



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

INTERPOLACIÓN EN CURVAS SWAP

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

ACTUARIO

PRESENTA

OSCAR AROY ESCAMILLA OLVERA

DIRECTOR DE TESIS

ACT. ALBERTO CADENA MARTÍNEZ

2012





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# INTERPOLACIÓN EN CURVAS SWAP

## Índice Temático

|   |    |
|---|----|
| Introducción  | 3  |
| Capítulo 1. Los Productos Financieros Derivados                 |    |
| 1.1 Conceptos básicos de las operaciones con derivados          | 5  |
| 1.2 Principales instrumentos financieros derivados              | 6  |
| 1.2.1 Forwards y Futuros  |    |
| 1.2.2 Swaps   | 9  |
| 1.2.3 Opciones  | 11 |
| 1.3 Mercados de Instrumentos Derivados                          | 12 |
| 1.3.1 Antecedentes  |    |
| 1.3.2 Mercados organizados y OTC                                | 13 |
| 1.3.3 Mercados de Derivados en la actualidad                    | 15 |
| 1.3.4 Operaciones con derivados en México                       | 17 |
| 1.3.5 Regulación de las Operaciones Derivadas en México         | 18 |
| Capítulo 2. Swaps de Tasas de Interés (IRS)                     |    |
| 2.1 Generalidades   | 21 |
| 2.2 Periodicidad en las tasas de interés                        | 23 |
| 2.3 Flujos de Efectivo en un contrato swap                      |    |
| 2.4 Uso de un swap en deudas e inversiones                      | 24 |
| 2.5 Intermediarios Financieros                                  | 25 |
| 2.6 Ventaja comparativa y cobertura de riesgo                   | 26 |
| 2.7 Generalidades de los IRS                                    | 28 |
| 2.7.1 Interés compuesto   |    |
| 2.7.2 Bonos   | 29 |
| 2.8 Valuación de un swap en términos de un intercambio de bonos | 30 |
| 2.9 Forward Rate Agreements (FRA)                               | 31 |
| 2.10 Tasas Forward  | 32 |
| 2.11 Valuación de un swap en términos de FRAs                   | 33 |
| 2.12 Estructura de Tasas de Interés                             | 35 |
| Capítulo 3. Interpolación en Curvas Swap                        |    |
| 3.1 Interpolación Lineal  | 36 |
| 3.2 Interpolación Exponencial                                   | 37 |
| 3.3 Splines Cúbicos   | 38 |
| 3.4 Modelo de Nelson-Siegel                                     | 40 |
| 3.5 Modelo de Svensson  | 41 |
| 3.6 Modelo de Vasicek Extendido                                 | 42 |
| 3.7 Modelo de Cox, Ingersoll y Ross                             | 44 |

|  |    |
|--|----|
| Capítulo 4. Aplicación de los métodos de interpolación               |    |
| 4.1 Datos  | 46 |
| 4.2 Interpolación Lineal   | 47 |
| 4.3 Interpolación Exponencial  | 48 |
| 4.4 Splines Cúbicos  | 49 |
| 4.5 Modelo de Nelson-Siegel  | 50 |
| 4.6 Modelo de Svensson   | 52 |
| 4.7 Modelo de Vasicek  | 54 |
| 4.8 Modelo de Cox, Ingersoll y Ross                                  | 55 |
| 4.9 Análisis de la Curva Forward                                     | 57 |
| <br>   |    |
| Conclusiones   | 60 |
| <br>   |    |
| Anexo 1 – Curva Swap   | 62 |
| <br>   |    |
| Anexo 2 – Curva Cupón Cero   | 64 |
| <br>   |    |
| Anexo 3 – Curva Forward  | 66 |
| <br>   |    |
| Anexo 4 – Comparativo entre los modelos de Nelson-Siegel y Vasicek   | 68 |
| <br>   |    |
| Anexo 5 – Problemas financieros por instrumentos derivados en México | 70 |
| <br>   |    |
| Bibliografía   | 72 |

## Introducción

Se entiende por *riesgo* a la exposición a un evento contingente, con cierta probabilidad de ocurrencia, que pudiera afectar cierto proceso, con una connotación generalmente negativa que engloba peligro, daños, pérdidas o siniestros. Sin embargo, el riesgo es un componente ineludible en todo proceso de toma de decisiones y, cuando no es evitable, necesariamente debe ser asociado con los beneficios y pérdidas que potencialmente se tendrán por las decisiones tomadas, además de cuantificarlo de forma efectiva y –si es posible– administrarlo.

En Finanzas, el concepto de riesgo está relacionado con las pérdidas potenciales que puede sufrir una inversión, y tiene múltiples fuentes, a saber: incumplimiento de las contrapartes en una transacción, falta de liquidez, fallas en la operación, fluctuaciones en variables relevantes, el propio riesgo de mercado, etc. El diseño de contratos financieros con garantías adecuadas, la planeación financiera, la supervisión y la estandarización de procesos son algunas medidas que pretenden subsanar los riesgos potenciales a los que una inversión enfrenta, pero cobra especial importancia la imposibilidad de prever los movimientos de aquellas variables de mercado que afectan los resultados de la inversión, es decir, el *riesgo de mercado*.

En la actualidad, prácticamente ningún individuo, empresa o gobierno con enfoque de negocios puede mantenerse ajeno ante los fuertes impactos provocados por las variaciones en tres fuentes básicas: tipos de cambio, tasas de interés y precios, ya sea de materias primas o de activos financieros, debido a los resultados adversos que pueden generar. En los últimos cuarenta años, la necesidad de medir y acotar –de alguna forma– estas variaciones y el incremento en la volatilidad de las variables de mercado ha dado lugar a una notable proliferación de nuevos instrumentos financieros, destacando en particular el desarrollo de productos derivados.

En general, se entiende por *producto financiero derivado* a cualquier instrumento financiero cuyo valor depende o está referenciado al valor de otro activo, llamado *activo subyacente*. Existe un enorme universo de subyacentes posibles: productos agrícolas y ganaderos, metales, energéticos, divisas, tasas de interés, índices bursátiles, instrumentos de deuda, acciones y portafolios accionarios, obligaciones crediticias e incluso otros instrumentos derivados. Aunque su uso se ha diversificado en diversas aplicaciones, como arbitraje, especulación y apalancamiento; la finalidad inicial de estos productos derivados básicamente es reducir el riesgo producido por la fluctuación del precio o valor del activo subyacente.

Aunque existen diversos productos financieros derivados, como los contratos *forward*, los contratos futuros y las opciones, en el presente trabajo se presta especial atención en los *swaps*.

Un swap es un acuerdo entre dos contrapartes en virtud del cual se pacta el intercambio de flujos de efectivo periódicos, en fechas futuras previamente establecidas; dichos pagos se calculan sobre un monto llamado *nocional* o *principal*. Este tipo de contratos se originaron en la década de los 70's y se han desarrollado con tal fuerza, que su mercado actualmente supera los tres trillones de dólares, concentrándose

en mercados extrabursátiles. Mientras que contratos como futuros y algunas opciones<sup>1</sup> son negociados en bolsa y tienen características estandarizadas, los contratos forward y swaps se conforman de acuerdo a las necesidades de las contrapartes, siendo operaciones que se negocian OTC (*Over The Counter*), es decir, fuera de bolsa, su comercialización se realiza directamente por las instituciones financieras y sus clientes a través de contratos privados.

Principalmente se realizan contratos sobre tasas de interés (*Interest Rate Swaps – IRS*) o sobre tipos de cambio (*Cross Currency Swaps – CCS*). En un contrato swap de tasas de interés, los flujos de ambas partes están determinados en la misma moneda, pero calculados en diferentes bases o tasas de interés; una parte recibe flujos calculados con una tasa de interés fija, mientras que su contraparte recibe pagos calculados con una tasa variable o flotante. En los mercados internacionales, las tasas flotantes más recurridas para estos contratos son LIBOR (*London InterBank Offered Rate*) y *Treasury Bills*; para el caso de México, se utiliza la TIIE (Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio).

Es importante observar que, en un contrato IRS - TIIE, la tasa fija será constante durante todo el contrato; en cambio, la tasa flotante deberá evaluarse al principio de cada periodo de pago, los cuales suelen ser cada 28 días. Debido a que las tasas flotantes no se conocen desde el momento en que se pacta el swap, resulta necesario, para propósitos de valuación, estimar los valores futuros de dichas tasas.

Existen diversos métodos para obtener las tasas variables, generalmente a partir de la información de algún proveedor de precios, o con base en la información del mercado. Sin embargo, si para algún periodo en específico, no existe información de tasa flotante en el mercado, es posible interpolar las tasas a partir de los nodos disponibles, para así completar la curva swap. La importancia de elegir adecuadamente el método de interpolación radica en que cada uno de ellos genera tasas que pueden ser distintas y, por lo tanto, se obtendrán pagos que se traducen en una pérdida o ganancia para las partes.

El presente trabajo tiene como **objetivo considerar información real del mercado mexicano y aplicar distintos métodos para modelar e interpolar tasas de interés en la curva swap**, tales como interpolaciones lineales, splines cúbicos, y algunos modelos estocásticos como el de Vasicek, Nelson-Siegel, Svensson y Cox-Ingersoll-Ross; así mismo, **se compararán los resultados obtenidos y determinará el método que proporcione la curva más cercana a la información real del mercado, además de garantizar una curva forward positiva para evitar arbitraje**. Para ello, se desarrollará un ejemplo sobre un contrato con pagos referenciados a la TIIE y se aplicarán los diferentes métodos para calcular la curva swap.

---

<sup>1</sup> Hay opciones que también se operan en OTC, en su mayoría son contratos para divisas.

# Capítulo 1

## Los Productos Financieros Derivados

En este capítulo se presenta un primer acercamiento a los productos financieros derivados: sus características básicas, antecedentes, sus posibles usos y el marco regulatorio aplicable.

### 1.1 Conceptos básicos de las operaciones con derivados

Si bien la operación con productos derivados se lleva a cabo desde hace varios siglos, la negociación de tales productos en forma organizada es reciente.

Los productos financieros derivados son instrumentos financieros cuyos flujos futuros dependen funcionalmente del valor o precio de algún otro activo o variable de mercado, conocido como subyacente, el cual puede ser: desde algún otro activo financiero (una acción, un índice bursátil, un bono, etc.), una variable de mercado (divisas, una tasa de interés, algún índice inflacionario), activos para consumo (agrícolas, ganaderos, energéticos, insumos industriales, metales, etc.), hasta otros instrumentos derivados e incluso eventos (climáticos, crediticios, etc.).

Estos productos derivados se utilizan con diversos fines, pero los inversionistas que negocian con ellos persiguen básicamente tres objetivos:

a) Cobertura de riesgo (*Hedging*).

Se busca reducir el riesgo de una inversión, considerando las variables que determinan los cambios entre el precio actual y el futuro de la compra o venta de subyacentes; esto es, reducir riesgos tales como: crédito, liquidez, de mercado, entre otros.

b) Especulación.

Consiste en apostar o suponer algún comportamiento futuro del mercado y establecer estrategias encaminadas a obtener ganancias del mismo, en caso de que se presente.

c) Arbitraje.

El concepto de arbitraje es crucial en la valuación de instrumentos financieros derivados. En el común de los casos, las estrategias de arbitraje consisten en la compra y venta simultánea de activos que presentan una valoración errónea o incongruente entre sí en el mercado. Sin embargo, paradójicamente estas oportunidades son transitorias, pues cuando los agentes empiezan a explotarla presionan los precios hacia su justa valoración, haciendo que desaparezca la disparidad que inicialmente dio origen a la oportunidad.

La diversidad de participantes que persiguen diversos fines hace que los mercados de derivados sean muy líquidos, puesto que generalmente es factible encontrar una contraparte para realizar transacciones para los inversionistas que desean tomar posiciones en los contratos derivados.

## 1.2 Principales instrumentos financieros derivados

### 1.2.1 Forwards y Futuros

Un contrato forward obliga a sus participantes a comprar o vender un determinado activo (subyacente), que puede ser tangible o intangible (como los financieros), en una fecha específica futura a un cierto precio pactado en el presente. Este instrumento permite construir una posición futura en cierto subyacente partiendo de su precio actual y del costo de financiamiento.

En un contrato forward, se habla de dos posiciones básicas:

- i) Posición Larga. El participante adquiere la obligación de comprar el activo subyacente en un precio específico y dentro de un plazo determinado.
- ii) Posición Corta. El participante adquiere la obligación de vender el activo subyacente en un precio específico y dentro de un plazo determinado.

La entrega o liquidación del activo subyacente tiene dos modalidades posibles:

- a) En efectivo, por la diferencia entre el precio pactado en el contrato y el precio vigente al vencimiento.
- b) En especie, esto es, cuando la parte larga paga el precio de ejercicio a cambio de la entrega del subyacente por parte de la posición corta.

De forma similar a los contratos forward, los futuros se refieren a contratos celebrados por dos contrapartes que acuerdan intercambiar un activo subyacente a cierto precio establecido de antemano en alguna fecha futura.

Los forwards son contratos a la medida y tienen un carácter privado entre las partes, por lo que el mercado secundario para ellos es poco líquido, es decir, es más difícil revenderlos; de ahí que las partes en ocasiones esperen al vencimiento para realizar la ganancia o pérdida; o bien, opten por el cierre anticipado, posiblemente tomando la posición contraria. A diferencia de los forward, los futuros se negocian en bolsas de derivados, de modo que el tamaño del contrato, los plazos al vencimiento y los precios de entrega del subyacente se establecen de forma estandarizada.

Los contratos forward están sujetos, además del riesgo de mercado, a cierto riesgo de crédito o *default*; es decir, al celebrarse entre dos contrapartes privadas, alguna de ellas (la que se encuentre en desventaja) puede tener incentivos para no cumplir con su parte en el contrato. Este riesgo de incumplimiento es prácticamente nulo en los contratos futuros, pues las bolsas de derivados en las que se negocian establecen mecanismos como el *Mark-to-market* para garantizar que ambas partes contractuales cumplan sus obligaciones a través de una cámara de compensación.

Por otra parte, al existir en los Futuros un mercado secundario que otorga liquidez a las operaciones, si alguna de las partes quiere cerrar su posición o dar el contrato por terminado antes de la fecha de vencimiento, únicamente deberá vender el contrato previamente comprado o bien comprar el contrato

previamente vendido. Así, generalmente los contratos futuros no llegan a su fecha de vencimiento, dado que las partes suelen liquidar sus posiciones anticipadamente.

Cuando se pretende cubrir riesgos de mercado mediante futuros o forwards, y se teme una subida en el precio del activo subyacente, conviene tomar la posición larga. Esto brinda la ventaja de que se asegura con anticipación el precio de compra, y además permite ahorrar liquidez al postergar el momento de la compra. Todo lo contrario, si se teme una caída en el precio del subyacente, tomar la posición corta permite asegurar anticipadamente los ingresos por la venta del subyacente, además de asegurar que se realizará la venta.

Por otra parte, podría decirse que los contratos futuros presentan todas las ventajas de los contratos forward. Excepto por la posibilidad de diseñar contratos a la medida, los futuros –al igual que los forwards– permiten fijar de antemano los precios de compra o venta y brindan liquidez al posponer la transacción monetaria (aunque en menor medida dados los márgenes iniciales), además están virtualmente libres de riesgo crédito. De hecho, muchos expertos coinciden en que los contratos futuros, en ciertos casos, pueden incluso llegar a ser más líquidos que los mismos subyacentes. Sin embargo, en el caso de divisas y swaps de tasas, la liquidez es mayor en los forwards que en los futuros.

Como se ha mencionado, estos instrumentos se pueden utilizar para reducir o mitigar el riesgo de tipo de cambio. Por ejemplo, supongamos que un cliente ha solicitado un préstamo por un millón de dólares, con vencimiento a un año, y ha pactado su préstamo a tasa fija. El cliente planea invertir dicha cantidad en un instrumento en pesos a tasa fija a un año; sin embargo, está preocupado por el riesgo de tipo de cambio peso/dólar, es decir, la depreciación que pueda sufrir el peso dentro del próximo año, que impactaría directamente su capacidad para hacer frente a la obligación de pago. En su balance, la operación está registrada de la manera siguiente:

| Activo   | Pasivo   |
|--|--|
| Inversión en pesos (1 año, tasa fija)<br>13.50 millones de pesos<br>Tasa Fija 8% | Deuda en dólares (1 año, tasa fija)<br>1 millón de dólares<br>Tasa Fija 6.8% |

En términos de flujo, el cliente recibirá en un año el producto de la inversión en pesos y tendrá que pagar su deuda en dólares. Puesto que no sabe cuál será el tipo de cambio peso/dólar en ese entonces, decide eliminar el riesgo de tipo contratando un forward de tipo de cambio, como se muestra en la figura 1.3.1.

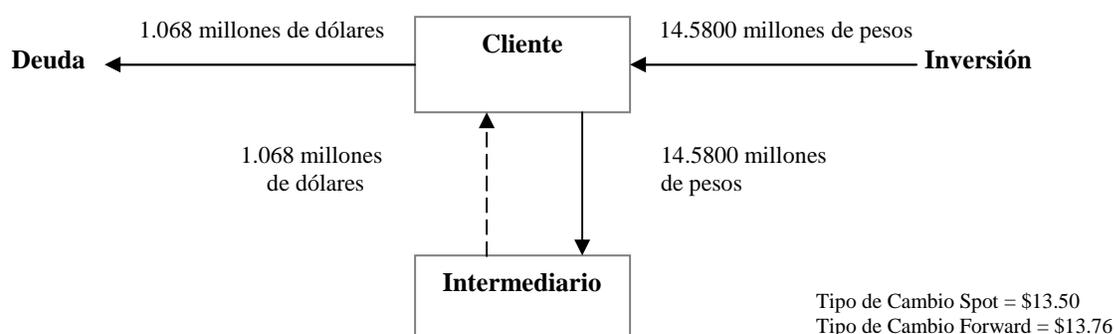


Figura 1.3.1 Flujos de efectivo en un forward de tipo de cambio.

En virtud de esta operación, el cliente ha fijado el tipo de cambio dentro de un año en 13.76 pesos por dólar, protegiéndose contra una depreciación del peso, pero sin poder beneficiarse en caso de una apreciación. El riesgo de crédito que toma el cliente es el del intermediario y viceversa.

Los forwards también pueden ser utilizados para enfrentar el riesgo de tasas de interés; este producto normalmente se denota como un *Forward Rate Agreement* (FRA's).

Un ejemplo de este caso sería el siguiente. Supongamos que una institución financiera espera recibir el pago de un préstamo a un corporativo mexicano por 100 millones de pesos a tasa fija, con vencimiento a dos años; el préstamo será financiado por pasivos a un año, a una tasa variable (la tasa CETES de 364d). La institución financiera está preocupada por un posible aumento en los CETES dentro de un año, cuando se renueve el fondeo. En su balance, la operación estaría registrada de la siguiente forma:

| Activo  | Pasivo  |
|---|---|
| Préstamo (2 años, tasa fija)<br>100 millones de pesos | Depósito (CETES 364)<br>100 millones de pesos |

En términos de flujo, el banco recibe pagos a tasa fija por dos años y paga al ahorrador una tasa de CETES de 364 días cada año. Puesto que ignora el precio de los CETES de 364 días dentro de un año y está preocupado porque las tasas suban, el banco contrata un FRA con un intermediario para fijar la tasa de CETES de 364 dentro de un año, como lo muestra la figura 1.3.2.

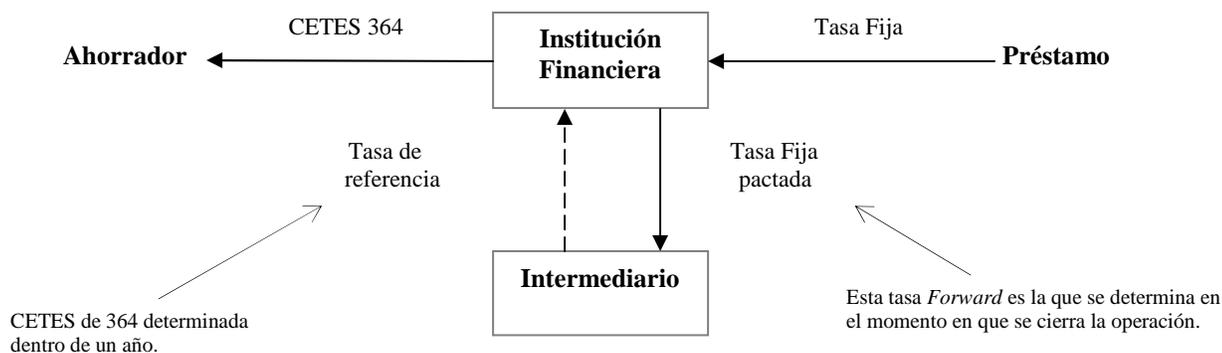


Figura 1.3.2 Flujos de efectivo para un *Forward Rate Agreement*.

Al contratar el FRA, la institución financiera accede a pagar una tasa fija pactada sobre 100 millones de pesos comenzando dentro de un año, mientras que el intermediario acuerda pagar a cambio la tasa de CETES de 364 días vigente en esa fecha por un monto similar. De esta manera, el resultado final para la institución financiera es que elimina el riesgo de que la tasa de CETES de 364 días se incremente, aunque pierde el posible beneficio en caso de que la tasa de CETES baje. En este ejemplo la institución financiera toma el riesgo de crédito del intermediario y viceversa.

## 1.2.2 Swaps

Los swaps son contratos mediante los cuales dos contrapartes acuerdan intercambiar flujos de efectivo sobre un cierto principal a intervalos regulares de tiempo durante un periodo dado. El principal puede o no ser intercambiado, y los flujos de efectivo se determinan en función de parámetros preestablecidos y pactados de forma diversa, ya que suelen ser operaciones no reguladas que se negocian OTC. Sus plazos son mayores a los de contratos forwards y futuros, y presentan varias fechas de pago; además, el mercado secundario no es tan líquido e implican riesgo de crédito.

El día en el que se acuerdan todos los términos del contrato se conoce como la fecha de operación, mientras que se conoce como fecha de entrada en vigor a aquella en la que los flujos de efectivo comienzan a generarse, lo cual normalmente ocurre dos días después de la fecha de operación. Cabe mencionar que existen Swaps en los que la fecha de entrada en vigor es meses después de la fecha de operación; a estos instrumentos se les conoce como *Forward Starting Swaps*.

Los Swaps son utilizados para reducir o mitigar el riesgo de tasas de interés (*IRS – Interest Rate Swaps*), de tipo de cambio (*Cross Currency Swaps*), y en algunos casos más sofisticados para reducir el riesgo de crédito (*Credit Default Swaps*).

En todos los Swaps existen dos elementos:

- i) El monto fijo, o sea, la cantidad acordada que debe entregar una de las partes en cada fecha de liquidación, misma que no debe sufrir variaciones.
- ii) El monto flotante, o sea, la cantidad a partir de la cual se hace el cálculo para la determinación del monto fijo y del flotante a pagarse en un Swap.

El modo más fácil de entender los Swaps es concebirlos como un portafolio de contratos a futuro. En cada fecha de liquidación, en vez de que una de las partes pague el monto fijo y la otra pague el flotante, sólo se paga la diferencia entre una y otra, en virtud de la compensación.

Por ejemplo, supongamos que un banco alemán quiere prestar recursos en dólares; sin embargo, al no ser muy conocido como para fondear dichos préstamos en dólares, utiliza fondos denominados en euros, con la incertidumbre de que el dólar se deprecie con respecto al euro. En su balance, la operación se vería de la siguiente manera:

| Activo                                  | Pasivo                                |
|---|---------------------------------------|
| Préstamo en dólares (5 años, tasa fija) | Préstamo en euros (5 años, tasa fija) |
| 10 millones de dólares                  | 14 millones de euros                  |
| Tasa Fija 6.8%                          | Tasa Fija 4.8%                        |

En términos de flujo, el banco alemán recibe flujos anuales en dólares a una tasa de 6.8% y se enfrenta a desembolsos en euros a una tasa fija de 4.8%. Puesto que no conoce de antemano el tipo de cambio de dólares por euros durante esos cinco años, decide contratar un *Cross Currency Swap* para mitigar su riesgo de una depreciación en el dólar con respecto al euro de la manera siguiente:

- i) En primer lugar, el banco alemán se fondea en euros y pretende otorgar préstamos en dólares; el flujo se traduce en la figura 1.3.3 con líneas continuas.
- ii) Segundo, durante los cinco años el banco recibe los intereses de los acreditados en dólares y necesita pagar cada año euros a los acreedores; dichos flujos se presentan con las líneas punteadas.
- iii) Tercero, al final de los cinco años el banco recibe el principal de los acreditados en dólares y necesita pagar a sus acreedores el principal en euros, dichos flujos se presentan con guiones.

A través del *Cross Currency Swap*, el banco alemán transformó los flujos salientes de euros a dólares para poder prestar en esta moneda, pues el resultado es equivalente a haber pedido prestado 10 millones de dólares a cinco años a una tasa fija del 6.8%.

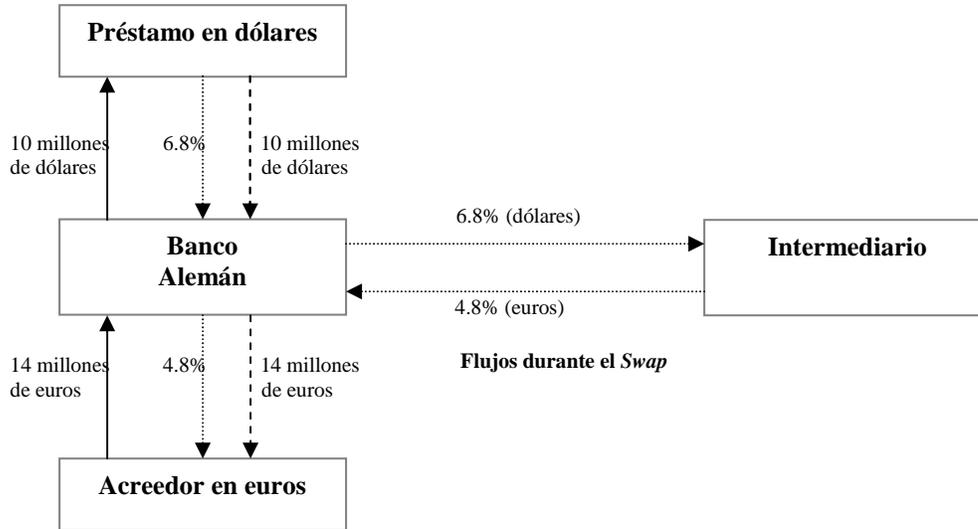


Figura 1.3.3 Flujos de efectivo en un *Cross Currency Swap*

Otro ejemplo común es cuando una institución financiera pide prestado a tasa variable y concede un préstamo a tasa fija, por lo que asume cierto riesgo de tasas de interés en esta operación. En aras de reducir o eliminar dicho riesgo, la institución podría contratar un *Interest Rate Swap* con algún intermediario, de tal manera que transforme su pasivo de tasa variable a tasa fija como se muestra en la figura 1.3.4.

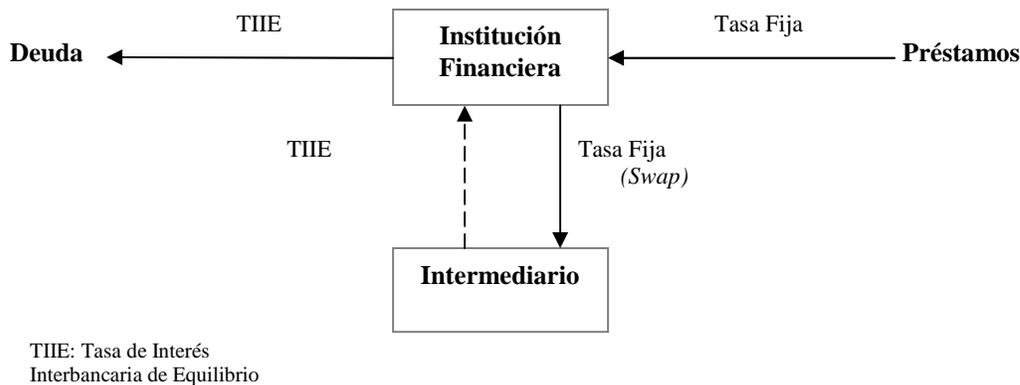


Figura 1.3.4 Flujos en un *Interest Rate Swap*.

En este caso, la institución podría asumir la posición larga en un *IRS*, es decir, comprometerse a pagar tasa fijas y a realizar pagos periódicos al vendedor del swap. Por su parte, el intermediario fungiría como la posición variable, quien se compromete a pagar tasas variables en la misma periodicidad.

Otros usos posibles para un IRS es modificar la duración de un portafolio de deudas, o especulación (se compra un IRS si se espera que las tasas suban, o se vende en caso contrario).

### 1.2.3 Opciones

Una opción es un contrato en donde el comprador, a cambio del pago de una prima, adquiere el derecho –más no la obligación– de comprar o vender un monto específico de cierto activo subyacente a un precio pactado (precio de ejercicio o *strike*) en una fecha o fechas futuras determinadas (fecha de ejercicio). Asimismo, el vendedor o suscriptor adquiere, a cambio de recibir la prima, la obligación de vender o comprar en las condiciones pactadas en dicho activo subyacente.

Existen dos tipos de derechos, los cuales originan dos tipos diferentes de contratos: el primero se refiere al derecho de compra, dando lugar a una opción de compra (*call*); el segundo es el derecho de venta, que origina una opción de venta (*put*).

Por otra parte, en los contratos de opciones existen dos contrapartes: por un lado, el comprador que toma la posición larga, es decir, el que compra la opción, y en la otra parte se encuentra el vendedor o emisor, quien toma la posición corta, es decir, ha vendido, suscrito o emitido la opción.

En función del momento cuando se puede hacer efectivo el derecho de una opción, éstas se pueden clasificar en dos: las europeas y las americanas. En las opciones europeas sólo se puede ejecutar la opción en la fecha de ejercicio, mientras que en las opciones americanas el derecho se puede ejecutar en cualquier momento desde que se contrata hasta la fecha de ejercicio.

Las opciones han estado tradicionalmente más vinculadas con subyacentes del mercado accionario, en donde los participantes adquieren el derecho o la obligación de comprar o vender títulos representativos del capital social de alguna empresa en un precio preestablecido en el futuro cercano. Sin embargo, en los últimos años se han desarrollado opciones sobre tasas de interés, en donde el comprador adquiere el derecho de pedir prestado a una tasa previamente pactada (*cap*) o de prestar a una tasa preestablecida (*floor*).

