



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
PROGRAMA DE MAESTRÍA Y DOCTORADO EN INGENIERÍA  
ING.CIVIL – ANÁLISIS Y DISEÑO DE CIMENTACIONES

INTERACCIÓN SUELO – ESTRUCTURA EN ARCILLAS EXPANSIVAS

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN INGENIERÍA

PRESENTA:  
CARLOS GUERRERO GARCÍA

TUTOR PRINCIPAL:  
AGUSTIN DEMÉNEGHI COLINA, FACULTAD DE INGENIERÍA

MÉXICO, D. F. JUNIO 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

**JURADO ASIGNADO:**

Presidente: M.I. JORGE EFRAÍN CASTILLA CAMACHO.

Secretario: DR. SALVADOR MARÍN CÓRDOVA.

Vocal: M.I. AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA.

1<sup>er.</sup> Suplente: M.I. ROBERTO MAGAÑA DEL TORO.

2<sup>d o.</sup> Suplente: M.I. CARMELINO ZEA CONSTANTINO.

Lugar donde se realizó la tesis: DISTRITO FEDERAL, MÉXICO.

**TUTOR DE TESIS:**

AGUSTÍN DEMÉNEGHI COLINA



-----  
**FIRMA**

*A mis padres:*

*Alma Rosa García Martínez y*

*Carlos Guerrero Cabrera*

## **AGRADECIMIENTOS:**

A todas aquellas personas que colaboraron en mi formación personal.

Agradezco a todos los profesores que me aportaron sus conocimientos y consejos y de manera muy especial a los sinodales por sus aportes y enseñanzas Oscar Vega, Roberto Magaña, José Luis Trigos, Efraín Castilla, y por supuesto a mi director de tesis Agustín Deméneghi.

Asimismo a todos aquellos que me brindaron su amistad así como con quienes aún cuento, con cariño a: Yamileth Cuenca, Hibrain Martínez, Arturo Cruz, Ariadna López, Chris Villanueva, Ranulfo Miguel y Luceny Miguel.

De manera muy especial a quienes dedico este trabajo de investigación con toda mi gratitud, amor y cariño: a mi madre Alma Rosa García Martínez y a mi padre Carlos Guerrero Cabrera por ser el soporte emocional y económico y ser los forjadores de mi formación profesional, a mi abuela Carmen Martínez por su amor y cuidados, a mi abuela Concepción Cabrera por sus consejos y enseñanzas, a mis hermanas Jacqueline y Charin Olga por su cariño, a mis abuelos Emilio Guerrero (q.e.p.d) y Gelacio García (q.e.p.d) por ser parte de mi inspiración, a Miguel Díaz por sus consejos y comprensión.

A todos ellos muchas gracias.

## ÍNDICE.

	Pág.
<b>Introducción</b>	<b>1</b>
<b>I. Características de las arcillas expansivas</b>	
I.1 Naturaleza de los suelos expansivos	3
I.2 Origen de los suelos expansivos	3
I.3 Zonas en que se presentan suelos expansivos	6
I.4 Factores que influyen en la expansión y contracción de suelos	9
I.5 La zona no saturada	11
I.6 Succión y estado del agua en el suelo	17
I.6.1 Succión o energía potencial del suelo	18
I.6.2 Estado del agua en el suelo	19
I.6.2.1 Potencial gravitacional	19
I.6.2.2 Potencial depresión (succión mátrica)	20
I.6.2.3 Presión capilar en el suelo	21
I.6.2.4 Tensión superficial	21
I.6.2.5 Ascensión capilar	23
I.6.2.6 Potencial osmótico (succión osmótica)	25
I.6.2.7 La humedad en el suelo	25
I.6.3 Dispositivo experimental para medir la succión en laboratorio. Odómetro de succión controlada para efectuar ensayos sobre suelos no saturados	25
I.7 Identificación de suelos expansivos	28
I.7.1 Pruebas de identificación	28
I.7.1.1 Pruebas ingenieriles para clasificación	28
I.7.1.2 Identificación mineralógica	30
I.7.1.3 Cambio Potencial de Volumen	30
I.7.2 Esquemas de clasificación	31
I.7.2.1 Clasificación usando propiedades índice.	32
I.7.2.2 Comparación de los esquemas de clasificación	35
I.8 Propiedades físicas de los suelos expansivos	36
I.8.1 Contenido de agua	36
I.8.2 Peso específico seco	36
I.8.3 Propiedades índice.	30
I.9 Daños causados por los suelos expansivos	37
I.10 Expansión y compresibilidad de arcillas parcialmente saturadas	40
I.10.1 Conceptos de cambio de volumen y deformación	43
I.10.1.1 Requisitos de continuidad	44
I.10.1.2 Cambio de volumen total	45
I.10.1.3 Cambios de volumen en el agua y en el aire del suelo	47
I.10.2 Relaciones constitutivas	47
I.10.2.1 Forma elástica	47
I.10.2.2 Forma de compresibilidad	52

I.10.2.3 Forma volumen – masa (Terminología de Mecánica de suelos)	52
I.10.2.4 Uso de $(\sigma - u_w)$ y $(u_a - u_w)$ para formular relaciones constitutivas	54
I.10.3 Verificación experimental de unicidad de las superficies constitutivas.	54
I.10.4 Estimación de los movimientos de una arcilla.	57
I.10.5 Pruebas de laboratorio	64
I.11 Cimentaciones sobre suelos expansivos	66
I.11.1 Zapatas aisladas.	66
I.11.2 Zapatas corridas.	66
I.11.3 Losas de cimentación.	66
I.11.4 Pilotes.	67
<b>II. Interacción suelo – estructura</b>	
II.1 Descripción de análisis de interacción suelo – estructura.	68
II.1.1 Análisis estructural.	72
II.1.2 Cálculo de deformaciones del suelo.	75
II.1.3 Compatibilidad de deformaciones.	78
II.2 Consideraciones del análisis de interacción suelo – estructura en arcillas expansivas.	79
II.3 Descripción del programa para el cálculo de asentamientos y reacciones en una zapata corrida, basado en el análisis de interacción suelo – estructura.	79
<b>III. Ejemplo de aplicación</b>	
III.1 Cálculo de las deformaciones y reacciones del suelo	87
III.1.1 Expansión de la arcilla mayor al centro de la losa	87
III.1.2 Expansión de la arcilla menor al centro de la losa	89
III.1.3 Suelo sin expansiones de la arcilla	91
III.2 Análisis estructural	93
III.2.1 Análisis estructural, expansión de la arcilla mayor al centro de la losa	94
III.2.2 Análisis estructural, expansión de la arcilla menor al centro de la losa	96
III.2.3 Análisis estructural, sin expansiones de la arcilla	98
<b>IV. Conclusiones</b>	101
<b>Bibliografía y referencias.</b>	103
<b>Anexo</b>	

## RESUMEN.

Los ingenieros civiles, al construir en la superficie, se ven obligados involucra en su mayoría a tratar con geomateriales problemáticos como son los suelos no saturados. Estos suelos representan un problema para las estructuras, debido a que, a causa del humedecimiento, por lluvia u otros medios, pueden expandirse o colapsar ocasionando daños severos que se reflejan en costo y seguridad

La consideración de la existencia de las tres fases en los suelos no saturados, la discontinuidad que se genera por el agrietamiento debido al secado de los suelos arcillosos que contienen montmorilonita, los cambios estacionales y los cambios de humedad asociados, la modificación que en el suelo provoca una obra de construcción, las relaciones esfuerzo-deformación-tiempo, el flujo de agua como vapor o como fase líquida, la relación entre todos estos factores y la interacción suelo-estructura, constituyen motivos de gran complejidad al tratar con arcillas expansivas.

En los suelos no saturados, como son las arcillas expansivas, se tiene la característica de tener presión de poro negativa, lo cual influye directamente en su comportamiento mecánico, además de la complejidad inherente tanto al trabajo de laboratorio como in situ, no debiendo ignorarse la dificultad teórica al considerar las tres fases del suelo (sólida, líquida y gaseosa) además de la interfaz líquido-gas. Los cambios volumétricos más significativos en estos suelos, suelen ser causados por el cambio en el contenido de agua.

La montmorilonita es un mineral con gran capacidad para absorber agua a causa de su intensa actividad superficial, siendo éste un mineral típico en las arcillas expansivas.

Por otro lado, suponer que los apoyos en una estructura hiperestática tienen la facilidad de adaptarse fácilmente a las deformaciones del suelo conduce a conclusiones que difieren de la realidad, principalmente en construcciones de gran altura.

La continuidad entre los elementos estructurales implica una estructura considerablemente rígida, por lo que los asentamientos diferenciales se vuelven mucho menores comparados con los que se obtienen con la suposición previamente mencionada.

Los intentos por considerar la rigidez de la estructura en el cálculo de asentamientos, haciendo uso de procedimientos que difieren del comportamiento elástico real de la estructura, omitiendo las constantes reológicas del suelo llevan a resultados tan inciertos como aquellos que se derivan de la aplicación de coeficientes empíricos de corrección.

Las relaciones establecidas por medio de coeficientes de transferencia de carga o valores de influencia hacen posible considerar la rigidez, en el cálculo de asentamientos, lo cual permite que el suelo y la estructura se desempeñen como un sistema.

## ABSTRACT.

Civil engineers build on or in the surface and most of the surfaces comprise notoriously hazardous geomaterials called unsaturated soils. These soils are a hazard to structures because of wetting, by rain or other means, they can expand or collapse with serious consequences for cost and safety.

Being aware of the existence of three phases in unsaturated soils, discontinuity by cracking when drying clay soils with montmorillonite, seasonal changes that lead to changes in moisture, modifications to the stress state due to the overloads, stress-strain-time relationships, water flow as steam or liquid, all of the above and the soil-structure interaction, are the sources of issues dealing with expansive soils.

Unsaturated soils, as expansive clays, have negative pore pressures which acts directly on its mechanical behavior and contribute to complex tests in the laboratory and in situ, adding the issues considering three phases in the soil. Regarding most important volume changes in these soils are due to changes in the water content.

Montmorillonite is a mineral with great capacity to absorb water because of its superficial activity and it is the most common mineral in expansive clays.

The assumption used in the calculation of the settlements, that the supports of statically indeterminate structures possess infinite facility to adapt themselves to the deformations of the foundation soils, leads to conclusions diverting from reality, especially in the case of high building structures.

The continuity among its various members gives an actual structure considerable rigidity, with the result that the differential settlements become much lower than when calculated under the assumption above.

The attempts to consider the rigidity of the structure un calculation of its foundations settlements, using processes based on assumptions differing from the real elastic behavior of the structure and neglecting the real rheological constants of the soil, yields to results as uncertain as those derived from the simple application of empirical correction coefficients.

The structural engineer develops a column load chart with indication of coefficients of load transference, which are elastic constants of the entire structure, the soils engineer, in possession of this data, compute the foundation settlements, without the use of any notion strange to this specialized field.

The relations established by means of the coefficients of load transference, make possible an exact consideration of the rigidity in calculating foundation settlements, without risk of being

affected by modifications which are likely to occur in consequence of progress in Soil Mechanics.

## INTRODUCCIÓN.

El objetivo de este trabajo de tesis es la aplicación del método de interacción suelo - estructura en suelos arcillosos que exhiben un comportamiento expansivo, con la finalidad de diseñar una cimentación cuyo comportamiento sea satisfactorio ante el constante cambio de volumen de los estratos de arcilla.

En el capítulo I se realizó una investigación detallada acerca de las características más importantes de los suelos expansivos, tales como sus propiedades, su comportamiento y los daños que ocasionan a las obras que se apoyan sobre éstos.

Los suelos expansivos son un caso muy particular en la mecánica de suelos, ya que exhiben un constante cambio de volumen ante la variación de humedad en el terreno. Por lo que las ecuaciones de esfuerzo efectivo establecidas por Terzaghi, no son del todo válidas si se aplican a un suelo expansivo, ya que por lo general, el suelo expansivo se presenta en su naturaleza como un suelo no saturado.

El cambio en la humedad del suelo es el origen de los cambios volumétricos de éste. En presencia de agua, el suelo tiende a expandirse; mientras que cuando el agua que ocupa los poros del suelo comienza a evaporarse, debido a los cambios climáticos, el suelo se contrae.

El capítulo II describe el análisis de interacción suelo estructura, el cual consiste en establecer una compatibilidad de deformaciones entre estructura y terreno. Al aplicarlo a un suelo expansivo solo se ve modificado con la adición de las expansiones en campo libre, las cuales son conocidas al hacer uso de resultados de pruebas de laboratorio.

Las reacciones del suelo, los giros y desplazamientos de la estructura, así como los elementos mecánicos actuantes a lo largo de ésta, que proporciona el análisis de interacción suelo – estructura, serán obtenidos con ayuda un programa de cómputo.

En el capítulo III se desarrolla un ejemplo de aplicación, tratando de simular el comportamiento de la cimentación de un edificio, ante la expansión o contracción del suelo, con la finalidad de estimar el comportamiento del suelo y obtener los elementos mecánicos con los cuales debe diseñarse estructuralmente la cimentación

El diseño estructural de la cimentación debe comportarse adecuadamente ante los movimientos que se presenten en el terreno.

Por último el capítulo IV muestra las conclusiones del tema desarrollado, haciendo hincapié en algunas recomendaciones que son indispensables para el buen comportamiento de la cimentación a lo largo de su vida útil.

# **CAPÍTULO I.**

## **CARACTERÍSTICAS DE LAS ARCILLAS EXPANSIVAS.**

### **I.1 Naturaleza de los suelos expansivos.**

Se entiende por suelo expansivo aquel que es susceptible de sufrir cambios volumétricos por cambios de humedad. Puede decirse que los suelos expansivos son un fenómeno que se origina por la presencia de un suelo arcilloso con mineral montmorilonita y un clima semiárido, donde la evapotranspiración media anual es mayor que la precipitación media anual.

En cuanto a su estructura reticular, los minerales de las arcillas se clasifican en caolinitas, montmorilonitas e ilitas. Las montmorilonitas predominan en el problema de suelos expansivos.

Las montmorilonitas están formadas por una lámina alumínica entre dos sílicas cuyos enlaces son débiles; esto facilita la penetración de las moléculas del agua en su estructura reticular, debida sobre todo a su naturaleza bipolar.

Los suelos arcillosos que contienen montmorilonita y experimentan cambios de humedad, presentan expansiones y contracciones, según se trate del aumento o disminución en la humedad. Por lo tanto, los cambios de volumen en el suelo no dependen únicamente de cambios en los esfuerzos externamente aplicados.

### **I.2 Origen de los suelos expansivos.**

En 1969, Donalson clasificó en dos grupos los materiales que pueden dar origen a los suelos expansivos. El primer grupo comprende las rocas ígneas básicas, como los basaltos y los gabros. En los suelos expansivos, los minerales como el feldespato y el piroxeno de las rocas madre, se descomponen para formar la montmorilonita y otros minerales secundarios.

El segundo grupo comprende las rocas sedimentarias que contienen montmorilonita como constituyente, el cual se desintegra mecánicamente para formar suelos expansivos.

Según la clasificación del sistema FAO – UNESCO, 1970, modificada por la Dirección General de Geografía del Territorio Nacional (Secretaría de Programación y Presupuesto, 1981) se utilizan las características morfológicas, físicas y químicas para separar los suelos en unidades que proporcionen información referente a su aplicación práctica con fines diversos, entre los que se encuentran los de la ingeniería civil. De acuerdo con la Edafología, los vertisoles son el principal tipo de suelo expansivo.

Por lo general, en los vertisoles el contenido de arcilla es uniforme y mayor del 35% y en muchos casos supera el 80%. En estos suelos se desarrollan grietas, lados lisos intersectantes o agregados estructurales en forma de cuñas o paralelepípedos. Cerca de la superficie la estructura es de cuñas pequeñas, pero con la profundidad las cuñas se vuelven progresivamente de mayor tamaño, con superficies marcadas con lados lisos. Se entiende por lado liso como la superficie pulida que se forma cuando dos prismas (terrones o fragmentos) arcillosos se frotan entre sí por la expansión generada al hidratarse el suelo.

Los vertisoles son suelos de color oscuro que tienen una textura uniforme, fina a muy fina y un contenido bajo de materia orgánica su propiedad más importante desde el punto de vista de mecánica de suelos es su característica expansiva a causa de la presencia dominante de montmorilonita, que ocasiona tanto expansiones como contracciones, según se hidrate o se seque, respectivamente. Esto ocurre en forma típica en zonas áridas y semiáridas. Los cambios de volumen pueden ser del 35 al 50%.

Estos suelos tienen un peso específico de  $173.29 \text{ kN/m}^3$  a  $203.87 \text{ kN/m}^3$  ( $1.7$  a  $2 \text{ t/m}^3$ ) y, por tanto, son más densos que la mayoría de los suelos, tal vez como resultado de las repetidas expansiones y contracciones que comprimen más y más el terreno.

El contenido de materia orgánica puede ser de hasta un 5% en la superficie, pero por lo general no es mayor del 2%. La capacidad de intercambio catiónico es elevada. La mayoría de los vertisoles contienen carbonato de calcio libre en forma de depósitos pulvulentos o como concreciones, pero muchos de ellos no tienen esa propiedad.

Los dos requerimientos importantes para la formación de estos suelos son: un periodo de saturación completa y una estación seca bien definida. El periodo de saturación completa produce anaerobismo y condiciones reductoras.

Por otra parte, la estación seca bien definida ocasiona que muchos de los cationes básicos permanezcan en el sistema produciendo con ello condiciones favorables a la formación de montmorilonita. En vista de la escasa cantidad de materia orgánica, es difícil determinar el origen del color oscuro de estos suelos.

Gran parte de los vertisoles se han desarrollado en depósitos superficiales de textura fina o muy fina, los cuales generalmente son depósitos aluviales o lacustres, sin embargo, en algunos casos no se puede tener seguridad respecto a su origen. Algunos depósitos aparecen como formados por erosión de los suelos, acumulando el material en una depresión de un sitio plano. Otros vertisoles se han desarrollado por meteorización progresiva de la roca subyacente, que puede ser roca extrusiva como el basalto, o sedimentaria como la caliza, o ceniza volcánica.

Su desarrollo es estimulado por un contenido elevado de feldespatos plagioclásicos, minerales ferromagnesianos y carbonatos. En ocasiones la carencia de ciertos minerales en el material madre puede ser compensada por infiltraciones.

La mayoría de los vertisoles se encuentran en zonas de desiertos tropicales y de latitudes medias y en estepas, en donde la lixiviación es mínima, acumulándose en el suelo

cationes básicos que facilitan la formación de montmorilonita. En esas condiciones la precipitación se encuentra entre 250 a 750mm y hay una estación seca bien definida de 4 a 8 meses de duración. Así, los vertisoles se distribuyen principalmente en zonas áridas, semiáridas y tropicales húmedo – secas, pero también se presentan en otras partes, alcanzando una superficie total de unos 2.6 millones km<sup>2</sup>, que equivalen a la extensión de Europa Occidental.

En la República Mexicana se ha encontrado que cerca del 25% del territorio presenta en su superficie vertisoles como suelo principal o como suelo asociado, en un segundo o tercer lugar sub embargo, se considera que solo la mitad de este porcentaje corresponde a condiciones ambientales que favorecen el comportamiento expansivo (Zepeda y Castañeda, 1987).

Los vertisoles se desarrollan principalmente en sitios planos o de pendientes suaves, por lo general en planicies y fondo de los valles. Además, provienen desde el Holoceno al Pleistoceno y se han formado en material transportado de duelo viejo o de otros sedimentos, es posible que su edad sea del Pleistoceno medio o superior.

El mecanismo de expansión es complejo y se ve afectado por varios factores. La expansión resulta por los cambios en el agua del suelo, ya que alteran el equilibrio de los esfuerzos internos. En general, las partículas de arcilla son plaquetas con cargas eléctricas negativas en sus superficies y cargas positivas en sus bordes. Los cationes del agua presente en el suelo se adhieren a las superficies de las plaquetas mediante fuerzas eléctricas y, neutralizan las cargas negativas. De esta manera, el campo eléctrico generado se debe a las cargas negativas en la superficie de las plaquetas y a la electroquímica del agua del suelo. El sistema de fuerzas electroquímicas debe estar en equilibrio con los esfuerzos externamente aplicados y la tensión capilar en el agua del suelo.

Si la química del agua cambia, en cantidad de agua o composición química, el campo de fuerzas cambiará. Si este cambio no se equilibra con un correspondiente cambio en el estado de esfuerzos externos, el espaciamiento entre partículas se modificará hasta que las fuerzas entre partículas alcancen el equilibrio. La modificación de los espacios entre partículas se manifiesta mediante una expansión o una contracción.

### **I.3 Zonas en que se presentan los suelos expansivos.**

Muchos países padecen el problema de las arcillas expansivas: Canadá, Estados Unidos, Australia, Sudáfrica, India, España, Israel y Venezuela, entre otros. En México, varias regiones en los estados de Querétaro, Guanajuato, Michoacán, Tamaulipas, Morelos, Sonora, Baja California Norte, Veracruz, Chiapas y Campeche presentan formaciones de este tipo de suelo.

La Figura I.3.1 indica que los suelos expansivos están confinados potencialmente a las regiones semiáridas de las zonas de clima tropical y templado. Los suelos expansivos se presentan en abundancia donde la evapotranspiración excede a la precipitación. De lo anterior se tiene la teoría de que en las zonas semiáridas la escasa lixiviación ha ayudado en la formación de montmorilonita (Moreno, 1976).

Potencialmente los suelos expansivos pueden obtenerse en casi cualquier lugar del mundo. En los países subdesarrollados, muchos de los problemas de suelos expansivos, no han sido reconocidos. Es de esperarse que se descubran más regiones de suelos expansivos con el aumento de construcciones cada año.

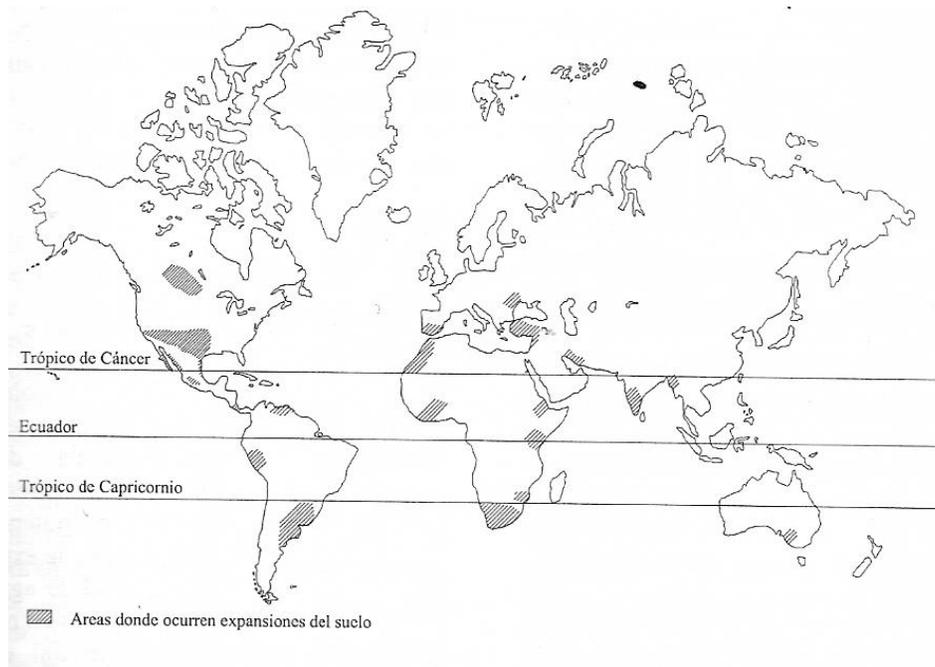


Figura I.3.1 Distribución de los suelos expansivos (Modificado de G. W. Donaldson, 1969).

Los suelos expansivos se presentan en regiones con depósitos de arcilla donde ocurren variaciones significativas de humedad: en zonas como las monzónicas, con estaciones muy diferentes, y en las zonas semidesérticas en las cuales se alternan extensas temporadas de sequía con pequeños periodos de precipitación. En especial, los suelos

expansivos se encuentran en las zonas semiáridas de las regiones con clima templado y tropical. En estos lugares la evapotranspiración anual es mayor que la precipitación anual.

Es posible que en muchos otros lugares del mundo se presenten suelos expansivos. Con el desarrollo y crecimiento de centros urbanos así como de vías de comunicación, es casi seguro que aparecerán más regiones con este tipo de suelo.

En la República Mexicana se ha encontrado que cerca del 25% del territorio presenta en su superficie vertisols como suelo principal o como suelo asociado. En segundo o tercer lugar, sin embargo, se considera que solamente la mitad de este porcentaje, corresponde a condiciones ambientales que favorecen el comportamiento expansivo que tantos perjuicios causa en la construcción.

En las siguientes ciudades de México se ha reportado la presencia de suelos expansivos: Mexicali, Tijuana, Tuxtla Gutiérrez, Ciudad Juárez, Chihuahua, Durango, Celaya, Irapuato, León, Salamanca, Chilpancingo, Tula, Morelia, Guadalajara, Cuernavaca, Querétaro, Culiacán, Los Mochis, Ciudad Obregón, Hermosillo, Navojoa, Ciudad Victoria, Matamoros, Reynosa, Nuevo Laredo y Soto La Marina.

Basándose en la zonificación de los suelos expansivos para la República Mexicana, es de esperarse que muchas otras ciudades de nuestro país y en lugares cercanos a ellas, posiblemente habrá problemas con este tipo de suelo. Entre tales ciudades se incluyen: Torreón, Colima, Oaxaca, San Juan del Río, Guamúchil, Tampico y Poza Rica.

Tomando como base la distribución del tipo de suelo conocido como vertisol, considerando que los suelos expansivos se presentan en sitios donde la evaporación excede de la precipitación, se elaboraron mapas (Figuras I.3.2 y I.3.3) que muestran las zonas potencialmente afectadas por problemas de expansión estacional de suelos.

La Carta Edafológica muestra en primera instancia unidades y subunidades de suelos en términos de tipos de suelos puros o asociados que se encuentran presentes en el terreno.

En el caso de suelos asociados pueden aparecer hasta tres de estos, siempre y cuando cualquiera de ellos ocupe un mínimo del 20% del área de la unidad representada; el orden en que se exponen no significa necesariamente algún predominio, ya que este se interpreta cualitativamente, de acuerdo con las especificaciones.

Por lo anterior, en la elaboración de los mapas se utilizaron dos tipos de unidades de suelo: uno, donde el vertisol es el suelo principal, y otro, en el que el vertisol aparece en segundo o tercer lugar.

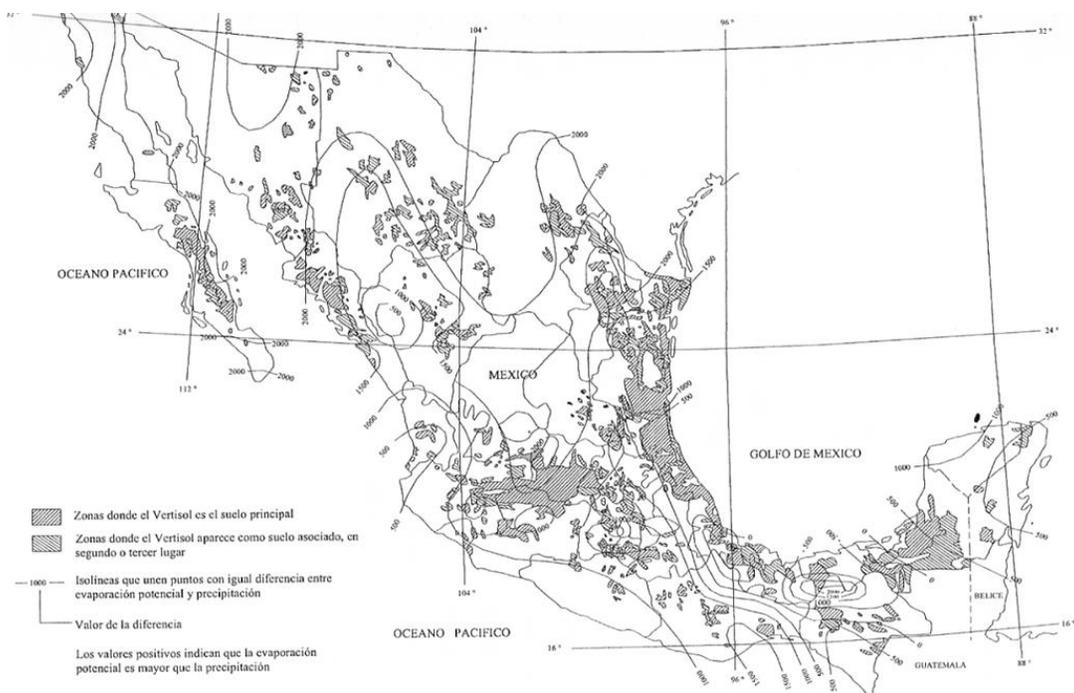


Figura I.3.2 Distribución de vertisoles en la República Mexicana. Diferencia entre evaporación potencial y evapotranspiración, periodo 1941 – 1970 (Zepeda y Castañeda, 1987).

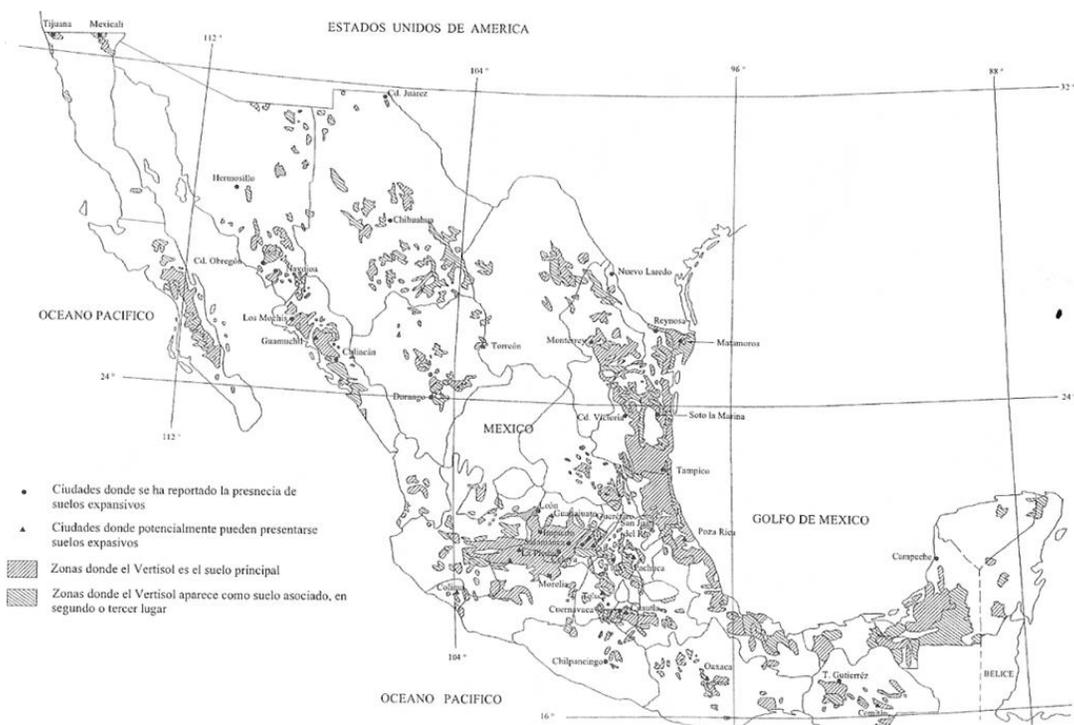


Figura I.3.3 Zonas potenciales de suelos expansivos en la República Mexicana (Zepeda y Castañeda, 1987).

#### **I.4 Factores que influyen en la expansión y contracción de suelos.**

El mecanismo de expansión es complejo y se ve afectado por varios factores. La expansión es consecuencia de los cambios en el agua del suelo, los cuales alteran el equilibrio de esfuerzos internos. En general, las partículas de arcilla son plaquetas con cargas eléctricas negativas en sus superficies y cargas positivas en sus bordes. Las cargas negativas se balancean con los cationes del agua presente en el suelo, estos se adhieren a las superficies de las plaquetas mediante fuerzas eléctricas. El campo eléctrico generado es función de las cargas negativas en la superficie y de la electroquímica del agua del suelo. El sistema de fuerzas electroquímicas debe estar en equilibrio con los esfuerzos externamente aplicados y la tensión capilar en el agua del suelo.

Si la química del agua cambia, en cantidad de agua o composición química, el campo de fuerzas cambiará. Si este cambio no se equilibra con un correspondiente cambio en el estado de esfuerzos externos, el espaciamiento entre partículas se modificará hasta que las fuerzas entre partículas alcancen el equilibrio. La modificación de los espacios entre partículas se manifiesta mediante una expansión o una contracción.

Los factores que contribuyen al potencial de contracción-expansión de un suelo se clasifican en tres grupos: las características del suelo, que influyen en la naturaleza del campo de fuerzas internas; las condiciones ambientales, que provocan los cambios que puedan ocurrir en el sistema interno de fuerzas; y el estado de esfuerzos.

Las propiedades del suelo que contribuyen a la expansión – contracción son:

- **Minerales de la arcilla.** Aquellos que típicamente causan los cambios de volumen en el suelo son las montmorilonitas, las vermiculitas y algunas capas de minerales mixtos. Las caolinitas y las ilitas frecuentemente ocasionan expansiones, pero pueden causar cambios de volumen cuando las partículas son extremadamente finas.
- **Succión.** La succión es una variable de esfuerzo efectivo independiente, se representa mediante la presión de poro negativa en suelos no saturados. Esta propiedad se relaciona con la saturación, la gravedad, el tamaño y forma de los poros, la tensión superficial, y las características químicas y eléctricas de las partículas y del agua del suelo.
- **Plasticidad.** En general, los suelos que exhiben un comportamiento plástico en amplios intervalos de contenido de agua y que tienen límites líquidos altos, poseen un enorme potencial de expansión-contracción. La plasticidad es un indicador de potencial de expansión.
- **Estructura del suelo y arreglo geométrico.** Las arcillas floculadas tienden a ser más expansivas que las arcillas dispersas. Las partículas cementadas reducen la expansión. La estructura y el arreglo geométrico se modifican con la compactación a mayor contenido de agua o remoldeo.

- Peso específico seco. Un valor alto en el peso específico seco usualmente indica que las partículas del suelo se encuentran muy juntas, por tanto, las fuerzas de repulsión entre partículas se incrementan y existe un mayor potencial de expansión.

Las condiciones ambientales que influyen en la expansión – contracción son:

- Condición inicial de humedad. La afinidad por el agua de un suelo expansivo seco será mayor que la del mismo suelo con alto contenido de agua, es decir, la succión será mayor cuando el suelo se encuentre inicialmente seco. De forma opuesta, un suelo saturado perderá agua con mayor facilidad bajo ciertas condiciones de secado y se contraerá más que el mismo suelo inicialmente seco. Esto implica que la succión inicial debe considerarse en las condiciones finales de succión esperadas.
- Variaciones de humedad. Los cambios de humedad en la zona vadosa son los causantes de la expansión. Es en esta zona donde se presentan significativas variaciones de humedad por lo que se presentan cambios de volumen.
  - Clima. La cantidad y variación de la precipitación y la evapotranspiración influyen enormemente en la disponibilidad y fluctuación estacional de la humedad.
  - Agua subterránea. La fluctuación y la poca profundidad del nivel de aguas freáticas influyen en la humedad.
  - Drenaje superficial y otras obras. Ciertas obras con mal funcionamiento permiten que el suelo acceda al agua superficial y que esta llegue a profundidades mayores.
  - Vegetación. Los árboles y arbustos disminuyen la humedad del suelo a través de la transpiración dando lugar a variaciones de humedad.
  - Permeabilidad. Un suelo con alta permeabilidad debida a grietas o fisuras permite que el agua ingrese rápidamente por lo que la expansión ocurre en menor tiempo.
  - Temperatura. El incremento en la temperatura provoca la propagación de la humedad bajo edificios y pavimentos.
- Estado de esfuerzos.
  - Historia de esfuerzos. Un suelo preconsolidado es más expansivo que el mismo suelo con la misma relación de vacíos pero normalmente consolidado. Las presiones o esfuerzos de expansión se incrementan con el envejecimiento en arcillas compactadas, sin embargo la expansión parece no verse afectada por el envejecimiento del suelo cuando las cargas son ligeras. Los ciclos de humedecimiento-secado reducen la expansión en

muestras de laboratorio, pero después de cierto número de ciclos la expansión ya no se modifica.

