



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

FACULTAD DE QUÍMICA

**MEZCLADO TÉRMICO EN OLLAS AGITADAS CON GAS, ASISTIDO
POR MODELADO FÍSICO**

TESIS

**QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
INGENIERO QUÍMICO METALÚRGICO**

PRESENTA:

MARCO ANTONIO ROMERO ALVARADO

TUTOR:

MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ



MÉXICO, D.F.

2013



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

JURADO ASIGNADO:

PRESIDENTE: Profesor: Eusebio Cándido Atlatenco Tlapanco

VOCAL: Profesor: Carlos González Rivera

SECRETARIO: Profesor: Marco Aurelio Ramírez Argáez

1er. SUPLENTE: Profesor: Héctor Cruz Mejía

2° SUPLENTE: Profesor: Adrián Manuel Amaro Villeda

**SITIO DONDE SE DESARROLLÓ EL TEMA: EDIFICIO D,
FACULTAD DE QUÍMICA, UNAM.**

ASESOR DEL TEMA: -----
Dr. Marco Aurelio Ramírez Argáez

SUPERVISOR TÉCNICO: -----
M. en I. Adrián Manuel Amaro Villeda

SUSTENTANTE: -----
Marco Antonio Romero Alvarado

AGRADEZCO AL PROGRAMA PAPIIT IN-1093 10-2 CON TÍTULO MODELACIÓN FÍSICA Y MATEMÁTICA DEL EFECTO DE LA INCIDENCIA DE UN GET GASEOSO EN LA SUPERFICIE LIBRE DE UN BAÑO DE ACERO LÍQUIDO, DIRIGIDO POR EL DOCTOR MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ, POR EL APOYO RECIBIDO DURANTE EL DESARROLLO DE ESTA TESIS.

AL DR. MARCO AURELIO RAMÍREZ ARGÁEZ POR LA OPORTUNIDAD DE PERTENECER A SU GRAN EQUIPO DE ESTUDIANTES, POR EL TIEMPO Y LA DEDICACIÓN QUE DEDICO A ESTE TRABAJO Y LOS CONSEJOS QUE ME BRINDO, GRACIAS.

AL MAESTRO ADRIAN MANUEL AMARO VILLEDA POR SU APOYO, CONSEJOS Y PACIENCIA DURANTE LA REALIZACIÓN DE ESTE TRABAJO.

A TODOS LOS PROFESORES DE LA FACULTAD DE QUÍMICA Y EN ESPECIFICO A LOS QUE PERTENECEN AL DEPARTAMENTO DE METALURGÍA, POR LOS CONOCIMIENTOS QUE ME HAN BRINDADO.

LA MAYORÍA DE LAS PERSONAS TIENEN MIEDO A LA MUERTE PORQUE NO HAN HECHO NADA DE SU VIDA.

PETER ALEXANDER USTINOV

LA VIDA ES AQUELLO QUE TE VA SUCEDIENDO MIENTRAS TE EMPEÑAS EN HACER OTROS PLANES.

JOHN LENNON

UN GENIO ES ALGUIEN QUE DESCUBRE QUE LA PIEDRA QUE CAE Y LA LUNA QUE NO CAE REPRESENTAN UN SOLO Y MISMO FENÓMENO.

ERNESTO SÁBATO

DEDICATORIAS

A mi padre: por su trabajo, su esfuerzo, su dedicación, sus regaños, consejos, su apoyo, sus enseñanzas y sus muy particulares muestras de cariño, gracias.

A mi madre: por su cariño, confianza, abnegación, por los regaños, las enseñanzas, los consejos y sobre todo por la vida misma, gracias.

A mis hermanos (Adriana y Armando): por estar aquí cuando los necesito, por ser parte de mi vida, por ser como son. Los quiero.

A mi familia: Porque a pesar de todo me siento dichoso de contar con ustedes.

A mis profesores: al Doctor Marco Aurelio, al Maestro Adrian Villeda, al Maestro Guillermo Salas y a todos aquellos que me han brindado un poco de sí mismos a través de sus conocimientos.

A la UNAM: por tanto a cambio de tan poco. Estoy orgulloso de estar entre tus filas y de ser universitario.

A mis amigos: Juan Carlos Contreras, Juan Antonio García, Raquel Miranda, Cesar Dimas, Karla Hernández, Erwin Ortiz, Manuel Acasio, Israel Saavedra , Ricardo Pérez, Ofelia García, Rodrigo García, Gustavo Peralta, Aldahir Sánchez, Hector Rivero, Aldo Franco, Ángel Casimiro, Oscar Manzano, Reyna Sánchez, Gerardo Sandoval, Saúl Corona, Gerardo Jiménez, André Vázquez, Edgar Flores, Angélica, Luis y Sergio Vera, a Ricardo Hernández. Por último a Vianney Moranchel del Villar (Vianka) por su cariño, su confianza y su apoyo durante los últimos meses. Gracias a todos por estar.

Por todo lo que representan para mí y todo lo que significan en mi vida pasada, actual y futura,
GRACIAS.

CAPÍTULO 1.....	8
INTRODUCCIÓN.....	8
1.1 PERFIL ECÓNOMICO DEL ACERO EN MÉXICO	8
1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE ACERACIÓN.....	10
1.3 METALURGIA DE LA OLLA (STEEL LADLE METALLURGY).....	12
1.4 JUSTIFICACIÓN.....	14
1.5 OBJETIVOS.....	15
1.6 HIPÓTESIS.....	15
1.7 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA.....	16
1.7.1 MODELADO FÍSICO.....	17
1.7.2. MODELADO MATEMÁTICO	18
1.7.3 INVESTIGACIONES CON ESTUDIOS MIXTOS	19
1.8 MEZCLADO TÉRMICO Y FUSIÓN EN OLLAS AGITADAS CON GAS.....	20
CAPITULO 2.....	26
MODELO FÍSICO	26
2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA.....	26
2.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO FÍSICO(DETALLES DE ESCALAMIENTO)	27
2.3 DISEÑO EXPERIMENTAL.....	29
2.4. MONTAJE Y DESMONTAJE	33
2.5 EXPERIMENTACIÓN	36
CAPÍTULO 3.....	37
RESULTADOS Y DISCUSIÓN	37
3.1 CAMBIO DE TEMPERATURA CON EL TIEMPO.....	37
3.1.1 EFECTO POSICIÓN DEL TAPÓN	37
3.1.2 EFECTO FLUJO DE AÍRE	42
3.1.3 EFECTO NÚMERO DE TAPONES	45
3.2. TIEMPOS CALCULADOS DE MEZCLADO TÉRMICO	48
3.2.1. EFECTO POSICIÓN DEL TAPÓN SOBRE EL TIEMPO DE MEZCLADO.....	51
3.2.2 EFECTO FLUJO DE GAS SOBRE EL TIEMPO DE MEZCLADO	51
3.2.3 EFECTO NÚMERO DE TAPONES SOBRE EL TIEMPO DE MEZCLADO	52
3.3 TIEMPOS DE FUSIÓN	53

3.4. TRANSFERENCIA DE CALOR CONVECTIVA.....	55
3.4.1 CALCULO DEL AREA DE LOS CILINDROS DE HIELO EN FUNCIÓN DEL TIEMPO	55
3.4.2 BALANCE DE MASA-ENERGÍA	56
3.4.3 TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN	56
CAPITULO 4.....	61
CONCLUSIONES.....	61
BIBLIOGRAFIA.....	63
APENDICE	65
1. CALCULO DEL AREA DE LOS CILINDROS DE HIELO.....	65

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

1.1 PERFIL ECÓNOMICO DEL ACERO EN MÉXICO

La industria siderúrgica en México es un importante soporte para el sector manufacturero y la economía en general, pues tiene una amplia relación con diversas ramas, ya sea como proveedora o como cliente.

En 2011, la industria siderúrgica generó un Producto Interno Bruto (PIB) de 380 mil millones de dólares, es decir, el 15.1 por ciento del PIB manufacturero y el 8 por ciento del PIB industrial. Actualmente, genera 53 mil empleos de forma directa y más de medio millón de empleos indirectos. Esta industria es el primer consumidor de electricidad y gas natural, con 6.2% de la producción nacional de electricidad y 17.8% de la producción de gas natural, además, ocupa el 4.84% de la capacidad total de la industria nacional del transporte de carga [1].

En 2009 la producción de acero presentó un descenso importante por efecto de la situación financiera internacional. Para el 2011 la producción de acero en México alcanzó 18.1 millones de toneladas métricas (MMT), 7.3% superior al 2010. Esto nos indica que la tendencia de recuperación del sector manufacturero y en específico de la industria siderúrgica sigue en progreso (ver Figura 1.1.1).

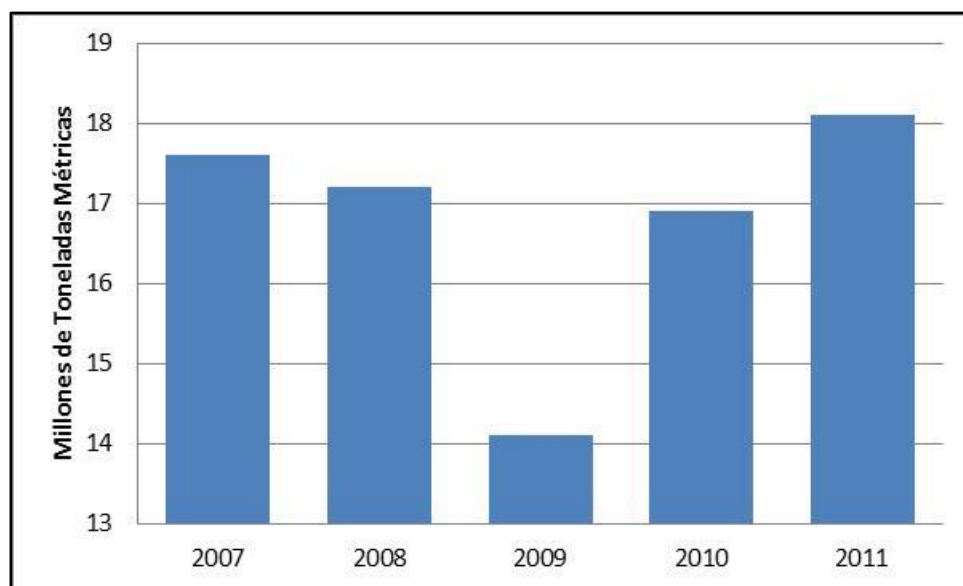


Figura 1.1.1 Producción Nacional de Acero en millones de toneladas métricas (MMT) [2]

Las cinco empresas principales en nuestro país: ArcelorMittal, AHMSA, Ternium México, DeAcero y TAMSA, en conjunto concentran el 85% de la producción nacional de acero. El 15% restante de la producción nacional de acero lo realizan otras acerías como ICH, Grupo San Luis, Aceros Corsa y Grupo SIMEC, entre otras.

El mercado del acero, se caracteriza por estar altamente globalizado. La estructura del mercado mundial en 2011 es la siguiente: Asia concentra el 64% del total y le siguen Europa con el 21.9% y América con el 11.2%. De los primeros 15 países productores a nivel mundial, 5 son de Asia, 7 de Europa (incluye Rusia, Ucrania y Turquía) y 3 de América (2 de América Latina -México y Brasil-) (Figura 1.1.2).

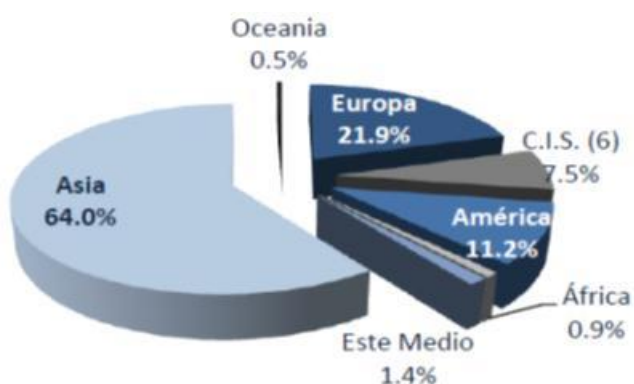


Figura 1.1.2. Participación Porcentual por región en la Producción Mundial de Acero [2].

El hecho de que la participación de Asia sea tan grande se debe a que China y Japón produjeron 683.3 y 107.6 Millones de Toneladas Métricas de acero en el 2011. Como bien se sabe, la economía China sufre un momento de cambio meteórico: en 20 años pasó de tener una economía eminentemente agrícola a una economía basada en la fuerza industrial lo cual se ve reflejado en sus altos índices de productividad. Por su parte, a pesar de los fenómenos ambientales que han mermado su economía en 2011, Japón sigue apareciendo como un país de elite en la producción de acero.

La producción alcanzada en México en el año 2011, representa la cifra más alta para en los últimos cinco años y ubica a México en el 13° lugar mundial, por arriba de países como Francia y El Reino Unido (ver Figura 1.1.3); sin embargo, el optimismo de la alta producción Mexicana en 2011 debe tomarse con cautela, dada la fragilidad de la economía mundial y el crecimiento moderado del PIB como resultado de la crisis derivada de la deuda europea que provoca incertidumbre financiera y volatilidad cambiaria, lo que podría afectar a los niveles de inversión nacional y mundial [3].

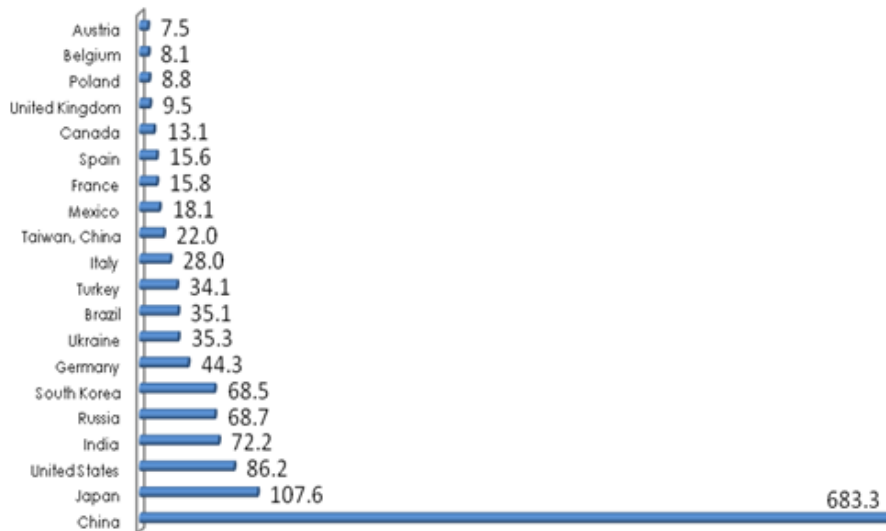


Figura 1.1.3. Producción Mundial de Acero (MMT) [2]

Por todo esto, podemos considerar a la industria siderúrgica mexicana, como una de las principales fuentes de generación de insumos para el país, importante no solo en el ámbito económico nacional, sino en el desarrollo sostenido del país.

1.2 DESCRIPCIÓN DEL PROCESO DE ACERACIÓN

La producción de acero es un proceso que consta de diferentes etapas que incluyen: la extracción del mineral de hierro o la recolección y clasificación de la chatarra, la producción de arrabio, la metalurgia de refinación primaria y secundaria, la colada continua, entre otras (ver Figura 1.2.1).

Estos procedimientos derivan en algunos de los siguientes procesos de fabricación: laminación en frío, forjado, maquinado, revestimiento, unión, etc.

Existen dos rutas a través de las cuales se puede producir el acero: 1) la Ruta Integrada y 2) la Ruta No Integrada.

1) RUTA INTEGRADA.

Esta ruta inicia con la extracción del mineral de óxido de hierro (hematita) hasta la generación de productos semiterminados (lámina, perfiles, alambrón, varilla etcétera). A grandes rasgos podemos dividir al proceso en dos fases, donde la primera consiste en reducir el mineral de hierro para formar arrabio y la segunda consiste en transformar el arrabio obtenido en acero.

En la primera fase el mineral de hierro se procesa para concentrarlo y formar pellets. Enseguida, el mineral “pelletizado” puede pasar a un Alto Horno o a un Horno de Reducción Directa. En el caso de que el mineral de hierro se lleve al Alto Horno se obtiene como producto arrabio (solución de hierro saturada en carbono). El arrabio pasa enseguida al horno BOF (acrónimo del inglés Basic Oxygen Furnace) donde se elimina el exceso de carbono inyectando oxígeno al hierro fundido para obtener acero, posteriormente el acero producido en el BOF pasa al Horno Olla donde se realizan operaciones de ajuste de composición, desgasificación y eliminación de inclusiones para que posteriormente sea llevado al distribuidor (Tundish) del proceso de Colada Continua, donde en la máquina de colada continua se solidifica en forma de tochos, planchones, etcétera.

La segunda opción es llevar el mineral de hierro a un Horno de Reducción Directa de donde se obtiene hierro esponja (partículas sólidas porosas de hierro). Este hierro esponja se lleva a un Horno de Arco eléctrico donde se funde y se elimina el exceso de carbono, posteriormente el acero obtenido se alimenta al Horno Olla donde se realizan las operaciones ya mencionadas, para finalmente ser alimentado al proceso de Colada Continua.

2) RUTA DIRECTA (NO INTEGRADA).

En esta ruta la materia prima consiste en chatarra (material reciclado de hierro y acero). La chatarra se alimenta directamente al Horno de Arco Eléctrico donde se funde, posteriormente el acero obtenido pasa al Horno Olla donde se realizan las mismas operaciones que en la ruta integrada para finalmente ser llevado al distribuidor (Tundish) del proceso de Colada Continua para su solidificación.

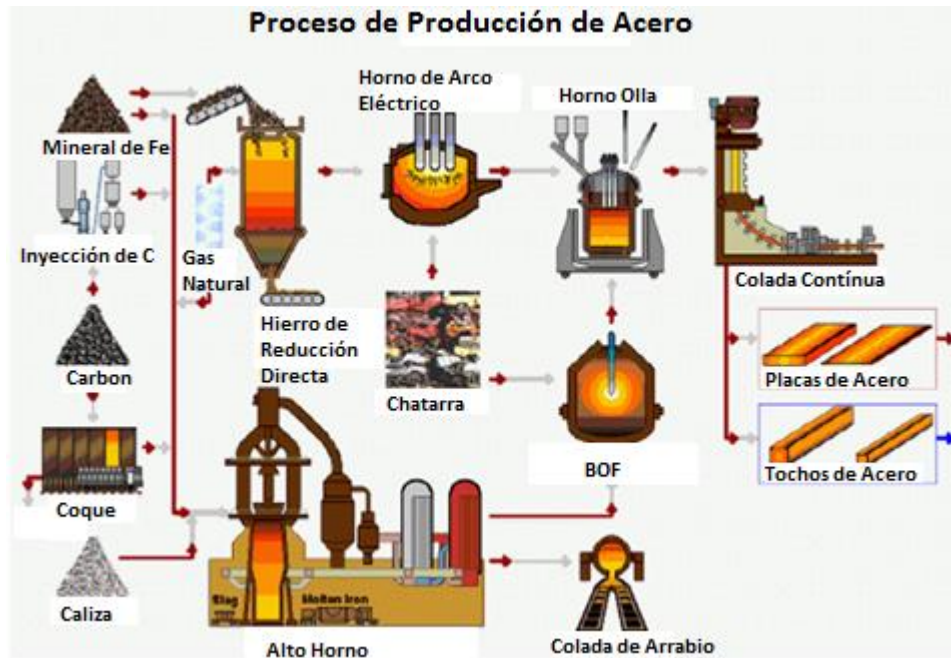


FIGURA 1.2.1 Diagrama de flujo del proceso de aceración [4].

1.3 METALURGIA DE LA OLLA (STEEL LADLE METALLURGY)

El horno olla, reactor motivo de este estudio, es un reactor metalúrgico que consiste en una olla de acero revestida de refractario que contiene acero líquido y que opera en una estación donde hay tres electrodos que sirven para el calentamiento del acero proveniente del Horno de Arco Eléctrico o el BOF. Estos electrodos pueden calentar al acero dentro del horno a una razón de hasta $3^{\circ}\text{C}/\text{min.}$; las capacidades de estos hornos van de 60 hasta 220 toneladas. Asimismo, poseen una lanza de inyección de polvos para realizar la desulfurización profunda del acero. El horno posee en el fondo tapones porosos por donde se insufla gas (generalmente Ar), el número y la configuración de estos tapones en el horno es variable y su función es agitar al acero líquido para promover la homogeneidad térmica y química del metal fundido.

En la Figura 1.3.1, se observa un esquema de un horno olla con un solo tapón poroso.

