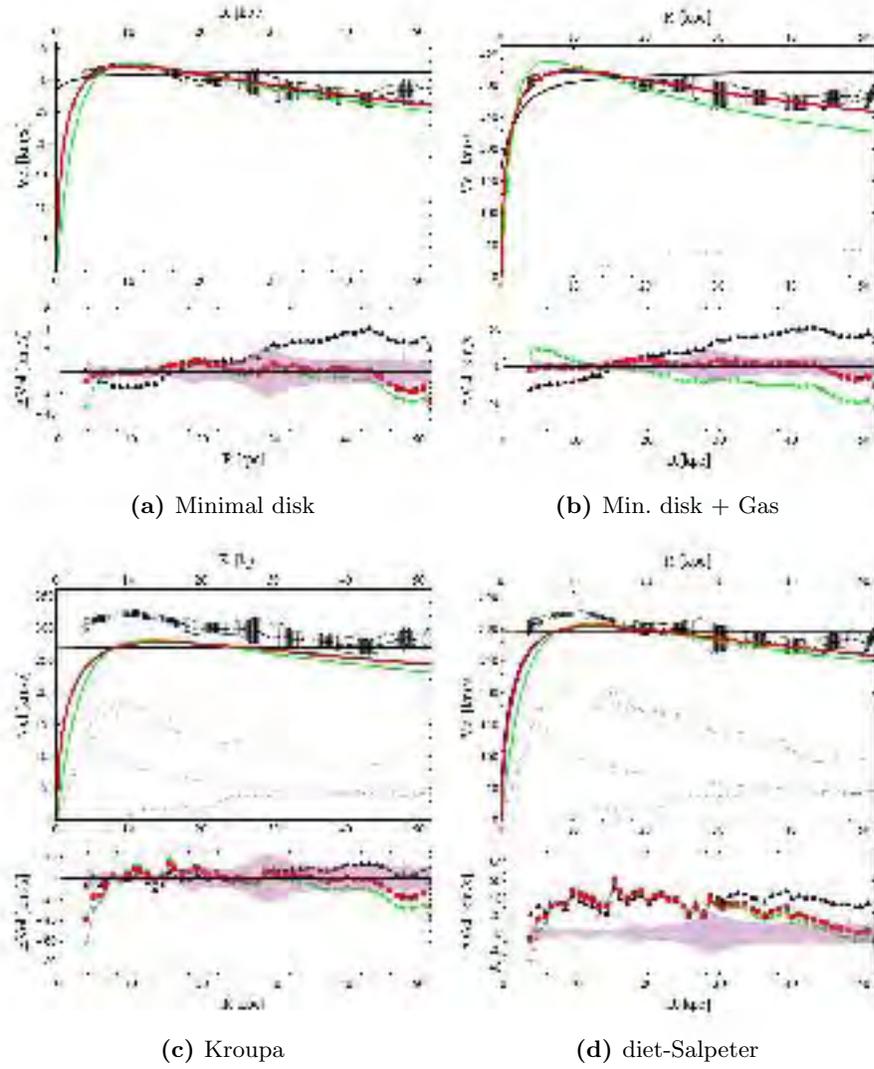
**Tabla A-6:** Se presentan los valores ajustados de los parámetros libres del perfil pseudo-isotérmico, Eq. (4-22), para todos los modelos de masa. Las unidades de  $r_c$  se dan en kpc. El logaritmo base 10 de las densidades centrales  $\rho_0$  se dan en unidades de  $M_{\odot}/\text{kpc}^3$ . El valor de  $\chi^2$  esta normalizado al número de datos menos el número de parámetros libres. La clasificación de las galaxias esta dada como se muestra en la Tabla 4-2.

### A.3.2. GROUP A

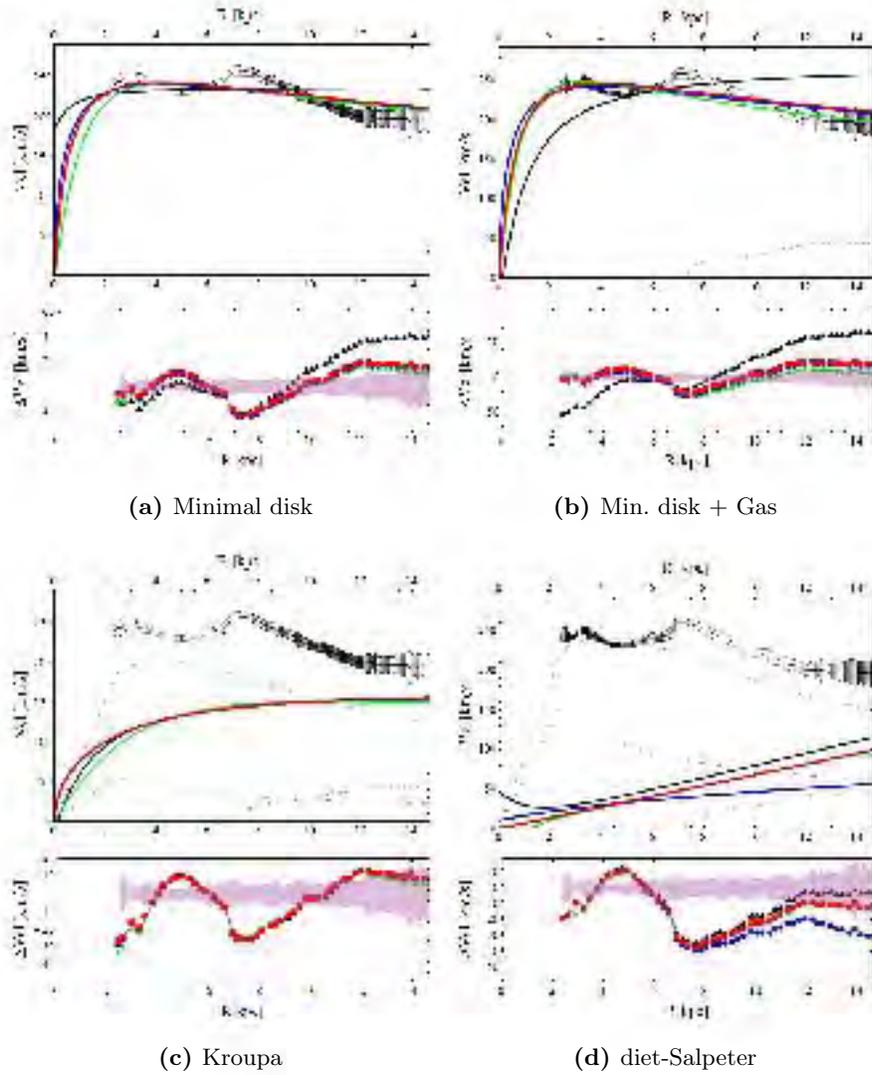
En esta sección se presentan las consideraciones realizadas en cada una de las galaxias para el análisis numérico, estas galaxia tiene, en particular, los valores ajustados de  $r_c < r_s$  cuando se analizan con el modelo de disco mínimo, hemos nombrado este conjunto de galaxias como GA. Las conclusiones se presentan en el capítulo 6. Al final de la sección se puede ver los niveles de confianza para cada galaxia en cada modelo de masa.



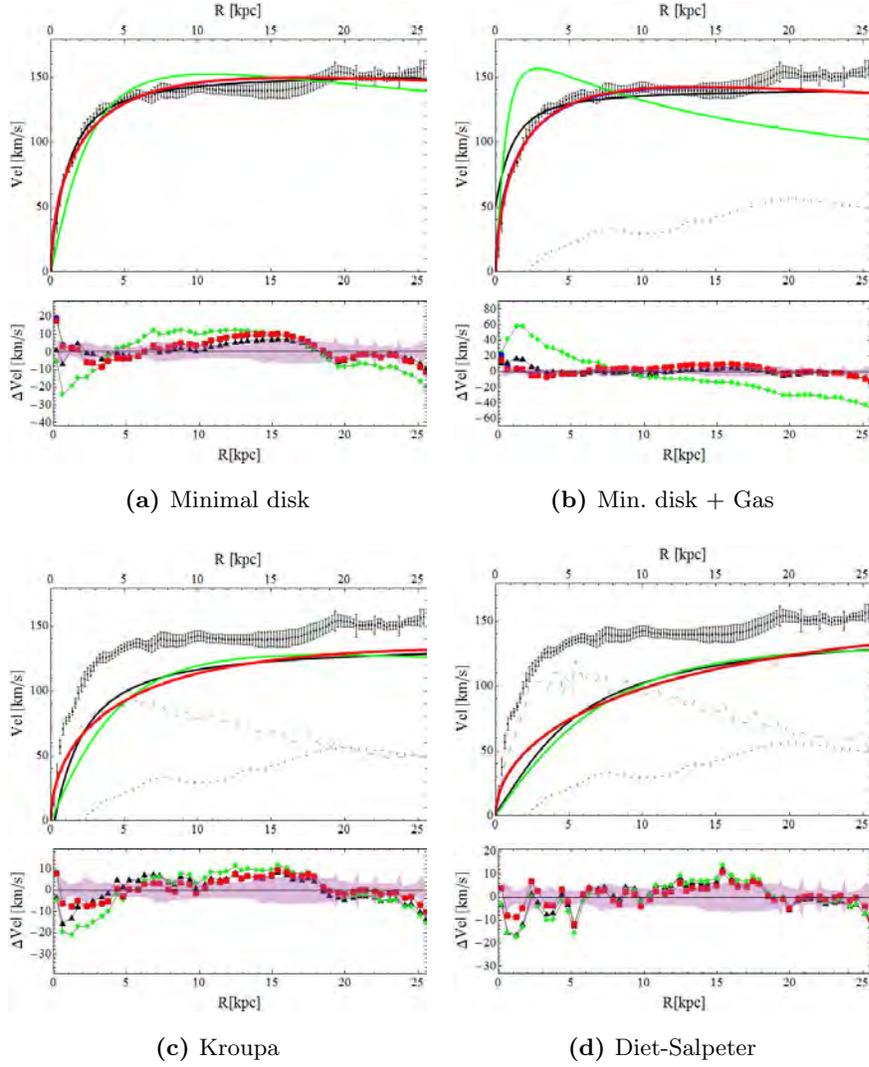
**Figura A-6:** Visualización gráfica de las curvas de rotación para la galaxia D 154 perteneciente al grupo GA donde  $r_c < r_s$  para todos los modelos de masas. Ésta es una galaxia enana, una de las primeras galaxias utilizadas para ilustrar el conflicto de la predicción teórica de  $\lambda$ CDM con las observaciones. No se detecta un gradiente de color significativo en los colores (B-V) y (B-R), por lo que un valor de color constante como función del radio en el modelo es bien modelado con un valor de  $\Upsilon_* = 0.32$ . Se modelan las estrellas como un disco exponencial simple utilizando valores de  $\mu_0 = 20.8 \text{ mag arcsec}^2$  y  $R_d = 0.72$  kpc. El perfil BDM es la mejor opción, ya que predice un valor de  $\Upsilon_*$  muy cercano al del disco mínimo (Kroupa) y ofrece el mejor ajuste. Los valores de  $r_s$  y  $r_c$  son muy razonables. De izquierda a derecha y de arriba a abajo, se muestran las imágenes del ajuste considerando el disco mínimo, disco mínimo+gas, Kroupa y diet- Salpeter. En las imágenes superiores de cada galaxia se representan los cuatro perfiles de DM de la siguiente manera: BDM, cuadrados rojos; NFW, círculos azules; Burkert, diamante verde; isotérmicos, triángulos negros. La línea punteada es el componente de gas, la línea punteada-corta es la contribución estelar y los puntos-grosos son los datos observacionales con sus respectivas barras de error. En las imágenes inferiores se grafica la diferencia entre las curvas observados y predichas por los diferentes perfiles donde la región morada representa el error de las observaciones y cada línea diferente representa la curva ajustada de los perfiles.



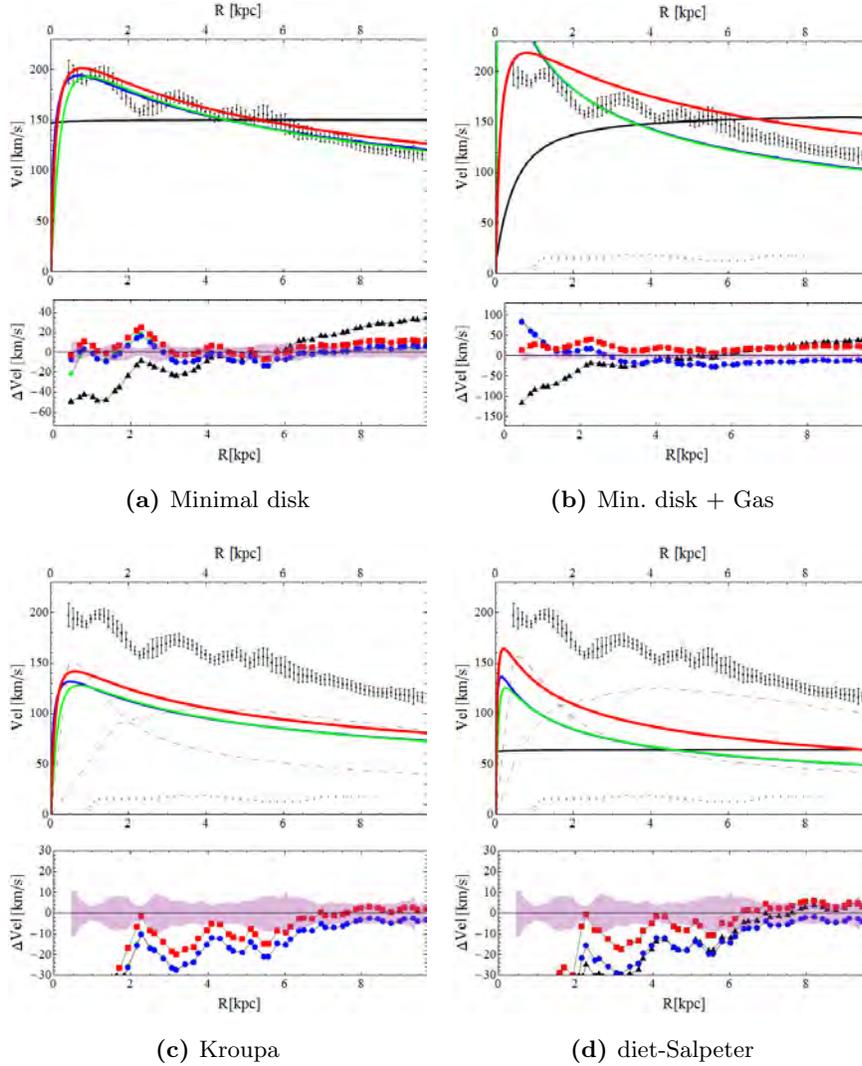
**Figura A-7:** Se presentan las curvas de rotación de la galaxia N 2841. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Esta galaxia muestra una componente interna del radio característico de  $R_d = 0.72\text{kpc}$  y se considera al disco estelar externo con masa total de  $M_\star = 10^{11.04}M_\odot$  y  $R_d = 0.72\text{kpc}$ . Los perfiles BDM y NFW presentan el mejor ajuste cuando se considera la DM como la única que contribuye a la curva de rotación. BDM no difiere mucho de NFW puesto que el valor de  $r_c$  es muy cercana a cero. Los ajustes cuando se consideran otros elementos de masa tiende a cero el valor del core pero son compatibles a  $1\sigma$  en el intervalo de confianza. De izquierda a derecha y de arriba a abajo, se muestran las imágenes del ajuste de la galaxia N 2841 considerando disco mínimo, disco mínimo+gas, Kroupa y diet-Salpeter.



