

Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Estudio numérico de los forzamientos que generan la surgencia de Yucatán

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE: FÍSICO

PRESENTA: ANA KARINA RAMOS MUSALEM

DIRECTOR DE TESIS: DR. JORGE ZAVALA HIDALGO



2013



Universidad Nacional Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor. 1. Datos del alumno

Ramos Musalem Ana Karina 56 39 99 40 Universidad Nacional Autónoma de México Facultad de Ciencias Física 305687748 2. Datos del tutor Dr. Jorge Zavala Hidalgo 3. Datos del sinodal 1 Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach 4. Datos del sinodal 2 Dr. Angel Ruiz Angulo 5. Datos del sinodal 3 Dr. Artemio Gallegos García 6. Datos del sinodal 4 Dr. Steven Czitrom Baus 7. Datos del trabajo escrito Estudio numérico de los forzamientos que generan la surgencia de Yucatán 95 p

2013

Resumen

A pesar de que hace más de 50 años se ha reportado evidencia hidrográfica de la surgencia en la Península de Yucatán, aún no se ha alcanzado un consenso respecto a los mecanismos que la causan. En este trabajo se estudian los forzamientos que podrían generar estos eventos de surgencia por medio de simulaciones numéricas realizadas con el modelo de circulación global MITgcm. El dominio computacional, que comprende todo el Golfo de México, está discretizado en una malla rectangular regular de 352x269x48 nodos. La resolución horizontal es de $1/20^{\circ}$ y hay 48 niveles verticales, con 20 niveles en los primeros 100 m. El modelo numérico es forzado en la superficie con viento, flujos de calor, humedad relativa y precipitación, tomados del reanálisis de NCEP/NCAR. Las condiciones iniciales y de frontera fueron tomadas del experimento del Golfo de México a $1/25^{\circ}$ del modelo HYCOM. Las salidas analizadas corresponden a 5 años de simulación (2007-2011), durante los cuales se identificaron decenas de eventos de surgencia en la zona del banco de Campeche. Los eventos más intensos y prolongados ocurrieron durante el verano. La surgencia se dividió en dos procesos para su análisis: El ascenso vertical de agua desde capas profundas y la intrusión de agua de menor temperatura en la plataforma continental. El primer proceso se caracterizó con el transporte vertical ascendente de agua y el segundo con el transporte en dirección este-oeste de agua con temperatura menor a 18°C. El análisis de las series de tiempo de estas dos variables muestra una correlación significativa con la altura del nivel del mar en el Banco de Campeche y la vorticidad relativa en la zona. Se encontró que la surgencia ocurre cuando hay disponibilidad de agua fría por transporte vertical y transporte horizontal asociado a vientos y gradiente de presión a lo largo de la costa. Más aún, el análisis espectral de las series de tiempo muestra un pico entre 5 y 10 días en los espectros de transporte vertical, transporte E-O, vorticidad y altura del nivel del mar. Esto sugiere que el principal mecanismo de forzamiento de la surgencia tiene un período caraterístico entre 5 y 10 días y podría estar asociado con ondas atrapadas a la costa que viajan a lo largo del talud y la costa Golfo de México.

Π

Agradecimientos

Quiero agradecer al Dr. Jorge Zavala Hidalgo por darme la oportunidad de trabajar con él. Agradezco enormemente su apoyo, su confianza y el tiempo que dedicó a este trabajo y a mi formación; también, a los miembros del jurado: Dra. Catalina Elizabeth Stern Forgach, Dr. Angel Ruiz Angulo, Dr. Artemio Gallegos García y Dr. Steven Czitrom Baus, por el tiempo invertido en la corrección de esta tesis.

A Angel, por su inagotable paciencia, su tiempo y su amistad.

Al Dr. Julio Sheinbaum Pardo porque sin su ayuda y sugerencias el modelo nunca habría corrido; a la Dra. Vala Hjörleifsdóttir por quitarme el miedo a los mulitapers; a M. en C. María Eugenia Allende Arandía por su ayuda con el manejo de datos de HYCOM y NARR y a Lorena Gómez Mutio por editar todos los esquemas.

A todos los miembros del grupo Interacción Océano-Atmosfera del CCA por enriquecer esta experiencia en todos los aspectos.

A mi familia y amigos, cuya intesección no es vacía: Javier, Diana, Alicia, Mónica, Alejandro, Maru, Yelo, Nahim, Ale, Toño, Juan Pablo, Gaby, Lorena, Daniel, Marisol, Rafael, Iván, Carla, Abraham, Ximena, Scandra y Helena, por estar conmigo siempre.

A Gala y al yoga, que equilibra mi andar por la vida.

A Rebe, por todo su kepe y todo su amor.

A Iván, que hace 22 años me convirtió en la hermana más afortunada del universo.

A Daniel, por lo que ha sido y lo que será.

A mis padres, quienes tienen mi gratitud, mi amor y mi admiración infinitos.

IV

A Javier y Maru

Acrónimos

 ${\bf CL}\,$ Corriente del Lazo. 2

HYCOM Hybrid Coordinate Ocean Model. 8

MITgcm Massachussetts Institute of Technology general circulation model. 8

RCL Remolinos de la Corriente del Lazo. 2

RFCL Remolinos Frontales de la Corriente del Lazo. 2

SSH Altura del Nivel del Mar. 27

Acronyms

VIII

Índice general

| Re | esumen | Ι |
|-----------------|--|-----|
| Agradecimientos | | II |
| Acrónimos | | VII |
| 1. | Introducción | 1 |
| | 1.1. Área de estudio | 1 |
| | 1.2. Surgencia | 4 |
| | 1.3. Antecedentes | 6 |
| 2. | Modelo de circulación global MITgcm | 9 |
| | 2.1. Ecuaciones del modelo MITgcm | 9 |
| | 2.2. Discretización espacial y temporal | 13 |
| 3. | Configuración de la simulación | 17 |
| | 3.1. Configuración espacial y temporal | 17 |
| | 3.2. Condiciones iniciales y de frontera | 17 |
| | 3.3. Difusión | 19 |
| | 3.4. Forzamiento | 20 |
| 4. | Resultados | 23 |
| | 4.1. Validación de las salidas del modelo MITgcm | 23 |
| | 4.2. Descripción cualitativa de un evento de surgencia | 24 |
| | 4.3. Transporte de masas de agua y su relación con otras variables | 32 |
| | 4.4. Análisis de frecuencias | 42 |
| 5. | Conclusiones | 49 |

| A. Transport | e de Ekman | 53 | | |
|---------------------------|---|----|--|--|
| A.0.1. | Capa de Ekman de fondo | 54 | | |
| A.0.2. | Generalización para flujos no uniformes | 56 | | |
| A.0.3. | Capa de Ekman sobre fondo no uniforme | 58 | | |
| A.0.4. | Capa superficial de Ekman | 60 | | |
| B. Filtros Multi-taper 63 | | | | |
| B.0.5. | Secuencias prolatas esferoidales | 64 | | |
| B.0.6. | Parámetros de las funciones taper | 66 | | |
| Glosario | | 68 | | |

Índice de figuras

| 1.1. | Batimetría del Golfo de México. El cuadro negro enmarca el área de estudio. | 2 |
|------|---|----|
| 1.2. | Figura tomada de Sheinbaum et al. (2002). (a) Estructura del campo de velocidad promedio obtenida de 10 meses de mediciones a través del Canal de Yucatán. Las áreas sombreadas indican que el flujo va hacia el Golfo de México. Las contracorrientes, fluyendo hacia el Caribe, se encuentran en las capas profundas a ambos lados del canal. (b) Es- tructura de la temperatura promedio en el canal obtenida de 10 meses de mediciones. (c) y (d) Variabilidad del flujo obtenida de espectros de potencia vectoriales para las frecuencias inerciales y subinerciales, | |
| | respectivamente. | 3 |
| 1.3. | a) Espiral de Ekman. Figura modificada de Mateos-Jasso (2009). b) Mecanismo de afloramiento costero debido al viento. Figura modifica- | |
| | da de http://www.nwfsc.noaa.gov. | 6 |
| 2.1. | Representación esquemática de las coordenadas esféricas en donde ϕ representa la latitud, λ la longitud, r la distancia al centro de la Tierra y u,v,w las velocidades meridional, zonal y vertical, respectivamente [Marshall et al. (1997b)] | 13 |
| 2.2. | Esquema de la malla horzontal tipo Arakawa C en donde las líneas punteadas representan las celdas de trazadores. (a) El área de la celda de trazador A_c , está delimitada por las longitudes Δx_g y Δy_g . (b) El área de la celda de vorticidad, A_{ζ} , está delimitada por Δx_c y Δy_c . (d) El área de la celda v, A_w , está delimitada por Δx_v y Δy_f . (e) El área de la celda u, A_s , está delimitada por Δx_f y Δy_u . (c) Escalonamiento | |
| | en la vertical (www.mitgcm.org). | 14 |

| 0.1. | Batimetría con contornos de profundidad cada 500 m utilizada en los experimentos numéricos con el modelo MITgcm. | 18 |
|------|---|----|
| 4.1. | Comparación de las varianzas anuales de SSH entre las salidas de los modelos MITgcm y HYCOM en 2008. | 24 |
| 4.2. | Comparación de los promedios mensuales de temperatura a 2.5 m de profundidad entre las salidas de los modelos MITgcm y HYCOM | 25 |
| 4.3. | Comparación de los promedios mensuales de temperatura a 37.5 m de profundidad entre las salidas de los modelos MITgcm y HYCOM $$ | 26 |
| 4.4. | Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (° C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010 | 28 |
| 4.4. | Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (° C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010 | 29 |
| 4.4. | Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (° C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010 | 30 |
| 4.4. | Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (° C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010 | 31 |
| 4.5. | (a) Cortes zonales mostrados en la figura 4.6, (b) Corte meridional en 88.02°W a lo largo del cual se calculó el transporte mostrado en la figura 4.8b y área a través de la cual se calculó el transporte vertical la figura 4.8a | 32 |

| 4.6. | Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (° C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zo- nales distintos (Fig.4.5a): 22.625° N , 22.325° N , 22.125° N , 21.625° N , 21.125° N , 26.625° N | 33 |
|-------|--|----|
| 4.6. | Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (°C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zonales distintos (Fig.4.5a): $22.625^{\circ}N$, $22.325^{\circ}N$, $22.125^{\circ}N$, $21.625^{\circ}N$, $21.125^{\circ}N$, $26.625^{\circ}N$ | 34 |
| 4.6. | Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (° C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zonales distintos (Fig.4.5a): 22.625° N , 22.325° N , 22.125° N , 21.625° N , 21.125° N , 26.625° N | 35 |
| 4.6. | Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (° C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zonales distintos (Fig.4.5a): 22.625° N , 22.325° N , 22.125° N , 21.625° N , 21.125° N , 26.625° N | 36 |
| 4.7. | Secuencia de descenso del nivel del mar previo al evento de surgencia descrito en esta sección. | 37 |
| 4.8. | (a) Transporte vertical ascendente a través del área señalada en 4.5b a una profundidad de 37.5 m. (b) Transporte en dirección oeste a través del corte señalado en 4.5b longitud 88.02°W de agua con temperatura menor a 18°C. | 39 |
| 4.9. | (a) Áreas sobre las cuales se promediaron las variables de las series de tiempo mostradas en las figuras 4.10-4.13, (b) Áreas C1-C4 en donde se calculó y promedió la vorticidad relativa. | 41 |
| 4.10. | Series de tiempo correspondientes al período 2007-2011 de transporte E-O de agua con T<18° C , transporte vertical, altura del nivel del mar promedio en las áreas SSH1 y SSH2 de la figura 4.9a, vorticidad relativa promedio en el área C2 y componente zonal promedio del viento calculada en el área Uwind | 43 |
| 4.11. | Series de tiempo correspondientes al año 2007 de transporte E-O de agua con T<18° C , transporte vertical, altura del nivel del mar promedio en las áreas SSH1 y SSH2 de la figura 4.9a, vorticidad relativa promedio en el área C2 y componente zonal promedio del viento cal- | |
| | culada en el área Uwind. | 44 |

| 4.12. | Series de tiempo correspondientes al período 2007-2011 de transporte | |
|-------|---|----|
| | E-O de agua con T<18°C, transporte vertical, altura del nivel del | |
| | mar promedio en el área SSH1 de la figura 4.9a y vorticidad relativa | |
| | promedio en el área C2. | 45 |
| 4.13. | Series de tiempo correspondientes al año 2007 de transporte E-O de | |
| | agua con T<18° C , transporte vertical, altura del nivel del mar pro- | |
| | medio en el área SSH1 de la figura 4.9a y vorticidad relativa promedio | |
| | en el área C2. | 46 |
| 4.14. | Espectros multitaper con $k = 29$ y filtro pasa altos de 60 días de | |
| | (a) vorticidad relativa en las zonas C1-C4; (b) altura del nivel del mar | |
| | SSH1 y SSH2; (c) transporte vertical a 37.5 m y 62.5 m de profundidad | |
| | y (d) transporte E-O de agua con T<18°C | 48 |
| A 1 | | |
| A.1. | Efecto de la fricción debida al fondo en un flujo uniforme en rotación. | 50 |
| | Figura modificada de Cushman-Roisin and Beckers (2011) | 56 |
| A.2. | Esquema que ilustra la divergencia en la capa de Ekman de fondo y | |
| | hundimiento en el interior. Las flechas horizontales corresponden a un | |
| | giro anticiclónico en el interior. De la misma forma, un giro ciclónico | |
| | en el interior genera convergencia en la capa de Ekman y surgencia en | - |
| | el interior. Figura modificada de Cushman-Roisin and Beckers (2011). | 58 |
| A.3. | Bombeo de Ekman para el hemisferio norte. Figura modificada de | |
| | Cushman-Roisin and Beckers (2011) | 61 |
| B.1. | Comparación entre la ventana de Dirichlet (rectangular) con dos ta- | |
| | pers comunes: el cosenoidal y el de Hann [Pilz and Parola (2012)] | 64 |
| B.2. | Primeras cinco secuencias de Slepian $k = 2.5$ para una serie de longitud | |
| | L=512 | 66 |
| В.З. | Espectros de vorticidad calculados usando distintos valores de k. (a) | |
| | k = 3,5, (b) $k = 8$, (c) $k = 16$, (d) $k = 29$ | 67 |

Índice de cuadros

| 4.1. | Matriz R de coeficientes de correlación | 41 |
|------|---|----|
| 4.2. | Matriz P de valores hipótesis de no correlación | 41 |
| 4.3. | Matrices RLO y RUP de límites inferiores y superiores de los coefi- | |
| | cientes de correlación para un intervalo de confianza de 95 % | 42 |

ÍNDICE DE CUADROS

Capítulo 1

Introducción

1.1. Área de estudio

La surgencia o afloramiento consiste en el ascenso de masas de agua subsuperficiales, con menor temperatura y mayor concentración de nutrientes, que reemplazan a las masas de agua superficiales [Cushman-Roisin and Beckers (2011)]. Las surgencias ocurren en zonas resringidas del océano y juegan un papel importante en la fertilización del océano. La región de afloramiento que se estudia en este trabajo se encuentra en el Banco de Campeche, sobre la plataforma continental de Yucatán, que se extiende hasta 260 km hacia adentro del Golfo de México y entre 1 y 2 km hacia la costa del Caribe [Merino (1997)] (Fig. 1.1). Las coordenadas geográficas de la región comprenden de 19 °N a 24 °N y de 85 °40'W a 90 °W.

