



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO

FACULTAD DE ESTUDIOS SUPERIORES
ACATLÁN

ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA DESARROLLAR
HABILIDADES MATEMÁTICAS PARA LAS OPERACIONES
BÁSICAS EN EL 5º GRADO DE PRIMARIA.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE
LICENCIADA EN PEDAGOGÍA

PRESENTA:
ESPERANZA ARIADNA MORENO CASTREJÓN

ASESOR: GABRIELA GUTIÉRREZ GARCÍA

FEBRERO 2012



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

Índice

Introducción

Capítulo 1 Matemáticas, su importancia en el quinto grado de primaria

| | |
|--|----|
| 1.1 Matemáticas..... | 4 |
| 1.2 Aritmética | 5 |
| 1.3 Importancia de las operaciones básicas | 9 |
| 1.4 Plan y Programas de Estudio, 1993. Educación primaria | 30 |
| 1.5 Contenidos del eje de los números, referentes a las operaciones básicas | 34 |

Capítulo 2

| | |
|---|----|
| El niño escolar | 36 |
| 2.1 Características del niño de 6 a 12 años | 37 |
| 2.1.1 Característica físicas | 38 |
| 2.1.2. Características sociales | 41 |
| 2.1.3 Características cognitivas | 43 |
| 2.1.4 Desarrollo del pensamiento | 46 |

Capítulo 3

| | |
|---|----|
| Habilidades que se aplican en las operaciones básicas | 49 |
| Procesos cognitivos | 57 |

Capítulo 4 La enseñanza de la aritmética para el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas en el 5° año de Educación Primaria

| | |
|-------------------------------------|----|
| 4.1 Aprendizaje significativo | 70 |
|-------------------------------------|----|

Capítulo 5

| | |
|--|-----|
| Propuesta de estrategias didácticas para la resolución de operaciones básicas | 88 |
| Manual de estrategias didácticas para el desarrollo de habilidades matemáticas para las operaciones básicas | 106 |
| Instrumentos de evaluación para los ejercicios del manual | 127 |

Conclusiones

Bibliografía

Introducción

Uno de los problemas más preocupantes para todo profesor en la educación primaria es sin lugar a dudas lo referente a la enseñanza de las matemáticas. La importancia de este trabajo de investigación de tipo explicativa, se da como una necesidad de lograr avances más significativos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las operaciones básicas en los alumnos.

Durante el trabajo realizado como docente en el 5º grado de educación primaria se pudo observar la dificultad de los alumnos, al trabajar con las operaciones aritméticas básicas. Esta situación poco propicia para obtener un aprendizaje significativo, determinó la necesidad de buscar estrategias didácticas que hicieran posible cambiar la mentalidad de los niños y obtener mejores resultados por medio de la práctica docente en base a teorías constructivistas.

Las estrategias pueden ser aplicadas con mucho acierto en situaciones en que los escolares presenten dificultad para aprender habilidades complejas, donde el estudiante puede saber la información pero no la entiende, o cuando éste no está dispuesto a realizar el esfuerzo para lograr la comprensión de la misma.

Los objetivos de la investigación fueron:

- Identificar y analizar las habilidades que se deben desarrollar en los alumnos de quinto grado de primaria, respecto a las operaciones básicas para proponer estrategias que permitan un aprendizaje permanente.
- Proponer estrategias elementales en la enseñanza de las operaciones básicas para generar habilidades necesarias para un aprendizaje significativo y permanente.
- Que los alumnos apliquen las habilidades matemáticas en la resolución de las cuatro operaciones básicas para plantear y resolver problemas en el aula y en su vida diaria.

Por eso la importancia de ésta investigación, ya que ayudará al mejoramiento del docente y el alumno, al motivarlos a que tengan una conducta participativa y responsable, contribuyendo a mejorar la calidad de vida de ambos agentes educativos. Pero también se pretende que ambos usen estrategias para desarrollar los contenidos referentes a las operaciones básicas.

Siendo una de las capacidades del pedagogo el evaluar el proceso docente para ofrecer alternativas de mayor calidad y eficiencia en su práctica, consideré necesario crear dentro de la investigación un manual para él, en el que se le

facilitan algunas estrategias didácticas y formas de cómo abordar los contenidos referentes a las operaciones básicas para lograr una mejor comprensión de las mismas.

El trabajo de investigación que se presenta, está estructurado en cinco capítulos que se describen a continuación.

El primer capítulo contiene la importancia de las matemáticas en el quinto grado de primaria, qué es la matemática y la aritmética, la forma en que el niño va conociendo los conceptos matemáticos y la descripción de cada una de las operaciones básicas. También se hace mención de lo que establece el Plan y Programas de 1993 respecto a las habilidades matemáticas que se deben desarrollar, así como la importancia de las operaciones básicas. También se habla un poco de lo que es el constructivismo, de Piaget, Vigotsky y Ausubel.

El capítulo dos, describe las características del niño escolar. Se mencionan las características físicas, sociales y cognitivas del niño de entre 6 y 12 años, ubicando al niño en la etapa de las operaciones concretas, según Piaget. Además se habla del desarrollo del pensamiento, cómo se va modificando y la manera en que puede influir en el proceso de aprendizaje del alumno de 6 a 12 años.

El capítulo tres trata sobre las habilidades que se aplican en las operaciones básicas. Cómo el niño va adquiriendo las habilidades matemáticas, desde las de cálculo hasta las de abstracción. Se establece la diferencia entre habilidad, aptitud, destreza y competencia para poder comprender cómo una depende de la otra y no son sinónimas.

Seguidamente, en el capítulo cuatro se habla de la enseñanza de la aritmética para el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas en 5° grado de educación primaria. En éste se comienza hablando del aprendizaje significativo y los diversos postulados de Piaget, Vygtsky y Ausubel ya que se toman como referentes en los programas de SEP, específicamente en la Reforma Integral de Educación Básica (RIEB), porque según ésta, en el enfoque por competencias debe haber un trabajo colaborativo y el alumno debe usar sus conocimientos previos, reestructurarlos, modificarlos, ampliarlos y aplicarlos en situaciones nuevas. También se plantea la problemática de la cual se partió para presentar esta tesis: la forma de enseñanza de las operaciones básicas, la disposición del alumno para aprender, la intervención del profesor, la falta de situaciones significativas, la extensión de los contenidos sobre los números. También se menciona a Bruner, que plantea las ventajas del aprendizaje por descubrimiento y la forma de organizar, seleccionar y usar el conocimiento.

Por último, en el capítulo cinco, se plantea la propuesta de estrategias didácticas para la resolución de operaciones básicas, anteponiendo el diagnóstico que justifica la propuesta del manual. En éste se describe lo que propone el Plan y Programas de 1993 y la Reforma Integral de Educación Básica 2009, para verificar que la propuesta no sea ajena al nuevo Plan de Estudios. Se dan los diferentes conceptos de estrategias de aprendizaje, la diferencia entre técnica y estrategia, qué características tiene un alumno que las usa y cuando no las usa, además de los tipos de estrategias. Para finalizar éste capítulo se presenta el manual para el profesor, para que en conjunto con el alumno, comprendan el proceso de enseñanza aprendizaje de las operaciones básicas, cómo desarrollar las habilidades matemáticas y los beneficios que tiene el usar estrategias didácticas.

CAPÍTULO 1

1. Matemáticas, su importancia en el quinto grado de primaria.

1.1 Matemáticas

La matemática es considerada como una herramienta esencial en casi todas las áreas del conocimiento; su aplicación ha permitido elaborar modelos para estudiar situaciones con el objeto de encontrar mejores explicaciones y descripciones del mundo que nos rodea y ha posibilitado la predicción de sucesos y cambios, tanto de los fenómenos naturales, como de los sociales.

La enseñanza de la Matemática tiene como objetivo fundamental:

“ Contribuir a que los alumnos comprendan las estructuras fundamentales de la Matemática y a desarrollar las capacidades y destrezas necesarios para la mejor utilización de las mismas en las diversas situaciones de la vida” .⁽¹⁾

Socialmente, la enseñanza de la Matemática debe lograr la aplicación de los conocimientos en la interpretación y la resolución de situaciones cuantitativas de la vida diaria, y también apreciar las formas en que la sociedad, de la cual forma parte, necesita y usa esas ideas cuantitativas.

En lo cultural, ésta asignatura facilita el desarrollo de una cultura, así como también permite que los estudiantes respondan a la configuración que esa cultura les impone.

Contar con las habilidades, conocimientos y formas de expresión que la escuela proporciona, permite la comunicación y comprensión de la información matemática presentada a través de medios de distinta índole.

Las matemáticas deben ser para el niño herramientas funcionales y flexibles que le permitan resolver las situaciones problemáticas que se le planteen.

A lo largo de la educación obligatoria las matemáticas deben desempeñar, indisoluble y equilibradamente, un papel formativo básico de capacidades intelectuales, un papel aplicado, funcional, a problemas y situaciones de la vida diaria, y un papel instrumental.

(1) Escalona, Francisca. Didáctica de la Matemática en la escuela primaria. Kapelusz. Argentina, 1974.

Es necesario que los estudiantes sepan leer distintos tipos de números en contextos reales, compararlos, dominar los distintos aspectos de las operaciones (técnico, comprensivo y funcional), hacer estimaciones, etc. Estas destrezas y habilidades permitirán a los alumnos ir adquiriendo progresivamente la capacidad de aplicar buenos razonamientos cuantitativos en contextos reales, además de encontrarle significado a las cuatro operaciones básicas.

Así, saber, saber hacer y ser serán las acciones que van a permitir a los alumnos sentirse competentes.

1.2 Aritmética

Dentro de los conocimientos matemáticos, el número fue el primero en desarrollarse en tanto representación directa de la realidad material. La necesidad de la enseñanza del número es importante en el proceso de apropiación de saberes matemáticos en el niño.

En tanto producto cultural, de uso social extendido, desde muy temprano los niños y niñas se ven inmersos en ellos, ya sea escuchando cantidades, precios, etc., por lo cual se hace importante comenzar con su enseñanza desde los niveles iniciales (preescolares) proyectándola a lo largo de toda la escolarización.

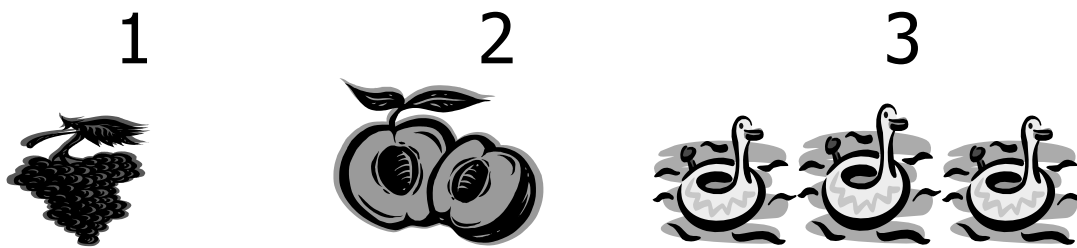
Al resultado de contar o medir se le da el nombre de número⁽²⁾. Por ejemplo:

* Al contar canicas decimos: una, dos, tres, cuatro, cinco, seis, etc., canicas. Los resultados uno, dos, tres, cuatro, cinco, seis, etc., son números.

Si bien se utilizan indistintamente los términos contar y cuantificar, hay una distinción entre ellos. Cuantificar es asignarle una medida (cantidad) a una magnitud, o sea, atribuirle valor a la extensión de una colección, determinar la cantidad de elementos que tiene. Contar es un procedimiento largo y exacto, el conteo es uno de los procedimientos que permiten cuantificar.

Los números se pueden representar con figuras o signos, llamados numerales, por ejemplo:

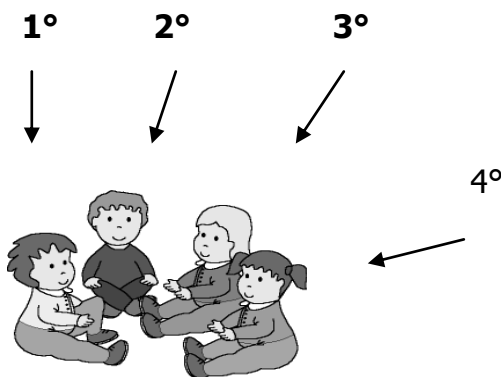
⁽²⁾ Reyes Parra, Juvencio. *Matemática Explicada*. Mucar, México, 1982.



El número tiene diversas funciones, entre ellas: representar (para comunicar cantidades o retenerlas en la memoria), y calcular (establecer una cierta relación entre cantidades).

El número, según la función que éste cumpla es la de contexto ordinal y contexto cardinal. Cuando se pretende ordenar o seriar concentrándose en la posición de un elemento respecto de otro se refiere al contexto ordinal, y cuando la intención es representar una colección de objetos por el valor de su extensión al contexto cardinal. Ejemplo:

Ordinal



Cardinal



Existen diferencias entre las propiedades universales de los números y las leyes que rigen los distintos sistemas de numeración.

El sistema decimal es el utilizado convencionalmente y objeto de estudio predominante de la educación básica. Este sistema de numeración tiene su origen en la India y fue introducido a Europa por los árabes. Se le llama así porque su base es diez y esta sujeto a que toda la numeración puede ser representada únicamente con las cifras 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Ejemplo:

- **El 1 con el 0 forma el 10**
- **El 2 con el 9 forma el 29**
- **El 5 con el 3 forma el 53**

Además si combinamos tres números o más podemos formar más de diez números más grandes. Por ejemplo:

Si tenemos los números **4, 7, 6, y 8**, entre otras combinaciones tendremos:

4687, 4786, 4867, 7468, 7684, 4678, 4768, 4876, 7486, 7648

Nuestro sistema de numeración consta de órdenes, clases y periodos. Cada tres órdenes forman una clase y dos clases forman un período.

| C | D | U | C | D | U | C | D | U | Centena | Decena | Unidad |
|--|---|---|--|---|---|------------------------------|---|---|--------------------------------------|--------|--------|
| MILLARES DE MILLONES 4ª. CLASE | | | UNIDADES DE MILLONES 3ª. CLASE | | | MILLARES 2ª. CLASE | | | UNIDADES SIMPLES 1ª. CLASE | | |
| SEGUNDO PERIODO | | | | | | PRIMER PERIODO | | | | | |

La unidad, la decena y la centena de unidades simples forman la 1ª. Clase; la unidad, decena y centena de los millares (miles) integran la segunda clase. Ambas clases forman el Primer Período.

Las unidades de millón que también están integradas por unidad, decena y centena, forman la 3ª clase y la 4ª clase está formada por unidad, decena y centena de millares de millón. Estas dos clases forman el segundo período.

Los alumnos y alumnas que ingresan a la escuela traen conocimientos informales acerca de los números y sus usos, que la enseñanza tomará como puntos de partida para continuar construyendo el significado y cálculo de las operaciones.

La Aritmética

La aritmética es la parte de la matemática dedicada al estudio de las propiedades de los números naturales, enteros y racionales, y de las operaciones definidas entre ellos.⁽³⁾

Desde un punto de vista teórico la aritmética puede considerarse como una consecuencia de la teoría de conjuntos, a través de las nociones de potencia de un conjunto y de la construcción de los números naturales.

La aritmética no posee métodos canónicos o estándar para el tratamiento de las cuestiones en que se ocupa. Tiene como objetivo el hallazgo de métodos generales que se pueden aplicar al estudio de los problemas numéricos no triviales.

Desarrollo histórico de la aritmética

Los datos históricos permiten situar en Egipto y Mesopotamia (hacia el año-5700 para Mesopotamia y el -4000 para Egipto) el origen del uso consciente del cálculo entre números naturales. La economía de ambos pueblos estaba basada en la agricultura, lo que hacía indispensable la construcción de un calendario que suponía una serie de métodos de cálculo a la vez que posibilita otro.

El comercio favoreció asimismo el cultivo de la aritmética elemental. Otra razón de gran trascendencia en el desarrollo del cálculo consistió en las necesidades de la ingeniería primitiva de estos pueblos. La aritmética egipcia del año - 1650 ya resultaba aplicable a multitud de problemas simples: algunas fracciones eran denotadas por un símbolo especial, otras se reducían sistemáticamente a fracciones del tipo $1/n$ (n , número natural).

En cuanto a los babilonios, la importancia y complejidad de su astronomía, así como la evidente superioridad de su sistema posicional de numeración, determinaron un notable desarrollo entre ellos de los métodos de cálculo.

(3) Diccionario enciclopédico SALVAT UNIVERSAL, Tomo 2. Alumino-Asel. Salvat Editores. Barcelona, 1981.

Fue, sin embargo, en Grecia donde la aritmética empezó a adquirir cierta autonomía respecto del cálculo empírico. Los antiguos griegos distinguían dos categorías en su tratamiento de los números racionales: aritmética y logística. La logística abarcaba las técnicas del cálculo numérico necesario para el comercio y las ciencias de la naturaleza (especialmente la astronomía). La aritmética se preocupaba de las propiedades de los números como tales.

La preponderancia de la geometría en el conjunto de la matemática griega de la época clásica influyó de un modo notable en el desarrollo de la aritmética. Un claro ejemplo de ello es la concepción que Pitágoras y su escuela tenían del número: su teoría de los números figurativos (base de la aritmogeometría) da fe de sus esfuerzos por interrelacionar número y espacio.

Actualmente en la escuela primaria se estudia la aritmética elemental de la teoría de números, la cual trata de los significados y formas de operar con los enteros naturales, los decimales y las fracciones, así como de sus aplicaciones en la solución de problemas.

Estamos tan familiarizados con la aritmética elemental que con frecuencia olvidamos las dificultades que encierra su aprendizaje y el papel que juega en la comprensión de otras partes de las matemáticas. La aritmética provee a los alumnos de los esquemas básicos de tratamiento de situaciones y resolución de problemas necesarios para elaborar y comprender procedimientos más avanzados.

En esta época, saber aritmética es mucho más que poder realizar las cuatro operaciones fundamentales y aplicarlas en la solución de problemas de la vida cotidiana.

La enseñanza de la aritmética debe servir para que los alumnos desarrollen su sentido del número. Es necesario que conozcan los significados de los números, se acostumbren a sus diferentes representaciones y exploren sus relaciones.

1.3 Importancia de las operaciones básicas

Una operación básica es la combinación de dos números dígitos y su respuesta ⁽⁴⁾. Sirven para resolver problemas planteados matemáticamente. Por ejemplo:

$$3 + 4 = 7$$

$$8 + 2 = 10;$$

$$2 \times 6 = 12$$

⁽⁴⁾ Escalona, Francisca. Didáctica de la matemática en la escuela primaria. Kapelusz. Argentina, 1974.

Tradicionalmente la enseñanza de las cuatro operaciones, suma, resta, multiplicación y división hace énfasis en el aprendizaje de los algoritmos respectivos, pero no en el significado, ni en el efecto que tienen las operaciones aritméticas sobre los números que operan, ni en los cambios del significado de cada uno de las operaciones cuando cambia el dominio numérico.

Tres aspectos se han de tener en cuenta en los distintos conjuntos numéricos en los que se trabaje el tema operaciones:

- El significado de las mismas en cada conjunto numérico,
- Las formas de calcular sus resultados,
- El análisis formal de sus propiedades.

Comprender una operación implica atender a los conceptos y relaciones que la operación representa y no sólo a las formas o técnicas de cálculo de sus resultados.

La introducción de los signos de las operaciones merece tanta atención como la introducción de los numerales (figuras o signos que representan a los números).

Comprender el significado convencional de los signos, que no están unívocamente relacionados a un solo tipo de problemas, y las formas de escrituras aritméticas facilitará al alumno y a la alumna pasar del problema a su simbolización matemática, operar sobre ella y obtener un resultado que volverán a contextualizar dentro de las condiciones del problema para analizar si es realmente lo esperado.

Poder interpretar y traducir problemas orales o escritos al lenguaje de números y signos operatorios requiere un tratamiento lógico cuya validez es independiente del resultado numérico.

El cálculo no se desvincula del significado de la operación, que será lo que permita considerar la razonabilidad del resultado, pero el procedimiento de calcular se rige por propiedades que no están estrictamente ligadas al problema sino a la naturaleza de los números que intervienen, a las reglas del sistema posicional decimal y a las propiedades de la operación en sí misma. Lo que sí importa en la relación del cálculo con el problema es el grado de exactitud requerido.

Antes del trabajo con los algoritmos convencionales, cuya comprensión total requiere la de las leyes del sistema de numeración (en especial la del valor relativo) y de las propiedades del conjunto numérico con que se opere, es conveniente una actividad sistemática con cálculos mentales y escritos, descomponiendo y componiendo los números como totalidades (en lugar de trabajar con las decenas, centenas, etc.) y asociándolos de acuerdo a cálculos y

operaciones más simples que la alumna y el alumno hayan memorizado comprensivamente y puedan controlar.

Algoritmo, en matemáticas, es el método de resolución de cálculos complicados mediante el uso repetido de otro método de cálculo más sencillo. Ejemplos básicos son los métodos para efectuar operaciones aritméticas: multiplicación, división, suma, resta.

El cálculo mental con los distintos conjuntos numéricos debe constituir una parte fundamental y permanente del trabajo en el aula, pues en él se ponen en juego las propiedades de los números y de las operaciones y es el medio adecuado para realizar estimaciones y cálculos aproximados, tan necesarios en la vida cotidiana, contribuyendo al desarrollo del "sentido del número". La elaboración de tablas, escalas, la detección de regularidades en ellas, el contraste de las operaciones inversas y el planteo de búsqueda de términos o factores dados los resultados, contribuirán a que se entienda la estructura de cada operación matemática, independizándolas del contexto y permitiendo un uso más general de las mismas ⁽⁵⁾.

Operaciones aritméticas básicas

Las operaciones aritméticas son siete: suma o adición, resta o sustracción, multiplicación, división, potenciación, radicación y logaritmación.

Las operaciones aritméticas se clasifican en operaciones de composición o directas y operaciones de descomposición o inversas.

La suma, la multiplicación y la potenciación son operaciones directas porque en ellas, conociendo ciertos datos, se halla un resultado.

La resta, la división, la radicación y la logaritmación son operaciones inversas.

La resta es inversa de la suma; la división es inversa de la multiplicación; la radicación y la logaritmación son inversas de la potenciación. Estas operaciones se llaman inversas porque en ellas, conociendo el resultado de la operación directa correspondiente y uno de sus datos, se halla el otro dato.

(5) Retomado de <http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/influencia-de-las-tic/>

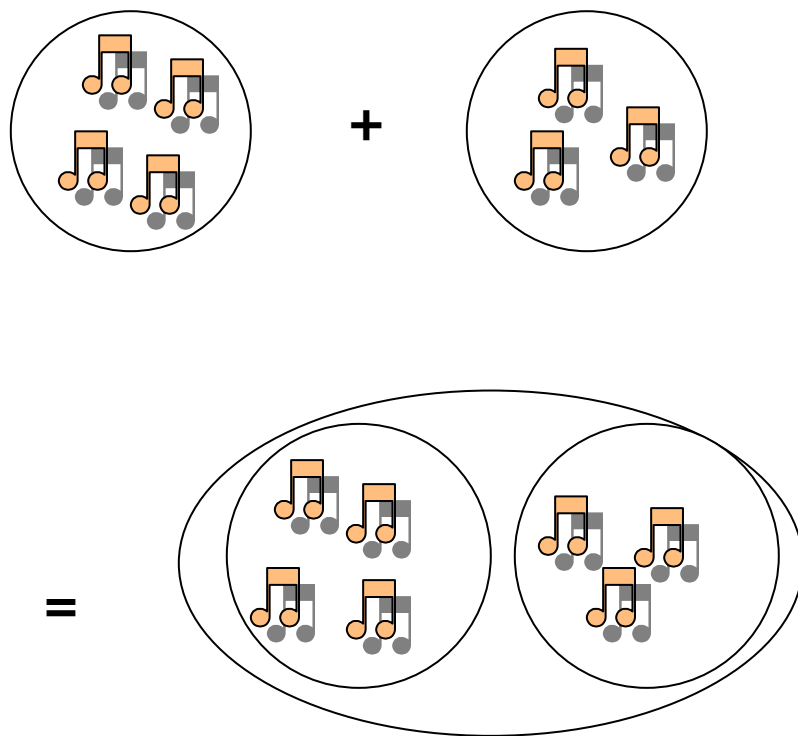
La suma

Es agregar dos cantidades. Cada término se llama sumando. El resultado se llama suma. Ejemplo:

$$3 + 2 = 5 \text{ implica}$$



Si tenemos dos grupos de elementos iguales y deseamos saber cuántos tenemos en total, lo que estaremos haciendo es unir los grupos y contar los elementos del conjunto unión. A esa operación se llama suma.



Para realizar la suma se debe colocar unidad debajo de la unidad, decena debajo de decena, centena con centena. Después se empezará a sumar las unidades, si el resultado es mayor a diez o mayor que 20, 30, 40, etc., se escribe el cero o la cifra significativa que represente las unidades y se lleva el 1, 2, 3, 4, al

lugar de las decenas para sumarlas con ellas y así sucesivamente, si existen otras columnas, hasta terminar. Ejemplo:

| | | |
|---------|----------|---|
| Decenas | unidades | |
| ↓ | ↙ | |
| 23 | | |
| + | 15 | ← |
| ——— | | |
| 38 | | ← |

← sumando
← sumando

← suma o total

Leyes de la suma

Las leyes de la suma son 5: Ley de la uniformidad, ley conmutativa, ley asociativa, ley disociativa y ley de monogamia.

Ley de uniformidad:

Esta ley puede anunciarse de tres modos que son equivalentes:

1. La suma de varios números dados tiene un valor único o siempre es igual.

Ejemplo:

$$3 \text{ sillas} + 4 \text{ sillas} = 7 \text{ sillas}$$

$$4 \text{ mesas} + 3 \text{ mesas} = 7 \text{ mesas}$$

$$3 \text{ días} + 4 \text{ días} = 7 \text{ días}$$

2. Vemos pues que la suma de 3 y 4 cualquiera que sea la naturaleza de los conjuntos que ellos representan, siempre es 7.
3. La suma de números respectivamente iguales son iguales:

Ejemplo:

Si en cada aula de un colegio cada asiento esta ocupado por un alumno de modo que no queda ningún alumno sin asiento ni ningún asiento vacío, tenemos que el número de alumnos de cada aula es igual al número de asientos de aula.

4. Si sumamos los números que representan los alumnos de cada una de las aulas, esta suma será igual a la suma de los números que representan los asientos de cada una de las aulas.
5. Suma de igualdades. Sumando miembro a miembro varias igualdades resulta una igualdad.

Así sumando miembro a miembro las igualdades.

$$a=b$$

$$c=d$$

$$m=n$$

$$\text{Resultado } a + c + m = b + d + n$$

Ley conmutativa:

El orden de los sumandos no altera la suma.

Ejemplo:

Si en la suma 2 litros + 3 litros + 4 litros = 9 litros cambiamos el orden de los conjuntos sumados; el conjunto no varía porque contiene el mismo número de elementos y así tenemos.

$$3 \text{ litros} + 2 \text{ litros} + 4 \text{ litros} = 9 \text{ litros}$$

$$4 \text{ litros} + 3 \text{ litros} + 2 \text{ litros} = 9 \text{ litros}$$

Por tanto podemos escribir que

$$2 + 3 + 4 = 3 + 2 + 4 = 4 + 3 + 2 = 2 + 4 + 3 \text{ etc.}$$

Ley asociativa:

La suma de varios números no varía sustituyendo varios sumandos por su suma.

Ejemplo:

1. Si :

$$a = 5 \text{ años}$$

$$b = 6 \text{ años}$$

$$c = 8 \text{ años}$$

Sumando edades, tendremos:

$$5 \text{ años} + 6 \text{ años} + 8 \text{ años} = 19 \text{ años}$$

El mismo resultado se obtiene si sumo primero las edades de a y b, la cual se indica incluyendo estas cantidades en un () y a esta suma le añadimos la edad de c.

$$(5 \text{ años} + 6 \text{ años}) + 8 \text{ años} = 19 \text{ años}$$

Porque en ambos casos el conjunto suma contendrá el mismo número 8 años luego tenemos que $5 + 6 + 8 = (5 + 6) + 8$

2. Igualmente tendrá

$$3 + 4 + 5 + 6 = (3 + 4) + (5 + 6) = 3 + (4 + 5 + 6)$$

Ley disociativa

La suma de varios números no se altera descomponiendo 1 o varios sumando en 2 o más sumandos.

Esta ley es recíproca de la ley asociativa.