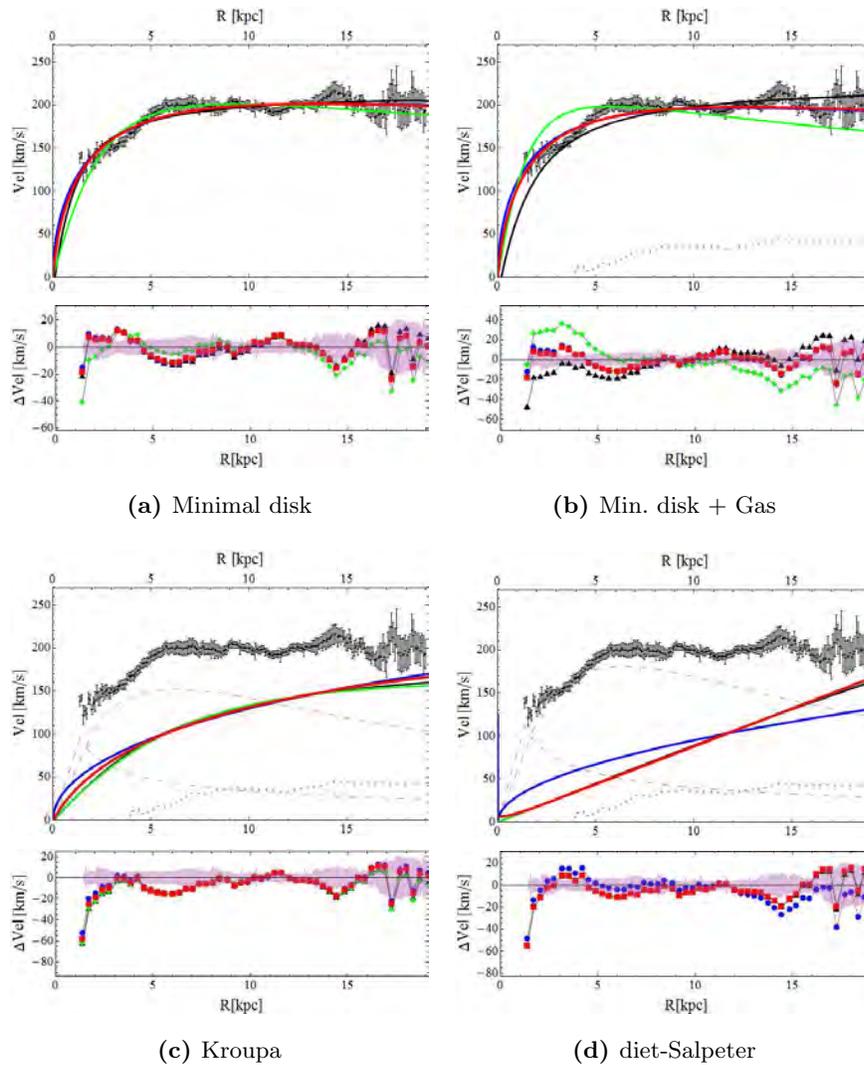
**Figura A-8:** Se muestran las curvas de rotación de la galaxia N 3031. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Esta es una galaxia proto-típica espiral de “gran diseño”. Los perfiles luminoso muestra evidencia de un componente central pequeña. Para describir el disco externo que utilizamos los parámetros  $\mu_0 = 15.9$  and  $R_d = 1.94$ . El perfil de color (J-K) no muestra gradientes significativos de color. Suponemos un valor constante de  $\Upsilon_* = 0.8$  para el disco. No se puede extraer la información de la región interna de esta galaxia puesto que que no tenemos puntos de observación cerca del centro. De izquierda a derecha y arriba a abajo, se muestran las imágenes del ajuste considerando disco mínimo, disco mínimo+gas, Kroupa y diet-Salpeter.



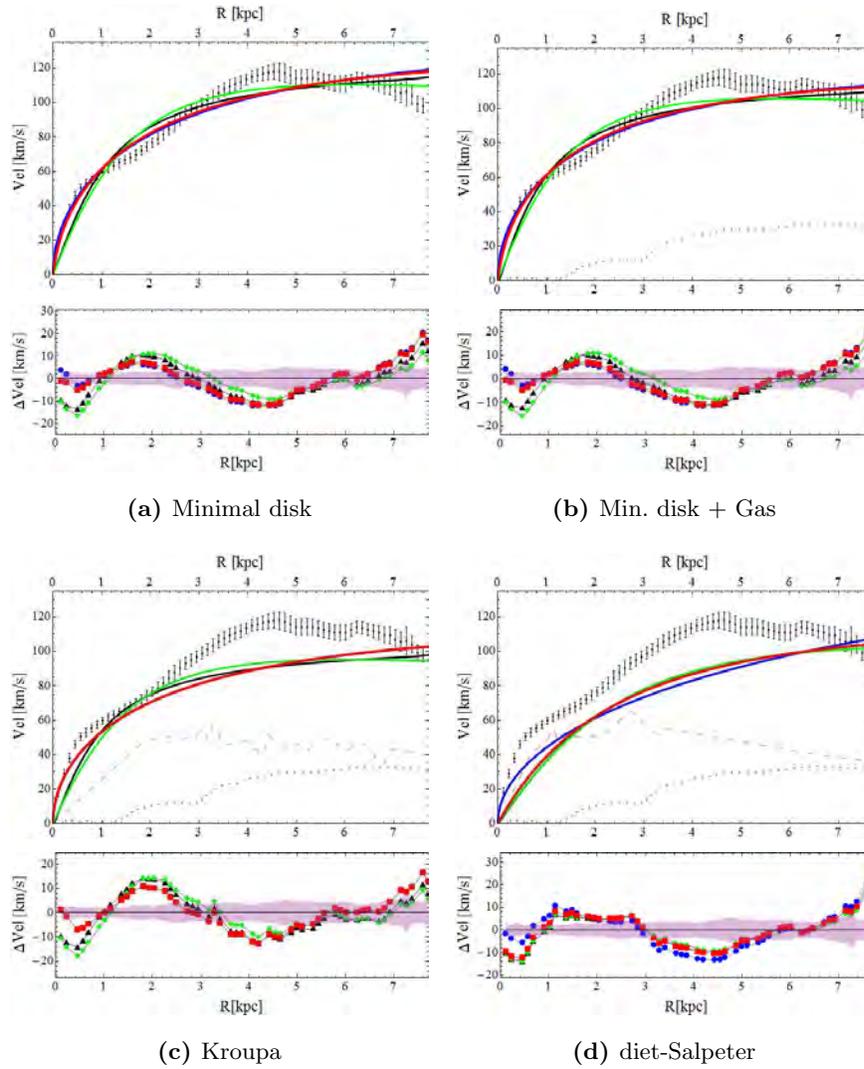
**Figura A-9:** Curvas de rotación de la galaxia N 3621. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. No hay una evidencia convincente para creer que esta galaxia tiene un gradiente de color o hay desviación de un disco exponencial simple del disco estelar. Por lo tanto, supusimos un disco de un solo componente para radios grandes con una masa  $M_{\star} = 1.910^{10} M_{\odot}$  y  $R_d = 2.61$  kpc. Vale la pena notar que cercanos están los valores ajustados por BDM y NFW a los valores esperados para el disco estelares máximo (diet-Salpeter) y, al mismo tiempo proporcionan el mejor ajuste a esta galaxia. El valor del core se subestima entre más componentes de masa son consideradas en el análisis. Dado que la galaxia presenta datos suficientes se procede con el análisis interno en el que se obtienen resultados coherentes con el análisis de disco mínimo. De izquierda a derecha y arriba a abajo, se muestran las imágenes del ajuste considerando el disco mínimo, disco mínimo+gas, Kroupa y diet-Salpeter.



**Figura A-10:** Las curvas de rotación de la galaxia N 4736 se muestran aquí. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. El componente estelar de la galaxia tiene una estructura compleja, se analiza con una y dos componentes, donde su componente central tiene los parámetros  $\mu_0 = 11.8 \text{ mag arcsec}^{-2}$  y  $h = 0.26 \text{ kpc}$ . Para el disco exterior supusimos una masa  $M_* = 1.8 * 10^{10} M_\odot$  and  $R_d = 1.99 \text{ kpc}$ . La galaxia presenta un pequeño gradiente de color y supusimos valores de  $\Upsilon_* = 0.6$  and  $\Upsilon_* = 0.9$  para el disco exterior e interior respectivamente. El mejor ajuste es dado por el análisis de disco-mínimo y es consistente con la IMF de Kroupa sin bulbo. El análisis con bulbo no mejora significativamente el valor de la  $\chi^2$ . De izquierda a derecha y de arriba a abajo, se muestran las imágenes del ajuste de la galaxia considerando disco mínimo, disco mínimo + gas, Kroupa y diet- Salpeter.



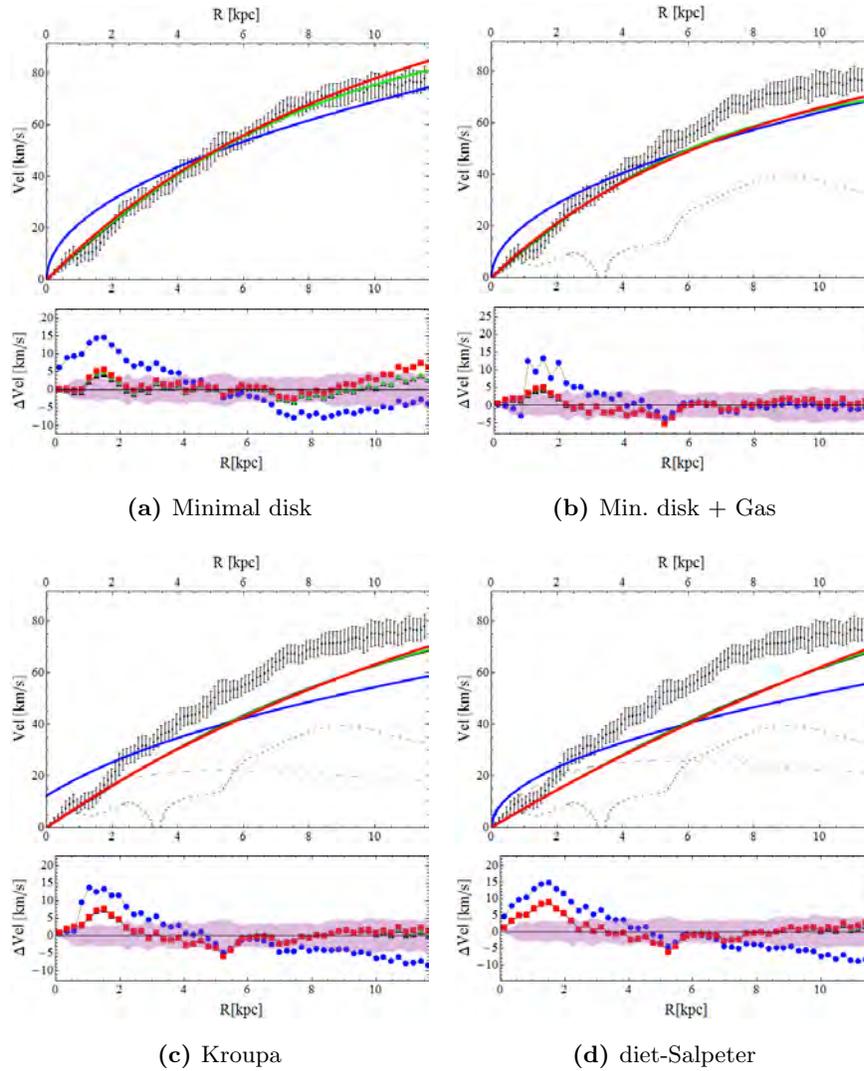
**Figura A-11:** Aquí se muestran las curvas de rotación de la galaxia N 6946. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. La galaxia presenta un pequeño objeto central, pero no mejora notablemente el análisis. Tratamos el disco estelar externo utilizando una masa de  $M_{\star} = 5.8 \cdot 10^{10} M_{\odot}$  and  $R_d = 2.97 \text{kpc}$ . De izquierda a derecha y de arriba a abajo, se muestran las imágenes del ajuste de la galaxia considerando los modelos de disco mínimo, disco mínimo + gas, Kroupa y diet- Salpeter.



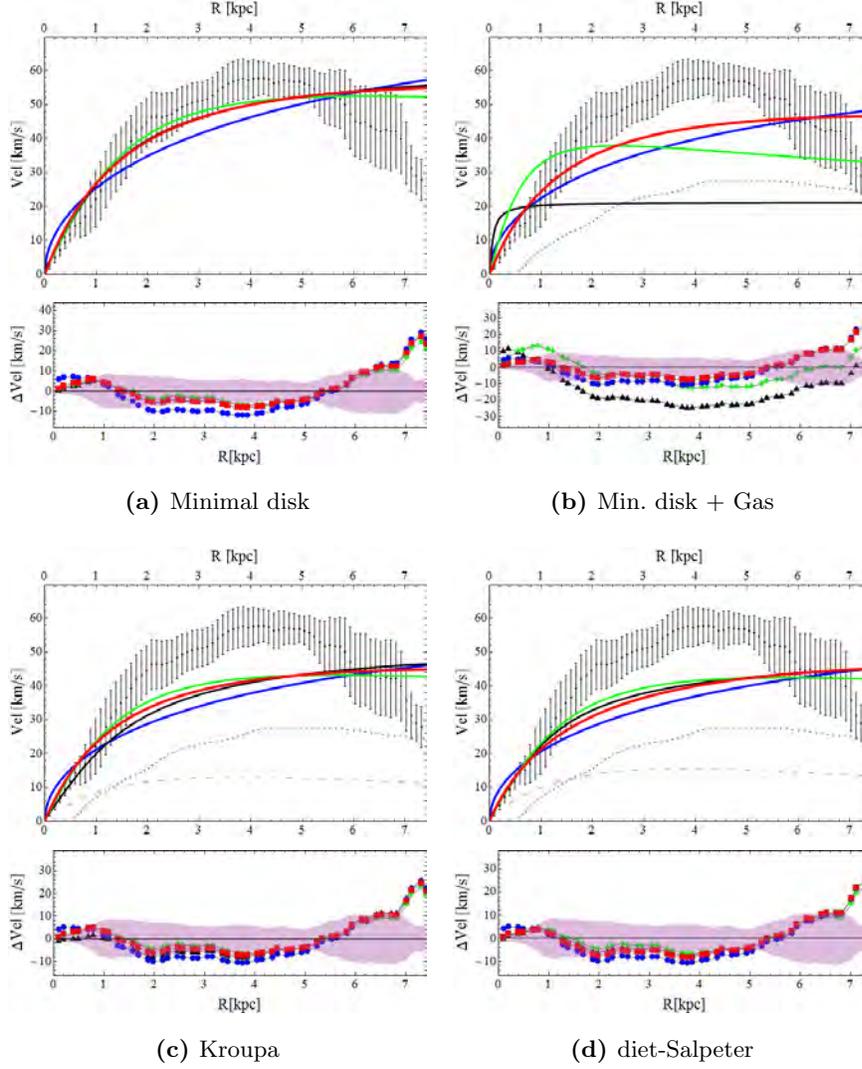
**Figura A-12:** Aquí se muestran las curvas de rotación de la galaxia N 7793. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Esta galaxia es una galaxia espiral tardía de tipo Sd. Muestra un cúmulo de estrellas en el centro, sin embargo, su importancia fotométrica y dinámica son insignificantes. El perfil (J-K) tiene un pequeño gradiente de color y se toma en cuenta. Todos los perfiles aproximadamente predicen los mismos resultados en el modelo de  $\Upsilon_*$ -libre, y su valor es cercano al de Kroupa. Aun así, BDM ofrece el mejor ajuste para esta galaxia con valores plausibles en los parámetros físicos. De izquierda a derecha, se muestran las imágenes del ajuste de la galaxia considerando los modelos de disco mínimo, disco mínimo+gas, Kroupa y diet-Salpeter.

