



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA
INGENIERÍA ELÉCTRICA – SISTEMAS ELÉCTRICOS DE POTENCIA

APLICACIÓN DEL MÉTODO DE ELEMENTO FINITO Y DISEÑO DE
EXPERIMENTOS AL ANÁLISIS DE LAS PÉRDIDAS EN TRANSFORMADORES

TESIS
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:
JOSÉ JUAN PÉREZ CHÁVEZ

TUTORES PRINCIPALES
DR. RAFAEL ESCARELA PÉREZ, UAM-AZCAPOTZALCO
DR. JUAN CARLOS OLIVARES GALVÁN, UAM-AZCAPOTZALCO

MÉXICO, D. F. AGOSTO 2013



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

Presidente: Dr. César Ángeles Camacho

Secretario: Dr. Claudio Rubén Fuerte Esquivel

Vocal: Dr. Rafael Escarela Pérez

1^{er.} Suplente: Dr. Frédéric Trillaud Pighi

2^{d o.} Suplente: Dr. Juan Carlos Olivares Galván

Lugar donde se realizó la tesis: Ciudad Universitaria, México D. F.

TUTORES DE TESIS:

Dr. Rafael Escarela Pérez

Dr. Juan Carlos Olivares Galván

FIRMA

FIRMA

AGRADECIMIENTOS:

A mis padres, Juan Pérez Mejía y María de la Paz Chávez González.

A mi hermano, el Dr. Nicolás Pérez Chávez, por el gran apoyo incondicional que ha aportado en todos mis proyectos importantes.

A mis hermanas, Verónica y Juana.

Al Dr. Rafael Escarela Pérez y al Dr. Juan Carlos Olivares Galván.

Al Dr. César Ángeles Camacho y al Dr. Claudio Fuerte Esquivel, por la formación académica aportada al inicio de la maestría.

Al Ing. Salvador Magdaleno Adame, por sus importantes contribuciones en el presente trabajo.

A mis profesores de licenciatura y posgrado.

A mis compañeros de la UNAM.

Al Ing. Alejandro Bermejo y a Electrotécnica, por brindarme la oportunidad de desarrollarme profesionalmente dentro de una empresa.

Al Ing. Alfonso Montes, por sus oportunas asesorías durante la realización del presente trabajo, con respecto a cuestiones prácticas y técnicas.

Al Ing. Mario Araujo, al Ing. Mario Torres y a Javier Gómez.

A la Coordinación de Estudios de Posgrado, CEP, por el apoyo económico brindado durante mis estudios de posgrado.

A la Cámara Nacional de Manufacturas Eléctricas, CANAME.

A la Universidad Autónoma Metropolitana, unidad Azcapotzalco.

Al maestro Ángel García, por la gran amistad y apoyo ofrecido durante muchos años.

A la Universidad Nacional Autónoma de México, por la excelente formación humana y científica que me ha otorgado en todos estos años de estudio.

*Caminante, no hay
camino, se hace
camino al andar.*

Antonio Machado (1875-1939)

Resumen

En el presente trabajo, se emplea el diseño de experimentos en el análisis de las pérdidas de potencia eléctrica en el tanque de un transformador de distribución monofásico tipo poste, con capacidad nominal de 37.5 kVA y tensiones nominales de 33 kV en el devanado de alta tensión y 120 V en el devanado de baja tensión.

Se utilizan diseños factoriales de dos niveles, con el fin de obtener las contribuciones porcentuales de los diversos factores que intervienen en la producción de pérdidas en el tanque (corriente de baja tensión, permeabilidad relativa del tanque, conductividad del tanque, separación entre los orificios de las boquillas, diámetro de los orificios de las boquillas y espesor del tanque). Con las contribuciones porcentuales puede determinarse que factores son significativos y cuales son despreciables en la producción de pérdidas en el tanque.

Se realizan diseños factoriales con pérdidas calculadas con las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio. Posteriormente, se realiza un diseño factorial con pérdidas obtenidas a través el Método del Elemento Finito (MEF).

Se analizan y se comparan los resultados obtenidos con cada diseño factorial y se elaboran conclusiones.

Abstract

In this thesis, the design of experiments is used to analyze electric power losses in the tank of a pole-mounted, single-phase distribution transformer of 37.5 kVA and voltages of 33 kV in the primary and 120 V in the secondary.

Two-level factorial designs are used to get the percentage contributions of the factors that take part in the production of tank losses (low-voltage current, relative permeability of the tank, conductivity of the tank, separation between bushing holes, diameter of bushing holes and tank thickness). With the percentage contributions, it can be determined which factors are important and which factors are negligible in the production of tank losses.

Factorial designs are done with losses calculated with analytic formulas of Turowski and Del Vecchio. Later, a factorial design is done with losses calculated by Finite Element Method (FEM).

The results of every factorial design are compared and analyzed, to draw conclusions on the experiment.

CONTENIDO

	Página
Resumen.....	I
Abstract.....	II
Índice de figuras.....	VI
Índice de tablas.....	VIII
Nomenclatura.....	X
Capítulo I	
Introducción.....	1
1.1.- Introducción.....	1
1.2.- Antecedentes.....	2
1.3.- Justificación de la tesis.....	5
1.4.- Objetivo de la tesis.....	6
1.5.- Suposiciones.....	6
1.6.- Hipótesis.....	7
1.7.- Organización de la tesis.....	7
Capítulo II	
Diseño de Experimentos.....	9
2.1.- Introducción.....	9
2.2.- Diseños factoriales.....	11
2.3.- Diseño factorial 2^k	12
2.3.1.- Efectos e interacciones de un diseño factorial 2^k	14
2.3.2.- Análisis de varianza.....	19
2.3.3.- Contribución porcentual.....	24
2.3.4.- Diagramas de Pareto.....	24
Capítulo III	
Generalidades sobre Transformadores de Distribución.....	26
3.1.- Introducción.....	26
3.2.- El transformador ideal.....	28
3.3.- Características de un transformador.....	30
3.4.- Flujos magnéticos en un transformador.....	31
3.5.- Pérdidas en el transformador.....	32
3.5.1.- Pérdidas sin carga en el transformador.....	33

3.5.2.- Pérdidas de carga en el transformador.....	35
3.6.- Pérdidas en el tanque del transformador.....	36
3.6.1.- Fórmula analítica de Turowski.....	36
3.6.2.- Fórmula analítica de Del Vecchio.....	38
3.7.- Costo evaluado del transformador.....	39
Capítulo IV	
Simulación, Resultados y Análisis.....	40
4.1.- Transformador analizado.....	40
4.2.- Diseños de experimentos con fórmulas analíticas.....	43
4.2.1.- Diseño factorial con la fórmula analítica de Turowski.....	44
4.2.2.- Diseño factorial con la fórmula analítica de Del Vecchio.....	47
4.2.3.- Comparación de los resultados obtenidos con las fórmulas analíticas.....	50
4.3.- Diseño de experimentos con el MEF.....	51
4.4.- Comparación entre los resultados de las fórmulas analíticas y del MEF	57
Capítulo V	
Conclusiones.....	58
5.1.- Conclusiones.....	58
5.2.- Aportaciones.....	59
5.3.- Trabajos futuros.....	60
Apéndice A	
Método de Elemento Finito.....	61
A.1.- Introducción.....	61
A.2.- Ecuaciones electromagnéticas.....	61
A.3.- Descripción del MEF.....	63
A.3.1.- Discretización del problema.....	64
A.3.2.- Ecuaciones que rigen el comportamiento de los elementos.....	65
A.3.3.- Ensamblaje de las ecuaciones de los elementos.....	69
A.3.4.- Resolución del sistema de ecuaciones obtenido.....	69
A.4.- MEF aplicado al estudio de las corrientes parásitas.....	69
A.4.1.- Energía de los campos electromagnéticos.....	71
A.4.2. Pérdidas óhmicas por corrientes parásitas.....	72

Apéndice B	
Análisis de la Longitud del Conductor.....	73
Apéndice C	
Resumen de la Metodología Empleada.....	75
Referencias.....	77

Índice de figuras

Capítulo II

	Página
Fig. 2.1 Componentes de un experimento	9
Fig. 2.2 Diagrama de Pareto del diseño 2^3 de la Tabla 2.6	25

Capítulo III

	Página
Fig. 3.1 Tipos de transformadores: a) Tipo núcleo. b) Tipo acorazado	28
Fig. 3.2 a) Transformador ideal. b) Símbolos del transformador ideal	29
Fig. 3.3 Placa de datos de un transformador monofásico	31
Fig. 3.4 Flujos mutuo y disperso en un transformador	32
Fig. 3.5 Pérdidas de carga y sin carga de un transformador de 37.5 kVA, clase 34.5 kV	33
Fig. 3.6 Componentes de las pérdidas sin carga del transformador	33
Fig. 3.7 Ciclo de histéresis de un material ferromagnético	34
Fig. 3.8 Corrientes parásitas inducidas en un material conductor	35
Fig. 3.9 Componentes de las pérdidas de carga en un transformador de 37.5 kVA	36
Fig. 3.10 Geometría empleada en la fórmula analítica de Turowski	37
Fig. 3.11 Geometría usada en la fórmula analítica de Del Vecchio: a) Vista superior. b) Vista de perfil	38

Capítulo IV

	Página
Fig. 4.1 Transformador de distribución monofásico tipo poste, con capacidad nominal de 37.5 kVA. a) Vista frontal. b) Vista superior sin tapa	40
Fig. 4.2 Conexiones en serie y en paralelo de los devanados del transformador	41
Fig. 4.3 Geometría del tanque del transformador	42
Fig. 4.4 Tanque de un transformador con inserciones de acero inoxidable	44
Fig. 4.5 Diagrama de Pareto para la fórmula analítica de Turowski	46
Fig. 4.6 Geometría usada en la fórmula de Del Vecchio: a) Vista superior. b) Vista de perfil	47
Fig. 4.7 Diagrama de Pareto para la fórmula analítica de Del Vecchio	50

Fig. 4.8	Modelo, en elementos finitos, del tanque del transformador	51
Fig. 4.9	Mallado de elementos finitos del tanque del transformador	52
Fig. 4.10	Intensidad de campo magnético para: a) Corrida 9. b) Corrida 52	55
Fig. 4.11	Diagrama de Pareto obtenido con el MEF	57

Apéndice A

		Página
Fig. A.1	MEF aplicado al estudio de campos electromagnéticos	63
Fig. A.2	Discretización de un dominio bidimensional	64
Fig. A.3	Ejemplos de elementos finitos: a) 1D. 2D. c) 3D	65
Fig. A.4	Elemento triangular de una malla	65
Fig. A.5	Sistemas locales de los elementos	67
Fig. A.6	Subdominios del sistema estudiado	70

Apéndice B

		Página
Fig. B.1	Modelo de la mitad del tanque, con un conductor portador de corriente	73
Fig. B.2	Intensidad de campo magnético, con respecto de la longitud del conductor	74

Apéndice C

		Página
Fig. C.1	Metodología empleada en el análisis de las pérdidas en el tanque del transformador	75

Índice de tablas

Capítulo II

	Página
Tabla 2.1 Ejemplo de un diseño factorial	11
Tabla 2.2 Corridas realizadas en el diseño factorial de la Tabla 2.1	12
Tabla 2.3 Ejemplo de un diseño factorial 2^k	13
Tabla 2.4 Corridas realizadas en el diseño factorial 2^k de la Tabla 2.3	13
Tabla 2.5 Notaciones empleadas en el diseño factorial 2^3	14
Tabla 2.6 Corridas realizadas en el diseño 2^k de la Tabla 2.4	15
Tabla 2.7 Efectos principales e interacciones del diseño factorial 2^3 de la Tabla 2.6	17
Tabla 2.8 Cálculo de los efectos principales e interacciones de un diseño 2^3	18
Tabla 2.9 Contrastes para los efectos principales e interacciones de un diseño 2^3	19
Tabla 2.10 Corridas realizadas en un diseño 2^2	20
Tabla 2.11 Sumas de cuadrados y contrastes para un diseño 2^2	22
Tabla 2.12 Sumas de cuadrados de los factores e interacciones de un diseño 2^3	23
Tabla 2.13 Análisis de Varianza para el diseño 2^3 de la Tabla 2.6	23
Tabla 2.14 Contribuciones porcentuales del diseño 2^3 de la Tabla 2.6	24

Capítulo IV

	Página
Tabla 4.1 Dimensiones del tanque, en mm	41
Tabla 4.2 Valores seleccionados para calcular las pérdidas con la fórmula de Turowski	45
Tabla 4.3 Pérdidas obtenidas con la fórmula de Turowski	45
Tabla 4.4 Análisis de Varianza de las pérdidas obtenidas con la fórmula de Turowski	46
Tabla 4.5 Contribuciones porcentuales obtenidas con la fórmula de Turowski	46
Tabla 4.6 Niveles empleados para calcular las pérdidas con la fórmula de Del Vecchio	48
Tabla 4.7 Pérdidas obtenidas con la fórmula de Del Vecchio	48
Tabla 4.8 Análisis de Varianza para las pérdidas obtenidas con la fórmula de Del Vecchio	49
Tabla 4.9 Contribuciones porcentuales obtenidas con la fórmula de Del Vecchio	49

Tabla 4.10	Contribuciones porcentuales de las fórmulas de Turowski y de Del Vecchio	50
Tabla 4.11	Niveles empleados en el cálculo de pérdidas con el MEF	52
Tabla 4.12	Pérdidas obtenidas con el MEF, para el diseño factorial	53
Tabla 4.13	Datos de las corridas realizadas con el MEF	54
Tabla 4.14	Análisis de Varianza realizado con el MEF	56
Tabla 4.15	Contribuciones porcentuales obtenidas con el MEF	56
Tabla 4.16	Contribuciones porcentuales de las fórmulas analíticas y del MEF	57

Apéndice B

		Página
Tabla B.1	Datos empleados en el modelo del tanque, realizado con el MEF	73
Tabla B.2	Intensidad de campo magnético, al variar la longitud del conductor	74

Nomenclatura

Símbolo	Descripción
MEF	Método de Elemento Finito
ANOVA	Análisis de Varianza
2^k	Diseño factorial de dos niveles, con k factores
n_k	Número de niveles de un factor k
n	Número de réplicas realizadas por corrida, en un diseño factorial
N	Número total de corridas realizadas en un diseño factorial
\bar{y}	Promedio
\bar{y}_{k+}	Respuesta promedio de un factor k , con el nivel alto
\bar{y}_{k-}	Respuesta promedio de un factor k , con el nivel bajo
$\bar{y}_{A,B+}$	Respuesta promedio del factor A, con el factor B ajustado en el nivel alto
$\bar{y}_{A,B-}$	Respuesta promedio del factor A, con el factor B ajustado en el nivel bajo
$AB \dots K$	Interacción entre los factores de un experimento
S^2	Varianza de los datos de un experimento
y_i	Dato de un experimento
SS_T	Suma de cuadrados total de un experimento
SS_i	Suma de cuadrados de una componente i de la varianza
v	Número de grados de libertad de una suma de cuadrados
SS_E	Suma de cuadrados del error
SS_{EXP}	Suma de cuadrados de los factores e interacciones considerados en el ANOVA
v_E	Número de grados de libertad del error
C_i	Contribución porcentual de un factor, en la respuesta final de un proceso
N_P	Número de vueltas del devanado primario del transformador
N_S	Número de vueltas del devanado secundario del transformador
$v_P(t)$	Tensión del devanado primario del transformador, en V
$v_S(t)$	Tensión del devanado secundario del transformador, en V
a	Relación de vueltas del transformador
$i_P(t)$	Corriente del devanado primario del transformador, en A
$i_S(t)$	Corriente del devanado secundario del transformador, en A
V_P	Tensión fasorial del devanado primario, en V
V_S	Tensión fasorial del devanado secundario, en V
I_P	Corriente fasorial del devanado primario, en A
I_S	Corriente fasorial del devanado secundario, en A

Símbolo	Descripción
Z_L	Impedancia de carga, en Ω
Z_L'	Impedancia aparente del devanado primario del transformador, en Ω
$\cos\theta$	Factor de potencia del transformador
θ	Ángulo del factor de potencia del transformador
P_{ent}, P_{sal}	Potencias reales de los devanados primario y secundario, en W
Q_{ent}, Q_{sal}	Potencias reactivas de los devanados primario y secundario, en VAR
S_{ent}, S_{sal}	Potencias aparentes de los devanados primario y secundario, en VA
KVA	Capacidad nominal de un transformador
Z, IMP	Impedancia del transformador, en %
ELEV	Elevación de temperatura del transformador, en °C
FREC, f	Frecuencia, en Hz
η	Eficiencia, en %
P_{per}	Pérdidas reales en el transformador, en W
Z_{base}	Impedancia base, en Ω
V_{base}	Tensión base, en V
S_{base}	Potencia aparente base, en VA
NBAI	Nivel básico de aislamiento al impulso del transformador, en kV
MT	Media tensión, en kV
BT	Baja tensión, en V
X1, X2, X3	Terminales de baja tensión de un transformador monofásico
H1, H2	Terminales de alta tensión de un transformador monofásico
Φ_m	Flujo magnético, en Wb
Φ_P	Flujo magnético total generado en el devanado primario, en Wb
Φ_M	Flujo magnético mutuo entre los devanados del transformador, en Wb
Φ_{DP}	Flujo de dispersión del devanado primario, en Wb
Φ_S	Flujo magnético total generado en el devanado secundario, en Wb
Φ_{DS}	Flujo de dispersión del devanado secundario, en Wb
P_{SC}	Pérdidas sin carga del transformador, en W
P_h	Pérdidas por efecto de histéresis en el núcleo del transformador, en W
P_{cl}	Pérdidas clásicas por corrientes parásitas, en W
P_{ex}	Pérdidas excedentes, en W
P_{CC}	Pérdidas de carga en el transformador, en W
P_{I^2R}	Pérdidas resistivas de los devanados del transformador, en W
P_{EC}	Pérdidas por las corrientes parásitas inducidas en los devanados, en W
P_{stray}	Pérdidas por flujo parásito, en W

Símbolo	Descripción
<i>H</i>	Intensidad de campo magnético, en A/m
<i>B</i>	Densidad de flujo magnético, en T
<i>B_{max}</i>	Densidad de flujo magnético pico en la curva de histéresis, en T
<i>μ</i>	Permeabilidad magnética, en H/m
<i>μ_r</i>	Permeabilidad relativa de un material
<i>i_p</i>	Corrientes parásitas, en A
<i>τ</i>	Espesor de una lámina de material conductor, en m
<i>p_e</i>	Pérdidas por unidad de volumen de una lámina conductora, en W/m ³
<i>ρ</i>	Resistividad, en Ωm
<i>x, y, z</i>	Componentes del sistema rectangular de coordenadas
<i>r, θ, z</i>	Componentes del sistema de coordenadas cilíndricas
<i>dE_r, dE_θ</i>	Diferenciales de las componentes de la intensidad del campo eléctrico sobre los ejes radial y tangencial, del sistema de coordenadas cilíndricas
<i>dH</i>	Diferencial de la intensidad del campo magnético
<i>dl</i>	Elemento diferencial de longitud
<i>r</i>	Vector unitario de dirección
<i>I, i</i>	Corriente, en A
<i>ω</i>	Velocidad angular = $2\pi f$, en rad/s
<i>μ₀</i>	Permeabilidad del vacío = $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m
<i>σ</i>	Conductividad eléctrica, en S/m
<i>H_θ</i>	Componente de la intensidad de campo magnético sobre el eje tangencial, del sistema de coordenadas cilíndrico
<i>j</i>	Componente imaginaria de un número
<i>TOC</i>	Costo evaluado del transformador, en \$
<i>BP</i>	Costo de compra del transformador, en \$
<i>CL</i>	Costo de pérdidas de potencia durante la vida útil del transformador, en \$
<i>A</i>	Costo unitario de las pérdidas sin carga del transformador, en \$/W
<i>B</i>	Costo unitario de las pérdidas de carga del transformador, en \$/W
A, B, C	Fases de la línea a la que se conecta el devanado primario
<i>∅</i>	Diámetro de los conductores de baja tensión, en m
<i>J</i>	Densidad de corriente, en A/m ²
<i>J*</i>	Densidad de corriente conjugada
<i>dVol</i>	Elemento diferencial de volumen
<i>Vol</i>	Volumen
<i>E</i>	Intensidad de campo eléctrico, en V/m

Símbolo	Descripción
D	Densidad de flujo eléctrico, en C/m^2
ρ_V	Densidad de carga volumétrica, en C/m^3
ϵ	Permitividad eléctrica, en F/m
ϵ_0	Permitividad del vacío = $8.85 \cdot 10^{-12} F/m$
ϵ_r	Permitividad relativa de un material
t	Tiempo, en s
ds	Elemento diferencial de superficie
L	Longitud
S	Superficie
∇	Operador gradiente
Q, q	Carga eléctrica, en C
A	Potencial magnético vectorial, en Wb/m
V	Potencial eléctrico escalar, en V. Tensión eléctrica
D	Determinante de una matriz cuadrada
Φ_i	Función de interpolación
R	Residual generado por una solución aproximada
W	Función de peso de un elemento
Ω	Dominio de un problema de dos o tres dimensiones
W_k	Función de peso de un elemento, en un dominio discretizado
R_k	Residual en el dominio discretizado
Ω_k	Dominio parcial de cada elemento, en un sistema discretizado
K_i	Matriz de rigidez del elemento i
$[V_i]$	Vector de variables de los nodos de un elemento
F_i	Término fuente de un elemento
K'	Matriz de rigidez
u'	Vector de incógnitas
F'	Término fuente del problema
Γ_s	Frontera del sistema estudiado
∇^2	Operador laplaciano
φ	Potencial magnético escalar, en A
n	Vector normal a la frontera del sistema
U	Energía, en J
$Re()$	Operador parte real de un número complejo

CAPÍTULO 1

Introducción

1.1. Introducción

Debido a consideraciones ambientales y a la elevación de los costos de energía eléctrica, se ha buscado la construcción de transformadores más eficientes. Aunque la eficiencia de un transformador actual es cercana al 99%, las pérdidas que genera tienen un costo asociado significativo. Parte de las pérdidas producidas en el transformador se debe al flujo magnético disperso, generado por las corrientes de carga en los devanados de baja y alta tensión, que induce corrientes parásitas en las partes metálicas del transformador, como el tanque y los elementos estructurales. Las pérdidas por flujo disperso pueden llegar a ser del 17% de las pérdidas de carga totales de un transformador trifásico, con capacidad nominal de 1,500 kVA [1].

Las pérdidas en el tanque del transformador, en la zona que rodea a las boquillas, constituyen una componente importante de las pérdidas de carga totales [2]-[3]. En transformadores de distribución, las pérdidas en el tanque son mayores en la zona que rodea a las boquillas de baja tensión que en la zona que rodea a las boquillas de alta tensión, ya que las corrientes de baja tensión son cientos de veces mayores que las corrientes de alta tensión [4]. Para un transformador trifásico de 1,500 kVA-23,000-220/127 V, la corriente nominal en alta tensión es de 38 A, mientras que la corriente nominal en baja tensión es de 3,937 A.

Las pérdidas en el tanque dependen de varios factores, como la corriente de baja tensión, el diámetro de los orificios de las boquillas, la permeabilidad magnética y la conductividad del tanque, entre otros [2]-[3]. Existen fórmulas analíticas para el cálculo de las pérdidas en el tanque, como las expuestas por Turowski y Del Vecchio, las cuales se discutirán con detalle en el capítulo 3 del presente trabajo. Las fórmulas analíticas tienen ciertas restricciones, ya que la fórmula de Del Vecchio considera solo una boquilla, mientras que la fórmula de Turowski no considera el espesor del tanque [5]-[6].

Para obtener resultados más confiables que los calculados con las fórmulas analíticas, se utiliza el Método del Elemento Finito (MEF), que es una herramienta de análisis numérico que permite simular diversos procesos de la ingeniería y de la ciencia [7]-[9]. En electromagnetismo, el MEF permite conocer la distribución de los campos electromagnéticos presentes en dispositivos y sistemas eléctricos [10].

En el presente trabajo, las pérdidas en el tanque del transformador se obtienen a través del MEF, las cuales son analizadas mediante el diseño de experimentos, que es una herramienta que utiliza técnicas matemáticas y estadísticas, cuyo objetivo es la planificación de experimentos enfocados en obtener información relevante sobre un proceso [11]-[12]. El diseño de experimentos ha sido aplicado en múltiples ramos de la industria, como la automotriz y la electrónica [13]-[14]. Actualmente, ha mostrado ciertas aplicaciones en el diseño de dispositivos electromagnéticos, como motores de imanes permanentes y motores de flujo transversal rotatorio [15]-[18]. Koppikar y colaboradores son los únicos que mencionan el uso del diseño de experimentos en el análisis de las pérdidas generadas en elementos estructurales de transformadores monofásicos [19].

Dentro del diseño de experimentos existen varias técnicas, como los diseños factoriales, las superficies de respuesta, etc. En el presente trabajo, se utilizan diseños factoriales de dos niveles, debido a su simplicidad y a que requieren menos ensayos que cualquier otro diseño de experimentos, lo que conlleva a un ahorro de recursos experimentales, como lo son el tiempo y el dinero [20]-[22]. Con los diseños factoriales, se obtienen las contribuciones porcentuales de los distintos factores que intervienen en un proceso, a través del Análisis de Varianza (ANOVA), que es una herramienta que valida estadísticamente los resultados de un experimento [15]-[16].

Con el MEF, se obtienen las pérdidas necesarias para desarrollar los diseños factoriales de dos niveles, con el fin de obtener las contribuciones porcentuales de los distintos factores que intervienen en la producción de pérdidas en el tanque del transformador (corriente, permeabilidad relativa, conductividad, separación de los orificios de las boquillas, diámetro de los orificios de las boquillas y espesor del tanque). Con las contribuciones porcentuales, se puede conocer que factores tienen mayor impacto en las pérdidas generadas en el tanque del transformador y que factores tienen efectos despreciables.

1.2. Antecedentes

El diseño de experimentos surgió de los trabajos en agricultura de R. A. Fisher, en Inglaterra en los años 20. Posteriormente, Tippet, Finney y Rao realizaron ciertas mejoras a los trabajos de Fisher y adecuaron el diseño de experimentos al estudio de procesos distintos a la agricultura [20].