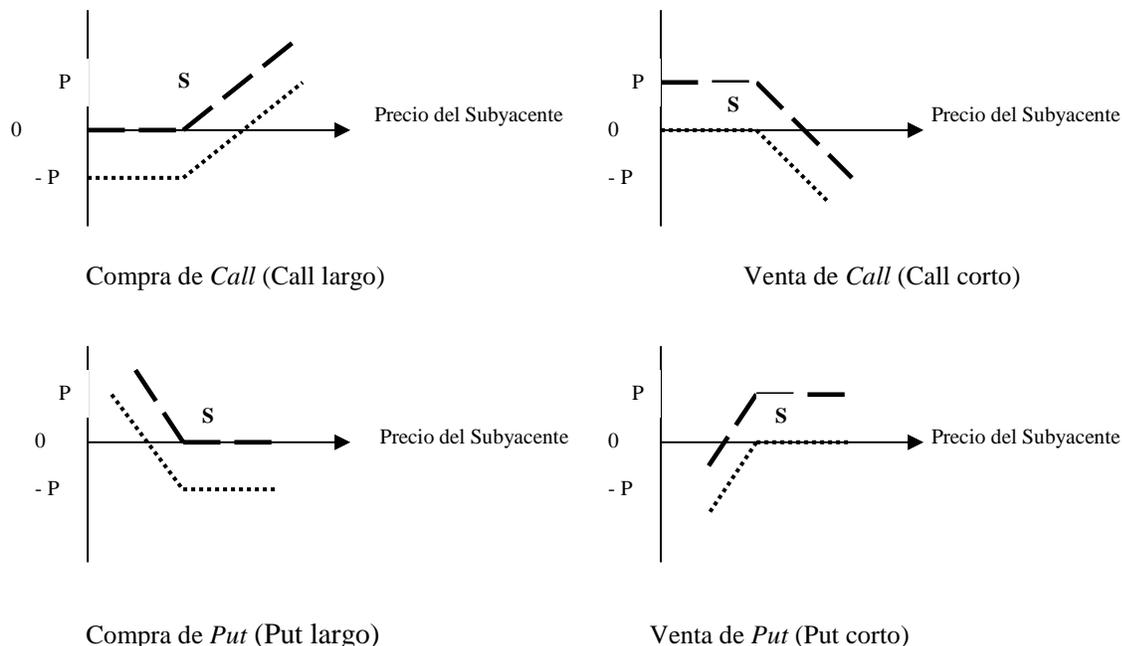


Figura 1.3.5 Compra y venta de opciones *put* y *call*.

En la fecha de ejercicio, el valor de la opción puede variar dependiendo del precio del activo subyacente. Por ejemplo, si compra el derecho de vender un activo, a cambio de pagar una prima  $P$ , en una fecha futura a un precio de ejercicio  $S$ , el valor de la opción en esa fecha dependerá del precio del activo; si el precio es inferior a  $S$ , entonces quiere decir que es posible comprar el subyacente en el mercado en un precio inferior a  $S$ . Por tal motivo, el valor de la opción para el comprador resultó ser cero; en cambio, si el precio del subyacente fuera superior que  $S$ , entonces la opción valdría la diferencia entre ese precio y  $S$  (guiones), el resultado neto dado que se pagó una prima inicial de  $P$  sería restar al valor de la opción el valor de la prima (línea punteada). En la figura 1.3.5 se resumen el resultado de las diferentes posibilidades.

En un *cap* sobre tasas de interés, por ejemplo, se le permitiría al comprador establecer un techo máximo de tasas de interés, es decir, se establece un nivel máximo de tolerancia a las tasas y por fijarlo se paga una prima como se muestra en la figura 1.3.6.

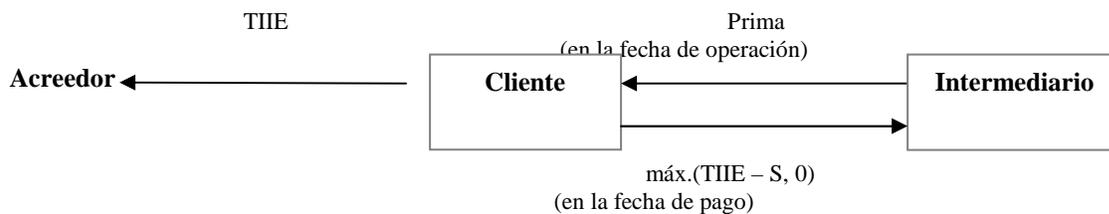


Figura 1.3.6 *Cap* sobre tasas de interés.

En este caso, el cliente solicitó un crédito a tasa variable y contrata una protección; en caso de que esa tasa variable sea superior a  $S$ , en las fechas de pago el cliente retirará de su tesorería  $S$  y al ejercer la opción el intermediario le completa la cantidad para llegar a TIE y así poder solventar su obligación con el acreedor.

Instrumentos más sofisticados basados en el principio de opciones son los *Swap Options*, los cuales dan derecho al comprador a decidir si entra o no, en una fecha futura, en un *Swap* con condiciones preacordadas.

La innovación de los mercados financieros y de la tecnología financiera hace que cada día surjan nuevos y sofisticados instrumentos financieros como las opciones exóticas, con barreras, los *Total Return Swaps*, los cuales transfieren todo el comportamiento económico de una entidad o gobierno, etcétera.

## 1.3 Mercados de Instrumentos Derivados

### 1.3.1 Antecedentes

En todos los contratos de productos derivados existe un factor esencial: el transcurso del tiempo. En virtud de la incertidumbre con respecto a las condiciones ambientales, financieras, ecológicas o en general aquellas relacionadas con la actividad productiva, el hombre empezó a celebrar operaciones de futuro.

A lo largo de los siglos XVII, XVIII y XIX, principalmente en plazas de Europa se comerciaban mercancías a plazo. Más antiguas aún que las operaciones de futuro, se dice que las opciones fueron conocidas por los fenicios, griegos y romanos. Existen antecedentes de que Tales de Mileto en el siglo V, A.C., participó en un contrato de opción sobre aceitunas.

Los contratos de futuros se pactaban, a principios del siglo XIX, entre agricultores y comerciantes de granos de Chicago. La producción de las granjas a orillas del lago Michigan estaba expuesta a bruscas fluctuaciones de precios, por lo cual los productores y comerciantes comenzaron a celebrar acuerdos de entrega a fecha futura, a un precio predeterminado.

Constituido en 1848, el *Chicago Board of Trade* fue el primer Mercado para vender contratos forward. Los primeros 3,000 *bushels* de maíz en un forward se negociaron en 1851, iniciando el desarrollo de contratos estandarizados de futuros sobre *commodities* en 1868. El CBOT también empezó ese año a solicitar un margen a los compradores y vendedores en sus mercados de granos, lo que eventualmente llevó a la conceptualización y desarrollo de cámaras de compensación (*clearing house*) en 1925.

Inicialmente, los productos del CBOT se enfocaban en los principales granos de la época; maíz, trigo, avena y eventualmente de soya en 1936 y aceite en la década de los cincuenta. Pero la oportunidad de expansión surge en 1969, con el lanzamiento del primer contrato de un producto no agrícola: futuros sobre plata.

En 1874 se fundó el *Chicago Product Exchange* para la negociación a futuro de productos perecederos y en 1898 surgió el *Chicago Butter and EggBoard*. Ambas instituciones dieron origen al *Chicago Mercantile Exchange* (CME) en 1919, que se constituyó como bolsa de futuros sobre diversos productos agroindustriales.

El mismo año que su nombre oficial, se establece la cámara de compensación del CME, garantizando los contratos negociados en este mercado. En 1961, lanza los primeros contratos sobre carne congelada de cerdo.

Sin embargo, no fue sino hasta 1972 cuando surge formalmente el mercado de futuros financieros, a partir de que el CME creara el *International Monetary Market* (IMM), una división destinada a operar futuros sobre divisas. Otro avance importante se produjo en 1982, cuando se comenzaron a negociar contratos de futuro sobre el índice de *Standard & Poor's* y otros índices bursátiles, casi simultáneamente en Kansas City, Nueva York y Chicago.

En 1975, el CBOT inicia transacciones de tasas de interés, ofreciendo contratos al *Government National Mortgage Association*. Estos contratos dan inicio a la celebración de operaciones a futuro sin la entrega final del activo al cual estaban referidos.

Por su parte, el mercado de opciones tuvo inicio a principios del siglo pasado y tomó forma en la *Put and Call Brokers and Dealers Association*, aunque no logró desarrollar un mercado secundario ni contar con mecanismos que aseguraran el cumplimiento de las contrapartes.

El mercado formal de opciones se originó en abril de 1973, cuando el CBOT creó una bolsa especializada en este tipo de operaciones, el *The Chicago Board Options Exchange* (CBOE). Dos años más tarde, se comenzaron a negociar opciones en *The American Stock Exchange* (AMEX) y en *The Philadelphia Stock Exchange* (PHLX). En 1976 se incorporó *The Pacific Stock Exchange* (PSE).

### 1.3.2 Mercados organizados y OTC

Los mercados de instrumentos financieros derivados pueden clasificarse en función de los contratos derivados que se negocian en ellas y la forma en que lo hacen, la cual podría traducirse como se muestra en la figura 1.3.7.

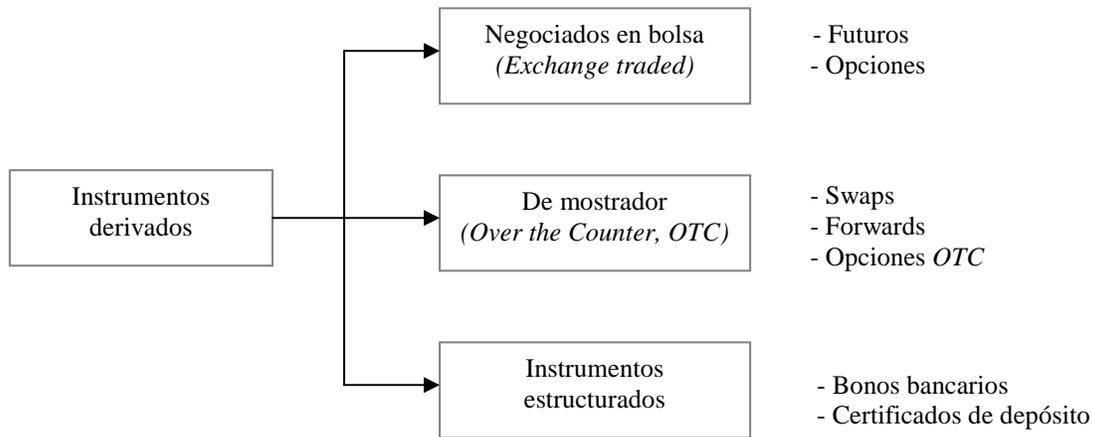


Figura 1.3.7 Clasificación de los instrumentos derivados.

Los instrumentos derivados negociados en bolsa se caracterizan, como su nombre lo indica, porque son comercializados en una bolsa de valores reconocida; entre éstas podemos mencionar en Estados Unidos al *Chicago Mercantile Exchange (CME)*, *Chicago Board of Trade*, *New York Mercantile Exchange (NYME)*, *New York Board of Trade (NYBT)*. En México, el Mercado Mexicano de Derivados (MexDer), en Brasil la *Bolsa de Mercadorias & Futuros (BM&F)*, en Londres la *London Futures & Options Exchange*.

Como en cualquier bolsa de valores, los instrumentos que allí se negocian deben cumplir con todos los requisitos y reglamentaciones de dicho mercado. Lo anterior aunado, en el caso particular de los mercados de derivados, a la existencia de la cámara de compensación, la cual absorbe el riesgo crediticio (de incumplimiento) de las contrapartes al realizar diariamente la liquidación de ganancias o pérdidas y en su caso llamadas de margen<sup>2</sup>, que les permite a los participantes contar con mayor certidumbre, transparencia, celeridad y precio competitivo en sus operaciones con instrumentos derivados.

Generalmente, los instrumentos derivados que se cotizan en bolsa están estandarizados, es decir, tienen plazos determinados, montos fijos y condiciones estándares, por lo que son poco flexibles cuando se quieren cubrir riesgos muy específicos.

Los instrumentos derivados *Over the Counter (OTC)* se caracterizan por no estar negociados en una bolsa de valores, por lo que su comercialización se realiza directamente por las instituciones financieras y sus clientes a través de contratos privados; como resultado de esto, suelen estar diseñados a la medida de las necesidades de los clientes. Son más flexibles, pero tienen un riesgo de crédito y puede ser más complicado el revertir la operación, por lo que carecen de liquidez y suelen tener un costo más elevado que los cotizados en bolsa.

La última categoría se relaciona con la utilización de instrumentos estructurados, en su mayoría complejos, con un diseño tal que le permiten a la institución financiera o al cliente tener el efecto de un instrumento derivado. Como su nombre lo indica, son pasivos emitidos por un banco, como los bonos bancarios o los certificados de depósito, cuyo rendimiento se determina en función de las variaciones de activos subyacentes. Es decir, son pasivos a cargo de bancos referidos a operaciones derivadas.

<sup>2</sup>Una llamada de margen se da cuando el movimiento del precio del subyacente ocasiona que la obligación esperada de pago del participante hacia su contraparte se incremente.

A pesar de la clasificación que se ha mencionado, los instrumentos derivados han sido diseñados para reducir, transferir, mitigar o administrar un riesgo específico. Por tal motivo pueden tomar la forma de un instrumento cotizado en bolsa o de un OTC. Además el mecanismo de un instrumento derivado puede ser utilizado para reducir un riesgo de tipo de cambio o para reducir un riesgo de tasas de interés, o ambos.

A pesar de que el objetivo primordial de los instrumentos derivados es el de cubrir o mitigar la exposición al riesgo, existen participantes en los mercados donde éstos se cotizan, que lo hacen por razones diferentes: especulación, arbitraje o cobertura; cada uno de estos tiene un enfoque, estrategia y consecuencias muy diferentes, mientras el participante de cobertura reduce el riesgo, el especulador apuesta a un escenario, concentrándose en el riesgo que cree menos probable.

Por otro lado, el que realiza arbitrajes aprovecha las imperfecciones de los mercados financieros, de la regulación aplicable, para generar utilidades sin tomar riesgo. Por lo anterior, es indispensable que los interesados en participar en el mercado de los instrumentos derivados esté plenamente consciente e informado sobre las consecuencias de sus decisiones y tome una estrategia acorde con su enfoque de inversión.

### **1.3.3 Mercados de Derivados en la actualidad**

A mediados de la década de los 80, el mercado de futuros, opciones, warrants y otros productos derivados tuvo un desarrollo considerable y, en la actualidad, los principales centros financieros del mundo negocian este tipo de instrumentos. A finales de esa década, el volumen de acciones de referencia en los contratos de opciones vendidos cada día, superaba al volumen de acciones negociadas en el *New York Stock Exchange* (NYSE).

Dos innovaciones importantes para la industria ocurren durante los 80's y 90's: las opciones sobre *commodities* y la negociación electrónica.

La primera transacción electrónica ocurre en 1992, en la plataforma CME Globex, marcando la transición de negocios en piso a un medio electrónico. En 1997, la negociación de derivados equivalía a 1.6 veces el valor de los subyacentes listados en las bolsas de valores del mundo. Las bolsas de derivados de Chicago manejaban un volumen de casi 480 millones de contratos.

En 2002, el CME se convierte en el primer mercado público, sus acciones fueron listadas en el *New York Stock Exchange*. El CBOT lo hizo en 2005. En Julio de 2007, ambas compañías se fusionan bajo el nombre de CME Group, convirtiéndose en el mercado de derivados más grande y diverso del mundo. Ese año registraron un volumen de 2.2 billones de contratos, con un valor de \$1.1 cuatrillones de dólares, tres cuartas partes de esas operaciones realizadas electrónicamente.

En 2010, se registraron 22.3 billones de contratos, en los mercados de derivados a nivel mundial. Un incremento de 25.7% comparado con el cierre del 2009.

La región Asia – Pacífico tiene un papel importante en el volumen total para 2010, alcanza 8.86 billones de contratos, lo que representa un incremento de 42.8% contra el año previo. El mayor número de operaciones se realizaron en Corea del Sur, China e India.

Estados Unidos, que tuvo el mayor número de contratos en 2009, se ubica en segundo lugar con 7.17 billones de operaciones en 2010, un incremento de 12.8% contra 2009.

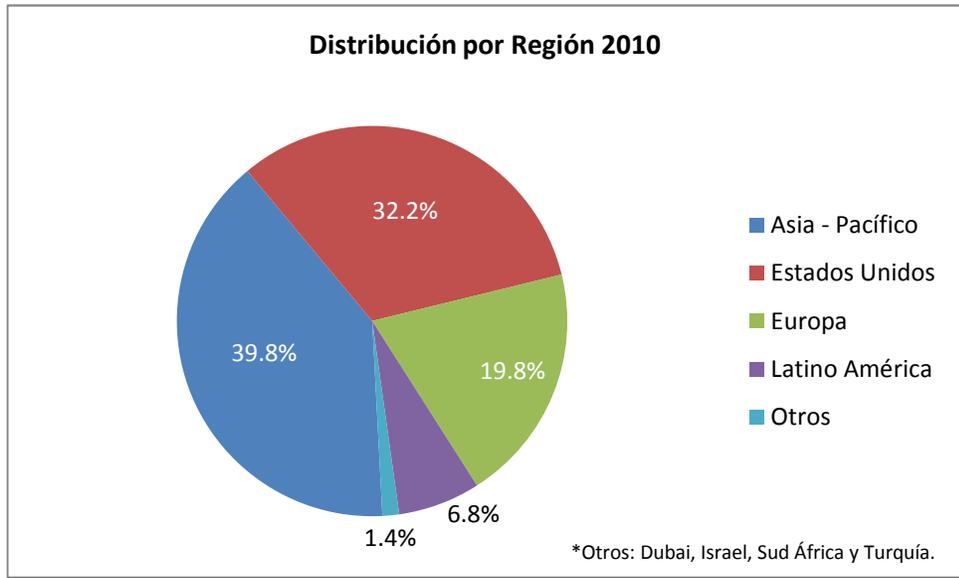


Figura 1.1.1 Operaciones Derivadas a Nivel Mundial. Distribución por región geográfica. Fuente: *Futures Industry Association*.

El mercado con mayor número de operaciones fue el *Korea Exchange*, con 3.75 billones de contratos, registrando un crecimiento de 20.8% contra el año anterior. El segundo lugar fue para CME Group, que incremento sus operaciones 19.0% alcanzando 3.08 billones de contratos. El mercado Eurex, que incluye el *International Securities Exchange*, fue tercero con 2.64 billones de contratos.

Durante 2010, el crecimiento de los mercados globales de derivados regresa a niveles registrados antes de la crisis de 2008. A nivel mundial, el crecimiento registrado de 2008 a 2009 fue sólo de 0.3%, principalmente por una disminución de operaciones en Estados Unidos y Europa. Anterior a la crisis financiera se habían registrado crecimientos de 13.8% en 2008, 30.8% en 2007 y 19.1% en 2006.

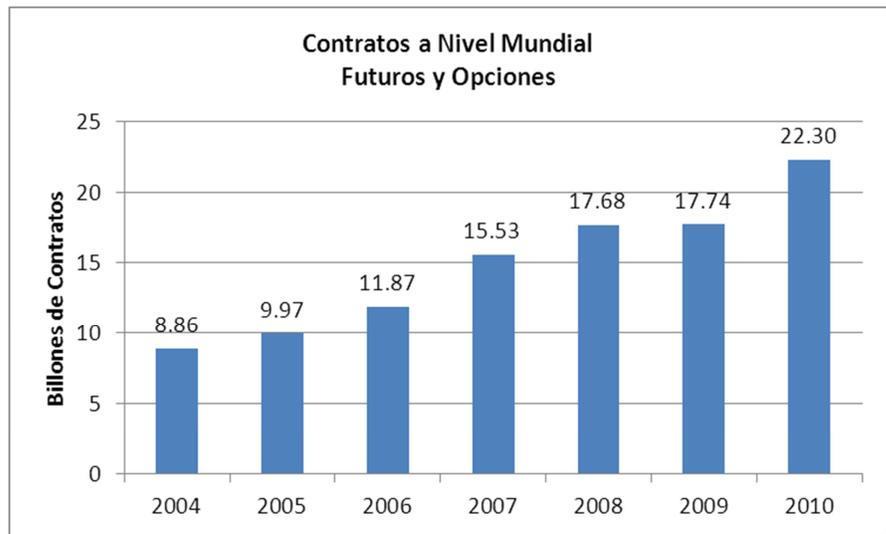


Figura 1.1.2 Operaciones Derivadas a Nivel Mundial. Número de contratos. Fuente: *Futures Industry Association*.

El crecimiento más rápido del sector, se registró en futuros y opciones sobre divisas, con un incremento de 142%, 2.40 billones de contratos en 2010. En parte impulsado por un alto volumen de contratos de valor relativamente bajo (*retail*), realizados en mercados de India.

Mientras que el segmento más grande, fue el de contratos sobre índices accionarios, con un volumen de 7.41 billones de operaciones, lo que representó un incremento de 16.2%.

Por otra parte, en los mercados OTC (*Over the Counter*) con 1,183,703 billones de dólares en nocionales de operaciones derivadas, se registra un decremento de 1.23% contra 2009. Para este tipo de negociaciones, la operación más representativa es el swap de tasa de interés, con 711,886 billones de dólares, lo que significa un 60.14% del total de nocionales en los mercados OTC<sup>3</sup>.

| <b>Nocionales en operaciones con derivados OTC<br/>(en billones de dólares)</b> |             |             |
|---|-------------|-------------|
|   | <b>2009</b> | <b>2010</b> |
| <b>TOTAL</b>  | 1,198,453   | 1,183,703   |
| <b>Divisas</b>  | 97,913      | 110,923     |
| <b>Tasa de Interés</b>  | 887,103     | 917,091     |
| FRA's   | 98,591      | 107,829     |
| Swaps   | 691,191     | 711,886     |
| Opciones  | 97,321      | 97,376      |
| <b>Valores Bursátiles</b>   | 12,521      | 11,895      |
| <b>Commodity</b>  | 6,563       | 5,774       |
| <b>Credit Default Swaps</b>   | 68,791      | 60,159      |
| <b>Otros</b>  | 125,561     | 77,863      |

Figura 1.1.3 Nocionales en operaciones derivadas OTC.  
Fuente: *Bank for International Settlements*.

### 1.3.4 Operaciones con Derivados en México

En México, a partir de 1978 se comenzaron a cotizar contratos a futuro sobre el tipo de cambio peso/dólar, los cuales fueron suspendidos a raíz del control de cambios decretado en 1982. En 1983, la BMV listó futuros sobre acciones individuales y petrobonos, los cuales registraron operaciones hasta 1986. Fue en 1987 que se suspendió esta negociación debido a problemas de índole prudencial.

En 1994 la Bolsa Mexicana de Valores financia el proyecto para formar el Mercado Mexicano de Derivados, MexDer, iniciando operaciones en 1998. Por su parte Ineval, depósito central de valores del grupo BMV, se encarga de crear la cámara de compensación de derivados que se denomina Asigna, Compensación y Liquidación. En 2010 se coloca en el lugar 31 como mercado de derivados a nivel internacional.

<sup>3</sup> El reporte de *Bank for International Settlements* corresponde a la información proporcionada por once bancos centrales: Bélgica, Canadá, Francia, Alemania, Italia, Japón, Holanda, Suecia, Suiza, Reino Unido y Estados Unidos.

El Gobierno Federal ha emitido diversos instrumentos híbridos de deuda, que incorporan contratos forwards para la valuación de los cupones y principal, lo cual permite indizar estos valores nominales a distintas bases. Estos instrumentos han sido importantes para la constitución de carteras, aunque no han tenido liquidez en los mercados secundarios, excepto para reportos. Entre los principales destacan:

- Petrobonos (1977 a 1991), indizados al petróleo calidad Istmo.
- Pagafes (1986 a 1991), indizados al tipo de cambio controlado.
- Tesobonos (1989 a 1995), indizados al tipo de cambio libre.
- En el sector privado, se han emitido obligaciones y pagarés indizados.

A principios de 1987 se reinició la operación de contratos diferidos sobre el tipo de cambio peso/dólar, por medio de Contratos de Cobertura Cambiaria de Corto Plazo, registrados ante Banco de México.

Los Bonos Brady, resultantes de la renegociación de la deuda externa del sector público, en 1989, incorporan una cláusula de recompra, que es una opción ligada al precio promedio del petróleo Istmo.

Por su parte, en la década de los noventa se negociaron contratos forward OTC (*over the counter*) sobre tasas de interés de títulos gubernamentales, pactados en forma interinstitucional, sin un marco operativo formal y fueron suspendidos a mediados de 1992.

A fines de 1994 entraron en vigor las normas de Banco de México para la operación de contratos forward sobre la Tasa de Interés Interbancaria Promedio (TIIP) y sobre el Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC), sujetos a registro ante el Banco de México y cumpliendo las normas del Grupo de los Treinta, para garantizar el control administrativo y de riesgo.

A partir de octubre de 1992 se comenzaron a operar en la Bolsa Mexicana de Valores los Títulos Opcionales (warrants) sobre acciones individuales, canastas e índices accionarios. Entre 1992 y 1994 se listaron en la Bolsa de Luxemburgo y la Bolsa de Londres, diversos warrants sobre acciones e índices accionarios mexicanos.

A finales de 1992 se inició la negociación de opciones sobre ADR's de Telmex L en *The Chicago Board Options Exchange*. En 1993, en el CBOE, se operaron más de 30 mil millones de dólares en opciones sobre Telmex, importe cercano a 50% de la operación total en acciones en la BMV, durante ese año.

En 1994 se operaban diversas opciones sobre acciones mexicanas en CBOE, AMEX, *New York Options Exchange* (NYOE), NYSE y PLHX, además de las bolsas de Londres y Luxemburgo. Simultáneamente, se celebraban contratos forward y swaps sobre tipo de cambio, tasas de interés y *commodities*, entre intermediarios extranjeros y entidades nacionales, sin reconocimiento ni protección jurídica.

### 1.3.5 Regulación de las Operaciones Derivadas en México

Los mercados de productos derivados, al igual que los de valores, nacieron como mercados informales en los que los contratos se negociaban de manera bilateral y el riesgo de incumplimiento lo asumían ambas partes. A tales mercados se les denomina *Over the Counter* (OTC), de mostrador o extrabursátiles.

Los contratos así negociados se regulaban conforme a las disposiciones del derecho común o derecho civil, como se conocen en los países de tradición jurídica latina. En estricto sentido, los contratos de futuro son contratos de compraventa sujetos a plazo o término, en los cuales se acuerda un precio de antemano y

cuya liquidación o entrega debe efectuarse en una fecha futura. Tal vez sea uno de los contratos más comunes que se celebran. A tales contratos también se les denomina Forwards. Por lo que respecta a las Opciones se pueden considerar como contratos preparatorios o de promesa.

En cambio, en los mercados organizados de productos derivados, los contratos se negocian a través de los sistemas establecidos por una bolsa, de manera estandarizada y cuentan con una entidad conocida como Cámara de Compensación que asume todos los riesgos de incumplimiento al interponerse entre cada parte como comprador del vendedor y viceversa.

A diferencia de otros, el mercado organizado de productos derivados de México nació casi a la par o quizá con sólo algunos años de diferencia que el mercado informal; es decir, no existía propiamente una base sólida sobre la cual el mercado estandarizado pudiera atraer participantes.

Los participantes del mercado de derivados requieren asegurar que sus contrapartes estén debidamente obligadas a hacer frente a los compromisos adquiridos por las operaciones de instrumentos derivados, ya sea a través de las bolsas de valores o en el mercado OTC. En este sentido, se cuenta con contratos marco para celebrar operaciones derivadas, además de un marco legal y regulatorio (dependiendo del tipo de entidad) que resultan fundamentales para tomar decisiones de inversión en instrumentos derivados en los diferentes mercados. En virtud de lo anterior cada entidad debe poner especial énfasis en la documentación legal que forma parte de los instrumentos derivados, ya que tiene aspectos que le son exclusivos.

Por otro lado, uno de los aspectos que las diferentes entidades no pueden omitir al querer participar en instrumentos derivados es el contable-fiscal. La contabilidad y las implicaciones fiscales que producen los instrumentos derivados pueden hacer que una operación que financieramente parece rentable al considerar los impuestos puede no serlo.

El primer antecedente que se conoce en México sobre la regulación en materia de productos derivados, es la Circular 10-157, que regula los Títulos Opcionales (Warrants), emitida en 1992 por la Comisión Nacional Bancaria y de Valores (CNBV). Dicha circular define al Título Opcional como el documento susceptible de oferta pública y de intermediación en el mercado de valores, que confiere a sus tenedores, a cambio del pago de una prima de emisión, el derecho de comprar o vender al emisor un determinado número de acciones a las que se encuentran referidos (acciones de referencia), de un grupo o canasta de acciones (canasta de acciones), o bien de recibir del emisor una determinada suma de dinero resultante de la variación de un índice de precios (índice de referencia), a un cierto precio (precio de ejercicio) y durante un periodo o en una fecha establecidos al realizarse la emisión.

Los Warrants pueden estar referidos a: i) acciones o grupos o canastas de acciones de emisoras; ii) índices de precios (el IPC, índices extranjeros o el INPC, entre ellos); y iii) certificados de participación ordinaria sobre acciones. Vale la pena señalar que únicamente las casas de bolsa pueden ser agentes de Títulos Opcionales o Warrants y que las operaciones de compraventa entre ellas se realizan a través de bolsa, por lo que no existen los mercados OTC para Warrants.

Más tarde aparecieron las coberturas cambiarias (en un primer inicio para casas de bolsa y posteriormente para bancos), consideradas contratos *suigeneris*, ya que tenían elementos de Forward y de Opción. La experiencia con tales operaciones no fue muy buena al punto que el Banco de México las prohibió a las casas de bolsa y en los demás casos las fue desplazando por el contrato de opción OTC del dólar, regulado hasta principios de 1995. Posteriormente, estuvo en vigor la Circular 10-183, y los apartados M.54. y M.83 de la Circular 2019/95, respectivamente, que regulaban limitativamente los contratos de futuro sobre tasas de interés nominales (TIIE) y el INPC, este último con escasa operación. Cabe mencionar que, debido al riesgo con que se veían tales operaciones existían formatos de contratos marco que las instituciones debían utilizar, sin gran posibilidad de negociar sus términos, de acuerdo con las condiciones especiales de cada institución.

