



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO**  
POSGRADO EN CIENCIAS DE LA TIERRA  
INSTITUTO DE GEOLOGÍA

**ANÁLISIS FRACTAL DE FRACTURAS GEOLÓGICAS EN UN ANÁLOGO  
EXPUESTO DE YACIMIENTOS CARBONATADOS NATURALMENTE  
FRACTURADOS Y SU APLICACIÓN EN MODELOS DE FLUJO DE FLUIDOS**

TESIS  
QUE PARA OPTAR POR EL GRADO DE:  
MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA  
(GEOLOGÍA ESTRUCTURAL Y TECTÓNICA)

PRESENTA:  
ALBERTO VÁSQUEZ SERRANO

TUTOR  
Dr. Gustavo Tolson Jones (Instituto de Geología, UNAM)

MIEMBROS DEL COMITÉ TUTOR  
Dr. Luis Germán Velasquillo Martínez (Instituto Mexicano del Petróleo)  
Dr. Eric Morales Casique (Instituto de Geología, UNAM)  
Dr. Ángel Francisco Nieto Samaniego (Centro de Geociencias, UNAM)  
Dr. Jean-François Yves Pierre Parrot Faure (Instituto de Geografía, UNAM)

MÉXICO, D.F., junio de 2013



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



## **Tabla de Contenido.**

<b>Dedicatoria.....</b>	<b>1</b>
<b>Agradecimientos.....</b>	<b>2</b>
<b>Resumen.....</b>	<b>3</b>
<b>Abstract.....</b>	<b>5</b>
<b>CAPÍTULO I: Introducción.....</b>	<b>7</b>
I.1.-Hipótesis.....	9
I.2.-Objetivos.....	9
I.3.-Antecedentes.....	10
<b>CAPÍTULO II: Caracterización fractal de estructuras geológicas.....</b>	<b>11</b>
II.1.-Distribución fractal en geología.....	11
II.1.1.-Fractales determinísticos.....	11
II.1.2.-Fractales estadísticos.....	14
II.1.3.-Fragmentación.....	16
II.2.-Grupos Fractales.....	17
II.3.-Lacunaridad.....	18
II.4.-Análisis fractal de fracturas geológicas.....	20
II.4.1.-Antecedentes.....	20
II.4.2.-Metodología para el cálculo de la dimensión fractal en sistemas de fracturas.	21
II.4.3.-Análisis fractal de fracturas en 2 D. ....	23
II.4.4.-Análisis fractal de fracturas en 1D. ....	26
<b>CAPÍTULO III: Desarrollo de fracturas en materiales geológicos.....</b>	<b>31</b>
III.1.-Introducción.....	31
III.2.-Principios físicos sobre el desarrollo de fracturas.....	32



III.3.-Mecánica de fractura elasto-plástica o no lineal.....	35
III.4.-Modos de Fractura.....	37
III.5.-Generación y evolución de fracturas del Modo I en medios geológicos.....	38
III.6.-Fallas.....	40
III.7.-Procedimiento para el análisis sistemático de las fracturas.....	40
III.7.1.-Descripción cualitativa.....	41
III.7.2.-Análisis cuantitativo.....	41
III.7.3.-Densidad e Intensidad de fracturas.....	42
<b>CAPÍTULO IV: Análogo de Yacimientos Naturalmente Fracturados (YNF).</b>	
<b>Plataforma El Doctor.....</b>	<b>45</b>
IV.1.-Localización del área de estudio.....	46
IV.2.-Marco Geológico.....	48
IV.2.1.-Estratigrafía.....	49
IV.2.2.- Geología Estructural.....	51
IV.3.-Vetas en la Plataforma El Doctor.....	54
IV.3.1.-Generaciones de vetas.....	56
IV.3.2.-Características de la vetas.....	57
<b>CAPÍTULO V: Metodología para la obtención de datos.....</b>	<b>60</b>
V.1.-Espaciamiento y espesor.....	62
V.1.1.-Software de análisis del espaciamiento entre fracturas. Frac1Dv1.1.....	64
V.2.-Mapas de fracturas.....	67
<b>CAPÍTULO VI: Resultados: Análisis fractal en vetas de la Plataforma El Doctor.....</b>	<b>74</b>
VI.1.-Orientación de las vetas.....	74

VI.2.-Análisis en 1D: Espaciamiento y espesor de las vetas.....	76
VI.2.1.-Distribución de frecuencias y función de densidad de probabilidad.....	76
VI.2.2.-Exponente de frecuencia acumulada.....	79
VI.2.3.-Dimensión de Caja.....	85
VI.2.4.-Dimensión de Correlación.....	87
VI.2.5.-Exponente de Lyapunov.....	88
VI.2.6.-Coeficiente de variación.....	89
VI.3.-Análisis en 2D. Mapas de fracturas.....	90
VI.3.1.-Dimensión de fragmentación.....	91
VI.3.2.-Distribución de frecuencia de la longitud y normalización con la escala.....	93
VI.3.3.-Dimensión de caja.....	95
VI.3.4.-Análisis de puntos medios e intersecciones.....	97
VI.3.5.-Conectividad.....	100
VI.3.6.-Lacunaridad.....	101
VI.3.7.-Densidad.....	102
VI.3.8.-Intensidad.....	103
VI.3.9.-Longitud total de fractura.....	104
<b>CAPÍTULO VII: Discusión.....</b>	<b>107</b>
VII.1.-Distribución y tamaño de las fracturas en 1D.....	108
VII.1.1.-Espesor.....	108
VII.1.2.-Espaciamiento.....	110
VII.2.-Información de los mapas de fracturas y su relación con la permeabilidad.....	116
VII.2.1.-¿De que depende la dimensión de masa y de caja?.....	117

VII.2.2.-Permeabilidad.....	119
VII.3.-Relación de la permeabilidad con los parámetros fractales.....	124
VII.3.1.-Grupo 1: Dimensión de caja, Dimensión de fragmentación, Lacunaridad, Co- nectividad, Densidad e Intensidad vs. Permeabilidad (k/ko).....	125
VII.3.2.-Grupo 2: Dimensión de masa vs. Permeabilidad.....	132
<b>Conclusiones.....</b>	<b>136</b>
<b>Referencias Bibliográficas. ....</b>	<b>139</b>

---

## **Dedicatoria.**

---

*Este trabajo se lo dedico de manera especial y con todo mi cariño a dos mujeres muy importantes en mi vida. Una de ellas, **Elizabeth Rangel Granados**, es el amor de mi vida y es el gran soporte que tengo y tendré para siempre; gracias mi amor, gracias por todo tu apoyo. La otra mujer es mi abuela, **Teresa Méndez Pimentel**, que desafortunadamente ya no podrá verme defender esta tesis, pero sin embargo, seguramente me estará apoyando desde el cielo.*

## **Agradecimientos.**

---

Agradezco muy sinceramente a la Universidad Nacional Autónoma de México, al Posgrado en Ciencias de la Tierra y al Instituto de Geología por permitirme ser parte de sus estudiantes y brindarme tan generosamente el conocimiento en el área de las ciencias de la Tierra. También agradezco el apoyo económico del proyecto titulado: “*Caracterización fractal de sistemas de fracturas geológicas*” Proyecto Sectorial SENER-CONACYT (IMP-UNAM-CIMAT), sin el cual no hubiera sido posible desarrollar este trabajo de tesis.

Quiero agradecer enormemente a mi madre: Rosa Serrano Hernández, a mi padre: Lázaro Vásquez Méndez y a mis hermanos: Vanessa, Jaquelin, Arturo y Fabiola por su enorme e incondicional apoyo. De manera muy especial le agradezco a mi abuelo: Manuel Vásquez Guevara, por el amor tan grande que tiene por su familia. Agradezco también a mi nueva familia, que me ha apoyado incondicionalmente a Eduardo Rangel, Estela Gradados y Edgar Rangel.

Agradezco enormemente al Dr. Gustavo Tolson Jones (mi tutor) por el apoyo incondicional y por siempre brindarme la oportunidad de seguir creciendo en el ámbito académico. ¡Gracias mi maestro!

También quiero agradecer a mis sinodales, los cuales contribuyeron de manera fundamental en el mejoramiento de la tesis. Dr. Luis Germán Velasquillo Martínez, Dr. Eric Morales Casique, Dr. Ángel Francisco Nieto Samaniego y Dr. Jean-Francois Parrot Faure.

Finalmente agradezco el apoyo de las siguientes personas durante mi estancia en la maestría, sin ellos no hubiera podido lograrlo: Gonzalo Galaz, Dr. Michelangelo Martini, Dra. Beatriz Ortega, Victor, Joseph y Elisa.

## **Resumen.**

---

La cuantificación de los sistemas de fracturas es importante para entender el fenómeno de flujo de fluidos en yacimientos de petróleo naturalmente fracturados (YNFs). En este trabajo se presenta un caso de estudio en fracturas rellenas que cubre al menos 3 órdenes de magnitud de escala. Para el análisis se eligió a las rocas carbonatadas de la plataforma El Doctor, la cual se encuentra al oriente del estado de Querétaro. Estas rocas son un análogo de los yacimientos naturalmente fracturados comúnmente observados en campos petroleros del sureste de México.

La dimensión fractal de diferentes propiedades geométricas de los sistemas de fracturas como: espaciamiento, espesor, distribución espacial, densidad, intensidad, conectividad y longitud fue investigada y calculada usando diferentes métodos. Los parámetros fractales principales obtenidos en este trabajo incluyen al exponente de frecuencia acumulada de espaciamiento y espesor, dimensión de caja, dimensión de correlación y exponente de Lyapunov para el análisis en 1D. En el caso del análisis en 2D, los parámetros que se obtuvieron fueron las dimensiones de fragmentación, caja y masa (puntos medios e intersecciones); además se estimó la lacunaridad, conectividad, orientación, densidad e intensidad.

Los resultados del análisis en 1D indican que el mejor parámetro fractal que caracteriza la distribución y el arreglo de las fracturas es el exponente de Lyapunov, ya que su valor puede distinguir entre varios arreglos. La frecuencia acumulada del espaciamiento sigue una ley de potencia con un exponente negativo (dimensión fractal) que está entre -1.08 y -0.7. En el caso de la dimensión de caja y correlación se obtuvieron valores de 0.30-0.68 y

0.40-0.63 respectivamente. Para el espesor de la vetas, se observó una ley de potencia con un exponente entre -2.38 y -2.22.

En el análisis 2D se observaron distintos valores de dimensión fractal al usar diferentes métodos. La dimensión de fragmentación presentó valores entre 1.59 y 1.89, mientras que para la dimensión de caja se estimaron valores de 1.37 a 1.48. Para el caso de la dimensión de masa, los mapas de puntos medios e intersecciones tuvieron dimensiones de 1.08-1.37 y 1.02-1.21 respectivamente. La aplicación del conteo de cajas a estos mismos mapas arrojó dimensiones más bajas por ejemplo, para los puntos medios se calcularon valores de 0.48 a 1.10; mientras que para las intersecciones la dimensión se encuentra entre 0.46 y 0.88. La lacunaridad tiene un rango de 0.36 a 0.54, por otro lado, la conectividad tiene valores entre 0.26 – 1.70. En la mayoría de los casos, la dimensión fractal se incrementa con la magnitud de la escala. Sumado a lo anterior también se obtuvieron datos de intensidad y densidad, esta última es más o menos constante en las diferentes escalas y tiene un valor máximo de 1.5.

Los resultados muestran que las fracturas tienen una distribución agrupada (*clustering*) en todas las escalas de nuestro análisis en 1D, lo cual se refleja en los patrones observados en los mapas.

Como parte del trabajo, se exploró la relación que hay entre parámetros fractales y la permeabilidad. Los resultados revelan que sólo la dimensión de masa (puntos medios e intersecciones) se relaciona muy bien con la permeabilidad, por lo que se podría utilizar a esta dimensión fractal como guía en la exploración de YNFs.

## **Abstract.**

---

The quantification of fracture systems is important to understand the phenomenon of fluid flow in naturally fractured petroleum reservoirs. In this work, we present a case of detailed analysis of filled fracture networks (veins) covering four orders of magnitude of scale. For our analysis we selected rocks of the El Doctor platform in the state of Querétaro, Central Mexico, which is an exposed analog of naturally fractured carbonate reservoir rocks common in the near-offshore oil fields in southeast Mexico (such as Cantarell). The fractal properties of one and two dimensional natural fracture patterns mapped on limestone outcrops, are present at different scales. The fractal dimension of different fracture properties, such as spacing, thickness, spatial distribution, density, connectivity and length are investigated and measured using several methods. The principal fractal parameters obtained in this study include box-counting dimension, correlation dimension and Lyapunov exponent in 1D analysis; whereas the 2D analysis included the cumulative-length exponent (fragmentation dimension), box-counting dimension, mass dimension (mid- and intersection-points of fractures), lacunarity and connectivity. In addition, we analyzed the orientation, density and intensity of the fracture arrays.

The results of the 1D analysis indicate that the fracture spacing can be characterized using the parameters mentioned above, but the best fractal parameter to characterize the distribution and array of fractures is the Lyapunov exponent, because its value (1.06-1.42) can differentiate different types of array. In the box-counting and correlation dimensions, the values of dimension were 0.30-0.68 and 0.40-0.63 respectively. With respect to the thickness, the cumulative-frequency distributions show that this variable obeys a power law



with a relatively large negative exponent between -2.38 and -2.22. Our analysis in 2D shows that different methods result in different fractal dimensions. The fragmentation dimension has values between 1.59 to 1.85 and the box-counting dimension between 1.37 and 1.48 for the four different scales. In the case of mass dimension, the maps of mid-points have dimensions between 1.08 and 1.37 while maps of intersection-points have dimensions between 1.02 and 1.21. The same maps have box-counting dimensions of 0.48-1.10 and 0.46-0.88 for mid- and intersection-points, respectively. The lacunarity of fracture maps has a range of values between 0.36 and 0.54, while the connectivity is between 0.26 and 1.70. In most cases, the fractal dimension increases with the magnitude of scale. Finally, the fracture density is more or less constant across different scales and has a maximum value of 1.50, while the intensity decreases with the scale. The results show that fractures have a clustered distribution across all scales of our analysis in 1D, and this is reflected in the pattern of these structures on the maps. In this work we present the relationship of these geometric characteristics with various fluid flow parameters, such as permeability.

## **CAPÍTULO I: Introducción.**

---

Cuando estudiamos fenómenos geológicos es inevitable darse cuenta de una situación propia de la geología, que es la invariancia en la escala. Esta propiedad es perceptible, por ejemplo, cuando analizamos con la ayuda de una escala pliegues que son auto-similares, es decir que ocurren en diferentes escalas. A esta conclusión no se podría llegar si no se tiene una referencia escalar como la pica en una fotografía de algún afloramiento.

La teoría de los fractales ha sido tratada además de su inventor Mandelbrot, también por otros autores como Feder (1988), Vicsek (1992), Kaye (1989, 1993) y Korvin (1992). Este último introdujo muchas aplicaciones de la teoría fractal en ciencias de la Tierra.

Para entender mejor el concepto de fractal, imaginemos que queremos medir la longitud de una línea de costa. Para tal tarea se toma una barra de longitud conocida y se cuenta el número de barras que cubren a la línea de costa, después multiplicamos dicho número por la longitud de la barra y así obtenemos la longitud que deseamos conocer. Debido a que existe una invariancia en la escala, la longitud medida de la línea de costa se incrementara conforme disminuye el tamaño de la barra. La relación entre el tamaño de la barra y la longitud de la línea de costa seguirá una ley de potencia (distribución fractal) que va a estar caracterizada por la dimensión fractal ( $D$ ). En este contexto fue que Mandelbrot (1967) introduce el concepto de fractales.

Muchos fenómenos geológicos tienen una invariancia en la escala como la distribución frecuencia-tamaño en fragmentos de roca, fallas, fracturas, sismos, erupciones volcánicas, yacimientos minerales y campos petroleros. Sin embargo la distribución fractal no es la

única, existen otras como la distribución normal o log-normal que caracterizan algunos otros fenómenos geológicos. Hay que mencionar que en la distribución fractal no existe el concepto de promedio como en otras distribuciones, por lo que es útil aplicarla a situaciones caóticas o no lineales. La no linealidad puede ser tratada estadísticamente y a menudo caracterizarse con fractales (Schuster, 1995). Un ejemplo del comportamiento caótico es la deformación de la corteza asociada con desplazamientos en las fallas, su tratamiento estadístico puede mostrar su naturaleza fractal (Schultz *et al.* 2013).

Existen varios métodos de análisis estadístico aplicados en problemas que pueden abordarse con fractales; el método del grupo de renormalización, por ejemplo, puede ser aplicado a diversas situaciones en donde exista una invariancia en la escala (Turcotte, 1992). Primero se hace un modelo simple en una pequeña escala y después el problema se renormaliza, es decir, se reescala usando el modelo simple a la siguiente escala más grande. Este método se puede aplicar al análisis de fracturas, concentración de yacimientos minerales y otros problemas que satisfagan la estadística fractal.

Otro método de análisis son las series de tiempo, en donde una cierta variable cambia con el tiempo. Éste puede ser utilizado para describir la topografía o para analizar las variaciones en la concentración de cierto mineral con respecto a la profundidad en un núcleo. Las series de tiempo tienen variaciones cíclicas y aleatorias (componente estocástico); en esta última la persistencia es su principal característica. Estas variaciones son típicas de los movimientos brownianos, los cuales se pueden caracterizar a través de un fractal autoafín.

El análisis fractal ofrece una metodología aplicable en muchos fenómenos geológicos donde la no linealidad es la característica principal. En los siguientes capítulos abordaremos

la teoría fractal y su aplicación en fracturas geológicas en el marco del proceso de flujo de fluidos que ocurre en los Yacimientos Naturalmente Fracturados (YNFs) de hidrocarburos.

### **I.1.- Hipótesis.**

Los modelos fractales pueden aumentar la precisión y exactitud de la representación de los sistemas de fracturas presentes en los Yacimientos Naturalmente Fracturados.

### **I.2.- Objetivos.**

*Objetivo general:*

Analizar detalladamente distintos sistemas de fracturas geológicas análogos a los encontrados en los yacimientos de petróleo naturalmente fracturados utilizando las herramientas de la teoría fractal.

*Objetivos específicos:*

- Comprobar el comportamiento fractal de los sistemas de fracturas estudiados utilizando diversos métodos de análisis de distribución fractal. .
- Determinar la dimensión fractal de sistemas de fracturas en por lo menos 3 órdenes de magnitud de escala lineal.
- Comparar los distintos análisis de fracturas a través de su dimensión fractal y ver la relación entre ellos.
- Utilizar los resultados obtenidos en el análisis fractal de sistemas de fracturas y contextualizarlos en el marco del problema de los Yacimientos Naturalmente Fracturados.

### **I.3.- Antecedentes.**

En México más de 80% de la producción de hidrocarburos proviene de los yacimientos naturalmente fracturados (Miranda-Martínez *et al.*, 2006). Estos presentan muchas propiedades estructurales cuya descripción cualitativa y cuantitativa es fundamental para entender su origen y desarrollo, así como el papel que juegan en el fenómeno de flujo de fluidos (hidrocarburos). El análisis de la morfología de estos patrones y las propiedades de las fracturas (forma, tamaño, longitud y número) no es sencillo, debido a su extensión y compleja distribución en el espacio euclidiano (Nieto-Samaniego *et al.*, 2005 ).

La distribución en el espacio de los sistemas de fracturas se ha analizado comúnmente usando técnicas geoestadísticas, resultando no ser satisfactorias en algunos casos. Estudios hechos por Barton y Larsen (1985), sugieren que existe una invariancia escalar de ciertas propiedades básicas en dichos sistemas, es decir, se manifiesta un comportamiento auto-similar y autoafín en el patrón espacial de las fracturas, por lo que se han aplicado los principios de la teoría fractal para su caracterización cuantitativa.

Existen varios trabajos en donde se reporta el comportamiento fractal de los sistemas de fracturas (Barton, 1995; Barton y Zobak, 1992; Manning, 1994), especialmente en dos características importantes: la distribución espacial y el escalamiento. Se ha observado, por ejemplo, que el espaciamiento entre vetas de cuarzo-oro tiene un comportamiento fractal (Barton, 1995). Manning (1994) reporta un patrón similar en el espaciamiento de vetas presentes en rocas metamórficas, mientras que Barton y Zobak (1992), realizan un análisis de frecuencia de espaciamiento donde se encuentra un patrón fractal.

## CAPÍTULO II: Caracterización fractal de estructuras geológicas.

---

### II.1.- Distribución fractal en geología.

Los fractales pueden ser aplicados en una gran variedad de problemas geológicos, la distribución frecuencia-tamaño es un ejemplo de ello (Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005); teniendo en cuenta lo anterior, a continuación se mencionan los conceptos más importantes de la teoría fractal en el contexto de lo que es pertinente para el presente trabajo.

#### II.1.1.- Fractales determinísticos.

Desde los estudios hechos por Mandelbrot (1967), la teoría fractal se ha basado en conceptos matemáticos, empíricos y de ingeniería. Uno de los primeros conceptos que se definieron fue el conjunto fractal, el cual se expresa como:

$$N_i = \frac{C}{r_i^D} \quad (1)$$

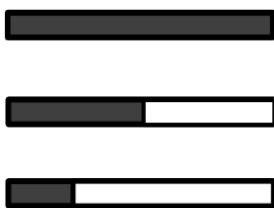
Donde  $N_i$  es el número de objetos con una dimensión lineal característica  $r_i$ .  $C$  es una constante de proporcionalidad y  $D$  es la dimensión fractal. Ésta puede ser un entero, como en el caso euclidiano ( $D = 0, 1, 2$  o  $3$ ), o fraccional (fractal).

Para explicar el concepto de dimensión fractal, usaremos una línea de longitud unitaria ( $N_1 = 1$  y  $r_1 = 1$ ), la cual será fraccionada de distintas maneras (Figura 1). En el caso de la figura 1a, primero se divide la línea en dos partes y se quita el segmento de la derecha ( $N_2 = 1$  y  $r_2 = 1/2$ ); después volvemos a dividir el segmento restante en dos partes y eliminamos nuevamente el segmento derecho ( $N_3 = 1$  y  $r_3 = 1/4$ ). Con este procedimiento siempre se

tendrá que  $N_i = 1$  y que la longitud de la línea será  $r_i/2$  en cada orden  $i= 1, 2, 3, \dots, n$ . Sin embargo, cuando  $n \rightarrow \infty$  la longitud de la línea se acercara a cero  $r_n \rightarrow 0$  dando como resultado un punto con dimensión igual a cero ( $D= 0$ ). Matemáticamente, lo anteriormente expresado se puede representar con la siguiente ecuación:

$$D = \frac{\ln(N_{i+1}/N_i)}{\ln(r_i/r_{i+1})} = \frac{\log(N_{i+1}/N_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} \quad (2)$$

**a)**



**b)**



**c)**



**Figura 1:** Ejemplo de construcción de conjuntos fractales, en los casos a y b, la dimensión fractal es un número entero, mientras que en el caso c, la dimensión es una fracción entre 0 y 1 (polvo de Cantor). (Turcotte, 1992)

Ahora si se observa la figura 1b, se puede ver que la línea unitaria ( $N_1= 1$  y  $r_1= 1$ ) esta dividida en dos partes, pero en este caso no se quita ningún segmento ( $N_2= 2$  y  $r_2= 1/2$ ). En cada orden  $i$  la longitud de la línea original permanecerá constante y se tendrá que  $D= \ln 2/\ln 2= 1$ , lo cual corresponde a la dimensión euclidiana de una línea. Por

último en la figura 1c, vemos que la línea unitaria ( $N_1= 1$  y  $r_1= 1$ ) está dividida en tres partes y con el segmento del centro removido ( $N_2= 2$  y  $r_2= 1/3$ ), por lo que para un orden  $i= 1, 2, 3, \dots, n$ ; con  $n \rightarrow \infty$  se obtendrá que  $r_n \rightarrow 0$  con una dimensión:

$$D = \frac{\ln(N_{i+1}/N_i)}{\ln(r_i/r_{i+1})} = \frac{\ln 2}{\ln 3} = 0.6309 \quad (3)$$

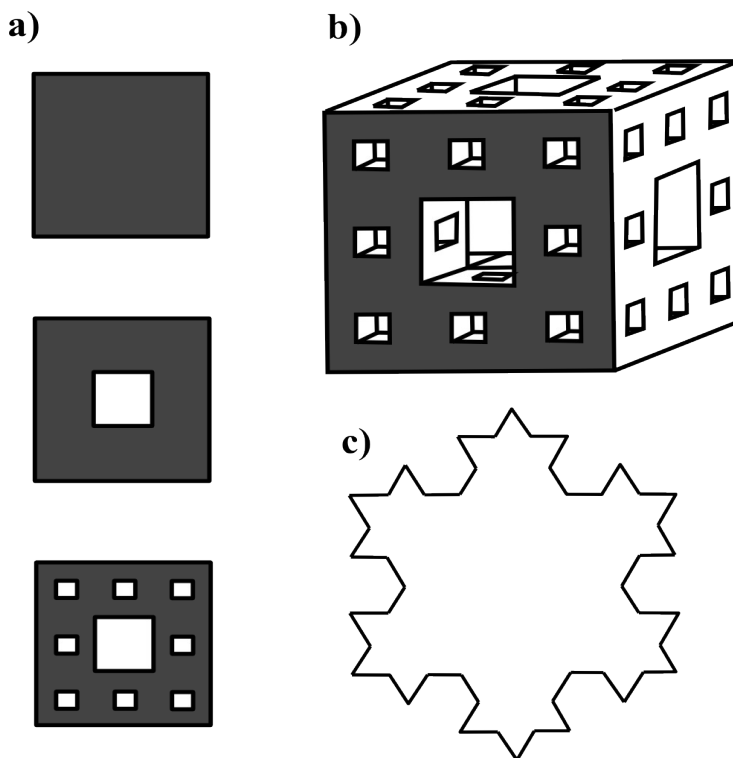
Éste último caso es conocido como el polvo de Cantor, donde la dimensión es fraccional, por lo que no es un punto ni una línea, sino más bien es un objeto fractal.

El concepto anterior (dimensión fractal) se puede aplicar no sólo a un segmento de línea, sino también a una superficie, como un cuadrado; para este caso vamos a obtener una dimensión fractal que estará entre 1 y 2. Trasladando el proceso de generación del polvo de Cantor a una superficie (Figura 2a), obtendremos el tapete de *Sierpinski*; donde  $D = \ln 8 / \ln 3 = 1.8928$ .

Para el caso de un volumen (con una dimensión fractal entre 2 y 3), el equivalente al polvo de Cantor y al tapete de *Sierpinski*, es la esponja de Menger (Figura 2b), donde  $D = \ln 20 / \ln 3 = 2.7268$ . La esponja de

Menger puede ser usada como modelo para el estudio del flujo de fluidos en medios porosos, ya que puede ser una buena aproximación de la distribución de los poros en una roca.

Los ejemplos anteriores muestran que algunas construcciones geométricas discontinuas no necesariamente deben tener una dimensión



**Figura 2:** Construcciones fractales. a) Tapete de *Sierpinski*. b) Esponja de Menger. c) Triádica de Koch. (Turcotte, 1992).

entera, sino que también pueden ser de dimensión no-euclidiana o fraccional.

Existen también construcciones continuas como la triádica de la isla de Koch (Figura 2c),



donde la dimensión fractal va a ser 1.2618. Esta construcción es continua en el orden infinito y los lados son invariantes en la escala, por lo que si tomamos la imagen de un lado, ésta sera idéntica en todas las escalas de observación.

Una característica importante que podemos cuantificar en este fractal continuo es el perímetro mediante la siguiente expresión:

$$P_i = r_i N_i \quad (4)$$

donde  $r_i$  es la longitud de un lado del triángulo,  $N_i$  es el número de lados e  $i$  es el orden ( $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ ). Para la triádica de Koch, tenemos que  $P_0=3$ ,  $P_1=4$  y  $P_2=5.33$ . Si tomamos la expresión anterior y la sustituimos en la ecuación 1 tendremos que:

$$P_i = \frac{C}{r_i^{D-1}} \quad (5)$$

Aplicando el logaritmo a la expresión anterior, se obtiene lo siguiente:

$$D = 1 + \frac{\log(P_{i+1}/P_i)}{\log(r_i/r_{i+1})} = \frac{\log 4}{\log 3} \quad (6)$$

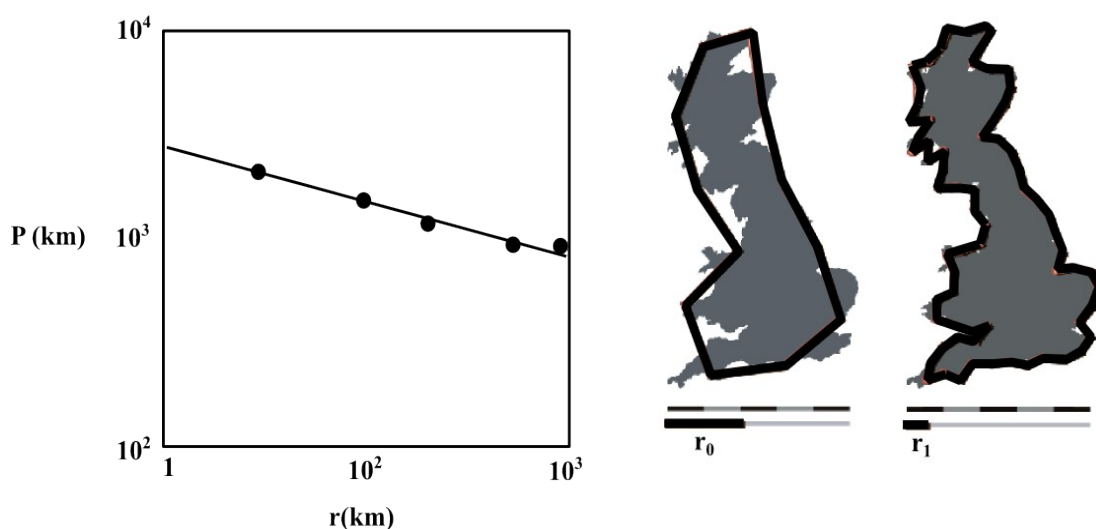
Como se puede ver, el perímetro de la triádica de Koch se incrementa al aumentar  $i$ . Dicho perímetro es continuo pero no diferenciable cuando  $i$  tiende a infinito.

### ***II.1.2.- Fractales estadísticos.***

La triádica de Koch puede ser considerada como un modelo para medir la longitud de una línea de costa; sin embargo esto no es del todo cierto ya que existen algunas diferencias fundamentales. Un ejemplo de dichas diferencias es que el perímetro obtenido por Koch es determinístico, mientras que el perímetro de una línea de costa real es estadístico. Otra diferencia importante es que en la triádica de Koch, el perímetro es idéntico en todas las escalas (hay invariancia escalar); sin embargo en una línea de costa real puede ser que el

perímetro sea estadísticamente diferente a diferentes escalas. La existencia de límites en la magnitud de la escala, es distinta para la triádica de Koch y para la línea de costa natural. A diferencia de la triádica de Koch en donde sus límites tienden a infinito; la línea de costa tiene un límite máximo en la escala del orden de  $10^3$  a  $10^4$  km (tamaño de los continentes), mientras que el límite mínimo es del tamaño de grano de las rocas (1mm). Estos límites son una característica importante en todos los sistemas naturales que presentan un comportamiento fractal (Turcotte, 1992).

Mandelbrot (1967) determinó la dimensión fractal de la costa oeste de Gran Bretaña haciendo un gráfico bilogarítmico de la longitud de la costa ( $P_i$ ) contra la longitud de la barra usada ( $r_i$ ), con lo cual encontró que la línea de costa es un fractal estadísticamente invariante en el rango de escalas en que se realizó el análisis (Figura 3).



**Figura 3:** Estimación de la longitud de la línea de costa para Gran Bretaña realizada por Mandelbrot (1967) usando técnicas fractales.  $D=1.25$

Al igual que la línea de costa, algunos fenómenos geológicos (fallas, fracturas, sismos, erupciones volcánicas, yacimientos minerales y campos petroleros) presentan una invariancia estadística en un rango de escalas determinado, por lo que pueden ser

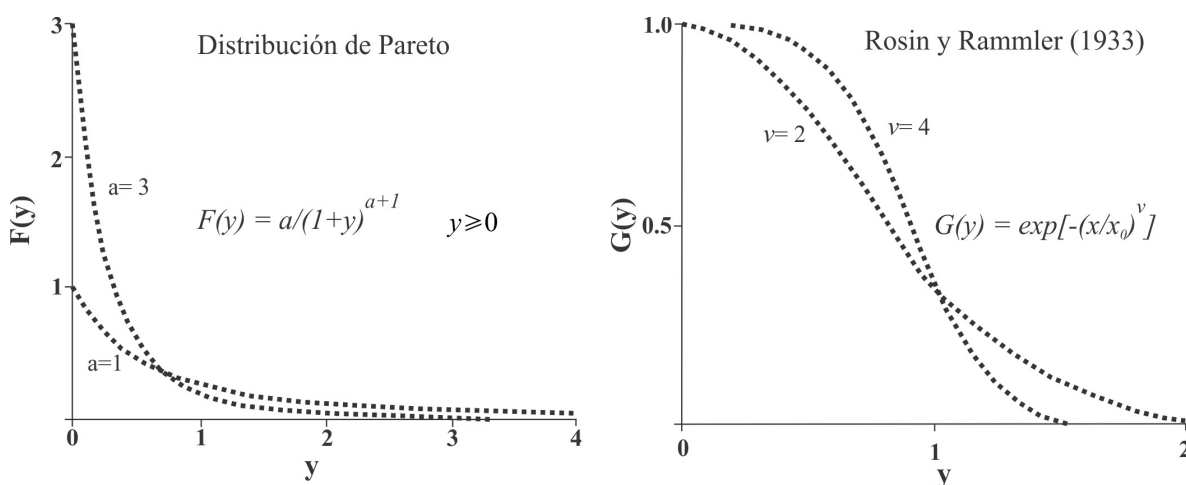
considerados como fractales estadísticos.

### II.1.3.- Fragmentación.

La fragmentación juega un rol muy importante en muchos fenómenos geológicos. La corteza terrestre, por ejemplo, está fragmentada por procesos tectónicos que involucran a las fallas y fracturas. Otro proceso geológico de fragmentación es el intemperismo, que fragmenta los macizos rocosos.

El fenómeno de fragmentación ha sido discutido por Grady y Kipp (1987) además de Clark (1987), en donde se ha encontrado que éste ocurre en un amplio rango de escalas y puede ser caracterizado a través de un fractal (Korvin, 1992; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003).

La distribución estadística de tamaños de fragmentos ha sido estudiada aplicando las distribuciones clásicas (Normal, log-normal, exponencial, etc.); pero se ha encontrado que la distribución de Pareto y la propuesta por Rosin y Rammler (1933), son las que caracterizan mejor el fenómeno. En estas existe una ley de potencia que es equivalente a la observada en una distribución fractal (Figura 4).



**Figura 4:** Función de densidad de probabilidad ( $F(y)$ ) para una distribución de Pareto con  $a=1, 2$  y  $3$ , y la propuesta de Rosin y Rammler (1933) para una función  $G(y)$  con  $y = x/x_0$  para un exponente  $v = 2$  y  $4$ .

Cuando una roca se fragmenta se obtienen bloques de distintos tamaños con formas irregulares, donde la relación entre el tamaño del bloque y el número de bloques de cada tamaño será la siguiente (Turcotte, 1992):

$$N = Cr^{-D} \quad (7)$$

Una aplicación práctica del fenómeno de fragmentación es la determinación de la porosidad de los macizos rocosos fracturados. Ésta se relaciona con la permeabilidad, por lo que es fundamental estudiar la fragmentación para entender como es el flujo de fluidos.

## **II.2.- Grupos Fractales.**

Los fractales también los podemos agrupar dependiendo de su distribución de probabilidad fractal. Si tomamos como ejemplo las construcciones de la figura 1, el objetivo sería determinar la probabilidad de que un paso de longitud  $r$  incluirá un segmento de línea. Para el polvo de Cantor dicha probabilidad se puede expresar de la siguiente manera:

$$P_i = N_i r_i \quad (8)$$

Donde  $N_i$  es el número de segmentos de línea de longitud  $r_i$  e  $i$  es el orden ( $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ ). Si se toma la ecuación 1 y sustituimos  $C = 1$  entonces nos queda que:

$$P_i = r_i^{1-D} \quad (9)$$

Para el caso del polvo de Cantor, la probabilidad de que un paso de longitud  $r_i = (1/3)^i$  encuentre un segmento de línea es  $p^i = (2/3)^i$ , por lo que  $D = \ln 2 / \ln 3$ . La ecuación anterior es importante porque relaciona la probabilidad con la dimensión fractal para el polvo de Cantor, aunque también se puede usar para construcciones en las que exista una componente aleatoria.

Una aplicación importante de los grupos fractales es en el análisis de fracturas geológicas

(Velde *et al.*, 1990), donde se ha encontrado un comportamiento fractal en fallas y fracturas analizados en una dimensión (a lo largo de una línea de muestreo). Manning (1994), por ejemplo, estudio el agrupamiento de vetas en rocas metamórficas y encontró que las vetas de cuarzo-wollastonita en skarn tienen una  $D= 0.46$ , mientras que las de clorita en diabasas se caracterizan por un valor de  $D= 0.81$ .

La construcción de Cantor (unidimensional) mediante la probabilidad fractal puede ser trasladado a 2 y 3 dimensiones. En el caso de un plano, lo que tendríamos sería la Carpeta de Sierpinski como análogo al Polvo de Cantor. En este caso, lo que nos interesaría conocer es la probabilidad de que un cuadro de tamaño  $r_i$  conserve su posición dentro del cuadrado más grande. La siguiente expresión describe lo antes mencionado.

$$P_i = r_i^{2-D} \quad (10)$$

Para un caso tridimensional (Esponja de Menger) se tiene una ecuación similar a la anterior.

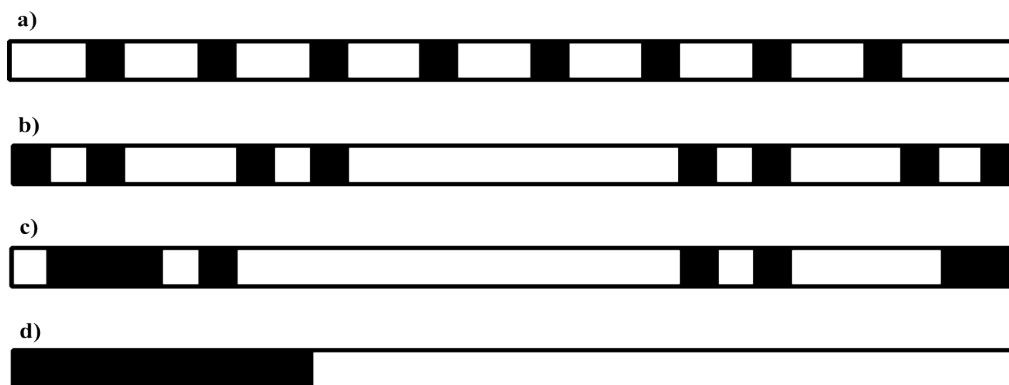
$$P_i = r_i^{3-D} \quad (11)$$

### **II.3.- Lacunaridad.**

Los fractales pueden tener distintas apariencias pero la misma dimensión fractal, por ejemplo, el polvo de Cantor puede ser construido de manera determinista o aleatoria, en ambos casos la dimensión fractal va a ser similar o la misma. Sin embargo; su aspecto final es distinto debido a la manera en como fue construido. Los huecos que se dejan al construir el polvo de Cantor van a tener un arreglo distinto en cada caso.

Mandelbrot (1982), introdujo el concepto de lacunaridad para medir cuantitativamente la distribución del tamaño de los huecos. Una gran lacunaridad implica la existencia de grandes huecos (fractal heterogéneo), mientras que valores bajos de lacunaridad nos diría

que hay una mayor uniformidad en el tamaño de los huecos (fractal homogéneo). Físicamente la lacunaridad ( $A$ ) puede interpretarse como la medida de la distribución de los espacios de una geometría dada (Figura 5).



**Figura 5:** Ejemplos de distribuciones de segmentos que se pueden caracterizar mediante un fractal (Turcotte, 1992). Para estas distribuciones la lacunaridad aumenta de a) hacia d). a) Distribución uniforme. b) Polvo de Cantor. c) Polvo de Cantor aleatorio. d) Distribución agrupada.

Una aproximación más precisa al concepto de lacunaridad en objetos determinísticos y aleatorios, es el análisis de las fluctuaciones en la función de distribución de masa para dichos objetos. Distintos procedimientos han sido utilizados para caracterizar la distribución de masa (lacunaridad), un ejemplo de ello son los métodos: conteo de cajas y conteo de cajas flexible. Allain y Cloitre (1991) proponen un procedimiento para estimar la lacunaridad utilizando un algoritmo (*gliding-box*), en el cual se analiza la probabilidad de que una caja de longitud  $2r$  contenga una masa  $M$ . Los límites topológicos de la lacunaridad se encuentran entre 1 y  $\infty$ . Cuando  $A$  tiende a 1, la distribución de masa es homogénea, en cambio, cuando  $A$  tiende al infinito ( $\infty$ ), el patrón estructural del conjunto fractal cubre un amplio rango de tamaños con el dominio de grandes huecos.

## **II.4.- Análisis fractal de fracturas geológicas.**

### ***II.4.1.- Antecedentes.***

La teoría sobre el fracturamiento o inicio y desarrollo de fracturas se basa en la propuesta de Griffith (Bahat *et al.*, 2005), la cual explica de manera clara el proceso de fracturamiento. Las fracturas en materiales rocosos no escapan a la aplicación de esta teoría para explicar su origen y desarrollo. Aunque es importante conocer y entender cómo se forman las fracturas, también es fundamental analizar su distribución y geometría en los macizos rocosos; esta tarea se puede hacer utilizando las herramientas de la teoría fractal.

Se han realizado muchos trabajos en donde se ha probado esta hipótesis. Entre ellos se encuentran los de Barton y La Pointe (1995), quienes hacen una exhaustiva exploración de métodos basados en los ejemplos clásicos de fractales determinísticos (Polvo de Cantor, Carpeta de Sierpinski, etc.). Ellos proponen algunas técnicas prácticas para la determinación de la dimensión fractal  $D$  en sistemas de fallas y fracturas presentes en las rocas. Su análisis se enfoca en dos vertientes, la primera busca analizar a las superficies de fracturamiento haciendo una analogía con la superficie topográfica y la segunda se refiere a la distribución y geometría de las fracturas. En el caso de la primera aproximación, dichos autores usan el método espectral, donde consideran a la superficie de la fractura como un fractal autoafín. En este caso no existe auto-similitud, ya que los ejes que definen a la superficie de fractura cambian en distinta proporción al variar la escala de observación. Para encontrar la dimensión fractal ( $D$ ), aplican la transformada de Fourier a un perfil que sea representativo de la superficie de fractura y obtienen el espectro de potencia, el cual presenta una ley de potencia entre la amplitud y la frecuencia. En la segunda vertiente,

analizan la distribución y geometría de las fracturas en un plano; para ello toman ciertos afloramientos y mapean todas las fracturas que se observan. Una vez que se ha obtenido el mapa, aplican algunos métodos como: “conteo de cajas” (*Dimensión de caja*) y “conteo de cajas flexible” para determinar  $D$ .

Entre los trabajos más importantes relacionados con el tratamiento fractal de las fracturas podemos citar los hechos por Marrett *et al.* (1999), donde hacen un análisis en 1D para otras variables que siguen una ley de potencia como: espesor y espaciamento entre fracturas. También hay que mencionar las aportaciones de Babadagli (2001, 2002) y de Jafari y Babadagli (2011a), donde se proponen otras técnicas para la estimación de la dimensión fractal (*Dimensión de Masa: Sand Box*). Además sugieren formas alternativas de caracterizar a las fracturas mediante puntos medios de fractura y puntos de intersección entre fracturas. Recientemente se han publicado en México algunos trabajos como el de Nieto-Samaniego *et al.* (2003, 2005), donde se explora y comprueba la naturaleza fractal de las fracturas en macizos rocosos.