### A.3.3. GROUP B

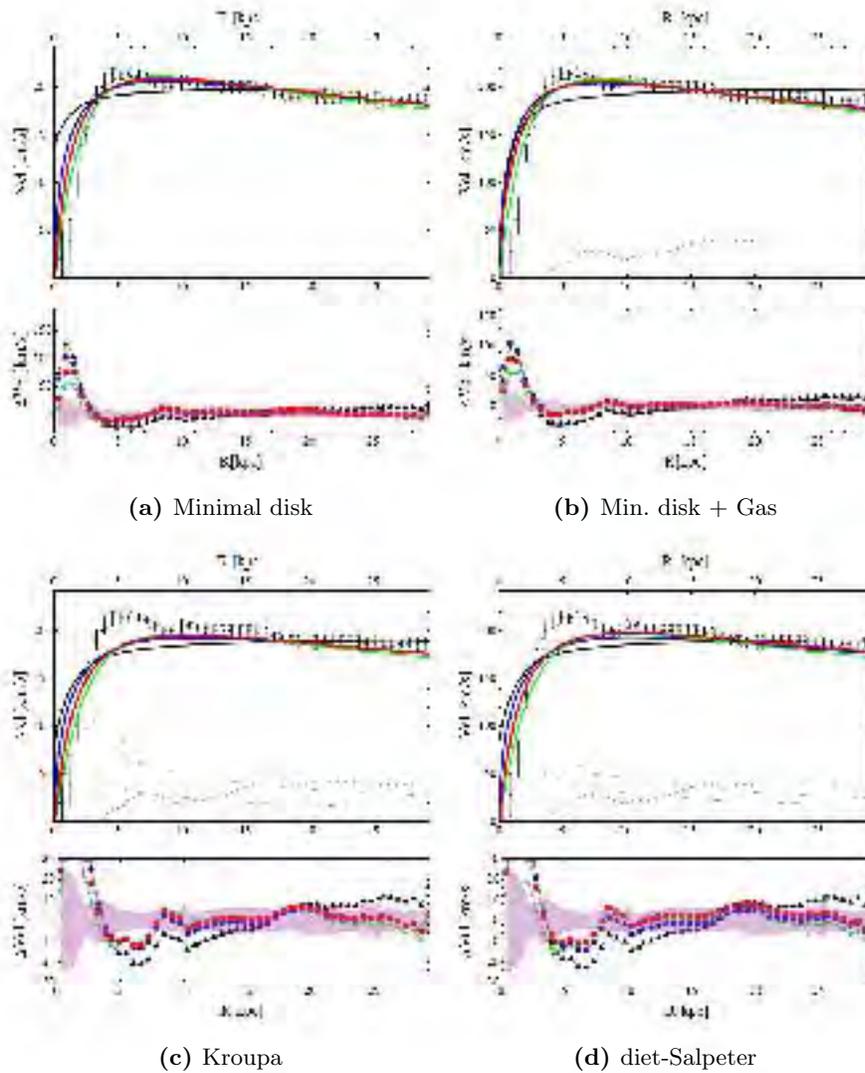
En esta sección se presentan las consideraciones hechas para las galaxias con valores ajustados de  $r_c = r_s$  cuando se analiza con el modelo de disco mínimo, hemos nombrado a este conjunto de galaxias como GB. Las conclusiones se presentan en el capítulo 6. Al final de la sección se puede ver los intervalos de confianza para cada galaxia en cada modelo de masa.



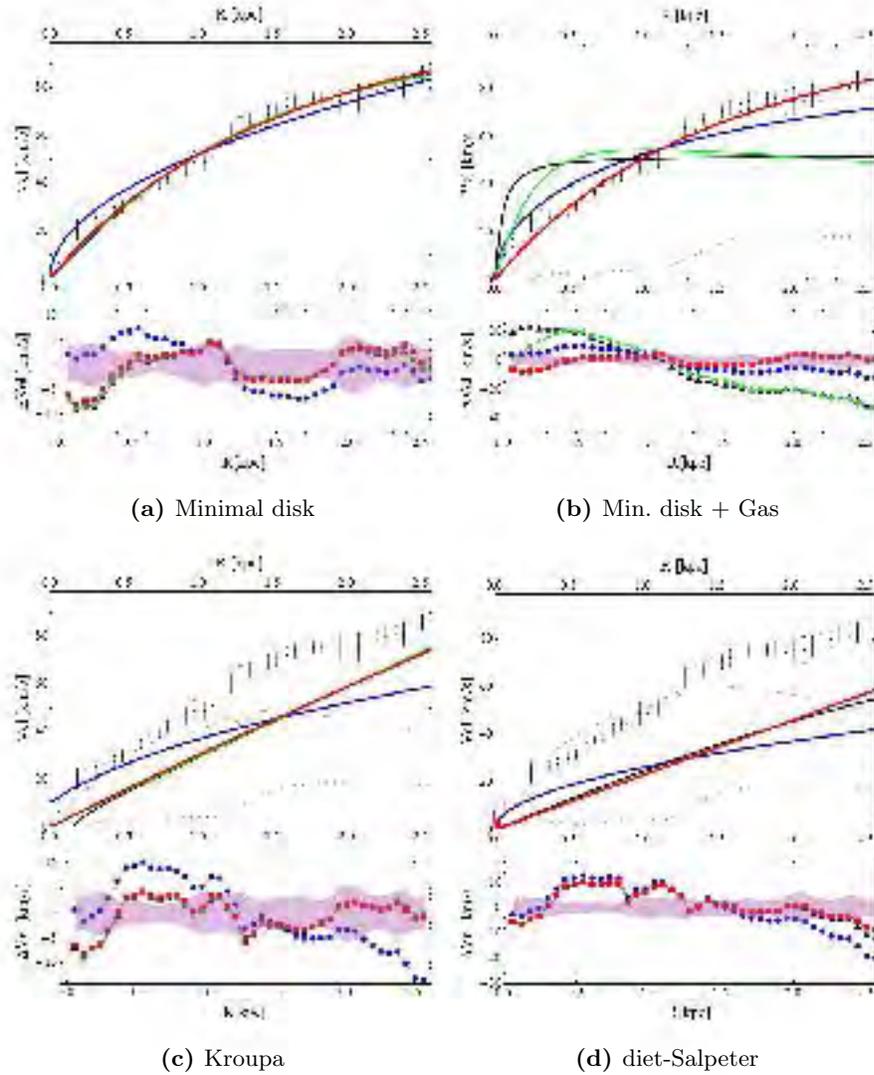
**Figura A-13:** Las curvas de rotación de la galaxia I 2574. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Es una galaxia enana. Analizamos esta galaxia como un solo disco exponencial de masa  $M_* = 1.04 * 10^9 M_\odot$  y  $R_d = 2.56$  kpc. Se parte de una relación masa-luminosidad constante con valor  $\Upsilon_* = 0.44$ . Todos los perfiles con núcleo ajustan igualmente bien y NFW ajusta especialmente mal. En este tipo de galaxia se tiene el mejor ajuste cuando  $r_c = r_s$  aún así hacemos un análisis mediante el comportamiento interno del perfil BDM. Esta galaxia tiene una pendiente muy suave y no podemos distinguir donde podría ser el máximo, por lo que se toman todos los puntos y se ajusta al perfil BDM interno con el fin de encontrar un valor plausible para el núcleo y la densidad central, en el cual se obtiene una  $r_c = 3.2$  kpc y  $\rho_c = 3.4 * 10^7 M_\odot/\text{kpc}^3$  para el análisis mínimo. Dado que tomamos todos los puntos para hacer el análisis interno es muy difícil romper la degeneración entre los parámetros  $\rho_0$  and  $r_c$ .



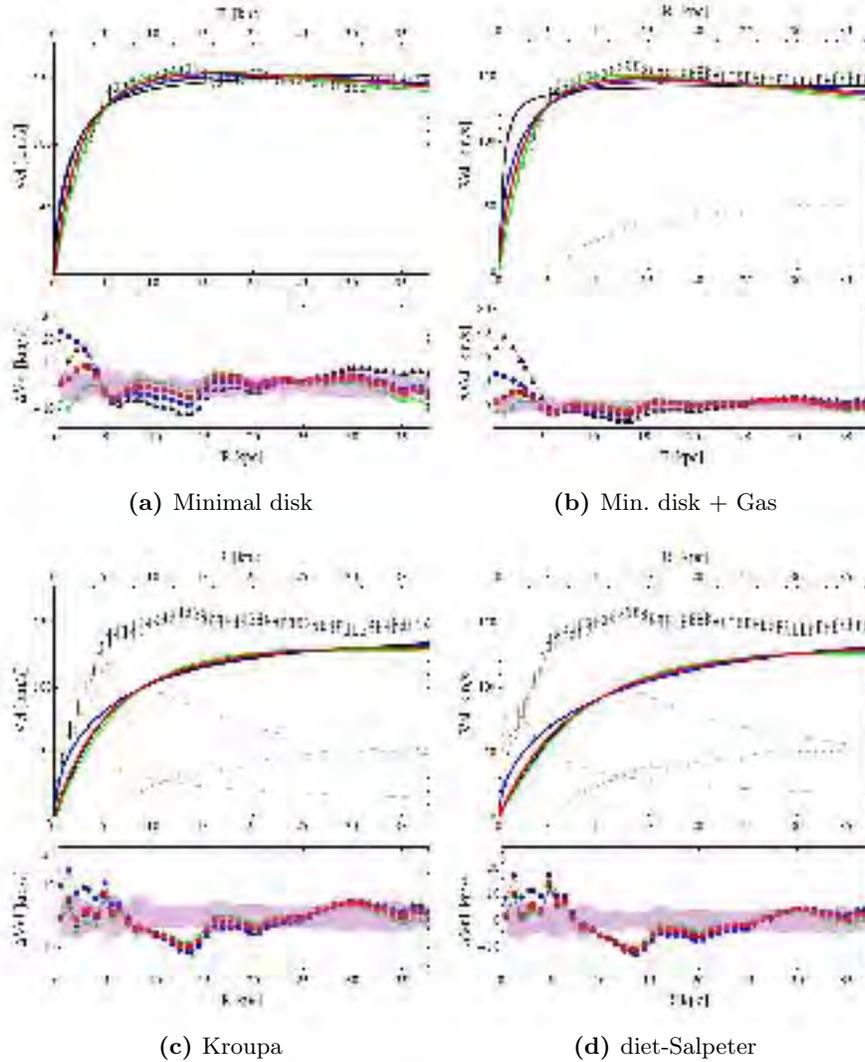
**Figura A-14:** Se muestran las curvas de rotación de la galaxia N 2366. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Por esta galaxia está claro que las velocidades no circulares están afectando a la curva de rotación. Realizamos análisis estadístico interno tomando los datos por debajo del 2.2 kpc obteniendo valores para el núcleo  $r_c = 7.4\text{kpc}$  y la densidad central  $\rho_c = 2.4 * 10^8 M_\odot/\text{kpc}^3$ . incluso si los parámetros no son absolutamente correctos pueden tomarse en cuenta para poder hacer predicciones sobre el comportamiento de la curva. Para el disco estelar utilizamos  $R_d = 1.76$  kpc y una masa  $M_* = 2.5 * 10^8 M_\odot$ .



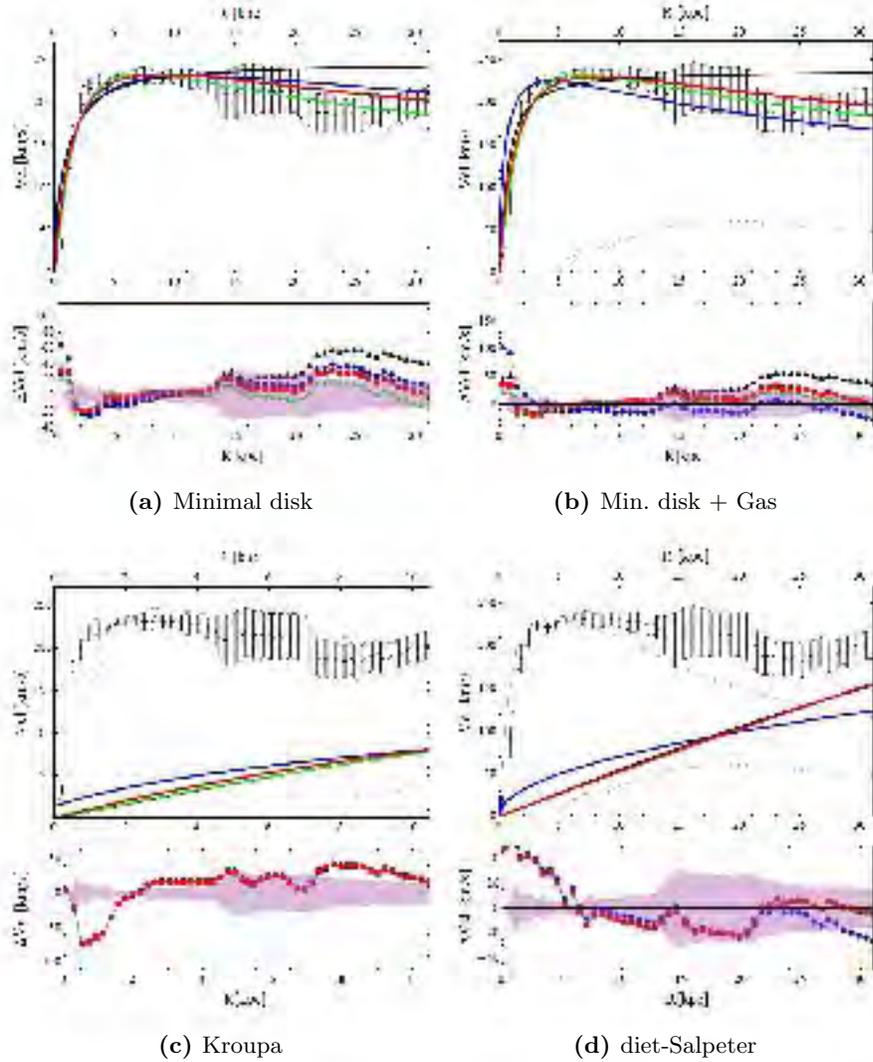
**Figura A-15:** Se presentan las curvas de rotación de la galaxia N 2903. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. El perfil de esta galaxia se puede descomponer en dos componentes, pero el objeto central proporciona un pequeño efecto sobre el ajuste de la curva de rotación y éste se ignora. Para el disco exterior tomamos valores de  $M_{\star} = 3.1 \times 10^{10} M_{\odot}$  y  $R_d = 2.40$  kpc. El análisis interno se lleva a cabo tomando los datos por debajo de 4.5 kpc y se obtienen valores para el núcleo y la densidad central de  $r_c = 1.7$  kpc and  $\rho_c = 6.7 \times 10^8 M_{\odot}/\text{kpc}^3$ .