La inclinación hacia la sobrerregulación de los derivados fue tan marcada, que incluso la autoridad previó procedimientos de compensación muy complejos que sólo contribuyeron al incumplimiento de las disposiciones, ya que las instituciones encontraron formas más prácticas de “netear” sus contratos.

Posteriormente entra en vigor la Circular 2019/95, apartado M.52, del Banco de México que regulaba las operaciones derivadas para las instituciones de banca múltiple. Y en el caso de casas de bolsa, la CNBV expide la circular 10-231, con la salvedad que excluía a las divisas como activo subyacente; es derogada en enero de 2007 y sustituida por la circular 10-266.

Actualmente se encuentra en vigor la Circular 4/2006 del Banco de México, que regula las instituciones de banca múltiple, las casas de bolsa, las sociedades de inversión y las sociedades financieras de objeto limitado, en la realización de operaciones de Derivados de Crédito, de Opción, de Swap y operaciones a Futuro. Mismas que deben cumplir con requisitos de administración, operación y control interno, tanto jurídicos como contables, conocidos como los 31 requerimientos.

En términos generales, dicha circular adiciona subyacentes, incluye las operaciones derivadas de crédito, simplifica el esquema de autorizaciones e incorpora a las sociedades financieras de objeto limitado a la regulación en esta materia, además de que define a las operaciones derivadas y establece los términos en que deberá otorgarse la autorización a las instituciones que la soliciten.

En la circular, se enumera de manera limitativa los activos subyacentes o bienes de referencia que podrán utilizar las instituciones en la realización de operaciones derivadas y que son: a) acciones, títulos o índices accionarios; b) divisas y unidades de inversión; c) índices referidos a la inflación; d) oro o plata; e) tasas de interés reales o nominales; f) préstamos o créditos; g) maíz amarillo, trigo, soya y azúcar; h) carne de puerco; i) gas natural; j) aluminio y cobre; k) operación futuro y swap sobre los subyacentes de los incisos anteriores. Además se establece que las casas de bolsa con operaciones derivadas en mercados extrabursátiles u OTC, no deberán realizar la liquidación en especie (*commodities*).

En cuanto al régimen fiscal, de acuerdo con el artículo 16-A, párrafo segundo del Código Fiscal de la Federación, se consideran operaciones derivadas de deuda, aquéllas que estén referidas a tasas de interés, títulos de deuda o al Índice Nacional de Precios al Consumidor; y operaciones financieras derivadas de capital, aquéllas que estén referidas a otros títulos, mercancías, divisas o canastas o índices accionarios.

En el artículo 22 de la Ley del Impuesto Sobre la Renta (LISR), se establecen los criterios para determinar la ganancia o pérdida acumulable deducible de este impuesto. Y el artículo 23, para los ingresos percibidos por operaciones referidas a un subyacente que no cotice en un mercado reconocido, donde la deducción se determinará al vencimiento de la operación. El artículo 171 de la LISR, se indica la tasa de retención de 25% sobre la ganancia acumulable que resulte de las operaciones derivadas en el mes.

Por último, los intereses provenientes de las operaciones financieras derivadas se consideran una prestación de servicios exenta del pago del impuesto al valor agregado conforme a lo dispuesto en el artículo 15, fracción XI de la Ley del Impuesto al Valor Agregado.

## Capítulo 2

### Swaps de tasas de interés (IRS)

Aunque ya se ha esbozado que existe una enorme diversidad de posibles instrumentos financieros derivados, el presente trabajo pretende particularizar en los IRS, es decir, los swaps sobre tasas de interés. Así, el presente capítulo profundiza en algunas de las generalidades de estos contratos, previamente descritas en el apartado anterior. Asimismo, en este capítulo se abordan las diferentes metodologías existentes para realizar la valuación de un swap de tasas de interés, lo que permitirá posteriormente introducir el tema fundamental del trabajo.

#### 2.1 Generalidades

Un swap es un acuerdo contractual, en la que dos contrapartes pactan hacerse pagos periódicos entre sí sobre la base de algunas cantidades de activos subyacentes. El notional puede o no intercambiarse. El swap comienza en su fecha efectiva, también conocida como fecha de valor y termina en su fecha de vencimiento; el periodo entre estas dos fechas se llama duración o vencimiento del swap. Usualmente, los pagos son anuales, semestrales, trimestrales, o mensuales; las fechas en las que los intercambios suceden se llaman fechas de pago.

La Confirmación de Operaciones gobierna la relación entre ambas contrapartes, contiene una especificación acerca de las monedas que se han de intercambiar (que pueden o no ser las mismas), la tasa de interés aplicable a cada una (fija o flotante), el programa en el que se deben hacer los pagos y cualquier otro tipo de disposiciones orientadas a normar la relación entre las partes.

El tipo más común de swap es el llamado swap de tasa fija-por-flotante. En este tipo de swap, la primera contraparte o *pata larga* acuerda hacer a pagos a tasa fija a la segunda; a cambio, ésta (*pata fija*) acuerda hacer pagos a tasa flotante a la primera. Estas dos partes se llaman patas, ramas o extremos del swap. La tasa fija es llamada tasa par o tasa swap.

Los pagos están calculados sobre los notionales; cuando éstos asumen la forma de sumas de dinero, se les llama principales o notionales. Éstos normalmente no se intercambian; es más, si los pagos de las contrapartes se tienen que realizar al mismo tiempo y en la misma moneda, entonces se intercambia únicamente el interés diferencial entre las dos contrapartes respectivas al momento de hacer su pago.

La venta de tasa de interés fija con compra de tasa de interés variable (se paga tasa fija y se recibe tasa variable) se lleva a cabo cuando se tiene la expectativa de que las tasas de interés van a subir y, por lo tanto, la tasa de interés variable se ubicará por encima de la tasa de interés fija prevaleciente en ese momento en el mercado. La venta de tasa de interés variable con compra de tasa de interés fija (se paga tasa variable, se recibe tasa fija) se lleva a cabo cuando la expectativa de tasa de interés es a la baja y, por lo tanto, la tasa de interés variable se ubicará en un futuro por debajo de la tasa de interés fija en ese momento en el mercado.

Un esquema de los flujos de efectivo que se dan entre las contrapartes de los swaps se muestra en la figura 2.1.

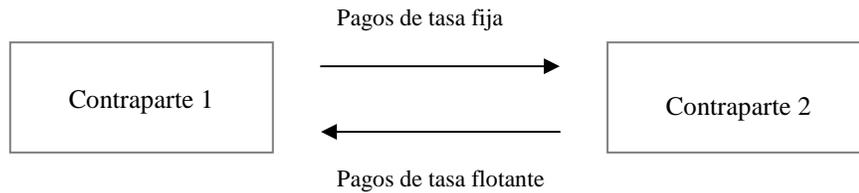


Figura 2.1 Flujos de intereses en un swap de tasa.

El pago o flujo fijo, como lo dice el término, no cambia a lo largo de la vigencia del swap; el pago flotante, por otro lado, se fija periódicamente. Esto es, se vincula a algún precio o tasa específica del mercado *spot*, llamada tasa de referencia, que se consulta en fechas específicas, llamadas fechas *fixing*. La tasa comúnmente usada para el pago flotante es LIBOR (*London Interbank Offer Rate*). La tasa LIBOR, para un banco en particular, es la tasa de interés a la que está dispuesto hacer una inversión a largo plazo con otros bancos. Los grandes bancos y otras instituciones financieras manejan tasas LIBOR sobre las principales divisas.

Los contratos de swaps se hacen a la medida con el fin de satisfacer las necesidades de las contrapartes individuales, operan en un entorno de tipo privado (OTC, *Over The Counter*) contrarios a los intercambios organizados, en los que operan controles altamente estandarizados a manera de opciones actuales y futuras.

Los swaps de tasas de interés son utilizados por instituciones financieras y otros participantes de mercado, incluyendo sociedades con activos y pasivos afectados por tasas de interés. El objetivo principal es cubrir el riesgo que implica la diferencia entre el cobro de inversiones y pago de deudas en su fecha de vencimiento. Por ejemplo, una sociedad hipotecaria con gran volumen de activos que provienen de préstamos a largo plazo en tasa fija, que además tiene baja liquidez como resultado de los pequeños pagos que recibe a corto plazo, podría entrar en un swap de tasa de interés en el que pague la parte fija y reciba la parte flotante. De forma similar, grandes empresas usan los contratos de tasas de interés swap para ajustar diferencias en la duración de sus negocios. Las instituciones financieras y no financieras usan estos contratos para administrar los efectos imprevistos de las tasas de interés sobre su utilidad neta.

En el mercado OTC, las operaciones más comunes son las de swaps de tasas de interés, principalmente utilizados como medios de cobertura ante la incertidumbre de movimientos en las tasas. En México, los swaps de tasas cotizan de manera estándar en el mercado OTC de acuerdo a la cantidad de cupones o revisiones de la tasa de cada 28 días con plazos a partir de 3 meses hasta 30 años, concentrándose la liquidez de este tipo de instrumentos en los 10 primeros años. La nomenclatura utilizada es el número de cupones antecedido a un "x1", que en el caso de la THIE, representa el pago que se realizará con 28 días de separación. De esta manera en el mercado se encuentran cotizaciones que van desde 3x1, 6x1, 9x1, 13x1, 65x1, 130x1, 195x1, 260x1, hasta 390x1.

En México, usualmente se realizan contratos swaps de tasas de interés *plain vanilla*, que consisten en el intercambio de pagos calculados con una tasa a nivel fijo, por otros que se determinan con una tasa variable. El intercambio de flujos de operaciones de tasa fija por tasa variable está referenciada a la Tasa de Interés Interbancaria de Equilibrio (THIE) a 28 días, calculada por el Banco de México con base en cotizaciones presentadas por las instituciones de banca múltiple mediante un mecanismo diseñado para reflejar las condiciones del mercado de dinero en moneda nacional. Sin embargo, también existen cotizaciones y operaciones sobre tasas y divisas.

## 2.2 Periodicidad en las tasas de interés

Generalmente, una tasa de interés se encuentra definida sobre un periodo de tiempo. Sin embargo, en un contrato es común encontrar una tasa fija que use una base distinta a la de la parte flotante, por lo que es necesario considerar la conversión correspondiente en los intercambios de pagos.

Las bases comúnmente utilizadas son:

- i) Tiempo Aproximado    Número exacto de días en el mes /360 días al año. (actual/360)
- ii) Tiempo Exacto        Número exacto de días en el mes / Número exacto de días en el año  
(actual/365)
- iii) Tiempo Comercial    30 días por mes/360 días al año. (30/360)

La base de tiempo exacto (también llamada actual/actual) significa que el interés ganado entre dos fechas se basa en la proporción de los días transcurridos y el número actual de días entre las fechas de pago cupón. Supongamos que el principal de un bono es de \$100, y las fechas de pago son el 1 de Marzo y el 1 de Septiembre, la tasa cupón es 8%, y deseamos calcular el interés ganado entre el 1 de Marzo y el 3 de Julio. El periodo de referencia es del 1 de Marzo al 1 de Septiembre, hay 184 (actual) días en este periodo, y el interés ganado en el periodo es de \$4. Del 1 de Marzo al 3 de Julio, hay 124 (actual) días, entonces el interés ganado es:  $(124/184) * 0.04 = 0.026957$ . Esta base se utiliza, por ejemplo, para los Treasury Bills de Estados Unidos.

El cálculo con una base de tiempo aproximado (30/360) considera todos los meses de 30 días y cada año de 360 días. Con esta base, el número total de días entre el 1 de Marzo y el 1 de Septiembre es 180. Y el número de días entre el 1 de Marzo y el 3 de Julio es  $(4 * 30) + 2 = 122$ . Por lo que el bono de una empresa, en condiciones similares al ejemplo anterior, para el periodo del 1 de Marzo al 3 de Julio, tendría un interés de  $(122/180) * 0.04 = 0.027111$ .

La base de tiempo comercial (actual/360) usa un periodo de referencia de 360 días y es la más utilizada. El interés ganado durante una parte del año se calcula usando el número de días transcurridos entre 360; por ejemplo, el interés de un año de 365 días se calcula multiplicando la tasa de interés por  $365/360$ .

## 2.3 Flujos de Efectivo en un contrato swap

Consideremos un contrato swap de tasas de interés entre las empresas A y B, con duración de dos años, una tasa fija de 9% y tasa flotante TIIIE. El nocional es de 10 millones de pesos y los pagos se realizan cada seis meses, de acuerdo a la tabla 2.3.1.

| Pago | Inicio    | Vencimiento | MXN<br>actual/360 | Tasa A | Pagos<br>Contraparte A | Tasa B | Pagos<br>Contraparte B |
|------|-----------|-------------|-------------------|--------|------------------------|--------|------------------------|
| 1    | 14-Abr-05 | 13-Oct-05   | 182               | 9.00%  | 455,000.00             | 9.79%  | 494,938.89             |
| 2    | 13-Oct-05 | 17-Abr-06   | 186               | 9.00%  | 465,000.00             | 9.25%  | 477,916.67             |
| 3    | 17-Abr-06 | 12-Oct-06   | 178               | 9.00%  | 445,000.00             | 7.47%  | 369,350.00             |
| 4    | 12-Oct-06 | 12-Abr-07   | 182               | 9.00%  | 455,000.00             | 7.21%  | 364,505.56             |

Tabla 2.3.1      Flujos de efectivo en un swap de tasas de interés.

La fecha inicial del contrato es el 14 de abril de 2005, la tasa TIIE registrada ese día es 9.79% y se utiliza para calcular el pago de B el 13 de octubre de 2005. Considerando las fechas de inicio y vencimiento de los pagos en una base de tiempo comercial, el primer pago de intereses se calcula de la siguiente forma:

Contraparte A      Pago 1 =  $10,000,000 * 0.0900 * (182/360) = 455,000.00$

Contraparte B      Pago 1 =  $10,000,000 * 0.0979 * (182/360) = 494,938.89$

De la diferencia de ambos pagos, se tiene que B hace un pago a la contraparte A por:

$$494,938.89 - 455,000.00 = 39,938.89$$

En total se realizarán cuatro pagos, donde los pagos de A son conocidos desde inicio del contrato y B pagará con la tasa TIIE registrada al inicio de cada semestre. Al final de cada semestre, sólo una de las partes recibirá el pago correspondiente, que resulte de la diferencia de intereses a su favor.

Si alguna de las partes decide concluir el contrato, deberá negociar la terminación del mismo, llamado *unwind*, en el cual se acuerda que una de las partes deberá hacer un pago basado en el valor *mark-to-market* del contrato. Otra forma de dar término al contrato, es entrando a un nuevo contrato swap en el que las partes toman posiciones opuestas, parte fija y variable, para neutralizar la tasa de interés del primer contrato.

## 2.4 Uso de un swap en deudas e inversiones

Para cualquiera de las partes, el contrato swap puede utilizarse para transformar una deuda en tasa flotante por otra en tasa fija. Supongamos que la empresa A acuerda un préstamo de 10 millones de pesos con una tasa de interés TIIE + 10 puntos base<sup>4</sup>. Después de entrar en el contrato swap, la empresa A tiene los siguientes flujos de efectivo:

1. Paga TIIE + 10 p.b. en el préstamo.
2. Recibe TIIE bajo los términos del swap.
3. Paga 9% bajo los términos del swap.

Estos flujos de efectivo dan un pago de intereses neto de 9.1%. De este modo, para la empresa A, el swap tendría el efecto de transformar una deuda en tasa flotante de TIIE + 10 p.b. en una con tasa fija de 9.1%. De forma análoga, si B contrae una deuda fuera del contrato swap, con tasa de 9.2%, puede transformar dicha deuda de tasa fija a flotante, considerando los flujos que tiene dentro del contrato swap, al final estaría pagando TIIE + 20 p.b.

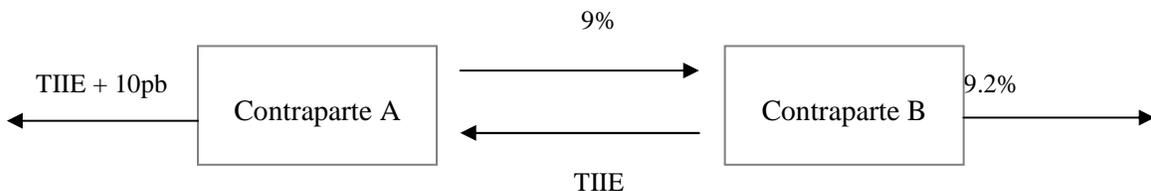


Figura 2.4.1 Aplicación de un swap para transformar tasas en deudas.

<sup>4</sup> Un punto base o p.b., es la centésima parte de 1%, por lo que la tasa es TIIE + 0.1%

El contrato swap también puede utilizarse para transformar un activo que rinde interés en tasa fija en un activo con rendimiento en tasa flotante. Supongamos que la empresa A recibe rendimientos de una inversión de 10 millones de pesos en bonos, con rendimiento de 8.7% anual. Por lo que, después de entrar en el contrato swap, los flujos de efectivo para la empresa A son:

1. Recibe 8.7% en la inversión de bonos.
2. Recibe TIE bajo los términos del contrato swap.
3. Paga 9% bajo los términos del swap.

Los flujos de efectivo resultan en un rendimiento de TIE – 30 p.b. para la empresa A. Por lo que, el swap se utilizó para transformar una inversión en tasa fija, en una con rendimiento flotante. De igual forma, la empresa B tiene una inversión, fuera del swap, que le otorga un rendimiento de TIE – 20 p.b., considerando los flujos de efectivo que tiene en el swap, al final tendría un rendimiento en tasa fija de 8.8%.

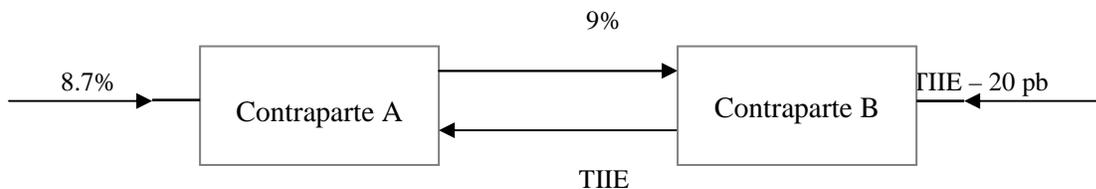


Figura 2.4.2 Aplicación de un swap para transformar tasas en inversiones.

## 2.5 Intermediarios Financieros

Originalmente, en las operaciones con contratos swap un corredor buscaba las contrapartes que coincidieran en los términos de un contrato específico. Una vez realizada la operación, cesaba el papel del intermediario y las partes realizaban los pagos directamente. Actualmente, bancos y otras instituciones financieras toman el papel de contraparte en un swap, en el que son intermediarios durante todo el contrato. Al manejar una operación con intermediación se cobra una comisión o cuota, por ejemplo, en Estados Unidos para un swap *plain-vanilla* (tasa fija por tasa flotante), el intermediario gana alrededor de 3 o 4 puntos base (0.03% o 0.04%).



Figura 2.5.1 Flujos de efectivo en un swap con intermediario.

En el ejemplo de la Figura 2.5.1, el intermediario cobra una cuota de 1.5 puntos base a cada contraparte en el flujo de la tasa fija. En este caso, el intermediario puede realizar dos contratos distintos, uno con la contraparte A y otro con B, sin que ninguna de las empresas conozca la existencia de la otra en el swap. Si alguna de las empresas incumple con los pagos, el intermediario deberá asumir la pérdida y seguir pagando a la otra contraparte.

Por lo general, dos empresas no coinciden para contactar un intermediario financiero al mismo tiempo y tomar posiciones opuestas en un contrato swap, de modo que los intermediarios actúan como *market makers*, es decir, están preparados para entrar en un swap (en corto o largo) incluso sin tener una empresa del otro lado del contrato; con ello, los *market makers* favorecen la liquidez del mercado. Los intermediarios publican tasas de compra y venta (*Bid – Offer*) y el promedio de estas posturas se conoce como nivel medio (*Mid Point*) de la tasa swap. Por su intermediación, los creadores de mercado cobran una comisión (*bid-offer spread*) de 3 o 4 puntos base, pero también asumen cierto riesgo de crédito y de mercado.

La ISDA (*International Swaps and Derivatives Association*), es una organización global encargada de establecer acuerdos estandarizados (*master agreements*) para los participantes en contratos de productos financieros derivados y swaps. En estos acuerdos se describen situaciones como el cálculo de transacciones *mark-to-market*, sanciones en caso de incumplimiento, entre otras condiciones colaterales del contrato.

## 2.6 Ventaja comparativa y cobertura de riesgo

Supongamos que dos empresas pueden obtener deuda en tasa fija y flotante, las tasas para cada una de ellas son las siguientes:

| Empresa        | Deuda en tasa fija | Deuda en tasa flotante |
|----------------|--------------------|------------------------|
| A              | 5%                 | TIIE + 0.50%           |
| B              | 4%                 | TIIE + 0.25%           |
| Ventaja para B | 1%                 | 0.25%                  |

Tabla 2.6.1 Costo de la deuda en tasa fija y tasa flotante.

Debido a una mejor calificación crediticia, la empresa B puede obtener financiamiento a menor costo. La ventaja en tasa fija de 1% es mayor que la de tasa flotante de 0.25%, la diferencia entre ambas es el costo de la ventaja comparativa de B sobre A,  $1\% - 0.25\% = 0.75\%$ . Cuando la diferencia es distinta de cero, ambas partes pueden beneficiarse de la ventaja comparativa por medio de un swap.

Para que exista el swap, debe suponerse que la empresa A requiere que la deuda que contrate con sus acreedores sea en tasa flotante y B pretende una deuda en tasa fija, por lo que entraran en un swap para obtener financiamiento en la modalidad requerida. El costo por intermediario en el swap es de 0.04% y se divide en partes iguales entre A y B.



Figura 2.6.1 Flujos de efectivo, deudas y swap.

Después de acordar un swap como el de la Figura 2.6.1, se tiene que el costo de financiamiento para cada empresa es:

*Empresa A.* Paga TIE + 0.5% a sus acreedores; además recibe TIE y paga 4.02% en el swap.

$$\text{TIE} - (\text{TIE} + 0.5\%) - 4.02\% = -4.52\%$$

*Empresa B.* Paga 4% a sus acreedores; en el swap recibe 3.98% y paga TIE.

$$-4\% + 3.98\% - \text{TIE} = -(\text{TIE} + 0.02\%)$$

| <b>Financiamiento</b> | <b>Empresa A</b> | <b>Empresa B</b> |
|-----------------------|------------------|------------------|
| Sin swap              | 5.00%            | TIE + 0.25%      |
| Con swap              | 4.52%            | TIE + 0.02%      |
| Diferencia            | 0.48%            | 0.23%            |

Tabla 2.6.2 Costo de financiamiento y ahorro para A y B.

Las empresas terminan pagando en la modalidad de tasa (fija ó flotante) que requerían, además de obtener una ventaja (Tabla 2.6.2) contra las tasas que obtenían fuera del swap. La suma de los ahorros de A y B, agregando el costo de intermediación (0.48 + 0.23 + 0.04), es igual a 0.75%, que es el costo de la ventaja comparativa.

En el ejemplo anterior se mostró la aplicación de un swap para explotar la ventaja comparativa. A continuación se expondrá que el swap también puede ser visto como un medio para cubrir riesgos en tasas de interés.

Supongamos que las empresas A y B tienen activos y pasivos con la estructura de flujos de efectivo descritos en la Tabla 2.6.3. La empresa A tiene activos financiados sobre \$100 millones que rinden un interés anual de TIE + 0.5%, mientras que los activos de B están financiados con la misma base y obtienen un rendimiento en tasa fija de 4% anual.

| <b>Empresa</b> | <b>Activos<br/>(ingresos de efectivo)</b> | <b>Pasivos<br/>(tasa de financiamiento)</b> |
|----------------|---|---|
| A              | Fijos                                     | TIE + 0.5%                                  |
| B              | Flotantes                                 | 4%  |

Tabla 2.6.3 Estructura de flujos de efectivo en activos y pasivos.

Los activos de A se encuentran principalmente en activos que rinden en tasa fija, por ejemplo, bonos a largo plazo. En contraste, los activos de B se encuentran en negocios cuyos rendimientos están sujetos a tasas flotantes, como la inflación.

Generalmente, la estructura de activos/pasivos tiene un desfase en sus flujos de efectivo. Las ganancias de A, en tasa fija, están financiadas con deuda en tasa flotante, lo que implica que sus activos tienen mayor duración que sus pasivos. Por otra parte, las ganancias de B, en tasa flotante, son financiadas con deuda en tasa fija, por lo que sus pasivos tienen mayor duración que sus activos. Esta diferencia en la duración de activos y pasivos implica una alta exposición al riesgo de fluctuación en las tasas de interés.

Para cubrir el desfase en el flujo de efectivo, ambas empresas deben liquidar sus deudas y contraer nuevas, en las que coincida la estructura de pagos de sus pasivos con la de sus activos. Supongamos que la empresa A termina con su deuda en tasa flotante y adquiere una nueva en la que pague una tasa anual de 5%. De igual forma, si B cubre su deuda en tasa fija y adquiere otra en tasa flotante, pagando TIIIE +0.25%. Sin embargo el término adelantado de deudas y la contratación de nuevas, implica un costo adicional. Así que, para evitar dicho costo, las empresas acuerdan un swap de tasas de interés *plain-vanilla* con un notional de \$100 millones. Ya que las tasas referidas son consistentes con las del ejemplo anterior, el swap tendría los flujos descritos en la Figura 2.6.1 y se cumple la ventaja comparativa de la Tabla 2.6.2

Además de cubrir el riesgo de fluctuación en tasas mediante la coincidencia de tipo de tasa (fija con fija, y flotante con flotante) como se aprecia en la Tabla 2.6.4, se obtuvo una ventaja comparativa para ambas empresas. En general, los ahorros debidos a una ventaja comparativa y la cobertura de riesgo en tasas de interés son las razones principales que incentivan el uso de contratos swap.

| <b>Empresa</b> | <b>Activos<br/>(ingresos de efectivo)</b> | <b>Pasivos<br/>(tasa de financiamiento)</b> |
|----------------|---|---|
| A              | Fijos                                     | 4.52%                                       |
| B              | Flotantes                                 | TIIIE + 0.02%                               |

Tabla 2.6.4 El swap cambia la estructura de pagos en activos y pasivos.

## 2.7 Generalidades de los IRS

Un swap de tasas de interés tiene valor cero, o cercano a cero, cuando inicia el contrato. Conforme transcurre el tiempo, adquiere valores positivos o negativos. Existen dos formas de valuar tasas de interés swap, la primera es como la diferencia entre dos bonos y otra forma es como un portafolio de forward (*Forward Rate Agreement, FRA*).

Sin embargo, antes de introducir ambos métodos, es necesario repasar algunas ideas y convenciones al respecto.

### 2.7.1 Interés Compuesto

Supongamos que un monto  $A$  se invierte durante  $n$  años a una tasa de interés de  $R$  por año. Si la tasa es compuesta anual, el valor final de la inversión está dado por:

$$A(1+R)^n$$

Si la tasa es nominal compuesta  $m$  veces por año, el valor final de la inversión está determinado por:

$$A \left( 1 + \frac{R}{m} \right)^{mn} \quad (2.7.1)$$

Cuando  $m$  tiende a infinito, se dice que el interés se compone continuamente y se le conoce como interés continuo. Una cantidad  $A$  que se invierte  $n$  años a la tasa  $R$  crece:

$$A e^{Rn} \quad (2.7.2)$$

donde  $e^x$ , es la función exponencial.

Supongamos que  $R_c$  es una tasa de interés compuesto continuo y  $R_m$  es la tasa equivalente compuesta  $m$  veces por año. De (3.1.1) y (3.1.2) se tiene que:

$$A e^{R_c n} = A \left( 1 + \frac{R_m}{m} \right)^{mn}$$

$$e^{R_c} = \left( 1 + \frac{R_m}{m} \right)^m$$

Aplicando la función inversa de la exponencial:

$$R_c = m \ln \left( 1 + \frac{R_m}{m} \right) \quad (2.7.3)$$

y

$$R_m = m \left( e^{R_c/m} - 1 \right) \quad (2.7.4)$$

## 2.7.2 Bonos

Se define como la tasa cupón cero en el año  $n$  a aquella tasa de interés que gana una inversión que inició hoy y finalizará en el año  $n$ . El pago de intereses y del principal se realiza al final del año  $n$ , es decir, no hay pagos intermedios.

Un bono paga cupones periódicamente y el principal al final al vencimiento. El precio de un bono puede ser calculado como el valor presente de todos los flujos de efectivo que recibirá el tenedor del bono; dichos flujos deben ser llevados a valor presente con la tasa cupón cero correspondiente a la fecha en que se recibirá cada uno de ellos, generalmente distinta para cada flujo. Por ejemplo, se desea calcular el precio de un bono con duración de dos años, principal de \$100 y cupones semestrales con tasa de 4% anual.

| Vencimiento<br>(en años) | Tasa cupón cero %<br>(compuesta continuamente) |
|--------------------------|--|
| 0.5                      | 4.65   |
| 1.0                      | 4.70   |
| 1.5                      | 4.95   |
| 2.0                      | 5.24   |

Tabla 2.7.1 Tasa cupón cero.

Considerando las tasas cero de la Tabla 2.7.1, el precio teórico del bono es:

$$2 * e^{(-0.0465*0.5)} + 2 * e^{(-0.0470*1.0)} + 2 * e^{(-0.0495*1.5)} + 102 * e^{(-0.0524*2.0)} = 97.57$$

La tasa de rendimiento del bono o *yield to maturity* es aquella tasa de descuento que aplicada a todos los flujos de efectivo, brinda el precio del bono. Para el ejemplo, la tasa de rendimiento es 5.2273%.

$$2 * e^{(-0.052273*0.5)} + 2 * e^{(-0.052273*1.0)} + 2 * e^{(-0.052273*1.5)} + 102 * e^{(-0.052273*2.0)} = 97.57$$

## 2.8 Valuación de un swap en términos de un intercambio de bonos

Desde el punto de vista de la contraparte que paga tasa flotante, el valor de un swap es:

$$V_{swap} = B_{fija} - B_{flot}$$

donde  $B_{fija}$  es el valor de un bono que paga tasa fija y  $B_{flot}$  el valor de un bono que paga con tasa flotante. Análogamente, para la parte que paga fija, el valor del swap es:

$$V_{swap} = B_{flot} - B_{fija}$$

El valor del bono que paga tasa fija puede ser determinado como se calculó en la sección anterior.