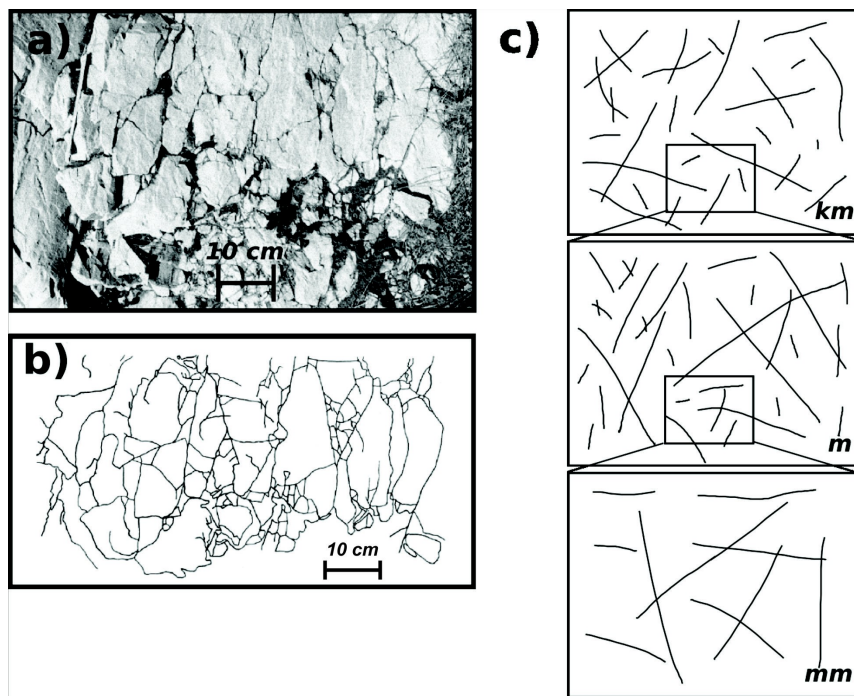
#### ***II.4.2.- Metodología para el cálculo de la dimensión fractal en sistemas de fracturas.***

El análisis fractal de las fracturas se realiza utilizando varios métodos que dan información sobre distintas características de estas estructuras. El trabajo de campo es fundamental para tener una buena calidad en los datos. En general, existe una forma muy clara de cómo hacer esta parte del trabajo, sólo hay que tomar en cuenta que para poder hacer un análisis fractal aceptable es necesario abarcar por lo menos 3 órdenes de escala. En el caso de las fracturas, el orden de escala más grande lo podemos alcanzar en un mapa (kilómetros), en el cual se marcan ciertos rasgos topográficos (lineamientos) que reflejan las fracturas presentes. El



siguiente orden de magnitud lo podemos alcanzar en un afloramiento (escala de metros) y finalmente si realizamos una lámina delgada, se tendrá el rango de magnitud faltante (mm) (Figura 7).

Una vez ubicados los órdenes de magnitud necesarios, el siguiente paso consiste en elaborar un mapa de fracturas. Éste será la materia prima sobre el cual se realizará el análisis fractal. De acuerdo con Barton y La Pointe (1995) y Babadagli (2001) la mejor manera de caracterizar a las fracturas, una vez teniendo el mapa, es mediante los siguientes métodos:



**Figura 6:** a) Fotografía de un afloramiento donde se observa una roca fracturada (Tomada de Babadagli, 2001). b) Mapa de fracturas del afloramiento observado en a). c) Ejemplo del mapeo de fracturas en un afloramiento a distintas escalas.

### **II.4.3.- Análisis fractal de fracturas en 2 D.**

a) *Dimensión de Caja (Conteo de cajas)*. Este método es comúnmente aplicado para obtener una dimensión fractal. Para este propósito se utilizan varias rejillas de distintos tamaños que son colocadas sobre el mapa de fracturas. El tamaño de la caja más grande (correspondiente a un cuadro de la rejilla) se determina tomando en cuenta que ninguna caja quede sin fracturas y el tamaño más pequeño de la caja será igual al tamaño de la fractura más pequeña (Barton, 1995). Para obtener la dimensión fractal se toma en cuenta el tamaño de la caja y el número de cajas en donde hay fracturas. Este análisis se hace a través de la siguiente relación:

$$N = r^{-D} \quad (12)$$

Donde  $N$  es el número de cajas que están ocupadas por al menos una fractura,  $r$  es el tamaño de la caja y  $D$  es la dimensión fractal. El método de conteo de cajas estima la dimensión fractal con un error de 2-5 % (Babadagli, 2001). Si aplicamos esta técnica para determinar la dimensión fractal en los distintos rangos de escala, ésta tendrá que ser consistente para cada caso.

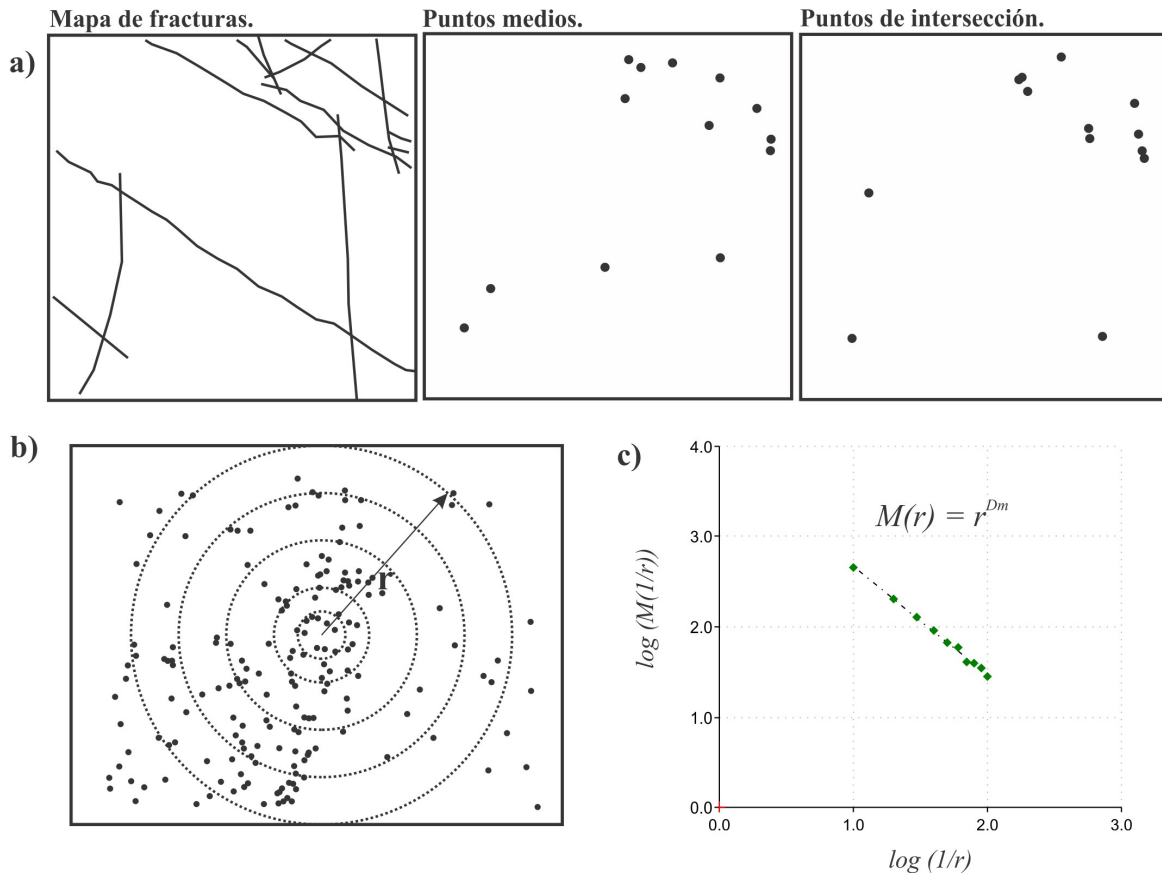
También existe una variación de este método (Barton, 1995), en donde la rejilla que forman las cajas gira para disminuir un sesgo producido por una posible orientación preferida de las fracturas.

b) *Dimensión de masa*. En este método propuesto por Babadagli (2001),  $n$  cajas con el mismo centro pero con diferente tamaño, son colocadas sobre los mapas de puntos medios e intersecciones de las fracturas. El número de puntos dentro de cada caja es contado. Si el sistema es fractal, el gráfico del número de puntos ( $M(r)$ ) contra el tamaño de la caja  $r$

seguirá una ley de potencia (Bunde y Havlin, 1995) y la pendiente que forman los datos en un gráfico bilogarítmico será la dimensión de masa ( $D_m$ ).

$$M(r) = r^{D_m} \quad (13)$$

Mediante una variación de este método (*Sand Box*), donde la ventana de muestreo es circular (Jafari y Babadagli, 2011a), es posible analizar también los puntos medios y los puntos de intersección entre las fracturas para obtener su dimensión de masa. Ésta variación del método es la que se utiliza en este trabajo y es explicada con más detalle en el capítulo V (Figura 7).



**Figura 7:** Metodología para la estimación de la dimensión de masa. a) Mapa de fracturas, puntos medios e intersección. b) Método para estimar la dimensión de masa c) Gráfica hipotética del comportamiento fractal obtenido mediante dicho método.

*c) Frecuencia acumulativa de la longitud de las fracturas (Dimensión de fragmentación).*

El análisis de las fracturas se puede realizar en el contexto de la fragmentación, donde la distribución de la frecuencia acumulativa se aproxima a una forma exponencial, log-normal o sigue una ley de potencia; por lo que la pendiente que forman los datos en un gráfico log-log, será la dimensión fractal (Korvin, 1992; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005).

*d) Conectividad.* La conectividad es un concepto derivado de la teoría de la percolación que describe las propiedades de un grupo de fracturas contenidas en un espacio. La intersección entre las fracturas es fundamental para estimar la conectividad y ésta a su vez depende de la densidad de fractura.

Muchos trabajos han utilizado el parámetro llamado índice de conectividad ( $\zeta$ ) o simplemente conectividad (Odling *et al.*, 1999; Jafari y Babadagli, 2011b; Leung y Zimmerman, 2012) para relacionar la distribución de las fracturas con la conductividad (permeabilidad) que tienen las rocas. Lo anterior se realiza mediante la relación de los puntos de intersección de las fracturas con el número total de éstas, a través de la siguiente ecuación:

$$\zeta = \frac{\text{No. Intersecciones}}{\text{Total de fracturas}} \quad (14)$$

*e) Lacunaridad.* La estimación de la lacunaridad se hace a través del método de conteo de cajas en una imagen (\*.bmp), sólo que en este caso se cuentan los píxeles (de las fracturas) que hay dentro de cada caja. Tomando en cuenta la metodología aplicada por Jafari y Babadagli (2011a) en donde se utiliza el software llamado ImageJ (Rasband, 2010), la lacunaridad puede ser calculada con la siguiente expresión:

$$\Lambda = \left( \frac{s}{M} \right)^2 \quad (15),$$

donde  $\Lambda$  es la lacunaridad,  $s$  es la desviación estándar de los píxeles por tamaño de caja y  $M$  es el promedio de píxeles que hay para cada tamaño de caja.

#### **II.4.4.- Análisis fractal de fracturas en 1D.**

El análisis en 1D se enfoca principalmente en la caracterización del espaciamiento y el espesor o apertura de las fracturas. El espaciamiento está determinado por la distancia que existe entre dos fracturas adyacentes. La medición de este parámetro se hacen mediante una línea de muestreo que se orienta de manera perpendicular a una familia de fracturas. Para el caso del espesor, se usa el mismo procedimiento. Cabe mencionar, que en muchas situaciones el plano donde se realiza el muestreo no está debidamente orientado, por lo que es necesario realizar correcciones angulares para poder obtener datos representativos.

Tomando como base lo anterior, se exponen a continuación algunas metodologías para la caracterización fractal del espaciamiento y el espesor.

a) *Frecuencia acumulativa.* Una buena manera de analizar los datos de espaciamiento y espesor es a través de la frecuencia acumulativa. Ésta se basa en el concepto de fragmentación (Frecuencia-tamaño), el cual ha sido explorado en diversos trabajos (Korvin, 1992; Gillespie *et al.*, 1993; Marrett *et al.*, 1999). Los gráficos de logaritmo de frecuencia acumulativa vs. espaciamiento o espesor pueden seguir una ley de potencia, donde el exponente de frecuencia acumulativa será la dimensión fractal (D):

$$S = v^D \quad (16)$$

En la ecuación anterior,  $S$  es la frecuencia acumulada del espaciamiento o espesor y  $v$  es la

variable de interés (espaciamiento o espesor). La dimensión fractal nos dará una medida del grado de agrupamiento de las fracturas cortadas por la línea de muestreo; si se tiene una dimensión fractal pequeña, tendremos distancias grandes que separan grupos (concentración) de fracturas.

b) *Coefficiente de variación.* Una medida de la distribución espacial de las fracturas está dada por el coeficiente de variación ( $C_v$ ), el cual es definido como el cociente de la división de la desviación estándar entre el promedio de los espaciamentos (Cox y Lewis, 1966). Cuando los espaciamentos son regulares se tendrá una desviación estándar pequeña y por lo tanto un  $C_v < 1$ . Por otro lado, cuando las fracturas están agrupadas (*Cluster distribution*) y existen grandes espacios entre grupos, la desviación estándar será grande y  $C_v > 1$ .

c) *Dimensión de caja.* Otra alternativa para realizar el análisis de espaciamiento es la técnica del conteo de cajas en 1D (Barton y La Pointe, 1995). El procedimiento es el mismo que en 2D, sólo que en este caso en lugar de una rejilla, lo que se tiene es una línea fraccionada en distintos segmentos de tamaño  $r$ . Para cada  $r$  se cuenta el número de segmentos que contienen por lo menos una fractura. Si se realiza un gráfico log-log del tamaño del segmento  $r$  contra el número de segmentos que cortan a alguna fractura ( $N$ ), se observará la siguiente relación:

$$N = r^{-D} \quad (17)$$

d) *Dimensión de Correlación.* Es una estimación que usa la diferencia entre pares de datos (espaciamentos) y provee un cálculo matemático riguroso de la dimensión fractal del sistema de fracturas que se está analizando (Davy *et al.*, 1990). La dimensión de correlación está basada en la expresión propuesta por Grassberger y Procaccia (1983), en donde se tiene que:

$$C(\gamma) = \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{N^2} \sum_{i=j=1}^N \theta(\gamma - |\vec{X}_i - \vec{X}_j|) \right) \quad (18)$$

Aquí  $\gamma$  es cualquier distancia propuesta,  $\vec{X} = (x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$  es el conjunto de datos (espaciamientos),  $\theta(x)$  es la función de Heaviside y  $N$  es el número de todos los posibles pares. En general, la dimensión de correlación cuenta el número total de posibles pares que tienen una distancia menor que  $\gamma$ . Tomando como base la expresión anterior, Grassberger y Procaccia (1983) demostraron que:

$$C(\gamma) \propto \gamma^v \quad (19)$$

Donde  $v$  es la dimensión de correlación. Si  $v \approx 0$  existirá sólo una ligera variación en los espaciamientos, es decir, estos se acercaran a ser periódicos.

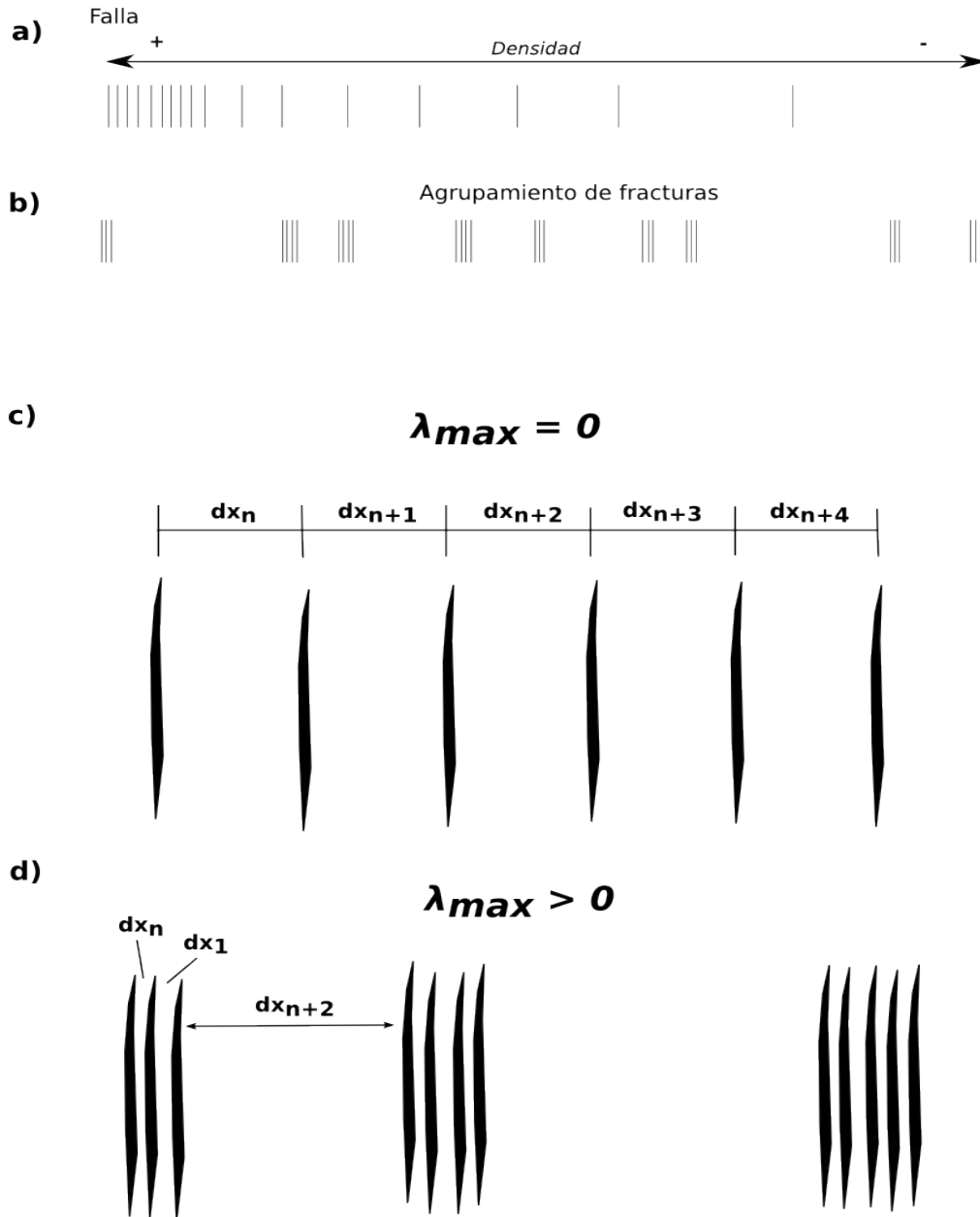
Aunque el análisis realizado por este método da información acerca de la distribución entre fracturas, desafortunadamente no proporciona información sobre el arreglo que tienen dichas estructuras.

e) *Exponente de Lyapunov.* Este parámetro parte de la solución general de un sistema no lineal dinámico que describe como cambia dicho sistema con el tiempo ( $x(t)$ ).

$$x(t) = c_1 e^{\lambda_1 t} v_1 + c_2 e^{\lambda_2 t} v_2 \quad (20)$$

En la ecuación anterior  $c_1$  y  $c_2$  son constantes,  $\lambda_1$  y  $\lambda_2$  son dos eigenvalores, mientras que  $v_1$  y  $v_2$  son los correspondientes eigenvectores. Para un sistema dinámico no lineal, los eigenvalores nos dicen cómo dos puntos convergen (si son positivos) o divergen (si son negativos) exponencialmente. Entre los eigenvalores, existen algunos llamados exponentes de Lyapunov, de los cuales hay uno que caracteriza al sistema, conocido como exponente máximo de Lyapunov,  $\lambda_{max}$  (Rosenstein *et al.*, 1993). Existen tres casos para  $\lambda_{max}$ , si es negativo, el sistema converge a un punto; si es cero, indica que el sistema es periódico y

finalmente si es positivo, el sistema será caótico.



**Figura 8:** a) Distribución de fracturas en una zona de falla en donde observamos un gradiente en la densidad de fracturas b) Distribución de fracturas agrupadas (Clustering). c) Valor del exponente de Lyapunov para una distribución regular d) Exponente Lyapunov para una distribución caótica. Modificado de Riley et al. (2011).

La determinación de  $\lambda_{max}$  requiere de conocer las ecuaciones diferenciales que gobiernan el sistema, lo cual es complicado de determinar en muchos sistemas naturales. Es por ello



que Rosenstein *et al.* (1993) proponen la siguiente expresión que no necesita de un conocimiento tan profundo para ser implementada.

$$\lambda_{max} = \lim_{N \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \log_2 \left| \frac{dx_{n+1}}{dx_n} \right| \right) \quad (21)$$

Donde  $N$  es el número de datos y  $dx_n$  es la distancia entre puntos. Riley *et al.* (2011) proponen una modificación a esta expresión para el análisis del espaciamiento entre fracturas. En este método los datos son distancias entre fracturas tomadas a partir de una línea de muestreo perpendicular a la traza de dichas fracturas. Aquí  $N$  es el número de espaciamientos y  $dx_n$  es el espaciamiento medido. Cuando hay grandes fluctuaciones en el espaciamiento, se tendrá una  $\lambda_{max} > 1$ ; por otro lado, si se tienen espaciamientos regulares,  $\lambda_{max}$  se aproximará a cero (Figura 8).

## **CAPÍTULO III: Desarrollo de fracturas en materiales geológicos.**

---

### **III.1.- Introducción.**

Las fracturas son estructuras comunes en los medios geológicos, se forman bajo condiciones de deformación frágil y su análisis requiere de observaciones sistemáticas a través de metodologías particulares. Estudios realizados en el siglo pasado; han demostrado que las fracturas se desarrollan en materiales donde existen pequeñas imperfecciones (fisuras), que ayudan a que se formen dichas estructuras bajo condiciones de tensión externa. La teoría propuesta por Griffith a principios del siglo XX revolucionó el análisis de las fracturas y ayudó a entender como nacen y se desarrollan. Con su trabajo se inició el estudio de la mecánica de fracturamiento lineal, la cual explica el desarrollo de las fracturas a partir de fisuras mediante un factor  $K$ , llamado intensidad de tensiones. Griffith (1920) analizó el fenómeno de fracturamiento en el vidrio, lo cual parecía irrelevante; además su metodología estaba basada en un balance energético; lo que dificultaba los cálculos matemáticos en geometrías complejas de fracturas. Sin embargo, su estudio logro demostrar que en presencia de fisuras, la resistencia de un material a la rotura es menor comparada con un material que no presenta fisuras.

Más tarde se observó que existen materiales que no siguen la teoría anterior, por lo que se tuvo la necesidad de generar un nuevo enfoque sobre el fracturamiento. Fue entonces que nació la mecánica de fractura no lineal para explicar la evolución de las fracturas en medios plásticos. En este caso se usa un parámetro similar al anterior, llamado “ $J$ ”.

Cabe mencionar que no sólo se han enfocado los estudios en el estudio de la evolución de las fracturas, también se ha analizado la relación que existe entre las fracturas con otras estructuras como fallas y pliegues. Además se han estudiado de forma intensa las características de las fracturas (intensidad, densidad, espaciamiento, orientación, espesor, longitud, etc.), desarrollándose métodos más precisos para obtener mejores datos.

El análisis de las fracturas se ha realizado tanto cualitativa como cuantitativamente. Este último es el que más desarrollo ha tenido en los últimos años, debido al importante rol que juegan las fracturas en el estudio de otros fenómenos como: estabilidad de taludes, hidrogeología, análisis de yacimientos que involucran flujo de fluidos, entre otros.

En los siguientes párrafos abordaremos el tema de las fracturas, tomando como base los principios físicos propuestos por Griffith (1920), para explicar su nacimiento y evolución. También se abordará su clasificación y caracterización mediante métodos cualitativos y cuantitativos.

### **III.2.- Principios físicos sobre el desarrollo de fracturas.**

El estudio de las fracturas geológicas no se podría hacer sin tener en cuenta los fundamentos físicos que están expuestos en la teoría de la mecánica de fracturamiento. Ésta no sólo da una explicación de cómo se generan y desarrollan las fracturas, también proporciona información importante sobre la geometría y deformación que acomodan.

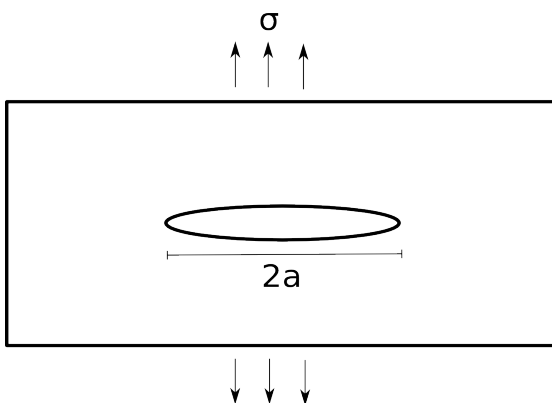
Mecánicamente, una fractura la podemos definir como el resultado de un proceso de deformación. Éste se manifiesta mediante la separación o fragmentación de un cuerpo sólido (macizo rocoso) que está sujeto a un determinado estado de esfuerzos. Cuando la roca presenta un cambio de volumen antes de romperse, se tendrá una fractura dúctil. Si por

el contrario, las fracturas aparecen sin que exista gran deformación en la roca, entonces habrá una fractura frágil. En ambos casos, la deformación está localizada en el material que rodea al vértice de la fractura durante la propagación.

Otro aspecto importante al que hay que poner atención es la rapidez con la que se desarrolla la fractura. Una fractura rápida se caracterizará por la propagación inestable de una fisura en la roca, mientras que una fractura lenta será estable y mantendrá un desarrollo constante en tiempo y espacio.

A pesar de las características antes mencionadas, cabría preguntarnos ¿Cómo se inicia el proceso de fracturamiento? Para responder a esta pregunta, la mecánica de fractura cuantifica las combinaciones críticas de tensión y tamaño de las fisuras responsables del desarrollo de las fracturas. Además toma en cuenta tres parámetros importantes para el análisis de estas estructuras:

- El esfuerzo aplicado al cuerpo.
- Las propiedades de resistencia del material a la fractura.
- El tamaño de cualquier defecto que se asemeje a una fisura, dentro del material.



**Figura 9:** Modelo de una fisura en una placa infinita. (Modelo de Griffith, 1920).

Tomando en cuenta los parámetros anteriores, el objetivo principal de la mecánica de fractura es relacionar las condiciones de esfuerzo aplicado al material y su resistencia al crecimiento de las fisuras. La fractura ocurrirá si la resistencia de la roca (en presencia de una fisura) es menor que las

condiciones de esfuerzo-deformación dentro de la zona de crecimiento de la fractura.

Para explicar este fenómeno, Griffith (1920) desarrollo un modelo (Figura 9) basado en la primera ley de la termodinámica, donde explica la diferencia energética observada en una rotura frágil. Él encontró que para ir de un estado sin fractura a uno con fractura, no sólo basta con una disminución en la cantidad de energía elástica, sino también un incremento en la energía de superficie debido al crecimiento de la fisura. Lo anterior se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_c = \left( \frac{2 E \gamma_s}{\pi a} \right)^{1/2} \quad (22)$$

Donde  $\sigma_c$  es la tensión crítica requerida para la propagación de una fractura,  $E$  es el módulo de Young del material,  $\gamma_s$  es la tensión superficial (determinada experimentalmente por Griffith (1920)) y  $a$  es el semieje mayor de la elipse que corresponde a la fisura (Figura 9). Hay que destacar que las tensiones por debajo de  $\sigma_c$ , no propagaran a la fisura, ya que la energía de deformación es inferior a la necesaria para generar nuevas superficies de fractura.

La ecuación anterior también se puede escribir del siguiente modo:

$$\sigma_c (\pi a)^{1/2} = (2 E \gamma_s)^{1/2} \quad (23)$$

Lo cual ayudará a entender ciertos conceptos como el factor de intensidad de tensiones ( $K$ ), que depende de la geometría del material, el estado de esfuerzos y la longitud de la fisura.

$$K = \sigma_c (\pi a)^{1/2} \quad (24)$$

Cuando  $K$  alcanza un valor crítico ( $K_c$ ), se provoca la inestabilidad necesaria para que inicie la propagación de la fisura. Por lo tanto habrá un valor característico de  $K_c$ , que cuantificará la resistencia de dicho material al fracturamiento (tenacidad). Lo anterior se expresa

matemáticamente de la siguiente manera:

$$K_c = (2 E \gamma_s)^{1/2} \quad (25)$$

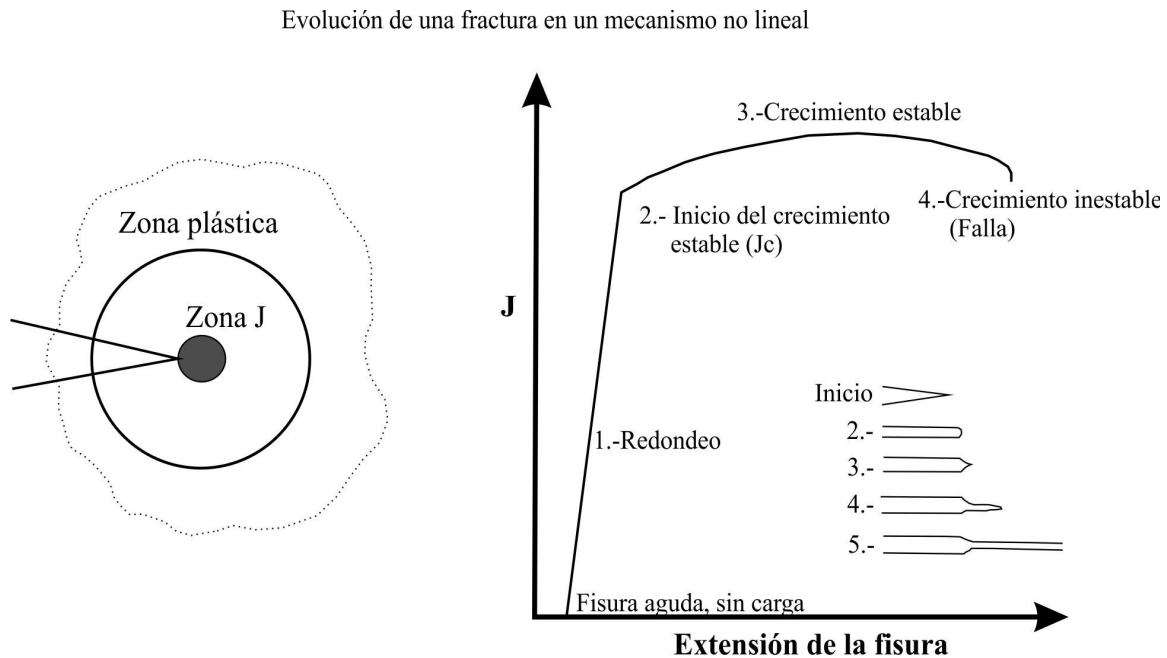
### **III.3.- Mecánica de fractura elasto-plástica o no lineal.**

Aunque es muy similar a la propuesta hecha por Griffith (1920), en éste caso se usa un parámetro diferente para caracterizar la intensidad del campo tensión-deformación en el extremo de la fisura. Dicho parámetro se denomina “*J*”.

*J* define la intensidad de la tensión y deformación plástica en una región que rodea el extremo de la fisura, por lo tanto, está en función de la tensión, deformación, tamaño de la fisura y su geometría. El parámetro *J* es análogo a *K*, aunque se diferencia de éste porque representa la intensidad del campo elasto-plástico que rodea al extremo de la fisura, mientras que *K* es la intensidad del campo elástico circundante (Figura 10).

El análisis del fracturamiento no lineal se usa cuando es considerable la contribución de la plasticidad (fluencia) al proceso de fracturamiento, por lo que no se pueden despreciar los efectos de esta. También es aplicable cuando se analizan fracturas desarrolladas a temperaturas tales que hacen que el material se comporte de manera dúctil y tenga más tenacidad.

En general, la mecánica de fractura no lineal busca una relación entre la tensión aplicada, el tamaño de la fisura y la tenacidad del material que sea independiente de la geometría del cuerpo que rodea a la fisura; en los casos en que la fractura ocurra después de una deformación plástica considerable.



**Figura 10:** Mecánica de fractura no lineal y evolución de una fisura bajo este mecanismo (modificado de Hutchinson, 1979). ( $J$  es el factor de intensidad de la tensión).

Tomando en cuenta lo anterior, el proceso de fracturamiento no lineal sigue los siguientes pasos (Figura 10):

- La fisura adquiere una forma aguda con las primeras aplicaciones de esfuerzo.
- Desde la punta, la grieta desarrolla una nueva fisura aguda.
- La fisura creada, crece en forma estable.
- Finalmente la grieta pasa a una etapa de crecimiento inestable.

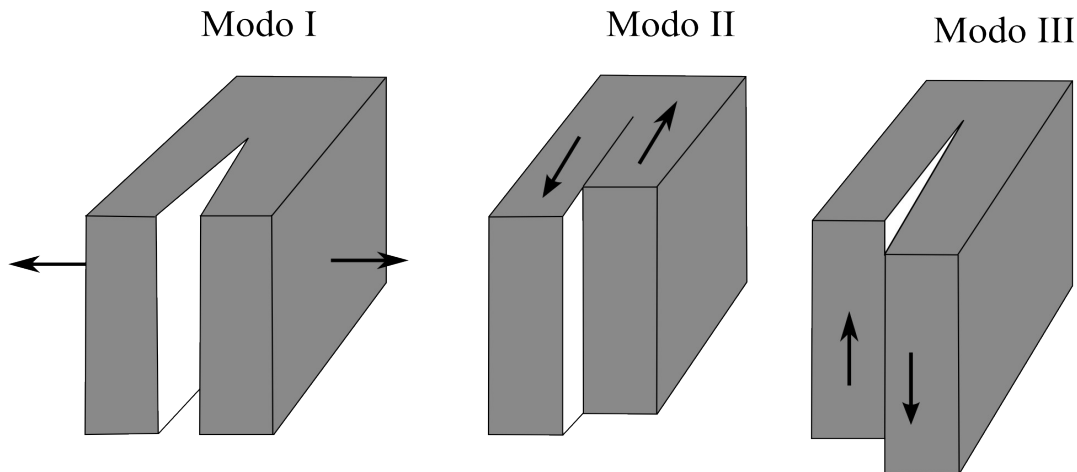
El proceso antes descrito depende de factores como el espesor del material, la temperatura y la tasa de deformación. Esto puede ser representado mediante una gráfica de tenacidad contra extensión de la fisura como se observa en la figura 10. Por otro lado, la relación entre el crecimiento estable e inestable, usando los parámetros de fracturamiento lineal y no lineal, se sintetiza en la siguiente ecuación:

$$K_C = \sqrt{J_{IC} E} \quad (26)$$

Donde  $J_{IC}$  define el nivel de  $J$  aplicado para el comienzo de la extensión estable en la fisura dúctil y es una propiedad básica del material, que representa una medida del límite inferior de la tenacidad de la fractura dúctil en presencia de una fisura inicial aguda.

#### III.4.- Modos de Fractura.

Se han podido identificar tres modos en que los materiales se pueden romper, estas configuraciones se obtienen al aplicar distintas combinaciones de esfuerzos (Figura 11).

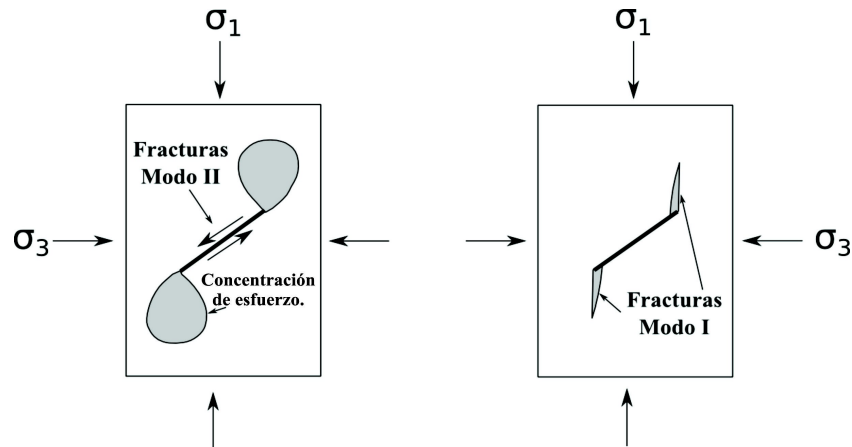


**Figura 11:** Modos de fracturamiento. Las flechas indican la dirección de los esfuerzos aplicados (Irwin, 1960).

Tomando en cuenta el desplazamiento infinitesimal como producto de la propagación de las fisuras, en el Modo I, la fisura se abre ligeramente en dirección perpendicular a la superficie de fractura. Éste modo de fracturamiento también se conoce como fracturamiento por tensión. En el Modo II (fracturamiento por cizalla), el material es movido en dirección paralela a la superficie de la fractura y paralelamente a la dirección de propagación. Para el caso del Modo III (fracturamiento de tijera), el material se desplaza sobre la superficie de la fractura y perpendicular a dicho desplazamiento. En general el Modo II y III, son modos de



fractura por cizalla, los cuales producen fallas a nivel macroscópico. Este tipo de fracturamiento bajo ciertas condiciones puede producir fracturas del Modo I como se puede observar en la figura 12.



**Figura 12:** Generación de fracturas del Modo II y el subsecuente desarrollo de fracturas Modo I (Bahat *et al.*, 2005).

### III.5.- Generación y evolución de fracturas del Modo I en medios geológicos.

Las fracturas se inician por una concentración de esfuerzos en las rocas, las cuales se propagan a través de un gran número de heterogeneidades (fisuras) y tienen su origen en el núcleo o fisura de Griffith (Bahat *et al.*, 2005; Weinberger, 2001). Dicha fisura puede tener dos tamaños; en materiales homogéneos el rango de tamaño de las fisuras será de 1 nm a 1  $\mu\text{m}$ , y generalmente se encuentran en la superficie del cuerpo; mientras que en materiales heterogéneos, las fisuras tendrán un tamaño de 1  $\mu\text{m}$  a 1 mm y pueden concurrir tanto en la superficie como dentro del cuerpo (Lawn, 1993). En el caso de las rocas, las fisuras varían en el tamaño, forma, orientación y pueden ser debidas a la presencia de superficies libres, microfósiles, concreciones, entre otras imperfecciones (Bahat *et al.*, 2005; Bahat y Engelder, 1984).

Además de las fisuras, en la naturaleza de fracturamiento existen otros factores que influyen en la iniciación y evolución de las fracturas, uno de estos factores es la presión de fluido. Secor (1965, 1969) sugiere que el desarrollo de una fractura a profundidad en la corteza terrestre es un proceso lento en donde existen periodos cortos de propagación rápida y largos episodios de quietud o crecimiento lento. Durante las etapas de propagación rápida, el fluido de poro ocupa el espacio en la fisura, lo cual ayuda también a abrir más la cuña del frente de dicha fisura. Secor (1965, 1969) consideró que el criterio de fracturamiento por tensión con presencia de una presión interna de fluido sobre un plano de deformación en las rocas es:

$$\sigma_{e3} = -S = -\left(\frac{\pi E \gamma}{2c(1-\nu^2)}\right)^{1/2} \quad (27)$$

Donde  $\sigma_{e3}$  es el esfuerzo principal menor,  $-S$  es la fuerza de tensión en la roca para una condición general de presión de poro  $\sigma_{ej} = \sigma_j - P$ ,  $c$  es el radio de la fisura,  $\sigma_{ej}$  son los esfuerzos principales efectivos,  $\sigma_j$  son los esfuerzos principales,  $\gamma$  es la energía de superficie de la fractura y  $\nu$  es la razón de Poisson. La fractura se iniciará cuando la fracción de  $P$  (presión) sea más grande que  $\sigma_3$ , con lo cual la cuña en el frente de la fisura crecerá, esto ocurrirá en el momento en que el fluido en la fisura rebase el volumen crítico (Secor, 1969):

$$v_{crit} = \frac{16}{3} \left(\frac{\pi \gamma (1-\nu)}{2E}\right)^{1/2} c^{5/2} \quad (28)$$

Observaciones de campo sustentan lo dicho por Secor (1965, 1969) sobre el proceso de fracturamiento, en donde existen etapas de propagación rápida de la fractura y periodos de quietud (Bahat y Engelder, 1984). Hay que mencionar que bajo un régimen de crecimiento lento de la fractura, éste no se puede caracterizar a través de  $K$ .

### **III.6.- Fallas.**

Segall y Pollard (1983) investigaron la nucleación y desarrollo de fallas de desplazamiento lateral que cortaban a un granito y encontraron que el inicio del fallamiento se debía en gran parte a la presencia de fisuras, las cuales acomodaban una buena porción de la deformación por cizalla. Esto generaba un arreglo de fracturas paralelas a dicha falla. Observaciones de campo realizadas en macizos rocosos y pruebas hechas en el laboratorio apoyan lo dicho por Segall y Pollard.

Evidencia sísmica sugiere también que el inicio del proceso de fracturamiento se debe en gran parte a la presencia de fisuras preexistentes (Umeda, 1990; Ellsworth y Beroza, 1995). El análisis de los sismogramas, ha ayudado a entender que existen dos formas en las cuales se inicia la nucleación. Por un lado tenemos un régimen estable, el cual está presente durante los periodos inter-sísmicos cuando se están acumulando esfuerzos. Mientras que por el otro lado habrá un régimen inestable que producirá una aceleración en la propagación de la fractura, originando el sismo (Bahat *et al.*, 2001).

### **III.7.- Procedimiento para el análisis sistemático de las fracturas.**

El análisis de las fracturas requiere de un muestreo sistemático y de observaciones detalladas para describir su geometría y morfología. Esto ayudará a entender el o los mecanismos que generaron la fractura, su evolución y el posible campo de esfuerzo asociado.

### ***III.7.1.- Descripción cualitativa.***

El análisis cualitativo de las fracturas se divide en dos partes, por un lado se tiene a las propiedades físicas que incluyen el espaciamiento, rectitud o curvatura de la superficie de fractura, inclinación, relación con otras superficies, anastomosis e interacciones entre fracturas. La otra parte del análisis se refiere a la fractografía, con la cual se podrá conocer la evolución y el mecanismo de fractura. La aplicación de la fractografía requiere tomar una fotografía de la superficie de fractura, teniendo presente que ante diferentes condiciones de luz se observarán distintos detalles de dicha superficie.

### ***III.7.2.- Análisis cuantitativo.***

En el análisis cuantitativo de las fracturas se enfoca en entender el comportamiento de variables como: orientación, espesor, espaciamiento, longitud, densidad, intensidad, distribución espacial y tamaño de las fracturas. Estas suelen obtenerse mediante líneas o ventanas de muestreo, dependiendo de lo que se quiera medir y de las condiciones de los afloramientos. La metodología empleada generalmente presenta ciertos inconvenientes que sesgan la información obtenida. Algunos de estos inconvenientes se mencionan a continuación (Moreno-Sánchez y García-Cabrejo, 2006):

- *Orientación:* La medición de la orientación de una familia de fracturas se hace de manera perpendicular al rumbo de la estructuras. Esto implicará que si tenemos familias con otras orientaciones, estas quedaran fuera de nuestras mediciones por lo que existirá cierto sesgo en la orientación
- *Truncamiento:* Depende de la mínima resolución con la que se tome la información en un afloramiento (escala del objeto de análisis); por lo que los resultados del

análisis de un sistema de fracturas puede variar dependiendo de la escala. Esto se debe no a la naturaleza de las fracturas, si no a la falta de información debido al cambio de escala.

- *Censura*: Es un fenómeno que tiene que ver con el volumen y la totalidad de las fracturas medidas en una área específica. Si existen fracturas más grandes que el afloramiento analizado, habrá mediciones parciales de las estructuras observadas en el campo.

Las fuentes de incertidumbre referidas se deben de tomar en cuenta para el análisis cuantitativo, con el objetivo de reducirlas. Sin embargo, hay que tener presente que siempre va a existir un sesgo en la información.

