

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE
MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**DETERMINACIÓN DE LOS PARÁMETROS
DE CONTROL DE TEMPERATURA PARA UN
HORNO DE GRAFITIZACIÓN.**

TESIS

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

FÍSICO

PRESENTA:

ALFREDO ANTONIO AGUILAR CASTILLO

DIRECTOR DE TESIS: M. en I. Gerardo Daniel Rayo López



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

Introducción

Objetivos

Capitulo 1

 Sistema térmico

 Caracterización del sistema térmico

 Modelado del sistema térmico

Capitulo 2

 Control(definición)

 Tipos de controles y características

 Control del sistema térmico mediante un control PID

Capitulo 3

 Sintonización del control PID

 Ziegler y Nichols

 Método del lugar de las raíces

 Ajuste de aproximación en prueba y error

Capitulo 4

 Pruebas

 Resultados

Conclusiones

Bibliografía

INTRODUCCIÓN

El tiempo ha dejado su huella en todo lo que vemos. Es invisible e intangible, pero puede ser atrapado en una frase, en una foto, en una piedra o en un fósil. Para descubrir los secretos y escuchar las historias que se esconden detrás de unos restos, podemos acercarnos y preguntarles: ¿Qué escribió el tiempo en tí?

Hasta hace relativamente poco, determinar la antigüedad de objetos arqueológicos era algo menos que imposible. Fecharlos, era un sueño para los arqueólogos y por eso muchas de sus teorías eran consideradas simples ocurrencias. Inesperadamente, William Libby en 1949 presentó una técnica de fechamiento ahora conocida como fechamiento por radiocarbono. También llamada prueba del carbono 14 (^{14}C), ésta es una técnica basada en la radioactividad de la materia. Una vez que Libby demostró la presencia de carbono 14 en los tejidos orgánicos, estableció también que a partir de la muerte de éstos, y debido a sus propiedades radioactivas, comienza una disminución progresiva de los átomos de ^{14}C contenidos en ellos. El fechamiento por radiocarbono consiste en medir el número de átomos de ^{14}C presentes actualmente en la muestra orgánica muerta y compararlo con el número en un material vivo del mismo tipo.

Pero las cosas no se detuvieron ahí, en la década de los setentas fue desarrollada una nueva técnica para contar átomos de carbono. Esta requiere de un acelerador de partículas y un espectrómetro de masas. De ahí el nombre de la técnica: AMS (del inglés *Accelerator Mass Spectroscopy*). La técnica AMS separa los isótopos de carbono que componen a la muestra. Estos son ionizados e introducidos a un acelerador de partículas donde se acelerarán adquiriendo energías entre 3 y 6 MeV ($1 \text{ eV} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ J}$) para luego ser separados de acuerdo a su momento, energía y carga. Finalmente, la concentración de los isótopos de carbono se obtendrá al contar el número de ellos y compararlo con los de una muestra patrón de C.

Con esta técnica es posible alcanzar altas sensibilidades (razones isotópicas de 1 una parte en 10^{15}) y en tiempos cortos (una hora). Por los mínimos requerimientos de muestra (1 mg o menos), esta técnica es considerada como no destructiva; esta característica es importante en arqueología ya que la mayoría de las veces o no se cuenta con una gran cantidad de muestra o no se quiere destruir. AMS tiene aplicación en muchas áreas que requieren la determinación de bajos niveles de isótopos radiactivos de vidas medias largas los cuales sirven como trazas y cronómetros en geofísica, arqueología y biomedicina. En el mundo existen alrededor de 25 laboratorios que ejecutan esta técnica. Sin embargo, ninguno de estos laboratorios se encuentra en México o Latinoamérica. Además, México cuenta con muchos restos arqueológicos que necesitan ser fechados y el costo por análisis de muestra en algún laboratorio extranjero es elevado.

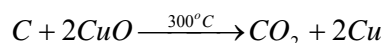
Para resolver este problema, un grupo de Física Nuclear del Instituto de Física de la UNAM ha construido un separador isotópico aprovechando que se cuenta ya con un acelerador tipo Peletrón (apropiado para las medidas AMS). Con esto se propone implementar en el IFUNAM una nueva línea para la medición de la abundancia de ^{14}C que se agregue a las ya existentes. Sin embargo, uno de los aspectos más importantes para llevar a cabo la determinación de ^{14}C con la técnica de AMS es sin duda la preparación de muestras ya que muchos factores relacionados con este proceso pueden influir en el resultado final de una medición. En la preparación de muestras, el carbono

de origen orgánico debe ser primero, extraído de la muestra por algún procedimiento químico, después, transformado en gas CO₂ por combustión y finalmente reducido a grafito por medio de una reducción catalítica. Estos procesos se realizan en una línea de vacío especialmente diseñada para estos propósitos.

La medición de la abundancia de ¹⁴C en una muestra se realiza extrayendo de ella el carbono amorfo que posteriormente será convertido en grafito. A continuación se enlistan los pasos:

Combustión

La transformación de la muestra en CO₂ gaseoso se hace por medio de la siguiente reacción química entre el carbono de la muestra y un óxido de cobre:

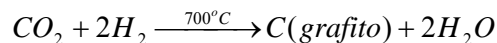


Para obtener el CO₂ la muestra se introduce a una cámara de combustión junto con óxido de cobre y polvo de plata. Calentando a 300 °C en vacío por un tiempo de dos horas. A esa temperatura, el óxido de cobre proporciona el oxígeno necesario para la combustión y la plata retiene el azufre y los halógenos. La muestra ahora es puesta en un horno a 900 °C.

Ya que se ha obtenido el CO₂ de la muestra, se hace pasar este gas por una línea de vacío con trampas criogénicas para lograr su purificación de gases contaminantes como el vapor de agua principalmente. Finalmente se captura una fracción de este CO₂ en un recipiente antes de proceder a su grafitización.

Grafitización

Una vez colectado el CO₂ de la operación anterior se reduce éste a grafito. Esto se puede hacer de varias maneras dependiendo del catalizador y el reductor que se emplee. Si se utiliza hierro (Fe) como catalizador e hidrógeno (H₂) como reductor como indica la siguiente reacción:



Al final se obtiene un polvo de Fe cubierto por grafito. Con la muestra reducida a grafito, ahora está lista para ser introducida a la fuente de iones, posteriormente al acelerador, y ser separada para medir la cantidad de ¹⁴C y así realizar el fechamiento.

Éste trabajo busca encontrar los parámetros de control de temperatura de los hornos para que la grafitización de las muestras se lleve a cabo. El rango de temperaturas que se propone implementar es de 20 a 800 °C. La temperatura para alcanzar la grafitización en algunas muestras es de alrededor de (600-700) °C por lo que especial interés se tiene en este valor.

CAPÍTULO 1

1.1 SISTEMA TÉRMICO COMO EJEMPLO DE SISTEMA DE PRIMER ORDEN

El propósito de esta sección es justificar el porqué se toma al horno como un sistema de primer orden y desarrollar dicho modelo para encontrar los parámetros que caracterizan al horno.

Empezamos definiendo a un sistema térmico como aquel que involucra la transferencia de calor de un cuerpo a otro. Es necesario ahora definir dos parámetros que caracterizan térmicamente a todo material; la resistencia y la capacitancia térmicas. Estos elementos no se representan apropiadamente como parámetros concentrados, dado que, por lo general, están distribuidos en el volumen de las sustancias que forman al sistema. Para simplificar nuestro análisis, aquí supondremos parámetros concentrados en las sustancias.

Como primera aproximación, la relación que describe el flujo de calor a través de un sistema es la ecuación de Fourier:

$$q = -kA \frac{dT}{dx} = \frac{kA(T_1 - T_2)}{L} \quad (1.1)$$

esta ecuación indica que el flujo de calor es proporcional al área A, la conductividad térmica del material k y a la diferencia de temperaturas. En la siguiente figura se ilustra la situación:

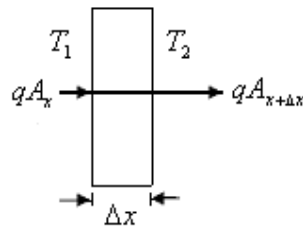


Figura 1.1. Flujo de calor a través de una pared.

La forma de la ecuación (1.1) sugiere una analogía eléctrica: si el flujo se piensa como una corriente y la diferencia de temperaturas como una diferencia de potenciales eléctricos, el equivalente a la resistencia eléctrica es una resistencia térmica que es la oposición que presenta un material al flujo de calor y C la capacidad del sistema de almacenar calor que es equivalente a la capacitancia eléctrica de un condensador para almacenar carga eléctrica:

$$R_T = \frac{d(\Delta T)}{dq} \quad (1.2)$$

$$C = \frac{\Delta q}{\Delta T} = mc \quad (1.3)$$

En la ecuación 1.3, m es la masa del horno y c es el calor específico de la cerámica del horno.

Para obtener el modelo del horno se hace referencia a la figura 1.3 que muestra un sistema térmico con flujos entrantes y salientes así como una fuente interior de calor proporcionado por una resistencia eléctrica. Por el principio de conservación de la energía,

$$q_e + q_i = q_l + q_o + q_s \quad (1.4)$$

donde:

$q = \frac{dQ}{dt} \propto (T_2 - T_1)$ es el flujo de calor entre dos puntos a temperatura T_1 y T_2 .

q_e es el flujo de calor suministrado por la resistencia eléctrica

q_l el flujo de calor dentro del horno

q_o el flujo de calor que sale

q_i flujo que entra al sistema

q_s flujo a través de las paredes del horno

Si se considera a un sistema que no permite la entrada ni salida de calor: $q_i = q_o = 0$,

$q_s \approx 0$

Entonces la ecuación (1.3) se reduce a

$$q_e = q_l$$

$$q_l = C \frac{dT}{dt} \quad (1.5)$$

C es la capacitancia térmica del horno.

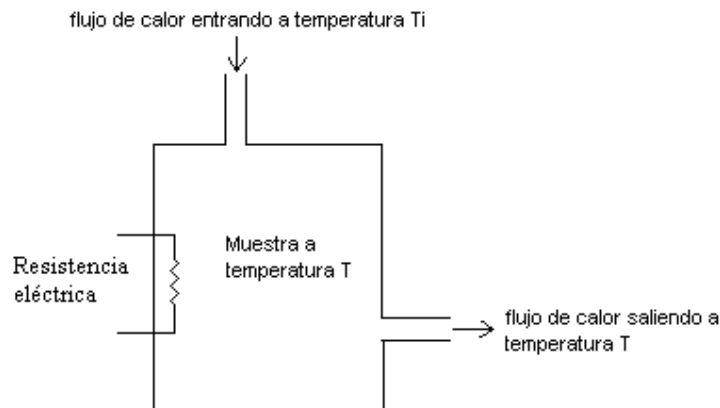


Figura 1.2. Sistema térmico.

Haciendo referencia a la figura 1.2, si denotamos el flujo de aire, a temperatura T_i , que entra al sistema por V y suponiendo además que el flujo saliente de aire también es V ; entonces la ecuación 1.4 se puede reescribir de la siguiente manera:

$$q_e + VHT_i = C \frac{dT}{dt} + VHT + \frac{T - T_a}{R} \quad (1.6)$$

Si V es constante, la transformada de Laplace de la ecuación (1.6) resuelta para $T(s)$ es:

$$T(s) = \frac{Q_e(s)}{Cs + VH + (1/R)} + \frac{VHT_i(s)}{Cs + VH + (1/R)} + \frac{(1/R)T_a(s)}{Cs + VH + (1/R)} \quad (1.7)$$

Una manera de representar como diagrama de bloques a la ecuación 1.7 se da en la figura 1.3.

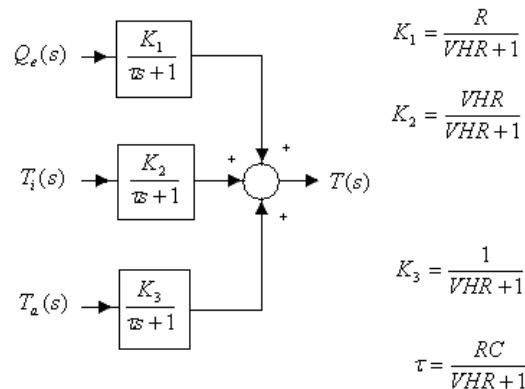


Figura 1.3. Diagrama de bloques de un sistema térmico.

Si aislamos térmicamente al horno de influencias externas haciendo $T_i(s) = T_a(s) = 0$ obtenemos la siguiente función de transferencia:

$$G(s) = \frac{T(s)}{Q_e(s)} = \frac{K_1}{\tau s + 1} \quad (1.8)$$

En la derivación de las ecuaciones anteriores, se ha considerado como entrada del sistema la energía en forma de calor que proporciona la resistencia del horno. El valor de esta energía es controlada al regular el voltaje aplicado a la resistencia del horno. Sin tomar en cuenta que tal resistencia está cubierta por capas de material cerámico, la energía liberada por unidad de tiempo está dada por:

$$P = \frac{V_h^2}{R_h} \quad (1.9)$$

donde P es la potencia en watts, V_h el voltaje rms en volts aplicado al horno y R_h la resistencia del horno en ohms. Como se ve, hay una conversión de energía eléctrica en calor a través de una función no lineal por lo cual no es posible encontrar una función de transferencia entre V_h y la temperatura T en el interior del horno.

Un modelo es una representación teórica usada para explicar un fenómeno de la naturaleza. Esto implica estar en condiciones de predecir y controlar su comportamiento. La utilidad de un modelo radica en su simplicidad y alcance de aplicación tomando el mínimo de elementos que se consideren esenciales para describir un sistema.

Como resumen, la función de transferencia de un sistema de primer orden puede escribirse como:

$$G(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (1.10)$$

donde $R(s)$ es la función de entrada y $C(s)$ es la función de salida. Para darle un sentido físico a K y τ , se escribe la ecuación anterior como:

$$\left[s + \frac{1}{\tau} \right] C(s) = \frac{K}{\tau} R(s) \quad (1.11)$$

y calculando la transformada inversa de Laplace queda:

$$\dot{c}(t) + \frac{1}{\tau} c(t) = \frac{K}{\tau} r(t) \quad (1.12)$$

Ahora para tomar en cuenta las condiciones iniciales del sistema, se toma la transformada de Laplace de la ecuación diferencial anterior:

$$sC(s) - c(0) + \frac{1}{\tau} C(s) = \frac{K}{\tau} R(s) \quad (1.13)$$

Resolviendo para $C(s)$:

$$C(s) = \frac{c(0)}{s + 1/\tau} + \frac{(K/\tau)R(s)}{s + 1/\tau} \quad (1.14)$$

Esta ecuación puede representarse en un diagrama de bloques como el siguiente:

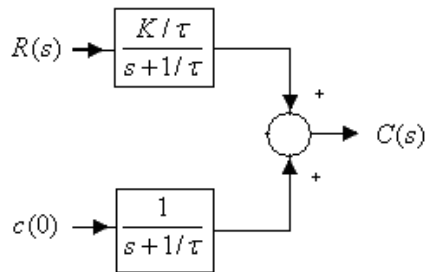


Figura 1.4. Sistema de primer orden.

Supongamos que la condición inicial es cero, y que la señal de entrada $r(t)$ es un escalón unitario. Así las cosas, $R(s)$ es igual a $1/s$. Por tanto:

$$C(s) = \frac{K/\tau}{s[s+1/\tau]} = \frac{K}{s} + \frac{-K}{s+1/\tau} \quad (1.15)$$

Regresando esta ecuación al dominio del tiempo:

$$c(t) = K(1 - e^{-t/\tau}) \quad (1.16)$$

Una ecuación del tipo de la (1.16) es la que buscamos para el horno y será nuestro objetivo obtener para la siguiente sección. En la figura 1.5 se muestra gráficamente cómo obtener los parámetros τ y K . En la misma gráfica se pueden observar las dos componentes de la respuesta (K y $-Ke^{-t/\tau}$) y la combinación de ellas.