Con respecto al estudio de las pérdidas en transformadores, en 1954, Poritsky y Jerrard calcularon las pérdidas por corrientes parásitas en una placa de metal semi-infinita, paralela a un conductor portador de corriente alterna, en el aire, a través de la resolución de las ecuaciones de Maxwell con el uso de integrales de Fourier. Se asumió que la permeabilidad de la placa era constante [23].

En 1957, Deuring analizó el problema de las pérdidas por corrientes parásitas generadas en placas de metal semi-infinitas, por conductores portadores de valores altos de corriente alterna, colocados paralelamente a la placa, mediante el uso de un modelo físico, con placas de metal de espesor de 9.5 mm, de 2.54 m de altura y 3 m de largo. Con los resultados del experimento, se encontró que las pérdidas generadas en materiales magnéticos varían con la corriente en una potencia menor a dos [4].

En 1981, Saito y colaboradores encontraron la trayectoria de las corrientes parásitas, inducidas en estructuras complejas que rodean a conductores portadores de corriente, en base al análisis de un modelo experimental con corrientes de 20 KA, con la obtención de las temperaturas en diferentes partes de las estructuras. Las temperaturas son proporcionales a las pérdidas, las cuales fueron obtenidas mediante termoacopladores, colocados en diversas partes de las estructuras [24].

En 1988, Furman y colaboradores presentaron varios métodos para reducir las pérdidas por corrientes parásitas en el tanque, con base en experimentos en la cubierta de un transformador con capacidad nominal mayor a 1,000 MVA. Entre los métodos presentados, se tiene el incremento de la separación entre los conductores portadores de corriente y el tanque, el uso de materiales conductores no magnéticos en elementos estructurales y utilizar conductores divididos en secciones paralelas [25].

En 1990, Renyuan y colaboradores analizaron el tanque de un transformador de distribución a través del método de elementos de frontera, descubriendo que el caso más serio de sobrecalentamiento en el tanque se encuentra entre las boquillas de baja tensión. Además, descubrieron que el sobrecalentamiento es mayor con grandes corrientes y que aumenta con distancias cortas entre el tanque y los conductores de baja tensión. [26].

En 1993, Guérin aplicó el MEF en 3D al análisis de las pérdidas en el tanque, a través del modelo de un transformador monofásico de 390 kVA. Se analizaron las pérdidas generadas al variar los valores de la permeabilidad y el espesor del tanque. Se encontró que el mallado de elementos finitos presenta problemas cuando la profundidad de penetración del material es mucho menor que las dimensiones de los conductores analizados, lo que se presenta cuando la frecuencia de operación, la permeabilidad y la conductividad del material tienen grandes valores [27].

En 1994, Junyou y colaboradores aplicaron el método de elementos de frontera al análisis de las pérdidas por corrientes parásitas y el sobrecalentamiento en el tanque de un transformador, generado por conductores portadores de grandes magnitudes de corriente, a través del análisis de un prototipo de 360 MVA-500 KV. Demostraron que el uso de placas de aluminio en la pared interior del tanque del transformador previene el sobrecalentamiento [28].

En 1997, Turowski y Pelikant obtuvieron una fórmula analítica para calcular las pérdidas en una superficie metálica plana, por el paso de conductores portadores de corriente, basándose en las ecuaciones de Maxwell y el teorema de Poynting [5]. La fórmula toma en cuenta factores como la separación de los conductores, el diámetro de los orificios de la superficie, etc., y no toma en cuenta el espesor de la superficie metálica.

Con respecto al diseño de experimentos aplicado al análisis de dispositivos electromagnéticos, en 1999, Koppikar y colaboradores utilizaron diseños factoriales de tres niveles para evaluar las pérdidas de potencia por flujos parásitos, en elementos estructurales de un autotransformador monofásico, de capacidad nominal de 33 MVA y tensiones de 220/132/11 kV [19].

En el año 2000, Gillon y Brochet utilizaron diseños de experimentos para optimizar el valor de la fuerza electromotriz en un motor de imanes permanentes sin escobillas, mediante el uso de diseños factoriales de dos y tres niveles y del MEF [17].

En el año 2002, Del Vecchio y colaboradores desarrollaron una fórmula analítica para calcular las pérdidas por corrientes parásitas en un disco metálico, que representa al tanque de un transformador, atravesado por un conductor portador de corriente. Dicha expresión considera factores como la corriente del conductor, el diámetro del orificio del disco, el espesor, la permeabilidad relativa y la conductividad del disco [6].

En el año 2004, Kulkarni y colaboradores evaluaron las pérdidas por corrientes parásitas en placas de boquillas de transformadores de más de 2 MVA, a través de cuatro métodos: mediante el uso de fórmulas analíticas, a través de una simulación del problema con el MEF en 3D, con el análisis del incremento de la temperatura inicial de la placa analizada y con el estudio del incremento de un valor de temperatura del tanque en estado estable. Los cuatro métodos mostraron resultados similares [29].

En el año 2010, Boucekara y Simsim aplicaron el diseño de experimentos y el MEF al análisis de dispositivos electromagnéticos, como moldes para producir imanes permanentes [15]. En el año 2011, Boucekara y colaboradores publicaron una guía sobre la aplicación del diseño de experimentos al análisis de dispositivos electromagnéticos [16].

En el año 2011, J. C. Olivares Galván y colaboradores encontraron que la reducción del diámetro de las boquillas puede reducir el costo evaluado de los transformadores monofásicos de distribución tipo poste, de menos de 37.5 kVA. Sin embargo, para transformadores de potencias mayores o iguales a 37.5 kVA, los costos evaluados se incrementan de manera importante, al reducir el diámetro. Por ejemplo, para un transformador de 167 kVA, el costo evaluado es de \$9,295 para un diámetro de 4.6 cm y \$9,518 para un diámetro de 3.6 cm, con lo que se observa un aumento en el costo evaluado del transformador de \$223, al reducir los diámetros de las boquillas [3].

De esta revisión de literatura, se concluye que la aplicación del diseño de experimentos para la reducción de pérdidas en el transformador es todavía muy escasa y novedosa.

1.3. Justificación de la tesis

La disminución de las pérdidas de potencia eléctrica es muy importante en el diseño de transformadores, a pesar de que son dispositivos altamente eficientes. Pequeñas reducciones de pérdidas producen ahorros considerables de energía, por el gran número de transformadores instalados en los sistemas eléctricos de potencia. Por ejemplo, si un diseño reduce 6 W de las pérdidas de carga en un transformador con 30 años de vida promedio, en un lote de mil transformadores fabricados con el mismo diseño, se tienen ahorros de 1,690 MWh durante la vida útil de los transformadores, lo que representa un ahorro considerable de energía eléctrica [23]. Con la reducción de las pérdidas en un transformador, se disminuye la emisión de sustancias contaminantes, producidas por las plantas generadoras que tienen que compensar las pérdidas.

En Estados Unidos, en 1990, el 92.5% de la energía eléctrica total generada era suministrada a los usuarios finales, mientras que el 7.5% restante (aproximadamente 229 billones de kilowatts-hora anuales) se disipaba en pérdidas de potencia, en los sistemas de transmisión y distribución. De las pérdidas totales, el 27% se atribuía a los transformadores de distribución instalados en la red (aproximadamente 40 millones), por lo que las pérdidas en los transformadores de distribución eran cercanas del 2% de la energía eléctrica total generada en el país, es decir, 61 billones de kilowatts-hora constituían las pérdidas anuales en los transformadores de distribución [30]-[31].

De lo anterior, se muestra que las pérdidas en los transformadores de distribución no son despreciables, a pesar de que cada transformador aporta una pequeña cantidad de las pérdidas totales de un sistema eléctrico, lo cual se debe a que los transformadores de distribución se instalan en grandes cantidades en el sistema [23].

Las pérdidas por el flujo magnético disperso, generado por los devanados, representan un porcentaje importante de las pérdidas en los transformadores, el cual puede ser del 17% de las pérdidas de carga totales de un transformador de 1,500 kVA, 23,000-220/127 V [1]. Gran parte de los flujos dispersos en el transformador se concentra en el tanque, en la zona que rodea a las boquillas de baja tensión. Las pérdidas en el tanque contribuyen al sobrecalentamiento en distintas zonas del transformador y a la posible aparición de puntos calientes, que deterioran al aceite y las uniones de las boquillas, lo cual reduce la vida útil del transformador.

Por lo tanto, es importante reducir las pérdidas en los transformadores, para lo cual es necesario tener información de los factores que las generan. La aplicación del diseño de experimentos al análisis de los transformadores permite conocer que factores provocan mayor impacto en las pérdidas y cuales son despreciables, a través de las contribuciones porcentuales de cada factor. El diseño de experimentos ha demostrado ser una herramienta eficaz para obtener información importante sobre un proceso, como lo muestran las referencias [11]-[22], aunque, su aplicación al análisis de las pérdidas en transformadores es todavía muy escasa.

1.4. Objetivo de la tesis

El objetivo de la tesis es aplicar el diseño de experimentos, a través de un diseño factorial de dos niveles, en la obtención de las contribuciones porcentuales de los diversos factores que intervienen en la producción de pérdidas de potencia, en el tanque de un transformador de distribución monofásico tipo poste, con el fin de determinar que factores son los que tienen mayor impacto en la producción de pérdidas y que factores pueden omitirse. Para la obtención de las pérdidas utilizadas en el diseño de experimentos, se utiliza el MEF.

1.5. Suposiciones

En esta sección, se presentan las suposiciones realizadas en el presente trabajo.

- Las corrientes parásitas en el tanque del transformador pueden modelarse a través de un modelo de elementos finitos en tres dimensiones.
- La conductividad eléctrica del tanque del transformador es constante.
- Las corrientes de desplazamiento son despreciables.
- El material con el que está construido el tanque del transformador es isotrópico.
- El sistema opera en estado estable, por lo que se puede trabajar en el dominio de la frecuencia.
- El fenómeno de histéresis puede ignorarse.
- La mayor parte de las pérdidas se concentra en el lado de baja tensión, por lo que las pérdidas del lado de alta tensión son despreciables.

- No existe correlación entre los factores que intervienen en la producción de pérdidas en el tanque del transformador (permeabilidad relativa y conductividad del tanque, diámetro y separación entre los orificios de las boquillas de baja tensión, espesor del tanque y corriente de baja tensión).
- El error entre las mediciones y las simulaciones, al no tomar en cuenta el elemento activo (núcleo del transformador y bobinas) en el modelo, es del orden de 7.5%, lo cual se considera aceptable.

1.6. Hipótesis

En esta sección, se presentan las hipótesis planteadas en el presente trabajo.

- Las pérdidas en el tanque del transformador del lado de baja tensión se deben, en su mayoría, al espesor del tanque.
- La corriente es un factor importante en la producción de pérdidas en el tanque del transformador.
- El radio de los orificios de las boquillas y su separación tienen contribuciones importantes, en la producción de pérdidas en el tanque del transformador.
- La permeabilidad y la conductividad no provocan variaciones importantes en la producción de pérdidas en el tanque del transformador.
- Las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio, al considerar geometrías distintas a la del tanque del transformador analizado, muestran contribuciones porcentuales de los factores distintas a las obtenidas con el MEF, con respecto a la producción de pérdidas en el tanque.

1.7. Organización de la tesis

La tesis comprende cinco capítulos, tres apéndices y las referencias. A continuación se da una breve descripción de cada parte de la tesis:

Capítulo 1. Se presenta la introducción, los antecedentes, la justificación de la tesis, el objetivo, las suposiciones realizadas en el trabajo, las hipótesis sobre los resultados de los experimentos y la organización de la tesis. Se muestra una revisión de los trabajos realizados sobre el estudio de las pérdidas en transformadores de distribución y la importancia de su reducción.

Capítulo 2. Se presenta una descripción del diseño de experimentos y de los diseños factoriales de dos niveles, empleados en el presente trabajo para obtener las contribuciones porcentuales de los factores que intervienen en la producción de pérdidas en el tanque del transformador.

Capítulo 3. Se presentan conceptos relacionados con transformadores de distribución y se describen las expresiones analíticas de Turowski y de Del Vecchio, empleadas para calcular las pérdidas en tanques con geometrías planas.

Capítulo 4. Se utilizan diseños factoriales de dos niveles para analizar las pérdidas en el tanque del transformador, las cuales se obtienen a partir de las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio. Posteriormente, las pérdidas se calculan con un modelo del tanque del transformador, realizado con el MEF. Con los diseños factoriales se obtienen las contribuciones porcentuales de cada factor considerado en las pérdidas.

Capítulo 5. Se obtienen las conclusiones de los resultados obtenidos en el capítulo 4, así como las aportaciones y los trabajos futuros acerca del tema estudiado.

En el **Apéndice A**, se describe brevemente el MEF en el dominio de bajas frecuencias (60 Hz), aplicado al análisis de las pérdidas en el tanque del transformador estudiado. En el **Apéndice B**, se analiza el campo magnético, generado por un conductor portador de corriente en el tanque del transformador, con respecto a la longitud del conductor. En el **Apéndice C**, se resume la metodología empleada en el presente trabajo.

En las **Referencias**, se citan las fuentes bibliográficas consultadas, como artículos, libros y tesis (65% de artículos, 20% de libros, 5% de tesis y 10% de normas y especificaciones).

CAPÍTULO 2

Diseño de Experimentos

2.1. Introducción

El diseño de experimentos es una metodología basada en herramientas matemáticas y estadísticas, cuyo objetivo es ayudar a seleccionar la estrategia experimental óptima, que permita obtener información relevante sobre un proceso, a un mínimo costo [11]-[12].

En la Fig. 2.1, se muestran los componentes de un experimento. Las variables que se modifican en el experimento se denominan **factores**, representados por letras mayúsculas. Los estados diferentes de los factores se denominan **niveles**, es decir, los valores que pueden tomar los factores dentro del experimento, y se denotan por letras minúsculas. Las cantidades n_1, n_2, \dots, n_z indican el número de niveles empleados para cada factor. La **respuesta** es la salida del proceso que se desea investigar, resultado de ajustar los factores de entrada a los niveles previamente establecidos [11], [22].

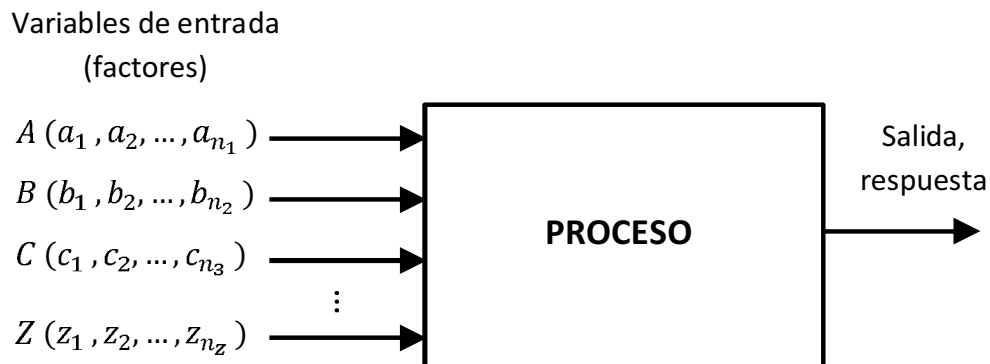


Fig. 2.1. Componentes de un experimento

El **rango** de un diseño de experimentos es el conjunto de valores que puede tomar el factor, entre el nivel máximo establecido y el nivel mínimo. El experimentador debe ser cuidadoso al elegir el rango adecuado, ya que el análisis no tendrá validez para una combinación de niveles con valores fuera del rango [22].

El **efecto** de un factor es el cambio en la respuesta, provocado por cambiar el valor de un factor o varios factores simultáneamente. Cada observación en el experimento es una **corrida**, y a cada corrida con los mismos niveles se le conoce como **réplica** [22].

El diseño de experimentos permite la separación de los efectos provocados por cada uno de los factores que intervienen en un proceso y las interacciones entre factores. Además, permite seleccionar los niveles de los factores que optimicen el proceso. El diseño de experimentos requiere de los siguientes pasos [22]:

1. Identificación del proceso a analizar.
2. Selección de la variable de respuesta.
3. Elección de los factores, los niveles y los rangos.
4. Elección del diseño experimental apropiado.
5. Realización del experimento.
6. Análisis estadístico de los datos.
7. Conclusiones y recomendaciones.

Como primer paso del diseño de experimentos, debe identificarse el proceso a investigar, junto con la respuesta de interés en el proceso. A continuación, se seleccionan los factores y los niveles, dentro de los cuales se analiza el comportamiento del proceso. Un buen diseño experimental debe incorporar el conocimiento y la experiencia previa en la selección de los factores, los niveles y los rangos respectivos. Además, debe tenerse la certeza de poder alcanzar los objetivos buscados, ya que una mala elección de los niveles puede llevar a sobrepasar los recursos asignados al experimento, como lo son el tiempo y el dinero [20].

Posteriormente, se elige el diseño de experimentos adecuado para analizar el proceso. Se tiene una variedad de diseños experimentales aplicados a diversos ramos de la ciencia e ingeniería [20]-[22]. Los que van a considerarse en este trabajo son los diseños factoriales de dos niveles o diseños 2^k , donde k es el número de factores que intervienen en el experimento. Los diseños 2^k son de amplio uso en la actualidad, debido a que permiten investigar todas las posibles combinaciones de los niveles, de los factores en un experimento [11].

Dentro del análisis estadístico utilizado en el diseño de experimentos, se tiene el **Análisis de Varianza** (ANOVA), con el cual, se estiman los efectos de cada factor e interacción entre factores, además de las contribuciones porcentuales de cada factor e interacción en la respuesta del proceso estudiado [22].

Finalmente, se obtienen conclusiones de los resultados del experimento, las cuales aportan información relevante acerca del proceso e indican cómo ajustar los factores para conseguir el resultado deseado.

Como ejemplo de un proceso analizado con un diseño de experimentos, se tiene el llenado de botellas con refresco, donde interesa conocer el procedimiento para obtener alturas del líquido más uniformes dentro de las botellas [22]. Se han identificado tres factores que afectan al proceso de llenado:

- Presión de llenado.
- Rapidez de llenado de las botellas.
- Porcentaje de carbonatación del refresco.

Posteriormente, se aplicará un diseño factorial para analizar el ejemplo mostrado.

2.2. Diseños factoriales

Un **diseño factorial** es aquel que permite investigar todas las posibles combinaciones de los niveles de los factores en un experimento [11]. De los efectos que se presentan en un diseño factorial, el **efecto principal** de un factor indica la variación promedio de la respuesta cuando cambia ese factor [32]. Una **interacción** entre factores se presenta cuando el efecto de un factor es diferente a distintos niveles de los otros factores [33]. Si se retoma el ejemplo mostrado en la sección anterior, a cada factor se le asignan los niveles mostrados en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1. Ejemplo de un diseño factorial

	Factores	Unidades	Valores de los niveles			Niveles
A	Rapidez de llenado	bpm*	$a_1 = 200$	$a_2 = 250$		$n_1 = 2$
B	Presión de llenado	psi	$b_1 = 25$	$b_2 = 30$		$n_2 = 2$
C	Porcentaje de carbonatación	%	$c_1 = 10$	$c_2 = 12$	$c_3 = 14$	$n_3 = 3$

*bpm: Botellas por minuto

La respuesta de interés en el proceso analizado es la desviación de las alturas del líquido en las botellas con respecto a la altura deseada, en mm. El diseño indicado en la Tabla 2.1 considera tres factores: A, que es la rapidez de llenado de las botellas en la línea de producción, indicada en número de botellas llenadas por minuto (bpm); B, que es la presión de llenado, en psi; y C, que es el porcentaje de carbonatación de cada botella, dado en %. El factor A tiene los niveles a_1 y a_2 , mientras que el factor B tiene los niveles b_1 y b_2 . El factor C tiene tres niveles, c_1 , c_2 y c_3 . Si el diseño factorial considera todas las posibles combinaciones de los niveles seleccionados, el número total de corridas realizadas en el experimento, denotado por N , se calcula de la siguiente manera:

$$N = n_1 * n_2 * n_3 = 2 * 2 * 3 \quad (2.1)$$

Donde n_1 , n_2 y n_3 son el número de niveles empleados para los factores A, B y C, respectivamente. De lo anterior, el número total de corridas en el diseño factorial considerado es igual a doce. La Tabla 2.2 muestra todas las posibles combinaciones de los niveles seleccionados en el diseño factorial, junto con la respuesta de cada una de las combinaciones, dada en mm. La respuesta es positiva si la desviación es por encima de la altura deseada del líquido, y es negativa, cuando la desviación es por debajo de la altura deseada.

Tabla 2.2. Corridas realizadas en el diseño factorial de la Tabla 2.1

Corrida	Factores			Respuesta mm	Corrida	Factores			Respuesta mm
	A	B	C			A	B	C	
1	a ₁	b ₁	c ₁	-2	7	a ₁	b ₂	c ₂	2.5
2	a ₂	b ₁	c ₁	-0.5	8	a ₂	b ₂	c ₂	5.5
3	a ₁	b ₂	c ₁	-0.5	9	a ₁	b ₁	c ₃	4.5
4	a ₂	b ₂	c ₁	1	10	a ₂	b ₁	c ₃	6.5
5	a ₁	b ₁	c ₂	0.5	11	a ₁	b ₂	c ₃	8
6	a ₂	b ₁	c ₂	1.5	12	a ₂	b ₂	c ₃	10.5

Con el análisis de las doce corridas, realizado en el diseño factorial, puede conocerse que tanto varía la respuesta, en función de los factores considerados en el experimento. Por ejemplo, se puede saber si la rapidez de llenado no afecta a la altura del líquido dentro de la botella, o si el proceso es dominado por el nivel de carbonatación. La información anterior permite al analista tomar decisiones sobre el proceso, como aumentar la rapidez de llenado, o poner un control especial al porcentaje de carbonatación en el líquido.

En la siguiente sección, se da una descripción detallada del diseño factorial de dos niveles o diseño factorial 2^k , el cual es empleado en el presente trabajo, debido a que es el diseño que requiere el menor número de corridas de los diseños factoriales [22].

2.3. Diseño factorial 2^k

Dentro de los diseños factoriales, el más importante es el diseño de dos niveles con k factores, conocido como **diseño factorial 2^k** , debido a que es el diseño factorial que requiere el menor número de corridas experimentales [22]. Si se aplica un diseño factorial 2^k al ejemplo mostrado en la sección anterior, a cada factor se le asignan dos niveles, como se muestra en la Tabla 2.3.

Tabla 2.3. Ejemplo de un diseño factorial 2^k

	Factores	Unidades	Valores de los niveles		Niveles por factor
A	Rapidez de llenado	bpm*	$a_1 = 200$	$a_2 = 250$	$n_1 = 2$
B	Presión de llenado	psi	$b_1 = 25$	$b_2 = 30$	$n_2 = 2$
C	Porcentaje de carbonatación	%	$c_1 = 10$	$c_2 = 12$	$n_3 = 2$

*bpm: Botellas por minuto

Si se consideran todas las posibles combinaciones de los niveles del diseño factorial, el número total de corridas, denotado por N , se calcula de la siguiente manera:

$$N = n_1 * n_2 * n_3 = 2 * 2 * 2 \tag{2.2}$$

De lo anterior, el número total de corridas en el diseño factorial es igual a ocho. La Tabla 2.4 muestra todas las posibles combinaciones de los niveles empleados en este diseño.

Tabla 2.4. Corridas realizadas en el diseño factorial 2^k de la Tabla 2.3

Corrida	Factores			Respuesta	Corrida	Factores			Respuesta
	A	B	C	mm		A	B	C	mm
1	a_1	b_1	c_1	-2	5	a_1	b_1	c_2	0.5
2	a_2	b_1	c_1	-0.5	6	a_2	b_1	c_2	1.5
3	a_1	b_2	c_1	-0.5	7	a_1	b_2	c_2	2.5
4	a_2	b_2	c_1	1	8	a_2	b_2	c_2	5.5

Un diseño factorial de dos niveles, k factores y n réplicas por combinación de niveles requiere de N corridas, donde N está expresado en la ecuación (2.3).

$$N = n2^k \tag{2.3}$$

En el presente trabajo, se emplea una sola réplica por cada combinación de los niveles de los factores, por lo que $n = 1$. De lo anterior y de la ecuación (2.3), se tiene la ecuación (2.4), que representa el número total de corridas en un diseño de k factores con una réplica.

$$N = 2^k \tag{2.4}$$

Los niveles de un diseño 2^k se designan como “alto” y “bajo”. Son cuantitativos cuando definen cantidades, o cualitativos, cuando indican cualidades, como tamaño o nacionalidad. En la Tabla 2.5, se muestran las notaciones empleadas para representar los niveles de las corridas en un diseño 2^3 , que son de uso general para los diseños factoriales 2^k . El nivel alto se denota por “+” o “1”, mientras que el nivel bajo se denota por “-” o “0”. Con las etiquetas, el nivel alto de un factor se indica mediante la letra minúscula equivalente al factor, mientras que el nivel bajo se indica con la ausencia de la letra. Cuando todos factores están en nivel bajo, se utiliza (1) [22].