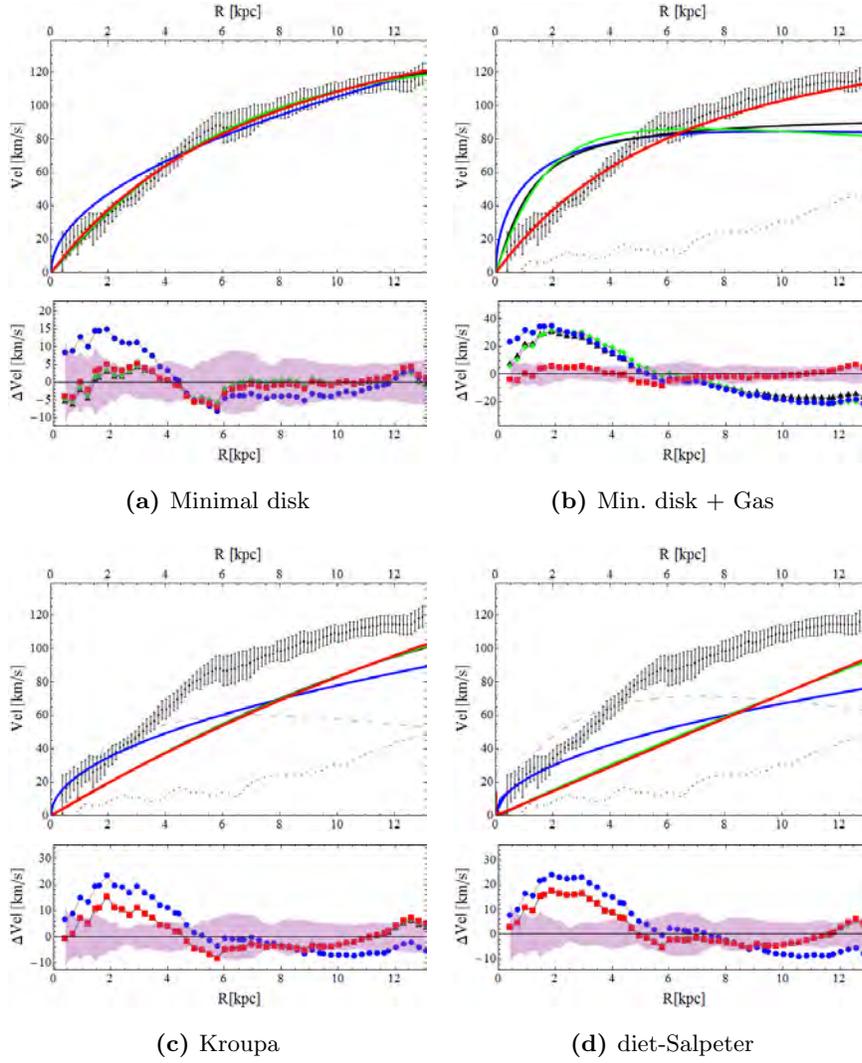
**Figura A-16:** Se muestran las curvas de rotación para la galaxia N 2976. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. La galaxia muestran un degradado de color. Supusimos que el valor  $\mu_0 = 17.78$  mag arcsec $^{-2}$  y  $R_d = 0.91$  kpc. Para el análisis interno se toman todos los datos observacionales, de hasta 2.5 kpc, ya que la pendiente de la curva de rotación es muy suave y no se puede distinguir donde podría estar situada la velocidad máxima. Los valores ajustados obtenidos del análisis interno son de  $r_c = 0.25$ kpc y  $\rho_c = 1.3 * 10^8 M_\odot/\text{kpc}^3$ . Es difícil romper la degeneración entre  $r_c$  y  $\rho_0$  ya que no se tienen más datos.



**Figura A-17:** Se presentan las curvas de rotación de la galaxia N 3198. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Esta galaxia muestra un disco estelar complicado en el centro, se podría suponer dos componentes, pero por simplicidad y porque produce un pequeño efecto en la curva de rotación se analiza con sólo un componente con los parámetros,  $\mu_0 = 17.1 \text{ mag arcsec}^{-2}$  y  $R_d = 3.18 \text{ kpc}$ . Para el análisis interno se toman los datos de a continuación 6.8 kpc, y se obtuvieron valores de  $r_c = 0.21 \text{ kpc}$ ,  $r_s = 16.64$  y  $\rho_0 = 7.7 * 10^6 M_\odot/\text{kpc}^3$  en el caso de disco mínimo.



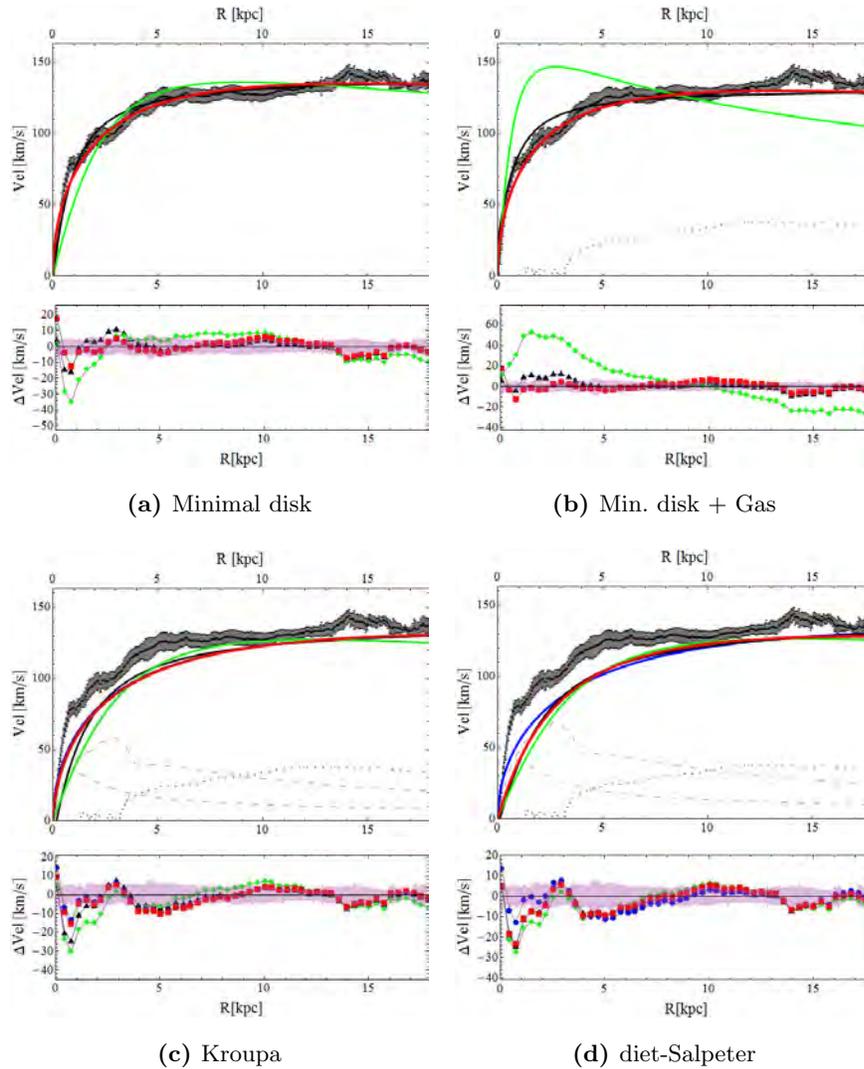
**Figura A-18:** Las curvas de rotación de la galaxia N 3521. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Debido a la naturaleza de la galaxia es difícil obtener datos fiables del componente estelar (c.f. deBlok08). Aun así, tratamos el disco estelar como un solo componente con la masa  $M_{\star} = 1.2 \cdot 10^{11} M_{\odot}$  y  $R_d = 3\text{kpc}$ . Un gradiente de color se encuentra presente. El análisis interno se lleva a cabo con los datos por debajo del valor de 3.7 kpc y se obtiene valores para el núcleo y la densidad central de  $r_c = 2.4$  kpc,  $r_s = 5.5$  kpc y  $\rho_0 = 2.4 \cdot 10^8 M_{\odot}/\text{kpc}^3$  en el caso del disco mínimo.



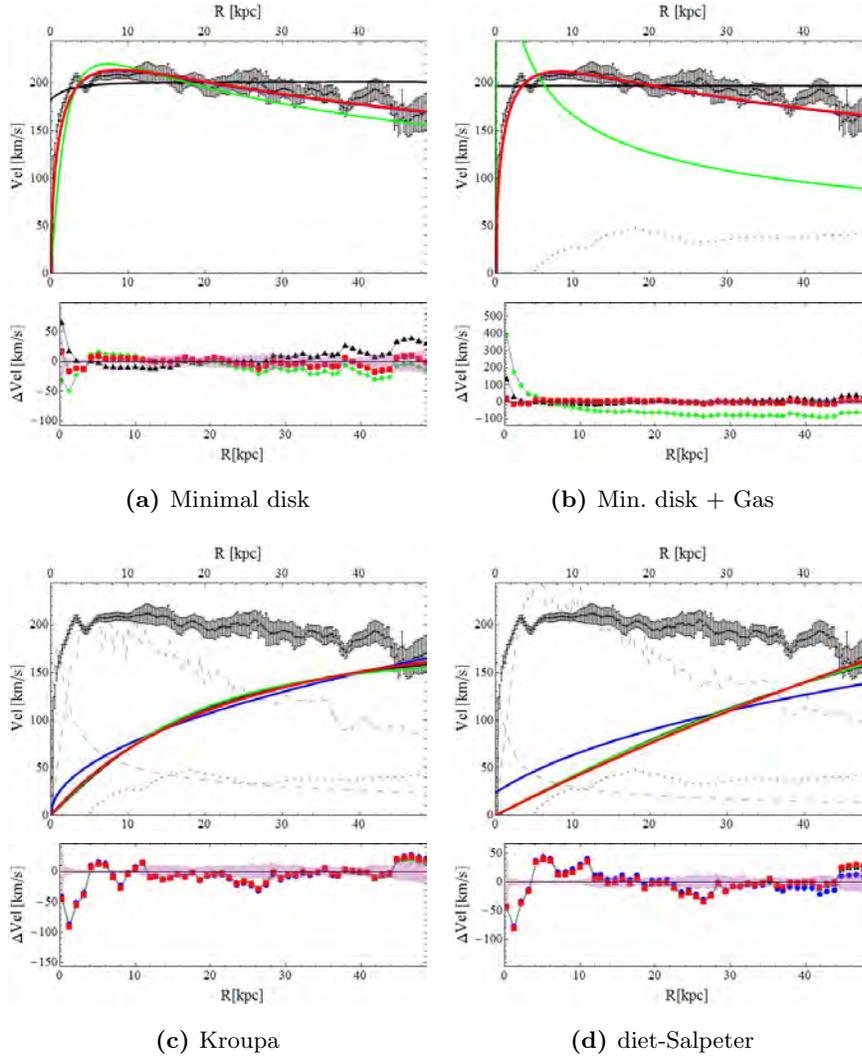
**Figura A-19:** Se muestran las curvas de rotación para la galaxia N 925. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Está clasificada como una espiral de tipo tardía. No muestra evidencia de un componente central luminosa. Tampoco hay evidencia de un fuerte gradiente de color y se supone un  $\Upsilon_{\star} = 0.65$ . para el disco estelar. El disco estelar está descrito por un brillo superficial central  $\mu_0 = 18.9 \text{ magarcsec}^{-2}$  y una longitud de escala  $R_d = 3.31 \text{ kpc}$ . Esta galaxia es especialmente difícil de ajustar con valores razonables especialmente porque presenta una pendiente muy suave. Para el análisis interno se toman los datos por debajo de 6 kpc, obteniendo valores en el análisis de disco mínima de  $r_c = 10.8 \text{ kpc}$  para el core y  $\rho_c = 2 \cdot 10^8 M_{\odot}/\text{kpc}^3$  para la densidad central. A diferencia de las galaxias anteriores I 2574 y N 2976 tenemos pocos datos después de que el 6 kpc para poder romper la degeneración y obtener valores para  $r_s = 24.6 \text{ kpc}$  y  $\rho_0 = 8.1 \cdot 10^6 M_{\odot}/\text{kpc}^3$  para el disco mínimo.

#### A.3.4. GROUP C

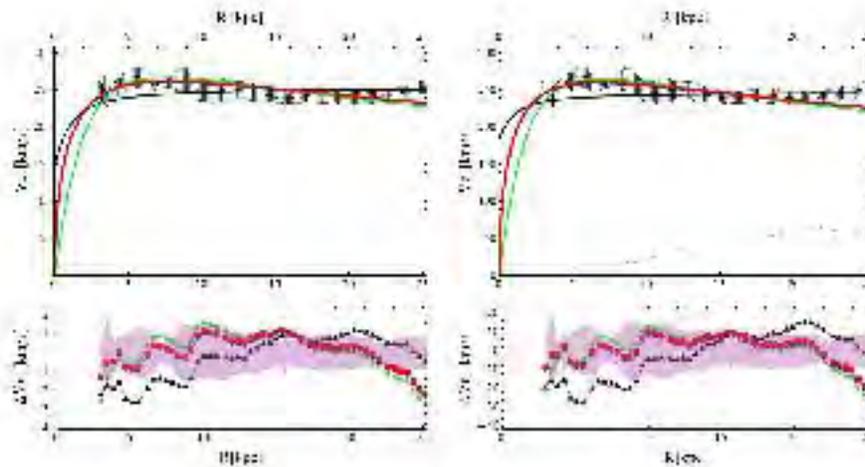
En esta sección se presentan las consideraciones hechas para las galaxias con valores ajustados de  $r_c = 0$  cuando se analiza el modelo de masa min.disk. Hemos llamado a este conjunto de galaxias como G.C. La conclusión se presentan en el Cap. 6 para mayor discusión. Al final de la sección se pueden ver los intervalo de confianza para cada galaxia en cada modelo de masa.



**Figura A-20:** Las curvas de rotación de la galaxia N 2403. Los colores y los símbolos son como en la Fig.A-6. Es una galaxia espiral tardía del tipo Sc. La galaxia muestra un gradiente (J-K) de color que producen una pequeña diferencia de  $\Upsilon_*$  entre la parte interna y externa de las componentes estelares. Dado que el gradiente de color es pequeño se considera como constante  $\Upsilon_* = 0.41$ . El perfil de brillo superficial muestra evidencia de una segunda componente en las parte interior pero no se sabe si es debido a una componente dinámicamente separada. Para nuestro propósito consideramos un solo componente en el disco estelar descrito por un brillo superficial central de  $\mu_0 = 16.90 \text{ mag arcsec}^{-2}$  y una longitud escala  $R_d = 1.81 \text{ kpc}$ . Dado que se tiene un número de puntos de datos internos inferiores a 2.1 kpc es claro que podemos hacer un análisis interno como lo hecho para las galaxias del grupo B, del cual los resultados son  $r_c = 0.004 \text{ kpc}$  y  $\rho_c = 2.1 \times 10^8$  que es consistente con cero. para un intervalo de confianza hasta  $1\sigma$ . De izquierda a derecha y de arriba a abajo, se muestran las imágenes de los ajustes de la galaxia N 2403 tomando en cuenta el disco mínimo, disco mínimo+gas, Kroupa y diet-Salpeter.

