



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA  
DE MÉXICO

---

---

FACULTAD DE CIENCIAS

DIFRACTO ASTROMETRÍA DEL TRAPECIO  
DE ORIÓN CON IMÁGENES DEL TELESCOPIO  
ESPACIAL HUBBLE

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

PRESENTA:

JAVIER OLIVARES ROMERO

DIRECTOR DE TESIS:  
DR. LEONARDO J. SÁNCHEZ PENICHE



2012



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

1. Datos del alumno:

**Apellido paterno** Olivares  
**Apellido materno** Romero  
**Nombre** Javier  
**Télefono** 0445516812322  
**Universidad** Universidad Nacional Autónoma de México  
**Facultad** Facultad de Ciencias  
**Carrera** Física  
**Número de Cuenta** 405020364

2. Datos del tutor:

**Grado** Doctor  
**Nombres** Leonardo Javier  
**Apellido paterno** Sánchez  
**Apellido materno** Peniche

3. Datos del Sinodal 1:

**Grado** Doctor  
**Nombre** Arcadio  
**Apellido paterno** Poveda  
**Apellido materno** Ricalde

4. Datos del Sinodal 2:

**Grado** Doctor  
**Nombres** José Rufino  
**Apellido paterno** Díaz  
**Apellido materno** Uribe

5. Datos del Sinodal 3:

**Grado** Maestro en Ciencias  
**Nombre** Rafael  
**Apellido paterno** Costero  
**Apellido materno** Gracia

6. Datos del Sinodal 4:

**Grado** Doctora  
**Nombres** Karen Patricia  
**Apellido paterno** Volke  
**Apellido materno** Sepúlveda

7. Datos del trabajo escrito:

**Título** Difracto Astrometría del Trapecio de Orión con imágenes del Telescopio Espacial Hubble  
**Número de paginas** 136  
**Año** 2012



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS  
Secretaría General  
División de Estudios Profesionales

Votos Aprobatorios

**DR. ISIDRO ÁVILA MARTÍNEZ**  
**Director General**  
**Dirección General de Administración Escolar**  
**Presente**

Por este medio hacemos de su conocimiento que hemos revisado el trabajo escrito titulado:

**Difracto Astrometría del Trapecio de Orión con Imágenes del Telescopio Espacial Hubble**

realizado por **Olivares Romero Javier** con número de cuenta **4-0502036-4** quien ha decidido titularse mediante la opción de **tesis** en la licenciatura en **Física**. Dicho trabajo cuenta con nuestro voto aprobatorio.

Propietario Dr. Arcadio Poveda Ricalde

Propietario Dr. José Rufino Díaz Uribe

Propietario Tutor Dr. Leonardo Javier Sánchez Peniche

Suplente M. en C. Rafael Costero Gracia

Suplente Dra. Karen Patricia Volke Sepulveda

**Atentamente,**  
**“POR MI RAZA HABLARÁ EL ESPÍRITU ”**  
**Ciudad Universitaria, D. F., a 16 de enero de 2012**  
**EL JEFE DE LA DIVISIÓN DE ESTUDIOS PROFESIONALES**

**ACT. MAURICIO AGUILAR GONZÁLEZ**

Señor sinodal: antes de firmar este documento, solicite al estudiante que le muestre la versión digital de su trabajo y verifique que la misma incluya todas las observaciones y correcciones que usted hizo sobre el mismo.

MAG/CZS/cigs







*A Guadalupe, Javier, e Isabel*





# Agradecimientos

*Agradezco:*

*A Leonardo Sánchez por ser mi guía en este apasionante sendero, y a Alejandro Ruelas por ser la voz pragmática durante estos años; a ambos por permitirme compartir su tiempo y experiencia.*

*A Christine Allen, Rafael Costero y Arcadio Poveda, por los comentarios críticos que permitieron que el trabajo creciera en cantidad y calidad. En especial a Rafa por las meticulosas correcciones del borrador.*

*Al Instituto de Astronomía, por brindarme el espacio en el cual realizar este trabajo; además, por apoyarme para asistir a congresos astronómicos, así como a los observatorios de Tonantzintla y San Pedro Mártir. Le agradezco también por la organización de Talleres y Seminarios que me han abierto los ojos a distintos horizontes astronómicos.*

*A la UNAM, y en particular a la Facultad de Ciencias, por mi formación académica y cultural.*

*Este trabajo hace uso del Washington Double Star Catalog sustentado por el U.S. Naval Observatory.*

*El presente trabajo se basa en observaciones hechas con el Telescopio Espacial Hubble (NASA/ESA), obtenidas del archivo de datos del Instituto Científico del Telescopio Espacial (STScI). El STScI es operado por la Asociación de Universidades para la Investigación en Astronomía (AURA) , bajo el contrato de la NASA, NAS5-26555.*

*Investigación realizada con apoyo del CONACyT (Proyectos I-52081, SNI-I-102284) y de la UNAM-DGAPA (PAPIIT IN109809).*



# Índice general

Acrónimos . . . . .	3
<b>1. Introducción</b>	<b>5</b>
<b>2. Contexto Astronómico</b>	<b>7</b>
2.1. Los sistemas tipo trapecio . . . . .	7
2.2. El Trapecio de Orión . . . . .	9
2.2.1. Multiplicidad del Trapecio de Orión . . . . .	10
<b>3. El instrumento</b>	<b>13</b>
3.1. El Telescopio Espacial Hubble . . . . .	13
3.1.1. Generalidades . . . . .	13
3.1.2. El diseño del telescopio y el campo de visión . . . . .	14
3.1.3. El desempeño óptico . . . . .	14
3.1.4. Desempeño del guiado . . . . .	17
3.2. La Wide Field Planetary Camera 2 . . . . .	17
3.2.1. Generalidades . . . . .	17
3.2.2. Alineación óptica y corrección de la aberración esférica . . . . .	18
3.2.3. Filtros espectrales . . . . .	19
3.2.4. Los CCDs . . . . .	21
3.2.4.1. Artefactos brillantes . . . . .	21
3.2.4.2. La respuesta de los campos planos . . . . .	24
3.2.4.3. El error en cada 34 <sup>avo</sup> renglón . . . . .	24
3.2.4.4. Rayos Cósmicos . . . . .	24
3.2.5. Distorsión óptica . . . . .	24
3.2.5.1. Calidad óptica . . . . .	24
3.2.5.2. Distorsión geométrica . . . . .	27
3.2.6. Calibración y reducción de las imágenes . . . . .	27
3.3. La Base de Datos del Telescopio Espacial . . . . .	28
<b>4. La PSF del Instrumento</b>	<b>31</b>
4.1. La Función de Esparcimiento de un Punto . . . . .	31
4.2. La PSF del OTA+WFPC2 . . . . .	32
4.2.1. Variaciones de la PSF con la posición . . . . .	33
4.2.2. Modelado de la PSF . . . . .	34
4.2.3. Tiny TIM . . . . .	34
<b>5. La Técnica de Difracto Astrometría</b>	<b>37</b>
<b>6. Difracto Astrometría del Trapecio de Orión</b>	<b>43</b>
6.1. Las imágenes del Trapecio de Orión . . . . .	43
6.2. Las medidas de Difracto Astrometría . . . . .	45
6.3. Los datos históricos y de Difracto Astrometría . . . . .	49
6.4. La cinemática del Trapecio de Orión . . . . .	54

6.4.1. Prueba de pertenencia . . . . .	55
<b>7. Conclusiones</b>	<b>57</b>
<b>A. Integral de Difracción de Fraunhofer</b>	<b>59</b>
<b>B. Algoritmos</b>	<b>67</b>
B.1. <i>creamascara.pro</i> . . . . .	67
B.2. <i>mideangulospikes.pro</i> . . . . .	67
B.3. <i>med_ssd_tyti_34row_sp15.pro</i> . . . . .	67
B.4. <i>pltscluswavelg.pro</i> . . . . .	68
B.5. <i>spider_15.pro</i> . . . . .	68
B.6. <i>geodiscokp.pro</i> . . . . .	69
B.7. <i>corrección_tyti.pro</i> . . . . .	69
B.8. <i>a34row.pro</i> . . . . .	69
<b>C. Gráficas de la cinemática del Trapecio de Orión</b>	<b>71</b>
C.1. Los Datos de Difracto Astrometría . . . . .	71
C.2. Los Datos Históricos y de Difracto Astrometría . . . . .	79
C.2.1. La Prueba de Pertenencia . . . . .	87
<b>D. Comunicaciones (carteles, memorias y artículo)</b>	<b>95</b>
D.1. Estudio de la Dinámica del Trapecio de Orión por medio de Difracto Astrometría . . . . .	96
D.2. The Techniques of Difracto-Astrometry applied to Hubble Space Telescope and Adaptive Optics Images . . . . .	98
D.3. Difracto Astrometría del Trapecio de Orión . . . . .	100
D.4. Difracto Astrometría del Trapecio de Orión . . . . .	102
D.5. The Techniques of Difracto-Astrometry applied to Hubble Space Telescope and Adaptive Optics Images . . . . .	104
D.6. Cinemática del Trapecio de Orión utilizando Difracto Astrometría . . . . .	106
D.7. Difracto-Astrometry Measurements: Accuracy of the Measuring Algorithm . . . . .	108
<b>Bibliografía</b>	<b>123</b>

# Acrónimos

CCD	Charge-Coupled Device (Dispositivo de Carga Acoplada)
DiAs	Difracto Astrometría
FGS	Fine Guidance Sensor (Sensor de Guiado Fino)
FITS	Flexible Image Transport System (Sistema Flexible de Transporte de Imagen)
FWHM	Full Width at Half Maximum (Ancho Total a Media Altura)
HST	Hubble Space Telescope (Telescopio Espacial Hubble)
IDL	Interactive Data Language (Lenguaje Interactivo de Datos)
IDS	Index Catalog of Visual Double Stars (Catálogo Indizado de Estrellas Dobles Visuales)
IRAF	Image Reduction and Analysis Facility (Recurso para el Análisis y Reducción de Imágenes)
MAST	Multimission Archive at STScI (Archivo Multimisión del STScI)
NASA	National Aeronautics and Space Administration (Administración Nacional de Aeronáutica y Espacio)
OPD	Optical Path Diference (Diferencia de Camino Óptico)
OTA	Optical Telescope Assembly (Ensamble Óptico del Telescopio -Sólo el espejo primario y secundario, sin instrumentos-)
OTF	Optical Transfer Function (Función de Transferencia Óptica)
PSF	Point Spread Function (Función de Esparcimiento de un Punto)
SOFA	Selectable Optical Filter Assembly (Unidad Selectora del Filtro Óptico)
STScI	Space Telescope Science Institute (Instituto Científico del Telescopio Espacial)
TIM	Telescope Image Modeling (Modelado de la Imagen del Telescopio)
UV	Ultravioleta (Región del espéctro electromagnético)
WDS	Washington Double Star Catalog (Catálogo de Estrellas Dobles de Washington)
WFPC2	Wide Field Planetary Camera 2 (Cámara Planetaria y de Campo Amplio 2)



# Capítulo 1

## Introducción

Este trabajo se sitúa dentro de las investigaciones sobre la dinámica de sistemas estelares tipo Trapecio, realizadas por Christine Allen y Arcadio Poveda (véase Allen y Poveda [1974], Allen et al. [1974], Poveda et al. [1967] y Capítulo 2). La dinámica de estos sistemas es de gran importancia, pues su estudio da luz en el entendimiento de la formación y evolución de sistemas estelares múltiples. Allen y Poveda propusieron, desde 1967, modelos teóricos que describen la dinámica de los trapecios. La confirmación de dichos modelos tiene su contraparte en las observaciones astrométricas.

En 2005 Robert O'Dell, uno de los astrónomos clave en la realización del proyecto del Telescopio Espacial Hubble (HST) y colaborador de Allen y Poveda, les propone investigar la posibilidad de utilizar las imágenes públicas del HST con la finalidad de obtener una astrometría precisa del Trapecio de Orión, el sistema tipo trapecio más estudiado de la historia reciente (véase Capítulo 2). Sin embargo, en la mayoría de las imágenes del HST que contienen al Trapecio de Orión no se pueden aplicar técnicas comunes de astrometría. Estas técnicas determinan la posición de una estrella ajustando una función al perfil de intensidad, lo cual es difícil de conseguir cuando las imágenes de las estrellas están saturadas. **En general, las imágenes del HST que contienen al Trapecio de Orión, son imágenes para el estudio de la Nebulosa y del cúmulo de Orión y tienen tiempos de exposición largos que permiten apreciar diferentes características en distintos filtros. Además de que pueden presentar saturación en los píxeles del detector, las imágenes de las estrellas más brillantes presentes en el campo muestran, de forma más intensa, el patrón de difracción debido al telescopio.**

El objetivo de este trabajo es el desarrollo de una novedosa técnica astrométrica mediante la cual se obtengan medidas precisas de las posiciones relativas de las estrellas que componen al Trapecio de Orión en imágenes con las características antes mencionadas. Así, la aplicación de esta técnica a imágenes tomadas con el HST y distribuidas en un periodo de 12 años, permite realizar un estudio de la cinemática del Trapecio con un alto grado de precisión. Se ha decidido denominarla *Difracto Astrometría* por el hecho de que utiliza elementos del patrón de difracción de la luz de una estrella. El patrón de difracción típico en telescopios reflectores, como es el caso del HST, tiene forma de cruz y es producto de la luz difractada en los soportes físicos del espejo secundario.

La técnica de Difracto Astrometría aquí desarrollada es capaz de recuperar, con alta precisión ( $\sim 5$  milisegundos de arco), la posición relativa entre un par de estrellas, siempre que éstas presenten el patrón de difracción mencionado y se encuentren dentro de la misma imagen. Para conseguirlo, un par de rectas son ajustadas a la estructura de dicho patrón. Las técnicas de ajuste utilizadas han sido extraídas de la literatura existente sobre métodos numéricos. La intersección de las rectas es utilizada como el fotocentro estelar. Finalmente el conjunto de éstos permite determinar la astrometría relativa de las estrellas presentes en la imagen.

Las primeras publicaciones sobre esta técnica [Sánchez et al., 2008] aparecen dentro de los trabajos del grupo de Investigación de Difracto Astrometría (Conformado por Christine Allen, Rafael Costero, Arcadio Poveda, Alejandro Ruelas y Leonardo Sánchez, todos ellos investigadores del Instituto de Astronomía de la Universidad Nacional Autónoma de México). Previamente, Golimowski et al. [1995] utilizan el patrón de difracción para estudiar el sistema múltiple de GLIESE 105, con ayuda de él determinan la posición relativa de la componente C respecto de la A. Citando textualmente a estos autores: “To determine accurately the



position of the saturated image of Gl 105A, the intersection of the diffraction spikes seen in each 35 s median image was computed using the coordinates of 50 pixels lying along the midline of each spike. With this technique, the center of the Gl 105A image could be determined to within 0.5 pixel.” La técnica que ellos desarrollan es bastante precisa, sin embargo no ofrecen detalles de su algoritmo ni de el modo en que obtienen la incertidumbre en la medida. La técnica de Difracto Astrometría fruto del presente trabajo, mejora esta precisión y la lleva a los  $\sim 0.1-0.05$  píxeles.

El presente trabajo está estructurado de la siguiente manera<sup>1</sup>. El Capítulo 2 contiene una síntesis de lo que son los sistemas tipo trapecio y de su importancia astronómica, además de una explicación detallada del Trapecio de Orión. En el Capítulo 3 se da una descripción general del HST, y una bastante más detallada de la Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2), el instrumento a bordo del HST con el que fueron realizadas las observaciones que este trabajo utiliza. Termina con una explicación somera de la base de datos pública del HST, de donde fueron recabadas las imágenes. El Capítulo 4 es una reseña de la Función de Esparcimiento de un Punto o Point Spread Function (PSF), que es la respuesta de un sistema óptico a una fuente puntual de luz, i. e. la forma que adquiere una estrella al verse a través de un telescopio. La PSF incluye el patrón de difracción, por lo que es de suma importancia realizar una pequeña descripción de su naturaleza. El capítulo finaliza con la PSF del instrumento y algunos modelos teóricos de ésta usados por la técnica de Difracto Astrometría. En el Capítulo 5, se describen los pasos del algoritmo de la técnica de Difracto Astrometría. El Capítulo 6 contiene los resultados de aplicar la técnica al estudio del Trapecio de Orión, en él se describen las imágenes utilizadas, las medidas astrométricas realizadas y la cinemática obtenida. En el Capítulo 7 se presentan las conclusiones así como las posibles mejoras y ampliaciones de la técnica. En el Apéndice A se lleva a cabo una deducción de la Integral de difracción de Fraunhofer. En el Apéndice B se da una explicación de los diversos subalgoritmos de la técnica. El Apéndice C contiene las gráficas que por razones sintéticas no se presentan en el Capítulo 6. En el Apéndice D se presentan las comunicaciones a congresos y las publicaciones realizadas. Finalmente, se lista la bibliografía consultada<sup>2</sup>.

---

<sup>1</sup>Los elementos muy importantes para el trabajo se resaltan en **negritas**.

<sup>2</sup>Cada entrada bibliográfica contiene al final, una lista con las páginas en las cuales es citada.

# Capítulo 2

## Contexto Astronómico

En este capítulo se definen y se describen los sistemas tipo trapecio además, se indican a detalle las características astronómicas del Trapecio de Orión. El desarrollo de este trabajo fue motivado por el estudio de dichos sistemas, específicamente, por el análisis detallado de los movimientos internos del Trapecio de Orión. Así, antes de explicar la técnica de Difracto Astrometría, se menciona el contexto astronómico que la motiva.

### 2.1. Los sistemas tipo trapecio

Los sistemas tipo trapecio son sistemas estelares múltiples, compuestos de tres o más estrellas, en los cuales por lo menos tres distancias entre las componentes son del mismo orden de magnitud; se entiende por “del mismo orden de magnitud”, cuando las razones de las distancias son mayores que un tercio y menores que tres. Si sucede lo contrario se denominan sistemas ordinarios o jerárquicos [Allen y Poveda, 1974]. Generalmente sólo se tiene acceso a las distancias proyectadas, por lo que la definición anterior puede incluir además de trapecios *per se*, trapecios ópticos (i. e. sistemas que no están ligados físicamente) y pseudo trapecios (i. e. sistemas jerárquicos que proyectados aparecen como trapecios).

Ambartsumian [1955] encontró que entre los sistemas estelares múltiples, la proporción de sistemas tipo trapecio es mucho mayor en las asociaciones estelares que en cualquier otra parte, y además varía con el tipo espectral. En el intervalo espectral de O a B2 la mayoría de estas asociaciones son tipo trapecio, y decrece a 10 % en el intervalo de A a K. Demostró también que la probabilidad de que un sistema de tipo ordinario sea observado como un pseudo trapecio es de 0.1; lo anterior indica que muy probablemente la gran mayoría de los trapecios observados en los tipos espectrales de A a K sean pseudo trapecios. Se puede entonces afirmar que los trapecios ocurren principalmente en asociaciones O y B; es decir, en cúmulos jóvenes con pocas estrellas.

De los trabajos de Ambartsumian [1954, 1955] se infiere que, debido a la poca edad de los sistemas múltiples tipo O (la vida de una estrella O o B0 no puede exceder los 10 millones de años) y a la falta de sistemas tipo A o B conocidos, y que hayan evolucionado a partir de los primeros, entonces estos sistemas se disgregan en el tiempo que requieren sus estrellas para cambiar de tipo espectral (de O o B0 a otro). Así, los sistemas tipo O deben poseer energías positivas capaces de disgregarlos con relativa rapidez. Debido a que los trapecios ocurren en este tipo de sistemas, entonces se espera que también posean energías positivas.

Para Ambarstumian los trapecios son sistemas inestables, no ligados, y que se expanden indefinidamente (i. e. tienen energías positivas). Como una prueba de lo anterior, refiere al trabajo de Parenago [1953] sobre la energía total positiva del Trapecio de Orión y de los trapecios abiertos de la asociación de Cygnus. Concluye que un cúmulo tipo O se desarrolla a partir de uno o varios trapecios.

Sin embargo Poveda et al. [1967] muestran, mediante simulaciones dinámicas, que sólo considerando las interacciones dinámicas internas se pueden explicar los fenómenos que los trapecios presentan, tales como las estrellas desbocadas, la expansión y las binarias cerradas.

Además Allen y Poveda [1974] presentan un escenario en el cual los trapecios son sistemas ligados (con probabilidad de 0.63 de permanecer como tales después de un millón de años), que evolucionan dinámicamente ya sea por transferencia de una o más componentes a órbitas cerradas menos ligadas, o eyectándolas del

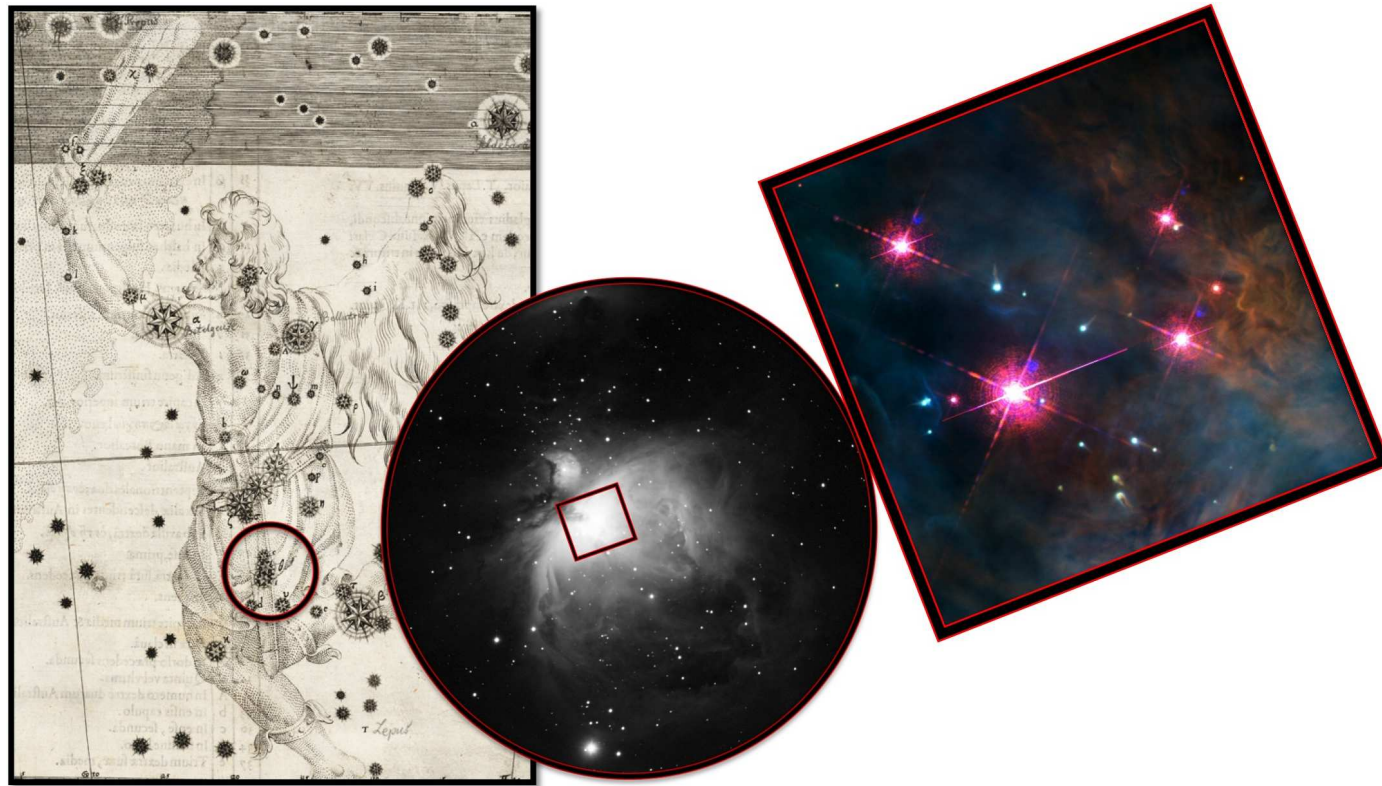


Figura 2.1: La constelación de Orión, la Nebulosa y el Trapecio. Créditos: Orión según Bayer. © Linda Hall Library of Science, Engineering & Technology 2005. La Nebulosa de Orión. © Gordon, Andrew y Stewart Buchan, 2009. Imagen del Trapecio de Orión tomada con HST-WFPC2. ©John Bally, Dave Devine, y Ralph Sutherland.

sistema (con probabilidad de 0.43). Citando textualmente a estos autores: “El Trapecio de Orión [...] puede evolucionar con el paso del tiempo en un sistema que se parezca a las Pléyades ...”.

Las simulaciones dinámicas de Allen y Poveda [1974] y los estudios observacionales de Allen et al. [1974] y Allen et al. [2004] sobre los trapecios, indican, contrario a lo que Ambartsumian y Parenago determinaron, que éstos son sistemas estables cuyas vidas dinámicas son comparables a las de los núcleos de sus estrellas. Además de estar ligados y virializados, eyectan componentes, ya sea solas o en pares, algunas de las cuales pueden ser estrellas desbocadas (“runaways”: estrellas con velocidad mayor a  $30 \text{ km s}^{-1}$  [Cruz-González et al., 1974]).

Uno de los trapecios mejor estudiados a lo largo de la historia reciente es el Trapecio de Orión. Aunque las medidas astrométricas de este sistema se remontan a 1780, la primera publicación sobre el análisis de sus movimientos internos data de mediados del siglo pasado [Parenago, 1953]. La amplia información astrométrica del Trapecio de Orión lo convierte en un excelente laboratorio para el análisis de la dinámica de los trapecios.

## 2.2. El Trapecio de Orión

El Trapecio de Orión ( $\theta^1$  Ori, ADS 4186), está ubicado en el centro de la Nebulosa de Orión, en la zona que se conoce como la espada de la constelación de Orión (véase Figura 2.1). **La Nebulosa de Orión es una región HII de formación estelar, muy cercana al sistema solar ( $414 \pm 7 \text{ pc}$ , Menten et al., 2007), lo que la hace un excelente sistema para estudiar diversos fenómenos astrofísicos.** En el interior de esta región se encuentra el cúmulo de la nebulosa de Orión, que está formado por cerca de 3,500 estrellas jóvenes, de menos de  $10^6$  años, contenidas en un radio de 2.5 pc, en cuyo centro se encuentra el Trapecio de Orión [Hillenbrand, 1997]. Este último es un sistema múltiple, compuesto por al menos 9 estrellas (nombradas de la A a la I), siendo las cuatro principales (A-D) las que le otorgan el nombre característico de Trapecio (véanse las Figuras 2.1 y 2.2). En la Tabla 2.1 se muestran algunos datos de las componentes principales.

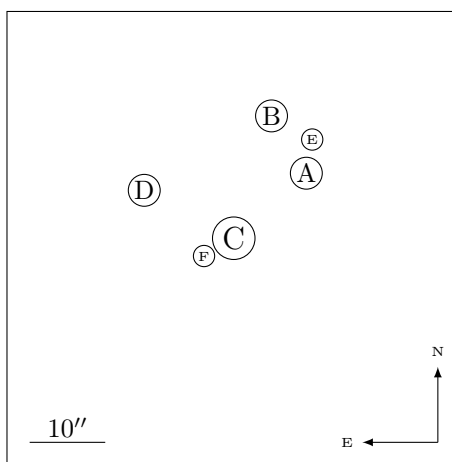


Figura 2.2: Componentes del Trapecio de Orión

Desde la invención del telescopio, el Trapecio de Orión ha sido uno de los objetos celestes más observados. GALILEO GALILEI (1564-1642) fue el primero en observar este sistema el 4 de Febrero de 1617, registrando solamente las tres componentes más brillantes, la C, la A, y la D [Galilei, 1617]. Sin embargo el trabajo de Galileo no tuvo gran impacto y en 1656 CHRISTIAN HUYGENS (1629-1695) lo redescubre como un sistema triple. La cuarta componente del Trapecio, la componente B, fue descubierta por JEAN PICARD (1620-1682) en 1673 y redescubierta independientemente por CHRISTIAN HUYGENS en 1684. La quinta componente, E, fue descubierta por FRIEDRICH GEORG WILHELM STRUVE (1793-1864) en 1826, la sexta componente, F, por JOHN FREDERICK WILLIAM HERSCHEL (1792-1871) el 13 de Febrero de 1830, la séptima, G, por ALVAN CLARK (1804-1887) en 1888, y la octava, H, por EDWARD EMERSON BARNARD (1857-1923) en el mismo año [Mason et al., 2001].

Las primeras mediciones astrométricas del sistema fueron realizadas por FREDERICK WILLIAM HERSCHEL (1738-1822) en 1780, reportando las separaciones AB, AC, BD, y CD. Desde entonces se ha acumulado una gran cantidad de información astrométrica sobre este sistema; un ejemplo de lo anterior lo constituye el Washington Double Star Catalog (WDS) [Mason et al., 2001], el cual contiene 850 mediciones del Trapecio, tanto de separación como de ángulo de posición.

A pesar de ser uno de los objetos más estudiados a lo largo de la historia, el Trapecio de Orión aún se presenta como una fuente de nuevos descubrimientos.

### 2.2.1. Multiplicidad del Trapecio de Orión

La mayoría de las estrellas en nuestra galaxia se encuentran en sistemas múltiples. La frecuencia de las binarias (i.e. la probabilidad de que un objeto sea múltiple) para las estrellas de campo del tipo solar es de 50 % [Duquennoy y Mayor, 1991, Fischer y Marcy, 1992] y cerca del 70 % para las estrellas más masivas, de tipos O y B [Mason et al., 1998, Abt et al., 1990]. La región de formación estelar más cercana y mejor estudiada es la Nube Molecular de Orión, la cual está compuesta de nebulosas oscuras y de reflexión, así como de las estrellas que se forman en su interior; se extienden a lo largo de toda la constelación de Orión, e incluye al Trapecio. Para esta nube molecular se han realizado numerosas búsquedas de binarias. Por ejemplo, Morrell y Levato [1991] determinaron una frecuencia de 32 % para binarias en la Asociación OB1 Ori (el Trapecio es parte de esta asociación estelar). Por otra parte, Padgett et al. [1997] analizando imágenes del HST de la Nebulosa de la Flama, de M78 y de NGC 2071 (todas en la Nube Molecular de Orión) encontraron una frecuencia de 15 %.

El Trapecio de Orión muestra, además de sistemas binarios, sistemas múltiples conocidos como subtrapecios (véase Figura 2.3). Petr et al. [1998] usando imágenes de holografía speckle en el cercano infrarrojo, centradas en el cúmulo, encontró cuatro nuevos sistemas múltiples, entre los cuales se encuentran  $\theta^1$  Ori A y  $\theta^1$  Ori B, previamente conocidas como binarias eclipsantes y espectroscópicas. Simon et al. [1999] utilizando observaciones con óptica adaptativa, en el cercano infrarrojo del campo central del cúmulo del Trapecio, halló 17 nuevos pares visuales con separaciones menores al segundo de arco. Weigelt et al. [1999], con imágenes speckle del Trapecio detectaron una compañera cercana a  $\theta^1$  Ori C. Kraus et al. [2007], con ayuda de interferometría speckle infrarroja, encontraron estructura en  $\theta^1$  Ori D, indicio de un sistema binario con una separación de 18 mas. Vitrichenko [2002], usando espectros de una compilación histórica, determinó que  $\theta^1$  Ori D es un sistema binario con un periodo de 20.2 días. Costero et al. [2006, 2008], con espectros Échelle, determinan que  $\theta^1$  Ori E es una binaria espectroscópica con periodo de 9.9 días. Así, de las 7 componentes principales del Trapecio de Orión sólo la F parece no tener subsistema asociado; sin embargo es muy probable que también sea un sistema múltiple o por lo menos binario.

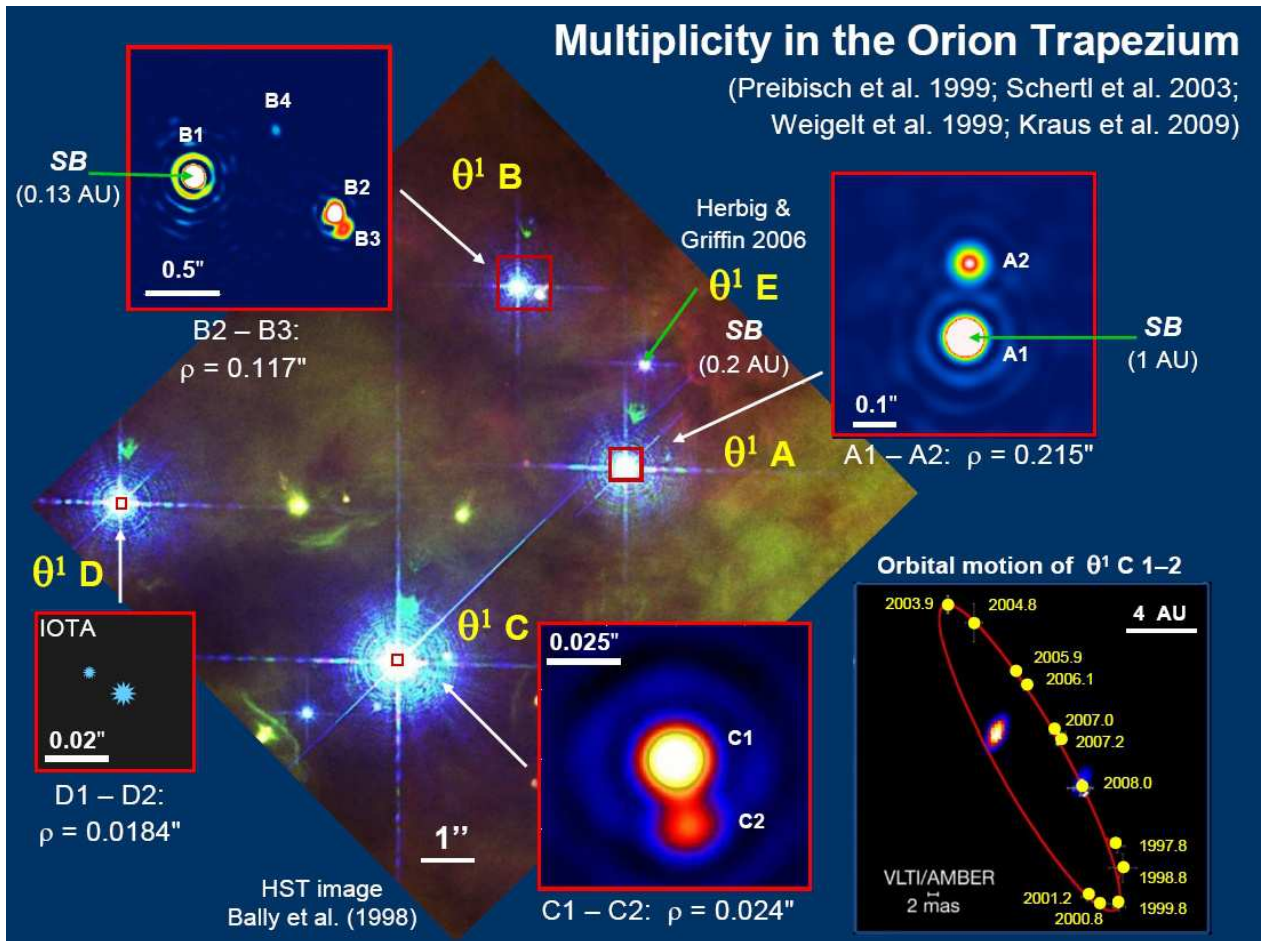


Figura 2.3: Multiplicidad del Trapecio de Orión (Crédito: Thomas Preibisch).

Una vez clarificado el objeto de estudio y expuesta su trascendencia en el ámbito astronómico, es importante señalar que en este capítulo se mencionan los caracteres físicos que determinan la viabilidad del análisis del sistema (Trapecio de Orión). Entre estos, hay dos muy importantes. El primero, es que el sistema se encuentra inmerso en la Nebulosa de Orión, un objeto difuso y brillante. Segundo, los componentes estelares analizados tienen magnitudes muy dispares. La diferencia en magnitud entre la estrella más brillante, la componente C, y la más débil estudiada, la componente F, es de  $\Delta V = 6.37$ , lo que implica que ésta última es  $\sim 500$  veces más débil que la primera. Lo anterior, aunado al hecho de que la separación entre ambas es pequeña (4.0-4.5 segundos de arco), provoca la escasez de estudios referentes a la componente F.

Por último, cabe mencionar que la problemática astronómica anteriormente descrita fue un elemento fundamental en el desarrollo de la técnica de Difracto Astrometría. Continuando con esta línea de razonamiento, en el siguiente capítulo se describe al instrumento con el que se obtuvieron los datos, y se detallan los caracteres físicos de éste importantes en el desarrollo de la técnica.

Tabla 2.1: Datos del Trapecio de Orión

Componente	Coordenadas (J2000) <sup>a</sup>		Movimiento propio <sup>b</sup>		Velocidad Radial km s <sup>-1</sup>	Tipo Espectral	Magnitud V	Masa M <sub>⊙</sub>	Multiplicidad
	$\Delta\alpha$ "	$\Delta\delta$ "	$\mu_\alpha$ mas año <sup>-1</sup>	$\mu_\delta$ mas año <sup>-1</sup>					
A	-0.653	-0.344	10.0	1.0	33.4 ± 2 <sup>d</sup>	B0.5V <sup>e</sup>	6.73 <sup>f</sup>	20 <sup>g</sup>	3 <sup>g</sup>
B	-0.383	7.140	10.0	-4.0	24.0 ± 2 <sup>d</sup>	B1V <sup>e</sup>	7.96 <sup>f</sup>	14 <sup>g</sup>	5 <sup>j</sup>
C	-0.036	-8.85	12.0	7.0	28 ± 5 <sup>d</sup>	O4-6pv <sup>e</sup>	5.13 <sup>f</sup>	44 ± 7 <sup>k</sup>	2 <sup>g</sup>
D	0.692	-1.57	-1.0	-3.0		B0.5V <sup>e</sup>	6.71 <sup>f</sup>	18.4 <sup>l</sup>	2? <sup>k</sup>
E	-0.727	3.980			34.3 ± 0.7 <sup>c</sup>	G0IV-G5III <sup>c</sup>	11.1 <sup>i</sup>	6-8 <sup>i</sup>	2 <sup>c</sup>
F	0.220	-11.2				B8 <sup>h</sup>	11.5 <sup>e</sup>	3.9 ± 1.9 <sup>h</sup>	1

<sup>a</sup>Respecto del centro del Trapecio:  $\alpha=05^{\text{h}} 35' 16.5''$ ,  $\delta=-05^{\circ} 23' 14''$  <sup>b</sup>Jeffers et al. [1963]. <sup>c</sup>Costero et al. [2008]. <sup>d</sup>Wilson [1953]. <sup>e</sup>Mason et al. [1998]. <sup>f</sup>Reed [2003]. <sup>g</sup>Schertl et al. [2003]. <sup>h</sup>Herbig [1950]. <sup>i</sup>Herbig y Griffin [2006]. <sup>j</sup>Preibisch et al. [1999]. <sup>k</sup>Kraus et al. [2009]. <sup>l</sup>Voss et al. [2010]. <sup>h</sup> Basado en promedios de masa para el tipo espectral B8 [Underhill y Doazan, 1982].

# Capítulo 3

## El instrumento

En este capítulo se mencionan aspectos generales del instrumento con el cual se obtuvieron las imágenes utilizadas por la técnica de Difracto Astrometría. Se presentan además, particularidades del mismo, fundamentales para el desarrollo de esta técnica.

Se entiende por instrumento, al conjunto del OTA (Optical Telescope Assembly) y de la Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2). El primero está compuesto por los espejos primario y secundario del HST en un arreglo Cassegrain. Dentro del OTA se incluyen, además, todas aquellas componentes físicas que se encuentran en el camino óptico y que constituyen obstrucciones al mismo. La WFPC2 es uno de los muchos instrumentos científicos a bordo del HST y con el cual fueron tomadas las imágenes que el presente trabajo usa. Se decidió utilizar sólo imágenes de la WFPC2 por razones de cantidad, calidad y disponibilidad. En el Capítulo 2 se menciona la importancia astronómica de la Nebulosa de Orión, y ya que el Trapecio de Orión se encuentra en el núcleo de ésta, del gran número de imágenes que la WFPC2 tomó de la Nebulosa, el Trapecio está presente en la mayoría. La calidad de las imágenes se discute en la Sección 3.2.1. Las imágenes tomadas con el HST son del dominio público después de un año de haber sido obtenidas, además de que se distribuyen gratuitamente. Hacia el final del capítulo se exponen las propiedades de la base de datos que posibilita la distribución de estas imágenes.

Así, aunque la calidad de las imágenes tomadas con la WFPC2 varía en el tiempo por diversas razones [McMaster y Biretta, 2008], en términos generales y para propósitos de este trabajo, es un instrumento de excelente calidad y estabilidad. Es por ello que los datos del Trapecio de Orión obtenidos con la WFPC2 presentan la oportunidad única de desarrollar, implementar y calibrar una técnica tan novedosa como la aquí presentada.

La información referente al OTA del HST y a la WFPC2 fue recabada en su mayoría de Hubble Space Telescope Primer for Cycle 19 [Boffi, 2010] y del WFPC2 Instrument Handbook Ver. 10 [McMaster y Biretta, 2008], respectivamente.

### 3.1. El Telescopio Espacial Hubble

#### 3.1.1. Generalidades

El Telescopio Espacial Hubble (HST) es un programa de cooperación entre la Agencia Espacial Europea y la Administración Nacional de Aeronáutica y del Espacio (NASA) para operar un observatorio espacial en beneficio de la comunidad astronómica internacional. El HST es un observatorio que se planeó desde la década de 1940, fue diseñado y construido en los 70s y 80s, y comenzó a operar en los 90s. Fue colocado en una órbita baja, a unos 600 km sobre la superficie de la tierra, el 25 de Abril de 1990, tarea que estuvo a cargo de la tripulación del transbordador espacial. Desde su concepción inicial, fue diseñado como una misión de largo plazo de un telescopio en el espacio. Para lograr este objetivo y además proteger al instrumento de fallas, la NASA planeó misiones regulares de servicio.

La responsabilidad de conducir y coordinar las operaciones científicas del HST radica en el Instituto Científico del Telescopio Espacial (STScI), el cual se encuentra ubicado en la Universidad Johns Hopkins,



en Baltimore, Maryland, EUA. El STScI es operado por la NASA mediante la Asociación de Universidades para la Investigación en Astronomía (AURA).

Los años posteriores al lanzamiento del HST fueron cruciales en su desarrollo. Durante ellos se buscó una solución práctica al problema inicial de aberración esférica en el espejo principal. La misión del transbordador Endeavour, en Diciembre de 1993, logró corregir los efectos de la aberración esférica, llevando al HST a una completa funcionalidad. Desde entonces, cada tres años se realizan misiones de servicio que permiten llevar a cabo reparaciones en el equipo e incorporar nuevas tecnologías, especialmente en los instrumentos científicos<sup>1</sup>.

El HST es un telescopio tipo Cassegrain estabilizado en sus tres ejes (U1,U2 y U3 en la Figura 3.1), cuyo espejo principal es de 2.4 m de diámetro. Los instrumentos científicos que se encuentran a bordo incluyen tres cámaras y dos espectrógrafos; los sensores de guiado fino logran un apuntado preciso del telescopio, además de que pueden ser utilizados para realizar astrometría. Debido a que el HST está fuera de la atmósfera terrestre, los instrumentos científicos producen imágenes astronómicas de alta resolución y, a diferencia de los observatorios en tierra, realiza observaciones en el ultravioleta (UV), región del espectro electromagnético bloqueada en un alto grado por la atmósfera. Una ventaja más es que las observaciones realizadas en el infrarrojo no tienen la componente del fondo que la atmósfera agrega.

A continuación se describen brevemente las propiedades ópticas y mecánicas del HST relevantes para el presente trabajo. La información se recabó de Boffi [2010]

### 3.1.2. El diseño del telescopio y el campo de visión

El diseño y estructura del HST se muestran esquemáticamente en la Figura 3.1. La fuente de poder del telescopio está constituida por dos paneles solares que se encuentran, en todo momento, orientados a la luz solar incidente, así como baterías de Níquel-Hidrógeno para el funcionamiento durante la noche orbital. Dos antenas de alta ganancia permiten la comunicación con tierra a través del Tracking and Data Relay Satellite System. Las funciones de comunicación son operadas internamente en el Support System Module que se encuentra alrededor del espejo principal.

Los instrumentos científicos están montados en bahías detrás del espejo principal. La Wide Field and Planetary Camera 2 (WFPC2) ocupaba una de las bahías radiales, la introducción del haz en el instrumento se logra mediante un espejo retraíble. Las restantes tres bahías radiales son ocupadas por los Fine Guidance Sensors (FGS), que a diferencia de la WFPC2, reciben el haz de luz 10-14 minutos de arco fuera de eje. Los instrumentos científicos que están montados en bahías axiales reciben el haz varios minutos de arco fuera de eje, véase Figura 3.2

Cuando se refiere al HST y en específico a su plano focal, se utiliza un sistema de coordenadas que está fijo en el telescopio, y que consiste en tres ejes ortogonales: U1, U2 y U3. El eje U1 coincide con el eje óptico del telescopio, el U2 es paralelo al eje de rotación de los paneles solares y U3 es perpendicular a los dos anteriores (véanse las Figuras 3.1 y 3.2). Para algunos instrumentos se utiliza un sistema de referencia alterno en el cual  $V1=U1$ ,  $V2=-U2$  y  $V3=-U3$ .

### 3.1.3. El desempeño óptico

Debido a que el espejo principal tiene una aberración esférica del orden de media longitud de onda (0.43  $\lambda$  rms a 633 nm, [Burrows et al., 1991]) y a pesar de que la óptica correctiva fue instalada en los instrumentos científicos en 1993, el OTA no logra el desempeño del diseño original. Se planeó para tener una razón de Strehl (i.e. la razón entre el pico real de la Función de Esparcimiento de un Punto (PSF) y el límite de difracción teórico en ausencia de aberraciones) de 0.9, se obtuvo una de 0.1 antes de la corrección óptica (ambos a 633 nm) y 0.8 después (a 500 nm [Ferguson, 2010]). Como comparación un telescopio en tierra con las mismas características ópticas y un seeing de 0.5" FWHM tendría una razón Strehl de 0.012 a las mismas longitudes de onda [Burrows et al., 1991].

Los instrumentos científicos, a excepción de los FGS, tienen el haz corregido, ya sea a través de un sistema correctivo externo (COSTAR) o interno, como en el caso de los instrumentos de segunda y tercera generación (e.g. WFPC2). En la Tabla 3.1 se muestran las características generales del OTA.

---

<sup>1</sup>Información recabada de la pagina [http://www.stsci.edu/hst/HST\\_overview/](http://www.stsci.edu/hst/HST_overview/)

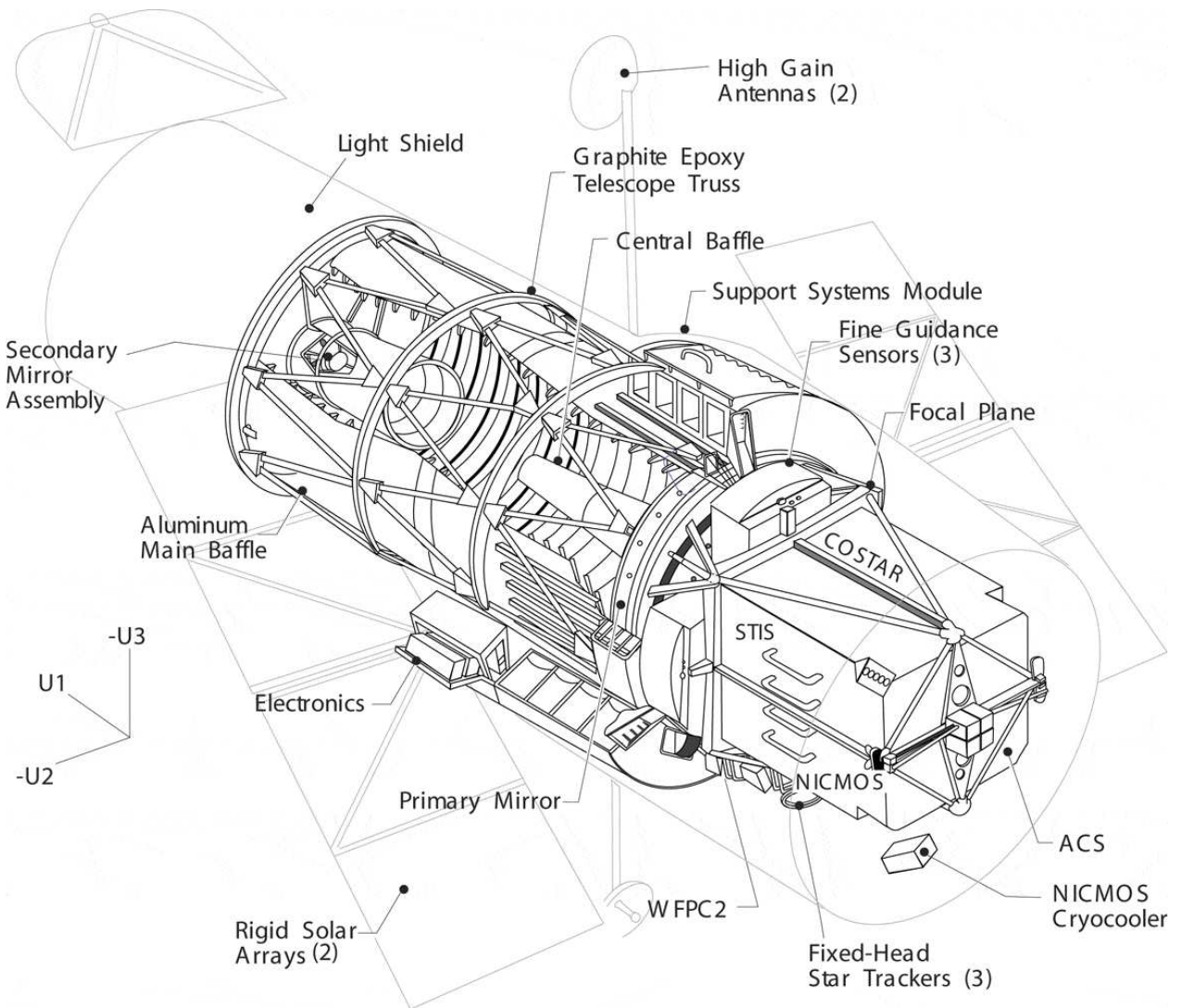


Figura 3.1: Componentes principales del HST, así como las definiciones de los ejes U1, U2 y U3.

Tabla 3.1: Características ópticas y desempeño del OTA

Diseño	Ritchey-Chretien Cassegrain
Apertura	2.4 m
Cobertura espectral	0.11- 3 $\mu\text{m}$
Razón focal	f/24
Escala de placa (en el eje)	3.58 " $\text{mm}^{-1}$
PSF FWHM a 5000Å	0.043 "
Energía encerrada en 0.1" a 5000Å	87 %

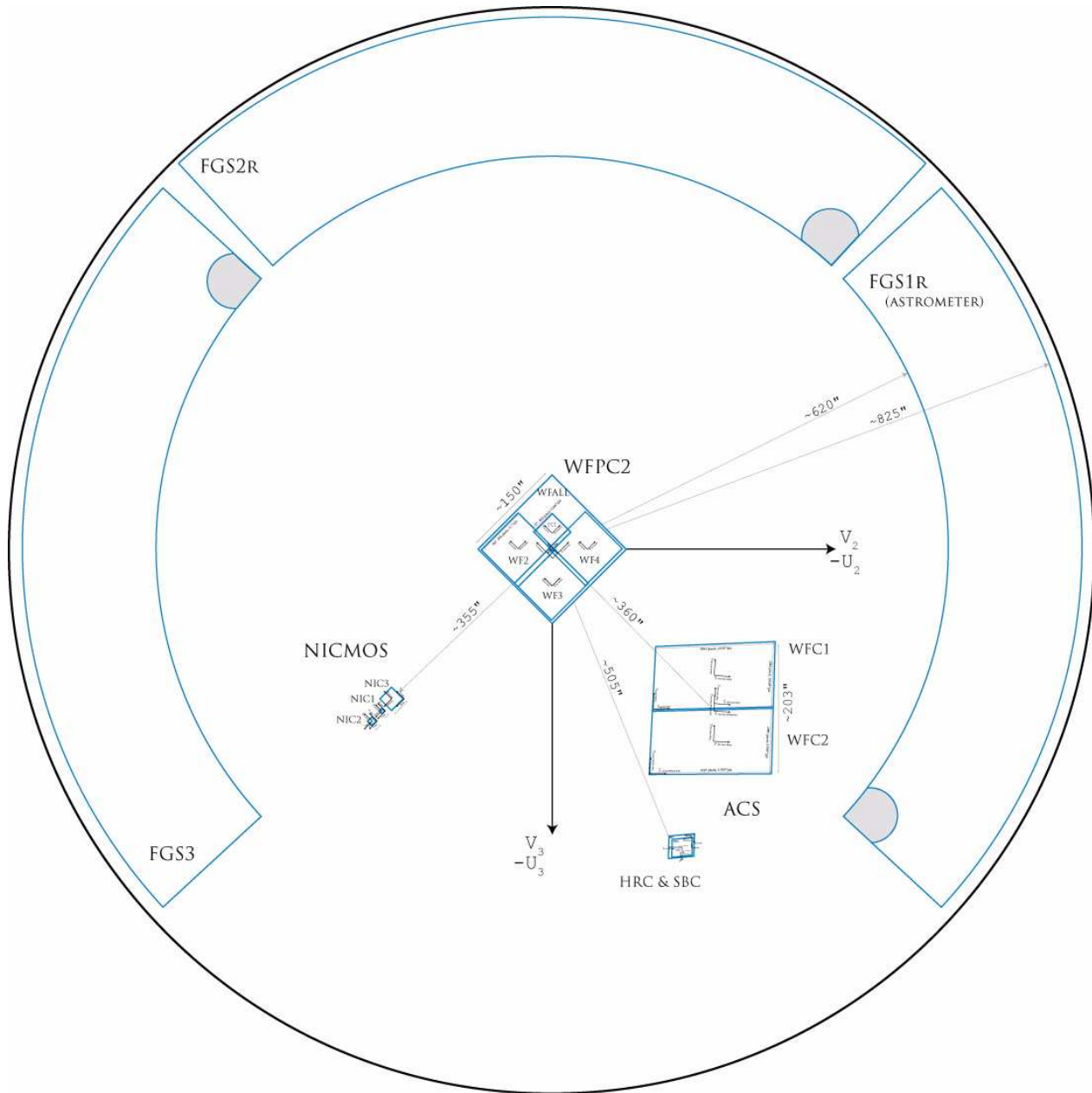


Figura 3.2: Campo de visión del HST con las aperturas de los instrumentos científicos en el plano focal.

