



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

MODELO DE FLUJO POR IMBIBICIÓN EN YACIMIENTOS FRACTURADOS

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE

INGENIERO PETROLERO

PRESENTA:

Héctor Erick Gallardo Ferrera





Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

MODELO DE FLUJO POR IMBIBICIÓN EN YACIMIENTOS FRACTURADOS

Agradecimientos:

A mis padres, Araceli Ferrera Basilio y Cuauhtémoc Gallardo García, a quienes quiero y admiro mucho, por todo.

A mi hermano, Ibrahim Gallardo Ferrera, por jamás haberme dejado solo.

A mis amigos por las cosas que hemos vivido en estos años.

A mi director, el Maestro Mario Becerra, por el tiempo y esfuerzo dedicado al desarrollo del trabajo, así como por todas las experiencias compartidas.

A mis sinodales, por sus valiosas observaciones, en especial al Doctor Enrique Serrano.

Al Doctor Rafael Rodríguez, por ser una excelente persona y profesor.

CONTENIDO

INTRODUCCIÓN	01
ALCANCES	02
CAPÍTULO I	
FUNDAMENTOS TEÓRICOS	04
I.1. Fluidos	05
I.1.1. Propiedades de los fluidos	05
I.2. Medio Poroso	21
I.2.1. Propiedades del medio poroso	21
CAPÍTULO II	
FENÓMENOS INTERFACIALES	27
II.1. Tensiones Superficial e Interfacial	28
II.2. Mojabilidad	29
II.3. Presión Capilar	30
II.4. Fenómenos Interfaciales Dinámicos	31
II.4.1. Drene e Imbibición	31
II.4.2. Movilidad Relativa	33
CAPÍTULO III	
DINÁMICA DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS	34
III.1. Fuerzas Causantes del Movimiento de los Fluidos	35
III.1.1. Fuerza de presión	35
III.1.2. Fuerza de empuje y gravitacional	35
III.1.3. Fuerzas viscosas	36
III.1.4. Fuerzas capilares	36
III.1.5. Fuerzas de inercia	37
III.2. Clasificación del Flujo	37
III.3. Principio de Conservación de la Materia	40
III.4. Principio de Conservación de la Energía	41
III.5. Principio de Conservación del Momento Lineal	43
III.5.1. Ecuaciones Navier-Stokes	44

CAPÍTULO IV

ASPECTOS DE INGENIERÍA DE LA INYECCIÓN DE AGUA	47
IV.1. Comportamiento Primario de Aceite	49
IV.1.1. Empuje por expansión del sistema sólido-líquidos	49
IV.1.2. Empuje por expansión del gas disuelto liberado	50
IV.1.3. Empuje por expansión del gas libre en un casquete.....	51
IV.1.4. Empuje por un acuífero asociado al yacimiento	53
IV.1.5. Empuje por segregación de fases	55
IV.1.6. Empuje por combinación de mecanismos	56
IV.2. Fundamentos de la Inyección de Agua	58
IV.2.1. Aspectos técnicos de la inyección de agua	59
IV.2.2. Aspectos económicos de la inyección de agua	65
IV.3. Estado del Arte de la Inyección de Fluidos para la Producción de Aceite Pesado	67
IV.3.1. Métodos de inyección de fluidos con incremento térmico	67
IV.3.2. Métodos de inyección de fluidos sin incremento térmico.....	68
IV.3.3. Tecnologías de producción.....	69

CAPÍTULO V

MODELO PROPUESTO	72
V.1. Descripción	73
V.2. Consideraciones	75
V.3. Planteamiento	76
V.4. Desarrollo de las Ecuaciones de Navier-Stokes	79
V.4.1. Desplazamiento en la fractura	79
V.4.2. Desplazamiento en la matriz	86
V.4.3. Relación entre p_c y S_w	87
V.5. Modelo de Flujo	89
CONCLUSIONES	94
OBSERVACIONES	95
FUENTES	98

FIGURAS

Figura 01. Representación microscópica de los estados de la materia	05
Figura 02. Descripción cartesiana del movimiento de una partícula.....	05
Figura 03. Representación de la existencia y continuidad de $T(t)$ y $p(t)$	07
Figura 04. Esquematación del equilibrio del sistema.....	15
Figura 05. Diagramas de fase del agua y de una mezcla de hidrocarburos	16
Figura 06. Distribución de valores de una propiedad física en un medio poroso	22
Figura 07. Representación de la tortuosidad en un medio poroso	26
Figura 08. Fuerzas de atracción intermoleculares entre diferentes fases.....	28
Figura 09. Ángulo de contacto entre tres fases distintas	29
Figura 10. Efectos de la mojabilidad	30
Figura 11. Representación de los fenómenos capilares	32
Figura 12. Comportamiento de la densidad del fluido respecto a la presión.....	39
Figura 13. Representación de la presión respecto al tiempo	40
Figura 14. Representación de una colisión inelástica de dos partículas fluidas	43
Figura 15. Flujo a través de un capilar.....	45
Figura 16. Comportamiento de un yacimiento productor por expansión del gas disuelto liberado y el sistema sólido-fluidos	50
Figura 17. Yacimiento con empuje por la expansión del gas libre en un casquete.....	51
Figura 18. Historia de producción de un yacimiento con empuje por expansión del gas libre en un casquete	52
Figura 19. Historia de producción de un yacimiento con empuje por el efecto de un acuífero asociado	54
Figura 20. Fuerzas que actúan sobre una burbuja de gas en un yacimiento	55
Figura 21. Yacimiento con combinación de empujes.....	57
Figura 22. Eficiencia de recuperación por inyección de agua.....	61
Figura 23. Clasificación térmica de los métodos de inyección en yacimientos	67
Figura 24. Representación de un elemento de volumen poroso fracturado.....	73
Figura 25. Esquematación del flujo en una fractura de un medio poroso	74
Figura 26. Traza del perfil de velocidades en X-Z	77
Figura 27. Ángulo de inclinación de una falla.....	83
Figura 28. Flujo másico sobre un elemento de volumen del yacimiento	89

TABLAS

Tabla 1. Rango de recuperación de los mecanismos de producción	58
---	----

INTRODUCCIÓN

La inyección de agua para la producción de aceite es una de las técnicas más frecuentes de recuperación secundaria en la industria petrolera. Este método debe su popularidad a los bajos costos relacionados con el agua para inyección, su disponibilidad y la movilidad que tiene respecto al aceite, propiciando que el agua se extienda por el medio y desplace al aceite con cierta facilidad por la diferencia de densidades entre las fases.

Un yacimiento que se encuentra fuertemente mojado por agua favorece las condiciones para el desplazamiento de hidrocarburos, pues estos no se adherirán ni tendrán contacto directo con las paredes del medio; de ahí que en un proceso de imbibición el volumen de aceite recuperado sea mayor que en condiciones de humectación del medio por petróleo.

El desarrollo de cualquier estrategia de recuperación de hidrocarburos debe realizarse de acuerdo con un análisis técnico-económico que considere las condiciones del medio. La implementación de un proyecto de inyección no es la excepción, y su éxito requiere del conocimiento de las propiedades y condiciones del sistema roca-fluidos en el yacimiento, pudiendo predecir el comportamiento del frente de agua y de los fluidos desplazados a una tasa de inyección dada. Analizar diversos escenarios de inyección permite seleccionar las condiciones óptimas de operación para las que el volumen de hidrocarburos recuperados es máximo en forma redituable.

En un yacimiento fracturado, la implementación de un proyecto de inyección de agua debe analizarse con mayor cautela, pues las fracturas incrementan considerablemente la conductividad hidráulica del yacimiento en las zonas que se encuentran comunicadas, lo que afecta al volumen total de hidrocarburos que se esperan recuperar pues se favorece la movilidad y segregación de las fases involucradas, esto puede causar que la recuperación de hidrocarburos sea mayor, o bien que se causen daños al yacimiento que aceleren las condiciones para su abandono, por lo que una buena planeación y ejecución es imprescindible.

Administrar correctamente los recursos disponibles requiere de hacer una buena predicción del comportamiento de los fluidos petroleros, ante la introducción de agua a presión en el yacimiento.

Este trabajo surge por la necesidad de comprender el comportamiento de las operaciones de inyección de agua en ciertas condiciones, mismas que sientan la base para el desarrollo de un modelo teórico que describa el flujo por imbibición a través de un yacimiento fracturado.

ALCANCES

Para lograr el objetivo de este trabajo se integrará un marco conceptual con el que se pueda dar explicación a:

- El comportamiento de los fluidos ante las variaciones de las condiciones de presión y temperatura del medio.
- Los fenómenos involucrados en la interacción de los fluidos y rocas del yacimiento.
- Los principios que causan el movimiento de los fluidos.

Con lo que podrá darse paso al planteamiento y solución del problema que incluye:

- Establecer las condiciones bajo las cuales se desarrolla el flujo.
- La definición de las ecuaciones que estudian el movimiento de las fases bajo las condiciones establecidas.
- Discretizar un elemento de volumen representativo de la matriz y fracturas del yacimiento.

Finalmente se deben asociar las leyes de conservación de la materia, energía y momento lineal al principio de continuidad de los fluidos, y a ecuaciones de estado que describan su comportamiento para poder lograr la construcción del modelo.

De aquí que los alcances de este trabajo sean:

- Describir las propiedades de los fluidos y las fuerzas que causan su movimiento durante la explotación de un yacimiento petrolero.
- Desarrollar un modelo teórico que pueda describir las velocidades del flujo durante un proceso de imbibición en un medio poroso fracturado.

- Analizar los factores que afectan la distribución del agua inyectada en el yacimiento.

Se pretende así, fortalecer y continuar el desarrollo de algunas de las habilidades y aptitudes comprendidas en el perfil del egresado de la carrera, siendo los alcances principales de tipo formativo y educativo.

CAPÍTULO I

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

En un yacimiento petrolero pueden encontrarse diferentes tipos de hidrocarburos fluidos, y agua de característica de las formaciones que le componen. Todos estos fluidos se encuentran contenidos en rocas, o sedimentos, con particularidades definidas por los diferentes procesos de depositación y diagénesis que les formaron.

En este capítulo se definen algunas de las propiedades básicas del medio poroso y sus fluidos, para los que se hace una clasificación a partir del comportamiento de su volumen ante los cambios de presión en el medio; también se hace mención a ciertas características del sistema conformado, que se denomina de sólidos-fluidos. Se pretende con esto asentar las bases que fundamentan el estudio de la mecánica de los fluidos.

I.1. Fluidos

Las sustancias pueden existir en tres estados de agregación: sólido, líquido y gaseoso; resultado de las fuerzas de atracción, y la energía cinética que posean sus moléculas en un instante dado (**Figura 1**).

Las fuerzas intermoleculares de los líquidos y gases son bajas respecto a los sólidos, por lo que existe suficiente separación entre sus moléculas para poder deformarse con facilidad y fluir (razón por las que se les llama fluidos), pero es esta misma característica la que les impide poseer una forma definida.

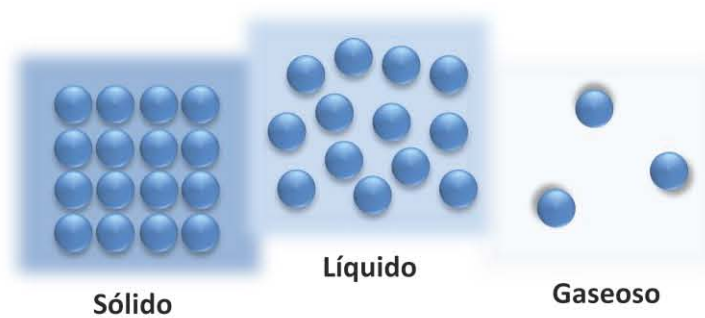


Figura 1. Representación microscópica de los estados de la materia.

I.1.1. Propiedades de los fluidos

El comportamiento de las propiedades de los fluidos se ve influenciado considerablemente por la presión, temperatura, y su composición en un momento dado.

Para su estudio, se han agrupado las sustancias fluidas de acuerdo a su compresibilidad, una de las características fundamentales de los fluidos que estriba en su capacidad para poder cambiar de volumen ante los estímulos de presión. Así, se tendrán fluidos altamente compresibles y ligeramente compresibles, pudiendo ser estos últimos relativamente incompresibles.

Previo a definir las propiedades de los fluidos de interés, resulta conveniente definir los conceptos de presión y temperatura.

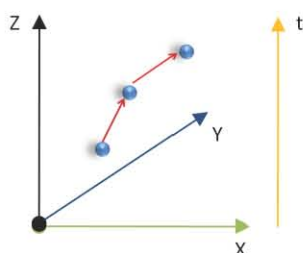


Figura 2. Un vector es una herramienta geométrica cuya finalidad es representar una magnitud física. Un ejemplo de un vector en el espacio \mathbb{R}^4 es el movimiento de una molécula, que se descompondrá en un vector como el siguiente:

$$\vec{S}_n = (S_x)\hat{i} + (S_y)\hat{j} + (S_z)\hat{k} + (S_t)\hat{t}$$

Presión

La presión (\vec{p}) es la relación existente entre una fuerza (\vec{F}) y la superficie en que actúa (A), y se representa en espacio como:

$$\vec{p} = \frac{d\vec{F}}{dA} \hat{n} . . . (1.1)$$

Aquí \hat{n} es el vector unitario y normal a la superficie donde la fuerza se aplica (**Figura 2**). De acuerdo a su origen, pueden existir diferentes tipos de presiones. Siendo así, únicamente se definirán la absoluta, hidrostática, y capilar.

La presión absoluta es la resultante de la suma de las presiones manométrica y atmosférica en un punto; mientras la hidrostática se debe al peso de una columna de fluidos de altura h .

$$\vec{p}_h = \vec{\rho}_f g dh . . . (1.2)$$

Finalmente, la presión capilar se debe a los efectos interfaciales y superficiales que surgen al estar en contacto fluidos no miscibles en el sistema.

Temperatura

La temperatura (T) es una propiedad física que describe la naturaleza del calor dentro de un sistema, y mide indirectamente la transferencia de energía molecular causada por el desequilibrio térmico de dos cuerpos.

Un aumento de temperatura implica la agitación de las moléculas de una sustancia, en el caso contrario la energía molecular disminuirá.

El conjunto de valores de presión y temperatura de un sistema en un instante dado, son conocidos como sus condiciones. Para cada una de estas propiedades resulta conveniente definir la existencia de funciones matemáticas que describan su comportamiento en la dimensión temporal (**Figura 3**), asegurando su continuidad en el sistema.

Así, para todo tiempo que pertenezca al conjunto de los números reales, existirá una función p y T con dominio en el espacio temporal.

$$\forall t \in \mathbb{R} \exists p(t) \wedge T(t) \mid \{p \in P: f(t) = p(t)\} \wedge \{T \in W: g(t) = T(t)\}$$

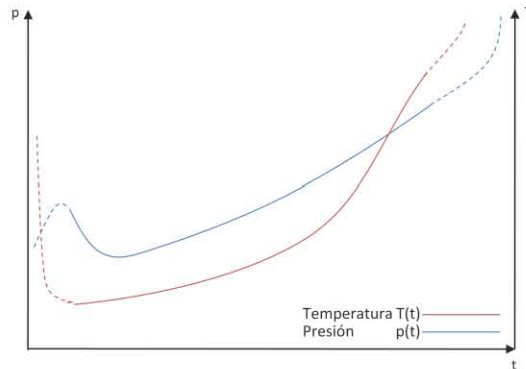


Figura 3. Representación de la existencia y continuidad de las funciones $T(t)$ y $p(t)$ en el espacio del tiempo.

I.1.1.1. Coeficiente de variación volumétrica relativa

El comportamiento del volumen de un fluido se ve afectado de manera importante por las condiciones del medio en las que se encuentre al paso del tiempo.

$$V = V(p, T) \equiv V(p(t), T(t)) \because \exists \{p(t) \wedge T(t)\}$$

Esto da paso a poder analizar los cambios de volumen a cada instante al aplicar una derivada sustancial de la función descrita anteriormente.

$$\frac{dV(p(t), T(t))}{dt} = \left(\frac{\partial V(p, T)}{\partial T} \right)_p \frac{dT}{dt} + \left(\frac{\partial V(p, T)}{\partial p} \right)_T \frac{dp}{dt} \dots (1.3)$$

Al tratar a la derivada como un cociente de diferenciales en lugar de una razón de cambio, es posible reagrupar términos y hacer que:

$$dV = \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \dots (1.3')$$

Luego, al multiplicar por el inverso del volumen del fluido estudiado:

$$\xi = \frac{dV}{V} = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p dT + \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T dp \dots (1.4)$$

Esta expresión permite conocer el coeficiente de variación volumétrica relativa (ξ) y estudia dos procesos: una dilatación isobárica, y una expansión isotérmica.

Coeficiente de compresibilidad

Cuando se somete un fluido a un cambio de presión, su volumen reacciona en sentido contrario al estímulo; en otras palabras, al aumentar la presión ejercida sobre un fluido este se comprimirá, y viceversa. Este comportamiento puede expresarse con la siguiente ley de proporcionalidad:

“Un cambio en la compresibilidad de un fluido es inversamente proporcional a la variación de presión que lo causa; y directamente proporcional a la variación de su volumen, pero en sentido contrario”.

$$\beta_f \propto -\frac{\Delta V}{\Delta p}$$

Donde la igualdad es dada por la constante λ . Evaluando en límite donde en un tiempo tan pequeño que es muy próximo a ser cero, sobre la base de la teoría del cálculo infinitesimal se tiene que:

$$\lim_{t \rightarrow 0} \beta_f = -\lambda \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta V}{\Delta p} \right) = -\lambda \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{V(p) - V(p_i)}{p(t) - p_i(t_i)} \right) \rightarrow d\beta_f = -\lambda \frac{\partial V}{\partial p} \frac{dp}{dt} dt$$

$$d\beta_f = -\lambda \frac{\partial V}{\partial p} dp \dots (1.5)$$

Integrando desde un p_i a p ,

$$\int_0^{\beta_f} d\beta_f = -\lambda \frac{\partial V}{\partial p} \int_{p_i}^p dp$$

$$\beta_f = -\lambda \frac{\partial V}{\partial p} (p - p_i) \dots (1.5')$$

como β_f es adimensional, λ es el inverso del volumen del fluido.

$$c_f = \frac{\beta_f}{(p - p_i)} = -\frac{1}{V_f} \frac{\partial V_f}{\partial p} \dots (1.5'')$$

En ciertos casos resulta más conveniente analizar la compresibilidad de un fluido en términos de su densidad. Para ello:

$$V = \frac{m}{\rho} \rightarrow \frac{\partial V}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{m}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho^2} \left(\rho \frac{\partial m}{\partial p} - m \frac{\partial \rho}{\partial p} \right) \equiv -\frac{m}{\rho^2} \frac{\partial \rho}{\partial p}$$

$$c_f = -\frac{\rho_f}{m} \cdot \left(-\frac{m}{\rho_f^2} \right) \frac{\partial \rho_f}{\partial p} = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial p}$$

Cuando la compresión es isotérmica, o a temperatura constante, el calor generado en el proceso de compresión se disipa en el entorno.

$$c_f = -\frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial p} \right)_T = \frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial p} \right)_T \dots (1.6)$$

Si el sistema se encuentra aislado del entorno y el calor se conserva la compresibilidad es adiabática.

$$c_f = -\frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial p} \right)_{ad} = \frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial p} \right)_{ad} \dots (1.7)$$

En un fenómeno adiabático un cambio en la presión ocasiona que la temperatura del fluido varié. c_f tiene unidades de [presión]⁻¹.

Coeficiente de dilatación

El coeficiente de dilatación es proporcional a la relación del cambio de volumen de un fluido a causa de su variación de temperatura.

$$\varepsilon_f \propto \frac{\Delta V}{\Delta T}$$

Resolviendo de manera similar al proceso en el cual se dedujo c_f , se llega a la expresión del factor de dilatación (α_f), que puede ser resuelto para un proceso isobárico o adiabático. α_f tiene unidades de [temperatura]⁻¹.

$$\alpha_f = \frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial T} \right)_p = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p \dots (1.8)$$

$$\alpha_f = \frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial T} \right)_{ad} = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_{ad} \dots (1.9)$$

Con lo que ξ puede escribirse como:

$$\xi = \alpha_f dT - c_f dp \dots (1.10)$$

Esta expresión describe el comportamiento del volumen respecto a la variación de las condiciones del medio. Cuando ξ se establece para periodos muy cortos de tiempo, la variación de la temperatura por la presión pueda despreciarse.

Para resolver ξ , en un sistema monofásico, se integra la función desde un punto $(V, p, T)_i$ a (V, p, T) y reagrupar términos.

$$\xi = \alpha_f dT - c_f dp = \frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial T} \right)_p dT + \frac{1}{V_f} \left(\frac{\partial V_f}{\partial p} \right)_T dp \dots (1.10')$$

$$\int_{V_{f_i}}^{V_f} \frac{dV}{V} = \int_{T_i}^T \alpha_f dT - \int_{p_i}^p c_f dp \rightarrow \ln|V_f| - \ln|V_{f_i}| = \alpha_f(T - T_i) + c_f(p_i - p)$$

Según las propiedades logarítmicas, y aplicando la función exponencial, se tiene que:

$$\ln \left| \frac{V_f}{V_{f_i}} \right| = \alpha_f(T - T_i) + c_f(p_i - p)$$

$$\frac{V_f}{V_{f_i}} = e^{\alpha_f(T - T_i) + c_f(p_i - p)}$$

$$V_f = V_{f_i} e^{\alpha_f(T - T_i) + c_f(p_i - p)} \dots (1.11)$$

Fluidos altamente compresibles

Se definen como fluidos altamente compresibles a todos aquellos que, debido a las fuerzas de atracción entre sus moléculas son casi nulas, existen como gases a ciertas condiciones. Esto se debe a que sus moléculas se encuentran dispersas entre sí. Macroscópicamente, respecto a las condiciones del medio, su comportamiento es mucho más predecible que el de los líquidos, y puede estudiarse mediante leyes empíricas, que en su conjunto conforman a la ecuación de comportamiento para un gas ideal.

a) Ley de Boyle de la relación presión – volumen: $V \propto \frac{1}{p}_{@n, T_{ctes}}$

b) Ley de Gay – Lussac de la relación temperatura – volumen: $V \propto T_{@n, p_{ctes}}$

c) Ley de Avogadro de la relación volumen – cantidad de materia: $V \propto n_{@p, T_{ctes}}$

Definida R como la constante de los gases.

$$pV = nRT \dots (1.12)$$

Esta ecuación se fundamenta en dos suposiciones:

- Las fuerzas de atracción intermoleculares en un gas pueden ser consideradas nulas, por lo que sus moléculas se mueven a altas velocidades en grandes espacios.
- El volumen que ocupan las moléculas del gas resulta insignificante respecto al que puede llegar a ocupar la sustancia gaseosa a nivel macroscópico. De esta manera puede asumirse que las moléculas de una fase gaseosa sean aproximadamente del mismo tamaño, describiendo al chocar un comportamiento elástico.

Estas suposiciones permiten que, pese a no existir un gas ideal, puedan resolverse problemas en un gran rango de presión y temperatura. En términos de la densidad la ecuación general de los gases se expresa como:

$$pV = \frac{m}{M}RT, \quad \rho = \frac{pM}{RT} \dots (1.12')$$

Cuando las condiciones del medio varían significativamente respecto a las condiciones estándar, el comportamiento del gas no puede ser descrito como el de un gas ideal sin caer en grandes errores. Para evitarlos se requiere describir la desviación del comportamiento del gas real respecto a uno ideal mediante el factor (Z), que se define como:

$$Z = \frac{V_{real}}{V_{ideal}} = \frac{V_{real} \cdot p}{nRT} \dots (1.13)$$

Donde,

$$pV_{real} = ZnRT \dots (1.13')$$

El comportamiento de Z depende en gran medida de la composición de la sustancia gaseosa. Así, c_g y α_g son:

$$V = \frac{nZRT}{p}$$

$$\frac{\partial V}{\partial p} = \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{nZRT}{p} \right) = nRT \frac{\partial}{\partial p} \left(\frac{Z}{p} \right) = nRT \left[\frac{1}{p^2} \left(p \frac{\partial Z}{\partial p} - Z \frac{\partial p}{\partial p} \right) \right] = nRT \left(\frac{1}{p} \frac{\partial Z}{\partial p} - \frac{Z}{p^2} \right)$$

$$c_g = -\frac{p}{ZnRT} \cdot nRT \left(\frac{1}{p} \frac{\partial Z}{\partial p} - \frac{Z}{p^2} \right) = -\frac{p}{Z} \left(\frac{1}{p} \frac{\partial Z}{\partial p} - \frac{Z}{p^2} \right) = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial p}$$

$$\therefore c_g = \frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T \dots (1.14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial T} = \frac{\partial}{\partial T} \left(\frac{nZRT}{p} \right) = \frac{nR}{p} \frac{\partial}{\partial T} (ZT) = \frac{nR}{p} \left(Z \frac{\partial T}{\partial T} + T \frac{\partial Z}{\partial T} \right) = \frac{nR}{p} \left(Z + T \frac{\partial Z}{\partial T} \right)$$

$$\alpha_g = \frac{p}{ZnRT} \cdot \frac{nR}{p} \left(Z + T \frac{\partial Z}{\partial T} \right) = \frac{1}{ZT} \left(Z + T \frac{\partial Z}{\partial T} \right) = \frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \frac{\partial Z}{\partial T}$$

$$\therefore \alpha_g = \frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p \dots (1.15)$$

Y entonces ξ puede definirse para un fluido altamente compresible como:

$$\xi = \alpha_g dT - c_g dp = \left[\frac{1}{T} + \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial T} \right)_p \right] dT - \left[\frac{1}{p} - \frac{1}{Z} \left(\frac{\partial Z}{\partial p} \right)_T \right] dp \dots (1.16)$$

El estudio de un gas real implica mayores dificultades por la inclusión de Z, cuyo comportamiento es función de la composición, presión y temperatura del gas.

Fluidos ligeramente compresibles

Los líquidos son fluidos ligeramente compresibles, pues sus fuerzas intermoleculares son más significativas. El comportamiento de las propiedades de un líquido guarda mayor dependencia con su composición que los gases, con lo que su comportamiento es más difícil de estudiar.

