



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
ENERGÍA – SOLAR FOTOTÉRMICA

TRANSFERENCIA DE CALOR EN UN RECEPTOR DE ENERGÍA SOLAR  
CONCENTRADA DEL TIPO DE CAVIDAD CÚBICA ABIERTA

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
DOCTOR EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
MOISÉS MONTIEL GONZÁLEZ

TUTOR PRINCIPAL:  
DR. CLAUDIO ALEJANDRO ESTRADA GASCA, IER-UNAM

COMITÉ TUTOR:  
DR. CAMILO A. ARANCIBIA BULNES, IER-UNAM  
DRA. GABRIELA DEL S. ÁLVAREZ GARCÍA, CENIDET  
DR. JESÚS P. XAMÁN VILLASEÑOR, CENIDET  
DRA. HEIDI I. VILLAFÁN VIDALES, IER-UNAM

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: DR. CAMILO ALBERTO ARANCIBIA BULNES  
Secretario: DR. CLAUDIO ALEJANDRO ESTRADA GASCA  
Vocal: DR. JESÚS PERFECTO XAMÁN VILLASEÑOR  
1<sup>er</sup>. Suplente: DRA. HEIDI ISABEL VILLAFÁN VIDALES  
2<sup>d</sup> o. Suplente: DRA. GABRIELA DEL SOCORRO ÁLVAREZ GARCÍA

Lugar o lugares donde se realizó la tesis:

Instituto de Energías Renovables, UNAM. Temixco, Morelos. México.

**TUTOR DE TESIS:**

DR. CLAUDIO ALEJANDRO ESTRADA GASCA

---

**FIRMA**

## **DEDICATORIA**

*A Dios, Creador, Sustentador y Señor de mi vida. Lo que soy y un día anhelo ser, lo debo todo ÉL. SOLI DEO GLORIA.*

*A mi esposa Yaneri, por ser la ayuda idónea, y a mis hijos: Erandi Anaís, Magdiel Moisés, Neri Abigail y Esteban Asaf, por ser la bendición y fuerza impulsora más grande que Dios me ha dado en esta vida.*

*A mis padres: María del Carmen González y Felipe de Jesús Montiel, por ser un ejemplo de valor y fe, perseverancia y sentido de responsabilidad.*

*A mi hermana Ruth Montiel por el amor filial y fraternal que nos une, el cual he visto demostrado en apoyo espiritual y moral desde que éramos niños.*

## **AGRADECIMIENTOS**

*Al Dr. Claudio A. Estrada Gasca: por transmitirme parte de sus conocimientos, por ser un ejemplo de liderazgo proactivo, por su respeto, confianza y paciencia mostrados durante la dirección de la tesis. También agradezco su apoyo económico, su amistad y sus consejos.*

*A la Dra. Gabriela Álvarez, por sus asertivas críticas, aportaciones y recomendaciones realizadas para mejorar los resultados experimentales y la redacción de la tesis.*

*Al Dr. Jesús P. Xamán, por sus observaciones, aportaciones y sugerencias realizadas para mejorar los resultados numéricos y la redacción de la tesis.*

*Al Dr. Camilo A. Arancibia, por su confianza, así como sus observaciones y sugerencias realizadas durante la revisión de la tesis.*

*A la Dra. Heidi I. Villafán por sus acertadas observaciones y sugerencias para mejorar la redacción de la tesis, en particular, por corregir la redacción del resumen en inglés.*

*Al Ing. José de Jesús Quiñones Aguilar, por su apoyo técnico en la alineación de los componentes del mini horno solar y también en el montaje experimental del receptor.*

*Al Dr. Carlos A. Pérez Rábago, por su apoyo técnico y aportaciones al control del mini horno solar, así como en la caracterización térmica del material del receptor.*

*Al Dr. Oscar J. y Dr. Rafael C., por su ayuda en los experimentos preliminares de radiación.*

*A Maribel Fernández y Cristina Brito por el apoyo brindado en diversas ocasiones. A Carlos Ramírez por su amable atención en los servicios de biblioteca.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada y al IER-UNAM por darme la oportunidad e infraestructura para llevar a buen término ésta investigación.*

*A mis amigos y compañeros: Alejandro Bautista por su colaboración y apoyo incondicional en la realización de los últimos experimentos. A Iván, Esteban, Ulises D., Lizbeth, Amílcar, Ulises Ll., Eduardo, Alejandro Ordaz, Onésimo, Ricardo, Javier y Emiliano V., que de una u otra forma me apoyaron durante el desarrollo de éste proyecto. ¡Muchas gracias a todos!*

---

---

## ÍNDICE

Lista de figuras	iii
Lista de tablas	v
Nomenclatura	vi
Resumen	ix
Abstract	xi
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Energía, formas de energía y panorama energético	1
1.2 Sistemas de energía solar térmica por concentración	3
1.3 Revisión bibliográfica	7
1.4 Objetivos generales y particulares	17
1.5 Estructura general del trabajo	18
<b>Capítulo 2. Descripción del problema físico y modelo matemático</b>	<b>19</b>
2.1 Descripción general de las propiedades termofísicas	19
2.2 Descripción del problema físico	25
2.3 Modelo geométrico del problema físico	27
2.4 Modelo matemático	28
2.5 Modelo de intercambio radiativo superficial	34
2.6 Condiciones de frontera para la cavidad	36
2.7 Análisis del número de Rayleigh	38
<b>Capítulo 3. Solución numérica</b>	<b>41</b>
3.1 El concepto de discretización	42
3.2 Métodos de discretización	43
3.3 La ecuación diferencial generalizada	46
3.4 Generación de la malla numérica	47
3.5 Integración y discretización de las ecuaciones gobernantes	48
3.6 Algoritmos de acople presión-velocidad	56
3.7 Implementación de las condiciones de frontera	66
3.8 Evaluación de las propiedades termofísicas	68
3.9 Solución del sistema de ecuaciones discretizadas	70
3.10 Criterio de convergencia del método de solución	71

---

---

<b>Capítulo 4. Resultados numéricos</b>	73
4.1 Verificación del código numérico	74
4.2 Estudio de independencia de malla	79
4.3 Análisis de resultados numéricos	82
<b>Capítulo 5. Diseño experimental</b>	93
5.1 Componentes del arreglo experimental	93
5.2 Integración de componentes del arreglo experimental	110
5.3 Instrumentación del receptor tipo cavidad	110
5.4 Tiempo de respuesta del receptor tipo cavidad	113
5.5 Diseño de los experimentos	116
<b>Capítulo 6. Análisis y comparación de resultados</b>	118
6.1 Análisis de resultados del experimento A	119
6.2 Comparación de resultados teóricos con el experimento A	126
<b>Capítulo 7. Conclusiones y recomendaciones</b>	130
7.1 Conclusiones del estudio teórico	130
7.2 Conclusiones del estudio experimental y de la comparación	132
7.3 Recomendaciones para trabajos futuros	132
<b>Bibliografía</b>	134
<b>Apéndice A</b>	142
A.1 Análisis de resultados del experimento B	142
A.2 Comparación de resultados teóricos con el experimento B	148
<b>Apéndice B</b>	153
B.1 Cálculo de incertidumbres	153

---



---

**LISTA DE FIGURAS**

<b>Figura</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
1.1	Tipos de sistemas de concentración solar	5
1.2	Plantas de potencia solar concentrada en construcción y desarrollo	6
2.1	Variación de las propiedades termofísicas del aire con la temperatura	25
2.2	Diagrama óptico y térmico de un sistema de generación eléctrica termosolar tipo dish/Stirling	26
2.3	Modelo geométrico de la cavidad abierta	28
2.4	Comparación de propiedades termofísicas del aire experimentales y calculadas con correlaciones	33
2.5	Comportamiento del Número de Rayleigh con propiedades termofísicas calculadas a temperatura promedio	38
2.6	Comportamiento del Número de Rayleigh con propiedades termofísicas calculadas a temperatura ambiente	39
3.1	Volumen de control para una malla en 2D	47
3.2	Volúmenes de control para los componentes de velocidad en la malla desplazada	57
3.3	Diagrama de flujo del Algoritmo SIMPLC	64
3.4	Distancias asociadas con la frontera de un volumen de control en una malla no-uniforme	68
3.5	Diagrama de flujo de la transferencia de calor conjugada en la cavidad	72
4.1	Malla de discretización espacial no uniforme	79
4.2	Componentes de velocidad en el centro de la cavidad para diferentes mallas	81
4.3	Contornos de líneas de corriente como función del parámetro $\phi$ para $Ra=10^5$	83
4.4	Efecto del número de Rayleigh sobre las líneas de corriente para $\phi=0.033$ y $\phi=0.667$	84
4.5	Campo de temperaturas como función del parámetro $\phi$ para $Ra=10^5$	86
4.6	Efecto del número de Rayleigh sobre el campo de temperaturas para $\phi=0.033$ y $\phi=0.667$	88
4.7	Número de Nusselt total numérico y calculado con las correlaciones.	90
5.1	Esquema de componentes del arreglo experimental	95
5.2	Esquema del DEFRAC y distribución de los espejos	96
5.3	Esquema y fotografía del heliostato del mini-horno solar	97
5.4	Esquema y fotografía del atenuador del mini-horno solar	98
5.5	Posición de la cavidad y tamaño de la imagen solar proyectada para el grupo A de los espejos del DEFRAC	100
5.6	Posición de la cavidad y tamaño de la imagen solar proyectada para el grupo B de los espejos del DEFRAC	101
5.7	Posición de la cavidad y tamaño de la imagen solar proyectada para el grupo C de los espejos del DEFRAC	102

---



---



---

---

5.8	Componentes del experimento para caracterizar el material de la cavidad.	104
5.9	Muestras de alúmina-sílice para caracterización del material.	106
5.10	Instrumentación de las muestras de alúmina-sílice.	107
5.11	Medida indirecta de la emitancia de la muestra con un pirómetro.	108
5.12	Proceso de construcción de la cavidad.	109
5.13	Integración de componentes del arreglo experimental.	110
5.14	Diseño de colocación de los termopares en el receptor tipo cavidad.	112
5.15	Instrumentación de la cavidad con termopares.	113
5.16	Tiempos de respuesta del receptor.	115
6.1	Evolución de la radiación directa durante el experimento A.	119
6.2	Evolución de las temperaturas en la placa receptora durante el experimento A.	120
6.3	Comportamiento de la temperatura en la placa en el estado permanente del experimento A.	121
6.4	Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a $y=0.1$ cm, durante el experimento A.	122
6.5	Temperaturas del aire a $y=0.1$ cm en el estado permanente.	123
6.6	Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a $y=7.9$ cm.	124
6.7	Temperaturas del aire a $y=7.9$ cm en el estado permanente del experimento A.	124
6.8	Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas promedio del receptor en el experimento A, a $y=0.1$ cm.	128
6.9	Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas promedio del receptor en el experimento A, a $y=7.9$ cm.	129
A1	Evolución de las temperaturas en la placa receptora durante el experimento B.	143
A2	Comportamiento de la temperatura en la placa en el estado permanente del experimento B.	144
A3	Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a $y=0.1$ cm durante el experimento B.	145
A4	Temperaturas del aire a $y=0.1$ cm en el estado permanente del experimento B.	146
A5	Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a $y=7.9$ cm durante el experimento B.	146
A6	Temperaturas del aire a $y=7.9$ cm en el estado permanente del experimento B.	147
A7	Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas del experimento B a $y=0.1$ cm.	151
A8	Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas del experimento B a $y=7.9$ cm.	152
B1	Evolución de las temperaturas durante el experimento para determinar conductividad térmica y calor específico de las muestras.	157

---

---

---



---

**LISTA DE TABLAS**

<b>Tabla</b>	<b>Descripción</b>	<b>Página</b>
1.1	Estudios teóricos en cavidades abiertas.	9
1.2	Estudios teórico-experimentales en cavidades abiertas.	11
1.3	Estudios experimentales en receptores tipo cavidad.	12
2.1	Propiedades termofísicas del aire a presión atmosférica.	24
3.1	Equivalencias de las ecuaciones gobernantes respecto a la ecuación de conservación generalizada.	47
3.2	Función $A$ ( $ Pe $ ) para los esquemas de bajo orden.	56
4.1	Comparación de números de Nusselt convectivos promedio para el primer problema de verificación.	77
4.2	Comparación de números de Nusselt promedio en la pared isotérmica de la cavidad para el segundo problema de verificación.	78
4.3	Efecto del refinamiento de malla sobre el número de Nusselt.	80
4.4	Efecto del refinamiento de malla sobre las velocidades máximas.	81
4.5	Números de Nusselt promedio en la pared isotérmica de la cavidad.	89
4.6	Diferencias porcentuales entre los Números de Nusselt promedio obtenidos con PV y AB.	90
4.7	Coefficientes de transferencia de calor convectivos $h$ ( $W/m^2K$ ) sobre la pared isotérmica.	91
4.8	Flujos de calor promedio ( $W/m^2$ ) sobre la pared isotérmica.	92
4.9	Números de Nusselt promedio calculando el flujo de calor conductivo a 300 K, para número de Rayleigh de $10^6$ .	92
5.1	Resumen de propiedades termofísicas de las muestras.	108
6.1	Temperaturas promedio en el receptor en el experimento A.	126
6.2	Comparación cuantitativa de las temperaturas teóricas con las temperaturas medidas en el experimento A.	128
A1	Temperaturas promedio en el receptor durante el estado permanente del experimento B.	149
A2	Comparación cuantitativa de las temperaturas teóricas con las temperaturas medidas en el experimento B.	150

---



---

**NOMENCLATURA**
**Latinas**

<b>Símbolo</b>	<b>Descripción</b>	<b>Unidad</b>
$A$	Valor asignado en una condición de frontera	Adimensional
$A( Pe )$	Función de Peclet	Adimensional
$a_p, a_E, a_w, a_N, a_S$	Coefficientes de la ecuación discretizada	variable
$C_p$	Calor específico a presión constante	J/kg K
$D_e, D_w, D_n, D_s$	Flujos difusivos en las fronteras de los volúmenes de control	kg m/s
$E$	Energía total	J/kg
$e_{cin}$	Energía cinética	J/kg
$e_{int}$	Energía interna	J/kg
$f$	Función de densidad del agua	Adimensional
$F_e, F_w, F_n, F_s$	Flujos convectivos en las fronteras de los volúmenes de control	kg m/s
$g$	Aceleración debida a la gravedad	m/s <sup>2</sup>
$Gr$	Número de Grashof	Adimensional
$h$	Entalpía	J/kg
$h$	Coefficiente de transferencia de calor convectivo	W/m <sup>2</sup> K
$J_e, J_w, J_n, J_s$	Flujos totales en las fronteras de los volúmenes de control	kg m/s
$k$	Conductividad térmica	W/m K
$L$	Ancho y alto de la cavidad	m
$Nu$	Número de Nusselt local	Adimensional
$\overline{Nu}_c$	Número de Nusselt convectivo promedio	Adimensional
$\overline{Nu}_r$	Número de Nusselt radiativo promedio	Adimensional
$\overline{Nu}_t$	Número de Nusselt total promedio	Adimensional
$p$	Presión del fluido	N/m <sup>2</sup>

---



---

$P$	Presión del fluido	Adimensional
$Pe$	Número de Peclet	Adimensional
$P_0$	Parámetro para adimensionalizar la presión	N/m <sup>2</sup>
$Pr$	Número de Prandtl	Adimensional
$q_{Conductivo}$	Flujo de calor por conducción	W/m <sup>2</sup>
$q_{Convectivo}$	Flujo de calor por convección	W/m <sup>2</sup>
$\overline{q_{conv}}$	Flujo de calor convectivo promedio	W/m <sup>2</sup>
$\overline{q_{rad}}$	Flujo de calor radiativo promedio	W/m <sup>2</sup>
$\overline{q_{total}}$	Flujo de calor total promedio	W/m <sup>2</sup>
$R$	Constante del aire	J/kg K
$R_{m\acute{a}sico}$	Residuo de la ecuación de continuidad	Adimensional
$R_{\phi}$	Residuo de las variables dependientes	Adimensional
$Ra$	Numero de Rayleigh	Adimensional
$Re$	Número de Reynolds	Adimensional
$S$	Término fuente	Variable
$S_P$	Término fuente dependiente de la variable	Variable
$S_C$	Término fuente independiente de la variable	Variable
$t$	Tiempo	s
$T$	Temperatura	°C o K
$Tr$	Razón de temperaturas relativas	Adimensional
$V$	Vector de velocidad en tres direcciones	m/s
$u$	Velocidad en dirección horizontal	m/s
$v$	Velocidad en dirección vertical	m/s
$u_{max}$	Velocidad máxima en dirección horizontal	m/s
$v_{max}$	Velocidad máxima en dirección vertical	m/s
$x$	Coordenada en dirección horizontal	m
$y$	Coordenada en dirección vertical	m

---



---

**Griegas**

$\alpha$	Difusividad térmica	m <sup>2</sup> /s
$\alpha$	Factor de relajación	Adimensional
$\beta$	Coefficiente de expansión térmica	1/K
$\delta_{ij}$	Delta de Kronecker	Adimensional
$\delta x_e, \delta x_w$	Distancia entre nodos computacionales en dirección horizontal	m
$\delta y_n, \delta y_s$	Distancia entre nodos computacionales en dirección vertical	m
$\Delta t$	Incremento en el tiempo	s
$\Delta T$	Diferencia de temperaturas	°C o K
$\Delta x$	Espesor de un volumen de control en dirección horizontal	m
$\Delta y$	Espesor de un volumen de control en dirección vertical	m
$\varepsilon$	Emisividad de las superficies	Adimensional
$\varphi$	Diferencia de temperaturas	Adimensional
$\phi$	Variable dependiente general ( $u, v, P, T$ )	Variable
$\Gamma$	Coefficiente de difusión	Variable
$\lambda$	Propiedad termofísica general ( $\rho, \mu, k, Cp$ )	Variable
$\nu$	Viscosidad cinemática	m <sup>2</sup> /s
$\mu$	Viscosidad dinámica o absoluta	kg/m s
$\theta$	Cociente de temperaturas	Adimensional
$\rho$	Densidad del fluido	kg/m <sup>3</sup>
$\tau_{ij}$	Tensor de esfuerzos viscosos	N/m <sup>2</sup>
$\tau_{xx}$	Esfuerzos normales en dirección horizontal	N/m <sup>2</sup>
$\tau_{yy}$	Esfuerzos normales en dirección vertical	N/m <sup>2</sup>
$\tau_{xy}$	Esfuerzos tangenciales	N/m <sup>2</sup>
$\Psi$	Líneas de corriente	Adimensional

## RESUMEN

La transferencia de calor conjugada en cavidades abiertas ha sido ampliamente estudiada en años recientes, debido a su directa relevancia en el diseño y caracterización de receptores de sistemas de concentración solar de foco puntual. En estos dispositivos se registran temperaturas superiores a 600 K, debido a que en ellos se lleva a cabo la captura de la radiación solar concentrada y los fenómenos que predominan son la convección natural y el intercambio radiativo superficial. Sin embargo, a altas temperaturas, la convección natural depende en gran medida de las propiedades termofísicas del fluido. En consecuencia, la variación de estas propiedades con la temperatura tiene una influencia significativa sobre la transferencia de calor y sobre la dinámica del fluido. Por lo anterior, en este trabajo se presenta un estudio teórico-experimental de la transferencia de calor por convección natural y radiación térmica superficial en un receptor tipo cavidad cúbica abierta.

El estudio teórico consiste en resolver la convección natural laminar con radiación térmica superficial en una cavidad cuadrada abierta por un extremo, considerando dominio restringido al interior de la cavidad y paredes horizontales adiabáticas. Los parámetros gobernantes para este estudio son: números de Rayleigh de  $10^4$ - $10^6$  y diferencias de temperatura de 10 K a 400 K entre la pared isotérmica y la apertura de la cavidad. Las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía en estado permanente en 2D fueron resueltas numéricamente mediante la metodología de volumen finito utilizando el algoritmo SIMPLEC. Las propiedades

termofísicas del fluido se consideran, como primer caso, variables con la temperatura en todas las ecuaciones gobernantes y, como segundo caso, se consideran propiedades termofísicas constantes, excepto la densidad en el término de flotación (aproximación de Boussinesq) de las ecuaciones de cantidad de movimiento, con el propósito de obtener los límites de validez de dicha aproximación, así como comparar los resultados de ambos modelos teóricos. El intercambio radiativo superficial se resuelve mediante la formulación de radiosidad-irradiancia. La verificación del código numérico se realiza con problemas de referencia reportados en la literatura, encontrándose buena concordancia entre los resultados. Por consiguiente, el código numérico desarrollado es confiable.

Los resultados teóricos incluyen el efecto de las propiedades termofísicas variables sobre el campo térmico y de flujo así como la variación del número de Nusselt total promedio como función del número de Rayleigh y de las diferencias de temperatura adimensionales.

El estudio experimental incluye la integración, montaje y puesta en operación de los componentes de un mini-horno solar, así como el diseño, caracterización de materiales, construcción, instrumentación y puesta en operación de un receptor tipo cavidad cúbica abierta para realizar las pruebas experimentales y así comparar con los resultados de los modelos teóricos.

En los resultados experimentales se presentan las temperaturas del aire medidas en el interior del receptor y la comparación con las temperaturas obtenidas con los modelos teóricos. Como resultado de la comparación de las temperaturas teóricas respecto a las experimentales, se obtuvo una desviación promedio de 3.0 % con el modelo de propiedades termofísicas variables y de 5.4% con el modelo de la aproximación de Boussinesq.

## **ABSTRACT**

Conjugate heat transfer in open cavities has been extensively studied in recent years due to its direct relevance in the design and characterization of solar receivers of point focus concentration systems. These devices present temperatures higher than 600 K, because in them concentrated solar radiation is captured and the predominant phenomena are natural convection and surface radiative exchange. However, for high temperatures, the natural convection depends in great measure on the thermophysical properties of the fluid. Consequently, the variation of these properties with temperature has a significant influence on the heat transfer and fluid dynamics. Therefore, in this work is presented a theoretical and experimental study of heat transfer by natural convection and thermal radiation on an open cubic cavity-type receiver.

The theoretical study consists on solving the laminar natural convection and the surface thermal radiation on a square open cavity at one end, considering restricted domain at the internal cavity walls, and adiabatic horizontal walls. For this study the relevant governing parameters are: Rayleigh numbers from  $10^4$  to  $10^6$ , temperature differences from 10 K to 400 K between the isothermal wall and the opening of the cavity. The steady-state conservation equations of mass, momentum and energy in 2D are solved numerically by the finite volume method and by using the SIMPLEC algorithm. The thermophysical properties of the fluid are considered, for the first case, as temperature dependant in all the governing equations, and for the second case, constant, except for the density at the buoyancy term (Boussinesq approach). These



two analyses have the purpose of comparing the results of both theoretical models and also obtaining the validity limits of Boussinesq approach. The radiative exchange is solved by using the radiosity-irradiance model. The numerical code was verified with benchmark problems reported in the literature, obtaining a good agreement between numerically obtained results and benchmark results. Therefore, the numerical code is reliable.

The theoretical results include the effect of the variable thermophysical properties on the thermal and flow fields; and the variation of the total average Nusselt number as a function of Rayleigh number and dimensionless temperature differences.

The experimental study consists on the installation, integration and operation of the components of the IER-UNAM mini-solar furnace; as well as, the design, characterization of materials, construction, instrumentation, and operation of an open cubic cavity-type receiver with the aim to perform experimental tests, and to compare experimentally obtained results with theoretical models.

Experimental results include air temperature measurements inside the receiver. These results are compared with theoretically obtained air temperatures, and the average deviation between both results is around 3.0%, when using the model with variable thermophysical properties, and is around 5.4% when using the Boussinesq approach.

# CAPÍTULO 1

## Introducción

### 1.1 Energía, formas de energía y panorama energético

Energía es hoy un vocablo tan común que nos asombra enterarnos que la palabra fue acuñada hace menos de dos siglos, en la época en que se inventó la máquina de vapor. Fue solo entonces que los científicos e ingenieros comenzaron a comprender que el calor, el movimiento, la luz, la electricidad y las fuerzas que mantiene a los átomos juntos en las moléculas pueden vincularse a través de la relación entre las diferentes formas de energía.

Desde su raíz etimológica, se identifica al término “energía” con la capacidad para causar un cambio o, en términos técnicos, para realizar trabajo. Sin embargo, los científicos e ingenieros han estado más interesados en el estudio de las transformaciones, usos y aplicaciones de la energía que en construir un modelo de lo que es “energía”. Esto obedece al hecho de que la vida cotidiana sería inimaginablemente complicada sin el uso de la energía en sus diversas formas. Baste pensar en las acciones que realiza una persona promedio de cualquier lugar del mundo en un día de rutina: por la mañana cuando despierta, casi con total seguridad acciona un interruptor para encender alguna lámpara o foco e iluminar su dormitorio. En el momento en que se prepara sus alimentos, utiliza diversos aparatos electrodomésticos que requieren de energía eléctrica para su funcionamiento. Los

procesos para la fabricación de la vestimenta que usa requieren de alguna forma de energía. Si la escuela o lugar de trabajo se encuentra a una distancia considerable del lugar donde vive, tendrá que utilizar algún medio de transporte que demanda algún tipo de energía para moverse, etc.

Se puede apreciar claramente que el aprovechamiento y generación de energía está dirigida a satisfacer y facilitar las actividades humanas. Sin embargo, es necesario reconocer que los recursos que se utilizan actualmente como fuentes primarias de energía también causan graves inconvenientes: hace algunos años, cuando el carbón vegetal era la fuente principal de calefacción en los hogares muchas personas fallecieron por inhalación de humo, además que se pusieron en peligro los bosques por la tala inmoderada. Este es sólo un ejemplo de que el uso indiscriminado de combustibles fósiles (petróleo, carbón y gas natural) ha provocado un aumento en los niveles de contaminación ambiental, con el consecuente perjuicio de la salud y el deterioro del ecosistema. La conciencia ecológica ha dejado de ser una moda, para convertirse en una necesidad apremiante. Si no se modifican las formas actuales de generar energía, es probable que se comprometa el futuro de la humanidad y del planeta.

Las energías renovables como son: la solar, la del viento, la biomasa, la geotérmica y la del agua representan la alternativa más prometedora y sustentable para superar la crisis energética del mundo y en particular de México. En las últimas décadas, la energía solar ha cobrado importancia como fuente energética, debido principalmente a tres aspectos:

1. El aumento significativo de la demanda energética.
2. El daño irreversible del uso de combustibles fósiles sobre el medio ambiente.
3. El agotamiento de las reservas del petróleo barato, lo que probablemente aumentará el precio de los combustibles fósiles.

En consecuencia, hoy en día los precios de un calentador solar y de uno de gas son competitivos, lo que no sucedía hace 30 años. Así, con respecto a los costos, los sistemas solares son cada vez más económicos, con la gran ventaja de que el

combustible, la luz del Sol, no contamina el ambiente, aparece todas las mañanas sin cobrar y además es inagotable.

México posee regiones con valores de insolación de los más altos del mundo, 5.5 kW/m<sup>2</sup>/día promedio anual [NASA, 2005], en consecuencia, el aprovechamiento de la energía solar es una opción energética estratégica para el país. El que esta fuente de energía sea rentable depende en gran medida del avance en investigación aplicada, así como del desarrollo tecnológico que se logre en un futuro cercano. Esto a su vez, depende de la cantidad de recursos económicos destinados a su estudio, así como del interés y grado de compromiso que se preste a su desarrollo.

## **1.2 Sistemas de energía solar térmica por concentración**

Los sistemas de energía solar por concentración (CSP, “Concentrated Solar Power”) utilizan elementos ópticos en forma de espejos para concentrar la energía solar convirtiéndola en energía térmica a temperaturas medias (300 a 600 °C) y altas ( $\geq 600$  °C). Esta energía térmica se utiliza para alimentar turbinas, generalmente de vapor o aire caliente, que al acoplarse a un generador eléctrico producen electricidad. Por lo tanto, a diferencia de la energía fotovoltaica, en la que las celdas solares producen electricidad “directamente”, en el caso de la CSP, la energía procedente del sol experimenta un proceso intermedio en forma de energía térmica, antes de producir electricidad.

Generalmente, en las plantas CSP, la radiación solar concentrada calienta un fluido denominado “fluido de trabajo”, el cual transporta la energía térmica que alimenta a las turbinas, o bien hace funcionar una máquina térmica según un determinado ciclo termodinámico (Rankine, Brayton, Stirling, etc). Las diversas plantas CSP, también denominadas plantas solares termoeléctricas, se diferencian principalmente según el sistema de espejos de focalización de la radiación solar concentrada.

Actualmente existen cuatro tipos de sistemas de concentración solar:

- a. Sistemas de **enfoque puntual con espejos concentradores múltiples (heliostatos) enfocados sobre una torre**. En estas plantas los heliostatos concentran la radiación solar directa sobre un receptor localizado en la parte superior de una torre (figura 1.1a). Los heliostatos son equipos que, mediante un servomecanismo controlado por computadora, permiten el seguimiento continuo del movimiento aparente del Sol. La radiación solar concentrada que recibe el receptor calienta un fluido térmico que puede ser utilizado directamente en las turbinas, o bien se dirige a un acumulador de energía térmica.
- b. Sistemas de **enfoque puntual con concentradores tipo platos o discos parabólicos de revolución**. En estos sistemas se concentra la radiación solar directa en un receptor de cavidad, colocado en la zona focal del paraboloide, el receptor se encuentra acoplado a un motor Stirling que a su vez se conecta a un generador para producir directamente la electricidad (figura 1.1b). El poder de concentración de estos equipos oscila entre los 3000 y 10000 soles, esto permite calentar el fluido de la máquina térmica por encima de los 600 °C. Estas altas temperaturas ocasionan que la eficiencia para la producción de electricidad sea más elevada, sin embargo, en la actualidad sus costos y mantenimiento son muy elevados, lo que los hace poco competitivos frente a otras tecnologías.
- c. Sistemas de **enfoque lineal con concentradores cilindro-parabólicos**. Actualmente representan la tecnología más madura. Consiste en hacer circular un fluido térmico por un tubo cilíndrico metálico (por ejemplo, acero cubierto por una película óptica muy absorbente) subtendido a lo largo de la línea focal de un canal parabólico que capta la radiación solar directa. Estos captadores tienen una capacidad de concentración típica de 50 a 200 soles. La estructura puede girar en un eje mediante un motor controlado por computadora, la cual contiene el algoritmo de la posición del sol a lo largo del día. En el tubo receptor se produce vapor que puede ser utilizado para generar electricidad a gran escala o bien para calor de procesos (figura 1.1c).

d. Sistemas de **enfoque lineal con concentradores de reflexión tipo Fresnel**, donde las superficies están colocadas de tal manera que la radiación solar incide sobre los espejos dispuestos en la parte inferior del concentrador (figura 1.1d). Los espejos deben tener un ángulo adecuado para la reflexión, esto en forma individual. Con la reflexión apuntando al foco, ubicado en la parte superior del concentrador, se procura llevar el agua contenida en la línea focal hasta una temperatura tal que la transforme en vapor de buena calidad. Este vapor puede ser ingresado a través de la turbina y posteriormente al generador eléctrico dispuesto a continuación de la turbina de vapor.

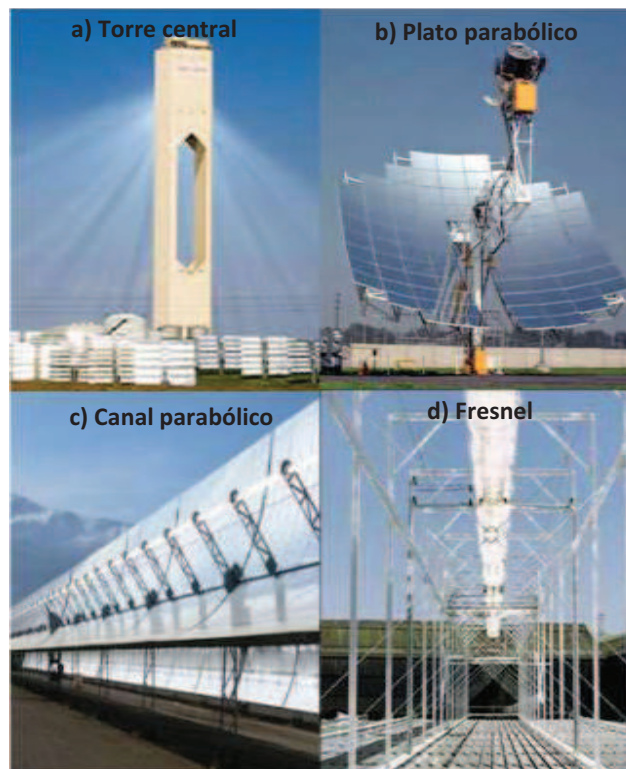


Figura 1.1 Tipos de sistemas de concentración solar

En diversas partes del mundo, la energía solar ya satisface las necesidades energéticas de muchas viviendas, se ha empleado en algunas comunidades que carecen de electricidad y también se ha impulsado el desarrollo y aplicación de las diferentes tecnologías para el aprovechamiento del recurso en plantas de potencia solar concentrada (CSP, por sus siglas en inglés), actualmente se tienen 19,777 MW

de potencia en construcción y desarrollo, como se muestra en la figura 1.2. Estados Unidos y España seguirán siendo los líderes en el desarrollo de proyectos globales durante los próximos 5 años [GTM, 2011].

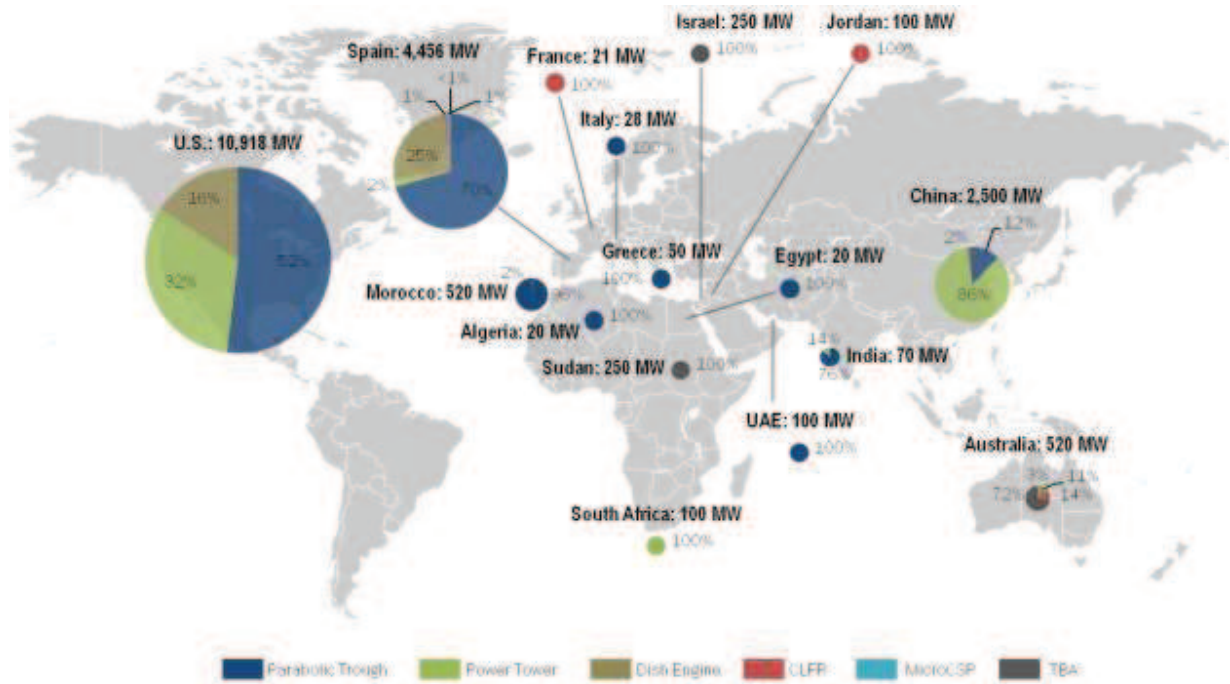


Figura 1.2 Plantas de potencia solar concentrada en construcción y desarrollo

Aún con la disponibilidad del recurso solar con que se cuenta en México, se observa que no se han desarrollado las tecnologías necesarias para el aprovechamiento de la energía solar. Esto es un indicativo de que no se ha hecho lo suficiente en materia de innovación y desarrollo tecnológico. Sin embargo, en investigación básica y aplicada, tanto en el Instituto de Energías Renovables de la UNAM, como en otras instituciones del país, se ha logrado un avance sustancial. Actualmente, en el IER-UNAM se cuenta con un Laboratorio Nacional de Sistemas de Concentración Solar y Química Solar (LACyQS). Las instalaciones de este laboratorio incluye tres sistemas de concentración solar: un Horno Solar de Alto Flujo Radiativo (HSAFR), una Planta Solar Fotocatalítica para el Tratamiento de Aguas Residuales y un Campo de Pruebas de Heliostatos (CPH). Estos tres sistemas facilitarán la innovación tecnológica y el avance en investigación aplicada.

En casos particulares del uso de hornos solares como instrumento de investigación y en general, en sistemas de concentración solar de foco puntual es común el uso de receptores con forma de cavidad. Dichos receptores representan la componente más importante de dichos sistemas, ya que en ellos se lleva a cabo la captura de la radiación solar concentrada y se transfiere a un fluido térmico, a su vez, es el lugar donde se presenta la mayor cantidad de pérdidas térmicas. Por lo anterior, es necesario conocer y entender los fenómenos físicos que ocurren en dichos dispositivos para, posteriormente, desarrollar e implementar modelos que representen adecuadamente dichos fenómenos y así determinar los criterios y parámetros de diseño apropiados. En los receptores, generalmente, están presentes los tres mecanismos de transferencia de calor y el régimen de flujo del fluido de trabajo puede ser laminar, en transición o turbulento, sometido a diferencias elevadas de temperatura. Estos fenómenos, a su vez, dependen en gran medida de las propiedades termofísicas del fluido, tales como densidad, viscosidad dinámica, conductividad térmica y calor específico. En consecuencia, la variación de estas propiedades con la temperatura y/o presión tiene una influencia significativa sobre el campo térmico y de flujo. Por lo anterior, el estudio teórico y experimental del comportamiento del flujo y la transferencia de calor en dichos dispositivos es imprescindible.

### **1.3 Revisión Bibliográfica**

Dada la importancia del estudio de receptores tipo cavidad, en las últimas dos décadas se han realizado diversos estudios teóricos y experimentales en este tópico.

Con el propósito de conocer los antecedentes y definir las contribuciones de este trabajo, se ha realizado una amplia revisión de la literatura publicada. Los trabajos consultados se han clasificado en teóricos, teórico-experimentales y los experimentales. La información relevante de la literatura se resume en tres tablas. En la tabla 1.1 se presentan los trabajos teóricos, en la tabla 1.2 los teórico-experimentales y en la tabla 1.3 los experimentales.



La organización de la información en las tablas se indica a continuación:

- a) La primera columna indica el nombre de los autores y el año de publicación entre paréntesis.
- b) La segunda columna (T.D) indica el tipo de trabajo desarrollado: N) Numérico, T-E) Téorico-Experimental y E) Experimental.
- c) La tercera columna (G.E) indica el tipo de geometría estudiada: R-2D) Rectangular bidimensional, R-3D) Rectangular tridimensional, CT) receptor solar de Torre central y DP) receptor solar en sistemas de plato parabólico.
- d) La cuarta columna (R.F) indica el régimen de flujo de fluido analizado: L) Laminar, T) Turbulento y Tr) Transición.
- e) La quinta columna (T.C) indica los mecanismos de transferencia de calor considerados: CD) Conducción, CV) Convección y R) Radiación.
- f) La sexta columna especifica el tipo de fluido o el número adimensional de Prandtl (Pr) considerado en el estudio.
- g) La séptima columna (P.A) indica el intervalo de parámetros adimensionales relevantes utilizados en el estudio.
- h) La octava columna (M.S) indica el método numérico de solución: E.F) Elemento finito, D.F) Diferencias finitas y V.F) Volumen finito.
- i) La novena columna (C.M) indica las condiciones del modelo: A.B) Si se utiliza la Aproximación de Boussinesq y P.V) Si se consideran las propiedades termofísicas variables.
- j) En la décima columna se describen los comentarios generales referentes a la condición de frontera utilizada en los estudios numéricos, o bien, una descripción breve de la metodología utilizada en los estudios experimentales.

Tabla 1.1a. Estudios teóricos en cavidades abiertas.

Autor (es)	T. D	G. E	R. F	T. C	Fluido ó Pr	P. A	M. S	C.M	Comentarios de la C. F
Clausing A. M. (1983)	N	Receptor Solar (CT)	T	CD, CV y R	Aire	$1.3 \times 10^9 \leq Gr \leq 1.2 \times 10^{11}$ $45^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$	-	-	Comparación de un estudio analítico simplificado, numérico y experimental.
Lage J. L. et al. (1992)	N	R. 2-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^6 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $\theta = 0^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Balaji C. y Venkateshan S. P. (1994)	N	R. 2-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^4 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ $\theta = 0^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Lin C. X. et al. (1994)	N	R. 2-D	T	CV y R	Aire	$1 \times 10^8 \leq Ra \leq 1 \times 10^{11}$ $\theta = 0^\circ$	D.F	P.V	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.
Balaji C. and Venkateshan S. P. (1995)	N	R. 2-D	L	CD, CV y R	Aire	$1 \times 10^5 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ $\theta = 0^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Cabanillas R. et al. (2001)	N	R. 2-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Hinojosa J. F. y Estrada C. A. (2005 a)	N	R. 2-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Hinojosa J. F. y Estrada C. A. (2005 b)	N	R. 2-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $\theta = 0^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Hinojosa J. F. et al. (2006)	N	R. 3-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^4 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.

Autor (es)	T. D	G. E	R. F	T. C	Fluido o Pr	P. A	M. S	C.M	Comentarios de la C. F
Sendhil N. y Reddy K. S. (2006)	N	DP en 2-D.	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^6 \leq Gr \leq 1 \times 10^7$ $0^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$	Fluent 6.1	A.B	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.
Muftuoglu A. y Bilgen E. (2008)	N	R. 2-D	L	CV	Aire	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $\Theta = 0^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Muftuoglu A. y Bilgen E. (2008)	N	R. 2-D	L	CD y R	Aire	$1 \times 10^6 \leq Ra \leq 1 \times 10^{12}$ $\Theta = 0^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Ahmet Koca (2008)	N	R. 2-D	L	CD y CV	Aire	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^6$ $\Theta = 90^\circ$	V.F	A.B	Cavidad con sólido interno y apertura en diferentes posiciones
Anil S. y Reji C. (2008)	N	R. 2-D	L	CV	Aire	$1 \times 10^4 \leq Ra \leq 1 \times 10^8$ $0^\circ \leq \Theta \leq 180^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Nouanegue A. et al. (2008)	N	R. 2-D	L	CD, CV y R	Aire	$1 \times 10^9 \leq Ra \leq 1 \times 10^{12}$ $\Theta = 0^\circ$	V.F	A.B	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Juárez et al. (2011)	N	R. 2-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^4 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $\Theta = 0^\circ$	V.F	P.V	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.
Prakash M. et al. (2012)	N	Esférico en 3-D	L	CV	Aire	$1 \times 10^4 \leq Gr \leq 1 \times 10^7$ $0^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$	Fluent	A.B	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.

### Comentarios de trabajos teóricos

Como se observa en esta tabla, existe una gran cantidad de estudios numéricos de convección natural y radiación en cavidades abiertas que han sido reportados en la literatura, algunos se han enfocado en estudiar el efecto del número de Rayleigh, diferentes razones de aspecto y ángulos de inclinación de la cavidad sobre el flujo y la transferencia de calor. Otros estudios se han enfocado en estudiar el punto de transición al régimen turbulento y los tipos de condiciones de frontera en la apertura de la cavidad.

Tabla 1.2. Estudios teórico-experimentales en cavidades abiertas.

Autor (es)	T. D	G. E	R. F	T. C	Fluido ó Pr	P. A	M. S	C.M	Comentarios de la C.F
Skok H. et al., (1991)	N-E	R. 2-D	L	CV	Pr>1	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 1 \times 10^7$ $\Theta = 90^\circ$	V.F	AB	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.
Showole R. y Tarasuk J. (1993)	N-E	R. 2-D	L	CV	Aire	$1 \times 10^3 \leq Ra \leq 5 \times 10^5$ $\Theta = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ$ y $60^\circ$	D.F	AB	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.
Dehghan A. y Behnia M. (1996)	N-E	R. 2-D	L	CD, CV y R	Aire	$1.148 \times 10^4 \leq Ra \leq 8.03 \times 10^4$ $\Theta = 0^\circ$	D.F	AB	Dominio computacional restringido a la cavidad.
Taumoefolau T. et al., (2004)	N-E	Cilíndrica 3-D	T	CD, CV y R	Aire	$1.3 \times 10^9 \leq Gr \leq 1.2 \times 10^{11}$ $0 \leq \Theta \leq 180^\circ$	Fluent 6.0	PV	Utilizan el interferómetro Schlieren
Reynolds D. et al., (2004)	N-E	Trapez. 2-D	L	CV y R	Agua	–	Fluent 5.0	AB	Utilizan termopares y una fuente de luz de halógeno.
Li Y. et al. (2006)	N-E	R. 2-D	T	CV	Agua	$3.56 \times 10^9 \leq Ra \leq 2.44 \times 10^{10}$	Fluent 6.1	AB	Análisis del comportamiento de bifurcación en flujos convectivos.
Terrel W. Jr. y Newell Ty A. (2007)	N-E	R. 3-D	L	CD, CV y R	Aire	$5 \times 10^6 \leq Ra \leq 2 \times 10^8$ $\Theta = 0^\circ, 45^\circ$ y $90^\circ$	–	–	Uso de calorimetría para determinar el Coef. de TC en 3 cavidades.
Prakash M. et al. (2009)	N	DP en 3-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^4 \leq Gr \leq 1 \times 10^7$ $0^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$	Fluent	A.B	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.
Prakash M. et al. (2010)	N	DP en 3-D	L	CV	Aire	$1 \times 10^4 \leq Gr \leq 1 \times 10^7$ $0^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$	Fluent	A.B	Dominio computacional extendido fuera de la cavidad.

**Comentarios de los trabajos teórico-experimentales**

De los trabajos teórico-experimentales, el más relevante es el trabajo realizado por Dehghan A. A. y Behnia M. (1996), los autores concluyen que las predicciones correctas de los campos de flujo y temperatura experimentales dependen principalmente de incluir la transferencia de calor por radiación en la simulación numérica. De éstos trabajos sólo Taumoefolau T. et al. (2004) consideró propiedades termofísicas variables en el modelo teórico. Sin embargo, no se reporta un análisis del efecto de las propiedades termofísicas sobre el campo térmico y de flujo.

Tabla 1.3. Estudios experimentales en receptores tipo cavidad.

Autor (es)	T. D	G. E	R. F	T. C	Fluido ó Pr	P. A	M. S	C.E	Comentarios del Experimento
Boehm R.F. (1987)	E	R. 2-D	L, Tr y T	CD, CV y R	Aire	$1 \times 10^5 \leq Gr \leq 1 \times 10^{12}$ $\Theta = 0^\circ$	-	PV	Resumen de estudios exp's. en receptores solares.
Leibfried U. y Ortjohann J. (1995)	E	Esférica y Semiesf.	L, Tr y T	CD, CV y R	Aire	$2.3 \times 10^7 \leq Ra \leq 3.3 \times 10^9$ $0^\circ \leq \Theta \leq 180^\circ$	-	PV	Evaluación de pérdidas de calor convectivas por calorimetría.
Chakroun W. et al. (1997)	E	R. 3-D	L	CD, CV y R	Aire	$Gr = 5.5 \times 10^8$ $0^\circ \leq \Theta \leq 180^\circ$	-	PV	Evaluación de coeficientes de T.C en cavidades semi-abiertas.
Elsayed M.M. y Chakroun W. (1999)	E	R. 3-D	L	CD, CV y R	Aire	$Gr = 5.5 \times 10^8$ $0^\circ \leq \Theta \leq 180^\circ$	-	PV	Análisis del efecto de apertura sobre la T.C en una cavidad cuadrada.
Kribus A. et al. (1999)	E	CT	T	CV y R	Aire	-	-	PV	Evalúan pérdidas convectivas y eficiencia térmica a altas temp's.
Ramesh N. and Merzkirch (2001)	E	R. 2-D	L	CV y R	Aire	$1 \times 10^5 \leq Ra \leq 1 \times 10^6$ $\Theta = 90^\circ$	-	PV	Utilizan el interferómetro Schlieren
Taumoefolau T. and Lovegrove K. (2002)	E	DP en 3-D	T	CV y R	Aire	$0^\circ \leq \Theta \leq 90^\circ$	-	PV	Evalúan pérdidas por conducción, convección y radiación.

### **Comentarios de trabajos experimentales**

De los trabajos experimentales encontrados, la mayoría han sido dirigidos a la evaluación de las pérdidas de calor convectivos en determinadas geometrías. Los trabajos más relevantes son: el trabajo de Boehm (1987), el autor presenta un resumen de las evaluaciones experimentales de las pérdidas de calor en diferentes configuraciones de receptores para sistemas termosolares de torre central, el trabajo de Leibfried y Ortjohann (1995), quienes caracterizaron térmicamente receptores para sistemas termosolares de plato parabólico y torre central, con geometrías esféricas y semiesféricas para un amplio intervalo de ángulos de inclinación y, el trabajo de Taumoefolau T. y Lovegrove K. (2002) que reportan un estudio de pérdidas de calor por conducción, convección y radiación en un modelo experimental cilíndrico para evaluar las pérdidas de calor convectivas en un receptor tipo cavidad.

### **Estudios recientes de cavidades abiertas**

H. Nouanegue et al., (2008), estudiaron numéricamente la transferencia de calor por convección natural, conducción y radiación en cavidades abiertas, en 2-D y con ángulo fijo. El modelo físico de la cavidad abierta consiste de una pared vertical sólida de cierto espesor y dos paredes horizontales adiabáticas (superior e inferior). Las condiciones de frontera en la abertura se especifican considerando dominio restringido al interior de la cavidad. El lado izquierdo de la pared sólida se considera a temperatura fija y su lado derecho está dentro de la cavidad, el cual está en contacto con el aire ambiente. La superficie interna de la pared sólida es calentada por un flujo de calor constante ( $q''$ ). Las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía con la aproximación de Boussinesq para flujo laminar, son discretizadas en variables primarias con el MVF y acopladas con el algoritmo SIMPLER. Los parámetros considerados son: números de Rayleigh de  $10^9$  a  $10^{12}$  (definido en función del flujo de calor y la altura de la cavidad), el fluido térmico es aire ( $Pr= 0.7$ ), diferencias de temperaturas de 10 a 260K, relaciones de aspecto en la cavidad ( $A=L/H$ ) de 0.4 a 1, espesor de la pared vertical sólida ( $l/H$ ) de 0.02 a 0.08, razón de conductividad ( $k_r= k_s / k_f$ ) de 1 a 50 y emisividad de superficies ( $\epsilon$ ) de 0 a 1. El objetivo de este estudio fue determinar la influencia de la radiación sobre los

otros modos de transferencia de calor y la importancia de cada uno de ellos como una función de los parámetros considerados anteriormente descritos. Las conclusiones del estudio son que al incrementar la emisividad de las superficies, se incrementa la transferencia de calor por radiación, mientras que los flujos de calor por convección natural y conducción disminuyen, para una conductancia de pared determinada. Por otra parte, los números de Nusselt convectivo y radiativo son una función decreciente de la conductancia de la pared sólida y una función creciente de la razón de aspecto de la cavidad.

Prakash et al., (2009) realizaron un estudio numérico-experimental para investigar las pérdidas convectivas en un receptor solar tipo cavidad de sistemas de concentración plato-Stirling. Los autores diseñaron y fabricaron un receptor cilíndrico de 0.5 m de longitud, un diámetro interno de 0.3 m y un diámetro de borde de 0.5m. Los experimentos fueron realizados para temperaturas de entrada del fluido entre 50 °C y 75 °C, y ángulos de inclinación del receptor de 0 °C, 30 °, 45 °, 60 ° y 90 ° mientras que el estudio numérico fue realizado para temperaturas de entrada del fluido entre 50 °C y 300 °C, y ángulos de inclinación del receptor de 0 °C, 45 y 90 ° utilizando un modelo en 3-D con Fluent 6.1.22. El modelo matemático del fenómeno está descrito por las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía. El acople entre la presión y velocidad es realizado con el algoritmo SIMPLE. Los resultados numéricos de la estimación de de las pérdidas convectivas concuerdan bien con las experimentales, la desviación máxima reportada es del 14 %. También encontraron que las pérdidas convectivas se incrementan con la temperatura media del receptor y disminuyen cuando se incrementa la inclinación del mismo. Además de las pruebas sin viento, también realizaron experimentos para estudiar el efecto de viento inducido externamente sobre el receptor a dos diferentes velocidades en dos direcciones distintas. Con base en los datos obtenidos experimentalmente, los autores proponen correlaciones para el número de Nusselt que son válidas en dos intervalos de temperatura de entrada del fluido, a saber, de 50-75 °C y de 100-300 °C para pruebas sin viento. Las pérdidas convectivas con viento inducido son generalmente más grandes que las pérdidas sin viento para todas las inclinaciones del receptor, excepto a 0°.