- Carga. La magnitud de la sobrecarga determina el cambio de volumen que se presentará a una densidad y contenido de agua dados. Una carga externamente aplicada influye en el equilibrio de fuerzas repulsivas entre partículas y reduce la expansión.
- Estratigrafía. El espesor y la ubicación de los estratos potencialmente expansivos afectan el potencial de expansión. Un movimiento significativo puede presentarse en suelos donde las arcillas expansivas se encuentran desde la superficie hasta profundidades mayores a la zona vadosa. Un movimiento menor se espera si el suelo expansivo se encuentra limitado por un estrato no expansivo o roca.

### **I.5 La zona no saturada.**

La mecánica de suelos y la ingeniería geotécnica generalmente se enseñan suponiendo que el suelo está seco o saturado. También se argumenta que el comportamiento del suelo solamente se rige por el principio de esfuerzos efectivos de Terzaghi. De hecho, el estado seco y el estado saturado son solamente condiciones límites de un suelo.

Por simplicidad, el nivel freático es la línea de separación en la mecánica de suelos (Figura I.5.1). Bajo el nivel freático, el esfuerzo efectivo ( $\sigma - u_w$ ) gobierna el comportamiento del suelo, mientras que el suelo no saturado ubicado por encima del nivel freático obedece a dos variables independientes, el esfuerzo total ( $\sigma - u_a$ ) y la succión mátrica ( $u_a - u_w$ ) (Jennings y Burland, 1962; Fredlund y Morgenstern, 1977).

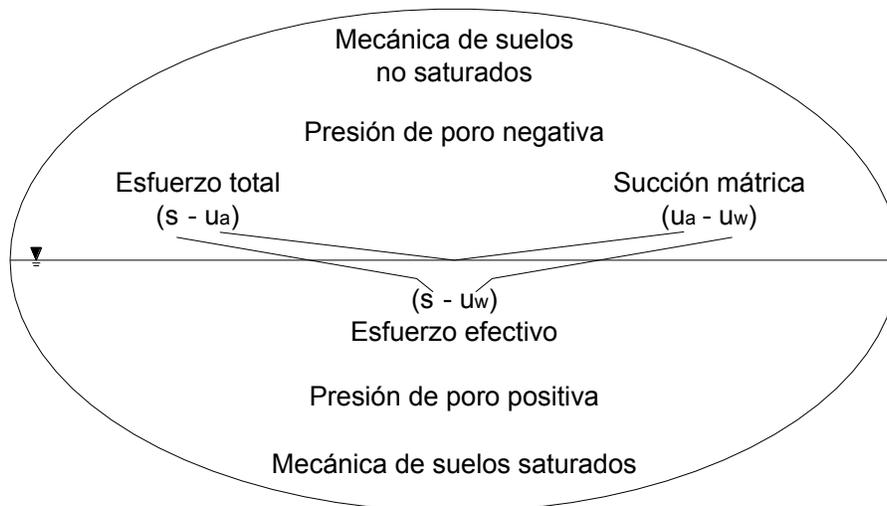


Figura I.5.1. Una visión general de la mecánica de suelos (Fredlund, 1996).

El suelo que se encuentra por arriba del nivel freático puede representarse según su grado de saturación como se muestra en la Figura I.5.2. Fredlund y Morgenstern (1977) definieron como suelo no saturado a aquel que posee cuatro componentes: sólido, agua, aire y una interfaz conocida como capa contráctil (Paddy, 1969).

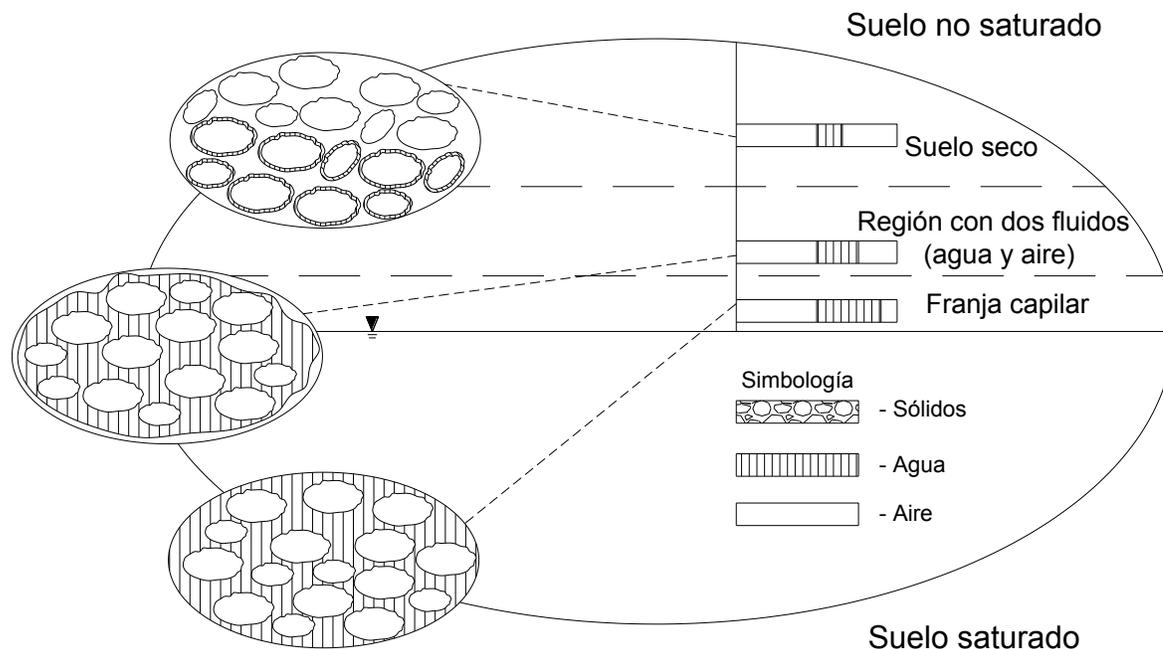


Figura I.5.2. Representación del suelo que se encuentra por arriba del nivel freático con base en el grado de saturación (Fredlund, 1996).

La interfaz aire-agua debe considerarse en ciertos mecanismos físicos. El aire se considera un medio continuo cuando el grado de saturación es menor al 90%, entonces la capa contráctil (interfaz aire-agua) interactúa con las partículas del suelo y de cierta manera influye en el comportamiento mecánico del suelo. Un elemento de suelo no saturado donde el aire es un medio continuo se muestra de forma idealizada en la Figura I.5.3

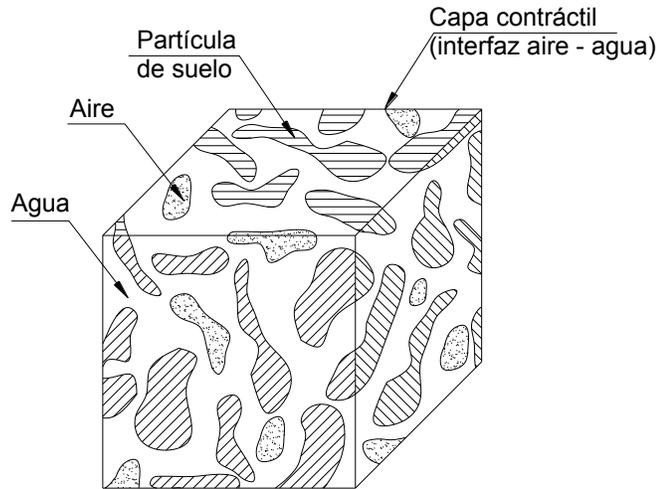


Figura I.5.3. Elemento de suelo no saturado donde el componente aire se considera un medio continuo.

La masa y el volumen de cada componente se representan esquemáticamente en las Figuras I.5.4(a) y I.5.4 (b). El espesor de la capa contráctil es del orden de unas cuantas capas de moléculas. Por lo tanto la capa contráctil se considera como parte del agua sin errores relevantes. Lo anterior permite que las sumas de masas y volúmenes de las partículas del suelo se realicen usando un diagrama simplificado con tres componentes.

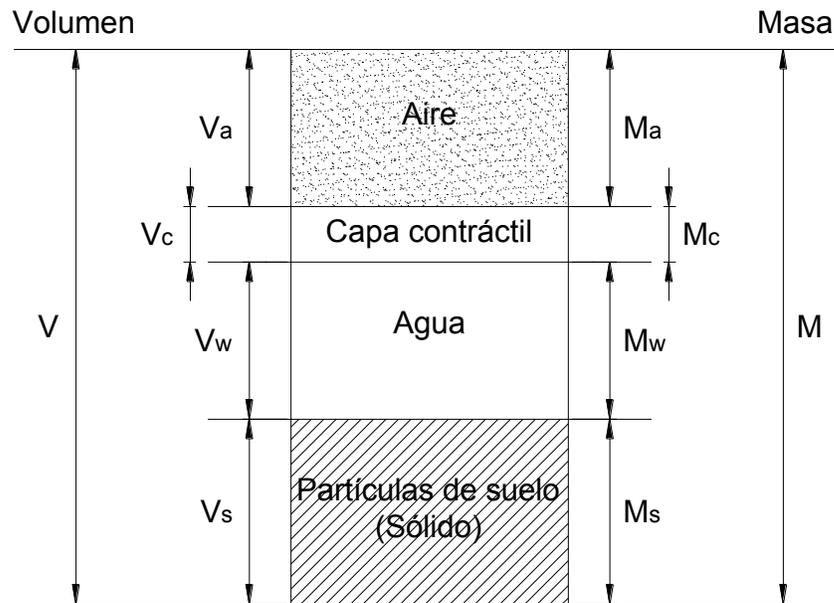


Figura I.5.4(a). Diagrama de suelo no saturados con sus cuatro componentes.

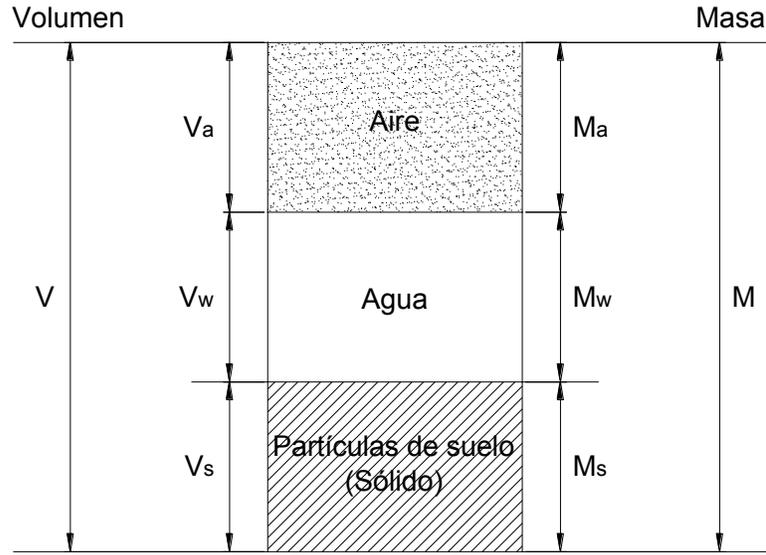


Figura I.5.4 (b). Diagrama de suelo simplificado con tres componentes.

Bajo el nivel freático, las presiones de poro serán positivas y el suelo estará saturado. Por arriba de éste, las presiones de poro serán negativas con respecto a la presión atmosférica. Los estratos ubicados por encima del nivel freático componen la zona no saturada (Figura 1.5.5).

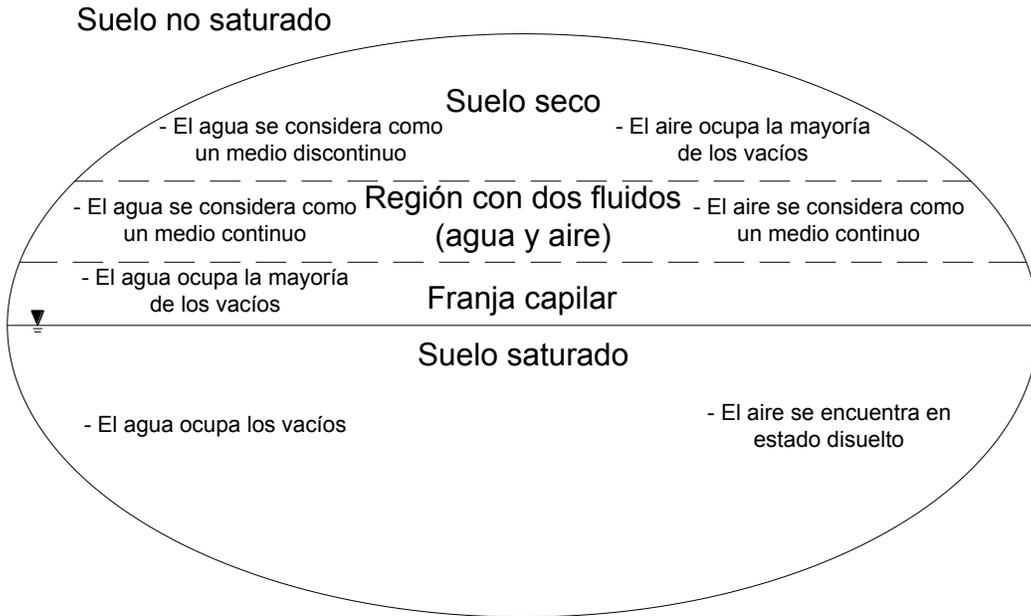


Figura I.5.5. Representación de la mecánica de suelos saturados y no saturados con base en la naturaleza de los fluidos que la componen (Fredlund, 1996).

La zona no saturada se divide en tres regiones. Inmediatamente arriba del nivel freático se encuentra una región denominada franja capilar, donde el grado de saturación se aproxima al cien por ciento ( $S_r \approx 100\%$ ). En esta franja, se asume que el componente líquido (agua) es un medio continuo, mientras que el componente gaseoso (aire) es un medio discontinuo. Por arriba de la franja capilar, los componentes agua y aire se idealizan como medios continuos. En esta zona, el grado de saturación varía del 20 al 90 por ciento ( $20 \leq S_r \leq 90$ ), dependiendo del estado y tipo de suelo. Enseguida, el suelo se encuentra más seco y el componente líquido se considera como un medio discontinuo mientras que el componente gaseoso permanece como un medio continuo.

La posición del nivel freático puede cambiar según las condiciones climáticas de la región. Si la región es árida o semiárida, el nivel freático disminuirá lentamente con el tiempo. Si el clima es templado o húmedo, el nivel freático permanecerá cercano a la superficie.

El agua del suelo se encuentra en movimiento constante, pero dependiendo de la cantidad de ella presente y del tipo de suelo hay varias clases de movimiento. En suelos no saturados, se presenta el flujo no saturado, donde el agua se mueve de poro a poro, sobre la superficie de los granos, aunque en los espacios porosos más grandes existe una cantidad considerable de aire.

El movimiento puede ser en cualquier dirección. En suelos que han sido recientemente mojados por la lluvia, el flujo es hacia abajo, en respuesta a la gravedad, posteriormente el movimiento es lateral o hacia arriba, en respuesta a un gradiente de humedad y al fracturamiento prismático que se forma debido al secamiento de la superficie o a la absorción por las raíces de las plantas (Figura I.5.6)

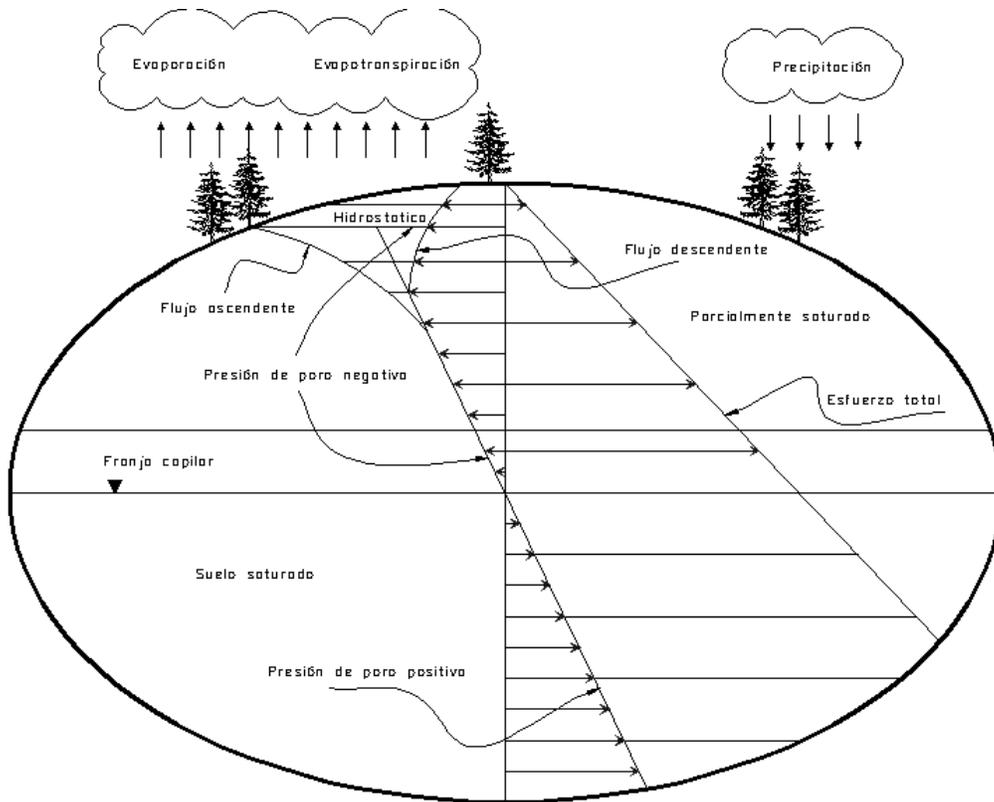


Figura I.5.6 Interpretación de la mecánica de suelos mostrando la superficie de flujo como condición de frontera (Fredlund, 1996)

Cuando un suelo se encuentra saturado y en equilibrio con agua libre a la misma elevación, a presión atmosférica, entonces la presión hidrostática y la succión son nulas.

Si la humedad se extrae desde la superficie (por ejemplo, a través de la evaporación) el diagrama de presión de poro se dibujará a la izquierda. Si la humedad ingresa a la superficie libre del agua freática (por ejemplo, mediante la filtración), el diagrama de presión de poro se dibujará a la derecha.

Los árboles, arbustos y otras plantas que crecen en la superficie secan el suelo al aplicar una tensión en el agua contenida en los poros a través de la evapotranspiración (Dorsey, 1940). La tensión aplicada al agua de los poros actúa en todas direcciones y puede fácilmente superar la presión confinante lateral del suelo. Cuando esto pasa, una forma secundaria de desaturación inicia (por ejemplo, agritamiento). La evapotranspiración contribuye a la consolidación desaturación del suelo.

A través del tiempo, un depósito de suelo se somete a condiciones ambientales que cambian y varían. Esto produce cambios en la distribución de la presión de poro, ocasionando contracciones y expansiones en el depósito de suelo.

El diagrama de presión de poro puede tomar variedad de formas como resultado de los cambios ambientales.

En los suelos arcillosos expansivos se desarrolla el flujo a través de las grietas producidas por la desecación, y en forma más lenta el flujo ocurre hacia el interior de los terrones de suelo. El flujo de vapor es determinado por la humedad relativa y el gradiente de temperatura, el tamaño y discontinuidad de los poros y la cantidad de agua presente. La humedad de la atmósfera sobre el terreno determina, en gran parte, la cantidad de agua que se pierde del suelo. El gradiente de temperatura es más importante en la superficie, la cual puede tener una temperatura muy alta, ocasionando una elevada vaporización del agua. El tamaño y la continuidad de los poros determina el que pueda o no efectuarse un movimiento libre de un lugar a otro del suelo. La cantidad de agua existente determina el espacio poroso lleno de aire.

Los suelos arcillosos pierden agua principalmente por evapotranspiración. A medida que pierden agua, los granos tienden a juntarse más entre sí. Esto provoca que el suelo se contraiga y que desarrolle un sistema de grietas cuya cantidad y tamaño dependerá de la intensidad del secado y de la naturaleza de la arcilla. A medida que continúa el secado, el agua se desplaza del interior del suelo a la superficie de las grietas.

Con el inicio de la estación húmeda, el agua fluye con rapidez por las grietas, gran parte del agua se mueve lateralmente como flujo no saturado, rehidratando las láminas arcillosas y ocasionando que todo el sistema se expanda y se cierren las grietas.

### **I.6 Succión y estado del agua en el suelo.**

Los cambios de volumen se relacionan directamente con los cambios en el estado de esfuerzos. Cuando ocurre una disminución en el esfuerzo total debido a una excavación se presentará un empuje o expansión en la superficie.

En suelos saturados, el estado de esfuerzos que gobierna el comportamiento del suelo se define en términos de esfuerzos efectivos

$$\sigma' = (\sigma - u_w)$$

Donde  $\sigma'$  = esfuerzo efectivo

$\sigma$  = esfuerzo total

$u_w$  = presión de poro

Aunque también el esfuerzo efectivo puede escribirse de la siguiente manera

$$\sigma' = \begin{bmatrix} (\sigma_1 - u_w) & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_2 - u_w) & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_3 - u_w) \end{bmatrix}$$

Donde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  y  $\sigma_3$  son los esfuerzos principales. El estado de esfuerzos toma en cuenta la interacción entre dos fases, la sólida y la líquida. Una tercera fase debe incluirse para suelos no saturados. La definición del estado de esfuerzos para un suelo no saturado debe incluir la presión de poro ocasionada por el aire y la interacción entre la presión de poro del aire y la presión de poro del agua. Fredlund y Morgenstern (1977) mostraron que el estado de esfuerzos en un suelo no saturado puede definirse por dos variables independientes. Por lo tanto el estado de esfuerzos se definiría por dos tensores independientes

$$\sigma' = \begin{bmatrix} (\sigma_1 - u_a) & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_2 - u_a) & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_3 - u_a) \end{bmatrix}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} (u_a - u_w) & 0 & 0 \\ 0 & (u_a - u_w) & 0 \\ 0 & 0 & (u_a - u_w) \end{bmatrix}$$

Donde  $u_a$  es la presión de poro que experimenta el aire y  $\mu$  es la tensión capilar frecuentemente conocida como succión mátrica. Alternativamente, los tensores se pueden expresar como

$$\sigma' = \begin{bmatrix} (\sigma_1 - u_w) & 0 & 0 \\ 0 & (\sigma_2 - u_w) & 0 \\ 0 & 0 & (\sigma_3 - u_w) \end{bmatrix}$$

$$\mu = \begin{bmatrix} (u_a - u_w) & 0 & 0 \\ 0 & (u_a - u_w) & 0 \\ 0 & 0 & (u_a - u_w) \end{bmatrix}$$

### 1.6.1 Succión o energía potencial del suelo.

De acuerdo con Lee y Wray (1995), la succión es una cantidad de energía que evalúa la capacidad del suelo para retener agua. Cuando el agua libre se traslada al ambiente del suelo, el agua puede retenerse o absorberse por el suelo. Para perder el agua adsorbida, se requiere energía externa para contrarrestar las fuerzas de retención del agua. La energía aplicada por unidad de volumen de agua viene a ser la que se conoce como succión del suelo. En términos generales, entre más seco esté el suelo, la succión será mayor.

La succión total en un suelo consiste de dos partes, de la succión osmótica y de la succión mátrica

$$h = H(h_o, h_c) \quad (\text{I.6.1.1})$$

donde  $h_o$  = succión osmótica

$h_c$  = succión mátrica

### *I.6.2 Estado del agua en el suelo.*

En el suelo, debido a que el movimiento del agua es muy lento, la energía cinética se considera despreciable, en cambio la energía potencial es de primera importancia y se origina por la posición o condición interna, influyendo en el estado y movimiento del agua dentro del suelo.

La diferencia de energía potencial entre dos puntos provoca la tendencia del agua a fluir dentro del suelo.

La fuerza actuando sobre el agua del suelo, dirigida de una zona de mayor potencial a una de menor es igual al gradiente de potencial negativo  $-(d\psi/dx)$ , que es el cambio de energía potencial  $\psi$  con la distancia  $x$ . El signo negativo indica que la fuerza actúa en la dirección en que disminuye el potencial.

Cuando el suelo está saturado y su agua en condición hidrostática, a presión mayor que la atmosférica, como frecuentemente ocurre bajo el nivel freático, se considerará positivo el potencial del agua del suelo. En el suelo no saturado, el agua está bajo fuerzas capilares y de adsorción, por tanto su energía potencial es generalmente “negativa”.

Bajo condiciones normales en el campo, el suelo está generalmente parcialmente saturado y el potencial de su agua es negativo.

#### *I.6.2.1 Potencial gravitacional.*

El potencial gravitacional del agua del suelo en cualquier punto se determina por la elevación del punto respecto a un nivel de referencia arbitrario. Por conveniencia, es costumbre colocar el nivel de referencia dentro del suelo bajo el perfil del suelo considerado de modo que el potencial gravitacional sea simplemente positivo o cero.

A la altura  $Z$  arriba de la referencia, la energía potencial gravitacional  $E_g$  de una masa  $M$  de agua, ocupando un volumen  $V$ , es

$$E_g = MgZ = \rho_w VgZ \quad (\text{I.6.2.1})$$

donde:

$\rho_w$  = densidad del agua

$g$  = aceleración de la gravedad

Así, el potencial gravitacional, en términos de energía potencial por unidad de masa, es

$$\psi_g = gZ \quad (\text{I.6.2.2})$$

Y en términos de energía potencial por unidad de volumen

$$\psi_g = \rho_w gZ \quad (\text{I.6.2.3})$$

El potencial gravitacional es independiente de las condiciones químicas y de presión del agua del suelo, pues depende únicamente de la elevación relativa.

#### I.6.2.2 Potencial de Presión (Succión Mátrica).

Cuando el agua del suelo se encuentra bajo presión hidrostática mayor que la atmosférica, se considera que su potencial de presión es positivo. Cuando la presión es menor que la atmosférica el potencial de presión se toma como negativo. Este potencial de presión negativo se denomina “potencial mátrico” o “succión mátrica”, la cual resulta de las fuerzas capilares y de adsorción debido a la matriz del suelo.

La presencia de agua adsorbida y la formación de meniscos cóncavos son muy importantes en suelos arcillosos y en altas succiones, lo cual es afectado por la doble capa eléctrica y los cationes intercambiables presentes. La succión mátrica es consecuencia, en general, tanto del fenómeno capilar como de la adsorción. Estos dos mecanismos (Figura I.6.1), no pueden separarse fácilmente, además uno con el otro se encuentran en equilibrio interno y no puede cambiarse uno sin afectar al otro.

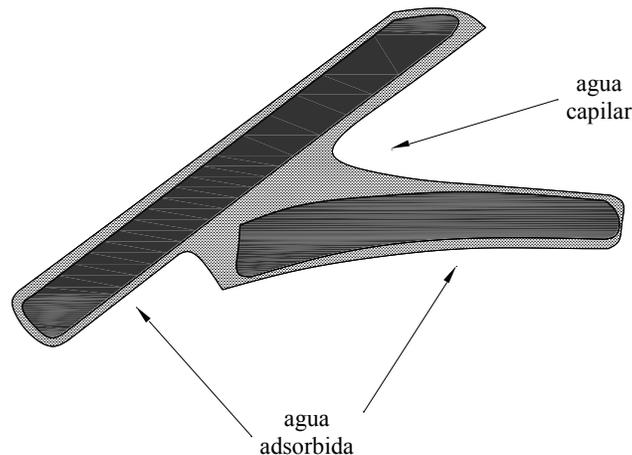


Figura I.6.1 Agua en un suelo parcialmente saturado, sujeta a la capilaridad y a la adsorción, que en combinación producen la succión mátrica.

### I.6.2.3 Presión capilar en el suelo.

El agua que contiene el suelo por encima del nivel freático está a presión inferior que la atmosférica, lo cual provoca presiones intergranulares que tienden a comprimir al suelo, como sucede especialmente en las arcillas, donde las contracciones volumétricas provocadas por secado toman relevancia. Esto es, debido a las fuerzas capilares, la contracción máxima a que se puede llegar por esta acción corresponde al límite de contracción. El fenómeno capilar está asociado a la succión mátrica.

### I.6.2.4 Tensión superficial.

La capa contráctil posee una propiedad llamada tensión superficial. La tensión superficial se genera a partir de fuerzas intermoleculares diferentes de aquellas que actúan sobre las moléculas en el interior del agua, como se muestra en la Figura I.6.2.

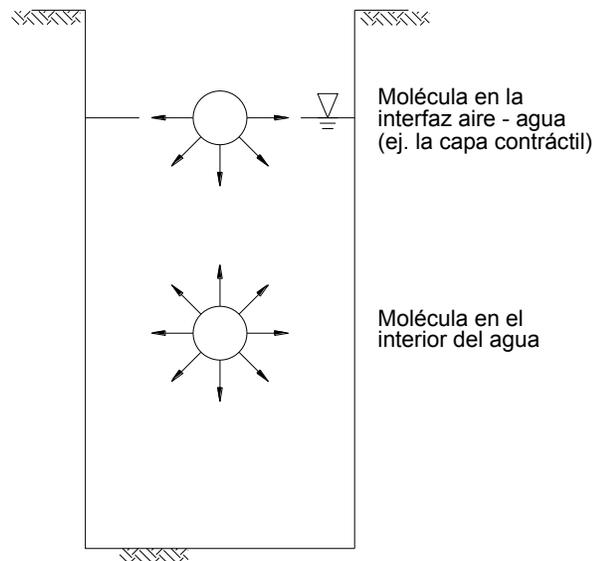


Figura I.6.2. Tensión superficial en la interfaz agua-aire. Fuerzas intermoleculares entre la capa contráctil y el agua.

Una molécula en el interior del agua experimenta fuerzas iguales en todas las direcciones, lo que significa que existe un equilibrio de fuerzas. Una molécula de agua dentro de la capa contráctil experimenta un desequilibrio de fuerzas hacia el interior del agua. Para mantener el equilibrio en la capa contráctil, se genera una fuerza de tensión a lo largo de dicha capa conocida como tensión superficial,  $T_s$ . Esta propiedad se mide como una fuerza de tensión por unidad de longitud de la capa contráctil. (N/m). La tensión superficial es tangencial a la capa contráctil y su magnitud decrece cuando la temperatura aumenta.

Esta fuerza de tensión hace que la capa contráctil se comporte como una membrana elástica (Figura I.6.3). El comportamiento es similar al de un balón inflado que tiene una presión mayor en su interior con respecto a la exterior. En un análisis bidimensional, si una membrana flexible se somete a diferentes presiones en cada lado, ésta presentará una

concavidad hacia donde actúe la presión mayor y en consecuencia se ejercerá una fuerza de tensión en la membrana para alcanzar el equilibrio. El gradiente de presión en la superficie cóncava se puede relacionar mediante la tensión superficial y el radio de curvatura de la superficie considerando el equilibrio de fuerzas en la membrana.

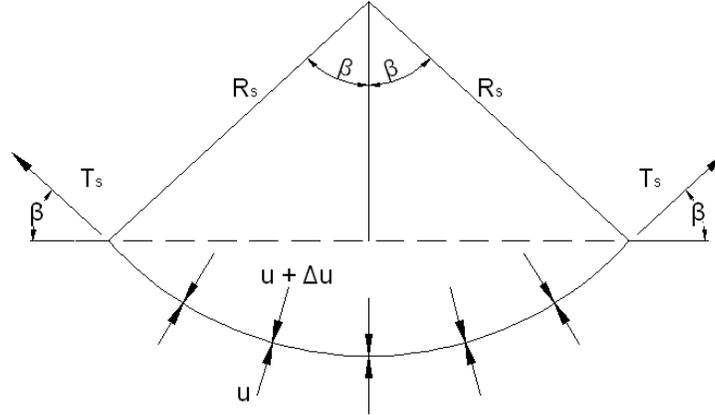


Figura I.6.3. Presiones y tensión superficial actuando en una superficie cóncava bidimensional.

Las presiones que actúan en la membrana son  $u$  y  $(u + \Delta u)$ . La membrana tiene un radio de curvatura  $R_s$  y una tensión superficial  $T_s$ . Las fuerzas horizontales a lo largo de la membrana se equilibran por sí mismas. En la dirección vertical, el equilibrio se establece según la siguiente ecuación:

$$2T_s \sin \beta = 2\Delta u R_s \sin \beta \quad (I.6.2.4)$$

Donde  $2R_s \sin \beta$  es la longitud de la membrana en el plano horizontal. Simplificando la ecuación anterior se tiene:

$$\Delta u = \frac{T_s}{R_s} \quad (I.6.2.5)$$

La ecuación anterior permite obtener bidimensionalmente la diferencia de presiones a través de una superficie cóncava con radio  $R_s$  y una tensión superficial  $T_s$ . El análisis en tres dimensiones se define mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta u = T_s \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (I.6.2.6)$$

Donde  $R_1$  y  $R_2$  son los radios de curvatura de una membrana deformada en dos planos ortogonales (Figura I.6.4).

Si el radio de curvatura es el mismo en todas las direcciones (por ejemplo,  $R_1$  y  $R_2$  son iguales a  $R_s$ ), la ecuación queda definida de la siguiente manera

$$\Delta u = \frac{2T_s}{R_s} \quad (I.6.2.7)$$

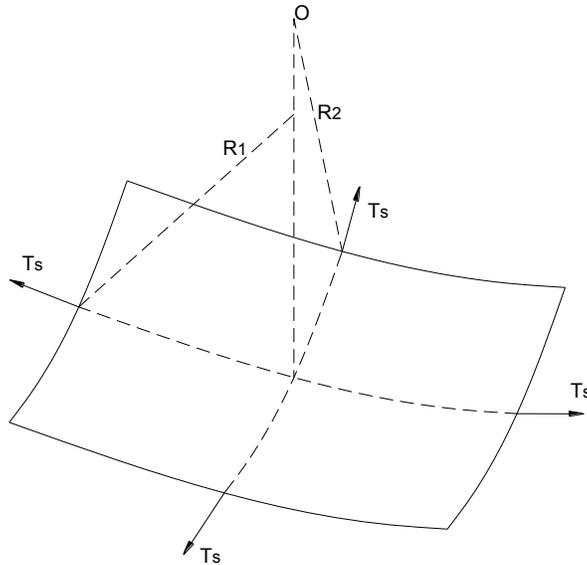


Figura I.6.4. Tensión superficial actuando en una membrana deformada.

En un suelo no saturado, la capa contráctil se someterá a una presión debida al aire,  $u_a$ , mucho mayor que la presión del agua,  $u_w$ . La diferencia de presión ( $u_a - u_w$ ) representa la succión mátrica. Esta diferencia de presiones causa la curvatura en la capa contráctil, por lo que se llega a la ecuación

$$(u_a - u_w) = \frac{2T_s}{R_s} \quad (\text{I.6.2.8})$$

#### I.6.2.5 Ascensión capilar.

Un experimento que se practica consiste en sumergir en agua la parte inferior de un tubo de vidrio de diámetro muy pequeño, al que se le llama tubo capilar. Al entrar en contacto con el agua, por tenerse una atracción entre el agua y el vidrio mayor a la existente entre las moléculas del agua, el agua asciende dentro del tubo hasta una altura  $h_c$  por arriba del nivel del agua libre (Figura I.6.5). A esta altura  $h_c$  se le denomina altura de ascensión capilar. La forma de la superficie del agua en el interior del tubo y en contacto con el aire, es cóncava por arriba y se llama menisco. Esta superficie se une con las paredes del tubo formando con el mismo un ángulo  $\alpha$ . El ángulo  $\alpha$  depende, en general, de la naturaleza del líquido y del material del tubo.

