



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERÍA

***“Simulación numérica de parámetros de confort del aire
acondicionado de una habitación”***

TESIS

PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

INGENIERO MECÁNICO

PRESENTAN:

OMAR BELTRÁN REYNA

DIRECTOR DE TESIS: DR. WILLIAM VICENTE Y RODRÍGUEZ



MÉXICO, CIUDAD UNIVERSITARIA

2013



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Agradecimientos

A mi madre como mínima recompensa a su apoyo a lo largo de mi formación profesional.

A mis hermanos Aydheé Nayeli y Raynier por su apoyo.

Al Dr. William Vicente y Rodríguez por su valiosa ayuda en la supervisión de este trabajo.

*Al Dr. José Luis Fernández
Frayas Dr. Rogelio Soto Ayala
Dr. Martín Salinas Vázquez y al
Dr. Jorge Luis Naude de la Llave
por sus valiosas observaciones a este trabajo.*

*A la Universidad Nacional
Autónoma de México por darme las
bases para enfrentarme a la vida.*

*A Dios a quien le debo cada uno de mis
logros.*

ÍNDICE

1	INTRODUCCIÓN.....	3
1.1	Interés sobre el estudio	4
1.2	Objetivo de la tesis	5
1.3	Estructura de la tesis	5
2	ECUACIONES DE TRANSPORTE.....	6
2.1	Ecuaciones de transporte.....	6
2.2	Ecuación de la conservación de la energía	14
2.3	Turbulencia.....	15
2.4	Promediado de las ecuaciones de transporte.....	16
3	MÉTODO DE SOLUCIÓN	19
3.1	Método de volúmenes finitos	19
3.2	Cálculo de los parámetros de confort, porcentaje de personas insatisfechas (PPD) y voto medio estimado (PMV).....	25
4	SIMULACIÓN NUMÉRICA DEL FLUJO EN UNA HABITACIÓN.....	31
4.1	Sistema a simular	31
4.2	Detalles numéricos	35
4.3	Condiciones de frontera	36
4.4	Resultados.....	39
4.5	Comparación con los datos experimentales	42
4.6	Parámetro de confort, porcentaje de personas insatisfechas (PPD)	45

<i>CONCLUSIONES</i>	47
<i>APÉNDICE A</i>	49
<i>APÉNDICE B</i>	51
<i>BIBLIOGRAFÍA</i>	54

Capítulo 1

1 Introducción

En la actualidad mantener el confort en una habitación es muy importante, debido a que las condiciones del clima de cada lugar pueden tener temperaturas muy altas o bajas que causan molestia. Adicionalmente, hoy en día las personas por lo general permanecen gran parte de su tiempo en espacios cerrados como habitaciones donde trabajan, viven o realizan alguna actividad. Por tal razón, se debe tener un ambiente de temperatura y flujo de aire adecuados para mantener un buen confort.

Para establecer este ambiente de confort, se tiene que tener en cuenta que cuando las personas permanecen en un lugar se comportan como una máquina térmica que intercambia energía con el entorno, en forma de calor y humedad respectivamente. Se dice que hay un confort térmico, sólo si se llega a un equilibrio entre el calor producido por el metabolismo y las diferentes formas de disipación. Que son las siguientes:

- Transferencia de calor por conducción por contacto entre el cuerpo y otros sólidos: por ejemplo, los pies con el suelo o la mano con una mesa.
- Transferencia de calor por convección: circulación de aire en la piel o ropa.
- Transferencias por radiación: desde la piel o la ropa, hacia el entorno del ambiente.
- Transferencias por calor latente: debido a los procesos de respiración o evaporación-transpiración.

La transferencia de calor por convección y radiación son incluidas en las ecuaciones de Fanger.

Un factor importante que permite tener un buen confort del lugar es el movimiento del aire sobre el cuerpo humano, ya que incrementa la proporción de humedad y calor disipados, dando ello lugar a que exista una sensación de calor o frío dependiendo su variación de la velocidad y temperatura.

Los calentadores/enfriadores tienen una función de suma importancia, ya que con ellos se puede elevar o bajar la temperatura del lugar cuando una persona siente una sensación de frío o viceversa.

En este caso, el estudio trata sobre el efecto de calentadores para mantener el confort en una habitación.

1.1 Interés sobre el estudio

Por lo anteriormente expuesto, se va a hacer un análisis del flujo del aire en una habitación donde se tienen dos entradas diferentes del mismo y calentadores con diferentes temperaturas que se colocaron en diferentes posiciones. Para llevar a cabo el análisis se tienen dos opciones: el método experimental o la simulación numérica de configuraciones sencillas.

El estudio experimental, requiere hacer mediciones por lo que hay que instalar un sistema de medición en un prototipo o un modelo físico del sistema en cuestión, cuya construcción puede requerir de materiales caros, un periodo mayor de tiempo para construirlo, así como el tiempo en el que se llevan a cabo las mediciones necesarias.

Por otro lado, los avances actuales en materia de informática, han permitido que el empleo de simulación numérica hayan reducido costos, tanto computacionales como temporales, respecto a algunos años atrás.

Este método es una herramienta poderosa para este tipo de estudios, pues los resultados obtenidos por este camino, para las principales variables o parámetros, son cada vez más confiables, los modelos son cada día más sofisticados. Sin embargo, en la actualidad su uso es mayormente complementario.

Para el desarrollo y análisis de este sistema se usa un código de Dinámica de Fluidos Computacional (Computational Fluid Dynamics, CFD), en el cual se realizaron las simulaciones para obtener resultados de las velocidades, temperaturas y los parámetros de confort como lo es el voto medio estimado (PMV) y el porcentaje de personas insatisfechas (PPD). Este código se basa en la alternativa de Ecuaciones Promediadas (Reynolds o Favre Averaged Navier-Stokes Equations, RANS) y para discretizar el dominio se utilizó una malla en coordenadas cartesianas en tres dimensiones.

La solución de las ecuaciones se lleva a cabo mediante el método de volúmenes finitos, el cual se programa en el código de dinámica de fluidos computacional PHOENICS. Para simular la turbulencia se uso el modelo $k - \varepsilon$ estándar.

1.2 Objetivo de la tesis

Analizar numéricamente el flujo de aire dentro de una habitación que se caracteriza por tener dos entradas distintas de flujo de aire y diferentes sistemas de calefacción, que se colocaron en diferentes paredes. Una expresión que caracteriza el confort es calculada localmente en cada una de las celdas que componen el dominio del cálculo.

1.3 Estructura de la tesis

Esta tesis se divide en 5 capítulos. El primero de ellos, es la introducción donde se presenta una breve explicación que define el confort térmico, así como el método de análisis que se utilizará para el modelo.

El capítulo 2 presenta las ecuaciones de transporte que gobiernan el movimiento del flujo y la deducción de las ecuaciones promediadas que se resolverán mediante un método de volúmenes finitos. Estas ecuaciones son: de continuidad, de cantidad de movimiento y energía. Dada la naturaleza del flujo turbulento se presenta en la última parte, la alternativa de las ecuaciones promediadas.

La introducción al método por volúmenes finitos se hace en el capítulo 3, el cual permite resolver las ecuaciones de transporte que gobiernan el movimiento del fluido. Mismo así, se presenta en este capítulo las características y ecuaciones que definen los parámetros de confort: voto medio estimado (PMV) y porcentaje de personas insatisfechas (PPD).

En el capítulo 4 se presenta la configuración a simular, así como los detalles numéricos que se utilizan en el modelo para simular este sistema y el análisis de resultados que se obtuvieron de las simulaciones numéricas del flujo.

Finalmente, en el capítulo 5, se muestran las conclusiones basadas en los resultados obtenidos del presente trabajo de tesis, así como algunas recomendaciones para trabajo futuro.

2 Ecuaciones de transporte

Introducción

En este capítulo se abordarán las ecuaciones que gobiernan el movimiento del fluido en la habitación, es decir, conservación de masa, cantidad de movimiento y energía. Hay que considerar que el flujo es turbulento y la geometría es multidimensional. Primeramente se presentan las ecuaciones (instantáneas) que gobiernan el flujo y después, dada la naturaleza del flujo que es turbulento, la alternativa utilizada en esta tesis, la de Ecuaciones Promediadas es introducida. Las ecuaciones de conservación se presentan para un sistema de coordenadas cartesiano.

2.1 Ecuaciones de transporte

Continuidad

A través de la aplicación del teorema de transporte de Reynolds, se tiene la siguiente expresión general para la conservación de masa que se aplica a un volumen de control:

Conservación de masa para VC:

$$0 = \int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{SC} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (2.1)$$

Cuando se tienen entradas y salidas definidas adecuadamente, la ecuación 2.1 puede reescribirse como:

$$\int_{VC} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV = \sum_{ent} \dot{m} - \sum_{sal} \dot{m} \quad (2.2)$$

Es decir, la razón neta de cambio de masa dentro del volumen de control es igual a la razón a la que fluye la masa hacia el volumen de control menos la razón a la que fluye la masa afuera del volumen de control.

Para deducir la forma diferencial de la conservación de la masa de manera rápida y directa, aplicamos el teorema de la divergencia también llamado teorema de Gauss. Este teorema permite transformar una integral de volumen de la divergencia de un vector en una integral de área sobre la superficie que define el volumen. Para cualquier vector \vec{G} , la divergencia de \vec{G} se define como $\vec{\nabla} \cdot \vec{G}$ y el teorema de divergencia se puede escribir como:

Teorema de divergencia:

$$\int_{Vol} \vec{\nabla} \cdot \vec{G} dV = \oint_A \vec{G} \cdot \vec{n} dA \quad (2.3)$$

La ecuación 2.3 se aplica a cualquier volumen de control, vamos a elegir el volumen de control de la ecuación 2.1. Hacemos que $\vec{G} = \rho \vec{V}$, al sustituir la ecuación 2.3 en la ecuación 2.1 se convierte la integral de superficie en una integral de volumen:

$$0 = \int_{vc} \frac{\partial \rho}{\partial t} dV + \int_{vc} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) dV \quad (2.4)$$

Se combinan las dos integrales de volumen:

$$\int_{vc} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \right] dV = 0 \quad (2.5)$$

Afirmamos que la ecuación 2.5 se mantiene para cualquier volumen de control sin importar su tamaño o forma. Esto es posible si el integrando es cero. De esta manera se obtiene una ecuación diferencial general para la conservación de la masa, también conocida como ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (2.6)$$

Donde ρ es la densidad instantánea del fluido y \vec{V} es su velocidad instantánea.

Conservación de la cantidad de movimiento

Con la aplicación del teorema de transporte de Reynolds, se tiene la expresión general para conservar la cantidad de movimiento lineal como se aplica a un volumen de control:

$$\sum \vec{F} = \int_{VC} \rho \vec{g} dV + \int_{SC} \sigma_{ij} \cdot \vec{n} dA = \int_{VC} \frac{\partial}{\partial t} (\vec{V}) dV + \int_{VC} (\rho \vec{V}) \vec{V} \cdot \vec{n} dA \quad (2.7)$$

Donde σ_{ij} es el tensor de esfuerzo. La ecuación 2.7 se aplica a volúmenes de control fijos y en movimiento, siempre que \vec{V} sea la velocidad absoluta (vista desde un observador fijo).

Para generar una ecuación diferencial para la conservación de cantidad de movimiento lineal, imaginamos que el volumen de control se encoge a tamaño infinitesimal. En el límite, todo el volumen de control se encoge a un punto en el flujo.

Se procede de la misma manera como se dedujo la forma diferencial de la ecuación de continuidad, aplicando el teorema de divergencia de la ecuación 2.3. Una forma más general del teorema de divergencia se aplica no sólo a vectores, sino también a otras cantidades, como los tensores:

Teorema de divergencia extendido:

$$\int_{Vol} \vec{\nabla} \cdot G_{ij} dV = \oint_A G_{ij} \cdot \vec{n} dA \quad (2.8)$$

Específicamente, si en el teorema de divergencia extendido en la ecuación 2.8 G_{ij} se sustituye con la cantidad $(\rho \vec{V}) \vec{V}$, un tensor de segundo orden, el último término en la ecuación 2.7 se convierte en:

$$\int_{SC} (\rho \vec{V}) \vec{V} \cdot \vec{n} \, dA = \int_{VC} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) \, dV \quad (2.9)$$

Donde $\vec{V} \vec{V}$ es un producto vectorial llamado producto exterior del vector de velocidad consigo mismo. De manera similar, si en la ecuación 2.8 se sustituye con el tensor de esfuerzo σ_{ij} , el segundo término en el lado izquierdo de la ecuación 2.7 se convierte en:

$$\int_{SC} \sigma_{ij} \cdot \vec{n} \, dA = \int_{VC} \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \, dV \quad (2.10)$$

Por lo tanto las dos integrales de superficie de la ecuación 2.7 se convierten en integrales de volumen, cuando se aplican las ecuaciones 2.9 y 2.10. Se combinan y reordenan términos y la ecuación 2.7 se reescribe como:

$$\int_{VC} \left[\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) - \rho \vec{g} - \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \right] dV = 0 \quad (2.11)$$

Para finalizar, afirmamos que la ecuación 2.11 es válida para cualquier volumen de control sin importar su tamaño o forma. Esto es posible sólo si el integrando es idénticamente cero. En consecuencia, se tiene una ecuación diferencial general para la conservación de cantidad de movimiento lineal, conocida como ecuación de Cauchy:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (2.12)$$

Cuando se aplica la regla de la derivada del producto al primer término del lado izquierdo de la ecuación 2.12 se obtiene:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{V}) = \rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (2.13)$$

El segundo término de la ecuación 2.12 se puede escribir como:

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V} \vec{V}) = \vec{V} \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) + \rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \quad (2.14)$$

Por lo tanto, se eliminó el tensor de segundo orden representado por $\vec{V} \vec{V}$. Después de cierto reordenamiento, la sustitución de las ecuaciones 2.13 y 2.14 en la ecuación 2.12 produce:

$$\rho \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \vec{V} \left[\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) \right] + \rho (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (2.15)$$

Pero la expresión en corchetes en esta ecuación es idénticamente cero por la ecuación de continuidad, ecuación 2.6. Cuando se combinan los dos términos restantes en el lado izquierdo, se escribe:

Forma alternativa de la ecuación de Cauchy:

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right] = \rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} \cdot \sigma_{ij} \quad (2.16)$$

En coordenadas cartesianas, las tres componentes de la ecuación de Cauchy son:

$$\text{Componente } x: \rho \frac{Du}{Dt} = \rho g_x + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial z} \quad (2.16a)$$

$$\text{Componente } y: \rho \frac{Dv}{Dt} = \rho g_y + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial z} \quad (2.16b)$$

$$\text{Componente } z: \rho \frac{Dw}{Dt} = \rho g_z + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} \quad (2.16c)$$

Para obtener las ecuaciones de Navier-Stokes, debemos expresar el tensor de esfuerzos σ_{ij} en términos de las incógnitas primarias, es decir, densidad, presión y velocidad.