Prakash et al., (2010) realizaron un estudio numérico-experimental para identificar las zonas convectivas y de estancamiento en receptores solares tipo cavidad. Los experimentos fueron realizados con el mismo receptor cilíndrico que desarrollaron en estudios previos. En este estudio analizan aplicaciones de temperaturas bajas y medianas, entre 50 °C y 150°C, y ángulos de inclinación del receptor de 30 °, 45 °, 60 ° y 90 ° en condiciones de ambiente controlado, es decir, sin radiación directa. Agua es utilizada como fluido térmico para las pruebas de baja temperatura y aire comprimido para las pruebas de mediana temperatura. La simulación numérica fue realizada utilizando un modelo en 3-D con Fluent 6.1. El modelo matemático del fenómeno está descrito por las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía. El acople entre la presión y velocidad es realizado con el algoritmo SIMPLE. Los autores identificaron las zonas convectivas y de estancamiento mediante un parámetro adimensional ( $\psi$ ), el cual es definido con objeto de representar los gradientes de temperatura del aire para todas las temperaturas de entrada y todas las inclinaciones del receptor analizadas en el estudio. El valor crítico obtenido numéricamente para este parámetro adimensional es de  $\psi = 0.3$ . Los resultados numéricos se aproximan a los valores obtenidos experimentalmente. Los autores concluyen que la zona de estancamiento ocurre en regiones de la cavidad donde  $\psi \leq 0.3$  mientras que la zona convectiva fue determinada para  $\psi > 0.3$ .

Cabe mencionar que a partir de 1992 se empezó a incluir el intercambio radiativo en los estudios teóricos de cavidades abiertas y se puntualiza la importancia de considerar y analizar el efecto radiativo, puesto que esto representa adecuadamente la dinámica del fluido y mejora la transferencia de calor total [Angirasa D. et al., 1992] en el interior de las cavidades. En estudios posteriores se estudiaron ciertas geometrías modificadas para aplicaciones específicas, así como la variación angular y su efecto sobre las pérdidas convectivas y radiativas [Prakash M. et al., 2012].

Juárez et al., (2011) y Prakash et al., (2012), presentaron una breve revisión de estudios de convección natural en cavidades. En ambos estudios se describe que muchos investigadores han estudiado experimental y numéricamente las cavidades



con diferentes condiciones de frontera, a fin de comprender mejor los mecanismos de pérdida de calor. En general, la literatura muestra que la mayoría de las investigaciones sobre pérdidas de calor de la cavidad se limitan a condiciones de frontera con superficies isotérmicas y / o adiabáticas, sin prestar atención al efecto de la variación de las propiedades termofísicas con la temperatura.

De la revisión bibliográfica se observa que la transferencia de calor en cavidades abiertas ha sido ampliamente estudiada en las dos últimas décadas, debido a su directa relevancia en el diseño y caracterización de receptores de sistemas de concentración solar de foco puntual. En estos dispositivos se registran temperaturas del orden de 600 K o mayores, debido a que en ellos se lleva a cabo la captura de la radiación solar concentrada. En consecuencia, los gradientes de densidad del fluido en el interior de los receptores son importantes. Es por ello que en el estudio de cavidades abiertas los fenómenos que predominan son la convección natural y el intercambio radiativo.

Por otra parte, es bien sabido que a altas temperaturas la transferencia de calor por convección natural depende en gran medida de las propiedades termofísicas del fluido. En consecuencia, la variación de estas propiedades con la temperatura tiene una influencia significativa sobre la transferencia de calor y sobre las velocidades del fluido. Por lo tanto, es necesario un análisis paramétrico del efecto de las propiedades termofísicas variables sobre el campo térmico y de flujo en un receptor de cavidad abierta, así como también, un estudio experimental que permita comparar el comportamiento de la transferencia de calor en el interior del mismo y así establecer los límites de validez del modelo teórico.

#### **1.4 Objetivos generales y particulares**

El objetivo general de este trabajo es:

Realizar un estudio teórico del efecto de las propiedades termofísicas variables en la transferencia de calor por convección natural laminar con intercambio radiativo superficial en una cavidad abierta por un extremo en estado permanente. Así como comparar el modelo teórico desarrollado con resultados experimentales.

Los objetivos específicos del trabajo son:

1. Desarrollar un código computacional para la simulación de la transferencia de calor por convección y radiación en una cavidad rectangular bidimensional abierta con flujo laminar en estado permanente considerando las propiedades termofísicas del fluido variables.
2. Establecer los límites de validez de la aproximación de Boussinesq en cavidades abiertas.
3. Construir un receptor tipo cavidad con base en los parámetros y criterios de diseño apropiados a las condiciones de operación.
4. Integrar, caracterizar y poner en operación los componentes de un mini horno solar a partir del DEFAC.
5. Diseñar, construir y caracterizar un receptor tipo cavidad cúbica abierta para realizar experimentos con radiación solar concentrada.
6. Instrumentar y poner en operación el receptor tipo cavidad llevando a cabo una campaña experimental en el mini horno solar.
7. Analizar los resultados teóricos obtenidos con el modelo teórico y comparar con los resultados experimentales en el receptor tipo cavidad, para así determinar la validez del modelo teórico.

### **1.5 Estructura general del trabajo**

En el presente capítulo se ha descrito un panorama general de la problemática energética del país, se ha planteado la necesidad urgente de participar comprometidamente con actitud proactiva en el desarrollo de las tecnologías solares como una opción viable y sustentable para México. Se ha presentado la revisión bibliográfica para definir la contribución de este trabajo a la investigación básica y aplicada.

En el Capítulo 2 se describe el modelo físico y las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos y la transferencia calor. Estas constituyen el modelo matemático de los fenómenos que se estudian.

En el Capítulo 3 se describe la metodología numérica implementada para resolver las ecuaciones gobernantes de los fenómenos físicos que ocurren en el interior de la cavidad y la verificación del modelo teórico desarrollado.

En el Capítulo 4 se presentan los resultados teóricos obtenidos considerando las propiedades termofísicas variables y la aproximación de Boussinesq. Se presenta el análisis del efecto de las propiedades termofísicas variables sobre el campo térmico y de flujo, así como la validez de la aproximación de Boussinesq en cavidades abiertas a altas temperaturas.

En el Capítulo 5 se presenta el diseño, los componentes, la caracterización y la instrumentación del arreglo experimental.

En el Capítulo 6 se presenta el análisis de los resultados obtenidos en el experimento A. Así como la comparación con los resultados de los modelos teóricos.

En el Capítulo 7 se presentan las conclusiones del trabajo, así como algunas recomendaciones para trabajos futuros, esperando que sean de utilidad y motivación a otros compañeros que incursionen en esta línea de investigación.

Finalmente, en el apéndice A se presenta el análisis de resultados del experimento B. Por otra parte, en el apéndice B se presenta el cálculo de incertidumbres.

## CAPÍTULO 2

### **Descripción del problema físico y modelo matemático**

En este capítulo se presenta una descripción general de las propiedades termofísicas, el modelo geométrico del problema físico y las ecuaciones gobernantes de los fenómenos que se estudian en el presente trabajo.

Como se mencionó en el capítulo anterior, uno de los objetivos particulares de este estudio es analizar el efecto de las propiedades termofísicas variables sobre el campo térmico y de flujo en el interior de un receptor de concentración solar tipo cavidad, para ello se utilizará como fluido de trabajo el aire. Por lo anterior, es importante presentar una descripción general de cómo afecta la temperatura a las propiedades termofísicas de los gases.

#### **2.1 Descripción general de las propiedades termofísicas.**

Las propiedades termofísicas son propiedades inherentes de los fluidos, que afectan la cantidad de movimiento, la transferencia de calor y el almacenamiento de

la energía térmica. Dichas propiedades varían de acuerdo con el estado del material o sustancia, tales como: la temperatura, presión y composición (en mezclas), y de otras variables relevantes, sin alterar la composición química de la sustancia. Estas propiedades incluyen la densidad, la conductividad térmica, viscosidad dinámica, el calor específico, el coeficiente de expansión volumétrica y otras más. A continuación se da una breve definición de las propiedades termofísicas que se variarán en este estudio.

### Densidad

Los fluidos son agregaciones de moléculas, en las cuales, la distancia entre ellas es mucho mayor que el diámetro molecular. Estas moléculas no están fijas en una red, sino que se mueven libremente. Por ello, la densidad, o masa por unidad de volumen, no tiene un significado preciso, pues el número de moléculas en el interior de un volumen cualquiera cambia continuamente. Este efecto pierde importancia si la unidad de volumen es mucho mayor que el cubo del espaciado molecular, ya que el número de moléculas contenidas permanecerá prácticamente constante a pesar del considerable intercambio a través de su frontera. Si el tamaño de volumen elegido es demasiado grande, puede haber una variación notable en la distribución global de las partículas. Sin embargo, desde el punto de vista del continuo existe un volumen límite  $\delta v_0$ , por debajo del cual las variaciones moleculares pueden ser importantes y por encima del cual las variaciones macroscópicas también lo pueden ser [White Frank M., 2008]. Entonces, la densidad  $\rho$ , de un fluido se define de modo óptimo como:

$$\rho = \lim_{\delta v \rightarrow \delta v_0} \frac{\delta m}{\delta v} \quad (2.1)$$

donde el volumen  $\delta v_0$  tiene un valor aproximado de  $10^{-9} \text{ mm}^3$  para todos los líquidos y gases a presión atmosférica. En general, la densidad de una sustancia depende de la temperatura y de la presión. La densidad de la mayoría de los gases es directamente proporcional a la presión e inversamente proporcional a la temperatura.

Por otro lado, para líquidos y sólidos, que a presión y temperatura estándar son esencialmente sustancias incompresibles, la variación de su densidad con la presión es por lo general despreciable.

### **Calor específico**

Es de conocimiento común que se requieren diferentes cantidades de energía para aumentar la temperatura de masas idénticas de diferentes sustancias en un grado; por ejemplo, son necesarios cerca de 4.5 kJ de energía para elevar la temperatura de 1 kg de hierro de 20 a 30°C, en tanto que se necesita cerca de nueve veces esta energía (41.8 kJ exactamente) para incrementar la temperatura de 1kg de agua líquida en la misma cantidad. Por tanto es deseable tener una propiedad que permita comparar las capacidades de almacenamiento de energía de diferentes sustancias y ésta es precisamente, el calor específico.

En el estudio termodinámico de los fluidos, interesan dos tipos de calores específicos: calor específico a volumen constante  $C_v$  y calor específico a presión constante  $C_p$ , los cuales se definen en términos de otras propiedades termodinámicas, como son la energía interna y la entalpía del fluido, respectivamente. El  $C_v$  puede definirse entonces como el cambio en la energía interna específica de una sustancia por cambio unitario en la temperatura, a volumen constante. De igual modo el  $C_p$  se define como el cambio en la entalpía específica de una sustancia por cambio unitario en la temperatura, a presión constante. En otras palabras, el  $C_v$  es una medida de la variación de la energía interna de una sustancia con la temperatura y el  $C_p$  es una medida de la variación de la entalpía de una sustancia con la temperatura.

Tanto la energía interna como la entalpía de una sustancia pueden ser cambiadas por la transferencia de energía en cualquier forma, y el calor sólo es energía en tránsito. Por lo tanto, el término *energía específica* es más apropiado que el término calor específico.

### Viscosidad dinámica o absoluta

La viscosidad es una propiedad termofísica propia de los fluidos y se define como la medida de la fricción interna del fluido, esto es, la resistencia a la deformación. El mecanismo de la viscosidad en gases se entiende razonablemente bien, pero la teoría se ha desarrollado muy poco para los líquidos. Se puede obtener mayor información acerca de la naturaleza física del flujo viscoso analizando estos mecanismos brevemente.

La viscosidad de un fluido newtoniano está determinada por el estado del material o sustancia. De modo que  $\mu = \mu(T, p)$ . La temperatura es la variable más importante, puesto que, para los fluidos en general, la viscosidad es independiente de la presión, siempre y cuando, el fluido no se someta a presiones elevadas, del orden de  $10^4$  Pa.

### La teoría cinética de los gases

Todas las moléculas de un gas están en continuo movimiento aleatorio. Cuando hay un movimiento en bloque debido al flujo, dicho movimiento se superpone a los movimientos aleatorios y luego se distribuye por todo el fluido mediante colisiones moleculares. Los análisis basados en la teoría cinética predicen que  $\mu \propto \sqrt{T}$ . La predicción de la teoría cinética concuerda perfectamente con las tendencias experimentales, aunque debe determinarse la constante de proporcionalidad y uno o más factores de corrección; esto limita la aplicación práctica de esta sencilla ecuación. Sin embargo, si se dispone de dos o más puntos experimentales, los datos pueden relacionarse mediante la correlación empírica de Sutherland [White Frank M., 2008], dada por:

$$\mu = \frac{b T^{3/2}}{S + T} \quad (2.2)$$

donde,  $b = 1.458 \times 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{1/2}}$  y  $S = 110.4 \text{ K}$  para el aire.

Al sustituir los valores de  $b$  y  $S$  en la correlación (2.2), se obtiene:

$$\mu = \frac{1.458 \times 10^{-6} T^{3/2}}{110.4 + T} \quad (2.3)$$

### Conductividad térmica

La conductividad térmica es una propiedad termofísica de los materiales sólidos y fluidos, que se define como una medida de la capacidad de un material para conducir calor. En otras palabras, la conductividad térmica permite determinar y controlar la transferencia de calor, debida a un gradiente de temperaturas en un material.

La temperatura es una medida de las energías cinéticas de las partículas, como las moléculas o los átomos de una sustancia. En un líquido o gas, la energía cinética de las moléculas se debe a su movimiento aleatorio de traslación, así como a sus movimientos de vibración y rotación. Cuando chocan dos moléculas que poseen energías cinéticas diferentes, parte de la energía cinética de la molécula más energética (la de temperatura más elevada) se transfiere a la menos energética (la de menor temperatura). Entre más alta es la temperatura, más rápido se mueven las moléculas, mayor es el número de colisiones y mejor es la transferencia de calor. Normalmente, la conductividad térmica de una sustancia alcanza su valor máximo en la fase sólida y el mínimo en la fase gaseosa. A diferencia de los gases, las conductividades térmicas de la mayor parte de los líquidos disminuyen al incrementarse la temperatura, constituyendo el agua una notable excepción.

En la tabla 2.1 se presentan los valores de las propiedades termofísicas del aire a presión atmosférica, en un intervalo de temperaturas de 300 K a 1000 K [Incropera, 2002]. En la figura 2.1 se muestra gráficamente la variación de las propiedades termofísicas con la temperatura.



Tabla 2.1. Propiedades termofísicas del aire a presión atmosférica.

$T$ (K)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$C_p$ (J/kgK)	$\mu \times 10^7$ (kg/ms)	$k \times 10^3$ (W/mK)	$Pr$
300	1.161	1007	184.6	26.3	0.707
350	0.995	1009	208.2	30.0	0.700
400	0.871	1014	230.1	33.8	0.690
450	0.774	1021	250.7	37.3	0.686
500	0.696	1030	270.1	40.7	0.684
550	0.633	1040	288.4	43.9	0.683
600	0.580	1051	305.8	46.9	0.685
650	0.536	1063	322.5	49.7	0.690
700	0.498	1075	338.8	52.4	0.695
750	0.464	1087	354.6	54.9	0.702
800	0.435	1099	369.8	57.3	0.709
850	0.410	1110	384.3	59.6	0.716
900	0.387	1121	398.1	62.0	0.720
950	0.367	1131	411.3	64.3	0.723
1000	0.348	1141	424.4	66.7	0.726

De los valores de la tabla 2.1 se puede calcular cuánto aumentan o disminuyen las propiedades termofísicas del aire entre dos temperaturas diferentes. Por ejemplo, al aumentar la temperatura de 300 K a 500 K; la densidad decrece aproximadamente un 40%, la conductividad térmica se incrementa en un 54%, la viscosidad dinámica en un 46% y el calor específico aumenta sólo un 2%. Por otra parte, cuando la temperatura aumenta de 500 K a 1000 K; la densidad decrece un 50%, la conductividad térmica se incrementa aproximadamente un 64%, la viscosidad dinámica aumenta un 57% y el calor específico aumenta cerca del 11%. El comportamiento cualitativo de las propiedades termofísicas del aire al aumentar la temperatura se puede observar en la figura 2.1.

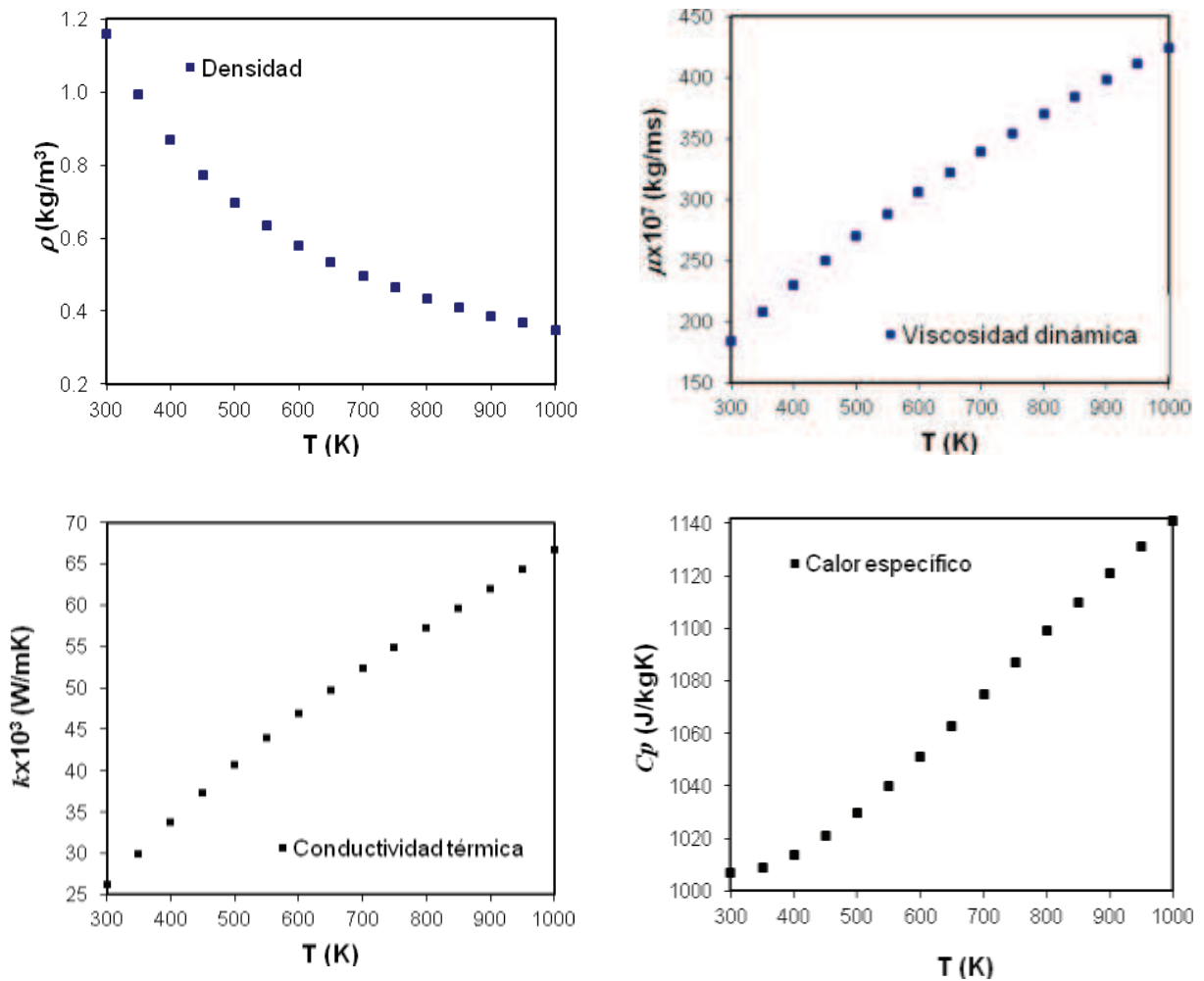


Figura 2.1. Variación de las propiedades termofísicas del aire con la temperatura.

## 2.2 Descripción del problema físico

Como se mencionó en el capítulo 1, en los sistemas de concentración solar de enfoque puntual utilizados para la producción de electricidad (Dish Stirling y Torre Central), se destaca el uso de receptores en forma de cavidades que permiten la entrada de los rayos solares concentrados por el lado abierto de la cavidad, para ser absorbidos en sus paredes internas y transferir la energía térmica a algún fluido. Aunado a lo anterior, los dispositivos de concentración solar están desarrollándose también para el tratamiento de compuestos contaminantes y en la producción de combustibles solares. En estos sistemas también se utilizan receptores (reactores termoquímicos) en forma de cavidad ubicados en el foco del concentrador.

Como ejemplo, en la figura 2.2 se muestra esquemáticamente un sistema de generación eléctrica termosolar de dish/Stirling que se compone por un concentrador solar, un receptor tipo cavidad, el motor Stirling y un generador eléctrico. El receptor tiene dos funciones: (1) absorbe la mayor parte de la radiación solar reflejada por el concentrador y (2) transfiere esta energía como calor al fluido de trabajo del motor. El absorbedor se coloca dentro de una cavidad para disminuir las pérdidas térmicas por convección y radiación hacia el ambiente, ya que estos son los mecanismos de transferencia de calor que dominan el fenómeno. El motor utiliza helio como fluido de trabajo y tiene dos pistones de simple efecto en acoplamiento tipo alfa, un regenerador de mallas metálicas y un disipador de calor compacto enfriado por aire directamente mediante unos tubos con aleta ondulada. Una de las ventajas de utilizar enfriamiento directo, es que elimina el circuito de tuberías, la bomba de agua y el intercambiador agua/aire utilizados en el enfriamiento indirecto convencional, reduciendo el costo y la complejidad del sistema.

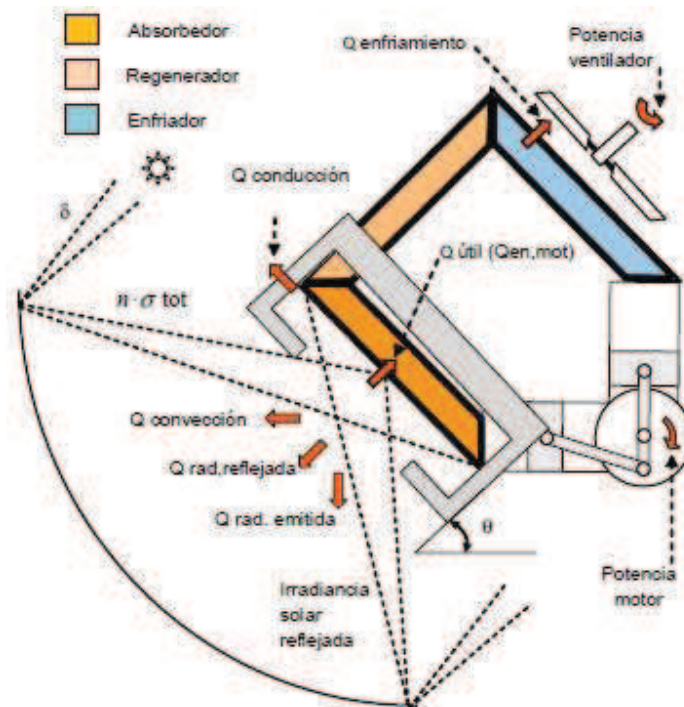


Figura 2.2. Diagrama óptico y térmico de un sistema de generación eléctrica termosolar tipo dish/Stirling.

Por lo anterior, el estudio de la transferencia de calor en los receptores tipo cavidad es de gran importancia ya que un mejor entendimiento de la forma en que el calor es transferido dentro y fuera de la cavidad, redundará en mejores y más precisas correlaciones, lo que a su vez permitirá optimizar sus diseños. Sin embargo, la modelación de los fenómenos que ocurren en los receptores de concentración solar es compleja, por lo cual es común proponer y analizar geometrías sencillas para los receptores de concentración solar (como se presentó en la revisión bibliográfica de la literatura publicada), esto permite simplificar los modelos matemáticos y en consecuencia la solución de los mismos.

Como antecedente de este trabajo, Hinojosa et al. 2004, realizaron un estudio numérico de la transferencia de calor en una cavidad cúbica abierta, y del análisis de sus resultados concluyó que para un intervalo del número de Rayleigh de  $10^4$ – $10^7$ , las diferencias entre un modelo 3D respecto al modelo 2D, se encuentran entre 0.5 % y 7%, para los coeficientes de transferencia de calor, particularmente, cuando se considera una cavidad sin inclinación. Por lo tanto, desde el punto de vista de ingeniería, un modelo en 2D de un receptor de concentración solar tipo cavidad permite obtener resultados razonables.

### **2.3 Modelo geométrico del problema físico.**

El modelo geométrico del problema físico consiste en una cavidad cuadrada bidimensional abierta en uno de sus extremos, como se muestra en la figura 2.3. La cavidad está formada por una pared vertical isotérmica a temperatura  $T_H$  y por dos paredes en disposición horizontal que se consideran adiabáticas. El fluido en el interior de la cavidad es aire (Newtoniano), el cual al entrar en la cavidad se encuentra a una temperatura  $T_\infty$ . Las paredes de la cavidad intercambian radiación entre sí y con el exterior.

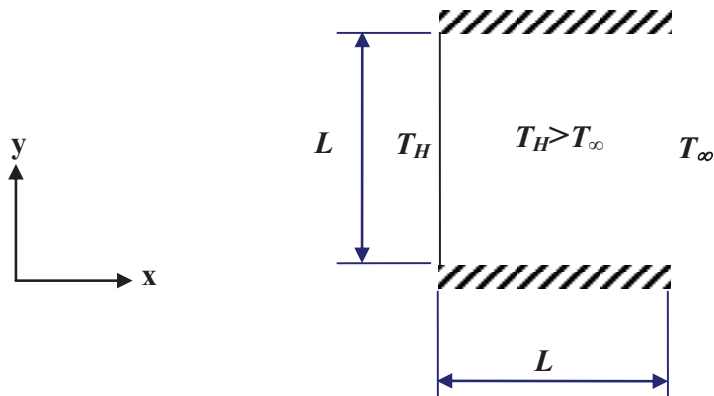


Figura 2.3. Modelo geométrico de la cavidad abierta.

## 2.4 Modelo matemático

Para obtener el modelo matemático, se plantean las siguientes suposiciones físicas:

- Transferencia de calor por convección natural.
- Transferencia de calor por radiación entre superficies.
- Flujo laminar bidimensional (2D) en estado permanente.
- Propiedades termofísicas del fluido variables con la temperatura.
- Fluido térmico no participante en la radiación, no absorbe ni emite radiación.
- Paredes de la cavidad opacas, grises y emisoras difusas.

Además de las suposiciones anteriores, también se modela la transferencia de calor considerando la aproximación de Boussinesq, con el fin de realizar una comparación con el modelo de propiedades termofísicas variables.

El modelo matemático de los fenómenos que se estudian en este trabajo, lo constituyen las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y de energía. Estas se describen a continuación:

### Ecuación de conservación de masa

Esta ecuación se obtiene al aplicar el principio de conservación de masa a un volumen de control diferencial a través del cual está circulando un fluido. Este principio establece que la masa no se crea ni se destruye, sino que se conserva. En forma tensorial, se expresa como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = - \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} \quad \text{para } i = x, y, z \quad (2.4)$$

El término de lado izquierdo representa la variación de la masa con respecto al tiempo dentro del volumen de control diferencial, mientras que el término del lado derecho representa la salida neta de masa a través de la superficie del mismo. El principio de conservación de masa establece precisamente que estas dos cantidades deben ser iguales [Versteeg, 1995].

### Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento

La ecuación de conservación de la cantidad de movimiento se obtiene al aplicar la segunda ley de Newton a un volumen de control diferencial, esta ley establece que la suma de fuerzas que actúan sobre una porción pequeña de elemento de fluido es igual a la rapidez de variación de su cantidad de movimiento lineal.

La forma general de la ecuación de conservación de la cantidad de movimiento en forma tensorial se expresa como [Versteeg, 1995]:

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_i u_j)}{\partial x_j} = - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial(\tau_{ij})}{\partial x_j} + F_i \quad \text{para } i = x, y, z \quad \text{y } j = x, y, z \quad (2.5)$$

En esta ecuación todos los términos están dados por unidad de volumen. El primer término de lado izquierdo representa la rapidez de cambio de la cantidad de

movimiento lineal respecto al tiempo y el segundo término representa el flujo neto de salida de la cantidad de movimiento en el volumen de control diferencial, la suma de estas dos cantidades debe ser igual a la suma de las fuerzas que actúan sobre el volumen de control. Estas fuerzas pueden ser de dos tipos: fuerzas másicas o de cuerpo y fuerzas superficiales. Las fuerzas másicas o de cuerpo actúan directamente sobre la masa del volumen de control y las fuerzas superficiales actúan sobre la superficie del volumen de control por contacto directo con el fluido exterior. Por consiguiente, tanto el primer como el segundo término del lado derecho de la ecuación representan fuerzas superficiales ejercidas por el fluido exterior sobre el volumen de control, el primer término es debido a la presión y el segundo es debido a los esfuerzos viscosos normales y tangenciales. El tercer término de la ecuación representa la fuerza de cuerpo debida a la gravedad.

Isaac Newton también demostró que en ciertos fluidos los esfuerzos viscosos son proporcionales a los gradientes de velocidad, estos fluidos son conocidos como Newtonianos y los más comunes son: el agua, el aceite y el aire. Por lo anterior, la relación entre el tensor de esfuerzos viscosos y los gradientes de velocidad, es conocida como ley de viscosidad de Newton, que en forma tensorial se expresa por:

$$\tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \delta_{ij} \quad \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases} \quad (2.6)$$

### Ecuación de conservación de energía

La ecuación de conservación de la energía se deriva de la primera ley de la termodinámica, la cual establece que la cantidad de cambio de energía de una partícula fluida es igual a la cantidad de calor adicionado al elemento fluido más la cantidad de trabajo realizado sobre la partícula. En forma vectorial se expresa como [Versteeg, 1995]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E) + [\nabla \cdot \rho V E] = [\nabla \cdot (k \nabla T)] + [\rho(V \cdot g)] \quad (\nabla \cdot PV) + [\nabla \cdot (\tau \cdot V)] \quad (2.7)$$

En la ecuación (2.7), el término  $E$  representa a la energía total, es decir, energía interna más cinética. El primer término de lado izquierdo de la ecuación representa la variación de energía total con respecto al tiempo por unidad de volumen y el segundo representa la divergencia de energía por unidad de volumen debido a la convección. El primer término de lado derecho representa la divergencia de energía por unidad de volumen debido a la conducción, el segundo representa el trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas de gravitación, el tercero representa la divergencia del trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas de presión, el cuarto representa la divergencia del trabajo comunicado al fluido por unidad de volumen debido a las fuerzas viscosas, y el quinto término representa a la función de disipación viscosa.

La forma más conveniente de la ecuación de la energía en problemas de transferencia de calor es la ecuación de energía térmica y para obtenerla es necesario sustraer la energía cinética de la energía total, para obtener energía interna [Versteeg, 1995]. Entonces, para la energía cinética se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho e_{cin}) + [\nabla \cdot (\rho e_{cin} V)] = [V \cdot (\nabla P)] + [V \cdot (\nabla \cdot \tau)] + [\rho(V \cdot g)] \quad (2.8)$$

Además, si el fluido se aproxima a un gas ideal, entonces la entalpía se obtiene mediante la siguiente relación:

$$h = Cp\Delta T \quad (2.9)$$

Después de restar la energía cinética, representada por la ecuación (2.8), de la energía total representada por la ecuación (2.7) y sustituir la entalpía  $h$ , se obtiene la ecuación de energía térmica:

$$\frac{\partial(\rho CpT)}{\partial t} + [\nabla \cdot (\rho CpTV)] = [\nabla \cdot (k\nabla T)] + [V \cdot (\nabla P)] + (\tau \cdot \nabla V) \quad (2.10)$$

Los dos últimos términos de la ecuación (2.10) representan la variación de la energía interna debido a las fuerzas viscosas y por lo tanto se pueden despreciar, ya que estos son significativos solo en fenómenos con altas velocidades de flujo.



Como en este trabajo se utiliza un modelo bidimensional de la cavidad. Entonces, es necesario expresar las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía en coordenadas rectangulares para 2D y estado permanente. Por consiguiente, para la ecuación de conservación de masa y de cantidad de movimiento se obtiene:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial(\rho u u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho u v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}) - \frac{\partial p}{\partial x} + \rho g_x \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial(\rho u v)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v v)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yy}) - \frac{\partial p}{\partial y} + \rho g_y \quad (2.13)$$

Los esfuerzos viscosos se expresan como:

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad \tau_{yx} = \tau_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \quad (2.14)$$

Estas ecuaciones son generalmente conocidas como de Navier-Stokes, en honor a C. L. M. H. Navier y Sir G. G. Stokes, quienes las formularon de manera independiente en 1882 y 1885, respectivamente.

La ecuación de la energía térmica queda expresada como sigue:

$$\frac{\partial(\rho C_p u T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho C_p v T)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (2.15)$$

Como en este trabajo las propiedades termofísicas se consideran variables, entonces, hasta el momento se tiene un sistema de cuatro ecuaciones con ocho

incógnitas. Para cerrar el sistema de ecuaciones es necesario contar con relaciones que involucren la variación de las propiedades termofísicas con la temperatura y/o presión para el aire.

Para las propiedades termofísicas se tiene que en un intervalo de temperaturas de 300 a 1000K, el aire puede ser tratado como un gas ideal [Zhong et al., 1985]. Por lo que la densidad fue modelada con la ecuación de estado de gas ideal:

$$\rho(T,p) = \frac{p}{RT} \quad (2.16)$$

La viscosidad dinámica del aire ( $\mu$ ) fue calculada con la correlación de Sutherland [Zhong et al., 1985]:

$$\mu(T) = \frac{14.58 \times 10^{-7} T^{3/2}}{110.4 + T} \quad (2.17)$$

La conductividad térmica ( $k$ ) y el calor específico ( $C_p$ ) fueron calculadas con las siguientes relaciones empíricas:

$$k(T) = \frac{2.6483 \times 10^{-3} T^{3/2}}{T + 245.4 \times 10^{-(12/T)}} \quad (2.18)$$

$$C_p(T) = 9551.14 + 6.789 \times 10^{-2} T + 1.6576 \times 10^{-4} T^2 - 6.7863 \times 10^{-8} T^3 \quad (2.19)$$

En las anteriores correlaciones de las propiedades termofísicas del fluido,  $p$  es la presión en Pa,  $T$  es la temperatura absoluta en K,  $R$  es la constante de gas ideal para el aire igual a 287 J/kg·K,  $\mu$  en kg/m·s (Pa·s),  $k$  está dada en W/m·K y el  $C_p$  en J/kg·K. La mayor incertidumbre entre los valores calculados con las correlaciones y los valores experimentales de las propiedades termofísicas se obtuvo para la viscosidad dinámica y fue de 2%. En la figura 2.4 se grafican los valores experimentales de las propiedades termofísicas contra el valor proporcionado por las correlaciones. Se observa que los valores obtenidos con las correlaciones presentan buena concordancia respecto a los valores experimentales presentados en la tabla 2.1.

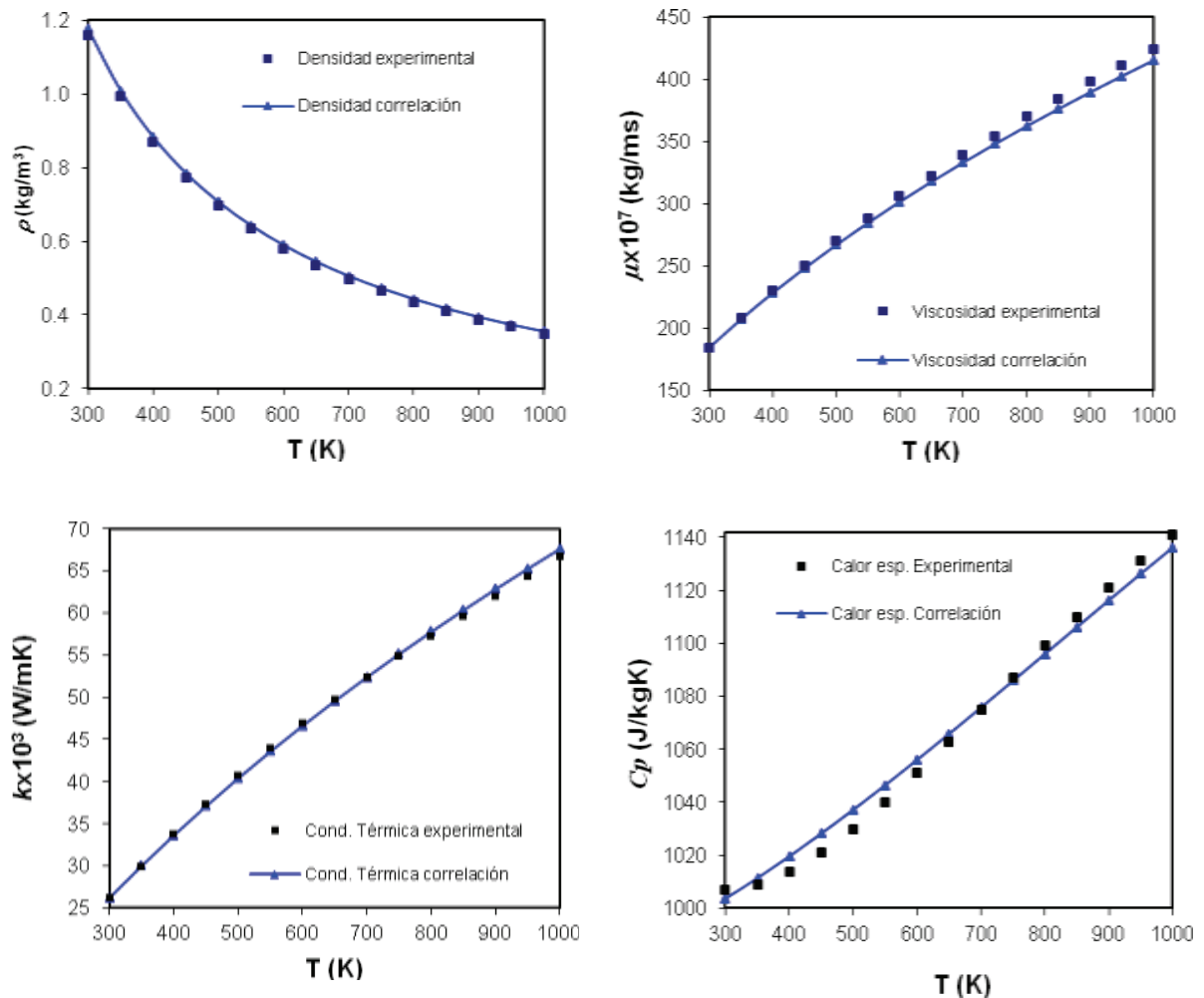


Figura 2.4. Comparación de propiedades termofísicas del aire experimentales y calculadas con correlaciones.

## 2.5 Modelo de intercambio radiativo superficial

Para obtener los flujos de calor radiativos sobre las paredes de la cavidad, en este trabajo se utiliza la formulación de radiación neta (radiosidad-irradiancia), esta formulación consiste en realizar un balance de energía en cada uno de los elementos resultantes de la división de las paredes de la cavidad por la malla utilizada. La ecuación general de radiosidad para el elemento  $i^{th}$  de la cavidad puede ser escrito como:

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \quad (2.20)$$

Donde  $\varepsilon_i$  es la emisividad de la superficie del elemento;  $F_{ij}$  es el factor de vista del elemento  $i^{\text{th}}$  hacia el elemento  $j^{\text{th}}$  de la cavidad, mientras que  $N$  es el número total de elementos a lo largo de la cavidad. Los factores de vista fueron evaluados utilizando el método de cuerdas cruzadas de Hottel. El flujo radiativo neto ( $q_r$ ) del elemento  $i^{\text{th}}$  de cualquiera de las paredes de la cavidad fue calculado por

$$q_{ri} = J_i - q_{li} \quad (2.21)$$

donde  $q_{ri}$  es el flujo de calor radiativo neto,  $J_i$  es la radiosidad del elemento correspondiente y  $q_{li}$  es la energía de irradiancia que llega al elemento  $i^{\text{th}}$  desde el resto de los elementos de las paredes de la cavidad.

El modelo de radiación neta se basa en un balance de energía de entrada y salida en cada elemento diferencial de área. La energía que llega a cada elemento diferencial de área tiene contribuciones de las superficies restantes de la cavidad. Por lo tanto, para asegurar un balance de energía adecuado necesitamos determinar la cantidad de energía que suministra cada elemento  $dA'$  y que viaja hacia el elemento  $dA$ . Las relaciones geométricas que gobiernan este proceso para superficies difusas son conocidas como factores de forma. Algunos otros nombres con los que se les conoce son: factores de vista, de configuración o de ángulo.

Existen diversos métodos para la evaluación de los factores de forma, entre ellos existen los métodos de integración directa (Superficial y de Contorno), los métodos estadísticos y los métodos especiales [Modest, 1993]. Dentro de los Métodos especiales se encuentra el método de cuerdas cruzadas, el cual es utilizado en geometrías bidimensionales y que con la ayuda del álgebra de factores se pueden determinar los factores de vista en cavidades de grandes dimensiones con secciones transversales constantes. Este método consiste en trazar líneas de referencia en los puntos del área que se desea conocer el factor de forma, posteriormente se calculan las distancias diagonales y laterales. Finalmente, los factores de vista se determinan con la siguiente relación:

$$F_{ij} = \frac{\text{Diagonales} - \text{Lados}}{2(\text{Area de origen})} \quad (2.22)$$

## 2.6 Condiciones de frontera para la cavidad

Uno de los principales problemas en la solución numérica de cavidades abiertas, es la especificación de condiciones de frontera que representen la influencia e interacción del medio externo a la cavidad sobre la dinámica del fluido y la transferencia de calor en el interior de la misma. En la literatura revisada se ha encontrado que las formas más comunes de tratar las condiciones de frontera en la abertura de la cavidad son:

- 1) Resolver las ecuaciones gobernantes en un dominio computacional extendido fuera del plano de la abertura. El planteamiento básico consiste en especificar condiciones de frontera lo suficientemente alejadas de la abertura de la cavidad para que su definición no afecte significativamente el patrón de flujo y la transferencia de calor en el interior de la cavidad y en la región cercana a la abertura.
- 2) Solucionar las ecuaciones gobernantes con un dominio computacional restringido a la cavidad, estableciendo condiciones de frontera aproximadas en el plano de la abertura. En este enfoque se desprecian los términos difusivos en la dirección perpendicular a la abertura, en las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento. Para la condición de frontera térmica se considera que la temperatura del fluido que entra es la misma del exterior y que el término difusivo del fluido que sale es despreciable en comparación con el convectivo. La ventaja de este planteamiento es la reducción de tiempo computacional y de memoria para almacenamiento.

Por otra parte, Chan y Tien (1986), realizaron una comparación entre los resultados obtenidos con un dominio computacional extendido fuera de la cavidad y los aproximados con el dominio computacional restringido a la cavidad y encontraron que para números de Rayleigh menores o iguales a  $1 \times 10^6$ , los patrones del campo térmico y de flujo son muy cercanos.

Por las ventajas descritas previamente, en este trabajo se ha considerado dominio restringido al interior de la cavidad. Por consiguiente, en las paredes sólidas de la cavidad se consideran condiciones de frontera de no deslizamiento para las velocidades, matemáticamente se tiene que:

$$\begin{aligned}
 u(x,0) = u(x,L) = 0 & \quad \text{para } 0 \leq x \leq L \\
 v(x,0) = v(x,L) = 0 & \quad \text{para } 0 \leq x \leq L \\
 u(0,y) = v(0,y) = 0 & \quad \text{para } 0 \leq y \leq L
 \end{aligned}
 \tag{2.23}$$

La condición de frontera en la pared vertical sólida para la temperatura, es:

$$T = T_H \quad \text{en } x=0 \quad \text{para } 0 \leq y \leq L \tag{2.24}$$

Para las paredes aisladas térmicamente se realiza un balance de calor, donde debido a que no hay conducción de calor a través de la pared, el flujo de calor neto que resulta del intercambio radiativo se transfiere al fluido por convección-conducción, por lo tanto:

$$\begin{aligned}
 -k \frac{\partial T}{\partial y} &= q_{radinferior} \quad \text{en } y = 0 \quad \text{para } 0 \leq x \leq L \\
 -k \frac{\partial T}{\partial y} &= q_{radsuperior} \quad \text{en } y = L \quad \text{para } 0 \leq x \leq L
 \end{aligned}
 \tag{2.25}$$

Las condiciones de frontera para las velocidades, la presión y la temperatura en la abertura de la cavidad, son:

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad \text{en } x = L \tag{2.26}$$

$$p = p_{atmosférica} \quad \text{en } x = L \tag{2.27}$$

$$T = T_{\infty} \quad \text{para } u < 0 \quad \text{en } x = L \tag{2.28}$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0 \quad \text{para } u > 0 \quad \text{en } x = L \tag{2.29}$$

Cabe mencionar que las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento son no lineales. La temperatura aparece en el término de flotación de estas y en la ecuación de conservación de energía. Las cuatro ecuaciones están fuertemente acopladas entre si, puesto que las componentes de velocidad aparecen en todas ellas. Por consiguiente, las ecuaciones gobernantes no tienen solución analítica.

## 2.7 Análisis del número de Rayleigh

En los estudios de transferencia de calor por convección natural es de vital importancia calcular el número de Rayleigh para así determinar el régimen de flujo de fluido, laminar o turbulento. En estudios teórico-experimentales, como en el presente estudio, el número de Rayleigh también permite dimensionar el receptor tipo cavidad cubica que se construirá para realizar los experimentos con radiación solar concentrada.

El número de Rayleigh (Ra) se obtiene mediante el producto del número de Grashof, que describe la relación entre las fuerzas de flotación y las fuerzas viscosas dentro de un fluido y el número de Prandtl, que describe la relación entre la difusividad molecular de la cantidad de movimiento y la difusividad molecular del calor. La definición matemática del número adimensional de Rayleigh está dada por:

$$Ra = Gr Pr = \left( \frac{g\beta L^3 (T_H - T_\infty)}{\nu^2} \right) \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) = \frac{g\beta L^3 (T_H - T_\infty)}{\alpha \nu} \quad (2.30)$$

En el cálculo del número de Rayleigh las propiedades termofísicas involucradas se calculan a una temperatura de referencia, la cual puede ser: la temperatura promedio, la temperatura ambiente, la temperatura de pared isotérmica o bien alguna otra temperatura. Con el fin de analizar el comportamiento del número de Rayleigh en función de la temperatura y las dimensiones de la cavidad, las propiedades termofísicas involucradas se calculan a temperatura promedio y también a temperatura ambiente. Para realizar los cálculos correspondientes, se fija una temperatura de 400 K a 1200K (con incrementos de 100 K) en la pared isotérmica, así como dimensiones de 2 cm a 20 cm (con incrementos de 2 cm). Esto permite

determinar el régimen de flujo, laminar, en transición o turbulento, de acuerdo con la aplicación requerida.

En la figura 2.5 se muestra el comportamiento del número de Rayleigh cuando las propiedades se calculan a temperatura promedio entre la pared isotérmica y la temperatura ambiente. Se observa que el número de Rayleigh tiende a disminuir al incrementar la temperatura de la pared isotérmica para una longitud fija de la cavidad. Esto se debe a que el incremento de las fuerzas de flotación con la temperatura es menor que el incremento de las fuerzas viscosas cuando las propiedades termofísicas se consideran variables con la temperatura, aún calculadas a temperatura promedio.

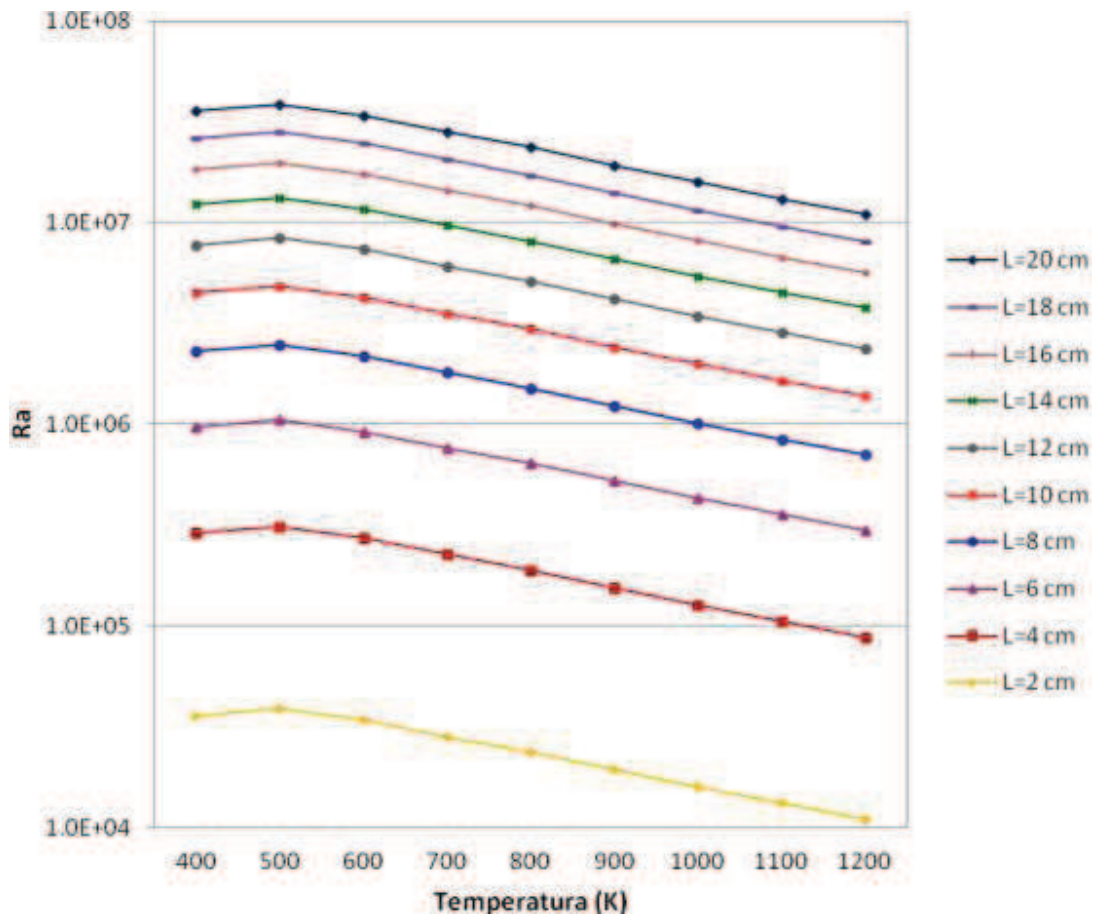


Figura 2.5. Comportamiento del Número de Rayleigh con propiedades termofísicas calculadas a temperatura promedio.



En la figura 2.6 se muestra el comportamiento del número de Rayleigh cuando las propiedades se calculan a temperatura ambiente. Se observa que el número de Rayleigh tiende a incrementarse al incrementar la temperatura de la pared isotérmica para una longitud fija de la cavidad. Esto se debe a que sólo las fuerzas de flotación se incrementan con la temperatura mientras que las fuerzas viscosas permanecen constantes a temperatura ambiente.

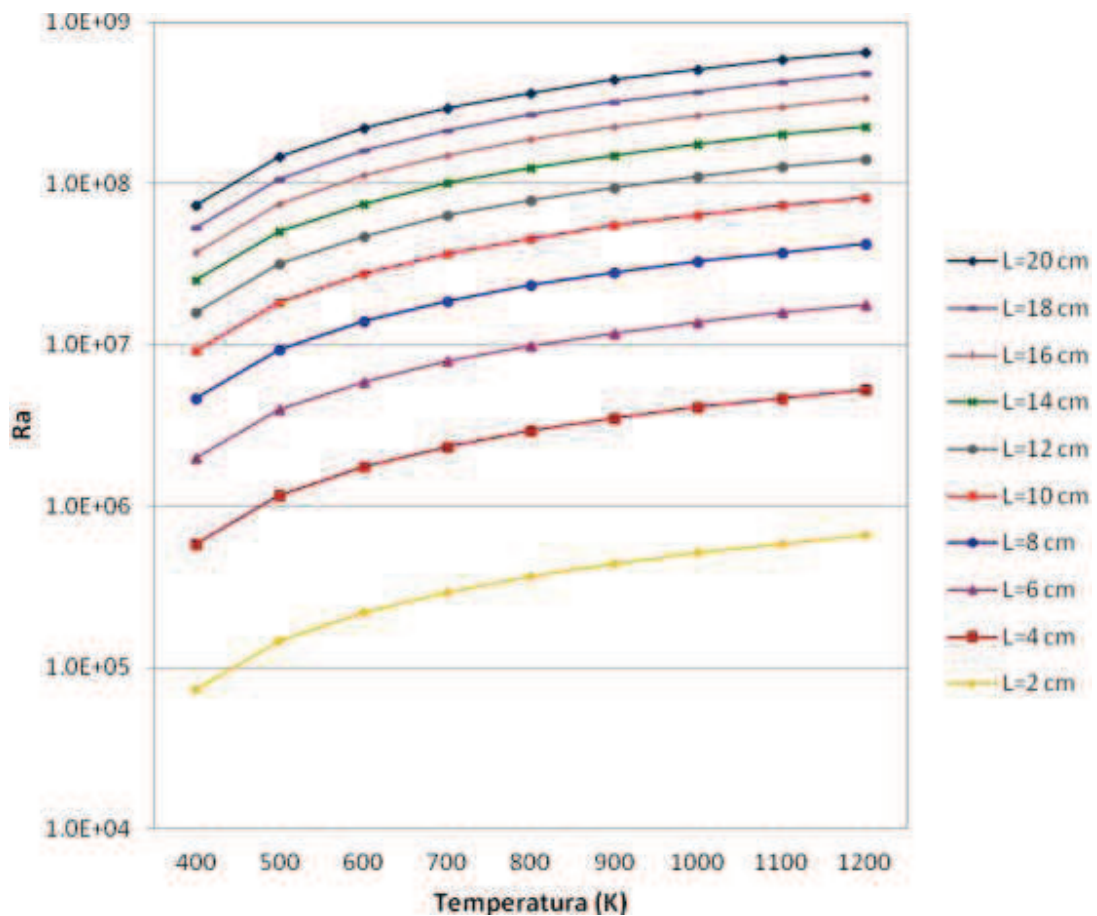


Figura 2.6. Comportamiento del Número de Rayleigh con propiedades termofísicas calculadas a temperatura ambiente.