### 3.1.4. Desempeño del guiado

El sistema de control de posicionado del HST tiene dos modos de operación. En el modo por defecto, los FGS permiten un control activo de alta precisión en el apuntado. En el otro modo, se utilizan los sensores de cambio de los giróscopos. Las observaciones científicas se realizan en el primer modo con dos FGS fijos en dos estrellas de guiado distintas. La información combinada de los dos FGS es enviada a los giróscopos, quienes controlan los movimientos alrededor de los tres ejes U1, U2 y U3. El tiempo que se requiere para fijar las dos estrellas es de aproximadamente 6 minutos, y la precisión en el apuntado es de  $\sim 1$  mas [Nelán, 2007].

## 3.2. La Wide Field Planetary Camera 2

En esta sección se presentan las propiedades ópticas y electrónicas de la WFPC2 que son responsables de algunas peculiaridades que tienen las imágenes obtenidas con ella. Entender estas propiedades fue fundamental en el proceso de desarrollo de la técnica de Difracto Astrometría.

### 3.2.1. Generalidades

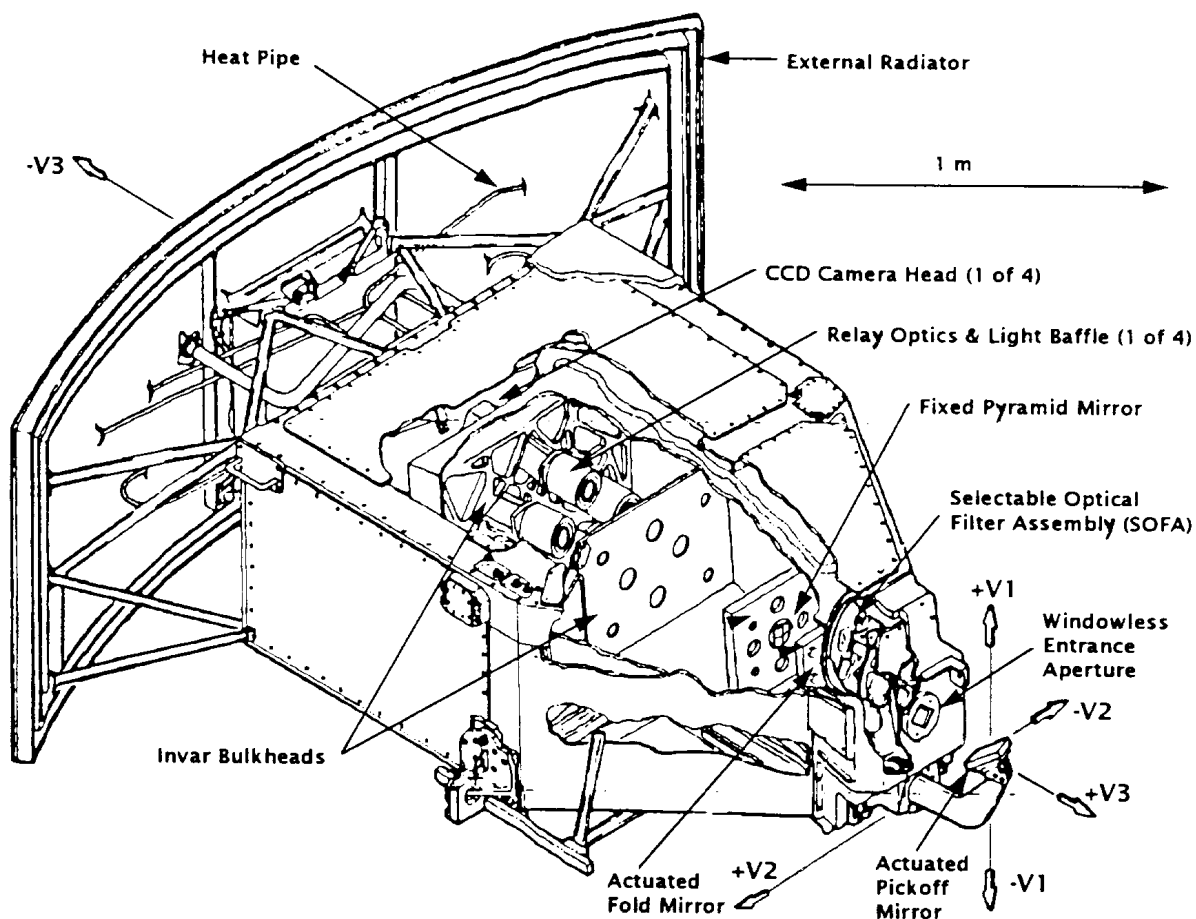


Figura 3.3: Ilustración de la WFPC2.

La WFPC2 fue colocada a bordo del HST en Diciembre de 1993, como remplazo a la WFPC1, y se sustituyó con la WFC3 en Mayo de 2009, por lo que estuvo operacional un periodo de casi 16 años. El instrumento producía imágenes fotométricas y ocupaba la única bahía radial destinada a instrumentos científicos. Su

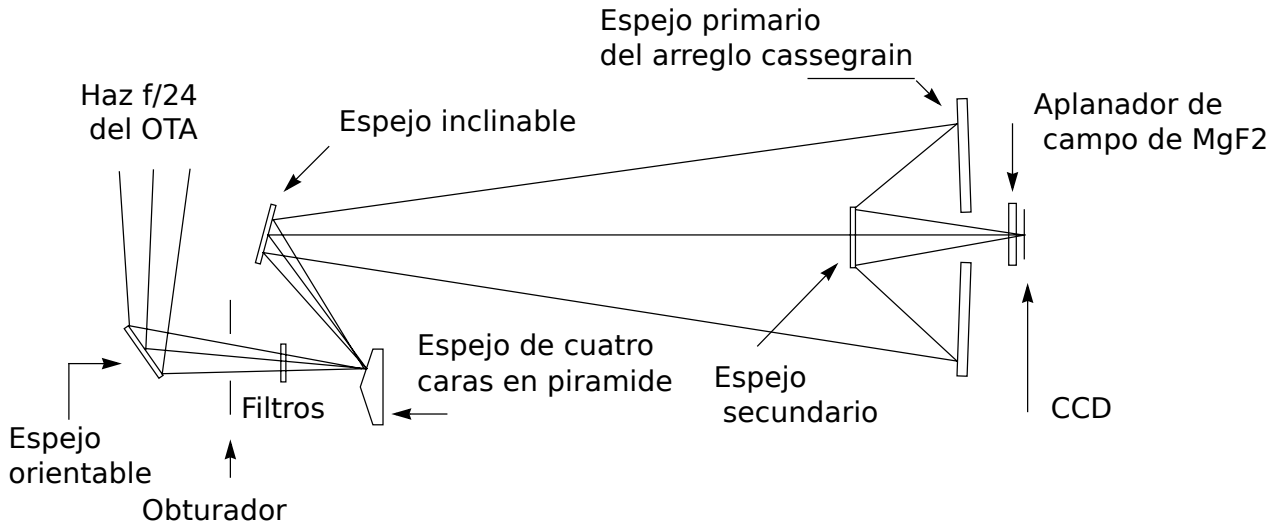


Figura 3.4: Configuración óptica de la WFPC2

campo de visión estaba en el plano focal y centrado en el eje óptico (véanse las Figuras 3.3 y 3.5). Los cuatro detectores CCDs (Charge Coupled Device) obtienen las imágenes simultáneamente y son sensibles en el intervalo espectral comprendido entre los  $1150\text{\AA}$  a los  $10500\text{\AA}$ . Las tres Wide Field Cameras (WFC), cuya razón focal es  $f/12.9$ , adquieren imágenes de una región en forma de L de  $150'' \times 150''$  con escala de placa de  $0.1''/\text{pix}$ . La Planetary Camera (PC) obtiene la imagen de una región de  $35'' \times 35''$  con escala de placa de  $0.046''/\text{pix}$ , a una razón focal  $f/28.3$ . Las tres WFC submuestran la PSF del OTA por un factor de 4 a  $5800\text{\AA}$ , mientras que la PC tiene una resolución dos veces mayor. La eficiencia cuántica total del sistema telescopio más cámara (HST+WFPC2) tiene valores entre 4 y 14 % en el visual, y cae a 0.1 % en el ultravioleta lejano. La detección de objetos débiles está limitada ya sea por el fondo del cielo en el caso de filtros anchos, o por el ruido electrónico de lectura para los filtros angostos. Se observa saturación cuando el número de fotones detectados, por píxel, es mayor a 53,000.

En la Figura 3.4 se muestra la configuración óptica de la WFPC2. El haz del OTA ( $f/24$ ) es introducido al instrumento por medio de un espejo colector orientable. Después de pasar a través del obturador y del filtro, el haz es reflejado en un espejo piramidal de cuatro caras localizado en el foco aberrado del OTA. Cada una de las cuatro partes en que es dividida la imagen se envía, mediante un espejo plano, a un arreglo Cassegrain, el cual forma la imagen en un CCD encapsulado por una ventana de  $\text{MgF}_2$  que funciona como aplanador de campo. La WFPC2 se enfoca moviendo el espejo secundario del OTA. A lo largo del presente trabajo, cada una de las cuatro cámaras se nombran como Planetary Camera (PC) o detector 1, Wide Field 2 (WF2) o detector 2, Wide Field 3 (WF3) o detector 3, Wide Field 4 (WF4) o detector 4, y el conjunto de las tres Wide Field Cameras como WFC o simplemente WF, sin el número.

**La calidad de la imágenes de la WFPC2 es superior a la del resto de los instrumentos de segunda generación, pues su campo de visión se encuentra en el eje óptico del telescopio (ver Figura 3.5), lo cual reduce significativamente la distorsión óptica. Finalmente, otra razón para escoger a la WFPC2 como instrumento, fue la amplia literatura publicada por la comunidad internacional referente a la caracterización de la misma.**

### 3.2.2. Alineación óptica y corrección de la aberración esférica

La WFPC2 contiene correcciones internas a la aberración esférica del espejo primario del HST. El frente de onda aberrado es corregido introduciendo un error igual pero opuesto en cada uno de los cuatro espejos secundarios de los arreglos Cassegrain. Para que la corrección se lleve a cabo, es fundamental obtener una alineación precisa entre la pupila del OTA y estos espejos. Dicha alineación (que se realiza en órbita) se consigue mediante una serie de mecanismos actuadores. El espejo colector puede ser inclinado en dos ejes para compensar incertidumbres en la inclinación del instrumento respecto del eje óptico del OTA. Además, tres de los cuatro espejos inclinables (véase Figura 3.4), los de la PC, WF3 y WF4 son articulados. Una

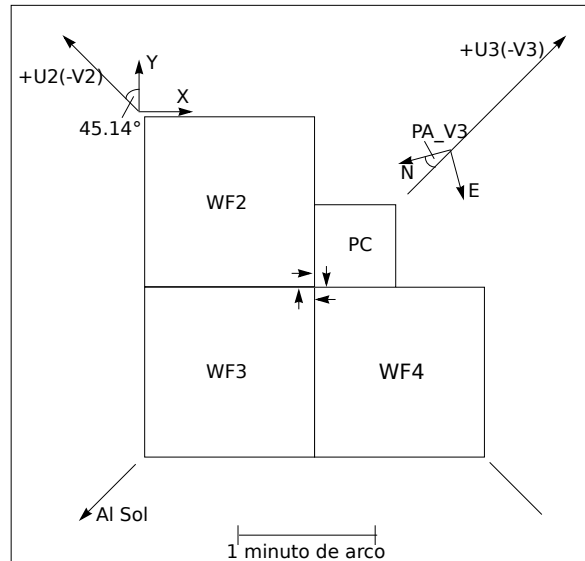


Figura 3.5: Campo de visión de la WFPC2. Las flechas del centro indican la dirección de lectura de los CCDs. El ángulo de posición de V3 (PA\_V3) cambia con la dirección de apuntado y la época y se indica en el encabezado de los datos de ciencia.

combinación de posiciones de los mecanismos anteriores permitió obtener la alineación deseada y corregir así el frente de onda aberrado.

### 3.2.3. Filtros espectrales

Un conjunto de 48 filtros espectrales se encuentran incluidos en la WFPC2, con las siguientes características:

- Se replica aproximadamente la serie fotométrica “UBVRI” de la WFPC1.
- Los filtros de banda ancha se extienden hasta el UV lejano.
- Se tiene la serie de Strömgren.
- Hay un filtro Wood para el UV lejano, sin fugas en el rojo.
- Existe una serie de filtros de rampa lineal, que cubren de los 3700 Å a los 9800 Å.
- Los filtros angostos están uniformemente espaciados y bien calibrados.

Los filtros se encuentran montados en el Selectable Optical Filter Assembly (SOFA), localizado entre el obturador y la pirámide reflectora. El SOFA contiene 12 ruedas cada una con cinco espacios, correspondientes a 4 filtros y un hueco. Los 48 filtros se muestran en la Tabla 3.2. En ella los tipo A, son equivalentes a introducir 5mm de cuarzo en el camino óptico, mientras que los de tipo B no causan corrimiento de foco; sin embargo, en cualquier combinación de filtros que no incluya uno, y solo uno, del tipo A, la imagen resultante estará fuera de foco. Las categorías de los filtros son: muy anchos (LP), anchos (W), medianos (M) y angostos (N).

Tabla 3.2: Filtros de la WFPC2

Nombre	Tipo	Notas	Transmitancia pico (%)	$\lambda$ pico (Å)	$\Delta\lambda$ (Å)
F122M	A	H Ly $\alpha$ -Red Leak	19.3	1240	224.4
F130LP	B	Bloqueador de CaF <sub>2</sub>	94.5	8852	5568.3
F160AW	A	Woods-A	10.1	1403	457.2

Nombre	Tipo	Notas	Transmitancia pico (%)	$\lambda$ pico (Å)	$\Delta\lambda$ (Å)
F160BW	A	Woods-B	12.1	1400	457.1
F165LP	B	Bloqueador de Suprasil	95.4	5796	5533.2
F170W	A	-	30.7	1655	434.6
F185W	A	-	25.9	1849	297.4
F218W	A	Características interestelares	21.1	2092	367.9
F255W	A	-	14.8	2489	408.2
F300W	A	U ancho	50.8	2760	727.6
F336W	A	Strömgren u, WFPC2 U	82.6	3447	370.5
F343N	A	NeV	9.3	3432	23.5
F375N	A	OII	19.5	3736	24.4
F380W	A	-	65.0	3980	694.8
F390N	A	CN	36.5	3886	45.0
F410M	A	Strömgren v	70.4	4097	147.0
F437N	A	OIII	52.0	4368	25.2
F439W	A	WFPC2 B	68.2	4176	464.4
F450W	A	B ancho	91.4	5060	925.1
F467M	A	Strömgren b	75.3	4728	166.4
F469N	A	HeII	52.4	4697	25.0
F487N	A	H $\beta$	58.6	4862	25.9
F502N	A	OIII	63.7	5008	26.9
F547M	A	Strömgren $y$	91.3	5360	486.6
F555W	A	WFPC2 V	94.6	5148	1222.6
F569W	A	-	94.2	5310	965.7
F588N	A	He I y Na I (NAD)	91.4	5894	59.0
F606W	A	V ancho	96.7	6186	1579.0
F622W	A	-	95.6	6034	935.4
F631N	A	OI	85.7	6301	30.9
F656N	A	H $\alpha$	77.8	6562	21.5
F658N	A	NII	79.7	6591	28.5
F673N	A	SII	87.0	6732	47.2
F675W	A	WFPC2 R	97.3	6780	889.5
F702W	A	R ancho	97.1	6538	1480.6
F785LP	A	-	91.7	9959	2096.1
F791W	A	-	95.9	8082	1304.6
F814W	A	WFPC2 I	94.8	8387	1758.0
F850LP	A	-	89.2	10028	1672.4
F953N	A	SIII	95.6	9528	52.5
F1042M	A	-	81.6	10139	611.0
FQUVN-A	A	OII 375	25.9	3769	73.3
FQUVN-B	A	OII 383	29.5	3828	57.3
FQUVN-C	A	OII 391	34.3	3909	59.5
FQUVN-D	A	OII 399	41.0	3989	63.7
FGCH4N-A	A	CH4 543	77.0	5442	34.4
FGCH4N-B	A	CH4 619	82.7	6202	33.8
FGCH4N-C	A	CH4 727	90.9	7278	38.1
FGCH4N-D	A	CH4 892	64.8	8930	54.8
POLQ-par	B	0°, 45°, 90°, 135°	90.7	11000	5796.8
POLQ_per	B	0°, 45°, 90°, 135°	89.7	11000	6654.2
FR418N	A	3700-4720	~20-50	-	W/75
FR533N	A	4720-6022	~40-50	-	W/75
FR680N	A	6022-7683	~60-80	-	W/75
FR868N	A	7683-9802	~70-85	-	W/75

### 3.2.4. Los CCDs

Los cuatro CCDs Loral de la WFPC2 son dispositivos gruesos, iluminados por el frente, en formato de 800x800 pix, con un tamaño de píxel de 15x15  $\mu\text{m}$  y enfriados ( $-88^\circ\text{C}$ ) termoeléctricamente. Son operados en multi-pinned phase, lo que permite obtener resultados prácticos, entre los que se incluyen: ruido térmico reducido, mejor eficiencia en la transferencia de carga, rápida remoción de las imágenes residuales, excelente uniformidad de píxel a píxel, y mejor resistencia al daño por radiación.

**Debido a que los CCDs son iluminados por el frente, y además, soportados por un sustrato grueso de silicio, la superficie de éstos es plana, lo que reduce las incertidumbres en la calibración astrométrica al nivel de una décima de píxel [McMaster y Biretta, 2008].** Algunas características técnicas de los CCDs se muestran en la Tabla 3.3

Tabla 3.3: Características técnicas de los CCDs de la WFPC2

Parámetro	Valor
Fabricante	Loral
Arquitectura	Gruesos
Iluminación	Por el frente
Formato	800x800 pix
Tamaño del píxel	(15 $\mu\text{m}$ ) <sup>2</sup>
UV Phosphor	Lumogen
Ruido térmico ( $\text{e}^- \text{pix}^{-1} \text{s}^{-1}$ )	$\sim 0.0045$ ( $-88^\circ\text{C}$ )
Ruido de lectura	5 $\text{e}^-$ rms
Profundidad del pozo	$\sim 90,000$ $\text{e}^-$
Ganancia ( $\text{e}^- \text{DN}^{-1}$ )	7 o 14
Rango del ADC	12 bits (4096 DN)
Saturación digital (ganancia =7)	$\sim 27,000$ $\text{e}^-$
Saturación digital (ganancia =14)	$\sim 53,000$ $\text{e}^-$
Eficiencia Cuántica (6000 $\text{\AA}$ )	35 %
Eficiencia Cuántica (2500 $\text{\AA}$ )	15 %
Resolución de las WFC	0.0996" $\text{pix}^{-1}$
Resolución de la PC	0.0455" $\text{pix}^{-1}$

#### 3.2.4.1. Artefactos brillantes

Los artefactos brillantes son aquellas acumulaciones de luz que no pertenecen al campo observado del cielo; es decir, son introducidos por el instrumento. Pueden ser ocasionados en la parte óptica, en la parte electrónica o durante el procesamiento de la señal. Entre estos artefactos se destacan el “sangrado” de los píxeles (Blooming o Bleeding), el manchado horizontal (Horizontal Smearing), los artefactos de difracción, las imágenes “fantasma”, los píxeles calientes, el halo de dispersión y las imágenes residuales (véanse las Figuras 3.6 y 3.7).

**El sangrado de los píxeles a lo largo de las columnas, ocurre cuando aquéllos acumulan más electrones de los que pueden contener ( $\sim 90,000$   $\text{e}^-$ ), y literalmente se desparraman sobre los píxeles adyacentes a lo largo de la misma columna, ya que entre una columna y las adyacentes existen barreras físicas que los electrones no pueden sobrepasar.**

El manchado horizontal se produce durante la lectura de una imagen sobreexpuesta, cuando la electrónica detecta una carga espuria. El resultado de esto es que la imagen se ve más brillante del lado derecho de las columnas saturadas.

**Los artefactos de difracción son producidos por obstrucciones en el camino óptico introducidas por los soportes de los espejos secundarios del OTA y de los arreglos Cassegrain de cada cámara, y se manifiestan en la imagen como cuatro picos radiales espaciados “simétricamente” alrededor de la fuente puntual. En adelante, estos artefactos son denominados “spikes”.**

El halo de dispersión alrededor de la fuente puntual tiene su origen en luz dispersada por los errores zonales del espejo principal del OTA. (ver Sección 4.2.1)

Las imágenes fantasmas son producidas por reflejos internos entre los filtros y los aplanadores de campo.



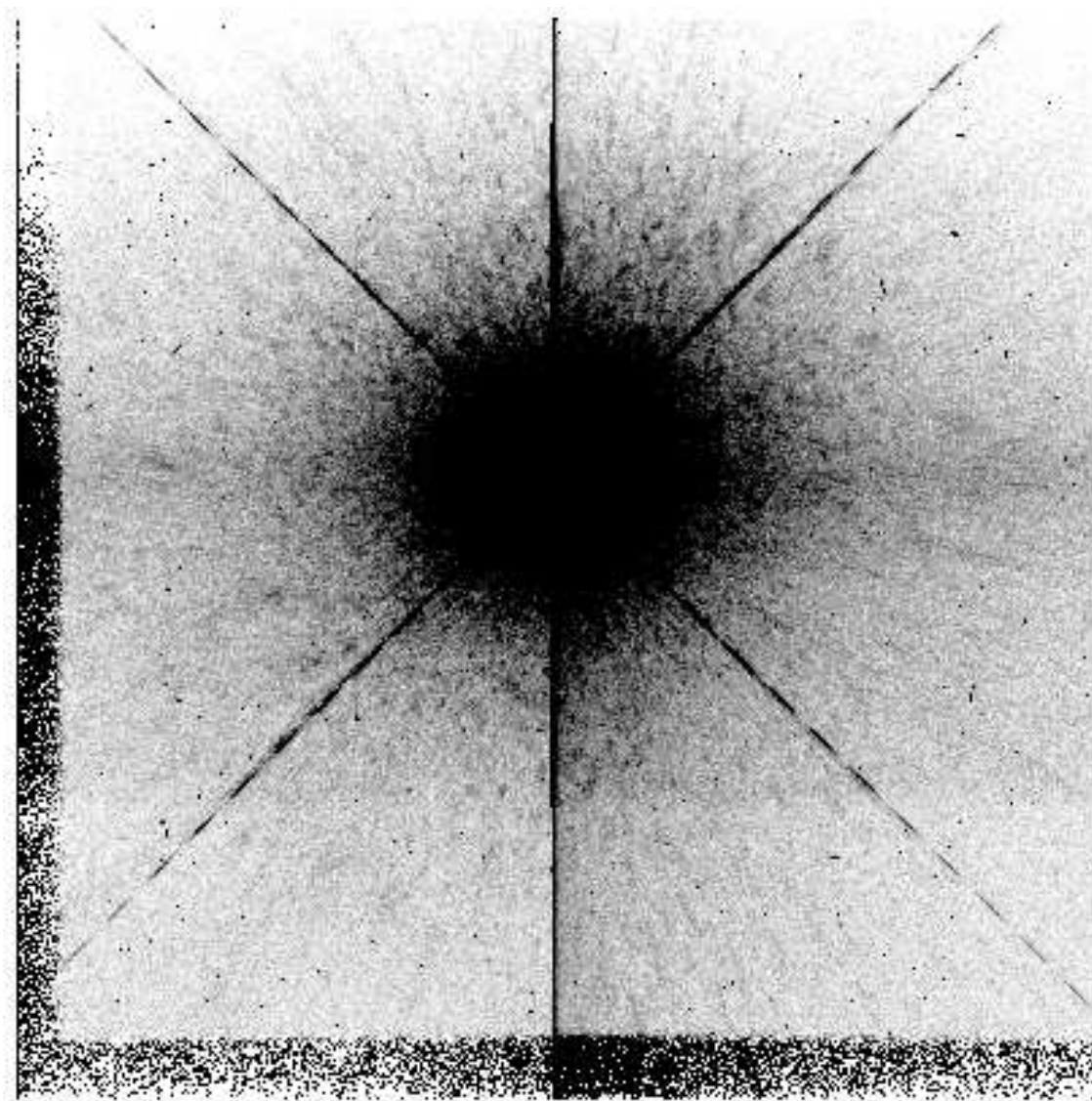


Figura 3.6: Imagen estelar saturada que muestra el manchado horizontal, el sangrado, los efectos de difracción y algunos píxeles calientes. La escala es logarítmica y los tonos de gris están invertidos.

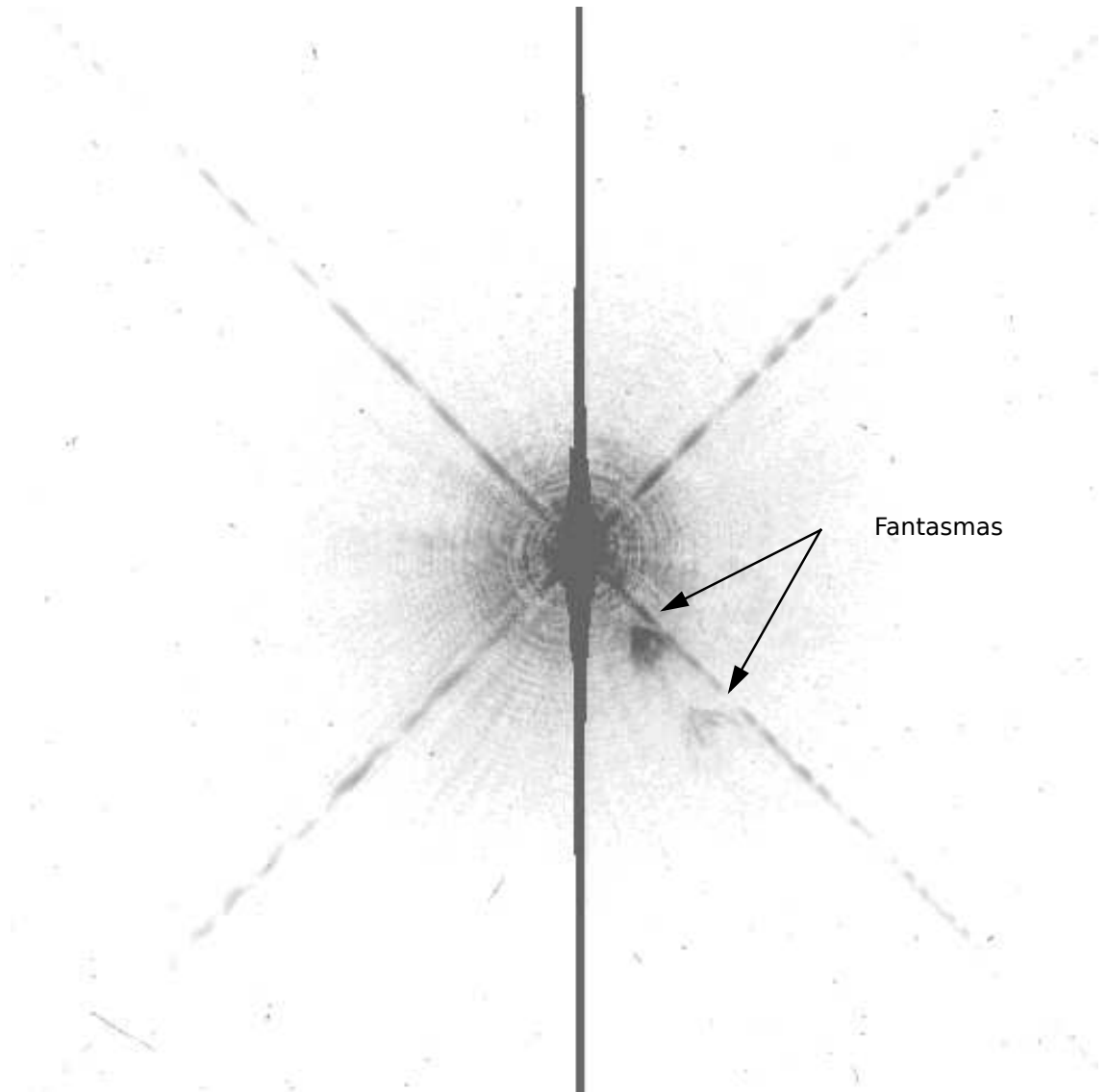


Figura 3.7: Imagen estelar saturada donde se muestra el sangrado, los efectos de difracción y las imágenes fantasmas.

Los píxeles calientes se producen cuando una partícula de alta energía disloca un átomo de silicio de la red cristalina y el hueco es ocupado por uno de los elementos de dopaje; esto modifica localmente las bandas de energía e impide el funcionamiento del píxel [Howell, 2006]. En la WFPC2 los píxeles calientes se forman a una tasa del orden de 33 por CCD por día. Son causados principalmente por rayos cósmicos (véase más adelante). El 80 % de estos píxeles defectuosos regresan a la normalidad después de cada descontaminación, en la cual la temperatura de los CCDs se eleva hasta 22 °C por periodos de 6 a 12 horas.

Las imágenes residuales son producidas de dos maneras. En una de ellas se sobrepasa la capacidad del pozo y el exceso de electrones, que es atrapado en la interfaz de óxido de silicio, se libera lentamente. La otra forma ocurre cuando un fotón de longitud de onda larga penetra profundamente produciendo carga en el sustrato, la cual se difunde en las capas epitaxiales donde es atrapada y liberada lentamente.

Aunque propiamente no es un artefacto brillante sino, oscuro, en la Figura 3.6 se observa una sombra rectangular en el margen izquierdo así como en el inferior. Dicha sombra es causada por el borde de la pirámide reflectora (véase Sección 3.2.1) y cambia de posición según el detector.

#### 3.2.4.2. La respuesta de los campos planos

En un CCD, cada píxel tiene pequeñas variaciones en la ganancia o en la eficiencia cuántica respecto de sus vecinos; además, la óptica del instrumento puede causar alteraciones en la cantidad de fotones que recibe cada píxel. Para corregir estas pequeñas alteraciones se utilizan los campos planos, que idealmente consisten en imágenes en las que la iluminación es uniforme en todos los píxeles y atraviesa el mismo camino óptico, y el mismo filtro que la imagen que se desea calibrar. Dividiendo esta última por la del campo plano se eliminan las variaciones no deseadas [Howell, 2006]. **En las imágenes de la WFPC2, el campo plano presenta variaciones de píxel a píxel menores al 2 %.**

#### 3.2.4.3. El error en cada 34<sup>avo</sup> renglón

Los CCDs presentan uniformidad en la respuesta de los campos planos; sin embargo, padecen de un error físico ocasionado por una mala colocación de la rejilla molde al momento de fabricarlos. **Este error consiste en una disminución del 3 % en la altura de los píxeles de todo un renglón, sucediendo lo anterior cada 34 renglones (véase la Figura 3.8). Este defecto afecta la fotometría y la astrometría de fuentes puntuales; sin embargo, el modo de corregirlo fue establecido por Anderson y King [1999].**

#### 3.2.4.4. Rayos Cósmicos

El HST y todos sus instrumentos están sujetos a un bombardeo de rayos cósmicos provenientes de los cinturones de radiación de la Tierra. Cuando un rayo cósmico atraviesa el CCD, se generan pares electrón-agujero en la parte ancha del sustrato, los cuales son removidos por recombinación en el sustrato de menor resistividad, ya que los electrones no se difunden eficientemente hacia arriba a la fase colectora. Generalmente los rayos cósmicos depositan cantidades significativas de carga en más de un píxel, debido al ancho finito del sustrato y a las pequeñas variaciones en la eficiencia entre píxeles. Lo anterior sumado al hecho de que las imágenes estelares se encuentran submuestreadas, ocasiona que en algunos casos sea difícil distinguir entre rayos cósmicos e imágenes estelares (véase la Figura 3.9). En la WFPC2, los eventos de rayos cósmicos son bastante frecuentes y ocurren a una tasa promedio de 1.8 eventos por CCD por segundo.

### 3.2.5. Distorsión óptica

#### 3.2.5.1. Calidad óptica

El problema principal que enfrenta la calidad óptica de la WFPC2 es la pequeña diferencia de foco entre las cuatro cámaras. Sin embargo los mecanismos internos de los espejos móviles permiten corregir perfectamente la coma residual. Utilizando imágenes fuera de foco fue posible obtener una alineación precisa de las cámaras [Krist y Burrows, 1995]. A partir de estas imágenes se obtuvieron valores precisos de las aberraciones, con los cuales se pudo simular la PSF de una manera mucho más real (véase Sección 4.2.2).

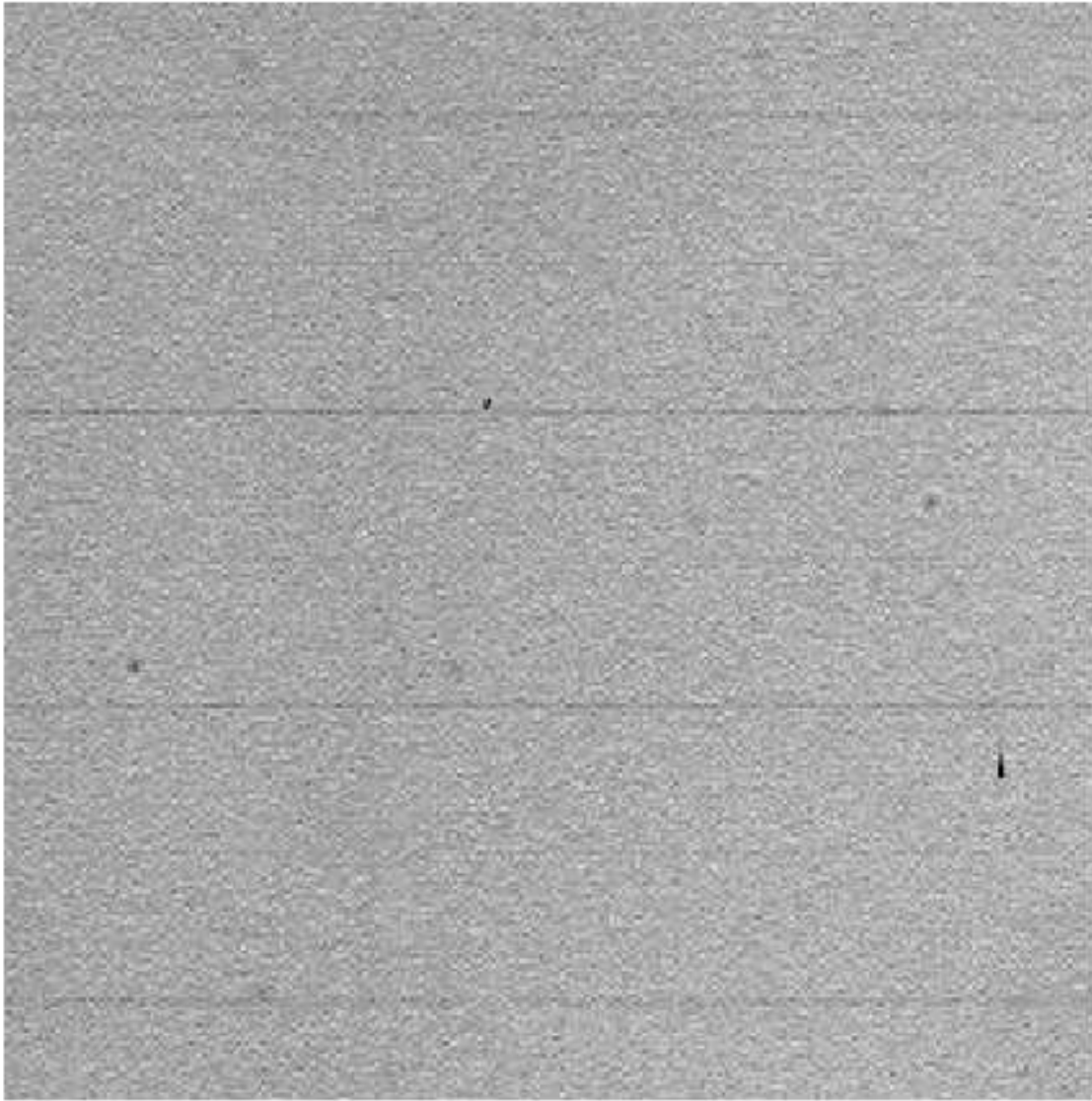


Figura 3.8: Detalle de un campo plano de la WFPC2. Se observan algunos píxeles calientes y el error en cada 34<sup>avo</sup> renglón.



Figura 3.9: Comparación entre una imagen estelar y varios rayos cósmicos. Se observa claramente una estrella en el centro de la imagen, y un rayo cósmico rasante.

### 3.2.5.2. Distorsión geométrica

La distorsión geométrica es ocasionada por uno o por el conjunto de los elementos en el tren óptico. Cuando se realiza un mapeo de los píxeles de una imagen con distorsión geométrica, hacia una representación estándar en dos dimensiones del cielo local, tal como la proyección del plano tangente, este mapeo no es una transformación de coordenadas rígida (i. e. no conserva distancias ni ángulos). La distorsión ocasiona también errores en la fotometría, ya que los píxeles presentan diferentes áreas efectivas como función de la posición. Es importante hacer hincapié en la diferencia que existe entre este tipo de distorsión, producto de las componentes ópticas del sistema, y la ocasionada por los defectos de fabricación de los detectores (ver Subsecciones 3.2.4.2 y 3.2.4.3). El OTA contribuye con  $\sim 1$  mas a la distorsión total que presentan las cuatro cámaras, en las que **la principal fuente de distorsión es el aplanador de campo de  $\text{MgF}_2$ . Como éste es un elemento refractivo, la distorsión que presenta es función de la longitud de onda [Holtzman et al., 1995].**

La distorsión geométrica ha sido ampliamente estudiada y los intentos por calibrarla y corregirla no han sido pocos. Gilmozzi et al. [1995] encontraron una solución a ésta usando polinomios de Legendre de tercer orden para los cuatro CCDs de la WFPC1 y WFPC2. Holtzman et al. [1995], usando la idea de Gilmozzi bajo la suposición de que la distorsión en el píxel (400, 400) es cero, determinaron un ajuste de 0.25 pix rms en la PC ( $\sim 10$  mas) y fue similar en las cuatro cámaras. Trauger et al. [1995], usando la solución de Holtzman et al., construyeron la dependencia con la longitud de onda analizando los resultados del trazado de rayos; además, expresaron los coeficientes como funciones del índice de refracción del aplanador de campo (hecho de  $\text{MgF}_2$ ); obtuvieron precisiones de  $\pm 4$  mas. Casertano y Wiggs [2001], usando datos específicamente diseñados para proporcionar un buen muestreo del campo, derivaron los coeficientes de la distorsión geométrica en base al formalismo de Holtzman et al. para el filtro F555W; los residuos fueron de 1.2 mas en las WF y 4 mas en la PC. Anderson y King [2003], usando 80 imágenes superpuestas en distintas orientaciones del campo central de  $\omega$  Centauri tomadas con el filtro F555W, determinaron que cada una de las cuatro cámaras de la WFPC2 padece de una distorsión que alcanza los cinco píxeles en el borde del campo; esta distorsión ocasiona errores en la astrometría del orden de 500 mas en WF y 230 mas en la PC. La solución que obtuvieron permitió resolver los términos lineales (i. e. la no perpendicularidad de los ejes y las diferencias de escala entre ellos) que los anteriores intentos no tomaron en cuenta. **Su solución a la distorsión geométrica permite una astrometría con una precisión de  $\pm 0.02$  pix, que corresponde a la precisión con la que recuperan la PSF [Anderson y King, 2000]. Nótese que dicha precisión es del orden del error del guiado del telescopio (véase Sección 3.1.4).**

Kozhurina-Platais et al. [2003], usando el mismo procedimiento de Anderson y King [2003], amplían la solución a la distorsión geométrica a los filtros F300W y F814W.

### 3.2.6. Calibración y reducción de las imágenes

Las observaciones necesarias para la calibración de las imágenes se mantienen en el archivo del HST en el STScI, y pueden ser recabadas por los usuarios externos a través de la página del MAST (véase la Sección 3.3). Estos archivos son necesarios para operar el “datoducto” (*pipeline*), realizar las calibraciones fotométricas, estimar los perfiles de los filtros, determinar la escala de placa, la distorsión, etc. Estos archivos incluyen las imágenes de los campos planos, los “darks”, y los “bias”.

Los campos planos para la calibración de la WFPC2 están compuestos por imágenes de pruebas en Tierra, así como de imágenes de la Tierra obtenidas en órbita. Las correcciones realizadas con estos campos planos permiten alcanzar precisiones en las variaciones de píxel a píxel hasta un nivel de 0.3 % para la PC y 0.1 % para las WF.

Los “darks” son exposiciones largas en las cuales no hay luz incidente. Son utilizados para medir el ruido térmico, detectar píxeles defectuosos y estimar la tasa de eventos de rayos cósmicos. En la WFPC2 generalmente sirven para detectar píxeles defectuosos más que para corregir por ruido térmico, dado el bajo nivel de éste (véase la Tabla 3.3).

Los “bias” son un tipo de imagen en la cual el tiempo de exposición es cero. Al igual que en los “darks”, el obturador permanece cerrado y el CCD simplemente se lee. Su propósito es determinar el nivel base de ruido característico del CCD y el de ruido de lectura. Los “bias” contienen tanto el nivel de pedestal de la corriente directa, como las variaciones en ésta causadas por los amplificadores. En la WFPC2 el proceso de corrección por el bias incluye dos pasos: Primero, se remueve el nivel del pedestal, el cual puede variar con

la posición; posteriormente, se elimina cualquier patrón del bias que dependa de la posición, sustrayendo un bias de referencia, especialmente creado para ello.

El “datoducto” procesa la información recibida del HST, la transforma a imágenes en formato FITS [Wells et al., 1981], crea los encabezados, introduce las palabras clave y realiza la calibración utilizando programas escritos en el lenguaje IRAF. Los pasos principales incluidos en esta calibración son:

- Corrección de la transformación analógica a digital de la señal.
- Remoción del nivel pedestal del “bias”.
- Substracción de la imagen “bias”.
- Escalamiento y substracción de la imagen “dark”.
- Corrección por el sombreado del obturador, que depende del tiempo de exposición y la posición de éste al comenzar la observación.
- Corrección por los campo planos, dependiendo del filtro.
- Inclusión de las palabras clave.

La exactitud de la calibración para la astrometría es la siguiente:

- **5 mas rms para astrometría relativa en el mismo CCD, después de realizar correcciones a la distorsión geométrica y el error del 34<sup>avo</sup> renglón.**
- 0.1" para astrometría relativa entre CCDs.
- 1" rms para astrometría absoluta.

### 3.3. La Base de Datos del Telescopio Espacial

El Multimission Archive at STScI (MAST) consiste en una variedad de archivos de datos astronómicos, y está enfocado principalmente en datos científicos en el óptico, ultravioleta y cercano infrarrojo. La pagina <http://archive.stsci.edu/missions.html> contiene una lista completa de las misiones y catálogos que maneja. El MAST es un componente de los servicios de distribución de datos científicos de la NASA.

Los derechos de propiedad de los datos del HST, de acuerdo con las políticas de la NASA, se extienden durante un año.

Los datos del HST se pueden encontrar a través del catálogo del archivo de datos del Hubble (HDA). Existen dos interfaces para examinar el HDA. La primera está basada en Java; es llamada StarView. La segunda es la pagina web de búsqueda del HST (Figura 3.10) que se encuentra embebida en la pagina del MAST. En este trabajo se decidió utilizar esta última, ya que presenta ventajas en la búsqueda y en el despliegue de la información. Las interfaces se encargan de los detalles y hacen de la búsqueda una empresa fácil y rápida. Una vez encontrada la información de interés, ésta se puede extraer del HDA archivo por archivo, o todo el conjunto seleccionado. La petición de información es enviada al Data Archiving and Distribution Service, en ella se indican los siguientes campos: el usuario y la contraseña, previamente generados en el MAST; el tipo de envío, si se trata de colocar la información en una pagina ftp del usuario, si se coloca en un disco público, o si se envía en DVD o CD, así como la compresión de la información; y los tipos de archivos que se piden, ya sean sólo los de ciencia o también los de calibración. Una vez que la solicitud es ingresada, el estatus de la petición es enviado al correo electrónico del usuario. La petición es aceptada, las imágenes son reprocesadas por el “datoducto” usando los mejores archivos de calibración hasta la fecha (véase Sección3.2.6), y finalmente los archivos son enviados a donde el usuario especificó y este último es notificado. En caso de haberse escogido el disco público, la información contenida en éste se elimina después de 3 a 4 días de ser enviada.

Archive Status

# HST Search Form

[\(Help\)](#)  
[Field Descriptions](#)

Standard Form
File Upload Form

---

Search
Reset
Clear Form

Target Name

Right Ascension

Resolver  
NED

Declination

Radius (arcmin)  
3.0

Equinox  
J2000

---

Imagers   Spectrographs   Other

ALL    NONE  
  ALL    NONE  
  ALL    NONE

STIS    STIS    FGS  
 NICMOS    NICMOS    HSP  
 WFPC2    GHRS  
 WF/PC    FOS  
 FOC    FOC  
 ACS    ACS  
 WFC3    WFC3  
 COS    COS

<u>Start Time</u>	<u>Exp Time</u>	<u>Proposal ID</u>	<u>Release Date</u>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<u>Dataset</u>	<u>Filters/Gratings</u>	<u>Obset ID</u>	<u>Archive Date</u>
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>
<u>Target Descrip</u>	<u>Apertures</u>	<u>Observations</u>	
<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input checked="" type="checkbox"/> Science <input type="checkbox"/> Calibration	
<u>PI Last Name</u>	<input type="text"/>		

---

User-specified field 1   Field Descriptions

Dataset

User-specified field 2   Field Descriptions

Dataset

---

Output Columns

Mark  
Dataset  
Target Name  
RA (J2000)  
Dec (J2000)  
Ref  
Start Time  
Stop Time  
Exp Time  
Instrument

Sort By:

Reverse  
  Reverse  
  Reverse

Output Coords :    Sexagesimal    Degrees    Hours

Output Format

HTML\_Table

Show Query    Make Rows Distinct

Maximum Records: 1001

Records per Page: 50

---

Search
Reset
Clear Form

Figura 3.10: Imagen de la página de búsqueda del HST que se encuentra en el MAST.

Una vez conocidas las generalidades y particularidades del instrumento, en el siguiente capítulo se muestra la forma en que la luz de una estrella interactúa con el instrumento, así como la influencia que tienen éstas en las imágenes con las que se trabajó.





# Capítulo 4

## La PSF del Instrumento

Una vez descritas las propiedades ópticas, electrónicas y estructurales del instrumento, las cuales son clave para la técnica de Difracto Astrometría (DiAs), en este capítulo se define la Función de Esparcimiento de un Punto (PSF), se describen algunas de sus propiedades en función del sistema óptico que la produce, se muestra su comportamiento en el caso específico del OTA+WFPC2 y, finalmente, se describen modelos de la misma para este instrumento.

Hablando coloquialmente, se puede decir que la PSF contiene la “personalidad óptica” del instrumento. La PSF de cada instrumento es distinta y en ella se ven reflejadas el conjunto de peculiaridades del instrumento que la produce. Entre éstas se pueden contar, el patrón de difracción, las aberraciones, las distorsiones, el conjunto de obstrucciones, los errores zonales, etc.

El estudio de la PSF del OTA+WFPC2 es fundamental en este trabajo, pues el patrón de difracción del cual hace uso la técnica de DiAs, es un elemento de ella.

### 4.1. La Función de Esparcimiento de un Punto

Antes de definir a la PSF es importante mencionar algunos aspectos de los sistemas ópticos lineales. Éstos se definen en términos de las relaciones entre la entrada y la salida de la señal, de la siguiente manera: Supóngase una señal de entrada  $f(y, z)$ , que pasa a través del sistema óptico, y del cual emerge como  $g(Y, Z)$ , siendo  $(y, z)$  y  $(Y, Z)$  las coordenadas del plano objeto y del plano imagen, respectivamente. Si se representa la operación del sistema lineal como  $L$ , la entrada y salida se relacionan por  $g(Y, Z) = L\{f(y, z)\}$ . El sistema se define como lineal si

- al multiplicar  $f(y, z)$  por una constante  $a$  produce una salida  $ag(Y, Z)$ ,  $L\{af(y, z)\} = ag(Y, Z)$ ,
- cuando la entrada es una suma pesada de dos o más funciones,  $af_1(y, z) + bf_2(y, z)$ , la salida también tendrá la misma forma  $ag_1(Y, Z) + bg_2(Y, Z)$ .  $L\{af_1(y, z) + bf_2(y, z)\} = ag_1(Y, Z) + bg_2(Y, Z)$

Además un sistema lineal será *invariante espacial* si posee la propiedad de ser estacionario. Ésto significa que al cambiar la posición de la entrada sólo cambiará la posición de la salida, sin variar la forma funcional. Entonces utilizando la  $\delta$  de Dirac para representar el desplazamiento se tiene

$$g(Y, Z) = L \left\{ \iint_{-\infty}^{\infty} f(y', z') \delta(y' - y) \delta(z' - z) dy' dz' \right\}. \quad (4.1)$$

La integral representa a  $f(y, z)$  como una combinación lineal de deltas, cada una pesada por el valor  $f(y', z')$ , de donde, utilizando la segunda propiedad de linealidad, se tiene

$$g(Y, Z) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(y', z') L\{\delta(y' - y) \delta(z' - z)\} dy' dz'. \quad (4.2)$$

La cantidad  $L\{\delta(y' - y) \delta(z' - z)\}$  representa la respuesta del sistema a la delta localizada en el punto  $(y, z)$  y se denomina la *respuesta impulsiva*. De este modo, conociendo la respuesta impulsiva de un sistema, es

posible obtener la señal de salida utilizando la ecuación (4.2). La propiedad de linealidad es importante ya que, con el patrón de difracción creado por una fuente puntual, se puede obtener el patrón de difracción de un objeto extendido por simple integración. Así, si la fuente es coherente, se integra la amplitud compleja (ver Ecuación A.1), mientras que si no lo es, se integra la intensidad [Born y Wolf, 1999, p. 438].

Para fuentes incoherentes las funciones  $f(y, z)$  y  $g(Y, Z)$  se relacionan con las intensidades de entrada y salida, respectivamente [Hecht, 1998, p. 523]. De este modo, la ecuación (4.2) se transforma en

$$I_s(Y, Z) = \iint_{-\infty}^{\infty} I_e(y', z') L\{\delta(y' - y)\delta(z' - z)\} dy' dz'. \quad (4.3)$$

Por otro lado se tiene que, para un instrumento óptico de moderada apertura y diseño convencional, la intensidad estará dada por la fórmula [Born y Wolf, 1999, p.431],

$$I = |U|^2, \quad (4.4)$$

siendo U la perturbación compleja. Ahora bien, sustituyendo la intensidad de entrada por la de una fuente puntual de magnitud  $I_0$  colocada en  $(y_0, z_0)$ , y la perturbación compleja por la que da la integral de difracción de Fraunhofer (véase Apéndice A), se obtiene

$$\left| \frac{1}{\lambda R} \sqrt{\frac{E}{D}} \iint_A e^{-ik(p\xi + q\eta)} d\xi d\eta \right|^2 = \iint_{-\infty}^{\infty} I_0 \delta(y' - y_0) \delta(z' - z_0) L\{\delta(y' - y)\delta(z' - z)\} dy' dz'. \quad (4.5)$$

Utilizando las propiedades de la delta de Dirac y simplificando,

$$\frac{1}{(\lambda R)^2} \frac{E}{D} \left| \iint_A e^{-ik(p\xi + q\eta)} d\xi d\eta \right|^2 = I_0 L\{\delta(y_0 - y)\delta(z_0 - z)\}, \quad (4.6)$$

donde E es la energía que entra al sistema óptico, D es el área de entrada, R es la distancia de la apertura de entrada al plano imagen y lambda, la longitud de onda (Ecuación A.39); el cociente de E entre D corresponde a la intensidad de entrada (promediando sobre el mismo tiempo para entrada y salida) y  $y, z, \xi, \eta$  están en la apertura, de modo que se puede escoger el mismo sistema de referencia. Finalmente se obtiene

$$L\{\delta(\xi_0 - \xi)\delta(\eta_0 - \eta)\} = \frac{1}{(\lambda R)^2} \left| \iint_A e^{-ik(p\xi + q\eta)} d\xi d\eta \right|^2. \quad (4.7)$$

Después de llevar a cabo la integración, aparecerá un factor del cuadrado del área de la apertura; por ello la respuesta impulsiva es adimensional. Se puede entonces definir a la PSF como la respuesta impulsiva de un sistema óptico o, en otras palabras, como el perfil de la superficie de brillo que genera una fuente puntual.

## 4.2. La PSF del OTA+WFPC2

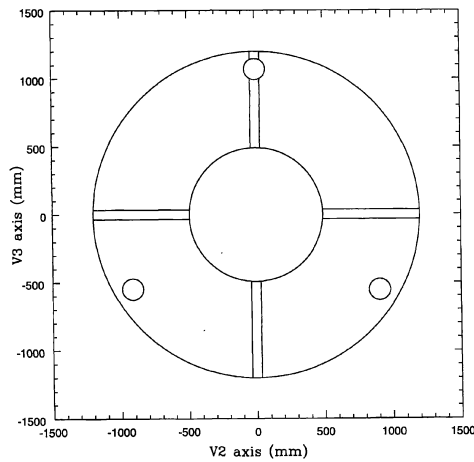
La PSF total, del telescopio y de la cámara (OTA+WFPC2), es la convolución de las PSFs de ambos instrumentos, cada uno con sus respectivas particularidades. Como todo instrumento óptico, el OTA+WFPC2 presenta aberraciones ópticas (una descripción detallada sobre aberraciones y, en especial, las del OTA+WFPC2, está dadapor Schroeder [2000], Krist y Burrows [1995]). El conjunto de estas aberraciones y las diferentes obstrucciones en el camino óptico, ocasionan una PSF variable en el campo, por lo que este sistema no es estrictamente lineal, como se definió en la sección anterior. Además, la PSF presenta una variación en el tiempo, cuyo origen está en los cambios que sufre el foco del OTA debidos principalmente a dos factores: el primero fue una contracción constante de la carcasa del HST que se detuvo en el año 2000; el otro es producto de las dilataciones y contracciones térmicas ocasionadas por la entrada y salida del telescopio en la sombra de la Tierra, conocido como “respiración”. Éste último presenta valores pico de  $4 \mu\text{m}$  en la distancia focal del OTA, afectando principalmente la fotometría de pequeña apertura en aproximadamente 5% [McMaster y Biretta, 2008].

