



**UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE MÉXICO**

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES ACATLÁN

**Telefonía Móvil vs Telefonía Fija: Pronóstico del
uso de la Telefonía Móvil en México**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
Lic. en Matemáticas Aplicadas y Computación**

P R E S E N T A N :

**Asael Jesús Tamayo Loza
Yadira Concepción Arriaga Mercado**

Asesor: María del Carmen González Videgaray

Fecha: Mayo 2012



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Índice general

Resumen	9
Abstract	9
Introducción	11
CAPÍTULO 1. Telefonía.....	15
1.1 Transición de la telefonía fija a la telefonía móvil	15
1.1.1 Evolución del teléfono y su utilización	16
1.2 Concepto de telefonía fija	17
1.2.1 Autoría de su invención	18
1.2.2 Funcionamiento.....	18
1.3 Concepto de telefonía móvil	21
1.3.1 Primera generación	22
1.3.2 Segunda generación	22
1.3.2.1 Concepto Sistema de Comunicación Personal (PCS)	24
1.3.3 Tercera generación	25
1.3.4 Cuarta generación	26
CAPÍTULO 2. Conceptos de Series de Tiempo	27
2.1 Definición y elementos que integran una serie de tiempo	28
2.2 Objetivos del análisis de series de tiempo	31
2.3 Modelos matemáticos para realizar pronósticos.....	32
2.3.1 Definición.....	32
2.3.2 Modelos Estacionarios	33
2.3.2.1 Estacionaridad.....	33
2.3.2.2 Modelo lineal general y de forma invertida	35
2.3.2.3 Función de autocorrelación (ACF)	36
2.3.2.4 Función de autocorrelación parcial (PACF).....	36
2.3.2.5 Modelo autorregresivo (AR)	39

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

2.3.2.6	Modelo de medias móviles (MA)	40
2.3.2.7	Modelo mezclado (ARMA)	42
2.3.2.8	Modelos exclusivamente estacionales	43
2.3.2.9	Modelos multiplicativos	43
2.3.3	Modelos no estacionarios	44
2.3.3.1	Estabilización de la varianza	44
2.3.3.2	Eliminación de la tendencia	45
2.3.3.3	Variación estacional	45
2.4	Pronósticos	45
2.4.1	Definición	46
2.4.2	Tipos de pronósticos	47
2.4.3	Métodos de pronósticos	47
2.4.4	Errores de pronósticos	49
2.4.5	¿Cómo elegir una técnica de pronóstico?	50
2.5	Metodología de Box-Jenkins	51
2.5.1	Identificación de un modelo adecuado	54
2.5.2	Estimación de parámetros	57
2.5.3	Diagnóstico y comparación de modelos	57
2.5.4	Realización del pronóstico	58
CAPÍTULO 3. Análisis preliminar de los datos		59
3.1	Datos originales	59
3.2	Estacionaridad	65
3.3	Estabilización de la varianza	69
3.4	Eliminación de la tendencia	72
3.5	Fluctuaciones estacionales	78
3.6	Identificación del modelo	80
CAPÍTULO 4. Estimación y diagnóstico de los modelos tentativos		85
4.1	Procedimiento de estimación	85

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

4.2	Estimación de los parámetros de los modelos.....	87
4.3	Obtención del valor inicial para los parámetros	88
4.4	Examen del modelo	88
4.5	Análisis de estacionaridad	89
4.6	Análisis de los residuales	92
4.7	Modelos subespecificados o sobreespecificados	93
CAPÍTULO 5. Pronósticos.....		99
5.1	Gráfica y tabla de pronósticos	99
5.2	Comprobación de datos reales con los pronosticados	101
5.3	Precisión del pronóstico.....	102
CONCLUSIONES.....		105
GLOSARIO.....		109
BIBLIOGRAFÍA		113
ANEXOS		115
Anexo 1. Series de Tiempo Originales.....		115
Anexo 2. Residuales de las Series de Tiempo.....		118

Índice de Figuras y Tablas

Figura 2.1. Ejemplo de tendencia	28
Figura 2.2. Ejemplo de ciclo	29
Figura 2.3. Ejemplo de variación estacional	29
Figura 2.4. Ejemplo de fluctuaciones aleatorias	30
Figura 2.5. Ejemplo de series estacionarias	31
Figura 2.6. Ejemplo de series no estacionarias	31
Figura 2.7. Enfoque de Box-Jenkins.....	51
Figura 2.8. Metodología de Box-Jenkins	52
Figura 2.9. Ejemplo de función de autocorrelación	54
Figura 2.10. Ejemplo de función de autocorrelación parcial	55
Figura 2.11. Ejemplo de periodograma	56
Figura 2.12. Ejemplo de periodograma integrado	57
Figura 3.1. Datos originales Serie 1	60
Figura 3.2. Gráfico de la ACF, datos originales Serie 1.....	61
Figura 3.3. Gráfico de la PACF, datos originales Serie 1	61
Figura 3.4. Gráfico del periodograma, datos originales Serie 1.....	62
Figura 3.5. Gráfico del periodograma integrado, datos originales Serie 1.....	62
Figura 3.6. Datos originales Serie 2	63
Figura 3.7. Gráfico de la ACF, datos originales Serie 2.....	63
Figura 3.8. Gráfico de la PACF, datos originales Serie 2	64
Figura 3.9. Gráfico del periodograma, datos originales Serie 2.....	64
Figura 3.10. Gráfico del periodograma integrado, datos originales Serie 2.....	65
Tabla 3.1. Tabla de datos de la función de autocorrelación. Serie 1.....	66
Tabla 3.2. Tabla de datos de la función de autocorrelación. Serie 2.....	67
Tabla 3.3. Tabla de datos de la función de autocorrelación parcial. Serie 1	68
Tabla 3.4. Tabla de datos de la función de autocorrelación parcial. Serie 2	69
Figura 3.11. Datos originales Serie 1	70
Figura 3.12. Transformaciones a la serie de datos originales Serie 1	70
Figura 3.13. Datos originales Serie 2	71
Figura 3.14. Transformaciones a la serie de datos originales Serie 2.....	71
Figura 3.15. Datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden uno).....	72

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Figura 3.16. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden uno)	72
Figura 3.17. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden uno)	73
Figura 3.18. Datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)	73
Figura 3.19. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)	74
Figura 3.20. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)	74
Figura 3.21. Datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden uno)	75
Figura 3.22. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden uno)	75
Figura 3.23. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden uno)	76
Figura 3.24. Datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos)	76
Figura 3.25. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos)	77
Figura 3.26. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos)	77
Figura 3.27. Datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)	78
Figura 3.28. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)	78
Figura 3.29. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)	79
Figura 3.30. Gráfico del periodograma, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)	79
Figura 3.31. Gráfico del periodograma integrado, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)	80
Figura 3.32. Gráficos de ACF y PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)	80
Figura 3.33. Gráficos de ACF y PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)	81
Figura 3.34. Gráficos de ACF y PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y una diferencia estacional de orden uno, con longitud doce)	82
Tabla 4.1. Parámetros del modelo tentativo para la Serie 1	87
Tabla 4.2. Parámetros del modelo tentativo para la Serie 2	87
Figura 4.1. Gráfico ACF de los residuales Serie 1	90
Figura 4.2. Gráfico PACF de los residuales Serie 1	90
Figura 4.3. Gráfico ACF de los residuales Serie 2	91
Figura 4.4. Gráfico PACF de los residuales Serie 2	91
Figura 4.5. Gráfico de la Periodograma integrado de los residuales Serie 1	92
Figura 4.6. Gráfico de la Periodograma integrado de los residuales Serie 2	92

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Tabla 4.3. Parámetros del modelo tentativo. Serie 1.....	94
Tabla 4.4. Parámetros del modelo tentativo Serie 2.....	95
Figura 4.7. Gráficos ACF, PACF y Periodograma integrado de los residuales del modelo ARIMA (0,2,1) sin constante Serie 1.....	96
Tabla 4.5. Parámetros del modelo sin constante para la Serie 1.	97
Figura 4.7. Gráficos ACF, PACF y Periodograma integrado de los residuales del modelo ARIMA(0,2,1)x(0,1,1) ¹² sin constante Serie 2.	97
Tabla 4.6. Parámetros para el modelo sin constante Serie 2.	98
Figura 5.1. Gráfico de Pronósticos Serie 1.....	99
Tabla 5.1. Pronósticos. Serie 1.	100
Figura 5.2. Gráfico de los Pronósticos Serie 2.	100
Tabla 5.2. Pronósticos. Serie 2.	101
Tabla 5.3. Datos reales posteriores al estudio de las Series.....	102
Tabla 5.4. Comparativo datos reales contra pronosticados.....	102
Figura 5.3. Gráfico del comportamiento de los residuales Serie 1.	103
Figura 5.4. Gráfico del comportamiento de los residuales Serie 2.	103

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo demostrar que el crecimiento en el uso de la telefonía móvil en México tendrá como consecuencia una reducción importante en el uso de la telefonía fija a corto y mediano plazos, para lo cual se aplicarán los conocimientos adquiridos a lo largo de la licenciatura de Matemáticas Aplicadas y Computación (MAC), haciendo uso del curso de *Pronósticos I* para predecir el comportamiento de las líneas telefónicas fijas en servicio y las suscripciones a la telefonía móvil, por medio de la metodología Box-Jenkins para series de tiempo. Para esto, contamos con datos históricos confiables proporcionados por la Comisión Federal de Telecomunicaciones (Cofetel); además del Software estadístico *Statgraphics* para llevar a cabo el análisis. Los datos empleados para aplicar la metodología son mensuales y van del enero de 1995 a junio de 2011, se pronosticarán los valores para los 24 meses posteriores.

Palabras Clave: Pronóstico, telefonía fija, telefonía móvil, Box-Jenkins, ARIMA, Serie de Tiempo, México, Statgraphics.

Abstract

This work seeks to prove that growth in the use of mobile telephony in Mexico will result in a significant reduction in the use of fixed telephony in short-to-medium term, to which apply the knowledge obtained a long the degree of Applied Mathematics and Computing (MAC); using the course *Forecast* to predict the behavior of fixed telephony in services and subscriptions to mobile telephony, using the Box-Jenkins methodology for time series forecasting. For this, we have reliable historical data that gives us the Federal Communications Commission (Cofetel), besides the *Statgraphics* statistical software to make the analysis. The data used to implement the methodology are monthly, the data range from January 1995 to June 2011, and forecast the subsequent 24 months.

Keywords: Forecasting, fixed telephony, mobile telephony, Box-Jenkins, ARIMA, Time Series, Mexico, Statgraphics.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Introducción

A lo largo de las últimas décadas, el uso recurrente de la tecnología la ha transformado y consolidado como una herramienta indispensable de la vida humana; debido a esto, resulta imprescindible conocer el comportamiento de la sociedad respecto a los productos y servicios más utilizados, para poder conocer las necesidades, requerimientos y gustos de la población al respecto.

En el presente trabajo se abordará el uso de la tecnología (fija y móvil) como una necesidad de la población mexicana, en donde el servicio de voz se ha consolidado como una fuerza de cambio, comunicación y transformación de la sociedad.

El siglo XX se consolidó como el siglo del cambio a nivel mundial en lo que respecta al servicio de la telefonía fija, sin embargo, fue a partir de la década de 1980, específicamente a partir de 1983, año en que se desarrolló el primer teléfono móvil, en que la sociedad en general (sin importar lugar de ubicación), ha sido testigo de una gradual, constante e incesante evolución de la infraestructura de la comunicación, creando así canales de intercambio nuevos que han devenido, hasta el día de hoy, en innovadoras aplicaciones, y servicios extra, que facilitan el trabajo, y hacen más placentera la vida de los individuos contemporáneos.

La evolución de las comunicaciones (y ahora de las telecomunicaciones), ha atravesado un proceso que inició en la telefónica fija, a través de terminales telefónicas no portátiles (mediante el cableado), hasta la evolución de la telefonía móvil (y sus cuatro generaciones reconocidas hasta el día de hoy), en donde se cuenta con internet, diversas aplicaciones, así como la prestación de numerosos servicios, que transformó, en tan sólo unos años, el deseo de hablar por teléfono, en una necesidad insustituible, de contar con un servicio en cualquier lugar y cualquier momento, independientemente de la productividad y eficacia de los mismos.

El constante dinamismo de la vida, la comunicación y el desplazamiento de los individuos, aunado a la necesidad de información actualizada, la diversificación de los campos laborales y personales, así como la interconexión entre los actores, han generado que, durante los últimos años, se genere un fenómeno en las formas de comunicación, en donde la telefonía móvil ha ido desplazando a la telefonía fija, gracias a su constante actualización, innovación y consolidación como una necesidad básica de la vida en sociedad.

Por esta razón, la evolución de la tecnología móvil se ha posesionado de las herramientas, tecnológicas más innovadoras, que permiten al individuo agilizar procesos, tomar decisiones, e incluso interrelacionarse con otros individuos sin importar lugar de ubicación o servicios que se requieran satisfacer.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Esto ha permitido reducir trámites, facilitar accesos, pero sobre todo, ha permitido al individuo contemporáneo sobrepasar las fronteras de tiempo y espacio, generando así una interconexión global, con actualizaciones de punta, reducción de costos y máximos beneficios, invitando a la sociedad, a formar una red mundial de telecomunicaciones que facilite la vida y acceso a cualquier tipo de información y espacio.

En función de lo anterior, así como del objetivo del presente trabajo, resulta indispensable conocer la relación entre ambas variables, tanto telefonía fija como móvil, para poder entender la evolución de cada una de ellas, la relación entre ambas, así como su papel e importancia dentro de una sociedad cada vez más exigente respecto a la innovación y la facilitación de la vida y del trabajo.

De este modo, resulta necesario aplicar métodos, técnicas y análisis que permitan describir, explicar, pronosticar y controlar los datos obtenidos, para ayudar a tomar las decisiones correctas respecto a los procesos de cambio y tecnologización de la sociedad.

Conociendo esto y contando con los elementos necesarios, se podrá comprender el comportamiento de los procesos de innovación en la tecnología, para poder así, trasladarlos a la actividad real, que permita entender los procesos, proyectar resultados confiables, y prospectar soluciones eficaces ante el ejercicio y funcionamiento de los mismos.

Para lograr esto, se ha decidido llevar a cabo un análisis de series de tiempo, utilizando la metodología de Box-Jenkins, con la finalidad de demostrar que el crecimiento en el uso de la telefonía móvil en México tendrá como consecuencia una reducción importante en el uso de la telefonía fija a corto y mediano plazos, mediante el pronóstico de las suscripciones a teléfonos móviles y las líneas fijas en servicio, haciendo una representación cuantitativa de la realidad, para estimar valores futuros que permitan tomar decisiones acertadas y prever el comportamiento de las variables, así como de sus relaciones dominantes.

Vale la pena hacer un especial énfasis que, para desarrollar el pronóstico, se han buscado datos numéricos suficientes, con patrón y comportamiento estables, que permitan desarrollar un modelo confiable, verídico, real y funcional para poder, finalmente, comprender y prever el comportamiento de las variables.

Se ha considerado de igual manera, el nivel de incertidumbre, así como los márgenes de error, las variaciones y los riesgos, para desarrollar un modelo que permita dar sustento, validez y funcionalidad a la información dentro de la realidad social.

En función del objetivo del presente trabajo, ha resultado indispensable medir las consecuencias, desarrollar la investigación documental, obtener la información necesaria e identificar el patrón de datos, para desarrollar el modelo en función del comportamiento de los mismos y obtener resultados lo más

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

certeros posible, que se sitúen dentro del intervalo de confianza, y que cumplan con el principio de parsimonia, para que se consideren válidos y confiables.

Finalmente, el horizonte del pronóstico del presente trabajo abarcará, como una forma de estimación de valores futuros, el corto y mediano plazo, que permita traducir el comportamiento de las variables, la relación predominante entre ambas, y sobre todo, que pueda servir como una guía para predecir el comportamiento de la telefonía fija y la telefonía móvil, dentro de los siguientes dos años, como una forma de comunicación humana, que se adapta cada vez más, a la exigencia de una sociedad consumista, innovadora y estética tanto a nivel personal, como profesional.

Así, se pretende que, a partir de los datos obtenidos con el modelo a desarrollar, se pueda en primer lugar, comprender la relación existente entre telefonía fija y móvil, su nivel de importancia dentro de la sociedad, así como prever su futura utilización a corto y mediano plazo, con la finalidad de conocer los requerimientos de la población, así como la satisfacción óptima de las necesidades básicas y creadas.

CAPÍTULO 1. Telefonía

Objetivo: Dar a conocer los principales aspectos que favorecieron las innovaciones en el ámbito de la telefonía, así como, los conceptos de las telefonías fija y móvil

En este capítulo, se presenta una reseña histórica sobre la evolución de la telefonía desde su concepción original basada en aparatos fijos cuando Graham Bell ya concebía la idea de que enviar muchos mensajes en forma simultánea por un mismo cable en el entendido de que quien fuera capaz de implementar este mecanismo con mayor capacidad de envío de mensajes podría ganar importantes sumas de dinero, hasta el uso de la telefonía móvil; mencionando la introducción de mejoras sucesivas, tanto en el propio aparato telefónico como en los métodos y sistemas de explotación de la red. Asimismo, las ventajas de la evolución del teléfono móvil que han permitido disminuir su tamaño y peso, desde el primer teléfono móvil en 1983 que pesaba 800 gramos, a los actuales más compactos y con mayores prestaciones de servicio y de software más amigable con la inclusión de juegos, reproducción de música en diversos formatos, correo electrónico, mensajes de texto, agenda electrónica, fotografía, televisión y video digitales, videollamada y navegación por internet, desplazándose con gran facilidad en el mercado nacional, posicionándose como favoritos sobre los teléfonos fijos. Asimismo, se describen brevemente los conceptos de telefonía en sus dos vertientes importantes a tratar en este trabajo: telefonía fija y móvil.

1.1 Transición de la telefonía fija a la telefonía móvil

Desde la década de los noventa hasta la actualidad, los servicios de voz han sido la principal fuerza de cambio impulsora del mercado de las telecomunicaciones, inicialmente, debido al espectacular crecimiento de la telefonía móvil y más recientemente al desarrollo de Internet. En 2006, los servicios de telefonía móvil representaban aproximadamente la mitad de los ingresos de la industria mundial de telecomunicaciones y sus abonados eran más del doble que los de la telefonía fija.

En los países desarrollados, las telecomunicaciones perdieron su dinamismo debido a la caída de los ingresos de la telefonía fija y la saturación de los mercados de telefonía móvil, que tuvo como consecuencia la reducción en el número de líneas fijas, en el tráfico y en las tarifas. Esta disminución es fundamentalmente el resultado de la creciente sustitución del servicio fijo por el móvil. Por otro lado, la reducción de las tarifas de la telefonía móvil produjo una tendencia creciente a privilegiar esta tecnología sobre las opciones de telefonía fija.

Las telecomunicaciones y los adelantos en la infraestructura de la información y las comunicaciones, siguen caracterizándose por un crecimiento ininterrumpido, en particular en el sector de la telefonía

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

móvil, la cual está ofreciendo canales de comunicación nuevos y de importancia fundamental a regiones que por mucho tiempo han carecido de ellos. Los teléfonos móviles no sólo han aumentado el acceso a las comunicaciones de voz básicas, sino que también se están utilizando cada vez más para aplicaciones que no utilizan la voz, entre ellas el servicio de mensajes breves, transacciones bancarias móviles y comercio móvil, así como en la gestión de desastres. Dado que la tecnología móvil de tercera generación puede proporcionar acceso a la banda ancha, se espera que las comunicaciones por telefonía móvil desempeñen una función cada vez más importante en el acceso de alta velocidad a Internet.

En síntesis, el mercado mundial de los servicios de telecomunicaciones continúa creciendo, aunque comienza a mostrar cierto estancamiento, especialmente en las economías industrializadas. Mientras los servicios móviles continúan impulsando el crecimiento del mercado en general, los nuevos ingresos generados por los servicios de acceso por banda ancha contribuyeron a compensar la caída en los servicios telefónicos fijos.

1.1.1 Evolución del teléfono y su utilización

Los antecedentes del teléfono se remontan en el tiempo más allá de su primera aplicación práctica, tal como sucedió con el telégrafo eléctrico. El primer ensayo sobre la posibilidad de transmitir el sonido de las voces a distancia, aunque fallido, se puede situar en 1860, cuando el alemán Philippe Reiss desarrolló un sistema que podía transmitir el sonido. El salto decisivo se debió a tres norteamericanos: Graham Bell, Elisha Gray y Thomas A. Edison. Graham Bell y Elisha Gray, que trabajaban por separado en la posibilidad de utilizar distintas frecuencias para mejorar las comunicaciones telegráficas.

Desde su concepción original se han ido introduciendo mejoras sucesivas, tanto en el propio aparato telefónico como en los métodos y sistemas de explotación de la red.

En lo que se refiere al aparato telefónico, se pueden señalar varias cosas: la introducción del micrófono de carbón, que aumentaba la potencia emitida y el alcance máximo de la comunicación; el dispositivo antilocal, para evitar la perturbación en la audición causada por el ruido ambiente del local donde está instalado el teléfono; la marcación por pulsos mediante el denominado disco de marcar; la marcación por tonos multifrecuencia; y la introducción del micrófono de condensador, usado en todos los aparatos modernos, que mejora la calidad del sonido.

En cuanto a los métodos y sistemas de explotación de la red telefónica, se pueden señalar: la telefonía fija o convencional; la central telefónica para la interconexión mediante la intervención de un operador de distintos teléfonos, creando de esta forma un primer modelo de red; la introducción de las centrales telefónicas de conmutación automática, constituidas mediante dispositivos electromecánicos, de las que

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

han existido diversos sistemas; las centrales de conmutación automática electromecánicas, pero controladas por computadora; las centrales digitales de conmutación automática totalmente electrónicas y controladas por computadora, la práctica totalidad de las actuales, que permiten multitud de servicios complementarios al propio establecimiento de la comunicación (los denominados servicios de valor añadido); la introducción de la Red Digital de Servicios Integrados (RDSI) y las técnicas DSL o de banda ancha (ADSL, HDSL, etc.), que permiten la transmisión de datos a más alta velocidad; la telefonía móvil o celular, que posibilita la transmisión inalámbrica de voz y datos, pudiendo ser estos a alta velocidad en los nuevos equipos de tercera generación.

La evolución del teléfono móvil ha permitido disminuir su tamaño y peso, desde ese primer teléfono móvil en 1983 que pesaba 780 gramos, a los actuales más compactos y con mayores prestaciones de servicio. El desarrollo de baterías más pequeñas y de mayor duración, pantallas más nítidas y de colores, la incorporación de software más amigable, hacen del teléfono móvil un elemento muy apreciado en la vida moderna. El avance de la tecnología ha hecho que estos aparatos incorporen funciones que no hace mucho parecían futuristas, como juegos, reproducción de música en diversos formatos, correo electrónico, envío de mensajes cortos, agenda electrónica, fotografía digital y video digital, video llamada, navegación por Internet y hasta televisión digital.

1.2 Concepto de telefonía fija

El teléfono fijo es uno de los sistemas de comunicación más usados en todo el mundo. Aunque en algunos países ya hay más teléfonos móviles que fijos, la calidad en la comunicación, unida a la ubicuidad de su instalación, le hacen ser un elemento clave en las comunicaciones actuales y del cercano futuro.

La telefonía fija o convencional, es aquella que hace referencia a las líneas y equipos que se encargan de la comunicación entre terminales telefónicos no portables y, generalmente, enlazados entre ellos o con la central por medio de conductores metálicos.

En el campo de las telecomunicaciones, una central telefónica es el lugar utilizado por una empresa operadora de telefonía, donde se instala el equipo de conmutación y demás equipos, necesarios para la operación de las llamadas telefónicas. En dicho lugar se establecen conexiones entre los bucles de los abonados, directamente o mediante retransmisiones entre centrales de la señal de voz. Las centrales se conectan entre sí mediante enlaces de comunicaciones entre centrales o enlaces intercentrales. En la central telefónica terminan las líneas de abonado y se originan los enlaces de comunicaciones con otras centrales telefónicas de igual o distinta jerarquía o, en su caso, parten los enlaces o circuitos interurbanos necesarios para la conexión con centrales de otras poblaciones.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

1.2.1 Autoría de su invención

El término central telefónica, que es la central utilizada para la creación de redes de comunicación de telefonía fija, se utiliza como sinónimo de equipo de conmutación más que como un edificio o una ubicación y pueden ser privadas o públicas.

Aunque Meucci inventó una primera central telefónica, la invención del primer conmutador automático (PABX) ocurrió en el intervalo de 1889 a 1892, por el estadounidense Almon B. Strowger y consistía de cinco botones. El primer botón fue llamado "descolgado" (*release*), con el cual empieza el conmutador, el siguiente botón eran las centenas que identifican el primer dígito de los números de tres dígitos marcados. Este botón era presionado un número de veces para indicar el número marcado; y así sucesivamente las decenas y unidades. Desde entonces la tecnología y los costos de instalación de dichas centrales han tenido un crecimiento importante, en el que la industria latinoamericana ha incursionado activamente.

En un comienzo se utilizaban *switches* eléctricos precarios y posteriormente se inclinó al uso de la operadora manual que derivaba las llamadas del centro de llamadas al interno correspondiente.

Lentamente se fue cambiando el grupo de operadoras al uso de lámparas de vacío que accionaban *relays* mecánicos para poder desviar y conmutar llamadas. En la década de los setentas, el salto tecnológico, impulsado por la electrónica, impacta fuertemente a la industria de la telefonía. En pocos años las centrales telefónicas quedan obsoletas ante una tecnología de menor costo y mayor eficiencia energética. De este punto en adelante la electrónica se ocupó principalmente en reducir el tamaño de los componentes, mediante el uso de circuitos integrados, y una mejora continua en los diseños.

1.2.2 Funcionamiento

Las centrales de equipos telefónicos suelen tener como mínimo los siguientes elementos:

- La central telefónica.

La central telefónica consiste en un tipo de mueble metálico, al cual llegan las líneas procedentes de la red telefónica pública y donde se encuentran alojados todos los equipos de conexión y conmutación, las redes salientes y la fuente de alimentación eléctrica de la central.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

- La fuente de alimentación.

La fuente de alimentación suele estar incluida en la misma central. No obstante puede establecerse un servicio directo a través de la red o batería. El uso de baterías permite que la central se encuentre operativa aunque se interrumpa la tensión de la red.

- El puesto de contestación.

Para el puesto de contestación se emplea normalmente un teléfono de operadora con o sin terminal de teclas de destino. Este puesto está diseñado para la contestación concentrada y ordenación automática de llamadas. A los usuarios internos se les pueden asignar comunicaciones, sea de forma diferida o inmediata. Estos puestos suelen estar dotados de un *display* en el que pueden aparecer la fecha y hora, las unidades de pasos o importes devengados, los números de llamadas internos o externos y la cantidad de llamadas externas que esperan ser contestadas.

- Los teléfonos y complementos.

Cada central telefónica admite determinados tipos de teléfonos y complementos diseñados para la misma. Cada uno de estos teléfonos se colocará en una determinada extensión de la central. Esta extensión se identificará mediante un número para que en todo momento, desde el puesto de contestación, pueda comunicarse con el teléfono o dispositivo requerido. Los complementos que pueden conectarse a las centrales telefónicas pueden ser: teléfonos de manos libres, contestadores telefónicos, fax, módem, etcétera.

- La red de líneas

Desde la central telefónica se enlazan todos los teléfonos, complementos y equipos adicionales mediante una red de líneas que se dirigen a cada uno.

- Los equipos adicionales

Existen muchas centrales a las que se pueden conectar una serie de equipos especiales privados y otras centrales telefónicas adicionales. Entre estos equipos podemos citar: altavoces para comunicaciones, puestos externos de porteros electrónicos, buscapersonas, instalaciones telefónicas secundarias, etcétera.

El funcionamiento de una central telefónica puede ser distinto a cualquier otra; sin embargo, de manera general se explicarán algunos procesos, haciendo hincapié en que estos pueden ser efectuados de distinta forma.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

- Recepción de llamadas

Todas las llamadas recibidas en el puesto de contestación son señalizadas tanto óptica como acústicamente. Si en el curso de una comunicación entra una nueva llamada, ésta puede ser señalizada de una forma óptica exclusivamente.

Si se presentan simultáneamente varias llamadas, éstas se almacenan en memoria señalizándose por orden de entrada y quedándose fijas en los indicadores para que puedan observarse las que quedan pendientes de contestar.

Mediante los dispositivos de control, desde el puesto de contestación se pueden observar los estados de libre y ocupado de cada una de las extensiones y de las líneas urbanas. En caso de ocupado, luce la lámpara de la extensión o de la línea respectiva.

Tras contestar una llamada, ésta puede ser ofrecida a la extensión deseada, tanto si está libre como ocupada. La comunicación puede interconectarse también sin ofrecimiento. Si no contesta nadie o si el teléfono está ocupado, la llamada vuelve al puesto de operadora al cabo de cierto número de segundos, esto es una rellamada, es decir que vuelve a sonar el teléfono de la operadora como si le estuvieran llamando de nuevo. Estas rellamadas suelen tener prioridad sobre el resto de las llamadas que se estén produciendo en ese mismo momento.

- Emisión de llamadas

Desde el puesto de operadora los destinos externos requeridos con frecuencia se pueden marcar empleando números abreviados, con uno o más dígitos. Estos pueden ser almacenados y modificados en cualquier momento.

En los momentos de gran tráfico la operadora puede reservarse para sí una línea urbana de las que queden libres.

A petición de un usuario interno, la operadora puede asignarle una comunicación urbana o de enlace directo. En este caso, el usuario interno espera sin colgar el teléfono. Esta petición puede también ser solicitada de forma diferida, si no es posible una asignación inmediata. La comunicación se puede interconectar al estado de espera antes de que conteste el usuario interno.

El número de llamada externo marcado en último lugar puede almacenarse, en caso de que el abonado deseado esté ocupado o no conteste, y activarse cuantas veces se desee mediante su reclamación.

La operadora puede conmutar temporalmente la clase de servicio de un grupo de extensiones o de una extensión y asignarles otra clase de servicios determinados.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

La operadora puede realizar la tasación de las llamadas establecidas por los usuarios. Puede controlar y anotar las unidades de tasa, el número de la extensión y el número de la llamada. Estos datos pueden ser registrados también en un impresor de tasas conectado a la central.

- Otras posibilidades del puesto de contestación.

Desde el puesto de contestación se pueden derivar las llamadas recibidas, cuando por razones de ausencia no puedan atenderse, hacia otro puesto de contestación de reserva. En ciertos lugares, durante la noche o ciertas horas, se activa el servicio nocturno. Durante el mismo, el puesto de contestación se halla desconectado. Las llamadas internas y externas se asignan entonces al puesto nocturno correspondiente o a cualquier teléfono perteneciente a un usuario autorizado para contestar.

Las comunicaciones entrantes y salientes pueden ser también cursadas mediante un microteléfono conectado al puesto de contestación sin necesidad de levantar el teléfono, esto es, manos libres.

La operadora puede llamar y ser llamada mediante líneas internas de enlace con cualquiera de las extensiones. Existe la posibilidad, si se diera el caso, de retener una comunicación interna para atender a otra llamada.

1.3 Concepto de telefonía móvil

Aunque los conceptos básicos de las comunicaciones radiotelefónicas en dos sentidos son bastante sencillos, el *servicio telefónico móvil* ha evolucionado hasta llegar a ser un monstruo de las comunicaciones, que es bastante complicado en su conjunto. Los teléfonos móviles implican redes de comunicaciones intrincadas y algo complejas, formadas con metodologías tanto analógicas como digitales, complicados centros de procedimientos de conmutación controlada por computadora, y varios métodos de acceso múltiple. El servicio telefónico móvil comenzó a principios de la década de 1940, pero a causa de su gran costo, disponibilidad limitada y angosta asignación de frecuencias, no se usaron mucho los primeros sistemas. Sin embargo, en años recientes, los avances tecnológicos aunados a un espectro más ancho de frecuencias, mayor disponibilidad y mejor confiabilidad han provocado un aumento fenomenal en los deseos de las personas de hablar por teléfono, en cualquier lugar y en cualquier momento, independientemente de que sea productivo o necesario.