### ***III.7.3.- Densidad e Intensidad de fracturas.***

La densidad e intensidad de fracturas son dos variables importantes en el análisis cuantitativo de los sistemas de fracturas. Nos dan una idea de la abundancia de estas estructuras, y su caracterización es fundamental para entender el proceso de flujo de fluidos. La metodología empleada para la estimación de estas variables se explica de manera general a continuación:

a) *Intensidad de fracturas*. Se relaciona con el espaciamiento promedio entre fracturas a través de una línea de muestreo (Moreno-Sánchez y García-Cabrejo, 2006) y difiere del espaciamiento común, ya que toma en cuenta todas las fracturas sin importar su orientación, por lo que es más universal (Grossenbacher *et al.*, 1997). Mauldon *et al.* (2001) utilizan una línea de muestreo circular para reducir el sesgo y definen a ésta variable como el número de intersecciones entre las fracturas y el perímetro del círculo (Figura 13b):

$$I = \frac{n}{4r} \quad (29)$$

Aquí  $n$  es el número de fracturas que intersectan a la línea de muestreo y  $r$  es el radio del círculo. Para estimar la intensidad en un plano, Nieto-Samaniego *et al.* (2003) hacen referencia a la siguiente expresión.

$$I = \frac{1}{A} \sum_{k=1}^{N_{tot}} l_k \quad (30)$$

Donde  $l$  es la longitud de las fracturas y  $A$  es el área de muestreo. En general, la intensidad de fracturas es una medición unidimensional ( $l/m$ ) que permite conocer el número de fracturas promedio por unidad de longitud.

b) *Densidad de fracturas*. Se define en términos generales como el número de fracturas por unidad de área, aunque existen algunas variaciones dependiendo del método; por ejemplo, Mauldon *et al.* (2001) definen a la densidad de fracturas como el número de puntos medios que caen dentro de una superficie circular (Figura 13c).

$$D = \frac{n}{A} \quad (31)$$

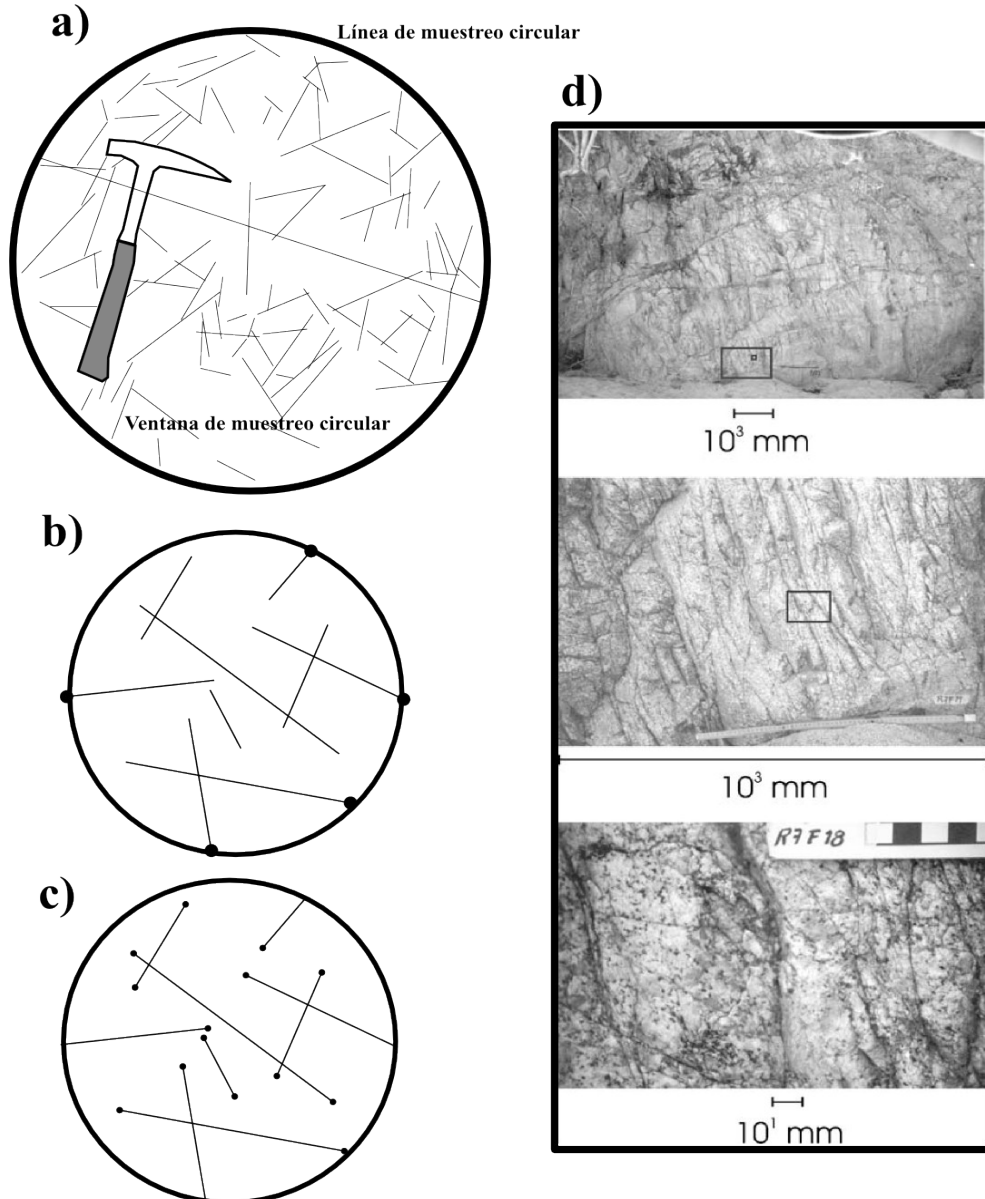
Donde  $n$  es el número de puntos medios de fracturas que caen dentro de la superficie y  $A$  es el área de dicha superficie. Cabe mencionar que este método no es del todo eficiente ya que está condicionado por un sesgo de censura. Esto se debe a la falta de información debido a que existen fracturas incompletas en un afloramiento. Para resolver este problema Mauldon *et al.* (2001) utilizan los puntos extremos (terminales) a través de siguiente expresión.

$$\rho = \frac{1}{2} \left( \frac{m+}{A} + \frac{m-}{A} \right) = \frac{m}{2A} \quad (32)$$

Aquí  $m+$  es la terminal positiva,  $m-$  la terminal negativa y  $A$  es el área. También, como en el

caso de la intensidad, Nieto-Samaniego *et al.* (2005) mencionan una expresión propuesta por Renshaw (1997) para estimar la densidad de fracturas, donde el factor importante es la longitud de estas estructuras( $l$ ).

$$D = \frac{1}{A} \sum_{K=1}^N \left( \frac{l_K^2}{4} \right) \quad (33)$$



**Figura 13:** Metodología para estimar intensidad (b) y densidad (c) de fracturas usando ventanas de muestreo circulares (Moreno-Sánchez y García-Cabrejo 2006). d) Fotos tomadas a distintas escalas en un afloramiento de granito fracturado (Nieto-Samaniego *et al.*, 2005).

## **CAPÍTULO IV: Análogo de Yacimientos Naturalmente Fracturados (YNF). Plataforma El Doctor.**

---

El estudio de las fracturas en este trabajo está enfocado a entender el papel que juegan dichas estructuras como generadoras de porosidad y permeabilidad en el complejo fenómeno de flujo de fluidos. Entender la influencia de las fracturas en dicho fenómeno ha sido un tópico recurrente en la industria petrolera por varios años. A estos reservorios que están caracterizados por la presencia de fracturas se les ha llamado Yacimientos Naturalmente Fracturados (YNFs).

Pero la tarea no ha sido fácil, no sólo por la complejidad evidente del fenómeno, sino también por las dificultades técnicas que el estudio en este tipo de yacimientos conlleva. Algunos de los obstáculos que hay que superar para realizar el análisis de los YNFs son, por ejemplo: la falta de información *in situ* de los sistemas de fracturas que están presentes en las roca, la escasa o nula caracterización de las estructuras en varias escalas de observación, el poco conocimiento de la mecánica de fractura de la roca presente y la falta de información acerca de las causas que generaron la deformación; a esto hay que sumarle que la mayoría de las rocas de éste tipo de yacimientos están sepultadas a varios cientos o miles de metros donde las condiciones de presión y temperatura son distintas a las de la superficie. En años recientes, los avances en las técnicas de exploración (registro de pozos, sísmica de reflexión en alta resolución (cubos sísmicos) y una mayor recuperación de los núcleos en las perforaciones) han ayudado a tener más y mejor información de los YNFs.



Sin embargo, en muchas situaciones la información es escasa, en parte debido a los altos costos de las técnicas de exploración.

Un buen acercamiento para el análisis de los YNFs es el uso de análogos en superficie que tengan características semejantes a los yacimientos del subsuelo. El estudio de las fracturas realizado en análogos puede ayudar en mucho a entender de mejor manera el rol que juegan estas estructuras en el fenómeno de flujo de fluidos, ya que se puede analizar de una manera más sistemática la geometría y distribución de las fracturas.

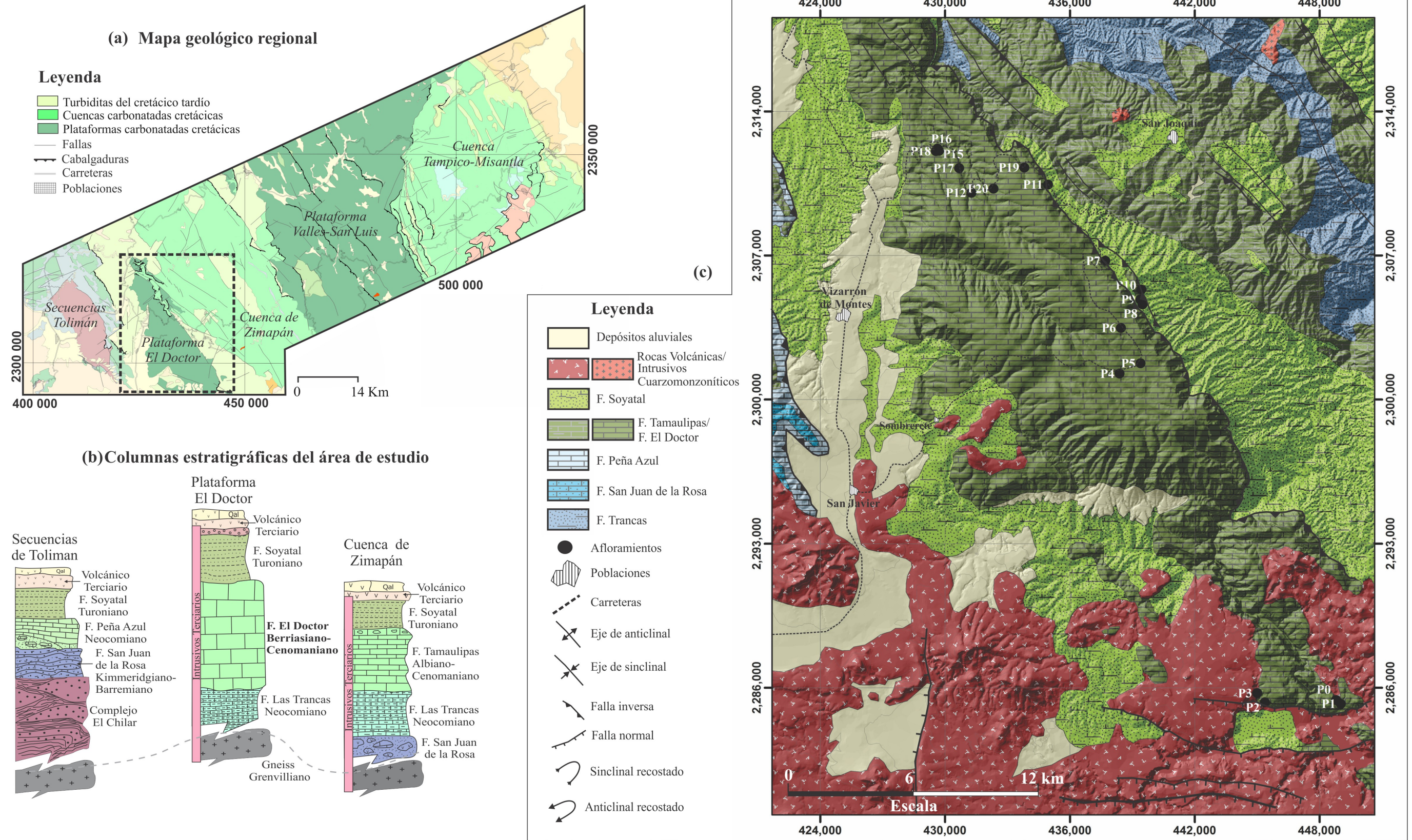
En México más del 80% de los yacimientos de petróleo provienen de los YNFs, por lo que es de gran importancia usar análogos que tengan características similares a los yacimientos productores que se encuentran en el SE de México. En éste trabajo se analizan las fracturas de la Plataforma El Doctor, que es un excelente símil de los reservorios calcáreos clásicos como Cantarell (en algún tiempo el yacimiento más importante de México y uno de los más grandes de mundo).

El trabajo realizado en la Plataforma El Doctor está basado en un análisis integral de las vetas (fracturas rellenas) usando las técnicas estadísticas expuestas en capítulos anteriores. En los siguientes párrafos se describirá la geología de la plataforma, así como características más importantes de las familias de vetas observadas.

#### **IV.1.-Localización del área de estudio.**

El área de estudio se ubica en la porción centro-occidental de la provincia fisiográfica de la Sierra Madre Oriental, oriente del estado de Querétaro y norte de Hidalgo aproximadamente a unos 21° latitud norte, entre los poblados de Vizarrón y El Doctor, Qro. (Figuras 14 y 15 ).





**Figura 14:** a) Mapa geológico regional del área de estudio, en donde se observa a la Plataforma El Doctor (líneas punteadas). b) Columnas estratigráficas de las Secuencias Tolimán, Plataforma El Doctor y Cuenca de Zimapán (modificado de Fitz-Díaz, et al., 2011a). c) Mapa geológico de la Plataforma El Doctor y localización de afloramientos estudiados (Modificado de Carrillo-Martínez, 2000).

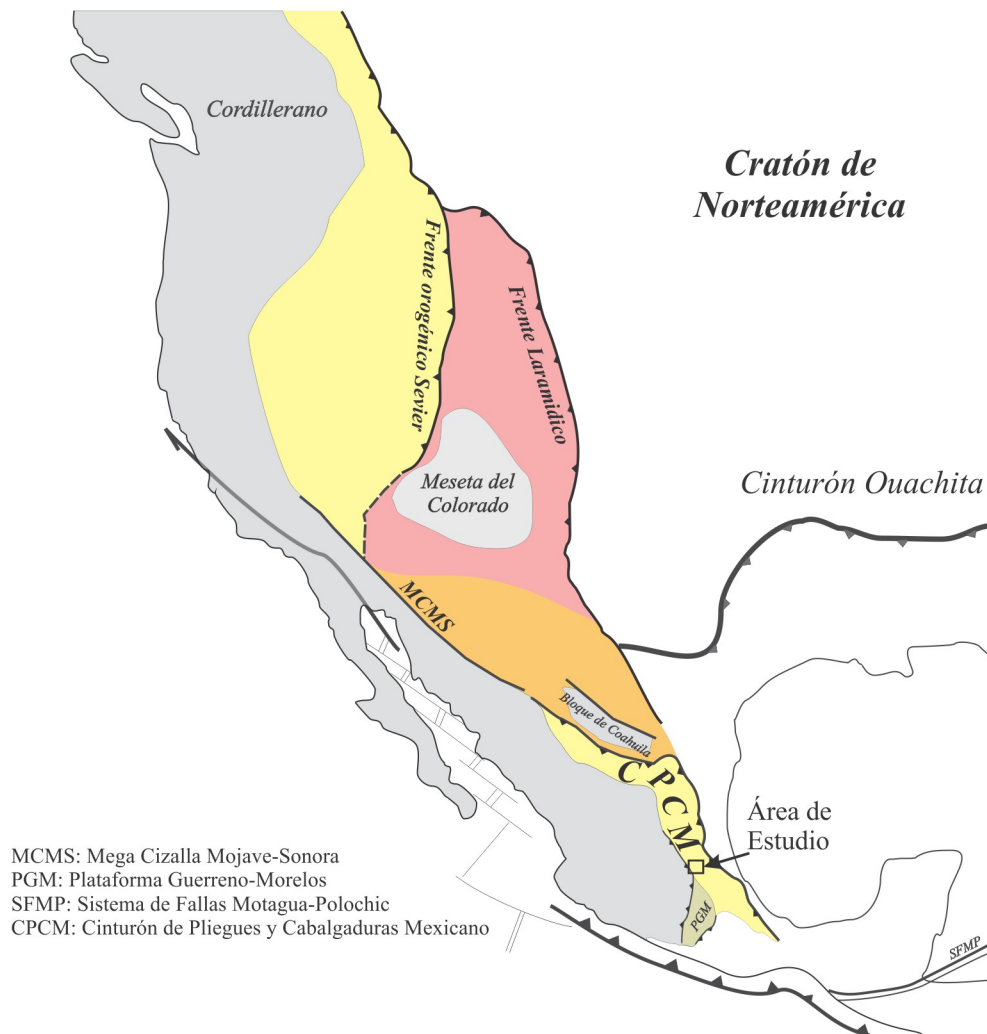


Paleogeográficamente, la Plataforma El Doctor está delimitada al oeste por la Secuencias Tolimán y al oriente por la Cuenca de Zimapán pertenecientes al Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (Figura 14) (Carrillo-Martínez, 2000; Fitz-Díaz *et al.*, 2011a).

#### **IV.2.-Marco Geológico.**

El área de estudio se encuentra dentro del Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (CPCM), el cual es una provincia geológica formada por un macizo montañoso, angosto y alargado, situado al oriente de México. Tiene cumbres que sobrepasan los 3000 m sobre el nivel del mar (Cerro el Espolón dentro de la Plataforma El Doctor), descienden de altura hacia el poniente y pasan a un extenso altiplano situado en el centro del país. Ésta provincia geológica está representada por el rasgo orográfico de la Sierra Madre Oriental.

Citando a Eguiluz de Antuñano *et al.* (2000) “...La Sierra Madre Oriental (SMO) es una unidad fisiográfica, con más de 800 km de longitud y de 80 a 100 km de amplitud. Geológicamente esta provincia es el producto de la deformación de rocas sedimentarias mesozoicas, lo cual provocó el levantamiento de éstas, generando plegamiento y cabalgamientos”. Es una continuación de la cadena montañosa que va desde las Montañas Rocosas en Canadá y se extiende hasta la Sierra Madre Oriental en México (Figura 15). Comparando al CPCM con lo observado en Canadá y E.U., se distinguen claras diferencias en el estilo de deformación, cantidad de acortamiento y amplitud del orógeno, entre otros aspectos. De acuerdo a estudios recientes hechos por Fitz-Díaz *et al.* (2011a), lo observado en México no necesariamente pertenece al evento conocido como Orogenia Laramide ya que no coinciden en estilo de deformación ni en edad con la provincia Laramide.



**Figura 15:** Mapa tectónico de Norteamérica, donde se ubica el CPCM (Modificado de Fitz-Díaz et al., 2011a).

#### **IV.2.1.- Estratigrafía.**

En general, la zona de estudio está dominada por una sucesión de rocas calcáreas del Jurásico-Cretácico depositadas en ambientes subacuáticos. En los siguientes párrafos se dará una descripción cronológica de las principales unidades litológicas que se encuentran en el área, así como sus relaciones de contacto.

*Formación Las Trancas:* dentro de la Cuenca de Zimapán, está formación aflora en el

núcleo de los anticlinales El Piñón y Bonanza. En los estratos inferiores, la litología tiende a ser más arcillosa en tanto que en los niveles superiores, margas y calizas son más abundantes con algunos lentes de pedernal. Los fósiles encontrados (Segerstrom, 1962; Suter, 1982) permiten asignarle una edad que va del Kimmeridgiano al Barremiano. Esta formación se encuentra subyaciendo a la Formación El Doctor (Figura 14).

*Formación El Doctor:* La Formación El Doctor fue descrita formalmente por Carrasco (1970), para las rocas de facies de plataforma que afloran entre el Macizo El Ángel-El Espolón al NE del Estado de Querétaro y N de Hidalgo. Está constituida por caliza en estratos gruesos (mayores a 1m.). En la periferia de la plataforma afloran rocas que consisten en calcarenita, caliza brechoide y conglomerática, con abundantes fósiles de gasterópodos, rudistas y algas (Carrillo-Martínez, 2000). El espesor estimado para la Formación El Doctor es de 1500 m (Wilson *et al.*, 1955), en tanto que Ward (1979) midió alrededor de 800 m en el Cerro el Ángel. Esta diferencia en los espesores es debido probablemente a duplicación tectónica en la plataforma.

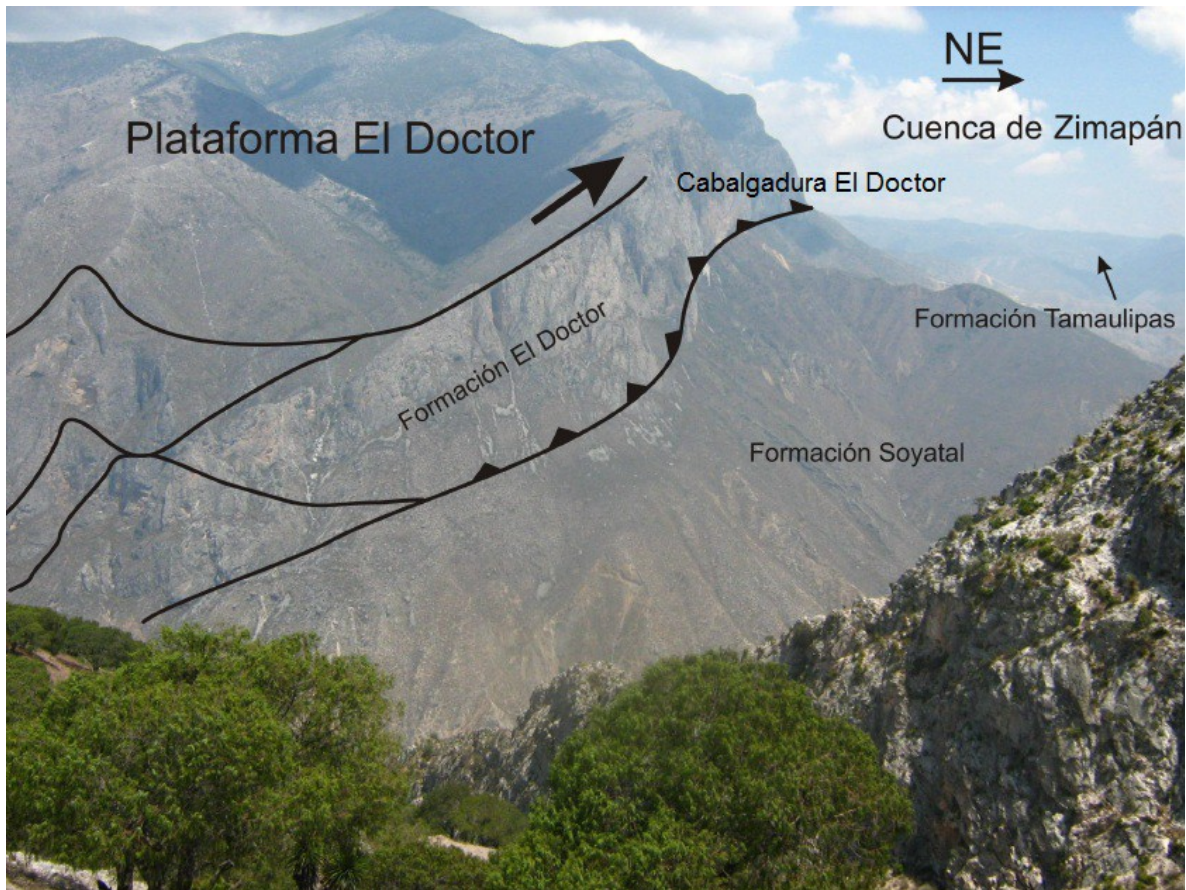
*Formación Soyatal:* Corresponde a una secuencia marina que consiste en lutita amarilla alternada con margas y calizas micríticas de color negro. La litología varía lateralmente, siendo en algunos lugares más calcárea y en otros más pelítica, lo que dificulta su división en miembros. Los estratos se caracterizan por abundantes pliegues sin-sedimentarios y estructuras nodulares (boudinage sin-sedimentario), causados por rotura y flujo de la roca no consolidada. Se calcula un espesor de al menos 1000 m según Carrillo-Martínez (2000). Hernández-Jáuregui (1997) asigna una edad del Turoniano medio a Santoniano a la Formación Soyatal en la Cuenca de Zimapán (Figura 14).

#### **IV.2.2.- Geología Estructural.**

Se han realizado varios trabajos regionales y locales a detalle de carácter estructural en el área de estudio. Uno de los primeros estudios hechos en la zona es el de Suter (1990), donde se construyó una sección balanceada en transecto que va de Vizarrón Querétaro, a Tamazunchale en San Luis Potosí donde se destacan las principales estructuras. Él sugiere que el estilo de deformación presente en el área es de piel delgada, con un despegue basal. Este estilo de deformación es consistente con el modelo de la cuña orogénica, el cual ha sido propuesto por otros autores (Eguiluz de Antuñano *et al.*, 2000; Fitz-Díaz *et al.*, 2011a) para la deformación presente en el CPCM.

Otra de las aportaciones importantes es la de Carrillo-Martínez (2000) en la Hoja Zimapán (14Q-e7) publicada por el Instituto de Geología de la UNAM, en donde se destacan las principales estructuras que se encuentran dentro de la Plataforma El Doctor.

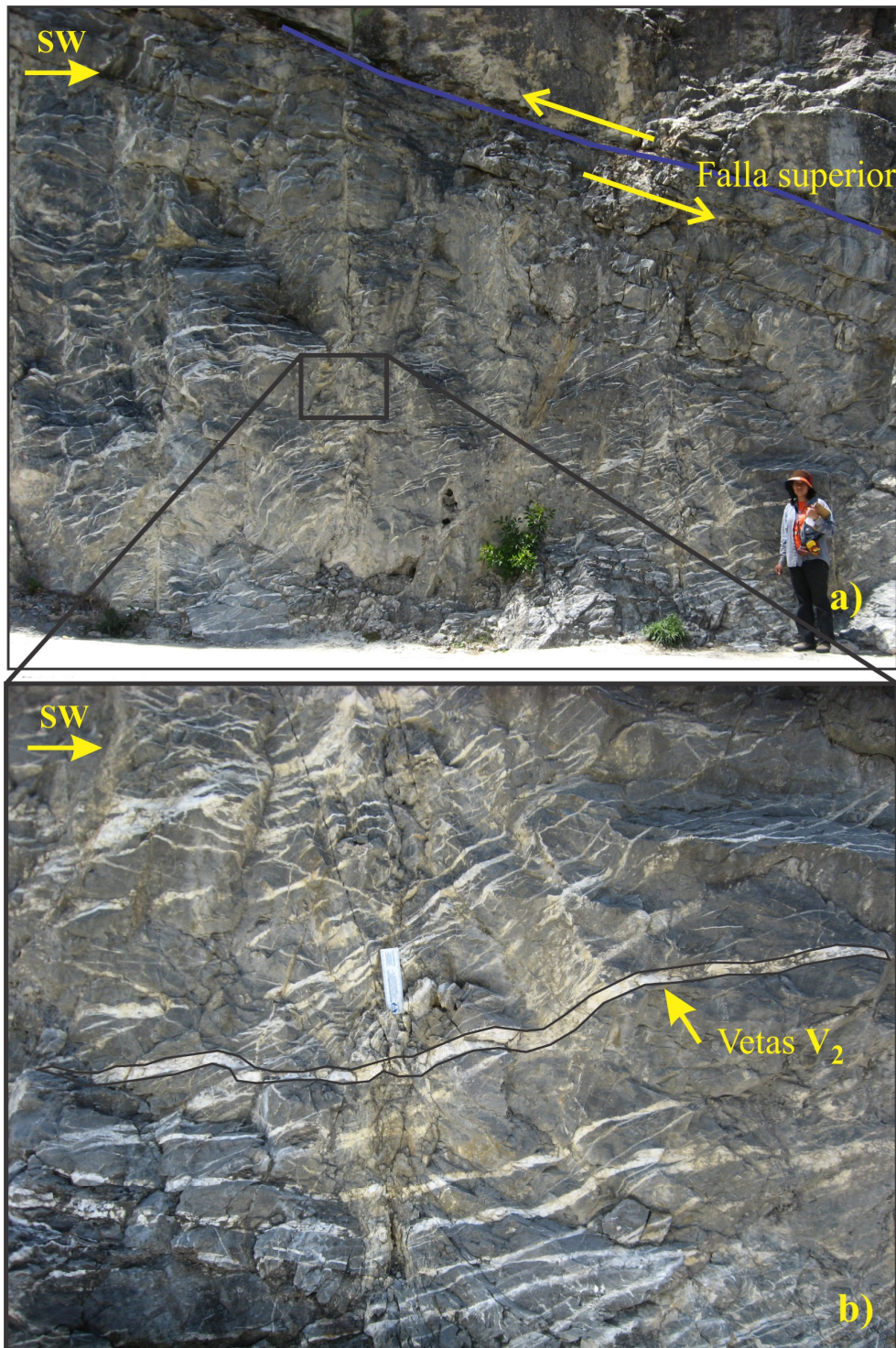
La deformación en la plataforma generó una estructura que geomorfológicamente se distingue en la frontera con la Cuenca de Zimapán. Ésta es la Cabalgadura El Doctor, marcada por un pronunciado escarpe del macizo El Ángel-El Espolón (Figura 16). Dicha estructura es visible en el corte transversal del Río Moctezuma donde las calizas de la formación El Doctor sobreyacen tectónicamente sobre la formación Soyatal. El plano de falla se inclina hacia el suroeste mientras que el frente de la cabalgadura es visible en toda su extensión en la parte occidental de la Cuenca de Zimapán (Carrillo-Martínez, 2000).



**Figura 16:** Vista panorámica de la Cabalgadura El Doctor observada desde la parte sur de la plataforma El Doctor.

Existen también varias estructuras relacionadas con acortamiento a nivel mesoscópico en el interior de la plataforma; un ejemplo de ello, es un duplex que se puede observar en un corte sobre la carretera que va de Vizarrón a San Joaquín; a esta estructura se le ha llamado informalmente Duplex de Pairó. Éste consiste de paquetes imbricados de rocas carbonatadas, en donde uno de estos paquetes está limitado por dos fallas (superior e inferior, figura 17a) formando una estructura llamada caballo. Estas fallas tienen una orientación NW-SE (rumbo =  $300^\circ$ ) y están inclinadas aproximadamente  $27^\circ$  hacia el SW. Como se puede ver en la figura 17b, las rocas que se encuentran entre las dos fallas están afectadas por fracturas rellenas sin-tectónicas escalonadas.





**Figura 17:** Deformación interna de la Plataforma El Doctor donde se observa un Duplex (Duplex de Pairó) y las vetas sintectónicas  $V_2$ .



La presencia de este duplex es importante porque es una evidencia de la deformación interna que sufrió la plataforma durante el proceso de acortamiento. Otras estructuras que no pueden pasarse por alto, son las vetas (fracturas rellenas de calcita y cuarzo) que son recurrentes en toda la plataforma (Nava-Urrego, 2008). Estas estructuras están relacionadas con diferentes etapas en la deformación que sufrió la plataforma, lo cual se refleja en las relaciones de corte de las distintas familias de vetas, así como en las características petrográficas y geoquímicas (Nava-Urrego, 2008; Fitz-Díaz *et al.*, 2011b).

Adicionalmente a las estructuras anteriores, también se encuentran otras relacionadas a extensión y que son observables en la parte sur y norte de la plataforma (Carrillo-Martínez, 2000). Se pueden distinguir dos familias de fallas normales, con orientaciones E-W y NNW-SSE (Figura 15; Fitz-Díaz *et al.*, 2011a), que cortan a las estructuras de acortamiento. En la parte norte de la presa hidroeléctrica de Zimapán, se ha documentado una falla normal conocida como falla Tula (Palacios-Nieto, 1982), que pone en contacto a la formación El Doctor con rocas volcánicas del Oligoceno tardío-Mioceno (Formación las Espinas). El plano de esta falla tiene un rumbo general E-W y se inclina 45° hacia el sur. Se ha calculado un desplazamiento vertical de aproximadamente 500 m según Carrillo-Martínez (2000). También se ha observado que existen varias fallas secundarias y fracturas relacionadas a esta falla principal en la zona de la presa.

### **IV.3.- Vetas en la Plataforma El Doctor.**

Las vetas son fracturas rellenas que se definen como volúmenes finitos de material policristalino que se forman dentro de una roca. Este material suele estar constituido por uno o más minerales que se precipitan a partir de un fluido acuoso. Las vetas se presentan

en distintas formas y se producen por esfuerzos localizados al interior del material rocoso.

Muchas de las vetas se forman a partir de fracturas de extensión (Modo I; Figura 11), las cuales se desarrollan a consecuencia de la rotura producida por deformación. Tomando en cuenta la mecánica de fractura propuesta por Griffith, la rotura generalmente será perpendicular al máximo incremento de la distorsión longitudinal; con cada incremento la fractura se abrirá de manera normal u oblicua a las paredes.

Las fracturas rellenas de calcita (y cuarzo en muchos casos) son comunes en las rocas sedimentarias, donde la precipitación de éste mineral se ha atribuido a dos principales causas; por un lado existe la filtración y precipitación de fluidos externos a consecuencia de la pérdida de dióxido de carbono, la evaporación o el cambio de temperatura (Dietrich *et al.*, 1983; Larson y Tullborg, 1984). Por otro lado se debe a un proceso llamado disolución por presión y reprecipitación (Durney, 1976; Passchier y Trouw, 1996). En general los procesos que participan en la generación de vetas incluyen disolución, transporte y precipitación.

La disolución por presión es un proceso que ocurre a escala de grano (cambiando la morfología de los minerales) y depende de tres etapas principales: disolución, difusión, movimiento de material disuelto y precipitación. En este proceso el material entra en solución debido a la deformación activa provocada por la aplicación de esfuerzos. Los granos al ser sometidos a un esfuerzo diferencial actúan de manera distinta dependiendo si se encuentran en un campo donde existe concentración de esfuerzos, en zonas de contacto entre granos por disminución de área (se disuelve material); o si están en zonas donde existe un menor esfuerzo donde se concentra material insoluble (óxidos de hierro). En el proceso de disolución por presión el material disuelto se mueve por difusión y/o advección

de zonas de alta presión a lugares de baja presión.

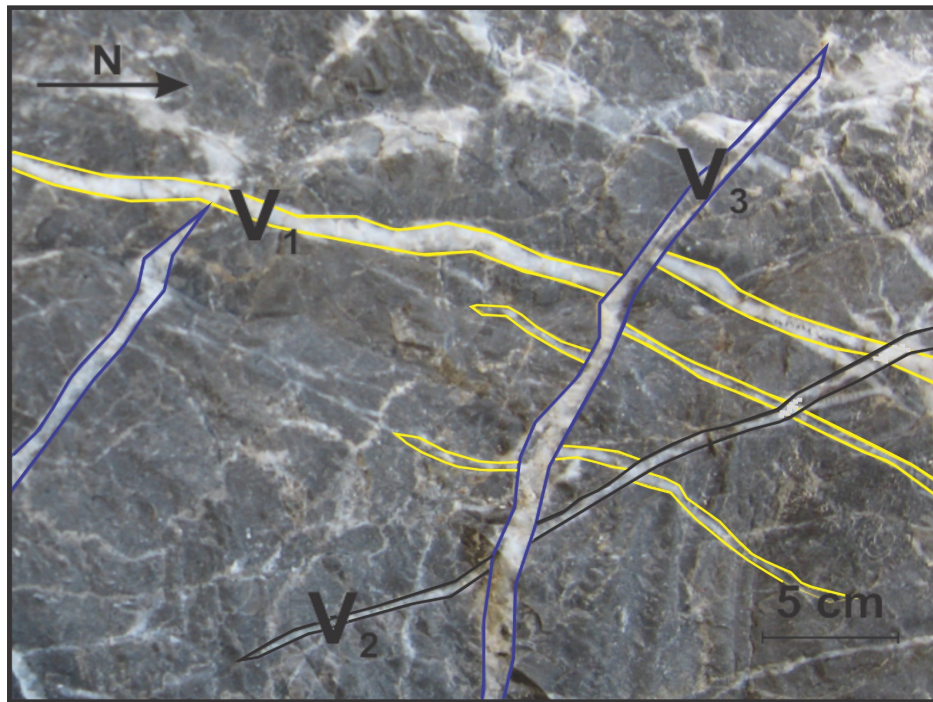
Los procesos anteriores demuestran que es importante conocer el origen del material carbonatado que se precipita en las fracturas, porque puede proporcionar información valiosa acerca de la actividad tectónica, la interacción fluido-roca, condiciones de presión y temperatura (P-T), fuente del fluido y su movimiento durante el proceso de precipitación (Nava-Urrego, 2008).

La vetas pueden también ayudar a caracterizar la deformación sufrida, ya que reflejan etapas distintas de la deformación (Fitz-Díaz *et al.*, 2011b; Ramsay y Huber, 1987; Oliver y Bons, 2001). Además de su génesis, también es importante conocer su distribución espacial y arreglo para entender el papel que tienen en el proceso de flujo de fluidos.

#### ***IV.3.1.- Generaciones de vetas.***

Mediante el análisis sistemático de la geometría, cinemática y sus relaciones de corte se pudieron identificar tres familias de vetas ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ . Figura 18), las cuales ya han sido estudiadas y diferenciadas tanto geoquímicamente como isotópicamente en trabajos anteriores (Nava-Urrego, 2008; Fitz-Díaz *et al.*, 2011b).

Cada familia de vetas se generó en distintas etapas de la deformación que sufrió la Plataforma El Doctor durante la formación del Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras Mexicano (Figura 19), por lo que presentan características particulares que las distinguen; por ejemplo, las vetas  $V_1$  y  $V_2$  presentan una estructura fibrosa y en algunos casos se puede apreciar que las fibras están orientadas con la lineación de las estructuras mayores; por otro lado las vetas  $V_3$  exhiben una trama caótica en su estructura y cortan a las otras familias.



**Figura 18:** Familias de vetas ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ) encontradas en la Plataforma El Doctor (observar las relaciones de corte).

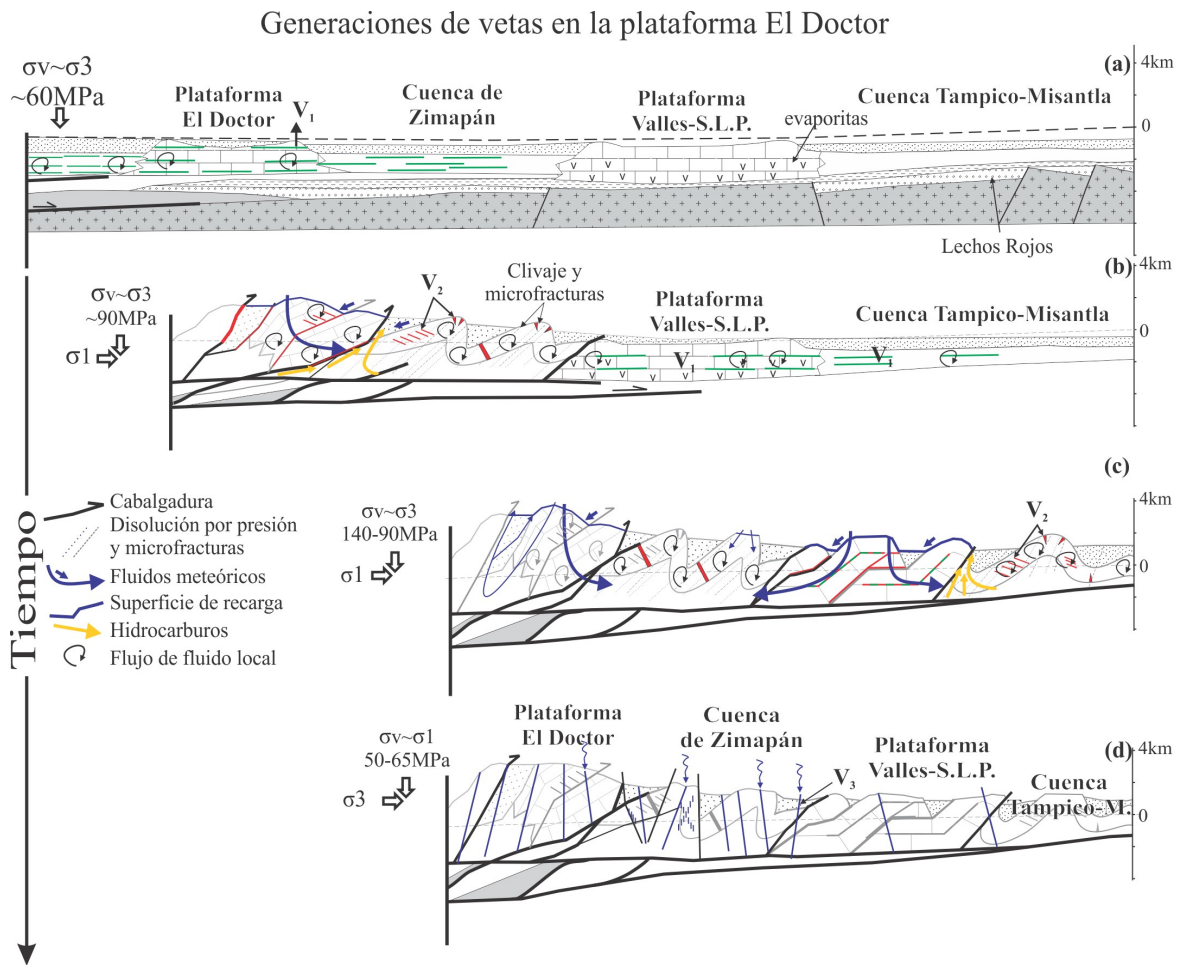
#### **IV.3.2.- Características de la vetas.**

A continuación se presentan las principales características de las familias de vetas identificadas en la Plataforma El Doctor. La información presentada aquí se basa en las observaciones de campo y los trabajos previos de Nava-Urrego (2008) y Fitz-Díaz *et al.*, (2011b).

a) *Vetas tempranas  $V_1$ .* Las vetas de esta familia son paralelas a los planos de las estructuras mayores (Figura 19) y representan la primera generación de vetas asociadas a la deformación. En otros lugares del CPCM, como en la Cuenca de Zimapán, estas vetas también son paralelas a la estratificación y en muchos lugares se encuentran plegadas y con *boudinage* (Nava-Urrego, 2008). El origen de estas vetas fue interpretado por a un cambio de esfuerzos, donde el esfuerzo principal mayor ( $\sigma_1$ ) pasó de ser vertical (presión litostática)

a horizontal en el inicio del acortamiento (se invirtieron las orientaciones de  $\sigma_1$  y  $\sigma_3$ )

b) *Vetas sin-tectónicas*  $V_2$ . Se ha catalogado a estas vetas como contemporáneas a la deformación porque se desarrollan simultáneamente con las estructuras mayores en la Plataforma El Doctor (Fitz-Díaz *et al.*, 2011b). También se ha observado que estas vetas están presentes en otras partes del orógeno, como la Cuenca de Zimapán, donde son oblicuas a la estratificación y se encuentran plegadas.



**Figura 19:** Modelo conceptual para la formación de las familias de vetas observadas en la Plataforma El Doctor. Modificado de Fitz-Díaz *et al.* (2011b).

Dentro de la plataforma, estas vetas presentan un arreglo escalonado, lo que sugiere que existe una componente de cizalla que las está generando, sin embargo son del Modo I.

Además, muchas de estas vetas sin-tectónicas muestran crecimiento sintaxial y antiaxial con morfología de fibras y bloques elongados. Tanto las fibras como la cinemática de las vetas escalonadas son consistentes con la dirección de transporte de las estructuras mayores (Nava-Urrego, 2008).

c) *Vetas tardías V<sub>3</sub>*. Estas vetas se presentan de manera sub-vertical, y se pueden distinguir porque cortan a las otras familias de vetas ( $V_1$  y  $V_2$ ), además de tener una estructura en diente de perro con cristales de calcita incolora. Se ha interpretado a estas vetas como posteriores al evento principal de deformación orogénica y originadas por fallas normales dentro de la plataforma. Fitz- Díaz *et al.* (2011b) proponen que estas vetas se formaron bajo condiciones de sepultamiento relativamente bajas dentro de la plataforma (~2 km), donde la diferencia de esfuerzos fue suficientemente pequeña para crear estas estructuras. Sin embargo, también se generaron fracturas de algunos cientos de metros que tuvieron conexión con el exterior; evidencia de esto es la calcita que rellena a estas fracturas, la cual presenta gran influencia isotónica de agua meteórica.

## **CAPÍTULO V: Metodología para la obtención de datos.**

---

El análisis estadístico de fracturas geológicas, requiere de un muestreo sistemático de las variables susceptibles de tener un comportamiento fractal como: espaciamiento, espesor, longitud y distribución de las fracturas. También son importantes otras variables que complementan el análisis tales como: densidad, intensidad y orientación. Todas estas variables son utilizadas para entender la conductividad y por lo tanto el rol que tienen las fracturas en el complicado proceso del flujo de fluidos.

La metodología utilizada está basada en los trabajos de Barton y Larsen (1985), Nieto-Samaniego *et al.* (2003, 2005), Babadagli (2002), Moreno-Sánchez y García-Cabrejo (2006), Jafari y Babadagli (2011a), Narr y Suppe (1991), Marrett *et al.* (1999), Kruhl (1994), Clark *et al.* (1995), Gómez y Laubach (2006), Ortega y Marrett. (2000), Riley *et al.* (2011) y Umili *et al.* (2013), para el análisis en 1D (espaciamiento y espesor) y 2D (longitud, distribución de fracturas, densidad e intensidad).

El trabajo de obtención y procesamiento de datos se llevó a cabo en dos etapas. En la primera, se realizó una intensa campaña de campo, donde se recolectaron los datos tanto para el análisis en 1D como en 2D; mientras que en la segunda etapa se procesaron los datos utilizando los métodos de la teoría fractal.

Para el estudio de las vetas en la Plataforma El Doctor, se buscaron afloramientos que estuvieran bien expuestos y que fueran extensos para tener buenas mediciones de las variables de interés y cumplir con el requerimiento de tener al menos 3 órdenes de magnitud de escala. La búsqueda de afloramientos se realizó en distintos sitios dentro de la

plataforma para tener una buena representatividad de los datos (Figura 14c).

Otras consideraciones importantes para la adquisición de los datos son las sugeridas por Narr y Suppe (1991), Marrett *et al.* (1999), Clark *et al.* (1995), Gómez y Laubach (2006) y Umili *et al.* (2013), aunque con algunas variaciones de acuerdo con los objetivos del trabajo y las observaciones realizadas en campo. En general, el muestreo debe tomar en cuenta lo siguiente:

- Buscar sitios de muestreo en donde exista una cantidad suficiente de fracturas para hacer los análisis, es decir, que el número de fracturas sea lo bastante grande para determinar los parámetros buscados.
- De acuerdo con las observaciones de campo y con lo sugerido en otros trabajos (Narr y Suppe, 1991; Marrett *et al.*, 1999; Manning, 1994 y Riley *et al.*, 2011), las fracturas suelen agruparse, por lo que la metodología de muestreo debe tomar en cuenta que hay ciertos lugares en donde existen pocas fracturas o no las hay y otros en donde abundan; por lo tanto, la elección de los lugares de muestro no debe ser al azar.
- Si las fracturas tienen un arreglo en donde se agrupan, es conveniente cubrir una área de muestreo en donde los datos sean suficientes para reflejar dicho arreglo (Gómez y Laubach, 2006; Umili *et al.*, 2013).