En los puntos M y N de la Figura I.6.5, la presión debe ser igual, por estar al mismo nivel, por lo tanto la presión tendrá que ser la atmosférica. En el punto S la presión será, de acuerdo a la ecuación (I.6.2.9):

$$u_s = -\frac{2T_s}{R} \quad (\text{I.6.2.9})$$

Al tenerse las mismas alturas piezométricas en los puntos M y S, tendremos que la presión en S será:

$$u_s = -h_c \gamma_w \quad (I.6.2.10)$$

De las ecuaciones (I.7.2.6) y (I.7.2.7) se obtiene:

$$R = \frac{r}{\cos \alpha} \quad (I.6.2.11)$$

sustituyendo en la ecuación (I.7.2.6), se tiene:

$$h_c = \frac{2T_s \cos \alpha}{r \gamma_w} \quad (I.6.2.12)$$

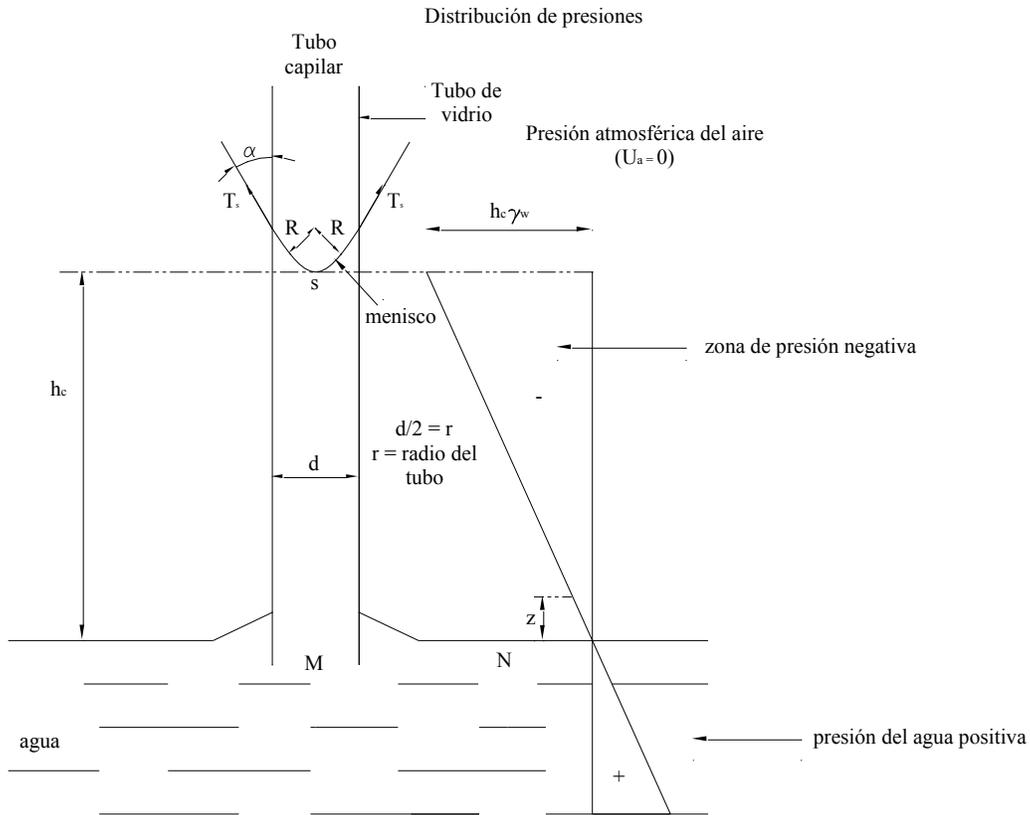


Figura I.6.5 Ascensión capilar del agua en un tubo capilar y estado de tensión del agua en un tubo capilar.

Al estar en un estado de tensión el agua del interior del tubo desde el nivel del agua libre hasta la altura  $h_c$ , el tubo se encuentra sometido a compresión. Si se piensa en las consecuencias del fenómeno capilar en los suelos, puede entenderse la influencia que tiene la tensión del agua de compresión en su estructura sólida.

#### I.6.2.6 Potencial Osmótico (Succión Osmótica).

La presencia de sales en el agua del suelo afecta sus propiedades termodinámicas y disminuye su energía potencial. En particular las sales bajan la presión de vapor del agua del suelo. Esto no puede afectar el flujo del líquido en forma significativa, lo que lleva a que si se tiene una membrana o barrera de difusión, se transmite más fácilmente agua que sales. El efecto osmótico es importante en la interacción entre las raíces de las plantas y el suelo, así como en el proceso que involucra la difusión de vapor.

#### I.6.2.7 La Humedad en el suelo.

Cuando un suelo se encuentra saturado y en equilibrio con agua libre a la misma elevación, a presión atmosférica, entonces la presión hidrostática y la succión son nulas.

Si se aplica una pequeña succión, es decir, una presión un poco menor que la atmosférica, no ocurre flujo, sino hasta que la succión aumenta a un valor que sobrepasa un cierto valor crítico para el que los poros más grandes empiezan a desalojar el agua contenida en ellos. Este valor crítico es denominado “succión de entrada de aire”. Su valor es pequeño en suelos gruesos, aunque en estos suelos el fenómeno es distinto que en los suelos finos. En los suelos gruesos los poros son más uniformes, en cuanto a su tamaño, que en los suelos finos. Al aumentar la succión la cantidad de agua que pueden retener los poros relativamente grandes, será menor. El fenómeno ocurre en forma progresiva a los poros más pequeños. En forma semejante, el aumento de la succión se asocia con una disminución de las películas de agua que envuelven la superficie de los granos. Así, el incremento de succión se asocia con la disminución de humedad en el suelo. La cantidad de agua que permanece en equilibrio en el suelo es función del tamaño de los poros y el volumen del agua que los ocupa y por lo tanto de la succión mátrica.

#### *I.6.3. Dispositivo experimental para medir la succión en el laboratorio. Odómetro de succión controlada para efectuar ensayos sobre suelos no saturados.*

El odómetro o consolidómetro es un instrumento muy utilizado en el laboratorio de mecánica de suelos para obtener relaciones entre deformaciones verticales (asentamientos), presiones aplicadas y tiempo en probetas de suelo inalterado.

Las condiciones de aplicación de una carga que el suelo no había soportado anteriormente provocan que las capas de suelo se compriman o se asienten. El asentamiento es debido a la deformación de las partículas de suelo, expulsión de agua o de aire de los vacíos del suelo.

En suelos no saturados, donde se tiene en su estructura la fase sólida, la líquida y la gaseosa, el odómetro común y corriente, no puede ser usado correctamente para predecir asentamientos o levantamientos (expansiones).

El odómetro de succión controlada es utilizado para medir la influencia de la succión sobre la deformación del suelo parcialmente saturado. Este odómetro fue diseñado para aplicar la presión vertical mediante agua o presión. La piedra porosa tradicional sobre la cual se colocan las muestras de suelo fue sustituida por una piedra porosa con alto valor de entrada de aire.

Su funcionamiento se basa en la aplicación y control de presiones así como la medición de deformaciones y volúmenes de agua que entran o salen de la muestra ensayada. Las presiones que se requieren aplicar son: la presión de aire ( $u_a$ ), la presión de agua ( $u_w$ ) y la presión total ( $\sigma$ ). El equipo utilizado y mostrado en las Figuras I.6.6 y I.6.7, permite aplicar una presión vertical sobre la muestra mediante la aplicación de una presión de cámara, independientemente de la presión inyectada al suelo. La presión puede ser aplicada con aire o con agua. El fluido en esta cámara no penetra al espécimen dado que existe una membrana delgada de caucho circular que aísla y permite que la presión sea aplicada, primero, a la placa circular, después a la piedra porosa superior y finalmente a la muestra de suelo. La presión de agua (que siempre resulta positiva) de la parte inferior puede ser medida con algún medidor o transductor de presión. Las otras dos presiones de aire: la presión ( $u_a$ ) inyectada a la muestra y la presión de cámara pueden ser medidas también con transductores. Esta última proporciona el esfuerzo vertical sobre la muestra.

El desplazamiento vertical de la probeta de suelo se mide externamente y corresponde al desplazamiento del pistón. Este movimiento puede ser registrado con un micrómetro que se coloca sobre el pistón o si se requiere, con un transductor de desplazamiento para que se registre electrónicamente el cambio de volumen del suelo. Teóricamente la succión es cero cuando el suelo está saturado. Al aplicarse la presión de aire al suelo saturado, el agua de los poros se retrae a los pequeños espacios de vacíos del suelo, como ocurre cuando este se somete a un proceso de desecación.

Exteriormente las tres presiones se originan mediante un compresor y se controlan con reguladores de presión constante, midiéndose en manómetros, mientras las variaciones del volumen de agua que entra o sale de la probeta se mide mediante una pipeta graduada. La presión de agua tiene dos funciones: saturar el disco de cerámica e inducir a los poros del suelo la presión,  $u_w$ . La presión de aire,  $u_a$ , entra directamente en el esqueleto del suelo, y junto con la presión de agua,  $u_w$ , generan la llamada succión mátrica. La presión total  $\sigma$ , tiene como función comprimir la probeta del suelo, a través de la placa de carga, que se apoya sobre la piedra porosa, la cual está en contacto con el suelo. La deformación de la probeta se lee directamente en un micrómetro que se apoya en la parte superior del pistón.

Durante el proceso de ensaye la membrana circular de hule tiene una función muy importante, por un lado, debe ser impermeable, para que no se produzcan fugas de presión y por otra parte, debe ser suave y elástica para que la presión total,  $\sigma$ , aplicada a la muestra, sea la misma que se registro anteriormente, en el manómetro correspondiente.

Un elemento que también es importante en el funcionamiento del odómetro, es el pistón, que por un lado debe deslizarse libremente dentro de su guía y a la vez no debe haber fugas en la junta de los dos elementos.

Las muestras se compactan estáticamente dentro del propio anillo del odómetro el cual tiene un diámetro de 50 mm y 20 mm de altura, con una humedad tal que al quedar elaborada la probeta, su grado de saturación resulte muy cercano a 100%.

Con el disco de cerámica previamente saturado, se monta la probeta y después se aplica la succión programada. En este momento se registra el cambio de volumen de agua en la pipeta. Con la aplicación de la succión se inicia un proceso de desecación de la muestra y el volumen de agua que de ella sale se registra en la pipeta. Cuando el nivel de la pipeta

alcanza el equilibrio, se aplican presiones para iniciar el proceso de consolidación bajo los incrementos de carga previamente establecidos.

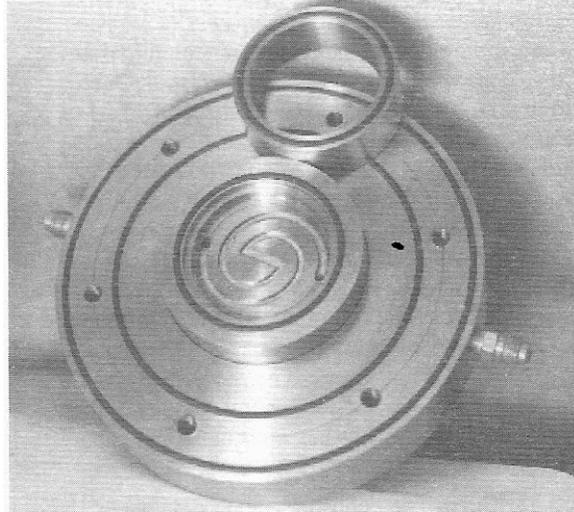


Figura I.6.6 Vista interna del aparato mostrando el anillo rígido que contiene al suelo y la base con la canalización para facilitar el paso del agua hacia el disco de cerámica.

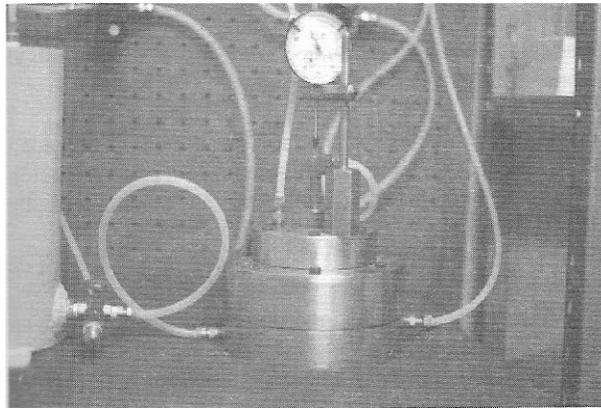


Figura I.6.7 Odómetro cerrado mostrando la posición del micrómetro sobre el pistón para medir el desplazamiento vertical.

## **I.7 Identificación de los suelos expansivos.**

La pronta identificación de un suelo expansivo durante el reconocimiento y las etapas preliminares de un proyecto es esencial para permitir un muestreo, ensaye y diseño apropiados en etapas posteriores.

La investigación debe comprender dos partes importantes. La primera es el reconocimiento y la identificación del suelo como un suelo expansivo y la segunda es el muestreo y la obtención de propiedades del material que pueden usarse en diseños preliminares.

Se tienen tres métodos diferentes para clasificar el potencial de expansión de los suelos. El primero se refiere a la identificación mineralógica, la cual puede utilizarse en la evaluación del material, pero no es suficiente en sí misma cuando se trata de suelos naturales.

Otro grupo incluye los métodos indirectos, como las propiedades índice, el método PVC (Potencial de Cambio Volumétrico) y el método de la actividad, los cuales son útiles para evaluar las propiedades de expansión. Ninguno de los métodos indirectos debe usarse independientemente, pues se puede incurrir en conclusiones erróneas, sin el beneficio de las pruebas directas.

En cuanto al tercer método, las pruebas son simples de realizar y no requieren de equipo sofisticado y caro. Sin embargo, debe considerarse que las pruebas se realicen sobre un número de muestras conveniente con tal de evitar conclusiones erróneas. La medición de la succión del suelo puede requerir equipos y accesorios de mayor costo.

### *I.7.1 Pruebas de identificación.*

#### *I.7.1.1 Pruebas ingenieriles para clasificación.*

Las pruebas de clasificación para propiedades índice del suelo tales como distribución granulométrica, contenido de arcilla y plasticidad son las que se usan con mayor frecuencia en la práctica para identificar y clasificar suelos expansivos.

Los límites de Atterberg definen los límites de contenido de humedad entre estados de consistencia de suelos granulares finos. La Figura I.7.1 ilustra el concepto originado por Atterberg, el cual dice que un suelo arcilloso puede existir en cuatro distintos estados de consistencia dependiendo del contenido de agua. El contenido de agua en los límites de cada estado está definido como límite de contracción, límite plástico y límite líquido.

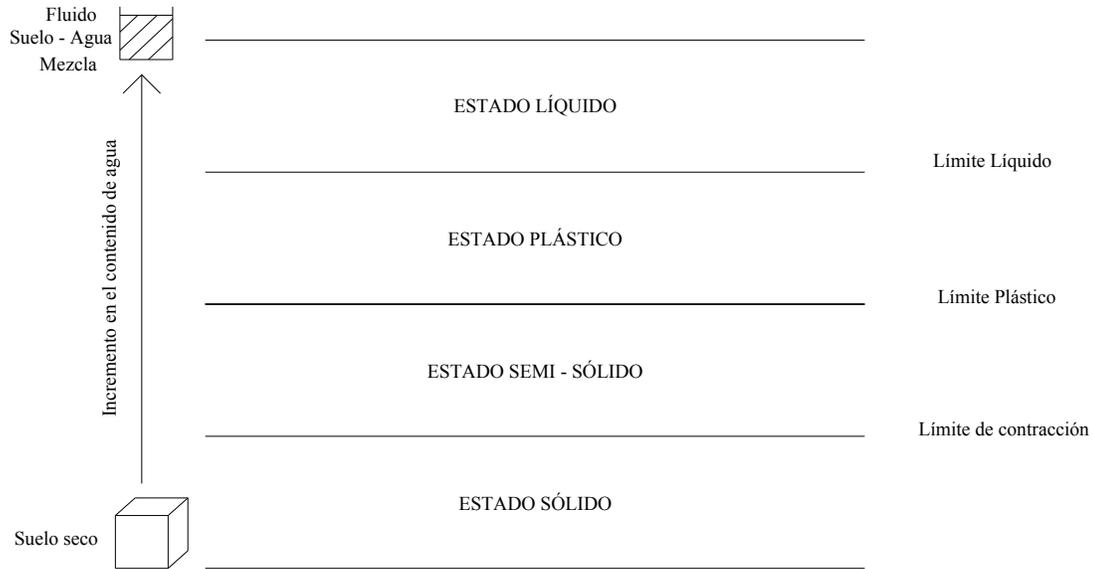


Figura I.7.1 Estados de consistencia y límites de Atterberg para suelos finos.

Las características de plasticidad y cambio de volumen en los suelos se relacionan directamente a la cantidad de partículas coloidales en el suelo. Para propósitos ingenieriles el término coloide se usa para describir a una partícula cuyo comportamiento es controlado por fuerzas superficiales ó por fuerzas gravitacionales. El tamaño coloidal se considera menor a 0.001mm. La mayoría de las partículas de arcilla se consideran coloidales por sus formas irregulares y largas superficies.

Los límites de Atterberg y el contenido de arcilla pueden ser combinados en un simple parámetro llamado *Actividad*. Este término fue definido por Skempton (1953). La *Actividad* se define como:

$$Actividad (A_c) = \frac{Indice\ de\ plasticidad}{\% \ de\ finos\ menor\ que\ 2\ \mu m} \quad (I.7.1.1)$$

Skempton sugirió tres clases de arcillas según la relación de actividad, *inactiva* para actividades menores que 0.75; *normal*, para actividades entre 0.75 y 1.25; y *activa*, para actividades mayores que 1.25. Las arcillas activas presentan el mayor potencial de expansión. Valores típicos de actividad para diferentes minerales de arcilla se muestran en la Tabla I.7.1

Mineral	Actividad
Caolinita	0.33 a 0.46
Illita	0.9
Montmorilonita (Ca)	1.5
Montmorilonita (Na)	7.2

Tabla I.7.1 Valores de Actividad para minerales de arcilla.

### I.7.1.2 Identificación mineralógica.

La composición mineral de los suelos expansivos tiene influencia importante sobre el potencial de expansión, debido a la estructura reticular, que esta compuesta por las láminas silíceas y las alumínicas, según el tipo de arcilla. Las cargas eléctricas negativas sobre la superficie de los minerales de arcilla, la firmeza entre las capas ligadas y la capacidad de intercambio catiónico, influyen en el potencial de expansión de la arcilla. Las técnicas que pueden utilizarse son:

- Difracción de rayos X
- Análisis térmico diferencial
- Adsorción de calor
- Análisis químico
- Microscopio electrónico

La identificación de los minerales de la arcilla es importante, pero no es necesario hacerla más que en dos o tres muestras en cada emplazamiento. El procedimiento más conveniente es la difracción de rayos X. El análisis térmico diferencial no parece llegar nunca a definiciones concretas, el microscopio electrónico, especialmente el de barrido no deja, duda alguna en general, respecto a las partículas que contemplamos, pero el campo es tan pequeño que no permite un juicio seguro sobre el conjunto, ya que los suelos tienen casi siempre mezcla de diversas especies.

### I.7.1.3 Cambio Potencial de Volumen (CPV).

La prueba consiste en colocar una muestra remoldeada en un anillo de consolidación con un esfuerzo Próctor de compactación de  $2600 \text{ kJ/m}^3$  a contenido de agua natural. La muestra se humedece en el aparato y se le permite la expansión contra un anillo. El índice de expansión se reporta como el esfuerzo en el anillo y se correlaciona a rangos cualitativos de cambios potenciales de volumen (CPV) usando la gráfica mostrada en la Figura I.7.2. Las ventajas de esta prueba son la simplicidad y la estandarización. Sin embargo, debido a que la prueba requiere de muestras remoldeadas, el índice de

expansión y los valores de CPV son más útiles para identificación y no deben ser usados como parámetros de diseño.

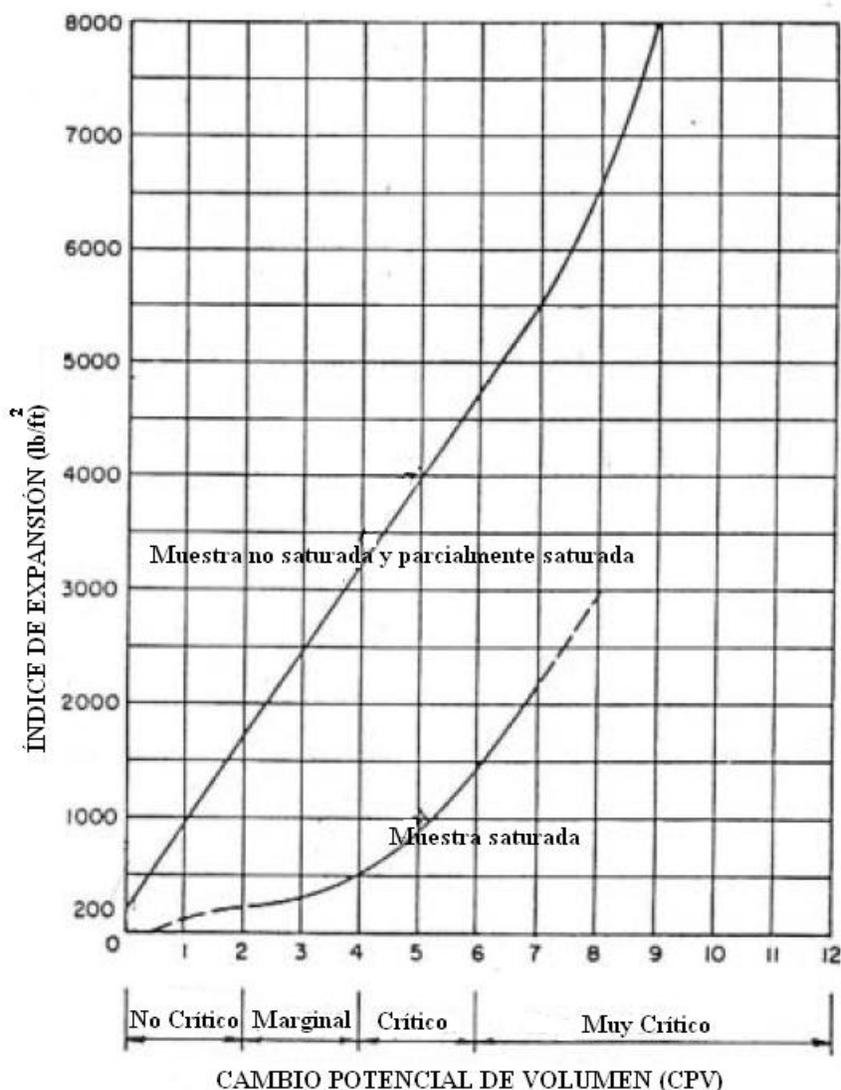


Figura I.7.2 Índice de expansión vs. CPV.

### I.7.2 Esquemas de clasificación.

Los parámetros determinados mediante pruebas de identificación de suelos expansivos han sido combinados en diferentes esquemas de clasificación. Desafortunadamente, aún no ha sido desarrollado un procedimiento de clasificación estandarizado, por lo que un esquema diferente es usado prácticamente en cada lugar.

El aspecto más confuso de la clasificación de suelos expansivos es la falta de una definición estandarizada de potencial de expansión. No sólo las condiciones de las

muestras cambian en los ensayos para evaluar el potencial de expansión, sino también la carga y otros factores cambian en un intervalo amplio de valores. Holtz (1959) definió el potencial de expansión como el cambio de volumen en muestra seca no alterada cuando se satura bajo una carga de 6.9 kPa. Seed (1962) lo definió como el cambio de volumen en una muestra remoldeada a humedad óptima y densidad máxima bajo una carga de 6.9 kPa. Snethen (1979) definió el potencial de expansión de la siguiente manera:

“El potencial de expansión es el equilibrio que se alcanza verticalmente dado un cambio de volumen en un odómetro, de un espécimen no alterado, partiendo de su contenido de agua y densidad naturales a un estado de saturación bajo una carga aplicada equivalente al esfuerzo *in situ* y se expresa como un porcentaje del peso inicial.”

Sin embargo, en todos los casos, el término potencial de expansión se refiere a la capacidad de expansión relativa de diferentes suelos.

En campo, el rango de expansión se puede observar en función de las condiciones ambientales. Por consiguiente, es importante tomar en cuenta que dos suelos pueden tener el mismo potencial de expansión, de acuerdo a su clasificación, pero exhibir muy diferentes valores de expansión (Seed, 1962).

Muchos esquemas de clasificación proporcionan “valores de expansión” para dar una evaluación cualitativa del grado probable de expansión. Los valores expansión pueden ser tales como “alta”, “media”, “baja”, ó crítica y “no crítica”.

Los esquemas de clasificación proporcionan una o más de las siguientes clasificaciones:

- Rangos y valores de probables porcentajes de cambio de volumen o esfuerzos de una expansión probable.
- Una clasificación de expansión cualitativa (bajo, medio, alto y muy alto potencial de expansión).

#### I.7.2.1 Clasificación usando propiedades índice.

Los límites de Atterberges definitivamente es el planteamiento más usado para predecir el potencial de expansión. Muchos procedimientos incluyen el contenido de arcilla. Holtz y Gibbs(1956) presentaron el criterio mostrado en la Tabla I.7.2 basado en muestras de suelo inalteradas.

Datos de pruebas índice				
Contenido coloidal (%menor a 0.0001mm)	Índice de plasticidad	Límite de contracción	Expansión probable (%Cambio de volumen total)	Grado de expansión
>28	>35	<11	>30	Muy alto
20 - 31	25 – 41	7 - 12	20 - 30	Alto
13 - 23	15 – 28	15 -28	10 - 20	Medio
<15	<18	>15	<10	Bajo

Tabla I.7.2 Clasificación de suelos expansivos basada en contenido coloidal, índice plástico y límite de contracción.

Chen (1988) presentó un método sencillo para clasificar suelos expansivos solamente considerando el índice de plasticidad (Tabla I.7.3). Raman (1967) presentó el grado de expansión como función del índice de plasticidad y el índice de contracción como se muestra en la Tabla I.7.4.

Potencial de expansión	Índice de plasticidad
Bajo	0 - 15
Medio	10 - 35
Alto	20 - 55
Muy alto	> 35

Tabla I.7.3 Clasificación de suelos expansivos basada en el índice de plasticidad.

Índice de plasticidad (%)	Índice de contracción(%)	Grado de expansión
< 12	< 15	Bajo
12 - 23	15 - 30	Medio
23 - 32	30 - 40	Alto
> 32	> 40	Muy Alto

Tabla I.7.4 Clasificación de suelos expansivos basada en los índices de plasticidad y contracción.

Seed (1962) en un extenso estudio sobre las características expansivas de arcillas compactadas, desarrolló un gráfico basado en la Actividad y el porcentaje de tamaños en la arcilla. El gráfico se muestra en la Figura I.7.3.

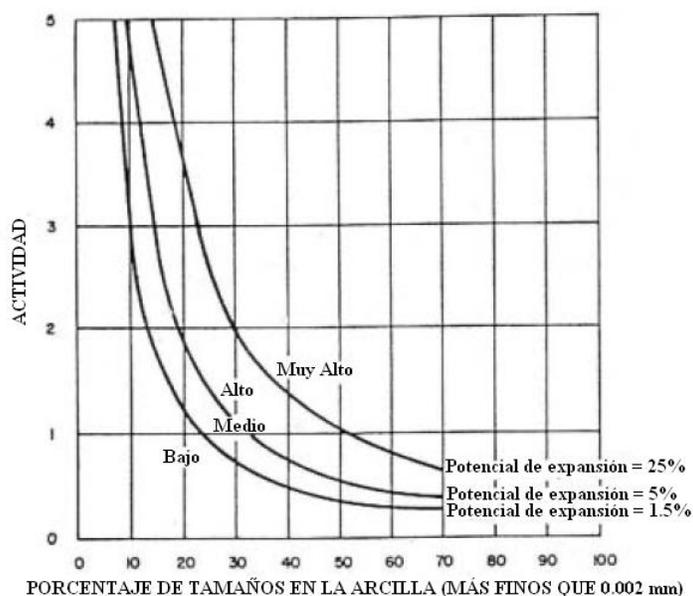


Figura I.7.3 Gráfico de clasificación para arcillas compactadas basado en la Actividad y el porcentaje de tamaño en la arcilla.

La Figura I.7.4 muestra una comparación entre los procedimientos presentados por Holtz y Gibbs, Seed y Chen, para predecir el potencial de expansión como una función del índice de plasticidad. Estas curvas muestran un rango considerable de cambios potenciales de volumen para un índice de plasticidad dado. Para un índice de plasticidad del 15%, los diferentes métodos indican cambios de volumen de 8.5, 1.5, y 1.0%. Aunque el criterio fue similar para los tres procedimientos, los cambios de volumen estimados no pueden compararse directamente porque las condiciones de las muestras y los límites de humedad varían considerablemente. El criterio de Holtz y Gibbs se basó en resultados de 38 muestras a las cuales se les permitió la expansión bajo condiciones de secado-saturación. El criterio presentado por Seed se basó en pruebas sobre muestras remoldeadas de suelo. Los resultados presentados por Chen se basaron en muestras no alteradas, a las cuales se les permitió la expansión desde su contenido de agua natural hasta la saturación. La diferencia entre las curvas puede atribuirse a los diferentes tipos de suelo, diferentes condiciones iniciales en el suelo (remoldeado o no alterado) y diferentes contenidos de agua naturales.

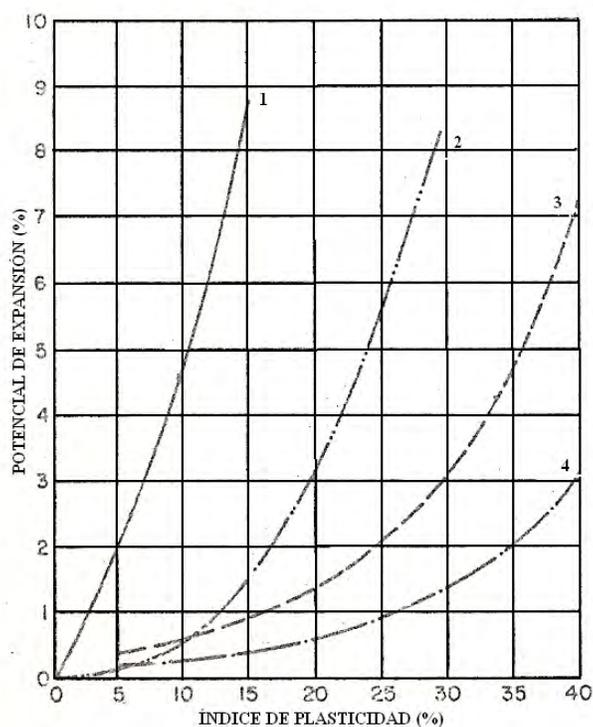


Figura I.7.4 Comparación de cuatro procedimientos de clasificación. Curva 1, Holtz y Gibbs (Presión de sobrecarga = 1 psi). Curva 2, Seed, Woodward y Lundgren (Presión de sobrecarga = 1 psi). Curva 3, Chen (Presión de sobrecarga = 1 psi). Curva 4, Chen (Presión de sobrecarga = 6.94 psi).

Snethen (1977) evaluó 17 criterios publicados para predecir el potencial de expansión. Los resultados de su evaluación mostraron que el límite líquido y el índice de plasticidad son los mejores indicadores del potencial de expansión junto con las condiciones

naturales y ambientales. Un análisis estadístico de laboratorio que correlaciona el potencial de expansión con 31 variables independientes resultó en el sistema de clasificación mostrado en la Tabla I.7.5. Este planteamiento considera la succión del suelo *in situ*, la cual es un indicador de las condiciones naturales y ambientales.

Límite líquido (%)	Índice de plasticidad (%)	$\mu_{nat}$ *	Potencial de expansión (%)	Clasificación de potencial de expansión
> 60	> 35	> 4	> 1.5	Alto
50 - 60	25 - 35	1.5 - 4	0.5 - 1.5	Marginal
< 50	< 25	< 1.5	< 0.5	Bajo

Tabla I.7.5 Clasificación de suelos expansivos basada en el límite líquido, índice de plasticidad y succión *in situ*.

$\mu_{nat}$  = succión del suelo a contenido de humedad natural.

#### I.7.2.2 Comparación de los esquemas de clasificación.

Se hace hincapié en que los métodos discutidos anteriormente son solamente indicadores y que la expansión que ocurra en campo puede variar considerablemente. Los valores cuantitativos de la expansión, incluyendo valores potenciales o rangos de valores porcentuales de expansión y esfuerzos de expansión, son de poca importancia a menos que quien use estos criterios este familiarizado con el tipo de suelo y los criterios de clasificación antes mostrados. Los esquemas que proporcionan solamente valores cualitativos, tales como alto, medio, o bajo potencial de expansión, no deberían usarse como alternativa de diseño fuera de la región donde la clasificación se estableció. Si un esquema empírico de clasificación cuantitativa está disponible para cierta área, podría usarse con cierto éxito en las decisiones de diseño. De otra manera, la clasificación debería usarse solamente para indicar las áreas con riesgos potenciales y advertir de la necesidad de ensayos para predicción.

Desafortunadamente, los sistemas de clasificación se emplean frecuentemente como base para la selección del diseño. Esto ha permitido construcciones demasiado conservadoras en algunos lugares y construcciones inadecuadas en otros. Los ensayos y los análisis de predicción son necesarios para proporcionar información confiable y fundamentar las decisiones de diseño.

## **I.8 Propiedades físicas de los suelos expansivos.**

Es bien sabido que las arcillas montmorilonitas se expanden cuando su contenido de agua aumenta, mientras que las caolinitas suelen relativamente estables en presencia de agua, debido a que la unión entre todas las retículas es lo suficientemente firme para no permitir la penetración de las moléculas de agua entre ellas. Las ilitas suelen presentar una expansividad menor que las montmorilonitas.

### *I.8.1 Contenido de agua.*

Independientemente de que el potencial de expansión de un suelo sea alto, si la humedad de la arcilla permanece constante, no habrá cambio de volumen y por tanto, una estructura cimentada sobre una arcilla con humedad constante no estará sujeta a movimientos causados por la expansión. Cuando el contenido de agua aumenta en la arcilla, entonces pueden ocurrir expansiones tanto en la dirección vertical como en la horizontal. No es necesaria la saturación por completo para que se presente la expansión, cambios leves de humedad, del 1 ó 2%, pueden ser suficientes para provocar expansiones inconvenientes. Es sabido que las losas de piso cimentadas sobre suelos expansivos se agrietan más severamente cuando el contenido de humedad aumenta ligeramente en forma local. Si por ejemplo se presenta un ascenso del nivel de aguas freáticas, la losa de piso no sufrirá daños considerables por la expansión del suelo.

La humedad inicial del suelo expansivo controla la cantidad de expansión, lo cual es válido para suelos remoldeados o inalterados. Los suelos muy secos, con contenidos de agua naturales menores del 15% generalmente provocan daños. Estas arcillas pueden absorber fácilmente humedades del orden del 35%, con los consiguientes daños a las estructuras, como resultado de la expansión.

### *I.8.2 Peso específico seco.*

El peso específico seco de la arcilla es otro índice de expansión. Los suelos con pesos específicos secos mayores de  $17.7\text{kN/m}^3$  ( $1.76\text{ton/m}^3$ ) generalmente exhiben alto potencial de expansión.

### *I.8.3 Propiedades índice.*

Una propiedad índice es cualitativa y fácil de medir en suelos y rocas tanto en campo como en laboratorio mediante la cual se puede inferir un comportamiento más complejo de un suelo (G.F. Sowers, 1979).

Las propiedades índice son el primer acercamiento hacia los suelos y deben servir como una orientación para profundizar el estudio a través de ensayos más elaborados; es decir, su uso debe limitarse a la etapa preeliminar y a un estimado del diseño.

### **I.9 Daños causados por los suelos expansivos.**

Una gran parte de movimientos estructurales se atribuyen indebidamente a suelos expansivos. Muchas losas de piso en áreas de suelos expansivos se agrietan y a veces se levantan debido al mal diseño del concreto. Es bien conocido el hecho del inadecuado curado del concreto, además de la carencia de juntas de expansión, lo cual origina agrietamientos.

Las ondulaciones de las losas de concreto tienen un fuerte parecido al levantamiento de pisos causado por suelos expansivos.

En áreas de suelos expansivos, los suelos son generalmente firmes, y la posibilidad de que las estructuras ligeras se agrieten, debido a asentamientos por la carga de ellas mismas, es muy remota. No siempre aparecen daños debido al levantamiento de la cimentación, también pueden presentarse por empuje de tierras contra los muros en sótanos, generalmente asociadas con las presiones de filtración. Las grietas diagonales que se desarrollan bajo las ventanas son un fuerte indicador de movimientos de expansión.