La estación móvil suele ser, en la actualidad, un aparato manual pequeño. En la terminología de radio de antes, el término *móvil* sugería cualquier radiotransmisor, receptor o transceptor que podía cambiar de lugar mientras funcionaba. Por otro lado, el término *portátil* describía un transceptor de radio relativamente pequeño manual, de baterías y que una persona caminando a paso normal podía llevar. Sin embargo, la definición actual de *móvil* ha llegado a indicar moverse a gran velocidad. Por

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

consiguiente, la definición moderna e incluyente de *teléfono móvil* significa cualquier radioteléfono capaz de funcionar mientras está en movimiento a cualquier velocidad, que es de baterías y que es lo bastante pequeño como para que una persona lo pueda llevar.

1.3.1 Primera generación

La evolución de los teléfonos celulares la podemos dividir en cuatro generaciones, la primera generación (1G), inicia con la aparición del primer teléfono celular en el mercado mundial conocido como "el ladrillo" (DynaTac 8000X); en 1981 el fabricante Ericsson lanza el sistema NMT 450 (Nordic Mobile Telephony 450 mega Hertz (MHz)). Este sistema seguía utilizando canales de radio analógicos (frecuencias en torno a 450 MHz) con modulación en frecuencia modulada (FM). Era el primer sistema del mundo de telefonía móvil tal como se entiende hoy en día.

En 1986, Ericsson modernizó el sistema, llevándolo hasta el nivel NMT 900. Esta nueva versión funcionaba prácticamente igual que la anterior pero a frecuencias superiores (del orden de 900 MHz). Esto permitió dar servicio a un mayor número de usuarios y avanzar en la portabilidad de los terminales.

Los teléfonos celulares de esta generación eran caracterizados por ser de tecnología analógica para uso restringido de comunicaciones orales. Además del sistema NMT, en los ochenta se desarrollaron otros sistemas de telefonía móvil tales como: AMPS (Advanced Mobile Phone System) –la tecnología predominante en esta generación– en Estados Unidos y TACS (Total Access Communication System).

El sistema TACS se utilizó en España con el nombre comercial de MovilLine. Estuvo en servicio hasta su extinción en 2003.

Los equipos 1G pueden parecer algo aparatosos para los estándares actuales pero fueron un gran avance para su época, ya que podían ser trasladados y utilizados por una única persona.

1.3.2 Segunda generación

La segunda generación (2G) hace su aparición en la década de los noventa, en su mayoría son de tecnología digital y tenían ciertos beneficios muy valorados, como duración extendida de la batería, posibilidad de ser más seguros y una definición mayor en el sonido. Estos teléfonos, y también algunos teléfonos analógicos, contaban con la posibilidad de envío y recepción de mensajes de texto (SMS); sin

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

embargo, aún no es en estos años el "boom" de esta herramienta que en los últimos años se ha masificado increíblemente. Las tecnologías predominantes fueron: GSM (Global System por Mobile Communications); IS-136 (conocido también como TIA/EIA136 o ANSI-136), iDEN, IS-95, CDMA (Code Division Multiple Access) y PDC (Personal Digital Communications), este último utilizado en Japón. Las frecuencias utilizadas en Europa fueron de 900 y 1800 MHz

El desarrollo de esta generación tuvo como principal consecuencia la digitalización de las comunicaciones. Las comunicaciones digitales ofrecían una mejor calidad de voz que las analógicas, además se aumentó el nivel de seguridad y se simplificó la fabricación del Terminal (con la reducción de costes que ello conlleva). En esta época se constituyeron varios estándares de comunicaciones móviles: D-AMPS (Estados Unidos), PDC (Japón), cdmaOne (Estados Unidos y Asia) y GSM.

Muchas operadoras telefónicas móviles implementaron Acceso Múltiple por División de Tiempo (TDMA) y Acceso Múltiple por División de Código (CDMA) sobre las redes AMPS existentes convirtiéndolas así en redes D-AMPS. Esto trajo como ventaja para estas empresas poder lograr una migración de señal analógica a señal digital sin tener que cambiar elementos como antenas, torres, cableado, etcétera. Inclusive, esta información digital se transmitía sobre los mismos canales (y por ende, frecuencias de radio) ya existentes y en uso por la red analógica. La gran diferencia es que con la tecnología digital se hizo posible la multiplexación, tal que en un canal antes destinado a transmitir una sola conversación ahora podía transmitir varias conversaciones de manera simultánea, incrementando así la capacidad operativa y el número de usuarios que podían hacer uso de la red en una misma celda en un momento dado.

El estándar que ha universalizado la telefonía móvil ha sido el archiconocido GSM: Global Sistem for Mobile communications o Groupe Spécial Mobile. Se trata de un estándar europeo nacido de los siguientes principios:

- Buena calidad de voz (gracias al procesado digital).
- Itinerancia.
- Deseo de implantación internacional.
- Terminales realmente portátiles (de reducido peso y tamaño) a un precio asequible.
- Compatibilidad con la RDSI (Red Digital de Servicios Integrados).
- Instauración de un mercado competitivo con multitud de operadores y fabricantes.

Realmente, GSM ha cumplido con todos sus objetivos pero al cabo de un tiempo empezó a acercarse a la obsolescencia porque sólo ofrecía un servicio de voz o datos a baja velocidad (9.6 Kbps) y el mercado empezaba a requerir servicios multimedia que hacían necesario un aumento de la capacidad de transferencia de datos del sistema. Es en este momento cuando se empieza a gestar la idea de la tercera generación (3G), pero como la tecnología CDMA no estaba lo suficientemente madura en aquel

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

momento se optó por dar un paso intermedio (2.5G), en la cual se incluyen nuevos servicios como EMS y MMS:

- EMS es el servicio de mensajería mejorado, permite la inclusión de melodías e iconos dentro del mensaje basándose en los SMS; un EMS equivale a 3 ó 4 SMS.
- MMS (Sistema de Mensajería Multimedia) Este tipo de mensajes se envían mediante General Packet Radio Service (GPRS) y permite la inserción de imágenes, sonidos, videos y texto. Un MMS se envía en forma de diapositiva, en la cual cada plantilla sólo puede contener un archivo de cada tipo aceptado, es decir, sólo puede contener una imagen, un sonido y un texto en cada plantilla, si se desea agregar más de estos tendría que agregarse otra plantilla. Cabe mencionar que no es posible enviar un vídeo de más de 15 segundos de duración.

Para poder prestar estos nuevos servicios se hizo necesaria una mayor velocidad de transferencia de datos, que se hizo realidad con las tecnologías GPRS y EDGE.

- GPRS (General Packet Radio Service) permite velocidades de datos desde 56kbps hasta 114 kbps.
- EDGE (Enhanced Data rates for GSM Evolution) permite velocidades de datos hasta 384 Kbps.

1.3.2.1 Concepto Sistema de Comunicación Personal (PCS)

Los Sistemas de Comunicación Personal (PCS) son frecuentemente diferenciados de la telefonía celular, porque proporcionan servicios a cada uno, donde quiera, además proporcionan gran capacidad de la red, cobertura omnipresente, pocos equipos, bajos costos de infraestructura y facilidades de desarrollo de las BS. Las microceldas son usadas en los sistemas celulares, de tal manera que el tamaño y el costo son reducidos. Las BS son pequeñas y no tan costosas para los sistemas sin cable como es el caso de los sistemas de telecomunicaciones sin cables europeos (CT-2) y los sistemas de telecomunicaciones digital sin cable (DECT), pero estos no son diseñados para redes celulares ni para aquellos que suministran alta capacidad de requerimiento para los PCS.

Las macroceldas convencionales son interconectadas a centros móviles típicamente configurados inicialmente con las facilidades de una vía de transmisión estándar, como lo es de 1.5 Mbits/seg (estándar norteamericano, T1) ó 2 Mbits/seg (estándar europeo, E1) de enlace.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

La interconexión de microceldas es y será completamente diferente. Algunas microceldas son esencialmente "sitios de radiación remota", donde las radiofrecuencias de señales de radio móviles son transmitidos a través de un enlace óptico, o un enlace de radio punto a punto, para una distribución puntual de microondas que actúa como el centro físico de una microcelda.

Situando una BS en los sistemas de primera y segunda generación, involucra el uso relativo de herramientas de planeación, para predecir la cobertura de radio de la posición de una BS con errores de pérdida de ruta que a menudo exceden 20 decibelios y usualmente requieren soportar la propagación de las medidas y encontrar dueños que permitan rentar sus propiedades para el despliegue de la BS. Las herramientas de predicción para el piso de las microceldas son más exactas, por la condición de que la antena de las BS, deben estar montadas por debajo del horizonte de la ciudad. La propagación de la microonda en la microcelda es esencialmente determinada por la topología de las calles y edificios y además las microceldas son irregulares si las calles son irregulares.

1.3.3 Tercera generación

La tercera generación (3G) de los teléfonos celulares, se caracterizó por unir las tecnologías anteriores con las nuevas tecnologías incorporadas en los teléfonos celulares. Se inauguró la masificación de los teléfonos celulares. En estos años los teléfonos celulares se encontraron provistos de un chip (tarjeta SIM), donde se encuentra ingresada toda la información.

3G nace de la necesidad de aumentar la capacidad de transmisión de datos para poder ofrecer servicios como la conexión a Internet desde el móvil, la videoconferencia, la televisión y la descarga de archivos. En ese momento el desarrollo tecnológico ya posibilitaba un sistema totalmente nuevo: UMTS (Universal Mobile Telecommunications System). UMTS utiliza la tecnología CDMA, lo cual le hace alcanzar velocidades realmente elevadas (de 144 Kbps hasta 7.2 Mbps, según las condiciones del terreno).

UMTS ha sido un éxito total en el campo tecnológico pero no ha triunfado excesivamente en el aspecto comercial. Se esperaba que fuera un bombazo de ventas como GSM pero realmente no ha resultado ser así ya que, según parece, la mayoría de usuarios tienen bastante con la transmisión de voz y la transferencia de datos por GPRS y EDGE.

Una de las causas más importantes de la extensión en el consumo fue llegar a incursionar en el mercado de la sociedades más humildes, con la existencia en el mercado de teléfonos GSM de lo que se llama "bajo rango", como los Nokia 1100, Sagem XT, Motorola C200 o C115, Alcatel, Siemens A56 o Sony Ericsson T106, todos a precios muy económicos y rodeados de promociones. Sin embargo la necesidad de pertenencia, de alcanzar cierto estatus social no deja de estar presente, el celular además de su uso

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

comunicativo no deja de tener un valor simbólico de pertenencia de clase, tanto en los jóvenes como en los altos ejecutivos que aún hoy siguen beneficiándose con sus servicios.

Hay junto a estos aparatos "menores" una variedad infinita con cámara de foto digital, algunos hasta permiten minutos de filmación, poseen pantalla a color, conexión a Internet rapidísima (tecnología EDGE), envío de mensajes multimedia (MMS) y acceso a casilla de e-mail (POP3). En 2001 se lanza en Japón la 3G de celulares, los cuales están basados en los UMTS (servicios General de Telecomunicaciones Móviles). En este caso se dio uno de los pasos finales en lo que es la telefonía móvil y la Informática. La novedad más significativa fue la incorporación de una segunda cámara para realizar video llamadas, es decir hablar con una persona y verla al mismo tiempo por medio del teléfono móvil.

Esta evolución en los celulares implica que en la actualidad se cuente con un mercado mucho más amplio y variado. Todo reflejado en las campañas publicitarias cada vez más específicas por un lado y por otro en la suma de promociones y planes que intentan abarcar todo el espectro de posibles clientes.

1.3.4 Cuarta generación

La cuarta generación (4G) será la evolución tecnológica que ofrecerá al usuario de telefonía móvil un mayor ancho de banda que permitirá, entre muchas otras cosas, la recepción de televisión en alta definición.

Hoy en día no hay ningún sistema de este nivel que esté claramente definido, pero a modo de ejemplo podemos echar un vistazo a los sistemas LTE (Long Term Evolution).

CAPÍTULO 2. Conceptos de Series de Tiempo

Objetivo: Precisar los conceptos de las series de tiempo que servirán como referentes para el desarrollo del proyecto.

El presente capítulo funge como introducción a los conceptos relacionados con las series de tiempo, comenzando por su definición como un conjunto de datos históricos sobre algún tema en particular, en donde dichos datos son registrados en espacios de tiempo uniformes entre sí y, pueden ser diarios, semanales, mensuales, trimestrales, semestrales o anuales; así como, su concepción matemática como un proceso estocástico que representa un conjunto de valores ordenados cronológicamente en tiempos discretos.

También se abordará el análisis de una serie de tiempo como el medio necesario para la interpretación de los datos, para obtener información representativa tanto de sus orígenes como en el caso de pronosticar valores de la serie. Lo anterior con el objetivo de describir el comportamiento del proceso, explicar el fenómeno, pronosticar valores futuros de la serie o controlar el comportamiento de la misma, partiendo de la identificación de sus diferentes elementos (tendencia, ciclos y variación estacional), con la ayuda de la metodología Box-Jenkins que consiste en extraer los movimientos predecibles, en donde la serie se pasa por una serie de “filtros”, de estacionaridad, de integración y de medias móviles, de manera iterativa utilizando los principios de parsimonia y del mejoramiento iterativo, siguiendo cuatro pasos principales: identificación de las especificaciones preliminares del modelo, estimación de los parámetros, diagnóstico de la adecuación del modelo y pronósticos de realizaciones futuras, hasta identificar movimientos no predecibles cuyo comportamiento será semejante al ruido blanco verificando si la serie de tiempo cuenta con media constante; estabilizando la varianza de los datos; eliminando la tendencia de los datos; e identificando las fluctuaciones aleatorias.

De la misma manera, se presenta la definición de “modelo” los principios que rigen su construcción, se realiza un recorrido general por los principales tipos de modelos y los elementos y las funciones que los componen.

Finalmente, se establece la definición de “pronóstico” en relación a las series de tiempo, adicionado a los tipos de pronóstico que existen, los métodos que se utilizan para su cálculo y las características de los errores más comunes en el cálculo de los pronósticos, así como la forma de elegir la técnica de pronóstico adecuada al tipo de datos con que se cuenta.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

2.1 Definición y elementos que integran una serie de tiempo

Una serie de tiempo Y_t es un proceso estocástico que representa un conjunto de valores ordenados cronológicamente en tiempos discretos, dicho de otra manera, una serie de tiempo es una colección de observaciones cronológicas, es decir, generadas en forma secuencial a través del tiempo. Los datos recabados se ordenan con respecto al tiempo y las observaciones sucesivas suelen ser dependientes entre sí.

Asimismo, un análisis de series de tiempo puede involucrar el análisis simultáneo de varias series de tiempo, la aplicación más común involucra una variable en el tiempo.

A continuación se describen los elementos que integran una serie de tiempo:

- **Tendencia:** Es un cambio sistemático en los datos, es decir, es el aumento o disminución en la media de la variable del pronóstico en el tiempo.



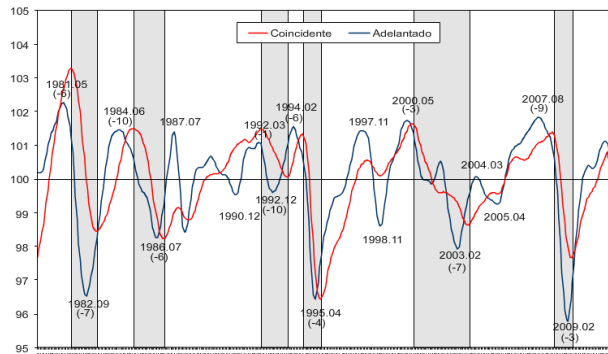
Fuente: Grupo de Trabajo de Estadísticas de Comercio Exterior, integrado por el Banco de México, INEGI, Servicio de Administración Tributaria y la Secretaría de Economía.

Figura 2.1. Ejemplo de tendencia

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

- **Ciclos:** Son balances ascendentes y descendentes con duraciones y magnitudes inciertas.

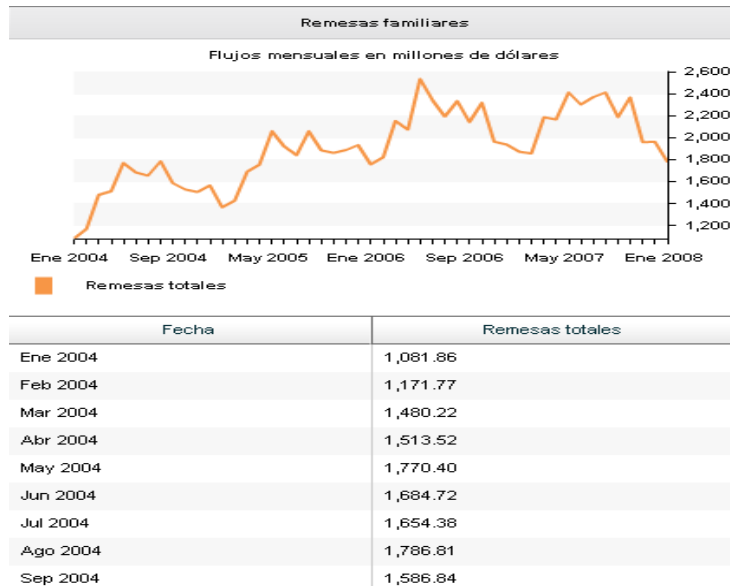
Ciclos económicos
Cifras al mes de julio de 2011
Puntos



Nota: El dato del indicador adelantado de agosto de este año es cifra oportuna. Éste registra una disminución de (-)0.19 puntos respecto a julio pasado.
La tendencia de largo plazo del Indicador Coincidente y del Adelantado está representada por la línea ubicada en 100.
Los números sobre la gráfica (por ejemplo 1981.05) representan el año y el mes en que ocurrió el punto de giro en el indicador adelantado: pico o valle.
Los números entre paréntesis indican el número de meses que determinado punto de giro del Indicador Adelantado antecede al punto de giro del Indicador Coincidente. Dichos números pueden cambiar a lo largo del tiempo.
Fuente: INEGI.

Figura 2.2. Ejemplo de ciclo

- **Variación estacional:** Es el caso especial de un ciclo en el cual la magnitud y duración del ciclo no varía, pero se repite en una forma regular cada año.



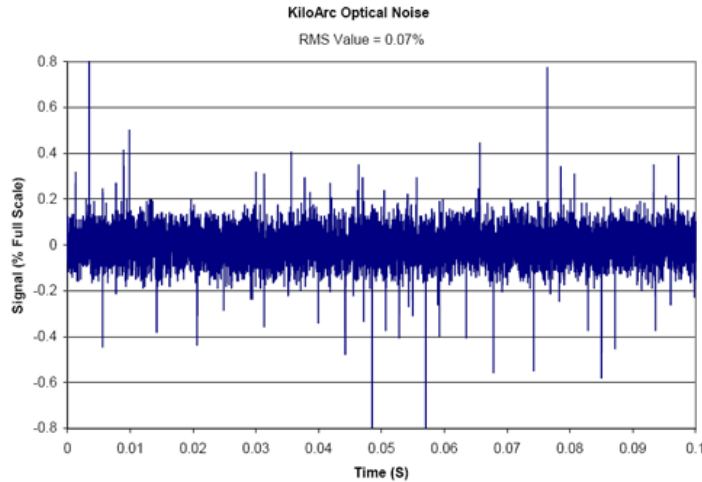
Fuente: INEGI. Estadísticas, Política monetaria e inflación, Gráficas de coyuntura.

Figura 2.3. Ejemplo de variación estacional

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

- **Fluctuaciones aleatorias:** Es todo aquello que no podemos medir, todas aquellas variables que excluimos, son el resultado de los llamados choques o golpes aleatorios (*random shocks*). La fluctuación aleatoria ideal debería ser lo que se suele llamar **ruido blanco** (*white noise*)¹.

El ruido blanco se define como un conjunto de variables aleatorias independientes, idénticamente distribuidas como Normal, con media cero y varianza constante σ^2 .



Fuente: Simulación de ruido blanco.
<http://www.obb1.com/LightSources/Broadband-Light-Source/KiloArc-Specifications.html>

Figura 2.4. Ejemplo de fluctuaciones aleatorias

Por otro lado, las series de tiempo se pueden categorizar en dos tipos:

1. **Estacionarias:** Son aquellas en la que los datos fluctúan alrededor de un valor constante, es decir, tienen media constante, varianza constante y la función de autocorrelación² no depende del tiempo.

¹ El término ruido blanco, se explica en la sección 2.3.2.2

² Recibe el nombre de autocorrelación porque se trata de la correlación entre los valores de la misma variable observada en diferentes momentos del tiempo.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

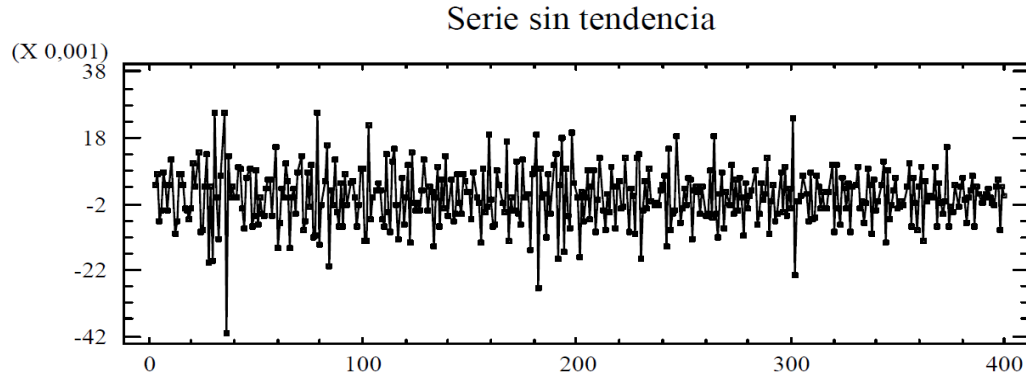


Figura 2.5. Ejemplo de series estacionarias

2. **No estacionarias:** Los datos muestran tendencia por lo que la media y la varianza no son constantes.

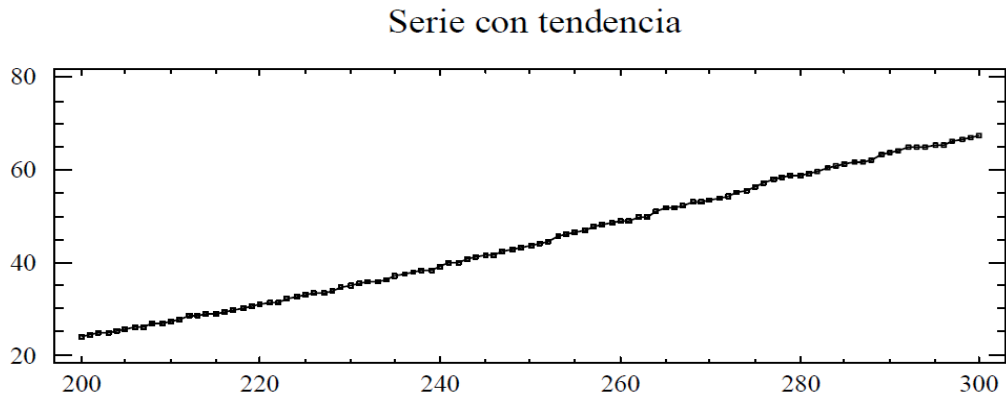


Figura 2.6. Ejemplo de series no estacionarias

2.2 Objetivos del análisis de series de tiempo

El análisis de series de tiempo puede tener cuatro objetivos:

1. **Descripción:** Pretende simplemente enunciar el comportamiento de un proceso, permitiendo una visualización clara que generalmente se obtiene de la gráfica de la serie de tiempo.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

- 2. Explicación:** Pretende realizar un análisis de tipo causa-efecto al relacionar un fenómeno con el medio circundante o con otras variables.
- 3. Pronóstico:** Pretende estimar valores futuros de un fenómeno con el fin de tomar decisiones o prever comportamientos.
- 4. Control:** Si no sólo se desea observar, sino modificar el comportamiento de un proceso para obtener algún beneficio o para que se mantenga dentro de ciertos límites establecidos, el objetivo es controlar.

2.3 Modelos matemáticos para realizar pronósticos

2.3.1 Definición

Modelo: Esquema teórico, generalmente en forma matemática, de un sistema o realidad compleja (por ejemplo, la evolución económica de un país), que se elabora para facilitar su comprensión y el estudio de un comportamiento³.

Después de formular un problema e identificar las posibles soluciones que las restricciones permitan considerar factibles, el siguiente paso consiste en expresarlo de otra forma para poderlo analizar más fácilmente. Para esto se utilizan los modelos. Un modelo es una representación cualitativa y/o cuantitativa de un sistema, en el cual se muestran las relaciones predominantes entre sus elementos.

Por esta razón, un modelo no puede incluir todos los aspectos de un sistema real, sino solamente los más importantes. Es decir, los objetivos, procesos físicos, símbolos y sus relaciones constituyen el modelo.

Un modelo contiene los siguientes elementos:

- **Parámetros:** Objetos o símbolos que representan a entidades o atribuciones del sistema que permanecen constantes durante el estudio.
- **Variabes:** Objetos o símbolos, que presentan a entidades o atributos del sistema que cambian en el tiempo durante el estudio.

³ Real Academia Española. (2001). *Diccionario de la lengua española* (22ª. ed.). Madrid, España: Espasa Calpe.

- **Relaciones funcionales:** Procesos físicos o relaciones entre los símbolos de un modelo, que representan a las actividades y a las relaciones entre los elementos de un sistema. Describen la forma en que cambian las variables y cómo las afectan los parámetros.

2.3.2 Modelos Estacionarios

2.3.2.1 Estacionaridad

La estacionaridad (*stationarity*) puede definirse de dos formas, en sentido fuerte o estricto⁴ y en sentido débil o amplio. Para fines del presente trabajo se profundizara únicamente en la definición del sentido débil o amplio.

Se dice que una serie de tiempo Y_t es estacionaria en sentido amplio, o débilmente estacionaria, si y sólo si satisface tres condiciones:

1. **Su media es constante en el tiempo.** Es decir,

$$E(Y_t) = E(Y_{t+\tau}) = \mu, \quad \forall \tau \in \mathbb{R} \quad \text{Ecuación 1}$$

Si no hay tendencia, puede asumirse que la media es constante y que el valor observado para cada período puede representarse por una constante que será la media muestral. En este caso la *media* de la serie podrá estimarse mediante el promedio aritmético, como se muestra:

$$\hat{\mu} = \bar{Y} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N Y_t \quad \text{Ecuación 2}$$

Donde N es el número de observaciones.

2. **La varianza es constante en el tiempo.** Una segunda condición es que la dispersión del proceso sea también invariante en el tiempo, es decir,

⁴ Se dice que una serie de tiempo es estacionaria en sentido estricto, o fuertemente estacionaria, si su función de distribución conjunta de probabilidad permanece idéntica en el tiempo.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

$$\text{Var}(Y_t) = \text{Var}(Y_{t+\tau}) = \gamma_0, \quad \forall \tau \in \mathbb{R} \quad \text{Ecuación 3}$$

Si la *varianza* es constante, puede estimarse a través de la siguiente ecuación:

$$\hat{\gamma}_0^2 = S^2 = \frac{\sum(Y_t - \bar{Y})^2}{N-1} \quad \text{Ecuación 4}$$

Que es el estimador insesgado⁵ para la varianza.

3. **La función de autocorrelación es independiente del tiempo.** Finalmente, debe imponerse una condición más sobre la correlación entre los datos. La autocorrelación mide la posible dependencia entre un valor observado Y_t y otro Y_{t-k} que está separado por un intervalo de longitud k :

$$\text{Autocorr}(Y_t, Y_{t-k}) = \text{Autocorr}(Y_{t+\tau}, Y_{t+\tau-k}) = \rho_k, \quad \forall \tau \in \mathbb{R} \quad \text{Ecuación 5}$$

Si la media y la varianza son constantes, entonces la autocorrelación puede expresarse como sigue:

$$\rho_k = \text{Corr}(Y_t, Y_{t-k}) = \frac{\text{Cov}(Y_t, Y_{t-k})}{\sqrt{\text{Var}(Y_t)\text{Var}(Y_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad \text{Ecuación 6}$$

El valor ρ_k es tal que $-1 \leq \rho_k \leq 1$.

Si el proceso es estacionario estos valores pueden estimarse tomando la serie de tiempo como una muestra de tamaño “n”, cuyos parámetros son constantes, donde “n” es el número de observaciones.

⁵ Un estimador es insesgado si su valor esperado es igual al parámetro correspondiente.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Por último, debe señalarse que si bien todo proceso estocástico en sentido estricto lo será también en sentido amplio, el inverso no es necesariamente cierto. Sin embargo, en el análisis de los datos reales, por lo general sólo será posible determinar la estacionaridad en sentido débil o amplio.

2.3.2.2 Modelo lineal general y de forma invertida

Si se considera que una serie de tiempo Y_t está conformada por una combinación lineal o una suma ponderada de choques aleatorios sucesivos: $e_t, e_{t-1}, e_{t-2}, \dots$, puede construirse un modelo con las ponderaciones de dichos errores. El **modelo lineal general**, entonces, estará formado por los errores aleatorios ponderados, de la siguiente forma:

$$Y_t = e_t + \pi_1 e_{t-1} + \pi_2 e_{t-2} + \pi_3 e_{t-3} + \dots \quad \text{Ecuación 7}$$

Donde e_t son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, que tienden a una normal con media igual a cero y varianza igual a σ^2 , éstas variables son llamadas “**ruido blanco**”.

Por otro lado también podría verse a una serie de tiempo Y_t como una forma ponderada de sus valores anteriores más un error aleatorio a lo que se le llama **modelo de forma invertida**:

$$Y_t = \Psi_1 Y_{t-1} + \Psi_2 Y_{t-2} + \Psi_3 Y_{t-3} + \dots + e_t \quad \text{Ecuación 8}$$

Donde e_t es ruido blanco.

A partir de las ecuaciones anteriores se concluye que:

1. No sigue el principio de parsimonia⁶. Debido a que tiene un número infinito de variables.
2. Bajo ciertas circunstancias el modelo lineal general puede cambiarse al de forma invertida, es decir, hay una relación de equivalencia.
3. Bajo ciertas circunstancias la forma invertida puede cambiarse al modelo lineal general.
4. Obsérvese que la dualidad entre los modelos permitirá que un modelo infinito puede hacerse finito si se utiliza la forma alternativa o dual, logrando con ello cumplir el principio de parsimonia.

⁶ El principio de parsimonia, se explica en la sección 2.5.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

2.3.2.3 Función de autocorrelación (ACF)

Para una serie de tiempo estacionaria Y_t , la media es $E(Y_t) = \mu$ y la varianza $Var(Y_t) = E(Y_t - \mu)^2 = \sigma^2$, que son constantes, y la covarianza $Cov(Y_t, Y_{t-k})$, entre dos funciones que sólo difieren de su posición en el tiempo. Por lo tanto, la covarianza entre Y_t y Y_{t-k} es:

$$\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t-k}) = E((Y_t - \mu_t)(Y_{t-k} - \mu_{t-k})), \text{ Ecuación 9}$$

y la correlación entre Y_t y Y_{t-k} es:

$$\rho_k = \frac{Cov(Y_t, Y_{t-k})}{\sqrt{Var(Y_t)Var(Y_{t-k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \text{ Ecuación 10}$$

donde observamos que la $Var(Y_t) = Var(Y_{t+k}) = \gamma_0$.

En función de k , γ_k es llamada la función de autocovarianza y ρ_k es llamada **función de autocorrelación (ACF)**. En el análisis de series de tiempo, estas funciones representan la covarianza y correlación entre Y_t y Y_{t-k} variables provenientes del mismo proceso, separadas únicamente por el tiempo k .

La función de autocovarianza y la función de autocorrelación miden la forma en que, al variar la serie en un punto, se afecta su valor en otro punto del tiempo.

Como puede verse, ambas funciones dependen tanto de la posición en el tiempo t , como de la magnitud del intervalo que separa cada pareja de variables, es decir, k .

2.3.2.4 Función de autocorrelación parcial (PACF)

Se ha dicho que un modelo lineal general puede transformarse en un modelo de forma invertida y viceversa. Si se toma ahora como punto de partida el modelo de forma invertida, es posible definir la **autocorrelación parcial (partial autocorrelation)** de orden k como contribución marginal o el peso de cada nueva variable autorregresiva Y_{t-k} que se agrega al modelo. La autocorrelación parcial de orden k se suele denotar por ρ_{kk} .

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

De acuerdo con la definición anterior, ρ_{11} será el coeficiente Ψ_1 en el modelo $Y_t = \Psi_1 Y_{t-1} + e_t$; ρ_{22} será el coeficiente Ψ_2 en el modelo $Y_t = \Psi_1 Y_{t-1} + \Psi_2 Y_{t-2} + e_t$; ρ_{33} será el coeficiente Ψ_3 en el modelo $Y_t = \Psi_1 Y_{t-1} + \Psi_2 Y_{t-2} + \Psi_3 Y_{t-3} + e_t$, y así sucesivamente.