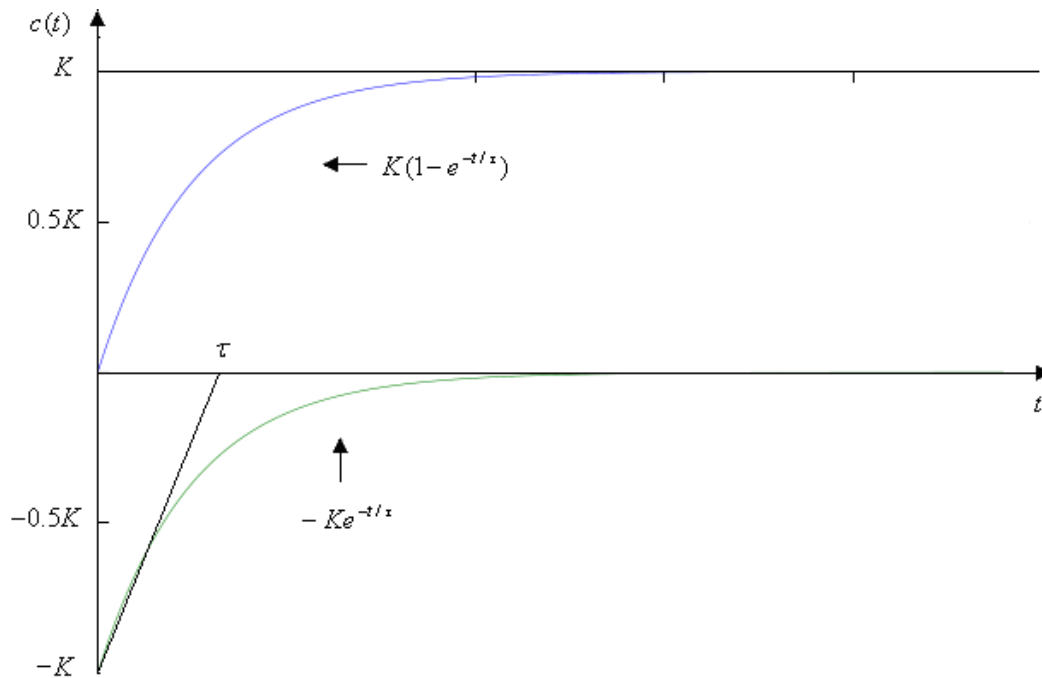


Figura 1.5 Respuesta de un sistema de primer orden a un escalón unitario.

1.2 CARACTERIZACIÓN DEL SISTEMA TÉRMICO

Arreglo experimental

Los parámetros que se eligen como representativos de un sistema de primer orden, las constantes L y T ; se hallarán a través de la curva de reacción del horno. Para obtenerla, se ha usado el arreglo experimental mostrado en la figura 1.5.

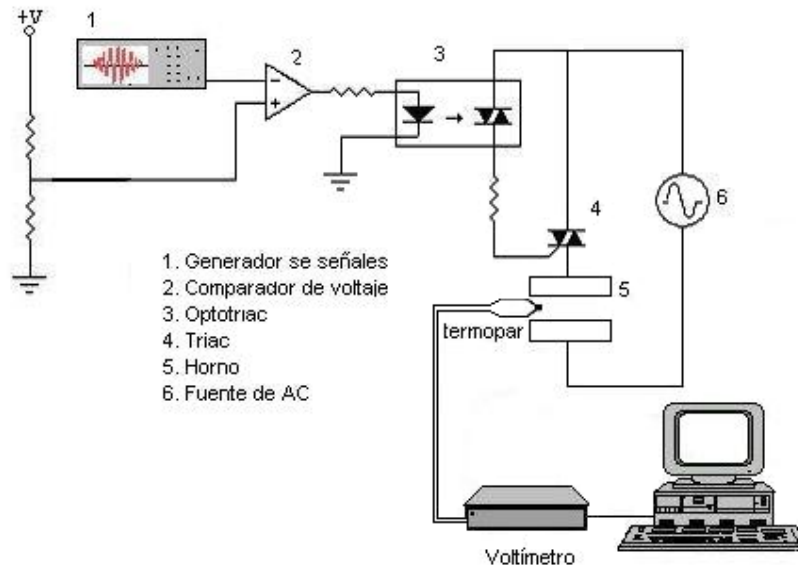
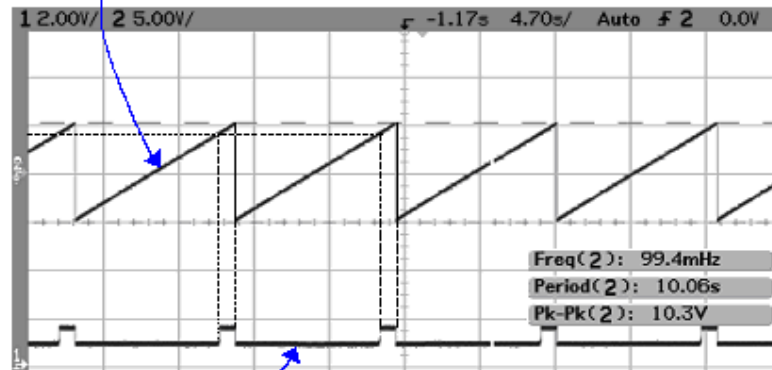


Fig. 1.6. Arreglo experimental para hallar la curva de reacción del horno.

La salida del generador de señales es enviada al amplificador operacional el cual actúa como un comparador de voltaje positivo. Esto es, si el voltaje aplicado a la terminal positiva, derivado del divisor de voltaje y tomado como voltaje de referencia, es mayor que el voltaje en la terminal negativa entonces el voltaje de salida será $+V_{sat}$, en el caso contrario es $-V_{sat}$. El voltaje de salida del comparador será entonces la señal de control y la que polarizará el diodo de la entrada del optotriac. En seguida, este diodo emite una señal luminosa que polariza a su vez la compuerta del triac que se encuentra directamente conectado al horno. Así se generan una serie de pulsos modulados en el tiempo que encenderán y apagarán al horno con una frecuencia tal que alcance en estado estacionario la temperatura deseada.

En la figura 1.6 se muestran las señales de entrada y salida del amplificador operacional. La primera es una diente de sierra de 5V y periodo de 10 segundos, la segunda, que se observa en detalle en la figura 1.7, es un pulso rectangular que tiene una duración de 3.1s. Esta última señal es la que alimenta al triac proporcionando la energía justa para que el horno llegue a un valor específico de temperatura.

diente de sierra del generador de señales



señal de salida del comparador de voltaje

Figura 1.7. Señales de entrada y salida en el amplificador operacional.

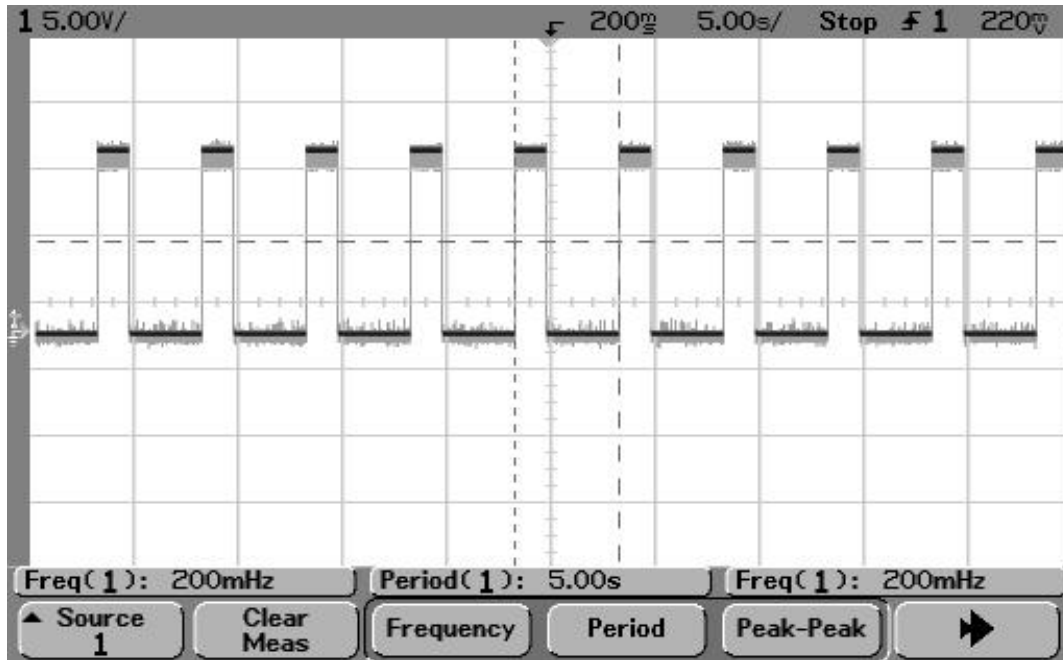


Figura 1.8. Señal pulsada de voltaje para obtener la curva de reacción.

1.3 MODELADO Y SIMULACIÓN DEL SISTEMA TÉRMICO

El propósito de un modelo matemático es establecer relaciones funcionales entre las variables (unas dependientes y otras independientes) que capturan la esencia del fenómeno. Un camino para la elaboración de un modelo es el siguiente:

1. Observación del sistema físico

2. Formulación de una hipótesis o modelo matemático para explicar la observación.
3. Predicción del comportamiento del sistema a partir de las soluciones o propiedades del modelo matemático.
4. Verificación de su validez.

Curva de reacción y la función de transferencia

Como un sistema térmico tiene una respuesta monótona y creciente similar a un sistema de primer orden, bastará con introducir una señal de escalón a la planta y observar la respuesta, a partir de la cual se deducirán los parámetros necesarios para la sintonización del controlador.

A continuación se muestran, en la figura 1.8, las curvas de reacción de la planta para cuatro voltajes distintos. Las respuestas obtenidas permiten, para cada caso, hallar los T_R y T_L (tabla 3) correspondientes y así aproximar la dinámica del horno a un sistema de primer orden.

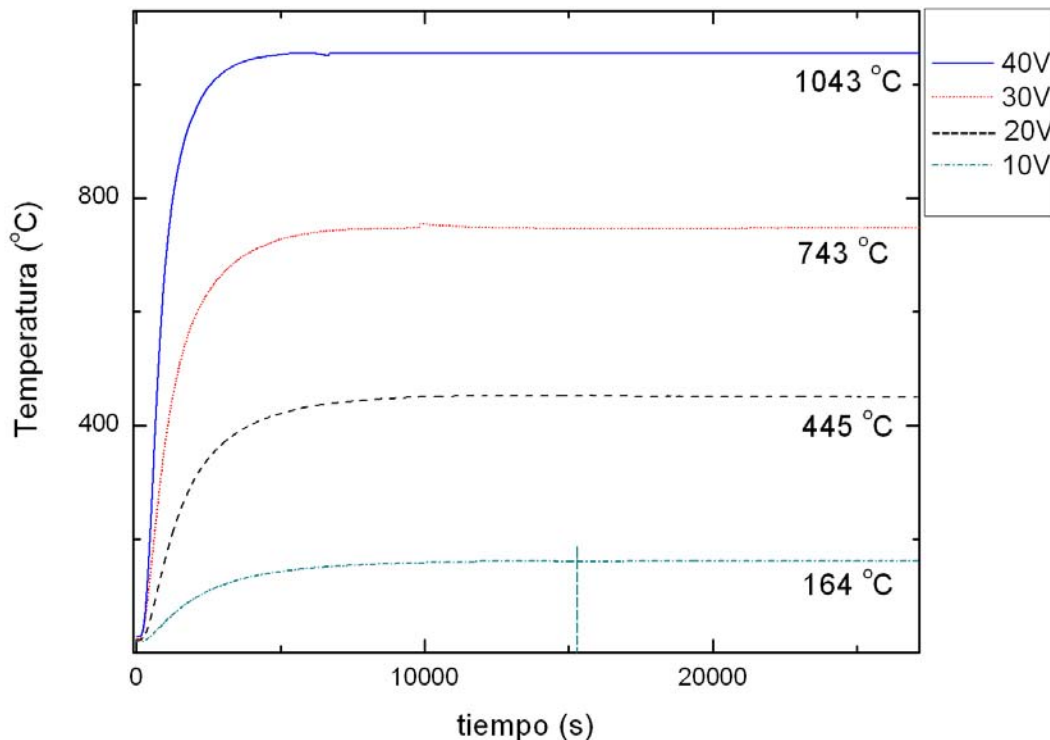


Figura 1.9. Curvas de reacción del horno para cuatro voltajes distintos

V_{rms} (V)	T_R (mín)	T_L (mín)
10	48.2	5.2
20	37.5	5.5
30	30.7	4.6
40	19.9	5.9

Tabla 3. Tiempos de reacción T_R y de retraso T_L obtenidos a partir de las curvas de reacción.

Siendo que el rango de temperaturas en que se quiere controlar al horno tiene como máximo una temperatura de aproximadamente 800 °C, conviene tomar como curva de reacción aquella cuyo voltaje es de 30V. En la figura 1.10 se comparan la curva experimental (para 30V) y el modelo $1 - \exp(-t/1358)$.

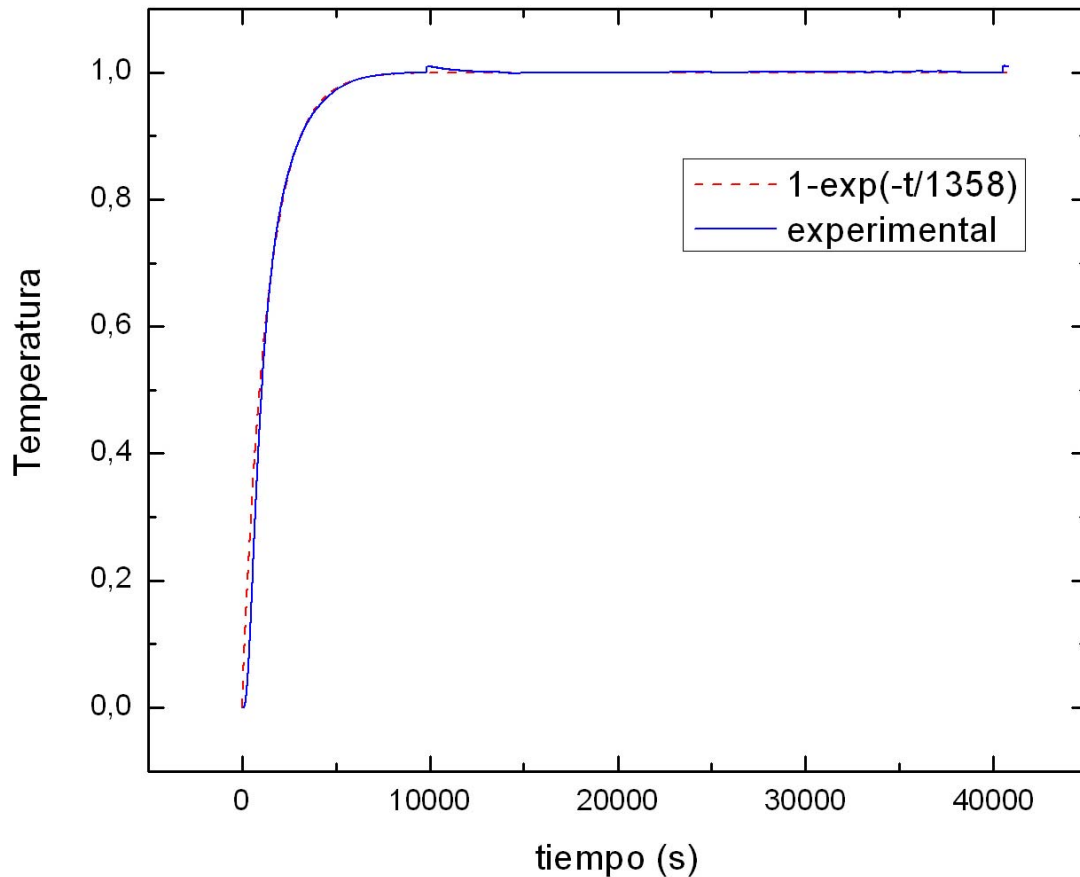


Figura 1.10. Comparación entre el comportamiento real del sistema y el modelo propuesto.