El pasaje que conecta al Mar Caribe con el Golfo de México se conoce como Canal de Yucatán o Estrecho de Yucatán, aunque técnicamente no es lo suficientemente largo para ser un canal ni lo suficientemente angosto para ser un estrecho [Ochoa et al. (2001)]. A lo largo de este canal fluye la corriente de Yucatán, que es la fuente principal de alimentación del Golfo de México.

El flujo a través del canal tiene una estructura vertical compleja. Por un lado, la corriente de Yucatán fluyendo hacia el Golfo de México principalmente en el occidente del canal y en las capas superiores; en los niveles profundos fluye hacia el sur la contracorriente de Yucatán. Por el lado oriental, la contracorriente Cubana, que va desde la superficie hasta 300 m; debajo de ésta, otra corriente reportada por primera vez por Ochoa et al. (2001) y Sheinbaum et al. (2002), entre los 500 m y 1500 m de profundidad, fluyendo hacia el Caribe (Fig. 1.2). La corriente de Yucatán está caracterizada por velocidades medias de 1.5 ms^{-1} con fluctuaciones de hasta 3 ms^{-1} , un transporte promedio de 23.8 Sv, meandros, remolinos y una variabilidad



Figura 1.1: Batimetría del Golfo de México. El cuadro negro enmarca el área de estudio.

estacional poco intensa [Sheinbaum et al. (2002)].

La corriente de Yucatán alimenta a la Corriente del Lazo (CL), cuya importancia en la circulación y termodinámica del Golfo de México ha sido reconocida por décadas. Esta corriente genera remolinos anticiclónicos, conocidos como Remolinos de la Corriente del Lazo (RCL), de más de 250 km de diámetro, alrededor de 800 m de profundidad y tiempo de vida de hasta un año, mientras se mueven hacia el noroeste del Golfo de México, en donde decaen [Zavala-Hidalgo et al. (2006)]. Los RCL son generados aperiódicamente y tienen un tiempo de desprendimiento promedio de 9.5 meses [Zavala-Hidalgo et al. (2006)]. No todos los remolinos se desprenden; algunos se reincorporan a la corriente del Lazo para separarse posteriormente. El momento exacto del desprendimiento no se puede determinar con precisión y el proceso de desprendimiento puede durar varios días o hasta meses.

El mecanismo de desprendimiento de los RCL es complejo y parece no tener una causa única [Athié et al. (2012)]. Se han considerado dos mecanismos principales de desprendimiento [Schmitz (2005)]. El primero involucra remolinos glsplciclonico que se forman en la frontera de la corriente del Lazo [Zavala-Hidalgo et al. (2003), Schmitz (2005)]. Estos ciclones se conocen como Remolinos Frontales de la Corriente del Lazo (RFCL) y tienen un diámetro de entre 50 km y 150 km, una velocidad de giro de entre 0.30 y 0.50 ms^{-1} y se forman en ambos lados de la CL, tanto en el Banco de Campeche [Zavala-Hidalgo et al. (2003)] como en la frontera este, cerca del Banco Tortugas en el Estrecho de Florida [Fratantoni et al. (1998)]. Se



Figura 1.2: Figura tomada de Sheinbaum et al. (2002). (a) Estructura del campo de velocidad promedio obtenida de 10 meses de mediciones a través del Canal de Yucatán. Las áreas sombreadas indican que el flujo va hacia el Golfo de México. Las contracorrientes, fluyendo hacia el Caribe, se encuentran en las capas profundas a ambos lados del canal. (b) Estructura de la temperatura promedio en el canal obtenida de 10 meses de mediciones. (c) y (d) Variabilidad del flujo obtenida de espectros de potencia vectoriales para las frecuencias inerciales y subinerciales, respectivamente.

ha observado que estos ciclones se desplazan de Florida a Yucatán [Fratantoni et al. (1998)], de Yucatán a Florida [Zavala-Hidalgo et al. (2003)] o ambos al mismo tiempo [Schmitz (2005)], ahorcando la CL y ocasionando el desprendimiento del remolino anticiclónico. También se ha observado que cuando un RFCL se mantiene al norte de la CL, el tiempo entre dos desprendimientos consecutivos aumenta [Zavala-Hidalgo et al. (2006)]. Hay varias teorías acerca de la formación de los RFCL. Una posibilidad es que se formen localmente por inestabilidades barotrópicas o baroclínicas alrededor de la CL [Hurlburt (1986)] o por advección de ciclones por el Canal de Yucatán [Candela et al. (2002), Athié et al. (2012)].

Recientemente, Jouanno et al. (2012) proponen que ondas atrapadas a la costa, provenientes del occidente del Golfo de México, acentúan el gradiente del nivel del mar en la zona del Banco de Campeche y aumentan el flujo en dirección norte cuando impactan con la CL. Esta aceleración produce un pulso de vorticidad positiva que se propaga hacia el norte y crece hasta formar un remolino ciclónico cuando alcanza aguas profundas. Las anomalías de vorticidad relativa que dan lugar a los RFCL tienen una frecuencia característica de entre 6 y 10 días y se originan en 21.2°N, en donde termina la plataforma continental en el extremo sur del banco de Campeche. Esta frecuencia es mayor a la asociada a los RFCL reportados por [Zavala-Hidalgo et al. (2003) y Athié et al. (2012)] por lo que Jouanno et al. (2012) sugieren que los trabajos mencionados pueden estar describiendo otro régimen de variabilidad asociado con fluctuaciones de gran escala en el caso del primero o advección de anomalías ciclónicas en el segundo caso.

El segundo mecanismo consiste en la extensión de la CL hacia el noroeste del Golfo de México, apartando al RCL de la corriente. Los procesos relevantes al desprendimiento de remolinos no se limitan a los RFCL, también se podrían considerar inestabilidades dinámicas, pulsos de transporte en el Caribe y Florida, la intrusión de la CL en el Golfo de México y forzamientos remotos del viento del Océano Atlántico [Athié et al. (2012)].

1.2. Surgencia

Existen diversas áreas geográficas que presentan afloramientos y diversas causas de este fenómeno. En general, la escala espacial en la que ocurren es del orden del radio de deformación de Rossby, R, que depende de la estratificación, la profundidad del océano, la latitud y la rotación terrestre [Cushman-Roisin and Beckers (2011)]. El valor de R en condiciones oceánicas típicas fluctúa entre 10 y 20 km [Pedlosky (1974)].

Existen dos tipos de afloramiento: ecuatorial y costero [Smith (1968)]. El afloramiento costero genera condiciones favorables para una gran productividad biológica ya que en estas zonas se produce el 50 % de la biomasa pescable del planeta [Ryther (1969)].

La surgencia tiene una gran influencia en el clima costero. Durante los periodos de afloramiento, el gradiente de temperatura entre el océano y la tierra se intensifica, incrementando las brisas marinas [Franchito et al. (1992)]. Además, ocasiona veranos más húmedos y tardíos y la formación de frentes en donde el agua fría y más densa se encuentra con el agua cálida superficial de menor densidad [Condie (1994)].

El mecanismo que genera el afloramiento costero no es único y puede ser de gran complejidad. El más común es causado por el transporte de Ekman, debido a la fricción entre la superficie del océano y la componente del viento a lo largo de la costa, y a la rotación terrestre.

El esfuerzo del viento sobre el océano genera capas y corrientes de Ekman. La capa superficial de Ekman es la porción del océano en la cual el gradiente de presión, la fuerza de Coriolis y el arrastre turbulento están balanceados. De acuerdo a la teoría de Ekman (Apéndice A), las corrientes de Ekman promediadas a lo largo de la capa de Ekman forman un ángulo de 90° hacia la derecha (izquierda) del viento en el hemisferio norte (sur) (Fig. 1.3a). Así, la componente del viento a lo largo de la costa genera un transporte ya sea costa adentro o costa afuera. El transporte es costa afuera si la componente del viento a lo largo de la costa se mueve con la costa a la izquierda (derecha) en el hemisferio norte (sur) (Fig. 1.3b). Si este es el caso, hay una disminución de agua en las capas superficiales y hay una baja de presión que ocasiona que las aguas más profundas asciendan para reemplazar el volumen de agua transportado lateralmente [Cushman-Roisin and Beckers (2011)].

El transporte de Ekman no es la descripción completa de la circulación en los afloramientos debidos al viento. La baja presión generada a lo largo de la costa también sostiene, vía geostrofía, una corriente en la misma dirección, mientras que un estiramiento vertical en la capa inferior genera vorticidad relativa y un flujo de corte, por lo que el flujo es bastante complejo [Cushman-Roisin and Beckers (2011)].

Otro mecanismo de surgencia se debe a la fricción del agua con el fondo. Como se explica en el Apéndice A, existen capas de Ekman tanto en la superfice, como en el fondo. Como el transporte de la capa de Ekman no es paralelo al flujo interior, es posible que éste tenga una divergencia distinta de cero. El flujo en la capa límite, converge o diverge si el flujo interior tiene vorticidad relativa. Debido a la presencia del fondo sólido, el fluido, que cumple la condición de divergencia o convergencia, sólo puede venir del interior por medio de una velocidad vertical conocida como



Figura 1.3: a) Espiral de Ekman. Figura modificada de Mateos-Jasso (2009). b) Mecanismo de afloramiento costero debido al viento. Figura modificada de http://www.nwfsc.noaa.gov.

bombeo de Ekman. Entre mayor sea la vorticidad del flujo promedio, mayor será la divergencia/convergencia. La dirección de la velocidad vertical es hacia arriba en un flujo ciclónico (en dirección opuesta a las manecillas del reloj) y hacia abajo en uno anticiclónico (en dirección de la manecillas del reloj). Esto se respeta en el hemisferio sur, en donde ciclónico y anticiclónico tienen la dirección opuesta que en el hemisferio norte.

Otros mecanismos de surgencia consideran factores como el efecto de Coriolis, topografía, estratificación, dinámica no lineal, vorticidad, curvatura de la costa, variaciones de la viscosidad turbulenta, cizallamiento de la corriente cerca del talud [Jiménez-Lagunes (2004)].

1.3. Antecedentes

Los eventos de surgencia en el Banco de Campeche han sido reportados desde hace más de 40 años por Cochrane (1969), Ruiz (1979) y más recientemente por Merino (1997). A partir de comparaciones entre diagramas T-S de distintas zonas de la península, Merino reporta que el afloramiento consiste en el ascenso de parcelas de agua con una temperatura característica de 16 °C a 20 °C, salinidad entre 36.1 -36.5, concentraciones de oxígeno disuelto de entre 3.4 y 3.7 ml/l, y un gran contenido de nitratos (8-14 $\mu mol/l$), fosfatos (1.2-1.7 $\mu mol/l$) y silicatos (4.5-7.3 $\mu mol/l$) por lo que tiene un gran potencial fertilizante. En ausencia de estas aguas profundas, la temperatura sobre la plataforma entre los 10 y 150 m de profundidad está entre

$25 \,^{\circ}\text{C}$ y $29 \,^{\circ}C$ [Jiménez-Lagunes (2004)].

En el mismo estudio, Merino encontró que el agua aflorada no irrumpe en la superficie. Asciende desde una profundidad de entre 220 y 250 m en la zona del Caribe (Fig. 1.1) hasta una profundidad de 10 - 70 m en la zona del Banco de Campeche. Horizontalmente, el agua comienza su ascenso aproximadamente desde 20°15'N, justo al sur de Cozumel y alcanza su punto más alto de surgencia 200 km al norte.

Otra característica reportada por Merino es la estacionalidad de los eventos de surgencia, que se presentan con mayor intensidad y frecuencia en primavera y verano, y propone que se debe a variaciones de la Corriente de Yucatán. Otros estudios han mostrado que no hay una estacionalidad clara en el transporte de la corriente. Al respecto, Mateos-Jasso (2009) encontró que la estacionalidad de los eventos de afloramiento está ligada en forma indirecta a los vientos en el Golfo de México.

De acuerdo con las observaciones de Merino, el afloramiento en la península de Yucatán no se ajusta al mecanismo clásico ocasionado por viento por diversas razones. Primero, no existe una línea de costa paralela al borde de la plataforma dirigida de norte a sur. Los vientos alisios son zonales, i.e. de este a oeste, la mayor parte del año (Athie, 2002), por lo que su dirección no es favorable para producir la lengüeta de agua observada entre $22^{\circ} - 23^{\circ}$ N y $87^{\circ} - 89^{\circ}$ W[°]. Finalmente, el agua aflorada no irrumpe en la superficie.

La explicación alternativa más aceptada del mecanismo de surgencia en Yucatán es la propuesta por Cochrane (1969). La hipótesis argumenta que la fricción de la corriente de Yucatán sobre el fondo produce un transporte de Ekman pendiente arriba, convirtiéndolo directamente en afloramiento. Contraria a esta hipótesis, Jiménez-Lagunes (2004) encontró evidencia numérica que sugiere que los movimientos verticales del flujo están asociados a cambios en la batimetría pero no provocan un transporte neto significativo y los esfuerzos del fondo sobre el fluido son muy débiles para sostener eventos de surgencia como el reportado por Merino. En cambio, después de hacer un análisis comparativo de zonas de afloramiento similares a Yucatán en morfología, magnitud de la velocidad vertical, estacionalidad, nivel de ascenso de las aguas afloradas y la corriente de margen occidental (costa este de Florida y Australia, Somalia y Cabo Fro en Brasil), propone que el factor principal del mecanismo de afloramiento es la separación de la corriente del talud continental, seguido de la morfología de la zona.

El estudio numérico de la surgencia es importante ya que existen complicaciones instrumentales para medirla directamente debido a que las velocidades verticales del fenómeno son entre dos y tres órdenes de magnitud menores que las horizontales. El objetivo de este trabajo es analizar numéricamente los forzamientos que generan la surgencia en Yucatán, utilizando condiciones batimétricas y climatológicas realistas de la zona. Para ello se configuró el modelo numérico Massachussetts Institute of Technology general circulation model (MITgcm) y se simuló la circulación del Golfo de México durante un período 5 años (2007-2011). Las características del modelo se presentan en el capítulo 2 y la configuración utilizada, datos iniciales y forzamientos climátológicos se exponen en el capítulo 3. En el capítulo 4 se muestra el análisis de las salidas del modelo. Primero, se expone la validación de la configuración utilizada y las salidas obtenidas comparándolas con salidas del modelo Hybrid Coordinate Ocean Model (HYCOM). Después, se describe cualitativamente un evento típico de sugencia utilizando mapas de temperatura a distintas profundidades y cortes, así como mapas de altura del nivel del mar. Posteriormente, se expone la relación entre las variables asociadas a la surgencia, la altura del nivel del mar en el Banco de Campeche, la vorticidad relativa de la zona y el viento zonal. Posteriormente, se realiza un análisis espectral de las series de tiempo de las variables antes mencionadas. Finalmente, en el capítulo 5 se exponen las conclusiones del trabajo.