La función **de autocorrelación parcial** o **PACF** (*Partial AutoCorrelation Function*) será la gráfica de los valores de ρ_{kk} contra los valores de los intervalos k , para $k = 1, 2, \dots$

El cálculo de la PACF se hace a través de las ecuaciones resultantes para la ACF. Para ello, se parte del modelo en forma invertida (Ecuación 8), pero con sólo los primeros p coeficientes distintos de cero, esto es:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad \text{Ecuación 11}$$

La ecuación anterior se multiplica por Y_{t-k} , para después tomar el valor esperado de ambos lados. Si se supone que la media es constante e igual a cero (lo cual podría obtenerse con facilidad si se resta \bar{Y} a cada observación) se tendrá, para $k \neq t$:

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \text{Autocov}(Y_t, Y_{t-k}) = E(Y_t Y_{t-k}) \\ &= E\left((\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p}) Y_{t-k}\right) \\ &= \phi_1 \gamma_{t-1} + \phi_2 \gamma_{t-2} + \dots + \phi_p \gamma_{t-p} \end{aligned} \quad \text{Ecuación 12}$$

Si la ecuación anterior se divide entre γ_0 se obtiene:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p} \quad \text{Ecuación 13}$$

Ahora la ecuación 13 puede plantearse para $p = 1, 2, \dots$. De la ecuación para $p = 1$ se despeja el valor de ϕ_1 que será igual a ρ_{11} ; de la ecuación $p = 2$ se despeja el valor de ϕ_2 que será igual a ρ_{22} , etcétera.

Así, para obtener ρ_{11} se despeja ϕ_1 de la ecuación 13 con $p = 1$ y $k = 1$:

$$\begin{aligned} \rho_1 &= \phi_1 \rho_0 \\ \rho_1 &= \rho_{11}(1) \\ \Rightarrow \rho_{11} &= \rho_1 \end{aligned} \quad \text{Ecuación 14}$$

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Entonces, la *autocorrelación parcial estimada* de orden uno será la siguiente:

$$r_{11} = \hat{\rho}_{11} = r_1 \quad \text{Ecuación 15}$$

De la misma forma, para obtener ρ_{22} se despeja ϕ_2 de las ecuaciones simultáneas 13 con $p = 2$ y $k = 1,2$:

$$\rho_1 = \phi_1 \rho_0 + \phi_2 \rho_1$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2 \rho_0 \quad \text{Ecuación 16}$$

Entonces:

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2 \quad \text{Ecuación 17}$$

De donde:

$$\rho_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\rho_{22} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2} \quad \text{Ecuación 18}$$

Con la ecuación anterior puede plantearse el estimador correspondiente:

$$r_{22} = \hat{\rho}_{22} = \frac{r_2 - r_1^2}{1 - r_1^2} \quad \text{Ecuación 19}$$

Y así sucesivamente. Por último, puede verse que la PACF se estimará como $\hat{\rho}_{kk} = r_{kk}$ a través de los estimadores r_k .

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

2.3.2.5 Modelo autorregresivo (AR)

Si se toma como punto de partida el modelo de forma invertida, se puede construir un modelo más económico que únicamente contenga algunas variables históricas ponderadas, más un error aleatorio, como el siguiente:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t \quad \text{Ecuación 20}$$

El modelo anterior, se llama **modelo autorregresivo** (*AutoRegressive Model*) y se denota por $AR(p)$ puesto que contiene p variables históricas autorregresivas, donde las e_t son **ruido blanco**, es decir, variables aleatorias independientes que siguen una distribución normal con media cero y varianza constante σ^2 .

Ahora, por ejemplo, el modelo $AR(1)$ será: $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + e_t$, mientras que el modelo $AR(2)$ es: $Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + e_t$.

Ahora, se generaliza con el modelo $AR(p)$, que estos modelos son estacionarios en sentido amplio, se revisan las tres condiciones establecidas en el numeral 2.3.2.1. Haciendo uso de la ecuación 20, la función de media de este modelo será:

$$E(Y_t) = E(\phi_1 Y_{t-1} + \phi_2 Y_{t-2} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t)$$

$$\mu = \phi_1 \mu + \phi_2 \mu + \dots + \phi_p \mu$$

$$= \frac{0}{1 - \phi_1 - \phi_2 - \dots - \phi_p}$$

$$= 0 \text{ si } \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p \neq 1 \quad \text{Ecuación 21}$$

Ahora, para obtener la varianza y las covarianzas, se procede como sigue:

$$E(Y_t Y_{t-k}) = E(\phi_1 Y_{t-1} Y_{t-k} + \phi_2 Y_{t-2} Y_{t-k} + \dots + \phi_p Y_{t-p} Y_{t-k} + e_t Y_{t-k})$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p} + E(e_t Y_{t-k}) \quad \text{Ecuación 22}$$

Entonces si $k = 0$ se tendrá la ecuación para la varianza:

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

$$\gamma_0 = \phi_1\gamma_1 + \phi_2\gamma_2 + \dots + \phi_p\gamma_p + \sigma^2 \quad \text{Ecuación 23}$$

En otro caso, si $K \neq 0$, se trata de ecuación de autocovarianzas:

$$\gamma_k = \phi_1\gamma_{k-1} + \phi_2\gamma_{k-2} + \dots + \phi_p\gamma_{k-p} \quad \text{Ecuación 24}$$

Ahora si la ecuación anterior se divide entre γ_0 , se obtiene:

$$\rho_k = \phi_1\rho_{k-1} + \phi_2\rho_{k-2} + \dots + \phi_p\rho_{k-p} \quad \text{Ecuación 25}$$

Con ello puede plantearse un conjunto de p ecuaciones simultáneas:

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2\rho_1 + \dots + \phi_p\rho_{p-1}$$

$$\rho_2 = \phi_1\rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p\rho_{p-2}$$

⋮

$$\rho_p = \phi_1\rho_{p-1} + \phi_2\rho_{p-2} + \dots + \phi_p \quad \text{Ecuación 26}$$

Este sistema de ecuaciones se conoce como **Ecuaciones de Yule-Walker** y puede usarse también para la estimación, si se sustituye ρ_k por r_k .

De acuerdo con lo anterior, para el modelo $AR(p)$ puede generalizarse que:

- Tendrá que cumplir ciertas condiciones de sus parámetros para garantizar sus estacionaridad.
- La ACF es decreciente infinita, con variantes que dependen de los signos y magnitudes de los coeficientes.
- La PACF se trunca en $k = p$.

2.3.2.6 Modelo de medias móviles (MA)

Si se toma como punto de partida el modelo de forma lineal general, se puede construir un modelo más económico que únicamente contenga algunos de los errores aleatorios ponderados, como el siguiente:

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

$$Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \theta_3 e_{t-3} + \dots - \theta_q e_{t-q} \quad \text{Ecuación 27}$$

El modelo anterior, se llama **modelo de medias móviles** y se denota por $MA(q)$ puesto que contiene q variables históricas autorregresivas (*Moving Averages Models*), donde las e_t son **ruido blanco**.

Así por ejemplo el modelo $MA(1)$ será: $Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1}$, mientras que el modelo $MA(2)$ es: $Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2}$.

Para revisar que el modelo $MA(q)$ es estacionario en sentido amplio, se revisan las tres condiciones establecidas en el numeral 2.3.2.1. Haciendo uso de la ecuación 27, la función de media del modelo será:

$$\begin{aligned} E(Y_t) &= E(e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \theta_3 e_{t-3} + \dots - \theta_q e_{t-q}) \\ &= E(e_t) - E(\theta_1 e_{t-1} + \theta_2 e_{t-2} + \theta_3 e_{t-3} + \dots + \theta_q e_{t-q}) \\ &= 0 \quad \text{Ecuación 28} \end{aligned}$$

Por lo cual la media es constante independientemente del valor del coeficiente θ_q .

La función de la varianza del modelo de ser constante:

$$\begin{aligned} Var(Y_t) &= Var(e_t - \theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \theta_3 e_{t-3} + \dots - \theta_q e_{t-q}) \\ &= Var(e_t) + Var(-\theta_1 e_{t-1} - \theta_2 e_{t-2} - \theta_3 e_{t-3} + \dots - \theta_q e_{t-q}) \\ &= \sigma^2 + \theta_1^2 \sigma^2 + \theta_2^2 \sigma^2 + \theta_3^2 \sigma^2 + \dots + \theta_q^2 \sigma^2 \\ &= (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma^2 \quad \text{Ecuación 29} \end{aligned}$$

Por lo tanto, la varianza es constante (*y positiva*) independientemente del valor de θ_q . Esto significa el modelo $MA(q)$ **no tiene condiciones de estacionaridad** para sus parámetros, es decir, siempre es estacionario.

La función de autocovarianzas del modelo será:

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma^2(-\theta_k + \theta_1 \theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k} \theta_k), & k = 1, 2, \dots, q, \\ 0, & k > q \end{cases} \quad \text{Ecuación 30}$$

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Por lo que, su función de autocorrelación es:

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$$
$$\rho_k = \begin{cases} \frac{-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \dots + \theta_{q-k}\theta_k}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \theta_3^2 + \dots + \theta_q^2}, & k = 1, 2, 3, \dots, q, \\ 0, & k > q \end{cases} \quad \text{Ecuación 31}$$

De acuerdo con lo visto hasta ahora, se puede generalizar para el modelo $MA(q)$ lo siguiente:

- Carece de condiciones de estacionaridad para sus parámetros, es decir, *siempre* es estacionario.
- Tiene condiciones de invertibilidad para sus parámetros.
- La ACF se trunca en $k = q$.
- La PACF es decreciente infinita, con variantes que dependen de los signos y magnitudes de los coeficientes.

2.3.2.7 Modelo mezclado (ARMA)

Por supuesto, es posible mezclar los modelos $AR(p)$ con los modelos $MA(q)$, con lo cual se obtiene una clase más amplia, los modelos $ARMA(p, q)$ que contienen $p + q$ parámetros, correspondientes a p variables autorregresivas y $q + 1$ errores aleatorios:

$$Y_t = \phi_1 Y_{t-1} + \dots + \phi_p Y_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} + \dots + \theta_q e_{t-q} \quad \text{Ecuación 32}$$

Estos modelos, como puede suponerse tendrán condiciones de estacionaridad como de invertibilidad, puesto que poseen parte AR y parte MA . De la misma forma, su ACF será decreciente infinita, con un efecto de la parte MA que termina en $k = q$ y su PACF será también decreciente infinita, con un efecto de la parte AR que desaparece después de $k = p$.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

2.3.2.8 Modelos exclusivamente estacionales

Es posible que una serie de tiempo tenga un comportamiento que pueda explicarse a partir de las relaciones que existen entre las variables y sus errores a intervalos de longitud s . En este caso, será conveniente utilizar modelos exclusivamente estacionales. Estos modelos son semejantes a los modelos ordinarios ARIMA excepto que, en lugar de avanzar en periodos unitarios, avanzan (o retroceden) en periodos de longitud s . Se denotan por $SARMA(P, D, Q)_s$ donde:

- P es el orden de la parte autorregresiva estacional (SAR).
- D es el orden de las diferencias estacionales de longitud s .
- Q es el orden de la parte de medias móviles estacionales (SMA).

2.3.2.9 Modelos multiplicativos

En ocasiones es necesario construir modelos que agrupen tanto la parte ordinaria como la parte estacional, en una sola clase general. Con estos modelos se logra gran versatilidad y posibilidad de ajuste, que generará buenos pronósticos en la mayoría de los casos. Se llamarán modelos multiplicativos porque ésta es la operación que conjunta ambas partes. El modelo general multiplicativo se denota por $ARIMA(p, d, q) \times (P, D, Q)_s$ o simplemente $ARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$ donde:

- El valor p es el orden de la parte AR
- El valor d es el orden de las diferencias ordinarias o no estacionales.
- El valor q es el orden de la parte MA.
- El valor P es el orden de la parte SAR.
- El valor D es el orden de las diferencias estacionales.
- El valor Q es el orden de la parte SMA.

Este modelo general multiplicativo suele expresarse en forma abreviada como:

$$\Phi(B^s)\phi(B)Z_t = \delta_0 + \Theta(B^s)\theta(B)e_t \quad \text{Ecuación 33}$$

Por supuesto, de manera indistinta pueden colocarse primero la parte ordinaria y luego la estacional o viceversa, ya que el producto es conmutativo. Es importante mencionar, que $Z_t = \Delta_s^D \Delta^d W_t$ y W_t puede ser la serie de tiempo original Y_t o alguna transformación de ella.

2.3.3 Modelos no estacionarios

Hasta el momento se han revisado únicamente los modelos ARMA (p,q) que pueden utilizarse para aquellos datos que cumplen con las condiciones de estacionaridad en sentido amplio. Sin embargo, en muchos de los casos reales encuentran series de tiempo cuya varianza es creciente, con tendencia, con variación estacional, con combinaciones de estas características o con todas ellas. ¿Cómo se procede entonces?

En este tipo de casos será necesario modificar temporalmente los datos, a través de operaciones matemáticas sencillas, de manera que se ajusten a las condiciones de estacionaridad. Hecho esto, será posible identificar alguno de los modelos ya enunciados en el capítulo anterior. Con el modelo se generan los pronósticos y por último, se “deshace” la transformación matemática (o las transformaciones si es que fueron varias), al aplicar las funciones inversas, para regresar los pronósticos a las unidades de los datos originales. Esto se hará tanto para el pronóstico puntual como para el pronóstico por intervalo. Para lograr este propósito, es conveniente fijar un orden en el procedimiento con que se tratarán los modelos no estacionarios, como se propone a continuación:

1. Estabilización de la varianza.
2. Eliminación de la tendencia.
3. Tratamiento de la variación estacional.

2.3.3.1 Estabilización de la varianza

El primer paso es estabilizar la varianza⁷, es decir, lograr que los datos sean homoscedásticos y su apariencia sea la de una banda o franja del mismo ancho, alrededor de la media, sin importar si la media es o no constante. Esto se hará a través de transformaciones matemáticas tales como raíz cuadrada, logaritmo o recíproco. Una vez que los datos sean homoscedásticos, se procede al paso siguiente. Por supuesto, si los datos ya son homoscedásticos, no es necesario efectuar la transformación⁸.

⁷ La varianza sólo puede estabilizarse, no eliminarse. Esto último significaría convertir datos estocásticos en datos determinísticos.

⁸ Conviene recordar que cada transformación produce errores en los datos, además, una transformación innecesaria será contraria al principio de parsimonia.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

2.3.3.2 Eliminación de la tendencia

Si los datos ya tienen varianza constante, se procede a revisar si existe algún tipo de tendencia. La tendencia se eliminará a través de las llamadas diferencias ordinarias o finitas. Este método consiste en restar los valores de las observaciones uno de otro en un orden preestablecido. Tomando las primeras diferencias de una serie con tendencia lineal, por ejemplo, esta tendencia desaparece. En general, un polinomio de grado uno se vuelve constante al aplicar una diferencia y así sucesivamente. Una vez que los datos tengan media constante, es decir, que se vean como fluctuaciones alrededor de una recta horizontal, todas dentro de una franja del mismo ancho, conviene revisar si existe variación estacional.

2.3.3.3 Variación estacional

En algunos datos ocurre que la variación estacional es visible desde la gráfica de los datos originales o al estabilizar la varianza. En otros datos es posible que se advierta hasta después de eliminar la tendencia. Por supuesto, también habrá datos que carecen de variación estacional. Si existe variación estacional, en ocasiones es posible eliminarla con diferencias estacionales. También puede ser que la variación estacional sea imposible eliminarla. En este último caso convendrá modelarla. Así pues, existen dos caminos para tratar con la variación estacional:

- a) Eliminarla a través de diferencias estacionales.
- b) Representarla a través de modelos multiplicativos que incluyan el componente estacional.

Puesto que no será posible saber cuál de estos dos caminos funciona mejor hasta probarlos y llegar a la generación de los pronósticos, será indispensable recorrer ambos y, una vez que se cuente con todos los resultados, elegir el mejor.

2.4 Pronósticos

A lo largo de la historia, el hombre ha mostrado un profundo interés por indagar acerca de su provenir; en la vida diaria, el individuo se encuentra frente a un sinfín de opciones de entre las cuales, debe elegir el camino correcto, bajo el ideal de construir un futuro forjado a partir acciones responsables y resultados presentes. Así pues, ésta es la manera más sencilla de concebir un pronóstico.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Dado que todas nuestras actividades involucran fehacientemente la toma de decisiones, desde los hábitos más simples, hasta las más complejas problemáticas que definen el rumbo de los individuos, corporaciones e incluso naciones, la construcción de un método eficaz de pronóstico, se ha convertido en una prioridad para todas las sociedades que buscan construir un futuro alentador para sus habitantes.

Sean estas decisiones de mayor o menor relevancia, resulta indispensable hacer un previo que garantice al individuo el menor riesgo con la mayor probabilidad de certitud y éxito; de acuerdo con la información con que se cuenta, un individuo puede hacer una predicción con base en elementos cualitativos, conocimiento previo y una aguda intuición, o bien, desarrollar un método que conjunte las variables cuantitativas y disminuya el riesgo de error.

De ahí proviene la importancia de elaborar un método de pronóstico eficaz, que avale una decisión acertada como finalidad última; tanto para los individuos como para las sociedades, un buen método de pronóstico debe de fungir como un elemento primordial para asegurar un constante desarrollo y forjar una sana convivencia, así como propiciar un paulatino crecimiento tanto individual como en conjunto.

Debemos hacer un especial énfasis en el ilimitado campo de actuación de los métodos de pronóstico, los cuales, dotan de una visión confiable al fenómeno de estudio, asegurando en lo mayor posible, la transformación de un plan, en un proyecto concreto. Desde el sector económico, político, laboral, académico e intelectual, hasta el orden internacional, sólo por mencionar algunas de las esferas de la vida en las cuales podemos aplicar un método de pronóstico, no sin olvidar que todas las áreas son susceptibles de ser pronosticadas con el objetivo final de proporcionar a los individuos una mayor seguridad al actuar.

Finalmente, la consolidación de un buen pronóstico radica en contar con la información cuantitativa acertada y completa, que dote al individuo de las herramientas necesarias para llevar a cabo un buen proceso, capaz de concretarse en una decisión atinada y en una acción segura y exitosa.

Es tarea de nosotros encontrar una correcta aplicación para éstos métodos con la doble finalidad de forjar individuos preparados, y con ello, ayudar a construir una sociedad con cimientos sólidos, dirigida no sólo al éxito económico, sino a la mejora de la calidad de vida de cada uno de sus habitantes.

2.4.1 Definición

El término pronóstico refiere a aquel acontecimiento anticipado de lo que sucederá en un futuro mediante ciertos indicios que se suceden cumpliendo una función de anuncio. También podemos decir que un pronóstico es la aplicación de la tecnología y de la ciencia para predecir con certeza el estado que presentará un fenómeno en particular.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Desde el punto de vista matemático los pronósticos son los resultados desconocidos de una variable que se estima a través de algún método. El resultado puede ser desconocido debido a que:

- No ha transcurrido el tiempo.
- No se han dado las condiciones necesarias.
- No se cuenta con la información suficiente.

2.4.2 Tipos de pronósticos

Un pronóstico es un estimador del valor desconocido que tendrá la variable en el futuro (parámetro). Como todo estimador, puede obtenerse de dos formas:

- **Puntual**, se trata de un número que representa la mejor predicción del valor actual de la variable que está siendo pronosticada.
- **Por intervalo**, se trata de un intervalo (rango) de números que son calculados con cierto nivel de confianza, el cual debe contener el valor desconocido futuro de la variable.

2.4.3 Métodos de pronósticos

Un método es un camino a seguir. Los métodos de pronóstico pueden ser cuantitativos o cualitativos, cada uno se explica en seguida:

Métodos cualitativos.

Los métodos cualitativos de pronóstico generalmente usan opiniones de expertos para predecir el futuro de eventos subjetivamente. Su uso es frecuente cuando el tiempo para elaborar el pronóstico es escaso, cuando no se dispone de todos los antecedentes mínimos necesarios o cuando los datos disponibles no son confiables para predecir el comportamiento futuro. También son usados para predecir las variaciones

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

en el patrón de los datos, por esta razón, el uso de datos históricos para predecir eventos futuros es basado en la hipótesis de que el patrón de estos datos persistirá sin cambios, de esta manera las variaciones en el patrón de los datos no pueden ser predichos por medio de datos históricos. Por lo tanto, los métodos cualitativos son frecuentemente utilizados para predecir tales cambios, resultada difícil emitir un juicio sobre la eficacia de sus estimaciones finales.

Estos métodos se utilizan siempre que los datos pertenezcan a una escala nominal u ordinal, puesto que no es posible en estos casos hacer operaciones numéricas con los datos, de forma que se obtengan resultados con un sentido lógico. También se utilizan cuando los datos son de escala de intervalo o razón pero no hay información suficiente o no hay estabilidad (o ambas cosas).

Métodos cuantitativos.

Los métodos cuantitativos involucran el análisis de datos históricos para predecir valores futuros de una variable de interés. Estos métodos se agrupan dentro de dos clases:

- **Modelos univariados:** Involucran una sola variable y permiten predecir valores futuros para la misma, basándose solamente en sus realizaciones pasadas.
- **Modelos causales:** El uso de este tipo de modelos involucra la identificación de otras variables que estén relacionadas a la que será pronosticada, una vez identificadas, un modelo estadístico que describe la relación entre estas será desarrollado. La relación estadística derivada es entonces usada para pronosticar la variable de interés.

Los métodos cuantitativos sólo pueden utilizarse cuando los datos cumplen las tres características siguientes:

1. Son de tipo numérico, dicho más formalmente, pertenecen ya sea a la escala de intervalo o a la escala de razón. Es decir, no sólo son números, si no que pueden realizarse operaciones entre ellos y dichas operaciones tienen sentido.
2. Son suficientes, es decir, se cuenta con una serie de tiempo un número de observaciones que permite extraer razonablemente algún tipo de comportamiento.
3. Los datos siguen un patrón o comportamiento relativamente estable. Debemos recordar que el método cuantitativo consiste en crear un modelo matemático cuyo comportamiento sea semejante a los datos.

2.4.4 Errores de pronósticos

Todas las situaciones de pronósticos involucran cierto grado de incertidumbre, la cual está contenida en la descripción de una serie de tiempo y se denota como “ e_t ”, que representa a todos aquellos factores inexplicables o impredecibles en los datos. Si el efecto de este componente es esencial, nuestra habilidad para pronosticar con precisión será limitada; si el efecto de tal componente es pequeño, la determinación apropiada de los patrones de la serie nos permitirá pronosticar con una mayor precisión.

Por ello es indispensable medir los errores de pronóstico.

Denotamos el valor actual de la variable de interés en el periodo de tiempo “ t ” como Y_t . Entonces el error para un pronóstico particular se define como:

$$e_t = Y_t - \hat{Y}_t \quad \text{Ecuación 34}$$

Donde: Y_t es el valor actual de la serie

\hat{Y}_t es el valor pronosticado de la serie

Si los errores de pronóstico a través del tiempo indican que la metodología de pronóstico es apropiada, es decir, se distribuyen en forma aleatoria, entonces es importante medir la magnitud de los errores.

Para realizarlo se puede considerar la suma de todos los errores de pronóstico. Esto es, se puede calcular:

$$\sum_{t=1}^n e_t = \sum_{t=1}^n (Y_t - \hat{Y}_t) \quad \text{Ecuación 35}$$

Donde “ n ” es el número total de observaciones. Sin embargo, esta cantidad no es usada, porque si los errores muestran un patrón aleatorio, algunos serán positivos mientras otros son negativos, y la suma de los errores de pronóstico será aproximadamente “cero” a pesar del tamaño de los errores. Dicho de otra forma, los errores positivos y negativos se cancelarán unos con otros. Una manera de resolver este problema es considerar los valores absolutos de los errores de pronóstico. Estos valores absolutos son llamados desviaciones absolutas. Esto es:

$$\text{Desviación absoluta} = |e_t| = |Y_t - \hat{Y}_t| \quad \text{Ecuación 36}$$

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Dadas las desviaciones absolutas, podemos entonces definir una media conocida como la media de las desviaciones absolutas. Esta medida es simplemente el promedio de las desviaciones absolutas de todos los pronósticos. Esto es:

$$\frac{\sum_{t=1}^n |e_t|}{n} = \frac{\sum_{t=1}^n |Y_t - \hat{Y}_t|}{n} \quad \text{Ecuación 37}$$

Esta media puede ser usada para determinar la magnitud de los errores de pronósticos generados por la metodología de pronóstico que ha sido usada.

2.4.5 ¿Cómo elegir una técnica de pronóstico?

Para obtener un buen pronóstico, es conveniente, tomar en cuenta algunas consideraciones:

- Establecer con claridad el **objetivo** del pronóstico. Este objetivo nos permitirá medir las consecuencias del error del pronóstico. Es decir, no se trata sólo de medir en qué porcentaje puede estar equivocado el pronóstico, sino también de medir cómo afecta este porcentaje a nuestro objetivo.
- Considerar el **entorno** de la decisión y la función de costo-beneficio: En la medida en que el costo del error sea más alto, será conveniente recurrir a métodos más confiables y precisos, o combinaciones de métodos. Por el contrario, si los costos de error son pequeños, puede funcionar bien un método cualitativo que dé una aproximación general.
- Identificar si el **patrón** de los datos es estable o inestable; si existe alguna función con pico, algún tipo de parábola, variaciones estacionales o cíclicas, etc. Si el patrón es estable y semejante a alguna función matemática o combinación de funciones, la gráfica puede orientarnos para elegir dicha función. Por el contrario, si no hay un patrón estable, debemos recurrir a métodos cualitativos.
- Determinar si se desea un pronóstico **puntual o por intervalo**. Los paquetes estadísticos, por lo general, ofrecen ambos sin ningún problema, para los métodos cuantitativos.
- Indicar claramente el **horizonte** del pronóstico: se considera que, a corto o mediano plazo, es conveniente usar pronósticos cuantitativos. Si el pronóstico es a largo plazo, sólo podrá usarse un pronóstico cuantitativo en fenómenos de patrón sumamente estables, como algunos hechos geográficos o físicos.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

- Determinar el tipo de **información** con la que se cuenta: cualitativa o cuantitativa; suficiente o insuficiente. Una información escasa señala la necesidad de usar métodos cualitativos.
- Tomar en cuenta la **complejidad** y curva de aprendizaje de los métodos: en muchas ocasiones una limitante está dada por los métodos que conoce el analista. Aprender y dominar otros métodos implica por lo general un costo en tiempo, dinero y esfuerzo.
- Seguir el **principio de parsimonia**, que consiste en utilizar el modelo más sencillo que genere los mejores pronósticos. También es conocido como “la navaja de Occam”⁹.

2.5 Metodología de Box-Jenkins

La metodología de Box-Jenkins consiste en extraer los movimientos predecibles de los datos observados y separarlos de la parte no predecible o completamente aleatoria. La serie de tiempo se desagrega en varios componentes, algunas veces llamados **filtros**, precisamente porque la filosofía de este método consiste en detectar los distintos componentes y separarlos usando los “filtros” correspondientes, hasta obtener residuales no predecibles cuyo comportamiento tiene poca influencia en el resultado final y es semejante al ruido blanco. El enfoque de Box-Jenkins hace principalmente uso de tres filtros lineales: el autorregresivo, el de integración y el de medias móviles, como se muestra a continuación:

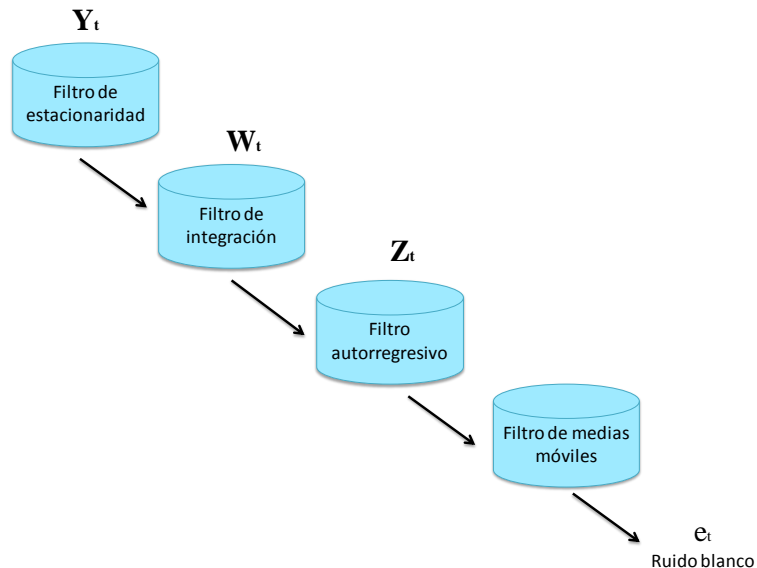


Figura 2.7. Enfoque de Box-Jenkins

⁹ William Occam fue quien lo planteó por primera vez en la edad Media.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

El proceso iterativo de Box-Jenkins para construir modelos lineales de series de tiempo se basa en dos grandes principios.

- **El principio de parsimonia.** Consiste en elegir siempre el modelo más sencillo que sea suficientemente representativo de los datos. Se basa en la filosofía propuesta por William de Occam, conocida como *Occam's razor*: *All things being equal, the simplest solution tends to be the best one* (De entre cosas iguales, la solución más sencilla tiende a ser la mejor)¹⁰. Dicho de otra manera, no se deben agregar al modelo elementos que no estén plenamente justificados.
- **El principio del mejoramiento iterativo.** Consiste en partir de un modelo sencillo y factible, al cual se harán mejoramientos sucesivos, hasta llegar a un modelo satisfactorio. De acuerdo con estos dos principios, no es necesario que se identifique un modelo adecuado desde el primer intento, ya que la metodología ofrece recursos para evaluar y mejorar los diversos modelos tentativos, de manera sucesiva. Además, al tomar en cuenta el principio de parsimonia, deberá iniciarse siempre el proceso con un modelo sencillo, que poco a poco se irá mejorando, a través de las estadísticas que permiten determinar qué es lo que falta o sobra en un modelo

En la Figura, se presenta un diagrama funcional del método de Box-Jenkins, que contiene los pasos principales que deberán seguirse para llegar a un modelo adecuado.

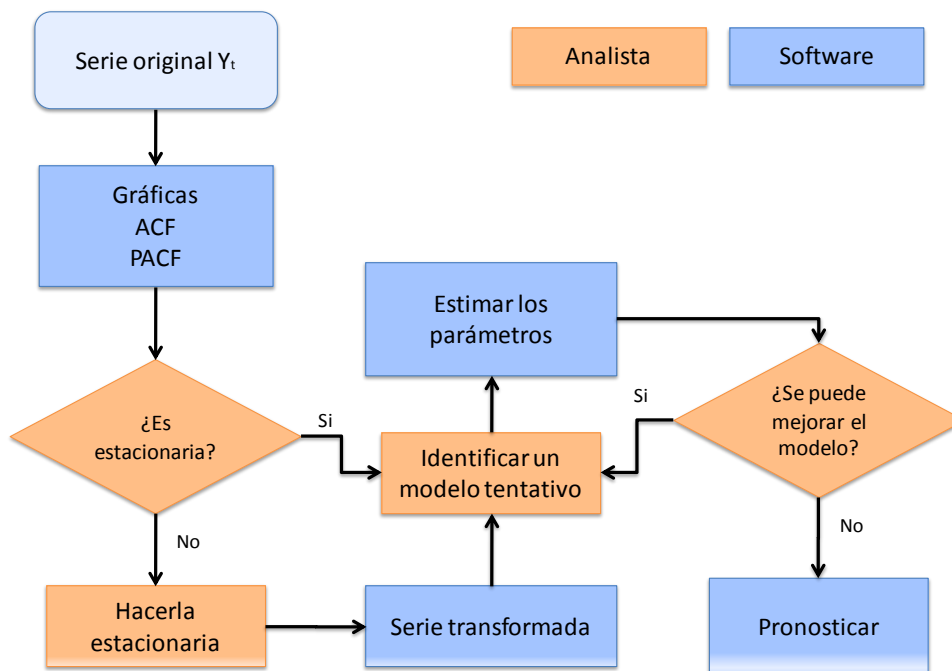


Figura 2.8. Metodología de Box-Jenkins

¹⁰ Lo que realmente planteo Occam es que no debes hacer más suposiciones de las necesarias, es la base del reduccionismo metodológico

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Los procedimientos empleados en la identificación son inexactos y requieren de mucho razonamiento y experiencia, así como el conocimiento del fenómeno en cuestión. La idea es elegir un modelo sencillo más o menos adecuado y tratar de mejorarlo. Por supuesto, no se podrá hablar de un modelo óptimo, pero sí de un modelo que genere pronósticos adecuados. Es indispensable hacer notar que en ocasiones hay modelos que se ajustan a los datos históricos, pero que generan pronósticos deficientes o inaceptables. En este caso habrá que regresar a la identificación.