Esto se puede realizar mediante las ecuaciones constitutivas que nos permiten escribir las componentes del tensor de esfuerzo en términos del campo de velocidad y del campo de presión.

La primera acción que se hace es separar los esfuerzos de presión y los esfuerzos viscosos. Cuando un fluido se mueve, la presión actúa hacia dentro normal, pero también pueden existir esfuerzos viscosos. La ecuación 2.17 se generaliza para fluidos en movimiento como:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

Donde se introduce un nuevo tensor, τ_{ij} , llamado tensor de esfuerzo viscoso.

Este estudio se concentra para fluidos newtonianos, que se definen como los fluidos para los que el esfuerzo de corte es linealmente proporcional a la razón de deformación por corte. Donde por definición el tensor de esfuerzo es linealmente proporcional al tensor de razón de deformación. Se supone un flujo incompresible ($\rho = \text{constante}$). Una consecuencia anterior de la última suposición es que las propiedades de fluido (viscosidad dinámica μ y la viscosidad cinemática ν) también son constantes. Con dichas suposiciones se puede demostrar que el tensor de esfuerzo viscoso se reduce a:

Tensor de esfuerzo viscoso para un fluido newtoniano incompresible con propiedades constantes:

$$\tau_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} \quad (2.18)$$

Donde ε_{ij} es el tensor de razón de deformación. La ecuación 2.19 muestra que el esfuerzo es linealmente proporcional a la deformación. En coordenadas cartesianas, se mencionan las nueve componentes del tensor de esfuerzo viscoso, seis de las cuales son independientes debido a simetría:

$$\tau_{ij} = \begin{pmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

En coordenadas cartesianas, el tensor de esfuerzo de la ecuación 2.17 se convierte por lo tanto en:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} -P & 0 & 0 \\ 0 & -P & 0 \\ 0 & 0 & -P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) & \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) & 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} & \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \mu \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) & \mu \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right) & 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} \end{pmatrix} \quad (2.20)$$

Ahora se sustituye la ecuación 2.20 en las tres componentes cartesianas de la ecuación de Cauchy. Consideramos primero la componente x. La ecuación 2.16a se convierte en:

$$\rho \frac{Du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + 2\mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right) \quad (2.21)$$

Podemos observar que, en tanto que las componentes de velocidad sean funciones suaves de x, y y z, el orden de diferenciación es irrelevante. Después de cierto reordenamiento de los términos viscosos en la ecuación 2.21:

$$\rho \frac{Du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]$$

$$\rho \frac{Du}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right]$$

El término entre paréntesis es cero debido a la ecuación de continuidad para un flujo incompresible. También se identifican los últimos tres términos como el laplaciano de la componente de velocidad u en coordenadas cartesianas. Por lo tanto, la componente x de la ecuación de cantidad de movimiento se escribe como:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \rho g_x + \mu \nabla^2 u \quad (2.22a)$$

De manera similar se escriben las componentes y y z de la ecuación de cantidad de movimiento como:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \rho g_y + \mu \nabla^2 v \quad (2.22b)$$

Y

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = -\frac{\partial P}{\partial z} + \rho g_z + \mu \nabla^2 w \quad (2.22c)$$

Respectivamente. Para finalizar, combinamos las tres componentes en una ecuación vectorial; el resultado es la ecuación de Navier-Stokes para flujo incompresible con viscosidad constante.

Ecuación de Navier-Stokes:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}P + \rho \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (2.23)$$

Aunque las componentes de la ecuación 2.23 se dedujeron en coordenadas cartesianas, la forma vectorial de la ecuación 2.23 es válida en cualquier sistema coordenado ortogonal.

2.2 Ecuación de la conservación de la energía

La ecuación general de conservación de la energía se presenta a continuación:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(u_e + |\vec{V}|^2 / 2 + e_p \right) \right] + \nabla \cdot \left[\rho \vec{V} \left(u_e + |\vec{V}|^2 / 2 + e_p \right) \right] = W_v + q_T \quad (2.24)$$

donde $e = u_e + |\vec{V}|^2 / 2 + e_p$ es la energía total del fluido (energía interna + energía cinética + energía potencial), W_v es el trabajo viscoso y q_T es el calor total. Introduciendo la definición de la entalpía ($h = u + P/\rho$), la ecuación de continuidad, el trabajo viscoso y el calor total en la ecuación (2.24), se llega a la ecuación de la entalpía:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(h + |\vec{V}|^2 / 2 + e_p \right) \right] + \nabla \cdot \left[\rho \vec{V} \left(h + |\vec{V}|^2 / 2 + e_p \right) \right] = \nabla \cdot (\vec{\tau}' \cdot \vec{V}) - \nabla \cdot \vec{J}_e + q_r \quad (2.25)$$

donde $\nabla \cdot (\vec{\tau}' \cdot \vec{V})$ es el trabajo viscoso, $\nabla \cdot \vec{J}_e$ es el flujo difusivo de calor y q_r es el flujo de calor por radiación.

En flujos de baja velocidad, si el número de Mach (Ma) es muy bajo ($Ma \ll 1$) la energía cinética comparada con la entalpía es despreciable y el trabajo viscoso es despreciable [1]. Por otra parte, si el flujo de gases es menor a 1500°C, el flujo de calor por radiación es despreciable [2]. Aplicando las consideraciones anteriores y despreciando el término potencial de la energía total del fluido a la ecuación (2.25) se obtiene un modelo válido para fluidos Newtonianos bajo condiciones generales de flujo incompresible, viscoso y conductor de calor. Así, la ecuación de la energía queda de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho h) + \nabla \cdot (\rho \vec{V} h) = -\nabla \cdot \vec{J}_h \quad (2.26)$$

El flujo de difusión de calor (\vec{J}_h) se modela mediante la Ley de Fourier:

$$\vec{J}_c = -k\nabla T \quad (2.27)$$

donde k es la conductividad térmica.

Por lo tanto la ecuación queda de la siguiente manera.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \nabla \cdot (\rho \vec{v} h) = -\nabla \cdot k \nabla T \quad (2.28)$$

2.3 Turbulencia

En las secciones anteriores se detallaron las ecuaciones para describir el movimiento de un flujo de gases. Estas ecuaciones de transporte están concebidas para flujos laminares y turbulentos, cuya aplicación práctica es muy limitada. Esto implica que las ecuaciones deben adecuarse para su utilización en el estudio de flujos turbulentos. Por ello, antes de describir la adecuación matemática de las ecuaciones de transporte se analiza a la turbulencia con la finalidad de entender la complejidad del fenómeno. La turbulencia no se puede definir exactamente, sin embargo para entenderla, se observa los efectos que este comportamiento provoca en el fluido.

La técnica de las ecuaciones promediadas de Navier Stokes, resuelve las ecuaciones presentadas anteriormente para el flujo turbulento de la entrada de flujo de aire en una habitación. La técnica RANS puede entenderse con la representación gráfica de la variación local de una propiedad ϕ del fluido con el tiempo en el flujo turbulento.

En la (Figura 2.29) se observa la disparidad de las escalas temporales y la naturaleza caótica de este fenómeno que hacen inviable su desarrollo analítico. Sin embargo, los fluidos turbulentos pueden manejarse estadísticamente en función de una variable ϕ que presente cualquier propiedad. Esta propiedad queda definida mediante un término medio y un término fluctuante (ϕ') . Este manejo estadístico permite que exista cambios abruptos en las variables espacial y temporal, lo cual admite un manejo matemático de las ecuaciones de transporte. El anterior manejo de las variables es la base de la alternativa de simulación numérica RANS que utiliza las ecuaciones en función de los valores medios y fluctuantes. Estas ecuaciones se promedian y se resuelven con un método numérico. Sin embargo, el promediado de las ecuaciones es una técnica que

implica un manejo matemático complejo y la aparición de términos adicionales descritos en la siguiente sección.

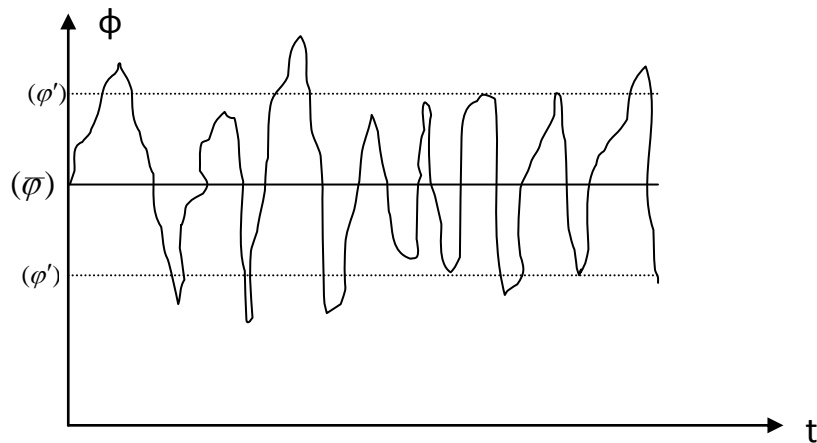


Figura 2.29. Representación gráfica de la turbulencia.

2.4 Promediado de las ecuaciones de transporte

El flujo en la mayor parte de los problemas de interés práctico, así en este trabajo, es turbulento. Una característica de este tipo de flujos es la variación aleatoria e irregular tanto en el espacio como en el tiempo de las propiedades del fluido.

Una de las alternativas para la simulación de flujos reactivos, es el promediado de las ecuaciones instantáneas de conservación. Con este método, se promedian todas las fluctuaciones de las escalas temporales y se resuelven ecuaciones de transporte para los valores medios de las propiedades del fluido. Estas ecuaciones no son cerradas, por lo cual se requieren modelos que reemplacen términos no cerrados.

Si el flujo presenta variaciones en la densidad, se pueden usar dos tipos de promedio. Uno es el promedio de Reynolds, en el cual toma la densidad como constante [3], y el otro es el promedio de Favre [4], en el cual la densidad es variable.

De manera ilustrativa, se representa con el símbolo Φ cualquier propiedad transportada, los valores instantáneos de estas propiedades son escritos en términos de un promedio y una fluctuación turbulenta.

$$\Phi = \bar{\Phi} + \Phi' \quad (2.30)$$

Los dos promedios $\bar{\Phi}$ y $\widetilde{\Phi}$ están definidas como:

$$\bar{\Phi} = \lim_{n_e \rightarrow \infty} \frac{1}{n_e} \sum_{i=1} \Phi^i ; \text{ promediado de Reynolds} \quad (2.31)$$

$$\widetilde{\Phi} = \lim_{n_e \rightarrow \infty} \frac{1}{n_e} \sum_{i=1} \rho^i \Phi^i ; \text{ promediado de Favre} \quad (2.32)$$

Donde Φ^i es la Φ^i de i del conjunto de realizaciones de n^e de un experimento.

Una de las razones de aplicar el promedio de Favre en las ecuaciones instantáneas de transporte, es que cuando se aplica dicho promedio, genera ecuaciones muy sencillas que no incluyen modificaciones a fluctuaciones de la densidad en las ecuaciones resultantes.

Si se aplica el promedio de Favre a las ecuaciones de continuidad, la cantidad de movimiento y energía, se obtienen las siguientes ecuaciones [5]:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \widetilde{\mathbf{V}}) = 0 \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \widetilde{\mathbf{V}}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \widetilde{\mathbf{V}} \widetilde{\mathbf{V}}) = -\nabla P + \nabla \cdot (\bar{\rho} \widetilde{\mathbf{V}} \widetilde{\mathbf{V}}'') + \bar{\rho} \widetilde{\mathbf{g}} \quad (2.34)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \widetilde{h}) + \nabla \cdot (\bar{\rho} \widetilde{\mathbf{V}} \widetilde{h}) = -\nabla \cdot (\bar{\rho} \widetilde{\mathbf{V}} \widetilde{h}'') \quad (2.35)$$

Los términos turbulentos, $\rho \widetilde{v''v''}$ y $-\nabla \cdot (\rho \widetilde{v''h''})$ son términos desconocidos que requieren modelización.

El cierre del término $\rho \widetilde{v''v''}$ de la ecuación media de cantidad de movimiento se trata en el apéndice A. El cierre del término $-\nabla \cdot (\rho \widetilde{v''h''})$ se puede consultar en Jones et al. [6] y [7].

3 Método de solución

En este capítulo se presenta el método de volúmenes finitos, el cual permite dar solución a las ecuaciones presentadas en el capítulo anterior. Se establecerá una forma general para la ecuación de transporte, que nos va a permitir un tratamiento generalizado de un gran número de variables. La particularización de la ecuación de transporte para cada variable generará diversas ecuaciones de la mecánica de fluidos.

3.1 Método de volúmenes finitos

Mediante una ecuación general, se pueden representar las ecuaciones medias de continuidad, cantidad de movimiento y del modelo de turbulencia, donde la variable dependiente está representada por $\tilde{\phi}$:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\tilde{\phi}) + \nabla \cdot (\rho\tilde{u}_i\tilde{\phi}) - \nabla \cdot (\Gamma_\phi \nabla_\phi) = \bar{S}_\phi \quad (3.1)$$

Donde Γ_ϕ es el coeficiente de difusión y \bar{S}_ϕ es el término fuente. Los términos del lado izquierdo de la ecuación (3.1) son el término transitorio, convectivo y difusivo, respectivamente. Los términos Γ_ϕ y \bar{S}_ϕ están especificados para cada variable $\tilde{\phi}$. En el caso de la ecuación de continuidad, $\tilde{\phi} = 1$.

Esta ecuación general (3.1), se puede discretizar con el método de volúmenes finitos. Con este método, el dominio se divide en pequeños volúmenes de control (figura 3.3), asociando a cada uno de ellos un punto nodal. De manera similar, se discretiza el tiempo en intervalos temporales. La ecuación diferencial resultante, se integra en cada volumen de control y en cada intervalo temporal, y el resultado es una ecuación discretizada que relaciona los valores de $\tilde{\phi}$ para un determinado grupo de puntos nodales. Esta ecuación algebraica expresa el principio de conservación de $\tilde{\phi}$ en el volumen finito, de la misma manera que la ecuación diferencial lo expresa para un volumen infinitesimal. La ecuación algebraica para un nodo P puede expresarse en forma general como:

$$a_P \tilde{\phi}_P = \sum_{i,I=E,W,N,S,H,L} a_i \tilde{\phi}_I + a_T \tilde{\phi}_T + B \quad (3.2)$$

Donde el subíndice I representa las celdas vecinas, i la cara entre las celdas P e I , T el valor correspondiente en el intervalo temporal anterior, y B el término fuente. La deducción detallada de la ecuación (3.2) puede consultarse en ([8] y [9]), así como en un gran número de textos de dinámica de fluidos computacional.