Para valorar el bono con tasa flotante, se debe considerar que el valor del bono es igual al nominal después de un pago de intereses. Supongamos que el nominal es  $L$ , el siguiente intercambio de pagos es en la fecha  $t$ , y  $k$  (se determinó en la última fecha de pago) es el pago flotante a realizar en  $t$ . Por lo que, antes del pago  $B_{flot} = L + k$ , y posterior al intercambio, tenemos  $B_{flot} = L$ . De modo que el bono de tasa flotante puede ser visto como un instrumento con un flujo de efectivo  $L + k$  en la fecha  $t$ . Aplicando una tasa de descuento, el valor del bono con tasa flotante el día de hoy es:

$$(L + k)e^{-rt}$$

donde  $r$  es la tasa cupón cero con vencimiento en  $t$ .

**Ejemplo 2.8.1** Supongamos que una empresa acuerda pagar LIBOR a 6 meses y recibe 8% anual (compuesto semestralmente) sobre un notional de \$100 millones. Al swap le restan 1.25 años para finalizar su vigencia. Se tienen tasas LIBOR compuestas continuamente para vencimientos de 3, 9 y 15 meses, y son 10%, 10.5% y 11% respectivamente. La tasa LIBOR a 6 meses del último pago fue 10.2%, compuesta semestralmente.

La parte fija tiene tres pagos de cupón de 4 millones cada 6 meses y en el último se agrega el notional. Los factores de descuento son:  $e^{-0.1*0.25}$ ,  $e^{-0.105*0.75}$  y  $e^{-0.11*1.25}$ , respectivamente. Los flujos de efectivo del swap se muestran en la Tabla 3.3.1

| Vencimiento en años | Pagos parte fija | Pagos parte flotante | Factor de descuento | Valor presente pagos fijos | Valor presente pagos flotantes |
|---------------------|------------------|----------------------|---------------------|----------------------------|--------------------------------|
| 0.25                | 4.0              | 105.100              | 0.9753              | 3.901                      | 102.505                        |
| 0.75                | 4.0              |                      | 0.9243              | 3.697                      |                                |
| 1.25                | 104.0            |                      | 0.8715              | 90.640                     |                                |
| <i>Total:</i>       |                  |                      |                     | 98.238                     | 102.505                        |

Tabla 2.8.1 Valuación de un swap en términos de bonos (montos en millones).

Para la parte flotante,  $k = 0.5 * 0.102 * 100 = 5.1$  millones y  $t = 0.25$ , por lo que el bono de tasa flotante puede ser valuado como un flujo de efectivo de 105.1 millones en tres meses. La diferencia entre el valor presente de los flujos de efectivo fijos y flotantes es el valor del swap:

$$V_{swap} = 98.238 - 102.505 = -4.267 \text{ millones} \quad \text{para la contraparte que paga tasa flotante}$$

$$V_{swap} = 102.505 - 98.238 = +4.267 \text{ millones} \quad \text{para la contraparte que paga tasa fija}$$

## 2.9 Forward Rate Agreements (FRA)

Un *forward rate agreement*, es un contrato en el mercado OTC de una tasa de interés a aplicar sobre un préstamo, en un periodo de tiempo futuro. Usualmente se utiliza una tasa LIBOR. Por ejemplo, una empresa A, acuerda hacer un préstamo a la empresa B en el periodo comprendido entre  $T_1$  y  $T_2$ , definiendo:

$R_K$ : La tasa de interés acordada en el FRA

$R_F$ : La tasa forward LIBOR, calculada el día de hoy, para el periodo entre  $T_1$  y  $T_2$ .

$R_M$ : La tasa LIBOR actual, observada en el mercado el día  $T_1$  para el periodo entre  $T_1$  y  $T_2$ .

$L$ : El notional del contrato.

Usualmente la empresa A ganaría  $R_F$  en el préstamo, sin embargo en el FRA ganará  $R_K$ . La ganancia extra por entrar en el contrato es  $R_K - R_M$ . La tasa de interés se acuerda en  $T_1$  y se paga en  $T_2$ . La ganancia extra para A en  $T_2$ , está definida por:

$$L(R_K - R_M)(T_2 - T_1)$$

Para la compañía B, el flujo de efectivo en  $T_2$  es:

$$L(R_M - R_K)(T_2 - T_1)$$

Usualmente los contratos se conciertan en  $T_1$ , por lo que el pago se descuenta de  $T_2$  a  $T_1$ :

Para la empresa A: 
$$\frac{L(R_K - R_M)(T_2 - T_1)}{1 + R_M(T_2 - T_1)}$$

Para la empresa B: 
$$\frac{L(R_M - R_K)(T_2 - T_1)}{1 + R_M(T_2 - T_1)}$$

El valor de un FRA, es el valor presente de los flujos de efectivo, para la parte que gana  $R_K$  :

$$V_{\text{FRA}} = L(R_K - R_F)(T_2 - T_1) e^{-R_2 T_2}$$

Y para la contraparte donde se paga  $R_K$  :

$$V_{\text{FRA}} = L(R_F - R_K)(T_2 - T_1) e^{-R_2 T_2}$$

donde  $R_2$  es la tasa cero libre de riesgo con vencimiento  $T_2$ .

## 2.10 Tasas Forward

Las tasas de interés futuras o *forwards* son aquellas que reflejan las expectativas del comportamiento de las tasas de interés en el futuro. En el cálculo de las tasas forward, se utiliza la curva de tasas de interés para inferir las expectativas del mercado respecto de futuras tasas de interés.

Consideremos el siguiente ejemplo. Un inversionista desea saber qué alternativa de las siguientes es más provechosa:

- i) Comprar un CETE a un año.
- ii) Comprar un CETE a 6 meses, y cuando se cumpla la fecha de vencimiento renovar la inversión comprando otro CETE a 6 meses.

Técnicamente, el inversionista sería indiferente entre las alternativas mencionadas si éstas le proporcionan el mismo rendimiento al final de ese año. El inversor conoce las tasas de rendimiento vigentes con plazos a un año y seis meses, pero desconoce la tasa de rendimiento semestral que estará disponible dentro de 6 meses.

En este ejemplo, a la tasa que prevalecerá dentro de 6 meses y hasta un año se le conoce como tasa adelantada o *forward*. Las tasas de interés forward son aquellas utilizadas en periodos de tiempo en el futuro y están relacionadas con tasas cupón cero actuales. Por ejemplo, considérense las tasas cupón cero (compuestas continuas) de la Tabla 2.7.1. La tasa forward de 5%, está relacionada con las tasas cupón cero para el periodo entre el final del primer año y el final del segundo. Así, para un nocional de 100, después de invertir con tasa cupón cero a un año y posteriormente con tasa forward para el año dos, se tiene que:

$$100 * e^{0.03*1} * e^{0.05*1} = 108.33$$

La misma inversión con la tasa cupón cero a dos años, 4% anual:  $100 * e^{0.04*2} = 108.33$

| Año<br>$n$ | Tasa cupón cero anual<br>para una inversión a $n$ años | Tasa forward<br>para el año $n$ |
|------------|--|---------------------------------|
| 1          | 3.0%   |                                 |
| 2          | 4.0%   | 5.0%                            |
| 3          | 4.6%   | 5.8%                            |
| 4          | 5.0%   | 6.2%                            |
| 5          | 5.3%   | 6.5%                            |

Tabla 2.10.1 Tasas forward.

Para tasas cupón cero  $R_1$  y  $R_2$ , con vencimientos anuales  $T_1$  y  $T_2$  respectivamente, la tasa forward  $R_f$  para el periodo entre  $T_1$  y  $T_2$ , se calcula como:

$$R_f = \frac{R_2 T_2 - R_1 T_1}{T_2 - T_1} \quad (2.10.1)$$

## 2.11 Valuación de un swap en términos de FRAs

Para valuar un swap en términos de un FRA:

1. Se usa la curva cero swap, para calcular las tasas forward correspondientes a cada una de las tasas flotantes.
2. Se calculan los flujos flotantes con las tasas forward.
3. Se descuentan los flujos de efectivo (usando la curva cero swap) para obtener el valor del swap.

**Ejemplo 2.11** Considerando los supuestos del ejemplo 2.8.1, una empresa acuerda pagar LIBOR a 6 meses y recibe 8% anual (compuesto semestralmente) sobre un nocional de \$100 millones. El swap le queda 1.25 años para finalizar su vigencia. Se tienen tasas LIBOR compuestas continuamente para vencimientos de 3, 9 y 15 meses, y son 10%, 10.5% y 11% respectivamente (curva cero). La tasa LIBOR a 6 meses del último pago fue 10.2%, compuesta semestralmente.

Los flujos de efectivo en tres meses, para la parte fija es  $100*0.08*0.5 = 4$  millones. Para la parte flotante, se usa la tasa acordada 3 meses antes,  $100*0.102*0.5 = 5.1$  millones. El segundo intercambio de

pagos se realizará dentro de 9 meses a partir del día de hoy, para la parte fija el pago es constante, 4 millones, para la parte flotante se usa la tasa forward correspondiente para el periodo entre 3 y 9 meses. Usando la fórmula (2.10.1):

$$\frac{0.105 * 0.75 - 0.10 * 0.25}{0.5} = 0.1075$$

La tasa 10.75% es compuesta anualmente. En términos de las tasas usadas en el contrato, buscamos la tasa anual compuesta semestral, usando la fórmula (2.7.4):

$$2(e^{0.1075/2} - 1) = 0.11044$$

Por lo que el pago flotante se calcula como:  $100 * 0.11044 * 0.5 = 5.522$ . De forma similar se calcula la tasa forward para el periodo entre 9 y 15 meses.

| Vencimiento | Tasa<br>Curva Cero | Tasa forward<br>anual | Tasa forward<br>compuesta semestral |
|-------------|--------------------|-----------------------|-------------------------------------|
| 0.25        | 0.100              |                       |                                     |
| 0.75        | 0.105              | 0.1075                | 0.11044                             |
| 1.25        | 0.110              | 0.1175                | 0.12102                             |

Tabla 2.11.1 Cálculo de tasas forward.

Para traer a valor presente los flujos de efectivo netos, se calculan los factores de descuento con las tasas de la curva cero:  $e^{-0.1 * 0.25}$ ,  $e^{-0.105 * 0.75}$  y  $e^{-0.11 * 1.25}$ .

| Vencimiento | Flujo de<br>efectivo fijo | Flujo de<br>efectivo flotante | Flujo de<br>efectivo neto | Factor de<br>descuento | VP flujo de<br>efectivo neto |
|-------------|---------------------------|-------------------------------|---------------------------|------------------------|------------------------------|
| 0.25        | 4.0                       | -5.100                        | -1.100                    | 0.9753                 | -1.073                       |
| 0.75        | 4.0                       | -5.522                        | -1.522                    | 0.9243                 | -1.407                       |
| 1.25        | 4.0                       | -6.051                        | -2.051                    | 0.8715                 | -1.787                       |
|             |                           |                               |                           |                        | -4.267                       |

Tabla 2.11.2 Flujos de efectivo del FRA.

La Tabla 2.11.2 resume los flujos de efectivo del FRA. La suma del valor presente de los flujos de efectivo, -4.267 millones es el valor total del swap.

## 2.12 Estructura de Tasas de Interés

Para que las tasas de interés sean comparables se deben expresar en la misma base y ser del mismo tipo. Cuando esto sucede, es posible obtener una estructura intertemporal de tasas de interés. Dicha estructura es una manera consistente de mostrar las tasas de interés en diferentes plazos.

A la gráfica que describe la relación entre las diferentes tasas de interés para diferentes plazos se le conoce como la curva de rendimientos de tasas de interés (*yield curve*). Esta curva es fundamental en la valuación de muchos instrumentos de deuda, porque puede analizarse como una serie de bonos cupón cero. Es importante destacar que este análisis considera rendimientos libres de riesgo, por lo que para valorar instrumentos con riesgo es necesario descontar el valor presente con las tasas libre de riesgo y agregar un diferencial (*sobretasa*) que refleje los riesgos de crédito y liquidez.

La curva de rendimientos puede ser creciente o decreciente. Existen tres teorías básicas que explican la forma que puede adquirir dicha curva: la de expectativas, la de segmentación de mercado y la de preferencia a la liquidez.

La teoría de expectativas, postula que la curva corresponde a las expectativas que tiene el mercado respecto a las tasas de interés futuras. La curva será creciente cuando se espere que las tasas suban y será decreciente si se espera que bajen. Las expectativas cambian de acuerdo con las políticas monetarias y fiscales nacionales e internacionales, y a medida que la economía se mueve a través del ciclo económico.

La teoría de segmentación de mercados asume que los inversionistas operan instrumentos de deuda en ciertos periodos a efecto de minimizar su riesgo. La estructura de la curva de rendimientos se definirá de acuerdo con la oferta y demanda de dinero y, por tanto, en función de las necesidades de inversión y de fondeo de cada participante en el mercado.

La teoría de preferencia a la liquidez considera que los inversionistas demandan tasas de interés más altas mientras más largo sea el plazo de vencimiento del instrumento. Por lo tanto, las curvas de rendimiento normalmente deberían tener una pendiente positiva, indicando menores rendimientos para plazos menores, y mayores rendimientos (mayor riesgo) para plazos más largos.

| Estructura de las tasas | Teoría de Expectativas de Mercado                                     | Teoría de Preferencia a la liquidez                                      | Teoría de Segmentación de mercados                            |
|-------------------------|---|--|---|
| <b>Positiva</b>         | Se espera que las tasas a corto plazo aumenten.                       | Premio positivo a la liquidez.   | Exceso de oferta respecto a la demanda en largos plazos.      |
| <b>Negativa</b>         | Se espera que las tasas a corto plazo disminuyan.                     | Premio negativo (castigo) a la liquidez.                                 | Exceso de oferta respecto a la demanda en cortos plazos.      |
| <b>Jorobada</b>         | Se espera que las tasas de corto plazo aumenten y después disminuyan. | Premio positivo a la liquidez, seguido de premio negativo a la liquidez. | Exceso de oferta respecto a la demanda en plazos intermedios. |
| <b>Horizontal</b>       | Se espera que las tasas de corto plazo permanezcan iguales.           | No hay premio por liquidez.  | Equilibrio entre oferta y demanda en todos los plazos.        |

Tabla 2.12.1 Teorías para explicar la Estructura de Tasas.

## Capítulo 3

### Interpolación en Curvas Swap

Para valuar todos los instrumentos consistentemente dentro una estructura de valuación única, es necesaria una curva de rendimientos libre de riesgo, la cual sea una curva cero continua. Así, una curva de rendimientos es una función  $r = r(\tau)$ , donde un pago único invertido por un tiempo  $\tau$  ganará una tasa continua  $r = r(\tau)$ , esto es, un pago inicial de 1 amortizará en un pago de  $\exp(r(\tau)\tau)$  al tiempo  $\tau$ .

Se desea que la curva obtenida sea suave, pero no demasiado, ya que se podría eliminar información valiosa de mercado. Además, se busca tener curvas forward positivas y continuas: deben ser positivas para evitar arbitraje, mientras que se pide continuidad cuando el precio del instrumento derivado es sensible a la estabilidad de las tasas forward. Una curva forward discontinua implica falsas expectativas sobre el futuro a corto plazo de las tasas de interés.

No existe un único camino para completar la estructura temporal de una curva cero a partir de una serie de tasas. Por ello, en este capítulo se abordarán diversas metodologías para la construcción y derivación de curvas swap.

#### 3.1 Interpolación Lineal

El método de interpolación lineal se aplica en el caso que  $r(\tau)$  varía linealmente respecto a  $\tau$ , es decir, cuando se supone que sigue una función que es una línea recta, o si se cumple que los puntos son muy próximos entre sí.

Interpolando linealmente sobre tasas spot:

$$r(\tau) = \frac{\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} r_{i+1} + \frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} r_i$$

donde, los periodos de tiempo están denotados por  $\tau \in (\tau_i, \tau_{i+1})$ , con  $\tau_i < \tau < \tau_{i+1}$  y  $r_i$  es la tasa correspondiente al periodo  $\tau_i$ .

Así, la curva forward se calcula como:

$$f(\tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} r(\tau)\tau$$

por lo que

$$f(\tau) = \frac{2\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} r_{i+1} + \frac{\tau_{i+1} - 2\tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} r_i \quad (3.1.1)$$

lo cual muestra que el forward no es continuo (cuando  $\tau$  alcanza  $\tau_{i+1}$ , la tasa de  $\tau_i$  no ha sido olvidada).

### 3.2 Interpolación Exponencial

Si la interpolación está dada por:

$$\ln r(\tau) = \frac{\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} \ln r_{i+1} + \frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} \ln r_i$$

Entonces, aplicando la función exponencial se tiene que:

$$r(\tau) = r_{i+1}^{\frac{\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i}} r_i^{\frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i}}$$

Ahora, dado que  $f(\tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} r(\tau)\tau$ :

$$\ln r(\tau)\tau = \frac{\tau - \tau_i}{\tau_{i+1} - \tau_i} \ln r_{i+1} + \frac{\tau_{i+1} - \tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} \ln r_i + \ln \tau$$

Se tiene, entonces, que la curva forward se calcula:

$$\frac{1}{r(\tau)\tau} f(\tau) = \frac{1}{\tau_{i+1} - \tau_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + \frac{1}{\tau}$$

Equivalentemente:

$$f(\tau) = r(\tau) \left[ \frac{\tau}{\tau_{i+1} - \tau_i} \ln \frac{r_{i+1}}{r_i} + 1 \right] \quad (3.2.1)$$

Este método es muy popular, siendo utilizado por muchos fabricantes de software. Sin embargo, de (3.2.1) es claro que este método no garantiza tasas forward positivas. Como un ejemplo trivial (no necesariamente real), si tenemos una curva de dos puntos, con nodos 1.6% y 30.2% entonces las tasas forward son negativas alrededor del año 26. Este método no garantiza tasas forward positivas.

### 3.3 Splines cúbicos

La idea central de este método es que en vez de usar un solo polinomio para interpolar todos los datos, se pueden usar segmentos de polinomios entre pares coordenados de datos y unir cada uno de ellos adecuadamente para ajustar los datos. Así pues, se puede decir de manera informal que una función spline está formada por varios polinomios, cada uno definido en un intervalo y que se unen entre sí bajo ciertas condiciones de continuidad.

Supongamos  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$  y  $r_1, r_2, \dots, r_n$ ,  $r_i := r(\tau_i)$ . Para completar un spline cúbico, necesitamos obtener los coeficientes  $(a_i, b_i, c_i, d_i)$  para  $1 \leq i \leq n-1$ . Dados estos coeficientes, el valor de la función en cualquier  $\tau$  será:

$$r(\tau) = a_i + b_i(\tau - \tau_i) + c_i(\tau - \tau_i)^2 + d_i(\tau - \tau_i)^3 \quad \tau_i \leq \tau \leq \tau_{i+1}$$

Nótese que

$$\begin{aligned} r'(\tau) &= b_i + 2c_i(\tau - \tau_i) + 3d_i(\tau - \tau_i)^2 & \tau_i < \tau < \tau_{i+1} \\ r''(\tau) &= 2c_i + 6d_i(\tau - \tau_i) & \tau_i < \tau < \tau_{i+1} \\ r'''(\tau) &= 6d_i & \tau_i < \tau < \tau_{i+1} \end{aligned}$$

Sea  $h_i = \tau_{i+1} - \tau_i$ . Las restricciones para la interpolación con splines cúbicos serán:

i) La función interpolada toma como dados los datos:

$$a_i = r_i \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n-1$$

y

$$a_{n-1} + b_{n-1}h_{n-1} + c_{n-1}h_{n-1}^2 + d_{n-1}h_{n-1}^3 = r_n := a_n.$$

ii) La función interpolada es continua:

$$a_i + b_i h_i + c_i h_i^2 + d_i h_i^3 = a_{i+1} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n-2.$$

iii) La función es diferenciable:

$$b_i + 2c_i h_i + 3d_i h_i^2 = b_{i+1} \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n-2.$$

Este es un sistema de  $3n-4$  ecuaciones con  $4n-4$  incógnitas. De esta forma, hay  $n$  restricciones lineales aún por ser especificadas.

Una razón fundamental para pedirle a la función interpolada que sea diferenciable es que entonces la función forward  $f(\tau) = \frac{\partial}{\partial \tau} r(\tau)\tau$  es continua. Tenemos:

$$f(\tau) = a_i + b_i(2\tau - \tau_i) + c_i(\tau - \tau_i)(3\tau - \tau_i) + d_i(\tau - \tau_i)^2(4\tau - \tau_i) \quad (3.3.1)$$

$$\tau_i \leq \tau \leq \tau_{i+1}$$

Definamos:

$$b_n := b_{n-1} + 2c_{n-1}h_{n-1} + 3d_{n-1}h_{n-1}^2$$

Así,  $b_n$  es la derivada de la función interpolada en el punto final derecho. En el caso más general, la especificación de las restantes  $n$  restricciones lineales es equivalente a especificar  $b_1, b_2, \dots, b_n$ . En particular, si tomamos esta aproximación definiendo  $b_1, b_2, \dots, b_n$  también se obtendrán  $c_1, c_2, \dots, c_n$  y  $d_1, d_2, \dots, d_n$ ; como para cada  $i$ , tenemos dos ecuaciones con dos incógnitas, se resuelven:

$$\begin{aligned} m_i &= \frac{r_{i+1} - r_i}{h_i} \\ c_i &= \frac{3m_i - b_{i+1} - 2b_i}{h_i} \\ d_i &= \frac{b_{i+1} + b_i - 2m_i}{h_i^2} \end{aligned}$$

para  $1 \leq i \leq n-1$ .

El método de splines cúbicos de Bessel (Hermite) es una elección común de los desarrolladores de software, que lo llaman usualmente interpolación de Hermite. Los valores de  $b_i$  para  $1 < i < n$  son elegidos para ser la inclinación  $\tau_i$  de los cuadráticos que pasa a través de  $(\tau_j, r_j)$  para  $j = i-1, i, i+1$ . El valor de  $b_n$  se elige de igual forma. Para  $1 < i < n$ , y mediante cálculo directo para los casos extremos, está dado por:

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{\tau_3 - \tau_1} \left[ \frac{(\tau_3 + \tau_2 - 2\tau_1)(r_2 - r_1)}{\tau_2 - \tau_1} - \frac{(\tau_2 - \tau_1)(r_3 - r_2)}{\tau_3 - \tau_2} \right] \\ b_i &= \frac{1}{\tau_{i+1} - \tau_{i-1}} \left[ \frac{(\tau_{i+1} - \tau_i)(r_i - r_{i-1})}{\tau_i - \tau_{i-1}} + \frac{(\tau_i - \tau_{i-1})(r_{i+1} - r_i)}{\tau_{i+1} - \tau_i} \right] \quad (1 < i < n) \\ b_n &= -\frac{1}{\tau_n - \tau_{n-2}} \left[ \frac{(\tau_n - \tau_{n-1})(r_{n-1} - r_{n-2})}{\tau_{n-1} - \tau_{n-2}} - \frac{(2\tau_n - \tau_{n-1} - \tau_{n-2})(r_n - r_{n-1})}{\tau_n - \tau_{n-1}} \right] \end{aligned}$$

### 3.4 Modelo de Nelson-Siegel

El modelo de Nelson y Siegel (1987) proporciona un método de estimación paramétrica de una curva de rendimiento, la cual se obtiene a partir de valores futuros de la tasa forward instantánea. Es un modelo no polinomial que elimina cambios abruptos en la estructura de plazos de la tasa de interés, sobre todo en el largo plazo, y se utiliza en la mayoría de bancos centrales de los países desarrollados.

En su aplicación, se determina una serie de parámetros a través de la minimización del error cuadrático entre las tasas teóricas y los valores observados. El modelo desarrollado por Nelson y Siegel ajusta, para una fecha de negociación  $\tau$ , una función de descuento para un bono, asumiendo explícitamente la siguiente función para tasas forward:

$$f(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right) + \beta_2 \frac{\tau}{\lambda_1} \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right) \quad (3.4.1)$$

En la ecuación  $\tau$  denota el tiempo para el vencimiento (inicio de la operación subyacente),  $\beta_0 > 0$ ,  $\beta_1, \beta_2$  y  $\lambda_1 > 0$  constante de tiempo, son los parámetros a ser estimados. La ecuación anterior genera una familia de curvas que pueden ser encorvadas, en forma de “U” o de “S”, dependiendo de los valores de  $\beta_1$  y  $\beta_2$ ; además, tienden a  $\beta_0$  en forma asintótica.

Como se observa en la expresión (3.4.1), la tasa a plazo tiene tres componentes:

- La constante  $\beta_0$
- El término exponencial  $\beta_1 \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)$ , el cual tiende a cero en forma monótona cuando  $\beta_1$  es positivo.
- El término  $\beta_2 \frac{\tau}{\lambda_1} \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)$ , que señala la forma que tendrá la curva.

La curvatura está dada por el valor absoluto de  $\beta_2$ : un signo negativo representa una forma de “U”, mientras que el signo positivo representa una curva jorobada. El parámetro  $\lambda_1$ , que también debe de ser positivo, determina la ubicación de la “U” o de la joroba. Estos tres componentes se asocian al nivel, la inclinación y la curvatura del ajuste, respectivamente.

La curva cero se obtiene integrando la curva forward:

$$r(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)}{\frac{\tau}{\lambda_1}} \right) + \beta_2 \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)}{\frac{\tau}{\lambda_1}} - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right) \right)$$

que es equivalente a:

$$r(\tau) = \beta_0 + (\beta_1 + \beta_2) \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)}{\frac{\tau}{\lambda_1}} \right) - \beta_2 \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)$$

Bajo la forma funcional de Nelson y Siegel, las tasas spot y a plazo se aproximan a una constante tanto en el corto como en el largo plazo:

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} f(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} r(\tau) = \beta_0$$

$$\lim_{\tau \rightarrow 0} f(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow 0} r(\tau) = \beta_0 + \beta_1$$

Para vencimientos a largo plazo, las tasas spot y forward se aproximan asintóticamente a  $\beta_0$ , que debe de ser positivo. Mientras que  $(\beta_0 + \beta_1)$  determina el valor inicial de la curva cuando  $\tau = 0$ ; así  $\beta_1$  representa la desviación de la asíntota  $\beta_0$ . Adicionalmente,  $(\beta_0 + \beta_1)$  también debe ser positivo.

El modelo de Nelson – Siegel tiene ciertas ventajas. Primero, permite replicar diversas formas de curvas observadas en el mercado. Segundo, evita la necesidad de introducir otros supuestos para la interpolación entre puntos intermedios. Por ejemplo, una aproximación por *bootstrapping*<sup>5</sup> nos daría un vector de tasas spot con una periodicidad de seis meses. Por lo que, al valorar un bono con periodicidad distinta a un semestre necesariamente se tendría que interpolar. Por el contrario, usando la aproximación de Nelson – Siegel, podemos encontrar la tasa spot en cualquier periodo de tiempo y no necesariamente en una distribución discreta.

### 3.5 Modelo de Svensson

El modelo de Svensson (1994) es una extensión de Nelson – Siegel, agrega un término con dos nuevos parámetros, lo que permite mejorar la flexibilidad y el ajuste de la curva. La curva forward está dada por:

$$f(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right) + \beta_2 \frac{\tau}{\lambda_1} \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right) + \beta_3 \frac{\tau}{\lambda_2} \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_2}\right) \quad (3.5.1)$$

---

<sup>5</sup>*Bootstrapping* consiste en estimar de manera recursiva niveles de tasas cero a partir de la información de las tasas de rendimiento al vencimiento (Yield to Maturity o Tasas Yield) de las que se tiene información a largo plazo.

$\beta_3$  y  $\lambda_2$  comparten las mismas características que  $\beta_2$  y  $\lambda_1$  del modelo de Nelson – Siegel. Integrando la función (3.5.1), se obtiene la curva de tasas spot:

$$r(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)}{\frac{\tau}{\lambda_1}} \right) + \beta_2 \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right) - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_1}\right)}{\frac{\tau}{\lambda_1}} \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_2}\right) - \exp\left(\frac{-\tau}{\lambda_2}\right)}{\frac{\tau}{\lambda_2}} \right)$$

### 3.6 Modelo de Vasicek Extendido

Este modelo de equilibrio general es muy útil debido a sus propiedades para valuar productos derivados de tasa de interés. El modelo presenta reversión de la media a un valor constante, lo cual es una propiedad deseable en el análisis de la tasa de interés. Esta versión surge de la solución del modelo de Vasicek (1977), donde se asume que la tasa a corto plazo  $r(\tau)$  sigue un proceso de difusión Ornstein–Uhlenbeck<sup>6</sup> de la forma:

$$dr(\tau) = \alpha[\gamma - r(\tau)]d\tau + \sigma dW_\tau$$

donde  $\alpha$ ,  $\gamma$  y  $\sigma \geq 0$ .

$W_\tau$  es un movimiento Browniano que capta el impacto de sobresaltos aleatorios que afectan la estructura de plazos de las tasas de interés y  $\sigma$  es el coeficiente de difusión de la dinámica de la tasa corta. La componente estocástica  $\sigma dW_\tau$ , la cual tiene una varianza instantánea constante  $\sigma^2$ , hace que el proceso fluctúe, continuamente, alrededor del nivel de largo plazo  $\gamma$  en una forma errática.

El parámetro  $\alpha$  mide la velocidad de reversión a la media, es decir, la rapidez con que la tasa de interés de corto plazo tiende a regresar a su valor de largo plazo. Por su parte, el parámetro  $\gamma$  es el promedio a largo plazo de la tasa de interés a corto plazo, alrededor del cual se mueve  $r(\tau)$ . Cuando  $r(\tau)$  se aleja de  $\gamma$ , el valor esperado del cambio instantáneo en  $r(\tau)$ , igual a  $\alpha(\gamma - r(\tau))$ , es positivo si  $r(\tau) < \gamma$ . En este caso, la tasa a corto plazo tiende a incrementarse, aproximándose a la tasa promedio, con una intensidad que se incrementa con la distancia de ese promedio y con el valor del parámetro  $\alpha$  (velocidad de reversión a la media). Por el contrario, si  $r(\tau) > \gamma$ , entonces el valor esperado del cambio instantáneo en  $r(\tau)$  es negativo y  $r(\tau)$  disminuye a través del tiempo y tiende a  $\gamma$ . Esto quiere decir que  $r(\tau)$  podría ser negativa.