Para conocer los valores de ξ en un líquido deben obtenerse c_f y α_f por pruebas y estudios de laboratorio. Además, las condiciones de saturación de los líquidos modifican los valores de dichos coeficientes.

Entonces, en la bajo-saturación:

$$c_f = \frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho_f}{\partial p} \right)_T = -\frac{1}{B_f} \left(\frac{\partial B_f}{\partial p} \right)_T \dots (1.17)$$

$$\alpha_f = -\frac{1}{\rho_f} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p = \frac{1}{B_f} \left(\frac{\partial B_f}{\partial T} \right)_p \dots (1.18)$$

Y en condiciones de saturación:

$$c_f = -\frac{1}{B_f} \left(\frac{\partial B_f}{\partial p} \right)_T + \frac{B_g}{B_f} \left(\frac{\partial R_{sf}}{\partial p} \right)_T \dots (1.19)$$

$$\alpha_f = \frac{1}{B_f} \left(\frac{\partial B_f}{\partial T} \right)_T - \frac{B_g}{B_f} \left(\frac{\partial R_{sf}}{\partial T} \right)_T \dots (1.20)$$

Donde B_f es el factor de volumen de la fase líquida, B_g el de la fase gaseosa y R_{sf} la relación de solubilidad en la fase líquida.

Algunos líquidos no presentan cambios considerables en su volumen en rangos muy amplios de presión, por lo que se les considera relativamente incompresibles. Un ejemplo de estos fluidos es el agua.

I.1.1.2. Diagrama de fases de las fases fluidas de un fluido

Un diagrama de fases es una representación gráfica del comportamiento del estado de agregación de una sustancia ante diversas variaciones en las condiciones del medio, producto de las variaciones en la energía del sistema, y que causan un cambio de orden a nivel molecular.

Previo a explicar cómo se hace la construcción de un diagrama de fases, se presentan los siguientes conceptos fundamentales:

- Propiedades intensivas; son todas aquellas que no dependen de la cantidad de materia o del tamaño de un sistema estudiado, es por esto que no son

propiedades aditivas. Algunos ejemplos son: la temperatura, viscosidad, y densidad.

- Propiedades extensivas; al contrario de las intensivas, estas dependen de la cantidad de sustancia o del tamaño de un sistema estudiado, de esta manera, sus magnitudes son proporcionales al tamaño y son aditivas. Ejemplos son: la masa, el volumen, y el peso.
- Punto crítico; es la condición de presión y temperatura para la cual las propiedades intensivas de las fases líquidas y gaseosas de un fluido son idénticas.
- Curva de burbujeo; dentro de un diagrama de fases, es el lugar geométrico que se forma al unir todos los puntos, presión-temperatura, en los cuales se forma la primer burbuja de gas en un sistema líquido. Esto es producto del movimiento de una región donde existe únicamente líquido a otra en donde coexisten dos fases en el diagrama. Las presiones y temperaturas contenidas en esta curva se denominan de burbuja.
- Curva de rocío; al igual que la curva de burbujeo, en un diagrama de fases esta curva une los puntos, presión-temperatura, a los que se forma la primera gota de líquido en un sistema gaseoso. Esto es producto del desplazamiento de una región de vapor a otra de dos fases, y las presiones y temperaturas que forman a esta curva son denominadas de rocío.
- Región de dos fases; en un diagrama que estudia a los fluidos, es la región que se encuentra delimitada por las curvas de burbujeo y rocío, en esta zona coexisten las fases líquida y gaseosa.
- Cricondenbara; es la máxima presión a la cual coexisten en equilibrio las dos fases fluidas de una sustancia (líquido y su vapor).
- Cricondenterma; es la temperatura máxima a la que coexisten las dos fases fluidas de una sustancia (líquido y su vapor).
- Zona de condensación retrógrada; es el lugar geométrico del diagrama de fases en el que, al disminuir la presión o aumentar la temperatura, condensa líquido en un sistema gaseoso.
- Líquido saturado; es aquel líquido que, a condiciones de presión y temperatura definidas en un momento dado, no puede disolver más vapor.

Cuando la presión y temperatura a las que se encuentra el sistema son menores a las de burbujeo, el líquido presente será siempre saturado.

- Líquido bajo-saturado; es aquel líquido que, a condiciones de presión y temperatura definidas en un momento dado, es capaz de disolver una cantidad mayor de vapor que la que actualmente posee. Mientras la presión y temperatura del sistema sean mayores a las de burbujeo, el líquido presente será siempre bajo-saturado.

Ahora bien, supóngase la existencia de una sustancia líquida en un sistema aislado y sin gas a condiciones isotérmicas. Sobre este sistema se genera una disminución de presión, provocando que las moléculas del líquido se aceleren.

Si se continúa con la disminución de la presión, se llegará a un punto en el cual una de las moléculas posee la cantidad de energía suficiente para poder separarse de la superficie líquida, sucediendo entonces un cambio de fase líquida a gaseosa. Este proceso es conocido como vaporización, y causa que dentro del líquido se formen pequeñas burbujas que permanecen inmóviles hasta alcanzar la cantidad mínima de vapor para fluir.

Una vez que el sistema llega a las condiciones para las que el vapor puede fluir, este se elevará sobre el líquido para establecer una fase gaseosa continua. Si se mantienen las condiciones del sistema por un periodo de tiempo suficiente, se llegará a un estado de equilibrio en el cual el vapor no aumentará en proporción, pues algunas de sus moléculas se reincorporarán al líquido al chocar con su superficie, o al chocar entre ellas. De manera similar, una porción del líquido continuará evaporándose en el sistema (**Figura 4**).

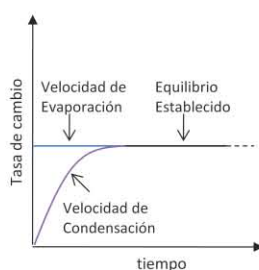


Figura 4. A condiciones dadas, el sistema se encuentra en equilibrio cuando la tasa de evaporación es igual a la de condensación.

Nota: Un gas existe a condiciones estándar en el ambiente, un vapor por su parte requiere ciertas condiciones para poder separarse de su líquido y poder existir. Ambas se refieren a un estado gaseoso y se usan igual en este trabajo, mas es necesario puntualizar la diferencia, similar es un condensado respecto del líquido.

De aquí que en un proceso isotérmico, al variar la presión, se libere gas por la expansión del líquido; por otro lado, ante un aumento térmico a presión constante, se adicionará energía cinética a las moléculas del líquido hasta que

este se evapore en su totalidad. Y si se analiza el proceso durante el equilibrio, puede notarse que, como la masa se conserva en general, la principal diferencia entre el líquido y su vapor será la densidad, pues se encuentra altamente asociada a la distancia que existe entre las moléculas de cada fase.

A condiciones muy altas de presión, cuando existe una fase gaseosa y otra líquida en un sistema, las distancias de separación moleculares se acortan por efectos de la energía suministrada. Esto favorece las capacidades, tanto del líquido como del gas, de disolver cierta cantidad de moléculas de una fase distinta en su volumen. En este instante, si se rompe el estado de equilibrio y se varían las condiciones del sistema para permitir la expansión del gas, inmediatamente las moléculas de la fase gaseosa comenzarán a distanciarse, perdiendo parte de su capacidad para disolver líquidos. Por esta razón se comenzarán a liberar los componentes más pesados, formando una fase condensados. A este fenómeno se le conoce como condensación retrograda.

La construcción de un diagrama de fases implica la realización de otros experimentos de variación de volumen por efectos de presión a diferentes isothermas, o bien a causa de la temperatura a distintas isobaras. De esta manera podrán tenerse suficientes puntos para describir los cambios en la composición de un sistema mediante diferentes trayectorias de presión-temperatura.

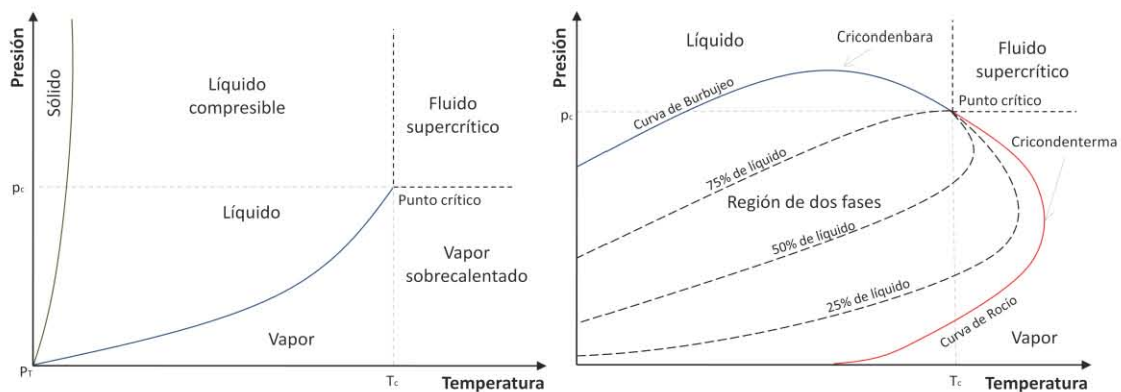


Figura 5. Cada sustancia posee un diagrama de fase único en función de su composición química. A la izquierda se representa el comportamiento del agua, y a la de la derecha el de una mezcla de hidrocarburos.

Conocer el comportamiento del diagrama de fases de un fluido es indispensable para diversas aplicaciones donde las condiciones del sistema se encuentran en constante cambio (Figura 5).

Relación de solubilidad gas-líquido

A altas presiones el volumen de gas que puede disolver un líquido es muy grande, por lo que sus propiedades se ven afectadas. Para describir este fenómeno a diferentes condiciones de saturación en el sistema se define la relación de solubilidad gas-líquido (R_{sf}) como el volumen de gas que se encuentra disuelto a una presión y temperatura, definidas para un cierto momento, en un volumen de líquido. Ambos están medidos a condiciones estándar.

Un líquido a condiciones de bajo-saturación tendrá una R_{sf} constante si no se modifica la cantidad de masa de la mezcla, mientras que a condiciones de saturación el gas podrá liberarse y la relación disminuirá por este efecto.

$$R_{sf} = \frac{V_{gas\ disuelto\ en\ un\ líquido@C.S.}}{V_{líquido\ sin\ gas\ disuelto@C.S.}} \dots (1.21)$$

La variación de la R_{sf} puede darse antes de que un líquido comience a hervir, habiendo liberación de gas por desprendimiento de fases; es decir, habrá condiciones de burbujeo.

La solubilidad de un gas en un líquido fue estudiada por William Henry, quien formuló una ley empírica que afirma que:

“La solubilidad de un gas (S) en un líquido afín, a una temperatura constante, es directamente proporcional a la presión (p) del medio donde se encuentran los fluidos.”

$$S = k_1 p \dots (1.22)$$

“En tanto, a una presión constante, la temperatura (T) del sistema es inversamente proporcional a la solubilidad del gas.”

$$S = \frac{k_2}{T} \dots (1.23)$$

Aquí k_1 y k_2 son las constantes de proporcionalidad derivadas de las condiciones del medio para cada caso. A condiciones de equilibrio dinámico la solubilidad es constante.

I.1.1.3. Viscosidad

La viscosidad se define como la resistencia que opone un fluido a fluir como efecto del rozamiento de sus moléculas. En un sistema conformado por dos placas paralelas, una fija y la otra móvil en dirección horizontal (adelante y atrás), que contienen a un fluido continuo entre ambas. Al aplicarse una fuerza de magnitud F sobre la placa móvil que provoque su desplazamiento positivo a una velocidad v , se apreciará que el fluido en contacto con las placas evidencia una distorsión en su volumen, comenzando a fluir en la misma dirección, mas no con la misma velocidad en todo el medio.

La velocidad que adquiere el fluido tiende a ser la misma que la de las placas con las que hace contacto, por lo que el desplazamiento será casi nulo en la sección más próxima a la lámina inmóvil, y aumentará progresivamente hasta que la velocidad sea v en la película que contacta a la placa móvil.

De aquí se deduce que F es directamente proporcional al producto del área (A) por la variación del ángulo formado a causa del perfil de velocidades formado en el medio (dv/dy). La igualdad a esta ley se da por la viscosidad (μ), y sus efectos serán más evidentes conforme mayor sea la distancia a la que se encuentre la sección de fluido analizada del punto donde la fuerza es aplicada.

$$F = \mu A \frac{dv}{dy} \dots (1.24)$$

Cualquier fluido que satisfaga las condiciones establecida por la expresión descrita se denomina newtoniano, en honor a Sir Isaac Newton, a quien se debe el experimento descrito.

La viscosidad guarda una relación directa con las fuerzas de atracción intermoleculares del fluido, por consiguiente, la existencia de variaciones en las condiciones del sistema provocan un cambio en esta propiedad, siendo los efectos térmicos los que más inciden en su comportamiento.

Viscosidad de un fluido altamente compresible

La viscosidad de un gas es producto de las colisiones que ocurren entre sus moléculas, por lo que ante un estímulo que propicie que una sustancia gaseosa aumente el nivel energético de sus moléculas, o disminuya la distancia les separa, se percibirá un aumento en la viscosidad del gas.

A bajas presiones, las moléculas de los gases se encontrarán dispersas y a grandes distancias, por lo que un aumento térmico derivará en un incremento en la viscosidad de la sustancia gaseosa por efecto de los choques moleculares; por el contrario, si la presión del sistema es muy grande, la distancia entre las moléculas de los gases será mucho menor y la cantidad de moléculas contenidas en una unidad de volumen aumentará, causando que ante un aumento térmico la viscosidad del gas disminuya.

En sistemas donde la temperatura permanece relativamente constante, la presión incide sobre la viscosidad de manera proporcional; pero, a menos que las presiones sean muy significativas, su efecto es mucho menor.

Viscosidad de un fluido ligeramente compresible

Las condiciones de burbujeo de una sustancia influyen en su viscosidad, en términos generales se puede decir que una sustancia bajo-saturada tendrá menor viscosidad que una que se encuentra en etapa de liberación del gas disuelto que contiene. En el primer caso, al estar todo el gas disuelto en el líquido, la mezcla monofásica podrá expandirse considerablemente, con lo que se disminuye el rozamiento de sus moléculas; mientras que en una sustancia saturada la cantidad de gas disuelto será menor por efectos de la evaporación, y aumentará el rozamiento molecular a causa de la proximidad. Ante un aumento térmico, la viscosidad de las sustancias líquidas disminuye por efectos de la agitación molecular que ocurre por la suministración de energía.

En conclusión puede decirse que, de acuerdo con su comportamiento, la viscosidad de un fluido ligeramente compresible es afectada proporcionalmente por la presión, y de manera inversa por la temperatura.

I.1.1.4. Factor de volumen

Las variaciones en la densidad de un fluido por efectos de las condiciones del medio se pueden analizar mediante su factor de volumen (B_f). El B_f se define como la relación entre el volumen que ocupa la masa de una sustancia a condiciones de presión y temperatura cualesquiera ($V_{f@p,T}$), sobre el volumen que ocuparía dicha masa a condiciones de referencia ($V_{f@ref}$), normalmente estas suelen ser las estándar (298.15 K y 1 atm).

$$B_f = \frac{V_f @ p, T}{V_f @ c.s.} \dots (1.25)$$

El inverso del factor de volumen se interpreta como el factor de expansión o encogimiento de un fluido (E_f).

Factor de volumen de un fluido altamente compresible

De acuerdo a la ley de los gases reales, el volumen que ocuparía una masa, que no presenta cambios en el tiempo, de un gas real a cualquier condición de presión y temperatura respecto de las estándar (a las que Z es igual a uno) se describe como:

$$B_g = \frac{V_g @ p_n T_n}{V_g @ c.s.} = \frac{\frac{n Z_n R T_n}{p_n}}{\frac{n Z_{c.s.} R T_{c.s.}}{p_{c.s.}}} = \frac{Z_n T_n p_{c.s.}}{p_n Z_{c.s.} T_{c.s.}} = \frac{Z_n T_n p_{c.s.}}{p_n T_{c.s.}}$$

Los valores estándar se agrupan en una constante ζ .

$$B_g = \zeta \frac{Z_n T_n}{p_n} \dots (1.26)$$

Factor de volumen de un fluido ligeramente compresible

El factor de volumen de un fluido ligeramente compresible se ve altamente influenciado por la cantidad de gas disuelto que posea y las condiciones de saturación del sistema.

A condiciones de bajo-saturación, el factor de volumen de una sola fase líquida (B_l) se expresa como:

$$B_l = \frac{(V_l + V_{gd}) @ p, T}{V_l @ c.s.} \dots (1.27)$$

Bajo esta condición, ya que todo el gas se encuentra disuelto en el líquido, se favorece la expansión del volumen de la mezcla, por lo que B_l será en todo momento mayor a la unidad. Ahora bien, una vez alcanzadas las condiciones de saturación de la mezcla, la presencia de dos fases se puede

describir con la relación de gas disuelto en el líquido, quedando el factor de volumen total (B_t) definido como:

$$B_t = \frac{(V_l + V_{gd} + V_{gl})_{@p,T}}{V_{l@c.s.}} = B_l + (R_{sl@bs} - R_{sl})B_g \dots (1.27')$$

Donde, R_{sl} es la relación de solubilidad gas-líquido a cualquier punto, y $R_{sl@bs}$ es la relación de solubilidad a condiciones de bajo-saturación.

La diferencia de $R_{sl@bs}$ y R_{sl} representa el volumen de gas liberado hasta ese momento. Debido a que en el punto de burbujeo únicamente se ha liberado una burbuja de gas, la relación de gas disuelto en el aceite a condiciones de burbujeo (R_{sl_b}) es prácticamente igual a $R_{sl@bs}$. Puede observarse que el valor más bajo de B_t se da cuando no existe gas disuelto en la mezcla, con lo que tiende a ser el mismo que a las condiciones de referencia.

I.2. Medio Poroso

Se define al medio poroso como aquel cuerpo de matriz sólida que posee agujeros pequeños, o poros, que se encuentran intercomunicados para permitir el paso una o más sustancias fluidas. A continuación se explican algunas de sus propiedades físicas particulares, así como otras que se derivan de la interacción del medio poroso con los fluidos que en él se desplazan.

I.2.1. Propiedades del medio poroso

De acuerdo a la configuración de las características de un medio poroso, este puede ser isótropo y homogéneo, si sus propiedades se repiten dentro de su volumen; o bien, heterogéneo cuando varían continuamente en el espacio. Para cuantificar el grado de heterogeneidad de un medio poroso debe definirse una escala apropiada y representativa, que permita cuantificar los cambios que tengan lugar a través de su geometría.

En la realidad, los medios totalmente homogéneos son casos ideales o poco comunes, siendo más frecuente la existencia de medios heterogéneos con regiones isótropas (**Figura 6**).

Figura 6. La matriz que se muestra representa una distribución de valores para una propiedad física particular de un medio poroso. Al no ser todas las magnitudes iguales ($a \neq b \neq c$), es un medio anisótropo y heterogéneo; sin embargo, posee isotropía horizontal al repetirse en esta dirección los valores medidos.

a	a	a
b	b	b
c	c	c

I.2.1.1. Porosidad

La porosidad de un medio poroso es la propiedad que permite medir la capacidad de almacenaje de fluidos. Según la historia del medio poroso y la comunicación de sus poros, es posible distinguir diferentes tipos de porosidad.

Porosidad absoluta

La porosidad absoluta es la relación entre el volumen de poros, estén o no conectados entre sí, y el volumen total del medio. Matemáticamente es:

$$\Phi_a = \frac{\text{Volumen de poros}}{\text{Volumen total del medio}} \dots (1.28)$$

O bien,

$$\Phi_a = \frac{\text{Volumen total del medio} - \text{Volumen sólido}}{\text{Volumen total del medio}} \dots (1.28')$$

la diferencia entre el volumen total y el volumen de sólidos de un medio poroso es igual al volumen de poros.

Porosidad efectiva

Un medio poroso puede poseer una porosidad efectiva considerablemente grande y no permitir el flujo de los fluidos que contiene.

Para cuantificar la cantidad de poros intercomunicados en el espacio total del medio poroso se mide su porosidad efectiva.

$$\Phi = \frac{\text{Volumen de poros interconectados}}{\text{Volumen total del medio}} \dots (1.29)$$

La porosidad efectiva resulta de mayor importancia para analizar el flujo de fluidos en el medio poroso.

Porosidad primaria

La porosidad primaria, o intergranular, es la que existe por los procesos de formación del medio poroso, esta es un tanto más uniforme en su distribución.

Porosidad secundaria

La porosidad secundaria, o inducida, se debe a los procesos posteriores a la formación del medio poroso. Se encuentra ligada a procesos naturales, como la disolución, la depositación e intercambio de minerales durante el flujo de fluidos; y a otros artificiales, como el fracturamiento para incrementar la capacidad de flujo.

Efectos de la compresibilidad en la porosidad

La porosidad se ve afectada por la presión que se puede ejercer sobre el medio poroso, para cuantificar su variación se define el factor de compresibilidad como:

$$c_r = \frac{1}{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial p} \dots (1.30)$$

A condiciones isotérmicas, en un instante dado, se puede tratar a las derivadas parciales como totales, y al reagrupar términos:

$$c_r dp = \frac{d\Phi}{\Phi} \dots (1.30')$$

Integrando desde (p_i, Φ_i) hasta (p, Φ) ,

$$\int_{p_i}^p c_r dp = \int_{\Phi_i}^{\Phi} \frac{d\Phi}{\Phi}, \quad \ln \left| \frac{\Phi}{\Phi_i} \right| = c_r (p_i - p)$$

Por lo que al normalizar con la función exponencial, y reagrupar términos:

$$\Phi = \Phi_o e^{c_r(p-p_o)} \dots (1.31)$$

La composición y rigidez de un medio poroso le confieren cierta plasticidad ante los esfuerzos que se apliquen sobre él, pero cuando el esfuerzo es suficientemente grande, inevitablemente el medio se fracturará. En

caso que el fracturamiento sea inducido por la inyección de algún fluido, a profundidades someras las fracturas tendrán una orientación preferentemente horizontal; mientras que a mayores profundidades las fracturas serán preferencialmente verticales, esto si se tienen grandes gradientes de presión de sobrecarga.

Si el fracturamiento es natural, las direcciones de las fracturas serán gobernadas por la consolidación y rigidez del medio poroso.

I.2.1.2. Saturación

Para que un poro pueda existir dentro de un sólido requiere que un fluido ocupe su interior, de lo contrario el poro tiende a cerrarse con el paso del tiempo por diversos procesos, entre ellos los de la presión.

La saturación de un fluido en un medio poroso (S_f) se define como la fracción del volumen de poros que es ocupado por un fluido en particular respecto al volumen de poros total.

$$S_f = \frac{\text{Volumen de fluido}}{\text{Volumen de poros}} \dots (1.32)$$

S_f posee valores comprendidos entre cero y uno, y la suma de las saturaciones de todas las fases existentes en el medio no puede ser mayor a la unidad.

$$\sum_{i=1}^n S_{l_i} + \sum_{j=1}^m S_{g_j} = 1 \dots (1.33)$$

Saturación crítica de un fluido

Es la saturación mínima de un fluido dentro de un medio poroso para que este pueda fluir en su interior.

Saturación residual de un fluido

Es la saturación que se tiene de un fluido en un medio poroso que se encuentra por sobre la crítica, y por consiguiente puede desplazarse.

Saturación móvil de un fluido

Es el porcentaje de la saturación de un medio que puede desplazarse de manera natural; es decir, sin la inyección de un fluido desplazante, o por algún efecto químico externo.

Se define para el fluido no-mojante, como el total del volumen saturado menos la saturación del fluido mojante y la crítica del no-mojante.

$$S_{fmov} = 1 - S_{fmojante} - S_{fnomojante\ crítica} \dots (1.34)$$

I.2.1.3. Permeabilidad

Es la capacidad de un medio poroso para que los fluidos fluyan a través de sus poros. De acuerdo al número de fases fluidas presentes en el medio, existe una permeabilidad absoluta, efectiva, y una relativa a los mismos.

Permeabilidad absoluta

La permeabilidad absoluta (k) es la propiedad de un medio poroso (saturado en su totalidad por un fluido que no reacciona este) de permitir el paso de una sustancia fluida a través su volumen. Esta propiedad se mide con la ley de Darcy, que relaciona el gasto volumétrico del fluido, su viscosidad, y el largo de la sección analizada de manera proporcional con k ; mientras que el área transversal de flujo y las variaciones de la presión se relacionan inversamente.

$$k = \frac{q\mu L}{A\Delta p} \dots (1.35)$$

Permeabilidad efectiva a un fluido

Se mide de la misma manera que k , sólo que en este caso la saturación no es total, y debe conocer el caudal relativo a cada fase. Se simboliza como k y un subíndice de referencia al líquido.

Permeabilidad relativa

La permeabilidad relativa ($k_{rfluido}$) resulta de la división de la permeabilidad efectiva sobre la permeabilidad absoluta del medio.

$$k_{rfluido} = \frac{k_{fluido}}{k} \dots (1.36)$$

Relación de la permeabilidad y la porosidad de un medio

La permeabilidad es una propiedad que varía por efectos de las saturaciones, geometría y dirección del flujo, por lo que se define realmente como un tensor.

$$\bar{k} = \begin{pmatrix} \overrightarrow{k_{1,1}} & \dots & \dots \\ \dots & \overrightarrow{k_{2,2}} & \dots \\ \dots & \dots & \overrightarrow{k_{3,3}} \end{pmatrix}$$

En muchos sistemas, donde la porosidad y la permeabilidad guardan cierta relación, es posible hacer correlacionarlas matemáticamente. Para ello se grafica k contra Φ y, según la heterogeneidad, es posible caracterizar al medio con esta relación.

I.2.1.4. Tortuosidad

La tortuosidad (τ) de un medio es la relación que existe entre la distancia real que recorre una partícula fluida contra la longitud que recorrería en una trayectoria recta al ir desde un punto a a otro b dentro del medio poroso (**Figura 7**). Conforme la tortuosidad del recorrido de un fluido a través de un medio poroso tienda a ser uno, menor será el tiempo de transito de la sustancia.

$$\tau = \frac{l_{real}}{l_{recta}} \dots (1.37)$$

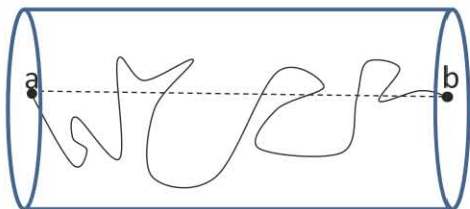


Figura 7. La tortuosidad depende de la geometría del medio, conforme la distribución de poros y permeabilidades sea más homogénea, la tortuosidad tenderá a ser más próxima a uno.

l_{real} es la línea curva continua, y l_{recta} es la línea recta punteada.