Ejemplo:

1. En la suma $10 + 3$ puesto que $10 = 8 + 2$ tendremos que $10 + 3 = 8 + 2 + 3$
2. En la suma $12 + 15$, puesto que $12 = 9 + 3$ y $15 = 7 + 6 + 2$, tendremos

$$12 + 15 = 9 + 3 + 7 + 6 + 2$$

La resta

La operación aritmética de la sustracción (resta) se indica con el signo menos (-) y es la operación inversa de la adición.

La resta tiene por objeto, dada la suma de dos sumandos (minuendo) y uno de ellos (sustraendo), hallar el otro sumando (resta, exceso o diferencia).

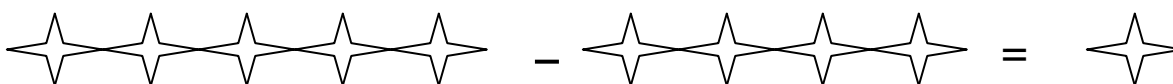
El signo de la resta (-) es colocado entre el sustraendo y el minuendo.

El signo más antiguo para indicar la resta lo encontramos en el famoso papiro de Rhind, tal como lo escribían los egipcios. Se cuenta que los signos actuales de suma y resta se deben a que los marcadores antiguos iban haciendo unas marcas en los bultos de mercancías.

Cuando pasaban los sacos les ponían un signo más (+) o un signo (-), según tuvieran mayor o menor cantidad de la estipulada.

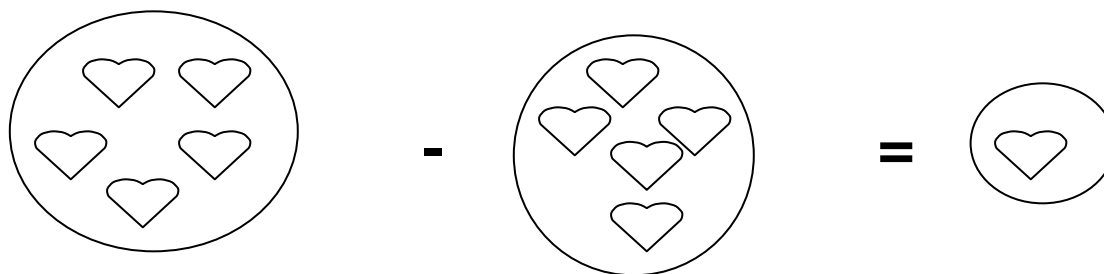
La resta es quitar una cantidad de otra, por ejemplo:

| MINUENDO | | SUSTRAENDO | | RESTA | |
|-----------------|----------|-------------------|----------|--------------|----------------|
| 5 | - | 4 | = | 1 | implica |



El primer término se llama minuendo, el segundo se llama sustraendo y el resultado se llama resta.

Si de un conjunto de elementos retiramos algunos y deseamos saber cuantos quedan, lo que realizamos es una resta.



La resta es inversa de la suma porque en ésta, dados los sumandos, hay que hallar su suma, mientras que en la resta, dada la suma de dos sumandos y uno de ellos, se halla el otro sumando.

En los ejemplos siguientes, primero realizamos una suma y luego tomamos la suma y uno de los sumandos para encontrar el otro sumando. Ejemplo:

1.- Se suman $7 + 4 = 11$

2.- Se toma el resultado de la suma y se le resta uno de los sumandos:

$$11 - 4 = 7$$

3.- De la misma manera que el ejercicio anterior tomamos el resultado de la suma y le restamos el sumando restante:

$$11 - 7 = 4$$

Otro ejemplo sería:

$$9 + 8 = 17$$

$$17 - 8 = 9$$

$$17 - 9 = 8$$

Aquí se comprueba que la resta es inversa a la suma y que ambos sumandos intervienen en la resta.

La operación de restar también se hace colocando el sustraendo debajo del minuendo, teniendo cuidado de que las unidades queden debajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, las centenas debajo de las centenas, etc., se traza una raya horizontal y se comienza a restar por la derecha. Ejemplos:

| | | |
|--|---|--|
| Decenas | Unidades | |
| ↓ | ↙ | |
| $\begin{array}{r} 16 \\ - 7 \\ \hline 9 \end{array}$ | <div style="display: flex; flex-direction: column; align-items: center; gap: 10px;"> <div style="width: 100px; border-bottom: 1px solid black;"></div> <div style="width: 100px; border-bottom: 1px solid black;"></div> <div style="width: 100px; border-bottom: 1px solid black;"></div> </div> | <p>MINUENDO</p> <p>SUSTRAENDO</p> <p>DIFERENCIA O RESTA</p> |

Propiedades de la resta

Considerando las relaciones que hay entre el minuendo, el sustraendo y la resta, se nos presentan las siguientes propiedades:

1.- El minuendo es igual a la suma del sustraendo con la resta.

Ejemplo:

$$\begin{array}{ccccc} \text{MINUENDO} & & \text{SUSTRAENDO} & & \text{RESTA} \\ 8 & - & 3 & = & 5 \end{array}$$

Si sumamos el sustraendo con la resta es igual al minuendo.

$$\begin{array}{rcccl} \text{SUSTRAENDO} & & \text{RESTA} & & \text{MINUENDO} \\ 3 & + & 5 & = & 8 \end{array}$$

2.- Cuando aumentamos o disminuimos cierta cantidad en el minuendo, la resta resulta aumentada en esa misma cantidad.

Ejemplos:

a) Teniendo la siguiente resta:

$$\begin{array}{r} 20 \text{ minuendo} \\ - 12 \text{ sustraendo} \\ \hline 8 \end{array}$$

b) Le aumentamos 8 al minuendo, nos da 28, a éste le restamos 12:

$$\begin{array}{r} 28 \\ - 12 \\ \hline 16 \end{array}$$

La resta de esta operación era 8, pero al aumentarle al minuendo 20 la cantidad 8, la resta tuvo el mismo aumento, $8 + 8 = 16$.

3.- Cuando aumentamos o disminuimos la misma cantidad al sustraendo, la resta resulta disminuida o aumentada en esa misma cantidad.

Ejemplos: Sea la resta,

$$\begin{array}{rcccl} \text{MINUENDO} & & \text{SUSTRAENDO} & & \text{RESTA} \\ 147 & - & 89 & = & 58 \end{array}$$

1) A 89 que es el sustraendo, le aumentamos 9 y obtenemos:

$$89 + 9 = 98$$

2) Ahora al minuendo que es 147 le restamos 98:

$$147 - 98 = 49$$

3) Al aumentar 9 al sustraendo, la resta disminuyó ese mismo número.

$$\begin{aligned} 147 - 98 &= \mathbf{58} \\ 147 - 98 &= 49 + 9 = \mathbf{58} \end{aligned}$$

Si en lugar de aumentar 9 al sustraendo, lo restamos, tenemos:

1) **SUSTRAENDO**
$$\begin{array}{r} 89 \\ - 9 \\ \hline 80 \end{array}$$

2) **MINUENDO** **SUSTRAENDO** **RESTA**
$$\begin{array}{r} 147 \\ - 80 \\ \hline 67 \end{array}$$

3) $147 - 80 = \mathbf{67}$

$$147 - 89 = 58 + 9 = \mathbf{67}$$

Al disminuir 9 al sustraendo, la resta aumentó ese mismo número.

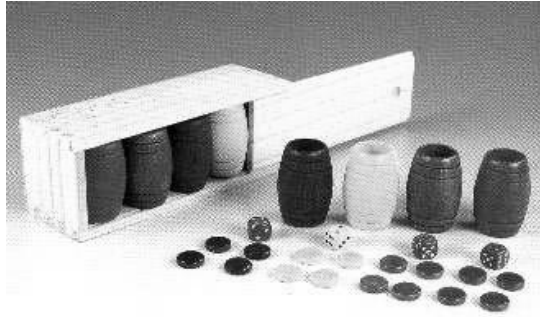
4.- Si aumentamos o disminuimos el mismo número tanto al minuendo como al sustraendo, la resta no varía.

Ejemplos: sea la resta $250 - 130 = 120$

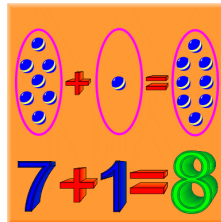
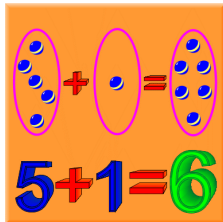
$$\begin{array}{r} 250 \\ - 130 \\ \hline 120 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 20 \\ + 20 \\ \hline 40 \end{array} \quad = \quad \begin{array}{r} 270 \\ - 150 \\ \hline 120 \end{array} \quad \text{También} \quad \begin{array}{r} 250 \\ - 130 \\ \hline 120 \end{array} \quad - \quad \begin{array}{r} 20 \\ - 20 \\ \hline 0 \end{array} \quad = \quad \begin{array}{r} 230 \\ - 110 \\ \hline 120 \end{array}$$

Las propiedades de la suma y la resta son de gran ayuda para trabajar el desarrollo de habilidades en los alumnos y así generar un aprendizaje significativo.

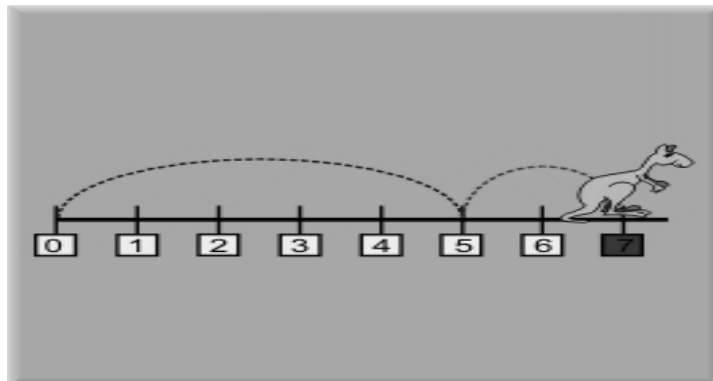
Una primera etapa en la enseñanza de la suma y la resta, sería la descomposición del conjunto en subconjuntos, en todas las formas posibles y su composición posterior.



Una segunda etapa será la unión de conjuntos distintos. Por ejemplo en un plato hay naranjas y en otro mandarinas; los juntaremos en un solo plato.



Tercera etapa: suma avanzando y resta retrocediendo. Por ejemplo avanzaremos desde la 3ra casa 4 casas más; de la 6ta página del libro 3 páginas más. También en la recta numérica avanzando y retrocediendo.



La multiplicación

La operación de multiplicar resultaba muy compleja para los antiguos. Los griegos se auxiliaban de la tabla pitagórica, que ya conocían antes de nacer Pitágoras. Los babilonios empleaban tablas de cuadrados. Ente los romanos, la

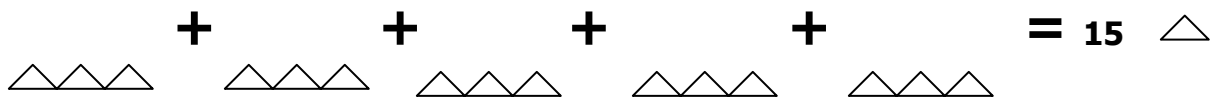
operación era lenta y trabajosa, debido a su notación numeral. El signo de multiplicar, cruz de San Andrés, se atribuyó a W. Oughtred, hacia 1647.

La multiplicación es una operación de composición que tiene por objeto, dados números llamados multiplicando y multiplicador, hallar un número llamado producto que sea respecto del multiplicando lo que el multiplicador es respecto de la unidad.

La multiplicación se indica con el signo por (x). Algunas veces se utiliza un punto para indicar la multiplicación de dos o más números, y otras se utilizan paréntesis. La multiplicación es una suma repetida.

La multiplicación es la forma abreviada de indicar una repetición de sumas de igual cantidad. Ejemplos:

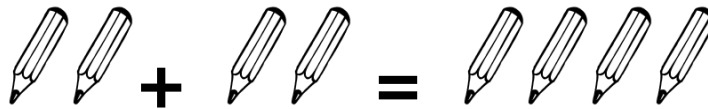
$$3 \times 5 = 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 15$$



$$2 + 2 = 4$$

dos veces dos es igual a 4

$$2 \times 2 = 4$$



Cada valor que interviene en una multiplicación se llama factor. El resultado se llama producto.

| | | |
|-----------|--|----------|
| 2 5 6 8 | | factor |
| x 2 3 | | factor |
| 7 6 0 4 | | |
| 5 1 3 6 | | |
| 5 8 9 6 4 | | producto |

Propiedades de la multiplicación.

Ley conmutativa

El orden de los factores no altera el producto

Se pueden considerar 2 pasos:

1. Que se trate de 2 factores
 2. Que se trate de 20 o mas factores
-
1. Que se trate de 2 factores sea el producto 6×4 .

Vamos a demostrar que en efecto $6 \times 4 = 4 \times 6$.

$$6 \times 4 = 6 + 6 + 6 + 6 = 24$$

$$4 \times 6 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 24$$

Y como 2 cosas iguales a una tercera son iguales entre si tendremos.

$$6 \times 4 = 4 \times 6$$

En general

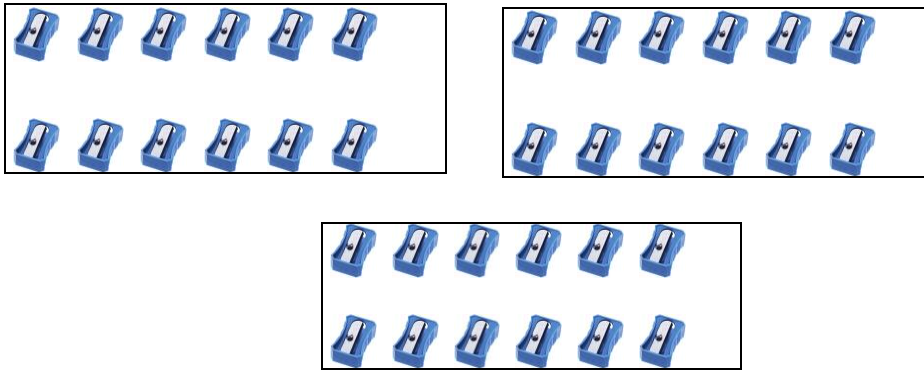
2. Que se trate de suma de 2 factores

Sea el producto $2 \times 6 \times 3 \times 3 = 108$. Ejemplo:

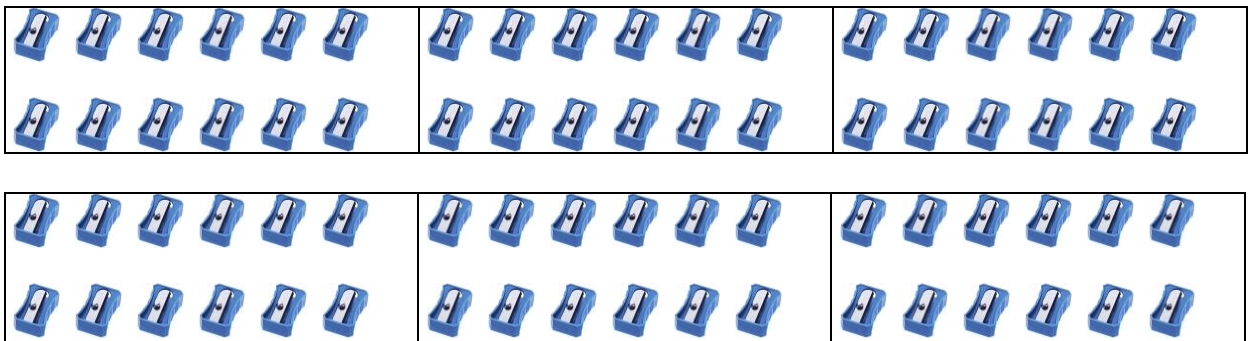


$$2 \times 6 = 12$$

Tomamos tres veces el conjunto de 12 sacapuntas y obtendremos $2 \times 6 \times 3 = 36$



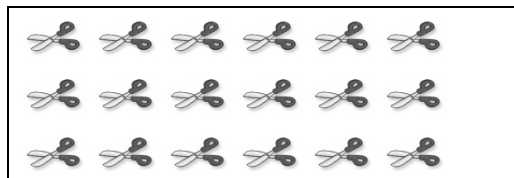
Ahora los tres conjuntos de 12, 3 veces; así obtendremos $2 \times 6 \times 3 \times 3 = 108$.



En efecto el producto $2 \times 6 \times 3 \times 3$ se puede considerar descompuesto en factores como estos:

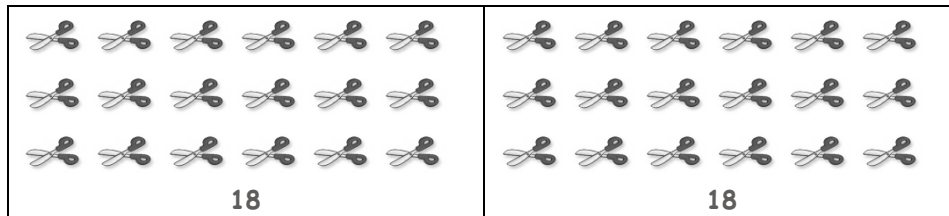
$$\begin{aligned}
 &2 \times 3 \times 3 \times 6 \\
 &3 \times 3 \times 6 \times 2 \\
 &3 \times 6 \times 3 \times 2 \\
 &6 \times 3 \times 2 \times 3
 \end{aligned}$$

Ahora vamos a demostrar que invirtiendo el orden de los factores no se altera el producto. Si elegimos el producto $6 \times 3 \times 2 \times 3 = 108$ el ejemplo quedaría así:



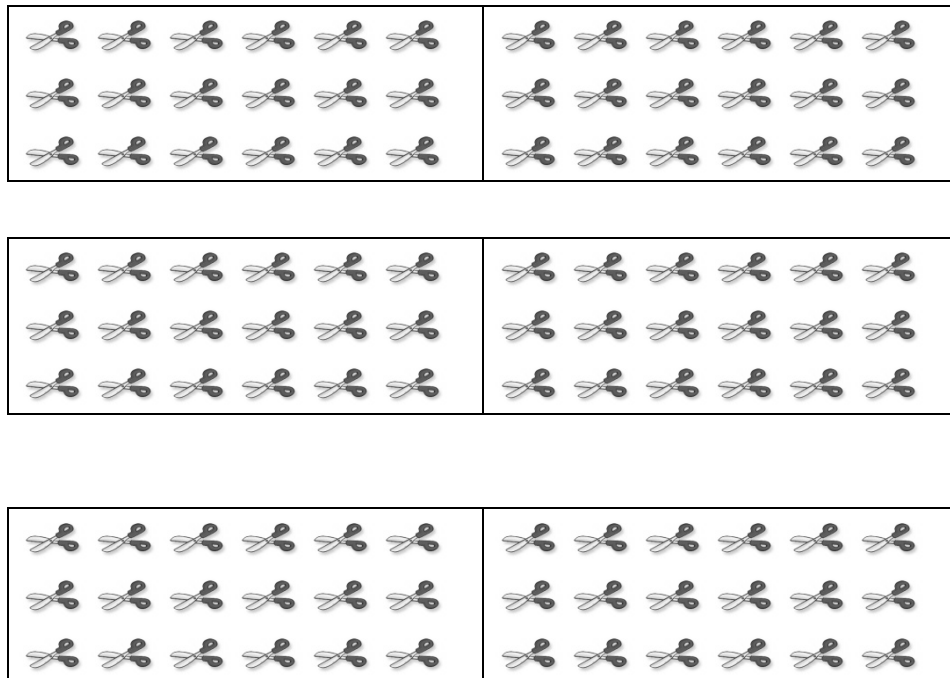
$$6 \times 3 = 18$$

Tomando dos veces el conjunto 6×3 obtenemos:



$$6 \times 3 = 18 \times 2 = 36$$

Por último tomamos este conjunto tres veces y obtendremos $6 \times 3 \times 2 \times 3 = 108$.



Por medio de estas descomposiciones podemos hacer todas las combinaciones posibles de factores y en cada caso se demuestra que el orden de los mismos no altera el producto, luego queda demostrado lo que nos proponíamos en general:

$$\mathbf{abad = bacd = cadb, \text{ etc.}}$$

Ley asociativa.

El producto de varios números no varía sustituyendo 2 o más factores por su producto.

Ejemplo:

$$(9 \times 2) \times 5 \times 3 = 18 \times 5 \times 3 = 270$$

$$9 \times (2 \times 5) \times 3 = 270$$

$$9 \times (2 \times 5 \times 3) = 270$$

$$abcd = (ab)cd = a(bcd)$$

En general:

El paréntesis indica que primero deben efectuarse los productos encerrados dentro de ellos y luego las otras operaciones indicadas.

Ley disociativa:

El producto de varios números no varía descomponiendo uno o más factores en 2 o más factores.

Ejemplo:

(1) sea el producto 10×12 puesto que $10 = 5 \times 2$ y $12 = 3 \times 4$, tendremos

$$10 \times 12 = 5 \times 2 \times 3 \times 4$$

La división

La operación aritmética de la división es la operación recíproca o inversa de la multiplicación. La división es la operación aritmética usada para determinar el número de veces que un número dado contiene a otro.

Babilonios e hindúes fueron los primeros en conocer la división. Los métodos actuales para resolver la división se derivan de los hindúes, que disponían en una mesa de arena los elementos de la operación: dividendo, divisor, cociente y residuo. Estos conocimientos fueron transmitidos a Europa por los árabes. Leonardo de Pisa los expuso en 1202. Oughtred, en 1647, propuso el signo (:) para indicar la división.

La división es una operación que tiene por objeto, dado el producto de dos factores (dividendo) y uno de los factores (divisor), hallar el otro factor (cociente).

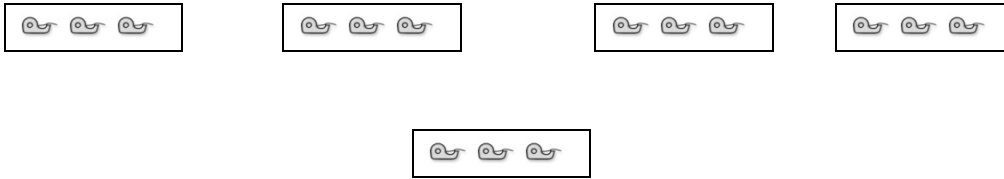
El signo de la división es : o una rayita horizontal o inclinada colocada entre el dividendo y el divisor (/).

Consiste en repartir una cantidad entre otra en partes iguales (no siempre, pues puede haber un sobrante).

La cantidad que se reparte se llama dividendo, la cantidad entre la que se reparte se llama divisor, el resultado se llama cociente y, en caso de sobrar algo, se llama resto.

Un número se dice divisible por otro cuando el resto es 0 (no hay sobrante). Cuando el resto es 0 la división se llama exacta.

$15 / 5 = 3$ porque se pueden repartir 15 elementos entre 5 asignando 3 a cada uno.



15 es el dividendo, 5 es el divisor, 3 es el cociente y no hay resto.

$15 / 6 = 2$ porque pueden repartirse los 15 elementos entre 6 asignando 2 a cada uno.



Pero **sobrarán 3 elementos**  .

15 es el dividendo, 6 es el divisor, 2 es el cociente y 3 es el resto.

Propiedades de la división

1.- Propiedad distributiva

El cociente de la suma de varios números entre otro número es igual a la suma de los cocientes que resulten de dividir cada sumando del dividendo.

Ejemplo:

Dividir $15 + 30 + 45$ entre 5.

$$(15 + 30 + 45) / 5 = 3 + 6 + 9 = 18$$

Efectuando primero la suma en el dividendo, tenemos:

$$90 / 5 = 18$$

También podemos hacer así:

$$\frac{15 + 30 + 45}{5} = \frac{90}{5} = 18$$

En la primera forma de realizar la operación dividimos cada sumando del dividendo entre el divisor 5. Así:

$$(15 + 30 + 45) : 5$$

$$15 / 5 = 3$$

$$30 / 5 = 6$$

$$45 / 5 = 9$$

2.- Segunda propiedad de la división

Si el dividendo y el divisor se multiplican o se dividen por un mismo número, el cociente no se altera.

Ejemplo:

Dividir 90 entre 15.

$$90 / 15 = 6$$

I. Multiplicando por 3 el dividendo 90 y divisor 15, tenemos:

$$(90 \times 3) / (15 \times 3) = 270 / 45 = 6$$

En efecto, el cociente 6 no sufrió alteración alguna.

II. Dividiendo entre 5 el dividendo 90 y el divisor 15, tenemos:

$$(90 / 5) / (15 / 5) = 18 / 3 = 6$$

Igualmente, el cociente 6 no sufrió ninguna alteración.

3. Tercera propiedad de la división

Con el dividendo se multiplica o se divide entre un número, el cociente resulta multiplicado o dividido ese mismo número de veces.

Ejemplo:

Dividir 128 entre 16

$$128 / 16 = 8$$

I. Si multiplicamos el dividendo 128 por 4, el cociente resulta multiplicado por 4.

$$(128 \times 4) / 16 = 8 \times 4 \qquad 512 / 16 = 32$$

Ejecutando las operaciones tenemos: el dividendo se hizo 4 veces mayor y el cociente también se hizo 4 veces mayor.

II. Si dividimos el dividendo entre 4, el cociente resultará dividido entre 4.

$$(128 / 4) / 16 = 8 / 4 \qquad 32 / 16 = 2$$

Ejecutando las operaciones, tenemos: el dividendo se hizo 4 veces menor y el cociente también se hizo 4 veces menor.

4.- Cuarta propiedad

Cuando el divisor se hace cierto número de veces mayor, es decir, cuando lo multiplicamos por un número, el cociente se hace es mismo número de veces menor, o queda dividido entre ese mismo número.

Ejemplo:

Dividir 315 entre 21 = 15

I. Si multiplicamos el divisor por 3, el cociente resulta dividido entre 3.

$$315 / (21 \times 3) = 15 / 3 \qquad 315 / 63 = 5$$

Ejecutando las operaciones, tenemos que el cociente 15 se hizo 3 veces menor.

II. Si dividimos el divisor entre 3, el cociente resulta multiplicado por 3.

$$315 / (21 / 3) = 15 \times 3 \qquad 315 / 7 = 45$$

Realizando las operaciones tenemos que el cociente 15 se hizo 3 veces mayor.

De igual manera que las propiedades de la suma y la resta, las propiedades de la multiplicación y la división permiten al alumno comprender el significado de las operaciones básicas, así como generar las habilidades necesarias para saber resolverlas.

Para comenzar la enseñanza de la multiplicación y la división podemos partir de la descomposición del conjunto en conjuntos iguales. Ejemplos:

$$4 + 4 = 2 \times 4 \qquad 3 + 3 + 3 = 3 \times 3 \qquad 2 + 2 + 2 + 2 = 4 \times 2$$

Los niños se formarán de a 2, de a 3, de a 4. ¿Cuántos niños hay en una fila? ¿Cuántas filas hay? ¿Cuántos niños hay en total? Hay que acostumbrar a los niños a las dos formas de expresar lo ocurrido: la suma de conjuntos iguales: $4 + 4 = 8$ y la multiplicación $2 \times 4 = 8$.

Los niños ordenarán 12 huevos en un molde de 3 filas iguales. Las expresiones a anotar serán:

| | | |
|---------------------------------|-------------------|----------------------|
| Dos sumas con sumandos iguales: | $4 + 4 + 4 = 12$ | $3 + 3 + 3 + 3 = 12$ |
| Y dos formas de multiplicación: | $3 \times 4 = 12$ | $4 \times 3 = 12$ |

De aquí pasarán a la división:

¿Cuántos cuartetos hay en 12? $12 : 4 = 3$

¿Cuántos tríos hay en 12? $12 : 3 = 4$

La comprensión de las propiedades de las operaciones básicas, suma, resta, multiplicación y división, permitirá un aprendizaje significativo en el alumno, ya que las matemáticas no pueden reducirse a la memorización, ni tampoco a la aplicación mecánica de ciertas técnicas y procedimientos. Las matemáticas deben propiciar el desarrollo de nociones y conceptos que les sean útiles para comprender su entorno y resolver problemas de la vida real, al mismo tiempo que les proporciona los conocimientos y las habilidades de pensamiento necesarios para avanzar en el estudio de las matemáticas.

1.4 Plan y Programas de Estudio, 1993. Educación Primaria

El Plan y Programas de Estudio Educación Primaria 1993, es el libro en el que se describen los propósitos y contenidos de la enseñanza por cada grado y para cada asignatura, con la finalidad de que el maestro tenga una visión global del tipo de habilidades, destrezas y actitudes que los alumnos deben desarrollar, como de los conocimientos que deben construir.