La desviación observada entre el modelo propuesto y la curva de reacción se muestra en la figura 1.10. Durante los primeros 125 segundos después de iniciado el proceso; siendo alrededor del 12% de la temperatura nominal (set point) y disminuyendo rápidamente hasta un error promedio menor al 1% a los 20 minutos.

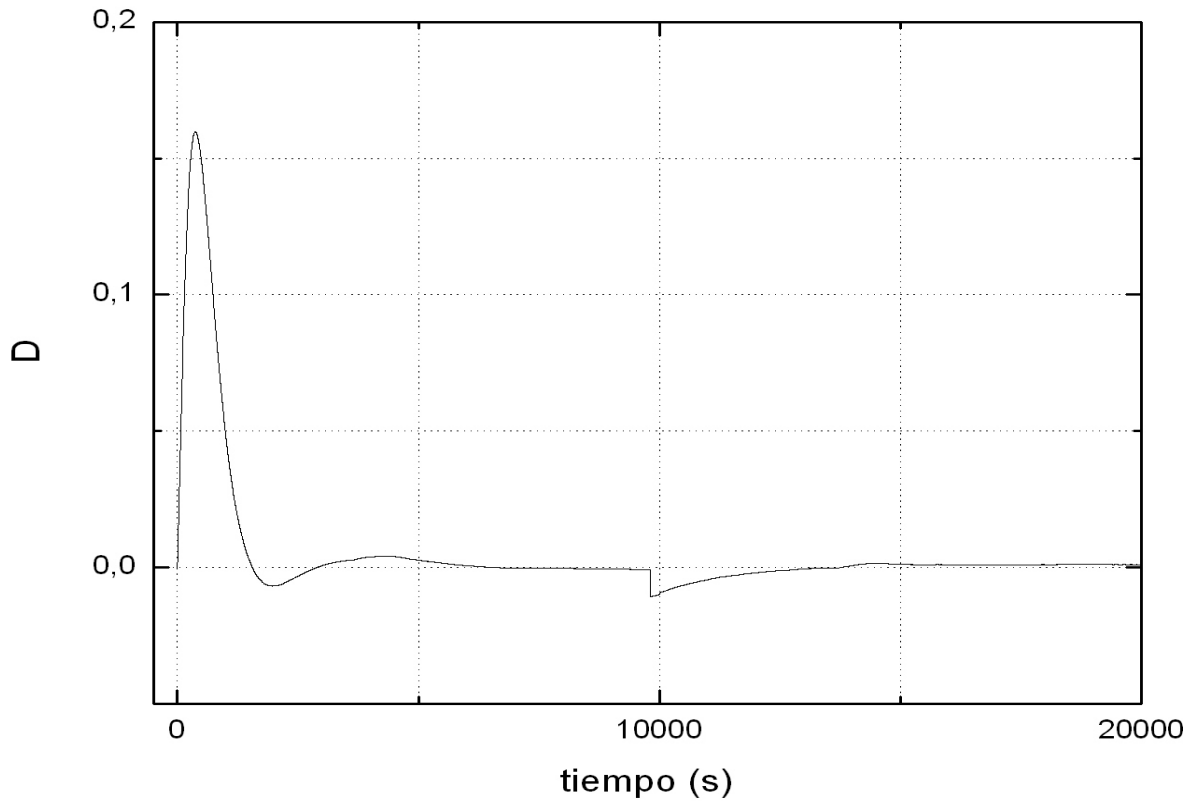


Figura 1.11. Gráfica de diferencias entre modelo y la curva de reacción.

Diferencia máxima en $t=384.7$ con $D \sim 16\%$.

1.4 FUNCIÓN DE TRANSFERENCIA DEL HORNO

El resultado del modelado del horno es la función de transferencia descrita a continuación:

$$G(s) = \frac{1}{1358s + 1} \quad (1.18)$$

Con esto se calcula que la respuesta del sistema a un escalón unitario (cuya transformada de Laplace es $1/s$):

$$C(s) = R(s)G(s) = \frac{1}{s} \frac{1}{1358s + 1} \quad (1.19)$$

Expandiendo $C(s)$ en fracciones parciales queda:

$$C(s) = \frac{1}{s} - \frac{1}{s + 1/1358} \quad (1.20)$$

Cuya transformada inversa de Laplace es

$$c(t) = 1 - e^{-t/1358} \quad (1.21)$$

El propósito del control, una vez alcanzada la temperatura deseada, es disminuir la amplitud y aumentar (idealmente a infinito) el periodo de oscilación de la temperatura.

Respuesta del modelo en lazo abierto a un escalón unitario

La respuesta en lazo abierto a un escalón unitario con la función de transferencia $G(s)$ del apartado anterior es:

$$G(s) = \left(\frac{1}{1358s + 1} \right) \frac{1}{s} \quad (1.22)$$

Cuya solución $c(t)$ se muestra en la siguiente figura:

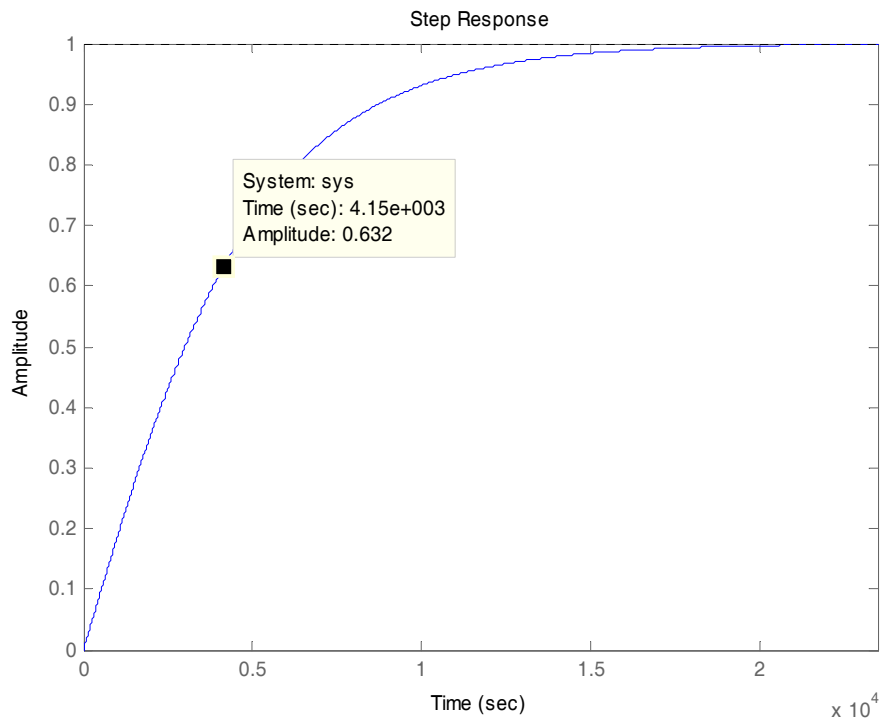


Figura 1.12. Respuesta del modelo a un escalón unitario.

COMENTARIOS.

En este capítulo se ha mostrado a través de datos experimentales y de simulación que el horno en estudio puede considerarse un sistema de primer orden. Las condiciones de estabilidad, su caracterización y validez se han comprobado por medio de datos experimentales y de simulación.

CAPÍTULO 2

2.1 CONTROLADORES AUTOMÁTICOS

Definiciones.

Un sistema controlado automáticamente se define como aquel arreglo de partes que, sin intervención manual, mantiene el valor de la magnitud de una variable física.

Esto se consigue si la magnitud a ser controlada es examinada continuamente y si las desviaciones respecto a un valor preestablecido son automáticamente corregidas.

A continuación se definen los conceptos que se utilizarán en los capítulos que siguen:

Proceso. Se llamará proceso a cualquier operación o fenómeno que se va a controlar.

Sistema. Un sistema es una combinación de partes que actúan juntas y realizan un objetivo determinado.

Planta. Se llama así a cualquier objeto físico susceptible de ser controlado. Algunos ejemplos son: un horno de calefacción, un reactor químico, un satélite y en general muchos fenómenos de la naturaleza y otros creados a propósito.



Variable controlada y variable manipulada. La variable controlada es la cantidad o condición que se mide y controla. La variable manipulada es la cantidad o condición que el controlador modifica para afectar el valor de la variable controlada.

Error. Es la diferencia entre el valor deseado de la variable controlada $u(t)$ y su valor real $y(t)$.

$$e(t) = u(t) - y(t) \quad (2.1)$$

Sistema retroalimentado. Un sistema de control en lazo cerrado es aquel cuyas señales de entrada, $e(t)$, son determinadas, en buena medida, por las salidas, $y(t)$, del mismo sistema.

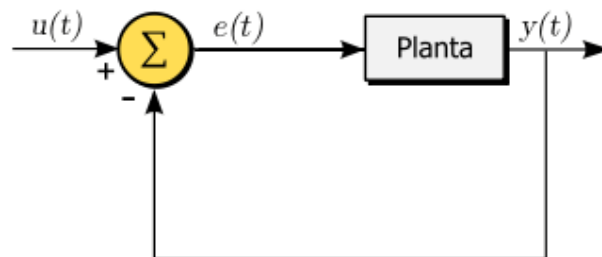


Figura 2.1. Sistema retroalimentado

Ahora toca decir cómo se controla automáticamente un sistema retroalimentado. Para esto comenzaremos describiendo la naturaleza de los dispositivos con los que se llega a este fin: los controles automáticos.

2.2 TIPOS DE CONTROLES

Controles de acción proporcional, integral y derivativa

Un control PID (Proporcional-Integral-Derivativo) es un mecanismo de control por realimentación. Este pretende corregir y disminuir el error, $e(t) = u(t) - y(t)$, entre un valor deseado $u(t)$ y un valor medido $y(t)$. Primero calculando $e(t)$ y luego ejecutando una acción correctora que lo disminuya. El algoritmo de cálculo del control PID se da en tres parámetros distintos: el proporcional k_p , el integral k_i , y el derivativo k_d . El término proporcional determina la reacción al error instantáneo. El integral genera una corrección proporcional a la integral del error, lo que asegura que aplicando un esfuerzo de control suficiente, el error de seguimiento se reduce a cero. El derivativo determina la reacción proporcional a la derivada del error presente. La suma de estas tres acciones es usada para ajustar el proceso vía un elemento de control como la posición de una válvula, la energía suministrada a un calentador o la temperatura de un horno, por ejemplo. Ajustando estas tres constantes en el algoritmo de control del PID, el controlador puede proveer la señal de control apropiada para lo que requiera el proceso realizar.

Ahora conviene una breve descripción por separado para cada tipo de control.

Control proporcional

Un control proporcional es aquel cuya dependencia funcional entre error $e(t)$ y acción de control $p(t)$ es una relación lineal. En la figura 2.2, el eje vertical representa la acción de control para cada valor del error.

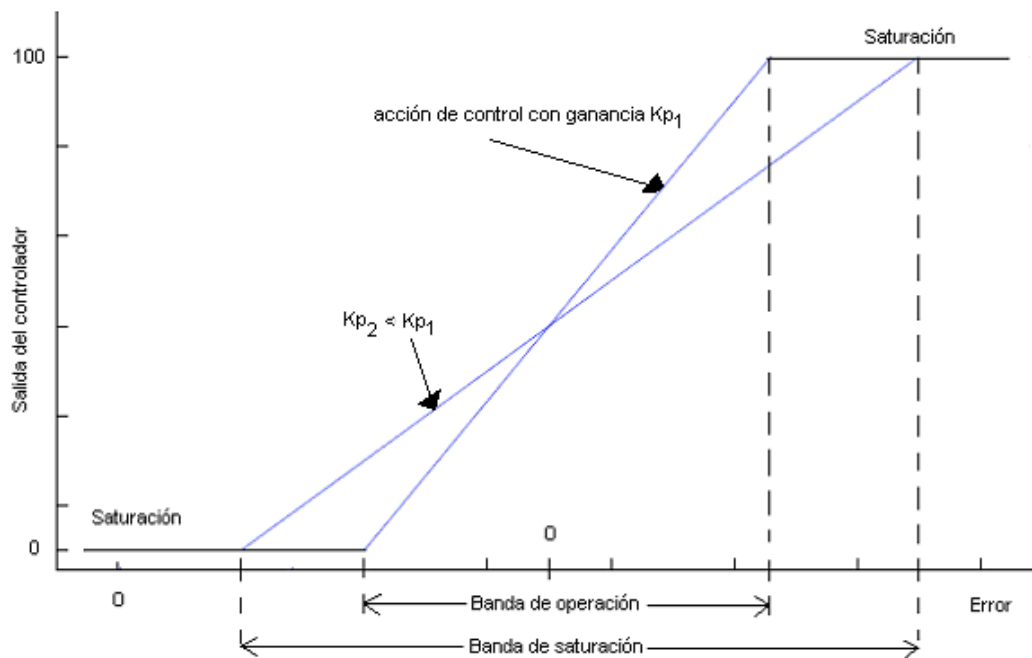


Figura 2.2 Acción de control proporcional.

Así, para un valor definido del error e existe un solo valor de p . La ecuación de control está dada por:

$$P(t) = k_p e(t) + p_0 \quad (2.2)$$

k_p es la ganancia del controlador y p_0 es la salida cuando $e = 0$. De esta relación se deduce que si el valor $y(t)$ crece, y así provocando que $e(t)$ sea más negativo, $p(t)$ disminuirá. En la figura 2.3 se muestra el diagrama de bloques de un sistema retroalimentado y controlado con una acción proporcional.

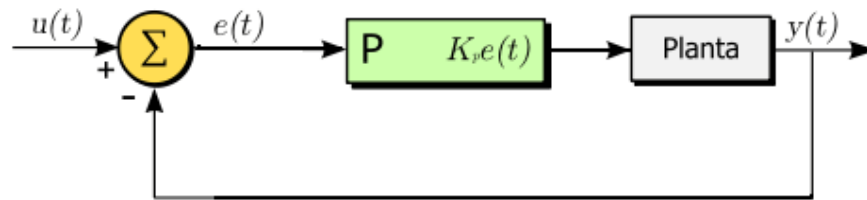


Figura 2.3. Sistema retroalimentado y controlado con una acción proporcional.

Control derivativo

La acción de control derivativa se caracteriza por responder a la velocidad de cambio del error y producir la corrección necesaria antes de que la magnitud del error se vuelva significativa. De alguna manera, el control derivativo hace una estimación de la tendencia del error en el tiempo, inicia una acción correctiva oportuna y tiende a aumentar la estabilidad del sistema. El diagrama de bloques de la figura 2.4 da cuenta de un control derivativo actuando sobre una planta.