A continuación se describen los principales causas de la variación de la PSF en el campo de una imagen.

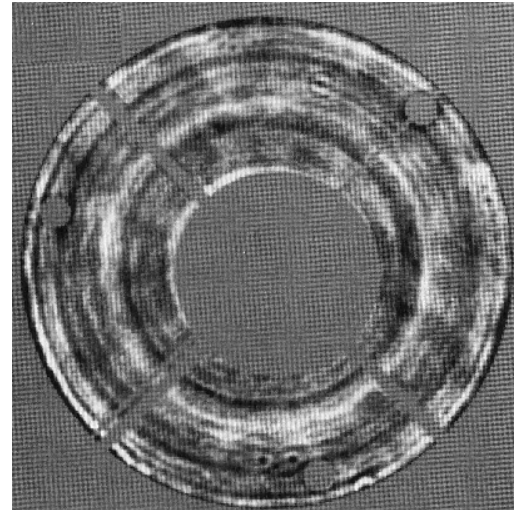
### 4.2.1. Variaciones de la PSF con la posición

La PSF varía con la posición por los siguientes factores: aberraciones dependientes de la posición, esparcimiento de la luz en las diferentes superficies ópticas, y cambios en los patrones oscuros producidos por obstrucciones en la pupila de entrada (i.e. la posición en el campo de las sombras causadas por el espejo secundario y sus soportes, llamados arañas, las arañas de todos los arreglos Cassegrain de la cámara y los cojinetes de apoyo del espejo primario). Estos factores complican tanto a la fotometría, como a la substracción de la PSF y su deconvolución [Krist, 1995b].

Las aberraciones de coma y astigmatismo varían ampliamente a través del campo. En las esquinas extremas de los CCDs, lejos del eje del OTA, existe  $1/5$  de longitud de onda (a 633 nm) de astigmatismo y decrece prácticamente a cero en el centro. Este astigmatismo causa que el centro de la PSF se vuelva elíptico (véase Figura 4.2b). La coma presenta variaciones mucho menores [McMaster y Biretta, 2008]. Un análisis detallado de las aberraciones fue realizado por Krist y Burrows [1995] mediante estudios de recuperación de la fase.



(a) Pupila del OTA. Se observan los cuatro soportes y la obstrucción central del secundario junto con los tres apoyos del primario [Schroeder y Golimowski, 1996].



(b) Imagen de la pupila del OTA+WFPC2. Se observan los errores zonales como anillos concéntricos [Krist y Burrows, 1995].

Figura 4.1: Las obstrucciones centrales en el OTA (33%) y en la WFPC2 (42%) se superponen en el centro de la pupila.

Tanto el OTA como cada una de las cuatro cámaras de la WFPC2 presentan, como se mencionó, patrones oscuros que se mueven unos respecto a otros (OTA respecto a WFPC2) al variar la posición en el campo. La pupila del OTA+WFPC2 se muestra en la Figura 4.1. La luz difractada por cada una de estas obstrucciones interactúa con la difractada por las restantes, lo que tiene como consecuencia un patrón de difracción dependiente de la posición. En la Figura 4.2a se observa que, en el centro del campo, la araña del OTA se esconde detrás de la araña de la WFPC2; mientras que, en las orillas, una de las patas de la araña del OTA se asoma por detrás de la WFPC2, dando lugar a un patrón más complicado. **Los patrones de las arañas también interactúan con la luz difractada por errores zonales en los espejos del OTA (ver Figura 4.1), produciendo un halo de dispersión junto con rayos que emergen, todos ellos dependientes de la posición [Burrows et al., 1991, Krist y Burrows, 1995].**

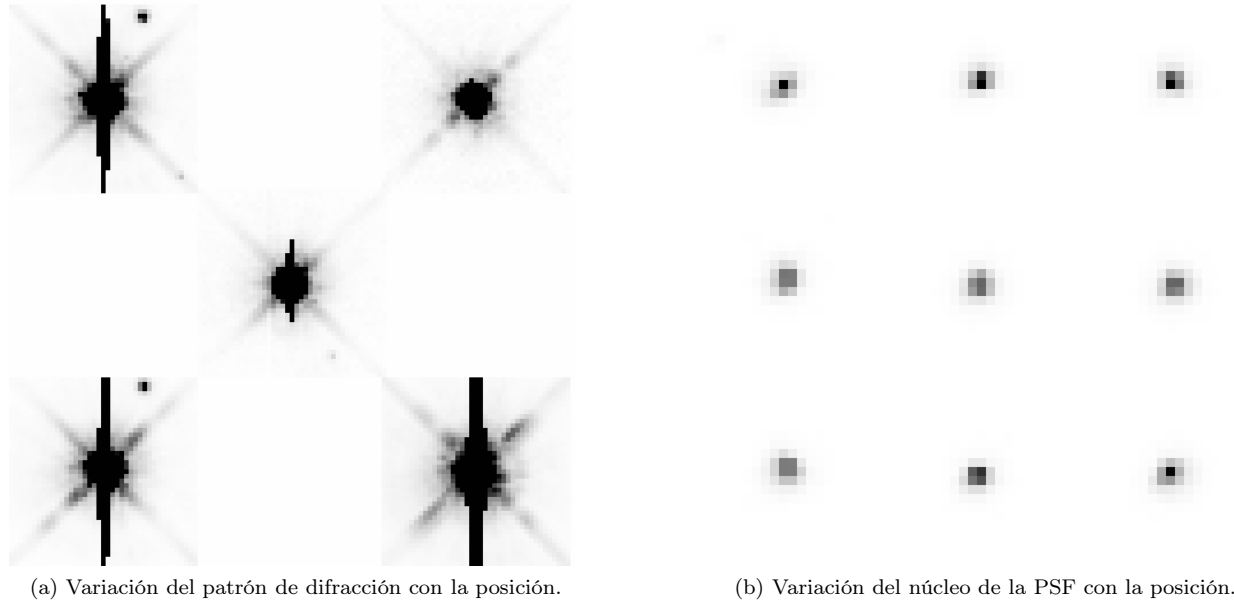


Figura 4.2: Variaciones de la PSF en el campo para imágenes saturadas (a) y no saturadas (b) [McMaster y Biretta, 2008].

#### 4.2.2. Modelado de la PSF

El modelado de la PSF es muy importante pues permite discernir, de entre las propiedades de la luz observada, aquellas originadas por el objeto de estudio, de las introducidas por el instrumento.

Burrows et al. [1991], usando modelos de la PSF para la WFPC1, obtuvieron imágenes de alta resolución a través del proceso de deconvolución para objetos brillantes, aún con la aberración esférica que padecía el instrumento. Sin embargo, Krist y Hasan [1993] concluyeron que, para una correcta deconvolución de la PSF, era necesario entender mejor la óptica del telescopio. En su estudio compararon los resultados de la deconvolución con PSFs reales y los modelos de éstas existentes hasta esa fecha. Hasan y Burrows [1995] desarrollaron un paquete de programas llamado Telescope Image Modeling (TIM), que incluye diversos factores para el modelado de la PSF, tales como “jitter” (“temblorina”), esparcimiento de luz por polvo, microrrugosidades del espejo, errores zonales y remuestreo, así como las características de la electrónica de los detectores. A la fecha, el mejor modelado de la PSF del HST y de la mayoría de sus instrumentos se realiza con Tiny TIM, que es una paquetería mucho más flexible en términos de cómputo que la anterior.

#### 4.2.3. Tiny TIM

Tiny TIM es el programa más usado para el modelado de las PSFs de los diversos instrumentos del HST, tales como WFPC2, NICMOS, STIS, ACS, FOC, WFPC1, y en su más reciente versión incluye la WFC3. Está escrito en C, es fácil de usar y fue desarrollado por Krist [1993]. Tiny TIM modela la PSF de la manera que a continuación se describe [Krist y Hook, 2004].

Se crean dos arreglos bidimensionales (de dimensiones  $N_x$  por  $N_y$ ). El primero contiene la función de la pupila (Ecuación (A.37), la cual es básicamente una máscara, véase Figura 4.1). El otro arreglo contiene la función de diferencias en el camino óptico (OPD). La función de pupila depende del instrumento. Específicamente, de la WFPC2 se toman en cuenta los cambios relativos en las posiciones de las obstrucciones (Sección 4.2.1). La OPD puede ser calculada como una suma de polinomios de Zernike, los cuales describen las aberraciones ópticas; además, se incluyen términos con los errores zonales de los espejos del OTA. Una lista de aberraciones presentes en la WFPC2 se encuentra en el trabajo de Krist [1995a]. Estas dos funciones, la de pupila y la OPD, son generadas para cada punto en la región central ( $N_x/2 \times N_y/2$ ) de sus respectivos arreglos. Lo anterior provee un muestreo crítico de ambas funciones. Tiny TIM usa arreglos cuadrados, por lo que las funciones sólo están definidas en la región central de  $N/2 \times N/2$ . El tamaño del arreglo es selec-

cionado dependiendo de las dimensiones que se requieran para la PSF. La función de pupila compleja, es el producto de las dos funciones antes mencionadas (la función de pupila y la OPD) y se puede expresar como  $P = Ae^{(2\pi i OPD/\lambda)}$ . La función de esparcimiento de la amplitud (Amplitud Spread Function, ASF) es entonces la transformada de Fourier de la función de pupila compleja. La PSF es el módulo cuadrado de la ASF, y tiene el muestreo de Nyquist para una longitud de onda específica (misma en la que fue calculada la pupila compleja), con un espaciado entre píxeles de  $f\lambda/2$  siendo  $f$  la razón focal del instrumento. Los tamaños de los arreglos para generar la PSF con el muestreo crítico dependen tanto de las dimensiones que requiera la PSF como de la longitud de onda para la cual es calculada. Las longitudes de onda menores implican arreglos más grandes y mayor tiempo de cómputo. La función de transferencia óptica es la transformada de Fourier de la PSF con el muestreo de Nyquist. Si el usuario especifica el “jitter”, entonces la OTF es multiplicada por un modelo Gaussiano de éste. La integración en los píxeles se produce multiplicando (en el espacio de Fourier) la OTF (con o sin jitter) por la función analítica del detector, que incluye efectos como la difusión de carga. El resultado es entregado con la transformada de Fourier y muestreado con la función de interpolación *sinc*. Debido a que la PSF varía con la longitud de onda, varias PSFs son generadas con el método anterior para producir el ancho de banda requerido en un determinado filtro, con el muestreo correcto. Estas PSFs monocromáticas son combinadas con sus respectivos pesos, que dependen de la respuesta del sistema óptico (incluido el mismo filtro) y del espectro del objeto. En la Figura 4.3 se presenta un conjunto de imágenes producidas por Tiny TIM e incorporadas en un arreglo del tamaño del CCD.

Los modelos de la PSF, y en específico el modelo del Tiny TIM, incorporan el conjunto de particularidades descritas hasta este momento, desde los tipos espectrales de las componentes del Trapecio de Orión, —pues para modelar las PSFs, se indica al programa el tipo espectral del objeto—, hasta el “jitter” o temblorina del guiado del instrumento. Así, el modelado de Tiny TIM es lo suficientemente realista para realizar las calibraciones que la técnica de Difracto Astrometría requiere.

Una vez revisado el conjunto de elementos fundamentales para la técnica, se procede, en el capítulo siguiente, a exhibir la técnica y su algoritmo.

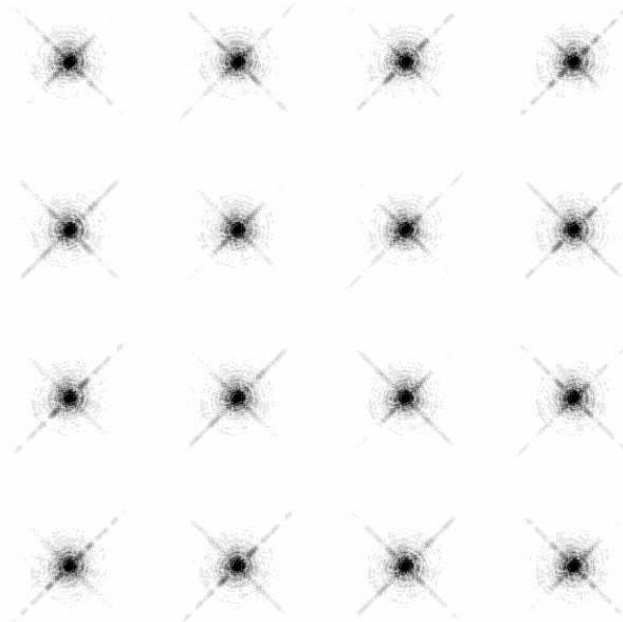


Figura 4.3: PSFs generadas con Tiny TIM en las correspondientes posiciones del campo de la PC.



## Capítulo 5

# La Técnica de Difracto Astrometría

Para determinar las posiciones estelares, la técnica de Difracto Astrometría (DiAs) utiliza el patrón de difracción creado por los soportes de los espejos secundario del OTA y de la cámara Cassegrain de la WFPC2. Esta novedosa técnica computacional de medición, utiliza algoritmos desarrollados e implementados por el autor, en el lenguaje de programación Interactive Data Lenguaje (IDL)<sup>1</sup>, el cual provee una plataforma flexible e interactiva ideal para el análisis de imágenes astronómicas.

Una imagen de muestra se presenta en la Figura 5.1. En ella se observan algunos de los aspectos utilizados por la técnica de DiAs, como más adelante se describe. El más importante es el patrón de difracción en forma de cruz, compuesto por los cuatro “spikes”. Otros elementos importantes son la máscara sobre los píxeles saturados, los cortes de intensidad sobre los cuatro “spikes” en la imagen estelar de la componente a medir (en este caso la componente C del Trapecio), la asimetría de intensidad entre los “spikes” y la modulación de la intensidad en cada “spike”. Estos dos últimos, producidos por la desalineación de la araña de cada cámara (PC o WF) respecto de la araña del OTA; este efecto se observa claramente en la parte inferior izquierda de la imagen, en la zona de la sombra de la pirámide, y se manifiesta como una bifurcación del “spike” inferior izquierdo de la componente C. En la imagen también se observa el halo de difracción radial de las componentes más brillantes.

---

<sup>1</sup>Para más información visitar la pagina <http://www.exelisvis.com/language/en-us/productsservices/idl.aspx> (última visita: 27 de Enero de 2012)



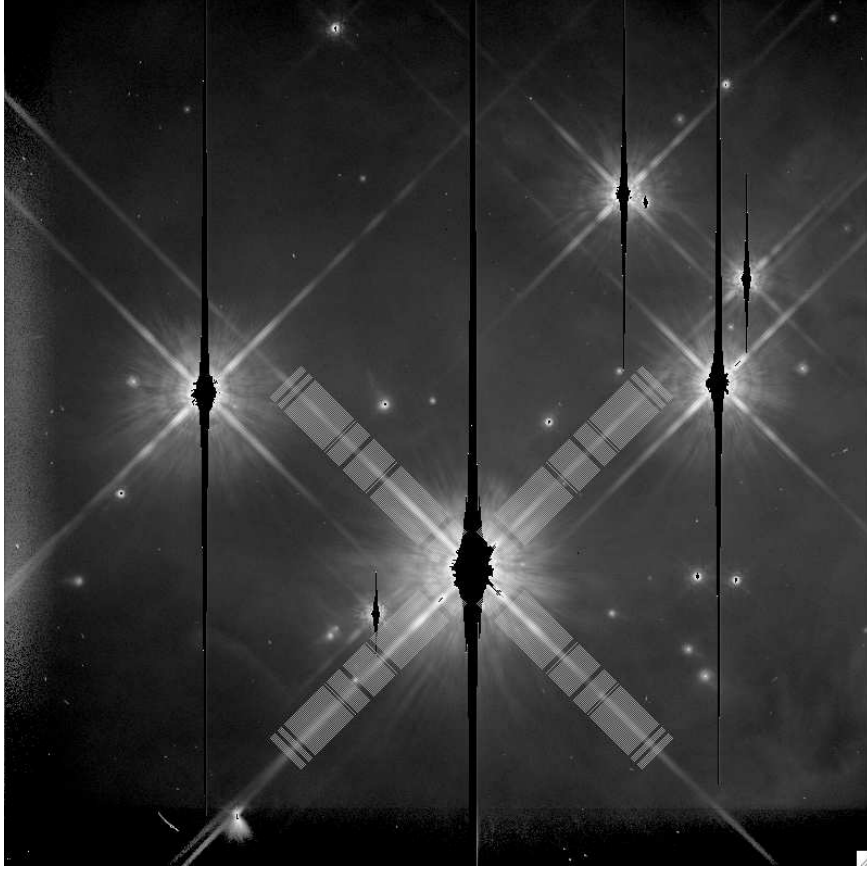


Figura 5.1: Imagen típica, en ella se observan las siguientes modificaciones: en negro la máscara de píxeles saturados y, en segmentos claro, los píxeles utilizados en el paso 5 de la técnica.

A continuación se describen en detalle los pasos principales de la técnica de Difracto Astrometría. De ellos, los dos primeros se aplican a cada una de las imágenes, mientras que los restantes se llevan a cabo sobre cada componente del Trapecio que se desea medir.

1. Se enmascaran las imágenes. Debido a que la mayoría de las estrellas en estas imágenes presentan saturación y sangrado (ver Sección 3.2.4.1), es necesario crear una máscara que oculte dichos artefactos. El valor a partir del cual se enmascaran los píxeles es determinado, para cada imagen, de manera interactiva, con el programa *creamascara.pro*; descrito en el Apéndice B.1.
  
2. Se mide, para cada imagen, el ángulo antihorario que forman los renglones del CCD con el primer “spike”, esto es, el “spike” superior derecho de la componente más brillante. Para cada detector existen pequeñas desviaciones en la posición de los soportes respecto de la orientación del CCD en el plano imagen, las cuales cambian con el tiempo, por lo cual es necesario medir este ángulo en cada imagen. El programa utilizado para dicho propósito, fue *mideangulospikes.pro*, descrito en el Apéndice B.2. Las medidas obtenidas para todas las imágenes empleadas en este trabajo, se muestran en la Figura 5.2.

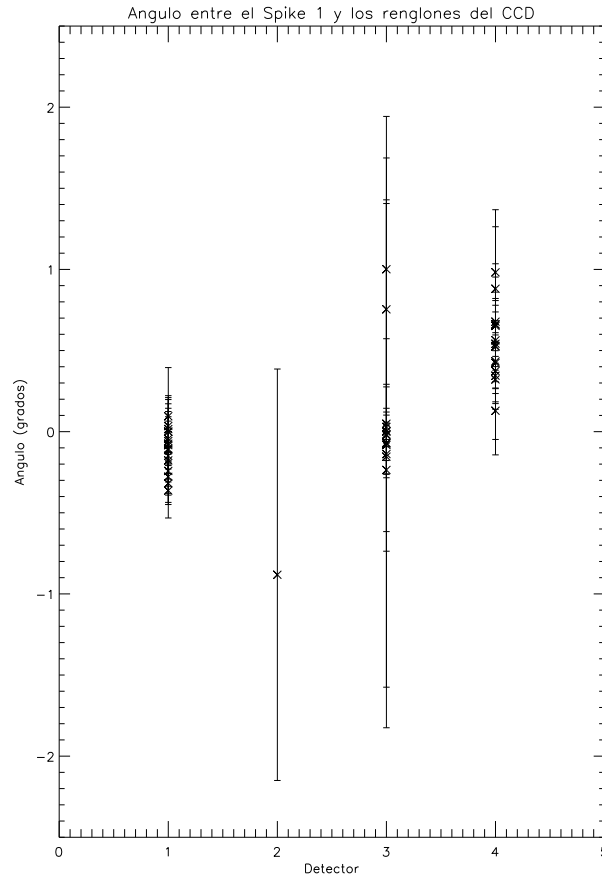


Figura 5.2: Diferencia entre el ángulo medido (formado por el primer “spike” con los renglones del CCD) y el esperado ( $45^\circ$ ), para cada uno de los detectores. Cada punto representa el promedio de las diez medidas realizadas sobre cada una de las imágenes de la Tabla 6.1. La incertidumbre de cada medida es la desviación estándar de 10 mediciones y se indica mediante una barra.

3. El programa *med\_ssd\_tyti\_34row\_sp15.pro* (Apéndice B.3) coordina, a partir de este paso, todos los restantes. Primero lee la lista de imágenes que se le proporciona; después determina las características relevantes de cada imagen, algunas de las cuales son las siguientes: nombre, fecha, filtro, detector, escala de placa (véase Apéndice B.4 y McMaster y Biretta [2008, pp. 158-159]), ángulo “spikes”-renglones medido en el paso 2, el ángulo del eje +U3 con el Polo Norte Celeste (Sección 3.1.2) y valor de fondo de la imagen. Posteriormente llama a la subrutina *spider\_15.pro* (Apéndice B.5).
4. El programa *spider\_15.pro* es llamado una vez por cada componente que se desea medir en una imagen. Para cada componente realiza los pasos del 5 al 13.
5. Se seleccionan cuatro puntos en los “spikes”, cada uno es tomado como el centro de un área de 21x21 píxeles. Para cada una de estas cuatro áreas, se obtiene el píxel con máximo número de cuentas. Con cada uno de los pares de máximos opuestos al centro estelar, se traza una línea recta; el píxel más cercano a la intersección de estas dos líneas se toma como la primera aproximación al fotocentro estelar.
6. Este píxel es utilizado como intersección de un par de rectas perpendiculares con pendientes 1 y -1, en el sistema de referencia del CCD. Estas rectas sirven como guía para realizar cortes de intensidad perpendiculares a las mismas, estos cortes tienen una longitud de 40 pix. (véase Figura 5.1).
7. A cada corte de intensidad se le ajusta una gaussiana por medio del método no lineal de cuadrados mínimos de Levenberg–Marquardt [Moré, 1978] (véase Figura 5.3).

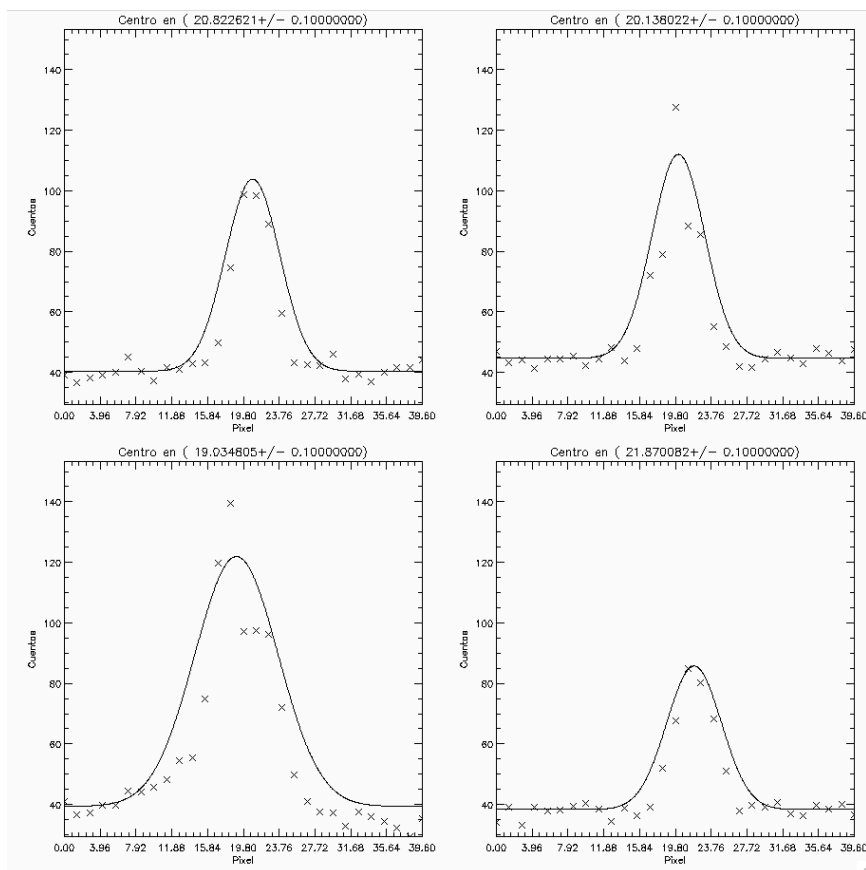


Figura 5.3: Ejemplo de gaussianas ajustadas a un corte de intensidad en un píxel dado de cada uno de los cuatro “spikes”. Se grafica la intensidad (en DN -cuentas-) de cada píxel, contra la posición (en píxeles) de cada corte. Arriba de cada panel se anota el centro determinado y su incertidumbre, ambos parámetros determinados por el ajuste.

8. Se obtienen los centros de las Gaussianas con sus respectivas incertidumbres y se transforman sus coordenadas al sistema de referencia del CCD.
9. De las coordenadas anteriores se seleccionan aquellas que cumplan con los siguientes criterios: a) la incertidumbre en la coordenada sea menor que medio píxel, b) el valor de  $\chi^2$  sea mayor que cero<sup>2</sup> y c) el valor de la coordenada está dentro de lo permitido por la medición realizada en el punto 2. Esto es, el punto 2 arroja un valor “teórico” junto con su incertidumbre; las coordenadas de las gaussianas ajustadas deben caer dentro de ese margen.
10. Las coordenadas de los puntos y sus incertidumbres son corregidas por la distorsión geométrica usando el algoritmo de Kozhurina–Platais (véase Sección 3.2.5.2). El programa que se encarga de esta corrección es *geodiscokp.pro*, y es descrito en el Apéndice B.6.
11. Se ajustan un par de líneas a los “spikes” con todos los puntos del inciso anterior y sus respectivas incertidumbres. Las coordenadas de la intersección de estas líneas son tomadas como segunda aproximación del fotocentro estelar.
12. Se repite el procedimiento desde el paso 4, pero ahora utilizando como píxel de aproximación, cada uno de los ocho píxeles vecinos al píxel encontrado en el paso 5.

<sup>2</sup> $\chi^2$  es la suma de los cuadrados de la diferencia de los datos menos el valor de la gaussiana en ese punto, multiplicados por el peso asignado al punto. Ya que los puntos no representan una gaussiana perfecta, el valor de  $\chi^2$  sólo es cero cuando dichos puntos tienen peso cero, que es el caso de aquellos cuyo valor es menor o igual al del fondo estimado en el paso 3.

13. El programa *spider\_15.pro* regresa al programa *med\_ssd\_tyti\_34row\_sp15.pro* las coordenadas de las nueve segundas aproximaciones al fotocentro de la componente en cuestión.
14. Las coordenadas de los fotocentros son corregidas por la incertidumbre propia del método. Esta corrección es llevada a cabo con el programa *corrección\_tyti.pro*, que se presenta en el Apéndice B.7.
15. Las coordenadas son además corregidas por el error del 34<sup>avo</sup> renglón, explicado en la Sección 3.2.4.2. Esta corrección es llevada a cabo por el programa *a34row.pro* (véase Apéndice B.8).
16. Finalmente el programa *med\_ssd\_tyti\_34row\_sp15.pro* calcula el fotocentro y su incertidumbre, como el promedio de las nueve aproximaciones y su desviación estándar, respectivamente<sup>3</sup>. Con los fotocentros de las componentes estelares presentes en una imagen se obtienen las separaciones y los ángulos de posición entre todas ellas. Éstos son medidos en segundos de arco y en grados, respectivamente.

Una descripción esquemática de la técnica, junto con algunos resultados preliminares fueron presentados en la XIII LARIM (ver Sánchez et al. [2011] y Apéndice D.2). Los resultados finales de la astrometría del Trapecio de Orión se presentan en el siguiente capítulo.

---

<sup>3</sup>Se decidió utilizar la desviación estándar como incertidumbre debido a la autoconsistencia de la técnica, pues ésta, aplicada diez veces a la misma imagen, recupera el fotocentro con variaciones en la milésima de píxel.



## Capítulo 6

# Difracto Astrometría del Trapecio de Orión

En éste capítulo se presenta el resultado de aplicar la técnica de Difracto Astrometría (DiAs) a las imágenes del Trapecio de Orión obtenidas con la WFPC2. Es importante, antes de comenzar esta sección, remarcar el valor que tiene el hecho de que las imágenes utilizadas fueran tomadas con el mismo instrumento (WFPC2) durante un periodo extendido (12 años); a pesar de que se tomaron con distintos filtros, la uniformidad y calidad del instrumento permiten obtener resultados precisos y autoconsistentes. Además, para complementar el estudio y corroborar los resultados obtenidos, se incluyen los datos de la compilación histórica de la astrometría del Trapecio de Orión, contenidos en el Washington Double Star Catalog (WDS). Esta comparación, muestra que los resultados astrométricos obtenidos con DiAs, son consistentes con los que se obtienen del WDS (Apéndices Olivares et al. [2011] y D.3). Además de lo anterior, se presentan nuevas medidas astrométricas de la separación y el ángulo de posición para los pares de componentes AE y EF que, hasta la fecha no están en la literatura. Así, los datos de DiAs y del WDS se complementan para tener una base de tiempo de más de 150 años de medidas que permiten determinar con alta precisión los movimientos internos del Trapecio de Orión.

### 6.1. Las imágenes del Trapecio de Orión

Se realizó una búsqueda exhaustiva de imágenes del Trapecio de Orión en la base de datos pública del HST (MAST). Se seleccionaron y descargaron un total de 57 imágenes de la WFPC2 mediante el proceso descrito en la Sección 3.3. Cabe aclarar que esas imágenes ya se encontraban reducidas y calibradas (véase Sección 3.2.6). En las imágenes seleccionadas, el patrón de difracción (i.e. los “spikes” o la luz difractada por las arañas) es visible en al menos dos de las componentes más brillantes del Trapecio. De las 57 imágenes, nueve fueron tomadas con filtros de rampa. En ellos, la longitud de onda de la luz que llega a cada píxel del CCD es diferente [McMaster y Biretta, 2008], ocasionando así un patrón de difracción variable. Estas imágenes se eliminaron de la lista después de que, en las pruebas, se observara una diferencia sustancial entre las medidas obtenidas con estos filtros respecto del resto. Finalmente se trabajó con las 48 imágenes que se listan, junto con algunas de sus características, en la Tabla 6.1.

Tabla 6.1: Imágenes seleccionadas del Trapecio de Orión tomadas con la WFPC2.

Nombre	Fecha (UT)	Tiempo de Exposición (segundos)	Filtro	Detector
U2ID0101T	3/21/95 5:20	180	F673N	4
U2ID0101T	3/21/95 5:39	100	F631N	4
U2ID0101T	3/21/95 5:49	30	F547M	4
U2ID010DT	3/21/95 7:02	180	F502N	4
U2ID010FT	3/21/95 7:12	60	F656N	4
U2ID010IT	3/21/95 7:28	180	F658N	4
U2ID010JT	3/21/95 8:27	180	F673N	4
U2ID010NT	3/21/95 8:52	180	F631N	4
U2ID010PT	3/21/95 9:05	180	F502N	4
U2ID010RT	3/21/95 10:09	180	F502N	4
U2ID010TT	3/21/95 10:18	30	F547M	4
U2ID010VT	3/21/95 10:23	60	F656N	4
U2ID010YT	3/21/95 10:33	180	F658N	4
U2ID0110T	3/21/95 11:40	180	F658N	4
U2ID0111T	3/21/95 11:49	100	F673N	1
U2ID0112T	3/21/95 11:52	100	F673N	1
U2ID0113T	3/21/95 11:55	100	F673N	1
U2ID0114T	3/21/95 11:59	100	F631N	1
U2ID0115T	3/21/95 12:02	100	F631N	1
U2ID0118T	3/21/95 12:12	100	F502N	1
U2ID0119T	3/21/95 12:15	100	F502N	1
U2ID011AT	3/21/95 12:19	30	F547M	1
U2ID011ET	3/21/95 13:22	60	F656N	1
U2ID011GT	3/21/95 13:29	100	F658N	1
U2ID011HT	3/21/95 13:32	100	F658N	1
U3J1030AR	4/4/98 5:00	160	F656N	4
U3J10506R	9/20/99 12:29	0.5	F631N	3
U3J10507R	9/20/99 12:41	0.5	F631N	3
U3J1050AR	9/20/99 14:30	60	F547M	3
U4ZJ0401R	12/7/98 12:27	60	F547M	1
U4ZJ0402R	12/7/98 12:31	60	F791W	1
U4ZJ0405R	12/7/98 12:49	500	F547M	1
U6C60101R	3/12/01 22:41	1	F336W	1
U6C60102R	3/12/01 22:43	30	F336W	1
U6C60108R	3/13/01 1:56	30	F439W	1
U6EB0102M	2/13/02 2:09	400	F502N	4
U93K3901M	4/10/05 17:10	80	F439W	3
U93K3902M	4/10/05 17:14	10	F814W	3
U93K3904M	4/10/05 17:28	400	F336W	3
U93K3905M	4/10/05 17:38	400	F656N	3
U9NJ0601M	10/22/06 10:58	0.5	F656N	2
U9W10401M	11/6/07 13:44	40	F502N	3
U9W10403M	11/6/07 13:49	40	F547M	3
U9W10406M	11/6/07 13:56	40	F656N	3
U9W10408M	11/6/07 14:01	40	F658N	3
U9W1040AM	11/6/07 14:06	40	F673N	3
U9W1040CM	11/6/07 14:13	40	F791W	3
U9W1040EM	11/6/07 14:18	40	F953N	3

Las imágenes están distribuidas en 10 épocas, cubriendo el periodo del 21 de Marzo de 1995 al 6 de

Noviembre de 2007. El 52 % se tomaron en 1995, el 15 % en 2007, y el resto en los demás años. El tiempo de exposición promedio es 112 segundos. El 70 % se tomó con filtros angostos (N) y el 30 % restante se divide en amplios (W) y medios (M) por igual. Se distribuyen como terceras partes en los detectores 1, 3 y 4, mientras que para el detector 2 sólo hay una imagen. La Figura 6.1 exhibe una de éstas imágenes.

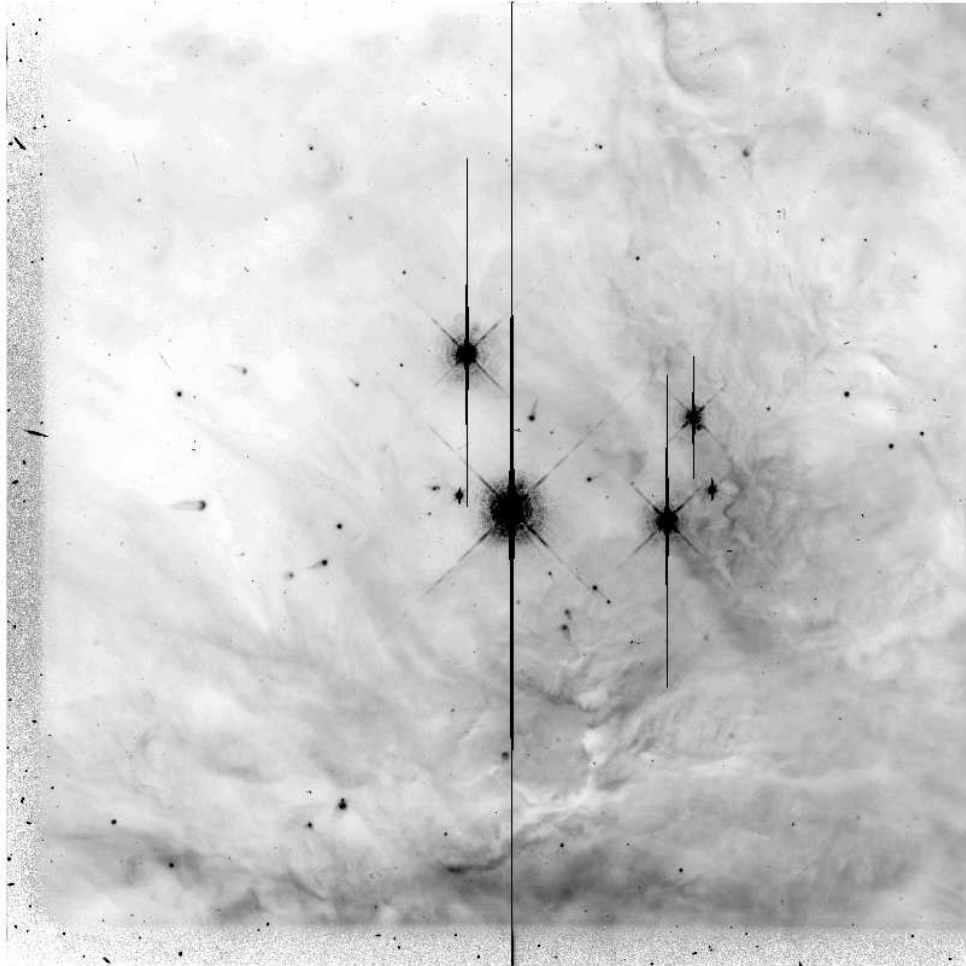


Figura 6.1: Imagen típica del Trapecio de Orión. Su identificador en la Tabla 6.1 es U2ID010YT .

## 6.2. Las medidas de Difracto Astrometría

Se aplicó la técnica de Difracto Astrometría (DiAs) en todas las imágenes de la Tabla 6.1, midiendo el máximo número de componentes del Trapecio de Orión que la técnica permitió. Para cada par de componentes se obtuvo la separación y el ángulo de posición. La separación está dada en segundos de arco (arcsec o ") y el ángulo de posición en grados, medidos por su definición, desde el Norte y hacia el Este. En la Figura 6.2 se presentan ejemplos de la forma de realizar las mediciones.



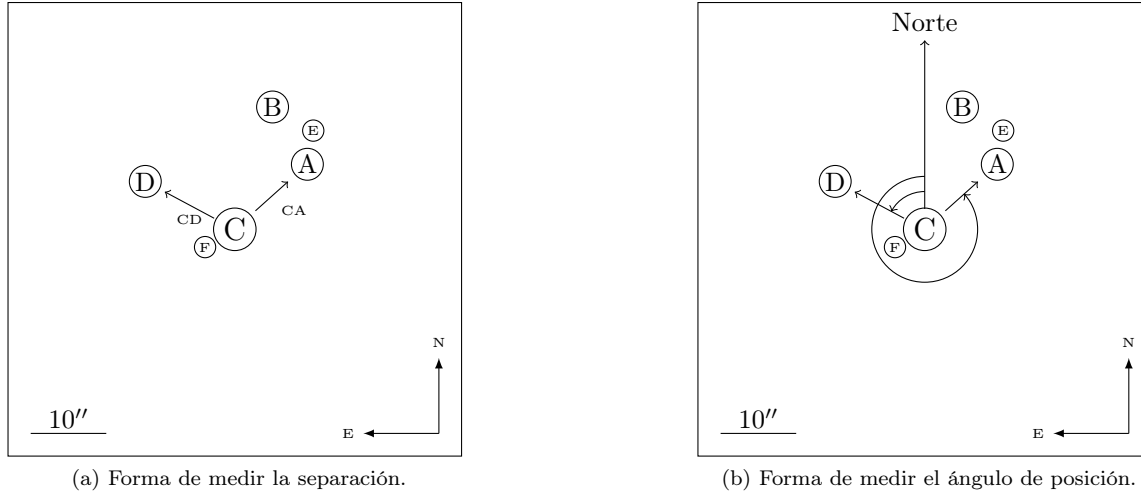


Figura 6.2: Forma de obtener las medidas. Se muestran ejemplos para la separación (a) y el ángulo de posición (b) de las componentes A y D respecto de la C.

Los valores de la separación y el ángulo de posición de cada par de componentes en todas las imágenes, fueron ajustados como función del tiempo. El ajuste se realizó con el método de cuadrados mínimos, ponderado con la incertidumbre. Las Tablas 6.2 y 6.3 contienen los valores de dichos ajustes.

En las Tablas 6.2 y 6.3, las medidas están dadas por pares de componentes, e identificadas por dos letras, la primera de las cuales es la componente respecto de la cual se mide la segunda. La segunda y tercer columnas indican el valor, del ángulo de posición o de la separación, que el ajuste arroja para las fechas en que se tomaron la primer y última imagen analizadas. La cuarta columna indica la pendiente del ajuste, la de separación está dada en milisegundos de arco por año, y la del ángulo de posición, en segundos de arco por año. En la Tabla 6.2, la quinta columna se calculó transformando la pendiente a velocidad transversal; para esto se utilizó la distancia al cúmulo de Orión,  $414 \pm 7$  pc, obtenida por Menten et al. [2007] mediante la medición de la paralaje estelar de tres radiofuentes pertenecientes al cúmulo.

Tabla 6.2: Ajustes de la separación.

Vector	Separación inicial <sup>a</sup> (")	Separación final <sup>b</sup> (")	Pendiente (mas año <sup>-1</sup> )	Velocidad transversal <sup>c</sup> (km s <sup>-1</sup> )
AB	$8.850 \pm 0.001$	$8.868 \pm 0.004$	$1.409 \pm 0.216$	$2.765 \pm 0.425$
AC	$12.863 \pm 0.001$	$12.892 \pm 0.004$	$2.282 \pm 0.189$	$4.479 \pm 0.372$
AD	$21.515 \pm 0.001$	$21.547 \pm 0.004$	$2.521 \pm 0.220$	$4.948 \pm 0.433$
AE	$4.510 \pm 0.002$	$4.521 \pm 0.005$	$0.940 \pm 0.237$	$1.846 \pm 0.465$
AF	$17.289 \pm 0.002$	$17.375 \pm 0.006$	$6.805 \pm 0.352$	$13.357 \pm 0.690$
BC	$16.870 \pm 0.001$	$16.937 \pm 0.004$	$5.359 \pm 0.215$	$10.517 \pm 0.421$
BD	$19.421 \pm 0.001$	$19.496 \pm 0.005$	$5.925 \pm 0.259$	$11.629 \pm 0.509$
BE	$6.236 \pm 0.001$	$6.222 \pm 0.005$	$-1.042 \pm 0.292$	$-2.045 \pm 0.572$
BF	$20.420 \pm 0.002$	$20.511 \pm 0.007$	$7.246 \pm 0.366$	$14.221 \pm 0.718$
CD	$13.413 \pm 0.001$	$13.431 \pm 0.003$	$1.404 \pm 0.182$	$2.755 \pm 0.357$
CE	$16.648 \pm 0.001$	$16.682 \pm 0.005$	$2.647 \pm 0.254$	$5.195 \pm 0.499$
CF	$4.489 \pm 0.002$	$4.583 \pm 0.006$	$7.413 \pm 0.319$	$14.549 \pm 0.626$
DE	$23.177 \pm 0.002$	$23.197 \pm 0.007$	$1.584 \pm 0.354$	$3.110 \pm 0.696$
DF	$11.722 \pm 0.002$	$11.749 \pm 0.006$	$2.111 \pm 0.319$	$4.142 \pm 0.625$
EF	$20.896 \pm 0.002$	$20.999 \pm 0.006$	$8.186 \pm 0.376$	$16.066 \pm 0.738$

<sup>a</sup>En 1995.21903 <sup>b</sup>En 2007.84875 <sup>c</sup>En la dirección del vector, se calculó utilizando una distancia a la Nebulosa de Orión de  $414 \pm 7$  pc [Menten et al., 2007].

Tabla 6.3: Ajustes para el ángulo de posición.

Vector	Ángulo de Posición inicial <sup>a</sup> (grados)	Ángulo de Posición final <sup>b</sup> (grados)	Pendiente ( <sup>''</sup> año <sup>-1</sup> )
AB	31.57 ± 0.01	31.29 ± 0.03	-78.6 ± 5.3
AC	131.87 ± 0.00	131.86 ± 0.01	-3.8 ± 2.5
AD	96.01 ± 0.00	96.01 ± 0.01	1.3 ± 2.0
AE	350.11 ± 0.02	350.10 ± 0.06	-3.3 ± 11.2
AF	129.02 ± 0.00	128.87 ± 0.02	-41.1 ± 3.6
BC	162.94 ± 0.00	162.84 ± 0.01	-25.9 ± 2.5
BD	120.29 ± 0.00	120.28 ± 0.01	-3.1 ± 2.9
BE	240.20 ± 0.01	239.98 ± 0.05	-61.8 ± 9.3
BF	154.48 ± 0.01	154.22 ± 0.02	-73.3 ± 3.6
CD	61.88 ± 0.00	61.84 ± 0.01	-10.5 ± 2.7
CE	321.51 ± 0.00	321.52 ± 0.01	4.9 ± 3.0
CF	120.80 ± 0.02	120.90 ± 0.06	26.6 ± 12.7
DE	286.82 ± 0.00	286.81 ± 0.02	-2.7 ± 3.1
DF	222.75 ± 0.01	222.37 ± 0.02	-109.8 ± 5.0
EF	137.16 ± 0.00	137.04 ± 0.02	-32.2 ± 3.7

<sup>a</sup>En 1995.21903 <sup>b</sup>En 2007.84875

A continuación se muestran graficados los datos de los pares de componentes mas representativos del Trapecio, estos son AC, AE y CF. La totalidad de las gráficas se encuentra en el Apéndice C.1. En estas gráficas se exhiben a la separación y al ángulo de posición como funciones del tiempo. Cada punto en ellas, junto con su incertidumbre, es producto del último paso del algoritmo descrito en el Capítulo 5. Contienen, además, una recta que muestra el ajuste lineal a los puntos y cuya pendiente se encuentra en la cuarta columna de las Tablas 6.2 y 6.3.

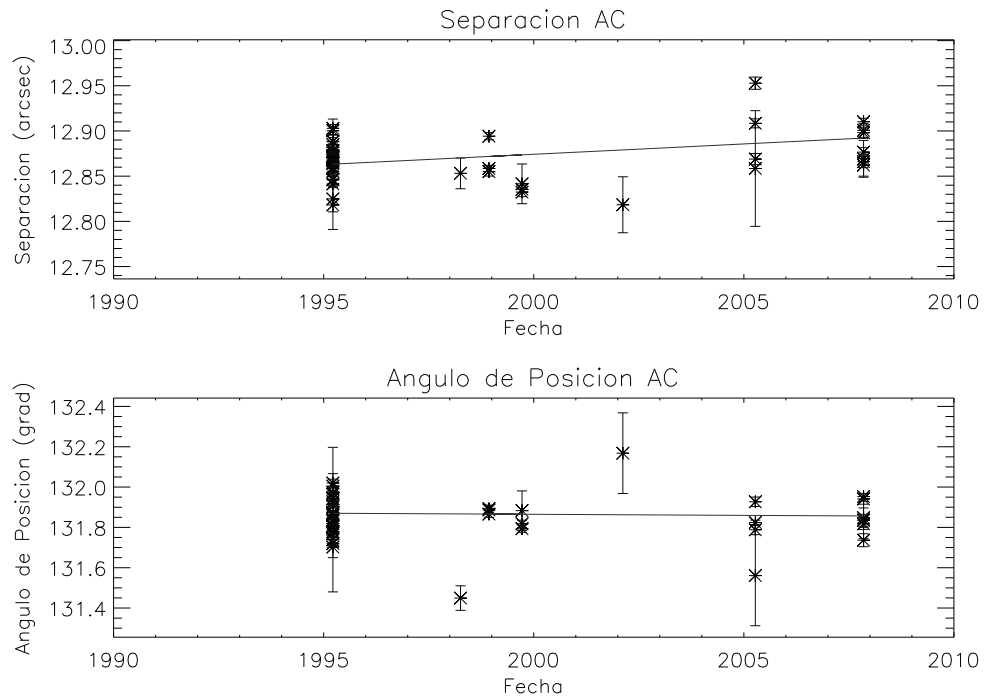


Figura 6.3: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y C.

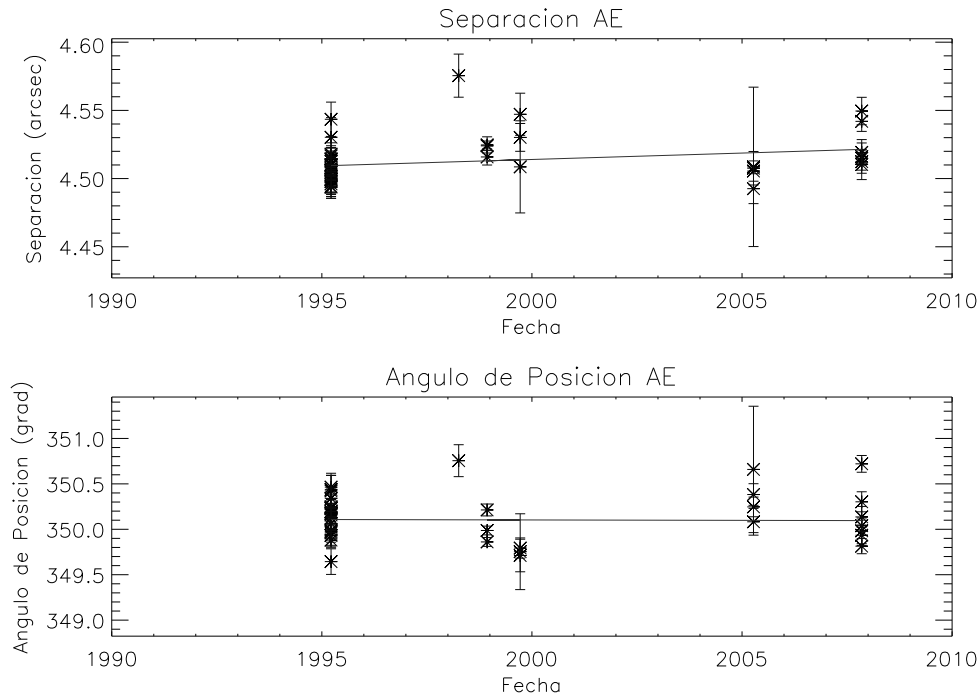


Figura 6.4: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y E.

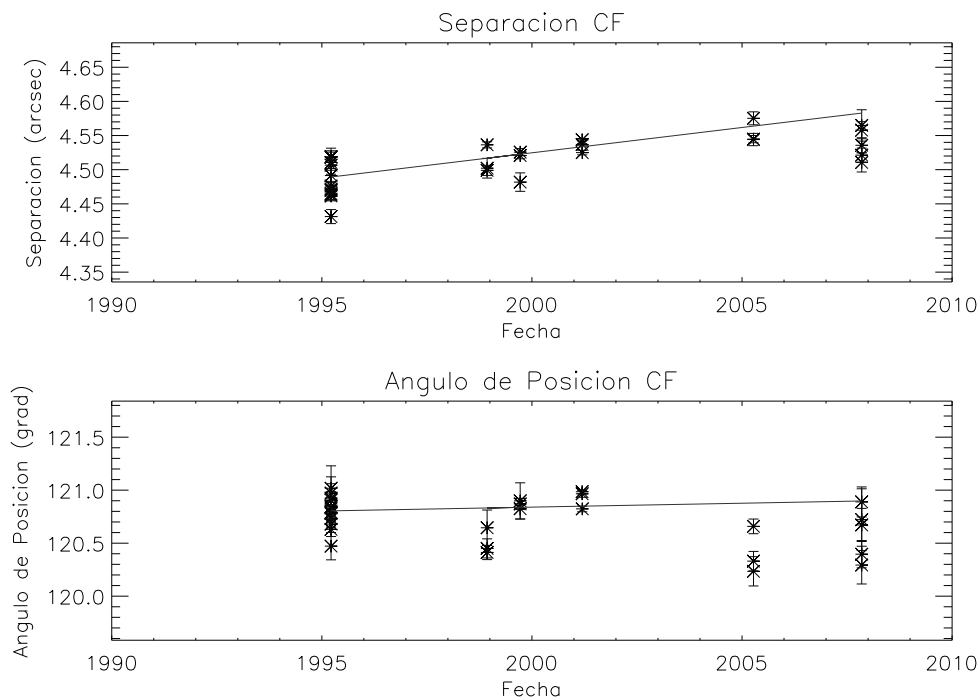


Figura 6.5: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y F.

Los datos en las Tablas 6.2 y 6.3 contienen la información de la cinemática del Trapecio de Orión obtenida con DiAs. Esta cinemática se puede apreciar de un modo más completo en la Figura 6.6. En ella, se muestran

los movimientos internos de las componentes del Trapecio, todos relativos a la componente C, por ser ésta la más masiva del sistema.

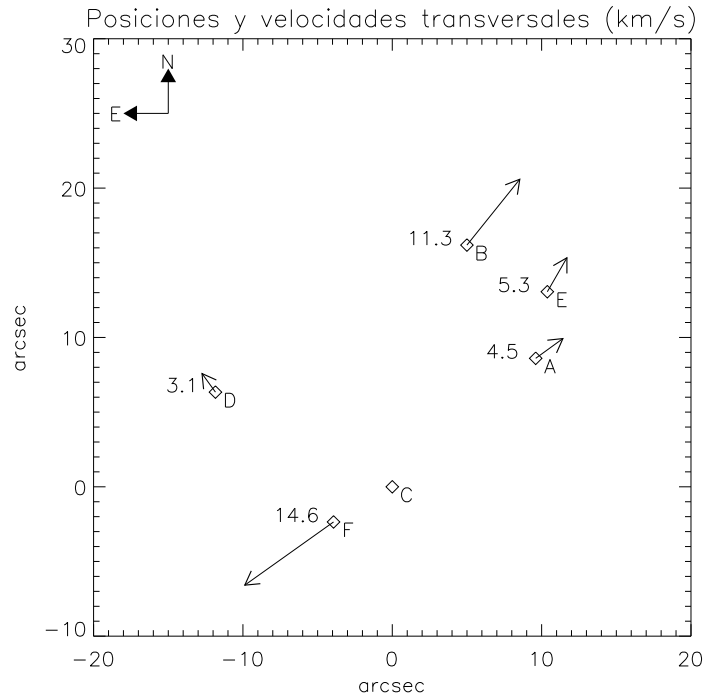


Figura 6.6: Se presentan, relativas a la componente C, las posiciones en el año 2007.84 y las velocidades transversales totales (i. e. suma vectorial de la última columna de las Tablas 6.2 y 6.3) de las componentes del Trapecio de Orión.

Para dar mayor solidez al resultado anterior se decidió incluir datos históricos de la astrometría del Trapecio de Orión. Éstos tienen la ventaja de abarcar una base de tiempo mucho mayor, por lo menos un siglo, lo que proporciona mayor certidumbre a las medidas de la cinemática. Los resultados conjuntos de DiAs y del análisis histórico se presentan en la siguiente sección.