El modelo general introducido por Box y Jenkins en 1976 incluye tanto parámetros autorregresivos como de medias móviles, y explícitamente incluye diferencias en la formulación del modelo. Específicamente, los tres tipos de parámetros en el modelo son: los parámetros autorregresivos (p), el número de diferencias (d) y parámetros de medias móviles (q). En la notación introducida por Box y Jenkins, los modelos son resumidos como: $ARIMA(p, d, q)$.

Los modelos $ARIMA(p, d, q)$, son en teoría la clase más general de modelos de pronósticos para series de tiempo las cuales pueden ser estacionarizadas por transformaciones tales como diferencias y logaritmos. El número de veces que la serie necesita ser diferenciada para alcanzar la estacionaridad es reflejado en el parámetro (d).

Además de los parámetros anteriormente mencionados, los modelos $ARIMA$ pueden incluir una constante. La interpretación de esta constante depende del modelo ajustado. Específicamente si no hay parámetros autorregresivos en el modelo, entonces el valor esperado de la constante " δ_0 " es la media de la serie; si la serie es diferenciada una vez y no hay parámetros autorregresivos en modelo, entonces la constante representa la media de la serie diferencia. Cabe mencionar que la constante δ_0 tiene el efecto de translación vertical si se suma a la serie original Y_t .

La forma general de un proceso $ARIMA(p, d, q)$ es:

$$W_t = \delta_0 + \phi_1 W_{t-1} + \dots + \phi_p W_{t-p} + e_t - \theta_1 e_{t-1} - \dots - \theta_q e_{t-q} \quad \text{Ecuación 38}$$

Donde:

δ_0 = Término constante

W_t = Transformación de Y_t

ϕ_p = Parámetro Autorregresivo

θ_q = Parámetro de Medias Móviles

e_t = Ruido Blanco

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

La metodología de Box-Jenkins es apropiada únicamente para la serie de tiempo que es estacionaria y es recomendable que se cuente con al menos 100 observaciones del fenómeno al cual se desea aplicar un análisis de series de tiempo.

2.5.1 Identificación de un modelo adecuado

El procedimiento para identificar el modelo adecuado para una serie de tiempo real consiste en contar con una especie de “catálogo” de modelos y sus características especiales, para compararlos con esas mismas características, pero de los datos reales.

Los elementos básicos para la identificación son:

- La función de autocorrelación (ACF)

La ACF, proporciona los coeficientes de correlación de la serie consigo misma para distintos retardos. Las barras largas son significativas. Las bandas horizontales son los límites para considerar significativo un retardo. Es decir si un palo está dentro de las bandas lo consideraremos no significativo en general.

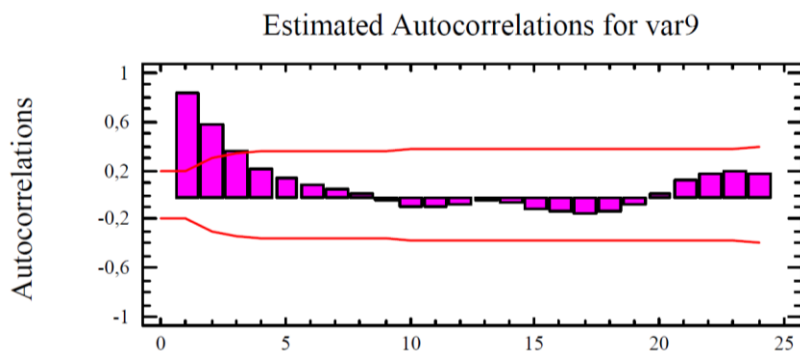


Figura 2.9. Ejemplo de función de autocorrelación

En el caso de la figura, las barras de retardos superiores no son significativas, esto indica que una observación no influye excesivamente sobre las que están muy alejadas de ella.

- La función de autocorrelación parcial (PACF)

La PACF proporciona las relaciones directas entre dos observaciones separadas k periodos cuando neutralizamos la dependencia lineal creada por los retardos intermedios existentes entre ambas. Esta

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

gráfica nos enseña la relación lineal cuando se ha eliminado la correlación que estas variables tienen con otras variables

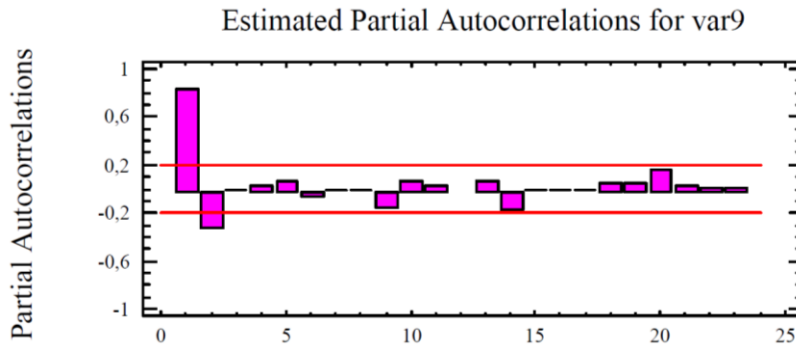


Figura 2.10. Ejemplo de función de autocorrelación parcial

- El periodograma

Mediante el periodograma se trata de descubrir las periodicidades profundas de una serie, cuando es caracterizada mediante una representación de Fourier. El valor del periodograma puede obtenerse directamente de las n observaciones de la serie temporal por medio de la expresión:

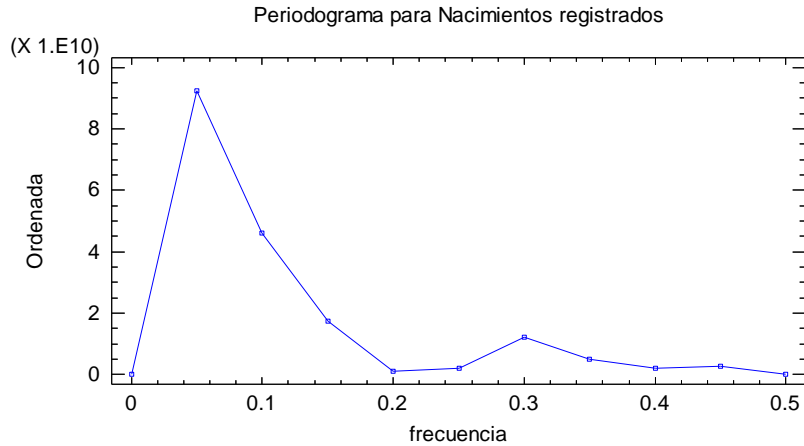
$$I(\omega_k) = \left[(\sum X_t \cos(2\pi kt/n))^2 + (\sum X_t \sen(2\pi kt/n))^2 \right] / n_\pi \quad \text{Ecuación 39}$$

La representación, mediante un diagrama o gráfico, de la Ecuación 39 –expresión matemática del periodograma–, consiste en trasladar los valores de $I(\omega_k)$ al eje de las ordenadas y los valores de frecuencia ω , que varían de 0 a π , al eje de las abscisas, de este modo, gracias al periodograma pueden representarse adecuadamente los diferentes componentes de variación de una serie temporal a distintas frecuencias. El valor de $I(\omega_k)$ se obtiene de acuerdo con las siguientes especificaciones:

$$I(\omega_k) = \begin{cases} na_0^2 & k = 0 \\ (n/2)(a_k^2 + b_k^2) & k = 1, \dots, (n-1)/2 \\ na_{n/2}^2 & k = n/2 \text{ cuando } n \text{ es par} \end{cases} \quad \text{Ecuación 40}$$

Que proporcionan los puntos del periodograma de las k frecuencias.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija



Fuente: INEGI. Estadísticas. Natalidad y Fecundidad. Nacimientos registrados de 1990 a 2009.

Figura 2.11. Ejemplo de periodograma

- El periodograma integrado

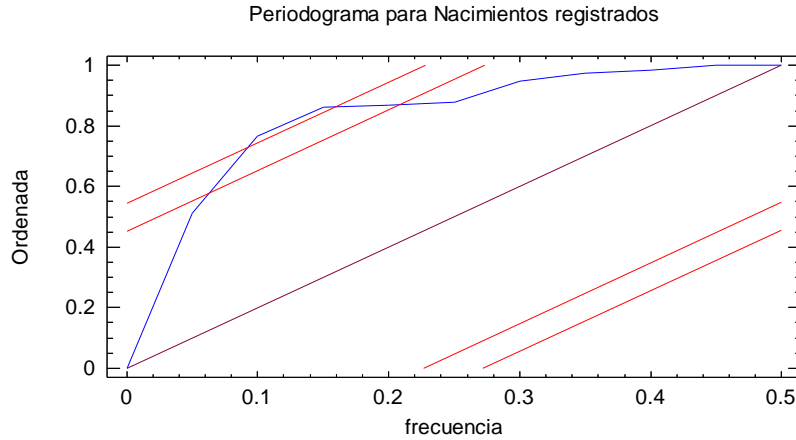
Otra forma de analizar con rapidez el periodograma es hacer la suma normalizada de sus valores y representarlo a través de una prueba de bondad de ajuste no paramétrica de Kolmogorov-Smirnov. La suma normalizada se calcula como:

$$IP(\omega_k) = \sum_{j=0}^k \frac{I(\omega_j)}{\sum_{t=1}^N Y_t^2} \quad \text{Ecuación 41}$$

La gráfica de la suma normalizada contra los valores de las frecuencias armónicas $f_k = k/N$ recibe el nombre de periodograma integrado (*integrated periodogram*).

La ventaja del periodograma integrado es que permite hacer un análisis visual rápido tanto del ajuste de un modelo ya estimado como de la posible periodicidad.

Cuando una serie de tiempo carezca de periodicidad, el periodograma integrado tenderá a parecerse a la línea recta a 45 grados que sería la suma de amplitudes todas con valores mínimos e idénticos.



Fuente: INEGI. Estadísticas. Natalidad y Fecundidad. Nacimientos registrados de 1990 a 2009.

Figura 2.12. Ejemplo de periodograma integrado

2.5.2 Estimación de parámetros

Para la estimación de los parámetros de un modelo $ARIMA(p, d, q)$, puede usarse el método de los momentos, máxima verosimilitud o mínimos cuadrados. De acuerdo con William S. Wei¹¹, lo más recomendable es utilizar máxima verosimilitud que resultará equivalente a mínimos cuadrados. Sin embargo, como se obtendrá un sistema de ecuaciones no lineales, será necesario hacer uso de otras herramientas matemáticas para linealizar.

2.5.3 Diagnóstico y comparación de modelos

Una vez que se ha identificado un modelo preliminar y se han estimado sus parámetros, es necesario verificar si este modelo puede mejorarse y de qué forma. La metodología de Box-Jenkins no produce modelos “óptimos”, sin embargo, si se aplica correctamente y se prueban todos los modelos factibles, el analista tendrá la seguridad de haber elegido el mejor modelo. Para ello, se parte de un modelo inicial tentativo que se va mejorando de acuerdo con los principios de parsimonia y mejoramiento sucesivo.

Las herramientas básicas para el diagnóstico son:

¹¹ Wei, Williams S.: *Times Series Analysis. Univariate and Multivariate Methods*, Addison Wesley, USA, 1990.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

1. Los residuales, es decir, las diferencias entre cada dato y el modelo.
2. Los pronósticos de los últimos datos, que pueden retirarse temporalmente del modelo para ser pronosticados por él y compararse en los datos reales. Este número de datos identifica generalmente con la opción de retenerlos para validar el modelo.

Al diagnosticar un modelo conviene entonces considerar los siguientes pasos:

1. Analizar la estacionaridad.
2. Verificar si el modelo está sobre-estimado, en cuyo caso habrá que eliminar parámetros.
3. Verificar si el modelo está sub-estimado, en cuyo caso habrá que agregar parámetros.
4. Revisar la posible existencia de datos atípicos o faltantes y darles el tratamiento adecuado.

Finalmente se toman todos los modelos que han resultado de interés para el analista y se comparan de manera global, ya sea a través de un cuadro o utilizando las opciones que ofrece el software para ello.

2.5.4 Realización del pronóstico

Una vez que se haya elegido el mejor modelo, podrán efectuarse los pronósticos de manera sencilla. El paquete **Statgraphics**¹², por ejemplo, genera estos valores con la opción *Forecast table* y las gráficas correspondientes con *Time Series Plot* y *Forecast Plot*. Todas ellas pueden guardarse o copiarse y pegarse en otro software.

Si bien el software se encarga de deshacer las diferencias ordinarias y estacionales, habrá que revisar si ocurre lo mismo con las transformaciones. *Statgraphics*, realiza las transformaciones inversas en forma automática.

¹² *Statgraphics* es un paquete de estadísticas que realiza y explica las funciones estadísticas básicas y avanzadas. El software fue creado en 1980 por el Dr. Neil Polhemus.

CAPÍTULO 3. Análisis preliminar de los datos

Objetivo: Identificar los modelos tentativos a partir de los datos originales mediante la metodología de Box-Jenkins y el principio de parsimonia.

Para poder aplicar un método de pronósticos a algún caso de estudio, es necesario examinar el fenómeno a detalle. En primer lugar, se debe llevar a cabo la recolección de datos del fenómeno de estudio (tantos como sea posible). Para el caso de esta tesis conjunta se utilizarán las series obtenidas del portal de internet de la Comisión Federal de Telecomunicaciones (COFETEL)¹³, en su apartado de Estadísticas y referentes a la telefonía local fija y telefonía móvil¹⁴.

El primer paso para el análisis de las series de tiempo es graficar los datos originales contra el tiempo y obtener las principales propiedades de la serie.

En este capítulo se presentarán los datos de forma gráfica para identificar el patrón de comportamiento de nuestras series de tiempo (tendencia, variación, ciclos, fluctuaciones estacionales, etc.), y hacer lo necesario para obtener series de tiempo estacionarias. Para lograrlo se aplicará a la serie de tiempo diferencias y/o transformaciones según sea necesario, podremos identificar uno o más modelos tentativos que puedan ser considerados como candidatos para describir nuestras series de tiempo y se realizará el primer paso de la Metodología Box-Jenkins con la ayuda del paquete *Statgraphics* aplicando los conceptos definidos en el capítulo anterior.

3.1 Datos originales

Para iniciar con el análisis de los datos, graficaremos las series de tiempo originales. Las series de tiempo utilizadas fueron:

- “Serie Mensual de Líneas Telefónicas Fijas en Servicio 1994–2011” **Serie 1**
- “Serie Mensual de Suscripciones y Minutos 1995-2011” **Serie 2**

Con la primera serie trataremos los datos referentes a las líneas telefónicas fijas en servicio, considerando como punto de partida el mes de enero de 1995 para igualar esta serie a la segunda, que

¹³Comisión Federal de Telecomunicaciones(COFETEL), <http://siemt.cft.gob.mx/SIEM/>, sitio consultado en abril de 2011

¹⁴ Ver anexo I.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

corresponde a las suscripciones que ha tenido mensualmente la telefonía móvil, hasta el mes de junio de 2011.

A continuación se muestra la gráfica del comportamiento de la Serie 1, en el periodo de enero de 1995 a junio de 2011, su función de autocorrelación, su función de autocorrelación parcial, periodograma y periodograma integrado.

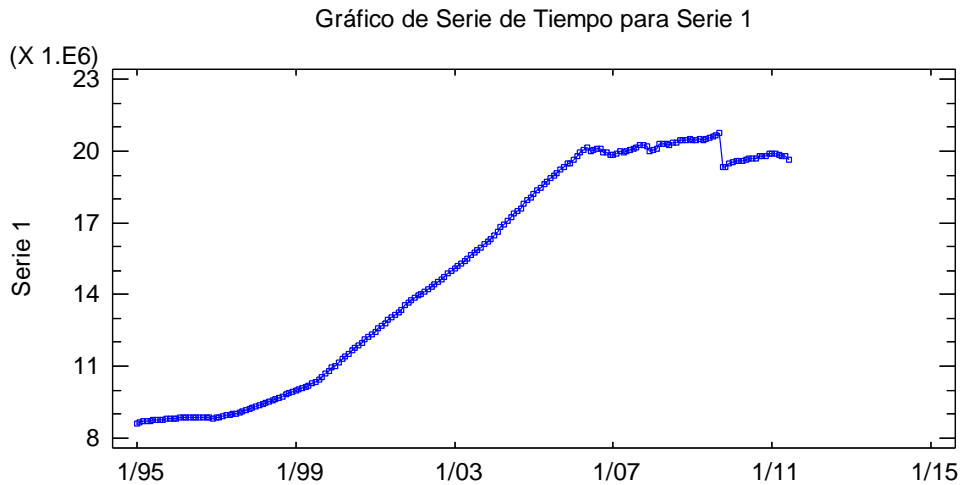


Figura 3.1. Datos originales Serie 1

En la gráfica de la serie de tiempo original, identificamos una tendencia ascendente que se tratará de eliminar mediante una diferencia ordinaria, ya que, en un principio, sabemos que la serie no tiene una media constante y, por tanto, no es estacionaria. Por otra parte, se observa que la varianza parece ser constante por lo que la serie es homoscedástica y no es necesario transformar los datos; asimismo, no se observa variación estacional, estos conceptos se estudiarán más a detalle, posteriormente. Adicionalmente, puede observarse un cambio en el comportamiento de los datos de la serie en septiembre de 2009 que presumiblemente obedece a la crisis económica de 2008 (crisis mundial por caída del dólar), ya que durante 2009 sufre una caída importante el número de líneas fijas¹⁵.

¹⁵ Bravo Jorge, Telefonía fija: infraestructura básica para la competencia y el desarrollo, MediaTelecom, http://www.mediatelecom.com.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=7552&catid=80&Itemid=9, sitio consultado el 18 de enero de 2012.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

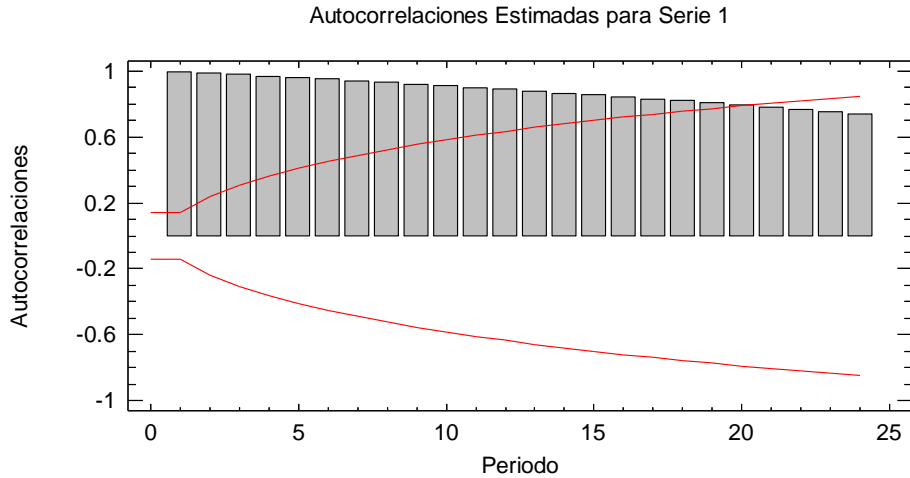


Figura 3.2. Gráfico de la ACF, datos originales Serie 1

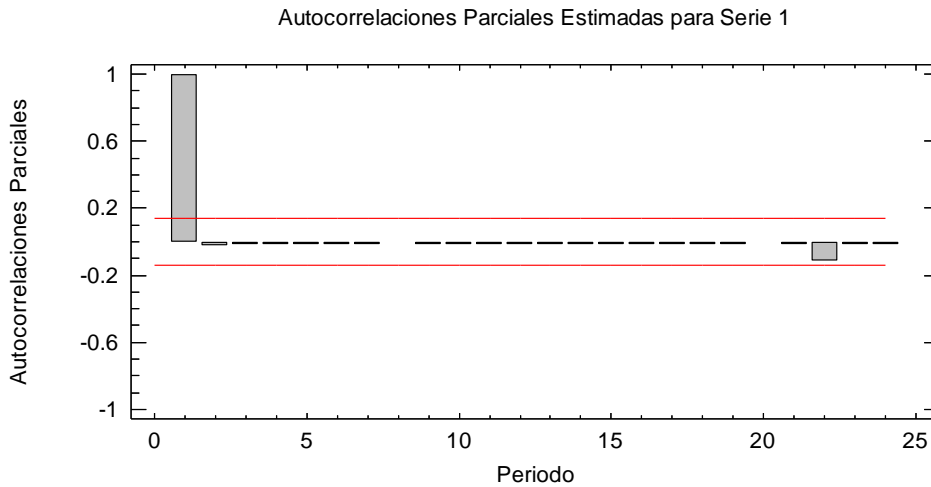


Figura 3.3. Gráfico de la PACF, datos originales Serie 1

Las gráficas de autocorrelación y autocorrelación parcial nos explican que cada dato está fuertemente correlacionado con el inmediato anterior; ya que, en el caso de la gráfica de la ACF se observa que las barras se encuentran fuera del intervalo de confianza y su decrecimiento es lento, por su parte en la PACF se observa una barra que sale significativamente del intervalo de confianza en el primer valor lo que indica que se presenta correlación entre cada un dato.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

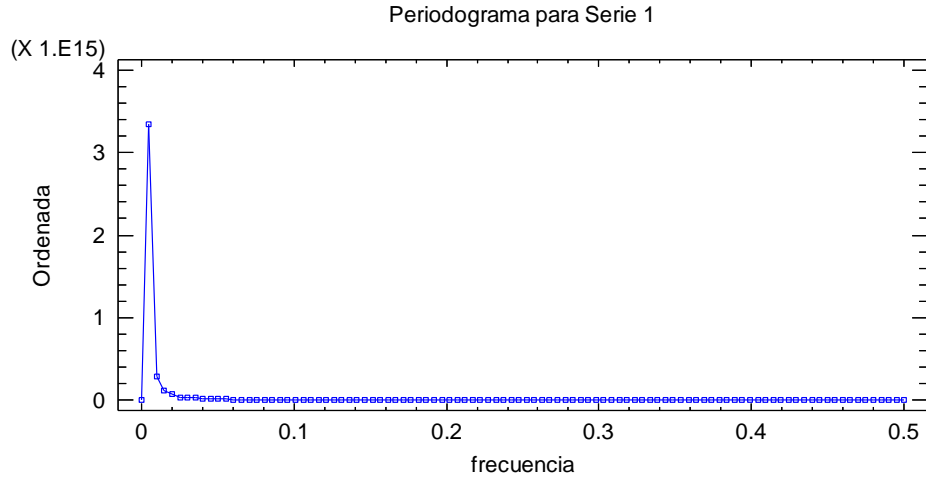


Figura 3.4. Gráfico del periodograma, datos originales Serie 1

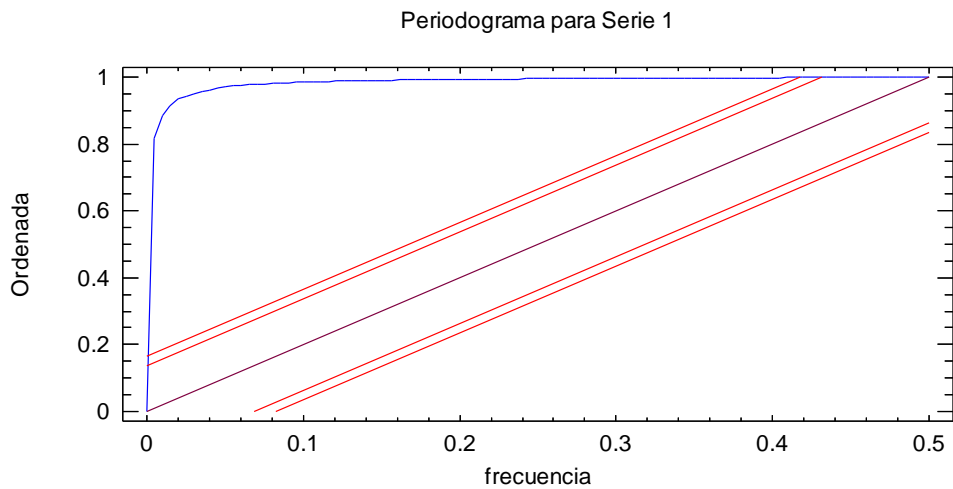


Figura 3.5. Gráfico del periodograma integrado, datos originales Serie 1

Con el periodograma integrado se confirma que la serie original tiene tendencia, ya que éste presenta un valor muy alto al inicio que simula un escalón, es decir, en frecuencias cercanas a cero, lo que implica la presencia de la tendencia.

Emplearemos el mismo análisis para la Serie 2, en el periodo de enero de 1995 a junio de 2011. Graficaremos su función de autocorrelación, su función de autocorrelación parcial, periodograma y periodograma integrado.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Así es como se aprecia la gráfica del comportamiento de los datos originales:

La siguiente gráfica de la Serie 2 representa la serie original en la que se observa que los datos presentan una tendencia creciente, asimismo no se refleja la presencia de ciclos o variaciones estacionales, la posible presencia de estas características se analizarán posteriormente con detalle.

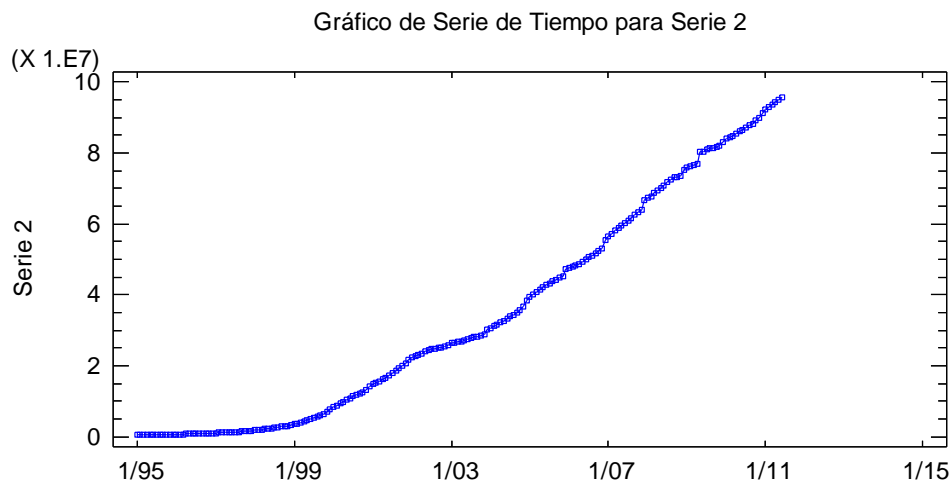


Figura 3.6. Datos originales Serie 2

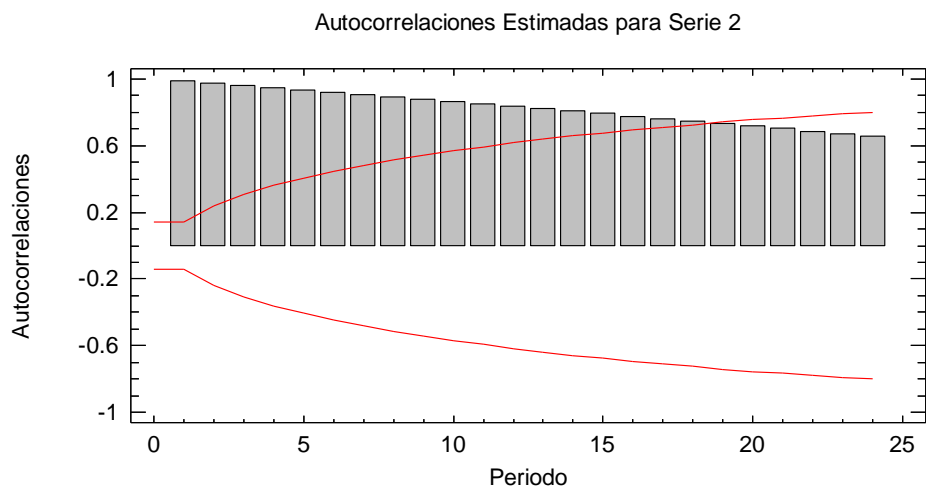


Figura 3.7. Gráfico de la ACF, datos originales Serie 2

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

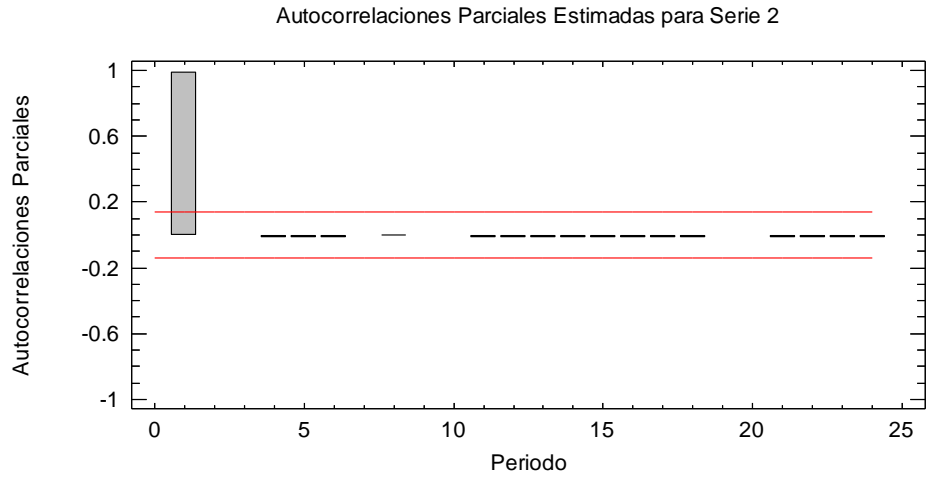


Figura 3.8. Gráfico de la PACF, datos originales Serie 2

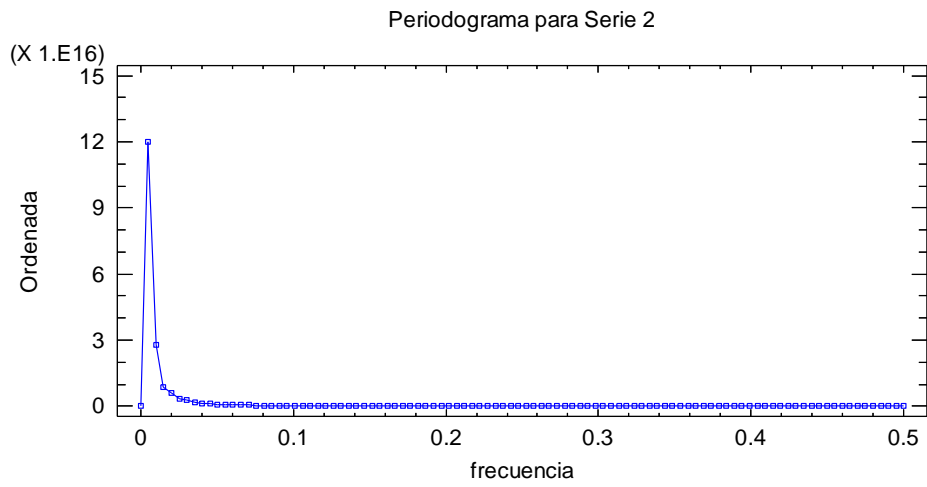


Figura 3.9. Gráfico del periodograma, datos originales Serie 2

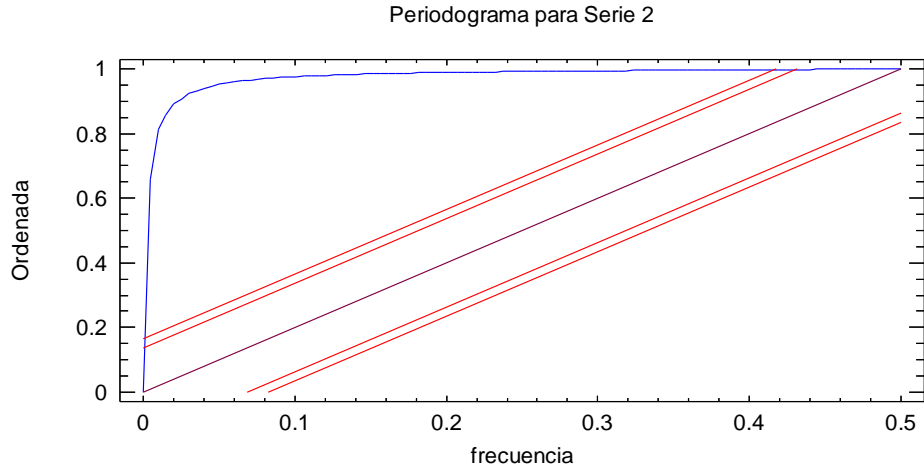


Figura 3.10. Gráfico del periodograma integrado, datos originales Serie 2

Como podemos observar, tanto la ACF, la PACF, el periodograma y el periodograma integrado presentan un comportamiento similar al presentado por la Serie 1, por lo que se determinó que la Serie 2 presenta una tendencia ascendente que tendrá que eliminarse, puesto que la serie no tiene una media constante y, no es estacionaria. Por otra parte, se observa que la varianza es constante y no es necesario transformar los datos; asimismo, no se observa variación estacional.