Capítulo 2

Modelo de circulación global MITgcm

El modelo MITgcm se puede utilizar para estudiar tanto fenómenos atmosféricos como océanicos. Puede funcionar en modo hidrostático y no hidrostático, lo cual permite estudiar fenómenos de escalas espaciales tan diversas como experimentos de laboratorio o simulaciones globales. Para correr simulaciones del océano y la atmósfera desde un sólo núcleo dinámico explota isomorfismos entre las ecuaciones que gobiernan la evolución de los respectivos flujos. Así, un sólo sistema de ecuaciones hidrodinámicas se escribe y disecretiza para ambos casos. Las variables del modelo tienen una interpretación física distinta dependiendo de si se estudia la atmósfera o el océano. Por ejemplo, la coordenada vertical r se interpreta como presión en el caso de la atmósfera y como profundidad para el océano.

2.1. Ecuaciones del modelo MITgcm

El estado del flujo en cualquier instante está caracterizado por la distribución de velocidad \vec{v} , trazadores θ y S, la presión p y densidad ρ . Las ecuaciones que gobiernan la evolución de estos campos, obtenidas de aplicar las leyes de la mecánica clásica y termodinánica a un flujo de Navier-Stokes en rotación usando la aproximación de Boussinesq, están escritas en términos de la coordenada genérica r para que se puedan aplicar isomórficamente las condiciones de frontera cinemáticas apropiadas.

La aproximación de Boussinesq parte del hecho de que la densidad del flujo varía despreciablemente respecto a un valor de referencia ρ_0 dentro de una vecindad, por

lo que la densidad se expresa como:

$$\rho = \rho_0 + \rho'(\vec{r}, t), \tag{2.1}$$

con $|\rho'| \ll \rho_0$ y \vec{r} la posición. Físicamente, esto significa que la conservación de masa es simplemente conservación de volumen. Esta simplificación implica la eliminación de ondas de sonido, ya que su propagación depende de la compresibilidad del medio. En las ecuaciones de momento se sustituye la densidad ρ por ρ_0 excepto en los términos de aceleración gravitacional y en la ecuación para la energía. Las ecuaciones que resuelve el modelo son las siguientes: En coordenadas esféricas, las velocidades zonal, meridional y vertical, respectivamente son

$$u = r\cos\phi \frac{D\lambda}{Dt},\tag{2.2a}$$

$$v = r \frac{D\phi}{Dt},\tag{2.2b}$$

$$w = \frac{Dr}{Dt},\tag{2.2c}$$

donde ϕ es la latitud, λ es la longitud y r es la distancia al centro de la Tierra. Por otro lado, separamos la presión $p(\lambda, \phi, r)$ en términos superficial, hidrostático y no hidrostático:

$$p = p_s(\lambda, \phi) + p_{hid}(\lambda, \phi, r) + p_{nohid}(\lambda, \phi, r).$$
(2.3)

Sustituyendo la presión p en las ecuaciones de Navier-Stokes de un flujo de Boussinesq [Marshall et al. (1997b)] :

$$\frac{\partial v_{hor}}{\partial t} + \nabla_{hor} p_s + \nabla_{hor} p_{hid} = \vec{G}_{\vec{v}hor}, \qquad (2.4)$$

$$\frac{\partial p_{hid}}{\partial r} = -b, \qquad (2.5)$$

$$\epsilon_{nohid} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial p_{nohid}}{\partial r} = G_w, \qquad (2.6)$$

donde $\vec{v_{hor}} = (u, v)$, ∇_{hor} son los términos horizontales del operador gradiente en coordenadas esféricas y $(\vec{G_{-hoy}}, G_w) = (G_u, G_v, G_w)$ representan los términos

2.1. ECUACIONES DEL MODELO MITGCM

advectivo, métrico y de Coriolis. Estos términos están definidos por:

 $-g rac{\delta p}{
ho_0}$ Flotación

 $+\underline{F_w}, \qquad for zamiento/disipación$

donde ϕ es la latitud y r la distancia al centro de la Tierra. En el esquema hidrostático, todos los términos subrayados en las ecuaciones [2.7-2.9] se desprecian y r se sustituye por el radio promedio de la tierra. En las ecuaciones cuasihidrostáticas no se impone un balance estricto entre la gravedad y el gradiente de presión vertical. El término de Coriolis, $2\Omega \cos \phi$, no se desprecia y se balancea con una contribución no hidrostática al gradiente de presión: sólo los términos doblemente subrayados en las ecuaciones [2.7-2.9] se desprecian. El término no hidrostático en la ecuación de momento vertical se convierte en $\frac{\partial p_{nohid}}{\partial r} = 2\Omega u \cos \phi$, haciendo una pequeña corrección a la presión hidrostática. Si se retienen todos los términos de la ecuaciones [2.7-2.9], el esquema es no hidrostático.

Las ecuaciones para la temperatura y salinidad están dadas por:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = G_T,\tag{2.10}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = G_S,\tag{2.11}$$

en donde

$$G_T \equiv -\nabla \cdot (\vec{v}T) + F_T,$$

$$G_S \equiv -\nabla \cdot (\vec{v}S) + F_S,$$

donde F_T y F_S son términos de forzamiento/disipación. Para completar la descripción del estado del flujo, se considera la ecuación de continuidad

$$\nabla \cdot \vec{v} = 0, \tag{2.12}$$

la ecuación de estado

$$\rho = \rho(T, S, p), \tag{2.13}$$

y la ecuación para la presión

$$\nabla^2 p = \nabla \cdot \vec{G}_{\vec{v}}.\tag{2.14}$$

En las ecuaciones anteriores, los operadores $\nabla \mathbf{y} \cdot \nabla$ están definidos, en coordenadas esféricas, de la siguiente manera:

$$\nabla \equiv \left(\frac{1}{r\cos\phi}\frac{\partial}{\partial\lambda}, \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\phi}, \frac{\partial}{\partial r}\right),\tag{2.15}$$

$$\nabla \cdot \vec{v} \equiv \frac{1}{r \cos \phi} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{\partial (v \cos \phi)}{\partial \phi}\right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 w)}{\partial r}, \qquad (2.16)$$

La solución única del sistema se obtiene al agregar a las ecuaciones 2.4-2.6, 2.10-2.14, las condiciones iniciales y de frontera. En las fronteras sólidas (fondo y costa), se aplica la condición de no flujo normal a través de las mismas, dada por

$$\vec{\mathbf{v}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 0. \tag{2.17}$$



Figura 2.1: Representación esquemática de las coordenadas esféricas en donde ϕ representa la latitud, λ la longitud, r la distancia al centro de la Tierra y u, v, w las velocidades meridional, zonal y vertical, respectivamente [Marshall et al. (1997b)].

En la superficie del océano $r = R_0 + \eta$, donde η es la diferencia entre r y la superficie en reposo R_0 , se plantea la condición de superficie libre

$$w = \frac{Dr}{Dt}.$$
(2.18)

2.2. Discretización espacial y temporal

La discretización espacial de las ecuaciones dinámicas se lleva a cabo usando el método de volumen finito. Esto equivale a un método de diferencias centradas de segundo orden en el interior del flujo, pero permite a las fronteras intersectar una malla regular para dar una representación más adecuada de la posición de las fronteras. Las direcciones horizontal y vertical se tratan de manera separada y diferente. Se pueden utilizar coordenadas esféricas, cilíndricas o curvilíneas [Adcroft et al. (2012)].

El modelo utiliza una malla tipo Arakawa C. Esta malla es escalonada, es decir, evalúa las variables en distintos puntos de las celdas.

Horizontalmente, el sistema coordenado es ortogonal curvilíneo, por lo que no se pueden tratar las dos direcciones por separado. Cada celda en la malla horizontal está descrita por la longitud de sus lados y su área (Fig. 2.2). De acuerdo a lo anterior, se definen cuatro tipos de celdas: de trazadores, de vorticidad, de velocidad meridional



Figura 2.2: Esquema de la malla horzontal tipo Arakawa C en donde las líneas punteadas representan las celdas de trazadores. (a) El área de la celda de trazador A_c , está delimitada por las longitudes Δx_g y Δy_g . (b) El área de la celda de vorticidad, A_{ζ} , está delimitada por Δx_c y Δy_c . (d) El área de la celda v, A_w , está delimitada por Δx_v y Δy_f . (e) El área de la celda u, A_s , está delimitada por Δx_f y Δy_u . (c) Escalonamiento en la vertical (www.mitgcm.org).

Verticalmente, los trazadores (T, S) se evalúan en los centros de las celdas. Los centros están en el punto medio entre las interfaces de las celdas (Fig. 2.2c), donde Δr_f es la diferencia en r (coordenada vertical) entre las caras.

La discretización temporal utiliza algoritmos distintos dependiendo del esquema que se quiere utilizar. Las ecuaciones de movimiento integradas por el modelo involucran cuatro ecuaciones pronósticas para el flujo $u \ge v$, temperatura $\theta \ge$ salinidad S, \ge tres ecuaciones diagnósticas para flujo vertical w, densidad ρ , \ge presión p_{hid} . La presión superficial se puede describir por una ecuación pronóstica o diagnóstica y, si se incluyen términos no hidrostáticos, se puede integrar una ecuación diagnóstica para presión no hidrostática.

Debido a que el modelo puede usarse con distintas formulaciones, el algoritmo es distinto en cada caso. El algoritmo global (método de presión) es independiente del esquema de evolución temporal escogido. 16
Capítulo 3

Configuración de la simulación

3.1. Configuración espacial y temporal

La resolución espacial horizontal del experimento numérico es de 0.05° (3 min) en una malla rectangular regular que abarca desde 15.5° N a 31.3° N y de 98.15° W a 80.6° W. Verticalmente, hay 48 niveles que van desde 2.5 m de profundidad hasta 4500 m, con 30 niveles en los primeros 200 m. Los datos para la construcción de la batimetría de la zona (Fig. 3.1) fueron tomados de la base *General Bathymetric Chart of the Oceans* (GEBCO) con resolución de 1 min y suavizados.

Las simulación tiene una duración de 5 años, comenzando el 1 de enero de 2007 y terminando el 1 de enero de 2012. El paso de tiempo entre iteraciones fue de 600 s, y se obtuvieron salidas diarias.

3.2. Condiciones iniciales y de frontera

Para inicializar el modelo se tomaron datos de temperatura, salinidad, nivel del mar, y velocidades zonal y meridional del experimento 20.1 HYCOM + NCODA Gulf of Mexico $1/25^{\circ}$ Analysis (GOMl0.04).

Al igual que las condiciones iniciales, las condiciones de frontera fueron tomadas de la salida del modelo HYCOM. En las fronteras abiertas el modelo se alimentó con datos de temperatura, salinidad, velocidad meridional y velocidad zonal cada quince días. Tanto las condiciones iniciales como las de frontera fueron interpoladas verticalmente, de 40 niveles verticales del HYCOM a 48.

La conservación de masa dentro del dominio se garantizó habilitando dentro del código principal, el paquete OBCS (*open boundary conditions*) para balancear los flujos de masa en las fronteras. Dicho balance consiste en integrar la componente



Figura 3.1: Batimetría con contornos de profundidad cada 500 m utilizada en los experimentos numéricos con el modelo MITgcm.

normal a la frontera de la velocidad en toda la superficie de la frontera, de manera que se obtenga el flujo de masa neto, entrante menos saliente. Idealmente, estos flujos deben ser iguales, así que el excedente de uno u otro se reparte entre toda la frontera como una ligera corrección.

Además, se utilizó una esponja numérica [Adcroft et al. (2012)] que añade un término de relajación a las ecuaciones de momento y trazadores activos (temperatura y salinidad). Las variables se relajan hacia los valores en la frontera con una escala temporal que incrementa linealmente con la distancia a la frontera:

$$G_{\chi}^{(\text{esponja})} = -\frac{\chi - [(L - \delta L)\chi_{BC} + \delta L_{\chi}]/L}{[(L - \delta L)\tau_b + \delta L_{\tau_i}]/L} = -\frac{\chi - [(1 - l)\chi_{BC} + l\chi]}{[(1 - l)\tau_b + l\tau_i]},$$

donde χ es la variable (U/V/T/S) en el interior, χ_{BC} es el valor en la frontera, L es el ancho de la esponja (dada en número de nodos dentro del código), $\delta L \in [0, L]$ ($\frac{\delta L}{L} = l \in [0, 1]$) la distancia a la frontera (también en número de nodos), y τ_b y τ_i escalas temporales de relajación en la frontera y al interior del dominio.

3.3. Difusión

Un modelo numérico es incapaz de resolver fluctuaciones turbulentas a escalas menores que la resolución de la malla. Por lo tanto, estas fluctuaciones se deben parametrizar para incluir su efecto al flujo que sí es resuelto.

El efecto primario de la turbulencia (pequeños remolinos) es la disipación. Para representar los esfuerzos de Reynolds y el efecto de los remolinos de menor escala en un sólo parámetro, se reemplaza la viscosidad molecular ν del flujo por una viscosidad mucho mayor, que depende de las propiedades del flujo y de la malla. Esta viscosidad se conoce como viscosidad turbulenta debida a remolinos (*eddy viscosity*) [Cushman-Roisin and Beckers (2011)].

El esfuerzo de Reynolds es la taza promedio de transferencia de momento a través de una superficie por movimientos turbulentos [Thorpe (2007)]. Idealmente, esta cantidad es matricial, pero debido a dificultades observacionales, es común que sólo se estime una componente (vertical) de mediciones. Así, el esfuerzo de Reynolds en la dirección vertical está relacionado con la viscosidad turbulenta debida a remolinos ν_E en la dirección vertical [Thorpe (2007)] por

$$\tau/\rho_0 \approx -\langle uw \rangle = \nu_E \frac{dU}{dz},$$
(3.1)

donde dU/dz es el gradiente vertical de la velocidad promedio y ν_E es la componente vertical de la viscosidad turbulenta. Las componentes horizontales se tratan de manera distinta a la vertical, pero igual entre ellas. Cuando la malla y los movimientos turbulentos en una simulación cubren una distancia horizontal mucho mayor que vertical, esta componente, \mathcal{A} , es mucho mayor que ν_E .

De la misma forma que en las ecuaciones de momento, en la ecuación de energía debe agregarse el efecto dispersor de movimientos turbulentos no resuletos a la difusión molecular de calor y la sal. Generalmente es adecuado utilizar el mismo valor \mathcal{A} para la viscosidad turbulenta en la ecuación de la energía, ya que los movimientos turbulentos de mayor escala y los procesos de escala menor a la malla dispersan el calor y la sal, tan eficientemente, como el momento.