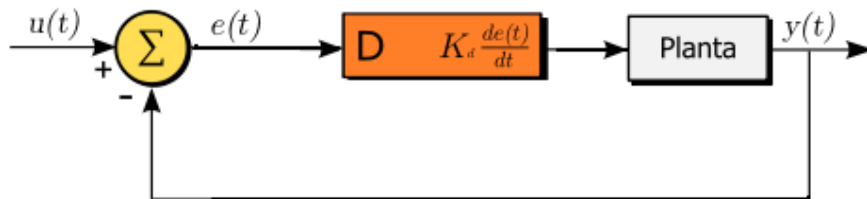


Figura 2.4. Sistema retroalimentado y controlado con una acción derivativa.

Debido a que el control derivativo opera sobre la velocidad de cambio del error, este modo siempre se emplea junto con una acción de control proporcional o proporcional-integral.

La acción de control derivativa se representa por la ecuación 2.3:

$$D = K_p T_d \frac{d}{dt} e(t) = K_D \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.3)$$

Gráficamente, la respuesta de un control derivativo para un error dado $e(t)$ se muestra en la figura 2.5.

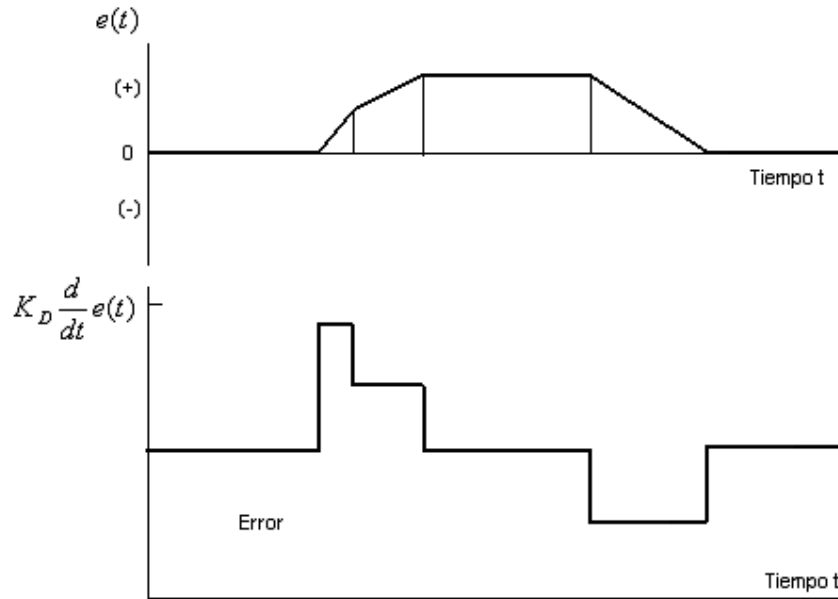


Figura 2.5. Acción de control puramente derivativa

Control integral

El modo de control Integral tiene como propósito disminuir y eliminar el error en estado estacionario provocado por el modo proporcional. El control integral actúa cuando hay una desviación entre la variable y el punto de referencia (*set point*), integrando esta desviación en el tiempo y sumándola a la acción proporcional. El error es integrado, lo cual tiene la función de promediarlo o sumarlo por un periodo de tiempo determinado. La ecuación 2.4 da la expresión analítica de la salida de un control integral. K_I es la constante integral y $e(t)$ es el error al tiempo t . La figura 2.6 es el diagrama de bloques de un control integral actuando sobre una planta.

$$I = K_I \int e(t) dt \quad (2.4)$$

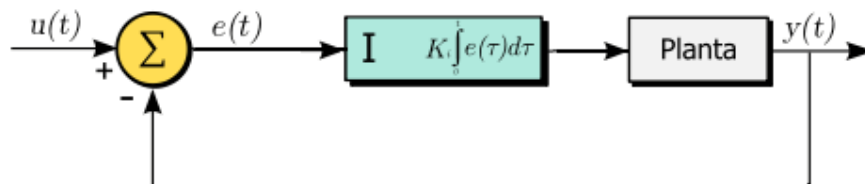


Figura 2.6. Sistema retroalimentado y controlado con una acción derivativa.

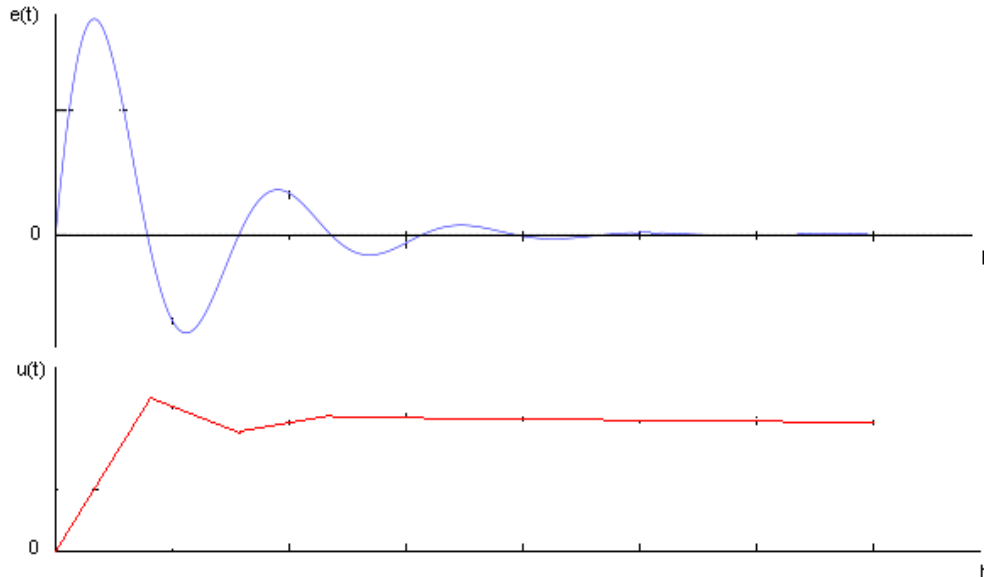


Figura 2.7. Acción de control integral

Como ejemplo de la acción de tipo integral se muestra en la figura 2.7 para una señal de error arbitraria la respuesta del control I que consiste simplemente en la integral del error.

Control proporcional-integral-derivativo PID

Como su nombre lo indica, el control PID combina linealmente las tres acciones de control descritas en las secciones anteriores. Llamando $u(t)$ a esta combinación lineal de acciones, se puede escribir la siguiente ecuación de control que relaciona al error $e(t)$ y a la salida de control $u(t)$:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \frac{d}{dt} e(t) \quad (2.5)$$

donde los parámetros K_p , K_i y K_d , que desde ahora llamaremos de sintonización, determinan la magnitud de la acción correspondiente a cada tipo de control. La figura 1.6 muestra la disposición entre una planta que se quiera controlar con un control PID .

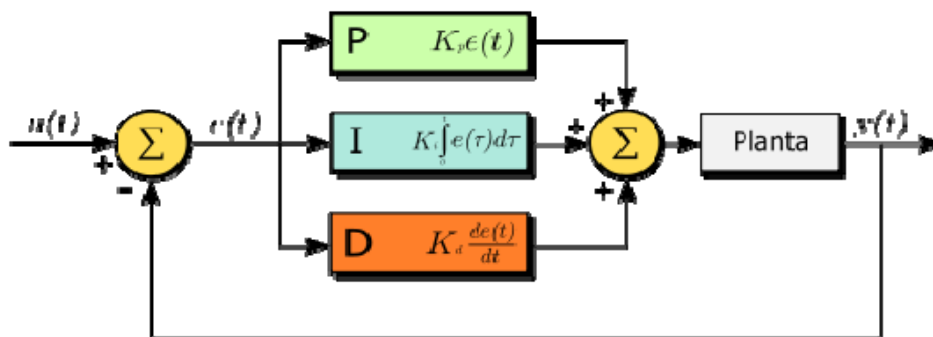


Figura 2.8. Diagrama de bloques para un control proporcional, integral y derivativo.

Ganancia proporcional, K_p

Como lo indica la figura 2.9, K_p es la pendiente de la respuesta proporcional. Depende de su magnitud la velocidad de respuesta del control. Valores altos de este parámetro (acercándose a la vertical) significan respuestas grandes para errores pequeños. Se puede demostrar que un excesivo valor de K_p produce inestabilidad y oscilaciones en el sistema. En la figura 1.6 se muestra el efecto producido en la respuesta al aumentar el valor de K_p manteniendo K_i y K_d constantes.

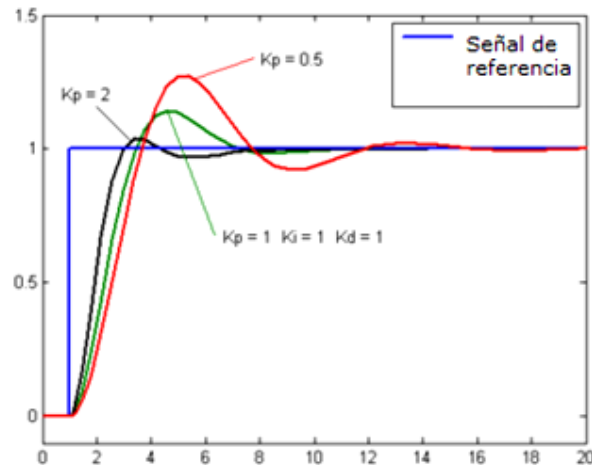


Figura 2.9. Efecto en la respuesta del sistema al variar K_p .

Ganancia integral, K_i

De entrada, si se quiere eliminar rápidamente el error en estado estacionario que produce el control proporcional, se escogen valores gradualmente mayores de K_i . Una consecuencia inevitable de esto es que aumenta el sobrepaso del sistema respecto al *set point* del sistema. Manteniendo K_p y K_d constantes y variando el valor de K_i , se observa en la figura 2.10 que la respuesta tiene un sobrepaso muy considerable al aumentar aquel valor.

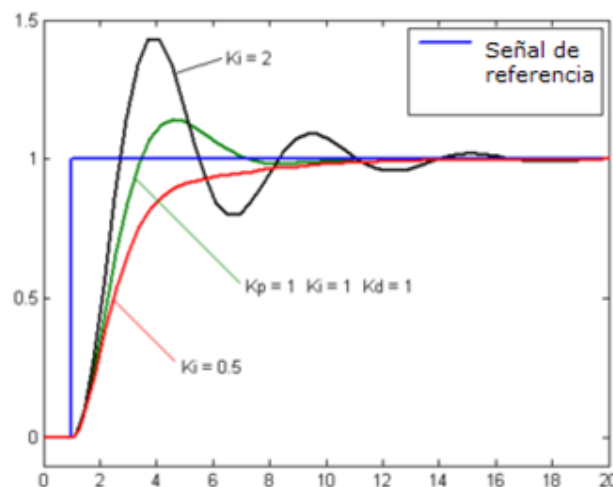


Figura 2.10. Efecto en la respuesta del sistema al variar K_i .

#Ganacia derivativa, K_d

Ahora, si se quiere eliminar el sobrepaso que introduce un valor excesivo de K_i , una solución es incrementar gradualmente K_d , pero la naturaleza de la respuesta derivativa es ahora amplificar el ruido presente en el sistema. En la figura 2.11 se muestra la respuesta de un sistema para dos constantes K_d distintas.

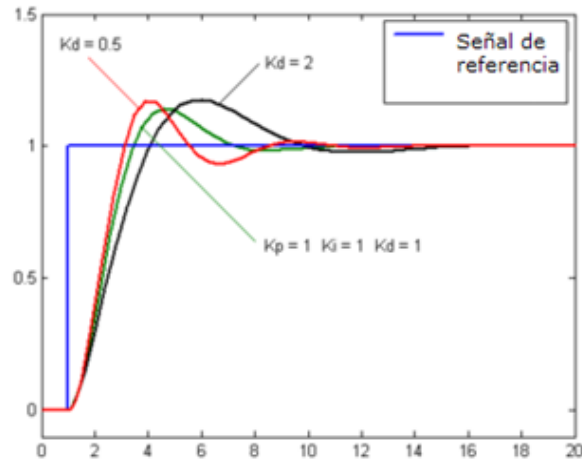


Figura 2.11. Efecto en la respuesta del sistema al variar K_d .

Finalmente, como un mero ejemplo, en la figura 2.12 se calcula gráficamente cuál sería la respuesta de un sistema de primer orden para un error que varía en el tiempo como se muestra en la parte superior de ella.

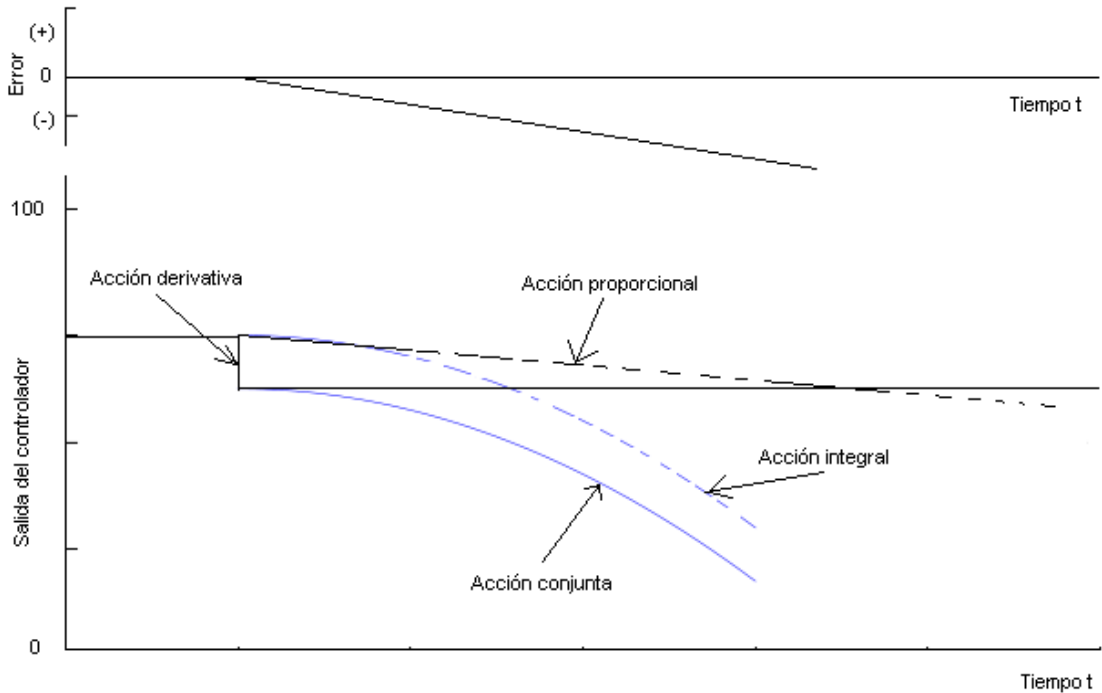


Figura 2.12. Acciones de control proporcional, integral y derivativa combinadas.

Función de transferencia del control PID

La conveniencia que presenta operacionalmente la transformada de Laplace al convertir los operadores de derivación e integración en factores algebraicos en el dominio de la frecuencia sugiere escribir la respuesta de un control PID como

$$G(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_i}{s} \quad 3.1$$

$G(s)$ será entonces la función de transferencia del PID.

Respuesta del sistema en lazo cerrado y acción de control puramente proporcional.