La matemática se incluye en los planes educativos por su:

- ✚ Valor Instrumental: porque le sirve al Hombre para resolver los problemas que le presenta su entorno.
- ✚ Valor Formativo: porque contribuye al desarrollo del pensamiento lógico.
- ✚ Valor Social: porque el lenguaje matemático es parte de la comunicación entre los Hombres.
- ✚ Valor Cultural: porque forma parte del patrimonio de la humanidad. ⁽⁶⁾

El Plan y Programas de Estudio de 1993 de Educación Primaria, tiene como propósito organizar la enseñanza y el aprendizaje de contenidos básicos para asegurar entre otras cosas, que los niños:

“ Adquieran y desarrollen habilidades intelectuales (... la aplicación de las matemáticas a la realidad) que les permitan aprender permanentemente y con independencia, así como actuar con eficacia e iniciativa en las cuestiones prácticas de la vida cotidiana”. ⁽⁶⁾

La propuesta curricular del Plan y Programas de Estudio, Educación Primaria, 1993, consiste en llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de solucionar los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar, de manera flexible, para resolver problemas.

⁽⁶⁾González. Adriana, Weinstein Edith. ¿Cómo enseñar matemática en el Jardín? Ediciones Colihue. Argentina, 2000.

⁽⁷⁾ Plan y Programas de Estudio. Primaria. SEP México, 1993.

En el quinto grado de primaria deben alcanzarse los conceptos matemáticos básicos elementales, reconocerse sus características estructurales, conocerse sus propiedades básicas y comprenderse las relaciones. Uno de ellos se refiere a las operaciones básicas, en las que los niños no tienen las habilidades necesarias para comprenderlas y aplicarlas en problemas su vida cotidiana.

Diversos estudios relativos a la forma en que los estudiantes resuelven problemas matemáticos, han llevado a la explicación, de corte constructivista, de que la estructura de la actividad de resolución de problemas surge como un objeto cognoscitivo a partir de la reflexión que el sujeto hace sobre sus propias acciones.

El conocimiento, desde la perspectiva constructivista, es siempre contextual y nunca separado del sujeto; en el proceso de conocer, el sujeto va asignando al objeto una serie de significados, cuya multiplicidad determina conceptualmente al objeto. Conocer es actuar, pero conocer también implica comprender de tal forma que permita compartir con otros el conocimiento.

La tarea del educador constructivista consiste en diseñar y presentar situaciones que, apelando a las estructuras anteriores de que el estudiante dispone, le permitan asimilar y acomodar nuevos significados del objeto de aprendizaje y nuevas operaciones asociadas a él.

El constructivismo es el modelo que mantiene que una persona, tanto en los aspectos cognitivos, sociales y afectivos del comportamiento, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción de estos dos factores. Según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, esta construcción se realiza con los esquemas que la persona ya posee (conocimientos previos), o sea con lo que ya construyó en su relación con el medio que lo rodea.

El Modelo Constructivista está centrado en la persona, en sus experiencias previas de las que realiza nuevas construcciones mentales, considera que la construcción se produce:

- a) Cuando el sujeto interactúa con el objeto del conocimiento **(Piaget)**
- b) Cuando esto lo realiza en interacción con otros **(Vigotsky)**
- c) Cuando es significativo para el sujeto **(Ausubel)**

El conocimiento no se produce automáticamente en nuestro cerebro al contacto con la realidad, sino que se construye de acuerdo a los esquemas que ya

poseemos previamente, que son los que nos permiten una relación con el medio que nos rodea.

Los esquemas se originan en las experiencias y representaciones previas que tengamos de los elementos de un problema o situación en particular. Son como herramientas cotidianas que nos permiten resolver situaciones nuevas, incluso si no tenemos la herramienta adecuada. Por ejemplo, si una persona quiere cambiar una llanta y no tiene una llave de cruz, ¿significará que no puede cambiarla?, no necesariamente. La persona buscará alternativas, como el utilizar una llave inglesa o bien, llamar a un mecánico.

El constructivismo considera que el aprendizaje es producto de la interacción social y de la cultura. Con las aportaciones de Vigotsky, se acepta que todos los procesos psicológicos superiores se aprenden en sociedad y se internalizan luego. El ambiente social del aula es determinante en la forma de aprender de los alumnos. El aprendizaje es una actividad social, no sólo individual.

El trabajo de Vigotsky se unió al de Ausubel, quien promovió la teoría de que el aprendizaje debe ser una actividad significativa. Esto significa que sólo aprendemos cosas nuevas siempre con base en las ideas y conocimientos que tenemos previamente y que eso hace que sean los intereses del sujeto que aprende lo que logra que los nuevos elementos tengan un significado.

Según el constructivismo, aprender es un esfuerzo muy personal por el que los conceptos interiorizados, las reglas y los principios generales puedan consecuentemente ser aplicados en un contexto de mundo real y práctico.

Algunos de los beneficios de este proceso social son:

- Los estudiantes pueden trabajar para clarificar y para ordenar sus ideas y también pueden contar sus conclusiones a otros estudiantes.
- Eso les da oportunidades de elaborar lo que aprendieron.
- Lo que aprenden puede someterse a la crítica de los otros alumnos.
- Lo que les permite descubrir defectos e inconsistencias.

En el enfoque constructivista, la instrucción matemática efectiva se define por involucrar a los niños en la solución de problemas o en el desarrollo de un concepto y por explorar la eficiencia de soluciones alternativas.

En el Plan y Programas de Estudio de 1993, Educación Primaria, las operaciones son concebidas como instrumentos que permiten resolver problemas; el significado y sentido que los niños puedan darles, deriva precisamente de las situaciones que resuelven con ellas.

Según el Plan y Programas de Estudio de Educación Primaria, 1993, la adición y la sustracción se pueden entender como procesos de cambio en los cuales se incrementa o disminuye una cantidad inicial, o bien como procesos de combinación en los que se consideran cantidades de diferente especie: cuando se hace referencia a hombres y mujeres como parte de una población. También representan procesos de comparación o de igualación entre dos o más conjuntos de objetos.

En el quinto grado de primaria es importante continuar con problemas de reparto y de agrupamiento, es decir, aquellos en los que se debe determinar cuántas veces cabe una cantidad en otra porque ayudan al alumno a profundizar en los diferentes significados de la división.

El objetivo de plantear problemas de reparto y de agrupamiento es que los alumnos puedan diferenciar cada una de las acciones e identificar la división como la operación que permite resolverlos, promoviendo así el uso del algoritmo convencional.

A partir de las acciones realizadas al resolver un problema (agregar, unir, igualar, quitar, buscar un faltante, sumar repetidamente, repartir, medir, etcétera) el niño construye los significados de las operaciones básicas.

En todas las operaciones aritméticas básicas los niños requieren mucha comprensión. Necesitan conocer bien el sistema decimal de numeración y el valor de cada dígito de acuerdo con el lugar que ocupa. Con estos conocimientos y las habilidades para trabajar con las combinaciones básicas, los niños tendrán menos dificultades para comprender y aprender la suma, la resta, la multiplicación y la división.

Además, es necesario desarrollar las cuatro operaciones aritméticas elementales a tres niveles: comprensivo (el significado de la operación); técnico (el algoritmo); y aplicado (la utilidad de cada operación en la vida cotidiana).

Con estas habilidades se pretende que los estudiantes dominen no únicamente la mecánica de las operaciones, sino que comprendan el significado real de cada tipo de operación proporcionando, por ejemplo, modelos alternativos de representación; y que conozcan además su utilidad práctica.

Este enfoque implica la organizar la enseñanza en torno a seis líneas temáticas: los números, sus relaciones y las operaciones que se realizan con ellos, la medición, la geometría, los procesos de cambio, el tratamiento de la información y la predicción y el azar.

La organización por ejes permite que la enseñanza incorpore de manera estructurada, no sólo contenidos matemáticos, sino el desarrollo de ciertas habilidades y destrezas, fundamentales para una buena formación básica en matemáticas.

1.5 Contenidos del eje de los números, referentes a las operaciones básicas.

Tomando en cuenta no solamente el manejo de contenidos, sino también el desarrollo de habilidades que permitan al educando hacer uso de los conocimientos construidos de manera racional y eficiente, se identifican tres ejes fundamentales a lo largo de la educación primaria que requieren de una atención especial.

- Los números, sus relaciones y sus operaciones
- Geometría
- Tratamiento de la información

Al que se hará referencia es al primero, el de los números, sus relaciones y sus operaciones, que está relacionado con la naturaleza del número y el estudio de la aritmética. En la escuela primaria, el número adquiere concepciones diferentes. En un primer contacto, el educando interactúa con los números naturales, que le sirven para contar, y cuya unidad está asociada con una entidad entera, unitaria, indivisible; el uno. Con esta concepción de la unidad y haciendo uso de los procesos de conteo que los niños desarrollan aún antes de entrar a la escuela, es posible iniciar el estudio de la aritmética, comprendiendo que las cantidades representan el resultado de dichos procesos y relacionando éstos con las operaciones de adición y sustracción. El objetivo central del eje de los números, sus relaciones y sus operaciones es lograr que los niños manejen significativamente los números hasta de siete cifras, los decimales y las fracciones.⁽⁸⁾

En el quinto grado se continúa el trabajo con los significados de los números naturales en diversos contextos, considerando las relaciones que se establecen entre ellos y retomando la operatoria en situaciones significativas.

El propósito es que los alumnos reflexionen sobre las reglas del sistema de numeración decimal: valor posicional, uso del cero, equivalencia entre los distintos órdenes numéricos, notación desarrollada y uso de algoritmos en las diferentes operaciones aritméticas.

⁽⁸⁾ SEP. Libro para el maestro. Matemáticas 5° grado. Primaria. México, 1994.

En relación con la operatoria de los números, se sugiere propiciar la reflexión del niño, al comparar los procedimientos que utiliza y otros no convencionales, con los procedimientos convencionales. Así él mismo podrá valorar la eficacia de estos últimos para resolver problemas.

Los contenidos del eje de los números, sus relaciones y sus operaciones, se trabajan desde el primer grado con el fin de proporcionar experiencias que pongan en juego los significados que los números adquieren en diversos contextos y las diferentes relaciones que pueden establecerse entre ellos.

Los contenidos del eje de los números, sus relaciones y sus operaciones referentes a las operaciones básicas son: ⁽⁹⁾

- Uso de operaciones básicas
- Multiplicación y división por 10, 100 o 1000
- Sumas y restas en combinación con números decimales y fraccionarios
- Uso de la calculadora en multiplicación y división
- La multiplicación y división como operaciones inversas entre sí
- Resolución de problemas de suma y resta
- Suma y resta con decimales, cálculo mental con decimales y resolución de problemas
- Multiplicación y división con decimales
- La división con cociente hasta centésimos

Con estos contenidos se pretende generar en los alumnos las habilidades necesarias para que no sólo dominen la mecánica de las operaciones, sino sobre todo que comprendan el significado real de cada tipo de operación proporcionando, por ejemplo, modelos alternativos de representación y que conozcan además su utilidad práctica.

⁽⁹⁾ SEP. Libro para el alumno. Matemáticas 5º grado. Primaria. México, 1994.

CAPÍTULO 2

1. El niño escolar

El niño, al entrar en la escuela da pie al desarrollo de sus funciones cognoscitivas, afectivas y sociales, por ello la importancia de conocer además de éstos cambios los físicos, que se van presentando en los niños de 6 a 12 años, para entender su manera de aprender y así diseñar las estrategias necesarias para desarrollar habilidades matemáticas respecto a las operaciones básicas.

La Educación Primaria es la segunda etapa de la educación obligatoria. Consta de seis años académicos, acoge a los alumnos de seis años hasta doce años de edad y se organiza en tres ciclos de dos años cada uno:

- 1er. Ciclo: de los 6 a los 8 años de edad, abarcando el primer y segundo grado.
- 2º Ciclo: va de los 8 a los 10 años y comprende el tercer y cuarto grado.
- 3er. Ciclo: abarca de los 10 a los 12 años y abarca el quinto y sexto grado.

Ésta división en ciclos, de la Educación Primaria pretende adaptar el proceso de enseñanza a los ritmos de desarrollo y aprendizaje propios de los alumnos de estas edades, contribuyendo fundamentalmente al despliegue de sus capacidades de comunicación, pensamiento lógico y conocimiento del entorno social y natural.

El crecimiento y el desarrollo incluyen no solamente los cambios físicos que se producen desde la infancia hasta la adolescencia, sino también algunos de los cambios emocionales, de personalidad, de conducta, de forma de pensar y del lenguaje que el niño desarrolla a medida que empieza a comprender e interactuar con el mundo que lo rodea.

El niño escolar se encuentra en la etapa de las Operaciones Concretas, según Piaget (6 – 12 años). En esta etapa es capaz de utilizar símbolos de una forma sofisticada para realizar operaciones o actividades mentales en contraste con las actividades físicas de su pensamiento previo. El uso de representaciones mentales de los hechos y de las cosas les permite adquirir bastante destreza en su clasificación y manejo; y en la comprensión de los principios de conservación. Es un período en que se desarrolla la capacidad del niño de pensar, en forma concreta; el desarrollo alcanzado también le permite una flexibilidad del pensamiento, manifestada por la posibilidad de que las operaciones mentales sean

reversibles, lo que facilita, por ejemplo, el aprendizaje de las operaciones aritméticas básicas.

La adquisición significativa de conocimientos asegura la funcionalidad de los aprendizajes a lo largo de todo el proceso. Se trata no sólo de ayudar al niño o niña a construir conocimientos que puede aplicar en diversas circunstancias, sino también a utilizar sus nuevos saberes en la consecución de otros aprendizajes, es decir, que aprenda a aprender. Los recursos adquiridos en su experiencia personal ayudan a los alumnos y alumnas a comprender mejor el mundo que los rodea.

Para encuadrar estos procedimientos mentales que utilizan los niños para resolver problemas o entender mejor el proceso de adquisición de conceptos, debemos de atender a las etapas del desarrollo evolutivo del niño.

2.1 Características del niño de 6 a 12 años

Durante esta etapa se presenta la maduración en el área de los conocimientos, ya que se encuentra preparado tanto en el nivel físico como emocional, para el aprendizaje escolar.

La etapa escolar supone un momento de equilibrio en el desarrollo del niño. Durante estos años consigue una cierta armonía, una proporcionalidad en el aspecto físico que se mantiene, a pesar de las modificaciones del crecimiento, desde los 7 hasta los 11 ó 12 años de edad.

El niño continúa desarrollándose y perfeccionando sus movimientos, ahora es más fuerte y puede trabajar con mayor habilidad. Le gusta realizar juegos y actividades que exijan cada vez más movimientos fuertes y precisos. El niño ahora se mueve con más habilidad que el adulto y ejercita su actividad sin descanso.

El segundo ciclo de la Educación Primaria constituye una etapa muy interesante en el proceso de maduración de los niños y las niñas. Los alumnos entre 8 y 10 años se encuentran en un período de evolución del conocimiento subjetivo al objetivo que les lleva a contrastar sus propias representaciones mentales con la realidad, despertando en ellos unas actitudes de curiosidad e interés por la observación y explicación de los hechos y acontecimientos del entorno. Esto permite partir de una motivación natural por aprender. El profesorado tiene la oportunidad de aprovechar esta motivación adaptando los nuevos contenidos de aprendizaje a las demandas e interrogantes de sus alumnos.

Los alumnos y alumnas del tercer ciclo de Educación Primaria poseen ya una considerable experiencia escolar y vital, que potencia su autonomía en el trabajo y

les dota de un fondo de información que les va a facilitar la adquisición de aprendizajes más complejos. Abarca entre los 10 y los 12 años.

Comienzan a aparecer en estos chicos y chicas cambios físicos y fisiológicos que anuncian la pubertad y van a influir en su maduración personal y en sus ámbitos de relación.

2.1.1 Características Físicas

Los niños y las niñas presentan, en términos globales, una buena coordinación general, tanto en reposo como en movimiento. Esta situación les posibilita un adecuado dominio del espacio que favorecerá su propia organización en él. El crecimiento de los niños a esta edad es lento pero consistente.

Su motricidad se hace más eficaz y precisa, permitiendo una mayor resistencia y una mejor calidad de ejecución.

La interiorización del propio esquema corporal va a evolucionar desde una concepción parcial y fragmentada del cuerpo, hacia una visión más integrada, con una mayor conciencia de su funcionamiento y posibilidades.

A los niños les gusta dar saltos, brincos, correr, pararse sobre las cabezas y bailar al compás de la música. La mayoría tienen un buen sentido del balance. Se pueden parar sobre una sola pierna y caminar sobre una barra de balance. Pueden atrapar pelotas pequeñas.

La coordinación y el control muscular aumenta a medida que se van perfeccionando las habilidades motoras y finas. Sin embargo, el crecimiento de los músculos grandes, antes que los finos determinan una torpeza esperable para la edad.

El peso y talla durante los años escolares va mostrando una diferencia relacionada directamente con el sexo. Los varones tienden a aumentar de peso hasta los 12 años y la ganancia en altura, es similar en varones y niñas.

El incremento de peso es de alrededor de 2,0 a 2,5 kilos en el año y de talla , alrededor de 5 a 6 cm. en el año . A partir de los 9 años ocurre en las niñas el "estirón" y en los niños ocurre a partir de los 10,5.

Proporciones Corporales

Respecto a las proporciones corporales, tanto niñas como niños, tienen piernas y brazos largos, predomina el tejido muscular por sobre el adiposo, antes de los 12 años y generalmente adelgazan.

Cabeza

Alcanza el tamaño adulto, a expensas del incremento del tejido cerebral ya que se produce un gran desarrollo de la corteza. En términos de velocidad de crecimiento, a partir de esta edad, el cerebro experimenta una desaceleración que se traduce en casi nulo crecimiento del perímetro craneal en las etapas siguientes.

Cara

La dentadura en este periodo se inicia con 20 piezas dentarias aparecen el 1º y 2º molar a los 6 y 12 años respectivamente; además, el cambio de la dentadura de leche se inicia alrededor de los 6 a 7 años finalizando después de los 12 años.

La dentición permanente en este período consta de 28 piezas : 8 incisivos, 4 caninos, 8 pre-molares y 8 molares. Sin embargo, existe variación individual considerable en el cambio de piezas. Hay un crecimiento de los huesos de la cara en sentido longitudinal, debido a la aparición de la dentición definitiva.

Desde el punto de vista del desarrollo los ojos ya han alcanzado el tamaño adulto. Se puede observar que a los 7 años la agudeza visual es de 5 / 5 y 5/7,5 lo que significa que el niño es capaz de ver a una distancia de 5 metros lo que debería ver a una distancia de 5 o 7,5 metros, según sea el caso. La percepción de profundidad aun no está desarrollada. La medición y evaluación de la agudeza visual la ve el oftalmólogo. No se debe olvidar que entre los 6-7 años está completamente desarrollada la visión lateral (periférica) y la exactitud de ella (agudeza). El cuello en comparación a etapas anteriores se hace más esbelto y fuerte.

Tórax

Las costillas aparecen oblicuas y el diámetro antero posterior del tórax es menor en comparación al diámetro lateral. El crecimiento de los pechos en las niñas se produce a partir de los 8 años.

El tórax del niño presenta un buen desarrollo muscular de los pectorales en ambos sexos. La respiración es torácica idéntica a la del adulto en frecuencia y

profundidad: 17 a 20 respiraciones por minuto. Ha aumentado considerablemente la capacidad pulmonar.

A nivel del aparato circulatorio, el corazón alcanza el tamaño adulto y su frecuencia cardiaca entre los 6 y 12 años fluctúa entre 95 y 85 latidos por minuto. La presión arterial normal de este período es de 100 /60 a 118/60 mmhg (milímetros de mercurio) manteniéndose constante la presión mínima o diastólica.

Abdomen

El abdomen es plano debido al desarrollo alcanzado por músculos rectos anteriores y oblicuos. El proceso de crecimiento y desarrollo del aparato digestivo y renal ha alcanzado su máxima plenitud y la secreción diaria media de orina, a partir de los 8 años, es de 700 cc a 1500 cc en 24 horas. La capacidad gástrica es de 500 cc.

Sistema Endocrino

Para cuando llega la pubertad los órganos reproductores están iniciando su funcionamiento, pero aún no han alcanzado el desarrollo y capacidad del adulto. Es un período donde también se inicia de manera incipiente el funcionamiento de las glándulas sudoríparas y sebáceas.

Sistema inmunológico

A partir de los 7 años se produce un aumento de la capacidad inmunitaria lo que hace al niño más resistente a las enfermedades. Los niños presentan un aumento de tamaño de los ganglios, que tienen participación importante en la defensa del organismo. Estos son posibles de palpar al examinarlos.

Desarrollo Óseo

El desarrollo óseo se produce a expensas de la aparición de los núcleos de osificación que dan origen al crecimiento del tejido definitivo. La variación normal de la maduración ósea puede ser grande y debe ser tomada en cuenta cuando se valora al niño. Hay variaciones definidas por el sexo. La maduración ósea en las niñas, por varios meses, es más rápida a la madurez ósea de los niños durante la primera década de la vida. En la segunda década, puede haber una diferencia mayor en los niños que en las niñas, la edad ósea puede variar de la edad cronológica en un año sin que esto sea anormal.

Desarrollo Sexual

En la niñez avanzada, 10 a 11 años los cambios físicos en las niñas se hacen más notorios que en los varones.

Se produce secreción de hormonas femeninas: Estrógeno y Progesterona las cuáles preparan al organismo a los cambios que luego se desarrollarán rápidamente al inicio de la pubertad.

Como consecuencia de este funcionamiento hormonal, en las niñas el crecimiento de los pechos se produce algunas veces, a partir de los 8 y la menarquia a partir de los 10 años.

En los niños, el desarrollo sexual es dos años después que el de las niñas, en ellos se observa que los testículos aumentan de tamaño a partir de los 9 años y medio y con él, apareamiento discreto de caracteres sexuales secundarios como: vello facial, cambios en el tono de la voz y funcionamiento de glándulas sudoríparas y sebáceas.

2.1.2 Características Sociales

En el desarrollo social destaca lo siguiente:

- * Muchos niños tienen un mejor amigo y un enemigo. También les gusta tener compañeros de juego del mismo sexo.
- * Juegan bien en grupos, pero de vez en cuando necesitan jugar solos.
- * No les gusta la crítica o el no triunfar. Es mejor que cada niño compita consigo mismo en lugar de competir con los demás.
- * Es común el que acusen o culpen a los otros. Hacen esto por dos motivos: Para poder comprender los reglamentos y para llamar la atención de los adultos.
- * Para ellos, algo "bueno" o "malo" es lo que sus profesores, y sus padres aprueban o desaprueban. A esta edad comienzan a desarrollar valores éticos como la honestidad.
- * Pueden enojarse cuando se les critica o si ignoramos su trabajo o comportamiento.
- * Comienzan a preocuparse por los sentimientos y necesidades de los demás.

* Comienzan a desarrollar un sentido del humor y gozan de rimas tontas, canciones, y adivinanzas.

Los niños y niñas pasan de entender la norma como un bien en sí misma, rígida, dogmática, desligada de cualquier valoración personal, a verla como el resultado de una necesidad del grupo. Sin embargo, tienden a aplicarla con poca flexibilidad: creen que deben emplearla en igualdad de condiciones para todos y no entienden la relatividad de cada situación.

Empiezan a analizar los hechos desde un punto de vista personal, a entender la justicia y las normas de forma más crítica y a disfrutar aceptando pequeñas responsabilidades. Esto permite que vayan adquiriendo una escala de valores más integrados en su personalidad.

En el aspecto religioso, tienden a adoptar los conceptos y las prácticas de su entorno, destacándose la especial influencia del ambiente familiar en el desarrollo de sus actitudes y respuestas.

La construcción de su personalidad pasa por un período tranquilo que avanza hacia la afirmación de un autoconcepto menos global y más matizado. Distinguen las cualidades físicas de las psicológicas, y van consiguiendo lentamente su identificación sexual.

A esta edad, ya pueden reflexionar sobre sus propios pensamientos y sentimientos; pueden anticipar el pensamiento de los otros y comprender que son juzgados por los demás de la misma manera que ellos les juzgan.

Los niños y niñas llegan al segundo ciclo con un determinado nivel de desarrollo personal y una experiencia escolar y vital previa. Su marco de referencia se amplía y, lentamente, se van independizando de su contexto. Sienten la necesidad de conducirse de forma más personal, según sus propios criterios y resuelven los problemas que les rodean utilizando un conocimiento más objetivo de la realidad.

La relación con los padres sigue siendo la base para enfrentar los desafíos de una socialización cada vez más exigente. Sin embargo, la escuela representa el escenario de mayor exigencia social, donde el niño debe demostrar y demostrarse que es capaz de hacer amigos, ser aceptado y querido por sus pares, cumplir con las expectativas que sus padres y profesores tienen puestas en él y saber levantarse frente a los pequeños tropiezos.

Otros adultos surgen como nuevos modelos de conducta para el niño: profesores, deportistas, etc. Los amigos, poco a poco adquieren mayor importancia, hasta convertirse en su principal referente social, ocupando gran parte de su tiempo libre y de energías con ellos. Sus opiniones, críticas y alabanzas significan mucho, pues van dibujando su autoimagen.

En cuanto a la maduración afectivo-sexual, los niños de estas edades continúan desarrollando su sensibilidad y sus facultades afectivas: la capacidad para adoptar el punto de vista del otro les permitirá el abandono de las tendencias egocéntricas (propias del pensamiento y afectividad infantil), y les ayudará a descubrir la satisfacción de establecer vínculos afectivos con los demás. Sus intereses y curiosidades se centran en su propio sexo y en lo referente al origen de la vida.

El grupo de compañeros y compañeras adquiere gran importancia para los niños, pues les permite concretar sus intereses y hacerse conscientes de sus posibilidades y de las de los demás, ayudándoles a adquirir seguridad en la conquista de su autonomía.

Los grupos se hacen más estables y producen un sentimiento de pertenencia más profundo. Algunos de sus miembros se convierten en líderes, mientras que otros pueden quedar aislados del resto del grupo.

2.1.3 Características Cognitivas

El desarrollo cognitivo es el proceso evolutivo de transformación que permite al niño ir desarrollando habilidades y destrezas, por medio de adquisición de experiencias y aprendizajes, para su adaptación al medio, implicando procesos de discriminación, atención, memoria, imitación, conceptualización y resolución de problemas.

A partir de los 7 – 8 años, el niño es capaz de realizar operaciones, clasificar, seriar, unir, ordenar, repartir, estructurar. Este periodo de pensamiento concreto operatorio constituye la transición entre la acción y manipulación de los estadios evolutivos anteriores y el pensamiento lógico formal del adolescente. Los niños en esta etapa son capaces de realizar operaciones, pero siempre ligadas a la realidad concreta, no pudiendo todavía sobrepasar esta realidad. Del mismo modo que en los primeros años el niño se entretenía con juegos fonéticos y motores que contribuían a perfeccionar cada nueva adquisición psicomotriz, ahora perfecciona unas adquisiciones operatorias a base de ejercicios que le ayudan a automatizarlas, a la vez que le permiten aplicarlas a campos gradualmente más complejos. Por esto, aunque sepa realizar correctamente las operaciones, le cuesta la resolución de problemas simples en los que intervienen estas mismas

operaciones. Hasta que no sea capaz de desligar el pensamiento de cada situación concreta, para aplicarlo a otras similares más complejas, no podrá realizar problemas de forma lógica. A partir de los 9 – 10 años es cuando empieza a ser esto posible: su pensamiento va despegándose de lo concreto y extendiéndose a situaciones posibles y estructuras lógicas más generales.

Entre los 8 y 10 años, los alumnos consolidan los recursos intelectuales que se han ido cultivando en años anteriores. Aumentan, paulatinamente, la capacidad de elaborar respuestas más organizadas que les permitirán realizar las llamadas operaciones concretas, que se manifiestan en la comprensión lógica de la realidad:

- Percepción y conciencia de la permanencia del objeto, de sus cualidades y de sus posibles cambios.

- Conciencia de que las cualidades permanecen constantes a pesar de los cambios en su apariencia (la misma cantidad de arena cuando está en un vaso ancho o en uno estrecho).

- La captación de las relaciones lógicas de causa-efecto entre hechos y situaciones (la fuerza aplicada a un cuerpo implica un posterior movimiento).

- Ordenación y clasificación de objetos y materiales en función de criterios comunes (peso, tamaño...).