CAPÍTULO II

FENÓMENOS INTERFACIALES

El estudio de la energía superficial de las interfases de los fluidos que coexisten en un yacimiento permite la comprensión de los diversos fenómenos interfaciales que controlan la ubicación, flujo, y distribución de las fases fluidas del medio poroso.

En este capítulo se definen las propiedades derivadas de la interacción de fases inmiscibles en un medio poroso con el fin de comprender la influencia que guardan con la movilidad de las fases y los fenómenos de drenaje e imbibición.

II.1. Tensiones Superficial e Interfacial

La **Figura 8** ilustra un sistema con presencia de tres fases en distintos estados de agregación. Se observa que las fuerzas que actúan sobre una molécula de líquido en la superficie que limita a la fase líquida con la gaseosa son diferentes a las que se aprecian en una que está en el seno del fluido.

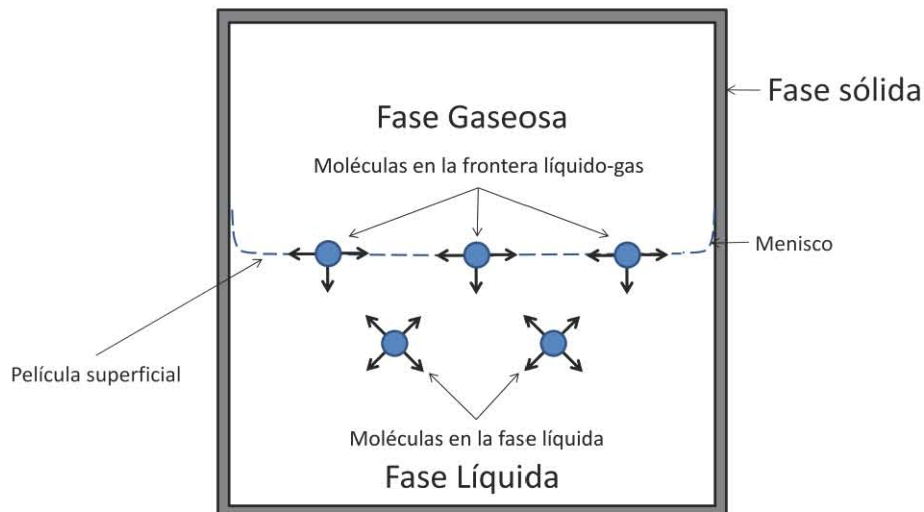


Figura 8. Efectos de las fuerzas de atracción intermoleculares entre fluidos distintos y un sólido.

Al interior del líquido las fuerzas de atracción intermoleculares tienden a anularse entre sí; mientras que en la región fronteriza, la atracción ejercida al interior de la fase líquida es mucho mayor que la que ejerce el gas, que es prácticamente nula.

El desequilibrio en las fuerzas provoca que la superficie que limita a las fases, denominada interfase, se comporte como una membrana elástica, tendiendo a reducir el área de contacto entre los fluidos. En la región de contacto con el sólido se formará un menisco cuya curvatura está en función de las fuerzas de adhesión al sólido.

Al trabajo por unidad de área necesario para desplazar una molécula que se encuentra en la interfase se le denomina tensión superficial (σ). Cuando dos líquidos están en contacto, y σ es nula, los fluidos se mezclarán.

Cuando σ es mayor a cero se forma una película que delimita sus volúmenes. A esta película suele denominársele como interfacial, mas de manera estricta, la tensión superficial es también tensión interfacial.

II.2. Mojabilidad

La mojabilidad se define como la tendencia de un fluido a adherirse a una superficie sólida en presencia de otros fluidos inmiscibles.

Su existencia se debe a la interacción de las tensiones interfaciales y superficiales de los fluidos con los sólidos del medio, y se aprecia como la disminución de la superficie del fluido de mayor energía respecto a la fase sólida, creándose un ángulo de contacto (θ) al disminuirse el área de contacto con el otro fluido.

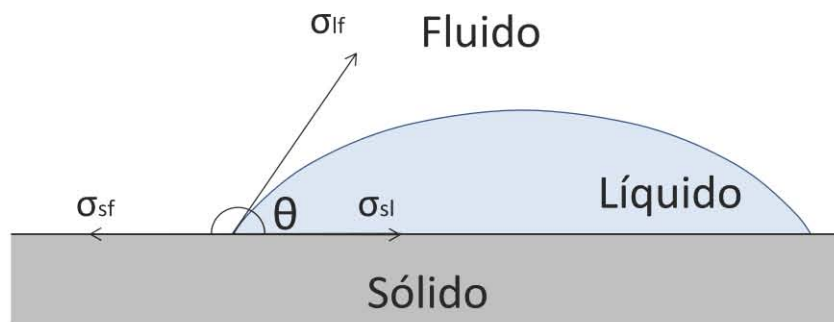


Figura 9. Representación del ángulo de contacto entre tres fases distintas.

La **Figura 9** ilustra el equilibrio de un sistema trifásico donde existe un líquido *l* en contacto con un fluido *f* cualquiera y un sólido *s*. En este instante existe un equilibrio energético entre los fluidos, por lo que es posible hacer el siguiente análisis:

$$\sigma_{lf}(\cos \theta) = \sigma_{sf} - \sigma_{sl} \dots (2.1)$$

Donde,

- Si $\sigma_{sf} > \sigma_{sl}$, entonces, $\cos \theta > 0$ y $\theta < 90^\circ$
- Si $\sigma_{sf} < \sigma_{sl}$, entonces, $\cos \theta < 0$ y $\theta > 90^\circ$

Dicho con otras palabras, dado que el ángulo es menor a 90° el líquido *l* tiende a esparcirse a lo largo del sólido, con lo que disminuye el área de contacto entre *f* y *s*.

La mojabilidad depende de la composición química de las fases del sistema.

II.3. Presión Capilar

La diferencia de presiones a través de una superficie que limita a dos fluidos inmiscibles se denomina presión capilar (p_c). En la **Figura 10** puede apreciarse la existencia de una gota de un fluido no-mojante dentro de un fluido mojannte a las fronteras sólidas del sistema, por lo que la presión capilar es:

$$p_c = p_{nw} - p_w \dots (2.2)$$

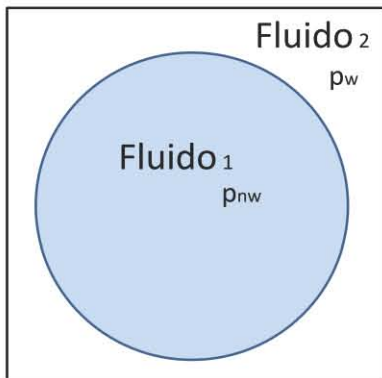


Figura 10. Efectos de la mojabilidad.

Si la gota es suficientemente pequeña, el efecto de la tensión interfacial sobre el fluido no mojannte es mayor que el de las fuerzas gravitacionales, y esta tiende a disminuir su área y formar una esfera.

El cambio en la energía en las fases puede describirse como una función del volumen que posean en el tiempo, y considerando que en el equilibrio la suma de los cambios de energía potencial y superficial son iguales a cero, puede hacerse lo siguiente:

$$0 = p_w \frac{dV}{dt} - p_{nw} \frac{dV}{dt} + \sigma \frac{dA}{dt} \dots (2.3)$$

$$(p_w - p_{nw}) \frac{dV}{dt} + \sigma \frac{dA}{dt}, \quad p_c \frac{dV}{dt} - \sigma \frac{dA}{dt} = 0 \dots (2.3')$$

Multiplicando por dt y acomodando los términos:

$$p_c dV - \sigma dA = 0, \quad p_c = \sigma \frac{dA}{dV} = \sigma \frac{dA}{dr} \frac{dr}{dV} \dots (2.3'')$$

Y siendo el área de una esfera definida como:

$$A = \frac{dV}{dr} = 4\pi r^2 \dots (2.4)$$

La presión capilar resulta:

$$p_c = \sigma \frac{dA}{dr} \left(\frac{dV}{dr} \right)^{-1} = \sigma \frac{d(4\pi r^2)}{dr} (4\pi r^2)^{-1} = \sigma \frac{8\pi r}{4\pi r^2} \dots (2.3''')$$

$$p_c = \frac{2\sigma}{r} \dots (2.5)$$

Esta es la forma más general de la ecuación de Laplace-Young que supone que los radios de curvatura entre las fases (r) son iguales.

La presión capilar es la causante del aumento o depresión de la superficie curva respecto a su altura en un medio capilar. Dado el caso en el que r tenga una geometría distinta para cada una de las fases, se escribe a la ecuación de Laplace-Young como:

$$p_c = \sigma \left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right) \dots (2.6)$$

La presión capilar en un medio poroso depende de la interacción con las mojabilidades, la geometría del medio y las saturaciones de las fases en contacto, y su magnitud representa la cantidad de energía necesaria para poder movilizar a una de las fases existentes.

La presión capilar permite inferir la distribución de fluidos y las saturaciones en el medio.

II.4. Fenómenos Interfaciales Dinámicos

En los procesos de desplazamiento de líquidos por efecto de una fase inmisible, la presencia de los efectos descritos con anterioridad afecta directamente las condiciones de flujo, causando diversos fenómenos interfaciales dinámicos.

La evidencia más notoria de estas variaciones es el cambio del ángulo de contacto entre las fases, que se ve afectado por la rugosidad, la heterogeneidad del medio, las velocidades de desplazamiento de las fases, entre otros factores derivados de las condiciones de movimiento.

II.4.1. Drene e Imbibición

Básicamente existen dos tipos de procesos dinámicos causados por la variación de las presiones capilares en un medio poroso: el drenaje y la imbibición.

En un proceso de drene, una fase no mojante invade el medio poroso y desplaza al fluido que lo moja, mientras que el caso contrario ocurre en la imbibición. Los procesos de desplazamiento pueden ser forzados, si se aplica energía al medio para favorecer el desplazamiento; o espontáneos, cuando el movimiento de las fases ocurre únicamente a causa de las fuerzas capilares.

Si los procesos de drene e imbibición ocurren en instantes suficientemente espaciados entre sí dentro de la historia de un mismo medio poroso, el sistema no permitirá que sean recuperados el total del volumen de los fluidos involucrados de manera instantánea. Esto puede explicarse al analizar las circunstancias en que ocurre cada fenómeno, resultando en un cambio de acuerdo a la afinidad de las fuerzas intermoleculares que existen entre los fluidos y los sólidos, y a la geometría misma del medio poroso.

Al ocurrir un cambio en las condiciones de mojabilidad, se afectará al ángulo de contacto entre las fases y a la capilaridad, ocasionando una saturación distinta en cada proceso para una misma presión capilar. Este fenómeno se denomina histéresis capilar, y se aprecia la resistencia del sistema para conservar sus propiedades en un instante dado (**Figura 11**).

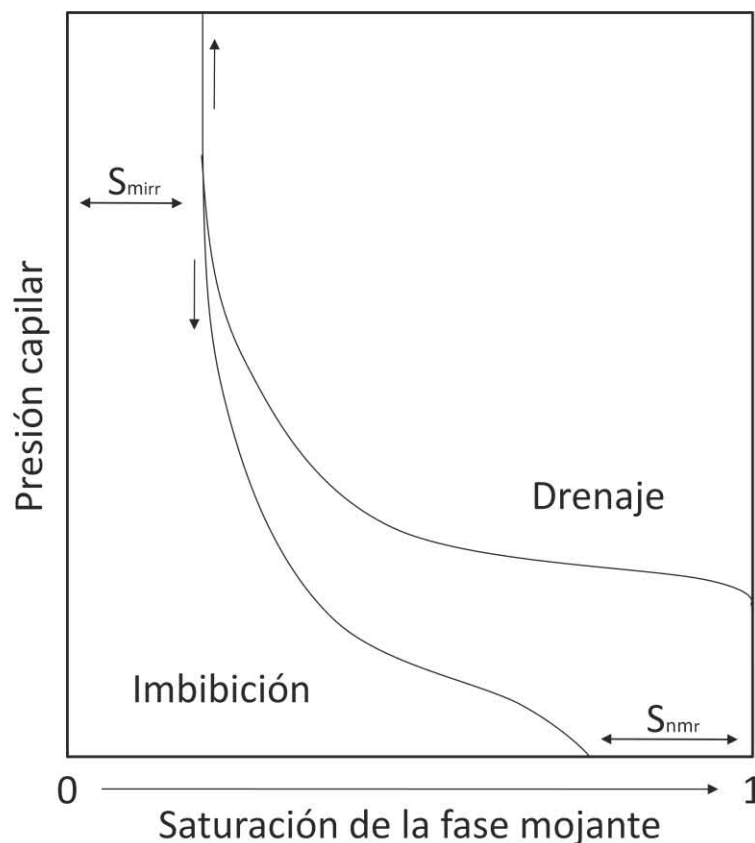


Figura 11. Representación de los fenómenos capilares.

La predicción del comportamiento de la mojabilidad en sistemas altamente heterogéneos es una de las problemáticas más complejas que envuelve al flujo multifásico en medios porosos.

II.4.2. Movilidad Relativa

Esta propiedad se refiere a la facilidad que posee una fase fluida para moverse a través de un medio poroso en función de su viscosidad y permeabilidad relativa.

$$\lambda_f = \frac{k_{rf}}{\mu_f} \dots (2.7)$$

Dada la expresión anterior, resulta evidente que los fluidos que poseerán la mayor movilidad son los gases. λ_f varía a causa de los fenómenos interfaciales dinámicos que afectan a k_{rf} .

En un proceso de imbibición es necesario conocer que tan favorable resulta la movilidad de la fase desplazante respecto a la desplazada, por lo que se mide con la relación de movilidades de los fluidos (M_f).

$$M_f = \frac{\lambda_{f \text{ fase desplazante}}}{\lambda_{f \text{ fase desplazada}}} \dots (2.8)$$

Cuando M_f sea mayor a la unidad el fluido desplazante penetrará en la fase desplazada evitando que el desplazamiento sea óptimo; en otro caso se favorecerá un desplazamiento ordenado de los fluidos.

CAPÍTULO III

DINÁMICA DE FLUIDOS EN MEDIOS POROSOS

En este capítulo se estudiarán los factores que causan el movimiento de los fluidos a través de un medio poroso, así como los principios y condiciones por los que se rige.

Los análisis referentes a la mecánica de los fluidos que se realizan en este trabajo tienen su fundamento en las Leyes de Newton para el movimiento de las partículas y el principio de continuidad del medio, que implican que para un volumen cualquiera de fluido la masa, energía y cantidad de movimiento tienden a conservarse en equilibrio, a no ser que exista un agente externo que altere su estado.

Para poder estudiar los efectos que causan el movimiento de los fluidos en un medio poroso se define a una “partícula fluida” como un elemento de masa representativo de un fluido. Las dimensiones de este componente son infinitesimales, pero permiten agrupar a un número considerable de moléculas para que las propiedades del fluido (densidad, viscosidad, volumen, temperatura, presión, entre otras) se encuentren definidas en todo momento. Basándose en esto se supondrá que una sustancia fluida se conformará por un conjunto de partículas fluidas que colisionaran entre sí durante el movimiento.

III.1. Fuerzas Causantes del Movimiento de los Fluidos

Las sustancias fluidas se desplazan en búsqueda de un equilibrio mecánico, lo que origina que su movimiento ocurra hacia puntos donde su nivel energético sea el menor posible. Dicho en otras palabras, su movimiento ocurre en busca de un equilibrio mecánico.

En esta sección se supone la existencia de una partícula fluida, en cuyo centro se referencia un diagrama de cuerpo libre que permite realizar el análisis de algunas de las fuerzas causantes de su movimiento.

III.1.1. Fuerza de presión

La fuerza de presión (\vec{F}_p) se debe a la existencia de un campo vectorial conformado por una distribución de presiones en el espacio. Este campo es un ente físico que tiene la particularidad de no ser visible pero sí medible, por lo que se pueden apreciar los efectos derivados de su existencia.

Para describir los efectos de este campo sobre el flujo, se suelen definir superficies que encierran puntos con las mismas condiciones de presión en el sistema. De acuerdo a las condiciones que originan el movimiento de los fluidos, estos se mueven de manera perpendicular a las superficies isobáricas hacia las isobaras de menor magnitud. Esto puede ser medido con ayuda de un gradiente, que permite conocer la dirección de crecimiento del campo de presiones, y \vec{F}_p tendrá un sentido contrario al del gradiente.

$$\vec{F}_p = -\nabla \vec{p} dV . . . (3.1)$$

III.1.2. Fuerza de empuje y gravitacional

Debido a la existencia de fluidos inmiscibles en un medio poroso, la fuerza de empuje (\vec{F}_e) que ejerza una de las fases a la partícula estudiada se encontrará en función de la densidad. Entonces, un fluido que se encuentre sumergido en el seno de una fase de densidad diferente y mayor, recibirá un empuje positivo hacia arriba de magnitud igual al peso del volumen que logre desplazar.

$$\vec{F}_e = \vec{k} \rho_1 g dV . . . (3.2)$$

En tanto esto ocurre, al encontrarse los fluidos bajo los efectos de un campo gravitatorio, la fuerza gravitacional (\vec{F}_g) se opondrá al movimiento con una magnitud igual al peso del fluido que se desplaza y en dirección al centro del campo.

$$\vec{F}_g = -\vec{k}\rho_2 g dV . . . (3.3)$$

La acción combinada de las fuerzas descritas causa que en un medio poroso, con condiciones de permeabilidad propicias, se dé el reacomodamiento de las fases fluidas.

Al agrupar los efectos gravitacionales y de empuje descritas en las ecuaciones 3.3 y 3.4, se define a las fuerzas de segregación (\vec{F}_{sg}).

$$\vec{F}_{sg} = \vec{F}_e + \vec{F}_g = \vec{k}(\rho_1 - \rho_2)g dV . . . (3.4)$$

III.1.3. Fuerzas viscosas

Las fuerzas viscosas (\vec{F}_μ) son una consecuencia del rozamiento y fricción molecular que se oponen al movimiento de la partícula.

$$\vec{F}_\mu = -\frac{\mu}{k} \vec{v} dV . . . (3.5)$$

III.1.4. Fuerzas capilares

Las fuerzas capilares (\vec{F}_c) son el resultado de la existencia de los fenómenos interfaciales y de la geometría del medio.

Fuerza Capilar = Peso del líquido

$$\vec{F}_c = \kappa \frac{(\vec{\sigma} \cdot \cos \theta)}{h\Delta r} dV . . . (3.6)$$

Donde κ es una constante de proporcionalidad para las geometrías de los medios capilares, y r representa la distancia promedio desde el centro del capilar a uno de sus vértices.

III.1.5. Fuerzas de inercia

La inercialidad de un sistema se refiere a la capacidad que posee para describir los cambios que experimenta un cuerpo sobre la base de la mecánica newtoniana. A partir de esto pueden definirse dos tipos diferentes de sistemas de análisis: aquellos que son inerciales y referencian los cambios relativos a una partícula con respecto a un objeto en aparente reposo, o velocidad constante.

Los sistemas que no son inerciales son aquellos que se encuentran referenciados a un objeto que se encuentra en un movimiento acelerado. En estos sistemas las Leyes de Newton no pueden explicar por si solas los efectos del movimiento de las partículas, y hace falta la introducción de fuerzas ficticias para explicar la falta inercialidad.

Dado que el diagrama de fuerzas que causan el movimiento se referencio a la partícula fluida misma, se requiere la incorporación de las fuerzas de las fuerzas de inercia (\vec{F}_I). Estas se encuentran altamente ligadas con la cantidad de movimiento total del sistema.

$$\vec{F}_I = -\kappa \frac{\rho}{k} \vec{v}^2 l dV . . . (3.7)$$

Es necesario aclarar que si se hubiese referenciado el movimiento de los fluidos a un sistema en reposo aparente, como lo puede ser el medio poroso, las fuerzas de inercia no serían consideradas en el análisis.

III.2. Clasificación del Flujo

El flujo en un medio poroso es un fenómeno altamente complejo, y no puede ser descrito de forma tan explícita como el flujo en canales. Al contrario de los ductos, donde el medio puede ser caracterizado fácilmente; para explicar el flujo que se desarrolla en un medio poroso deben considerarse las características que son desarrolladas a continuación.

Tipos de fluidos

Como ha sido descrito con anterioridad, el factor de compresibilidad es esencialmente el factor que permite identificar el tipo de fluidos en el medio

poroso. El comportamiento del flujo desarrollado, si además es considerado al medio como isotérmico, puede ser descrito con ayuda de la expresión que representa al factor de compresibilidad. La incompresibilidad de un fluido, pese a ser un caso ideal, permite representar a aquellas sustancias cuyo volumen varíe insignificadamente respecto a los cambios de presión, con lo que se simplifica su modelado matemático al considerarse que no hay un cambio en la densidad al paso del tiempo.

$$\frac{\partial V}{\partial p} = 0 \quad \therefore \frac{\partial \rho}{\partial p} = 0 \dots (3.8)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = 0 \dots (3.8')$$

Por otro lado, los fluidos ligeramente compresibles muestran un cambio pequeño en su volumen, o densidad, al variar la presión. En estos casos, el comportamiento de estos fluidos puede describirse al integrar el coeficiente de compresibilidad isotérmica.

$$V = V_0 e^{c(p_0 - p)} \dots (3.9)$$

La exponencial y su argumento pueden ser representados mediante la expansión de la siguiente serie:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots + \frac{x^{(n-1)}}{(n-1)!} + \frac{x^n}{n!} \dots (3.10)$$

Dado que el incremento que se exhibe es muy pequeño, se puede hacer:

$$V = V_0 [1 + c(p_0 - p)] \dots (3.11)$$

$$\rho = \rho_0 [1 + c(p_0 - p)] \dots (3.12)$$

En tanto que todos los gases son considerados fluidos altamente compresibles, por lo que no es válido truncar la serie; mas puede usarse la ley de los gases reales para modelar su comportamiento.

En la **Figura 12** puede apreciarse el comportamiento de la densidad de los diferentes tipos de fluidos descritos respecto a los cambios existentes en la presión.

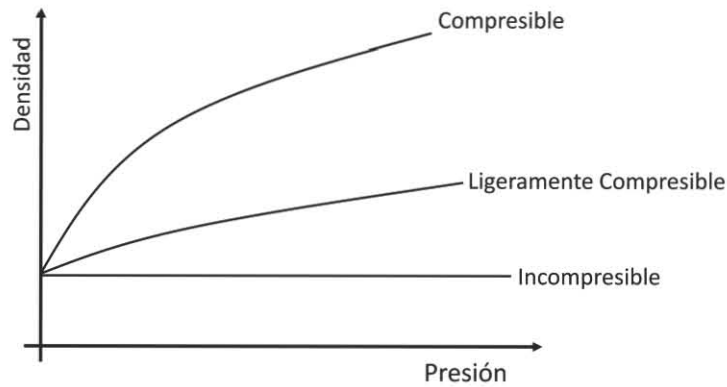


Figura 12. Comportamiento de la densidad del fluido respecto a la presión.

Regímenes de flujo

Tres regímenes de flujo serán descritos en este trabajo para representar el comportamiento del flujo en un medio poroso y la distribución de la presión en función del tiempo.

El primero, el régimen de flujo estacionario, puede ser definido si la presión en cada punto del medio permanece constante y no cambia con el tiempo.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \dots (3.13)$$

Por otro lado, en un régimen transitorio la presión variará continuamente en el tiempo, registrando valores diferentes para cada uno de los puntos en donde sea evaluada.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = f(s, t) \dots (3.14)$$

Mientras que cuando la presión en diferentes posiciones del medio declina de manera aproximadamente lineal en función del tiempo ante un ritmo de flujo constante, se define un estado de flujo conocido como pseudo-estacionario.

$$\frac{\partial p}{\partial t} = cte \dots (3.15)$$

En la **Figura 13** se muestra el comportamiento de la presión al paso del tiempo en cada uno de los regímenes descritos.

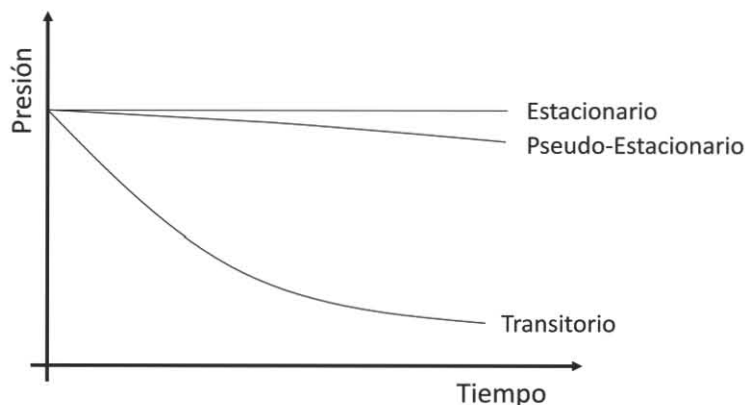


Figura 13. Representación de la presión respecto al tiempo según el régimen de flujo.

Número de fluidos que pueden fluir en el medio poroso y su viscosidad

La descripción del comportamiento volumétrico de los fluidos, y de la presión del medio, se ve afectado por el número de fases móviles. Así, puede tenerse un flujo de una sola fase de líquido o gas; o bien, un flujo bifásico que involucre un líquido y un gas, o dos líquidos inmiscibles.

Finalmente, puede tenerse un flujo multifásico cuando hay tres fluidos inmiscibles desplazándose a través del medio poroso. Este es el caso que presenta mayor dificultad para representar en un modelo matemático.

Además, si las fuerzas viscosas gobiernan el movimiento de los fluidos, estos se desplazarán de manera ordenada como una serie de láminas dispuestas una sobre otra a diferentes velocidades. Mientras que si la velocidad de los fluidos es suficientemente grande como para despreciar el efecto de la fricción molecular, y el flujo tenderá a ser turbulento y errático.