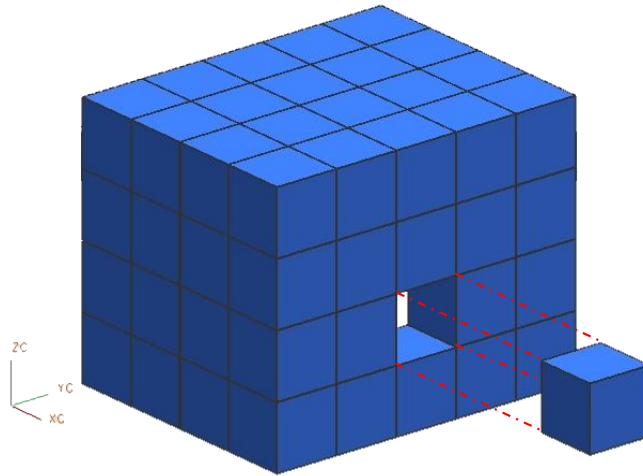


Figura 3.3. Representación del sistema discretizado en volúmenes finitos.

En el caso de una malla cartesiana, escalonada (“staggered”) y uniforme (celdas de iguales dimensiones espaciales), se puede emplear por sencillez un volumen de control bidimensional, como el que se muestra en la figura 3.4 (el espesor de la celda en dirección z puede considerarse la unidad.) En una malla escalonada, las variaciones se encuentran definidas en el centro de la celda, mientras que las componentes de velocidad en cada dirección, correspondientes a la celda, se encuentran desplazadas a las caras de la celda.

En la figura 3.4, se muestra la notación de la celda y de sus vecinas. Dada una celda P , sus vecinas se nombrarán según las iniciales de los puntos cardinales (en inglés) en las direcciones “ x ” e “ y ” y como “*Low*” y “*High*” en la dirección z . Las caras de la celda se nombran con la misma nomenclatura, pero con letras minúsculas. A su vez, el tiempo también se discretiza. Las celdas en la dirección temporal se llaman intervalos temporales. La celda P en el paso temporal se nota como T .

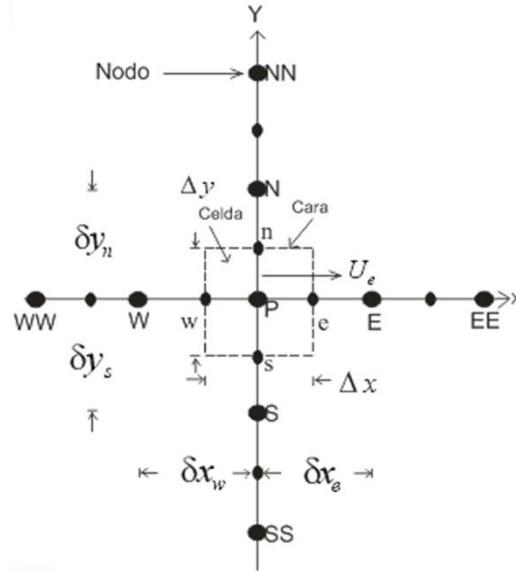


Figura 3.4. Diagrama esquemático de un volumen de control bidimensional.

A continuación, se presentan los términos de la ecuación discretizada (3.2).

Definiendo tres expresiones mediante los símbolos F , D , y Pe como:

$$F = \bar{\rho} \bar{v}_i, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad Pe = \frac{F}{D} \quad (3.5)$$

Donde \bar{v}_i es la velocidad en la cara i , δ_i es la distancia entre los nodos que incluyen la cara i y Pe es de número de Peclet, que es una relación entre la convección y la difusión. Las expresiones para F y D representan el efecto de los términos convectivo y difusivo, respectivamente, de la ecuación de transporte (3.1).

Los coeficientes a_i de la ecuación (3.2) son:

$$a_i = D_i f(|Pe|_i) + \max(-F_i, 0) \quad (3.6)$$

Los valores F y D en la cara de la celda de la ecuación (3.6) son:

$$F_i = (\bar{\rho} \bar{v})_i \Delta_i \quad D_i = \frac{\Gamma_i \Delta_i}{(\delta_i)}, \quad i=n, s, e, w \quad (3.7)$$

donde Δ_i es la longitud de la cara i .

Para determinar F_i se necesita conocer $\bar{\rho}$ y \tilde{u}_i en la cara de la celda. El cálculo del término convectivo de la ecuación de transporte (3.1) requiere también el conocimiento de la variable escalar, $\tilde{\phi}$, en la cara de la celda. La velocidad \tilde{v}_i está calculada en la cara de la malla escalonada; pero $\bar{\rho}$ y $\tilde{\phi}$ están calculados en el nodo y necesitan ser interpolados a la cara para calcular los coeficientes a_i de la ecuación discretizada (3.2).

La obtención de estas variables en la cara de la celda es importante para la precisión y convergencia de la solución. El cálculo de $\bar{\rho}$ y $\tilde{\phi}_i$ da lugar a los llamados esquemas de discretización. La función $f(|Pe|)$ de la ecuación (3.4) depende del esquema de interpolación; por ejemplo, en el esquema de diferencias desplazadas, $f(|Pe|)=1$. Para el sistema híbrido [1]:

$$f(|Pe|) = \max(0.1 - 0.5|Pe|) \quad (3.8)$$

En el apéndice B se presentan estos esquemas de discretización lineales con más detalle, pues son los que se utilizarán en esta tesis en la discretización del término convectivo de las ecuaciones de cantidad de movimiento, energía y modelo de turbulencia

El coeficiente para el término transitorio es:

$$a_T = \frac{\bar{\rho}_T \Delta x \Delta y}{\Delta t} \quad (3.9)$$

Para el cálculo del término D_i (3.7) se necesita obtener el coeficiente de difusión, Γ , en la cara de la celda. El coeficiente Γ no es necesariamente una constante, probablemente puede ser función de valores variables que se conocen en los nodos (por ejemplo la temperatura) y por tanto es necesario interpolarlo en la cara. Esta interpolación puede ser aritmética o armónica. Como ejemplo, para la cara e, estas interpolaciones son:

$$\Gamma_e = \frac{\Delta x (\Gamma_P + \Gamma_E)}{2 \delta x_e} \qquad \Gamma_e = \frac{2 \delta x_e}{\Delta x \left(\frac{1}{\Gamma_P} + \frac{1}{\Gamma_E} \right)} \qquad (3.10)$$

El término fuente de la ecuación general (3.1), \bar{S}_ϕ , se linealiza como:

$$\bar{S}_\phi = \bar{S}_{\phi,c} + \bar{S}_{\phi,v} \tilde{\phi}_p \qquad (3.11)$$

donde el término $\bar{S}_{\phi,v}$ se elige de acuerdo a la relación existente entre \bar{S}_ϕ y $\tilde{\phi}$, en caso de depender el primero del segundo. El objetivo de la linealización del término fuente es mejorar la convergencia de la solución.

Con esta suposición, los términos B y a_p de la ecuación (3.2) son:

$$B = \bar{S}_{\phi,c} \Delta x \Delta y + a_T \tilde{\phi}_T \qquad (3.12)$$

$$a_p = a_e + a_w + a_n + a_s + a_T - \bar{S}_{\phi,v} \Delta x \Delta y \qquad (3.13)$$

La ecuación (3.2) se aplica en cada celda del dominio, para cada $\bar{\phi}$ y para cada paso temporal Δt , por lo que se tiene un sistema de ecuaciones lineales (los coeficientes a pueden depender, directa o indirectamente de $\tilde{\phi}$, por lo que el sistema es realmente pseudo-lineal). Para resolver este sistema de ecuaciones se puede utilizar cualquier método de resolución de ecuaciones lineales.

En el cálculo de las velocidades a partir de las ecuaciones de cantidad de movimiento, se tiene el inconveniente de que la presión, cuyo gradiente aparece como término fuente en las ecuaciones de cantidad de movimiento, no tiene una ecuación propia para calcularla. Una solución ampliamente utilizada, es transformar la ecuación de continuidad en una ecuación para la presión.

Entre los algoritmos iterativos que se basan en este procedimiento, están los de la familia SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure- Linked Equations), ([2], [9] y [10]). El algoritmo utilizado en esta tesis para resolver el problema de acoplamiento velocidad-presión pertenece a esta familia.

El proceso de solución de este sistema de ecuaciones es iterativo y durante éste, las ecuaciones del sistema, en general, no se cumplen; el balance entre la parte izquierda y derecha de la ecuación se denomina residuo. La convergencia del proceso iterativo se da cuando los residuos disminuyen.

Para procurar acelerar esta convergencia, se utiliza un método de relajación de algunas de las variables dependientes y propiedades. Se emplean dos tipos de relajación: la inercial y la lineal. La relajación inercial se emplea para las velocidades y los parámetros de turbulencia, y aumenta la diagonal de la matriz de coeficientes el agregar a la ecuación de cualquier variable $\tilde{\phi}$, el término fuente:

$$\bar{S}_{\phi,r} = \frac{\bar{\rho}V_P}{\Delta t_f} (\tilde{\phi}_P^{(n-1)} - \tilde{\phi}_P^{(n)}) \quad (3.14)$$

donde V_P es el volumen de la celda P, Δt_f es el intervalo de tiempo falso y el superíndice n se refiere al número de iteración.

Para la presión y la densidad se emplea la relajación lineal dada por:

$$\tilde{\phi}_P^{(n)} = \alpha \tilde{\phi}_P^{sol} + (1 - \alpha) \tilde{\phi}_P^{(n-1)} \quad (3.15)$$

donde α es el factor de relajación, el superíndice “sol” se refiere al valor de la propiedad proporcionado por el “solver” en la iteración actual. El factor de relajación α , normalmente toma valores entre 0 y 1.

El criterio de convergencia utilizado para detener el proceso iterativo para un paso temporal dado y pasar al siguiente es tal que, para cada variable, la suma de los valores absolutos de los residuos en todo el dominio sea menor que un determinado porcentaje de un valor de referencia.

En este trabajo, se usa el código de Dinámica de Fluidos Computacional, PHOENICS [11], para resolver las ecuaciones que describen la aerodinámica del flujo, recordando que son, la de continuidad, de cantidad de movimiento, de energía y de turbulencia.

3.2 Cálculo de los parámetros de confort, porcentaje de personas insatisfechas (PPD) y voto medio estimado (PMV) ([12], [13])

El término de confort es importante en este estudio ya que nos determina las condiciones de satisfacción o insatisfacción de la habitación. Las sensaciones térmicas están relacionadas con el cuerpo y su contorno que lo rodea, cuando existe un equilibrio entre el calor generado por una persona y el que disipa el entorno que lo rodea se producirá una sensación de bienestar; por el contrario, si el calor disipado es excesivo, la persona sentirá la sensación de frío o de calor si la disipación es insuficiente y se sentirá un ambiente de inconfort.

Dicho estado de equilibrio térmico es distinto en cada persona y depende de la actividad física, de la vestimenta, y de parámetros ambientales como: la temperatura del aire, la temperatura radiante media, la velocidad del aire y la humedad del aire. A continuación se muestra una tabla 3.16 donde contiene los factores personales y ambientales los cuales depende de ellos que haya un buen confort.

Factores personales	Factores ambientales
Actividad Física (Met)	Temperatura del aire (t_a)
	Temperatura radiante media (T_{rm})
Vestimenta (Clo)	Velocidad del aire (V_a)
	Humedad relativa del aire (Hr)

Tabla 3.16 Factores personales y ambientales.

El porcentaje de personas insatisfechas (PPD)

Este índice permitirá predecir el porcentaje de personas que consideran dicha situación como no confortable, cuanto menor sea su valor esto nos indica que hay un mayor nivel de comodidad.

Valores del porcentaje de personas insatisfechas (PPD) de hasta 10% reflejarán una situación satisfactoria para la mayoría de las personas (90% satisfechos), mientras que valores superiores indicarán una situación de inconfort térmico. Dicho valor se corresponde con los límites -0,5 y 0,5 indicados para el PMV.

Voto medio estimado (PMV)

El voto medio estimado predice el valor medio de la sensación térmica y es un índice que refleja el valor de los votos emitidos por un grupo numeroso de personas respecto de una escala de sensación térmica de 7 niveles que se muestran en la tabla 3.17.

Rango de valores	Sensación térmica
+3	Muy caluroso
+2	Caluroso
+1	Ligeramente caluroso
0	Neutro
-1	Ligeramente fresco
-2	Fresco
-3	Frío

Tabla 3.17 Escala de sensación térmica en función del valor del voto medio estimado.

Para obtener estos parámetros de confort PMV y PPD es importante calcular los siguientes parámetros.

Aislamiento de ropa (I_{cl})

El valor del aislamiento térmico proporcionado por la ropa puede estimarse mediante la consulta de tablas (ISO 7730, ISO 9920) o la norma INSHT-NTP74. Estas tablas permiten el cálculo a partir de combinaciones habituales de ropa o bien mediante la selección personalizada de las prendas del trabajador.

Si la tarea se desarrolla sentado, al valor del aislamiento proporcionado por la ropa se le debería añadir el aislamiento proporcionado por el asiento.

Las unidades para medir el aislamiento térmico de la ropa son el (Clo) y los metros cuadrados centígrado por vatio (m^2C/W).

La tabla 3.18 puede orientar sobre el rango de valores que puede tomar la variable aislamiento térmico de la ropa:

Tipo de Ropa	Aislamiento Clo.
Desnudo	0 Clo
Ropa Ligera (ropa de verano)	0.5 Clo
Ropa Media(traje completo)	1 Clo
Ropa Pesada(uniforme invierno)	1.5 clo

Tabla 3.18 Valores del aislamiento de la ropa en Clo., según INSHT-NTP74.