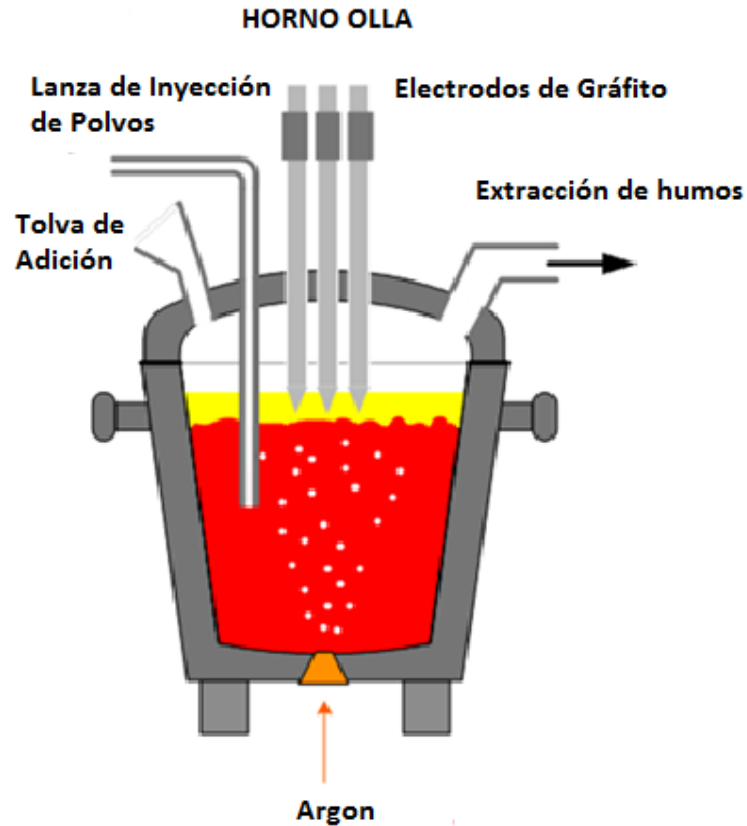


Figura 1.3.1. Esquema de un Horno Olla [5].

El horno olla es utilizado para la refinación del acero, actualmente no existe ningún proceso de producción de acero en el que el Horno Olla no participe.

La manufactura primaria o metalurgia primaria se lleva a cabo en el BOF o en Hornos de Arco Eléctrico. Estos hornos se utilizan actualmente solo para la fusión u obtención del acero líquido; mientras que el resto de los objetivos metalúrgicos, tales como la desoxidación, la desulfurización, la adición de aleantes, la homogeneización térmica y química del baño de acero líquido, la eliminación y/o modificación de inclusiones no metálicas, el purgado y el ajuste en la temperatura se llevan a cabo en el Horno Olla. El conjunto de operaciones que se realizan en este horno son de tal importancia que comúnmente se denominan como Metalurgia (o refinación) Secundaria del acero.

Los principales objetivos perseguidos durante la Metalurgia secundaria son:

- Control de gases. La eliminación de gases disueltos en el baño de acero, primordialmente el hidrogeno, nitrógeno y el oxígeno provenientes de la atmósfera.
- Desulfuración. Obtención de bajos contenidos de azufre, menores a 0.010% en peso.
- Microlimpieza. Remoción de partículas no metálicas, generalmente inclusiones de óxidos y sulfuros.
- Manejo de la morfología de la inclusiones. Debido a que con la microlimpieza no es posible eliminar por completo las inclusiones, durante este procedimiento se busca cambiar la composición química y/o la forma de dichas partículas no deseadas, para al final obtener un acero con propiedades mecánicas adecuadas.
- Ajuste de composición química. La cual se logra mediante la adición de elementos aleantes al baño metálico.
- Homogeneización térmica y química del baño metálico. Que se refiere a la eliminación de gradientes térmicos y químicos dentro del baño de acero líquido.

Debido a que en todos estos procesos interviene el transporte de masa, el baño metálico se agita mediante la inyección de gases, generalmente se utiliza argón debido a que es un gas insoluble e inerte en el acero, con lo que se aceleran los mecanismos de transporte de masa.

1.4 JUSTIFICACIÓN

Hoy en día, en el mercado global del acero solo las industrias competitivas que optimizan sus procesos de producción sobreviven al cambiante, pero sobre todo creciente desarrollo de la economía mundial. Una empresa con un nivel bajo de producción, costos de producción altos que derivan en productos terminados de baja calidad, está destinada al fracaso dentro del modelo económico actual.

Actualmente, una de las estrategias empresariales para el incremento de la productividad es el desarrollar ciencia y tecnologías propias, basadas en el estudio de los principios fundamentales que gobiernan los procesos de fabricación del acero. En este sentido el desarrollo de la Ingeniería de Procesos Metalúrgicos se ha visto soportado por los resultados que ha arrojado durante los últimos 40 años en la optimización de los procesos.

Como se ha mencionado en líneas anteriores, la metalurgia secundaria o metalurgia de la olla juega un papel decisivo en la calidad final del acero producido, por tal motivo es necesidad imperante conocer y controlar los fenómenos que rigen los procesos que se llevan a cabo durante esta etapa, no solo para obtener aceros de alta calidad, sino para optimizar el proceso, reduciendo el costo y tiempo de producción.

Por tal razón el desarrollo de modelos matemáticos y físicos como herramientas que colaboren con un mayor entendimiento de la fenomenología que ocurre en el

reactor, así como un panorama de entendimiento global del proceso son necesarios, para lograr una optimización real de la metalurgia secundaria y en general de cualquier proceso de fabricación del acero.

En particular, el estudio de la cinética de fusión de partículas sólidas dentro de la olla metalúrgica ha captado la atención de muchos investigadores durante las últimas décadas, ya que la adición de aleantes sólidos al baño de metal fundido es práctica común durante el ajuste de la composición que se hace en la metalurgia secundaria, por lo que un mejor entendimiento de los procesos de transferencia de energía y masa durante la fusión es requerido para así lograr una mayor eficiencia en el mezclado térmico y químico.

1.5 OBJETIVOS

Los objetivos que persigue el trabajo que aquí se presenta, se enumeran a continuación:

1. Simular físicamente la inyección de gases en una olla de acero a través de un modelo físico de agua (acero) inyectado con aire (argón) por el fondo para fundir bloques de hielo (aleantes sólidos).
2. Determinar los efectos de las principales variables de proceso (flujo de gas, número y posición de los tapones) sobre el mezclado térmico.
3. Determinar los efectos de las principales variables de proceso (flujo de gas, número y posición de los tapones) sobre la transferencia de calor desde el baño a partículas sólidas (agua a bloque de hielo).
4. Determinar los coeficientes de transferencia de calor globales para esta operación particular en función de las principales variables analizadas.

1.6 HIPÓTESIS

La cinética de mezclado térmico y de la transferencia de calor entre un sólido añadido al baño, se verán afectadas por los factores de la posición del tapón, número de tapones y el flujo de gas suministrado al baño líquido, ya que ambos fenómenos están gobernados por la convección forzada que se promueve en las ollas agitadas con gas. La posición del tapón que logre patrones de flujo que minimicen los tiempos de fusión será la adecuada para agregar aleantes. Por la simetría del reactor se espera obtener menores tiempos de fusión con la posición central (posición cero) de inyección de gas.

En otras palabras, se espera un aumento general del coeficiente de transferencia de energía por convección dentro del baño metálico a mayor flujo de gas, de la misma manera, el mezclado térmico se acelerará dentro de la olla debido al aumento significativo en la agitación del baño.

1.7 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Las condiciones de operación dentro del horno olla son complejas debido a las condiciones mismas del proceso, es decir, las altas temperaturas, las dimensiones físicas y el tonelaje de acero contenido dentro de la olla, así como la falta de visibilidad dentro del reactor a causa de la opacidad del acero líquido y del reactor, hacen difícil la experimentación y la determinación de las mediciones requeridas durante el proceso para alcanzar entendimiento, control y optimización de la operación.

Durante las últimas décadas se ha desarrollado lo que hoy conocemos como la Ingeniería de Procesos Metalúrgicos, la cual, a través del empleo de Modelos Físicos, Modelos Matemáticos, mediciones en laboratorio, mediciones en plantas piloto y mediciones en plantas industriales ha logrado optimizar, desarrollar y analizar los procesos metalúrgicos existentes en base a un mejor entendimiento de los mismos, de igual forma ha contribuido al diseño y creación de nuevas tecnologías durante la producción de acero.

Dentro del ámbito ingenieril un *modelo es la representación aproximada de un sistema físico real, usado para la predicción del comportamiento del sistema en algún aspecto deseado*. Existen dos grandes ramas en la modelación ingenieril de los sistemas físicos reales.

Por un lado tenemos a los Modelos Matemáticos donde el estudio se efectúa en base a un objetivo de estudio y la definición matemática del problema, lo cual aporta un nivel de complejidad considerable a estos modelos. La representación del sistema industrial real se hace en base a un conjunto de ecuaciones matemáticas (algebraicas o diferenciales) que describen de manera aproximada el comportamiento del sistema.

El segundo tipo de modelos ingenieriles, son los Modelos Físicos. Estos modelos son una representación física aproximada del sistema bajo estudio, mediante el uso de materiales distintos y que generalmente se desarrollan a escala menor que el sistema industrial real. Los modelos físicos se usan para efectuar mediciones que de otra forma serían imposibles de realizar en los sistemas industriales reales. También tienen la importante tarea de validar en muchas ocasiones las predicciones obtenidas a través de los Modelos Matemáticos.

Se han realizado esfuerzos considerables durante las últimas tres décadas en la investigación de las operaciones realizadas en las ollas agitadas con gas, tal y como nos lo señala Mazumdar y Guthrie en su excelente revisión de la literatura [5]. Durante estos años los avances científicos y tecnológicos, en específico los avances computacionales han permitido resolver con mayor eficacia y rapidez las ecuaciones que gobiernan los fenómenos que ocurren dentro de la olla.

En la literatura especializada es relativamente fácil encontrar trabajos acerca de la Modelación Física y/o Matemática en ollas, en específico de ollas agitadas con gas. Para un mejor entendimiento acerca de los diferentes tipos de modelación de los procesos metalúrgicos Mazumdar & Guthrie [6], nos proponen clasificar a los estudios realizados sobre las Ollas agitadas con gas de la siguiente manera:

- a) MODELOS FÍSICOS
- b) MODELOS MATEMÁTICOS
- c) INVESTIGACIONES CON ESTUDIOS MIXTOS (MODELOS FÍSICOS AUNADOS A UN MODELO MATEMÁTICO)

1.7.1 MODELADO FÍSICO

Dentro de los temas abordados mediante el empleo de este tipo de modelos encontramos estudios sobre la interacción bifásica líquido- gas [6, 7, 13], el mezclado [8, 9, 10], tiempos de mezclado, creación y comportamiento de las burbujas dentro del líquido [6,7], descripción física de la pluma de gas [8,11, 12], dinámica turbulenta del líquido [8,11], tiempo de inyección de gas, número y configuración de las posiciones de inyección de gas [7,11], tipos de inyección, etc.

La principal característica que debe satisfacer un modelo físico, es que debe satisfacer ciertas condiciones, denominadas Criterios de Similitud, de lo contrario el modelo físico no simulará de forma adecuada lo que sucede en el sistema real o prototipo. Los principales criterios de similitud que debe satisfacer un modelo físico son [13]:

- ❖ Similitud Geométrica. Relación de las dimensiones significativas entre el modelo y el prototipo es la misma.
- ❖ Similitud Cinemática: Si en los sistemas geoméricamente similares, el valor de las velocidades en los puntos correspondientes entre el modelo y el prototipo se relacionan de acuerdo a $\left(\frac{V_x}{V_y}\right)_{modelo} = \left(\frac{V_x}{V_y}\right)_{prototipo}$ y $\left(\frac{V_x}{V_z}\right)_{modelo} = \left(\frac{V_x}{V_z}\right)_{prototipo}$ (siendo V_x , V_y y V_z , las componentes de las velocidades en las direcciones x,y, y z respectivamente), por ejemplo.

- ❖ Similitud Dinámica. Si en sistemas geoméricamente similares, aquellos parámetros que representan las relaciones de las fuerzas pertinentes a la situación son iguales, se cumple la similitud dinámica. Esta condición requerirá en consecuencia que entre dos sistemas dinámicamente similares, el valor numérico de los “números adimensionales” pertinentes sean iguales.
- ❖ Similitud Térmica. La temperatura adimensional debe ser igual.

En el caso de la simulación física de las ollas agitadas con gas la gran mayoría de los modelos físicos se han realizado con modelos de acrílico (simulando la olla), agua (simulando el acero líquido) y aire (simulando la inyección del gas inerte). [8]

1.7.2. MODELADO MATEMÁTICO

Al igual que con los modelos físicos, los modelos matemáticos se han desarrollado para estudiar una gran variedad de fenómenos dentro de la olla, estos incluyen estudios acerca de la hidrodinámica [8,13], de transferencia de masa y energía [8,12,16], fenómenos de turbulencia [8], entre otros.

El modelado hidrodinámico del sistema de ollas agitadas con gas, se ha llevado a cabo esencialmente bajo el uso de tres aproximaciones distintas, llamadas:

- La formulación de fase simple o de fase simple de densidad variable
- Método bifásico Lagrangiano-Euleriano
- Método bifásico Euleriano

En términos de complejidad computacional y de cálculo, la formulación de fase simple es la más sencilla. En cambio, el método bifásico Euleriano es el de mayor complejidad. Mazumdar & Guthrie [8], nos señalan que prácticamente todas las simulaciones que se han realizado utilizando el método bifásico Euleriano se han efectuado con el programa comercial PHOENICS, en donde se han acoplado los modelos hidrodinámicos con las ecuaciones de conservación de energía y masa, así como cálculos de mezclado. Es importante mencionar que en varios de los estudios computacionales realizados, se utilizan diferentes modelos de cálculo de la turbulencia.

En la Tabla 1.7.1 se comentan algunos de los elementos comunes y rasgos particulares de los diversos modelos matemáticos reportados en la literatura.

Categoría del Modelo	Elementos comunes	Rasgos Distintivos
Euleriano Bifásico	<p>Continuidad en la fase líquida y ecuaciones de balance de momentum.</p> <p>Modelos de turbulencia.</p> <p>Condiciones de frontera apropiadas.</p>	Continuidad en la fase gaseosa y ecuaciones de conservación de momentum.
Lagrangiano Bifásico		Ecuaciones de trayectoria de burbuja.
Fase Quasi-Simple		Modelos empíricos que dan las dimensiones y distribución de la pluma de gas.

Tabla 1.7.1. Características de los distintos tipos de modelos matemáticos.

Como se observa en la Tabla 1.7.1, la fase líquida continua y las ecuaciones de conservación del momentum, junto con el modelo $\kappa-\varepsilon$, así como las condiciones de frontera aplicadas, representan los elementos en común de los tres métodos reportados para simular numéricamente a las ollas agitadas con gas inyectado por el fondo a través de tapones porosos.

Las discrepancias entre los resultados de los tres métodos se encuentran principalmente en la región dentro de la pluma, principalmente dentro de la vecindad a la superficie libre y en la zona de inyección de gas.

1.7.3 INVESTIGACIONES CON ESTUDIOS MIXTOS

Generalmente los modelos matemáticos requieren de una validación, la cual se hace a través de datos obtenidos mediante mediciones experimentales, en plantas piloto, en modelos físicos o en plantas industriales (sistema real). Los modelos matemáticos en conjunto con modelos físicos apropiadamente escalados han constituido una razonable alternativa hacia un efectivo análisis de los procesos que se llevan a cabo durante la metalurgia secundaria en ollas agitadas con gas.

A la fecha se han realizado un gran número de investigaciones respecto a varios aspectos de las ollas agitadas con gas, principalmente estudios enfocados en los fenómenos hidrodinámicos, transporte de masa y energía [8, 16].

1.8 MEZCLADO TÉRMICO Y FUSIÓN EN OLLAS AGITADAS CON GAS

En las últimas tres décadas, se han desarrollado y reportado una gran variedad de modelos macroscópicos para las operaciones de producción de acero que se llevan a cabo en la olla (ver Tabla 1.8.1). El objetivo primordial es desarrollar modelos simples pero efectivos, en términos de un conjunto de variables de operación (dimensiones de la olla, flujo de gas, dimensiones de las toberas, número y distribución de las toberas, entre otros) que se puedan aplicar como una herramienta efectiva en el análisis y mejora de los procesos.

No.	Área específica de contribución	Investigador/ Grupo de investigadores	Referencias ¹
1	Hidrodinámica	Sahai & Guthrie, Mazumdar	[6],[8]
2	Escalamiento	Sahai & Guthrie, Kim and Fruehan, Mazumdar & Colaboradores	[6], [16]
3	Estructura de la pluma de gas-liquido	Oesters & colaboradores, Anagbo & Brimacombe, Castillejos & Brimacombe, Shudakhar & Mazumdar	[20]
4	Mezclado	Sano & Mori, Asai & colaboradores, Neifer & Rodi, Iguchi & Colaboradores	[9]
5	Fusión y disolución de sólidos	Asai et. al., Szekely & Colaboradores, Taniguchi et. al., Argylopoulos & colaboradores, Iguchi & colaboradores	[19]

Tabla 1.8.1. Investigadores por área en el modelado macroscópico de ollas agitadas por gas [11].

De acuerdo con los objetivos de la refinación secundaria o metalurgia secundaria, después de que el arrabio ha sido transformado en acero primario o después de que el hierro esponja y la chatarra han sido fundidos en el horno de arco eléctrico, se requiere mezclar el baño para homogeneizar la composición química y la temperatura, remover inclusiones y trasladarlas a la escoria, así como desoxidar y desulfurar el baño de acero líquido. Al inyectar Argón o algún otro gas inerte, el objetivo que se persigue desde este punto de vista, es el de favorecer o acelerar los fenómenos de transporte dentro del baño metálico.

En el instante en que se inyecta el gas, se generan dos fases dentro del baño, llamadas fase continua y fase dispersa. La fase continua está formada por el acero líquido, mientras que la fase dispersa está formada por las burbujas de gas que se generan.

¹Aquí solo se mencionan las referencias consultadas en este trabajo, para un mayor conocimiento de dichas referencias consultar [8].

Debido a la alta densidad del acero en comparación a la del gas, la fuerza boyante y la tensión superficial, no es factible que el gas forme una fase continua, de tal forma que inicia su camino ascendente desde el fondo hacia la superficie del baño en forma de burbujas, desde el punto de vista macroscópico se genera una pluma de gas (zona bifásica líquido-gas) como la que se muestra en la Figura 1.8.1.

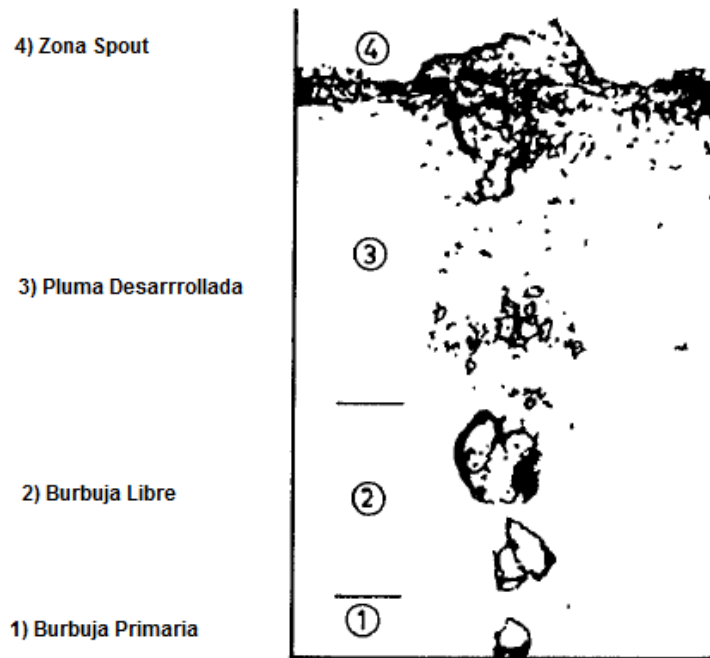


Figura 1.8.1. Diferentes zonas formadas durante el ascenso de las burbujas a lo largo del baño de metal líquido [8].

Dentro de la pluma, durante la formación, crecimiento y nucleación de las burbujas se produce un arrastre neto de fluido (acero líquido) desde el fondo del reactor hasta la superficie del mismo, dicho de otra forma, existe un transporte de momentum inercial por acción del arrastre de las burbujas sobre el líquido. Este transporte se refleja de manera macroscópica en un movimiento recirculatorio del líquido, el cual sigue ciertos patrones de flujo turbulento, como los que se muestran en la Figura 2.5.2 [8, 12].

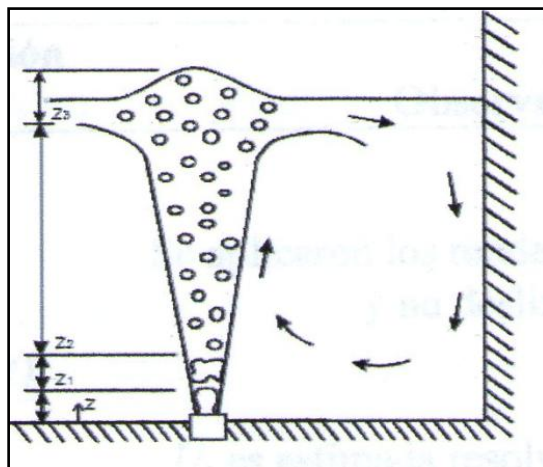


Figura 1.8.2. Patrones de recirculación dentro de la olla con un solo tapón poroso [13].

Por lo tanto, la eficiencia intrínseca de los fenómenos químicos y físicos que se llevan a cabo dentro de la olla depende directamente del mezclado y este a su vez de la dinámica del flujo dentro del reactor. El mezclado mejora las reacciones químicas al desplazar los reactivos y remover los productos de los sitios de reacción. También influencia ampliamente la homogeneidad térmica y de partículas dentro de la olla. Por tal motivo, es necesario estudiar el mezclado con el fin de evaluar el proceso de agitación de las ollas con gas argón o nitrógeno.

Mazumdar nos dice que los estudios de los fenómenos de mezclado han recibido una atención justificada a lo largo de los últimos años [6]. Con frecuencia se ha aplicado el concepto de tiempo de mezclado, τ_m , para representar el estado de agitación (y por lo tanto, un indicativo de la eficiencia de los procesos) dentro de la olla. En los estudios realizados se trata de cuantificar de manera experimental, los tiempos de mezclado en función de variables de operación (por ejemplo el flujo de gas, las dimensiones del reactor, la profundidad del baño, etc.), usando modelos acuosos apropiadamente escalados bajo los criterios de similitud. Con este fin, se han aplicado diferentes técnicas experimentales, donde los métodos basados en mediciones de conductividad eléctrica y pH, han sido los más recurridos, generalmente obteniendo correlaciones empíricas basadas en la tasa de disipación de energía (ϵ_m).