III.3. Principio de Conservación de la Materia

El principio de la conservación de la materia permite establecer que las partículas fluidas no se crean o destruyen, por lo cual tendremos que la densidad siempre poseerá un componente constante en el tiempo, y que el volumen será el único cambiante; entonces, y de acuerdo al desarrollo de Euler para definir el cambio del volumen en una trayectoria fluida al paso del tiempo, se tiene que:

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = \frac{dm}{dt} = 0 \dots (3.16)$$

Pero se pretende describir la variación de la densidad al moverse la partícula en un sistema referenciado con componentes cartesianas, por lo que se tendrá:

$$\frac{d\rho(x, y, z, t)}{dt} = \frac{\partial\rho}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial z} \frac{dz}{dt} + \frac{\partial\rho}{\partial t} \dots (3.17)$$

Donde la velocidad se define como la razón de cambio existente entre la posición de una partícula fluida y el tiempo, lo que vectorialmente puede explicarse como:

$$\vec{v}(x, y, z) = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j} + \frac{dz}{dt} \hat{k} \dots (3.18)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \vec{v} \cdot \nabla\rho + \frac{\partial\rho}{\partial t} \dots (3.17')$$

y así,

$$\frac{\partial\rho}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla\rho + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = 0 \dots (3.16')$$

pero,

$$\vec{v} \cdot \nabla\rho + \rho(\nabla \cdot \vec{v}) = v_x \frac{\partial\rho}{\partial x} + v_y \frac{\partial\rho}{\partial y} + v_z \frac{\partial\rho}{\partial z} + \rho \left(\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) = \nabla \cdot (\rho\vec{v}) \dots (3.19)$$

$$\therefore \frac{\partial\rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho\vec{v}) = 0 \dots (3.20)$$

III.4. Principio de Conservación de la Energía

De acuerdo a la ley de la conservación de la energía, una partícula fluida puede tener un cambio energético durante el flujo a causa de la fricción (molecular y con el medio poroso), de la realización de un trabajo por un agente externo, y por el intercambio que pueda existir con el entorno.

$$E_1 - m\Delta W_f + m\Delta W - m\Delta W_d = E_2 \dots (3.21)$$

La energía que posee una partícula fluida en un momento es el resultado de sumar su energía elástica, cinética y potencial; entonces:

$$(E_e + E_c + E_p)_1 - m\Delta\bar{W}_f + m\Delta\bar{W} - m\Delta\bar{W}_d = (E_e + E_c + E_p)_2 \dots (3.21')$$

$$(V\vec{p} + m\vec{v}^2 + m\vec{s})_1 - m\Delta\bar{W}_f + m\Delta\bar{W} - m\Delta\bar{W}_d = (V\vec{p} + m\vec{v}^2 + m\vec{s})_2 \dots (3.21'')$$

$$\Delta(V\vec{p}) + \Delta(m\vec{v}^2) + g\Delta(m\vec{s}) - m\Delta\bar{W}_f + m\Delta\bar{W} - m\Delta\bar{W}_d = 0 \dots (3.22)$$

Evaluando la expresión en el límite cuando t tiende a ser cero, se tiene la expresión del principio de conservación de la energía.

$$\lim_{t \rightarrow 0} (\Delta(V\vec{p}) + \Delta(m\vec{v}^2) + g\Delta(m\vec{s}) - m\Delta\bar{W}_f + m\Delta\bar{W} - m\Delta\bar{W}_d) = 0 \dots (3.22')$$

$$V \frac{d(\vec{p})}{dt} + \vec{p} \frac{d(V)}{dt} + m \frac{d(\vec{v}^2)}{dt} + gm \frac{d\vec{s}}{dt} - m \frac{d\bar{W}_f}{dt} + m \frac{d\bar{W}}{dt} - m \frac{d\bar{W}_d}{dt} = 0 \dots (3.23)$$

Si se multiplica por dt/V ,

$$d(\vec{p}) + \vec{p}\xi + \rho \left(d(\vec{v}^2) + g d\vec{s} + d\bar{W} - (d\bar{W}_f + d\bar{W}_d) \right) = 0 \dots (3.23')$$

al integrar, y definiendo a Δp como $p_i - p$:

$$\vec{p} \left(\alpha_f(\Delta T) + c_f(\Delta\vec{p}) \right) + \rho \left(\Delta\vec{v}^2 + g\Delta\vec{s} + \Delta\bar{W} - (\Delta\bar{W}_f + \Delta\bar{W}_d) \right) - \Delta\vec{p} = 0 \dots (3.23'')$$

Finalmente, al reagrupar los términos, y definiendo a la variación energética por efectos en la frontera ($\Delta\bar{W}_x$) como la diferencia de $\Delta\bar{W}$ con $\Delta\bar{W}_d$; puede expresarse la variación de la presión de la siguiente manera:

$$\Delta\vec{p} = \frac{\rho(\Delta\vec{v}^2 + g\Delta\vec{s} + \Delta\bar{W}_x - \Delta\bar{W}_f) + \vec{p}\alpha_f(\Delta T)}{(1 - \vec{p}c_f)} \dots (3.24)$$

En otras palabras, las variaciones de presión de una partícula fluida compresible se deben a la deformación que sufre su volumen a causa de:

- su movimiento ($\Delta\vec{p}_s$);

$$\Delta\vec{p}_s = \frac{\rho(g\Delta\vec{s})}{(1 - \vec{p}c_f)} \dots (3.25)$$

- su aceleración ($\Delta\vec{p}_a$);

$$\Delta\vec{p}_a = \frac{\rho(\Delta\vec{v}^2)}{(1 - \vec{p}c_f)} \dots (3.26)$$

- la fricción molecular y con el medio ($\Delta\vec{p}_f$);

$$\Delta\vec{p}_f = -\frac{\rho(\Delta\vec{W}_f)}{(1 - \vec{p}c_f)} \dots (3.27)$$

- los cambios térmicos a los que este sujeto ($\Delta\vec{p}_T$); y

$$\Delta\vec{p}_T = \frac{\vec{p}\alpha_f(\Delta T)}{(1 - \vec{p}c_f)} \dots (3.28)$$

- por la existencia de efectos externos ($\Delta\vec{p}_x$).

$$\Delta\vec{p}_x = \frac{\vec{p}\alpha_f(\Delta T)}{(1 - \vec{p}c_f)} \dots (3.29)$$

Así, el principio de conservación de la energía será:

$$\Delta\vec{p} = \Delta\vec{p}_s + \Delta\vec{p}_a + \Delta\vec{p}_f + \Delta\vec{p}_T + \Delta\vec{p}_x \dots (3.24')$$

III.5. Principio de Conservación del Momento Lineal

La cantidad de movimiento (\vec{P}) de una partícula relaciona a su masa y velocidad con los conceptos de inercia y velocidad (**Figura 14**).

A través del tiempo la variación de la cantidad del movimiento lineal se explica por la existencia de fuerzas externas al fluido, como las de presión; lo que se describe con las leyes de Newton del movimiento de partículas.

$$\vec{F}_R = \sum \vec{F}_l = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = m\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}\frac{dm}{dt} \dots (3.30)$$

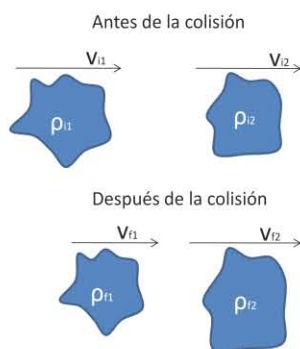


Figura 14. Representación de una colisión inelástica de dos partículas fluidas. De acuerdo a la conservación del momento lineal en este fenómeno tendremos que:

$$(m_1v_1)_i + (m_2v_2)_i = (m_1v_1)_f + (m_2v_2)_f$$

Donde al colisionar, ambos cuerpos terminan con una masa y velocidades finales, siendo las del cuerpo uno menores que sus condiciones de movimiento iniciales, mientras el segundo aumenta su cantidad de movimiento; pero entre ambos, este se conserva.

III.5.1. Ecuaciones Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes son un conjunto de ecuaciones en derivadas parciales no lineales, cuya forma general se enuncia a continuación:

$$\rho \left(\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} + \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \right) = -\nabla \vec{p} + \nabla \cdot \overline{\overline{W}} + \vec{F}_\mu + \vec{F}_e \dots (3.31)$$

Donde $\overline{\overline{W}}$ representa el tensor de esfuerzos tangenciales a la superficie que tienden a distorsionar su comportamiento, sus componentes se conforman por la suma de dos términos, uno laminar y otro turbulento; y \vec{F}_e son las fuerzas externas al fluido que ocasionan su movimiento.

La solución de este conjunto de ecuaciones permite predecir las velocidades de flujo, por lo que su utilidad en el modelado de fenómenos de la mecánica de fluidos resulta innegable; sin embargo, solucionar estas ecuaciones de analíticamente es imposible, por lo que deben hacerse ciertas consideraciones con base a las condiciones en las que se desarrolle el flujo. A continuación se muestran dos soluciones a casos particulares.

III.5.1.1. Ecuación de Darcy

Si se asume que el fluido es viscoso, incompresible y homogéneo; que existe en un medio isotérmico, saturado por una fase; y que la velocidad del flujo es lo suficientemente pequeña para que se describa un comportamiento laminar y pseudo-estacionario en el tiempo, se obtendrá la Ecuación de Darcy desde las ecuaciones de Navier-Stokes.

Para resolver la ecuación se hará uso del principio de d'Alembert, de esta manera, y al tratarse de un sistema no inercial, la suma de las fuerzas reales y las de inercia se encontrarán en equilibrio aparente.

$$\vec{F}_I = \vec{F}_p + \vec{F}_\mu \dots (3.32)$$

$$-\kappa \frac{\rho}{k} \vec{v}^2 l dV = \left(-\nabla \vec{p} - \frac{\mu}{k} \vec{v} \right) dV \dots (3.32')$$

Un flujo laminar en régimen pseudo estacionario se da a velocidades muy bajas y altas viscosidades, por ello se pueden desprestigiar las fuerzas de inercia y hacer la siguiente aproximación.

$$0 = \left(-\nabla\vec{p} - \frac{\mu}{k}\vec{v}\right) \dots (3.33)$$

de donde:

$$\vec{v} = \frac{k}{\mu}(-\nabla\vec{p}) \dots (3.33')$$

Finalmente, al multiplicar esta expresión por el área transversal a la dirección de flujo, se podrá cuantificar el gasto que se tenga en cierto instante.

$$\vec{q} = \vec{v} \cdot \vec{A} = -\frac{k\vec{A}}{\mu}(\nabla\vec{p}) \dots (3.34)$$

III.5.1.2. Ecuación de Poiseuille

Supóngase un tubo capilar como el de la **Figura 15**, cuya longitud es de l unidades y su radio interno de r_o . Si a través de él se desarrolla un flujo viscoso en régimen laminar, puede expresarse a F_μ como:

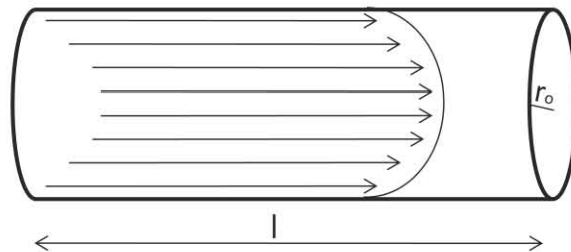


Figura 15. Flujo a través de un capilar.

$$F_\mu = -\mu A_\mu \frac{dv}{dr} \dots (3.35)$$

Y el área de acción de dichas fuerzas en un sistema cilíndrico es:

$$A_\mu = 2\pi l r \dots (3.36)$$

Con un flujo en dirección a r , las fuerzas de presión se representan como:

$$F_{p_{cr}} = \Delta p A_p = \Delta p (\pi r^2) \dots (3.37)$$

Ahora, haciendo un balance de fuerzas según el principio de d'Alembert:

$$F_I = F_{p_{cr}} + F_{\mu r} \dots (3.38)$$

$$0 = -\Delta p(\pi r^2) + -\mu 2\pi l r \frac{dv}{dr} \dots (3.38')$$

Luego, de un manejo de los diferenciales como cocientes matemáticos en vez de razones de cambio:

$$dv = \frac{r}{2\mu l} dr dp \dots (3.38'')$$

Integrando desde $(0, p_{c_1}, 0)$ hasta (v, p_{c_2}, r) :

$$\int_0^v dv = - \int_{p_{c_1}}^{p_{c_2}} \int \frac{r}{2\mu l} dp dr = - \int_0^r \frac{(p_{c_2} - p_{c_1})r}{2\mu l} dr$$

$$v = - \frac{(p_{c_2} - p_{c_1})r^2}{4\mu l} \dots (3.39)$$

El producto de la velocidad por el área se traduce en el caudal que transita por el capilar en un instante:

$$vdA = v2\pi r dr = -2\pi \frac{(p_{c_2} - p_{c_1})r^2}{4\mu l} r dr \dots (3.39')$$

Al integrar sobre toda el área de flujo:

$$\int_0^q dq = \int_0^{r_o} 2\pi \frac{(p_{c_1} - p_{c_2})r^2}{4\mu l} r dr$$

$$q = \frac{\pi r_o^4 (p_{c_1} - p_{c_2})}{8\mu l} \dots (3.40)$$

Esta expresión se conoce como la ecuación de Poiseuille para el flujo de fluidos viscosos a través de un tubo capilar. Si se asume que el medio poroso se comporta como un conjunto de capilares homogéneos, puede relacionarse esta ecuación con la de Darcy para poder conocer el radio capilar de un poro.

$$r_o = \sqrt{\frac{8k}{\phi}} \dots (3.41)$$

CAPÍTULO IV

ASPECTOS DE INGENIERÍA DE LA INYECCIÓN DE AGUA

Los términos de recuperación primaria, secundaria y terciaria (mejorada) de aceite son tradicionalmente usados para describir la recuperación de hidrocarburos de acuerdo a los métodos de producción por los que son obtenidos, más no necesariamente a los tiempos.

La recuperación primaria conjunta a las metodologías de explotación de un yacimiento que incluyen: la producción de hidrocarburos por efectos de un mecanismo de empuje natural, y el uso de sistemas artificiales de producción para incrementar la energía de los fluidos en el pozo. En muchos casos, el mecanismo de empuje, que funge como vehículo principal de la producción durante esta etapa, resulta un proceso relativamente ineficiente y cuyos resultados se reflejan en una baja recuperación del volumen inicial de aceite. Por esta razón resulta necesario suplementar energía al yacimiento por la introducción de algún empuje artificial, el método más básico es la inyección de agua o gas.

La recuperación secundaria de aceite se refiere al recobro adicional que resulta de los métodos convencionales de inyección de agua y gas inmisible al yacimiento. Usualmente, el proceso de recuperación secundaria seleccionado es implementado una vez que la energía del yacimiento se ha agotado, pero esta alternativa puede ser usada durante la etapa primaria de producción.

Finalmente, la recuperación terciaria o mejorada de aceite se refiere a aquella que se obtiene por la implementación de técnicas diferentes al empuje natural y la inyección secundaria. Por el tipo de efecto que tienen en el yacimiento, puede clasificárseles como térmicos y no térmicos, y son esencialmente desarrollados para recuperar el aceite que normalmente se conoce como residual, una vez que la explotación primaria y secundaria han alcanzado sus límites económicos; sin embargo, puede usársele en el momento en que el operador del yacimiento lo crea conveniente.

La inyección de agua es quizá el método de recuperación secundaria más utilizado en el mundo, por lo que es posible encontrar diversas variantes desarrolladas para dar solución a diferentes problemáticas. En este capítulo se abordarán los aspectos técnicos de la ingeniería de yacimientos que permitan dar pie al estudio de la inyección de agua y del estado del arte en la recuperación de aceites pesados.

IV.1. Comportamiento Primario de Aceite

La recuperación primaria de hidrocarburos se debe a un proceso de expansión y desplazamiento de fases en el yacimiento hacia los pozos productores, causado, principalmente, por un gradiente de presión que estimula la energía contenida originalmente en el medio. Sin embargo, este movimiento no puede darse sin que otro volumen de materia ocupe el espacio que desalojan los fluidos producidos, para ayudar a mantener la caída de presión en dicho punto.

Los principales mecanismos de desplazamiento de aceite en un yacimiento son:

1. Empuje por la expansión del sistema sólido-líquidos.
2. Empuje por la expansión del gas disuelto liberado.
3. Empuje por la expansión del gas libre en un casquete.
4. Empuje por un acuífero asociado al yacimiento.
5. Empuje por segregación de fases.
6. Empuje por combinación de mecanismos.

IV.1.1. Empuje por expansión del sistema sólido-líquidos

Cuando un yacimiento de aceite posee una presión inicial mayor que la de burbujeo, el petróleo crudo, el agua connata y la roca del yacimiento son los únicos materiales presentes. Conforme se inicia la extracción de hidrocarburos, la presión declinará, y los sólidos y fluidos del medio se expandirán debido a sus propias compresibilidades (o expansibilidades), y se disminuirá la porosidad del sistema, lo que contribuirá a la expulsión del aceite hacia los pozos productores.

Debido a la presión del medio, la liberación del gas ocurre únicamente en las tuberías de producción, por lo que la Relación Gas-Aceite (RGA) medida a condiciones de superficie permanece constante e igual a la R_s inicial; mientras que al no haber gas en el yacimiento, la compresibilidad total es muy baja, y la presión se abate de manera pronunciada por efecto de la extracción.

Este mecanismo de empuje es considerado el menos eficiente, resultando en la recuperación de pequeños porcentajes del volumen total del aceite en el lugar.

IV.1.2. Empuje por expansión del gas disuelto liberado

Una vez alcanzadas las condiciones de burbujeo, el gas comienza a liberarse del aceite, y si las condiciones de presión en las fases lo permiten, se quedará ocluido y disperso, inicialmente, en pequeñas burbujas microscópicas. En la superficie esto se manifiesta con una disminución en la RGA medida, debido a que el gas no fluirá hasta haber alcanzado las condiciones críticas de saturación en el medio. Conforme la presión declina, el volumen de gas contenido en las burbujas aumentará progresivamente, suministrando energía al aceite que se desplaza en dirección a los pozos productores.

Cuando la cantidad de gas liberado sea suficiente para fluir, este tenderá a agruparse, abriéndose paso en medio del espacio poroso, relegando el flujo del aceite a las paredes de los poros. Este comportamiento se debe a que el petróleo posee mayor viscosidad y densidad, y durante su flujo desprende gas continuamente por efecto de la caída de presión experimentada (**Figura 16**); de manera que la permeabilidad relativa al aceite disminuye de manera gradual, y la RGA medida en superficie experimenta un aumento exponencial.

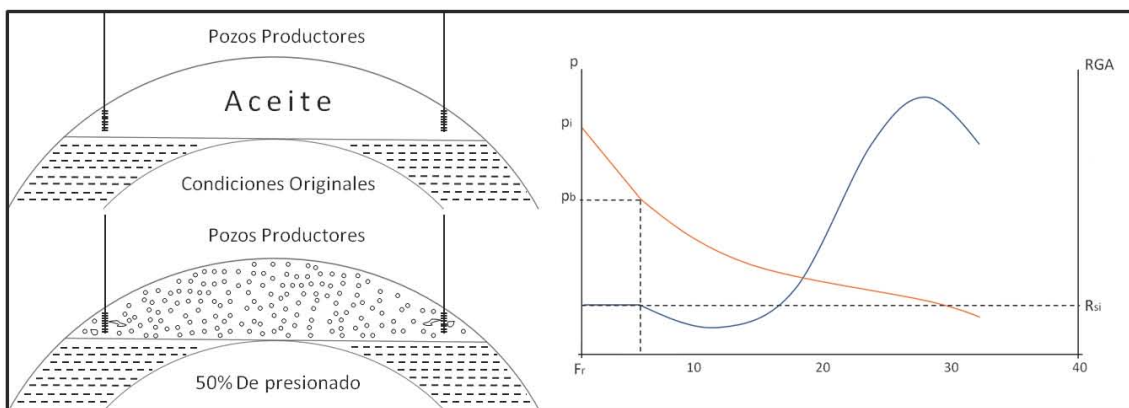


Figura 16. Comportamiento de un yacimiento productor por expansión del gas disuelto liberado y el sistema sólido-fluidos.

Los yacimientos que encuentran en este mecanismo su principal fuente de energía poseen fronteras cerradas, o impermeables, por lo que se desprecia el efecto de la variación del volumen de la roca y el agua connata (pese a que

este sigue presente durante la vida de todos los yacimientos). Si además, la permeabilidad vertical no es favorable para la formación de un casquete de gas secundario, la recuperación no se verá afectada por el ritmo de producción, pudiéndose extraer en estos yacimientos entre el cinco y treinta por ciento del volumen original de aceite medido a condiciones de bajo-saturación.

En suma, al no poder reemplazar los volúmenes de petróleo y gas desalojados por efectos de la producción, la presión en estos yacimientos declina de manera rápida y continua, sin haber una producción significativa de agua.

IV.1.3. Empuje por expansión del gas libre en un casquete

Debido a la diferencia de densidades que existen entre las fases líquidas y gaseosas de un yacimiento petrolero, si la permeabilidad es favorable en un medio relativamente homogéneo, el gas libre invadirá la zona de aceite móvil para acumularse en la cima del yacimiento y formar un casquete. Esta capa de gas se puede originar durante el tiempo geológico, a causa de la migración y entrapamiento de los fluidos; o bien, durante la producción, permitiéndose la acumulación natural del gas liberado de la solución, o artificialmente al inyectar gas al yacimiento.

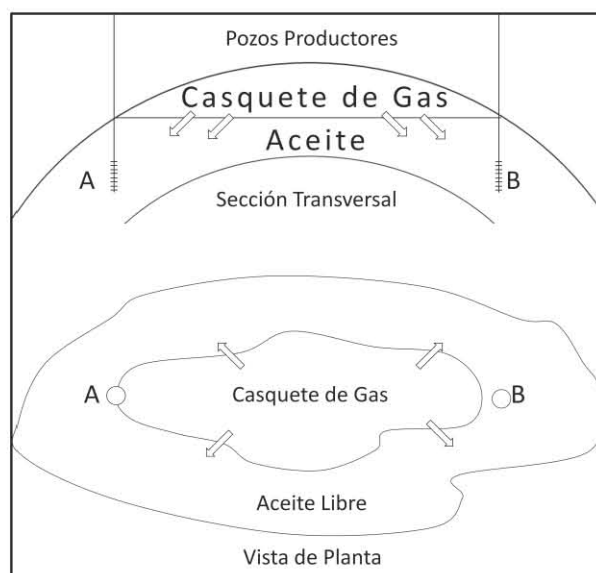


Figura 17. Yacimiento con empuje por la expansión del gas libre en un casquete.

En la **Figura 17** se aprecia una representación de un yacimiento cuyo empuje es, principalmente, por la expansión del gas libre en un casquete. En

ella, los pozos se encuentran ubicados en la parte baja del yacimiento, propiciando que sus vecindades se encuentren saturadas por aceite. Esto favorece la conservación del gas dentro del yacimiento, pues al incrementar la permeabilidad relativa al petróleo en la zona cercana al pozo, dada la existencia de fuerzas de segregación gravitatoria, el gas tiende a desplazarse en dirección vertical y acumularse en el casquete en lugar de canalizarse hacia los pozos.

La presencia de gas libre en la zona de aceite es un elemento indeseable para la producción, debido a que, al tener una viscosidad mucho menor a la del petróleo, habrá una tendencia generalizada a favorecer su flujo. Por ello, en estos yacimientos la recuperación es sensible al ritmo de producción, y se evidencia un aumento en eficiencia de recobro de aceite al disminuir los gastos de los pozos.

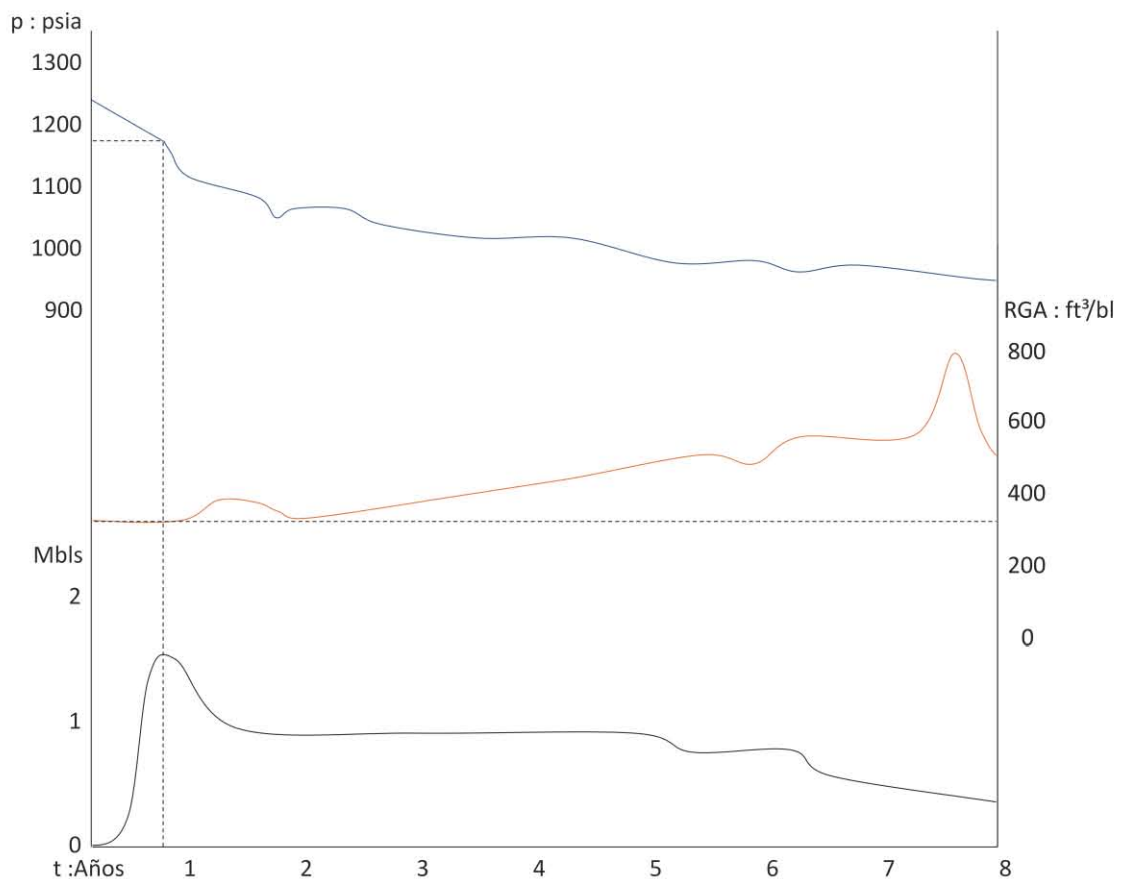


Figura 18. Historia de producción de un yacimiento con empuje por expansión del gas libre en un casquete.