De los diferentes estudios experimentales de convección natural en cavidades cúbicas abiertas, la mayoría de los autores han reportado que el inicio de la transición al régimen turbulento se presenta para números de Rayleigh mayores a  $1 \times 10^8$ . Con base en este valor, en las figuras 2.5 y 2.6 se observa que para cavidades de longitud igual a 12 cm o menores, el régimen de flujo es laminar.

## CAPÍTULO 3

### Solución numérica

En el capítulo anterior se mencionó que las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos y transferencia de calor, no tienen solución analítica debido a la no linealidad de los términos inerciales de las ecuaciones de cantidad de movimiento. Además, estas ecuaciones contienen gradientes de presión que no se conocen, puesto que no se cuenta con una ecuación que describa a dicha variable. En consecuencia, es necesario utilizar una metodología numérica apropiada para dar solución a las ecuaciones gobernantes.

Por lo anterior, en éste capítulo se describen en forma general los métodos numéricos de solución de ecuaciones diferenciales parciales no lineales, el algoritmo de acople entre las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento, la implementación de las condiciones de frontera y el método de solución de las ecuaciones discretas.

### 3.1 El concepto de discretización.

La solución numérica de una ecuación diferencial consiste de un conjunto de números, de los cuales, la distribución de la variable dependiente ( $\phi$ ) puede ser construida. En este sentido, un método numérico es semejante a un experimento de laboratorio, en el que un conjunto de lecturas de un instrumento, nos permite establecer la distribución de las cantidades medidas en el dominio bajo investigación. El analista numérico y el experimentador de laboratorio deben quedar satisfechos con solo un número finito de valores como resultado, aunque este número puede, por lo menos en principio, ser bastante grande para propósitos prácticos. Un método de numérico, trata con los valores desconocidos de la variable dependiente en un número finito de posiciones (llamados puntos de malla) en el dominio de cálculo. El método incluye la tarea de proveer un conjunto de ecuaciones algebraicas para los valores desconocidos, así como prescribir un algoritmo de solución para estas.

Al definir una malla espacial y representar la distribución de la variable sobre los nodos de la misma, se ha reemplazado la información del continuo de la ecuación diferencial con valores discretos. En consecuencia, se ha discretizado la distribución de la variable, y es correcto referirse a esta clase de métodos numéricos como *métodos de discretización*.

Las ecuaciones algebraicas involucran los valores desconocidos de la variable dependiente en los puntos (nodos) de la malla elegida, las cuales de ahora en adelante deben ser llamadas *ecuaciones discretas*. Estas ecuaciones, se derivan de la ecuación diferencial gobernante, y por lo tanto, expresan la misma información física que la ecuación diferencial. En esta derivación, se debe emplear alguna consideración acerca de cómo cambia la variable entre los puntos de la malla. Aunque este “perfil” de la variable, podría ser elegido de tal forma que una expresión algebraica sencilla sea suficiente para el dominio completo de cálculo, a menudo es más práctico utilizar perfiles locales, tales que para un segmento dado, se describe la variación de la variable sobre solo una pequeña región, en función de los valores de

dicha variable sobre los puntos de la malla, dentro y alrededor de esa región. De este modo, es común subdividir el dominio de cálculo en un número de subdominios o elementos, en los que se consideran perfiles separados que pueden estar asociados con cada uno de los subdominios.

### 3.2 Métodos de discretización.

Actualmente existen varios métodos para discretizar ecuaciones. Es decir, que para una ecuación diferencial parcial dada, la discretización requerida de la misma, puede ser derivada de muchas formas. Entre los principales métodos para realizar esta discretización se encuentran los siguientes: diferencias finitas, elemento finito y volumen finito. A continuación se describen brevemente cada uno de ellos.

#### Método de Diferencias Finitas

Este método es el más antiguo y fácil de aplicar en la solución de problemas con geometrías sencillas, y consiste en aproximar las derivadas, en la ecuación diferencial de la variable dependiente  $\phi$ , mediante un truncamiento de las series de Taylor. Estas aproximaciones finitas reemplazan a las derivadas de  $\phi$ , en los puntos (nodos) de una malla numérica definida previamente. Como resultado se obtiene una ecuación algebraica para la variable dependiente  $\phi$ , en cada punto de la malla.

La desventaja que presenta el método de diferencias finitas es que puede ser no conservativo, es decir, la conservación de masa puede no cumplirse, a menos que se realice un análisis especial y riguroso para conseguir tal conservación. Otra desventaja del método es que está restringido a problemas de geometrías sencillas.

### Método de elemento finito

Este método (MEF) se fundamenta en el cálculo variacional y para entender el método en su totalidad, se debe tener suficiente conocimiento de esta rama del cálculo. Sin embargo, es necesario presentar una apreciación general del procedimiento que sigue este método.

En el cálculo de variaciones se considera que resolver cierta ecuación diferencial es equivalente a minimizar una cantidad relacionada con la ecuación, la cual es conocida como “*el funcional*”. Esta equivalencia es conocida como el principio variacional. Si el funcional es minimizado con respecto a los valores de los puntos de la malla de la variable dependiente, las condiciones resultantes dan la discretización de las ecuaciones requeridas. Además de su complejidad conceptual y algebraica, el principal inconveniente de esta formulación es que su aplicación es limitada en problemas de flujo de fluidos y transferencia de calor, puesto que no existe un principio variacional para todas las ecuaciones diferenciales de interés.

### Método de Volumen Finito

El método de volumen finito (MVF) es una formulación especial del método de diferencias finitas y consiste en definir una malla numérica cuyo dominio es dividido en un número finito de volúmenes de control, ordenados consecutivamente sin traslaparse. Este método utiliza la forma integral de las ecuaciones de conservación, las cuales se aplican a cada punto de la malla (nodo). Estos son colocados de manera intencional en el centro de cada volumen de control (VC), para el cálculo de la variable dependiente.

La metodología numérica de volumen finito se resume en los siguientes pasos:

1. Definir y generar una malla numérica, la cual representa el dominio de cálculo en que se desea conocer el valor de las variables dependientes.

2. Integración y discretización de las ecuaciones gobernantes del fenómeno que se estudia, sobre todos los volúmenes de control del dominio de solución. Esta discretización, se realiza mediante la sustitución de algún tipo de aproximación del tipo diferencias finitas, en los términos de las ecuaciones integradas que representen procesos de flujo como: convección, difusión y fuentes. Como resultado de este proceso se obtiene un conjunto de ecuaciones algebraicas.

3. Solución de las ecuaciones algebraicas mediante un algoritmo iterativo.

La característica más atractiva del método de volumen finito es la integración sobre cada volumen de control, esto a su vez, le proporciona una clara ventaja sobre los otros métodos, puesto que tal integración, representa por sí misma, conservación de masa, cantidad de movimiento y de energía para cada volumen de control finito, y por supuesto, sobre el dominio global de cálculo.

El método de volumen finito puede ser utilizado con mallas uniformes y no uniformes, y por ende, ser aplicado a geometrías complejas, ya que la malla computacional únicamente define las fronteras de los volúmenes de control. Cabe mencionar que los principales códigos comerciales utilizados para la simulación de la dinámica de fluidos computacional (CFD), tales como: PHOENICS, FLUENT, FLOW3D y STAR-CD, están fundamentados en el método de volumen finito [Versteeg y Malalasekera, 1995].

Por lo anterior, en este trabajo se ha elegido el método de volumen finito para la solución numérica de las ecuaciones diferenciales parciales que gobiernan el flujo de fluidos y la transferencia de calor.

### 3.3 La ecuación diferencial generalizada

La solución numérica del flujo, la transferencia de calor y otros procesos relacionados, inicia cuando las leyes gobernantes de estos procesos han sido expresadas en forma matemática, generalmente en términos de ecuaciones diferenciales. Cada ecuación diferencial emplea una cantidad física como su variable dependiente, las cuales son normalmente propiedades específicas en las ecuaciones de conservación de masa, cantidad de movimiento y energía, esto es, cantidad de masa, componentes de velocidad y entalpía específica, respectivamente. Aunque la temperatura no es una propiedad específica, frecuentemente es considerada como una variable dependiente, ya que surge de la energía interna o entalpía específica.

Las ecuaciones de conservación, muestran que las variables dependientes obedecen un principio de conservación generalizado. Si la variable dependiente se denota por  $\phi$ , la ecuación diferencial generalizada, dada por Patankar (1980), es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S \quad (3.1)$$

Donde, el subíndice  $j$  denota los tres espacios coordenados, por lo que puede tomar valores de 1, 2 y 3,  $\Gamma$  es el coeficiente de difusión y  $S$  es el término fuente.

El primer término de lado izquierdo en la ecuación diferencial generalizada, es conocido como término transitorio y representa la rapidez de acumulación de la variable  $\phi$ , el segundo término representa los cambios por convección. Los dos términos de lado derecho son, el término debido a la difusión y el término fuente, respectivamente. En este último se agrupan todos aquellos términos que no pueden ser incluidos en los términos transitorios, de convección y de difusión. La tabla 3.1 muestra las equivalencias de cada término de las ecuaciones de conservación, respecto a la ecuación generalizada.

Tabla 3.1. Equivalencias de las ecuaciones gobernantes respecto a la ecuación de conservación generalizada.

Ecuación de conservación	$\phi$	$\Gamma$	$S$
Masa	1	0	0
Cantidad de movimiento en $x$	$u$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xx}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yx}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial u}{\partial y}\right) + \rho g_x$
Cantidad de movimiento en $y$	$v$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial x}(\tau_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(\tau_{yy}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial x}\right) - \frac{\partial}{\partial y}\left(\mu \frac{\partial v}{\partial y}\right) + \rho g_y$
Energía	$C_p T$	$k$	0

### 3.4 Generación de la malla numérica

Como se mencionó previamente, el método de volumen finito consiste de tres pasos esenciales para su desarrollo: generación de la malla numérica, integración y discretización de las ecuaciones gobernantes y por ultimo, la solución de las ecuaciones discretas.

Para generar la malla numérica, se divide el dominio de cálculo en un número de volúmenes de control discretos. Un número finito de puntos nodales serán ubicados entre las fronteras del dominio de solución, de modo que cada nodo estará rodeado por un volumen de control finito o celda. Para el caso de los volúmenes de control adyacentes a las fronteras físicas del dominio, coincidirán también con las fronteras del volumen de control finito.

A continuación, se establece la notación convencional que es utilizada en el desarrollo del método de volumen finito. El punto nodal por analizar se representa como  $P$  (figura 3.1), del idioma inglés se denotará a los nodos vecinos, en el eje  $x$ ,



como  $W$  (*West*) y  $E$  (*East*) y como  $N$  (*North*) y  $S$  (*South*), a los nodos vecinos en el eje  $y$ . Las fronteras de los volúmenes de control entre los nodos  $P$  y  $W$  será denotada como  $w$ , entre los nodos  $P$  y  $E$  como  $e$ , entre los nodos  $P$  y  $N$  como  $n$ , y por último, la frontera del volumen de control finito entre los nodos  $P$  y  $S$ , será denotado por  $s$ . Por otra parte, las distancias entre los nodos  $W$ - $P$ - $E$  y  $N$ - $P$ - $S$ , se denominan como  $(\delta x)_{WP}$ ,  $(\delta x)_{PE}$ ,  $(\delta y)_{PN}$  y  $(\delta y)_{SP}$ , respectivamente. Así también, la distancia entre las fronteras de cada volumen de control se denomina como  $\Delta x$  para  $w$  y  $e$ , y como  $\Delta y$  para las fronteras  $n$  y  $s$ .

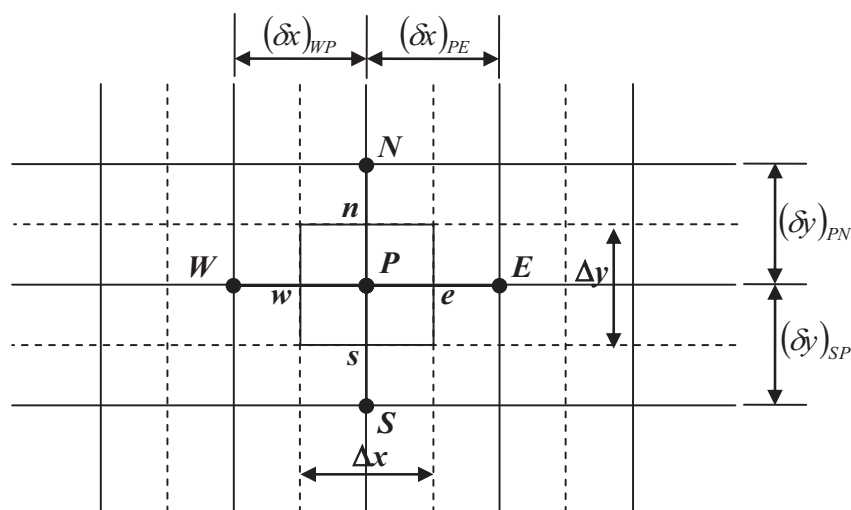


Figura 3.1. Volumen de control para una malla en 2D.

### 3.5 Integración y discretización de las ecuaciones gobernantes

La parte primordial del método de volumen finito es la integración de las ecuaciones gobernantes sobre el volumen de control. Para ello, es necesario reescribir la ecuación generalizada (3.1) en coordenadas rectangulares para 2-D, como sigue:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y}\right) + S \quad (3.2)$$

Así que al representar las integrales con sus respectivos límites, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \int \int \int_{w,s,t}^{e,n,t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial t} (\rho\phi) dx dy dt + \int \int \int_{w,s,t}^{e,n,t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} (\rho u\phi) dx dy dt + \int \int \int_{w,s,t}^{e,n,t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial y} (\rho v\phi) dx dy dt = \\ & \int \int \int_{w,s,t}^{e,n,t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) dx dy dt + \int \int \int_{w,s,t}^{e,n,t+\Delta t} \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right) dx dy dt + \int \int \int_{w,s,t}^{e,n,t+\Delta t} S dx dy dt \end{aligned} \quad (3.3)$$

Al realizar las integraciones espaciales de la ecuación (3.3) sobre los límites geométricos del volumen de control, se obtiene:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t} \Delta x \Delta y + [(\rho u\phi)_e - (\rho u\phi)_w] \Delta y + [(\rho v\phi)_n - (\rho v\phi)_s] \Delta x = \\ & \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x + \bar{S} \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (3.4)$$

Cabe mencionar que en este trabajo solo interesan los resultados en el estado permanente. Sin embargo se utiliza la técnica numérica de falso transitorio (*Pseudo-Transient*), propuesta por [De Vahl Davis y Mallinson, 1973]. Esta técnica consiste en involucrar el término temporal en la discretización de las ecuaciones, pero la solución iterativa de estas, no se calcula en cada instante de tiempo. Los beneficios de esta técnica son proveer estabilidad al método y alcanzar la solución del estado permanente mucho más rápido.

Por lo anterior, y en vista de que la ecuación (3.4) no ha sido integrada en el tiempo, se utiliza la siguiente expresión para la integral del tiempo:

$$\int_t^{t+\Delta t} \phi dt = [f\phi^{n+1} + (1-f)\phi^n] \Delta t \quad (3.5)$$

En esta expresión, se tiene que:

Si  $f = 0$  el esquema es explícito.

Si  $f = 0.5$  el esquema es crack-Nicolson.

Si  $f = 1$  el esquema es implícito.

El esquema implícito es recomendable para la mayoría de los estudios numéricos de flujo de fluidos y transferencia de calor debido a tres factores: su simplicidad, la estabilidad que proporciona a la solución y a su comportamiento físicamente satisfactorio. Por estas razones se elige el esquema implícito, esto es  $f=1.0$ , entonces  $n+1$  representa el instante de tiempo en que serán evaluadas las variables dependientes. Al considerar  $n=0$ , el resultado de la integración temporal de la ecuación (3.4) sobre un volumen de control es:

$$\begin{aligned} & [(\rho\phi)_P - (\rho\phi)_P^0] \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u\phi)_e - (\rho u\phi)_w] \Delta y + [(\rho v\phi)_n - (\rho v\phi)_s] \Delta x = \\ & \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y + \left[ \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x + S \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (3.6)$$

Para simplificar la ecuación (3.6), se definen los flujos convectivos a través de las caras del volumen de control, mediante:

$$\begin{aligned} F_e &= (\rho u)_e \Delta y & F_w &= (\rho u)_w \Delta y \\ F_n &= (\rho v)_n \Delta x & F_s &= (\rho v)_s \Delta x \end{aligned} \quad (3.7)$$

Los términos difusivos en las caras del volumen de control, por:

$$\begin{aligned} D_e &= \frac{\Gamma}{\delta x_e} \Delta y & D_w &= \frac{\Gamma}{\delta x_w} \Delta y \\ D_n &= \frac{\Gamma}{\delta x_s} \Delta x & D_s &= \frac{\Gamma}{\delta x_s} \Delta x \end{aligned} \quad (3.8)$$

Los flujos totales a través de las caras de los volúmenes de control (flujos convectivos más flujos difusivos), se definen como:

$$\begin{aligned}
 J_e &= \left[ (\rho u \phi)_e - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e \right] \Delta y & J_w &= \left[ (\rho u \phi)_w - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \\
 J_n &= \left[ (\rho v \phi)_n - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_n \right] \Delta x & J_s &= \left[ (\rho v \phi)_s - \left( \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_s \right] \Delta x
 \end{aligned} \tag{3.9}$$

Al sustituir los flujos totales en la ecuación (3.6), se obtiene:

$$\left[ (\rho \phi)_P - (\rho \phi)_P^0 \right] \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [J_e - J_w] + [J_n - J_s] = \bar{S} \Delta x \Delta y \tag{3.10}$$

El término fuente  $S$ , puede depender de la variable  $\phi$ , por lo que este se linealiza como  $S = S_C + S_P \phi_P$ . De tal forma que en el término  $S_C$ , se agrupan los términos que no dependen de la variable dependiente y en  $S_P \phi_P$ , aquellos términos que sí dependen de esta. Con esta modificación, la ecuación (3.10) puede ser reescrita como:

$$\left[ (\rho \phi)_P - (\rho \phi)_P^0 \right] \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [J_e - J_w] + [J_n - J_s] = (S_C - S_P \phi_P) \Delta x \Delta y \tag{3.10a}$$

Para asegurar que el campo de velocidad y densidad satisfacen la ecuación de conservación de masa en todo el dominio de cálculo, es necesario integrar dicha ecuación e incluirla en la formulación general de las ecuaciones discretizadas. La ecuación de continuidad se obtiene de sustituir las equivalencias correspondientes de la tabla 3.1 en la ecuación diferencial generalizada (3.2), y queda:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) = 0 \tag{3.11}$$

Al expresar las integrales con sus límites correspondientes, se obtiene:

$$\int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \int \frac{\partial \rho}{\partial t} dx dy dt + \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \int \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) dx dy dt + \int_{w_s}^e \int_{s_t}^{t+\Delta t} \int \frac{\partial}{\partial y} (\rho v) dx dy dt = 0 \tag{3.12}$$

Después de realizar las integrales sobre los límites del volumen de control y sustituir los flujos convectivos dados por las expresiones (3.7), se obtiene:

$$[\rho_P - \rho_P^0] \Delta x \Delta y + [F_e - F_w] \Delta t + [F_n - F_s] \Delta t = 0 \quad (3.13)$$

Si se multiplica por  $\phi_P$  y se divide por  $\Delta t$ , la ecuación (3.13) se reduce a:

$$[(\rho\phi)_P - (\rho_P^0\phi_P^0)] \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [F_e - F_w] \phi_P + [F_n - F_s] \phi_P = 0 \quad (3.14)$$

Al sustraer la ecuación (3.14) de la (3.10a), se obtiene la ecuación discretizada para el punto P en el dominio de cálculo:

$$\begin{aligned} & [(\rho_P^0\phi_P) - (\rho_P^0\phi_P^0)] \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(J_e - F_e\phi_P) - (J_w - F_w\phi_P)] + [(J_n - F_n\phi_P) - (J_s - F_s\phi_P)] \\ & = (S_C + S_P\phi_P) \Delta x \Delta y \end{aligned} \quad (3.15)$$

Con el fin de representar los flujos totales en función de coeficientes agrupados, se utiliza la formulación de esquema generalizado propuesta por [Patankar, 1980]:

$$\begin{aligned} J_e &= a_E(\phi_P - \phi_E) + F_e\phi_P & J_w &= a_W(\phi_W - \phi_P) + F_w\phi_P \\ J_n &= a_N(\phi_P - \phi_N) + F_n\phi_P & J_s &= a_S(\phi_S - \phi_P) + F_s\phi_P \end{aligned} \quad (3.16)$$

Al sustituir las expresiones (3.16) en la ecuación (3.15), se obtiene:

$$a_P\phi_P = a_E\phi_E + a_W\phi_W + a_N\phi_N + a_S\phi_S + b \quad (3.17)$$

O también:

$$a_P\phi_P = \sum a_{vecinos} \phi_{vecinos} + b \quad (3.17a)$$

En la ecuación (3.17), los coeficientes están dados por:

$$a_E = D_e A(|Pe_e|) + \max[-F_e, 0] \quad (3.18)$$

$$a_W = D_w A(|Pe_w|) + \max[F_w, 0] \quad (3.19)$$

$$a_N = D_n A(|Pe_n|) + \max[-F_n, 0] \quad (3.20)$$

$$a_S = D_s A(|Pe_s|) + \max[F_s, 0] \quad (3.21)$$

$$a_P^0 = \frac{\rho_P^0 \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.22)$$

$$b = a_P^0 \phi_P^0 + S_C \Delta x \Delta y \quad (3.23)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S + a_P^0 - S_P \Delta x \Delta y \quad (3.24)$$

Los números de Peclet representan una razón relativa de los efectos convectivos respecto a los difusivos en el fluido. Estos se expresan como:

$$\begin{aligned} Pe_e &= \frac{F_e}{D_e} & Pe_w &= \frac{F_w}{D_w} \\ Pe_n &= \frac{F_n}{D_n} & Pe_s &= \frac{F_s}{D_s} \end{aligned} \quad (3.25)$$

La función  $A(|Pe|)$ , depende del esquema de aproximación utilizado. Una breve descripción de los esquemas numéricos de bajo orden, se presenta en el siguiente apartado.

---

**Esquemas de aproximación.**

Evaluar la función  $A(|Pe|)$ , implica conocer los valores de las variables dependientes en las fronteras de los volúmenes de control. Esto a su vez, permitirá calcular los flujos totales a través de las mismas, así como los coeficientes que aparecen en la ecuación discretizada (3.17). Para ello, el método de volumen finito utiliza esquemas de aproximación, que pueden ser de bajo o alto orden. Estos se nombran así, por la exactitud que presentan en términos del error de truncamiento de las series de Taylor. Como en este estudio las velocidades del flujo son pequeñas, se utilizarán esquemas de bajo orden, estos relacionan directamente los valores de las variables con los puntos nodales más cercanos (uno o dos) para la aproximación de los términos convectivos en las fronteras del volumen de control, ya que para los términos difusivos generalmente se utiliza el mismo esquema numérico (diferenciación centrada).

**1). Esquema de diferenciación centrada (*Central Differencing Scheme*).** En este esquema, los valores de la variable dependiente en las fronteras del volumen de control están dados por un promedio de los dos valores nodales más cercanos a él. Se ha demostrado analíticamente, que el esquema de diferenciación centrada es el más adecuado para aproximar los términos difusivos de las ecuaciones gobernantes. Sin embargo, no es recomendable utilizarlo para aproximar términos convectivos, debido a su incapacidad para identificar la dirección del flujo [Versteeg y Malalasekera, 1995].

**2). Esquema de diferenciación hacia adelante (*Upwind Differencing Scheme*).** Es bien conocido que el esquema de diferenciación centrada tiene problemas para identificar la dirección del flujo, y esto es precisamente lo que hace el esquema de diferenciación hacia adelante, llamado también de celda donante. Este esquema aproxima el valor de la variable en la frontera del volumen de control con el valor nodal inmediatamente a la frontera, según el sentido de la velocidad, es altamente estable para problemas de convección–difusión. El principal inconveniente de este

esquema es que produce resultados erróneos cuando la velocidad del flujo no es paralela a las líneas de la malla.

**3). Esquema de diferenciación híbrido (*Hibrid Differencing Scheme*).** Este esquema es muy recomendable en problemas de convección–difusión, ya que utiliza las propiedades favorables del esquema de diferenciación central para velocidades bajas ( $-2 \leq Pe \leq 2$ ) y para velocidades elevadas ( $Pe > 2$ ), utiliza las propiedades del esquema de diferenciación hacia adelante, de tal manera que las limitaciones de este último no las posee el esquema híbrido. El nombre híbrido es indicativo de una combinación de ambos esquemas, diferenciación central y diferenciación hacia adelante. Cabe mencionar que la formulación del esquema híbrido es válida para cualquier ubicación arbitraria de las fronteras de los volúmenes de control entre los puntos de la malla y no está limitada a mallas con espaciamiento uniforme (Patankar, 1980).

**4). Esquema exponencial (*Exponential Scheme*).** Este esquema se desarrolló de acuerdo a la solución analítica (exacta) del problema unidimensional en estado permanente, por lo que produce la solución exacta para cualquier valor del número de Peclet y para cualquier número de puntos de malla en este tipo de problemas. Sin embargo, el esquema exponencial no es muy utilizado ni recomendable en problemas de convección–difusión de dos o tres dimensiones, debido a que no es exacto en este tipo de problemas, además de presentar demasiado tiempo de cómputo.

**5). Esquema de ley de potencias (*Power-law Scheme*).** Este esquema fue desarrollado por Patankar (1980), y es una modificación del esquema Híbrido en base al esquema exponencial. Esta formulación asume que la diferenciación de la difusión es cero cuando el número de Peclet es mayor a 10. Si  $0 < Pe < 10$  el flujo es evaluado por una expresión polinomial. Este esquema presenta la misma exactitud en los resultados que el esquema exponencial pero además, mejora la convergencia, por lo que es el más utilizado y recomendable en problemas de convección–difusión.



En la tabla 3.2 se muestran los valores de la función  $A(|Pe|)$  para los esquemas de bajo orden.

Tabla 3.2. Función  $A(|Pe|)$  para los esquemas de bajo orden.

Esquema numérico	Función $A( Pe )$
Diferenciación hacia adelante	1.0
Diferenciación centrada	$1-0.5 Pe $
Híbrido	$\max[0,(1-0.5 Pe )]$
Exponencial	$ Pe  / (\exp( Pe )-1)$
Ley de potencia	$\max[0,(1-0.1 Pe )^5]$

### 3.6 Algoritmos de acople presión-velocidad.

Uno de los objetivos particulares de este trabajo es analizar el efecto de las propiedades termofísicas variables sobre el campo de velocidad. Sin embargo, el campo de velocidad no es conocido y emerge como una parte del proceso global de solución con las otras variables de flujo.

Por otro lado, es importante recordar que las componentes de velocidad están gobernadas por las ecuaciones de cantidad de movimiento, las cuales contienen los términos inerciales que son no lineales. Si la no linealidad de estas ecuaciones aparece como una dificultad, entonces, al iniciar con un campo de velocidad y temperatura supuesto, se podrían resolver iterativamente las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía, hasta llegar a la solución convergente para las componentes de velocidad y temperatura.

La dificultad real en el cálculo de los componentes de velocidad, radica en que el campo de presión no es conocido. Los gradientes de presión forman parte del término fuente de las ecuaciones de cantidad de movimiento, por lo que, se presenta una complejidad al estimar el papel de la presión en las mismas. Es decir, si el gradiente de presión es conocido, el proceso de discretización de las ecuaciones de cantidad de movimiento para las componentes de velocidad, se realiza de manera

similar al presentado en la sección 3.5. Sin embargo, uno de los propósitos de los métodos numéricos en flujo de fluidos es precisamente calcular la variación de presión. Puesto que esta diferencia de presiones representa la fuerza impulsora para que exista el flujo del fluido.

El campo de presión está indirectamente especificado por medio de la ecuación de continuidad, es decir, si el campo de presión es correcto, al sustituirlo en las ecuaciones de cantidad de movimiento, el campo de velocidad resultante deberá satisfacer la ecuación de continuidad. La afirmación anterior se debe al acople que existe entre éstas ecuaciones.

### **La técnica de mallas desplazadas**

La determinación del campo de presión está relacionada con el proceso de discretización de las ecuaciones de momentum y continuidad, lo cual implica generar una malla numérica para las variables  $u$ ,  $v$  y  $P$ . Lo más lógico sería que utilizaran la misma, no obstante, si las velocidades y las presiones se representan en la misma malla, es decir, si utilizan los mismos volúmenes de control, un campo de presión no uniforme (físicamente real) se comportaría como un campo de presión uniforme (físicamente irreal) al aproximar los gradientes de ésta por una interpolación lineal (esquema de diferenciación central), debido a que la presión en el nodo principal  $P$  no aparece en la ecuación discretizada de cantidad de movimiento.

Una solución a este problema es utilizar la técnica de mallas desplazadas para los componentes de velocidad. Esto es, las variables escalares como presión y temperatura se evalúan en los puntos nodales de una malla central o principal, pero los componentes de velocidad se evalúan sobre mallas desplazadas en las direcciones  $x$ ,  $y$  (para el caso de coordenadas cartesianas en 2-D), de tal forma que las fronteras de los volúmenes de control de los componentes de velocidad coinciden con los puntos nodales de la malla principal.



$$a_e u_e = \sum a_{Vecinos} u_{Vecinos} + (P_P - P_E) A_e + b^u \quad (3.26)$$

$$a_n v_n = \sum a_{Vecinos} v_{Vecinos} + (P_P - P_N) A_n + b^v \quad (3.27)$$

En estas ecuaciones, el término  $(P_P - P_E) A_e$  representa la fuerza de presión que actúa sobre un volumen de control de  $u$ , y  $(P_P - P_N) A_n$  describe la fuerza de presión que actúa sobre un volumen de control de  $v$ .

El siguiente paso es suponer un campo de presión  $P^*$  y al resolver las ecuaciones discretizadas de cantidad de movimiento con este campo de presión, se obtiene un campo de velocidad supuesto denotado por  $u^*$  y  $v^*$ , por lo que las ecuaciones pueden ser representadas como:

$$a_e u_e^* = \sum a_{Vecinos} u_{Vecinos}^* + (P_P^* - P_E^*) A_e + b^u \quad (3.28)$$

$$a_n v_n^* = \sum a_{Vecinos} v_{Vecinos}^* + (P_P^* - P_N^*) A_n + b^v \quad (3.29)$$

Ahora, si se designa a  $P'$  como la corrección de presión, la cual es la diferencia entre la presión corregida  $P$  y la presión supuesta  $P^*$ , se tiene:

$$P = P^* + P' \quad (3.30)$$

De igual forma para las velocidades:

$$u = u^* + u' \quad u' = u - u^* \quad (3.31)$$

$$v = v^* + v' \quad v' = v - v^* \quad (3.32)$$

Si se sustituyen los valores corregidos de  $P$ ,  $u$  y  $v$  en la ecuación (3.26) y (3.27), se obtiene:

$$a_e(u_e^* + u_e') = \sum a_{Vecinos}(u^* + u')_{Vecinos} + [(P_P^* + P_P') - (P_E^* + P_E')]A_e + b^u \quad (3.33)$$

$$a_n(v_n^* + v_n') = \sum a_{Vecinos}(v^* + v')_{Vecinos} + [(P_P^* + P_P') - (P_N^* + P_N')]A_n + b^v \quad (3.34)$$

Si se sustraen las ecuaciones con valores supuestos de presión  $P^*$  (3.28) y (3.29) de las ecuaciones de momentum corregidas (3.33) y (3.34), se tiene:

$$a_e u_e' = \sum a_{Vecinos} u'_{Vecinos} + (P_P' - P_E')A_e \quad (3.35)$$

$$a_n v_n' = \sum a_{Vecinos} v'_{Vecinos} + (P_P' - P_N')A_n \quad (3.36)$$

Aquí se introduce una aproximación, esto es, la omisión de los siguientes términos:

$$\sum a_{Vecinos} u'_{Vecinos} \approx 0 \quad (3.37)$$

$$\sum a_{Vecinos} v'_{Vecinos} \approx 0 \quad (3.38)$$

Esta aproximación es precisamente, la principal característica y lo que le da el nombre de algoritmo SIMPLE, puesto que estos términos representan una influencia directa o implícita de la corrección de presión sobre la velocidad y el omitirlos es lo que permite que el algoritmo sea semi-implícito. Además se considera que al final del ciclo iterativo, estos términos se hacen cero, de tal manera que el omitirlos, no representa ningún error en la solución de las ecuaciones de conservación. Sin embargo, al implementar el algoritmo SIMPLE en un código computacional, se tiene que utilizar un factor de relajación denotado por la letra griega alfa ( $\alpha$ ), debido principalmente a que la corrección de la presión en las ecuaciones es muy susceptible a la divergencia durante el proceso iterativo, por la omisión de estos términos. Por consiguiente, la expresión para la presión y las velocidades corregidas, es:

$$P = P^* + \alpha_p P' \quad (3.39)$$

$$u = u^* + \alpha_u u' \quad (3.40)$$

$$v = v^* + \alpha_v v' \quad (3.41)$$

Cuando se elige un factor de relajación entre 0 y 1, se tiene un efecto de bajo-relajación, éste es el caso del algoritmo SIMPLE. Por el contrario, si se elige un factor de relajación mayor que 1 el efecto es de sobre-relajación. Los detalles acerca de la omisión de los términos dados por las ecuaciones (3.37) y (3.38), así como del factor de relajación, son presentados por Patankar (1980).

Después de omitir los términos mencionados, las ecuaciones (3.35) y (3.36) se pueden reescribir como:

$$a_e u'_e = (P'_P - P'_E) A_e \quad (3.42)$$

$$a_n v'_n = (P'_P - P'_N) A_n \quad (3.43)$$

Para simplificar las ecuaciones anteriores, se introducen los siguientes términos:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad (3.44)$$

$$d_n = \frac{A_n}{a_n} \quad (3.45)$$

Al sustituir estos términos en las ecuaciones (3.42) y (3.43), se obtiene:

$$u'_e = d_e (P'_P - P'_E) \quad (3.46)$$

$$v'_n = d_n (P'_P - P'_N) \quad (3.47)$$

Siguiendo con el procedimiento anterior, las ecuaciones de corrección para los componentes de velocidad  $u$  y  $v$ , son:

$$u_n = u_e^* + d_e(P'_P - P'_E) \quad (3.48)$$

$$v_n = v_n^* + d_n(P'_P - P'_N) \quad (3.49)$$

Ahora, es necesario satisfacer la ecuación de continuidad, la cual después de ser integrada en la misma forma que en la sección 3.5, se obtiene:

$$(\rho_P - \rho_P^0) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u)_e - (\rho u)_w] \Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s] \Delta x = 0 \quad (3.50)$$

Después de sustituir las ecuaciones de corrección para cada componente de velocidad y agrupar términos, se obtiene la ecuación de discretización para  $P'$ :

$$a_P P'_P = a_E P'_E + a_W P'_W + a_N P'_N + a_S P'_S + b \quad (3.51)$$

En la ecuación (3.51), los coeficientes están dados por:

$$a_E = \rho_e d_e \Delta y \quad (3.52)$$

$$a_W = \rho_w d_w \Delta y \quad (3.53)$$

$$a_N = \rho_n d_n \Delta x \quad (3.54)$$

$$a_S = \rho_s d_s \Delta x \quad (3.55)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S \quad (3.56)$$

$$b = (\rho_P^0 - \rho_P) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] \Delta y + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n] \Delta x \quad (3.57)$$

### El algoritmo SIMPLEC

El algoritmo SIMPLEC (método semi-implícito consistente para ecuaciones acopladas con la presión) fue propuesto por Van Doormaal y Raithby (1984), y sigue el mismo procedimiento que el algoritmo SIMPLE, con la diferencia que las ecuaciones de cantidad de movimiento son manipuladas de forma diferente.

Los autores del algoritmo SIMPLEC consideran que la omisión de los términos dados por las ecuaciones (3.37) y (3.38), es una aproximación inconsistente del algoritmo SIMPLE, debido a que si la presión  $P$  es corregida por  $P'$ , los componentes de velocidad responden a este cambio de presión por  $u'_e$  y  $v'_n$ , mientras que los coeficientes vecinos lo hacen mediante  $u'_{vecinos}$  y  $v'_{vecinos}$ . Estos cambios de velocidad serán todos del mismo orden de magnitud, así que el omitir unos términos en el lado derecho de las ecuaciones (3.35) y (3.36), y retener otros de magnitud similar en el lado izquierdo de las mismas, representa una inconsistencia. Una aproximación “consistente”, se obtiene al sustraer de ambos lados de éstas ecuaciones, los siguientes términos:

$$\sum a_{vecinos} u'_e \quad (3.58)$$

$$\sum a_{vecinos} v'_n \quad (3.59)$$

Ahora, las ecuaciones (3.35) y (3.36) se pueden escribir como:

$$a_e u'_e - \sum a_{vecinos} u'_e = \sum a_{vecinos} (u'_{vecinos} - u'_e) + (P'_P - P'_E) A_e \quad (3.60)$$

$$a_n v'_n - \sum a_{vecinos} v'_n = \sum a_{vecinos} (v'_{vecinos} - v'_n) + (P'_P - P'_N) A_n \quad (3.61)$$



La aproximación del algoritmo SIMPLEC consiste en omitir los términos subrayados de las ecuaciones anteriores. Esto se justifica adecuadamente al recordar que las velocidades de corrección  $u'_e$  y  $v'_n$ , son el resultado de las velocidades vecinas  $u'_{vecinos}$  y  $v'_{vecinos}$  respectivamente, razón por la cual los términos subrayados sí pueden considerarse nulos. En consecuencia, las ecuaciones (3.60) y (3.61) quedan:

$$a_e u'_e - \sum a_{vecinos} u'_e = (P'_P - P'_E) A_e \quad (3.62)$$

$$a_n v'_n - \sum a_{vecinos} v'_n = (P'_P - P'_N) A_n \quad (3.63)$$

De las ecuaciones anteriores, se tiene entonces una modificación para los términos  $d_e$  y  $d_n$ , los cuales ahora se expresan en la forma siguiente:

$$d_e = \frac{A_e}{a_e - \sum a_{vecinos}} \quad (3.64)$$

$$d_n = \frac{A_n}{a_n - \sum a_{vecinos}} \quad (3.65)$$

La secuencia de pasos en el algoritmo SIMPLEC es idéntica al del algoritmo SIMPLE, con las siguientes excepciones:

1. Los términos  $d$ 's, ahora se obtienen con las ecuaciones (3.64) y (3.65) en lugar de las ecuaciones (3.44) y (3.45).
2. Los nuevos términos  $d$ 's se sustituyen en la ecuaciones de corrección de los componentes de velocidad dados por (3.46) y (3.47), y en las ecuaciones de los coeficientes de corrección de presión  $P'$  (3.52)-(3.55).
3. La corrección de presión  $P'$  no debe ser bajo-relajada, así que el factor de relajación  $\alpha_p = 1.0$ , en la expresión (3.39).

El diagrama de flujo del algoritmo SIMPLEC se muestra en la figura 3.3.

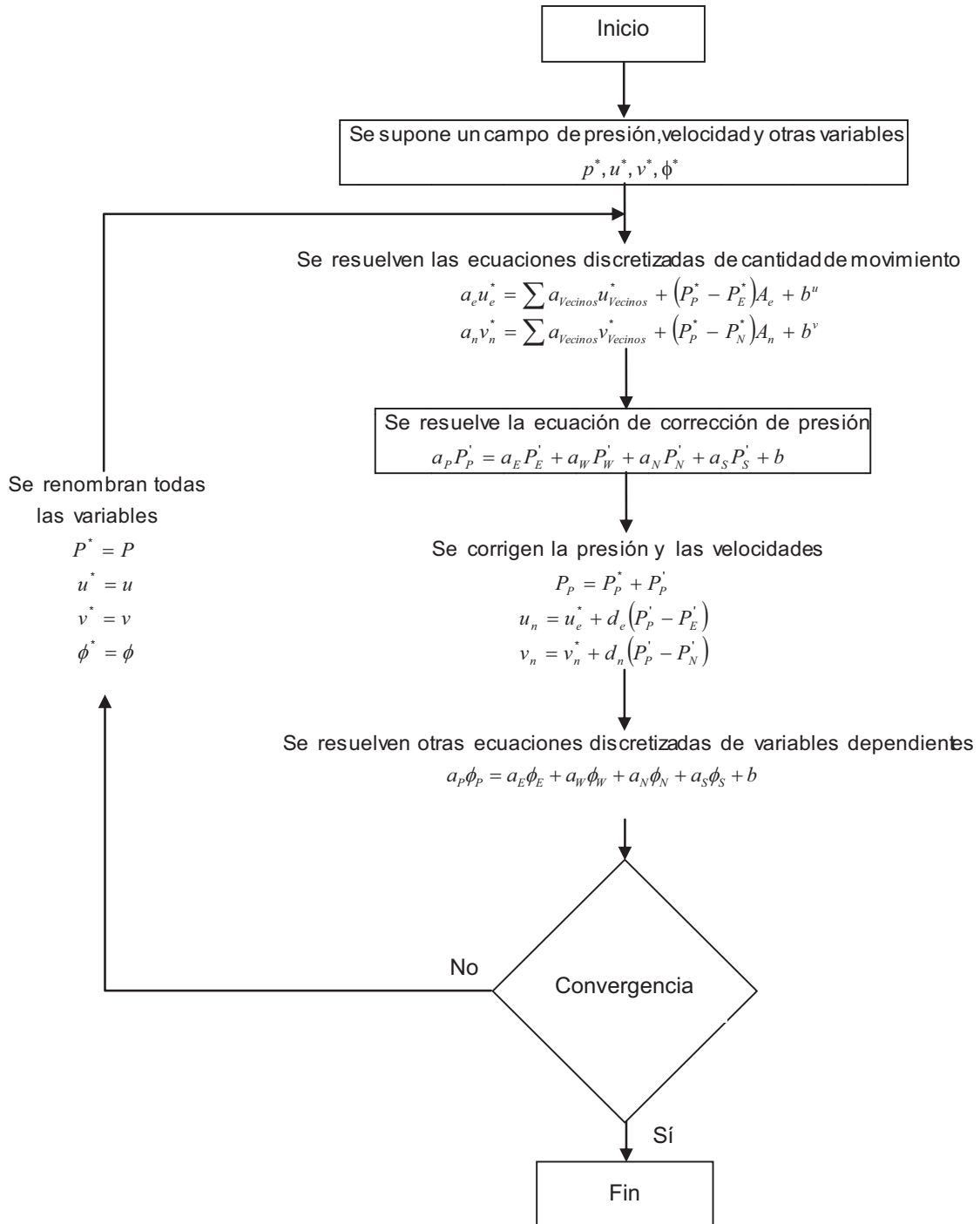


Figura 3.3. Diagrama de flujo del Algoritmo SIMPLEC.

### 3.7 Implementación de las condiciones de frontera

La implementación del algoritmo SIMPLE o SIMPLER, permite resolver los inconvenientes que presentan las ecuaciones gobernantes del flujo de fluidos y transferencia de calor. Ahora, es necesario incorporar las condiciones de frontera del dominio de interés, puesto que la exactitud de la solución de las ecuaciones discretizadas dependerá en gran parte de la especificación adecuada de estas. Para ello, la metodología de volumen finito, por su notación de coeficientes agrupados, facilita la implementación de los tres tipos de condiciones de frontera más utilizadas en problemas de flujo de fluidos y transferencia de calor.

#### Condición de frontera de primera clase

La *condición de Dirichlet* ó condición de frontera de primera clase, consiste en fijar un valor de la variable dependiente en los nodos frontera de los volúmenes de control que están ubicados en los extremos del dominio de interés. Con el fin de explicar la implementación de este tipo de condición de frontera, es necesario retomar la ecuación general discretizada para 2-D, dada por:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \quad (3.66)$$

Se requiere expresar la condición de frontera en la misma forma que esta ecuación general, esto sugiere que la variable dependiente en el punto principal P ( $\phi_P$ ) debe tomar el valor impuesto en la frontera, es decir, es independiente del valor en los nodos vecinos. En este caso, los coeficientes de la ecuación (3.66) toman los siguientes valores:

$$\begin{aligned} a_P &= 1 \\ a_E &= a_W = a_N = a_S = 0 \\ b &= \phi_{\text{Frontera}} \end{aligned}$$

### Condición de frontera de segunda clase

Las condiciones de frontera de segunda y tercera clase se conocen generalmente como *condiciones de Neumann*. Este tipo de condiciones se presentan cuando la variación de la variable dependiente en dirección normal a una coordenada espacial o temporal es conocida, y se representan con la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = A \quad (3.67)$$

En una condición de frontera de segunda clase el valor de  $A$  es cero ( $A=0$ ). Por ejemplo, si se tiene una variable dependiente con dirección normal a la coordenada espacial  $x$ , en la frontera derecha (Este) del dominio, la aproximación para la expresión (3.67) es:

$$\frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x} = 0 \quad (3.68)$$

Al representar esta aproximación en la misma forma que la ecuación general discretizada (3.66), se obtiene:

$$\phi_P = \phi_E$$

Esto significa que la variable dependiente en el punto principal P, toma el valor del punto nodal más cercano, e implica que:

$$\begin{aligned} a_P &= a_E = 1 \\ a_W &= a_N = a_S = 0 \\ b &= 0 \end{aligned}$$

### Condición de frontera de tercera clase

Para una condición de frontera de tercera clase, en la expresión (3.67),  $A \neq 0$ . En este caso, la aproximación numérica para la expresión, queda:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = \frac{\phi_E - \phi_P}{\delta x} = A \quad (3.69)$$

Entonces:

$$\phi_P = \phi_E - A\delta x$$

De esta relación, se infiere que la variable dependiente en el punto principal P, depende del valor de la variable en el punto nodal más cercano y del valor impuesto en la frontera. Por lo tanto, los coeficientes en la ecuación (3.66), para una condición de tercera clase, toman los siguientes valores:

$$\begin{aligned} a_P &= a_E = 1 \\ a_W &= a_N = a_S = 0 \\ b &= -A\delta x \end{aligned}$$

De acuerdo al modelo físico presentado en el capítulo anterior, se puede ver que las condiciones que se tienen en este trabajo son de primera y segunda clase

### 3.8 Evaluación de las propiedades termofísicas

En secciones anteriores se ha explicado que la presión y temperatura están evaluadas en los nodos centrales de cada volumen de control y por lo tanto, las propiedades termofísicas están definidas solo en esos puntos. Por lo anterior, es necesario, utilizar algún tipo de interpolación para conocer el valor de estas en la frontera de cada volumen de control, puesto que de acuerdo con el algoritmo de acople, allí se necesitan las propiedades termofísicas.

Si se utilizan mallas uniformes, las propiedades termofísicas pueden evaluarse con una aproximación lineal, es decir, con un promedio de los dos valores conocidos. Sin embargo, cuando las mallas son no-uniformes, las propiedades termofísicas no

pueden evaluarse así, puesto que las distancias que existen entre las fronteras de un volumen de control y los dos puntos contiguos en los que sí se conocen las propiedades termofísicas no son iguales. Esto se representa gráficamente en la figura 3.4.

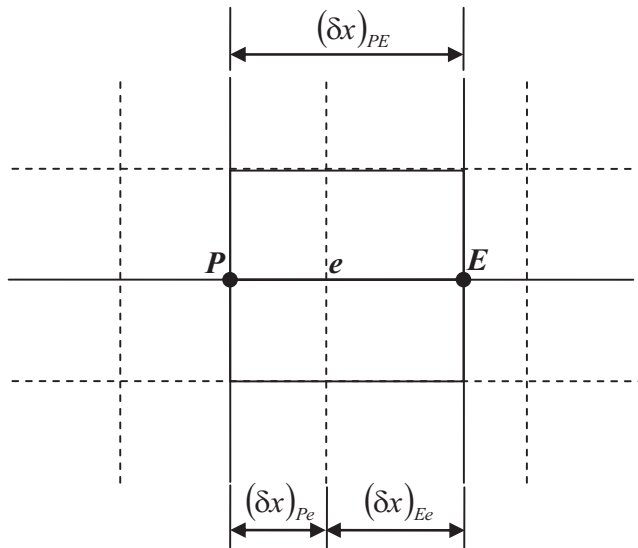


Figura 3.4. Distancias asociadas con la frontera de un volumen de control en una malla no-uniforme.

Patankar (1980), propuso una aproximación armónica para determinar el valor de la propiedad termofísica en las fronteras de los volúmenes de control. Esta permite obtener resultados más reales para las mismas y evita errores que surgen en la aproximación lineal. En este trabajo se implementó esta aproximación para evaluar las propiedades termofísicas en las fronteras de los volúmenes de control. Matemáticamente la aproximación armónica se expresa mediante:

$$\lambda_e = \frac{\lambda_p \lambda_E (\delta x)_{PE}}{\lambda_E (\delta x)_{Pe} + \lambda_p (\delta x)_{Ee}} \quad (3.70)$$

### 3.9 Solución del sistema de ecuaciones discretizadas

Una vez implementadas las condiciones de frontera, se puede desarrollar para cada punto nodal, una ecuación algebraica representativa de las incógnitas. Esto da origen a un sistema de ecuaciones algebraicas no lineales, que debe ser resuelto mediante algún método diseñado para este fin. Solo así se podrá conocer la distribución de las variables dependientes  $\phi$ 's en todo el dominio de interés.

Existen varios métodos para la solución de ecuaciones discretas, entre los más conocidos están los métodos directos y los iterativos. En los primeros se encuentran la regla de Cramer de inversión de matrices y la eliminación Gaussiana. En estos, el número de operaciones necesarias para la solución, son normalmente exponenciales al número de las ecuaciones por resolver, por lo que generalmente requieren gran cantidad de memoria en los equipos de cómputo. Sin embargo, los métodos iterativos, tales como el método de Jacobi, línea por línea (LBL), Gauss-Seidel (GS), entre otros, únicamente necesitan almacenar en memoria los coeficientes diferentes de cero. En consecuencia, son menos costosos que los métodos directos.

Una vez que las ecuaciones diferenciales han sido discretizadas, se obtiene un sistema de ecuaciones algebraicas, que se resuelven por el método iterativo de línea Gauss-Seidel de direcciones alternantes implícitas (LGS-ADI), el cual es una combinación del método de línea por línea (LBL) con el método de Gauss-Seidel (GS) utilizado alternadamente. Estos y otros métodos son descritos en detalle en la tesis doctoral de J. P. Xamán, (2004).

Las ecuaciones algebraicas se ordenan de tal forma que se obtiene un sistema de matrices tridiagonales, las cuales pueden ser resueltas mediante un algoritmo de solución. El más utilizado en problemas de flujo de fluidos y transferencia de calor es el algoritmo de Thomas o algoritmo de la matriz tridiagonal (TDMA), el cual puede resolver en poco tiempo, grandes sistemas de matrices tridiagonales. Este algoritmo es el que se utiliza en este trabajo para la solución del sistema de ecuaciones.

### 3.10 Criterio de convergencia del método de solución

La solución de las ecuaciones algebraicas se considera aceptable, cuando las variables dependientes satisfacen un criterio de convergencia. El cual consiste en obtener un residuo en cada iteración que realiza el código computacional, que puede o no, ser normalizado.

En este trabajo, el criterio de convergencia que debe satisfacer la ecuación de conservación de masa, es el de residuo másico normalizado calculado mediante:

$$R_{m\acute{a}sico} = \frac{\max \left[ (\rho_p^0 - \rho_p) \frac{\Delta x \Delta y}{\Delta t} + [(\rho u^*)_w - (\rho u^*)_e] \Delta y + [(\rho v^*)_s - (\rho v^*)_n] \Delta x \right]}{\sum \left( \rho_p \Delta x \Delta y / \Delta t \right)} \quad (3.71)$$

Las variables dependientes ( $u$ ,  $v$  y  $T$ ) de las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento y energía deben satisfacer un criterio de convergencia calculado mediante un residuo no normalizado, que se obtiene con la desviación cuadrática siguiente:

$$R_\phi = \sqrt{\sum [a_p \phi_p - (\sum a_{Vecinos} \phi_{Vecinos} + b)]^2} \quad (3.72)$$

El valor del residual que se establece en el código computacional es  $R_\phi = 1 \times 10^{-10}$ . Una vez que los residuales alcanzan este valor, se considera que el criterio de convergencia ha sido satisfecho. Los detalles acerca del cálculo de los residuos están dados por Xamán (2004).

El procedimiento general para resolver la dinámica del fluido y la transferencia de calor en la cavidad abierta se describe en el diagrama de flujo de la figura 3.5.