- Multiplicación de clases (el plátano es un alimento natural y dulce a la vez).

Poco a poco, los alumnos van tomando conciencia de las cosas que desconocen, e intentan superar las contradicciones entre su pensamiento y el mundo real mediante la manipulación de una información concreta, directamente perceptible. Lentamente, se van alejando de las explicaciones subjetivas de los hechos y fenómenos y se van acercando a la comprensión ordenada de la realidad.⁽¹⁰⁾

Entre los 7 años y los 12 años se produce la objetivación del pensamiento, que se proyecta en todas las áreas: en el lenguaje, las relaciones sociales, etc., hasta el momento en que se prescinde de lo concreto, y se enfocan las cuestiones con una lógica general aplicable a todos los contextos.

(10) Citado en <http://www.edb.com.ar>

Hacia los 11 años el niño puede utilizar con corrección términos verbales abstractos, como justicia, bondad; deducir consecuencias mediante combinaciones de posibilidades; resolver problemas sobre hipótesis elementales, constituyen el principio del pensamiento hipotético-deductivo o formal, en términos de Piaget. Se puede decir que el niño de 12 años ha aplicado la noción de conservación a todos los ámbitos, incluyendo la conservación de peso, área y volumen. Junto a esto, posee un concepto espacio-temporal claro y objetivado, con una comprensión de la perspectiva. Esto hace que ahora se interese por los razonamientos lógico-matemáticos y las relaciones geométricas. En general a partir de este momento, las matemáticas se abren ante él y le ofrecen un campo de posibilidades para ejercer su actividad mental.

Entre los 10 y 12 años se van a desarrollar plenamente las estrategias intelectuales que caracterizan el período de las operaciones concretas. Los chicos y chicas todavía necesitan un soporte concreto, directamente perceptible para realizar operaciones. No es hasta el final del ciclo cuando empiezan a distanciarse de esta realidad inmediata y a manejar conceptos, entrando en la etapa del pensamiento formal.

Se hacen capaces de realizar las operaciones más complejas, dentro de la etapa del pensamiento lógico-concreto: anticipación de criterios, conciencia de la conservación de las cualidades del peso y del volumen de los cuerpos y de la multiplicación de clases. Todo ello les facilita un acercamiento objetivo a la realidad y la elaboración de respuestas adecuadas a las exigencias del medio.

La mayor flexibilidad de su pensamiento les posibilita captar desde diferentes puntos de vista una misma situación y adoptar actitudes más abiertas y menos implicadas afectivamente.

Su capacidad de simbolización aumenta paralelamente al desarrollo del lenguaje y del razonamiento lógico-matemático, permitiéndoles una mayor comprensión de la realidad y el acceso a situaciones más distanciadas en el espacio y en el tiempo.

La comprobación de que determinadas situaciones de su entorno inmediato pueden generalizarse y aplicarse a otros conceptos les ayudará a formar conceptos e ideas generales. A medida que van estableciendo relaciones entre conceptos y realizando operaciones con ellos, irán abriéndose paso hacia el pensamiento abstracto.

Los alumnos y alumnas de este tercer ciclo poseen una buena capacidad de atención y concentración que les resulta útil para una eficaz asimilación de los objetivos propuestos. Este potencial de trabajo puede verse entorpecido porque

empiezan a producirse frecuentes interferencias de tipo psicoafectivo (conductas para llamar la atención, actitudes de oposición, desorden del material, etc.).

Su nivel de autonomía personal les ayuda a planificar y ejecutar la actividad. Tienen una buena capacidad de trabajo y resistencia a la fatiga. Se hacen más conscientes de sus razonamientos y limitaciones. A pesar de ello, pueden presentar altibajos en su rendimiento como consecuencia de que la constancia y la responsabilidad todavía no están suficientemente establecidas.

2.1.4 Desarrollo del pensamiento

A partir de los 6 ó 7 años se produce un cambio importante en la inteligencia del niño, disminuye paulatinamente el egocentrismo infantil, sustituido poco a poco, por un sentido crítico en constante aumento. Desaparece el animismo las cosas ya no le parece que están vivas y el niño distingue perfectamente entre los cuentos, las leyendas y la realidad.

El pensamiento busca explicaciones lógicas a los hechos que observa, tratando de explicarse como el todo está compuesto por las partes, de aquí se desprende su gusto por los rompecabezas y juegos de construcciones.

Puede memorizar toda clase de datos, se interesa por cualquier tema que no sea corriente; los países lejanos, animales extraños, los tiempos prehistóricos etc. No hay otro período en la vida humana en que la memoria mecánica llegue a ser tan grande. El niño sabe de memoria enormes listas de jugadores de fútbol, canciones, anuncios, nombres de compañeros y fechas señaladas. Es el momento idóneo para aprender tablas de multiplicar, nombres de ríos o ciudades, definiciones, poesías, etc.

El niño es capaz de mantener su atención mucho tiempo sobre algo que le interesa; pero normalmente el interés por lo nuevo disminuye pronto y la atención desaparece.

Aumenta la complejidad del lenguaje, la lectura, la escritura y los medios de comunicación influyen en esta área. Aprende la estructura gramatical de la frase, posteriormente logra una mayor precisión, combinando el orden de los elementos de la frase. Usa adecuadamente los verbos, conjunciones y pronombres. Por fin sabe distinguir los diferentes niveles del lenguaje (cultural, familiar y vulgar). A los 10 años puede contar un relato coherente y estructurado, pero muestra cierto distanciamiento de la vivencia relatada.

Con base en los estadios evolutivos de Piaget entre los 7 y 12 años (período de las operaciones concretas) los conocimientos matemáticos se adquieren así.

Es el momento en el que el niño comienza a superar algunas características del período anterior, como el egocentrismo, la centración. Aunque su razonamiento se encuentra muy ligado a la manipulación y recuerdo de operaciones realizadas con objetos reales. Ya son capaces de manejar símbolos y signos, de aprender códigos numéricos.

En torno a los 7 u 8 años han adquirido el esquema parte-todo-parte que los capacita para manejar una situación estática en la que tienen que imponer ellos mismos una estructura sobre la situación descrita en el problema verbal. Por ello, resuelven problemas de cambio con la incógnita en el primer término. El niño comienza a aprender la idea de la conservación de masa (sustancia).

A los 8-10 años, el niño es capaz de proceder de modo calculado con respecto al proceso de medida. Hasta ahora el desarrollo del proceso de medida ha estado caracterizado por un proceder por tanteos, a base de ensayo y error. Es el período en el que utiliza el código numérico con dominio suficiente para representar realidades físicas, su comparación, su cuantificación mediante signos espaciales o gráficos, es decir, la geometría, el sistema métrico decimal y la representación gráfica de datos.

Adquiere la idea de peso hacia los 9-10 años, también los niños disponen de los esquemas necesarios para solucionar los diferentes problemas de comparación. En este último ciclo el niño pasa a construir abstracciones, aunque todavía tienen su origen las experiencias anteriores. Se adquiere la madurez en las operaciones matemáticas, en el cálculo, en la numeración, en la representación gráfica, en la interpretación de datos numéricos, las distintas magnitudes físicas de los objetos y sus equivalencias.

Las características propias de la etapa evolutiva que atraviesan los alumnos exigen que el proceso de enseñanza-aprendizaje se sistematice. Estos condicionantes implican ⁽¹¹⁾:

- Relacionar las actividades escolares con la vida cotidiana del alumno y alumna, y con sus experiencias obtenidas en todos los ámbitos, para tomar conciencia de la progresiva complejidad de éstos.

- Facilitar la construcción de aprendizajes enlazando los nuevos contenidos escolares con los que ya han integrado.

(11) Referido en www.cepmotilla.es/tutor/VALORES

- Afianzar las destrezas instrumentales básicas valorando su incidencia en las demás áreas.
- Consolidar un método de estudio para enfrentarse con éxito a cualquier situación.
- Profundizar la reflexión sobre las causas y efectos de hechos y acontecimientos sociales, y las relaciones entre los elementos que intervienen en ellos.
- Atender a la diversidad de los alumnos, tanto para compensar carencias instrumentales como para motivarles a pensar, razonar y reflexionar.
- Estimular, en la medida de lo posible, la generalización y construcción de conceptos más complejos como preparación a etapas educativas posteriores.

Es de suma importancia el conocer las etapas por las que pasa el niño de quinto grado y en cuál se encuentra, porque puede encontrarse con desajustes en su rendimiento intelectual, debido en parte a problemas afectivos propios de su edad y no permitir que el niño pueda adquirir las habilidades necesarias para resolver problemas con operaciones matemáticas. Además se encuentra en el momento de la pubertad, con el cambio biológico y psicológico y lo proyecta en su ambiente familiar, social y escolar. Constantemente está liberando potenciales emocionales nuevos, lo que provoca un reajuste continuo entre el organismo en transformación y el medio que le rodea. Todos estos cambios y reajustes son tan fuertes que el niño los vivencia hasta el punto de absorberle la atención, que dirige con frecuencia hacia sí mismo y sus propios problemas, de modo que le cuesta trabajo crear estrategias para resolver operaciones aritméticas y no desarrolla las suficientes habilidades que le permitan comprenderlas y aplicarlas en su vida diaria.

Aunado a esto, los niños saben resolver sumas, restas, multiplicaciones y divisiones pero no saben resolver problemas, ya que su enseñanza se ha dirigido a la creación de hábitos y no a la construcción del pensamiento autónomo. El hábito es irreversible porque siempre tiende hacia el mismo resultado, mientras la inteligencia es reversible. De aquí la importancia de diseñar estrategias didácticas asociadas a la reversibilidad con la finalidad de movilizar el pensamiento del alumno y así generar las habilidades matemáticas que los niños requieren para saber utilizar las operaciones aritméticas básicas en su vida cotidiana.

CAPÍTULO 3

Habilidades que se aplican en las operaciones básicas

El aprendizaje de los números y la aritmética constituyen una parte fundamental del curriculum escolar y los conceptos numéricos representan la base sobre la cual pueden desarrollarse las habilidades matemáticas que se requieren para un aprendizaje significativo. La visión constructivista de estos aprendizajes tiene como teoría de base el trabajo de Piaget, especialmente, la descripción sobre la génesis del número. En esta teoría, los conceptos matemáticos primarios son construidos mediante la abstracción reflexiva, en la que el sujeto realiza una lectura de sus propias acciones sobre los objetos, lo que le permite descubrir relaciones entre ellas y luego reflejarlas en la realidad exterior. La asociación de operaciones mediante la clasificación, seriación e inclusión, posibilita la movilidad y reversibilidad del pensamiento, necesarias en la construcción del concepto de número.

El primer entendimiento del niño en cuanto a los números comienza cuando puede diferenciar entre uno y algunos. Después llega a comprender que cinco galletas le satisface más que sólo dos. Así desarrolla gradualmente el concepto de cantidad. Al mismo tiempo, el niño aprende el vocabulario de los números. Puede contar hasta diez varios meses antes de poder realmente reconocer la diferencia entre seis y ocho pelotas. Al comenzar las experiencias matemáticas en la vida diaria, los niños descubren que se puede sumar y restar objetos además que contarlos. Ayudando a preparar la mesa, el niño reconoce que necesitará más platos si hay visitas.

Los problemas de la vida real relacionados con objetos que pueden manipular, por ejemplo, si tengo 8 juguetes y me quitan 3 ¿cuántos me quedan?; en el futuro permitirán al niño tener la habilidad de visualizar el proceso para solucionar problemas similares, logrando así un entendimiento de cómo usamos los números.

Los conocimientos aritméticos que se enseñan en la escuela no son asimilados cuando se transmiten mecánicamente. Tales conocimientos deben ser construidos para ser utilizados por el alumno en situaciones reales posteriores. Vygotski dice que los aprendizajes que el niño encuentra en la escuela ya tienen su propia historia previa. Por ejemplo, los niños empiezan a estudiar aritmética en la escuela pero tiempo atrás han tenido ya alguna experiencia con cantidades. Los niños tienden a interpretar y abordar las matemáticas formales en función de sus conocimientos matemáticos informales. La distinción entre conocimiento formal e informal radica en que el primero consiste en la manipulación de un sistema de símbolos escritos que se aprenden en la escuela, mientras que el segundo se construye a partir de la interacción con el medio físico y social.

Por lo anterior surge la necesidad de que el proceso de enseñanza–aprendizaje genere en los alumnos las habilidades matemáticas necesarias para construir aprendizajes significativos respecto a las operaciones aritméticas básicas, las cuáles les sirvan dentro y fuera del aula. En la escuela primaria empieza la enseñanza de las operaciones aritméticas de manera formal, comenzando por la adición, seguida de la sustracción, multiplicación y concluye con la división, en un intento de ir de lo más fácil a lo más difícil. Para lograr la formación integral del alumno en el desarrollo de habilidades para resolver operaciones aritméticas básicas se requiere que mediante el manejo de estrategias, vayan desarrollando su pensamiento lógico y su capacidad de resolución de problemas.

Para conceptualizar habilidad es necesario partir del hecho de que, en la acepción más común, los términos capacidad, aptitud, competencia, destreza y habilidad son manejados como sinónimos; sin embargo, existe también el planteamiento de que, entre estos conceptos, hay una vinculación estrecha, mas no una identidad.

La aptitud es suficiencia o idoneidad para obtener un empleo o cargo o capacidad para el buen desempeño de una actividad. Para Piaget la aptitud es lo que diferencia a dos individuos que tengan el mismo nivel mental. Esto significa que, aunque se asuma que un individuo es apto para desempeñarse en cualquier ámbito, hay en cada persona un potencial natural más rico para algunos desempeños que para otros. ⁽¹²⁾

Los diversos desempeños en los que se manifiesta el desarrollo de una habilidad pueden ser designados como competencias, pero estas últimas no constituyen la habilidad en sí, únicamente la evidencian. La competencia, por lo tanto, hace referencia al dominio de una práctica, sustentado por el desarrollo de alguna o algunas habilidades.

Alain Coulon describe a la competencia como un conjunto de conocimientos prácticos socialmente establecidos que empleamos en el momento oportuno para dar a entender que los poseemos⁽¹³⁾; dichos conocimientos, de acuerdo con la aproximación conceptual que se está construyendo, no se refieren a meros haceres rutinarios, sino que reflejan el desarrollo de determinadas habilidades; además, el hecho de ser empleados en el momento oportuno supone que el individuo que los posee hace uso de ellos habiendo desarrollado estrategias que le permiten utilizarlos creativamente frente a las diversas situaciones que lo demandan.

(12) Diccionario de las Ciencias de la Educación. Santillana. México, 1995.

(13) Coulon, Alain. Etnometodología y educación. Paidós. España, 1995

Por habilidad se entiende la capacidad y disposición para hacer una tarea o actividad, realizada con gracia y destreza, ya sea debido a factores genéticos o por medio del aprendizaje y la experiencia. La habilidad deriva hacia la competencia, término que insiste en el significado no innato de la habilidad, esto es, en su característica de ser el resultado de un proceso de aprendizaje y práctica. ⁽¹⁴⁾

La destreza ⁽¹⁵⁾ está englobada dentro de cada habilidad cuyo dominio requiere la combinación de varias destrezas. Es la capacidad de ejecución de una actividad; se le vincula a una actividad específica, por lo que supone el dominio de formas peculiares de llevar a cabo una tarea. Existen destrezas cognitivas, motrices, manuales, intelectuales y sociales, etc. Constituye una habilidad desarrollada mediante un proceso de aprendizaje, es adquirida durante la vida y depende del ejercicio, el esfuerzo y la constancia. Son habilidades que pueden manifestarse mediante conductas en cualquier momento porque han sido desarrolladas a través de la práctica y utilizando variados procedimientos.

- Destreza de comprensión. Por medio del lenguaje las personas comunican sus pensamientos e influyen unas sobre otras. La comprensión del lenguaje es el análisis y la síntesis de los elementos del pensamiento, o sea de los conceptos y juicios manifestados por los medios materiales del idioma.
- Destreza de interpretación. Permite
 - a) Penetrar, entender y comprender
 - b) Explicar el sentido de una cosa, también se puede comprender y explicar los conocimientos que se van adquiriendo durante la clase.
- Destreza de aplicación. Permite utilizar o ejercer continuamente lo aprendido, es el poner en práctica con esmero y diligencia los saberes o destrezas aprendidas.
- Destreza de análisis. Se desarrolla mediante el proceso de describir los hechos o fenómenos de la realidad, tomando especial interés en descomponerlos en sus elementos constitutivos.
- Destreza de síntesis. Significa la percepción global o integral de los hechos o fenómenos.

(14) Manual Básico del Docente. Editorial Cultural. Madrid, España, 2003.

(15) Ibid

Las habilidades constituyen el dominio de acciones complejas (psíquicas y prácticas) que permiten al hombre la elección y realización de los procedimientos de la actividad en correspondencia con el fin que se propone con ayuda de los hábitos y conocimientos que posee con anterioridad.

Desde el punto de vista pedagógico la habilidad es:

- Vía de adquisición de conocimientos.
- Vía de aplicación de conocimientos.
- Vía de adquisición de nuevas habilidades

Desde el punto de vista metódico, el aprendizaje de la habilidad se apoya en las siguientes vías:

1. Se le comunica al alumno los conocimientos imprescindibles.
2. Enseñar a los alumnos los indicios que permiten conocer el tipo de tarea y las operaciones que se requieren para la realización de la actividad.
3. Al alumno se le enseña la actividad psíquica imprescindible para el empleo de los conocimientos en la solución de las tareas.

Hace algún tiempo el concepto de habilidades surgió como una propuesta para incluir en el currículo para ayudar a los estudiantes a hacer frente a situaciones de su vida diaria. Se trata de preparar a los alumnos para una mejor calidad de vida personal y social. De modo que para desarrollar en los alumnos las habilidades es necesario todo un proceso.

Para la formación de una determinada habilidad hay que tener en cuenta diferentes requisitos:

1. Conocer si todos los alumnos saben hacer lo que se les indica; garantizar el carácter activo y consciente de este proceso de aprendizaje donde el estudiante sea capaz de llegar a delimitar los conocimientos, métodos y procedimientos y llevarlos a la práctica, a situaciones nuevas de acuerdo a los objetivos y condiciones de la actividad a desarrollar.
2. No se puede ejercitar una habilidad hasta que no esté correctamente formada, es decir, hay que planificar todo el proceso donde exista sistematización y consolidación de acciones.
3. Dar una ejercitación suficiente a las acciones de acuerdo a las particularidades de los alumnos variando su nivel de complejidad hasta adquirir las cualidades necesarias de una habilidad donde las acciones se generalizan y el sujeto alcanza un gran dominio de estas.

Es posible hablar de una gran variedad de habilidades: para argumentar lógicamente, para expresar con orden las ideas, para pensar racionalmente, para simbolizar situaciones, para realizar síntesis, para detectar situaciones problemáticas, para recuperar experiencias, para manejar herramientas tecnológicas de determinado tipo, etcétera; en todos los casos, la habilidad en cuestión puede describirse en términos de los desempeños que puede tener la persona que la ha desarrollado.

La habilidad matemática es aquella en que el alumno es capaz de comprender conceptos, proponer y efectuar algoritmos y desarrollar aplicaciones a través de la resolución de problemas. En la habilidad matemática interviene la capacidad del alumno para comprender, realizar generalizaciones y abstracciones. Si presento estos problemas donde aparezcan los distintos significados de la resta:

■ Acción de quitar: En el frutero hay 6 plátanos y Ana se comió 2. ¿Cuántos hay ahora?

■ Acción de separar: Compré 6 manzanas verdes y rojas. Si 3 son rojas ¿cuántas son verdes?

■ Acción de comparar: **María lleva a la excursión 3 emparedados y Carolina 5. ¿Quién lleva más? ¿Cuántos más?**

La solución de los problemas matemáticos depende de que los estudiantes posean las habilidades y los conocimientos adecuados. Para resolver problemas, son especialmente necesarias las estrategias para representarlos y para planear la solución. Se requiere que los estudiantes comiencen por representar con exactitud el problema para que incluya los datos y la meta, y que elijan y apliquen una producción de solución. Muchas veces es difícil traducir el problema de su representación lingüística a su representación mental. A veces los niños no pueden representar los problemas correctamente y tienden a realizar las operaciones correctas con las representaciones equivocadas. Así, transforman un problema en otro diferente, por ejemplo, en el problema de comparación **María lleva a la excursión 3 emparedados y Carolina 5**, los niños pueden dar como **respuesta: María lleva más emparedados que Carolina**, siendo que la respuesta es Carolina lleva más emparedados que María. Los estudiantes que tienen problemas para comprender recuperan mal la información y tienen menores rendimientos.

Habilidades básicas como la atención, la percepción y la memoria tienen gran importancia en la enseñanza de las operaciones aritméticas básicas:

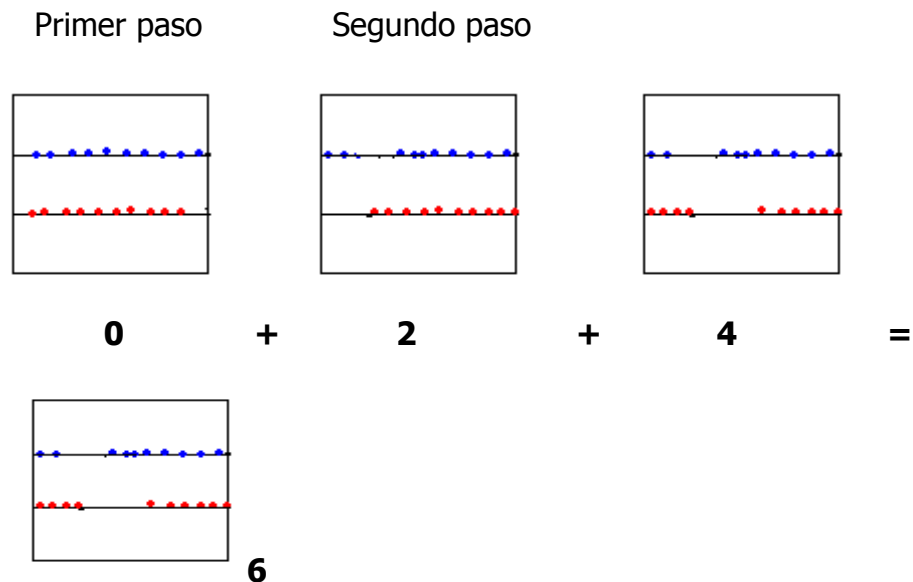
- La atención: es la aptitud previa a cualquier rendimiento, posibilitará el control e interés por los estímulos que se ofrecen con lo que se podrá captar la información, los detalles, los elementos concretos a la vez que

permitirá positivamente el rendimiento de las otras habilidades llegando a la capacidad de concentración evitando distracciones durante la tarea.

- La percepción, como proceso de captación y análisis de los estímulos recibidos mediante los sentidos será determinante en casos en que haya una información gráfica, será la base, en las primeras edades para que los detalles puedan realmente capturarse con fidelidad y puedan ser un elemento de información básica.
- La memoria como capacidad de retener, almacenar y recuperar los datos captados y comprendidos, hará posible no sólo la recuperación de información que permitan al sujeto la resolución de situaciones sino, además, el recuerdo de técnicas, estructuras, que puedan haber sido aprendidas y que deben generalizarse.

Las habilidades numéricas de abstracción son las que permiten a los niños determinar la cantidad numérica específica y las de razonamiento consisten en juicios acerca de las transformaciones, las relaciones entre conjuntos y los efectos de la aplicación sucesiva de varias operaciones. Las habilidades de razonamiento sólo pueden ser aplicadas, si previamente el niño ha logrado una representación numérica del conjunto; para lo cual dispone de dos medios: el conteo y la percepción inmediata de la cantidad.

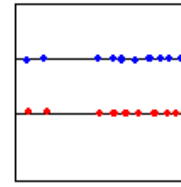
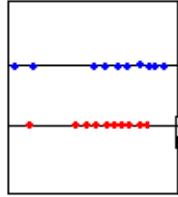
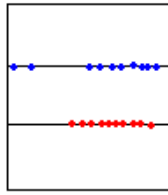
La primera habilidad de cálculo que los niños emplean es contar. Los niños usan una estrategia para contar con los dedos o mentalmente. El modelo de la suma consiste en poner un contador imaginario en cero, contar el primer sumando en pasos de unidad y entonces contar el segundo hasta llegar a la respuesta; por ejemplo, para resolver "2 + 4 =" los niños cuentan de 0 a 2 y luego cuentan 4.



Una estrategia algo más eficaz consiste en poner el contador en el primer sumando (2) y luego contar el segundo (4) en pasos de unidad.

Primer paso

Segundo paso



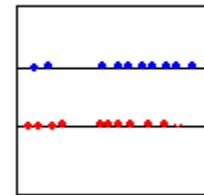
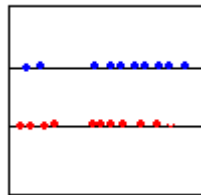
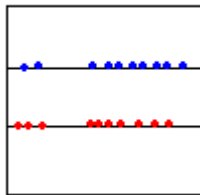
2

+

1

+

1



1

+

1

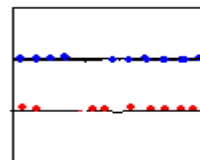
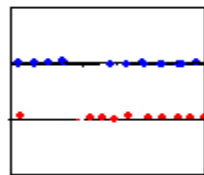
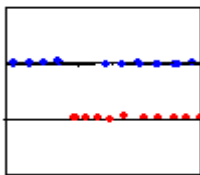
=

6

Todavía más eficaz es el modelo del mínimo: se pone el contador en el mayor de los sumandos (4) y se cuenta el menor (2), siempre en incrementos de unidad.

Primer paso

Segundo paso



4

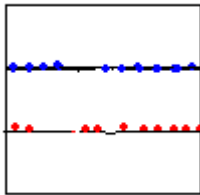
+

1

+

1

=

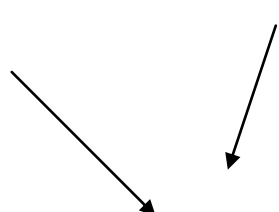


6

Un error común en la sustracción es restar siempre el número menor del mayor en cada orden, sin importar la dirección, ejemplo:

ERROR
5-2= 3

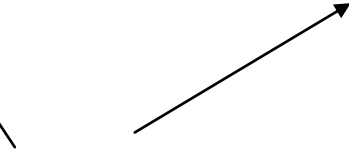
ERROR
7-3=4


$$\begin{array}{r} 53 \quad \text{MINUENDO} \\ - 27 \quad \text{SUSTRAENDO} \\ \hline 34 \end{array}$$

El error está en que se comenzó a resolver de izquierda a derecha y no se pidió una unidad prestada al número 5, sino que se restó 7 - 3, siendo que lo correcto es comenzar de derecha a izquierda y pedir una unidad prestada al número anterior en caso de que el número del minuendo sea menor que el del sustraendo.

OPERACIÓN REALIZADA CORRECTAMENTE

**El 5 le prestó una decena
al 3 para que se convirtiera
en 13, así que quedaron
4 decenas menos 2 decenas = 2
7 para llegar a 13 ó 13 menos 7 = 6**


$$\begin{array}{r} 53 \quad \text{MINUENDO} \\ - 27 \quad \text{SUSTRAENDO} \\ \hline 26 \end{array}$$

Los alumnos acuden al procedimiento más fácil, restar el sustraendo (número más grande) al minuendo (número menor), para evitar el procedimiento descrito arriba y llegar a cometer errores o confundirse.

Probablemente, los errores matemáticos aparecen cuando los estudiantes encuentran problemas nuevos y generalizan las producciones inadecuadas. Por ejemplo, cuando restan sin llevar las decenas, los alumnos sustraen el número menor al mayor en cada orden, por lo que es fácil ver que generalizan el procedimiento a los problemas que sí requieren llevar las decenas. Antes que dejar de trabajar cuando no saben que hacer, modifican las reglas para adaptarlas a los problemas nuevos. Los algoritmos defectuosos son persistentes y pueden provocar en los estudiantes un sentimiento falso de competencia, quizá porque sus cálculos producen respuestas.

Otra fuente de dificultades de cálculo son los escasos conocimientos acerca de los fundamentos de la aritmética. Los principios básicos de la adición, la sustracción, la multiplicación y la división de números enteros no están bien establecidos en la memoria de los niños. Muchas de las dificultades de las operaciones provienen del uso de producciones en exceso complejas, si bien técnicamente correctas, para resolver los problemas. Estos procedimientos llevan a las respuestas correctas, pero como son complicadas, el riesgo de errores de cálculo es grande. El problema 256 entre 5 puede ser resuelto con el algoritmo de la división o restando 5 de 256 y contando el número de sustracciones, método técnicamente correcto pero ineficaz y con muchas probabilidades de equivocarse. Una de las metas de la enseñanza de las operaciones básicas es que los estudiantes adquieran las habilidades para utilizar los procedimientos convenientes.