Tabla 2.5. Notaciones empleadas en el diseño factorial 2^3

Corrida	Factores			Factores			Factores			Etiquetas
	A	B	C	A	B	C	A	B	C	
1	a ₁	b ₁	c ₁	-	-	-	0	0	0	(1)
2	a ₂	b ₁	c ₁	+	-	-	1	0	0	a
3	a ₁	b ₂	c ₁	-	+	-	0	1	0	b
4	a ₂	b ₂	c ₁	+	+	-	1	1	0	ab
5	a ₁	b ₁	c ₂	-	-	+	0	0	1	c
6	a ₂	b ₁	c ₂	+	-	+	1	0	1	ac
7	a ₁	b ₂	c ₂	-	+	+	0	1	1	bc
8	a ₂	b ₂	c ₂	+	+	+	1	1	1	abc

2.3.1. Efectos e interacciones de un diseño factorial 2^k

El efecto principal de un factor, en un diseño factorial 2^k , es la variación entre la respuesta promedio del proceso con el factor en nivel alto, y la respuesta promedio con el factor en nivel bajo [22]. Por ejemplo, el efecto del factor A se obtiene con la ecuación (2.5), donde \bar{y}_{A+} es la respuesta promedio con el factor A en el nivel alto, mientras que \bar{y}_{A-} es la respuesta promedio con el factor A en nivel bajo.

$$Efecto_A = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-} \tag{2.5}$$

En la Tabla 2.6, se reescribe el ejemplo de la Tabla 2.4, en términos de signos y etiquetas, para representar las combinaciones de los niveles empleadas en las corridas. Para un diseño 2^3 , se calculan los promedios de los niveles del factor A, con la notación de etiquetas:

$$\bar{y}_{A+} = \frac{a + ab + ac + abc}{4} \tag{2.6}$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{(1) + b + c + bc}{4} \tag{2.7}$$

Tabla 2.6. Corridas realizadas en el diseño 2^k de la Tabla 2.4

Corrida	Factores			Etiquetas	Respuesta mm
	A	B	C		
1	-	-	-	(1)	-2
2	+	-	-	<i>a</i>	-0.5
3	-	+	-	<i>b</i>	-0.5
4	+	+	-	<i>ab</i>	1
5	-	-	+	<i>c</i>	0.5
6	+	-	+	<i>ac</i>	1.5
7	-	+	+	<i>bc</i>	2.5
8	+	+	+	<i>abc</i>	5.5

De la Tabla 2.6 y de las ecuaciones (2.5), (2.6) y (2.7), se tiene el efecto principal del factor A, expresado en la ecuación (2.8).

$$Efecto_A = \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{A-} = \frac{-0.5 + 1 + 1.5 + 5.5}{4} - \frac{-2 - 0.5 + 0.5 + 2.5}{4} = 1.75 \quad (2.8)$$

Que es la variación promedio, por el cambio del nivel bajo al nivel alto del factor A. Para los demás factores, se tiene:

$$Efecto_B = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-} \quad (2.9)$$

$$Efecto_C = \bar{y}_{C+} - \bar{y}_{C-} \quad (2.10)$$

Los promedios de los niveles del factor B se calculan con las ecuaciones (2.11) y (2.12), mientras que los promedios de los niveles del factor C se calculan con las ecuaciones (2.13) y (2.14).

$$\bar{y}_{B+} = \frac{b + ab + bc + abc}{4} \quad (2.11)$$

$$\bar{y}_{B-} = \frac{(1) + a + c + ac}{4} \quad (2.12)$$

$$\bar{y}_{C+} = \frac{c + ac + bc + abc}{4} \quad (2.13)$$

$$\bar{y}_{C-} = \frac{(1) + a + b + ab}{4} \quad (2.14)$$

Por lo tanto, los efectos de los factores B y C son los siguientes:

$$Efecto_B = \bar{y}_{B+} - \bar{y}_{B-} = \frac{-0.5 + 1 + 2.5 + 5.5}{4} - \frac{-2 - 0.5 + 0.5 + 1.5}{4} = 2.25 \quad (2.15)$$

$$Efecto_C = \bar{y}_{C+} - \bar{y}_{C-} = \frac{0.5 + 1.5 + 2.5 + 5.5}{4} - \frac{-2 - 0.5 - 0.5 + 1}{4} = 3 \quad (2.16)$$

Una interacción entre factores se presenta cuando el efecto de un factor es diferente a distintos niveles de los otros factores. El efecto de una interacción de dos factores se calcula con la mitad de la diferencia entre las respuestas promedio de un factor, con respecto a los dos niveles del otro factor. Para la interacción entre los factores A y B se tiene la ecuación (2.17), donde $\bar{y}_{A,B+}$ es la respuesta promedio del factor A con el nivel alto del factor B, mientras que $\bar{y}_{A,B-}$ es la respuesta promedio del factor A con el nivel bajo del factor B.

$$Efecto_{AB} = \frac{\bar{y}_{A,B+} - \bar{y}_{A,B-}}{2} \quad (2.17)$$

Para un diseño 2^3 , \bar{y}_{AB+} y $\bar{y}_{A,B-}$ se calculan de la siguiente manera:

$$\bar{y}_{A,B+} = \frac{abc + ab}{2} - \frac{bc + b}{2} \quad (2.18)$$

$$\bar{y}_{A,B-} = \frac{ac + a}{2} - \frac{c + (1)}{2} \quad (2.19)$$

De la Tabla 2.6 y de las ecuaciones (2.17), (2.18) y (2.19), se tiene el efecto de la interacción AB en la ecuación (2.20).

$$Efecto_{AB} = \frac{\bar{y}_{A,B+} - \bar{y}_{A,B-}}{2} = \frac{\left(\frac{5.5 + 1}{2} - \frac{2.5 - 0.5}{2}\right) - \left(\frac{1.5 - 0.5}{2} - \frac{0.5 - 2}{2}\right)}{2} \quad (2.20)$$

Para las demás interacciones de dos factores, se tiene:

$$Efecto_{BC} = \frac{\bar{y}_{B,C+} - \bar{y}_{B,C-}}{2} \quad (2.21)$$

$$Efecto_{AC} = \frac{\bar{y}_{A,C+} - \bar{y}_{A,C-}}{2} \quad (2.22)$$

Las respuestas promedio de la interacción entre los factores B y C se tienen en las ecuaciones (2.23) y (2.24), mientras que las respuestas promedio de la interacción entre los factores A y C se tienen en las ecuaciones (2.25) y (2.26).

$$\bar{y}_{B,C+} = \frac{abc + bc}{2} - \frac{ac + c}{2} \quad (2.23)$$

$$\bar{y}_{B,C-} = \frac{ab + b}{2} - \frac{a + (1)}{2} \quad (2.24)$$

$$\bar{y}_{A,C+} = \frac{abc + ac}{2} - \frac{bc + c}{2} \quad (2.25)$$

$$\bar{y}_{A,C-} = \frac{ab + a}{2} - \frac{b + (1)}{2} \quad (2.26)$$

Por lo tanto, los efectos de las interacciones BC y AC son los siguientes:

$$Efecto_{BC} = \frac{\bar{y}_{B,C+} - \bar{y}_{B,C-}}{2} = \frac{\left(\frac{5.5 + 2.5}{2} - \frac{1.5 + 0.5}{2}\right) - \left(\frac{1 - 0.5}{2} - \frac{-0.5 - 2}{2}\right)}{2} \quad (2.27)$$

$$Efecto_{AC} = \frac{\bar{y}_{A,C+} - \bar{y}_{A,C-}}{2} = \frac{\left(\frac{5.5 + 1.5}{2} - \frac{2.5 + 0.5}{2}\right) - \left(\frac{1 - 0.5}{2} - \frac{-0.5 - 2}{2}\right)}{2} \quad (2.28)$$

La Tabla 2.7 muestra los efectos principales de los factores A, B y C, del diseño factorial 2^3 de la Tabla 2.6, obtenidos con las ecuaciones (2.8), (2.15) y (2.16). En la misma tabla, se muestran las interacciones de dos factores del diseño factorial considerado, obtenidas de las ecuaciones (2.20), (2.27) y (2.28).

Tabla 2.7. Efectos principales e interacciones del diseño factorial 2^3 de la Tabla 2.6

Factor	Efecto	Interacción	Efecto
A	1.75 mm	AB	0.5 mm
B	2.25 mm	BC	0.75 mm
C	3 mm	AC	0.25 mm

En la Tabla 2.7, se observa que el factor con el mayor efecto principal es el C, que es el porcentaje de carbonatación del refresco, por lo que es el factor que tiene mayor influencia en el proceso estudiado, que es la variación del nivel del líquido dentro de una botella de refresco. Además, en la Tabla 2.7, se tiene que las interacciones de dos factores son menores que los efectos principales, lo que lleva a suponer que la interacción de tres factores es insignificante. Por lo regular, los efectos de las interacciones de tres factores y superiores no se estiman, ya que se consideran despreciables, con respecto a los efectos principales y las interacciones de dos factores [15]-[16].

Las fórmulas presentadas, para calcular los efectos principales e interacciones de dos factores en un diseño factorial 2^3 , pueden reacomodarse y escribirse como lo muestra la Tabla 2.8.

Tabla 2.8. Cálculo de los efectos principales e interacciones de un diseño 2^3

Efectos	Combinaciones de corridas
A	$\frac{abc + ab + ac + a - bc - b - c - 1}{4}$
B	$\frac{abc + ab - ac - a + bc + b - c - 1}{4}$
C	$\frac{abc - ab + ac - a + bc - b + c - 1}{4}$
AB	$\frac{abc + ab - ac - a - bc - b + c + 1}{4}$
AC	$\frac{abc - ab + ac - a - bc + b - c + 1}{4}$
BC	$\frac{abc - ab - ac + a + bc - b - c + 1}{4}$

El numerador de las ecuaciones de la Tabla 2.8 se conoce como contraste, y es una combinación de todas las corridas realizadas en el diseño factorial 2^k . Los cálculos de los efectos principales e interacciones, en un diseño 2^k de dos o más factores, pueden realizarse a través de los contrastes, los cuales se obtienen expandiendo la ecuación (2.29), para un diseño con k factores, en la cual, el signo dentro de cada paréntesis es negativo, si el factor está incluido en el efecto, y es positivo, si el factor no está incluido en el efecto [22].

$$Contraste_{AB...K} = (a \pm 1)(b \pm 1) \dots (k \pm 1) \tag{2.29}$$

En la Tabla 2.9, se ejemplifica el uso de la ecuación (2.29), para calcular los contrastes de un diseño factorial 2^3 . De las Tablas 2.8 y 2.9, se tiene que los contrastes son iguales que los numeradores de los efectos principales o interacciones respectivas. Los efectos principales e interacciones pueden calcularse con la ecuación (2.30), para diseños 2^k con una réplica por combinación de niveles, donde $AB \dots K$ representa a un factor o a una interacción de factores.

$$Efecto_{AB...K} = \frac{2}{2^k} (Contraste_{AB...K}) \tag{2.30}$$

Tabla 2.9. Contrastes para los efectos principales e interacciones de un diseño 2^3

Factor o interacción	Contraste	Combinaciones de corridas
A	$(a - 1)(b + 1)(c + 1)$	$abc + ab + ac + a - bc - b - c - 1$
B	$(a + 1)(b - 1)(c + 1)$	$abc + ab - ac - a + bc + b - c - 1$
C	$(a + 1)(b + 1)(c - 1)$	$abc - ab + ac - a + bc - b + c - 1$
AB	$(a - 1)(b - 1)(c + 1)$	$abc + ab - ac - a - bc - b + c + 1$
AC	$(a - 1)(b + 1)(c - 1)$	$abc - ab + ac - a - bc + b - c + 1$
BC	$(a + 1)(b - 1)(c - 1)$	$abc - ab - ac + a + bc - b - c + 1$

2.3.2. Análisis de varianza

El **análisis de varianza** es el estudio de la variabilidad total de un proceso, debida a cada factor que podría afectarlo. La variabilidad total de un experimento está representada por la varianza, denotada por S^2 , la cual se expresa en la ecuación (2.31).

$$S^2 = \frac{1}{N - 1} \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.31)$$

Donde y_i es un dato del experimento, N es el número total de datos y \bar{y} es el promedio obtenido, el cual se calcula con la ecuación (2.32).

$$\bar{y} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.32)$$

El numerador de la ecuación (2.31) se conoce como **suma de cuadrados total**, denotada por SS_T , la cual se muestra en la ecuación (2.33). La suma de cuadrados indica la variabilidad total de un proceso, con respecto al valor promedio obtenido. La cantidad $N - 1$ de la ecuación (2.31) es el número de **grados de libertad** de SS_T , denotado por la letra griega ν , e indica cuantos elementos son independientes en SS_T .

$$SS_T = \sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2 \quad (2.33)$$

En el análisis de varianza, la variabilidad total de un experimento se expresa en términos de las variaciones provocadas por cada uno de los factores que intervienen en el experimento, junto con sus interacciones.

Para mostrar el desarrollo del Análisis de Varianza, se tiene un diseño 2^2 con una réplica, el cual tiene cuatro corridas, mostradas en la Tabla 2.10.

Tabla 2.10. Corridas realizadas en un diseño 2^2

Corrida	Factores		Etiquetas
	A	B	
1	-	-	(1)
2	+	-	<i>a</i>
3	-	+	<i>b</i>
4	+	+	<i>ab</i>

En la ecuación (2.34), se tiene la suma de cuadrados del diseño 2^2 , dividida en términos de sus componentes, debidas a los factores y la interacción AB [22], [34]-[35].

$$\sum_{i=1}^4 (y_i - \bar{y})^2 = 2[(\bar{y}_{A+} - \bar{y})^2 + (\bar{y}_{A-} - \bar{y})^2] + 2[(\bar{y}_{B+} - \bar{y})^2 + (\bar{y}_{B-} - \bar{y})^2] + [((1) - \bar{y}_{A-} - \bar{y}_{B-} + \bar{y})^2 + (a - \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{B-} + \bar{y})^2 + (b - \bar{y}_{A-} - \bar{y}_{B+} + \bar{y})^2 + (ab - \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{B+} + \bar{y})^2] \quad (2.34)$$

Donde \bar{y}_{A+} y \bar{y}_{B+} son las respuestas promedio del experimento, con los factores A y B en el nivel alto; mientras que \bar{y}_{A-} y \bar{y}_{B-} son las respuestas promedio con los factores A y B en el nivel bajo. Las ecuaciones (2.35) y (2.36) representan a \bar{y}_{A+} y \bar{y}_{A-} ; mientras que las ecuaciones (2.37) y (2.38) representan a \bar{y}_{B+} y \bar{y}_{B-} . El promedio de las corridas en el diseño 2^2 se obtiene con la ecuación (2.39).

$$\bar{y}_{A+} = \frac{a + ab}{2} \quad (2.35)$$

$$\bar{y}_{A-} = \frac{b + (1)}{2} \quad (2.36)$$

$$\bar{y}_{B+} = \frac{ab + b}{2} \quad (2.37)$$

$$\bar{y}_{B-} = \frac{a + (1)}{2} \quad (2.38)$$

$$\bar{y} = \frac{ab + a + b + (1)}{4} \quad (2.39)$$

Si se reescribe la ecuación (2.34), se tiene:

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} \quad (2.40)$$

Donde:

$$SS_A = 2[(\bar{y}_{A+} - \bar{y})^2 + (\bar{y}_{A-} - \bar{y})^2] \quad (2.41)$$

$$SS_B = 2[(\bar{y}_{B+} - \bar{y})^2 + (\bar{y}_{B-} - \bar{y})^2] \quad (2.42)$$

$$SS_{AB} = ((1) - \bar{y}_{A-} - \bar{y}_{B-} + \bar{y})^2 + (a - \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{B-} + \bar{y})^2 + (b - \bar{y}_{A-} - \bar{y}_{B+} + \bar{y})^2 + (ab - \bar{y}_{A+} - \bar{y}_{B+} + \bar{y})^2 \quad (2.43)$$

SS_A y SS_B son las sumas de cuadrados debidas a los factores A y B, mientras que SS_{AB} es la suma de cuadrados debida a la interacción entre los factores. En general, la suma de cuadrados total de un diseño factorial 2^k puede representarse a través de la ecuación (2.44):

$$SS_T = SS_{EXP} + SS_E \quad (2.44)$$

Donde SS_{EXP} es la suma de las sumas de cuadrados de cada uno de los factores e interacciones considerados en el Análisis de Varianza, y se calcula con la ecuación (2.45), donde SS_j es la suma de cuadrados de cada uno de los m factores e interacciones tomados en cuenta en el análisis. El término SS_E es la suma de cuadrados del error, por no considerar las interacciones entre más de dos factores. Para calcular el término SS_E , se tiene la ecuación (2.46).

$$SS_{EXP} = \sum_{j=1}^m SS_j \quad (2.45)$$

$$SS_E = SS_T - SS_{EXP} \quad (2.46)$$

Las sumas de cuadrados de los efectos principales e interacciones tienen un grado de libertad, mientras que las sumas de cuadrados de SS_E y SS_T tienen ν_E y ν grados de libertad, respectivamente, los cuales se obtienen con las ecuaciones (2.47) y (2.48), donde N es el número total de corridas en el diseño 2^k , mientras que m es el número de factores e interacciones tomados en cuenta en el diseño.

$$\nu_E = N - m - 1 \quad (2.47)$$

$$\nu = N - 1 \quad (2.48)$$

Para obtener la suma de cuadrados del factor A (SS_A), se sustituyen las ecuaciones (2.35), (2.36) y (2.39) en la ecuación (2.41). Si se reacomodan los términos, se obtiene la ecuación (2.49).

$$SS_A = \frac{(ab + a - b - (1))^2}{4} \quad (2.49)$$

Para obtener SS_B , se sustituyen las ecuaciones (2.37), (2.38) y (2.39) en la ecuación (2.42). Si se reacomodan los términos, se obtiene la ecuación (2.50).

$$SS_B = \frac{(ab - a + b - (1))^2}{4} \quad (2.50)$$

Para obtener SS_{AB} , se sustituyen las ecuaciones (2.35) a (2.39) en la ecuación (2.43). Si se reacomodan los términos, se obtiene la ecuación (2.51).

$$SS_{AB} = \frac{(ab - a - b + (1))^2}{4} \quad (2.51)$$

De las ecuaciones (2.49) a (2.51), se observa que el numerador contiene un contraste elevado al cuadrado, como lo muestra la Tabla 2.11, para un diseño 2^2 .

Tabla 2.11. Sumas de cuadrados y contrastes para un diseño 2^2

Factores e Interacción	Contraste	Combinaciones de corridas	Sumas de cuadrados
A	$(a - 1)(b + 1)$	$ab + a - b - 1$	$SS_A = \frac{(ab + a - b - (1))^2}{4}$
B	$(a + 1)(b - 1)$	$ab - a + b - 1$	$SS_B = \frac{(ab - a + b - (1))^2}{4}$
AB	$(a - 1)(b - 1)$	$ab - a - b + 1$	$SS_{AB} = \frac{(ab - a - b + (1))^2}{4}$

Las sumas de cuadrados de un diseño 2^k , con una réplica por combinación de niveles, pueden calcularse a través de los contrastes, de los factores e interacciones respectivos, por medio de la ecuación (2.52), donde $AB \dots K$ representa al factor o interacción de factores tomados en cuenta en la suma de cuadrados correspondiente, denotada por $SS_{AB \dots K}$. El contraste del factor o interacción se obtiene con la ecuación (2.29), mostrada anteriormente.

$$SS_{AB \dots K} = \frac{1}{2^k} (\text{Contraste}_{AB \dots K})^2 \quad (2.52)$$

En la Tabla 2.12, se tienen las expresiones para el cálculo de las sumas de cuadrados, de los factores e interacciones de un diseño 2^3 , a partir del uso de contrastes y con las ecuaciones (2.52) y (2.29).

Tabla 2.12. Sumas de cuadrados de los factores e interacciones de un diseño 2^3

Factor o interacción	Sumas de cuadrados
A	$SS_A = \frac{(abc + ab + ac + a - bc - b - c - 1)^2}{8}$
B	$SS_B = \frac{(abc + ab - ac - a + bc + b - c - 1)^2}{8}$
C	$SS_C = \frac{(abc - ab + ac - a + bc - b + c - 1)^2}{8}$
AB	$SS_{AB} = \frac{(abc + ab - ac - a - bc - b + c + 1)^2}{8}$
AC	$SS_{AC} = \frac{(abc - ab + ac - a - bc + b - c + 1)^2}{8}$
BC	$SS_{BC} = \frac{(abc - ab - ac + a + bc - b - c + 1)^2}{8}$

En la Tabla 2.13, se muestra el Análisis de Varianza del diseño 2^3 de la Tabla 2.6, en el cual, se muestran los efectos y las sumas de cuadrados de los factores e interacciones tomados en cuenta en el análisis. Los efectos principales e interacciones de dos factores corresponden a los mostrados en la Tabla 2.7, mientras que las sumas de cuadrados se calculan con las ecuaciones mostradas en la Tabla 2.12, con los datos de la Tabla 2.6. El promedio de los datos experimentales se obtiene con la ecuación (2.32). El Análisis de Varianza de los diseños factoriales 2^k , de más de dos factores, es similar al mostrado en la Tabla 2.13.

Tabla 2.13. Análisis de Varianza para el diseño 2^3 de la Tabla 2.6

Factor o interacción	Efecto estimado, en mm	Suma de cuadrados en mm^2
A: Rapidez	1.75	6.125
B: Presión	2.25	10.125
C: Carbonatación	3	18
AB	0.5	0.5
AC	0.25	0.125
BC	0.75	1.125
Error Total		0.5
Total		36.5
Promedio	1 mm	

En la Tabla 2.13, se observa que la carbonatación tiene el mayor efecto sobre la variación del nivel en el refresco, además de que tiene la mayor suma de cuadrados de todos los factores e interacciones considerados en el experimento.

2.3.3. Contribución porcentual

La contribución porcentual C_i es una guía aproximada, pero efectiva, de la importancia de cada factor e interacción en la respuesta final de un proceso en un diseño factorial 2^k , la cual se obtiene al dividir la suma de cuadrados del factor o interacción SS_i entre la suma de cuadrados total SS_T , como lo muestra la ecuación (2.53) [15]-[16], [22]:

$$C_i = \frac{SS_i}{SS_T} * 100 \% \quad (2.53)$$

La Tabla 2.14 muestra las contribuciones porcentuales de los factores e interacciones de dos factores, considerados en el Análisis de Varianza de la Tabla 2.13. Se observa que el factor más importante en la variación de nivel en el refresco es el porcentaje de carbonatación en el líquido, lo cual implica la necesidad del experimentador de poner mayor atención en ese factor, para tomar una decisión adecuada en la mejora del proceso estudiado.

Tabla 2.14. Contribuciones porcentuales del diseño 2^3 de la Tabla 2.6

Factor o interacción	Contribución porcentual, en %
A: Rapidez	16.8
B: Presión	27.7
C: Carbonatación	49.3
AB	1.4
AC	0.3
BC	3.1

2.3.4. Diagramas de Pareto

Con los resultados obtenidos del Análisis de Varianza, se tienen los diagramas de Pareto, los cuales ordenan los efectos de los factores e interacciones de mayor a menor, según su contribución en la respuesta de un proceso. La longitud de cada barra es proporcional al efecto de cada factor e interacción en la respuesta del proceso analizado [36].

En la Fig. 2.2, se muestra el diagrama de Pareto para el diseño 2^3 de la Tabla 2.6, construido a partir de los efectos principales e interacciones del Análisis de Varianza de la Tabla 2.13, en mm.

En el diagrama de Pareto de la Fig. 2.2, se observa que la carbonatación es el factor más significativo dentro de la variación de la altura del refresco, además que los efectos principales son más significativos que las interacciones, en la respuesta del proceso analizado.

El Análisis de Varianza, empleado en los experimentos realizados en el presente trabajo, se enfoca en la obtención de los diagramas de Pareto y las contribuciones porcentuales, ya que tales datos muestran la importancia de los factores e interacciones en la respuesta del proceso estudiado.

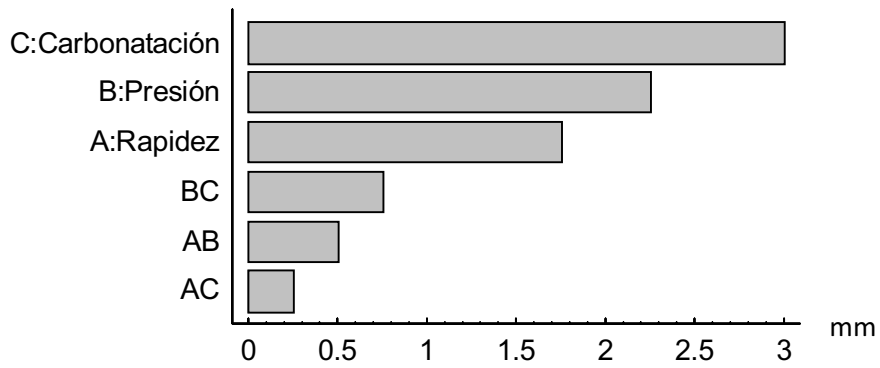


Fig. 2.2. Diagrama de Pareto del diseño 2^3 de la Tabla 2.6

CAPÍTULO 3

Generalidades sobre Transformadores de Distribución

3.1. Introducción

El transformador es un dispositivo que transfiere energía eléctrica entre circuitos de corriente alterna con la misma frecuencia, por medio de la inducción electromagnética, transformando usualmente los valores de tensión y corriente [37]-[38]. El principio de funcionamiento del transformador se basa en la ley de Faraday, para campos magnéticos variantes en el tiempo [39]. El transformador está compuesto de dos o más devanados, acoplados magnéticamente a través de un núcleo de material ferromagnético [40]-[41]. El devanado que se conecta a la fuente de tensión alterna se conoce como primario, mientras que el devanado que se conecta a la carga se conoce como secundario.

Un transformador ideal cambia los niveles de tensión o corriente, sin afectar la potencia transmitida. Dentro de las funciones de un transformador está el reducir las pérdidas en los sistemas de transporte de energía eléctrica y acoplar circuitos eléctricos de corriente alterna. De acuerdo a su uso, se tienen los siguientes tipos de transformadores [40]:

- Transformadores de potencia eléctrica.
- Transformadores de potencial.
- Transformadores de corriente.

Los transformadores de potencial y de corriente sirven para reducir las magnitudes de tensiones y corrientes en diferentes partes de un sistema eléctrico, con el fin de tener magnitudes adecuadas para los instrumentos de protección y medición del sistema [42].

Los transformadores de potencia pueden ser monofásicos o trifásicos, lo cual depende de los requerimientos del sistema eléctrico en el que se utilizan. Dentro de este tipo de transformadores, se tiene la siguiente clasificación [40]:

- **Transformador de unidad.** Transformador elevador de tensión, conectado a la salida de un generador, con el fin de elevar la tensión a niveles de transmisión (6.9/100 kV).

- **Transformador de subestación.** Transformador reductor, conectado al final de una línea de transmisión, cuya función es reducir la tensión a nivel de distribución.
- **Transformador de distribución.** Transformador que tiene capacidad nominal hasta de 500 kVA, con tensiones nominales máximas de 34.5 kV en el devanado primario y 15 kV en el devanado secundario [37]-[38].