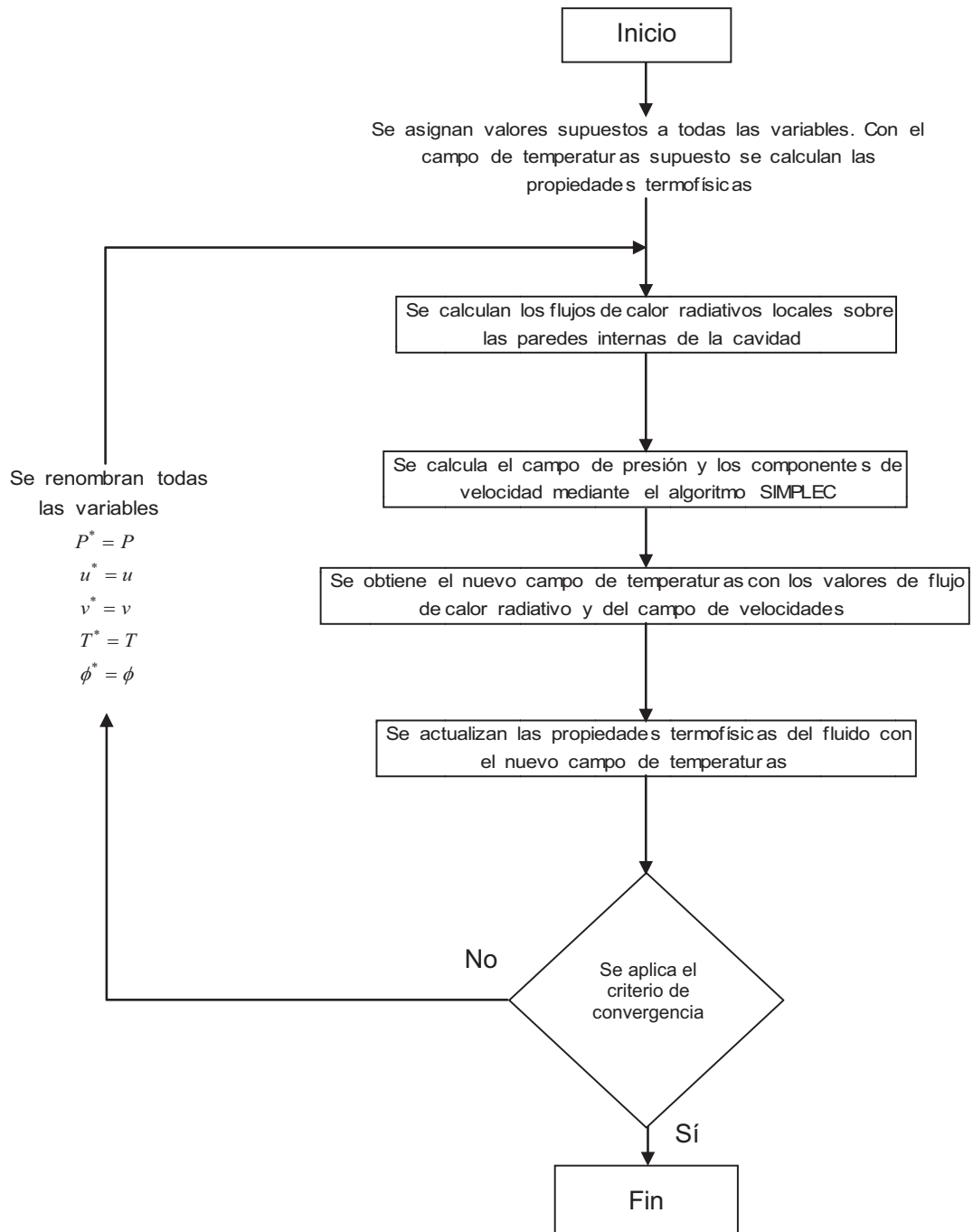


Figura 3.5 Diagrama de flujo de la transferencia de calor conjugada en la cavidad.

## CAPÍTULO 4

### Resultados numéricos

En el desarrollo de códigos computacionales, la verificación y validación de soluciones numéricas es de vital importancia. De esta manera, los resultados de los cálculos de prueba deben examinarse cuidadosamente antes de utilizar el código computacional desarrollado para una aplicación particular. Por lo anterior, es necesario cerciorarse que el código cumpla con el criterio de convergencia establecido, que los errores disminuyan con el número de elementos discretos y que la solución concuerde con la solución analítica (si existe), numérica (verificación) y/o experimental (validación), al comparar dicha solución con trabajos de referencia publicados en la literatura.

En este capítulo se presenta la verificación del código numérico computacional desarrollado en este trabajo, también se presenta la solución numérica del flujo y transferencia de calor en una cavidad cuadrada abierta, considerando las propiedades termofísicas del fluido variables. Por último, se presentan los resultados de los números de Nusselt promedio y el análisis del efecto de propiedades termofísicas variables sobre el campo térmico y de flujo.

#### 4.1 Verificación del código numérico

La verificación de un código computacional consiste en resolver problemas de flujo de fluidos y/o transferencia de calor conocidos generalmente como *casos de referencia* y comparar la solución obtenida, cuantitativamente y/o cualitativamente, con la solución de referencia, la cual ha sido publicada en la literatura y por lo tanto, se acepta como válida y confiable. Los problemas de referencia que se resolverán en este trabajo son los siguientes:

1. Convección natural laminar permanente en una cavidad cuadrada abierta.
2. Convección natural laminar en una cavidad cuadrada abierta con intercambio radiativo entre las paredes.

Específicamente, Mohamad, 1995 e Hinojosa et al. 2005, reportaron resultados numéricos para el problema 1, Hinojosa et al. 2005 reportó resultados numéricos para el problema 2 y Chakroun et al. 1997, reportaron resultados experimentales de convección natural en una cavidad cubica abierta. Cabe mencionar que en los estudios numéricos realizados por Mohamad, 1995 e Hinojosa et al. 2005, implementaron la aproximación de Boussinesq. Para efectos de comparación de resultados, en la solución numérica de los problemas 1 y 2, en este trabajo también se implementa dicha aproximación. Sin embargo, para comparar los resultados con Chakroun et al. 1997, se implementó el modelo de propiedades variables.

Antes de verificar la solución numérica de los problemas mencionados, es preciso puntualizar que los resultados numéricos de problemas de transferencia de calor y flujo de fluidos, generalmente se expresan en función de parámetros adimensionales. Por lo cual es necesario plantear expresiones matemáticas para adimensionalizar las coordenadas  $x$ ,  $y$ , las velocidades, la presión y la temperatura, en este trabajo se utilizaron las siguientes expresiones:

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{u}{U_0} \quad V = \frac{v}{U_0} \quad P = \frac{P}{\rho U_0^2} \quad (4.1)$$

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_H - T_\infty} \quad \varphi = \frac{T_H - T_\infty}{T_\infty} \quad \text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad \text{Ra} = \text{Pr} \frac{gL^3}{\nu^2} \varphi \quad (4.2)$$

Los términos  $X$  y  $Y$  son las longitudes horizontal y vertical de la cavidad adimensionalizadas, respectivamente,  $U$  y  $V$  son los componentes horizontal y vertical del vector velocidad, respectivamente,  $P$  es la presión adimensionalizada. El término  $\theta$  es la temperatura del fluido adimensionalizada,  $\varphi$  es la diferencia de temperaturas adimensionalizada entre la pared isotérmica y la temperatura ambiente,  $\text{Pr}$  es el número de Prandtl y  $\text{Ra}$  es el número de Rayleigh. El término  $\nu$  es la viscosidad cinemática,  $\alpha$  es la difusividad térmica y  $g$  es la aceleración de la gravedad. El parámetro  $\varphi$  está relacionado con la influencia del campo de temperaturas sobre el campo de flujo, mientras que la velocidad de referencia  $U_0$  está relacionada con la fuerza de flotación y está definida como  $U_0 = (g\beta L(T_H - T_\infty))^{1/2}$ , en esta expresión  $\beta$  es el coeficiente de expansión térmica. Las propiedades termofísicas del fluido incluidas en las definiciones de los parámetros adimensionales fueron calculadas a temperatura promedio entre la pared isotérmica y la temperatura ambiente.

El número de Nusselt convectivo está definido como la razón entre el flujo de calor en la pared isotérmica en presencia de convección natural y el flujo de calor debido a conducción solamente, es decir, considerando que el fluido en la cavidad está estancado a temperatura promedio. En forma matemática se expresa:

$$\text{Nu}_c = \frac{q_{\text{convectivo}}}{q_{\text{conductor}}} = \frac{-k_H \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=0, 0 \leq y \leq L}}{k_{\text{promedio}} (T_H - T_\infty) / L} \quad (4.3)$$

Donde  $k_H$  fue calculado a la temperatura de la pared isotérmica  $T_H$ , y  $k_{\text{promedio}}$  fue calculada a la temperatura promedio entre la pared isotérmica y la temperatura ambiente. El número de Nusselt convectivo promedio en la cavidad fue obtenido mediante la integración del número de Nusselt local sobre la longitud de la pared isotérmica:

$$\overline{Nu}_c = \int_0^1 Nu_c dY \quad (4.4)$$

El número de Nusselt radiativo está definido como la razón entre el flujo de calor radiativo en la pared isotérmica y el flujo de calor debido a conducción solamente. Entonces:

$$Nu_r = \frac{q_{radiativo}}{q_{conduccion}} = \frac{q_r(0, 0 < y \leq L)}{k_{promedio}(T_H - T_\infty)/L} \quad (4.5)$$

El número de Nusselt radiativo promedio fue obtenido por la integración del número de Nusselt radiativo local sobre la pared isotérmica, de acuerdo con la siguiente relación matemática:

$$\overline{Nu}_r = \int_0^1 Nu_r dY \quad (4.6)$$

El número de Nusselt total promedio ( $\overline{Nu}_t$ ) se calcula mediante la suma del número de Nusselt convectivo promedio y el número de Nusselt radiativo promedio:

$$\overline{Nu}_t = \overline{Nu}_c + \overline{Nu}_r \quad (4.7)$$

A continuación se presenta la verificación de los problemas antes mencionados.

### 1. Convección natural con flujo laminar en una cavidad cuadrada abierta.

El modelo geométrico consiste en una cavidad cuadrada de longitud L en 2D, la cual está formada por dos paredes adiabáticas, con un lado abierto al medio ambiente (ver figura 2.3). La pared vertical isotérmica se mantiene a una temperatura  $T_H$  de 310K, mientras que el fluido exterior que interactúa con la abertura se encuentra a temperatura ambiente  $T_\infty$  de 300K. El fluido en el interior de la cavidad es aire.

**Resultados de verificación**

En la tabla 4.1, se presentan los resultados del número de Nusselt promedio en la pared caliente obtenidos en este estudio, y se comparan con los obtenidos por Mohamad, 1995, e Hinojosa et al. 2004. Se observa que las diferencias porcentuales entre los resultados son menores al 10 %, por lo cual, la solución se considera aceptable.

Chakroun et al. 1997, reportó resultados de un estudio experimental para una cavidad abierta alargada con paredes de aluminio pulido ( $\epsilon \approx 0$ ). La tabla 4.1 también muestra el valor del número de Nusselt convectivo promedio calculado numéricamente mediante el código desarrollado en el presente trabajo con propiedades termofísicas variables y el reportado por Chakroun et al. 1997, el cual fue calculado con datos experimentales para una diferencia de temperaturas  $\Delta T = 50$  K entre la pared isotérmica y la abertura de la cavidad, el número de Rayleigh correspondiente a las dimensiones del experimento es de  $6.39 \times 10^6$ . La diferencia porcentual entre los valores del número de Nusselt es menor al 5 %, por lo cual, se considera que el código computacional desarrollado es confiable.

Tabla 4.1 Comparación de números de Nusselt convectivos promedio para el primer problema de verificación.

Ra	Nusselt convectivo promedio ( $\overline{Nu_c}$ )				Desv. vs Hinojosa (%)	Desv. vs Mohamad (%)	Desv. vs Chakroun (%)
	Hinojosa et al.	Mohamad	Chakroun et al. 1997 (Experimental)	Presente estudio			
$10^3$	1.30	1.31	--	1.28	1.5	2.3	--
$10^4$	3.44	3.44	--	3.32	3.5	3.5	--
$10^5$	7.44	7.41	--	7.36	1.1	0.7	--
$10^6$	14.51	14.36	--	14.53	0.2	1.2	--
$6.39 \times 10^6$	--	--	24.0	24.8	--	--	3.3
$10^7$	27.58	$28.6 \pm 2.5$	--	26.84	2.7	--	--

**2. Convección natural con flujo laminar en una cavidad cuadrada abierta con intercambio radiativo entre las paredes.**

En este problema se acoplan la transferencia de calor convectiva con el intercambio radiativo superficial en una cavidad cuadrada abierta. El modelo geométrico de la cavidad es el mismo que se presentó en la figura 2.3. Las condiciones de frontera para la abertura de la cavidad son las mismas que se han descrito en la sección 2.5 del capítulo 2.

La solución numérica para este problema fue publicada por Hinojosa et al. (2005). La pared vertical isotérmica se mantiene a una temperatura  $T_H = 500\text{K}$ , mientras que el fluido exterior que interactúa con la abertura de la cavidad se encuentra a temperatura ambiente  $T_\infty = 300\text{K}$ , el flujo es laminar y se considera la aproximación de Boussinesq. En la tabla 4.2 se presentan los valores del número de Nusselt promedio convectivo, radiativo y total para una  $\epsilon = 1$  con  $\theta = 0^\circ$  obtenidos en este trabajo y se comparan con los de Hinojosa et al. (2005). La desviación porcentual se calcula con respecto al número de Nusselt total.

Tabla 4.2 Comparación de números de Nusselt promedio en la pared isotérmica de la cavidad para el segundo problema de verificación.

Ra	Hinojosa et al. 2005			Presente estudio			Desv. (%) $\overline{Nu}_t$
	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	
$10^4$	2.77	3.28	6.05	2.82	3.33	6.15	1.65
$10^5$	6.00	7.06	13.06	6.09	7.12	13.21	1.15
$10^6$	11.91	15.22	27.13	11.69	15.28	26.85	0.67
$10^7$	$27.15 \pm 0.9$	32.89	$60.04 \pm 0.9$	26.54	34.05	60.59	2.45

Con base en los resultados obtenidos para los problemas presentados y debido a que las diferencias porcentuales son menores al 5 %, se considera que el código computacional desarrollado ha sido debidamente verificado, en consecuencia, es confiable y se puede utilizar para resolver la transferencia de calor por convección natural considerando propiedades termofísicas variables e intercambio radiativo superficial en el interior del receptor tipo cavidad.

## 4.2 Estudio de independencia de malla

La malla de discretización espacial representa el dominio de integración del sistema de ecuaciones diferenciales parciales, es decir, las divisiones en  $x_i$  sobre la cual se encuentran los valores que toman las variables en cada iteración. En este estudio se utilizaron mallas no uniformes como se observa en la figura 4.1, las cuales son burdas en la región central de la cavidad y más estrechas en la región cercana a las paredes de la misma, con el propósito de apreciar mejor el comportamiento de la capa límite térmica e hidrodinámica. El tipo de malla es importante debido a que una malla que se adapta bien a la geometría de interés permite introducir las condiciones de frontera adecuadas, para que los resultados sean físicamente aceptables. Además, si la malla es adecuada a la geometría y más densa donde se requiere, la descripción del fenómeno físico en esa región es más realista, pero el tiempo de cómputo aumenta significativamente.

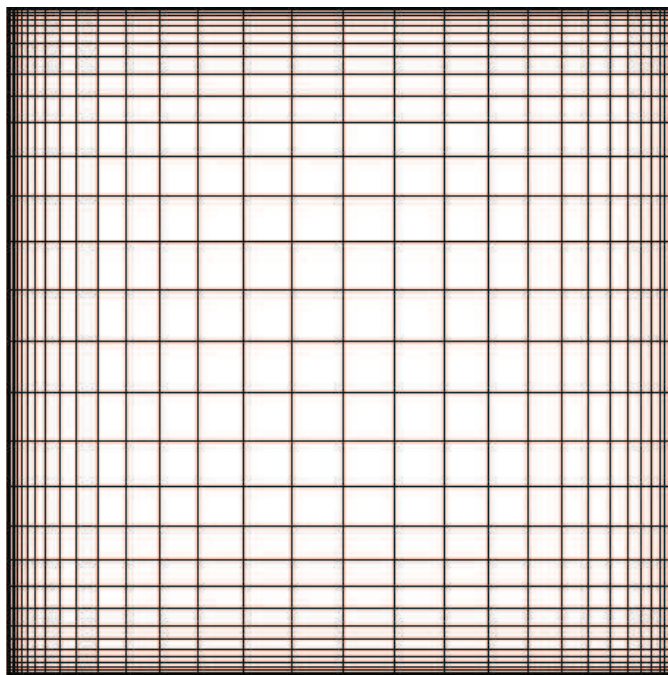


Figura 4.1 Malla de discretización espacial no uniforme.



El estudio de independencia de malla fue realizado para un número de Rayleigh  $Ra=106$ ,  $\phi=1.333$  ( $\Delta T=400$  K) y propiedades termofísicas variables. Las mallas utilizadas fueron de 50x50, 60x60, 70x70 y 80x80 nodos. En la tabla 4.3 se muestran los valores de los números de Nusselt promedio obtenidos con las diferentes mallas probadas.

Tabla 4.3 Efecto del refinamiento de malla sobre el número de Nusselt.

Tamaño de malla	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	Diferencia (%) $\frac{\overline{Nu}_r}{\overline{Nu}_c}$	Diferencia (%) $\frac{\overline{Nu}_t}{\overline{Nu}_r}$	Diferencia (%) $\frac{\overline{Nu}_t}{\overline{Nu}_c}$
50x50	12.62	35.01	47.63			
60x60	12.15	34.54	46.69	3.87	1.36	2.01
70x70	12.09	34.18	46.27	0.50	1.05	0.91
80x80	12.05	34.15	46.20	0.33	0.09	0.15

Los componentes de velocidad fueron calculados en la malla desplazada mientras que la temperatura, presión y propiedades termofísicas fueron calculadas en la malla principal. La interpolación de los términos convectivos se realizó con el esquema de ley de potencia, mientras que los términos difusivos fueron interpolados con el esquema de diferenciación centrada. El algoritmo SIMPLEC fue implementado para el acople de las ecuaciones de continuidad y cantidad de movimiento. El sistema de ecuaciones algebraicas resultantes fue resuelto con el procedimiento implícito fuertemente modificado (MSIP), propuesto por Zedan M. y Schneider G. A, 1983.

Por otra parte, en la tabla 4.4 se presentan los valores adimensionales de las velocidades máximas en el centro de la cavidad así como la desviación porcentual de estas entre cada malla. También en la figura 4.2 (a) y (b), se muestra el comportamiento de la velocidad horizontal (U) en  $X=0.5$ , y de la velocidad vertical (V) en  $Y=0.5$ , respectivamente.

Tabla 4.4 Efecto del refinamiento de malla sobre las velocidades máximas.

Tamaño de malla	$U_{\max}$	$V_{\max}$	Diferencia (%) $U_{\max}$	Diferencia (%) $V_{\max}$
50x50	0.136	0.485		
60x60	0.130	0.471	4.68	2.96
70x70	0.133	0.482	2.78	2.29
80x80	0.132	0.483	0.87	0.23

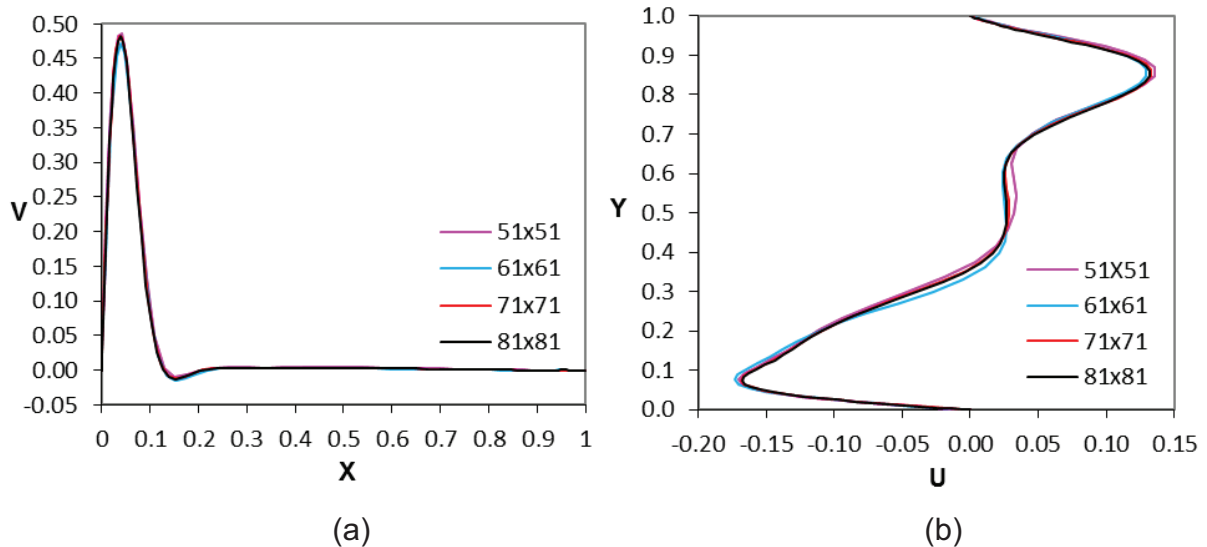


Figura 4.2 Componentes de velocidad en el centro de la cavidad para diferentes mallas.

Por lo anterior, la malla seleccionada para realizar las simulaciones fue de 70x70 nodos, puesto que la diferencia porcentual máxima fue igual o menor que 1% respecto a la malla de 80x80 nodos para los números de Nusselt promedio y las velocidades, además de que al incrementar el número de nodos de la malla también se incrementa el número de iteraciones del código computacional para satisfacer el criterio de convergencia y en consecuencia, el tiempo de cómputo también es mayor.

### 4.3 Análisis de resultados numéricos

Para el análisis de los resultados teóricos, el número de Rayleigh ( $Ra$ ) fue variado de  $10^4$  a  $10^6$ , y la diferencia de temperaturas adimensional ( $\varphi$ ) fue variada de 0.033 a 1.333, lo que representa diferencias de temperatura ( $\Delta T$ ) de 10 K a 400 K.

#### **Efecto de las propiedades termofísicas variables sobre el campo de flujo**

En la figura 4.3 se muestran las líneas de corriente en la cavidad abierta como función del parámetro  $\varphi$  para  $Ra=10^5$ . Cada gráfica muestra los resultados correspondientes a propiedades variables (líneas continuas) y con la aproximación de Boussinesq (líneas punteadas). Por el comportamiento que presentan las líneas de corriente, se observa que el aire entra por la parte inferior de la cavidad y sale por la parte superior de la misma. Se observa un patrón de recirculación en el sentido de las manecillas del reloj dentro de la cavidad, el cual es inducido por la fuerza de flotación que actúa sobre el fluido. Los patrones del campo de flujo son similares al considerar propiedades variables o la aproximación de Boussinesq para  $\varphi=0.033$  y  $\varphi=0.167$ . Sin embargo, existen diferencias significativas entre ambas soluciones cuando se incrementa  $\varphi$ . En consecuencia, las mayores diferencias cualitativas se observan cuando  $\varphi=1.333$ .

La influencia del incremento del número de Rayleigh sobre el flujo para  $\varphi=0.033$  y  $\varphi=0.667$  se muestra en la figura 4.4. Los patrones de líneas de corriente son muy similares para los tres números de Rayleigh, pero el fluido se mueve más rápido cuando  $Ra=10^6$  debido al incremento de las fuerzas de flotación. No obstante, el incremento del número de Rayleigh provoca que la capa límite hidrodinámica superior sea más delgada, esto se debe a que la velocidad del flujo de aire que se mueve hacia la abertura de la cavidad se incrementa, puesto que el área que ocupa el fluido de mayor temperatura a la salida de la cavidad es menor comparada con el área que ocupa el fluido que entra a la cavidad a temperatura ambiente. Se observa buena concordancia entre los contornos de líneas de corriente al considerar PV y la AB para  $\varphi=0.033$  y  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$ , pero cuando  $\varphi=0.667$  las diferencias aumentan.

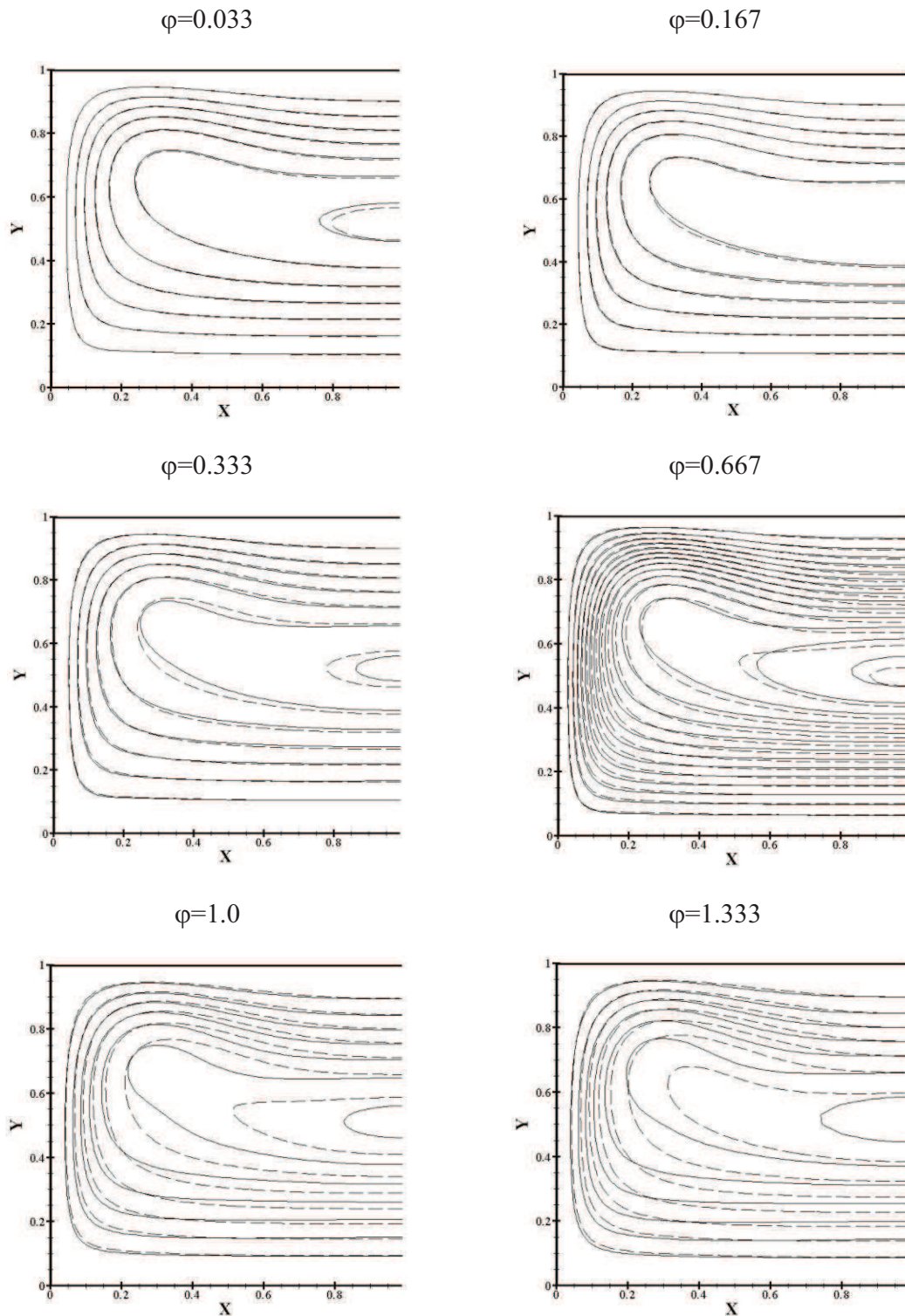


Figura 4.3. Contornos de líneas de corriente como función del parámetro  $\varphi$  para  $Ra=10^5$ .

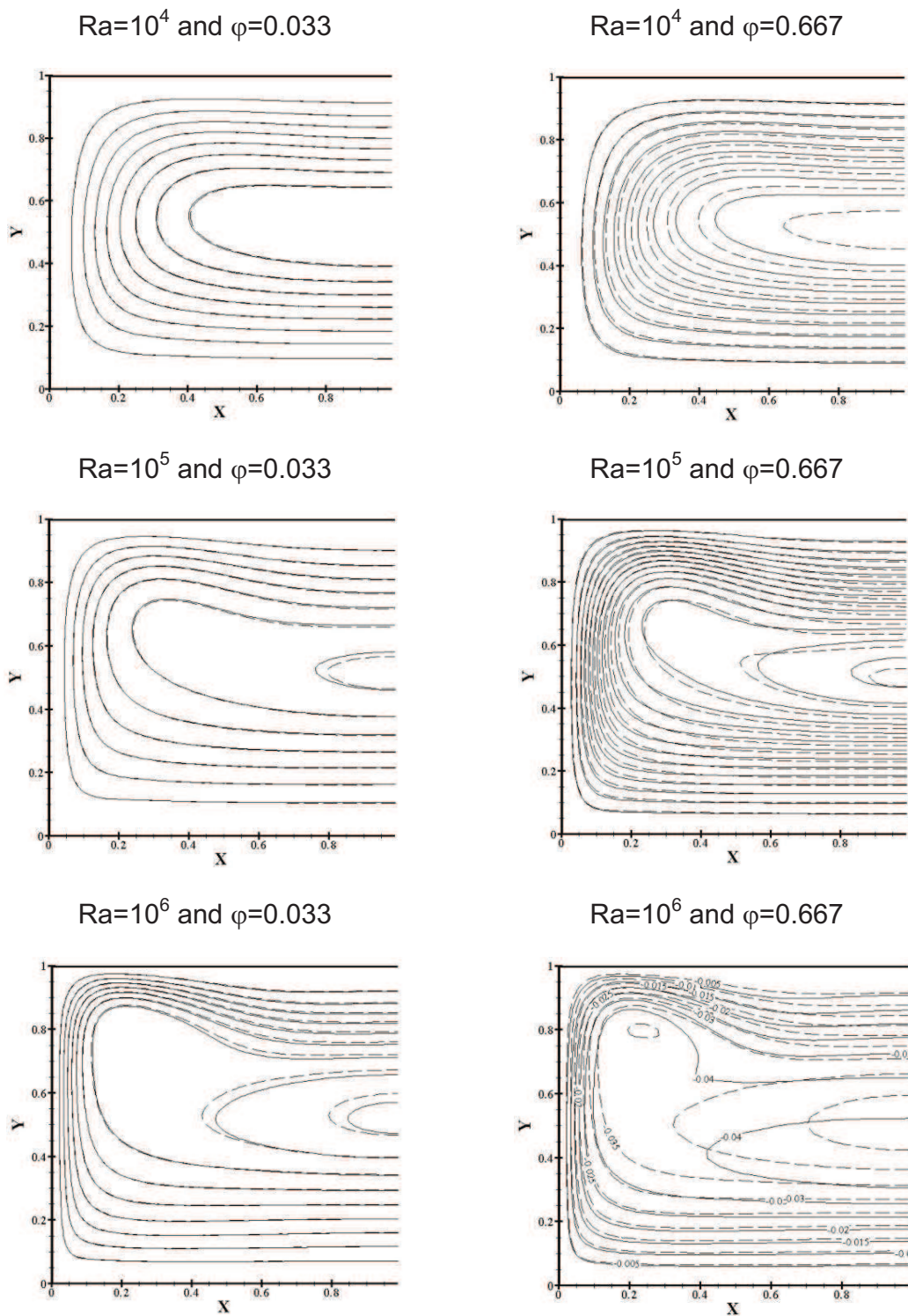


Figura 4.4. Efecto de número de Rayleigh sobre las líneas de corriente para  $\phi=0.033$  y  $\phi=0.667$ .

### **Efecto de las propiedades termofísicas variables sobre el campo de temperaturas**

La figura 4.5 muestra las isothermas adimensionalizadas para diferentes valores de  $\phi$  y  $Ra=10^5$ , cada gráfica muestra los resultados con propiedades variables (líneas continuas) y con la aproximación de Boussinesq (líneas punteadas). Las gráficas muestran que las isothermas no son perpendiculares a las paredes adiabáticas de la cavidad debido al intercambio radiativo térmico entre superficies. La pared inferior es calentada debido al intercambio radiativo y transfiere energía por conducción al fluido entrante. El fluido se mueve hacia la pared vertical isotérmica y gana más energía, lo cual incrementa su temperatura y su movimiento hacia la parte superior de la cavidad. Cuando el fluido tiene contacto con la pared superior, entonces transfiere calor a dicha pared por conducción y su temperatura disminuye. Por otra parte, debido al incremento de la diferencia de temperaturas, el espesor de la capa límite térmica sobre la pared calentada y el volumen ocupado por el fluido de menor temperatura disminuyen ligeramente. Sin embargo, para  $\phi=0.033$  y  $\phi=0.167$  se observa buena correspondencia entre los campos de temperatura obtenidos con propiedades variables y la aproximación de Boussinesq. El subsecuente incremento de  $\phi$  incrementa las diferencias entre ambas soluciones.

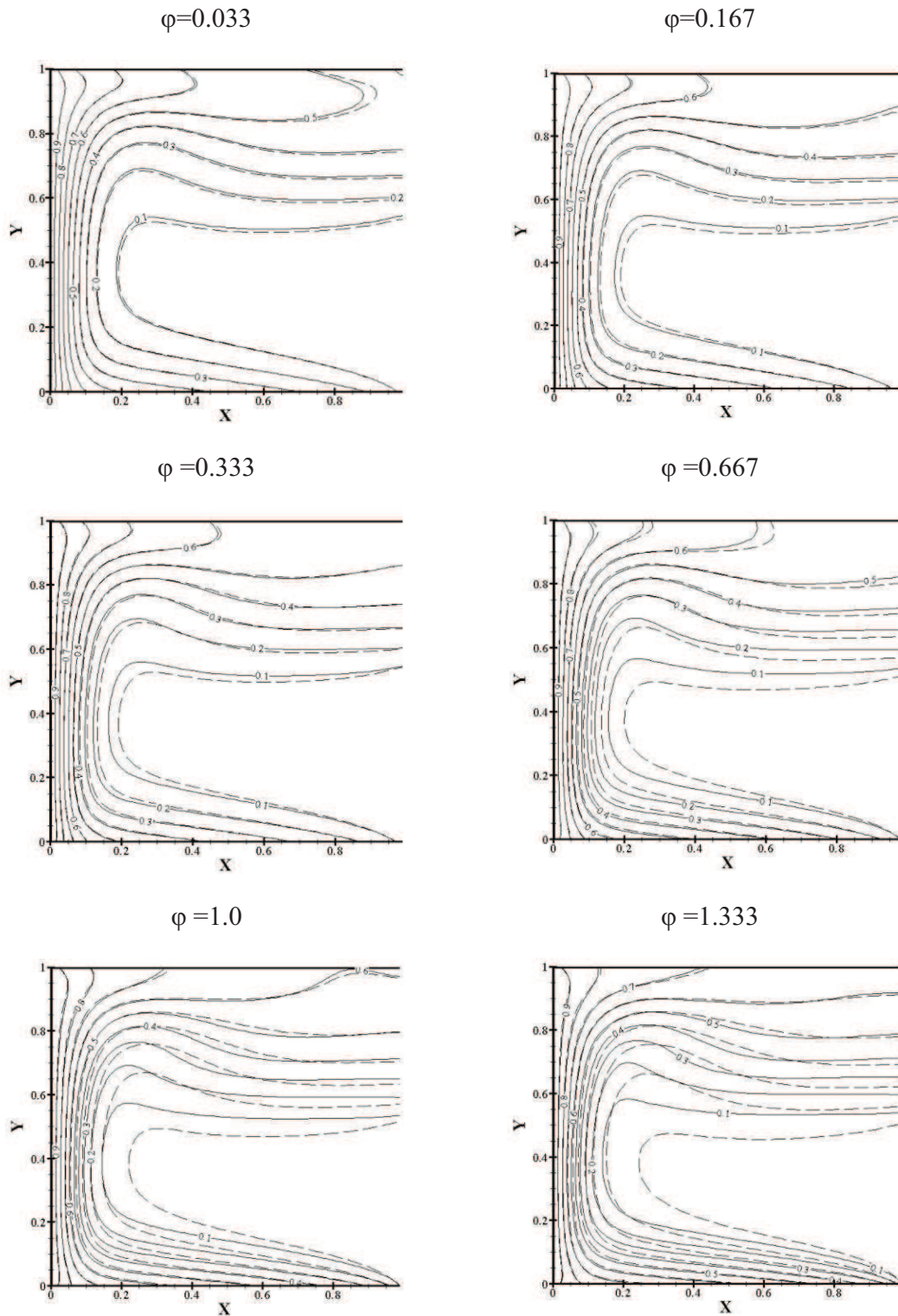


Figura 4.5. Campo de temperaturas como función del parámetro  $\phi$  para  $Ra=10^5$ .

El efecto del número de Rayleigh sobre el campo de temperaturas se muestra en la figura 4.6 para  $\varphi=0.033$  y  $\varphi=0.667$ . Se observa que al incrementarse el número de Rayleigh (la cavidad es de mayor longitud), el espesor de la capa límite térmica en la pared isotérmica disminuye y el volumen ocupado por el fluido de menor temperatura dentro de la cavidad se incrementa. Para todos los números de Rayleigh considerados, cuando  $\varphi=0.033$  los campos de temperatura obtenidos con el modelo de propiedades termofísicas variables (PV) y la aproximación de Boussinesq (AB) son muy cercanos, pero cuando  $\varphi=0.667$ , se observan mayores diferencias entre las isothermas.

#### **Números de Nusselt promedio para la transferencia de calor en la cavidad**

En la tabla 4.5 se presentan los valores de los números de Nusselt convectivo, radiativo y total promedio, obtenidos con el modelo de propiedades termofísicas variables (PV) y la aproximación de Boussinesq (AB), para las diferencias de temperatura adimensional ( $\varphi$ ) y números de Rayleigh analizados.

Los valores de los números de Nusselt muestran que cuando la diferencia de temperaturas adimensional ( $\varphi$ ), es de 0.033 a 0.334 ( $\Delta T=10$  a  $\Delta T=100$  K), la transferencia de calor convectiva y radiativa no se ve afectada de manera significativa al considerar las propiedades termofísicas variables o la aproximación de Boussinesq. Sin embargo, se observa que cuando el Número de Rayleigh es igual a  $10^6$  y la diferencia de temperaturas adimensional es igual a 0.667 ( $\Delta T=200$  K), los números de Nusselt convectivos disminuyen, mientras que los Nusselt radiativos aumentan, éste comportamiento indica que para altas diferencias de temperatura, la transferencia de calor radiativa es más importante que la convectiva.

En la tabla 4.6 se muestran las diferencias porcentuales entre los valores de los números de Nusselt promedio, obtenidos con el modelo de propiedades variables (PV) y la aproximación de Boussinesq (AB).



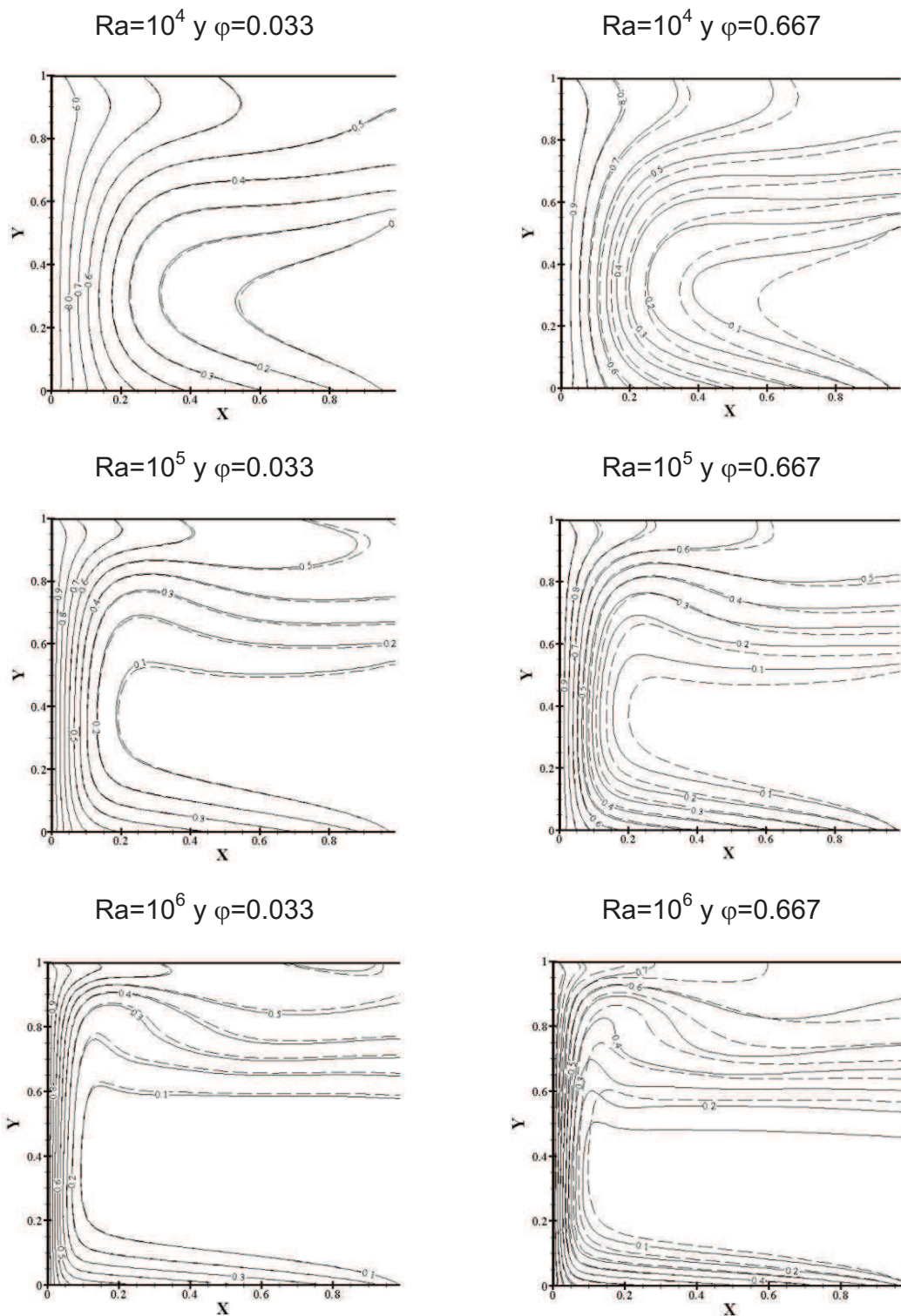


Figura 4.6 Efecto de número de Rayleigh sobre el campo de temperaturas para  $\varphi=0.033$  y  $\varphi=0.667$

Tabla 4.5 Números de Nusselt promedio en la pared isotérmica de la cavidad.

<b>Números de Nusselt promedio con propiedades variables</b>									
<b>Ra=10<sup>4</sup></b>			<b>Ra=10<sup>5</sup></b>			<b>Ra=10<sup>6</sup></b>			
$\phi$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$
0.033	3.05	3.19	6.24	6.36	7.14	13.5	12.32	15.59	27.91
0.167	3.12	2.43	5.55	6.49	5.44	11.93	12.56	12.17	24.73
0.333	3.19	2.82	6.01	6.81	6.20	13.01	12.66	13.07	25.73
0.667	3.32	3.94	7.26	7.16	8.62	15.78	12.58	17.85	30.43
1.0	3.38	5.65	9.03	6.87	12.13	19.00	12.37	24.90	37.27
1.333	3.40	7.90	11.30	6.84	16.80	23.64	12.09	34.18	46.27
<b>Números de Nusselt promedio con la aproximación de Boussinesq</b>									
<b>Ra=10<sup>4</sup></b>			<b>Ra=10<sup>5</sup></b>			<b>Ra=10<sup>6</sup></b>			
$\phi$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$
0.033	2.97	3.28	6.25	6.40	7.34	13.74	12.42	16.02	28.44
0.167	2.97	2.55	5.52	6.41	5.70	12.11	12.45	12.45	24.90
0.333	2.92	2.78	5.7	6.33	6.21	12.54	12.10	13.26	25.36
0.667	2.81	3.89	6.7	6.11	8.62	14.73	11.69	18.28	29.97
1.0	2.69	5.55	8.24	5.89	12.18	18.07	11.31	25.68	36.99
1.333	2.58	7.73	10.31	5.66	16.76	22.42	11.01	35.46	46.47

En la tabla 4.6 se observa que las mayores diferencias entre el modelo de PV respecto al modelo de la AB se obtienen para los números de Nusselt convectivos promedio, puesto que las propiedades termofísicas variables afectan principalmente a la transferencia de calor convectiva.

Tabla 4.6 Diferencias porcentuales entre los Números de Nusselt con PV y AB.

$\phi$	Diferencia (%) para $Ra=10^4$			Diferencia (%) para $Ra=10^5$			Diferencia (%) para $Ra=10^6$		
	(%) $\overline{Nu}_c$	(%) $\overline{Nu}_r$	(%) $\overline{Nu}_t$	(%) $\overline{Nu}_c$	(%) $\overline{Nu}_r$	(%) $\overline{Nu}_t$	(%) $\overline{Nu}_c$	(%) $\overline{Nu}_r$	(%) $\overline{Nu}_t$
0.033	2.62	2.82	0.16	0.63	2.80	1.78	0.16	1.26	0.78
0.167	4.81	4.94	0.54	1.23	4.78	1.51	0.88	2.30	0.69
0.333	8.46	1.42	5.16	7.05	0.16	3.61	4.42	1.45	1.44
0.667	15.36	1.29	7.71	14.66	0.00	6.65	7.07	2.41	1.51
1	20.41	1.77	8.75	14.26	0.41	4.89	8.57	3.13	0.75
1.333	24.12	2.15	8.76	14.76	0.24	4.35	8.93	3.74	0.43

Para simplificar los cálculos del número de Nusselt total promedio se obtuvieron dos correlaciones. La primera es válida para  $10^4 \leq Ra \leq 10^5$  y  $0.167 \leq \phi \leq 1.333$ , y la segunda es válida para un  $Ra=10^6$  y  $0.167 \leq \phi \leq 1.333$ :

- $$\overline{Nu}_t = (0.2985Ra^{0.2216})\phi^2 + (-3 \times 10^{-12} Ra^2 + 3 \times 10^{-5} Ra + 1.2431)\phi + (2.6994 \ln Ra - 19.729) \quad (4.8)$$
- $$\overline{Nu}_t = (10.54754)\phi^2 + (2.80573)\phi + 23.83287$$

La máxima desviación entre el número de Nusselt total calculado con estas correlaciones y los valores obtenidos con el código computacional fue del 2 %. Las diferencias se muestran gráficamente en la figura 4.7.

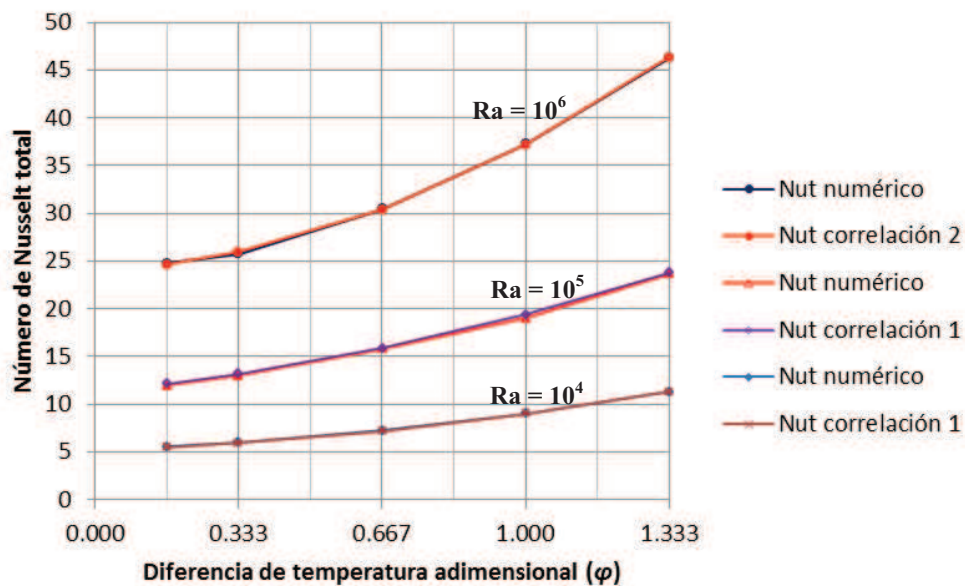


Figura 4.7 Número de Nusselt total numérico y calculado con las correlaciones.

En la tabla 4.7 se presentan los coeficientes de transferencia de calor convectivos promedio ( $h$ ) sobre la pared isotérmica de la cavidad. Se puede observar que dichos coeficientes disminuyen con el número de Rayleigh y se incrementan con la diferencia de temperaturas adimensional ( $\varphi$ ). Cuando la diferencia de temperaturas adimensional varía de 0.333 a 1.333, las diferencias porcentuales son de 50.7 % para  $Ra=10^4$ , 42% para  $Ra=10^5$  y 35 % para  $Ra=10^6$ . Por otra parte, cuando el número de Rayleigh cambia de  $10^4$  a  $10^6$ , los coeficientes de transferencia de calor convectivos promedio disminuyen 16.9 % para  $\varphi=0.333$  y 30.5 % para  $\varphi=1.333$ .

En la tabla 4.8 se presentan los flujos de calor promedio (convectivo, radiativo y total) sobre la pared isotérmica de la cavidad. Para una diferencia de temperaturas adimensional fija, los flujos de calor muestran cambios pequeños con el número de Rayleigh, sin embargo, para un número de Rayleigh fijo, los flujos de calor se incrementan al incrementarse la diferencia de temperaturas adimensional. Por ejemplo, para un  $Ra=10^4$ , si la diferencia de temperaturas adimensional varía de 0.333 a 1.333, el flujo de calor convectivo promedio se incrementa 502.6 % mientras que el flujo de calor radiativo promedio se incrementa 1483.9 %, es decir, la radiación térmica crece aproximadamente tres veces la convección natural. Por otra parte, cuando  $\varphi=0.333$  los flujos de calor radiativos representan el 47 % del flujo de calor total para  $Ra=10^4$  y 50.8 % del flujo de calor total para  $Ra=10^6$ , sin embargo para  $\varphi=1.333$  los flujos de calor radiativos llegan a ser el 70 % del flujo de calor total para  $Ra=10^4$  y 73.8 % del flujo de calor total para  $Ra=10^6$ .

Tabla 4.7 Coeficientes de transferencia de calor convectivos  $h$  ( $W/m^2 K$ ) sobre la pared isotérmica

$\varphi$	$Ra=10^4$	$Ra=10^5$	$Ra=10^6$
0.333	7.77	7.70	6.64
0.667	9.76	9.77	7.97
1.0	10.95	10.33	8.63
1.333	11.71	10.93	8.97

Tabla 4.8 Flujos de calor promedio ( $W/m^2$ ) sobre la pared isotérmica.

$\phi$	$Ra=10^4$			$Ra=10^5$			$Ra=10^6$		
	$\overline{q}_{conv}$	$\overline{q}_{rad}$	$\overline{q}_{total}$	$\overline{q}_{conv}$	$\overline{q}_{rad}$	$\overline{q}_{total}$	$\overline{q}_{conv}$	$\overline{q}_{rad}$	$\overline{q}_{total}$
0.333	777.0	686.9	1463.9	769.9	700.9	1470.8	664.3	685.9	1350.2
0.667	1952.0	2316.5	4268.5	1953.9	2352.4	4306.3	1593.5	2261.0	3854.5
1.0	3283.8	5489.2	8773.1	3098.0	5470.0	8568.0	2589.2	5211.9	7801.1
1.333	4682.4	10879.7	15562.1	4372.3	10739.0	15111.3	3587.1	10141.3	13728.4

Por último, es importante mencionar que, por definición, los números de Nusselt convectivo y radiativo dependen del flujo de calor conductivo. Entonces, los valores de los números de Nusselt cambian si se considera una temperatura de referencia diferente a la temperatura promedio. Por ejemplo, si el flujo de calor conductivo se calcula a temperatura ambiente (300 K), para un número de Rayleigh de  $10^6$ , se obtienen los números de Nusselt promedio mostrados en la tabla 4.9. Estos resultados permiten concluir que, independientemente de la temperatura de referencia, las propiedades termofísicas influyen directamente en la transferencia de calor convectiva.

Tabla 4.9 Números de Nusselt promedio calculando el flujo de calor conductivo a 300 K, para un número de Rayleigh de  $10^6$ .

$\phi$	Propiedades variables (PV)			Aproximación de Boussinesq (AB)			Desv. (%)	Desv. (%)
	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$
0.167	13.47	13.05	26.52	13.05	13.39	26.44	3.11	2.62
0.333	14.44	14.91	29.35	13.46	15.55	29.01	6.81	4.31
0.667	16.17	22.94	39.11	14.08	24.13	38.22	12.88	5.19
1.0	17.54	35.31	52.86	14.55	37.40	51.95	17.07	5.91
1.333	18.71	52.89	71.60	15.14	56.82	71.97	19.07	7.43

## CAPÍTULO 5

### Diseño Experimental

En el capítulo anterior se presentaron las soluciones numéricas de la transferencia de calor por convección natural con intercambio radiativo superficial en una cavidad abierta bidimensional. El estudio teórico se presentó con el propósito de cuantificar las diferencias entre los resultados obtenidos con el modelo de propiedades termofísicas variables y al considerar la aproximación de Boussinesq.

En este capítulo se describen los componentes, caracterización y puesta en operación del arreglo experimental que se requiere para realizar los experimentos que permitan comparar los resultados teóricos con los experimentales.