Es importante mencionar que el sesgo en las mediciones es un factor que difícilmente se puede hacer a un lado. Sin embargo, se pueden obtener buenos datos si se consideran los puntos anteriores.

Para este trabajo se logró tener 21 afloramientos que cumplen generalmente con las



condiciones antes expuestas (Figura 14c). En cada afloramiento se midió orientación, espaciamento, espesor, se tomaron fotos y se colectaron muestras orientadas.

En los siguientes párrafos se explica a detalle la metodología de campo y de gabinete empleada, tanto para el análisis en 1D como en la implementación de la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011) en un programa escrito en MATLAB 7.

### **V.1.- Espaciamento y espesor.**

El proceso de obtención de datos en el campo inicia con la búsqueda de afloramientos donde estén bien expuestas las familias de vetas. Una vez localizado el afloramiento se identifican las distintas familias ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ) y se mide el espaciamento y el espesor utilizando una línea de muestreo, la cual tiene una longitud de 1 m y esta orientada perpendicularmente al rumbo de las vetas (Figura 20). En la mayoría de los casos, el plano del afloramiento no está orientado ni inclinado de la mejor manera; por lo que es necesario también medir su rumbo e inclinación para hacer las debidas correcciones a los datos, ya que si no fuera así, sólo se estarían midiendo espaciamentos y espesores aparentes. Para cada afloramiento se elaboró una lista con los datos de espesor, espaciamento, rumbo e inclinación de las vetas pertenecientes a cada familia.

A las muestras orientadas, se les realizó un corte paralelo a la cara del afloramiento donde se colectaron; con el fin de corregir los espaciamentos y espesores aparentes. Los cortes fueron digitalizados y trabajados en un programa de manejo de imágenes (CorelDraw 15), donde se identificó a las familias de vetas y se midió su espaciamento y espesor con una línea de muestreo de 10 cm. También se realizaron láminas delgadas con la misma orientación que los cortes y se aplicó el mismo procedimiento de medición, sólo que en este

caso la línea de muestreo fue de 1 cm. Con esta metodología se logró cumplir con las condiciones antes expuestas y el requerimiento de tener al menos tres escalas de observación de estas variables para hacer el análisis fractal.



**Figura 20:** Metodología de muestreo en 1D para las distintas familias de vetas, en donde se utilizaron líneas de muestreo de 1 m de longitud.

Una vez obtenidos los datos, se procedió a trabajarlos en gabinete aplicando los métodos del análisis fractal en 1D, los cuales ya han sido explicados en el capítulo II. En el caso del espaciamiento se utilizó el exponente de la frecuencia acumulada, coeficiente de variación, dimensión de caja y correlación, así como el exponente de Lyapunov. Para el espesor sólo se usó el exponente de la frecuencia acumulada.

Como parte del trabajo de gabinete se escribió un programa que automatiza la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011) para la estimación de la dimensión de correlación y el exponente de Lyapunov. Además se complementó el análisis con el cálculo de la dimensión

de caja en 1D. Los detalles del programa se describen a continuación.

***V.1.1.- Software de análisis del espaciamiento entre fracturas. Frac1Dv1.1.***

La programación se realizó en el apartado GUI de MATLAB 7, el cual es un programa orientado a objetos con un gran soporte matemático basado en matrices. Con MATLAB se puede trabajar en los principales sistemas operativos que existen: Linux, Windows y Mac OS X, lo cual tiene gran ventaja porque los programas que se escriben en el GUI (*Graphical User Interface*) se pueden ejecutar en cualquiera de los sistemas operativos que hemos mencionado.

El GUI es un entorno de programación visual para realizar y ejecutar programas que necesiten de un entorno más interactivo con el usuario. Tiene las características básicas de todos los programas visuales como Visual Basic, Visual C++ o Delphi.

El programa está dividido en cuatro partes, cada una representa una metodología particular para el análisis del espaciamiento: dimensión de caja en 1D, dimensión de correlación, exponente de Lyapunov y conjunto de Cantor (Figura 21).

El diseño de la pantalla principal se realizó tratando de presentar de manera visual y numérica los distintos análisis implementados. En la figura 21 se pueden ver los elementos que contiene la pantalla, los cuales realizan una tarea específica que se explica a continuación:

*Botones de comando.* Cada uno de los botones que se encuentran en la pantalla tienen el nombre de la tarea que realizan, por ejemplo:

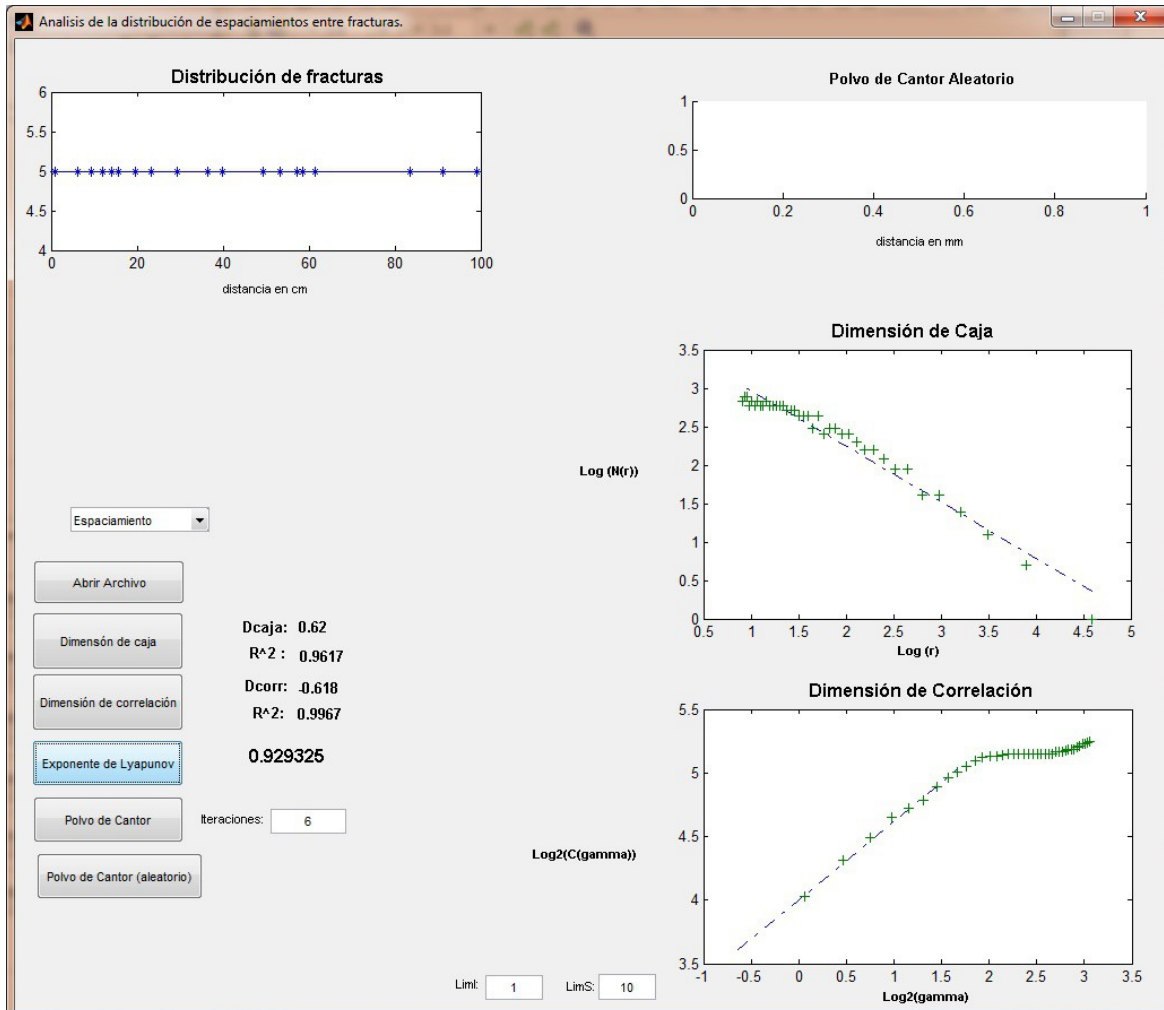
- *Botón Abrir Archivo.* Abre una ventana de dialogo donde se puede escoger un archivo \*.xls (archivo de Microsoft Excel) que contiene la lista de los

espaciamientos entre fracturas. Éste botón también grafica la distribución de las fracturas en una línea de muestreo (Ventana “Distribución de fracturas”).

- *Botón Dimensión de Caja*. Estima la dimensión de caja en 1D de la distribución que tienen las fracturas. El resultado se presenta de dos maneras, la primera es visual y se representa a través de un gráfico log-log del número de segmentos ocupados por al menos una fractura contra el tamaño del segmento (Ventana “Dimensión de Caja”). La segunda es numérica y aparece a un lado del botón, donde se presenta la dimensión de caja ( $D_c$ ) y el coeficiente de correlación  $R^2$ .
- *Botón Dimensión de Correlación*. Calcula la dimensión de correlación usando la metodología propuesta por Riley *et al.* (2011). Al igual que en el caso anterior, el resultado del análisis se visualiza tanto gráficamente (Ventana “Dimensión de Correlación”) como de manera numérica.
- *Botón Exponente de Lyapunov*. Determina el exponente de Lyapunov de la distribución de espaciamientos usando el método de Riley *et al.* (2011).
- *Botón Polvo de Cantor*. Calcula y grafica un polvo de Cantor determinístico. Este fractal se construye a partir de un número de iteraciones que el usuario establece.
- *Botón Polvo de Cantor Aleatorio*. Con este botón se estima un polvo de Cantor aleatorio y se presenta en un gráfico (ventana) que aparece en la parte superior derecha de la pantalla principal.

La eliminación de las colas producidas por un sesgo en la información (truncamiento y censura) se realiza de manera manual por el usuario, mediante la introducción de dos valores (LimI y LimS); con lo cual sólo se toma en cuenta la parte central del gráfico

(Dimensión de masa y caja) obtenido como lo sugieren Nieto-Samaniego *et al.* (2005).



**Figura 21:** Pantalla principal del programa Frac1Dv1.1 que automatiza la metodología de análisis de espaciamientos entre fracturas propuesta por Riley *et al.* (2011).

*Ventanas de gráficas.* El programa tiene 4 ventanas donde se grafican las variables estimadas y están distribuidas de tal manera que son fáciles de localizar. Estas ventanas se llaman: Distribución de fracturas, Polvo de Cantor, Dimensión de Caja y Dimensión de Correlación.

*Resultados numéricos.* Los resultados numéricos del análisis de espaciamiento entre fracturas se presentan en una zona frente a la columna de botones dentro de la pantalla del

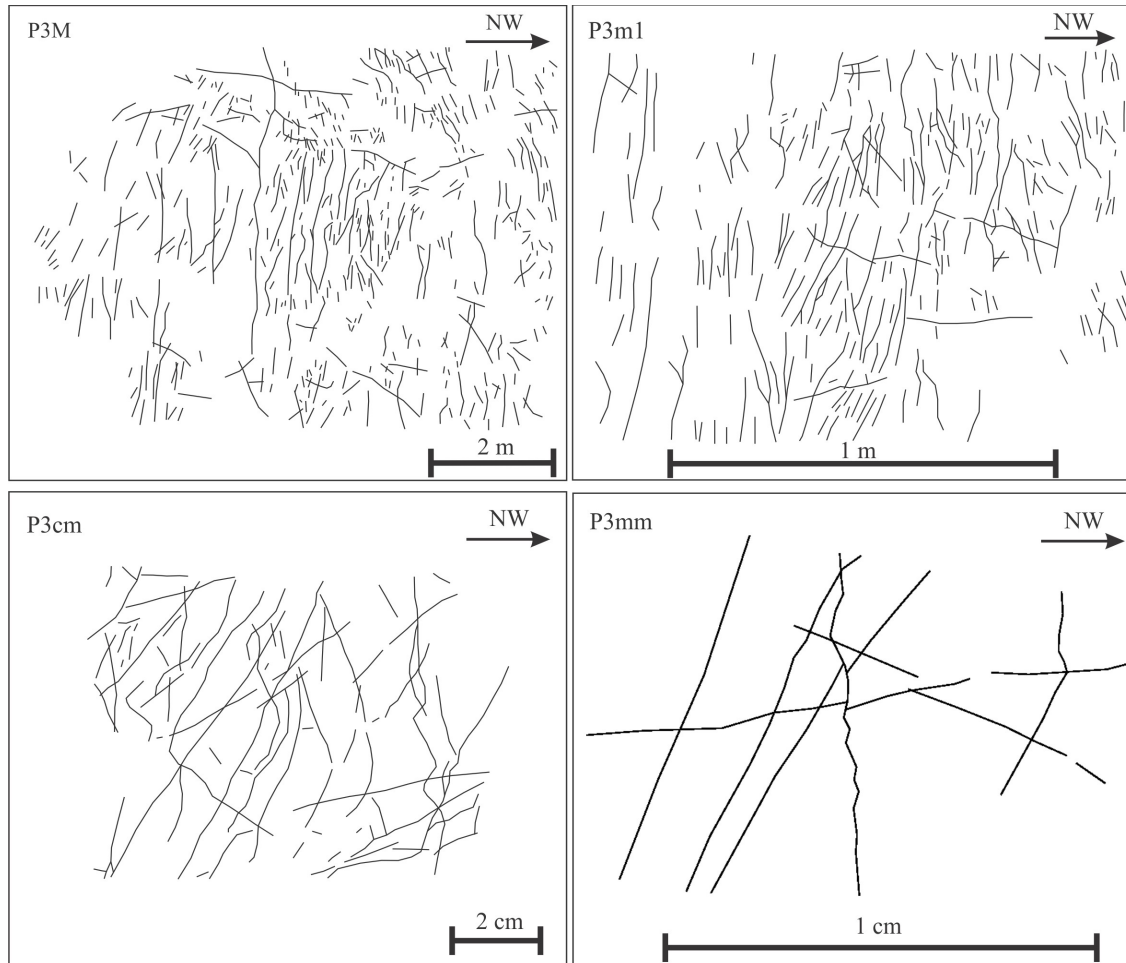
programa, lo cual los hace fáciles de localizar.

## **V.2.- Mapas de fracturas.**

El trabajo de análisis de mapas se enfocó principalmente al estudio de variables como: longitud, densidad, intensidad, distribución de fracturas, puntos medios e intersecciones. La obtención de la información en el campo estuvo condicionada por la premisa de tener por lo menos tres órdenes de magnitud de escala. Esto nos llevó a buscar afloramientos bien expuestos y que tuvieran las dimensiones necesarias. Se encontraron 21 afloramientos, de los cuales, en 5 se obtuvieron mapas de aproximadamente 30 m<sup>2</sup>. En los 21 sitios se tomaron fotos para hacer mapas de 1 m<sup>2</sup> y muestras orientadas con un tamaño que cubriera una superficie de 0.01 m<sup>2</sup>. Además se hicieron láminas delgadas donde se mapeó una área de 0.0001 m<sup>2</sup> (Figura 22). Para cada escala se elaboraron mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones utilizando los programas ArcMap 9.3 y CorelDraw 15. Estos mapas estuvieron condicionados por un sesgo en la información debido a la resolución de las fotografías.

Es importante mencionar que en la elaboración de los mapas de fracturas se considero al espesor constante, debido a que esta variable tiene un valor aparente en todas las fotografías; causado por un sesgo en la orientación difícil de eliminar. Por esta razón, en los mapas todas las líneas que representan a las fracturas tienen un grosor igual y pasan a través de toda la estructura por el centro del espesor aparente. En este trabajo no se consideró utilizar algún algoritmo de discretización (ej. O'Gorman y Clowes, 1976) debido a que no hay un contraste de colores adecuado que permita identificar cada familia de fracturas; además de que era importante medir la longitud de las fracturas en los mapas; ésto sólo se

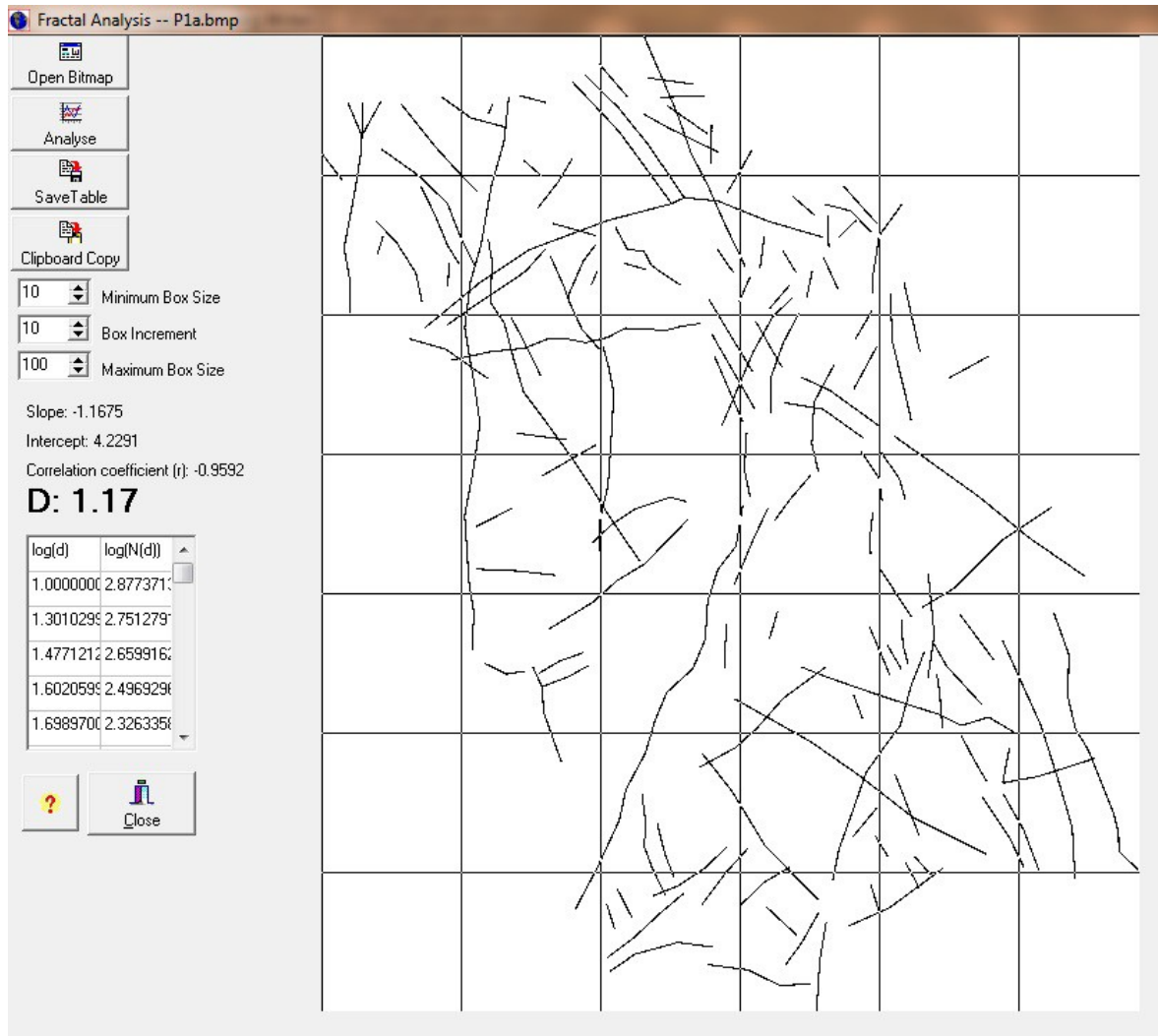
pudo hacer de manera manual teniendo en cuenta las observaciones de campo, donde se distinguieron a las tres generaciones de vetas.



**Figura 22:** Mapas realizados a partir de las fotografías tomadas en los afloramientos de la Plataforma El Doctor. Los mapas están en cuatro escalas distintas.

Otro factor de incertidumbre (sesgo) que no se consideró detalladamente en este trabajo, fue la distorsión de las fotografías tomadas en los afloramientos (escalas: 30 m<sup>2</sup> y 1 m<sup>2</sup>). Sin embargo, es importante mencionar que las fotografías se tomaron considerando que el lente de la cámara tuviera una dirección perpendicular al plano del afloramiento y usando el acercamiento (*zoom*) para disminuir la distorsión en la imagen (Babadagli, 2002; Vásquez-Serrano, 2010). A pesar de estas consideraciones, podría ser importante considerar esta

fuente de incertidumbre para tener mejores mediciones en la longitud de las fracturas utilizando los mapas.



**Figura 23:** Pantalla principal del programa FracAnalysisv12 escrito por Tolson, 2001.

Una vez obtenidos los mapas para cada magnitud de escala se procedió a realizar el análisis a través de los métodos propuestos por Barton y Larsen (1985), Babadagli (2002), Nieto-Samaniego *et al.* (2003, 2005), Jafari y Babadagli (2011a) y Moreno-Sánchez y García-Cabrejo (2006), los cuales son expuestos detalladamente en los capítulo II y III. Mediante estos análisis se obtuvo información importante de parámetros como: Dimensión



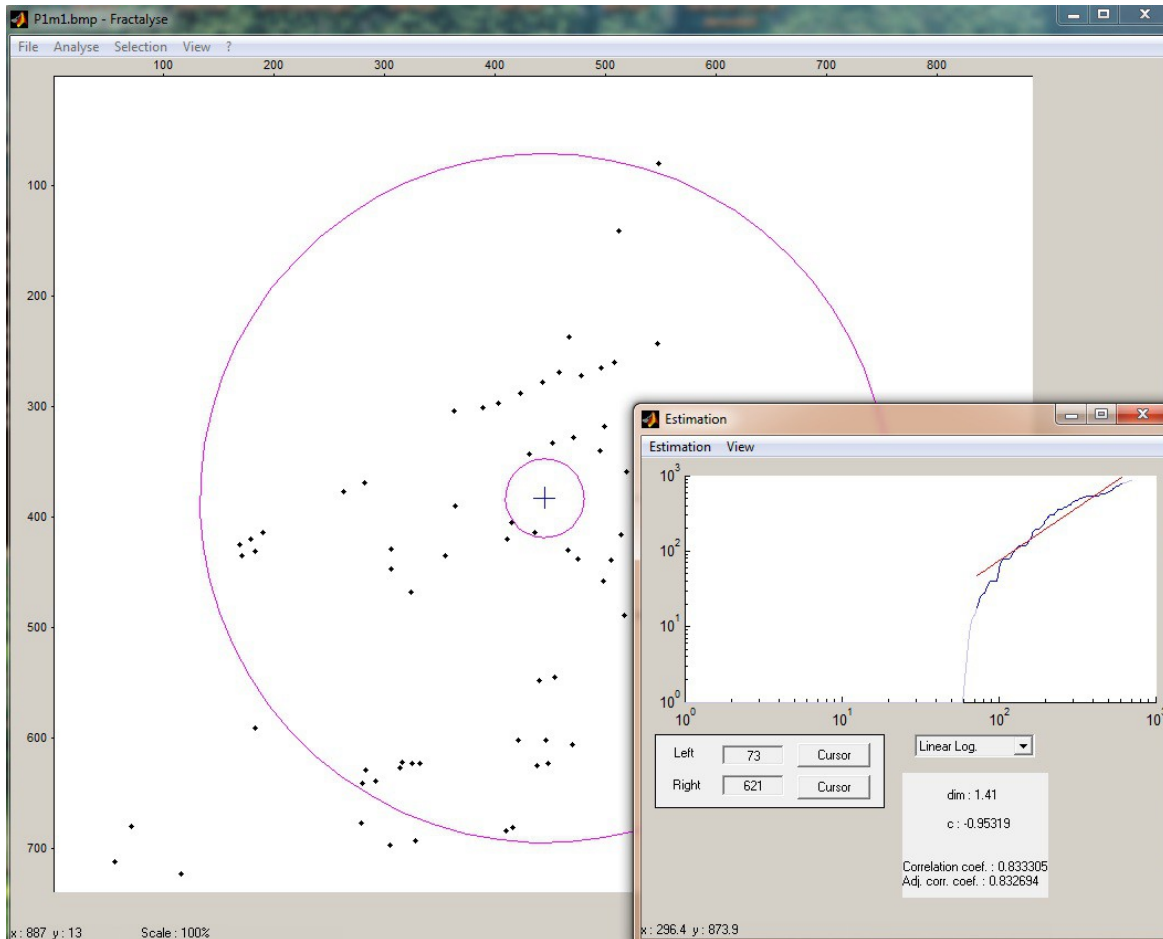
de Caja en 2D, Dimensión de Masa (de puntos medios e intersecciones), Conectividad, Lacunaridad, Densidad, Intensidad y Longitud de fractura. Para el caso de los cuatro primeros parámetros se usó un software especializado que automatiza el método de estimación como se explica a continuación.

a) *Dimensión de Caja en 2D*: El análisis de la dimensión de caja se realizó mediante programa FracAnalysisv12, el cual fue escrito por el Tolson (2001) y es de libre uso (Figura 23). Este programa está basado en el método de conteo de cajas propuesto por Barton y La Pointe (1995), donde un mapa de fracturas se llena con una rejilla. En ésta, los cuadros de tamaño ( $r$ ) disminuyen progresivamente hasta cierto límite (Ver Capítulo II), con cada tamaño de cuadro se cuenta el número de cuadros ocupados por alguna fractura ( $N$ ). Si hacemos un gráfico bilogarítmico del  $N$  vs  $r$ , la pendiente de la línea que se ajusta a los datos será la dimensión fractal de caja.

El programa se caracteriza por trabajar con imágenes en formato de mapa de bits (\*.bmp) de cualquier color. El análisis inicia con la elección de la imagen; después se establece el tamaño de la caja grande y chica, así como el número de iteraciones que va a realizar el programa. Finalmente se ejecuta el programa y se obtiene la dimensión fractal junto con la gráfica  $\log(N)$  vs  $\log(r)$ . Los datos pueden ser guardados en una hoja de cálculo de Excel (\*.xls) para su uso posterior.

b) *Dimensión de Masa*. La obtención de la dimensión de masa se realizó tomando como referencia la metodología expuesta en el trabajo de Jafari (2011), donde se usan ventanas circulares para realizar el análisis de los puntos medios e intersecciones entre fracturas (*Sand Box*). El proceso de análisis inicia con un círculo de radio pequeño, que va aumentando con cada iteración hasta cubrir la población de puntos. Con cada tamaño del

radio ( $r$ ), se cuentan los puntos que están dentro del círculo ( $N$ ). Al hacer un gráfico bilogárptico de  $N$  vs  $r$ , se observara que los datos se pueden ajustar con una recta, donde la pendiente será la dimensión de masa.



**Figura 24:** Pantallas de trabajo del programa Fractalyse 2.4 para calcular la dimensión de masa de puntos medios e intersecciones entre fracturas (Frankhauser, 2005).

Cabe mencionar que los gráficos obtenidos para la dimensión de masa suelen presentar tres pendientes debido al sesgo implícito en la información, por lo que la recta considerada para la estimación de la dimensión fractal pertenece a la parte central de la gráfica. Los límites de esta recta se determinaron tomando en cuenta dos consideraciones: 1) que la mayor parte de la información (puntos en el mapa) se encontraran en estos límites y 2) que se obtuviera

un buen coeficiente de correlación para la recta considerada.

Se utilizó el programa Fractalyse 2.4 de Frankhauser (2005) para estimar la dimensión de masa. Este programa trabaja con imágenes que pueden tener extensión bmp o tif. El procedimiento para hacer el análisis inicia con la descarga de una imagen, ya sea de los puntos medios o intersecciones; posteriormente se elige el sub-menú dimensión de masa (*radius mass*) ubicado en el menú analizar (*analyse*); una vez que hacemos esto, aparece una ventana en la cual podemos elegir entre un análisis circular o cuadrado; en nuestro caso elegimos circular. Además de lo anterior, tenemos que ubicar el centro de los círculos, el cual va a ser el centro de masa de los puntos. En general, el programa cuenta los píxeles ( $N$ ) que están dentro de cada círculo con radio  $r$ . Al finalizar el análisis aparece una ventana donde se presenta la dimensión fractal de masa obtenida a partir del gráfico  $\log(N)$  vs  $\log(r)$  (Figura 24).

c) *Lacunaridad*. La estimación de éste parámetro se realizó aplicando la metodología expuesta en Jafari y Babadagli (2011a), donde se utilizan mapas de fracturas. Las imágenes (mapas) son analizadas en un software libre escrito en MATLAB 7 llamado FracLac v5, el cual es un apartado de ImageJ (Karperien, 2005). Este software calcula la lacunaridad tomando como base la densidad de píxeles que hay para distintos tamaños de caja (*grid*) en la imagen. Esto se hace así porque el método está basado en el conteo de cajas.

El procedimiento para estimar el valor del parámetro inicia cargando un mapa de fracturas (en formato \*.gif) en el programa ImageJ; una vez realizada la acción se procede a hacer el análisis mediante la ejecución del software FracLac v5, el cual puede ser abierto desde el sub-menu Fractal Analysis.

Al ejecutar FracLac v5 aparecerá una ventana en donde podemos seleccionar varias

opciones de análisis fractal. En este caso se elige el botón conteo de cajas (*Counting Box*). Ésta opción nos permite calcular la dimensión fractal a través del método de conteo de cajas, así como la lacunaridad. Antes de ejecutar el programa, se abre una ventana en donde tenemos que elegir algunas opciones de análisis como: tamaño máximo y mínimo de la caja, número de análisis a realizar, gráficos que queremos ver, entre otros. Finalmente corremos el programa y al terminar de ejecutarse aparecerá una ventana con los gráficos y cálculos esperados.

La metodología empleada para el estudio de las fracturas (vetas) en este trabajo extrae la mayor cantidad de información posible de una manera eficiente y precisa; además toma en cuenta diversas herramientas que facilitan su implementación.

Una vez detallado el método de obtención de datos, presentaremos a continuación los resultados del análisis realizado en las vetas, tanto en 1D como en 2D, de la Plataforma El Doctor.

## **CAPÍTULO VI: Resultados: Análisis fractal en vetas de la Plataforma El Doctor.**

---

El estudio de las vetas en la Plataforma El Doctor se enfocó principalmente en su distribución, así como en las variables que tienen una injerencia directa con la conductividad y conectividad entre las fracturas (orientación, espaciamiento y espesor). En este capítulo se describirán los principales resultados del análisis fractal realizado a las tres familias de fracturas rellenas. La metodología que se utilizó para dicho análisis fue la que se describió en los capítulos II y III, y parte de ésta, se implementó en un software escrito con MATLAB 7 (Capítulo V). Éste facilitó el trabajo de los datos obtenidos en el campo, así como la comparación de éstos con distribuciones sintéticas.

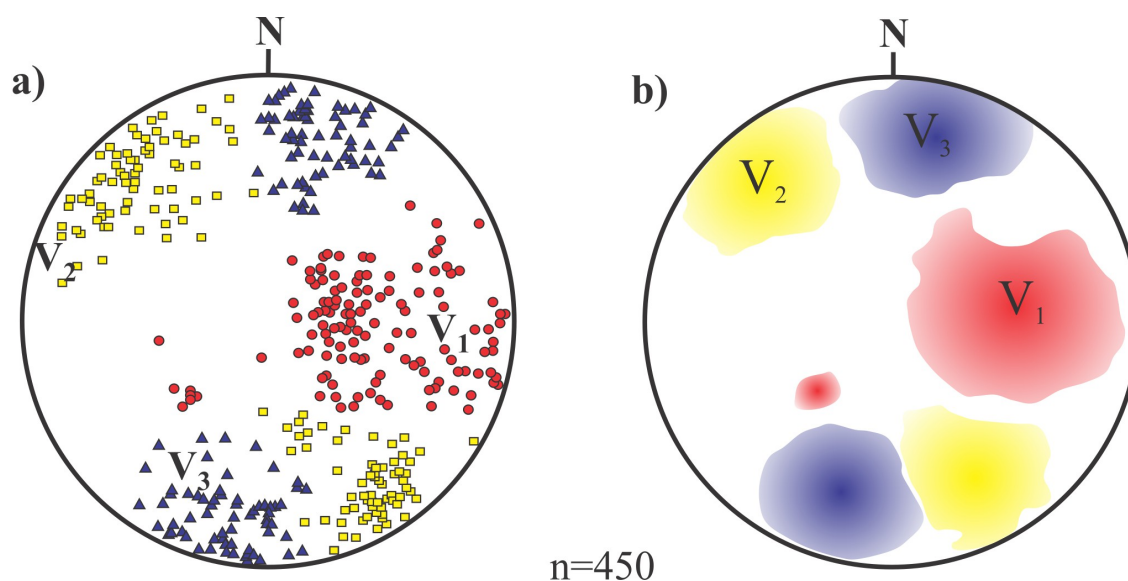
### **VI.1.- Orientación de las vetas.**

En el capítulo IV se mencionó que en la Plataforma El Doctor existen 3 familias de vetas, las cuales tienen características particulares que las distinguen. Como parte del trabajo de campo se midió la orientación e inclinación (rumbo y echado) de 10 vetas de cada familia ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ) en cada afloramiento, aunque hay que decir que en algunos casos se midieron menos o no se midieron porque no se observó alguna familia. Los datos fueron tomados con una brújula tipo Brunton.

Para el análisis de estos datos se usó la proyección de igual área (Schmidt), donde se graficaron los planos de las fracturas utilizando el programa Georient v9.5. Para obtener una mejor caracterización de los planos, se representó a estos a través de sus polos (líneas perpendiculares a los planos), con lo cual se logró distinguir cada una de las familias de

vetas (Figura 25a y b).

Como se puede ver en la figura 25, las vetas  $V_1$  tienen una orientación preferente NNW-SSE, con una inclinación hacia el SW que en la mayoría de los casos es sub-horizontal, aunque en algunos sitios las inclinaciones suelen ser mayores a  $45^\circ$ . Las vetas  $V_2$  se caracterizan por tener una orientación general NE-SW con una inclinación promedio de entre  $30^\circ$  y  $60^\circ$ , unas inclinadas hacia el SE y otras hacia el NW, al parecer hay un par conjugado que es consistente con la génesis de estas vetas relacionadas con cizalla.



**Figura 25:** a) Polos de los planos que representan a las vetas y b) contornos de las poblaciones de polos de las vetas  $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$  medidas en la Plataforma El Doctor. Se observa que las vetas  $V_1$  están orientadas NNW-SSE y se inclinan hacia el WSW; las vetas  $V_2$  presentan dos poblaciones con inclinaciones opuestas las cuales están orientadas NE-SW. En el caso de las  $V_3$ , estas tienen una orientación E-W y están agrupadas en dos poblaciones con inclinaciones opuestas.

Finalmente para el caso de las vetas  $V_3$ , estas tienen una orientación ESE-WNW con una inclinación sub-vertical. Esta familia se puede dividir en dos grupos de acuerdo con su dirección de inclinación (Figuras 25), ya que algunas vetas de inclinan hacia el NNE y otras hacia el SSW.

## **VI.2.- Análisis en 1D: Espaciamiento y espesor de las vetas.**

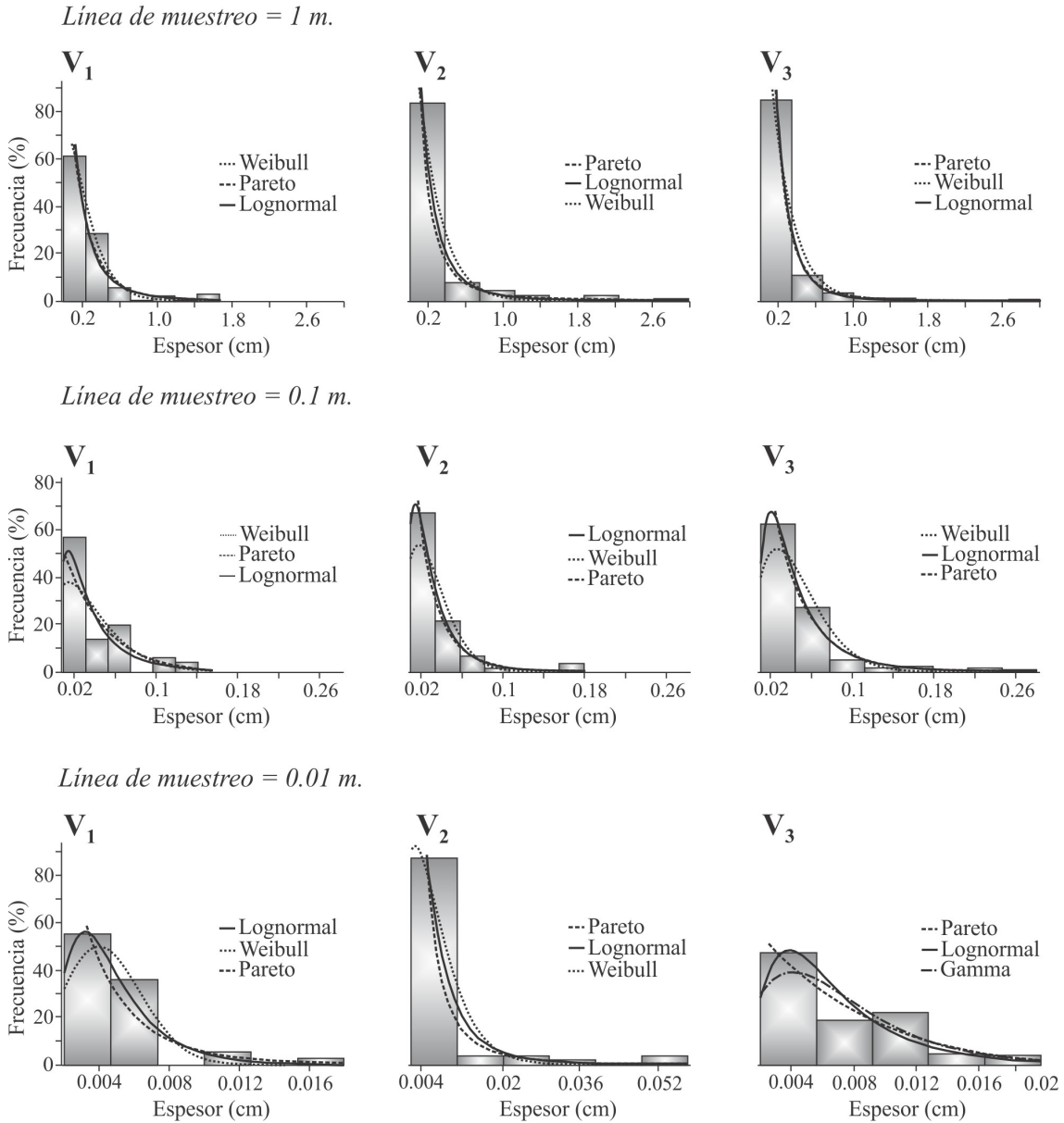
Tanto el espaciamiento como el espesor (apertura) son parámetros importantes en la caracterización de las fracturas. Su estudio requiere de un trabajo de campo sistemático a través de una línea de muestreo sobre la pared de un afloramiento como se mencionó en el capítulo anterior.

El análisis de estas variables se realizó aplicando la metodología expuesta en los capítulos anteriores, con lo cual se obtuvo algunos parámetros importantes que las caracterizan como: exponente de frecuencia acumulada, dimensión de caja, dimensión de correlación y exponente de Lyapunov. A continuación se describen los resultados más importantes obtenidos del análisis hecho en las variables antes mencionadas.

### ***VI.2.1.- Distribución de frecuencias y función de densidad de probabilidad.***

La primera aproximación que se exploró en el análisis de los datos de campo fue la distribución de frecuencias; esta tarea se hizo con el propósito de conocer si las variables seguían o no una distribución normal, y si no la seguían determinar cuál era la mejor distribución que se ajustaba a los datos. Para tal propósito se usó el programa EasyFit5.5 que aproxima una función de densidad al histograma de distribución de probabilidad, el cual se construye a partir de una tabla de frecuencias de datos. Esta función se obtiene mediante el método de Kolmogórov-Smirnov (**K-S**) que es una prueba no paramétrica que se utiliza para determinar el mejor ajuste en una distribución de probabilidad.

Distribuciones de frecuencia del espesor de vetas



**Figura 26:** Histogramas de frecuencia en porcentaje del espesor de las distintas familias de vetas, así como también las tres mejores funciones de densidad de probabilidad que se ajustan a los datos.

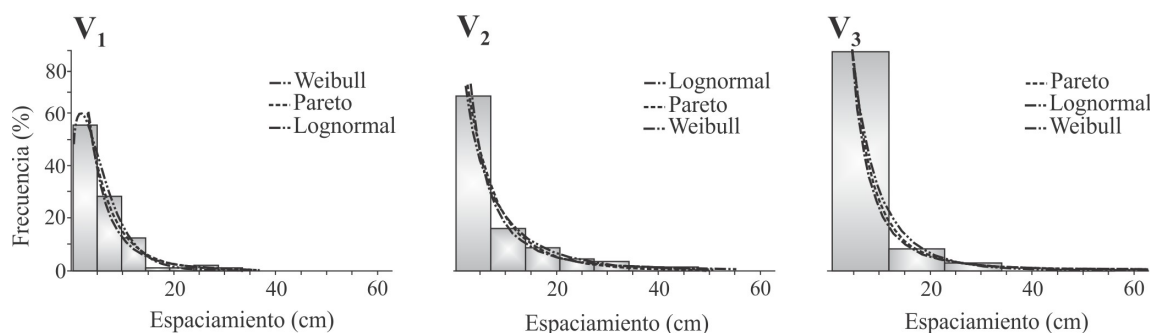
El análisis se realizó para cada escala en particular con el fin de evitar subestimar la cantidad de fracturas real debido al cambio de escala (Marrett *et al.*, 1999). Los resultados sugieren que tanto el espaciamiento como el espesor, están lejos de seguir una distribución



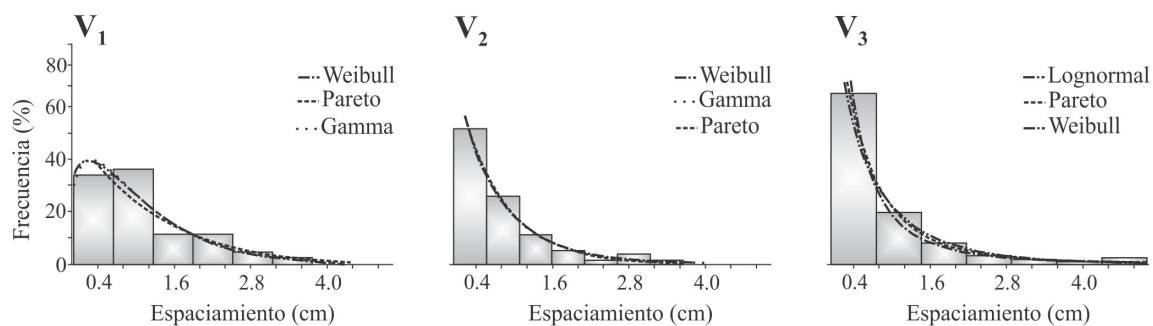
normal. El análisis muestra que las mejores funciones que ajustan a los datos son: Pareto, Weibull y Lognormal (Figuras 26 y 27). Estas se aproximan a un comportamiento que sigue una ley de potencia y que probablemente es fractal (Turcotte, 1992; Odling *et al.*, 1999).