<sup>6</sup>Un proceso de difusión Ornstein-Uhlenbeck es algunas veces llamado caminata aleatoria elástica, el cual es un proceso de Markov con incrementos normalmente distribuidos. En contraste con la caminata aleatoria (el proceso de Wiener o movimiento Browniano), el cual es un proceso inestable que después de un largo tiempo diverge a valores infinitos, el proceso Ornstein-Uhlenbeck posee una distribución estacionaria.

La esperanza y varianza, condicionales, del proceso dado el nivel actual  $r(\tau)$  son, respectivamente:

$$E[r(T) | r(\tau)] = \gamma + (r(\tau) - \gamma) \exp(-\alpha(T - \tau))$$

$$Var[r(T) | r(\tau)] = \frac{\sigma^2}{2\alpha} (1 - \exp(-2\alpha(T - \tau)))$$

Usando que el precio de un bono cupón cero:

$$B(t, T) = \exp\left\{-E[r(T) | r(\tau)] + \frac{1}{2} Var[r(T) | r(\tau)]\right\}$$

Se tiene que:

$$B(\tau, T) = \exp\left\{\frac{1}{\alpha} (1 - \exp(-\alpha(T - \tau)))(R(\tau, \infty) - r) - R(\tau, \infty)(T - \tau) - \frac{\sigma^2}{4\alpha^3} (1 - \exp(-\alpha(T - \tau)))^2\right\}$$

donde:

$$R(\tau, \infty) = \gamma + \frac{\lambda\sigma}{\alpha} - \frac{\sigma^2}{2\alpha^2}$$

es la tasa a largo plazo y  $\lambda$  es una prima de riesgo, se asume que sea constante.

También se tiene que, la media  $\mu(r(\tau), \tau; T)$  y la desviación estándar  $\sigma(r(\tau), \tau; T)$  del rendimiento instantáneo de un bono cupón cero con vencimiento en T, satisfacen:

$$\mu(r(\tau), \tau; T) = r(\tau) + \frac{\lambda\sigma}{\alpha} (1 - \exp(-\alpha(T - \tau)))$$

$$\sigma(r(\tau), \tau; T) = \frac{\sigma}{\alpha} (1 - \exp(-\alpha(T - \tau)))$$

válidas para  $\tau \leq T$ . Se observa que entre más grande sea el plazo del bono, mayor es la varianza del rendimiento del bono. Para un plazo muy grande, es decir, cuando  $T \rightarrow \infty$ , la media y la desviación estándar de acercan a los límites:

$$\mu(r(\tau), \tau; \infty) = r(\tau) + \frac{\lambda\sigma}{\alpha}$$

$$\sigma(r(\tau), \tau; \infty) = \frac{\sigma}{\alpha}$$

La estructura de plazos  $R(\tau, T)$  de las tasas de interés es calculada mediante:

$$R(\tau, T) = -\frac{1}{T-\tau} \ln B(\tau, T)$$

De lo anterior, en este modelo la función cupón cero (estructura de plazos) está dada por:

$$R(\tau, T) = R(\tau, \infty) - (R(\tau, \infty) - r(\tau)) \left[ \frac{1 - \exp(-\alpha(T - \tau))}{\alpha(T - \tau)} \right] + \frac{\sigma^2}{\alpha^2} \left[ \frac{[1 - \exp(-\alpha(T - \tau))]^2}{4\alpha(T - \tau)} \right] \quad (3.6.1)$$

### 3.7 Modelo de Cox, Ingersoll y Ross (CIR)

En el modelo de Cox, Ingersoll y Ross (1985), también conocido como CIR, la tasa instantánea de interés evoluciona de acuerdo a la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dr(\tau) = \alpha[\gamma - r(\tau)]d\tau + \sigma\sqrt{r(\tau)}dW_\tau$$

Donde  $\alpha$ ,  $\gamma$  y  $\sigma \geq 0$ . A diferencia del modelo de Vasicek, donde el coeficiente del movimiento Browniano es  $\sigma$ , volatilidad de la tasa corta, y por lo tanto independiente de  $r(\tau)$ ; en el CIR es  $\sigma\sqrt{r(\tau)}$  y no genera tasas de interés negativas. Es importante observar que al considerar  $\sqrt{r(\tau)}$  en el término estocástico, el proceso de la tasa corta deja de tener una distribución normal. De hecho, en este caso, la distribución corresponde a una  $\chi^2$  no central. Este proceso presenta reversión a la media como en el modelo de Vasicek, pero la varianza es proporcional a  $\sigma^2 r(\tau)$  por unidad de tiempo. Esto significa que conforme la tasa de interés corta aumenta, la desviación estándar aumenta.

Si  $B(\tau, T)$  es el precio de un bono cupón cero que paga una unidad monetaria en  $T$ , en este caso se sigue que:

$$B(\tau, T) = E \left[ \exp \left\{ - \int_{\tau}^T r(s) ds \right\} \middle| A_{\tau} \right] = M(\tau, T) \exp \{ - N(\tau, T) r(\tau) \}$$

donde  $A_{\tau}$  es la información disponible y útil al tiempo  $\tau$ . Con:

$$M(\tau, T) = \left[ \frac{2s \exp\{(s + \alpha)(T - \tau)/2\}}{(s + \alpha) (\exp\{s(T - \tau)\} - 1) + 2s} \right]^{2\alpha\gamma/\sigma^2}, \quad N(\tau, T) = \frac{2(\exp\{s(T - \tau)\} - 1)}{(s + \alpha) (\exp\{s(T - \tau)\} - 1) + 2s}$$

y  $s = \sqrt{\alpha^2 + 2\sigma^2}$ . La estructura de plazos  $R(\tau, T)$  de las tasas de interés es calculada mediante:

$$R(\tau, T) = -\frac{1}{T - \tau} \ln M(\tau, T) + \frac{1}{T - \tau} N(\tau, T) r(\tau)$$

Por lo que en este caso la estructura de plazos satisface:

$$R(\tau, T) = -\frac{2\alpha\gamma}{\sigma^2(T - \tau)} \ln \left[ \frac{2s \exp\{(s + \alpha)(T - \tau)/2\}}{(s + \alpha) [\exp\{s(T - \tau)\} - 1] + 2s} \right] + \frac{1}{T - \tau} \left[ \frac{2 \exp\{s(T - \tau)\} - 1}{(s + \alpha) \exp\{s(T - \tau)\} - 1 + 2s} \right] r(\tau) \quad (3.7.1)$$

## Capítulo 4

### Aplicación de los métodos de Interpolación

Finalmente, se presenta en este capítulo una aplicación de los diversos métodos que se presentaron a un caso del mercado mexicano. En marzo de 1995, se empezó a calcular la TIE. El objetivo es dar a conocer una tasa de referencia que refleje las condiciones del Mercado de Dinero en moneda nacional. La TIE se puede considerar como la referencia más representativa; cuenta con varias ventajas adicionales: desde marzo de 1996 comenzó a ser determinada diariamente y en enero de 1997 se estableció también la TIE a 91 días; la cual se calcula el día hábil bancario inmediato siguiente a aquél en que se realicen las subastas de valores gubernamentales en el mercado primario.

Actualmente la TIE se utiliza como tasa de referencia para contratos múltiples, por ejemplo los *Interest Rate Swaps – IRS*, los cuales pueden establecerse con plazos máximos de hasta 10 años.

Para contratos IRS en México, el pago flotante se realiza con la tasa publicada por un proveedor de precios. En caso de que no se cuente con dicha información, se procede a interpolar, primero sobre la curva swap y a partir de ella se construye la Curva Cero IRS, para obtener el *fixing*<sup>7</sup> que se aplicará.

#### 4.1 Datos

Para realizar una aplicación de los métodos expuestos, se usarán las tasas de contratos IRS (*Interest Rate Swap*) sobre tasa TIE, para plazos desde  $3 \times 1$  (84 días) y hasta  $195 \times 1$  (5,460 días). La información corresponde al 23 de enero de 2012 emitida por una institución de banca múltiple y la tasa TIE a 28 días publicada por el Banco de México es 4.7725%.

| Plazo          | TIE IRS |
|----------------|---------|
| $3 \times 1$   | 4.7900% |
| $6 \times 1$   | 4.8000% |
| $9 \times 1$   | 4.8200% |
| $13 \times 1$  | 4.8500% |
| $26 \times 1$  | 4.9300% |
| $39 \times 1$  | 5.1300% |
| $52 \times 1$  | 5.3500% |
| $65 \times 1$  | 5.5500% |
| $91 \times 1$  | 5.9800% |
| $130 \times 1$ | 6.3900% |
| $195 \times 1$ | 7.1300% |

Tabla 4.1.1

Tasas para un contrato IRS - TIE. Curva correspondiente al 23/01/12

<sup>7</sup> Tasa a aplicar en la fecha de vencimiento.

Para evaluar un método de interpolación se considerará lo siguiente:

1. La curva generada debe pasar exactamente por los puntos iniciales (tasas de interés) que originalmente se utilizaron para generar la curva interpolada.
2. Se debe garantizar que la curva forward sea positiva (libre de arbitraje). La curva forward es positiva si y sólo si la función de capitalización es creciente, equivalentemente  $r(\tau)\tau$  es creciente.
3. La curva forward debe ser continua.

Adicionalmente, se pueden considerar los siguientes puntos:

4. Que el método sea local, es decir el cambio de un punto inicial no afecta los valores de la curva interpolada para otros puntos.
5. La curva forward es estable, cualquier cambio en los puntos iniciales se proyecta proporcionalmente en la curva forward.

## 4.2 Interpolación Lineal

La tasa TIIE a 28 días publicada por Banco de México es el primer nodo de la curva swap  $S$  y la tasa con plazo de 84 días de la tabla 4.1.1 se denota  $S_{3x1}$ , se toman ambos nodos para calcular por interpolación lineal:

$$S_{2x1} = \left[ \frac{56-28}{84-28} * (0.047900) \right] + \left[ \frac{84-56}{84-28} * (0.047725) \right] = 0.047813$$

De igual manera con  $S_{3x1}$  y  $S_{6x1}$  se calcula:

$$S_{4x1} = \left[ \frac{112-84}{168-84} * (0.048000) \right] + \left[ \frac{168-112}{168-84} * (0.047900) \right] = 0.047933$$

Una vez calculado  $S_{4x1}$ , se utiliza para la siguiente iteración en el proceso de interpolación:

$$S_{5x1} = \left[ \frac{140-112}{168-112} * (0.048000) \right] + \left[ \frac{168-140}{168-112} * (0.047933) \right] = 0.047967$$

Así se procede con todos los nodos intermedios a las tasas observadas. La curva swap obtenida por interpolación lineal se presenta en el Anexo 1.

Aplicando la fórmula (3.1.1) se calcula la curva forward:

$$f(56) = \frac{2(56) - 28}{84 - 28} * 0.047873 + \frac{84 - 2(56)}{84 - 28} * 0.047725 = 0.047947$$

$$f(84) = \frac{2(84) - 56}{112 - 56} * 0.047933 + \frac{112 - 2(84)}{112 - 56} * 0.047813 = 0.048054$$

...

$$f(196) = \frac{2(196) - 168}{224 - 168} * 0.048133 + \frac{224 - 2(196)}{224 - 168} * 0.048017 = 0.048483$$

La curva forward se presenta en el Anexo 2.

### 4.3 Interpolación Exponencial

La curva swap que se obtiene por interpolación exponencial es la siguiente:

$$S_{2x1} = (0.047900)^{\left[\frac{56-28}{84-28}\right]} * (0.047725)^{\left[\frac{84-56}{84-28}\right]} = 0.047812$$

Con  $S_{3x1}$  y  $S_{6x1}$  se obtiene:

$$S_{4x1} = (0.047987)^{\left[\frac{112-84}{168-84}\right]} * (0.047932)^{\left[\frac{168-112}{168-84}\right]} = 0.047951$$

Una vez calculado  $S_{4x1}$ , se utiliza para la siguiente iteración en el proceso de interpolación:

$$S_{5x1} = (0.047800)^{\left[\frac{140-112}{168-112}\right]} * (0.047900)^{\left[\frac{168-140}{168-112}\right]} = 0.047933$$

Así se procede con todos los nodos intermedios a las tasas observadas. La curva swap obtenida por interpolación exponencial se presenta en el Anexo 1.

Aplicando la fórmula (3.2.1) se calcula la curva forward:

$$f(56) = 0.047812 \left[ \frac{56}{84-28} \ln \frac{0.047873}{0.047725} + 1 \right] = 0.047960$$

$$f(84) = 0.047873 \left[ \frac{84}{112-56} \ln \frac{0.047933}{0.047812} + 1 \right] = 0.048054$$

...

$$f(196) = 0.048067 \left[ \frac{196}{224-168} \ln \frac{0.048133}{0.048017} + 1 \right] = 0.048475$$

#### 4.4 Splines Cúbicos

Interpolando por splines cúbicos, se tiene que para  $S_{2xI}$  se obtienen los coeficientes:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \hline 0.047725 & 3.8988 \times 10^{-6} & -1.0417 \times 10^{-8} & -6.0739 \times 10^{-11} \end{array}$$

Así, el polinomio correspondiente es:

$$S_{2xI} = 0.047725 + (3.8988 \times 10^{-6}) * (56 - 28) + (-1.0417 \times 10^{-8}) * (56 - 28)^2 + (-6.0739 \times 10^{-11}) * (56 - 28)^3$$

Para  $S_{4xI}$ , se obtienen los siguientes coeficientes:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \hline 0.047900 & 3.0655 \times 10^{-6} & -5.7150 \times 10^{-8} & 4.1463 \times 10^{-10} \end{array}$$

El polinomio correspondiente es:

$$S_{4xI} = 0.047900 + (3.0655 \times 10^{-6}) * (112 - 84) + (-5.7150 \times 10^{-8}) * (112 - 84)^2 + (4.1463 \times 10^{-10}) * (112 - 84)^3$$

Una vez calculado  $S_{4xI}$ , se utiliza para la siguiente iteración en el proceso de interpolación. Para  $S_{5xI}$ , se obtienen los siguientes coeficientes:

$$\begin{array}{cccc} a & b & c & d \\ \hline 0.047950 & 2.2411 \times 10^{-6} & -5.7178 \times 10^{-8} & 5.9039 \times 10^{-10} \end{array}$$

Y el polinomio correspondiente es:

$$S_{5,x1} = 0.047950 + (2.2411 \times 10^{-6}) * (140 - 112) + (-5.7178 \times 10^{-8}) * (140 - 112)^2 + (5.9039 \times 10^{-10}) * (140 - 112)^3$$

Así se procede con todos los nodos intermedios a las tasas observadas. La curva swap obtenida por splines cúbicos se presenta en el Anexo 1.

Aplicando la fórmula (3.3.1) se calcula la curva forward:

$$f(56) = 0.047725 + 3.8988 \times 10^{-6} (2(56) - 28) - 1.0417 \times 10^{-8} (56 - 28)(3(56) - 28) - 6.0739 \times 10^{-11} (56 - 28)^2 (4(56) - 28)$$

$$f(84) = 0.047825 + 2.1607 \times 10^{-6} (2(84) - 56) - 8.4122 \times 10^{-9} (84 - 56)(3(84) - 56) + 1.7563 \times 10^{-10} (84 - 56)^2 (4(84) - 56)$$

...

$$f(196) = 0.048017 + 2.5244 \times 10^{-7} (2(196) - 168) + 6.7654 \times 10^{-8} (196 - 168)(3(196) - 168) - 5.0375 \times 10^{-10} (196 - 168)^2 (4(196) - 168)$$

## 4.5 Modelo de Nelson-Siegel

Se utilizan las tasas de contratos TIEE de mercado para estimar los parámetros del modelo de Nelson – Siegel. El objetivo es minimizar el error cuadrático medio entre tasas estimadas y observadas en el mercado.

| Plazo   | Días | Observada<br>23/01/12 | Estimado | Error cuadrático         |
|---------|------|-----------------------|----------|--------------------------|
| 3 × 1   | 84   | 4.7900%               | 4.7891%  | $7.3080 \times 10^{-11}$ |
| 6 × 1   | 168  | 4.8000%               | 4.7961%  | $1.5349 \times 10^{-09}$ |
| 9 × 1   | 252  | 4.8200%               | 4.8086%  | $1.2893 \times 10^{-08}$ |
| 13 × 1  | 364  | 4.8500%               | 4.8331%  | $2.8475 \times 10^{-08}$ |
| 26 × 1  | 728  | 4.9300%               | 4.9600%  | $9.0009 \times 10^{-08}$ |
| 39 × 1  | 1092 | 5.1300%               | 5.1345%  | $1.9936 \times 10^{-09}$ |
| 52 × 1  | 1456 | 5.3500%               | 5.3331%  | $2.8428 \times 10^{-08}$ |
| 65 × 1  | 1820 | 5.5500%               | 5.5406%  | $8.9196 \times 10^{-09}$ |
| 91 × 1  | 2548 | 5.9800%               | 5.9456%  | $1.1847 \times 10^{-07}$ |
| 130 × 1 | 3640 | 6.3900%               | 6.4704%  | $6.4574 \times 10^{-07}$ |
| 195 × 1 | 5460 | 7.1300%               | 7.0926%  | $1.3968 \times 10^{-07}$ |

Tabla 4.5.1

Tasas estimadas por el modelo de Nelson – Siegel.

En este caso los parámetros son:

$$\beta_0 = 0.08780, \beta_1 = -0.03992, \beta_2 = -0.04068 \text{ y } \lambda_1 = 3.28327$$

Y el error cuadrático medio es  $9.7838 \times 10^{-08}$ .

El parámetro  $\beta_0$ , acota el valor de las tasas a largo plazo, donde los valores que se toman del mercado quedan por debajo de este valor. En el caso de  $\beta_0 + \beta_1 = 0.04789$ , determina el valor inicial cuando  $\tau = 0$ , para la estimación de Nelson –Siegel. Además, como el parámetro de curvatura  $\beta_2 < 0$ , se tiene una curva convexa.

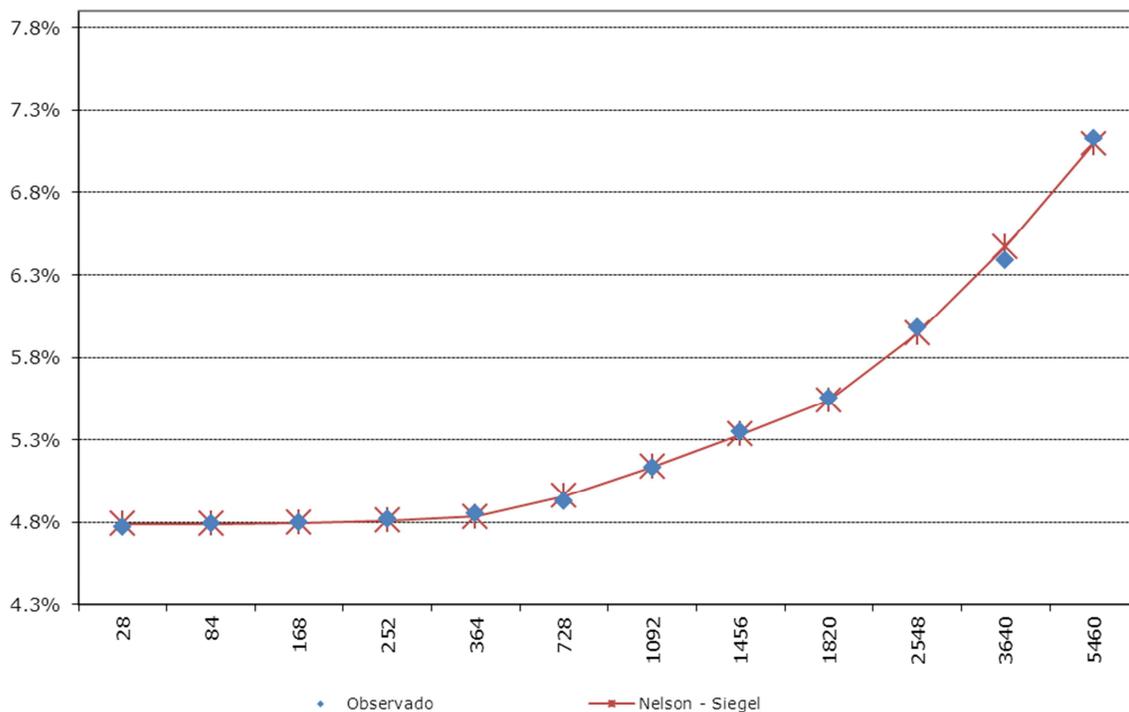


Figura 4.5.2 Estimación de tasas swap para el modelo de Nelson - Siegel.

Una vez conocidos los parámetros, es posible estimar cualquier nodo de la curva forward sin necesidad de tener un punto anterior y uno posterior en la curva. Así, usando la fórmula (3.4.1), tenemos que:

$$f(56) = 0.08780 - 0.03992 * e^{-\frac{56}{3.2833}} - 0.04068 * \frac{56}{3.2833} * e^{-\frac{56}{3.2833}} = 0.047878$$

$$f(84) = 0.08780 - 0.03992 * e^{-\frac{84}{3.2833}} - 0.04068 * \frac{84}{3.2833} * e^{-\frac{84}{3.2833}} = 0.047894$$

...

$$f(196) = 0.08780 - 0.03992 * e^{-\frac{196}{3.2833}} - 0.04068 * \frac{196}{3.2833} * e^{-\frac{196}{3.2833}} = 0.048158$$

#### 4.6 Modelo de Svensson

| Plazo   | Días | Observada<br>23/01/12 | Estimado | Error cuadrático         |
|---------|------|-----------------------|----------|--------------------------|
| 3 × 1   | 84   | 4.7900%               | 4.7844%  | $3.1833 \times 10^{-09}$ |
| 6 × 1   | 168  | 4.8000%               | 4.7969%  | $9.4120 \times 10^{-10}$ |
| 9 × 1   | 252  | 4.8200%               | 4.8135%  | $4.2312 \times 10^{-09}$ |
| 13 × 1  | 364  | 4.8500%               | 4.8413%  | $7.6015 \times 10^{-09}$ |
| 26 × 1  | 728  | 4.9300%               | 4.9690%  | $1.5186 \times 10^{-07}$ |
| 39 × 1  | 1092 | 5.1300%               | 5.1379%  | $6.3135 \times 10^{-09}$ |
| 52 × 1  | 1456 | 5.3500%               | 5.3308%  | $3.6710 \times 10^{-08}$ |
| 65 × 1  | 1820 | 5.5500%               | 5.5344%  | $2.4451 \times 10^{-08}$ |
| 91 × 1  | 2548 | 5.9800%               | 5.9380%  | $1.7677 \times 10^{-07}$ |
| 130 × 1 | 3640 | 6.3900%               | 6.4687%  | $6.1976 \times 10^{-07}$ |
| 195 × 1 | 5460 | 7.1300%               | 7.0990%  | $9.6378 \times 10^{-08}$ |

Tabla 4.6.1 Tasas estimadas por el modelo de Svensson.

Los parámetros que minimizan el error cuadrático medio son los siguientes:

$$\beta_0 = 0.08756, \beta_1 = -0.03980, \beta_2 = -0.99386, \beta_3 = 0.94584, \lambda_1 = 2.64676 \text{ y } \lambda_2 = 2.62018$$

Y el error cuadrático medio es  $1.0256 \times 10^{-07}$ .

Las tasas a largo plazo están acotadas por el valor del parámetro  $\beta_0$ , y la suma  $\beta_0 + \beta_1 = 0.04776$ , que determina el valor inicial cuando  $\tau = 0$ , es muy cercana a la que se obtuvo por Nelson – Siegel. El parámetro de curvatura  $\beta_2 < 0$ , se tiene una curva convexa., pero a diferencia del obtenido para Nelson – Siegel, el valor absoluto del parámetro es muy cercano a 1.

La curva estimada por Nelson – Siegel tiene un error cuadrático medio de  $9.7838 \times 10^{-08}$  y la calculada por el modelo de Svensson es ligeramente mayor,  $1.0256 \times 10^{-07}$ ; por lo que en este caso se logra un mejor ajuste con el primer método, utilizando menos parámetros (el modelo es más parsimonioso).

Evaluando en (3.5.1), se calcula la curva forward:

$$f(56) = 0.08756 - 0.03980 * e^{-\frac{56}{2.6467}} - 0.99386 * \frac{56}{2.6467} * e^{-\frac{56}{2.6467}} + 0.94584 * \frac{56}{2.6202} * e^{-\frac{56}{2.6202}} = 0.04781$$

$$f(84) = 0.08756 - 0.03980 * e^{-\frac{84}{2.6467}} - 0.99386 * \frac{84}{2.6467} * e^{-\frac{84}{2.6467}} + 0.94584 * \frac{84}{2.6202} * e^{-\frac{84}{2.6202}} = 0.047871$$

...

$$f(196) = 0.08756 - 0.03980 * e^{-\frac{196}{2.6467}} - 0.99386 * \frac{196}{2.6467} * e^{-\frac{196}{2.6467}} + 0.94584 * \frac{196}{2.6202} * e^{-\frac{196}{2.6202}} = 0.048262$$

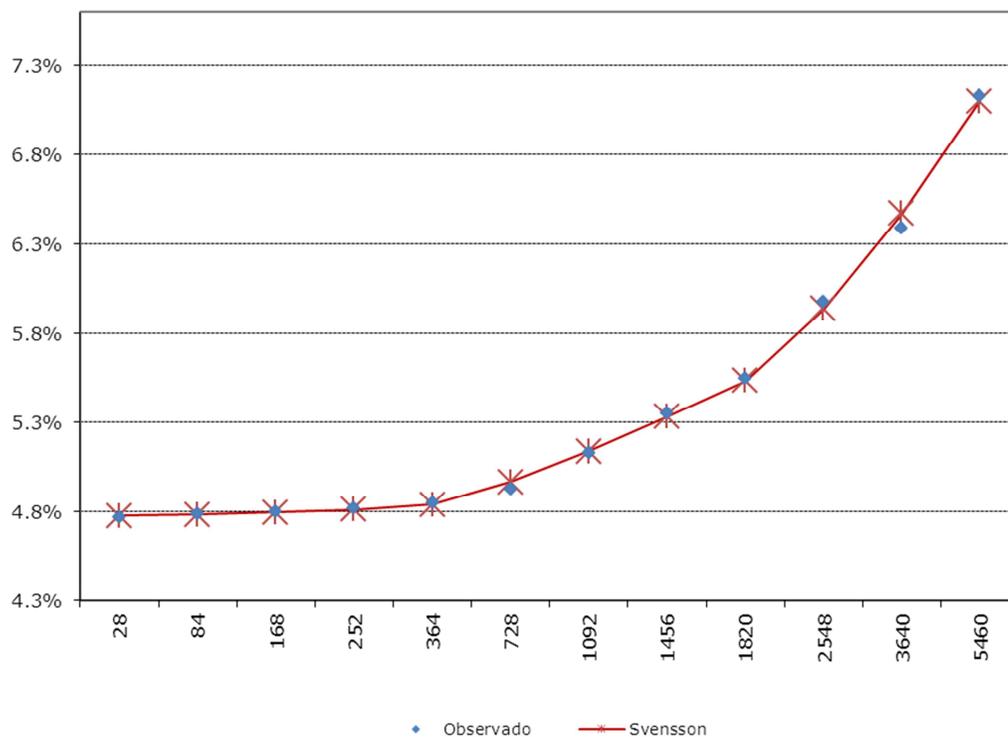


Figura 4.6.2 Estimación de tasas swap para el modelo de Svensson.

## 4.7 Modelo de Vasicek

Aplicando el modelo de Vasicek se obtienen las siguientes tasas estimadas:

| Plazo   | Días | Observada<br>23/01/12 | Estimado | Error cuadrático         |
|---------|------|-----------------------|----------|--------------------------|
| 3 × 1   | 84   | 4.7900%               | 4.1511%  | $4.0821 \times 10^{-05}$ |
| 6 × 1   | 168  | 4.8000%               | 4.8119%  | $1.4141 \times 10^{-08}$ |
| 9 × 1   | 252  | 4.8200%               | 4.7835%  | $1.3338 \times 10^{-07}$ |
| 13 × 1  | 364  | 4.8500%               | 4.7598%  | $8.1307 \times 10^{-07}$ |
| 26 × 1  | 728  | 4.9300%               | 5.3853%  | $2.0731 \times 10^{-05}$ |
| 39 × 1  | 1092 | 5.1300%               | 5.4343%  | $9.2621 \times 10^{-06}$ |
| 52 × 1  | 1456 | 5.3500%               | 5.3999%  | $2.4921 \times 10^{-07}$ |
| 65 × 1  | 1820 | 5.5500%               | 5.3598%  | $3.6158 \times 10^{-06}$ |
| 91 × 1  | 2548 | 5.9800%               | 5.7077%  | $7.4145 \times 10^{-06}$ |
| 130 × 1 | 3640 | 6.3900%               | 6.2944%  | $9.1303 \times 10^{-07}$ |
| 195 × 1 | 5460 | 7.1300%               | 7.2340%  | $1.0826 \times 10^{-06}$ |

Tabla 4.7.1 Tasas estimadas por el modelo de Vasicek.

Para obtener los parámetros del modelo se minimizó la suma del error cuadrático medio entre  $B(\tau, T)$ , definido en 3.6, para cada una de las tasas estimadas y el precio del bono cupón cero de las tasas observadas.

$$\min_{\alpha, \gamma, \sigma} \sum_{\tau} (B_{\tau} - p_{\tau})^2$$

Los parámetros son:

$$\alpha = 1.52716, \quad \gamma = 0.04949, \quad \sigma = 0.1 \quad \text{y} \quad \lambda = 0$$

El error cuadrático medio es  $7.7318 \times 10^{-06}$ , entre las tasas estimadas y las observadas. Cuando la tasa corta está por debajo de  $\gamma$ , ésta es forzada a moverse, en promedio, hacia arriba al nivel  $\gamma$ .

Comparando con el método de Nelson – Siegel, las tasas estimadas no son deseables, en el primero el error cuadrático medio fue de  $9.7838 \times 10^{-08}$ , mientras que en el modelo de Vasicek es mayor,  $7.7318 \times 10^{-06}$ . Aunque la estimación por el modelo de Vasicek ajusta para algunos periodos en la curva, existen casos que arroja valores lejanos a los observados en el mercado, presentándose una mayor diferencia en el corto plazo.