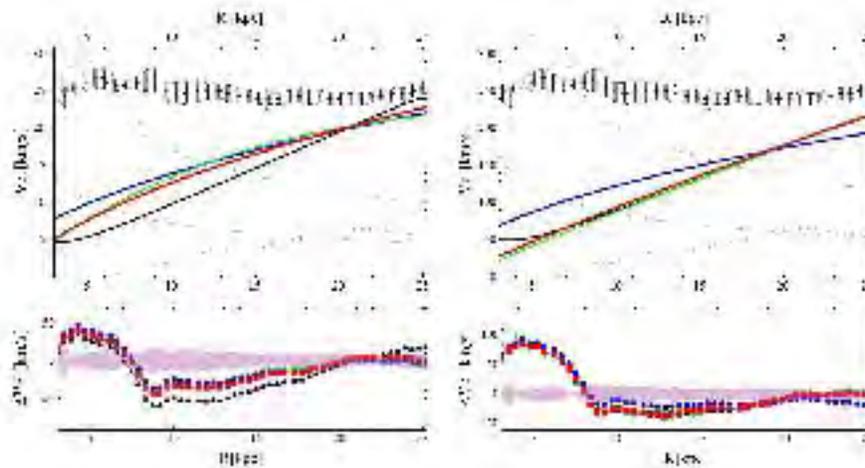


**Figura A-21:** Aquí se muestran las curvas de rotación de la galaxia N 5055. Se toman valores para los parámetros de esta galaxia:  $\mu_0 = 16.7 \text{ mag arcsec}^{-2}$  and  $R_d = 3.68 \text{ kpc}$  para el disco estelar. El análisis interno concuerda con un valor de cero para el bulbo hasta en un intervalo de confianza de  $1\sigma$ . De izquierda a derecha y de arriba a abajo, se muestran las imágenes de los ajustes de la galaxia N 5055 tomando en cuenta el disco mínimo, el disco mínimo+gas, Kroupa y diet-Salpeter. Los colores y los símbolos son como en la FiguraA-6.



(a) Minimal disk

(b) Min. disk + Gas



(c) Kroupa

(d) diet-Salpeter

**Figura A-22:** Las curvas de rotación de la galaxia N 7331. Supusimos valores para los parámetros  $\mu_0 = 15.3 \text{ mag arcsec}^{-2}$  y  $R_d = 2.42 \text{ kpc}$  para el disco externo. No se puede extraer la información relevante de estas galaxias ya que los datos observacionales no son lo suficientemente cercanos al centro. De izquierda a derecha y de arriba a abajo, se presentan los ajustes tomando en cuenta el disco mínimo, el disco min+g, Kroupa, diet-Salpeter. Los colores y los símbolos son como en la figura A-6.

# B

## Perturbaciones cosmológicas

### B.1. Descripción General

En este capítulo se describen las ideas básicas de lo que se denomina teoría cosmológica de perturbaciones. Analizaremos a groso modo las ecuaciones de Einstein linealizadas y las ecuaciones de Boltzmann a primer orden para los fluidos relevantes del Universo. Debido a que el modelo BDM tiene implicaciones en la edad temprana del Universo, como se vio para la época de BBN y equivalencia. El objetivo de este capítulo es calcular la evolución de las inhomogeneidades en el régimen lineal de la evolución cosmológica. Este apéndice tiene como objetivo analizar de forma general las implicaciones del modelo BDM en el espectro de potencia tanto de fotones como de materia. Finalmente resolvemos el sistema completo de ecuaciones donde tomamos en cuenta el modelo BDM.

El Universo no es perfectamente homogéneo e isotrópico, presenta pequeñas inhomogenei-

dades de 1 en  $10^5$  [95] partes, estas pequeñas variaciones respecto al valor de fondo se describen con la ayuda de la teoría de perturbaciones cosmológicas. Este marco bien desarrollado proporciona la columna vertebral teórica para la descripción del CMB y la estructura a gran escala. Nos basamos en el trabajo de [96] en donde el tratamiento de las perturbaciones cosmológicas ha sido estudiado ampliamente y se proveen las ecuaciones de evolución para un Universo en expansión cuyo contenido está dado por una constante cosmológica, materia oscura, bariones, fotones y neutrinos.

## B.2. Ecuación perturbada de Einstein

Trabajaremos con las perturbaciones derivadas por el cambio infinitesimal de coordenadas, es decir en transformaciones de norma (o *gauge transformation* en inglés). Todas las cantidades físicas se pueden descomponer en una parte homogénea y otra inhomogénea

$$Q(\eta, x) = \bar{Q}(\eta) + \delta Q(\eta, x), \quad (\text{B-1})$$

donde  $\bar{Q}$  es el valor promedio de la cantidad física  $Q$  y  $\delta Q$  describe la perturbación inhomogénea.

La dinámica de cualquier fluido cosmológico es obtenido, en general, a partir de las ecuaciones lineales de Einstein (c.f. [97, 98, 99]) para obtenerlas primero se calculan las cantidades cinemáticas en términos de las perturbaciones métricas. Posteriormente, también se perturba la cantidades dinámicas del tensor de energía-momentum del Universo que conduce a la evolución de la densidad, velocidad, presión, y las perturbaciones de estrés anisotrópico. Comenzamos mediante la introducción de perturbaciones en el métrica de FRW que representa pequeñas desviaciones de la geometría perfectamente isotrópica y homogénea. Las perturbaciones en las componentes del tensor métrico más general se pueden definir como

$$ds^2 = (1 + h_{00})dt^2 + 2h_{0i}dt dx^i - a^2(t)(\delta_{ij} + h_{ij})dx^i dx^j, \quad (\text{B-2})$$

donde  $\delta g_{\mu\nu}$  denotan las perturbaciones a la métrica en el Universo de Friedmann, es conveniente separar estas perturbaciones como  $\delta g_{\mu\nu} = (\delta g_{00}, \delta g_{i0}, \delta g_{ij})$ . Donde la perturbación  $\delta g_{00}$  es la parte escalar;  $\delta g_{0i}$  es la parte vectorial, que a su vez se puede descomponer como el gradiente

de un escalar y un vector de divergencia cero; y  $\delta g_{i0} = \nabla_i B + S_i$ , donde B es el escalar y S es un vector que cumple con  $\nabla_i S^i = 0$ , así pues estamos definiendo un modo escalar y dos tensoriales. La ventaja de esta división es que la dinámica de los tres sectores se desacoplan de orden lineal de tal manera que pueden ser analizados por separado. En este capítulo solo nos enfocaremos en las perturbaciones escalares.

Si bien el predefinir una norma no cambia los resultados, la norma sincrónica es la más popular entre los modelos numéricos. Así la métrica B-2 se simplifica de la siguiente manera

$$ds^2 = a^2(\tau) [-d\tau^2 + (\delta_{ij} + h_{ij} dx^i dx^j)] \quad (\text{B-3})$$

Donde  $h_{ij}$  es la perturbación a la métrica que se puede descomponer en  $h_{ij} = h\delta_{ij}/3 + h_{ij}^{\parallel} + h_{ij}^{\perp} + h_{ij}^T$ ; donde  $h \equiv h_{ii}$  es la traza,  $h_{ij}^{\parallel}$ ,  $h_{ij}^{\perp}$  y  $h_{ij}^T$  es la divergencia paralela, perpendicular y transversal del componente sin traza de la perturbación, respectivamente.

Las ecuaciones lineales de Einstein en el espacio de Fourier son por lo tanto:

$$\begin{aligned} k^2 \eta - \frac{1}{2} \frac{\dot{a}}{a} \dot{\eta} &= 4\pi G a^2 \delta T_0^0 & (\text{B-4}) \\ k^2 \dot{\eta} &= 4\pi G a^2 (\rho + P) \theta \\ \ddot{h} + 2 \frac{\dot{a}}{a} \dot{h} - 2k^2 \eta &= -8\pi G a^2 \delta T_i^i \\ \ddot{h} + 6\ddot{\eta} + 2 \frac{\dot{a}}{a} (\dot{h} + 6\dot{\eta}) - 2k^2 \eta &= -24\pi G a^2 (\rho + P) \sigma \end{aligned}$$

El punto representa las derivadas respecto al tiempo conforme  $\tau$ , definido como  $d\tau = dt/a(t)$ . Las variables  $\theta$  (es el término que describe los esfuerzos anisotrópicos) y  $\sigma$  están definidas como

$$(\rho + P)\theta = ik^j \delta T_j^0, \quad (\rho + P)\sigma \equiv - \left( \hat{k}_i \dot{k}_j - 1/3 \delta_{ij} \right) \Sigma_j^i \quad (\text{B-5})$$

y  $\Sigma_j^i \equiv T_j^i T_k^k / 3$  es el componente sin traza de  $T_j^i$ .

### B.3. Dinámica de las perturbaciones

La ecuación de conservación, derivadas de las ecuaciones de Einstein, describen la evolución general para un fluido cosmológico desacoplado de otros fluidos de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\dot{\delta} &= -(1 + \omega) \left( \theta + \frac{\dot{h}}{2} \right) - 3 \frac{\dot{a}}{a} \left( \frac{\delta P}{\delta \rho} - \omega \right) \delta \\ \dot{\theta} &= -\frac{\dot{a}}{a} (1 - 3\omega) \theta - \frac{\dot{\omega}}{1 + \omega} \theta + \frac{\delta P / \delta \rho}{1 + \omega} k^2 \delta - k^2 \sigma\end{aligned}\tag{B-6}$$

donde  $\delta$  se define como la densidad local relativa al promedio espacial,  $\delta \equiv \delta\rho/\rho$ . Usualmente se define la velocidad del sonido en el fluido como  $\delta P/\delta\rho$ .

Las ecuaciones individuales de cada fluido deben ser tomadas con cuidado ya que existen interacciones entre fluidos que se deben tomar en cuenta, como lo son: transferencia entre fotones y partículas cargadas a través de la dispersión de Compton, interacciones Coulombianas entre protones y electrones. Para las siguientes sub-secciones se supone que los protones y electrones tienen un  $\omega = 0$ ; para los fotones y neutrinos,  $\omega = 1/3$ . Recordemos que la ecuación de estado para BDM es  $\omega = 1/3$  si  $a < a_c$  de lo contrario está descrita por una ecuación de estado dependiente del factor de escala dado por 2-7.

la ecuación de Boltzmann [100, 101] nos da una forma de calcular la evolución de la perturbación de las funciones de distribución del espacio fase. La ecuación relaciona cómo la funciones de distribución de  $f_*$  de cada componente evoluciona con el tiempo teniendo en cuenta la interacción con las otras especies. Por lo tanto, al tener en cuenta todos los componentes, vamos a obtener un conjunto de ecuaciones diferenciales acopladas. La ecuación de Boltzmann también incorporará perturbaciones métricas.

$$\frac{df}{dt} = C[f]\tag{B-7}$$

donde  $C[f]$  toma en cuenta la interacción con otras componentes del Universo. Considere la izq. de la ecuación anterior. Ésta se puede expandir de la siguiente manera,

$$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x^i} \frac{\partial x^i}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial \hat{p}^i} \frac{\partial \hat{p}^i}{\partial t}\tag{B-8}$$

Los términos  $\frac{\partial x^i}{\partial t}$  y  $\frac{\partial p}{\partial t}$  toman en cuenta la perturbación de la métrica ya que éstos se calculan a partir de la ecuación geodésica. El término  $\frac{\partial f}{\partial \hat{p}^i} \frac{\partial \hat{p}^i}{\partial t}$  se desprecia ya que no términos a primer orden. Ahora vamos a escribir la ecuación de Boltzmann para las componentes relevantes del Universo empezando por el fluido que más nos interesa, las partículas de BDM.

### B.3.1. BDM

Recordemos que el modelo BDM se comporta como partículas tipo-radiación cuando ( $a < a_c$ ), por lo tanto  $\omega = 1/3$ . Así, las ecuaciones perturbadas para el en este momento son

$$\dot{\delta} = -\frac{4}{3} \left( \theta + \frac{\dot{h}}{2} \right) \quad (\text{B-9})$$

$$\dot{\theta} = \frac{1}{4} k^2 \delta, \quad (\text{B-10})$$

hemos utilizado la definición del parámetro de Hubble  $H = \dot{a}/a$ , y donde theta es solo la divergencia de la velocidad del fluido (perfecto)  $\theta = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ .

donde  $\omega$  toma los valores  $\omega = 1/3$  dado que BDM se comporta como partícula relativista. El punto representa la deriva respecto al tiempo conforme  $\tau$ , definido como  $d\tau = dt/a(t)$ . La  $H$  está definida como  $H = \dot{a}/a$ , y para un fluido perfecto con densidad de energía  $\rho$  y presión  $P$ ,  $\theta$  está dada por la ecuación:

$$(\rho + P)\theta = ik^j \delta T_j^0, \quad (\text{B-11})$$

para un fluido perfecto  $\theta$  es solo la divergencia de la velocidad  $\theta = i\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}$ .

Después de la transición ( $a > a_c$ ), cuando las partículas BDM adquieren masa, entran en una transición de fase y finalmente se comportan totalmente como materia:

$$\dot{\delta}_c = -(1 + \omega) \left( \theta + \frac{\dot{h}}{2} \right) - \frac{2\omega}{\omega + 1} H \delta_c \quad (\text{B-12})$$

$$\dot{\theta} = -H(1 - 3\omega)\theta + \frac{\omega}{1 + \omega} \left( \frac{5 + 3\omega}{3(1 + \omega)} k^2 \delta_c - 2H\theta \right) \quad (\text{B-13})$$

En ambos casos supusimos que  $\sigma = 0$ . La ecuación de estado, introducida en el Cap.2 está dada

por:

$$\begin{aligned}\omega &= \frac{1}{3} \left(\frac{v}{c}\right)^2, \\ v &= v_i \left(\frac{a_c}{a}\right)\end{aligned}\tag{B-14}$$

Nótese que el modelo BDM a escalas cosmológicas tiene dos parámetros libres, dados por la ecuación B-14, estas son: el momento cuando ocurre la transición descrita por el parámetro  $a_c$  y la velocidad de dispersión inicial cuando las partículas adquieren masa  $v_c$ . Éstas dos cantidades serían los parámetros a restringir a partir de las observaciones del CMB.

### B.3.2. Neutrinos sin masa

La presión que ejercen partículas sin masa es casi nula. Adicionalmente, el término relacionado de estrés anisotrópico ( $\sigma$ ) toma importancia. La forma más precisa de calcular la evolución de los neutrinos es a partir de la Ec. de Boltzmann, esto es,

$$\frac{\partial F_\nu}{\partial \tau} + ik(\hat{k} \cdot \hat{n})F_\nu = -\frac{2}{3}\dot{h} - \frac{4}{3}(\dot{h} + 6\dot{\eta})P_2(\mu)\tag{B-15}$$

en el espacio de Fourier.

La aproximación que los neutrinos no tienen masa es aceptable en épocas donde el neutrino esta desacoplado hasta la época de recombinación. Las ecuaciones de evolución para los neutrinos son,

$$\begin{aligned}\dot{\delta}_\nu &= -\frac{4}{3}\theta_\nu - \frac{2}{3}\dot{h}, \\ \dot{\theta}_\nu &= k^2 \left(\frac{1}{4}\delta_\nu - \sigma_\nu\right), \\ \dot{\mathcal{F}}_{\nu 2} &= 2\dot{\sigma}_\nu = \frac{8}{15}\theta_\nu - \frac{3}{5}k\mathcal{F}_{\nu 3} + \frac{4}{15}\dot{h} + \frac{8}{5}\dot{\eta}, \\ \dot{\mathcal{F}}_{\nu l} &= \frac{k}{2l+1} [l\mathcal{F}_{\nu(l-1)} - (l+1)\mathcal{F}_{\nu(l+1)}], \quad l \geq 3.\end{aligned}\tag{B-16}$$

Donde  $F_{\nu l}$  está definida por la expansión de las perturbaciones en la función de distribución,

$F_\nu$ ,

$$\mathcal{F}_\nu(k, \hat{n}, \tau) \equiv \sum_{l=0}^{\infty} (-i)^l (2l+1) \mathcal{F}_{\nu l}(k, \tau) P_l(\hat{k} \cdot \hat{n}). \quad (\text{B-17})$$

donde  $P_l(\hat{k} \cdot \hat{n})$  son los polinomios de Legendre.