El transformador consta de las siguientes partes principales [43]:

- **Núcleo.** Su función principal es maximizar el acoplamiento magnético entre los devanados y minimizar el flujo de dispersión en el transformador. Está construido con acero al silicio, debido a su alta permeabilidad, el cual es fabricado en láminas delgadas aisladas con barniz, con el fin de reducir las pérdidas de potencia eléctrica por corrientes parásitas inducidas.
- **Devanados.** Se construyen principalmente de cobre y aluminio, en forma de alambres, tiras y láminas, dependiendo de los requerimientos de voltaje y corriente del transformador. La relación de voltaje de los devanados se ajusta a través del cambiador de derivaciones.
- **Tanque.** Es la parte metálica del transformador que contiene al núcleo, los devanados y al material aislante. Generalmente, se construye de forma rectangular, aunque, para tamaños pequeños se emplean formas cilíndricas. Los transformadores de potencias por encima de 50 kVA requieren de superficies adicionales para disipar el calor.
- **Boquilla.** Es un dispositivo portador de un conductor, cuya función es aislarlo del tanque y otras partes del transformador. Cuenta con los medios de fijación en la parte donde se instala. Está construido de porcelana, en una sola pieza, con acabado vidriado y liso en la superficie expuesta al medio ambiente [44]. Hay boquillas de alta y baja tensión.
- **Aislamiento.** Es fabricado con papel impregnado con aceite mineral, debido a su bajo precio relativo y a sus excelentes capacidades aislantes. Es afectado por las vibraciones, exposición a la humedad y los contaminantes.
- **Sistema de enfriamiento.** Su propósito es transportar el calor generado dentro del transformador al medio ambiente. Aire o gas son los medios de enfriamiento empleados en un transformador tipo seco. El aceite mineral es usado en los transformadores tipo inmerso.

Para el caso monofásico, de acuerdo a la forma en la que está construido el núcleo, se tienen dos tipos de transformadores, el tipo núcleo y el tipo acorazado, como los que se muestran en la Fig. 3.1 [40]. En el tipo núcleo, los devanados se enrollan alrededor de dos columnas del núcleo, mientras que en el tipo acorazado, los devanados se enrollan alrededor de la columna central del núcleo del transformador [41].

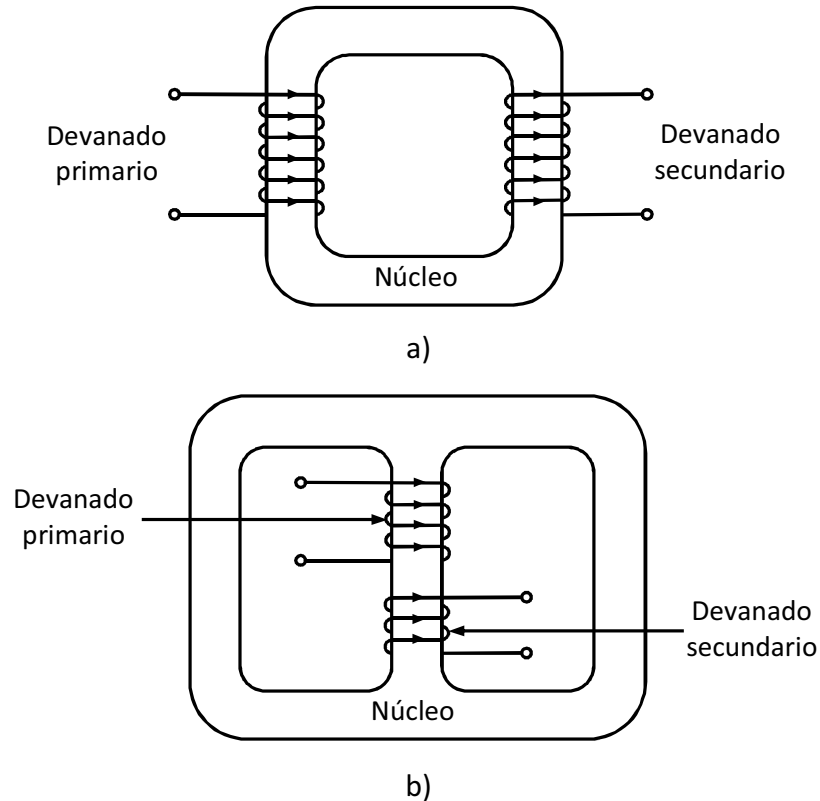


Fig. 3.1. Tipos de transformadores: a) Tipo núcleo. b) Tipo acorazado

3.2. El transformador ideal

El transformador ideal es un dispositivo sin pérdidas, como el que se muestra en la Fig. 3.2, donde N_P es el número de vueltas del devanado primario y N_S es el número de vueltas del devanado secundario [40]. La relación entre la tensión $v_P(t)$ del devanado primario y la tensión $v_S(t)$ del devanado secundario se muestra en la ecuación (3.1), donde a es la relación de vueltas del transformador. La relación entre las corrientes $i_P(t)$ del devanado primario e $i_S(t)$ del devanado secundario se muestra en la ecuación (3.2).

$$\frac{v_P(t)}{v_S(t)} = \frac{N_P}{N_S} = a \quad (3.1)$$

$$\frac{i_P(t)}{i_S(t)} = \frac{1}{a} \quad (3.2)$$

En términos fasoriales, las ecuaciones (3.1) y (3.2) son equivalentes a la ecuación (3.3) [40].

$$\frac{V_P}{V_S} = \frac{I_S}{I_P} = a \quad (3.3)$$

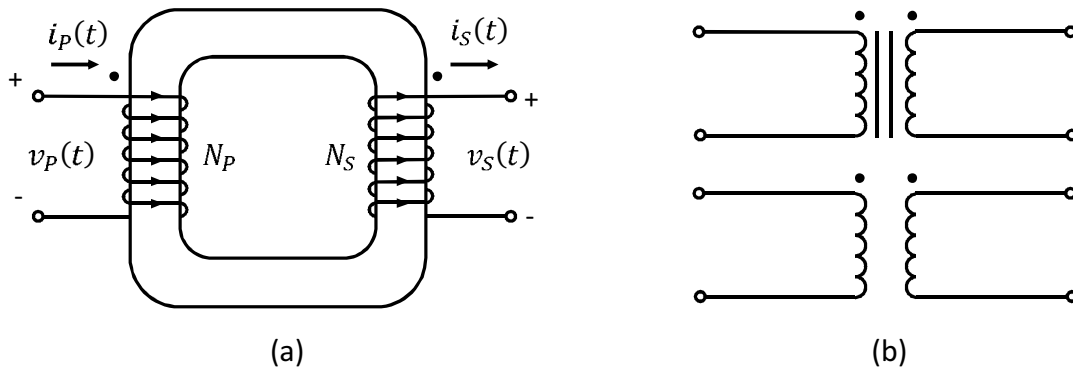


Fig. 3.2. a) Transformador ideal. b) Símbolos del transformador ideal

La impedancia del lado secundario de un transformador ideal es igual a la impedancia de la carga conectada, denotada por Z_L . La impedancia aparente Z_L' en el devanado primario es:

$$Z_L' = a^2 Z_L \quad (3.4)$$

En un transformador ideal, la potencia que entra al dispositivo es igual a la potencia obtenida en sus terminales de salida. Dado que los devanados primario y secundario tienen el mismo factor de potencia, se tienen las siguientes ecuaciones [40]:

$$P_{ent} = P_{sal} = V_P I_P \cos\theta = V_S I_S \cos\theta \quad (3.5a)$$

$$Q_{ent} = Q_{sal} = V_P I_P \sin\theta = V_S I_S \sin\theta \quad (3.5b)$$

$$S_{ent} = S_{sal} = V_P I_P = V_S I_S \quad (3.5c)$$

Donde θ es el ángulo del factor de potencia del transformador; P_{ent} , Q_{ent} y S_{ent} son las potencias real, reactiva y aparente del devanado primario; P_{sal} , Q_{sal} y S_{sal} son las potencias real, reactiva y aparente del devanado secundario; V_P y V_S son las tensiones de los devanados primario y secundario, mientras que I_P e I_S son las corrientes de los devanados respectivos.

3.3. Características de un transformador

Las características eléctricas de un transformador se encuentran en su placa de datos, como la que se muestra en la Fig. 3.3, para un transformador monofásico de 33000-120/240V. En la placa de datos, se tienen la siguiente información acerca del transformador:

- **Capacidad nominal.** Es la potencia, en KVA, que entrega el devanado secundario de un transformador cuando está operando a sus valores nominales de tensión, frecuencia y corriente eléctrica [37].
- **Tensión eléctrica nominal.** Es la que permite que el transformador entregue su capacidad nominal, en condiciones normales de operación [37].
- **Corriente nominal.** Determina la corriente que pueden llevar los conductores del transformador, en condiciones normales de operación. Se obtiene al dividir la capacidad nominal entre la tensión eléctrica nominal, para transformadores monofásicos [37].
- **Frecuencia nominal.** Es de 60 Hz y es determinada por la frecuencia de operación del sistema eléctrico.
- **Eficiencia.** Es la relación entre la potencia real de salida con respecto a la potencia real de entrada del transformador, que es igual a la capacidad nominal [37]. La eficiencia, denotada por η , se define por la ecuación (3.6), donde P_{ent} es la potencia real de entrada, P_{sal} es la potencia real de salida y P_{per} representa a las pérdidas reales en el transformador [40].

$$\eta = \frac{P_{sal}}{P_{ent}} * 100\% = \frac{P_{sal}}{P_{sal} + P_{per}} * 100\% \quad (3.6)$$

- **Impedancia.** Valor dado en porcentaje en la placa de datos, cuyo valor en por unidad se obtiene al dividir la impedancia en porcentaje entre cien. El equivalente en Ohms se obtiene al multiplicar el valor en por unidad por la impedancia base Z_{base} , dada por la ecuación (3.7) para un transformador monofásico, donde S_{base} y V_{base} son los valores base para la potencia aparente y la tensión, los cuales corresponden a la capacidad nominal y a la tensión nominal, respectivamente [40].

$$Z_{base} = \frac{(V_{base})^2}{S_{base}} * 100 \% \quad (3.7)$$

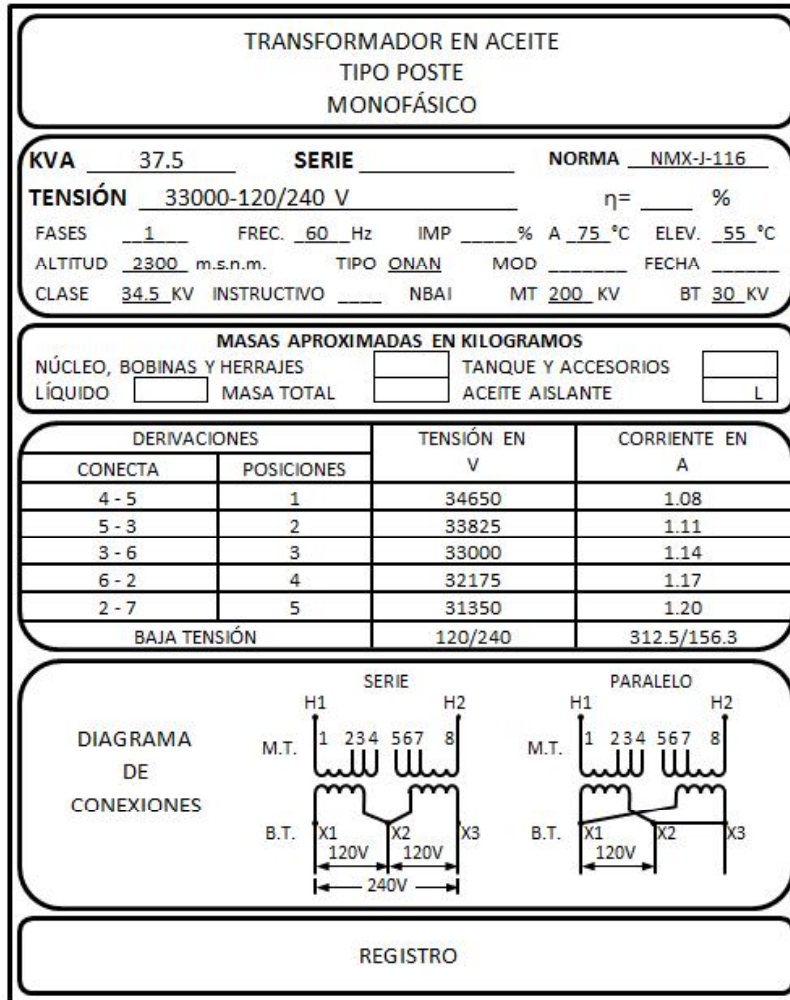


Fig. 3.3. Placa de datos de un transformador monofásico

3.4. Flujos magnéticos en un transformador

El transformador contiene devanados enrollados alrededor de un núcleo de material ferromagnético. Tiene características similares a las de un transformador ideal, hasta cierto punto [40]. Si a un transformador se le conecta una fuente de tensión cosenoidal de magnitud V_p en el devanado primario, se genera el flujo magnético de magnitud ϕ_m , dado por la ecuación (3.8), donde N_p es el número de vueltas del devanado primario y f es la frecuencia de operación del sistema eléctrico al cual está conectado el transformador, que es igual a 60 Hz.

$$\phi_m = \frac{V_p}{2\pi f N_p} \quad (3.8)$$

Parte del flujo magnético generado en el devanado primario llega al devanado secundario, mientras que otra parte sale del núcleo y se dispersa en el medio circundante, como se muestra en la ecuación (3.9), donde Φ_P es el flujo total generado en el devanado primario, Φ_M es el flujo que llega al devanado secundario, conocido como flujo mutuo, mientras que Φ_{DP} es la parte del flujo total que se dispersa en el medio circundante, conocido como flujo disperso.

$$\Phi_P = \Phi_M + \Phi_{DP} \quad (3.9)$$

Si una corriente circula en el devanado secundario, se genera el flujo Φ_S , cuya parte que llega al devanado primario es el flujo mutuo Φ_M , que es igual al flujo mutuo generado por el devanado primario, mientras que Φ_{DS} es el flujo de dispersión del devanado secundario. La relación entre los flujos del devanado secundario está dada por la ecuación (3.10). La Fig. 3.4 muestra los flujos mutuo y de dispersión, generados por los devanados del transformador energizado [40].

$$\Phi_S = \Phi_M + \Phi_{DS} \quad (3.10)$$

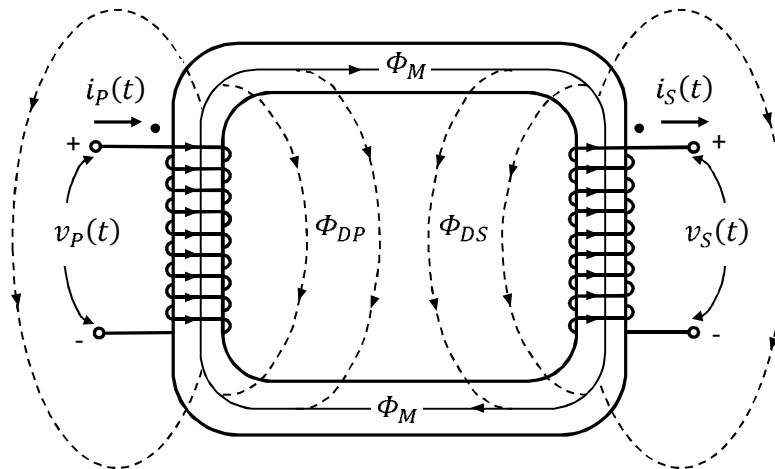


Fig. 3.4. Flujos mutuo y disperso en un transformador

3.5. Pérdidas en el transformador

Las pérdidas de potencia eléctrica de un transformador pueden clasificarse como pérdidas sin carga y pérdidas de carga [45]. Las pérdidas sin carga, o pérdidas del núcleo, se presentan cuando el transformador es energizado, a tensión nominal en el devanado primario, aunque las terminales del devanado secundario no tengan carga conectada. Las pérdidas de carga, también conocidas como pérdidas de los devanados, resultan de la corriente generada por las cargas conectadas al transformador [6].

Con respecto a las pérdidas totales, generadas en un transformador con carga nominal, el porcentaje de las pérdidas sin carga y de carga varía, según la potencia nominal y la clase de tensión del transformador. En la Fig. 3.5, se muestran los porcentajes de las pérdidas de carga y sin carga, con respecto a las pérdidas totales de un transformador monofásico, de clase 34.5 kV y capacidad nominal de 37.5 kVA [37].

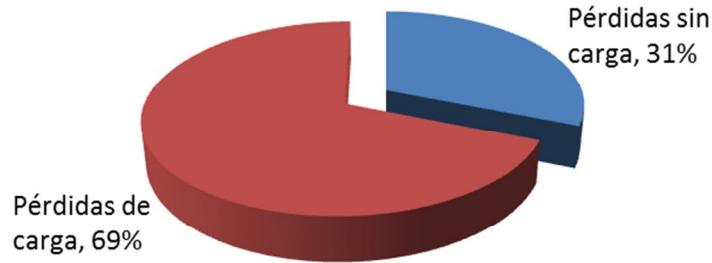


Fig. 3.5. Pérdidas de carga y sin carga de un transformador de 37.5 kVA, clase 34.5 kV

3.5.1. Pérdidas sin carga en el transformador

Las pérdidas sin carga son las pérdidas que se generan en el núcleo del transformador y se presentan cuando el transformador es energizado, a tensión nominal en el devanado primario, aunque las terminales del devanado secundario no tengan carga conectada. Las componentes principales de las pérdidas sin carga se presentan en la ecuación (3.11) [46]:

$$P_{SC} = P_h + P_{cl} + P_{ex} \quad (3.11)$$

Donde P_{SC} son las pérdidas sin carga, P_h son las pérdidas por efecto de histéresis, P_{cl} son las pérdidas clásicas por corrientes parásitas y P_{ex} son las pérdidas excedentes. En el acero al silicio de grano orientado, de 0.27 mm de espesor, los porcentajes de pérdidas por histéresis, clásicas por corrientes parásitas y excedentes son 42%, 21% y 37%, respectivamente [46]. Los porcentajes se muestran en la Fig. 3.6.

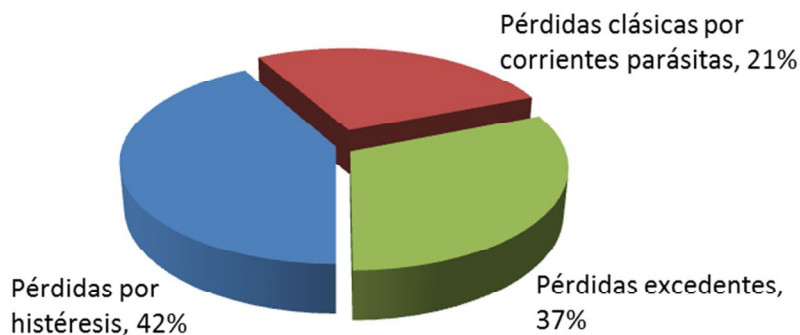


Fig. 3.6. Componentes de las pérdidas sin carga del transformador

A continuación, se presenta una breve descripción de las componentes de las pérdidas sin carga.

- i) Pérdidas por histéresis.** Se deben a la disipación de energía relacionada con la histéresis de un material ferromagnético, que es la tendencia del material de retener magnetismo o de oponerse a un cambio en su magnetismo [43]. El comportamiento de la densidad de flujo magnético B de un material, ante la aplicación de un campo magnético externo, alternante, cíclico y de intensidad H , se describe mediante el ciclo de histéresis, mostrado en la Fig. 3.7, el cual inicia con la curva del material desmagnetizado. Las pérdidas son proporcionales al área del ciclo de histéresis [43]. Las pérdidas de histéresis por unidad de volumen p_h en un material ferromagnético, expuesto a un campo magnético sinusoidal de magnitud B_{max} y frecuencia f , se obtienen con la ecuación (3.12), donde μ es la permeabilidad magnética del material y S es el factor de forma del ciclo de histéresis [46].

$$p_h = \frac{2fSB_{max}^2}{\mu} \quad (3.12)$$

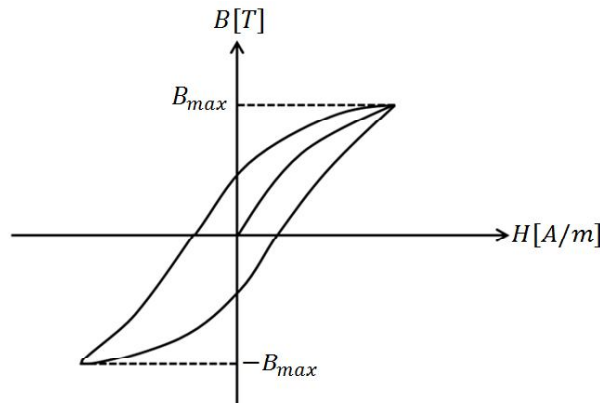


Fig. 3.7. Ciclo de histéresis de un material ferromagnético

- ii) Pérdidas clásicas por corrientes parásitas.** Son provocadas por la variación del flujo magnético, con respecto del tiempo, en un material conductor. En la Fig. 3.8, se muestra la trayectoria de las corrientes parásitas i_p , inducidas en una lámina de material conductor de espesor τ , por un campo magnético variante en el tiempo y de densidad de flujo B [43]. Las pérdidas por corrientes parásitas se incrementan rápidamente con un aumento del espesor de la lámina, como se muestra en la ecuación (3.13), que considera las pérdidas por unidad de volumen p_e en la lámina conductora, con resistividad ρ , expuesta a un campo magnético sinusoidal, con una densidad de flujo uniforme, de magnitud B_{max} y frecuencia f [47].

$$p_e = \frac{\pi^2 f^2 \tau^2 B_{max}^2}{6\rho} \quad (3.13)$$

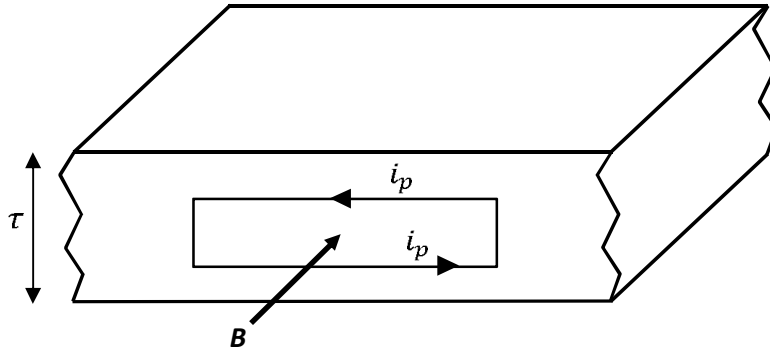


Fig. 3.8. Corrientes parásitas inducidas en un material conductor

iii) **Pérdidas excedentes.** Se deben a las corrientes generadas en la estructura magnética interna de un material, al ser expuesto a un campo magnético externo, variante en el tiempo. Una descripción detallada de este tipo de pérdidas se da en [46].

3.5.2. Pérdidas de carga en el transformador

Las pérdidas de carga se deben a la corriente que circula por los devanados de un transformador energizado, al conectar carga en las terminales del devanado secundario [45]. En la ecuación (3.14), se muestran las principales componentes de las pérdidas de carga, denotadas por P_{CC} [25]:

$$P_{CC} = P_{I^2R} + P_{EC} + P_{stray} \quad (3.14)$$

Donde P_{I^2R} son las pérdidas resistivas, generadas por la corriente de carga que circula a través de los devanados del transformador; P_{EC} son las pérdidas por las corrientes parásitas inducidas en los devanados y P_{stray} son las pérdidas provocadas por el flujo magnético disperso, que induce corrientes parásitas en las estructuras metálicas del transformador, como el tanque y los accesorios.

Los porcentajes de las componentes de las pérdidas de carga, con respecto a las pérdidas de carga totales, varían con respecto a la potencia nominal de cada transformador. En la Fig. 3.9, se muestran los porcentajes de las pérdidas resistivas, por corrientes parásitas y por flujo disperso, con respecto a las pérdidas de carga totales de un transformador de 37.5 kVA, según [1].

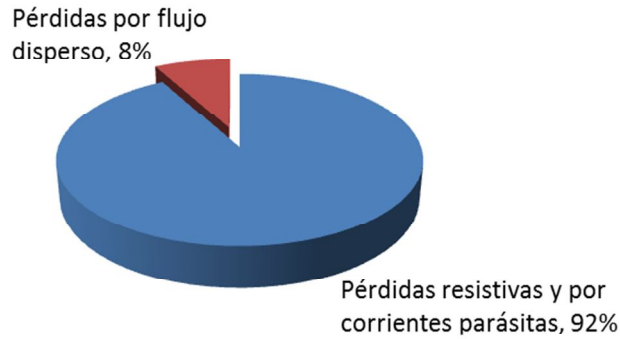


Fig. 3.9. Componentes de las pérdidas de carga en un transformador de 37.5 kVA

En el presente trabajo, se analizan las pérdidas en el tanque del transformador, que forman parte de las pérdidas por flujo disperso.

3.6. Pérdidas en el tanque del transformador

Las corrientes parásitas inducidas en el tanque de un transformador son mayores del lado de baja tensión que del lado de alta tensión, debido a que la corriente de los devanados de baja tensión es mayor en transformadores de distribución. Las corrientes inducidas en el tanque se deben a varios factores, entre los más importantes se encuentran [2]-[3]:

- Corriente en los conductores.
- Diámetro de los orificios de las boquillas.
- Separación entre los orificios de las boquillas.
- Espesor del tanque.
- Permeabilidad del tanque.
- Conductividad del tanque.

Para calcular las pérdidas en el tanque de un transformador, se tienen dos fórmulas analíticas, la de Turowski y la de Del Vecchio, cada una de las cuales toma en cuenta distintos factores y geometrías, que representan al tanque del transformador.

3.6.1. Fórmula analítica de Turowski

La fórmula analítica de Turowski determina las pérdidas en el tanque de un transformador, debidas a la corriente que circula por los conductores de las boquillas. La fórmula de Turowski no considera el espesor de la placa, ya que asume que las pérdidas se distribuyen en su superficie [2]-[3]. En la Fig. 3.10, se muestra la geometría empleada en la fórmula de Turowski, que consta de una placa metálica plana, cruzada por conductores portadores de corriente.