Los problemas estructurales en ocasiones se originan por suelos expansivos, posiblemente la mayoría de las grietas y movimientos en estructuras ligeras se deben a este tipo de suelos, sin embargo, no se deben descuidar otros aspectos que pueden provocar movimientos en la cimentación.

La forma más obvia en la cual los suelos expansivos pueden dañar la cimentación es mediante el levantamiento de ésta cuando el suelo se expande y la humedad se incrementa. Los suelos expansivos causan un levantamiento y agrietamiento, causando daños en las losas de piso.

Debido a las diferentes porciones en las cargas de la obra sobre la cimentación, el levantamiento variará en cada área. Como se observa en la Figura I.9.1, las esquinas exteriores de una losa rectangular uniformemente cargada, solamente se esforzarán alrededor de una cuarta parte de lo que se esforzará la porción central de la losa. Como resultado, las esquinas tienden a ser levantadas con respecto a la porción central de la losa. Este fenómeno puede exacerbarse por las diferencias de humedad del suelo en los bordes de la losa. Por lo anterior, los movimientos diferenciales pueden causar esfuerzos en los marcos de la estructura.

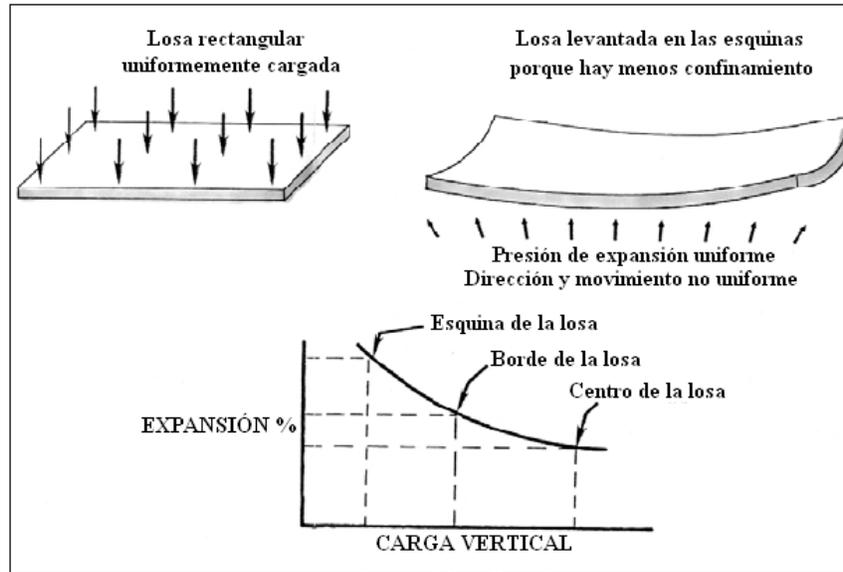


Figura I.9.1 El problema fundamental con losas apoyadas en suelos expansivos, es la diferencia de expansiones bajo las esquinas, a los lados y bajo el centro de una losa uniformemente cargada.

Se han utilizado cimentaciones con pilotes para reducir los daños causados por suelos expansivos. Esto puede ser contraproducente si los pilotes no se ubican a la profundidad adecuada. Frecuentemente, los pilotes que se encuentran en la esquina de la estructura, son levantados durante la expansión del suelo en la época húmeda, y luego pierden su fricción con el suelo que se contrae en la época seca (Figura I.9.2). La capacidad para soportar las cargas del edificio decrece al perder la fricción que el pilote tenía con el suelo.

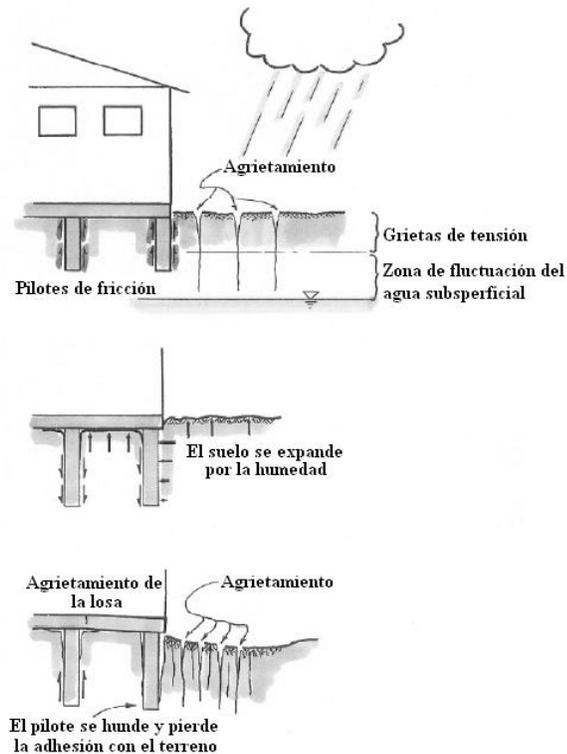


Figura I.9.2 Daño creado en los pilotes. (1) Al inicio de la temporada de lluvias, los pilotes mantienen su fricción con el suelo; cuando empieza a llover el agua se filtra a través de las grietas. (2) Después de varias lluvias, el suelo se expande, levantando la obra y los pilotes. (3) En la época seca el suelo se contrae, el agrietamiento crece alrededor del pilote, la fricción del pilote se reduce y los esfuerzos efectivos del suelo se incrementan.

Cuando las cargas del edificio exceden la fricción permanente o el esfuerzo efectivo del suelo se incrementa, la adhesión se rompe y el pilote se hunde.

Las tuberías, especialmente las tuberías de plástico, enterradas en una zona donde hay fluctuación de humedad están expuestas a enormes esfuerzos causados por el suelo. Si las tuberías se rompen, la filtración de agua causará la expansión del suelo y dañará estructuras cercanas.

### **I.10 Expansión y compresibilidad de arcillas parcialmente saturadas.**

En 1941, Biot (1941) presentó una teoría de consolidación tridimensional basada en asumir que el suelo era isotrópico y se comportaba de manera elástico – lineal. Se hizo la suposición de que el suelo se encontraba en estado no saturado y que el agua de los poros contenía burbujas de aire. Dos relaciones constitutivas fueron propuestas para describir completamente el estado de deformaciones de un suelo no saturado. Una relación constitutiva fue formulada para la estructura del suelo, y otra relación constitutiva fue para la fase líquida. Dos variables independientes de esfuerzo fueron usadas en las formulaciones. En total, cuatro coeficientes de deformación volumétrica fueron requeridos para asociar los estados de esfuerzo y de deformación.

Los intentos para asociar el comportamiento de la deformación de un suelo no saturado con una ecuación simple de esfuerzo efectivo (Bishop, 1959) ha resultado con éxito limitado (Jennings y Burland, 1962). Las pruebas de odómetro y pruebas de compresión se han llevado a cabo en suelos saturados y no saturados desde arcillas hasta arenas. Los resultados han indicado que no hay una relación única entre el cambio de volumen y el esfuerzo efectivo para la mayoría de los suelos, particularmente por debajo de un grado de saturación crítico. El grado de saturación crítico parece ser aproximadamente del 20% en arenas, y tan alto como 85 – 90% en arcillas.

Coleman (1962) separó las componentes de la ecuación de esfuerzo efectivo de Bishop, y propuso un conjunto de relaciones constitutivas para la estructura de suelo y otro para la fase líquida. Las deformaciones volumétricas de un espécimen de suelo no saturado bajo la prueba de carga triaxial fueron considerados. La relación constitutiva de cambio de volumen propuesta asociada con la estructura de suelo fue la siguiente

$$-\frac{dV}{V} = -C_{21}(du_w - du_a) + C_{22}(d\sigma_m - du_a) + C_{23}(d\sigma_1 - d\sigma_3) \quad (I.10.1)$$

donde

$dV$  = cambio de volumen total de un elemento de suelo

$V$  = volumen inicial de un elemento de suelo

$u_a$  = presión del aire de poro

$u_w$  = presión del agua de poro

$\sigma_1$  = esfuerzo principal mayor

$\sigma_3$  = esfuerzo principal menor

$\sigma_m$  = promedio de esfuerzos normales totales  $(\frac{\sigma_1 + 2\sigma_3}{3})$

$C_{21}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{23}$  = parámetros del suelo asociados al cambio de volumen de la estructura del suelo

Los parámetros de compresibilidad,  $C_{21}$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{23}$ , dependen únicamente de los valores de  $(u_w - u_a)$ ,  $(\sigma_m - u_a)$ ,  $(\sigma_1 - \sigma_3)$  y de la historia de esfuerzos del suelo. La relación constitutiva para el cambio de volumen asociada con la fase líquida fue escrita como:

$$-\frac{dV_w}{V} = -C_{11}(du_w - du_a) + C_{12}(d\sigma_m - du_a) + C_{13}(d\sigma_1 - d\sigma_3) \quad (\text{I.10.2})$$

donde

$dV_w$  = cambio en el volumen de agua del elemento de suelo

$C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$  = parámetros del suelo asociado con el cambio en el volumen de agua del elemento de suelo

La formulación de Coleman (1962) supone que un cambio en el esfuerzo desviador también produce cambios de volumen.

Algunas de las dificultades en el uso de una variable sencilla de esfuerzos efectivos para describir el comportamiento de deformación de un suelo no saturado fueron explicadas por Bishop y Blight (1963). Se concluyó que las trayectorias de esfuerzo de ambas componentes de esfuerzo  $[(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)]$  deben ser tomadas en consideración de manera independiente. Bishop y Blight (1963) propusieron que el volumen puede ser graficado contra las variables de esfuerzo  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$  en una forma tridimensional. En 1965 Burland resumió que los cambios de volumen en un suelo no saturado deberían ser independientemente relacionados a las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$ .

Las superficies de estado tridimensionales fueron formadas con la relación de vacíos y el grado de saturación contra los parámetros de estado independientes,  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$ . Estas superficies son, en esencia, superficies constitutivas. Las superficies constitutivas de relación de vacíos y grado de saturación contra las variables de esfuerzo  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$  fueron definidas usando diferentes trayectorias de esfuerzos para probar su unicidad.

Los resultados de relación de vacíos (Matyas y Radhakrishna, 1968) generaron una superficie alabeada, con la estructura de suelo siempre decreciendo en volumen como la disminución del esfuerzo  $(u_a - u_w)$  o el incremento del esfuerzo  $(\sigma - u_a)$ , como se muestra en la Figura I.10.1

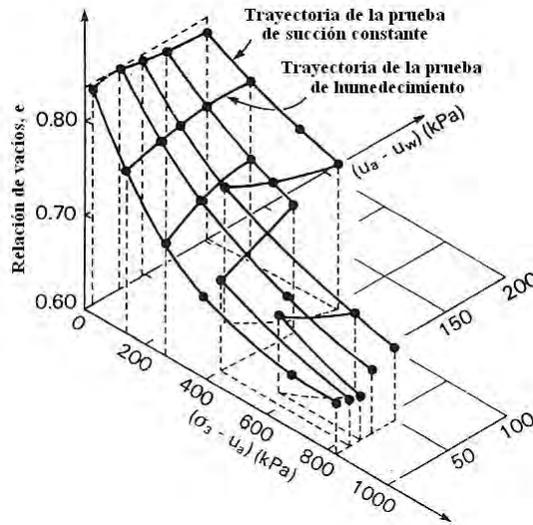


Figura I.10.1 Superficie constitutiva de relación de vacíos para una mezcla de roca y caolín.

Los resultados indicaron que el suelo tenía una estructura metaestable, el cual colapsó como resultado de una reducción gradual en la succión mátrica ( $u_a - u_w$ ). Un suelo con una estructura estable se habría expandido cuando la succión mátrica se hubiese reducido. A pesar del fenómeno de colapso, los resultados muestran una superficie constitutiva única para la estructura de suelo (Figura I.10.1), las trayectorias de deformación resultaron en un incremento del grado de saturación. Cuando otras trayectorias fueron seguidas, lo que involucró el secado y humedecimiento, la relación de vacíos contra la superficie constitutiva de esfuerzos no fue encontrada para ser completamente única. Esta restricción en la trayectoria se introdujo para ser relacionada a la histéresis asociada con el humedecimiento y secado.

La superficie constitutiva para la fase líquida, representada por el grado de saturación no fue encontrada para ser única (Figura I.10.2). Sin embargo, una vez más hubo humedecimiento y secado antes de llevarlo a la saturación.

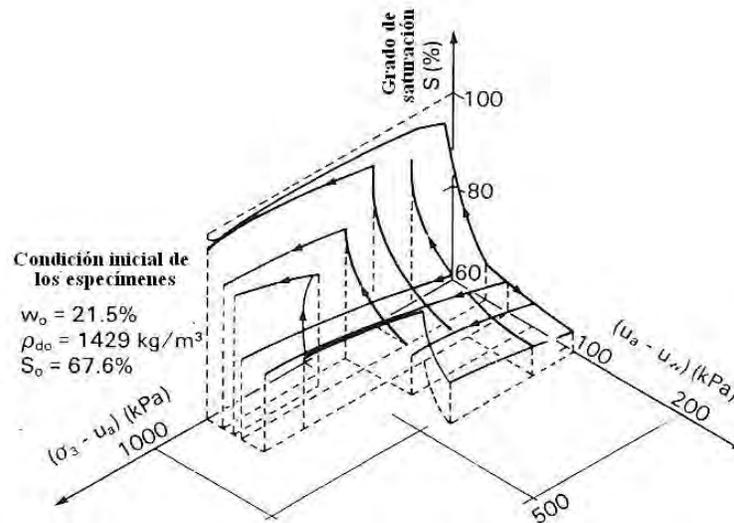


Figura I.10.2 Superficie constitutiva del grado de saturación para una mezcla de roca y caolín.

El papel de  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$  como variables del estado de esfuerzos para suelos no saturados fue posteriormente demostrado por Fredlund (1974) y Fredlund y Morgenstern (1977). Un análisis de esfuerzos basado en la mecánica del medio continuo mostró que solo dos de las tres variables independientes  $[(\sigma - u_a), (u_a - u_w)$  y  $(\sigma - u_w)]$  podían ser usadas para describir el estado de esfuerzos. Por lo tanto, se hizo entendible porque  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$  habían sido exitosamente usados para describir las características del cambio de volumen en un suelo no saturado.

En 1977, Fredlund y Morgenstern propusieron relaciones constitutivas semiempíricas para suelos no saturados usando las tres variables independientes del estado de esfuerzos.

Las variables del estado de esfuerzos y deformaciones fueron combinadas usando relaciones constitutivas adecuadas para la estructura de suelo, fase gaseosa y fase líquida. Sin embargo, solo dos de las tres relaciones constitutivas son requeridas para la descripción completa de los cambios de volumen.

En la ingeniería práctica, los cambios de volumen asociados con la estructura de suelo y la fase líquida son frecuentemente escritos en términos de la relación de vacíos y del cambio en el contenido de agua. Los cambios de volumen asociados con la fase sólida son calculados como la diferencia entre los cambios de volumen de la estructura de suelo y los cambios de volumen de la fase líquida.

*1.10.1 Conceptos de cambio de volumen y deformación.*

Los cambios de volumen en un suelo saturado pueden ser expresados en términos de deformaciones o movimientos relativos de las fases del suelo. Es necesario establecer variables del estado de deformación que sean consistentes con los principios de la mecánica del medio continuo. Un cambio en la posición relativa de las partículas en un cuerpo forma la base para establecer las variables del estado de deformación.

Dos conjuntos de variables del estado de deformaciones son requeridas para describir adecuadamente los cambios de volumen asociados con un suelo no saturado. Las variables del estado de deformación asociadas con la estructura del suelo y la fase líquida son comúnmente usadas en un análisis de cambio de volumen.

1.10.1.1 Requisitos de continuidad.

Un suelo no saturado puede ser visto como una mezcla con dos fases que llegan al equilibrio bajo un gradiente de esfuerzo aplicado (partículas de suelo y piel contráctil) y dos fases que fluyen bajo un gradiente de esfuerzo aplicado (aire y agua). Si se considera un elemento de suelo que se deforma bajo un gradiente de esfuerzo aplicado. El cambio de volumen total en el suelo debe ser igual a la suma de los cambios de volumen asociados con cada fase. Si las partículas de suelo se asumen como incompresibles, el requisito de continuidad puede ser establecido como:

$$\frac{\Delta V_v}{V_0} = \frac{\Delta V_w}{V_0} + \frac{\Delta V_a}{V_0} + \frac{\Delta V_c}{V_0} \quad (\text{I.10.1.1})$$

donde

$V_0$  = volumen inicial de un elemento de suelo no saturado

$V_v$  = volumen de los vacíos del suelo

$V_w$  = Volumen del agua

$V_a$  = volumen del aire

$V_c$  = volumen de la piel contráctil

Asumiendo que el cambio de volumen de la piel contráctil es interna del elemento de suelo, el requisito de continuidad se reduce a

$$\frac{\Delta V_v}{V_0} = \frac{\Delta V_w}{V_0} + \frac{\Delta V_a}{V_0} \quad (\text{I.10.1.2})$$

El requisito de continuidad establecido con la ecuación (I.10.1.2) muestra que los cambios de volumen asociados a dos de las tres variables deben ser medidos, mientras que el tercer cambio del volumen puede ser calculado.

I.10.1.2 Cambio de volumen total.

El cambio de volumen total se refiere al cambio de volumen de la estructura de suelo. Considerando una representación bidimensional de un elemento diferencial de un suelo no saturado, como el mostrado en la Figura I.10.1.1. El elemento tiene dimensiones infinitesimales de  $dx$ ,  $dy$ , y  $dz$  en las direcciones  $x$ ,  $y$ , y  $z$ , respectivamente.

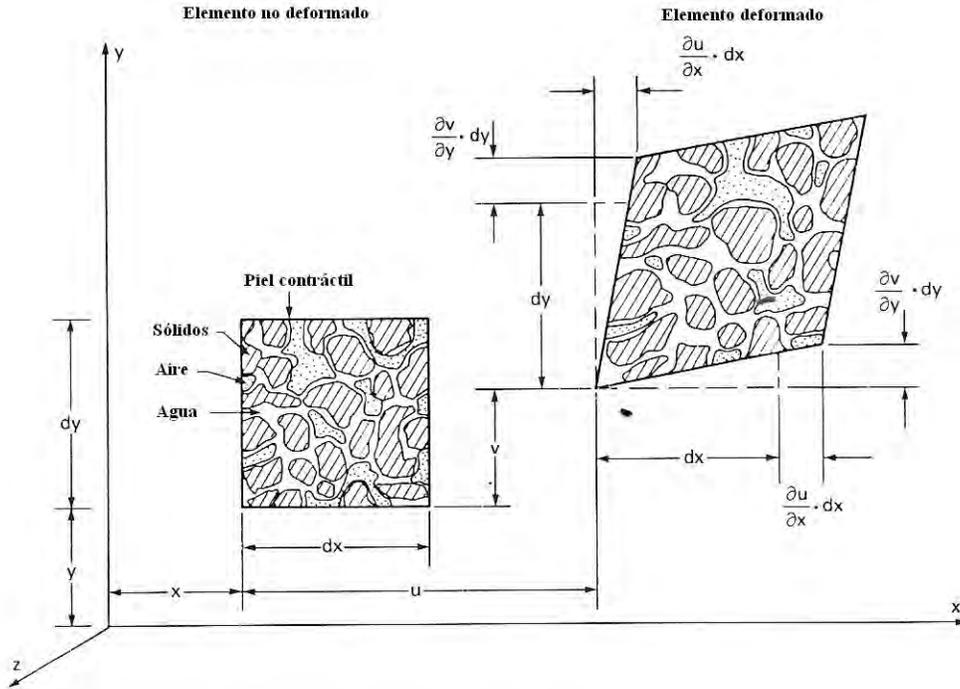


Figura I.10.1.1 Traslación y deformación de un elemento bidimensional de suelo no saturado.

Se asume que el elemento de suelo experimenta una traslación  $u$ ,  $v$ , y  $w$ , desde sus coordenadas originales  $x$ ,  $y$ , y  $z$ , respectivamente. La posición final del elemento es  $(x + u, y + v, y z + w)$ . También se asume que el elemento se deforma en respuesta a un gradiente de esfuerzo aplicado. La deformación consiste en un cambio de longitud y una rotación de una parte del elemento de suelo con respecto de la otra. Los cambios en longitud pueden ser escritos como  $(\delta u / \delta x) dx$ ,  $(\delta v / \delta y) dy$ , y  $(\delta w / \delta z) dz$ . Se define como deformación unitaria,  $\epsilon$ , al cambio en la longitud por unidad de longitud, las deformaciones unitarias de la estructura de suelo se pueden definir como

$$\epsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x} \quad (\text{I.10.1.3})$$

$$\epsilon_y = \frac{\delta v}{\delta y} \quad (\text{I.10.1.4})$$

$$\epsilon_z = \frac{\delta w}{\delta z} \quad (\text{I.10.1.5})$$

donde

$\varepsilon_x$  = deformación unitaria en dirección x

$\varepsilon_y$  = deformación unitaria en dirección y

$\varepsilon_z$  = deformación unitaria en dirección z

Las distorsiones angulares causadas por cortante,  $\gamma$ , son definidas como el cambio en el ángulo original entre dos ejes. Las distorsiones angulares, se pueden expresar como:

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x} \quad (\text{I.10.1.6})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y} \quad (\text{I.10.1.7})$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z} \quad (\text{I.10.1.8})$$

donde

$\gamma_{xy}$  = distorsión angular en el plano xy

$\gamma_{yz}$  = distorsión angular en el plano yz

$\gamma_{zx}$  = distorsión angular en el plano zx

Las deformaciones unitarias y las distorsiones angulares de la estructura de suelo pueden ser escritas como un tensor de deformación

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2}\gamma_{xy} & \frac{1}{2}\gamma_{xz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{yx} & \varepsilon_y & \frac{1}{2}\gamma_{yz} \\ \frac{1}{2}\gamma_{zx} & \frac{1}{2}\gamma_{zy} & \varepsilon_z \end{bmatrix} \quad (\text{I.10.1.9})$$

La suma de las deformaciones unitarias es llamada deformación volumétrica

$$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z \quad (\text{I.10.1.10})$$

donde

$\varepsilon_v$  = deformación volumétrica

La deformación volumétrica es igual a la diferencia entre el volumen de los vacíos en el elemento antes y después de la deformación,  $\Delta V_v$ , referida al volumen inicial del elemento,  $V_0$ :

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta V_v}{V_0} \quad (\text{I.10.1.11})$$

La deformación volumétrica,  $\varepsilon_v$ , puede ser usada como variable del estado de deformación de la estructura de suelo. Esto implica que el cambio de volumen en la estructura de suelo es resultado de la deformación.

### I.10.1.3 Cambios de volumen en el agua y en el aire del suelo.

Para esta suposición, se considera al suelo como un elemento constituido por las fases líquida y gaseosa. El cambio de volumen del fluido se define como la diferencia entre el volumen del elemento deformado y el volumen del elemento no deformado. El cambio en el fluido por unidad de volumen inicial en el elemento de suelo puede ser usado como variables del estado de deformación para la fase líquida. La variable de deformación puede ser escrita como  $(\Delta V_w / V_0)$  para la fase líquida y  $(\Delta V_a / V_0)$  para la fase gaseosa.

### I.10.2 Relaciones constitutivas.

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado pueden ser formuladas ligando las variables del estado de deformación seleccionadas con las variables del estado de esfuerzo apropiadas. Las variables del estado de deformación deben satisfacer el requisito de continuidad. La relación entre variables de estado de deformación y esfuerzo resulta en la incorporación de coeficientes de deformación volumétrica

#### I.10.2.1 Forma Elástica.

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado pueden ser formuladas como la extensión de las ecuaciones usadas para un suelo saturado, usando las variables de estado de esfuerzos apropiadas (Fredlund y Morgenstern, 1976). Se hace la suposición que el suelo se comporta como un material isotrópico y elástico. Las siguientes relaciones constitutivas están expresadas en términos de las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$ . Las relaciones constitutivas de la estructura de suelo asociadas con las deformaciones unitarias en las direcciones  $x$ ,  $y$ , y  $z$  son las siguientes:

$$\varepsilon_x = \frac{(\sigma_x - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_y + \sigma_z - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.10.2.1})$$

$$\varepsilon_y = \frac{(\sigma_y - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_z - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.10.2.2})$$

$$\varepsilon_z = \frac{(\sigma_z - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y - 2u_a) + \frac{(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.10.2.3})$$

donde

$H$  = módulo de elasticidad de la estructura de suelo con respecto al cambio en la succión mátrica ( $u_a - u_w$ )

Las ecuaciones constitutivas asociadas con la distorsión angular son

$$\gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \quad (\text{I.10.2.4})$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \quad (\text{I.10.2.5})$$

$$\gamma_{zx} = \frac{\tau_{zx}}{G} \quad (\text{I.10.2.6})$$

donde

$\tau_{xy}$  = distorsión angular en el plano xy

$\tau_{yz}$  = distorsión angular en el plano yz

$\tau_{zx}$  = distorsión angular en el plano zx

$G$  = módulo de cortante

Las relaciones constitutivas mostradas pueden ser aplicadas donde las curvas esfuerzo contra deformación unitaria son no lineales. La Figura I.10.2.1 muestra una curva esfuerzo contra deformación unitaria típica. Un proceso de incrementos usando pequeños incrementos de esfuerzo y deformación puede ser usado para aplicar las ecuaciones elástico – lineales a la curva no lineal esfuerzo contra deformación.

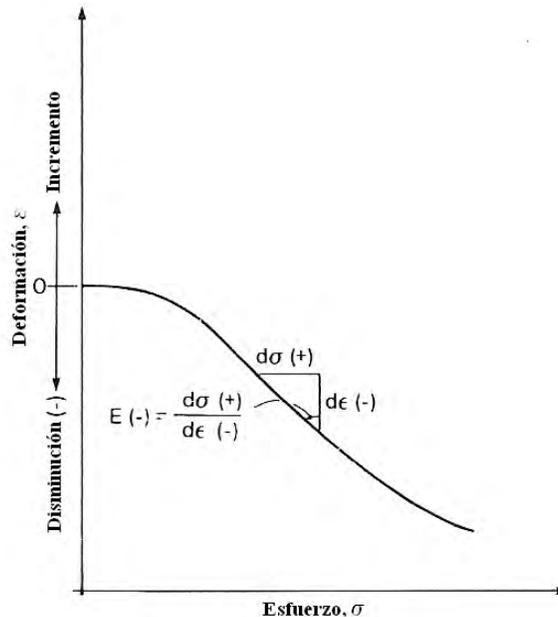


Fig. I.10.2.1 Curva no lineal esfuerzo – deformación.

Los módulos de elasticidad, E y H, tienen signo negativo como se indica en la Figura I10.2.1 y pueden variar en magnitud de un incremento a otro. Las relaciones constitutivas de la estructura de suelo asociadas con las deformaciones unitarias pueden ser escritas en forma de incrementos como:

$$\varepsilon_x = \frac{d(\sigma_x - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E} d(\sigma_y + \sigma_z - 2u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.10.2.7})$$

$$\varepsilon_y = \frac{d(\sigma_y - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E} d(\sigma_x + \sigma_z - 2u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.10.2.8})$$

$$\varepsilon_z = \frac{d(\sigma_z - u_a)}{E} - \frac{\mu}{E} d(\sigma_x + \sigma_y - 2u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H} \quad (\text{I.10.2.9})$$

El miembro izquierdo de las ecuaciones se refiere al cambio en la variable del estado de deformación, mientras que el miembro izquierdo se refiere al cambio en las variables del estado de esfuerzos. El cambio en la deformación volumétrica del suelo para cada incremento, puede ser obtenido como la suma de las deformaciones unitarias en las direcciones x, y, y z:

$$d\varepsilon_v = d\varepsilon_x + d\varepsilon_y + d\varepsilon_z \quad (\text{I.10.2.10})$$

donde

$d\varepsilon_v$  = cambio en la deformación volumétrica para cada incremento

Sustituyendo las ecuaciones (I.10.2.7), (I.10.2.8) y (I.10.2.9) en la ecuación (I.10.2.10) se obtiene

$$d\varepsilon_v = 3\left(\frac{1-2\mu}{E}\right)d\left(\frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} - u_a\right) + \frac{3}{H}d(u_a - u_w) \quad (\text{I.10.2.11})$$

La ecuación (I.6.2.11) puede ser simplificada a la siguiente ecuación:

$$d\varepsilon_v = 3\left(\frac{1-2\mu}{E}\right)d(\sigma_{prom} - u_a) + \frac{3}{H}d(u_a - u_w) \quad (\text{I.10.2.12})$$

donde

$\sigma_{prom}$  = promedio de esfuerzos normales  $(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) / 3$

El cambio en la deformación volumétrica,  $d\varepsilon_v$ , es igual al cambio de volumen en el elemento de suelo dividido entre el volumen inicial del elemento:

$$d\varepsilon_v = \frac{dV_v}{V_0} \quad (\text{I.10.2.13})$$

El volumen inicial,  $V_0$ , se refiere al volumen del elemento de suelo al inicio del proceso del cambio de volumen. Por lo tanto,  $V_0$  permanece constante para todos los incrementos.

La sumatoria de los cambios de deformación volumétrica para cada incremento proporciona la deformación volumétrica final del suelo:

$$\varepsilon_v = \sum d\varepsilon_v \quad (\text{I.10.2.14})$$

Relación constitutiva para la fase sólida.

La relación constitutiva para la fase sólida describe el cambio en el volumen de agua presente en la estructura del elemento de suelo bajo varias condiciones de esfuerzo. El agua se asume como incompresible, y la ecuación toma en cuenta el flujo neto hacia el interior y hacia el exterior del elemento. La relación constitutiva para la fase líquida puede ser formulada en una forma semiempírica basada en la combinación lineal de las variables del estado de esfuerzos. En una forma de incrementos, la ecuación constitutiva puede ser escrita como

$$\frac{dV_w}{V_0} = \frac{3}{E_w} d(\sigma_{prom} - u_a) + \frac{d(u_a - u_w)}{H_w} \quad (\text{I.10.2.15})$$

donde

$E_w$  = módulo volumétrico en el agua asociado con un cambio en  $(\sigma - u_a)$

$H_w$  = módulo volumétrico en el agua asociado con un cambio en  $(u_a - u_w)$

La sumatoria en el cambio de volumen del agua para cada incremento proporciona el cambio final en el volumen de agua

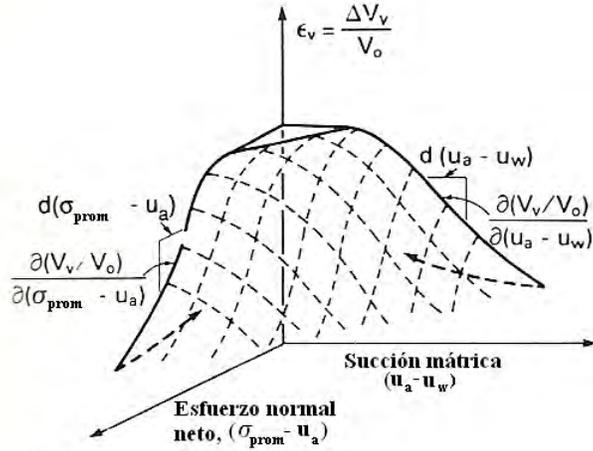
$$\frac{\Delta V_w}{V_0} = \sum \frac{dV_w}{V_0} \quad (\text{I.10.2.16})$$

Cambio en el volumen de aire.

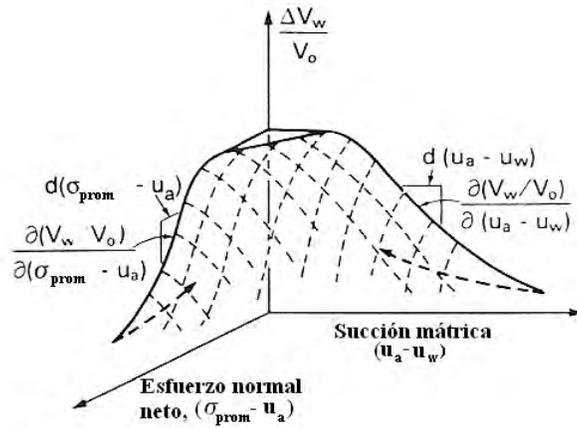
El cambio en el volumen de aire puede ser calculado como la diferencia entre los cambios de volumen de la estructura del suelo y del agua. El requisito de continuidad puede ser escrito en una forma de incrementos usando el cambio de deformación volumétrica

$$d\varepsilon_v = \frac{dV_w}{V_0} + \frac{dV_a}{V_0} \quad (\text{I.10.2.17})$$

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado pueden ser representadas gráficamente en la forma de superficies constitutivas (Figura I.10.2.2)



(a)



(b)

Figura I.10.2.2 Superficies constitutivas para un suelo no saturado. (a) Superficie constitutiva para la estructura del suelo. (b) Superficie constitutiva de la fase líquida.

Los coeficientes usados en las superficies constitutivas son las pendientes de la superficie constitutiva en un punto. Las pendientes son con respecto a ambos ejes. Los coeficientes de una superficie constitutiva están referidos como coeficientes de deformación volumétrica. Estos coeficientes varían de un estado de esfuerzos a otro para una superficie constitutiva.

### I.10.2.2 Forma de Compresibilidad.

Las relaciones constitutivas para un suelo no saturado fueron formuladas usando una forma elástico - lineal. Estas ecuaciones constitutivas pueden ser rescritas en una forma de compresibilidad más común para la mecánica de suelos.

La forma de compresibilidad para la ecuación constitutiva de la estructura de suelo para un suelo no saturado bajo una condición de carga tridimensional, será:

$$d\varepsilon_v = m_1^s d(\sigma_{prom} - u_a) + m_2^s d(u_a - u_w) \quad (I.10.2.18)$$

donde

$m_1^s$  = coeficiente de cambio de volumen con respecto al esfuerzo normal neto

$m_2^s$  = coeficiente de cambio de volumen con respecto a la succión mátrica

Los coeficientes de cambio de volumen  $m_1^s$  y  $m_2^s$  pueden ser llamados compresibilidades desde que son esencialmente una relación entre los cambios en la deformación volumétrica y las variables de esfuerzo.

La forma de compresibilidad de la ecuación constitutiva de la fase líquida para un suelo no saturado bajo una condición de carga tridimensional puede ser escrita como:

$$\frac{dV_w}{V_0} = m_1^w d(\sigma_{prom} - u_a) + m_2^w d(u_a - u_w) \quad (I.10.2.19)$$

donde

$m_1^w$  = coeficiente de cambio en el volumen de agua con respecto al esfuerzo normal neto

$m_2^w$  = coeficiente de cambio en el volumen de agua con respecto a la succión mátrica

### I.10.2.3 Forma Volumen – Masa (Terminología de Mecánica de Suelos).

Para un suelo no saturado, la relación de vacíos y el contenido de agua pueden ser usados como variables del estado de deformación para la estructura de suelo y fase líquida, respectivamente. Usando la terminología de mecánica de suelos, el cambio en la relación de vacíos,  $de$ , de un suelo no saturado bajo una condición de carga tridimensional puede ser escrita como

$$de = a_t d(\sigma_{prom} - u_a) + a_m d(u_a - u_w) \quad (I.10.2.20)$$

donde

$a_t$  = coeficiente de compresibilidad con respecto a un cambio en el esfuerzo normal neto,  $d(\sigma_{prom} - u_a)$

$a_m$  = coeficiente de compresibilidad con respecto a un cambio en la succión mátrica,  $d(u_a - u_w)$

La ecuación (1.10.2.20) es equivalente a una relación constitutiva de la estructura de suelo escrita usando la terminología de mecánica de suelos.

La ecuación constitutiva de la fase líquida tiene la siguiente forma

$$dw = b_t d(\sigma_{prom} - u_a) + b_m d(u_a - u_w) \quad (I.10.2.21)$$

donde

$b_t$  = coeficiente de contenido de agua con respecto a un cambio en el esfuerzo normal neto,  $d(\sigma_{prom} - u_a)$

$b_m$  = coeficiente de contenido de agua con respecto a un cambio en la succión mátrica,  $d(u_a - u_w)$

Los coeficientes  $a_t$ ,  $a_m$ ,  $b_t$  y  $b_m$  son otra forma de representar a los coeficientes de deformación volumétrica. Las ecuaciones constitutivas (I.10.2.20) y (I.10.2.21) pueden ser vistas como superficies constitutivas en un dibujo tridimensional, con cada abscisa representando una de las variables del estado de esfuerzos, y la ordenada representando la propiedad volumen – masa del suelo (Figura I.10.2.3). Estos dibujos pueden ser reducidos a dibujos bidimensionales los cuales muestran gráficamente la relación entre varios coeficientes de deformación volumétrica.