En la vertical, se distingue la dispersión de energía de la de momento introduciendo una difusividad turbulenta por remolinos (*eddy diffusivity*) κ_E .

El método usado para calcular \mathcal{A} en las simulaciones de este trabajo es el propuesto por Smagorinsky (1963) [Cushman-Roisin and Beckers (2011)]:

$$\mathcal{A} = \Delta x \Delta y [(\frac{\partial u}{\partial x})^2 + (\frac{\partial v}{\partial y})^2 + \frac{1}{2} (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y})^2]^{\frac{1}{2}},$$
(3.2)

donde Δx y Δy son los incrementos horizontales de la malla.

En la vertical, el modelo aún no incluye el código para calcular ν_E y κ_E de acuerdo al esquema de Smagorinsky, por lo que se usaron valores constantes 10^4 y 10^2 , respectivamente. Estos valores son ampliamente usados en la zona del Golfo de México.

3.4. Forzamiento

La dinámica del océano depende fuertemente de factores externos como la cantidad de radiación que incide en su superficie, el esfuerzo del viento y la descarga de ríos que generan gradientes de densidad, temperatura y salinidad. En las simulaciones, se incluyeron los siguientes forzamientos: componente meridional y zonal del esfuerzo del viento, precipitación, descarga de agua dulce (ríos), temperatura del aire cerca de la superficie del océano, humedad relativa y flujos de radiación de onda corta y radiación de onda larga incidentes. Estas condiciones se actualizaron cada 6 horas de simulación. Los datos correspondientes se obtuvieron del reanálisis de NCEP Reanalysis I data, proveído por NOAA/OAR/ESRL PSD, Boulder, Colorado, EUA, de su página web http://www.esrl.noaa.gov/psd/ [Kalnay et al. (1996)]. Además, como se mencionó en la sección 3.2, las fronteras se forzaron cada quince días con datos de velocidad meridional, velocidad zonal, temperatura y salinidad.

Para completar los flujos de calor del sistema, el paquete de forzamientos externos (EXF) cuenta con subrutinas para calcular el calor latente Q_l , y sensible Q_s a partir de [Adcroft et al. (2012)]

$$Q_s = \rho_{aire} c_{p_{aire}} u_s c_u c_T \Delta T, \qquad (3.3)$$

$$Q_l = \rho_{aire} L u_s c_u c_q \Delta q, \qquad (3.4)$$

en donde ρ_{aire} es la densidad del aire, $c_{p_{aire}}$ es el calor específico del aire, Les el calor latente del agua, u_s es la rapidez del viento en superficie, c_u , c_T y c_q son coeficientes de intercambio turbulento para la rapidez del viento, temperatura y humedad, respectivamente; ΔT y Δq son las diferencias de temperatura entre el aire y el agua y entre una atmósfera saturada de humedad y la humedad relativa a 10 m.

La radiación de onda larga emitida por el océano, se calcula a partir de la Ley de Stefan-Boltzmann:

$$Q_{lw}^{em} = \epsilon \sigma T_{sup}^4, \tag{3.5}$$

en donde ϵ es la emisividad (típicamente 0.9 para el océano), σ es la constante de

3.4. FORZAMIENTO

Stefan-Boltzmann, y $T_{\!sup}$ es la temperatura superficial del océano en Kelvin.

CAPÍTULO 3. CONFIGURACIÓN DE LA SIMULACIÓN

Capítulo 4

Resultados

4.1. Validación de las salidas del modelo MITgcm

La relevancia de los resultados que se presentan en las siguientes secciones depende de la fidelidad con la que el modelo numérico reproduce la dinámica y termodinámica conocida del Golfo de México. Cuando se utiliza un modelo numérico, es ingenuo pensar que reproducirá perfectamente la dinámica del océano, debido a que muchos procesos son parametrizados, a la complejidad y no linealidad de las ecuaciones y a las limitaciones de las soluciones numéricas; además de otros factores involucrados como los forzamientos atmosféricos, condiciones de frontera, etc. Sin embargo, se puede esperar una alta concordancia con la dinámica del flujo en la escala que se está estudiando. Por ello, es necesario justificar la validez de los datos obtenidos. La validación que a continuación se desarrolla no es una validación en el sentido estricto de la palabra, sino una justificación cualitativa de la fidelidad con la que las salidas obtenidas representan la dinámica del Golfo de México. Se eligió el modelo HYCOM para comparar las salidas, y no los datos de satélite, debido a que las condiciones iniciales de la configuración se tomaron de HYCOM y, además, permiten comparar niveles subsuperficiales. Esta comparación no pretende decir que tan apegadas a la realidad son las salidas, sino mostrar que son tan consistentes con la misma como lo son las del modelo HYCOM, cuya validez es aceptada ampliamente.

En la figura 4.1, se muestra la varianza del nivel del mar calculada durante un año (2008). Se observan zonas similares de máxima varianza para ambos modelos. Aunque la magnitud de la varianza en el caso del modelo MITgcm es mayor que la del modelo HYCOM, ambas presentan zonas de alta varianza en donde se ubica la corriente del Lazo la mayor parte del tiempo y a lo largo de la trayectoria de los RCL. Esta diferencia puede deberse a que el modelo MITgcm generó una mayor cantidad



Figura 4.1: Comparación de las varianzas anuales de SSH entre las salidas de los modelos MITgcm y HYCOM en 2008.

de RCL o un mayor número de desprendimientos de RCL.

Se compararon las salidas temperatura, haciendo promedios mensuales. En las figuras 4.2 - 4.3 se muestran únicamente los promedios de los meses de enero, mayo, julio y diciembre. La temperatura cerca de la superficie tiene un comportamiento muy similar en ambos casos (Fig. 4.2). Las variaciones de temperatura son parecidas salvo algunas diferencias. Por ejemplo, la temperatura en el sur del Golfo de México, entre 94°W y 90°W, es aproximadamente 2°C mayor en la salida de MITgcm. También, a 37.5 m de profundidad (Fig. 4.3) las salidas de temperatura de MITgcm tienden a ser mayores que las de HYCOM .

En general, la configuración del modelo MITgcm reprodujo adecuadamente la dinámica y termodinámica del Golfo de México. Durante los 5 años simulados, se observaron desprendimientos y reicorporaciones de los remolinos de la corriente del Lazo y la variación anual de la temperatura se mantuvo dentro de los límites iniciales.

4.2. Descripción cualitativa de un evento de surgencia

Los eventos de surgencia se identificaron haciendo mapas de temperatura a distintas profundidades. Los eventos observados no tienen una duración definida. Se identificaron eventos con duraciones desde unos pocos días hasta dos meses. Aunque los eventos sean de distinta duración, todos comparten características similares de ubicación y evolución. El agua de menor temperatura que la de capas más someras, asciende desde profundidades por debajo de 120 m e irrumpe en la capa de 37.5 m en el lado este de la plataforma continental como un filamento delgado, limitado al este por la corriente de Yucatán aproximadamente en (21.5°N, 86.7°W). A partir de



Figura 4.2: Comparación de los promedios mensuales de temperatura a 2.5 m de profundidad entre las salidas de los modelos MITgcm y HYCOM.



Figura 4.3: Comparación de los promedios mensuales de temperatura a 37.5 m de profundidad entre las salidas de los modelos MITgcm y HYCOM

ahí, el agua continúa ascendiendo y avanzando hacia el este y hacia el norte sobre la plataforma. Típicamente, se forma una figura triangular con dos filamentos alargados en dos de los vértices, uno apuntando hacia el norte, alineado con la corriente del Lazo y otro hacia el este, siguiendo la batimetría de la plataforma (Fig. 4.6e).

Para un evento de surgencia ocurrido durante el cuarto año de la simulación (2010) entre el 10 de junio y el 10 de julio, en la figura 4.4 se muestran los mapas de temperatura cada cinco días a tres profundidades distintas y en un corte zonal en latitud 22.325°N (Fig. 4.4) (corte B de la figura 4.5a); además, un mapa de Altura del Nivel del Mar (SSH) para la zona de estudio. En el primer día comienza el ascenso de agua, como se puede ver en el corte zonal y en los mapas de temperatura. En el corte a 62.5 m, hay agua de aproximadamente 16°C en el extremo este de la plataforma, desde alrededor de 21°N hasta 23.5°N. En las distintas profundidades graficadas se ve la irrupción de agua fría, incluso cerca de la superficie. A una profundidad de 2.5 m, hay agua de menor temperatura que la de la capa completa. Además, en la zona de los filamentos de agua de menor temperatura, se observa un mínimo local del nivel del mar.

Conforme avanzan los días, las isotermas mostradas en el corte zonal se juntan cada vez más cerca de la superficie, formando un domo de agua fría que alcanza su altura máxima entre el 25 y el 30 de junio el cual invade la plataforma continental. Las estructuras triangulares de agua de menor temperatura en los cortes horizontales aumentan su área del 10 de junio al 30 de junio y disminuyen en adelante. La altura mínima del nivel del mar se alcanza cuando el domo llega a su máxima altura el 30 de junio. Posteriormente, ese mínimo avanza hacia el norte, junto con una estructura ciclónica recién formada, que se puede ver gracias a los vectores de velocidad. Este mínimo continúa su camino a lo largo de la frontera de la corriente del Lazo. El domo desciende, dejando agua de temperatura menor a 20°C sobre la plataforma.

La estructura del domo se puede visualizar más claramente en la figura 4.6. En ella se muestran mapas de temperatura en distintos cortes zonales, a lo largo del canal de Yucatán (ver Fig. 4.5a) correspondientes al evento de surgencia descrito anteriormente. En el corte más al sur, las isotermas no ascienden significativamente a lo largo del evento, pero a partir del corte D (21.125°) se puede ver la evolución temporal de las isotermas, sugiriendo que es en ese punto en donde asciende el agua más abruptamente.

Otra característica común a todos los eventos de surgencia es el descenso en el nivel del mar sobre la plataforma de la península, que alcanza su punto más bajo cuando el domo alcanza su altura máxima o en días cercanos a ésta. Estas disminuciones del nivel del mar son cíclicas, aunque su período no está bien definido,



Figura 4.4: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (°C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010



Figura 4.4: Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (°C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010





Figura 4.4: Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (°C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010



Figura 4.4: Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color correspondientes, de izquierda a derecha, a la altura del nivel del mar (SSH), temperatura (°C) a una profundidad de 2.5 m, 37.5 m y 62.5 m y temperatura en un corte zonal a lo largo de 22.325°N cada 5 días, para el periodo del 10 de junio al 15 de julio de 2010



Figura 4.5: (a) Cortes zonales mostrados en la figura 4.6, (b) Corte meridional en 88.02°W a lo largo del cual se calculó el transporte mostrado en la figura 4.8b y área a través de la cual se calculó el transporte vertical la figura 4.8a

pues oscila entre 5 días y 15 días a lo largo del año, excepto entre junio y septiembre, cuando este período se alarga por 3 meses con algunas variaciones de menor tamaño. Esto concuerda con el hecho de que los eventos de surgencia más intensos y largos ocurren durante el verano. El ciclo comienza con un descenso del nivel del mar al oeste de la plataforma, que se propaga hacia el este hasta encontrarse con la corriente de Yucatán (Fig. 4.7). Posteriormente, el hundimiento se propaga hacia el norte, alrededor de la corriente del Lazo. Estas variaciones de SSH de periodo corto pueden ser efecto de ondas atrapadas a la costa que viajan desde el oeste del Golfo de México hasta la península de Yucatán. Ondas similares han sido reportadas por Dubranna et al. (2011) como ondas atrapadas a la costa generadas por el viento en la plataforma norte de Tamaulipas, con un periodo de entre 6 y 10 días y rapidez de fase en el rango de 4 m/s.

4.3. Transporte de masas de agua y su relación con otras variables

Con el fin de caracterizar mejor los eventos de surgencia, se ha dividido el fenómeno en dos partes: La primera comprende el ascenso de agua (domo), y la segunda, la intrusión de esta masa de agua en la plataforma continental. Estas componentes no se comportan de la misma manera; si bien un domo de gran tamaño pondrá una gran cantidad de agua disponible para ser transportada a lo largo de la plataforma,



Figura 4.6: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (°C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zonales distintos (Fig.4.5a): $22.625^{\circ}N$, $22.325^{\circ}N$, $22.125^{\circ}N$, $21.625^{\circ}N$, $21.125^{\circ}N$, $26.625^{\circ}N$.



Figura 4.6: Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (°C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zonales distintos (Fig.4.5a): $22.625^{\circ}N$, $22.325^{\circ}N$, $22.125^{\circ}N$, $21.625^{\circ}N$, $21.125^{\circ}N$, $26.625^{\circ}N$.



Figura 4.6: Continuación: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (°C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zonales distintos (Fig.4.5a): $22.625^{\circ}N$, $22.325^{\circ}N$, $22.125^{\circ}N$, $21.625^{\circ}N$, $21.125^{\circ}N$, $26.625^{\circ}N$.



Figura 4.6: Desarrollo de un evento típico de surgencia: (a)-(h) Se muestran mapas de color de temperatura (°C) cada 5 días a lo largo de seis cortes zonales distintos (Fig.4.5a): $22.625^{\circ}N$, $22.325^{\circ}N$, $22.125^{\circ}N$, $21.625^{\circ}N$, $21.125^{\circ}N$, $26.625^{\circ}N$.



Figura 4.7: Secuencia de descenso del nivel del mar previo al evento de surgencia descrito en esta sección.

éste no es el único factor relevante para tener un gran transporte de agua fría a través de la plataforma . Distintos mecanismos de transporte se analizarán más adelante. Una medida de estos dos procesos es el transporte de agua con ciertas características a través de un área definida A. Esto es,

$$T = \int \vec{u} \cdot d\vec{A},\tag{4.1}$$

donde T es el transporte, \vec{u} es la velocidad del flujo. La figura 4.8a muestra el transporte ascendente de agua a través del área mostrada en la figura 4.5b entre 21°N y 23°N y a una profundidad de 37.5 m. La línea negra corresponde al promedio de los 5 años de la simulación y con colores se muestran los transportes verticales anuales. Por otro lado, en la figura 4.8b se grafica el transporte en dirección este-oeste (E-O) de agua con temperatura menor a 18°C a través del corte meridional en 88.02°W de la figura 4.5b. Esto ilustra la cantidad de agua "fría "que invade la plataforma continental, mientras que el transporte vertical ilustra la cantidad de agua que asciende hasta una profundidad de más de 37.5 m.

La frecuencia de ocurrencia de máximos en el transporte vertical es distinta en cada año de la simulación. Por ejemplo, durante el 2008 ocurrieron dos grandes eventos durante enero y otros dos durante junio y julio, mientras que en 2010 hay dos eventos considerables en octubre y diciembre. En promedio, el transporte vertical es mayor durante el verano, además de ser continuo durante esos meses. A lo largo del año hay máximos de menor duración. Esto es consistente con el comportamiento de los mínimos de nivel del mar, que son casi continuos durante el verano y tienen periodos cortos durante el resto del año.