Del diagrama de bloques de la figura 4.3 se obtienen las ecuaciones de control (en esta, y las simulaciones que siguen, se ha supuesto que la retroalimentación se efectúa a través de un termopar con una ganancia unitaria) :



Figura 2.13. Diagrama de bloques del sistema con control proporcional.

$$E(s) = U(s) - Y(s) \quad (2.6)$$

$$Y(s) = \frac{1}{1358s + 1} [U(s) - Y(s)] K_p \quad (2.7)$$

de donde

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_p}{1358s + (1 + K_p)} \quad (2.8)$$

y para una entrada tipo escalón

$$U(s) = \frac{1}{s} \quad (2.9)$$

$$Y(s) = \frac{k_p}{1358s + (1 + k_p)} \frac{1}{s} \quad (2.10)$$

Respuesta del sistema en lazo cerrado y acción de control PI y PID

Nuevamente, a partir del diagrama de bloques de la figura 4.4 se escribe la ecuación de control PI:

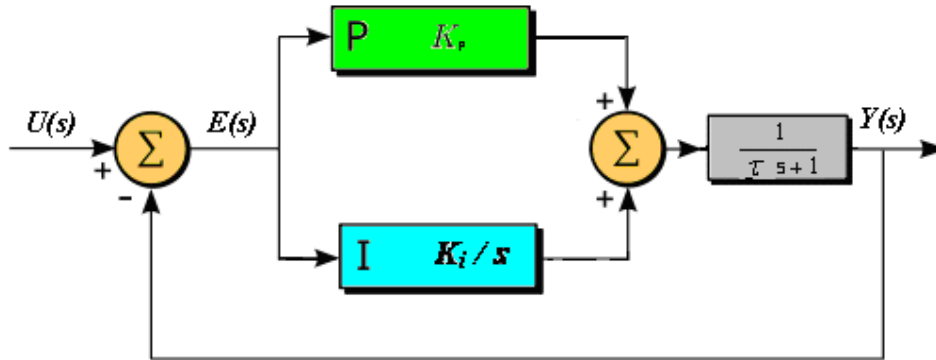


Figura 2.14. Diagrama de bloques del sistema con control PI.

$$Y(s) = (U(s) - Y(s)) \left(K_p + \frac{K_i}{s} \right) \left(\frac{1}{1358s + 1} \right) \quad (2.11)$$

a partir de la cual se llega a que

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_p s + K_i}{1358s^2 + (1 + K_p)s + K_i} \quad (2.12)$$

con lo que si $U(s)$ es una entrada tipo escalón, la respuesta del sistema será

$$Y(s) = \frac{K_p s + K_i}{1358s^2 + (1 + K_p)s + K_i} \frac{1}{s} \quad (2.13)$$

De la misma manera, para calcular la respuesta con el control PID se escribe la ecuación de control a partir del diagrama de la figura 4.5:

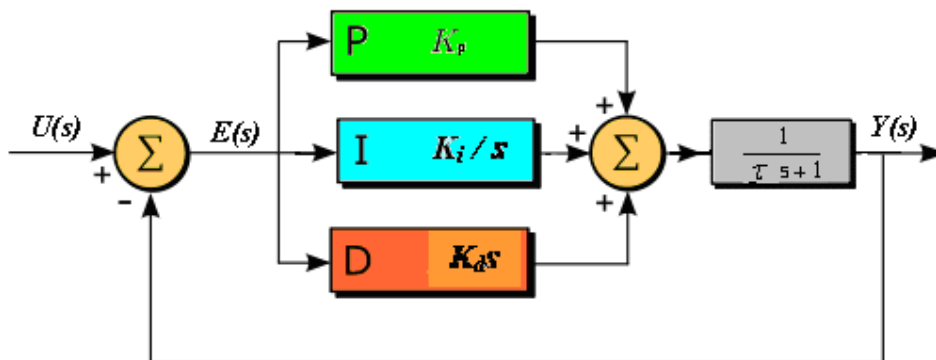


Figura 2.15. Diagrama de bloques del sistema con control PID.

$$Y(s) = (U(s) - Y(s)) \left(K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s \right) \left(\frac{1}{1358s + 1} \right) \quad (2.14)$$

a partir de la cual se obtiene

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{(1358 + K_d)s^2 + (1 + K_p)s + K_i} \quad (2.15)$$

finalmente para U(s) un escalón unitario:

$$Y(s) = \frac{K_d s^2 + K_p s + K_i}{(1358 + K_d)s^2 + (1 + K_p)s + K_i} \frac{1}{s} \quad (2.16)$$

COMENTARIOS.

En este capítulo se han escrito las ecuaciones de cada tipo de control (el P, I y el D) de manera separada para una señal de entrada tipo escalón. La ecuación 2.10 corresponde al horno controlado por un control proporcional. La 2.11 a un control P-I. Finalmente la ecuación 2.16 corresponde a la acción de un control PID cuando la señal de referencia es un escalón unitario. Es la ecuación 2.16 la que se resolverá numéricamente para la función de transferencia (ecuación (1.18)) mostrada en el capítulo 1.

CAPÍTULO 3

3.1 SINTONIZACIÓN DEL CONTROL PID

Sintonización de control PID con el método de Ziegler-Nichols

La sintonización de un controlador PID consiste en la determinación óptima de los parámetros K_p , K_i y K_d para lograr que un sistema retroalimentado y controlado cumpla con los criterios de desempeño establecidos.

Método de Ziegler-Nichols

Para poder realizar la sintonización del control, esto es hallar los valores óptimos de K_p , K_i , y K_d , se ha elegido aplicar el método de Z-N en base a que la planta tiene una curva de respuesta escalón en forma de S (hecho que se observa en la figura 3.4 del capítulo 3). La curva con forma de S se caracteriza por dos parámetros: el tiempo de retardo L y la constante de tiempo T . El tiempo de retardo L y la constante de tiempo T se determinan dibujando una recta tangente en el punto de inflexión de la curva con forma de S y determinando las intersecciones de esta tangente con el eje del tiempo y la línea $y(t)=K$, como se muestra en la figura 1.8. Entonces, los parámetros del regulador se pueden calcular como se indica en la Tabla 1.

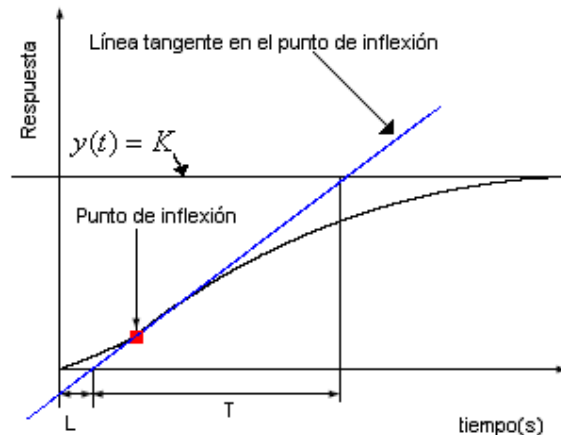


Figura 3.1. Curva de respuesta con forma de S

Controlador	K_p	K_i	K_d
P	T/L	0	0
PI	$0.9T/L$	$0.3/L$	0
PID	$1.2T/L$	$1/2L$	$0.5L$

Tabla 3.1. Para calcular los parámetros de sintonización a partir de T y L .

Respecto a estas reglas, que parecen no tener razón de ser, fueron desarrolladas en base a simulaciones empíricas efectuadas sobre muchos sistemas diferentes estando su validez justificada por su utilidad práctica.

Calcularemos ahora los valores de las constantes P, I, y D para la curva de reacción correspondiente a 30V (figura 1.9). Para esta curva $T=1487s$ y $L=276s$. Con estos valores:

Controlador	K_p	K_i	K_d
P	5.39	0	0
PI	4.85	0.00108	0
PID	6.47	0.0018	138

Por el método del lugar de las raíces

El cálculo de los parámetros del controlador, (K_p , K_i , K_d), se basa en la información obtenida con la curva de respuesta del sistema en un punto de operación (en nuestro caso para 30V).

Como función de transferencia $G(s)$ para efectuar todas las simulaciones se seleccionó a la expresión dada por la ecuación #. Con esto, el criterio de estabilidad se puede escribir:

$$G_c(s)G_p(s)H(s)|_{s=s_0} = \frac{K_p(s+s_0)}{s} \times \frac{1}{1358s+1}|_{s=s_0} = -1$$

Siendo $s_0 = -K_i / K_p$ y habiendo hallado empíricamente que el valor de la constante proporcional $K_p = 0.25$ es un valor óptimo, se busca ahora encontrar el valor de la constante integral K_i . Tomando la ecuación # con variables K_p , s y s_0 ; se obtiene la superficie mostrada en la figura #. Fijando $K_p = 0.25$, se obtienen los pares (s, s_0) mostrados en la tabla 4.

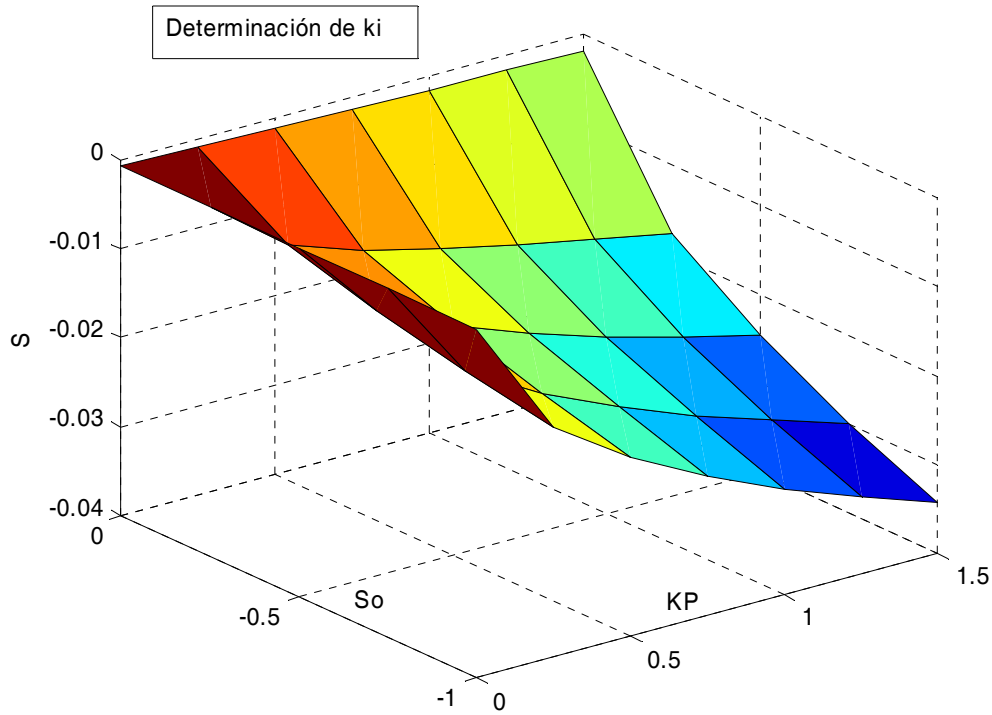


Figura 3.2. Superficie generada para determinar qué valores de s y s_o yacen sobre la curva de nivel $K_p = 0.25$.

s	K_p	K_I	K_I / K_p	$s_o = -K_I / K_p$
-0.01717	0.25	0.3750	1.50	-1.50
-0.01571	0.25	0.3125	1.25	-1.25
-0.01411	0.25	0.2500	1.00	-1.00
-0.01228	0.25	0.1875	0.75	-0.75
-0.01011	0.25	0.1250	0.50	-0.50
-0.0073	0.25	0.0625	0.25	-0.25
-9,25E-04	0.25	0.0000	0.00	0.00

Tabla 3.2.

En la figura 3.3, se comparan las respuestas del modelo del horno en lazo abierto, con control puramente proporcional y con control PI. Se puede observar las etapas que recorre el modelo que van desde una respuesta muy sobreamortiguada hasta una subamortiguada con un sobrepaso excesivo.

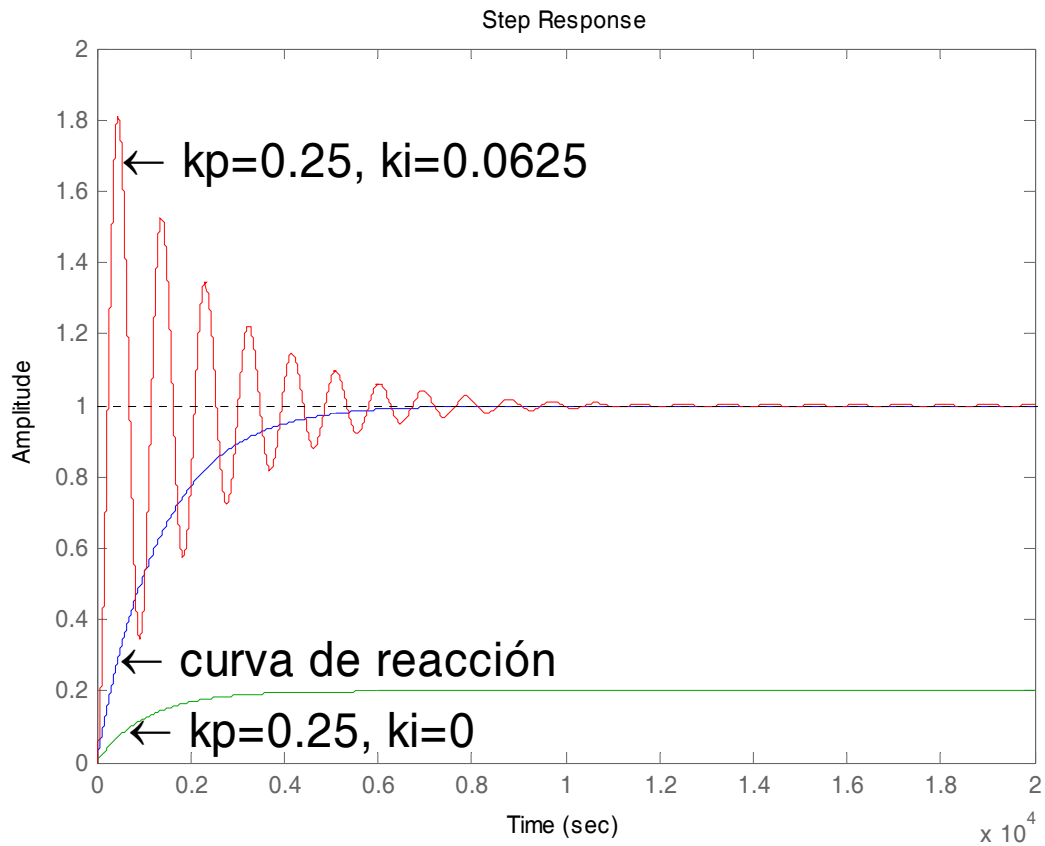


Figura. 3.3. Respuestas del modelo del horno para algunos K_I . Se muestran las correspondientes a $K_I = 0$ y a 0.0625.

Partiendo de $K_I = 0.0625$ hacia valores menores, en la figura 3.4 se presentan aquellos que hacen que el modelo tenga una respuesta sobreamortiguada. Este valor se alcanza para $K_I = 0.00040$.