#### 5.1 Componentes del arreglo experimental

El estudio experimental de los fenómenos físicos presentes en el interior de receptores de concentración solar requiere de ambientes apropiados y condiciones de operación que permitan mantener cierto control de las variables involucradas en el desarrollo de los experimentos. Sin embargo, los sistemas de concentración solar

generalmente requieren seguimiento continuo del sol, lo cual representa un inconveniente para la realización de pruebas experimentales debido a las continuas modificaciones y ajustes que se realizan durante el desarrollo de las mismas. Es por ello que surgió el concepto de horno solar. Éste es un instrumento de investigación científica [Bliss, 1957] integrado por tres elementos:

1. Un heliostato con seguimiento automático del sol que refleja la radiación solar hacia un sistema de concentración.
2. El sistema de concentración capta la radiación reflejada por el heliostato por medio de un espejo paraboloide o un grupo de espejos esféricos.
3. Un atenuador con forma de persiana cuya función es regular el nivel de radiación incidente en los espejos concentradores, se localiza entre el heliostato y el concentrador.

Debido a que la zona focal del sistema de concentración de un horno solar está fija, entonces es posible y relativamente sencillo instalar e instrumentar receptores u otros aparatos experimentales en dicha zona.

Con el fin de lograr un mejor control de las variables involucradas en los experimentos con radiación solar concentrada en un receptor tipo cavidad abierta, se requiere entonces integrar y caracterizar los tres elementos de un horno solar, además de otros componentes para completar el arreglo experimental. Para lograr esto, es importante mencionar que en la coordinación de concentración solar del IER-UNAM se han diseñado, construido y caracterizado diferentes dispositivos experimentales con el fin de desarrollar investigación aplicada sobre tecnologías de concentración solar. Entre los principales dispositivos desarrollados en el IER se encuentra el DEFRAC (Dispositivo para el Estudio de Flujos Radiativos Altamente Concentrados), el cual puede adaptarse para convertirse en un sistema de concentración solar fijo.

Entonces, el diseño experimental involucra la integración y puesta en operación de los siguientes componentes:

1. el sistema de concentración, compuesto por un grupo de espejos del DEFRAC.
2. un helióstato de dimensiones apropiadas para reflejar la radiación solar directa hacia el sistema de concentración.
3. un atenuador, ubicado entre el helióstato y el DEFRAC, el cual permitirá regular la radiación incidente en el sistema de concentración.
4. un receptor tipo cavidad, compuesto por una cavidad abierta por un extremo y adherida a una superficie plana receptora de la radiación solar concentrada.
5. un dispositivo de soporte y ajuste de posición vertical para el receptor tipo cavidad.

En la figura 5.1 se muestra un esquema de los componentes del arreglo experimental.

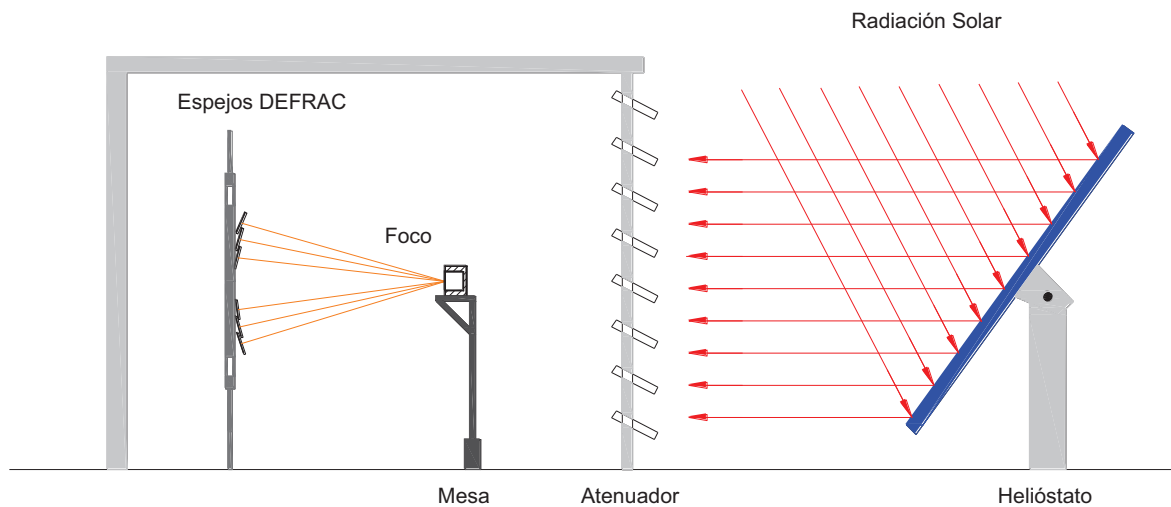


Figura 5.1. Esquema de componentes del arreglo experimental.

A continuación se presenta una breve descripción de los componentes del arreglo experimental:



**DEFRAC**

Este dispositivo fue desarrollado por Estrada et al. (1995) y fue diseñado como un sistema de concentración solar de foco puntual con seguimiento solar tipo ecuatorial compuesto por dos marcos: el marco principal que se utiliza como soporte estructural y el marco hexagonal sobre el cual se encuentran fijas las bases de 18 espejos parabólicos de primera superficie de 1 pulgada de espesor y 30 cm de diámetro. La cubierta de estos espejos consiste en un depósito de aluminio evaporado, alcanzando una reflectividad media de 0.95 sobre el espectro solar. Los 18 espejos están agrupados en tres conjuntos de seis espejos cada uno, denominados A, B y C como se muestra en la figura 5.2. Cuando los espejos están correctamente alineados, proyectan una imagen del disco solar de aproximadamente 2 cm de diámetro, denominado “spot solar” o “mancha solar”, a una distancia focal equivalente de 2 m, medidos desde el centro del marco hexagonal. El área total de captación del concentrador solar con los 18 espejos es de 1.27 m<sup>2</sup>.

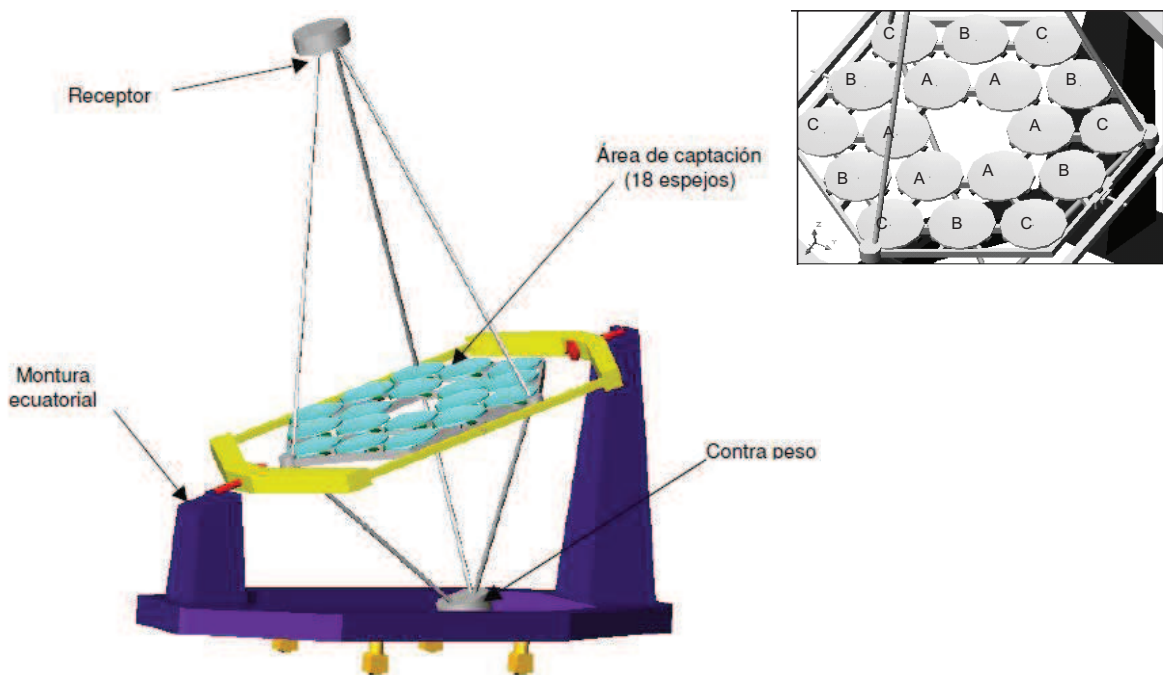


Figura 5.2. Esquema del DEFAC y distribución de los espejos.

Para adaptar el DEFRAC como sistema de concentración de un mini-horno solar se requiere retirar los tres perfiles que sostienen la base que mantiene al receptor en la zona focal. Posteriormente se debe colocar la estructura principal en forma vertical, ajustando el marco hexagonal paralelo al primero. Esto requiere alinear la estructura principal del DEFRAC en dirección este – oeste, apuntando el eje focal del concentrador en dirección norte.

## HELIÓSTATO

El diseño y construcción de este equipo fue desarrollado por la coordinación de concentración solar del IER-UNAM. El heliostato consiste en 4 espejos cuadrados de 1.17 m por lado y 6 mm de espesor, las cuales conforman la superficie reflectiva del heliostato, cuya área efectiva es de  $5.6 \text{ m}^2$ , como se muestra en la figura 5.3. Dichos espejos se encuentran adheridos a marcos cuadrados metálicos de 0.6 m por lado, los cuales fueron rectificadas para garantizar planitud de la superficie reflectiva.

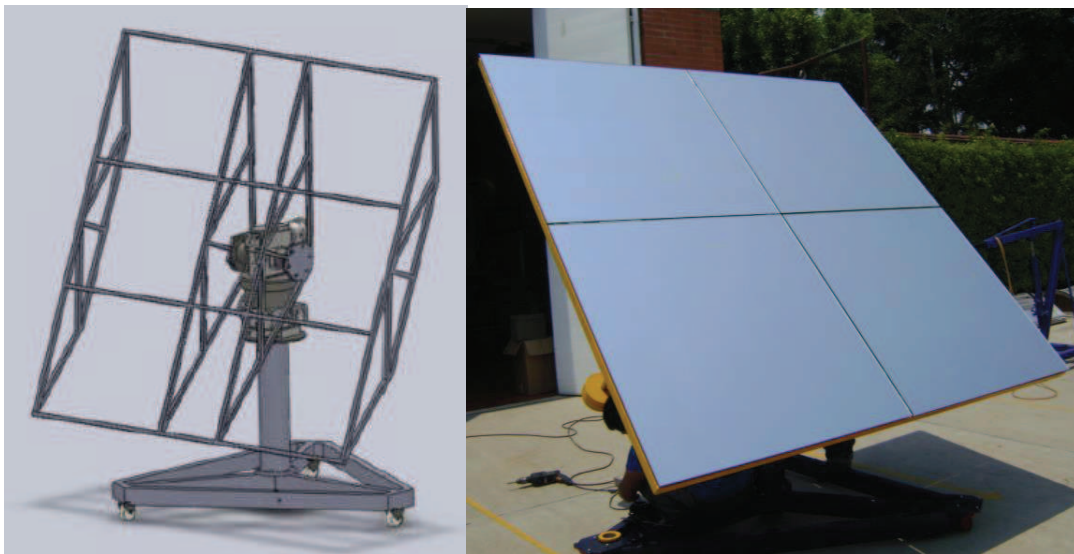


Figura 5.3. Esquema y fotografía del heliostato del mini-horno solar.

## ATENUADOR

El diseño y construcción de éste dispositivo se realizó en colaboración entre la coordinación de concentración solar del IER y el CCADET, UNAM. El atenuador

consiste de un conjunto de láminas delgadas de acero inoxidable, colocadas en disposición vertical (en forma de persianas), las cuales se abren y cierran entre 0 y 90° para regular la radiación incidente en el sistema de concentración como se muestra en la figura 5.4. Las funciones que cumple el atenuador son:

- Reducción del sombreado en el concentrador; para ello se debe mantener la rigidez de cada lámina, esto se logró mediante el acoplamiento de un sistema de resortes que tensa cada hoja para garantizar perpendicularidad al eje focal del sistema óptico.
- Apertura y cierre de forma automática; para ello se integró al sistema de control.

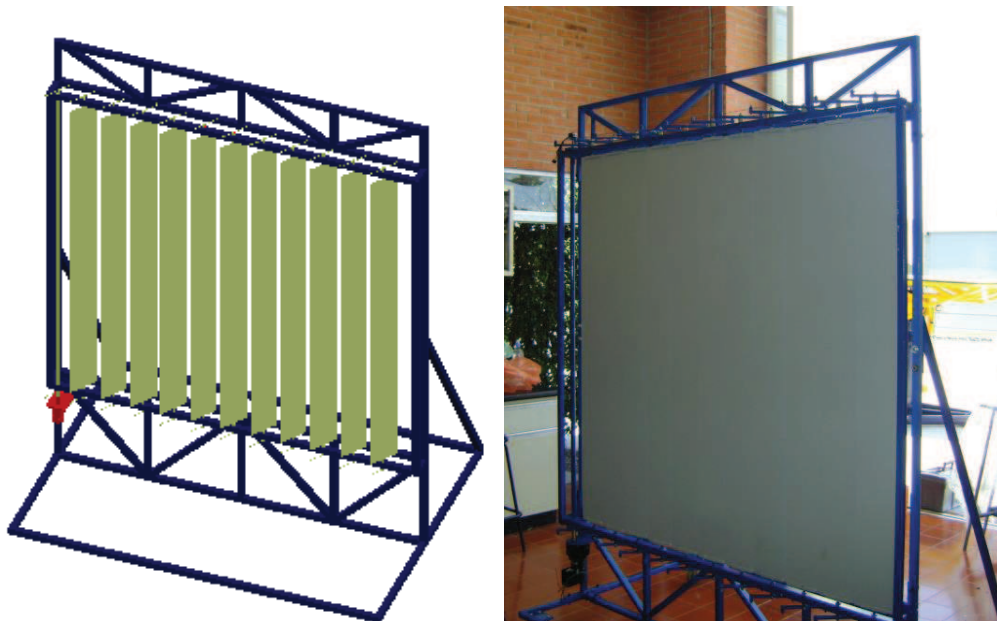


Figura 5.4. Esquema y fotografía del atenuador del mini-horno solar.

El área de las persianas del atenuador cubre la totalidad del área del concentrador (1.6 x 1.6 m) y el centro del eje focal del concentrador debe coincidir con el centro del atenuador, 1.35 m sobre el piso de la plataforma solar del IER-UNAM.

Una vez que se armaron, se realizaron las pruebas de control de seguimiento solar del helióstato y de apertura del atenuador mediante programas desarrollados por técnicos académicos del IER-UNAM en lenguaje de programación LabView 9.0

---

---

## RECEPTOR TIPO CAVIDAD

El receptor tipo cavidad es el objeto de estudio de este trabajo, en consecuencia, es necesario definir los criterios y parámetros de diseño apropiados para su construcción. El procedimiento de diseño y construcción del receptor se describe a continuación:

- Dimensionamiento de la cavidad, tomando en cuenta el régimen de flujo de aire en su interior, su funcionalidad como receptor de concentración solar, y las propiedades geométricas del sistema de concentración.
- Selección y caracterización de los materiales de construcción.
- Construcción del receptor tipo cavidad con base en los criterios y parámetros de diseño definidos previamente.

### Dimensionamiento de la cavidad

Para dimensionar la cavidad se debe determinar el tipo de régimen de flujo de fluido en el interior del receptor. Para ello, de la revisión bibliográfica presentada en el capítulo 1 y del análisis del número de Rayleigh presentado en el capítulo 2, se concluye que para números de Rayleigh comprendidos entre  $10^6$  y  $10^7$ , las dimensiones de la cavidad se encuentran comprendidas entre 8 y 12 cm y el régimen de flujo es laminar. Por otra parte, las dimensiones de la cavidad también dependen de la posición de la cavidad respecto al eje focal del sistema de concentración, así como del tamaño de la imagen solar proyectada por los espejos concentradores sobre el plano receptor. Lo anterior implica determinar el diámetro de la imagen solar proyectada por los espejos del DEFRAC en un plano receptor colocado a diferentes distancias sobre el eje focal del sistema. Para esto se consideró que la incidencia de la radiación directa es perpendicular al plano de la montura donde se encuentran los espejos y se utilizó un valor de 9 mrad para el cono solar. Con estas consideraciones se realizó un trazado de rayos en AUTO CAD para determinar la posición de la cavidad y el diámetro de la imagen solar proyectada

con cada grupo de espejos del DEFRAC. Los resultados para el grupo de espejos A, B y C se muestran en las figura 5.5, 5.6 y 5.7, respectivamente. En la figura 5.5 se observa que la cavidad puede colocarse 5 cm por detrás del punto focal de los espejos del grupo A del DEFRAC y el diámetro aproximado de la imagen solar sería de 4.6 cm (46 mm).

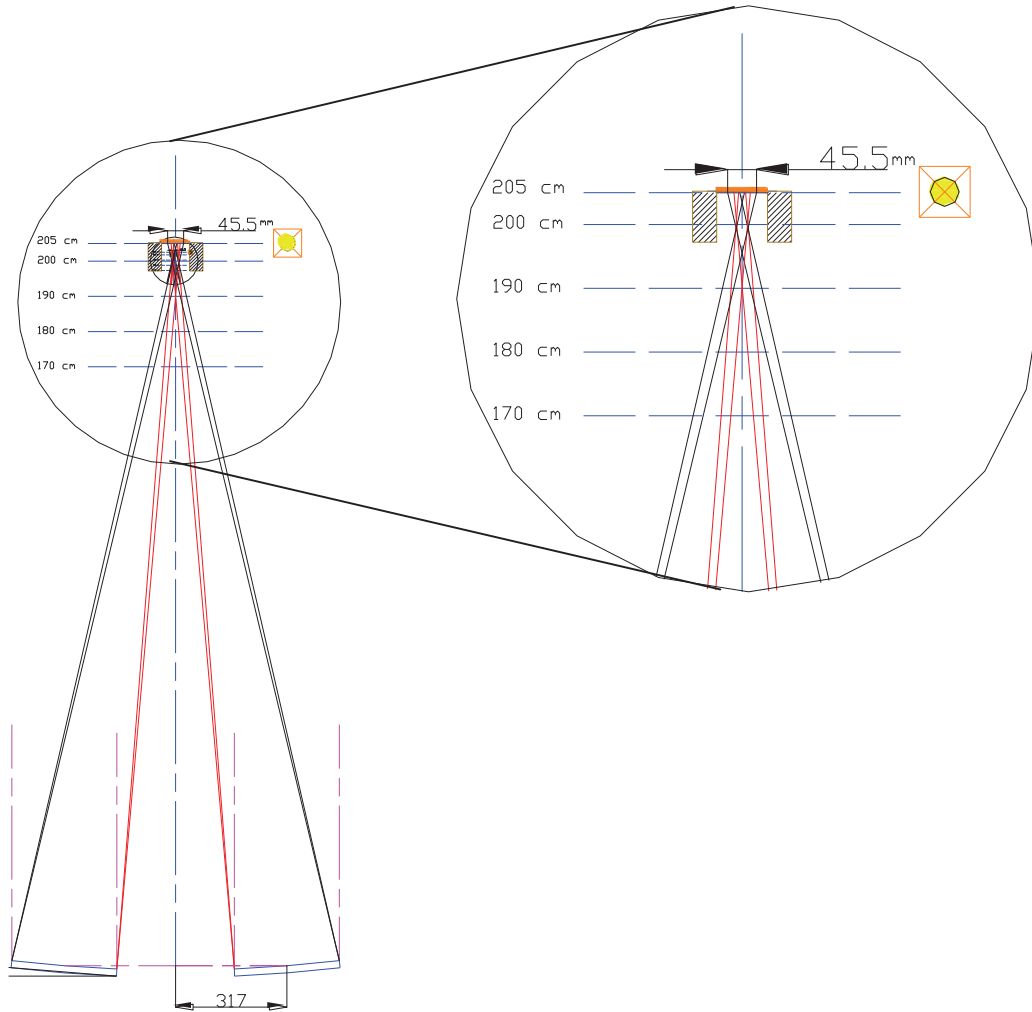


Figura 5.5. Posición de la cavidad y tamaño de la imagen solar proyectada para el grupo A de los espejos del DEFRAC.

La figura 5.6 muestra que el diámetro aproximado de la imagen solar proyectada por los espejos del grupo B del DEFRAC sería de 6.9 cm (69 mm), al colocar la cavidad 5 cm por detrás del punto focal del sistema.

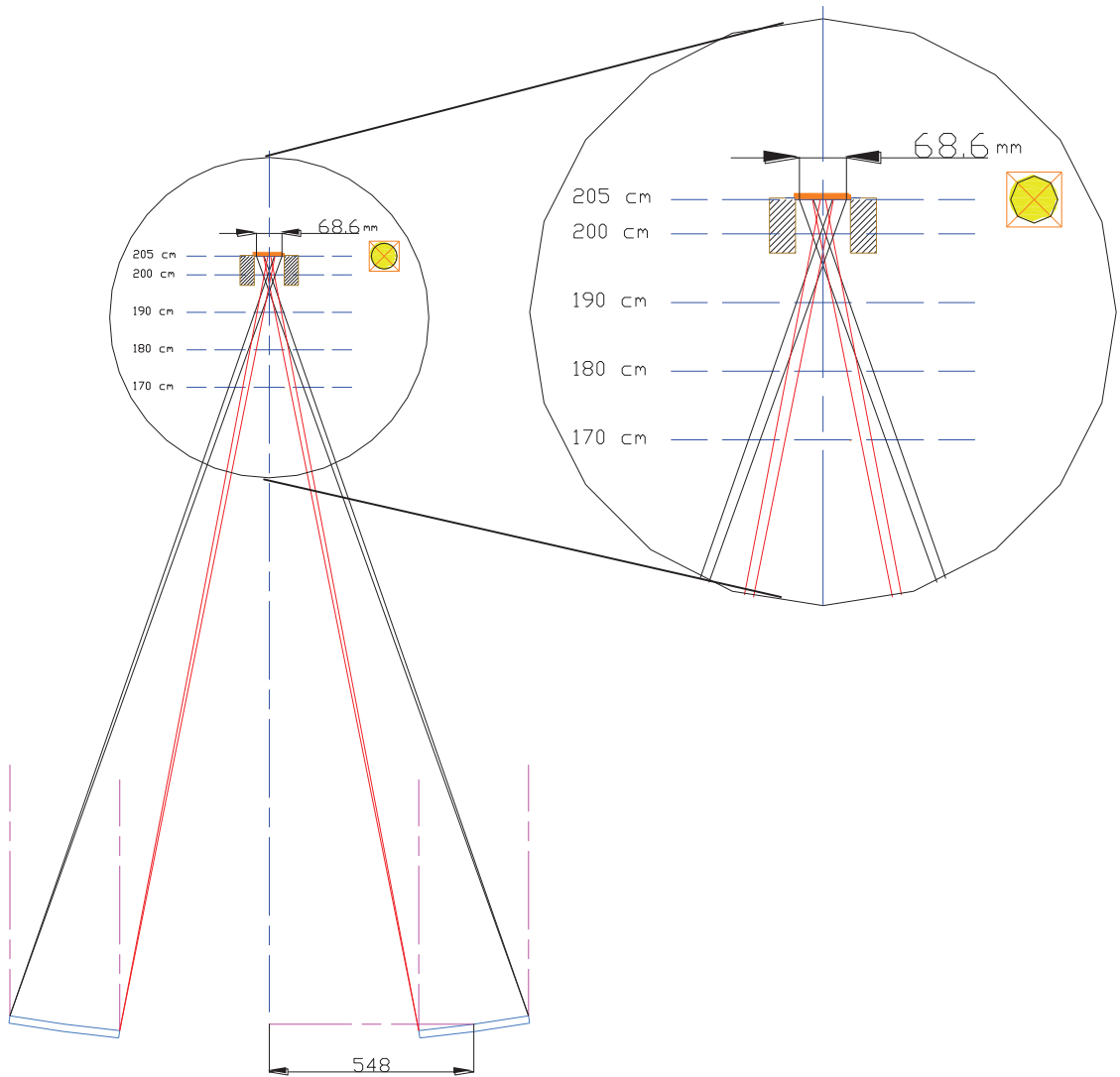


Figura 5.6. Posición de la cavidad y tamaño de la imagen solar proyectada para el grupo B de los espejos del DEFRAC.

En la figura 5.7 se observa que el diámetro aproximado de la imagen solar proyectada por los espejos del grupo C del DEFRAC sería de 7.8 cm (78 mm), al colocar la cavidad 5 cm por detrás del punto focal del sistema.

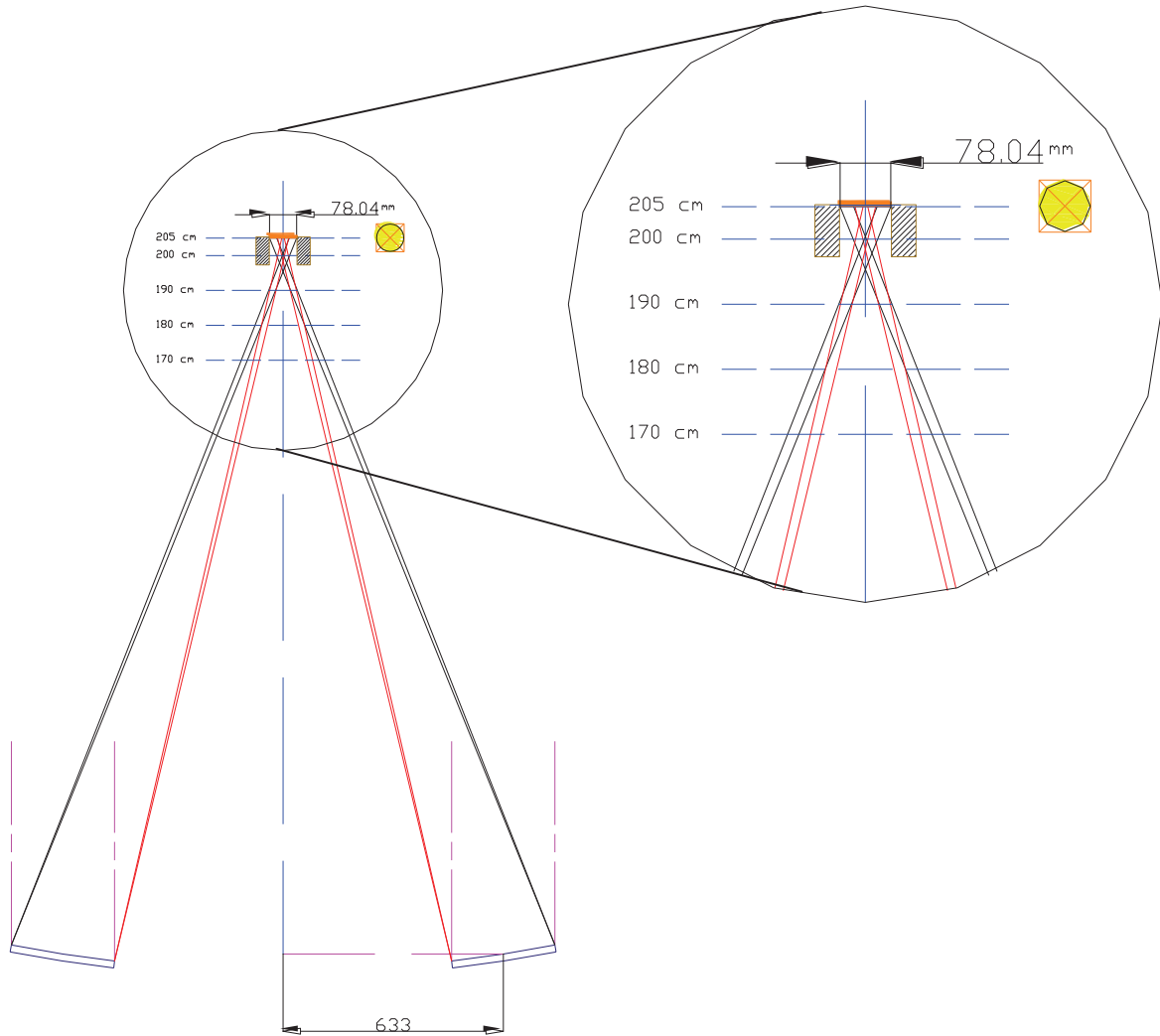


Figura 5.7. Posición de la cavidad y tamaño de la imagen solar proyectada para el grupo C de los espejos del DEFRAC.

Con base en el análisis anterior, se concluye que en una cavidad de 8 cm por lado el régimen de flujo es laminar y que es posible utilizar cualquiera de los tres grupos de espejos del DEFRAC. En consecuencia, la cavidad cúbica experimental debe tener una longitud de 8 cm por lado.

Por otra parte, es importante mencionar que para realizar la comparación de resultados teóricos con los experimentales se requiere una distribución de temperaturas lo más uniforme posible en la superficie receptora de la cavidad. Para ello se requiere utilizar materiales con propiedades térmicas adecuadas para la construcción del receptor tipo cavidad.

### **Selección y caracterización de los materiales de construcción**

En vista de que en el modelo físico de la solución teórica de este trabajo, la pared opuesta a la apertura del receptor se considera isotérmica y las otras paredes se consideraron adiabáticas, entonces para seleccionar los materiales de construcción del receptor se consideraron los siguientes requerimientos:

- a) Los materiales deben poseer altos puntos de fusión
- b) Propiedades térmicas apropiadas para la funcionalidad de las paredes
- c) Disponibilidad comercial de los materiales

El metal que posee las propiedades térmicas requeridas para funcionar como superficie receptora de la radiación solar concentrada es el cobre, ya que posee un punto de fusión de 1,100 °C y una alta difusividad térmica, esta propiedad permitirá la rápida transferencia de calor así como una distribución uniforme de temperatura en la placa.

El material que satisface los requerimientos para la construcción del cuerpo de la cavidad fue un cemento refractario denominado COMPRIT 137 M que es una mezcla que contiene 48.9 % de alúmina, 40.5 % de sílice y 10.6 % de otros componentes. De acuerdo con las especificaciones técnicas del cemento refractario, su temperatura máxima de servicio es de 1425 °C. También se compró alúmina agranel con la finalidad de preparar diferentes mezclas de alúmina-sílice y caracterizarlas.

La caracterización del material de construcción de la cavidad consistió en determinar sus propiedades termofísicas, esto es, densidad, conductividad térmica,



calor específico y difusividad térmica. Para ello, se diseñó un experimento en ambiente controlado con los componentes que se muestran en la figura 5.8.

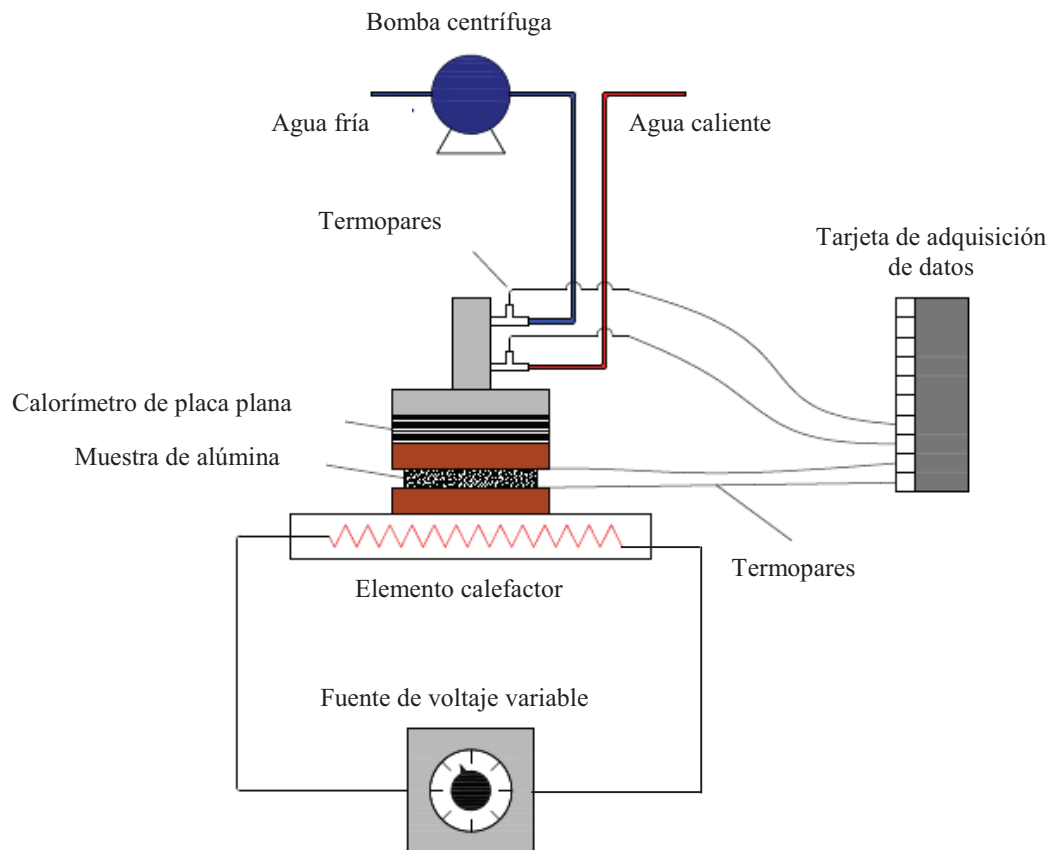


Figura 5.8. Componentes del experimento para caracterizar el material de construcción de la cavidad.

La campaña experimental para determinar las propiedades termofísicas del material se desarrolló de acuerdo con la siguiente metodología:

1. Se fabricaron tres muestras circulares de 8.8 cm de diámetro y 2.5 cm de espesor. Para ello, se mezclaron el cemento refractario y la alúmina con 150 ml de agua. Cada muestra se preparó con diferente porcentaje de alúmina, esto es, 48.9%, 75% y 90%. Mientras más alúmina contenía la muestra, más blanco se observa su acabado, como se muestra en la figura 5.9.

2. Se realizaron ranuras sobre las superficies de las muestras para colocar 3 termopares tipo T calibre 30 (previamente referenciados) en la superficie inferior y 3 en la superficie superior. Una vez colocados los termopares, se cubrieron las ranuras con la misma mezcla con que se fabricaron las muestras. La incertidumbre de los termopares utilizados es de  $\pm 0.5$  °C.
3. Se ensambló e instrumentó un calorímetro de placa plana con dos termopares tipo T calibre 36, uno a la entrada y otro a la salida del fluido de refrigeración (agua).
4. Se utilizó un elemento calefactor conectado a una fuente de voltaje variable para suministrar la potencia de entrada a la muestra. Esta se coloca sobre una placa circular de cobre para que el calor suministrado a la muestra se distribuya uniformemente, como se muestra en la figura 5.10.
5. Se utilizó una bomba hidráulica con regulador de caudal para controlar la entrada de agua al calorímetro de placa plana.
6. Se instrumentó un medidor de flujo para medir el caudal de enfriamiento del calorímetro y así junto con los datos de temperatura de entrada y temperatura de salida del agua se calculó la cantidad de calor transferida al agua por efecto de la convección forzada. El flujómetro utilizado funciona mediante una pequeña turbina que está acoplada a un sensor infrarrojo que registra la frecuencia de giro del eje, este dispositivo es de la marca JLC (*IR Opflow Type2*). La señal de salida se convierte después en flujo másico mediante una constante de proporcionalidad que se determina al referenciar el flujómetro. La incertidumbre del flujómetro es de 0.15 lpm (0.0025 kg/s).
7. Se aislaron todos los elementos con fibra cerámica y papel aluminio en el exterior, con el fin de reducir las pérdidas de calor hacia el exterior.

8. Se conectaron al adquirente de datos: los termopares, el medidor de flujo y las terminales del elemento calefactor para medir en forma directa la tensión y la intensidad de corriente eléctrica. El adquirente de datos utilizado es de la marca *Agilent*, modelo 34970A, con una tarjeta modelo 34901A. El software utilizado fue el "*BenchLink DataLogger*".



Figura 5.9. Muestras de alúmina-sílice para caracterización del material.

En la tabla 5.1 se presentan los resultados de la densidad, conductividad térmica y calor específico, con su respectiva incertidumbre para cada una de las muestras. El cálculo de incertidumbres de las propiedades termofísicas medidas se presenta en el apéndice B.

De la tabla 5.1 se observa que las muestras que contenían mayor cantidad de alúmina resultaron ser de más baja conductividad térmica, tal como se requiere para las paredes de la cavidad. Sin embargo, el acabado de la muestra con mayor contenido de alúmina resultó demasiado porosa y frágil, por esta razón, se decidió utilizar la mezcla de cemento refractario con 75 % de alúmina para construir la cavidad.



Figura 5.10 Instrumentación de las muestras de alúmina-sílice.

Tabla 5.1. Resumen de propiedades termofísicas de las muestras de alúmina-sílice.

Muestra	Densidad (kg/m <sup>3</sup> )	Conductividad (W/m°C)	Calor Específico (J/kg °C)
48.9 % alúmina	1710 ± 55.5	1.27 ± 0.32	1252.9 ± 58.6
75 % alúmina	1500 ± 48.7	0.84 ± 0.26	1263.6 ± 44.7
90 % alúmina	1415 ± 45.9	0.76 ± 0.18	1274.3 ± 65.9

Para determinar la emitancia de las muestras de alúmina-sílice se llevaron a cabo varios experimentos con los elementos que se observan en la figura 5.11. Los experimentos consistieron en calentar cada muestra de alúmina-sílice con el elemento calefactor hasta alcanzar temperaturas cercanas o iguales a los 400 °C, esta temperatura fue medida con un pirómetro de precisión y con 3 termopares tipo T colocados sobre la superficie de las muestras. Para hacer coincidir la temperatura medida por los termopares con la del pirómetro se modifica el valor de épsilon ( $\epsilon$ ) en dicho dispositivo, este valor representa la emitancia de la superficie de la cual se quiere medir su temperatura. El ajuste de la emitancia en el pirómetro se repite hasta

que la temperatura de los termopares se iguala con la del pirómetro. Una vez que las temperaturas se igualan, se considera que se ha determinado indirectamente el valor de emitancia de la superficie. La emitancia obtenida mediante este método indirecto para la muestra de cemento refractario con 75 % de alúmina resultó ser de 0.70 con una incertidumbre de  $\pm 0.08$  para temperaturas de 300 °C a 400 °C.



Figura 5.11. Medida indirecta de la emitancia de la muestra con un pirómetro.

### Construcción de la cavidad

Para la construcción de la cavidad se fabricó un molde con lámina de acero lisa calibre 20 (0.91 mm de espesor) y ángulo de aluminio de 1/8 de pulgada de espesor x 1 ½ pulgada de ancho para unir y proporcionar rigidez a las esquinas del molde. Se realizaron 14 perforaciones de 2 mm  $\pm$  0.5 mm de diámetro a la mitad del molde (7 en la pared inferior y 7 en la pared superior) para introducir los termopares a través de las paredes de la cavidad. Posteriormente, se preparó la mezcla del cemento COMPRIT 137 M y se realizó el vaciado de la mezcla en el molde, el proceso de construcción de la cavidad dentro del molde se muestra en la figura 5.12.

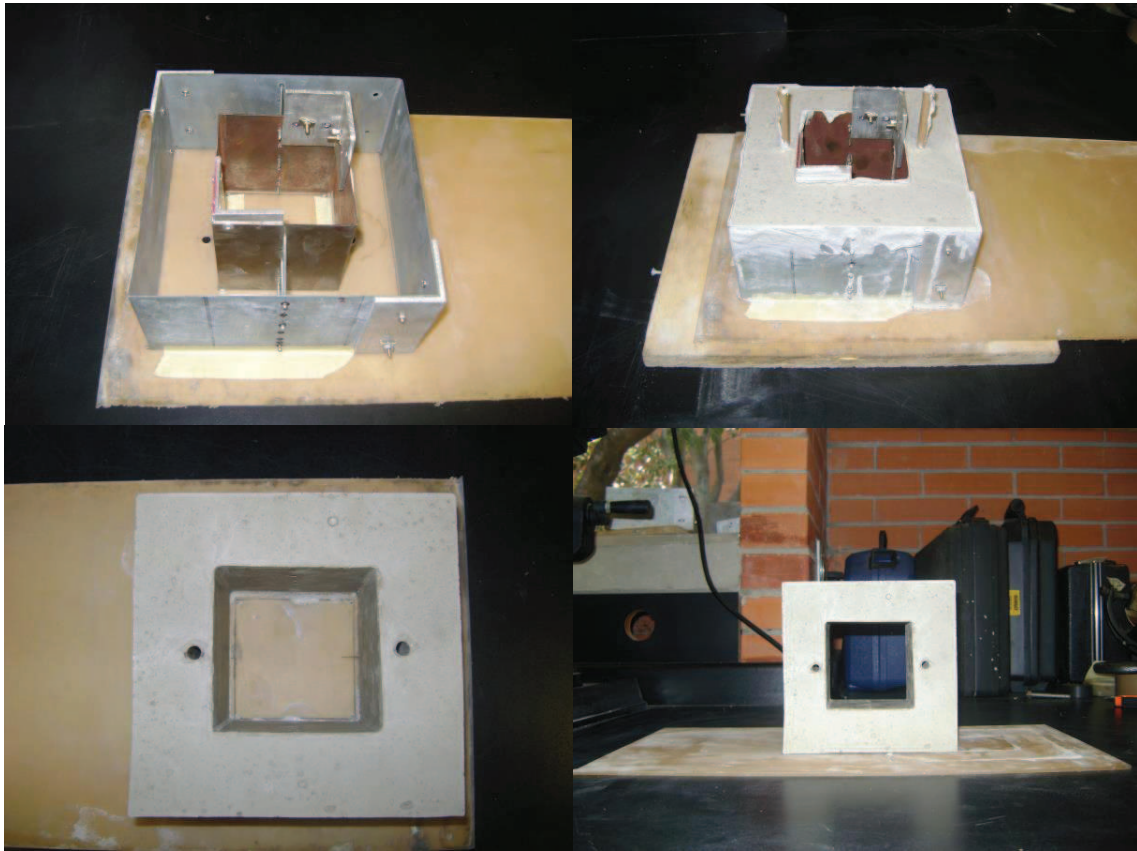


Figura 5.12. Proceso de construcción de la cavidad.

### **Pedestal de soporte de la cavidad**

Para realizar los experimentos se diseñó un dispositivo en el cual se puede colocar el receptor tipo cavidad, a la altura y distancia que corresponda con la zona focal. Este dispositivo se diseñó con movimiento en dos ejes, vertical y radial. Sin embargo, el factor más importante que se consideró para su diseño y fabricación fue que no ocasionara sombreado sobre los espejos concentradores. Para la construcción de este dispositivo se utilizó acero inoxidable y sus partes fueron maquinadas en el taller mecánico del IER-UNAM.

---

---

## 5.2 Integración de componentes del arreglo experimental

La integración de los 5 componentes del arreglo experimental que se requieren para llevar a cabo los experimentos con radiación solar concentrada se muestra en la figura 5.13.

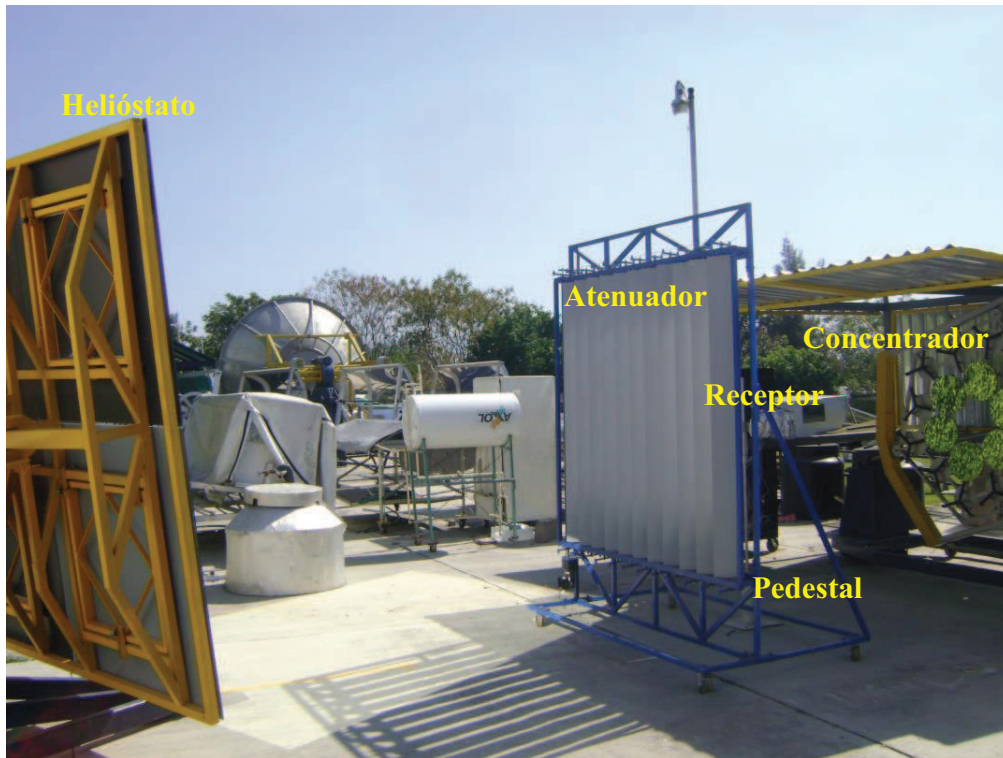


Figura 5.13. Integración de componentes del arreglo experimental.

### 5.3 Instrumentación del receptor tipo cavidad

El objetivo de los experimentos fue medir las temperaturas del aire cerca de las paredes internas de la cavidad al recibir la radiación altamente concentrada. Para lograr dicho objetivo, se requiere instrumentar con termopares la placa receptora y la cavidad. En este trabajo se decidió utilizar termopares tipo T para medir la temperatura del aire en el interior de la cavidad y termopares tipo K para medir la temperatura en la placa receptora, el intervalo de medición para los termopares tipo T es de -200 a 400 °C y el de los K es de -50 a 1200 °C.

La instrumentación del receptor tipo cavidad se realizó de acuerdo a la siguiente metodología:

1. Se construyeron y referenciaron 30 termopares tipo T calibre 30 (fueron referenciados con un termopozo marca *Hart Scientific, modelo 9100S*). El calibre de los termopares tipo T es muy delgado y por lo tanto, poseen una baja inercia térmica y en consecuencia, un tiempo de respuesta rápido, menor a un segundo. También se construyeron y referenciaron 2 termopares tipo K para medir las temperaturas de la placa receptora. La incertidumbre de los termopares tipo K es de  $\pm 1.5$  °C a temperatura ambiente y de  $\pm 2.0$  °C a 500 °C. El diseño de la ubicación de los termopares en el receptor se muestra en la figura 5.14.
2. Se introdujeron 7 termopares tipo T a través de la pared superior y 7 a través de la pared inferior en los orificios pasantes que se dejaron en la cavidad para medir las temperaturas del aire en el interior de la cavidad, cerca de las paredes inferior y superior de la misma.
3. Se instrumentó la placa receptora con dos termopares tipo K calibre 20, estos se colocaron en dos puntos separados radialmente del centro a la periferia de la placa ( $r=0$  y  $r=2$  cm), para medir las temperaturas que alcanzaba la placa al recibir la radiación solar concentrada.
4. Se aislaron las paredes laterales de la cavidad y la placa receptora con fibra cerámica y papel aluminio en el exterior, con el fin de disminuir las pérdidas de calor convectivas y radiativas hacia el medio ambiente. La instrumentación del receptor se muestra en la figura 5.15.



En total se utilizaron 20 termopares para la instrumentación del receptor, esto se debe a que la tarjeta de adquisición de datos sólo tiene 20 canales disponibles para el registro de este tipo de datos. Si consideramos el modelo físico de la cavidad presentado en el capítulo 2 y se observa la figura 5.14, las coordenadas en 2D de la ubicación de los termopares en el interior de la cavidad, fueron como sigue: en  $y=0.1$  cm los termopares T1 al T7 se colocaron en  $x=0.6, 1.2, 1.8, 3.0, 4.0, 5.5$  y  $7.0$  cm, respectivamente; en  $y=7.9$  cm los termopares T8 al T14 se colocaron en  $x=0.6, 1.2, 1.8, 3, 4, 5.5$  y  $7$  cm, respectivamente. Se colocaron 2 termopares en la placa receptora, 2 a la entrada de la cavidad y 2 a la salida de la misma.

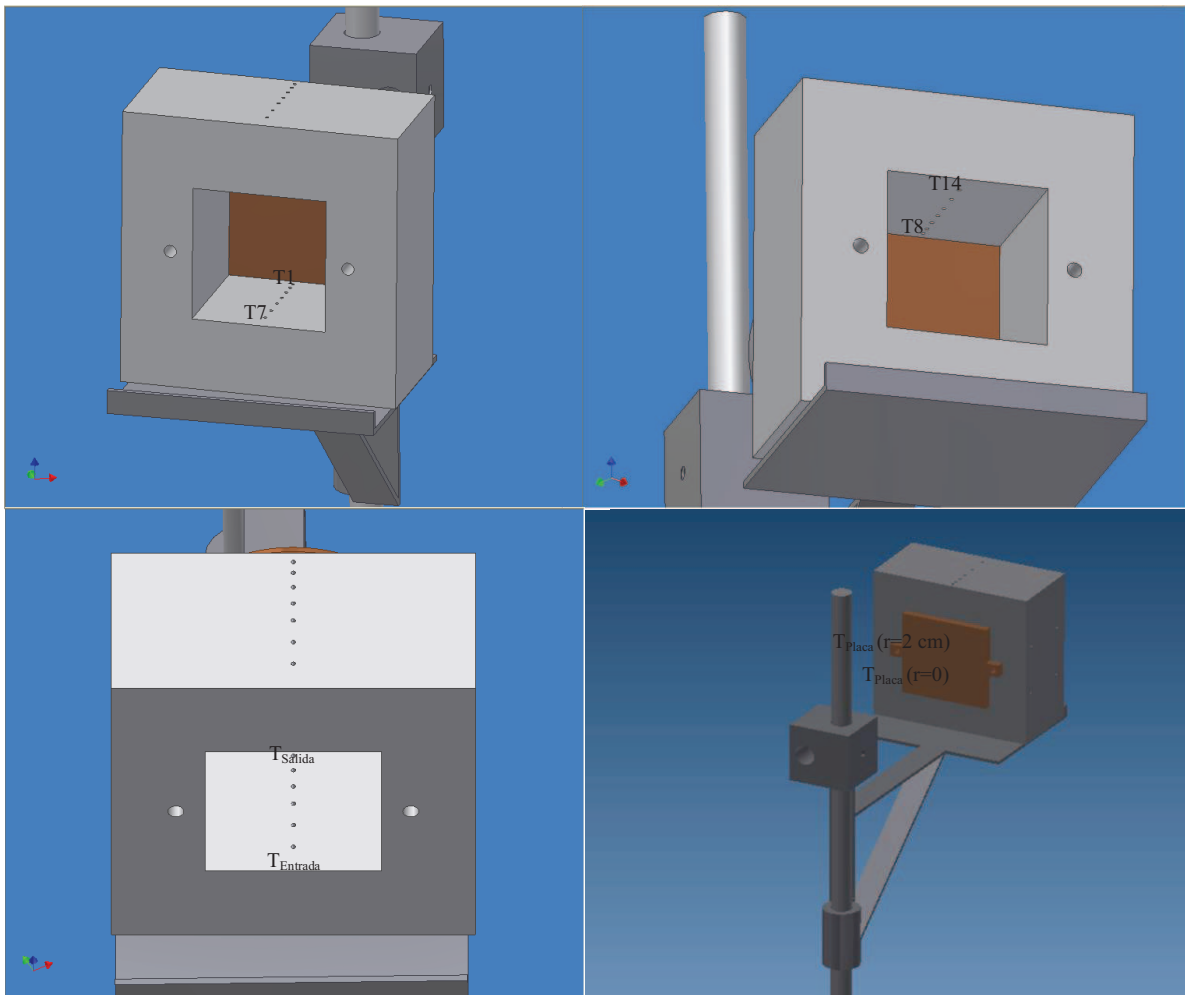


Figura 5.14. Diseño de ubicación de los termopares en el receptor tipo cavidad.

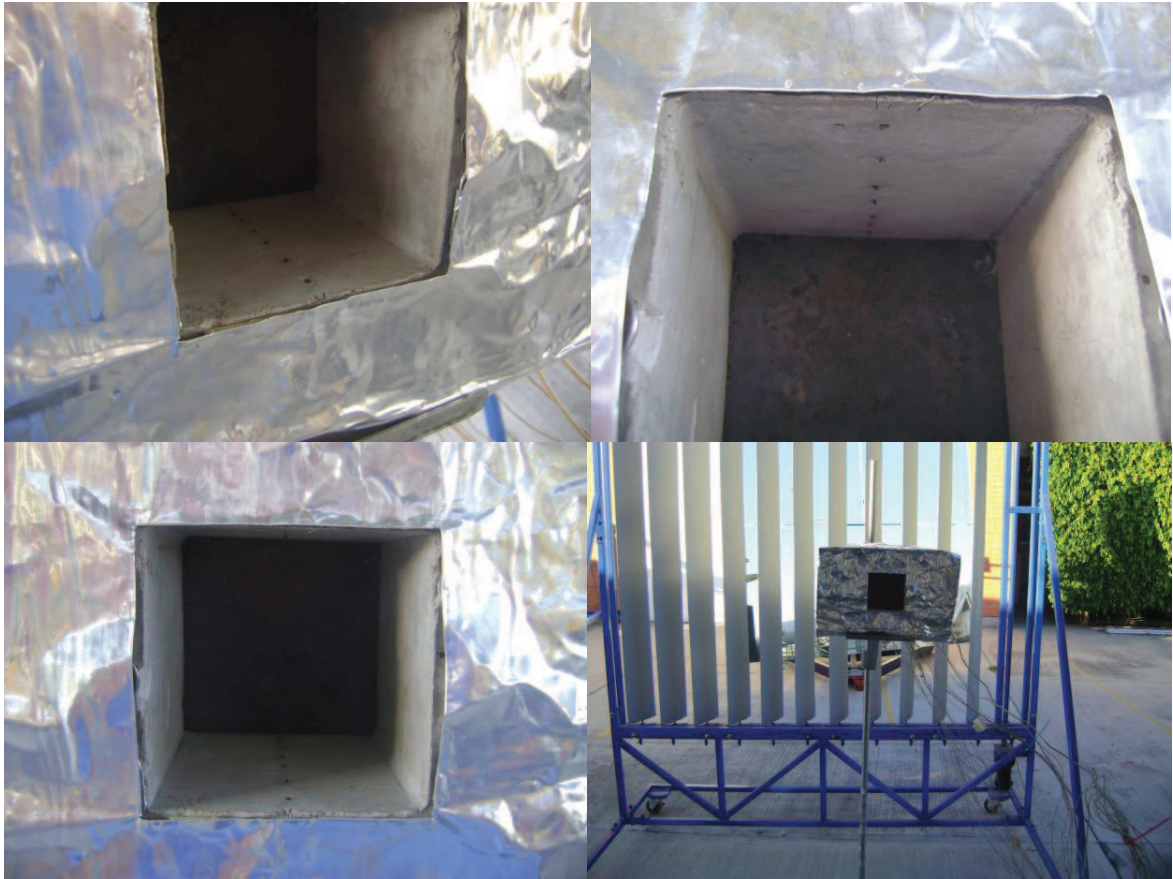


Figura 5.15. Instrumentación de la cavidad con termopares.