Al igual que en un yacimiento cuyo vehículo principal es la expansión del gas disuelto liberado, la alta compresibilidad de la fase gaseosa es la causante

del desplazamiento del aceite; sin embargo, la eficiencia de recuperación para estos yacimientos es mayor. Esto se debe a que el gas acumulado en el casquete ejerce un empuje frontal en la cara superior del yacimiento, obligando al petróleo a desplazarse a la parte inferior. Durante este proceso se da un mantenimiento de presión en la zona de aceite (**Figura 18**), que evidencia la importancia que tiene el tamaño de la capa de gas.

Las dimensiones del casquete son una medida de la energía disponible para la producción, y repercute de manera directa en el porcentaje de aceite que se espera recuperar.

Las recuperaciones varían normalmente entre el veinte y el cuarenta y cinco por ciento del petróleo originalmente contenido; mas, en condiciones donde el buzamiento favorezca el drenaje gravitacional al fondo de la estructura, las recuperaciones pueden superar el sesenta por ciento.

IV.1.4. Empuje por un acuífero asociado al yacimiento

No siempre las fronteras de los yacimientos son cerradas e impermeables. Muchas veces se encuentran limitados, de manera parcial o total, por un acuífero, que puede llegar a tener dimensiones tan grandes como para considerarse infinito en todo fin práctico; o bien, tan pequeñas como para afectar el comportamiento del yacimiento.

Un acuífero es una unidad porosa y permeable que permite la acumulación y tránsito del agua a través de su volumen. De acuerdo a sus características, se les clasifica como confinado, si sus fronteras son impermeables; o libre, si mantiene una recarga superficial. Inicialmente, estos cuerpos de agua no se manifiestan activamente en la producción, sino que lo hacen al propagarse las condiciones de abatimiento, originadas en torno a los pozos productores, a la zona del contacto agua-aceite.

Ante la diferencia de potencial entre las formaciones, causada por el desequilibrio de las fuerzas que actúan en la frontera, el acuífero comienza a invadir el espacio poroso del yacimiento. En este proceso, el aceite es desplazado hacia la zona superior, en dirección a los pozos, iniciándose un proceso de mantenimiento de presión, caracterizado por una menor liberación de gas en la zona de aceite (**Figura 19**), en especial si no hay un casquete.

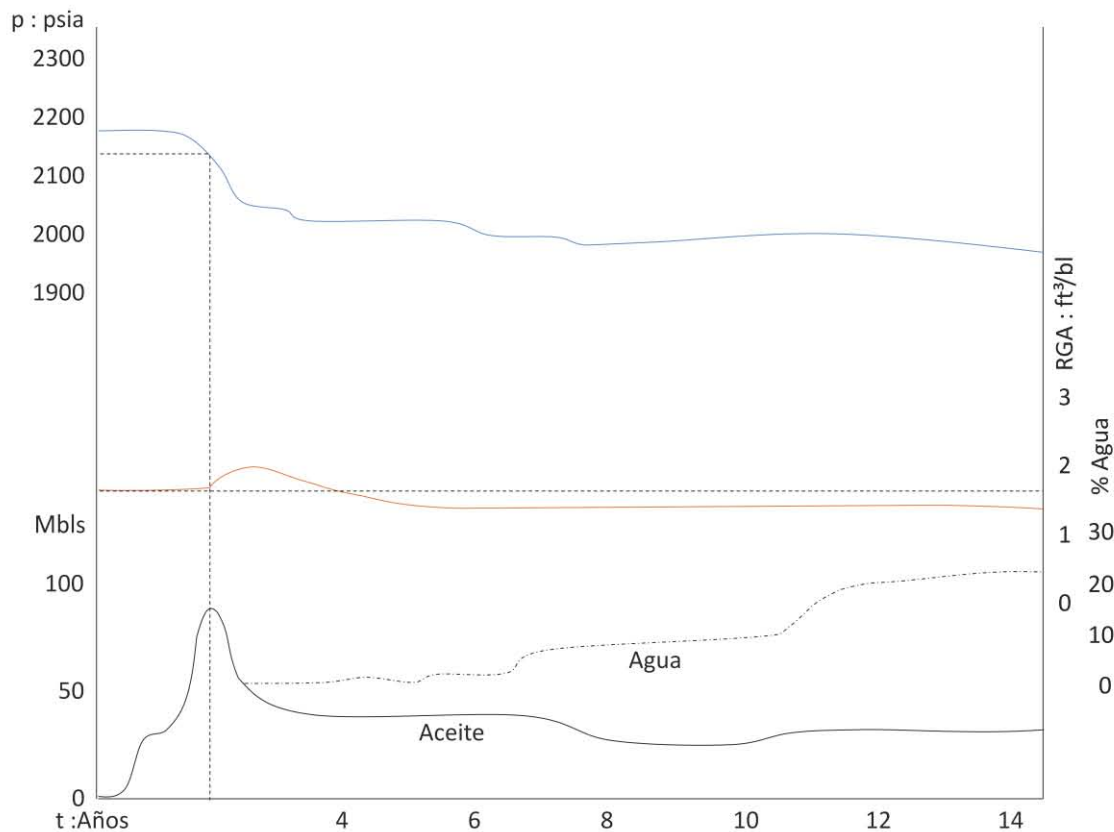


Figura 19. Historia de producción de un yacimiento con empuje el efecto de un acuífero asociado.

La eficiencia de este mecanismo depende del barrido del aceite, por lo que un medio homogéneo es deseable para que el agua avance en un frente uniforme. En caso de tenerse un yacimiento altamente heterogéneo, el agua tenderá a fluir en las zonas de alta permeabilidad.

La recuperación esperada en estos yacimientos se verá afectada notablemente por el grado de actividad del acuífero; con lo que de encontrarse confinado en la misma unidad volumétrica del yacimiento, únicamente podrá aportar una cantidad de energía limitada a sus dimensiones. Por otro lado, un acuífero libre, o uno semi-confinado, suele tener una participación más activa en la producción, ya que sus aguas se recargan de manera continua, reduciendo el rol del gas en el proceso de recuperación a casi cero.

Dado que la recuperación es sensible al ritmo de producción, deben evitarse las conificaciones tempranas del agua en los pozos productores, permitiendo prolongar el tiempo marcado por el límite económico. Las recuperaciones suelen oscilar entre un treinta y cinco y un setenta y cinco por ciento del volumen de aceite original.

IV.1.5. Empuje por segregación de fases

La segregación de fases es un fenómeno que ocurre por la diferencia entre las densidades de dos o más fluidos inmiscibles, en el cual las fases móviles se reacomodan en capas, donde el fluido cuya densidad es menor se dispone en la parte superior, y el más denso se sitúa al fondo.

Resulta evidente, por los procesos de migración y entrapamiento de los fluidos petroleros, que la segregación de fases se presenta en todos los yacimientos a lo largo de largos periodos de tiempo; sin embargo, sólo en algunos yacimientos se reúnen las características necesarias para que pueda contribuir substancialmente en la producción.

El drene por efectos de la gravedad puede ser un método primario de producción en yacimientos de gran espesor y buena permeabilidad; o en yacimientos de alto relieve estructural y con buena permeabilidad en dirección al buzamiento. Es deseable que las formaciones no posean intercalaciones arcillosas que obstruyan el flujo de las fases dentro del yacimiento.

El reacomodamiento de las fases ocurre en un proceso lento, en el cual el gas migra hacia la cima del yacimiento, desplazando al aceite a la parte basal durante su paso. Para que los fluidos alcancen la posición deseada dentro de la estructura, es necesario que el ritmo de producción no gobierne del todo el movimiento de las fases, ya que la movilidad del gas es mucho mayor a la del aceite.

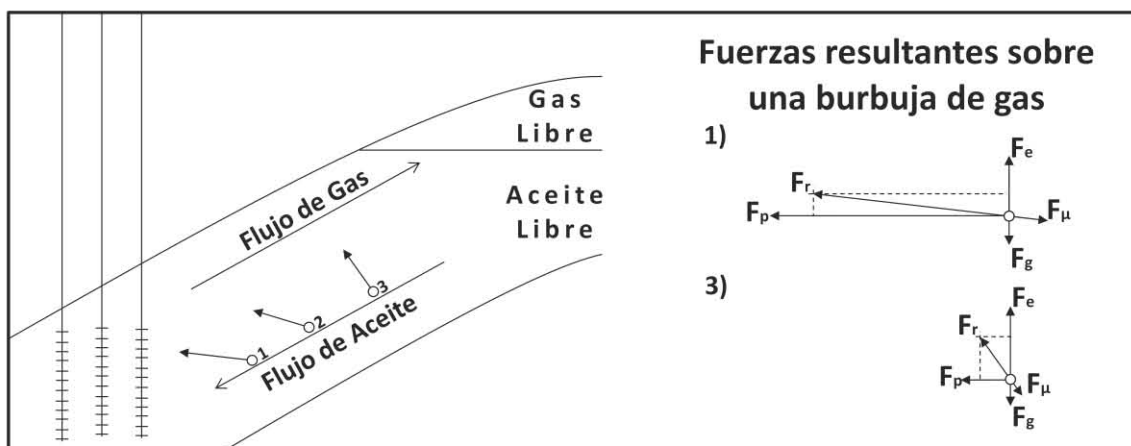


Figura 20. Representación de las fuerzas que actúan sobre una burbuja de gas en un yacimiento.

Puede observarse en la **Figura 20** que los pozos se encuentran dispuestos en la sección más baja de la estructura, ya que, como fue descrito

en el empuje por expansión del gas libre en un casquete, la saturación de aceite en las vecindades de los pozos favorece la permeabilidad relativa al petróleo y, por lo tanto, al reacomodamiento de fases. De hecho, un empuje por expansión de la capa de gas puede ser considerado como un caso particular de la segregación gravitatoria.

Ahora bien, conforme el aceite desplazado se acerque a los pozos productores, este encontrará cada vez más influenciado por el gradiente de presión existente en sus vecindades; formando pequeñas burbujas de gas en la zona del aceite móvil. Puede observarse en la **Figura 20** que estas burbujas se encontrarán sometidas a fuerzas que definirán su trayectoria dentro del yacimiento.

De acuerdo a lo puntualizado en la primer sección del capítulo tres, estas fuerzas son: La de gravedad, originada por el propio peso de la burbuja de gas; la de empuje, causada por la diferencia de densidades entre el gas y el aceite; la de presión, afectada por el estímulo que ejercen los pozos productores; y la de viscosidad, que se opone al movimiento del cuerpo gaseoso. Además, las fuerzas capilares, debidas a los fenómenos electroquímicos que ocurren a nivel molecular, dan lugar a la existencia de una membrana entre las fases, y al ser diferentes las presiones del gas y el aceite, favorecen el desplazamiento hacia una dirección.

Puede concluirse, a partir del análisis de fuerzas mostrado, que conforme las burbujas se encuentren más próximas a los pozos productores, el gradiente de presión tendrá más influencia en su movimiento. Así, la burbuja localizada en el punto 1) tiende a desplazarse hacia el pozo; en tanto que la resultante de la ubicada en 3) tiende a incorporarla al casquete.

De esta manera, queda evidenciado que al restringirse los gastos de los pozos, la influencia del gradiente será menor, y se favorecerá la recuperación, llegando a haber casos en donde esta exceda el ochenta por ciento del volumen inicial del aceite.

IV.1.6. Empuje por combinación de mecanismos

El mecanismo más comúnmente encontrado es aquel donde tanto el agua como el gas poseen una fase móvil, por lo que ambos contribuyen, en algún

grado, a la producción de aceite. Este caso se identifica como una combinación de mecanismos.

Normalmente esta condición se da como resultado de la combinación del empuje que ejerce un cuerpo de agua menor y la alta expansibilidad de la fase gaseosa. Esta última puede presentarse acumulada en un casquete pequeño; o bien, como gas disuelto liberado a través del yacimiento.

En realidad, todos los mecanismos de empuje pueden llegar a formar parte de la producción en un mismo medio; verbigracia, el aceite contenido en un yacimiento grande, cuya presión inicial se encuentre por encima de las condiciones de burbujeo, se desplazará por efecto de la expansión de la roca y los fluidos ubicados en las vecindades de los pozos. Luego, cuando las condiciones del medio lo permitan, el gas comenzará a liberarse, formando pequeñas burbujas en el espacio poroso, y en su expansión desplazarán al aceite en dirección a los pozos. Al paso del tiempo, las burbujas empezarán a desplazarse, y si el ritmo de producción lo permite, el gas migrará a la cima del yacimiento para formar un casquete. Además, cuando las condiciones de abatimiento se hayan propagado a las fronteras del contacto agua-aceite, el acuífero comenzará a invadir el yacimiento, como se muestra en la **Figura 21**.

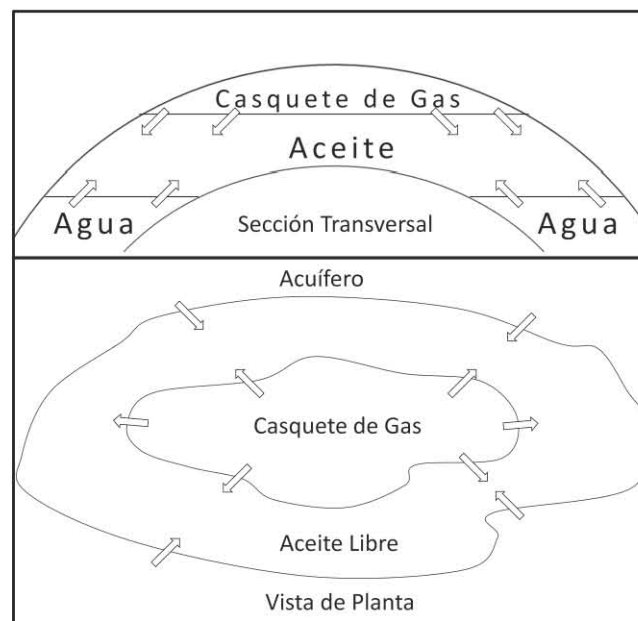


Figura 21. Yacimiento con combinación de empujes.

El efecto combinado de los empujes permite un leve mantenimiento de presión, y la recuperación dependerá del grado en el que pueda evitarse la

presencia del gas disuelto liberado en la zona de aceite libre. En estos yacimientos, suele recurrirse a métodos de mantenimiento de presión para mejorar la eficiencia de recuperación del aceite, ya sea con la inyección de gas, agua, o de ambos fluidos.

Mecanismo de Empuje	Rango de Recuperación [%]
Expansión del sistema roca-fluidos	3 – 7
Expansión del gas disuelto liberado	5 – 30
Expansión del gas en un casquete	20 – 45
Acuífero asociado al yacimiento	35 – 75
Segregación de fases	< 80
Combinación de casos	30 – 60

Tabla 1. Rango de recuperación de los mecanismos de producción

IV.2. Fundamentos de la Inyección de Agua

Una vez determinado el límite económico de la etapa primaria de producción, resulta una práctica común inyectar agua o gas con la intención de aumentar la producción y mantener la presión del medio.

La inyección de agua es el método pionero en la inyección de fluidos a los yacimientos. Su desarrollo comenzó en Pensilvania, cuando de manera accidental, en 1865, agua de secciones superiores (estratos o acumulaciones superficiales) se canalizó a través de los agujeros perforados y logró ingresar en el yacimiento. Conforme el abatimiento de presión permitió el desplazamiento del agua en el medio, esta desplazó al aceite embebido en los poros hacia los pozos productores con mayor eficiencia, y propició un menor abatimiento en la presión. Pese a haberse identificado los efectos benéficos del flujo del agua sobre la producción, la inyección de agua no se extendió de manera rápida sino hasta finales de la década de 1950, cuando se le reconoció como un método potencialmente benéfico para la explotación.

Actualmente, el agua inyectada es el principal vehículo de producción secundaria para el aceite; permitiendo mantener la presión del medio dentro de rangos rentables, a la par que barre al aceite del medio hacia los pozos productores. Se justifica su uso en un yacimiento cuando, con baso a un

análisis técnico-económico, se determina que su implementación permite optimizar la producción y maximizar el valor económico del proyecto por sobre otras opciones (incluida la pérdida de energía asociada al mecanismo de empuje natural del yacimiento).

IV.2.1. Aspectos técnicos de la inyección de agua

El estudio del comportamiento del agua inyectada comenzó en 1941 cuando se publica la teoría de Buckley-Leverret acerca del flujo fraccional y se describen los efectos del frente de agua en el barrido del aceite y las etapas de su avance en el yacimiento.

$$f_w = \frac{v_w}{v_i} = \frac{1 + \frac{k}{v_i} \frac{k_{ro}}{\mu_o} \left(\frac{\partial p_c}{\partial L} - g \Delta \rho \text{ sen } \alpha \right)}{1 + \frac{\mu_w}{\mu_o} \frac{k_o}{k_w}} \dots (4.1)$$

Desde entonces se han hecho grandes avances en el estudio de la variación del comportamiento f_w respecto a la S_w en el medio para intentar predecir el comportamiento y ubicación del frente de agua, lo que permitió a los operadores desarrollar metodologías de inyección apropiadas para evitar la digitación del agua y consecuente rompimiento de la fase desplazada.

Los arreglos de inyección han evolucionado para contribuir a la optimización de la recuperación, y actualmente los arreglos de los pozos se disponen en base dos tipos de inyección:

1. La inyección periférica o externa. Suele preferirse cuando la información disponible no es suficiente para una buena predicción en el comportamiento futuro, por lo que los pozos se instalan en los límites periféricos del yacimiento.
2. La inyección en arreglos o dispersa. Su uso es más frecuente, inyectándose el agua dentro del yacimiento, causando que los fluidos de la región próxima al punto de inyección se desplacen de manera controlada hacia el pozo productor.

El agua utilizada en la inyección es tratada para que asemeje químicamente al agua connata y no reaccione dañando al yacimiento; también,

en casos donde la producción de agua es muy grande, esta se separa de los fluidos producidos y se reinyecta a la formación. En ocasiones es posible adicionar polímeros para aumentar la viscosidad del agua y mejorar la eficiencia del desplazamiento.

IV.2.1.1. Eficiencia de recuperación del aceite desplazado por agua

La eficiencia de recuperación del aceite permite conocer la cantidad de aceite que ha podido ser desplazada por efecto del agua inyectada, y se ve afectado por diversos factores como el ritmo de inyección y las condiciones del yacimiento. Matemáticamente resulta de multiplicar la eficiencia de desplazamiento del agua por la eficiencia de barrido volumétrico.

$$E_R = E_D \times E_V \dots (4.2)$$

La eficiencia de desplazamiento del agua (E_D) se refiere al movimiento que describen los fluidos albergados originalmente en el espacio poroso ante el avance del agua inyectada en un elemento del yacimiento, su comportamiento se ve afectado por las propiedades físicas y químicas de los fluidos y el medio poroso, especialmente por la mojabilidad del sistema y la viscosidad de las fases.

$$E_D = \frac{S_{w@or} - S_{wi}}{1 - S_{wi}} = \frac{\frac{S_{oi}}{B_{oi}} - \frac{S_{or}}{B_{or}}}{\frac{S_{oi}}{B_{oi}}} \dots (4.3)$$

Por su parte la eficiencia de barrido volumétrico (E_V) se define como el volumen de poros que se encuentran en contacto con el fluido inyectado respecto al total del elemento. Su cálculo resulta del producto de la eficiencia de desplazamiento areal y la eficiencia de desplazamiento vertical, y permite cuantificar el efecto tridimensional del desplazamiento en un medio heterogéneo.

$$E_V = E_a \times E_i \dots (4.4)$$

La eficiencia del área barrida (E_a), o areal, es la porción de aceite que el agua inyectada logra desplazar de manera horizontal una vez invadida una

sección del yacimiento; este valor depende principalmente del arreglo de inyección, así como de la movilidad de las fases y la tasa de anisotropía del medio. La eficiencia del desplazamiento areal aumenta al disminuir la relación de movilidades entre las fases.

$$E_a = \frac{\text{Área horizontal invadida}}{\text{Área horizontal invadible}} \dots (4.5)$$

Por otro lado, la eficiencia de barrido vertical (E_i) permite cuantificar la porción del área vertical que entra en contacto con el fluido inyectado al trasladarse en esta dirección. La invasión vertical se ve fuertemente afectada por las heterogeneidades del medio, así como por las fuerzas viscosas, capilares y de segregación, pudiendo causar que el desplazamiento ocurra de manera irregular.

$$E_i = \frac{\text{Área vertical invadida}}{\text{Área vertical invadible}} \dots (4.6)$$

Las definiciones anteriormente descritas son representadas, al paso del tiempo, para una porción de un arreglo de 5 pozos inyectores en la **Figura 22**.

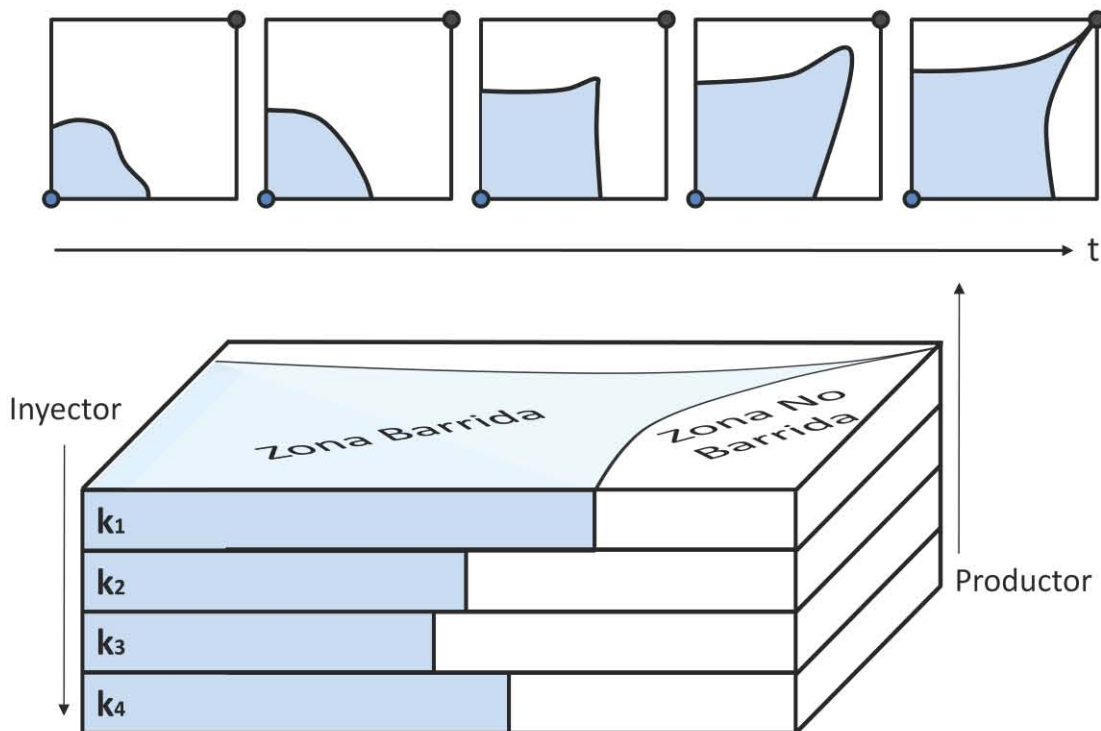


Figura 22. Representación de la eficiencia de recuperación en un elemento de volumen de un yacimiento.

IV.2.1.2. Características del yacimiento

Para determinar si un yacimiento es un candidato para inyectar agua y realizar una operación de desplazamiento de hidrocarburos o de mantenimiento de presión, deben considerarse las características del yacimiento que se describen a continuación.

Geometría del Yacimiento

Uno de los primeros pasos al organizar la información del yacimiento para determinar si la inyección de agua es viable es establecer la geometría del medio. La estructura y estratigrafía del yacimiento controlan la disposición de los pozos y, a largo plazo, dan pauta para establecer las prácticas de inyección de agua a seguir para producir el yacimiento.

El relieve estructural es el principal factor que gobierna los mecanismos de segregación gravitacional. En la presencia de grandes permeabilidades, la recuperación por drenaje gravitatorio puede reducir la saturación de aceite a un valor para el cual inyectar agua en el yacimiento puede resultar en pérdidas económicas. Además, un alto relieve estructural puede ser benéfico para la implementación de un programa de inyección de gas, siendo esta decisión influenciada por la forma y tamaño del yacimiento y la presencia de un casquete de gas.

La mayoría de las operaciones de inyección de agua son realizadas en campos con un relieve estructural moderado, y cuyos yacimientos se encuentran en trampas de tipo estratigráfico. Esto último influenciado por el empuje por gas disuelto liberado que tiene lugar en el medio, indicando que no ha sido beneficiado por la presencia de un acuífero y otro mecanismo de energía; así, grandes saturaciones permanecen aún después de las operaciones de recuperación primaria, haciendo estos yacimientos más atractivos para implementar métodos de recobro secundario.

Litología de las formaciones

La litología tiene una influencia profunda en la eficiencia que pueda tenerse en cualquier operación de inyección en un yacimiento. Los factores que afectan el desplazamiento de los fluidos en el medio son la porosidad, permeabilidad y contenido arcilloso.

En algunos sistemas complejos, sólo una pequeña porción de la porosidad total, como una sección fracturada, posee la permeabilidad suficiente para que las operaciones de inyección de agua sean efectivas. En estos casos el impacto será menor sobre la porosidad matricial, por lo que la evaluación requerirá una investigación extensiva en laboratorios para la comprensión del yacimiento.

Pruebas de laboratorio han demostrado que la composición mineralógica de las formaciones productoras impacta en la saturación residual de aceite antes, durante y después de una operación de inyección de agua, evidenciando reacciones entre los componentes de los fluidos y el medio poroso. Como resultado se tienen diversos grados de atracción entre los fluidos petroleros y los sólidos del yacimiento, que en conjunto con los cambios en la geometría y porosidad del medio, pueden causar cambios en la mojabilidad del medio en diferentes secciones.