### 6.3. Las datos históricos y de Difracto Astrometría

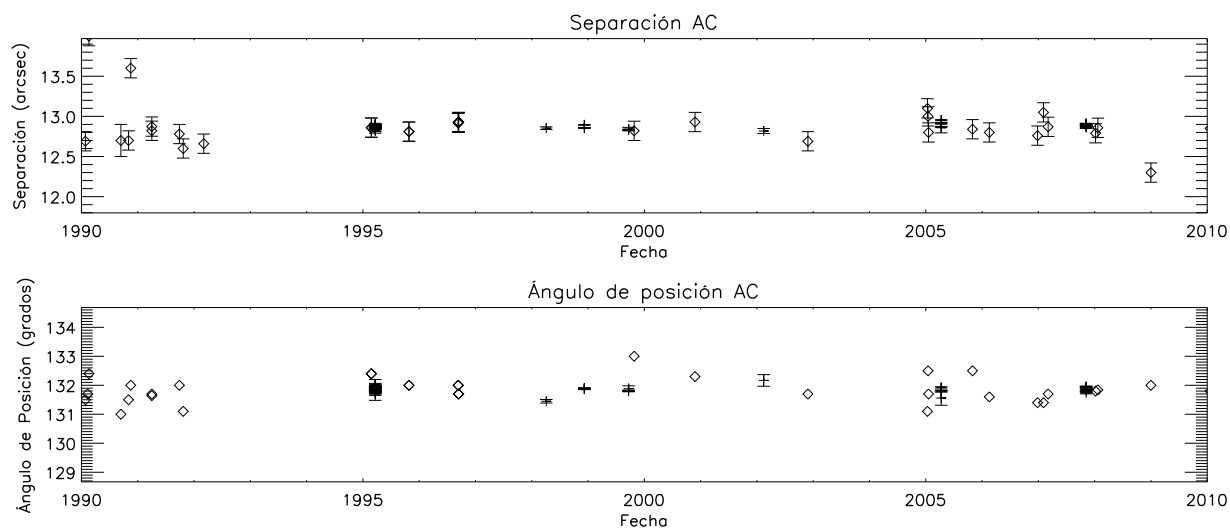
Para el análisis histórico se obtuvieron, del Washington Double Star Catalog (WDS), la separación y el ángulo de posición existentes, hasta el 27 de Julio de 2011, de las componentes del Trapecio de Orión. Debido a que el WDS es una compilación exhaustiva y a que sus datos no incluyen las incertidumbres asociadas a las medidas, fue necesario hacer una depuración de los mismos. Esta depuración se llevó a cabo utilizando el criterio de Allen et al. [2004], el cual consiste en asignar incertidumbres a las medidas dependiendo de la “calidad” del observador. Citando textualmente a estos autores, “In order to combine modern observations of position angles and separations with old ones it is important to assign realistic error bars to the old observers. Fortunately, we still had the error bars assigned to the old observers by C. Worley, which we used in Allen et al. [1974]. Since these were based on a lifetime of experience of C. Worley, they were adopted here without modification. They are listed in Table 1.” La Tabla 1 referida se copia íntegramente en la Tabla 6.4. Así, para el presente estudio, se utilizaron las medidas de los observadores presentes en esta Tabla y que son anteriores al artículo de Allen et al. [1974]. Sólo a modo de comparación y sin que se utilizaran para el análisis de la cinemática del sistema, la Figura 6.7 presenta las medidas, tanto de WDS como las de DiAs para los pares AC y CF, en los años de 1990 a 2010. En esta Figura se observa que los datos de DiAs, además de ser consistentes con los de la literatura, son por lo menos, tan precisos como las incertidumbres asignadas por el criterio de Allen et al. [2004].

Tabla 6.4: Incertidumbres para los observadores más confiables [Allen et al., 1974]<sup>a</sup>

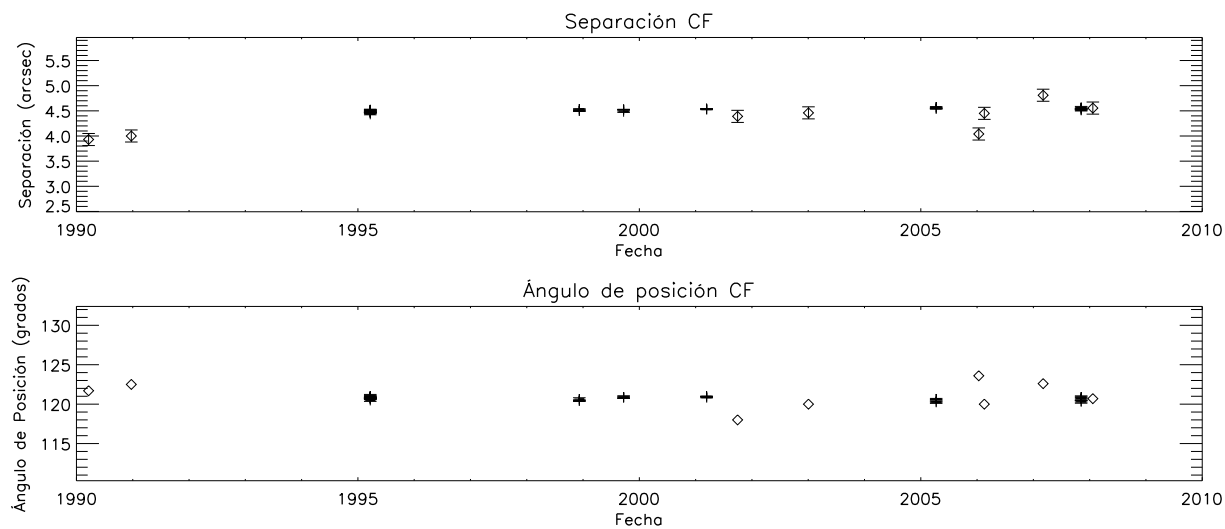
Los mejores		Los buenos (0.12 <sup>''</sup> )	
W. Struve	0.07 <sup>''</sup>	O. Struve	
Burnham	0.07 <sup>''</sup>	Hall	
Barnard	0.08 <sup>''</sup>	Dembowsky	
Aitken	0.10 <sup>''</sup>	Comstock	
van den Bos	0.10 <sup>''</sup>	Baize (t > 1935)	
Finsen	0.10 <sup>''</sup>	Hussey	
van Biesbroeck	0.10 <sup>''</sup>	Couteau	
USNO (t > 1960)	0.04 <sup>''</sup>	Heintz	
		Worley	
		Voute	

Los demás > 0.20<sup>''</sup>

<sup>a</sup>Las incertidumbres de los observadores modernos (t > 1990) varían entre 0.01<sup>''</sup> y 0.12<sup>''</sup>, dependiendo del instrumento y de la técnica empleados.



(a) Separación y ángulo de posición para la componente A respecto de C.



(b) Separación y ángulo de posición para la componente F respecto de C.

Figura 6.7: Comparación entre los datos de DiAs (símbolos de adición) y los del WDS (diamantes) para los años 1990-2010 de las componentes más brillantes -AC- (a) y la más débil analizada -CF-(b).

De manera similar a la sección anterior, las Tablas 6.5 y 6.6, contienen los valores del ajuste lineal a la separación y al ángulo de posición de los datos conjuntos de DiAs y del WDS. Estos ajustes no se ponderaron por las incertidumbres ya que se observó una tendencia en los ajustes pesados a descartar los datos históricos. Lo anterior es ocasionado por la alta precisión asociada a los datos de DiAs, comparada con las medidas históricas. Con el fin de comparar los resultados de esta sección con los de la anterior, la segunda y tercer columnas en estas tablas indican el valor, del ángulo de posición o de la separación, que el ajuste arroja para las fechas en que se tomaron la primer y última imagen analizadas con DiAs. Al igual que en la sección previa, la quinta columna de la Tabla 6.5 indica la velocidad transversal de separación.

Tabla 6.5: Ajustes de la separación.

Vector	Separación inicial <sup>a</sup> (")	Separación final <sup>b</sup> (")	Pendiente (mas año <sup>-1</sup> )	Velocidad transversal <sup>c</sup> (km s <sup>-1</sup> )
AB	8.853 ± 0.586	8.877 ± 0.588	1.914 ± 0.148	3.756 ± 0.290
AC	12.868 ± 0.896	12.854 ± 0.899	-1.164 ± 0.226	-2.284 ± 0.444
AD	21.513 ± 0.605	21.523 ± 0.607	0.841 ± 0.153	1.651 ± 0.300
AE	4.499 ± 0.986	4.536 ± 0.989	2.869 ± 0.248	5.630 ± 0.487
AF	17.290 ± 4.760	17.370 ± 4.775	6.296 ± 1.191	12.356 ± 2.338
BC	16.870 ± 0.729	16.877 ± 0.732	0.575 ± 0.184	1.128 ± 0.360
BD	19.428 ± 0.505	19.444 ± 0.507	1.243 ± 0.127	2.440 ± 0.250
BE	6.235 ± 0.755	6.223 ± 0.757	-0.927 ± 0.189	-1.819 ± 0.372
BF	20.428 ± 0.697	20.476 ± 0.699	3.831 ± 0.175	7.518 ± 0.343
CD	13.404 ± 0.767	13.410 ± 0.769	0.467 ± 0.193	0.916 ± 0.379
CE	16.643 ± 2.965	16.668 ± 2.974	2.028 ± 0.742	3.980 ± 1.457
CF	4.483 ± 1.539	4.555 ± 1.544	5.687 ± 0.388	11.161 ± 0.762
DE	23.168 ± 1.011	23.193 ± 1.015	1.990 ± 0.254	3.905 ± 0.498
DF	11.734 ± 1.041	11.719 ± 1.044	-1.181 ± 0.261	-2.318 ± 0.513
EF	20.900 ± 3.613	20.979 ± 3.624	6.265 ± 0.904	12.297 ± 1.775

<sup>a</sup>En 1995.21903 <sup>b</sup>En 2007.84875 <sup>c</sup>En la dirección del vector, se calculó utilizando una distancia a la Nebulosa de Orión de  $414 \pm 7$  pc [Menten et al., 2007]

Tabla 6.6: Ajustes para el ángulo de posición.

Vector	Ángulo de Posición inicial <sup>a</sup> (grados)	Ángulo de Posición final <sup>b</sup> (grados)	Pendiente ( $"$ año <sup>-1</sup> )
AB	$31.50 \pm 6.51$	$31.55 \pm 6.53$	$12.16 \pm 5.92$
AC	$131.80 \pm 3.13$	$131.84 \pm 3.14$	$9.83 \pm 2.84$
AD	$95.97 \pm 1.43$	$96.01 \pm 1.43$	$13.48 \pm 1.30$
AE	$350.16 \pm 8.95$	$350.02 \pm 8.98$	$-39.19 \pm 8.11$
AF	$129.00 \pm 9.12$	$128.89 \pm 9.15$	$-31.23 \pm 8.22$
BC	$162.93 \pm 4.88$	$162.92 \pm 4.90$	$-1.04 \pm 4.43$
BD	$120.24 \pm 2.43$	$120.30 \pm 2.44$	$18.43 \pm 2.21$
BE	$240.12 \pm 5.96$	$240.21 \pm 5.98$	$27.74 \pm 5.38$
BF	$154.40 \pm 3.13$	$154.37 \pm 3.14$	$-7.50 \pm 2.83$
CD	$61.80 \pm 4.02$	$61.92 \pm 4.03$	$31.69 \pm 3.65$
CE	$321.51 \pm 6.43$	$321.51 \pm 6.45$	$-0.64 \pm 5.80$
CF	$120.72 \pm 22.53$	$120.51 \pm 22.61$	$-61.50 \pm 20.47$
DE	$286.77 \pm 2.40$	$286.87 \pm 2.40$	$28.93 \pm 2.17$
DF	$222.63 \pm 10.70$	$222.56 \pm 10.74$	$-21.00 \pm 9.67$
EF	$137.16 \pm 9.53$	$137.05 \pm 9.56$	$-29.40 \pm 8.58$

<sup>a</sup>En 1995.21903 <sup>b</sup>En 2007.84875

En las Figuras 6.8, 6.9 y 6.10, se muestran los cambios en el tiempo de la separación y del ángulo de posición para los pares de componentes AC, AE y CF. Las gráficas del resto de las componentes se encuentran en el Apéndice C.2. En rojo están las medidas de DiAs y en azul las del WDS. Se muestran además los ajustes lineales a los datos. Los coeficientes correspondientes están en las Tablas 6.5 y 6.6.

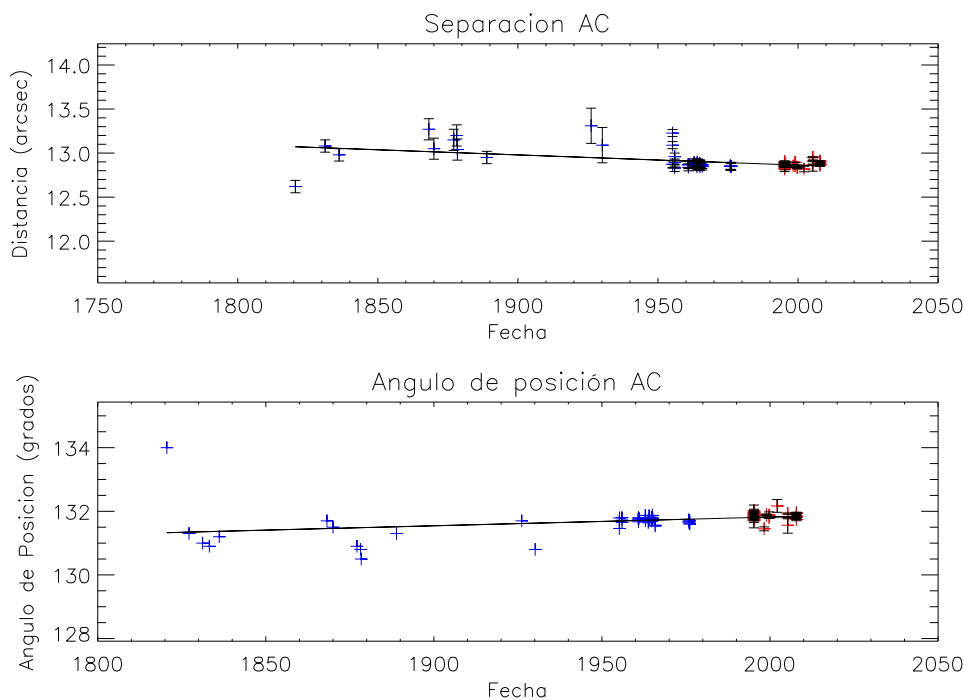


Figura 6.8: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y C.

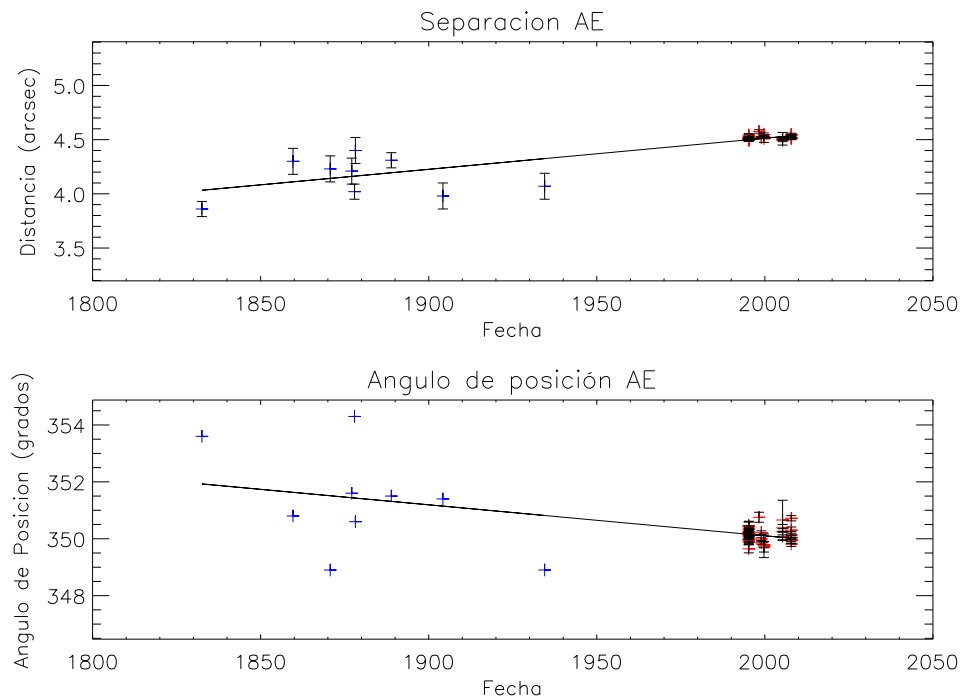


Figura 6.9: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y E.

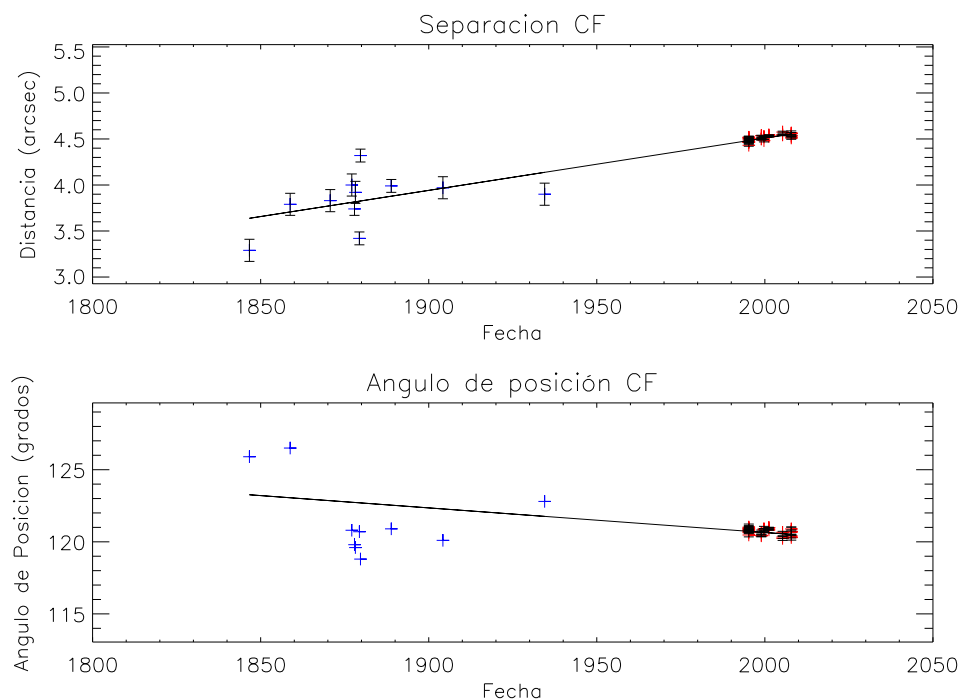


Figura 6.10: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y F.

En las figuras anteriores es posible observar desplazamientos en el tiempo con bastante claridad. Para el caso de la componente A respecto de C, los puntos del WDS en los años 1960s y 1970s, corresponden al United States Naval Observatory, cuya precisión es alta (Tabla 6.4 como USNO); además de servir como



unión entre los datos anteriores y los de DiAs, permiten mayor certitud en el ajuste lineal indicado. Aunque para los casos AE y CF no hay datos del USNO, la tendencia a la separación entre ambos pares es bastante clara.

Los resultados aquí derivados han sido presentados –para los casos de las componentes AC, AB y AE– en la XIII Reunión Latinoamericana de la Unión Astronómica Internacional (véase Apéndice D.3) y para todas las componentes en XXIV Congreso Nacional de Astronomía (véase Apéndice D.6).

Cabe mencionar que, en la literatura existente hasta el 27 de Julio de 2011, no existen medidas para los pares AF y EF, y para el par CE existe sólo una medida. Por lo anterior, las medidas correspondientes a tales pares y obtenidas mediante la técnica de DiAs, son presentadas por vez primera.

Finalmente, conjuntando los datos de DiAs, fruto del presente trabajo, y los del WDS, es posible discutir de manera precisa sobre la cinemática del Trapecio de Orión, lo cual se realiza en la siguiente sección.

## 6.4. La cinemática del Trapecio de Orión.

Los datos de las Tablas 6.5 y 6.6 referidos a la componente C, la más masiva del sistema, se presentan en la Figura 6.11. Ésta exhibe de modo resumido la cinemática del Trapecio de Orión respecto al marco de referencia de la componente C.

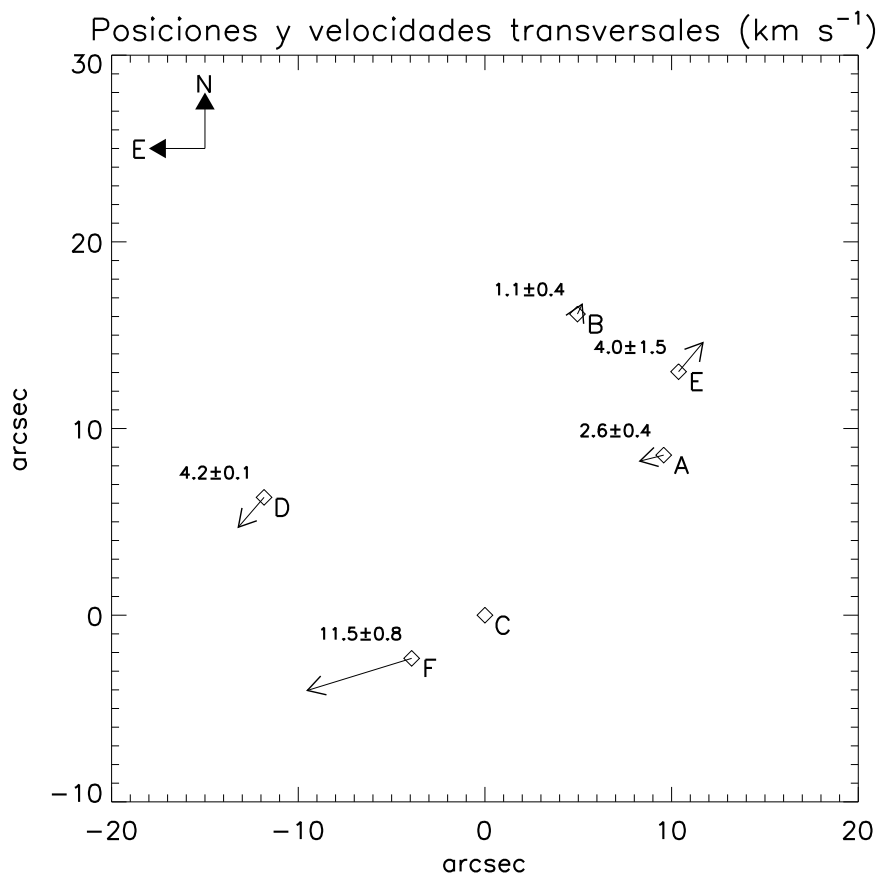


Figura 6.11: Posiciones relativas a la componente C en el año 2007.84 y velocidades transversales totales (i.e. suma vectorial de la última columna de las Tablas 6.5 y 6.6) de las componentes del Trapecio de Orión. Los vectores se amplificaron 1,000 veces para poder apreciarlos.

De la comparación entre los resultados obtenidos mediante DiAs con los resultados conjuntos de DiAs y del WDS, destacan los siguientes aspectos.

1. Comparando la Figura 6.6 con la Figura 6.11, se observa que los comportamientos de las componentes A, B y D son distintos en ambas, mientras que para las componentes E y F son similares.
2. Los ajustes correspondientes a los pares AF y EF difieren en ambos casos a pesar de que son los mismos datos; esto se debe a la ausencia de pesos estadísticos en el ajuste DiAs+WDS.
3. Aunque el análisis de DiAs+WDS pierde precisión respecto al de DiAs (ver incertidumbres en las tablas correspondientes), gana certitud al asegurar los ajustes a la nube de puntos históricos. Cabe destacar que la base de tiempo es ampliada hasta cerca de 200 años gracias a los datos del WDS.

#### 6.4.1. Prueba de pertenencia

Como parte del análisis de la cinemática del Trapecio de Orión se llevó a cabo, sobre cada una de las componentes del Trapecio, una prueba de pertenencia al sistema. Dicha prueba consiste en comparar, para cada par de componentes, el vector de desplazamiento ocasionado por el movimiento propio de la componente principal (usualmente sólo se tienen medidas del movimiento propio de ésta), con el vector de desplazamiento relativo, producto del movimiento de la componente secundaria respecto de la primaria; ambos calculados para el mismo periodo de tiempo. En el caso de que los vectores sean opuestos y de similar magnitud, se puede decir que la componente secundaria es una estrella de campo, ya que su movimiento es sólo un reflejo del movimiento de la primaria.

Dada la velocidad transversal de la componente F, es importante llevar a cabo esta prueba para descartar la posibilidad de que se trate de una estrella de campo. Esta componente presenta una velocidad transversal total, respecto de la componente C, de  $11.5 \text{ km s}^{-1}$  (ver Figura 6.11), que es cerca del doble de la velocidad de escape del sistema ( $6 \text{ km s}^{-1}$  según Allen et al. 1974). En caso de poder descartar que la componente F sea estrella de campo, se podría entonces afirmar que, muy probablemente, se esté escapando del sistema.

Esta prueba se realizó primero para la componente F y después, por completez, se decidió extenderla al resto de las componentes —siempre que los datos existentes lo permitieran—. La Figura 6.12 muestra una gráfica polar donde se encuentra esta prueba. Los puntos indican la separación y el ángulo de posición de la componente F respecto de C; los azules son de la compilación histórica del WDS depurados utilizando el criterio de Allen et al. [2004] (véase D.6), y los rojos son los datos de DiAs. El vector negro indica la dirección y magnitud del desplazamiento de F respecto de C en un periodo de 150 años, calculado según los ajustes lineales encontrados en la Sección 6.3. Los vectores verde y rosa indican el desplazamiento, según datos del WDS e Index Catalog of Visual Double Stars (IDS) [Jeffers et al., 1963] respectivamente, de C debido a su movimiento propio en los mismos 150 años.

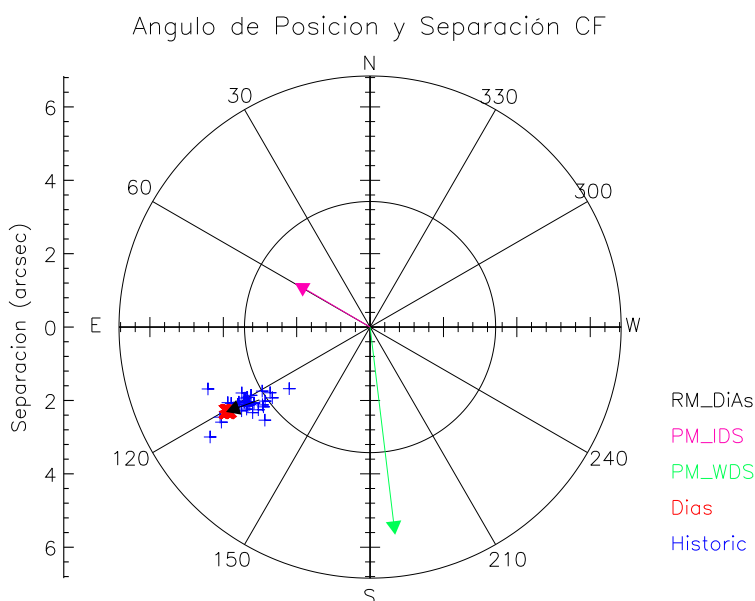


Figura 6.12: Prueba para descartar a F como estrella de campo. El vector en negro indica el desplazamiento de F respecto a C en 150 años; los vectores verde y rosa el desplazamiento de C debido a su movimiento propio, derivados del WDS y del IDS respectivamente, en el mismo periodo.

Debido a que los vectores de desplazamientos relativos y absolutos de la componente F respecto a C, no son ni antiparalelos ni de la misma magnitud, se descarta a ésta como una estrella de campo. Se realizaron pruebas de pertenencia similares para el resto de las componentes (A-E) (véase Apéndice C.2.1) y los resultados indican que todas ellas pertenecen al sistema. Lo anterior corrobora el resultado de Allen et al. [1974] sobre la pertenencia de la componente E y lo hace extensivo para el resto de las componentes.

Finalmente, los resultados que se presentan en este capítulo son consistentes con los publicados por Allen et al. [2004]. Estos autores determinan movimientos relativos entre los pares de componentes AB, AC y AE de  $+0.18$ ,  $-0.11$ , y  $+3.6$  segundos de arco por cien años, respectivamente. Transformando dichos movimientos a velocidades transversales, usando para ello la distancia de 414 pc, a la Nebulosa de Orión [Menten et al., 2007], se obtienen  $+3.55$ ,  $-2.17$ , y  $+7.11$   $\text{km s}^{-1}$ , respectivamente; valores que son consistentes con los arrojados por el análisis DiAs+WDS, y que se indican en la Tabla 6.5.

# Capítulo 7

## Conclusiones

Se desarrolló una novedosa técnica mediante la cual fue posible obtener medidas precisas de las posiciones relativas entre estrellas, a partir de imágenes saturadas. Esta original técnica goza de una relativa sencillez y una extraordinaria precisión. Permite además el “reciclaje” de imágenes astronómicas de épocas anteriores, posibilitando así estudios retrospectivos.

En el caso particular de la aplicación de ésta técnica al estudio del Trapecio de Orión, se obtuvo la cinemática del sistema con precisión de hasta del 2 % del valor de la medida. La determinación de la cinemática requirió, además del uso de una compilación histórica de datos que abarcan cerca de 200 años (WDS), el descartar la posibilidad de que algunas componentes del Trapecio fueran estrellas de campo.

Los resultados cinemáticos más importantes son los siguientes:

- La componente E, aunque con una velocidad menor a la reportada por Allen et al. [2004] y Sánchez et al. [2008], se está escapando con una velocidad transversal de  $9.21 \text{ km s}^{-1}$  mayor a la velocidad de escape del sistema ( $6 \text{ km s}^{-1}$  según Allen et al. 1974). Los  $9.2 \text{ km s}^{-1}$  son el resultado de la suma vectorial de los  $4.0 \pm 1.5 \text{ km s}^{-1}$  de velocidad transversal determinados en este trabajo, y los  $8.3 \text{ km s}^{-1}$  de velocidad radial determinados por Costero et al. [2008].
- La componente F parece estar escapando del sistema con una velocidad transversal de  $11.5 \pm 0.8 \text{ km s}^{-1}$ , la cual es mayor que la velocidad de escape, independientemente de su velocidad radial.
- El resto de las componentes del Trapecio de Orión, presentan velocidades pequeñas y aleatorias que asemejan un sistema ligado y virializado como indican los trabajos de Allen y Poveda [1974], Allen et al. [1974, 2004].

El hecho de que dos de las componentes del Trapecio de Orión estén escapando del sistema corrobora los estudios de Allen y Poveda [1974] sobre la dinámica de los trapecios. En su estudio, estos autores encuentran que de una muestra de 30 sistemas que evolucionan en un millón de años, 13 de ellos eyectan una o dos componentes.

Aunque la técnica de DiAs arroja resultados precisos, éstos aún presentan una dispersión que es necesario caracterizar y minimizar. Esta dispersión, tal cual se observa en las Figuras 6.3, 6.4 y 6.5 depende de la longitud de onda, y puede tener su origen en variaciones no calibradas de la escala de placa, la distorsión geométrica y las PSFs de Tiny TIM.

### Epílogo

Durante el desarrollo de este trabajo surgieron ideas sobre posibles mejoras y aplicaciones de la técnica de Difracto Astrometría.

Es necesario perfeccionar la técnica. Primero, determinando la causa de la dispersión de las medidas como función de la longitud de onda del filtro utilizado. Segundo, mejorando los criterios de selección de las Gaussianas que determinan la posición de los “spikes”. Tercero, haciendo independientes los cortes en cada uno los “spikes”.

Una vez conseguido lo anterior, se podría aplicar la técnica a imágenes públicas contenidas en bases de datos de telescopios ópticos e infrarrojos trabajando al límite de difracción. Podrían ser, por ejemplo, las bases de datos obtenidos con el Very Large Telescope y sus instrumentos de óptica adaptativa.

Finalmente, sería muy interesante probar los niveles de precisión alcanzables por la técnica aplicada en imágenes de telescopios en tierra y sin óptica adaptativa, pues las imágenes de éstos también pueden presentar un patrón de difracción utilizable para la astrometría.

El perfeccionamiento de esta técnica y la ampliación de sus diversas aplicaciones, podrían dar luz al entendimiento de la cinemática de otros sistemas estelares, además de los trapecios, posiblemente en las binarias abiertas y los sistemas múltiples.

## Apéndice A

# Integral de Difracción de Fraunhofer

En este apéndice se presenta la derivación de la integral de difracción de Fraunhofer, para la cual se siguió el tratamiento dado por Born y Wolf [1999].

### Introducción

La palabra difracción proviene del latín *diffRACTUS* que quiere decir roto o quebrado. Este término fue aplicado por vez primera por FRANCESCO MARIA GRIMALDI (1618-1663) para referirse al efecto de la desviación de la luz de su propagación rectilínea al encontrarse con un obstáculo en su camino. Si dicho obstáculo es opaco o transparente, una porción del frente de onda se altera en amplitud, en fase o en ambas, y al propagarse detrás de él, los diferentes segmentos del frente de onda interfieren causando una distribución muy particular de luz, conocida como patrón de difracción.

El patrón de difracción está caracterizado por bandas brillantes y oscuras conocidas como franjas de difracción. La teoría de la difracción se especializa en el estudio de estas regiones ya que son poseedoras de un interés práctico fundamental, pues incluyen el lugar donde la imagen óptica se forma, es decir en la región focal.

La teoría de difracción se construye a partir de la concepción ondulatoria de la luz, utilizando como postulado fundamental el principio de Huygens-Fresnel, la representación matemática de éste, fue realizada por GUSTAV ROBERT KIRCHHOFF (1824-1887), y se conoce como teorema integral de Kirchhoff.

### El principio de Huygens-Fresnel

CHRISTIAN HUYGENS (1629-1695) estableció las bases de este principio y AUGUSTIN JEAN FRESNEL (1788-1827) lo complementó con el concepto de interferencia, creando así el principio de Huygens-Fresnel, el cual establece que:

“Cada punto no obstruido de un frente de onda, en un instante dado, sirve como fuente de ondas esféricas secundarias, cuya frecuencia es la misma que la de la onda primaria. La amplitud del campo óptico en cada punto detrás de la obstrucción, es la superposición de todas las ondas secundarias, considerando sus amplitudes y fases relativas”[Hecht, 1998].

### El teorema integral de Kirchhoff

Kirchhoff mostró que el principio de Huygens-Fresnel puede ser considerado como una aproximación del teorema integral de Helmholtz. Este teorema había sido derivado por HERMANN VON HELMHOLTZ (1821-1894) para describir ondas acústicas monocromáticas [Born y Wolf, 1999]. El teorema expresa la solución de la ecuación de onda homogénea en un punto P arbitrario, en términos de los valores de esta solución y de sus primeras derivadas en todos los puntos de una superficie cerrada arbitraria que rodea al punto P. En otras palabras, el teorema determina la perturbación lumínica en el punto P utilizando las propiedades de la onda en una superficie que se encuentra entre éste y la fuente, para conseguirlo suma todas las contribuciones de la superficie. Esta es la idea básica del principio de Huygens-Fresnel.

El desarrollo matemático es el siguiente. Considérese una onda escalar monocromática de frecuencia  $\omega$

$$V(x, y, z, t) = U(x, y, z)e^{-i\omega t}, \quad (\text{A.1})$$

donde  $U(P)$  se conoce como la “Perturbación Compleja” que en el vacío satisface la ecuación de onda independiente del tiempo, o ecuación de Helmholtz

$$(\nabla^2 + k^2)U = 0, \quad (\text{A.2})$$

en donde  $k = \omega/c$ , con  $c$  la velocidad de la luz en el vacío.

Sea  $V$  un volumen arbitrario encerrado por la superficie  $S$ , y  $P$  un punto dentro del volumen. Suponiendo que  $U$  posee primeras y segundas derivadas parciales continuas en la superficie  $S$  y dentro de ella, y que existe otra función  $U'$  que satisface las mismas condiciones, entonces por el teorema de Green [Arfken, 1985, p. 58] se tiene que

$$\iiint_V (U\nabla^2 U' - U'\nabla^2 U)dv = - \iint_S (U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n})dS, \quad (\text{A.3})$$

donde  $n$  denota la normal a la superficie con sentido dirigido hacia el interior del volumen. Ahora si se supone además que  $U'$  es la parte espacial de otra onda monocromática de frecuencia  $\omega$  que también satisface la ecuación de onda independiente del tiempo (A.2), entonces el lado izquierdo de la ecuación anterior es igual a cero y se obtiene

$$\iint_S (U \frac{\partial U'}{\partial n} - U' \frac{\partial U}{\partial n})dS = 0. \quad (\text{A.4})$$

Suponiendo que las perturbaciones son ondas esféricas, como lo enuncia el principio de Huygens-Fresnel, se tiene

$$U'(x, y, z) = \frac{e^{iks}}{s}, \quad (\text{A.5})$$

donde  $s$  denota la distancia del punto  $P$  al punto  $(x, y, z)$ . Esta función posee una singularidad en  $s = 0$  y el supuesto de que es continua y diferenciable indica que  $P$  debe de ser excluido del dominio. Para conseguirlo se rodea al punto  $P$  con una pequeña esfera de radio  $\epsilon$  que tiene como superficie a  $S'$ , y la integración se realiza entonces sobre el volumen que se encuentra acotado por  $S$  y  $S'$ . De este modo la ecuación (A.4) se transforma en

$$\left\{ \iint_S + \iint_{S'} \right\} \left[ U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS = 0, \quad (\text{A.6})$$

tal que

$$\iint_S \left[ U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS = - \iint_{S'} \left[ U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS', \quad (\text{A.7})$$

donde

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) = \hat{n} \cdot \nabla \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) = \hat{n} \cdot \left( \frac{1}{s} \nabla e^{iks} + e^{iks} \nabla \frac{1}{s} \right). \quad (\text{A.8})$$

En la ecuación anterior, utilizando el gradiente en coordenadas esféricas, se obtiene

$$\hat{n} \cdot \left( \frac{1}{s} ik e^{iks} \hat{s} - \frac{1}{s^2} e^{iks} \hat{s} \right) = \frac{e^{iks}}{s} \left( ik - \frac{1}{s} \right), \quad (\text{A.9})$$

para este caso la normal entra al volumen  $V$ , es decir sale de la esfera que contiene a  $P$ . Sustituyendo esto último en el lado derecho de la ecuación (A.7) se tiene

$$- \iint_{S'} \left[ U \frac{e^{iks}}{s} \left( ik - \frac{1}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS'. \quad (\text{A.10})$$

Utilizando  $\epsilon$  como el radio de la esfera que rodea a  $P$ , y el hecho de que  $dS_\epsilon = \epsilon^2 d\Omega$ , se puede transformar la integral de superficie en una de ángulo sólido. Así

$$- \iint_\Omega \left[ U \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \left( ik - \frac{1}{\epsilon} \right) - \frac{e^{ik\epsilon}}{\epsilon} \frac{\partial U}{\partial s} \right] \epsilon^2 d\Omega. \quad (\text{A.11})$$

Ya que la integral sobre la superficie exterior (lado izquierdo de la ecuación (A.7)) no depende de  $\epsilon$ , se puede reemplazar la ecuación (A.11) por su limite cuando  $\epsilon \rightarrow 0$ . En este limite el primer y tercer términos se van a cero y al integrar, el resultado es  $4\pi U(P)$ .

De este modo la ecuación (A.7) pasa a ser

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \int \int_S \left[ U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS. \quad (\text{A.12})$$

Este es el Teorema integral de Helmholtz-Kirchhoff. Se puede demostrar que es válido para ondas que no son estrictamente monocromáticas [Born y Wolf, 1999].

## Teoría de difracción de Kirchhoff

Considérese una onda monocromática que emerge de  $P_0$  y se propaga una distancia  $r$ , en la cual encuentra una pantalla plana y opaca con una apertura a través de la cual continúa propagándose. Sea P el punto donde se desea determinar la perturbación lumínica. Se asume que la dimensión de la apertura es mucho mayor que la longitud de onda y menor que las distancias de la pantalla a  $P_0$  y P.

Para determinar la perturbación en P se utiliza la integral de Kirchhoff, ecuación (A.12), sobre una superficie S formada por: A: la apertura contenida en el plano de la pantalla, B: una porción del lado no iluminado de la pantalla que rodea a A y, C: una porción de esfera con centro en P y radio R que junto con A y B forma una superficie cerrada.

Se tiene entonces que

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \left\{ \int \int_A + \int \int_B + \int \int_C \right\} \left[ U \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - \frac{e^{iks}}{s} \frac{\partial U}{\partial n} \right] dS \quad (\text{A.13})$$

Los valores de U y  $\partial U/\partial n$  sobre las superficies son determinados de la siguiente manera. Para A no difieren de aquellos que serían si la pantalla no existiera, excepto en el borde; para B se pueden considerar nulos y para C también, considerando el argumento siguiente. Supóngase que la fuente comienza a radiar en un tiempo  $t = t_0$ , si se elige al tiempo t un radio  $R > c(t - t_0)$ , con c la velocidad de la luz, la onda no habrá alcanzado la superficie C y por lo tanto los valores de  $\partial U/\partial n$  serán nulos.

Si la onda que emerge de  $P_0$  se considera esférica y monocromática, entonces

$$U = D \frac{e^{ikr}}{r}, \quad \frac{\partial U}{\partial n} = D \frac{e^{ikr}}{r} \left[ ik - \frac{1}{r} \right] \cos(n, r) \quad (\text{A.14})$$

donde D es una constante y  $(n, r)$  es al ángulo que forman la normal a la superficie A (recuérdese que son normales hacia el interior de la superficie) con el vector de propagación de la onda esférica.

Dadas las consideraciones anteriores, la ecuación (A.13) se transforma en

$$U(P) = \frac{1}{4\pi} \int \int_A \left[ D \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) - D \frac{e^{iks}}{s} \frac{e^{ikr}}{r} \left[ ik - \frac{1}{r} \right] \cos(n, r) \right] dS \quad (\text{A.15})$$

y utilizando que

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{e^{iks}}{s} \right) = \frac{e^{iks}}{s} \left[ ik - \frac{1}{s} \right] \cos(n, s) \quad (\text{A.16})$$

donde  $(n, s)$ , de manera similar a la ecuación A.14, es al ángulo que forma la normal a la superficie A con el vector  $\hat{s}$ .

Sustituyendo la ecuación (A.16) en la (A.15) y simplificando queda

$$U(P) = \frac{D}{4\pi} \int \int_A \frac{e^{ik(r+s)}}{rs} \left[ \left( ik - \frac{1}{s} \right) \cos(n, s) - \left( ik - \frac{1}{r} \right) \cos(n, r) \right] dS \quad (\text{A.17})$$

en la cual los términos  $1/r$  y  $1/s$  son despreciables al compararlos con  $k(r, s \gg \lambda)$ , ya que se supuso que las dimensiones de la apertura son mucho mayores que la longitud de onda y mucho menores que las distancias a los puntos  $P_0$  y P.



Así la perturbación compleja  $U(P)$  se puede expresar de la forma

$$U(P) = \frac{iD}{2\lambda} \int \int_A \frac{e^{ik(r+s)}}{rs} [\cos(n, s) - \cos(n, r)] dS \quad (\text{A.18})$$

la cual se conoce como la formula de difracción de Fresnel-Kirchhoff.

Este análisis puede ser extendido a casos en los que las ondas no sean tan simples como las esféricas. Para ello es suficiente probar que los radios de curvatura en cada punto del frente de onda sean mucho más grandes que la longitud de onda y que los ángulos involucrados sean pequeños[Born y Wolf, 1999].

## Difracción de Fresnel y Fraunhofer

Examinando la ecuación (A.18) se observa que mientras el elemento de área  $dS$  explora el dominio de integración,  $r + s$  cambia por muchas longitudes de onda ocasionando que el factor  $e^{ik(r+s)}$  oscile rápidamente. Por otro lado si las distancias de la pantalla a los puntos  $P_0$  y  $P$  son mayores que las dimensiones lineales de la apertura, tal como se supuso anteriormente, entonces el factor  $[\cos(n, s) - \cos(n, r)]$  no varía considerablemente a lo largo de la apertura; y asumiendo que el origen de coordenadas cartesianas  $O$ , sea un punto en la apertura (con el plano  $XY$  como aquél que contiene a la pantalla y el eje  $+Z$  en la dirección del punto de análisis  $P$ ), los ángulos que forman las rectas  $OP$  y  $OP_0$  con  $PP_0$  no son muy grandes, por lo que se puede remplazar este factor por  $-2 \cos \delta$  con  $\delta$  el ángulo que forma la normal a la pantalla con la recta  $PP_0$ . Finalmente el factor  $1/rs$  puede ser remplazado por  $1/r's'$ , donde  $r'$  y  $s'$  son las distancias del origen  $O$  a los puntos  $P_0$  y  $P$  respectivamente.

De este modo la ecuación (A.18) se reduce a

$$U(P) \sim -\frac{iD \cos \delta}{\lambda r' s'} \int \int_A e^{ik(r+s)} dS \quad (\text{A.19})$$

Si  $(x_0, y_0, z_0)$ ,  $(x, y, z)$  y  $(\xi, \eta)$  son las coordenadas de los puntos  $P_0$ ,  $P$  y  $Q$  respectivamente, con  $Q$  en la apertura, entonces

$$r^2 = (x_0 - \xi)^2 + (y_0 - \eta)^2 + z_0^2 \quad (\text{A.20a})$$

$$s^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2 \quad (\text{A.20b})$$

$$r'^2 = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 \quad (\text{A.20c})$$

$$s'^2 = x^2 + y^2 + z^2 \quad (\text{A.20d})$$

de donde desarrollando los binomios, reagrupando y sustituyendo se tiene que

$$r^2 = r'^2 - 2(x_0\xi + y_0\eta) + \xi^2 + \eta^2 \quad (\text{A.21a})$$

$$s^2 = s'^2 - 2(x\xi + y\eta) + \xi^2 + \eta^2 \quad (\text{A.21b})$$

Para encontrar los valores de  $r$  y  $s$  a partir de las expresiones anteriores, se realiza el siguiente desarrollo. Dividiendo las ecuaciones anteriores por  $r'^2$  y  $s'^2$  respectivamente, y sacando raíz cuadrada de ambos lados, se obtiene

$$\frac{r}{r'} = \left[ 1 - \frac{2(x_0\xi + y_0\eta) + \xi^2 + \eta^2}{r'^2} \right]^{1/2} \quad (\text{A.22a})$$

$$\frac{s}{s'} = \left[ 1 - \frac{2(x\xi + y\eta) + \xi^2 + \eta^2}{s'^2} \right]^{1/2} \quad (\text{A.22b})$$

Ahora bien, dada la suposición de que las dimensiones de la apertura son mucho menores que las distancias  $r'$  y  $s'$ , el segundo término de la raíz es menor que uno en valor absoluto, lo cual implica que el lado derecho

en las expresiones anteriores se puede desarrollar mediante la serie binomial de Newton. De este modo

$$\left[1 - \frac{2(x_0\xi + y_0\eta) + \xi^2 + \eta^2}{r'^2}\right]^{1/2} = 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{2(x_0\xi + y_0\eta) + \xi^2 + \eta^2}{r'^2}\right] - \frac{1}{8} \left[\frac{2(x_0\xi + y_0\eta) + \xi^2 + \eta^2}{r'^2}\right]^2 + \dots \quad (\text{A.23a})$$

$$\left[1 - \frac{2(x\xi + y\eta) + \xi^2 + \eta^2}{s'^2}\right]^{1/2} = 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{2(x\xi + y\eta) + \xi^2 + \eta^2}{s'^2}\right] - \frac{1}{8} \left[\frac{2(x\xi + y\eta) + \xi^2 + \eta^2}{s'^2}\right]^2 + \dots \quad (\text{A.23b})$$

Despreciando los términos de orden mayor a dos en las ecuaciones anteriores, sustituyendo en la ecuación (A.22) y despejando para  $r$  y  $s$  se tiene que

$$r \sim r' - \frac{x_0\xi + y_0\eta}{r'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2r'} - \frac{(x_0\xi + y_0\eta)^2}{2r'^3} \quad (\text{A.24a})$$

$$s \sim s' - \frac{x\xi + y\eta}{s'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2s'} - \frac{(x\xi + y\eta)^2}{2s'^3} \quad (\text{A.24b})$$

Sustituyendo las anteriores en la ecuación (A.19) se obtiene

$$U(P) = -\frac{iDe^{ik(r'+s')}\cos\delta}{\lambda r' s'} \int \int_A e^{ikf(\xi,\eta)} d\xi d\eta \quad (\text{A.25})$$

donde

$$f(\xi, \eta) = -\frac{x_0\xi + y_0\eta}{r'} - \frac{x\xi + y\eta}{s'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2r'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2s'} - \frac{(x_0\xi + y_0\eta)^2}{2r'^3} - \frac{(x\xi + y\eta)^2}{2s'^3} + \dots \quad (\text{A.26})$$

Si los dos primeros cosenos directores de  $P_0$  y  $P$  se denotan por  $(l_0, m_0)$  y  $(l, m)$  respectivamente

$$l_0 = -\frac{x_0}{r'} \quad m_0 = -\frac{y_0}{r'} \quad (\text{A.27a})$$

$$l = -\frac{x}{s'} \quad m = -\frac{y}{s'} \quad (\text{A.27b})$$

entonces la ecuación (A.26) puede ser escrita de la forma

$$f(\xi, \eta) = l_0\xi + m_0\eta - l\xi + m\eta + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2r'} + \frac{\xi^2 + \eta^2}{2s'} - \frac{(l_0\xi + m_0\eta)^2}{2r'} - \frac{(l\xi + m\eta)^2}{2s'} + \dots \quad (\text{A.28})$$

la cual, después de factorizar y reagrupar queda

$$f(\xi, \eta) = (l_0 - l)\xi + (m_0 - m)\eta + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) (\xi^2 + \eta^2) - \frac{(l_0\xi + m_0\eta)^2}{r'} - \frac{(l\xi + m\eta)^2}{s'} \right] \quad (\text{A.29})$$

De este modo, el problema de determinar la perturbación lumínica en el punto  $P$  se ha reducido a evaluar la integral en la ecuación (A.25). Cuando los términos cuadráticos y de orden superior en  $\xi$  y  $\eta$  de  $f$  pueden ser despreciados se habla de la Difracción de Fraunhofer, en caso contrario se tiene la Difracción de Fresnel. Los términos de segundo orden y superiores no contribuyen a la integral en el caso en el que

$$\frac{1}{2}k \left[ \left( \frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} \right) (\xi^2 + \eta^2) - \frac{(l_0\xi + m_0\eta)^2}{r'} - \frac{(l\xi + m\eta)^2}{s'} \right] \ll 2\pi \quad (\text{A.30})$$

Las condiciones en las cuales lo anterior se satisface se pueden deducir utilizando las siguientes dos propiedades, primero, el hecho de que los cosenos directores son siempre menores que uno y, segundo, el que los cosenos directores junto con  $\xi$  y  $\eta$  cumplen la desigualdad  $(l_0\xi + m_0\eta)^2 \leq (l_0^2 + m_0^2)(\xi^2 + \eta^2)$ . De lo anterior se deduce que para la representación de Fraunhofer

$$f(\xi, \eta) = (l_0 - l)\xi + (m_0 - m)\eta \quad (\text{A.31})$$

y

$$|r'| \gg \frac{(\xi^2 + \eta^2)_{max}}{\lambda} \quad y \quad |s'| \gg \frac{(\xi^2 + \eta^2)_{max}}{\lambda} \quad (\text{A.32})$$

o que

$$\frac{1}{r'} + \frac{1}{s'} = 0 \quad y \quad l_0^2, m_0^2, l^2, m^2 \ll \frac{|r'|\lambda}{(\xi^2 + \eta^2)_{max}} \quad (\text{A.33})$$

Las condiciones (A.32) dan un estimado de las distancias  $r'$  y  $s'$  para las cuales la representación de Fraunhofer es aplicable; mientras que las condiciones (A.33) implican que la difracción de Fraunhofer también ocurre cuando el punto de observación P, está situado en un plano paralelo al de la apertura, y los puntos  $P_0$  y P están suficientemente cerca del eje Z. Las condiciones (A.33) pueden presentar dos posibilidades. En la primera  $r'$  es negativo, es decir los frentes de onda que inciden en la apertura son cóncavos a la dirección de propagación (i.e.  $P_0$  es el centro de convergencia y no de divergencia de las ondas incidentes). Este es el caso de un sistema óptico perfecto (sin aberraciones) que forma una imagen de la fuente,  $P_0$  cerca del eje óptico. En la segunda  $r'$  es positivo, los frentes de onda son convexos a la dirección de propagación y la difracción es virtual, es decir se forma aparentemente en una pantalla que contiene a la fuente,  $P_0$ .

En la representación de Fraunhofer los cosenos directores entran en la ecuación (A.31) en las combinaciones  $l - l_0$  y  $m - m_0$ , por lo que renombrando estas cantidades como

$$p = l - l_0 \quad y \quad q = m - m_0 \quad (\text{A.34})$$

se puede reescribir la ecuación (A.25) de la forma

$$U(P) = C \int \int_A e^{-ik(p\xi + q\eta)} d\xi d\eta \quad (\text{A.35})$$

Donde C es la constante que aparece enfrente de la ecuación (A.25) y está definida en términos de la posición de la fuente y del punto de observación, sin embargo en la práctica es más conveniente expresarla en términos de otras cantidades (véase [Born y Wolf, 1999]). El desarrollo siguiente es para obtener el valor de la constante C.

La ecuación (A.35) se puede reescribir como una integral de Fourier sobre todos los  $\xi, \eta$  en el plano

$$U(p, q) = \int \int G(\xi, \eta) e^{\frac{-2\pi i}{\lambda}(p\xi + q\eta)} d\xi d\eta \quad (\text{A.36})$$

con

$$G(\xi, \eta) = \begin{cases} C & (\xi, \eta) \in \text{Apertura} \\ 0 & (\xi, \eta) \notin \text{Apertura} \end{cases} \quad (\text{A.37})$$

donde  $G(\xi, \eta)$  se conoce como la función de pupila. Utilizando ahora el teorema de Parseval para transformadas de Fourier [Goodman, 1968] se tiene que

$$\iint |G(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta = \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 \iint |U(p, q)|^2 dpdq \quad (\text{A.38})$$

Por otro lado, si E es la energía que incide en la apertura, ésta será la misma que alcance el plano de observación, por lo que la condición de normalización de la función de perturbación compleja será

$$\int \int |U(p, q)|^2 dpdq = \frac{E}{R^2} \quad (\text{A.39})$$

con p y q sobre todos los valores posibles y R la distancia del origen al punto donde la línea  $P_0O$  interseca al plano imagen.