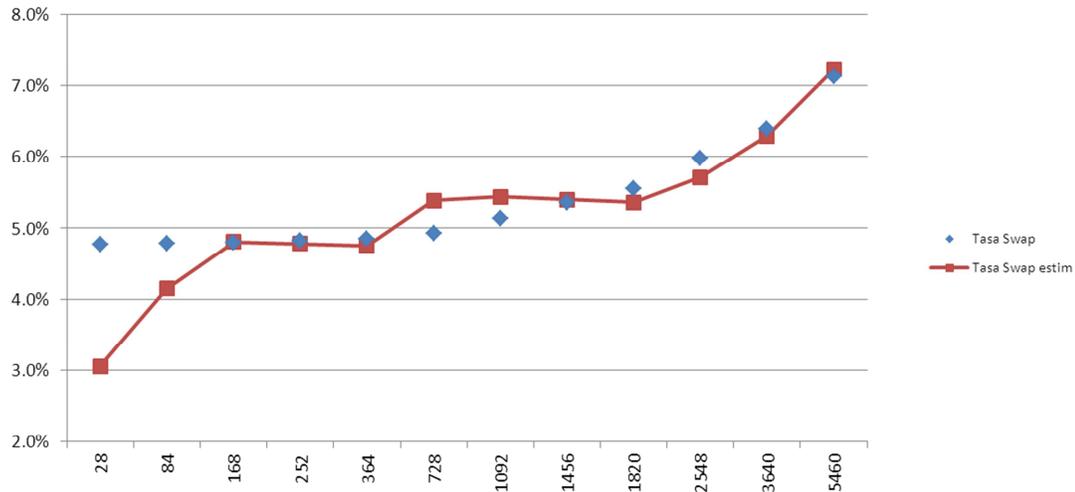


Figura 4.7.2 Estimación de tasas swap para el modelo de Vasicek.

## 4.8 Modelo de Cox, Ingersoll y Ross (CIR)

Aplicando el modelo CIR se obtienen las siguientes tasas estimadas:

| Plazo   | Días | Observada<br>23/01/12 | Estimado | Error cuadrático         |
|---------|------|-----------------------|----------|--------------------------|
| 3 x 1   | 84   | 4.7900%               | 4.1515%  | $4.0768 \times 10^{-05}$ |
| 6 x 1   | 168  | 4.8000%               | 4.8114%  | $1.2991 \times 10^{-08}$ |
| 9 x 1   | 252  | 4.8200%               | 4.7826%  | $1.3999 \times 10^{-07}$ |
| 13 x 1  | 364  | 4.8500%               | 4.7589%  | $8.3040 \times 10^{-07}$ |
| 26 x 1  | 728  | 4.9300%               | 5.3850%  | $2.0705 \times 10^{-05}$ |
| 39 x 1  | 1092 | 5.1300%               | 5.4345%  | $9.2712 \times 10^{-06}$ |
| 52 x 1  | 1456 | 5.3500%               | 5.4002%  | $2.5163 \times 10^{-07}$ |
| 65 x 1  | 1820 | 5.5500%               | 5.3601%  | $3.6074 \times 10^{-06}$ |
| 91 x 1  | 2548 | 5.9800%               | 5.7078%  | $7.4077 \times 10^{-06}$ |
| 130 x 1 | 3640 | 6.3900%               | 6.2945%  | $9.1291 \times 10^{-07}$ |
| 195 x 1 | 5460 | 7.1300%               | 7.2339%  | $1.0800 \times 10^{-06}$ |

Tabla 4.8.1 Tasas estimadas por el modelo CIR.

Para obtener los parámetros del modelo se minimizó la suma del error cuadrático medio entre  $B(\tau, T)$ , definido en 3.7, para cada una de las tasas estimadas y el precio del bono cupón cero de las tasas observadas.

Los parámetros son:

$$\alpha = 1.52315, \gamma = 0.04734 \text{ y } \sigma = 0.00107$$

En este caso el error cuadrático medio es  $7.7260 \times 10^{-06}$ , entre las tasas estimadas y las observadas, es mayor al obtenido en el método de Nelson – Siegel.

La estimación ajusta en algunos periodos de la curva, sin embargo en el corto plazo no presenta un buen ajuste a los valores observados en el mercado.

| Nelson - Siegel          | Vasicek                  | CIR                      |
|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| $9.7838 \times 10^{-08}$ | $7.7318 \times 10^{-06}$ | $7.7260 \times 10^{-06}$ |

Tabla 4.8.2 Comparativo de Error cuadrático medio.

Dados los pobres resultados de los modelos de Vasicek y CIR, fueron descartados y no se considerarán en adelante para la comparación de la curva forward.

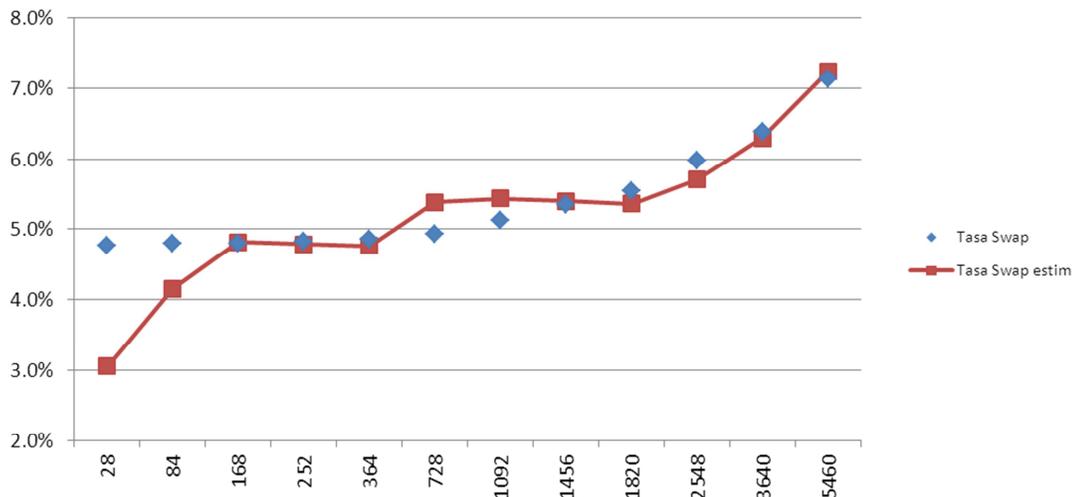


Figura 4.8.2 Estimación de tasas swap para el modelo de CIR.

## 4.9 Análisis de la Curva Forward

Para elegir el método de interpolación, a continuación se hará un análisis de la curva forward y su comportamiento a largo plazo. La importancia de evaluar la curva forward, radica en que, a partir de esta se proyectan los flujos de efectivo en un contrato swap.

A partir de la curva swap estimada por cada uno de los métodos expuestos se procedió a generar la curva forward correspondiente. Las curvas completas se incluyen en el Anexo 3 y se denotan F1, F2, F3, F4 y F5 para la interpolación lineal, exponencial, por splines cúbicos, método de Nelson – Siegel y Svensson, respectivamente. También se calcularon las curvas cupón cero correspondientes, las cuales se incluye en el Anexo 2.

Para la curva utilizada los modelos de Vasicek y CIR, presentaron estimaciones poco favorables en algunos intervalos de la curva, principalmente en el corto plazo. Por lo tanto no se considerarán para el análisis de la curva forward.

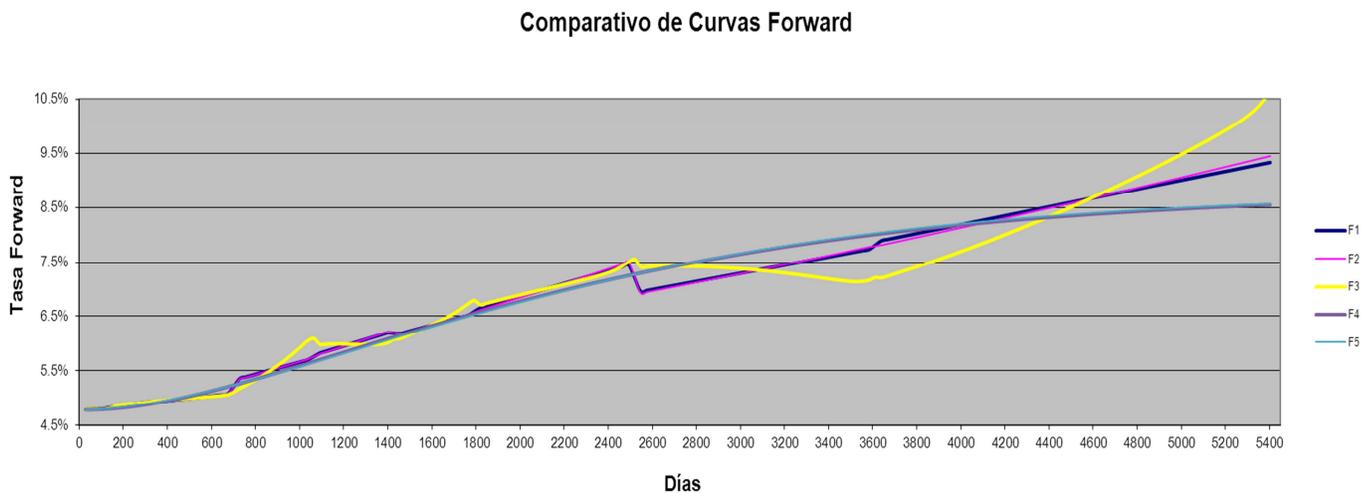


Figura 4.9.1 Comparativo Curvas Forward.

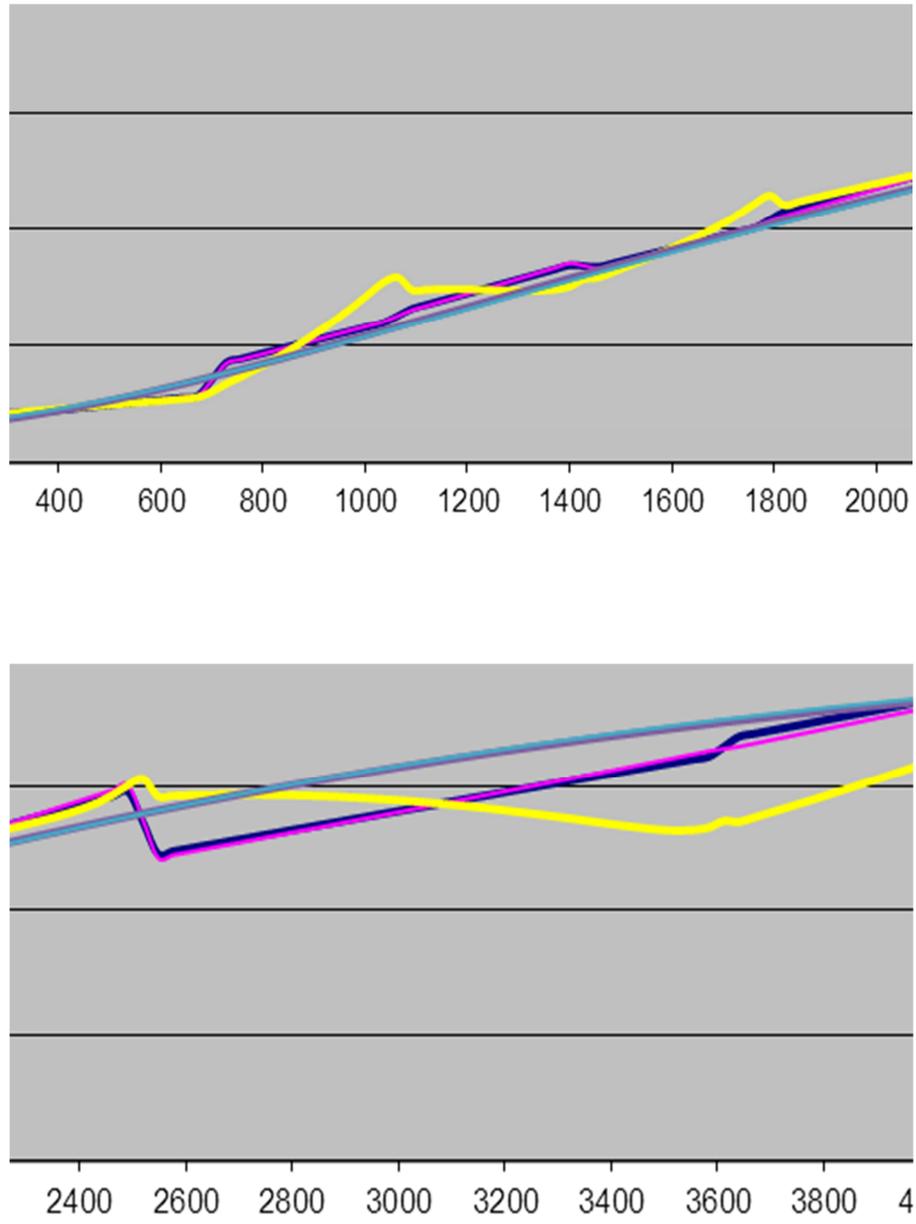


Figura 4.9.2 Acercamiento a las Curvas Forward.

### Curvas Forward Nelson - Siegel y Svensson

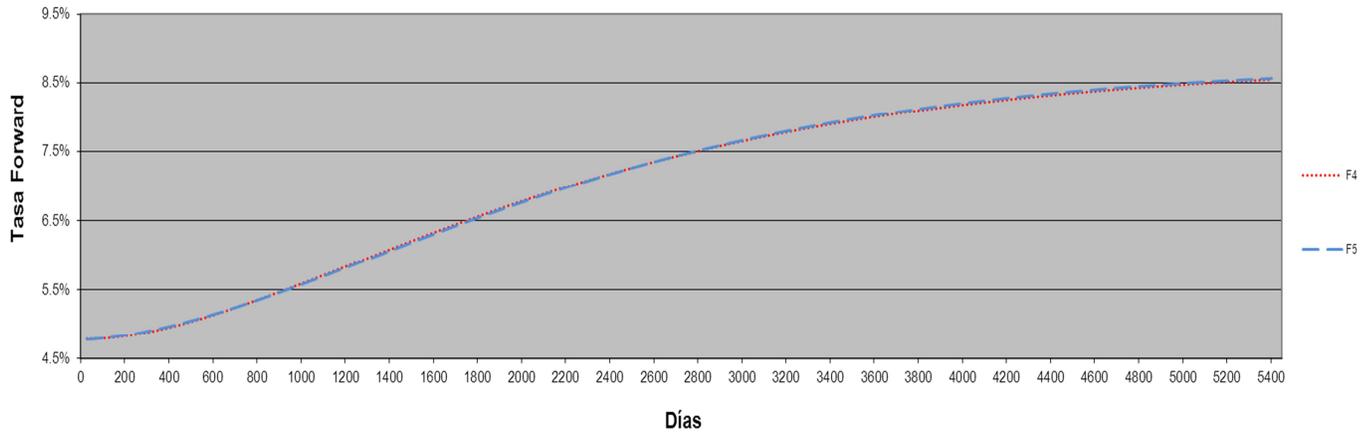


Figura 4.9.3 Curvas Forward en los modelos de Nelson – Siegel y Svensson

De las figuras 4.9.1, 4.9.2 y 4.9.3 se observa que:

- i) La curva forward correspondiente a la curva swap interpolada por splines cúbicos, presenta un mayor número de cambios decrecientes. Los cuales se observan para los plazos entre 1036 y 1372 días, 1764 días y de 2492 a 3584 días la curva es decreciente, quedando significativamente por debajo de las curvas correspondientes a los otros métodos.
- ii) Las curvas correspondientes a los métodos lineal y exponencial, tienen dos cambios importantes, el primero para los plazos entre 672 días y 756 días, aunque en este caso las curvas siguen un comportamiento creciente, hay un cambio significativo en la pendiente de las curvas. El segundo cambio es decreciente y se observa para los plazos entre 2464 y 2576 días.
- iii) Para las curvas correspondientes a los modelos de Nelson – Siegel y Svensson, son más suaves que las obtenidas en los otros métodos y no presentan distorsiones.

## Conclusiones

Los *Interest Rate Swap* (IRS) son instrumentos que ayudan a los participantes a administrar de mejor manera la exposición que tienen ante fluctuaciones de tasas de interés. En años recientes, el volumen de negociación de los swaps de tasas de interés ha mostrado un importante crecimiento, ubicándose entre los contratos derivados que actualmente gozan de mayor aceptación a nivel internacional.

Este tipo de swaps han podido convertirse en indicadores eficientes que, además de su elevada liquidez y disponibilidad de plazos presentan importantes ventajas:

- i) Las contrapartes obtienen condiciones de crédito más favorables que las que podrían encontrar directamente en el mercado, conocido como principio de ventaja comparativa.
- ii) Al ser contratos negociados OTC (*Over The Counter*), generan estructuras de financiamiento a la medida, adaptando los esquemas de pago a las necesidades específicas que requieran las contrapartes.
- iii) Pueden ser utilizados como instrumentos de cobertura, reduciendo el riesgo por fluctuaciones en las tasas de interés.

En el mercado mexicano de derivados, los contratos IRS – TIE tienen altos niveles de negociación, utilizan la tasa de fondeo bancario, ya que es la que refleja las condiciones del mercado de dinero mexicano.

En contratos IRS - TIE, cuando se fija una fecha de pago para la cual no existe una tasa en el mercado, es necesario completar la curva swap para calcular las tasas requeridas. En este caso, para un IRS – TIE, se consideraron distintos métodos para estimar las curvas swap y forward.

Si bien, las curvas swap que se obtienen por los métodos lineal, exponencial y por splines cúbicos, por construcción, pasan exactamente por las tasas observadas; el comportamiento de sus respectivas curvas forward no es favorable, ya que no garantizan tasas forward positivas.

Las curvas forward que se obtienen al interpolar por los métodos lineal y exponencial presentan un comportamiento similar entre ellas, siendo poco favorable, con saltos abruptos para los años: tres, cinco, siete y diez, que dan oportunidad de arbitraje. Ambos métodos arrojan curvas no continuas.

La interpolación por splines cúbicos, por construcción es un método local, ya que se buscan los coeficientes del polinomio por intervalos. La curva forward es suave, sin embargo es demasiado convexa entre los puntos que son más distantes entre sí, en este caso para periodos mayores a un año, por ejemplo a partir de la tasa para un contrato  $65 \times 1$  (5 años).

También se presentaron los modelos de Vasicek y CIR (Cox, Ingersoll y Ross), pero las curvas swap generadas presentaron diferencias importantes de ajuste, principalmente en el corto plazo. Por lo que no fueron considerados en el análisis de la curva forward.

En cambio, la curva forward obtenida por el modelo de Nelson – Siegel, es suave, creciente, no presenta saltos y al estar acotada por la asíntota  $\beta_0 > 0$ , garantiza tasas positivas. También se utilizó el modelo de Svensson, en el cual los resultados, comparados con Nelson – Siegel, no cambiaron significativamente, sin embargo fue necesario estimar dos parámetros adicionales. Por lo tanto, para el IRS - TIEE utilizado en este trabajo, el método que presenta mejores resultados es el modelo de Nelson – Siegel.

Debido a problemas financieros causados en años recientes por instrumentos derivados, se pone en duda su utilización. Sin embargo, la correcta aplicación puede ayudar a los mercados para ser más estables y a los portafolios más eficientes, siempre y cuando exista una adecuada administración de riesgos financieros.

La importancia de encontrar un método adecuado para estimar la curva swap, es tener un fundamento técnico en los contratos que se negocian en el mercado de derivados, dándoles veracidad y confianza tanto a las participantes como a los reguladores. Es importante que ambas partes conozcan estos productos y busquen su uso como instrumentos de cobertura y no de especulación. Ya que como se ha visto en años recientes, la especulación con derivados ha traído importantes pérdidas financieras para bancos y empresas de distintos sectores económicos.

# Anexo 1

## Curva Swap

| Plazo en días | S1             | S2             | S3             | S4     | S5     | Plazo en días | S1             | S2             | S3             | S4     | S5     |
|---------------|----------------|----------------|----------------|--------|--------|---------------|----------------|----------------|----------------|--------|--------|
| 56            | 4.7813%        | 4.7812%        | 4.7825%        | 4.788% | 4.781% | 1680          | 5.4731%        | 5.4722%        | 5.4651%        | 5.460% | 5.456% |
| <b>84</b>     | <b>4.7900%</b> | <b>4.7900%</b> | <b>4.7900%</b> | 4.789% | 4.784% | 1708          | 5.4885%        | 5.4877%        | 5.4812%        | 5.476% | 5.471% |
| 112           | 4.7933%        | 4.7933%        | 4.7950%        | 4.791% | 4.788% | 1736          | 5.5038%        | 5.5032%        | 5.4977%        | 5.493% | 5.487% |
| 140           | 4.7967%        | 4.7967%        | 4.7981%        | 4.793% | 4.792% | 1764          | 5.5192%        | 5.5188%        | 5.5147%        | 5.509% | 5.503% |
| <b>168</b>    | <b>4.8000%</b> | <b>4.8000%</b> | <b>4.8000%</b> | 4.796% | 4.797% | 1792          | 5.5346%        | 5.5344%        | 5.5325%        | 5.525% | 5.519% |
| 196           | 4.8067%        | 4.8067%        | 4.8049%        | 4.800% | 4.802% | <b>1820</b>   | <b>5.5500%</b> | <b>5.5500%</b> | <b>5.5500%</b> | 5.541% | 5.534% |
| 224           | 4.8133%        | 4.8133%        | 4.8119%        | 4.804% | 4.808% | 1848          | 5.5665%        | 5.5660%        | 5.5675%        | 5.557% | 5.550% |
| <b>252</b>    | <b>4.8200%</b> | <b>4.8200%</b> | <b>4.8200%</b> | 4.809% | 4.813% | 1876          | 5.5831%        | 5.5819%        | 5.5848%        | 5.573% | 5.566% |
| 280           | 4.8275%        | 4.8275%        | 4.8279%        | 4.814% | 4.820% | 1904          | 5.5996%        | 5.5980%        | 5.6021%        | 5.589% | 5.582% |
| 308           | 4.8350%        | 4.8350%        | 4.8354%        | 4.820% | 4.827% | 1932          | 5.6162%        | 5.6141%        | 5.6193%        | 5.604% | 5.598% |
| 336           | 4.8425%        | 4.8425%        | 4.8427%        | 4.826% | 4.834% | 1960          | 5.6327%        | 5.6302%        | 5.6365%        | 5.620% | 5.613% |
| <b>364</b>    | <b>4.8500%</b> | <b>4.8500%</b> | <b>4.8500%</b> | 4.833% | 4.841% | 1988          | 5.6492%        | 5.6464%        | 5.6535%        | 5.636% | 5.629% |
| 392           | 4.8562%        | 4.8561%        | 4.8572%        | 4.840% | 4.849% | 2016          | 5.6658%        | 5.6626%        | 5.6705%        | 5.652% | 5.645% |
| 420           | 4.8623%        | 4.8622%        | 4.8641%        | 4.848% | 4.857% | 2044          | 5.6823%        | 5.6789%        | 5.6873%        | 5.668% | 5.661% |
| 448           | 4.8685%        | 4.8683%        | 4.8709%        | 4.857% | 4.866% | 2072          | 5.6988%        | 5.6952%        | 5.7041%        | 5.684% | 5.676% |
| 476           | 4.8746%        | 4.8745%        | 4.8775%        | 4.865% | 4.875% | 2100          | 5.7154%        | 5.7116%        | 5.7208%        | 5.700% | 5.692% |
| 504           | 4.8808%        | 4.8806%        | 4.8839%        | 4.874% | 4.884% | 2128          | 5.7319%        | 5.7280%        | 5.7374%        | 5.715% | 5.708% |
| 532           | 4.8869%        | 4.8868%        | 4.8902%        | 4.884% | 4.894% | 2156          | 5.7485%        | 5.7445%        | 5.7540%        | 5.731% | 5.723% |
| 560           | 4.8931%        | 4.8929%        | 4.8962%        | 4.894% | 4.904% | 2184          | 5.7650%        | 5.7610%        | 5.7704%        | 5.747% | 5.739% |
| 588           | 4.8992%        | 4.8991%        | 4.9021%        | 4.904% | 4.914% | 2212          | 5.7815%        | 5.7775%        | 5.7868%        | 5.762% | 5.754% |
| 616           | 4.9054%        | 4.9052%        | 4.9079%        | 4.915% | 4.924% | 2240          | 5.7981%        | 5.7942%        | 5.8031%        | 5.778% | 5.770% |
| 644           | 4.9115%        | 4.9114%        | 4.9135%        | 4.925% | 4.935% | 2268          | 5.8146%        | 5.8108%        | 5.8193%        | 5.793% | 5.786% |
| 672           | 4.9177%        | 4.9176%        | 4.9191%        | 4.937% | 4.946% | 2296          | 5.8312%        | 5.8275%        | 5.8355%        | 5.809% | 5.801% |
| 700           | 4.9238%        | 4.9238%        | 4.9246%        | 4.948% | 4.957% | 2324          | 5.8477%        | 5.8443%        | 5.8515%        | 5.824% | 5.816% |
| <b>728</b>    | <b>4.9300%</b> | <b>4.9300%</b> | <b>4.9300%</b> | 4.960% | 4.969% | 2352          | 5.8642%        | 5.8611%        | 5.8676%        | 5.840% | 5.832% |
| 756           | 4.9454%        | 4.9451%        | 4.9369%        | 4.972% | 4.981% | 2380          | 5.8808%        | 5.8779%        | 5.8835%        | 5.855% | 5.847% |
| 784           | 4.9608%        | 4.9603%        | 4.9452%        | 4.984% | 4.993% | 2408          | 5.8973%        | 5.8948%        | 5.8994%        | 5.870% | 5.862% |
| 812           | 4.9762%        | 4.9755%        | 4.9550%        | 4.997% | 5.005% | 2436          | 5.9138%        | 5.9117%        | 5.9154%        | 5.885% | 5.878% |
| 840           | 4.9915%        | 4.9907%        | 4.9661%        | 5.010% | 5.017% | 2464          | 5.9304%        | 5.9287%        | 5.9313%        | 5.901% | 5.893% |
| 868           | 5.0069%        | 5.0060%        | 4.9788%        | 5.023% | 5.030% | 2492          | 5.9469%        | 5.9458%        | 5.9474%        | 5.916% | 5.908% |
| 896           | 5.0223%        | 5.0213%        | 4.9928%        | 5.036% | 5.043% | 2520          | 5.9635%        | 5.9629%        | 5.9639%        | 5.931% | 5.923% |
| 924           | 5.0377%        | 5.0367%        | 5.0083%        | 5.050% | 5.056% | <b>2548</b>   | <b>5.9800%</b> | <b>5.9800%</b> | <b>5.9800%</b> | 5.946% | 5.938% |
| 952           | 5.0531%        | 5.0521%        | 5.0251%        | 5.063% | 5.069% | 2576          | 5.9905%        | 5.9902%        | 5.9958%        | 5.960% | 5.953% |
| 980           | 5.0685%        | 5.0676%        | 5.0434%        | 5.077% | 5.083% | 2604          | 6.0010%        | 6.0004%        | 6.0114%        | 5.975% | 5.968% |
| 1008          | 5.0838%        | 5.0831%        | 5.0630%        | 5.091% | 5.096% | 2632          | 6.0115%        | 6.0106%        | 6.0267%        | 5.990% | 5.983% |
| 1036          | 5.0992%        | 5.0987%        | 5.0842%        | 5.106% | 5.110% | 2660          | 6.0221%        | 6.0208%        | 6.0417%        | 6.005% | 5.997% |
| 1064          | 5.1146%        | 5.1143%        | 5.1070%        | 5.120% | 5.124% | 2688          | 6.0326%        | 6.0311%        | 6.0564%        | 6.019% | 6.012% |
| <b>1092</b>   | <b>5.1300%</b> | <b>5.1300%</b> | <b>5.1300%</b> | 5.134% | 5.138% | 2716          | 6.0431%        | 6.0413%        | 6.0708%        | 6.034% | 6.027% |
| 1120          | 5.1469%        | 5.1466%        | 5.1520%        | 5.149% | 5.152% | 2744          | 6.0536%        | 6.0516%        | 6.0849%        | 6.048% | 6.041% |
| 1148          | 5.1638%        | 5.1632%        | 5.1731%        | 5.164% | 5.166% | 2772          | 6.0641%        | 6.0619%        | 6.0987%        | 6.063% | 6.056% |
| 1176          | 5.1808%        | 5.1800%        | 5.1933%        | 5.179% | 5.181% | 2800          | 6.0746%        | 6.0722%        | 6.1123%        | 6.077% | 6.070% |
| 1204          | 5.1977%        | 5.1967%        | 5.2126%        | 5.194% | 5.195% | 2828          | 6.0851%        | 6.0826%        | 6.1255%        | 6.091% | 6.085% |
| 1232          | 5.2146%        | 5.2135%        | 5.2310%        | 5.209% | 5.210% | 2856          | 6.0956%        | 6.0929%        | 6.1385%        | 6.105% | 6.099% |
| 1260          | 5.2315%        | 5.2304%        | 5.2485%        | 5.224% | 5.225% | 2884          | 6.1062%        | 6.1033%        | 6.1512%        | 6.119% | 6.113% |
| 1288          | 5.2485%        | 5.2473%        | 5.2652%        | 5.240% | 5.240% | 2912          | 6.1167%        | 6.1137%        | 6.1636%        | 6.133% | 6.127% |
| 1316          | 5.2654%        | 5.2643%        | 5.2810%        | 5.255% | 5.255% | 2940          | 6.1272%        | 6.1241%        | 6.1757%        | 6.147% | 6.141% |
| 1344          | 5.2823%        | 5.2813%        | 5.2960%        | 5.270% | 5.270% | 2968          | 6.1377%        | 6.1345%        | 6.1876%        | 6.161% | 6.155% |
| 1372          | 5.2992%        | 5.2984%        | 5.3102%        | 5.286% | 5.285% | 2996          | 6.1482%        | 6.1449%        | 6.1991%        | 6.175% | 6.169% |
| 1400          | 5.3162%        | 5.3155%        | 5.3239%        | 5.302% | 5.300% | 3024          | 6.1587%        | 6.1554%        | 6.2104%        | 6.189% | 6.183% |
| 1428          | 5.3331%        | 5.3327%        | 5.3372%        | 5.317% | 5.315% | 3052          | 6.1692%        | 6.1659%        | 6.2214%        | 6.202% | 6.197% |
| <b>1456</b>   | <b>5.3500%</b> | <b>5.3500%</b> | <b>5.3500%</b> | 5.333% | 5.331% | 3080          | 6.1797%        | 6.1763%        | 6.2321%        | 6.216% | 6.211% |
| 1484          | 5.3654%        | 5.3651%        | 5.3632%        | 5.349% | 5.346% | 3108          | 6.1903%        | 6.1869%        | 6.2425%        | 6.229% | 6.224% |
| 1512          | 5.3808%        | 5.3803%        | 5.3766%        | 5.365% | 5.362% | 3136          | 6.2008%        | 6.1974%        | 6.2527%        | 6.243% | 6.238% |
| 1540          | 5.3962%        | 5.3955%        | 5.3905%        | 5.381% | 5.377% | 3164          | 6.2113%        | 6.2079%        | 6.2625%        | 6.256% | 6.251% |
| 1568          | 5.4115%        | 5.4108%        | 5.4047%        | 5.397% | 5.393% | 3192          | 6.2218%        | 6.2185%        | 6.2721%        | 6.269% | 6.265% |
| 1596          | 5.4269%        | 5.4261%        | 5.4193%        | 5.413% | 5.408% | 3220          | 6.2323%        | 6.2291%        | 6.2814%        | 6.283% | 6.278% |
| 1624          | 5.4423%        | 5.4414%        | 5.4342%        | 5.428% | 5.424% | 3248          | 6.2428%        | 6.2397%        | 6.2905%        | 6.296% | 6.291% |
| 1652          | 5.4577%        | 5.4568%        | 5.4495%        | 5.444% | 5.440% | 3276          | 6.2533%        | 6.2503%        | 6.2992%        | 6.309% | 6.305% |