**Distribución de frecuencia de espaciamento entre fracturas**

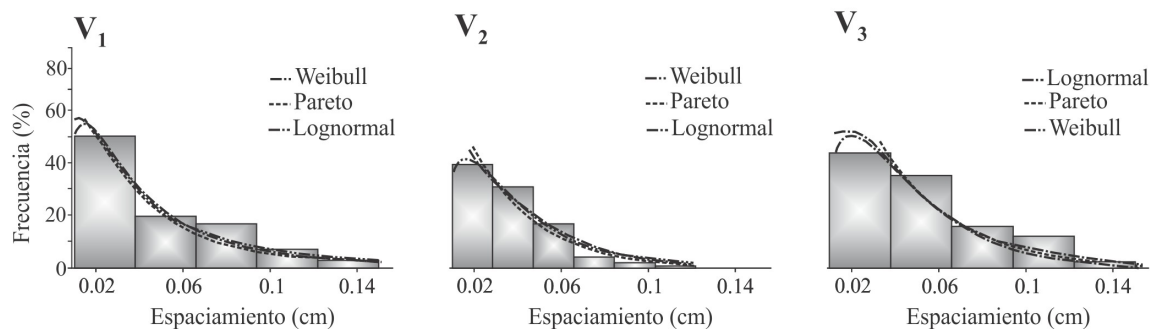
*Línea de muestreo = 1 m.*



*Línea de muestreo = 0.1 m.*



*Línea de muestreo = 0.01 m.*



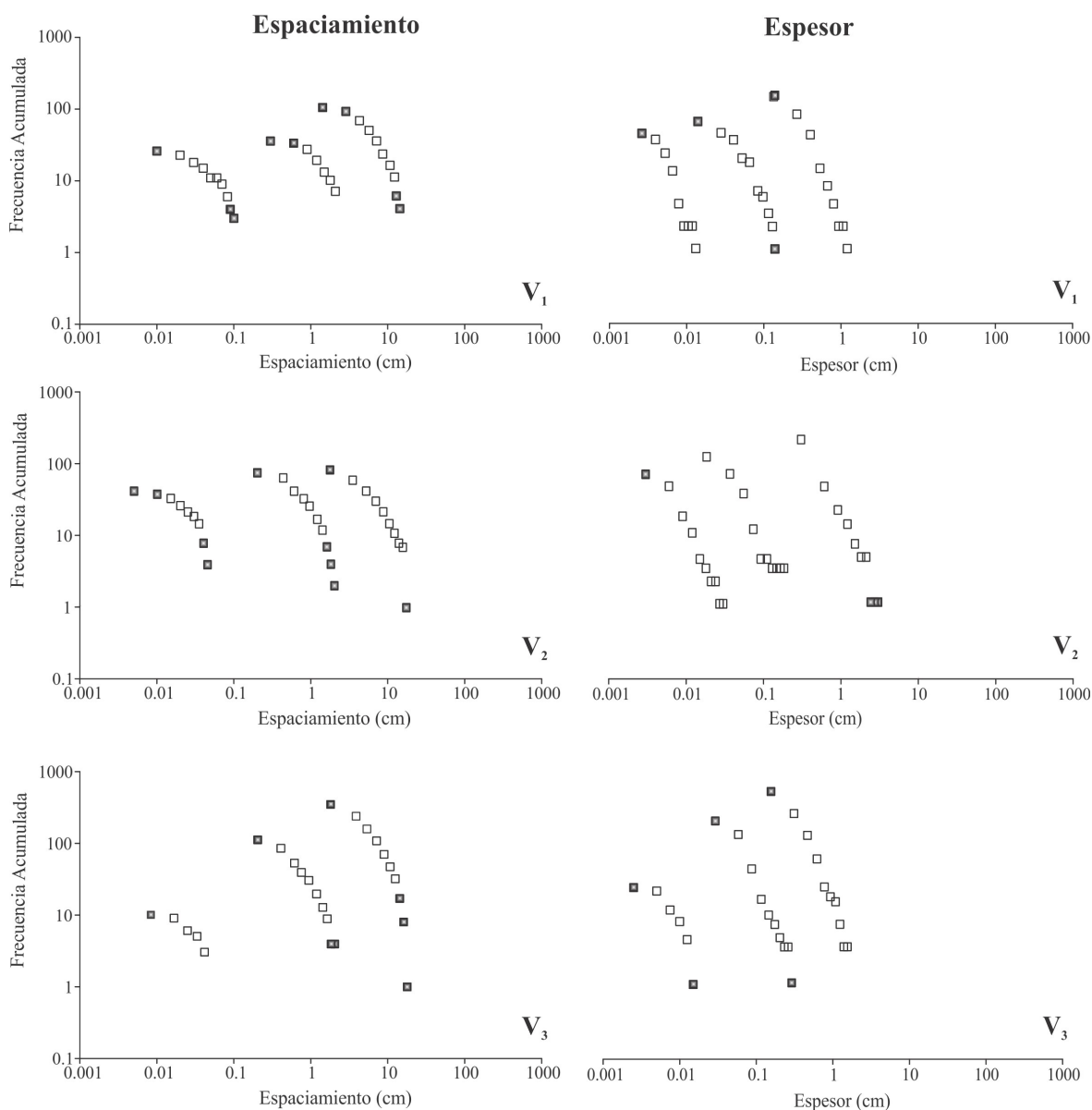
**Figura 27:** Histogramas de frecuencia en porcentaje del espaciamento entre vetas y funciones de densidad de probabilidad que mejor se ajustan a los datos.

### **VI.2.2.- Exponente de frecuencia acumulada.**

El exponente de frecuencia acumulada proporciona información sobre la cantidad de tamaños grandes y pequeños de la variable de interés. Éste se obtuvo a través del gráfico bilogarítmico de la frecuencia acumulada de la variable de interés y para su análisis se tomaron en cuenta todos los datos de cada escala para cada familia de vetas (Figura 28).

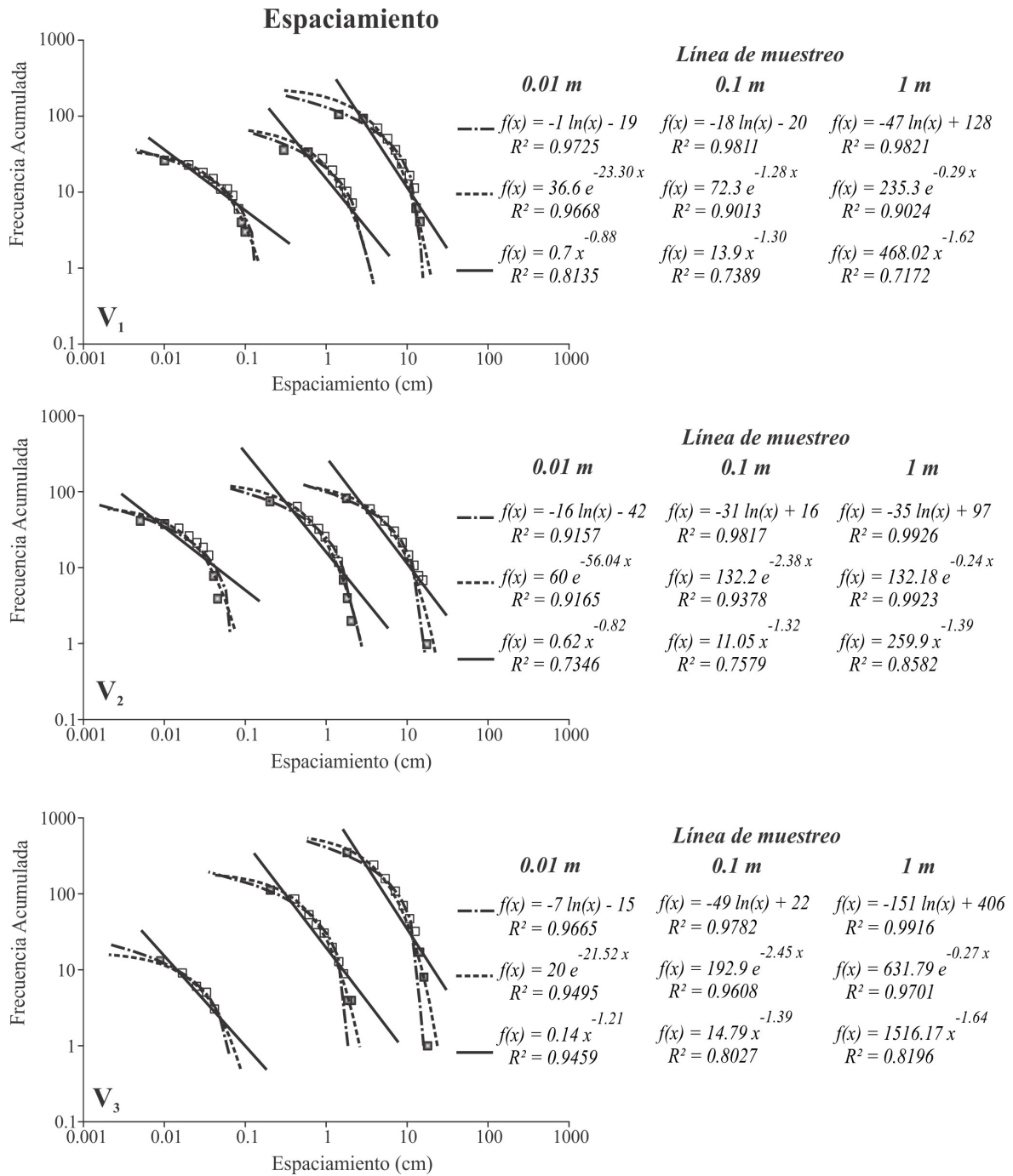
Los resultados del análisis muestran que en el caso del espaciamiento, el exponente es negativo y tiene valores que están en un rango que va de -1.08 a -0.7. Esto es evidencia de que la proporción entre espaciamientos grandes y pequeños no es alta en las tres familias de vetas. Los valores del exponente fueron obtenidos de la parte central de los gráficos (cuadros sin relleno, Figura 28) donde se puede ajustar una buena recta y se puede sugerir que los datos siguen una ley de potencia. Sin embargo, es importante mencionar que en algunos casos se tomo un porcentaje no muy amplio de los datos, lo cual implica un sesgo significativo. Por otro lado, si se observa a las gráficas completas (Figura 29), estas podrían tener un comportamiento distinto al de una ley de potencia (exponencial negativa), muy parecido a lo obtenido por Gillespie *et al.* (1993) para fracturas en distintas litologías. Por otro lado en lo referente a la variación del exponente con la escala, éste aumenta ligeramente para cada familia de vetas, aunque en distinta proporción, para las  $V_1$  la pendiente de la recta que se ajusta a los datos es 0.04; en el caso de las  $V_2$ , ésta tiene un valor de 0.09 y finalmente para las  $V_3$  es de 0.19 (Figura 31).

Para el caso del espesor, el exponente presenta valores negativos que varían entre -2.38 y -2.22, lo que significa que existen mucho más vetas con espesor pequeño en relación con las que tienen espesor grande.



**Figura 28:** Gráficos bilogarítmicos de frecuencia acumulada del espesor y espaciamiento para cada familia de vetas en cada una de las escalas analizadas (0.01 m, 0.1 m y 1m).

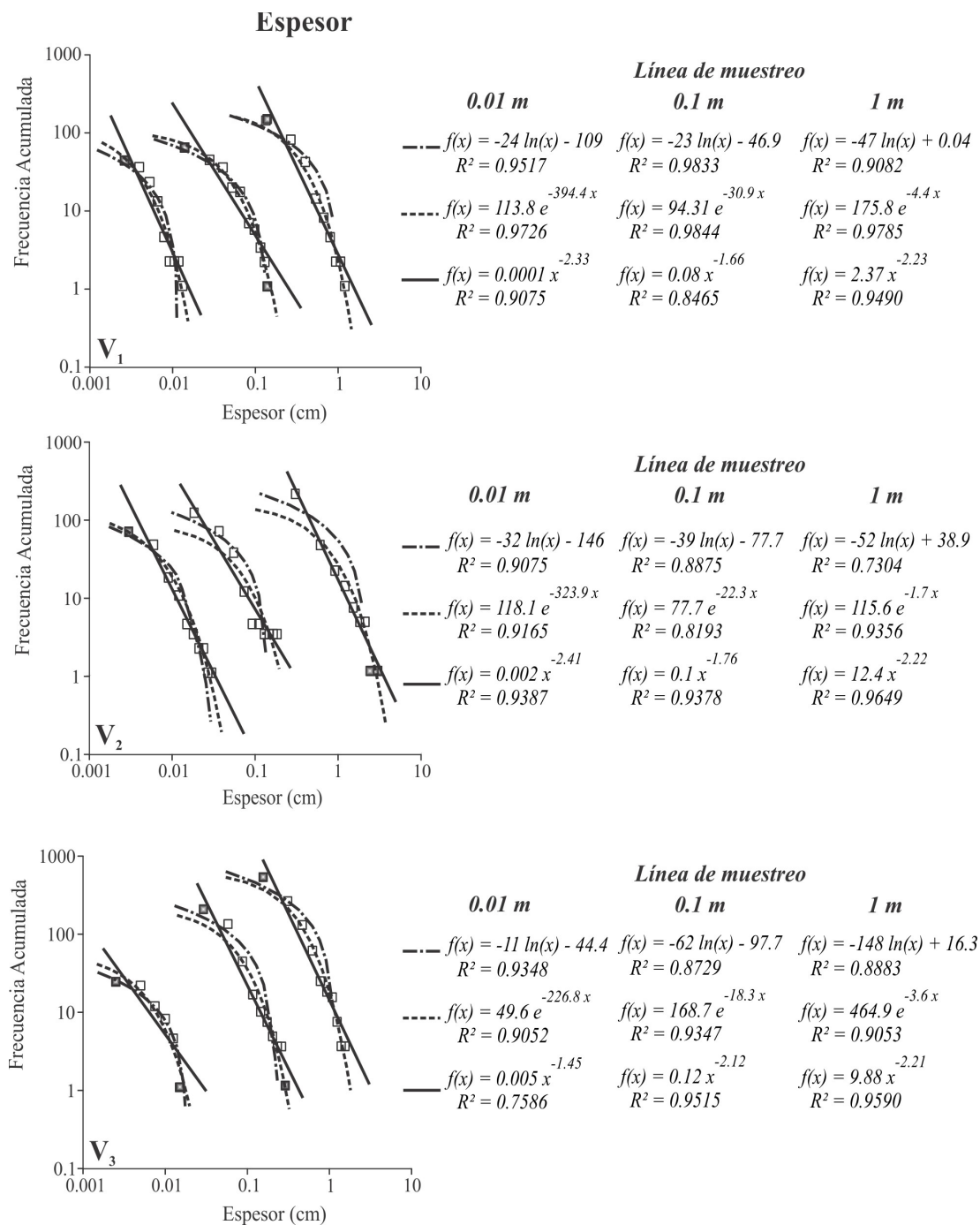
En lo que respecta a la variación del exponente con la escala, se observa que el valor éste disminuye ligeramente y en la misma proporción para cada una de las familias de vetas al aumentar la escala (Figura 31). Este comportamiento es contrario a lo observado en el espaciamiento.



**Figura 29:** Ajuste de tres funciones: exponencial negativa, logarítmica y ley de potencia a los datos del espaciamiento entre vetas.

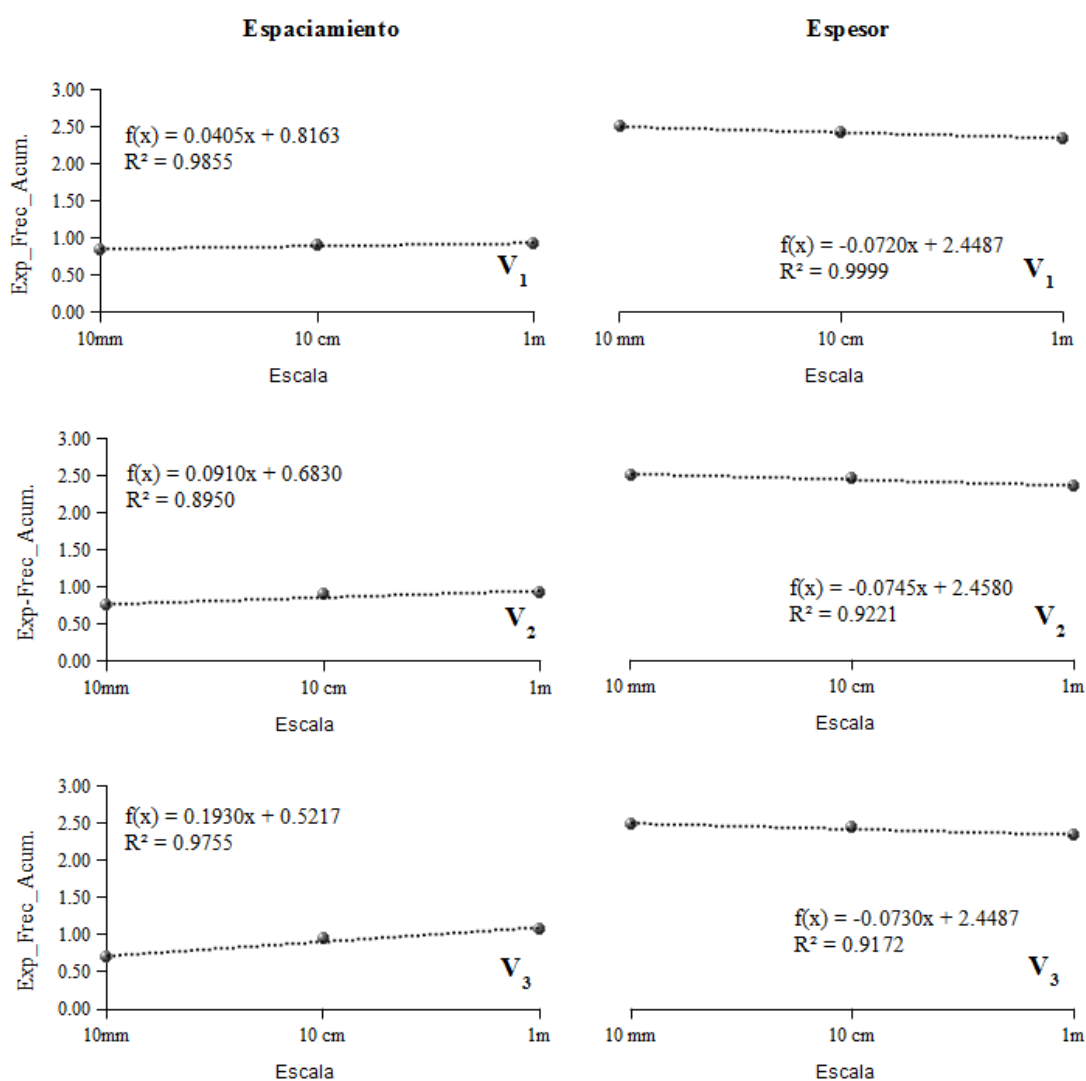
En las gráficas de frecuencia acumulada del espaciamiento (Figura 28) se puede observar, si se toman todos los datos, que la función que mejor se ajusta sería una exponencial

negativa, esto puede verse con los gráficos de la figura 29; en lo referente al espesor, algunas gráficas de frecuencia acumulada parecen seguir una tendencia distinta a una ley de potencia (Figura 30); siendo la función exponencial negativa la que mejor se ajusta.

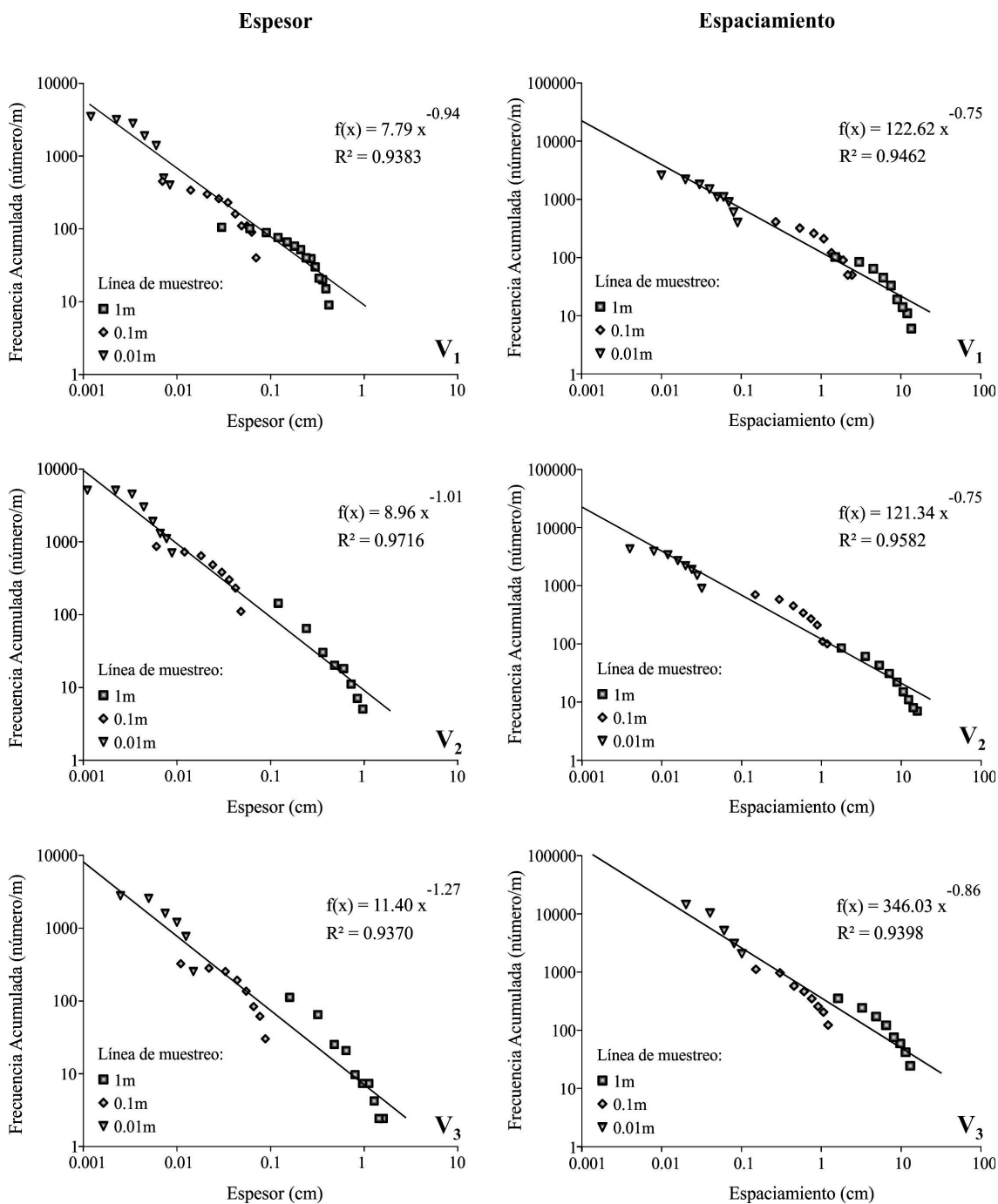


**Figura 30:** Ajuste de tres funciones: exponencial negativa, logarítmica y ley de potencia a los datos del espesor de las vetas.

Observaciones similares se han hecho en otros trabajos (Gillespie *et al.*, 1993), en donde se se ha atribuido este fenómeno a un comportamiento no fractal del espaciamiento y el espesor. Sin embargo, en años recientes algunos autores (Marrett *et al.* 1999; Gómez y Laubach, 2006) han demostrado que este comportamiento puede ser debido generalmente a un sesgo en la información, por lo que han propuesto la normalización de los datos para solucionar el problema.



**Figura 31:** Variación del exponente de frecuencia acumulada con la escala para el espesor y el espaciamiento en cada familia de vetas.



**Figura 32:** Gráficas de frecuencia acumulada normalizada con la escala para el espesor y el espaciamiento.

Si se comparan los resultados antes mencionados con lo obtenido si se hace una normalización con la escala, como lo sugieren varios autores (Marrett *et al.* 1999; Gómez y

Laubach, 2006; Ortega y Marrett, 2000) para ver si los datos siguen o no una verdadera ley de potencia, se observa un comportamiento distinto sobre todo en el espesor. El exponente de frecuencia acumulada para el espesor y el espaciamiento es distinto en cada familia de vetas (Figura 32). Para el caso del espesor, dicho exponente está en un rango de -0.94 a -1.27. En lo que respecta al espaciamiento, para las familias  $V_1$  y  $V_2$  se tiene el mismo exponente (-0.75), mientras que para las vetas  $V_3$  éste es distinto (-0.86).

### ***VI.2.3.- Dimensión de Caja.***

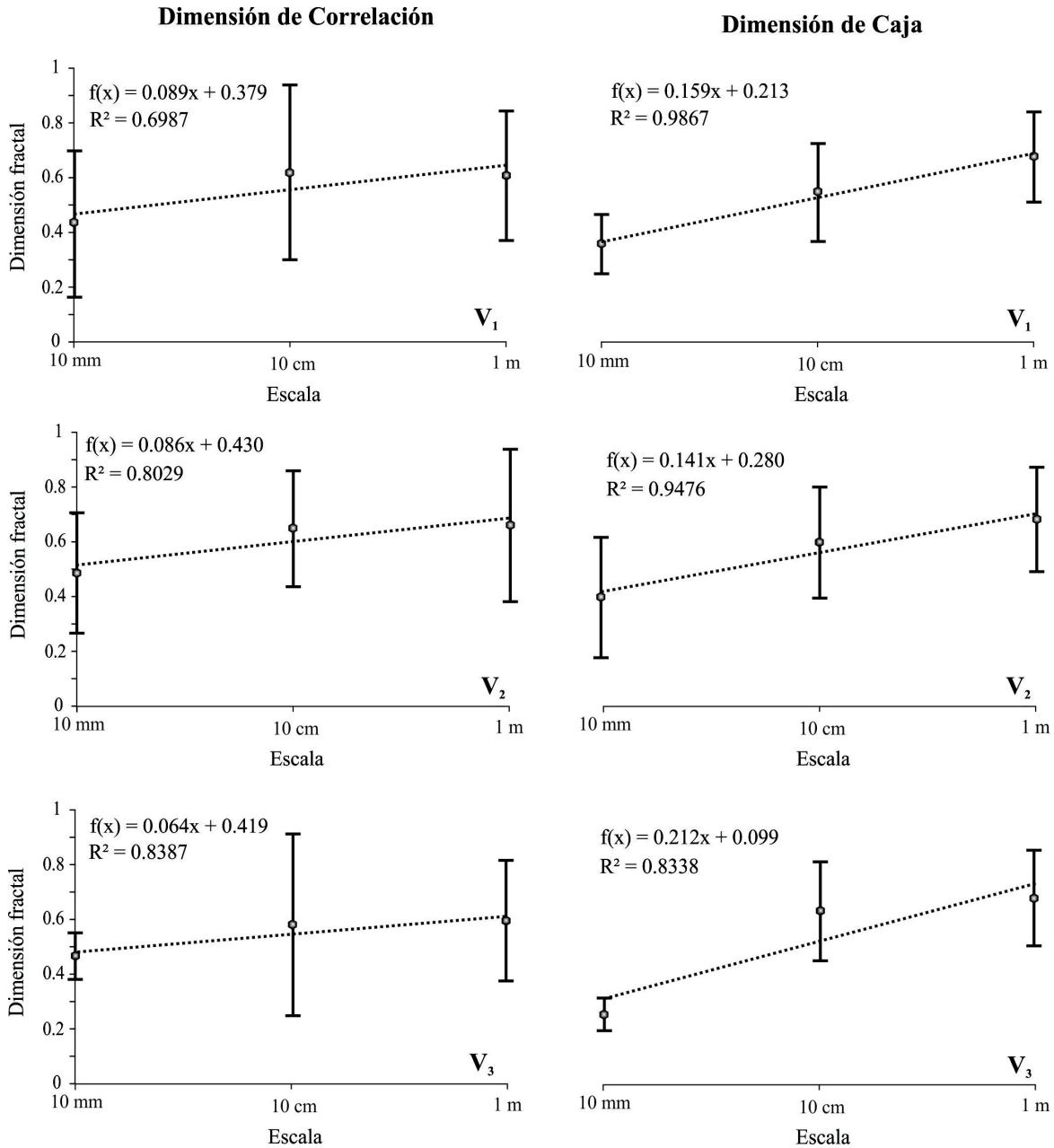
La dimensión de caja es un parámetro muy utilizado en el análisis fractal de mapas de fracturas. Sin embargo, se ha usado poco en variables unidimensionales como el espaciamiento (Barton y Larsen, 1985; Velde *et al.*, 1990; Gillespie *et al.*, 1993). Como parte de este trabajo se aplicó el método del conteo de cajas para analizar el espaciamiento entre las vetas ( $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ) usando el programa Frac1Dv1.1.

Este parámetro mide la manera en como las fracturas ocupan la línea de muestreo, es decir, nos da una idea de la distribución y la densidad. La dimensión de caja tendrá valores entre 0 y 1, siendo este último valor el representativo cuando se tiene un espaciamiento entre fracturas regular y tiende a ser cero cuando hay grupos de fracturas (*Clustering*).

Los resultados del análisis realizado en las tres familias de vetas, muestran que la dimensión de caja aumenta con la escala, aunque en distinta proporción para cada familia (Figura 33). Para las vetas  $V_1$  se tiene una dimensión que está entre 0.36 y 0.67; en el caso de las  $V_2$  se estimaron valores entre 0.40 y 0.68; mientras que para las  $V_3$  se tiene una dimensión de caja que va de 0.25 a 0.68. En la figura 33 se observa la variación promedio de este parámetro con la escala para las tres familias, las barras que se presentan en estas



gráficas son  $\pm \sigma$  (desviación estándar).



**Figura 33:** Variación de los valores promedio de la dimensión de correlación y de caja para las familias de vetas en la Plataforma El Doctor. La barras representas la desviación estándar ( $\pm \sigma$ ).

Los valores de la dimensión de caja muestran que la distribución de las fracturas puede tener cierto grado de agrupamiento, lo que significa que los espaciamientos no son regulares. La variación de la dimensión con la escala sugiere que el patrón de ocupación en

la línea de muestreo por las fracturas no es constante, aunque esto se puede deber a un sesgo en el muestreo debido al cambio en la escala de análisis.

En general podemos decir que la dimensión de caja nos da una idea de cómo está ocupado el espacio, aunque no es tan clara la interpretación en lo referente a la distribución y arreglo de las fracturas.

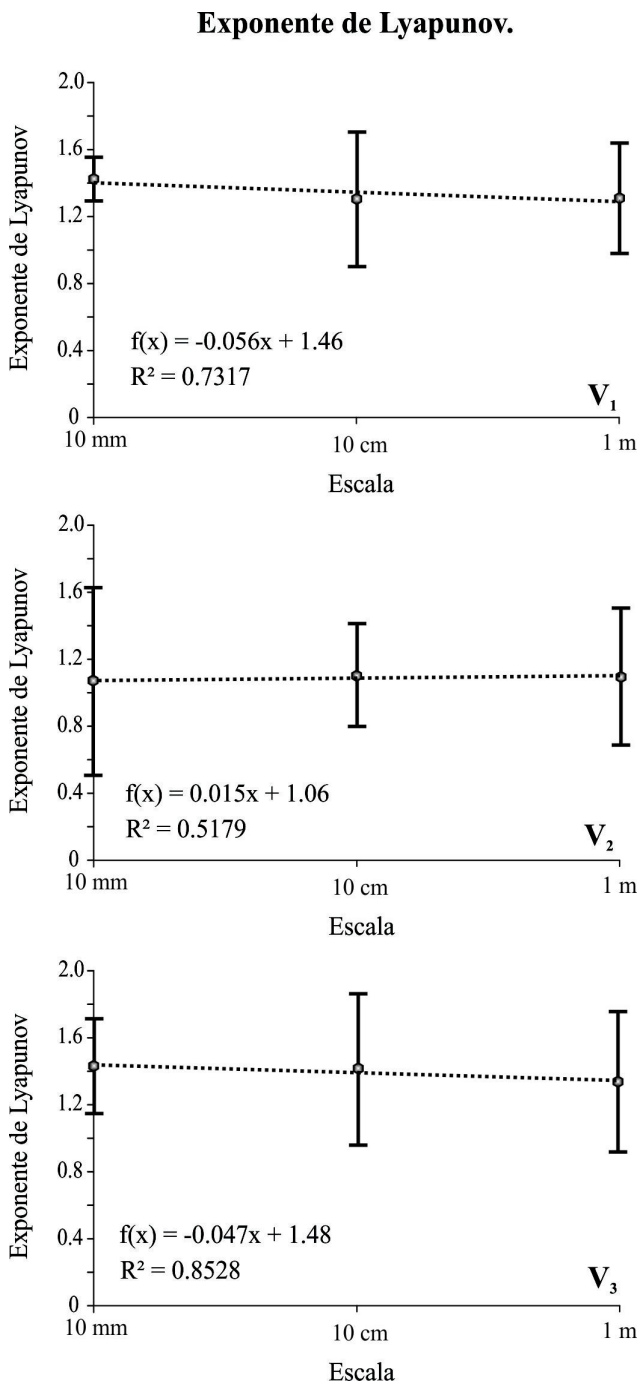
#### ***VI.2.4.- Dimensión de Correlación.***

La metodología expuesta en el trabajo de Riley *et al.* (2011) sobre la dimensión de correlación está basada en un riguroso tratamiento matemático para obtener la dimensión fractal, lo cual hace que este parámetro sea distinto al expuesto en el apartado anterior (dimensión de caja), aunque con resultados similares. El análisis realizado nos da información acerca de la distribución de las fracturas, es decir, se mide la probabilidad de que un espacio entre fracturas tenga una distancia  $\gamma$ . Sin embargo, la dimensión de correlación provee escasa o nula información sobre el orden natural (arreglo) que tiene estas estructuras.

La estimación de la dimensión de correlación hecha en las tres familias de vetas, muestra que este parámetro varía ligeramente con la magnitud de la escala de manera similar a lo expuesto en la dimensión de caja; los valores obtenidos se ubican en rangos muy parecidos a los presentados en el apartado anterior.

En general, para las vetas  $V_1$  se tiene que la dimensión de correlación que está entre 0.43 y 0.61, mientras que en las  $V_2$  se pueden observar valores de 0.49 a 0.63. Finalmente, las vetas  $V_3$  están en un rango de entre 0.46 y 0.59 (Figura 33).

En los tres casos, la dimensión de correlación aumenta con la magnitud de la escala, teniendo pendientes muy similares en las familias  $V_1$  y  $V_2$ , con valores de 0.089 y 0.086, respectivamente (Figura 33). Para la familia  $V_3$  la pendiente tiene un valor de 0.064, y es ligeramente distinto a las otras familias de vetas.



respectivamente (Figura 33). Para la familia  $V_3$  la pendiente tiene un valor de 0.064, y es ligeramente distinto a las otras familias de vetas.

#### VI.2.5.- Exponente de Lyapunov.

El exponente de Lyapunov proporciona información sobre el arreglo que tiene las fracturas y para su estimación se usan los datos de espaciamiento entre fracturas.

De acuerdo con los resultados obtenidos, el valor de este parámetro para la familia  $V_1$  se encuentra en un rango que va 1.30 a 1.42 en las tres escalas donde se realizó el análisis. Para el caso de las vetas  $V_2$ , este parámetro varía entre 1.06 y 1.09, mientras que en la familia  $V_3$  se observan valores que están

**Figura 34:** Variación del Exponente de Lyapunov. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

comprendidos entre 1.33 y 1.42.

En general, las familias  $V_1$  y  $V_3$  tienen rangos del exponente de Lyapunov muy parecidos, por otro lado, en  $V_2$  se tienen valores ligeramente más pequeños (Figura 34). En lo referente a la variación que tiene este parámetro con la magnitud de la escala, se tiene que para el caso de las vetas  $V_1$ , el exponente disminuye ligeramente en razón de una pendiente igual a -0.05, por otro lado, para las vetas  $V_2$  y  $V_3$  la pendiente es de 0.01 y -0.04 respectivamente.

Los resultados obtenidos del análisis muestran que  $\lambda_{max} > 1$  en promedio para todos los casos, lo cual pone en evidencia la naturaleza caótica de las vetas dentro de la Plataforma El Doctor. La agrupación de estas estructuras (*Clustering*) parece ser el arreglo más común.

#### ***VI.2.6.- Coeficiente de variación.***

El coeficiente de variación ( $C_v$ ) es otro parámetro que permite caracterizar el arreglo natural que tienen las fracturas. Se obtiene de manera muy sencilla mediante la división de la desviación estándar entre el promedio de los espaciamientos. El valor del  $C_v$ , nos da una idea del grado de agrupación (*Clustering*) que tienen las fracturas.

Para este análisis se utilizaron los datos de espaciamiento de cada una de las escalas para cada familia. En general, los resultados muestran que las familias tienen  $C_v > 1$ ; sin embargo, en escalas pequeñas los valores son cercanos a 1 lo que sugiere que tienden a ser regulares los espaciamientos (Tabla 1). Estos valores son consistentes con lo observado en el exponente de Lyapunov, y confirman la naturaleza de agrupamiento (*Clustering*).

En los siguientes apartados presentaremos los resultados del estudio realizado a los mapas de fracturas (análisis 2D) con algunas variantes como los mapas de puntos medios e

intersecciones. La metodología utilizada en esta parte se basa en la teoría presentada en los capítulos II, III y V de esta tesis.

	Coeficiente de variación $C_v$		
	0.01 m	0.1 m	1 m
$V_1$	0.98	1.04	1.17
$V_2$	1.03	1.15	1.37
$V_3$	1.08	1.35	1.74

*Tabla 1: Coeficiente de variación para cada familia de vetas.*

### **VI.3.- Análisis en 2D. Mapas de fracturas.**

Los resultados que a continuación se presentan fueron obtenidos mediante la aplicación de varios análisis hechos en los mapas de fracturas. Para el caso de las vetas encontradas en la Plataforma El Doctor, los mapas se obtuvieron a partir de fotografías tomadas en cada afloramiento, de cortes hechos en muestras de mano y de láminas delgadas. La información se enriqueció con la elaboración de mapas de puntos medios e intersecciones entre fracturas que ayudaron a caracterizar y entender mejor la distribución de estas estructuras estudiadas dentro de la plataforma. Es importante recordar y remarcar que en esta parte del trabajo los mapas incluyen a todas las vetas encontradas ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ), por lo que no se realiza ninguna separación en familias.

En general, el análisis estuvo enfocado a la estimación de parámetros fractales como: exponente de frecuencia acumulada de la longitud de las fracturas (dimensión de fragmentación), dimensión de caja, dimensión de masa (de puntos medios e intersecciones), y lacunaridad. Adicionalmente se calcularon otros parámetros que complementan la

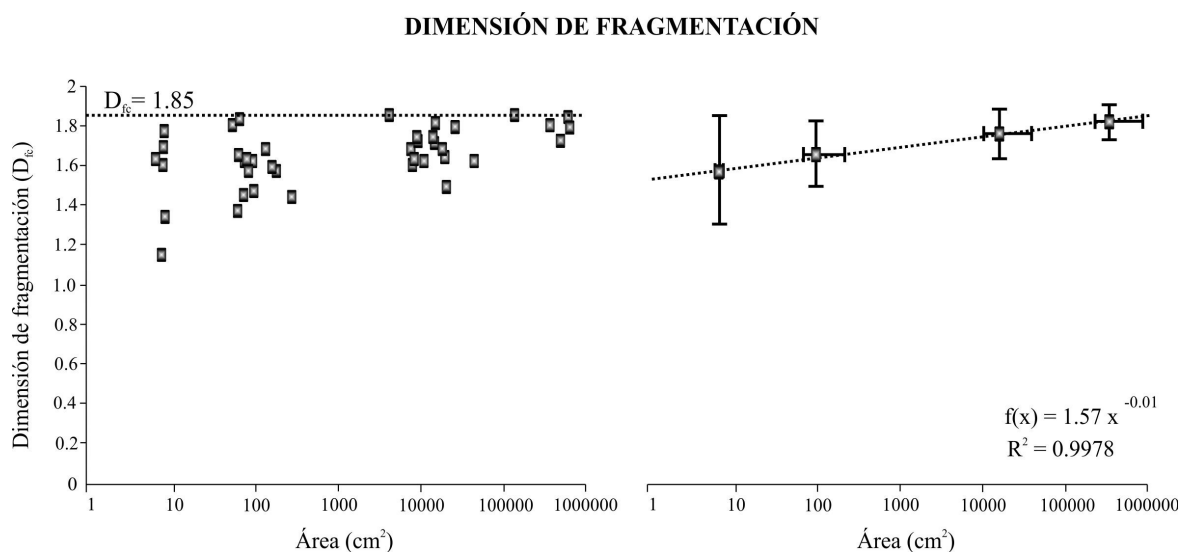
información, tales como: densidad, intensidad, longitud total de fracturas y conectividad. Cada una de estas variables caracteriza de manera particular y distinta a los mapas en el marco de la teoría fractal y el flujo de fluidos.

La metodología empleada para la obtención de dichos parámetros incluye el conteo de cajas, la utilización de ventanas circulares (*Sand Box*) y el análisis de imagen. Cada uno de estos métodos fue aplicado a todos los mapas en cada magnitud de escala (ver Capítulo V), con lo cual se pudo cumplir con el requerimiento de cubrir al menos 3 escalas.

### ***VI.3.1.- Dimensión de fragmentación.***

Una de las maneras más sencillas para analizar a las fracturas es a través de la realización de un gráfico bilogarítmico de la frecuencia acumulada de la longitud de las fracturas. En varios trabajos (Korvin, 1992; Cladouhos y Marrett, 1996; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003 y 2005) este método ha demostrado que la longitud de fracturas y fallas presentes en la corteza terrestre sigue una ley de potencia, es decir existen muchas fracturas pequeñas y pocas grandes.

La pendiente de la recta que dibujan los datos en el gráfico bilogarítmico es llamada dimensión de fragmentación y nos da una idea de la cantidad relativa de fracturas grandes y pequeñas que existen en un mapa según la escala de observación (Figuras 35 y 36). Por ejemplo con una pendiente grande, se tendrá una mayor cantidad de fracturas pequeñas; por el contrario, al tener una pendiente pequeña el número de fracturas grandes aumentara en relación con las menores. Si la proporción en el tamaño de las fracturas se mantiene más o menos constante en las distintas magnitudes de escala, entonces estaríamos observando un comportamiento autosimilar.



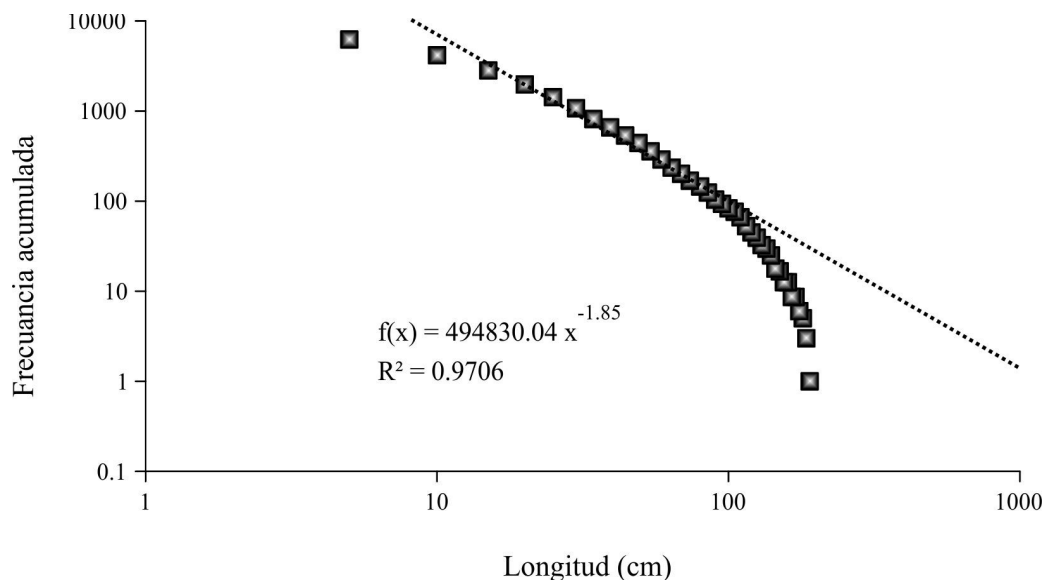
**Figura 35:** Variación de la dimensión de fragmentación con la escala. Se puede observar que hay un límite máximo de 1.85. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

Los resultados que se obtuvieron sugieren un acotamiento de la pendiente entre 1 y 2, lo cual es consistente con la teoría fractal (Figura 35). Para la escala lineal de 10 mm se estimó una dimensión de fragmentación promedio de 1.59; en el caso de la escala de 10 cm, este parámetro tiene un valor de 1.68; mientras que para las siguientes dos escalas, de 1 m y 10 m, se calcularon dimensiones de 1.79 y 1.85 respectivamente. Como se puede ver en la figura 35 el valor del parámetro estudiado aumenta ligeramente con la magnitud de la escala; esto se refleja en la pendiente de la recta que trazan los datos. También se observa que existe un límite máximo para todas las escalas en donde la dimensión de fragmentación ya no aumenta y que es igual a 1.85.

En general la dimensión de fragmentación está entre 1.59 y 1.85 en promedio para las fracturas rellenas de la Plataforma El Doctor, lo que sugeriría que la abundancia en los distintos tamaños de vetas no cambia mucho con la escala.

Si comparamos los resultados anteriores con la figura 36, en donde se grafican todos los

datos, se observa que la parte central de dicha gráfica se ajusta bien a una ley de potencia con un exponente (-1.85) congruente con lo observado en la figura 35.



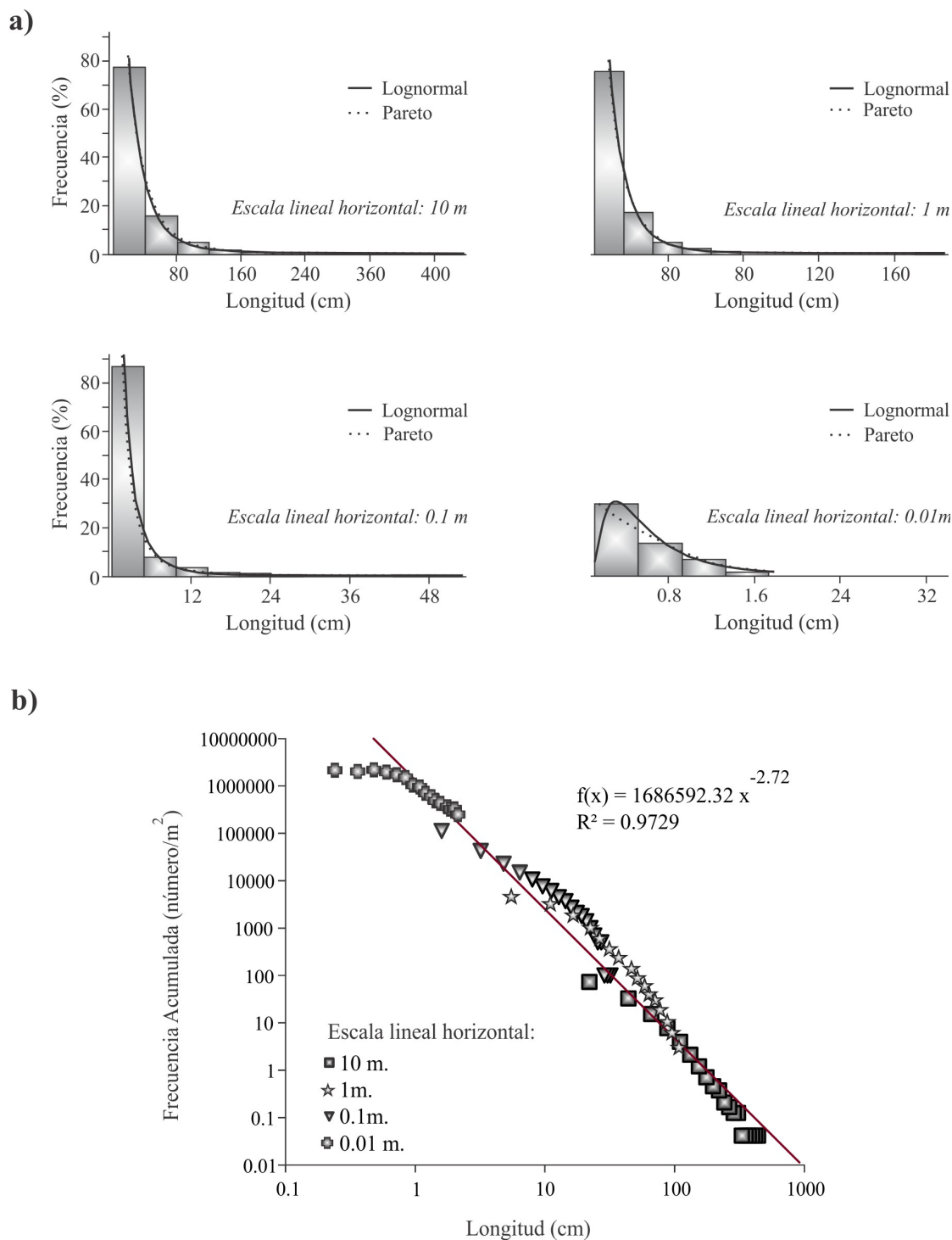
**Figura 36:** Exponente de frecuencia acumulada de la longitud de las vetas (dimensión de fragmentación) para todos los datos. Esta gráfica es consistente con el límite máximo observado en la figura 35.