Al principio, los estudiantes representan la habilidad en forma de conocimiento, con la práctica reconocen con rapidez el patrón del problema (por ejemplo, problema de división, problema de raíz cuadrada) y ejecutan el procedimiento sin mucha deliberación. Conforme la habilidad se desarrolla, se vuelven más capaces de realizarlo rápidamente y logran mayor exactitud en sus respuestas.

Procesos cognitivos

Aprender matemáticas implica pensar, formar y reelaborar esquemas o estructuras de conocimientos matemáticos. Para crear y organizar los conocimientos matemáticos los niños deben usar procesos cognitivos tales como comparar, inferir, etc., y además, manipular mentalmente estos contenidos. Los

procesos cognitivos, para su estudio, se van a clasificar atendiendo a seis categorías: recibir, interpretar, organizar, aplicar, recordar y resolver problemas.

RECIBIR

Consiste en estar alerta a los estímulos existentes, ya provengan de situaciones informales o formales del aprendizaje. El proceso cognitivo es:

ATENDER: se traduce en mantener conciencia de , percibir, observar.

Ejemplo: por favor, mira lo que estoy haciendo.



Los alumnos deben tener todos sus sentidos alertas y atender las instrucciones desde el principio para ir enlazando conocimientos.

INTERPRETAR

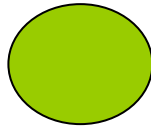
Es usar las experiencias pasadas o ideas previas para comprender las presentes o los nuevos conocimientos. Interpretar es usar el aprendizaje anterior para hacer la nueva experiencia significativa. Se fundamenta en comprensión, y los procesos cognitivos implicados son:

TRADUCIR: es poner algo en otra forma de expresión (concreta, gráfica o simbólica), etiquetar y / o calificar.

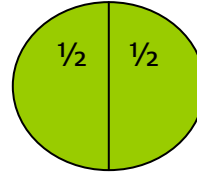
Ejemplo:

Representar las fracciones $3/2$ y $2/3$:

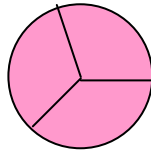
Éste es un entero



Si lo partimos a la mitad obtendremos medios

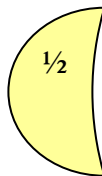
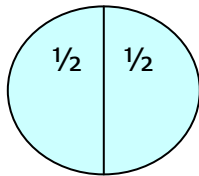


Si partimos el entero en tres partes, quedaría así:



Entonces las fracciones $3/2$ y $2/3$, quedan así:

$3/2$



$2/3$

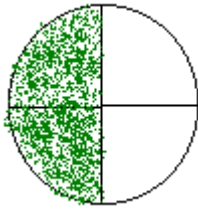


COMPARAR consiste en señalar las semejanzas y diferencias. Discriminar

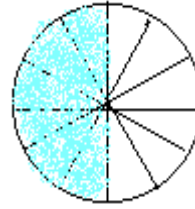
Ejemplo:

¿Cuál de estas fracciones es mayor?

$2/4$ o $6/12$, son iguales.



2/4



6/12

Se observa que las fracciones son equivalentes ya que al representarse gráficamente ocupan la misma parte.

Los alumnos ya tienen información previa que les permite observar las diferencias y semejanzas, así como el procedimiento para comprobar cuál fracción es mayor, siendo uno de ellos la forma gráfica.

CLASIFICAR es agrupar siguiendo algún criterio o distinguiendo atributos.
Categorizar

Ejemplo:

Clasifica las siguientes fracciones.

6/2 , 3/4 , 8 2/9 , 2/7

MIXTA: 8 2/9

PROPIA: 3/4 , 2/7

IMPROPIA: 6/2

ORDENAR es colocar los términos en series crecientes o decrecientes, por atributos o características. Es secuenciar.

Ejemplo :

Ordena de menor a mayor los fracciones anteriores:

En desorden **6/2 , 3/4 , 8 2/9 , 2/7**

Ordenadas **2/7 , 3/4 , 6/2 , 8 2/9**

Se puede saber cuál es mayor o cual menor, haciendo una comparación entre ellas con el procedimiento que los niños ya hayan adquirido o bien otro que les sea más fácil para resolver la cuestión anterior.

ORGANIZAR

Es formar y estructurar las ideas matemáticas. Incluye los siguientes procesos cognitivos.

RELACIONAR. Consiste en conectar propiedades en términos cuantitativos y cualitativos. Es asociar términos percibidos, atributos definidos o procesos. Transformar

Ejemplo:

Realiza la suma de fracciones.

$$\begin{array}{rccccccc} \text{Numerador} & & 4 & + & 2 & = & 6 \\ & & \hline \text{Denominador} & & 6 & & 6 & & 6 \end{array}$$

Podemos identificar el procedimiento para resolverla, observando que ambas son fracciones con el mismo denominador y sólo se suman los numeradores, se pasa el denominador. La representación gráfica puede irse eliminando, ya que se ha ido organizando el conocimiento de manera que se relacionen conocimientos previos con los nuevos.

PREGUNTAR. Es interrogar para clarificar. Señalar inconsistencias. Inquirir. Averiguar. Preguntar

Ejemplo :

¿Por qué en una suma de fracciones con el mismo denominador, sólo se suman los numeradores y el denominador se recorre? Y en una suma de diferentes denominadores se realizan ciertos procedimientos, como el de obtener común denominador.

Respuesta: es necesario que ambas fracciones tengan el mismo denominador, ya que debemos sumar fracciones del mismo valor.

INFERIR es usar la razón para los conceptos abstractos, modelos o reglas particulares. También es usar la razón para moverse desde ejemplos, conceptos o principios a conclusiones. Es razonar. Si / entonces.

Ejemplo:

¿Cuál sería un ejemplo que demostrara lo anterior?

$$\frac{3}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{4}{5} + \frac{3}{2} =$$

Los denominadores comunes son:

De $\frac{4}{5}$ es $\frac{8}{10}$ y de $\frac{3}{2}$ son $\frac{15}{10}$.

Estas fracciones comunes se obtuvieron multiplicando denominador y denominador por un mismo número natural que puede ser 2,3,4,5,6,7,.... En el caso de la fracción $\frac{4}{5}$ fue 2 y de la fracción $\frac{3}{2}$ fue 5, para que el denominador fuera el mismo.

La suma de fracciones quedaría así:

$$\frac{8}{10} + \frac{15}{10} = \frac{23}{10}$$

RESUMIR es condensar contenidos. Señalar las ideas principales. Esquematizar.

Ejemplo:

Revisemos lo que hemos aprendido hoy sobre las fracciones.

- ◆ Un entero es una unidad completa.
- ◆ Que ésta a la vez se puede dividir en varias partes.
- ◆ Una fracción se puede representar gráficamente.
- ◆ Las fracciones pueden ser mixtas (un entero y una fracción propia), propias (el numerador es menor que el denominador) e impropias (el numerador es mayor que el denominador)

APLICAR

Es usar en una situación nueva los contenidos matemáticos previamente aprendidos. Incluye los siguientes procesos cognitivos.

PREDECIR es presagiar. Exponer consecuencias, estimar

Ejemplo:

Sin hacer operaciones, dime cuál de las siguientes sumas de fracciones da como resultado más de un entero.

$$\begin{array}{r} 4 \\ \hline 8 \end{array} + \begin{array}{r} 6 \\ \hline 8 \end{array} =$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ \hline 5 \end{array} + \begin{array}{r} 2 \\ \hline 5 \end{array} =$$

La primera suma, ya que da como resultado $1 \frac{2}{8}$, la segunda da 1 .

EVALUAR es verificar una solución. Consiste en juzgar

Ejemplo:

Comprueba que la fracción $\frac{15}{8}$, es mayor que $\frac{9}{18}$.

Se utilizarán los productos cruzados:

$$\begin{array}{r} 9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \hline 18 \end{array} \quad 8$$

$9 \times 8 = 72$

$15 \times 18 = 270$

La fracción mayor es **15/ 8** .

PLANTEAR HIPOTESIS es postular una relación

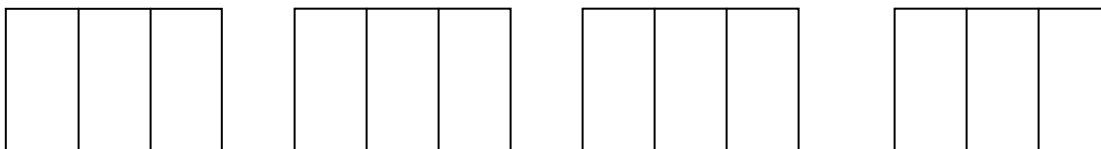
Ejemplo:

¿Con cuántos tercios puedo formar 4 enteros?

Respuesta: si un entero tiene 3 tercios, con $12 / 3$ se pueden formar 4 enteros.

COMPROBAR es idear y llevar a cabo un plan para verificar una hipótesis

Ejemplo:



Con esto podemos comprobar que con 12 tercios se pueden formar cuatro enteros.

E) RECORDAR

Es un esfuerzo deliberado para evocar. Los procesos cognitivos son:

ENSAYAR es repasar y organizar acciones e ideas con objeto de recordar mas tarde. Practicar

Ejemplo:

Hablarse a si mismo sobre la operación que es necesario utilizar para una situación determinada.

- Si tengo $\frac{3}{4}$ de kilo de arroz y $\frac{1}{2}$ kilo de trigo, ¿Qué debo hacer para saber cuántos kilos de semilla tengo en total?
- ¿Qué puedo hacer para saber qué pesa más, el arroz o el trigo?

IMAGINAR es usar representaciones visuales o auditivas de objetos o sucesos. Dibujar mentalmente

Ejemplos:

Cierra los ojos y dibuja un cuarto de naranja. Piensa lo que significa un cuarto de naranja.

RETENER es traer a la memoria, recobrar ideas, centrarse en las experiencias pasadas (conocimientos previos) usar reglas.

Ejemplo:

¿Qué sabes sobre las fracciones?

- Que al realizar una suma de fracciones con diferente denominador se debe obtener un denominador común para su fácil resolución. Aunque éste no es el único procedimiento que hay para resolver una operación con fracciones.

F) RESOLVER PROBLEMAS

Es hallar soluciones a situaciones no resueltas. En esta categoría se combinan los procesos cognitivos anteriormente mencionados.

Ejemplo:

Mario armó $\frac{3}{8}$ de su rompecabezas el lunes y $\frac{1}{4}$ el miércoles. ¿Qué fracción del rompecabezas armó en los dos días?

Respuesta: se debe realizar una suma de fracciones.

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} =$$

Se busca el común denominador de sólo una fracción, en este caso $\frac{1}{4}$, porque el 4 es múltiplo de 8. La fracción sería $\frac{2}{8}$, quedando así la operación:

$$\frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$$

O bien, si obtenemos común denominador de ambas fracciones:

$$\frac{6}{16} + \frac{4}{16} = \frac{10}{16}$$

Simplificando la fracción 10/16, es decir dividiendo numerador y denominador entre 2 obtendremos una fracción equivalente que sería 5/8

Mario armó **5/8** del rompecabezas.

Actualmente se hace continua referencia a la necesidad de que los alumnos no sólo aprendan teorías, leyes, conceptos, etc., sino que además desarrollen habilidades, competencias y destrezas que les permitan asumir una actitud responsable en la búsqueda de esa información. Es necesario un equilibrio entre el aprendizaje de los procedimientos algorítmicos y los conceptos, debido a que los primeros carecen de significados sin los segundos y éstos últimos requieren de los primeros para su aplicación y resolución concreta. El aprendizaje simultáneo de ambos facilitará la adquisición y comprensión de las operaciones aritméticas.

Habitualmente se distingue entre operaciones (uso de reglas, procedimientos y algoritmos) y conceptos (solución de problemas y empleo de estrategias). Los problemas de operaciones y de conceptos exigen que los estudiantes pongan en juego producciones con reglas y algoritmos. La diferencia entre ambas categorías está en qué tan explícitamente dice el problema qué operaciones realizar. Los siguientes son problemas de cálculo:

$$26 + 42 = 68$$

$$75 - 28 + 12 \quad / \quad 5 = 11.8$$

Ahora comparemos estos problemas con los siguientes:

- ❖ La suma de tres números enteros consecutivos resulta 30, ¿cuáles son esos números?

Respuesta:

- Deben identificar los números que le pueden servir, es decir, descartar los números que no son consecutivos.
- También tienen que reconocer que no pueden utilizar 3 números consecutivos que tengan decenas, ya que daría más de 30.
- El resultado sería **9 + 10 + 11 = 30.**
- Si hubieran sumado números no consecutivos, por ejemplo: **10+10+10=30,** **28+1+1= 30** , tal vez el resultado habría sido correcto porque saben sumar, pero se presentaría un error, el problema no hubiera sido resuelto de manera correcta, porque los números no son consecutivos.

- ❖ Un hombre lleva en hombros a un niño que pesa la mitad que él; éste a su vez carga a otro que pesa la mitad que él, y este último carga a un bebé que pesa la mitad que él. Con esta carga, el hombre pesa 120 kilos en una báscula. ¿Cuánto pesa el hombre solo.

Respuesta:

- Deben reconocer qué datos tienen, comprender la instrucción para identificar que un peso es la mitad del otro y que no pueden pasarse de 120 kilos.
- Tiene que analizarse lo que nos dice el problema, nos habla de un hombre, dos niños y un bebé; no podemos repartir el peso de manera que el bebé pese 15 o 20 kilos. Tendríamos que empezar con un peso promedio del bebé: 3, 4, 5 kilos y así podemos obtener el peso del hombre y de los otros niños.
- El resultado pudo haber tenido el siguiente procedimiento.

| | | | | | | |
|-------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|------------|
| BEBÉ | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| NIÑO | 6 | 8 | 10 | 12 | 14 | 16 |
| NIÑO | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 |
| HOMBRE | 24 | 32 | 40 | 48 | 56 | 64 |
| PESO TOTAL | 45 | 60 | 75 | 90 | 105 | 120 |

La última columna representa el resultado correcto, es lo que se pide y es coherente con los pesos de las personas.

Las operaciones matemáticas que requieren estos problemas no son más difíciles que las de los problemas del primer grupo, pero no dicen explícitamente qué hay que hacer.

Los alumnos deben decidir cómo resolver los problemas, lo que implica reconocer su forma, generar las producciones adecuadas y realizar las operaciones.

Esto no quiere decir que la destreza con los conceptos sea mejor que la habilidad con las operaciones, pues las deficiencias en cualquiera de las áreas causarán dificultades. Entender la forma de resolver el problema pero no ser capaz de realizar las operaciones llevará a respuestas incorrectas, así como ser eficiente con los cálculos pero no poder conceptualizar los problemas. La habilidad matemática requiere aprender los dos aspectos juntos.

Las matemáticas constituyen un área que exige una gran participación de la actividad mental en todas sus manifestaciones; desde los contenidos de base psico-motriz hasta aquellos en que interviene un razonamiento lógico-abstracto, pasando por la comprensión y expresión verbal y la realización de operaciones.

Desde los primeros estadios del desarrollo intelectual nos encontramos que hasta los dos años el pensamiento está condicionado por la actividad y la manipulación. Los esquemas intelectuales se van formando a través de la repetición de actos: movimientos y percepciones se conjugan dando lugar a esquemas cada vez más amplios, que constituyen la base del conocimiento. Cada adquisición motriz tiene una importancia general, y no sólo para el desarrollo motor, sino para la maduración global del niño, sensorial, intelectual y afectiva.

En todo el proceso de desarrollo el lenguaje juega un papel de suma importancia. Aunque no se considere propiamente como creador de pensamiento matemático, sin embargo no se puede dudar de la relación existente entre éste y las posibilidades de expresión verbal. De este modo, a medida que el niño enriquece y precisa su vocabulario, hace posible una mejor comprensión de las relaciones entre conceptos tales como clasificación, seriación, discriminación, equivalencias numéricas, etc.⁽¹⁶⁾

El desarrollo perceptivo juega un papel esencial en todo este proceso. El conocimiento del esquema corporal está ligado a las primeras nociones numéricas. El niño las adquiere de forma sensorial, ya que a través de la vivencia de su propio cuerpo se va a poner en contacto con los objetos del mundo exterior. En primer lugar es necesario que aprenda a diferenciarse del mundo que lo rodea y a percibir las relaciones entre los objetos exteriores a él. Esto lo consigue mediante numerosas exploraciones y acciones en el plano espacial, empezando por las referidas a su esquema corporal – la cabeza arriba, los pies abajo, el lado derecho, el lado izquierdo -, continuando con las nociones espaciales de los objetos en relación con su propio cuerpo, para concluir por apreciar las posiciones relativas de los objetos. También las nociones de 1, 2, 5, 10 parten de observaciones concretas del cuerpo (1 boca, 1 nariz, 2 ojos, 2 manos, 5 dedos, 10 dedos).

Los conceptos matemáticos, proceden de las acciones que el niño realiza con los objetos y se precisan con la ayuda del lenguaje. Manipulando, el niño comienza a clasificar, ordenar, seriar, etc., lo cual le lleva a las primeras nociones matemáticas, tales como tamaño, cantidad, correspondencia, número.

(16) Fernández Baroja, María Fernanda, et. al. Niños con dificultades para las matemáticas. Ciencias de la Educación Preescolar y Especial. Madrid.

La matemática de la escuela primaria deberá ofrecer a los alumnos herramientas que les permitan entender el mundo en que viven, sus regularidades, etc. Una matemática que les brinde los recursos que necesitan para: delimitar la cancha de fútbol donde jugarán, marcar los límites del área de la cancha, administrar la lista de compras del supermercado, a controlar sus relaciones con el espacio, etc.

De aquí surge la importancia de desarrollar en los alumnos habilidades matemáticas para la resolución de operaciones básicas, en los diferentes contextos que se puedan encontrar y no solo para que puedan aplicar los conceptos, sino para que puedan aplicarlas en situaciones dentro y fuera de la escuela. Ya que generar habilidades matemáticas permite un aprendizaje significativo, es decir, que cuenten con las estrategias necesarias para resolver problemas con las operaciones básicas, no de manera mecánica, sino como un aprendizaje que les sea significativo para su vida cotidiana.

Se pretende que los niños logren una comprensión amplia del sentido de estas operaciones, que puedan aplicarlas con flexibilidad para resolver una variedad de problemas cada vez mayor, que sean capaces de proporcionar mentalmente resultados aproximados y que dispongan de estrategias adecuadas para la resolución de problemas con operaciones básicas.

Esto ayudará a los individuos a ser estudiantes reflexivos y autocríticos, a tener las herramientas necesarias para resolver problemas matemáticos y a dotarse de capacidades que les permitan manejar situaciones nuevas a lo largo de su vida. Es decir, que además de desarrollar sus habilidades, el alumno aprenda a regularlas, esto significa, utilizarlas adecuadamente y en el momento preciso según el propósito que tenga.

CAPÍTULO 4

La enseñanza de la aritmética para el proceso de aprendizaje de las operaciones básicas en el 5° año de Educación Primaria

4.1 Aprendizaje significativo

En México, la enseñanza de las Matemáticas plantea estudiar en las aulas una matemática que permita a los alumnos construir conocimientos a través de la resolución de situaciones problemáticas que despierten su interés y su deseo de búsqueda de soluciones. Apoyada con la evolución de los conocimientos previos, el papel del maestro es fundamental para que el alumno logre desarrollar habilidades para estimar, medir, comunicar (de manera oral y escrita), operar (mentalmente y con los algoritmos usuales), para hacer inferencias y generalizaciones, asimismo disfrute al hacer matemáticas desarrollando su creatividad e imaginación.

Los propósitos generales enunciados por la SEP aluden al desarrollo de capacidades y habilidades consideradas necesarias para usar los conocimientos adquiridos o para avanzar hacia otros niveles de conocimiento en la línea de contenidos matemáticos. En la etapa de Educación Primaria deben adquirirse instrumentos básicos de aprendizaje que permitan interpretar distintos tipos de lenguaje, utilizar recursos expresivos, desarrollar la capacidad comunicativa y adquirir los conceptos, los procedimientos y las actitudes necesarias para interpretar cada entorno. La finalidad educativa también debe abarcar la autonomía de acción de la persona con el medio, desarrollando sus capacidades motrices y de dominio espacio-temporal, la observación de la realidad y un pensamiento reflexivo y crítico que favorezcan la elaboración de juicios personales y de ideas creativas enmarcados en un autoconcepto positivo, un equilibrio afectivo y un desarrollo social rico en relaciones personales con iguales y adultos, que le permitan integrarse activamente en su sociedad, en su cultura y en la riqueza de la multiculturalidad.

En la educación obligatoria, las Matemáticas desempeñan un **papel formativo** de desarrollo de la capacidad de pensamiento y de reflexión lógica; un **papel funcional** de aplicación a problemas y situaciones de la vida diaria; y un **papel instrumental** en cuanto a armazón y formalización de conocimientos de otras materias.

El enfoque de la propuesta educativa actual para la educación primaria señala como el motor del aprendizaje de las matemáticas a la resolución de problemas. El eje más atendido en este sentido es el de aritmética, seguido por los de medición y geometría y, en menor medida, el de procesos de cambio.

Para hablar de un aprendizaje es necesario hablar de una enseñanza. La importancia de **la enseñanza** está en la transmisión de información mediante la comunicación directa y apoyada en la utilización de medios auxiliares, de mayor o menor grado de complejidad y costo. Tiene como objetivo lograr que en los individuos quede, como huella de tales acciones combinadas, un reflejo de la realidad objetiva de su mundo circundante que, en forma de conocimiento del mismo, habilidades y capacidades, lo faculten y, por lo tanto, le permitan enfrentar situaciones nuevas de manera adaptativa, de apropiación y creadora de la situación particular aparecida en su entorno.

El proceso de enseñanza consiste, fundamentalmente, en un conjunto de transformaciones sistemáticas de los fenómenos en general, sometidos éstos a una serie de cambios graduales cuyas etapas se producen y suceden en orden ascendente, de aquí que se la deba considerar como un proceso progresivo y en constante movimiento, con un desarrollo dinámico en su transformación continua.

Como consecuencia del proceso de enseñanza tienen lugar cambios sucesivos e ininterrumpidos en la actividad cognoscitiva del alumno con la participación de la ayuda del profesor en su labor orientadora hacia el dominio de los conocimientos, de las habilidades, los hábitos y conductas acordes con su concepción científica del mundo, que lo llevarán en su práctica existencia a un enfoque consecuente de la realidad material y social.

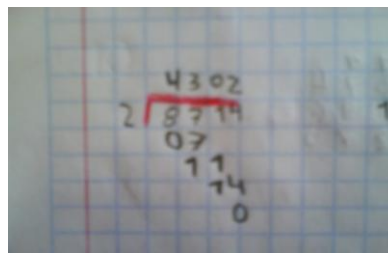
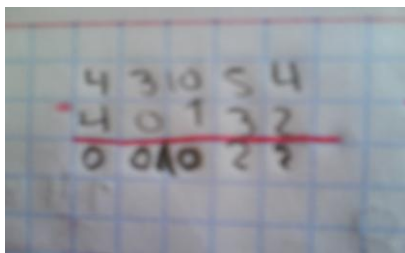
En la enseñanza se sintetizan conocimientos, se va desde el no saber hasta el saber. La enseñanza persigue agrupar a los hechos, clasificarlos, comparándolos y descubriendo sus regularidades, sus necesarias interdependencias tanto aquellas de carácter general como las internas.

El proceso de enseñanza, de todos sus componentes asociados se debe considerar como un sistema estrechamente vinculado con la actividad práctica del hombre la cual, en definitiva, condiciona sus posibilidades de conocer, de comprender y transformar la realidad objetiva que lo rodea.

Al aprendizaje se le puede considerar como un proceso caracterizado por la adquisición de un nuevo conocimiento, habilidad o capacidad, debe ser susceptible de manifestarse en un tiempo futuro y contribuir, además, a la solución de situaciones concretas, incluso diferentes en su esencia a las que motivaron inicialmente el desarrollo del conocimiento, habilidad o capacidad.

El individuo, no copia simplemente sino también transforma la realidad de lo que refleja, o lo que es lo mismo, construye algo propio y personal con los datos que se le dieron. Hay la posibilidad de que lo transmitido resulta interferido de manera adversa o debido al hecho de que el propio educando no pone, por parte de sí, interés o voluntad, que equivale a decir la atención y concentración necesarias, sólo se alcanzarán aprendizajes frágiles y de corta duración.

Tomo como muestra lo siguiente, el alumno comete errores por su falta de concentración y de que las operaciones no tienen significado para él.



El aprendizaje se puede considerar igualmente como el producto de una interacción social y desde este punto de vista es, intrínsecamente, un proceso social, tanto por sus contenidos como por las formas en que se genera. El sujeto aprende de los otros y con los otros; en esa interacción desarrolla su inteligencia práctica y la de tipo reflexivo, construyendo e internalizando nuevos conocimientos o representaciones mentales a lo largo de toda su vida, de manera tal que los primeros favorecen la adquisición de otros y así sucesivamente.

El grado de motivación que presente un sujeto por aprender las operaciones básicas será diferente si le demostramos que éste aprendizaje puede aplicarlo en su vida cotidiana y le sirve para ciertos trabajos, a que si el aprendizaje aparece sujeto a un mero requisito por aprobar un curso y pasar de grado.⁽¹⁷⁾

El aprendizaje por descubrimiento es una expresión básica en la teoría de Bruner que denota la importancia que atribuye a la acción en los aprendizajes. La resolución de problemas dependerá de cómo se presentan estos en una situación concreta, ya que han de suponer un reto, un desafío que incite a su resolución y propicie la transferencia del aprendizaje.

El maestro en este proceso educativo deberá escoger y graduar las actividades propuestas de modo que permitan un avance real en el aprendizaje, deberá promover y coordinar las discusiones; al mismo tiempo deberá ubicar los momentos claves del proceso, donde pueda avanzar hacia la institucionalización de contenidos.

También es necesario que los maestros interioricen el enfoque actual, que sepan vivencialmente cómo es el aprendizaje a través de problemas, que sepan manejar situaciones problemáticas para promover el desarrollo de habilidades, respetando los procesos de los alumnos, y que aprendan a detectar cuándo éstos han logrado un avance en la construcción de un conocimiento.

(17) Citado en www.monografias.com

Con respecto a la acción del niño en el proceso de aprendizaje este es punto de partida y es meta. El aprendizaje se asume como un proceso en el cual el niño se va acercando, por aproximaciones sucesivas y a través de la acción y la experimentación, a nociones y contenidos matemáticos cada vez más formales.

Los niños pequeños requieren manipular material concreto. A medida que el niño avanza se irá desprendiendo del material concreto y comenzará a utilizar otras formas de representación; este proceso le permitirá avanzar por distintos niveles de generalización y abstracción. Por ejemplo, el libro de texto de matemáticas 5° grado tiene material recortable, el cual le permite a los niños analizar, comparar, buscar nuevas estrategias y comprender mejor la manera de resolver un problema.

En este enfoque, la socialización y comparación de los procedimientos utilizados por los alumnos es fundamental en el proceso. Según la teoría presentada por Bruner el aprendizaje debe ser descubierto activamente por el alumno más que pasivamente asimilado. Los alumnos deben ser estimulados a descubrir por cuenta propia, a formular conjeturas y a exponer sus propios puntos de vista.

Por ejemplo en un grupo de alumnos, se someten a comparación las respuestas a problemas matemáticos y se pide que expliquen a todos cuál fue el procedimiento que utilizaron para llegar a los resultados. Se analizan y comprueban en el pizarrón si son correctos o no, además de establecer semejanzas y diferencias entre los procedimientos correctos. El sujeto aprende de los otros y con los otros; en esa interacción desarrolla su inteligencia práctica y la de tipo reflexivo, construyendo e internalizando nuevos conocimientos o representaciones mentales a lo largo de toda su vida, de manera tal que los primeros favorecen la adquisición de otros y así sucesivamente.