| Plazo en días | S1             | S2             | S3             | S4     | S5     |
|---------------|----------------|----------------|----------------|--------|--------|
| 3304          | 6.2638%        | 6.2609%        | 6.3077%        | 6.322% | 6.318% |
| 3332          | 6.2744%        | 6.2716%        | 6.3159%        | 6.334% | 6.331% |
| 3360          | 6.2849%        | 6.2823%        | 6.3238%        | 6.347% | 6.344% |
| 3388          | 6.2954%        | 6.2930%        | 6.3315%        | 6.360% | 6.357% |
| 3416          | 6.3059%        | 6.3037%        | 6.3389%        | 6.372% | 6.369% |
| 3444          | 6.3164%        | 6.3144%        | 6.3460%        | 6.385% | 6.382% |
| 3472          | 6.3269%        | 6.3251%        | 6.3529%        | 6.397% | 6.395% |
| 3500          | 6.3374%        | 6.3359%        | 6.3595%        | 6.410% | 6.407% |
| 3528          | 6.3479%        | 6.3467%        | 6.3659%        | 6.422% | 6.420% |
| 3556          | 6.3585%        | 6.3575%        | 6.3721%        | 6.434% | 6.432% |
| 3584          | 6.3690%        | 6.3683%        | 6.3782%        | 6.446% | 6.444% |
| 3612          | 6.3795%        | 6.3791%        | 6.3842%        | 6.458% | 6.457% |
| <b>3640</b>   | <b>6.3900%</b> | <b>6.3900%</b> | <b>6.3900%</b> | 6.470% | 6.469% |
| 3668          | 6.4014%        | 6.4008%        | 6.3960%        | 6.482% | 6.481% |
| 3696          | 6.4128%        | 6.4116%        | 6.4021%        | 6.494% | 6.493% |
| 3724          | 6.4242%        | 6.4224%        | 6.4084%        | 6.506% | 6.505% |
| 3752          | 6.4355%        | 6.4332%        | 6.4149%        | 6.517% | 6.517% |
| 3780          | 6.4469%        | 6.4441%        | 6.4215%        | 6.529% | 6.528% |
| 3808          | 6.4583%        | 6.4550%        | 6.4283%        | 6.540% | 6.540% |
| 3836          | 6.4697%        | 6.4659%        | 6.4353%        | 6.552% | 6.552% |
| 3864          | 6.4811%        | 6.4768%        | 6.4425%        | 6.563% | 6.563% |
| 3892          | 6.4925%        | 6.4877%        | 6.4498%        | 6.574% | 6.574% |
| 3920          | 6.5038%        | 6.4986%        | 6.4573%        | 6.586% | 6.586% |
| 3948          | 6.5152%        | 6.5096%        | 6.4650%        | 6.597% | 6.597% |
| 3976          | 6.5266%        | 6.5206%        | 6.4728%        | 6.608% | 6.608% |
| 4004          | 6.5380%        | 6.5316%        | 6.4808%        | 6.619% | 6.619% |
| 4032          | 6.5494%        | 6.5426%        | 6.4889%        | 6.630% | 6.630% |
| 4060          | 6.5608%        | 6.5536%        | 6.4973%        | 6.640% | 6.641% |
| 4088          | 6.5722%        | 6.5647%        | 6.5058%        | 6.651% | 6.652% |
| 4116          | 6.5835%        | 6.5758%        | 6.5145%        | 6.662% | 6.663% |
| 4144          | 6.5949%        | 6.5869%        | 6.5233%        | 6.672% | 6.674% |
| 4172          | 6.6063%        | 6.5980%        | 6.5323%        | 6.683% | 6.685% |
| 4200          | 6.6177%        | 6.6091%        | 6.5415%        | 6.693% | 6.695% |
| 4228          | 6.6291%        | 6.6203%        | 6.5508%        | 6.704% | 6.706% |
| 4256          | 6.6405%        | 6.6314%        | 6.5603%        | 6.714% | 6.716% |
| 4284          | 6.6518%        | 6.6426%        | 6.5700%        | 6.724% | 6.726% |
| 4312          | 6.6632%        | 6.6538%        | 6.5799%        | 6.734% | 6.737% |
| 4340          | 6.6746%        | 6.6651%        | 6.5899%        | 6.744% | 6.747% |
| 4368          | 6.6860%        | 6.6763%        | 6.6001%        | 6.754% | 6.757% |

| Plazo en días | S1             | S2             | S3             | S4     | S5     |
|---------------|----------------|----------------|----------------|--------|--------|
| 4396          | 6.6974%        | 6.6876%        | 6.6105%        | 6.764% | 6.767% |
| 4424          | 6.7088%        | 6.6989%        | 6.6210%        | 6.774% | 6.777% |
| 4452          | 6.7202%        | 6.7102%        | 6.6317%        | 6.784% | 6.787% |
| 4480          | 6.7315%        | 6.7215%        | 6.6425%        | 6.794% | 6.797% |
| 4508          | 6.7429%        | 6.7328%        | 6.6536%        | 6.803% | 6.807% |
| 4536          | 6.7543%        | 6.7442%        | 6.6648%        | 6.813% | 6.816% |
| 4564          | 6.7657%        | 6.7556%        | 6.6761%        | 6.822% | 6.826% |
| 4592          | 6.7771%        | 6.7670%        | 6.6877%        | 6.832% | 6.835% |
| 4620          | 6.7885%        | 6.7784%        | 6.6994%        | 6.841% | 6.845% |
| 4648          | 6.7998%        | 6.7898%        | 6.7112%        | 6.850% | 6.854% |
| 4676          | 6.8112%        | 6.8013%        | 6.7233%        | 6.860% | 6.864% |
| 4704          | 6.8226%        | 6.8127%        | 6.7355%        | 6.869% | 6.873% |
| 4732          | 6.8340%        | 6.8242%        | 6.7478%        | 6.878% | 6.882% |
| 4760          | 6.8454%        | 6.8358%        | 6.7604%        | 6.887% | 6.891% |
| 4788          | 6.8568%        | 6.8473%        | 6.7731%        | 6.896% | 6.900% |
| 4816          | 6.8682%        | 6.8588%        | 6.7860%        | 6.905% | 6.909% |
| 4844          | 6.8795%        | 6.8704%        | 6.7990%        | 6.914% | 6.918% |
| 4872          | 6.8909%        | 6.8820%        | 6.8122%        | 6.922% | 6.927% |
| 4900          | 6.9023%        | 6.8936%        | 6.8256%        | 6.931% | 6.936% |
| 4928          | 6.9137%        | 6.9052%        | 6.8391%        | 6.940% | 6.945% |
| 4956          | 6.9251%        | 6.9169%        | 6.8528%        | 6.948% | 6.953% |
| 4984          | 6.9365%        | 6.9286%        | 6.8667%        | 6.957% | 6.962% |
| 5012          | 6.9478%        | 6.9403%        | 6.8807%        | 6.965% | 6.971% |
| 5040          | 6.9592%        | 6.9520%        | 6.8949%        | 6.974% | 6.979% |
| 5068          | 6.9706%        | 6.9637%        | 6.9093%        | 6.982% | 6.988% |
| 5096          | 6.9820%        | 6.9754%        | 6.9238%        | 6.990% | 6.996% |
| 5124          | 6.9934%        | 6.9872%        | 6.9385%        | 6.999% | 7.004% |
| 5152          | 7.0048%        | 6.9990%        | 6.9534%        | 7.007% | 7.012% |
| 5180          | 7.0162%        | 7.0108%        | 6.9684%        | 7.015% | 7.021% |
| 5208          | 7.0275%        | 7.0226%        | 6.9836%        | 7.023% | 7.029% |
| 5236          | 7.0389%        | 7.0345%        | 6.9990%        | 7.031% | 7.037% |
| 5264          | 7.0503%        | 7.0464%        | 7.0146%        | 7.039% | 7.045% |
| 5292          | 7.0617%        | 7.0582%        | 7.0303%        | 7.047% | 7.053% |
| 5320          | 7.0731%        | 7.0702%        | 7.0462%        | 7.054% | 7.060% |
| 5348          | 7.0845%        | 7.0821%        | 7.0624%        | 7.062% | 7.068% |
| 5376          | 7.0958%        | 7.0940%        | 7.0788%        | 7.070% | 7.076% |
| 5404          | 7.1072%        | 7.1060%        | 7.0956%        | 7.078% | 7.084% |
| 5432          | 7.1186%        | 7.1180%        | 7.1129%        | 7.085% | 7.091% |
| <b>5460</b>   | <b>7.1300%</b> | <b>7.1300%</b> | <b>7.1300%</b> | 7.093% | 7.099% |

## Anexo 2

# Curva Cupón Cero

| Plazo<br>en días | Z1      | Z2      | Z3      | Z4      | Z5      | Plazo<br>en días | Z1     | Z2     | Z3     | Z4      | Z5      |
|------------------|---------|---------|---------|---------|---------|------------------|--------|--------|--------|---------|---------|
| 56               | 4.7902% | 4.7901% | 4.7914% | 4.7971% | 4.7900% | 1680             | 6.222% | 6.221% | 6.212% | 6.2055% | 6.1991% |
| <b>84</b>        | 4.8079% | 4.8079% | 4.8079% | 4.8070% | 4.8022% | 1708             | 6.255% | 6.254% | 6.246% | 6.2399% | 6.2332% |
| 112              | 4.8202% | 4.8202% | 4.8219% | 4.8177% | 4.8149% | 1736             | 6.289% | 6.288% | 6.281% | 6.2746% | 6.2675% |
| 140              | 4.8326% | 4.8326% | 4.8341% | 4.8290% | 4.8282% | 1764             | 6.323% | 6.323% | 6.318% | 6.3095% | 6.3020% |
| <b>168</b>       | 4.8451% | 4.8451% | 4.8451% | 4.8411% | 4.8420% | 1792             | 6.358% | 6.357% | 6.355% | 6.3446% | 6.3368% |
| 196              | 4.8610% | 4.8610% | 4.8592% | 4.8538% | 4.8562% | <b>1820</b>      | 6.392% | 6.392% | 6.392% | 6.3800% | 6.3718% |
| 224              | 4.8770% | 4.8769% | 4.8755% | 4.8672% | 4.8710% | 1848             | 6.429% | 6.428% | 6.430% | 6.4155% | 6.4071% |
| <b>252</b>       | 4.893%  | 4.893%  | 4.893%  | 4.8813% | 4.8863% | 1876             | 6.465% | 6.464% | 6.468% | 6.4513% | 6.4426% |
| 280              | 4.910%  | 4.910%  | 4.910%  | 4.8960% | 4.9021% | 1904             | 6.502% | 6.500% | 6.506% | 6.4874% | 6.4783% |
| 308              | 4.927%  | 4.927%  | 4.927%  | 4.9113% | 4.9183% | 1932             | 6.539% | 6.537% | 6.544% | 6.5236% | 6.5143% |
| 336              | 4.944%  | 4.944%  | 4.944%  | 4.9273% | 4.9351% | 1960             | 6.577% | 6.573% | 6.582% | 6.5601% | 6.5505% |
| <b>364</b>       | 4.961%  | 4.961%  | 4.961%  | 4.9438% | 4.9523% | 1988             | 6.614% | 6.611% | 6.620% | 6.5968% | 6.5870% |
| 392              | 4.977%  | 4.977%  | 4.978%  | 4.9609% | 4.9700% | 2016             | 6.652% | 6.648% | 6.659% | 6.6337% | 6.6237% |
| 420              | 4.993%  | 4.993%  | 4.995%  | 4.9786% | 4.9882% | 2044             | 6.690% | 6.686% | 6.697% | 6.6708% | 6.6606% |
| 448              | 5.009%  | 5.009%  | 5.012%  | 4.9968% | 5.0068% | 2072             | 6.729% | 6.724% | 6.736% | 6.7082% | 6.6977% |
| 476              | 5.026%  | 5.025%  | 5.029%  | 5.0156% | 5.0259% | 2100             | 6.768% | 6.762% | 6.775% | 6.7457% | 6.7351% |
| 504              | 5.042%  | 5.042%  | 5.045%  | 5.0349% | 5.0454% | 2128             | 6.807% | 6.801% | 6.814% | 6.7835% | 6.7727% |
| 532              | 5.058%  | 5.058%  | 5.061%  | 5.0547% | 5.0654% | 2156             | 6.846% | 6.840% | 6.854% | 6.8214% | 6.8105% |
| 560              | 5.074%  | 5.074%  | 5.078%  | 5.0750% | 5.0857% | 2184             | 6.885% | 6.880% | 6.893% | 6.8596% | 6.8485% |
| 588              | 5.091%  | 5.091%  | 5.094%  | 5.0959% | 5.1066% | 2212             | 6.925% | 6.920% | 6.933% | 6.8980% | 6.8868% |
| 616              | 5.107%  | 5.107%  | 5.110%  | 5.1172% | 5.1278% | 2240             | 6.965% | 6.960% | 6.972% | 6.9365% | 6.9253% |
| 644              | 5.124%  | 5.124%  | 5.126%  | 5.1390% | 5.1495% | 2268             | 7.006% | 7.000% | 7.012% | 6.9753% | 6.9639% |
| 672              | 5.140%  | 5.140%  | 5.142%  | 5.1612% | 5.1716% | 2296             | 7.046% | 7.041% | 7.053% | 7.0143% | 7.0028% |
| 700              | 5.157%  | 5.157%  | 5.158%  | 5.1839% | 5.1941% | 2324             | 7.087% | 7.082% | 7.093% | 7.0535% | 7.0420% |
| <b>728</b>       | 5.174%  | 5.174%  | 5.174%  | 5.2071% | 5.2169% | 2352             | 7.129% | 7.124% | 7.133% | 7.0928% | 7.0813% |
| 756              | 5.201%  | 5.201%  | 5.192%  | 5.2306% | 5.2402% | 2380             | 7.170% | 7.166% | 7.174% | 7.1324% | 7.1208% |
| 784              | 5.228%  | 5.228%  | 5.211%  | 5.2547% | 5.2639% | 2408             | 7.212% | 7.208% | 7.215% | 7.1722% | 7.1606% |
| 812              | 5.256%  | 5.255%  | 5.232%  | 5.2791% | 5.2880% | 2436             | 7.254% | 7.251% | 7.257% | 7.2121% | 7.2005% |
| 840              | 5.283%  | 5.282%  | 5.255%  | 5.3039% | 5.3124% | 2464             | 7.297% | 7.294% | 7.298% | 7.2523% | 7.2407% |
| 868              | 5.311%  | 5.310%  | 5.280%  | 5.3292% | 5.3372% | 2492             | 7.340% | 7.338% | 7.340% | 7.2927% | 7.2810% |
| 896              | 5.339%  | 5.338%  | 5.306%  | 5.3548% | 5.3624% | 2520             | 7.383% | 7.382% | 7.383% | 7.3332% | 7.3216% |
| 924              | 5.367%  | 5.366%  | 5.334%  | 5.3808% | 5.3879% | <b>2548</b>      | 7.426% | 7.426% | 7.426% | 7.3739% | 7.3624% |
| 952              | 5.395%  | 5.394%  | 5.364%  | 5.4072% | 5.4138% | 2576             | 7.461% | 7.460% | 7.469% | 7.4149% | 7.4033% |
| 980              | 5.424%  | 5.423%  | 5.395%  | 5.4339% | 5.4401% | 2604             | 7.496% | 7.495% | 7.511% | 7.4560% | 7.4445% |
| 1008             | 5.452%  | 5.452%  | 5.429%  | 5.4611% | 5.4667% | 2632             | 7.531% | 7.529% | 7.554% | 7.4973% | 7.4859% |
| 1036             | 5.481%  | 5.481%  | 5.464%  | 5.4885% | 5.4937% | 2660             | 7.566% | 7.564% | 7.596% | 7.5388% | 7.5275% |
| 1064             | 5.510%  | 5.510%  | 5.501%  | 5.5164% | 5.5209% | 2688             | 7.601% | 7.599% | 7.638% | 7.5805% | 7.5693% |
| <b>1092</b>      | 5.539%  | 5.539%  | 5.539%  | 5.5445% | 5.5486% | 2716             | 7.637% | 7.634% | 7.680% | 7.6223% | 7.6112% |
| 1120             | 5.570%  | 5.570%  | 5.576%  | 5.5730% | 5.5765% | 2744             | 7.673% | 7.670% | 7.722% | 7.6644% | 7.6534% |
| 1148             | 5.602%  | 5.601%  | 5.613%  | 5.6019% | 5.6048% | 2772             | 7.709% | 7.705% | 7.764% | 7.7066% | 7.6958% |
| 1176             | 5.633%  | 5.632%  | 5.648%  | 5.6310% | 5.6334% | 2800             | 7.745% | 7.742% | 7.806% | 7.7491% | 7.7384% |
| 1204             | 5.665%  | 5.664%  | 5.683%  | 5.6605% | 5.6624% | 2828             | 7.782% | 7.778% | 7.847% | 7.7917% | 7.7811% |
| 1232             | 5.697%  | 5.696%  | 5.716%  | 5.6903% | 5.6916% | 2856             | 7.819% | 7.814% | 7.888% | 7.8345% | 7.8241% |
| 1260             | 5.729%  | 5.728%  | 5.749%  | 5.7204% | 5.7212% | 2884             | 7.856% | 7.851% | 7.929% | 7.8775% | 7.8673% |
| 1288             | 5.761%  | 5.760%  | 5.782%  | 5.7508% | 5.7510% | 2912             | 7.893% | 7.888% | 7.970% | 7.9207% | 7.9106% |
| 1316             | 5.794%  | 5.793%  | 5.813%  | 5.7815% | 5.7812% | 2940             | 7.931% | 7.926% | 8.011% | 7.9641% | 7.9542% |
| 1344             | 5.827%  | 5.826%  | 5.843%  | 5.8124% | 5.8116% | 2968             | 7.969% | 7.963% | 8.051% | 8.0076% | 7.9980% |
| 1372             | 5.860%  | 5.859%  | 5.873%  | 5.8437% | 5.8424% | 2996             | 8.007% | 8.001% | 8.091% | 8.0514% | 8.0419% |
| 1400             | 5.893%  | 5.892%  | 5.902%  | 5.8753% | 5.8734% | 3024             | 8.045% | 8.040% | 8.132% | 8.0953% | 8.0860% |
| 1428             | 5.926%  | 5.926%  | 5.932%  | 5.9071% | 5.9048% | 3052             | 8.084% | 8.078% | 8.171% | 8.1394% | 8.1304% |
| <b>1456</b>      | 5.960%  | 5.960%  | 5.960%  | 5.9392% | 5.9364% | 3080             | 8.123% | 8.117% | 8.211% | 8.1838% | 8.1749% |
| 1484             | 5.992%  | 5.992%  | 5.989%  | 5.9716% | 5.9683% | 3108             | 8.162% | 8.156% | 8.251% | 8.2283% | 8.2196% |
| 1512             | 6.024%  | 6.024%  | 6.019%  | 6.0042% | 6.0005% | 3136             | 8.201% | 8.195% | 8.290% | 8.2729% | 8.2646% |
| 1540             | 6.057%  | 6.056%  | 6.049%  | 6.0372% | 6.0329% | 3164             | 8.241% | 8.235% | 8.329% | 8.3178% | 8.3097% |
| 1568             | 6.089%  | 6.088%  | 6.081%  | 6.0703% | 6.0656% | 3192             | 8.280% | 8.275% | 8.368% | 8.3629% | 8.3550% |
| 1596             | 6.122%  | 6.121%  | 6.112%  | 6.1037% | 6.0986% | 3220             | 8.321% | 8.315% | 8.406% | 8.4081% | 8.4005% |
| 1624             | 6.155%  | 6.154%  | 6.145%  | 6.1374% | 6.1319% | 3248             | 8.361% | 8.356% | 8.444% | 8.4535% | 8.4462% |
| 1652             | 6.188%  | 6.187%  | 6.178%  | 6.1713% | 6.1654% | 3276             | 8.402% | 8.396% | 8.483% | 8.4992% | 8.4921% |

| Plazo en días | Z1      | Z2      | Z3      | Z4       | Z5       |
|---------------|---------|---------|---------|----------|----------|
| 3304          | 8.443%  | 8.438%  | 8.520%  | 8.5450%  | 8.5382%  |
| 3332          | 8.484%  | 8.479%  | 8.558%  | 8.5910%  | 8.5845%  |
| 3360          | 8.525%  | 8.521%  | 8.595%  | 8.6372%  | 8.6309%  |
| 3388          | 8.567%  | 8.563%  | 8.632%  | 8.6835%  | 8.6776%  |
| 3416          | 8.609%  | 8.605%  | 8.669%  | 8.7301%  | 8.7245%  |
| 3444          | 8.652%  | 8.648%  | 8.706%  | 8.7769%  | 8.7715%  |
| 3472          | 8.694%  | 8.691%  | 8.742%  | 8.8238%  | 8.8188%  |
| 3500          | 8.737%  | 8.734%  | 8.778%  | 8.8710%  | 8.8662%  |
| 3528          | 8.780%  | 8.778%  | 8.814%  | 8.9183%  | 8.9139%  |
| 3556          | 8.824%  | 8.822%  | 8.850%  | 8.9658%  | 8.9617%  |
| 3584          | 8.868%  | 8.867%  | 8.885%  | 9.0136%  | 9.0098%  |
| 3612          | 8.912%  | 8.911%  | 8.921%  | 9.0615%  | 9.0580%  |
| <b>3640</b>   | 8.956%  | 8.956%  | 8.956%  | 9.1096%  | 9.1065%  |
| 3668          | 9.003%  | 9.002%  | 8.992%  | 9.1579%  | 9.1551%  |
| 3696          | 9.050%  | 9.047%  | 9.029%  | 9.2064%  | 9.2039%  |
| 3724          | 9.097%  | 9.093%  | 9.066%  | 9.2551%  | 9.2530%  |
| 3752          | 9.144%  | 9.139%  | 9.104%  | 9.3040%  | 9.3022%  |
| 3780          | 9.192%  | 9.186%  | 9.142%  | 9.3531%  | 9.3516%  |
| 3808          | 9.240%  | 9.233%  | 9.181%  | 9.4024%  | 9.4013%  |
| 3836          | 9.288%  | 9.281%  | 9.220%  | 9.4519%  | 9.4511%  |
| 3864          | 9.337%  | 9.328%  | 9.260%  | 9.5015%  | 9.5011%  |
| 3892          | 9.386%  | 9.376%  | 9.301%  | 9.5514%  | 9.5514%  |
| 3920          | 9.435%  | 9.425%  | 9.342%  | 9.6015%  | 9.6018%  |
| 3948          | 9.485%  | 9.474%  | 9.383%  | 9.6518%  | 9.6525%  |
| 3976          | 9.535%  | 9.523%  | 9.426%  | 9.7023%  | 9.7033%  |
| 4004          | 9.586%  | 9.573%  | 9.469%  | 9.7530%  | 9.7544%  |
| 4032          | 9.637%  | 9.623%  | 9.512%  | 9.8039%  | 9.8056%  |
| 4060          | 9.688%  | 9.673%  | 9.556%  | 9.8550%  | 9.8571%  |
| 4088          | 9.740%  | 9.724%  | 9.601%  | 9.9064%  | 9.9088%  |
| 4116          | 9.792%  | 9.775%  | 9.647%  | 9.9579%  | 9.9607%  |
| 4144          | 9.844%  | 9.827%  | 9.693%  | 10.0096% | 10.0128% |
| 4172          | 9.897%  | 9.879%  | 9.739%  | 10.0616% | 10.0651% |
| 4200          | 9.950%  | 9.932%  | 9.787%  | 10.1137% | 10.1176% |
| 4228          | 10.004% | 9.985%  | 9.835%  | 10.1661% | 10.1703% |
| 4256          | 10.058% | 10.038% | 9.884%  | 10.2187% | 10.2233% |
| 4284          | 10.112% | 10.092% | 9.933%  | 10.2715% | 10.2764% |
| 4312          | 10.167% | 10.146% | 9.984%  | 10.3245% | 10.3298% |
| 4340          | 10.222% | 10.201% | 10.034% | 10.3777% | 10.3834% |
| 4368          | 10.278% | 10.256% | 10.086% | 10.4312% | 10.4372% |

| Plazo en días | Z1      | Z2      | Z3      | Z4       | Z5       |
|---------------|---------|---------|---------|----------|----------|
| 4396          | 10.333% | 10.311% | 10.139% | 10.4848% | 10.4912% |
| 4424          | 10.390% | 10.367% | 10.192% | 10.5387% | 10.5454% |
| 4452          | 10.447% | 10.424% | 10.246% | 10.5928% | 10.5999% |
| 4480          | 10.504% | 10.481% | 10.300% | 10.6471% | 10.6546% |
| 4508          | 10.562% | 10.538% | 10.356% | 10.7017% | 10.7095% |
| 4536          | 10.620% | 10.596% | 10.412% | 10.7565% | 10.7646% |
| 4564          | 10.678% | 10.654% | 10.469% | 10.8115% | 10.8199% |
| 4592          | 10.737% | 10.713% | 10.527% | 10.8667% | 10.8755% |
| 4620          | 10.797% | 10.773% | 10.586% | 10.9221% | 10.9313% |
| 4648          | 10.856% | 10.832% | 10.646% | 10.9778% | 10.9873% |
| 4676          | 10.917% | 10.893% | 10.706% | 11.0337% | 11.0436% |
| 4704          | 10.977% | 10.954% | 10.767% | 11.0899% | 11.1001% |
| 4732          | 11.039% | 11.015% | 10.829% | 11.1462% | 11.1568% |
| 4760          | 11.100% | 11.077% | 10.892% | 11.2028% | 11.2137% |
| 4788          | 11.163% | 11.139% | 10.956% | 11.2597% | 11.2709% |
| 4816          | 11.225% | 11.202% | 11.021% | 11.3167% | 11.3283% |
| 4844          | 11.288% | 11.265% | 11.087% | 11.3741% | 11.3859% |
| 4872          | 11.352% | 11.329% | 11.154% | 11.4316% | 11.4438% |
| 4900          | 11.416% | 11.394% | 11.222% | 11.4894% | 11.5019% |
| 4928          | 11.480% | 11.459% | 11.290% | 11.5474% | 11.5603% |
| 4956          | 11.546% | 11.524% | 11.360% | 11.6057% | 11.6189% |
| 4984          | 11.611% | 11.591% | 11.431% | 11.6642% | 11.6777% |
| 5012          | 11.677% | 11.657% | 11.502% | 11.7230% | 11.7368% |
| 5040          | 11.744% | 11.725% | 11.575% | 11.7820% | 11.7961% |
| 5068          | 11.811% | 11.792% | 11.649% | 11.8413% | 11.8557% |
| 5096          | 11.878% | 11.861% | 11.724% | 11.9008% | 11.9155% |
| 5124          | 11.947% | 11.930% | 11.800% | 11.9605% | 11.9756% |
| 5152          | 12.015% | 12.000% | 11.877% | 12.0205% | 12.0359% |
| 5180          | 12.084% | 12.070% | 11.955% | 12.0808% | 12.0965% |
| 5208          | 12.154% | 12.141% | 12.034% | 12.1413% | 12.1573% |
| 5236          | 12.224% | 12.212% | 12.114% | 12.2021% | 12.2184% |
| 5264          | 12.295% | 12.284% | 12.196% | 12.2632% | 12.2797% |
| 5292          | 12.367% | 12.357% | 12.279% | 12.3245% | 12.3413% |
| 5320          | 12.439% | 12.430% | 12.363% | 12.3860% | 12.4031% |
| 5348          | 12.511% | 12.504% | 12.448% | 12.4478% | 12.4652% |
| 5376          | 12.584% | 12.579% | 12.535% | 12.5099% | 12.5276% |
| 5404          | 12.658% | 12.654% | 12.624% | 12.5723% | 12.5902% |
| 5432          | 12.732% | 12.730% | 12.716% | 12.6349% | 12.6531% |
| 5460          | 12.807% | 12.807% | 12.807% | 12.6978% | 12.7163% |