En la Tabla 1.8.2, se ilustran las condiciones experimentales tomadas en cuenta junto con las correlaciones propuestas para los tiempos de mezclado reportadas en la literatura por diferentes investigadores.

Investigadores ²	Técnica Experimental	Criterio de Mezclado	Dimensiones del reactor y masa del fluido	Flujo de gas específico (m ³ /min)	Correlación de tiempo de mezclado
Nakashi et. Al.	pH	No definido	L=0.465m D=0.42m; 64Kg	0.015 a 0.06	$\tau_m = 800 \epsilon_m^{-0.4}$
Asai et. Al.	Conductividad eléctrica	99%	D=0.405, 0.2 & 0.10 L/D= 0.5 a 1.0 52Kg a 0.4Kg	Varios dependiendo de las dimensiones del reactor	$\tau_m = 274 \epsilon_m^{-0.33} L^{-1} R^{1.36}$
Sinha&McNallan	pH	97.7%	L=0.48m D=0.45m; 76Kg	0.02 a 0.04	$\tau_m = 692 \epsilon_m^{-0.89}$
Themelis&Stapurewicz	Fotoceldas	95%	L= 0.67 a 0.1m D= 0.66m; 310Kg	0.13 a 0.96	$\tau_m = 164 \epsilon_m^{-0.39} L^{0.39}$
Mietz&Osters	Conductividad eléctrica y colorimetría	95%	L=1.0m D=0.63m; 311Kg	0.038 a 0.29	$\tau_m = C1 Q_g^{-n}$ C1 y n son funciones de la adición de trazador y los lugares de monitoreo
Mazumdar&Guthrie	Conductividad eléctrica	95% en el Bulk	L= 0.5 a 0.11m D= 1.12m; 1000Kg	0.012 a 0.06	$\tau_m = 37 \epsilon_m^{-0.33} L^{-1} R^{1.66}$
Krishnamurthy et. Al.	Conductividad eléctrica	99.9%	L= 0.1 a 0.45m D= 0.48m; 81Kg	0.11 a 2.67	$\tau_m = C1 Q_g^{-n}$ C1 y n son funciones del régimen de flujo y la profundidad del baño líquido

Tabla 1.8.2. Resumen de las configuraciones experimentales y las correlaciones de los tiempos de mezclado reportadas por diferentes investigadores [6].

Como se observa en la Tabla 1.8.2, existen diferentes formas de determinar el tiempo de mezclado en base a las mediciones realizadas, también observamos que las correlaciones para el tiempo de mezclado propuestas, son bastante disimiles entre los diferentes investigadores.

Existen varias razones para explicar las diferencias existentes entre las distintas correlaciones del tiempo de mezclado, por ejemplo, las geometrías consideradas en cada uno de los estudios son diferentes, además, mientras que para algunos investigadores durante el análisis de la cinética del mezclado es importante tomar en cuenta la tasa de disipación de energía, ϵ_m , para algunos otros el análisis energético dentro de la olla es innecesario. En resumen, podemos decir que las diferencias entre las correlaciones para los tiempos de mezclado propuestas se derivan esencialmente de los siguientes factores:

- a) El criterio adoptado para la definición de tiempo de mezclado.
- b) Los estados estándar para los flujos de gas aplicados.
- c) La ubicación y el tipo de trazador utilizado, los cuales tienden a ser diferentes de un estudio a otro.

² Para encontrar una referencia más exacta de cada una de estas investigaciones consultar la referencia [6] de este trabajo.

Además del proceso de mezclado, otro de los fenómenos que se ve afectado por la dinámica de flujo dentro del horno olla son las interacciones térmicas y de masa, entre sólidos y líquidos; por ejemplo, durante la adición de aleantes al baño líquido, la inyección de polvos entre otros.

Durante los últimos años, se han reportado varios estudios experimentales dentro de los cuales se han desarrollado nuevas correlaciones semi-empíricas y empíricas de transferencia de masa y energía, para estimar las velocidades de fusión y/o disolución dentro de la olla. Un resumen de estas correlaciones desarrolladas y/o aplicadas, se presenta en la Tabla 1.8.3.

No.	Investigadores	Correlaciones	Notas
1	Asai et. Al.	$Sh = 0.79 (Re)^{0.7} (Sc)^{0.36}$	---
2	Szekely et. Al.	$Sh = 2 + 0.7(Re)^{0.5}(Re_t)^{0.25}(Sc)^{0.33}$	Modificado y basado en la correlación de transferencia de calor propuesta por Lavender & Pei.
3	Taniguchi et. Al.	$(Nu - 2) = [0.4(Re)^{0.5} + 0.06(Re_t)^{0.66}](Pr)^{0.4} \left(\frac{\mu_h}{\mu_0}\right)^{0.25}$	Válido para $3.5 \leq Re \leq 76 \times 10^3$ Correlación original propuesta por Whitaker.
4	Szekely et. Al.	$Nu = 0.8 (Re \cdot Tu)^{0.8} (Pr)^{0.33}$	Válido para $0.15 \leq Tu$ y $100 \leq Re \leq 2 \times 10^3$
5	Mazumdar et. Al.	$Sh = 0.73 (Re)^{0.25} (Sc)^{0.33}$	Válido para $100 \leq Re \leq 800$, $1000 \leq Re \leq 3 \times 10^3$ y $Sc = 500$
6	Iguchi et. Al.	$Sh = 2 + 0.6 (Re)^{(0.5+17u)} (Sc)^{0.33}$ para una esfera $Sh = 0.63 (Re)^{(0.5+17u)} (Sc)^{0.33}$ para un cilindro	Válido para $0.3 \leq Tu \leq 0.5$ y $10^3 \leq Re \leq 10^4$
7	Argyropoulos et. Al.	$Nu = 2 + 10^{-4.817} (Re_D)^{1.556}$	Derivada directamente de los baños metálicos. Válida para $Pr = 0.014$ y Re entre 2797 y 7178, válida para ambos regímenes de flujo.

Tabla 1.8.3. Resumen de varias correlaciones de transferencia de masa y energía desarrolladas y aplicadas por diferentes investigadores a través de la estimación de las velocidades de fusión y disolución de sólidos en ollas agitadas con gas. [6]

Cabe mencionar que cada una de las ecuaciones de la Tabla 1.8.3 está asociada a una expresión apropiada de balance térmico y/o de materia para predecir la velocidad de disolución/fusión.

Debido a que las condiciones de flujo dentro de la olla son condiciones de flujo de naturaleza turbulenta, Szekely [19] y colaboradores, así como Taniguchi [6], señalan que las correlaciones clásicas para flujos transitorios (los cuales son esencialmente laminares) son insuficientes para conectar de manera adecuada los

fenómenos hidrodinámicos con las velocidades de transporte de masa y energía dentro del baño líquido.

Se ha demostrado de manera explícita por Taniguchi y sus colaboradores [6] que la correlación clásica de Ranz-Marshall desestima significativamente las velocidades de transferencia de calor ³ sobre esferas de hielo sumergidas en un baño acuoso bajo burbujeo de gas. Por esta razón estos autores adoptaron una forma modificada de la ecuación de Ranz-Marshall, aplicable a regímenes de flujos turbulentos y, conocida como la correlación de Whitaker; esta correlación puede realizar predicciones de velocidades de fusión en sistemas acuosos de manera más exacta que la correlación de Ranz -Marshall. En contraste a esto, cuando la correlación de Whitaker es aplicada a ollas que trabajan a alta temperatura, la concordancia entre las velocidades de fusión medidas y las velocidades de fusión calculadas es mala.

En estudios posteriores Mazumdar y colaboradores [6] desarrollaron una correlación para estimar las velocidades de transferencia de masa a partir de cilindros sólidos en ollas agitadas con gas, sus observaciones confirman la influencia de la turbulencia en la velocidad de los fenómenos de transporte dentro de la olla, por lo que se requiere de una correlación más apropiada a fin de obtener resultados acerca de la velocidad de transferencia de masa y energía más reales.

A todo esto se debe tomar en cuenta que las correlaciones de transferencia de masa y energía no constituyen un marco completo de la modelación matemática para la estimación de las velocidades de fusión y/o disolución, ya que estas deben ser acopladas a un modelo apropiado del balance de masa y energía dentro de la olla.

En un estudio reciente Melissari y colaboradores [21], desarrollaron un modelo matemático acerca de la transferencia de energía desde una esfera sólida a un baño líquido aplicable a una amplia gama de valores del Número de Prandtl. El principal desarrollo en su modelo matemático es que puede ser aplicado a un número variado de sistemas sólido-líquido con tan solo conocer los valores propios de algunos números adimensionales como el Reynolds y el Nusselt, obteniendo con ello correlaciones con un alto grado de concordancia entre los valores calculados y los valores experimentales obtenidos acerca de los fenómenos de transporte que ocurren cuando una partícula sólida se sumerge en un líquido en movimiento.

³ Alrededor de 40% a 50% de la tasa real de transferencia de calor [8]

CAPITULO 2

MODELO FÍSICO

2.1 DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

Cómo se ha descrito en líneas anteriores, existe una amplia variedad de estudios realizados durante los últimos 40 años referentes al modelado físico de los procesos y los fenómenos que ocurren dentro de las ollas agitadas con gas en la refinación secundaria del acero. En particular los estudios que se han realizado respecto a los fenómenos de transferencia de calor y de masa en modelos físicos son escasos, sin embargo la presencia de estos fenómenos durante la metalurgia secundaria es común, debido a que las interacciones sólido-líquido y el transporte resultante de masa y energía son característicos de muchos procesos, como la adición de aleantes, la inyección de polvos, etc.

Los procesos de mezclado térmico y estudio de la cinética de fusión de partículas sólidas dentro de la olla han sido poco desarrollados debido a la complejidad en el escalamiento de las temperaturas adimensionales. En particular los trabajos de Szekely [19] acerca del mezclado térmico y de Iguchi [6] en cuanto a las interacciones sólido-líquido marcan una pauta de estudio de los fenómenos de transferencia de calor y de masa dentro de la olla.

Debido a que no existe un estudio acoplado del mezclado térmico y fusión de partículas sólidas dentro del baño líquido en este trabajo se estudiará tal fenómeno. Asimismo, se observará la influencia de las variables de operación (número de tapones, flujo de gas y configuración de los tapones) en los tiempos de fusión y la correlación que tienen dichas variables de operación sobre el valor de la constante de transferencia de energía por convección “h” dentro de la olla. Ambos cálculos se desarrollarán a partir de los datos obtenidos mediante la experimentación dentro de un modelo del Horno Olla que se encuentra en la empresa TAMSA, utilizando hielo sólido y agua a temperatura ambiente para modelar las partículas sólidas y el acero líquido respectivamente.

Es importante aclarar que en este trabajo, se ignoran los mecanismos de transferencia de calor por conducción y radiación, debido a que se considera que su aporte al transporte total neto de energía es relativamente bajo. Además, se asume que los aleantes se incorporan por fusión y no por disolución al baño, lo cual es estrictamente cierto solo para adiciones con puntos de fusión menor a la temperatura del baño.

2.2 DESCRIPCIÓN DEL MODELO FÍSICO (DETALLES DE ESCALAMIENTO)

El horno olla prototipo modelado pertenece a la empresa TAMSA. El escalamiento se realizó previamente en otro trabajo [18]. Las dimensiones del modelo físico y del horno prototipo se muestran en la Tabla 2.2.1.

	Altura del horno (m)	Altura del baño (m)	Diámetro del horno (m)
Olla industrial (140 Ton)	3.736	2.460	3.226
Modelo Físico	0.622	0.410	0.537

Tabla 2.2.1. Datos de escalamiento dimensional del modelo físico

El escalamiento dinámico de las fuerzas que promueven la agitación se realizó a través del número adimensional de Froude Modificado (N'_{Fr}) el cual tiene el mismo valor en ambos sistemas. El número de Froude modificado es el cociente entre las fuerzas inerciales y las fuerzas boyantes (Ecuación 1). Las fuerzas boyantes son las responsables del ascenso de las burbujas por el baño de metal líquido, fenómeno que a su vez, es responsable de la agitación del baño, por lo tanto el escalamiento dinámico tiene que ver con la cantidad de gas inyectado al baño.

$$N'_{Fr} = \frac{u^2 \rho_g}{(\rho_l - \rho_g)gL} \quad (1)$$

Donde: u se refiere a la velocidad del fluido, g es el valor de la gravedad, L es la longitud característica del sistema, ρ_g y ρ_l corresponden a la densidad del gas y la densidad de líquido respectivamente.

La siguiente ecuación es resultado del escalamiento de los flujos de gas en el modelo y en la olla prototipo:

$$Q_{mod} = \lambda^{2.5} Q_{fs} \quad (2)$$

Donde: Q_{mod} se refiere al flujo de gas en la olla prototipo, Q_{fs} es flujo de gas inyectado al modelo físico, y λ es el factor de escala geométrica [6].

	Flujo de gas (m ³ /min)			Flujo de gas (L /min)		
	Olla industrial	0.61748	1.499288	3.262568	617.48	1499.28
Modelo físico	0.00700	0.017000	0.03700	7.0	17.0	36.0

Tabla 2.2.2. Escalamiento dinámico del modelo físico

Los flujos de gas escalados se encuentran dentro del rango de flujos que utilizan en la planta de TAMSA en la olla prototipo (13.608 a 40.8 L/min). El intervalo de flujos empleados se eligió de tal manera que permitieran observar el efecto del flujo de gas sobre los resultados obtenidos (ver Tabla 2.2.2).

Los tapones utilizados en el fondo de la olla modelo, tienen un diámetro de 1/4 de pulgada y se ubican en las posiciones (respecto al radio) de $r/R = 1/3, 1/2, 2/3$ y $4/5$. Para la serie de pruebas realizadas no se consideró la capa de escoria*.

El acero líquido fue modelado con agua potable a temperatura ambiente (entre 21°C y 23 °C), mientras que el gas argón se modelo con aire a temperatura ambiente. Por último, las partículas sólidas se modelaron con cuatro cilindros de hielo con una temperatura aproximada de -2°C y cuyas características se señalan en la Tabla 2.2.3.

Masa (Kg)	Largo, L, (m)	Diámetro, D,(m)	Relación R/L	Temperatura (°C)
1 Kg	0.12	0.10	0.4166	-2°C

Tabla 2.2.3. Detalles de las condiciones de los cilindros de hielo.

*Nota. Durante el estudio desarrollado NO se modeló la capa de escoria en la superficie del baño líquido, ni las pérdidas de energía a través de las paredes del reactor.

2.3 DISEÑO EXPERIMENTAL

En la Tabla 2.3.1 se muestra la matriz experimental utilizada, en donde además se señalan las posiciones de inyección de gas, los flujos de gas aplicados y la profundidad ⁴ en centímetros de los diez termopares (según el número asignado a cada uno).

	Experimento	Flujo (L/min)	Posición (r/R)	Número. de Tapones	Profundidad de los Termopares 1 a 10 (cm)									
					T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10
Efecto Posición	1	17	0	1	5	5	5	10	10	10	25	25	25	5
	2													
	3	17	1/3	1	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	4													
	5	17	2/3	1	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	6													
	7	17	4/5	1	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	8													
Efecto Flujo	9	7	1/2	1	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	10													
	11	17	1/2	1	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	12													
	13	37	1/2	1	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	14													
Efecto Numero de Tapones	15	17	1/2	2	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	16													
	17	17	2/3	2	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	18													
	19	17	2/3	3	10	25	10	25	10	25	10	25	10	25
	20													

Tabla 2.3.1. Matriz de experimentos desarrollada en este trabajo.

⁴La profundidad de los termopares está señalada en centímetros y se cuentan a partir del fondo del reactor, es decir, la posición 5 cm indica que el termopar se ubica a cinco centímetros arriba del fondo del modelo físico.

Como se observa en la Tabla 2.3.1, cada experimento se realizó por duplicado y no por triplicado, debido a la buena reproducibilidad de los datos obtenidos.

La ubicación de los termopares fue planeada con el objetivo de observar lo que ocurre con la temperatura en las zonas muertas (donde la velocidad de flujo es muy baja) y en las zonas donde la velocidad de flujo es alta. Esta selección está basada en los resultados del trabajo desarrollado por Hugo Nava [13].

Además, se asume que los aleantes se incorporan por fusión y no por disolución al baño, lo cual es estrictamente cierto solo para adiciones con puntos de fusión menor a la temperatura del baño.

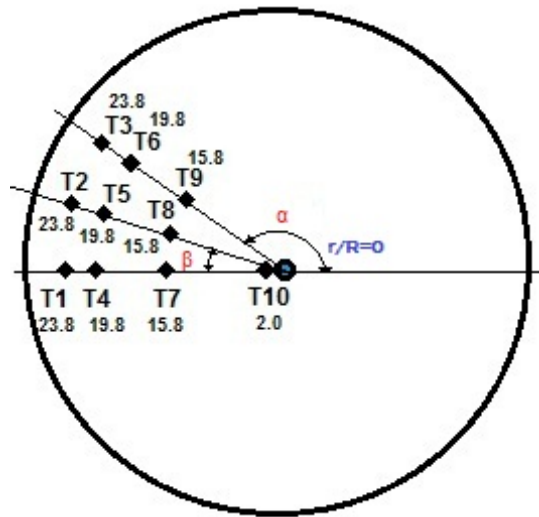


Figura 2.3.1. Posición en centímetros de los diez termopares con 1 Tapón de inyección de gas en $r/R=0$ ($\alpha=160^\circ$ y $\beta=140^\circ$).

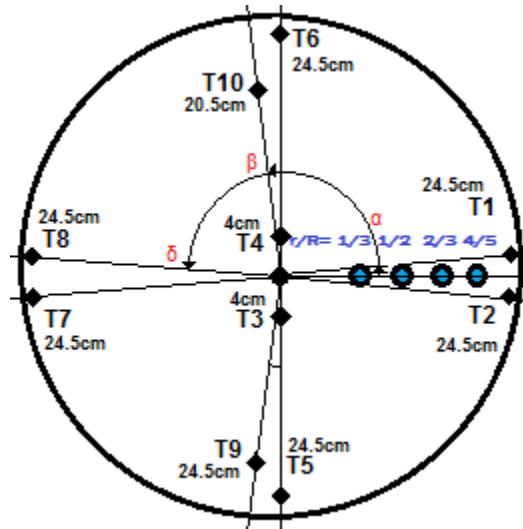


Figura 2.3.2. Posición en centímetros de los diez termopares con 1 Tapón de inyección de gas en $r/R= 1/3, 1/2, 2/3$ y $4/5$ ($\alpha=10^\circ$, $\beta=100^\circ$ y $\delta=170^\circ$).

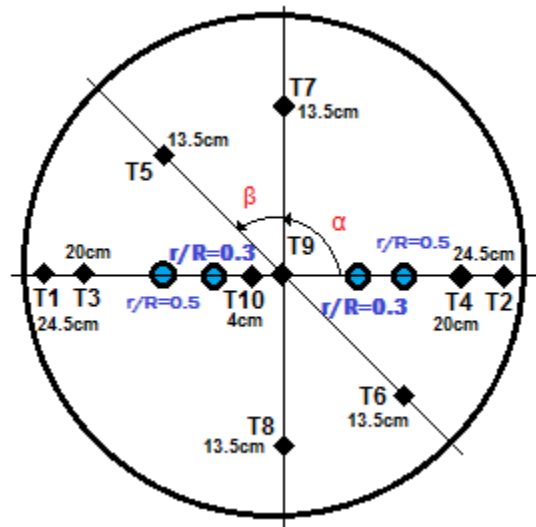


Figura 2.3.3. Posición en centímetros de los diez termopares con 2 Tapones de inyección de gas en $r/R= \frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ ($\alpha=90^\circ$ y $\beta=135^\circ$).

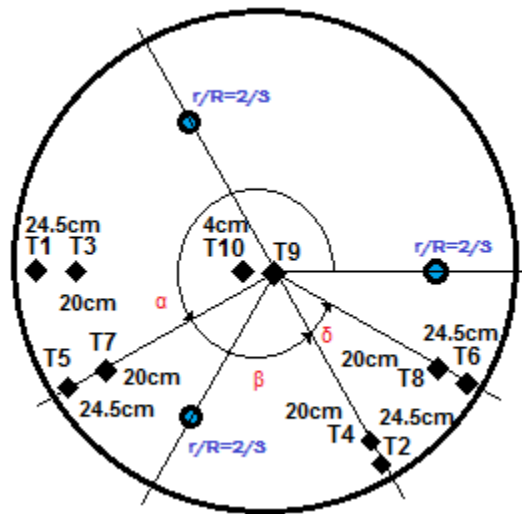


Figura 2.3.4. Posición en centímetros de los diez termopares con 3 Tapones de inyección de gas en $r/R= \frac{2}{3}$ ($\alpha=210^\circ$, $\beta=300^\circ$ y $\delta=330^\circ$).

Los termopares se fijaron a una placa de madera de 4 centímetros de espesor, con el fin de que permanecieran fijos y así liberarlos del efecto de la vibración a causa del flujo dentro del baño. Por su parte, la placa de madera se fijó a las paredes del reactor de tal forma que se pudiera montar y desmontar fácilmente. Adicionalmente la placa contiene dos aberturas por donde se sumergen los cubos de hielo al inicio de cada experimento (Ver Figura 2.3.5).