En la Reforma 2009 de la SEP, el aprendizaje colaborativo consiste en que los alumnos formulen, comuniquen, argumenten y muestren la validez de enunciados matemáticos, poniendo en práctica reglas matemáticas y sociales. Esto se lleva a cabo a través de proyectos, que permiten atender diferentes aspectos que se vinculan con los aprendizajes, las relaciones docente-alumno, la organización de actividades y los intereses educativos en general. Por ello, al trabajar en equipos y comparar procedimientos, los niños aprenden a escuchar y respetar las ideas o aportaciones que hacen sus compañeros sobre un mismo tema a compartir resultados, a desarrollar habilidades, a seleccionar la mejor estrategia, a modificar sus aprendizajes y a comprender mejor. Vigotsky considera el aprendizaje como uno de los mecanismos fundamentales del desarrollo. En el modelo de aprendizaje que aporta, el contexto ocupa un lugar central y la interacción social se convierte en el motor del desarrollo, de aquí la importancia de

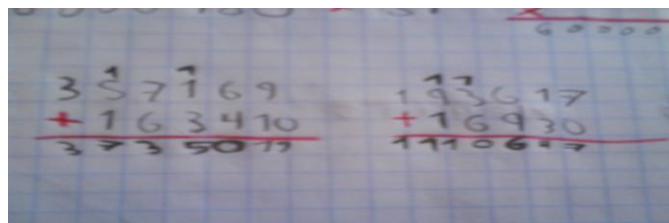
que sometan a discusión sus respuestas y puedan aprender de sus compañeros algunas estrategias para resolver operaciones matemáticas o bien, razonamientos matemáticos.

Los procesos de aprendizaje son las actividades que realizan los estudiantes para conseguir el logro de los objetivos educativos que pretenden. Constituyen una actividad individual, aunque se desarrolla en un contexto social y cultural, que se produce a través de un proceso de interiorización en el que cada estudiante concilia los nuevos conocimientos a sus estructuras cognitivas previas.

Para Piaget, los niños construyen el conocimiento cuando transforman, organizan y reorganizan el conocimiento previo. Para Vygotsky, el conocimiento del niño se construye a través de la interacción social con otros. Las implicaciones de la teoría de Piaget proveen el soporte a las estrategias de la enseñanza que motivan a los niños a explorar su mundo y a descubrir conocimientos. La principal implicación de la teoría de Vygotsky para la enseñanza es que deben establecerse múltiples oportunidades para que los estudiantes aprendan con otros maestros y compañeros más calificados. Los maestros fungen como asistentes o guías.

El procesamiento de la información también emerge como una perspectiva importante en el entendimiento del desarrollo cognitivo del niño. Esto se enfoca en cómo entra en la mente la información, cómo se guarda y se transforma y cómo se recupera para realizar actividades mentales tales como la solución de un problema y el razonamiento.

Por ejemplo a una estudiante de 5° grado le cuesta trabajo utilizar los conocimientos que tiene sobre los temas de matemáticas y siempre dice no saber qué hacer. El primer problema es que no lee y ni analiza lo que se le pide, otro es que las tablas de multiplicar no las tiene bien claras ni comprendidas, por lo tanto no entiende el procedimiento para la multiplicación y la división. Su falta de atención a lo que hace provoca en ella inseguridad y que no sepa cuáles y en qué momento utilizar los conocimientos que ya adquirió en grados anteriores. Además si cuando se le presentaron los conocimientos ella no tuvo voluntad, interés, atención y concentración necesarios para adquirir esos conocimientos, estos pueden ser frágiles y de corta duración. Como por ejemplo, esta niña no puso atención a lo que hacía y aunque sabe sumar no realiza correctamente las operaciones.



Piaget cree que los procesos cognoscitivos de los niños pasan por etapas durante las cuales adquieren diferentes clases de operaciones, hasta que finalmente llegan a la etapa más madura de todas, las de las operaciones formales durante la adolescencia. Los mecanismos principales que le permiten al niño avanzar desde una etapa hasta la siguiente son los de la asimilación, la acomodación y el equilibramiento.

La asimilación es la tendencia a relacionar un nuevo acontecimiento con una idea que uno ya posee. La acomodación es la tendencia a cambiar las ideas propias para que puedan unirse con un acontecimiento nuevo, inicialmente desconcertante.

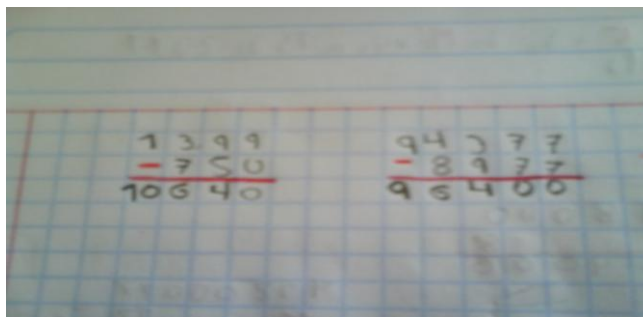
Para tener un poco más claros estos conceptos podríamos hablar de las operaciones básicas y nos podemos ubicar en el procedimiento para la sustracción, ya que cuando el niño se enfrenta al procedimiento de restar un número menor a uno mayor deben utilizar conocimientos previos como lo son las unidades, decenas, centenas, etc., que tiene un número. Todo esto para que quede claro que el pedir un número prestado es pedir una unidad mayor que la que se tiene y así poder formar un número mayor para poder restar el segundo número que queda como uno menor.

Por lo general los alumnos de 5° grado, no logran entender el porqué del procedimiento mencionado en el párrafo anterior, siguen dudando en operaciones como la siguiente:

$$\begin{array}{r} 160089 \\ - 23586 \\ \hline ***503 \end{array}$$

A partir de aquí ***, algunas niñas de 5° grado se preguntan si el cero que sigue se queda como diez o como nueve, y si el número que sigue pierde una unidad o la conserva. A pesar de la explicación que se les da, no logran comprender qué hacer, tardan algo de tiempo en asimilar y acomodar la información y el procedimiento que se debe seguir. El método de pedirle prestado una unidad al siguiente orden los confunde y no asimilan en qué número se convirtió el orden al que se le pidió.

Aquí presento una evidencia de lo que menciono.



Un contenido de aprendizaje, es necesario que la persona lo trabaje, lo construya y, al mismo tiempo, le asigne un determinado grado de significación subjetiva para que se plasme o concrete, un aprendizaje significativo que equivale a que se produzca una real asimilación, adquisición y retención del conocimiento dado.

La equilibración es el proceso por el cual el niño encuentra la solución entre la asimilación y la acomodación. Por ejemplo, los niños a esta edad han aprendido el procedimiento de pedir una unidad al número anterior, por ejemplo: el cero que está arriba del cinco se convierte en diez y así podemos restarle cinco, y así con los demás números que lo necesiten. Éste procedimiento es confuso para los niños ya que no han asimilado el orden que llevan los números, unidades, decenas, centenas, unidades de millar... y así poder acomodar el proceso de pedir prestada una unidad. En la siguiente sustracción las restas de cada columna son imposibles, por lo que se realiza el siguiente procedimiento:

| |
|-------|
| MCDU |
| 8 724 |
| - 968 |
| ----- |
| 7756 |

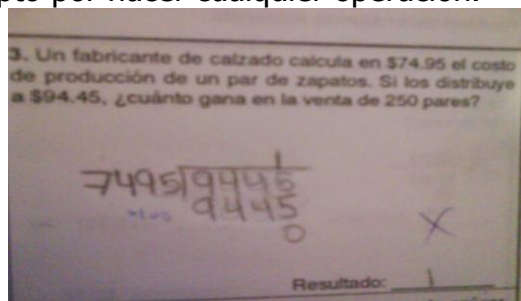
Ocho y seis nos da catorce (escribimos seis); uno y seis, da siete, y cinco, doce (escribimos cinco); uno y nueve, diez, y siete, diecisiete (escribimos siete); uno y siete, ocho (escribimos siete).

El número 8724 se convirtió en 7 millares + 16 centenas + 11 decenas + 14 unidades, para poder restar el número 968.

La enseñanza de las matemáticas implica la necesidad de que el profesor diseñe o selecciones actividades que promuevan la construcción de conceptos a partir de experiencias concretas, en las que los niños puedan observar, explorar e interactuar entre ellos y con el profesor. Practicar esta concepción de la enseñanza ofrece la oportunidad a los niños de concebir esta disciplina como un conjunto de herramientas funcionales y flexibles que les permitan entender y resolver diversos problemas que enfrenta en su entorno social y educativo.

En la concepción piagetiana el conocimiento se organiza en sistemas y solamente se adquiere significado, cuando el individuo lo contextualiza circunscribiéndolo coherentemente en su entorno. Por lo que un conocimiento por sí solo carece de valor si no está relacionado en un sistema lógico con otros conocimientos y todos ellos dentro de un contexto lógico.

En un grupo siempre se debe relacionar el tema que se explica con la vida diaria de los alumnos, pero a veces al alumno le cuesta trabajo identificar qué operación hacer para resolver un problema sencillo, incluso se les puede decir un ejemplo claro: si van a la tienda, gastan \$260 y pagan con un billete de \$500 ¿cuánto dinero les darán de cambio? Ellos pueden optar por decir que hay que sumar, pero siempre hay que pedir explicaciones, es decir, ¿por qué esa operación? Y que analicen si es lógica, ya que no les pueden regresar \$760. Los niños aprenden matemáticas de lo general a lo específico, es decir, de experiencias concretas relacionadas con objetos o situaciones de su vida cotidiana y que al interactuar con tales situaciones, los niños llevan a cabo procesos de abstracción de conocimientos y habilidades que le permiten comprender y confrontar los puntos de vista entre los niños y con el maestro; proceso de gran valor para el buen aprendizaje y construcción de conocimientos matemáticos. Una alumna hizo una división para resolver el problema, no lo analizó y buscó estrategias para resolverlo, simplemente optó por hacer cualquier operación.



Es necesario que recuerden la función de cada operación y en qué situaciones se pueden utilizar, ya que no deben adivinar, sino aplicar sus conocimientos previos. Pero algunas veces, como lo mencioné en el capítulo 2, aunque sepa realizar correctamente las operaciones, le cuesta la resolución de problemas simples en los que intervienen estas mismas operaciones. Hasta que no sea capaz de desligar el pensamiento de cada situación concreta, para aplicarlo a otras similares más complejas, no podrá realizar problemas de forma lógica.

Cuando un individuo se enfrenta a una situación, en particular a un problema matemático, intenta asimilar dicha situación a esquemas cognitivos existentes. Es decir, intentar resolver tal problema mediante los conocimientos que ya posee y que se sitúan en esquemas conceptuales existentes. Como resultado de la asimilación, el esquema cognitivo existente se reconstruye o expande para acomodar la situación. El binomio asimilación-acomodación produce en los

individuos una reestructuración y reconstrucción de los esquemas cognitivos existentes. Así se produciría un aprendizaje significativo en los alumnos que ya tienen asimilado el proceso de las operaciones básicas.

Piaget interpreta que todos los niños evolucionan a través de una secuencia ordenada de estadios. La interpretación que realizan los sujetos sobre el mundo es cualitativamente distinta dentro de cada período, alcanzando su nivel máximo en la adolescencia y en la etapa adulta. Así, el conocimiento del mundo que posee el niño cambia cuando lo hace la estructura cognitiva que soporta dicha información.

El niño va comprendiendo progresivamente el mundo que le rodea del siguiente modo:

a) Mejorando su sensibilidad a las contradicciones. Hacia los 5 o 6 años sostiene que por una parte son todos iguales y por otra son diferentes, sin encontrar en esta afirmación ninguna contradicción. Los niños desde aproximadamente los 7 hasta los 10 años, se dan cuenta de la contradicción que existe, pero tienen dificultades para explicarla. A partir de los 11 años, no sólo se dan cuenta de la contradicción sino que señalan la necesidad de que los discos contiguos, aunque parezcan iguales, en realidad no lo son, y descubren que es la suma de esas diferencias imperceptibles, la que produce una diferencia perceptible entre los discos de los extremos.

b) Realizando operaciones mentales: Según Piaget, el niño hasta los 6/7 años no es capaz de realizar operaciones mentales, por esta razón, su mente opera de forma preoperacional.

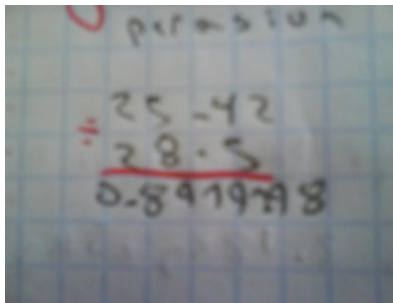
c) Comprendiendo las transformaciones: La adquisición secuencial de las habilidades de conservación se dan a los 5-7 años en la magnitud del número, a los 7-8 años la de sustancia (hasta los 7 u 8 años los niños suelen afirmar que la cantidad se ha modificado en función de su ubicación espacial), a los 7-8 la de longitud, el área a los 8-9 años, el peso entre los 9-10 años (la conservación se da entre los 9-10 años) y el volumen por último entre los 12 y 14 años.

d) Adquiriendo la noción de número. Un niño normal necesita alrededor de cinco años (desde los 2 hasta los 7) para aprender a manejar coherentemente los números hasta el 9.

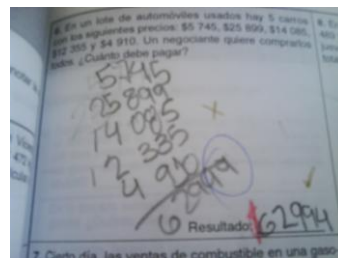
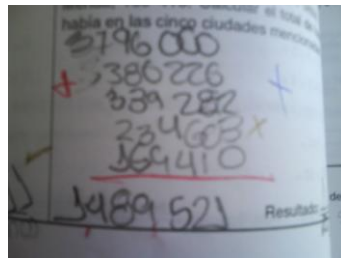
Es frecuente que los niños adquieran el conocimiento pero sin comprenderlo, es decir, suelen aprender datos, definiciones y procedimientos sin llegar a comprender realmente lo que están aprendiendo. Este tipo de conocimiento adquirido de memoria tiende a aplicarse mecánicamente. Las operaciones aritméticas tradicionalmente se han enseñado de forma memorística, sin base de

razonamiento alguno. La teoría de conjuntos cae en la axiomatización sin conducir al niño a través del juego y la experimentación, a alcanzar por inducción el descubrimiento de las realidades matemáticas, lo que ha presentado un problema que se encuentra: en la visión del maestro hacia las matemáticas, en las actividades propuestas para enseñar matemáticas y en la concepción de los alumnos de los contenidos matemáticos.

Una alumna de 5° grado, piensa que todo lo que se le enseña debe aprenderse tal y como se le explicó y así aplicarse, no acomoda la información y todo lo hace mecánico, aplica ilógicamente los conceptos y procedimientos; pero saber matemáticas es poder razonar, analizar, deducir y comprender las relaciones lógicas y abstractas de los números y no sólo hacer procedimientos mecánicos. Evidencia de esto es lo siguiente, ya que coloca la operación como una resta y coloca el signo de división,



o bien, no alinea bien las unidades con las unidades, decenas con decenas y aún así la realiza, pero de manera incorrecta por hacerlo de forma mecánica.

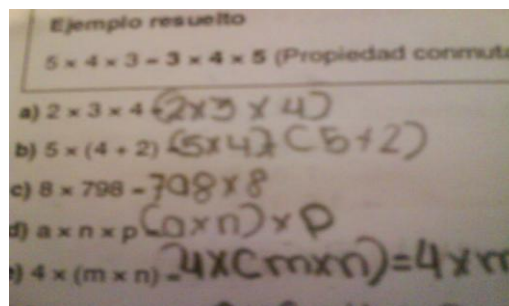
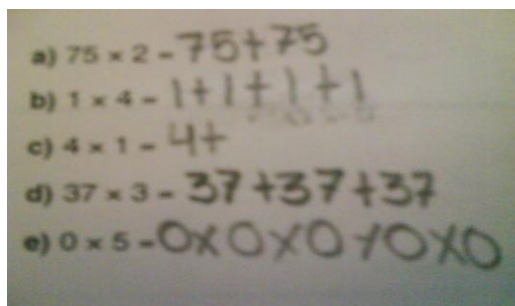


El aprendizaje memorístico es aquel en el que los contenidos están relacionados entre sí de modo arbitrario, es decir, careciendo de todo significado para la persona que aprende. Ausubel admite que, en muchos momentos del aprendizaje escolar o extraescolar, puede haber aspectos memorísticos. Pero el aprendizaje memorístico va perdiendo importancia gradualmente a medida que el niño adquiere más conocimientos, ya que al aumentar éstos se facilita el establecimiento de relaciones significativas con cualquier material.

Cuando los niños llegan a quinto grado, las tablas de multiplicar ya debieron de estar memorizadas no de manera ordenada, sino de manera alternada. Algunas

alumnas, cuando trabajan con multiplicaciones y divisiones, deben repasar desde el principio cada tabla de multiplicar o bien utilizan la calculadora. Pierden el tiempo y se olvidan del procedimiento para la multiplicación, las unidades que llevan y revuelven los resultados. Ellas aún no llegan a relacionar significativamente que las tablas de multiplicar las utilizarán en éstas operaciones y en otros cálculos, sin que interrumpan el proceso para cada operación y que es importante que las sepan correctamente.

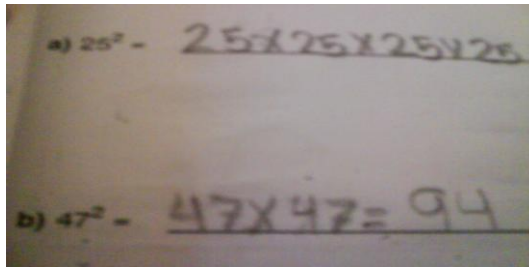
La amplitud de los programas de los cursos, la rapidez con que éstos se imparten, la falta de ejemplos que muestren la relación de las materias con el resto del currículum y la escasa motivación con que los emprenden, no permiten al alumno ubicar correctamente el contenido, limitando su esfuerzo a estudiar para pasar los exámenes, material que olvida en su mayor parte, los niños carecen de muchas veces de oportunidades para descubrir relaciones matemáticas de manera significativa. Por ejemplo, la operación 3×2 (contar 3 dos veces) y 2×3 (contar 2 tres veces), les permitiría comprender la propiedad conmutativa y que el orden de los factores no altera el producto, además verán que el resultado es el mismo. Desde el segundo grado se ven estas propiedades de las operaciones básicas, no todos los niños logran asimilar las relaciones que hay entre ellas y cuando llegan a 5º grado se les dificultan aún más las matemáticas porque creen que son difíciles. No podemos detenernos a explicar los procedimientos o generar habilidades que debieron aprender en grados anteriores, pero sin embargo es posible despertar en los estudiantes el gusto por esta importante materia y hacer más eficaz su aprendizaje si se recurre a una serie de recursos sencillos y atractivos para ellos.



Algunos de estos materiales podrían ser lotería con las multiplicaciones, un memorama con operaciones básicas, pero es necesario darnos cuenta que cualquier recurso didáctico, no beneficia en la formación del educando, únicamente el material que, por poseer ciertas características, le permita asimilar permanentemente en sus distintos niveles de desarrollo, el mundo físico y social que lo rodea. Una de las características importantes que debe reunir el recurso didáctico es la de tomar en cuenta la etapa de desarrollo por la que atraviesa el alumno.

Otros niños tienen dificultades para comprender y aprender matemáticas en la escuela porque no pueden establecer una conexión entre el simbolismo formal y su matemática práctica y cotidiana. Por ejemplo, si se les presentan expresiones como $4 \times 3 = 4 + 4 + 4$ y éstas no están relacionadas con sus conocimientos previos (conocimientos personales que se elaboran de manera intencional o espontánea, referidos a conceptos, procedimientos y actitudes), ésta expresión puede limitarse a ser memorizada. Por lo tanto la enseñanza en vez de ayudar al niño a comprender una idea matemática importante, no hace más que imponerle datos inútiles para su vida cotidiana.

Un ejemplo de esto es lo que hizo éste alumno.



El aprendizaje significativo es generalmente más eficaz que el aprendizaje memorístico, esto se debe a tres ventajas esenciales de la comprensión o asimilación sobre la repetición: producir una retención más duradera, facilitar nuevos aprendizajes relacionados y producir cambios profundos.

Según Ausubel para que se produzca un aprendizaje significativo es preciso que tanto el material que debe aprenderse como el sujeto que debe aprenderlo cumplan ciertas condiciones. Para que haya aprendizaje significativo, el material debe estar compuesto por elementos organizados en una estructura, de tal forma que las distintas partes de esa estructura se relacionen entre sí.

Pero no siempre los materiales estructurados con lógica se aprenden significativamente. Para ello es necesario, en primer lugar una predisposición de la persona para el aprendizaje significativo.

Por más significativo que sea un material, si el alumno no está dispuesto a esforzarse en relacionar y se limita a repetir el material, no habrá aprendizaje significativo.

Un niño de quinto grado que una que otra vez no pone atención a la clase, por más significativo que sea el tema, el material y las actividades, el principal problema es que siempre está pensando en otras cosas, está cansado por su entrenamiento de beisbol e incluso se duerme. En este caso, el alumno no logra

tener un aprendizaje significativo y tampoco memorístico porque su actitud hacia el aprendizaje no es la más viable.

Los motivos que un alumno puede tener para no interesarse en aprender significativamente un material, señala Ausubel, se debe a dos situaciones: la predisposición para el aprendizaje significativo en el alumno, induciendo un aprendizaje memorístico. Otra razón consiste en que, por un nivel generalmente elevado de ansiedad o por experiencias de fracasos crónicos en un tema dado, carecen de confianza en sus capacidades para aprender significativamente y de ahí que, aparte del aprendizaje por repetición, no encuentren ninguna otra alternativa.

Una alumna de quinto grado siempre dice "no sé" cuando se le presenta una operación matemática, por más que trate de memorizar la información, por más que se le explique, o lea varias veces no confía en ella, además en los ciclos anteriores a quinto no le daba importancia a aprender, la hacían menos porque nunca preguntaba, no cumplía con tareas, estaba aislada del grupo por su inseguridad. Esto la perjudicó, por una parte su actitud y otra que no desarrolló las habilidades necesarias en cada grado escolar, además de que sus maestros no le dieron las estrategias suficientes para que ella se hiciera capaz de resolver problemas matemáticos. Ahora que está en quinto grado tiene la oportunidad de cambiar su actitud confiando en que las matemáticas no son difíciles, solo necesitan atención y dedicación, además con estrategias acordes a las habilidades que tenga, logrará adquirir capacidades necesarias para resolver operaciones básicas y problemas que las contengan.

Para que se produzca un aprendizaje significativo, además de un material con significado y una predisposición por parte del sujeto, es necesario que la estructura cognitiva del alumno contenga ideas con las que pueda ser relacionado el nuevo material.

Para poder resolver operaciones básicas necesitamos de ciertos conocimientos previos como lo son las tablas de multiplicar y las propiedades de los números, éstos se consideran como conocimientos previos y algunos alumnos de quinto grado no los tienen muy claros. Debido a ésta situación los niños no pueden relacionar lo que se les enseña, porque no hay conocimientos que les permitan enlazar contenidos.

El aprendizaje significativo es producto siempre de la interacción entre un material o una información nueva y la estructura cognitiva preexistente. La mayor parte de los significados se reciben, no se descubren, el aprendizaje significativo es la vía por la que las personas asimilan la cultura que les rodea.

Desde una visión vigotskiana el aprendizaje implica el entendimiento e internalización de los símbolos y signos de la cultura y grupo social al que se pertenece, los alumnos se apropian de las prácticas y herramientas culturales a través de la interacción con miembros más experimentados. De ahí la importancia que en esta aproximación tienen los procesos del andamiaje del docente y los pares, la negociación mutua de significados y la construcción conjunta de los saberes. La alumna que se mencionó cuatro párrafos arriba, la cual no interactuó mucho con sus compañeros, no pudo intercambiar puntos de vista y además no dejaba que le ayudaran a resolver sus deudas, además de que era callada y retraída, de aquí parte de los problemas a los que se enfrenta en quinto grado respecto a la resolución de las operaciones básicas y resolución de problemas.

La Zona de Desarrollo Próximo (ZDP, es la distancia entre el nivel real de desarrollo y el nivel de desarrollo potencial) es el término que utilizó Vygotsky (1998) para el rango de las tareas que resultan muy difíciles para que los niños las realicen solos, pero pueden aprender con la guía y asistencia de los adultos o de otros niños diestros. Es decir, la idea es que los que saben más o son más diestros comparten sus conocimientos y habilidades con los que saben menos para completar un conocimiento. La diferencia entre la edad mental de los niños y el nivel de desempeño que lograron con la colaboración de los adultos, define la zona de desarrollo próximo. Así, la ZDP involucra tanto las destrezas cognitivas en proceso de maduración en el niño, como su nivel de desempeño con la ayuda de una persona más calificada.

La teoría de Vygotsky es un enfoque constructivista social, que pone énfasis en los contextos sociales del aprendizaje y en que el conocimiento se construya. Vygotsky pensaba que un niño pequeño usa lenguajes no sólo para comunicarse con los demás, sino también para planear, guiar y monitorear su comportamiento como autorregulador. En un grupo de quinto grado es necesario que den su propio concepto del tema que se esté viendo, por ejemplo qué es la sustracción, para saber si sus posibles respuestas son: "quitar, sustraer, disminuir, restar", y así identificar qué concepto tienen de la operación básica y partir de ahí y reforzar los conceptos además de compartirlos y generar estrategias que los ayuden a utilizarlas en el momento adecuado. Esto lo considero importante porque en el aprendizaje significativo se requiere que el niño forme su propio conocimiento y lo comunique para que refuerce el concepto que tiene del tema, o bien modificarlo si es necesario.

Las teorías de Piaget y de Vygotsky, remarcan que los niños construyen activamente su conocimiento y entendimiento mucho mejor que si son receptáculos pasivos. Esto apoya lo que debe ser un aprendizaje significativo, ya que lo que el niño aprende debe servirle para su vida diaria y futura y no sólo para el momento.

Según Ausubel, un aprendizaje es significativo cuando puede relacionarse con lo que el alumno ya sabe. En otras palabras, un aprendizaje es significativo cuando puede incorporarse a las estructuras de conocimiento que posee el sujeto. Para ello es necesario que el alumno disponga de los requisitos cognitivos necesarios para asimilar ese significado. En el Plan Anual de 1993 de la SEP, las operaciones básicas van aumentando de dificultad a lo largo de los seis grados. El aumento en la dificultad no radica solamente en el uso de números de mayor valor y sino en la variedad de problemas que se resuelven con cada una de las operaciones y en las relaciones que se establecen entre los datos.

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, de conceptos y de proposiciones.

El aprendizaje de representaciones es del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos.

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo, el aprendizaje de la palabra "menos", ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, o se convierte en equivalente para la resta que el niño está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el niño los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

Se debe fomentar el aprendizaje de conceptos y enlazar los conocimientos previos con estos conceptos. Ausubel, define los conceptos como objetos, eventos, situaciones o propiedades que poseen atributos de criterio comunes y que se designan mediante algún símbolo o signo. Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, de allí que los niños aprendan el concepto a través de varios encuentros con el objeto y los de otros niños.

El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva. Por ello en el caso de las operaciones básicas como la resta, el niño podrá distinguir distintas maneras de identificar en un problema matemático los sinónimos de la palabra sustracción como lo es "diferencia y resta" y afirmar que se trata de esa misma operación, sólo que con un sinónimo.

A medida de que el niño va recibiendo instrucción formal se iría produciendo cada vez en mayor grado una asimilación de conceptos consistente en relacionar los nuevos conceptos con otros anteriormente formados y existentes en la mente del niño. Por ello, en la escuela primaria se trabaja por ciclos, cada grado tiene continuidad para el otro: en primer grado se trabajan sumas y restas sin transformaciones; en segundo grado, sumas y restas con transformación, hay una introducción a la multiplicación por medio de arreglos rectangulares; en tercer grado, planteamiento y resolución de problemas con suma y resta, algoritmo de la multiplicación hasta de dos cifras y terminados en ceros; en cuarto grado planteamiento y resolución de problemas de suma, resta y multiplicación, se inicia la división; en quinto grado, planteamiento y resolución de problemas que lleven a la descomposición de sumandos y factores, problemas que requieran dos o más operaciones, uso de calculadora.

Según Ausubel el aprendizaje de conceptos procede fundamentalmente de lo general a lo específico. Algunos niños tienen dificultades cuando se les presentan problemas aritméticos de manera verbal como ¿Cuánto es cinco menos tres?, ya que lo resuelven correctamente, pero cuando es de manera escrita lo responden incorrectamente. Si los niños no relacionan el símbolo "menos" con su comprensión con sus conocimientos previos de la sustracción (como quitar) no podrán emplear su procedimiento informal para restar. Inseguros respecto al significado del signo, los niños se limitan a sumar.