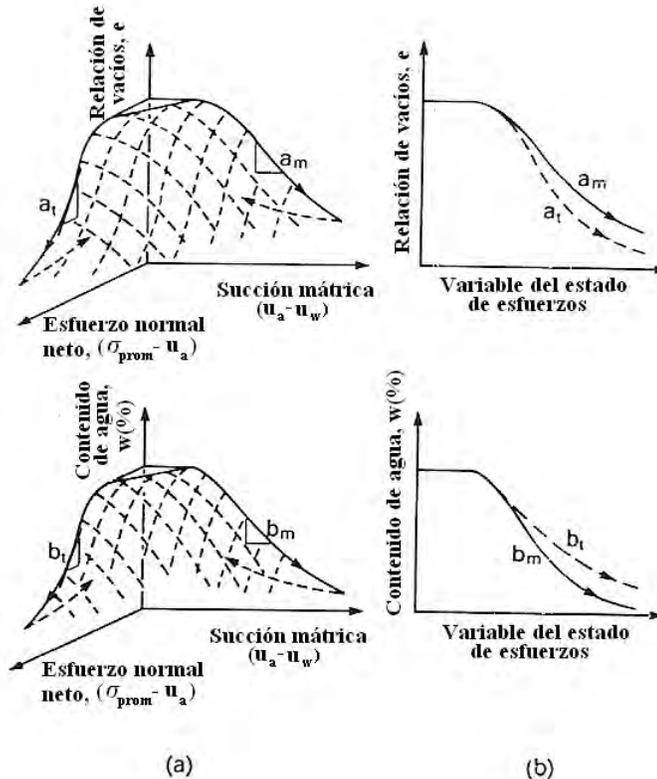


Figura I.10.2.3 Superficies constitutivas para un suelo no saturado expresadas con la terminología de mecánica de suelos. (a) Superficies constitutivas tridimensionales de relación de vacíos y contenido de agua. (b) Comparación bidimensional mostrando el módulo de deformación volumétrica.

I.10.2.4 Uso de  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$  para formular relaciones constitutivas.

Las ecuaciones constitutivas para un suelo no saturado han sido formuladas usando las variables del estado de esfuerzos,  $(\sigma - u_a)$  y  $(u_a - u_w)$ . Otras combinaciones, tales como  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$  pueden también ser usadas. Como un ejemplo, la ecuación (I.10.2.20) puede ser escrita usando las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$ :

$$de = a_{i2}d(\sigma_{prom} - u_w) + a_{m2}d(u_a - u_w) \quad (I.10.2.22)$$

donde

$a_{i2}$  = coeficiente de compresibilidad con respecto a  $(\sigma_{prom} - u_w)$  cuando se usan las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$

$a_{m2}$  = coeficiente de compresibilidad con respecto a la succión mátrica cuando se usan las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$

La ecuación constitutiva de la fase líquida puede ser escrita en términos de las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$ :

$$dw = b_{i2}d(\sigma_{prom} - u_w) + b_{m2}d(u_a - u_w) \quad (I.10.2.23)$$

donde

$b_{i2}$  = coeficiente de cambio de contenido de agua con respecto a  $(\sigma_{prom} - u_w)$  cuando se usan las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$

$b_{m2}$  = coeficiente de cambio de contenido de agua con respecto a la succión mátrica cuando se usan las variables del estado de esfuerzos  $(\sigma - u_w)$  y  $(u_a - u_w)$ .

*1.10.3 Verificación experimental de unicidad de las superficies constitutivas.*

El término unicidad es usado para indicar que existe una y solo una relación entre las variables del estado de esfuerzo y deformación. La Figura I.10.3.1 ilustra el significado del término unicidad de una superficie constitutiva. Considerando tres especímenes idénticos de suelo en el mismo estado inicial. Las variables del estado de esfuerzos de los tres especímenes son variadas a lo largo de diferentes trayectorias. Sin embargo, las variables finales del estado de esfuerzos para los tres especímenes son idénticas. Si la superficie constitutiva es única, la combinación final de las variables del estado de esfuerzos debería de producir el mismo estado de deformación.

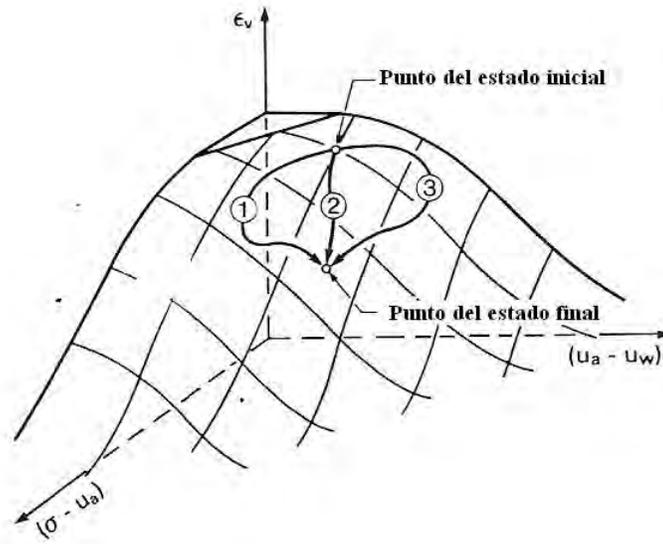
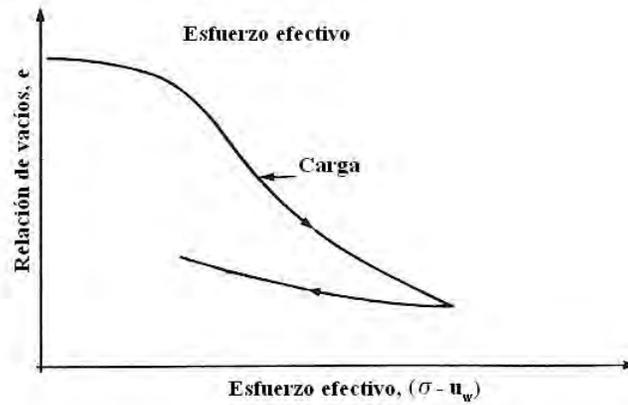


Figura I.10.3.1 Prueba de la unidicidad de una superficie constitutiva para un suelo no saturado.

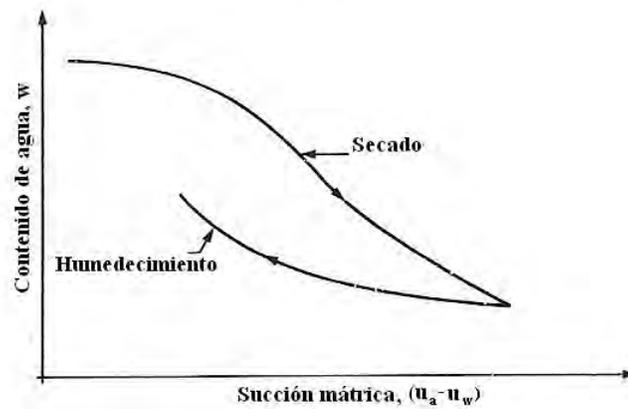
La histéresis es la principal causa de la no unidicidad. La histéresis en asociación con fases que se comportan como un sólido tal como la estructura del suelo y la piel contráctil en un suelo no saturado.

La histéresis asociada con la piel contráctil pues ser inmediatamente visualizada de las curvas de humedecimiento y secado de un material incompresible. En un suelo no saturado, intuitivamente debería haber histéresis asociada con la estructura del suelo y la piel contráctil. Esta aparece en dirección opuesta a la deformación originando diferentes superficies constitutivas.

El término unidicidad en mecánica de suelos es generalmente restringido a superficies constitutivas representando deformaciones monótonas.



(a)



(b)

Figura I.10.3.2 Histéresis asociada con la estructura de suelo y la piel contráctil en un suelo. (a) Curvas de carga y descarga para un suelo saturado. (b) Curvas de humedecimiento y secado.

*I.10.4 Estimación de los movimientos de una arcilla.*

Es importante destacar que la deformación de la arcilla es la suma algebraica de la deformación por absorción de moléculas de agua más la compresión por el incremento de carga externa.

Confinamiento inicial.

Consideremos un elemento de suelo sometido al estado de esfuerzos por peso propio mostrado en la Figura I.10.4.1. La presión de confinamiento promedio inicial, por peso propio del terreno, vale

$$p_{co} = \frac{(p_{vo} + p_{ho} + p_{ho})}{3} \quad (I.10.4.1)$$

Si:

$$p_{ho} = K_o p_{vo} \quad (I.10.4.2)$$

donde

$K_o$  = Coeficiente de presión en reposo del suelo,

entonces:

$$p_{co} = \frac{(1 + 2K_o)p_{vo}}{3} \quad (I.10.4.3)$$

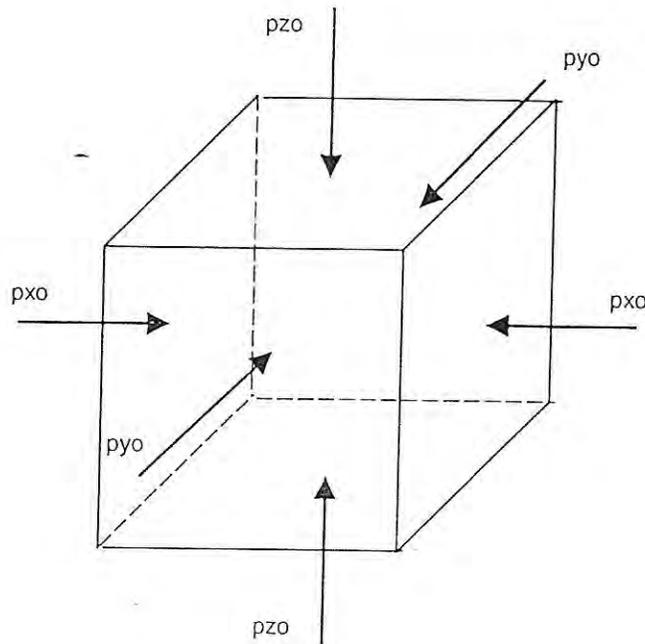


Figura I.10.4.1 Estado de esfuerzos por peso propio.

Por otra parte, si el suelo tiene una cierta cohesión o cementación, podemos considerar que esta se debe a una “presión de confinamiento interno intrínseca”, la cual se denominará como  $p_{cie}$ . Además, si el suelo se encuentra parcialmente saturado, y existe una cierta succión  $p_{so}$ , entonces la presión de confinamiento inicial  $p_{beo}$  será la suma de la presión de confinamiento intrínseca  $p_{cie}$ , más la presión debida a la succión  $p_{so}$ , más la presión externa por peso propio, es decir:

$$p_{beo} = p_{cie} + p_{so} + p_{co} \quad (I.10.4.4)$$

Tensor de incremento de esfuerzo confinante y tensor de incremento de esfuerzo desviador.

Por otra parte, al construir una obra de ingeniería se incrementan los esfuerzos sobre el elemento de suelo en cuestión, quedando en la forma que se indica en la Figura I.10.4.2, donde  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$  son los incrementos de esfuerzo normal ocasionados por la presencia de la obra de ingeniería. El tensor de incrementos de esfuerzo es

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \sigma_z & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y \end{bmatrix} \quad (I.10.4.5)$$

El tensor  $\underline{S}$  se puede descomponer en el tensor isótropo y el tensor desviador como se indica a continuación:

$$\underline{S} = \begin{bmatrix} \sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sigma_z - \sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_x - \sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_y - \sigma_c \end{bmatrix} \quad (I.10.4.6)$$

donde

$$\sigma_c = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} \quad (I.10.4.7)$$

$\sigma_c$  = incremento de presión de confinamiento, por la presencia de la obra de ingeniería

Sean

$$\underline{S}_c = \begin{bmatrix} \sigma_c & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_c & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_c \end{bmatrix} \quad (I.10.4.8)$$

$$\underline{S}_d = \begin{bmatrix} s_z & 0 & 0 \\ 0 & s_x & 0 \\ 0 & 0 & s_y \end{bmatrix} \quad (\text{I.10.4.9})$$

donde

$$s_z = \sigma_z - \sigma_c \quad (\text{I.10.4.10})$$

$$s_x = \sigma_x - \sigma_c \quad (\text{I.10.4.11})$$

$$s_y = \sigma_y - \sigma_c \quad (\text{I.10.4.12})$$

Por lo tanto

$$\underline{S} = \underline{S}_c + \underline{S}_d \quad (\text{I.10.4.13})$$

donde

$\underline{S}_c$  = tensor de incremento de esfuerzo confinante

$\underline{S}_d$  = tensor de incremento de esfuerzo desviador

La importancia de dividir el tensor de esfuerzo en dos componentes radica en que el tensor de incremento de esfuerzo confinante produce una compresión por cambio de volumen, mientras que el tensor de incremento de esfuerzo desviador ocasiona una compresión por cambio de forma del elemento.

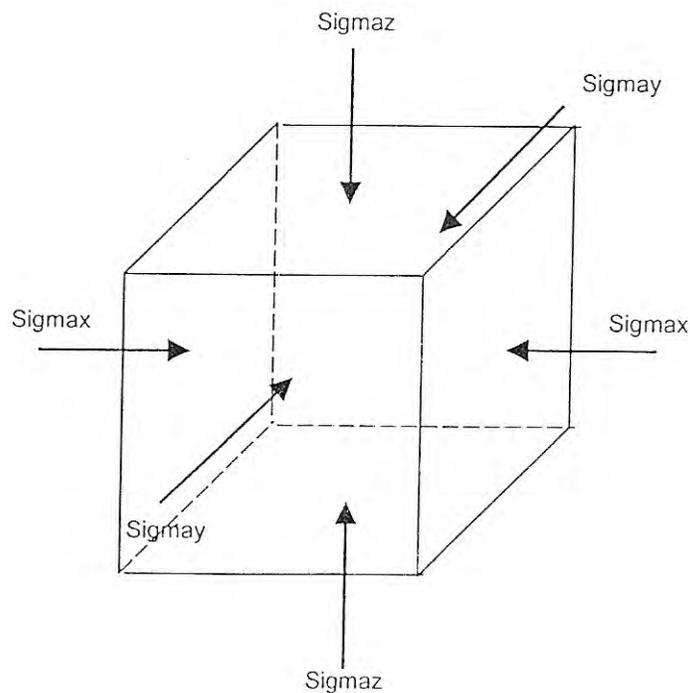


Figura I.10.4.2 Incrementos de esfuerzo causados por una obra de ingeniería.

Compresión por cambio de volumen.

Juárez Badillo (1965) utiliza la siguiente expresión para el cálculo de la deformación volumétrica de los materiales

$$\frac{dV}{V} = -\gamma \frac{d\sigma}{\sigma} \quad (\text{I.10.4.14})$$

donde

$V$  = volumen del elemento de suelo

$\sigma$  = esfuerzo isotrópico sobre el elemento de suelo

$\gamma$  = parámetro que mide la compresibilidad volumétrica del material

Se observa en la ecuación I.10.4.14 que tanto la deformación como el esfuerzo se normalizan.

Consideremos el elemento de suelo sometido a la compresión mostrada en la Figura I.10.4.3. La compresión del suelo se debe a una compresión por cambio de volumen y a una compresión por cambio de forma.

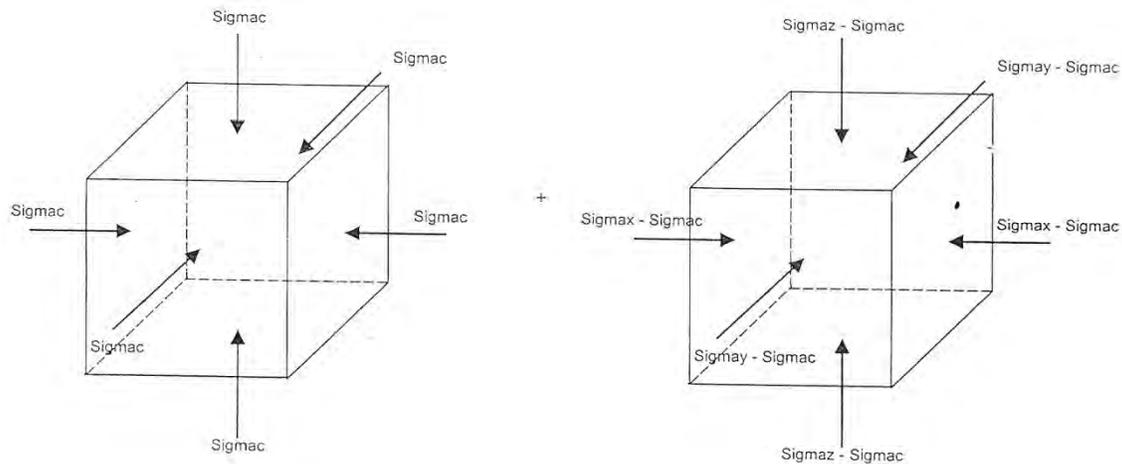


Figura I.10.4.3 Compresión isotrópica y compresión desviadora. (a) Elemento sometido a un incremento de presión isotrópica, compresión por cambio de volumen. (b) Elemento sometido a incrementos de esfuerzo desviador, compresión por cambio de forma.

Supongamos por un momento que el confinamiento inicial (ecuación I.10.4.4) se mantiene constante. Si se da un incremento de esfuerzos  $\sigma_z, \sigma_x$  y  $\sigma_y$ ; se puede usar entonces una variante de la ley de Hooke para el cálculo de la deformación unitaria:

$$\varepsilon \cong \frac{1}{A} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]^r \quad (\text{I.10.4.15})$$

donde

$(1 / A)$  = coeficiente de proporcionalidad entre el esfuerzo desviador y la deformación unitaria

$\nu$  = relación de Poisson

$r$  = exponente que depende de la forma de la curva esfuerzo - deformación unitaria del suelo

$A$  = módulo de rigidez del suelo

Suponiendo que el espesor  $h_0$  del elemento es suficientemente pequeño para que la relación entre el incremento de esfuerzo vertical y el incremento de esfuerzo horizontal sea constante, se tiene que:

$$a_1 = \frac{\sigma_x}{\sigma_z} \quad a_2 = \frac{\sigma_y}{\sigma_z} \quad (\text{I.10.4.16})$$

$$\sigma_x = a_1 \sigma_z \quad \sigma_y = a_2 \sigma_z \quad (\text{I.10.4.17})$$

Sustituyendo las ecuaciones I.10.4.16 y I.10.4.17 en la ecuación I.10.4.15, entonces:

$$\varepsilon \cong \frac{1}{A} \{\sigma_z [1 - \nu(a_1 + a_2)]\}^r \quad (\text{I.10.4.18})$$

$$\varepsilon \cong \frac{1}{A} (f \sigma_z)^r \quad (\text{I.10.4.19})$$

siendo:

$$f = 1 - \nu(a_1 + a_2) \quad (\text{I.10.4.20})$$

Por otra parte, la deformación es función inversa del esfuerzo de confinamiento. Si se considera un elemento de suelo sometido a una presión de confinamiento inicial  $p_{beo}$ ; y se dan incrementos de esfuerzo  $\sigma_z, \sigma_x$  y  $\sigma_y$ ; estos incrementos de esfuerzo ocasionan que la presión de confinamiento  $p_{beo}$  aumente en una cantidad  $\Delta p_{be}$ , dando lugar a un nuevo valor de  $p_{be}$ , que vale:

$$p_{be} = p_{beo} + \Delta p_{be} \quad (\text{I.10.4.21})$$

En términos generales, en mecánica de suelos se acepta que  $\Delta p_{be}$ , es igual al incremento de esfuerzo normal en el plano octaédrico, o sea, que es igual al promedio de los incrementos de esfuerzo:

$$\Delta p_{be} = \frac{\sigma_z + \sigma_x + \sigma_y}{3} \quad (\text{I.10.4.22})$$

Para fines prácticos, se sustituye la cantidad (1/3) por coeficientes, es decir:

$$\Delta p_{be} = b_1 \sigma_z + b_2 (\sigma_x + \sigma_y) \quad (\text{I.10.4.23})$$

donde  $b_1 = b_2 = 1/3$

Reemplazando las ecuaciones I.10.4.17 en la ecuación I.10.4.22, se obtiene:

$$\Delta p_{be} = c \sigma_z \quad (\text{I.10.4.24})$$

donde

$$c = b_1 + b_2 (a_1 + a_2) \quad (\text{I.10.4.25})$$

Sustituyendo en la ecuación I.10.4.21, resulta:

$$p_{be} = p_{beo} + c \sigma_z \quad (\text{I.10.4.26})$$

Si se dan incrementos diferenciales de esfuerzo al elemento, con los resultados anteriores, se puede plantear una ecuación constitutiva general, en la que la deformación unitaria sea directamente proporcional a la variante de la ley de Hooke dada por la ecuación I.10.4.15, e inversamente proporcional a la presión de confinamiento dada por la ecuación I.10.4.26 (Deméneghi, 1984), es decir:

$$\frac{dh}{h} = - \frac{\left( \frac{f \sigma_z}{p_a} \right)^r d \left( \frac{f \sigma_z}{p_a} \right)}{\left\{ \frac{[(p_{beo} + c \sigma_z)]^s}{p_a} \right\}} \quad (\text{I.10.4.27})$$

donde

$r$  y  $s$  = exponentes que dependen del tipo de suelo

$p_a$  = presión atmosférica = 101.3 kPa, que se introduce con el fin de que el módulo A sea adimensional

En arcillas parcialmente saturadas  $r = 1$  y  $s = 1$ . Por lo que la ecuación I.10.4.27 queda:

$$\frac{dh}{h} = - \frac{f^2}{A p_a} \frac{\sigma_z d \sigma_z}{(p_{beo} + c \sigma_z)} \quad (\text{I.10.4.28})$$

Integrando la ecuación I.10.4.28, al aumentar el esfuerzo normal vertical de 0 a  $\sigma_z$ , la altura del elemento se reduce de la altura inicial  $h_0$  a la altura final  $h_f$ . Por lo tanto, se integra dicha ecuación de  $h_0$  a  $h_f$  en el primer miembro y de 0 a  $\sigma_z$  en el segundo miembro:

$$\int_{h_0}^{h_f} \frac{dh}{h} = \int_0^{\sigma_z} -\frac{f^2}{Ap_a} \frac{\sigma_z d\sigma_z}{(p_{beo} + \sigma_z)} \quad (\text{I.10.4.29})$$

es decir:

$$\frac{h_f}{h_0} = \left\{ \left( \frac{p_{beo} + c\sigma_z}{p_{beo}} \right)^{\left( \frac{f}{c} \right)^2 \left( \frac{p_{beo}}{Ap_a} \right)} \right\} e^{\left( \frac{f^2 \sigma_z}{cAp_a} \right)} \quad (\text{I.10.4.30})$$

La deformación lineal unitaria  $\varepsilon_z$  es:

$$\varepsilon_z = \frac{h_0 - h_f}{h_0} = 1 - \frac{h_f}{h_0} \quad (\text{I.10.4.31})$$

por lo tanto:

$$\varepsilon_z = 1 - \left\{ \left( \frac{p_{beo} + c\sigma_z}{p_{beo}} \right)^{\left( \frac{f}{c} \right)^2 \left( \frac{p_{beo}}{Ap_a} \right)} \right\} e^{\left( \frac{f^2 \sigma_z}{cAp_a} \right)} \quad (\text{I.10.4.32})$$

Pero  $\varepsilon_z = \frac{\delta_z}{h_0}$ , por lo que:

$$\delta_z = \left[ 1 - \left\{ \left( \frac{p_{beo} + c\sigma_z}{p_{beo}} \right)^{\left( \frac{f}{c} \right)^2 \left( \frac{p_{beo}}{Ap_a} \right)} \right\} e^{\left( \frac{f^2 \sigma_z}{cAp_a} \right)} \right] h_0 \quad (\text{I.10.4.33})$$

La ecuación I.10.4.33 proporciona la deformación vertical de un elemento de suelo sometido a incrementos de esfuerzo normal  $\sigma_z$ ,  $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ .

Deformación por absorción de agua dentro de las partículas del suelo.

Por otra parte, la plasticidad de los suelos da lugar a que además de la deformación debida a un cambio en el esfuerzo desviador, se presente una deformación adicional producida por la absorción de moléculas de agua dentro de las partículas sólidas del suelo. Dado que esta absorción depende de la cantidad de agua del suelo, y ésta a su vez es función de la propia succión, la deformación volumétrica debida a absorción se puede calcular con la siguiente ecuación constitutiva:

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{B_a} \frac{d(b_4 p_s)}{p_c + b_4 p_s} \quad (\text{I.10.4.34})$$

donde

V = volumen del elemento de suelo y,

$$p_c = p_{co} + \sigma_c \quad (\text{I.10.4.35})$$

$$\sigma_c = \frac{\sigma_z + \sigma_x + \sigma_y}{3} \quad (\text{I.10.4.36})$$

Al variar la succión de  $p_{so}$  a  $p_{sf}$  ( $p_{so} < p_{sf}$ ) un elemento de suelo disminuye su volumen de  $V_0$  a  $V_f$ . Por lo tanto, se integra la ecuación I.10.4.34 de  $V_0$  a  $V_f$  en el primer miembro y de  $p_{so}$  a  $p_{sf}$  en el segundo miembro:

$$\int_{V_0}^{V_f} \frac{dV}{V} = \int_{p_{so}}^{p_{sf}} -\frac{1}{B_a} \frac{d(b_4 p_s)}{p_c + b_4 p_s} \quad (\text{I.10.4.37})$$

Como resultado de la integración se tiene:

$$\frac{V_f}{V_0} = \left( \frac{p_c + b_4 p_{sf}}{p_c + b_4 p_{so}} \right)^{-\frac{1}{B_a}} \quad (\text{I.10.4.38})$$

La deformación volumétrica unitaria  $\varepsilon_{va}$  se define como:

$$\varepsilon_{va} = \frac{\Delta V}{V_0} = \frac{V_0 - V_f}{V_0} = 1 - \frac{V_f}{V_0} \quad (\text{I.10.4.39})$$

Por lo tanto:

$$\varepsilon_{va} = 1 - \left( \frac{p_c + b_4 p_{sf}}{p_c + b_4 p_{so}} \right)^{-\frac{1}{B_a}} \quad (\text{I.10.4.40})$$

La ecuación I.4.4.40 proporciona la deformación volumétrica unitaria (contracción o expansión) de un elemento de suelo de volumen inicial  $V_0$ , al variar la succión de  $p_{so}$  a  $p_{sf}$ . Si  $\varepsilon_{va}$  es positiva, el elemento se contrae, mientras que si  $\varepsilon_{va}$  es negativa, el elemento se hincha. En la práctica  $b_4 \cong 1$ .

### 1.10.5 Pruebas de laboratorio.

#### Ensaye de volumen constante.

La prueba de volumen constante consiste en agregar agua al espécimen de suelo e impedir, mediante carga externa, la expansión del mismo. El proceso continúa hasta que la arcilla no muestra indicios de expansión, en este momento deja de incrementarse la humedad del espécimen. Enseguida, la prueba se desarrolla dando incrementos de carga (sin agregar agua), hasta que se presenta un cambio apreciable en la compresibilidad del suelo. Finalmente, el espécimen se descarga. Este ensaye permite conocer la magnitud de la succión  $p_{sl}$  (presión corregida de expansión) en la muestra de arcilla. A esta prueba se le puede denominar de “volumen constante” y es similar al ensaye de “presión de expansión” que se realiza en laboratorios de mecánica de suelos.

Prueba de saturación de carga.

Este ensaye consiste en colocar una muestra de suelo con su humedad natural en el consolidómetro. Se le aplica una presión total vertical  $p_{vA}$  y se determina su relación de vacíos  $e_A$ . Luego se incrementa la humedad de la arcilla hasta que esta se sature totalmente (punto B, Figura I.10.5.1); se obtiene la relación de vacíos del suelo saturado  $e_B$ . A continuación se incrementa el esfuerzo vertical hasta que se alcance o supere la relación de vacíos  $e_A$  (punto C, Figura I.10.5.1). Con esta prueba se pueden determinar los parámetros  $B_a$ ,  $A_v$  y  $p_s$ . En efecto,  $B_a$  se despeja de la ecuación I.10.4.40, por lo que se obtiene:

$$B_a = \frac{\ln\left(\frac{Kp_{vA}}{Kp_{vA} + b_4 p_{vC}}\right)}{\ln\left(\frac{1 + e_B}{1 + e_A}\right)} \quad (\text{I.10.5.1})$$

siendo:

$$K = \frac{1 + 2K_0}{3} \quad (\text{I.10.5.2})$$

El módulo de rigidez del suelo  $A$  de la ecuación I.10.4.15, se obtiene como:

$$A = \frac{\ln\left(\frac{p_{vC}}{p_{vA}}\right)}{\ln\left(\frac{1 + e_A}{1 + e_B}\right)} \quad (\text{I.10.5.3})$$

donde

$p_s$  = succión del suelo en estado natural  $p_{vC}$  (Figura I.10.5.1)

En la práctica se recomienda que  $p_{vA} = 30 \text{ kPa}$ .

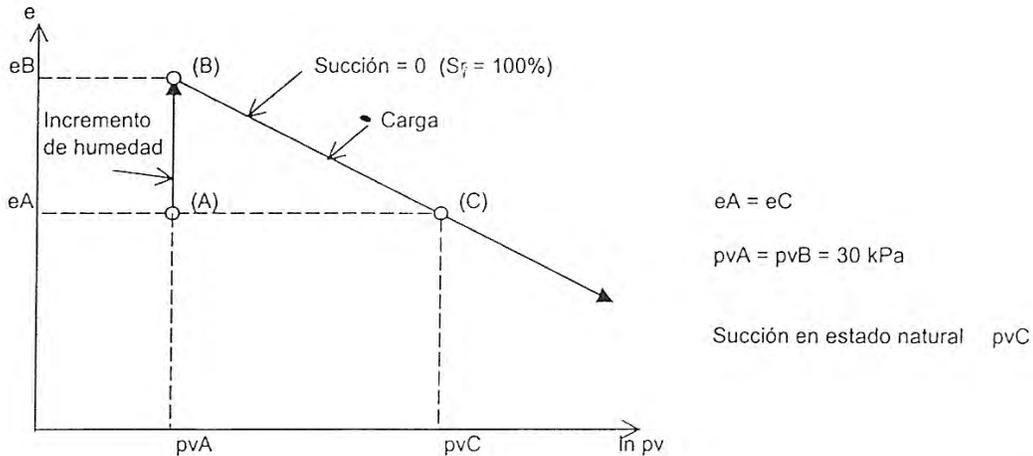


Figura I.10.5.1 Curva de compresibilidad, determinación de los módulos  $A$  y  $B_a$ .

## **I.11 Cimentaciones sobre suelos expansivos.**

### *I.11.1 Zapatas aisladas.*

Este tipo de cimentación no se usa comúnmente sobre suelos expansivos, su uso debe restringirse a suelos que tengan menos del 1% de potencial expansivo y presiones de expansión muy bajas.

Donde se usan zapatas aisladas, usualmente se aplican técnicas especiales con el fin de incrementar el esfuerzo de contacto de modo que se minimice la expansión del suelo.

Este tipo de cimentación puede usarse donde las capas superiores de los suelos expansivos son delgadas y además se puede alcanzar un estrato estable de suelo no expansivo, en el cual, se pueden colocar zapatas.

Es evidente que el uso de zapatas aisladas en suelos expansivos deberá ser restringido a suelos:

- Donde la capa rocosa o el estrato resistente es profundo y no puede ser alcanzado económicamente.
- Donde los estratos superficiales de suelo tienen un potencial de expansión moderado, menor de 1%.
- Que presenten presiones de expansión bajas.
- Y además la capacidad e carga de dichos estratos superficiales es relativamente alta.

### *I.11.2 Zapatas corridas.*

El empleo de las zapatas corridas deberá limitarse a suelos con potencial de expansión menor de 1% y una presión de expansión menor a  $15 \text{ ton/m}^2$ . Para asegurarse que se ejerce sobre el suelo una presión de carga muerta de cuando menos  $5 \text{ ton/m}^2$ , es necesario el empleo de zapatas tan angostas como sea posible. Para esto es recomendable revisar los reglamentos locales para conocer las dimensiones mínimas permisibles.

### *I.11.3 Losas de cimentación.*

Las losas de concreto reforzadas con contratraves entrecruzadas en la parte inferior, han sido usadas exitosamente como cimentaciones sobre suelos expansivos de estructuras relativamente pesadas. Las losas de cimentación son un excelente sistema de cimentación en áreas donde los basamentos son muy profundos o donde las condiciones de los suelos expansivos se extienden a gran profundidad, lo que hace que el empleo de pilotes sea extremadamente costoso. Las losas de cimentación pueden ser reforzadas o post – tensadas.

#### 1.11.4 Pilotes.

Como los suelos expansivos son usualmente firmes y no contienen agua libre, frecuentemente constituyen un excelente medio en el que se hacen perforaciones para desplantar pilotes en profundidades debajo de la zona activa. Se pueden construir pilotes colocados *in situ* en aquellos lugares donde los problemas de expansión sean agudos, fabricándoles campanas en las puntas que funcionan como anclas en estratos de suelo que no están sujetos a movimientos estacionales importantes.

Los pilotes pueden ser de concreto reforzado, con o sin campana. La función principal de los pilotes en suelos expansivos es transmitir la carga estructural al suelo, además de proporcionar el anclaje necesario y la capacidad estructural para resistir la fuerza de expansión. Existen varios tipos de pilotes que se pueden construir cuando se tiene la presencia de suelos expansivos:

- Pilotes de fricción perforados a través de suelos expansivos, anclados por medio de campanas.
- Pilotes que atraviesan estratos de suelo expansivo y acampanados en la parte inferior en un estrato estable para soportar una columna medianamente cargada y para proveer de anclaje.
- Pilotes rectos largos, perforados hasta una zona estable donde no exista afectación alguna por parte de los cambios de humedad en áreas de suelos expansivos.

## **CAPÍTULO II.**

### **INTERACCIÓN SUELO - ESTRUCTURA.**

#### **II.1 Descripción del análisis de interacción suelo – estructura.**

La interacción suelo – estructura es aquella parte de la ingeniería que estudia las deformaciones del terreno de cimentación cuando éstas se ven afectadas por la presencia y rigidez de la propia estructura. La influencia de la estructura puede ser en condiciones estáticas, lo cual es tratado por la interacción estática suelo – estructura, o puede ser en condiciones dinámicas, lo cual cae en el campo de la interacción dinámica suelo – estructura.

Se conocen como métodos de interacción suelo – estructura aquellos procedimientos que para el cálculo de las deformaciones del terreno de cimentación toman en cuenta la rigidez de la estructura. Todos estos métodos están basados en el principio de que en el contacto cimiento – terreno, los desplazamientos tanto de la subestructura como los del terreno son iguales, es decir, existe compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo.

En términos generales, el procedimiento de cálculo para la interacción suelo – estructura consiste en tres pasos: (a) se calculan los desplazamientos de la subestructura, (b) se calculan los desplazamientos del terreno de cimentación, y (c) se establece la compatibilidad de deformaciones entre suelo y estructura.

Se pueden distinguir dos clases de situaciones en relación con la interacción: cuando los cimientos están suficientemente separados, de tal forma que la carga sobre un apoyo no ejerce la influencia sobre los desplazamientos de los apoyos vecinos (este fenómeno se presenta usualmente en zapatas aisladas); y cuando se trata de un cimiento continuo donde el desplazamiento de un punto de dicho cimiento está afectado por la carga repartida en toda la subestructura (es el caso de las zapatas corridas o losas de cimentación).

El procedimiento que consiste en las siguientes etapas:

- Análisis estructural.
- Cálculo de deformaciones del suelo.
- Establecimiento de la compatibilidad de las deformaciones de la estructura y del terreno.

Sea un cimiento totalmente flexible con carga uniforme apoyado en un suelo cohesivo totalmente saturado. El asentamiento a largo plazo toma la forma indicada en la Figura II.1.1a, el diagrama de reacción del terreno en este caso es igual al de la carga, es decir, la reacción es uniforme. Si dicho cimiento se apoya sobre un suelo friccionante, el asentamiento se distribuye como se indica en la Figura II.1.1b; por ser el cimiento totalmente flexible, la reacción del suelo también es uniforme.