3.2 Estacionaridad

Ya hemos mencionado en el Capítulo 2 que para fines del presente trabajo se profundizará en el sentido débil o amplio de la estacionaridad, lo que significa que nuestra serie de tiempo debe satisfacer la condición de tener una media y una varianza constantes en el tiempo y su función de autocorrelación debe ser independiente en el tiempo.

En el punto anterior se observó gráficamente que las dos series originales presentan una tendencia creciente y constante, asimismo, la varianza muestra un comportamiento aparentemente constante, es decir, el valor de la varianza no crece y/o decrece a lo largo del horizonte de tiempo. En apartados siguientes se analizarán con más detalle éstas características.

A continuación, se muestran las tablas de las funciones de ACF y PACF que fueron graficadas en apartados anteriores, con el propósito de observar de manera numérica el valor significativo del periodo k , en cada una de las series con las que se está trabajando.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Para la Serie 1 se tiene lo siguiente:

Función de Autocorrelación

Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar	Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar
1	0.991851	0.0710669	13	0.87423	0.335333
2	0.983329	0.122424	14	0.863	0.346653
3	0.974654	0.157336	15	0.851588	0.357339
4	0.965707	0.185338	16	0.839974	0.367446
5	0.956457	0.209213	17	0.82813	0.377019
6	0.946934	0.23024	18	0.816004	0.386097
7	0.937136	0.249135	19	0.803648	0.394711
8	0.927247	0.266344	20	0.791301	0.40289
9	0.917064	0.282177	21	0.778658	0.410664
10	0.906627	0.296848	22	0.764178	0.418055
11	0.896078	0.310518	23	0.749429	0.425051
12	0.885281	0.323314	24	0.734493	0.431673

Tabla 3.1. Tabla de datos de la función de autocorrelación.
Serie 1

Como puede observarse para el periodo $k=1$ se obtiene una estimación de 0.991851 en cual es el valor más significativo de toda la tabla con un error estándar de 0.0710669. Ahora bien si se toma como regla de decisión que si r_k está fuera del intervalo $[-2Sr_k, 2Sr_k]$ entonces es estadísticamente significativo. Sustituyendo los valores obtenemos:

$$r_1 = 0.991851$$

$$Sr_k = 0.0710669 \quad 2Sr_k = 0.1421338$$

Teniendo entonces el siguiente intervalo $[-0.1421338, 0.1421338]$ con un 95% de confianza, es decir: $-0.1421338 < 0.991851 > 0.1421338$, por lo tanto r_1 es estadísticamente significativo.

Realizando el ejercicio anterior para los 24 periodos que se presentan en la tabla de la ACF, se encontró que los estimadores r_1 a r_{19} son estadísticamente significativos.

En el caso de la Serie 2, presenta la siguiente tabla en su función de autocorrelación:

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Función de Autocorrelación

Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar	Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar
1	0.98632	0.0710669	13	0.817438	0.32493
2	0.97258	0.121971	14	0.802877	0.335155
3	0.958749	0.156306	15	0.788234	0.344732
4	0.944771	0.183621	16	0.773512	0.353718
5	0.930676	0.206719	17	0.758699	0.36216
6	0.916491	0.226896	18	0.743694	0.3701
7	0.902339	0.24488	19	0.728686	0.377572
8	0.88835	0.261133	20	0.713757	0.384609
9	0.874314	0.275974	21	0.698673	0.391242
10	0.860264	0.289626	22	0.683465	0.397493
11	0.846114	0.302256	23	0.668023	0.403385
12	0.83184	0.31399	24	0.652421	0.408934

Tabla 3.2. Tabla de datos de la función de autocorrelación.
Serie 2

Se puede observar que para el periodo $k=1$ se obtiene una estimación de 0.98632 en cual es el valor más significativo de toda la tabla con un error estándar de 0.0710669. Ahora bien tomado la regla de decisión empleada para el análisis de la Serie 1 y sustituyendo los valores obtenemos:

$$r_1 = 0.98632$$

$$Sr_k = 0.0710669 \quad 2Sr_k = 0.1421338$$

Teniendo entonces el siguiente intervalo $[-0.1421338, 0.1421338]$ con un 95% de confianza, es decir: $-0.1421338 < 0.98632 > 0.1421338$, por lo tanto r_1 es estadísticamente significativo.

Realizando el ejercicio anterior para los 24 periodos que se presentan en la tabla de la ACF, se encontró que los estimadores r_1 a r_{18} son estadísticamente significativos.

Ahora describiremos numéricamente el comportamiento gráfico de las funciones de autocorrelación parcial de nuestras series, mediante las tablas que se obtiene del paquete *Statgraphics*, mismas que se presenta a continuación:

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Función de Autocorrelación Parcial

Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar	Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar
1	0.991851	0.0710669	13	-0.0193942	0.0710669
2	-0.0270592	0.0710669	14	-0.0148346	0.0710669
3	-0.0132423	0.0710669	15	-0.0151906	0.0710669
4	-0.0207139	0.0710669	16	-0.0164995	0.0710669
5	-0.0224983	0.0710669	17	-0.0182863	0.0710669
6	-0.0203748	0.0710669	18	-0.0213749	0.0710669
7	-0.0206941	0.0710669	19	-0.0184915	0.0710669
8	-0.00909936	0.0710669	20	-0.00365839	0.0710669
9	-0.0220096	0.0710669	21	-0.0228906	0.0710669
10	-0.0191536	0.0710669	22	-0.118116	0.0710669
11	-0.0105707	0.0710669	23	-0.019312	0.0710669
12	-0.019249	0.0710669	24	-0.0168764	0.0710669

Tabla 3.3. Tabla de datos de la función de autocorrelación parcial. Serie 1

Obsérvese que para el periodo $k=1$ se muestra un valor de 0.991851 con un error estándar de 0.0710669 siendo este valor identificado como significativo mediante la construcción del intervalo de confianza, como sigue:

$$\left[\frac{-2}{\sqrt{N}} < r_{11} < \frac{2}{\sqrt{N}} = 0.95 \right] \text{ donde } N \text{ es número de observaciones disponibles}$$

Los valores que quedan fueran de intervalo de confianza serán estadísticamente significativos. Haciendo las sustituciones correspondientes tenemos:

$$N = 198 \text{ datos} \quad r_{11} = 0.991851$$

$$\sqrt{N} = \sqrt{198} = 14.071247 \quad \frac{2}{\sqrt{N}} = 0.1421338$$

Entonces el intervalo de confianza es $[-0.1421338, 0.1421338]$, por lo tanto $-0.1421338 < 0.991851 < 0.1421338$, es estadísticamente significativo.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Función de Autocorrelación Parcial

Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar	Periodo	Autocorrelación Parcial	Error Estándar
1	0.98632	0.0710669	13	-0.0124945	0.0710669
2	-0.00909282	0.0710669	14	-0.0136857	0.0710669
3	-0.0103254	0.0710669	15	-0.0109251	0.0710669
4	-0.0124437	0.0710669	16	-0.0109683	0.0710669
5	-0.0114351	0.0710669	17	-0.0115265	0.0710669
6	-0.0106024	0.0710669	18	-0.0154155	0.0710669
7	-0.00610079	0.0710669	19	-0.00866421	0.0710669
8	-0.00139431	0.0710669	20	-0.00570604	0.0710669
9	-0.00910776	0.0710669	21	-0.0143845	0.0710669
10	-0.00799804	0.0710669	22	-0.0133661	0.0710669
11	-0.0113099	0.0710669	23	-0.0176155	0.0710669
12	-0.0122383	0.0710669	24	-0.0150696	0.0710669

Tabla 3.4. Tabla de datos de la función de autocorrelación parcial. Serie 2

En este caso para el periodo $k=1$ se muestra un valor de 0.98632 con un error estándar de 0.0710669, construyendo el intervalo de confianza y haciendo las sustituciones correspondientes tenemos:

$$N = 198 \text{ datos} \quad r_{11} = 0.98632$$

$$\sqrt{N} = \sqrt{198} = 14.071247 \quad 2/\sqrt{N} = 0.1421338$$

Entonces el intervalo de confianza es $[-0.1421338, 0.1421338]$, por lo tanto $-0.1421338 < 0.98632 > 0.1421338$, es estadísticamente significativo.

3.3 Estabilización de la varianza

Para analizar el comportamiento de la varianza, realizaremos diferentes transformaciones a nuestras series originales, que serán logaritmo natural, raíz cuadrada, potencia y recíproco.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

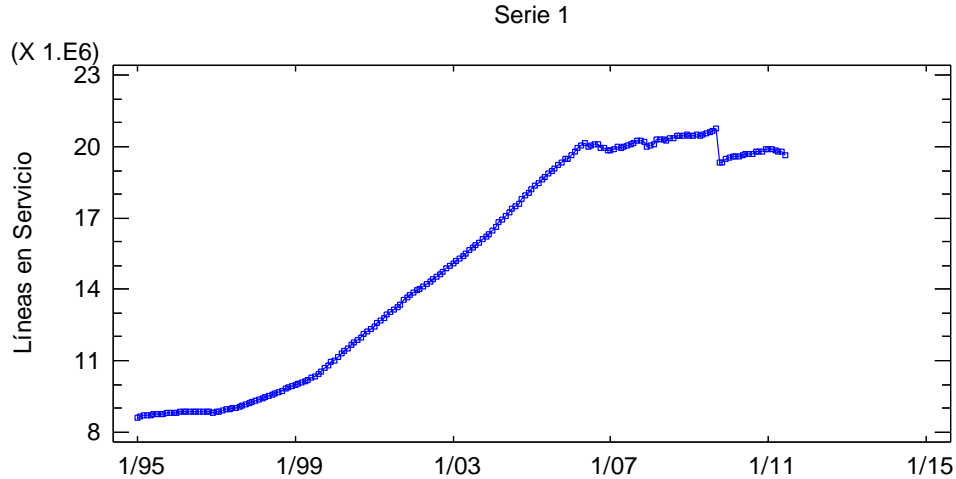


Figura 3.11. Datos originales Serie 1

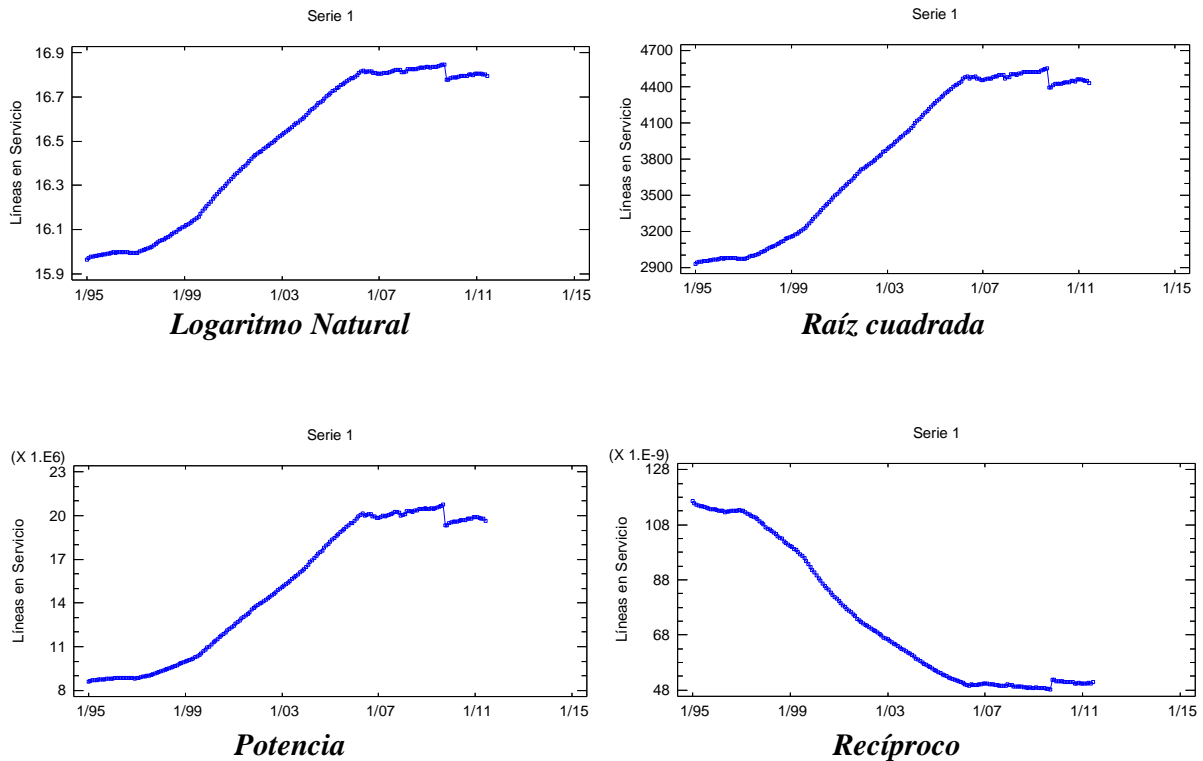


Figura 3.12. Transformaciones a la serie de datos originales Serie 1

Como podemos observar en las gráficas anteriores, las transformaciones aplicadas, no producen un cambio en el comportamiento de la serie; ya que, si bien el recíproco hace que la serie se invierta, el comportamiento en lo general sigue siendo el mismo. Por lo que no se considerará una posible transformación de la serie original.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

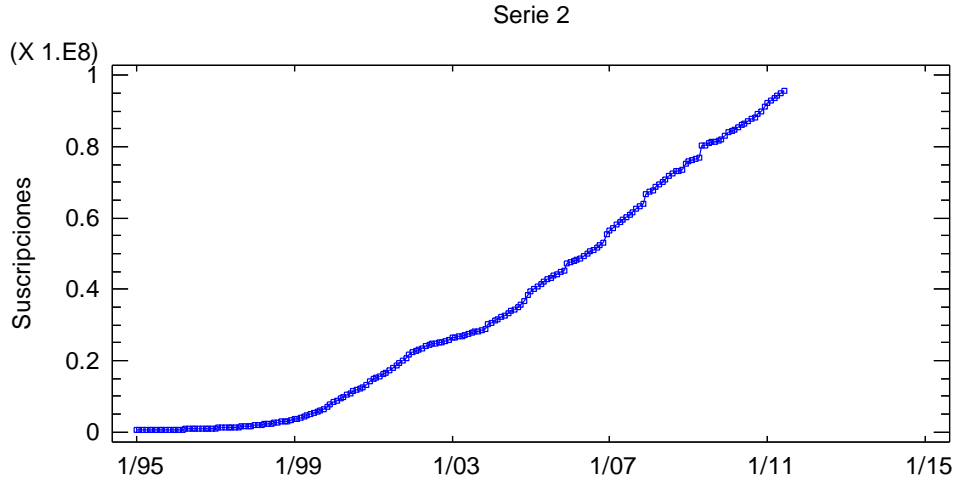


Figura 3.13. Datos originales Serie 2

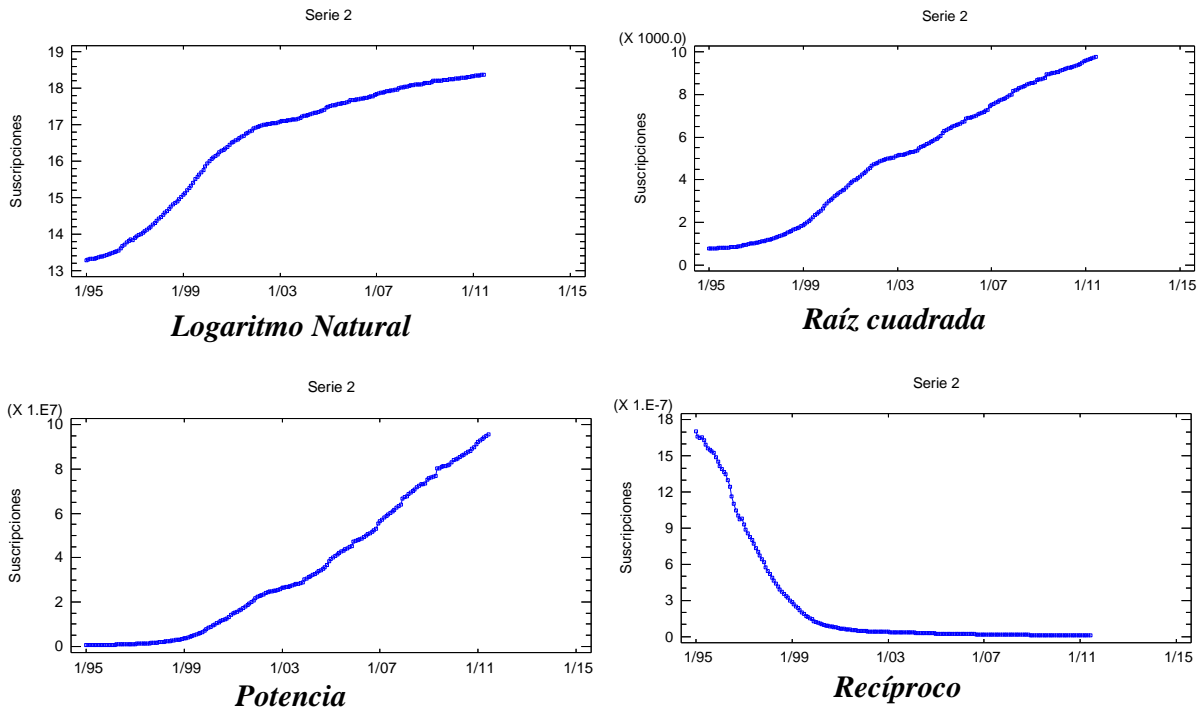


Figura 3.14. Transformaciones a la serie de datos originales Serie 2

Las gráficas anteriores nos muestran un cambio en el comportamiento de los datos, respecto a los originales; sin embargo, al analizar los cambios en sus gráficos de autocorrelación, autocorrelación parcial, periodograma y periodograma integrado, el comportamiento es el mismo en todos los casos que el de los datos originales, por lo que se determinó que estas transformaciones no contribuyen a hacer nuestra serie homoscedástica y no será necesaria su utilización.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

3.4 Eliminación de la tendencia

Siguiendo con el análisis de los datos con la ayuda del paquete estadístico *Statgraphics* se han realizado diversos intentos para conseguir eliminar la tendencia de la Serie 1, con lo que se determinó hacer uso de una diferenciación de orden uno, no estacional. Con lo que los datos y sus ACF, PACF, periodograma y periodograma integrado, se ven de la siguiente forma:

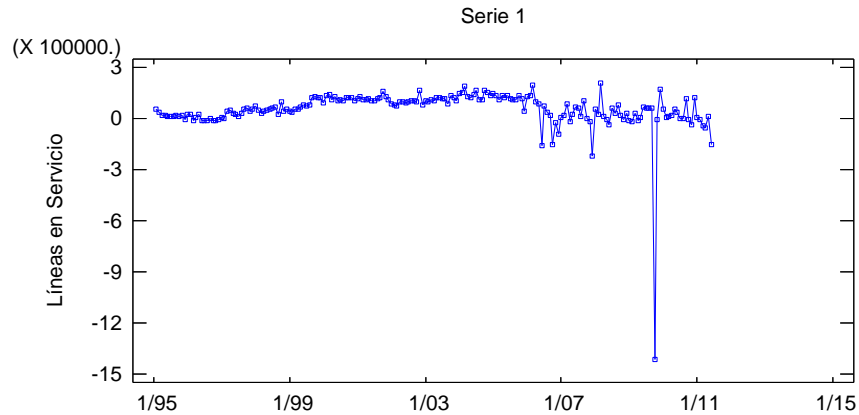


Figura 3.15. Datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden uno)

Como se puede observar, la aplicación de una diferencia ordinaria provoca que la tendencia creciente que presentaba la serie original ya no exista; asimismo, se observa un punto aislado de los demás, esto debido al cambio en el comportamiento de los datos de la serie original, explicado anteriormente.

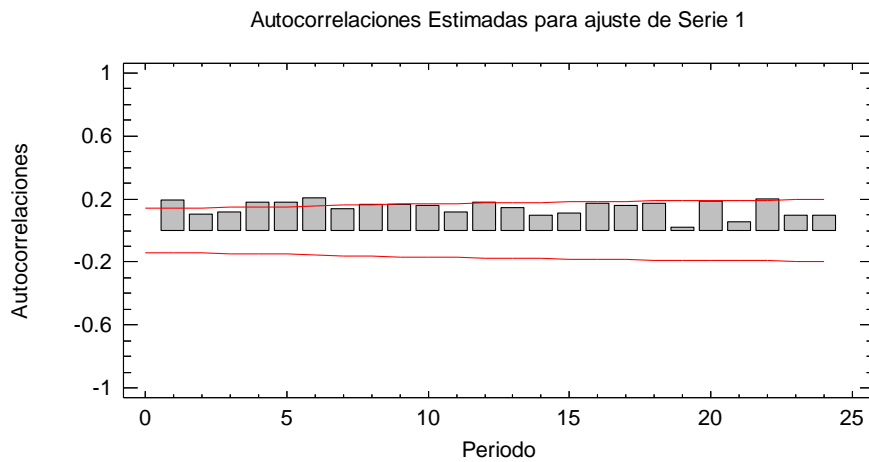


Figura 3.16. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden uno)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

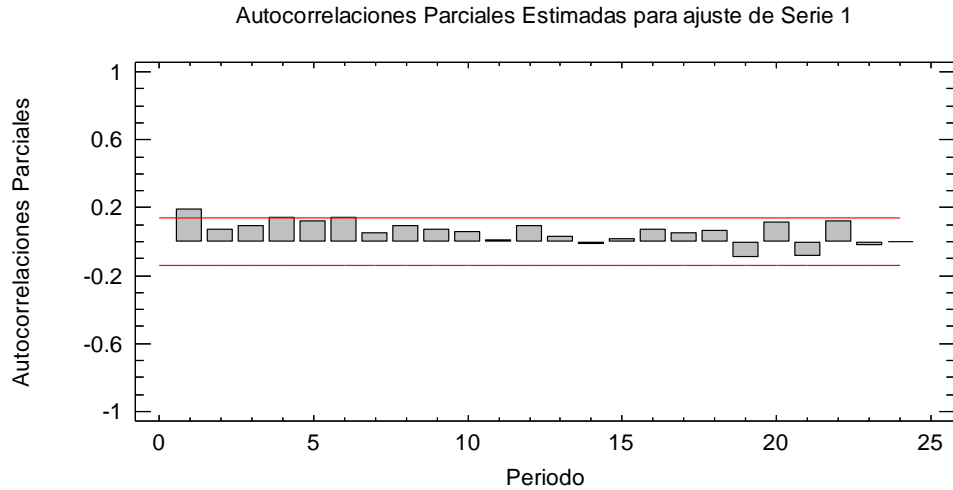


Figura 3.17. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden uno)

Tanto la ACF, como la PACF, contienen más barras dentro del intervalo de confianza y las demás no son significativas; sin embargo la media todavía no es constante, así que aplicaremos una diferencia ordinaria de orden dos.

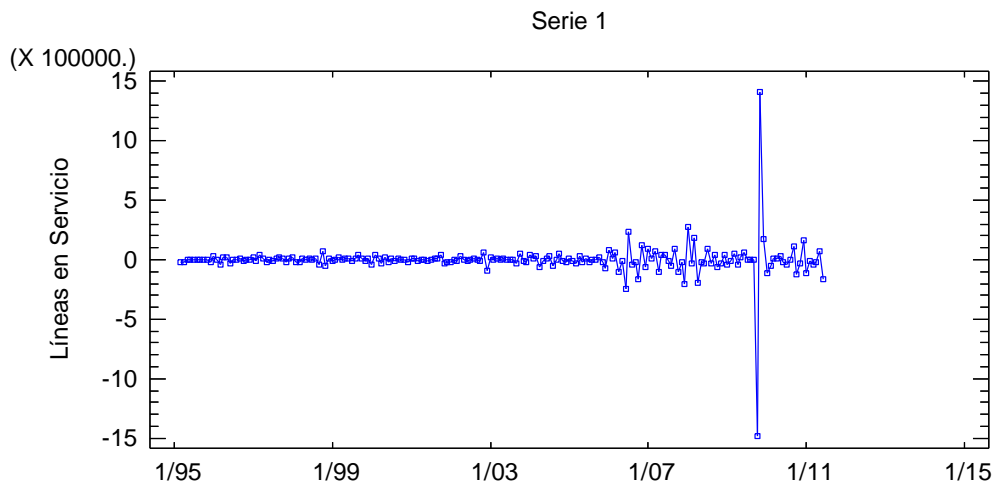


Figura 3.18. Datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

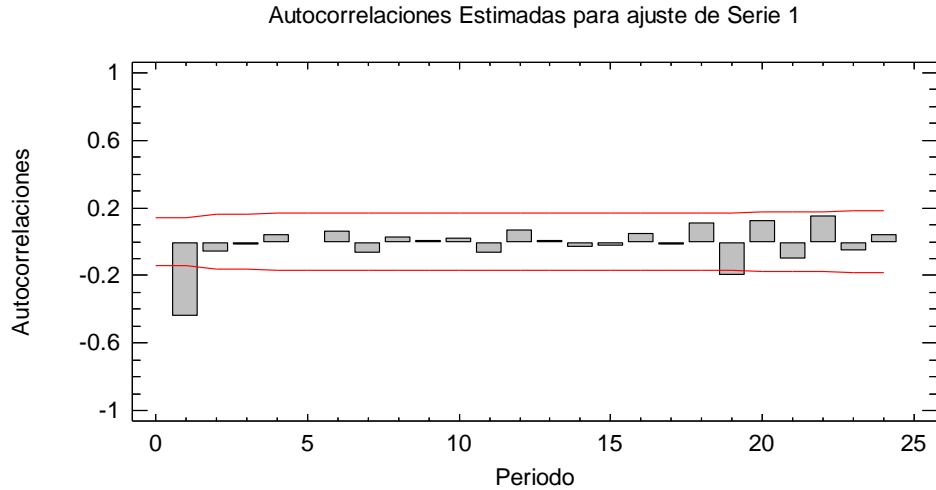


Figura 3.19. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)

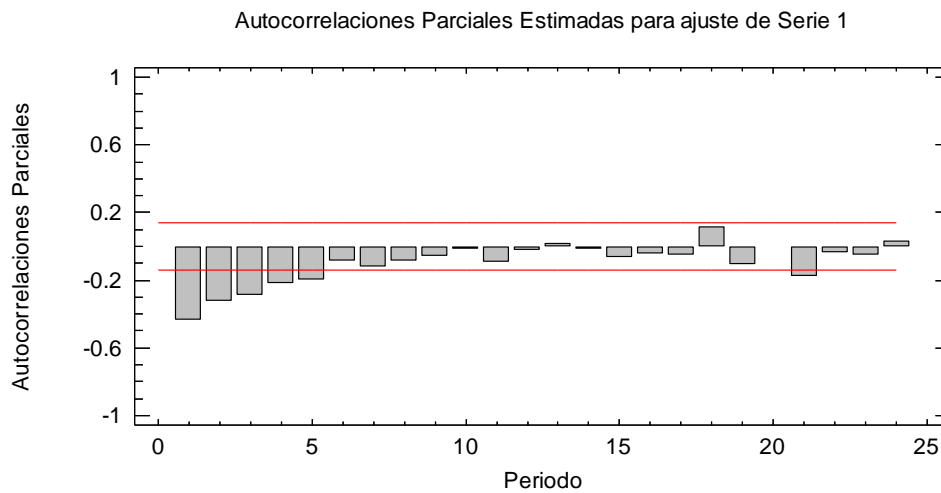


Figura 3.20. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)

Con esta nueva transformación, podemos observar que la media y varianza constantes, además nuestros gráficos de la ACF y PACF (Figuras 3.19 y 3.20), contienen la mayor cantidad de periodos dentro del intervalo de confianza y por su comportamiento, nos podrán ayudar a identificar nuestro modelo tentativo para esta serie.