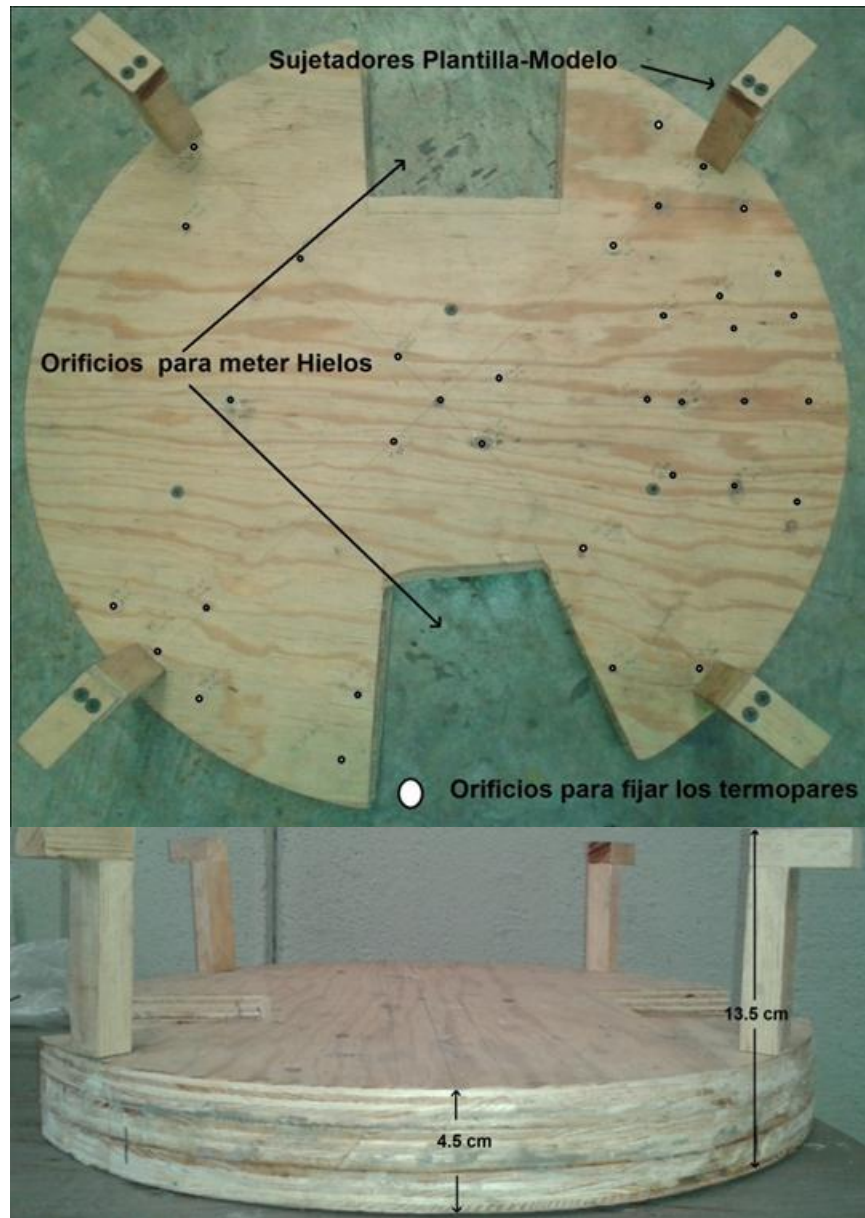


Figura 2.3.5. Fotografías (Superior y Lateral) de la Plantilla/Placa de Madera que sujeta los termopares en las posiciones señaladas en las Figuras 2.3.1 a 2.3.4.

2.4. MONTAJE Y DESMONTAJE

En la Figura 2.4.1 se muestra un esquema general del sistema mientras está montado.

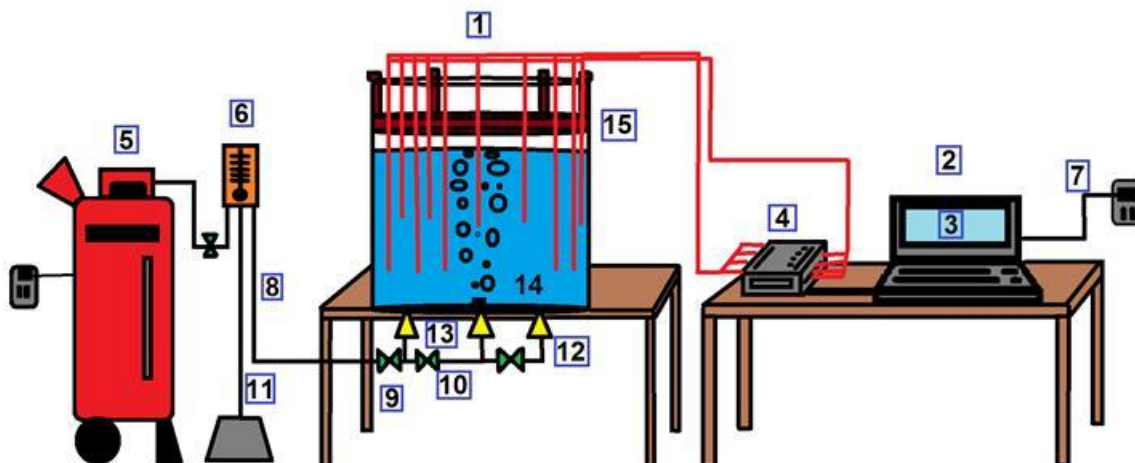


Figura 2.4.1. Esquema del aparato experimental durante la operación.

Los materiales utilizados son:

1. 10 Termopares tipo K, con cubierta o capucha metálica.
2. PC "HP".
3. Software "P. DAQ View".
4. Tarjeta de adquisición de datos con capacidad máxima de 10 canales, para diez termopares, marca "P. DAQ. View".
5. Compresora.
6. Flujómetro (L/min)
7. 2 Extensiones eléctricas
8. Mangueras para gas de $\frac{1}{4}$ ".
9. Conexión en cruz de bronce de rosca fina,
10. Seis espigas (conexión manguera) de $\frac{1}{4}$ " de bronce.
11. Tres espigas (conexión manguera) de $\frac{1}{4}$ " rosca fina de bronce.
12. Tres conexiones rápidas macho de $\frac{1}{4}$ in".
13. 10 tornillos de acero de $\frac{1}{4}$ ".
14. Agua potable a temperatura ambiente (aproximadamente 94 L para cada experimento).
15. Placa de madera para sujetar los termopares en los puntos de medición requeridos (Figura 2.3.5).

Además de los materiales señalados se utilizaron las siguientes herramientas y material de apoyo:

1. Cinta Teflón.
2. Cinta "Masking Tape".
3. Nivel de mano.
4. Llave inglesa o "Llave Perico".
5. Llaves Allen.
6. Desarmadores
7. 4 Recipientes cilíndricos de 1.25L (para producir hielos con las dimensiones mencionadas en la Tabla 2.2.3).
8. Congelador.

Para montar el modelo físico se deben seguir los siguientes pasos:

- a) Limpieza del Material. Antes de iniciar la experimentación se debe limpiar el material utilizado con agua. Los moldes para los hielos se deben enjuagar con agua y sellar con el fin de evitar la presencia de partículas de polvo.
- b) Colocación de la olla modelo. La olla modelo se debe nivelar en la mesa de trabajo, para esto se utiliza el "Nivel de mano" y calzadores de madera o metal en las patas de la mesa.
- c) Colocación de tapones de inyección. Los tapones de inyección se deben limpiar antes de cada experimento debido a que en la rosca contienen restos de óxido. Al retirar los restos de óxido es importante agregar un poco de cinta teflón (esta cinta ayudará a prevenir escurrimientos en el fondo); enseguida se enroscan a las posiciones asignadas con ayuda de la llave inglesa.
- d) Colocación de los tornillos tapón. El procedimiento es el mismo que se sigue para los tapones de inyección, con la diferencia de que estos se ajustan con las llaves Allen. Al terminar este paso se recomienda agregar un poco de agua en el reactor para verificar que no existan fugas o escurrimientos.

- e) Placa de Madera con Termopares. La plantilla o placa de madera tiene marcadas las ranuras asignadas con las posiciones de los termopares, por lo que simplemente hay que colocarla en el borde de la olla modelo (Figura 2.3.1). Los termopares se deben insertar por separado con mucho cuidado para no dañarlos.

- f) Conexión de la Tarjeta y la PC. Se conecta la tarjeta de adquisición a la computadora (PC) y se inicia el software instalado. Por su parte los 10 termopares tipo K se conectan a la tarjeta de adquisición de datos con ayuda de los desarmadores, cuidando que las conexiones estén bien hechas, de lo contrario el software no detecta la señal de entrada y no captura los datos de temperatura.

- g) Inicio del Burbujeo. Se inicia el burbujeo de aire, ajustando el flujo con ayuda del flujómetro. La máquina compresora de aire debe estar encendida de tal forma que suministre aire constantemente. Por último, el reactor se llena con los 94 litros de agua a temperatura ambiente.

- h) Desmontaje. Para desmontar el equipo se necesita desalojar primero el agua, para ello con ayuda de la llave Allen o la llave inglesa se desenrosca un tornillo tapón y se deja salir el agua por el fondo del reactor. Los termopares se desconectan con mucho cuidado, se extraen de la plantilla o placa de madera y se secan, para guardarlos. El software se cierra, no sin antes guardar los datos recabados. La máquina compresora de aire se apaga y se cierran todas las conexiones para posteriormente extraerlas del reactor.

2.5 EXPERIMENTACIÓN

Se desarrolló y siguió un protocolo experimental a fin de minimizar la variabilidad de los datos obtenidos durante cada experimento. El protocolo descrito a continuación, posee algunas recomendaciones para minimizar las fuentes de error durante la experimentación.

1. Una vez que el sistema se ha montado y que se ha iniciado el burbujeo de gas, se deja que el sistema alcance la estabilidad bajo las condiciones de flujo aplicadas y se configura la adquisición de los datos en el software.

La configuración de la adquisición de los datos se debe realizar, cuidando de que no haya ningún desperfecto en las conexiones de los termopares, lo cual se observa en la pantalla del software como un aumento brusco en la temperatura registrada por el termopar, asimismo se debe cuidar que la frecuencia de adquisición de los datos sea la mínima, es decir, 0.8921Hz.

2. Se inicia la adquisición de los datos; en el segundo diez de la prueba, se adicionan rápidamente los 4 hielos.

El hielo utilizado para cada prueba tiene un tiempo de permanencia mínimo en el congelador de dos días para asegurar la transformación completa líquido → sólido.

Se recomienda que los hielos estén fuera de los moldes y listos para ser adicionados por las ranuras, con el objetivo de adicionarlos lo más rápido posible sin alterar la dinámica de flujo dentro del reactor en gran medida.

3. A la par del inicio de la adquisición de los datos se inicia el conteo del tiempo mediante el cronómetro.
4. Una vez que la prueba ha terminado (el hielo se ha fundido por completo), se registra el tiempo de fusión y se deja correr la prueba en el software por lo menos un minuto más para que el sistema alcance la homogeneidad térmica.
5. Finalmente se vacía por completo el reactor y se coloca dentro agua potable a temperatura ambiente proveniente de la llave.

Con el fin de obtener temperaturas iniciales similares (en el baño de agua) para pruebas bajo las mismas condiciones, se procuró que los experimentos se realizaran durante las mismas horas del día, y de preferencia durante el mismo día. También se procuró mantener en la misma posición los termopares, para evitar cambios significativos en su ubicación.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 CAMBIO DE TEMPERATURA CON EL TIEMPO

En las Figuras 3.1.1 a 3.1.14 se presenta la historia térmica del sistema bajo las condiciones especificadas en la Tabla 2.3.1 (flujo de aire, número y posición de los tapones)⁵. Cada uno de estos gráficos fue construido a partir de las determinaciones de temperatura realizadas por el adquiridor, bajo la frecuencia de 0.8921Hz.

Los datos así obtenidos fueron suavizados matemáticamente mediante el programa PDAQ VIEW con el objetivo de minimizar las variaciones debidas a la incertidumbre aportada por el sistema eléctrico del adquiridor. A continuación se analizan los efectos de las tres variables probadas por separado.

3.1.1 EFECTO POSICIÓN DEL TAPÓN

Las siguientes Figuras 3.1.1 a 3.1.4 presentan los datos correspondientes al enfriamiento del sistema bajo las posiciones de un tapón colocado en las posiciones $r/R= 0, 1/3, 2/3$ y $4/5$ aplicando un flujo de airé de 17 L/min. Las diez líneas en cada figura corresponden a los diez termopares (T1 a T10) ubicados en las posiciones reportadas en la Tabla 2.3.1.

Se aprecia que en cualquier caso de las figuras referidas al efecto de la posición del tapón, y sin importar la posición del termopar, la temperatura decrece continuamente desde el inicio de las pruebas ya que se está enfriando el baño por el aporte térmico que éste le da al hielo para calentarlos y fundirlos, y que globalmente significa un decremento de temperatura de aproximadamente unos 4 grados Celsius.

⁵ Recuérdese que cada condición se probó por duplicado, por cuestiones de espacio solo se presenta la historia térmica de una sola prueba.

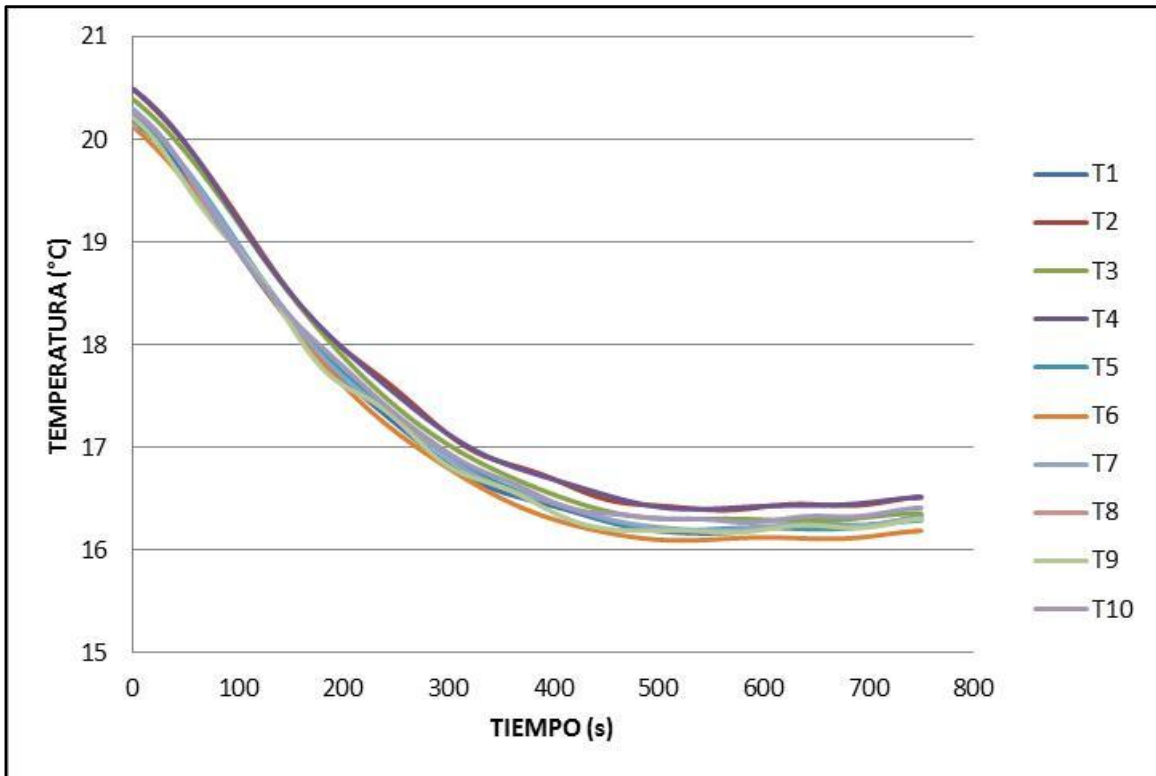


Figura 3.1.1. Flujo de aire=17 L/min., 1 tapón de inyección en $r/R=0$.

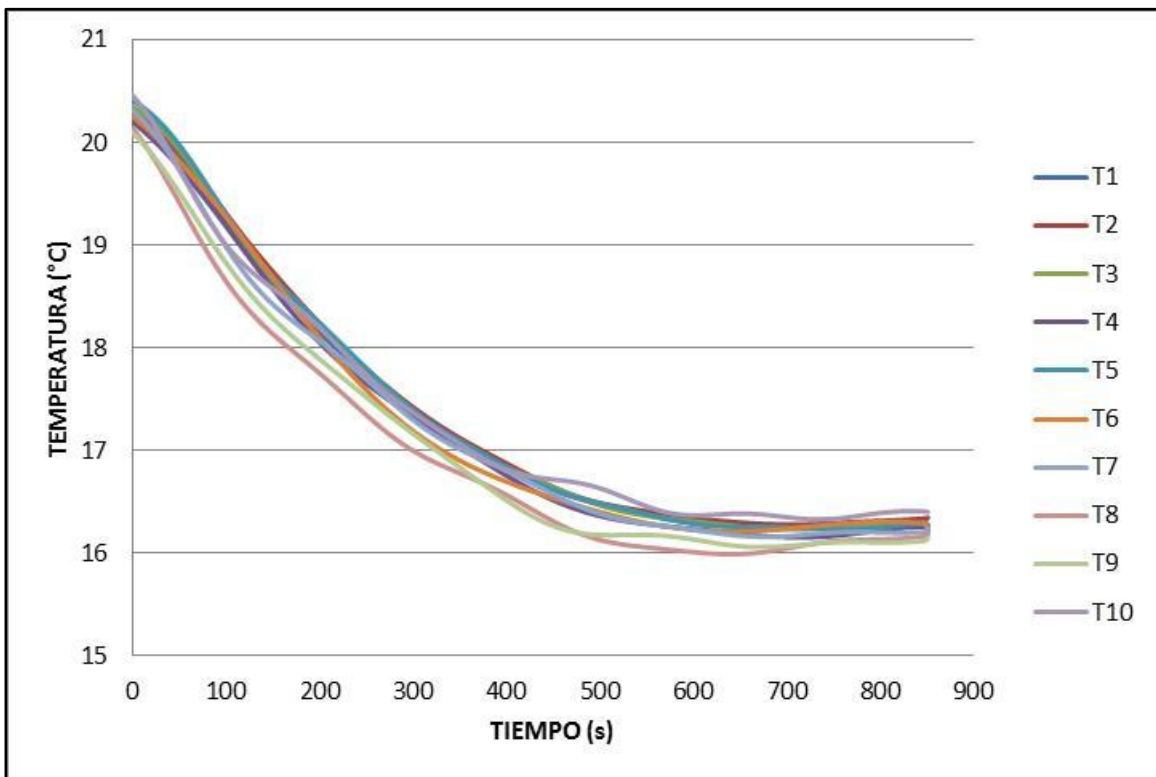


Figura 3.1.2. Flujo de aire=17 L/min., 1 tapón de inyección en $r/R=1/3$.

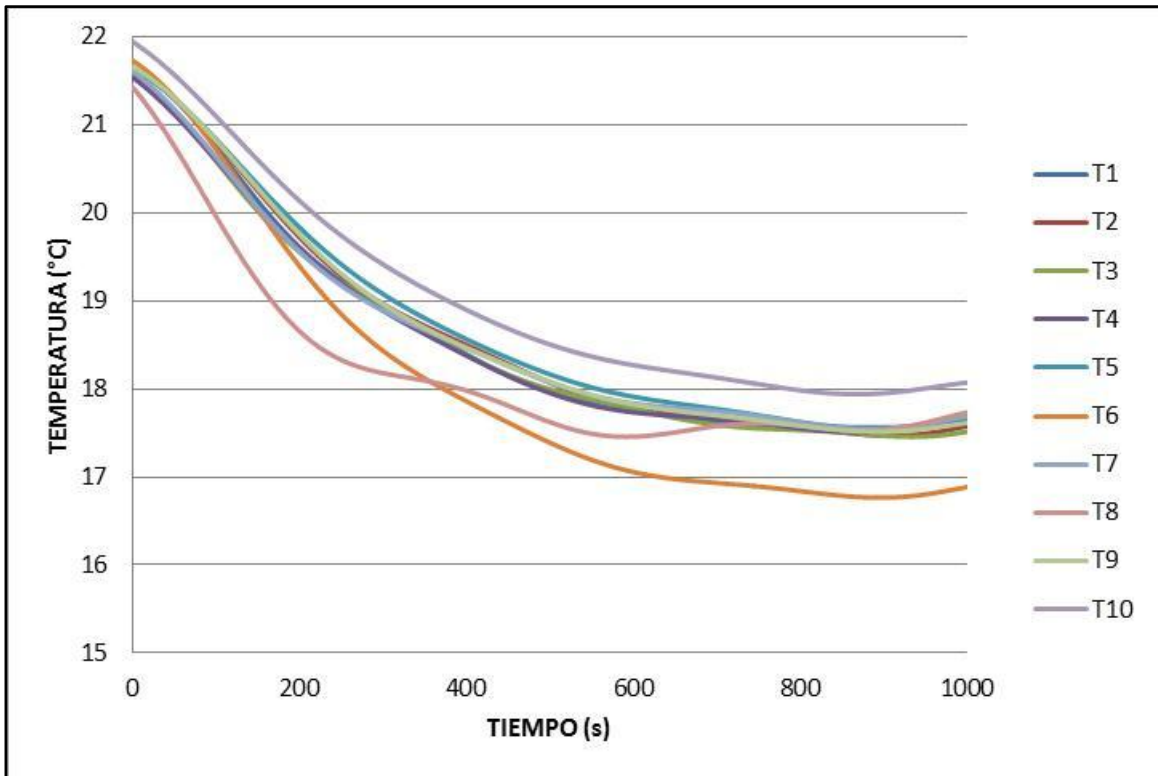


Figura 3.1.3. Flujo de aire=17 L/min., 1 tapón de inyección en $r/R=2/3$.