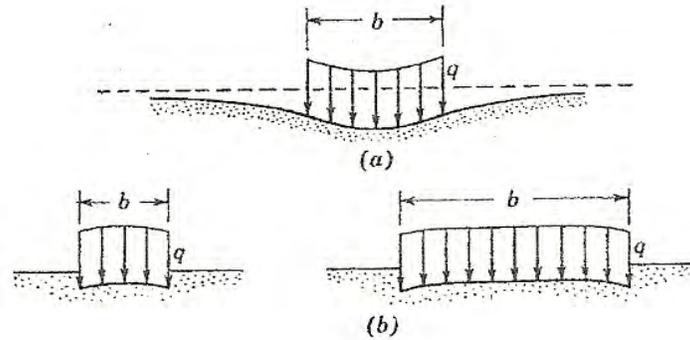


Figura II.1.1 Perfil del asentamiento ocasionado por una carga uniforme sobre la superficie de una masa de suelo. (a) Material homogéneo isótropo – elástico, tal como una arcilla saturada. (b) Material homogéneo – elástico, que incrementa su rigidez con el confinamiento, tal como una arena o grava.

Sea ahora una placa de rigidez infinita apoyada en una arcilla totalmente saturada (Figura II.1.2a). El hundimiento es uniforme, pero el diagrama de reacción a largo plazo toma la forma indicada en la Figura II.1.2a. Si la placa se apoya sobre un suelo friccionante, el diagrama de reacción toma la forma de la Figura II.1.2b.

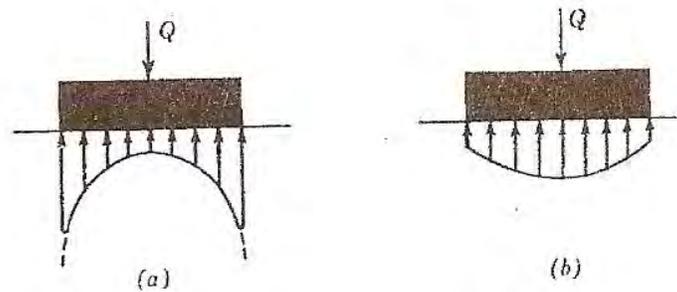


Figura II.1.2 Presión de contacto en la base de una cimentación rígida sobre la superficie de una masa de suelo. (a) Material homogéneo isótropo – elástico, tal como una arcilla saturada. (b) Material homogéneo – elástico, que incrementa su rigidez con el confinamiento, tal como una arena o grava.

Se observa entonces que los diagramas de asentamientos y de reacciones del terreno dependen de la clase de suelo y de la rigidez de la estructura. Un cimiento real puede quedar entre los dos casos extremos señalados, pues su rigidez no necesariamente es nula o infinita.

Considerando un marco estructural con una cimentación a base de una zapata corrida (Figura II.1.3), en el cual se trata de obtener los diagramas de asentamientos y de reacciones del terreno de cimentación (Figuras II.1.4 y II.1.5).

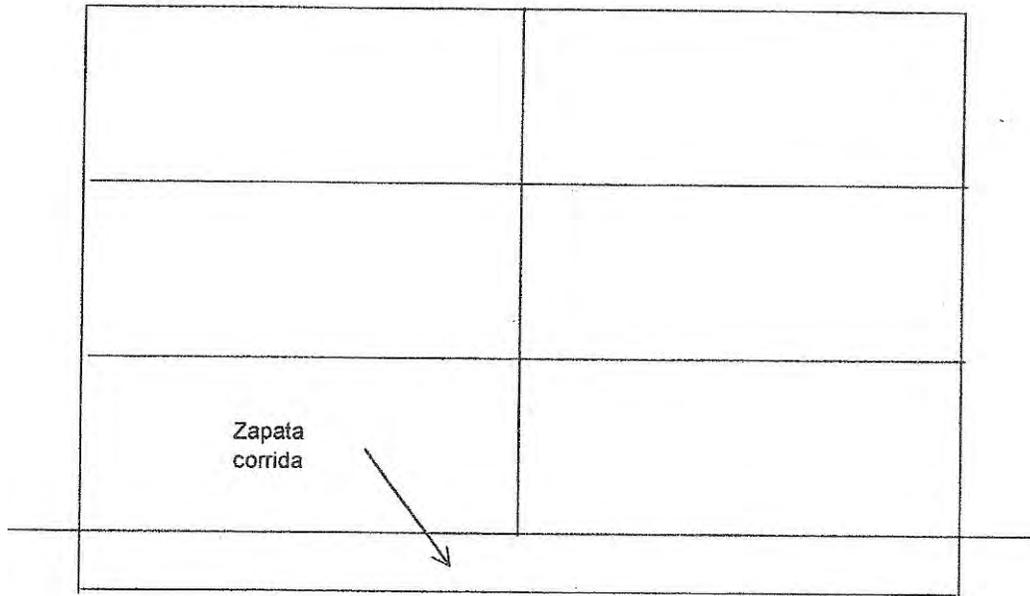


Figura II.1.3 Marco estructural (Elevación).

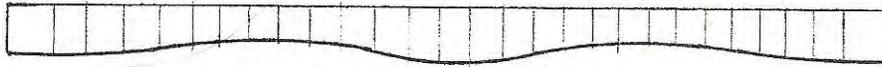


Figura II.1.4 Diagrama de asentamiento.

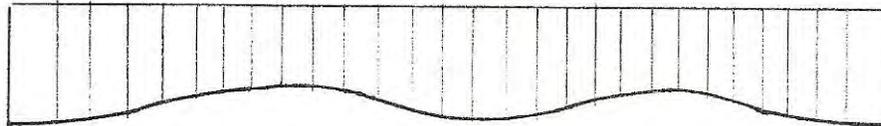


Figura II.1.5 Diagrama de reacciones.

En el caso general, la forma del diagrama de reacciones es diferente de una reacción uniforme. Si se sustituye la curva de reacción del terreno por una serie de reacciones  $r_1, r_2, \dots, r_n$  (Figura II.1.6); el análisis estructural se lleva a cabo utilizando el método de rigideces, considerando las reacciones  $r_i$  como incógnitas.

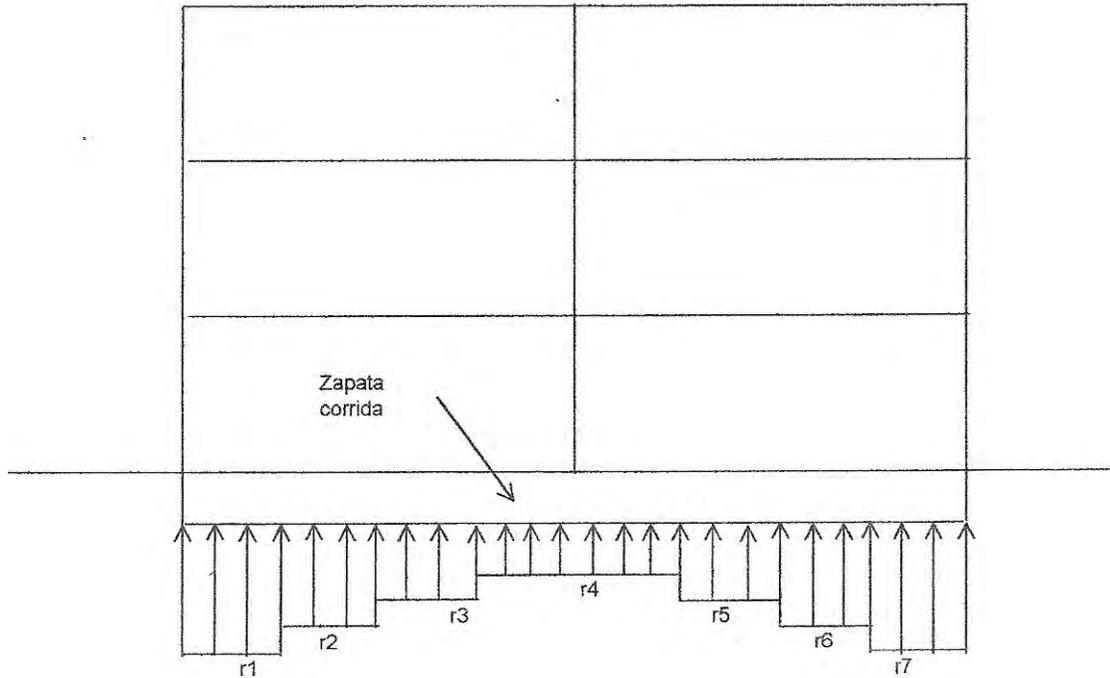


Figura II.1.6 Reacciones del terreno.

A continuación, aplicando la tercera ley de Newton, se aplican las cargas  $r_i$  sobre el terreno (Figura II.1.7), y se obtienen los hundimientos de éste en función de las  $r_i$ , empleando el método de Chamecki (1956).

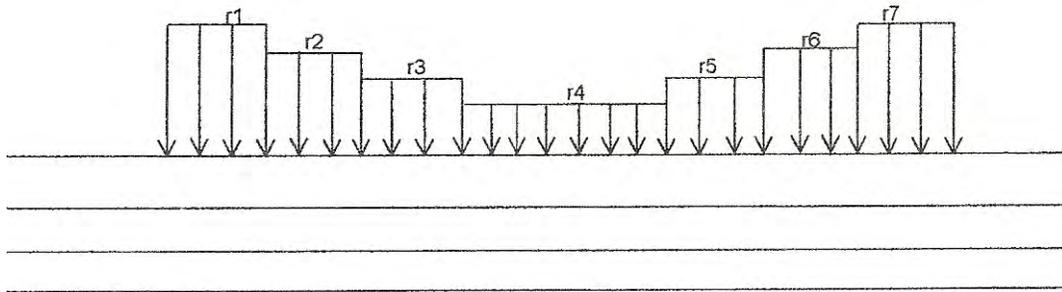


Figura II.1.7 Cargas sobre el terreno.

El problema de la interacción se resuelve estableciendo la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo, es decir, si el suelo está en contacto con la estructura de cimentación las deformaciones de ambos medios deben ser iguales.

II.1.1 Análisis estructural.

Para el cálculo de las deformaciones de la estructura, se utiliza el método de rigideces del análisis estructural.

En dicho método se debe cumplir la siguiente ecuación matricial de equilibrio en los nudos de la estructura:

$$\underline{K}\underline{\delta} + \underline{P}^e + \underline{P}^c = 0 \quad (\text{II.1.1.1})$$

donde

$\underline{K}$  = matriz de rigideces de la estructura

$\underline{\delta}$  = vector de desplazamientos

$\underline{P}^e$  = vector de cargas de empotramiento

$\underline{P}^c$  = vector de cargas concentradas

La matriz de rigideces de la estructura se puede obtener mediante la suma de las matrices de rigidez de todas y cada una de las barra que forman la estructura. El vector de cargas de empotramiento de toda la estructura es igual a la suma de los vectores de carga de todas y cada una de las barras de la estructura.

Para obtener la matriz de rigidez en la estructura calcularemos la matriz de rigidez de las barras de dicha estructura. Las barras y los grados de libertad se enumeran como se muestra en la Figura II.1.8.

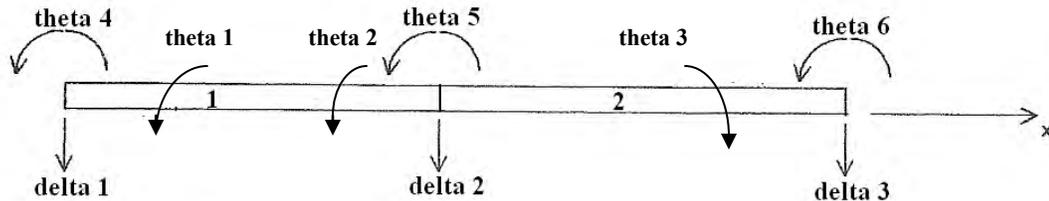


Figura II.1.8. Numeración de barras y grado de libertad.

Una losa de cimentación se puede modelar como una retícula de barras ortogonales entre sí. La solución es más precisa a medida que se incrementa el número de éstas. Para una retícula de barras horizontales, se puede despreciar el acortamiento de barras.

Se determinará la matriz de rigidez de cada una de las barras, con los grados de libertad mostrados en la Figura II.1.9.

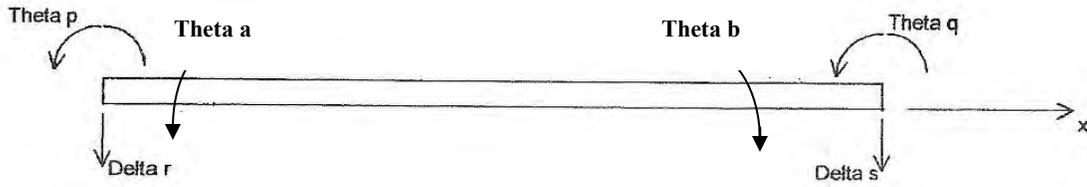


Fig. II.1.9. Grados de libertad de la barra m.

La matriz de rigidez de la barra  $m$ , en dirección  $x$  será:

$$\underline{K}_m = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{6EI}{L} & \frac{6EI}{L} & \frac{12EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^2} & 0 & 0 \\ -\frac{6EI}{L} & -\frac{6EI}{L} & \frac{12EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^2} & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{6EI} & \frac{L^2}{6EI} & -\frac{L^3}{12EI} & \frac{L^3}{12EI} & 0 & 0 \\ \frac{L^2}{6EI} & \frac{L^2}{6EI} & -\frac{L^3}{12EI} & \frac{L^3}{12EI} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{GI_t}{L} & -\frac{GI_t}{L} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{GI_t}{L} & \frac{GI_t}{L} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1.1.2})$$

La matriz de rigidez de la barra  $m$ , en dirección  $y$  será:

$$\underline{K}_m = \begin{bmatrix} \frac{GI_t}{L} & -\frac{GI_t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{GI_t}{L} & \frac{GI_t}{L} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^3} & \frac{4EI}{L^2} & \frac{2EI}{L^2} \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^3} & -\frac{4EI}{L^2} & -\frac{2EI}{L^2} \\ 0 & 0 & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \\ 0 & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{2EI}{L} & -\frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (\text{II.1.1.3})$$

La matriz de rigidez de la estructura es la suma de las matrices de rigidez de todas y cada una de las barras, es decir:

$$\underline{K} = \underline{K}_1 + \underline{K}_2 + \dots + \underline{K}_n \quad (\text{II.1.1.4})$$

En una barra de cimentación como la mostrada en la Figura II.1.10, el vector de cargas de empotramiento vale, en dirección  $x$ :

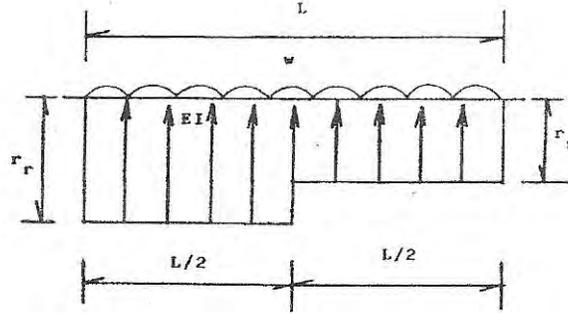


Figura II.1.10. Geometría y cargas de la barra de cimentación.

$$\underline{P}_m^e = \begin{bmatrix} \frac{\omega L^2}{12} - \frac{11L^2}{152}r_r - \frac{5L^2}{192}r_s \\ -\frac{\omega L^2}{12} + \frac{5L^2}{192}r_r + \frac{11L^2}{192}r_s \\ -\frac{\omega L}{2} + \frac{13L}{32}r_r + \frac{3L}{32}r_s \\ -\frac{\omega L}{2} + \frac{3L}{32}r_r + \frac{13L}{32}r_s \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (\text{II.1.1.5})$$

En dirección  $y$ :

$$\underline{P}_m^e = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\frac{\omega L}{2} + \frac{13L}{32}r_r + \frac{3L}{32}r_s \\ -\frac{\omega L}{2} + \frac{3L}{32}r_r + \frac{13L}{32}r_s \\ \frac{\omega L^2}{12} - \frac{11L^2}{192}r_r + \frac{5L^2}{192}r_s \\ \frac{\omega L^2}{12} - \frac{5L^2}{192}r_r - \frac{11L^2}{192}r_s \end{bmatrix} \quad (\text{II.1.1.6})$$

Como se mencionó, el vector de cargas de empotramiento es igual a la suma de los vectores de carga de todas y cada una de las barras, por lo que:

$$\underline{P}^e = \sum \underline{P}_m^e \quad (\text{II.1.1.7})$$

Y para las barras de la figura, se tendrá que:

$$\underline{P}^e = \underline{P}_1^e + \underline{P}_2^e \quad (\text{II.1.1.8})$$

El vector de cargas concentradas estará dado por fuerzas externas (fuerzas y/o momentos) aplicadas en los extremos de cada barra, siendo de la forma:

$$\underline{P}_m^c = \begin{Bmatrix} F_r \\ F_s \\ M_r \\ M_s \\ M_a \\ M_b \end{Bmatrix} \quad (\text{II.1.1.9})$$

El vector de cargas concentradas para las barras de la fig. II.1.8 será:

$$\underline{P}^c = \underline{P}_1^c + \underline{P}_2^c \quad (\text{II.1.1.10})$$

Por último, el vector de desplazamientos, según la figura II.1.8, estará dado por:

$$\underline{\delta} = \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \\ \theta_6 \\ \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{Bmatrix} \quad (\text{II.1.1.11})$$

Si la zapata a analizar se ha dividido en dos barras, se establece por simetría que:

$$\delta_1 = \delta_3 \quad (\text{II.1.1.12})$$

$$-\theta_4 = \theta_6 \quad (\text{II.1.1.13})$$

$$-\theta_1 = \theta_3 \quad (\text{II.1.1.14})$$

$$r_1 = r_3 \quad (\text{II.1.1.15})$$

### II.1.2 Cálculo de las deformaciones del suelo.

Las cargas que transmite la estructura al terreno de cimentación son iguales en magnitud y de sentido contrario a las reacciones del suelo sobre la estructura, por la tercera ley de Newton (Figuras II.1.11 y II.1.12). Las dos ecuaciones que faltan para completar el sistema compuesto por las dos barras en la cual se dividió la zapata anteriormente mencionada, se obtienen mediante el cálculo de asentamientos de suelo.

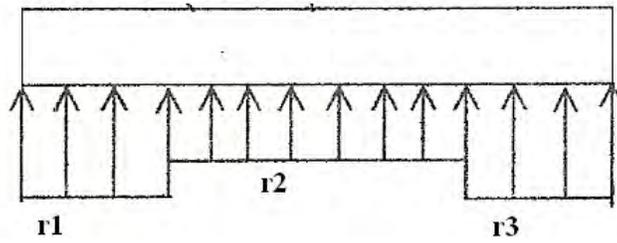


Figura II.1.11 Reacciones suelo – estructura.

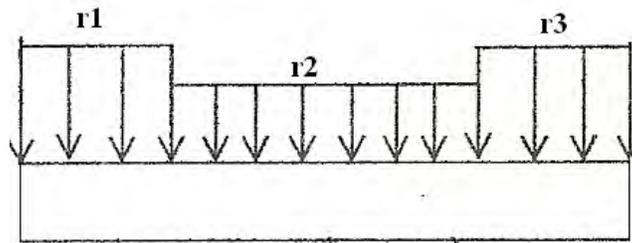


Figura II.1.12. Reacciones estructura – suelo.

Se hará uso del procedimiento de Chamecki (1956) para calcular los hundimientos en función de las cargas. Dicho procedimiento se describirá con ayuda de la Figura II.1.13.

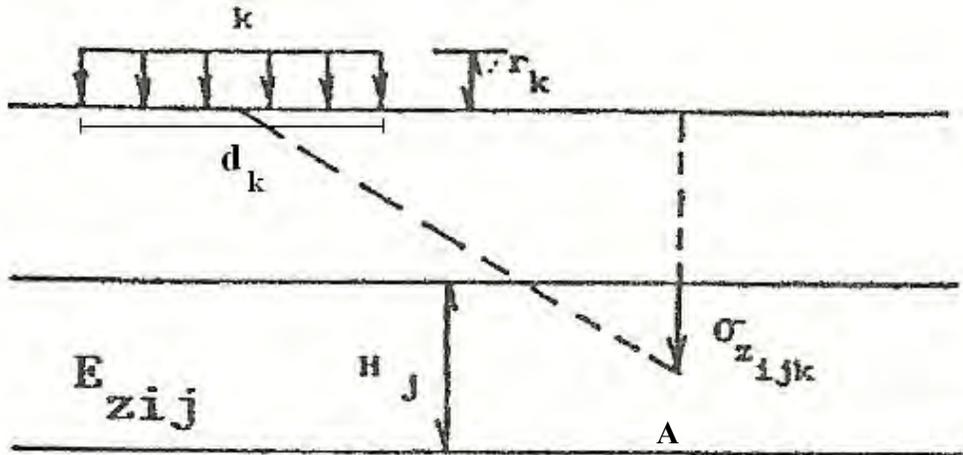


Figura II.1.13. Cálculo de los hundimientos del terreno.

Se considera que  $\sigma_{z_{jk}}$  está dado por la siguiente expresión:

$$\sigma_{z_{jk}} = I_{z_{jk}} \frac{r_k}{a_k} d_k \quad (\text{II.1.2.1})$$

donde

$a_k$  = área en planta en la que actúa  $r_k$

$I_{z_{ijk}}$  = valor de influencia igual al esfuerzo normal vertical actuando en el punto A, ocasionado por una presión vertical unitaria actuando en el área  $a_k$

Procediendo en forma análoga se tiene:

$$\sigma_{x_{ijk}} = I_{x_{ijk}} \frac{r_k}{a_k} d_k \quad (\text{II.1.2.2})$$

$$\sigma_{y_{ijk}} = I_{y_{ijk}} \frac{r_k}{a_k} d_k \quad (\text{II.1.2.3})$$

Si se considera que en la superficie actúan varias cargas  $r_k$ , siendo  $n_r$  el número de éstas, los esfuerzos en el punto A valen:

$$\sigma_{z_j} = \sum_{k=1}^{n_r} I_{z_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (\text{II.1.2.4})$$

$$\sigma_{x_j} = \sum_{k=1}^{n_r} I_{x_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (\text{II.1.2.5})$$

$$\sigma_{y_j} = \sum_{k=1}^{n_r} I_{y_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \quad (\text{II.1.2.6})$$

La deformación unitaria del estrato j, en el punto A vale:

$$\varepsilon_{z_j} = \frac{1}{E_{s_j}} \left[ \sigma_{z_j} - \nu (\sigma_{x_j} + \sigma_{y_j}) \right] \quad (\text{II.1.2.7})$$

Además, se sabe que:

$$\varepsilon_{z_j} = \frac{\delta_{z_j}}{h_j} \quad (\text{II.1.2.8})$$

De donde se obtiene:

$$\delta_{z_j} = h_j \varepsilon_{z_j} \quad (\text{II.1.2.9})$$

Por lo tanto, sustituyendo las ecuaciones II.1.2.4, II.1.2.5, II.1.2.6 en la ecuación II.1.2.7, se tiene:

$$\varepsilon_{z_j} = \frac{1}{E_{s_j}} \left[ \sum_{k=1}^{n_r} I_{z_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} - \nu \left( \sum_{k=1}^{n_r} I_{x_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} + \sum_{k=1}^{n_r} I_{y_{ijk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.10})$$

Por último, sustituyendo la ecuación II.1.2.10 en la ecuación II.1.2.9, resulta:

$$\delta_{z_j} = \frac{h_j}{E_{s_j}} \left[ \sum_{k=1}^{n_r} I_{z_{jk}} \frac{r_k d_k}{a_k} - \nu \left( \sum_{k=1}^{n_r} I_{x_{jk}} \frac{r_k d_k}{a_k} + \sum_{k=1}^{n_r} I_{y_{jk}} \frac{r_k d_k}{a_k} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.11})$$

Simplificando la ecuación II.1.2.11, ésta se puede escribir como:

$$\delta_{z_j} = \frac{h_j}{E_{s_j}} \left[ \sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} \frac{r_k d_k}{a_k} \right] \quad (\text{II.1.2.12})$$

Considerando que:

$$I_{ijk} = I_{z_{jk}} - \nu (I_{x_{jk}} + I_{y_{jk}}) \quad (\text{II.1.2.13})$$

Si el subsuelo está formado por varios estratos, siendo  $n_e$  el número de éstos, la deformación bajo el punto  $i$  vale:

$$\delta_{z_{ij}} = \sum_{j=1}^{n_e} \frac{h_j}{E_{s_j}} \left[ \sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} \frac{r_k d_k}{a_k} \right] \quad (\text{II.1.2.14})$$

Los valores de los esfuerzos  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  y  $\sigma_z$ , se obtienen con las fórmulas de Damy, Dashko y Kagan que son:

$$\sigma_z = \frac{q}{2\pi} \left[ \left( \frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{y^2 + z^2} \right) \frac{xyz}{A} + \text{ang tan} \frac{xy}{A} \right] \quad (\text{II.1.2.15})$$

$$\sigma_x = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(x^2 + z^2)A} - \text{ang tan} \frac{zA}{xy} + (1 - 2\nu) \left( \text{ang tan} \frac{x}{y} - \text{ang tan} \frac{yA}{xz} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.16})$$

$$\sigma_y = \frac{q}{2\pi} \left[ \frac{\pi}{2} - \frac{xyz}{(y^2 + z^2)A} - \text{ang tan} \frac{zA}{xy} + (1 - 2\nu) \left( \text{ang tan} \frac{x}{y} - \text{ang tan} \frac{xA}{yz} \right) \right] \quad (\text{II.1.2.17})$$

$$A = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2} \quad (\text{II.1.2.18})$$

Siendo  $x$ ,  $y$  y  $z$  las coordenadas del punto en el cual se calculan los esfuerzos y  $q$  es una carga unitaria aplicada en el área analizada.

### II.1.3 Compatibilidad de deformaciones.

En esta etapa se establece la compatibilidad de deformaciones entre estructura y suelo de cimentación, lo que equivale a considerar que tanto los desplazamientos de la estructura como los del terreno son iguales, es decir, que el suelo no se despegue de la estructura.

## **II.2 Consideraciones del análisis de interacción suelo – estructura en arcillas expansivas.**

En un suelo plástico parcialmente saturado, además de los asentamientos producidos por las cargas de una estructura, se presentan deformaciones debidas a cambios de humedad en el suelo. Un fenómeno de esta clase lo constituyen las arcillas expansivas, que sufren fuertes cambios volumétricos al variar su humedad natural.

Los cambios volumétricos pueden ser determinados mediante alguna de las pruebas de laboratorio mencionadas en el capítulo anterior. Las pruebas de laboratorio proporcionan el valor de las expansiones de la arcilla, en campo libre.

La ecuación matricial de equilibrio debe satisfacerse, por lo que las expansiones en campo libre, deben ser consideradas en dicha ecuación.

La inclusión de la expansión de la arcilla será un término independiente en las ecuaciones que se hayan determinado para el cálculo de asentamientos, es decir, a las ecuaciones obtenidas mediante la aplicación del método de Chameki, simplemente se les adicionará la expansión en campo libre del estrato correspondiente, lo que se puede representar con la ecuación siguiente:

$$\delta_{z_y} = \delta_{oi} + \sum_{j=1}^{n_e} \frac{h_j}{E_{s_y}} \left[ \sum_{k=1}^{n_r} I_{ijk} \frac{r_k d_k}{a_k} \right] \quad (\text{II.2.1})$$

donde

$\delta_{oi}$  = expansión en campo libre de la arcilla

## **II.3 Descripción del programa para el cálculo de asentamientos y reacciones en una zapata corrida, basado en el análisis de interacción suelo – estructura.**

El programa de cómputo empleado consta de un listado de instrucciones en lenguaje Fortran y se basan en el método de interacción suelo – estructura. El programa toma en cuenta los tres principios en los que se fundamenta la interacción suelo – estructura.

El análisis estructural se lleva acabo aplicando el método de rigideces de la estructura, el cálculo de deformaciones del suelo está basado en el método de Chameki, y por último dicho programa también establece la compatibilidad de deformaciones.

Cabe mencionar que el programa no contempla acortamiento de barras y si toma en cuenta momentos torsionantes.

En los ejemplos de aplicación se asume que un eje de la retícula se divide en ocho barras con la misma longitud.

Los datos geométricos que requiere el programa son aquellos que definen la geometría de las barras así como aquellos que delimitan las áreas donde se calcularán los valores de influencia.

El módulo de elasticidad del concreto es la única característica del material que el programa requiere.

Las características del suelo serán incluidas por estrato, entre las cuales se incluye el espesor del estrato, el módulo de deformación del estrato, su relación de Poisson y su peso volumétrico.

También pueden ser incluidos elementos mecánicos que estén actuando en algún punto de las barras, tales como cargas concentradas, momentos flexionantes o momentos torsionantes.

El último dato importante que se debe incluir es aquel que es proporcionado por el laboratorio de mecánica de suelos, es decir, las expansiones en campo libre de la arcilla.

El programa proporciona las reacciones en el suelo a lo largo del área de la barra que fue delimitada para el cálculo de los valores de influencia.

Además proporciona el valor de los asentamientos diferenciales en cada uno de los nudos o extremos de las barras.

Y por último proporciona los elementos mecánicos, tanto momentos flexionantes como fuerzas cortantes, en cada uno de los nudos o extremos de las barras. Los elementos mecánicos que resultan del programa, son utilizados para realizar el diseño estructural de las contratrabes que representan cada eje de la retícula de la losa de cimentación.

## CAPÍTULO III. EJEMPLO DE APLICACIÓN.

Para la losa de cimentación de la Figura III.1, determinar el diagrama de asentamientos y reacciones del suelo para el eje especificado. Hallar los elementos mecánicos en los nudos del eje en estudio, el número asignado a cada nudo se muestra en la Figura III.2 y a cada barra en la figura III.3. Hacer el análisis de interacción suelo – estructura para las siguientes condiciones:

- a) Análisis de un eje de la retícula, dividido en ocho barras, con cargas concentradas en los nudos especificados, expansión mayor de la arcilla al centro de la losa (Fig. III.3).
- b) Análisis de un eje de la retícula, dividido en ocho barras, con cargas concentradas en los nudos especificados, expansión mayor de la arcilla en los extremos de la losa (Fig. III.4).
- c) Análisis de un eje de la retícula, dividido en ocho barras, cargas concentradas en los nudos especificados, sin expansiones.

Las propiedades y estratigrafía del suelo se indican en la Figura III.5.

En la estructura de cimentación se consideraron las siguientes propiedades:

$$f'_c = 250 \frac{kg}{cm^2}$$

$$E_c = 14000\sqrt{f'_c} = 14000\sqrt{250}$$

$$E_c = 221359.44 \frac{kg}{cm^2} \therefore E_c = 22135944 kPa$$

$$G_c = \frac{E_c}{2(1 + \nu)} = \frac{22135944}{2(1 + 0.2)} = 9223310 kPa$$

Se consideraron contrarabes de 0.40 m de ancho por 1.00 m de peralte, muros perimetrales de 0.20 m por 3.00 m y losa de cimentación de 0.25 m de peralte.

El momento de inercia centroidal se obtiene con la ecuación III.1:

$$I_x = \frac{bh^3}{12} \quad (III.1)$$

Para el cálculo del momento polar de inercia se supuso una dimensión longitudinal máxima de cinco veces la dimensión transversal. El momento polar de inercia centroidal se calcula según la ecuación III.2:

$$J_x = \frac{bh}{12}(b^2 + h^2) \quad (III.2)$$

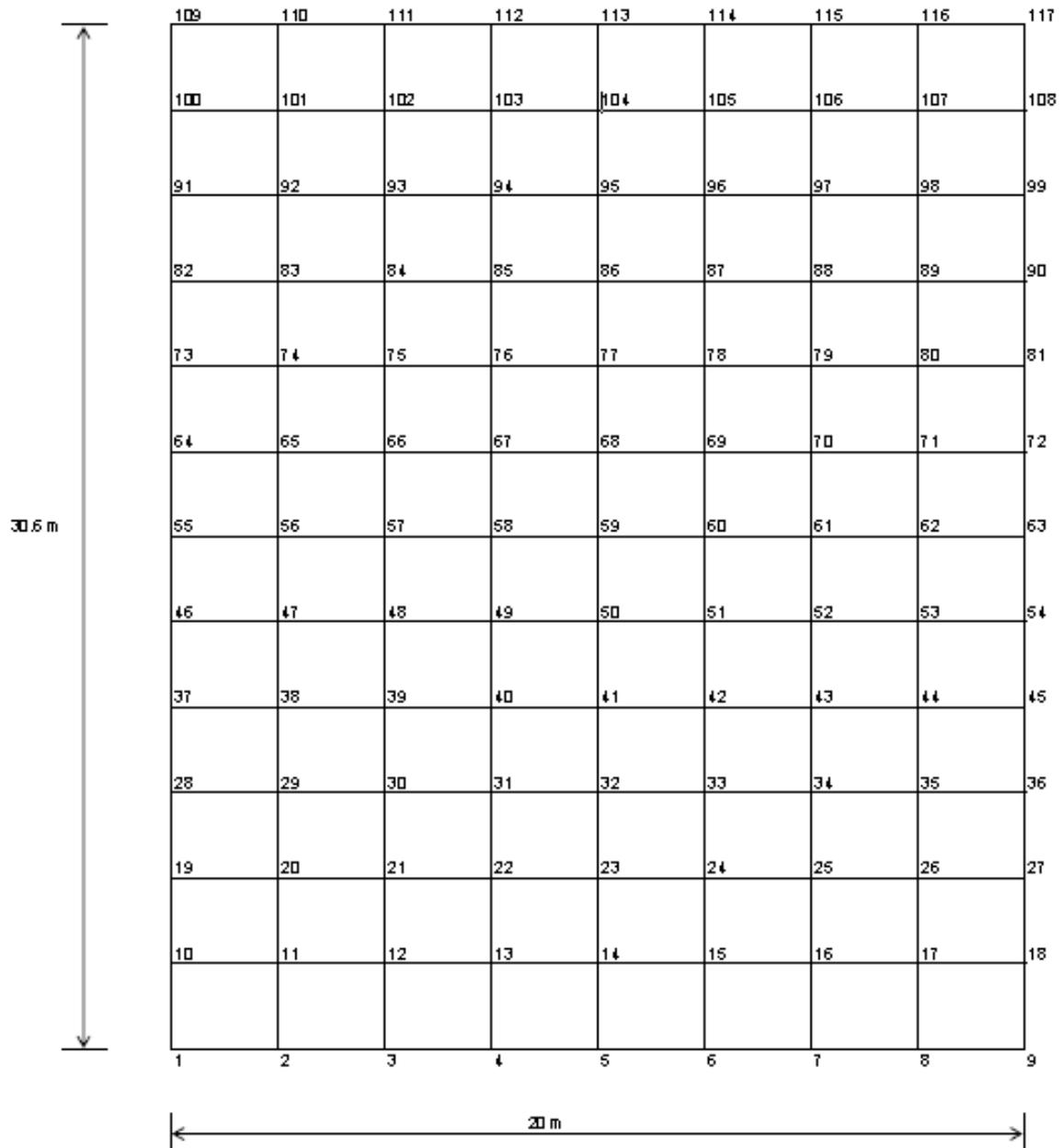


Figura III.1 Dimensiones en planta de la losa de cimentación, mostrándose los nodos que integran la retícula.