### B.3.3. Fotones

Los fotones ( $\gamma$ ), a pesar de ser similares a los neutrinos evolucionan de manera distinta debido a los acoplamientos con las partículas cargadas. La dispersión de Thomson describe las interacciones de fotones con electrones, donde la sección eficaz está dad por,

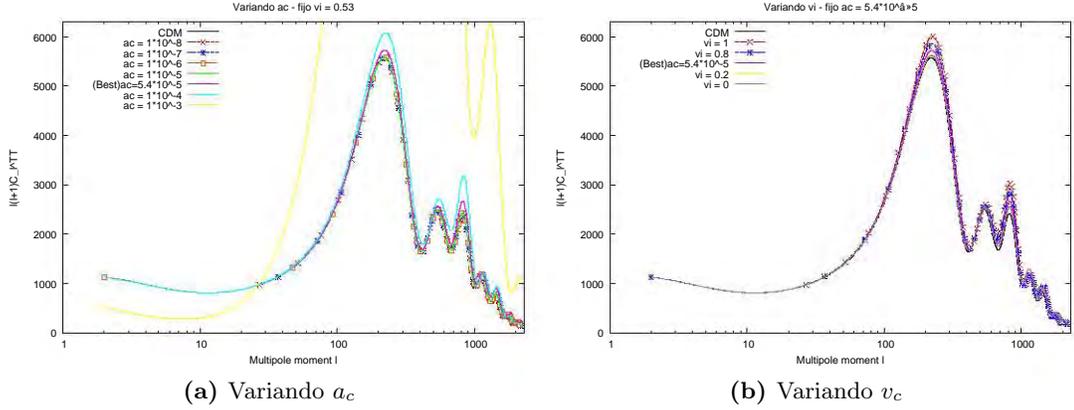
$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{16\pi} (1 + \cos^2 \theta) \quad (\text{B-18})$$

donde  $\sigma_T$  es la sección eficaz de Thomson [102]. Los fotones también se dispersan como los protones, pero con una sección eficaz multiplicada por el cociente al cuadrado de la masa de los electrones entre los protones,  $m_e^2/m_p^2$ .

La polarización de la distribución de fase de los fotones,  $F_\gamma$ , es la misma que la distribución de fase de los neutrinos, ref. Eq.(B-17). Los fotones también tienen una componente de polarización,  $G_\gamma$ , no nula. Las ecuaciones linealizadas para la dispersión de Thomson [96, 103, 104, 105] llevan a un conjunto de ecuaciones que describen la evolución de las perturbaciones de los fotones.

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_\gamma &= -\frac{4}{3}\theta_\gamma - \frac{2}{3}\dot{h}, \\ \dot{\theta}_\gamma &= k^2 \left( \frac{1}{4}\delta_\gamma - \sigma_\gamma \right) + an_e\sigma_T(\theta_b - \theta_\gamma), \\ \dot{\mathcal{F}}_{\gamma 2} &= 2\dot{\sigma}_\gamma = \frac{8}{15}\theta_\gamma - \frac{3}{5}k\mathcal{F}_{\gamma 3} + \frac{4}{15}\dot{h} + \frac{8}{5}\dot{\eta} - \frac{9}{5}an_e\sigma_T\sigma_\gamma + \frac{1}{10}an_e\sigma_T(\mathcal{G}_{\gamma 0} + \mathcal{G}_{\gamma 2}), \\ \dot{\mathcal{F}}_{\gamma l} &= \frac{k}{2l+1}[l\mathcal{F}_{\gamma(l+1)} - (l+1)\mathcal{F}_{\gamma(l+1)}] - an_e\sigma_T\mathcal{F}_{\gamma l}, \\ \dot{\mathcal{G}}_{\gamma l} &= \frac{k}{2l+1}[l\mathcal{G}_{\gamma(l-1)} - (l+1)\mathcal{G}_{\gamma(l+1)}] + an_e\sigma_T \left[ -\mathcal{G}_{\gamma l} + \frac{1}{2}(\mathcal{F}_{\gamma 2} + \mathcal{G}_{\gamma 0} + \mathcal{G}_{\gamma 2}) \left( \delta_{l0} + \frac{\delta_{l2}}{5} \right) \right], \end{aligned} \quad (\text{B-19})$$

donde  $\mathcal{F}_{\gamma 0} = \delta_\gamma$  y  $\mathcal{F}_{\gamma l} = 4\theta/3k$  el índice  $l$  es válido para  $l \geq 3$ . El subíndice  $b$  denota a el componente bariónico que proporcional a la suma de los electrones y protones. La dispersión electrón-proton es dominante sobre la dispersión protón-protón, tanto como para hacer ésta última insignificante.



**Figura B-1:** Diferentes espectros de potencia donde en (a) se varía el valor de  $a_c$  y  $v_c$  lo fijamos en  $v_c = 0.53$ . En (b) fijamos ahora el valor de  $a_c = 5.4 \times 10^{-5}$  y variamos los valores de  $v_c$ .

### B.3.4. Bariones

Los bariones ( $b$ ) y electrones se describen como un fluido no relativista, en ausencia de acoplamientos con la radiación. Dado que los bariones se comportan como materia después del desacople del neutrino, el valor de la constante de la ecuación de estado  $\omega \simeq 0$ , y por lo tanto se pueden ignorar los términos de  $\omega$  y  $\delta P/\delta\rho$  en la ecuación B.3 (excepto el término  $c_s^2 k^2 \delta$ , que es importantes para grandes  $k$ ). La transferencia de momentum con los fotones a través de la dispersión de Thomson implica un término proporcional  $an_e\sigma_T(\theta_\gamma - \theta_b)$ , por lo tanto las ecuaciones de evolución en la norma sincrónica son

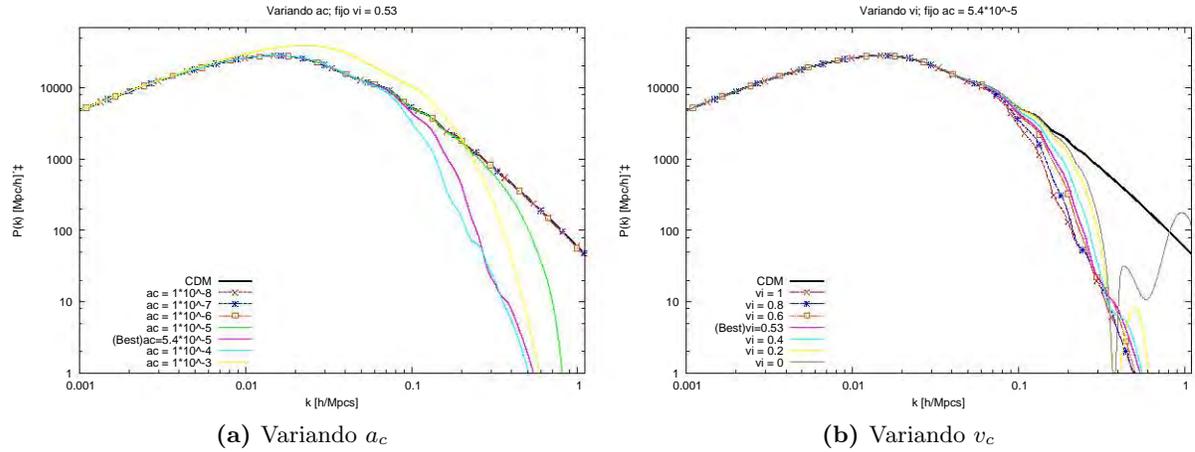
$$\dot{\delta}_b = -\theta_b - \frac{1}{2}\dot{h} \quad (\text{B-20})$$

$$\dot{\theta} = -\frac{\dot{a}}{a}\theta_b + c_s^2 k^2 \delta_b + \frac{4\rho_\gamma}{3\rho_b} an_e\sigma_T(\theta_\gamma - \theta_b) \quad (\text{B-21})$$

donde la velocidad del sonido para los bariones es evaluado como,

$$c_s^2 = \frac{\dot{P}_B}{\dot{\rho}_b} = \frac{k_B T_b}{\mu} \left( 1 - \frac{1}{3} \frac{d \ln T_b}{d \ln a} \right) \quad (\text{B-22})$$

donde  $k_B$  es la constante de Boltzmann y  $\mu$  es el potencial químico (que incluye a los electrones libres e iones de **H** y **He**).



**Figura B-2:** Diferentes espectros de potencia donde en (a) se varía el valor de  $a_c$  y  $v_c$  lo fijamos en  $v_c = 0.53$ . En (b) fijamos ahora el valores de  $a_c = 5.4 \times 10^{-5}$  y variamos los valores de  $v_c$ .

## B.4. Resultados Parciales

Con las bases presentadas brevemente en la sección anterior uno puede simular las ecuaciones de evolución de las perturbaciones para cada fluido y resolverlas para la evolución del Universo. Modificamos los códigos *Code for Anisotropies in the Microwave Background* (camb) y *Cosmological MonteCarlo* (cosmomc) donde hemos remplazado la evolución de las ecuaciones de perturbación de CDM por las de BDM.

En ésta sección presentamos algunas gráficas con los resultados parciales del modelo cosmológico del modelo BDM. Dado que el modelo numérico aún se esta analizando no presentamos conclusiones al respecto. En las Fig. B-1 presentamos el espectro de potencia obtenido cuando variamos los dos parámetros fundamentales del modelo BDM  $a_c$  y  $v_c$ . En la imagen de la derecha fijamos el valor de  $a_c = 5.4 \times 10^{-5}$  y variando el valor de  $1 > v_i > 0$ . En la imagen izquierda ahora fijamos  $v_c = 0.53$  y variamos el valor de  $10^{-3} > a_c > 10^{-8}$ . El la Fig.B-2 graficamos el espectro de potencia de materia con las mismas variantes. Los demás valores de los parámetros cosmológicos se toman de los aceptamos para el modelo  $\lambda$ CDM.

# C

## Comparación con Resultados Anteriores

En este apéndice hacemos la comparación del resultado de nuestros ajustes con los reportados por deBlok08 [32]. Para tal efecto calculamos los valores de los parámetros libres del perfil NFW,

$$v_{\text{NFW}}^2(r) = v_{200}^2 \frac{\ln(1+cx) - cx/(1+cx)}{x [\ln(1+c) - c/(1+c)]} \quad (\text{C-1})$$

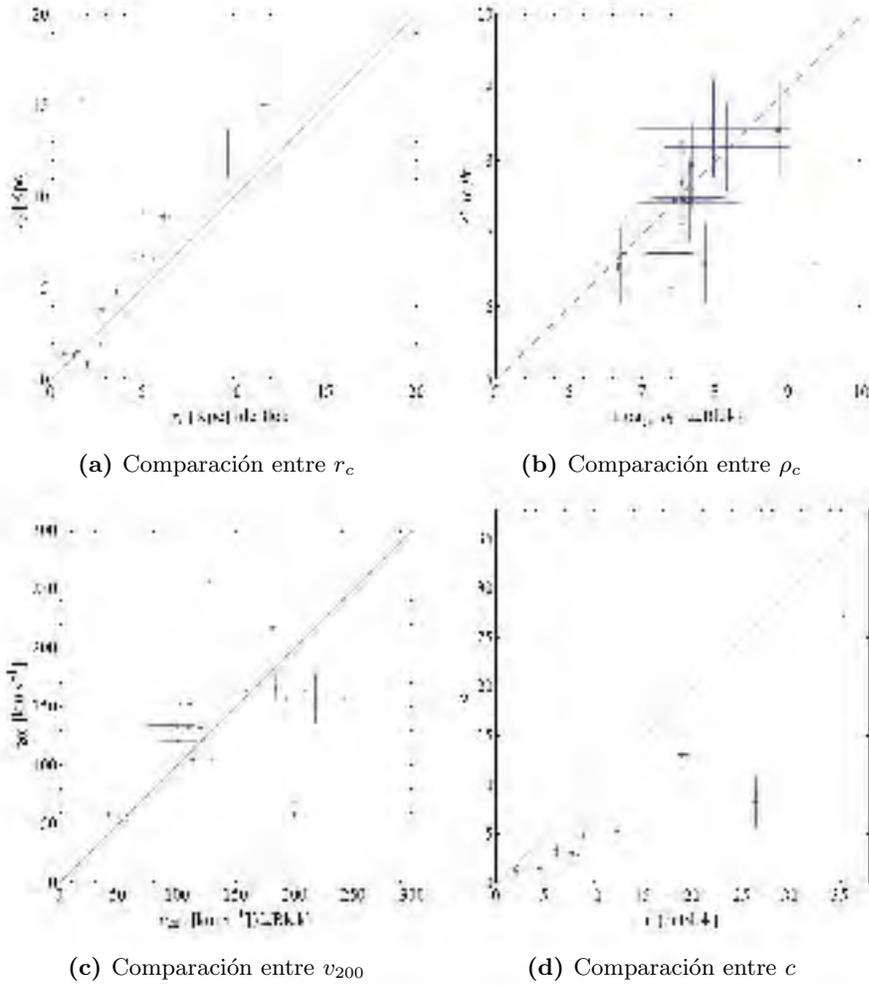
donde  $x = r/r_{200}$ . El perfil está escrito en términos de la concentración ( $c \equiv r_{200}/r_s$ ) y la velocidad ( $v_{200}$ ), que a su vez éstos están relacionados con los parámetros  $\rho_0$  y  $r_s$  de la Ec.(1.7.3) que fueron utilizados en éste trabajo. El radio  $r_{200}$  es el radio donde la densidad promedio del halo es 200 la densidad crítica del Universo  $\rho_c$ . También se comparan los valores de los parámetros del perfil pseudo-isotérmico (ver Ec. 4-22) en el que la comparación entre ambos ajustes solo depende de un cambio de unidades.

En la tabla C-1 y figura C-1 se presentan los valores resultantes del ajuste con el modelo de Kroupa. En la tabla C-2 y figura C-2 se presentan los valores del ajuste obtenidos de el modelo

de diet-Salpeter.