De la misma forma, el transporte E-O presenta comportamientos distintos para

cada año de la simulación. En promedio, los meses de verano correspondientes al transporte E-O son similares a los del transporte vertical, mientras que los primeros meses del año, el transporte E-O es considerablemente mayor al transporte vertical. Esta diferencia puede deberse a agua que alcanzó la plataforma pero no llegó a los 37.5 m de profundidad.

Existen muchas variables que pueden influir en la circulación de la zona de surgencia y, por tanto, estan relacionadas con el comportamiento de las componentes del transporte. A continuación se discute la relación entre el viento local, el nivel del mar y la vorticidad relativa con el transporte E-O y el transporte vertical. Para encontrar correlaciones entre estas variables, se analizaron sus series de tiempo durante los cinco años de la simulación. Todas las variables fueron promediadas espacialmente sobre un área de interés para representar significativamente el comportamiento de la variable en esa zona. En la figura 4.9b, las áreas C1-C4 corresponden a los cortes horizontales sobre la superficie en donde se calculó y promedió la vorticidad relativa a partir de las salidas de velocidad zonal y meridional. Las áreas SSH1 y SSH2 en la figura 4.9a corresponden a los cortes horizontales sobre los que se promedió la altura del nivel del mar. Por último, el área nombrada Uwind corresponde a la región sobre la cual se promedió la componente zonal del viento, tomada de la base de datos del *North American Regional Reanalysis* (NARR).

Para analizar la relación entre las variables, se calculó la matriz de correlación (Cuadro 4.1), cuyas entradas R_{ij} son los coeficientes de correlación de Pearson entre dos variables X_i y X_j . El coeficiente de correlación es la medida más común de la dependencia entre dos variables y se calcula dividiendo la covarianza de las dos cantidades entre el producto de sus desviaciones estándar. El coeficiente de correlación entre dos variables X_i y X_j , con valores esperados μ_{X_i} y μ_{X_j} y desviaciones estándar σ_{X_i} y σ_{X_j} está dado por

$$R_{ij} = R(X_i, X_j) = \frac{\text{cov}(X_i, X_j)}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}} = \frac{E[(X_i - \mu_{X_i})(X_j - \mu_{X_j})]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_j}},$$
(4.2)

en donde E es el operador de valor esperado, es decir $E(X_i) = \mu_{X_i}$. La correlación de Pearson está definida sólo si ambas desviaciones estándar son distintas de cero. El coeficiente de correlación es simétrico, i.e. $R_{ij} = R_{ji}$, por lo que la matriz de correlación es simétrica también.

La correlación de Pearson es +1 en caso de que la relación entre las dos variables sea perfectamente lineal y directamente proporcional; y es -1 cuando la relación es perfectamente lineal e inversamente proporcional. Por definición, el valor de R_{ij} se encuentra entre -1 y 1, indicando el grado de dependencia lineal entre las variables.



Figura 4.8: (a) Transporte vertical ascendente a través del área señalada en 4.5b a una profundidad de 37.5 m. (b) Transporte en dirección oeste a través del corte señalado en 4.5b longitud 88.02° W de agua con temperatura menor a 18° C.

Mientras más cercano sea a cero, las variables están menos correlacionadas y la correlación aumenta cuando $|R_{ij}|$ se acerca a 1. Si las variables son independientes, R_{ij} es cero. El recíproco es falso dado que la correlación de Pearson sólo detecta dependencias lineales entre variables, dejando fuera de la prueba otras relaciones. Así que el hecho de que las correlaciones entre variables no sean, aparentemente, significativas, no es prueba de que no estén relacionadas de alguna otra manera.

En el cuadro 4.2, se muestra la matriz P de valores de hipótesis de no correlación. Esta matriz es una prueba para determinar que tan significativos son los coeficientes de correlación. Los coeficientes de la matriz P son las probabilidades de obtener una correlación tan grande como el valor observado al azar, cuando la correlación es cero. Si el valor de P_{ij} es menor que 0.05, la correlación R_{ij} es significativa. Así, se encontró que el coeficiente de correlación entre la vorticidad relaiva en C3 y SSH1 no es significativo y no debe ser tomado en cuenta. En el cuadro 4.3 se muestran los límites inferiores (RLO) y superiores (RUP) de los coeficientes de correlación para un intervalo de confianza de 95%.

La correlación más alta entre las series de tiempo corresponde al transporte vertical y la altura del nivel del mar en ambas zonas (SSH1 y SSH2), con un coeficiente de correlación de -0.51 y -0.45 respectivamente. En las figuras 4.10-4.13 se grafica el inverso aditivo de SSH1 y SSH2 para mostrar con mayor claridad la alta correlación entre las variables. La siguiente correlación más significativa fue la del transporte E-O con SSH1 y SSH2, con coeficientes de correlación de -0.36 y -0.35, seguido del transporte vertical y la vorticidad relativa en C2 con coeficiente de correlación de -0.18. El viento zonal promedio y la vorticidad realtiva en C3 tuvieron las correlaciones menos significativas con el transporte vertical y el transporte E-O, pero el viento y la vorticidad C2 tuvieron correlaciones más altas con SSH1 y SSH2 y la vorticidad en C3 con SSH2.

Aunque estas correlaciones podrían parecer poco significativas, la concordancia entre variables es evidente en ciertas zonas de las series de tiempo. En la figura 4.10 se muestran todas las variables analizadas, excepto la vorticidad en C3, C1 y C4 durante los cinco años de la simulación; mientras que la figura 4.11 se muestran las mismas variables únicamente durante el 2007. En ellas se pueden identificar varios eventos de surgencia (máximos en transporte E-O y transporte vertical) a lo largo de la serie, que corresponden a máximos locales de descenso del nivel del mar y mínimos locales de vorticidad relativa en C2.

Estos eventos se ven con mayor detalle en las figuras 4.12 y 4.13, en donde sólo aparecen el transporte vertical, el transporte E-O, la altura del nivel del mar y la vorticidad en C2. En la figura 4.13 resaltan otras zonas de concordancia entre la vorticidad relativa y la altura del nivel del mar.



Figura 4.9: (a) Áreas sobre las cuales se promediaron las variables de las series de tiempo mostradas en las figuras 4.10-4.13, (b) Áreas C1-C4 en donde se calculó y promedió la vorticidad relativa.

| | TransVert | Trans E-O | SSH1 | SSH2 | Uwind | VortC2 | VortC3 |
|-----------|-----------|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|
| TransVert | 1.0000 | 0.3460 | -0.5090 | -0.4474 | -0.1383 | -0.1806 | -0.0970 |
| Trans E-O | 0.3460 | 1.0000 | -0.3638 | -0.3509 | -0.1027 | 0.0882 | 0.1138 |
| SSH1 | -0.5090 | -0.3638 | 1.0000 | 0.8990 | 0.2518 | 0.2240 | -0.0137 |
| SSH2 | -0.4474 | -0.3509 | 0.8990 | 1.0000 | 0.3454 | 0.1514 | -0.1294 |
| Uwind | -0.1383 | -0.1027 | 0.2518 | 0.3454 | 1.0000 | 0.0886 | -0.1267 |
| VortC2 | -0.1806 | 0.0882 | 0.2240 | 0.1514 | 0.0886 | 1.0000 | 0.3104 |
| VortC3 | -0.0970 | 0.1138 | -0.0137 | -0.1294 | -0.1267 | 0.3104 | 1.0000 |

Cuadro 4.1: Matriz R de coeficientes de correlación.

| | TransVert | Trans E-O | SSH1 | SSH2 | Uwind | VortC2 | VortC3 |
|-----------|-----------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|
| TransVert | 1.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| Trans E-O | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0002 | 0.0000 |
| SSH1 | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.5599 |
| SSH2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| Uwind | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 | 0.0002 | 0.0000 |
| VortC2 | 0.0000 | 0.0002 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0002 | 1.0000 | 0.0000 |
| VortC3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.5599 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 1.0000 |

Cuadro 4.2: Matriz P de valores hipótesis de no correlación.

| RLO | | | | | | | | |
|-----------|-----------|-----------|---------|---------|---------|---------|---------|--|
| | TransVert | Trans E-O | SSH1 | SSH2 | Uwind | VortC2 | VortC3 | |
| TransVert | 1.0000 | 0.3048 | -0.5423 | -0.4834 | -0.1831 | -0.2247 | -0.1423 | |
| Trans E-O | 0.3048 | 1.0000 | -0.4030 | -0.3906 | -0.1480 | 0.0424 | 0.0682 | |
| SSH1 | -0.5423 | -0.4030 | 1.0000 | 0.8898 | 0.2083 | 0.1798 | -0.0596 | |
| SSH2 | -0.4834 | -0.3906 | 0.8898 | 1.0000 | 0.3042 | 0.1062 | -0.1743 | |
| Uwind | -0.1831 | -0.1480 | 0.2083 | 0.3042 | 1.0000 | 0.0429 | -0.1716 | |
| VortC2 | -0.2247 | 0.0424 | 0.1798 | 0.1062 | 0.0429 | 1.0000 | 0.2683 | |
| VortC3 | -0.1423 | 0.0682 | -0.0596 | -0.1743 | -0.1716 | 0.2683 | 1.0000 | |
| | | | | | | | | |
| RUP | | | | | | | | |
| | TransVert | Trans E-O | SSH1 | SSH2 | Uwind | VortC2 | VortC3 | |
| TransVert | 1.0000 | 0.3858 | -0.4741 | -0.4098 | -0.0929 | -0.1358 | -0.0513 | |
| Trans E-O | 0.3858 | 1.0000 | -0.3232 | -0.3099 | -0.0571 | 0.1336 | 0.1590 | |
| SSH1 | -0.4741 | -0.3232 | 1.0000 | 0.9074 | 0.2944 | 0.2672 | 0.0323 | |
| SSH2 | -0.4098 | -0.3099 | 0.9074 | 1.0000 | 0.3852 | 0.1960 | -0.0839 | |
| Uwind | -0.0929 | -0.0571 | 0.2944 | 0.3852 | 1.0000 | 0.1341 | -0.0812 | |
| VortC2 | -0.1358 | 0.1336 | 0.2672 | 0.1960 | 0.1341 | 1.0000 | 0.3514 | |
| VortC3 | -0.0513 | 0 1590 | 0.0323 | -0.0839 | -0.0812 | 0.3514 | 1 0000 | |

Cuadro 4.3: Matrices RLO y RUP de límites inferiores y superiores de los coeficientes de correlación para un intervalo de confianza de 95%.

4.4. Análisis de frecuencias

Las series de tiempo son una forma directa de comparar el comportamiento de las variables, pero no dan información respecto a las frecuencia caracteristica de los procesos que las controlan. Debido a esto, se realizó un analisis espectral de las variables, SSH, vorticidad superficial relativa, transporte E-W de agua con T<18°C v transporte vertical, con el fin de encontrar frecuencias características que se puedan identificar con otros procesos de frecuencia conocida y analizar su posible relación. Debido a que las variaciones que parecen concordar en las series de tiempo son las de alta frecuencia, se filtraron los periodos mayores a 60 días antes de realizar el análisis espectral de las señales. Primero, se utilizó un filtro pasa altos de Butterworth; posteriormente, se utilizó el método de *multi-tapers* para obtener los espectros de las series de tiempo. El funcionamiento de este método se detalla en el Apéndice B. La idea de esta técnica es utilizar múltiples tapers o funciones que se aplican como ventanas a la serie de tiempo para obtener múltiples estimaciones del espectro y promediarlos, reduciendo la fuga de frecuencias y el sesgo de la amplitud en el espectro final. Estos *tapers* son secuencias prolatas esferoidales o de Slepian, que son ortogonales entre sí. Los espectros generados se obtuvieron usando k = 29 tapers,



Figura 4.10: Series de tiempo correspondientes al período 2007-2011 de transporte E-O de agua con T<18°C, transporte vertical, altura del nivel del mar promedio en las áreas SSH1 y SSH2 de la figura 4.9a, vorticidad relativa promedio en el área C2 y componente zonal promedio del viento calculada en el área Uwind.



Figura 4.11: Series de tiempo correspondientes al año 2007 de transporte E-O de agua con T<18°C, transporte vertical, altura del nivel del mar promedio en las áreas SSH1 y SSH2 de la figura 4.9a, vorticidad relativa promedio en el área C2 y componente zonal promedio del viento calculada en el área Uwind.



Figura 4.12: Series de tiempo correspondientes al período 2007-2011 de transporte E-O de agua con T<18°C, transporte vertical, altura del nivel del mar promedio en el área SSH1 de la figura 4.9a y vorticidad relativa promedio en el área C2.



Figura 4.13: Series de tiempo correspondientes al año 2007 de transporte E-O de agua con T<18°C, transporte vertical, altura del nivel del mar promedio en el área SSH1 de la figura 4.9a y vorticidad relativa promedio en el área C2.

4.4. ANÁLISIS DE FRECUENCIAS

debido a las características de las series de tiempo (ver Apéndice B).

En la figura 4.14 se muestran los espectros de la vorticidad relativa superficial de las regiones C1-C4, la altura del nivel del mar en SSH1 y SSH2, el transporte vertical a 62.5 m y 37.5 m de profundidad y el transporte E-O. En este análisis se agregó la variable transporte vertical a 62.5 m, que es el transporte vertical ascendente a través de la misma área que el transporte vertical a 37.5 m. Esta variable tiene una señal de mayor amplitud que el transporte vertical a 37.5 m para las frecuencias de interés, por lo que resulta importante añadirla al análisis. En los cuatro casos, hay máximos globales entre 5 y 10 días. Los espectros de SSH y transporte vertical tienen un máximo local entre 4 y 5 días y otro entre 5 y 10 días. Estos períodos característicos se pueden identificar con el período característico de las ondas atrapadas a la costa reportadas por Dubranna et al. (2011). Estas ondas, generadas por el viento en la plataforma norte de Tamaulipas, se propagan hacia el Banco Oeste de Campeche con un periódo característico de entre 6 y 10 días y velocidad de fase en el rango de 4 m/s. En dicho artículo, no se presenta evidencia de que las mencionadas ondas atrapadas a la costa arriben al Banco de Campeche, pero Jouanno et al. (2012), proponen que las anomalías de vorticidad ciclónicas se producen debido a la interacción de las ondas atrapadas a la costa con la corriente del Lazo en el extremo sureste de la plataforma del Banco de Campeche. Además, esto se correlaciona satisfactoriamente con el período encontrado para la altura del nivel del mar en ambas zonas.



Figura 4.14: Espectros multitaper con k = 29 y filtro pasa altos de 60 días de (a) vorticidad relativa en las zonas C1-C4; (b) altura del nivel del mar SSH1 y SSH2; (c) transporte vertical a 37.5 m y 62.5 m de profundidad y (d) transporte E-O de agua con T<18°C.