La evidencia de barreras permeables, como intercalaciones arcillosas, incrementan los riesgos para los procesos de inyección, por lo que sus efectos en los patrones de flujo resultantes y en la transmisividad deben ser evaluados cuidadosamente al momento de plantear una operación de este tipo.

Profundidad del yacimiento

La profundidad del yacimiento es otro factor que debe ser considerado para proyectos de inyección de agua básicamente por dos razones, la presión requerida para que el agua ingrese al medio y los costos asociados a la perforación y acondicionamiento de los pozos inyectoros.

Cuando los yacimientos poseen una gran profundidad perforar pozos inyectoros puede resultar una tarea costosa, por lo que en muchas ocasiones es necesario utilizar los pozos productores para la inyección, ocasionando que las recuperaciones esperadas sean menores. Esto se debe en buena parte a que los pozos productores no suelen encontrarse dispuestos de manera adecuada para optimizar la inyección de los fluidos. En contraparte, en los yacimientos someros se reducen drásticamente los costos de perforación, por lo que es más viable la perforación de nuevos pozos inyectoros en arreglos seleccionados para aumentar la recuperación.

En las operaciones de inyección de fluidos, la presión que puede aplicarse se encuentra limitada por la profundidad y composición del yacimiento. Entonces, a grandes profundidades se dispone de un mayor rango de presiones de inyección y es posible aumentar el espaciamiento entre los pozos; mientras que los yacimientos someros requieren especial atención para evitar que la presión aplicada sobrepase el límite crítico durante el ingreso del agua, de lo contrario el medio será fracturado. Esto resulta en la creación de zonas ladronas, en la canalización del agua inyectada o en la digitación temprana. Estas consideraciones también influirán en el diseño y selección del equipo superficial.

Continuidad de las propiedades de las formaciones del yacimiento

La importancia de la continuidad de las propiedades de las rocas del yacimiento recae en la permeabilidad y la uniformidad vertical. Ya que el flujo de los fluidos dentro del yacimiento ocurre esencialmente en dirección de los planos de estratificación, la continuidad horizontal a lo largo de estos es favorable.

Los estudios acerca de la anisotropía del medio deben ser considerados para determinar el espaciamiento de los pozos y los patrones de flujo, así como para estimar el volumen del yacimiento que será afectado durante la el programa de inyección, por lo que es necesaria una buena caracterización del medio.

Saturación y distribución de los fluidos

La cantidad de aceite contenida en el yacimiento es determinante al momento de evaluar la viabilidad de una operación de inyección. Usualmente, cuanto mayor sea la saturación de petróleo al inicio de la inyección, mayor será la eficiencia de recobro, ya que podrá desplazarse una mayor cantidad de aceite a los pozos productores y se evitará el rompimiento del agua al favorecerse la permeabilidad relativa al aceite, por lo que la probabilidad de que la saturación de aceite remanente sea menor al termino del proceso de recuperación implementado.

Otro factor que resulta decisivo al determinar la susceptibilidad de un yacimiento a las operaciones de inyección es la saturación del gas libre.

Muchos autores han demostrado a través de experimentos que para una saturación de aceite dada, el porcentaje de recuperación por la inyección de agua incrementa conforme la saturación de gas libre incrementa hasta no más de un treinta por ciento del volumen total de fluidos en el yacimiento, de lo contrario la movilidad del gas evita el flujo del aceite y permite el rompimiento del agua.

El incremento en la recuperación por la presencia de gas en la inyección de agua ha sido atribuido a los cambios en las características físicas del aceite y a la movilización de aceite disperso en la fase gaseosa; sin embargo, por la dificultad para controlar el gas libre en el yacimiento, se prefiere operar en ausencia del mismo.

Propiedades de los fluidos y su relación con la permeabilidad relativa

Las propiedades físicas de los fluidos petroleros también tienen efectos pronunciados en la selección de un yacimiento para la inyección de agua, siendo la viscosidad la propiedad de más importancia, ya que la viscosidad del aceite afecta la relación de movilidad.

Cuanto mayor sea la relación de movilidad, menor será la recuperación al rompimiento, produciéndose una gran cantidad de agua para la extracción de poco petróleo.

IV.2.2. Aspectos económicos de la inyección de agua

La implementación de un proyecto de inyección de agua requiere además de una evaluación económica que contemple los siguientes puntos:

- La recuperación esperada;
- La inversión requerida;
- Los costos de operación y mantenimiento del equipo superficial;
- Los gastos derivados del manejo de la producción; y
- La disponibilidad, calidad y tratamiento del agua.

Para encontrar el momento y condiciones óptimas para el inicio de la operación, debe realizarse un análisis que considere diferentes escenarios de producción, y se elegirá aquel que maximice el valor económico del activo.

Los siguientes factores han sido encontrados importantes para seleccionar el tiempo adecuado para comenzar los procesos de inyección:

- **Viscosidad del aceite en el yacimiento.** La inyección de agua debe iniciarse cuando la presión de burbujeo sea alcanzada, ya que en este punto la viscosidad del aceite habrá alcanzado su valor más bajo dentro del yacimiento y se favorecerá la movilidad del aceite, aumentándose la eficiencia de barrido.
- **Saturación del gas libre.** En los proyectos de inyección de agua, es deseable contar con una saturación de gas inicial, menor al diez por ciento. Esto ocurre cuando la presión es menor a la de burbujeo.
- **Costo del equipo de inyección.** Esto se encuentra relacionado a la presión del yacimiento, ya que a altas presiones, las necesidades del equipo, y el costo, incrementan. Por ello, una baja presión inicial es deseable.
- **Vida productora del yacimiento.** Debido a que los costos de operación son parte importante de las erogaciones del proyecto, la inyección debe iniciarse tan pronto como sea posible.
- **Productividad de los pozos.** Durante la producción, es deseable contar con altas presiones en los pozos productores, permitiendo prolongar su vida fluyente y disminuir los costos de levantamiento de los fluidos.
- **Desfasamiento de la inversión.** Un desfasamiento de las inversiones requeridas resulta conveniente para disminuir los costos del proyecto.

Debido a que algunos de estos puntos se oponen entre sí, la presión a la que debe implementarse el proyecto se da cuando la optimización de varios de estos factores permite maximizar el valor económico total.

Empero, el principal requerimiento, como se ha mencionado anteriormente, es la saturación de aceite remanente en el yacimiento al inicio de la inyección, que debe ser suficiente para que el proyecto sea viable (tanto desde el punto de vista económico como del técnico).

IV.3. Estado del Arte de la Inyección de Fluidos para la Producción de Aceite Pesado

Se denominan aceites pesados a aquellos hidrocarburos cuyas estructuras moleculares se componen de largas cadenas atómicas de alto peso molecular, por lo que resultan fluidos densos y de alta viscosidad.

Debido a las importantes reservas a nivel mundial de aceite pesado y a la demanda del mercado energético, se han desarrollado diversas metodologías para incrementar la eficiencia de recuperación esperada por los mecanismos naturales. En lo que respecta a la inyección de fluidos para la extracción de estos recursos, se clasificará a los métodos de la siguiente manera:

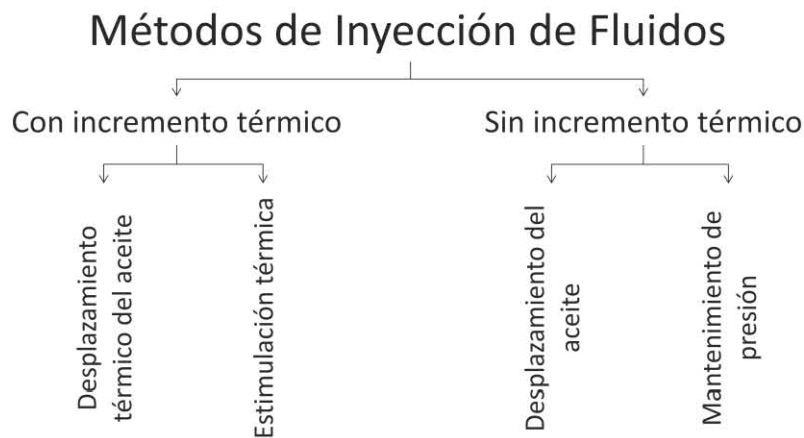


Figura 23. Clasificación térmica de los métodos de inyección de fluidos en yacimientos.

IV.3.1. Métodos de inyección de fluidos con incremento térmico

Todos los procesos de incremento térmico tienden a reducir la resistencia al flujo al disminuir la viscosidad del aceite. Básicamente existen dos tipos de procesos térmicos, los de inyección de fluidos calientes y los de generación de calor in situ. La inyección de fluidos calientes, como su nombre lo indica, involucra la inyección de fluidos previamente calentados en un yacimiento a menor temperatura. Generalmente, los fluidos más comúnmente inyectados son el agua (tanto líquida como en forma de vapor) y el aire; sin embargo, otros fluidos como el gas natural y diversos compuestos químicos pueden utilizarse para dicha labor. La selección del fluido se hace en base a un análisis que considere el costo de la inyección, los efectos sobre la producción y la disponibilidad del fluido, así como la naturaleza del yacimiento.

Por otra parte, los procesos térmicos de inyección de fluidos también pueden clasificarse como desplazamientos térmicos y estimulaciones térmicas, de acuerdo a la finalidad que se persiga.

En un desplazamiento térmico, el fluido se inyecta continuamente a través de pozos inyectoras, favoreciendo el desplazamiento del aceite hacia las zonas productoras al disminuir su viscosidad y permitir un mantenimiento en la presión del medio. De esta manera, no sólo se reduce el efecto de las fuerzas viscosas, sino que igual se favorece a las fuerzas de presión y, de acuerdo a las condiciones del yacimiento, a las de segregación.

Ahora bien, en una estimulación térmica únicamente se calienta la parte cercana a los pozos productores, por lo que cada pozo funciona como inyector y productor en intervalos alternados, con lo que se impele a las fuerzas naturales del mecanismo de empuje del yacimiento a incrementar su eficiencia. Los tiramientos de estimulación pueden ser combinados con los desplazamientos térmicos para favorecer la eficiencia en la recuperación.

IV.3.2. Métodos de inyección de fluidos sin incremento térmico

La producción fría de aceite pesado (CHOP, por Cold heavy oil production en inglés) se refiere a las técnicas clásicas de inyección de agua implementadas en yacimientos de aceite pesado.

Dado que muchos campos de aceite pesado se componen de una serie de yacimientos pequeños, segmentados y, en algunos casos, dispersos, no pueden ser candidatos para implementar estrategias caras; sin embargo, la inyección de agua es una opción viable en yacimientos pequeños. Esto se debe a que el agua es un líquido con una gran disponibilidad, y su inyección requiere de bajos costos respecto a otras opciones; además, las compañías operadoras poseen una gran experiencia en su aplicación y control.

En estas aplicaciones, es muy importante entender las fuerzas que tienen lugar en el yacimiento, debido a que, dadas las características de los fluidos desplazados, no es posible aplicar la misma teoría y asunciones que en un desplazamiento de aceite convencional, en donde las heterogeneidades del yacimiento suelen ser las principales causantes de que el aceite remanente quede atrapado en el medio. Sin embargo, este no es el caso al hablar de

aceite pesado, debido a que la alta viscosidad (y por ende la mala relación de movilidad entre los fluidos desplazantes y desplazados) hace que los efectos de las fuerzas capilares se conjuguen con las fuerzas viscosas, por lo que el frente de agua puede no avanzar de manera uniforme, presentando digitación y rompimiento en etapas tempranas de la producción.

IV.3.3. Tecnologías de producción

Actualmente, menos del 5% del suministro mundial de aceite proviene de aceite pesado; sin embargo, se espera que este porcentaje incremente drásticamente en los próximos años a medida que la producción de aceite convencional continúe declinando.

Por esta razón se han desarrollado diversas tecnologías basadas en principios de recuperación por disminución de viscosidad combinados con agentes químicos reductores de la presión capilar (como el VAPEX), obteniéndose buenos resultados sobre la producción. No obstante, las condiciones económicas no han permitido su viabilidad en la práctica.

Empero, dos tecnologías de inyección han demostrado un balance positivo en la evaluación técnico-económica por su simplicidad. La primera, el drene gravitacional asistido por inyección de vapor, es una tecnología de inyección y desplazamiento de fluidos con incremento térmico que se ha consolidado desde ya hace unos años en el mercado.

Por otro lado, la tecnología de pulsos de presión ha permitido la explotación rentable de yacimientos de pequeñas dimensiones mediante la inyección convencional de agua.

IV.3.3.1. Drene gravitacional asistido por inyección de vapor

La segregación gravitacional asistida por vapor (SAGD, por Steam-Assisted Gravity Drainage en inglés), es un mecanismo de recuperación por incremento térmico desarrollado en Canadá para explotar yacimientos de alta viscosidad, donde el aceite se encuentra prácticamente inmóvil. Su operación requiere la perforación de dos pozos horizontales en la parte baja de un yacimiento de poco espesor, mismos que se disponen uno por encima del otro

y separados a poca distancia entre sí. En el pozo superior se inyecta vapor de manera continua y lenta, formando así una cámara de vapor.

El vapor que ingresa al yacimiento posee una alta movilidad, por lo que rápidamente se moviliza en dirección vertical hacia la cima del medio, propiciando un intercambio de calor con las fases que entre en contacto. Como resultado de esto, parte del vapor condensa y se reduce la viscosidad del crudo, con lo que los líquidos fluyen en contra corriente a la zona basal del yacimiento por efecto de la segregación gravitatoria. Además, al calentarse la roca por efecto del vapor, se puede provocar la aparición de pequeñas grietas orientadas en dirección al flujo del vapor, lo que tiende a favorecer el escurrimiento de los líquidos al fondo, aún en presencia de formaciones arcillosas.

Al paso del tiempo, el vapor y los gases liberados del aceite por su calentamiento se acumularán en la cima, formando una especie de casquete que no sólo continuará empujando al aceite, sino que además formará una capa aislante para el calor.

La operación del SAGD a presiones inferiores a la de fractura garantiza que no se presenten inestabilidades por consecuencia de las altas presiones en el medio (canalizaciones, conificaciones y fracturas que den origen a zonas ladronas en la parte basal). De esta manera, debido a la combinación de procesos de segregación gravitatoria y de aumento de la permeabilidad en dirección basal del yacimiento, con ayuda del SAGD se han podido tener recuperaciones de entre un cincuenta y ochenta por ciento del volumen total de aceite en yacimientos de Canadá.

Esta tecnología se encuentra en vías de implementación en México, en yacimientos de aceite pesado ubicados en paleocanales del Mioceno-Plioceno de la Región Sureste. Dada la historia geológica de las cuencas del Sureste, los yacimientos describen un gran nivel de heterogeneidad, impidiendo su completa caracterización; por lo que no se ha logrado llegar a tener una inyección continua de vapor.

IV.3.3.2. Tecnología de pulsos de presión

La operación de la tecnología de pulsos de presión (PPT, por Pressure Pulse Technology en inglés) requiere de uno o más pozos inyectoros de agua,

el agua ingresará al yacimiento a una tasa ajustada a una función cíclica por un motor en superficie. El agua inyectada servirá de vehículo para las ondas de presión, que provocan una respuesta elástica en las rocas que componen al yacimiento. Estas se contraerán y dilatarán ante el paso de la onda de presión, con lo que el espacio poroso variará para facilitar el desplazamiento del aceite.

La amplitud y frecuencia de la onda son determinadas según la heterogeneidad del medio poroso. Al ir moviéndose la onda de presión a través del medio poroso, a una velocidad de entre cuarenta y ochenta metros cada segundo, la pequeña expansión y contracción de la matriz ayuda a desbloquear las gargantas de los poros, incrementar la velocidad de flujo del líquido, superar parte de los efectos del bloqueo capilar, y reducir efectos negativos de inestabilidades como digitación viscosa y conificación.

La estimulación al sistema roca-fluidos ha permitido obtener recuperaciones, de acuerdo al nivel de heterogeneidad) de más de un cincuenta y cinco por ciento del volumen original de aceite, principalmente en Canadá y algunos yacimientos de Estados Unidos. Pese a ser una tecnología muy reciente, la gran experiencia que se tiene en la operación de procesos de inyección de agua a nivel mundial, aunado a los bajos costos asociados a su implementación y manejo, hacen pensar que la PPT será una de las principales opciones de producción (tanto en yacimientos aceite pesado, como en los recursos convencionales).

CAPÍTULO V

MODELO PROPUESTO

Un requisito para comprender el comportamiento de la inyección de agua es el conocimiento de las propiedades básicas de la roca del yacimiento, tanto las propias de la roca, como las del sistema roca-fluidos. Dichas propiedades se han explicado con anterioridad y dan pie a la base teórica del modelo.

A continuación se describen las consideraciones hechas para el planteamiento del problema, así como el modelo desarrollado.

V.1. Descripción

Un yacimiento fracturado es un sistema formado a su vez por dos subsistemas, uno conformado por la matriz porosa del medio, y otro por las fracturas. El sistema fracturado se comporta como una serie de canales intercomunicados que se encuentran en contacto y separan a la matriz en una gran cantidad de bloques.

En este caso se considera que los bloques se encuentran distribuidos de manera uniforme en un arreglo de paralelepípedos dentro de un sistema cartesiano, por lo que el volumen poroso fracturado se divide en n_f fracturas que separan a n_m zonas matriciales (**Figura 24**).

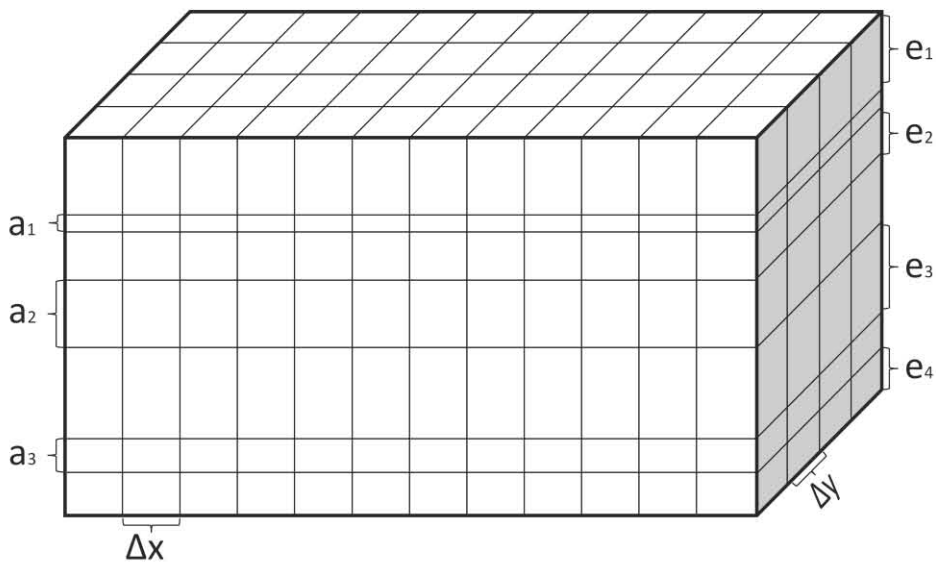


Figura 24. Representación cartesiana de un elemento de volumen de un medio poroso cuya matriz se encuentra fracturada y dividida en n bloques.

Además, el volumen se segmenta en x con un paso Δx , en y con Δy , y en z habrá un espesor e variable para los elementos matriciales, y una separación a representativa de cada grieta. Lo que permite representar fracciones de volumen de fracturas (f) y de matriz (m) de la siguiente manera:

$$f_k = \frac{n_{fx}n_{fy}n_{fk}(\Delta x_k\Delta y_k)a_k}{V_t} \dots (5.1)$$

$$m_k = \frac{n_{mx}n_{my}n_{mi}(\Delta x_k\Delta y_k)e_k\Phi_k}{V_t} \dots (5.2)$$

Donde V_t se refiere al volumen total del medio y Φ la porosidad promedio de cada elemento k . Al despejar a n_{fk} y n_{mk} :

$$n_{fk} = \frac{V_t f_k}{n_{fx} n_{fy} (\Delta x_k \Delta y_k) a_k} \dots (5.1')$$

$$n_{mk} = \frac{V_t m_k}{n_{mx} n_{my} (\Delta x_k \Delta y_k) e_k \Phi_k} \dots (5.2')$$

Debe resaltarse que cada elemento de volumen poseerá propiedades medias específicas.

Ahora bien, se considera que tanto en la matriz como en las fracturas existe fluido almacenado, y puede haber sudación por efecto de las fuerzas capilares y gravitacionales en la matriz. Por ello que el modelo que se describe sea de doble porosidad.

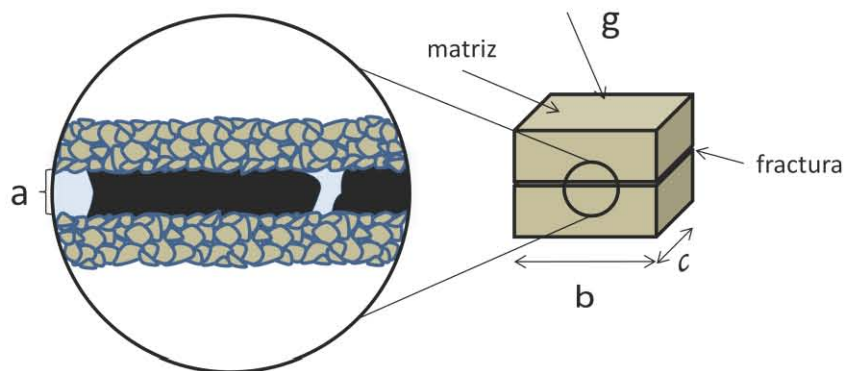


Figura 25. Esquemización del flujo en una fractura de un medio poroso.

Por su parte, para modelar la zona de la fractura se considera que la separación entre los bloques es muy pequeña respecto a las otras dimensiones de la misma (**Figura 25**).

En un instante dado, al medio descrito se inyecta agua para desplazar el aceite contenido. Es posible, de acuerdo a las ecuaciones 5.1' y 5.2', y al conocimiento que se tenga del volumen poroso fracturado, saber el gasto que se aporta desde cada bloque, considerando que:

$$\vec{v}_i = v_{ix} \hat{i} + v_{iy} \hat{j} + v_{iz} \hat{k} \dots (5.3)$$

$$\vec{q}_i = q_{ix} \hat{i} + q_{iy} \hat{j} + q_{iz} \hat{k} \dots (5.4)$$

Y en cada dirección:

$$q_{ix} = \sum_{k=1}^{N_{Tf}} n_{fk} v_{fx_m}(a_k \Delta y_k) + \sum_{k=1}^{N_{Tm}} n_{mk} v_{mx_k}(e_k \Delta y_k) \dots (5.5)$$

$$q_{iy} = \sum_{k=1}^{N_{Tf}} n_{fk} v_{fy_k}(a_k \Delta x_k) + \sum_{k=1}^{N_{Tm}} n_{mk} v_{my_k}(e_k \Delta x_k) \dots (5.6)$$

$$q_{iz} = \sum_{k=1}^{N_{Tf}} n_{fk} v_{fz_k}(\Delta x_k \Delta y_k) + \sum_{k=1}^{N_{Tm}} n_{mk} v_{mz_k}(\Delta x_k \Delta y_k) \dots (5.7)$$

Donde v_i es la velocidad de inyección en un bloque, y se asume igual a:

$$q_i = q_o + q_w \dots (5.8)$$

$$v_i = v_o + v_w \dots (5.9)$$

V.2. Consideraciones

El flujo ocurre principalmente a través de las fracturas, desarrollándose un flujo Darciano en un medio poroso incompresible, y se basa en los principios de conservación de la materia, energía y momento lineal.

Se considera que las fuerzas causantes del flujo son las de presión, viscosidad, capilares y de segregación, y este ocurre por efecto del contacto y desplazamiento del aceite con agua inyectada. De igual manera, por la existencia de estas fuerzas hay sudación.

Se establecen las condiciones de flujo interno a través de una fractura, así como las de la teoría de la lubricación que pueden consultarse en la fuente 11.

No hay gas libre al momento en que se inicia la inyección de agua, ya que se plantea, que debido a un incremento repentino en la presión del medio, la mayor parte del gas se ha desplazado hacia los pozos productores, y el gas remanente se ha disuelto nuevamente en el aceite. La fracción de gas que logra disolverse en el agua es además despreciable.

Por otro lado, el agua inyectada posee las mismas características y composición que la congénita, cuya saturación es además menor a la crítica.

Para fines prácticos, el agua es relativamente incompresible. El aceite se encontrará disperso en el medio antes de la inyección de agua, mas al comenzar a movilizarse el agua dentro del yacimiento (inicialmente hacia las regiones de mayor conductividad hidráulica), el aceite tenderá a agruparse en una fase definida.

Las fuerzas de inercia se suponen despreciables, y para el planteamiento de las ecuaciones de Navier-Stokes se hará uso del principio de D’Alambert, mismo que se explica en el Capítulo III de este trabajo.