	KROPUPA / DE BLOK						KROUPA / MASTACHE					
	ISO			NFW			ISO			NFW		
	$r_c$	$\rho_0$	$\chi^2$	$c$	$v_{200}$	$\chi^2$	$r_c$	$\rho_0$	$\chi^2$	$c$	$v_{200}$	$\chi^2$
N 925	9.67	6.77	1.14	< 0.1	> 500	2.17	12.4	6.73	1.13	< 0.1	244.9	3.68
N 2366	1.32	7.57	0.16	< 0.1	> 500	1.01	1.36	7.47	1.79	1.46	56.29	3
N 2403	1.52	8.16	0.97	12.4	101.7	0.57	1.53	8.19	0.85	5.35	120.8	0.82
N 2841	0.63	9.51	0.22	18.9	181.4	0.23	0.01	13.6	0.72	13.1	216.5	1.28
N 2903	< 0.01	> 10	1.14	35.5	111.8	0.41	0.59	9.31	6.04	27.1	151.7	1.5
N 2976	5.09	7.55	0.5	< 0.1	> 500	1.9	6.7	7.69	1.15	< 0.1	> 500	6.3
N 3031	0.78	8.88	3.88	26.4	94.6	3.61	1.42	8.42	4.14	8.34	134.2	5.1
N 3198	2.82	7.64	1.41	8.5	110.4	2.06	3.8	7.43	3.42	2.77	131.3	1.5
I 2574	6.18	6.70	0.17	< 0.1	> 500	1.73	8.95	6.57	0.64	< 0.1	118.6	3.37
N 3521	2.5	7.86	4.75	8.9	128.4	5.55	15.38	6.6	8.62	< 0.1	254.9	9.25
N 3621	2.77	7.69	1.09	7.8	120.2	0.55	1.99	7.94	2.8	3.1	131.8	1.44
N 4736	< 0.01	> 10	1.73	63.5	42.4	1.41	0.01	21	5.96	466.6	58.6	1.5
D 154	1.32	7.45	0.44	4.5	58	0.83	1.31	7.45	0.36	1.51	56.9	1.05
N 5055	11.73	6.68	2.03	2.1	217.8	1.45	15.04	6.53	4.14	1.37	157.4	1.12
N 6946	3.62	7.66	0.98	6.2	183.8	1.03	4.79	7.49	1.1	3.42	164.4	2.09
N 7331	5.4	7.39	0.31	4.9	200	0.24	1000	6.73	4.14	< 0.1	58.6	8.63
N 7793	1.98	7.98	5.08	9.1	114.1	3.74	0.87	8.44	7.02	4.88	104.4	4.06

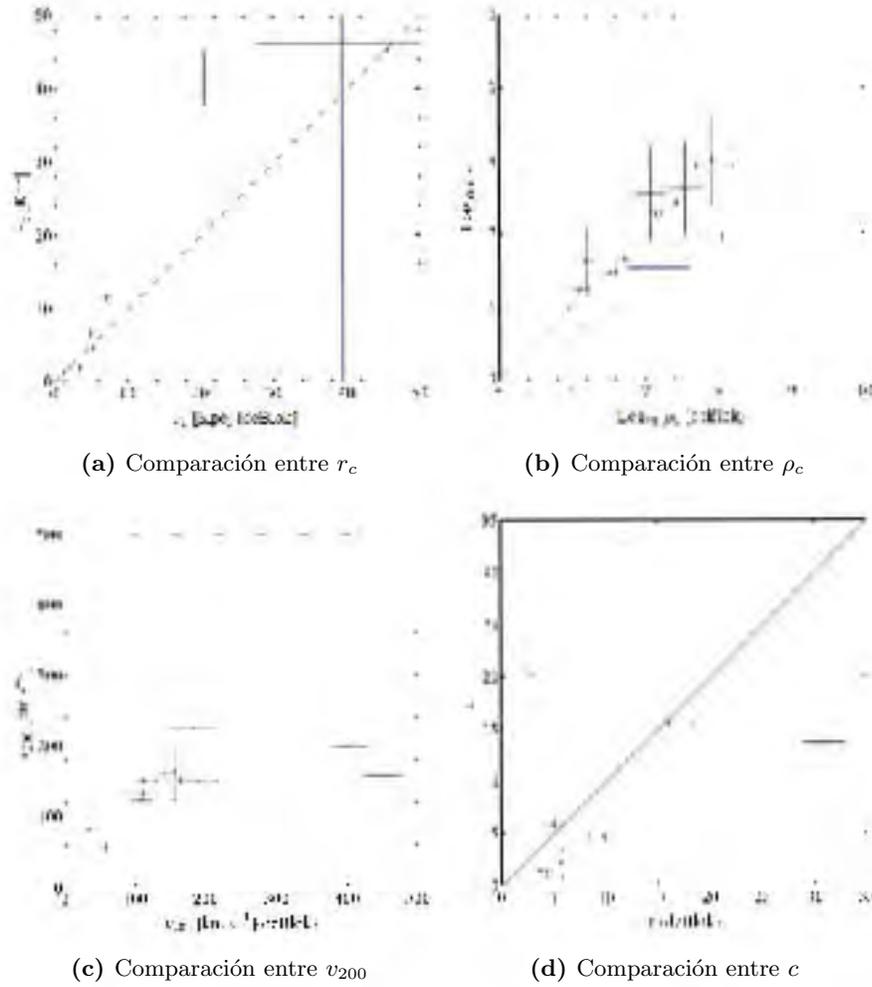
**Tabla C-1:** Se presenta una tabla comparativa con los ajustes obtenidos del modelos de masa de Kroupa con los resultados anteriores de deBlok08. Cabe destacar que los resultados no son iguales ya que el modelo de masa de deBlok08 es distinto, este último considera un ancho de disco exponencial y la contribución de gas atómico. En nuestro caso, los valores de los parámetros del perfil de NFW: la concentración ( $c$ ) y la velocidad ( $v_{200}$ ), dependen del valor de la densidad crítica, para la cual utilizamos un valor del parámetro de Hubble de  $70 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . El valor de  $\rho_0$  se reporta como el  $\log_{10}$  en unidades de  $M_{\odot} \text{ Kpc}^3$ .



**Figura C-1:** Las distintas imágenes son el esquema comparativo en el modelo de Kroupa entre los valores obtenidos para los parámetros libres de los perfiles pseudo-isotérmico ( $r_c$  y  $\rho_c$ ) y NFW ( $c$  y  $v_{200}$ ) y los reportados en anteriormente en deBlok08. Los valores se presentan en la tabla C-1.

DIET-SALPETER / DE BLOK							DIET-SALPETER / MASTACHE					
	ISO			NFW			ISO			NFW		
	$r_c$	$\rho_0$	$\chi^2$	c	$v_{200}$	$\chi^2$	$r_c$	$\rho_0$	$\chi^2$	c	$v_{200}$	$\chi^2$
N 925	16.86	6.53	2.15	< 0.1	> 500	2.81	> 10 <sup>6</sup>	6.47	2.47	< 0.1	120.2	36.4
N 2366	1.36	7.54	0.17	< 0.1	> 500	0.98	1.06	7.62	1.64	< 0.1	115.3	2.94
N 2403	2.09	7.91	0.88	9.9	109.5	0.55	1.91	8.01	0.8	4.76	123.4	0.89
N 2841	2.03	8.48	0.27	16.1	183.2	0.42	< 0.01	21	3.14	15.6	226.2	0.49
N 2903	< 0.01	> 10	0.63	30.9	112.9	0.36	0.56	9.35	6.46	13.7	151.3	2.4
N 2976	> 1000	7.07	1.76	< 0.1	> 500	2.78	3	7.56	6.01	< 0.1	276.6	10.4
N 3031	5.25	7.17	5.93	3	190.9	4.36	> 10 <sup>8</sup>	6.54	20.4	20.17	149.7	4.77
N 3198	4.97	8.06	2.15	5.1	112.7	2.88	6.7	6.96	6.4	5.89	133.5	2.08
I 2574	7.23	6.61	0.17	< 0.1	> 500	1.81	11.7	6.48	1.12	< 0.1	109.1	5.49
N 3521	39.4	6.11	8.07	< 0.1	403.2	8.52	46.3	6.24	11.49	< 0.1	199.34	12.47
N 3621	5.54	7.16	0.62	3.7	165.5	0.81	4.56	7.29	1.01	1.39	152.1	1.44
N 4736	1.44	7.35	1.52	11.4	35.2	1.51	0.01	21	4.29	42.88	80.5	3.08
D 154	1.34	7.44	0.44	4.4	58.7	0.82	1.36	7.43	0.35	1.45	57.6	1.08
N 5055	45.63	5.95	8.13	< 0.1	450.1	10.31	45.3	5.99	13.3	14.43	157.1	0.73
N 6946	20.58	6.73	1.45	< 0.1	> 500	2.59	41.6	6.66	2.48	< 0.1	167.2	4.42
N 7331	> 1000	6.20	2.93	< 0.1	> 500	4.08	> 10 <sup>8</sup>	6.64	25.9	< 0.1	> 500	18.1
N 7793	3.52	7.71	2.26	5.8	156.6	4.17	1.86	7.94	4.78	2.18	162.8	5

**Tabla C-2:** Se presentan una tabla comparativa con los ajustes obtenidos con el modelos de masa de diet-Salpeter con resultados anteriores de deBlok08. Cabe destacar que los resultados no son iguales ya que el modelo de masa de deBlok08 es distinto, este último considera un ancho de disco exponencial y la contribución de gas atómico. En nuestro caso, los valores de los parámetros del perfil de NFW: la concentración (c) y la velocidad ( $v_{200}$ ), dependen del valor de la densidad crítica, para la cual utilizamos un valor del parámetro de Hubble de  $70 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ . El valor de  $\rho_0$  se reporta como el logaritmo<sub>10</sub> en unidades de  $M_{\odot} \text{ Kpc}^3$ .



**Figura C-2:** Las distintas imágenes son el esquema comparativo en el modelo de masa de diet-Salpeter entre los valores obtenidos para los parámetros libres de los perfiles pseudo-isotérmico ( $r_c$  y  $\rho_c$ ) y NFW ( $c$  y  $v_{200}$ ) y los reportados en anteriormente en deBlok08. Los valores se presentan en la tabla C-2.

## Bibliografía

- [1] Jorge Mastache and Axel de la Macorra. Extra relativistic degrees of freedom without extra particles using Planck data. *Phys.Rev.*, **D88**:043506, 2013.
- [2] Axel de la Macorra, Jorge Mastache, and Jorge L. Cervantes-Cota. Galactic phase transition at  $E_c=0.11$  eV from rotation curves of cored LSB galaxies and nonperturbative dark matter mass. **Rapid Communication**. *Phys.Rev.*, **D84**:121301, 2011.
- [3] Jorge Mastache, Axel de la Macorra, and Jorge L. Cervantes-Cota. Core-Cusp revisited and Dark Matter Phase Transition Constrained at  $O(0.1)$  eV with LSB Rotation Curve. *Phys.Rev.*, **D85**:123009, 2012.
- [4] Jorge Mastache, Axel de la Macorra, and Jorge L. Cervantes-Cota. Dark Matter Phase Transition Constrained at  $O(0.1)$  eV with LSB Rotation Curves. *PoS DSU 2012*, 024, 2012.
- [5] Jorge Mastache, Jorge L. Cervantes-Cota, and Axel de la Macorra. Testing modified gravity at large distances with THINGS' rotation curves. *Phys. Rev.* **D87**, 063001, 2013.
- [6] Planck Collaboration, P. A. R. Ade, N. Aghanim, C. Armitage-Caplan, M. Arnaud, M. Ashdown, F. Atrio-Barandela, J. Aumont, C. Baccigalupi, A. J. Banday, and et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *ArXiv e-prints*, March 2013.
- [7] G. Hinshaw, D. Larson, E. Komatsu, D. N. Spergel, C. L. Bennett, J. Dunkley, M. R. Nolta, M. Halpern, R. S. Hill, N. Odegard, L. Page, K. M. Smith, J. L. Weiland, B. Gold, N. Jarosik, A. Kogut, M. Limon, S. S. Meyer, G. S. Tucker, E. Wollack, and E. L. Wright.

Nine-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Parameter Results. *ArXiv e-prints*, December 2012.

- [8] J. L. Sievers, R. A. Hlozek, M. R. Nolta, V. Acquaviva, G. E. Addison, P. A. R. Ade, P. Aguirre, M. Amiri, J. W. Appel, L. F. Barrientos, E. S. Battistelli, N. Battaglia, J. R. Bond, B. Brown, B. Burger, E. Calabrese, J. Chervenak, D. Crichton, S. Das, M. J. Devlin, S. R. Dicker, W. Bertrand Doriese, J. Dunkley, R. Dunner, T. Essinger-Hileman, D. Faber, R. P. Fisher, J. W. Fowler, P. Gallardo, M. S. Gordon, M. B. Gralla, A. Hajian, M. Halpern, M. Hasselfield, C. Hernandez-Monteagudo, J. C. Hill, G. C. Hilton, M. Hilton, A. D. Hincks, D. Holtz, K. M. Huffenberger, D. H. Hughes, J. P. Hughes, L. Infante, K. D. Irwin, D. R. Jacobson, B. Johnstone, J. Baptiste Juin, M. Kaul, J. Klein, A. Kosowsky, J. M. Lau, M. Limon, Y.-T. Lin, T. Louis, R. H. Lupton, T. A. Marriage, D. Marsden, K. Martocci, P. Matuskiw, M. McLaren, F. Menanteau, K. Moodley, H. Moseley, C. B. Netterfield, M. D. Niemack, L. A. Page, W. A. Page, L. Parker, B. Partridge, R. Plimpton, H. Quintana, E. D. Reese, B. Reid, F. Rojas, N. Sehgal, B. D. Sherwin, B. L. Schmitt, D. N. Spergel, S. T. Staggs, O. Stryzak, D. S. Swetz, E. R. Switzer, R. Thornton, H. Trac, C. Tucker, M. Uehara, K. Visnjic, R. Warne, G. Wilson, E. Wollack, Y. Zhao, and C. Zuncke. The Atacama Cosmology Telescope: Cosmological parameters from three seasons of data. *ArXiv e-prints*, January 2013.
- [9] R. Keisler, C.L. Reichardt, K.A. Aird, B.A. Benson, L.E. Bleem, et al. A Measurement of the Damping Tail of the Cosmic Microwave Background Power Spectrum with the South Pole Telescope. *Astrophys.J.*, 743:28, 2011.
- [10] R. Amanullah, C. Lidman, D. Rubin, G. Aldering, P. Astier, et al. Spectra and Light Curves of Six Type Ia Supernovae at  $0.511 < z < 1.12$  and the Union2 Compilation. *Astrophys.J.*, 716:712–738, 2010.
- [11] David N. Schramm and Michael S. Turner. Big bang nucleosynthesis enters the precision era. *Rev.Mod.Phys.*, 70:303–318, 1998.
- [12] Alain Coc, Elisabeth Vangioni-Flam, Pierre Descouvemont, Abderrahim Adahchour, and

- Carmen Angulo. Updated Big Bang nucleosynthesis confronted to WMAP observations and to the abundance of light elements. *Astrophys.J.*, 600:544–552, 2004.
- [13] F. Zwicky. Spectral displacement of extra galactic nebulae. *Helv.Phys.Acta*, 6:110–127, 1933.
- [14] G. R. Knapp, F. J. Kerr, and B. A. Williams. H I observations of elliptical galaxies. *Astrophys.J.*, 222:800–814, June 1978.
- [15] S.M. Faber and J.S. Gallagher. Masses and mass-to-light ratios of galaxies. *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, 17:135–183, 1979.
- [16] G Kauffmann, Simon D.M. White, and B. Guiderdoni. The Formation and Evolution of Galaxies Within Merging Dark Matter Haloes. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 264:201, 1993.
- [17] Anatoly A. Klypin, Andrey V. Kravtsov, Octavio Valenzuela, and Francisco Prada. Where are the missing Galactic satellites? *Astrophys.J.*, 522:82–92, 1999.
- [18] B. Moore, S. Ghigna, F. Governato, G. Lake, Thomas R. Quinn, et al. Dark matter substructure within galactic halos. *Astrophys.J.*, 524:L19–L22, 1999.
- [19] Marc Kamionkowski and Andrew R. Liddle. The Dearth of halo dwarf galaxies: Is there power on short scales? *Phys.Rev.Lett.*, 84:4525–4528, 2000.
- [20] Pedro Colin, Vladimir Avila-Reese, and Octavio Valenzuela. Substructure and halo density profiles in a warm dark matter cosmology. *Astrophys.J.*, 542:622–630, 2000.
- [21] Paul Bode, Jeremiah P. Ostriker, and Neil Turok. Halo formation in warm dark matter models. *Astrophys.J.*, 556:93–107, 2001.
- [22] Gianpiero Mangano, Gennaro Miele, Sergio Pastor, Teguyco Pinto, Ofelia Pisanti, et al. Relic neutrino decoupling including flavor oscillations. *Nucl.Phys.*, B729:221–234, 2005.
- [23] Jan Hamann, Steen Hannestad, Julien Lesgourgues, Cornelius Rampf, and Yvonne Y.Y. Wong. Cosmological parameters from large scale structure - geometric versus shape information. *JCAP*, 1007:022, 2010.