Capítulo 5

Conclusiones

La configuración utilizada reprodujo satisfactoriamente la dinámica y termodinámica del Golfo de México. Las salidas obtenidas de temperatura y altura del nivel del mar están en acuerdo con las del modelo HYCOM. Los demás campos, a lo largo de los 5 años simulados, concuerdan con la dinámica conocida del Golfo de México.

Se identificaron múltiples eventos de surgencia a lo largo de la simulación. En general, se encontró que el agua asciende desde profundidades debajo de los 120 m e irrumpe en la capa de 37.5 m en el lado este de la plataforma continental, limitada al este por la corriente de Yucatán. A partir de ahí, el agua continúa ascendiendo en los eventos más intensos y avanzando hacia el oeste y hacia el norte sobre la plataforma. Típicamente, se forma una figura triangular con dos filamentos alargados en dos de los vértices, uno apuntando hacia el norte, alineado con la corriente del Lazo y otro hacia el este, siguiendo la batimetría de la plataforma.

Verticalmente, se identificó un domo de agua fría que evoluciona a lo largo del evento alcanzando su altura máxima e invadiendo la plataforma continental. Por medio de cortes zonales, se identificó que las isotermas ascienden significativamente a lo largo del evento a partir de 21.125°N a 22.625°N.

También, se identificó que el descenso en el nivel del mar sobre la plataforma de la península, alcanza su punto más bajo cuando el domo de agua fría alcanza su altura máxima o en días cercanos a ésta. Estos descensos del nivel del mar son cíclicos, aunque su período no está bien definido, sin embargo sus periodos más largos concuerdan con la época de surgencias más largas e intensas. Los eventos de surgencia más largos ocurren durante el verano. El ciclo comienza con un descenso del nivel del mar al oeste de la plataforma. Esta anomalía negativa se propaga hacia el este hasta encontrarse con la corriente de Yucatán (Figura 4.7). Posteriormente, la señal sigue su camino hacia el norte, alrededor de la corriente del Lazo. Simultáneamente, en los mapas de velocidad se detecta una circulación ciclónica propagandose hacia el norte, de manera similar que las anomalías negativas de nivel del mar.

Con el fin de caracterizar los eventos de surgencia, se definieron dos variables que dividen el fenómeno en dos partes: transporte vertical ascendente y el transporte este-oeste de agua con temperatura menor a 18°C. Las series de tiempo de estas cantidades se comportan de manera distinta durante los 5 años. En promedio, ambas son mayores y continuas durante el verano, aunque hay máximos esporádicos a lo largo de todo el año.

Se buscaron posibles correlaciones entre el transporte vertical y E-O con otras variables que podrían forzar la dinámica local: vorticidad superficial relativa, altura del nivel del mar y viento zonal. La correlación más alta entre las series de tiempo correspondió al transporte vertical y la altura del nivel del mar, con un coeficiente de correlación de -0.51. La siguiente correlación más significativa fue la del transporte E-O de agua con T<18°C, con la altura del nivel del mar (-0.36), seguido del transporte vertical y la vorticidad relativa con coeficiente -0.18. El viento zonal promedio tuvo la correlación menos significativa con el transporte vertical y el transporte E-O.

Aunque estas correlaciones podrían parecer bajas, un análisis visual de la series muestra concordancias evidentes durante los eventos de surgencia, en particular entre la altura del nivel del mar y el transporte vertical y entre la altura del nivel del mar y la vorticidad relativa en la zona entre 21°N y 22°N y entre 87°W y 86°W.

La concordancia de las variaciones de alta frecuencia en las series de tiempo queda descubierta al calcular los espectros de las series de transporte vertical, transporte E-O, vorticidad y altura del nivel del mar. En todos los casos se encontraron máximos en un período entre 5 y 10 días, tras filtrar las series con un filtro pasa altos de 60 días. Estos períodos característicos sugieren una relación con las ondas atrapadas a la costa reportadas por Dubranna et al. (2011). Estas ondas, generadas por el viento en la plataforma norte de Tamaulipas, se propagan hacia el Banco Oeste de Campeche con un periódo característico de entre 6 y 10 días y velocidad de fase en el rango de 4 m/s. Por otro lado, Jouanno et al. (2012), proponen que las anomalías de vorticidad ciclónicas se producen debido a la interacción de las ondas atrapadas a la costa con la corriente del Lazo en el extremo sureste de la plataforma del Banco de Campeche. Los resultados obtenidos concuerdan satisfactoriamente con ambas proposiciones y agregan dos variables más que parecen estar en fase con estos mecanismos: el transporte vertical y el transporte E-O.

Los análisis realizados, tanto cualitativamente como cuantitativamente, apuntan a que existe una relación muy estrecha entre la surgencia, las variaciones de la altura del nivel del mar en el Banco de Campeche, y la vorticidad en la zona de surgencia. Esto indica que la surgencia sucede en episodos de 5 a 10 días, ocurre cuando sobre el talud este del Banco de Campeche hay movimientos verticales asociados a vórtices ciclónicos y éstos se desarrollan entre 20.625°N y 22.625°N. Los remolinos ciclónicos frontales se desarrollan a lo largo de la orilla oeste de la corriente de Yucatán (Zavala-Hidalgo et al. (2003), Schmitz (2005), Athié et al. (2012), Jouanno et al. (2012)) y aqui se encontró que se intensifican al viajar a lo largo del canal de Yucatán. Considerando su frecuencia, el desarrollo de estos vórtices parece estar favorecido por ondas atrapadas a la costa.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES
Apéndice A

Transporte de Ekman

A continuación se expone la teoría de Ekman siguiendo el desarrollo de Cushman-Roisin and Beckers (2011).

Debido a que, generalmente, en un flujo geofísico las distancias verticales son mucho menores que las horizontales, el flujo es primordialmente horizontal. Por esta situación, la fricción entre el fondo y el flujo es significativa y actúa reduciendo la velocidad del flujo en la vecindad del fondo.

El número de Ekman es el cociente entre el término de Coriolis y el de disipación vertical de las ecuaciones de momento. Es decir, esta cantidad adimensional es un medida de la competencia entre la fircción vertical y la fuerza de Coriolis :

$$Ek = \frac{\nu_E}{\Omega H^2},\tag{A.1}$$

en donde Ω es la velocidad angular de la Tierra, ν_E es el coeficiente de viscosidad vertical y H es la escala de profundidad del movimiento.

Típicamente, los flujos geofísicos están caracterizados por un número de Ekman pequeño (~ 10^{-4} para valores típicos de $\nu_E = 10^{-2}m^2s^{-1}$, $\Omega = 10^{-4}s^{-1}$ y H = 1000 m) lo cual significa que la fricción vertical juega un papel secundario en el balance de fuerzas en el interior y, consecuentemente, puede ser omitido de las ecuaciones. Esto funciona lejos del fondo y la superfice, sin embargo, al eliminar los términos de fricción, que son los que tienen las derivadas de mayor orden, no se pueden aplicar todas las condiciones de frontera y se debe aceptar la condición de deslizamiento en la paredes.

En estas circunstancias, el flujo se comporta de dos maneras: Lejos de las paredes (interior) la fricción es despreciable, mientras que a una distancia corta de la pared, conocida como capa límite, la fricción actúa para llevar la velocidad finita del interior a cero en la pared. El grosor, d, de la capa límite es tal que el número de Ekman es del orden de uno en esa escala, permitiendo que la fricción sea una fuerza dominante en esa zona:

$$\frac{\nu_E}{\Omega d^2} \sim 1 \tag{A.2}$$

lo cual implica

$$d \sim \left(\frac{\nu_E}{\Omega}\right)^{\frac{1}{2}}.\tag{A.3}$$

Para valores océanicos típicos como los citados anteriormente, des aproximadamente 10 m.

Debido al efecto de Coriolis, la capa límite de flujos geofísicos es llamada *capa de Ekman* y su comportamiento difiere notablemente de la capa límite en flujos que no rotan.

A.0.1. Capa de Ekman de fondo

Consideremos un flujo uniforme, geostrófico sobre un fondo plano (Fig. A.1). En ausencia de gradientes horizontales y variaciones temporales, la ecuación de continuidad implica $\frac{\partial w}{\partial z} = 0$ y por consiguiente w(z) = cte y w(z = 0) = 0 en una capa delgada cerca del fondo. Las ecuaciones de momento restantes, despreciando los términos necesarios para cumplir las condiciones del flujo son

$$-fv = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} + \nu_E \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},\tag{A.4}$$

$$fu = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} + \nu_E \frac{\partial^2 v}{\partial z^2},\tag{A.5}$$

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z},\tag{A.6}$$

donde f es el parámetro de Coriolis, ρ_0 es la densidad del fluido y ν_E es la viscosidad, tomada como constante por simplicidad. El gradiente horizontal de presión, p, se retiene debido a que un flujo uniforme requiere una presión que varíe uniformemente. Por conveniencia, alineamos el eje x con la dirección de movimiento del flujo, que tiene velocidad \bar{u} . Así, las condiciones de frontera son

en el fondo (z = 0):

$$u = 0, v = 0,$$
 (A.7)

hacia el interior (z >> d):

$$u = \bar{u}, v = 0, p = \bar{p}(x, y)$$
 (A.8)

En el flujo interior, las ecuaciones A.4 y A.5 quedan como

$$0 = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x},\tag{A.9}$$

$$f\bar{u} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y},\tag{A.10}$$

Sustituyendo estas derivadas en las mismas ecuaciones, ahora tomadas a cualquier profundidad implican

$$-fv = \nu_E \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},\tag{A.11}$$

$$f(u - \bar{u}) = \nu_E \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}.$$
 (A.12)

Buscando una solución a las ecuaciones anteriores de la forma $u = \bar{u} + A \exp \lambda z$ y $v = B \exp \lambda z$, encontramos que λ obedece $\nu^2 \lambda^4 + f^2 = 0$; esto es $\lambda = \pm (1 \pm i) \frac{1}{d}$, donde d está definida por

$$d = (\frac{2\nu_E}{f})^{\frac{1}{2}}.$$
 (A.13)

Aqui nos restringimos a valores positivos de f (hemisferio norte). Esta ecuación es muy similar a A.3. Debido a la condición de frontera A.8, las soluciones exponenciales quedan descartadas, dejando las de la forma

$$u = \bar{u} + e^{-\frac{z}{d}} \left(A \cos \frac{z}{d} + B \sin \frac{z}{d}\right),\tag{A.14}$$

$$v = e^{-\frac{z}{d}} \left(B\cos\frac{z}{d} - A\sin\frac{z}{d}\right). \tag{A.15}$$

Aplicando las condiciones de frontera A.7, $A=-\bar{u}$ y B=0, por lo que la solución queda como

$$u = \bar{u}(1 - e^{-\frac{z}{d}}\cos\frac{z}{d}),$$
 (A.16)

$$v = \bar{u}e^{-\frac{z}{\bar{d}}}\sin\frac{z}{\bar{d}}.$$
(A.17)

Esta solución tiene propiedades importantes. Primero, la distancia a la que se aproxima a la solución interior es del orden de d. Así, la ecuación A.13 es el tamaño de



Figura A.1: Efecto de la fricción debida al fondo en un flujo uniforme en rotación. Figura modificada de Cushman-Roisin and Beckers (2011).

la capa límite y es llamada profundidad de Ekman. También, la solución nos dice que, en la capa límite, hay un flujo transversal la flujo interior ($v \neq 0$). Muy cerca del fondo ($z \rightarrow 0$), esta componente es igual a la velocidad en dirección del flujo ($u \sim v \sim \bar{u}z/d$), lo que implica que la velocidad cerca del fondo es a 45° a la izquierda de la velocidad en el interior (a la derecha del flujo interior para f < 0). El transporte neto de fluido transversal al flujo principal está dado por

$$V = \int_0^\infty v \mathrm{d}z = \frac{\bar{u}d}{2},\tag{A.18}$$

que es proporcional a la velocidad interior y a la profundidad de Ekman.

A.0.2. Generalización para flujos no uniformes

Si ahora consideramos un flujo interior más complicado, que varíe espacialmente en una escala suficientemente grande para estar en balance geostrófico, las ecuaciones de momento quedan como

$$-f\bar{v} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\bar{p}}{\partial x}$$
, $f\bar{u} = -\frac{1}{\rho_0}\frac{\partial\bar{p}}{\partial y}$,

donde la presión $\bar{p}(x, y, t)$ es arbitraria. Para un parámetro de Coriolis, f, constante, el flujo es no divergente y las ecuaciones de la capa límite son, ahora

$$-f(v-\bar{v}) = \nu_E \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},\tag{A.19}$$

$$-f(u-\bar{u}) = \nu_E \frac{\partial^2 v}{\partial z^2},\tag{A.20}$$

y la solución que cumple con las condiciones de frontera $(u \to \bar{u}, v \to \bar{v}$ para $z \to \infty$) es

$$u = \bar{u} + e^{-\frac{z}{d}} \left(A\cos\frac{z}{d} + B\sin\frac{z}{d}\right),\tag{A.21}$$

$$v = \bar{v} + e^{-\frac{z}{d}} \left(B\cos\frac{z}{d} - A\sin\frac{z}{d}\right). \tag{A.22}$$

Aqui, A y B son independientes de z, y dependientes de x, y. Imponiendo u = v = 0en el fondo z = 0, deja la solución como

$$u = \bar{u}(1 - e^{-\frac{z}{d}}(\cos\frac{z}{d}) - \bar{v}e^{-\frac{z}{d}}\sin\frac{z}{d},$$
 (A.23)

$$v = \bar{u}e^{-\frac{z}{d}}\sin\frac{z}{d} + \bar{v}(1 - e^{-\frac{z}{d}}(\cos\frac{z}{d}).$$
 (A.24)

El transporte atribuído al flujo en la capa límite tiene componentes dadas por

$$U = \int_0^\infty (u - \bar{u}) dz = (\bar{u} + \bar{v}) \frac{d}{2},$$
 (A.25)

$$V = \int_0^\infty (v - \bar{v}) dz = (\bar{u} - \bar{v}) \frac{d}{2}.$$
 (A.26)

Como el transporte no es necesariamente paralelo al flujo interior, es posible que tenga divergencia distinta de cero. De hecho

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = \int_0^\infty (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) dz = -\frac{d}{2} (\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}) = -\frac{d}{2\rho_0 f} \nabla^2 \bar{p}.$$
 (A.27)

El flujo en la capa límite, converge o diverge si el flujo interior tiene vorticidad relativa (Fig. A.2). Debido a la presencia del fondo sólido, el fluido que cumple la condición de divergencia o convergencia, sólo puede venir del interior por medio de una velocidad vertical. Pero, la condición geostrófica impone que

•

$$\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0; \tag{A.28}$$

esto es, la velocidad vertical debe ocurrir a lo largo de la profundidad del flujo y debido a que la divergencia del flujo en la capa de Ekman es proporcional a d, que es pequeña, la velocidad vertical es débil.