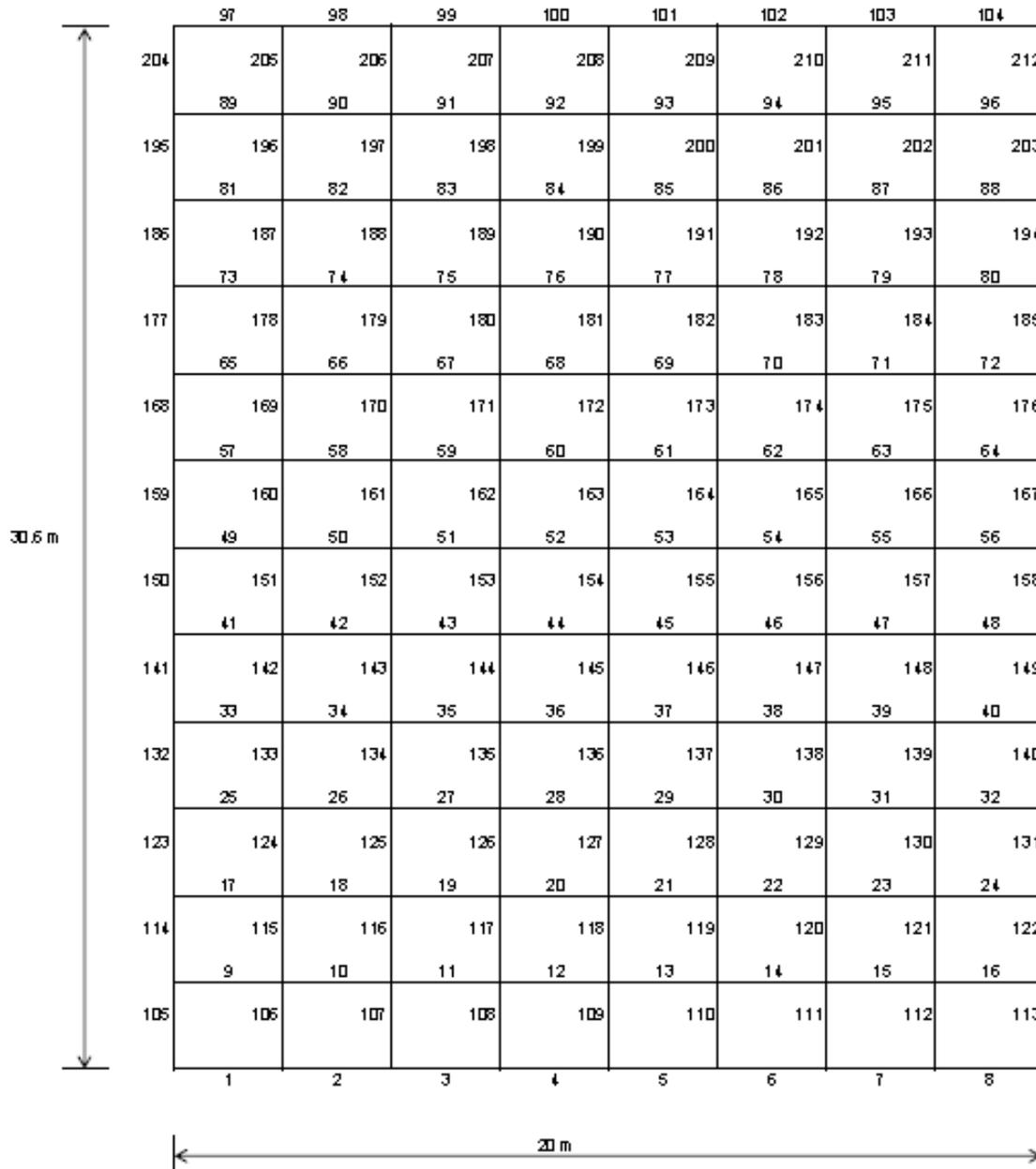
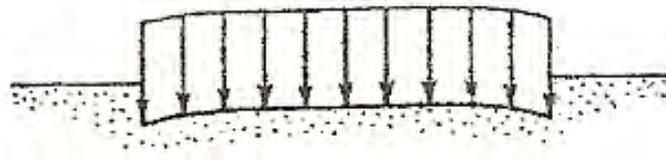


Figura III.2 Dimensiones en planta de la losa de cimentación, mostrándose las barras que conforman la retícula.



(a)

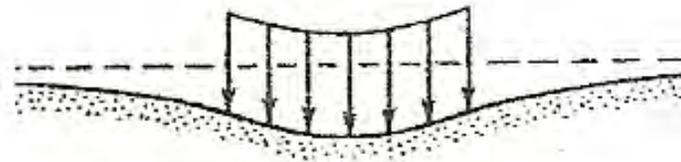


(b)

Figura III.3 (a) Representación de la expansión de la arcilla en campo libre, concavidad hacia arriba. (b) Configuración del terreno y la estructura de cimentación al ocurrir el fenómeno de expansión.



(a)



(b)

Figura III.4 (a) Representación de la contracción de la arcilla en campo libre, concavidad hacia abajo. (b) Configuración del terreno y la estructura de cimentación al ocurrir el fenómeno de contracción.

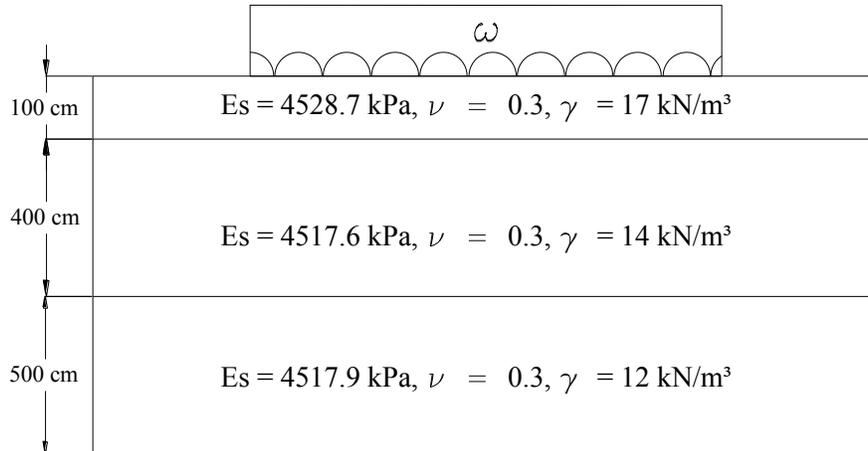


Figura III.5 Estratigrafía y propiedades del suelo en estudio.

Los valores de expansión-contracción en campo libre de la arcilla se obtienen mediante ensayos de expansión, para el ejemplo serán idealizados con una distribución uniforme representando una concavidad hacia arriba y una concavidad hacia abajo. Las expansiones aparecen en las Tablas III.1 y III.2 y corresponden a los nudos indicados en el eje de la retícula de la Figura III.6.

Tabla III.1 CASO 1	
EXPANSIÓN MAYOR AL CENTRO DEL EJE EN ESTUDIO	
NUDO	$\delta_{oi}$ (m)
1	-0.030
2	-0.035
3	-0.040
4	-0.045
5	-0.050
6	-0.045
7	-0.040
8	-0.035
9	-0.030

Tabla III.2 CASO 2	
EXPANSIÓN MAYOR EN LOS EXTREMOS DEL EJE EN ESTUDIO	
NUDO	$\delta_{oi}$ (m)
1	0.030
2	0.035
3	0.040
4	0.045
5	0.050
6	0.045
7	0.040
8	0.035
9	0.030

Tablas III.1 y III.2 Valores de expansión asociados a cada nodo del eje en estudio.

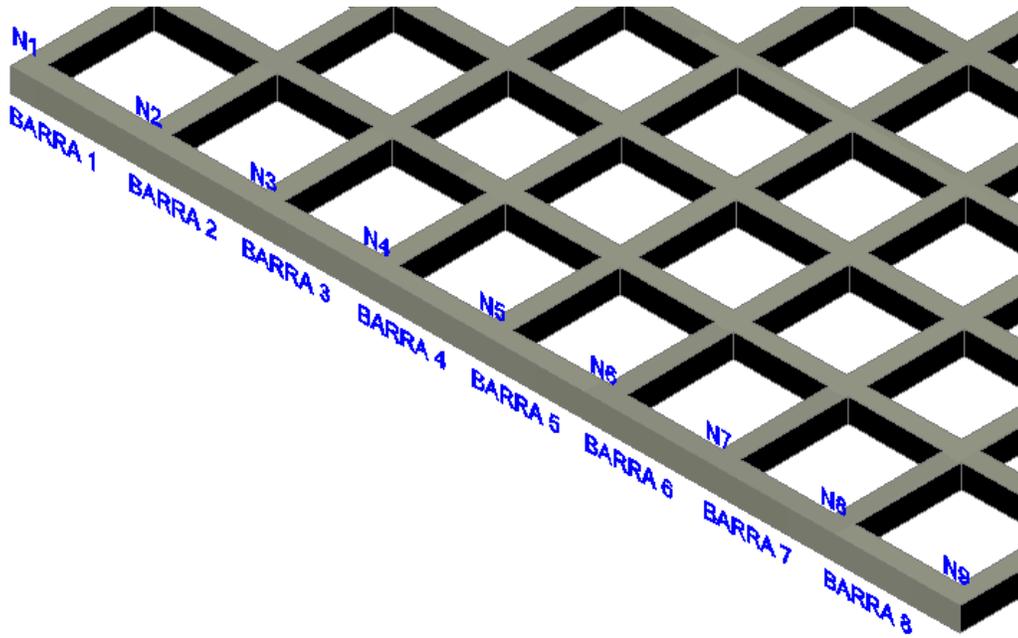


Figura III.6 Nodos en la barra de cimentación a los cuales se asociaron las expansiones de la arcilla.

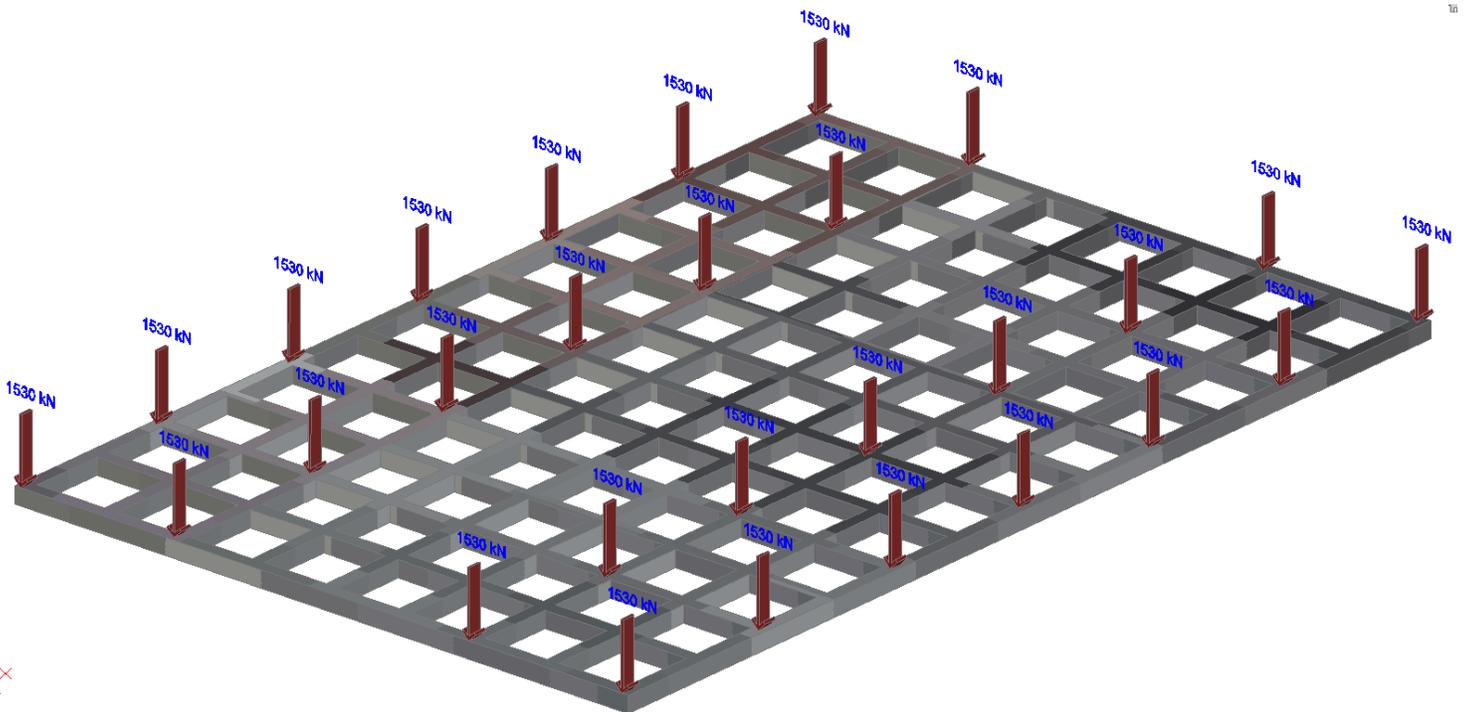


Figura III.7 Distribución de cargas en la losa.

### **III.1 Cálculo de las deformaciones y reacciones del suelo.**

#### *III.1.1 Expansión de la arcilla mayor al centro de la losa.*

Conocidos el momento de inercia, el momento polar de inercia y la carga distribuida debido a los elementos estructurales, es posible obtener las reacciones del suelo, los hundimientos y los giros en los nudos haciendo uso del software descrito en el Capítulo II. Los resultados para las condiciones iniciales se muestran a continuación:

GRADO DE LIBERTAD, REACCION HASTA N = 117, GIROS LOS SIGUIENTES

```

55  258.8560
56  72.55429
57  94.89621
58  68.73269
59  77.94056
60  68.73255
61  94.89513
62  72.55304
63  258.8418

172  5.7567433E-03
173  4.7432072E-03
174  4.7731269E-03
175  3.9259698E-03
176  5.2683241E-08
177  -3.9258264E-03
178  -4.7728415E-03
179  -4.7427635E-03
180  -5.7562124E-03
    
```

NUDO, HUNDIMIENTO DEL NUDO

```

55  2.7372083E-02
56  1.4015481E-02
57  2.6451536E-03
58  -9.1801770E-03
59  -1.4454644E-02
60  -9.1804601E-03
61  2.6443601E-03
62  1.4013775E-02
63  2.7369132E-02
    
```

La secuencia del 55 al 63 indica las reacciones que actúan sobre las barras de cimentación, los valores de la secuencia 172 a 180 corresponden a los giros de cada uno de los nudos en estudio. Por último se tienen los hundimientos o desplazamientos correspondientes a cada nudo.

Con los resultados anteriores se elaboran los diagramas de giros y desplazamientos asociados a cada nudo, así como el diagrama de las reacciones del suelo y se ilustran en las Figuras III.7 y III.8 respectivamente.

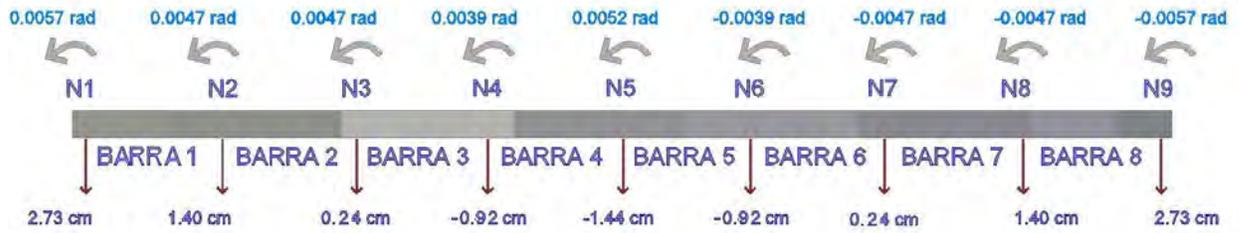


Figura III.7. Diagrama de giros y asentamientos en los nudos en el eje en estudio, caso 1.

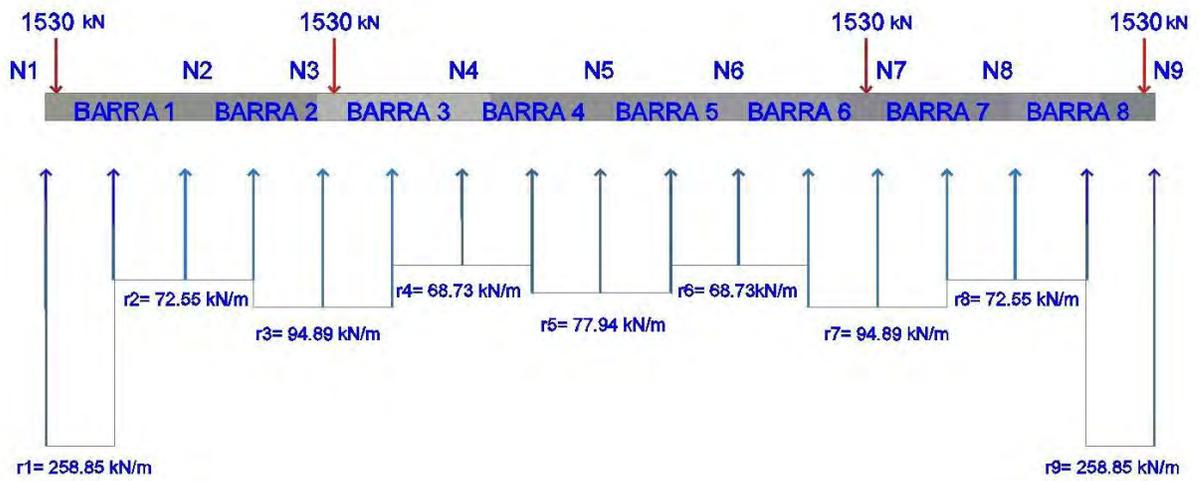


Fig. III.8. Diagrama de reacciones en el suelo a lo largo del eje de la retícula, caso 1.

*III.1.2 Expansión de la arcilla menor al centro de la losa.*

Las deformaciones en el terreno de cimentación y los giros en los nudos se obtienen nuevamente haciendo uso del software desarrollado, solamente se modifican las condiciones iniciales de análisis, siendo éstas las expansiones o contracciones iniciales. Los resultados para las condiciones dadas se muestran a continuación:

GRADO DE LIBERTAD, REACCION HASTA N = 117, GIROS LOS SIGUIENTES

55	182.4852
56	44.49678
57	64.42633
58	48.27207
59	31.09989
60	48.27246
61	64.42737
62	44.49789
63	182.4915

172	2.3334902E-03
173	1.7843304E-03
174	2.5412606E-03
175	2.6184851E-03
176	-8.6759563E-08
177	-2.6186646E-03
178	-2.5414918E-03
179	-1.7846028E-03
180	-2.3338017E-03

NUDO, HUNDIMIENTO DEL NUDO

55	0.1259314
56	0.1207668
57	0.1159031
58	0.1086337
59	0.1050370
60	0.1086341
61	0.1159041
62	0.1207684
63	0.1259338

Con estos resultados se elaboran los diagramas de giros y desplazamientos en cada uno de los nudos, así como el diagrama de las reacciones en el suelo y se muestran en las Figuras III.9 y III.10 respectivamente.

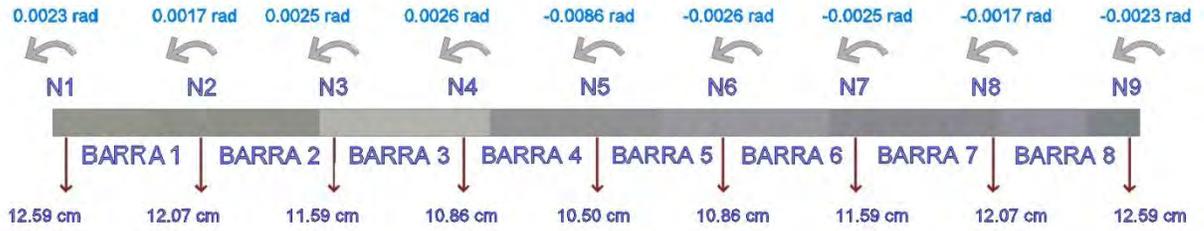


Figura III.9. Diagrama de giros y asentamientos en los nudos en el eje en estudio, caso 2.



Figura III.10. Diagrama de reacciones en el suelo a lo largo del eje de la retícula, caso 2.

*III.1.3 Suelo sin expansiones de la arcilla.*

Esta condición de análisis implica que los valores de expansión inicial son nulos. Los giros y desplazamientos, así como las reacciones del suelo para las condiciones iniciales son los siguientes:

GRADO DE LIBERTAD, REACCION HASTA N = 117, GIROS LOS SIGUIENTES

55	206.8584
56	54.05942
57	76.67579
58	57.02346
59	49.54634
60	57.02316
61	76.67525
62	54.05896
63	206.8569
172	5.3085340E-03
173	4.4710506E-03
174	4.5975526E-03
175	3.7676846E-03
176	4.1378470E-08
177	-3.7676082E-03
178	-4.5975032E-03
179	-4.4710250E-03
180	-5.3085210E-03

NUDO, HUNDIMIENTO DEL NUDO

55	4.9640331E-02
56	3.7260380E-02
57	2.6398577E-02
58	1.5038799E-02
59	9.9733993E-03
60	1.5038595E-02
61	2.6398193E-02
62	3.7259899E-02
63	4.9639750E-02

Los diagramas de giros y desplazamientos en cada uno de los nudos, así como el diagrama de las reacciones en el suelo para esta condición se representan en las Figuras III.11 y III.12 respectivamente.

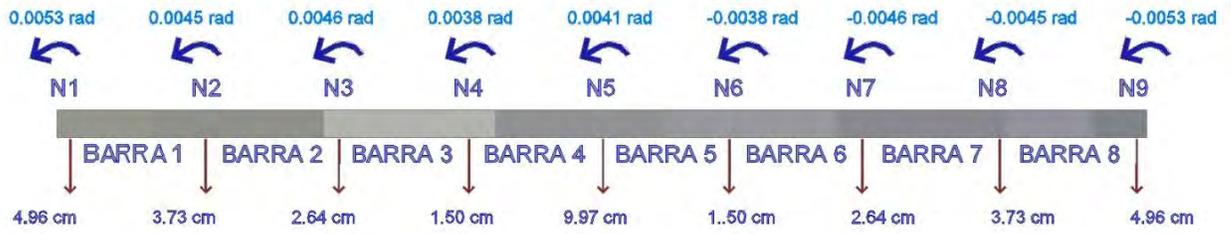


Figura III.11. Diagrama de giros y asentamientos en los nudos en el eje en estudio, sin expansiones.

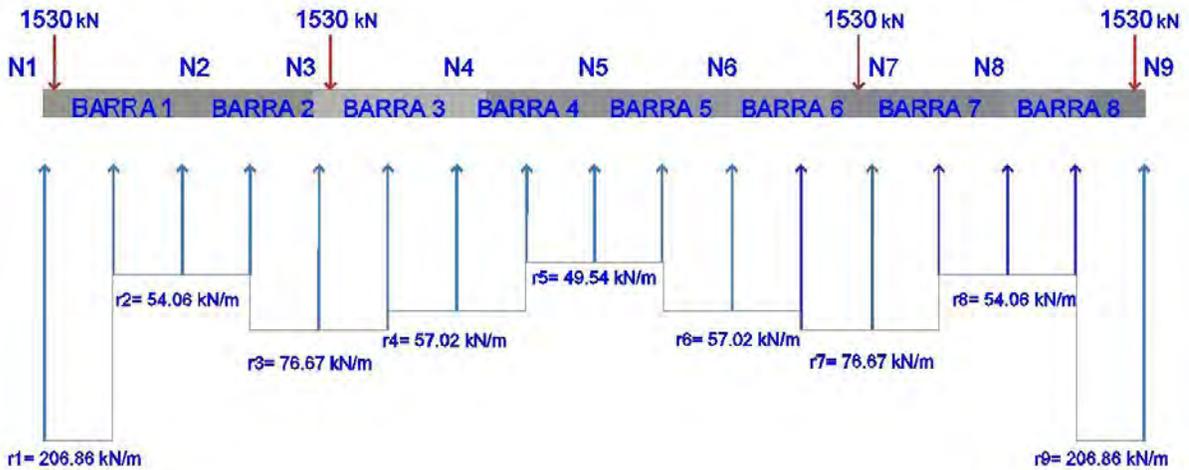


Figura III.12. Diagrama de reacciones en el suelo a lo largo del eje de la retícula, sin expansiones.

### III.2 Análisis estructural.

El análisis estructural se lleva a cabo obteniendo la variación de la fuerza cortante y del momento flexionante a lo largo de la barra  $m$  (Fig. III.13).

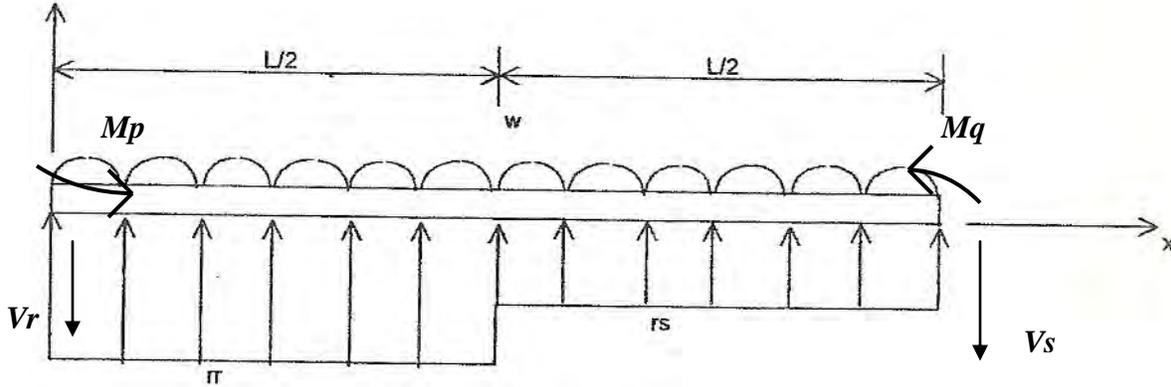


Fig. III.13 Elementos mecánicos actuando en la barra de cimentación  $m$ .

A partir de esta figura, se generan las ecuaciones de fuerza cortante y momento flexionante en función de la distancia  $x$ , siendo éstas las siguientes:

Para  $x \leq L/2$ , se tiene:

$$V(x) = -V_r + (r_r - \omega)x \quad (III.3)$$

$$M(x) = -M_p - V_r x + \frac{(r_r - \omega)x^2}{2} \quad (III.4)$$

Para  $x > L/2$ , se tiene:

$$V(x) = -V_r + (r_r - \omega)\frac{L}{2} + (r_s - \omega)\left(x - \frac{L}{2}\right) \quad (III.5)$$

$$M(x) = -M_p - V_r x + (r_r - \omega)\left(x - \frac{L}{4}\right)\left(\frac{L}{2}\right) - \frac{(r_s - \omega)\left(x - \frac{L}{2}\right)^2}{2} \quad (III.6)$$

Con las ecuaciones III.3, III.4, III.5 y III.6 se calcula la variación de la fuerza cortante y el momento flexionante a lo largo cada eje de la retícula. Los valores de  $V_r$ ,  $M_p$ ,  $r_r$  y  $r_s$  se obtienen, para cada caso en estudio. El programa de cómputo elaborado, con base en la interacción suelo-estructura y con las condiciones iniciales dadas, proporciona los elementos mecánicos en cada nudo.

III.2.1 *Análisis estructural, expansión de la arcilla mayor al centro de la losa.*

Los elementos mecánicos proporcionados por la interacción suelo-estructura y se transmiten de los nudos hacia las barras, en el eje seleccionado, para la condición de análisis son los siguientes:

NBC =	212				
BARRA, GRADO DE LIBERTAD, MOMENTO O CORTANTE EN EL NUDO					
49	172	38.04272	173	-402.6292	55
393.1843	56	-14.92144	289	-1.3611398E-02	
290	1.3611398E-02				
50	173	329.1911	174	419.0662	56
-219.6291	57	392.9422	290	-1.0845185E-02	
291	1.0845185E-02				
51	174	-461.5987	175	-891.4448	57
633.6607	58	-465.1246	291	-4.4439905E-03	
292	4.4439905E-03				
52	175	868.9989	176	-1387.043	58
278.0107	59	-130.6691	292	-2.7854526E-03	
293	2.7854526E-03				
53	176	1387.052	177	-868.9680	59
-130.6850	60	278.0264	293	-7.4778736E-04	
294	7.4778736E-04				
54	177	891.4213	178	461.6584	60
-465.1396	61	633.6741	294	4.9242337E-04	
295	-4.9242337E-04				
55	178	-419.1132	179	-329.1458	61
392.9415	62	-219.6313	295	3.6245240E-03	
296	-3.6245240E-03				
56	179	402.5879	180	-38.04071	62
-14.91133	63	393.1549	296	4.4786488E-03	
297	-4.4786488E-03				

La interpretación de resultados implica que para los nudos 1 y 2 se tienen los grados de libertad 172, 173, 55, 56, 289 y 290.

A los grados de libertad 172 y 173 les corresponde un valor de momento flexionante, donde el grado 172 es el momento flexionante que se transmite del nudo 1 a la barra 1, el grado 173 es el momento flexionante que se transmite del nudo 2 a la barra 1. Los grados de libertad 55 y 56 representan valores de fuerza cortante, el grado de libertad 55 es la fuerza cortante que se transmite del nudo 1 a la barra 1 y el grado de libertad 56 es la fuerza cortante que se transmite del nudo 2 a la barra 1. Los grados de libertad 289 y 290 corresponden al momento torsionante, como se describió previamente, el grado de libertad 289 es el momento torsionante que del nudo 1 se transmite a la barra 1 y el grado de libertad 290 es el momento torsionante que pasa del nudo 2 a la barra 1.

En consecuencia a los nudos 2 y 3 les corresponden los grados de libertad 173, 174, 56, 57, 290 y 291 y serán transmitidos a la barra 2.

Con base en las ecuaciones III.3 a III.6, se obtiene la variación de los elementos mecánicos con respecto a la distancia  $x$ , siendo ésta la longitud de la barra. Los resultados se muestran en el Anexo de Resultados.

Finalmente, el análisis estructural se puede resumir a los diagramas representados en las Figuras III.14 y III.15. Con los diagramas de momento flexionante y fuerza cortante se

procede a realizar el diseño estructural de la estructura de cimentación, el cual no es objetivo de este trabajo.

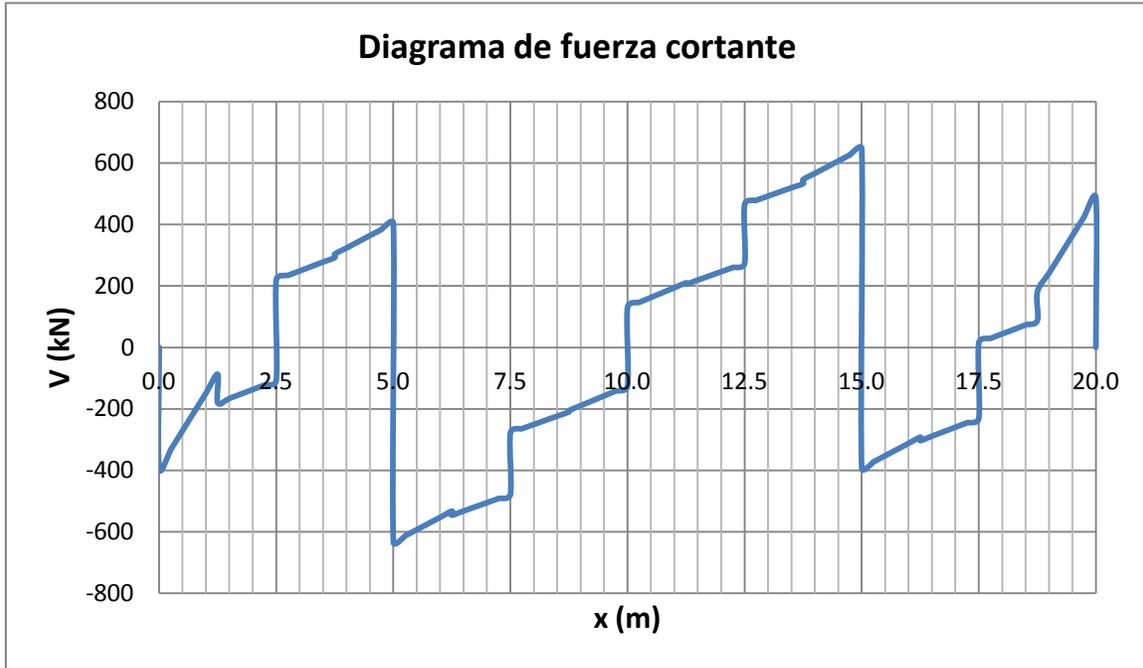


Figura III.14 Diagrama de fuerza cortante correspondiente al eje en estudio de la retícula.

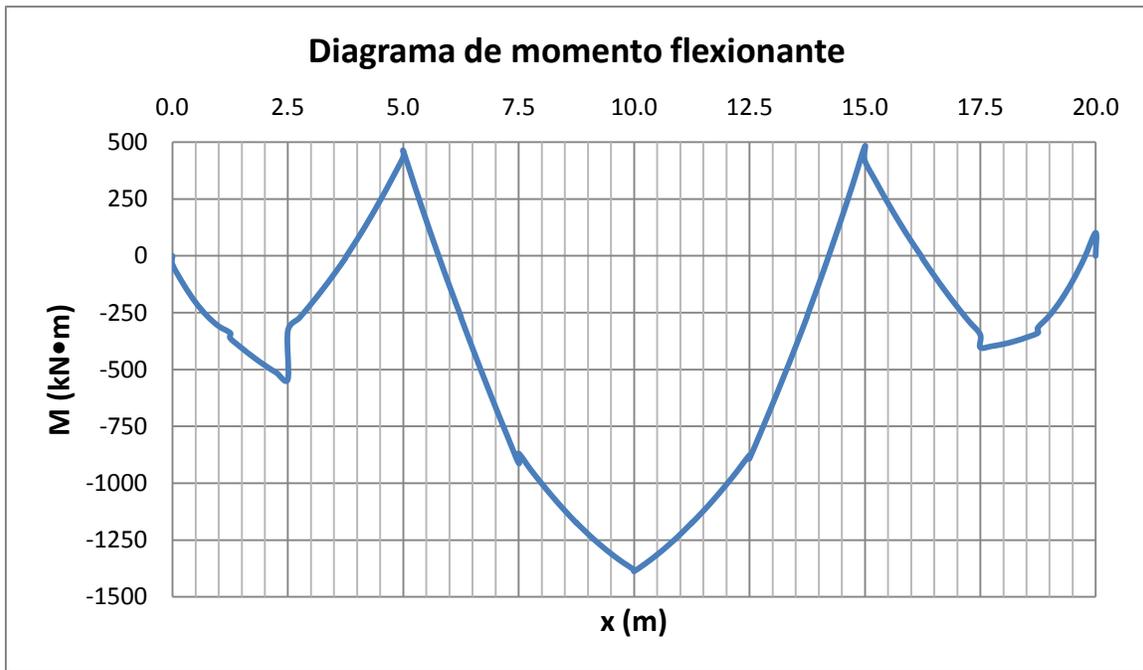


Figura III.15 Diagrama de momento flexionante correspondiente al eje en estudio de la retícula.

III.2.2 Análisis estructural, expansión de la arcilla menor al centro de la losa.

Los elementos mecánicos proporcionados por la interacción suelo-estructura y que actúan de los nudos hacia las barras del eje seleccionado, para la condición de análisis son los siguientes:

NBC = 212

BARRA, GRADO DE LIBERTAD, MOMENTO O CORTANTE EN EL NUDO

49	172	84.70831	173	-136.2361	55
187.5959	56	60.13161	289	-2.4114087E-02	
290	2.4114087E-02				
50	173	142.5446	174	631.0847	56
-265.6031	57	365.7570	290	-2.0275287E-02	
291	2.0275287E-02				
51	174	-626.8903	175	-537.6083	57
523.2836	58	-418.4106	291	-7.8551462E-03	
292	7.8551462E-03				
52	175	528.7131	176	-990.6674	58
221.7553	59	-158.5403	292	-2.7832456E-03	
293	2.7832456E-03				
53	176	990.6679	177	-528.7159	59
-158.5393	60	221.7547	293	7.9757404E-03	
294	-7.9757404E-03				
54	177	537.6132	178	626.8655	60
-418.4019	61	523.2767	294	1.2213834E-02	
295	-1.2213834E-02				
55	178	-631.0228	179	-142.5060	61
365.7182	62	-265.5616	295	1.9428279E-02	
296	-1.9428279E-02				
56	179	136.2675	180	-84.69616	62
60.11718	63	187.6195	296	2.3008598E-02	
297	-2.3008598E-02				

La variación de los elementos mecánicos con respecto a la distancia  $x$ , siendo éste el eje de la retícula, los resultados se muestran en el Anexo de Resultados.

El resultado del análisis estructural se resume a los diagramas representados en las Figuras III.16 y III.17.