Factor de conversión: $1 \text{ Clo} = 0.155 \left(\frac{m^2 \text{ } ^\circ\text{C}}{W} \right)$

La tasa metabólica (M)

La tasa metabólica mide el gasto energético muscular que experimenta el trabajador cuando desarrolla una tarea, gran parte de dicha energía es transformada directamente en calor. Aproximadamente sólo el 25% de la energía es aprovechada en realizar el trabajo, el resto se convierte en calor. El cálculo de la tasa metabólica será necesario no sólo como variable para la estimación del

bienestar térmico mediante el voto medio estimado, sino también para la evaluación de la carga física asociada a la tarea, al observarse una relación directa entre la dureza de la actividad desarrollada y el valor de la tasa metabólica.

Nivel de actividad	Metabolismo de trabajo kcal/jornada (8hrs.)
Trabajo ligero	< 1600
Trabajo medio	1600 a 2000
Trabajo pesado	> 2000

Tabla 3.19 Relación entre tasa metabólica y carga física de la tarea según INSHT-NTP177.

Factor de conversión: 1 Kcal = 0.644 W/m²

La tabla 3.20 muestra los valores de la tasa metabólica en función de la actividad desarrollada y puede servir al evaluador como primera aproximación.

Clase	Tasa metabólica en W/m ²	Ejemplos de actividades
Descanso	65	Descansando, sentado cómodamente.
Tasa metabólica baja	100	Escribir, teclear, dibujar, coser, anotar contabilidad, manejo de herramientas pequeñas, caminar sin prisa (velocidad hasta 2,5 Km./h)
Tasa metabólica moderada	165	clavar clavos, limar, conducción de camiones, tractores o máquinas de obras, caminar a una velocidad de 2,5 Km./h hasta 5,5 Km./h.
Tasa metabólica alta	230	Trabajo intenso con brazos y tronco, transporte de materiales pesados, Pedalear, empleo de sierra, caminar a una velocidad de 5,5 Km./h hasta 7 Km./h.
Tasa metabólica muy alta	260	Actividad muy intensa a ritmo de muy rápido a máximo, trabajo con hacha, cavado o pelado intenso, subir escaleras, caminar a una velocidad superior a 7 Km./h.

Tabla 3.20 Valores medios de las tasas metabólicas en función de la actividad desarrollada (ISO 8996).

Factor de conversión: 1 Met = 58.18 ($\frac{W}{m^2}$)

Características del ambiente

Para finalizar con la recopilación de datos se registrarán las características del ambiente mediante la medición o cálculo de las siguientes variables:

*Potencia mecánica efectiva (**W**)*

Es la potencia mecánica efectiva en W/m^2 (puede estimarse en 0).

*Temperatura del aire (**Ta**)*

Aumenta el enfriamiento del cuerpo y la sensación de frescor y puede crear otras incomodidades cuando se perciben rachas o turbulencias. En condiciones sedentarias, la velocidad del aire debe limitarse por debajo de 0.25 (m/s) en situaciones de frío y por debajo de 0.50 (m/s) en las de calor y bien si se toleran velocidades de 1.0 (m/s) en actividades de movimiento, e incluso superiores en condiciones de calor extremo y actividades intensas. La temperatura del aire es medida en grados Celsius.

*Temperatura radiante media (**Trm**)*

La temperatura radiante media es definida como la temperatura de un cuerpo negro uniforme que intercambia la misma cantidad de radiación térmica con el ocupante que en el ambiente real. Para garantizar una mejor condición de confort es necesario decir que $t_a = t_{rm}$ que se mide en (C°) [14].

*Humedad relativa (**Rh**)*

La humedad es la cantidad de vapor de agua en un espacio dado. La cantidad de humedad que el aire puede poseer es función de la temperatura. El aire caliente puede poseer mayor humedad. La cantidad de agua presente en el aire en relación con la cantidad máxima que puede poseer a una determinada temperatura, sin causar la condensación (agua presente/máxima capacidad de retención de agua), se conoce como el grado de saturación. Este coeficiente multiplicado por 100 es el porcentaje de humedad.

La humedad relativa es el cociente de la presión de vapor actual de la mezcla de vapor-aire y la presión de vapor de agua saturado a la misma temperatura de bulbo seco multiplicado por 100. El porcentaje de humedad y la humedad relativa son numéricamente muy similares, pero no son idénticos. [15]

Es un factor importante, sin influencias aparente cuando tiene valores entre el 40% y el 60%, siempre que los factores personales y ambientales sean moderados. Por ello se considera satisfactorio el intervalo entre el 30% y el 70% de humedad relativa.

Velocidad relativa (V_r)

El movimiento del aire afecta significativamente la transferencia de calor por convección y evaporación del cuerpo humano. El movimiento del aire resulta de la convección natural y forzada, así como también debido al movimiento de las personas. Cuanto más rápido es el movimiento, mayor es la tasa de flujo de calor por convección y por evaporación.

A continuación se presentarán las ecuaciones para realizar el cálculo de parámetro **PMV** y **PPD** [16].

Presión (Pa) es la presión parcial del vapor de agua medida en pascales (Pa).

$$p_a = RH/100 * \exp(16,6536 - 4030,183 / (t_a + 235)) ; \quad (3.21)$$

Donde: RH es la humedad relativa del aire medida en porcentaje.

Para el cálculo del término f_{cl} es el factor de superficie de la ropa en (C^0) se tiene lo siguiente.

$$f_{cl} = 1.00 + 1.290 * I_{cl} \quad \text{para } I_{cl} \leq 0.078 \text{ m}^2 c/w \quad (3.22)$$

O se tiene la siguiente expresión si se cumple la siguiente condición.

$$f_{cl} = 1.05 + 0.645 * I_{cl} \quad \text{para } I_{cl} > 0.078 \text{ m}^2 c/w \quad (3.23)$$

Para obtener el término t_{cl} es el término de temperatura de la superficie de la ropa en (C^0) [17] se tiene la siguiente expresión:

$$T_{cl} = 35,7 - 0,028 * (M - W) - 0,155 * I_{cl} * ((M - W) - 3,05 * 10^{-3}) * [5733 - 6,99 * (M - W) - p_a] - 0,42 * [(M - W) - 58,15] - 1,7 * 10^{-5} * M * (5867 - Pa) - 0,0014 * M * (34 - T_a) \quad (3.24)$$

Para el cálculo de h_c es el coeficiente de transmisión del calor por convección en $W/(m^2K)$ y se utilizará la siguiente expresión si se cumple lo siguiente.

$$h_c = 2,38 * (t_{cl} - t_a)^{0,25} \quad \text{para } 2,38 * (t_{cl} - t_a)^{0,25} > 12,1 \sqrt{v_r} \quad (3.25)$$

O se utilizará la siguiente expresión si se cumple lo siguiente.

$$h_c = 12.1\sqrt{v_{ar}} \quad \text{para} \quad 2.38 * (t_{cl} - t_a)^{0.25} < 12.1\sqrt{v_r} \quad (3.26)$$

Cálculo del parámetro PMV

$$PMV = [0.303 * \exp(-0.036M) + 0.028] * L \quad (3.27)$$

$$L = \left\{ \begin{array}{l} (M - W) - 3.05 * 10^{-3} * [5733 - 6.99 * (M - w) - P_a] - 0.42 * [(M - W) - 58.15] \\ -1.7 * 10^{-5} * M * (5867 - P_a) - 0.0014 * M * (34 - t_a) \\ -3.96 * 10^{-8} * f_{cl} * [(t_{cl} + 273)^4 - (t_r + 273)^4] - f_{cl} * h_c * (t_{cl} + t_a) \end{array} \right\}$$

Cálculo del parámetro PPD

$$PPD = 100 - 95 * \exp(-0.03353 * PMV^4 - 0.2179 * PMV^2) \quad (3.28)$$

Este parámetro es el que determina que tan insatisfactorio es el lugar.

4 Simulación numérica del flujo en una habitación

Se realizó la simulación numérica de una habitación bajo condiciones controladas. Dicha simulación fue implementada en el código de dinámica de fluidos computacional PHOENICS, el cual resuelve las ecuaciones que gobiernan el movimiento del flujo mediante el método de volúmenes finitos.

La configuración del sistema a simular consta de dos casos, cada uno de los cuales se caracteriza por tener una habitación con diferente entrada y sistemas de calefacción. En este capítulo, después de presentar el sistema a simular, se muestran los detalles numéricos que se utilizaron para representar la configuración del sistema.

Finalmente, se presentan los resultados obtenidos de las simulaciones y las comparaciones entre las predicciones y los datos experimentales.

4.1 Sistema a simular

El sistema consta de dos casos con diferente entrada de flujo de aire. La figura 4.1 muestra una representación esquemática general de la habitación modelo a simular y que consta con las siguientes medidas: 4.8(m) x 2.4(m) x 2.7(m). Los calentadores se van a caracterizar por tener diferentes temperaturas para cada caso. La velocidad de entrada del aire para ambos casos será de 2.4(m/s) y una temperatura de 20(°C). La salida tendrá la misma configuración para ambos casos; cabe mencionar que para los dos casos el área de la entrada del flujo de aire es la misma.

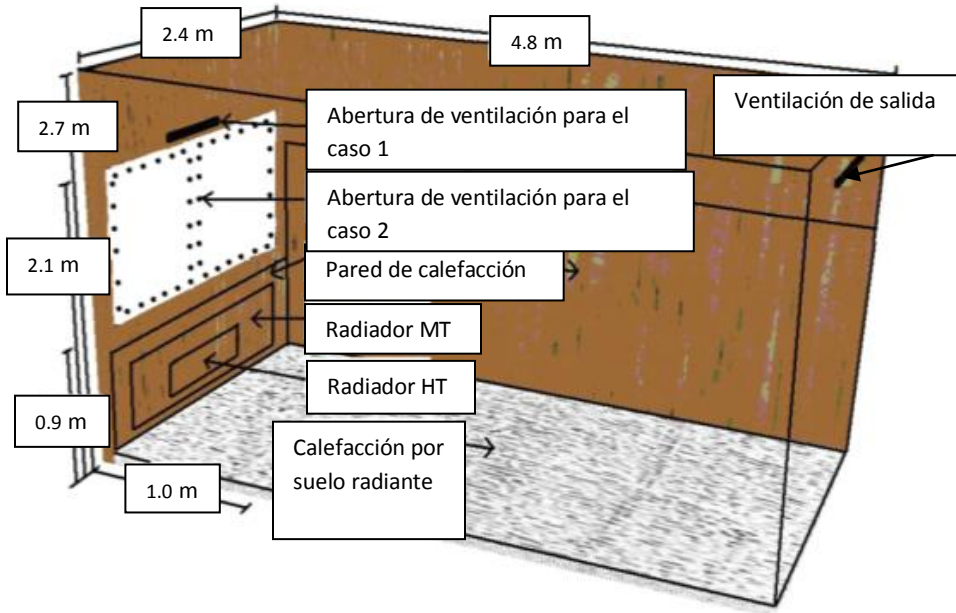


Figura 4.1. Habitación a simular.

Las dimensiones de los emisores se muestran en la tabla 4.2.

Emisores de calor	Dimensiones (m)
Radiador de alta temperatura (HT).	Altura:0.40 Longitud:1.0
Radiador de temperatura media (MT).	Altura:0.55 Longitud:2.0
Pared de calefacción.	La primer pared: Altura: 1.75 Ancho4.8 Segunda pared: Altura:0.70 Ancho:2.4
Calefacción por suelo radiante.	Cubre toda la superficie del piso.

Tabla 4.2 Dimensiones de los emisores de calefacción.

Habitación caso 1

Para el caso uno la habitación presenta una entrada rectangular con dimensiones de 0.40(m) x 0.03(m) como se muestra en la figura 4.3. La habitación cuenta con cuatro calentadores y cada uno de ellos tiene una temperatura determinada.

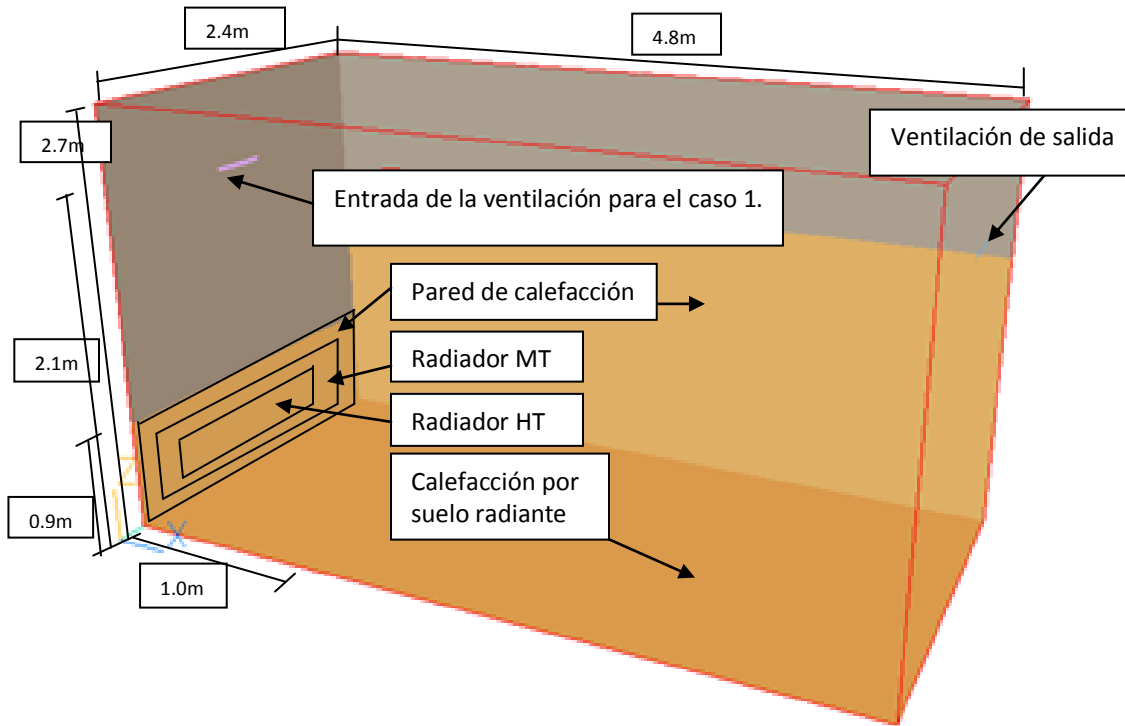


Figura 4.3. Representación esquemática habitación caso 1.

En la tabla 4.4 se presentan las temperaturas de los emisores de calor para el caso 1, y para cada uno de los cuales se hará la simulación numérica de su efecto en el flujo de aire.

Emisores de calor	Caso1
Radiador de alta temperatura (HT).	67°C
Radiador de temperatura media (MT).	42°C
Pared de calefacción.	25°C
Calefacción por suelo radiante.	25.5°C

Tabla 4.4. Temperaturas de los emisores de calor caso 1.