Después de integrar los componentes del arreglo experimental, se realizaron pruebas de seguimiento del movimiento aparente del sol con el heliostato, éste se operó en modo manual y automático. El seguimiento en modo manual permitía que la mancha solar entrara a la cavidad más rápidamente, una vez que se lograba esto, entonces se hacía el cambio a seguimiento automático en el programa de control.

#### **5.4 Tiempo de respuesta del receptor tipo cavidad**

Para determinar el tiempo de respuesta del receptor tipo cavidad se realiza un balance de energía global simplificado, éste método es conocido como análisis de sistemas concentrados, en el cual se considera que en el estado permanente, la potencia que entra al receptor es igual a la potencia absorbida por el receptor

durante el estado transitorio más las pérdidas al medio ambiente, entonces el balance global se puede expresar como sigue:

$$\dot{Q}_{Entrada} = \dot{Q}_{Absorbida} + \dot{Q}_{Salida} \quad (5.1)$$

Donde

$$\dot{Q}_{Entrada} = A_{Captación} \text{ref}_{Espejos} G_b \quad (5.2)$$

En la ecuación 5.2, es  $\text{ref}_{Espejos}$  la reflectancia de los espejos y  $G_b$  es la radiación directa. La potencia absorbida por el receptor puede obtenerse mediante:

$$\dot{Q}_{Absorbida} = (mCp)_{ef} \frac{dT}{dt} \quad (5.3)$$

Si consideramos un coeficiente global de pérdidas de calor  $U_{global}$ , entonces la potencia de salida se obtiene por:

$$\dot{Q}_{Salida} = \dot{Q}_{Convectivas} + \dot{Q}_{Radiativas} = A_{Receptor} U_{global} (T - T_0) \quad (5.4)$$

Al sustituir la ecuación 5.3 y 5.4 en la 5.1, se obtiene:

$$\dot{Q}_{Entrada} = \dot{Q}_{Absorbida} + \dot{Q}_{Salida} \therefore \dot{Q}_{Entrada} = (mCp)_{ef} \frac{dT}{dt} + A_{Receptor} U_{global} (T - T_0) \quad (5.5)$$

La ecuación 5.5 es una ecuación diferencial no homogénea cuya solución es:

$$T(t) = \frac{\dot{Q}_{Entrada} + U_{global} A_{Receptor} T_0}{U_{global} A_{Receptor}} - \left( \frac{\dot{Q}_{Entrada}}{A_{Receptor} U_{global}} \right) e^{-t/\tau} \quad (5.6)$$

Donde  $\tau$  el tiempo de respuesta del receptor, el cual se define como:

$$\tau = \frac{(mCp)_{ef}}{U_{global} A_{Receptor}} \quad (5.7)$$

El tiempo de respuesta del receptor permite determinar el tiempo necesario para alcanzar el estado permanente, ya que el producto  $3\tau$  permite obtener el 95% de dicho tiempo.

De la ecuación 5.7 se concluye que el tiempo de respuesta del receptor depende del coeficiente global de pérdidas de calor. El valor de este coeficiente se puede comparar con el coeficiente de transferencia de calor convectivo  $h$ , que se calcula con la diferencia de temperaturas adimensional en el modelo teórico y permite calcular el número de Nusselt ( $Nu$ ). Por lo cual se puede estimar que el coeficiente global de pérdidas de calor varía entre 10 y 25  $W/m^2 \text{ } ^\circ C$ , que corresponde a Números de Nusselt totales entre 20 y 45. Así, con estos valores se pueden graficar los tiempos de respuesta teóricos del receptor para diferentes condiciones de operación. La radiación directa promedio que se considera en los cálculos es de 900  $W/m^2$ .

Al graficar la temperatura como función del tiempo, se obtiene la figura 5.16.

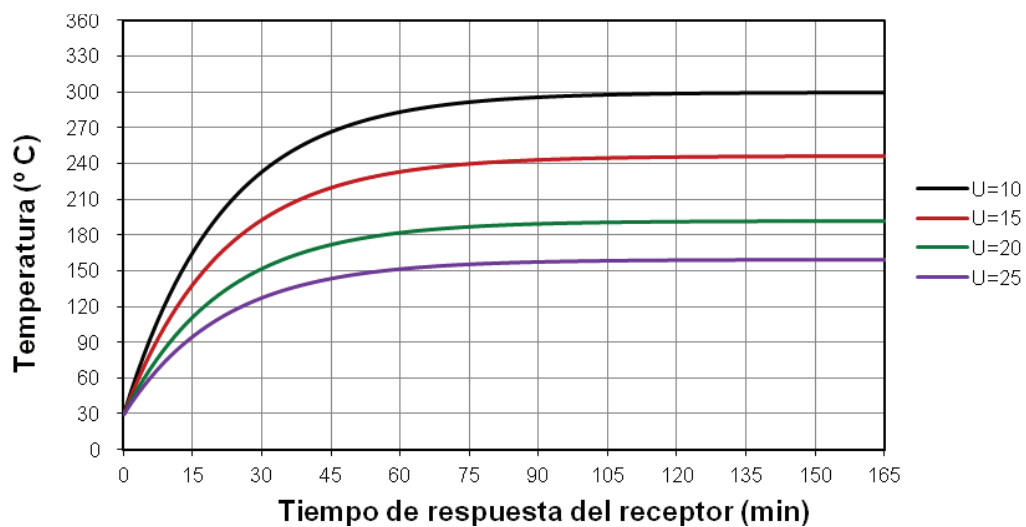


Figura 5.16. Tiempos de respuesta del receptor.

El tiempo de respuesta para un coeficiente global de pérdidas de 10  $W/m^2 \text{ } ^\circ C$  es de 19 min, entonces el 95 % del tiempo requerido para alcanzar el estado permanente es de 57 min (aproximadamente 1 hora).

## 5.5 Diseño de los experimentos

Para concentrar la radiación solar dentro del receptor tipo cavidad se diseñaron dos experimentos preliminares para definir condiciones de operación del minihorno solar y determinar el tiempo necesario para alcanzar el estado permanente. En general, para cada experimento se requiere seguir el siguiente procedimiento:

- a) Seleccionar el día con las condiciones ambientales favorables.
- b) Alinear las facetas del heliostato para que se encuentren en un mismo plano geométrico.
- c) Alinear los espejos del DEFRAC
- d) Controlar la apertura automática y cierre automático del atenuador.
- e) Controlar manual y automáticamente el helióstato para el seguimiento del movimiento aparente del Sol.

Entonces, para llevar a cabo los experimentos se requiere un día soleado con cielo despejado, es decir, se requiere que el flujo radiativo concentrado en el receptor aumente hasta alcanzar un valor máximo al medio día solar y que la variación de dicho flujo no sea significativa al menos durante 10 minutos, antes y después del medio día solar. Se espera que esto permita alcanzar un estado permanente de aproximadamente 5 minutos, permitiendo que durante este tiempo la temperatura en la placa receptora permanezca lo más uniforme posible para cada experimento.

Los rayos solares reflejados por el heliostato deben incidir perpendicularmente sobre los espejos concentradores del DEFRAC, para lograr esto, el centro del heliostato debe estar alineado con el eje óptico del sistema de concentración, así mismo, las 4 facetas del heliostato deben estar en un mismo plano, lo cual se verificó con un indicador de nivel. La alineación con el eje óptico del sistema se verificó con un dispositivo que mide la distancia entre dos planos (emisor y receptor) de forma digital mediante una luz láser emitida desde el centro del DEFRAC hacia el centro del heliostato.

Por otra parte, el DEFRAC, como todo sistema de concentración solar de foco puntual, aprovecha sólo la componente directa de la radiación solar. Por ello se requiere que el sistema se oriente de tal manera que los rayos solares siempre incidan paralelos al eje óptico del dispositivo. El eje principal del DEFRAC es perpendicular al plano del marco hexagonal que soporta a los 18 espejos, por lo cual este plano hexagonal debe estar siempre perpendicular a los rayos solares. Cada espejo sobre este marco hexagonal tiene una orientación fija, de tal forma que el centro de la imagen solar que proyecta un espejo sobre un plano receptor ubicado a la distancia focal del sistema debe coincidir con los centros de las imágenes de los otros espejos. Una vez alineados los 6 espejos del grupo A del DEFRAC, necesarios para realizar los experimentos, se ubica la placa receptora a una distancia de 205 cm de distancia (5 cm detrás del punto focal del grupo A) del centro de la base del marco hexagonal, para garantizar que el punto focal de los espejos concentradores quede dentro de la cavidad y que el diámetro de la imagen de la mancha solar proyectada sobre la placa receptora sea aproximadamente de 5 cm.

Los experimentos con radiación solar concentrada requieren también que el heliostato siga de manera continua y en forma automática el movimiento aparente del sol mientras se alcanza y mantiene el estado permanente en cada experimento. Para lograr esto, la fuente de alimentación del sistema de control del heliostato como del atenuador debe estar conectada a una red eléctrica estable así como también se debe mantener comunicación entre el programa de control y los equipos, mediante una red física de internet.

Posterior a los dos experimentos preliminares, se diseñaron seis experimentos con el fin de lograr y verificar repetitividad en los resultados, en tres experimentos se utilizaron cuatro espejos y en tres experimentos se utilizaron seis espejos del grupo A del DEFRAC. El análisis de los resultados experimentales y la comparación con los resultados teóricos se presenta en el siguiente capítulo.

## CAPÍTULO 6

### **Análisis y comparación de resultados**

Como se mencionó en el capítulo 1, uno de los objetivos de este trabajo es realizar una comparación de resultados experimentales con los obtenidos por los modelos teóricos. En consecuencia, después de lograr y mantener las condiciones apropiadas para realizar los experimentos con radiación solar concentrada, se llevaron a cabo dos experimentos preliminares para definir condiciones de operación del minihorno solar, tales como: mantener comunicación vía internet con atenuador y heliostato, controlar el porcentaje de apertura del atenuador, controlar el seguimiento en modo manual y automático del heliostato y así determinar el tiempo necesario para alcanzar el estado permanente. Posteriormente se llevaron a cabo seis experimentos con el fin de lograr y verificar repetitividad en los resultados, de los seis experimentos realizados, en tres se utilizaron cuatro espejos y en tres experimentos se utilizaron seis espejos del grupo A del DEFRAC.

Para efectos de análisis y comparación de resultados experimentales con los teóricos se presentan solo dos experimentos, el experimento A que se discute en la siguiente sección y el experimento B que se presenta en el apéndice A.

Las condiciones para el experimento A fueron las siguientes:

- Los 6 espejos del grupo A del DEFRAC fueron utilizados.
- Las persianas del atenuador se abrieron al 100 %.
- La radiación directa promedio durante el experimento fue de  $855 \pm 5 \text{ W/m}^2$ .

### 6.1 Análisis de resultados del experimento A

En la figura 6.1 se muestra la evolución de la radiación directa durante el desarrollo del experimento, se observa una disminución en la radiación directa justo después de que habían transcurrido 80 minutos a partir del inicio del experimento.

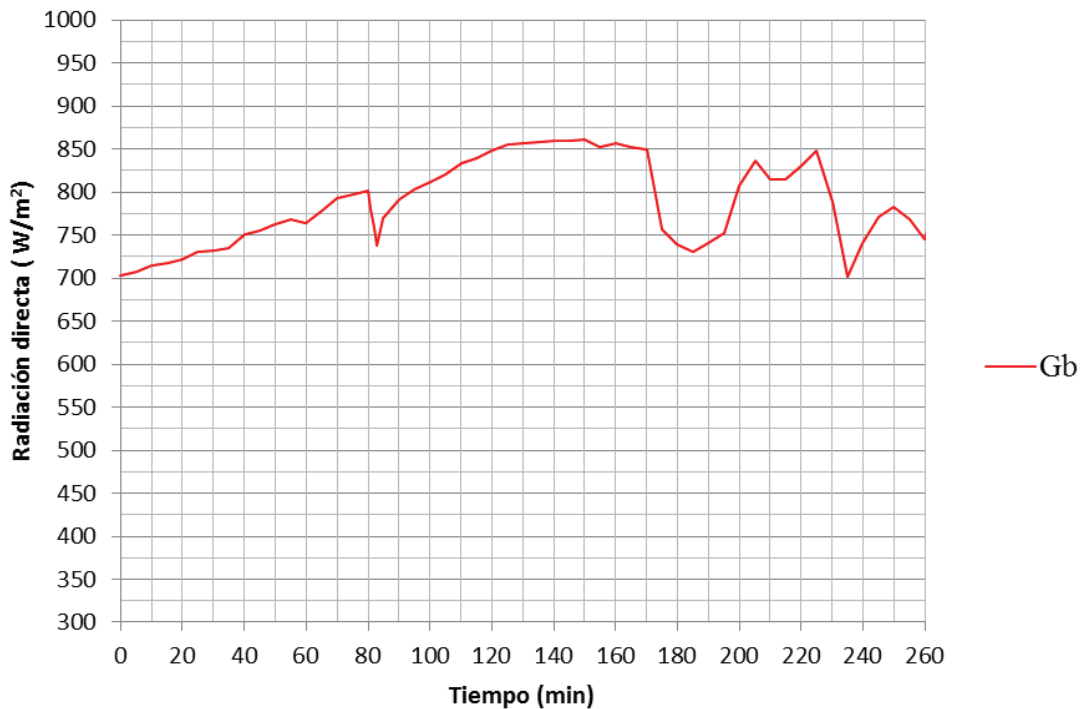


Figura 6.1 Evolución de la radiación directa durante el experimento A.

El tiempo de respuesta ( $\tau$ ) para este experimento fue de 36 min, si se supone un coeficiente global de pérdidas de  $10 \text{ W/m}^2 \text{ }^\circ\text{C}$ . Entonces el tiempo necesario para alcanzar el 95 % del estado permanente es de aproximadamente 108 min ( $3\tau$ ), esto equivale a 1 hora con 48 minutos.



En la figura 6.2 se muestra la evolución de las temperaturas medidas en la placa receptora para este experimento. Se observa que al inicio del experimento, cuando no hay radiación solar concentrada en el interior de la cavidad, ambas temperaturas, la del centro de la placa ( $r=0$ ) como la temperatura medida a 2 cm ( $r=20$  mm) del centro de la placa, son iguales y próximas a los 30 °C. En el momento en que la radiación concentrada entra por la abertura de la cavidad, las temperaturas en la placa receptora aumentan hasta alcanzar valores cercanos a los 540 °C. En la figura también se observa una disminución de temperatura en la placa receptora ocasionada por la disminución de radiación directa.

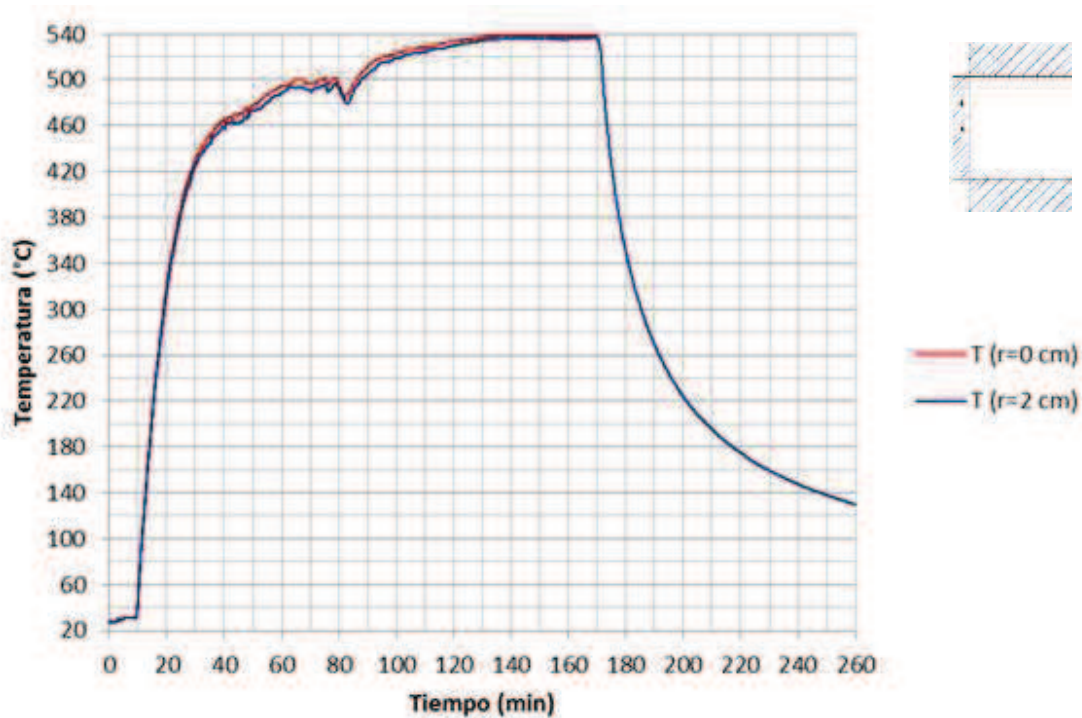


Figura 6.2 Evolución de las temperaturas en la placa receptora durante el experimento A.

En la figura 6.3 se muestra un acercamiento del comportamiento de las temperaturas en la placa receptora entre los minutos 140 y 170, se observa que la variación de las temperaturas en la placa es insignificante durante ese intervalo de tiempo. En consecuencia, se considera que se ha alcanzado el estado permanente.

El cual se tomará del minuto 160 al 170, con el fin de verificar que todas las temperaturas se mantienen en dicho estado por lo menos 10 minutos.

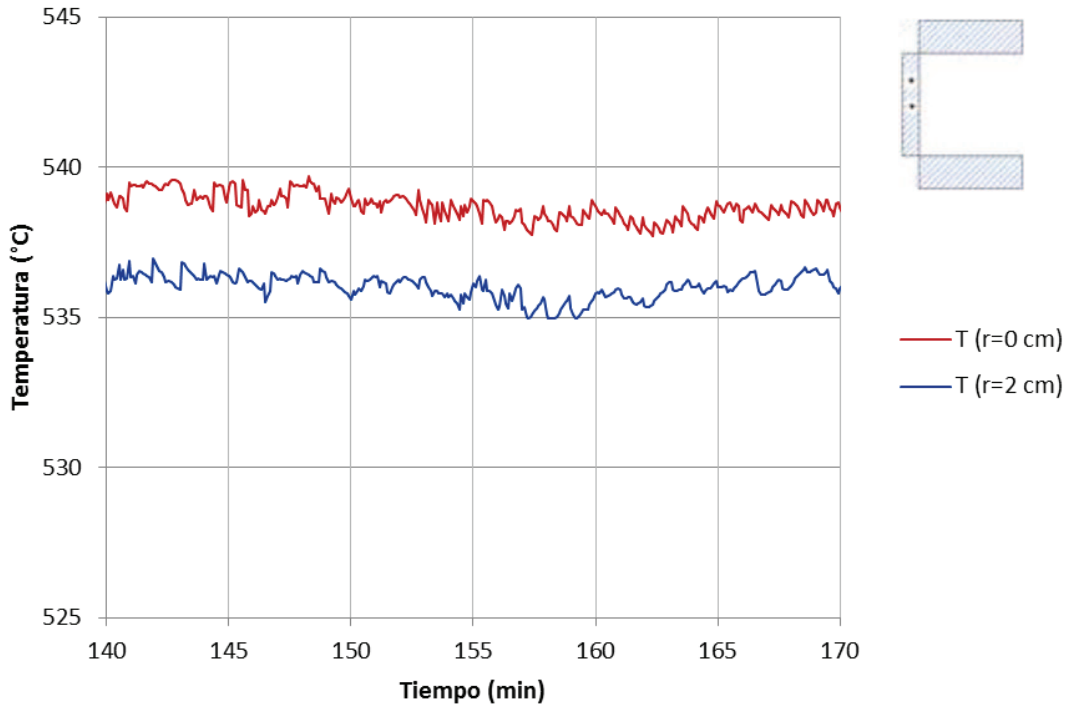


Figura 6.3 Comportamiento de la temperatura en la placa en el estado permanente del experimento A.

En la figura 6.4 se muestra la evolución de las temperaturas del aire medidas en el interior de la cavidad a  $y=0.1 \text{ cm}$  de la pared inferior. Al igual que las temperaturas en la placa receptora, se observa que al inicio del experimento, todas las temperaturas están próximas a los  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ . En el momento en que la radiación entra por la abertura de la cavidad, todas las temperaturas aumentan hasta alcanzar el estado permanente. Se observa que las temperaturas del aire en el interior del receptor alcanzan el estado permanente después que la placa receptora, debido a que la inercia térmica de ésta es menor que la inercia térmica de la cavidad. Una vez que todas las temperaturas se mantienen 10 min en estado permanente, se cierran las persianas del atenuador, se retira el seguimiento solar del heliostato y en consecuencia, todas las temperaturas empiezan a disminuir hasta alcanzar el equilibrio térmico con el ambiente.

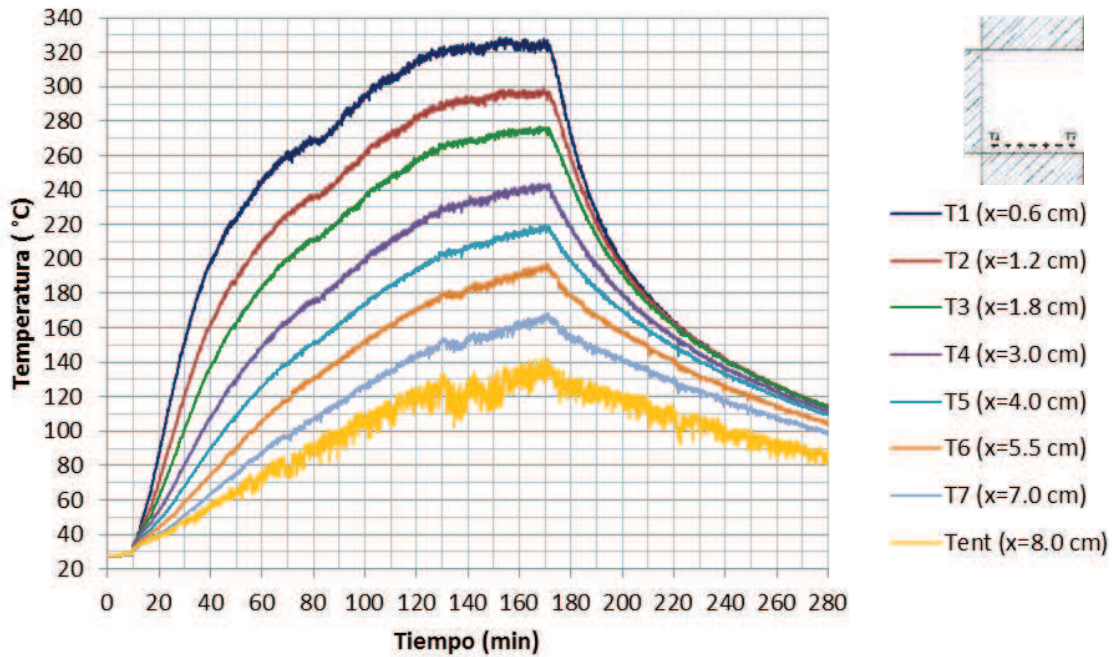


Figura 6.4 Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a  $y=0.1$  cm, durante el experimento A

En la figura 6.5 se muestra el comportamiento de las temperaturas medidas a  $y=0.1$  cm en el intervalo de tiempo en que se alcanza el estado permanente. Se observa que existe un incremento de temperaturas de aproximadamente  $200$  °C entre la temperatura del aire medida a la entrada de la cavidad y la temperatura T1 medida a  $x=0.6$  cm de la placa receptora. Mientras que la diferencia de temperaturas entre la placa receptora y la entrada de la cavidad es de aproximadamente  $400$  °C. Se sabe que al incrementar la temperatura en el interior de la cavidad, la densidad del aire disminuye, lo cual da origen a la transferencia de calor por convección natural en el interior de la cavidad, tal como se esperaba.

Por otra parte, se observa que las mayores variaciones de temperatura se presentan en la entrada y en la salida de la cavidad. Esto demuestra que existen pequeñas corrientes de aire en la abertura de la cavidad. Sin embargo, dichas variaciones de temperatura no son significativas comparadas con las temperaturas que se alcanzaron en la placa receptora y en el interior de la cavidad.

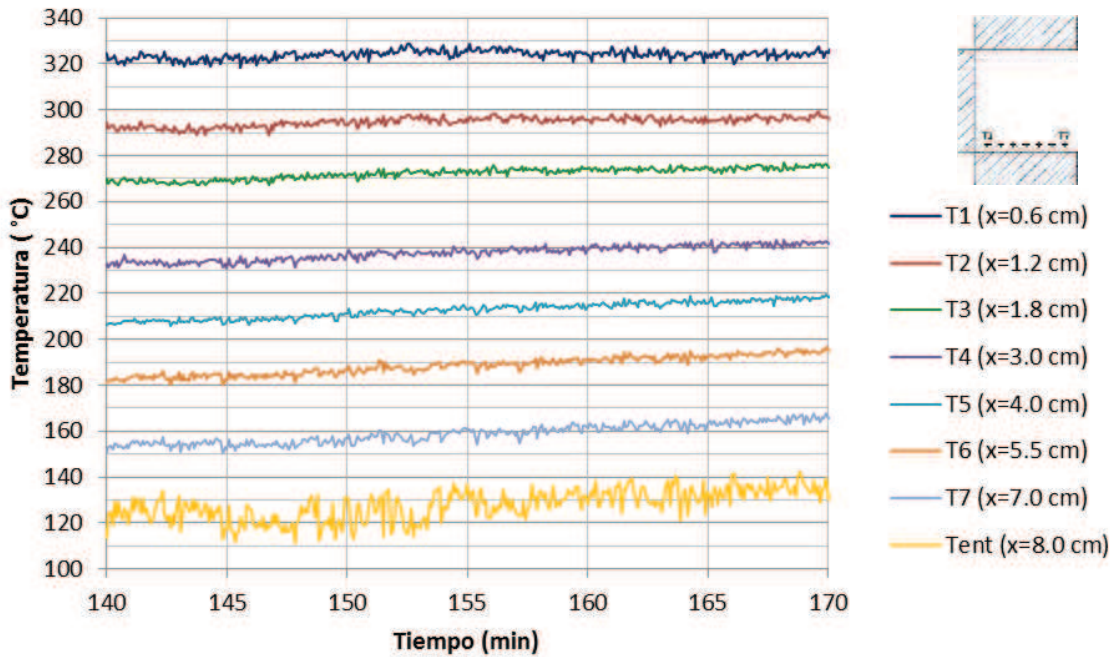


Figura 6.5 Temperaturas del aire a  $y=0.1$  cm en el estado permanente.

En la figura 6.6 se muestra la evolución de las temperaturas del aire medidas a  $y=7.9$  cm de la pared inferior de la cavidad. En la figura se observa una ligera disminución en las temperaturas T8, T9 y T10, la cual fue ocasionada por la disminución de radiación directa.

En la figura 6.7 se muestra un acercamiento de las temperaturas medidas a  $y=0.9$  cm en el intervalo de tiempo en que se alcanza el estado permanente. Se observa que existe un incremento de temperaturas de aproximadamente  $175$  °C entre la temperatura del aire medida a la entrada de la cavidad y la temperatura T8 medida a  $x=0.6$  cm de la placa receptora. Mientras que la diferencia de temperaturas entre la placa receptora y la salida de la cavidad es de aproximadamente  $350$  °C.

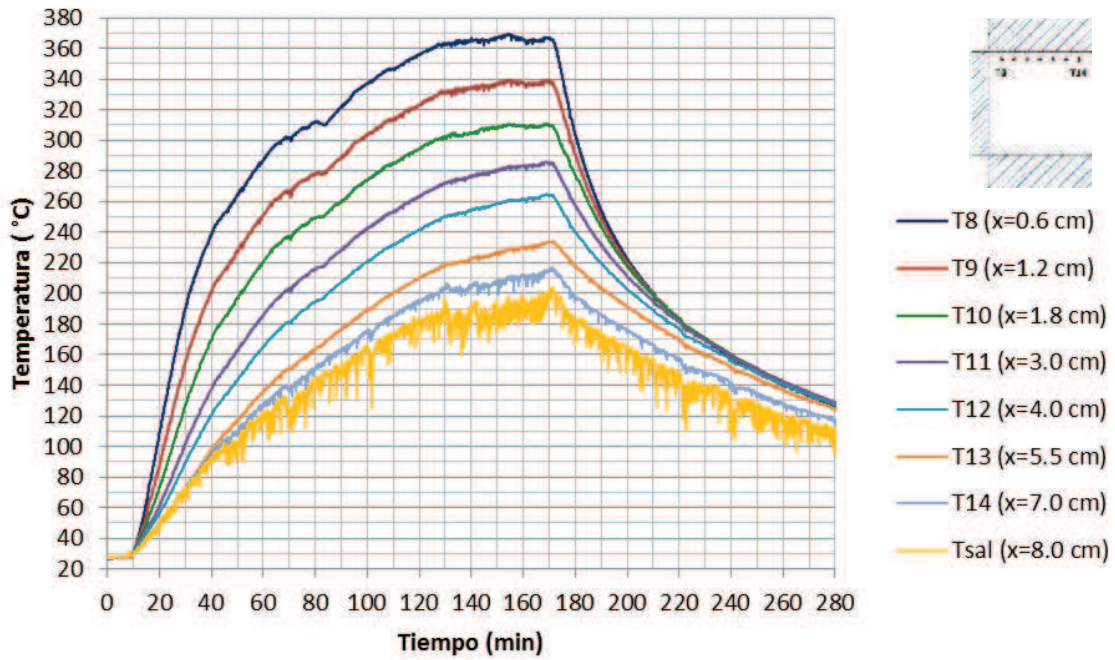


Figura 6.6 Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a  $y=7.9$  cm.

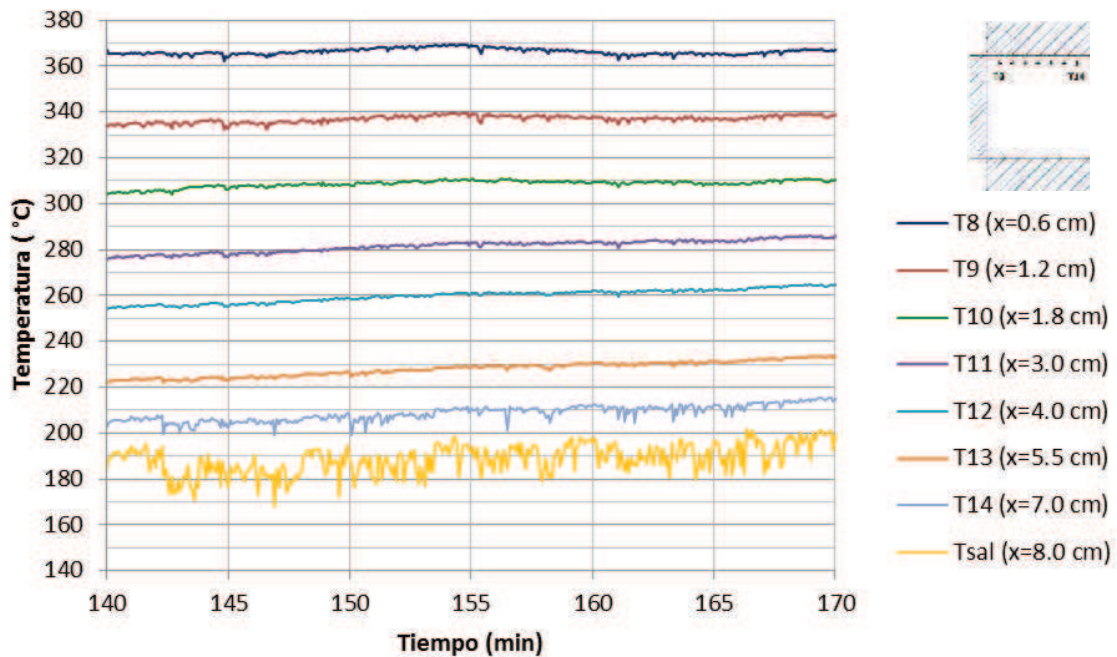


Figura 6.7 Temperaturas del aire a  $y=7.9$  cm en el estado permanente del experimento A.

Capítulo 6. Análisis y comparación de resultados

Cabe resaltar que la diferencia de temperaturas del aire entre T1 y la temperatura de entrada es mayor que la diferencia de temperaturas entre T8 y la temperatura de salida del aire, debido a que el aire que interactúa con la pared inferior entra a la cavidad a una menor temperatura que la de salida. No obstante, el aire que interactúa con la pared superior asciende con mayor velocidad debido a que previamente fue calentado por convección natural y al colisionar con la pared superior se calienta aún más, de tal forma que sale de la cavidad con mayor temperatura.

En la tabla 6.1 se presentan los valores de temperatura promedio con su respectiva desviación estándar. Dichas temperaturas fueron promediadas para el intervalo de tiempo en que se consideró el estado permanente.

Tabla 6.1 Temperaturas promedio en el receptor en el experimento A.

Temperatura	T (° C)	T ( K)	Desviación estándar (° C)
T1	324.7	597.7	± 1.6
T2	295.9	568.9	± 1.3
T3	273.8	546.8	± 1.2
T4	239.5	512.5	± 1.7
T5	214.8	487.8	± 1.8
T6	194.2	467.2	± 2.2
T7	165.1	438.1	± 2.6
T8	366.2	639.2	± 1.5
T9	337.5	610.5	± 0.9
T10	309.5	582.5	± 0.6
T11	283.1	556.1	± 0.6
T12	261.5	534.5	± 1.1
T13	229.8	502.8	± 1.4
T14	210.3	483.3	± 2.4
T. Salida	190.2	463.2	± 5.3
T. Entrada	134.3	407.3	± 5.4
T <sub>Placa</sub> (r=2 cm)	535.5	808.5	± 0.6
T <sub>Placa</sub> (r=0 cm )	538.3	811.3	± 0.6

---

---

## 6.2 Comparación de resultados teóricos con el experimento A

Con los datos de este experimento, el número de Rayleigh calculado es de  $Ra=0.812 \times 10^6$ , este valor nos permite considerar que el flujo de aire en el interior de la cavidad se encuentra en régimen laminar. Entonces, las condiciones de frontera que se implementan en el código numérico para la cavidad, son las siguientes:

- a) La placa receptora se considera como pared isotérmica a la temperatura promedio medida en el centro de la misma, es decir,  $T_H=811.3$  K, con una emisividad de  $\epsilon=0.2$  (cobre oxidado, debido a la exposición de la placa al flujo radiativo concentrado).
- b) El aire que entra en la abertura de la cavidad se considera a la temperatura medida en la entrada de la misma, es decir,  $T_{Entrada}=407.3$  K.
- c) El aire que sale en la abertura de la cavidad se considera con un gradiente de temperatura igual cero.
- d) Las paredes inferior y superior de la cavidad se consideran con emisividad de  $\epsilon=0.5 \pm 0.2$ . H.I Villafán-Vidales et al., 2012, reportaron que la emisividad de la alúmina disminuye al incrementar la temperatura.
- e) La abertura de la cavidad se supone como un cuerpo negro, por lo que  $\epsilon=1.0$ .
- f) Las velocidades del aire en la placa receptora y en las paredes inferior y superior de la cavidad se consideran iguales a cero (condición de no deslizamiento).

### Comparación cuantitativa

En la tabla 6.2 se presentan los valores de temperatura obtenidos con los modelos teóricos, considerando propiedades termofísicas variables (PV) y la aproximación de Boussinesq (AB) y se comparan con las temperaturas medidas en el experimento. Se observa que las mayores desviaciones entre las temperaturas teóricas respecto a las experimentales se obtienen con la aproximación de Boussinesq. Las mayores desviaciones se obtuvieron para las temperaturas T1, T2, T14 y  $T_{salida}$  (temperatura del aire medida a la salida de la cavidad).

Tabla 6.2 Comparación cuantitativa de las temperaturas teóricas con las temperaturas medidas en el experimento A.

Temperatura	Temp. Teórica con PV (K)	Temp. Teórica con AB (K)	Temp. Experimental (K)	Desviación PV (%)	Desviación AB (%)
T1	540.1	502.6	597.7	9.6	15.9
T2	524.6	487.1	568.9	7.8	14.4
T3	516.7	483.5	546.8	5.5	11.6
T4	506.6	478.1	512.5	1.2	6.7
T5	495.5	471.6	487.8	1.6	3.3
T6	475.0	459.7	467.2	1.7	1.6
T7	448.3	441.9	438.1	2.3	0.9
T8	632.6	607.1	639.2	1.0	5.0
T9	607.7	582.8	610.5	0.5	4.5
T10	576.5	552.0	582.2	1.0	5.2
T11	550.1	526.6	556.1	1.1	5.3
T12	528.9	511.9	534.5	1.1	4.2
T13	508.1	500.7	502.8	1.1	0.4
T14	507.0	502.1	483.3	4.9	3.9
Tentrada	407.3	407.3	407.3	0.0	0.0
Tsalida	511.4	505.5	463.2	10.4	9.1
T <sub>Placa</sub> (r=0 cm)	811.3	811.3	810.9	0.0	0.0

Para determinar una desviación promedio de las temperaturas teóricas respecto a las temperaturas experimentales, se utilizó la siguiente relación:

$$\overline{Desviación} = \frac{\sum_{i=1}^n Desviaciones}{n}$$

En la relación anterior, n representa el número total de temperaturas comparadas. La desviación promedio del modelo de propiedades variables (PV) respecto a los resultados experimentales es de 3.0 %, mientras que la desviación promedio del modelo de la Aproximación de Boussinesq (AB) es de 5.4 %.

### Comparación cualitativa

En la figura 6.8 se presenta la comparación entre las temperaturas medidas experimentalmente a y=0.1 cm (cerca de la pared inferior de la cavidad), y las que se obtienen con el modelo teórico considerando propiedades termofísicas variables



(PV) y la aproximación de Boussinesq (AB). Se observa que las 3 temperaturas más cercanas a la placa receptora: T1, T2 y T3, son más altas que las temperaturas calculadas por los modelos teóricos, este incremento de temperaturas se debe al calentamiento del aire por convección natural, lo cual origina una zona de estancamiento y recirculación de aire entre la placa receptora y la pared inferior de la cavidad. Aún con estas diferencias, se observa que las temperaturas obtenidas con el modelo de propiedades termofísicas variables se acercan más a las temperaturas medidas experimentalmente.

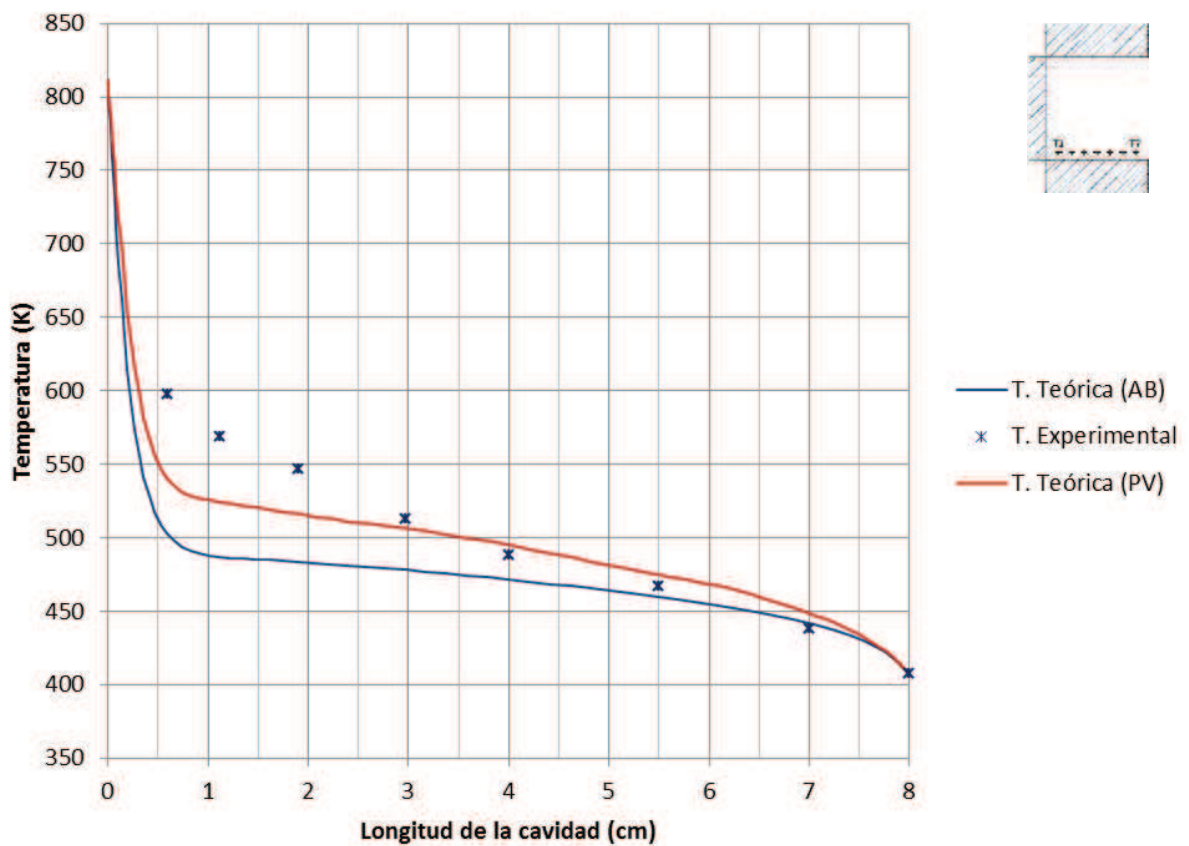


Figura 6.8 Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas promedio del receptor en el experimento A, a  $y=0.1$  cm.

En la figura 6.9 se presenta la comparación entre las temperaturas medidas experimentalmente y las que se obtienen con el modelo teórico a  $y=7.9$  cm, considerando PV y la AB. Se observa que las temperaturas teóricas del aire del modelo de PV, cerca de la pared superior (T8, T9, T10, T11, T12 y T13), están más

próximas a las temperaturas experimentales, mientras que las temperaturas  $T_{14}$  y la  $T_{Sal}$  (temperatura de salida del aire) se alejan más de las temperaturas medidas. Estas diferencias se deben a que el aire caliente que sale de la cavidad interactúa e intercambia energía con el aire circundante a la abertura de la misma, lo que origina una disminución de temperatura en el aire saliente. Mientras que en la condición de frontera implementada en los modelos teóricos para el fluido saliente se considera que el gradiente de temperaturas es nulo, es por esta razón que en la figura se observa que cerca de la abertura de la cavidad la temperatura permanece constante.

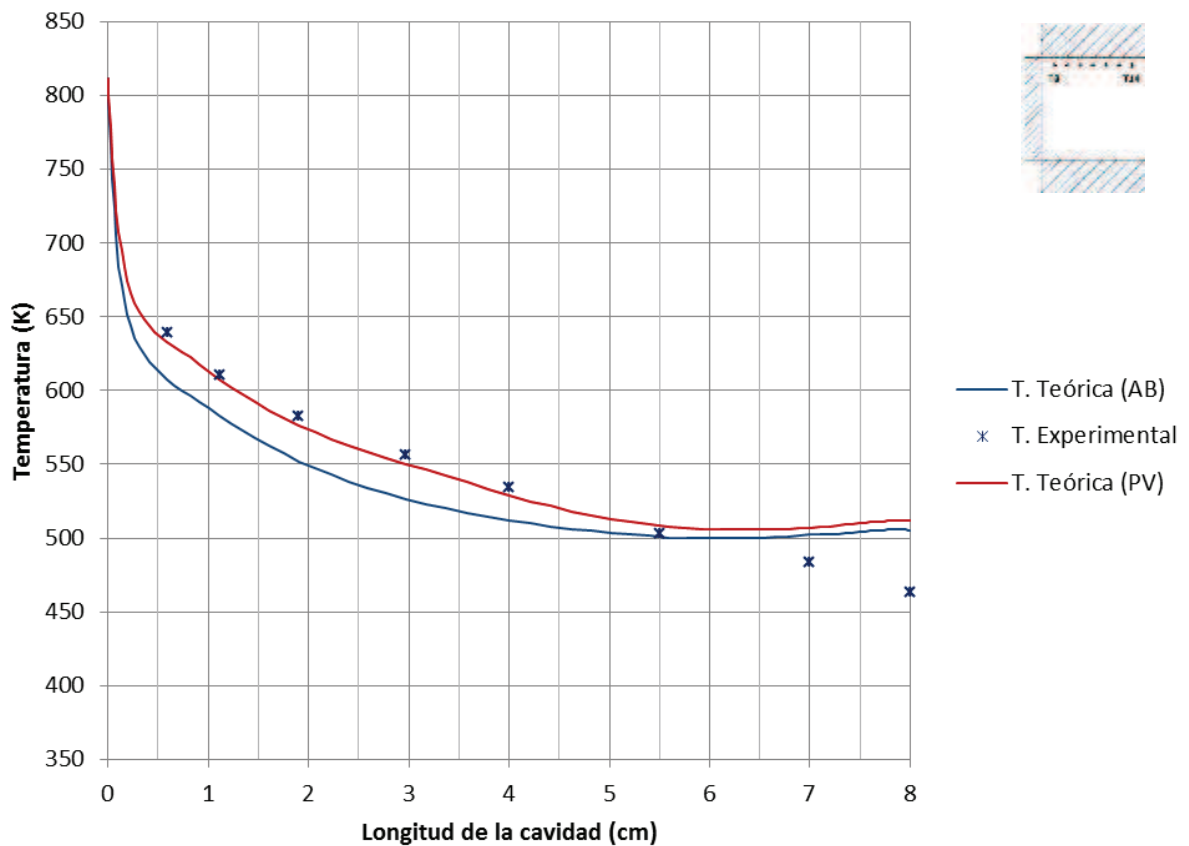


Figura 6.9 Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas promedio del receptor en el experimento A, a  $y=7.9$  cm.

Se puede concluir que los dos modelos teóricos representan razonablemente el comportamiento de las temperaturas del aire en el interior de la cavidad, cerca de la pared inferior y superior de la misma. Sin embargo, cuantitativamente existen diferencias, principalmente, en la region cercana a la abertura de la cavidad.

## CAPÍTULO 7

### Conclusiones y recomendaciones

Como se mencionó en el capítulo 1, el objetivo de este trabajo ha sido estudiar teórica y experimentalmente la transferencia de calor por convección natural e intercambio radiativo superficial en el interior de un receptor tipo cavidad abierta en estado permanente, considerando las propiedades termofísicas variables y su efecto sobre el campo térmico y de flujo. En este capítulo se presentarán las principales conclusiones y recomendaciones para trabajos futuros.

Con el fin de clarificar los logros alcanzados en este trabajo, las conclusiones se presentarán en dos secciones, a saber, conclusiones del estudio teórico y conclusiones del estudio experimental.

#### 7.1 Conclusiones del estudio teórico

Los resultados de los modelos teóricos, considerando las propiedades termofísicas del fluido variables con la temperatura y utilizando la Aproximación de Boussinesq, se obtuvieron para un intervalo del número de Rayleigh de  $10^4$  a  $10^6$  con diferencias de temperatura ( $\Delta T$ ) de 10 hasta 400 K entre la temperatura ambiente y la pared isotérmica de la cavidad.

Las principales conclusiones del estudio teórico son las siguientes:

1. De la comparación de resultados entre el modelo de propiedades termofísicas variables respecto al modelo de la aproximación de Boussinesq, se obtuvieron diferencias mayores al 10% entre los números de Nusselt convectivos para diferencias de temperatura superiores a 100 K entre la abertura y la pared isotérmica de la cavidad y números de Rayleigh de  $10^4$  y  $10^5$ . Para diferencias de temperatura menores a 100 K, los resultados entre ambos modelos presentan buena concordancia.
2. La correspondencia entre los patrones de flujo y campo de temperaturas obtenidos con el modelo de propiedades termofísicas variables y el modelo de la aproximación de Boussinesq es menor al 10 %, para diferencias de temperatura de 10 K, 50 K y 100 K entre la abertura y la pared isotérmica de la cavidad. Se concluye entonces, que para éstas diferencias de temperatura es confiable utilizar la aproximación de Boussinesq.
3. Para diferencias de temperatura de 200 K a 400 K, entre la pared isotérmica y la entrada de la cavidad, la transferencia de calor convectiva disminuye y la radiativa aumenta. En consecuencia, en receptores de concentración solar del tipo cavidad abierta, las pérdidas de calor radiativas deben ser consideradas con mayor atención.
4. Los números de Nusselt convectivos y radiativos dependen de la temperatura de referencia a la que se calcule la transferencia de calor conductiva. Cuando ésta se calcula a 300 K, las desviaciones entre los números de Nusselt convectivos obtenidos con el modelo de la aproximación de Boussinesq respecto al modelo de propiedades termofísicas variables fueron mayores al 10 % para números de Rayleigh de  $10^6$  y diferencias de temperatura de 200 K, lo que permite concluir que independientemente de la temperatura de referencia, las propiedades termofísicas influyen directamente en la transferencia de calor convectiva.

## **7.2 Conclusiones del estudio experimental y de la comparación**

1. Se logró diseñar, construir y caracterizar una cavidad experimental con cemento refractario que funcionó de manera adecuada como receptor de concentración solar tipo cavidad abierta. El material caracterizado se podría utilizar para la construcción de futuros receptores.
2. Se logró caracterizar y poner en operación los componentes de un mini horno solar para realizar los experimentos con radiación solar concentrada.
3. Se logró operar y controlar los componentes del mini horno solar junto con el receptor tipo cavidad y a pesar de las condiciones adversas de experimentación al aire libre, se obtuvieron resultados razonables.
4. De la comparación de temperaturas teóricas con experimentales se obtuvo una desviación promedio de 3.0 % con el modelo teórico de propiedades termofísicas variables y de 5.4% con el modelo de la aproximación de Boussinesq.

## **7.3 Recomendaciones para trabajos futuros**

Con el propósito de continuar sobre la línea de investigación de receptores de concentración solar, para estudios posteriores, se sugiere lo siguiente:

1. Realizar un estudio experimental en el que se determine el flujo radiativo concentrado sobre la placa receptora, variando el número de espejos y utilizando los tres grupos del DEFRAC. Esto permitirá obtener una función analítica para el flujo radiativo concentrado en la placa receptora, la cual se puede implementar como condición de frontera en el modelo teórico y así validar más consistentemente los resultados teóricos.
2. Caracterizar térmica y ópticamente, otros materiales que resistan altas temperaturas pero a la vez sirvan como aislante térmico. Esto permitirá la

construcción de receptores eficientes y funcionales, además que se aprovecha la infraestructura del mini-horno solar del IER-UNAM.

3. Extender la solución teórica a resultados en una cavidad cilíndrica o cónica. Debido a que las geometrías más comunes de los receptores de foco puntual, son cilíndricas o de forma cónica.
4. Realizar un estudio teórico considerando flujo en régimen turbulento para cubrir dimensiones más grandes de los receptores de tipo cavidad abierta.
5. Incluir el intercambio radiativo y considerar las propiedades termofísicas variables en los estudios de receptores de concentración solar, principalmente cuando se tienen diferencias de temperatura mayores a 100 K, debido a la importancia e influencia de estos fenómenos sobre el campo térmico y de flujo.
6. Modelar condiciones de frontera con dominio extendido en la abertura de la cavidad para realizar una comparación más consistente con los experimentos de radiación solar concentrada.

---

---

## Bibliografía

1. Abib A. H. y Jaluria Y., *Penetrative Convection in a Stably Stratified Enclosure*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 38 (13), Págs. 2489-2500, 1995.
2. Acosta R., 2001. Estudio teórico experimental de la transferencia de calor en la placa absorbidora del calorímetro que actúa como receptor del DEFRAC. Tesis de Maestría, CIE-UNAM, Temixco, Morelos. 2001.
3. Acosta R., et al. Estudio Teórico Experimental del Comportamiento Térmico de la Placa Receptora del Calorímetro del DEFRAC. Memorias de la XXV Semana Nacional de Energía Solar, Vol. único, Págs. 197-204. Editó ANES, ISBN 968-5219-02-8. San Luis Potosí, SLP, 2001.
4. Ahmet Koca. Numerical analysis of conjugate heat transfer in a partially open square cavity with a vertical heat source, Int. Comm. in Heat and Mass Transfer, Vol. 10, Págs. 1385–1395, 2008.
5. Álvarez, G. y C.A. Estrada. Numerical Heat Transfer in a Cavity with a Solar Control Coating Deposited to a Vertical Semitransparent Wall. Int. Journal for Numerical Methods in Fluids, Vol. 34 (7), Págs. 585-607, 2000.
6. Angirasa D. et al., *Numerical Study of Transient and Steady Laminar Bouyancy-driven Flows and Heat Transfer in a Square Open Cavity*, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 22, Págs. 223-239, 1992.
7. Angirasa D. et al., *Numerical Simulation of Transient Natural Convection from an Isothermal Cavity Open on a Side*, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 28, Págs. 755–768, 1995.
8. Anil L.S. y Reji C., Numerical prediction of natural convection in vented cavities using restricted domain approach, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 52, Págs. 724–734, 2009.
9. Balaji C. and Venkateshan S. P., *Interaction of Radiation with Free Convection in an Open Cavity*, Int. Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 15 (4), Págs. 317-324, 1994.
10. Balaji C. and Venkateshan S. P., *Combined conduction, convection and radiation in a Slot*, Int. Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 16, Págs. 139-144, 1995.