### VI.3.2.- Distribución de frecuencia de la longitud y normalización con la escala.

Al igual que con las variables unidimensionales, la longitud también fue analizada en términos de su distribución de frecuencia para cada magnitud de escala mediante el programa EasyFit 5.5. El análisis muestra que la distribución de la longitud de las fracturas se ajusta muy bien a las distribuciones Pareto y Lognormal (Figura 37). Esto es consistente con lo observado en otros trabajos donde también se hace un análisis similar (Odling *et al.*, 1999)

Por otro lado, al hacer la normalización de los datos con la escala (Marret *et al.* 1999; Gómez y Laubach, 2006; Ortega y Marrett, 2000), se observa un valor distinto del exponente de frecuencia acumulada (dimensión de fragmentación) al de las figuras 35 y 36.





**Figura 37:** a) Distribución de frecuencia de la longitud de fracturas para las distintas escalas de análisis. b) Gráfico bilogarítmico de frecuencia acumulada normalizada vs. longitud de las fracturas.

Los datos normalizados siguen una ley de potencia en un rango de 0.03 a 4 m, con un

exponente de -2.72; lo que significaría que hay una cantidad mucho mayor de vetas con longitud pequeña comparadas con las de longitud grande. Esto es importante porque dicha abundancia puede tener una relación fundamental con la conductividad y por lo tanto con el flujo de fluidos.

Estos resultados son similares a los observados en otros trabajos donde se ha estimado una pendiente mayor a 2 en los gráficos de frecuencia acumulada de la longitud de fracturas en rocas carbonatadas (Odling *et al.*, 1999).

### ***VI.3.3.- Dimensión de caja.***

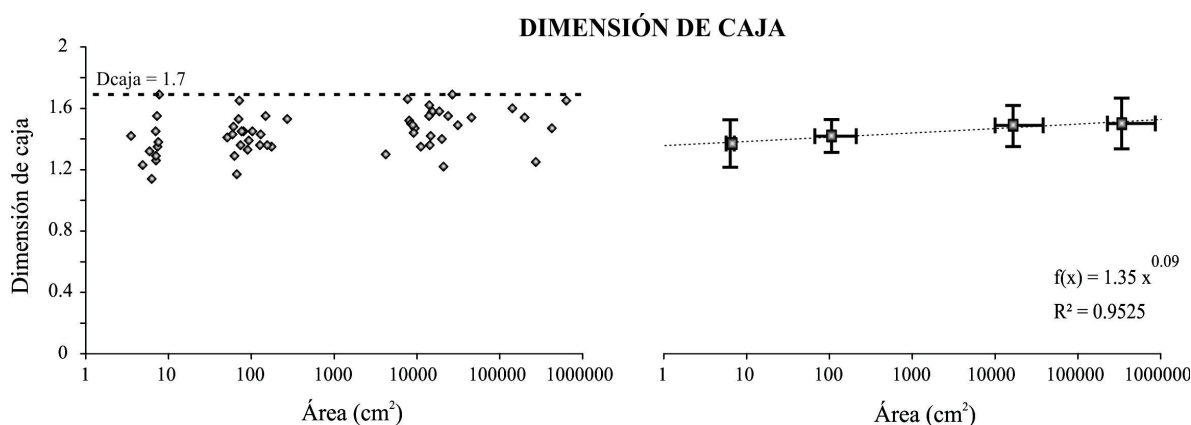
La dimensión de caja es un parámetro comúnmente utilizado para evaluar la naturaleza fractal (si se aplica en distintas magnitudes de escala) de diversos objetos pertenecientes a distintas áreas de investigación científica. Nos da información sobre la manera en que un objeto ocupa el espacio en el que se encuentra.

Su aplicación en el análisis de fracturas geológicas ha sido abordada por varios autores (Barton y Larsen, 1985; Barton, 1995; Babadagli, 2002; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005), quienes han comprobado su eficacia en la estimación de la dimensión fractal de estas estructuras. También se ha tomado el valor de éste parámetro como referencia a seguir en los estudios de exploración de yacimientos minerales donde están involucradas las fracturas.

En algunos trabajos se ha demostrado que existe una relación estrecha entre la densidad de fracturas que existe en un mapa con el valor de la dimensión de caja (Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005). Se ha observado por ejemplo, que al incrementarse la densidad también aumenta el la dimensión fractal obtenida con este método (Barton y Larsen, 1985).

Adicionalmente se ha propuesto que este parámetro también puede relacionarse con otras variables ligadas al proceso de flujo de fluidos como: porosidad y permeabilidad (Miranda-Martínez *et al.*, 2006; Jafari y Babadabli, 2011b).

El valor esperado en los mapas de fracturas aplicando ésta metodología tiene que estar restringido a un valor que se encuentre entre 1 y 2, ya que los sistemas de fracturas dibujadas no son una línea, pero tampoco ocupan todo el espacio de un plano. En general, si tenemos valores cercanos a 1 habrá pocas fracturas en el mapa, por el contrario si existe un valor cercano 2 en la dimensión fractal, tendremos una cantidad suficiente de fracturas que ocuparán casi todo el espacio.



**Figura 38:** Variación de la dimensión de caja con la escala; se observa que a pesar de la dispersión de los datos en cada escala el valor promedio de la dimensión permanece casi constante. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

En este trabajo se aplicó el conteo de cajas para estimar la dimensión fractal en 4 magnitudes de escala diferentes, los resultados que obtenidos muestran que existe una invariancia en la escala (auto-similitud), ya que el valor de la dimensión permanece casi constante (Figura 38). En el caso de la escala lineal de 10 mm se calculó un valor promedio para la dimensión de caja de 1.37, para la siguiente escala (10 cm) , la dimensión es igual a

1.42, así mismo en el caso de las dos escalas más grandes, se obtuvo una dimensión de 1.49 y 1.50 respectivamente para 1 m y 10 m.

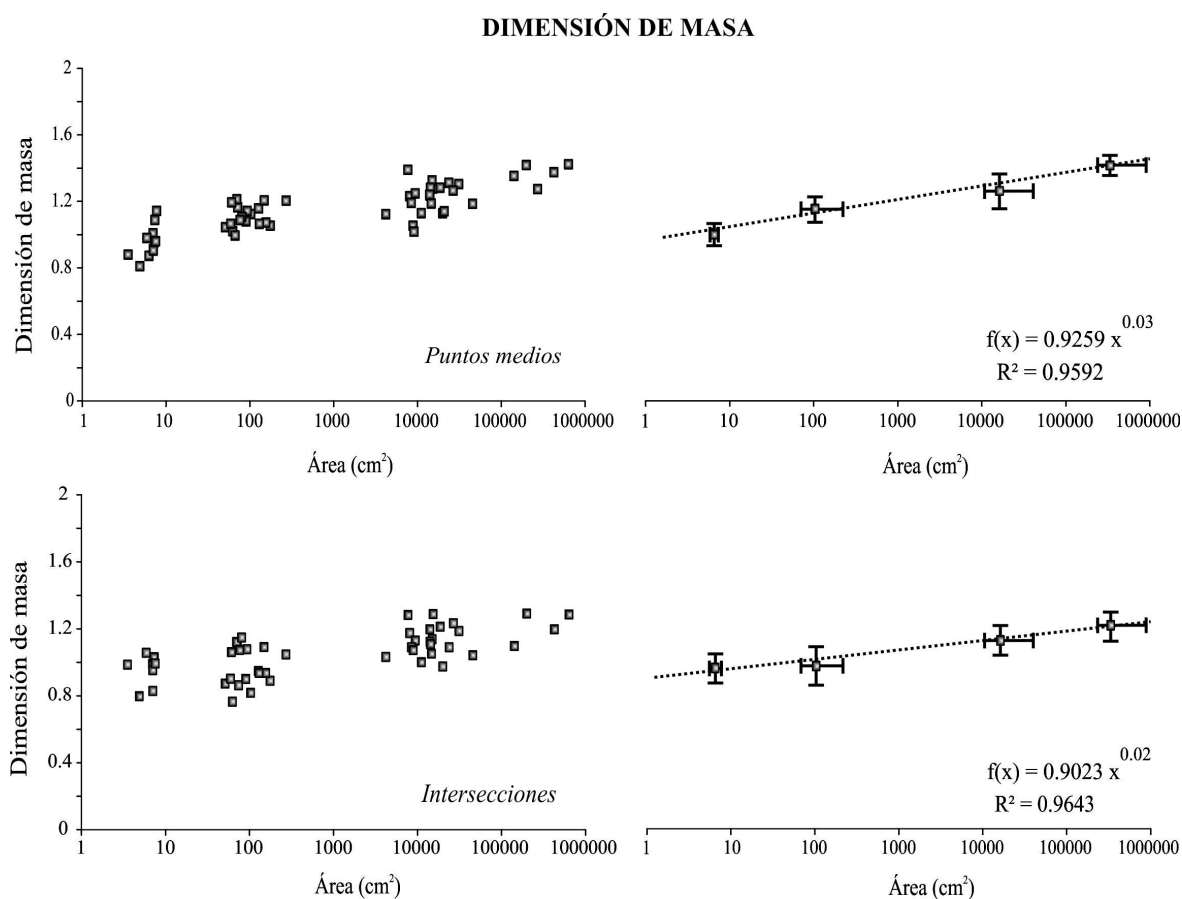
En la figura 38, se puede observar que la dimensión de caja aumenta ligeramente con la escala, lo cual se refleja en la pendiente positiva que tiene la recta que se ajusta a los datos promedio en cada escala de observación. Los valores de la dimensión muestran que las fracturas ocupan el mismo espacio (o casi) en las escalas donde se realizó el análisis.

#### ***VI.3.4.- Análisis de puntos medios e intersecciones.***

El análisis de los mapas de puntos medios e intersecciones se realizó utilizando dos metodologías: dimensión de masa y conteo de cajas, lo cual nos permitió caracterizar de mejor manera a estas variables y nos dio la oportunidad de comparar los resultados obtenidos a partir de estos métodos.

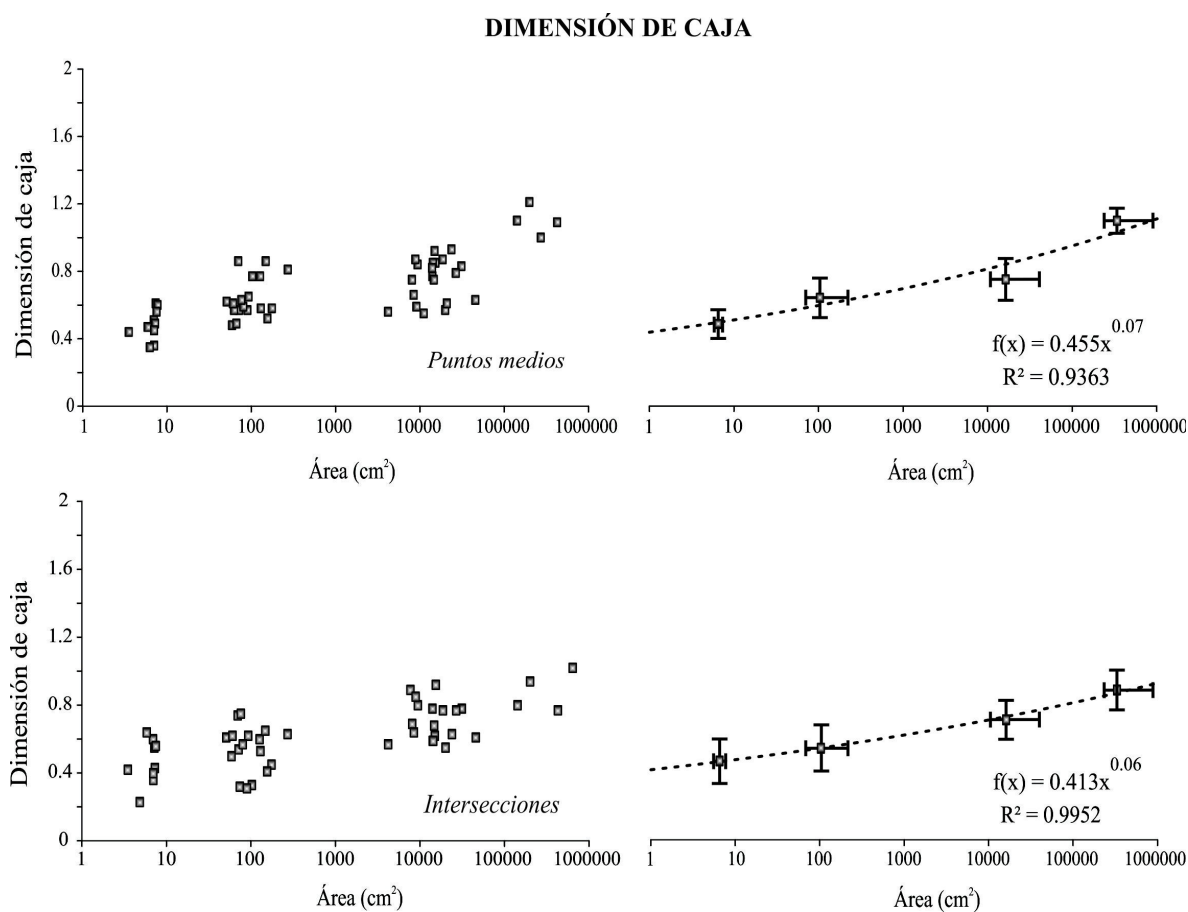
La dimensión de masa es uno de los parámetros que se usa frecuentemente en el análisis fractal. Su aplicación en sistemas de fracturas ha sido abordado en varios trabajos (Babadagli, 2002; Jafari y Babadagli, 2011a) enfocándose principalmente a la distribución de puntos medios e intersecciones. Estudiar el arreglo que tienen las variables antes mencionadas es fundamental para entender como es el proceso de flujo de fluidos en las rocas fracturadas.

El análisis se realizó en mapas de puntos medios e intersecciones extraídos de los mapas de fracturas en cuatro magnitudes de escala. Para el cálculo de la dimensión fractal de masa se utilizó el programa Fractalyse, el cual está enfocado al análisis fractal de imágenes en blanco y negro (imagen binaria).



**Figura 39:** Variación de la dimensión de masa de puntos medios e intersecciones entre fracturas con la escala de análisis. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

Los resultados obtenidos sugieren que éste parámetro tiende a aumentar con la magnitud de la escala, tanto en los puntos medios como en las intersecciones; sin embargo, la manera en que aumentan es distinta (Figura 39). Para el caso de los mapas de puntos medios, tenemos que en la escala de 10 mm se tiene una dimensión promedio de 1.08, mientras que para la siguiente escala (10 cm) se estimó un valor de 1.11; finalmente para las escalas de 1 m y 10 m se obtuvieron dimensiones de 1.22 y 1.39 respectivamente. En lo que respecta a los mapas de intersecciones se calcularon las siguientes dimensiones, que en orden ascendente de escala son: 0.96, 0.97, 1.12 y 1.21.



**Figura 40:** Variación de la dimensión de caja de puntos medios e intersecciones entre fracturas con la escala de análisis. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

La dimensión obtenida probablemente nos da información sobre la densidad y distribución que tienen los puntos (medios o intersecciones) en un plano. De acuerdo a las observaciones realizadas en los mapas, cuando se tienen valores altos de este parámetro significa que la población tiende a tener una distribución uniforme. Por otro lado, la disminución en la dimensión de masa significa que hay un mayor agrupamiento de los puntos (*Clustering*) en los mapas.

La relación que existe entre los puntos medios e intersecciones se refleja en la variación que tiene la dimensión fractal con la escala, si aumenta la densidad de puntos medios (número de fracturas) aumentara también el número de intersecciones. Sin embargo, según

lo observado, el arreglo que tienen las intersecciones (*Clustering*) puede ser un parámetro importante para entender como es el flujo en los medios rocosos estudiados.

La dimensión de caja es otro de los parámetros que se usa comúnmente en el cálculo de la dimensión fractal. Los resultados del análisis realizado en los puntos medios para las 4 magnitudes de escala, nos da valores de 0.48 para la escala de 10 mm, 0.64 en la de 10 cm, 0.75 y 1.10 para las de 1 m y 10 m respectivamente. En el caso de las intersecciones, se calcularon dimensiones de 0.46 y 0.54 para las escalas de 10 mm y 10 cm. En lo que respecta a las escalas más grande se estimaron valores de 0.70 y 0.88.

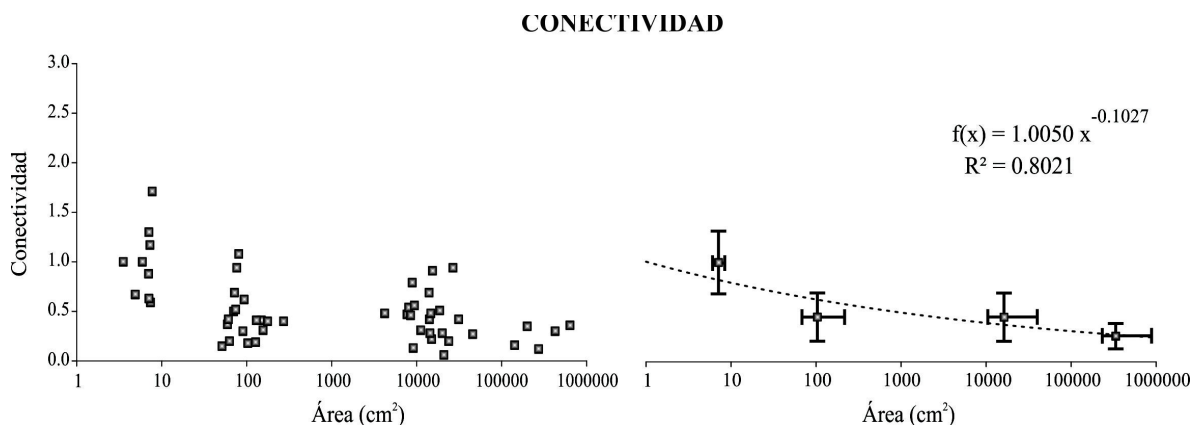
Al igual que en la dimensión de masa, los valores obtenidos mediante el conteo de cajas aumentan al incrementarse la magnitud de la escala, tanto en los puntos medios como en las intersecciones; sin embargo, este aumento es distinto para cada variable (Figura 40). Es importante mencionar que la dimensión fractal obtenida a partir del conteo de cajas tiene valores menores a los obtenidos en la dimensión de masa, esto se debe a que probablemente estamos midiendo distintos aspectos de un mismo objeto.

#### ***VI.3.5.- Conectividad.***

En este trabajo también se estimó la conectividad como otro parámetro para caracterizar a los sistemas de fracturas. Éste se obtiene de la división del número de intersecciones entre el número total de las fracturas. El cociente que resulta de dicha división (índice de conectividad) nos da una idea de la cantidad de fracturas que están conectadas (Jafari y Babadagli, 2011b).

Los resultados muestran que la conectividad disminuye con la magnitud de la escala (Figura 41), lo cual significaría que en escalas grandes los sistemas de fracturas están

menos conectados. En el caso de la escala de 10 mm se obtuvo un índice de conectividad promedio de 0.99, para las siguientes dos escalas (10 cm y 1 m) se estimó un valor de 0.45; mientras que para la escala más grande, la conectividad fue de 0.26.



**Figura 41:** Variación de la conectividad de fracturas con la escala de análisis. Se observa que a escalas más pequeñas la conectividad tiende a aumentar, es decir hay más fracturas conectadas. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

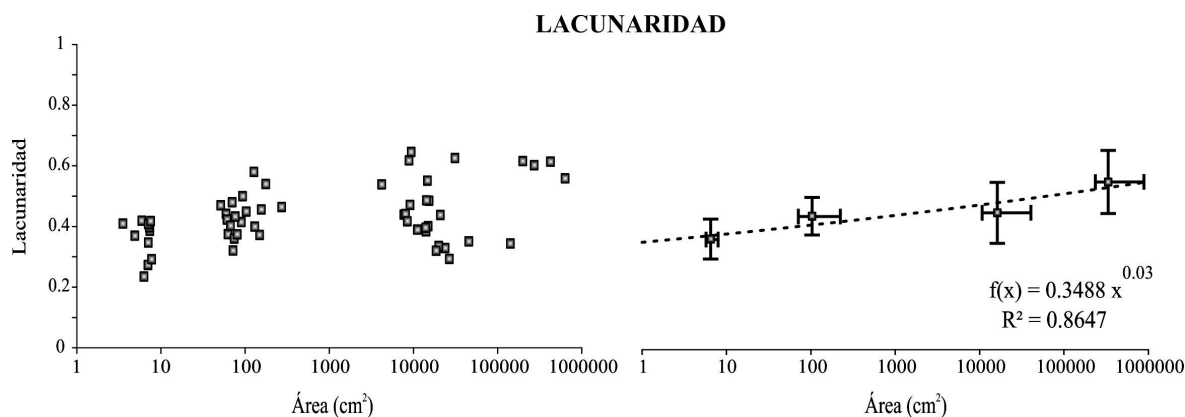
Este parámetro es muy importante en los modelos de flujo, porque nos proporciona información valiosa sobre la cantidad de fracturas que están conectadas en un sistema, por lo cual ha sido utilizado en distintos trabajos para estimar la conductividad ( $k_{ij}$ ) en combinación con otros parámetros como la dimensión de caja y lacunaridad (Jafari y Babadagli, 2011b).

### VI.3.6.- Lacunaridad.

El análisis fractal no debe de dejar de lado a la lacunaridad, ya que este parámetro nos proporciona información sobre la distribución y tamaño de los huecos (áreas sin fracturas) que tienen los mapas. La lacunaridad tiene dos casos extremos: en uno se tendrá un fractal homogéneo donde los huecos están distribuidos uniformemente y tendrán un tamaño más o menos constante, en el otro un fractal heterogéneo con huecos de distintos tamaños y con



una distribución caótica. Los fractales homogéneos tendrán una lacunaridad baja, mientras que en los heterogéneos éste parámetro será más alto.



**Figura 42:** Variación de la lacunaridad con la magnitud de escala. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

El análisis hecho en los mapas de fracturas muestra que para la escala de 10 mm hay una lacunaridad promedio de 0.36, mientras que en la escala de 10 cm éste parámetro tiene un valor de 0.43, por otro lado en las escalas mayores se estimó una lacunaridad de 0.45 y 0.54 para 1 m y 10 m respectivamente (Figura 42)

La lacunaridad puede ser una variable importante en los modelos de flujo de fluidos, ya que se ha observado que el uso de este parámetro disminuye el número de variables a utilizar en el cálculo de la permeabilidad en los materiales fracturados (Jafari y Babadagli, 2011a).

### VI.3.7.- Densidad.

La densidad de fracturas es una de las variables con las que más se trabaja cuando se realizan estudios en las rocas fracturadas. Su estimación se realiza mediante la aplicación de distintos métodos (Ver Capítulo II), lo cual ha llegado a ser un problema porque los valores que se obtiene muchas veces son distintos dependiendo del método empleado. En este trabajo se utilizó el método propuesto por Renshaw (1997), el cual es referido en los

trabajos de Nieto-Samaniego *et al.* (2003, 2005) para el cálculo de la densidad de fracturas empleando la longitud de estas estructuras observadas en los mapas. Para el presente análisis, la densidad se define como el número de fracturas por unidad de área ( $1/m^2$ ).

Esta variable fue calculada para cada uno de los mapas de fracturas en las cuatro magnitudes de escala, los resultados del análisis sugieren que la densidad promedio permanece prácticamente constante con un límite máximo de 1.5 en las poblaciones de datos de las cuatro escalas (Figura 43). Los valores de densidad calculados para la escala de 10 mm se encuentran entre 0.68 y 1.50, mientras que en la 10 cm se tiene un rango de 0.24 - 1.48. Por otro lado para las escalas de 1 m y 10 m se estimaron valores de densidad de 0.28 - 1.28 y 0.30 - 0.75 respectivamente.

La existencia de un límite máximo ha sido observada e investigada en otros trabajos (Renshaw, 1997; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003 y 2005), y se ha concluido que éste valor depende del tipo de material y de la cantidad de deformación que sufrió la roca.

### ***VI.3.8.- Intensidad***

Al igual que la densidad, la intensidad de fractura es otra de las variables comúnmente empleada en el análisis de fracturas, se obtiene mediante la utilización de distintos métodos y su definición ha sido discutida en algunos trabajos (Moreno-Sánchez y García-Cabrejo, 2006).

Para la obtención de la intensidad se aplicó la metodología utilizada por Nieto-Samaniego *et al.* (2003, 2005), donde se define a ésta como la longitud de fractura por unidad de área ( $1/m$ ). Los resultados obtenidos muestran que la intensidad de fractura sigue una ley de potencia donde su valor tiende a disminuir con la magnitud de la escala (Figura 43). Al

ajustar una recta a los datos promedio de intensidad, se ve que la recta tiene una pendiente de -0.39, éste valor es similar al que estimó Nieto-Samaniego *et al.* (2003) para rocas graníticas.

También se observó una gran dispersión en los datos calculados para cada escala, por ejemplo para la escala de 10 mm se tiene un rango de intensidad que va de 1.31 a 6.65, en la de 10 cm ésta varía entre 0.39 y 1.47, mientras que para el caso de las dos escalas más grande se tienen rangos de 0.06-0.03 y 0.01-0.06 para 1 m y 10 m respectivamente.

Un aspecto interesante es que los datos de intensidad de fractura muestran una dependencia con el área de observación, lo cual es congruente con la definición de ésta variable (Nieto-Samaniego *et al.*, 2003)

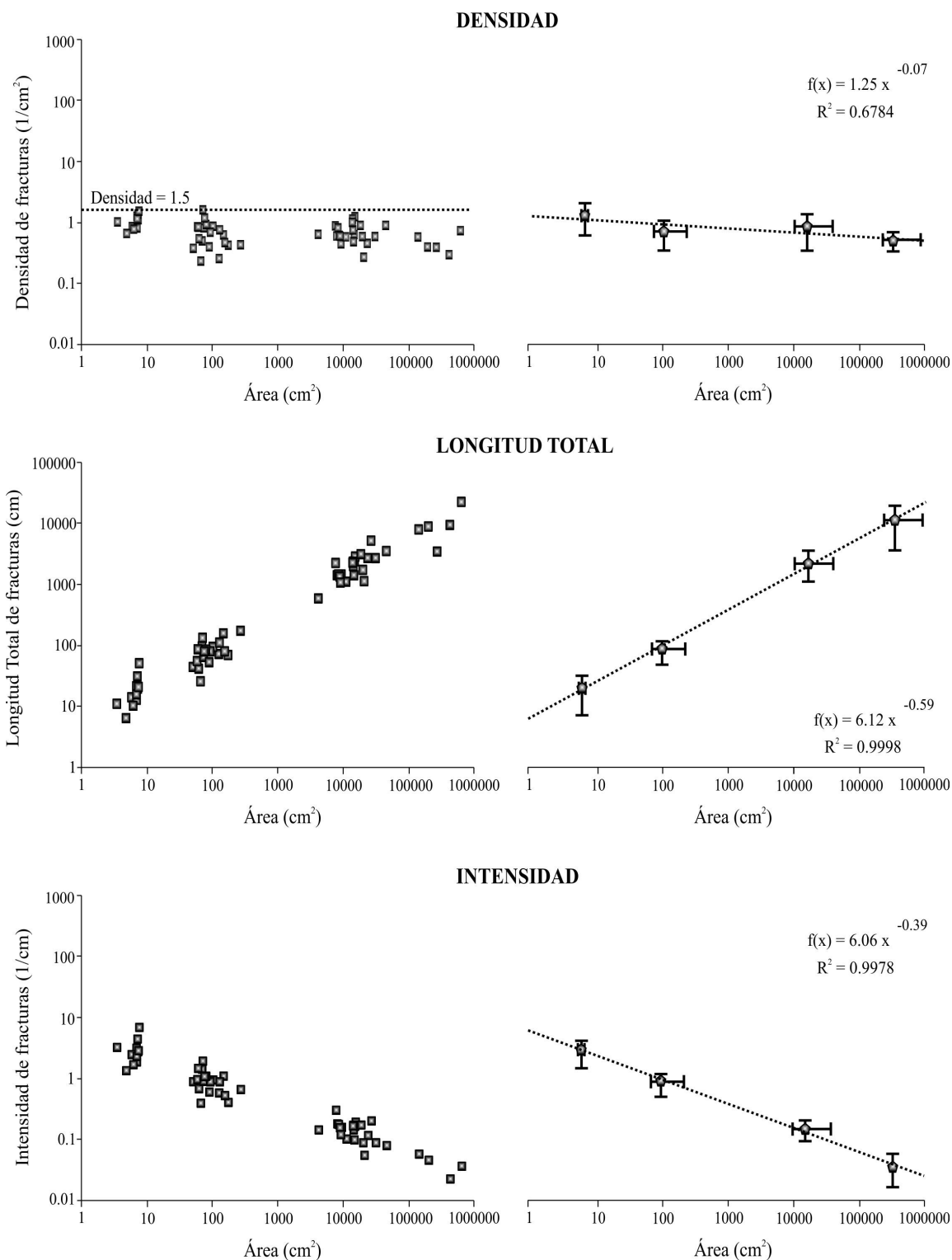
### ***VI.3.9.- Longitud total de fractura.***

El análisis de los mapas de fracturas incluyó también la estimación de la longitud total de fractura mediante la aplicación del método mencionado en el trabajo de Nieto-Samaniego *et al.* (2003), donde se suma la longitud de todas las fracturas que están incluidas en cada mapa.

La longitud total de fractura correspondiente a cada mapa fue graficada en un espacio bilogarítmico, donde se observó que la línea de tendencia de los datos se ajustaba a una ley de potencia con un exponente de 0.59 (Figura 43). Este valor es consistente con lo obtenido por Nieto-Samaniego *et al.* (2003, 2005) donde se calculó un exponente de 0.60.

El valor de ésta variable para cada escala estuvo dentro de los siguientes rangos: en la de 10 mm se observaron valores que van de 6.41 a 51.41 cm, por otro lado la escala de 10 cm el rango fue de 25.92-175.60 cm; para las escalas de 1 m y 10 m se calcularon longitudes de

5.97 a 53.36 m y 35.31 a 231.76 m respectivamente.



**Figura 43:** Variación de la densidad, intensidad y longitud total de fractura con la escala de análisis. Se puede ver que la densidad permanece constante en las cuatro escalas de observación con un valor máximo de 1.5. Las barras son la desviación estándar (+/-  $\sigma$ ).

En éste capítulo se han presentado los resultados del trabajo realizado en las vetas de la Plataforma El Doctor. Los parámetros estimados reflejan la complejidad del problema; sin embargo, éstos muestran patrones interesantes que pueden ser útiles en el marco del fenómeno de flujo de fluidos. En el siguiente capítulo discutiremos el significado y la aplicación que tiene los resultados y su relación con los modelos de flujo de fluidos.

## **CAPÍTULO VII:      Discusión.**

---

Las fracturas son estructuras que han sido estudiadas ampliamente en distintos trabajos para entender su origen, desarrollo y el papel que juegan en el complicado proceso de flujo de fluidos. Su análisis ha requerido de la implementación de distintos métodos, con lo cual se ha obtenido más y mejor información sobre las características de estas estructuras (Barton, 1995). El estudio realizado en este trabajo está dividido en dos partes, por un lado se analizó a las fracturas en torno a su espesor y espaciamiento, tratando de entender cómo es su distribución y tamaño. La otra parte del análisis se enfocó en el trabajo con mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones, también para conocer su distribución.

La aplicación de herramientas fractales para el estudio de las fracturas tanto en 1D como en 2D, ha demostrado ser satisfactoria, debido a que la teoría fractal caracteriza la geometría de estas estructuras. Aunque también hay que mencionar que la aplicación de los fractales en el estudio de las fracturas ha sido impulsada por la eficiencia y fácil implementación de la metodología desarrollada por varios autores (Barton, 1995; Babadagli, 2002; Riley *et al.*, 2011).

En muchos trabajos, el esfuerzo se ha enfocado en entender el papel de las fracturas como vías para el transporte de fluidos en áreas como minería (análisis de vetas con algún enriquecimiento mineral), hidrogeología y yacimientos de hidrocarburos. En esta última área se han hecho estudios en torno a las fracturas que están presentes en los yacimientos. Sin embargo, debido a falta de información aún no se entiende bien su distribución, arreglo y el papel que juegan como conductos por donde pasa y se almacena el petróleo.

En los siguientes párrafos discutiremos los datos obtenidos del análisis realizado en las

vetas de la Plataforma El Doctor, tratando de entender el significado que tiene la dimensión fractal en sus distintas modalidades, y cómo se relaciona esta con la permeabilidad debida a las fracturas. Para esta tarea haremos uso de información publicada en otros trabajos relacionados con el mismo tema, la cual compararemos con los resultados obtenidos.

### **VII.1.- Distribución y tamaño de las fracturas en 1D.**

Las variables unidimensionales estudiadas en éste trabajo son muy importantes para caracterizar a las fracturas, tanto el espesor como el espaciamiento nos sirven para conocer la distribución y tamaño que tienen las fracturas dentro de las rocas que las contienen.

#### ***VII.1.1.- Espesor.***

El espesor o apertura es una variable importante en los sistemas de fracturas y juega un papel fundamental en el proceso de flujo de fluidos (Olson, 2003). Esta variable se encuentra íntimamente relacionada con la deformación; es por ello que la geometría de las fisuras y el estado de esfuerzos actuante son factores importantes en la distribución de tamaño del espesor (Pollard *et al.*, 1982; Olson y Pollard, 1991; Olson, 2003). Dicha distribución, ha sido caracterizada en términos de una ley de potencia (Deng *et al.*, 2009; Moneke *et al.*, 2001; Clark *et al.*, 1995, Gillespie *et al.*, 1999); debido a esta razón, se ha aplicado la metodología fractal para su análisis en distintos trabajos.

Mandelbrot (1982) fue el primero en sugerir una distribución fractal para el espesor de las vetas minerales, más tarde otros autores pudieron corroborar lo dicho por Mandelbrot observando la distribución de espesor que tienen las vetas de algunos yacimientos de oro (Carlson, 1991; Turcotte, 1992; Kaye, 1994; Deng *et al.*, 2009).

Los resultados del análisis hecho en este trabajo, muestran que la distribución del espesor de las vetas pertenecientes a la Plataforma El Doctor, puede seguir una ley de potencia con un exponente de frecuencia acumulada que varía entre -0.94 a -1.27 (Figura 44); para los datos normalizados con la escala y de -2.38 a -2.22 para los datos sin normalizar. Para fines comparativo se usaran los valores obtenidos a partir de los datos normalizados.

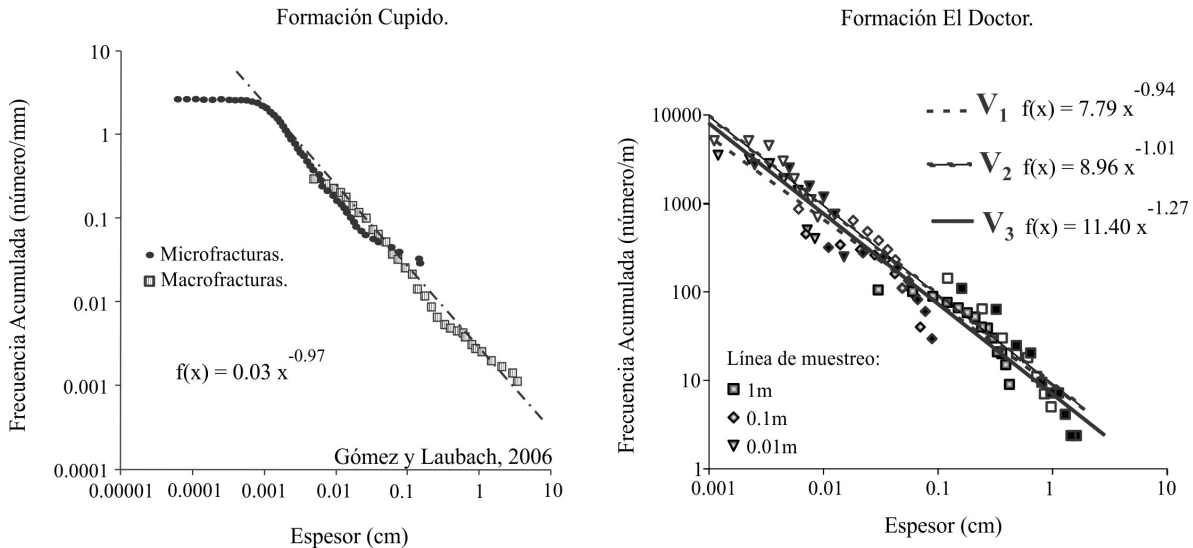
Una información relevante que proporciona el exponente de frecuencia acumulada es la abundancia relativa que hay de fracturas con espesores pequeños y grandes; esto es muy importante porque la distribución del espesor influye en el comportamiento del flujo a través de las fracturas (Turcotte, 1992; Deng *et al.*, 2009). Se ha observado, por ejemplo, que vetas con mineralización tienen exponentes menores comparadas con las que no tienen mineralización (Deng *et al.*, 2009). Lo anterior sugiere que las fracturas con mayor espesor son mejores conductoras y por lo tanto en los sistemas donde exista una mayor cantidad de estas fracturas, la roca será más permeable.

Los valores del exponente estimado son muy similares de los obtenidos en otros trabajos para distintas rocas. Sanderson *et al.* (1994) calcularon un exponente que va de -0.95 a -1.6 para un arreglo de vetas mineralizadas con oro en areniscas y lutitas devónicas en la región de la Codoresa España. Por otro lado, Gross y Engelder (1995) midieron la distribución del espesor de fracturas en una dolomía donde calcularon valores de -0.48 a -0.82, mientras que Clark *et al.* (1995) calcularon una distribución del espesor en vetas de una secuencia turbidítica que seguía una ley de potencia con un exponente de -1.33. También es importante mencionar que los valores que se obtuvieron en este trabajo son consistentes con los obtenidos por Marrett *et al.* (1999), y por Gómez y Laubach (2006) para rocas carbonatadas de Texas (*Marble Falls Limestone*) (-1.04) y de la Formación Cupido (-0.97 a



-1.10) respectivamente, las cuales son litológicamente muy similares a las de la Plataforma El Doctor (Figura 44).

### Exponente de frecuencia acumulada del espesor



**Figura 44:** Exponente de frecuencia acumulada para datos normalizados en las formaciones Cupido (Gómez y Laubach, 2006) y El Doctor (el presente trabajo). Se observa que en los dos casos el espesor sigue una ley de potencia en un rango de 0.001 a 1 cm.

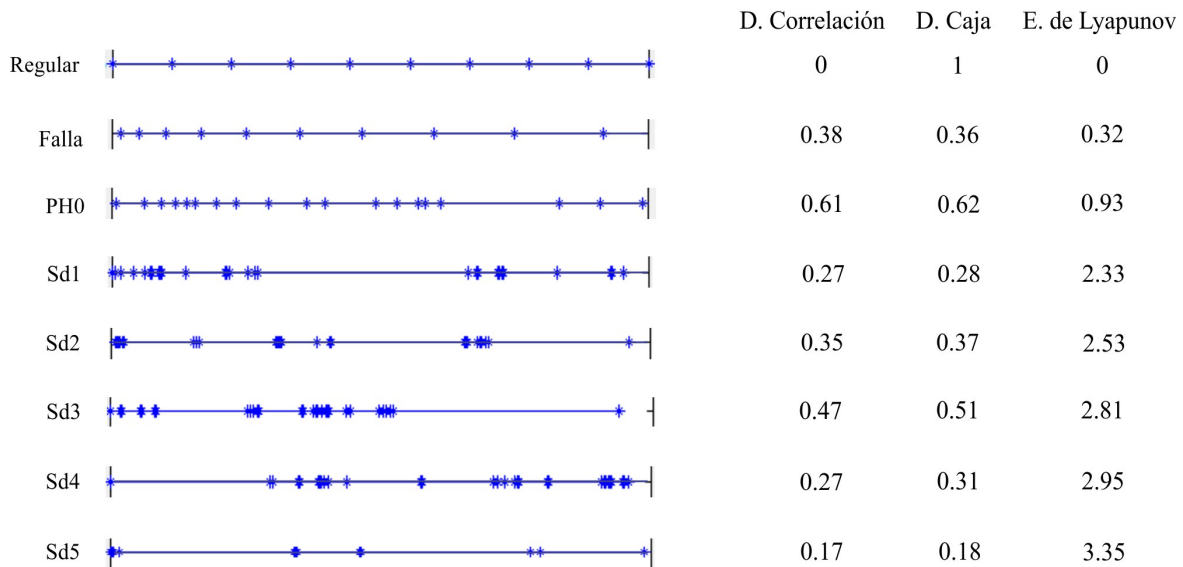
Los datos obtenidos en este trabajo y los mencionados anteriormente muestran que la distribución del espesor sigue una ley de potencia (Figura 44), aunque con distintos valores, dependiendo de factores como el tipo de roca, cantidad de deformación o sesgo inherente en las mediciones (Gómez y Laubach, 2006).

#### VII.1.2.- Espaciamiento.

El análisis del espaciamiento entre fracturas se ha realizado mediante la aplicación de diversas técnicas fractales como dimensión de caja, dimensión de correlación y exponente de Lyapunov (Barton, 1995; Gillespie *et al.*, 1993; Riley *et al.*, 2011) para conocer el arreglo y distribución que tienen estas estructuras. El espaciamiento de la fracturas es una

variable importante que depende mucho del mecanismo de generación de las fracturas, cantidad de deformación y tipo de roca (Holder *et al.*, 2001; Olson, 2003).

Al igual que el espesor, esta variable se puede analizar mediante los gráficos de frecuencia acumulada vs. espaciamiento, donde dicha relación sigue una ley de potencia con un exponente que representa a la dimensión fractal (Mandelbrot, 1982; Gillespie *et al.*, 1993; Moneke *et al.*, 2001). El valor del exponente nos puede proporcionar información sobre la cantidad relativa de los distintos tamaños de espaciamientos; sin embargo, no nos ayuda a entender el arreglo que tienen las fracturas. Para las familias de vetas de la Plataforma El Doctor ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ) el exponente se encuentra en un rango que va de -0.86 a -0.75; para los datos normalizados con la escala y de -1.08 a -0.70 para datos sin normalizar. Si comparamos estos últimos valores con los reportados en Gillespie *et al.* (1993) para fracturas relacionadas a fallas (-0.4 a -0.95), vemos que el rango del exponente de las vetas estudiadas en este trabajo es más estrecho. Por otro lado, al comparar las gráficas obtenidas por Gillespie *et al.* (1993; Figura 12) para datos de espaciamiento entre fracturas (no relacionadas con fallas) sin normalizar, se observan patrones similares a los obtenidos en este trabajo (Figura 28). Algunos autores como Gillespie *et al.* (1993) y Priest y Hudson (1976, 1981) sugieren que el espaciamiento no sigue una ley de potencia y que más bien se aproxima a una función exponencial negativa. Estos autores, también observaron que el espaciamiento entre fracturas en secuencias estratificadas no seguían una ley de potencia, sino que parecían tener una distribución normal.

*Distribuciones sintéticas*

**Figura 45:** Valores de dimensión de correlación, dimensión de caja y exponente de Lyapunov para distintos arreglos sintéticos (Sd1-Sd5) generados en el programa *Frac1Dv1.1*.