Habitación caso 2

El segundo caso la habitación tiene una ventana con una configuración de 48 orificios con un diámetro cada uno de 0.01789(m), las dimensiones de la ventana son de 1.2(m) x 1.2(m) como se muestra en la figura 4.5.

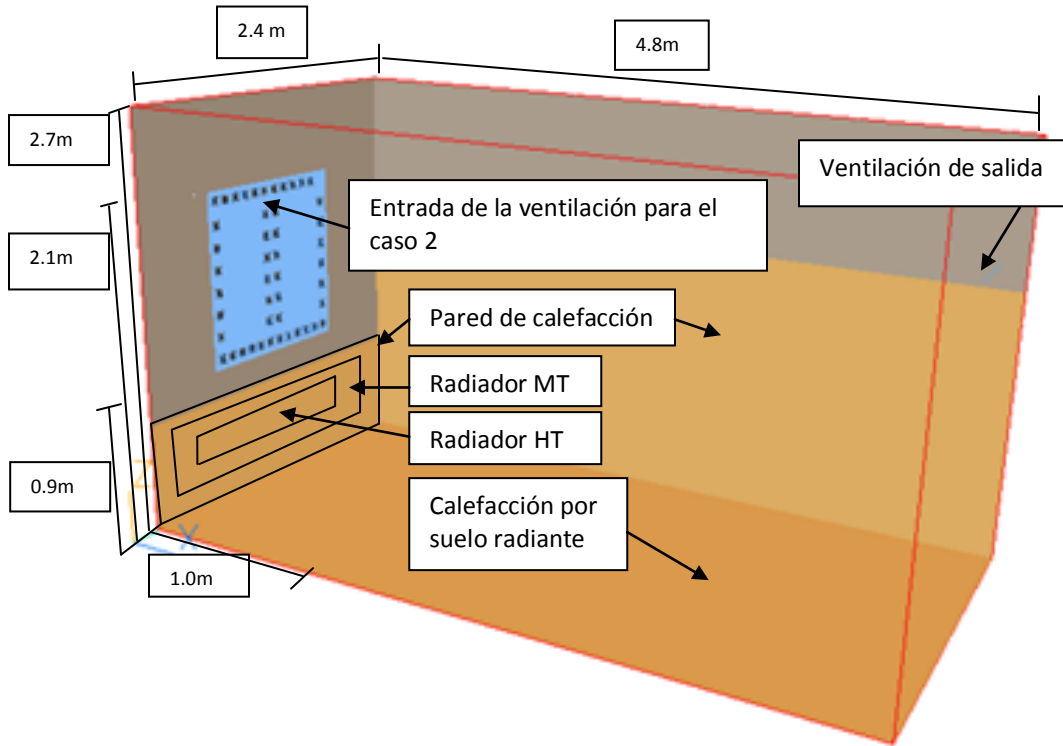


Figura 4.5. Representación esquemática habitación caso 2.

En la tabla 4.6 se muestran las temperaturas de los emisores de calor del caso 2 y para cada uno de ellos se simuló su efecto en el flujo de aire.

Emisores de calor	Caso 2
Radiador de alta temperatura (HT).	76°C
Radiador de temperatura media (MT).	46°C
Pared de calefacción.	25.5°C
Calefacción por suelo radiante.	26.5°C

Tabla 4.6 Temperaturas emisores de calor caso 2.

En total son 8 casos simulados que se presentarán más adelante.

Salida del sistema

La salida del sistema es la misma para los dos casos a simular de la habitación, la cual tiene una configuración rectangular con las siguientes medidas 0.40m x 0.03m, como se muestra en la figura 4.7.

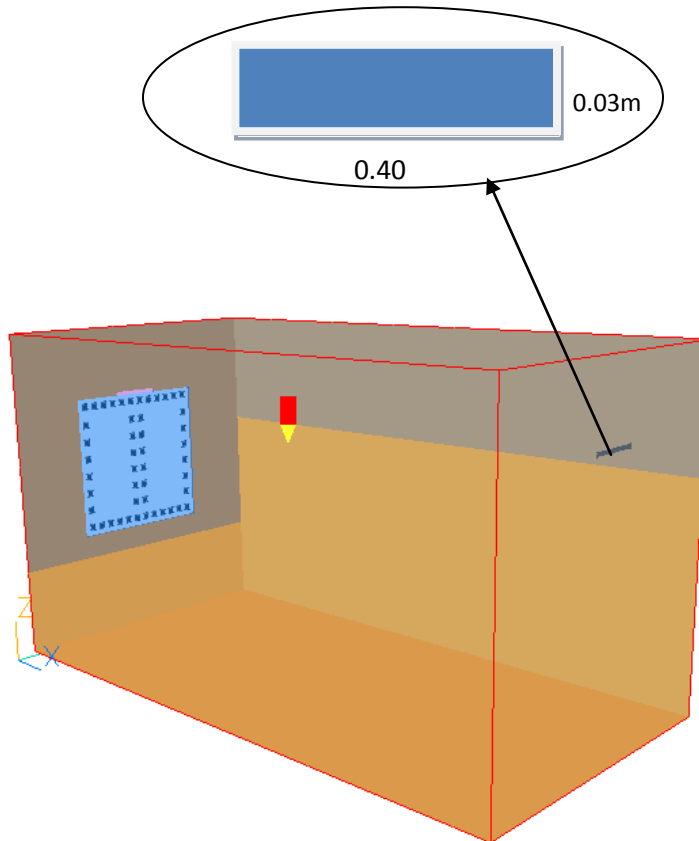


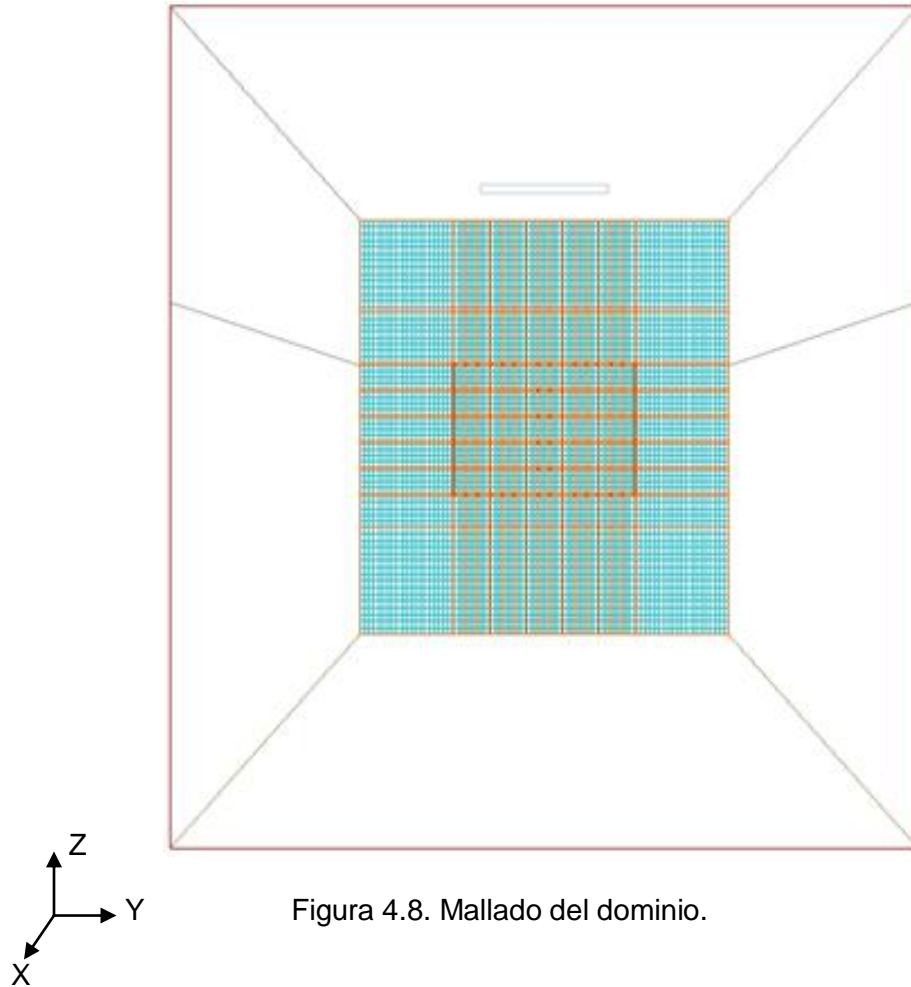
Figura 4.7. Representación esquemática de la salida del flujo en la habitación.

4.2 Detalles numéricos

Para este trabajo se utilizó el método de volúmenes finitos, para resolver las ecuaciones de Navier-Stokes promediadas en el tiempo. Para simular la habitación se utilizó el modelo **K- ϵ** estándar.

Los dos casos fueron discretizados con una malla 94x101x69 teniendo un total de 655086 celdas en las direcciones de X, Y y Z. La discretización se realizó para los cuatro calentadores del caso 1 y para el caso 2. A continuación, se muestra en la

figura 4.8 la discretización del mallado en el plano YZ en el que el mallado se realizó de manera que este fuera simétrico en el eje Y.



Con un número de celdas mayor se vio que su efecto en las predicciones era muy pequeño, lo que se aseguró independencia de los resultados con la malla.

4.3 Condiciones de frontera

Las condiciones de frontera que se colocaron son mostradas en la figura 4.9. En las entradas el flujo de aire tiene una velocidad de $2.4 \frac{m}{s}$ en la dirección X (u) y una temperatura de $20 \text{ }^\circ\text{C}$.

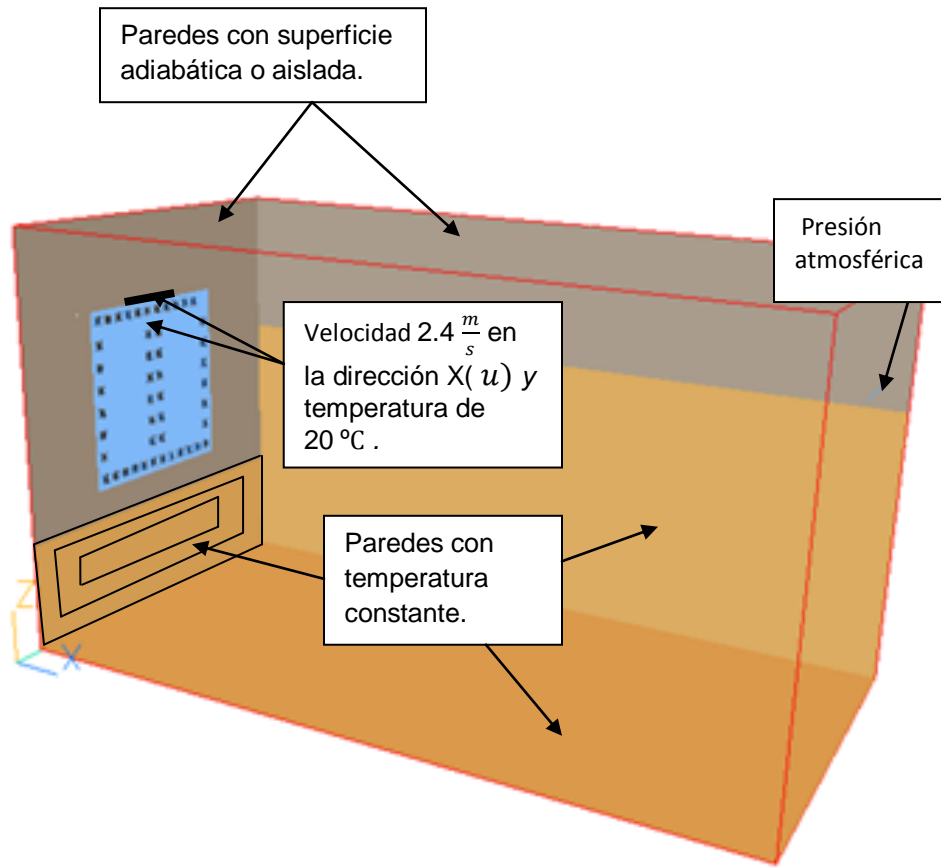


Figura 4.9. Condiciones de frontera.

En las paredes se tiene la condición de no deslizamiento, es decir $u = 0$, $v = 0$, $w = 0$, y dependiendo del plano, esta condición se toma como esfuerzo cortante :

Plano XY (τ_{zx}, τ_{zy})

Plano YZ (τ_{xy}, τ_{xz})

Plano XZ (τ_{yx}, τ_{yz})

Dependiendo del plano en el que se encuentre la pared se cumplen las condiciones, por ejemplo para el calentador de piso de calefacción se tiene lo siguiente:

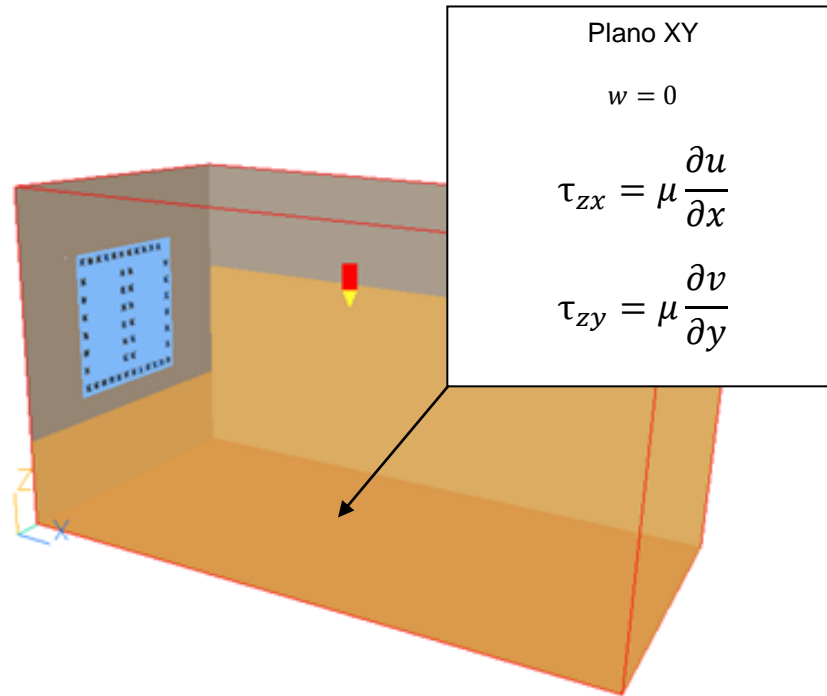


Figura 4.10. Condiciones de velocidad para el calentador de piso de calefacción (plano Z; es decir, plano XY).