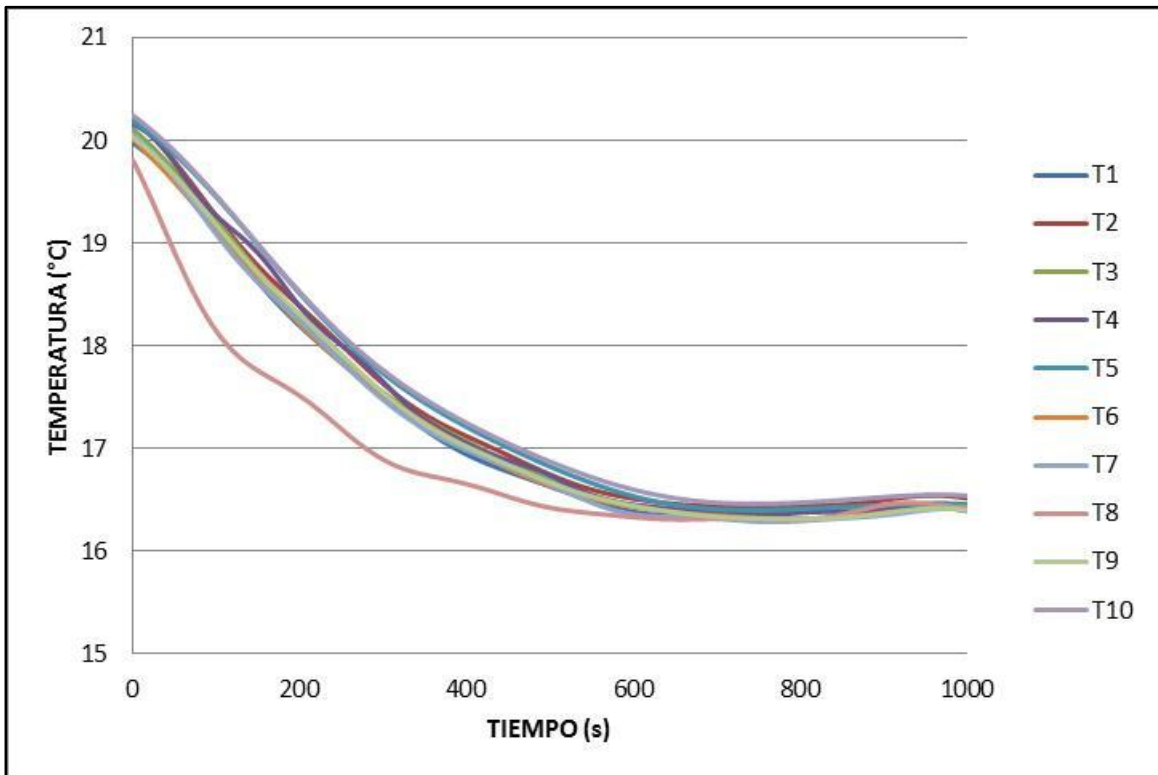


Figura 3.1.4. Flujo de aire=17/L/min., 1 tapón de inyección en $r/R=4/5$.

A pesar de que los termopares están ubicados dentro de zonas de flujo turbulento y zonas de flujo estacionario (zonas muertas) la diferencia entre las mediciones de temperatura son mínimas. Es importante notar que al inicio el sistema se encuentra bajo una temperatura uniforme, sin embargo, en las figuras se aprecia que esto no es así, este hecho se debe principalmente a la incertidumbre aportada por el instrumento de medición que es aproximadamente de $\pm 0.5^\circ\text{C}$.

Aquí el aspecto interesante no es el balance de calor o la termodinámica del sistema, sino la cinética de la transferencia de calor. En este sentido, salvo para un par de termopares, el resto sigue la misma tendencia y velocidad de enfriamiento. Lo que realmente cambia las velocidades de enfriamiento o la cinética de transferencia de calor es la posición del tapón. Para determinar cómo afecta la posición del tapón a la cinética de fusión de hielo es necesario observar lo que sucede con la historia térmica de un mismo termopar, sometido a las diferentes condiciones de cada una de las pruebas, en este caso la posición del tapón de inyección de gas. En general esta estrategia, se seguirá para revelar también el efecto de las variables de: flujo de gas y número de tapones de inyección, en las siguientes secciones.

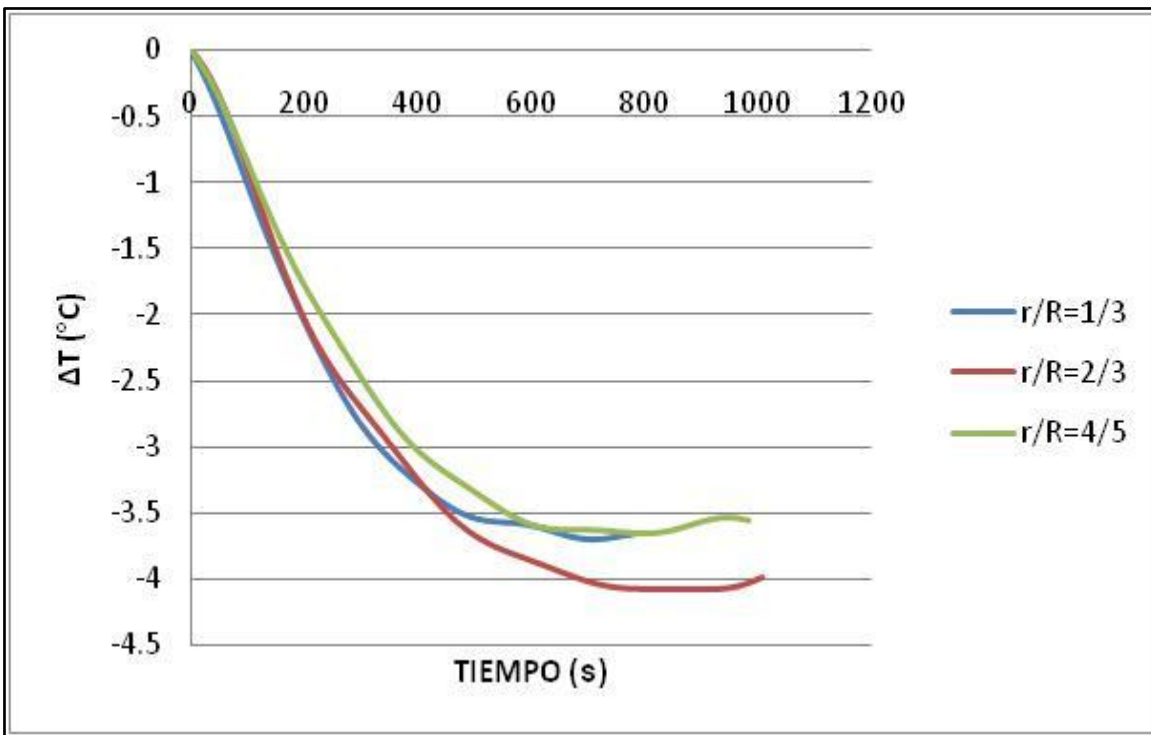


Figura 3.1.5. Historia térmica del Termopar 1 (ΔT), para las pruebas con un Flujo de 17L/min y bajo las posiciones de inyección de $r/R= 1/3, 2/3$ y $4/5$.

La Figura 3.1.5 corresponde al enfriamiento del termopar T1, colocado en el mismo lugar (10 cm a partir del fondo en el baño) con las posiciones de inyección de $r/R= 1/3, 2/3$ y $4/5$ ⁶, con un tapón de inyección y sin variar el flujo de gas de 17 L/min. En esta figura el eje de las ordenadas corresponde a un “delta de temperatura”. Este cambio se realizó para poder llevar a cabo una comparación directa entre los resultados debido a que las pruebas fueron realizadas bajo diferentes condiciones iniciales de temperatura.

El efecto principal de la posición del tapón se observa en la pendiente cada uno de los gráficos (dT/ dt)⁷ mostrados en la Figura 3.1.5, correspondientes al termopar 1. En general, los tres gráficos muestran la misma tendencia, es decir, primero se observa un decremento de la temperatura relativamente rápido, correspondiente a la pérdida de energía del baño líquido para fundir los cubos de hielo, seguido de una meseta que corresponde al tiempo en el que el baño ha fundido por completo los cubos de hielo y el sistema alcanza la estabilidad térmica. Luego, la temperatura debería subir muy lentamente hasta alcanzar el equilibrio térmico cuando el agua tenga la temperatura de los alrededores. Este incremento debe ser lento porque la transferencia de calor a través del tanque de plexiglás y de la superficie libre no es intensa, aunque este incremento final de temperaturas no se registró por no ser de interés para este estudio.

Como se observa, la posición del tapón de inyección no influye de manera significativa la velocidad de transferencia de energía entre el baño y los cubos de hielo cuando el tapón de inyección cambia de la posición $r/R=1/3$ a la posición $r/R=2/3$. En la primera etapa observamos que la posición de inyección en $r/R=4/5$, produce un enfriamiento más lento. Este efecto corresponde al fenómeno de rozamiento entre los patrones de flujo y la pared del reactor, lo cual ocasiona que la circulación convectiva pierda efectividad, por lo que la transferencia de calor por convección entre el baño líquido y los cubos de hielo se ve disminuida.

La meseta de los tres gráficos se alcanza a valores de ΔT (delta de temperatura) diferentes, ya que el ruido experimental proveniente de los instrumentos de medición y experimentación, afecta los resultados obtenidos. Este fenómeno se observará también en las Figuras 3.1.9 y 3.1.13.

Debido a que las posiciones que producen una mayor turbulencia en el sistema son $r/R= 2/3$ y $r/R=4/5$, se observa que para estas condiciones las lecturas de temperatura por cada termopar poseen una mayor variación. Este efecto se analizará en líneas posteriores mediante el uso de los tiempos de mezclado determinados para cada termopar.

⁶ No se incluyen los resultados del termopar 1, T1, con un tapón de inyección en $r/R=0$ y un flujo de aire de 17 L/min. La razón es que este termopar no guarda la misma ubicación en esta prueba respecto a las otras (ver Tabla 2.3.1 y Figuras 2.3.1 y 2.3.2).

⁷ Razón de cambio de la temperatura respecto al tiempo (velocidad de transferencia de energía).

3.1.2 EFECTO FLUJO DE AIRE

Las Figuras 3.1.6 a 3.1.9 presentan la historia térmica del sistema con un solo tapón de inyección ubicado en $r/R=1/2$ bajo tres flujos de aire diferentes mostrando las curvas de enfriamiento de los 10 termopares en cada caso.

Nuevamente las curvas presentan la misma tendencia y poca dispersión entre los datos de temperatura para cada termopar (7 L/min en Figura 3.1.6, 17 L/min en Figura 3.1.7 y 37 L/min en Figura 3.1.8). Esto significa que las temperaturas en las zonas de flujo estacionario y en las zonas de flujo turbulento son similares, de lo que se deduce una buena homogeneidad térmica dentro del baño.

En las figuras correspondientes a este apartado se observa que un aumento en el cambio de temperatura respecto al tiempo (velocidad de transferencia de energía entre el baño y los hielos) corresponde a un aumento en el flujo de aire. Al aumentar el flujo de gas ocasionamos una mayor circulación y una mayor turbulencia en el baño y por lo tanto un intercambio de calor por convección mayor.

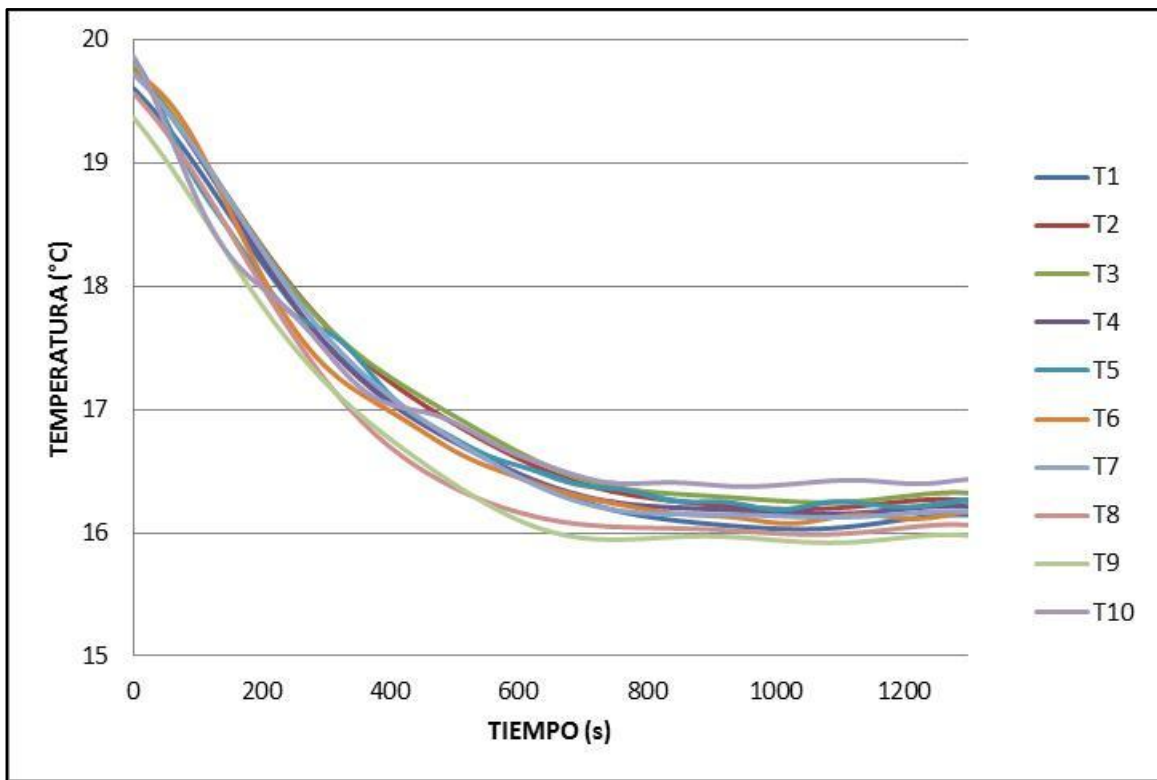


Figura 3.1.6. Flujo de aire=7 L/min., 1 tapón de inyección en $r/R=1/2$.

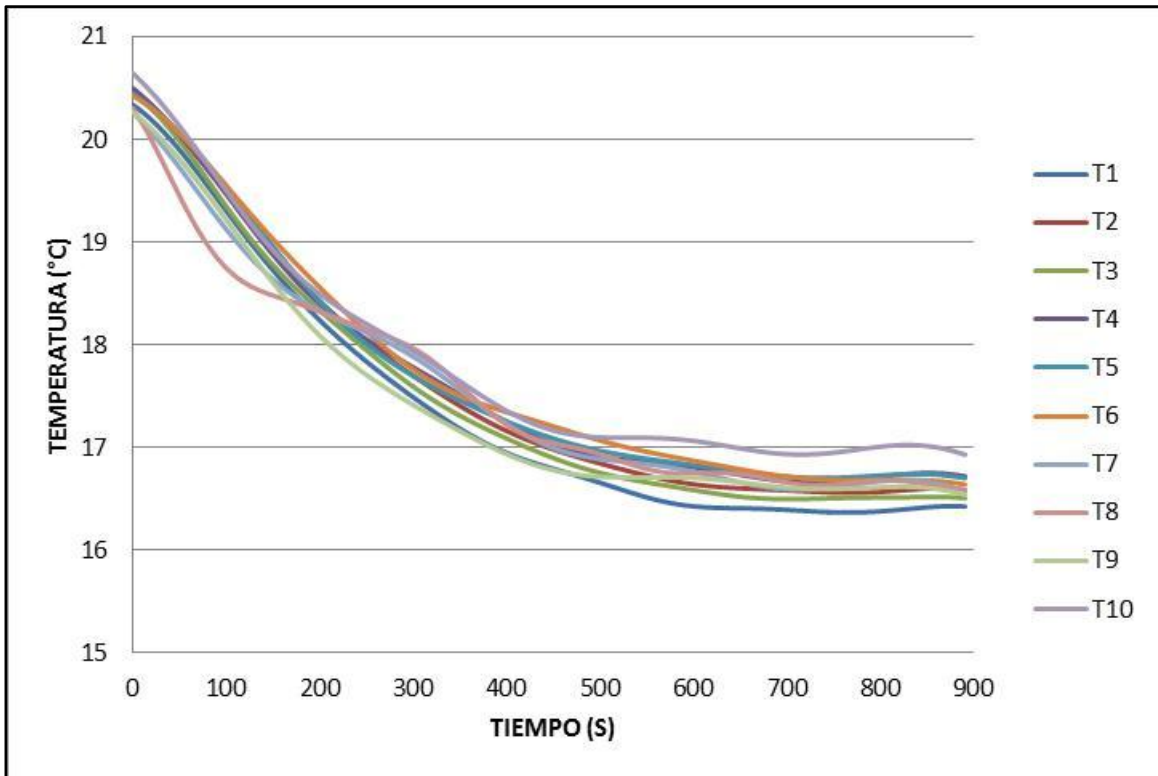


Figura 3.1.7. Flujo de aire=17 L/min., 1 tapón de inyección en $r/R=1/2$.

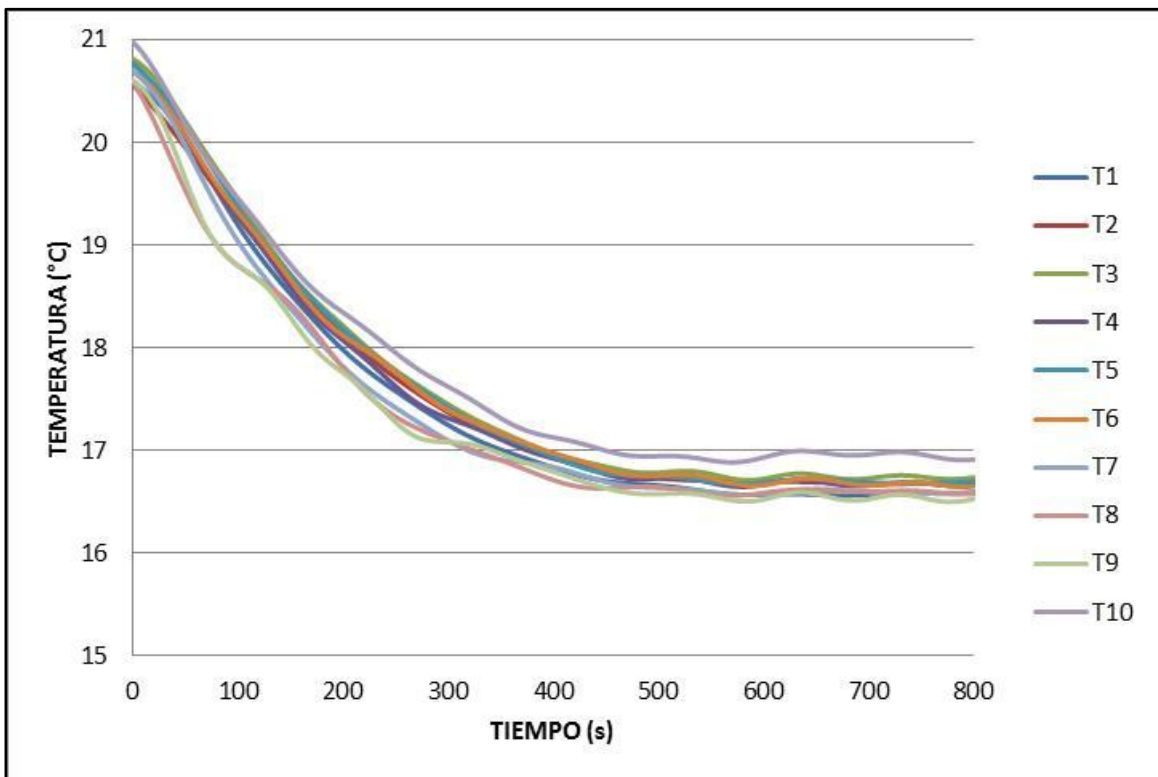


Figura 3.1.8. Flujo de aire=37 L/min., 1 tapón de inyección en $r/R=1/2$.