La velocidad vertical en el interior, llamada *bombeo de Ekman*, quede ser evaluada por una integración de la ecuación de continuidad a lo largo de la vertical, usando w(z=0) = 0 y $w(z \to \infty) = \bar{w}$:



Figura A.2: Esquema que ilustra la divergencia en la capa de Ekman de fondo y hundimiento en el interior. Las flechas horizontales corresponden a un giro anticiclónico en el interior. De la misma forma, un giro ciclónico en el interior genera convergencia en la capa de Ekman y surgencia en el interior. Figura modificada de Cushman-Roisin and Beckers (2011).

$$\bar{w} = -\int_0^\infty (\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}) dz = \frac{d}{2} (\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}) = \frac{d}{2\rho_0 f} \nabla^2 \bar{p} = \frac{1}{\rho_0} \sqrt{\frac{\nu_E}{2f^3}} \nabla^2 \bar{p}.$$
(A.29)

Así, entre mayor sea la vorticidad del flujo promedio, mayor será la divergencia/convergencia. La dirección de la velocidad vertical es hacia arriba en un flujo ciclónico (en dirección opuesta a las manecillas del reloj) y hacia abajo en uno anticiclónico(en dirección de la manecillas del reloj). Esto se respeta en el hemisferio sur, en donde ciclónico y anticiclónico tienen la dirección opuesta que el hemisferio norte.

A.0.3. Capa de Ekman sobre fondo no uniforme

Ahora, consideremos la situación en la que la topografía del terreno es irregular. Sea un flujo interior geostrófico (\bar{u},\bar{v}) , no necesariamente uniforme, sobre un terreno irregular de elevación z = b(x, y) sobre un nivel de referencia. Para respetar la condición de que el flujo es mucho más ancho que profundo, asumimos que la pendiente del fondo $(\partial b/\partial x, \partial b/\partial y)$ es mucho menor a uno.

Las ecuaciones que gobiernan el flujo son A.19 y A.20, la ecuación de continuidad y las condiciones de frontera son, ahora

Fondo (z = b):

$$u = 0, \quad v = 0, \quad w = 0,$$
 (A.30)

Hacia el interior (z >> d):

$$u = \bar{u}, \quad v = \bar{v}. \tag{A.31}$$

La solución es el conjunto de ecuaciones A.23 y A.24, reemplazando z por z - b:

$$u = \bar{u} - e^{\frac{(b-z)}{d}} (\bar{u}\cos\frac{z-b}{d} + \bar{v}\sin\frac{z-b}{d}),$$
(A.32)

$$u = \bar{v} + e^{\frac{(b-z)}{d}} (\bar{u}\sin\frac{z-b}{d} - \bar{v}\cos\frac{z-b}{d}),$$
(A.33)

El grosor vertical de la capa límite aún es $d = \sqrt{2\nu_E/f}$, pero la capa límite es oblicua y su grosor, medido perpendicularmente desde el fondo, está ligeramente reducido por el coseno de la pendiente del fondo. La velocidad vertical se obtiene de la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial v}{\partial y}$$

$$= e^{(b-z)/d} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}\right) \sin \frac{z-b}{d}$$

$$+ \frac{1}{d} \frac{\partial b}{\partial x} \left[(\bar{u} - \bar{v}) \cos \frac{z-b}{d} + (\bar{u} + \bar{v} \sin \frac{z-b}{d}] + \frac{1}{d} \frac{\partial b}{\partial y} \left[(\bar{u} + \bar{v}) \cos \frac{z-b}{d} - (\bar{u} - \bar{v} \sin \frac{z-b}{d}] \right],$$
(A.34)

en donde se utilizó el hecho de que el flujo interior gerstrófico tiene divergencia cero. Integrando verticalmente del fondo (z = b), al interior $(z \to \infty)$, en donde el flujo asume un valor uniforme de la velocidad vertical $(w = \bar{w})$, se obtiene

$$\bar{w} = (\bar{u}\frac{\partial b}{\partial x} + \bar{v}\frac{\partial b}{\partial y}) + \frac{d}{2}\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}.$$
(A.35)

La velocidad vertical interior consiste en dos partes: una componente que asegura que se respete la condición de no flujo normal al fondo y una contribución por bombeo de Ekman, como si el fondo fuera plano. Cabe resaltar que el bombeo de Ekman no se ve afectado por la irregularidad del fondo.

A.0.4. Capa superficial de Ekman

Una capa de Ekman no ocurre únicamente en el fondo sino en cualquier situación en la que haya esfuerzos de corte horizontales. Por ejemplo, en la superficie del océano, en donde el agua está sujeta al esfuerzo del viento. Consideremos el caso en el cual una región del océano cuyo flujo está dado por (\bar{u}, \bar{v}) está sujeto al esfuerzo del viento (τ^x, τ^y) . Asumiendo condiciones estacionarias, un flujo homogéneo y un interior geostrófico, obtenemos las siguientes ecuaciones y condiciones de frontera para el flujo (u, v) en la capa de Ekman superficial:

$$-f(v-\bar{v}) = \nu_E \frac{\partial^2 u}{\partial z^2},\tag{A.36}$$

$$f(u-\bar{u}) = \nu_E \frac{\partial^2 v}{\partial z^2}.$$
(A.37)

Superficie (z = 0):

$$\rho_0 \nu_E \frac{\partial u}{\partial z} = \tau^x, \rho_0 \nu_E \frac{\partial v}{\partial z} = \tau^y, \qquad (A.38)$$

donde τ^x y τ^y representan las componentes zonal y meridional del esfuerzo del viento. Al interior $(z \to -\infty)$:

$$u = \bar{u}, v = \bar{v}.\tag{A.39}$$

La solución a este planteamiento es

$$u = \bar{u} + \frac{\sqrt{2}}{\rho_0 f d} e^{z/d} [\tau^x \cos\left(\frac{z}{d} - \frac{\pi}{4}\right) - \tau^y \sin\left(\frac{z}{d} - \frac{\pi}{4}\right)], \tag{A.40}$$

$$v = \bar{v} + \frac{\sqrt{2}}{\rho_0 f d} e^{z/d} [\tau^x \sin\left(\frac{z}{d} - \frac{\pi}{4}\right) + \tau^y \cos\left(\frac{z}{d} - \frac{\pi}{4}\right)], \tag{A.41}$$

en donde podemos notar que la desviación del flujo interior (\bar{u}, \bar{v}) es debida, exclusivamente, al esfuerzo del viento. Esta componente del flujo forzada por el viento es inversamente proporcional a la profundidad de la capa de Ekman, d, y puede ser considerablemente grande.

El transporte horizontal debido al viento en la capa de Ekman superficial tiene componentes

$$U = \int_0^\infty (u - \bar{u}) \mathrm{d}z = \frac{1}{\rho_0 f} \tau^y, \qquad (A.42)$$

$$V = \int_0^\infty (v - \bar{v}) \mathrm{d}z = \frac{-1}{\rho_0 f} \tau^x.$$
(A.43)

Está orientado perpendicularmente al esfuerzo del viento; a la derecha en el hemisferio norte y a la izquierda en el hemisferio sur.



Figura A.3: Bombeo de Ekman para el hemisferio norte. Figura modificada de Cushman-Roisin and Beckers (2011).

Al igual que para la capa de Ekman de fondo, determinemos la divergencia del flujo, integrada sobre la capa límite:

$$\int_{-\infty}^{0} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \mathrm{d}z = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau^y}{f}\right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau^x}{f}\right)\right]. \tag{A.44}$$

Para f constante, la contribución es enteramente debida al esfuerzo del viento ya que el flujo interior geostrófico no es divergente. Es proporcional al rotacional del esfuerzo del viento e independiente de la viscosidad. Si el esfuerzo del viento tiene un rotacional distinto de cero, la divergencia del transporte de Ekman debe ser provista por una velocidad vertical en el interior. Integrando verticalmente la ecuación de continuidad, a través de la capa de Ekman con w(z = 0) y $w(z \to -\infty) = \bar{w}$, tenemos

$$\bar{w} = \int_{-\infty}^{0} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \mathrm{d}z = \frac{1}{\rho_0} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\tau^y}{f}\right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\tau^x}{f}\right)\right] = w_{Ek}.$$
 (A.45)

Esta velocidad vertical, como en el caso de la capa de Ekman de fondo, se llama bombeo de Ekman. En el hemisferio norte (f > 0), un patrón de viento en sentido de la mancellas del reloj (rotacional negativo) genera hundimiento o convergencia (Fig. A.3), mientras que un patrón en sentido contrario a las panecillas del reloj (rotacional positivo) genera surgencia o divergencia. Las direcciones son opuestas en el hemisferio sur. El bombeo de Ekman es un mecanismo muy efectivo por medio del cual los vientos fuerzan las corrientes superficiales y representa el principal mecanismo de surgencia.

Apéndice B

Filtros Multi-taper

El método *multitaper* Thomson (1982) permite estimar un espectro de potencias dada una serie de datos finita. Esta técnica se basa en secuencias prolatas esferoidales o Slepianas. Aqui se sigue el desarrollo de Hjörleifsdóttir (2007). Se puede encontrar una discusión más profunda de este método en el capítulo 7 de Percival and Walden (1993).

Debido a que los principios matemáticos requieren series de tiempo infinitas para llevar a cabo una transformada de Fourier, aislar frecuencias específicas usando ventanas puede traer problemas como desarrollar valores distintos de cero en frecuencias bajas, es decir, algunas frecuencias tienden a escurrirse dentro de otras. Este problema es conocido en análisis de señales, ya que usar una ventana en el dominio de tiempo corresponde a una convolución de la transformada de Fourier de la función (ventana) en el espacio de frecuencias. Denotando la ventana en el espacio temporal h(t) y en el espacio de frecuencias h(f), los datos resultantes son

$$d_w(t) = h(t)d(t) \tag{B.1}$$

y en el espacio de frecuencias

$$d_w(f) = h(f) \otimes d(f), \tag{B.2}$$

donde d_w son los datos resultantes de aplicar la ventana a la serie original d(t). Una ventana adecuada, no debe tener lóbulos en el espacio de frecuencias y debe ser tal que pese a la función de la misma forma en todo el dominio de la ventana. Para minimizar el escurrimiento espectral y mantener el peso de los datos se usa la técnica *multitaper*. Un *taper* consiste en una función que decae suavemente a cero cerca de las orillas de cada ventana, para minimizar el efecto de discontinuidad entre



Figura B.1: Comparación entre la ventana de Dirichlet (rectangular) con dos tapers comunes: el cosenoidal y el de Hann [Pilz and Parola (2012)].

el principio y el final de la serie de tiempo. Aunque el escurrimiento espectral no puede ser eliminado por completo, puede ser reducido cambiando la forma del *taper* (figura B.1). El método de *taper* múltiples o *multitaper* utiliza varios *tapers*, $h_j(t)$, concentrados dentro de una ventana pequeña en el espacio de frecuencias, sin lóbulos laterales, para filtrar los datos de la serie. Denotemos al resultado de aplicar el *j*ésimo *taper* a una serie de tiempo por $d_j(f)$. La idea detrás del método es que a pesar de que los espectros de cada $d_j(f)$ están desviados, usando tapers ortogonales y promediando los espectros se obtiene un espectro menos desviado.

B.0.5. Secuencias prolatas esferoidales

Los tapers ideales que cumplen los requisitos anteriores son los *eigentapers* prolatos esferioidales o Slepianos (secuencias prolatas esferoidales o secuencias Slepianas)[Slepian (1978)]. Supongamos que se eligió una ventana de medición de longitud

$$L = N\Delta t, \tag{B.3}$$

donde L es la longitud de la ventana de tiempo, Δt es la frecuencia de muestreo y N el número de muestras de tiempo en la serie que se va a utilizar. La frecuencia de Rayleigh es

$$f_R = \frac{1}{L} = \frac{1}{N\Delta t}.\tag{B.4}$$

Esta es la frecuencia más baja que podemos resolver con una ventana de longitud L. La frecuencia más alta que podemos resolver está dada por la frecuencia de Nyquist:

$$f_c = \frac{1}{2\Delta t}.\tag{B.5}$$

Así, el contenido de frecuencias de la ventana de tiempo [0, L] está entre $[-f_c, f_c]$. El incremento entre frecuencias Δf es igual a la frecuencia de Rayleigh:

$$\Delta f = \frac{2f_c}{N} = \frac{1}{N\Delta t} = f_R.$$
(B.6)

Las secuencias prolatas esferoidales derivan del problema de concentración espectral que consiste en encontrar una secuencia temporal cuya transformada de Fourier discreta esté localizada, óptimamente, en un intervalo de frecuencia dado W. Definimos el ancho de la ventana en términos de la frecuencia de Rayleigh, tal que $W = kf_R$. La solución consiste en la optimización del cociente

$$\lambda = \frac{\int_{-W}^{W} |h(f)|^2 \mathrm{d}f}{\int_{-f_c/2}^{f_c/2} |h(f)|^2 \mathrm{d}f}.$$
(B.7)

Esto nos lleva a un problema de valores propios con eigenvalores λ_j y eigenfunciones (multitapers prolatos) $h_j(f)$. Una propiedad resaltable de los eigenvalores λ_j es que los primeros 2k = 2LW son del orden de 1, y los restantes decaen rápidamente a cero. Esto implica que sólo los primeros 2k eigentapers están concentrados óptimamente en la ventana W. Para k pequeñas, la ventana es delgada y se ensancha conforme k crece. En la práctica, escogemos el ancho W alrederor de la frecuencia de interés sobre la que vamos a promediar las medición. Ahora, usamos los tapers como ventanas. Supongamos que tenemos una serie de tiempo s(t) con espectro s(f). En lugar de trabajar con la serie de tiempo directamente, la multiplicamos por los 2kmultitapers para obtener 2k verisones de la serie:

$$s_j(t) = h_j(t)s(t), \qquad 1, \dots, 2k.$$
 (B.8)

En el espacio de frecuencias, esto corresponde a 2k espectros estimados:

$$s_j(f) = h_j(f) \otimes s(f) = \int_{-f_c}^{f_c} s(f') h_j(f - f') df, \qquad j = 1, \dots, 2k.$$
 (B.9)

Aquí se puede ver como el espectro s(f') es convolucionado con el taper $h_j(f - f')$ que está centrado en f'. Así que, entre mayor sea el ancho de banda de h_j , i.e., entre más ancho sea W, más promediamos sobre frecuencias vecinas. En el límite $k \to 0$ obtenemos una función delta.



Figura B.2: Primeras cinco secuencias de Slepian k =2.5 para una serie de longitud L=512.