Los calentadores que se encuentran en las paredes de la habitación tienen una temperatura fija que depende de cada calentador y que se muestra en la tabla 4.11.

Emisores de calor	Caso1	Caso 2
Radiador de alta temperatura (HT).	67°C	76°C
Radiador de temperatura media (MT).	42°C	46°C
Pared de calefacción.	25°C	25.5°C
Calefacción por suelo radiante.	25.5°C	26.5°C

Tabla 4.11. Temperaturas de los radiadores para ambos casos.

Las paredes restantes de la habitación son adiabáticas y se modelan con la siguiente ecuación 4.12, dependiendo del plano.

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0} = 0 \quad (4.12)$$

En la salida se fija una condición de presión atmosférica y las derivadas de las demás propiedades se colocan igual a cero.

4.4 Resultados

En el presente estudio se analizó el flujo de aire para determinar el parámetro de confort de una habitación mediante la simulación de dinámica de fluidos computacional. A continuación, se presentan resultados del comportamiento del flujo de aire en la habitación a través de las variables de velocidad y temperatura, así como parámetros de confort que son función de estas últimas variables anteriores.

La figura 4.13 presenta el campo de velocidades (magnitud) para el caso 1 con los cuatro diferentes calentadores en un plano central en la dirección YZ. El flujo de aire frío inmediatamente entra a la habitación avanza hacia el interior de ésta, hasta que termina mezclándose completamente con el aire circundante.

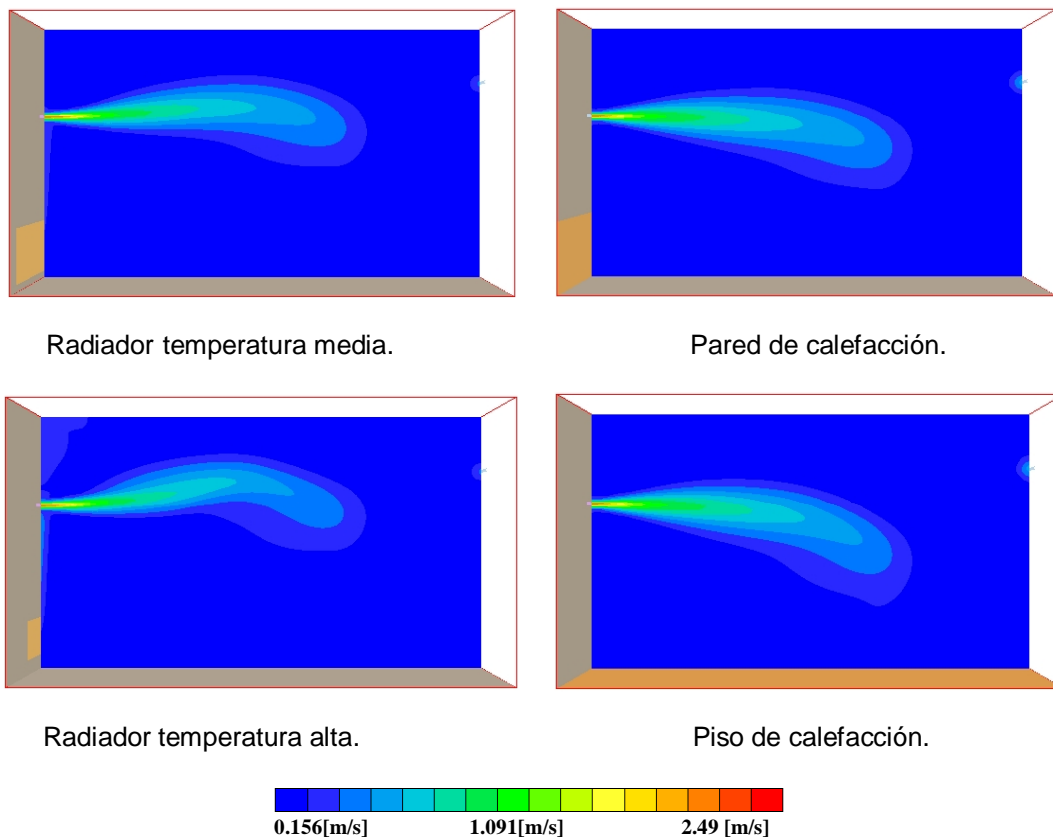


Figura 4.13 Campo de velocidades para el caso 1 y para los cuatro diferentes tipos de calentadores.

El efecto de la transferencia de calor por parte de los calentadores es mayor en el caso del calentador de temperatura alta y la presencia de éste se nota más en las inmediaciones de la entrada del aire frío que tiende a elevar en esta zona. Este comportamiento se da por la corriente ascendente que se localiza justo debajo de

la entrada del aire frío y que se produce por la disminución de la densidad debido a la transferencia de calor que se le hace al aire por parte del calentador.

Un efecto similar, pero en menor medida es producido por el calentador de temperatura intermedia. Para los casos de la pared de calefacción y piso de calefacción el calentamiento no afecta la aerodinámica del flujo.

El campo de velocidades (magnitud) de la habitación del caso 2 con los cuatro diferentes tipos de calentadores en el plano central en la dirección YZ se presentan en la figura 4.14. Para los cuatro casos de calentamiento, el flujo está mejor distribuido debido a la configuración de los 48 orificios; la longitud de alcance del chorro es menor que para el caso de un solo chorro, debido a la cantidad de movimiento mayor que tiene este último.

De igual manera que el caso anterior, el calentador de temperatura alta tiene una mayor perturbación hacia el flujo elevándolo hacia arriba e inmediatamente sale éste. Los demás casos de calentamiento casi no presentan influencia en la longitud a la que llegan los chorros.

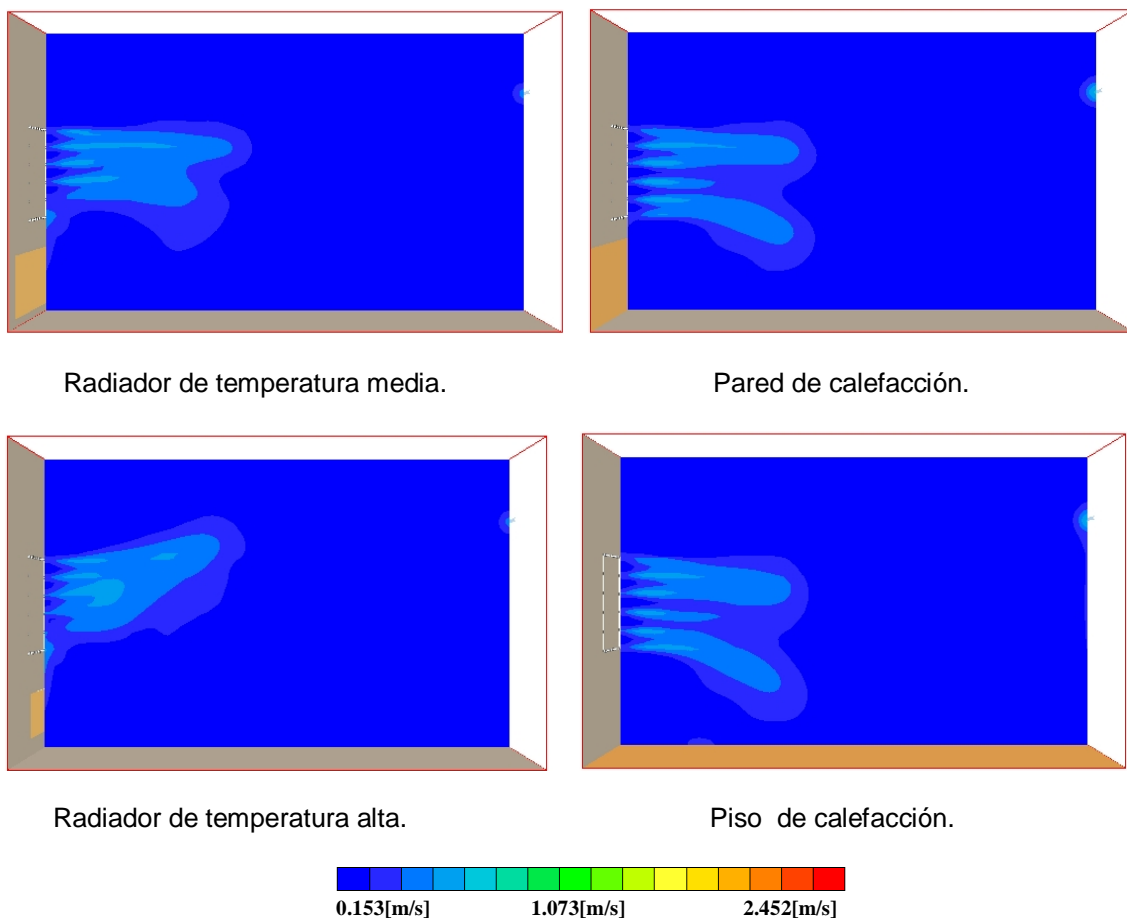


Figura 4.14 Simulación perfil de velocidades caso 2.

Es importante volver a señalar que en el caso uno, el chorro de aire es más grande, por lo tanto la penetración es mayor. Por lo que respecta al caso dos, el flujo es más corto porque los orificios son pequeños y tienen una menor fuerza de inercia. Asimismo, cabe señalar que en razón de que el área de las entradas del flujo de aire son iguales en ambos casos, el gasto es el mismo.

En la figura 4.15 se presentan los campos de temperatura en un plano central para el radiador de temperatura media y piso de calefacción de ambos casos de entrada de aire (una sola entrada y múltiples orificios de entrada). Solamente se presentan estos dos casos, ya que son los más representativos en términos de transferencia de energía entre los calentadores y el aire frío que entra; los otros casos tienen un comportamiento muy parecido. La energía del radiador es transferida hacia el aire provocando movimientos convectivos asociados a efectos de flotación; teniendo mayores temperaturas en la parte superior de la habitación y menores en la parte de abajo debidas a los distintos valores en la densidad del aire.

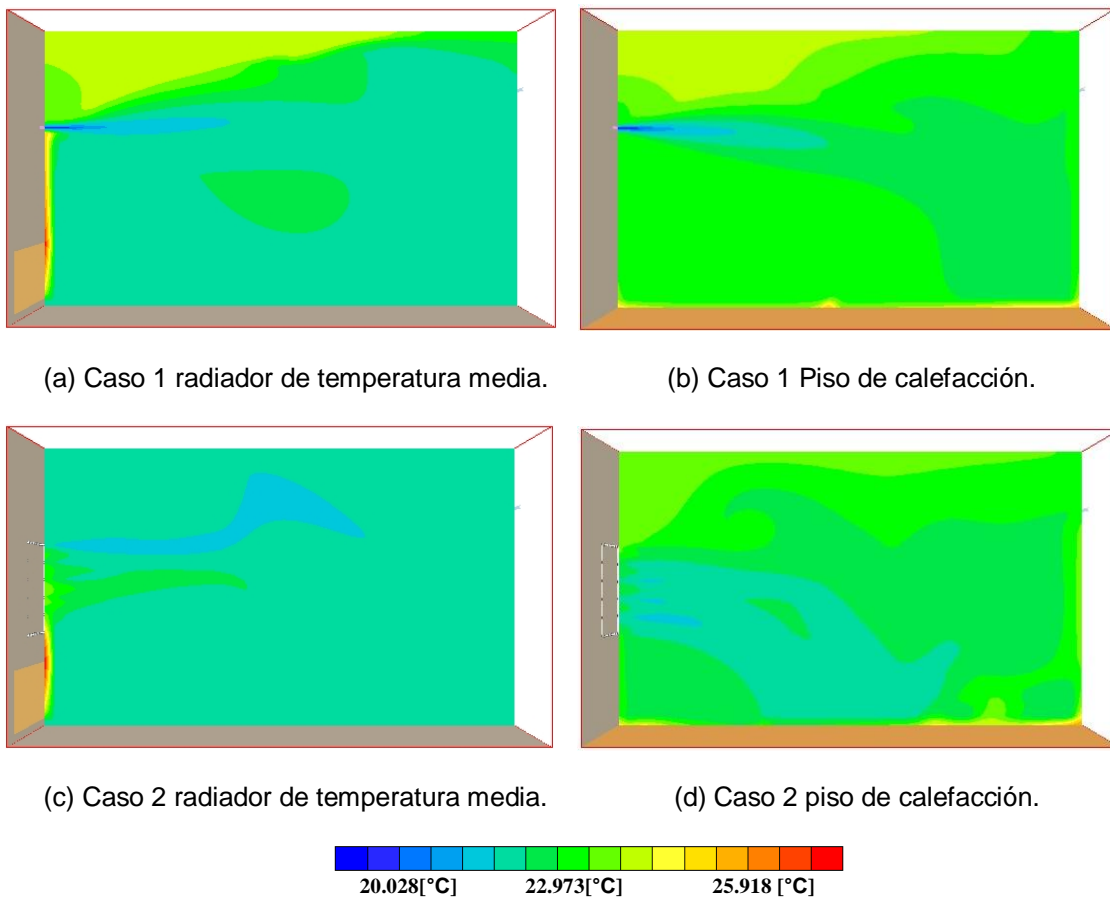


Figura 4.15 Campos de temperaturas del caso 1 y 2 simulados para el radiador de temperatura media y piso de calefacción.

El radiador de piso de calefacción, como cubre más espacio, provoca que el aire frío tenga más tiempo de contacto con el calentador y exista más intercambio de calor y la temperatura se incremente; razón por la que hay una mejor mezcla de aire frío y caliente para alcanzar una temperatura más uniforme en la habitación. Adicionalmente, si se divide el flujo en múltiples chorros el área de contacto aumentó, como lo confirma la figura 4.15d. En el caso del chorro de una sola entrada (caso 1) prácticamente solo se tiene interacción entre el chorro y el piso de calefacción en la parte casi de la salida del flujo en la habitación.

4.5 Comparación con los datos experimentales

Para validar el modelo numérico se compararon las predicciones numéricas con valores de datos experimentales para el calentador de temperatura media y el piso de calefacción para el caso 2. La comparación entre las predicciones y los datos experimentales se hizo en la intersección de los planos localizados a 1 (m) del origen en la dirección X y a 1.2 (m) del origen en la dirección eje Y (plano central en esta dirección) como se muestra en la figura 4.16.