- [24] Beth A. Reid, Licia Verde, Raul Jimenez, and Olga Mena. Robust Neutrino Constraints by Combining Low Redshift Observations with the CMB. *JCAP*, 1001:003, 2010.
- [25] Jan Hamann. Evidence for extra radiation? Profile likelihood versus Bayesian posterior. *JCAP*, 1203:021, 2012.
- [26] Maria Archidiacono, Erminia Calabrese, and Alessandro Melchiorri. The Case for Dark Radiation. *Phys.Rev.*, D84:123008, 2011.
- [27] Y.I. Izotov and T.X. Thuan. The primordial abundance of  $4\text{He}$ : evidence for non-standard big bang nucleosynthesis. *Astrophys.J.*, 710:L67–L71, 2010.
- [28] Erik Aver, Keith A. Olive, and Evan D. Skillman. A New Approach to Systematic Uncertainties and Self-Consistency in Helium Abundance Determinations. *JCAP*, 1005:003, 2010.
- [29] B. Moore. Evidence against dissipationless dark matter from observations of galaxy haloes. *Nature*, 370:629, 1994.
- [30] Ricardo A. Flores and Joel R. Primack. Observational and theoretical constraints on singular dark matter halos. *Astrophys.J.*, 427:L1–4, 1994.
- [31] A. Burkert. The Structure of dark matter halos in dwarf galaxies. *IAU Symp.*, 171:175, 1996.
- [32] W.J.G. de Blok, F. Walter, E. Brinks, C. Trachternach, S-H. Oh, et al. High-Resolution Rotation Curves and Galaxy Mass Models from THINGS. *Astron.J.*, 136:2648–2719, 2008.
- [33] Gianfranco Gentile, P. Salucci, U. Klein, D. Vergani, and P. Kalberla. The Cored distribution of dark matter in spiral galaxies. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 351:903, 2004.
- [34] F. Donato, G. Gentile, P. Salucci, C. Frigerio Martins, M.I. Wilkinson, et al. A constant dark matter halo surface density in galaxies. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 397:1169–1176, 2009.

- [35] Paolo Salucci, A. Lapi, C. Tonini, G. Gentile, I. Yegorova, et al. The Universal Rotation Curve of Spiral Galaxies. 2. The Dark Matter Distribution out to the Virial Radius. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 378:41–47, 2007.
- [36] Stacy S. McGaugh, W.J.G. de Blok, J.M. Schombert, R. Kuzio de Naray, and J.H. Kim. The Rotation Velocity Attributable to Dark Matter at Intermediate Radii in Disk Galaxies. *Astrophys.J.*, 659:149–161, 2007.
- [37] S.-H. Oh, W. J. G. de Blok, F. Walter, E. Brinks, and R. C. Kennicutt, Jr. High-Resolution Dark Matter Density Profiles of THINGS Dwarf Galaxies: Correcting for Noncircular Motions. *Astronomical Journal*, 136:2761–2781, December 2008.
- [38] Frank C. van den Bosch, Brant E. Robertson, Julianne J. Dalcanton, and W.J.G de Blok. Constraints on the structure of dark matter halos from the rotation curves of low surface brightness galaxies. *Astron.J.*, 119:1579–1591, 2000.
- [39] W.J.G.de Blok, A. Bosma, and S.S. McGaugh. Simulating observations of dark matter dominated galaxies: towards the optimal halo profile. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 340:657–678, 2003.
- [40] Eric Hayashi, Julio F. Navarro, Adrian Jenkins, Carlos S. Frenk, Chris Power, et al. Disk galaxy rotation curves in triaxial CDM halos. *Astrophys.J.Lett.*, 2004.
- [41] David N. Spergel and Paul J. Steinhardt. Observational evidence for selfinteracting cold dark matter. *Phys.Rev.Lett.*, 84:3760–3763, 2000.
- [42] Siegfried Bethke. Experimental tests of asymptotic freedom. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 58:351–386, 2007.
- [43] Larry McLerran. The Phase Diagram of QCD and Some Issues of Large  $N(c)$ . *Nucl.Phys.Proc.Suppl.*, 195:275–280, 2009.
- [44] A. de la Macorra. BDM Dark Matter: CDM with a core profile and a free streaming scale. *Astropart.Phys.*, 33:195–200, 2010.
- [45] A. de la Macorra and C. Stephan-Otto. Natural quintessence with gauge coupling unification. *Phys.Rev.Lett.*, 87:271301, 2001.

- [46] Axel de la Macorra. Dark group: dark energy and dark matter. *Phys.Lett.*, B585:17–23, 2004.
- [47] John Adams et al. Experimental and theoretical challenges in the search for the quark gluon plasma: The STAR Collaboration’s critical assessment of the evidence from RHIC collisions. *Nucl.Phys.*, A757:102–183, 2005.
- [48] A. Bazavov, T. Bhattacharya, M. Cheng, N.H. Christ, C. DeTar, et al. Equation of state and QCD transition at finite temperature. *Phys.Rev.*, D80:014504, 2009.
- [49] G. Steigman. Neutrinos and BBN (and the CMB). *ArXiv e-prints*, July 2008.
- [50] E. Komatsu et al. Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation. *Astrophys.J.Suppl.*, 192:18, 2011.
- [51] P.C.V Kruit and R.J. Allen. The kinematics of spiral and irregular galaxies. *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, 16:103–139, 1978.
- [52] Virginia Trimble. Existence and Nature of Dark Matter in the Universe. *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, 25:425–472, 1987.
- [53] Yoshiaki Sofue and Vera Rubin. Rotation curves of spiral galaxies. *Ann.Rev.Astron.Astrophys.*, 39:137–174, 2001.
- [54] W.J.G. de Blok. The Core-Cusp Problem. *Adv.Astron.*, 2010:789293, 2010.
- [55] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D.M. White. The Structure of cold dark matter halos. *Astrophys.J.*, 462:563–575, 1996.
- [56] Julio F. Navarro, Carlos S. Frenk, and Simon D.M. White. A Universal density profile from hierarchical clustering. *Astrophys.J.*, 490:493–508, 1997.
- [57] Rachel Kuzio de Naray, Stacy S. McGaugh, and W.J.G. de Blok. Mass Models for Low Surface Brightness Galaxies with High Resolution Optical Velocity Fields. *Astrophys.J.*, 676:920–943, 2008.

- [58] Rachel Kuzio de Naray, Stacy S. McGaugh, and J. Christopher Mihos. Constraining the NFW Potential with Observations and Modeling of LSB Galaxy Velocity Fields. *Astrophys.J.*, 692:1321–1332, 2009.
- [59] R. A. Swaters, B. F. Madore, and M. Trewhella. High-Resolution Rotation Curves of Low Surface Brightness Galaxies. *Astrophysical Journal, Letters*, 531:L107–L110, March 2000.
- [60] George Rhee, Anatoly Klypin, and Octavio Valenzuela. The Rotation curves of dwarf galaxies: A Problem for cold dark matter? *Astrophys.J.*, 617:1059–1076, 2004.
- [61] Joshua D. Simon, Alberto D. Bolatto, Adam Leroy, and Leo Blitz. High-resolution measurements of the dark matter halo of ngc 2976: evidence for a shallow density profile. *Astrophys.J.*, 596:957–981, 2003.
- [62] Kristine Spekkens and Riccardo Giovanelli. The Cusp/core problem in Galactic halos: Long-slit spectra for a large dwarf galaxy sample. *Astron.J.*, 129:2119–2137, 2005.
- [63] S.-H. Oh, C. Brook, F. Governato, E. Brinks, L. Mayer, W. J. G. de Blok, A. Brooks, and F. Walter. The Central Slope of Dark Matter Cores in Dwarf Galaxies: Simulations versus THINGS. *Astronomical Journal*, 142:24, July 2011.
- [64] A. Pontzen and F. Governato. How supernova feedback turns dark matter cusps into cores. *Monthly Notices of the RAS*, 421:3464–3471, April 2012.
- [65] G. Ogiya and M. Mori. The Core-Cusp Problem in Cold Dark Matter Halos and Supernova Feedback: Effects of Mass Loss. *Astrophysical Journal, Letters*, 736:L2, July 2011.
- [66] F. Walter, E. Brinks, W.J.G. de Blok, F. Bigiel, R.C. Kennicutt, et al. THINGS: The HI Nearby Galaxy Survey. *Astron.J.*, 136:2563–2647, 1985.
- [67] P. Salucci. Universal properties in galaxies and cored Dark Matter profiles. *ArXiv e-prints*, August 2010.
- [68] T. S. van Albada and R. Sancisi. Dark matter in spiral galaxies. *Royal Society of London Philosophical Transactions Series A*, 320:447–464, December 1986.

- [69] C. Trachternach, W. J. G. de Blok, F. Walter, E. Brinks, and R. C. Kennicutt, Jr. Dynamical Centers and Noncircular Motions in THINGS Galaxies: Implications for Dark Matter Halos. *Astronomical Journal*, 136:2720–2760, December 2008.
- [70] Pavel Kroupa. On the variation of the initial mass function. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 322:231, 2001.
- [71] R. Bottema. The maximum rotation of a galactic disc. *Astronomy and Astrophysics*, 328:517–525, December 1997.
- [72] Jr. Kennicutt, R.C., L. Armus, G. Bendo, D. Calzetti, D.A. Dale, et al. SINGS: The SIRTf Nearby Galaxies Survey. *Publ.Astron.Soc.Pac.*, 115:928–952, 2003.
- [73] A. Toomre. On the Distribution of Matter Within Highly Flattened Galaxies. *Astrophys.J.*, 138:385, August 1963.
- [74] A. Portas, E. Brinks, A. Usero, F. Walter, W. J. G. de Blok, and R. C. Kennicutt, Jr. The edges of THINGS. In J. Andersen, Nordströara, B. m, and J. Bland-Hawthorn, editors, *IAU Symposium*, volume 254 of *IAU Symposium*, page 52P, March 2009.
- [75] T.H. Jarrett, T. Chester, R. Cutri, S.E. Schneider, and J.P. Huchra. The 2MASS Large Galaxy Atlas. *Astron.J.*, 125:525–554, 2003.
- [76] Violet A. Taylor, Rolf A. Jansen, Rogier A. Windhorst, Stephen C. Odewahn, and John E. Hibbard. UBV<sub>r</sub> and HST mid-UV and near-IR surface photometry and radial color gradients of late-type, irregular, and peculiar galaxies. *Astrophys.J.*, 630:784–803, 2005.
- [77] Edwin E. Salpeter. The Luminosity function and stellar evolution. *Astrophys.J.*, 121:161–167, 1955.
- [78] W.J.G. de Blok, S.S. McGaugh, and J.M. van der Hulst. HI observations of low surface brightness galaxies: probing low density galaxies. *Mon.Not.Roy.Astron.Soc.*, 283:18–54, 1996.
- [79] Oleg Y. Gnedin, Andrey V. Kravtsov, Anatoly A. Klypin, and Daisuke Nagai. Response of dark matter halos to condensation of baryons: Cosmological simulations and improved adiabatic contraction model. *Astrophys.J.*, 616:16–26, 2004.

- [80] F. Pace, J.-C. Waizmann, and M. Bartelmann. Spherical collapse model in dark energy cosmologies. 2010.
- [81] Vladimir Avila-Reese, Pefro Colin, Octavio Valenzuela, Elena D’Onghia, and Claudio Firmani. Formation and structure of halos in a warm dark matter cosmology. *Astrophys.J.*, 559:516–530, 2001.
- [82] Daniel Grumiller. Model for gravity at large distances. *Phys.Rev.Lett.*, 105:211303, 2010.
- [83] D. Grumiller and F. Preis. Rindler force at large distances. *Int.J.Mod.Phys.*, D20:2761–2766, 2011.
- [84] R. M. Wald. *General relativity*. 1984.
- [85] B.K. Berger, D.M. Chitre, V.E. Moncrief, and Y. Nutku. Hamiltonian formulation of spherically symmetric gravitational fields. *Phys.Rev.*, D5:2467–2470, 1972.
- [86] Philip D. Mannheim. Are galactic rotation curves really flat? *Astrophys.J.*, 479:659, 1997.
- [87] Philip D. Mannheim. Alternatives to dark matter and dark energy. *Prog.Part.Nucl.Phys.*, 56:340–445, 2006.
- [88] Philip D. Mannheim and James G. O’Brien. Impact of a global quadratic potential on galactic rotation curves. *Phys.Rev.Lett.*, 106:121101, 2011.
- [89] K.C. Freeman. On the disks of spiral and SO Galaxies. *Astrophys.J.*, 160:811, 1970.
- [90] John N. Bahcall and R.M. Soneira. The Universe at faint magnetidues. 2. Models for the predicted star counts. *Astrophys.J.Suppl.*, 44:73–110, 1980.
- [91] J. Binney and S. Tremaine. *Galactic Dynamics: Second Edition*. Princeton University Press, 2008.
- [92] Eric F. Bell and Roelof S. de Jong. Stellar mass-to-light ratios and the Tully-Fisher relation. *Astrophys.J.*, 550:212–229, 2001.
- [93] Hai-Nan Lin, Ming-Hua Li, Xin Li, and Zhe Chang. Galaxies Rotation Curves in the Grumiller’s Modified Gravity. *MNRAS 430*, page 2013, 450.

- [94] Adam G. Riess, Lucas Macri, Stefano Casertano, Hubert Lampeitl, Henry C. Ferguson, et al. A 3Space Telescope and Wide Field Camera 3. *Astrophys.J.*, 730:119, 2011.
- [95] Emory F. Bunn and 1 White, Martin J. The Four year COBE normalization and large scale structure. *Astrophys.J.*, 480:6–21, 1997.
- [96] Chung-Pei Ma and Edmund Bertschinger. Cosmological perturbation theory in the synchronous and conformal Newtonian gauges. *Astrophys.J.*, 455:7–25, 1995.
- [97] P.J.E. Peebles and J.T. Yu. Primeval adiabatic perturbation in an expanding universe. *Astrophys.J.*, 162:815–836, 1970.
- [98] J. Silk and M. L. Wilson. Residual fluctuations in the matter and radiation distribution after the decoupling epoch. *Physica Scripta*, 21:708–713, 1980.
- [99] M. L. Wilson and J. Silk. On the anisotropy of the cosmological background matter and radiation distribution. I - The radiation anisotropy in a spatially flat universe. *Astrophys.J.*, 243:14–25, January 1981.
- [100] E. W. Kolb and M. S. Turner. *The early universe*. 1990.
- [101] S. Dodelson. *Modern cosmology*. 2003.
- [102] J. D. Jackson. *Classical Electrodynamics, 3rd Edition*. July 1998.
- [103] J. R. Bond and G. Efstathiou. Cosmic background radiation anisotropies in universes dominated by nonbaryonic dark matter. *Astroph. J., Letters*, 285:L45–L48, October 1984.
- [104] J. R. Bond and G. Efstathiou. The statistics of cosmic background radiation fluctuations. *Monthly Not. of the RAS*, 226:655–687, June 1987.
- [105] A. Kosowsky. Cosmic microwave background polarization. *Annals of Physics*, 246:49–85, February 1996.