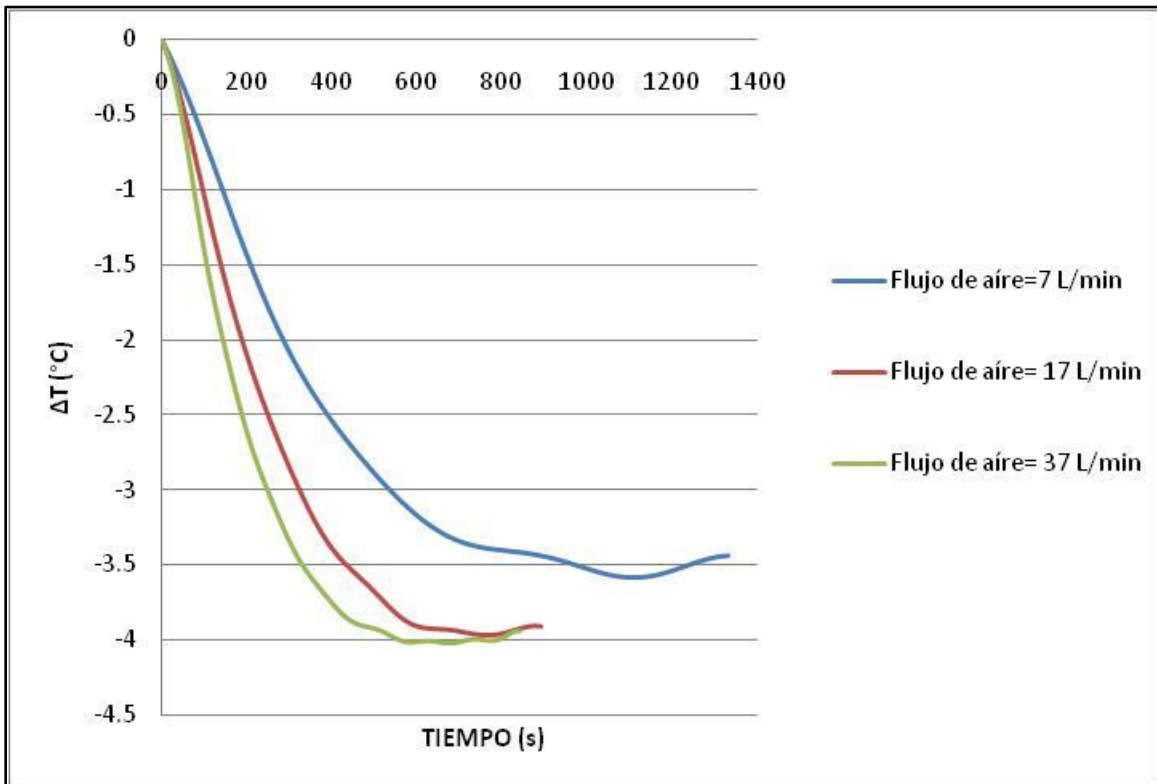


Figura 3.1.9. Historia térmica del Termopar 1 (ΔT), para las pruebas con un solo tapón, Flujos de aire de: 7 L/min., 17 L/min. y 37 L/min., en la posición de inyección de: $r/R=1/2$.

La Figura 3.1.9, que corresponde al enfriamiento del termopar T1, colocado en el mismo lugar (10 cm a partir del fondo en el baño) con un tapón de inyección de gas en la posición de $r/R=1/2$ y bajo los flujos de aire de 7 L/min, 17 L/min y 37 L/min. En esta figura observamos que el cambio de temperatura contra el tiempo (dT/dt) es mayor cuando el flujo de gas se incrementa, ya que los mecanismos de circulación convectiva dentro del baño se ven favorecidos.

A pesar de que un mayor flujo de aire deriva en tiempos de fusión y mezclado menores, observamos que al aumentar el flujo de aire de 17 L/min a 37 L/min, el cambio (dT/dt) parece ser menor que el que se logra cuando se incrementa el flujo de aire de 7 L/min a 17 L/min. Dicho fenómeno es causado por el aumento significativo de turbulencia, pues a mayores flujos de inyección de gas la turbulencia se incrementa.

3.1.3 EFECTO NÚMERO DE TAPONES

El efecto general del aumento en el número de tapones de inyección y su ubicación se puede observar en las Figuras 3.1.10 a 3.1.13, dejando el flujo constante en cada caso de 17 L/min y la posición de los tapones también inalterada en $r/R=2/3$.

La tendencia general sigue siendo la misma, es decir, se observa poca dispersión entre las temperaturas registradas por cada uno de los diez termopares en cada prueba, lo cual revela una alta homogeneidad térmica en el sistema. Sin embargo la dispersión en los datos registrados en la prueba con tres tapones de inyección actuando, revelan una mayor dispersión, lo que a su vez es un indicativo de la mayor turbulencia generada en el baño para dichas condiciones.

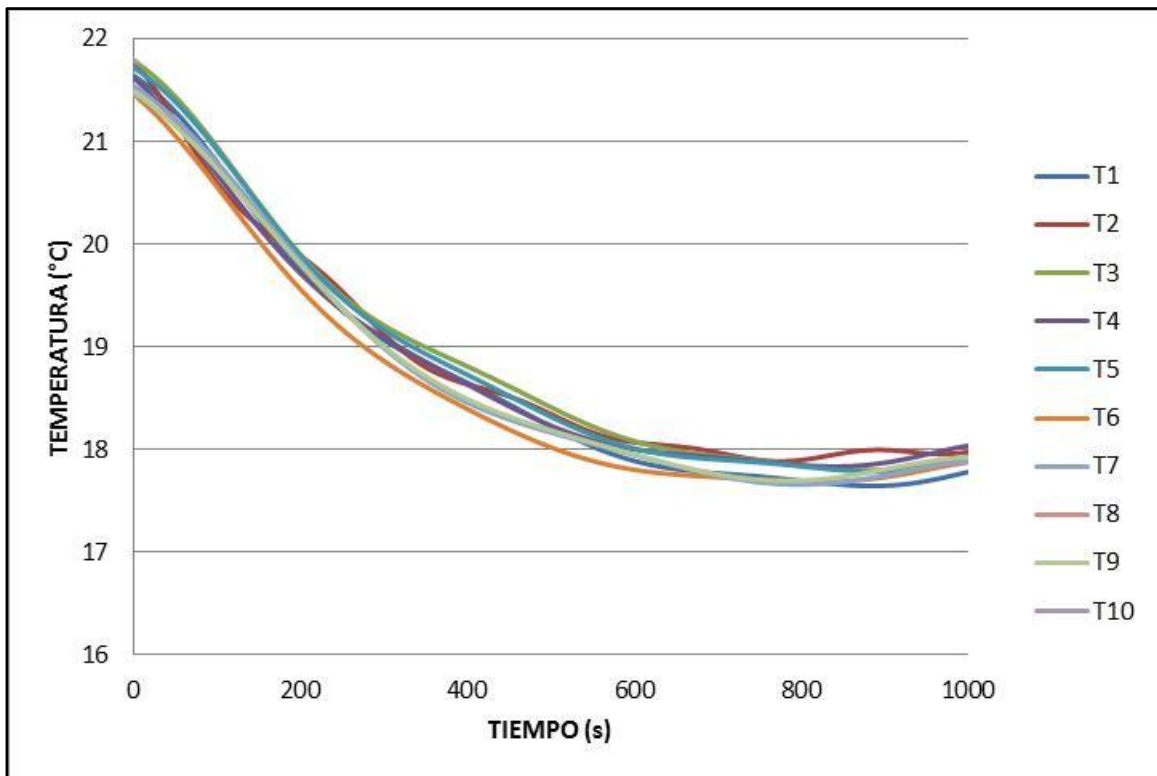


Figura 3.1.10. Flujo de aire=17 L/min., 2 tapones de inyección en $r/R=1/2$.

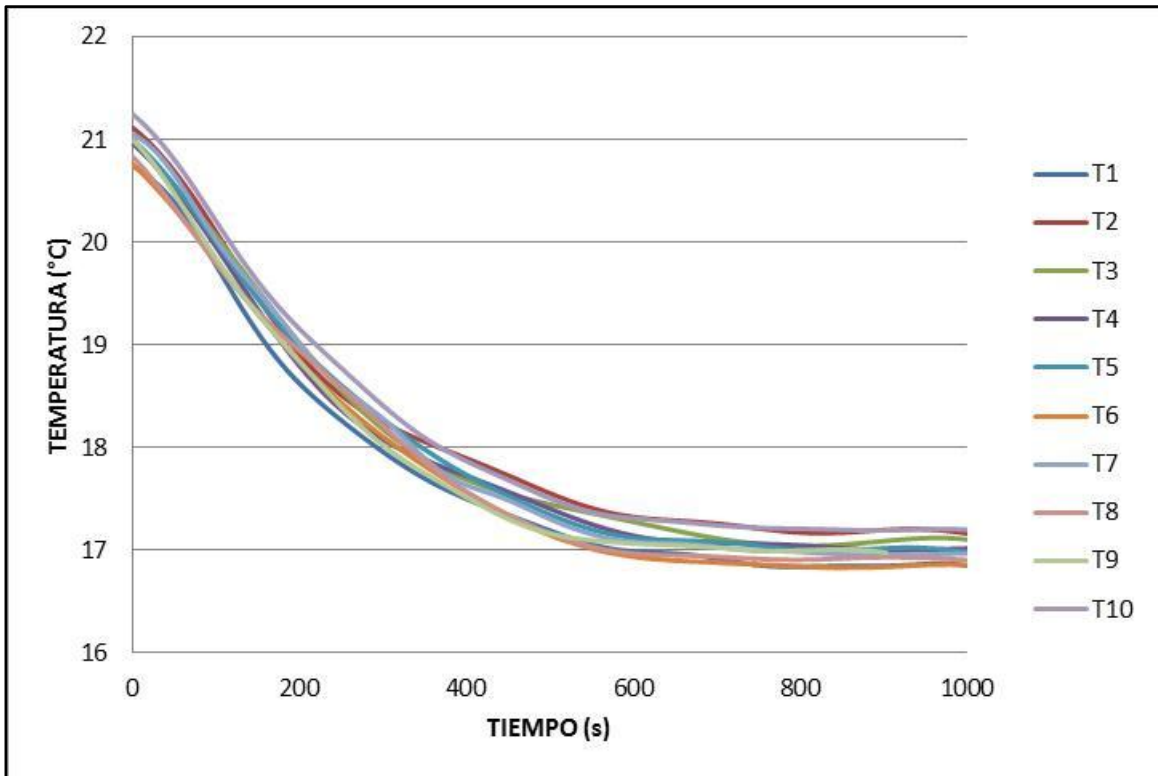


Figura 3.1.11. Flujo de aire=17 L/min., 2 tapones de inyección en $r/R= 2/3$.

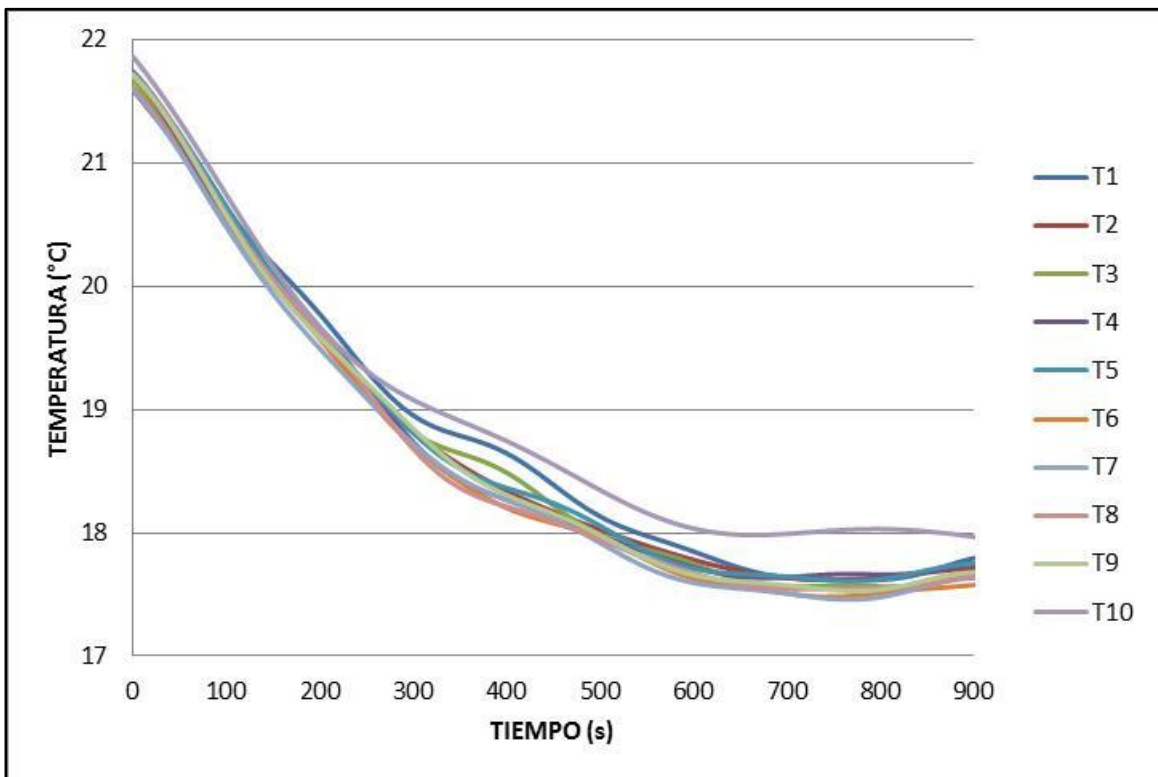


Figura 3.1.12. Flujo de aire=17 L/min., 3 tapones de inyección en $r/R=2/3$.

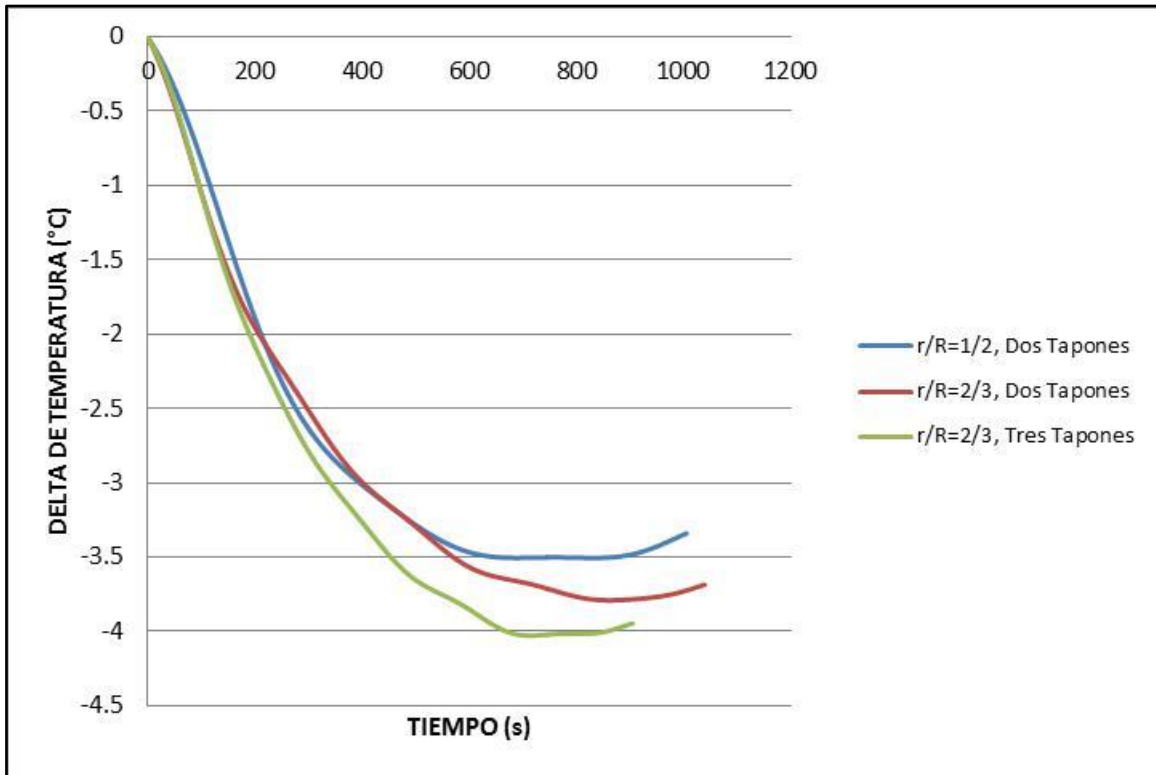


Figura 3.1.13. Historia térmica del Termopar 1 (ΔT) para las pruebas con un Flujo de aire de: 17 L/min, en las posiciones de inyección de: $r/R= 1/2$ y $2/3$, con dos y tres tapones de inyección de aire.

Para observar el efecto que tiene el aumento en el número de tapones sobre la velocidad de transferencia de energía se construyó el gráfico mostrado en la Figura 3.1.13, que corresponden a la historia térmica del Termopar 1, ubicado en la misma posición durante los tres experimentos señalados.

En estos gráficos (Figura 3.1.13) observamos que el efecto que tiene el aumento en el número de tapones sobre la velocidad de transferencia de energía (dT/dt) es poco significativo ya que las tres curvas tienen una pendiente similar, aunque conforme aumenta el número de tapones se alcanza un gradiente térmico mayor. Por tal razón esperamos obtener valores de tiempo de mezclado térmico similares en estas pruebas.

3.2. TIEMPOS CALCULADOS DE MEZCLADO TÉRMICO

	F17r0.0T1**		F17r1/3T1		F17r2/3T1		F17r4/5T1		F7r1/2T1	
T/Exp	p1	p2	p1	p2	p1	p2	p1	p2	p1	p2
T1	688.30	747.70	672.60	669.20	867.60	838.50	946.70	917.60	1110.90	1039.10
T2	678.20	794.80	632.30	630.00	834.00	909.10	960.40	978.80	1117.60	1036.90
T3	644.60	744.30	634.30	646.80	853.10	934.90	969.10	950.00	1019.00	1075.00
T4	637.80	706.20	624.30	651.27	819.40	868.70	940.00	954.50	1121.00	1075.00
T5	654.60	714.10	632.00	643.43	790.30	886.70	963.50	878.30	1118.70	1101.90
T6	662.50	732.00	652.80	642.00	827.30	894.50	982.50	969.10	1107.00	1034.00
T7	680.40	755.50	617.64	677.00	852.00	884.40	978.10	950.00	1099.70	1086.00
T8	683.80	753.30	684.70	640.10	989.80	875.50	932.11	898.50	1092.90	1061.50
T9	687.20	755.50	614.40	671.45	810.50	893.40	965.70	943.30	1092.90	1085.10
T10	677.10	747.70	640.00	651.30	862.01	868.70	966.80	944.40	1087.30	1118.70
\bar{t}_m	707.28		646.38		868.02		949.47		1082.31	
S ²	44.16		19.99		45.26		26.74		31.79	
	F17r1/2T1		F37r1/2T1		F17r1/2T2		F17r2/3T2		F17r2/3T3	
T/Exp	p1	p2	p1	p2	p1	p2	p1	p2	p1	p2
T1	763.10	805.60	775.70	673.70	831.80	855.60	1073.90	969.60	921.40	928.20
T2	768.30	815.00	779.10	661.40	841.90	774.60	1059.30	932.60	917.00	928.20
T3	701.20	815.00	777.90	614.30	856.40	882.20	1040.20	965.10	920.50	918.10
T4	730.20	822.30	736.50	691.60	783.50	839.60	1052.60	1006.60	920.30	928.30
T5	738.20	730.00	735.30	637.80	847.40	891.20	1039.10	930.40	900.10	908.00
T6	773.00	681.00	701.70	634.50	817.20	822.80	1045.80	978.60	928.20	917.00
T7	713.00	767.40	735.30	597.50	817.20	798.12	1067.10	995.40	902.40	901.20
T8	731.90	790.90	794.70	586.30	820.50	770.10	1063.80	906.90	923.70	904.60
T9	742.70	725.30	777.90	641.80	812.60	783.50	1064.90	950.60	904.60	830.60
T10	713.80	775.00	728.60	622.10	746.60	789.20	1067.10	973.00	952.80	794.80
\bar{t}_m	755.15		695.19		819.10		1009.13		907.50	
S ²	40.79		68.02		37.96		54.53		35.25	

Tabla 3.2.1. Tiempos calculados de “mezclado térmico” promedio, para cada termopar durante las dos pruebas de cada uno de los experimentos.

***La nomenclatura de la Tabla 3.2.1, es la siguiente:*

- **F7r1/2T2** significa que el **Flujo de aire** es de 7L/min, el **Tapón de inyección** está ubicado en $r/R=1/2$ y se están utilizando **Dos Tapones de inyección de gas**.
- **P1 y P2**. Señalan las réplicas realizadas durante cada experimento, señalados como **Prueba 1 y Prueba 2**.
- **T1 a T10**. Corresponden a los diez termopares.
- **t_m y S^2** . Corresponden al tiempo de mezclado promedio y al valor de la desviación estándar para cada experimento.

La respuesta local de un sistema a un estímulo (tal como la adición de un trazador físico) puede determinarse midiendo la variación del trazador en un punto específico del sistema. Esta información se utiliza para determinar el tiempo de mezclado, que es una medida del tiempo requerido para mezclar completamente al fluido en todo el sistema.

El fenómeno de mezclado en la olla es la consecuencia acoplada de dos fenómenos:

1. La circulación convectiva
2. La Turbulencia

El primero de estos fenómenos ayuda a transportar el soluto rápidamente a través de todo el reactor y el segundo ayuda a dispersar lateralmente el soluto. Las dos condiciones son indispensables para lograr un mezclado rápido [13].

En este estudio no utilizaremos un trazador físico o químico en pulso como un colorante o un reactivo químico, aquí utilizamos la adición de un trazador térmico representado por la adición de los 4 cubos de hielo de un litro, por lo tanto los tiempo de mezclado reportados por M. Morura [22] no corresponden a los tiempos de mezclado térmico de los que se habla en este trabajo.

En la Tabla 3.2.1 se muestran los tiempos de mezclado térmico calculados a partir de las mediciones de temperatura local de los diez termopares en cada prueba. Estos tiempos de mezclado se calcularon a partir de la primera derivada de las curvas mostradas en la sección 3.1 (dT/dt) y se determinaron como aquellos en donde la derivada alcanza un valor de cero (termina el enfriamiento y se ha alcanzado la estabilidad térmica e inmediatamente después sube la temperatura para alcanzar el nuevo equilibrio térmico con el ambiente del cuarto). En la misma tabla se muestran los tiempos de mezclado promedio y el valor de la desviación estándar, t_m y S^2 respectivamente.