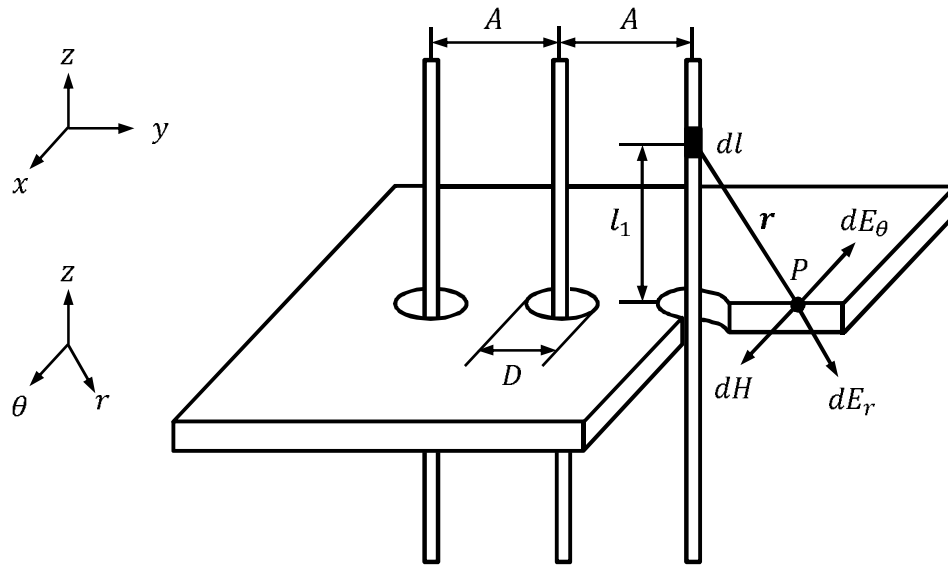


Fig. 3.10. Geometría empleada en la fórmula analítica de Turowski

En la Fig. 3.10, se tienen las componentes de un elemento diferencial de la intensidad de campo eléctrico, en un punto P de la superficie de la placa, las cuales son: dE_r en la dirección radial, y dE_θ en la dirección tangencial. La componente de intensidad del campo magnético se denota por dH [5]. En la misma figura, D es el diámetro del orificio de la boquilla, A es la distancia entre dos conductores, dl es una diferencial de longitud del conductor portador de corriente, r es el vector de dl al punto P y l_1 es la distancia mínima de dl a la superficie de la placa.

La potencia P_{per} disipada en la placa analizada, en Watts, en términos de las componentes de intensidad de campo magnético en la superficie de la placa H_{ms} , está dada por la ecuación (3.15).

$$P_{per} = \zeta \frac{\alpha_p}{2} \sqrt{\frac{\omega \mu_0}{2\sigma}} \iint_S \sqrt{\mu_{rs}(x, y)} |H_{ms}(x, y)|^{2\alpha} dx dy \quad \text{Watts} \quad (3.15)$$

Donde:

- S Superficie de la placa metálica.
- ζ Coeficiente de la incidencia del campo magnético sobre la potencia activa de la pared del tanque.
- α_p Coeficiente de linealización de la permeabilidad relativa μ_{rs} , cuyo valor aproximado es 1.4.

α	Coficiente unitario para metales no magnéticos. Para el acero, se encuentra entre 1.05 y 1.14.
$\mu_{rs}(x, y)$	Permeabilidad relativa en el punto P .
ω	Velocidad angular de la corriente que circula en los conductores, igual a $2\pi f$, donde f es la frecuencia de la corriente, en Hz.
σ	Conductividad de la placa, en S/m.
μ_0	Permeabilidad relativa del vacío, igual a $4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

En la ecuación (3.16), se tiene la fórmula de Turowski aplicada al cálculo de pérdidas en el tanque de un transformador monofásico, con una inserción de metal no magnético entre las boquillas (por ejemplo, aluminio), en el que circula una corriente I [5].

$$P_{per} \approx 3.5 \times 10^{-2} I^2 \sqrt{\frac{\omega \mu}{\sigma}} \left(\ln \frac{2A}{D} \right) \quad (3.16)$$

3.6.2. Fórmula analítica de Del Vecchio

La fórmula analítica de Del Vecchio incluye el espesor del tanque del transformador y no considera la separación entre las boquillas. Esta expresión se basa en una placa circular de radio r , cruzada en el centro por un conductor portador de corriente i , como la que se muestra en la Fig. 3.11.

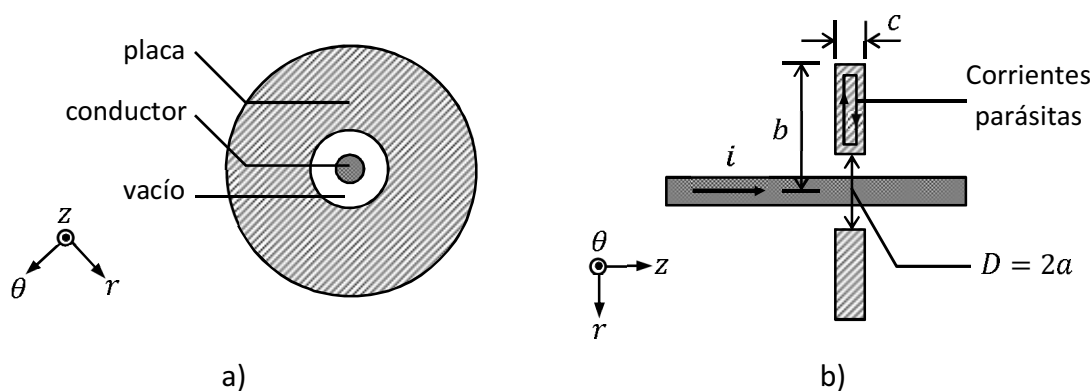


Fig. 3.11. Geometría usada en la fórmula analítica de Del Vecchio: a) Vista superior. b) Vista de perfil

La fórmula analítica de Del Vecchio se deriva de la ecuación de difusión, aplicada a la componente H_θ de la intensidad de campo magnético H , en el sistema de coordenadas cilíndricas, como lo muestra la ecuación (3.17) [6].

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_{\theta}}{\partial r} \right) - \frac{H_{\theta}}{r^2} + \frac{\partial^2 H_{\theta}}{\partial z^2} = j\omega\mu\sigma H_{\theta} \quad (3.17)$$

Donde r , θ y z son componentes vectoriales en el sistema de coordenadas cilíndricas. La fórmula de Del Vecchio, para el cálculo de pérdidas por corrientes parásitas en el tanque del transformador, es la siguiente:

$$P_{per} = \frac{i^2 q}{\pi\sigma} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \left[\frac{\sinh(qc) - \sin(qc)}{\cosh(qc) + \cos(qc)} \right] \quad (3.18)$$

Donde b es el radio exterior del disco, a es el radio del orificio de la boquilla, c es el espesor de la lámina de metal y q es un factor dado por la ecuación (3.19).

$$q = \sqrt{\frac{\omega\mu\sigma}{2}} = \sqrt{\pi f\mu\sigma} \quad (3.19)$$

3.7. Costo evaluado del transformador

De las pérdidas de carga y sin carga, se tiene el costo evaluado del transformador TOC (Total Owning Cost), que es un criterio para la evaluación y optimización del dispositivo, el cual se obtiene con la ecuación (3.20) [2], [46]-[48].

$$TOC = BP + CL = A * P_{SC} + B * P_{CC} \quad (3.20)$$

Donde BP (Bid Price) es el costo de compra del transformador y CL (Cost of Load) es el costo de las pérdidas de energía durante la vida útil del dispositivo (25 años), en \$. A es el costo asignado a cada Watt de pérdidas sin carga y B es costo asignado a cada Watt de pérdidas de carga, ambos en \$/W.

El costo de las pérdidas en un transformador de distribución es un criterio de compra del dispositivo, ya que el usuario elige el transformador con el menor costo evaluado, entre un grupo de transformadores con la misma capacidad nominal, debido a que el precio de compra no revela el costo de las pérdidas del transformador durante su vida útil. El costo de las pérdidas generadas en un transformador puede ser mayor que el costo de compra, como lo muestran las referencias [2] y [48], por lo que es importante la reducción de las pérdidas, con el fin de reducir el costo evaluado del transformador.

CAPÍTULO 4

Simulación, Resultados y Análisis

4.1. Transformador analizado

En el presente trabajo, se analizan las pérdidas generadas en el tanque de un transformador de distribución monofásico tipo poste, de forma cilíndrica, como el que se muestra en la Fig. 4.1, con capacidad nominal de 37.5 kVA y tensiones en los devanados de: 33 kV en alta tensión y 120 V en baja tensión [2]. Las terminales de baja tensión se denotan por: X1, X2 y X3, las cuales son aisladas del tanque mediante boquillas de porcelana, al igual que las terminales de alta tensión [44]. Se analizan las pérdidas generadas por las corrientes parásitas, inducidas en el tanque por las corrientes de baja tensión, debido a que en transformadores de distribución, las corrientes de baja tensión son considerablemente mayores que las corrientes de alta tensión [2].

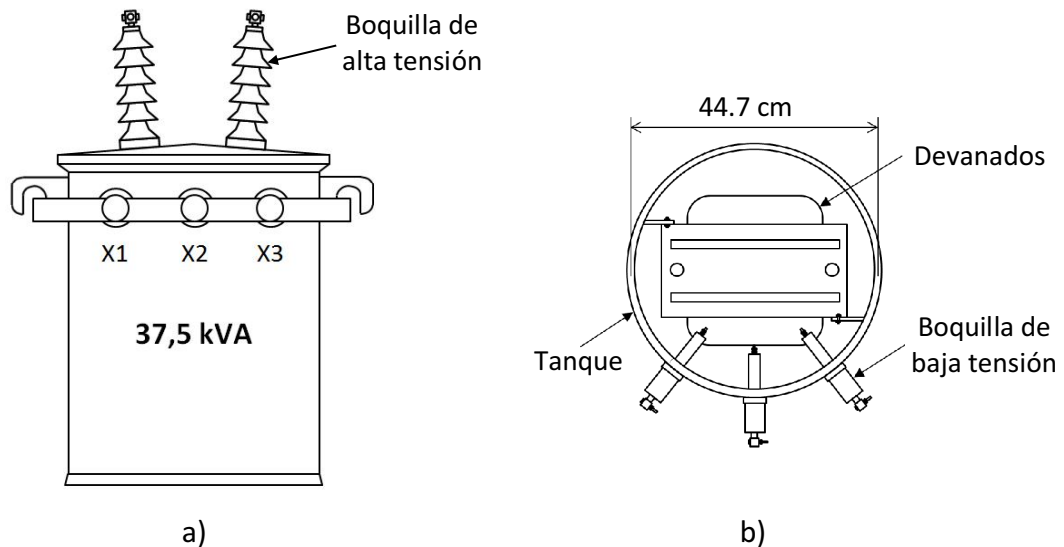


Fig. 4.1. Transformador de distribución monofásico tipo poste, con capacidad nominal de 37.5 kVA. a) Vista frontal. b) Vista superior sin tapa

En la Fig. 4.2, se muestran las conexiones en serie y en paralelo de los devanados de baja tensión del transformador, las cuales ofrecen tensiones del secundario de 120 V [38]. Las letras A, B y C indican las fases de la línea a la que se conecta el devanado primario, mientras que H1 y H2 indican las boquillas de alta tensión del transformador.

Con la conexión en serie, la potencia transmitida por el transformador se divide entre las terminales X1-X2 y X2-X3, mientras que con la conexión en paralelo, la potencia total del transformador se transmite a través de las terminales X2-X3. Por lo tanto, con la conexión en paralelo circula más corriente en las terminales de baja tensión que con la conexión en serie, con lo que se generan mayores pérdidas por corrientes parásitas en el tanque. En el presente trabajo, se analiza la conexión en paralelo de los devanados del transformador, ya que representa el caso más crítico en la generación de pérdidas en el tanque [2].

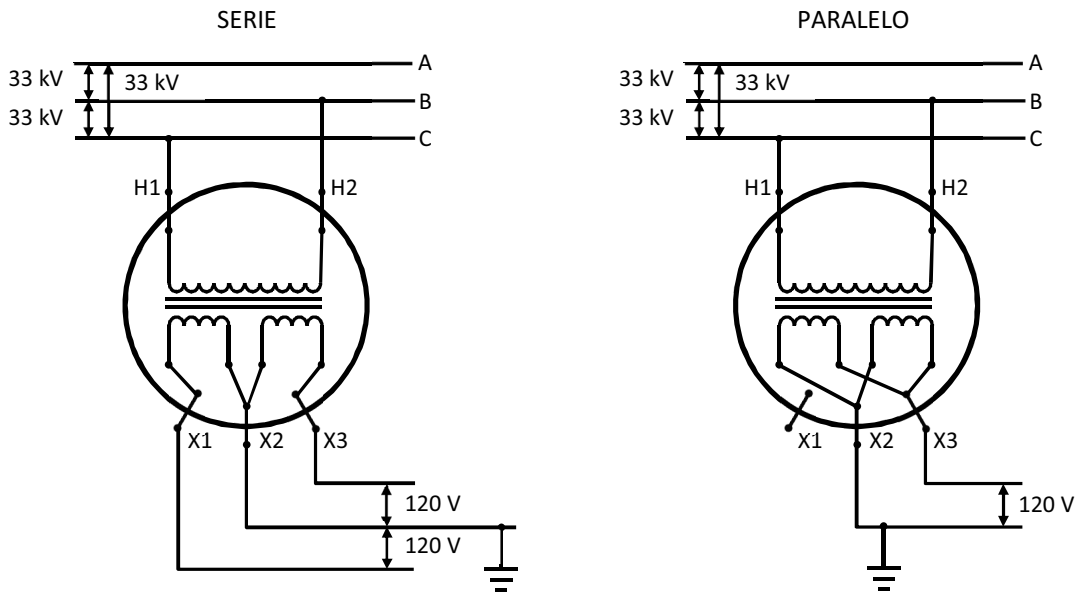


Fig. 4.2. Conexiones en serie y en paralelo de los devanados del transformador

En la Fig. 4.3, se muestra la geometría desplegada del tanque del transformador estudiado, con el fin de mostrar las dimensiones del tanque. No se incluye el lado de alta tensión ni la tapa inferior del tanque. Los conductores de las boquillas de baja tensión son pernos de cobre, con un diámetro ϕ . En la Tabla 4.1, se muestran las dimensiones del tanque con respecto a la Fig. 4.3, en mm. No se incluyen los valores de D y d , porque son factores que se modifican durante el experimento realizado en el presente trabajo.

Tabla 4.1. Dimensiones del tanque, en mm

A	B	H	L	ϕ
210	500	710	1404	11.94

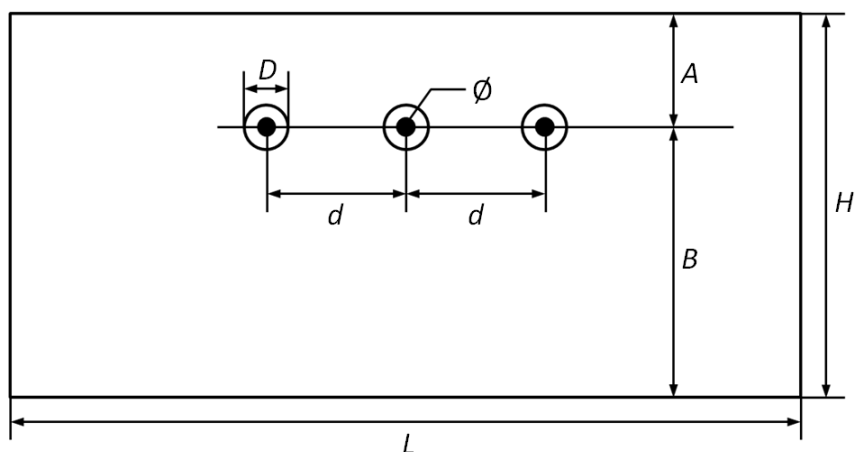


Fig. 4.3. Geometría del tanque del transformador

Las pérdidas, generadas por las corrientes parásitas inducidas en el tanque, se deben a varios factores. Entre los más importantes, se encuentran [2]:

- Corriente en las terminales de baja tensión.
- Diámetro de los orificios de las boquillas de baja tensión.
- Separación entre los orificios de las boquillas de baja tensión.
- Espesor del tanque.
- Permeabilidad del tanque.
- Conductividad del tanque.

Las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio sirven para el cálculo de las pérdidas por corrientes parásitas, inducidas en placas metálicas planas por conductores portadores de corriente, las cuales consideran diversos factores, como los mostrados anteriormente. Sin embargo, las geometrías analizadas por las fórmulas analíticas difieren a la del tanque del transformador estudiado, ya que la fórmula de Turowski no considera el espesor del tanque, mientras que la fórmula de Del Vecchio solo considera un conductor portador de corriente [2]. Además, las fórmulas analíticas no toman en cuenta la curvatura del tanque.

El MEF ha sido empleado en el análisis de las pérdidas por corrientes parásitas, generadas en tanques de transformadores de distintas geometrías y capacidades, ofreciendo resultados similares a los obtenidos experimentalmente. En [25], Olivares y colaboradores comparan las pérdidas, obtenidas experimentalmente, en el tanque de un transformador trifásico tipo pedestal, de 225 kVA y tensiones de alta y baja tensión de 23 kV y 220Y/127 V, con respecto a las pérdidas calculadas con el MEF, obteniendo un error máximo del 7.5%, al comparar los resultados experimentales con los resultados de las simulaciones.

En [29], Kulkarni y colaboradores obtienen, experimentalmente, las pérdidas por corrientes parásitas en placas metálicas cruzadas por conductores portadores de corriente, y comparan los resultados experimentales con pérdidas calculadas con el MEF, obteniendo errores cercanos al 7.5%. Por lo tanto, se considera adecuado el uso del MEF para el cálculo de las pérdidas por corrientes parásitas en el tanque de un transformador, ya que la diferencia entre los resultados experimentales con respecto a los calculados con el MEF es pequeña, como lo demuestran las investigaciones mencionadas anteriormente.

En el presente trabajo, se realizan diseños factoriales de dos niveles, con las pérdidas calculadas a través de las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio. Posteriormente, se realiza un diseño factorial de dos niveles con las pérdidas obtenidas con el MEF, las cuales se calculan a través del programa Maxwell Ansoft V14.

Para realizar los diseños factoriales, se emplea una sola réplica por cada combinación de los niveles de los factores, por lo que el número total de corridas N en cada diseño factorial está dado por la ecuación (4.1), donde k es el número de factores empleado en los diseños factoriales.

$$N = 2^k \quad (4.1)$$

Para cada diseño factorial efectuado en el presente trabajo, se realiza el Análisis de Varianza respectivo, con el cual, se calculan las contribuciones porcentuales de cada factor e interacción que interviene en la producción de pérdidas en el tanque del transformador, a partir de la ecuación (4.2), donde C_i es la contribución porcentual del factor o interacción i , SS_i es la suma de cuadrados respectiva y SS_T es la suma de cuadrados de todas las pérdidas analizadas en el diseño factorial.

$$C_i = \frac{SS_i}{SS_T} * 100 \% \quad (4.2)$$

Posteriormente, se comparan los resultados obtenidos con las fórmulas analíticas de Turowski y del Vecchio con los resultados obtenidos con el MEF y se elaboran conclusiones.

4.2. Diseños de experimentos con fórmulas analíticas

En esta sección, se realizan los diseños factoriales de dos niveles con las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio. Debido a que cada fórmula analítica considera cinco factores, se realizan 32 corridas por cada fórmula, de acuerdo a la ecuación (4.1). Los diseños factoriales consideran que las interacciones de orden mayor a 2 son despreciables.

4.2.1. Diseño factorial con la fórmula analítica de Turowski

La fórmula analítica de Turowski, descrita con detalle en el capítulo 3 del presente trabajo, determina las pérdidas en el tanque del transformador, debidas a la corriente que circula por los conductores de las boquillas, sin considerar el espesor del tanque [5].

En la ecuación (4.3), se tiene la fórmula de Turowski para un tanque con inserciones de acero inoxidable entre los orificios de las boquillas, donde I es la corriente que circula por los conductores portadores de corriente, D es el diámetro del orificio, A es la distancia entre dos conductores, μ es la permeabilidad del tanque, en H/m; σ es la conductividad del tanque, en S/m, mientras que f es la frecuencia de la corriente, en Hz.

$$P_{per} \approx 3.5 \times 10^{-2} I^2 \sqrt{\frac{2\pi f \mu}{\sigma}} \left(\ln \frac{2A}{D} \right) \quad (4.3)$$

En la Fig. 4.4, se muestra la geometría empleada en la ecuación (4.3), donde se muestra la pared del tanque de un transformador del lado de baja tensión, con inserciones de acero inoxidable entre los orificios de las boquillas. La inserción ayuda a reducir las pérdidas considerablemente con respecto al caso sin inserciones, como se describe en [2] y [6].

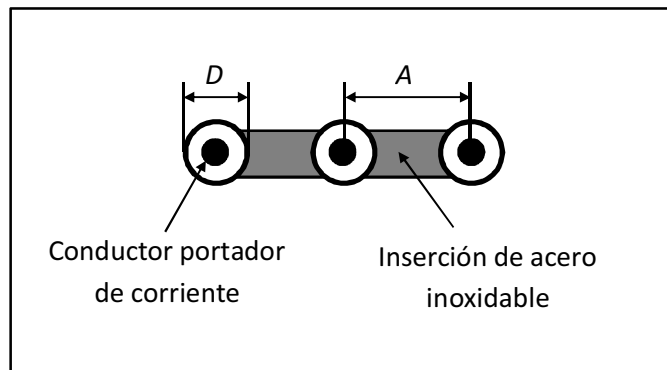


Fig. 4.4. Tanque de un transformador con inserciones de acero inoxidable

La Tabla 4.2 contiene los niveles de los factores con los que se realiza el experimento, los cuales se substituyen en la ecuación (4.3) para obtener las pérdidas respectivas. Los valores del nivel bajo corresponden a los empleados en [2], junto con el nivel alto del diámetro del orificio de la boquilla. Los valores del nivel alto se eligen del 10% por encima de los valores del nivel bajo para la corriente, la permeabilidad relativa y la conductividad. El nivel alto de la separación de las boquillas se elige un 33.33% por encima del nivel bajo.

Tabla 4.2. Valores seleccionados para calcular las pérdidas con la fórmula de Turowski

	Factor	Nivel Bajo	Nivel Alto	Unidades
A	Diámetro del orificio de la boquilla	36	46	mm
B	Separación de las boquillas	0.15	0.20	m
C	Corriente	312.5	343.75	A
D	Permeabilidad relativa del tanque	500	550	
E	Conductividad del tanque	5e6	5.5e6	S/m

Debido a que el número de factores es igual a cinco, se calcularon 32 pérdidas con la fórmula de Turowski, de acuerdo a la ecuación (4.1), para tener las corridas necesarias para poder efectuar el diseño factorial de dos niveles. Las pérdidas calculadas se muestran en la Tabla 4.3. En la Tabla 4.4, se tiene el Análisis de Varianza para las 32 pérdidas calculadas, con los efectos principales de cada factor, en la cual se omiten las interacciones, ya que tienen sumas de cuadrados menores a 0.01, por lo que se consideran insignificantes.

Tabla 4.3. Pérdidas obtenidas con la fórmula de Turowski

Corrida	Factores					Pérdidas W	Corrida	Factores					Pérdidas W
	A	B	C	D	E			A	B	C	D	E	
1	-	-	-	-	-	1.6	17	-	-	-	-	+	1.5
2	+	-	-	-	-	1.4	18	+	-	-	-	+	1.3
3	-	+	-	-	-	1.8	19	-	+	-	-	+	1.7
4	+	+	-	-	-	1.6	20	+	+	-	-	+	1.5
5	-	-	+	-	-	1.9	21	-	-	+	-	+	1.8
6	+	-	+	-	-	1.7	22	+	-	+	-	+	1.6
7	-	+	+	-	-	2.2	23	-	+	+	-	+	2.1
8	+	+	+	-	-	2	24	+	+	+	-	+	1.9
9	-	-	-	+	-	1.7	25	-	-	-	+	+	1.6
10	+	-	-	+	-	1.5	26	+	-	-	+	+	1.4
11	-	+	-	+	-	1.9	27	-	+	-	+	+	1.8
12	+	+	-	+	-	1.7	28	+	+	-	+	+	1.6
13	-	-	+	+	-	2	29	-	-	+	+	+	1.9
14	+	-	+	+	-	1.8	30	+	-	+	+	+	1.7
15	-	+	+	+	-	2.3	31	-	+	+	+	+	2.2
16	+	+	+	+	-	2	32	+	+	+	+	+	2

Tabla 4.4. Análisis de Varianza de las pérdidas obtenidas con la fórmula de Turowski

Factor	Efecto W	Suma de cuadrados W ²
A	-0.2	0.33
B	0.24	0.45
C	0.34	0.9
D	0.08	0.06
E	-0.08	0.06
Error		0
Total		1.8
Promedio =	1.76 W	

Con las sumas de cuadrados correspondientes y de la ecuación (4.2), se tiene la Tabla 4.5, que muestra las contribuciones porcentuales de los factores en las pérdidas, obtenidas con la fórmula analítica de Turowski. Con los efectos principales e interacciones calculados en el Análisis de Varianza, se tiene el diagrama de Pareto de la Fig. 4.5.

Tabla 4.5. Contribuciones porcentuales obtenidas con la fórmula de Turowski

Factor	A	B	C	D	E
Contribución porcentual %	18	25	50	3	3

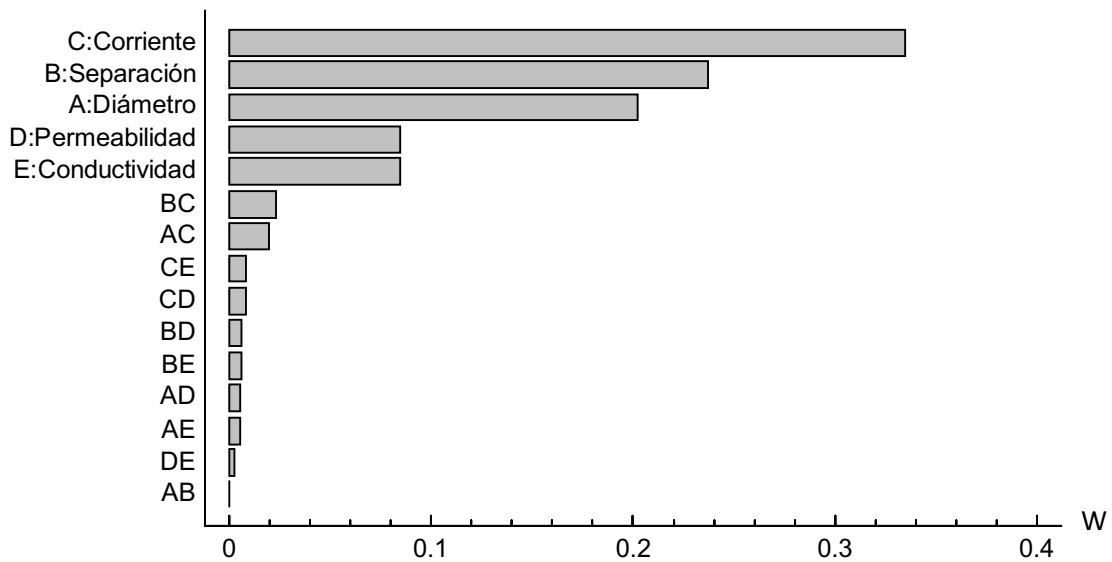


Fig. 4.5. Diagrama de Pareto para la fórmula analítica de Turowski

Tanto las contribuciones porcentuales como el diagrama de Pareto muestran que la corriente es el factor más importante en la producción de pérdidas por corrientes parásitas en el tanque del transformador, con respecto a la fórmula de Turowski y con los niveles de los factores de la Tabla 4.2. Siguen la separación y el diámetro de los orificios de las boquillas. La permeabilidad relativa y la conductividad del tanque no tienen un efecto importante en la producción de pérdidas, para los niveles de la Tabla 4.2. Además, se tiene que las interacciones de dos factores no son muy significativas en comparación con los efectos principales, por lo que se consideran despreciables.