Ahora bien, sustituyendo la ecuación (A.37) y (A.39) en (A.38), y denotando el área de la apertura por  $D$  se tiene que

$$\frac{E}{R^2\lambda^2} = |C|^2 D \quad (\text{A.40})$$

por lo tanto

$$C = \frac{1}{\lambda R} \sqrt{\frac{E}{D}} \quad (\text{A.41})$$

Finalmente la integral de difracción de Fraunhofer toma la forma

$$U(p, q) = \frac{1}{\lambda R} \sqrt{\frac{E}{D}} \iint_A e^{-ik(p\xi + q\eta)} d\xi d\eta \quad (\text{A.42})$$



## Apéndice B

# Algoritmos

En este apéndice se describen brevemente la función y los pasos de los algoritmos utilizados en la técnica de DiAs, los cuales fueron desarrollados e implementados en el lenguaje de programación IDL 7.0. Los códigos no se presentan íntegramente por razones de espacio, ya que se escribieron un total de 1193 líneas de código, sólo para el algoritmo de medida. Las funciones adyacentes redactadas son del orden de 400 líneas de código, y los programas que producen las gráficas para el análisis de los resultados tienen del orden de 2000 líneas.

### B.1. *creamascara.pro*

Este programa crea una máscara sobre píxeles que tengan cuentas superiores a un determinado nivel, y se utiliza para desechar los píxeles saturados. Es interactivo y permite al usuario seleccionar el píxel cuyo valor será utilizado como mínimo; aquellos píxeles que lo rebasen serán reasignados a cero. La máscara creada es presentada al usuario, si éste decide que es correcta, se crea la imagen, de lo contrario el procedimiento se repite. Contiene 88 líneas de código.

### B.2. *mideangulospikes.pro*

Es interactivo y permite al usuario medir los ángulos que se forman entre los “spikes” de un patrón de difracción, así como el ángulo que forman los renglones del CCD con el primer “spike” (en sentido antihorario). Al programa entra una lista de imágenes, para cada una de las cuales, se le pide al usuario que marque con el cursor un píxel en cada uno de los cuatro “spikes” del patrón de difracción. El píxel con mayores cuentas en una vecindad de 11x11 píxeles alrededor de cada uno de los puntos marcados, es desplegado sobre la imagen original. Si el usuario decide que los puntos son correctos (i. e. están sobre los “spikes”), entonces las coordenadas (en el sistema de referencia de la imagen - x:0-799, y:0-799 -) de dichos puntos son utilizadas para calcular los ángulos entre los “spikes” y de éstos con los renglones del CCD. El resultado se imprime en un archivo junto con el nombre de la imagen utilizada. Contiene 143 líneas de código.

### B.3. *med\_ssd\_tyti\_34row\_sp15.pro*

Este programa utiliza la rutina spider\_15.pro (ver Sección B.5) para calcular la separación y el ángulo de posición entre estrellas (PSFs) en la misma imagen.

El algoritmo tiene como entrada, la lista de imágenes sobre las que se realizan las medidas, así como los filtros, las escalas de placa (ver Sección B.4 y McMaster y Biretta [2008, pp. 158-159]) y el ángulo de los “spikes” con los renglones para cada una de ellas. Se despliega la imagen en pantalla y se le pregunta al usuario si ésta es medible, en caso afirmativo se procede, en caso contrario, se continúa con la siguiente imagen de la lista. Posteriormente son recabados del encabezado los parámetros relevantes sobre la imagen. A continuación se le indica al usuario que seleccione una sección de la imagen que no contenga estrellas ni rayos cósmicos. El promedio de esa sección es utilizado como valor de fondo. Con los parámetros recabados se llama a la rutina spider\_15.pro, una vez por cada componente estelar a medir. Ésta arroja el centro de la

componente y la incertidumbre de la medida (nueve veces, una por el píxel central y ocho por los aledaños). Los diferentes centros así calculados son corregidos por el error del 34<sup>avo</sup> renglón del CCD (ver Apéndice B.8, Sección 3.2.4.3 y Anderson y King [1999]) y por el procedimiento de corrección desarrollado a partir del programa de Tiny TIM (ver Apéndice B.7, Sección 4.2.3 y Ruelas-Mayorga et al. [2011]). El centro de la componente y su incertidumbre son calculados como el promedio y la desviación estándar de los nueve valores retornados por `spider_15.pro`. Finalmente el programa calcula la distancia entre componentes y el ángulo de posición, lo imprime en un archivo y continúa con la siguiente imagen de la lista. Contiene 228 líneas de código.

#### B.4. *pltsclvswavelg.pro*

Este programa determina para cada filtro de la WFPC2 la escala de placa de las cuatro cámaras (PC, WF2, WF3 y WF4). La escala de placa para los filtros que no reportó McMaster y Biretta [2008, pp. 158-159] es interpolada a partir de los dos más cercanos. Contiene 66 líneas de código.

#### B.5. *spider\_15.pro*

Este programa lee una imagen, la despliega en pantalla, a partir de un píxel seleccionado por el usuario como un centro aproximado, determina el fotocentro estelar utilizando el patrón de difracción o “spikes”.

Utiliza como entrada, la imagen sobre la que se medirá la componente de interés, el valor de fondo (por debajo del cual se descartarán los píxeles), el ángulo “spikes”-renglones, la tolerancia de desviación respecto del valor anterior, el detector en que se encuentra la imagen y el filtro utilizado. Además, como valor opcional se puede especificar el aumento que tendrá la imagen sobre la que se seleccionarán los píxeles de los “spikes”. Como salida se tienen dos arreglos, uno con nueve valores posibles del centro, y otro con las incertidumbres asociadas a dichos centros.

Los pasos del programa son, a grosso modo, los siguientes. Primero se definen los parámetros a utilizar, entre ellos el tamaño de la imagen en función de las dimensiones de la pantalla en la que se desplegará, el ancho de los “spikes”, y la incertidumbre mínima, en píxeles, de una medición -la precisión de una medida no puede ser mejor que la del guiado del instrumento (ver Sección 3.1.4) y depende de la cámara (PC o WF) como función de la escala de placa-. A continuación se le pide al usuario que marque el centro aproximado y el final del “spike” más débil de la componente a medir. Con los datos anteriores el programa calcula y despliega una imagen aumentada de la componente indicada. Sobre esta nueva imagen, se le pide al usuario que marque un punto en cada uno de los cuatro “spikes”. Son recabadas las coordenadas del píxel con mayores cuentas en un área de 29x29 píxeles alrededor de los cuatro puntos seleccionados. Con esas coordenadas, el programa calcula un par de rectas “perpendiculares” cuya intersección se emplea como el centro aproximado una vez que sus coordenadas son regresadas al sistema original de la imagen. El píxel correspondiente a dichas coordenadas, así como los ocho que le rodean, son utilizados como punto de partida para la siguiente fase del algoritmo.

Cada uno de los anteriores se usa como intersección de un par de rectas de pendientes 1 y -1, perpendiculares a las cuales, son realizados cortes de intensidad de un píxel de ancho y 41 píxeles de largo, los cuales se continúan realizando hasta alcanzar el final del “spike” seleccionado por el usuario (ver Figura 5.1).

Usando el método no lineal de mínimos cuadrados de Levenberg-Marquardt [Moré, 1978], una Gaussiana es ajustada a la intensidad de los píxeles de cada corte; si dichas intensidades son menores al valor de fondo, se descartan los píxeles que las presentan. El ajuste de cada Gaussiana arroja, entre otros parámetros, el centro, la desviación estándar ( $\sigma$ ) y  $\chi^2$ , los cuales son utilizados para discriminar a las Gaussianas. Si dichos parámetros se encuentran dentro de un intervalo de valores esperados, entonces los centros y las incertidumbres de las Gaussianas que los presentan se transforman al marco de referencia original y se corrigen por distorsión geométrica (para esto último ver Sección B.6, Sección 3.2.5.2 y Anderson y King [2003], Kozhurina-Platais et al. [2003]).

Con los centros y sus incertidumbres así determinados, se ajustan un par de rectas, también con un método de mínimos cuadrados ponderado por las incertidumbres. La intersección de estas rectas es utilizada como fotocentro, la incertidumbre se calcula con el método de parciales haciendo uso de los errores arrojados por el método de mínimos cuadrados. Finalmente, antes de regresar los nueve fotocentros con sus respectivas

incertidumbres, el programa verifica que los valores de éstos se encuentren dentro de los quince píxeles circundantes al primer centro aproximado. Contiene 492 líneas de código.

## B.6. *geodiscokp.pro*

Este programa corrige la distorsión geométrica presente en las imágenes, de los CCDs de la WFPC2. Utiliza el método descrito en el WFPC2 Instrument Handbook ver. 10 McMaster y Biretta [2008] y en el artículo de Kozhurina-Platais et al. [2003]. Para aquellos filtros que no son reportados en los anteriores trabajos, se utilizan los coeficientes del filtro más cercano reportado. El método consiste en agregar a las coordenadas de entrada, un pequeño residuo que es calculado a partir de un polinomio de tercer orden que depende del punto, con coeficientes independientes para cada detector y cada filtro. Contiene 124 líneas de código.

## B.7. *corrección\_tyti.pro*

Este programa hace una pequeña corrección a las coordenadas de un punto en una imagen de la WFPC2. La corrección se realiza sumando un diminuto valor a las coordenadas ingresadas. Este valor es calculado a partir de un polinomio de quinto orden. Los coeficientes de este polinomio son independientes para cada detector y cada filtro, fueron calculados heurísticamente, minimizando la suma de los residuos en toda la superficie del CCD. Ver Apéndice D.7.

Tiene como entrada, las coordenadas y sus incertidumbres, así como el filtro y el detector utilizados. Selecciona el archivo correspondiente al CCD y el filtro, realiza la corrección, y arroja los valores corregidos junto con las incertidumbres. Contiene 41 líneas de código.

## B.8. *a34row.pro*

Es una función que tiene como entrada la coordenada vertical del píxel a corregir, y arroja la misma una vez que se le sumó un pequeño valor conforme al algoritmo de Anderson y King [1999]. Contiene 11 líneas de código.





## Apéndice C

# Gráficas de la cinemática del Trapecio de Orión

En este apéndice se presenta la totalidad de las gráficas utilizadas para el análisis de la cinemática del Trapecio de Orión. Son presentadas en un apéndice por razones de síntesis. La explicación de cómo se obtienen y su relación con el trabajo, se describe en el Capítulo 6.

### C.1. Los Datos de Difracto Astrometría

A continuación se muestran las gráficas de la separación y el ángulo de posición, como función del tiempo, para todos los pares de componentes del Trapecio de Orión. Se exhiben, además, los ajustes lineales pesados por el inverso de las incertidumbres. Son presentadas sólo las medidas arrojadas por la técnica de DiAs. Los coeficientes de los ajustes lineales se encuentran en las tablas 6.2 y 6.3.

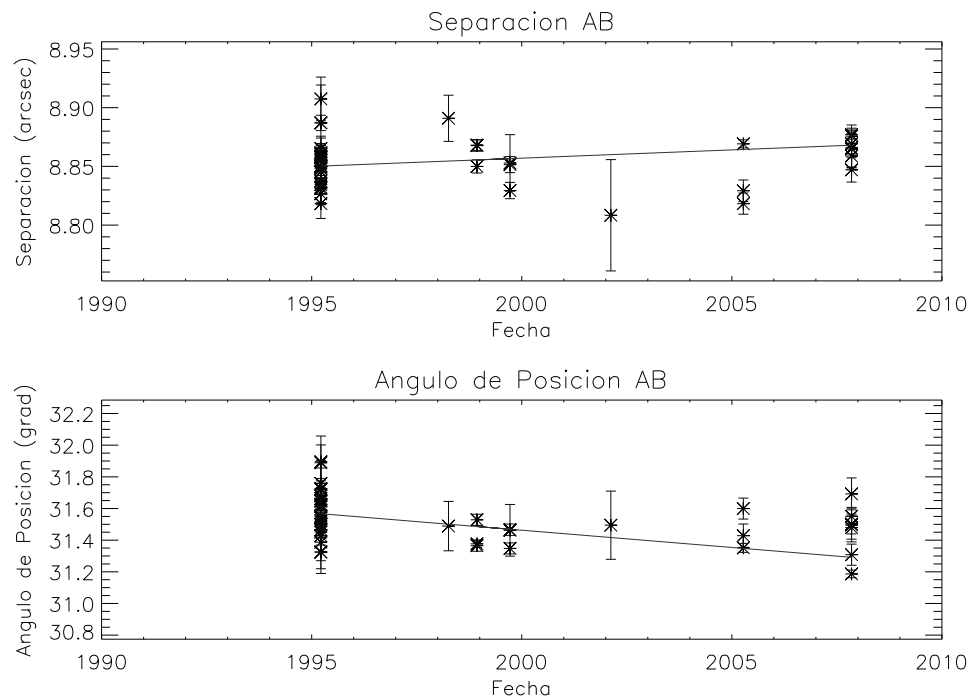


Figura C.1: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y B.

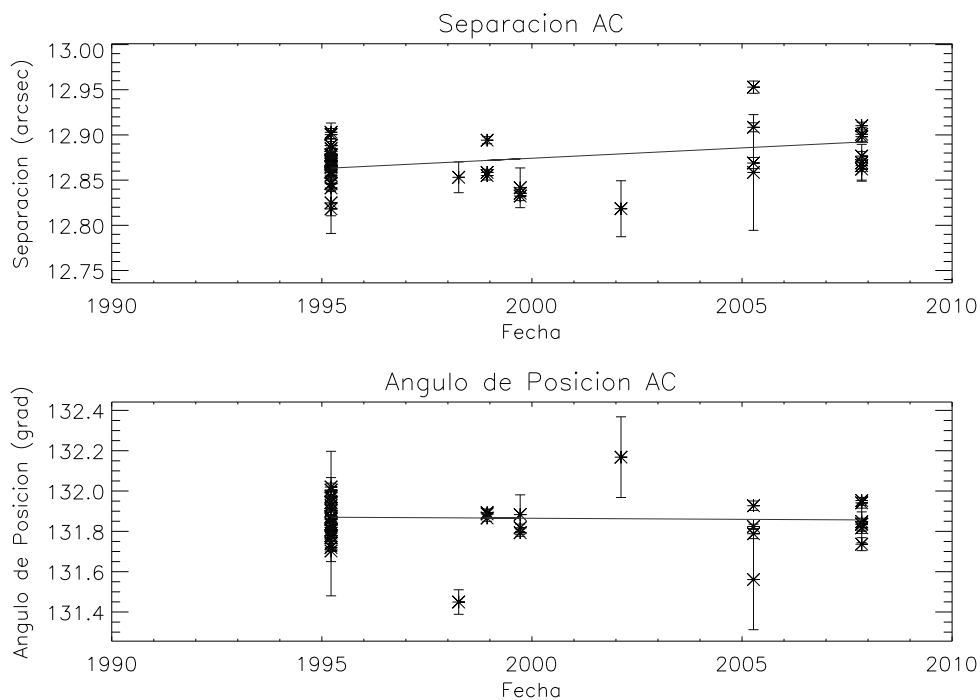


Figura C.2: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y C.

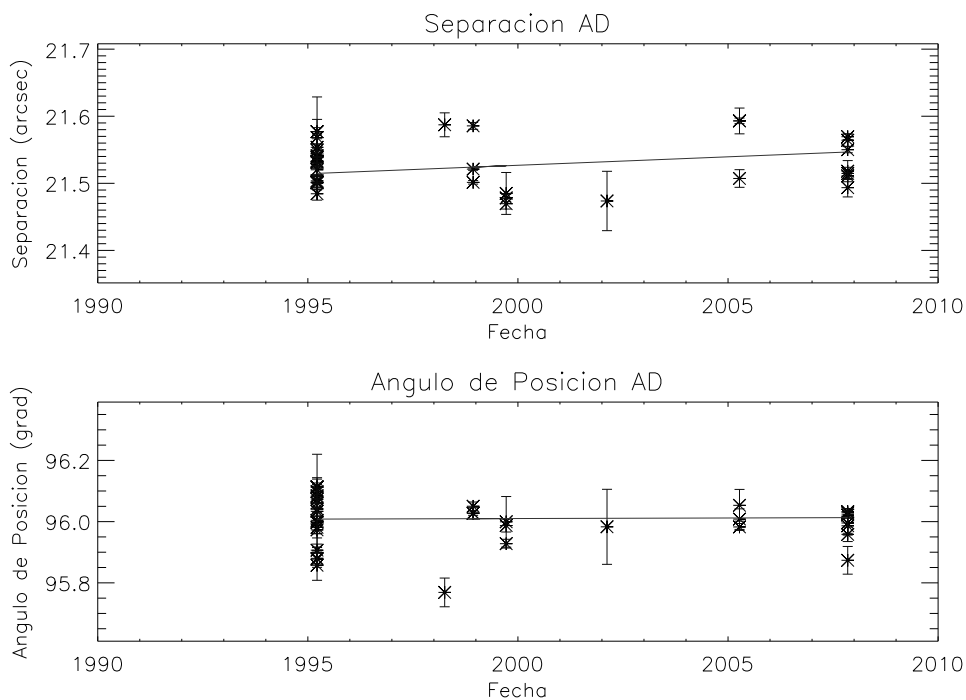


Figura C.3: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y D.

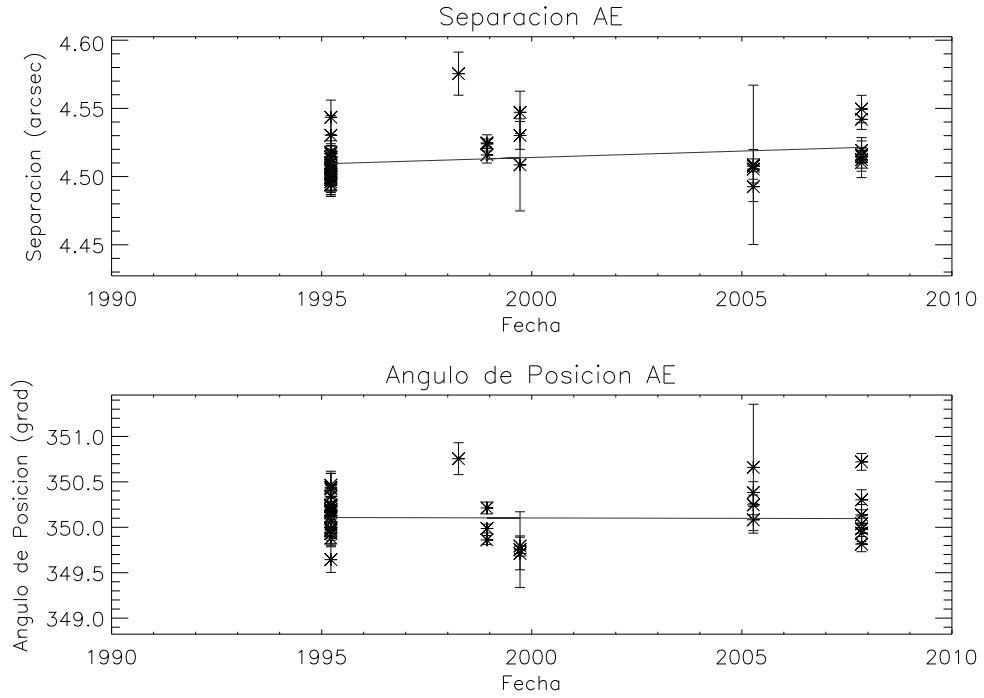


Figura C.4: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y E.

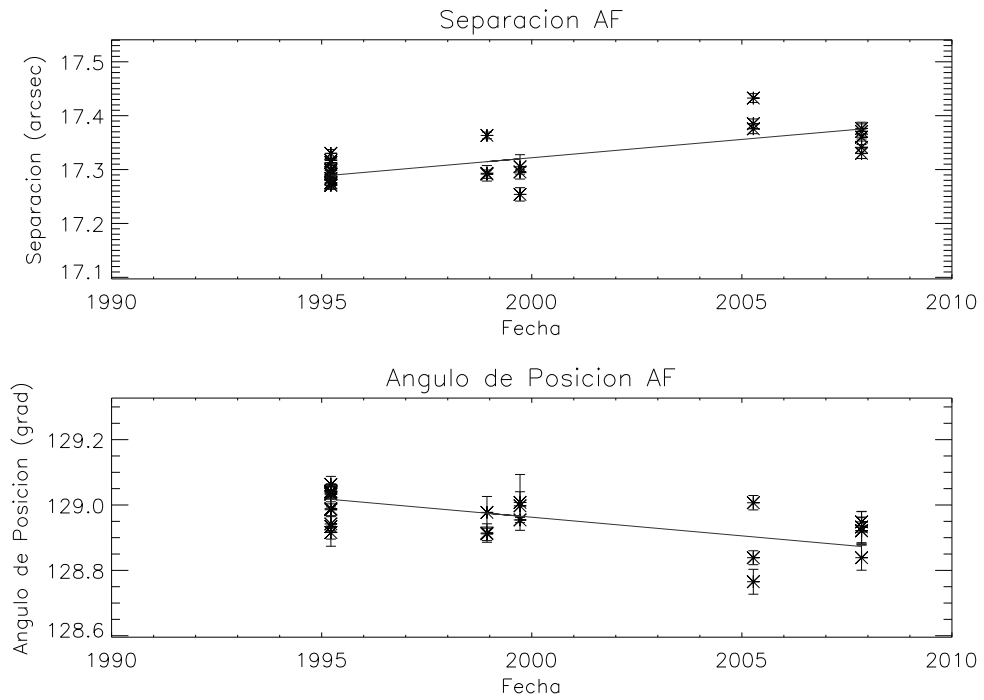


Figura C.5: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y F.

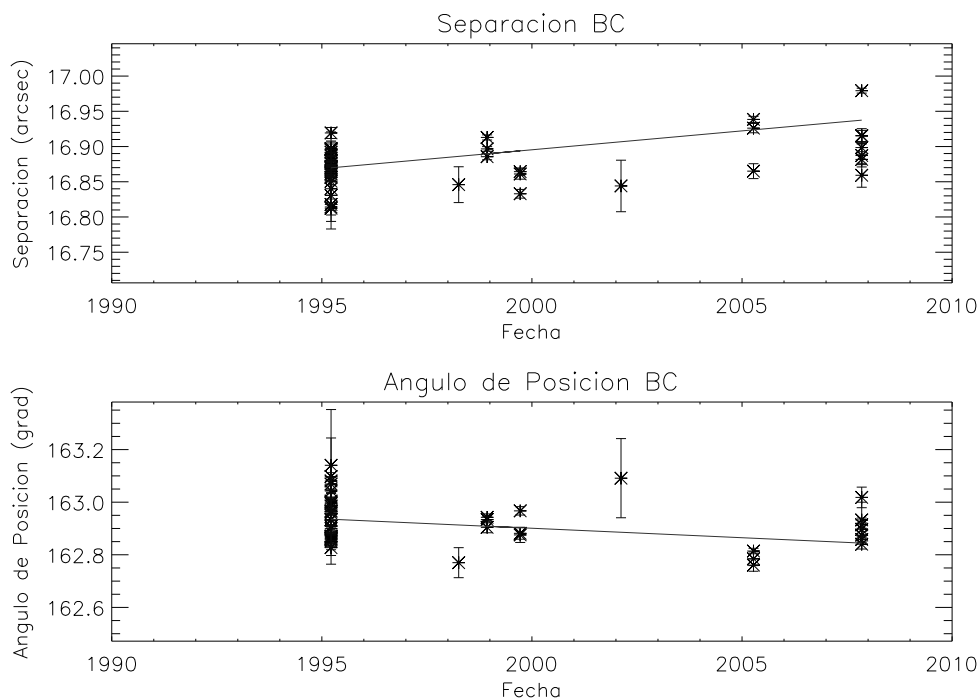


Figura C.6: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y C.

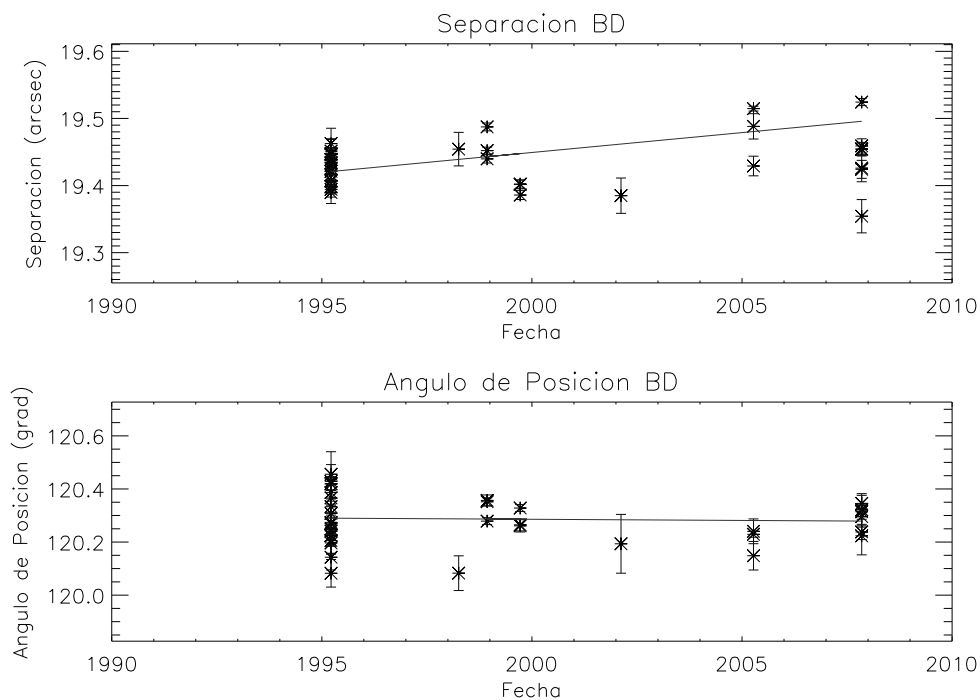


Figura C.7: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y D.

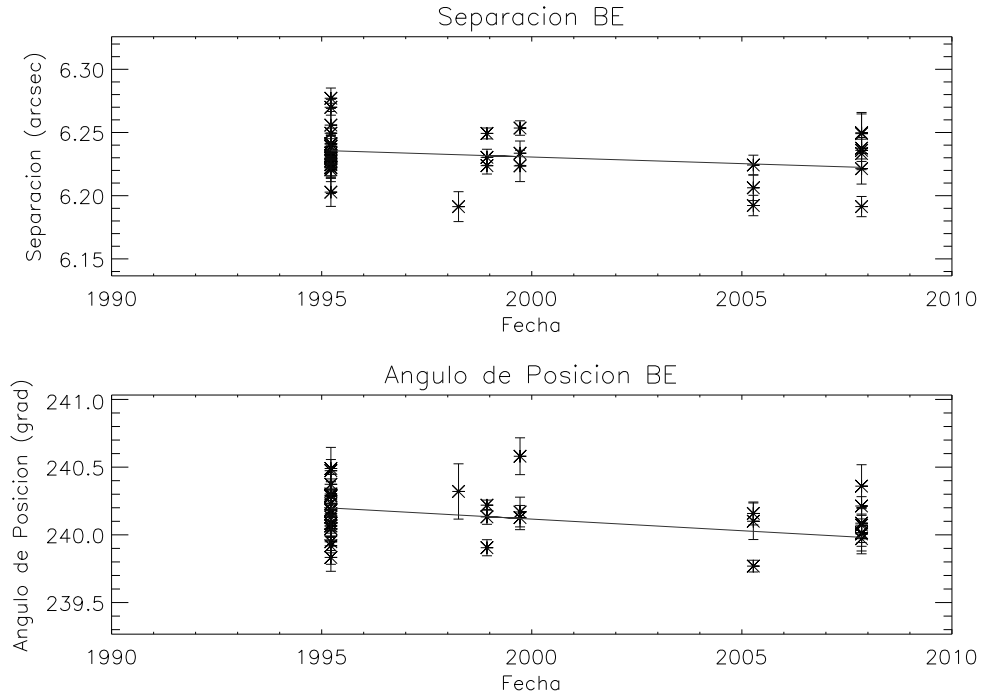


Figura C.8: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y E.

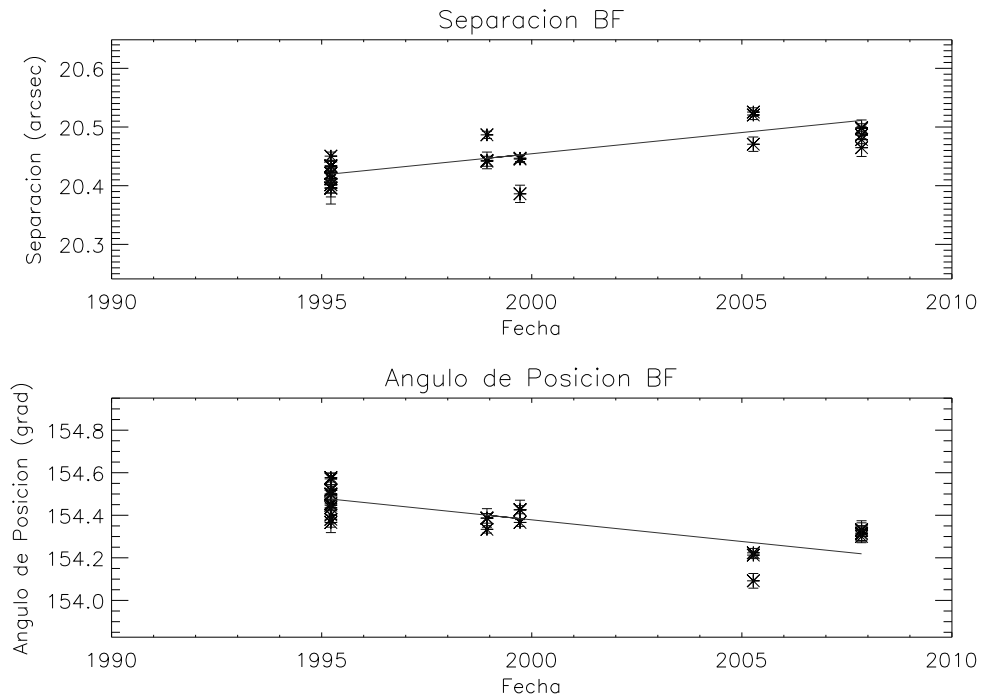


Figura C.9: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y F.

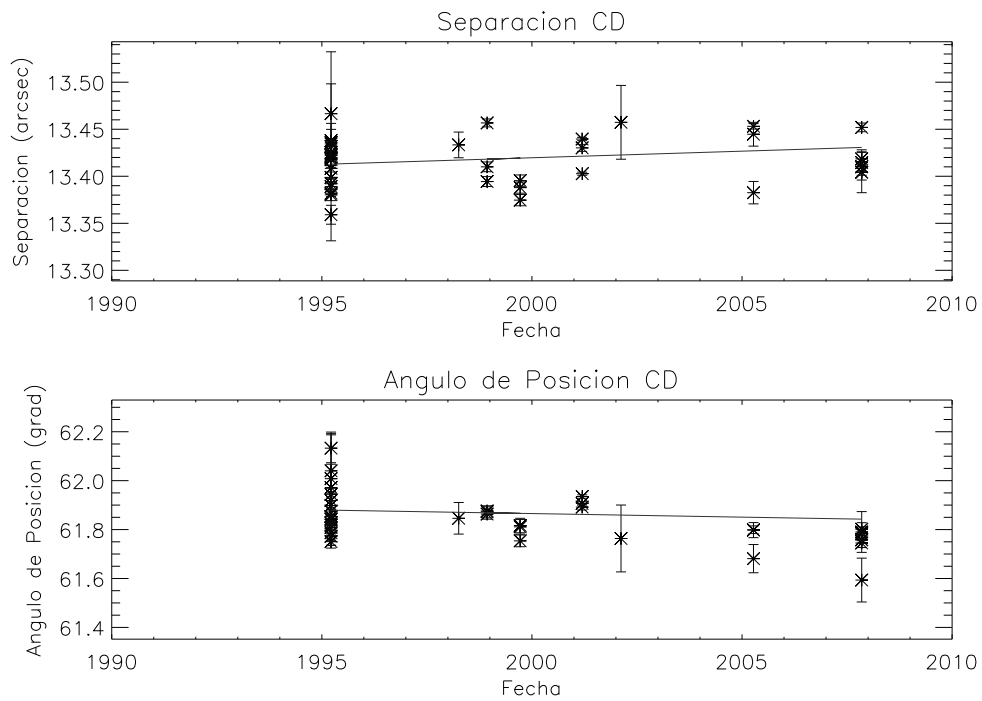


Figura C.10: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y D.

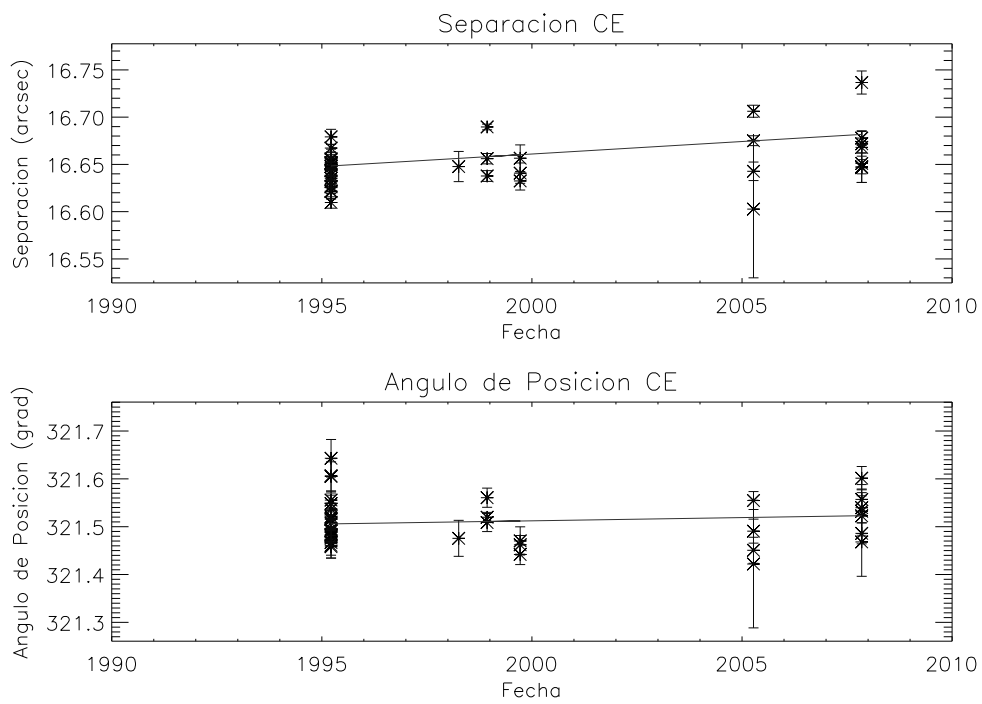


Figura C.11: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y E.

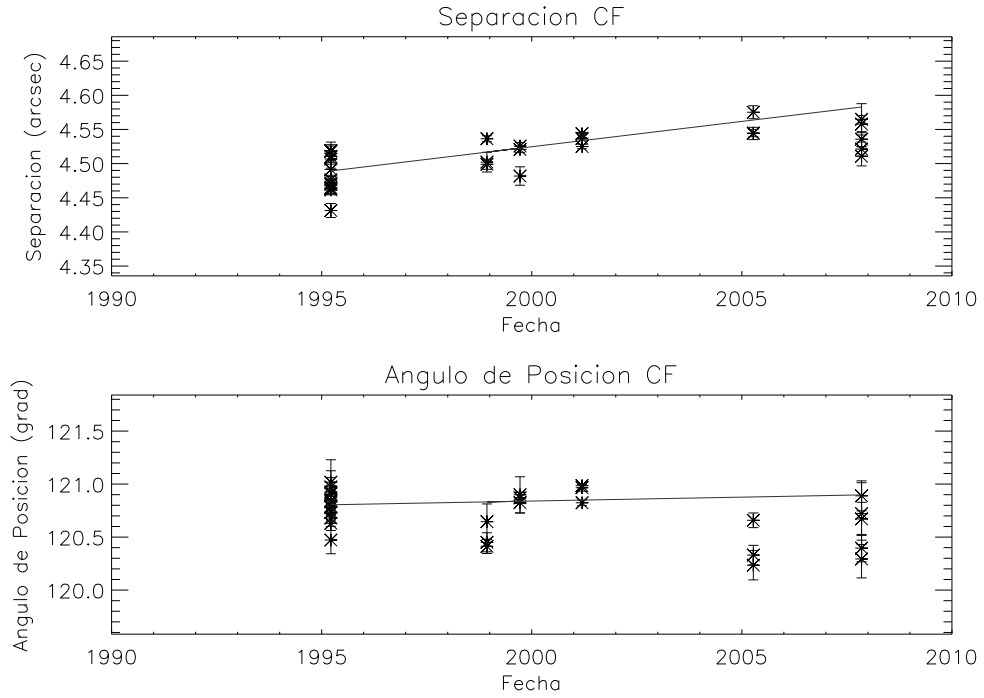


Figura C.12: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y F.

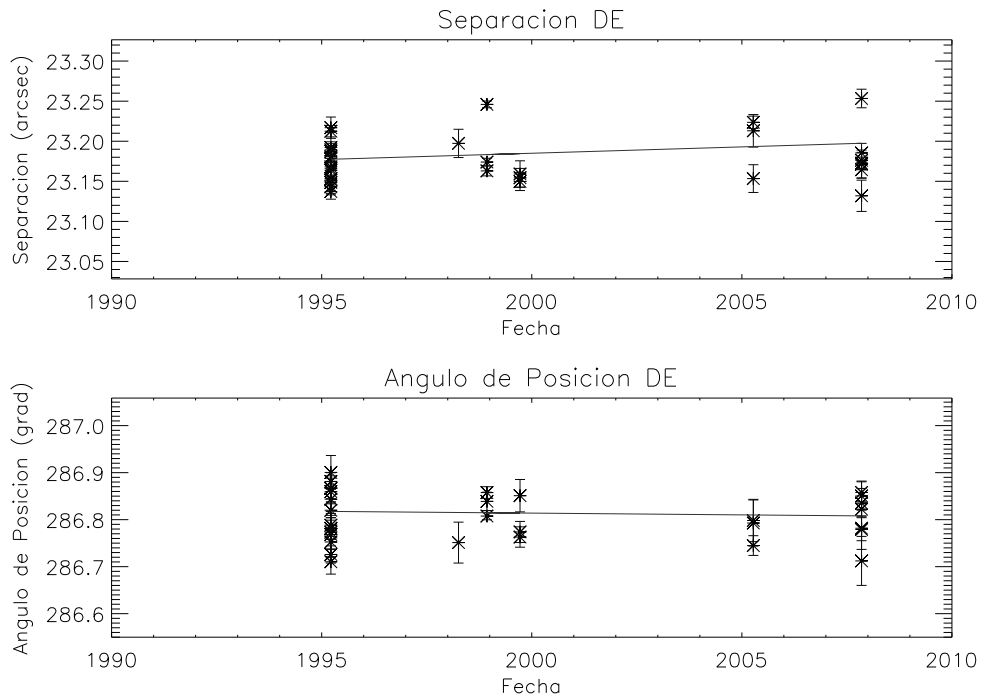


Figura C.13: Separación y ángulo de posición entre las componentes D y E.



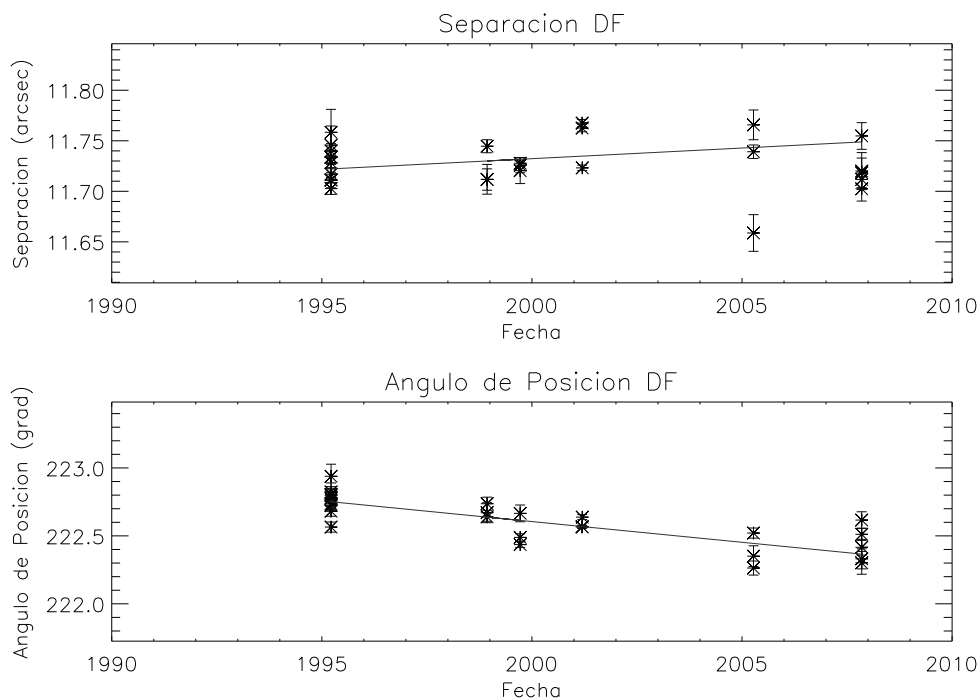


Figura C.14: Separación y ángulo de posición entre las componentes D y F.

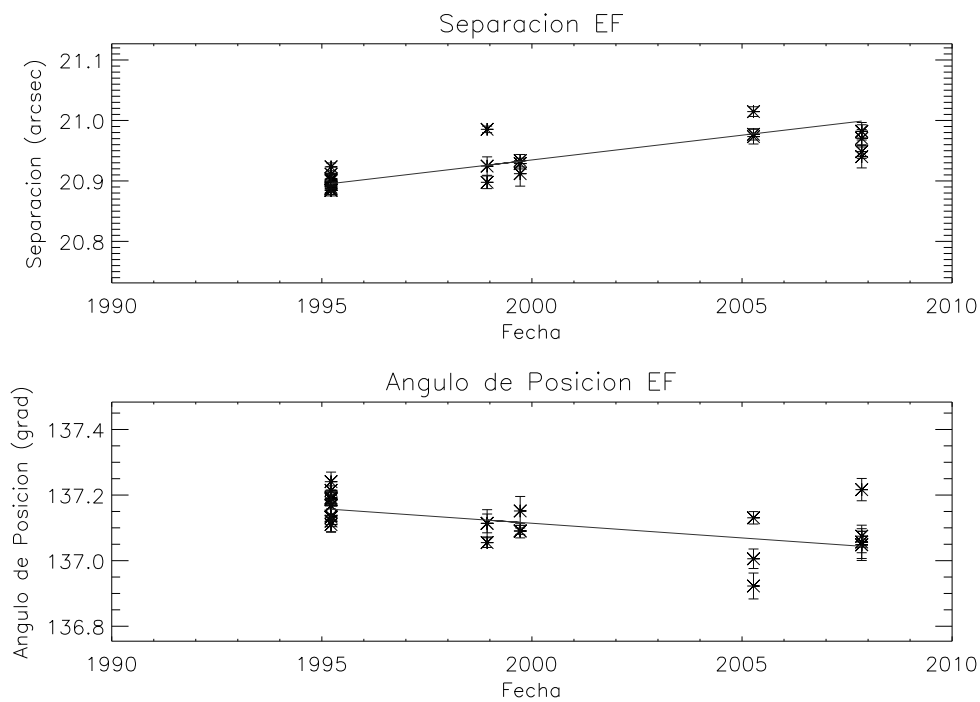


Figura C.15: Separación y ángulo de posición entre las componentes E y F.

## C.2. Los Datos Históricos y de Difracto Astrometría

Las medidas obtenidas con la técnica de DiAs, junto con las recabadas del WDS (analizadas bajo los criterios de Allen et al. [2004]), se muestran graficadas, como función del tiempo, para cada par de componentes del Trapecio de Orión. Se trazan, además, las rectas correspondientes a los ajustes lineales, y cuyos coeficientes se encuentran en las tablas 6.5 y 6.6. Los puntos azules son los datos históricos del WDS y los rojos los de DiAs.

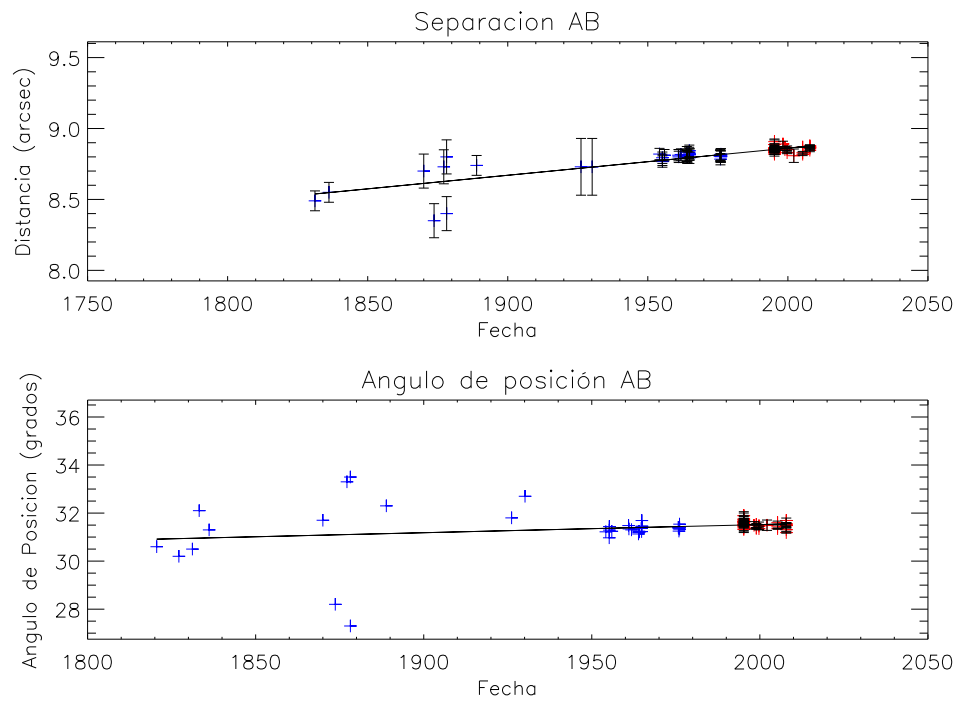


Figura C.16: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y B.

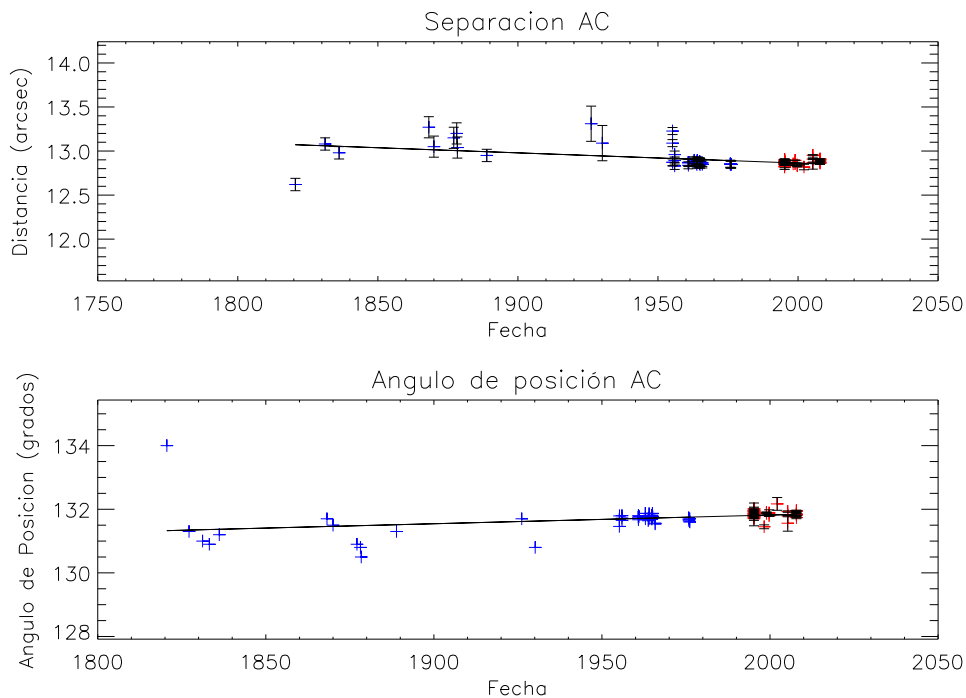


Figura C.17: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y C.

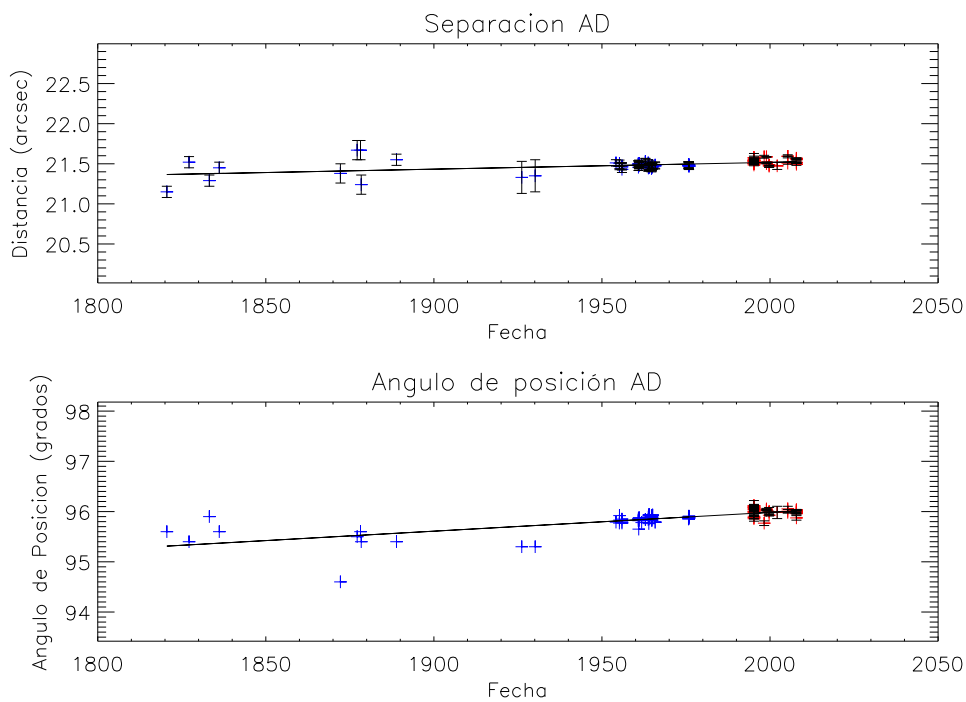


Figura C.18: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y D.

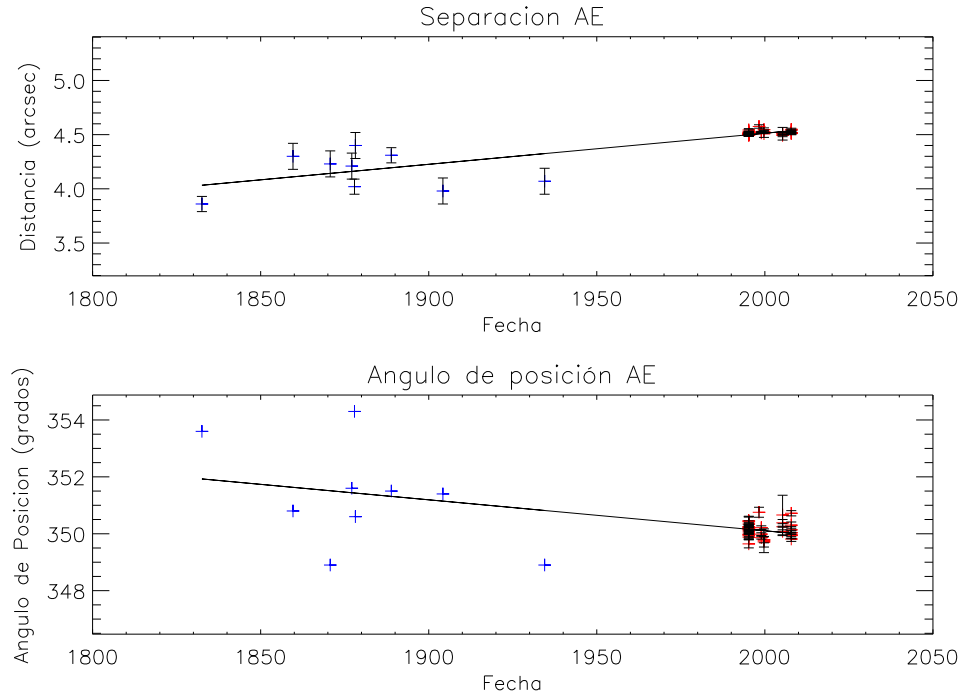


Figura C.19: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y E.