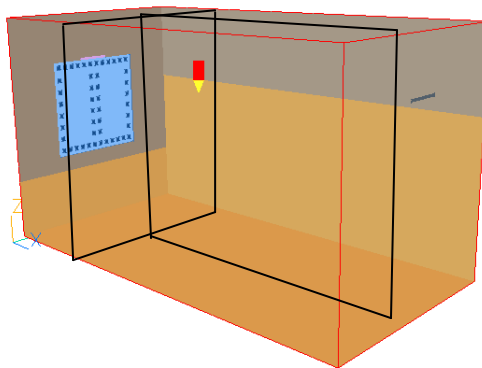


Figura 4.16 Planos de análisis.

Las figuras 4.17 y 4.18 muestran los resultados de la comparación entre las predicciones y los datos experimentales en la intersección de los planos de análisis (figura 4.16) para el calentador de temperatura media y piso de calefacción respectivamente.

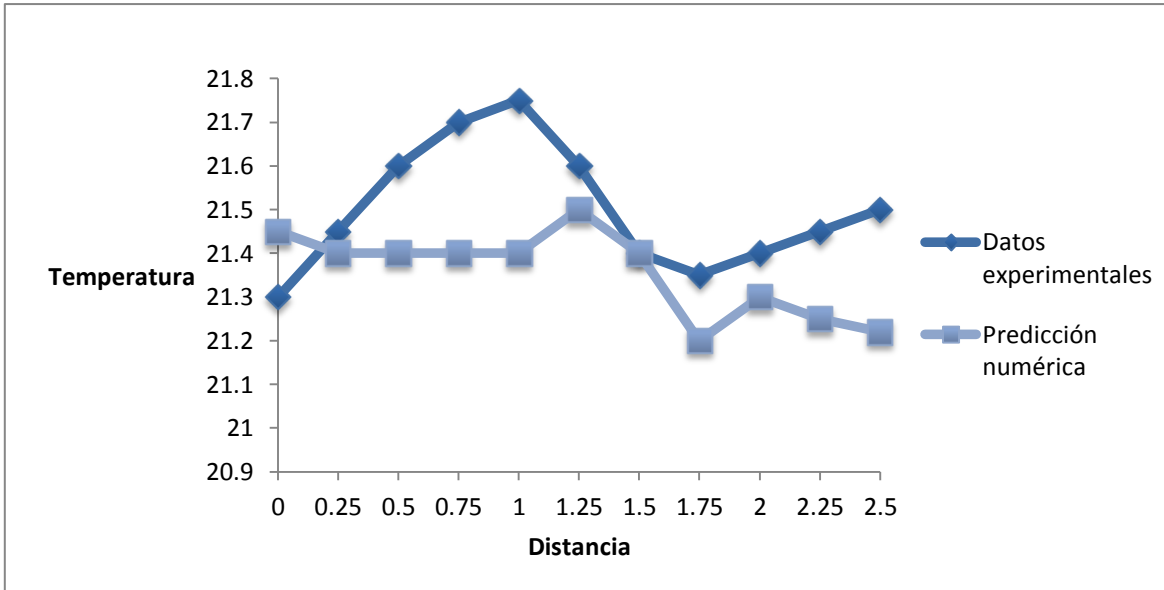


Figura 4.17 Comparación de predicciones de temperatura y datos experimentales para el caso 2 con el radiador de temperatura media.

En La figura 4.17 se observa que el modelo subestima la transferencia de calor entre el calentador y el aire.

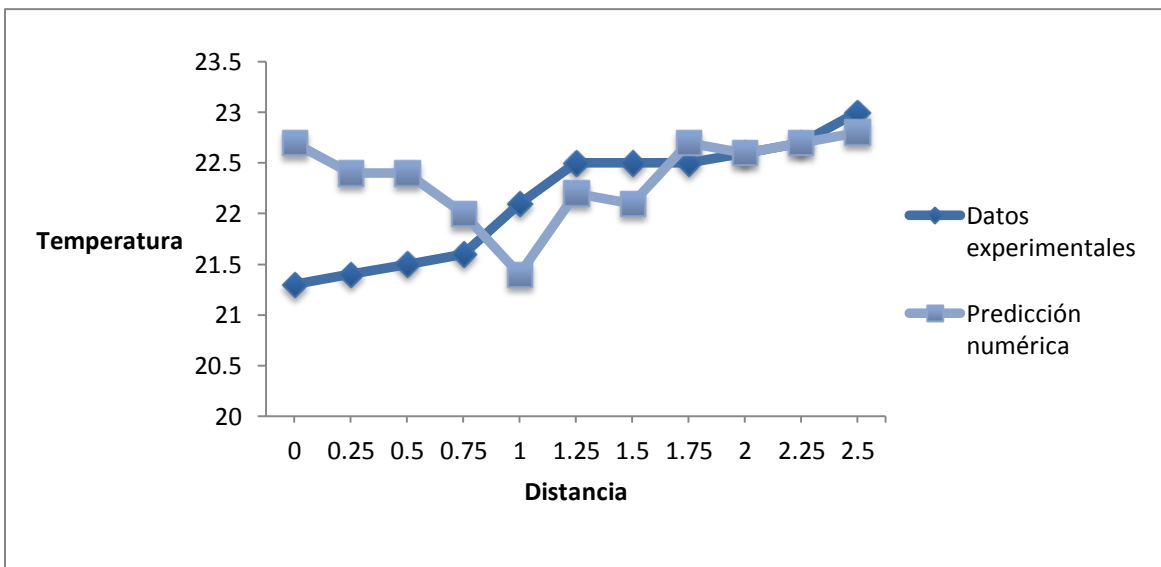


Figura 4.18 Comparaciones de predicciones de temperatura con datos experimentales para el caso 2 con el calentador de piso de calefacción.

En la figura 4.18 se observa que en el primer metro de altura, el modelo numérico sobreestima la transferencia de calor entre el calentador y el aire de la habitación, sin embargo después de esta distancia, los valores de ambos son muy similares.

En La figura 4.19 se muestra el comportamiento de la temperatura en las líneas de corriente de los casos anteriores, en los cuales se compararon las predicciones con datos experimentales.

Para el caso del calentador de temperatura media, el aire en las proximidades del calentador sube a la parte superior por el efecto de flotación debido al calentamiento de éste, durante este movimiento es arrastrado el aire circundante de los alrededores, pero debido al tamaño del calentador, estos movimientos se localizan cerca de la entrada del aire frío (ver figura 4.19a).

En lo que respecta al calentador de piso de calefacción (ver figura 4.19b), las líneas de corriente indican el mayor efecto que éste tiene sobre el aire de la habitación debido a su mayor área, y por lo tanto un mayor tiempo de contacto entre éste y el aire; cabe mencionar que la temperatura del piso es menor que la del radiador de temperatura media en 19.5°C , pero tiene un área mayor que el calentador de temperatura media en 10.42m^2 . Por lo que, un factor importante en el calentamiento de la habitación no solamente es la temperatura del radiador sino el área que éste tiene.

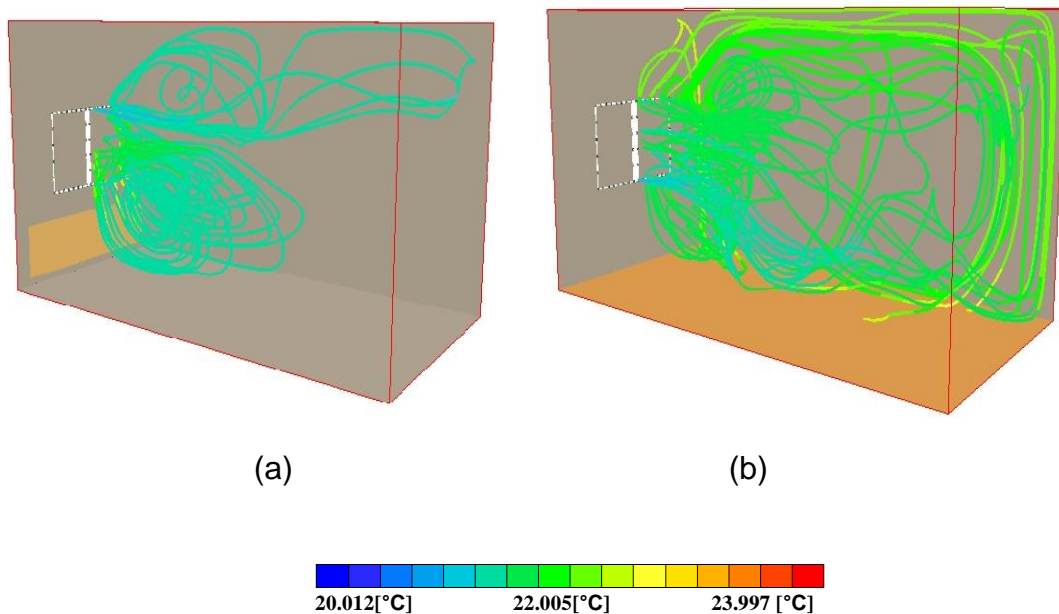


Figura 4.19 Líneas de corriente con valores de temperatura para el radiador de temperatura media (a) y piso de calefacción (b) para el caso 2.

4.6 Parámetro de confort, porcentaje de personas insatisfechas (PPD)

Para este trabajo de tesis el parámetro PPD, indica que tan insatisfactorio es el lugar, se simuló para el caso 1 y 2 con la finalidad de entender qué tipo de calentamiento y entrada de aire son los más indicados para proporcionar un mejor confort para cada uno de los casos. De las 8 simulaciones realizadas en las figuras 4.20 y 4.21 se presentan los dos casos más representativos del índice de inconfort, tanto para el de una sola entrada de aire frío como el de múltiples entradas de aire.

Los parámetros que se usaron para calcular el factor PPD fueron resueltos con las ecuaciones de Fanger como se mostraron en el capítulo 3, éstas se resolvieron con las condiciones que presenta una persona dentro de una oficina de trabajo.

La figura 4.20 muestra el índice PPD del caso 1 con el calentador de piso, en la cual se observó (figura 4.13) que el flujo de aire tiene una mayor longitud de penetración, lo cual repercute en el inconfort de la habitación, adicional al efecto de la temperatura.

Cabe señalar, que el radiador de piso de calefacción obtuvo los mejores resultados de confort en ambos casos y para los demás tipos de calentamiento.

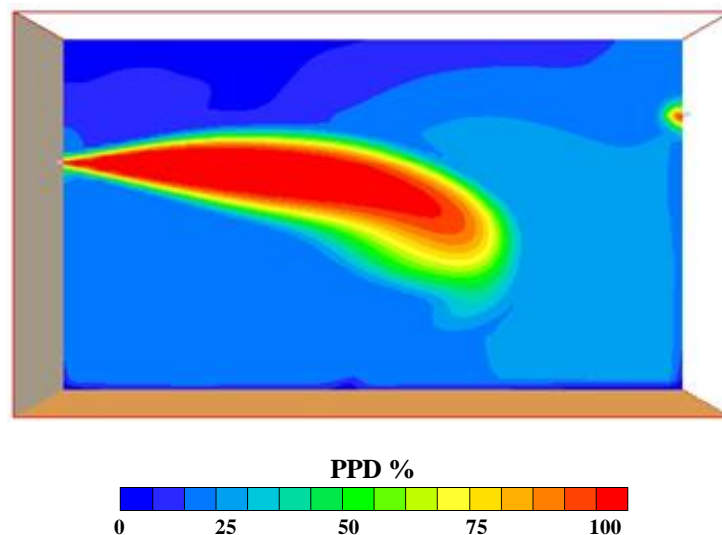


Figura 4.20 Parámetro de insatisfacción PPD caso 1 piso de calefacción.

Para el caso 2 se muestra la figura 4.21, donde el parámetro PPD es bajo en la habitación excepto en la entrada del flujo de aire en razón de la velocidad y temperatura, tal como sucedió en el caso 1. Aunque como los chorros no tienen mucha penetración en la habitación, se tiene más zonas de confort que en el caso anterior.

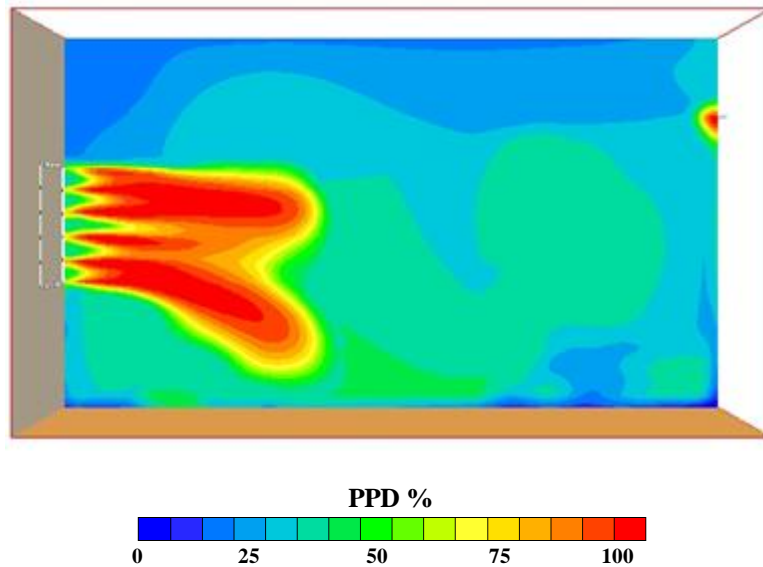


Figura 4.21 Parámetro de insatisfacción PPD caso 2 piso de calefacción.

En general los dos casos tienen un buen confort térmico, ya que los índices se concentran entre el 25 y 35 % de insatisfacción. Sin embargo, el mejor confort lo tiene el caso 2 por la distribución de temperatura y velocidad en la habitación.

El calentador de piso de calefacción resultó brindar el mejor confort para ambos casos, ya que por sus características permite que el flujo tenga mayor interacción con el aire.

Para tener un confort adecuado se recomienda tener una ventilación de aire adecuada, un buen diseño del calentador y colocarlo en la posición dónde pueda tener una mayor interacción con el aire.

Conclusiones

En este trabajo de tesis se realizó la simulación numérica del flujo de aire en una habitación. El sistema constó de dos casos con diferente entrada de flujo de aire y distintos sistemas de calefacción colocados en las paredes de la misma. Las simulaciones fueron realizadas en el código de dinámica de fluidos computacional PHOENICS, el cual resuelve las ecuaciones que gobiernan el movimiento del flujo mediante el método de volúmenes. Las ecuaciones que fueron resueltas son: continuidad, cantidad de movimiento y energía. Para simular la turbulencia del flujo se utilizó el modelo **K- ϵ** estándar.

Las ecuaciones de Fanger fueron utilizadas para determinar los parámetros de confort PMV (voto medio estimado) y PPD (porcentaje de personas insatisfechas) que nos indican el nivel de confort de los dos casos con los diferentes calentadores.