La enseñanza significativa de las matemáticas tiene que tomar en cuenta los conocimientos matemáticos que traen los niños y basarse en ellos, es decir la enseñanza deberá organizarse teniendo en cuenta los conocimientos prácticos de los niños. Generalmente los conocimientos previos se adquieren en la escuela y en otros ámbitos de la vida como el familiar y el comunitario; es decir que se construyen a partir de lo que el entorno natural y social enseña al individuo de manera directa o indirecta, de forma planeada o espontánea.

El docente al comenzar su labor en el aula realiza un diagnóstico de las ideas previas que tiene el alumno, paralelamente construye una clase atractiva y participativa, donde se desarrolle la comunicación permitiendo que exprese las múltiples opiniones referentes al tema que se está estudiando.

El maestro se convierte sólo en el mediador entre los conocimientos y los alumnos, ya no es él el que simplemente los imparte, sino que los alumnos participan en lo que aprenden, pero para lograr la participación del alumno se deben crear estrategias que permitan que el alumno se halle dispuesto y motivado para aprender. Gracias a la motivación que pueda alcanzar el maestro el alumno almacenará el conocimiento impartido y lo hallará significativo o sea importante y relevante en su vida diaria.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información se une con un concepto relevante ya existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas y conceptos pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas y conceptos relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de anclaje a las primeras. Involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Básicamente está referido a utilizar los conocimientos previos del alumno para construir un nuevo aprendizaje. El maestro se convierte sólo en el mediador entre los conocimientos y los alumnos, ya no es él el que simplemente los imparte, sino que los alumnos participan en lo que aprenden, pero para lograr la participación del alumno se deben crear estrategias que permitan que el alumno se halle dispuesto y motivado para aprender.

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones, de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva. De no existir una correspondencia entre el nuevo conocimiento y las bases con las que cuenta el individuo, no se puede hablar de un aprendizaje significativo.

La teoría presentada por Bruner plantea que el aprendizaje consiste en una reorganización interna de ideas previamente conocidas; con la finalidad de ir más allá de los datos organizados, es decir, llegar a conocimientos más profundos.

El aprendizaje debe ser descubierto activamente por el alumno más que pasivamente asimilado. Los alumnos deben ser estimulados a descubrir por cuenta propia, a formular conjeturas y a exponer sus propios puntos de vista. El aprendizaje por descubrimiento es una expresión básica en la teoría de Bruner que denota la importancia que atribuye a la acción en los aprendizajes. La resolución de problemas dependerá de cómo se presentan estos en una situación concreta, ya que han de suponer un reto, un desafío que incite a su resolución y propicie la transferencia del aprendizaje.

Cuando le planteo problemas a mis alumnos que tengan que ver con operaciones básicas trato de que sean problemas reales y que los inciten a razonar, ya que si se los pongo muy sencillos y en los que puedan deducir fácilmente que operación lo resuelve, no pondrán en juego sus habilidades y mucho menos utilizarán la estrategia necesaria para resolver problemas matemáticos. Con los razonamientos que les doy ellos seleccionan la información

que les sirve, desechan la que no les ayudará a resolver el problema y aplican los conocimientos previos que tienen, en conjunto con los conocimientos nuevos.

Entre las ventajas del aprendizaje por descubrimiento se encuentran:

- Enseña al alumno la manera de aprender los procedimientos.
- Produce en el alumno automotivación y fortalece su autoconcepto.
- Desarrolla su capacidad crítica al permitirle hacer nuevas conjeturas.
- El alumno es responsable de su propio proceso de aprendizaje.

La utilización del descubrimiento y de la intuición es propuesta por Bruner en razón de una serie de ventajas didácticas como son: un mayor potencial intelectual, motivación intrínseca, procesamiento de memoria y aprendizaje de la heurística del descubrimiento.

A partir de lo anterior, en relación con la construcción de conocimientos y el aprendizaje significativo, se puede decir que la construcción del conocimiento es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido de que el estudiante selecciona, organiza y transforma la información que recibe de diversas fuentes, estableciendo relación entre dicha información y sus conocimientos previos. Desde esta perspectiva el acto de aprender implica la atribución de significados por parte del estudiante que construye una representación mental a partir de imágenes, palabras, modelos o esquemas sobre el conocimiento.

Aprender a aprender es importante en nuestros días para todas las personas, ya que en una sociedad como la nuestra donde permanentemente estamos bombardeados de información, es necesario saber organizar esta información, seleccionar lo más importante, saber utilizar más tarde ese conocimiento, etc. Estas tareas requieren tener asimiladas una serie de estrategias y su puesta en práctica.

CAPÍTULO 5

Propuesta de estrategias didácticas para la resolución de operaciones básicas

La capacidad de aplicar los conocimientos matemáticos a la vida cotidiana, a otros campos de conocimiento o a estudios superiores no depende exclusivamente de cuáles son estos contenidos, sino también de cómo han sido construidos y utilizados en la escuela. Dicho de otra manera, estudiar contenidos matemáticos como las operaciones aritméticas no garantiza que se sepan aplicar oportunamente en ocasiones posteriores. La realización de un aprendizaje significativo exige que el alumno observe, se haga preguntas, formule hipótesis, relacione los conocimientos nuevos con los que ya posee.

Según la propuesta curricular del Plan y Programas de Estudio, Educación Primaria, 1993, se deben llevar a las aulas actividades de estudio que despierten el interés de los alumnos y los inviten a reflexionar, a encontrar diferentes formas de solucionar los problemas y a formular argumentos que validen los resultados. El conocimiento de reglas, algoritmos, fórmulas y definiciones sólo es importante en la medida en que los alumnos lo puedan usar, de manera flexible, para resolver problemas. Con conocimientos y las habilidades para trabajar con las combinaciones básicas, los niños tendrán menos dificultades para comprender y aprender la suma, la resta, la multiplicación y la división. Los contenidos del eje de los números, sus relaciones y sus operaciones referentes a las operaciones básicas refieren que los alumnos deben desarrollar ciertas habilidades de conteo y de cálculo mental para poder llegar a la comprensión y aplicación de los conceptos. Con estos contenidos se pretende generar en los alumnos las habilidades necesarias para que no sólo dominen la mecánica de las operaciones, sino sobre todo que comprendan el significado real de cada tipo de operación proporcionando, por ejemplo, modelos alternativos de representación y que conozcan además su utilidad práctica.

Desde el año 2009 se realizó una reforma al Plan de Estudios de Educación Primaria en fase piloto. En el ciclo 2009-2010 se comenzó a trabajar con ésta reforma en 1° y 6° grado, en el ciclo 2010-2011 se inició con los grupos de 2° y 5° grado. Con esta Reforma Integral de la Educación Básica 2009 se pretende ofrecer una educación básica que contribuya al desarrollo de competencias para mejorar la manera de vivir y convivir en una sociedad más compleja. Además su propósito central se basa en competencias, las que implican un saber hacer (habilidades) con saber (conocimientos), así como la valoración de las consecuencias de ese hacer (valores y actitudes) puestas en práctica para el logro de propósitos en contextos y situaciones diversas.

Abordar el estudio de las matemáticas es esencialmente la misma que se sugiere en los programas de 1993 para la educación primaria; lo que aportan los programas 2009 es mayor precisión en cuanto a lo que se sugiere hacer para que los alumnos aprendan, mayor claridad en cuanto al desafío que representa para los profesores esta manera de estudiar y, como consecuencia, más elementos que pueden servir de apoyo para el trabajo diario. Respecto a los contenidos ahora se organizan en tres ejes temáticos, que coinciden con los de secundaria: Sentido numérico y pensamiento algebraico; Forma, espacio y medida y Manejo de la información. De los cuales el primero es donde se ubica el estudio de la aritmética y del álgebra.

En el programa de matemáticas de la RIEB 2009, se espera que los alumnos desarrollen competencias, las cuales son:

- *Resolver problemas de manera autónoma.* Ésta competencia implica que los alumnos sepan identificar, plantear y resolver diferentes tipos de problemas o situaciones, en las que ellos sean capaces de resolverlo utilizando más de un procedimiento que le sea eficaz.
- *Comunicar información matemática.* Comprende la posibilidad de expresar, representar e interpretar información matemática contenida en una situación.
- *Validar procedimientos y resultados.* Confianza para expresar sus procedimientos y defender sus aseveraciones con argumentos.
- *Manejar técnicas eficientemente.* Se refiere al uso eficiente de procedimientos y formas de representación al efectuar cálculos, con o sin apoyo de calculadora. **Esta competencia no se limita al uso mecánico de las operaciones aritméticas; apunta principalmente al desarrollo del significado y uso de los números y de las operaciones, que se manifiesta en la capacidad de elegir adecuadamente la o las operaciones al resolver un problema; en la utilización del cálculo mental y la estimación, en el empleo de procedimientos abreviados o atajos a partir de las operaciones que se requieren en un problema y en evaluar la pertinencia de los resultados.**

El ser pedagoga me permite abordar los problemas y características de los procesos educativos a través del conocimiento y manejo adecuado de distintos enfoques para explicar, describir, aplicar y evaluar propuestas pedagógicas que contribuyan al mejoramiento de la calidad educativa por lo que considero que mi tesis coincide con lo que se pretende en esta Reforma 2009, ya que las habilidades son uno de los elementos que junto con los conocimientos y actitudes lograrán que el alumno sea competente. Además de que propongo que los niños construyan su propio conocimiento, que su aprendizaje sea significativo, así como desarrolle estrategias para la solución de problemas de distinta índole. También es

importante mencionar que la reforma plantea lo que propongo en mi manual: que existen diversas estrategias para solucionar problemas y que hay que usar al menos una y que el alumno debe usar sus conocimientos previos y reestructurarlos para aplicarlos en otras situaciones nuevas. Así como también que hay que utilizar secuencias didácticas que despierten el interés de los alumnos y los hagan reflexionar, así como también a encontrar diversas formas de resolver problemas.

Así como hay semejanzas entre el enfoque de mi propuesta y la RIEB, también puedo encontrar diferencias, como por ejemplo que ahora no sólo se tienen que generar sólo habilidades en el alumno, sino competencias que impliquen conocimientos, habilidades y actitudes. Otra diferencia es que el eje de los números, sus relaciones y sus operaciones ya no se llama así, ahora es sentido numérico y pensamiento algebraico, el cual alude a los fines más relevantes del estudio de la aritmética y de álgebra. También ya no existen los propósitos, sino ahora son aprendizajes esperados que señalan de manera sintética los conocimientos y habilidades que todos los alumnos deben alcanzar como resultado del estudio de varios contenidos.

En la RIEB 2009 hacen énfasis en que poseer sólo conocimientos y habilidades no significa ser competente, sino que el alumno debe de saber hacer con saber y con conciencia del efecto de ese hacer.⁽¹⁸⁾

Es importante mencionar que la Reforma 2009 pretende que el maestro diseñe estrategias didácticas para que el alumno adquiera habilidades matemáticas y mi propuesta, en parte tiene esa función, de apoyar al docente para que guíe al alumno hacia el dominio de conocimientos, de habilidades y hábitos que contribuyan a un proceso de aprendizaje para resolver operaciones básicas de manera significativa. Además de que se pueden desarrollar ciertas competencias con las estrategias que propongo, las cuales son:

- Resuelve problemas que impliquen multiplicar o dividir números naturales empleando los algoritmos convencionales.
- Resuelve problemas aditivos con números fraccionarios o decimales, empleando los algoritmos convencionales.

Aunque también todas las competencias que propone el programa de Matemáticas se pueden desarrollar con las estrategias que propongo en el manual para el maestro.

(18) Perrenoud, Philippe. Construir las competencias desde la escuela. Dolmen Ediciones. Santiago de Chile, 1999.

Cuando el alumno es consciente de las propias habilidades e inhabilidades, puede darse cuenta de si se es competente o no para hacer algo para no olvidar un dato, un objeto, una fórmula. Esto situará al niño en la posibilidad de hacer una autoevaluación de los recursos y de efectuar cambios propositivos en la utilización que hace de los procedimientos que conoce y en los medios que utiliza para aprender nuevos procedimientos. Esto puede conducir al alumno a activar estrategias de aprendizaje. El estudiante, cuando pone en marcha una estrategia, debe tomar en cuenta tres momentos de toda actuación estratégica: planificación, regulación y evaluación, es decir, tiene que detenerse a pensar y planificar sus acciones, anticipando, en parte, los efectos que tendrán en relación al objetivo perseguido. Una vez iniciada la estrategia, debe regular su desarrollo con la finalidad de introducir cambios cuando considere que la consecución del objetivo pueda estar equivocada.

Muchas y variadas han sido las definiciones que se han propuesto para conceptualizar a las estrategias de aprendizaje, sin embargo en términos generales, una gran parte de ellas coinciden en los siguientes puntos:

- Son procedimientos.
- Pueden incluir varias técnicas, operaciones o actividades específicas.
- Persiguen un propósito determinado: el aprendizaje y la solución de problemas académicos y/o aquellos otros aspectos vinculados con ellos.
- Son más que los "hábitos de estudio" porque se realizan flexiblemente.
- Pueden ser abiertas (públicas) encubiertas (privadas).
- Son instrumentos socioculturales aprendidos en contextos de interacción con alguien que sabe más.

Con base en estas afirmaciones una definición más formal acerca del tema sería: una estrategia de aprendizaje es un procedimiento (conjunto de pasos o habilidades) que un alumno adquiere y emplea de forma intencional como instrumento flexible para aprender significativamente y solucionar problemas y demandas académicas.⁽¹⁹⁾

(19) Díaz B., F. y Hernández R., G. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. McGraw Hill. México,1999.

Un ejemplo de ello es si comparamos dos ejercicios de cálculo mental: 3×12 y 365×136 . En el primer caso, si se tiene el hábito de multiplicar únicamente se debe aplicar el algoritmo de la multiplicación para obtener el resultado preciso.

$$3 \times 10 = 30, \quad 3 \times 11 = 33, \quad \underline{3 \times 12 = 36}$$

En el segundo caso, en cambio, la magnitud de los términos nos obliga a pensar en algún procedimiento alternativo al de la aplicación directa del procedimiento algorítmico. Nos vemos obligados a adoptar una estrategia de cálculo, es decir, a decidir conscientemente un procedimiento de resolución que tendría que tener en cuenta, no sólo las cifras, sino también las condiciones de la situación donde se propone el ejercicio.

$$\begin{array}{r} 365 \\ \times 136 \\ \hline 2190 \\ 1095 \\ 365 \\ \hline 49640 \end{array}$$

De esta manera una estrategia de aprendizaje sería un proceso de toma de decisiones, consciente e intencional, que consiste en seleccionar los conocimientos, conceptuales, procedimentales y actitudinales, necesarios para cumplimentar un determinado objetivo, siempre en función de las condiciones de la situación educativa en que se produce la acción.

El maestro debe proporcionarle al alumno práctica frecuente para usar la información como para recordarla para que luego adquiriera el hábito de relacionar la nueva información a lo que ya conoce y debe presentarle la información de manera tal que pueda conectarse e integrarse en las estructuras de conocimientos previamente establecidos, es decir, se le pueden presentar una serie de ejemplos elaborados para demostrar un concepto o principio matemático que le permitan entender y aplicar los mismos a situaciones en donde deba hacer uso de los conceptos establecidos para la solución de cualquier tipo de problema.

Las estrategias promueven un aprendizaje autónomo, independiente, de manera que el control del aprendizaje vaya pasando de las manos del profesor a las manos de los alumnos. Esto es especialmente provechoso cuando el estudiante es ya capaz de planificar, regular y evaluar su propio aprendizaje. Enseñar estrategias de aprendizaje implica enseñar a reflexionar sobre las condiciones cambiantes de cada situación y ajustar la propia actuación a estas condiciones.

De aquí que una intervención pedagógica en este aspecto del desarrollo, puede jugar un papel decisivo: impulsando proyectos de innovación educativa que integren gradualmente la enseñanza de estrategias de aprendizaje en el seno de las programaciones didácticas de todas y cada una de las materias y asignaturas que se imparten. Además, que los estudiantes se apropien de las estrategias adecuadas para enfrentarse a problemas de aprendizaje depende de que el docente, como lo es mi caso, sea capaz de emitir la ayuda apropiada en el momento oportuno. El pedagogo también puede auxiliar a los profesores a analizar los diferentes tipos de estrategias didácticas que ponen en juego durante las interacciones con sus alumnos y facilitar la introducción de modificaciones que la optimicen. A continuación enumero otras de las intervenciones que puede tener el pedagogo en éste proceso de enseñanza aprendizaje.

- Procurar que el profesor desarrolle ayudas directamente dirigidas a asistir a la comprensión e interiorización del contenido disciplinar.
- Vigilar que la ayuda hacia el alumno se dé en función de ayudas centradas en la decisión de estrategias adecuadas.
- Análisis de demandas del profesor y en la calidad de las respuestas de los alumnos, en función de los objetivos de enseñanza-aprendizaje.
- Con respecto al alumno auxiliarlo en su falta de comprensión del texto matemático, como: la relectura del texto, profundizar en las palabras clave, la utilización de dibujos, modelos matemáticos y representaciones, la re verbalización del problema, entre otras.
- Concientizar a los docentes de la necesidad de ampliar la oferta de trabajo de los alumnos del ejercicio hacia el problema.
- Valorar el nivel de diversificación de los métodos de resolución que propone tanto el alumno como el profesor.
- Revisar y comprobar los procesos de resolución del problema.

Así maestro y alumno se darían cuenta de que es importante que se desarrollen habilidades matemáticas para que las personas sean competentes en cada uno de los conocimientos que activen, es decir, explicar con exactitud y claridad un concepto o un principio, ejecuten con precisión y fluidez un procedimiento o se comporten de manera adecuada en relación a una actitud, un valor o una norma. Para ello, el profesor aparte de ser un buen conocedor de su materia y transmitir los contenidos que lo conforman, sería capaz de reflexionar y tomar decisiones respecto a cómo plantear la enseñanza de los contenidos curriculares en el aula de manera que facilite la utilización de estrategias y ayude a sus alumnos a aprender. Enseñar estrategias de aprendizaje implica enseñar a reflexionar sobre las condiciones cambiantes de cada escenario y ajustar la propia actuación a estas condiciones.

Las estrategias de aprendizaje, no se aprenden de manera espontánea, sino que mantienen una estrecha relación con las actividades de enseñanza-aprendizaje que se realizan en el aula. La manera en que el profesor presente el conocimiento, la cantidad y tipo de información que ofrezca, las preguntas que formule o el método de evaluación que utilice, pueden favorecer en mayor o menor medida en el desarrollo y la utilización adecuada de habilidades metacognitivas y de estrategias de aprendizaje.

Un alumno que no utiliza estrategias podría:

- 1.- Tener dificultades en el reconocimiento y el análisis de los elementos que constituyen un problema, es decir, no descubrirá la información más elemental que proporcionan: datos, situación...
- 2.- No elaborar predicciones sobre la(s) posible(s) respuesta(s) disminuyendo la oportunidad de contrastar posteriormente esta anticipación en función de su significado y funcionalidad.
- 3.- Omitir alguna variable importante, por falta de comprensión, o bien no seguir buscando información que completaría su respuesta.

En cambio, un alumno que utiliza estrategias:

- 1.- Desarrolla procesos cognitivos como recibir, interpretar, organizar, aplicar, recordar y resolver que le permitirán resolver una operación básica o un problema matemático.
- 2.- Si el estudiante selecciona, organiza y elabora los conocimientos (es decir, utiliza estrategias) su aprendizaje será constructivo y significativo.
- 3.- Podrá utilizar la estrategia adecuada al problema, es decir, tendrá la posibilidad de modificarla o cambiarla por una más eficaz.
- 4.- El alumno será autónomo y responsable de su propio aprendizaje, ya que será capaz de planificarlo, regularlo y evaluarlo.
- 5.- Tendrá las herramientas (habilidades matemáticas) necesarias para resolver problemas que se resuelvan con operaciones básicas, podrá seleccionar la información relevante e irrelevante, organizará la información y se elaborará interrogantes sobre la solución correcta de la situación.

Es necesario que el profesor conozca las habilidades que implican la resolución de operaciones aritméticas básicas, ya que contribuirá al desarrollo de estrategias adecuadas para la resolución de problemas matemáticos. La función

del pedagogo sería el de procurar que el profesor desarrolle ayudas directamente dirigidas a comprender e interiorizar el contenido matemático, asistir al alumno para la toma de decisiones respecto a las estrategias adecuadas a la situación. La finalidad de esta ayuda por parte del profesor hacia el alumno es que éste sea competente en cada uno de los conocimientos que active.

Un alumno puede haber aprendido el concepto de división, aunque no sepa hacer divisiones mediante el algoritmo de la división, por ello el propósito de mi proyecto es que el profesor utilice estrategias para desarrollar los contenidos matemáticos de manera que el alumno desarrolle su capacidad lógica y se generen habilidades matemáticas que se utilizan al resolver operaciones básicas. Las teorías cognitivas dicen que el aprendizaje no puede descomponerse en aprendizajes sin sentido, sino que se originan partiendo de la resolución de problemas o de alguna tarea compleja.

Por ejemplo, para aprender el algoritmo de la multiplicación, primero debe hacerse la ejercitación de operaciones simples, como memorizar las tablas de multiplicar por una cifra, realizar las multiplicaciones de un número de una cifra por otro de dos, luego de tres, etc., primero sin llevarse, y luego llevándose. Posteriormente se generalizaría este proceso a la multiplicación por dos cifras, y luego a tres o a cualquier número de cifras. De esta manera el alumno incorporará las características de los conceptos aprendidos en sus estructuras mentales, creando una nueva estructura que encaje en estos nuevos conceptos.

A esto Piaget ⁽²⁰⁾ lo llama proceso de asimilación y acomodación, ya que el alumno logra un proceso de equilibración de los conocimientos adquiridos. Para que se produzca el equilibrio, es preciso que el aprendiz sienta que el problema no se resuelve por los medios que derivan de sus estructuras anteriores.

Ello exige que los problemas que se le planteen sean significativos para los aprendices, es decir, que los alumnos justifiquen la validez de una respuesta. Así podrán comprender procesos como el de que la multiplicación es una suma abreviada o que la resta es la operación inversa a la suma.

El aprendizaje centrado exclusivamente en la adquisición de contenidos específicos, en su mayor parte de tipo declarativo, sin la enseñanza asociada y explícita de estrategias de aprendizaje conduce a un conocimiento inerte que no puede emplearse de manera funcional. El estudiante a menudo conoce la información relevante que le permitiría resolver un determinado problema, pero no es capaz de emplearla de forma espontánea.

(20) Santrock, John W. Psicología de la Educación. Mc Graw Hill. México, 2004.

La utilización de estrategias, al requerir una toma consciente de decisiones, adaptadas a las condiciones de cada situación, y orientadas a unos objetivos, hace que esos conocimientos resulten accesibles y, por lo tanto, útiles.

Por ello la importancia de la intervención del profesor en el desarrollo de éstas estrategias ya que pueden ser aplicadas con mucho acierto en situaciones en que los escolares presenten dificultad para aprender habilidades complejas, donde el estudiante puede saber la información pero no la entiende o cuando éste no está dispuesto a realizar el esfuerzo para lograr la comprensión de la misma. A continuación describo qué cualidades distinguen a un profesor estratégico, ya que no sólo el alumno lo debe ser, además de que no se trata de que el maestro busque las explicaciones más sencillas y amenas, sino de que analice y proponga problemas interesantes, debidamente articulados para que los alumnos aprovechen lo que ya saben y avancen en el uso de técnicas y razonamientos cada vez más eficaces.

Un profesor estratégico tiene estas características ⁽²¹⁾:

- 1.- Es un pensador y un especialista en la toma de decisiones, capaz de planificar y organizar las tareas de clase, de relacionar la nueva materia con los temas trabajados anteriormente y con el conocimiento previo del alumno.
- 2.- Es un experto en su materia, de manera que puede diferenciar el contenido relevante del que no lo es, establece para sí mismo y para sus alumnos objetivos cognitivos claros.
- 3.- Planifica y tiene en cuenta las ideas y concepciones previas inadecuadas de sus alumnos para tomarlas como punto de referencia de su intervención.
- 4.- Es un modelo que manifiesta las relaciones existentes entre qué enseña y cómo lo enseña, ofreciendo modelos de aprendizaje sobre cómo aprender la materia y qué hacer con lo aprendido.
- 5.- Es un mediador que guía el pensamiento de los alumnos hacia metas apropiadas que permiten a los estudiantes asumir, progresivamente, la responsabilidad de su proceso de aprendizaje, y les ayuda a establecer un diálogo consciente con ellos mismos cuando aprenden, favoreciendo el establecimiento de relaciones que permitan un aprendizaje más significativo.

(21) Monereo, Font Carles (Coord. de la obra). Estrategias de aprendizaje. A. Machado libros. Madrid, 2002.

6.- Enseña a construir la propia autoimagen cognitiva, es decir, a identificar las propias habilidades, preferencias y dificultades en el momento de aprender, para conseguir una mayor adaptación y ajuste de las tareas escolares que se tengan que afrontar.

7.- Insiste en la reflexión sobre los procesos de pensamiento seguidos por los alumnos para resolver problemas en el aula.

8.- Proporciona procedimientos de trabajo y de investigación basados en cuestiones como dónde y cómo buscar y seleccionar información relevante, cómo organizar y presentar la información... de forma que les ayude a construir conocimiento sobre la materia que deben aprender.

9.- Establece sistemas de evaluación que permiten la reelaboración de las ideas enseñadas y concibe la evaluación como una oportunidad de que el alumno aplique de manera autónoma los procedimientos de aprendizaje.

Las estrategias de aprendizaje constituyen hoy, desde el punto de vista psicopedagógico, uno de los recursos más importantes que los educadores pueden utilizar para mejorar el aprendizaje de los alumnos. Además lo guiará en la decisión de cuándo, cómo y por qué utilizar un procedimiento en particular, a reflexionar sobre cómo adaptar los procedimientos aprendidos a nuevas situaciones y favorecer su autonomía, reflexión y regulación de su proceso de aprendizaje.

Conviene clarificar algunos conceptos que, por lo general, parecen bastante confusos. Concretamente, conviene distinguir entre procesos, estrategias y técnicas.

El término proceso de aprendizaje se utiliza para significar la cadena general de operaciones mentales implicadas en el acto de aprender como, por ejemplo, atención, comprensión, adquisición, reproducción o transfer. Se trata de actividades hipotéticas, encubiertas, poco visibles y difícilmente manipulables.

Las técnicas, en el otro extremo, son actividades fácilmente visibles, operativas y manipulables como, por ejemplo, hacer un resumen o un esquema.

Entre los dos extremos, procesos y técnicas, están las estrategias, que no son tan visibles como las técnicas ni tan encubiertas como los procesos. Así, por ejemplo, la organización de los datos informativos que el estudiante lleva a cabo para comprender el significado que se esconde dentro de ellos, no es tan visible como la técnica del resumen ni tan encubierta como el proceso de la comprensión.

Las estrategias no se pueden reducir a meras técnicas de estudio, tienen un carácter propositivo, intencional; implican, por tanto, y de forma inherente, un plan de acción, frente a la técnica, que es marcadamente mecánica y rutinaria. Si el estudiante desea comprender un mensaje a partir de unos datos informativos puede utilizar una estrategia de selección que le ayude a separar lo relevante de lo irrelevante, y para ello puede servirse de una técnica como el subrayado; o puede utilizar una estrategia de organización que ponga orden en los datos, y para ello puede servirse de una técnica como el mapa conceptual, o utilizar una estrategia de elaboración que le permita comparar el conocimiento nuevo con el conocimiento previo, y para ello puede servirse de una técnica tan eficaz como la interrogación.

En los tres casos se trata de un mismo proceso de aprendizaje, la comprensión significativa, que puede alcanzarse por medio de estrategias diferentes: selección, organización o elaboración, cada una de las cuales puede utilizar, a su vez, técnicas también diferentes (subrayado, mapa conceptual, interrogación...).

No puede decirse, que la simple ejecución mecánica de ciertas técnicas, sea una manifestación de aplicación de una estrategia de aprendizaje. Para que la estrategia se produzca, se requiere una planificación de esas técnicas en una secuencia dirigida a un fin. Esto sólo es posible cuando existe metaconocimiento.