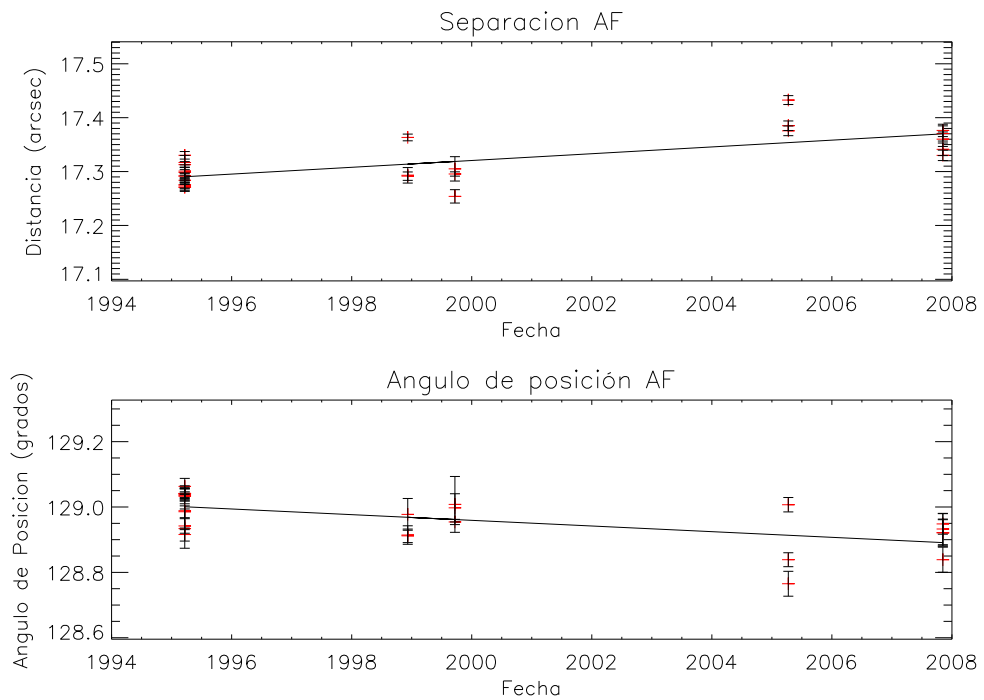


Figura C.20: Separación y ángulo de posición entre las componentes A y F. No hay medidas históricas en la literatura para este par de componentes.

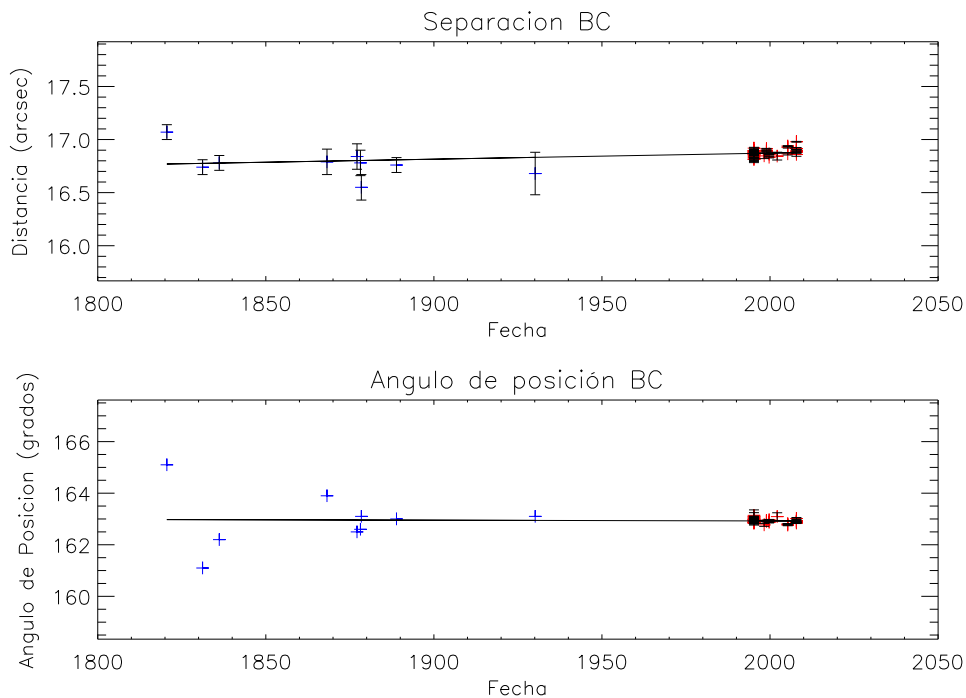


Figura C.21: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y C.

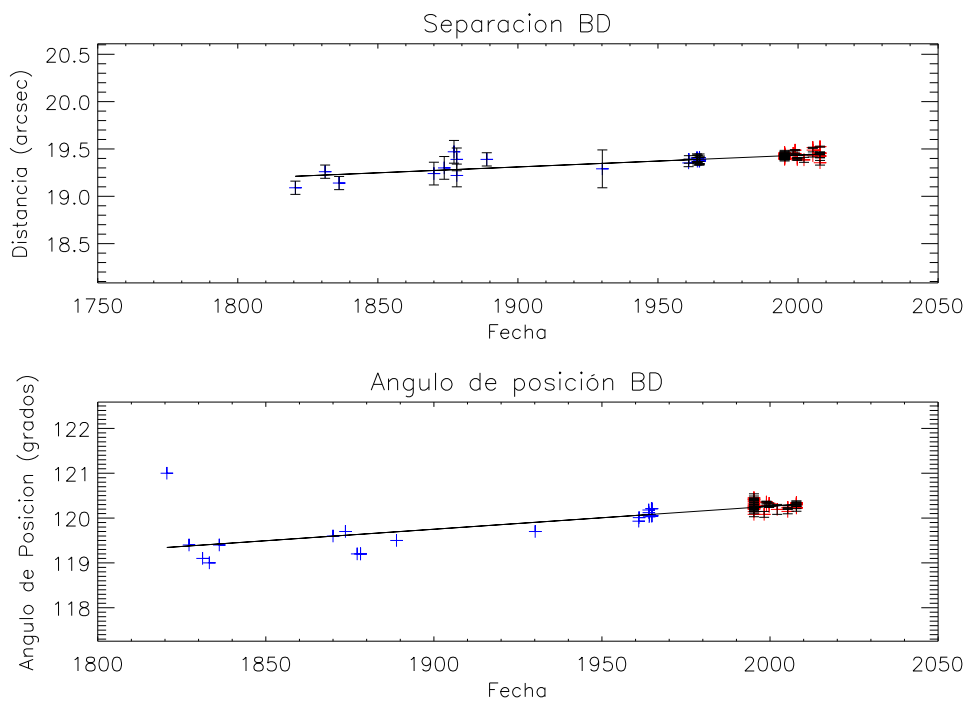


Figura C.22: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y D.

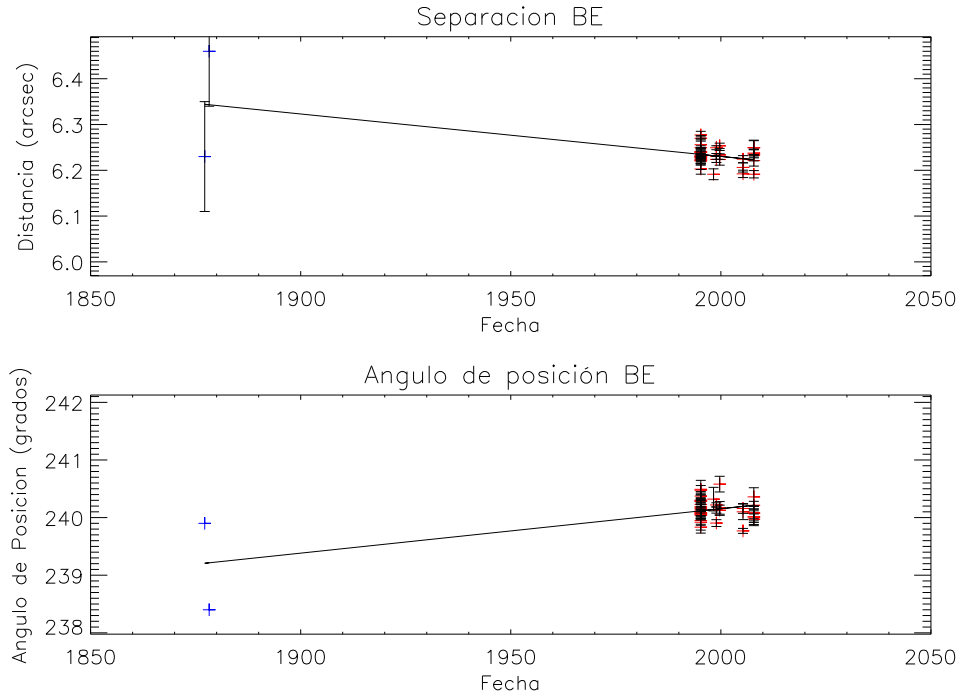


Figura C.23: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y E.

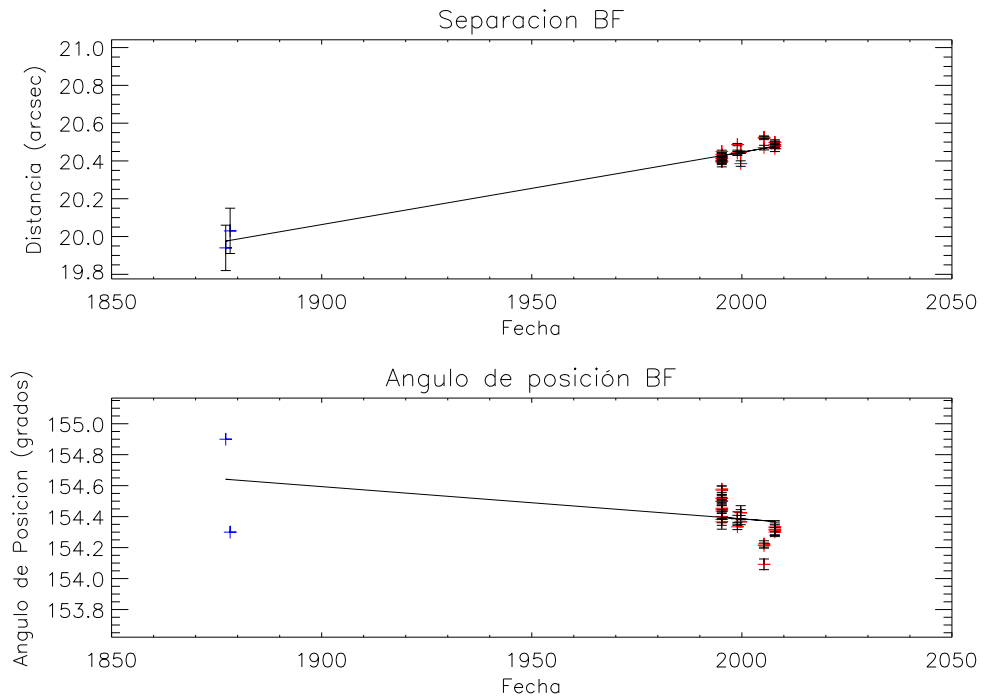


Figura C.24: Separación y ángulo de posición entre las componentes B y F.

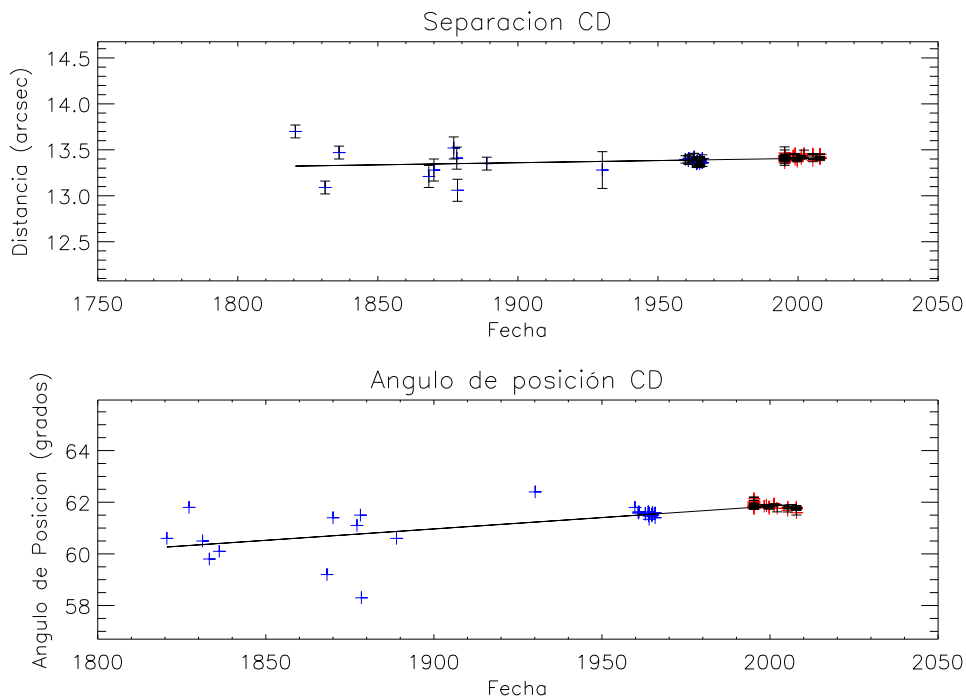


Figura C.25: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y D.

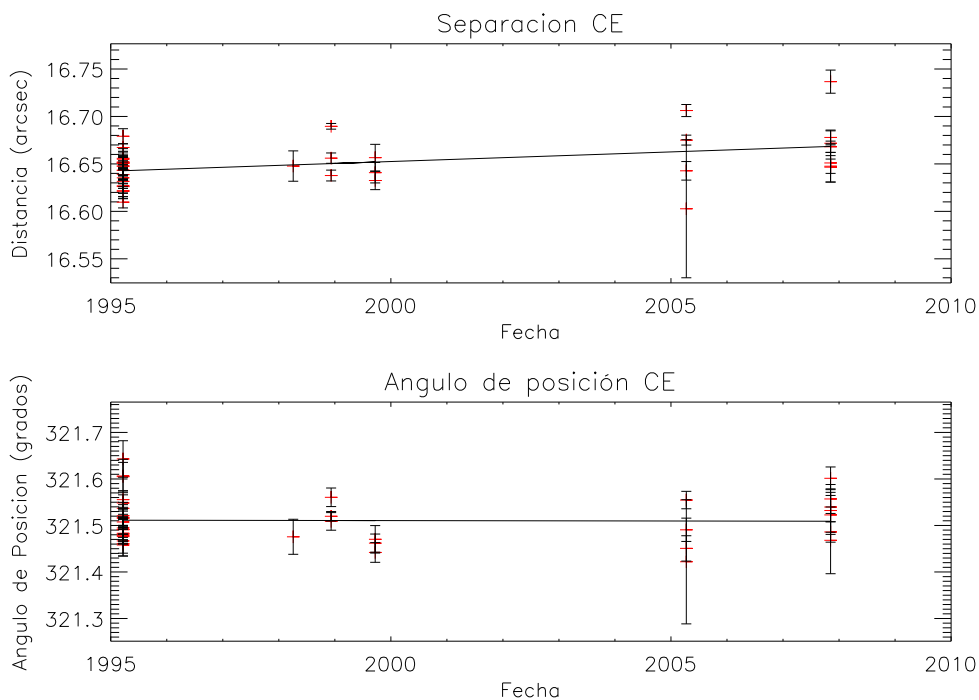


Figura C.26: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y E. No hay medidas históricas en la literatura para este par de componentes.

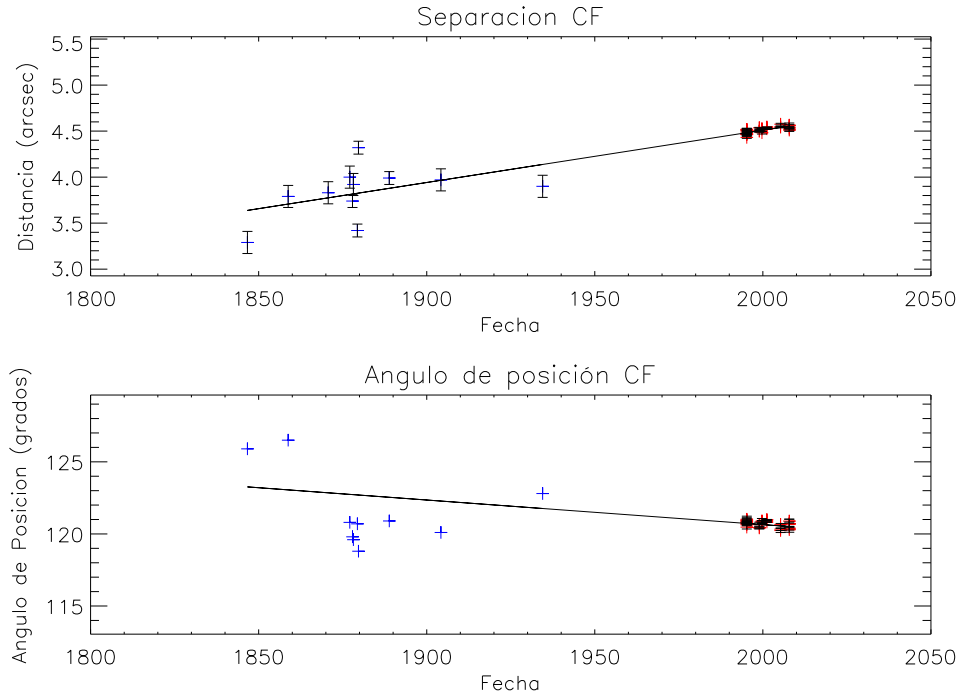


Figura C.27: Separación y ángulo de posición entre las componentes C y F.

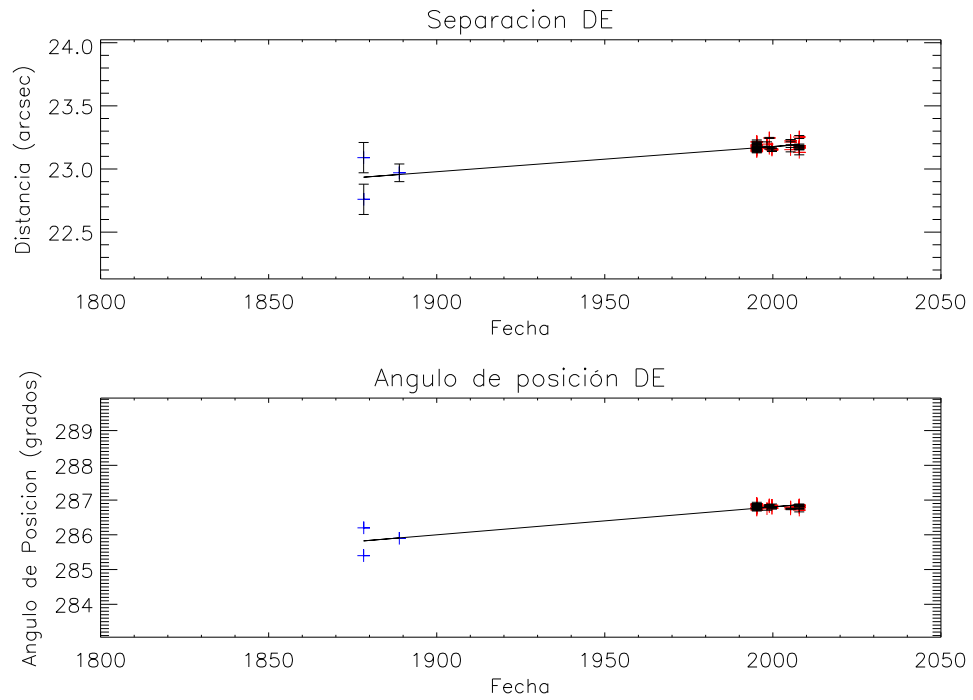


Figura C.28: Separación y ángulo de posición entre las componentes D y E.



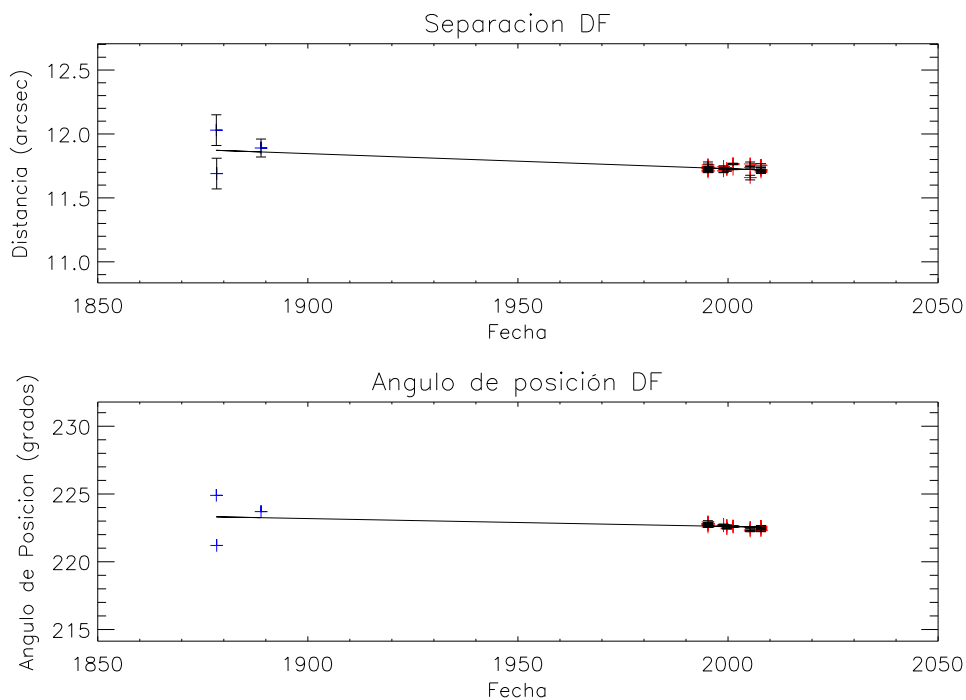


Figura C.29: Separación y ángulo de posición entre las componentes D y F.

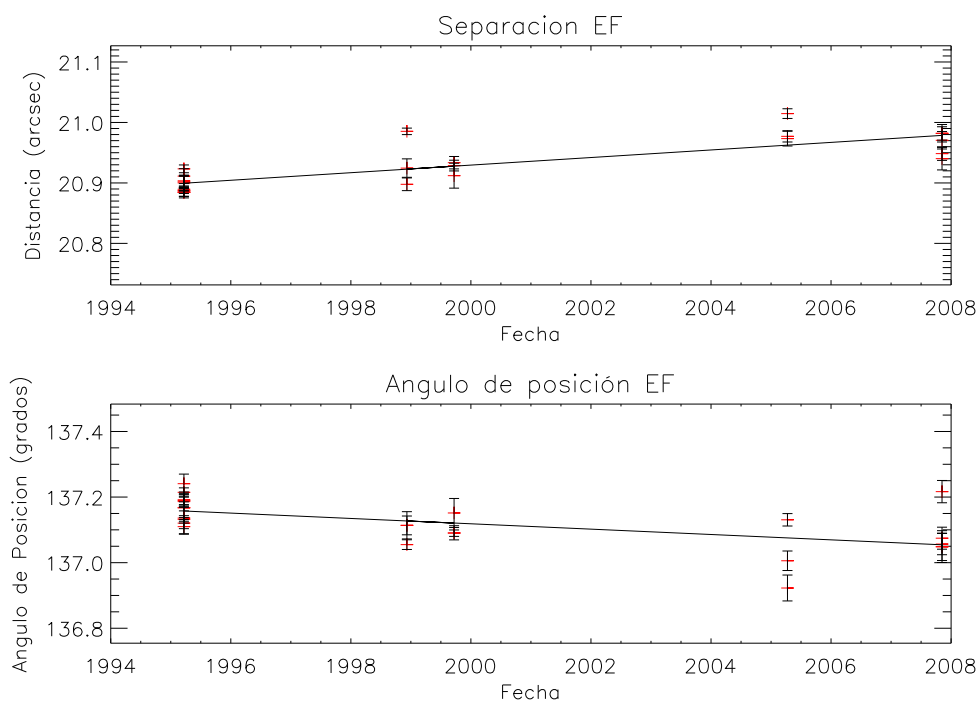


Figura C.30: Separación y ángulo de posición entre las componentes E y F. No hay medidas históricas en la literatura para este par de componentes.

### C.2.1. La Prueba de Pertenencia

Las siguientes gráficas muestran los resultados de la prueba de pertenencia realizada para las componentes del Trapecio de Orión. El centro de la rosa corresponde a la posición de la primer componente de cada par. Los puntos rojos y azules representan la posición de la segunda componente respecto de la primera, según los datos de DiAs del WDS, respectivamente. Las flechas rosa y verde indican el desplazamiento por el movimiento propio de la primera componente del par, según el IDS [Jeffers et al., 1963] y el WDS, respectivamente. La flecha negra muestra el desplazamiento relativo de la segunda componente respecto de la primera, se ajustó con los datos conjuntos DiAs+WDS. El lapso en el cual se calculó el desplazamiento corresponde, en cada caso, al tiempo máximo en que se distribuyen las observaciones disponibles. Las gráficas muestran que todas las componentes analizadas pertenecen al sistema, pues sus vectores de movimiento relativo no son reflejo del movimiento propio de la componente principal.

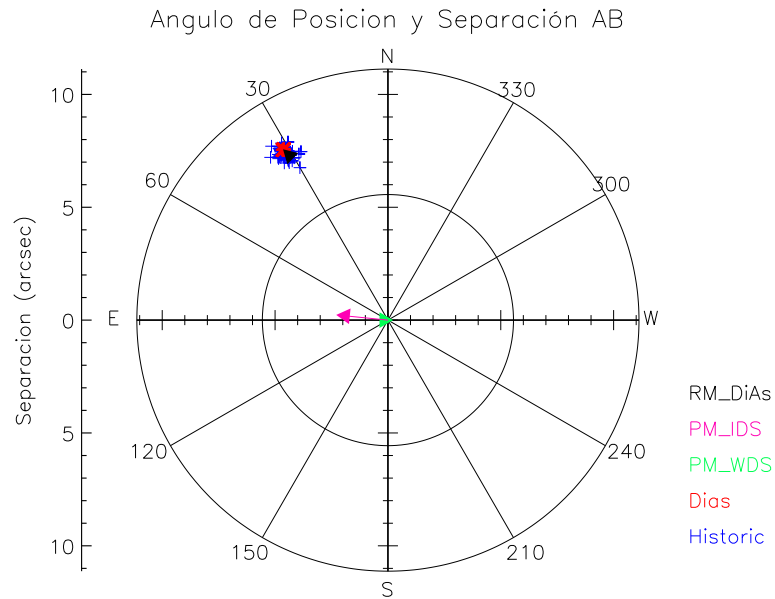


Figura C.31: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de B respecto de A, y el ocasionado por el movimiento propio de A.

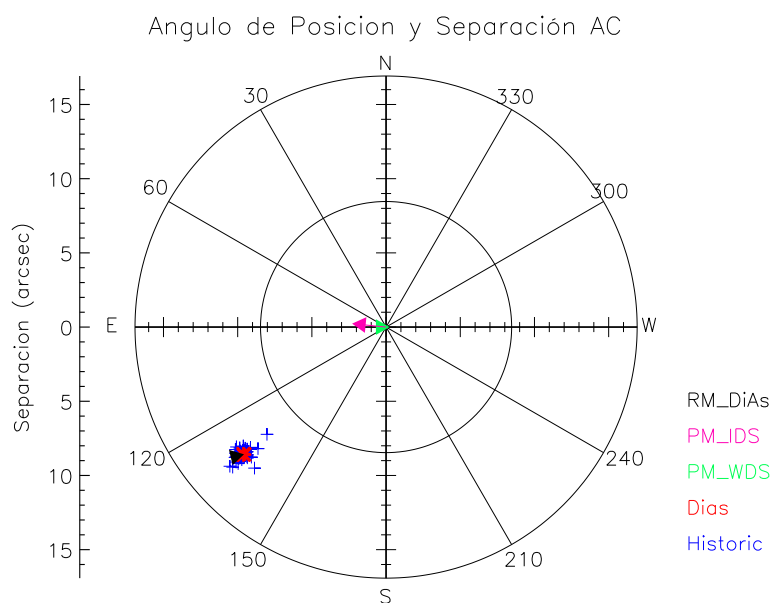


Figura C.32: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de C respecto de A, y el ocasionado por el movimiento propio de A.

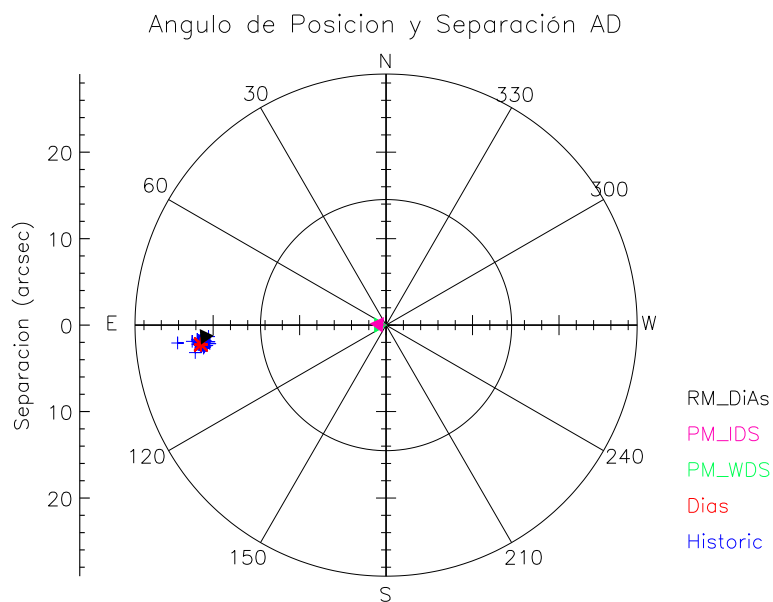


Figura C.33: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de D respecto de A, y el ocasionado por el movimiento propio de A.

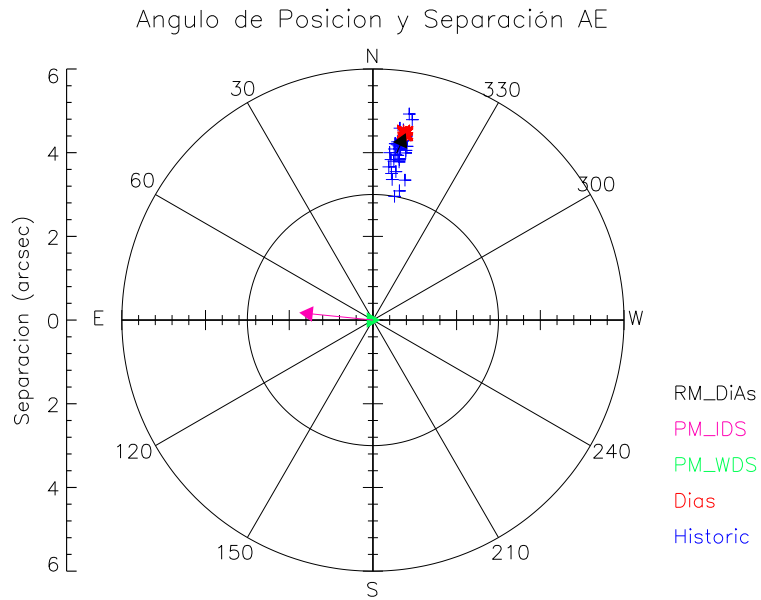


Figura C.34: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de E respecto de A, y el ocasionado por el movimiento propio de A.

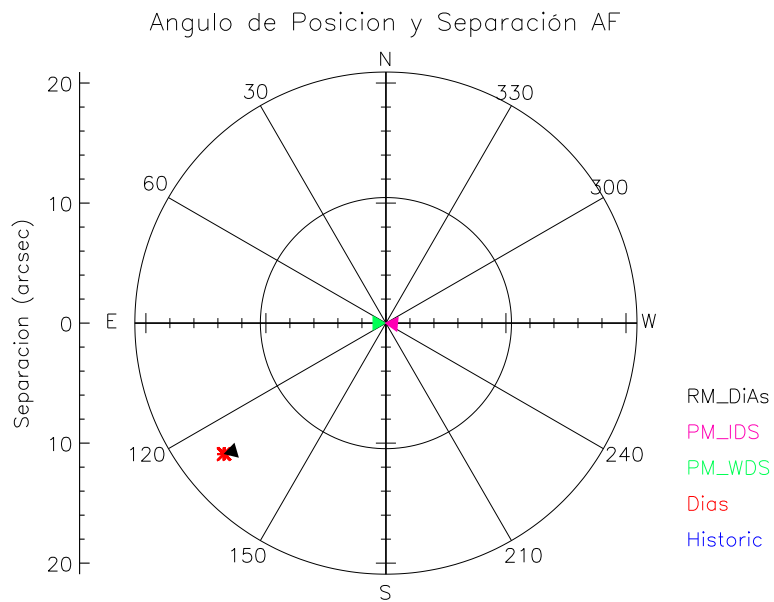


Figura C.35: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de F respecto de A, y el ocasionado por el movimiento propio de A.

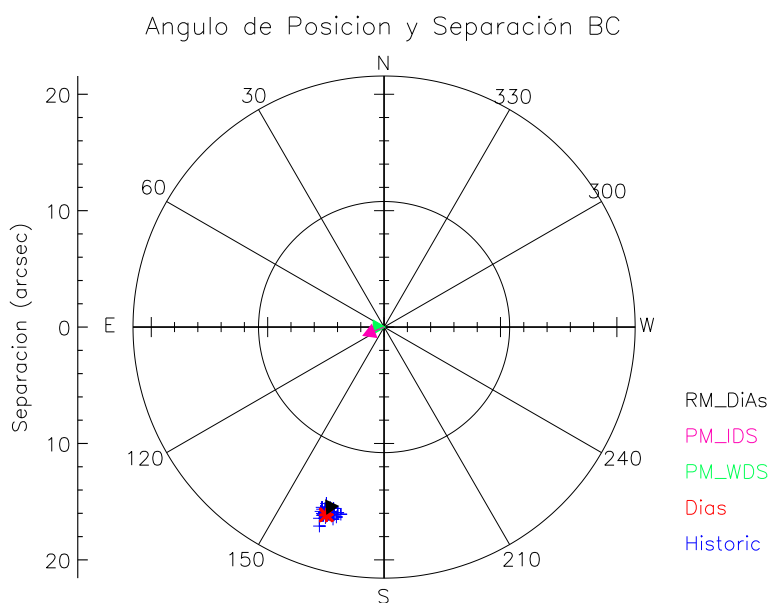


Figura C.36: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de C respecto de B, y el ocasionado por el movimiento propio de B.

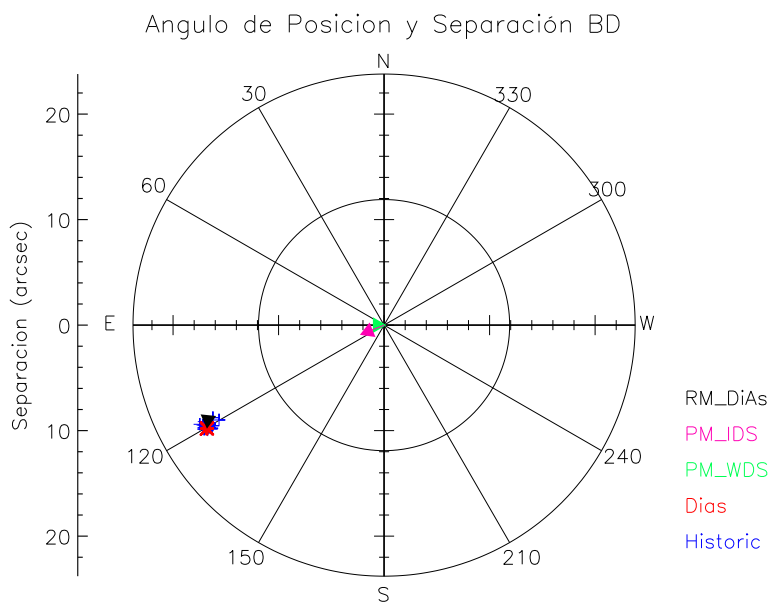


Figura C.37: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de D respecto de B, y el ocasionado por el movimiento propio de B.

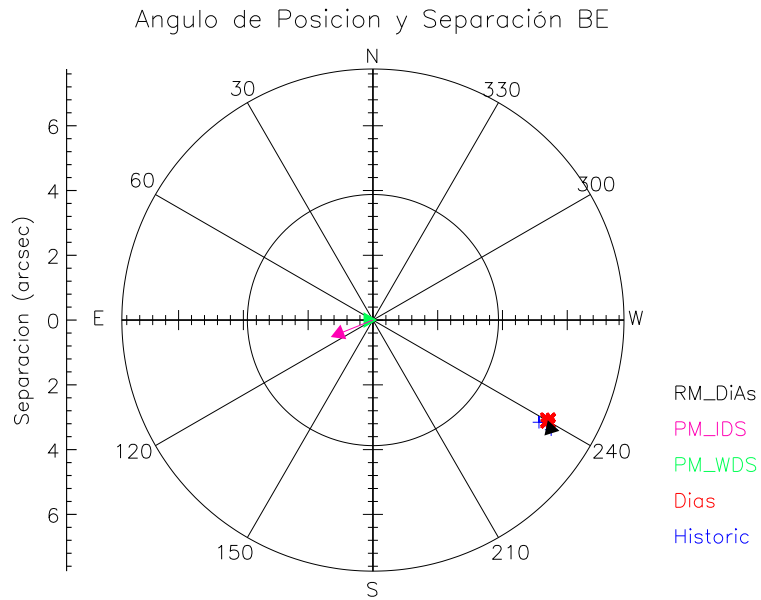


Figura C.38: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de E respecto de B, y el ocasionado por el movimiento propio de B.

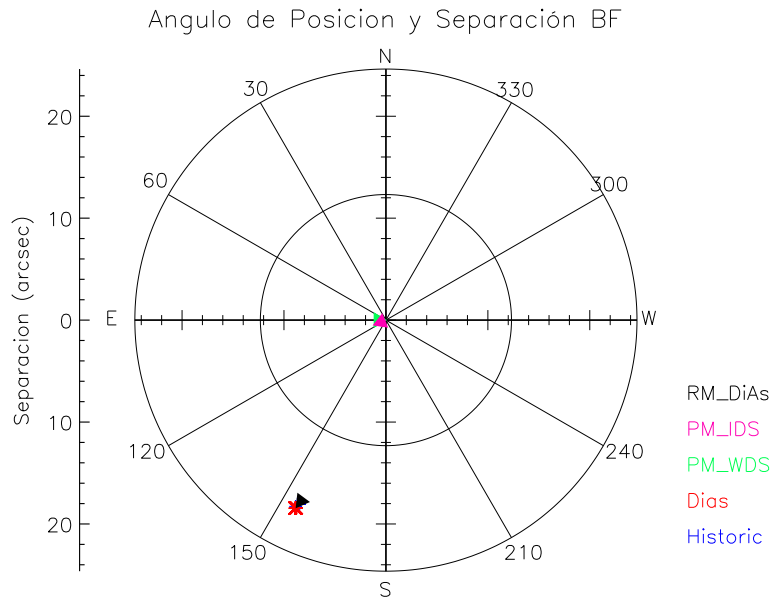


Figura C.39: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de F respecto de B, y el ocasionado por el movimiento propio de B.

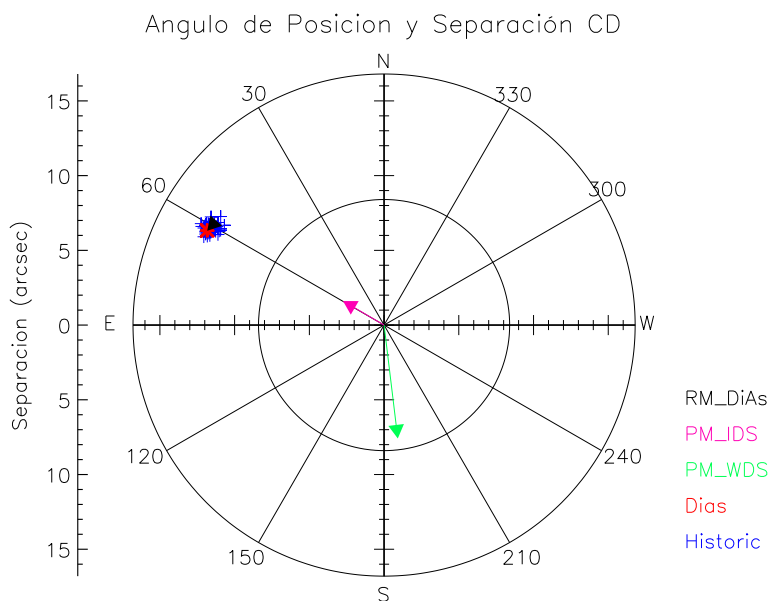


Figura C.40: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de D respecto de C, y el ocasionado por el movimiento propio de C.

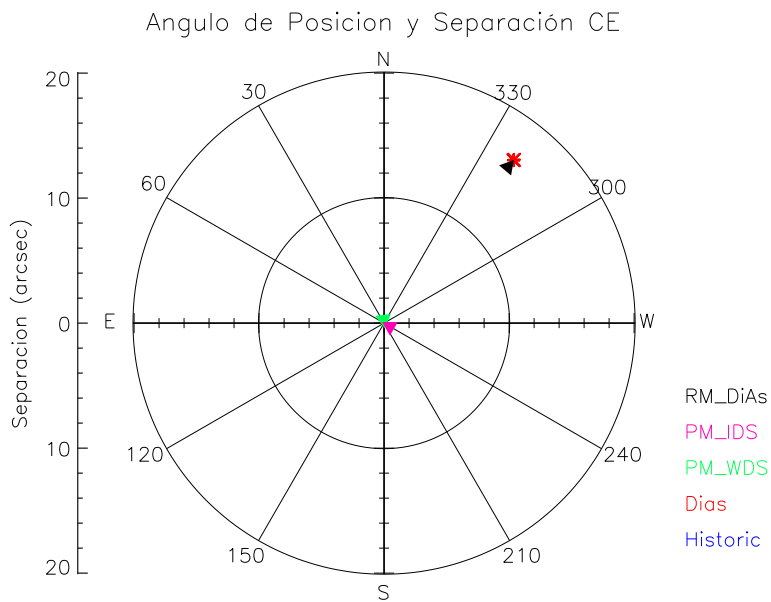


Figura C.41: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de E respecto de C, y el ocasionado por el movimiento propio de C.

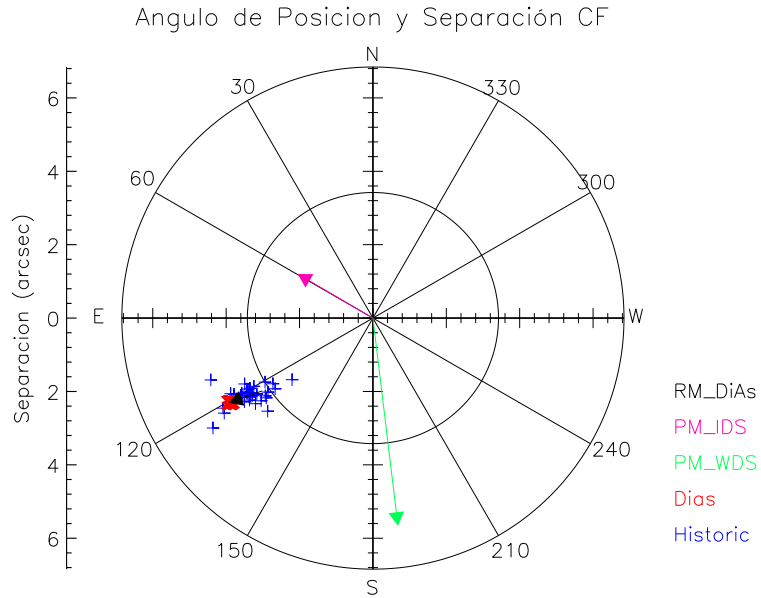


Figura C.42: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de F respecto de C, y el ocasionado por el movimiento propio de C.

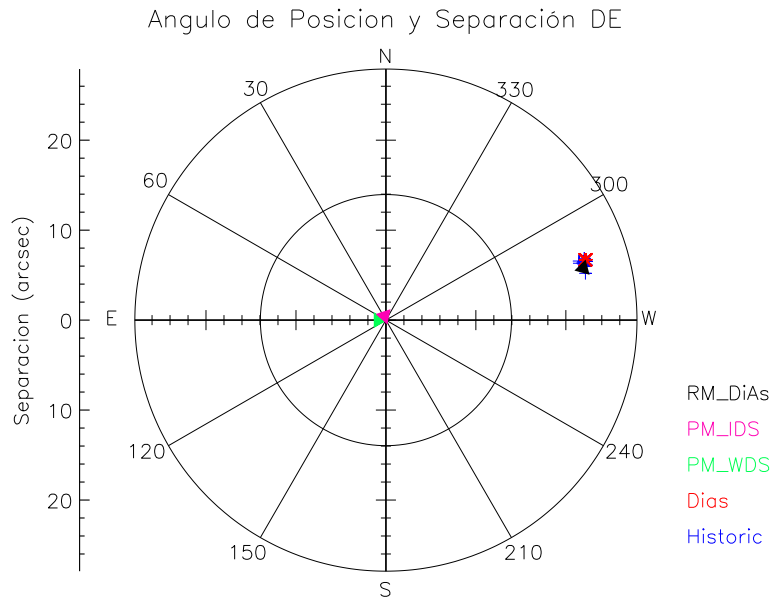


Figura C.43: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de E respecto de D, y el ocasionado por el movimiento propio de D.



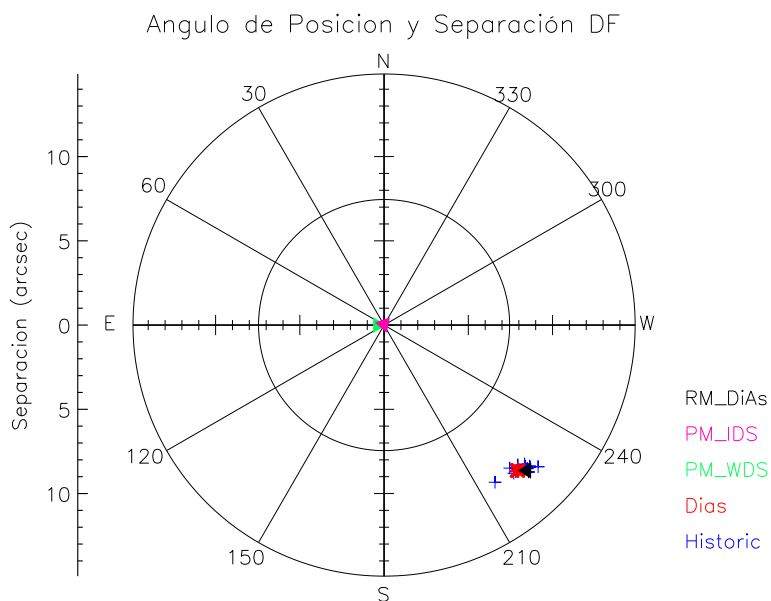


Figura C.44: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de F respecto de D, y el ocasionado por el movimiento propio de D.



Figura C.45: Se muestran, proyectados en el plano del cielo, el desplazamiento relativo de F respecto de E, y el ocasionado por el movimiento propio de E.

## Apéndice D

# Comunicaciones (carteles, memorias y artículo)

A continuación se presentan las comunicaciones realizadas con base en los estudios de Difracto Astrometría. Éstas incluyen carteles presentados en congresos, memorias de los mismos, y un artículo arbitrado en una revista de circulación internacional.

### **D.1. Estudio de la Dinámica del Trapecio de Orión por medio de Difracto Astrometría**

Cartel presentado en el XXIII Congreso Nacional de Astronomía celebrado en Ensenada, B. C., México. (Del 1 al 4 de Septiembre de 2009); y en el LII Congreso Nacional de Física llevado a cabo en la ciudad de Acapulco, Guerrero, México. (Del 26 al 30 de Octubre de 2009)

# Estudio de la Dinámica del Trapecio de Orión por medio de Difracto Astrometría\*

Leonardo J. Sánchez, Javier Olivares, Alex Ruelas, Angel García, Christine Allen, Arcadio Poveda & Alberto Nigoche



Instituto de Astronomía – Universidad Nacional Autónoma de México

## Resumen

Continuando con el trabajo realizado por Allen y Poveda (1974, 2004) acerca de movimientos internos en sistemas tipo Trapecio, decidimos investigar la posibilidad de realizar astrometría de precisión con imágenes del Hubble Space Telescope (HST). El archivo del HST cuenta con observaciones del Trapecio de Orión del dominio público obtenidas con la WFPC/WFPC2/ACS durante un lapso de 16 años -1991 al 2007-.

Desarrollando nuevas técnicas para medir fotocentros de imágenes saturadas, a las que llamamos *Difracto Astrometría*, realizamos mediciones de la separación relativa entre las componentes del Trapecio de Orión para diversas épocas. De esta manera agregando nuevas medidas a una compilación de datos históricos podemos determinar los movimientos relativos y la velocidad transversal de separación entre las componentes del Trapecio de Orión.

Las diversas técnicas de *Difracto Astrometría* desarrolladas son muy prometedoras para explotar la importante base de imágenes públicas del HST. De igual manera, podremos utilizar estas técnicas astrométricas en imágenes obtenidas con Óptica Adaptativa (OA) ya que dichas imágenes presentan características similares a las del HST (i.e un claro patrón de difracción).

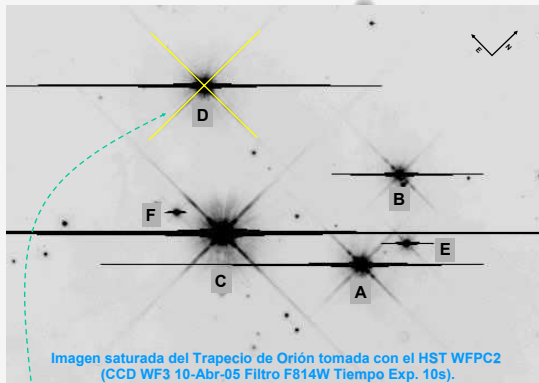


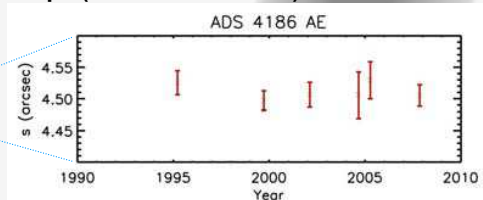
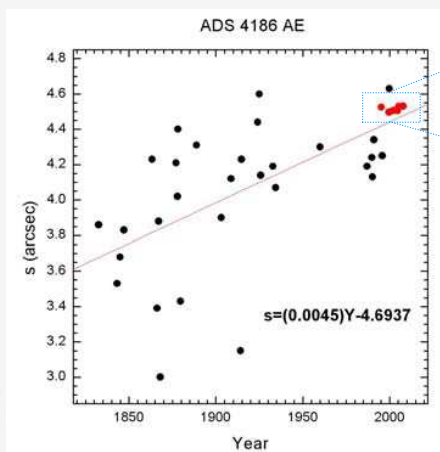
Imagen saturada del Trapecio de Orión tomada con el HST WFPC2 (CCD WF3 10-Abr-05 Filtro F814W Tiempo Exp. 10s). Se muestran las componentes principales así como una de las características del patrón de difracción que usamos para Difracto Astrometría.

## Difracto Astrometría

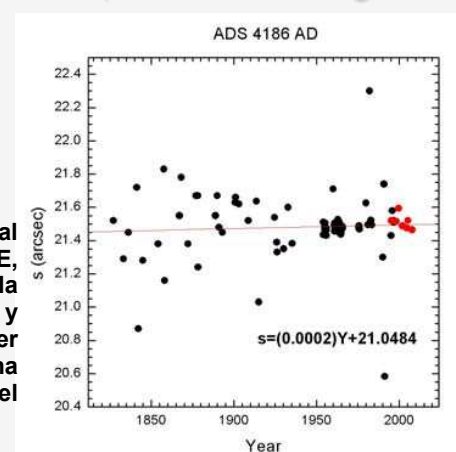
Llamamos *Difracto Astrometría* a la metodología que hemos desarrollado para medir posiciones estelares, y desplazamientos, en imágenes al límite de difracción como son las del HST o las obtenidas por medio de OA. Esta metodología se puede aplicar en imágenes saturadas en las que normalmente no se pueden utilizar con suficiente precisión otras técnicas astrométricas. Por medio de la *Difracto Astrometría* determinamos el baricentro fotométrico estelar usando técnicas de “centrado”. Dichas técnicas hacen uso de las características del patrón de difracción estelar (p. ej. el patrón en cruz producido por el soporte del secundario o “araña”, anillos concéntricos de Airy, etc.).

## Algunos Resultados del Estudio de la Dinámica del Trapecio de Orión (ADS 4186)

En las siguientes figuras presentamos la separación angular  $s$  entre las componentes A-E en un caso y A-D en otro. Las medidas corresponden a distintas épocas a lo largo de más de un siglo. Graficamos en rojo las medidas realizadas por nosotros a partir de las imágenes de archivo del HST. La pendiente de la recta ajustada (también graficada en rojo) nos da la separación en segundos de arco por año. Este valor puede ser convertido a una velocidad transversal de separación (en km/s) tomando la distancia a la Nebulosa de Orión de 414 pc (Menten et al. 2007).



Determinamos que la mayor velocidad transversal de separación es entre las componentes A y E, siendo de 4.5 mas/año (8.8 km/s). En contraste la velocidad de separación para las componentes A y D es de 0.2 mas/año (0.4 km/s). Esto podría ser indicación de que la componente E posee una velocidad mayor a la velocidad de escape del sistema y podría estar siendo expulsada de éste.



## Referencias

- Sánchez, L. J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C. and Poveda, A. 2008, RevMexAA (SC), 34, 10
- Allen, C., Poveda, A. and Hernández-Alcántara, A. 2004, RevMexAA (SC), 21, 195
- Allen, C., Poveda, A. and Worley, C. E. 1974, RevMexAA, 1, 101
- Menten, K. M., Reid, M. J., Forbrich, J. and Brunthaler, A. 2007, A&A, 474, 515

\*Investigación realizada con apoyo del CONACyT (Proyectos I-52081, SNI-I-102284) y de la UNAM-DGAPA (PAPIIT IN109809).

## **D.2. The Techniques of Diffracto-Astrometry applied to Hubble Space Telescope and Adaptive Optics Images**

Cartel presentado en la XIII Reunión Latinoamericana de la Unión Astronómica Internacional (LARIM) llevada a cabo en Morelia, Michoacán, México. (Del 8 al 12 de Noviembre de 2010).

# The Techniques of Diffracto-Astrometry applied to Hubble Space Telescope and Adaptive Optics Images

Leonardo J. Sánchez, Javier Olivares, Alejandro Ruelas, Christine Allen, Arcadio Poveda, Rafael Costero & Alberto Nigoche



Instituto de Astronomía – Universidad Nacional Autónoma de México

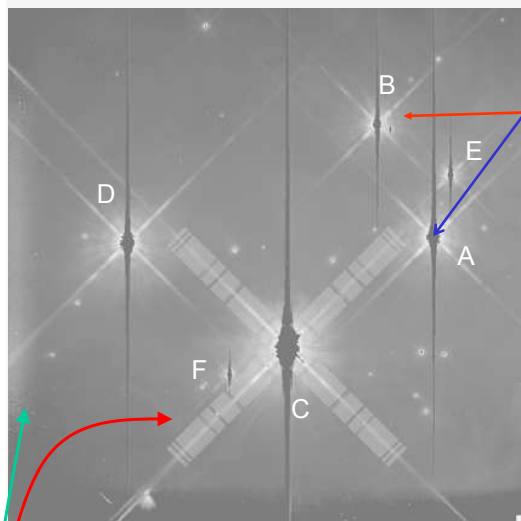
## Abstract

Following the lead established by Allen and Poveda (1974, 2004) in the study of internal movements in Trapezium-type systems, we decided to investigate the possibility of performing precision astrometry on Hubble Space Telescope (HST) images and on images obtained with Adaptive Optics systems. A region widely observed by the HST is that of the Orion Trapezium. The HST archive contains public domain observations obtained with the WFPC2 during a 12 year time interval (1995-2007).