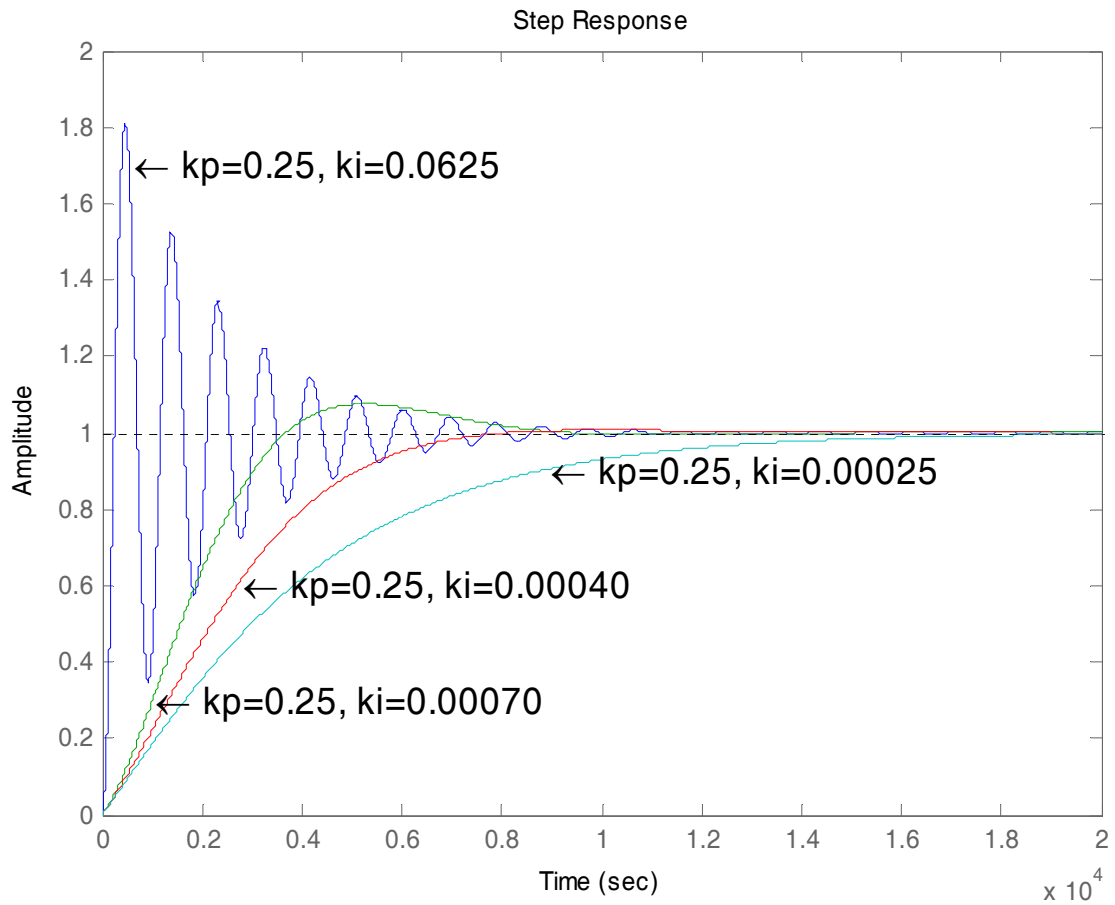


Figura 3.4. Comportamiento del modelo en función de K_I . La respuesta empieza a sobre amortiguarse a partir de $K_I = 0.00040$.

COMENTARIOS.

En este capítulo se han encontrado los valores teóricos de K_p , K_I y K_D que se probarán en el sistema real constituido por el horno y su control PID.

CAPÍTULO 4

PRUEBAS Y RESULTADOS

Resultados experimentales

La figura 4.1 muestra la respuesta real del sistema para $K_p = 0.25$ y $K_I = 0$. Como se esperaba, el sistema no alcanza el *set point* de temperatura establecido y queda un error constante. El sobrepaso es un efecto de la inercia térmica del horno y el error estacionario debido a que el control proporcional reduce la magnitud de su salida al acercarse al *set point*.

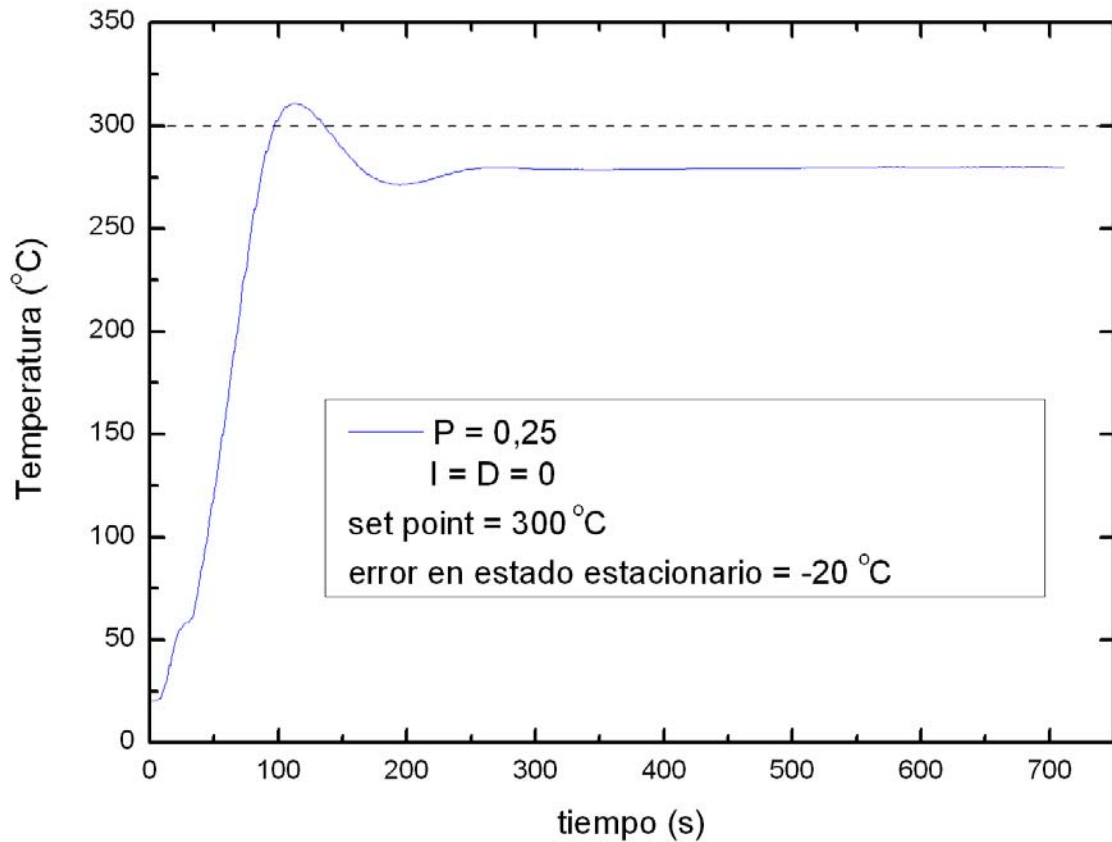


Figura 4.1. Respuesta del sistema cuando la acción de control es solamente proporcional. Como puede verse, además del sobrepaso hay un error constante que este tipo de control no puede eliminar.

El error en estado estacionario no depende del *set point* de temperatura elegido. Este efecto se debe a la relación entre la salida del control proporcional y el error que a medida que transcurre el tiempo se va reduciendo y así también la salida del mismo.

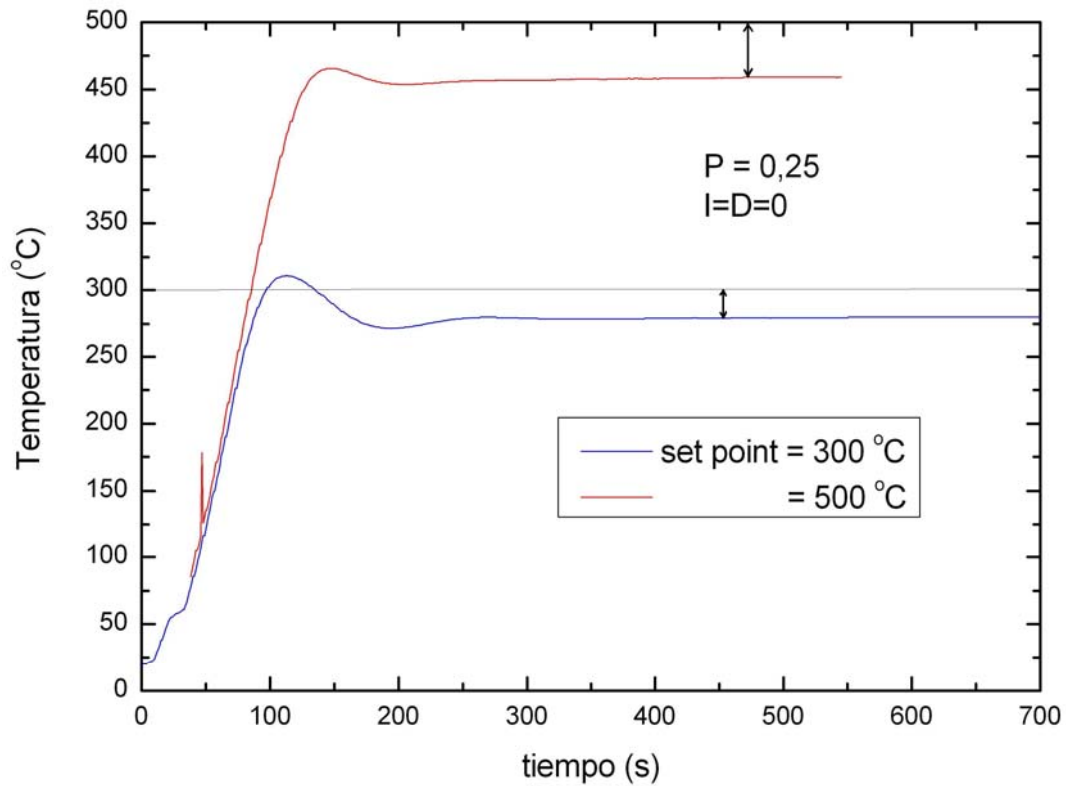


Figura 4.2. Respuesta del sistema cuando el control es solo proporcional para dos set points de temperatura distintos. Se observa en los dos casos la presencia de un error en estado estacionario.

En la gráfica de la figura 4.2 se comparan la curva de reacción del sistema, la respuesta cuando la acción de control es solamente proporcional y cuando es tanto proporcional como integral. El valor de $K_I = 0.0003$ se ha elegido a partir de lo sugerido por la simulación del sistema que predecía no oscilaciones de temperatura y sobrepaso nulo para $K_I \leq 0.00040$.

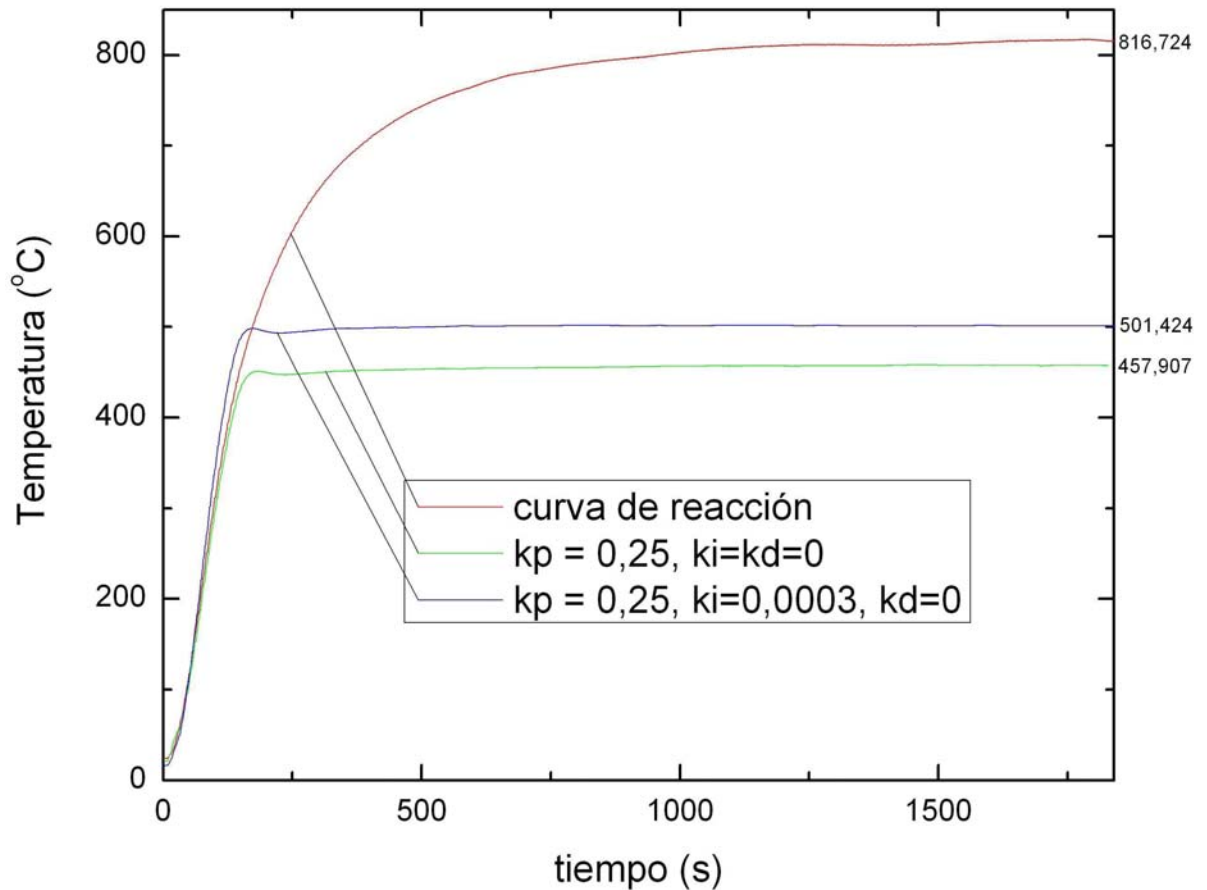


Figura 4.3. Comparación entre las respuestas del sistema cuando no hay control, cuando el control es solo proporcional P y cuando el control es un PI.

Error estacionario de la acción proporcional = $-40.2\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,3$

Error estacionario de la acción PI = $-1.6\text{ }^{\circ}\text{C} \pm 0,4$

El tiempo de retraso tanto para la acción proporcional como para la proporcional-integral es de 4s.

La gráfica de la figura 4.3 muestra la validez que tienen las constantes $K_p = 0.25$ y $K_i \leq 0.0004$ para distintos set points de temperatura. Esto que indica que no es necesario encontrar un nuevo conjunto de valores para cada elección de temperatura.