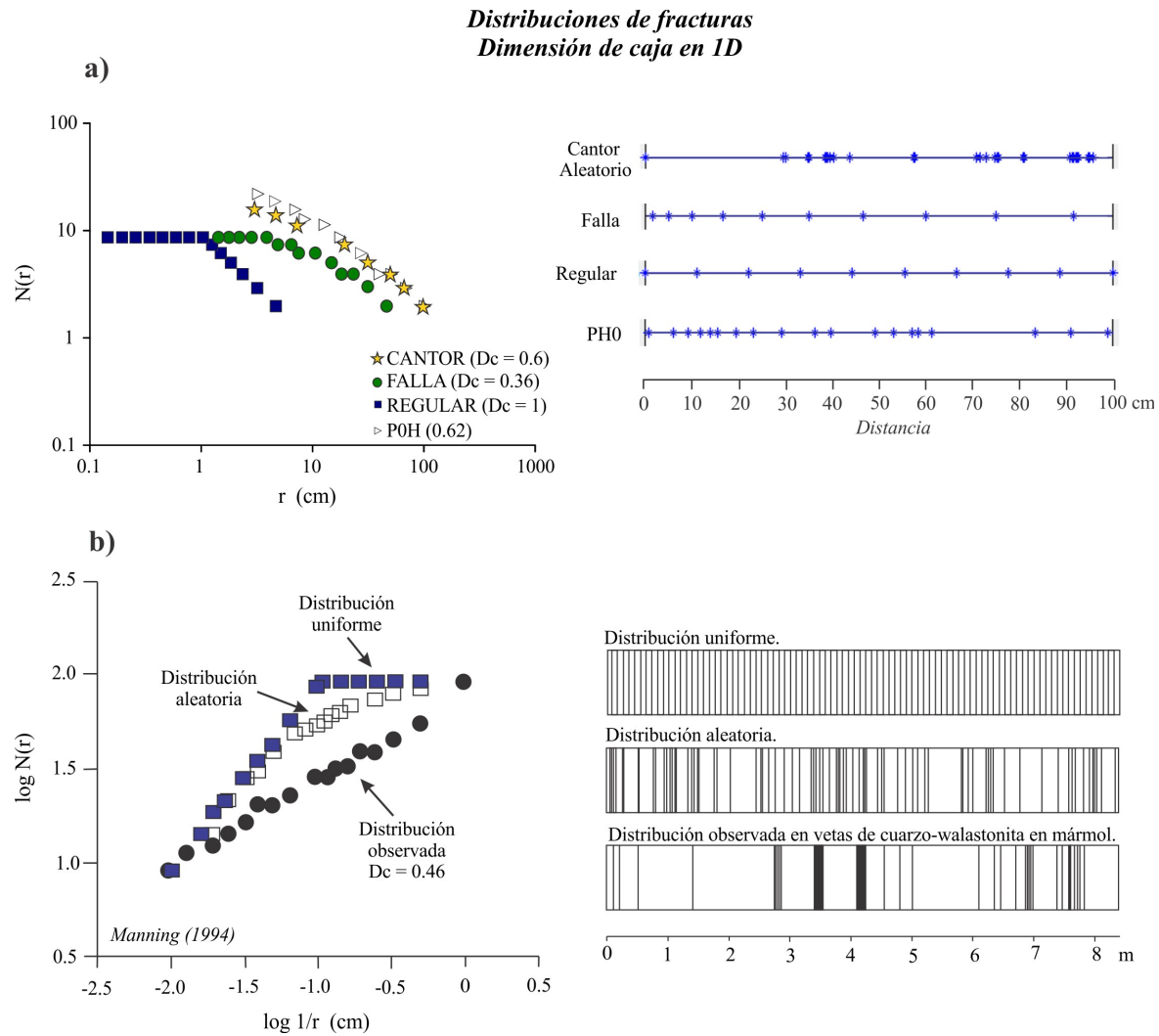
Contrario a lo anteriormente mencionado, para el caso de secuencias no estratificadas, se ha observado que el espaciamiento sigue una ley de potencia (Aitchinson y Brown 1957; Korvin 1992), lo cual es consistente con lo obtenido en este trabajo bajo cierto rango de escala. Aarseth *et al.* (1997) estimaron un exponente de  $-0.74$  para calizas carboníferas no estratificadas en Ireland UK, en tanto que Gross y Engelder (1995) calcularon valores del exponente de frecuencia acumulada que van de  $-0.91$  a  $-1.13$  para rocas no estratificadas.

Para el caso de la dimensión de caja en 1D, en este trabajo se obtuvieron dimensiones promedio que van de  $0.28$  a  $0.68$  para las vetas de la Plataforma El Doctor. Estos resultados son consistentes con la dimensión de correlación estimada, en donde se obtuvieron valores que van de  $0.43$  a  $0.63$ . La similitud en las dimensiones estimadas a través de estas dos metodologías también se puede observar en los patrones sintéticos obtenidos a partir de un polvo de Cantor aleatorio (Figura 45), aunque hay que mencionar que para el caso de una

distribución de espaciamentos regulares tienen distintos valores. Es importante remarcar la variación que tienen estos parámetros (dimensión de caja y correlación) con la escala, para ambos casos, se observa que la dimensión fractal aumenta con la magnitud de la escala; un patrón similar ha sido observado en análisis de fracturas hechos en 2D (Babadagli, 2002) donde se ha sugerido que esta tendencia se puede atribuir a un comportamiento no fractal (no hay autosimilitud), aunque también hay que tomar en cuenta que posiblemente se deba a el sesgo implícito en las mediciones, lo que se refleja en la dispersión de los datos (Figura 33) y en el traslape que hay entre las distintas escalas de análisis; éste mismo argumento ha sido sugerido por Barton (1995).

Riley *et al.* (2011) obtuvieron valores de dimensión de correlación inferiores a los obtenidos en este trabajo para fracturas en rocas graníticas; la dimensión que ellos estimaron está en un rango de 0.05 a 0.20. Una observación importante que hacen estos autores es que la dimensión de correlación no nos proporciona información sobre el arreglo que tienen las fracturas, por lo que utilizando éste parámetro no es posible distinguir entre fracturas agrupadas (*clustering*) y no agrupadas. Lo anterior es corroborado con los patrones sintéticos obtenidos en este trabajo, donde la dimensión de correlación y de caja no diferencian estos dos grupos (Figura 45). Sin embargo, en el caso de la dimensión de caja, si observamos los gráficos bilogárítmicos de  $N(r)$  contra  $r$  para distintas distribuciones; notaremos una diferencia clara en el valor de la dimensión y sobre todo en la distribución del espaciamento (Figura 46). Dichos gráficos sugieren que el arreglo más común de las vetas estudiadas en la Plataforma El Doctor es más parecido a lo que se observa en un polvo de Cantor. Un comportamiento parecido es sugerido por Manning (1994) para arreglos de vetas en rocas metamórficas (Figura 46). Barton (1995) también observó un

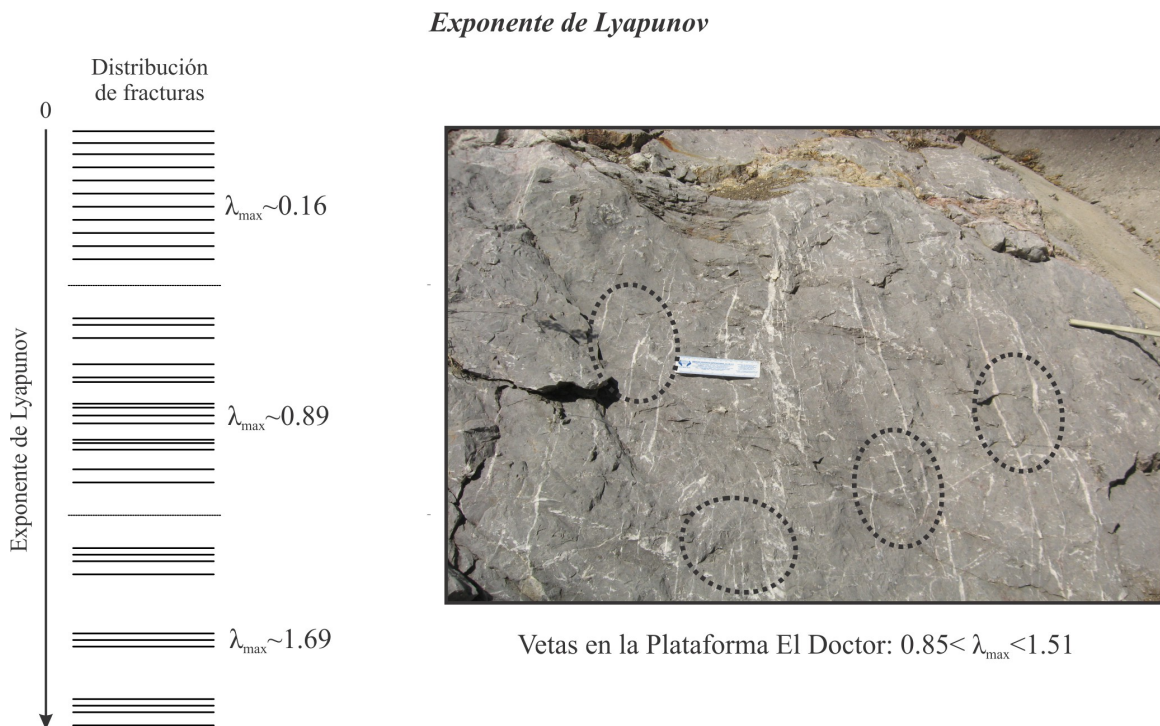
arreglo similar en las vetas de oro y cuarzo de la mina Perseverance en Alaska y sugirió que dicho arreglo puede ser comparado con la generación de un polvo de Cantor aleatorio.



**Figura 46:** Variación en el patrón de los gráficos de dimensión de caja para distintos arreglos de fracturas; se puede observar que patrones obtenidos en este trabajo (sintéticos) son similares a los publicados por Manning (1994). PH0 es una distribución observada en las vetas  $V_1$ .

El arreglo de las fracturas es fundamental en la caracterización de estas estructuras, por lo que es importante contar con parámetros que describan de manera eficiente ésta propiedad; Riley *et al.* (2011) propusieron una nueva metodología para conocer el arreglo de las fracturas mediante el uso del exponente de Lyapunov. Cuando este parámetro es cercano a

cero se tendrá espaciamientos regulares entre las fracturas y cuando es mayor a uno se tendrán fracturas agrupadas. Los valores promedio obtenidos en este trabajo ( $0.85 < \lambda_{\max} < 1.5$ ) muestran que las familias de vetas en la plataforma El Doctor ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ) tienen un cierto grado de agrupamiento (Figura 47), lo que es consistente con lo observado en campo, con los valores del coeficiente de variación ( $C_v$ ) y con los gráficos de la figura 45.



**Figura 47:** Exponente de Lyapunov para distintos arreglos de fracturas, donde se observa que al aumentar el grado de agrupamiento, el exponente también aumenta. De acuerdo con los resultados obtenidos en este trabajo, las vetas de la Plataforma El Doctor tienen una arreglo parecido al caso en el que el exponente tiene valores de 0.85 - 1.51.

De acuerdo con algunos trabajos (Riley *et al.*, 2011; Odling *et al.*, 1999; Gillespie *et al.*, 1993) el arreglo de fracturas agrupadas es común en muchos sistemas observados tanto en rocas carbonatadas como en otros tipos de rocas. Este fenómeno ha sido investigado por algunos autores (Holder *et al.*, 2001; Olson, 2003), quienes han sugerido que existe un control mecánico en el patrón que se observa en los sistemas de fracturas. Olson (1993)

sugiere que la velocidad de propagación de la fractura, el factor de intensidad de tensiones y la tenacidad del material influyen en gran medida en el arreglo de las fracturas a través del índice subcrítico de fractura.

Tanto el espaciamiento como el espesor son dos variables a tomar en cuenta para describir y caracterizar a los sistemas de fracturas. De acuerdo con los datos obtenidos en este y otros trabajos el arreglo puede ser fundamental para entender el proceso de flujo de fluidos en las rocas fracturadas.

### **VII.2.- Información de los mapas de fracturas y su relación con la permeabilidad.**

El análisis realizado está enfocado en entender el significado que tiene la dimensión fractal para seguir la distribución y tamaño de las fracturas, así como para conocer la relación que existe (si es que la hay) entre la dimensión fractal y la permeabilidad de las rocas debida a estas estructuras. Así mismo, es importante conocer qué tanto se relacionan otros parámetros como la densidad, intensidad y conectividad de fracturas con la permeabilidad. Determinar estas relaciones nos permitirá saber si se puede usar o no a la dimensión fractal como un parámetro guía en la exploración y explotación de YNFs.

Algunos autores han observado que la conductividad o permeabilidad en una roca fracturada depende en gran parte de la conectividad, distribución y tamaño de las fracturas (Moltz y Boman, 2005; Miranda-Martínez *et al.*, 2006; Odling *et al.*, 1999; Leung y Zimmerman, 2012); es por ello que el análisis fractal es muy atractivo para caracterizar a los sistemas de fracturas en el marco del proceso de flujo de fluidos.

En los siguientes párrafos analizaré y discutiré el significado de la dimensión fractal en sus dos modalidades (de caja y masa), así como la relación de la permeabilidad con los

parámetros calculados en el Capítulo VI para los mapas de fracturas.

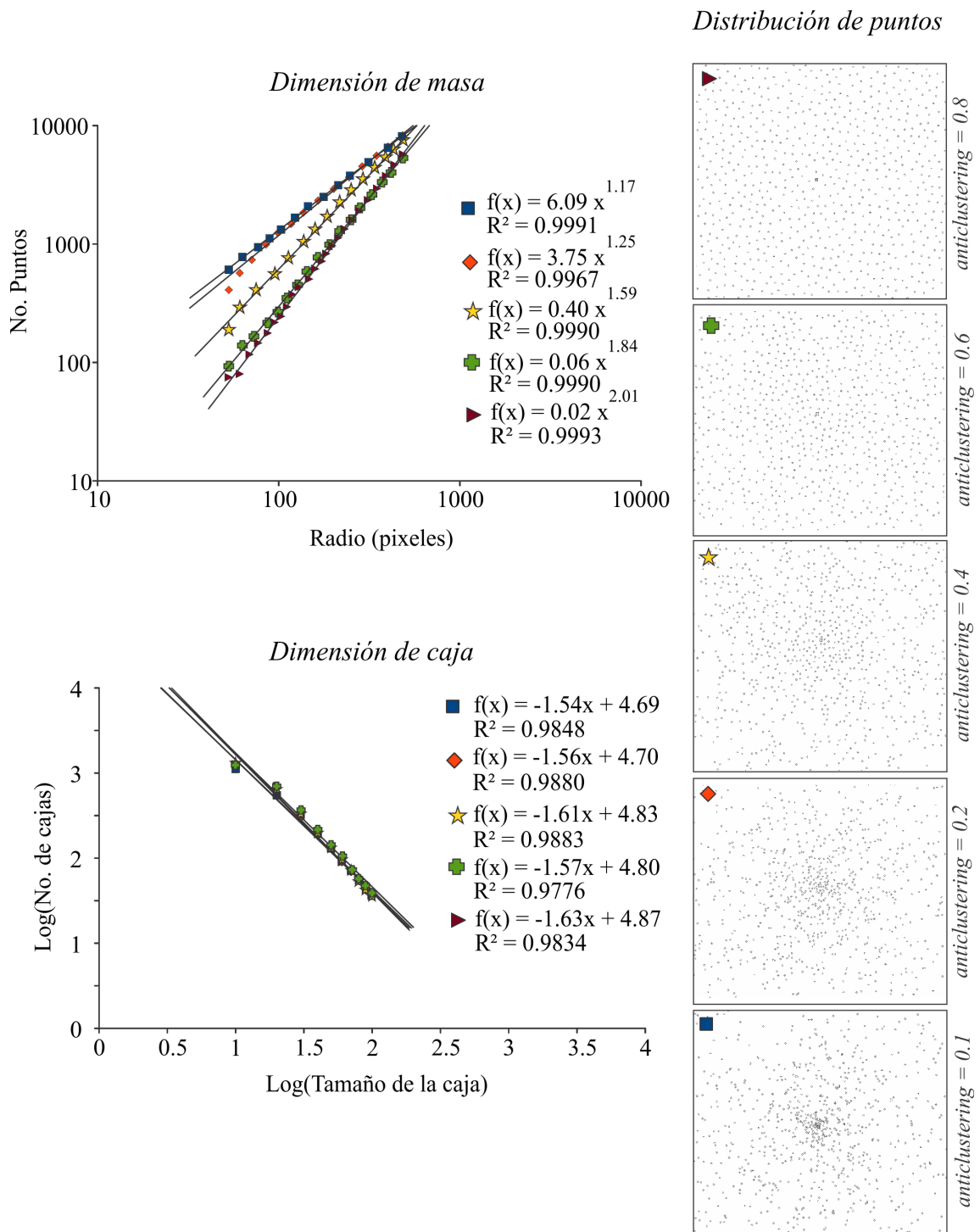
### ***VII.2.1.- ¿De que depende la dimensión de masa y de caja?***

Algunas de las preguntas más recurrentes en este trabajo fueron: ¿Cuál es el significado de la dimensión fractal en los mapas de fracturas, puntos medios e intersecciones? ¿Cuál es la diferencia, si la hay, entre la dimensión de caja y de masa? ¿La dimensión de caja y de masa miden lo mismo en un objeto o no?

Es bien conocido (Barton, 1995; Babadagli, 2002; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005) que la dimensión de caja nos da información sobre la ocupación del espacio por un objeto. En el caso de las fracturas se ha observado que la dimensión de caja depende mucho de su densidad, aunque también de su distribución en el espacio. Contrariamente para la dimensión de masa no se tiene claro la propiedad que mide en los mapas de fracturas; algunos autores (Babadagli, 2002; Odling *et al.*, 1999) han sugerido que probablemente proporcione información sobre la densidad, aunque no es del todo claro.

Para responder a las preguntas anteriores se generaron 5 mapas con 1000 puntos en el programa PopAnal03 (Tolson, 2000). Este programa crea una población de puntos con una densidad constante y con distinto grado de agrupamiento. La razón por la cual se utilizó este programa es que permite variar el grado de agrupamiento mediante un parámetro llamado *anticlustering*. El valor de dicho parámetro varía en un rango de 0 a 1.075, teniendo una distribución uniforme de puntos para valores cercanos a 1.075 y puntos agrupados para valores cercanos a 0. En el caso de los 5 mapas generados se utilizaron valores del *anticlustering* de 0.8, 0.6, 0.4, 0.2 y 0.1 (Figura 48).





**Figura 48:** Estimación de la dimensión de masa y caja para cinco diferentes poblaciones de puntos. Las poblaciones con 1000 puntos se obtuvieron del programa PopAnal03 escrito por Tolson (2000), con diferentes grados de agrupamientos y una densidad constante (ver texto).

Los resultados del análisis sugieren que el valor de la dimensión depende mucho del arreglo que tienen los puntos en el espacio o el grado de agrupamiento. Cuando el arreglo de puntos es uniforme en el espacio, el valor de la dimensión de masa es mayor que cuando hay grupos de puntos (Figura 48).

Por otro lado, al hacer la estimación de la dimensión de caja a los mismos mapas, se observa que el valor de la dimensión no cambia significativamente (Figura 48). Esto sugiere que la dimensión de caja no depende del arreglo de los puntos sino más bien de su densidad, lo cual es congruente con las observaciones realizadas en otros trabajos para la dimensión de caja (Barton, 1995; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003, 2005).

Tomado en cuenta lo anterior, la dimensión de caja y de masa son distintas tanto en su metodología como en las propiedades que miden de un objeto; la primera nos proporciona información sólo de la densidad; mientras que la segunda, además de la densidad, da información sobre el arreglo y distribución de los puntos. Esta observación podría explicar las discrepancias en los valores que hay entre la dimensión de masa y caja de los puntos medios e intersecciones (Figuras 40 y 39) además de que apoyaría lo observado en el análisis 1D donde concluimos que las fracturas se agrupaban, ya que los valores de dimensión de masa correspondieran a puntos agrupados.

#### ***VII.2.2.- Permeabilidad.***

Uno de los problemas más frecuentes en el estudio de las rocas fracturadas es la determinación de su permeabilidad (Faybishenko *et al.*, 2000). La cuantificación directa del flujo y transporte se hace comúnmente tomando como base datos geométricos de fracturas, pruebas de presión (o flujo) y trazadores (Neuman, 2005). Sumado a lo anterior, también se

utilizan fracturas sintéticas para la estimación de la permeabilidad (Bourbiaux *et al.*, 1998; 1999). En general, datos geológicos, geofísicos y geoquímicos son importantes para la conceptualización cuantitativa del flujo en rocas fracturadas, por lo que se han estado incorporando gradualmente estos datos a los modelos cuantitativos de flujo (Neuman, 2005).

Una aproximación comúnmente usada en la simulación de yacimientos fracturados es la que considera la contribución de las fracturas y la matriz en proceso de flujo de fluidos. Sin embargo, debido a la compleja geometría de las fracturas y a la falta de información sobre las propiedades hidráulicas de las rocas involucradas, su simulación se vuelve complicada (Warren y Root, 1963).

La geometría de los sistemas de fracturas es una variable importante y difícil de incorporar en los modelos de flujo, debido en gran parte a la falta de información acerca de esta variable. Muchos métodos han sido propuestos para resolver el problema del flujo en rocas fracturadas mediante modelos que involucran la generación de fracturas sintéticas. Estos métodos tienen por objeto mejorar la resolución en la geometría de los sistemas de fracturas para obtener modelos de permeabilidad más reales (Jafari y Babadagli, 2011a).

Existen diferentes modelos de flujo aplicados a los sistemas de fracturas, entre los más importantes están el de Cacas *et al.* (1990), Massonnat y Manisse (1994), Odling (1992a,b) y Lough *et al.* (1997). Éstos se desarrollaron en dos y tres dimensiones con la particularidad de tomar en cuenta la permeabilidad de la matriz. Por otro lado, Bourbiaux *et al.* (1998) propusieron un método para calcular la permeabilidad aplicando una caída de presión entre dos lados de un paralelepípedo que contiene una red de fracturas en 3D, y resolviendo el estado de equilibrio de un flujo incompresible dentro de esta red. Recientemente, Min *et al.*

(2004) sugirieron un método estocástico para el cálculo del tensor de permeabilidad en rocas fracturadas. Todos estos métodos requieren una discretización de la red de fracturas y un esfuerzo computacional significativo, lo cual hace complicada su aplicación práctica (Jafari y Babadagli, 2011a).

Por otro lado, algunos autores han explorado la aplicación de diferentes propiedades estadísticas y fractales de las fracturas para la estimación de la permeabilidad considerando una apertura constante (La Pointe, 1988; Babadagli, 2001; Jafari y Babadagli 2008, 2009, 2010). Estos autores han observado que algunas propiedades como: orientación, conectividad, longitud, densidad y apertura controlan e influyen de distintas maneras en la conductividad de un sistema de fracturas. En algunos trabajos se ha discutido la posible relación entre las características de las fracturas y la permeabilidad. Rossen *et al.* (2000), por ejemplo, observaron que al aumentar la longitud de las fracturas y la conectividad también lo hacia la permeabilidad, mientras que Zhang *et al.* (1996) determinaron que un aumento en la apertura de la fracturas tenía un efecto positivo en el flujo (aumento en la permeabilidad). Así mismo, Babadagli (2001, 2002) concluyó que la orientación de las fracturas con respecto a la dirección de flujo puede tener un efecto positivo o negativo en la permeabilidad.

Un método analítico desarrollado por Snow (1969) para estimar el tensor de permeabilidad en un sistema de fracturas, donde la apertura es constante, se representa mediante la siguiente expresión:

$$k_{ij} = \frac{1}{12} \frac{\sum b^3}{|n_i D_i|} (\delta_{ij} - n_i n_j) \quad (34)$$

Donde  $\delta_{ij}$  es el delta de Kronecker,  $n$  es el coseno director normal a la fractura,  $b$  es el

espesor de las fracturas y  $D_i$  es la línea de muestreo. Aunque ésta es una buena aproximación para la estimación de la permeabilidad, tiene algunos aspectos adicionales que hay que tomar en cuenta; por ejemplo, las fracturas naturales no tienen una longitud infinita como lo supone la ecuación anterior, además de que el espesor no es constante.

Recientemente Leung y Zimmerman (2012), han encontrado una relación simplificada entre la permeabilidad estimada mediante métodos numéricos (NAPSACv9.8.5 y DFNcode desarrollado por Serco Technical Consulting Services, Harwell, UK; Serco, 2008) y algunas características de las fracturas como: conectividad, longitud, espesor y cantidad de fracturas. El método para estimar permeabilidad propuesto por estos autores es en 2 dimensiones y considera al espesor constante. Aun con estas restricciones, es una buena aproximación para analizar la relación que tiene la permeabilidad con los parámetros descritos en el capítulo anterior (densidad, intensidad, conectividad, dimensión de caja, de masa y lacunaridad).

Tomando como materia prima a los mapas realizados en este trabajo para las vetas de la Plataforma El Doctor, se aplicó la metodología propuesta por Leung y Zimmerman (2012) para estimar la permeabilidad utilizando la siguiente ecuación:

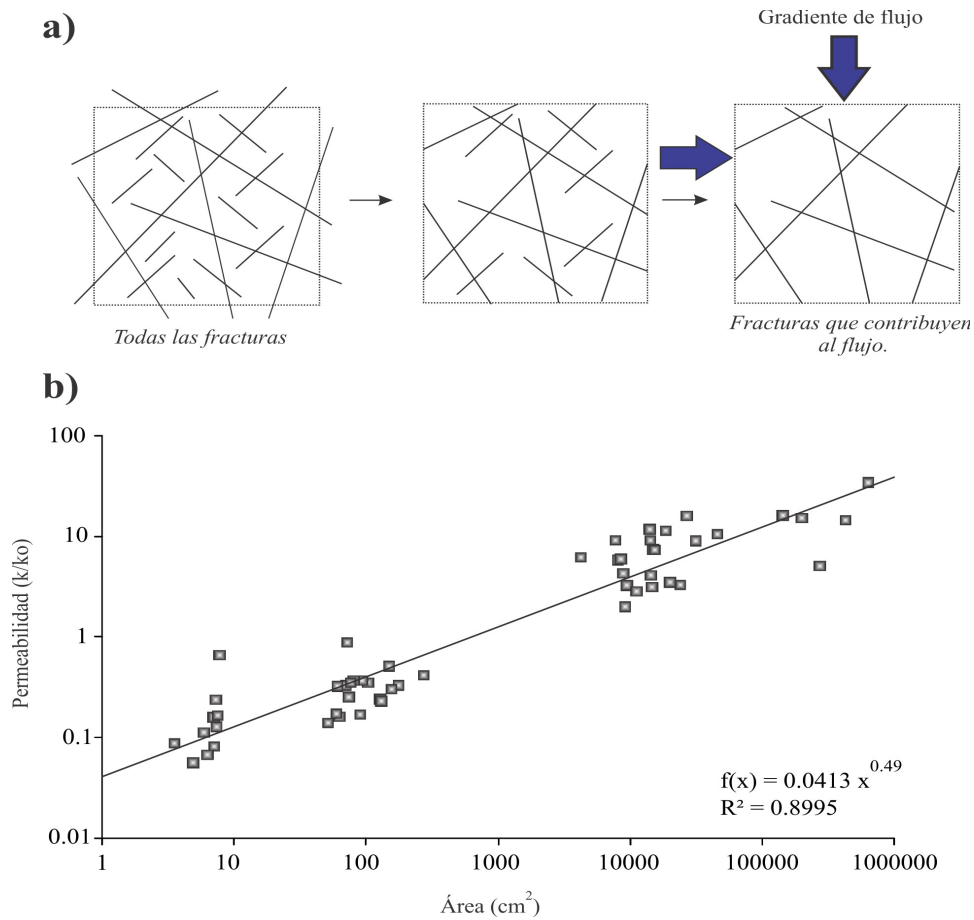
$$\frac{k}{k_o} = B \sqrt{1 + 2\zeta} \frac{nl'}{2} \quad (35)$$

Donde  $\zeta$  es la conectividad,  $n$  es el número de fracturas,  $l'$  es la longitud promedio y  $B$  es una constante adimensional con un valor de 0.0926. Este valor fue tomado de acuerdo a lo obtenido por Leung y Zimmerman (2012) y considerando que las condiciones que proponen estos autores son las mismas que se tienen en los mapas de fracturas analizados en este trabajo. Es importante mencionar que la ecuación anterior proporciona una

permeabilidad normalizada ( $k/k_o$ ), donde  $k_o$  representa la permeabilidad de un sistema de fracturas ortogonales con un espesor constante. Leung y Zimmerman (2012) definen a  $k_o$  a través de la siguiente ecuación:

$$k_o = \frac{h^3}{12L} \quad (36)$$

Aquí  $L$  es la longitud de la región donde se realiza el análisis y  $h$  es el espesor o apertura de las fracturas. Al igual que en el trabajo de estos autores, aquí también se considera una región cuadrada de  $L \times L$  para hacer el análisis.



**Figura 49:** a) Metodología propuesta por Leung y Zimmerman (2012) para el cálculo de la permeabilidad; como se puede ver se quitan las fracturas que están aisladas, las que tienen una intersección y las que no tocan la frontera. b) Variación de la permeabilidad con la escala para las vetas de la Plataforma El Doctor.

El cálculo de la permeabilidad utilizando este método se realizó para todos los mapas en cada magnitud de escala estableciendo un gradiente de flujo de arriba hacia abajo y de derecha a izquierda (Figura 49).

Un aspecto importante de este método es que sólo se toma en cuenta a las fracturas que contribuyen al flujo, las que están aisladas (sin intersecciones), las que no tocan la frontera y las que sólo tienen una intersección son removidas de los mapas (Figura 49a). Para estos nuevos mapas se estimó nuevamente la dimensión fractal (de caja y masa) y la conectividad con el objetivo de conocer la relación que tienen estos parámetros con la permeabilidad.

En general, la permeabilidad para las vetas de la Plataforma el Doctor aumenta con la magnitud de la escala (Figura 49b), lo cual es consistente con lo mencionado en otros trabajos (Brace, 1984; Dagan, 1989; Neuman, 1990; 1994; Molz y Boman, 1995; Neuman y Di Federico, 2003). Esta dependencia con la escala es razonable ya que la permeabilidad que estamos calculando es totalmente dependiente de la longitud de las fracturas (Figura 52), por lo que a escalas grandes las fracturas con mayor longitud se convierten en vías de flujo más grandes y efectivas. Un comportamiento similar ha sido observado por Olson (2003) para datos de permeabilidad en rocas de arenisca fracturadas.

### **VII.3.-Relación de la permeabilidad con los parámetros fractales.**

En algunos trabajos se ha establecido que puede existir una relación lineal entre la dimensión fractal y algunas variables relacionadas con el flujo de fluidos como la permeabilidad y la porosidad debida a las fracturas (Miranda-Martínez *et al.*, 2006, Odling *et al.*, 1999). Sin embargo, esto no es del todo claro, sobre todo porque existe un cierto sesgo en los datos adquiridos en el campo, lo cual se traduce en una mala correlación entre

la dimensión fractal y la permeabilidad; a esto hay que sumarle que es muy probable que estemos midiendo cosas distintas dependiendo de la metodología utilizada para calcular la dimensión fractal y que no tengan una relación clara con permeabilidad o porosidad. En este apartado se explora la relación de los parámetros que caracterizan a los sistemas de fracturas (dimensión de caja, dimensión de masa, lacunaridad, conectividad, densidad e intensidad) con la permeabilidad estimada. Los gráficos que a continuación se presentan se dividieron en 2 grupos, por un lado tenemos a los parámetros que se relacionan muy bien con la permeabilidad y por el otro a los que no tienen una relación clara con esta variable.

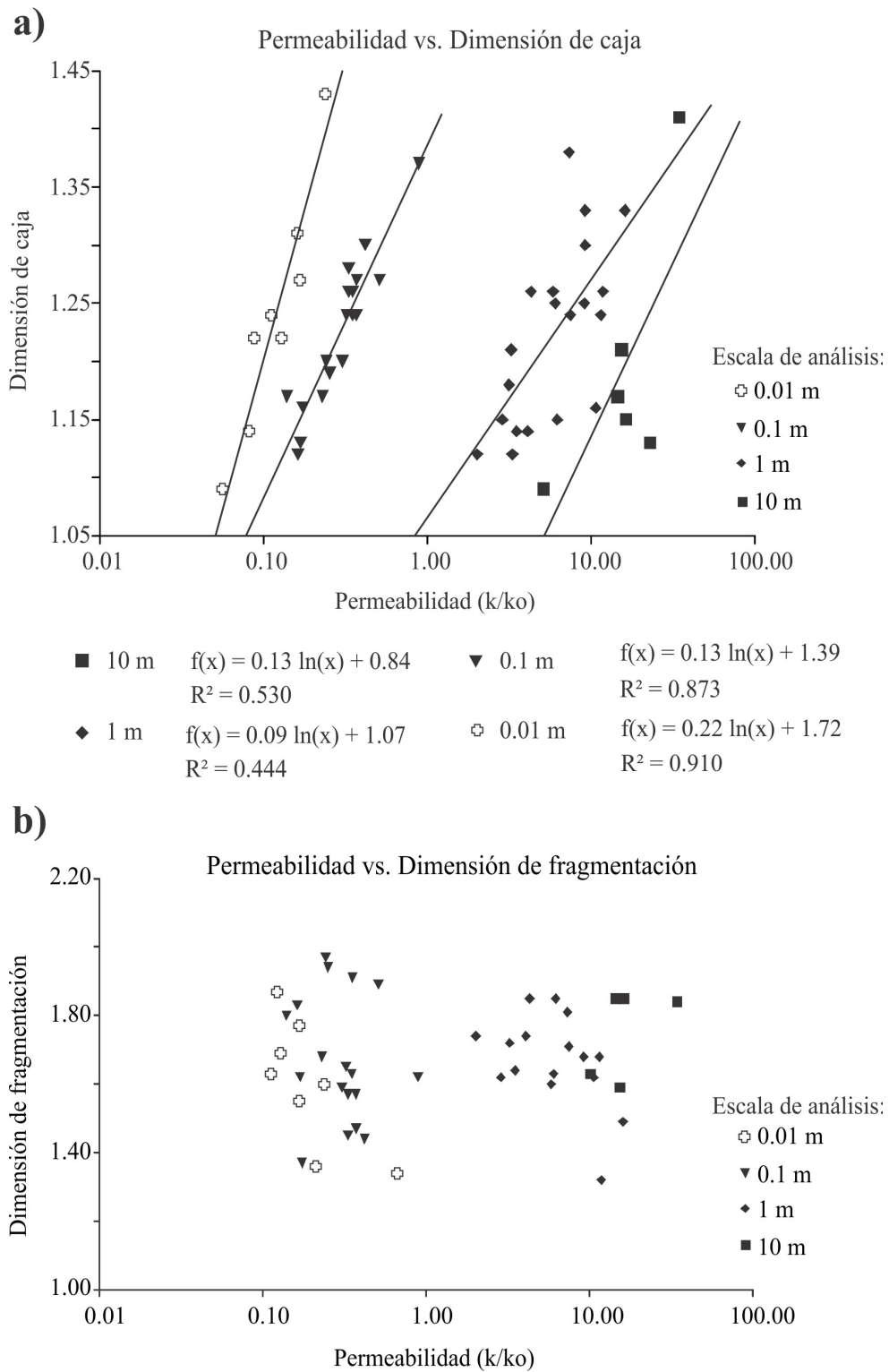
***VII.3.1.- Grupo 1: Dimensión de caja, Dimensión de fragmentación, Lacunaridad, Conectividad, Densidad e Intensidad vs. Permeabilidad ( $k/k_0$ ).***

Para conocer si la permeabilidad está relacionada con algunos parámetros utilizados en caracterización de las fracturas, se elaboraron gráficos de dichos parámetros vs. la permeabilidad. Los resultados obtenidos son mostrados y discutidos a continuación:

*a) Dimensión de caja vs. permeabilidad.* Al graficar la dimensión de caja contra la permeabilidad se observa que existe una gran dispersión en los datos sin ningún patrón definido, sobre todo en las escalas de observación grandes. Sin embargo, en las escalas más pequeñas se puede distinguir una cierta relación positiva entre la permeabilidad y la dimensión de caja. Como se puede ver en la figura 50, los mejores coeficientes de correlación de las rectas ajustadas a los datos se obtienen en las escalas pequeñas.

De acuerdo a lo observado, la dimensión de caja no se relaciona bien con la permeabilidad, lo cual puede indicar que la manera en que ocupan el espacio las fracturas no necesariamente influye en el flujo de fluido.





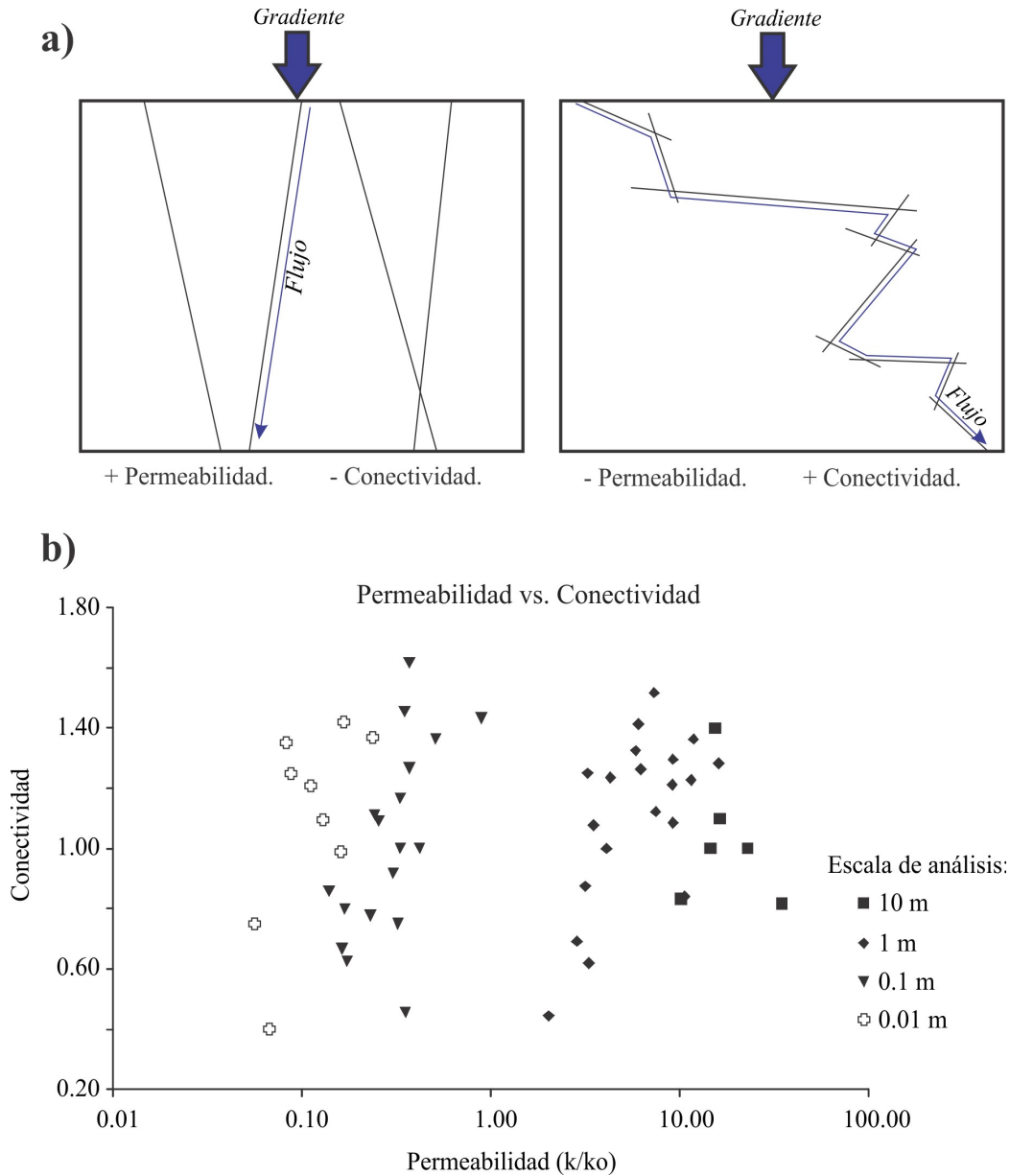
**Figura 50:** Gráficas de permeabilidad vs. dimensión de caja (a) y fragmentación (b). Se observa que existe poca correlación en ambas gráficas.

*b) Dimensión de fragmentación vs. permeabilidad.* En lo referente a la dimensión de fragmentación, al parecer ésta no tiene relación con la permeabilidad según el gráfico de la figura 50, lo que se observa en una gran dispersión de los datos sin ningún patrón definido. Aunque es cierto que la longitud de las fracturas juega un papel muy importante en la permeabilidad estimada, la distribución del tamaño (relación entre fracturas con pequeña y gran longitud) al parecer no es un factor importante, lo que podría deberse a que no exista conexión entre fracturas aun habiendo muchas con gran longitud (Babadagli, 2002), o que el arreglo que tienen no sea el adecuado para tener un flujo efectivo. También hay que mencionar que la dispersión en la gráfica es debida en parte a que la dimensión de fragmentación está tomando en cuenta todas las fracturas de los mapas sin hacer la discriminación que se realiza en el cálculo de la permeabilidad.

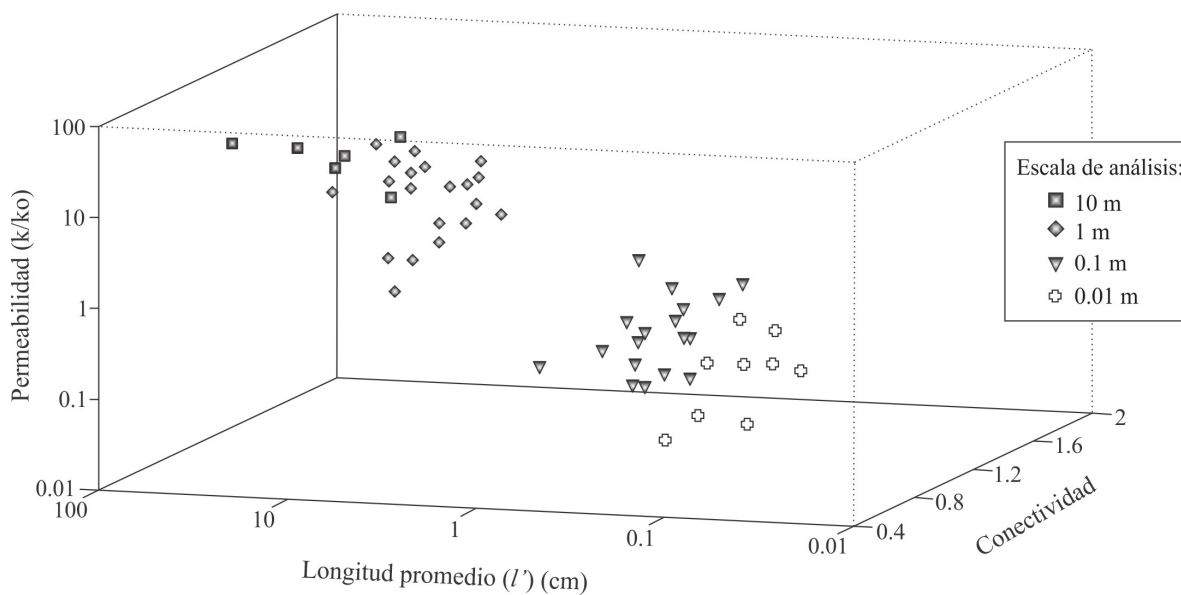
*c) Conectividad y Lacunaridad vs. Permeabilidad.* Para el caso de la conectividad y la lacunaridad ocurre lo mismo que en la dimensión de fragmentación, no se observa una buena correlación con la permeabilidad (Figuras 51 y 53); en ambos casos existe una gran dispersión en las cuatro magnitudes de escala.

En el caso de la conectividad, parece extraño que no exista una buena relación con permeabilidad. Sin embargo, tal vez la conectividad no sea un factor importante en el modelo conceptual sobre el cual se basa el cálculo de la permeabilidad en el trabajo de Leung y Zimmerman (2012). Es razonable pensar que el flujo en una roca será más efectivo si existen fracturas de gran longitud que lleven el fluido de un lugar a otro sin pasar por otras (sin intersecciones); también es evidente que la permeabilidad depende de la velocidad con la que el fluido pasa de un punto a otro (Neuman, 1990), por lo que puede darse el caso en el que existan muchas intersecciones entre fracturas que definan un camino

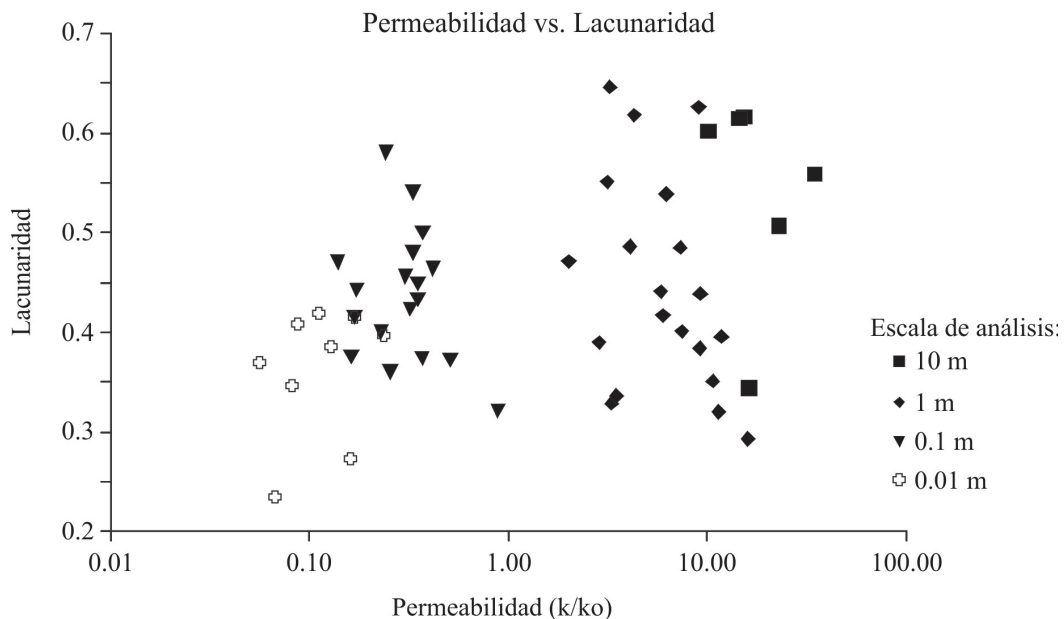
largo en donde el flujo sea poco efectivo (baja permeabilidad); esto podría explicar la poca correlación que existe entre la conectividad y la permeabilidad (Figuras 51 y 52).