Realizando el mismo ejercicio para tratar de eliminar la tendencia en la Serie 2, se probó aplicar una diferencia ordinaria de orden uno a la serie, obteniendo como resultado, las gráficas siguientes:

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

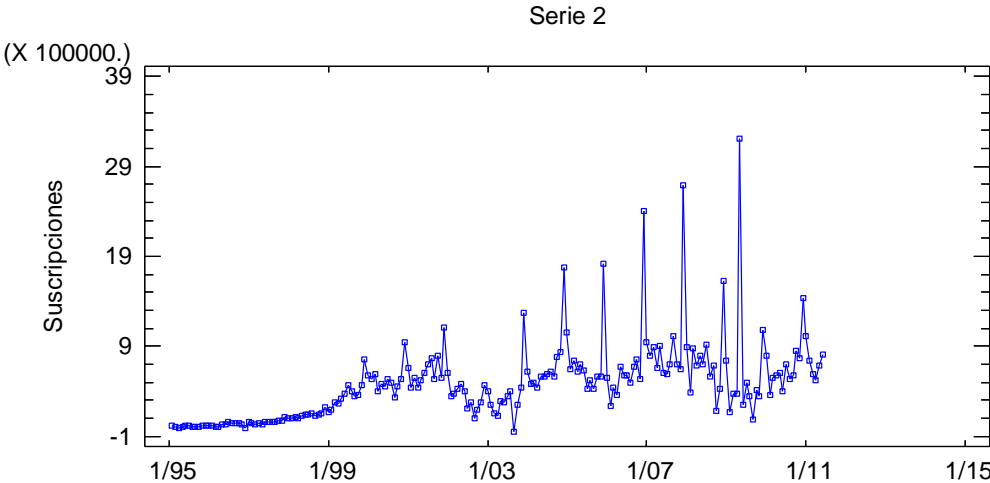


Figura 3.21. Datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden uno)

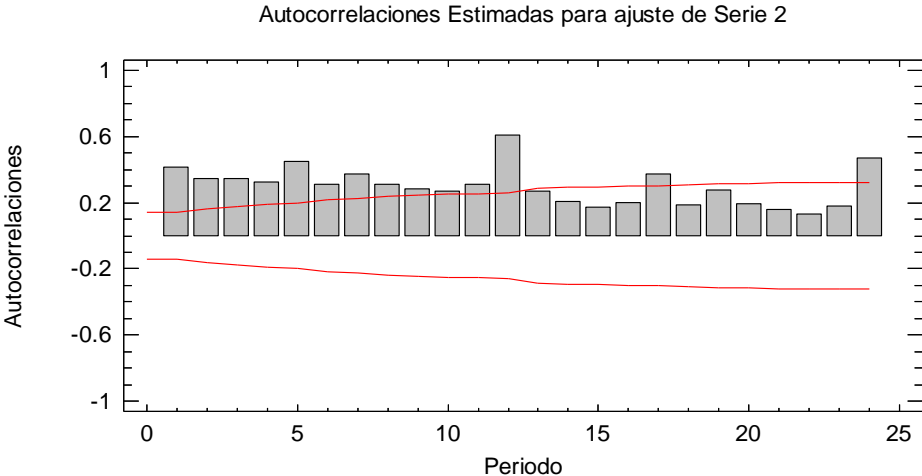


Figura 3.22. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden uno)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

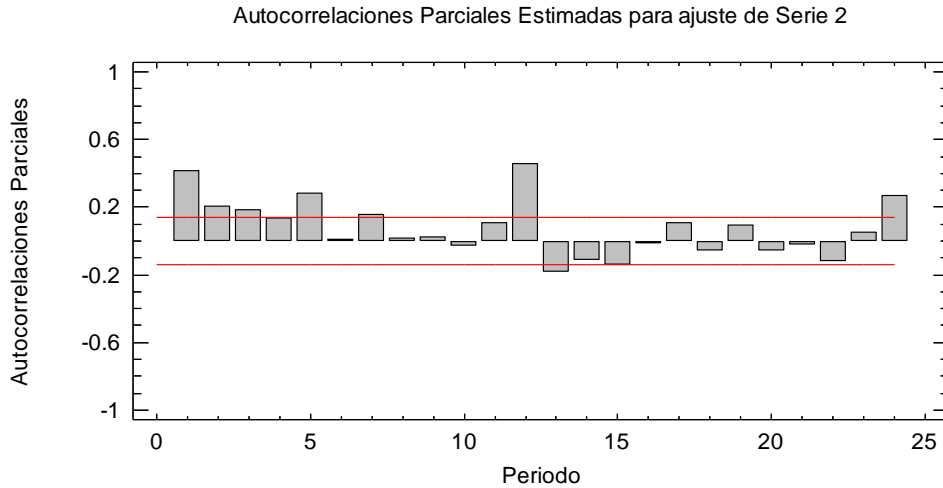


Figura 3.23. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden uno)

Con el análisis de las gráficas anteriores, se determinó la aplicación de una diferencia ordinaria de orden dos, ya que en la ACF de los datos transformados se observa que existen todavía diversas barras con valores por encima del intervalo de confianza, por su parte en la PACF se observan también barras que sobrepasan los valores del intervalo de confianza. Después de aplicar la diferencia ordinaria de orden dos, nuestras gráficas se muestran como sigue:

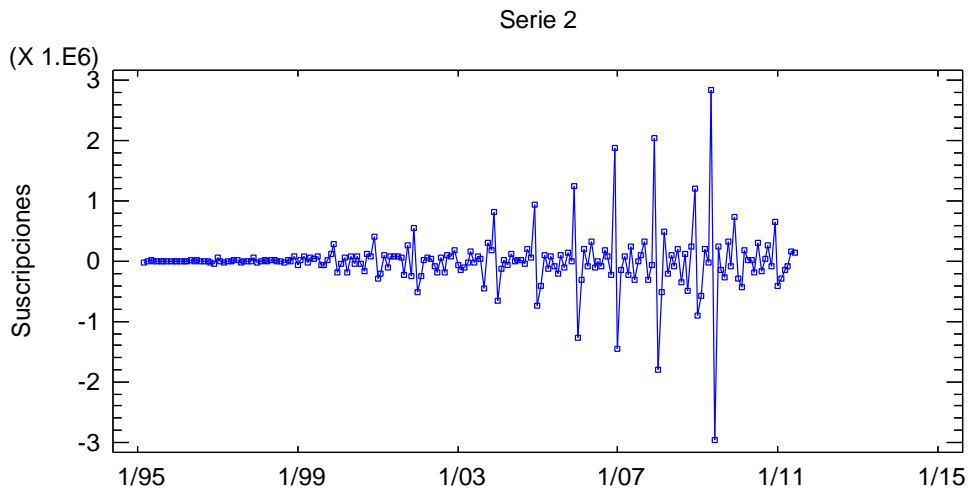


Figura 3.24. Datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

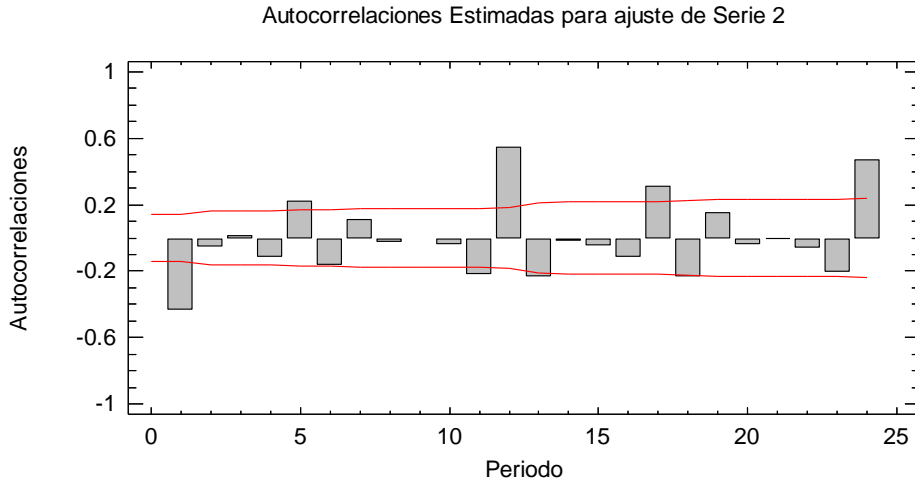


Figura 3.25. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos)

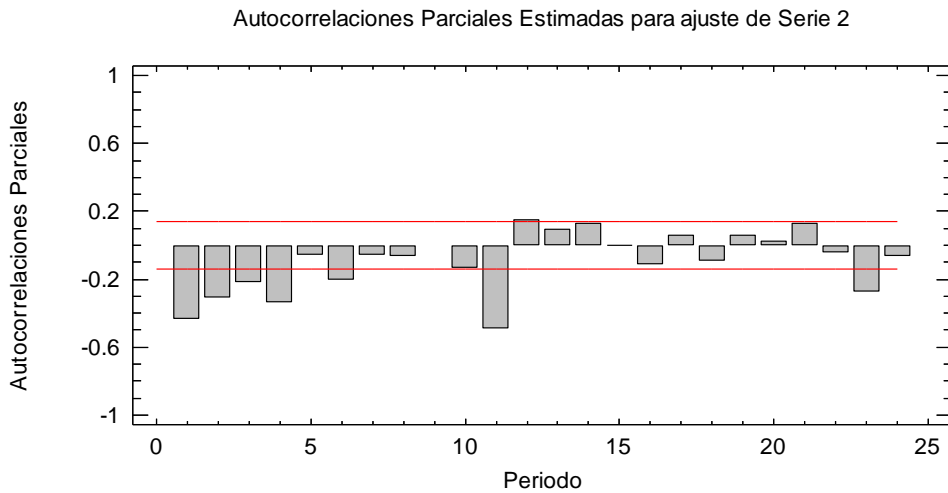


Figura 3.26. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos)

Como podemos observar en la Figura 3.25 la ACF de los datos transformados, es decreciente infinita; sin embargo se existen valores significativos en el primero y después cada doce retrasos, por lo que podemos suponer que existe una periodicidad de orden doce, que anteriormente, no era evidente. De manera que tratará de eliminarse esta condición en el siguiente apartado, a través de diferencias estacionales.

3.5 Fluctuaciones estacionales

De acuerdo a lo visto en el apartado anterior, procederemos a eliminar la variación estacional de nuestra Serie 2, mediante la aplicación de diferencias estacionales del orden que sea necesario, considerando una longitud del período de doce, que en el nuestro fenómeno de estudio representa doce meses.

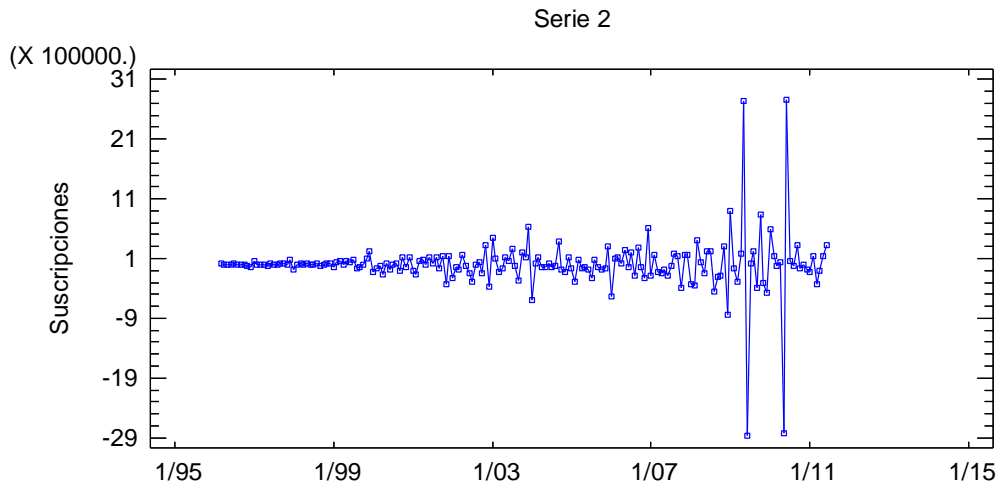


Figura 3.27. Datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)

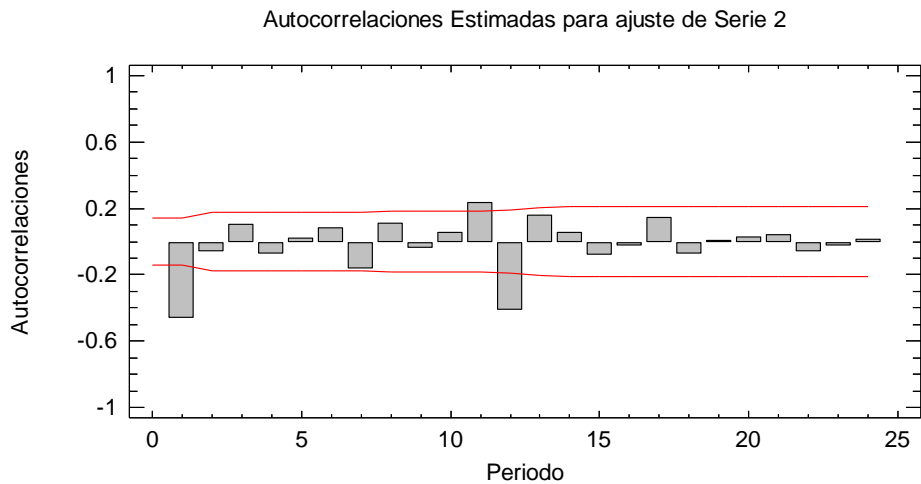


Figura 3.28. Gráfico de la ACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

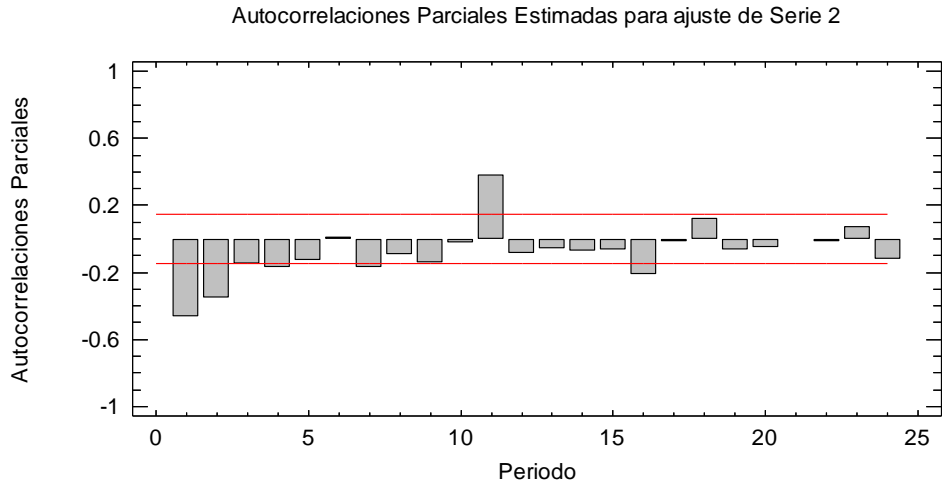


Figura 3.29. Gráfico de la PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)

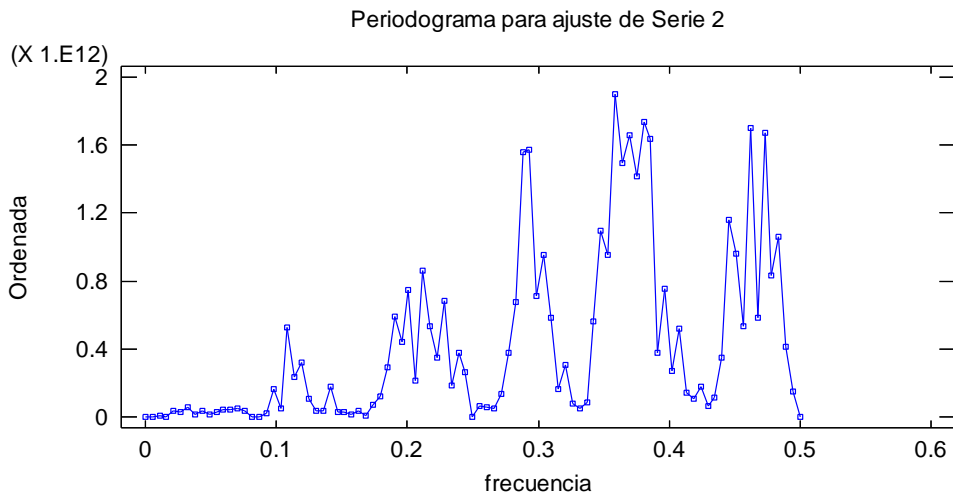


Figura 3.30. Gráfico del periodograma, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

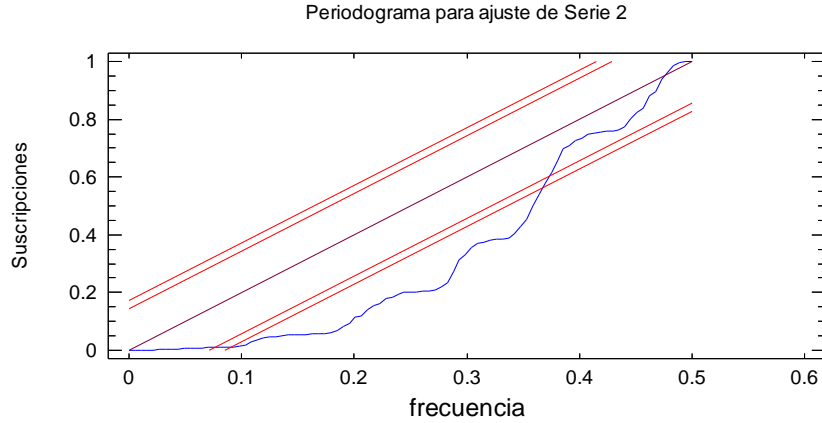


Figura 3.31. Gráfico del periodograma integrado, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y diferencia estacional de orden uno)

Al aplicarle una diferencia estacional a la serie de datos transformados de la Serie 2, observamos que la serie ya presenta media y varianza constantes; y que su ACF y PACF siguen mostrando valores significativos en los periodos uno y doce, esto nos ayudará a la identificación de nuestro modelo tentativo.

3.6 Identificación del modelo

De acuerdo a lo observado en los puntos anteriores y habiendo conseguido que nuestra serie cumpla con las condiciones primordiales de estacionaridad en sentido débil o amplio, se procede a la identificación de un modelo tentativo que se ajuste a nuestras series de tiempo, a partir de los gráficos ACF y PACF.

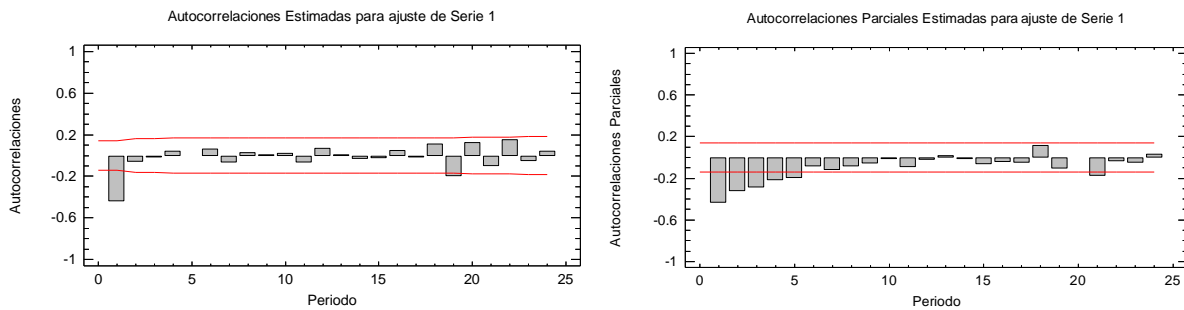


Figura 3.32. Gráficos de ACF y PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

En el caso de la Serie 1, los gráficos ACF y PACF Fig. 3.32 nos hacen suponer que nuestro modelo a considerar sería un MA(1) puesto que el gráfico de ACF se trunca en uno y el PACF es decreciente infinito, por lo que integrando la diferencia ordinaria de orden dos, efectuada a los datos originales, el modelo corresponde a un ARIMA (0,2,1) con constante. Que expresado algebraicamente sería:

$$MA(1) \rightarrow Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

Al modelo anterior se debe aplicar la diferencia ordinaria de orden dos, las diferencias ordinarias se denotan por la letra Δ , a partir de ahora se usará la Z_t para indicar que la serie de tiempo Y_t puede haber sufrido alguna transformación, ahora bien:

$$Z_t = e_t \quad \text{Ruido Blanco}$$

$$\Delta^2 Z_t = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} = e_t - 2e_{t-1} + e_{t-2}$$

Por lo que nuestro modelo será el siguiente:

$$ARIMA(0,2,1) \rightarrow W_t = \delta_0 + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

Donde:

$W_t = \Delta^2 Z_t$ y δ_0 es una constante o término independiente.

Para la Serie 2, se determinó a partir de sus gráficos de ACF y PACF (Figura 3.33) en los que fue aplicada una diferencia ordinaria de orden dos, que el modelo tentativo para esta serie de datos debe contener una parte MA(1).

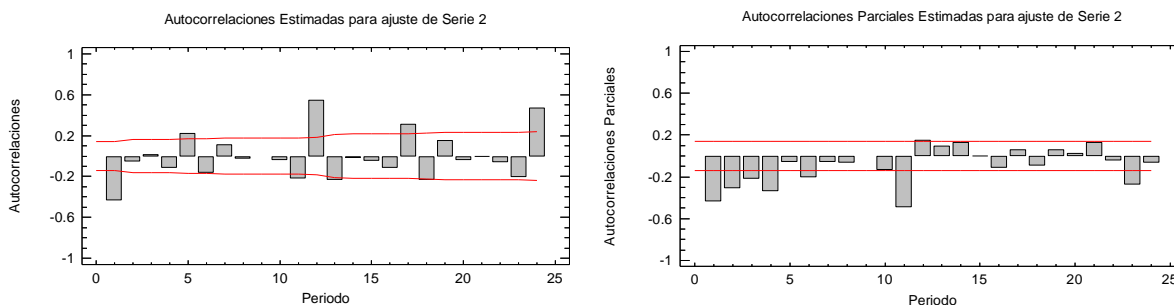


Figura 3.33. Gráficos de ACF y PACF, datos transformados Serie 1 (diferencia ordinaria de orden dos)

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Además, después de la aplicación de la diferencia estacional de orden dos, con las gráficas ACF y PACF (Figura 3.34), se observó que nuestro modelo corresponde a un modelo multiplicativo con una parte SMA(1).

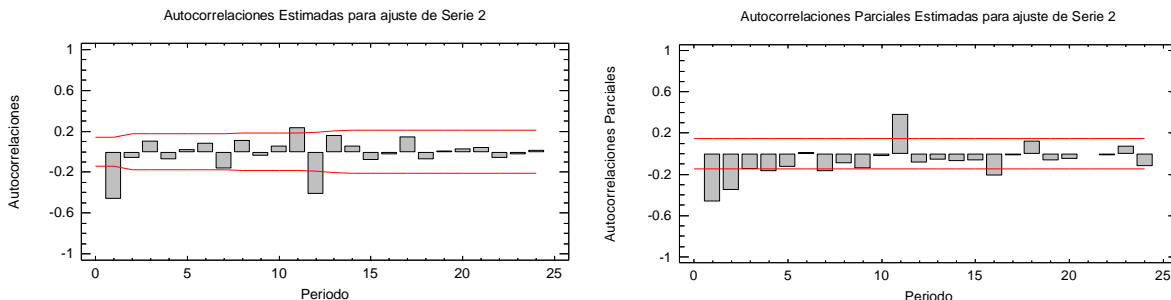


Figura 3.34. Gráficos de ACF y PACF, datos transformados Serie 2 (diferencia ordinaria de orden dos y una diferencia estacional de orden uno, con longitud doce)

Por lo anterior, nuestro modelo tentativo sería $ARIMA(0,2,1) \times (0,1,1)_{12}$ con constante, y se expresaría de la siguiente forma:

$$MA(1) \rightarrow Y_t = e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

Al modelo anterior se debe aplicar la diferencia ordinaria de orden dos, las diferencias ordinarias se denotan por la letra Δ , a partir de ahora se usará la Z_t para indicar que la serie de tiempo Y_t puede haber sufrido alguna transformación, ahora bien:

$$Z_t = e_t \quad \text{Ruido Blanco}$$

$$\Delta^2 Z_t = Z_t - 2Z_{t-1} + Z_{t-2} = e_t - 2e_{t-1} + e_{t-2}$$

Por lo que nuestro modelo será el siguiente:

$$ARIMA(0,2,1) \rightarrow W_t = \delta_0 + e_t - \theta_1 e_{t-1}$$

Donde:

$W_t = \Delta^2 Z_t$, es decir, W_t es la variable original con dos diferencias ordinarias y δ_0 es una constante o término independiente.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Agregando la parte SMA(1):

$$W_t = \delta_0 + e_t(1 - \theta_1 B)(1 - \Theta_1 B^{12})$$

Donde W_t es la variable original con dos diferencias ordinarias y una estacional de orden 12.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

CAPÍTULO 4. Estimación y diagnóstico de los modelos tentativos

Objetivo: Diagnosticar si los modelos cumplen con las características de estacionaridad y/o invertibilidad, en caso contrario, aplicar el principio de mejoramiento sucesivo de los modelos, para determinar el modelo que mejor se ajuste a nuestros datos.

El siguiente paso que marca la Metodología Box-Jenkins, es la estimación de los parámetros para cada uno de los modelos tentativos elegidos y con los cuales se realizó el análisis inicial de los datos.

Derivado de la identificación de los modelos tentativos en el capítulo anterior, se procederá a la estimación de parámetros para cada uno de ellos, este paso se llevará a cabo con la ayuda del paquete *Statgraphics*.

Asimismo, dentro de este capítulo se realizará el método de diagnóstico; es decir, comprobaremos si se cumple las condiciones de estacionaridad y/o invertibilidad, para determinar si el modelo se ajusta a nuestra serie de tiempo; de no ser así, éste deberá ser mejorado o modificado. Recordemos que este procedimiento se hará de manera iterativa hasta obtener el modelo definitivo, sin olvidarse de los principios de parsimonia y mejoramiento sucesivo. Una vez hallados los modelos que mejor se ajusten a nuestros datos, los usaremos para pronosticar los valores futuros de nuestra serie de tiempo.

4.1 Procedimiento de estimación

El procedimiento utilizado por *Statgraphics* para la estimación de los parámetros es el de mínimos cuadrados y máxima verosimilitud, a continuación se presentan en breve dichos métodos con fines explicativos, ya que el *Statgraphics* los utiliza automáticamente.

Una vez que se ha realizado la especificación del modelo tentativo, es decir, una vez elegidos los valores de p , d , q y D ¹⁶ el modelo:

$$\phi(B)Z_t = \delta_0 + \theta(B)e_t \quad \text{Ecuación 42}$$

Deben obtenerse los estimadores para los $p+q+1$ parámetros desconocidos: $\delta_0, \phi_1, \dots, \phi_p, \theta_1, \dots, \theta_q$

¹⁶ El valor de D es el orden de las diferencias estacionales.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Si se sigue el método numérico de mínimos cuadrados, deberán encontrarse aquellos estimadores que minimicen la suma de los cuadrados de las diferencias entre la serie real Z_t y la serie ajustada por el modelo \hat{Z}_t . Esto es, si se considera cada error igual al valor real menos el valor estimado por el modelo, esta diferencia puede obtenerse despejando e_t de la ecuación 42:

$$e_t = \theta^{-1}(B)(\phi(B)Z_t - \delta_0) \quad \text{Ecuación 43}$$

Donde la ecuación 43 representará a los residuales, una vez que se sustituyan los valores estimados por los parámetros. El objetivo de la estimación será encontrar un vector de parámetros autorregresivos: $\phi = [\phi_1, \dots, \phi_p]$, un vector de parámetros de medias móviles: $\theta = [\theta_1, \dots, \theta_p]$ y una constante δ_0 , tales que minimicen la suma de los errores al cuadrado, denotado por:

$$S(\delta_0, \phi, \theta) = \sum_{t=d+D_\delta+1}^N \hat{e}_t^2 \quad \text{Ecuación 44}$$

Así, los vectores que minimizan la ecuación 44 puede denotarse como:

$$\hat{\phi} = [\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_p]$$

$$\hat{\theta} = [\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_p]$$

Y los residuales asociados con dichos estimadores serán:

$$\hat{e}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)(\hat{\phi}(B)Z_t - \hat{\delta}_0) \quad \text{Ecuación 45}$$

Y la suma de los cuadrados de los residuales se expresa por:

$$S(\hat{\delta}_0, \hat{\phi}, \hat{\theta}) = \sum_{t=d+D_\delta+1}^N \hat{e}_t^2 \quad \text{Ecuación 46}$$

Esta estimación puede ser difícil si están presentes términos de medias móviles, ya que da como resultado ecuaciones no lineales. Es por esta razón, que debe usarse un método iterativo de estimación no lineal para minimizar la suma de los errores al cuadrado. Además el primer error en la serie de tiempo, e_t , depende de los valores no observados Z_0, Z_1, \dots, Z_{p+1} y e_0, e_1, \dots, e_{q+1} . De modo que debe usarse algún método para inicializar la serie antes de aplicar el proceso de estimación no lineal.

Una vez estimados los parámetros del modelo, deberá verificarse si los residuales se comportan como ruido blanco o si es necesario hacer algún ajuste, lo cual se hará revisando los residuales y sus características.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

4.2 Estimación de los parámetros de los modelos

Es importante mencionar que el paquete estadístico *Statgraphics* inicia con las estimaciones preliminares de los parámetros a ser estimados y aplica una técnica iterativa para obtener al final los estimadores puntuales que mejor se aproximan a los parámetros reales.

Una vez que obtengamos los estimadores finales de los parámetros en nuestros modelos, debemos verificar que estos satisfagan las condiciones de estacionaridad y/o invertibilidad, ya que si estas condiciones no se satisfacen se sugiere que el modelo podría no ser el adecuado.

A continuación se muestran las estimaciones para los modelos tentativos de nuestras series, dichas estimaciones se obtuvieron del paquete *Statgraphics*.

Resumen de Modelo ARIMA(0,2,1) con constante de la Serie 1

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
MA(1)	0.92041	0.024301	37.8754	0.000000
Media	-228.686	672.063	-0.340274	0.734018
Constante	-228.686			

Pronóstico Histórico: sí
Varianza estimada de ruido blanco = 1.38858E10 con 194 grados de libertad
Desviación estándar estimada de ruido blanco = 117838
Número de iteraciones: 4

Tabla 4.1. Parámetros del modelo tentativo para la Serie 1.

Resumen de Modelo ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)₁₂ con constante de la Serie 2

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
MA(1)	0.827296	0.0421022	19.6497	0.000000
SMA(1)	0.737833	0.0485939	15.1837	0.000000
Media	-378.738	1423.24	-0.266111	0.790457
Constante	-378.738			

Pronóstico Histórico: sí
Varianza estimada de ruido blanco = 9.4988E10 con 181 grados de libertad
Desviación estándar estimada de ruido blanco = 308.201
Número de iteraciones: 5

Tabla 4.2. Parámetros del modelo tentativo para la Serie 2.

El análisis de estos resultados se llevará a detalle en el apartado 4.7 Modelos subespecificados o sobreespecificados.

4.3 Obtención del valor inicial para los parámetros

Para realizar la estimación de los parámetros, es necesario inicializar los valores de los parámetros contenidos en el vector:

$$\beta_0 = (\delta_0, \phi_0, \theta_0)$$

Por supuesto, la convergencia en el proceso de estimación será más rápida si los valores iniciales son buenos. Existen varias formas de obtener valores iniciales de los parámetros, a continuación se presentan:

- La ACF puede ayudar para obtener aproximaciones iniciales, esta funciona para modelos sencillos, pero es inútil para modelos muy complejos.
- También se puede hacer uso de las tablas Box-Jenkins¹⁷.
- Bowermann y O'Connell¹⁸ consideran que puede utilizarse el valor inicial 0.1 para cualquier parámetro desconocido, sin que con este valor inicial se afecte enormemente los resultados finales.

$$\beta_0 = (0.1, 0.1, 0.1 \dots)$$

- Pindyck y Rubinfeld¹⁹, por su parte toman como valores iniciales cero, obteniendo buenos resultados.

$$\beta_0 = (0, 0, 0 \dots)$$

4.4 Examen del modelo

Una vez que se ha identificado un modelo preliminar y se han estimado sus parámetros, es necesario verificar si este modelo puede mejorarse y de qué forma. La metodología de Box-Jenkins no produce modelos óptimos; sin embargo, si se aplica correctamente y se prueban todos los modelos factibles,

¹⁷ Box, George E. P. y Jenkins, Gwilym: *Time series analysis. Forecasting and control*. Holden Day, 1976.

¹⁸ Bowermann, B. L. y O'Connell, R. T.: *Time Series and Forecasting*. Duxbury Press, Boston USA, 1979.

¹⁹ Pindyck, R. y Rubinfeld, D.: *Econometric Models and Economic Forecasts*. McGraw-Hill, USA, 1981.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

tendremos la seguridad de haber elegido el mejor modelo. Para ello, se parte de un modelo inicial tentativo que se va mejorando de acuerdo con los principios de parsimonia y mejoramiento sucesivo.

Las herramientas básicas para el diagnóstico son:

1. Los residuales, es decir, las diferencias entre cada dato y el modelo.
2. Los pronósticos de los últimos datos, que pueden retirarse temporalmente del modelo para ser pronosticados por él y compararse con los datos reales. Este número de datos se identifica generalmente con la opción de retenerlos para validar el modelo.

Al diagnosticar un modelo conviene entonces considerar los siguientes pasos:

1. Analizar la estacionaridad.
2. Verificar si el modelo está sobre-estimado, en cuyo caso habrá que eliminar parámetros.
3. Verificar si el modelo está sub-estimado, en cuyo caso habrá que agregar parámetros.
4. Revisar la posible existencia de datos atípicos o faltantes y darles el tratamiento adecuado.

Finalmente se toman todos los modelos que han resultado de nuestro interés y se comparan de manera global, ya sea a través de un cuadro o utilizando las opciones que ofrece *Statgraphics* para ello (*model comparison*).

4.5 Análisis de estacionaridad

Como se ha dicho, antes de identificar un modelo tentativo debe verificarse que la serie de tiempo sea estacionaria. De cualquier forma, es conveniente constatar esto en los residuales de cada modelo. Si la serie es estacionaria, deberán serlo también sus residuales. En caso de que los residuales muestren tendencia y/o heteroscedasticidad, es indispensable corregir esto desde la serie original, de la forma ya señalada. Esto es, si existe varianza creciente, efectuar la transformación adecuada; si existe tendencia, efectuar las diferencias ordinarias que se requieran.

En caso de que los residuales muestren variación estacional, debe probarse, tanto la posibilidad de eliminarla con diferencias estacionales, como de modelarla. Será hasta el cuadro comparativo final de los modelos que se determinará cuál de las dos opciones es más conveniente.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Para llevar a cabo el análisis de estacionaridad de los modelos tentativos, se observarán los residuales como una nueva serie de tiempo y se comprueba que se cumplan las condiciones de estacionaridad (media y varianza constante), en las funciones de autocorrelación ACF y PACF se observará que todas las barras se encuentren dentro del intervalo de confianza, es decir, se comporten como ruido blanco.