Para visualizar mejor los resultados de la Tabla 3.2.1, en la Figura 3.2.1 se grafican los tiempos de mezclado promedio y su desviación estándar para los veinte experimentos realizados bajo las diez condiciones señaladas en la Tabla 2.3.1. En el eje de las ordenadas se grafica el tiempo de mezclado térmico promedio en segundos y, en el eje de las ordenadas se grafican las condiciones experimentales, siguiendo la notación correspondiente a la Tabla 3.2.1.

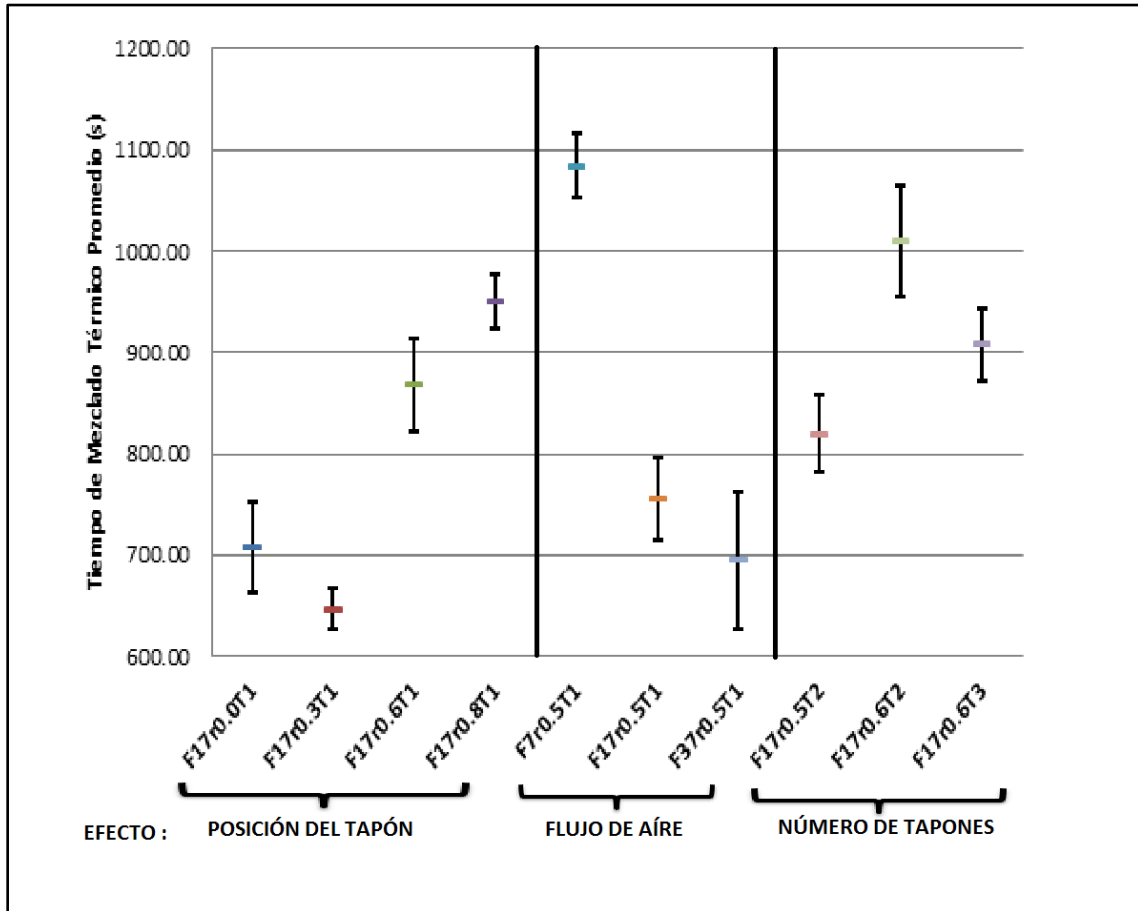


Figura 3.2.1. Tiempos de mezclado térmico promedio y su desviación estándar para cada prueba⁸.

⁸ La nomenclatura en el eje de las abscisas de las Figuras 3.2.1 y 3.3.1, es la utilizada en la Tabla 3.2.1 (F7r0.5T2 significa que el Flujo de aire es de 7L/min, el Tapón de inyección está ubicado en r/R=0.5 y se están utilizando Dos Tapones de inyección de gas).

3.2.1. EFECTO POSICIÓN DEL TAPÓN SOBRE EL TIEMPO DE MEZCLADO

Cuando se utiliza un solo tapón de inyección a un flujo de aire constante, la posición del tapón más eficiente para alcanzar el mezclado térmico resulta ser $r/R=1/3$, mientras que la posición de tapón menos eficiente es $r/R=4/5$. La mayor variabilidad en los tiempos de mezclado térmico locales se produjo cuando el tapón de inyección se ubica en $r/R=0$ y $r/R=2/3$ (ver Figura 3.2.1).

En general observamos que al aumentar la posición del tapón de inyección desde el centro el tiempo de mezclado disminuye debido a que las zonas muertas ocasionadas en el reactor disminuyen. Sin embargo si se acerca demasiado el tapón de inyección a la pared de la olla el tiempo de mezclado se incrementa; la explicación a esto último está en que al alejar el tapón de inyección del centro la pluma de gas interactúa más con la pared del reactor, en otras palabras, la pluma de gas sufre una pérdida de energía debido al rozamiento que tiene con la pared de la olla.

La variabilidad en los tiempos de mezclado locales de los diez termopares, puede interpretarse como una medida indirecta de la turbulencia y/o la homogeneidad térmica del sistema. De esta forma una variabilidad alta indicaría que la existencia de zonas muertas y/o turbulencia en el baño es tan alta que el sistema alcanzó el equilibrio térmico en diferentes tiempos dentro de las diferentes zonas dentro del baño.

Se sabe que en general la turbulencia del baño es poco sensible a la posición del tapón de inyección [13], por lo que en este caso la variabilidad en las determinaciones de tiempo de mezclado térmico local está relacionada con la cantidad de zonas muertas en el baño. Por lo que la cantidad de estas zonas es mayor cuando la inyección de gas se realiza en las posiciones $r/R=2/3$, aunque también es posible un error experimental asociado al mismo experimento o a los instrumentos de medición.

3.2.2 EFECTO FLUJO DE GAS SOBRE EL TIEMPO DE MEZCLADO

Al utilizar un solo tapón de inyección ubicado en $r/R=1/2$, el tiempo de mezclado menor se obtiene cuando el flujo de aire es de 37 L/min. Por otra parte el flujo de gas que deriva en mayores tiempos de mezclado, bajo las mismas condiciones de número y posición de tapones es de 7 L/min.

En la Figura 3.2.1, vemos una tendencia clara del flujo de gas sobre el tiempo de mezclado, se puede notar una tendencia de decaimiento para el tiempo de mezclado en función del flujo de gas, es decir, a mayores flujos de gas menores tiempos de mezclado.

Al tomar en cuenta la variabilidad de los tiempos de mezclado locales, para los diez termopares en las dos pruebas como una medida indirecta de la turbulencia del sistema, observaremos que al aumentar el flujo de gas la turbulencia también aumenta. Para este caso la variabilidad en los tiempos de mezclado locales, no se relaciona con la homogeneidad térmica del sistema ya que el tapón de inyección está ubicado en el mismo sitio, por esta razón las zonas muertas dentro del baño (zonas de flujo estacionario) tienen la misma ubicación y un tamaño similar.

3.2.3 EFECTO NÚMERO DE TAPONES SOBRE EL TIEMPO DE MEZCLADO

Cuando se utilizan dos tapones de inyección a un flujo de aire de 17 L/min, tiempo de mezclado es menor si los tapones se ubican en la posición $r/R=1/2$ que si se utilizan en $r/R=1/3$. Sin embargo si el número de tapones se incrementa a 3 ubicados en $r/R=2/3$ el tiempo de mezclado resulta ser menor (ver Figura 3.2.1).

El efecto de número de tapones aquí tiene dos casos:

- a) Dos tapones ubicados en diferentes posiciones. Cuando la inyección de gas se realiza con dos tapones ubicados en $r/R=2/3$ el tiempo de mezclado es mayor que cuando se inyecta el aire en dos tapones ubicados en $r/R=1/2$. Este efecto ya se ha analizado en líneas anteriores y corresponde a la pérdida de energía que tiene la pluma de gas debido al rozamiento que sufre con las paredes del horno. La variabilidad de los tiempos de mezclado promedio también es mayor cuando los tapones se ubican en $r/R=2/3$, por lo que la homogeneidad del sistema es menor en este caso.
- b) Incremento en el número de tapones de inyección, ubicados en la misma posición $r/R=2/3$. Al incrementar el número de tapones de inyección, el tiempo de mezclado térmico disminuye. Esta última observación no va de la mano con los resultados obtenidos por M. Morua [22] y H. Nava [13] quienes reportan que a pesar de que se genera más turbulencia con un mayor número de tapones, los efectos del mezclado se atenúan al no favorecerse el transporte convectivo del trazador, ya que el flujo recirculatorio se confina solo en una sección de la olla [13]. Durante la experimentación realizada en este estudio, los cubos de hielo flotan en la superficie del baño y el efecto de las tres plumas actuando sobre cuatro cubos de hielo, genera que estos adquieran un momentum rotatorio, esto deriva en menores tiempos de fusión y por consecuencia menores tiempos de mezclado térmico.

3.3 TIEMPOS DE FUSIÓN PROMEDIO

En la Figura 3.3.1, se grafican los tiempos de fusión promedio de los cubos de hielo durante cada una de las pruebas realizadas según la Tabla 2.3.1.

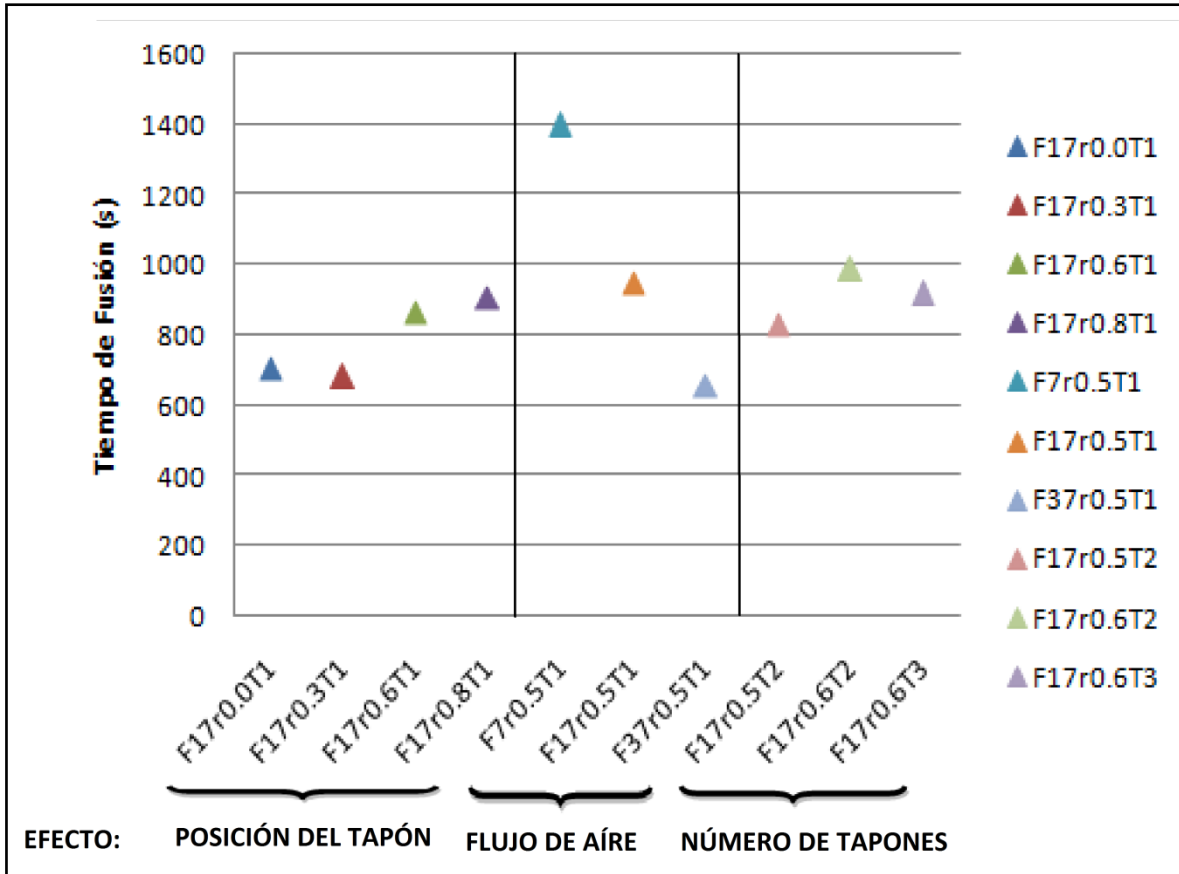


Figura 3.3.1 Tiempos de fusión promedio para cada prueba.

La tendencia general de los tiempos de fusión promedio para cada una de las diez pruebas es la misma que la que se encuentra en los tiempos de mezclado térmico promedio. Ambos tiempos aunque son similares no son iguales. En la Tabla 3.3.1, se muestran los tiempos de mezclado térmico promedio y los tiempos de fusión promedio de las diez condiciones experimentales.

Efecto	Prueba	Tiempo de Fusión Promedio (s)	Tiempo de Mezclado Promedio (s)
Posición	F17r0.0T1	704.62	707.28
	F17r0.3T1	681.50	646.38
	F17r0.6T1	868.00	868.02
	F17r0.8T1	908.68	949.47
Flujo	F7r0.5T1	1397.69	1084.01
	F17r0.5T1	951.86	755.15
	F37r0.5T1	658.50	695.19
Tapones	F17r0.5T2	833.50	819.10
	F17r0.6T2	988.89	1009.13
	F17r0.6T3	918.50	907.50

Tabla 3.3.1. Tiempos de Mezclado Térmico Promedio y Tiempos de Fusión promedio, para cada una de las pruebas.

Los tiempos de mezclado térmico y de fusión promedios, difieren entre sí debido a varias razones experimentales:

- a) **MOVIMIENTO.** Los cilindros de hielo flotan en la superficie del baño por lo que adquieren un movimiento debido a la energía del ojo de la pluma de gas en la superficie. Este movimiento está compuesto de: movimiento rotatorio (giran sobre su propio eje) y de movimiento libre a través de la superficie del baño. Estos hielos en general obtienen tiempos de fusión menores.
- b) **CONDICIÓN ESTÁTICA.** Cuando los cilindros de hielo se encontraban en posiciones tales que las plumas de gas los confinaban en un sitio específico en la superficie del baño perdían el movimiento libre. Sin embargo, el movimiento rotatorio permanecía. La tendencia general de estos hielos es mayores tiempos de fusión.
- c) **ERROR INSTRUMENTAL.** Como ya se ha mencionado antes los termopares aportan un error experimental de $\pm 0.5^{\circ}\text{C}$, este error provoca variación en el valor de los tiempos de mezclado promedio.

En general, durante cada prueba, las tres condiciones están presentes, por tal motivo los cuatro cubos de hielo poseen un tiempo de fusión diferente. El tiempo de fusión reportado aquí es el tiempo de fusión del último cubo de hielo.

3.4. TRANSFERENCIA DE CALOR CONVECTIVA

3.4.1 CALCULO DEL AREA DE LOS CILINDROS DE HIELO EN FUNCIÓN DEL TIEMPO

Si se trabaja bajo la suposición, de que la pérdida de masa (disminución del radio, $R(t)$) que tiene el hielo es lineal respecto al tiempo (ver Figura 3.4.1), la ecuación que describe ese comportamiento es:

$$R(t) = R_0 - \left(\frac{R_0}{t_{final}} \right) * t$$

Ec. 3.4.1

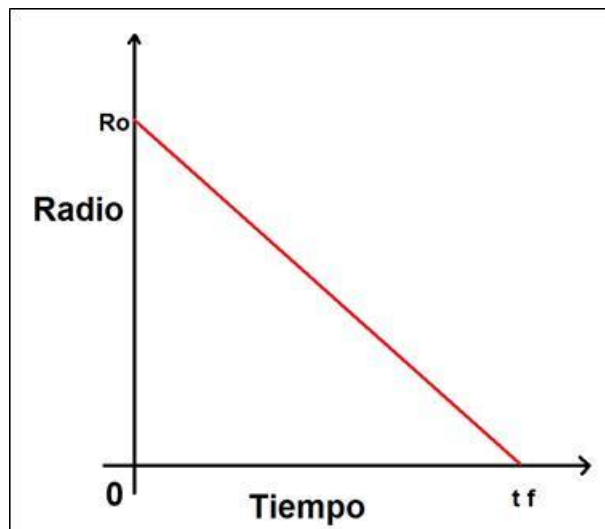


Figura 3.4.1. Disminución del radio en función del tiempo para el Hielo (caso ideal).

De esta forma obtenemos que el área de los hielos en función del tiempo es ⁹:

$$A(t) = 8\pi \left[R_0 - \left(\frac{R_0}{t_{final}} \right) * t \right]^2 (1 + C_1)$$

Ec. 3.4.2

⁹ Para un mayor entendimiento de la ecuación 3.4.2, ver Apéndice I.

3.4.2 BALANCE DE MASA-ENERGÍA

El balance de masa y energía se hace a continuación:

*Energía adsorbida por los hielos + Energía de fusión del hielo
= Calor por convección que sale del Hielo en un tiempo "t"*

$$m_{Hielo} C_{p_{Hielo}} \Delta T + m_{Hielo} \Delta H_{Fusión} = -h A(t) \Delta T * t$$

Ec. 3.4.3

Dónde:

m- masa

C_p- Calor específico del hielo

ΔH- entalpia de fusión del hielo

h- Coeficiente de transferencia de calor por convección

A(t) – Área de los Hielos en función del tiempo

t- tiempo de prueba

ΔT – Cambio de temperatura

De esta última ecuación se debe hacer el despeje del coeficiente de transferencia de calor por convección (Ec. 3.4.4).

$$h = \frac{m_{Hielo} C_{p_{Hielo}} \Delta T + m_{Hielo} \Delta H_{Fusión}}{8\pi \left[R_0 - \left(\frac{R_0}{t_{final}} \right) * t \right]^2 (1 + C_1) \Delta T * t}$$

Ec 3.4.4

3.4.3 TRANSFERENCIA DE CALOR POR CONVECCIÓN

En las Figuras 3.4.2 a 3.4.4 se muestran los gráficos del valor calculado del coeficiente de transferencia de calor por convección, "h" en W/m² °C, mediante la ecuación 3.4.4, durante los primeros 5 minutos de cada prueba.

Por otra parte en la Tabla 3.4.1, se muestra el valor final del coeficiente de transferencia de calor por convección de cada una de las pruebas, este valor final está calculado en el tiempo de fusión promedio de los cuatro hielos (ver Tabla 3.3.1).

En las Figuras 3.4.2 a 3.4.4, no se grafica el coeficiente de calor por convección al tiempo de fusión, ya que la tendencia es exponencial por lo que los valores finales son muy altos y no permiten observar lo que sucede en los segundos iniciales de cada prueba.

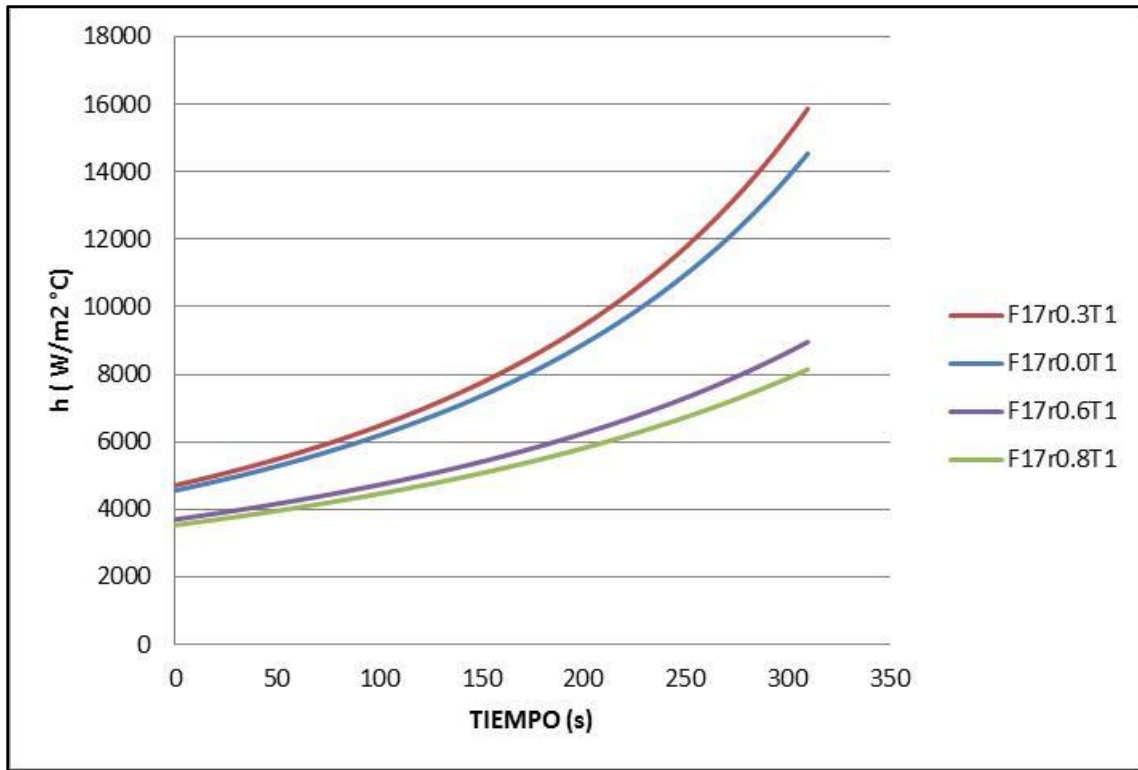


Figura 3.4.2. Coeficiente de transferencia de calor por convección, “h”, durante los primeros 300s de prueba. Efecto: posición del tapón.