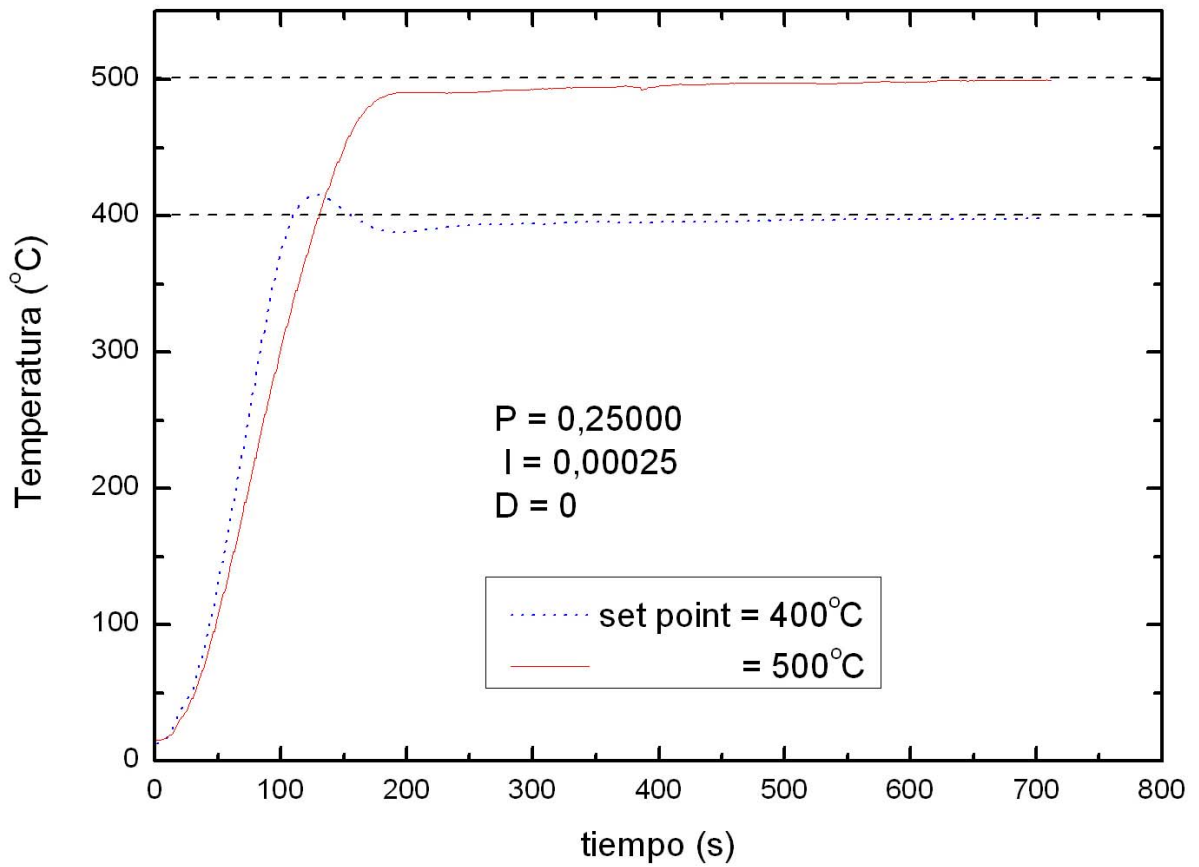


Figura 4.4. Respuestas del sistema para dos set points distintos con mismas constantes K_p y K_I .

Se observa de la figura 4.4 que para 400 °C, la respuesta presenta un sobrepaso aproximado de 20 °C mientras que para 500 °C el sistema está subamortiguado.

En la figura 4.5 la variación en el tiempo de la señal PID del controlador enviada al horno a medida que transcurre el tiempo para una temperatura de 500 °C.

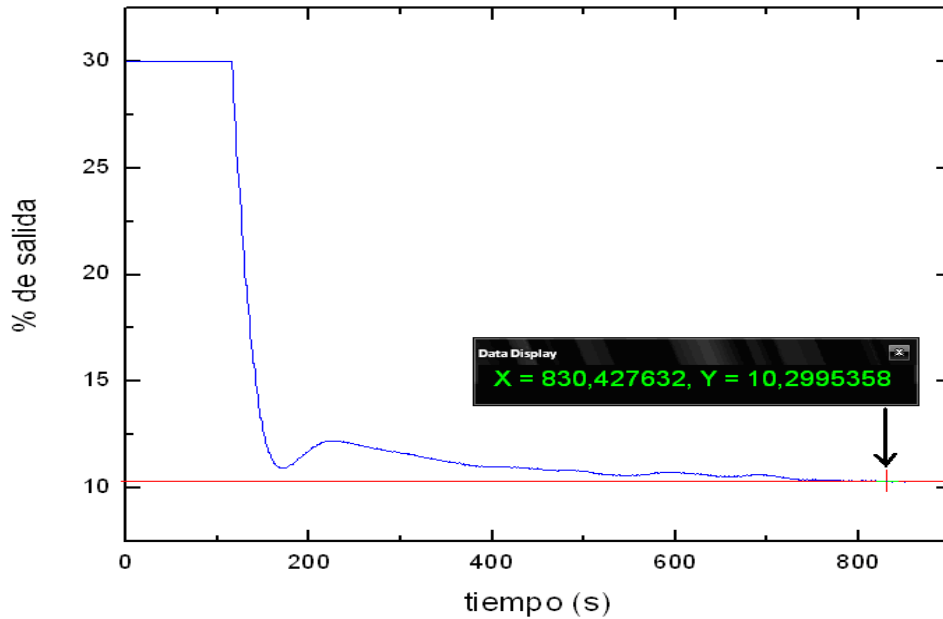


Figura 4.5. Señal de salida del control PI como función del tiempo.

La figura 4.6 muestra el ancho de los pulsos iniciales del control PID. A medida que la acción de control regula el ancho de estos pulsos, se nota la disminución en su magnitud lo que indica que se está alcanzando el valor deseado de temperatura.

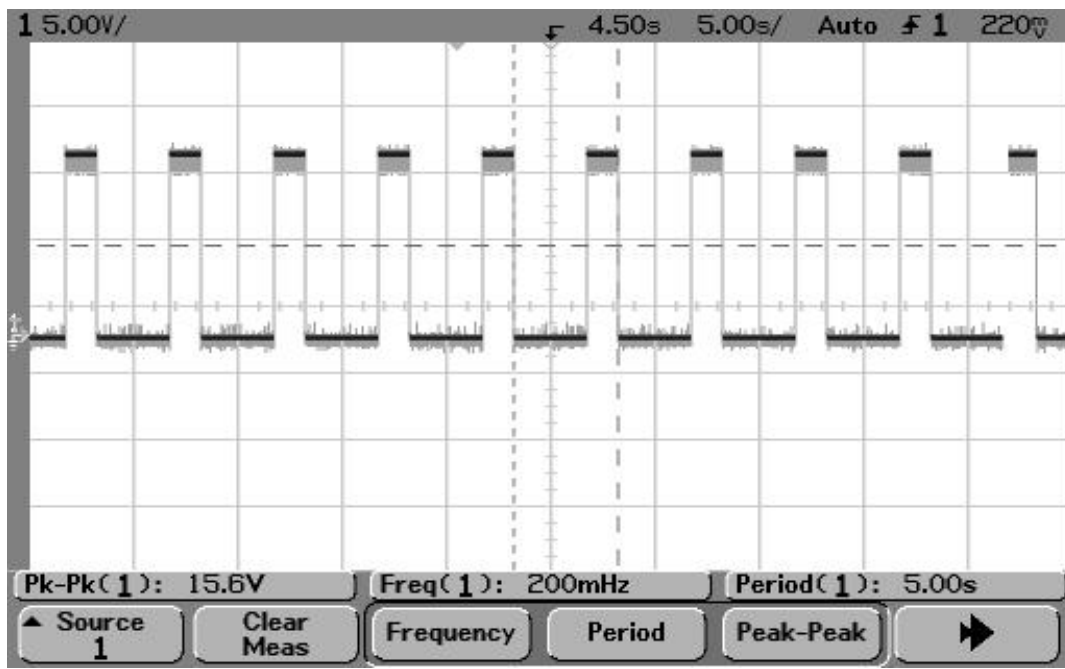


Figura 4.6. Pulsos del control PID al inicio del ciclo de control

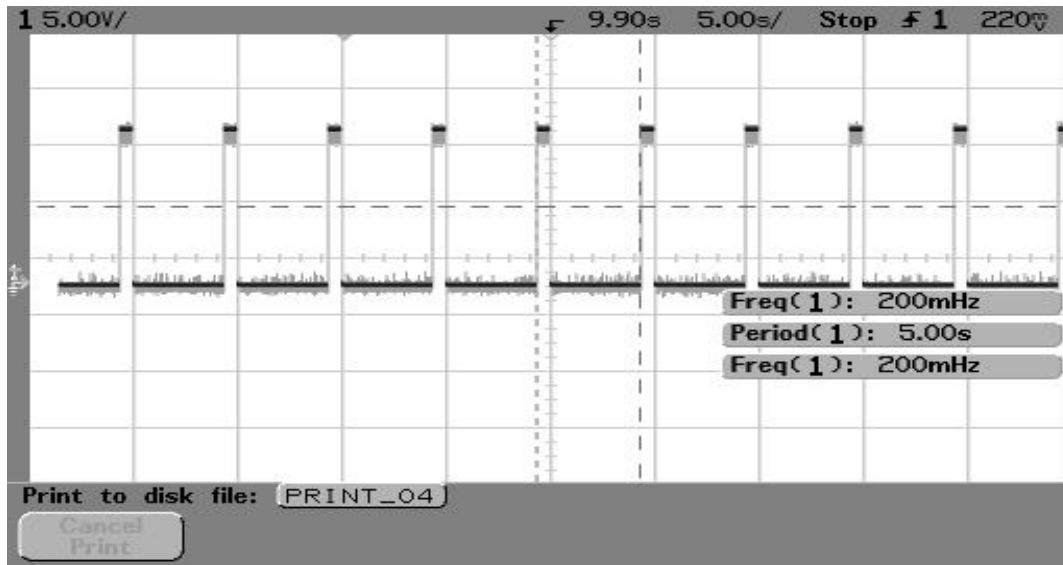


Figura 4.7. Pulsos del control PID al final del ciclo de control

En la figura 4.7 se muestra que el ancho de los pulsos de control ha disminuido hasta aproximadamente una tercera parte. Esto indica que se ha llegado al ancho óptimo del pulso de control y es éste el que mantendrá la temperatura del horno en un valor fijo si es que no ocurre un disturbio que altere el estado estacionario en el sistema.

Finalmente, en la figura 4.8 se presenta el panel frontal en el que el operador, que conduce la grafitización de una muestra, introducirá las constantes P, I y D así como la temperatura deseada.

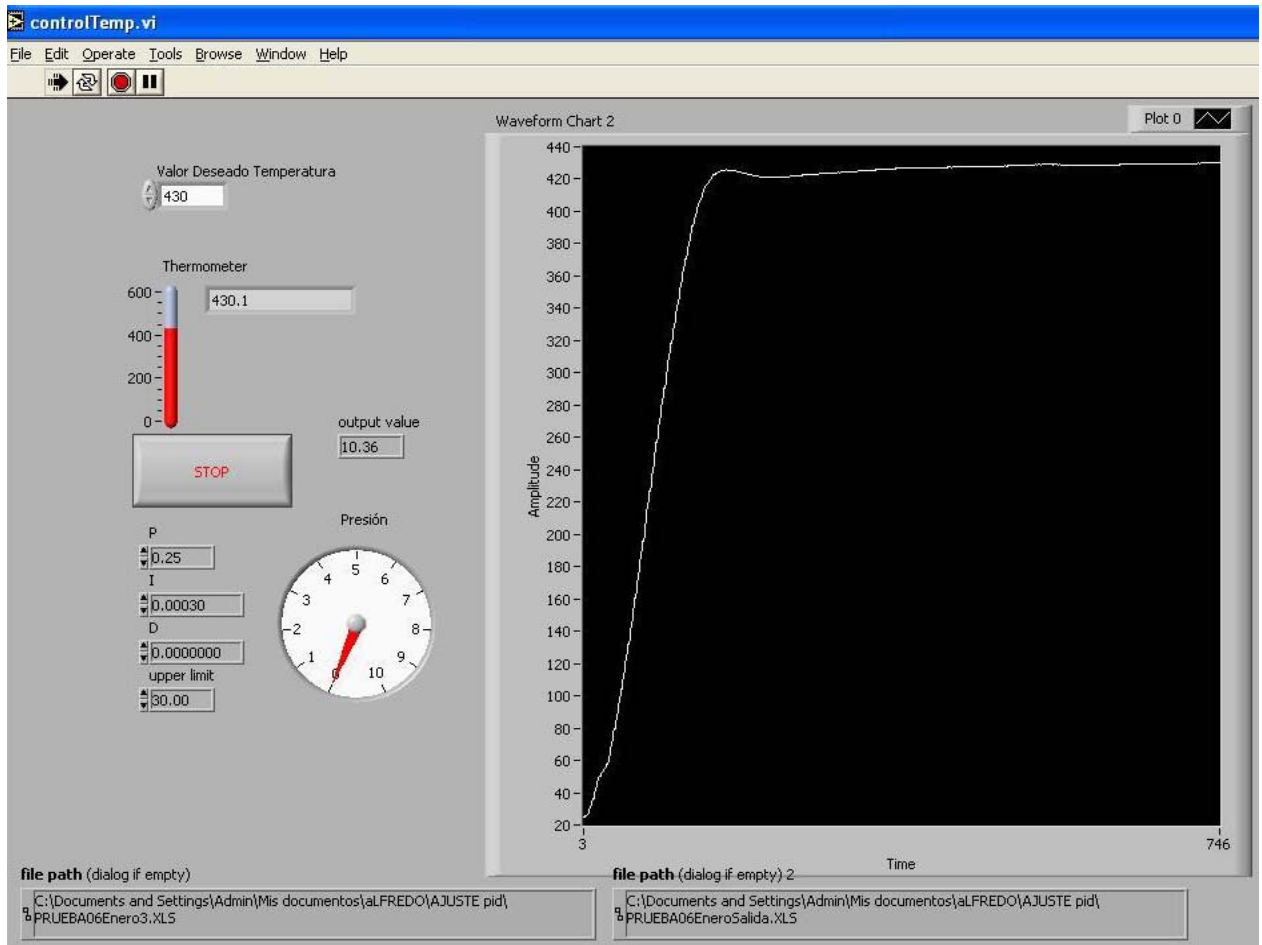


Figura 4.8. Panel frontal que muestra la respuesta del sistema para los valores $K_p=0.25000$, $K_I=0.00025$ y $K_D=0.00000$.

Comentarios

En este capítulo se han presentado, como primera aproximación, los resultados obtenidos de aplicar al sistema los valores sugeridos de K_P , K_I y K_D del capítulo anterior. Se encontró que aunque la respuesta del sistema es acotada y el tiempo empleado para llegar a la temperatura deseada es finito, se necesitan refinar tales valores mediante ensayos de prueba y error.

CONCLUSIONES

Se obtuvo la curva de reacción del horno y con ella la determinación de los valores necesarios para identificarlo como un sistema de primer orden. La función de transferencia es inmediata a partir de estos datos. Se consideraron tres voltajes de alimentación y los resultados mostraron que se pueden considerar igual número de funciones distintas. Considerando que se utilizaría un voltaje de operación de 30 V, se eligió la función correspondiente a este valor. Se observó que un modelo lineal se ajusta aceptablemente a la prueba experimental de la curva de reacción.

En cuanto a la estrategia de control, la sintonización consistió en hacer $K_D = K_I = 0$ y encontrar un valor de K_p que se acercara al set point justo por debajo y a partir de aquí, encontrar el valor óptimo de K_I . Esto último se intentó empleando el método del lugar de las raíces. Así, con la función de transferencia para un controlador Proporcional-Integral, se buscó la posición de algún cero, $s_o = -K_I / K_p$, de ella junto con su polo asociado. Habiendo encontrado empíricamente que $K_p = 0.25$ era un valor óptimo, son inmediatos los valores posibles de K_I a partir de la ecuación #. Estos valores se encontraron a partir de la superficie mostrada en la figura #. Los pares de ceros y polos que se muestran en la tabla 4, permitieron hallar la razón $-K_I / K_p$ y así los K_I posibles. Al examinar las respuestas del sistema para cada par (K_p, K_I) sugerido en el paso anterior se encontró que en el intervalo $0.00070 \leq K_I \leq 0.0625$, el sistema presenta sobrepaso y sub-amortiguamiento. Para $0 \leq K_I \leq 0.00070$ la respuesta del sistema es totalmente sobre-amortiguada y asintótica hacia cualquier set-point en el intervalo de temperatura en que se emplearán los hornos. Es entonces este intervalo donde se encuentran los pares (K_p, K_I) buscados y que se presentan a continuación:

K_p	K_I	K_D
0.25000	0.00025	0.00000

En resumen, de los resultados obtenidos se puede concluir que para obtener la respuesta más rápida y con el menor error máximo posible, los parámetros son los anteriores.