Los resultados de la simulación numérica se validaron con datos experimentales, únicamente se realizó para el caso 2 con el radiador de temperatura media y piso de calefacción. Los resultados tuvieron una diferencia poco significativa en el primer metro de altura, que es donde se da la transferencia de calor entre el calentador y el piso.

Con respecto a las entradas de aire, el comportamiento es diferente debido a la geometría, en el caso 1 el chorro de aire tiene un mayor alcance en comparación al caso 2, este último tiene una configuración de 48 orificios y presentó una mejor distribución del flujo de aire en la mayor parte de la habitación.

El calentador que presentó mejor comportamiento fue el de piso de calefacción para el caso 1 y 2, debido a su mayor área superficial y la posición, provoca que el aire frío y caliente se mezclen más uniformemente en toda la habitación. Este calentador obtuvo el índice de incomfort PPD más bajo lo cual presenta un buen confort que se concentraron entre el 25 y 35% en la mayor parte de la habitación.

Un factor importante en el calentamiento de la habitación no solamente es la temperatura del radiador sino el área que éste tiene. Ya que el radiador de piso de calefacción tiene una temperatura menor que el radiador de temperatura media con una diferencia entre ellos de 19.5°C.

Finalmente, para tener un buen confort térmico es fundamental tener una distribución adecuada de aire, y tener un buen diseño del sistema de calefacción; colocarlo éste en donde pueda tener una mayor interacción con el aire y por tanto, una mezcla más uniforme con valores de temperatura más confortables.

Para trabajos futuros se sugiere, cuantificar las múltiples expresiones de los niveles de confort y analizar el efecto que más influencia tiene en estas expresiones. Analizar la influencia de equipos de trabajo y personas en el comportamiento de aire.

Apéndice A

Modelos de Turbulencia

A continuación se introducen, de manera concisa, algunos de los modelos que se pueden utilizar para representar el efecto de la turbulencia en el flujo de aire en una habitación simulado en esta tesis. Los modelos se clasifican en dos categorías:

- Modelos de tipo “difusividad turbulenta”, esencialmente variantes del método conocido como k-ε.
- Cierre de segundo orden, en la forma de modelos de transporte de los esfuerzos de Reynolds.

En primer lugar se presentará la ecuación exacta para los esfuerzos de Reynolds, seguida por los cierres de segundo orden, que constituyen el transporte de esfuerzos de Reynolds, utilizados en este trabajo.

Cierres de segundo orden

La ecuación de transporte exacta para los esfuerzos de Reynolds ($u_i''u_j''$) es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}u_i''u_j'') + \frac{\partial}{\partial x_k}(\bar{\rho}u_k u_i''u_j'') = -(u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}) \quad (A.1)$$

El término que expresa el efecto del gradiente de presión media (lado derecho de la ecuación anterior) puede escribirse como:

$$-(u_i'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i}) = \frac{\rho' \bar{u}_j''}{\bar{p}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\rho' \bar{u}_i''}{\bar{p}} \quad (A.2)$$

La correlación $\rho' \bar{u}_j''$ se puede modelar de una ecuación de conservación truncada como:

$$\rho' \bar{u}_j'' = -\frac{1}{4.3} \frac{\bar{k}}{\bar{\epsilon}} u_i'' u_j'' \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \quad (A.3)$$

Donde $k=1/2u_i''u_j''$ es la energía cinética turbulenta y $\bar{\epsilon}$ es una tasa de disipación. La contribución de este término es muy pequeña y frecuentemente se desprecia.

Con fines de modelización, la correlación entre gradientes de presión fluctuantes y fluctuaciones de velocidad, frecuentemente se divide en una parte re-distributiva y una parte isótropa

$$(u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j}) + u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i} = -(u_i'' \frac{\partial p'}{\partial x_j} + u_j'' \frac{\partial p'}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \delta_{ijk} u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k}) - \frac{2}{3} \delta_{ijk} u_k'' \frac{\partial p'}{\partial x_k} \quad (A.4)$$

Para los flujos de baja velocidad $Ma \ll 1$, el transporte turbulento de los esfuerzos de Reynolds es:

$$\frac{\partial}{\partial x_k} (C_{ijk}) = \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} u_i'' u_j'' u_k'' + \frac{2}{3} \delta_{ijk} \bar{u}'' u_k'') \quad (A.5)$$

El término C_{ijk} se modela mediante un cierre de tipo gradiente:

$$C_{ijk} = -C_s \frac{\tilde{k}}{\tilde{\epsilon}} u_k u_i \frac{\partial u_i''}{\partial x_i} \quad (A.6)$$

La correlación de la disipación viscosa:

$$T_{ik} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k} + T_{ik}'' \frac{\partial u_j''}{\partial x_k} = \bar{\rho} \epsilon_{ij} \quad (A.7)$$

Si se supone isotropía local, el término ϵ_{ij} se puede escribir en función de la disipación de energía cinética turbulenta ϵ

$$\epsilon_{ij} = \frac{2}{3} \tilde{\epsilon} \delta_{ij} \quad (A.8)$$

La tasa de disipación de la energía cinética turbulenta, $\tilde{\epsilon}$, se calcula de la siguiente ecuación de transporte, deducida por procedimientos similares a los utilizados en el caso de la densidad constante.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \tilde{\epsilon}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \tilde{\epsilon} u_j'') = -c_{\epsilon 1} \bar{\rho} \frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{k}} u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_k}{\partial x_j} - c_{\epsilon 2} \bar{\rho} \frac{\tilde{\epsilon}^2}{\tilde{k}} + c_{\epsilon 3} \frac{\tilde{\epsilon}}{\tilde{k}} \frac{\rho' u_j''}{\bar{\rho}} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \quad (A.9)$$

La ecuación de los esfuerzos de Reynolds:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} u_i'' u_j'') + \frac{\partial}{\partial x_k} (\bar{\rho} \tilde{u}_k u_i'' u_j'') = \frac{\partial}{\partial x_k} (c_{ijk}) - \bar{\rho} (u_i'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_k} + u_j'' u_k'' \frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_k}) \quad (A.10)$$

Apéndice B

Esquemas de discretización.

A continuación, se presentan los esquemas lineales que se usan en la discretización del término convectivo de la ecuación general (2.6).

En la formulación de la ecuación discretizada (2.7), se requiere conocer la densidad ρ y la variable escalar, ϕ , en la cara de la celda. Estas variables se calculan en el nodo de la celda, por lo que es necesario interpolar entre celdas para conocer su valor en la cara. De tal modo que el cálculo de ϕ y ρ en la cara de la celda da lugar a los llamados esquemas de discretización. La determinación de los valores de estas variables en la cara es importante para la precisión y convergencia de la solución numérica.

Enseguida se presentan los esquemas de discretización lineales y no lineales empleados en esta tesis. Estos esquemas se describirán en base al sistema de celdas que se ilustra en la figura B. Como ejemplo, se obtendrá el valor de ϕ en la cara e de la celda P. La velocidad en la cara e se considerará, sin pérdida de generalidad, positiva ($u_e > 0$).

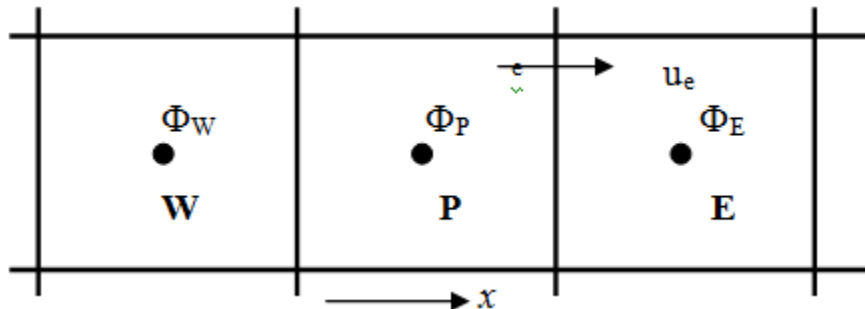


Figura B. Diagrama esquemático de celdas.

Esquemas lineales

Diferencias desplazadas de primer orden

Con este esquema se supone que el valor de la variable ϕ en la cara e es igual al nodo adyacente aguas arriba, es decir, para $u_e > 0$ [9]:

$$\phi_e = \phi_P \quad (\text{B.1})$$

Esta alternativa es de implementación sencilla, acotada y altamente estable casi bajo cualquier situación pero tiene como inconvenientes, su precisión, ser de primer orden y presentar problemas de difusión numérica. Esta falsa difusión es mayor si en el flujo hay un desalineamiento en la dirección del flujo y las líneas de malla, como por ejemplo en flujos de recirculación.

Diferencias centradas

Este esquema supone la variación lineal de ϕ entre los nodos P y E; por tanto, el valor de la cara e es:

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad (\text{B.2})$$

Este esquema tiene una precisión de segundo orden, pero tiene el inconveniente de no estar acotado, por lo que puede presentar inestabilidades numéricas. El límite de estabilidad de este esquema viene dado en función del número de Peclet, ecuación (B.3), que es un parámetro comparativo entre los procesos convectivo y difusivo.

$$F = \rho \tilde{v}_i, \quad D = \frac{\Gamma}{\delta_i}, \quad Pe = \frac{F}{D} \quad (\text{B.3})$$

Para situaciones en que los procesos convectivos dominan sobre los difusivos ($Pe > 2$), por ejemplo, flujos con número de Reynolds altos, el esquema presenta oscilaciones numéricas.

Híbrido

Este esquema fue introducido por Spalding y consiste en combinar los esquemas de diferencias desplazadas y centradas para calcular el valor de la propiedad ϕ en la cara del volumen de control. La selección del esquema se hace en función del número de Peclet de la celda:

Si $Pe \leq 2$, se usan diferencias centradas:

$$\phi_e = \frac{\phi_E + \phi_P}{2} \quad (\text{B.4})$$

- Si $Pe > 2$, se usan diferencias desplazadas:

$$\phi_e = \phi_p, \quad Pe > 2 \quad (\text{B.5})$$

Para flujos con bajo número de Reynolds/Peclet, el esquema utilizado es el de diferencias centradas, y por tanto resulta de orden 2; sin embargo, el esquema presenta problemas asociados al esquema de diferencias desplazadas cuando el flujo está dominado por los procesos de convección $Pe > 2$.

Los esquemas lineales de alto orden presentan una buena precisión, pero no están acotados, por lo que pueden presentar oscilaciones numéricas. Su uso no es recomendado en el cálculo de cantidades que no aceptan valores negativos, o en general de cantidades acotadas, tales como concentraciones, pues la oscilaciones introducidas por el modelo pueden sacar al escalar de su dominio de definición.

Bibliografía

- [1] F. A. Williams. Combustion Theory. Benjamin/Cummings Publishing Co. Second edition, 1985.
- [2] V. Ganapathy. Industrial Boilers and Heat Recovery Steam Generators: Design Applications and Calculations, Marcel Dekker, New York, 2003.
- [3] K. K. Kuo. Principles of Combustion. John Wiley, 1986.
- [4] A. Favre. Problems of Hydrodynamics and Continuum Mechanics. SIAM, 1969.
- [5] J. Warnatz, U. Mass, R. W. Dibble. Combustion. Springer. 1996.
- [6] S. A. Shetty, H. Mitchel, M. de Tezanos Pinto, F. Papa, R. L. Cerro. Heat Transfer Performance of Fintubes with Solid Versus Serrated Fins. *Avances en Ingeniería Química* 8-1 (1998) 16-23.
- [7] E. Martínez, W. Vicente, M. Salinas, G. Soto. Single-phase experimental analysis of heat transfer in helically finned heat exchangers. *Applied Thermal Engineering* 29 (2009) 2205-2210.
- [8] A. Nir. Heat Transfer and Friction Factor Correlations for Crossflow over Staggered Finned Tube Banks. *Heat Transfer Engineering* 12-1 (1991) 43-58.
- [9] Hailing Wu, Diana Ma, Massoud Kaviany. Peripheral fins for blockage robustness. *International Journal of Heat and Mass Transfer* 50 (2007) 2514–2520.
- [10] Zhengguo Zhang, Dabin Ma, Xiaoming Fang y Xuenong Gao. Experimental and numerical heat transfer in a helically baffled heat exchanger combined with one three-dimensional finned tube. *Chemical Engineering and Processing* 47 (2008) 1738–1743.
- [11] Spalding, D. B. A Novel Finite-Difference Formulation for Differential Expressions Involving Both First and Second Derivates. *Int. Journal. Num. Methods Engineering*, 4, pp. 551. 1972.
- [12] Fanger, Universidad Politécnica de Valencia, <http://www.ergonautas.upv.es/metodos/fanger/fanger-ayuda.php>, 14/08/2012.
- [13] P.O. Fanger, Thermal Comfort Analysis and Applications in Environmental Engineering, McGraw-Hill Book Company, New York, 1972.
- [14] Tesis de maestría de José Luís TORRES, “*Climatización considerando el ahorro de energía y el confort térmico de las personas en ambientes dedicados a tareas de oficina*”, Universidad Tecnológica Nacional – U.T.N. Fecha 23 de abril de 2010, pp 20.

[15] Tesis de maestría de José Luís TORRES, “*Climatización considerando el ahorro de energía y el confort térmico de las personas en ambientes dedicados a tareas de oficina*”, Universidad Tecnológica Nacional – U.T.N. Fecha 23 de abril de 2010 pp 19.

[16] ISO en 7730:1994 Moderate Thermal Environments, Determinations of the PMV and PPD Indices and specification of the conditions for thermal comfort, second edition, International Organization for Standardization, Geneva, 1994.

[17] Marina González, María V. Machado y Helen Barroso, “Energy flows influence on thermal comfort of outdoor spaces”, Revista Técnica de la Facultad de Ingeniería Universidad del Zulia, http://www.scielo.org.ve/scielo.php?pid=S0254-07702002000300007&script=sci_arttext, 8/06/2012.

Artículos

Jonn Are Myhren y Sture Holmberg, “Flow patterns and thermal comfort in a room with panel, floor and wall heating”, Science Direct, 13 April 2007.

Ana Hernández Calleja, “Bienestar térmico: criterios de diseño para ambientes térmicos confortables”, Instituto Nacional de Seguridad e Higiene en el Trabajo, pp 1-3.

Libros

Frank M. White, Fluid Mechanics, 4ta edition, McGrawHill, 826 pp.

Yunus A. Cengel, John M. Cimbala, Mecánica de Fluidos: fundamentos y aplicaciones, McGrawHill, 2006, 956pp.