For saturated stellar images -which is the most common case for HST images- we investigated the possibility of obtaining the position of the photocentre by using 'centring' techniques which utilise the characteristics of the diffraction pattern i.e. the "spider" (the secondary mirror support) as well as the concentric diffraction rings.

These techniques appear to be very promising for exploiting, not only the important HST public image data base but also images obtained at telescopes using Adaptive Optics techniques. In order to demonstrate this last point, we use this same technique to carry out precision astrometry on IR images of the Orion Trapezium obtained with the MCAO system at the VLT.

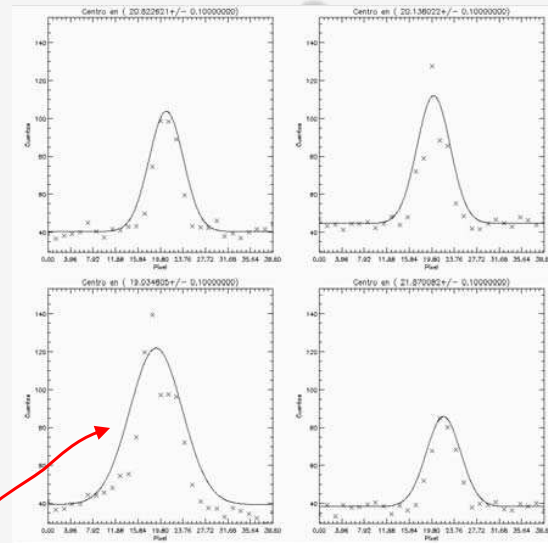
We have determined the separation between components of the Orion Trapezium with a precision of 5 milliarcseconds order in saturated images, which is the limit of the Fine Guidance Sensors HST. See "Diffracto Astrometría del Trapecio de Orión" poster.



Saturation and "bleeding"

**Diffracto-Astrometry and its Techniques**  
 An example of HST/WFPC2 Image of the Orion Trapezium components with superimposed photocentre analysis.

In the image at left, taken on December 7th, 1998 (60 sec exposure time, F791W filter) the CCD bleeding is present in the saturated component. We can also distinguish the diffraction pattern in the shape of a cross, "spikes" produced by the secondary mirror support of both, the Cassegrain optics relays and the main telescope.



Adjusted Gaussians to the intensity cuts using the Levenberg Marquardt Method. The uncertainty associated to the centre is 5 mas (0.1 pixels for the PC CCD).

## Its use with images obtained using Adaptive Optics

Detailed Methodology and Analysis Techniques used to measure the relative position between components of the Orion Trapezium

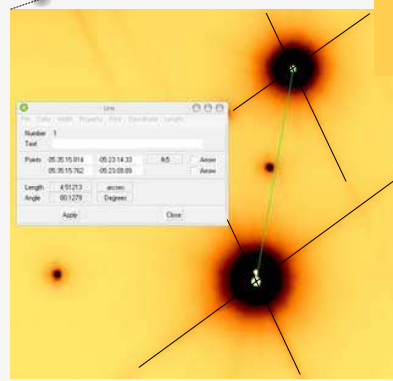
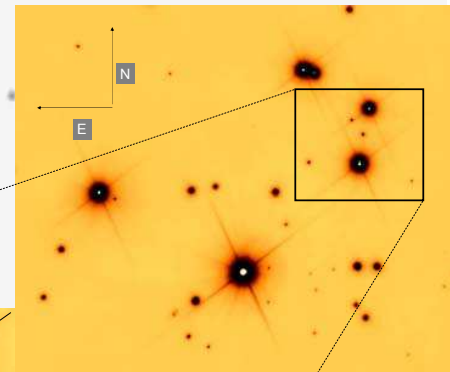
- We select images from the Multimission Archive (MAST) at STScI.
  - Choose images of the Orion Trapezium following criteria dictated by date, filter, exposure time and CCD (PC or WF).
  - Select images in which the Trapezium appears centred with respect to the CCD so we avoid the pyramid edge.
  - Find the stellar photocentre position of all components by this method
- 1) Select four points on the spikes and adjust a couple of lines at which intersection lies an approximate photocentre.
  - 2) Use this pixel to made perpendicular cuts to the spikes at different positions.
  - 3) Adjust Gaussians to the intensities of those cuts by the Levenberg-Marquardt method.
  - 4) Correct the geometric distortion of the gaussian centres coordinates, using Kozhurina-Platais method, (Kozhurina-Platais, 2003).
  - 4) With the centres and uncertainties corrected, trace a couple of lines at which intersection lies the photocentre.
  - 5) Do the same for the eight neighbours of the initial pixel.
  - 6) The final photocentre is the weighted mean of those nine photocentres and its uncertainties.
- Measure all components vectors, both, separation and position angle (and its variation in time for different epoch images) with its associated uncertainty.

## References

Allen, C., Poveda, A. and Hernández-Alcántara, A. 2004, RevMexAA (SC), 21,195.  
 Allen, C., Poveda, A. and Worley, C. E. 1974, RevMexAA, 1,101.  
 Bouy, H., Kolb, E., Marchetti, E.L., et al. Astron. & Astroph. 477, 681, 2008  
 Kozhurina-Platais, V., Anderson, J., Koekemoer, A. M., 2003, in WFPC2 Instrument Science Report, 2003-02, (Baltimore,STScI)

K-band image of the Orion Trapezium, taken with the Adaptive Optics system MCAO-MAD at the VLT UT3

On this image, taken on April 4th, 2007 (Bouy et al. 2008), the brightest stellar components are saturated. We can clearly distinguish the cross-like diffraction pattern produced by the "spider" from the secondary mirror which allows us to use our technique in order to determine the position of the photocentre with subpixel precision.



We performed measurements on the MCAO-VLT K image using SAO image DS9 with astrometric calibration -example shown at left- and also with the "spider" traces fitting technique. The measurements were consistent and resulted in a AE component separation of ~4.51 arcseconds. See the "Diffracto Astrometría del Trapecio de Orión" poster.

Funding for this investigation was provided by CONACyT grants I-52081 and SNI-I-102284, and also from UNAM-DGAPA grant PAPIIT IN109809.

### **D.3. Difracto Astrometría del Trapecio de Orión**

Cartel presentado en la XIII Reunión Latinoamericana de la Unión Astronómica Internacional (LARIM) llevada a cabo en Morelia, Michoacán, México. (Del 8 al 12 de Noviembre de 2010).

# Difracto Astrometría del Trapecio de Orión\*

Javier Olivares, Leonardo J. Sánchez, Alejandro Ruelas, Christine Allen,  
Arcadio Poveda, Rafael Costero & Alberto Nigoche



Instituto de Astronomía  
Universidad Nacional Autónoma de México

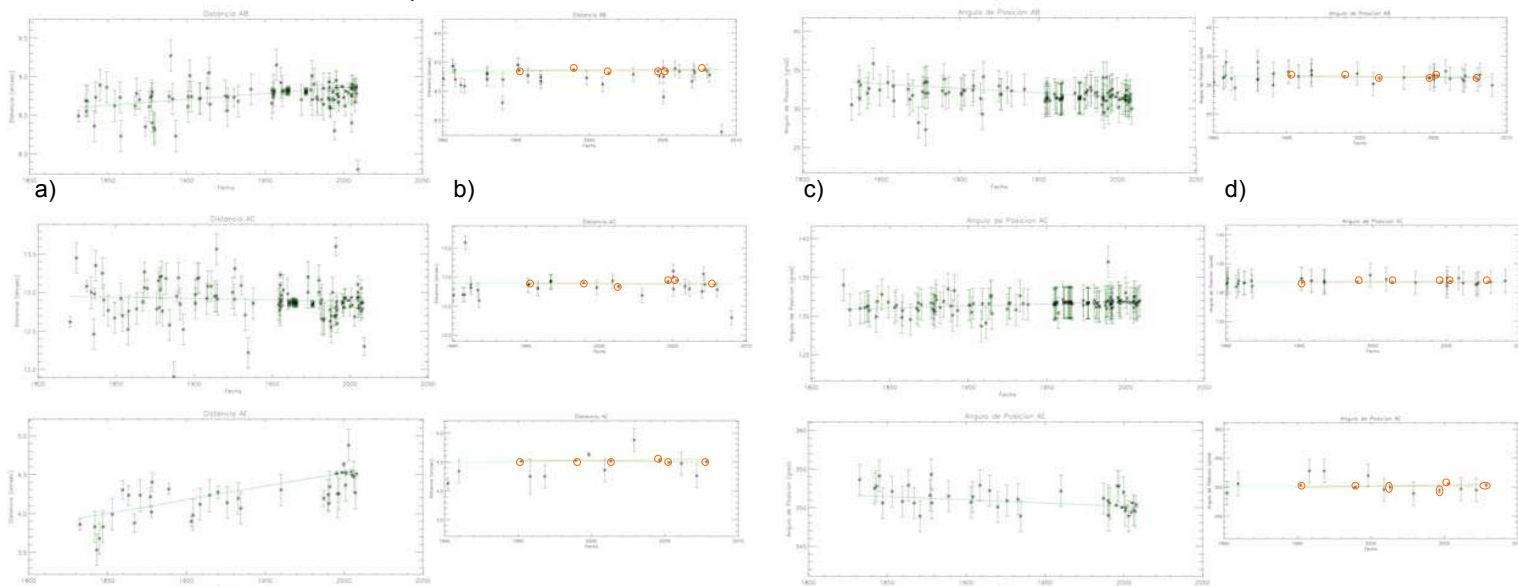


## Resumen

La técnica de Difracto Astrometría surge como una continuación a los trabajos realizados por Allen y Poveda (1974, 2004) acerca de los movimientos internos de los sistemas tipo trapecio. Aplicando ésta técnica a imágenes del Trapecio de Orión, que se encuentran en la base de datos pública de la Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) del Hubble Space Telescope (HST), distribuidas en un lapso de 12 años (1995-2007), es posible obtener resultados astrométricos de alta precisión. De esta manera, contribuyendo con nuevas medidas a la compilación de datos históricos (1832-2007), determinamos los movimientos relativos y velocidades transversales de algunas componentes del Trapecio de Orión.

## Resultados

En la base de datos del HST, se encontraron 62 imágenes del Trapecio, cubriendo el periodo 1995-2007, tomadas con la WFPC2, en 16 filtros, con tiempos de exposición entre 0.5 y 500 segundos. Sólo en 18 imágenes se observan los patrones de difracción de las componentes A a la F. Hasta el momento hemos realizado medidas de cuatro componentes (A,B,C,E) en 6 imágenes mediante la técnica de Difracto Astrometría (véase explicación en el cartel "The Techniques of Difracto-Astrometry"). Las posiciones estelares así determinadas, junto con los datos históricos, permiten establecer la cinemática relativa de las diferentes componentes del Trapecio. A continuación se muestran gráficas de la separación y del ángulo de posición, para los pares de componentes AB, AC y AE. Cada renglón muestra, de izquierda a derecha: a) la tendencia de separación, b) el detalle de nuestras medidas (encerradas en un círculo naranja), c) la tendencia de cambio del ángulo de posición y finalmente, d) el detalle de nuestras medidas para el ángulo de posición. La línea verde es el ajuste a todos los datos y la roja el ajuste de nuestras medidas. Hacemos notar que la precisión de nuestras medidas es del orden de 5 milisegundos de arco (mas) en separación y medio grado en ángulo de posición, por lo que las barras de error son difíciles de apreciar.



La tabla de la derecha muestra, para las diferentes componentes, los valores de los ajustes a los resultados anteriores. La tasa de cambio en la separación puede convertirse a km/s usando la distancia a la Nebulosa de Orión, la cual es de 414 pc (Menten et al. 2007).

Componentes	Tasa de Separación (mas/año)	Tasa de cambio del Ángulo de Posición (arcsec/año)	Velocidad transversal (km/s)
AB	1.5 +/- 0.1	-42.12 +/- 6.95	2.95 +/- 0.19
AC	-0.35 +/- 0.1	18.36 +/- 3.96	0.68 +/- 0.19
AE	3.45 +/- 0.19	-28.8 +/- 10.8	6.78 +/- 0.37

Estos resultados, más los que faltan por analizar para las otras componentes con las imágenes restantes, servirán para obtener un estudio preciso de la cinemática del Trapecio de Orión. Determinando así, posibles estrellas desbocadas, como muy probablemente sea el caso de la componente E (Allen, Poveda and Worley 1974, Costero et al. 2008, Sánchez et al. 2008).

## Referencias

Allen, C., Poveda, A. and Hernández-Alcántara, A. 2004, RevMexAA (SC), 21,195.  
Allen, C., Poveda, A. and Worley, C. E. 1974, RevMexAA,1,101.  
Costero, R., Allen, C., Echevarría, J., et al., RevMexAA (SC), 2008, 34,102

Menten, K. M., Reid, M. J., Forbrich, J. and Brunthaler, A. 2007, A&A, 474, 515.  
Sánchez, L.J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C. and Poveda, A. 2008, RevMexAA (SC),34,10.

\*Investigación realizada con apoyo del CONACyT (Proyectos I-52081, SNI-I-102284) y de la UNAM-DGAPA (PAPIIT IN109809).



#### **D.4. Difracto Astrometría del Trapecio de Orión**

Comunicación publicada en la Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica (Serie de Conferencias) Vol. 40, p. 282 (2011).

## DIFFRACTO-ASTROMETRY OF THE ORION TRAPEZIUM

J. Olivares,<sup>1</sup> L. J. Sánchez,<sup>1</sup> A. Ruelas,<sup>1</sup> C. Allen,<sup>1</sup> A. Poveda,<sup>1</sup> R. Costero,<sup>1</sup> and A. Nigoche-Netro<sup>2</sup>

The Diffracto-Astrometry technique arises as a continuation of the work done by Allen et al. (1974, 2004) about the internal motions of Trapezium-type systems. Applying this technique to a 12 year period (1995–2007) Orion Trapezium images from the public database of the Hubble Space Telescope (HST) Wide Field and Planetary Camera 2 (WFPC2), it is possible to obtain high precision astrometric results (Sánchez et al. 2008). Thus we add new measurements to the historic data compilation (1832–2007) and determine relative motions and transversal velocities for some Trapezium components.

In the HST database we found 62 Orion Trapezium images, in the 1995–2007 period, taken by WFPC2 with 16 different filters. Only in 18 of those images, a usable diffraction pattern is present. So far we have applied the Diffracto-Astrometry technique (Sánchez et al. 2011) to just four Orion Trapezium components (A, B, C, E) in 6 images. The stellar positions thus determined, together with the historical data, allow us to establish relative kinematics for these Trapezium components.

As an example, Figures 1 and 2 show respectively, the change in time of separation and position angle for components A and E. It has to be noted that the precision obtained with this technique is of the order of 5 mas; thus, error bars can not be appreciated in our data. The rate of change for position angle and separation of components A, B, C and E is shown in Table 1.

These results, together with those to be obtained for the rest of the components, will lead to a more detailed analysis of Orion Trapezium kinematics. Thus it should be possible to detect runaway stars, as it could be the case of component E (Allen, Poveda, & Worley 1974; Costero et al. 2008).

Founding for this investigation was provided by CONACyT grants I-52081 and SNI-I-102284 and also from UNAM-DGAPA grant PAPIIT IN109809.

<sup>1</sup>Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apdo. Postal 70-264, 04510 México, D. F., Mexico (jromero@astroscu.unam.mx).

<sup>2</sup>Instituto de Astrofísica de Andalucía, Glorieta de la Astronomía s/n, 18008, Granada, Spain.

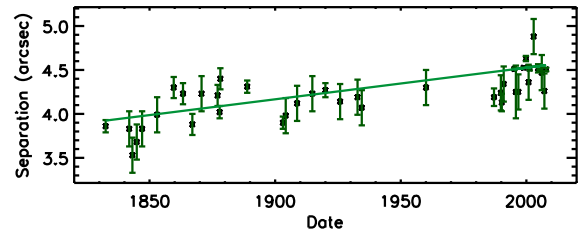


Fig. 1. Separation time evolution between components A and E of the Orion Trapezium.

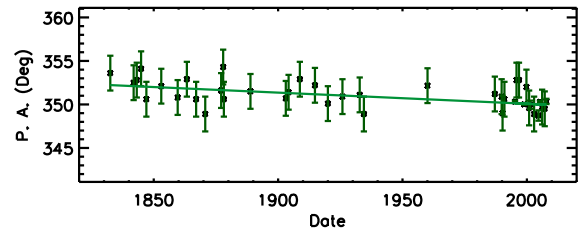


Fig. 2. Position Angle time evolution for components A and E of the Orion Trapezium.

TABLE 1

Moving Star Vector	Separation Change Rate arcsec (100 y) <sup>-1</sup>	P.A. Change Rate deg (100 y) <sup>-1</sup>	Transverse Velocity <sup>a</sup> km s <sup>-1</sup>
AB	0.15 ± 0.01	-1.2 ± 0.2	2.95 ± 0.19
AC	-0.04 ± 0.01	0.5 ± 0.1	0.68 ± 0.19
AE	0.35 ± 0.02	-0.8 ± 0.3	6.78 ± 0.37

<sup>a</sup>It was calculated using 414 pc as the distance to Orion Nebula (Menten et al. 2007).

## REFERENCES

- Allen, C., Poveda, A., & Hernández-Alcántara, A. 2004, RevMexAA (SC), 21, 195  
 Allen, C., Poveda, A., & Worley, C. E. 1974, RevMexAA, 1, 101  
 Costero, R., et al. 2008, RevMexAA (SC), 34, 102  
 Menten, K. M., Reid, M. J., Forbrich, J., & Brunthaler, A. 2007, A&A, 474, 515  
 Sánchez, L. J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C., & Poveda, A. 2008, RevMexAA (SC), 34, 10  
 Sánchez, L. J., et al. 2011, RevMexAA (SC), 40, 308

### **D.5. The Techniques of Diffracto-Astrometry applied to Hubble Space Telescope and Adaptive Optics Images**

Comunicación publicada en la Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica (Serie de Conferencias) Vol. 40, p. 308 (2011)

## THE TECHNIQUES OF DIFFRACTO-ASTROMETRY APPLIED TO HUBBLE SPACE TELESCOPE AND ADAPTIVE OPTICS IMAGES

L. J. Sánchez,<sup>1</sup> J. Olivares,<sup>1</sup> A. Ruelas,<sup>1</sup> C. Allen,<sup>1</sup> A. Poveda,<sup>1</sup> R. Costero,<sup>1</sup> and A. Nigoche-Netro<sup>2</sup>

Following the lead established by Allen et al. (1974, 2004) in the study of internal motions in Trapezium-type systems, we decided to investigate the possibility of performing precision astrometry on saturated Hubble Space Telescope (HST) images.

A region widely observed by the HST is that of the Orion Trapezium (OT). The HST archive contains public domain observations obtained with the WFPC2 during a 12 year time interval (1995–2007). For saturated stellar images of the bright OT components –which is the most common case for HST Orion Nebula images– we investigated the possibility of obtaining the position of the photocentre by means of centring techniques which utilise the characteristics of the diffraction pattern: i.e. the “spider” (the image of the secondary mirror support) as well as the concentric diffraction rings. These techniques appear to be very promising for exploiting not only the important HST public image data base but also images obtained at telescopes using adaptive optics techniques (Sánchez et al. 2008).

In what follows we present the improved methodology and analysis techniques used to measure the relative position between components of the OT.

We select HST/WFPC2 images from the Multi-mission Archive (MAST) at STScI of the OT following criteria dictated by date, filter, exposure time and CCD (PC or WF). See example-image on Figure 1.

We find the stellar photocentre position of all components by following these steps:

- (1) Select four points on the spikes and adjust a couple of lines at whose intersection lies an approximate photocentre.
- (2) Use this pixel to make perpendicular cuts to the spikes at different positions.
- (3) Adjust Gaussians to the intensities of those cuts by the Levenberg-Marquardt method.
- (4) Correct the geometric distortion of the coordinates of the Gaussian centres, using the Kozhurina-Platais method.

<sup>1</sup>Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apdo. Postal 70-264, 04510 México, D.F., México (leonardo@astroscu.unam.mx).

<sup>2</sup>Instituto de Astrofísica de Andalucía, Granada, Spain.

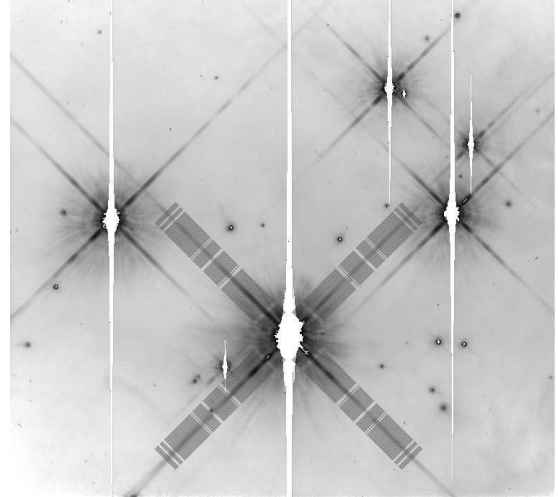


Fig. 1. HST/WFPC2 saturated image of the Orion Trapezium components (12-07-1998, F791W filter, 60 sec exp., PC CCD). Superimposed photocentre analysis cuts of the spikes on C component.

(5) With the centres and uncertainties corrected, trace a couple of lines at whose intersection lies the photocentre.

(6) Do the same for the eight neighbours of the initial pixel.

(7) The final photocentre is the weighted mean of those nine photocentres and their uncertainties.

Finally we measure all component vectors, both separation and position angle (and their variation in time for different image epochs) with its associated uncertainty. Some results are presented in Olivares et al. (2011).

Funding for this investigation was provided by UNAM-DGAPA grant PAPIIT IN109809.

### REFERENCES

- Allen, C., Poveda, A., & Hernández-Alcántara, A. 2004, RevMexAA (SC), 21, 195  
Allen, C., Poveda, A., & Worley, C. E. 1974, RevMexAA, 1, 101  
Olivares, J., et al. 2011, RevMexAA (SC), 40, 282  
Sánchez, L. J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C., & Poveda, A. 2008, RevMexAA (SC), 34, 10

## **D.6. Cinemática del Trapecio de Orión utilizando Difracto Astrometría**

Cartel presentado en el XXIV Congreso Nacional de Astronomía celebrado en Guadalajara, Jalisco, México. (Del 20 al 23 de Septiembre de 2011).

# Cinemática del Trapecio de Orión utilizando Difracto Astrometría\*

Javier Olivares, Christine Allen,  
Leonardo J. Sánchez, Alejandro Ruelas, Arcadio Poveda,  
Rafael Costero & Alberto Nigoche



Instituto de Astronomía – Universidad Nacional Autónoma de México



## Resumen

A partir de datos de la compilación histórica del Washington Double Star Catalog (WDS), y los producidos por la técnica de Difracto Astrometría, aplicada a imágenes públicas de la Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) del Hubble Space Telescope (HST), se presentan resultados del estudio de la cinemática (i.e. posiciones relativas y velocidades transversales) de las componentes del Trapecio de Orión.

Se presenta un estudio de la cinemática del Trapecio de Orión utilizando los datos conjuntos del WDS y de la técnica de Difracto Astrometría (DiAs) (Sánchez et al. 2008 y 2011). El algoritmo de ésta última se aplicó a 47 imágenes del Trapecio de Orión contenidas en la base de datos pública del HST; cubren un periodo de 12 años (1995-2007) y fueron tomadas con la WFPC2, en 16 filtros. Las posiciones estelares determinadas con esta técnica permiten obtener medidas astrométricas relativas de alta precisión (Ruelas et al. 2011).

En las Figuras 1 y 2 se presentan ejemplos de los datos obtenidos, las barras de error son difíciles de apreciar debido a que la precisión es del orden de 10 milisegundos de arco en separación, y medio grado en ángulo de posición. Los datos históricos del WDS fueron depurados utilizando los criterios de Allen et al. 2004 y se presentan como los puntos azules.

La Figura 3 exhibe una prueba para descartar a la componente F como una estrella de campo. En ella se compara el vector de movimiento relativo de F respecto a C, contra el movimiento propio de C –con datos del WDS y del Index Catalogue of Visual Double Stars (IDS) (Jeffers et al. 1963)–, ambos para el mismo periodo de observación. Si estos vectores fueran opuestos y de igual magnitud, F podría ser una estrella de campo, y su vector desplazamiento sólo un reflejo del movimiento propio de C.

Finalmente en la Figura 4 se muestran las posiciones y velocidades de las componentes del Trapecio, resultado del ajuste lineal a las separaciones y ángulos de posición de todas las componentes. En las Figuras 1 y 2 se grafican ejemplos de estos ajustes.

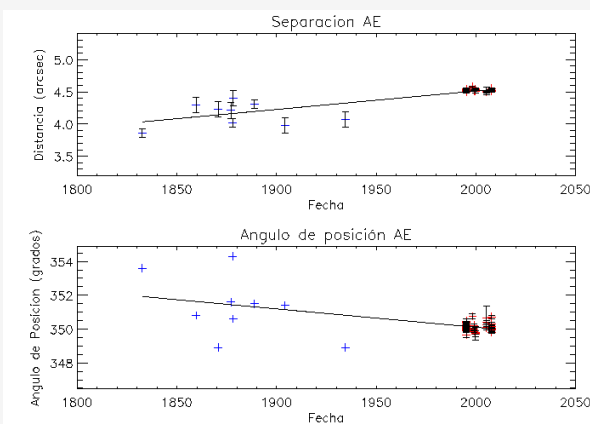


Figura 1. Cambio en la separación y en el ángulo de posición de las componentes A y E como función del tiempo.

## CONCLUSIONES

Las medidas arrojadas por el algoritmo de DiAs permiten ampliar la compilación histórica de la astrometría del Trapecio de Orión. La amplia base de tiempo de los datos históricos junto con la alta precisión de las medidas de DiAs, permiten establecer resultados precisos para las posiciones y velocidades transversales relativas de las componentes del sistema. Debido a que la velocidad de escape es de 6 km/s (Allen et al. 1974), es muy probable que las componentes E y F se estén desligando del sistema. El caso de la componente E ya ha sido estudiado (Allen et al. 1974 y 2004, Costero et al. 2008, Sánchez et al. 2008). El caso de la componente F continua en análisis.

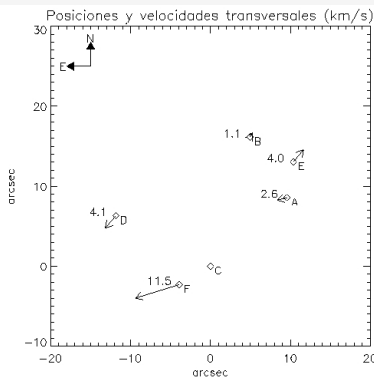


Figura 4. Posiciones y velocidades transversales de las componentes del Trapecio de Orión (relativas a C), calculadas en base a una distancia de 414 pc a la Nebulosa de Orión (Menten et al. 2007). La incertidumbre promedio es de 0.7 km/s.

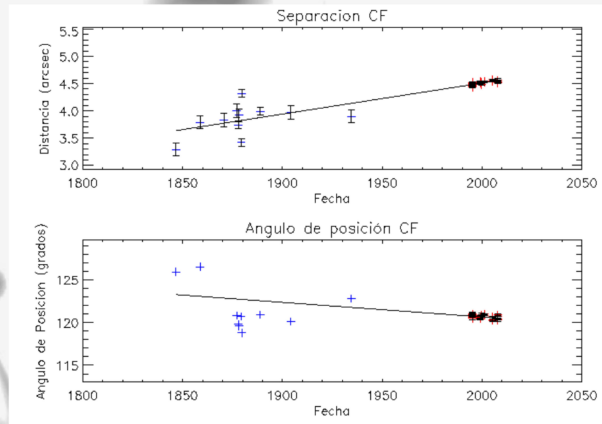


Figura 2. Cambio en la separación y en el ángulo de posición para las componentes C y F.

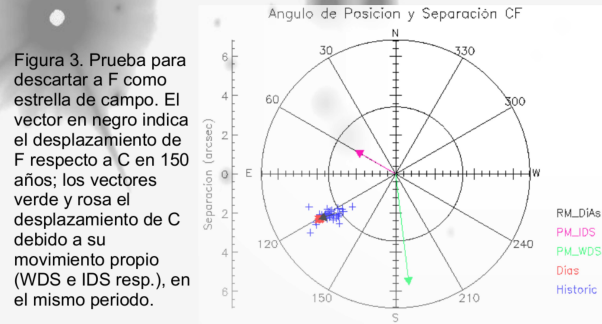


Figura 3. Prueba para descartar a F como estrella de campo. El vector en negro indica el desplazamiento de F respecto a C en 150 años; los vectores verde y rosa el desplazamiento de C debido a su movimiento propio (WDS e IDS resp.), en el mismo periodo.

## REFERENCIAS

- Allen, C., Poveda, A. and Hernández-Alcántara, A. 2004, RevMexAA (SC), 21, 195.
- Allen, C., Poveda, A. and Worley, C. E. 1974, RevMexAA, 1, 101.
- Costero, R., Allen, C., Echevarría, J., et al., RevMexAA (SC), 2008, 34, 102.
- Jeffers, H. M., van den Bos, W. H., and Greeby, F. M., *Index catalogue of visual double stars 1961.0*, Publications of the Lick Observatory, 1963.
- Menten, K. M., Reid, M. J., Forbrich, J. and Brunthaler, A. 2007, A&A, 474, 515.
- Olivares, J., Sánchez, L.J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C., Poveda, A., Costero, R. and Nigoche-Netro, A., 2011, RMAA Conf. Ser., in press.
- Ruelas, A., Sánchez, L.J., Olivares, J., Allen, C., Poveda, A., Costero, R. and Nigoche-Netro, A., 2011, PASP, in press.
- Sánchez, L.J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C. and Poveda, A., 2008, RMAA Conf. Ser., 34, 10.
- Sánchez, L.J., Ruelas-Mayorga, A., Olivares, J., Allen, C., Poveda, A., Costero, R. and Nigoche-Netro, A., 2011, RMAA Conf. Ser., in press.

\*Investigación realizada con apoyo de la UNAM-DGAPA (PAPIIT IN109809).  
Este trabajo hace uso del Washington Double Star Catalog sustentado por el U.S. Naval Observatory.

## **D.7. Diffracto-Astrometry Measurements: Accuracy of the Measuring Algorithm**

Artículo publicado en Publications of the Astronomical Society of the Pacific, Volume 123, issue 909, pp.1290-1301 (2011)

## Diffraction-Astrometry Measurements: Accuracy of the Measuring Algorithm

A. RUELAS MAYORGA,<sup>1</sup> L. J. SÁNCHEZ,<sup>1</sup> J. OLIVARES,<sup>1</sup> C. ALLEN,<sup>1</sup> A. POVEDA,<sup>1</sup> R. COSTERO,<sup>1</sup> AND A. NIGO CHE NETRO<sup>2</sup>

Received 2011 June 30; accepted 2011 September 21; published 2011 October 27

**ABSTRACT.** We present a theoretical analysis of the measuring algorithm we use when applying the diffraction astrometry technique to *Hubble Space Telescope* Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) saturated stellar images. Theoretical point spread functions (PSFs) were generated using the Tiny Tim software for the four CCDs in the WFPC2 and for some of the available filters. These images were then measured with our diffraction astrometry measuring algorithm using only their diffraction pattern, and positions for the simulated PSFs on each generated CCD frame were obtained. The measuring algorithm recovers the original positions reasonably well ( $\pm 0.1$  to  $\pm 0.4$  pixels). However, slight deviations from the original values are observed. These also vary with position over the entire surface of the CCD. We adjust the difference between the real and the measured positions with a quadratic function of the coordinates. The transformation coefficients also present a slight correlation with the filter effective wavelength. Application of these transformation coefficients allows us to determine the position of a stellar image with a precision of a few hundredths of a pixel.

*Online material:* color figures

### 1. INTRODUCTION

In the past there have been attempts to perform astrometry and photometry on saturated sources in *Hubble Space Telescope* (*HST*) images. For example, Golimowski et al. (1995) used the diffraction spikes to do astrometry with a precision of 0.5 pixels, Gilliland (2007) proposed a way to calibrate the use of the diffraction spikes to locate the photocenter of a saturated stellar image. Both Gilliland (1994) and Maíz Apellániz (2002) have developed somewhat different methods for obtaining photometry of saturated sources on *HST* images. The results appear promising. However, a definitive technique for obtaining high precision astrometric measurements does not seem to be available.

Diffraction astrometry is a technique developed with the intention of making high precision measurements of absolute and relative stellar positions of saturated stellar images (Sánchez et al. 2008). To establish a position for a saturated stellar image, diffraction astrometry utilizes, in principle, both the diffraction spikes and the diffraction rings on the PSFs (Sánchez et al. 2011a; Olivares et al. 2011). So far, we have only explored the use of the diffraction spikes to determine the photocenter of saturated stars on *HST* Wide Field Planetary Camera 2 (WFPC2) images of the Orion Trapezium (OT; see Sánchez et al. 2011b, in preparation).

To investigate the precision with which the measuring algorithm is able to recover the positions of saturated stars on archival observations, in this article we study the measuring accuracy of the algorithm on WFPC2 simulated saturated images.

In § 2 we give a brief presentation of the diffraction astrometry technique and a detailed description of the measuring algorithm; in § 3 we determine the accuracy of the measuring algorithm using a series of theoretical PSFs for some filters of the WFPC2; and § 4 gives our conclusions.

### 2. DIFFRACTO-ASTROMETRY TECHNIQUE AND THE MEASURING ALGORITHM

Diffraction astrometry is a methodology developed by us with the aim of measuring absolute and relative stellar positions and displacements on diffraction limited images such as archival *HST* and also adaptive optics images. Application of this methodology is independent of whether or not the sources are saturated. Successful application of this methodology to saturated images enables us to extract valuable astrometric data from *HST* archival material.

The application of the diffraction astrometry techniques to the measurement of relative stellar positions on archival *HST* images requires an algorithm to ensure minimum systematic errors in the results (Sánchez et al. 2008, 2011a, 2011b, in preparation).

There exist a number of systematic errors associated with the WFPC2 measurements that have been extensively analyzed in the past. The most important are geometric distortion (Kozhurina Platais et al. 2003; Anderson & King 2003), the 34th row error (Anderson & King 1999), and charge transfer

<sup>1</sup> Instituto de Astronomía, Universidad Nacional Autónoma de México, Apartado Postal 70-264, 04510, México D.F., México.

<sup>2</sup> Instituto de Astrofísica de Andalucía (IAA), Glorieta de la Astronomía s/n, 18008, Granada, Spain.



efficiency (CTE; Holtzman et al. 1995; Stetson 1998; Whitmore et al. 1999; Dolphin 2000).

In our analysis of the OT images, we correct for geometric distortion and the 34th row error using the formulae given in the literature mentioned previously. Since the maximum charge loss due to the CTE problem amounts to a maximum of ~2% for bright sources, CTE problems are negligible when applying the diffracto astrometry technique.

In what follows, we enumerate the steps taken by the measuring algorithm in the determination of the photocenter of an astronomical object.

1. First, we select standard pipeline calibrated WPCF2 archival files (\*.cof.fits) from the Multimission Archive at STScI according to criteria regarding astronomical object, date of acquisition, filter, exposure time, and CCD (Planetary Camera or Wide Field chip). The specific criteria for each one of these categories depend on the particular astronomical aims (e.g., measurement of the separation between multiple stellar systems components at different dates, orbit, and proper motion determinations, etc.). To minimize possible effects of geometrical distortions, the selected images must, preferably, have the astronomical objects as close to the center of the CCD as possible.

2. As this technique may be used for stellar images that may be saturated or present bleeding, it is necessary to create a mask that identifies the saturated pixels and puts their value at a level that is determined interactively for each image.

3. The angle formed by the CCD rows and the diffraction spikes of the brightest component is measured.

4. A straight line is fitted to each pair of spikes, and its intersection is taken as a first approximation of the pixel corresponding to the stellar photocenter. The fitting of each straight line is achieved by means of an iterative method.

5. This pixel is used as the intersection point of a pair of perpendicular straight lines that are used as guidelines for intensity cuts along the spikes. We assume that our initial guess locates the real photocenter within a square  $3 \times 3$  pixels in size.

6. The faintest, most external, point on any one of the diffraction spikes is chosen manually. This point determines the maximum spatial extension, measured from the center, to which the measuring algorithm is applied to analyze the stellar image.

7. Depending on the intensity modulating pattern of the spikes, the algorithm chooses to effect regularly spaced perpendicular cuts across the maximum spatial extension of the diffraction spikes. The maximum spatial extension is variable (from a few to tens of pixels) and depends on the brightness of the diffraction spikes, which in turn depends on the total amount of energy collected. It also depends on whether or not the spike image overlaps other luminous features (e.g., bleeding, other spikes or stars, etc.).

8. For each brightness cut the algorithm adjusts a Gaussian curve by the Levenberg Marquardt method (Moré 1978). The central point of this Gaussian is taken as the position of the spike

TABLE 1  
SIMULATED THEORETICAL PSF POSITIONS FOR CCD 2

Relative coordinates	
<i>x</i>	<i>y</i>
116 .....	116
349 .....	116
582 .....	116
116 .....	349
349 .....	349
582 .....	349
116 .....	582
349 .....	582
582 .....	582

on that cut. The obtained central positions and their uncertainties for each cut are corrected for geometrical distortion by the Kozhurina Platais et al. (2003) method, which is an extension of the Anderson & King (2003) geometric solution. The corrected central positions are used to generate a least squares straight line that we consider to be the best position for the diffraction spike. The intersection of the two least squares lines fitted to both pairs of spikes provides a statistically significant position for the stellar photo center.

9. Steps 5 to 8 are now repeated over the 8 surrounding pixels of the point determined in the fourth step, and a new statistically significant central position is determined for each case.

10. These positions are corrected for the 34th row error, following Anderson & King (1999)

11. Each one of the nine positions is finally corrected for the measuring algorithm intrinsic errors. The determination of these intrinsic errors is developed in § 3.

12. The position that the measuring algorithm provides as the definitive position of a stellar image corresponds to the average of the nine central positions determined in step 9. The uncertainty of this result corresponds to the standard deviation.

### 3. THEORETICAL PSFS USED TO DETERMINE THE ACCURACY OF THE MEASURING ALGORITHM

It is well known that the shape of the WFPC2 PSF varies across the surface of the CCDs, as well as with the relative orientation of the diffraction spikes with respect to the CCDs' rows. Given that our algorithm is based on the determination of the spike positions to find stellar photocenters, these variations of shape and orientation affect the measurements. In this section, we study the intrinsic errors and determine the accuracy of the measuring algorithm mentioned in § 2. To do this, using the Tiny Tim software<sup>3</sup> (Krist 1993, 1995; Hook & Stoehr 2008), we generate theoretical PSFs for nine different regularly distributed positions on CCD 2 (see Table 1) and for 16

<sup>3</sup> See <http://www.stsci.edu/software/tinytim>.

TABLE 2  
SIMULATED THEORETICAL PSF POSITIONS FOR  
CCDs 1, 3, AND 4 OF THE WFPC2

Relative coordinates	
<i>x</i>	<i>y</i>
160	160
320	160
480	160
640	160
160	320
320	320
480	320
640	320
160	480
320	480
480	480
640	480
160	640
320	640
480	640
640	640

positions on CCDs 1, 3, and 4 of the WFPC2 (see Table 2). We choose a different spatial sampling to investigate whether this has any influence on the results. The Tiny Tim software proves to be particularly useful, since it simulates the proper obscuration function and determines field dependent aberrations across

the surface of the different CCDs. Moreover, it simulates various effects such as including changes in the shapes of the diffraction rings, squishing of the PSF core, and alteration of the banding patterns in the diffraction spikes.

We used the majority of the filters available with the WFPC2 only for the CCD 2 simulations, and the size of each PSF was chosen to be equal to the maximum size that the Tiny Tim software is able to generate for each different filter (see Table 3). Appropriate background and saturation levels were added to each generated image. In Figure 1 we show one of the images generated for CCD 2 for filter F1042M. We chose to show this figure because the diffraction features are much more noticeable for longer wavelength filters; in particular, for this filter there is a broad halo component anomaly that enhances the diffraction features. Since our measuring algorithm is based on the diffraction spikes, the broad halo anomaly of filter F1042M seems to have no effect on the results.

For CCDs 1, 3, and 4 we used fewer filters (see Table 4). Figure 2 shows the image generated for CCD 1 in filter F814W. Again, we present this image because the diffraction patterns are better noticed in the longer wavelength regime. The simulated PSFs images for CCDs 3 and 4 were similar to those presented for CCD 1.

For each one of the theoretical PSFs across the field, we determined the photocenter, applying the algorithm described in § 2. The determinations of the PSF photocenters differ slightly from the theoretical positions.

TABLE 3  
FILTERS USED FOR THEORETICAL PSF SIMULATIONS AND PSF MAXIMUM  
DIAMETER FOR THE WFPC2 FOR CCD 2

Filter	Effective wavelength (Å)	PSF diameter (")	Filter	Effective wavelength (Å)	PSF diameter (")
F122M	1259	6.5	F469N	4694	25.7
F130LP	2681	10.3	F487N	4865	26.5
F157W	1570	6.5	F502N	5012	27.3
F160BW	1446	6.5	F547M	5446	27.5
F165LP	3301	10.3	F555W	5202	24.1
F170W	1666	6.9	F569W	5524	26.7
F185W	1899	6.9	F588N	5893	30.0
F218W	2117	9.9	F606W	5767	25.7
F255W	2545	12.9	F622W	6131	29.5
F300W	2892	12.9	F631N	6306	30.0
F336W	3317	16.3	F656N	6564	30.0
F343N	3427	18.3	F658N	6591	30.0
F375N	3732	20.3	F673N	6732	30.0
F380W	3912	18.1	F675W	6714	30.0
F390N	3888	21.1	F702W	6940	30.0
F410M	4086	21.5	F785LP	9283	30.0
F437N	4369	23.9	F791W	7969	30.0
F439W	4283	21.5	F814W	8203	30.0
F450W	4410	20.1	F850LP	9650	30.0
F467M	4663	24.7	F953N	9546	30.0
			F1042M	10437	30.0

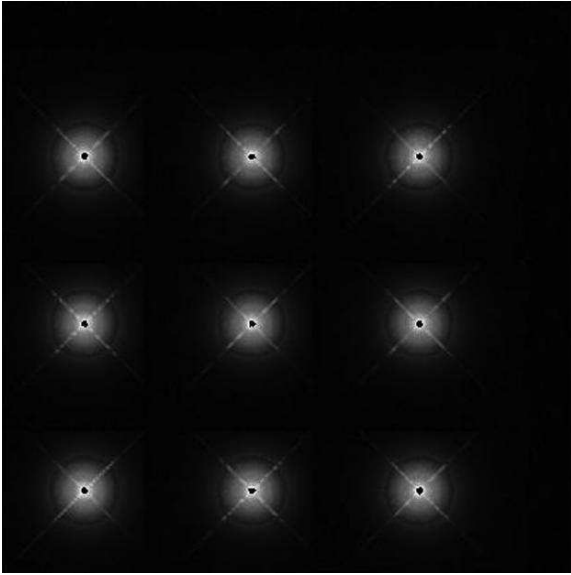


FIG. 1. Theoretically generated PSFs for CCD 2 and filter F1042M of the WFPC2. Due to the broad halo component anomaly specific to this filter, the diffraction features appear enhanced.

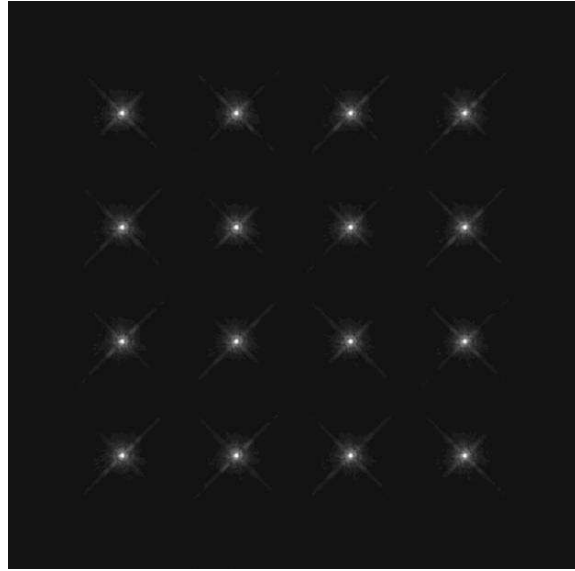


FIG. 2. Theoretically generated PSFs for CCD 1 and filter F814W of the WFPC2.

After having experimented with different polynomial functions, we chose to fit the differences measured for each positional coordinate with the following polynomials, which represent a compromise between lower residual values and polynomials that did not produce too many folds in the fitting surface. We also stayed away from higher degree polynomials, since, as is well known, anything can be exactly fitted with a high enough degree function:

$$\begin{aligned} \Delta x &= M - R \\ &= (AX)x + (BX)x^2 + (CX)y + (DX)y^2 + (EX) \end{aligned} \quad (1)$$

and

$$\Delta y = M - R = (AY)x + (BY)x^2 + (CY)y + (EY). \quad (2)$$

where  $M$  is the measured value and  $R$  is the real value.

The coefficients of equations (1) and (2) were found following a least squares procedure. Note that in equation (2) coefficient  $DY$  does not appear, since a quadratic term in  $y$  was not necessary. The values of the coefficients and their peak errors for CCD 2 are given in Tables 5 and 6 for the differences in  $X$  and  $Y$ , respectively, as functions of the filters used.

The values for the transformation coefficients for CCDs 1, 3, and 4 and their peak to peak errors are given in Table 7 (for the  $X$  differences) and in Table 8 (for the  $Y$  differences).

As an example, in Figure 3 we show vector diagrams made for filter F814W and for the four CCDs in the WFPC2. The vectors represent the differences we find between the theoretical positions and those measured by our algorithm. The differences (in pixels) are contained in the ranges of 0.11–1.48 in  $X$  and 0.02–0.48 in  $Y$ . In Figure 4, we also present vector diagrams of the residuals between the measured values and those produced by our fitting functions. The residual values (in pixels) are contained in the ranges of 0.06–0.27 in  $X$  and in 0.04–0.40 in  $Y$ .