**Figura 51:** Modelo conceptual de flujo en fracturas basado en las observaciones hechas en este trabajo. Gráfica de permeabilidad vs. conectividad donde se observa poca correlación entre estas variables.



**Figura 52:** Gráfico de permeabilidad vs. longitud promedio ( $l'$ ) y la conectividad.



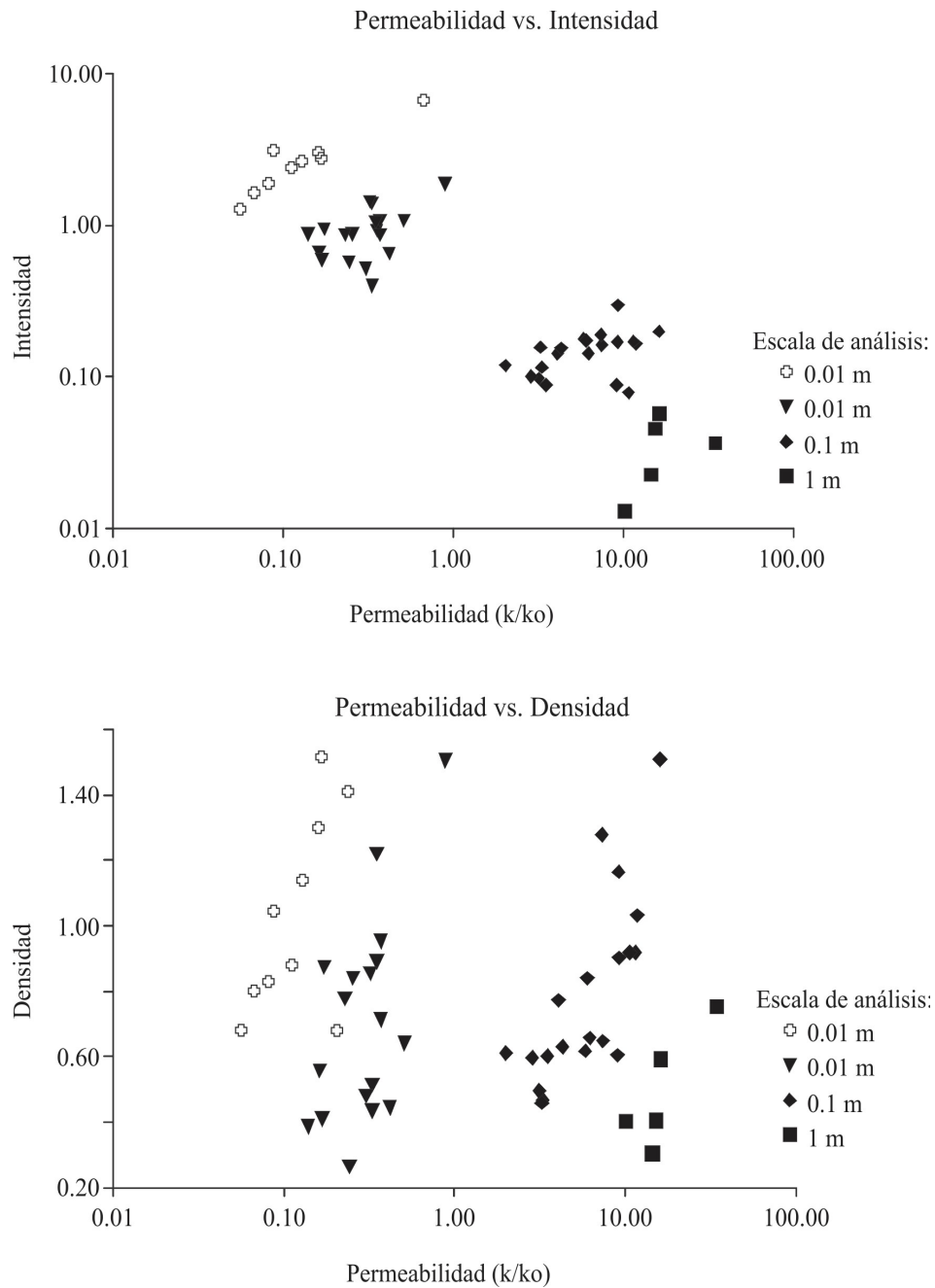
**Figura 53:** Gráfica de permeabilidad vs. Lacunaridad. En este gráfico no se observa una buena correlación.

Por otro lado, en la lacunaridad tampoco se ve una buena correlación (Figura 53), lo que contradice lo expresado por Jafari y Babadagli (2011b) donde este parámetro es fundamental para estimar la permeabilidad. Tomando como premisa que la lacunaridad nos da una medida de la distribución y el tamaño que tienen los huecos existentes en los mapas de fracturas, estos tienen poca influencia en el flujo que existe entre las fracturas; a menos de que se analice el flujo entre grupos de fracturas, que no es el caso de este trabajo.

*d) Densidad e Intensidad vs. Permeabilidad.* En lo referente a la intensidad y densidad de fracturas y su relación con la permeabilidad, tampoco se ven patrones claros que nos indiquen que hay una interdependencia (Figura 54); al contrario, parece que no tienen ninguna relación.

Lo anterior es congruente con lo observado en la gráfica de dimensión de caja vs permeabilidad (Figura 50), ya que la dimensión fractal obtenida mediante el conteo de cajas depende mucho de la densidad de fracturas (Figura 48; Barton, 1995; Nieto-Samaniego *et al.*, 2003); es por ello que se alcanzan a distinguir ciertos patrones parecidos en los gráficos de las figuras 50 y 54. De acuerdo con los gráficos antes expuestos, se observa que no necesariamente a mayor cantidad de fracturas (más densidad) habrá más permeabilidad en una roca, ya que esta última depende más de otros factores como puede ser el arreglo de las fracturas.

En la gráfica de intensidad vs. permeabilidad pareciera ser que la permeabilidad aumenta cuando la intensidad disminuye (Figura 54). Esto es contradictorio, ya que tendría que observarse un patrón inverso, la permeabilidad tendría que aumentar con la intensidad de fracturas. Este comportamiento refleja la poca relación que existe entre estas dos variables.



**Figura 54:** Gráficas de permeabilidad vs. intensidad y densidad de fracturas. Para ambos casos se ve poca correlación con la permeabilidad.

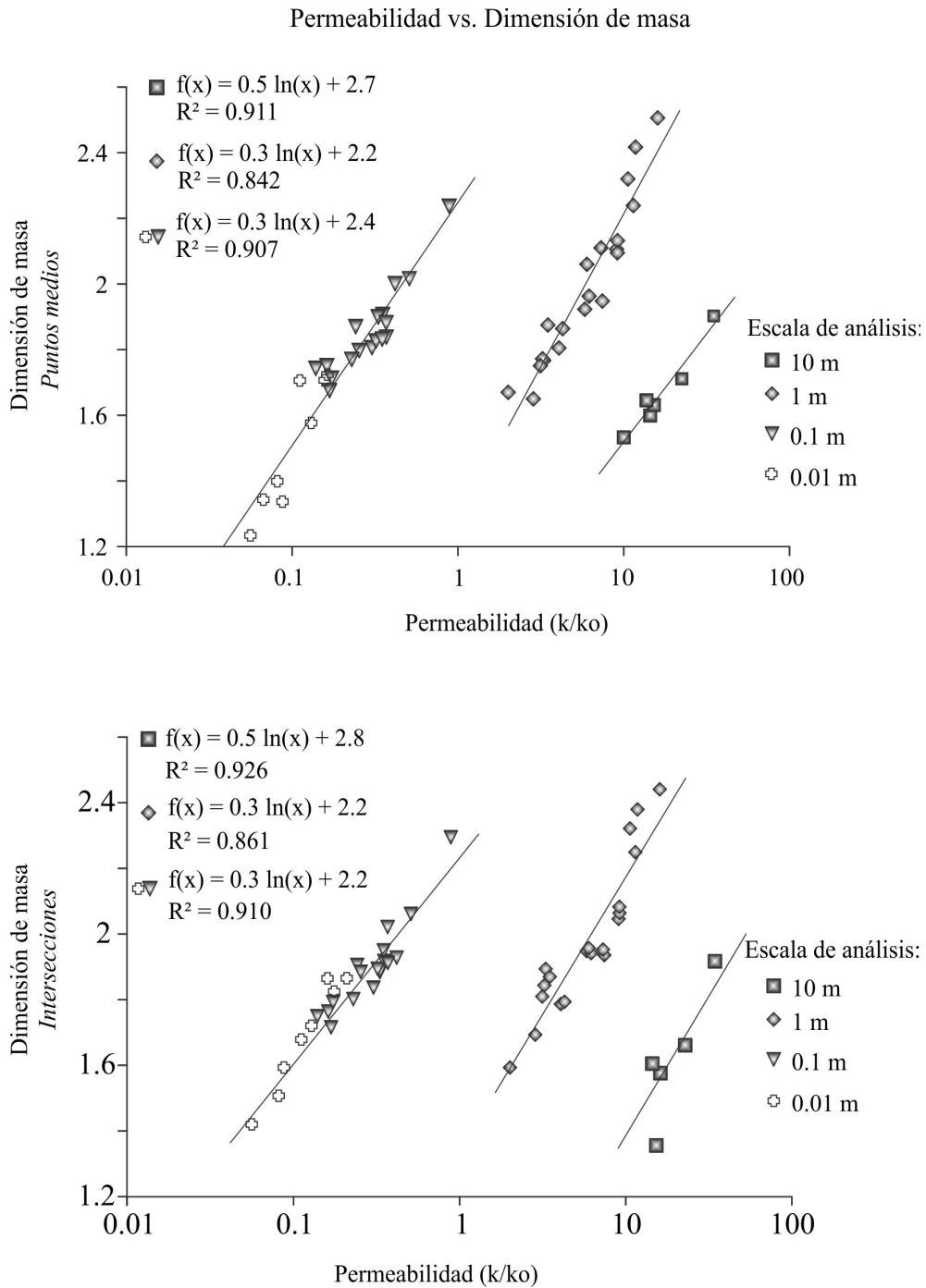
Tomando en cuenta lo anterior, es evidente que la dimensión de caja, de fragmentación, lacunaridad, conectividad, densidad e intensidad no tienen una relación clara con la

permeabilidad, esto tiene implicaciones importantes, ya que ninguno de estos parámetros se podría utilizar como guía para el estudio de los YNFs porque nos daría información poco confiable sobre el proceso de flujo de fluidos. Sin embargo, también habría que comprobar esta observación con otras metodologías para el cálculo de la permeabilidad y ver si sucede el mismo fenómeno.

### ***VII.3.2.- Grupo 2: Dimensión de masa vs. Permeabilidad.***

Como ya se mencionó anteriormente la dimensión de masa puede dar una medida del arreglo y distribución que tienen los puntos (medios e intersecciones) en un mapa; conocer como influyen estos aspectos en la permeabilidad es un tópico interesante que se explora a continuación.

Al hacer el gráfico de dimensión de masa vs. permeabilidad se observan buenas correlaciones en cada magnitud de escala, tanto para puntos medios como intersecciones, esto demuestra la interdependencia que existe entre estas dos variables (Figura 55). Si ajustamos una recta a cada patrón observado en cada escala, se puede ver que estas tienen un buen coeficiente de correlación ( $>0.85$ ). Para las escalas más pequeñas se juntaron las dos poblaciones de puntos ya que tienen un buen traslape. Las rectas que dibujan los datos (regresión logarítmica) en cada escala son sub-paralelas con pendientes similares en un rango que va de 0.27 a 0.38. Todas las correlaciones son positivas, lo cual nos indica que cuando aumenta la dimensión de masa también lo hace la permeabilidad.

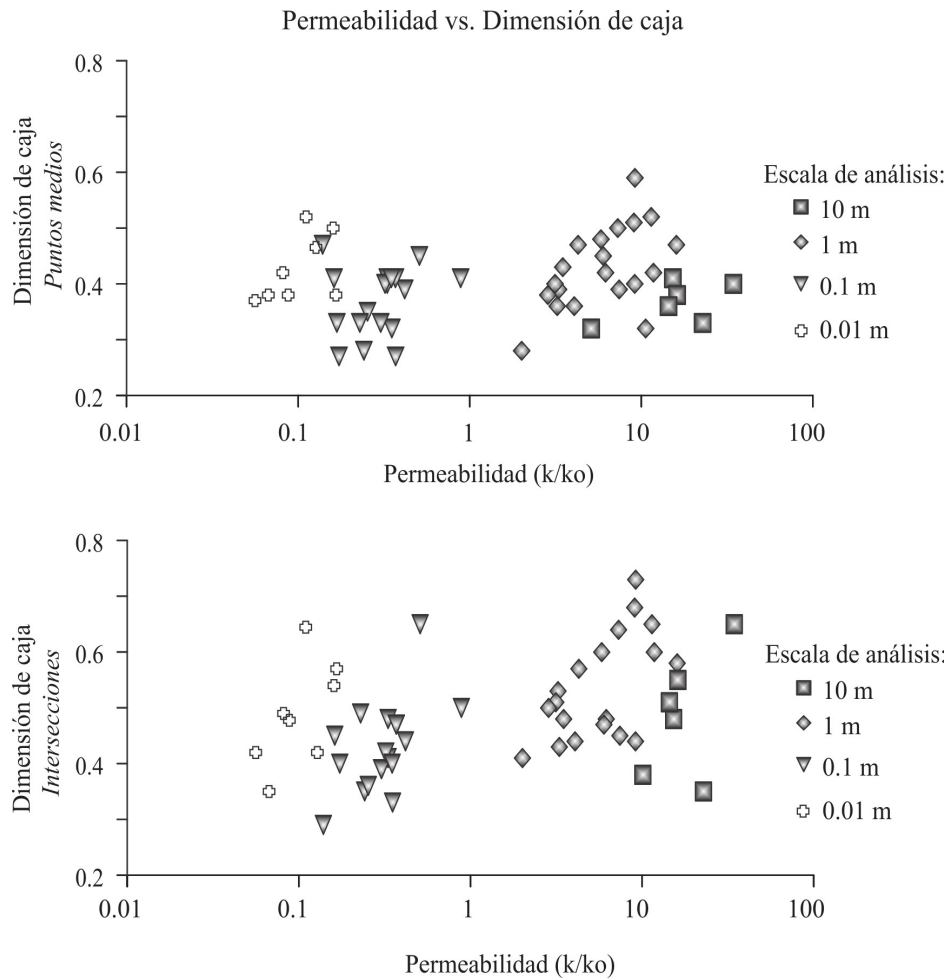


**Figura 55:** Gráficas de permeabilidad vs. dimensión de masa para puntos medios e intersecciones. En este caso existen buenas correlaciones para cada escala de análisis.

Lo anterior implicaría que la permeabilidad aumenta conforme el arreglo y distribución de



los puntos tiende a ser más uniforme, que en el caso de las intersecciones nos diría que mientras más nos acerquemos a un arreglo de las fracturas parecido a una rejilla (*grid*), el sistema será más permeable; esto es congruente con el modelo conceptual propuesto por Leung y Zimmerman (2012) para el cálculo de la permeabilidad.



**Figura 56:** Gráficas de permeabilidad vs. dimensión de caja para puntos medios e intersecciones. A diferencia de la dimensión de masa, aquí no se ve correlación.

Dependiendo de la escala de análisis, se pueden establecer rangos en los cuales se tiene una buena correlación entre la dimensión de masa y la permeabilidad de las rocas que están

fracturadas, con lo cual se puede utilizar a la dimensión de masa como un parámetro guía en el análisis de fracturas relacionadas a YNFs.

Finalmente, si comparamos las observaciones anteriores con las gráficas de dimensión de caja (de puntos medios e intersecciones) vs. la permeabilidad, se puede ver que en estas últimas no presentan buena correlación, los datos en cada escala tienen una gran dispersión (Figura 56).

En general, la mayoría de los parámetros fractales utilizados para la caracterización de las rocas fracturadas no tienen una buena correlación con la permeabilidad. Sin embargo; habría que explorar más con otros métodos para estimar la permeabilidad y establecer definiciones congruentes con el proceso de flujo de fluidos para conceptos como: densidad e intensidad. Así mismo, es importante afinar la metodología de muestreo y caracterización de las fracturas, la cual tiene que ser eficiente y práctica; además debe tomar en cuenta la naturaleza geométrica de estas estructuras en el marco del proceso de flujo de fluidos.

Es evidente que la dimensión fractal obtenida a través del conteo de cajas no tiene una relación clara con la permeabilidad; contrariamente la dimensión de masa promete ser un parámetro importante en el estudio de los Yacimientos Naturalmente Fracturados, que tiene que seguirse explorando.

## Conclusiones.

---

A continuación se presentan las principales conclusiones de este trabajo:

- El análisis de la distribución de frecuencia del espaciamiento y el espesor sugiere que las mejores distribuciones que caracterizan a estas variables son: Pareto, Weibull y Lognormal. Esto es muy importante ya que al conocer el tipo de distribución que siguen estas variables se podrá hacer una mejor representación de las fracturas en ambientes simulados.
- El exponente de Lyapunov estimado para las vetas de la Plataforma El Doctor demuestra la naturaleza caótica de estas estructuras. Por lo que el espaciamiento entre fracturas para las tres familias analizadas está lejos de ser regular en cualquier escala. La agrupación o aglomeración de fracturas (*Clustering*) parece ser el arreglo que más se ajusta a la distribución espacial de estas estructuras. Esto es consistente con los valores del coeficiente de variación para las mismas vetas. De acuerdo con las observaciones realizadas en este trabajo, el arreglo puede ser un factor fundamental en la exploración y explotación de los Yacimientos Naturalmente Fracturados (YNFs).
- Los valores promedio de la dimensión de caja en 1D y la dimensión de correlación son muy similares en las tres escalas de análisis. Esto demuestra la naturaleza auto-similar de las vetas de la Plataforma El Doctor.
- Una de las variables de más interés en la caracterización de los YNFs, es la longitud de las fracturas. En este trabajo se encontró que las mejores funciones que se ajustan

a la distribución de la longitud para las tres familias de vetas son: Lognormal y Pareto. Estas distribuciones son fundamentales para la moderación de los YNFs en rocas similares a las estudiadas en este trabajo.

- Las dimensiones de caja, masa y fragmentación tienen valores promedio semejantes en las cuatro magnitudes de escala; sin embargo, la dimensión fractal obtenida a través del conteo de cajas es la que mejor representa la auto-similitud en las vetas.
- El análisis de los puntos medios y las intersecciones muestra que la dimensión de caja es distinta a la dimensión de masa. La primera es totalmente dependiente de la densidad de puntos en un mapa; mientras que la segunda depende, además de la densidad, del arreglo que tienen dichos puntos. Esto es relevante ya que dependiendo del método empleado, la dimensión fractal medirá distintos aspectos de un objeto.

De acuerdo con las relaciones de la permeabilidad con los parámetros estudiados en este trabajo se puede concluir lo siguiente:

- La dimensión de caja no tiene una buena relación con la permeabilidad, lo cual implicaría que la manera en que las fracturas ocupan el espacio no necesariamente influye en el flujo de fluidos. Para el caso de la dimensión de fragmentación tampoco se ve una buena relación con la permeabilidad. Esto sugiere que la distribución del tamaño (longitud de las fracturas) no es información fundamental para conocer la permeabilidad. Finalmente, en lo que se refiere a la conectividad y la lacunaridad tampoco se observa una buena relación de estas variables con la permeabilidad. En el caso la conectividad podría parecer extraño su

comportamiento; sin embargo, el flujo no depende del todo de la cantidad de intersecciones total, sino más bien de las intersecciones efectivas que hagan eficiente el flujo.

- Los gráficos de permeabilidad contra los parámetros fractales (dimensiones de caja, fragmentación, de masa, lacunaridad, conectividad, intensidad y densidad) muestran que sólo la dimensión de masa (puntos medios e intersecciones) tiene una buena correlación con la permeabilidad, lo cual es congruente con la ecuación utilizada (Leung y Zimmerman, 2012). Además, esto implica que el arreglo que tienen las fracturas (*Clustering*) es muy importante. De acuerdo con esta observación, la dimensión de masa podría usarse como un parámetro guía en la caracterización y exploración de Yacimientos Naturalmente Fracturados.

---

## **Referencias Bibliográficas.**

---

- Aarseth, E. S., Bourguine, B., Castaing, C., Chilès, J. P., Christensen, N. P., Eeles, M., Fillion, E., Genter, A., Gillespie, P. A., Håkansson E., Zinck Jorgensen, K., Lindgaard, H. F., Madsen, L., Odling N. E., Olsen, C., Resffstrup, J., Trice, R., Walsh, J. J., Watterson, J., 1997. Interim guide to Fracture Interpretation and Flow Modelling in Fractured Reservoirs. European Commision. EUR 17116 EN.
- Aitchinson, J., Brown, J. A. C., 1957. The lognormal distribution. Cambridge University Press.
- Allain, C., M. Cloitre, M., 1991. Characterizing the lacunarity of random and deterministic fractal sets. *Phys.* A44-3552.
- Babadagli, T., 2001. Fractal analysis of 2-D fracture networks of geothermal reservoirs in south-western, Turkey. *Journal of Volcanology and Geothermal Research* 112, 83– 103.
- Babadagli, T., 2002. Scanline method to determine the fractal nature of 2-D fracture networks. *Mathematical Geology* 34 (6), 647–670.
- Bahat, D., Engelder, T., 1984. Surface morphology on cross fold joints of the Appalachian Plateau, New York and Pennsylvania. *Tectonophysics* 104:299–313.
- Bahat, D., Rabinovitch, A., Frid, V., 2001. Fracture characterization of chalk in uniaxial and triaxial tests by rock mechanics, fractographic and electromagnetic radiation methods. *J Struct Geol* 23:1531–1547 .
- Bahat, D., Rabinivitch, A., Frid, V., 2005. *Tensile Fracturing Rocks*, Springer, Berlin, 579 p.
- Barton, C. C., Larsen, E., 1985. Fractal geometry of two dimensional fracture networks at Yucca Mountain, south-western Nevada. *Proceedings of International Symposium on Fundamentals of Rock Joints, Bjorkliden, Sweden*, pp.77-84.
- Barton, C. C., Zoback, M. D., 1992. self-similar distribution and properties of macroscopic fractures at depth in crystalline rocks in the Cajon Pass scientific drill hole. *J. Geophys. Res.* 97, B4, 5181.
- Barton, C. C., 1995. Fractal analysis of scaling an spatial clustering of fractures. In: Barton, C.C., La Pointe, P. R. (Eds) *Fractal in the Earth Sciences*. Plenum Press, New York, p. 168.
- Barton, C. C., La Pointe, P. R., 1995. Fractal Analysis of Scaling and Spatial Clustering of Fractures. In: Barton, C., & La Pointe, P. R. (Eds). *Fractals in Earth Science*. Plenum Press, New York. 141 – 178.
- Bourbiaux, B., Cacas, M. C., Sarda, S., Sabathier, J. C., 1998. A rapid and efficient methodology to

- convert fractured reservoir images into a dual-porosity model. *Oil and Gas Science and Technology-Revue de l'Institut Français Du Pétrole* 53 (6), 785–799.
- Bourbiaux, B., Granet, S., Landereau, P., Noetinger, B., Sarda, S., Sabathier, J.C., 1999. Scaling up matrix-fracture transfers in dual-porosity models: theory and application. Paper SPE 56557, presented at Annual Technical Conference and Exhibition, Houston, TX, USA, 15 pp.
- Brace, W. F., 1984. Permeability of crystalline rocks: New in situ measurements, *J. Geophys. Res.*, 89 (B6), 4327–4330.
- Bunde, A., Havlin, S., 1995. Brief introduction of fractal geometry. In Bunde, A., Havlin, S. (Eds.), *Fractals in Science*. Springer, Berlin, 298 pp.
- Cacas, M.C., Ledoux, E., De Marsily, G., 1990. Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network: calibration and validation. *Water Resources Research* 26 (3), 479–500.
- Carlson, C.A., 1991. Spatial distribution of ore deposits. *Geology* 19, 111–114.
- Carrasco, B., 1970. La Formación El Abra (Formación El Doctor) en la Plataforma Valles-San Luis Potosí: Instituto Mexicano del Petróleo, Revista, v. 2, núm. 3, p. 97-99.
- Carrillo-Martínez, M., 2000. Hoja Zimapán 14Q-e(7). Carta Geológica de México, serie de 1:100,000. Instituto de Geología. UNAM, pp. 32.
- Cladouhos T. T., Marrett, R., 1996. Are fault growth and linkage models consistent with power-law distributions of fault lengths?. *Journal Structural Geology*. 18. 281-293.
- Clark, G. B., 1987. *Principles of Rock Fragmentation*, John Wiley & Sons, New York, 610 pp.
- Clark, M. B., Brantley, S. L., Fosher, D. M., 1995. Power-Law veins-thickness distributions and positive feedback in vein growth. *Geology*, 23, 975-978.
- Cox, D. R., Lewis, P. A. W., 1966. *The statistical analysis of series of events*. Methuen, London.
- Davy, P., Sornette, A., Sornette, D., 1990. Some consequences of a proposed fractal nature of continental faulting. *Nature* 348, 56–58.
- Dagan, G., 1989. *Flow and transport in porous formations*, Berlin; New York: Springer-Verlag.
- Deng, J., Wang, Q., Wan, L., Yang, L., Gong, Q., Zhao, J., Liu, H., 2009. Self-similar fractal analysis of gold mineralization of Dayingezhuang disseminated-veinlet deposit in Jiaodong province, China. *Journal of Geochemical Exploration*. 102. 95-102.
- Dietrich, D., McKenzie, J. A., Song, H., 1983. Origin of calcite in syntectonic as determined from carbon isotope ratios. *Geology*, 11, pp. 547-551.
- Durney, D. W., 1976. Pressure-solution and crystallization deformation: *Phil. Trans. T. Soc. Lond.* A. 283, pp 229-240.
- Eguiluz de Antuñano, S., García-Aranda M., Marrett R., 2000. Tectónica de la Sierra Madre

- Oriental, México. Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana, v. LIII, p. 1-26.
- Ellsworth, W. L., Beroza, G. C., 1995. Seismic evidence for a seismic nucleation phase. *Science* 268:581–858.
- Feder, J., 1988. *Fractals*, Plenum Press, New York, 283 pp.
- Fitz-Díaz, E., Hudleston, P., Tolson, G., 2011a. Comparison of tectonic styles in the Mexican and Canadian Rocky mountain fold-thrust belt. In: Poblet, J., Lisle, R. (Eds.), *Kinematics and Tectonic Styles of Fold-Thrust Belt*, Geological Society of London, 349. Special Publication, pp. 149E167.
- Fitz-Díaz, E., Hudleston, P., Siebenaller, L., Kirschner D., Camprubí A., Tolson G. Pi Puig, T., 2011b. Insights into fluid flow and water-rock interaction during deformation of carbonate sequences in the Mexican fold-thrust belt. *Journal Structural Geology*. 33. 1237-1253.
- Frankhauser, P., 2005. *Fractalyse*. Software de acceso libre para el análisis fractal. <http://www.fractalyse.org/en-home.html>.
- Faybishenko, B., Witherspoon P. A., Benson S. M., 2000. Dynamics of fluids in fractured rock. *Geophys Monogr* 122, Am Geophys Union, Washington, DC, 400 pp
- Gillespie, P. A., Howard, C. B., Wash J. J., Watterson J., 1993. Measurement and characterization of spatial distributions of fractures. *Tectonophysics*, 226. 113-141.
- Gillespie, P. A. Johnson, J. D., Loriga, M. A., McCaffrey, K. J. W., Walsh, J. J., Watterson, J., 1999. Influence of layering on veins systematics in line samples. In McCaffrey, K. J. W., Lonergan, L., y Wikilson, J. J. (eds) *Fractures, Fluid Flow an Mineralization*. Geological Society, London. Sapecial Publications, 155, 35-56.
- Gomez, L. A., Laubach, S. E., 2006. Rapid digital quantification of microfracture populations. *Journal structural Geology*. 28. 408-420.
- Grady, D. E., Kipp, M. E., 1987. Dynamic rock fragmentation, in *Fracture Mechanics of Rock*, B. K. Atkinson, ed., pp. 429-75, Academic Press, London.
- Grossenbacher, K., Karasaki, K., Bahat, D., 1997. Curved Scanline Theory. *Mathematical Geology* 29 (5), 629 – 651.
- Griffith, A. A., 1920. The phenomena of rupture and flow in solids. *Philos T Roy Soc A* 221:163–198.
- Gross, M. R., Engelder, T., 1995. Strain accomodated by brittle failure in adjasent units of evidence for uniform displacement boundary conditions. *Journal Structural Geology*, 17, 1303-1318.
- Grassberger, P., Procaccia, I., 1983. Characterization of strange attractors. *Physical Review Letters* 50, 346–349.



- Hernández-Jáuregui, R., 1997. Sedimentación sintectónica de la Formación Soyatal (Turoniano Medio-Campaniano) y modelado cinemático de la Cuenca de Flexura de Maconí, Querétaro. Instituto Politécnico Nacional, ESIA, Tesis de Maestría.
- Holder, J., Olson, J. E., Philip, Z., 2001. Experimental determination of subcritical crack growth parameters in sedimentary rock, *Geophys. Res. Lett.*, 28, 599–602.
- Hutchinson, J. W., 1979. *Nonlinear fracture mechanics*. The Mechanical University of Denmark. 54 pp.
- Irwin, G. R., 1960. *Fracture Mechanics*. In *Structural Mechanics*. Proceedings of the First Symposium on Naval Structural Mechanics, Pergamon Press, pp. 557-594.
- Jafari, A., Babadagli, T., 2008. A sensitivity analysis for effective parameters on fracture network permeability. Paper SPE 113618, presented at SPE Western Regional and Pacific Section AAPG Joint Meeting, Bakersfield, CA, USA, 31 March 31–April, 17 pp.
- Jafari, A., Babadagli, T., 2009. A sensitivity analysis for effective parameters on 2-D fracture network permeability. *SPE Reservoir Evaluation and Engineering* 12 (3), 455–469.
- Jafari, A., Babadagli, T., 2010. Practical estimation of equivalent fracture network permeability of geothermal reservoirs. In: *Proceedings 2010 World Geothermal Congress, Bali, Indonesia, 2010 April 20–25*, p. 10.
- Jafari, A., Babadagli, T., 2011a. Effective fracture network permeability of geothermal reservoirs. *Geothermics*. 40. 25-38 p.
- Jafari, A., Babadagli, T., 2011b. Calculating equivalent fracture network permeability of multi-layer-complex naturally fractured reservoirs. Paper SPE 132431, presented at SPE Western Regional Meeting, Anaheim, CA, USA, May 27–29, 15 pp.
- Karperien, A., 2005. *FracLac V. 2*. Charles Stuart University, NSW, Australia, 38 pp.
- Kaye, B. H., 1989. *A Random Walk Through Fractal Dimensions*, VCH, Weinheim, 42 1 pp.
- Kaye, B. H., 1993. *Chaos and Complexity*, VCH, Weinheim, 593 pp.
- Kaye, B. H., 1994. Fractal geometry and the mining industry: a review. In: Kruhl, J. H. (Ed.), *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*, pp. 233–245. Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
- Korvin, G., 1992. *Fractal Models in the Earth Sciences*, Elsevier, Amsterdam, 381 pp.
- Kruhl, J. H., 1994. *Fractals and Dynamic Systems in Geoscience*, Springer-Verlag, New York.
- La Pointe, P. R., 1988. A method to characterize fracture density and connectivity through fractal geometry. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 25, 421–429.

- Larson, S. A., Tullborg, E. L., 1984. Stable isotopes of fissure-filling calcite from Finnsion, Upptlan Sweden, *Lithos*, 17, pp. 117-125.
- Lawn, B. R., 1993. *Fracture of brittle solids*, 2nd edn. Cambridge Solid State Science Series, Cambridge University Press, Cambridge
- Leung C., Zimmerman R., 2012. Estimating the Hydraulic Conductivity of Two- Dimensional Fracture Networks Using Network Geometric Properties. *Transp Porous Med* (2012) 93:777–797.
- Lough, M. F., Lee, S. H., Kamath, J., 1997. A new method to calculate the effective permeability of grid blocks used in the simulation of naturally fractured reservoirs. *SPE Reservoir Engineering* 12 (3), 219–224.
- Mandelbrot, B. B., 1967. How long is the coast of Britain? Statistical self- similarity and fractional dimension, *Science* 156,636-8.
- Mandelbrot, B. B., 1982. *The Fractal Geometry of Nature*, Freeman, San Francisco.
- Manning, C. E., 1994. Fractal clustering of metamorphic veins, *Geology* 22, 335-8.
- Marrett, R., Ortega, O. J., Kelsey, C. M., 1999. Extent of power-law scaling for natural fractures in rock . *Geology*. 27. 799-802 .
- Mauldon, M., Dunne, W., Rohrbaugh, M., 2001. Circular scanlines and circular windows: new tools for characterizing the geometry of fracture traces. *Journal of Structural Geology* 23 (2), 247 – 258.
- Massonnat, G., Manisse, E., 1994. Modelisation des reservoirs fractures et recherché de parameters equivalents: etude de l’anisotropie verticale de permeability. *Bulletin des Centre de Recherches Exploration-Production Elf-Aquitaine* 18, 171–209.
- Min, K. B., Jing, L., Stephansson, O., 2004. Determining the equivalent permeability tensor for fractured rock masses using a stochastic REV approach: method and application to the field data from Sellafield, UK. *Hydrogeology Journal* 12 (5), 497–510.
- Miranda-Martínez, M. E., Oleschko K., Parrot J. F., Castrejon-Vacio, F., Taud, H., Brambila-Paz, F., 2006. Porosidad de los yacimientos naturalmente fracturados: una clasificación fractal. *Revista Mexicana de Coencias Geológicas*, v. 23, núm. 2, 199-214.
- Moreno-Sánchez, G., García-Cabrejo O. J., 2006. Caracterización Cuantitativa de Patrones de Fracturamiento mediante Ventanas Circulares y Análisis Fractal . *Geología Colombiana* No. 31.
- Monecke, T., Gemmell, J. B., Monecke , J., 2001. Fractal distributions of veins in drill core from the Hellyer VHMS deposit, Australia: constraints on the origin and evolution of the

- mineralising system. *Mineralium Deposita*. 36: 406-415 .
- Moltz, F. J., Boman G. K., 1995. Further evidence of fractal structure in hydraulic conductivity distributions. *Water Resour. Res.*, 22 (18), 2545-2548.
- Nava-Urrego, L. M., 2008. Caracterización geoquímica e isotópica de vetas asociadas a estructuras de acortamiento en el área de Vizarrón-San Joaquín-Tamazunchale en los estados de Querétaro, Hidalgo, San Luis Potosí y Veracruz. Tesis de Maestría. Posgrado en Ciencias de la Tierra. Universidad Nacional Autónoma de México.
- Narr, W., Suppe, J., 1991. Joint spacing in sedimentary rocks. *Journal Structural Geology*. Vol 11. No. 9, pp 1037-1048.
- Neuman S. P., 2005. Trends, prospects and challenges in quantifying flow and transport through fractured rocks. *Journal Hydrogeology*. 13:124–147.
- Neuman S. P., Di Federico, V., 2003. Multifaceted nature of hydrogeologic scaling and its interpretation, *Rev. Geophys.*, 41 (3), 1014.
- Neuman, S. P., 1994. Generalized scaling of permeability: Validation and effect of support scale. *Geophysical Research Letters*, 21 (5), 349-352.
- Neuman, S. P., 1990. Universal scaling of hydraulic conductivities and dispersivities in geologic media. *Water Resour. Res.*, 26 (8), 1749-1758.
- Nieto-Samaniego, A. F., Alaniz-Álvarez, S., Tolson, G., Xu, S., Pérez-Venzor, A., 2003. Estimación de densidades, distribuciones de longitud y longitud total de fracturas: un caso de estudio en la Falla de Los Planes, La Paz, B.C.S. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana LVI* (1), 1 – 9.
- Nieto-Samaniego, A. F., Alaniz-Álvarez, S., Tolson, G., Oleschko, K., Korvin, G., Xu, S. S., Pérez-Venzor, J. A., 2005. Spatial Distribution, Scaling and Self-similar Behavior of Fracture Arrays in the Los Planes Fault, Baja California Sur, México . *Pure Appl. Geophys.* 162 (2005) 805–826 .
- Odling, N. E., 1992a. Permeability of natural and simulated fracture patterns, structural and tectonic modelling and its application to petroleum geology. NPF Special Publication 1, Norwegian Petroleum Society (NPF), pp. 365–380.
- Odling, N. E., 1992b. Network properties of a 2-D natural fracture pattern. *Pure and Applied Geophysics* 138 (1), 95–114.
- Odling, N. E., Gillespie, P. A., Bourguine, B., Castaing, C., Chils, J. P., Christensen, N. P., Fillion, E., Genter, A., Olsen, C., Thrane, L., Trice, R., Aarseth, E., Walsh, J. J., Watterson, J., 1999. Variations in fracture system geometry and their implications for fluid flow in fractured

- hydrocarbon reservoirs. *Petrol Geosci* 5:373–384 .
- Oliver, N. H. S., Bons P. P., 2001. Mechanisms of fluid flow and fluid-rock interaction in fossil metamorphic hydrothermal systems inferred from vein-wallrock patterns, geometry and microstructure. *Geofluids* 1 (2) pp. 137-162.
- O'Gorman, F., Clowes, M. B., 1976. Finding picture edges through collinearity of feature points. *IEEE trans on computers*, C-25. p. 449.
- Olson, J. E., 1993. Joint pattern development: effects of subcritical crack growth and mechanical crack interaction. *Journal of Geophysical Research*, 98, 12251-12265.
- Olson, J. E., 2003. Sublinear scaling of fracture aperture versus length: An exception or the rule?, *J. Geophys. Res.*, 108(B9), 2413, doi:10.1029/2001JB000419.
- Olson, J. E., Pollard, D. D., 1991. The initiation and growth of en echelon veins. *Journal Structural Geology*. 13 595-608
- Ortega, O., Marrett, R., 2000. Prediction of macrofracture properties using microfracture information, Mesaverde group sandstones, San Juan Basin, New Mexico. *Journal of Structural Geology*. 22, 571-588.
- Palacios-Nieto, M., 1982. Geología y geotecnia del proyecto hidroeléctrico Zimapán, estados de Hidalgo y Querétaro: Sociedad Geológica Mexicana, Convención Geológica Nacional, 6, México, D.F. Libro-guía de la excursión geológica a la región de Zimapán y áreas circundantes, estados de Hidalgo y Querétaro, p. 33-42.
- Passchier, C. W., Trouw R. J., 1996. *Microtectonics*. Springer Verlag, Berlin.
- Pollard, D. D., Segall, P., Delaney, P. T., 1982. Formation and interpretation of dilatant echelon cracks. *Geol Soc Am Bull* 93:1291–1303 .
- Priest, S. D., Hudson, J. A., 1976. Discontinuity spacings in rock. *Int. J. Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, 13: 135-148.
- Priest, S. D., Hudson, J. A., 1981. Estimation of discontinuity spacing and trace length using scanline surveys. *Int. J. Mech. Min. Sci. Geomech. Abstr.*, 18: 183-197.
- Ramsay, J. G., Huber, M. I., 1987. *Modern Structural Geology, Vol. 2. Folds and Fractures*. Academic Press, London.
- Rasband, W., 2010. *The ImageJ User Guide Version 1.43*. U.S. National Institutes of Health, Bethesda, MD, USA, 189 pp. Available from: <http://rsb.info.nih.gov/ij>.
- Renshaw, C. E., 1997, Mechanical controls on the spatial density of opening-mode fracture networks: *Geology*, 25, 923-926.
- Riley, P., Tikoff, B., Murray, A. B., 2011. Quantification of fracture networks in non-layered,

- massive rock using synthetic and natural data sets. *Tectonophysics*. 505. 44-56.
- Rosenstein, M. T., Collins, J. J., De Luca, C. J., 1993. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets. *Physica D* 65, 117–134.
- Rossen, W. R., Gu, Y., Lake, L. W., 2000. Connectivity and permeability in fracture networks obeying power-law statistics. Paper SPE 59720, presented at the SPE Permian Basin Oil and Gas Recovery Conference, Midland, TX, USA, March 21–23, 13 pp.
- Rosin, P., Rammler, E., 1933. Laws governing the fineness of powdered coal, *J. Inst. Fuel* 7,29-36.
- Sanderson, D. J., Roberts, S., Gumiel, P., 1994. A fractal relationship between vein thickness and gold grade in drill core from La Codosera, Spain. *Economic Geology* 89, 168–173.
- Schultz, R. A., Klimczak C., Fossen H., Olson J. E., Exner U., Reeves D. M., Soliva R., 2013. Statistical tests of scaling relationships for geologic structures. *Journal of Structural Geology*. 48. 85-94.
- Schuster, H. G., 1995. *Deterministic Chaos*, 3rd ed., VCH, Weinheim, 291 pp.
- Secor, D. T. Jr., 1965. Role of fluid pressure in jointing. *Am J Sci* 263:633–646 .
- Secor, D. T. Jr., 1969. Mechanics of natural extension fracturing at depth in the Earth's crust. In: *Research in tectonics*. Geol Surv Canada Paper 3–47 .
- Segall, P., Pollard, D. D., 1983. Joint formation in granitic rock of the Sierra Nevada. *Geol Soc Am Bull* 94:563–575 .
- Segerstrom, K., 1962. Geología del sureste del estado de Hidalgo y del noroeste del Estado de México: *Boletín de la Asociación Mexicana de Geólogos Petroleros*, v. 13, núms. 3-4, p.147-168.
- Serco., 2008. TAS: NAPSAC Technical Summary, Release 9.6. Serco, Harwell, Didcot.
- Snow, D. T., 1969: Anisotropic permeability of fractured media. *Water Resour. Res.* 5, 1273–1289.
- Suter, M., 1982. Deformaciones cordilleranas y potencial petrolero del borde oriental de la Plataforma Valles-San Luis Potosí (Cinturón de Pliegues y Cabalgaduras de la Sierra Madre Oriental, México centro-oriente): México D.F., Soc. Geol. Mexicana, *Conv. Geol. Nacional*, 6, Programa y Resúmenes, p. 82 (resumen).
- Suter, M., 1990. *Hoja Tamazunchale 14Q-e(5)*. Carta Geológica de México, serie de 1:100,000. Instituto de Geología. UNAM, pp. 56.
- Tolson, G., 2000. PopAnal03; software para el análisis de la deformación y la generación de poblaciones de puntos.
- Tolson, G., 2001. Fractal Analysis; software de acceso libre para el cálculo de dimensión de cajas en fracturas: <http://geologia.igeolcu.unam.mx/Tolson/Gtolson.htm>.

- Turcotte, D., 1992. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics* 1 edition. Cambridge University Press. 221p. Cambridge.
- Umeda, Y., 1990. High-amplitude seismic-waves radiated from the bright spot of an earthquake. *Tectonophysics* 175:81–92.
- Umili, G., Ferrero, A., Einstein, H. H., 2013. A new method for automatic discontinuity traces sampling on rock mass 3D model. *Computers and Geosciences*, v.51
- Vásquez-Serrano, A., 2010. Estimación de acortamiento a través del análisis de pliegues tipo chevron en la sección Vizarrón-Tamazunchale: Estados de Hidalgo, Querétaro y San Luis Potosí. Tesis de Licenciatura. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla. p. 102.
- Velde, B., Dubois, J., Touchard, G., Badri, A., 1990. Fractal analysis of fractures in rocks: The Cantor's dust method, *Tectonophys.* 179,345-52.
- Vicsek, T., 1992. *Fractal Growth Phenomena*, 2nd ed., World Scientific, Singapore, 488 pp.
- Warren, J. E., Root, P. J., 1963. The behavior of naturally fractured reservoirs. *Society of Petroleum Engineering Journal* 2 (3), 245–255
- Ward, J. A., 1979. Stratigraphy, depositional environments and diagenesis of the El Doctor plataform, Querétaro, México: Binghamton, State University of New York, dissertation doctoral, 172 p. (inérita).
- Wilson, B. W., Hernández, J. P., Meave, E. T., 1955. Un banco calizo del Cretácico en la parte oriental del estado de Querétaro: *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*, v.18, p. 1-10.
- Weinberger, R., 2001. Joint nucleations in layered rocks with non-uniform distribution of cavities. *J Struct Geol* 23:1241–1254
- Zhang, X., Sanderson, D. J., Harkness, R. M., Last, N. C., 1996. Evaluation of the 2-D permeability. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics Abstracts* 33 (1), 17–37.