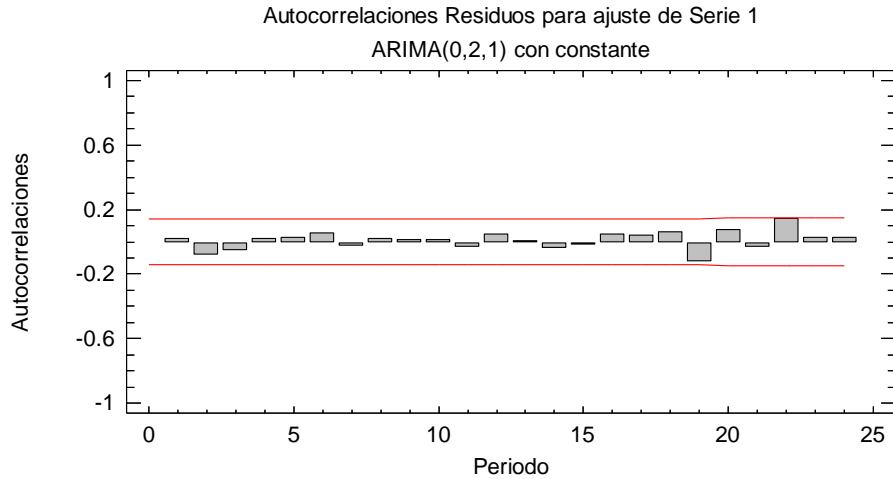


Figura 4.1. Gráfico ACF de los residuales Serie 1

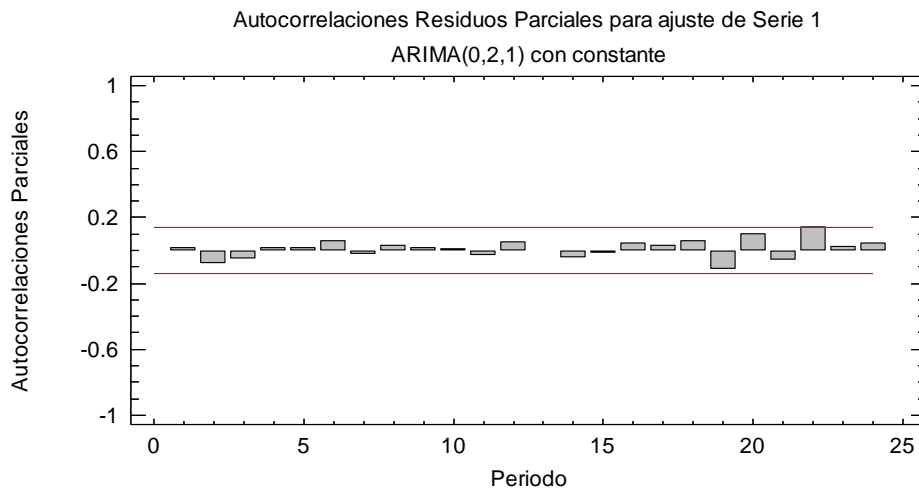


Figura 4.2. Gráfico PACF de los residuales Serie 1

Con la observación de las gráficas anteriores correspondientes a los residuales de nuestra Serie 1, podemos notar que las barras de los periodos se encuentran dentro del intervalo de confianza tocando sólo en un caso, y ligeramente, el intervalo de confianza (líneas rojas), lo que nos hace concluir que se

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

comportan de manera similar al ruido blanco y que nuestro modelo es el adecuado para esta serie de datos.

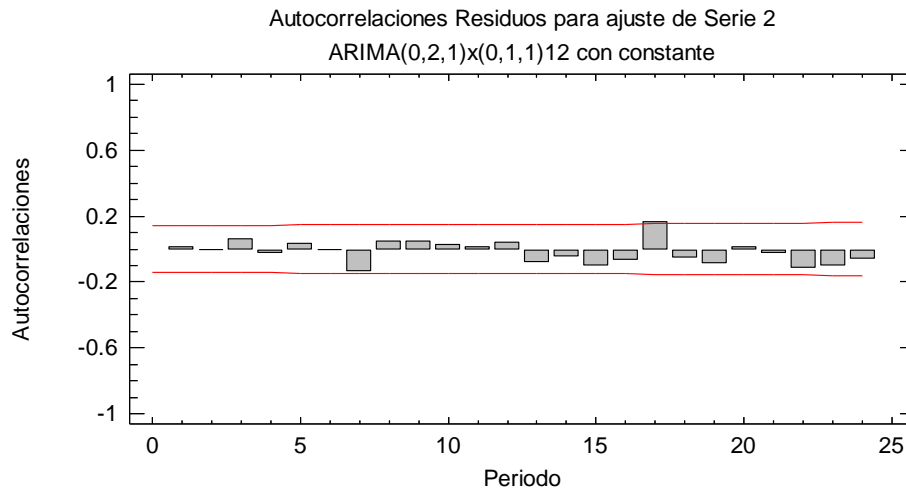


Figura 4.3. Gráfico ACF de los residuales Serie 2.

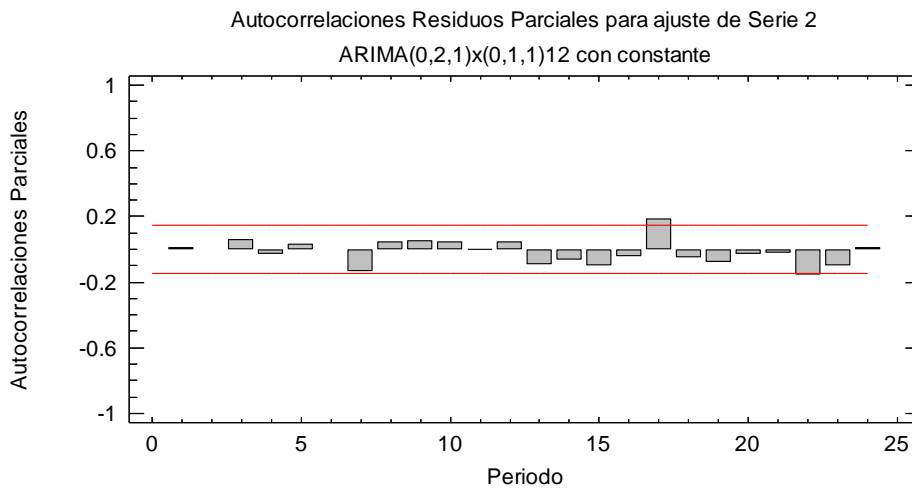


Figura 4.4. Gráfico PACF de los residuales Serie 2.

La ACF y PACF de la Serie 2, indica a simple vista, que la mayoría de las barras de los periodos se encuentran dentro del intervalo de confianza. Las barras que logran sobresalir de las demás no tienen una magnitud considerable.

4.6 Análisis de los residuales

Para comenzar el análisis de nuestros residuales, es importante considerar como punto de partida las gráficas que corresponden al periodograma integrado como un instrumento visual que nos permite identificar si existe, o no, estacionaridad, o valores discrepantes que puedan, o no, ser relevantes, así como fluctuaciones estacionales.

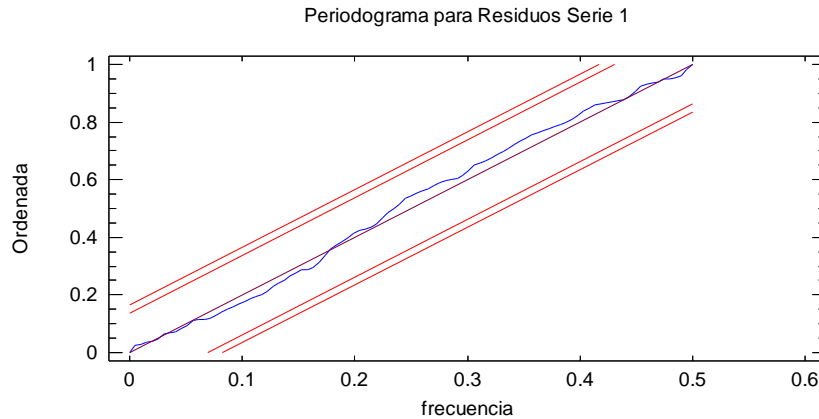


Figura 4.5. Gráfico de la Periodograma integrado de los residuales Serie 1.

El periodograma integrado de la Serie 1, nos deja ver que existe un ajuste muy bueno del modelo tentativo $ARIMA(0,2,1)$ con constante, ya que todas las frecuencias del proceso se encuentran situadas dentro del intervalo de confianza, y la línea del proceso (azul) se ajusta de manera adecuada a la línea de 45 grados, además no presenta ningún patrón sistemático.

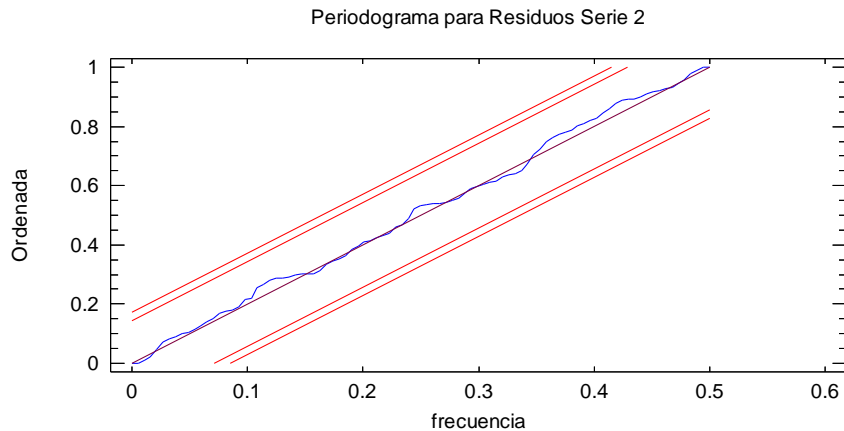


Figura 4.6. Gráfico de la Periodograma integrado de los residuales Serie 2.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

El periodograma integrado de la Serie 2, nos deja ver que existe un ajuste muy bueno para el modelo tentativo $ARIMA(0,2,1) \times (0,1,1)_{12}$ con constante, debido a que todas las frecuencias dentro de este proceso se encuentran situadas dentro del intervalo de confianza y se ajusta de buena manera a la línea de 45 grados.

4.7 Modelos subespecificados o sobreespecificados

Al estimar un modelo, los paquetes estadísticos ofrecen un conjunto de herramientas que permiten evaluar si cada uno de los parámetros del modelo se puede considerar significativo o no. Si un parámetro es significativo, deberá permanecer en el modelo; en caso contrario, debe omitirse. Cuando uno o más parámetros del modelo son insignificantes, se dice que el modelo está sobreestimado.

Las herramientas estadísticas son:

- La desviación estándar estimada del parámetro: $S_{\hat{\beta}_j}$
- El estadístico t del estimador del parámetro: $t_{\hat{\beta}_j}$
- El valor-P o *P-value* del estimador del parámetro.

Todos ellos se utilizan para probar la hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0: \beta_j &= 0 \\ \text{Versus} \\ H_a: \beta_j &\neq 0 \end{aligned}$$

Donde β_j es el j-ésimo parámetro del modelo. Para probar esta hipótesis se construye el estadístico:

$$t_{\hat{\beta}_j} = \frac{\hat{\beta}_j - 0}{S_{\hat{\beta}_j}} \quad \text{Ecuación 47}$$

El cual se distribuye aproximadamente como una *t* de Student con $N - d - sD - p - q - 1$ grados de libertad (el número de variables independientes menos el número de parámetros estimados), para un nivel de confianza $(1 - \alpha)\%$. De aquí puede usarse una regla de decisión sencilla:

Aceptar H_0 si $|t_{\hat{\beta}_j}| < 2$. En este caso, el parámetro β_j es estadísticamente insignificante y debe quitarse del modelo.

En caso contrario, rechazar H_0 y dejar el parámetro del modelo.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

A continuación se realizará el análisis de los parámetros de los modelos tentativos:

Resumen de Modelo ARIMA(0,2,1) con constante de la Serie 1

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
MA(1)	0.92041	0.024301	37.8754	0.000000
Media	-228.686	672.063	-0.340274	0.734018
Constante	-228.686			

Pronóstico Histórico: sí
Varianza estimada de ruido blanco = 1.38858E10 con 194 grados de libertad
Desviación estándar estimada de ruido blanco = 117838
Número de iteraciones: 4

Tabla 4.3. Parámetros del modelo tentativo. Serie 1.

El análisis del estadístico “t” para el parámetro θ_1 nos muestra lo siguiente:

$$|37.8754| > 2$$

Su Valor-P (0.000000) es menor que 0.05 por lo que se considera significativo por lo que se queda en el modelo.

Para la media se tiene que:

$$|-0.340274| < 2$$

Por lo que es insignificante y el valor de la constante δ_0 debe de eliminarse del modelo.

El modelo MA(1) cumple con la condición de estacionaridad ya que $|0.92041| < 1$

Puesto que al modelo tentativo únicamente tendrá que le eliminarse la constante, por lo que se trabajará entonces con el modelo ARIMA(0,2,1) el cual cumple con todas las pruebas anteriores lo que lo hace un modelo confiable.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Resumen de Modelo ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)₁₂ con constante de la Serie 2

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
MA(1)	0.827296	0.0421022	19.6497	0.000000
SMA(1)	0.737833	0.0485939	15.1837	0.000000
Media	-378.738	1423.24	-0.266111	0.790457
Constante	-378.738			

Pronóstico Histórico: sí

Varianza estimada de ruido blanco = 9.4988E10 con 181 grados de libertad

Desviación estándar estimada de ruido blanco = 308.201

Número de iteraciones: 5

Tabla 4.4. Parámetros del modelo tentativo Serie 2.

El análisis del estadístico “t” para el parámetro θ_1 nos muestra lo siguiente:

$$|19.6497| > 2$$

Su Valor-P (0.000000) es menor que 0.05 por lo que se considera significativo y debe quedarse en el modelo.

Para la media se tiene que:

$$|-0.266111| < 2$$

Por lo que es insignificante y el valor de la constante δ_0 debe de eliminarse delo modelo.

El modelo MA(1) cumple con la condición de estacionaridad ya que $|0.827296| < 1$

Para el estadístico “t” del parámetro θ_1 concluye que:

$$|15.1837| > 2,$$

por lo que es significativo y su Valor-P (0.000000) es menor que 0.05, y el parámetro debe permanecer en el modelo.

El modelo SMA(1) cumple con la condición de estacionaridad ya que $|0.737833| < 1$

Puesto que al modelo tentativo únicamente tendrá que le eliminarse la constante, por lo que se trabajará entonces con el modelo multiplicativo ARIMA(0,2,1)x(01,1)₁₂ el cual cumple con todas las pruebas anteriores lo que lo hace un modelo confiable.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

En este punto es necesario recordar que estamos trabajando con series transformadas, para el caso de la Serie 1 fue necesario aplicar dos diferencias ordinarias para eliminar la tendencia que presentaba nuestra serie original, a la Serie 2 fue necesario aplicar dos diferencias ordinarias para la eliminación de este patrón, al aplicar éstas diferencias se observó una periodicidad cada doce meses por lo que fue necesario aplicar una diferencia estacional.

Del análisis anterior, se concluye que únicamente se eliminará la constante de nuestros modelos tentativos al ser insignificantes, los demás parámetros de cada uno de los modelos son significativos por lo que se mantendrán en nuestros modelos, además de que éstos cumplen con las condiciones de estacionaridad e invertibilidad respectivamente.

A continuación se muestran las gráficas y tablas correspondientes a los modelos para nuestras series sin constante como se concluyó anteriormente.

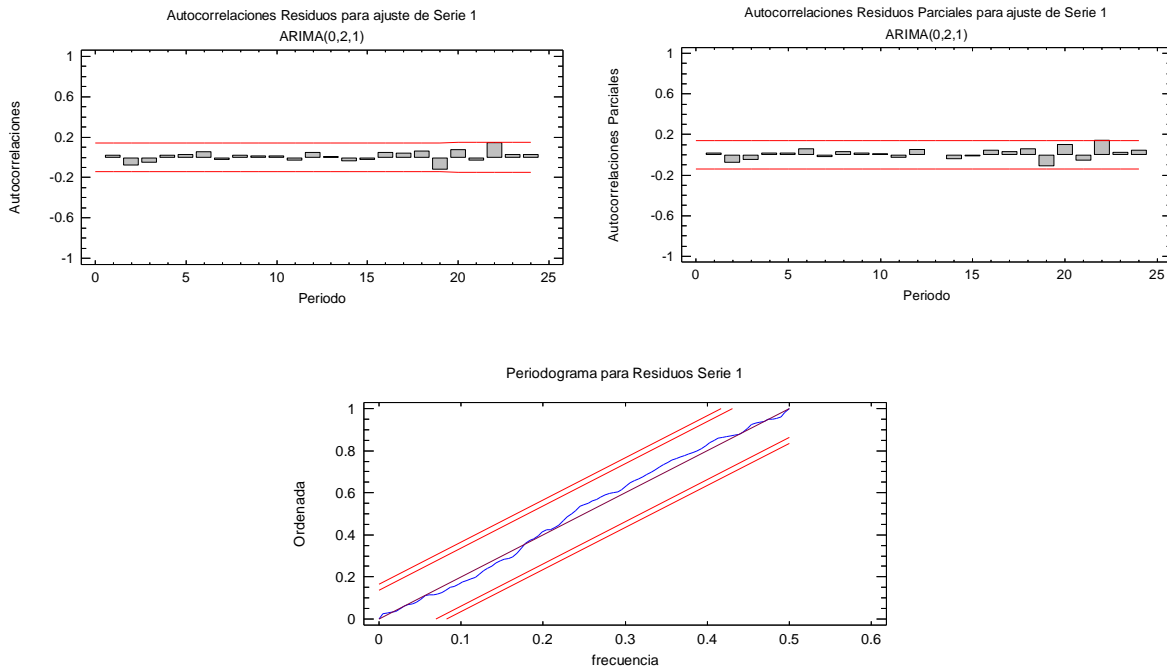


Figura 4.7. Gráficos ACF, PACF y Periodograma integrado de los residuales del modelo ARIMA (0,2,1) sin constante Serie 1

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Resumen de Modelo ARIMA(0,2,1) de la Serie 1

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
MA(1)	0.919467	0.0244961	37.5352	0.000000

Pronóstico Histórico: sí

Varianza estimada de ruido blanco = 1.3822E10 con 195 grados de libertad

Desviación estándar estimada de ruido blanco = 117567

Número de iteraciones: 4

Tabla 4.5. Parámetros del modelo sin constante para la Serie 1.

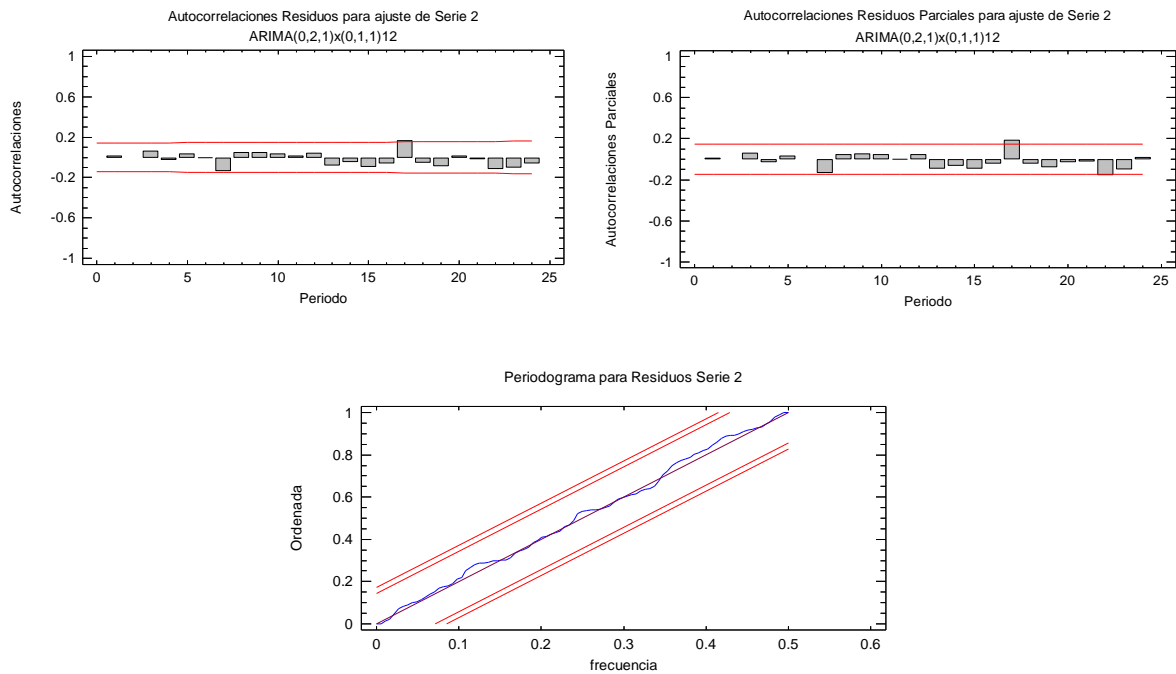


Figura 4.7. Gráficos ACF, PACF y Periodograma integrado de los residuales del modelo ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)12 sin constante Serie 2.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Resumen de Modelo ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)₁₂ de la Serie 2

Parámetro	Estimado	Error Estd.	t	Valor-P
MA(1)	0.825945	0.0420212	19.6554	0.000000
SMA(1)	0.736992	0.0485477	15.1808	0.000000

Pronóstico Histórico: sí

Varianza estimada de ruido blanco = 9.45109E10 con 182 grados de libertad

Desviación estándar estimada de ruido blanco = 307426

Número de iteraciones: 5

Tabla 4.6. Parámetros para el modelo sin constante Serie 2.

Como puede observarse los parámetros para cada uno de los modelos sin constante, son significativos, asimismo, las gráficas de la ACF, PACF y el periodograma de los residuales de los modelos, presenta un comportamiento que se ajusta de muy buena manera a nuestras series.

Por lo anterior los modelos adecuados para realizar el pronóstico de nuestras series, son los siguientes:

- Serie 1 se pronosticará mediante el modelo ARIMA(0,2,1)
- Serie 2 con el modelo multiplicativo ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)₁₂.

Sustituyendo las estimaciones de los parámetros de nuestros modelos tenemos lo siguiente:

Serie 1 $W_t = e_t - 0.919467e_{t-1}$

Serie 2 $W_t = e_t(1 - 0.825945_1B)(1 - 0.736992_1B^{12})$

CAPÍTULO 5. Pronósticos

Objetivo: Confrontar los datos reales con el modelo obtenido después de aplicar la metodología Box-Jenkins y presentar los resultados.

Dentro de este capítulo, los modelos obtenidos del capítulo anterior serán utilizados para pronosticar datos ya existentes, a fin de verificar que los resultados que arroja sean los más óptimos. Una vez realizado esto, se generarán los pronósticos necesarios a corto y mediano plazos, para la aceptación o rechazo de nuestra hipótesis (planteada al inicio de este trabajo de investigación), y se presentarán los resultados arrojados por el modelo identificado como definitivo de manera gráfica y en una tabla comparativa, lo cual servirá de apoyo en nuestra toma de decisiones y conclusión.

5.1 Gráfica y tabla de pronósticos

Como se expuso en el capítulo 4, se identificaron como modelos adecuados para pronosticar nuestras series de tiempo, los siguientes:

- Serie 1: Modelo ARIMA(0,2,1) con constante
- Serie 2: Modelo multiplicativo ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)₁₂.

A continuación se presentan las gráficas y tablas que contienen los pronósticos generados por cada uno de estos modelos:

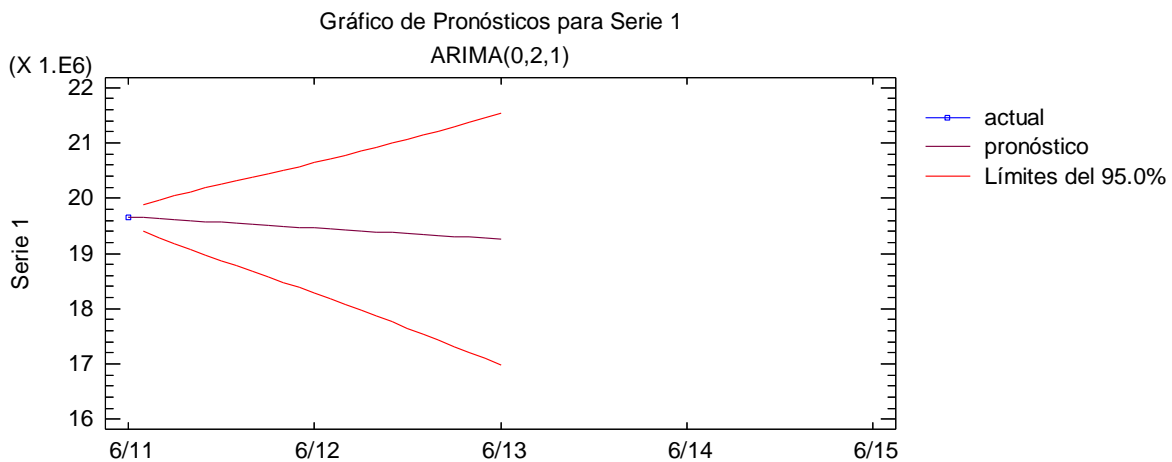


Figura 5.1. Gráfico de Pronósticos Serie 1.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Tabla de los Pronósticos para la Serie 1

Periodo	Pronóstico	Intervalo de Confianza		Periodo	Pronóstico	Intervalo de Confianza	
		Inferior	Superior			Inferior	Superior
Jul-11	19,644,700	19,412,900	19,876,600	Jul-12	19,442,400	18,177,100	20,707,700
Ago-11	19,627,900	19,286,500	19,969,300	Ago-12	19,425,600	18,074,200	20,777,000
Sep-11	19,611,000	19,176,300	20,045,800	Sep-12	19,408,700	17,970,100	20,847,300
Oct-11	19,594,200	19,072,700	20,115,600	Oct-12	19,391,900	17,864,900	20,918,800
Nov-11	19,577,300	18,972,400	20,182,200	Nov-12	19,375,000	17,758,400	20,991,500
Dic-11	19,560,400	18,873,700	20,247,200	Dic-12	19,358,100	17,650,800	21,065,500
Ene-12	19,543,600	18,775,500	20,311,600	Ene-13	19,341,300	17,541,900	21,140,600
Feb-12	19,526,700	18,677,400	20,376,100	Feb-13	19,324,400	17,431,900	21,217,000
Mar-12	19,509,900	18,578,900	20,440,800	Mar-13	19,307,600	17,320,600	21,294,500
Abr-12	19,493,000	18,479,800	20,506,300	Abr-13	19,290,700	17,208,000	21,373,400
May-12	19,476,100	18,379,800	20,572,500	May-13	19,273,800	17,094,300	21,453,400
Jun-12	19,459,300	18,279,000	20,639,600	Jun-13	19,257,000	16,979,300	21,534,700

Tabla 5.1. Pronósticos. Serie 1.

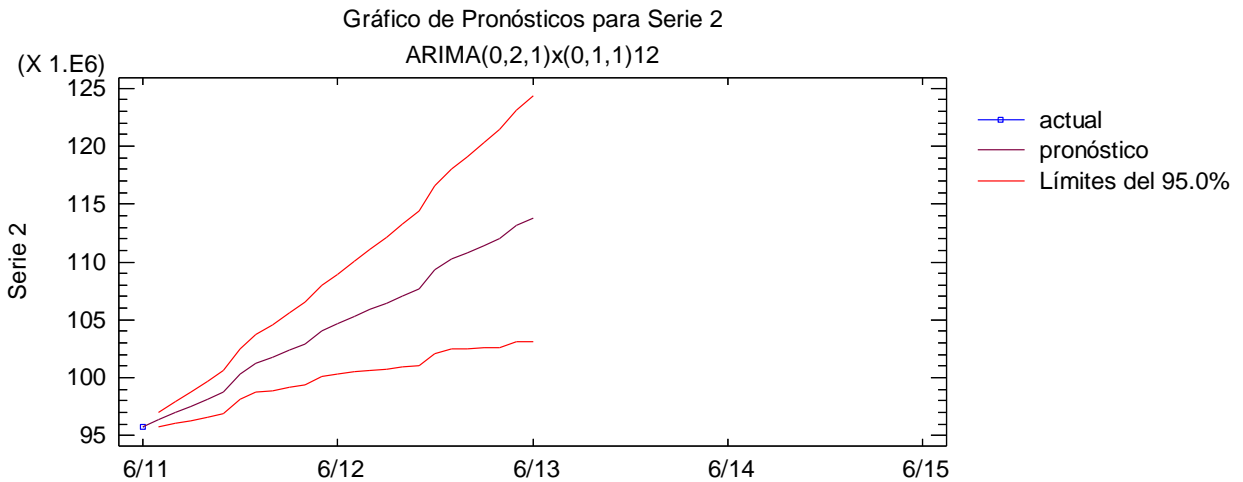


Figura 5.2. Gráfico de los Pronósticos Serie 2.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Tabla de los Pronósticos para la Serie 2

Periodo	Pronóstico	Intervalo de Confianza		Periodo	Pronóstico	Intervalo de Confianza	
		Inferior	Superior			Inferior	Superior
Jul-11	96,389,400	95,782,800	96,996,000	Jul-12	105,322,000	100,564,000	110,081,000
Ago-11	96,945,100	96,009,700	97,880,600	Ago-12	105,894,000	100,665,000	111,122,000
Sep-11	97,494,200	96,251,700	98,736,700	Sep-12	106,458,000	100,746,000	112,170,000
Oct-11	98,117,000	96,569,000	99,665,000	Oct-12	107,096,000	100,888,000	113,305,000
Nov-11	98,722,800	96,864,100	100,582,000	Nov-12	107,718,000	101,000,000	114,436,000
Dic-11	100,341,000	98,163,700	102,519,000	Dic-12	109,352,000	102,111,000	116,592,000
Ene-12	101,223,000	98,717,300	103,729,000	Ene-13	110,249,000	102,474,000	118,024,000
Feb-12	101,751,000	98,906,600	104,595,000	Feb-13	110,792,000	102,471,000	119,114,000
Mar-12	102,384,000	99,191,200	105,578,000	Mar-13	111,441,000	102,561,000	120,321,000
Abr-12	102,949,000	99,396,800	106,502,000	Abr-13	112,022,000	102,571,000	121,472,000
May-12	104,030,000	100,108,000	107,952,000	May-13	113,118,000	103,086,000	123,150,000
Jun-12	104,642,000	100,340,000	108,945,000	Jun-13	113,746,000	103,121,000	124,371,000

Tabla 5.2. Pronósticos. Serie 2.

Haciendo el análisis de los pronósticos puntuales mostrados en la tablas anteriores, podemos constatar que son bastante lógicos, son muy confiables dado que fluctúan alrededor de la media observada en los datos de nuestras series originales, lo cual se comprobará en el apartado 5.2 de este trabajo.

5.2 Comprobación de datos reales con los pronosticados

Una vez presentados los datos pronosticados por cada uno de los modelos para la serie correspondiente, es necesario comprobar que dichos pronósticos se asemejen a la realidad, para lo cual se procedió a buscar los datos publicados para los meses posteriores junio de 2011 en cada una de nuestras series, obteniendo lo siguiente:

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Datos Reales Posteriores al Estudio de las Series²⁰

Periodo	Líneas Telefónicas Fijas en servicio (Serie 1)	Suscripciones a teléfonos celulares móviles (Serie 2)
Jul-11	19,649,827	96,199,600
Ago-11	19,726,715	96,640,589
Sep-11	19,718,908	97,086,248
Oct-11	19,907,363	97,436,326
Nov-11	19,728,731	97,723,714

Tabla 5.3. Datos reales posteriores al estudio de las Series

Comparando los datos reales con los pronosticados por nuestros modelos tenemos lo siguiente:

Datos Reales vs. Pronóstico

Periodo	Serie 1			Serie 2		
	Dato Real	Pronóstico	Intervalo de Confianza	Dato Real	Pronóstico	Intervalo de Confianza
Jul-11	19,649,827	19,644,700	(19,412,900 - 19,876,600)	96,199,600	96,389,400	(95,782,800 - 96,996,000)
Ago-11	19,726,715	19,627,900	(19,286,500 - 19,969,300)	96,640,589	96,945,100	(96,009,700 - 97,880,600)
Sep-11	19,718,908	19,611,000	(19,176,300 - 20,045,800)	97,086,248	97,494,200	(96,251,700 - 98,736,700)
Oct-11	19,907,363	19,594,200	(19,073,700 - 20,115,600)	97,436,326	98,117,000	(96,569,000 - 99,665,000)
Nov-11	19,728,731	19,577,300	(18,972,400 - 20,182,200)	97,723,714	98,722,800	(96,864,100 - 100,582,000)

Tabla 5.4. Comparativo datos reales contra pronosticados.

Como se observa en la tabla comparativa de los datos reales con los pronosticados, ningún dato pronosticado es exacto a la realidad, sin embargo todos estos se encuentran dentro del intervalo de confianza, por lo que se concluye que nuestros modelos muestran un ajuste adecuado para la serie respectiva, es decir, nuestros pronósticos son confiables para las “Líneas Telefónicas Fijas en Servicio” y para las “Suscripciones a teléfonos celulares móviles”.