- 
- 
11. Beltrán-Chacón R. *Análisis y diseño de un sistema de generación eléctrica termosolar con concentrador de disco parabólico y motor Stirling de 2.7 kW enfriado por aire*. Ingeniería Investigación y Tecnología, Vol. XIII (1), Págs.43-53, 2012.
  12. Bilgen E. and Oztop H., *Natural convection heat transfer in partially open inclined square cavities*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 48, Págs. 1470–1479, 2005.
  13. Bliss, Raymond W. *Notes on performance design of parabolic solar furnaces*. Solar Energy, Vol. 1 (1), Págs. 22-29, 1957.
  14. Boehm R.F., *A Review of Convective Loss Data from Solar Central Receivers*, ASME Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 109, Págs. 101-107, 1987.
  15. Cabanillas R., **Estudio de la transferencia de calor en una cavidad bidimensional abierta**, Tesis doctoral, DEPMI-UNAM, 2001.
  16. Cengel Y., *Heat Transfer: A Practical Approach*, McGraw-Hill, Fourth Edition, 2011.
  17. Clausing, A.M., *An analysis of convective losses from cavity solar central receiver*, Solar Energy, vol. 27, Págs. 295–300, 1981.
  18. Clausing A. M., *Convective Losses from Cavity Solar Receivers—Comparisons Between Analytical Predictions and Experimental Results*, ASME Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 105, Págs. 29-33, 1983.
  19. Chan Y.L. and Tien C.L., *A Numerical Study of two-dimensional Natural Convection in Square Open Cavities*, Numerical Heat Transfer Part. A, Vol. 8, Págs. 65-80, 1985.
  20. Chan Y.L. and Tien C.L., *A Numerical Study of two-dimensional Laminar Natural Convection in a Shallow Open Cavity*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 28 (1), Págs. 603-612, 1985.
  21. Chan Y.L. and Tien C. L., *Laminar Natural Convection in Shallow Open Cavities*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 108, Págs. 305-309, 1986.
  22. Chakroun W. et al., *Experimental Measurements of Heat Transfer Coefficient in a Partially/Fully Opened Tilted Cavity*, ASME Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 119, Págs. 298-303, 1997.
  23. Chakroun W. *Effect of boundary wall conditions on heat loss for fully opened tilted cavity*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 126, Págs. 915–923, 2004.
- 
-



- 
- 
24. Chang S. W. et al., *Free Convective Heat Transfer in Tilted Longitudinal Open Cavity*, Heat Transfer Engineering, Vol. 26, Págs. 46–64, 2005.
  25. Concentrating Solar Power 2011: Technology, Costs and Markets, GTM Research.
  26. Dehghan A. A. and Behnia M., *Combined Natural Convection-Conduction and Radiation Heat Transfer in a Discretely Heated Open Cavity*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 118, Págs. 56-64, 1996.
  27. Elsayed M. M. and Chakroun W., *Effect of Aperture Geometry on Heat Transfer in Tilted Partially Open Cavities*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 121, Págs. 819-827, 1999.
  28. Estrada C.A., et al., 1995. Dispositivo para el Estudio de Flujos Radiativos Altamente Concentrados: DEFAC, Memorias de la XIX Semana Nacional de Energía Solar, Págs. 183-186.
  29. Estrada, C.A. y J.G. Cervantes, 1995. Convective Heat Transfer in a Disk-Receiver of a Solar Concentrated Radiative Flux Measuring System. Proceedings of the 30<sup>th</sup> Intersociety Energy Conversion Engineering Conference. Vol. 2, Págs. 581-584. American Society of Mechanical Engineering, U.S.A.
  30. Estrada, C.A., et al. Thermal and Optical Characterization of a Solar Concentrator for High Radiative Flux Studies. Proceedings of the 1998 Annual Conference, American Solar Energy Society. Vol 1, Págs. 259-266. Editado por R. Campbell-Howe, T Cortéz and B. Wilkins-Crowder ASES, USA, 1998.
  31. GTM Research, Concentrating Solar Power 2011: Technology, Costs and Markets.
  32. Harris, J.A. and Lenz, T.G., *Thermal performance of concentrator/cavity receiver systems*, Solar Energy, vol. 34, Págs. 135–142, 1985.
  33. Hess C. F. and Henze R. H., *Experimental Investigation of Natural Convection Losses from Open Cavities*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 106, Págs. 333-338, 1984.
  34. Hinojosa J. F., **“Transferencia de calor en una cavidad cúbica abierta en una de sus caras como receptor de un concentrador solar de foco puntual”**. Tesis Doctoral, DEPI-UNAM, 2004.
  35. Hinojosa J. F. et al., *Nusselt number for the natural convection and surface thermal radiation in a square tilted open cavity*, Int. Comm. in Heat and Mass Transfer, Vol. 32, Págs. 1184–1192, 2005 (a).
- 
-

- 
- 
36. Hinojosa J. F. and Estrada C. A., *Numerical Study of Transient and Steady-State Natural Convection and Surface Thermal Radiation in a Horizontal Square Open Cavity*, Numerical Heat Transfer, Part. A. Vol. 48, Págs. 179–196, 2005 (b).
  37. Hinojosa J. F. et al., *Three-dimensional numerical simulation of the natural convection in an open tilted cubic cavity*, Revista Mexicana de Física, Vol. 52 (2), Págs. 111–119, 2006.
  38. Humphrey J. A. C. and To W. M., *Numerical simulation of buoyant, turbulent flow-II. Free and mixed convection in a heated cavity*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 29 (4), Págs. 593-610, 1986.
  39. Incropera F., **“Fundamentals of Heat and Mass Transfer”**. Wiley & Sons, 2002.
  40. J.O. Juárez, J.F. Hinojosa, J.P. Xamán, M.P. Tello, *Numerical study of natural convection in an open cavity considering temperature-dependent fluid properties*, Int. Journal of Thermal Sciences, Vol. 50, Págs. 2184–2197, 2011.
  41. Khanafer K. and Vafai K., *Buoyancy-driven flow and heat transfer in open-ended enclosures: elimination of the extended boundaries*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 43 (11), Págs. 4087–4100, 2000.
  42. Khanafer K. and Vafai K., *Effective boundary conditions for buoyancy-driven flows and heat transfer in fully open-ended two-dimensional enclosures*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, Págs. 2527–2538, 2002.
  43. Khanafer K. et al., *Mixed Convection Heat Transfer in Two-dimensional Open-ended Enclosures*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 45, Págs. 5171–5190, 2002.
  44. Khubeiz, J.M. et al., *Natural convective heat transfers from an isothermal horizontal hemispherical cavity*, Applied Energy, Vol. 73, Págs. 261–275, 2002.
  45. Kribus, A. et al. *A multistage solar receiver: the route to high temperature*. Solar Energy, Vol. 67 (1–3), Págs. 3–11, 1999.
  46. Lage J. L. et al., *Natural Convection with Radiation in a Cavity with Open Top End*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 114, Págs. 479-486, 1992.
  47. Leibfried U. and Ortjohann J., *Convective Heat Loss from Upward and Downward-facing Cavity Solar receivers: Measurements and Calculations*, ASME Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 117, Págs.75-84, 1995.
  48. Lin C. X. et al., *Effects of surface radiation on turbulent free convection in an open-ended cavity*, Int. Communications in Heat and Mass Transfer, Vol. 21, Págs. 117 – 129, 1994.
- 
-

- 
- 
49. Miyamoto M., *Two-Dimensional Laminar Natural Convection Heat Transfer from a Fully or Partially Open Square Cavity*, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 15, Págs. 411– 430, 1989.
  50. Modest M., *Radiative Heat Transfer*, McGraw-Hill: New York, USA, 1993.
  51. Montiel M., **“Estudio de la transferencia de calor por convección natural laminar para fluidos con propiedades termofísicas variables”**. Tesis de Maestría, DIM-CENIDET, 2006.
  52. Mohamad A. A., *Natural Convection in Open Cavities and Slots*, Numerical Heat Transfer, Part A, Vol. 27, Págs. 705– 716, 1995.
  53. Muftuoglu A. y Bilgen E., *Conjugate heat transfer in open cavities with a discrete heater at its optimized position*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 51, Págs. 779–788, 2008.
  54. Muftuoglu A. y Bilgen E., *Natural convection in an open square cavity with discrete heaters at their optimized positions*, Int. Journal of Thermal Science, Vol. 47, Págs. 369–377, 2008.
  55. NASA 2005. Sitio de internet., *Surface meteorology and Solar Energy* (<http://eosweb.larc.nasa.gov/sse/>) del “Earth Science Enterprise Program” de la NASA, Estados Unidos.
  56. Natheghi M. y Armfield S.W, *Natural convection flow of air in an inclined open cavity*, J. ANZIAM, Vol. 45, Págs. C870–C890, 2004.
  57. Nouanegue H. et al., *Conjugate heat transfer by natural convection, conduction and radiation in open cavities*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, vol. 51, Págs. 6054-6062, 2008.
  58. Paitoonsurikarn S. and Lovegrove K., *Numerical Investigation of Natural Convection Loss in Cavity-Type Solar Receivers*, Proceedings of Solar 2002, Págs. 1–6, Australian and New Zealand Solar Energy Society, 2003.
  59. Patankar S. V., *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere Publishing Corporation, 1980.
  60. Pérez Rábago C.A, **“Diseño, Construcción y Caracterización de un Calorímetro de Cavidad para la Medición de Flujos Radiativos Concentrados en Sistemas de Concentración solar”**. Tesis Doctoral, DEPMI-UNAM, 2007.

- 
- 
61. Pérez Rábago C.A., et al., *Mini-Solar Furnace by Using a Point Focus Solar Concentrator*. SolarPACES Symposium 2010, Perpignan, France, 2010. (ACI-68.PDF).
  62. Pérez-Rábago C. A., et al., *Heat transfer in a conical calorimeter for measuring thermal power of a point focus concentrator*, Solar Energy, Vol. 80, Págs. 1434-1442, 2006.
  63. Pitz-Paal R. *High Temperature Solar Concentrators, in Solar Energy Conversion and Photoenergy Systems*. Encyclopedia of Life Support Systems (EOLSS). Developed under the Auspices of the UNESCO, Eolss Publishers, Oxford UK, 2007.
  64. Polat O. and Bilgen E., *Laminar natural convection in inclined open shallow cavities*, Int. Journal of Thermal Sciences, Vol. 41, Págs. 360–368, 2002.
  65. Polat O. and Bilgen E., *Conjugate heat transfer in inclined open shallow cavities*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 46, Págs. 1563–1573, 2003.
  66. Prakash M. et al., *Investigations on Heat Losses from a Solar Cavity Receiver*, Solar Energy, Vol. 83, Págs. 157–170, 2009.
  67. Prakash M. et al., *Determination of stagnation and convective zones in a solar cavity receiver*, Int. Journal of Thermal Sciences, Vol. 49, Págs. 680–691, 2010.
  68. Prakash, S.B. Kedare, J.K. Nayak, *Numerical study of natural convection loss from open cavities*, Int. Journal of Thermal Sciences, Vol. 51, Págs. 23–30, 2012.
  69. Ramesh, N. and Merzkirch W., *Combined convective and radiative heat transfer in side-vented open cavity*, Int. Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 22, Págs.180–187, 2001.
  70. Reddy K. and Sendhil K., *An improved model for natural convection heat loss from modified cavity receiver of solar dish concentrator*, Solar Energy, vol. 83, Págs. 1884-1892, 2009.
  71. Reynolds, D.J. et al., *An experimental and computational study of the heat loss characteristics of a trapezoidal cavity receiver*, Solar Energy, Vol. 76, Págs. 229–234, 2004.
  72. Riveros Rosas D., **“Diseño óptico del horno solar de alto flujo del CIE-UNAM”**, Tesis Doctoral, DEPMI-UNAM, 2008.
  73. Riveros Rosas D., et al., *Optical design of a high radiative flux solar furnace for Mexico*. Solar Energy, Vol. 84, Págs. 792-800, 2010.
- 
-

- 
- 
74. Sezai I. and Mohamad A. A., *Three-dimensional Simulation of Natural Convection in cavities with side opening*. Int. Journal of Numerical Methods for Heat and Fluid Flow, Vol. 8 (7), Págs. 800–813, 1998.
  75. Singh S.N and Venkateshan S.P., *Numerical study of natural convection with surface radiation in side- vented open cavities*, Int. Journal of Thermal Sciences, Vol. 43, Págs. 865–876, 2004.
  76. Sendhil K. N. and Reddy K. S., *Study of Combined Natural Convection and Surface Radiation in a Modified Cavity Receiver for Solar Parabolic Dish Collector*, Advances in Energy Research (AER), Págs. 157–163, 2006.
  77. Sendhil K. N. and Reddy K. S., *Numerical Investigations of natural convection heat loss in modified cavity receiver for fuzzy focal solar dish concentrator*, Solar Energy, Vol. 81, Págs. 846–855, 2007.
  78. Showole R. A. and Tarasuk J.D., *Experimental and Numerical Studies of Natural Convection with Flow Separation in Upward-Facing Inclined Open Cavities*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 115, Págs. 592-605, 1993.
  79. Skok H. et al., *Natural Convection in a Sidedfacing Open Cavity*, Int. Journal of Heat and Fluid Flow, Vol. 12 (1), Págs. 36-45, 1991.
  80. Taumoefolau T. and Lovegrove K., *An Experimental Study of Natural Convection Heat Loss from A Solar Concentrator Cavity Receiver at Varying Orientation*, In Proceedings of ANZSES Annual Conference, Newcastle, Australia, 2002.
  81. Taumoefolau T. and Paitoonsurikarn S., *Experimental Investigation of Natural Convection Heat Loss From a Model Solar Concentrator Cavity Receiver*, ASME Journal of Solar Energy Engineering, Vol. 126, Págs. 801–807, 2004.
  82. Terrell W. Jr. And Newell Ty A., *Localized Heat Transfer in Buoyancy Driven Convection in Open Cavities*, ASME Journal of Heat Transfer, Vol. 129, Págs. 167–178, 2007.
  83. Vafai K. y Eteffagh J., *The effects of sharp corners on buoyancy driven flows with particular emphasis on outer boundaries*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 33, Págs. 2311– 2328, 1990.
  84. Vafai K. y Eteffagh J., *Thermal and fluid flow instabilities in buoyancy-driven flows in open ended cavities*, Int. Journal of Heat and Mass Transfer, Vol. 33, Págs. 2329 – 2344, 1990.
  85. Versteeg H. K. y Malalasekera W., *An Introduction to Computational Fluid Dynamics. The Finite Volume Method*, Wiley & Sons Inc., 1995.

86. Villafán Vidales H. *Journal of Renewable and Sustainable Energy*, Vol. 4, Págs. 043125 –1-16, 2012.
87. White Frank M., “Mecánica de Fluidos”. Sexta edición. Mc Graw Hill, 2008.
88. Wu S. et al., *Convection heat loss from cavity receiver in parabolic dish solar thermal power system: a review*, Solar Energy, vol. 84, Págs. 1342-1355, 2010.
89. Xamán J. P., “**Estudio de la transferencia de calor con flujo turbulento en una cavidad cuadrada con pared semitransparente**”. (Tesis de Doctorado en ciencias en ingeniería mecánica; Morelos, México., Departamento de Ingeniería Mecánica, Centro Nacional de Investigación y Desarrollo Tecnológico, 2004).
90. Xamán, J., G. Álvarez, L. Lira y C.A. Estrada. Numerical study of heat transfer by laminar and turbulent natural convection in tall cavities of facade elements. *Int. Journal of Energy and Buildings* 37 (7), Págs. 787-794, 2005.
91. Zedan M. y Schneider G. *A three-dimensional modified strongly implicit procedure for heat conduction*, AIAA, vol. 21, Págs. 295-303, 1983.
92. Zhong Z. Y., Yang K. T. y Lloyd J. R., *Variable Property Effects in Laminar Natural Convection in a Square Enclosure*, *Journal of Heat Transfer*, vol. 107, Págs. 133-140, 1985.

## Apéndice A

En este apéndice se describe el análisis de resultados del experimento B, así como la comparación con los resultados del modelo de propiedades termofísicas variables y el modelo de la aproximación de Boussinesq.

Las condiciones en que se llevó a cabo el experimento B fueron las siguientes:

- Los 6 espejos del grupo A del DEFRAC fueron utilizados.
- Las persianas del atenuador se abrieron al 100 %.
- La radiación directa promedio durante el experimento fue de  $828 \pm 35 \text{ W/m}^2$ .

### A.1 Análisis de resultados del experimento B

En la figura A.1 se muestra la evolución de las temperaturas medidas en la placa receptora para este experimento. Se observa que al inicio del experimento, cuando no hay radiación solar concentrada en el interior de la cavidad, ambas temperaturas, la del centro de la placa ( $r=0$ ) como la temperatura medida a 2 cm ( $r=20$  mm) del centro de la placa, son iguales y próximas a los 30 °C. En el momento en que la radiación concentrada entra por la abertura de la cavidad, las temperaturas en la placa receptora aumentan hasta alcanzar valores máximos. Se observa que se alcanzaron temperaturas por encima de los 450 °C, esto se debe a que se utilizaron 6 espejos concentradores y a la magnitud de radiación directa registrada en este día.

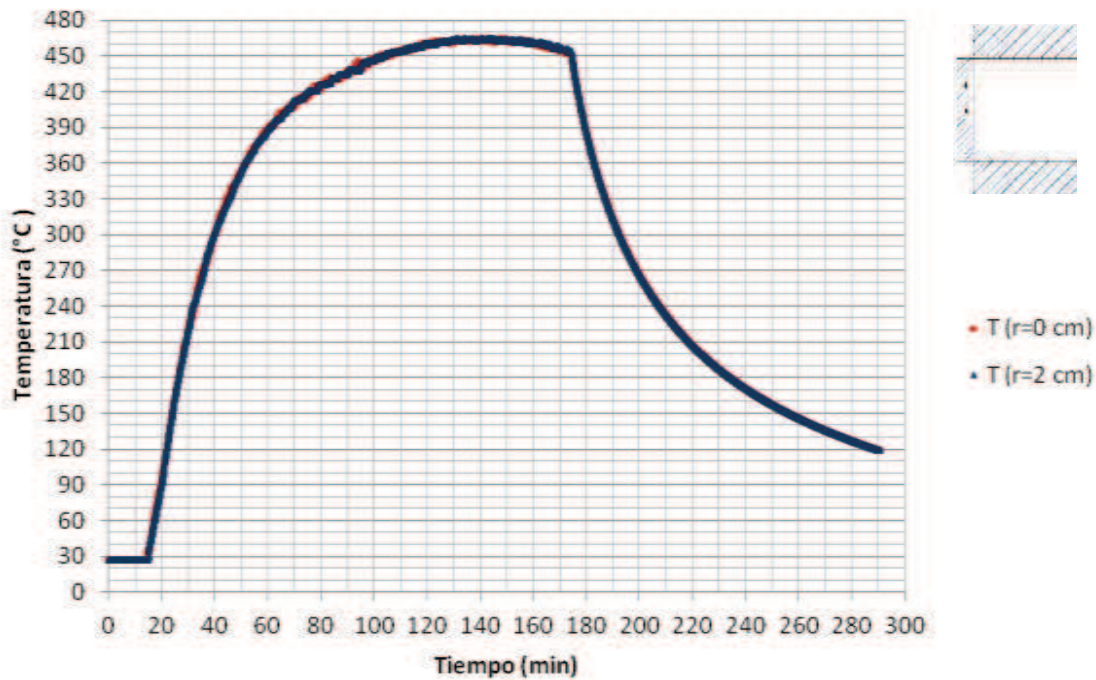


Figura A.1 Evolución de las temperaturas en la placa receptora durante el experimento B.

Puesto que estas temperaturas se mantienen uniformes durante un lapso de tiempo de 10 min con una variación mínima de 3 ° C, entre los minutos 150 y 160, entonces se puede considerar que se ha alcanzado el estado permanente en ese intervalo de tiempo, como se muestra en la figura A.2.

El tiempo de respuesta para este experimento, considerando un coeficiente global de pérdidas de  $8 \text{ W/m}^2 \text{ } ^\circ\text{C}$ , es de 28 min, entonces el tiempo requerido para alcanzar el estado permanente es de aproximadamente 84 min (1 hora con 24 minutos).



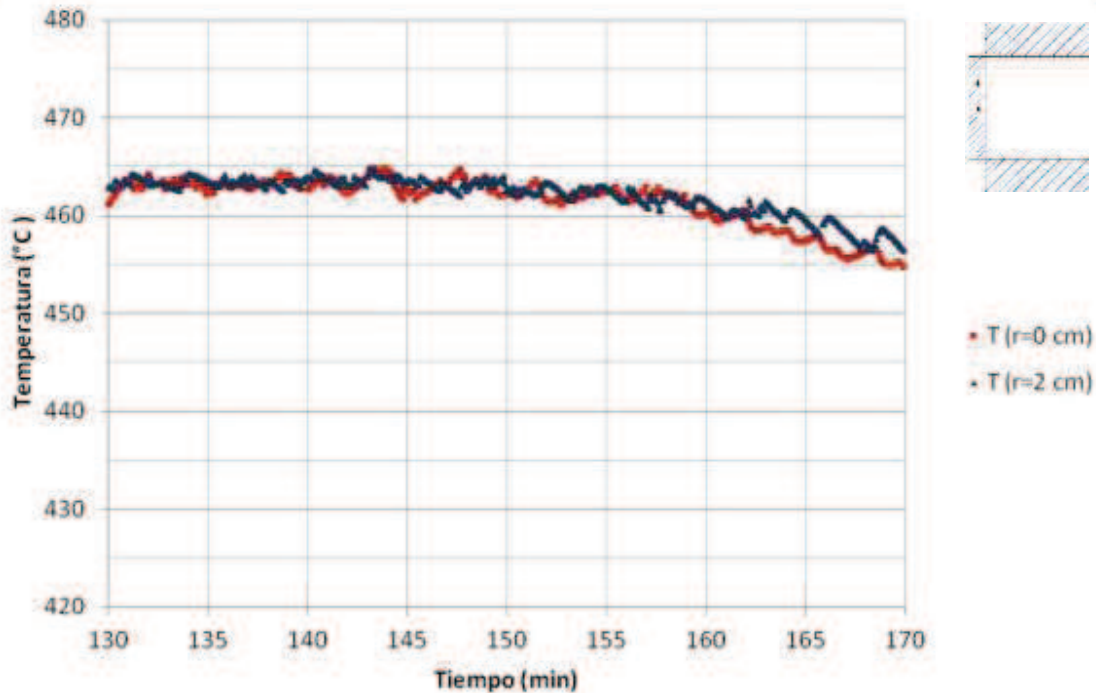


Figura A.2 Comportamiento de la temperatura en la placa en el estado permanente del experimento B.

En la figura A.3 se muestra la evolución de las temperaturas del aire medidas en el interior de la cavidad a  $y=0.1$  cm de la pared inferior. Al igual que las temperaturas en la placa receptora, se observa que al inicio del experimento, todas las temperaturas están próximas a los 30 °C. En el momento en que la radiación entra a través de la abertura de la cavidad, todas las temperaturas aumentan hasta alcanzar el estado permanente. Sin embargo, debido a que la inercia térmica de las paredes de la cavidad es mayor que la de la placa receptora, se observa que las temperaturas del aire en el interior de la cavidad alcanzan el estado permanente después que la placa. Una vez que se alcanza dicho estado, se cierran las persianas del atenuador, se deja de concentrar la radiación y en consecuencia, todas las temperaturas empiezan a disminuir hasta alcanzar el estado de equilibrio térmico con el ambiente.

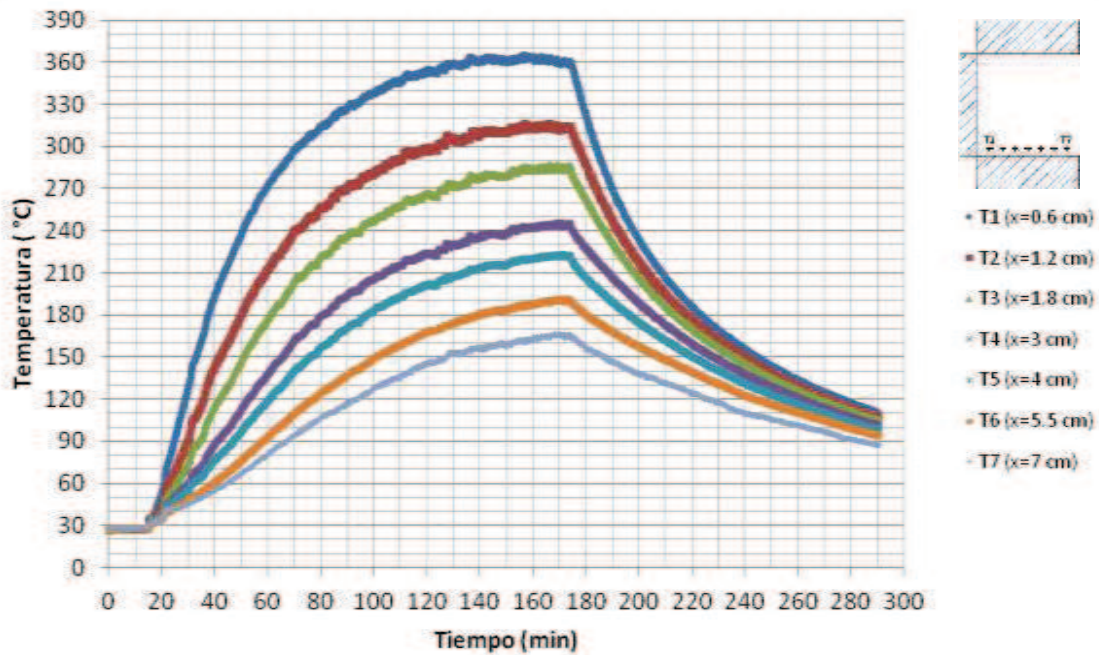


Figura A.3 Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a  $y=0.1$  cm durante el experimento B.

En la figura A.4 se muestra el comportamiento de la temperatura en el intervalo de tiempo en que se alcanza el estado permanente, entre los minutos 155 y 160, a partir del inicio del experimento. En la figura se observa que existe un incremento de temperaturas de aproximadamente  $200^{\circ}\text{C}$  entre la temperatura del aire más cercana a la abertura T7 medida a  $x=7$  cm y la temperatura T1 medida a  $x=0.6$  cm de la placa receptora. Estas diferencias de temperatura ocasionan variaciones en la densidad del aire y dicha variación da origen a la transferencia de calor por convección natural en el interior de la cavidad, tal como se esperaba.

En la figura A.5 se muestra la evolución de las temperaturas del aire medidas a  $y=7.9$  cm de la pared inferior de la cavidad, la diferencia de temperaturas entre T8 y T14 es de aproximadamente  $170^{\circ}\text{C}$ .

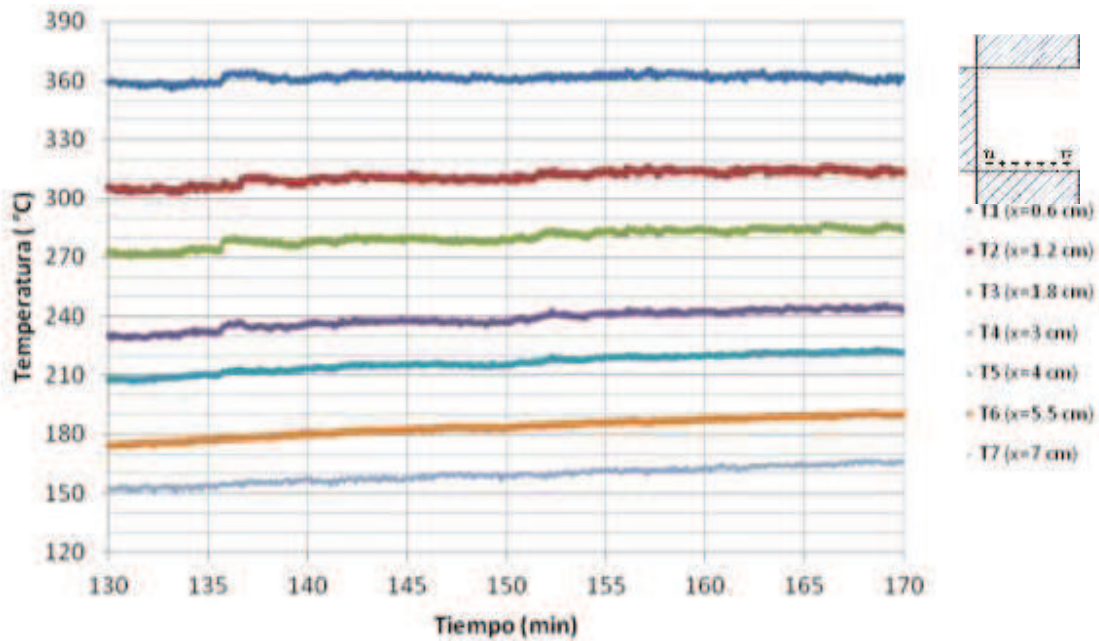


Figura A.4 Temperaturas del aire a  $y=0.1$  cm en el estado permanente del experimento B.

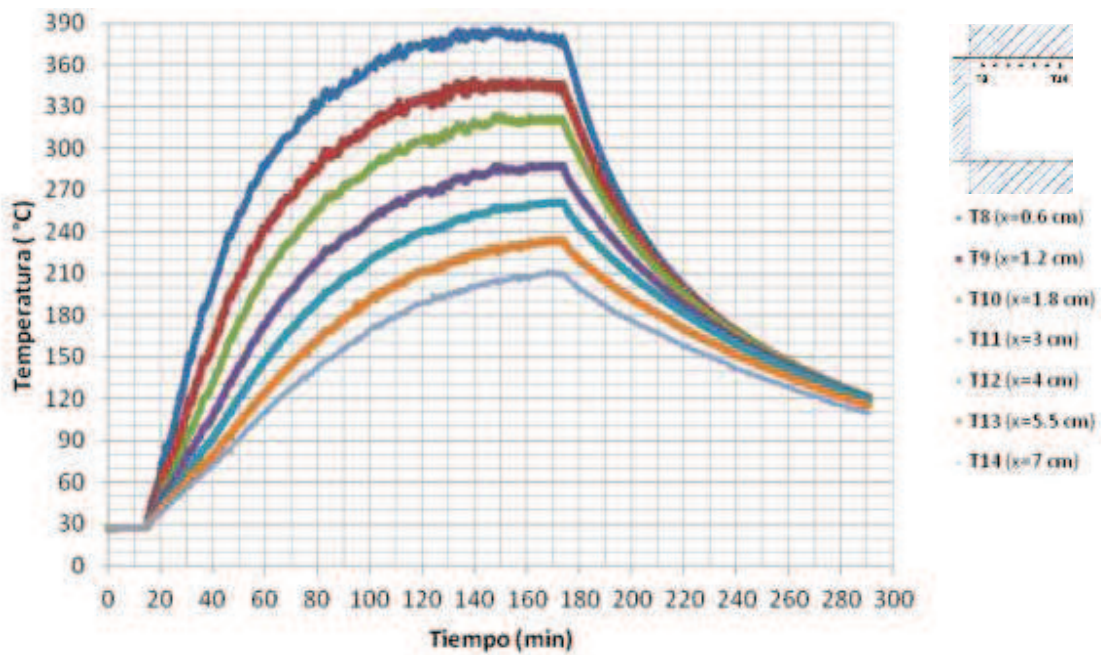


Figura A.5 Temperaturas del aire en el interior de la cavidad a  $y=7.9$  cm durante el experimento B.

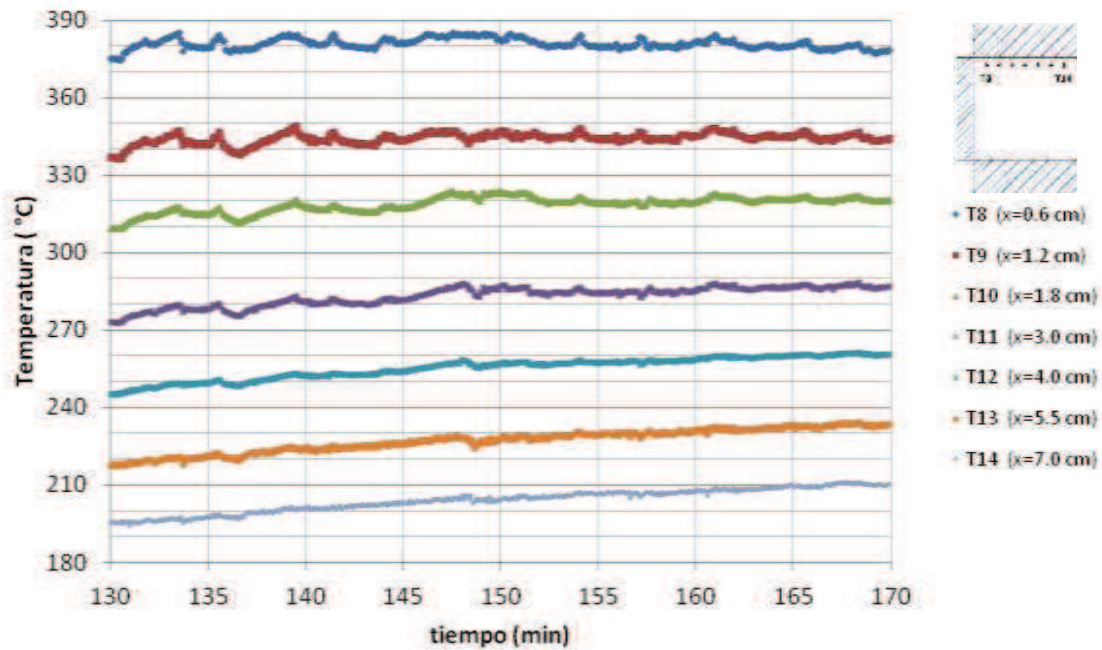


Figura A.6 Temperaturas del aire a  $y=7.9$  cm en el estado permanente del experimento B.

Se observa que la diferencia de temperaturas del aire entre T1 y T7, cerca de la pared inferior ( $y=0.1$  cm), es mayor que la diferencia de temperaturas entre T8 y T14, cerca de la pared superior de la cavidad ( $y=7.9$  cm), debido a que el aire que interactúa con la pared inferior ingresa en la cavidad a la temperatura medida a la entrada de la misma, por lo cual tiene un mayor gradiente de temperaturas, mientras que el fluido que interactúa térmicamente con la pared superior, previamente fue calentado por convección natural y por intercambio radiativo entre la placa receptora y las paredes, por lo que el gradiente de temperaturas es menor.

En la tabla A.1 se presentan los valores de temperatura promedio con su respectiva desviación estándar. Dichas temperaturas fueron promediadas para el intervalo de tiempo en que se consideró el estado permanente.

Tabla A.1 Temperaturas promedio en el receptor durante el estado permanente del experimento B.

Temperatura	T (° C)	T ( K)	Desviación estandar (° C)
T1	362.4	635.5	±1.1
T2	313.2	586.3	±1.4
T3	283.2	556.3	±1.6
T4	241.7	514.8	±1.6
T5	221.3	494.4	±1.6
T6	192.1	465.2	±1.6
T7	168.6	441.7	±1.7
T8	379.4	652.5	±1.4
T9	344.7	617.8	±1.1
T10	320.6	593.7	±1.3
T11	286.7	559.8	±1.1
T12	260.2	533.3	±1.1
T13	232.7	505.8	±1.4
T14	209.6	482.7	±1.3
T. Salida	195.9	469.1	±3.5
T. Entrada	120.0	393.1	±3.7
T <sub>Placa</sub> (r=2 cm)	459.9	733.0	±2.6
T <sub>Placa</sub> (r=0 cm )	460.8	733.9	±1.4

## A.2 Comparación de resultados teóricos con el experimento B

Con los datos de este experimento, el número de Rayleigh calculado es de  $Ra=0.96 \times 10^6$ , este valor nos permite considerar que el flujo de aire en el interior de la cavidad se encuentra en régimen laminar. Entonces, las condiciones de frontera que se implementan en el código numérico para la cavidad, son las siguientes:

- En la pared isotérmica se fija la temperatura promedio medida en el centro de la placa receptora, es decir,  $T_H=733.9$  K.
- La temperatura del aire que entra a la cavidad se considera a T. Entrada=393.1K.
- La emisividad de las paredes de la cavidad (inferior y superior) fue de  $\epsilon=0.70$ .

- d) La emisividad de la placa receptora (cobre oxidado, debido a la exposición de la placa al flujo radiativo concentrado) se considera de  $\epsilon=0.2$  y la abertura de la cavidad se supone como un cuerpo negro, por lo que  $\epsilon=1.0$ .

### Comparación cuantitativa

En la tabla A.2 se presentan los valores de temperatura obtenidos con los dos modelos, considerando propiedades variables (PV) y la aproximación de Boussinesq (AB) y se comparan con las temperaturas medidas en el experimento. Se observa que las mayores desviaciones entre las temperaturas teóricas respecto a las experimentales se obtienen con la aproximación de Boussinesq. Las mayores desviaciones se obtuvieron para las temperaturas T1, T2, T14 y  $T_{\text{salida}}$  (temperatura del aire medida a la salida de la cavidad).

Tabla A.2 Comparación cuantitativa de las temperaturas teóricas con las temperaturas medidas en el experimento B.

Temperatura	Temp. Teórica con PV (K)	Temp. Teórica con AB (K)	Temp. Experimental (K)	Desviación con PV (%)	Desviación con AB (%)
T1	533.9	519.5	635.5	16.0	19.7
T2	521.4	508.5	586.3	11.1	15.0
T3	516.0	503.4	556.3	7.2	11.4
T4	506.3	493.8	514.8	1.7	6.1
T5	497.2	485.1	494.4	0.6	4.0
T6	481.1	470.3	465.2	3.4	1.2
T7	452.7	445.8	441.7	2.5	1.4
T8	620.2	614.1	652.5	5.0	6.6
T9	601.6	590.5	617.8	2.6	4.9
T10	582.2	568.7	593.7	1.9	4.5
T11	559.5	543.9	559.8	0.1	3.1
T12	548.5	531.3	533.3	2.8	0.6
T13	540.8	521.0	505.8	6.9	2.8
T14	541.6	519.0	482.7	12.2	7.3
Tentrada	393.1	393.1	393.1	0.0	0.0
Tsalida	544.9	523.9	469.1	16.2	11.7
$T_{\text{placa}} (r=0 \text{ cm})$	736.3	736.3	736.3	0.0	0.0

---

---

Para determinar cuál de los dos modelos se aproxima más a los resultados experimentales se calcula una desviación promedio de las desviaciones, mediante la siguiente relación:

$$\overline{Desviación} = \frac{\sum_{i=1}^n Desviaciones}{n}$$

En la relación anterior,  $n$  representa el número total de las desviaciones calculadas, es decir, el número total de temperaturas comparadas. Entonces, la desviación promedio del modelo de propiedades variables (PV) respecto a los resultados experimentales es de 5.3 %.

La desviación promedio del modelo de la Aproximación de Boussinesq (AB) respecto a los resultados experimentales es de 5.9 %.

### **Comparación cualitativa**

En la figura A.7 se presenta la comparación entre las temperaturas medidas experimentalmente a  $y=0.1$  cm (cerca de la pared inferior de la cavidad), y las que se obtienen con el modelo teórico considerando propiedades variables (PV) y la aproximación de Boussinesq (AB). Se observa que las 3 temperaturas cercanas a la placa receptora: T1, T2 y T3, son más altas que las temperaturas calculadas por los modelos teóricos, este incremento de temperaturas se debe a que en este experimento se utilizó una placa receptora de forma circular en contacto directo con las paredes superior e inferior de la cavidad, de tal forma que al incrementarse la temperatura de la placa se presentó un flujo de calor por conducción hacia las paredes de la cavidad, lo que a su vez facilitó el calentamiento del aire por convección natural, originando una zona de estancamiento y recirculación de aire entre la placa receptora y la pared inferior de la cavidad. Aún con estas diferencias, se observa que las temperaturas obtenidas con el modelo de propiedades termofísicas variables se acercan más a las temperaturas medidas.

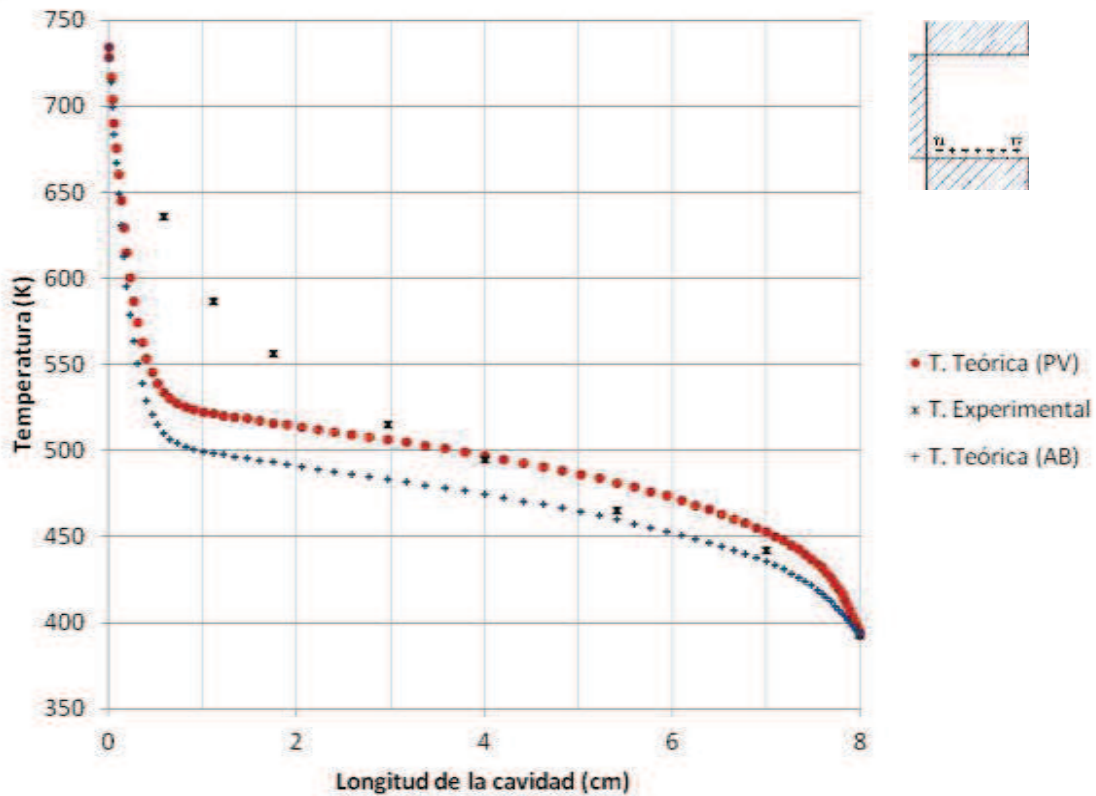


Figura A.7 Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas del experimento B a  $y=0.1$  cm.

En la figura A.8 se presenta la comparación entre las temperaturas medidas experimentalmente y las que se obtienen con el modelo teórico a  $y=7.9$  cm, considerando PV y la AB. Se observa que las temperaturas teóricas del aire del modelo de PV, cerca de la pared superior ( $T_8$ ,  $T_9$ ,  $T_{10}$ ,  $T_{11}$  y  $T_{12}$ ), están más próximas a las temperaturas experimentales. Sin embargo, existe una diferencia significativa entre las temperaturas  $T_{13}$ ,  $T_{14}$  y la temperatura de salida del aire en la abertura del receptor. Estas diferencias se deben a que el aire caliente que sale de la cavidad interactúa e intercambia energía con el aire circundante a la abertura de la misma, lo que origina una disminución de temperatura en el aire saliente. Mientras que en la condición de frontera implementada en los modelos teóricos para el fluido saliente se considera que el gradiente de temperaturas es nulo, por ello se ve que la temperatura permanece constante cerca de la abertura de la cavidad.



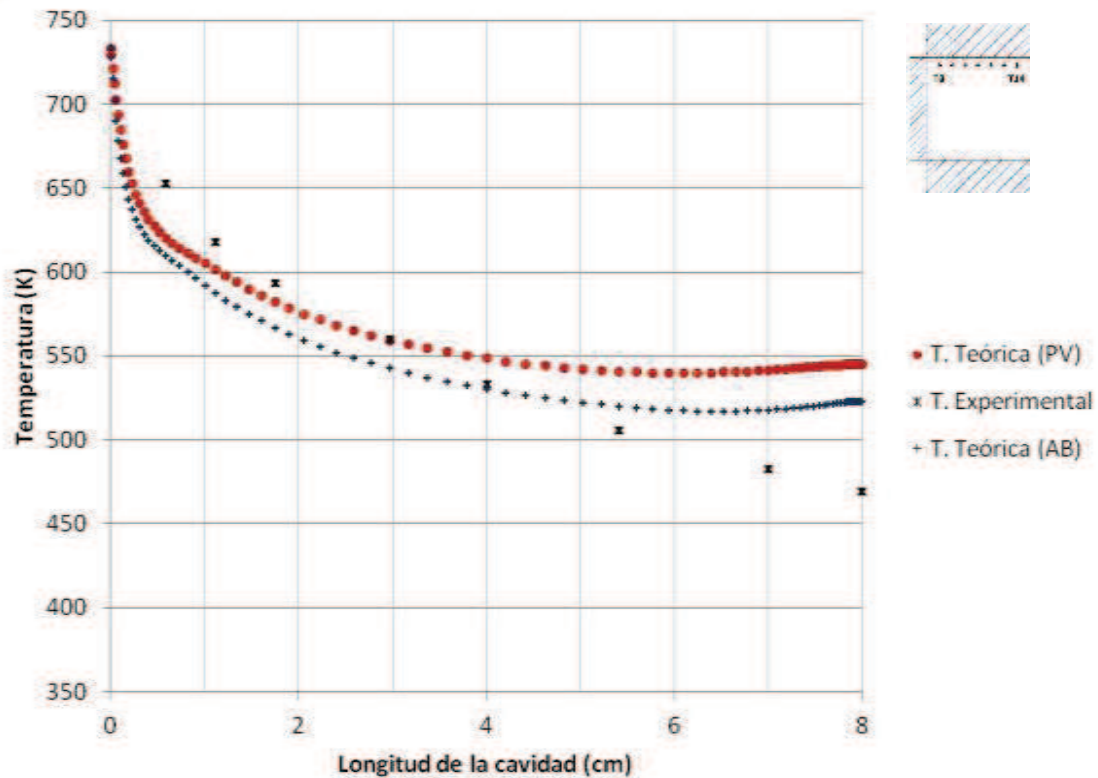


Figura A.8 Comparación de temperaturas teóricas con las temperaturas del experimento B a  $y=7.9$  cm.

De los resultados experimentales se concluye que los dos modelos teóricos representan razonablemente el comportamiento de las temperaturas del aire cerca de la pared inferior y superior de la cavidad. Sin embargo, cuantitativamente existen diferencias, principalmente, en la región cercana a la abertura de la cavidad. Estas diferencias entre los resultados se deben al tipo de condición de frontera implementada en los modelos teóricos respecto a las condiciones reales en que se llevaron a cabo los experimentos con radiación solar concentrada.

## Apéndice B

En este apéndice se describe el procedimiento para determinar las propiedades termofísicas de las muestras de cemento refractario (alúmina-sílice).

### B.1 Cálculo de incertidumbres

En este trabajo, la primera propiedad que se determinó fue la densidad de las muestras. Cada muestra se pesó en una balanza de precisión y el volumen se calculó con las dimensiones de 8.8 cm de diámetro por 2.5 cm de espesor. Entonces la densidad fue determinada mediante el cociente de la masa y el volumen:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{\left(\frac{\pi D^2}{4}\right)l} \quad (\text{B1})$$

$\rho$  = Densidad de la muestra ( $\text{kg/m}^3$ )

$m$  = Masa de la muestra (kg)

$V$  = Volumen de la muestra ( $\text{m}^3$ )

$D$  = Diámetro de la muestra (m)

$l$  = Espesor de la muestra (m)

De la ecuación B1 se observa que el valor experimental de la densidad de la muestra depende de la medición de otros parámetros o variables, en este caso, depende de la masa, del diámetro y del espesor de la muestra.

Por lo anterior, la incertidumbre de la medición de cada propiedad termofísica de la muestra se puede determinar con la siguiente relación:

$$d\Gamma = \sum_{i=1}^N \left| \left( \frac{\partial \Gamma}{\partial x_i} \right) \right| dx_i \quad (\text{B2})$$

Donde  $d\Gamma$  representa incertidumbre de la medición de la propiedad termofísica y  $dx_i$  representa la incertidumbre de los valores medidos para cada parámetro del que depende la propiedad. La expresión matemática para la incertidumbre de la densidad de la muestra queda como:

$$d\rho = \left| \left( \frac{\partial \rho}{\partial m} \right) \right| dm + \left| \left( \frac{\partial \rho}{\partial D} \right) \right| dD + \left| \left( \frac{\partial \rho}{\partial l} \right) \right| dl \quad (\text{B3})$$

Después de realizar las derivadas parciales de cada parámetro y sustituir en la ecuación B3, se obtiene:

$$d\rho = \rho \left( \frac{dm}{m} + \frac{2dD}{D} + \frac{dl}{l} \right) \quad (\text{B4})$$

La masa de la muestra con un contenido de 75% de alúmina fue de 228 gr. La densidad calculada fue de  $1500 \text{ kg/m}^3$ . Las incertidumbres asociadas a la medición de masa, el diámetro y el espesor de esta muestra fueron:

$$dm = \pm 0.25 \text{ gr} = \pm 2.5 \times 10^{-4} \text{ kg}$$

$$dD = \pm 0.5 \text{ mm} = \pm 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$dl = \pm 0.5 \text{ mm} = \pm 5 \times 10^{-4} \text{ m}$$

Después de sustituir estos valores en la ecuación B4 se obtiene la incertidumbre de la densidad:

$$d\rho = (1500 \text{ kg/m}^3)(0.03246)$$

$$d\rho = \pm 48.7 \text{ kg/m}^3$$

Como se mencionó en el capítulo 4, para determinar la conductividad térmica y el calor específico de las muestras de cemento refractario, se llevaron a cabo una serie de experimentos en ambiente controlado utilizando calorimetría. Las variables medidas durante cada experimento fueron:

- a) Tensión eléctrica de alimentación al elemento calefactor.
- b) Corriente eléctrica en los cables de alimentación del elemento calefactor.
- c) Caudal de agua suministrado al calorímetro.
- d) Temperaturas en la parte inferior de la muestra.
- e) Temperaturas en la parte superior de la muestra.
- f) Temperatura del agua en la entrada del calorímetro.
- g) Temperatura del agua en la salida del calorímetro.

Para determinar el calor específico de las muestras se tiene el siguiente balance de energía:

$$E_{Ent} + E_{Gen} = E_{Alm} + E_{Sal} \quad (B5)$$

$$E_{Ent} = (VI)\Delta t \quad (B6)$$

$$E_{Gen} = 0 \quad (B7)$$

$$E_{Alm} = (mC_p\Delta T)_{muestra} \quad (B8)$$

$$E_{Sal} = \left( \dot{Q}_{Perdido} + \dot{Q}_{calorimetro} \right) \Delta t \quad (B9)$$

Donde:

$V$ =Tensión eléctrica suministrada por la fuente variable (V)

$I$  = Intensidad de corriente eléctrica (A)

$\dot{Q}_{Perdido}$  = Flujo de calor perdido hacia el ambiente (J/s)

$\dot{Q}_{calorimetro}$  = Flujo de calor removido por el agua en el calorímetro (J/s)

$m$ = masa de la muestra (kg)

$C_p$ = Calor específico de la muestra (J/ kg °C)

$\Delta T$ = Diferencia de temperaturas en la muestra (°C)

---

---

Al sustituir las relaciones anteriores en la ecuación (B5) se obtiene:

$$E_{Ent} = (VI)\Delta t = (mC_p\Delta T)_{muestra} + \left( \dot{Q}_{Perdido} + \dot{Q}_{calorimetro} \right) \Delta t \quad (B10)$$

Antes de determinar el calor específico de la muestra, primero se debe determinar la energía perdida durante el experimento. Para ello, se tiene que la energía almacenada por la muestra en el estado permanente es cero puesto que la temperatura permanece constante durante dicho estado, entonces es posible despejar de la ecuación (B10) la cantidad de energía que se pierde hacia el ambiente. Una vez que se conoce la energía perdida y considerando que las pérdidas son constantes durante todo el experimento, entonces se toma el intervalo de tiempo del estado transitorio (el tiempo necesario para alcanzar el estado permanente), se toman las temperaturas inicial y final de la muestra para ese intervalo de tiempo. También se conocen la energía de entrada y la energía removida por el calorímetro de placa plana, de la ecuación (B10) se despeja el calor específico de la muestra.