V.3. Planteamiento

Partiendo de las ecuaciones de Navier-Stokes, se tiene que para el aceite:

$$\rho_o \frac{dv_{ox}}{dt} = -\rho_o g_x \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial p_o}{\partial x} + \frac{\mu_o}{k_{ro}} \left(\frac{\partial^2 v_{ox}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{ox}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{ox}}{\partial z^2} \right) \dots (5.10)$$

$$\rho_o \frac{dv_{oy}}{dt} = -\rho_o g_y \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial p_o}{\partial y} + \frac{\mu_o}{k_{ro}} \left(\frac{\partial^2 v_{oy}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{oy}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{oy}}{\partial z^2} \right) \dots (5.11)$$

$$\rho_o \frac{dv_{oz}}{dt} = -\rho_o g_z \frac{\partial a}{\partial z} - \frac{\partial p_o}{\partial z} + \frac{\mu_o}{k_{ro}} \left(\frac{\partial^2 v_{oz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{oz}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{oz}}{\partial z^2} \right) \dots (5.12)$$

Y para el agua:

$$\rho_w \frac{dv_{wx}}{dt} = -\rho_w g_x \frac{\partial b}{\partial x} - \frac{\partial p_w}{\partial x} + \frac{\mu_w}{k_{rw}} \left(\frac{\partial^2 v_{wx}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{wx}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{wx}}{\partial z^2} \right) \dots (5.13)$$

$$\rho_w \frac{dv_{wy}}{dt} = -\rho_w g_y \frac{\partial c}{\partial y} - \frac{\partial p_o}{\partial y} + \frac{\mu_w}{k_{rw}} \left(\frac{\partial^2 v_{wy}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{wy}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{wy}}{\partial z^2} \right) \dots (5.14)$$

$$\rho_w \frac{dv_{wz}}{dt} = -\rho_w g_z \frac{\partial a}{\partial z} - \frac{\partial p_o}{\partial z} + \frac{\mu_w}{k_{rw}} \left(\frac{\partial^2 v_{wz}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_{wz}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_{wz}}{\partial z^2} \right) \dots (5.15)$$

Ahora bien, de las condiciones de flujo interno y de la teoría de la lubricación, se establece lo siguiente:

$$\rho \frac{d\vec{v}}{dt} = \rho \left(\vec{v} \cdot \nabla \vec{v} + \frac{\partial v}{\partial t} \right) = 0 \dots (a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = 0 \dots (b)$$

$$\rho \left(\frac{\partial v_{ix}}{\partial x} + \frac{\partial v_{iy}}{\partial y} + \frac{\partial v_{iz}}{\partial z} \right) = 0 \dots (c)$$

Durante su movimiento, el frente de agua irá desplazando al aceite hacia las zonas de mayor permeabilidad, lo que permitirá que se agrupe en una fase definida con el tiempo. Esto se describe mediante $\nabla \overline{p}_{fc}$.

$$\overline{p}_{fc} = \overline{p}_{fo} - \overline{p}_{fw} \dots (5.16)$$

$$\nabla \overline{p}_{fc} = \frac{\partial(\overline{p}_{fo} - \overline{p}_{fw})}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial(\overline{p}_{fo} - \overline{p}_{fw})}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial(\overline{p}_{fo} - \overline{p}_{fw})}{\partial z} \hat{k} \dots (5.17)$$

El desplazamiento del agua genera un perfil de velocidades que puede apreciarse como un cambio en la traza obtenida en X-Z (**Figura 26**). Al ser el medio mojado por agua, el aceite desplazado en la fractura y la matriz limita con una pequeña película de agua que humecta a las fronteras sólidas. La curvatura descrita por el contacto entre las fases asemeja una parábola.

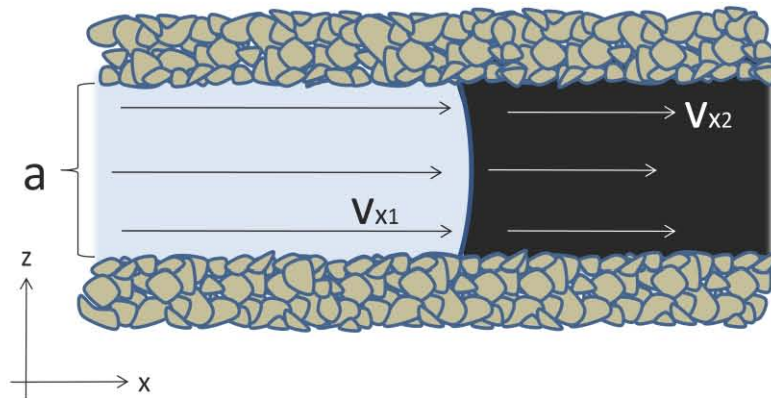


Figura 26. Trazo del perfil de velocidades en X-Z.

Así, con base en lo anterior, se plantean las ecuaciones para describir la presión capilar en la fractura como:

En dirección a x:

$$\frac{\partial p_{fc}}{\partial x} = \frac{\partial p_{fo}}{\partial x} - \frac{\partial p_{fw}}{\partial x} \dots (5.18)$$

$$\frac{\partial p_{fo}}{\partial x} = -\mu_o \left(\frac{\partial^2 v_{ofx}}{\partial z^2} \right) - \rho_o g_x \frac{\partial b}{\partial x} \dots (5.19)$$

$$\frac{\partial p_{fw}}{\partial x} = -\mu_w \left(\frac{\partial^2 v_{wfx}}{\partial z^2} \right) - \rho_w g_x \frac{\partial b}{\partial x} \dots (5.20)$$

En dirección a y:

$$\frac{\partial p_{fc}}{\partial y} = \frac{\partial p_{fo}}{\partial y} - \frac{\partial p_{fw}}{\partial y} \dots (5.21)$$

$$\frac{\partial p_{fo}}{\partial y} = -\mu_o \left(\frac{\partial^2 v_{ofy}}{\partial z^2} \right) - \rho_o g_y \frac{\partial c}{\partial y} \dots (5.22)$$

$$\frac{\partial p_{fw}}{\partial y} = -\mu_w \left(\frac{\partial^2 v_{wfy}}{\partial z^2} \right) - \rho_w g_y \frac{\partial c}{\partial y} \dots (5.23)$$

En dirección a z, de acuerdo a la teoría de la lubricación, se considera b:

$$\frac{\partial p_{fc}}{\partial z} \cong 0; \quad \frac{\partial p_{fo}}{\partial z} \cong \frac{\partial p_{fw}}{\partial z} \dots (5.24)$$

$$\frac{\partial p_{fo}}{\partial z} = -\mu_o \left(\frac{\partial^2 v_{ofz}}{\partial z^2} \right) - \rho_o g_z \frac{\partial a}{\partial z} \dots (5.25)$$

$$\frac{\partial p_{fw}}{\partial z} = -\mu_w \left(\frac{\partial^2 v_{w fz}}{\partial z^2} \right) - \rho_w g_z \frac{\partial a}{\partial z} \dots (5.26)$$

Mientras que en la matriz, las presiones capilares serán:

En dirección a x:

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial x} = \frac{\partial p_{mo}}{\partial x} - \frac{\partial p_{mw}}{\partial x} \dots (5.27)$$

$$\frac{\partial p_{mo}}{\partial x} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{omx} - k_{mro} \rho_o g_x \dots (5.28)$$

$$\frac{\partial p_{fw}}{\partial x} = -\frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wmx} - k_{mrw} \rho_w g_x \dots (5.29)$$

En dirección a y:

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial y} = \frac{\partial p_{mo}}{\partial y} - \frac{\partial p_{mw}}{\partial y} \dots (5.30)$$

$$\frac{\partial p_{mo}}{\partial y} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{omy} - k_{mro} \rho_o g_y \dots (5.31)$$

$$\frac{\partial p_{fw}}{\partial y} = -\frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wm_y} - k_{mrw} \rho_w g_y \dots (5.32)$$

En dirección a z:

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial z} = \frac{\partial p_{mo}}{\partial z} - \frac{\partial p_{mw}}{\partial z} \dots (5.33)$$

$$\frac{\partial p_{mo}}{\partial z} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{omz} - k_{mro} \rho_o g_z \dots (5.34)$$

$$\frac{\partial p_{fw}}{\partial z} = -\frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wmz} - k_{mrw} \rho_w g_z \dots (5.35)$$

V.4. Desarrollo de las Ecuaciones de Navier-Stokes

Partiendo del conjunto de ecuaciones desarrolladas anteriormente, así como de los conceptos revisados en los capítulos anteriores, se desarrolla un modelo capaz de describir las velocidades de flujo de las fases.

V.4.1. Desplazamiento en la fractura

Expresando la ecuación 5.17 de la siguiente manera:

$$\vec{\nabla p_{fc}} = \frac{\partial p_{fc}}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p_{fc}}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p_{fc}}{\partial z} \hat{k} \dots (5.17')$$

Donde las ecuaciones 5.19 y 5.20 en la ecuación 5.18, y las ecuaciones 5.22 y 5.23 en la 5.21, son:

$$\frac{\partial p_{fc}}{\partial x} = \mu_w \left(\frac{\partial^2 v_{wfx}}{\partial z^2} \right) - \mu_o \left(\frac{\partial^2 v_{ofx}}{\partial z^2} \right) + g_x (\rho_w - \rho_o) \frac{\partial b}{\partial x} \dots (5.18')$$

$$\frac{\partial p_{fc}}{\partial y} = \mu_w \left(\frac{\partial^2 v_{wf_y}}{\partial z^2} \right) - \mu_o \left(\frac{\partial^2 v_{of_y}}{\partial z^2} \right) + g_y (\rho_w - \rho_o) \frac{\partial c}{\partial y} \dots (5.21')$$

Para conocer las velocidades de las fases se integra dos veces respecto a z:

$$-\mu_o v_{of_x} + \mu_w v_{wf_x} = Az^2 + C_1 z + C_2 \dots (5.18'')$$

$$-\mu_o v_{of_y} + \mu_w v_{wf_y} = Bz^2 + C_3 z + C_4 \dots (5.21'')$$

Donde, para facilitar el desarrollo de las ecuaciones, se agrupan los efectos de las fuerzas capilares y gravitacionales:

$$A = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial x} - (\rho_w - \rho_o) g_x \frac{\partial b}{\partial x} \right) \dots (5.36)$$

$$B = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial y} - (\rho_w - \rho_o) g_y \frac{\partial c}{\partial y} \right) \dots (5.37)$$

Para obtener el valor de las constantes, se evalúa desde (0, 0, 0) hasta (0, 0, a) (**Figura 26**):

$$-\mu_o v_{of_x} + \mu_w v_{wf_x} = A(z^2 - za) + \left(\frac{z}{a} - 1 \right) \mu_w v_{wf_{x_1}} + \frac{z}{a} \mu_w v_{wf_{x_2}} \dots (5.18''')$$

$$-\mu_o v_{of_y} + \mu_w v_{wf_y} = B(z^2 - za) \dots (5.21''')$$

De acuerdo a la ecuación 5.8 se define que:

$$-\mu_o v_{of_x} + \mu_w v_{wf_x} = -\mu_o v_{if_x} + (\mu_o + \mu_w) v_{wf_x} \dots (5.38)$$

$$-\mu_o v_{of_y} + \mu_w v_{wf_y} = -\mu_o v_{if_y} + (\mu_o + \mu_w) v_{wf_y} \dots (5.39)$$

Y dejando a 5.18''' y 5.19''' en términos de v_{if_x} :

$$v_{if_x} = \frac{1}{\mu_o} \left(f_f v_{wf_x} - A(z^2 - za) - \left(\frac{z}{a} - 1 \right) \mu_w v_{wf_{x_1}} - \frac{z}{a} \mu_w v_{wf_{x_2}} \right) \dots (5.40)$$

$$v_{if_y} = \frac{1}{\mu_o} \left(f_f v_{wf_y} - B(z^2 - za) \right) \dots (5.41)$$

Donde,

$$f_f = \mu_o + \mu_w \dots (5.42)$$

Para conocer la velocidad de inyección en z, dado que la presión capilar es aproximadamente cero:

$$0 = -\mu_o \left(\frac{\partial^2 v_{ofz}}{\partial z^2} \right) + \mu_w \left(\frac{\partial^2 v_{wfz}}{\partial z^2} \right) + g_z (\rho_w - \rho_o) \frac{\partial a}{\partial z} \dots (5.24')$$

Resolviendo de manera similar:

$$v_{ifz} = \mu_o \left(f_f v_{wfz} + \frac{1}{2} (\rho_w - \rho_o) (z^2 - za) g_z \frac{\partial a}{\partial z} \right) \dots (5.43)$$

Ahora, se integra c desde (0,0) hasta a(x, t) para establecer la condición de continuidad:

$$\int_0^{a(x,t)} dv_{ifz} = v_{ifz_{a(x,t)}} - v_{ifz_0} = \frac{\partial a(x,t)}{\partial t} = - \left[\int_0^{a(x,t)} \frac{\partial v_{ix}}{\partial x} dz + \int_0^{a(x,t)} \frac{\partial v_{iy}}{\partial y} dz \right]$$

Y al sustituir las ecuaciones 5.40 y 5.41 se tiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \left[\int_0^{a(x,t)} [f_f v_{wfx} - A(z^2 - za)] dz + \mu_w \int_0^{a(x,t)} \left[\left(1 - \frac{z}{a}\right) v_{wfx_1} - \frac{z}{a} v_{wfx_2} \right] dz \right] \\ + \frac{\partial}{\partial y} \left[\int_0^{a(x,t)} f_f v_{wfy} - B(z^2 - za) dz \right] = -\mu_o \frac{\partial a(x,t)}{\partial t} \dots (c') \end{aligned}$$

Resolviendo las integrales:

$$\int_0^{a(x,t)} f_f v_{wfx} - A(z^2 - za) dz = a(x,t) f_f v_{wxf} - A \left(\frac{a(x,t)^3}{3} - a \frac{a(x,t)^2}{2} \right)$$

$$\int_0^{a(x,t)} f_f v_{wfy} - B(z^2 - za) dz = a(x,t) f_f v_{wyf} - B \left(\frac{a(x,t)^3}{3} - a \frac{a(x,t)^2}{2} \right)$$

$$\int_0^{a(x,t)} \left[\left(1 - \frac{z}{a}\right) v_{wfx_1} - \frac{z}{a} v_{wfx_2} \right] dz = v_{wxf_1} a(x,t) - \frac{a(x,t)^2}{2a} (v_{wxf_1} + v_{wxf_2})$$

Sustituyendo estos valores en c' y evaluando cuando a(x, t) es a:

$$12 \frac{\partial}{\partial x} \left[a_{ff} v_{wx_f} - A \left(\frac{a^3}{3} - a \frac{a^2}{2} \right) \right] + 12 \frac{\partial}{\partial y} \left[a_{ff} v_{wy_f} - B \left(\frac{a^3}{3} - a \frac{a^2}{2} \right) \right] \\ + 12 \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_w v_{wx_{f1}} a - \mu_w \frac{a^2}{2a} (v_{wx_{f1}} + v_{wx_{f2}}) \right] = -12 \mu_o \frac{\partial a(x, t)}{\partial t}$$

Se ha multiplicado por 12 para facilitar el manejo algebraico de la ecuación. Desarrollando los términos se tiene que:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[a_{ff} v_{wx_f} + \frac{A(2a^3)}{12} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[a_{ff} v_{wy_f} + \frac{B(2a^3)}{12} \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{a\mu_w}{2} (v_{wx_{f1}} - v_{wx_{f2}}) \right] \\ = -\mu_o \frac{\partial a(x, t)}{\partial t}$$

Derivando y reacomodando los términos:

$$\frac{2a^3}{12} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) + \frac{\mu_w}{2} \left[(v_{wx_{f1}} - v_{wx_{f2}}) \frac{\partial a(x, t)}{\partial x} + a \left(\frac{\partial v_{wx_{f1}}}{\partial x} - \frac{\partial v_{wx_{f2}}}{\partial x} \right) \right] \\ + f_f \left[v_{wx_f} \frac{\partial a(x, t)}{\partial x} + v_{wy_f} \frac{\partial a(x, t)}{\partial y} + a \left(\frac{\partial v_{wx_f}}{\partial x} + \frac{\partial v_{wy_f}}{\partial y} \right) \right] = -\mu_o \frac{\partial a(x, t)}{\partial t}$$

Si se considera que los fluidos tienden a tener una velocidad similar a la de las paredes con las que limitan físicamente, entonces $v_{wx_{f1}}$ y $v_{wx_{f2}}$ se verán directamente afectadas por un movimiento en las fronteras. Dado que el medio se ha considerado incompresible, las fronteras de las fracturas son relativamente inmóviles, y las velocidades en las zonas próximas al medio sólido tienden a ser nulas.

El elemento analizado se define con un paso en x e y de orden infinitesimal, lo que permite despreciar la variación de a con respecto de y , por lo que:

$$-\frac{\mu_o}{k_{fro}} \frac{\partial a(x, t)}{\partial t} = \frac{2a^3}{12} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) + a_{ff} \left(\frac{\partial v_{wx_f}}{\partial x} + \frac{\partial v_{wy_f}}{\partial y} \right) + f_f v_{wx_f} \frac{\partial a(x, t)}{\partial x} \dots (c'')$$

Dado que la fractura no posee una misma orientación, debe considerarse el efecto del buzamiento y su disposición. Usando cosenos directores, se define a la permeabilidad de la siguiente manera:

$$k_{fx} = a^2 = \frac{(a^*)^2 \cos^2 \theta}{12} \dots (5.45)$$

$$k_{fy} = a^2 = \frac{(a^*)^2 \cos^2 \alpha}{12} \dots (5.46)$$

$$k_{fz} = a^2 = \frac{(a^*)^2 \cos^2 \varphi}{12} \dots (5.47)$$

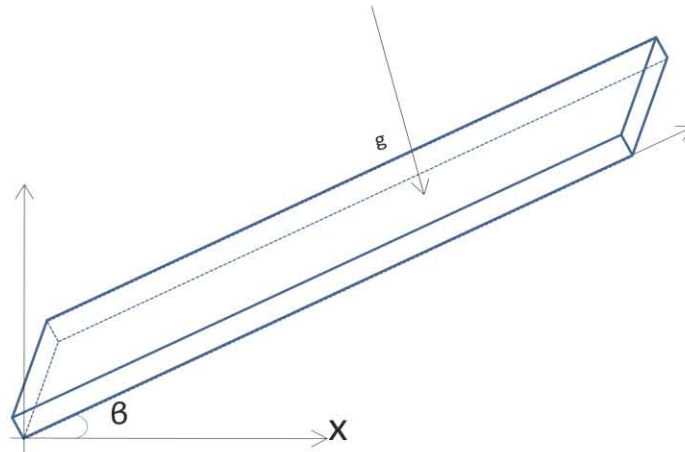


Figura 27. Ángulo de inclinación de una falla respecto a θ .

Siendo θ , α y φ los ángulos de orientación (**Figura 27**). La gravedad por su parte considera el efecto del buzamiento al encontrarse descompuesta en cada dirección de flujo. Entonces:

$$a = a^* \cos \theta \dots (5.48)$$

Con lo que partiendo de a^3 en la ecuación:

$$\frac{2a^3}{12} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) = 2a \frac{(a^*)^2 \cos^2 \varphi}{12} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) = 2ak_{fz} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) \dots (5.49)$$

Incluyendo 5.49 en c'' y reacomodando los términos para tener v_{ifz} :

$$\frac{\partial a(x, t)}{\partial t} = -\frac{1}{\mu_o} \left[2ak_{fz} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) + af_f \left(\frac{\partial v_{wx_f}}{\partial x} + \frac{\partial v_{wy_f}}{\partial y} \right) + f_f v_{wx_f} \frac{\partial a(x, t)}{\partial x} \right] \dots (5.50)$$

Además, de acuerdo a la ecuación 2.7, se definen las siguientes ecuaciones de movilidad:

$$\lambda_{of} = \frac{k_f}{\mu_o} \dots (5.51)$$

$$\lambda_{wf} = \frac{k_f}{\mu_w} \dots (5.52)$$

Con lo que se llega a la expresión de continuidad deseada:

$$0 = 2a\lambda_{ozf} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} \right) + a \left(1 + \frac{\mu_w}{\mu_o} \right) \left(\frac{\partial v_{wx_f}}{\partial x} + \frac{\partial v_{wy_f}}{\partial y} \right) + \left(1 + \frac{\mu_w}{\mu_o} \right) v_{wx_f} \frac{\partial a(x, t)}{\partial x} + \frac{\partial a(x, t)}{\partial t} \dots (5.53)$$

Por otra parte, dado que los fluidos no son miscibles entre sí, se describirá una interfase entre el agua y el aceite con un ángulo de contacto (θ) entre las fases. Así, considerando que el perfil formado se asemeja a una parábola y con las ecuaciones 2.1, 2.2 y 2.5, se tiene que:

$$(z - k)^2 = 4p(x - h) \dots (5.54)$$

Donde k es la separación media de la fractura; y valuando con un sistema relativo, se sitúa el vértice en $(0, a/2)$, por lo que h vale cero y el foco esta en $P(p, a/2)$. Por su parte, x puede tener valores que van desde el origen a una $x_{m\acute{a}x}$.

De esta manera la ecuación de la parábola queda como:

$$\left(z - \frac{a}{2} \right)^2 = 4px \dots (5.54')$$

Para obtener el valor de p se evalúa 5.54' en el punto $A(x_{m\acute{a}x}, a)$:

$$\frac{a^2}{4} = 4px_{m\acute{a}x} \dots (5.55)$$

Al reacomodar los términos en 5.55:

$$p = \frac{a^2}{16x_{m\acute{a}x}} \dots (5.55')$$

Sustituyendo 5.55' en 5.54':

$$\left(z - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4x_{\text{máx}}} x \dots (5.54'')$$

Reacomodando términos,

$$z = \pm \frac{a}{2} \sqrt{\frac{x}{x_{\text{máx}}}} + \frac{a}{2} \dots (5.54''')$$

Dado que 5.54''' no cumple con la condición de unicidad, no puede considerársele como una función, por lo que se definen los siguientes parámetros:

$$x = n^2; \quad z = \frac{an}{2\sqrt{x_{\text{máx}}}} + \frac{a}{2}; \quad n \in [-\sqrt{x_{\text{máx}}}, \sqrt{x_{\text{máx}}}]$$

Así, la ecuación paramétrica resultante es:

$$\kappa(n) = \left(n^2, \frac{an}{2\sqrt{x_{\text{máx}}}} + \frac{a}{2}\right) \dots (5.56)$$

Y al derivar 5.56 dos veces resulta:

$$\frac{d\kappa}{dn} = \left(2n, \frac{a}{2\sqrt{x_{\text{máx}}}}\right); \quad \frac{d^2\kappa}{dn^2} = (2, 0)$$

De esta manera, y definiendo al radio de curvatura como la variación que tiene un vector tangente sobre la superficie de la curva,

$$r = \frac{\left|\frac{d\kappa}{dn}\right|^3}{\left|\frac{d\kappa}{dn} \times \frac{d^2\kappa}{dn^2}\right|} = \frac{\sqrt{x_{\text{máx}}} \left[4n^2 + \frac{a^2}{4} \left(1 + \frac{1}{x_{\text{máx}}} + \frac{2}{\sqrt{x_{\text{máx}}}}\right)\right]^{\frac{3}{2}}}{-a} \dots (5.57)$$

Al sustituir 5.49 en 2.5, se tiene que:

$$\vec{p}_{fc} = \frac{-2a(\vec{\sigma}_{os} - \vec{\sigma}_{ws}) \sec \theta}{\sqrt{x_{\text{máx}}} \left[4n^2 + \frac{a^2}{4} \left(1 + \frac{1}{x_{\text{máx}}} + \frac{2}{\sqrt{x_{\text{máx}}}}\right)\right]^{\frac{3}{2}}} \dots (5.58)$$

V.4.2. Desplazamiento en la matriz

En este caso, el gradiente de presiones capilares queda definido como la suma de sus componentes en cada dirección.

$$\nabla p_{mc} = \frac{\partial p_{mc}}{\partial x} \hat{i} + \frac{\partial p_{mc}}{\partial y} \hat{j} + \frac{\partial p_{mc}}{\partial z} \hat{k} \dots (5.59)$$

Y sustituyendo las ecuaciones 5.28 y 5.29 en la 5.27, así como la 5.31 y 5.32 en la 5.30, y la 5.34 y 5.35 en la 5.33, se tiene que:

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial x} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{om_x} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wm_x} + (k_{m_{rw}} \rho_w - k_{m_{ro}} \rho_o) g_x \dots (5.27')$$

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial y} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{om_y} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wm_y} + (k_{m_{rw}} \rho_w - k_{m_{ro}} \rho_o) g_y \dots (5.30')$$

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial z} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{om_z} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wm_z} + (k_{m_{rw}} \rho_w - k_{m_{ro}} \rho_o) g_z \dots (5.33')$$

Al plantear las expresiones en función del gasto de inyección,

$$-\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{om_x} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wm_x} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{im_x} + \left(\frac{\mu_o}{k_{mo}} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} \right) v_{wm_x} \dots (5.60)$$

$$-\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{om_y} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wm_y} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{im_y} + \left(\frac{\mu_o}{k_{mo}} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} \right) v_{wm_y} \dots (5.61)$$

$$-\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{om_z} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} v_{wm_z} = -\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{im_z} + \left(\frac{\mu_o}{k_{mo}} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} \right) v_{wm_z} \dots (5.62)$$

Acorde a la ecuación 1.36, se multiplica y divide por la permeabilidad de la matriz y se tiene que:

$$\frac{k_m}{k_m} \left(\frac{\mu_o}{k_{mo}} + \frac{\mu_w}{k_{mw}} \right) = \frac{1}{k_m \lambda_{om}} + \frac{1}{k_m \lambda_{wm}} \dots (5.63)$$

Donde, según 2.7:

$$\lambda_{om} = \frac{k_{m_{ro}}}{\mu_o} \dots (5.64)$$

$$\lambda_{wm} = \frac{k_{mrw}}{\mu_w} \dots (5.65)$$

Así al reacomodar términos, las velocidades de inyección serán:

$$v_{im_x} = \frac{k_{mo}}{\mu_o} \left(-\frac{\partial p_{mc}}{\partial x} + \left(\frac{1}{k_{mx}\lambda_{oxm}} + \frac{1}{k_{mx}\lambda_{wxm}} \right) v_{wm_x} + (k_{mrw}\rho_w - k_{mro}\rho_o)g_x \right) \dots (5.27'')$$

$$v_{im_y} = \frac{k_{mo}}{\mu_o} \left(-\frac{\partial p_{mc}}{\partial y} + \left(\frac{1}{k_{my}\lambda_{oym}} + \frac{1}{k_{my}\lambda_{wym}} \right) v_{wm_y} + (k_{mrw}\rho_w - k_{mro}\rho_o)g_y \right) \dots (5.30'')$$

$$v_{im_z} = \frac{k_{mo}}{\mu_o} \left(-\frac{\partial p_{mc}}{\partial z} + \left(\frac{1}{k_{mz}\lambda_{ozm}} + \frac{1}{k_{mz}\lambda_{wzm}} \right) v_{wm_z} + (k_{mrw}\rho_w - k_{mro}\rho_o)g_z \right) \dots (5.33'')$$

Considerando 5.64 y 5.65:

$$v_{im_x} = -k_{mx}\lambda_{oxm} \frac{\partial p_{mc}}{\partial x} + \left(1 + \frac{\lambda_{oxm}}{\lambda_{wxm}} \right) v_{wm_x} + \lambda_{oxm} (k_{mw_x}\rho_w - k_{mo_x}\rho_o)g_x \dots (5.66)$$

$$v_{im_y} = \left(1 + \frac{\lambda_{oym}}{\lambda_{wym}} \right) v_{wm_y} - k_{my}\lambda_{oym} \frac{\partial p_{mc}}{\partial y} + \lambda_{oym} (k_{mw_y}\rho_w - k_{mo_y}\rho_o)g_y \dots (5.67)$$

$$v_{im_z} = -k_{mz}\lambda_{ozm} \frac{\partial p_{mc}}{\partial z} + \left(1 + \frac{\lambda_{ozm}}{\lambda_{wzm}} \right) v_{wm_z} + \lambda_{ozm} (k_{mw_z}\rho_w - k_{mo_z}\rho_o)g_z \dots (5.68)$$

V.4.3. Relación entre p_c y S_w

Debido a la complejidad existente para describir el comportamiento de la presión capilar respecto a las direcciones de flujo, resulta más práctico relacionarla con la saturación de agua en el medio, de esta manera para la zona de contacto agua inyectada - aceite:

$$S_{fo} + S_{fw} = 1 \dots (5.69)$$

$$\frac{\partial p_{fc}}{\partial x} = \frac{\partial p_{fc}}{\partial S_{fw}} \frac{\partial S_{fw}}{\partial x} \dots (5.70)$$

$$\frac{\partial p_{fc}}{\partial y} = \frac{\partial p_{fc}}{\partial S_{fw}} \frac{\partial S_{fw}}{\partial y} \dots (5.71)$$

La relación entre la presión capilar y la saturación de la matriz porosa se realiza de manera similar.

$$S_{mo} + S_{mw} = 1 \dots (5.72)$$

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial x} = \frac{\partial p_{mc}}{\partial S_{mw}} \frac{\partial S_{mw}}{\partial x} \dots (5.73)$$

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial y} = \frac{\partial p_{mc}}{\partial S_{mw}} \frac{\partial S_{mw}}{\partial y} \dots (5.74)$$

$$\frac{\partial p_{mc}}{\partial z} = \frac{\partial p_{mc}}{\partial S_{mw}} \frac{\partial S_{mw}}{\partial z} \dots (5.75)$$

La variación de la presión capilar respecto a la saturación de agua es siempre negativa; lo que quiere decir que la presión del agua inyectada será mayor a la del aceite. Por su parte, la saturación respecto a las direcciones de flujo establecidas será negativa de igual manera, pues la saturación mayor se tendrá en las zonas invadidas por el frente de agua, e irá aumentado conforme este avance.