5.3 Precisión del pronóstico

En este punto revisaremos la precisión de nuestro pronóstico, para lo cual observaremos los errores que conlleva realizar un proceso como el anterior. Los modelos empleados para pronosticar generan residuales. Por otro lado, es preciso recordar que cada a vez que se hace una diferencia ordinaria se

²⁰ Comisión Federal de Telecomunicaciones(COFETEL), <http://siemt.cft.gob.mx/SIEM/>, sitio consultado en abril de 2011

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

pierde una observación y cada vez que se hace una diferencia estacional se pierden s observaciones, donde s es la longitud del periodo de la variación estacional.

Una vez recordado lo anterior el modelo utilizado para pronosticar los datos de la Serie 1 (ARIMA(0,2,1)) generó 196 residuales, y el modelo utilizado para los datos de la Serie 2 (ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)₁₂) generó 184 residuales, los cuales se pueden consultar en Anexo 2 de este trabajo. A continuación se presentan las gráficas de los residuales para cada una de nuestras series de tiempo:

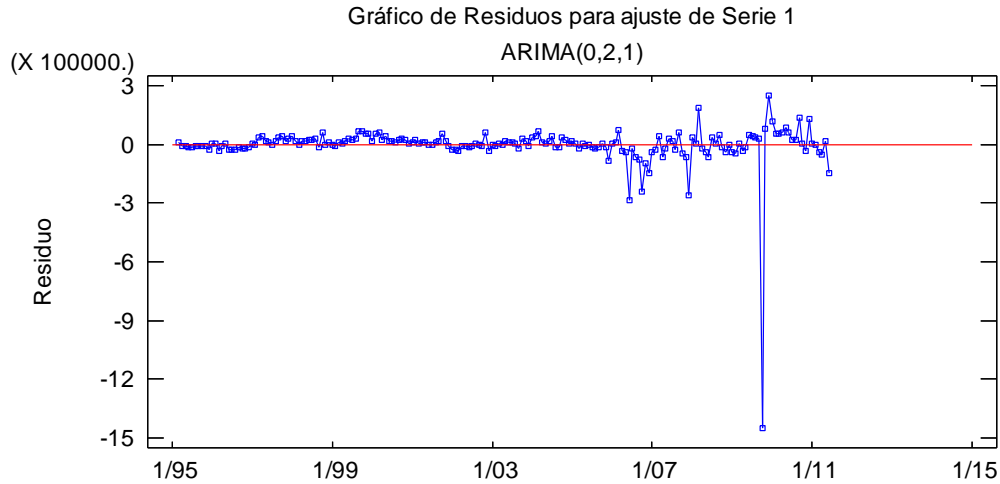


Figura 5.3. Gráfico del comportamiento de los residuales Serie 1.

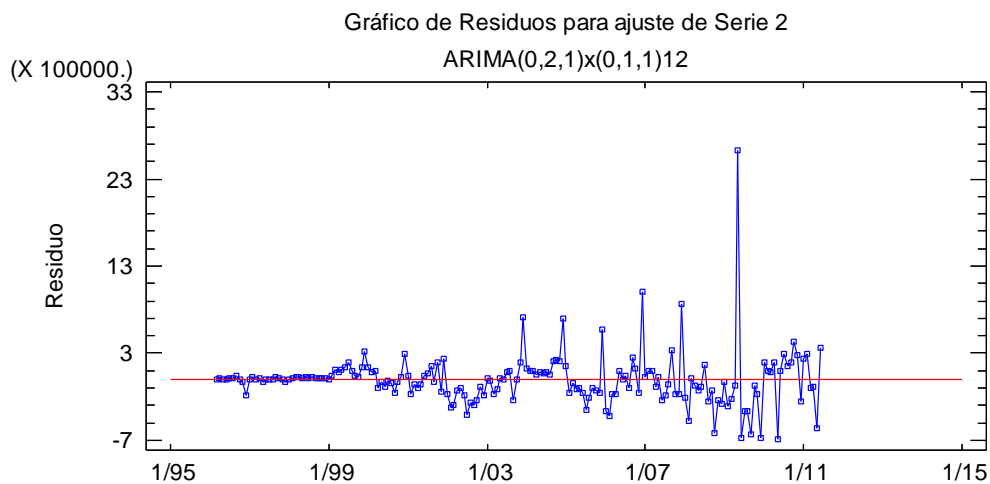


Figura 5.4. Gráfico del comportamiento de los residuales Serie 2.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Como se observa, en las dos gráficas anteriores los residuales de ambos modelos están muy cerca de la línea recta, la cual indica que el ajuste de los modelos es muy bueno, ya que a medida que los residuales se alejen muy poco de la línea, será una buena señal de que dichos residuales se comportan como era esperado (ruido blanco, con media cero y varianza σ^2), en cada uno de nuestras series se encontraba un dato atípico, mismos que presentan un residual muy lejano de la línea recta.

CONCLUSIONES

Del desarrollo de la presente tesis se desprende una serie de conclusiones relevantes no tan sólo para entender el papel de la telefonía móvil en el entramado productivo, comercial y social, sino, incluso, para valorar el grado de crecimiento que ha tenido este tipo de industria a nivel nacional en sus cuatro diferentes generaciones. De hecho, si se revisa la evolución de la telefonía, en general, se advierte su importancia sobre el desarrollo económico del país.

Para entender mejor el comportamiento de la industria telefónica consideramos el desarrollo de tres procesos fundamentales:

1. El análisis preliminar de los datos;
2. La estimación y diagnóstico de los modelos tentativos; y
3. Los pronósticos sobre el modelo elegido.

En el primer proceso se presentaron los datos de nuestras series de tiempo de forma gráfica para identificar el patrón de comportamiento, aplicamos diferencias ordinarias para hacerlas estacionarias e identificamos los modelos tentativos que las describían (primer paso de la Metodología Box-Jenkins), de lo que se desprenden las consideraciones siguientes:

- Pudo observarse un cambio en el comportamiento de los datos de la Serie 1 al pasar de 20,749,249 en septiembre de 2009 a 19,332,381 en octubre del mismo año, que presumiblemente obedece a la crisis económica de 2008 (crisis mundial por caída del dólar), ya que es durante 2009 cuando en el país sufre una caída importante de 6.8 puntos porcentuales, equivalente a 1,416,868 líneas fijas durante el mismo periodo la Serie 2 experimentó un crecimiento de 418,213 suscripciones al servicio (0.5%), al pasar de 81,348,554 en septiembre a 81,766,767 suscripciones de telefonía móvil.
- La Serie 1 presentó tendencia creciente, por lo que fue necesaria la aplicación de dos diferencias ordinarias para hacerla estacionaria, con lo que sus gráficos ACF y PACF nos hicieron considerar como modelo tentativo un ARIMA (0,2,1) con constante. Un comportamiento similar ocurrió en la Serie 2, por lo que fue necesario eliminarla mediante dos diferencias ordinarias, con lo cual se evidenció la presencia de una periodicidad de orden doce que fue eliminada por medio de una diferencia estacional; con lo que se observó que nuestro modelo correspondía a un modelo multiplicativo de la forma ARIMA(0,2,1)x(0,1,1)₁₂ con constante.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Derivado de la estimación y diagnóstico de los modelos tentativos y con la ayuda del paquete estadístico *Statgraphics* se determinó lo siguiente:

- Con la estimación y análisis de los parámetros de los modelos, se consideró la eliminación de la constante en el caso de las dos series puesto que dicho parámetro era estadísticamente insignificante.
- Con el análisis de los residuales, resultantes de la aplicación de los modelos tentativos, se verificó que nuestros modelos tentativos se ajustaban adecuadamente al comportamiento de nuestros datos, y que los residuales cumplían con las condiciones de estacionaridad.

Analizando el comportamiento de cada una de nuestras series en la generación de pronósticos a partir de nuestros modelos aplicados, se obtuvo lo siguiente:

- Los pronósticos muestran que para el mes de marzo de 2012, la telefonía fija tendrá 19,509,900 líneas en servicio y para diciembre de 2012 éstas decrecerán a 19,358,100 (0.8% menos líneas en servicio), mientras que las suscripciones a teléfonos móviles para marzo de 2012 se ubicarán en 102,384,000 y en diciembre de 2012 en 109,352,000 (6.8% más suscripciones móviles).
- En general, se puede afirmar que la telefonía fija va a la baja. Sin embargo, no existe una tendencia completamente clara que explique dicho descenso en lo que se refiere a la contratación de servicios de telefonía móvil.
- Si se compara a partir del número de líneas, el descenso de la telefonía fija no corresponde y mucho menos es proporcional al incremento de los suscriptores móviles, pues de ser esta la tendencia, la reducción de líneas fijas debió ocurrir muchos años antes, y no sucedió así. Por lo que no se puede concluir de manera categórica que la contracción de líneas de telefonía fija sea consecuencia directa del aumento de suscriptores móviles; contrario a nuestra hipótesis planteada en la introducción de este trabajo.

A partir del conjunto de proposiciones anteriores, sería interesante escudriñar algunos puntos que enmarcan la no relación entre el crecimiento de los suscriptores de telefonía móvil y, a su vez, el decrecimiento del uso de la telefonía fija.

- No es posible comparar ambas tecnologías e infraestructuras, de tal manera que una (la móvil) sea la causante del descenso de la otra (la fija), pues son diferentes.
- Las tecnologías son distintas; sus usos y apropiaciones sociales y culturales también. Aunque ambos sean servicios de voz, las personas no hablan de la misma manera con un móvil que con

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

un fijo. Tiene que ver con costos de las llamadas, pero sobre todo con prácticas y hábitos culturales.

- Hay que considerar que en el caso de la telefonía fija hablamos de hogares, mientras que en cuanto a la telefonía móvil, de usuarios individuales.
- La telefonía móvil constituye un complemento y no un sustituto de la telefonía fija.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

GLOSARIO

AMPS: El Sistema Telefónico Móvil Avanzado o AMPS (del inglés Advanced Mobile Phone System) es un sistema de telefonía móvil de primera generación (1G, voz analógica) desarrollado por los laboratorios Bell. Se implementó por primera vez en 1982 en Estados Unidos. Se llegó a implantar también en Inglaterra y en Japón, con los nombres TACS y MCS-L1 respectivamente.

Autocorrelación: Es la correlación que existe entre una variable desfasada uno o más periodos y la misma variable.

BS: Es un sistema informático de procesamiento, gestión y control del tráfico de llamadas telefónicas generado por una o múltiples centralitas telefónicas.

Choques aleatorios: Refleja todo aquello que no podemos medir; todas las variables que excluimos de un modelo.

Conmutación: Es la conexión que realizan los diferentes nodos que existen en distintos lugares y distancias para lograr un camino apropiado para conectar dos usuarios de una red de telecomunicaciones. La conmutación permite la descongestión entre los usuarios de la red disminuyendo el tráfico y aumentando el ancho de banda.

Correlación: Existe correlación en una serie de tiempo cuando las observaciones sucesivas a través del tiempo se relacionan entre sí.

D-AMPS: IS-54 e IS-136 son sistemas de telefonía móvil de segunda generación (2G), conocidos como Digital AMPS (D-AMPS). Alguna vez fue predominante en América, particularmente en los Estados Unidos y Canadá. D-AMPS está considerado en etapa de desimplementación, y las redes existentes han sido reemplazadas en su mayoría por las tecnologías GSM/GPRS o CDMA2000.

Distribución muestral: Una distribución muestral es la disposición de todas las estadísticas posibles de la muestra, que se puede extraer de una población, para un tamaño de muestra dada.

Dispositivo antilocal: Se utiliza para evitar la perturbación en la audición causada por el ruido ambiente del local donde está instalado el teléfono.

Error estándar de la estimación: El error estándar de la estimación mide la cantidad estándar en que los valores reales, difieren de los valores estimados.

Grados de libertad: Los grados de libertad en un conjunto de datos indican el número de elementos de datos que son independientes entre sí y que representa piezas únicas de información.

Heteroscedasticidad: Existe heteroscedasticidad cuando los errores o residuos no tiene una varianza constante a través de un rango completo de valores.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Itinerancia: La itinerancia (popularmente se usa el vocablo inglés roaming, pr. róming, que significa vagar, rondar) es un concepto utilizado en comunicaciones inalámbricas que está relacionado con la capacidad de un dispositivo para moverse de una zona de cobertura a otra.

Líneas de abonado: En telecomunicaciones; el bucle local, bucle de abonado o lazo local es el cableado que se extiende entre la central telefónica (o conmutador), y las dependencias del usuario.

Media: La media de un conjunto finito de números es igual a la suma de todos sus valores dividida entre el número de sumandos

Metodología Box-Jenkins: La metodología de Box-Jenkins aplica métodos autorregresivos y de medias móviles a problemas de pronóstico de series de tiempo.

Modelos autorregresivo: Un modelo autorregresivo expresa un pronóstico como una función de los valores previos de esa serie de tiempo.

Modelos de medias móviles: El término medias móviles se refiere al hecho de que este modelo expresa los valores actuales de las serie de tiempo Y_t usando los pasados choques aleatorios

Multiplexación: En telecomunicación, la multiplexación es la combinación de dos o más canales de información en un solo medio de transmisión usando un dispositivo llamado multiplexor.

Normal, distribución: También llamada distribución de Gauss, es una de las distribuciones de probabilidad de variable continua que con más frecuencia aparece en fenómenos reales.

Relay: Un “relay” un conmutador operado eléctricamente. Muchos “relays” usan un electroimán para operar un dispositivo conmutador mecánicamente, pueden tener otros usos.

Residual: Es la diferencia entre el valor real observado y su valor de pronóstico.

Serie de tiempo: Consiste en datos reunidos, registrados u observados en incrementos sucesivos de tiempo.

Serie estacionaria: Es aquella cuyos datos fluctúan alrededor de un valor constante, es decir, tienen media y varianza constante y la función de autocorrelación no depende del tiempo.

Tendencia: Es el componente de largo plazo que representa el crecimiento o declinación de la serie de tiempo en un periodo amplio.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Tonos multifrecuencia: La marcación de tonos multifrecuencia consiste en un sistema de marcación basado en la transmisión de un tono de alta frecuencia y otro de baja frecuencia que combinados identifican los dígitos del teclado de un terminal telefónico (0 a 9 y teclas especiales, # *).

Varianza: Es una medida de su dispersión definida como la esperanza del cuadrado de la desviación de dicha variable respecto a su media.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

BIBLIOGRAFÍA

Arnau Gras, Jaume, *Análisis de series temporales*, Ediciones de la Universidad de Barcelona, 2001.

Bowermann, B. L. y O'Connell, R. T.: *Time Series and Forecasting*. Duxbury Press, Boston USA, 1979.

Box, George E. P. y Jenkins, Gwilym: *Time series analysis. Forecasting and control*. Holden Day, 1976.

Bravo Jorge, *Telefonía fija: infraestructura básica para la competencia y el desarrollo*, MediaTelecom, http://www.mediatelecom.com.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=7552&catid=80&Itemid=9, sitio consultado el 18 de enero de 2012.

Comisión Federal de Telecomunicaciones(COFETEL), <http://siemt.cft.gob.mx/SIEM/>, sitio consultado en abril de 2011.

Conesa P., Rafael, *Sistemas de telefonía*, Paraninfo, 2006.

González, M., *Modelos de decisión con modelos estocásticos II (metodología de Box-Jenkins)*, E.N.E.P. Acatlán, México, 1990.

Herrera Pérez, Enrique, *Introducción a las telecomunicaciones modernas*, Limusa, 2004.

Huidobro Moya, J. Manuel, *Manual de telefonía fija y móvil*, Paraninfo.

Lara Rodríguez, Domingo, *Sistemas personales de comunicación*, Revista digital universitaria, 2001.

Makridakis et al., *Forecasting. methods and applications*, Wiley, E.U.A., 1998.

Marcobo, *Telecomunicaciones móviles, mundo electrónico*, 1998.

Ogunbodede, E.F. Adekunle Ajasin University, Akungba-Akoko, Ondo. Nigeria, *Cell-phone usage in Lagos, Nigeria and potential implications for peak-period travel*, Geografía (Rio Claro), 2005.

Pindyck y Rubinfeld, *Econometric models and economic forecasts*, McGraw Hill International Student Edition, E.U.A., 1991.

Pindyck, R. y Rubinfeld, D.: *Econometric Models and Economic Forecasts*. McGraw-Hill, USA, 1981.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Real Academia Española. Diccionario de la lengua española (22^a. ed.). Espasa Calpe Madrid, España, 2001.

Rozenberg, D., Mercadotecnia: telefonía instantánea, Revista Expansión, 1993.

Steuernagel, Robert, Cellular marketing, Denver, CO: Quantum Pub, 1993.

Vandaele, W., Applied time series and Box-Jenkins models, Academic Press, E.U.A., 1983.

Wei, W., Time series analysis. Univariate and multivariate methods, Addison Wesley, E.U.A., 1990.

Wheelwright y Makridakis, Forecasting methods for management, Wiley and Sons, E.U.A., 1985.

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

ANEXOS

Anexo 1. Series de Tiempo Originales

Mes - Año	Líneas Telefónicas Fijas en Servicio	Suscripciones de Telefonía Móvil	Mes - Año	Líneas Telefónicas Fijas en Servicio	Suscripciones de Telefonía Móvil
Ene-95	8,576,738	586,507	Ene-98	9,326,629	1,836,373
Feb-95	8,636,287	602,293	Feb-98	9,375,120	1,931,380
Mar-95	8,674,350	606,715	Mar-98	9,408,220	2,042,796
Abr-95	8,695,632	603,545	Abr-98	9,455,606	2,148,528
May-95	8,712,567	612,476	May-98	9,505,299	2,269,303
Jun-95	8,725,897	627,572	Jun-98	9,562,742	2,405,737
Jul-95	8,739,292	639,169	Jul-98	9,625,181	2,549,204
Ago-95	8,755,720	645,438	Ago-98	9,694,590	2,700,643
Sep-95	8,773,545	648,840	Sep-98	9,720,698	2,831,470
Oct-95	8,789,560	656,316	Oct-98	9,823,250	2,974,121
Nov-95	8,806,866	670,909	Nov-98	9,869,594	3,123,172
Dic-95	8,801,030	688,513	Dic-98	9,926,879	3,349,475
Ene-96	8,824,584	705,519	Ene-99	9,971,110	3,516,086
Feb-96	8,851,550	719,603	Feb-99	10,012,158	3,711,897
Mar-96	8,841,999	730,469	Mar-99	10,070,177	3,985,485
Abr-96	8,851,526	740,782	Abr-99	10,123,928	4,243,432
May-96	8,876,842	769,459	May-99	10,190,010	4,565,933
Jun-96	8,868,894	805,312	Jun-99	10,268,820	4,939,008
Jul-96	8,860,586	857,749	Jul-99	10,340,942	5,401,241
Ago-96	8,851,091	908,130	Ago-99	10,424,313	5,801,361
Sep-96	8,851,105	956,306	Sep-99	10,548,112	6,144,079
Oct-96	8,842,352	997,414	Oct-99	10,679,847	6,500,352
Nov-96	8,832,022	1,027,181	Nov-99	10,800,883	6,970,518
Dic-96	8,826,148	1,021,900	Dic-99	10,927,385	7,731,635
Ene-97	8,835,769	1,077,460	Ene-00	11,018,028	8,311,390
Feb-97	8,838,600	1,128,063	Feb-00	11,151,537	8,850,781
Mar-97	8,881,343	1,166,673	Mar-00	11,295,152	9,441,801
Abr-97	8,930,966	1,207,545	Abr-00	11,404,458	9,846,812
May-97	8,961,188	1,243,801	May-00	11,533,520	10,334,587
Jun-97	8,989,783	1,297,701	Jun-00	11,639,844	10,786,447
Jul-97	9,006,418	1,363,429	Jul-00	11,752,523	11,320,068
Ago-97	9,036,546	1,418,531	Ago-00	11,859,312	11,811,488
Sep-97	9,091,481	1,481,725	Sep-00	11,980,413	12,144,880
Oct-97	9,154,243	1,554,666	Oct-00	12,105,250	12,603,427
Nov-97	9,197,468	1,620,845	Nov-00	12,226,734	13,135,673
Dic-97	9,253,715	1,740,814	Dic-00	12,331,676	14,077,880

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Mes - Año	Líneas Telefónicas Fijas en Servicio	Suscripciones de Telefonía Móvil	Mes - Año	Líneas Telefónicas Fijas en Servicio	Suscripciones de Telefonía Móvil
Ene-01	12,447,212	14,732,011	Ene-04	16,477,468	30,709,457
Feb-01	12,575,283	15,174,657	Feb-04	16,634,485	31,195,308
Mar-01	12,688,050	15,727,831	Mar-04	16,823,328	31,697,392
Abr-01	12,802,686	16,175,038	Abr-04	16,955,746	32,144,464
May-01	12,919,919	16,694,598	May-04	17,082,357	32,709,506
Jun-01	13,025,354	17,297,735	Jun-04	17,221,855	33,276,617
Jul-01	13,130,769	17,991,503	Jul-04	17,389,784	33,873,528
Ago-01	13,247,203	18,756,082	Ago-04	17,502,225	34,486,774
Sep-01	13,373,091	19,299,043	Sep-04	17,616,047	35,051,549
Oct-01	13,535,204	20,098,134	Oct-04	17,781,308	35,827,983
Nov-01	13,664,307	20,647,357	Nov-04	17,937,593	36,667,973
Dic-01	13,774,146	21,757,559	Dic-04	18,073,238	38,451,135
Ene-02	13,859,307	22,355,693	Ene-05	18,222,908	39,501,480
Feb-02	13,942,297	22,703,975	Feb-05	18,361,457	40,144,462
Mar-02	14,018,949	23,078,362	Mar-05	18,472,733	40,881,102
Abr-02	14,121,395	23,507,742	Abr-05	18,611,808	41,500,221
May-02	14,223,000	23,985,786	May-05	18,734,964	42,201,288
Jun-02	14,317,638	24,392,080	Jun-05	18,868,802	42,827,816
Jul-02	14,416,634	24,604,780	Jul-05	18,986,037	43,252,243
Ago-02	14,525,294	24,885,163	Ago-05	19,099,364	43,771,398
Sep-02	14,631,253	24,983,516	Sep-05	19,214,181	44,196,880
Oct-02	14,731,413	25,184,935	Oct-05	19,350,075	44,755,578
Nov-02	14,896,905	25,461,340	Nov-05	19,465,909	45,313,988
Dic-02	14,975,085	25,928,266	Dic-05	19,512,024	47,128,746
Ene-03	15,078,410	26,324,869	Ene-06	19,639,480	47,676,093
Feb-03	15,177,450	26,575,280	Feb-06	19,773,045	47,908,980
Mar-03	15,287,611	26,724,308	Mar-06	19,970,893	48,353,802
Abr-03	15,395,389	26,857,302	Abr-06	20,068,044	48,707,528
May-03	15,517,228	27,152,322	May-06	20,152,679	49,386,733
Jun-03	15,639,100	27,427,414	Jun-06	19,992,432	49,957,537
Jul-03	15,756,943	27,774,634	Jul-06	20,070,158	50,535,634
Ago-03	15,874,514	28,170,689	Ago-06	20,106,552	51,026,779
Sep-03	15,962,874	28,124,432	Sep-06	20,124,128	51,699,445
Oct-03	16,099,285	28,378,527	Oct-06	19,973,709	52,453,700
Nov-03	16,224,844	28,825,565	Nov-06	19,948,929	52,987,215
Dic-03	16,330,066	30,097,700	Dic-06	19,861,299	55,395,461

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Mes - Año	Líneas Telefónicas Fijas en Servicio	Suscripciones de Telefonía Móvil	Mes - Año	Líneas Telefónicas Fijas en Servicio	Suscripciones de Telefonía Móvil
Ene-07	19,868,763	56,347,413	Ene-10	19,563,122	83,983,738
Feb-07	19,890,619	57,147,747	Feb-10	19,568,803	84,342,823
Mar-07	19,979,431	58,038,179	Mar-10	19,581,429	84,896,094
Abr-07	19,962,722	58,697,683	Abr-10	19,602,688	85,479,388
May-07	19,986,439	59,606,436	May-10	19,657,508	86,077,399
Jun-07	20,054,323	60,210,401	Jun-10	19,692,818	86,481,752
Jul-07	20,115,928	60,804,427	Jul-10	19,691,693	87,184,911
Ago-07	20,131,341	61,501,111	Ago-10	19,693,332	87,719,979
Sep-07	20,234,015	62,519,463	Sep-10	19,810,659	88,301,187
Oct-07	20,237,934	63,225,041	Oct-10	19,807,539	89,153,397
Nov-07	20,219,589	63,871,024	Nov-10	19,770,068	89,927,588
Dic-07	19,997,903	66,559,462	Dic-10	19,891,462	91,362,753
Ene-08	20,053,829	67,455,995	Ene-11	19,898,982	92,382,348
Feb-08	20,080,909	67,845,605	Feb-11	19,896,943	93,118,585
Mar-08	20,290,741	68,729,653	Mar-11	19,858,075	93,710,524
Abr-08	20,305,368	69,413,474	Abr-11	19,801,677	94,229,913
May-08	20,303,578	70,208,309	May-11	19,815,047	94,910,322
Jun-08	20,271,131	70,911,793	Jun-11	19,661,604	95,724,912
Jul-08	20,332,957	71,827,370			
Ago-08	20,366,551	72,385,356			
Sep-08	20,446,134	73,066,004			
Oct-08	20,466,479	73,250,134			
Nov-08	20,460,176	73,672,310			
Dic-08	20,491,430	75,303,469			
Ene-09	20,479,403	76,042,892			
Feb-09	20,461,908	76,212,744			
Mar-09	20,492,432	76,591,355			
Abr-09	20,481,868	76,957,982			
May-09	20,488,148	80,173,429			
Jun-09	20,556,794	80,426,448			
Jul-09	20,622,483	80,915,636			
Ago-09	20,686,576	81,266,991			
Sep-09	20,749,249	81,348,554			
Oct-09	19,332,381	81,766,767			
Nov-09	19,330,301	82,107,042			
Dic-09	19,503,701	83,193,574			

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Anexo 2. Residuales de las Series de Tiempo

Tabla de Residuales para la Serie 1, generados por el modelo ARIMA (0,2,1)

No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual
1	12937.3	34	31479.6	67	25885.8	100	14068.9	133	75136.6	166	1803.22
2	-4885.59	35	45611.5	68	27537.1	101	8906.92	134	-31611.4	167	-41623
3	-8839.14	36	17515.2	69	21966.5	102	7917.62	135	-41581.6	168	-43739
4	-11732.3	37	713.687	70	3655.44	103	-21931	136	-283115	169	7802.46
5	-10722.5	38	14942.2	71	13955.1	104	27886.2	137	-22341.8	170	-33913.9
6	-6825.94	39	16045.9	72	25366.2	105	14788.4	138	-61874.6	171	-14338.7
7	-4879.23	40	22503.6	73	8019.39	106	-6739.55	139	-75709.6	172	49182
8	-6296.29	41	25687.4	74	9242.57	107	35983.2	140	-237608	173	42264.3
9	-4498.23	42	30588.7	75	11095.2	108	42700.4	141	-92833.3	174	37264.6
10	-27278	43	-15175.7	76	-1596.3	109	71087.6	142	-148207	175	32843.6
11	4308.8	44	62490.4	77	-1487.74	110	8937.68	143	-41177.5	176	-1449340
12	7373.8	45	1249.88	78	9651.07	111	2410.9	144	-23469.4	177	82165.5
13	-29737	46	12090.2	79	18327.8	112	15103.7	145	45376.7	178	251028
14	-8264.22	47	-1937.44	80	53076.8	113	42318.4	146	-63798.7	179	116833
15	8190.32	48	-4964.41	81	15792.4	114	-16577.6	147	-18234.8	180	53684.4
16	-25733.3	49	12406.4	82	-4743.41	115	-13861.6	148	27400.7	181	56306.1
17	-24020.9	50	7139.27	83	-29039.4	116	38693.7	149	18915.1	182	60404.6
18	-23273.4	51	18895.3	84	-28871.8	117	26601.6	150	-28800.2	183	89101
19	-11890.1	52	30101.6	85	-32884.6	118	3819.3	151	60780.2	184	62415.4
20	-19699.6	53	20989.4	86	-4442.34	119	17536.7	152	-42869.6	185	20953.9
21	-19690.1	54	30548.1	87	-4925.59	120	5003.43	153	-61681.2	186	22030.4
22	-13648.4	55	68516	88	-11495.9	121	-22672.5	154	-260055	187	135944
23	2945.73	56	70934.2	89	-6212.11	122	6952.38	155	38500.2	188	4549.26
24	-4081.5	57	54522.6	90	3952.17	123	-9526.52	156	6553.62	189	-30168.1
25	36159.2	58	55597.8	91	932.887	124	1922.68	157	188778	190	131126
26	40127.2	59	15261.3	92	-4941.24	125	-14835.2	158	-21630	191	6692.42
27	17494.6	60	56898.3	93	60788.7	126	-17548.4	159	-36305.1	192	-3405.54
28	14458.7	61	62422.1	94	-31418.8	127	-14645.2	160	-64038.3	193	-39960.3
29	1334.32	62	23086	95	-3743.55	128	7611.21	161	35391.9	194	-54272.2
30	14719.9	63	40982.8	96	-7727.07	129	-13061.7	162	4309.66	195	19866.5
31	38341.4	64	14944.4	97	4016.21	130	-81728.8	163	49951.6	196	-148546
32	43080.7	65	20095.9	98	1309.77	131	6194.03	164	-13309.2		
33	20074.3	66	12587.5	99	15265.3	132	11804.2	165	-38885.3		

Telefonía Móvil vs Telefonía Fija

Tabla de Residuales para la Serie 2, generados por el modelo ARIMA (0,2,1)x(0,1,1)₁₂

No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual	No.	Residual
1	-7165.78	34	7110.92	67	-30948.4	100	74031.4	133	91609.1	166	-674811
2	12953.1	35	-6695.23	68	186722	101	78488.9	134	-88085	167	195149
3	-7738.16	36	37357.7	69	-138019	102	54919.6	135	25913	168	91297
4	2761.6	37	103818	70	239394	103	204720	136	-238570	169	74394.2
5	5960.35	38	79017.9	71	-176030	104	227633	137	-178972	170	193312
6	8815.49	39	109402	72	-330489	105	205020	138	-53494.3	171	-692283
7	34467.5	40	133162	73	-298976	106	695334	139	338020	172	92883.4
8	-6815.07	41	187465	74	-122218	107	157324	140	-172397	173	284931
9	-24287.1	42	95360.6	75	-104748	108	-154357	141	-171586	174	154810
10	-190281	43	37293.7	76	-183622	109	-43041.6	142	862409	175	199467
11	330.522	44	29073.4	77	-402351	110	-115439	143	-219802	176	432567
12	18479.8	45	136225	78	-265152	111	-103786	144	-480180	177	274297
13	-1928.28	46	323617	79	-297534	112	-156842	145	15992.8	178	-250505
14	15130.6	47	136357	80	-242359	113	-348662	146	-76771.6	179	228486
15	-24070.7	48	74667.3	81	-90700.4	114	-216885	147	-128928	180	284932
16	-2667.44	49	89295.7	82	-184926	115	-106890	148	-84648	181	-103891
17	-4247.45	50	-101574	83	13550.8	116	-123581	149	165437	182	-91196.7
18	-9209.36	51	-33155.9	84	-21563.6	117	-153380	150	-254089	183	-556900
19	22726.7	52	-82329.4	85	-164468	118	574149	151	-127189	184	357728
20	9582.5	53	-18293.8	86	-114951	119	-367692	152	-621608		
21	-1257.35	54	-39030.3	87	15616.5	120	-420316	153	-237289		
22	-37652	55	-163425	88	-6845.83	121	-166642	154	-289424		
23	-279.185	56	-24654.5	89	75311.3	122	-170090	155	-25833		
24	17592.7	57	22141.7	90	92857.4	123	96826.4	156	-304077		
25	30262.5	58	292879	91	-241465	124	-6304.04	157	-232750		
26	29374.1	59	38691.7	92	345.798	125	42698	158	-70311		
27	16970.2	60	-167137	93	198925	126	-94020.4	159	2631450		
28	24717.8	61	-58787.9	94	717798	127	250782	160	-681553		
29	14113.9	62	-97728.8	95	125361	128	129493	161	-365396		
30	26053.6	63	-53735.3	96	99686.3	129	-151313	162	-370005		
31	15170.1	64	34616	97	91866	130	1009920	163	-637127		
32	7834.78	65	74093.6	98	52294.3	131	24771.9	164	-73761.9		
33	12873.4	66	156580	99	80617.7	132	97352.5	165	-173406		