B.0.6. Parámetros de las funciones taper

El parámetro principal que controla el comportamiento del taper es k. Las series de tiempo analizadas en la sección 4.4 del capítulo 4 tienen una longitud dada por

$$L = N\Delta t = 1819 \times 1 \quad dia \tag{B.10}$$

Por lo que, el número 2k de tapers~1 están dados por

$$k = LW = N\Delta tW = \frac{1819 \times 1}{60} \frac{dia}{dias} \sim 30$$
(B.11)

donde 1/60 días =W, la mitad del ancho de banda, ya que las series se filtraron usando un filtro pasa altos con frecuencia de corte, justamente de 1/60 días. Por esta razón, se utilizaron k = 29 tapers para obtener los espectros de las series de tiempo.

En la figura B.3 se muestra el espectro de vorticidad relativa en las cuatro zonas, C1- C4, calculado con distintos valores de k.



Figura B.3: Espectros de vorticidad calculados usando distintos valores de k. (a) k=3,5, (b) k=8, (c) k=16, (d) k=29

.

APÉNDICE B. FILTROS MULTI-TAPER

Glosario

anticiclónico Sentido de rotación opuesto al ciclónico. 2

- **balance geostrófico** Describe el balance entre la fuerza de Coriolis y el gradiente horizontal de presión. Esto es, $fv = (1\rho)\partial p/\partial x$, y $fu = -(1\rho)\partial p/\partial y$, donde fes el parámetro de Coriolis, u y v son las componentes zonal y meridional de la velocidad, x y y las coordenadas zonal y meridional, p es la presión y ρ la densidad. 56
- brisa marina Viento ligero con variación diurna que sopla del mar hacia tierra, debido a la diferencia en el calor específico entre el agua de mar y las rocas que componen el suelo costero. El sol de la ma-ana calienta más rápidamente la zona costera que el agua del mar y esto causa un calentamiento mayor en tierra que en la superficie del océano. Esto provoca un ascenso de aire cálido en la costa el cual es substituido por aire más frío proveniente del océano. 5
- **capa límite** Capa de fluido que es afectada por la fricción con una frontera y posiblemente por transporte de calor y otras variables a través de esa superficie. 5
- **contracorriente** Corriente que fluye adyacente a otra pero en la dirección contraria. 1
- **convergencia** Contracción de un campo vectorial; también, una medida precisa de ello. 5
- **divergencia** Expansión o extensión de un campo vectorial; también, una medida precisa de ello. 5
- ecuación diagnóstica Cualquier ecuación que govierna a un sistema que no contiene derivadas temporales y, por tanto, especifica un balance de cantidades en el espacio en un tiempo dado. 15

- ecuación pronóstica Cualquier ecuación describe un sistema que contiene la derivada temporal de una cantidad y por tanto, puede determinar el valor de esa cantidad en un tiempo posterior cuando los demás términos de la ecuación se conocen. (e.g. ecuación de vorticidad). 15
- esfuerzo del viento Fuerza de arrastre por unidad de área causada por la variación local del vector de del viento. Por ejemplo, el esfuerzo del viento en la superficie del océano ocasiona una fuerza de fricción que genera corrientes océanicas. 60
- estratificación Existencia o formación de distintas capas en un cuerpo de agua identificadas por diferencias características térmicas o halinas (densidades) o por entenido de oxígeno y nutrientes. 4
- **evento** Variación no periódica de un fenómeno (no necesariamente predecible), que se presenta con magnitud y duración variables. 6
- frecuencia inercial El flujo en ausencia de fuerzas externas se conoce como flujo inercial. En este caso las aceleraciones centrífuga y de Coriolis son iguales y opuestas, y la velocidad inercial constante del flujo, v, está dada por v = fR, donde f es el parámetro de Coriolis y R es el radio de curvatura de la trayectoria. La frecuencia inercial es la frecuencia a la cual una parcela de fluido recorre la trayectoria y esta dada por $f/2\pi = 2\sin\phi$ por día sideral, donde ϕ es la latitud. 3
- **frente** Región del océano que separan a parcelas o masas de agua de características marcadamente diferentes. Ejemplo: Zonas de diferente temperatura, zonas estratificadas de zonas mezcladas, zonas con masas de agua diferentes. 5
- fuerza de Coriolis Fuerza aparente sobre partículas que se mueven en un sistema coordenado no inercial, esto es, la aceleración de Coriolis vista en éste sistema relativo. Dicha fuerza es requerida si se aplican las leyes de Newton al sistema. La fuerza de Coriolis por unidad de masa se debe únicamente a la rotación de la tierra y es igual a $-2\Omega \times u$, donde Ω es la velocidad angular de la tierra y u es la velocidad relativa de la partícula. Por lo tanto, la fuerza de Coriolis actúa como una fuerza deflectora, normal a la velocidad, a la derecha del movimiento en el hemisferio norte y a la izquierda en el sur. No puede alterar la rapidez de la partícula. 5
- **geostrofía** Propiedad que denota un balance entre la fuerza de Coriolis y el gradiente de presión. 5

- humedad relativa Razón de la presión de vapor y la presión de saturación de vapor respecto al agua. 20
- inestabilidad barotrópica Inestabilidad hidrodinámica derivada de ciertas distribuciones de vorticidad en un flujo bidimensional no divergente. Esta inestabilidad es inercial en el sentido de que la única forma de energía transferida entre la corriente y la pertirbación es cinética. La variación de vorticidad en la corriente puede estar concentrada en discontinuidades del esfuerzo horizontal del viento o puede estar distribuido continuamente en un perfil de velocidad curvo. 4
- **meandro** Curvatura muy pronunciada (algunas en forma de u) en la trayectoria de un río o de una corriente marina. 1
- **meridional** En dirección paralela a una línea de longitud; a lo largo de un meridiano; hacia el norte o sur; opuesto a zonal. 10
- onda atrapada a la costa Onda gravitatoria que viaja atrapada por una costa cuyo balance lateral está restringido a encontrarse en balance geostrófico. Es un fenómeno de mesoescala y un ejemplo común es la onda de marea sobre un canal, como una bahía o un golfo alargado en el cual la onda de marea presentará un apilamiento mayor en el lado derecho de la dirección de viaje de la ola, producido por la rotación de la tierra en el hemisferio norte. 4
- parámetro de Coriolis Dos veces la componente de la velocidad angular respecto la verical local, $2\Omega \sin \phi$, donde Ω es la velocidad angular de la tierra y ϕ es la latitud. Como la tierra está en rotación de cuerpo rígido, el parámetro de Coriolis es igual a la componente de vorticidad en dirección de la vertical local. Se denota por f. 54
- plataforma continental Es la región amplia, poco profunda y de suave declive que se extiende desde la línea de mareas bajas hasta el borde del talud continental, aproximadamente hasta 200 metros de profundidad. El promedio de ancho de la plataforma continental es de 65 km, pero se puede extender por cientos de kilómetros, como en la Sonda de Campeche en el Golfo de Mexico, o solo unos cuantos kilómetros como en las costas de Jalisco y Guerrero en el Pac'fico mexicano. 1

- radiación de onda corta Energía en el rango visible y cercano al visible del espectro electromagnético (longitud de onda entre 0.4 y 1.0 μ m). En meteorología, término usado para distinguir la radiación electromagnética en el visible y cercana al visible (aproximadamente, longitud de onda de 0.4 a 4.0 μ m), usualmente de origen solar, de la de longitud de onda más larga , usualmente de origen terrestre. 20
- radiación de onda larga En meteorología, término usado para distinguir la radiación electromagnética de longitud de onda mayor a 4 μ m, usualmente proveniente de la tierra, de aquella de menor longitud de onda, usualmente de origen solar. 20
- surgencia Movimiento ascendente de agua subsuperficial por medio del cual parcelas de agua de capas inferiores irrumpen en la capa superficial y son removidas del área de surgencia por un flujo horizontal divergente. 1
- \mathbf{Sv} (abreviación de Sverdrup) Llamada así en honor del pionero de la oceanografía, Harald Sverdrup, es una unidad de medida de transporte. Es usada casi exclisuvamente en oceanografía para medir el transporte de corrientes oceánicas. Su símbolo es Sv. Note que el sverdrup no es una unidad del SI. Es equivalente a $10^6 m^3 s^{-1}$.
- **transporte** Densidad de flujo (característica por unidad de área por unidad de tiempo). 1
- vientos alisios Sistema de viento que ocupa la mayor parte de los trópicos y sopla de las altas presiones subtropicales hacia el ecuador; es una componente de gran relevancia para la circulación general de la atmósfera. 7
- vorticidad relativa Vorticidad medida en un sistema de coordenadas fijo en la superficie de la tierra. Usualmente, sólo se refiere a la componente vertical de la vorticidad. 5
- **zonal** En diracción de una línea de latitud; a lo largo de un paralelo; hacia el este o el oeste; opuesto a meridional. 10

Bibliografía

- A. Adcroft, J.M. Campin, J. Marshall, and M. Losch. *MITgcm User Manual*. Massachussets Institute of Technology, September 2012.
- A. Amador-Buenrostro and M. Figueroa-Rodríguez. Glosario de términos oceanográficos. In M. F. Lavín, editor, *Contribuciones a la oceanografía física en México*, number Monografía número 3, pages 265–272. Unión Geofísica Mexicana, 1997.
- American Meteorological Society. Glossary of Meteorology, Diciembre 2012. URL http://glossary.ametsoc.org/wiki/Main_Page.
- G. Athié, J. Candela, J. Ochoa, and J. Sheinbaum. Impact of Caribbean cyclones on the detachment of Loop Current anticyclones. J. Geophys. Res., 117(C03018, doi:10.1029/2011JC007090), 2012.
- J. Candela, J. Sheinbaum, J. Ochoa, A. Badan, and R. Leben. The potential vorticity flux through the Yucatan Channel and the Loop Current in the Gulf of Mexico. *Geophys. Res. Lett.*, 29(22):2059, doi:10.1029/2002GL015587, 2002.
- D. J. Cochrane. Water circulation on Campeche Bank in May. Bulletin of the Japanese Society of Fisheries Oceanography, (special number (Prof. Uda's Commemorative Papers)):123–128, 1969.
- A. S. Condie. Formation and stability of shelf break fronts. J. Geophys. Res., 98 (C7):12405–12416, 1994.
- B Cushman-Roisin and J. M. Beckers. An introduction to Geophysical Fluid Dynamics: Physical and numerical aspects, volume 101 of International Geophysics Series. Academic Press, 2 edition, 2011.
- J. Dubranna, P. Pérez-Brunius, M. Lopez, and J. Candela. Circulation over the continental shelf of the western and southwestern Gulf of Mexico. J. Geophys. Res., 116(C08009), 2011.

- S. H. Franchito, V. B. Rao, J. L. Stech, and J. A. Lorenzzetti. The effect of coastal upwelling on the sea-breeze circulation at Cabo Frio, Brazil: A numerical experiment. Annales Geophysicae, (16):866–881, 1992.
- P. S. Fratantoni, T. N. Lee, G. P. Podesta, and F. Muller-Karger. The influence of Loop Current perturbations on the formation and evolution of Tortugas eddies in the southern Strait of Florida. J. Geophys. Res., 103(C11):24,759–24,779, doi:10.1029/98JC02147, 1998.
- V. Hjörleifsdóttir. Earthquake source characterization using 3D Numerical Earthquake spurce characterization using 3D Numerical Modeling. PhD thesis, California Institute of Technology, 2007.
- H. E. Hurlburt. Dynamic transfer of simulated altimeter data into subsurface information by a numerical ocean model. J. Geophys. Res., 91(C2):2372–2400, doi: 10.1029/JC09liC02p02372, 1986.
- Laura Jiménez-Lagunes. Modelación numérica del afloramiento en la plataforma continental de Yucatán. Master's thesis, CICESE, Departamento de Oceanografía Física, 2004.
- J. Jouanno, J. Ochoa, J. Sheinbaum, E. Pallas-Sanz, F. Andrade-Canto, J. Candela, and J.M. Molines. Observations and mechanisms of formation of loop current frontal eddies along the campeche bank. *Submitted*, 2012.
- E. Kalnay, M. Kanamitsu, and Coauthors. NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. Bull. Amer. Meteor. Soc., (77):437–470, 1996.
- J. Marshall, C. Hill, L. Perelman, and A. Adcroft. Hydrostatic, quasi-hydrostatic, and nonhydrostatic ocean modeling. J. Geophys. Res., C3(102):5733–5752, 1997b.
- Adriana Mateos-Jasso. Estudio sobre la estacionalidad de la surgencia de Yucatán. Master's thesis, Universidad Nacional Autónoma de México, 2009.
- M. Merino. Upwelling on the Yucatan shelf: hydrographic evidence. Journal of Marine Systems, (13):101–121, 1997.
- J. Ochoa, J. Sheinbaum, A. Badan, J. Candela, and D. Wilson. Geostrophy via potential vorticity inversion in the yucatan channel. *Journal of Marine Research*, 59:725–747, 2001.
- J. Pedlosky. Longshore currents, upwelling and bottom topography. J. Phys. Oceanogr., 4:214–226, April 1974.

- Donald B. Percival and Andrew T. Walden. Spectral Analysis for Physical Applications. Cambridge University Press, 1993.
- Marco Pilz and Stefano Parola. Tapering of windowed time series. Technical report, Helmholtz Centre Potsdam, GFZ, Feb. 2012.
- F. G. Ruiz. Upwelling north of the yucatan peninsula. M.sc. thesis, Department of Oceanography. Texas A & M., 1979.
- J. H. Ryther. Photosynthesis and fish production in the sea. *Science*, 166(3901): 72–76, 1969.
- W. J. Jr Schmitz. Cyclones and westward propagation in the sedding of anticyclonic rings from the Loop Current. In W. Sturges and A. Lugo-Fernandez, editors, *Cir*culation in the Gulf of Mexico: Observations and Models, volume 161 of Geophys. Monogr. Ser., pages 263–278. AGU, Washington, D.C., 2005.
- J. Sheinbaum, J. Candela, A. Badan, and Ochoa J. Flow structure and transport in Yucatan Channel. *Geophys. Res. Lett.*, 29(3):1040, 2002.
- D. Slepian. Prolate spheroidal wave functions, fourier analysis, and uncertainty. v:the discrete case. *Bell Syst. Tech. J.*, 57:1371–1430, 1978.
- J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. Monthly Weather Review, 91(3):99–164, March 1963.
- R.L. Smith. Upwelling, oceanographic and marine biology. *Annual Review*, (6): 11–46, 1968.
- D. Thomson. Spectrum estimation and harmonic analysis. *IEEE Proc.*, 70:1055–1096, 1982.
- S.A. Thorpe. Introduction to ocean turbulence. Cambridge University Press, 2007.
- J. Zavala-Hidalgo, S. L. Morey, and J. J. O'Brien. Cyclonic Eddies Northeast of Campeche Bank from Altimetry Data. J. Phys. Oceanogr., 33:623–629, March 2003.
- J. Zavala-Hidalgo, S. L. Morey, J. J. O'Brien, and L. Zamudio. On the Loop Current eddy shedding variability. *Atmósfera*, 19(1):41–48, 2006.

BIBLIOGRAFÍA