Las curvas de presión capilar-saturación pueden obtenerse de un análisis en laboratorio de núcleos y muestras de los fluidos del medio; mientras que la variación de la saturación de fluidos respecto a una dirección, así como la movilidad de los fluidos, resultan de la elaboración de estudios de flujo, como los hechos con trazadores.

Según los resultados obtenidos de los estudios, se podrá disminuir la complejidad del problema al considerar la matriz porosa como un conjunto de conductos capilares conectados; o bien despreciando el aporte de fluidos de la matriz si las condiciones de permeabilidad y compactación del medio evitan que exista un intercambio de fluidos considerable con la fractura.

V.5. Modelo de Flujo

Dadas las condiciones de la inyección establecidas, al hacer un balance de materia sobre un elemento de volumen representativo de la fractura en dirección a x; en un momento ingresará cierta cantidad de materia en una de las caras ubicada a una distancia x, y por efecto del flujo de fluidos habrá una salida de materia en la cara ubicada en x+ Δx. Esto ocasionará que dentro del volumen exista una acumulación de masa, como se observa en la **Figura 28**; matemáticamente esto se expresa como:

$$m_{fentra}|_x - m_{fsale}|_{x+\Delta x} = m_{facumulada} \dots (5.76)$$

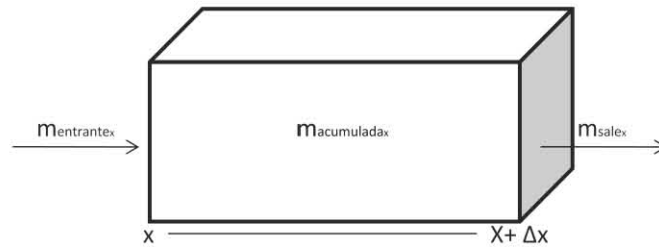


Figura 28. Flujo másico sobre un elemento de volumen del yacimiento.

En el caso del aceite, siendo este un fluido ligeramente compresible:

$$\frac{\Delta t q_{fo} \rho_o}{B_o} |_x - \frac{\Delta t q_{fo} \rho_o}{B_o} |_{x+\Delta x} = \frac{V_r \Phi_f S_{of} \rho_o}{B_o} |_{t+\Delta t} - \frac{V_r \Phi_f S_{of} \rho_o}{B_o} |_t \dots (5.76')$$

Donde B_o es el factor de volumen del aceite, Φ_f es la porosidad de la fractura y S_o la saturación del aceite. V_r se refiere al volumen del elemento, q_o es el gasto de aceite, ρ_o su densidad y Δt es el paso de tiempo

En x, el volumen es el producto del área transversal del elemento por Δx ; entonces, reagrupando y evaluando 5.76' en el límite cuando Δx y Δt tienden a ser cero:

$$\lim_{\Delta x, \Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\frac{q_{fo} \rho_o}{B_o} |_x - \frac{q_{fo} \rho_o}{B_o} |_{x+\Delta x}}{\Delta x} \right] = \lim_{\Delta x, \Delta t \rightarrow 0} \left[\frac{\frac{A_x \Phi_f S_{of} \rho_o}{B_o} |_{t+\Delta t} - \frac{A_x \Phi_f S_{of} \rho_o}{B_o} |_t}{\Delta t} \right]$$

$$-\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{fo} \rho_o}{B_o} \right) = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{A_x \Phi_f S_{of} \rho_o}{B_o} \right) \dots (5.77)$$

Desarrollando y considerando que la fase sólida es incompresible:

$$-\left[\rho_o \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{fo}}{B_o}\right) + \frac{q_{fo}}{B_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial x}\right] = -A_x \Phi_f \left[\rho_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{of}}{B_o}\right) + \frac{s_{of}}{B_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial t}\right] \dots (5.77')$$

. Por otro lado, si la densidad del fluido es igual a la promedio del elemento de volumen analizado,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{q_{fo}}{B_o}\right) = -\frac{A_x \Phi_f}{\rho_o} \left[\rho_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{of}}{B_o}\right) + \frac{s_{of}}{B_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial t}\right] \dots (5.77'')$$

y descomponiendo el gasto, considerando un paso en x tan pequeño como para considerar un área constante:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_{fo}}{B_o}\right) A_x = -\frac{A_x \Phi_f}{\rho_o} \left[\rho_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{of}}{B_o}\right) + \frac{s_{of}}{B_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial t}\right] \dots (5.77''')$$

Ahora, al despejar la saturación del aceite de 5.69 y derivar respecto del tiempo:

$$\frac{\partial s_o}{\partial t} = \frac{\partial(1 - s_w)}{\partial t} = -\frac{\partial s_w}{\partial t} \dots (5.69')$$

Se puede expresar 5.77''' como una función de la saturación del agua:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_{fo}}{B_o}\right) = \frac{\Phi_f}{\rho_o} \left[\rho_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{wf}}{B_o}\right) - \frac{s_{of}}{B_o} \frac{\partial \rho_o}{\partial t}\right] \dots (5.78)$$

Ahora bien, de la ecuación 1.19 y mediante la regla de la cadena:

$$\frac{\partial \rho_o}{\partial t} = \frac{\partial \rho_o}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial t} = \rho_o \left(c_o - \frac{B_g}{B_o} \left(\frac{\partial R_{so}}{\partial p}\right)_T\right) \frac{\partial p_o}{\partial t} \dots (5.79)$$

Y sustituyendo 5.79 en 5.78:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_{fo}}{B_o}\right) = \frac{\Phi_f}{\rho_o} \left[\rho_o \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{wf}}{B_o}\right) - \rho_o \frac{s_{of}}{B_o} \left(c_o - \frac{B_g}{B_o} \left(\frac{\partial R_{so}}{\partial p}\right)_T\right) \frac{\partial p_{fo}}{\partial t}\right] \dots (5.78')$$

aquí se define a χ , para simplificar el manejo algebraico, como:

$$\chi_f = \left(c_f - \frac{B_g}{B_f} \left(\frac{\partial R_{sf}}{\partial p}\right)_T\right) \dots (5.80)$$

Entonces,

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_{fo}}{B_o} \right) = \Phi_f \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{wf}}{B_o} \right) - \frac{\chi_o s_{of}}{B_o} \frac{\partial p_{fo}}{\partial t} \right] \dots (5.78'')$$

Dado que,

$$\nabla \cdot \left(\frac{v_o}{B_o} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_o}{B_o} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_o}{B_o} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_o}{B_o} \right)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{v_w}{B_w} \right) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{v_w}{B_w} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{v_w}{B_w} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{v_w}{B_w} \right)$$

Al considerarse todas las direcciones de flujo, y haciendo un desarrollo similar para el agua, se tiene que:

$$\nabla \cdot \left(\frac{v_{fo}}{B_o} \right) = \Phi_f \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{wf}}{B_o} \right) - \frac{\chi_o s_{of}}{B_o} \frac{\partial p_{fo}}{\partial t} \right] \dots (5.81)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{v_{fw}}{B_o} \right) = -\Phi_f \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{wf}}{B_w} \right) + \frac{\chi_w s_{wf}}{B_w} \frac{\partial p_{fw}}{\partial t} \right] \dots (5.82)$$

De manera similar, analizando un elemento de matriz porosa, se llega a:

$$\nabla \cdot \left(\frac{v_{mo}}{B_o} \right) = \Phi_f \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{wm}}{B_o} \right) - \frac{\chi_o s_{om}}{B_o} \frac{\partial p_{mo}}{\partial t} \right] \dots (5.83)$$

$$\nabla \cdot \left(\frac{v_{mw}}{B_w} \right) = -\Phi_f \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{s_{wm}}{B_w} \right) + \frac{\chi_w s_{wm}}{B_w} \frac{\partial p_{mw}}{\partial t} \right] \dots (5.84)$$

Las leyes de saturación se dan con las ecuaciones 5.69 y 5.72.

Para describir las velocidades de los fluidos en el medio, se propone el uso de las ecuaciones desarrolladas en la sección 3 de este capítulo.

De esta manera, en la fractura:

$$v_{wfx} = \frac{v_{ifx} + A\lambda_{oxf}(z^2 - za)}{\left(1 + \frac{\lambda_{oxf}}{\lambda_{wxf}} \right)} \dots (5.85)$$

$$v_{wfy} = \frac{v_{ify} + B\lambda_{oyf}(z^2 - za)}{\left(1 + \frac{\lambda_{oyf}}{\lambda_{wyf}}\right)} \dots (5.86)$$

$$v_{w fz} = \frac{v_{ifz} - \frac{1}{2}\lambda_{ozf}(k_{frw}\rho_w - k_{fro}\rho_o)(z^2 - za)g_z \frac{\partial a}{\partial z}}{\left(1 + \frac{\lambda_{ozf}}{\lambda_{wzf}}\right)} \dots (5.87)$$

En la matriz:

$$v_{wm_x} = \frac{\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{im_x} + \frac{\partial p_{mc}}{\partial x} - (k_{m_{rw}}\rho_w - k_{m_{ro}}\rho_o)g_x}{\left(\frac{1}{k_{mx}\lambda_{oxm}} + \frac{1}{k_{mx}\lambda_{wxm}}\right)} \dots (5.88)$$

$$v_{wm_y} = \frac{\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{im_y} + \frac{\partial p_{mc}}{\partial y} - (k_{m_{rw}}\rho_w - k_{m_{ro}}\rho_o)g_y}{\left(\frac{1}{k_{my}\lambda_{oym}} + \frac{1}{k_{my}\lambda_{wym}}\right)} \dots (5.89)$$

$$v_{wm_z} = \frac{\frac{\mu_o}{k_{mo}} v_{im_z} + \frac{\partial p_{mc}}{\partial z} - (k_{m_{rw}}\rho_w - k_{m_{ro}}\rho_o)g_z}{\left(\frac{1}{k_{mz}\lambda_{ozm}} + \frac{1}{k_{mz}\lambda_{wzm}}\right)} \dots (5.90)$$

Considerando además la ecuación 5.53 para la continuidad.

Ahora bien, desarrollando las ecuaciones 5.70 y 5.71:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \frac{\partial s_w}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 s_w}{\partial x^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \right) \frac{\partial s_w}{\partial x} = \frac{\partial^2 s_w}{\partial x^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial s_w}{\partial x} \frac{\partial}{\partial s_w} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \right) \frac{\partial s_w}{\partial x}$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \frac{\partial s_w}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 s_w}{\partial y^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \right) \frac{\partial s_w}{\partial y} = \frac{\partial^2 s_w}{\partial y^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial s_w}{\partial y} \frac{\partial}{\partial s_w} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \right) \frac{\partial s_w}{\partial y}$$

Con lo que se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \frac{\partial s_w}{\partial x} \right) = \frac{\partial^2 s_w}{\partial x^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial^2 p_{fc}}{\partial s_w^2} \left(\frac{\partial s_w}{\partial x} \right)^2 \dots (5.91)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} \frac{\partial s_w}{\partial y} \right) = \frac{\partial^2 s_w}{\partial y^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial^2 p_{fc}}{\partial s_w^2} \left(\frac{\partial s_w}{\partial y} \right)^2 \dots (5.92)$$

Entonces, y con base a las ecuaciones 5.36 y 5.37:

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 s_w}{\partial x^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial^2 p_{fc}}{\partial s_w^2} \left(\frac{\partial s_w}{\partial x} \right)^2 - (k_{frw} \rho_w - k_{fro} \rho_o) g_x \frac{\partial^2 b}{\partial x^2} \right) \dots (5.93)$$

$$\frac{\partial B}{\partial y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 s_w}{\partial y^2} \frac{\partial p_{fc}}{\partial s_w} + \frac{\partial^2 p_{fc}}{\partial s_w^2} \left(\frac{\partial s_w}{\partial y} \right)^2 - (k_{frw} \rho_w - k_{fro} \rho_o) g_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} \right) \dots (5.94)$$

CONCLUSIONES

El trabajo se ha desarrollado con la intención de desarrollar un modelo de flujo por imbibición, mas por las complejidades que surgieron por la necesidad de un análisis composicional de las fases involucradas y los tiempos para que ocurra el equilibrio en el yacimiento, por ello se ha optado por el desarrollo de un modelo de flujo que represente el desplazamiento de aceite a causa de la inyección de agua en un medio poroso fracturado.

El desarrollo se ha hecho de manera que pueda describirse tanto la sección porosa como las fracturas como sistemas del yacimiento, para ello se ha partido de las ecuaciones de Navier-Stokes para describir el fenómeno.

Para esto se considero el flujo como ligeramente compresible, desarrollándose bajo las condiciones del problema de Darcy en la matriz, mientras que en las fracturas se consideran las condiciones de la teoría de la lubricación. Por su parte el medio poroso fracturado es incompresible y al discretizarlo se analiza con un paso en x e y lo suficientemente pequeños para considerar que el área no cambia en dirección del flujo, mas no tanto como para no ser representativos de la sección del yacimiento. Otros detalles y consideraciones acerca de las condiciones y las saturaciones de las fases se hacen en el Capítulo V.

Originalmente se ha pensado en establecer que el medio es mojado por agua, sin embargo el planteamiento de la ecuación 5.58 permite, al dar valores al ángulo de contacto, describir el caso en el cual la mojabilidad de un elemento de volumen sea como se supuso, o bien por aceite.

La interpretación del yacimiento, que intenta aproximarse a un modelo real, se logra al discretizarlo como un conjunto de bloques representativos de espesor y separación variable.

Acorde con los principios de conservación de la materia y energía, se realiza un balance másico sobre elementos de volumen del yacimiento en un instante dado, y se asocian a este las ecuaciones que describen las velocidades de flujo de las fases involucradas. De esta manera, el modelo queda compuesto por las expresiones 5.81 a 5.90, y el principio de continuidad se establece por 5.53.

Pese a que se consideran las fuerzas descritas en el Capítulo III de este trabajo, se considera que las fuerzas capilares y de segregación poseen mayor influencia en la matriz, considerándose que puede darse sudación; mientras que las de presión gobiernan el flujo en la fractura. En ambos casos las fuerzas viscosas se oponen al movimiento de las fases, y las fuerzas de inercia son consideradas despreciables al tratarse de un flujo Darciano.

OBSERVACIONES

A fin de resaltar algunos puntos importantes que han surgido durante la elaboración del trabajo, se hacen las siguientes observaciones:

Efecto de la anisotropía del medio

El yacimiento es generalmente anisótropo, por lo que su representación se dificulta. Discretizar el medio en un gran número de bloques no es la solución, ya que esto podría hacer más complejo el modelo del yacimiento. Por esta razón, para hacer una aproximación en este trabajo se ha dividido un elemento de volumen del yacimiento en segmentos representativos; cuyas dimensiones bien pueden ser variables por su espesor (matriz) o separación (fractura).

Una buena representación requiere acoplar los modelos necesarios que logren describir el flujo con apego a los fenómenos que acontecen en dicha sección, considerando además un escalamiento adecuado.

Efecto de la digitación

En el modelo desarrollado, como en la vida real, la digitación no se debe únicamente a los efectos mecánicos de las velocidades de las fases, pero de acuerdo a la complejidad del medio es posible despreciar ciertos efectos y simplificar el modelo.

Para hacer esto es necesario analizar los órdenes de magnitud de las diferentes variables, así como la estabilidad del modelo; de esta manera podrá obtenerse, con base a los términos de mayor impacto, el comportamiento de la digitación en el medio. Evitar la digitación permitirá tener factores de recuperación mayores, y un perfil de inyección más uniforme.

Efecto de la orientación de los estratos

Dadas las condiciones adecuadas de permeabilidad, las fuerzas gravitacionales y de empuje podrán favorecer la inyección del agua a través del medio. Para considerar dicho efecto se define a la permeabilidad en las fracturas como una función de la configuración del flujo e indirectamente del ángulo de la fractura.

Por otro lado, es necesario descomponer el vector de aceleración gravitacional en las componentes del sistema para contemplar el buzamiento u orientación de los estratos.

Efecto de la mojabilidad

La mojabilidad del medio afecta directamente al recobro, disminuyendo drásticamente cuando el aceite moja a la formación. Un yacimiento mojado por otro lado, es el caso más deseable en la industria pues permite aumentar el factor de recobro de manera importante. Sin embargo, como se discutió en el capítulo II, qué fluido humecta a un sistema en un momento dado depende de la afinidad de los elementos que lo conforman en dicho instante.

Efecto del gasto de inyección

La tasa de inyección de agua afecta las velocidades en el yacimiento de manera directa y proporcional, lo que puede causar un fracturamiento en el yacimiento por la presión de ingreso del agua, evitando que el agua se dirija a la dirección deseada, o bien comunicando zonas que favorezcan la conificación y altos cortes de agua en la producción. Esto puede derivar en un mal barrido de los fluidos, altos cortes de agua por la irrupción del agua en los pozos productores y que pueden hacer que el proyecto deje de ser redituable mucho antes de recuperar los volúmenes esperados, entre otras consecuencias.

Efectos de las viscosidades de los fluidos

Como se analizó en el capítulo II, la relación de movilidad de los fluidos se encuentra fuertemente influenciada por la viscosidad de los mismos. En este caso es conveniente que el agua inyectada posea alta viscosidad, lo que se puede lograr con el uso de agentes químicos, como polímeros. Estos efectos se incluyen en el modelo al relacionar las movilidades.

Efecto del gas libre

En este trabajo no se contempla la existencia de gas libre durante el flujo, sin embargo resulta conveniente desarrollar un modelo que considere sus efectos al acumularse en un casquete, y el empuje que este ejercería y cómo afectaría al flujo.

Efecto de la información

Al conformar un modelo para un yacimiento, es importante contar con información útil y que permita una buena caracterización del medio poroso, y disminuir la incertidumbre en la medida de lo posible. Es evidente que la inyección de agua, como cualquier proyecto de recuperación de hidrocarburos, debe desarrollarse únicamente cuando se tiene la seguridad de obtener resultados positivos, que maximicen el valor económico del proyecto.

Normalmente un proyecto de inyección de agua no es recomendable en yacimientos naturalmente fracturados o mojados por aceite, ni en aquellos donde las condiciones sean favorables para la segregación gravitacional o donde el mecanismo de producción se deba a la acción de un acuífero asociado. Sin embargo, debido a que las condiciones no son iguales para todos los yacimientos, debe analizarse cuidadosamente la decisión, y si es necesario deberá hacerse una prueba piloto para observar el comportamiento.

FUENTES

1. Ahmed Tarek: “**Reservoir Engineering Handbook**”. Cuarta edición impresa en 2010.
2. Akin S. and Kovscek A. R.: “**Imbibition Studies of Low-Permeability Porous Media**”; SPE 54590; Middle East Technical University, Stanford U. 1999.
3. Anatoly Zolotukhin B. and Ursin Jann R.: “**Fundamentals of Petroleum Reservoir Engineering**”. Primera edición impresa en 1997.
4. Anderson William G.: “**Rock/Oil/Brine Interactions and the Effects of Core Handing on Wettability**”; SPE 13932; Conoco Inc. 1987.
5. Anderson William G.: “**Wettability Measurement**”; SPE 13933; Conoco Inc. 1987.
6. Anderson William G.: “**The Effects of Wettability on Capillarity Pressure**”; SPE 13935; Conoco Inc. 1987.
7. Anderson William G.: “**The Effects of Wettability on Relative Permeability**”; SPE 13936; Conoco Inc. 1987.
8. Anderson William G. “**The Effects of Wettability on Waterflooding**”; SPE 13937; Conoco Inc. 1987.
9. Chacon Abel and and Tiab Djebbar: “**Impact of Pressure Depletion on Oil Recovery in Naturally Fractured Reservoirs**”; SPE 108107; SPE, BP America, U. of Oklahoma. 2007.
10. Das Swapan K. and Butler Roger M.: “**Vapour Extraction of Heavy Oil and Bitumen**”; T2N 1N4; U. of Calgary 2002.
11. Dusseault Maurice: “**Comparing Venezuelan and Canadian Oil and Tar Sands**”; Paper 2001-061; Petroleum Society, PRISM Production Technologies Inc. 2007.
12. Dusseault Maurice: “**Heavy Oil Potential: The Next 50 Years**”; N2L 3G1; U. of Waterloo 2003.
13. Farouq S.M., Jones J.A., and Meldau R.F.: “**Practical Heavy Oil Recovery**”; Primera edición impresa en 1997.
14. Forrest F. Craig Jr.: “**Aspectos de Ingeniería de la Inyección de Agua**”. Monografía impresa en febrero de 1982 para la SPE.

15. Garaicochea P. Francisco: **“Apuntes de Comportamiento de los Yacimientos”**. Impreso en abril de 1972 por la 1980 por la U. Nacional Autónoma de México.
16. Garaicochea P. Francisco: **“Temas Selectos Sobre Caracterización y Explotación de Yacimientos Carbonatados”**. Impreso en 1988 por el Colegio de Ingenieros Petroleros de México.
17. Gilles Pierre, Quéré David: **“Capillarity and Wetting Phenomena”**. Primera edición impresa en 2003.
18. Guerra A. Jesús: **“Nuevo Modelo de Flujo para Yacimientos Naturalmente Fracturados”**. Tesis impresa en 2002. UNAM.
19. Igbokoyi A. and Tiab Djebbar: **“Estimation of Average Reservoir Pressure and Drainage Area in Naturally Fractured Reservoirs – Tiab’s Direct Synthesis”**; SPE 104060; SPE, U. of Oklahoma. 2006.
20. Iturbide Aurelio y Castillo Israel: **“Análisis Comparativo Entre Conceptos de Ingeniería de Yacimientos Homogéneos y Naturalmente Fracturados”**. Tesis impresa en 2002. UNAM.
21. Mai A. and Kantzas A.: **“Heavy Oil Waterflooding: Effects of Flow Rate and Oil Viscosity”**; Paper 2007-144; Petroleum Society, U. of Calgary 2007.
22. Martínez C. Julián: **“Flujo Interno”**. Publicado en 2008 para la Escuela Politécnica Superior de Ingeniería de Gijón.
23. Nasr Tawfik N.: **“Steam Assisted Gravity Drainage (SAGD): A New Technology for Heavy Oil and Bitumen”**; Alberta Research Council; Calgary, Canada 2003.
24. Prate Michael: **“Procesos Térmicos de Extracción de Petróleo”**, primera edición impresa por la SPE en 1987.
25. Perez P. Ramírez: **“Yacimientos con Empuje Hidráulico”**. Primera edición impresa en 1969.
26. Rodríguez N. Rafael: **“Principios de Mecánica de Yacimientos”**. Impreso en febrero de 1980 por la U. Nacional Autónoma de México.
27. Rodríguez N. Rafael y Rivera R. Jesús: **“Estado Actual de la Tecnología de Recuperación de Aceite por Inyección de Agua en Yacimientos Naturalmente Fracturados”**. Impreso en 1985 por la U. Nacional Autónoma de México.

28. Thomas C.E., Mahoney Carroll F. and Winter George W.: “**Water-Injection Pressure Maintenance and Waterflood Processes**”. Capítulo 44 de la primer edición del Petroleum Engineering Handbook publicado en 1987.
29. Tiab Djebbar, Restrepo D.P, and Igbokoyi A.: “**Fracture Porosity of Naturally Fractured Reservoirs**”; SPE 104056; SPE, U. of Oklahoma. 2006.
30. Streeter L., Wylie Benjamin and Bedford W.: “**Mecánica de Fluidos**”. Novena edición impresa en 2000.
31. Sánchez B. José, Camacho V. Rodolfo, Flores Salvador, y Meza Edgar: “**Experiencia de PEMEX en la inyección de CO₂**”. Presentación realizada para PEP el 9 de junio del 2008.
32. White Frank M.: “**Viscous Fluid Flow**”. Segunda edición impresa en 1991.
33. Warren J.E. and Root P.J.: “**Behavior of Naturally Fractured Reservoirs**”; SPE 426; Gulf Research & Development Co., Pittsburgh, PA. Publicado para la SPE Journal de septiembre de 1968.
34. Wavefront Co.: “**Water injection booster achieves higher production rates**”. Artículo publicado en la Journal Petroleum Technology de la SPE.
35. Wavefront Co.: “**Powerwave and Primawave Technologies**”. Folleto descriptivo de las tecnologías de pulsos de presión.