En la figura B.1 se muestra el desarrollo del experimento para la muestra que contiene 75% de alúmina. El primer estado permanente (del minuto 125 al 150) corresponde a una potencia de entrada promedio de 62 W. El segundo estado permanente (del minuto 225 al 250) corresponde a una potencia de entrada promedio de 105 W. El flujo másico promedio durante el experimento fue de 0.34 lt/min. Se observa que las temperaturas en la superficie inferior de la muestra permanecen constantes, sin embargo, existe una diferencia de aproximadamente 4 °C entre las temperaturas medidas en la superficie superior. Esta diferencia de temperaturas indica que hay una pequeña contribución de flujo de calor en la dirección radial de la muestra, la cual se considera insignificante en comparación con el flujo de calor en la dirección del espesor de la muestra.

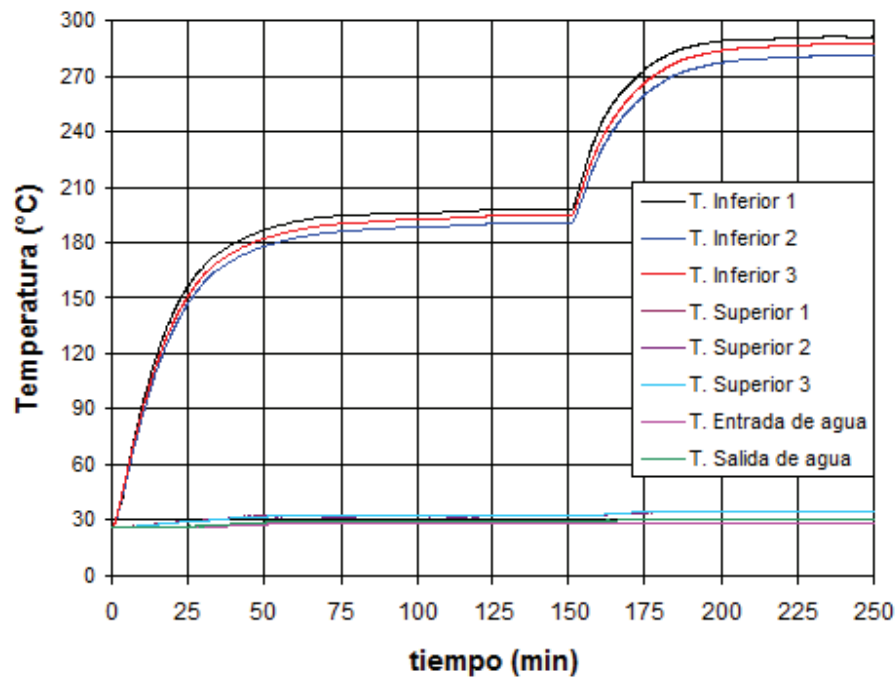


Figura B.1 Evolución de las temperaturas durante el experimento para determinar conductividad térmica y calor específico de las muestras.

Para determinar la incertidumbre del calor específico se sigue el mismo procedimiento explicado previamente para la densidad, así que, la ecuación que describe la incertidumbre del calor específico es:

$$dC_p = \left( \frac{\partial C_p}{\partial m} \right) dm + \left( \frac{\partial C_p}{\partial V} \right) dV + \left( \frac{\partial C_p}{\partial I} \right) dI + \left( \frac{\partial C_p}{\partial T} \right) dT + \left( \frac{\partial C_p}{\partial \dot{Q}_{Perdido}} \right) d\dot{Q}_{Perdido} + \left( \frac{\partial C_p}{\partial \dot{Q}_{calorimetro}} \right) d\dot{Q}_{calorimetro} \tag{B11}$$

Después de realizar las derivadas parciales y la sustitución de los valores correspondientes, se obtiene:

$$dC_p = \pm 44.7 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$$

Para determinar la conductividad térmica de las muestras, se tiene que en el estado permanente, la cantidad de calor removido por el agua en el interior del calorímetro es igual a la cantidad de calor que se transfiere por conducción a través de la muestra. Por lo tanto:

$$\dot{Q} = \left( \dot{m} C_p (T_{sal} - T_{ent}) \right)_{agua} = \left( kA \frac{(T_f - T_i)}{l} \right)_{muestra} \quad (B12)$$

$\dot{Q}$  = Flujo de calor removido por el agua (J/s)

$\dot{m}$  = Flujo másico (kg/s)

$C_p$  = Calor específico del agua = 4178 J/ kg °C

$k$  = Conductividad térmica (W/m °C)

$A$  = Área de la muestra (m<sup>2</sup>)

$l$  = Espesor de la muestra (m)

$T_f$  = Temperatura final de la muestra (°C)

$T_i$  = Temperatura inicial de la muestra (°C)

Después de mantener el experimento en estado permanente durante 30 min, con mediciones de temperaturas, flujo másico, tensión y corriente eléctrica cada 10 s, de la ecuación (B12) se obtiene la conductividad térmica promedio de la muestra. La incertidumbre de la conductividad térmica se determinó mediante la siguiente ecuación:

$$dk = \left( \frac{\partial k}{\partial \dot{m}} \right) d\dot{m} + \left( \frac{\partial k}{\partial T} \right)_{agua} dT + \left( \frac{\partial k}{\partial T} \right)_{muestra} dT + \left( \frac{\partial k}{\partial A} \right) dA + \left( \frac{\partial k}{\partial l} \right) dl \quad (B13)$$

Después de realizar las derivadas parciales y la sustitución de los valores correspondientes, se obtiene:

$$dk = \pm 0.26 \text{ W/m}^\circ\text{C}$$



## Numerical study of heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver

Moises Montiel Gonzalez<sup>a</sup>, Jesús Hinojosa Palafox<sup>b,\*</sup>, Claudio A. Estrada<sup>a</sup>

<sup>a</sup> Centre for Energy Research, UNAM, AP 34, Temixco, 62580 Morelos, Mexico

<sup>b</sup> Department of Chemical Engineering and Metallurgy, University of Sonora, Hermosillo, 83000 Sonora, Mexico

Available online 2 February 2012

Communicated by: Associate Editor Claudio A. Estrada

### Abstract

In this work the numerical results of natural convection and surface thermal radiation in an open cavity receiver considering large temperature differences and variable fluid properties are presented. Numerical calculations were conducted for Rayleigh number ( $Ra$ ) values in the range of  $10^4$ – $10^6$ . The temperature difference between the hot wall and the bulk fluid ( $\Delta T$ ) was varied between 100 and 400 K, and was represented as a dimensionless temperature difference ( $\varphi$ ) for the purpose of generalization of the trends observed. Noticeable differences are observed between the streamlines and temperature fields obtained for  $\varphi = 1.333$  ( $\Delta T = 400$  K) and  $\varphi = 0.333$  ( $\Delta T = 100$  K). The total average Nusselt number in the cavity increased by 79.8% ( $Ra = 10^6$ ) and 88.0% ( $Ra = 10^4$ ) as  $\varphi$  was varied from 0.333 to 1.333. Furthermore the results indicate that for large temperature differences ( $0.667 \leq \varphi \leq 1.333$ ) the radiative heat transfer is more important than convective heat transfer.

© 2012 Elsevier Ltd. All rights reserved.

**Keywords:** Numerical heat transfer; Natural convection; Surface thermal radiation; Open cavity receiver

### 1. Introduction

Concentrating solar thermal systems collect sunlight and concentrate it towards an open receiver increasing its temperature to hundreds of degrees, in order to carry out energy conversions using heat engine cycles or chemical process. With the open receiver operating at high temperatures diminishes its performance. The heat transfer in the open cavity receivers are mainly by the heat transfer mechanisms of convection and thermal radiation. It is therefore very important to fully understand the basic behavior of these heat transfer mechanisms.

Clausing (1981) developed an analytical model for calculation of convective heat loss of a large cubical cavity, based on an energy balance of: (1) the energy transferred from the hot receiver interior walls to the air inside the cavity and (2) the energy transfer across the aperture by

the combined influences of flow over the aperture due to wind and the buoyancy-induced flow due to the cold external air. Harris and Lenz (1985) studied the thermal performance of cavity receivers with different shapes (cylindrical, heteroconical, conical, spherical and elliptical) and concluded that the deviation in concentrator rim angle and cavity geometry cause large variation in power profiles inside the cavity receiver. Leibfried and Ortjohann (1995) carried out an experimental and theoretical study of spherical and hemispherical receivers with an inner diameter of 400 mm and the aperture diameter ranging from 60 to 195. A Good agreement between the calculated and measured data was found. Kribus et al. (1999) conducted experiments on a multistage solar cavity tubular receiver to minimize the heat losses by dividing the aperture into separate stages according to the irradiance distribution levels.

Taumoefolau et al. (2004) investigated the natural convection heat loss from an electrically heated model cavity

\* Corresponding author. Tel.: +52 6622592106; fax: +52 6622592105.  
E-mail address: [fhinojosa@iq.uson.mx](mailto:fhinojosa@iq.uson.mx) (J. Hinojosa Palafox).



## Nomenclature

$a_P, a_E, a_W, a_N, a_S, b$	coefficients of the discretized	$U_o$	reference velocity, m/s
$C_p$	specific heat capacity, J/kg K	$U, V$	dimensionless velocity components
$F_e, F_w, F_n, F_s$	mass flows through the control volume faces, kg/s	$u, v$	velocity components, m/s
$g$	gravitational acceleration, m/s <sup>2</sup>	$X, Y$	dimensionless coordinates
$J_e, J_w, J_n, J_s$	total fluxes through the faces of control volume	$x, y$	coordinates system, m
$J$	radiosity, W/m <sup>2</sup>	$\Delta x, \Delta y$	grid spacing, m
$k$	thermal conductivity, W/m K	<i>Greek symbols</i>	
$L$	length of the cavity, m	$\alpha$	thermal diffusivity, m <sup>2</sup> /s
$Nu$	local Nusselt number	$\beta$	thermal expansion coefficient, 1/K
$\bar{Nu}$	average Nusselt number	$\phi$	independent variable in the generalized differential equation
$P$	pressure, N/m <sup>2</sup>	$\varphi$	dimensionless temperature difference
$Pr$	Prandtl number	$\mu$	dynamic viscosity, Pa s
$q_r$	net radiative heat flux, W/m <sup>2</sup>	$\theta$	dimensionless temperature
$R$	ideal gas constant for air, J/kg K	$\rho$	density, kg/m <sup>3</sup>
$Ra$	Rayleigh number	$\sigma$	Stefan–Boltzmann constant, W/m <sup>2</sup> K
$T$	absolute temperature, K	$\Gamma$	diffusion coefficient in the generalized differential equation
$T_H$	isothermal wall temperature, K		
$T_\infty$	ambient temperature, K		
$S$	source term in the generalized differential equation		

receiver for different inclinations varying from facing up to facing down with temperature ranging from 450 °C to 650 °C. The existing of natural convection heat loss was observed when the receiver was facing down, which contradict other heat loss models. Singh and Venkateshan (2004) presented a numerical study of steady combined laminar natural convection and surface radiation in a two-dimensional side-vented open cavity. The numerical investigation provides evidence of the existence of thermal boundary layers along the adiabatic walls of the cavity as a consequence of the interaction of natural convection and surface radiation. Hinojosa et al. (2005a) reported numerical results of the Nusselt number for a tilted open square cavity, considering natural convection and surface thermal radiation. The results show that the convective Nusselt number changes substantially with the inclination angle of the cavity, while the radiative Nusselt number is insensitive to the orientation change of the cavity. Hinojosa et al. (2005b) presented numerical results for transient and steady-state natural convection and surface thermal radiation in a horizontal open square cavity. The results show that the radiative exchange between the walls and the aperture increases considerably the total average Nusselt number, from around 94% to 125%.

Sendhil and Reddy (2007) developed a 2D model of a modified cavity receiver (hemisphere with aperture plate) of fuzzy focal solar dish concentrator. The convection heat loss of the modified cavity receiver was estimated by varying the inclinations of the receiver from 0° (cavity aperture facing sideways) to 90° (cavity aperture facing down). The

convection heat loss is maximum at 0° and decreases monotonically with increase in angle up to 90°. Nouanegue et al. (2008) investigated conjugate heat transfer by natural convection, conduction and radiation in open cavities in which a uniform heat flux is applied to the inside surface of the solid wall facing the opening. The influence of the surface radiation is to decrease the heat fluxes by natural convection and conduction while the heat flux by radiation increases with increasing surface emissivity. Reddy and Sendhil (2009) presented a 3-D model to investigate the accurate estimation of natural convection heat loss from modified cavity receiver of fuzzy focal solar dish concentrator. A comparison of 2-D and 3-D natural convection heat loss from a modified cavity receiver was carried out. The results show that the 2-D and 3-D are comparable only at higher angle of inclinations of the receiver. Wu et al. (2010) gave a detailed review on the research investigations and activities of convection heat losses from cavity receivers. Fang et al. (2011) developed a combined calculation method for evaluating the thermal performance of the solar cavity receiver. The method couples the Monte-Carlo method, the correlations of the flow boiling heat transfer, and the calculation of the air flow field.

However because rigorous mathematical models aimed at describing combined natural convection and surface thermal radiation in open cavities are complex, previous authors have used the so-called Boussinesq approximation to predict the fluid motion and heat transfer behavior inside the open cavity. In this approximation, all the fluid properties in the governing equations are assumed to be

constant with exception of the fluid density which appears in the buoyancy term in the momentum equations. The Boussinesq approximation is known to provide good accuracy for natural convection when the temperature difference between the hot wall and the ambient fluid ( $\Delta T$ ) is about 10 K (Zhong et al., 1985). However, for large  $\Delta T$  values such as those found in solar concentrator receivers, the validity of the Boussinesq approximation is uncertain.

Considering above this work is focused to analyze numerically the heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in a square open cavity receiver, operating with high temperature differences and considering variable fluid properties. The fluid motion patterns, the temperature fields and the heat transfer are reported and discussed. The numerical calculations are conducted for Rayleigh number ( $Ra$ ) values in the range of  $10^4$ – $10^6$ . The temperature difference between the hot wall and the bulk fluid ( $\Delta T$ ) is varied between 100 and 400 K, and it is represented as a dimensionless temperature difference ( $\varphi$ ) for the purpose of generalizing the trends observed.

## 2. Model formulation and numerical solution

In this work, natural convection and surface thermal radiation in a two-dimensional, square open cavity of length  $L$  is considered. The system is schematically shown in Fig. 1. The cavity has two horizontal adiabatic walls. The vertical wall is kept at constant temperature  $T_H$ , while the surrounding fluid interacting with the aperture is at a fixed ambient temperature ( $T_\infty$ ) of 300 K, which was lower than  $T_H$ . The fluid was radiatively non-participating and the walls of the cavity were considered as black bodies. The ambient fluid is air at atmospheric pressure and was assumed Newtonian and an ideal gas. The fluid flow is assumed to be laminar and at steady state.

From the above considerations, the governing set of equations describing the fluid motion inside the cavity with variable fluid properties may be written as follows (Zhong et al., 1985):

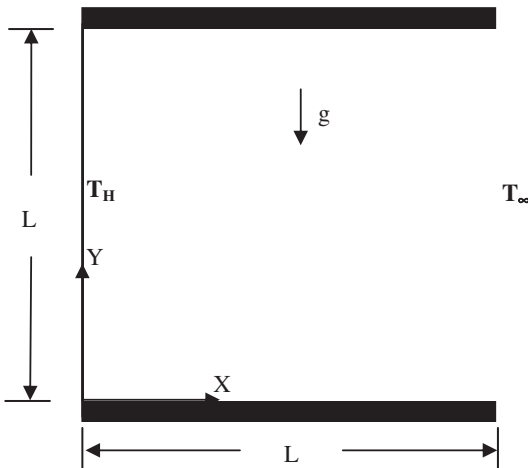


Fig. 1. Scheme of the physical model.

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho uu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho uv)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho g_x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho vu)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho vv)}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} \\ &+ \frac{\partial}{\partial y} \left[ 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3}\mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] + \rho g_y \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho c_p T)}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( k \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( k \frac{\partial T}{\partial y} \right) \quad (4)$$

Eq. (1) represents the overall mass balance in a differential volume at a fixed location. Eqs. (2) and (3) represent Newton's second law of motion for Newtonian fluids. Eq. (4) is the first law of thermodynamics applied to a differential volume of fluid.

The hydrodynamic boundary conditions used in this work are:

$$u(0, 0 \leq y \leq L) = u(0 \leq x \leq L, 0) = u(0 \leq x \leq L, L) = 0 \quad (5)$$

$$v(0, 0 \leq y \leq L) = v(0 \leq x \leq L, 0) = v(0 \leq x \leq L, L) = 0 \quad (6)$$

$$\left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)_{x=L} = \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)_{x=L} = 0 \quad (7)$$

Eqs. (5) and (6) assume non-slip conditions at the solid walls, whereas Eq. (7) assumes that in the aperture plane no velocity gradients and thus no momentum transfer occurs at this location (Mohamad, 1995).

The thermal boundary conditions were set as follows:

$$T(0, 0 \leq y \leq L) = T_H \quad (8)$$

$$-k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{0 < x \leq L, y=0} = q_r(0 < x \leq L, 0) \quad (9)$$

$$-k \left( \frac{\partial T}{\partial y} \right)_{0 < x \leq L, y=L} = q_r(0 < x \leq L, L) \quad (10)$$

$$T(L, 0 < y < L) = 0 \text{ if } u < 0 \text{ or } \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=L, 0 < y < L} = 0 \text{ if } u > 0 \quad (11)$$

Eq. (8) establishes that the vertical wall of the cavity is at constant temperatures  $T_H$ , whereas Eqs. (9) and (10) were obtained applying an energy balance on the adiabatic surfaces by considering the transmission of heat by radiation and convection (Hinojosa et al., 2005b). Finally Eq. (11) considers that the incoming fluid enters to the cavity at ambient temperature, while for the fluid leaving the cavity the thermal conduction is despicable (Mohamad, 1995).

To obtain the net radiative heat fluxes over the walls, the walls were divided in elements according to the mesh used to solve Eqs. (1)–(4) and the radiosity-irradiance formulation was applied. The general radiosity equation for the *i*th element of the cavity may be written as

$$J_i = \varepsilon_i \sigma T_i^4 + (1 - \varepsilon_i) \sum_{j=1}^N F_{ij} J_j \quad (12)$$

where  $\varepsilon_i$  is the emissivity of the surface element;  $F_{ij}$  is the view factor from the *i*th element to the *j*th element of the cavity, while *N* is the total number of elements along the cavity. View factors were evaluated using Hottel's crossed string method (Modest, 1993). The net radiative flux ( $q_r$ ) for the *i*th element of any of the walls of the cavity was calculated by

$$q_{ri} = J_i - q_{li} \quad (13)$$

where  $q_{ri}$  is the net radiative heat flux,  $J_i$  is the radiosity of the corresponding element and  $q_{li}$  is the irradiance energy that arrives to the *i*th element coming from the rest of the elements of the cavity.

In the present formulation, the dependency of the fluid properties with temperature was considered as follows.

The air density ( $\rho$ ) was obtained from the ideal-gas equation:

$$\rho(p, T) = \frac{P}{R \cdot T} \quad (14)$$

The dynamic viscosity ( $\mu$ ) of air was computed from the Sutherland equation (Zhong et al., 1985):

$$\mu(T) = \frac{14.58 \times 10^{-7} T^{3/2}}{110.4 + T} \quad (15)$$

The thermal conductivity of air ( $k$ ) and the specific heat capacity ( $Cp$ ) were calculated from the following empirical relationships:

$$k(T) = \frac{2.6482 \times 10^{-3} T^{1/2}}{1 + 245.4 \times 10^{-(12/T)}} \quad (16)$$

$$Cp(T) = 955.1141 + 6.7898 \times 10^{-2} T + 1.6576 \times 10^{-4} T^2 - 6.7863 \times 10^{-8} T^3 \quad (17)$$

In the above equations of the fluid properties,  $p$  is the fluid pressure in Pa,  $T$  is the absolute temperature in K,  $R$  is the ideal gas constant for air equal to 287 J/kg K,  $\mu$  is viscosity in Pa s,  $k$  is in W/m K and  $Cp$  in J/kg K.

To generalize the validity of the numerical results, the following dimensionless variables were defined:

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad U = \frac{u}{U_0} \quad V = \frac{v}{U_0} \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_H - T_\infty} \quad \varphi = \frac{T_H - T_\infty}{T_\infty} \quad (18)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} \quad Ra = Pr \frac{g\beta(T_H - T_\infty)L^3}{\alpha^2}$$

where  $\alpha$  is the air thermal diffusivity,  $\beta$  is the air thermal expansion coefficient and  $g$  is the acceleration of gravity.

$X$  and  $Y$  are the dimensionless horizontal and vertical length of the cavity, respectively,  $U$  and  $V$  are the dimensionless horizontal and vertical components of the velocity vector,  $\theta$  is the dimensionless fluid temperature,  $\varphi$  is the dimensionless temperature difference between the hot wall and the ambient air,  $Pr$  is the Prandtl number and  $Ra$  is the Rayleigh number. The  $\varphi$  parameter is related with the non-buoyancy influence of the temperature field on the flow field, whereas the reference velocity  $U_0$  is connected with the buoyancy force and was defined as  $U_0 = (g\beta L(T_H - T_\infty))^{1/2}$ . It is noted that the fluid properties included in the definitions of  $U_0$  and both  $Ra$  and  $Pr$  numbers were computed at the mean temperature of the isothermal wall and the ambient temperature.

The convective Nusselt number is defined as the ratio between the heat flux at the hot wall in the presence of natural convection and the heat flux due to conduction only (Cengel, 2002). The convective heat transfer is calculated from the temperature field by an energy balance in the fluid film attached to the hot wall, whereas the conductive heat transfer in the cavity is computed with the Fourier equation by considering that the fluid in the cavity is stagnated. In mathematical form:

$$Nu_c = \frac{q_{conv}}{q_{cond}} = \frac{-k_{wall} (\frac{\partial T}{\partial x})_{x=0, 0 \leq y \leq L}}{k_{average}(T_H - T_\infty)/L} \quad (19)$$

where  $k_{wall}$  was computed at  $T_H$ , and  $k_{average}$  was computed at the average temperature between the isothermal wall and the ambient air.

The average convective Nusselt number in the cavity was obtained by integrating the local Nusselt number over the length of the isothermal wall:

$$\overline{Nu}_c = \int_0^1 Nu_c dY \quad (20)$$

The radiative Nusselt number is defined as the ratio between the radiative heat flux at the hot wall and the heat flux due to conduction only, then:

$$Nu_r = \frac{q_{rad}}{q_{cond}} = \frac{q_r(0, 0 < y \leq L)}{k_{average}(T_H - T_\infty)/L} \quad (21)$$

The average radiative Nusselt number was obtained by integrating the radiative Nusselt numbers over the isothermal wall, by the following mathematical relationship:

$$\overline{Nu}_r = \int_0^1 Nu_r dY \quad (22)$$

The total average Nusselt number ( $\overline{Nu}_t$ ) was calculated by summing the average convective Nusselt number and the average radiative Nusselt number.

The governing Eqs. (1)–(4) show that the dependent variables obey a generalized conservation principle. If the dependent variable is denoted by  $\phi$  the generalized differential equation, is:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j\phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x_j} \right) + S \quad (23)$$

where the subscript  $j$  denotes the three space coordinates,  $\Gamma$  is the diffusion coefficient and  $S$  is the source term. The first term on the left side is known as transient term and represents the rate of accumulation of the variable  $\phi$  in the control volume; the second term represents the convective flows. The two terms of the right side, are the diffusive term and source term, respectively. The source term considers all those terms that cannot be included in the transient, convective and diffusive terms.

The generalized Eq. (23) for two-dimensional rectangular coordinates and steady state can be expressed as:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v\phi) = \frac{\partial}{\partial x} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right) + S \quad (24)$$

where Table 1 shows the equivalence terms of the generalized equation and the governing equations.

The spatial integration of Eq. (24) on the control volume shown in Fig. 2, produces the following mathematical relationship:

$$\begin{aligned} & [(\rho u\phi)_e - (\rho u\phi)_w]\Delta y + [(\rho v\phi)_n - (\rho v\phi)_s]\Delta x \\ & = \left[ \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_e - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_w \right] \Delta y \\ & + \left[ \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_n - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_s \right] \Delta x + \bar{S}\Delta x\Delta y \end{aligned} \quad (25)$$

To simplify the Eq. (25), defines the total fluxes through the faces of control volume, by:

$$\begin{aligned} J_e & = [(\rho u\phi)_e - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_e] \Delta y & J_w & = [(\rho u\phi)_w - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial x} \right)_w] \Delta y \\ J_n & = [(\rho v\phi)_n - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_n] \Delta x & J_s & = [(\rho v\phi)_s - \left( \Gamma \frac{\partial\phi}{\partial y} \right)_s] \Delta x \end{aligned} \quad (26)$$

By substituting the total flows in Eq. (25):

$$[J_e - J_w] + [J_n - J_s] = \bar{S}\Delta x\Delta y \quad (27)$$

The source term  $S$ , may depend on the variable  $\phi$ , so this is linearized as  $S = S_C + S_P\phi_P$ . With this modification, Eq. (27) can be rewritten as:

$$[J_e - J_w] + [J_n - J_s] = (S_C - S_P\phi_P)\Delta x\Delta y \quad (28)$$

To ensure that the velocity field and density satisfy the equation of conservation of mass in the whole computational domain, this equation must be integrated and

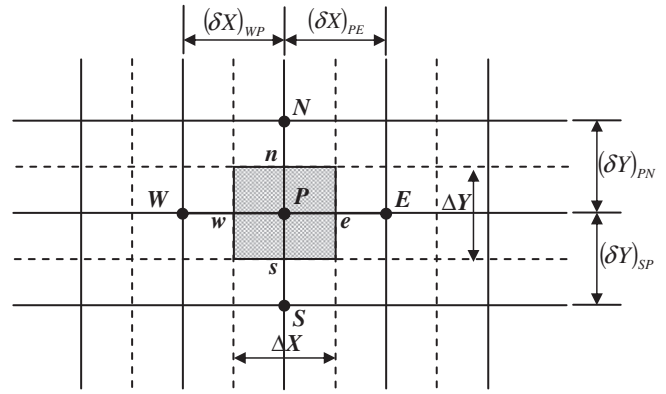


Fig. 2. Control volume for the discretization of governing equations.

included in the general formulation of the discretized equations. Then, by integrating the continuity equation (Eq. (1)) over the control volume is obtained:

$$[(\rho u)_e - (\rho u)_w]\Delta y + [(\rho v)_n - (\rho v)_s]\Delta x = 0 \quad (29)$$

The mass flows through the control volume faces are defined by:

$$\begin{aligned} F_e & = (\rho u)_e \Delta y & F_w & = (\rho u)_w \Delta y \\ F_n & = (\rho v)_n \Delta x & F_s & = (\rho v)_s \Delta x \end{aligned} \quad (30)$$

When the mass flows are substituted in Eq. (29):

$$F_e - F_w + F_n - F_s = 0 \quad (31)$$

Multiplying the Eq. (31) by  $\phi_P$ , it is obtained:

$$[F_e - F_w]\phi_P + [F_n - F_s]\phi_P = 0 \quad (32)$$

Subtracting the Eq. (32) from Eq. (29) produces the discretized equation for an interior node in the computational domain:

$$\begin{aligned} & [(J_e - F_e\phi_P) - (J_w - F_w\phi_P)] + [(J_n - F_n\phi_P) - (J_s \\ & - F_s\phi_P)] \\ & = (S_C + S_P\phi_P)\Delta x\Delta y \end{aligned} \quad (33)$$

In order to represent the total flows in terms of grouped coefficients, was used the formulation of generalized scheme proposed by Patankar (1980):

$$\begin{aligned} J_e - F_e\phi_P & = a_E(\phi_P - \phi_E) & J_w - F_w\phi_P & = a_W(\phi_W - \phi_P) \\ J_n - F_n\phi_P & = a_N(\phi_P - \phi_N) & J_s - F_s\phi_P & = a_S(\phi_S - \phi_P) \end{aligned} \quad (34)$$

Table 1

Equivalences between the generalized conservation equation and the governing equations.

Conservation equation	$\phi$	$\Gamma$	$S$
Mass	1	0	0
Momentum in $x$	$u$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial v}{\partial x} \right] + \rho g_x$
Momentum in $y$	$v$	$\mu$	$-\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[ \mu \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \mu \frac{\partial u}{\partial y} \right] + \rho g_y$
Energy	$C_p T$	$k$	0

By substituting the expressions (34) in Eq. (33):

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{35}$$

Finally the following algebraic equation for every nodal point is obtained:

$$a_P \phi_P^{n+1} = \sum_{nb=E,W,N,S} a_{nb} \phi_{nb}^{n+1} + b^n \tag{36}$$

However it is necessary to incorporate the boundary conditions of the domain of interest, since the accuracy of the solution of discretized equations depend largely on the correct specification of these. When the value of the dependent variable is known, the dependent variable in the main point *P* must take the value imposed at the border. In this case, the coefficients of Eq. (36) take the following values:

$$\begin{aligned} a_P &= 1 \\ a_E &= a_W = a_N = a_S = 0 \\ b &= \phi_{boundary} \end{aligned} \tag{37}$$

However when the variance of the dependent variable in the direction normal to a spatial coordinates is known, it is represented by the following expression:

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = A \tag{38}$$

For example, if *A* is zero for a dependent variable in the direction normal to the spatial coordinate *y*, on the bottom border (south) of the domain, the approximation for Eq. (38) is:

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = \frac{\phi_P - \phi_S}{\delta y} = 0 \tag{39}$$

Therefore:

$$\phi_P = \phi_S \tag{40}$$

This means that the dependent variable in the main point *P*, is set to the nearest nodal point and implies that:

$$\begin{aligned} a_P &= a_E = 1 \\ a_W &= a_N = a_S = 0 \\ b &= 0 \end{aligned} \tag{41}$$

On the other hand, the position of the grid nodes was calculated using a stretching function, in order to place nodes near the isothermal wall. The velocity components were calculated at a staggered grid while temperature and pressure were calculated at the not staggered grid (main grid). The interpolation of the convective terms was performed with the power-law scheme (Patankar, 1980), whereas the diffusive terms were interpolated with a centered-difference scheme. The SIMPLEC algorithm (Versteeg and Malalasekera, 1996) was used to couple the continuity and momentum equations. The resulting system of linear algebraic equations was solved with the modified strongly implicit procedure (MSIP) (Zedan and Schneider, 1983).

The general procedure to solve the heat transfer in a cavity can be summarized in the following steps: (1) Initial

guess values of all variables in the cavity were given. (2) The local radiative heat flux on the walls was obtained. (3) The fields of pressure and velocity components were calculated by the SIMPLEC algorithm. (4) With the new calculated values of local radiative heat flux and velocity, the temperature field in the cavity was obtained. (5) The fluid properties are updated with the new temperature field in the cavity. (6) A convergence criterion was applied and the process was repeated from step (2) until the convergence criterion was achieved.

The grid independence study was conducted by setting  $Ra = 10^6$  and  $\varphi = 1.333$ . Table 2 shows the corresponding average values of the Nusselt numbers obtained for the numerical grids tested. The independence of the numerical results from the grid size was assumed for a non-uniform grid of  $70 \times 70$  nodes, because the maximum difference in the Nusselt numbers computed with  $60 \times 60$  nodes was 1.05%.

The verification of the present code was accomplished by comparing the model predictions with previous results reported in the literature. Hinojosa et al. (2005b) reported numerical results of natural convection and surface thermal radiation for the same configuration of the open cavity but using the Boussinesq approximation, whereas Chakroun et al. (1997) reported experimental Nusselt numbers for a tilted open cavity with polish aluminum walls ( $\varepsilon \approx 0$ ). Table 3 shows a comparison between the Nusselt numbers obtained with the present code and those reported by Hinojosa et al. (2005b) and Chakroun et al. (1997). In these calculations, the governing equations were solved considering temperature-dependent fluid properties and setting  $\Delta T = 10$  K to compare with the numerical results and  $\Delta T = 50$  K to compare with the experimental data. It can be observed that the absolute percentage difference with numerical results of average convective Nusselt number were between 0.6% ( $Ra = 10^5$ ) and 2.3% ( $Ra = 10^4$ ), whereas for average radiative Nusselt number were within 9.3% ( $Ra = 10^6$ ) and 13.4% ( $Ra = 10^4$ ). On the other hand the absolute percentage difference with the experimental value is 4.5%. Based on above results the present numerical code was considered as validated.

### 3. Discussion of results

For the purpose of the present analysis, the Rayleigh number (*Ra*) was varied in the range of  $10^4$ – $10^6$ , and the dimensionless temperature difference  $\varphi$  was varied in the range of 0.333–1.333. The latter corresponds to dimensional temperature difference  $\Delta T$  in the range of 100–400 K.

Fig. 3 presents the computed streamlines (left) and dimensionless isotherms (right) in the open cavity as function of  $\varphi$  and *Ra*. Every graph reports the corresponding results for  $\varphi = 1.333$  (continuous line) and  $\varphi = 0.333$  (dotted line). From the streamlines graph is observed that, the air at ambient temperature enters the cavity at the bottom and exits the cavity at the top. A clockwise recirculating

Table 2  
Mesh independence study in the open cavity.

Mesh size	$Nu_c$	$Nu_r$	$Nu_t$	Difference (%) for $Nu_c$	Difference (%) for $Nu_r$	Difference (%) for $Nu_t$
50 × 50	12.62	35.01	47.63			
60 × 60	12.15	34.54	46.69	3.87	1.36	2.01
70 × 70	12.09	34.18	46.27	0.50	1.05	0.91
80 × 80	12.05	34.15	46.20	0.33	0.09	0.15

Table 3  
Comparison of average Nusselt numbers reported in the literature.

$Ra$	Values of the average Nusselt numbers								
	This work			Hinojosa et al. (2005b) (Boussinesq)			Chakroun et al. (1997) (Experimental)		
	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$
$10^4$	3.05	3.34	2.98	3.72	6.70	6.70	–	–	–
$10^5$	6.36	7.34	6.40	8.02	14.42	14.42	–	–	–
$10^6$	12.32	15.82	12.43	17.29	29.72	29.72	–	–	–
$6.39 \times 10^6$	25.1	–	25.1	–	–	–	24.0	–	24.0

pattern inside the cavity is observed, which is driven by the buoyant force acting upon the fluid. The streamline patterns are similar for the three Rayleigh numbers, but the fluid moves faster for  $Ra = 10^6$  as indicated by the density of the streamlines due to the increase in the buoyancy force. However, the increase of the Rayleigh number causes that the upper boundary layer becomes thinner and faster, the velocity of the airflow moving towards the aperture increases, and the area that is occupied by the leaving hot fluid decreases compared with the one of the entering fluid. The isotherms graphs report that in all cases, because the surface thermal radiation exchange is considered the isotherms are not perpendicular to the adiabatic walls. The bottom wall is heated up due to radiation exchange and transfers energy by conduction to the entering fluid. The fluid moves towards the isothermal vertical wall and gains more energy increasing its temperature and moving up. When it reaches the top wall for  $\varphi = 0.333$ , the outgoing fluid transfers heat to the wall by conduction and its temperature decreases. On the other hand, by increasing the dimensionless temperature difference, the thickness of the thermal boundary layer on the heated wall and the volume occupied by the cold fluid decrease slightly. It is noted that by increasing the Rayleigh number, the thickness of the thermal boundary layer next to the hot wall decreases, and the volume occupied by the cold fluid inside the cavity increases.

In order to quantify the effect of the dimensionless temperature difference over the velocity and temperature fields, Fig. 4 presents a comparison of the profiles of the  $Y$ -component of the velocity and dimensionless temperature at the middle position of the cavity height ( $Y = 0.5$ ), obtained for different Rayleigh numbers and two  $\varphi$  values (1.333 and 0.333). When  $Ra = 10^4$ , the comparison of the profiles indicates absolute average differences of 54.5% for the  $Y$ -component of the velocity and 31.7% for the temperature. For  $Ra = 10^5$ , the absolute average differences are 18.37% for the  $Y$ -component of the velocity, whereas 15.88% for the

temperature. The change of  $\varphi$  from 0.333 to 1.333 when  $Ra = 10^6$ , causes that the absolute average differences between profiles are 90.57% for the  $Y$ -component of the velocity and 229.7% for temperature.

From Table 4 one can see that by varying the Rayleigh number from  $10^4$  to  $10^6$ , the average convective Nusselt number increases by 396.9% for  $\varphi = 0.333$  and by 355.6% for  $\varphi = 1.333$ ; while the average radiative Nusselt number increases by 463.5% for  $\varphi = 0.333$  and 432.7% for  $\varphi = 1.333$ . On the other hand, when  $\varphi$  is varied from 0.333 to 1.333 the average convective Nusselt number shows an erratic behavior. However the average radiative Nusselt number increases by 280.1% for  $Ra = 10^4$  and 261.5% for  $Ra = 10^6$ , when  $\varphi$  is varied from 0.333 to 1.333. Likewise, the total average Nusselt number in the cavity increased by 188% for  $Ra = 10^4$  and 179.8% for  $Ra = 10^6$ , as  $\varphi$  was varied from 0.333 to 1.333. Moreover the average Nusselt numbers results indicate that for temperature differences above 0.333, the contribution of the radiative heat transfer is most important that the convective heat transfer.

The average convective, radiative and total heat fluxes on the heated wall of the open cavity are shown in Table 5. For a fixed nondimensional temperature difference, the heat fluxes exhibit little changes with the Rayleigh number, however for a fixed Rayleigh number the heat fluxes increase with the nondimensional temperature difference. For instance for  $Ra = 10^4$ , if the nondimensional temperature difference is varied from 0.333 to 1.333, the average convective heat flux increases by 602.6% whereas the average radiative heat flux increases by 1583.9%, namely the thermal radiation grows three times the natural convection. On the other hand when  $\varphi = 0.333$  the radiative heat flux represents 47% of the total heat flux for  $Ra = 10^4$  and 50.8% of the total heat flux for  $Ra = 10^6$ , however for  $\varphi = 1.333$  the radiative heat flux becomes 70% of the total heat flux for  $Ra = 10^4$  and 73.8% of the total heat flux for  $Ra = 10^6$ .

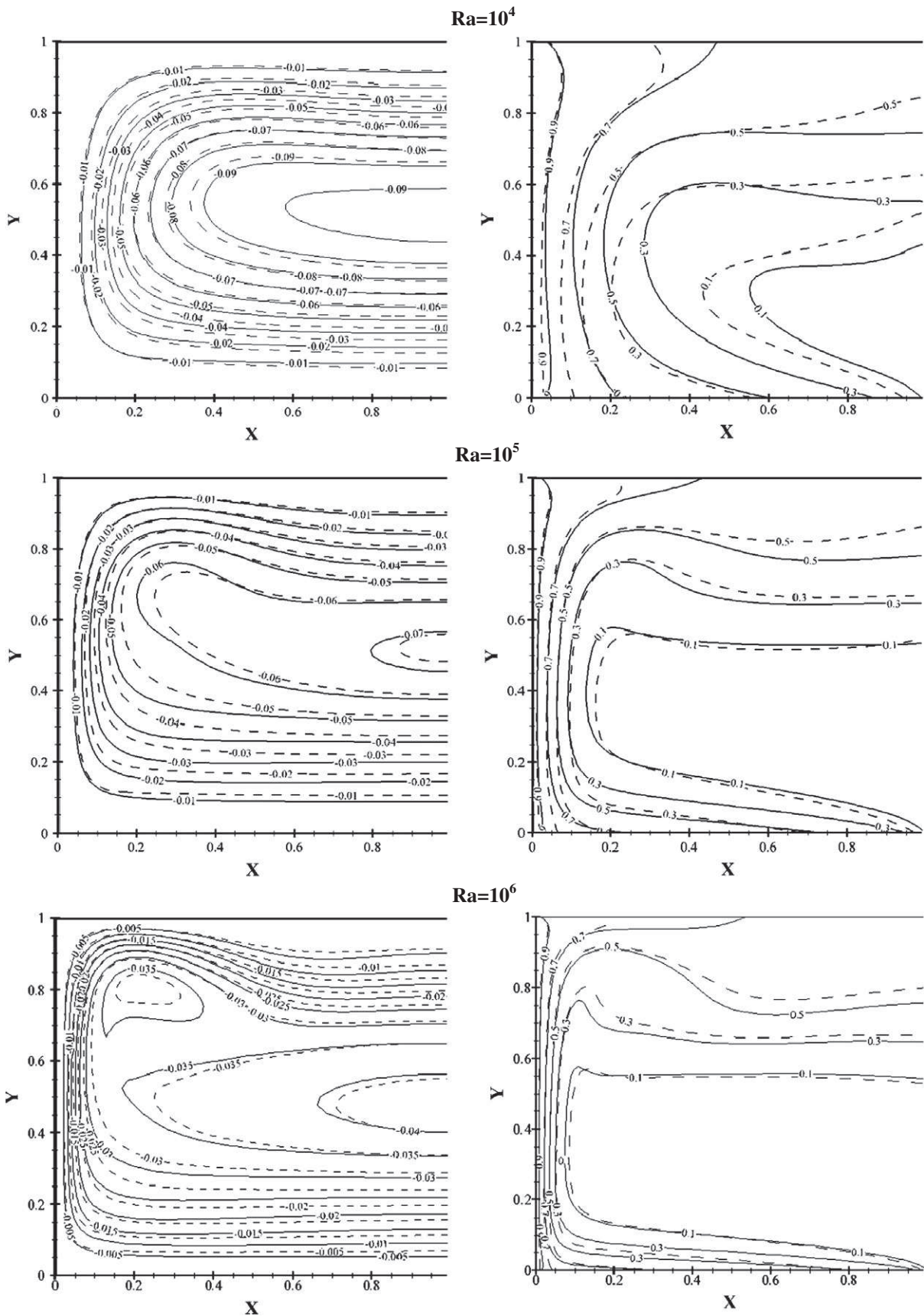


Fig. 3. Streamlines contours (left) and isotherms (right). The continuous line correspond to  $\varphi = 1.333$  and the dotted line to  $\varphi = 0.333$ .

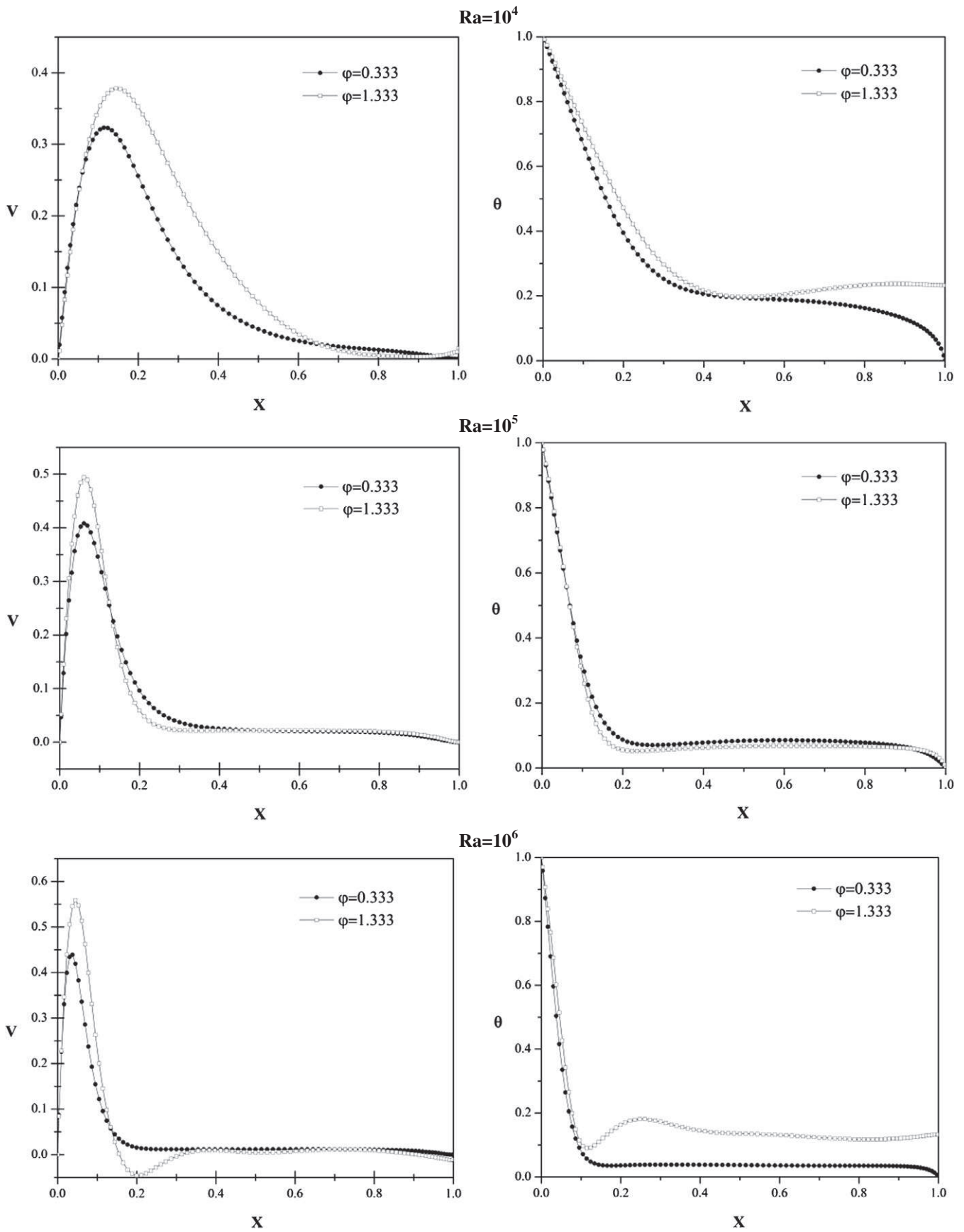


Fig. 4. Profiles of the dimensionless vertical component of velocity (left) and dimensionless temperature (right) at  $Y = 0.5$ .



Table 4  
Average Nusselt numbers on the hot wall of the open cavity.

$\phi$	Variable properties								
	$Ra = 10^4$			$Ra = 10^5$			$Ra = 10^6$		
	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$	$\overline{Nu}_c$	$\overline{Nu}_r$	$\overline{Nu}_t$
0.333	3.19	2.82	6.01	6.81	6.20	13.01	12.66	13.07	25.73
0.667	3.32	3.94	7.26	7.16	8.62	15.78	12.58	17.85	30.43
1.0	3.38	5.65	9.03	6.87	12.13	19.00	12.37	24.90	37.27
1.333	3.40	7.90	11.30	6.84	16.80	23.64	12.09	34.18	46.27

Table 5  
Average heat fluxes (W/m<sup>2</sup>) on the hot wall of the open cavity.

$\phi$	$Ra = 10^4$			$Ra = 10^5$			$Ra = 10^6$		
	$\overline{q}_{conv}$	$\overline{q}_{rad}$	$\overline{q}_{total}$	$\overline{q}_{conv}$	$\overline{q}_{rad}$	$\overline{q}_{total}$	$\overline{q}_{conv}$	$\overline{q}_{rad}$	$\overline{q}_{total}$
0.333	777.0	686.9	1463.9	769.9	700.9	1470.8	664.3	685.9	1350.2
0.667	1952.0	2316.5	4268.5	1953.9	2352.4	4306.3	1593.5	2261.0	3854.5
1.0	3283.8	5489.2	8773.1	3098.0	5470.0	8568.0	2589.2	5211.9	7801.1
1.333	4682.4	10879.7	15562.1	4372.3	10739.0	15111.3	3587.1	10141.3	13728.4

Table 6  
Average convective heat transfer coefficients (W/m<sup>2</sup> K) on the hot wall of the open cavity.

$\phi$	$Ra = 10^4$	$Ra = 10^5$	$Ra = 10^6$
0.333	7.77	7.70	6.64
0.667	9.76	9.77	7.97
1.0	10.95	10.33	8.63
1.333	11.71	10.93	8.97

Table 6 presents the average convective heat transfer coefficients ( $h$ ) for the open cavity. It can be observed that the average convective heat transfer coefficients decreases with the Rayleigh number and increases with the nondimensional temperature difference. The percentage differences when the nondimensional temperature difference is varied from 0.333 to 1.333 are 50.7% for  $Ra = 10^4$ , 42% for  $Ra = 10^5$  and 35% for  $Ra = 10^6$ . On the other hand the change of the Rayleigh number from  $10^4$  to  $10^6$ , causes that the average convective heat transfer coefficients reduces 16.9% for  $\phi = 0.333$  and 30.5% for  $\phi = 1.333$ .

As a summary of the present calculations, the following correlation for the average total Nusselt number was obtained using a least-square regression technique ( $r^2 = 0.997$ ) for  $10^4 \leq Ra \leq 10^6$  and  $0.333 \leq \phi \leq 1.333$ :

$$\ln \overline{Nu}_t = a + b \ln Ra + c\phi^2 \tag{42}$$

where

$$a = -1.26771 \quad b = 0.331391 \quad c = 0.33537.$$

#### 4. Conclusions

In this paper numerical calculations for the heat transfer by natural convection and surface thermal radiation in a square open cavity receiver with large temperature differences and variable properties were presented. From the results we can conclude the following:

1. The quantitative effect of the dimensionless temperature difference over the  $Y$ -velocity and temperature profiles, indicates absolute average differences among 18.37% ( $Ra = 10^4$ ) and 90.57% ( $Ra = 10^6$ ) for  $Y$ -velocity, and differences between 15.88% ( $Ra = 10^5$ ) and 229.7% ( $Ra = 10^6$ ) for the dimensionless temperature.
2. When the Rayleigh number is varied from  $10^4$  to  $10^6$ , the average convective Nusselt number increases by 396.9% for  $\phi = 0.333$  and by 355.6% for  $\phi = 1.333$ ; while the average radiative Nusselt number increases by 463.5% for  $\phi = 0.333$  and 432.7% for  $\phi = 1.333$ . However the average radiative Nusselt number increases by 280.1% for  $Ra = 10^4$  and 261.5% for  $Ra = 10^6$ , when  $\phi$  is varied from 0.333 to 1.333.
3. For a fixed nondimensional temperature difference, the heat fluxes exhibit little changes with the Rayleigh number, however for a fixed Rayleigh number the heat fluxes increases with the nondimensional temperature difference.
4. For large temperature differences ( $0.667 \leq \phi \leq 1.333$ ) the radiative heat transfer is more important than convective heat transfer.

#### References

Cengel, Y., 2002. Heat Transfer: A Practical Approach, second ed. McGraw-Hill.

Chakroun, W., Elsayed, M.M., Al-Fahed, S.F., 1997. Experimental measurements of heat transfer coefficient in a partially/fully opened tilted cavity. Journal of Solar Energy Engineering 119, 298–302.

Clausing, A.M., 1981. An analysis of convective losses from cavity solar central receiver. Solar Energy 27, 295–300.

Fang, J., Wei, J., Dong, X., Wang, Y., 2011. Thermal performance simulation of a solar cavity receiver under windy conditions. Solar Energy 85, 126–138.

Harris, J.A., Lenz, T.G., 1985. Thermal performance of concentrator/cavity receiver systems. Solar Energy 34, 135–142.

- Hinojosa, J.F., Cabanillas, R.E., Alvarez, G., Estrada, C.A., 2005a. Nusselt number for natural convection and surface thermal radiation in a square tilted open cavity. *International Communications for Heat and Mass Transfer* 32, 1184–1192.
- Hinojosa, J.F., Cabanillas, R.E., Alvarez, G., Estrada, C.A., 2005b. Numerical study of transient and steady-state natural convection and surface thermal radiation in a horizontal square open cavity. *Numerical Heat Transfer Part A* 48, 179–196.
- Kribus, A., Doron, P., Rubin, R., Karni, J., Reuven, R., Duchan, S., Taragan, E., 1999. A multistage solar receiver: the route to high temperature. *Solar Energy* 67, 3–11.
- Leibfried, U., Ortjohann, J., 1995. Convective heat loss from upward and downward-facing cavity solar receivers: measurements and calculations. *Journal of Solar Engineering* 117, 75–84.
- Modest, M., 1993. *Radiative Heat Transfer*. McGraw-Hill, New York, USA.
- Mohamad, A.A., 1995. Natural convection in open cavities and slots. *Numerical Heat Transfer Part A* 27, 705–716.
- Nouanegue, H., Muftuoglu, A., Bilgen, E., 2008. Conjugate heat transfer by natural convection, conduction and radiation in open cavities. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 51, 6054–6062.
- Patankar, S.V., 1980. *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere Publishing Corporation.
- Reddy, K., Sendhil, K., 2009. An improved model for natural convection heat loss from modified cavity receiver of solar dish concentrator. *Solar Energy* 83, 1884–1892.
- Sendhil, K., Reddy, K., 2007. Numerical investigations of natural convection heat loss in modified cavity receiver for fuzzy focal solar dish concentrator system. *Solar Energy* 81, 846–855.
- Singh, S.N., Venkateshan, S.P., 2004. Numerical study of natural convection with surface radiation in side-vented open cavities. *International Journal of Thermal Sciences* 43, 865–876.
- Taumoefolau, T., Paitoonsurikarn, S., Hughes, G., Lovegrove, K., 2004. Experimental investigation of natural convection heat loss from a model solar concentrator cavity receiver. *Journal of Solar Energy Engineering* 126, 801–807.
- Versteeg, H.K., Malalasekera, W., 1996. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. In: *The Finite Volume Method*. Prentice-Hall.
- Wu, S., Xiao, L., Cao, Y., Li, Y., 2010. Convection heat loss from cavity receiver in parabolic dish solar thermal power system: a review. *Solar Energy* 84, 1342–1355.
- Zedan, M., Schneider, G., 1983. A three-dimensional modified strongly implicit procedure for heat conduction. *AIAA Journal* 21, 295–303.
- Zhong, Z.Y., Yang, K.T., Lloyd, J.R., 1985. Variable property effects in laminar natural convection in a square enclosure. *Journal of Heat Transfer* 107, 133–140.