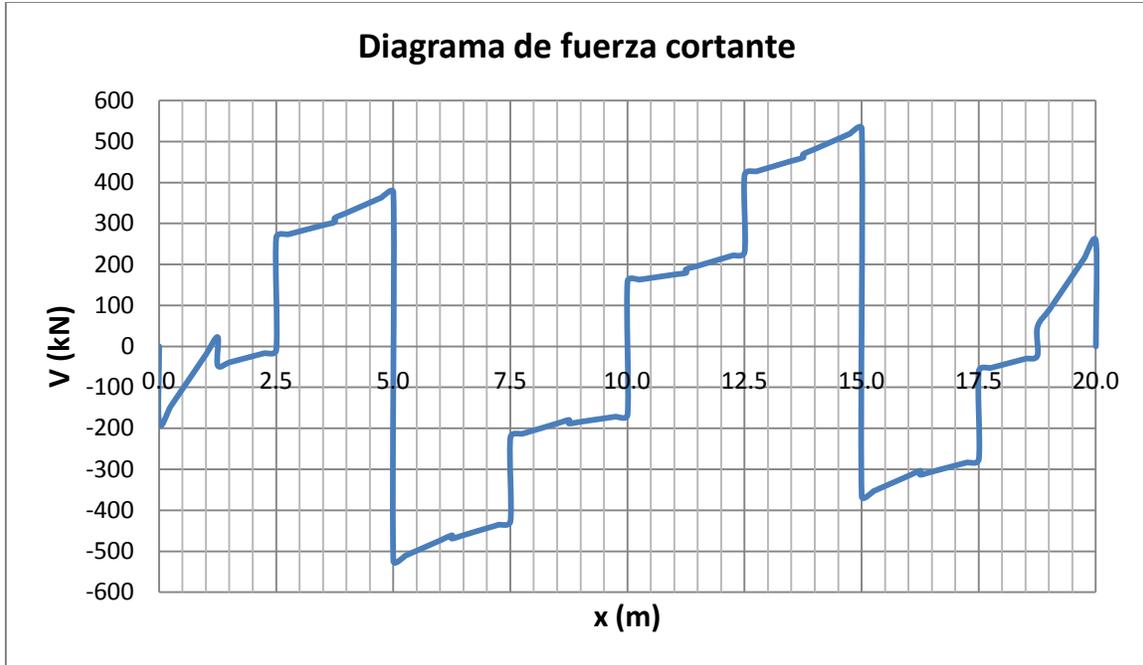


Figura III.16 Diagrama de fuerza cortante correspondiente al eje en estudio de la retícula.

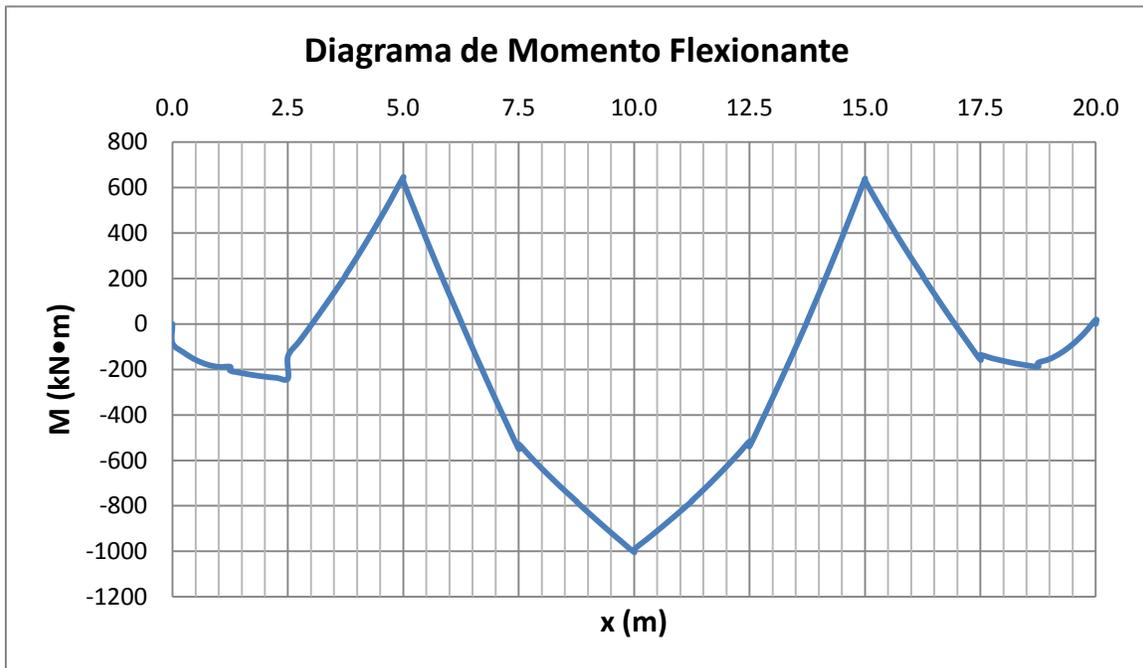


Figura III.17 Diagrama de momento flexionante correspondiente al eje en estudio de la retícula.

*III.2.3 Análisis estructural, sin expansiones en la arcilla.*

Los elementos mecánicos que se obtienen por el programa de cómputo, correspondientes a la interacción suelo-estructura y que actúan de los nudos hacia las barras del eje seleccionado, para la condición de análisis son los siguientes:

NBC = 212

BARRA, GRADO DE LIBERTAD, MOMENTO O CORTANTE EN EL NUDO

49	172	61.68186	173	-311.7826	55
292.8627	56	-2.715430	289	-1.0299691E-02	
290	1.0299691E-02				
50	173	274.0488	174	401.8131	56
-213.7037	57	341.1227	290	-7.9119029E-03	
291	7.9119029E-03				
51	174	-424.1086	175	-859.3374	57
585.0810	58	-453.9569	291	-2.7112986E-03	
292	2.7112986E-03				
52	175	839.0302	176	-1344.472	58
253.1189	59	-155.9067	292	-9.7458309E-05	
293	9.7458309E-05				
53	176	1344.469	177	-839.0364	59
-155.9033	60	253.1152	293	4.8627635E-03	
294	-4.8627635E-03				
54	177	859.3303	178	424.0851	60
-453.9451	61	585.0681	294	7.9701487E-03	
295	-7.9701487E-03				
55	178	-401.8081	179	-274.0583	61
341.1239	62	-213.7061	295	1.3058132E-02	
296	-1.3058132E-02				
56	179	311.7497	180	-61.72319	62
-2.686622	63	292.8315	296	1.5367131E-02	
297	-1.5367131E-02				

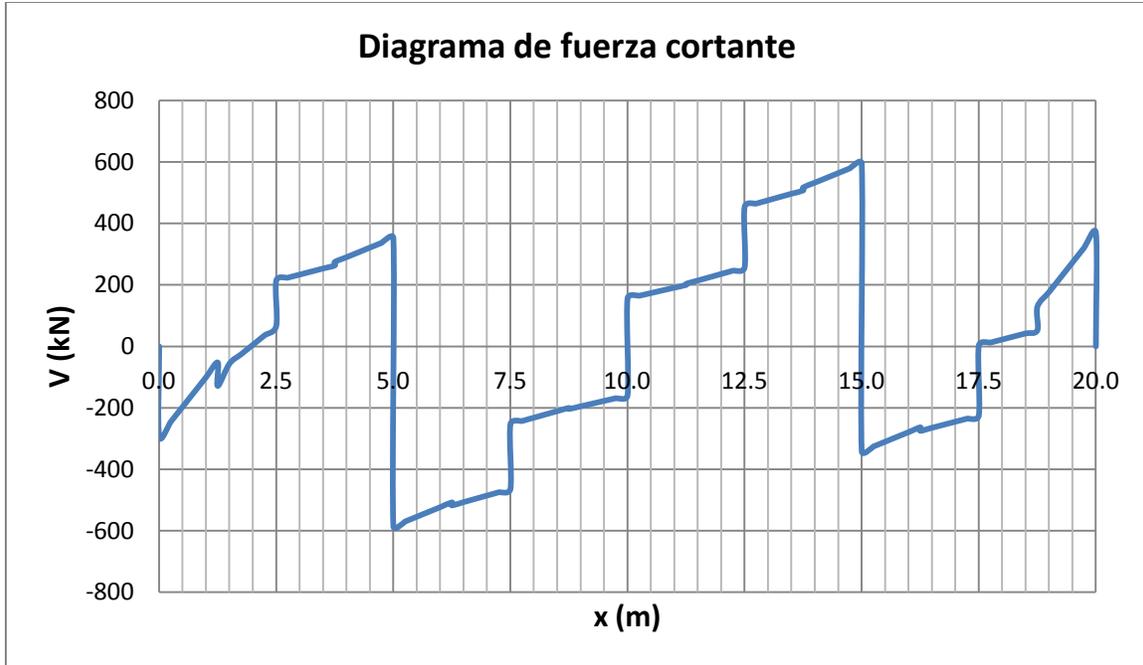


Figura III.18 Diagrama de fuerza cortante correspondiente al eje en estudio de la retícula.

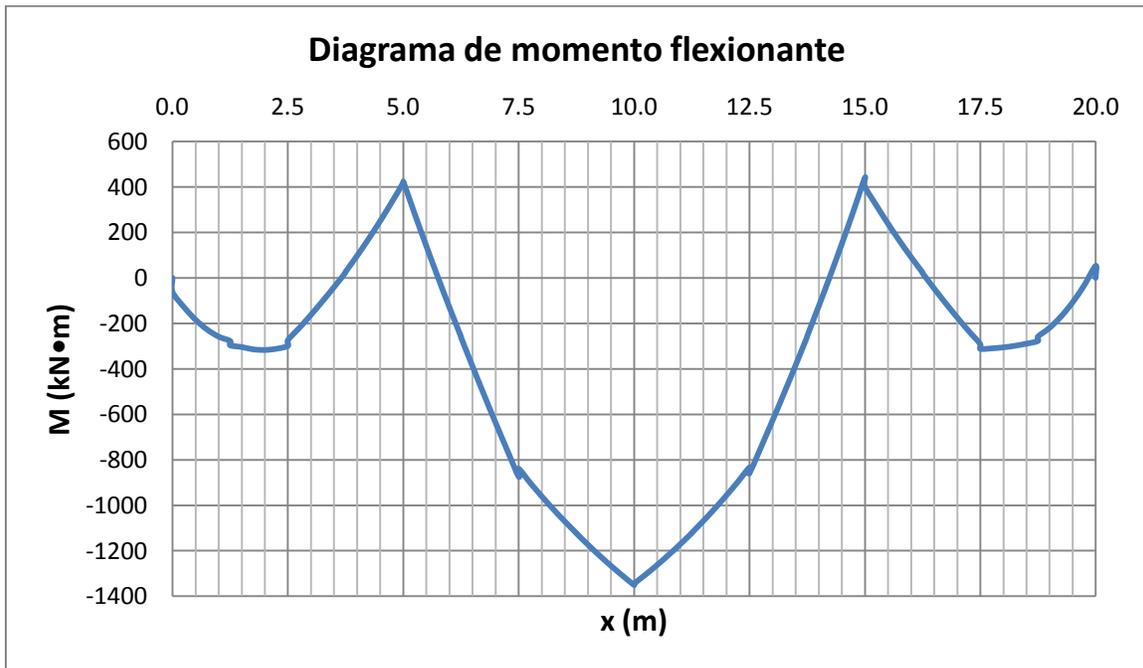


Figura III.19 Diagrama de momento flexionante correspondiente al eje en estudio de la retícula.

Con base en los diagramas se determinan los momentos máximos y mínimos con los cuales se obtiene el acero estructural. Estos valores se muestran en las Tablas III.3 y III.4.

MOMENTOS NEGATIVOS		
Condición de análisis	Distancia (m)	Momento flexionante (kN•m)
Sin expansión	10.00	-1350.08
Expansión mayor al centro	10.00	-1380.14
Expansión menor al centro	10.00	-1003.55

Tabla III.3. Momentos flexionantes mínimos, según la condición de análisis.

MOMENTOS POSITIVOS				
Condición de análisis	Distancia (m)	Momento flexionante (kN•m)	Distancia (m)	Momento flexionante (kN•m)
Sin expansión	5.00	418.78	15.00	438.82
Expansión mayor al centro	5.00	435.82	15.00	481.28
Expansión menor al centro	5.00	646.03	15.00	638.98

Tabla III.4. Momentos flexionantes máximos, según la condición de análisis.

Es importante mencionar que los resultados indican que el elemento estructural debe ser doblemente armado, donde el acero estructural del lecho inferior se determina con el momento positivo y el acero del lecho superior con el momento negativo.

Con los diagramas de fuerza cortante se determina la separación a la cual deben colocarse los estribos de cierto número y ramas propuestas.

## **CAPÍTULO IV. CONCLUSIONES.**

Dado que el análisis de interacción suelo-estructura establece una compatibilidad de deformaciones entre la estructura y el subsuelo, permite determinar los asentamientos y las reacciones generadas en el subsuelo ante un cambio en su estado de esfuerzos. Además, las reacciones que ocurren en el subsuelo, al transmitirse a la cimentación, originan elementos mecánicos con los cuales se procede al diseño estructural de ésta.

Por lo anterior, este tipo de análisis considera como un solo conjunto a la estructura y al subsuelo, ya sea en un suelo total o parcialmente saturado. Esto implica que en un suelo expansivo, tanto la estructura como el terreno en el cual se apoya, se muevan como un solo elemento ante las expansiones en el terreno.

Los elementos mecánicos obtenidos mediante la aplicación del análisis de interacción, dan paso al diseño estructural de una cimentación capaz de comportarse satisfactoriamente ante el cambio en el volumen de los estratos de arcilla, originado por el cambio de humedad en el suelo.

Según se observa en los resultados, cuando la expansión es mayor al centro de la losa, originando una concavidad hacia arriba, ocurre un incremento aproximado del 2% en el momento negativo o de tensión, comparado con una configuración en la cual no ocurren expansiones. Esto no implica un cambio significativo en el acero estructural de la cimentación.

Para la condición de análisis, en la cual la expansión es mayor en los extremos y menor al centro, dando lugar a una concavidad hacia abajo, ocurre una disminución cercana al 25% en el momento negativo máximo con respecto a la condición en la cual no se presentan expansiones. Con base en lo anterior, el acero estructural que toma las tensiones en la losa queda definido para la condición en la cual no se presentan expansiones.

Por otro lado, los momentos positivos máximos obtenidos implican incrementos del 5 al 10%, cuando la expansión es mayor al centro de la losa y entre el 45 y 54% cuando la expansión es mayor en los extremos, con respecto a los momentos resultantes de la condición sin expansiones.

Para el ejemplo de aplicación, el acero estructural queda definido para los casos en los cuales la expansión es mayor en los extremos de la losa y cuando no se presentan expansiones. La condición en la cual ocurre una concavidad hacia arriba no ocasionó cambios significativos en los resultados, ya que este efecto se vio disminuido por la magnitud de las cargas transmitidas a la cimentación.

Según lo anterior, los elementos mecánicos con los cuales se diseña la cimentación serán aquellos definidos por una envolvente de momento flexionante y de fuerza cortante, de tal manera que con esto se garantiza un comportamiento adecuado en la cimentación durante su vida útil.

Es de vital importancia que los ensayos de laboratorio se efectúen de manera eficiente para que el módulo del suelo  $E_s$  sea representativo, ya que incide directamente en el análisis de interacción. No se debe olvidar que dicho módulo depende tanto de la succión como del esfuerzo de confinamiento, si éstos no se aplican correctamente, el módulo del suelo no será representativo. La elección del módulo  $E_s$  queda a criterio del ingeniero, sin embargo, se recomienda usar el más desfavorable

Se hace hincapié que, en un suelo expansivo es muy importante evitar el ingreso de agua. Como se ha visto, dadas las propiedades químicas de este tipo de suelo, se presentan continuamente expansiones y contracciones cuando ocurre infiltración de agua y evapotranspiración de ésta, estos movimientos ocasionan que los elementos mecánicos actuantes en la losa puedan incrementarse considerablemente y causar daños severos si no se tiene un armado óptimo en la cimentación y las medidas de drenaje no son adecuadas.

Para evitar el ingreso de agua bajo la cimentación es conveniente diseñar un sistema de drenaje eficiente para captar y alejar el agua de la edificación, además de tener la certeza que el material del drenaje será el adecuado y no será dañado durante la vida útil de la estructura.

Se tienen métodos de mejoramiento entre los cuales se tiene la sustitución, la impermeabilización, el remoldeo, la sobreexcavación, entre otros.

La sustitución implica retirar cierto espesor de suelo expansivo y sustituirlo por otro suelo de características inertes, donde el espesor a sustituir depende de la profundidad de la zona activa y de la magnitud previsible de la expansión. La impermeabilización se lleva a cabo con base en recubrimientos plásticos y asfálticos entre la cimentación y el suelo para impedir el aumento en el contenido de agua del terreno de apoyo. El remoldeo, el cual se efectúa rompiendo la estructura del material y volverlo a colocar compactado a mayor humedad que la original. La sobreexcavación que consiste en sobreexcavar la sección de trabajo y el espacio se rellena con material inerte como concreto pobre o material granular.

Si la estructura después de construida comienza a exhibir señales de una expansión se puede llevar a cabo una compactación mediante calceo, inyecciones de cemento o inyecciones a presión de una solución agua-cal.

El drenaje del techo deberá conformarse con canaletas de escurrimiento, bajada de agua, extensiones y salpicaderos para depositar los escurrimientos al menos 1.5 m alejados de la construcción, cuidando no afectar construcciones vecinas.

## **BIBLIOGRAFÍA.**

Arnal, L. y Betancourt, M., 2005 “Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal”. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones. Trillas.

Deméneghi, A., Puebla, E. y Sanginés, H., 1989. “Apuntes de Comportamiento de Suelos”. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Deméneghi, A., Puebla, E. y Sanginés, H., 2003. “Apuntes de Análisis y Diseño de Cimentaciones”. Tomo 1. Facultad de Ingeniería, Universidad Nacional Autónoma de México.

Fredlund. D.G. y Rahardjo, H., 1993. “Soil Mechanics for Unsaturated Soils”. John Wiley & Sons, Inc.

Juárez, B. E. y Rico, R. A., 1976. “Mecánica de Suelos”. Tomo 1. Limusa.

Nelson, J. D. y Miller, D. J., 1992. “Expansive Soils Problems and Practice in Foundation and Pavement Engineering”. John Wiley & Sons, Inc.

Zepeda, J.A., 2004. “Mecánica de Suelos No Saturados”. Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Universidad Autónoma de Querétaro.

## **REFERENCIAS.**

Biot, M. A.(1941). “General Theory of Three-Dimensional Consolidation”, J. Appl. Phys., vol. 12, no. 2.

Bishop, A. W. (1959). “The principal of effective stress”. Technisk Ukeflad, No. 39.

Bishop, A. W., and Blight, G. E. (1963). “Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated Soils”. Geotechnique 13:177-197.

Chamecki, S., (1956). "Structural rigidity in calculating settlements". Jour. Soil Mech. Found. Div. Proc. ASCE, Vol. 88, No. SM1.

Chen, F. H. (1988). "Foundations on Expansive Soils". American Elsevier Science Publ., New York.

Coleman, J. D. (1962). "Stress/strain relations for partly saturated soils". Correspondence. Geotechnique 12(4):348-350.

Deméneghi, A., (1984). "Análisis de deformaciones en suelos granulares". Rev. Ingeniería, Vol. LIV, No. 3:34-38, 1984.

Deméneghi, A., (2004). "Cimentaciones en arcillas expansivas", XXII Reunión Nacional de Mecánica de Suelos, Tomo 2, Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos, Guadalajara, Jal.

Donaldson, G. W., (1969). "The Occurrence of Problems of Heave and the Factors Affecting its Nature". Second International Research and Engineering Conference on Expansive Clay Soils. Texas A&M Press.

Fredlund D. G., (1974). "Engineering Approach to Soil Continua". In Proc. 2nd Symp. Application of Solid Mech., Hamilton, Ont., Canada.

Fredlund, D. G., and Morgenstern, N. R. (1976). "Constitutive relation for volume change in unsaturated soils". Can. Geotech. Jnl. (CGJ). 13(3):261-276.

Fredlund, D. G., and Morgenstern, N. R. (1977). "Stress state variable for unsaturated soils". J. Geotech. Eng. Div., ASCE 103 (GT5):447-466.

Holtz, W. G., and Gibbs, H. J. (1956). "Engineering properties of expansive clays". Transact. ASCE 121:641-677.

Jennings, J. E. B., and Burland, J. B. (1962). "Limitations to the use of effective stress in partly saturated soils". Geotechnique 12 (2):125-144.

Juárez, E. (1965). "Compressibility of soils", Sym. Civil Hydr. Eng. Dep. Indian Inst. Science, Bangalore.

Lee, H. C. and Wray, W. K., (1995). "Techniques to Evaluate Soil Suction—A Vital Unsaturated Soil Water Variable". Proceedings of the first International Conference on Unsaturated Soils. Published by A. A Balkema/Presses de l' Ecole Nationale des Ponts et Chaussées. París, France.

Matyas, E. L., and Radhakrishna, H. S. (1968). "Volume change characteristics of partially saturated soils". *Geotechnique* 18(4):432-448.

Moreno, P. G. (1976). "Algunos Comentarios en Relación con Suelos Expansivos". VIII Reunión de Mecánica de Suelos. Guanajuato, México.

Raman, V. (1967). "Identification of expansive soils from de plasticity index and the shrinkage index data". *Indian Eng.*, Calcuta 11 (1):17-22.

Seed, H. B., Mitchell, J. K., and Chan, C. K. (1962a). "Studies of swell and swell pressure characteristics of compacted clays". *Highway Res. Board Bull.* 313:12–39.

Seed, H. B., Woodward, R. J., Jr., and Lundgren, R. (1962b). "Prediction of swelling potential for compacted clays". *J. Soil Mech. Found. Div., Am. Soc. Civil Eng.* 88(SM3):53-87.

Skempton, A. W. (1953). "The colloidal activity of clays". *Proc. 3rd Int. Conf. Soil Mech. Found. Eng., Switzerland.* V. 1: 57 – 61.

Snethen, D. R., Johnson, L. D., and Patrick, D. M. (1977). "An evaluation of expedient methodology for identification of potentially expansive soils". Soils and Pavements Lab., U.S. Army Eng. Waterway Exp. Sta., Vicksburg, MS, Rep. No. FHWA-RE-77-94, NTIS PB-289-164.

Zepeda, G. J. A. y Catañeda, A. H. (1987). "Distribución de Suelos Expansivos en la República Mexicana". *Revista de Investigación* No. 21-22. Universidad Autónoma de Querétaro, México. Octubre – Diciembre.

## **Anexo**

### **I. Memoria de cálculo**

Cálculo de la fuerza cortante y el momento flexionante para el eje en estudio, en función de la distancia  $x$ , la expansión en la arcilla es menor en el centro de la losa.

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
1	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	0.00	-187.60	-84.71
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	0.25	-145.57	-126.35
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	0.50	-103.55	-157.50
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	0.75	-61.53	-178.13
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	1.00	-19.51	-188.26
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	1.25	22.51	-187.89
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
1	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	1.25	-46.48	-205.14
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	1.50	-38.96	-215.82
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	1.75	-31.44	-224.61
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	2.00	-23.91	-231.53
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	2.25	-16.39	-236.57
	14.40	187.60	182.49	60.13	44.50	84.71	2.50	-8.86	-239.73

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
2	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	0.00	265.60	-142.55
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	0.25	273.13	-75.21
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	0.50	280.65	-5.98
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	0.75	288.18	65.12
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	1.00	295.70	138.10
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	1.25	303.22	212.97
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
2	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	1.25	313.19	215.46
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	1.50	325.70	295.32
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	1.75	338.20	378.31
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	2.00	350.71	464.42
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	2.25	363.22	553.66
	14.40	-265.60	44.50	365.76	64.43	142.55	2.50	375.72	646.03

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	0.00	-523.28	626.89
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	0.25	-510.78	497.63
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	0.50	-498.27	371.50
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	0.75	-485.76	248.50
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	1.00	-473.26	128.62
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	1.25	-460.75	11.87
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	1.25	-468.83	9.85
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	1.50	-460.36	-106.30
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	1.75	-451.89	-220.33
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	2.00	-443.42	-332.24
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	2.25	-434.96	-442.04
	14.40	523.28	64.43	-418.41	48.27	-626.89	2.50	-426.49	-549.72

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	0.00	-221.76	-528.71
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	0.25	-213.29	-583.09
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	0.50	-204.82	-635.36
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	0.75	-196.35	-685.50
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	1.00	-187.88	-733.53
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	1.25	-179.42	-779.44
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	1.25	-188.00	-781.59
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	1.50	-183.83	-828.07
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	1.75	-179.65	-873.50
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	2.00	-175.48	-917.90
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	2.25	-171.30	-961.24
	14.40	221.76	48.27	-158.54	31.10	528.71	2.50	-167.13	-1003.55

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
5	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	0.00	158.54	-990.67
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	0.25	162.71	-950.51
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	0.50	166.89	-909.31
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	0.75	171.06	-867.07
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	1.00	175.24	-823.78
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	1.25	179.41	-779.45
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
5	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	1.25	188.00	-777.30
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	1.50	196.47	-729.24
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	1.75	204.94	-679.07
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	2.00	213.40	-626.77
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	2.25	221.87	-572.36
	14.40	-158.54	31.10	221.75	48.27	990.67	2.50	230.34	-515.84

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
6	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	0.00	418.4	-537.6
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	0.25	426.9	-432.0
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	0.50	435.3	-324.2
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	0.75	443.8	-214.3
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	1.00	452.3	-102.3
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	1.25	460.7	11.9
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
6	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	1.25	468.82	13.87
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	1.50	481.33	132.64
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	1.75	493.83	254.53
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	2.00	506.34	379.56
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	2.25	518.85	507.71
	14.40	-418.40	48.27	523.28	64.43	537.61	2.50	531.35	638.98

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
7	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	0.00	-365.72	631.02
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	0.25	-353.21	541.16
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	0.50	-340.70	454.42
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	0.75	-328.20	370.80
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	1.00	-315.69	290.32
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	1.25	-303.18	212.96
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
7	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	1.25	-313.15	210.47
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	1.50	-305.62	133.12
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	1.75	-298.10	57.66
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	2.00	-290.58	-15.93
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	2.25	-283.05	-87.63
	14.40	365.72	64.43	-265.56	44.50	-631.02	2.50	-275.53	-157.45

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
8	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	0.00	-60.12	-136.27
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	0.25	-52.59	-150.36
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	0.50	-45.07	-162.56
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	0.75	-37.54	-172.89
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	1.00	-30.02	-181.34
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	1.25	-22.49	-187.90
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
8	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	1.25	46.50	-170.65
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	1.50	88.52	-153.77
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	1.75	130.55	-126.39
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	2.00	172.57	-88.50
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	2.25	214.59	-40.10
	14.40	60.12	44.50	187.62	182.49	136.27	2.50	256.62	18.80

Cálculo de la fuerza cortante y el momento flexionante para el eje en estudio, en función de la distancia  $x$ , la expansión en la arcilla es mayor en el centro de la losa.

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
1	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	0.00	-393.18	-38.04
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	0.25	-332.07	-128.70
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	0.50	-270.96	-204.08
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	0.75	-209.84	-264.18
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	1.00	-148.73	-309.00
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	1.25	-87.61	-338.54
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
1	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	1.25	-180.77	-361.83
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	1.50	-166.23	-405.20
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	1.75	-151.69	-444.94
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	2.00	-137.15	-481.05
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	2.25	-122.61	-513.52
	14.40	393.18	258.86	-14.92	72.55	38.04	2.50	-108.07	-542.35

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
2	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	0.00	219.63	-329.19
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	0.25	234.17	-272.47
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	0.50	248.71	-212.11
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	0.75	263.24	-148.11
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	1.00	277.78	-80.48
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	1.25	292.32	-9.22
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
2	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	1.25	303.49	-6.43
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	1.50	323.62	71.96
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	1.75	343.74	155.38
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	2.00	363.87	243.83
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	2.25	383.99	337.31
	14.40	-219.63	72.55	392.94	94.90	329.19	2.50	404.11	435.82

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	0.00	-633.66	461.60
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	0.25	-613.54	305.70
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	0.50	-593.41	154.83
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	0.75	-573.29	8.99
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	1.00	-553.16	-131.81
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	1.25	-533.04	-267.59
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	1.25	-546.12	-270.86
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	1.50	-532.54	-405.69
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	1.75	-518.96	-537.13
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	2.00	-505.37	-665.17
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	2.25	-491.79	-789.82
	14.40	633.66	94.90	-465.12	68.73	-461.60	2.50	-478.21	-911.07

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	0.00	-278.01	-869.00
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	0.25	-264.43	-936.80
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	0.50	-250.84	-1001.21
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	0.75	-237.26	-1062.23
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	1.00	-223.68	-1119.84
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	1.25	-210.09	-1174.06
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	1.25	-205.49	-1172.91
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	1.50	-189.61	-1222.30
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	1.75	-173.72	-1267.72
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	2.00	-157.84	-1309.16
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	2.25	-141.95	-1346.63
	14.40	278.01	68.73	-130.67	77.94	869.00	2.50	-126.07	-1380.14

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	Mp (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
5	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	0.00	130.69	-1387.05
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	0.25	146.57	-1352.40
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	0.50	162.46	-1313.77
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	0.75	178.34	-1271.17
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	1.00	194.23	-1224.60
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	1.25	210.11	-1174.05
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	Mp (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
5	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	1.25	205.51	-1175.21
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	1.50	219.09	-1122.13
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	1.75	232.67	-1065.66
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	2.00	246.26	-1005.79
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	2.25	259.84	-942.53
	14.40	-130.69	77.94	278.03	68.73	1387.05	2.50	273.42	-875.88

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	Mp (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
6	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	0.00	465.1	-891.4
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	0.25	478.7	-773.4
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	0.50	492.3	-652.1
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	0.75	505.9	-527.3
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	1.00	519.5	-399.1
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	1.25	533.1	-267.5
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	Mp (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
6	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	1.25	546.14	-264.28
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	1.50	566.26	-125.23
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	1.75	586.38	18.85
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	2.00	606.51	167.96
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	2.25	626.63	322.10
	14.40	-465.14	68.73	613.67	94.90	891.42	2.50	646.76	481.28

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
7	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	0.00	-392.94	419.11
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	0.25	-372.82	323.39
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	0.50	-352.69	232.70
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	0.75	-332.57	147.05
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	1.00	-312.45	66.42
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	1.25	-292.32	-9.18
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
7	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	1.25	-303.49	-11.97
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	1.50	-288.96	-86.03
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	1.75	-274.42	-156.45
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	2.00	-259.88	-223.23
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	2.25	-245.34	-286.39
	14.40	392.94	94.90	-219.63	72.55	-419.11	2.50	-230.80	-345.90

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
8	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	0.00	14.91	-402.59
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	0.25	29.45	-397.04
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	0.50	43.99	-387.86
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	0.75	58.53	-375.05
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	1.00	73.06	-358.60
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	1.25	87.60	-338.52
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
8	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	1.25	180.75	-315.23
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	1.50	241.86	-262.41
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	1.75	302.97	-194.30
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	2.00	364.08	-110.92
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	2.25	425.19	-12.26
	14.40	-14.91	72.55	393.15	258.84	402.59	2.50	486.30	101.67

Cálculo de la fuerza cortante y el momento flexionante para el eje en estudio, en función de la distancia  $x$ , no se presentan expansiones en la arcilla.

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
1	14.40	292.86	206.86	-2.72	54.06	61.68	0.00	-292.86	-61.68
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	0.25	-244.75	-128.88
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	0.50	-196.63	-184.06
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	0.75	-148.52	-227.20
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	1.00	-100.40	-258.32
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	1.25	-52.29	-277.40
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
1	14.40	292.86	206.86	-2.72	54.06	61.68	1.25	-128.69	-296.50
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	1.50	-56.31	-304.01
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	1.75	-25.58	-314.25
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	2.00	5.16	-316.80
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	2.25	35.89	-311.67
	14.40	292.86	206.86	-2.72	137.34	61.68	2.50	66.63	-298.85

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
2	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	0.00	213.70	-274.05
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	0.25	223.62	-219.38
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	0.50	233.53	-162.24
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	0.75	243.45	-102.62
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	1.00	253.36	-40.52
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	1.25	263.28	24.06
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
2	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	1.25	274.59	26.89
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	1.50	290.16	97.48
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	1.75	305.72	171.97
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	2.00	321.29	250.35
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	2.25	336.86	332.62
	14.40	-213.70	54.06	341.12	76.68	274.05	2.50	352.43	418.78

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	0.00	-585.08	424.11
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	0.25	-569.51	279.78
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	0.50	-553.94	139.35
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	0.75	-538.37	2.81
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	1.00	-522.81	-129.83
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	1.25	-507.24	-258.59
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
3	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	1.25	-517.06	-261.05
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	1.50	-506.41	-388.98
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	1.75	-495.75	-514.25
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	2.00	-485.09	-636.86
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	2.25	-474.44	-756.80
	14.40	585.08	76.68	-453.96	57.02	-424.11	2.50	-463.78	-874.07

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	0.00	-253.12	-839.03
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	0.25	-242.46	-900.98
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	0.50	-231.81	-960.26
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	0.75	-221.15	-1016.88
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	1.00	-210.50	-1070.84
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	1.25	-199.84	-1122.13
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	x(m)	V (kN)	M(kN·m)
4	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	1.25	-203.58	-1123.06
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	1.50	-194.79	-1172.86
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	1.75	-186.00	-1220.46
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	2.00	-177.22	-1265.86
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	2.25	-168.43	-1309.07
	14.40	253.12	57.02	-155.91	49.55	839.03	2.50	-159.65	-1350.08

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
5	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	0.00	155.90	-1344.47
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	0.25	164.69	-1304.39
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	0.50	173.48	-1262.12
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	0.75	182.26	-1217.66
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	1.00	191.05	-1170.99
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	1.25	199.84	-1122.13
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
5	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	1.25	203.57	-1121.20
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	1.50	214.23	-1068.97
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	1.75	224.89	-1014.08
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	2.00	235.54	-956.53
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	2.25	246.20	-896.31
	14.40	-155.90	49.55	253.12	57.02	1344.47	2.50	256.85	-833.43

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
6	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	0.00	453.9	-859.3
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	0.25	464.6	-744.5
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	0.50	475.3	-627.0
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	0.75	485.9	-506.9
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	1.00	496.6	-384.1
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	1.25	507.2	-258.6
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
6	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	1.25	517.05	-256.14
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	1.50	532.62	-124.93
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	1.75	548.19	10.17
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	2.00	563.76	149.16
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	2.25	579.33	292.04
	14.40	-453.95	57.02	585.07	76.68	859.33	2.50	594.89	438.82

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
7	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	0.00	-341.12	401.81
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	0.25	-325.56	318.47
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	0.50	-309.99	239.03
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	0.75	-294.42	163.48
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	1.00	-278.85	91.82
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	1.25	-263.28	24.06
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
7	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	1.25	-274.59	21.23
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	1.50	-264.67	-46.18
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	1.75	-254.76	-111.11
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	2.00	-244.84	-173.56
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	2.25	-234.93	-233.53
	14.40	341.12	76.68	-213.71	54.06	-401.81	2.50	-225.01	-291.02

Para $x \leq L/2$									
$V = -V_r + r_r x - \omega x$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
8	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	0.00	2.69	-311.75
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	0.25	12.60	-309.84
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	0.50	22.52	-305.45
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	0.75	32.43	-298.58
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	1.00	42.35	-289.23
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	1.25	52.26	-277.41
Para $x > L/2$									
$V = -V_r + (r_r - \omega)L/2 + (r_s - \omega)(x - L/2)$									
Barra	$\omega$ (kN/m)	$V_r$ (kN)	$r_r$ (kN/m)	$V_s$ (kN)	$r_s$ (kN/m)	$M_p$ (kN·m)	$x$ (m)	$V$ (kN)	$M$ (kN·m)
8	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	1.25	128.66	-258.31
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	1.50	176.77	-220.13
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	1.75	224.89	-169.92
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	2.00	273.00	-107.69
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	2.25	321.12	-33.42
	14.40	-2.69	54.06	292.83	206.86	311.75	2.50	369.23	52.87