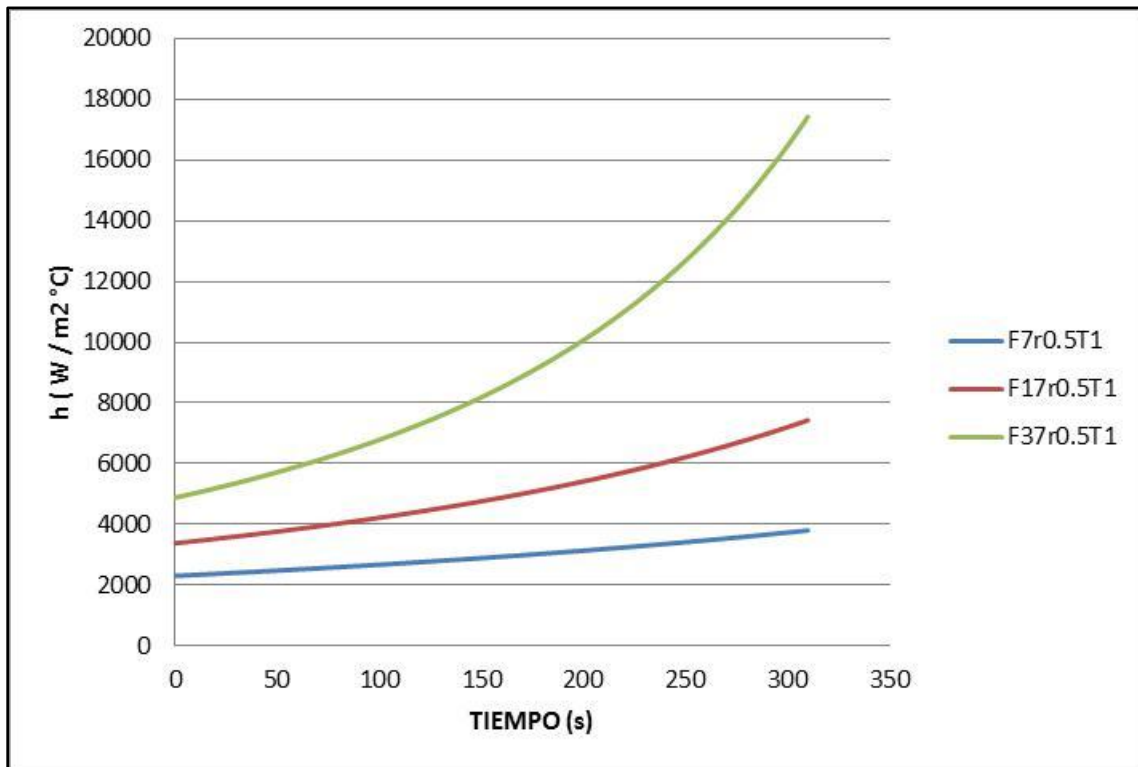


Figura 3.4.3. Coeficiente de transferencia de calor por convección, “h”, durante los primeros 300s de prueba. Efecto: flujo de aire.

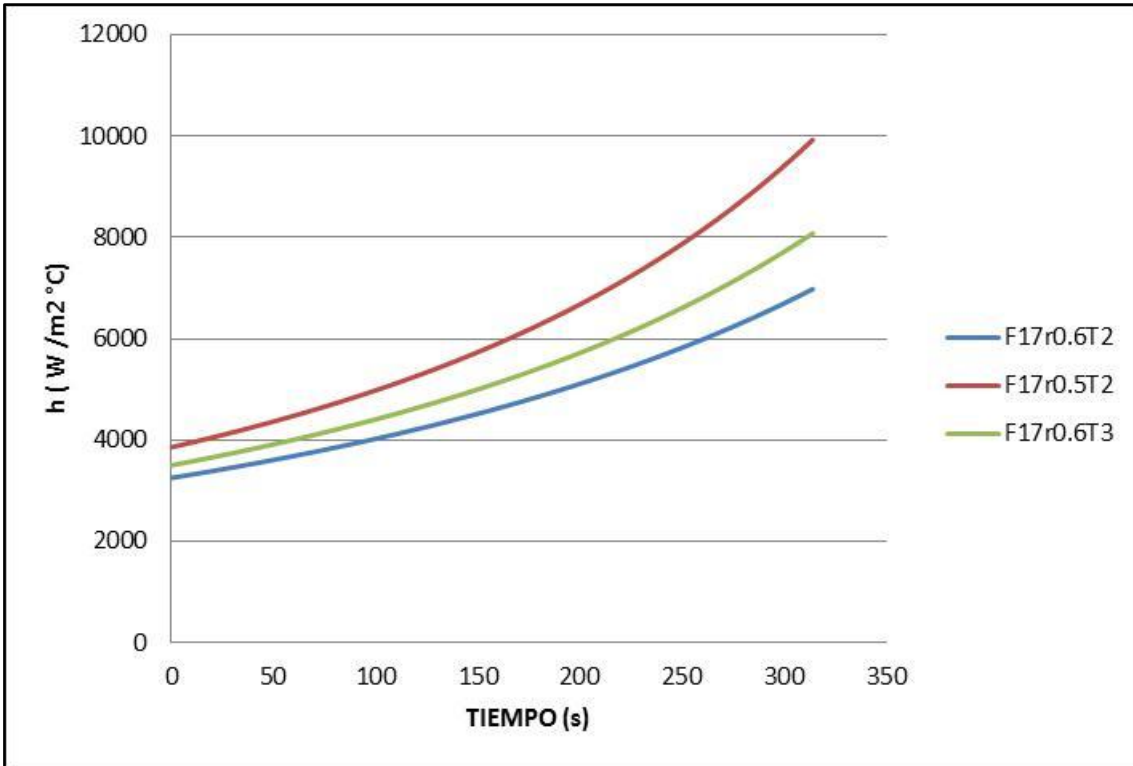


Figura 3.4.4. Coeficiente de transferencia de calor por convección, “h”, durante los primeros 300s de prueba. Efecto: número de tapones.

Efecto	Prueba	Tiempo de Fusión Promedio (s)	Coeficiente de Transferencia de Calor por Convección “h” a los 300 segundos (W/m ² °C)
Posición	F17r0.0T1	704.62	14,545.50
	F17r0.3T1	681.50	15,874.00
	F17r0.6T1	868.00	8,961.50
	F17r0.8T1	908.68	8,144.40
Flujo	F7r0.5T1	1397.69	3,797.80
	F17r0.5T1	951.86	7,427.20
	F37r0.5T1	658.50	17,429.00
Tapones	F17r0.5T2	833.50	9,776.90
	F17r0.6T2	988.89	6,897.30
	F17r0.6T3	918.50	7,974.20

Tabla 3.4.1. Coeficiente de transferencia de calor por convección, “h”, calculado en al tiempo de fusión promedio de cada prueba.

Al observar la ecuación 3.4.4 podremos notar que se puede reescribir como:

$$h = \frac{K}{8\pi \left[R_0 - \left(\frac{R_0}{t_{final}} \right) t \right]^2 (1 + C_1) \Delta T * t}$$

Ec.3.4.5

Donde el término “K” es una constante.

Por lo tanto el valor calculado de “h” dependerá del tiempo final (t_{final}), es decir, el tiempo promedio de fusión de los cubos de hielo y del tiempo “t”, que es el tiempo al que se realiza el cálculo. Por esta razón la curva sigue una tendencia exponencial como se observa en las Figuras 3.4.2 a 3.4.3.

Los valores calculados del coeficiente de transferencia de calor por convección últimos, “h”, poseen todos un orden de magnitud de 10^9 . Estos valores derivan del dividendo de la ecuación 3.4.4, el cual tiende a cero cuando el valor de t tiende a ser igual que t_{final} .

En general el comportamiento del valor de “h” es el mismo que siguen los tiempos de fusión promedio durante cada prueba (ver Figura 3.3.1). En otras palabras mientras menor es el tiempo de fusión promedio menor es el valor del coeficiente de transferencia de calor por convección durante los primeros 300s de cada prueba.

La explicación a esto radica en que un tiempo de fusión menor implica un mayor coeficiente de transferencia de calor por convección. En este estudio el valor experimental obtenido está representado por los tiempos de fusión promedio, por ello el comportamiento de “h” deriva directamente del comportamiento experimental observado para el tiempo de fusión.

En la siguiente correlación se define la dependencia de los coeficientes de transferencia de calor, h, a los 300 segundos, como función del flujo de gas inyectado, la posición y el número de tapones.

Mediante una regresión multilineal estadística, realizada con el Software Stat Graphics Centurion, se llega a la siguiente ecuación, que correlaciona al coeficiente de transferencia de calor por convección con las siguientes variables: número de tapones (N), flujo de gas (Q) y la posición del tapón (r/R).

$$h = 670N^{-0.144853} Q^{0.921115} \left(\frac{r}{R} \right)^{-0.0184535}$$

Ec. 3.4.6

La ecuación 3.4.6 tiene un coeficiente de correlación R^2 de 0.77, lo que indica mucha dispersión de los resultados. En la Figura 3.4.5 se ve la dispersión.

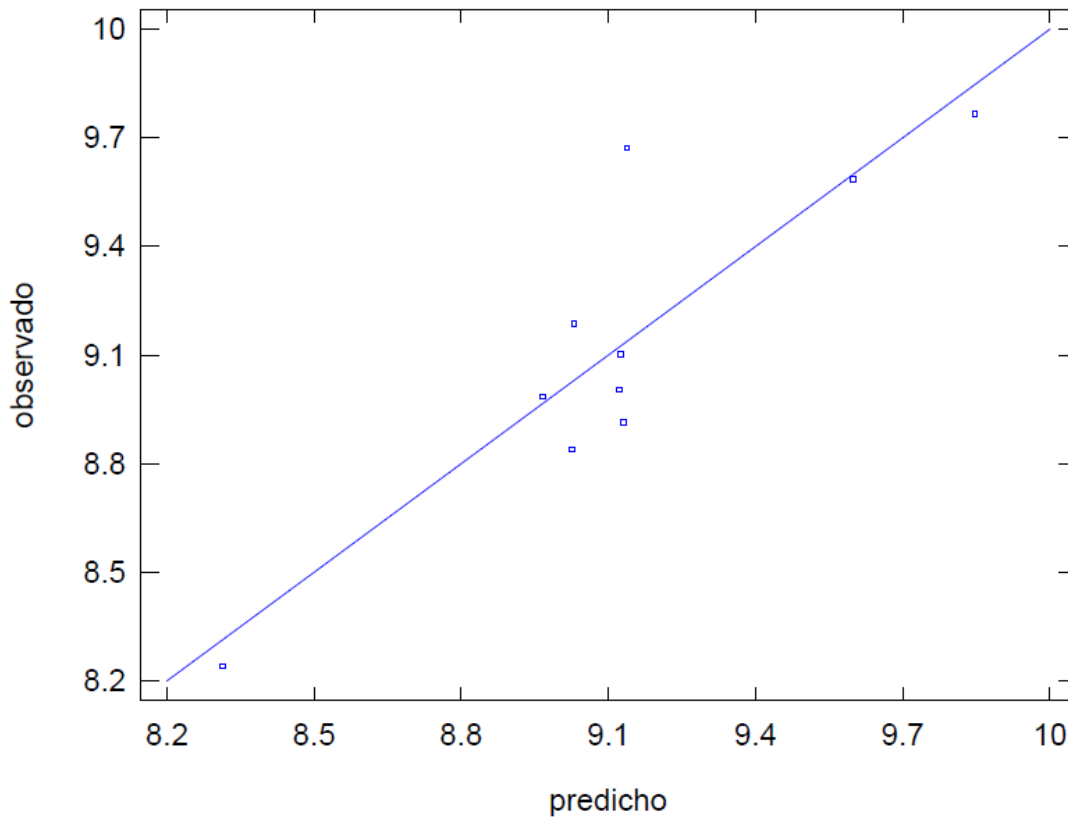


Figura 3.4.5. Correlación de coeficiente de transferencia de calor por convección, “h”, con las variables N, Q y (r/R). Línea es la Ecuación 3.4.6 y puntos son los resultados experimentales.

La correlación indica que el coeficiente de transferencia de calor por convección varía proporcionalmente con el flujo de gas pero es inversamente proporcional al número de tapones y a la posición de inyección, aunque la variable más significativa es el flujo de gas (con un exponente de 0.921115) seguido del número de tapones (con un exponente de -0.144853) y por último la posición del tapón no es una variable tan significativa para el coeficiente de transferencia de calor convectivo (exponente cercano a cero de -0.0184535).

CAPITULO 4

CONCLUSIONES

- A) De los eventos evaluados bajo un flujo de aire de 17 L/min y con un solo tapón de inyección de aire, la posición que deriva en menores tiempos de mezclado y menores tiempos de fusión es $r/R=1/3$, por lo tanto es la posición que produce un mayor coeficiente de transferencia de calor por convección durante los primeros 5 minutos de prueba. Este resultado se atribuye a una disminución de las zonas muertas, la mejora del flujo conectivo y la disminución de la turbulencia dentro del seno del baño líquido.
- B) Cuando se evalúa el efecto del flujo de aire, bajo una misma posición, $r/R=1/2$, con un solo tapón de inyección; se observa que a flujos mayores el tiempo de mezclado y el tiempo de fusión de los hielos es menor, una vez más, el coeficiente más alto de transferencia de energía por convección corresponde al mayor flujo. Este es resultado del incremento significativo de la turbulencia dentro del seno del baño líquido.
- C) Al evaluar el efecto del número de tapones de inyección se encuentra que al utilizar dos tapones de inyección en $r/R=1/2$ bajo un flujo de aire de 17 L/min se obtienen menores tiempos de mezclado y de fusión que si estos se utilizan en $r/R=2/3$. Este resultado se debe a la pérdida de energía cinética por rozamiento de la pluma con las paredes del reactor. Por lo tanto al utilizar dos tapones en $r/R=1/2$ el coeficiente de transferencia de energía es mayor. Por otra parte, un aumento en el número de tapones ubicados en $r/R=2/3$, de dos a tres tapones de inyección, favorece la turbulencia generada dentro del baño, por lo que los fenómenos de transferencia de energía se ven favorecidos y el coeficiente de transferencia de calor por convección también aumenta.
- D) La cinética de fusión de los hielos en este estudio, no solo depende de la cinética del flujo dentro del baño líquido sino que también depende del comportamiento de los ojos de la pluma, la cual puede confinar a las partículas flotantes en una región de la superficie del baño y dotarlos de movimiento rotatorio o movimiento libre a través de la superficie del baño.

- E) Los tiempos de mezclado térmico y de fusión obtenidos en este estudio, demuestran tener una relación directa con el valor de la constante de transferencia de energía.
- F) La correlación entre el coeficiente de transferencia de calor por convección, h , y N (número de tapones), Q (flujo de gas) y r/R (posición de los tapones de inyección) indica que h es proporcional a Q e inversamente proporcional a N y (r/R) y que la variable que más afecta a la transferencia de calor convectiva es Q y la que menos afecta es (r/R) .

BIBLIOGRAFIA

- [1] <http://canacero.com,mx> (Julio 2012)
- [2] <http://worldsteelassociation.com> (Julio 2012)
- [3] <http://inegi.com.mx> (Julio 2012)
- [4] <http://www.steel.org> (Julio 2012)
- [5] <http://subtech.com> (Julio 2012)
- [6] Dipak Mazumdar & Roderick I. L. Guthrie. The Physical and Mathematical Modelling of Gas Stirred Ladle Systems, ISIJ, International, Vol. 35, No. 1, 1995.
- [7] Ramírez Argáez Marco. A, Tapía j, et. al. Mathematical Modelling of Mixing in Gas Stirred Ladles, Metal Madrid, Vol. 42, pp. 56-75, 2006.
- [8] Dipak Mazumdar & Roderick I. L. Guthrie. Mixing Models for Gas Stirred Metallurgical Reactors, Metallurgical Transactions B, Vol. 17B, 1986.
- [9] M. Sano & K. Mori. Fluid Flow and Mixing Characteristics in a Gas Stirred Molten metal Bath, Iron Steel, Japan, 23, 1983.
- [10] G. Krishna Murty, S. P. Mehrotra & A. Ghosh. Experimental Investigation of Mixing Phenomena in Gas Stirred Liquid Bath, Metallurgical Transaction, 19B, 1986.
- [11] D. Mazumdar & J. W. Evans. Macroscopic Models of Gas Stirred Ladles. ISIJ, International, Vol. 44, No. 3, 2003.
- [12] P.G. Jönsson & T.I. Jonsson. The Use of Fundamental Process Models in Stuying Ladle Refining Operations, ISIJ, International, Vol. 41, No. 11, 2001.
- [13] Nava Ramos H. Modelación Matemática del Mezclado en Hornos Olla Agitados con Gas. Tesis de licenciatura, FQ, UNAM, México D.F. 2005.
- [14] G. G. Krishna Murty, S. P. Mehrotra & A. Ghosh. Mathematical Modelling of Mixing Phenomena in Gas Stirred Liquid Bath, Metallurgical Transaction, 20B, 1989.
- [15] Y. Pan & Bo. Björkman. Numerical Analysis on the Similarity Between Steel Ladles and Hot-water Regarding Natural Convection Phenomena. ISIJ, International, Vol. 42, No. 1, 2002.
- [16] Y. Pan & Bo. Björkman. Physical and Mathematical Modelling of Thermal Stratification Phenomena in Steel Ladles. ISIJ, International, Vol. 42, No. 6, 2002.

- [17] S. Ganguly & S. Chakraborty. Scaling Estimations of Thermal and Flow Field in Gas-Stirred Ladles. *Metallurgical and Material Transactions B*, Vol. 36 B, 2005.
- [18] Maldonado-Parra, Ramírez Argaéz, Nava, Gonzales. Effect of both radial position and number of porous plugs on chemical and thermal mixing in an industrial ladle involving two phase flow. *ISIJInternatonal*, Vol. 51, No. 7, 2011.
- [19] J. Szekely, J.W. Evans y J.K. Brimacombe. *The Mathematical and Physical Modeling of Primary Metals processing Operations*, John Wiley & Sons, New York, 2010.
- [20] J.S. Woo, J. Szekely, A.H. Castillejos & J.K. Brimacombe. A Study on the Mathematical Modeling of Turbulent Recirculating Flows in Gas-Stirred Ladles. *Metallurgical Transaction B*, Vol. 21B: 169-217 April 1990.
- [21] B. Melissari & Argyropoulos. Development of a Heat Transfer Dimensionless Correlation for Spheres immersed in a Wide Range of Prandtl Number Fluids, Department of Materials Science and Engineering, University of Toronto, May 2005.
- [22] Morua Ramírez Miguel Ángel. Tesis Licenciatura. Estudio Experimental de Mezclado en Ollas Agitadas con Gas Asistido por Modelación Física. FQ, UNAM, 2010.

APENDICE

1. CALCULO DEL AREA DE LOS CILINDROS DE HIELO

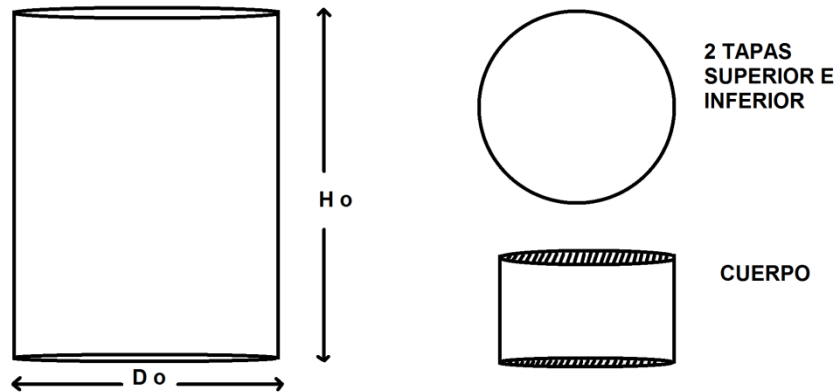


Figura 3.3.1. Esquema de un hielo y sus dimensiones.

Para calcular el área de un solo cilindro debemos tomar en cuenta el área de las dos tapas del cilindro y el área del cuerpo (ver Figura 3.3.1).

$$A_{dos\ tapas} = 2\pi R_0^2 \tag{Ec. 6.1.1}$$

$$A_{cuerpo} = 2\pi R_0 H_0 \tag{Ec. 6.2.2}$$

De esta forma el área total de los cuatro cilindros es:

$$A_{Total} = 4A_{dos\ tapas} + 4A_{cuerpo} \tag{Ec. 6.3.3}$$

$$A_{Total} = 8\pi R_0^2 + 8\pi R_0 H_0 \tag{Ec. 6.3.4}$$

Si ponemos el área en función de la altura mediante una constante C_1 a través de la siguiente formula $H = C_1 R$.

$$A_{Total} = 8\pi R(t)^2(1 + C_1) \tag{Ec. 6.3.5}$$