4.2.2. Diseño factorial con la fórmula analítica de Del Vecchio

La fórmula analítica de Del Vecchio, descrita con detalle en el capítulo 3 del presente trabajo, incluye el espesor del tanque del transformador y no toma en cuenta la separación entre las boquillas. La fórmula de Del Vecchio emplea la geometría de la Fig. 4.6, en la cual, I es la corriente que circula en el conductor portador de corriente, b es el radio del disco que representa al tanque, a es el radio del orificio de la boquilla y c es el espesor del tanque.

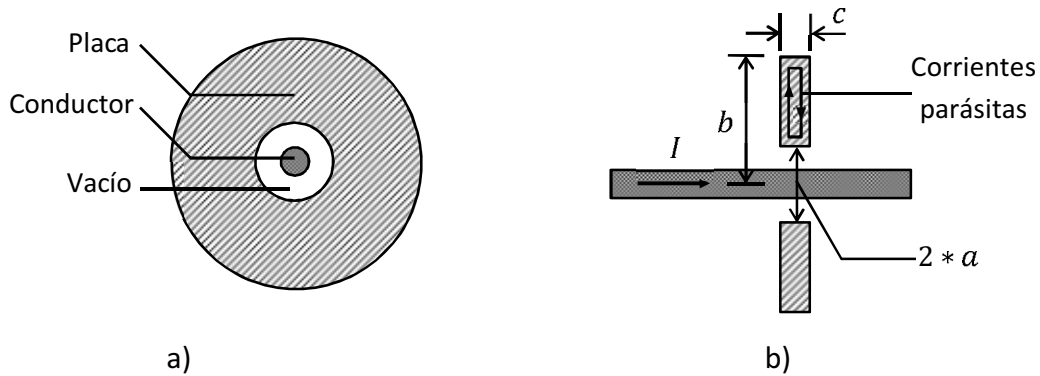


Fig. 4.6. Geometría usada en la fórmula de Del Vecchio: a) Vista superior. b) Vista de perfil

La fórmula analítica de Del Vecchio corresponde a la ecuación (4.4), en la cual, el factor q se calcula con la ecuación (4.5), donde μ es la permeabilidad del tanque, en H/m; σ es la conductividad del tanque, en S/m, mientras que f es la frecuencia de la corriente, en Hz [6].

$$P_{per} = \frac{I^2 q}{\pi \sigma} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \left[\frac{\sinh(qc) - \sin(qc)}{\cosh(qc) + \cos(qc)} \right] \quad (4.4)$$

$$q = \sqrt{\frac{\omega \mu \sigma}{2}} = \sqrt{\pi f \mu \sigma} \quad (4.5)$$

Para obtener las pérdidas necesarias para realizar el diseño factorial, se utilizan los niveles indicados en la Tabla 4.6, para las ecuaciones (4.4) y (4.5). Los valores del nivel bajo corresponden a los empleados en [2], junto con el nivel alto del radio del orificio de la boquilla. Los valores del nivel alto se eligen del 10% por encima de los valores del nivel bajo para la corriente, la permeabilidad relativa y la conductividad. Para el espesor del tanque, se elige el calibre #12 para el nivel bajo y el calibre #10 para el nivel alto, cuyo equivalente en metros se encuentra en la Tabla 4.6 [49].

Tabla 4.6. Niveles empleados para calcular las pérdidas con la fórmula de Del Vecchio

	Factor	Nivel Bajo	Nivel Alto	Unidades
A	Radio del orificio de la boquilla	18	23	mm
B	Espesor del tanque	2.66	3.42	mm
C	Corriente	312.5	343.75	A
D	Permeabilidad relativa del tanque	500	550	
E	Conductividad del tanque	5e6	5.5e6	S/m

Para el diseño factorial de dos niveles con la fórmula de Del Vecchio, se calcularon 32 pérdidas, de acuerdo con la ecuación (4.1), ya que el número de factores empleados es igual a cinco. Las pérdidas calculadas se muestran en la Tabla 4.7.

Tabla 4.7. Pérdidas obtenidas con la fórmula de Del Vecchio

Corrida	Factores					Pérdidas W	Corrida	Factores					Pérdidas W
	A	B	C	D	E			A	B	C	D	E	
1	-	-	-	-	-	15.8	17	-	-	-	-	+	16
2	+	-	-	-	-	14.8	18	+	-	-	-	+	15
3	-	+	-	-	-	19.7	19	-	+	-	-	+	19.2
4	+	+	-	-	-	18.5	20	+	+	-	-	+	18
5	-	-	+	-	-	19.1	21	-	-	+	-	+	19.3
6	+	-	+	-	-	17.9	22	+	-	+	-	+	18.1
7	-	+	+	-	-	23.9	23	-	+	+	-	+	23.2
8	+	+	+	-	-	22.4	24	+	+	+	-	+	21.7
9	-	-	-	+	-	17.6	25	-	-	-	+	+	17.6
10	+	-	-	+	-	16.5	26	+	-	-	+	+	16.5
11	-	+	-	+	-	21.1	27	-	+	-	+	+	20.3
12	+	+	-	+	-	19.8	28	+	+	-	+	+	19.1
13	-	-	+	+	-	21.2	29	-	-	+	+	+	21.3
14	+	-	+	+	-	19.9	30	+	-	+	+	+	20
15	-	+	+	+	-	25.5	31	-	+	+	+	+	24.6
16	+	+	+	+	-	23.9	32	+	+	+	+	+	23.1

En la Tabla 4.8, se tiene el Análisis de Varianza para las 32 pérdidas calculadas, con los efectos principales de cada factor, en la que se omiten las interacciones con sumas de cuadrados menores a 0.5, ya que se consideran insignificantes con respecto a las sumas de cuadrados de los factores.

Tabla 4.8. Análisis de Varianza para las pérdidas obtenidas con la fórmula de Del Vecchio

Factor	Efecto W	Suma de cuadrados W²
A	-1.27	12.9
B	3.58	102.6
C	3.74	112.1
D	1.6	20.5
E	-0.28	0.6
BC	0.34	0.9
BD	-0.26	0.5
BE	-0.43	1.5
Error Total		0.6
Total		252.2
Promedio =	19.7 W	

Con las sumas de cuadrados de la Tabla 4.8 y la ecuación (4.2) se tiene la Tabla 4.9, que muestra las contribuciones porcentuales de los factores, en las pérdidas calculadas con la fórmula de Del Vecchio. En la Fig. 4.7, se tiene el diagrama de Pareto para los efectos principales y las interacciones de dos factores con la fórmula de Del Vecchio.

Tabla 4.9. Contribuciones porcentuales obtenidas con la fórmula de Del Vecchio

Factor	A	B	C	D	E
Contribución porcentual %	5	41	44	8	0

Tanto las contribuciones porcentuales como el diagrama de Pareto, muestran que la corriente es el factor más importante en la producción de pérdidas por corrientes parásitas en el tanque del transformador, con respecto a la fórmula de Del Vecchio y con los niveles de los factores empleados en la Tabla 4.6. Siguen el espesor del tanque, la permeabilidad relativa y el radio de los orificios de las boquillas. La conductividad del tanque no tiene un efecto importante en la producción de pérdidas, para los niveles indicados en la Tabla 4.6.

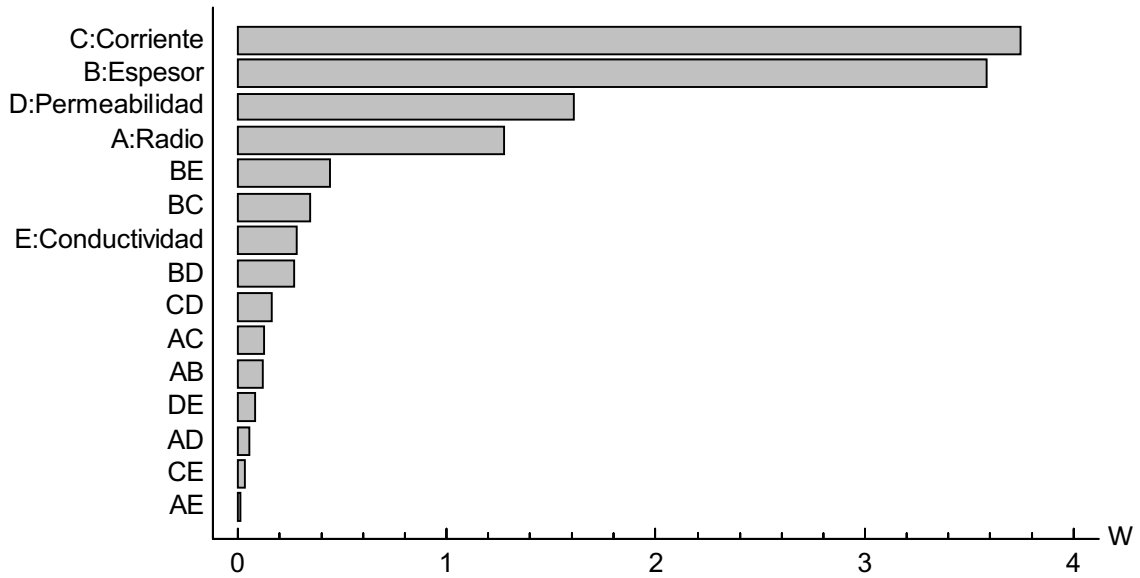


Fig. 4.7. Diagrama de Pareto para la fórmula analítica de Del Vecchio

4.2.3. Comparación de los resultados obtenidos con las fórmulas analíticas

En la Tabla 4.10, se comparan los resultados obtenidos con los diseños factoriales, realizados con las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio, donde C_i indica la contribución porcentual de cada factor en las pérdidas del tanque. Para ambos casos, se observa que el factor con mayor contribución porcentual es la corriente, además de que la conductividad es el factor con la menor contribución. La importancia entre la permeabilidad relativa y el radio de los orificios de las boquillas no coincide con las dos expresiones.

Tabla 4.10. Contribuciones porcentuales de las fórmulas de Turowski y de Del Vecchio

Fórmula analítica de Turowski		Fórmula analítica de Del Vecchio	
Factor	C_i %	Factor	C_i %
Corriente	50	Corriente	44
Separación de las boquillas	25	Espesor del tanque	41
Diámetro del orificio de la boquilla	18	Permeabilidad relativa	8
Permeabilidad relativa	3	Radio del orificio de la boquilla	5
Conductividad	3	Conductividad	0

4.3. Diseño de experimentos con el MEF

El modelo en elementos finitos, empleado en el presente trabajo, se muestra en la Fig. 4.8, el cual es realizado con el programa Maxwell Ansoft V14, con las dimensiones indicadas en la Tabla 4.1. El modelo representa la mitad del tanque del lado de baja tensión, debido a que en esa zona se concentra la mayor parte de las pérdidas generadas [2]. Para analizar el tanque del transformador, se requiere del MEF aplicado al estudio de las corrientes parásitas, el cual se describe en el Apéndice A del presente trabajo. Para analizar los factores que intervienen en la generación de pérdidas en el tanque, se emplea un diseño factorial de dos niveles.

Las condiciones de frontera de campo magnético tangencial, en las superficies exteriores del modelo, son iguales a cero. La longitud de los conductores de cobre portadores de corriente es igual a 1.2 m, lo cual se considera aceptable, de acuerdo al razonamiento desarrollado en el Apéndice B.

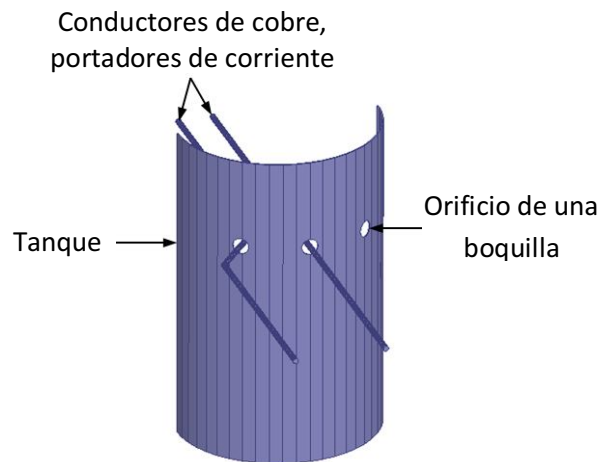


Fig. 4.8. Modelo, en elementos finitos, del tanque del transformador

El diseño factorial empleado utiliza los niveles de los factores indicados en la Tabla 4.11. Los valores del nivel bajo corresponden a los presentados en [2], junto con el nivel alto del radio del orificio de la boquilla. Los valores del nivel alto se eligen del 10% por encima de los valores del nivel bajo para la corriente, la permeabilidad relativa y la conductividad. El nivel alto de la separación de las boquillas se elige un 33.3% por encima del nivel bajo. Para el espesor del tanque, se elige el calibre #12 para el nivel bajo y el calibre #10 para el nivel alto, cuyo equivalente en metros se encuentra en la Tabla 4.11, para los respectivos niveles [49].

Tabla 4.11. Niveles empleados en el cálculo de pérdidas con el MEF

	Factor	Nivel Bajo	Nivel Alto	Unidades
A	Corriente	312.5	343.75	A
B	Permeabilidad relativa del tanque	500	550	
C	Conductividad del tanque	5e6	5.5e6	S/m
D	Radio del orificio de la boquilla	18	23	mm
E	Espesor del tanque	2.66	3.42	mm
F	Separación de las boquillas	0.15	0.20	m

En la solución ofrecida por el MEF, se obtiene el valor pico de la densidad de corrientes parásitas, inducidas en el tanque por los conductores de baja tensión. Las pérdidas en el tanque (P_{per}) se obtienen con la ecuación (4.6), donde J es la densidad de corriente en el tanque del transformador, J^* es la densidad de corriente conjugada, $dVol$ es un elemento diferencial de volumen, σ es la conductividad del tanque y Vol es el volumen del tanque [50].

$$P_{per} = \int_{Vol} \frac{J \cdot J^*}{2\sigma} dVol \tag{4.6}$$

Debido a que son seis los factores considerados en el diseño factorial con el MEF, deben realizarse 64 simulaciones, de acuerdo a la ecuación (4.1). En la Tabla 4.12, se muestran las 64 pérdidas obtenidas con el MEF, mientras que en la Tabla 4.13, se muestran los tiempos de simulación y el número de elementos tetraédricos, generados para cada una de las 64 simulaciones. En la Fig. 4.9, se observa el mallado de elementos finitos, del modelo del tanque del transformador.

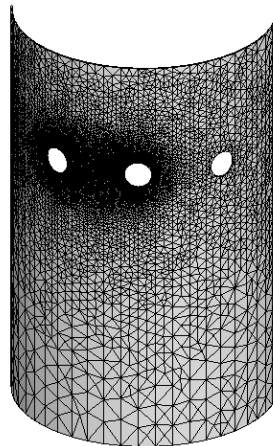


Fig. 4.9. Mallado de elementos finitos del tanque del transformador

Tabla 4.12. Pérdidas obtenidas con el MEF, para el diseño factorial

Corrida	Factores						Pérdidas W	Corrida	Factores						Pérdidas W
	A	B	C	D	E	F			A	B	C	D	E	F	
1	-	-	-	-	-	-	11	33	-	-	-	-	-	+	11.7
2	+	-	-	-	-	-	13.3	34	+	-	-	-	-	+	14.2
3	-	+	-	-	-	-	13.3	35	-	+	-	-	-	+	13.4
4	+	+	-	-	-	-	16.1	36	+	+	-	-	-	+	16.1
5	-	-	+	-	-	-	11.4	37	-	-	+	-	-	+	12.1
6	+	-	+	-	-	-	13.8	38	+	-	+	-	-	+	14.7
7	-	+	+	-	-	-	15.1	39	-	+	+	-	-	+	14.7
8	+	+	+	-	-	-	18.2	40	+	+	+	-	-	+	17.8
9	-	-	-	+	-	-	9.5	41	-	-	-	+	-	+	10.1
10	+	-	-	+	-	-	11.5	42	+	-	-	+	-	+	12.2
11	-	+	-	+	-	-	11	43	-	+	-	+	-	+	11.7
12	+	+	-	+	-	-	13.3	44	+	+	-	+	-	+	14.1
13	-	-	+	+	-	-	9.9	45	-	-	+	+	-	+	10.6
14	+	-	+	+	-	-	12.1	46	+	-	+	+	-	+	12.8
15	-	+	+	+	-	-	12.6	47	-	+	+	+	-	+	12.9
16	+	+	+	+	-	-	15.3	48	+	+	+	+	-	+	15.6
17	-	-	-	-	+	-	19.1	49	-	-	-	-	+	+	21.1
18	+	-	-	-	+	-	23.2	50	+	-	-	-	+	+	25.6
19	-	+	-	-	+	-	20.9	51	-	+	-	-	+	+	26.1
20	+	+	-	-	+	-	25	52	+	+	-	-	+	+	27.9
21	-	-	+	-	+	-	18.8	53	-	-	+	-	+	+	21
22	+	-	+	-	+	-	22.7	54	+	-	+	-	+	+	25.4
23	-	+	+	-	+	-	20.4	55	-	+	+	-	+	+	22.4
24	+	+	+	-	+	-	24.6	56	+	+	+	-	+	+	27.2
25	-	-	-	+	+	-	16.5	57	-	-	-	+	+	+	18.7
26	+	-	-	+	+	-	20	58	+	-	-	+	+	+	22.6
27	-	+	-	+	+	-	18.1	59	-	+	-	+	+	+	20.4
28	+	+	-	+	+	-	22	60	+	+	-	+	+	+	24.7
29	-	-	+	+	+	-	16.3	61	-	-	+	+	+	+	18.6
30	+	-	+	+	+	-	19.7	62	+	-	+	+	+	+	22.5
31	-	+	+	+	+	-	17.7	63	-	+	+	+	+	+	19.9
32	+	+	+	+	+	-	21.4	64	+	+	+	+	+	+	24.1

Tabla 4.13. Datos de las corridas realizadas con el MEF

Corrida	Tiempo de ejecución, en hrs	Número de tetraedros generados	Corrida	Tiempo de ejecución, en hrs	Número de tetraedros generados
1	0:25	153,868	33	0:16	182,928
2	0:14	153,868	34	0:17	182,928
3	0:20	200,692	35	0:17	180,755
4	0:17	200,692	36	0:15	182,988
5	0:14	153,736	37	0:16	180,781
6	0:15	153,736	38	0:16	182,855
7	0:37	342,882	39	0:22	236,507
8	0:37	342,882	40	0:23	239,372
9	0:15	160,018	41	0:16	180,532
10	0:14	160,018	42	0:16	180,532
11	0:15	159,914	43	0:15	180,417
12	0:12	159,914	44	0:15	180,417
13	0:14	160,042	45	0:16	180,451
14	0:16	160,225	46	0:15	180,451
15	0:30	272,872	47	0:23	235,792
16	0:27	272,872	48	0:16	235,792
17	1:30	514,947	49	3	664,805
18	1:30	514,262	50	3	667,352
19	3:20	671,678	51	5	869,595
20	1:00	514,015	52	5:35	872,316
21	1:30	515,436	53	5:10	867,532
22	2	513,778	54	5:38	870,471
23	3	672,734	55	5:35	868,492
24	3:30	670,693	56	6:49	872,288
25	2	444,748	57	2:49	656,458
26	1:10	444,748	58	2:46	656,458
27	2:35	581,653	59	6:28	856,381
28	2:45	581,653	60	5:49	856,381
29	1	444,717	61	5:46	855,714
30	1	444,717	62	5:44	855,714
31	2:45	581,035	63	5:47	854,513
32	1:23	581,035	64	5:34	854,513

De la Tabla 4.12, la corrida 9 presentó las menores pérdidas, iguales a 9.5 W, mientras que la corrida 52 presentó las mayores pérdidas, iguales a 27.9 W. Con respecto al número de elementos finitos generados, se obtuvieron 160,018 para la corrida 9, mientras que para la corrida 52, se obtuvieron 872,316 elementos. Lo anterior justifica la realización del modelo con solo la mitad del tanque, ya que un modelo de tanque completo llevaría a un gran aumento de elementos finitos, con lo que el tiempo de simulación se incrementaría de manera considerable, para resultados aproximados [2].

En la Fig. 4.10, se muestra la distribución de la intensidad de campo magnético en el tanque, en A/m, para la corrida 9 y la corrida 52, donde se observa que el campo magnético se concentra en la zona del tanque cercana a las boquillas de baja tensión, mientras que en las zonas del tanque alejadas de las boquillas, el campo magnético es insignificante.

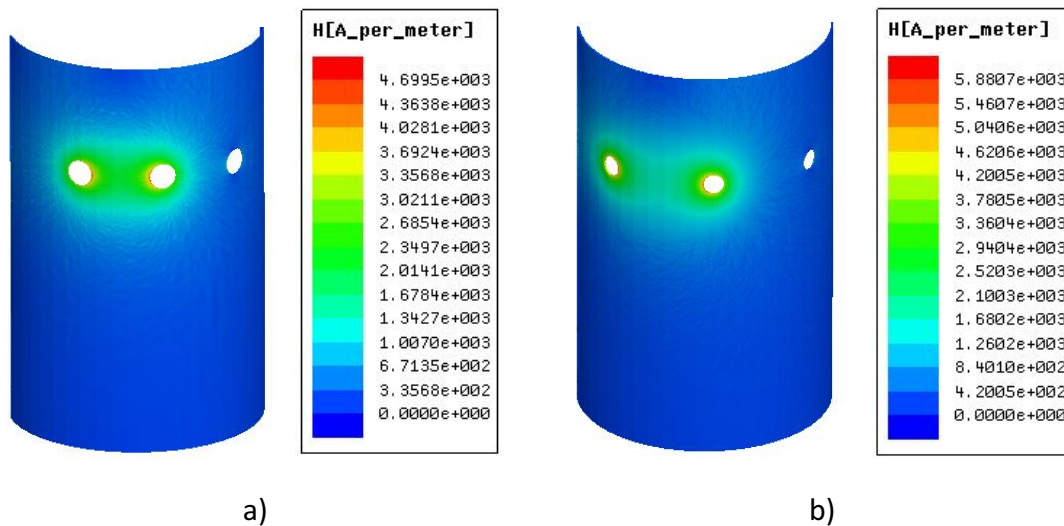


Fig. 4.10. Intensidad de campo magnético para: a) Corrida 9. b) Corrida 52

En la Tabla 4.14, se tiene el Análisis de Varianza para las pérdidas de la Tabla 4.12, donde se muestran los efectos principales de cada factor. Se omiten las interacciones con sumas de cuadrados menores a 0.5, ya que se consideran insignificantes con respecto a los efectos principales.

Con las sumas de cuadrados de la Tabla 4.14 y la ecuación (4.2), se obtiene la Tabla 4.15, que muestra las contribuciones porcentuales de los factores en las pérdidas obtenidas con el MEF. En la Fig. 4.11, se tiene el diagrama de Pareto de los efectos principales e interacciones de segundo orden para las pérdidas, construido con base en los efectos obtenidos en el Análisis de Varianza.

Tabla 4.14. Análisis de Varianza realizado con el MEF

Factor	Efecto W	Suma de cuadrados W²
A	3.2	164.3
B	2.2	78.7
C	0.2	0.9
D	-2.5	100
E	8.5	1162
F	1.5	37.4
AE	0.7	7.8
BD	-0.3	1.3
BE	-0.3	1.3
CE	-0.8	11.1
DE	-0.5	4.1
EF	1.1	19
Error Total		11.8
Total		1599.7
Promedio	17.4 W	

Tabla 4.15. Contribuciones porcentuales obtenidas con el MEF

Factores	Contribución porcentual %
E Espesor del tanque	73
A Corriente	10
D Radio del orificio de la boquilla	6
B Permeabilidad relativa del tanque	5
F Separación de las boquillas	2
C Conductividad del tanque	0

Tanto las contribuciones porcentuales como el diagrama de Pareto, muestran que el espesor del tanque es el factor más importante en la producción de pérdidas por corrientes parásitas, en el tanque del transformador. Siguen la corriente y el radio de los orificios de las boquillas. La separación de las boquillas y la conductividad no tienen un efecto importante en las pérdidas, para los intervalos de los factores dados por los niveles. Las interacciones de dos factores suman una contribución porcentual menor que 5%, por lo que pueden despreciarse. Lo anterior se verifica con el diagrama de Pareto respectivo.