## Anexo 3

### Curva Forward

| Plazo en días | F1      | F2      | F3      | F4      | F5      | Plazo en días | F1      | F2      | F3      | F4      | F5      |
|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 56            | 4.7988% | 4.7987% | 4.8002% | 4.7878% | 4.7808% | 1680          | 6.3962% | 6.3991% | 6.4466% | 6.3881% | 6.3660% |
| <b>84</b>     | 4.8054% | 4.8081% | 4.8059% | 4.7894% | 4.7871% | 1708          | 6.4269% | 6.4327% | 6.5080% | 6.4209% | 6.3989% |
| 112           | 4.8067% | 4.8067% | 4.8044% | 4.7931% | 4.7948% | 1736          | 6.4577% | 6.4665% | 6.5738% | 6.4534% | 6.4317% |
| 140           | 4.8133% | 4.8133% | 4.8041% | 4.7987% | 4.8039% | 1764          | 6.4885% | 6.5003% | 6.6508% | 6.4857% | 6.4644% |
| <b>168</b>    | 4.8317% | 4.8300% | 4.8217% | 4.8064% | 4.8143% | 1792          | 6.5192% | 6.5343% | 6.7313% | 6.5177% | 6.4968% |
| 196           | 4.8533% | 4.8533% | 4.8609% | 4.8158% | 4.8261% | <b>1820</b>   | 6.5881% | 6.5769% | 6.7941% | 6.5495% | 6.5290% |
| 224           | 4.8667% | 4.8667% | 4.8872% | 4.8270% | 4.8391% | 1848          | 6.6581% | 6.6203% | 6.7132% | 6.5811% | 6.5610% |
| <b>252</b>    | 4.8842% | 4.8837% | 4.8997% | 4.8398% | 4.8534% | 1876          | 6.6912% | 6.6553% | 6.7416% | 6.6124% | 6.5928% |
| 280           | 4.9025% | 4.9024% | 4.9037% | 4.8542% | 4.8688% | 1904          | 6.7242% | 6.6905% | 6.7711% | 6.6434% | 6.6243% |
| 308           | 4.9175% | 4.9175% | 4.9168% | 4.8700% | 4.8853% | 1932          | 6.7573% | 6.7259% | 6.7991% | 6.6742% | 6.6557% |
| 336           | 4.9325% | 4.9326% | 4.9297% | 4.8873% | 4.9030% | 1960          | 6.7904% | 6.7614% | 6.8281% | 6.7047% | 6.6867% |
| <b>364</b>    | 4.9381% | 4.9386% | 4.9459% | 4.9059% | 4.9217% | 1988          | 6.8235% | 6.7970% | 6.8557% | 6.7349% | 6.7176% |
| 392           | 4.9423% | 4.9417% | 4.9538% | 4.9258% | 4.9414% | 2016          | 6.8565% | 6.8328% | 6.8842% | 6.7649% | 6.7482% |
| 420           | 4.9546% | 4.9540% | 4.9649% | 4.9469% | 4.9621% | 2044          | 6.8896% | 6.8687% | 6.9115% | 6.7945% | 6.7785% |
| 448           | 4.9669% | 4.9664% | 4.9757% | 4.9691% | 4.9837% | 2072          | 6.9227% | 6.9048% | 6.9396% | 6.8239% | 6.8085% |
| 476           | 4.9792% | 4.9788% | 4.9858% | 4.9923% | 5.0062% | 2100          | 6.9558% | 6.9411% | 6.9666% | 6.8530% | 6.8383% |
| 504           | 4.9915% | 4.9912% | 4.9956% | 5.0166% | 5.0296% | 2128          | 6.9888% | 6.9775% | 6.9944% | 6.8818% | 6.8679% |
| 532           | 5.0038% | 5.0036% | 5.0049% | 5.0418% | 5.0538% | 2156          | 7.0219% | 7.0140% | 7.0212% | 6.9103% | 6.8971% |
| 560           | 5.0162% | 5.0161% | 5.0140% | 5.0679% | 5.0787% | 2184          | 7.0550% | 7.0507% | 7.0487% | 6.9386% | 6.9261% |
| 588           | 5.0285% | 5.0285% | 5.0229% | 5.0948% | 5.1044% | 2212          | 7.0881% | 7.0875% | 7.0755% | 6.9665% | 6.9548% |
| 616           | 5.0408% | 5.0411% | 5.0320% | 5.1224% | 5.1308% | 2240          | 7.1212% | 7.1245% | 7.1031% | 6.9941% | 6.9832% |
| 644           | 5.0531% | 5.0536% | 5.0416% | 5.1508% | 5.1578% | 2268          | 7.1542% | 7.1617% | 7.1302% | 7.0214% | 7.0113% |
| 672           | 5.0654% | 5.0661% | 5.0528% | 5.1799% | 5.1855% | 2296          | 7.1873% | 7.1990% | 7.1582% | 7.0485% | 7.0391% |
| 700           | 5.0777% | 5.0787% | 5.0660% | 5.2096% | 5.2138% | 2324          | 7.2204% | 7.2365% | 7.1864% | 7.0752% | 7.0666% |
| <b>728</b>    | 5.2146% | 5.2067% | 5.1120% | 5.2399% | 5.2426% | 2352          | 7.2535% | 7.2741% | 7.2159% | 7.1016% | 7.0939% |
| 756           | 5.3608% | 5.3535% | 5.1812% | 5.2707% | 5.2720% | 2380          | 7.2865% | 7.3119% | 7.2467% | 7.1277% | 7.1208% |
| 784           | 5.3915% | 5.3851% | 5.2368% | 5.3021% | 5.3018% | 2408          | 7.3196% | 7.3498% | 7.2806% | 7.1535% | 7.1474% |
| 812           | 5.4223% | 5.4168% | 5.3005% | 5.3339% | 5.3321% | 2436          | 7.3527% | 7.3879% | 7.3189% | 7.1790% | 7.1738% |
| 840           | 5.4531% | 5.4487% | 5.3646% | 5.3661% | 5.3629% | 2464          | 7.3858% | 7.4261% | 7.3659% | 7.2043% | 7.1998% |
| 868           | 5.4838% | 5.4807% | 5.4363% | 5.3986% | 5.3941% | 2492          | 7.4188% | 7.4646% | 7.4281% | 7.2292% | 7.2255% |
| 896           | 5.5146% | 5.5128% | 5.5089% | 5.4316% | 5.4256% | 2520          | 7.4519% | 7.5031% | 7.5034% | 7.2538% | 7.2510% |
| 924           | 5.5454% | 5.5451% | 5.5886% | 5.4648% | 5.4575% | <b>2548</b>   | 7.2078% | 7.2236% | 7.5574% | 7.2781% | 7.2761% |
| 952           | 5.5762% | 5.5776% | 5.6702% | 5.4983% | 5.4897% | 2576          | 6.9577% | 6.9272% | 7.4149% | 7.3021% | 7.3009% |
| 980           | 5.6069% | 5.6102% | 5.7586% | 5.5321% | 5.5222% | 2604          | 6.9787% | 6.9492% | 7.4192% | 7.3258% | 7.3254% |
| 1008          | 5.6377% | 5.6429% | 5.8511% | 5.5661% | 5.5550% | 2632          | 6.9997% | 6.9713% | 7.4226% | 7.3492% | 7.3496% |
| 1036          | 5.6685% | 5.6758% | 5.9518% | 5.6002% | 5.5880% | 2660          | 7.0208% | 6.9934% | 7.4253% | 7.3723% | 7.3735% |
| 1064          | 5.6992% | 5.7088% | 6.0491% | 5.6346% | 5.6212% | 2688          | 7.0418% | 7.0155% | 7.4270% | 7.3951% | 7.3971% |
| <b>1092</b>   | 5.7608% | 5.7591% | 6.0916% | 5.6690% | 5.6546% | 2716          | 7.0628% | 7.0377% | 7.4280% | 7.4176% | 7.4204% |
| 1120          | 5.8238% | 5.8116% | 5.9825% | 5.7036% | 5.6882% | 2744          | 7.0838% | 7.0600% | 7.4281% | 7.4398% | 7.4434% |
| 1148          | 5.8577% | 5.8470% | 5.9870% | 5.7383% | 5.7220% | 2772          | 7.1049% | 7.0823% | 7.4274% | 7.4617% | 7.4661% |
| 1176          | 5.8915% | 5.8827% | 5.9899% | 5.7730% | 5.7558% | 2800          | 7.1259% | 7.1047% | 7.4258% | 7.4833% | 7.4885% |
| 1204          | 5.9254% | 5.9185% | 5.9901% | 5.8078% | 5.7898% | 2828          | 7.1469% | 7.1271% | 7.4234% | 7.5047% | 7.5106% |
| 1232          | 5.9592% | 5.9545% | 5.9890% | 5.8425% | 5.8238% | 2856          | 7.1679% | 7.1496% | 7.4202% | 7.5257% | 7.5324% |
| 1260          | 5.9931% | 5.9906% | 5.9858% | 5.8773% | 5.8580% | 2884          | 7.1890% | 7.1722% | 7.4162% | 7.5465% | 7.5539% |
| 1288          | 6.0269% | 6.0270% | 5.9820% | 5.9121% | 5.8921% | 2912          | 7.2100% | 7.1948% | 7.4114% | 7.5670% | 7.5751% |
| 1316          | 6.0608% | 6.0635% | 5.9778% | 5.9468% | 5.9263% | 2940          | 7.2310% | 7.2174% | 7.4057% | 7.5872% | 7.5960% |
| 1344          | 6.0946% | 6.1002% | 5.9752% | 5.9815% | 5.9605% | 2968          | 7.2521% | 7.2401% | 7.3993% | 7.6071% | 7.6166% |
| 1372          | 6.1285% | 6.1370% | 5.9766% | 6.0161% | 5.9947% | 2996          | 7.2731% | 7.2629% | 7.3921% | 7.6267% | 7.6369% |
| 1400          | 6.1623% | 6.1740% | 5.9877% | 6.0506% | 6.0289% | 3024          | 7.2941% | 7.2857% | 7.3840% | 7.6461% | 7.6570% |
| 1428          | 6.1962% | 6.2112% | 6.0138% | 6.0851% | 6.0630% | 3052          | 7.3151% | 7.3086% | 7.3752% | 7.6651% | 7.6767% |
| <b>1456</b>   | 6.1892% | 6.1920% | 6.0769% | 6.1194% | 6.0971% | 3080          | 7.3362% | 7.3316% | 7.3657% | 7.6840% | 7.6962% |
| 1484          | 6.1808% | 6.1679% | 6.0906% | 6.1535% | 6.1311% | 3108          | 7.3572% | 7.3546% | 7.3554% | 7.7025% | 7.7153% |
| 1512          | 6.2115% | 6.2005% | 6.1351% | 6.1876% | 6.1650% | 3136          | 7.3782% | 7.3776% | 7.3443% | 7.7208% | 7.7342% |
| 1540          | 6.2423% | 6.2333% | 6.1852% | 6.2214% | 6.1988% | 3164          | 7.3992% | 7.4007% | 7.3325% | 7.7388% | 7.7528% |
| 1568          | 6.2731% | 6.2662% | 6.2325% | 6.2552% | 6.2325% | 3192          | 7.4203% | 7.4239% | 7.3200% | 7.7565% | 7.7712% |
| 1596          | 6.3038% | 6.2992% | 6.2849% | 6.2887% | 6.2661% | 3220          | 7.4413% | 7.4471% | 7.3069% | 7.7740% | 7.7892% |
| 1624          | 6.3346% | 6.3324% | 6.3356% | 6.3220% | 6.2995% | 3248          | 7.4623% | 7.4704% | 7.2931% | 7.7912% | 7.8070% |
| 1652          | 6.3654% | 6.3657% | 6.3911% | 6.3552% | 6.3328% | 3276          | 7.4833% | 7.4937% | 7.2787% | 7.8082% | 7.8245% |

| Plazo<br>en días | F1             | F2             | F3             | F4             | F5             |
|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|
| 3304             | 7.5044%        | 7.5171%        | 7.2638%        | 7.8249%        | 7.8417%        |
| 3332             | 7.5254%        | 7.5406%        | 7.2484%        | 7.8414%        | 7.8587%        |
| 3360             | 7.5464%        | 7.5641%        | 7.2327%        | 7.8576%        | 7.8754%        |
| 3388             | 7.5674%        | 7.5877%        | 7.2167%        | 7.8736%        | 7.8918%        |
| 3416             | 7.5885%        | 7.6113%        | 7.2008%        | 7.8893%        | 7.9080%        |
| 3444             | 7.6095%        | 7.6350%        | 7.1851%        | 7.9048%        | 7.9240%        |
| 3472             | 7.6305%        | 7.6588%        | 7.1702%        | 7.9201%        | 7.9396%        |
| 3500             | 7.6515%        | 7.6826%        | 7.1569%        | 7.9351%        | 7.9551%        |
| 3528             | 7.6726%        | 7.7064%        | 7.1466%        | 7.9499%        | 7.9702%        |
| 3556             | 7.6936%        | 7.7304%        | 7.1419%        | 7.9645%        | 7.9852%        |
| 3584             | 7.7146%        | 7.7543%        | 7.1480%        | 7.9788%        | 7.9998%        |
| 3612             | 7.7356%        | 7.7784%        | 7.1678%        | 7.9929%        | 8.0143%        |
| <b>3640</b>      | <b>7.8138%</b> | <b>7.7964%</b> | <b>7.2189%</b> | <b>8.0068%</b> | <b>8.0285%</b> |
| 3668             | 7.8928%        | 7.8143%        | 7.2112%        | 8.0205%        | 8.0424%        |
| 3696             | 7.9155%        | 7.8383%        | 7.2455%        | 8.0339%        | 8.0562%        |
| 3724             | 7.9383%        | 7.8624%        | 7.2811%        | 8.0472%        | 8.0697%        |
| 3752             | 7.9611%        | 7.8865%        | 7.3165%        | 8.0602%        | 8.0830%        |
| 3780             | 7.9838%        | 7.9107%        | 7.3530%        | 8.0730%        | 8.0960%        |
| 3808             | 8.0066%        | 7.9349%        | 7.3894%        | 8.0856%        | 8.1089%        |
| 3836             | 8.0294%        | 7.9592%        | 7.4270%        | 8.0980%        | 8.1215%        |
| 3864             | 8.0522%        | 7.9835%        | 7.4644%        | 8.1103%        | 8.1339%        |
| 3892             | 8.0749%        | 8.0079%        | 7.5029%        | 8.1223%        | 8.1460%        |
| 3920             | 8.0977%        | 8.0324%        | 7.5414%        | 8.1341%        | 8.1580%        |
| 3948             | 8.1205%        | 8.0569%        | 7.5809%        | 8.1457%        | 8.1698%        |
| 3976             | 8.1432%        | 8.0815%        | 7.6203%        | 8.1571%        | 8.1813%        |
| 4004             | 8.1660%        | 8.1061%        | 7.6609%        | 8.1684%        | 8.1927%        |
| 4032             | 8.1888%        | 8.1309%        | 7.7013%        | 8.1794%        | 8.2039%        |
| 4060             | 8.2115%        | 8.1556%        | 7.7429%        | 8.1903%        | 8.2148%        |
| 4088             | 8.2343%        | 8.1805%        | 7.7843%        | 8.2010%        | 8.2256%        |
| 4116             | 8.2571%        | 8.2053%        | 7.8269%        | 8.2115%        | 8.2362%        |
| 4144             | 8.2798%        | 8.2303%        | 7.8693%        | 8.2219%        | 8.2466%        |
| 4172             | 8.3026%        | 8.2553%        | 7.9128%        | 8.2321%        | 8.2568%        |
| 4200             | 8.3254%        | 8.2804%        | 7.9563%        | 8.2421%        | 8.2668%        |
| 4228             | 8.3482%        | 8.3055%        | 8.0008%        | 8.2519%        | 8.2766%        |
| 4256             | 8.3709%        | 8.3307%        | 8.0453%        | 8.2616%        | 8.2863%        |
| 4284             | 8.3937%        | 8.3559%        | 8.0908%        | 8.2711%        | 8.2958%        |
| 4312             | 8.4165%        | 8.3813%        | 8.1363%        | 8.2804%        | 8.3051%        |
| 4340             | 8.4392%        | 8.4066%        | 8.1828%        | 8.2896%        | 8.3142%        |

| Plazo<br>en días | F1      | F2      | F3       | F4      | F5      |
|------------------|---------|---------|----------|---------|---------|
| 4368             | 8.4620% | 8.4321% | 8.2293%  | 8.2986% | 8.3232% |
| 4396             | 8.4848% | 8.4576% | 8.2768%  | 8.3075% | 8.3320% |
| 4424             | 8.5075% | 8.4831% | 8.3243%  | 8.3162% | 8.3406% |
| 4452             | 8.5303% | 8.5088% | 8.3727%  | 8.3248% | 8.3491% |
| 4480             | 8.5531% | 8.5344% | 8.4212%  | 8.3332% | 8.3574% |
| 4508             | 8.5758% | 8.5602% | 8.4707%  | 8.3415% | 8.3656% |
| 4536             | 8.5986% | 8.5860% | 8.5202%  | 8.3496% | 8.3736% |
| 4564             | 8.6214% | 8.6119% | 8.5706%  | 8.3576% | 8.3815% |
| 4592             | 8.6442% | 8.6378% | 8.6211%  | 8.3655% | 8.3892% |
| 4620             | 8.6669% | 8.6638% | 8.6725%  | 8.3732% | 8.3968% |
| 4648             | 8.6897% | 8.6899% | 8.7240%  | 8.3808% | 8.4042% |
| 4676             | 8.7125% | 8.7160% | 8.7764%  | 8.3883% | 8.4115% |
| 4704             | 8.7352% | 8.7422% | 8.8289%  | 8.3956% | 8.4187% |
| 4732             | 8.7580% | 8.7685% | 8.8823%  | 8.4028% | 8.4257% |
| 4760             | 8.7808% | 8.7948% | 8.9358%  | 8.4099% | 8.4326% |
| 4788             | 8.8035% | 8.8212% | 8.9901%  | 8.4168% | 8.4393% |
| 4816             | 8.8263% | 8.8476% | 9.0447%  | 8.4236% | 8.4459% |
| 4844             | 8.8491% | 8.8741% | 9.1000%  | 8.4303% | 8.4524% |
| 4872             | 8.8718% | 8.9007% | 9.1556%  | 8.4369% | 8.4588% |
| 4900             | 8.8946% | 8.9273% | 9.2120%  | 8.4434% | 8.4650% |
| 4928             | 8.9174% | 8.9540% | 9.2686%  | 8.4497% | 8.4711% |
| 4956             | 8.9402% | 8.9808% | 9.3261%  | 8.4560% | 8.4771% |
| 4984             | 8.9629% | 9.0076% | 9.3838%  | 8.4621% | 8.4830% |
| 5012             | 8.9857% | 9.0345% | 9.4424%  | 8.4681% | 8.4888% |
| 5040             | 9.0085% | 9.0615% | 9.5014%  | 8.4740% | 8.4944% |
| 5068             | 9.0312% | 9.0885% | 9.5612%  | 8.4798% | 8.5000% |
| 5096             | 9.0540% | 9.1156% | 9.6215%  | 8.4855% | 8.5054% |
| 5124             | 9.0768% | 9.1428% | 9.6828%  | 8.4911% | 8.5107% |
| 5152             | 9.0995% | 9.1700% | 9.7449%  | 8.4966% | 8.5160% |
| 5180             | 9.1223% | 9.1973% | 9.8083%  | 8.5020% | 8.5211% |
| 5208             | 9.1451% | 9.2246% | 9.8729%  | 8.5073% | 8.5261% |
| 5236             | 9.1678% | 9.2521% | 9.9394%  | 8.5126% | 8.5310% |
| 5264             | 9.1906% | 9.2796% | 10.0084% | 8.5177% | 8.5358% |
| 5292             | 9.2134% | 9.3071% | 10.0813% | 8.5227% | 8.5405% |
| 5320             | 9.2362% | 9.3347% | 10.1599% | 8.5276% | 8.5452% |
| 5348             | 9.2589% | 9.3624% | 10.2483% | 8.5324% | 8.5497% |
| 5376             | 9.2817% | 9.3902% | 10.3359% | 8.5372% | 8.5541% |
| 5404             | 9.3045% | 9.4180% | 10.4294% | 8.5419% | 8.5585% |

## Anexo 4

### Comparativo entre los modelos de Nelson – Siegel y Vasicek

Los modelos de Nelson – Siegel (1987) y de Vasicek (1977) no son comparables, ya que el primero parte de la dinámica de la tasa forward y estima una curva de rendimiento con precios de mercado y el segundo parte de la dinámica de la tasa corta y utiliza argumentos de equilibrio general para determinar una curva de rendimiento. Sin embargo, se pueden comparar las propiedades geométricas de las curvas de rendimiento obtenidas con ambos modelos.

Si  $\alpha = 1/\lambda_1$ , la curva de rendimiento del modelo de Nelson – Siegel se puede escribir como:

$$r_{NS}(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_{NS}(\tau) + \left( \lim_{\tau \rightarrow 0} r_{NS}(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_{NS}(\tau) \right) \left( \frac{1 - \exp(-\alpha\tau)}{\alpha\tau} \right) + \beta_2 \left( \frac{1 - \exp(-\alpha\tau)}{\alpha\tau} - \exp(-\alpha\tau) \right)$$

donde  $\lim_{\tau \rightarrow 0} r_{NS}(\tau) = \beta_0 + \beta_1$  y  $\lim_{\tau \rightarrow \infty} r_{NS}(\tau) = \beta_0$ ,

$$r_{NS}(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - \exp(-\alpha\tau)}{\alpha\tau} \right) + \beta_2 \left( \frac{\exp(\alpha\tau) - 1}{\alpha\tau} - 1 \right) \exp(-\alpha\tau)$$

Se puede comparar con la curva de rendimiento generada por el modelo de Vasicek:

$$r_V(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_V(\tau) - \left( \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_V(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow 0} r_V(\tau) \right) \left[ \frac{1 - \exp(-\alpha\tau)}{\alpha\tau} \right] + \frac{\sigma^2}{\alpha^2} \left[ \frac{[1 - \exp(-\alpha\tau)]^2}{4\alpha\tau} \right]$$

$$r_V(\tau) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_V(\tau) + \left( \lim_{\tau \rightarrow 0} r_V(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_V(\tau) \right) \left[ \frac{1 - \exp(-\alpha\tau)}{\alpha\tau} \right] + \frac{\sigma^2}{4\alpha^2} \left[ \frac{\exp(\alpha\tau) - 2 + \exp(-\alpha\tau)}{\alpha\tau} \right] \exp(-\alpha\tau)$$

donde

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} r_V(\tau) = \gamma - \frac{\sigma^2}{2\alpha^2}$$

Para  $\alpha\tau$  suficientemente pequeña, es válida la aproximación  $\exp(-\alpha\tau) \approx 1 - \alpha\tau$ , entonces:

$$r_V(\tau) \approx \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_V(\tau) + (\lim_{\tau \rightarrow 0} r_V(\tau) - \lim_{\tau \rightarrow \infty} r_V(\tau)) \left[ \frac{1 - \exp(-\alpha\tau)}{\alpha\tau} \right] + \frac{\sigma^2}{4\alpha^2} \left[ \frac{\exp(\alpha\tau) - 1}{\alpha\tau} - 1 \right] \exp(-\alpha\tau)$$

Si se toma  $\beta_0 = \gamma - \frac{\sigma^2}{2\alpha^2}$  y  $\beta_2 = \frac{\sigma^2}{4\alpha^2}$ , se sigue que

$$r_{NS}(\tau) \approx r_V(\tau)$$

Cuando aumenta el plazo de vencimiento, la diferencia entre  $r_{NS}(\tau)$  y  $r_V(\tau)$  disminuye, aunque hay que considerar que la aproximación  $\exp(-\alpha\tau) \approx 1 - \alpha\tau$  se deteriora conforme  $\alpha\tau$  crece.

## Anexo 5

### Problemas financieros por instrumentos derivados en México

En medio de la volatilidad de los mercados cambiarios, el abuso de instrumentos derivados generó importantes pérdidas a compañías mexicanas a finales del 2008, en los inicios de la crisis económica mundial. Empresas como la minorista Comerci, la cementera Cemex, la productora de tortillas y harina de maíz Gruma, los conglomerados Gissa y Alfa, la productora de vidrio Vitro y la cervecera Grupo Modelo, elevaron sus pasivos, seguido de un incumplimiento de pagos.

En el caso de Comerci, solicitó un concurso mercantil a un juez, para reestructurar su deuda. El monto aproximado de las posiciones en derivados se determinó en 1,080 millones de dólares, teniendo la compañía pasivos totales de 2,000 millones de dólares. Ese pasivo con costo fue derivado por su alta exposición a derivados de tipo de cambio.

No se conoce exactamente lo que Comerci firmó. Se sabe que la empresa vendió contratos donde se comprometía a vender dólares a 11 o 12 pesos. Pero a la hora en que el dólar subió, no tenía los dólares y tuvo que salir al mercado a comprarlos, causando una falta de liquidez generalizada en el mercado.

Anteriormente, Comerci ya usaba derivados con motivo de especulación. En 2007, ganó 360 millones de pesos por instrumentos derivados y el año previo obtuvo 26 millones de pesos.

En noviembre de 2009, la Comisión Nacional Bancaria y de Valores multó a Comerci con 49 millones de pesos por no revelar operaciones con derivados. Sin embargo, aprovechando un descuento del 20 por ciento por pronto pago, cubrió sólo la cantidad de 39.2 millones de pesos.

Los bancos Barclays, JP Morgan, Merrill Lynch y J. Aron & Co. presentaron demandas en Estados Unidos contra la minorista, reclamando el pago de deuda por contratos en instrumentos derivados, a la vez que siguieron negociando con ella para alcanzar un acuerdo.

En marzo de 2010, La Corte Suprema del Estado de Nueva York falló en contra del minorista. "Se ordena que el asunto del monto total de los daños, incluidos intereses, costos y honorarios legales, a los cuales tiene derecho el demandante se remita a un árbitro especial para oír y reportar recomendaciones", decía el fallo.

La corte rechazó los alegatos de Comerci para declarar ilegales los contratos de derivados y garantizó el derecho de los acreedores a reclamar el pago de la deuda.

Otros acreedores por operaciones de derivados fueron Santander y Citigroup, y otros con créditos bancarios fueron las unidades mexicanas de BBVA, Scotiabank y HSBC Holdings, así como los locales Grupo Financiero Banorte e Ixe Grupo Financiero.

La minorista realizó acuerdos con los tenedores de deuda local (certificados bursátiles) para refinanciar los pasivos con la emisión de nuevos títulos.

En Octubre de 2008, Vitro, el mayor productor de vidrio en México estuvo a punto de pasar al concurso mercantil (un paso antes de la quiebra) para renegociar su deuda y hacer frente a sus problemas generados por su exposición a los derivados.

Vitro incrementó su compra de derivados unos meses atrás para "amarrar" el precio del gas natural, que estaba tocando niveles históricamente altos. Pero la estrategia se revirtió cuando los precios de los hidrocarburos empezaron a bajar.

La compañía, con sede en Monterrey, Nuevo León, informó el 9 de octubre de 2008 a sus accionistas que tenía una exposición negativa por 227 millones de dólares en derivados.

Al 31 de diciembre, Vitro tenía una pérdida neta de 358 millones de dólares (sin incluir intereses acumulados), además de una pérdida de 33 millones de dólares relacionada con los derivados abiertos para cubrir los contratos de gas natural con Pemex de 2009 a 2011.

Vitro dejó de pagar su deuda en febrero del 2009, golpeada por pérdidas en instrumentos derivados, y desde ese momento empezó a negociar una reestructuración.

"El monto del acuerdo con Calyon y Fintech ascendió a 63.4 millones de dólares y 176.9 millones de dólares, respectivamente, para un monto total de 240.3 millones de dólares reconocido por la Compañía", dijo Vitro en un comunicado.

Como resultado de los convenios, todas las demandas en su contra por instrumentos financieros derivados fueron retiradas.

En 2010, la Bolsa Mexicana de Valores suspendió los títulos de Vitro durante casi cinco meses, regresando en octubre de ese año.

Cemex, que siempre ha reportado sus derivados al mercado, quedó bajo presión desde que compró en 2007 a la productora de materiales para construcción Rinker, una adquisición que aumentó su deuda y amplió su exposición en el mercado estadounidense justo a inicios de la recesión global.

En octubre de 2008, la cementera, con una deuda neta de 16,393 millones de dólares y millonarias pérdidas por su exposición a los derivados, decidió recortar considerablemente su exposición a ese tipo de instrumentos financieros.

A junio de 2008 su exposición a los derivados contratados reflejaban una ganancia contable de 414 millones de dólares, sin embargo ante la mayor volatilidad del peso frente al dólar, al 14 de octubre de 2008 la cementera tuvo un quebranto contable de 711 millones de dólares por esos instrumentos.

## Bibliografía

1. Athié, Alejandro. “Las Operaciones Derivadas y su Regulación; Nuevas Modificaciones”. Nacional Financiera, Septiembre 2001.
2. Bank for International Settlements. “OTC derivatives markets activity in the second half of 2010”. 2010.
3. Bank for International Settlements. “Zero – coupon yield curves: technical documentation”. 2005.
4. Banxico, Banco de México. Circular 4/2006. Diciembre 2006.
5. CME Group. “Self-Study Guide to Hedging with Grain and Oilseed Futures and Options”. 2010.
6. Congreso de los Estados Unidos Mexicanos. Código Fiscal de la Federación. Artículo 16-A.
7. Congreso de los Estados Unidos Mexicanos. Ley del Impuesto Sobre la Renta. Artículos 22, 23 y 171.
8. Congreso de los Estados Unidos Mexicanos. Ley del Impuesto al Valor Agregado. Artículo 15.
9. De Lara Haro, Alfonso. “Medición y Control de Riesgos Financieros”, 3ª edición, Limusa, 2009.
10. Fabozzi, Frank. “Fixed Income Analysis”. John Wiley & Sons, Inc., 2007.
11. FIA, Futures Industry Association. “Annual Volume Survey”. 2010.
12. Hagan, Patrick S. and West. “Interpolation Methods for Curve Construction”. Applied Mathematical Finance, Vol. 13. Junio 2006
13. Hull, John C. “Options, Futures, and Other Derivatives”. Prentice Hall, Sexta Edición.
14. Mansell Carstens, Catherine. “Las Nuevas Finanzas en México”, ITAM, Editorial Milenio, 1992.
15. Marshall, John F. and Kapner. “Understanding Swaps”. John Wiley & Sons, Inc., 1993.
16. Martellini, Lionel and Priaulet. “Fixed – Income Securities”, Wiley Finance Series, 2003.
17. MexDer, Mercado Mexicano de Derivados. “Futuros de Swaps”. Julio 2007.
18. Monroy, Arturo. “Instrumentos del Mercado de Derivados”. Nacional Financiera. Septiembre 2001.
19. Nawalkha, Sanjay K. and Soto. “Interest Rate Risk Modeling”. John Wiley & Sons, Inc., 2005.

20. Tuckman, Bruce. "Fixed Income Securities". John Wiley & Sons, Inc., 2002.
21. Venegas, Francisco. "Riesgos financieros y económicos". Cengage Learning. Segunda Edición, 2011.
22. <http://www.mexder.com.mx/MEX/Antecedentes.html>
23. <http://mx.reuters.com/>