Cabe señalar que estos pertenecen a un conjunto de pares que de igual manera podrían satisfacer los criterios de control.

APÉNDICE A

Sistemas de primer orden con tiempo de retraso T_L .

Ya hemos supuesto que la respuesta de un sistema en lazo abierto puede ser determinada experimentalmente.

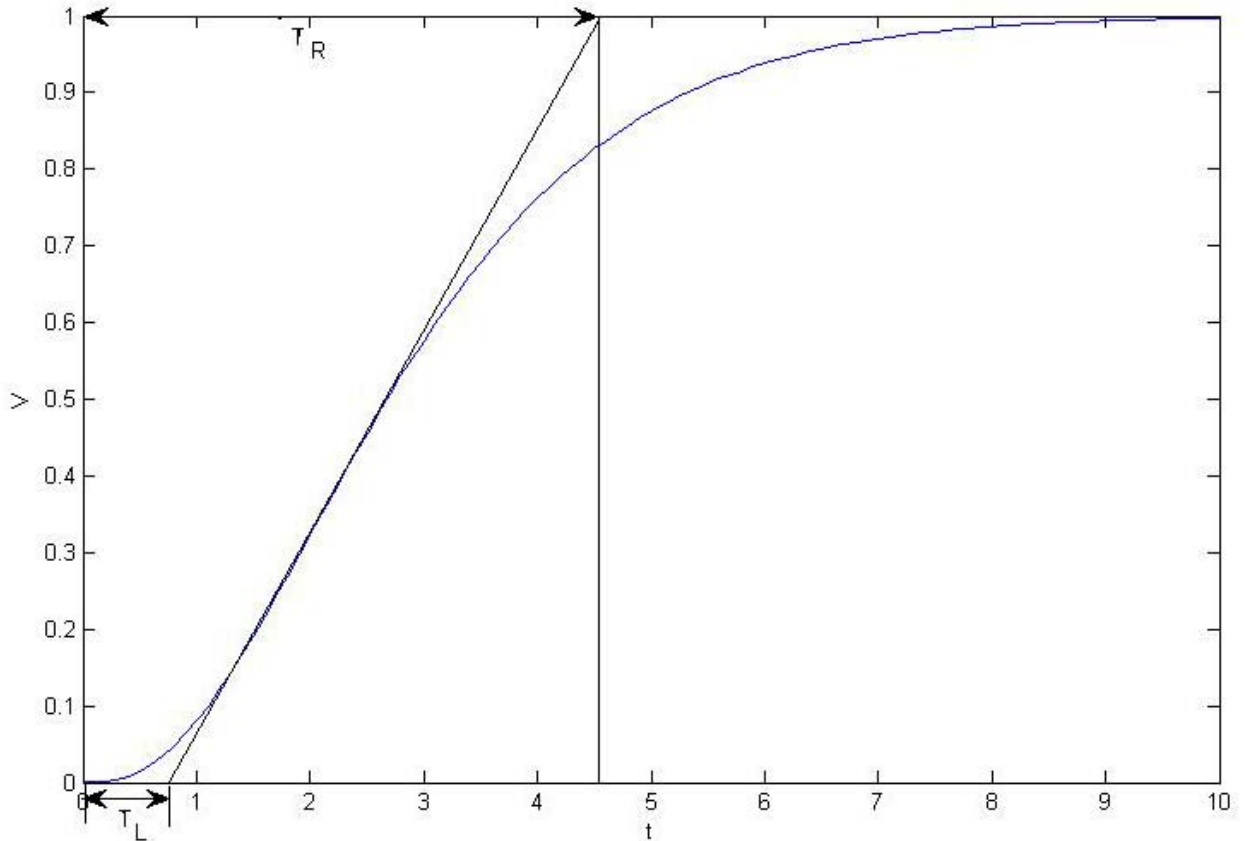


Figura A.1. Curva de reacción de un sistema de primer orden con tiempo de retraso T_L y tiempo de reacción T_R .

La curva de reacción se puede escribir por segmentos

$$\varphi(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq t \leq T_L \\ V \frac{t - T_L}{T_R - T_L} & \text{si } T_L \leq t \leq T_R \\ V & \text{si } t \geq T_R \end{cases}$$

$$F(s) = sL(\varphi(t)) = sV \left[\int_{T_L}^{T_R} \frac{t - T_L}{T_R - T_L} e^{-st} dt + \int_{T_R}^{\infty} e^{-st} dt \right] = \frac{V}{T_R - T_L} \frac{1}{s} (e^{-sT_L} - e^{-sT_R})$$

$$\begin{aligned}
F(i\omega) &= \frac{V}{T_R - T_L} \frac{1}{i\omega} (\cos \omega T_L - i \operatorname{sen} \omega T_L - \cos \omega T_R + i \operatorname{sen} \omega T_R) \\
&= \frac{V}{\omega(T_R - T_L)} [(\operatorname{sen} \omega T_R - \operatorname{sen} \omega T_L) + i(\cos \omega T_R - \cos \omega T_L)]
\end{aligned} \quad \text{ec. ()}$$

Y aplicando el criterio de estabilidad:

$$\begin{aligned}
\operatorname{Im}(F(i\omega)) &= \frac{V}{\omega(T_R - T_L)} (\cos \omega T_R - \cos \omega T_L) = 0 \\
\operatorname{Re}(F(i\omega)) &= \frac{V}{\omega(T_R - T_L)} (\operatorname{sen} \omega T_R - \operatorname{sen} \omega T_L) = -1
\end{aligned} \quad \text{ec. ()}$$

$$\tan\left(\omega \frac{T_R + T_L}{2}\right) = 0 \quad \text{ec. ()}$$

$$\omega \frac{T_R + T_L}{2} = (k+1)\pi \quad \text{ec. ()}$$

$$V = (-1)^k \frac{\frac{T_R - T_L}{T_R + T_L} (k+1)\pi}{\operatorname{sen}\left(\frac{T_R - T_L}{T_R + T_L} (k+1)\pi\right)} \quad \text{ec. ()}$$

Se descartan los valores impares de k ya que producirían valores negativos de V .

Para $k=0$ se obtienen

$$V_o = \frac{\pi \frac{1 - T_L/T_R}{1 + T_L/T_R}}{\operatorname{sen}\left(\pi \frac{1 - T_L/T_R}{1 + T_L/T_R}\right)} \quad \text{ec. ()}$$

Para valores muy pequeños de T_L/T_R , V se hace arbitrariamente grande,

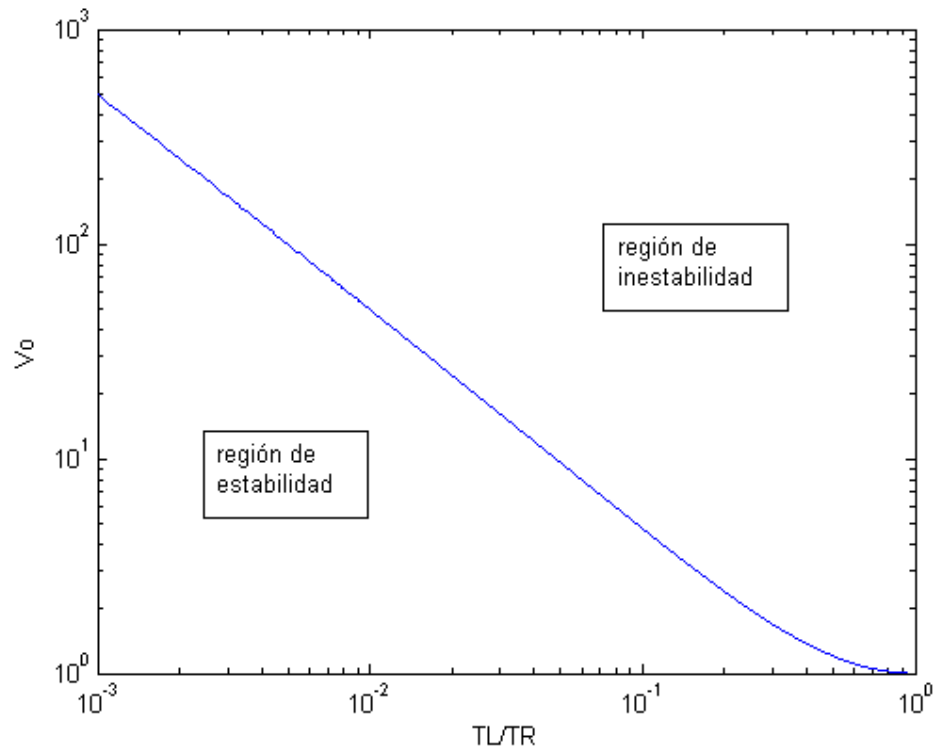


Figura A.2.

$$G_C(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$$

Esta ecuación puede escribirse como

$$G_C(s) = \frac{K_p s + K_I}{s} = \frac{K_p (s + K_I / K_p)}{s}$$

Este controlador tiene un polo en el origen y un cero en $-K_I / K_p$.

condición de estabilidad de un sistema:

$$1 + G_C(s)G_p(s)H(s) = 1$$

nos permitirá hallar los valores de K_p y K_I .

APÉNDICE B

Adquisición de datos

La adquisición de los datos del termopar se efectúa con los módulos de comunicación *Field Point* de *National Instruments*.



Figura B.1. Módulo de adquisición de datos *Field Point* de *N.I.*

Estos módulos son la interfase de comunicación entre el termopar y la computadora. Una vez configurada la interfase, las señales de salida del módulo de adquisición (figura B.1) son procesadas ahora por el módulo de control PID programado con *Lab View*.

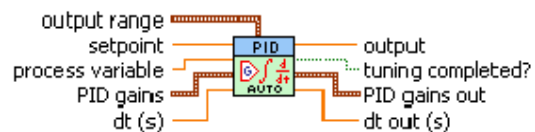


Figura B.2. PID en *LabView*

El error se genera con la diferencia del *set-point* y la variable de proceso que es la temperatura.

$$\text{error } e = (\text{set point}) - \text{Temperatura}$$

La figura B.2 La acción de control PID esta dada por

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_0^t e(t) dt + K_D \frac{d}{dt} e(t)$$

El diagrama de bloques de la figura B.3

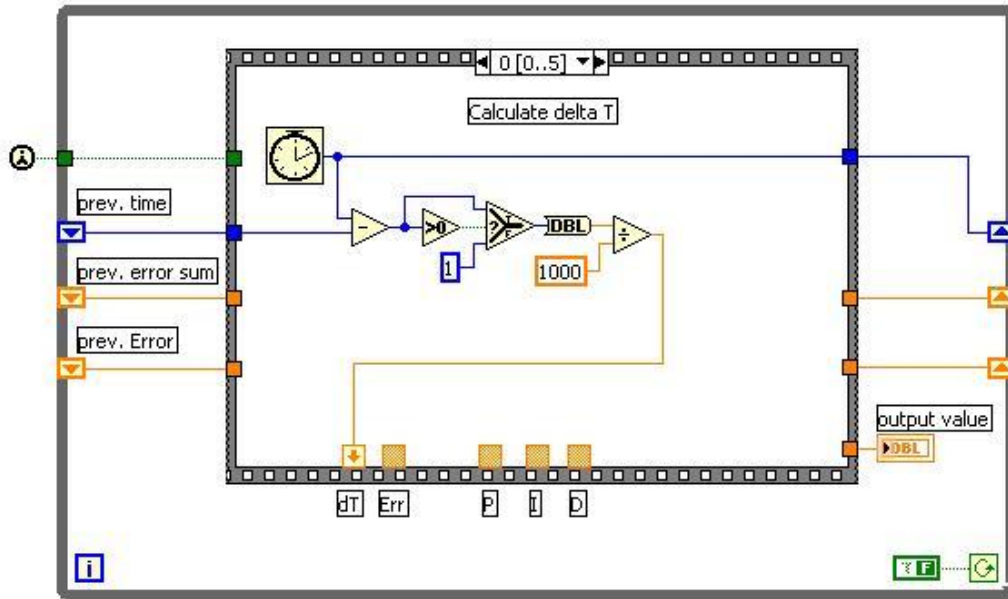


Figura B.3. Diagrama de bloques del PID en LabView.

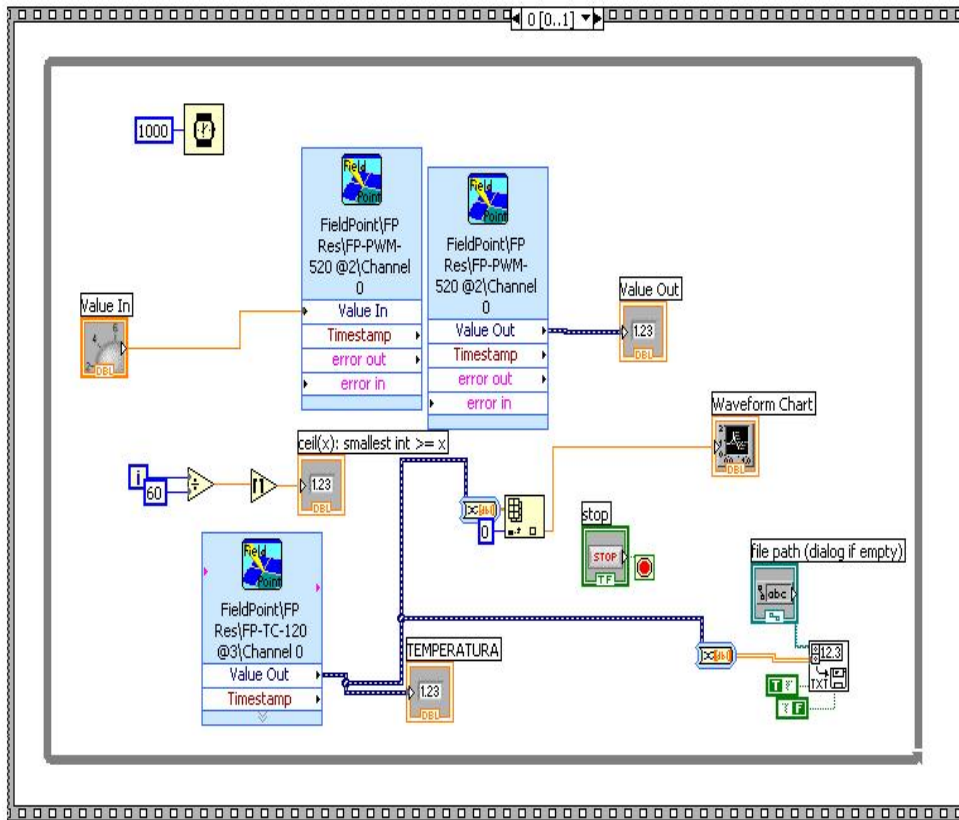


Figura B.4. Diagrama de bloques

REFERENCIAS

- 1) G. Rayo López, Control de temperatura para un horno industrial de secado utilizando un control PID analógico, Facultad de Ingeniería UNAM, 2001
- 2) K. Ogata, Ingeniería deControl Moderna, Prentice Hall, (1998).
- 3) C. Phillips, R. Harbor, Feedback Control Systems, Prentice Hall, (1988).
- 4) C. Johnson, Process Control Instrumentation Technology, Prentice Hall (2006).
- 5) D.C. Bird, Experimentation, Prentice Hall (1962).

“La vida de un naturalista
sería feliz si únicamente
tuviera que observar y
nunca escribir”

Charles Darwin