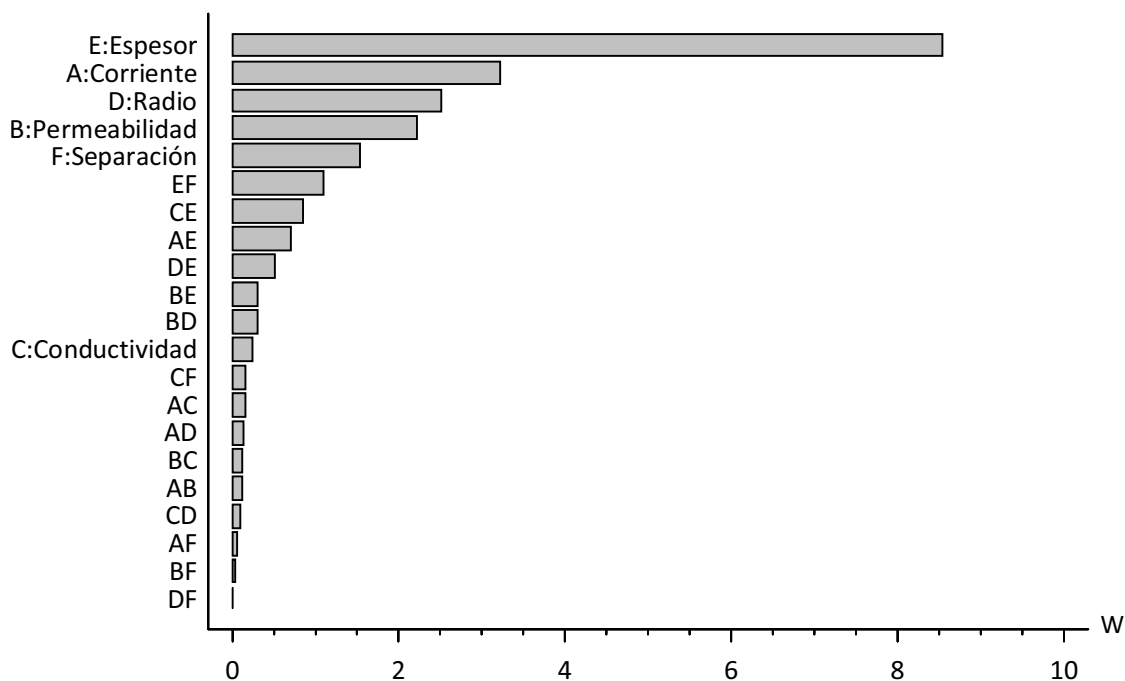


Fig. 4.11. Diagrama de Pareto obtenido con el MEF

4.4. Comparación entre los resultados de las fórmulas analíticas y del MEF

En la Tabla 4.16, se comparan los resultados obtenidos con las fórmulas analíticas y con el MEF. Los resultados de las fórmulas analíticas difieren a los del MEF, debido a que las fórmulas consideran geometrías distintas a la del tanque presentado, por lo que no pueden usarse para calcular las contribuciones porcentuales, en este caso.

Tabla 4.16. Contribuciones porcentuales de las fórmulas analíticas y del MEF

	Contribuciones Porcentuales %		
	Turowski	Del Vecchio	MEF
Espesor del tanque		41	73
Corriente	50	44	10
Radio del orificio de la boquilla	18	5	6
Permeabilidad relativa del tanque	3	8	5
Separación de las boquillas	25		2
Conductividad del tanque	3	0	0

CAPÍTULO 5

Conclusiones

5.1. Conclusiones

En el presente trabajo, se implementó el diseño de experimentos al estudio de las pérdidas por corrientes parásitas, generadas en el tanque de un transformador por la circulación de corriente de carga del lado de baja tensión, a valor nominal y al 10% por encima del valor nominal. El objeto de estudio fue un transformador de distribución monofásico tipo poste, con capacidad nominal de 37.5 kVA y con tensiones nominales de 33 kV y 120 V, para los devanados de alta y baja tensión, respectivamente.

Se calcularon las contribuciones porcentuales de los distintos factores que intervienen en la producción de pérdidas en el tanque, a través de diseños factoriales de dos niveles. Se desarrollaron diseños factoriales, con pérdidas calculadas con las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio. Posteriormente, se desarrolló un diseño factorial, con pérdidas obtenidas del análisis de un modelo tridimensional de la mitad del tanque, del lado de baja tensión, generado a través del MEF con el programa Maxwell Ansoft V14.

Del presente trabajo, se concluye lo siguiente:

- El espesor del tanque es el factor más importante, en la producción de pérdidas por corrientes parásitas en el tanque del transformador, al tener una contribución porcentual del 73%, con el diseño factorial desarrollado con el MEF.
- La corriente, que fluye por las boquillas de baja tensión, tiene una importancia significativa en la producción de pérdidas en el tanque, al tener una contribución porcentual del 10%, dentro de las pérdidas calculadas con el MEF.
- El radio de los orificios de las boquillas tiene una contribución porcentual del 6%, en las pérdidas obtenidas con el MEF. Esta contribución porcentual podría aumentar para transformadores con capacidades nominales mayores a 37.5 kVA, como lo muestran los resultados del experimento descrito en la referencia [2].
- La permeabilidad relativa no causa variaciones considerables en la producción de pérdidas en el tanque, ya que tiene una contribución porcentual del 5%, para los niveles del diseño factorial desarrollado con el MEF.

- La separación de las boquillas tiene un efecto despreciable dentro de las pérdidas generadas en el tanque, con los resultados obtenidos del MEF, por lo que su modificación, dentro del rango establecido por los niveles del factor, no causa variaciones considerables en las pérdidas.
- La conductividad tiene la menor contribución porcentual en las pérdidas producidas en el tanque, ya que no causó variaciones considerables en los resultados obtenidos con el MEF, dentro del rango establecido por los niveles.
- Las interacciones entre dos o más factores suman una contribución porcentual menor al 5%, por lo que se consideran insignificantes.
- La simulación de problemas de pérdidas por corrientes parásitas genera un gran número de elementos finitos tridimensionales, lo que provoca que el tiempo de simulación de cada corrida sea grande.
- El campo magnético se concentra en las zonas del tanque cercanas a las boquillas de baja tensión, lo que justifica el modelado de la mitad del tanque del transformador, del lado de baja tensión.
- La producción de pérdidas, por corrientes parásitas, en el tanque del transformador puede disminuirse, con un espesor menor de la lámina con la que se construye el tanque.
- Debido a que el radio de los orificios de las boquillas no impacta mucho en la producción de pérdidas, pueden usarse barrenos más pequeños para las perforaciones, con lo que se ahorra parte del costo de herramientas, en la fabricación del tanque del transformador de 37.5 kVA.
- Las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio generan resultados distintos a los obtenidos con el MEF, debido a que las fórmulas analíticas consideran geometrías distintas a la del tanque analizado en el presente trabajo.

5.2. Aportaciones

- Se aplicaron diseños factoriales de dos niveles al estudio de las pérdidas, por corrientes parásitas, en el tanque de un transformador de distribución monofásico tipo poste, con el fin de obtener las contribuciones porcentuales de los distintos factores que intervienen en la producción de pérdidas en el tanque.

- Se analizaron los factores que contribuyen en la producción de pérdidas en el tanque del transformador, con el fin de reducirlas y así, generar menos emisiones contaminantes relacionadas con las pérdidas.
- Se estudió una región del transformador para reducir las pérdidas, lo cual puede ayudar a los fabricantes para aumentar la eficiencia de los transformadores.
- Se compararon los resultados obtenidos con el MEF y con las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio.

5.3. Trabajos futuros

- Analizar tanques de transformadores de distribución monofásicos tipo poste, con capacidades superiores a 37.5 kVA y comparar los resultados.
- Analizar el impacto de distintos materiales en la producción de pérdidas en el tanque del transformador, con base en la metodología empleada.
- Analizar otras estructuras de transformadores, como gargantas, placas seguro y radiadores de calor, con datos prácticos obtenidos del proceso de manufactura de los transformadores.
- Optimizar el rendimiento de los transformadores a través de diseños factoriales de dos niveles.
- Analizar elementos eléctricos distintos a los transformadores con diseños factoriales de dos niveles, como motores de inducción, reactores, capacitores y generadores síncronos.
- En el modelo en elementos finitos desarrollado, incluir el elemento activo (núcleo y bobinas).

APÉNDICE A

Método de Elemento Finito

A.1. Introducción

En la resolución de problemas de ingeniería y de sistemas físicos, se tienen métodos experimentales, analíticos y numéricos, de los cuales, los métodos experimentales consumen más tiempo y recursos, ya que emplean modelos reales para representar al problema estudiado. Los métodos analíticos describen, mediante modelos matemáticos, el comportamiento de procesos simplificados, los cuales no ofrecen soluciones satisfactorias de la mayoría de los problemas prácticos. Los métodos numéricos ofrecen una solución aproximada al comportamiento real del proceso investigado, por lo que son una excelente alternativa para el análisis de sistemas físicos y de ingeniería [51].

El Método de Elemento Finito (MEF) es un método numérico que permite analizar sistemas que involucran geometrías complejas y medios no homogéneos, representados por ecuaciones diferenciales parciales [51]-[52]. En el MEF, el sistema estudiado es dividido en pequeñas regiones llamadas “elementos finitos”, arreglados en una estructura denominada malla, que representa al sistema completo discretizado [53].

La evolución del MEF está relacionada con los avances en los sistemas de ingeniería y de computación. En 1943, Courant desarrolló el primer tratamiento matemático empleado en el MEF, aunque, hasta el año 1968, el método comenzó a emplearse en el estudio de fenómenos electromagnéticos. Actualmente, el MEF es utilizado en diversas áreas del electromagnetismo, como en el estudio de la propagación de ondas y el diseño de máquinas eléctricas, entre otras [51]-[52].

En el presente trabajo, se emplea el MEF para analizar las pérdidas por corrientes parásitas en el tanque de un transformador de distribución monofásico tipo poste, a través del programa Maxwell Ansoft V14. En el MEF, se utilizan ecuaciones electromagnéticas para describir al proceso investigado.

A.2. Ecuaciones electromagnéticas

El electromagnetismo puede describirse mediante las ecuaciones de Maxwell y las ecuaciones constitutivas, las cuales se escriben a continuación [53]:

Vectores
E, D, H, B, J

Escalares
 $\rho_V, \mu, \epsilon, \sigma$

Se tienen las ecuaciones de Maxwell, en sus formas diferencial e integral:

Forma diferencial

Forma integral

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (\text{A.1})$$

$$\oint_L \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I \quad (\text{A.5})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (\text{A.2})$$

$$\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (\text{A.3})$$

$$\oint_L \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} \quad (\text{A.7})$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_V \quad (\text{A.4})$$

$$\oint_S \mathbf{D} \cdot d\mathbf{s} = q \quad (\text{A.8})$$

Donde:

$$I = \int_S \left(\mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \right) \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{\partial \Phi_m}{\partial t} = \int_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot d\mathbf{s} \quad (\text{A.10})$$

Las siguientes relaciones se llaman ecuaciones constitutivas:

$$\text{Relación entre } \mathbf{B} \text{ y } \mathbf{H} \quad \mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (\text{A.11})$$

$$\text{Relación entre } \mathbf{D} \text{ y } \mathbf{E} \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E} \quad (\text{A.12})$$

$$\text{Ley de Ohm} \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{A.13})$$

Se tienen dos cantidades auxiliares, que son útiles para obtener los campos \mathbf{E} y \mathbf{B} , las cuales son el potencial eléctrico escalar y el potencial magnético vectorial, denotados por V y \mathbf{A} , respectivamente. Las cantidades anteriores se presentan en las siguientes ecuaciones [51], [54]:

$$\mathbf{E} = -\nabla V - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \quad (\text{A.14})$$

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} \quad (\text{A.15})$$

A.3. Descripción del MEF

El MEF sigue un proceso iterativo, hasta que se cumple un criterio de convergencia previamente establecido. En la Fig. A.1, se resume el MEF aplicado al estudio de campos electromagnéticos, que comienza con la lectura de los datos que describen al problema, como la geometría del sistema, las condiciones de frontera y las condiciones iniciales. Además, se especifican los criterios de convergencia y el número máximo de iteraciones permitido, teniéndose dos como mínimo. Posteriormente, se genera el mallado inicial y se calculan los campos electromagnéticos, lo cual se realiza en cada iteración del programa. Además, se realiza el análisis del error, de la solución obtenida con respecto a la generada en la iteración inmediata anterior, con lo que se determina si se cumplen los criterios de convergencia establecidos al inicio del programa. Si se cumplen los criterios, el programa termina y se tiene la solución del problema. Si no, la malla se refina, con la división de los elementos con mayor error en unidades más pequeñas y se vuelven a calcular los campos. El proceso anterior se repite hasta que se cumplen los criterios de convergencia o se tiene el número máximo de iteraciones permitido [50].

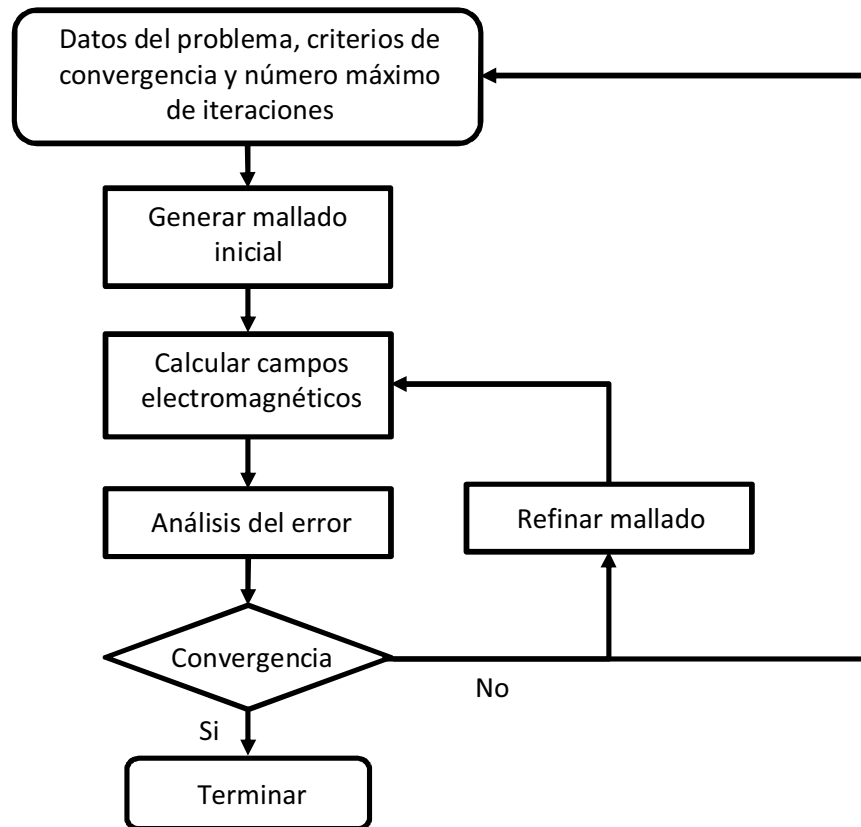


Fig. A.1. MEF aplicado al estudio de campos electromagnéticos

En el MEF, el cálculo de los campos electromagnéticos se realiza a través de los siguientes pasos [51]:

1. Discretización del problema estudiado en elementos finitos.
2. Deducción de las ecuaciones que rigen el comportamiento de los elementos.
3. Ensamblaje de las ecuaciones de los elementos en un sistema global.
4. Resolución del sistema de ecuaciones obtenido.

Los criterios de convergencia consideran al “Error de Energía”, que es la energía calculada del error obtenido en la solución, que se mide como un porcentaje de la energía total generada por las fuentes originales del problema. Además, se considera el “Delta de Energía”, que es la diferencia entre la energía total obtenida en una iteración con respecto a la generada en la iteración anterior. El proceso iterativo continúa hasta que el Error de Energía y el Delta de Energía sean menores que el objetivo especificado al inicio del programa, o hasta que se alcanza el número máximo de iteraciones permitido [50].

A.3.1. Discretización del problema

El dominio es el espacio geométrico donde se analiza un sistema [55]. La discretización consiste en dividir el dominio en elementos finitos, para el mallado en dos o tres dimensiones, como lo muestra la Fig. A.2, para un caso de dos dimensiones [51]. Los puntos que definen a los elementos se conocen como nodos, a los cuales se les asigna una variable, la cual es continua entre los distintos elementos que conforman la malla.

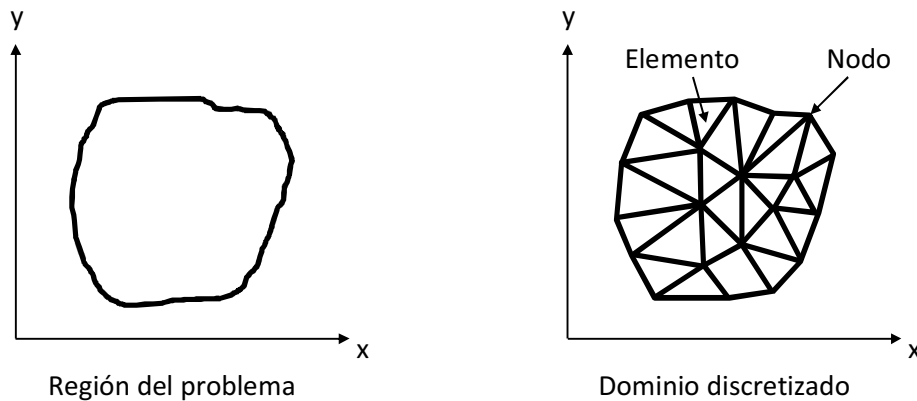


Fig. A.2. Discretización de un dominio bidimensional

En la Fig. A.3, se muestran elementos finitos en una, dos y tres dimensiones, adecuados para configuraciones de distinta complejidad [53].

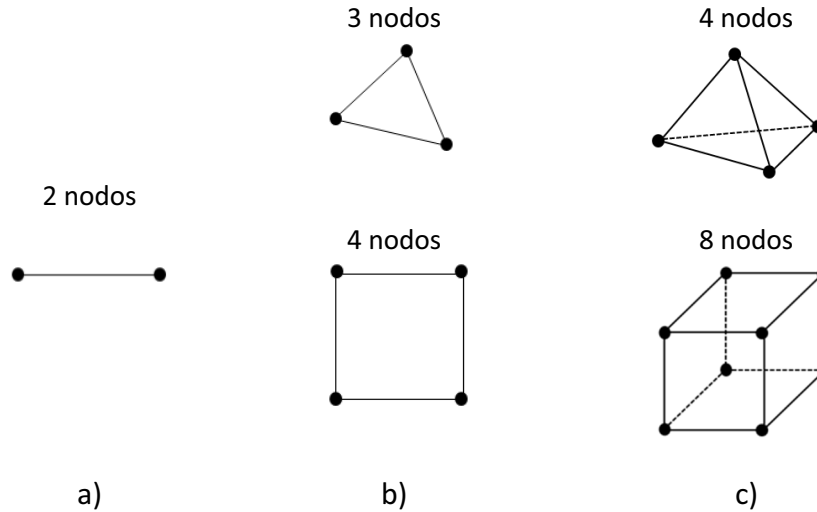


Fig. A.3. Ejemplos de elementos finitos: a) 1D. b) 2D. c) 3D

A.3.2. Ecuaciones que rigen el comportamiento de los elementos

En la Fig. A.4, se muestra un elemento triangular de primer orden. La variable analizada se denota por V , la cual varía linealmente en el elemento mostrado y representa a cantidades como el potencial eléctrico y el magnético. Una aproximación lineal de la variable V en el plano xy es [53]:

$$V(x, y) = a_1 + a_2x + a_3y \tag{A.16}$$

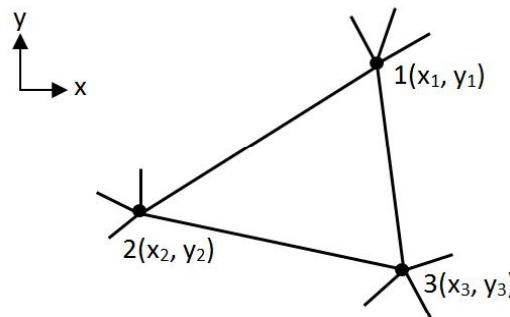


Fig. A.4. Elemento triangular de una malla

Para los nodos, se tiene:

$$V_1 = a_1 + a_2x_1 + a_3y_1 \tag{A.17a}$$

$$V_2 = a_1 + a_2x_2 + a_3y_2 \quad (\text{A.17b})$$

$$V_3 = a_1 + a_2x_3 + a_3y_3 \quad (\text{A.17c})$$

Para obtener a_1 , a_2 y a_3 , las ecuaciones anteriores se resuelven por el método de Kramer. Si se substituyen los valores de a_1 , a_2 y a_3 en la ecuación (A.16), se obtiene la ecuación (A.18), que representa a la variable V en el triángulo de primer orden.

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^3 \frac{1}{D} (p_i + q_i x + r_i y) V_i \quad (\text{A.18})$$

Donde [39]:

$$p_1 = x_2y_3 - x_3y_2 \quad (\text{A.19a}) \quad q_1 = y_2 - y_3 \quad (\text{A.19b}) \quad r_1 = x_3 - x_2 \quad (\text{A.19c})$$

$$p_2 = x_3y_1 - x_1y_3 \quad (\text{A.19d}) \quad q_2 = y_3 - y_1 \quad (\text{A.19e}) \quad r_2 = x_1 - x_3 \quad (\text{A.19f})$$

$$p_3 = x_1y_2 - x_2y_1 \quad (\text{A.19g}) \quad q_3 = y_1 - y_2 \quad (\text{A.19h}) \quad r_3 = x_2 - x_1 \quad (\text{A.19i})$$

$$D = \begin{vmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{vmatrix} \quad (\text{A.19j})$$

La ecuación (A.18) puede escribirse como:

$$V(x, y) = \sum_{i=1}^3 \Phi_i(x, y) V_i \quad (\text{A.20})$$

Donde:

$$\Phi_i(x, y) = \frac{1}{D} (p_i + q_i x + r_i y), \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{A.21})$$

La ecuación (A.20) representa a la variable analizada, en función de las coordenadas y de las variables asignadas en cada uno de los nodos del elemento. Las funciones Φ_1 , Φ_2 y Φ_3 se conocen como "funciones de interpolación", cuyo valor depende de la locación de algún punto en el elemento [53].

Para facilitar la definición de un problema analizado con el MEF, se asigna un sistema local a cada elemento, como se muestra en la Fig. A.5, en la que se tiene una geometría bidimensional con tres elementos, **a**, **b** y **c** [51].

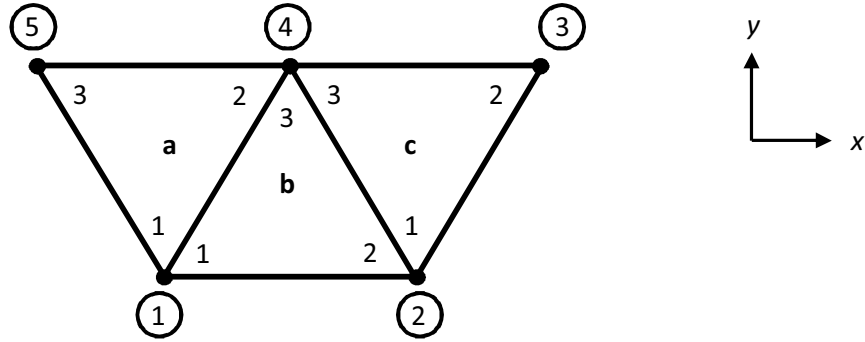


Fig. A.5. Sistemas locales de los elementos

En la Fig. A.5, la asignación de los nodos en el sistema global (x, y) se encuentra encerrada en un círculo, mientras que los nodos locales se encuentran dentro de los elementos **a**, **b** y **c**. La asignación local de nodos se realiza en el sentido contrario de las manecillas del reloj.

El comportamiento de la variable del problema estudiado se representa mediante ecuaciones diferenciales parciales, como la que se muestra en la ecuación (A.22), donde V es la variable analizada, a, b y c son constantes y s es un término independiente [53].

$$\nabla(a\nabla V) + bV + c\frac{\partial V}{\partial x} + s = 0 \tag{A.22}$$

La diferencia entre la solución exacta del problema y la generada por el MEF se conoce como residual R . Para establecer un procedimiento numérico, se utiliza el método de los residuos ponderados, en el cual, se aplica una función de peso al residual, con el fin de que la integral en el dominio del problema sea cero, lo cual se muestra en la siguiente operación [51], [53]:

$$\int_{\Omega} WRd\Omega = 0 \tag{A.23}$$

Donde W es la función de peso y Ω representa al dominio del problema, que puede ser de dos o tres dimensiones. Para el dominio discretizado, la integración se realiza en los N elementos que conforman a la malla que representa al sistema estudiado, como lo muestra la ecuación (A.24) [53].

$$\sum_{k=1}^N \int_{\Omega_k} W_k R_k d\Omega_k = 0 \tag{A.24}$$

Donde W_k es la función de peso, R_k es el residual y Ω_k es el dominio parcial de cada elemento. El “**Método de Galerkin**” implica el uso de las funciones de interpolación de los elementos como funciones de peso, con lo que las integrales de la ecuación (A.24) se convierten en ecuaciones matriciales para cada elemento, que serán ensambladas en una matriz global, que representa al sistema completo. Por ejemplo, se tiene la ecuación de Poisson, que es utilizada en la resolución de problemas electrostáticos, la cual es mostrada en la ecuación (A.25), aplicada a un problema de dos dimensiones:

$$\nabla^2 V = s \quad (\text{A.25})$$

Donde V es la variable analizada y s es el término independiente [51]. Si se aplica el método de Galerkin a la ecuación (A.25), para un elemento triangular i de la malla bidimensional que representa al sistema analizado, se obtiene el sistema de ecuaciones de la ecuación (A.26), que representa a cada elemento de la malla [51]:

$$K_i[V_i] = F_i \quad (\text{A.26})$$

Donde:

$$K_i = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix} \quad (\text{A.27})$$

$$[V_i] = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.28})$$

$$F_i = \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (\text{A.29})$$

El término K_i se conoce como “**matriz de rigidez del elemento i** ”, que es una matriz cuadrada de orden 3, debido a que son tres los nodos que conforman al elemento; la matriz $[V_i]$ contiene las variables de cada uno de los nodos del elemento triangular, y la matriz F_i se conoce como “**término fuente**”, que depende del término independiente en cada nodo. La numeración de los componentes de las matrices depende de la asignación local de los nodos en los respectivos elementos.

Para elementos con n número de nodos, el procedimiento para obtener las matrices anteriores es similar al mostrado previamente. Los sistemas de ecuaciones resultantes son similares al de la ecuación (A.26), solamente que la matriz de rigidez es de orden n y se tienen n componentes en el término fuente. Lo anterior también aplica a elementos tridimensionales [51].