The peak to peak errors in the coefficients were calculated by fitting the coefficients to two extreme cases given by the

TABLE 4

FILTERS USED FOR THEORETICAL PSF SIMULATIONS FOR WFPC2 CCDs 1, 3, AND 4

Filter	Effective wavelength (Å)
F336W .....	3317
F410M .....	4086
F439W .....	4283
F502N .....	5012
F547M .....	5446
F631N .....	6306
F656N .....	6564
F658N .....	6591
F673N .....	6732
F791W .....	7969
F814W .....	8203
F953N .....	9546

TABLE 5  
 TRANSFORMATION COEFFICIENTS FOR DIFFERENCES IN  $X$  FOR CCD 2 OF THE WFPC2

Filter	$AX$	$\Delta AX$	$BX$	$\Delta BX$	$CX$	$\Delta CX$	$DX$	$\Delta DX$	$EX$	$\Delta EX$
F122M	5.6754E-04	7.4051E-04	3.0700E-10	1.1187E-07	1.0047E-03	3.8279E-04	1.0568E-06	6.0255E-07	2.6460E-01	2.6083E-02
F130LP	3.0497E-04	1.4972E-04	6.0562E-07	5.0247E-07	6.0035E-04	1.7780E-04	6.5038E-07	4.1273E-07	1.3617E-01	4.7912E-02
F157W	9.4432E-04	2.0288E-04	3.3988E-07	9.2023E-07	1.3691E-03	4.2368E-04	1.6139E-06	5.8397E-07	2.3269E-01	1.1324E-01
F160BW	9.4833E-04	6.8330E-04	3.6877E-07	1.6348E-07	1.2723E-03	2.4316E-04	1.3996E-06	4.1869E-07	2.5140E-01	3.2067E-02
F165LP	3.4549E-04	8.2253E-04	5.6933E-07	5.0111E-07	5.8386E-04	9.8663E-05	6.3205E-07	6.3733E-08	1.4974E-01	4.0088E-02
F170W	3.9367E-04	1.4344E-04	3.6158E-07	9.7997E-07	7.2677E-04	2.2742E-04	5.7949E-07	4.6053E-07	1.6835E-01	6.0364E-02
F185W	8.9596E-04	1.4461E-05	8.8723E-09	1.0273E-06	9.8311E-04	3.1489E-04	1.0516E-06	4.7063E-07	2.7394E-01	9.8201E-02
F218W	7.1334E-04	7.5966E-04	1.6470E-07	3.6812E-07	9.1635E-04	3.7352E-04	1.1771E-06	5.0001E-07	2.8232E-01	6.1601E-02
F255W	1.2543E-03	5.8644E-05	3.8175E-07	8.8391E-07	1.0872E-03	3.1794E-05	1.1629E-06	7.9636E-08	2.5160E-01	6.2568E-02
F300W	1.1182E-03	3.4309E-04	2.0922E-07	2.9088E-07	1.2859E-03	3.6894E-04	1.1874E-06	7.7867E-07	8.5278E-02	2.2760E-02
F336W	5.7441E-04	1.7049E-04	3.4412E-07	5.9134E-07	8.4992E-04	3.4651E-04	6.3883E-07	4.9737E-07	5.5832E-02	8.7825E-03
F343N	5.5925E-04	2.8779E-04	2.9478E-07	3.5360E-07	7.0045E-04	2.8551E-05	4.3588E-07	3.7454E-09	6.4468E-02	1.6779E-02
F375N	9.9401E-04	3.9191E-05	2.3412E-07	7.3569E-07	5.1349E-04	2.8513E-04	2.8376E-07	2.3964E-07	2.1205E-01	2.2475E-02
F380W	5.1561E-04	9.8763E-06	4.0730E-07	7.6323E-07	4.9469E-04	3.6358E-04	4.4681E-07	3.8120E-07	1.8662E-01	1.5722E-02
F390N	3.5232E-04	6.9202E-04	7.0536E-07	2.0735E-07	6.5044E-04	4.2021E-04	5.6012E-07	5.7743E-07	1.3178E-01	4.7611E-02
F410M	6.5712E-04	4.2224E-05	2.5601E-07	7.3600E-07	4.7664E-04	3.4715E-04	3.9812E-07	4.2740E-07	2.1619E-01	1.9315E-03
F437N	8.1889E-04	2.3125E-04	5.8299E-08	1.1988E-06	2.7334E-04	6.4360E-05	1.3686E-07	1.0929E-08	2.7103E-01	1.0515E-01
F439W	7.7747E-04	5.5030E-04	6.9320E-08	4.4914E-08	1.9938E-04	8.8656E-05	7.2636E-08	1.4061E-08	2.8276E-01	3.2726E-02
F450W	1.0615E-03	4.5297E-04	2.8400E-07	1.7072E-07	3.7253E-05	1.7591E-04	1.1473E-07	2.2917E-07	3.9228E-01	2.7343E-02
F467M	6.4784E-04	8.7865E-05	2.2472E-07	7.4005E-07	3.9988E-04	3.1323E-04	4.0137E-07	3.2993E-07	2.5186E-01	8.9697E-02
F469N	7.3305E-04	8.2430E-04	1.2108E-07	5.8161E-07	3.6704E-04	7.9614E-05	4.1000E-07	8.625E-07	2.7644E-01	4.6432E-02
F487N	7.4169E-04	6.0302E-05	2.5542E-08	6.8826E-07	4.3557E-04	9.3405E-05	4.2148E-07	1.5703E-07	2.5381E-01	4.5522E-02
F502N	8.2839E-04	3.8789E-04	3.9142E-08	3.8289E-07	6.6635E-05	4.8688E-04	1.3179E-07	6.9152E-07	3.6676E-01	6.9344E-02
F547M	6.2765E-04	1.2854E-03	1.6569E-07	1.2710E-06	4.0714E-04	8.5240E-04	4.3066E-07	1.0717E-06	2.4482E-01	5.5599E-02
F555W	5.1904E-04	6.4443E-04	3.1286E-07	1.9077E-07	4.7680E-04	2.7286E-04	5.0747E-07	4.4914E-07	2.2501E-01	9.2085E-03
F569W	4.2361E-04	6.9952E-04	4.3308E-07	9.7134E-08	5.2297E-04	1.5238E-04	5.9085E-07	2.5122E-07	2.0444E-01	3.7330E-02
F588N	3.4997E-05	5.7783E-04	9.7718E-07	6.8676E-08	9.1938E-04	3.0047E-05	1.2175E-06	1.1055E-07	9.8822E-02	1.0007E-02
F606W	3.1338E-04	5.1021E-04	5.5736E-07	5.3479E-08	6.2644E-04	3.6661E-04	7.6919E-07	4.4662E-07	1.7611E-01	5.5240E-02
F622W	3.7037E-04	3.5250E-04	5.0154E-07	1.3738E-07	6.3472E-04	2.5299E-05	7.9286E-07	2.2994E-08	1.7727E-01	3.0938E-02
F631N	1.2988E-04	5.1113E-04	8.7971E-07	5.2128E-08	7.4011E-04	5.8011E-04	1.0353E-06	6.9121E-07	1.5630E-01	8.6977E-02
F656N	2.3608E-04	7.0643E-04	5.9122E-07	3.6564E-07	9.1436E-04	3.1803E-04	1.2730E-06	5.6337E-07	9.6546E-02	5.0197E-02
F658N	3.3598E-04	1.2358E-03	4.5565E-07	1.0107E-06	8.2374E-04	3.4227E-04	1.1504E-06	4.3671E-07	1.2077E-01	1.3843E-02
F673N	4.5249E-04	9.7571E-04	3.2815E-07	7.0874E-07	7.3098E-04	3.8033E-04	1.0266E-06	5.9859E-07	1.5644E-01	9.3436E-02
F675W	3.1930E-04	1.4704E-03	5.2933E-07	1.6971E-06	6.6012E-04	4.9301E-04	8.9662E-07	6.8212E-07	1.4834E-01	1.5265E-01
F702W	4.0199E-04	6.9676E-04	4.0229E-07	4.2661E-07	6.8145E-04	3.7542E-04	9.1335E-07	4.8555E-07	1.4737E-01	3.2376E-02
F785LP	3.5440E-04	1.6001E-04	4.2513E-07	4.6483E-07	5.1789E-04	1.7815E-04	6.9719E-07	9.3942E-09	8.8608E-02	1.7197E-02
F791W	4.2940E-04	1.9837E-05	2.9168E-07	6.7819E-07	6.3617E-04	1.8034E-04	8.4326E-07	3.0479E-07	9.7881E-02	4.8085E-02
F814W	4.9351E-04	1.2680E-03	2.1637E-07	1.2785E-06	5.5825E-04	3.4614E-04	7.4751E-07	6.2545E-07	1.1977E-01	3.9957E-02
F850LP	4.3779E-04	3.2418E-04	3.2668E-07	3.7159E-07	9.1657E-04	6.5723E-04	1.1844E-06	8.8459E-07	2.7969E-02	9.7765E-02
F953N	3.5453E-04	6.1029E-04	3.6232E-07	9.9314E-08	8.6414E-04	2.4929E-05	1.1964E-06	4.9795E-08	2.9005E-02	1.8024E-02
F1042M	3.6873E-04	6.9717E-04	3.3098E-07	3.1197E-07	5.9404E-04	2.2777E-04	7.8512E-07	3.0341E-07	4.8895E-02	3.5124E-02

TABLE 6  
TRANSFORMATION COEFFICIENTS FOR DIFFERENCES IN  $Y$  FOR CCD 2 OF THE WFPC2

Filter	$AY$	$\Delta AY$	$BY$	$\Delta BY$	$CY$	$\Delta CY$	$EY$	$\Delta EY$
F122M	1.2769E-03	7.2116E-04	1.7019E-06	1.4061E-07	2.3447E-04	3.8577E-05	1.3313E-01	2.6870E-02
F130LP	5.9736E-04	1.4958E-04	6.2695E-07	5.0544E-07	6.2741E-04	1.1215E-04	2.5143E-01	8.4180E-02
F157W	5.7413E-04	1.9765E-04	9.2959E-07	9.2729E-07	1.2856E-04	1.7082E-05	4.9266E-02	6.3530E-02
F160BW	5.9787E-04	6.8721E-04	9.5391E-07	1.5350E-07	4.9549E-05	5.0500E-05	8.0458E-02	4.9461E-03
F165LP	5.8566E-04	8.2475E-04	6.1998E-07	5.0210E-07	6.4251E-04	5.2561E-05	2.5934E-01	3.3988E-02
F170W	4.8912E-04	1.5294E-04	5.8394E-07	9.6370E-07	4.0667E-04	9.4049E-05	7.8870E-02	1.9869E-02
F185W	3.2368E-04	1.4289E-05	2.9727E-07	1.0270E-06	6.5653E-04	1.2303E-05	3.0500E-01	5.8139E-02
F218W	5.9047E-04	7.5792E-04	5.9242E-07	3.6696E-07	7.5231E-04	2.4506E-05	3.3221E-01	1.8793E-02
F255W	7.0861E-04	5.7714E-05	9.2858E-07	8.8376E-07	6.6426E-04	2.4592E-05	2.6962E-01	6.9419E-02
F300W	6.9174E-04	3.3820E-04	5.0603E-07	3.0209E-07	6.5288E-04	1.7783E-04	1.9297E-01	9.0924E-02
F336W	9.7424E-04	1.6974E-04	8.3654E-07	5.9423E-07	7.0469E-04	4.5565E-06	1.5730E-01	3.5445E-02
F343N	6.8976E-04	2.8786E-04	6.0230E-07	3.5348E-07	6.0548E-04	2.4192E-05	1.7345E-01	1.7948E-02
F375N	4.6090E-04	4.4873E-05	2.4345E-07	7.2452E-07	7.5091E-04	1.1604E-04	2.5763E-01	1.5506E-03
F380W	7.9694E-04	7.3083E-06	8.1112E-07	7.7081E-07	8.1766E-04	9.6760E-05	2.8126E-01	1.7478E-02
F390N	7.9629E-04	6.8864E-04	7.5255E-07	2.0001E-07	7.8171E-04	1.8362E-05	2.6068E-01	1.0061E-03
F410M	5.3009E-04	4.3441E-05	4.8386E-07	7.3667E-07	8.2793E-04	4.7060E-05	3.1511E-01	3.5278E-02
F437N	3.5790E-04	2.3152E-04	3.6950E-07	1.2025E-06	7.7245E-04	7.4900E-05	3.4363E-01	1.0735E-01
F439W	5.1136E-04	5.5162E-04	4.7410E-07	4.4300E-08	8.0554E-04	7.8348E-05	3.2021E-01	3.1268E-02
F450W	3.0770E-04	4.5148E-04	2.9770E-07	1.7659E-07	7.9107E-04	1.4936E-05	3.8198E-01	7.0102E-03
F467M	3.6886E-04	8.8639E-05	3.7147E-07	7.4238E-07	7.6084E-04	8.4878E-05	3.5185E-01	6.2221E-02
F469N	1.3344E-04	8.2657E-04	6.0816E-08	5.8127E-07	7.9325E-04	1.1981E-04	3.9619E-01	7.0936E-02
F487N	4.2400E-04	6.0261E-05	4.6738E-07	6.9047E-07	6.5506E-04	1.5637E-05	3.2349E-01	3.2425E-02
F502N	5.4847E-04	3.9147E-04	6.1839E-07	3.8016E-07	7.5399E-04	4.7282E-06	3.3304E-01	1.0215E-02
F547M	3.2727E-04	1.2929E-03	3.2662E-07	1.2809E-06	7.0405E-04	1.0448E-04	3.4899E-01	3.6723E-02
F555W	5.2058E-04	6.4738E-04	5.7756E-07	1.9233E-07	7.0413E-04	4.0157E-05	3.2833E-01	2.9269E-02
F569W	4.5306E-04	7.0349E-04	4.9058E-07	1.0103E-07	6.9873E-04	2.3541E-05	3.3051E-01	1.5936E-02
F588N	8.3245E-04	5.8144E-04	1.0113E-06	7.4294E-08	6.0344E-04	4.6989E-05	2.1832E-01	1.9710E-02
F606W	4.9849E-04	5.1146E-04	5.5429E-07	5.3756E-08	6.6255E-04	5.4921E-05	2.9636E-01	1.7063E-02
F622W	6.3191E-04	3.5420E-04	6.7957E-07	1.3465E-07	5.9370E-04	9.4707E-06	2.2452E-01	2.8930E-02
F631N	6.3149E-04	5.0943E-04	7.5387E-07	5.4830E-08	6.9639E-04	9.8891E-05	2.7664E-01	2.8545E-02
F656N	9.1848E-04	7.0767E-04	1.1068E-06	3.6665E-07	5.4198E-04	7.5165E-05	1.5692E-01	2.1607E-03
F658N	7.5737E-04	1.2359E-03	8.8078E-07	1.0102E-06	5.3255E-04	3.7153E-05	1.7303E-01	5.1360E-02
F673N	6.1611E-04	9.7439E-04	7.1076E-07	7.0527E-07	5.9861E-04	3.6831E-05	2.1955E-01	4.2348E-02
F675W	6.4800E-04	1.4699E-03	7.2206E-07	1.6965E-06	5.8937E-04	1.6853E-05	2.0352E-01	9.4255E-02
F702W	6.1372E-04	6.9836E-04	6.8402E-07	4.2820E-07	5.8034E-04	3.6452E-05	2.0699E-01	9.4689E-03
F785LP	6.2499E-04	1.2733E-03	8.3086E-07	4.6363E-07	5.3564E-04	1.7049E-04	1.7410E-01	1.6033E-02
F791W	5.7206E-04	3.2595E-04	6.8237E-07	6.8372E-07	5.4464E-04	3.2890E-05	1.8338E-01	7.4639E-02
F814W	5.5299E-04	6.0857E-04	6.5498E-07	1.2864E-06	5.3780E-04	9.0472E-05	1.8409E-01	9.4117E-02
F850LP	5.1040E-04	6.9704E-04	6.3386E-07	3.7098E-07	5.1046E-04	4.1144E-05	1.7575E-01	2.2404E-02
F953N	3.4970E-04	6.9704E-04	4.6885E-07	9.5477E-08	5.0572E-04	1.0057E-05	2.0409E-01	2.2273E-02
F1042M	7.3933E-04	6.9704E-04	8.5158E-07	3.1111E-07	5.7918E-04	1.5980E-05	1.5354E-01	9.0376E-03

TABLE 7  
TRANSFORMATION COEFFICIENTS FOR DIFFERENCES IN  $X$  FOR CCDs 1, 3, AND 4 OF THE WFPC2

CCD	Filter	$AX$	$\Delta AX$	$BX$	$\Delta BX$	$CX$	$\Delta CX$	$DX$	$\Delta DX$	$EX$	$\Delta EX$	
1	.....	F336W	1.4712E-03	2.0314E-04	1.9314E-06	3.0081E-07	5.4538E-04	1.0603E-04	9.5212E-07	6.4987E-08	1.9362E-02	6.0546E-02
1	.....	F410M	1.4432E-03	4.6258E-04	2.3208E-06	6.3272E-07	4.3297E-04	4.8043E-04	3.5879E-07	6.2355E-07	3.5333E-02	2.2311E-01
1	.....	F439W	1.7248E-03	5.3508E-05	2.4273E-06	1.3141E-07	2.1059E-04	2.9190E-04	1.5635E-07	3.0600E-07	1.3528E-01	1.1639E-01
1	.....	F502N	7.8347E-04	3.0844E-04	6.5356E-07	4.5991E-07	1.5067E-05	6.2303E-04	3.7495E-07	6.5027E-07	3.6371E-01	2.4645E-01
1	.....	F547M	1.5683E-03	8.8274E-04	2.5469E-06	1.4006E-06	2.7682E-04	1.5131E-03	6.1970E-07	1.7151E-06	6.5746E-02	4.7196E-01
1	.....	F631N	2.5370E-04	5.1158E-04	9.0986E-07	7.0337E-07	4.8444E-04	2.3458E-04	8.6157E-07	2.8542E-07	2.8728E-01	1.0637E-01
1	.....	F656N	4.5701E-04	5.5195E-04	1.4910E-06	8.8638E-07	9.8651E-04	5.4451E-04	7.9465E-07	5.9978E-07	2.2444E-02	2.2998E-01
1	.....	F658N	1.0321E-03	3.0401E-04	2.0749E-06	4.9714E-07	1.1692E-03	3.8591E-04	1.2424E-06	3.8924E-07	8.4609E-02	1.8804E-01
1	.....	F673N	9.0750E-05	8.6795E-06	1.1045E-07	6.6407E-08	1.6215E-03	3.0294E-04	1.6496E-06	4.2688E-07	5.6356E-01	9.4127E-02
1	.....	F791W	4.7231E-04	7.0829E-06	1.6424E-06	1.6725E-07	9.6555E-04	1.2801E-06	3.6608E-07	1.1428E-08	6.5062E-03	3.5230E-02
1	.....	F814W	7.6388E-04	1.3690E-04	1.6464E-06	2.4253E-07	9.5579E-04	3.4783E-04	8.9782E-07	4.3784E-07	2.5946E-02	5.6355E-03
1	.....	F953N	5.5270E-04	4.7218E-04	8.4714E-07	5.0096E-07	1.0638E-03	8.0301E-04	1.2633E-06	9.2087E-07	5.2194E-02	1.2576E-01
3	.....	F336W	9.3903E-04	1.7714E-05	1.1203E-06	6.0871E-08	7.1088E-04	1.6578E-05	9.2439E-07	9.9671E-09	3.8285E-01	5.1883E-02
3	.....	F439W	9.2094E-04	2.8460E-04	1.0598E-06	2.4331E-07	4.8950E-04	1.1151E-04	7.0139E-07	1.1284E-07	3.6126E-01	7.4641E-02
3	.....	F502N	4.6865E-04	1.9957E-04	3.0728E-07	1.7794E-07	5.4480E-04	2.2385E-04	7.1411E-07	2.3242E-07	3.3409E-01	2.6894E-02
3	.....	F547M	5.8309E-04	2.3344E-04	4.4568E-07	2.3728E-07	5.3679E-04	1.9270E-04	7.2014E-07	1.8530E-07	3.5438E-01	3.3480E-02
3	.....	F631N	6.2978E-04	8.8066E-05	3.5894E-07	8.3967E-08	4.6601E-04	1.7609E-04	5.9419E-07	1.8479E-07	3.4695E-01	5.1377E-03
3	.....	F656N	5.8761E-04	1.5582E-04	2.4465E-07	1.6267E-07	4.3263E-04	1.4691E-04	5.6765E-07	1.3980E-07	3.4016E-01	1.7967E-02
3	.....	F658N	5.7825E-04	1.5527E-04	2.6301E-07	1.6838E-07	4.9245E-04	1.6775E-04	6.4104E-07	1.6163E-07	3.4166E-01	1.2507E-02
3	.....	F673N	5.7242E-04	1.1241E-04	2.9280E-07	1.2136E-07	5.2409E-04	1.6485E-04	6.9031E-07	1.7423E-07	3.3714E-01	7.3933E-03
3	.....	F791W	7.8601E-04	1.1775E-04	4.1279E-07	1.0035E-07	6.0751E-04	6.6850E-05	8.8784E-07	3.1242E-08	4.1552E-01	2.3553E-02
3	.....	F814W	7.2630E-04	1.3102E-04	3.5254E-07	1.1169E-07	5.5345E-04	6.5002E-05	8.1440E-07	3.7073E-08	3.9633E-01	2.7509E-02
3	.....	F953N	9.2573E-04	5.3979E-05	5.8281E-07	7.2124E-08	3.0597E-04	3.8342E-05	3.2773E-07	2.5017E-08	3.8498E-01	9.2880E-03
4	.....	F336W	7.0842E-05	6.0241E-05	1.0991E-07	1.2679E-07	5.4728E-05	7.6084E-05	5.7422E-08	4.2918E-08	8.0641E-02	7.4788E-03
4	.....	F410M	1.6924E-04	4.1626E-05	1.5847E-07	1.3140E-07	2.7139E-04	1.3844E-04	1.9485E-07	1.2966E-07	1.8544E-03	7.6400E-03
4	.....	F439W	1.0620E-03	2.8368E-04	6.2002E-07	3.4300E-07	4.1942E-05	1.5227E-04	6.7529E-08	1.9327E-07	2.0855E-01	5.4459E-03
4	.....	F502N	5.1309E-05	1.7614E-04	3.1372E-08	1.4909E-07	1.0392E-04	8.7079E-05	2.3511E-08	6.8692E-08	6.4091E-02	4.7144E-02
4	.....	F547M	4.4688E-05	6.9297E-05	7.7930E-08	3.2813E-08	2.1815E-04	7.5754E-05	6.8311E-08	5.6401E-08	6.8528E-02	2.6194E-02
4	.....	F631N	2.6080E-04	9.4397E-05	4.7310E-07	1.1434E-07	5.9569E-04	5.3373E-06	5.1738E-07	1.5702E-08	7.9896E-02	3.1789E-02
4	.....	F656N	5.5046E-05	7.4871E-05	2.2209E-07	7.3680E-08	4.9425E-04	3.8794E-05	3.3328E-07	4.1472E-08	5.6229E-02	2.3318E-02
4	.....	F658N	8.9618E-06	6.4151E-05	1.8333E-07	5.8458E-08	3.2882E-04	2.3197E-05	1.5867E-07	2.1859E-08	1.2142E-02	2.4446E-02
4	.....	F673N	7.3280E-06	8.4427E-05	1.5732E-07	8.0974E-08	3.9325E-04	3.6719E-05	2.1421E-07	3.8549E-08	1.9680E-02	2.4815E-02
4	.....	F791W	4.7632E-05	1.0345E-05	2.7834E-07	4.7405E-08	1.7045E-04	5.4677E-05	1.0261E-07	1.1569E-07	7.6594E-02	1.8588E-02
4	.....	F814W	1.0220E-04	1.3400E-05	2.1858E-07	1.3492E-08	2.8019E-04	1.4567E-06	7.9126E-08	3.3726E-08	7.6468E-02	1.4964E-02
4	.....	F953N	1.9506E-04	3.2979E-05	4.8535E-08	4.3529E-08	7.6459E-04	5.8537E-06	6.2222E-07	5.5928E-09	2.5899E-02	2.0817E-02

TABLE 8  
TRANSFORMATION COEFFICIENTS FOR DIFFERENCES IN  $Y$  FOR CCDs 1, 3, AND 4 OF THE WFPC2

CCD	Filter	$AY$	$\Delta AY$	$BY$	$\Delta BY$	$CY$	$\Delta CY$	$EY$	$\Delta EY$	
1	.....	F336W	4.5267E-04	1.7088E-04	5.1804E-07	1.1211E-07	2.4592E-04	5.3033E-05	2.2030E-01	1.4162E-02
1	.....	F410M	1.9323E-03	9.2308E-05	2.7114E-06	1.2272E-07	2.5148E-05	7.3059E-05	3.5450E-03	7.0452E-02
1	.....	F439W	1.6081E-03	5.3016E-05	2.3206E-06	8.6138E-08	1.5549E-04	1.1260E-05	2.0490E-02	7.6175E-02
1	.....	F502N	1.4251E-04	9.2454E-05	2.6831E-08	2.2215E-07	4.2667E-05	8.7347E-05	2.5410E-01	1.2533E-01
1	.....	F547M	1.9137E-03	6.0862E-04	2.6601E-06	7.9182E-07	3.5608E-05	4.6194E-05	5.8677E-02	1.6615E-01
1	.....	F631N	1.0882E-04	1.7776E-04	1.9568E-07	1.9795E-07	1.1280E-04	2.0756E-05	4.0566E-01	4.1088E-02
1	.....	F656N	8.9587E-04	4.7854E-04	1.6163E-06	7.5881E-07	9.3119E-05	1.1899E-06	2.5839E-01	1.2473E-01
1	.....	F658N	8.8573E-04	5.0645E-04	1.3768E-06	7.1060E-07	1.6862E-04	3.4322E-05	1.5266E-01	1.6439E-01
1	.....	F673N	8.7077E-05	1.0665E-03	2.7405E-07	1.2817E-06	9.6639E-05	7.6852E-05	3.5289E-01	2.4351E-01
1	.....	F791W	1.4453E-03	2.6025E-05	1.8092E-06	1.9504E-07	1.7679E-04	4.0822E-05	1.8141E-02	1.0879E-02
1	.....	F814W	2.0705E-03	8.8579E-05	2.1976E-06	3.4328E-08	2.0374E-04	8.3431E-05	7.3640E-04	2.7700E-03
1	.....	F953N	8.2649E-04	7.9845E-05	5.2590E-07	1.0979E-08	2.6318E-04	6.4035E-05	2.4755E-01	6.2983E-02
3	.....	F336W	2.8360E-04	5.1938E-05	1.9602E-07	7.0531E-08	3.4580E-05	4.5088E-05	1.8913E-01	3.3603E-02
3	.....	F439W	2.6797E-04	8.5947E-05	2.4919E-07	1.0787E-07	8.1453E-06	7.7726E-05	2.3756E-01	4.9785E-02
3	.....	F502N	9.5659E-05	6.4347E-05	3.0898E-07	4.4655E-08	5.7903E-05	7.4473E-05	2.0546E-01	4.3057E-02
3	.....	F547M	2.1216E-04	1.1559E-04	1.4678E-07	9.4336E-08	1.6037E-04	6.0825E-05	2.9655E-01	2.5385E-02
3	.....	F631N	7.2237E-05	1.8187E-04	2.6633E-07	1.9962E-07	2.1996E-04	1.9814E-05	2.4502E-01	7.3686E-03
3	.....	F656N	1.7747E-05	1.1005E-04	1.5898E-07	1.2703E-07	2.2536E-04	3.2498E-05	2.5347E-01	9.8435E-03
3	.....	F658N	1.7834E-05	1.5657E-04	1.1650E-07	1.7216E-07	2.4005E-04	3.7801E-05	2.5356E-01	4.0406E-03
3	.....	F673N	1.4971E-04	1.6268E-04	2.9553E-07	1.9097E-07	2.7553E-04	2.3091E-05	2.3886E-01	2.9042E-03
3	.....	F791W	1.2878E-04	1.1924E-04	1.3474E-07	1.0093E-07	3.9627E-04	3.9766E-05	3.3716E-01	7.4384E-03
3	.....	F814W	2.9778E-05	8.2745E-05	1.4673E-08	5.4746E-08	3.8251E-04	4.7535E-05	3.2137E-01	1.6489E-02
3	.....	F953N	1.3593E-04	6.5447E-05	3.4619E-07	7.2936E-08	3.9784E-04	5.8495E-06	2.8949E-01	1.0085E-03
4	.....	F336W	1.3596E-04	4.7610E-05	7.1020E-08	8.6652E-08	1.0208E-05	1.8239E-05	6.4880E-02	2.7470E-02
4	.....	F410M	1.0364E-04	7.2133E-05	1.0857E-07	5.3161E-08	5.8320E-05	2.1331E-05	3.5865E-02	1.1514E-02
4	.....	F439W	3.1437E-04	2.1234E-04	3.0137E-07	2.4324E-07	5.4500E-06	2.6052E-05	8.8196E-01	1.0723E-03
4	.....	F502N	1.2490E-04	5.2234E-05	3.4937E-07	4.0502E-08	6.6212E-05	2.1759E-05	1.3330E-01	1.5952E-02
4	.....	F547M	7.5882E-05	1.5468E-04	4.1111E-07	1.4637E-07	1.2338E-04	2.5181E-05	1.1845E-01	2.3088E-03
4	.....	F631N	4.5352E-05	1.5893E-04	3.4927E-07	1.8279E-07	1.9190E-04	2.1165E-05	1.2784E-01	3.6521E-03
4	.....	F656N	7.7703E-06	5.6011E-05	2.6099E-07	7.0138E-08	1.8331E-04	1.2293E-05	1.1700E-01	9.1849E-03
4	.....	F658N	1.1524E-04	7.0109E-05	1.4934E-07	8.8199E-08	2.0213E-04	1.3322E-05	1.0481E-01	8.2847E-03
4	.....	F673N	8.2954E-05	9.4264E-05	1.7366E-07	1.0789E-07	2.2335E-04	2.6298E-05	1.1249E-01	9.7699E-03
4	.....	F791W	2.1294E-04	6.0643E-05	2.5708E-08	5.5320E-08	2.9623E-04	3.0729E-05	1.2394E-01	1.2264E-02
4	.....	F814W	1.0914E-04	3.2539E-05	1.3706E-07	3.1141E-08	2.9638E-04	2.9801E-05	1.4806E-01	1.8647E-02
4	.....	F953N	1.6018E-04	6.6380E-06	7.2974E-08	1.3107E-08	2.6701E-04	4.2020E-06	9.3355E-02	9.5677E-03

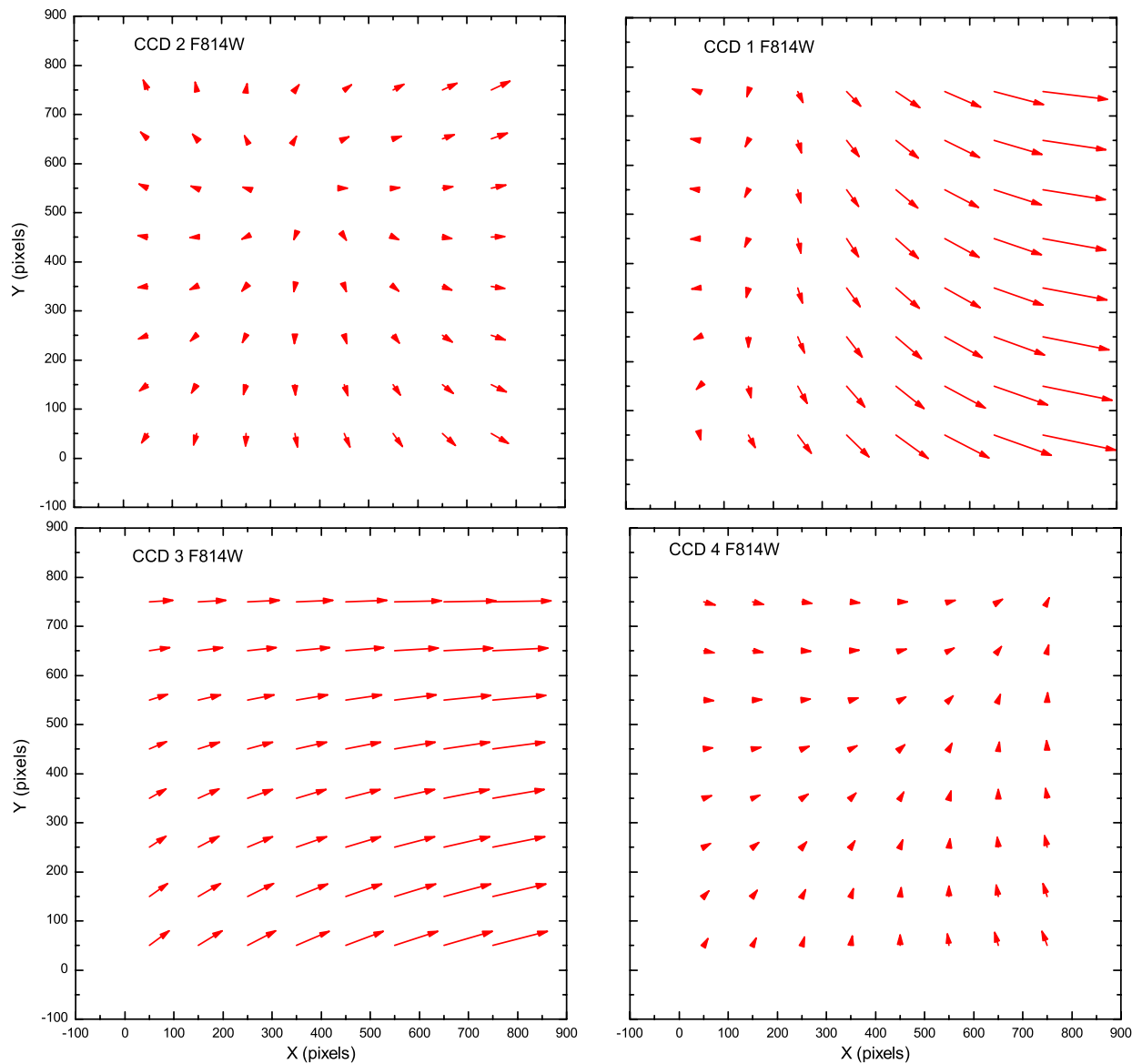


FIG. 3. Vector diagrams of the differences between the measured and the real positions across the surface of the WFPC2 CCDs for filter F814W. To make the differences visible, each vector is magnified by 100. See the online edition of the *PASP* for a color version of this figure.

uncertainties provided by the measuring algorithm for each measured position. If we choose to express the errors as the standard deviation, the peak to peak errors need to be multiplied by approximately 0.3.

After having performed a statistical analysis of the measuring results for the 77 cases considered (41 filters for CCD2 and 12 filters each for CCDs 1, 3, and 4), we determined that the diffracto astrometry measuring algorithm is able to recover the PSF positions with an accuracy of  $\pm 0.1 \pm 0.4$  pixels in

both the  $X$  and  $Y$  coordinates. The correction to the measuring algorithm presented here should improve this accuracy. A statistical analysis of the residuals provides an indication of the accuracy with which the measuring algorithm is able to obtain the position of a PSF on the surface of the CCD. Table 9 gives the accuracy (standard deviation) for each CCD of the WFPC2. We see that in all cases the accuracy is improved, although for CCD 1 it is substantially larger than for the other CCDs. At present we are investigating the possible causes of this



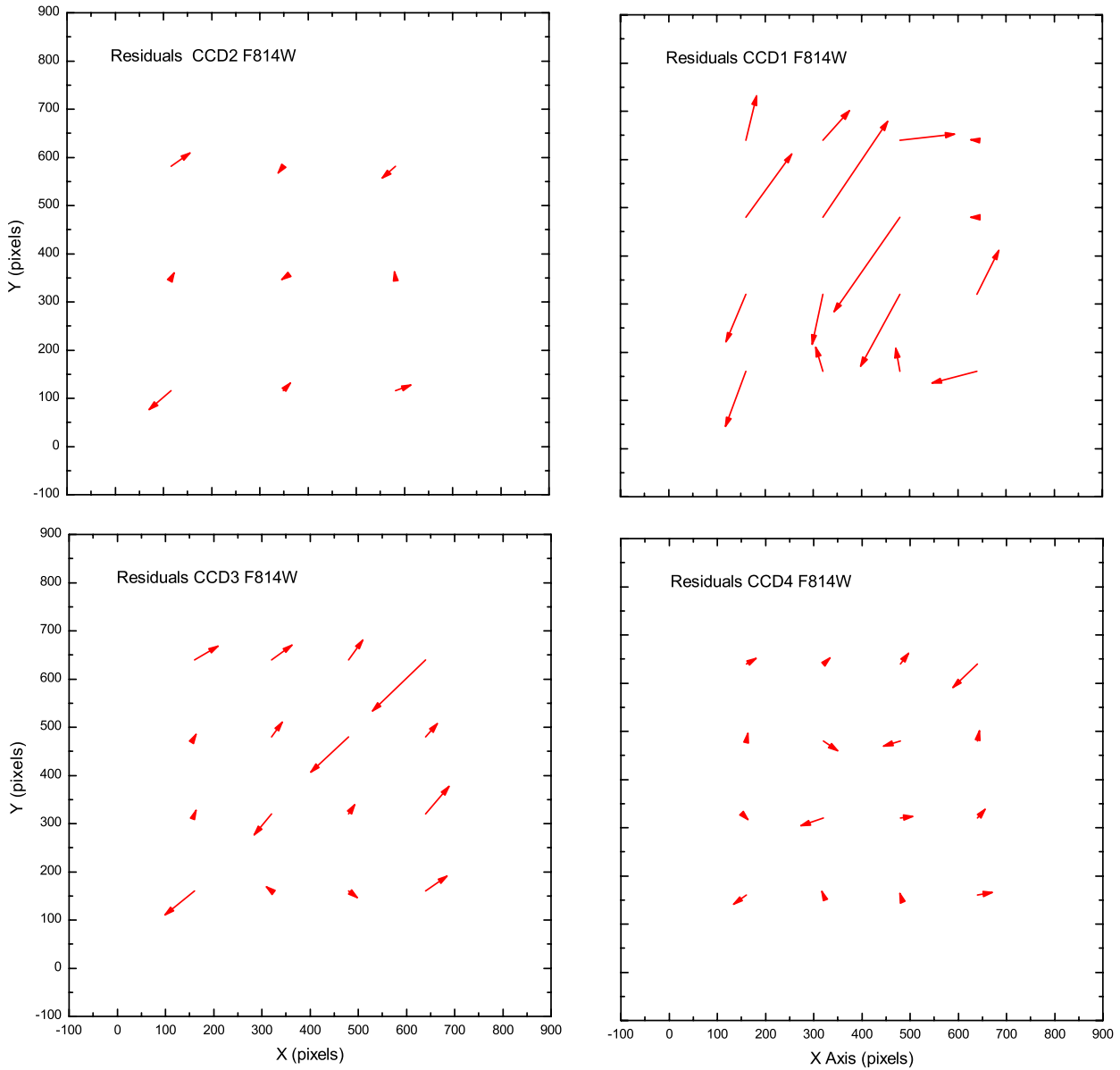


FIG. 4. Vector diagrams of the residuals between the measured and the real positions across the surface of the WFPC2 CCDs for filter F814W. To make the residuals visible, each vector is magnified by 500. See the online edition of the *PASP* for a color version of this figure.

TABLE 9  
ACCURACY OF THE MEASURING ALGORITHM FOR THE CCDs  
OF THE WFPC2

CCD	Accuracy ( $X$ ) (pixels)	Accuracy ( $Y$ ) (pixels)
1 .....	$\pm 0.09$	$\pm 0.13$
2 .....	$\pm 0.03$	$\pm 0.02$
3 .....	$\pm 0.06$	$\pm 0.05$
4 .....	$\pm 0.03$	$\pm 0.02$

difference, as it might be due to limitations of the PSF modeling process, which includes limited sampling, wavelength dependence of optical and detector responses, and field dependence of aberrations.

For CCD 2, for which we performed measurements for 41 different filters, there appears to be a slight dependence of the values of the coefficients of transformation on wavelength. To illustrate this dependence we present a figure for the  $X$  and  $Y$  coefficients, for which the dependence is more noticeable.

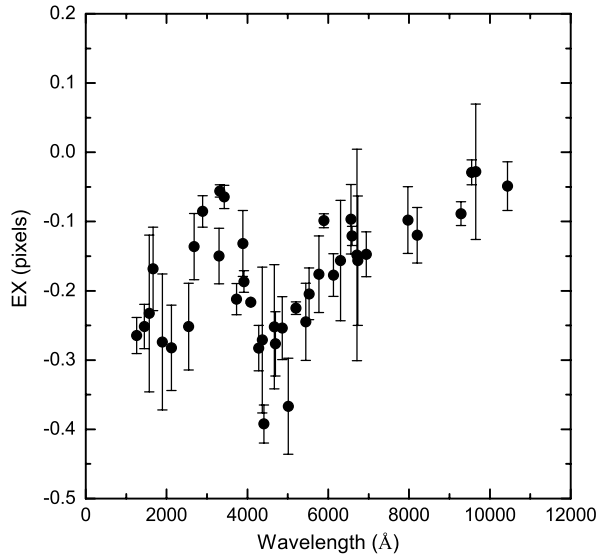


FIG. 5. Dependence of the coefficient  $EX$  with wavelength for CCD 2 of the WFPC2.

Figure 5 shows the run of the value of the  $EX$  transformation coefficient for the  $X$  coordinate as a function of wavelength, and Figure 6 shows the run of the  $DY$  coefficient values, also as a function of wavelength.

In a recent article (Bellini et al. 2011), the authors find a different behavior for very blue and very red stars, which they attribute to a chromatic effect induced by fused silica CCD

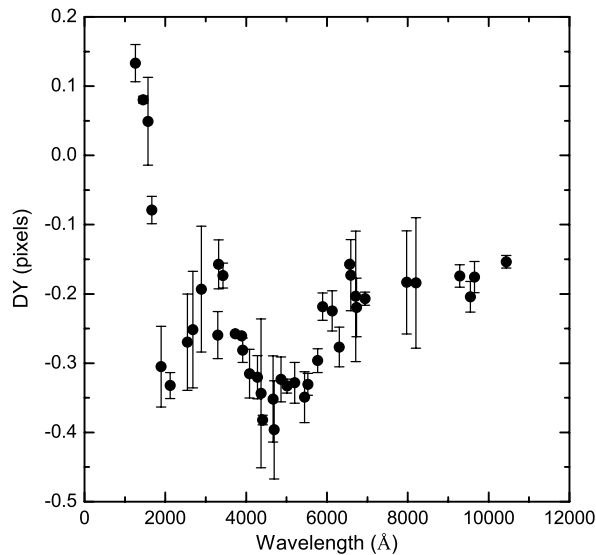


FIG. 6. Dependence of the coefficient  $DY$  with wavelength for CCD 2 of the WFPC2.

windows within the optical system, which refract blue and red photons differently and have a sharp increase of the refractive index below 4000 Å; however, Tiny Tim does not simulate the effects of CCD windows, so the sharp decline of the value of  $DY$  in Figure 6 cannot be explained in this way. We suspect that the variation of the size of the Tiny Tim simulated PSF with wavelength is, in part, a factor that causes the variation of the values of the transformation coefficients.

To recover the astrometric information, it is therefore very important to correct the measurements provided by our algorithm using the appropriate coefficients for each CCD and each different wavelength.

#### 4. CONCLUSIONS

In this article we present an analysis of the ability of the diffracto astrometry measuring algorithm for finding the position of the center of a saturated stellar image on *HST* images. As discussed in § 2, the algorithm assumes that the center of a stellar image coincides with the intersection point of two straight lines that are fitted, following a series of criteria, to the images of the diffraction spikes of a stellar image on a *HST* exposure.

In § 3 we present PSF simulations with the purpose of finding the accuracy of the measuring algorithm. We located these PSFs on the surface of the different CCDs and then compared their theoretical positions with those found by application of the algorithm. The differences between the measured value minus the real value are fitted to a quadratic function of the coordinates, and the transformation coefficients are given in Tables 5, 6, 7, and 8 for a large number of filters available in the WFPC2. The diffracto astrometry measuring algorithm alone recovers the stellar positions with a precision of  $\pm 0.1$  to  $\pm 0.4$  pixels, and after the application of these transformation equations the position is recovered with a precision of a few hundredths of a pixel of the real value (see Table 9). For CCDs 2, 3, and 4 the accuracy varies between 0.02 and 0.06 pixels, and for CCD 1 it results in a larger interval (0.09–0.13 pixels). At present, we believe the difference to be caused by its different sampling rate.

We also found a slight dependence of the values of the transformation coefficients on the wavelength. To ensure the best possible accuracy when obtaining astrometric results, the application of the diffracto astrometry technique requires the use of the appropriate coefficients, presented in this work, for each CCD and for each different wavelength. Further advances and applications of these methods will be published elsewhere.

We are grateful to Direccin General de Asuntos del Personal Acadmico de la Universidad Nacional Autnoma de Mxico for financial support under project Programa de Apoyo a Proyectos de Investigacin e Innovacin Tecnolgica number IN109809. We acknowledge an anonymous referee for his/her numerous suggestions, which greatly improved this work.

## REFERENCES

- Anderson, J., & King, I. R. 1999, *PASP*, 111, 1095  
 . 2003, *PASP*, 115, 113
- Bellini, A., Anderson, J., & Bedin, L. R. 2011, *PASP*, 123, 622
- Dolphin, A. E. 2000, *PASP*, 112, 1397
- Gilliland, R. L. 1994, *ApJ*, 435, L63  
 . 2007, *HST Proposal 11509*, Cycle 16
- Golimowski, D. A., Fastie, W. G., Schroeder, D. J., & Uomoto, A. 1995, *ApJL*, 452, L125
- Holtzman, J. A., Burrows, C. J., Casertano, S., Hester, J. J., Trauger, J. T., Watson, A. M., & Worthey, G. 1995, *PASP*, 107, 1065
- Hook, R., & Stoehr, F. 2008, Instrument Science Report WFC3 2008-014 (Baltimore: STScI)
- Kozhurina-Platais, V., Anderson, J., & Koekemoer, A. M. 2003, Instrument Science Report WFPC2 2003-002 (Baltimore: STScI)
- Krist, J. 1993, in ASP Conf. Ser. 52, *Astronomical Data Analysis Software and Systems II* (San Francisco: ASP), 536  
 . 1995, in ASP Conf. Ser. 77, *Astronomical Data Analysis Software and Systems IV* (San Francisco: ASP), 349
- Maíz-Apellániz, J. 2002, in HST Calibration Workshop, *Hubble after the Installation of the ACS and the NICMOS Cooling System*, eds. S. Arribas, A. Koekemoer, & B. Whitmore (Baltimore: STScI), 346
- Moré, J. J. 1978, in *Numerical Analysis, Lecture Notes in Mathematics*, ed. G. A. Watson (Berlin: Springer), 630, 105
- Olivares, J., Sánchez, L. J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C., Poveda, A., Costero, R., & Nigoche-Netro, A. 2011, *Rev. Mex. AA Ser. Conf.*, 40, 282
- Sánchez, L. J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C., & Poveda, A. 2008, *Rev. Mex. AA. Ser. Conf.*, 34, 10
- Sánchez, L. J., Ruelas-Mayorga, A., Olivares, J., Allen, C., Poveda, A., Costero, R., & Nigoche-Netro, A. 2011a, *Rev. Mex. AA. Ser. Conf.*, 40, 308
- Stetson, P. B. 1998, *PASP*, 110, 1448
- Whitmore, B., Heyer, I., & Casertano, S. 1999, *PASP*, 111, 1559





# Bibliografía

- Abt, H. A., Gomez, A. E., and Levy, S. G. The frequency and formation mechanism of B2-B5 main-sequence binaries. *Astrophysical Journal, Supplement*, 74:551–573, Oct. 1990. 10
- Allen, C. and Poveda, A. The dynamical evolution of trapezium systems. In A. A. Wyller, editor, *Stability of the Solar System and of Small Stellar Systems*, volume 62 of *IAU Symposium*, pages 239–246, 1974. 5, 7, 9, 57
- Allen, C., Poveda, A., and Worley, C. E. The kinematics of trapezium systems. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, 1:101–118, Nov. 1974. 5, 9, 49, 50, 55, 56, 57
- Allen, C., Poveda, A., and Hernández-Alcántara, A. Internal Motions of Trapezium Systems. In *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, Serie de Conferencias*, volume 21, pages 195–199, Aug. 2004. 9, 49, 55, 56, 57, 79
- Ambartsumian, V. A. On the Origin of Stars. *Memoires of the Societe Royale des Sciences de Liège*, 1:293, 1954. 7
- Ambartsumian, V. A. Stellar systems of positive total energy. *The Observatory*, 75:72–78, Apr. 1955. 7
- Anderson, J. and King, I. R. Astrometric and Photometric Corrections for the 34th Row Error in HST’s WFPC2 Camera. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 111:1095–1098, Sept. 1999. 24, 68, 69
- Anderson, J. and King, I. R. Toward High-Precision Astrometry with WFPC2. I. Deriving an Accurate Point-Spread Function. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 112:1360–1382, Oct. 2000. 27
- Anderson, J. and King, I. R. An Improved Distortion Solution for the Hubble Space Telescope’s WFPC2. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 115:113–131, Jan. 2003. 27, 68
- Arfken, G. *Mathematical Methods For Physicists*. Academic Press, 3rd edition, 1985. 60
- Boffi, F. R. *Hubble Space Telescope Primer for Cycle 19*. Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive Baltimore, Maryland 21218, December 2010. 13, 14
- Born, M. and Wolf, E. *Principles of Optics*. Cambridge University Press, 7th edition, 1999. 32, 59, 61, 62, 64
- Burrows, C. J., Holtzman, J. A., Faber, S. M., Bely, P. Y., Hasan, H., Lynds, C. R., and Schroeder, D. The imaging performance of the Hubble Space Telescope. *Astrophysical Journal*, 369:21–25, 1991. 14, 33, 34
- Casertano, S. and Wiggs, M. S. An improved geometric solution for WFPC2. Instrument Science Report 10, Space Telescope Science Institute, 2001. 27
- Costero, R., Echevarria, J., Richer, M. G., Poveda, A., and Li, W.  $\theta^1$  Orionis E. *International Astronomical Union Circulars*, 8669:2, Feb. 2006. 10

- Costero, R., Allen, C., Echevarría, J., Georgiev, L., Poveda, A., and Richer, M. G. The Escaping Spectroscopic Binary  $\theta^1$  Ori E. In *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, Serie de Conferencias*, volume 34, pages 102–105, Dec. 2008. 10, 12, 57
- Cruz-González, C., Recillas-Cruz, E., Costero, R., Peimbert, M., and Torres-Peimbert, S. A catalogue of galactic O stars and the ionization of the low density interstellar medium by runaway stars. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, 1:211–259, Nov. 1974. 9
- Duquennoy, A. and Mayor, M. Multiplicity among solar-type stars in the solar neighbourhood. II - Distribution of the orbital elements in an unbiased sample. *Astronomy and Astrophysics*, 248:485–524, Aug. 1991. 10
- Ferguson, H. Space-based vs. Ground-based telescopes with Adaptive Optics (AO). A summary prepared by the scientific staff of the Space Telescope Science Institute, 2010. 14
- Fischer, D. A. and Marcy, G. W. Multiplicity among M dwarfs. *Astrophysical Journal*, 396:178–194, Sept. 1992. 10
- Galilei, G. Observation of february 4, 1617. Opere, Prima Edizione, Vol. III, part 2, p. 880, 1617. 9
- Gilmozzi, R., Ewald, S., and Kinney, E. The Geometric Distortion Correction for the WFPC Cameras. Technical Report 2, Space Telescope Science Institute, 1995. 27
- Golimowski, D. A., Fastie, W. G., Schroeder, D. J., and Uomoto, A. Hubble Space Telescope Observations of the Very Low Mass Companion to Gliese 105A. *Astrophysical Journal, Letters*, 452:L125, Oct. 1995. 5
- Goodman, J. W. *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, 1968. 64
- Hasan, H. and Burrows, C. J. Telescope Image Modeling (TIM). *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 107:289–298, Mar. 1995. 34
- Hecht, E. *Optics*. Addison Wesley Longman, 3 edition, 1998. 32, 59
- Herbig, G. H. Spectra of Variable Stars in the Orion Nebula. *Astrophysical Journal*, 111:15, Jan. 1950. 12
- Herbig, G. H. and Griffin, R. F.  $\theta^1$  Orionis E as a Spectroscopic Binary. *Astronomical Journal*, 132:1763–1767, Nov. 2006. 12
- Hillenbrand, L. A. On the Stellar Population and Star-Forming History of the Orion Nebula Cluster. *Astronomical Journal*, 113:1733–1768, May 1997. 9
- Holtzman, J. A., Hester, J. J., Casertano, S., Trauger, J. T., Watson, A. M., Ballester, G. E., Burrows, C. J., Clarke, J. T., Crisp, D., Evans, R. W., Gallagher, III, J. S., Griffiths, R. E., Hoessel, J. G., Matthews, L. D., Mould, J. R., Scowen, P. A., Stapelfeldt, K. R., and Westphal, J. A. The performance and calibration of WFPC2 on the Hubble Space Telescope. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 107:156–178, Feb. 1995. 27
- Howell, S. B. *Handbook of CCD Astronomy*. Cambridge Observing Handbooks for Research Astronomers. Cambridge University Press, 2 edition, 2006. 24
- Jeffers, H. M., van Denbos, W. H., and Greeby, F. M. *Index catalogue of visual double stars, 1961.0*. 1963. 12, 55, 87
- Kozhurina-Platais, V., Anderson, J., and Koekemoer, A. M. Toward a Multi-Wavelength Geometric Distortion Solution for WFPC2. Instrument Science Report 2, Space Telescope Science Institute, 2003. 27, 68, 69
- Kraus, S., Balega, Y. Y., Berger, J.-P., Hofmann, K.-H., Millan-Gabet, R., Monnier, J. D., Ohnaka, K., Pedretti, E., Preibisch, T., Schertl, D., Schloerb, F. P., Traub, W. A., and Weigelt, G. Visual/infrared interferometry of Orion Trapezium stars: preliminary dynamical orbit and aperture synthesis imaging of the  $\theta^1$  Orionis C system. *Astronomy and Astrophysics*, 466:649–659, May 2007. 10

- Kraus, S., Weigelt, G., Balega, Y. Y., Docobo, J. A., Hofmann, K.-H., Preibisch, T., Schertl, D., Tamazian, V. S., Driebe, T., Ohnaka, K., Petrov, R., Schöller, M., and Smith, M. Tracing the young massive high-eccentricity binary system  $\theta^1$  Orionis C through periastron passage. *Astronomy and Astrophysics*, 497: 195–207, Apr. 2009. 12
- Krist, J. Tiny Tim: an HST PSF Simulator. In R. J. Hanisch, R. J. V. Brissenden, & J. Barnes, editor, *Astronomical Data Analysis Software and Systems II*, volume 52 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 536, Jan. 1993. 34
- Krist, J. Simulation of HST PSFs using Tiny Tim. In *Astronomical Data Analysis Software and Systems IV*, volume 77 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 349, 1995a. 34
- Krist, J. and Hasan, H. Deconvolution of HST WFPC Images using Simulated PSFs. In *Astronomical Data Analysis Software and Systems II*, volume 52 of *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, page 530, Jan. 1993. 34
- Krist, J. and Hook, R. N. *The Tiny Tim User's Guide*. Space Telescope Science Institute, 6.3 edition, June 2004. 34
- Krist, J. E. WFPC2 Ghosts, Scatter and PSF Field Dependence. In A. P. Koratkar & C. Leitherer, editor, *Calibrating Hubble Space Telescope. Post Servicing Mission*, page 311, 1995b. 33
- Krist, J. E. and Burrows, C. J. Phase-retrieval analysis of pre- and post-repair Hubble Space Telescope images. *Applied Optics*, 34(22):4951–4964, August 1995. 24, 32, 33
- Mason, B. D., Gies, D. R., Hartkopf, W. I., Bagnuolo, Jr., W. G., ten Brummelaar, T., and McAlister, H. A. ICCD speckle observations of binary stars. XIX - an astrometric/spectroscopic survey of O stars. *Astronomical Journal*, 115:821, Feb. 1998. 10, 12
- Mason, B. D., Wycoff, G. L., Hartkopf, W. I., Douglass, G. G., and Worley, C. E. The 2001 US Naval Observatory Double Star CD-ROM. I. The Washington Double Star Catalog. *Astronomical Journal*, 122: 3466–3471, Dec. 2001. 9, 10
- McMaster, M. and Biretta, J. *Wide Field and Planetary Camera 2, Instrument Handbook*. Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive Baltimore, Maryland 21218, 10th edition, August 2008. 13, 21, 32, 33, 34, 39, 43, 67, 68, 69
- Menten, K. M., Reid, M. J., Forbrich, J., and Brunthaler, A. The distance to the Orion Nebula. *Astronomy and Astrophysics*, 474:515–520, Nov. 2007. 9, 46, 51, 56
- Moré, J. The Levenberg-Marquardt Algorithm: Implementation and Theory. *Numerical Analysis*, 630:105, 1978. 39, 68
- Morrell, N. and Levato, H. Spectroscopic binaries in the Orion OB1 association. *Astrophysical Journal, Supplement*, 75:965–985, Apr. 1991. 10
- Nelan, E. P. *Fine Guidance Sensor Instrument Handbook*. Space Telescope Science Institute, 3700 San Martin Drive Baltimore, Maryland 21218, 16 edition, December 2007. 17
- Olivares, J., Sánchez, L. J., Ruelas, A., Allen, C., Poveda, A., Costero, R., and Nigoche-Netro, A. Diffracto-Astrometry of The Orion Trapezium. In *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, Serie de Conferencias*, volume 40, pages 282–282, Oct. 2011. 43
- Padgett, D. L., Strom, S. E., and Ghez, A. Hubble Space Telescope WFPC2 Observations of the Binary Fraction among Pre-Main-Sequence Cluster Stars in Orion. *Astrophysical Journal*, 477:705, Mar. 1997. 10
- Parenago, P. *Astronomical Journal of U.S.S.R.*, 30:249, 1953. 7, 9
- Petr, M. G., Coudé du Foresto, V., Beckwith, S. V. W., Richichi, A., and McCaughrean, M. J. Binary Stars in the Orion Trapezium Cluster Core. *Astrophysical Journal*, 500:825, June 1998. 10



- Poveda, A., Ruiz, J., and Allen, C. Run-away Stars as the Result of the Gravitational Collapse of Proto-stellar Clusters. *Boletín de los Observatorios Tonantzintla y Tacubaya*, 4:86–90, Apr. 1967. 5, 7
- Preibisch, T., Balega, Y., Hofmann, K.-H., Weigelt, G., and Zinnecker, H. Multiplicity of the massive stars in the Orion Nebula cluster. *New Astronomy*, 4:531–542, Dec. 1999. 12
- Reed, B. C. Catalog of Galactic OB Stars. *Astronomical Journal*, 125:2531–2533, May 2003. 12
- Ruelas-Mayorga, A., Sánchez, L. J., Olivares, J., Allen, C., Poveda, A., Costero, R., and Nigoche-Netro, A. Diffracto-Astrometry Measurements: Accuracy of the Measuring Algorithm. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 123:1290–1301, Nov. 2011. 68
- Sánchez, L. J., Ruelas-Mayorga, A., Allen, C., and Poveda, A. Diffracto-Astrometry with Hubble Space Telescope and Adaptive Optics Images. *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, Serie de Conferencias*, 34, 2008. 5, 57
- Sánchez, L. J., Olivares, J., Ruelas, A., Allen, C., Poveda, A., Costero, R., and Nigoche-Netro, A. The Techniques of Diffracto-Astrometry applied to Hubble Space Telescope and Adaptive Optics Images. In *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica, Serie de Conferencias*, volume 40, pages 308–308, Oct. 2011. 41
- Schertl, D., Balega, Y., Preibisch, T., and Weigelt, G. Orbital motion of the massive multiple stars in the Orion Trapezium. *Astronomy and Astrophysics*, 402:267–275, 2003. 12
- Schroeder, D. J. *Astronomical Optics*. Academic Press, second edition, 2000. 32
- Schroeder, D. J. and Golimowski, D. A. Searching for Faint Companions to Nearby Stars with the Hubble Space Telescope. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 108:510, June 1996. 33
- Simon, M., Close, L. M., and Beck, T. L. Adaptive Optics Imaging of the Orion Trapezium Cluster. *Astronomical Journal*, 117:1375–1386, Mar. 1999. 10
- Trauger, J. T., Vaughan, A. H., Evans, R. W., and Moody, D. C. Geometry of the WFPC2 Focal Plane. In A. P. Koratkar & C. Leitherer, editor, *Calibrating Hubble Space Telescope. Post Servicing Mission*, page 379, 1995. 27
- Underhill, A. and Doazan, V. *B Stars with and without emission lines, parts 1 and 2*. 1982. 12
- Vitrichenko, É. A. A Preliminary Radial-Velocity Curve for the Star  $\theta^1$  Ori D. *Astronomy Letters*, 28: 843–846, Dec. 2002. 10
- Voss, R., Diehl, R., Vink, J. S., and Hartmann, D. H. Probing the evolving massive star population in Orion with kinematic and radioactive tracers. *Astronomy and Astrophysics*, 520:A51, Sept. 2010. 12
- Weigelt, G., Preibisch, T., Schertl, D., Balega, Y., and Zinnecker, H. Bispectrum speckle interferometry of the Orion Trapezium stars: detection of a close (33 mas) companion of  $\theta^1$  Ori C. In R. E. Schielicke, editor, *Astronomische Gesellschaft Abstract Series*, volume 15, page 98, 1999. 10
- Wells, D. C., Greisen, E. W., and Harten, R. H. FITS - a Flexible Image Transport System. *Astronomy and Astrophysics, Supplement*, 44:363, June 1981. 28
- Wilson, R. E. General catalogue of stellar radial velocities. *Carnegie Institute Washington D.C. Publication*, 1953. 12