A.3.3. Ensamblaje de las ecuaciones de los elementos

Una vez obtenidas las ecuaciones que representan a los elementos individuales, éstas se ensamblan en un sistema global, que caracteriza el comportamiento total del sistema estudiado. El ensamblaje está basado en el concepto de continuidad, en el cual, las variables en los nodos comunes de distintos elementos son equivalentes. El sistema completo toma la forma de la ecuación (A.30), donde K' es la matriz de rigidez, u' es el vector de incógnitas y F' es el término fuente del problema [56].

$$K'u' = F' \quad (\text{A.30})$$

A.3.4. Resolución del sistema de ecuaciones obtenido

Para resolver el sistema de ecuaciones que representa al sistema analizado, deben tomarse en cuenta las excitaciones comprendidas en el término fuente y las condiciones de frontera del sistema, que pueden ser condiciones de Dirichlet o de Neumann. La condición de frontera de Dirichlet implica que los valores de la variable analizada se especifican en la frontera del sistema estudiado. Con la condición de frontera de Neumann, los valores de la ecuación diferencial ordinaria o en derivadas parciales de la variable se especifican en la frontera [51].

La solución del sistema de ecuaciones se obtiene con alguna técnica de resolución de sistemas lineales, como el método de Gauss-Seidel y el método de Jacobi, descritos en [51]. El procesamiento posterior implica el cálculo de los criterios de convergencia, descritos anteriormente, con el fin de determinar si se realiza otra iteración, si se llegó a una solución del problema o si no se obtuvo una solución aceptable.

A.4. MEF aplicado al estudio de las corrientes parásitas

En la resolución de problemas referentes a corrientes parásitas, se asume que todos los campos electromagnéticos tienen la misma frecuencia. No hay objetos móviles, no se modelan los imanes permanentes y se asume que los materiales son lineales [50]. El dominio del sistema estudiado puede dividirse en los subdominios mostrados en la Fig. A.6, de la cual [55]:

- Ω_1 es el dominio en el que se inducen las corrientes parásitas, con conductividad diferente de cero.
- Ω_2 es el dominio de la región libre de corrientes parásitas, el cual contiene regiones no conductoras y fuentes de corriente.

- Γ_s es la frontera del sistema estudiado.
- Γ_{12} es la frontera interfaz entre los dominios Ω_1 y Ω_2 .

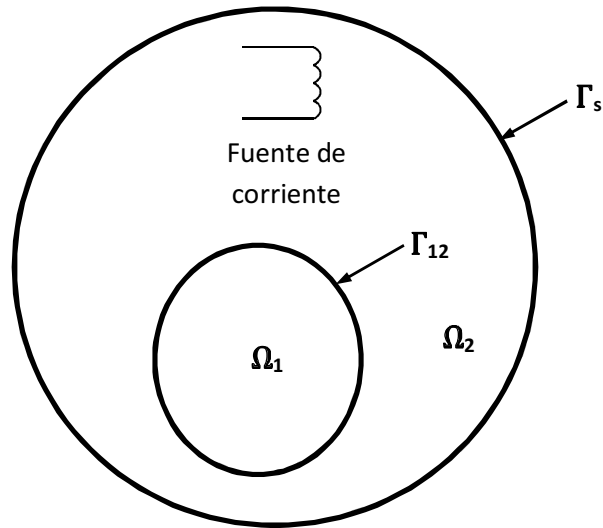


Fig. A.6. Subdominios del sistema estudiado

La dependencia entre \mathbf{H} y \mathbf{J} está dada por la ecuación (A.1), la cual toma la siguiente forma en el dominio de la frecuencia, a partir de la ley de Ohm [51]:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + j\omega \varepsilon \mathbf{E} = (\sigma + j\omega \varepsilon) \mathbf{E} \quad (\text{A.31})$$

En el dominio Ω_1 , la conductividad es mucho mayor que el término $j\omega \varepsilon$ a bajas frecuencias (60 Hz), por lo que la ecuación (A.31) queda de la siguiente forma [55]:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} \quad (\text{A.32})$$

Con las ecuaciones (A.3) y (A.32), y mediante ciertas identidades vectoriales, se obtiene la ecuación (A.33), conocida como ecuación de difusión, que determina el comportamiento de la intensidad de campo magnético en el dominio Ω_1 [50]-[51]:

$$\nabla^2 \mathbf{H} = j\omega \mu \sigma \mathbf{H} \quad (\text{A.33})$$

En las regiones no conductoras del dominio Ω_2 , \mathbf{H} es calculado a partir del potencial magnético escalar φ , expresado en la ecuación (A.34).

$$\nabla \cdot (\mu \nabla \varphi) = 0 \quad (\text{A.34})$$

Donde:

$$\mathbf{H} = \nabla\varphi \quad (\text{A.35})$$

En las regiones del dominio Ω_2 que contienen fuentes de corriente \mathbf{J} , \mathbf{H} es calculado a partir de la siguiente ecuación:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (\text{A.36})$$

Se tiene la siguiente condición para la frontera Γ_s [55]:

$$\mathbf{H} \times \mathbf{n} = \mathbf{0} \quad (\text{A.37})$$

Donde \mathbf{n} es un vector normal a la frontera Γ_s del sistema. Con la ecuación (A.37), las componentes tangenciales de campo magnético se igualan a cero en la frontera del problema estudiado. Para la frontera Γ_{12} entre los dominios, se tiene [55]:

$$\mathbf{H}_1 \times \mathbf{n}_1 + \mathbf{H}_2 \times \mathbf{n}_2 = \mathbf{0} \quad (\text{A.38})$$

$$\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{n}_1 + \mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{n}_2 = 0 \quad (\text{A.39})$$

Donde \mathbf{H}_1 y \mathbf{B}_1 son la intensidad de campo magnético y la densidad de flujo magnético en el dominio Ω_1 , mientras que \mathbf{H}_2 y \mathbf{B}_2 son los campos respectivos en el dominio Ω_2 . \mathbf{n}_1 y \mathbf{n}_2 son vectores normales a la frontera entre los dominios Ω_1 y Ω_2 .

Con las ecuaciones (A.38) y (A.39), las componentes de campo magnético tangenciales y normales son continuas a través de la interfaz entre los subdominios que conforman el sistema estudiado [51], [55]. Con lo anterior, se produce una solución continua del problema modelado en elementos finitos.

A.4.1. Energía de los campos electromagnéticos

En el caso AC, la energía total U sobre el volumen de un dominio se calcula con la siguiente ecuación [50]:

$$U = \frac{1}{4} \int_{Vol} Re(\mathbf{B} \cdot \mathbf{H}^* - (\mathbf{E} \cdot \mathbf{D}^*)) dVol \quad (\text{A.40})$$

Las magnitudes de los campos están dadas en valores pico. El operador $Re()$ corresponde a la parte real de un número complejo. El apóstrofe * indica la conjugación de la cantidad compleja respectiva, mientras que \cdot representa el operador punto de dos cantidades vectoriales.

A.4.2. Pérdidas óhmicas por corrientes parásitas

Las pérdidas óhmicas, en una estructura donde se inducen corrientes parásitas (Rl^2), se calculan con la siguiente expresión [50]:

$$P_{per} = \int_{Vol} \frac{\mathbf{J} \cdot \mathbf{J}^*}{2\sigma} dVol \quad (\text{A.41})$$

Donde \mathbf{J} es la densidad de corriente, generada por el flujo que induce las corrientes parásitas en el material conductor. La magnitud de \mathbf{J} está dada en valor pico. La integración se realiza en el volumen de la estructura de interés. Debido a que en el MEF se calcula la intensidad de campo magnético, \mathbf{J} se obtiene con la ecuación (A.36), en las regiones donde se inducen las corrientes parásitas:

$$\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{H}$$

APÉNDICE B

Análisis de la Longitud del Conductor

En la Fig. B.1, se muestra el modelo de la mitad del tanque del transformador, con un conductor de cobre portador de corriente, localizado en medio del orificio de la boquilla interna, con el fin de comprobar el efecto de la longitud L del conductor en la intensidad de campo magnético, en un punto P sobre la superficie del tanque. El modelo se desarrolló con el programa Maxwell Ansoft V14. Para realizar las simulaciones, se utilizaron los datos de la Tabla B.1 en el modelo del tanque.

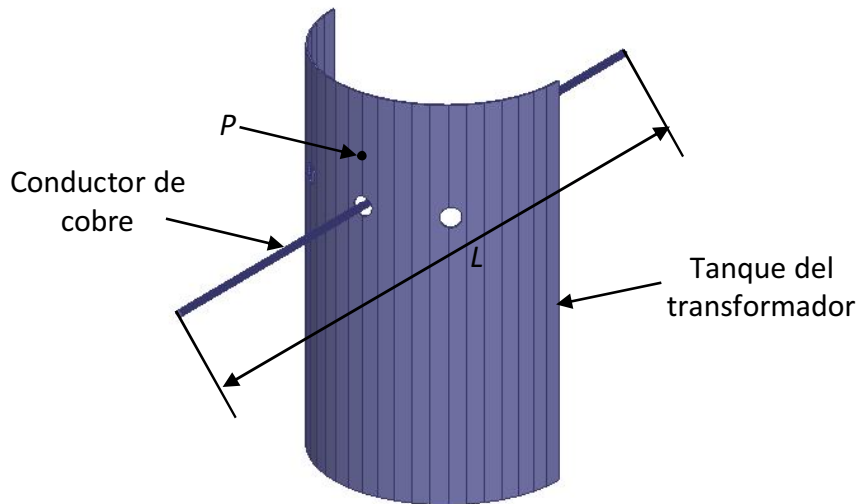


Fig. B.1. Modelo de la mitad del tanque, con un conductor portador de corriente

Tabla B.1. Datos empleados en el modelo del tanque, realizado con el MEF

Factor	Valor	Unidad
Corriente	312.5	A
Permeabilidad relativa del tanque	550	
Conductividad del tanque	5e6	S/m
Radio del orificio de la boquilla	18	mm
Espesor del tanque	2.66	mm
Separación de las boquillas	0.15	m

En la Tabla B.2, se tienen los resultados de la intensidad de campo magnético H calculada en el punto P , en A/m , al variar la longitud del conductor portador de corriente. Con los datos de la Tabla B.2, se construye la Fig. B.2, en la cual, se observa que la intensidad de campo magnético se mantiene constante después de 1000 mm de longitud del conductor. En $L = 1200$ mm, el campo magnético se mantiene constante, lo que justifica la utilización de dicha longitud, en los experimentos realizados en el presente trabajo.

Tabla B.2. Intensidad de campo magnético, al variar la longitud del conductor

	L mm	H A/m
1	500	864
2	700	876
3	900	879
4	1100	880
5	1300	880
6	1500	880
7	1800	880
8	2100	880
9	2400	880
10	2800	880

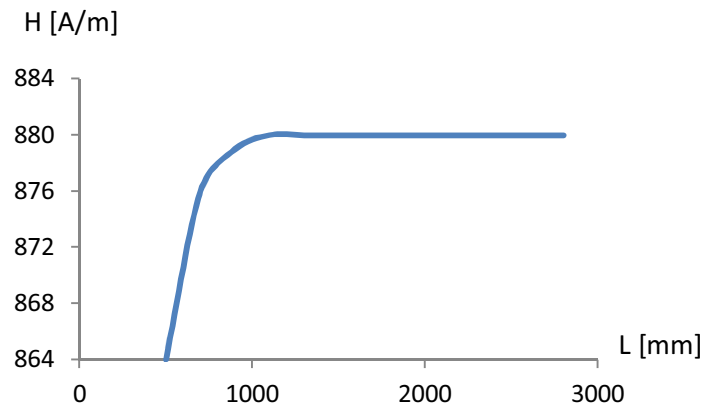


Fig. B.2. Intensidad de campo magnético, con respecto de la longitud del conductor

APÉNDICE C

Resumen de la Metodología Empleada

En la Fig. C.1, se resume la metodología empleada en el análisis de los factores que intervienen en la producción de pérdidas, por corrientes parásitas, en el tanque del transformador.

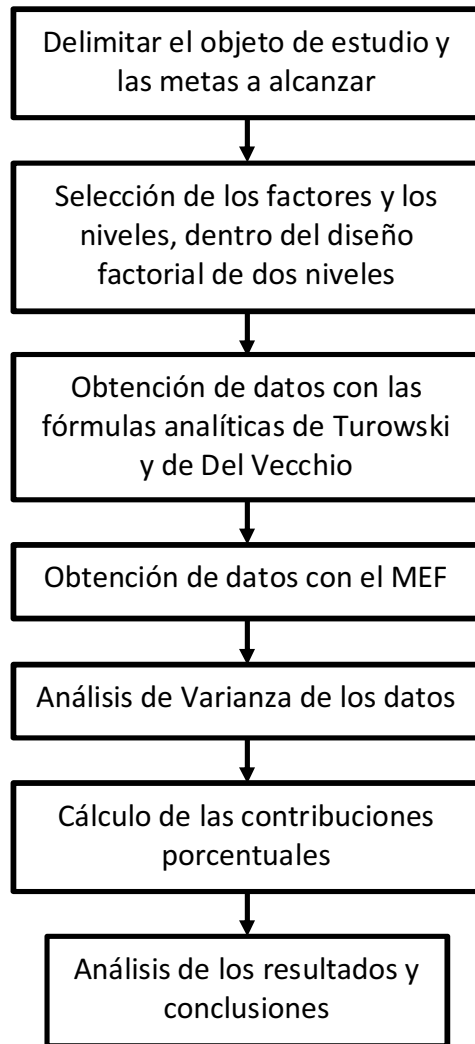


Fig. C.1. Metodología empleada en el análisis de las pérdidas en el tanque del transformador

Se comienza con la delimitación del objeto de estudio y de las metas a alcanzar dentro de la investigación. Posteriormente, se seleccionan los factores que intervienen en la producción de pérdidas en el tanque del transformador, con sus respectivos niveles, para desarrollar diseños factoriales de dos niveles, con el fin de conocer el comportamiento de las pérdidas al variar los factores que las generan.

Las pérdidas se calculan con las fórmulas analíticas de Turowski y de Del Vecchio, para desarrollar los diseños factoriales respectivos. Después, se realizan las simulaciones del proceso a través del MEF, con el programa Maxwell Ansoft V14. Con las pérdidas calculadas con las fórmulas analíticas y con el MEF, se desarrolla el Análisis de Varianza respectivo, con el cual, se obtienen las contribuciones porcentuales de cada factor, dentro de la producción de pérdidas para cada diseño factorial.

Finalmente, se analizan las contribuciones porcentuales y los resultados del experimento, con el fin de obtener conclusiones sobre el problema analizado.

Referencias

- [1] J. C. Olivares-Galván, J. Cañedo, P. Moreno, J. Driesen, R. Escarela y S. Palanivasagam, "Experimental study to reduce the distribution-transformers stray losses using electromagnetic shields," *Electric Power Systems Research*, vol. 63, no. 1, pp. 1-7, Marzo 2002.
- [2] J. C. Olivares-Galván, S. Magdaleno-Adame, E. Campero-Littlewood, R. Escarela-Pérez y P. S. Georgilakis, "Techno-economic evaluation of reduction of low-voltage bushings diameter in single-phase distribution transformers," *Electric Power Components and Systems*, vol. 39, no. 13, pp. 1388-1402, Agosto 2011.
- [3] J. C. Olivares-Galván, S. Magdaleno-Adame, E. Campero-Littlewood, P. S. Georgilakis y R. Escarela-Pérez, "Impact of low voltage bushings diameter on single-phase distribution transformers losses," en *2010 XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pp. 1-6.
- [4] W. G. Deuring, "Induced losses in steel plates in the presence of an alternating current," *Power Apparatus and Systems, Part III, Transactions of the American Institute of Electrical Engineers*, vol. 76, no. 3, pp. 166-171, Abril 1957.
- [5] J. Turowski y A. Pelikant, "Eddy current losses and hot-spot evaluation in cover plates of power transformers," *IEE Proceedings of Electric Power Applications*, vol. 144, no. 6, pp. 435-440, Noviembre 1997.
- [6] R. M. Del Vecchio, B. Poulin, P. T. Feghali, D. M. Shah y R. Ahuja, *Transformer Design Principles*, New York: Taylor & Francis, 2002, pp. 412-418.
- [7] M. Guerrero, S. Valderrábano, R. Campos y M. A. Isasi-Larrea, "Aplicación del método de elemento finito al análisis nodal," *Revista Ingenierías*, vol. 2, no. 3, pp. 49-55, Enero 1999.
- [8] A. Farias y G. Salinas, "Resultados de la aplicación de la metodología de autoaprendizaje del método de los elementos finitos a casos de transferencia de calor," *Revista Facultad de Ingeniería, Universidad Tarapacá*, vol. 14, no. 1, pp. 26-35, Septiembre 2005.
- [9] J. Bustamante-Osorno, G. Suárez-Guerrero y R. Landaeta-Nava, "Nuevos recursos para la investigación en el área de la cardiología: técnicas numérico-matemáticas aplicadas al diseño y desarrollo de dispositivos de uso cardiovascular," *Revista de la Federación Argentina de Cardiología*, vol. 34, no. 3, pp. 350-357, 2005.
- [10] A. C. Agüero y F. A. Actis, "El método de elementos finitos aplicado a la ingeniería eléctrica," *Mecánica Computacional*, vol. 18, no. 13, pp. 717-724, Noviembre 1997.

-
- [11] P. D. Medina-Varela y A. M. López-Reyes, "Análisis crítico del diseño factorial 2^k sobre casos aplicados," *Scientia et Technica, Universidad Tecnológica de Pereira*, vol. 18, no. 47, pp. 101-106, Abril 2011.
- [12] J. Ferré y F. X. Rius, "Introducción al diseño estadístico de experimentos," *Revista Técnicas de Laboratorio*, vol. 24, no. 274, pp. 648-653, Septiembre 2002.
- [13] V. H. López-Cortez y F. A. Reyes-Valdez, "Understanding resistance spot welding of advanced high-strength steels," *Welding Journal*, vol. 87, no. 12, pp. 36-40, Diciembre 2008.
- [14] S. R. Cove, M. Ordonez y J. E. Quaicoe, "Modeling of planar transformer parasitics using design of experiment methodology," en *2010 23rd Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE 2010)*, pp. 1-5.
- [15] H. Bouchekara y M. Simsim, "Screening applied to the numerical modeling of electromagnetic devices," *Ain Shams Engineering Journal*, vol. 1, no. 2, pp. 131-137, Diciembre 2010.
- [16] H. Bouchekara, G. Dahman y M. Nahas, "Smart electromagnetic simulations: Guidelines for design of experiments technique," *Progress in Electromagnetics Research B*, vol. 31, pp. 357-379, 2011.
- [17] F. Gillon y P. Brochet, "Screening and response surface method applied to the numerical optimization of electromagnetic devices," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 4, pp. 1163-1167, Julio 2000.
- [18] J. Y. Lee, J. H. Chang, D. H. Kang, S. I. Kim y J. P. Hong, "Tooth shape optimization for cogging torque reduction of transverse flux rotatory motor using design of experiment and response surface methodology," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 43, no. 4, pp. 1817-1820, Abril 2007.
- [19] D. A. Koppikar, S. V. Kulkarni, P. N. Srinivas, S. A. Khaparde y R. Jain, "Evaluation of flitch plate losses in power transformers," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 14, no. 3, pp. 996-1001, Julio 1999.
- [20] H. NAPOLITANO, "Diseño de experimentos," *Revista Industria y Química, Asociación Química Argentina AQA*, no. 354, pp. 62-69, 2006.
- [21] S. M. Sanchez, "Work smarter, not harder: guidelines for designing simulation experiments," in *Proceedings of the winter 2005*, pp. 69-82.
- [22] D. C. Montgomery, *Diseño y Análisis de Experimentos*, México, Limusa Wiley, 2011.
- [23] J. C. Olivares-Galván, P. S. Georgilakis y R. Ocón-Valdéz, "A review of transformer losses," *Electric Power Components and Systems*, vol. 37, no. 9, pp. 1046-1062, Septiembre 2009.
-

-
- [24] S. Saito, K. Inagaki, T. Sato, Y. Inui, K. Okuyama y H. Otani, "Eddy currents in structure surrounding large current bushings of a large capacity transformer," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-100, no. 11, pp. 4502-4509, Noviembre 1981.
- [25] J. C. Olivares-Galván, R. Escarela-Pérez, S. V. Kulkarni, F. de León, E. Melgoza-Vásquez y O. Hernández-Anaya, "Improved insert geometry for reducing tank-wall losses in pad-mounted transformers," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, no. 3, pp. 1120-1126, Julio 2004.
- [26] T. Renyuan, Y. Junyou, L. Feng y L. Yongping, "Solution of three-dimensional multiply connected and open boundary problems by BEM in three-phase combination transformers," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 28, no. 2, pp. 1340-1343, Marzo 1992.
- [27] C. Guérin, G. Tanneau y G. Meunier, "3D Eddy current losses calculation in transformer tanks using the finite element method," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 29, no. 2, pp. 1419-1422, Marzo 1993.
- [28] Y. Junyou, T. Renyuan y L. Yan, "Eddy current fields and overheating problems due to heavy current carrying conductors," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 30, no. 5, pp. 3064-3067, Septiembre 1994.
- [29] S. V. Kulkarni, J. C. Olivares-Galván, R. Escarela-Pérez, V. K. Lakhiani y J. Turowski, "Evaluation of eddy current losses in the cover plates of distribution transformers," *IEE Proceedings of Science, Measurement and Technology*, vol. 151, no. 5, pp. 313-318, Septiembre 2004.
- [30] J. C. Olivares-Galván, Y. Liu, J. M. Cañedo, R. Escarela-Pérez, J. Driesen y P. Moreno, "Reducing losses in distribution transformers," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, no. 3, pp. 821-826, Julio 2004.
- [31] P. R. Barnes, J. W. Van Dyke, B. W. McConnell, S. M. Cohn y S. L. Purucker, "The feasibility of replacing or upgrading utility distribution transformers during routine maintenance," *Power Systems Technology Program, U. S. Department of Energy*, Abril 1995.
- [32] O. Alonso-González, M. Zertuche-Salas, F. Nava-Alonso y A. Uribe-Salas, "Aplicación del diseño de experimentos factorial 2^k en la evaluación del uso de aminas para la remoción de complejos cobre-cianuro de soluciones de cianuración," *Revista Latinoamericana de Metalurgia y Materiales*, S1, no. 2, pp. 821-826, 2009.
- [33] J. Ferré, "El diseño factorial completo 2^k ," *Revista Técnicas de Laboratorio*, vol. 26, no. 292, pp. 430-434, Junio 2004.
- [34] M. R. Spiegel y L. J. Stephens, *Estadística*, México: Mc Graw Hill, 2002.
-

-
- [35] R. E. Walpole y R. H. Myers, *Probabilidad y Estadística*, México: Mc Graw Hill, 1992.
- [36] M. Coba-Salcedo y E. Serres-Moliner, "Tecnologías de fabricación rápida. Optimización y mejora de la tecnología de mecanizado rápido-coproinmold," *Revista Facultad de Ingeniería, Universidad de Antioquía*, no. 36, pp. 7-20, Marzo 2006.
- [37] *Requisitos de Seguridad y Eficiencia Energética para Transformadores de Distribución*, NOM-002-SEDE-2007, México 2007.
- [38] *Transformadores de Distribución Tipo Poste y Tipo Subestación-Especificaciones*, NMX-J-116-ANCE-2005, México 2005.
- [39] D. Soto-Meza, "Diseño dieléctrico de transformadores de alta tensión mediante técnicas computacionales," Tesis de Maestría, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, ESIME, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Politécnico Nacional, 2012.
- [40] S. J. Chapman, *Máquinas Eléctricas*, México: Mc Graw Hill, 2005.
- [41] A. E. Fitzgerald, C. Kingsley y S. D. Umans, *Máquinas Eléctricas*, México: Mc Graw Hill, 2004.
- [42] J. Raúll-Martín, *Diseño de Subestaciones Eléctricas*, México: Facultad de Ingeniería, UNAM, 2000.
- [43] Shu Lu, *Power Transformer Magnetization under GIC/GMD*, Tesis de Doctorado, Blacksburg, Virginia, Marzo 1994.
- [44] *Boquillas de Porcelana para Equipo de Distribución con Tensiones de Operación de 38 kV y Menores*, NRF-008-CFE-2000, México 2000.
- [45] E. I. Amoiralis, M. A. Tsili y A. G. Kladas, "Transformer design and optimization: a literature survey," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 24, no. 4, pp. 1999-2024, Octubre 2009.
- [46] J. C. Olivares-Galván, P. S. Georgilakis, E. Campero-Littlewood y R. Escarela-Pérez, "Core lamination selection for distribution transformers based on sensitivity analysis," *Electrical Engineering (Archiv fur Elektrotechnik)*, Springer Berlin / Heidelberg, Febrero 2012.
- [47] J. C. Olivares-Galván, R. Escarela-Pérez, F. de León, E. Campero-Littlewood y C. Aviles-Cruz, "Separation of core losses in distribution transformers using experimental methods," *Canadian Journal of Electrical and Computer Engineering*, vol. 35, no. 1, pp. 33-39, Diciembre 2010.
- [48] E. I. Amoiralis, M. A. Tsili, P. S. Georgilakis y A. G. Kladas, "Energy efficient transformer selection implementing life cycle cost and environmental externalities," en *9th International Conference. Electrical Power Quality and Utilization*, Barcelona, pp. 1-6, Octubre 2007.
-

-
- [49] *Manual de Especificaciones y Garantías AHMSA*, Altos Hornos de México, Documento No. VP117-00-M-01-02, Junio 2009.
- [50] Ansoft User's Guide. ANSOFT corporation. REV 2010.
- [51] M. Sadiku, *Numerical Techniques in Electromagnetics*, EUA: CRC Press, 2001.
- [52] H. D. Villanueva-Hernández, C. Pérez-Rojas, S. García-Martínez y A. Zamora-Méndez, "Cálculo de inductancia mediante el método del elemento finito," *Revista Ciencia Nicolaita*, no. 47, pp. 119-130, Agosto 2007.
- [53] J. P. A. Bastos y N. Sadowsky, *Electromagnetic Modeling by Finite Element Methods*, EUA: Marcel Dekker, 2003.
- [54] W. H. Hayt, *Teoría Electromagnética*, México: Mc Graw-Hill, 1991.
- [55] M. A. Venegas-Vega, "Cálculo de pérdidas en tanques de transformadores utilizando el método del elemento finito," Tesis de Maestría, Escuela Superior de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, ESIME, Sección de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Politécnico Nacional, 2007.
- [56] S. C. Chapra y R. P. Canale, *Métodos Numéricos para Ingenieros*, México: Mc Graw Hill, 2003.