El metaconocimiento, es sin duda una palabra clave cuando se habla de estrategias de aprendizaje, e implica pensar sobre los pensamientos. Esto incluye la capacidad para evaluar una tarea, y así, determinar la mejor forma de realizarla y la forma de hacer el seguimiento al trabajo realizado.

Desde este punto de vista, las estrategias de aprendizaje, no van, ni mucho menos, en contra de las técnicas de estudio, sino que se considera una etapa más avanzada, y que se basa en ellas mismas.

Es evidente pues que existe una estrecha relación entre las técnicas de estudio y las estrategias de aprendizaje:

- Las estrategias, son las encargadas de establecer lo que se necesita para resolver bien la tarea del estudio, determina las técnicas más adecuadas a utilizar, controla su aplicación y toma decisiones posteriores en función de los resultados.
- Las técnicas son las responsables de la realización directa de éste, a través de procedimientos concretos.

Se dice que un alumno emplea una estrategia, cuando es capaz de ajustar su comportamiento, (lo que piensa y hace), a las exigencias de una actividad o tarea encomendada por el maestro, y a las circunstancias en que se produce. Por

tanto, para que la actuación de un alumno sea considerada como estratégica es necesario que:

- Realice una reflexión consciente sobre el propósito u objetivo de la tarea.
- Planifique qué va a hacer y cómo lo llevará a cabo: es obvio, que el alumno ha de disponer de un repertorio de recursos entre los que escoger.
- Realice la tarea o actividad encomendada.
- Evalúe su actuación.
- Acumule conocimiento acerca de en qué situaciones puede volver a utilizar esa estrategia, de qué forma debe utilizarse y cuál es lo bueno de ese procedimiento.

Así como hay habilidades específicas para que se adquieran aprendizajes efectivos, se han identificado cinco tipos de estrategias ⁽²²⁾ generales en el ámbito educativo. Las tres primeras ayudan al alumno a elaborar y organizar los contenidos para que resulte más fácil el aprendizaje (procesar la información), la cuarta está destinada a controlar la actividad mental del alumno para dirigir el aprendizaje y, por último, la quinta está de apoyo al aprendizaje para que éste se produzca en las mejores condiciones posibles.

A continuación describo éstas estrategias que menciono en el párrafo anterior, explicando en qué consisten y un ejemplo de ellas refiriéndome a las operaciones básicas.

1.- Estrategias de ensayo.

Son aquellas que implica la repetición activa de los contenidos (diciendo, escribiendo), o centrarse en partes claves de él. Son ejemplos:

- Repetir términos en voz alta, reglas mnemotécnicas, copiar el material objeto de aprendizaje, tomar notas literales, el subrayado.

Ejemplo: las tablas de multiplicar.

2.-Estrategias de elaboración.

Implican hacer conexiones entre lo nuevo y lo familiar. Por ejemplo:

- Parafrasear, resumir, crear analogías, tomar notas no literales, responder preguntas (las incluidas en el texto o las que pueda formularse el alumno), describir como se relaciona la información nueva con el conocimiento existente.

(22) Nisbet, J. Shucksmith, J. Estrategias de aprendizaje. Santillana siglo XXI. Madrid, 1987.

Ejemplo: reconocer las propiedades de las operaciones básicas.

$$4+5= 9 \quad / \quad 5+4= 9 \text{ propiedad conmutativa de la suma.}$$

3.-Estrategias de organización.

Agrupar la información para que sea más fácil recordarla. Implican imponer estructura al contenido de aprendizaje, dividiéndolo en partes e identificando relaciones y jerarquías. Incluyen ejemplos como:

- Resumir un texto, esquema, subrayado, cuadro sinóptico, red semántica, mapa conceptual, árbol ordenado.

Ejemplo: acomodar correctamente una operación con punto decimal que está de forma horizontal.

$$53.201 - 12.45 = \quad \begin{array}{r} 53.201 \\ - \\ \underline{12.450} \end{array}$$

4.-Estrategias de control de la comprensión.

Estas son las estrategias ligadas a la Metacognición. Implican permanecer consciente de lo que se está tratando de lograr, seguir la pista de las estrategias que se usan y del éxito logrado con ellas y adaptar la conducta en concordancia.

Entre las estrategias metacognitivas están: la planificación, la regulación y la evaluación.

Ejemplo: métodos para comprobar las operaciones básicas.

$$\begin{array}{r} - \quad 53.201 \\ + \quad \underline{12.450} \\ \hline + \quad \underline{40.751} \\ \hline 53.201 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{minuendo} \\ \text{sustraendo} \\ \text{resta} \\ \text{minuendo} \end{array} \right\} **$$

** El procedimiento para comprobar la sustracción, consiste en sumar la diferencia o resta con el sustraendo, debiendo resultar el minuendo.

5.- Estrategias de planificación.

Son aquellas mediante las cuales los alumnos dirigen y controlan su conducta. Son, por tanto, anteriores a que los alumnos realicen ninguna acción. Se llevan a cabo actividades como:

- Establecer el objetivo y la meta de aprendizaje
- Seleccionar los conocimientos previos que son necesarios para llevarla a cabo
- Descomponer la tarea en pasos sucesivos
- Programar un calendario de ejecución
- Prever el tiempo que se necesita para realizar esa tarea, los recursos que se necesitan, el esfuerzo necesario
- Seleccionar la estrategia a seguir

Ejemplo: dar solución a un problema.

En un establo se tienen 21 vacas, 4 de estas vacas producen 9 litros de leche al día, 5 vacas producen 8 litros al día y las restantes 11 litros al día.

- a) ¿Cuántos litros se producen en total al día?
- b) ¿Cuántos litros se producen a la semana?

¿Cómo solucionarlo?

1.- Necesito realizar resta y multiplicación.

2.- Datos: total de vacas **21, menos** $4+5=9$, **restan 12.**

$4 \text{ vacas} \times 9 \text{ litros} + 5 \text{ vacas} \times 8 \text{ litros} + 12 \text{ vacas} \times 11 \text{ litros} = 36+40+132= 208$

3.- Se producen 208 litros de leche al día. Ahora para obtener los de la semana **se multiplica 208 x 7**, dando como resultado 1456.

6.-Estrategias de regulación, dirección y supervisión.

Se utilizan durante la ejecución de la tarea. Indican la capacidad que el alumno tiene para seguir el plan trazado y comprobar su eficacia. Se realizan actividades como:

Formularles preguntas

- Seguir el plan trazado
- Ajustar el tiempo y el esfuerzo requerido por la tarea
- Modificar y buscar estrategias alternativas en el caso de que las seleccionadas anteriormente no sean eficaces.

Ejemplo:

¿Qué estrategias utilicé? ¿Puedo utilizar otras?

¿Cuánto tiempo me tardé? ¿Puedo disminuirlo?

7.-Estrategias de evaluación.

Son las encargadas de verificar el proceso de aprendizaje. Se llevan a cabo durante y al final del proceso. Se realizan actividades como:

- Revisar los pasos dados.
- Valorar si se han conseguido o no los objetivos propuestos.
- Evaluar la calidad de los resultados finales.
- Decidir cuándo concluir el proceso emprendido, cuando hacer pausas, la duración de las pausas, etc.

Ejemplo:

¿Logré resolver el problema correctamente?

¿Seguí los pasos que me planteé o me salté algún proceso?

¿Respondí las dos preguntas que se me pedían resolver?

8.-Estrategias de apoyo o afectivas.

Estas estrategias, no se dirigen directamente al aprendizaje de los contenidos. La misión fundamental de estas estrategias es mejorar la eficacia del aprendizaje mejorando las condiciones en las que se produce. Incluyen:

- Establecer y mantener la motivación, enfocar la atención, mantener la concentración, manejar la ansiedad, manejar el tiempo de manera efectiva, etc.
- El alumno debe escoger, de entre las de su repertorio, la estrategia de aprendizaje más adecuada en función de varios criterios:
- Los contenidos de aprendizaje (tipo y cantidad): la estrategia utilizada puede variar en función de lo que se tiene que aprender, (datos o hechos, conceptos, etc.), así como de la cantidad de información que debe ser aprendida. Un alumno que, por ejemplo, sólo debe aprender la tabla de multiplicar del dos, puede, elegir alguna estrategia de ensayo: repetir tantas veces como sea preciso el resultado de las multiplicaciones, o utilizar alguna regla mnemotécnica.
- Los conocimientos previos que tenga sobre el contenido de aprendizaje: si el alumno quiere relacionar, por ejemplo, el valor de una incógnita y

encontrarla a través de una ecuación sencilla es necesario tener unos conocimientos más amplios que saber la regla de tres.

- Las condiciones de aprendizaje (tiempo disponible, la motivación, las ganas de estudiar, etc.). En general puede decirse que a menos tiempo y más motivación extrínseca para el aprendizaje más fácil es usar estrategias que favorecen el recordar literalmente la información (como el ensayo), y menos las estrategias que dan significado a la información o la reorganizan (estrategias de elaboración o de organización).
- El tipo de evaluación al que va a ser sometido: en la mayoría de los aprendizajes educativos la finalidad esencial es superar los exámenes; por tanto, será útil saber el tipo de examen al que se va a enfrentar. El alumno debe estar consciente de que lo que aprende en matemáticas, como lo son las operaciones básicas, no sólo le servirá en esta asignatura, sino en todas las otras como la historia, geografía y ciencias. Esto es, las pruebas de evaluación que fomentan la comprensión de los contenidos ayuda a que los alumnos utilicen más las estrategias típicas del aprendizaje por reestructuración.

¿Por qué enseñar estrategias de aprendizaje? Como profesores todos nos hemos preguntado muchas veces, por qué ante una misma clase, unos alumnos aprenden más que otros. ¿Qué es lo que distingue a los alumnos que aprenden bien de los que lo hacen mal? Existen muchas diferencias individuales entre los alumnos que causan estas variaciones. Una de ellas es la capacidad del alumno para usar las estrategias de aprendizaje:

Por tanto, enseñar estrategias de aprendizaje a los alumnos, es garantizar el aprendizaje: el aprendizaje eficaz, y fomentar su independencia, (enseñarle a aprender a aprender).

Por otro lado, una actividad necesaria en la mayoría de los aprendizajes educativos es que el alumno estudie. El conocimiento de estrategias de aprendizaje por parte del alumno influye directamente en que el alumno sepa, pueda y quiera estudiar.

- Saber: el estudio es un trabajo que debe hacer el alumno, y puede realizarse por métodos que faciliten su eficacia. Esto es lo que pretenden las estrategias de aprendizaje: que se llegue a alcanzar el máximo rendimiento con menor esfuerzo y más satisfacción personal.
- Poder: para poder estudiar se requiere un mínimo de capacidad o inteligencia. Está demostrado que esta capacidad aumenta cuando se explota adecuadamente. Y esto se consigue con las estrategias de aprendizaje.
- Querer: ¿es posible mantener la motivación del alumno por mucho tiempo cuando el esfuerzo (mal empleado por falta de estrategias) resulta

insuficiente? El uso de buenas estrategias garantiza que el alumno conozca el esfuerzo que requiere una tarea y que utilice los recursos para realizarla.

La enseñanza de las estrategias de aprendizaje exige que:

- Se produzca la interacción profesor - alumno.
- El alumno desempeñe un papel activo en su aprendizaje.
- Se centre la enseñanza en los procesos de aprendizaje y no sólo en los productos.

Esto lleva en muchos casos, a un cambio en los métodos didácticos. Donde se implique al alumno en el aprendizaje, se diseñen actividades teniendo en cuenta el objetivo y la estrategia necesaria para realizarla, y donde después de llevarlas a cabo, se dedique un tiempo a evaluar los pasos dados.

La ejecución de las estrategias de aprendizaje ocurre asociada con otros tipos de recursos y procesos cognitivos de que dispone cualquier alumno, como lo son:

1. Procesos cognitivos básicos: se refieren a todas aquellas operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información, como atención, percepción, codificación, almacenaje y mnémicos, recuperación, etcétera.
2. Base de conocimientos: se refiere al bagaje de hechos, conceptos y principios que poseemos, también se denominan conocimientos previos.
3. Conocimiento estratégico: este tipo de conocimiento tiene que ver directamente con estrategias de aprendizaje, es saber cómo conocer.
4. Conocimiento metacognitivo: se refiere al conocimiento que poseemos sobre qué y cómo lo sabemos, así como al conocimiento que tenemos sobre nuestros procesos y operaciones cognitivas cuando aprendemos, recordamos o solucionamos problemas.

Estos cuatro tipos de conocimiento interactúan en formas intrincadas y complejas cuando el alumno utiliza las estrategias de aprendizaje.

Por todo lo anterior mencionado y desde mi perspectiva docente y pedagógica presento un manual de ejercicios que guiarán al profesor para que, junto con el alumno, comprendan mejor el proceso de resolución de las operaciones básicas. Mi experiencia como docente me ha dado la oportunidad de llevar a la práctica distintas maneras de conducir a los niños a desarrollar habilidades que les permitan resolver operaciones básicas correctamente y sé que si maestro y alumno trabajan en equipo, lograrán muy buenos resultados. También

como pedagoga puedo decir que la experiencia me ha permitido evaluar entre otras cosas, las variables psicológicas que permiten mejorar el desempeño de los alumnos en su proceso de aprendizaje, identificar problemas y necesidades para emplear los enfoques, instrumentos, métodos y técnicas que conduzcan a mejorar los procesos educativos. Por lo que considero que esta serie de ejercicios orientarán al docente en su proceso de enseñanza-aprendizaje y al alumno para que adquieran conocimientos con significado, desarrollando habilidades que les permitan resolver diversos problemas y seguir aprendiendo, y no sólo tener información que pronto será olvidada.

MANUAL DE ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA EL DESARROLLO DE HABILIDADES MATEMÁTICAS PARA LAS OPERACIONES BÁSICAS

En todo algoritmo están implícitas dos cuestiones íntimamente relacionadas: notación y procedimiento. La notación, en aritmética, es la numeración indoarábiga. El procedimiento está basado en el valor posicional de las cifras y es diferente para cada operación aritmética. Lo característico de los algoritmos es la repetición, de una serie de pasos elementales y sencillos de recordar.

Los cálculos que realiza el escolar se sustentan en lo que le llaman hechos numéricos básicos, resultados que se almacenan en la memoria y que en un momento dado hay que recordar; el caso más conocido es la tabla de multiplicar. Son resultados exactos y que se consideran necesarios por cuanto ayudan a alcanzar los automatismos del cálculo con lápiz y papel.

Por tal motivo las estrategias que presento son algunas de las que el docente puede aplicar en el salón de clases, o bien puede diseñar nuevas a partir de las que propongo y conservar el mismo fin: llevar al niño poco a poco en el aprendizaje de las operaciones básicas. El niño irá adquiriendo habilidades básicas para la resolución de las operaciones aritméticas básicas y como consecuencia aplicará estrategias que no le compliquen el resolverlas.

El algoritmo de la suma

Para lograr una correcta comprensión del algoritmo de la suma en el nivel simbólico es necesario, como mínimo, tener un conocimiento de la estructura del sistema de numeración decimal y de cómo se cuentan los objetos. Más tarde, facilitará mucho las cosas el conocimiento de las sumas básicas, la tabla de sumar y las propiedades conmutativa y asociativa.

Para realizar correctamente la adición deben tenerse en cuenta las recomendaciones siguientes:

1.- Colocar las cantidades de acuerdo a los principios del sistema de numeración, colocando las cantidades una debajo de otra y justificadas a la derecha (las unidades de bajo de las unidades, las decenas debajo de las decenas, etc.). Por ejemplo:

$$13\ 267 + 5\ 221 =$$

$$\begin{array}{r} 13\ 267 \\ + 5\ 221 \\ \hline \end{array}$$

2.- Hacer la operación sumando de abajo hacia arriba comenzando por las unidades, después las decenas y así sucesivamente.

$$1+7= 8 ; 2+6= 8 ; 2+2= 4 ; 5+3= 8$$

$$\begin{array}{r} 13\ 267 \\ +\ 5\ 221 \\ \hline 18\ 488 \end{array}$$

Para evitar errores, es bueno que las cifras que se van obteniendo tengan una proximidad visual con las cifras que las originaron esto hace que el resultado se escriba también debajo de los sumandos de forma que en cada columna se pueda encontrar las unidades de un mismo orden tanto de cada uno de los sumandos como del resultado.

3.- Si alguna de las sumas parciales es igual o superior a 10, se aplica la regla del sistema de numeración decimal "cada diez unidades de un determinado orden constituyen una unidad del orden inmediato superior", esto hace que unidades del orden que se suman sólo queden las que sobran de 10, por ejemplo, en caso de ser 14 se dice que se ponen 4, y las diez restantes han formado una nueva unidad de orden inmediato superior y se une a las correspondientes de ese orden en los sumandos. Esta unidad que se forma se puede retener en la memoria, o puede hacerse una marca en la columna correspondiente de la izquierda y esa marca, que en principio puede ser cualquiera, parece adecuado que sea el número de unidades que se han formado.

Por ejemplo en la suma $12\ 503 + 5\ 896$, se debe decir:

6 más 3 es igual a 9, y no llevamos nada
 9 más 0 igual a 9, no llevamos nada
 8 más 5 igual a 13, 3 y llevo 1 (ésta se coloca en la siguiente columna que corresponde a las unidades de millar)
 5 más 2, mas 1 que llevábamos, igual a 8
 El 1 se baja a la suma

Quedando así:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 12\ 503 \\ +\ 5\ 896 \\ \hline 18\ 399 \end{array}$$

4.- Algunas adiciones pueden ser resueltas mentalmente, es decir, sin hacer la operación por escrito, por lo cual se debe practicar formas de sumas como las siguientes:

Sumar $23 + 32$. Se procede así:

$$20 + 30 = 50$$

$$3 + 2 = 5$$

$$50 + 5 = 55$$

Sumar $48 + 36 + 18$. Procedemos así:

$$40 + 30 + 10 = 80$$

$$8 + 6 + 8 = 22$$

$$80 + 22 = 102$$

5.- Una de las variantes de este algoritmo lo constituyen los algoritmos en los que se van escribiendo las sumas parciales, tiene la ventaja de que convierte una suma de llevarse en una suma sin llevar pero, como contrapartida.

$$\begin{array}{r}
 679 \\
 + 845 \\
 \hline
 14 \\
 11 \\
 14 \\
 \hline
 1524
 \end{array}$$

\Rightarrow se suma $9 + 5$ y se coloca todo el número
 \Rightarrow se suma $7 + 4$ y también se coloca completo
 \Rightarrow se sumaron $6 + 8$ y se pone todo el resultado
 \Rightarrow al final se suman los números parciales que se obtuvieron

Se deja un espacio entre cada orden, ya que se están sumando las unidades, decenas y centenas por separado.

Después de que tengan comprendido el procedimiento de la adición pueden pasar a la resolución de problemas. El fin principal del estudio de la Aritmética es que se adquiera habilidad para resolver problemas. Ello exige que se realicen bien las operaciones, que se empleen correctamente y que se razone en forma correcta.

Por ejemplo:

Un excursionista hizo un recorrido de 5 días. El primer día caminó 43 km; el segundo 29 km; el tercero 37 km; el cuarto 18 km, y el quinto día recorrió 42 km.

¿Qué distancia había recorrido al finalizar el tercer día?

¿Qué distancia recorrió en los dos últimos días?

¿Qué distancia recorrió en los cinco días?

Aquí deberán utilizar los conocimientos que tienen sobre la adición de forma parcial o total si así lo decide.

Una estrategia más que es necesario que los alumnos tomen en cuenta para desarrollar habilidades para resolver el algoritmo de la adición son las propiedades.

a) Si usamos la tabla de sumar

| | | | | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| + | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 0 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 2 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 3 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 4 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| 5 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 6 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 |
| 7 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 8 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
| 9 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 |

Podemos observar que:

$$2+3=3+2$$

$$7+2=2+7$$

$$9+6=6+9 \dots$$

Ésta es la llamada propiedad conmutativa de la adición o suma, en la que el $a+b=b+a$. Los niños le encuentran significado, ya que observan el porqué de ésta propiedad.

b) Para efectuar la operación $4+3+2$, se puede efectuar primero $4+3=7$ y luego $7+2=9$, o también $3+2=5$ y luego $4+5=9$. O bien, $(4+3) + 2 = 7+2=9$ / $4+(3+2)=4+5=9$. Esta se llama propiedad asociativa y nos permite poder efectuar sumas de tres o más sumandos de varias maneras.

c) La propiedad del elemento neutro se aplica cuando a cualquier número natural le sumamos cero, obtenemos el mismo número. Por ejemplo: $8+0=8$.

Ejercicios:

1.- Efectúa las siguientes operaciones acomodándolas de forma vertical.

$$385 + 936 =$$

$$266 + 334 =$$

$$5023 + 789 =$$
$$100\ 230 + 60\ 891 =$$

2.- Realiza las siguientes operaciones con sumas parciales.

$$\begin{array}{r} + \quad 1256 \\ \hline 3046 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 1\ 327 \\ \hline 805 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 30\ 798 \\ \hline 9\ 614 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 9\ 801 \\ \hline 5\ 168 \end{array}$$

3.- Aplica la propiedad asociativa en la forma que creas conveniente y halla el resultado.

$$9+8+2=$$
$$4+6+5+3=$$
$$8+99+1=$$
$$17+3+48+2=$$

4.- Aplicar la propiedad conmutativa de la adición en los siguientes casos y hallar la suma correspondiente.

$$9+8=$$
$$53+17=$$
$$82+25=$$
$$4+6+9=$$

5.- Resuelve los siguientes problemas.

a) En un bosque había 23 218 árboles y se cortaron algunos durante cuatro días: 1 311 el primero, 2 134 el segundo, 690 el tercero y 1 047 el cuarto. Además, se reforestó la zona plantando 5 000 arbolitos diarios.

¿Cuántos árboles grandes quedan?

Si los arbolitos que se plantaron crecen a su tamaño adulto en 5 años y ninguno de los que se plantó se pierde, ¿cuántos árboles grandes habrá en 5 años?

b) Una persona quiere ir a visitar a varios familiares que se encuentran en distintas ciudades. Quiere ir primero a visitar a su primo que se encuentra en una ciudad a 857 kilómetros. Después quiere visitar a sus tíos que se encuentran a 1 203 kilómetros de su primo. Después irá a visitar a sus abuelos que se encuentran a 718 kilómetros de sus tíos. Finalmente regresará a la ciudad donde vive para la cual recorrerá el mismo camino que lo llevó a casa de sus abuelos. ¿Cuántos kilómetros recorrerá en total?

El algoritmo de la resta

Como ocurre con el algoritmo de la suma, para lograr una correcta comprensión de este algoritmo es necesario, como mínimo, un conocimiento de la estructura de numeración decimal y una cierta habilidad en el conteo. Más tarde, facilitará mucho las cosas el conocimiento de las sumas básicas, la tabla de sumar, el dominio del contar descendente y del doble conteo, simultáneo, ascendente y descendente.

- La forma más común de resolver una resta es como se hace en la suma, acomodando unidad con unidad, decena con decena, etc. Cuando el minuendo es mayor que la del sustraendo, las estrategias que el alumno puede emplear son distintas, según el tamaño de los números o las preferencias de quien realiza los cálculos, por ejemplo, $7 - 3$ es 4 porque:

~ Estrategia a) Si a 7 le quito 3 me quedan 4

~ Estrategia b) De 3 para llegar a 7 son 4

~ Estrategia c) $4 + 3$ es 7

- El algoritmo se complica cuando algún dígito del minuendo es menor que el correspondiente al sustraendo. Para resolver esta situación es imprescindible conocer que la regla de formación de una unidad de un determinado orden, a partir de diez unidades del orden inmediato inferior, es reversible en el sentido de que pueden obtenerse diez unidades de un determinado orden a partir de una unidad del orden inmediato superior. Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 8629 \\ - 5278 \\ \hline 1 \end{array}$$

a) En el minuendo hay más unidades de primer orden que en el sustraendo y no hay problema, $9-8$ es 1.

b) En el minuendo hay menos unidades de segundo orden que en el sustraendo pero se puede obtener unidades extras de segundo orden a partir de una de las seis unidades de tercer orden y, entonces, el minuendo habrá que reescribirlo de esta otra manera: El 2 se convierte en 12, ahora son $12-7=5$

$$\begin{array}{r} 85_{12}9 \\ - 5278 \\ \hline 3351 \end{array}$$

c) En el minuendo hay más unidades de tercer orden que en el sustraendo y lo mismo sucede con las unidades de cuarto orden, como $5-2=3$ y $8-5=3$.

d) La operación se concluye obteniendo 3351.

- Si en el minuendo aparece cero en alguno de los órdenes como en el siguiente caso, se actúa tomando una unidad del orden inmediato a la izquierda que serán diez de las de la siguiente y se continúa de manera análoga al caso anterior.

$$\begin{array}{r} 4070 \\ - 3076 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 9 10 \\ - 3076 \\ \hline 994 \end{array}$$

Esta forma de restar es la que se conoce como "pedir y pagar"; consiste en que cuando se necesiten unidades de un determinado orden en el minuendo porque tenga menos que el sustraendo, se suma diez a las que se tienen y, para que el resultado de la resta no cambie, se le suma la misma cantidad al sustraendo lo que equivale a sumar una unidad al orden inmediato superior. Esta estrategia realizar el algoritmo se basa en la propiedad de la diferencia que dice "Si se suma o se resta un mismo número al minuendo y sustraendo de una diferencia, esta no cambia". Las estrategias de "pedir prestado" y "pedir y pagar", en este algoritmo son las más utilizadas en el ámbito escolar.

Ahora trabajaremos con las propiedades de la resta.

- En una adición de dos sumandos, uno de ellos es igual a la suma, menos el otro sumando.

Ejemplo:

$$12+5=17 \text{ y } 17-5=12$$

El conocimiento de esta propiedad permite entender las relaciones que existen entre el minuendo, el sustraendo y la diferencia.

- El minuendo es igual al sustraendo más la diferencia. El sustraendo es igual al minuendo menos la diferencia.

Ejemplo:

$$\text{Dada la sustracción } 7-4=3, \text{ se tiene } 7=4+3 \text{ y } 7-3=4$$

- Si el sustraendo es cero, la diferencia es igual al minuendo.

Ejemplo:

$$6 - 0 = 6, \text{ porque } 6 + 0 = 6$$

- Si el minuendo y el sustraendo son iguales, la diferencia es cero.

Ejemplo:

$$6 - 6 = 0, \text{ porque } 0 + 6 = 6$$

- Si el sustraendo es mayor que el minuendo, es imposible realizar la operación con números naturales.

Ejemplo:

$6 - 8$ es imposible, porque $8 > 6$.

Algunas observaciones importantes son las siguientes:

- Si el minuendo aumenta en cierto número, sin que varíe el sustraendo, la diferencia aumenta en el mismo número.

Ejemplo:

Dada la sustracción $9 - 7 = 2$, si aumentamos 3 al minuendo, sin alterar el sustraendo, se tiene $(9 + 3) - 7 = 12 - 7 = 5 = 2 + 3$.
Se observa que la diferencia 2 aumenta 3 unidades.

- Si el minuendo disminuye en cierto número, sin que varíe el sustraendo, la diferencia disminuye en el mismo número.

Ejemplo:

Dada la sustracción $15 - 8 = 7$, si disminuimos 2 al minuendo, sin alterar el sustraendo, se tiene $(15 - 2) - 8 = 13 - 8 = 5 = 7 - 2$.
Se observa que la diferencia 7 disminuye 2 unidades.

- Si el sustraendo aumenta en cierto número, sin que varíe el minuendo, la diferencia disminuye en ese número.

Ejemplo:

Dada la sustracción: $18 - 8 = 10$, si aumentamos 4 al sustraendo, sin alterar el minuendo, se tiene $18 - (8 + 4) = 18 - 12 = 6 = 10 - 4$.
Se observa que la diferencia 10 disminuye 4 unidades.

- Si el sustraendo disminuye en cierto número, sin que varíe el minuendo, la diferencia aumenta en ese número.

Ejemplo:

Dada la sustracción $10 - 7 = 3$, si disminuimos 5 al sustraendo, sin alterar el minuendo, se tiene $10 - (7 - 5) = 10 - 2 = 8 = 3 + 5$.
Se observa que la diferencia 3 aumenta 5 unidades.

- Si el minuendo y el sustraendo aumentan o disminuyen al mismo tiempo en un mismo número, la diferencia no se altera.

Ejemplo:

Dada la sustracción $15 - 10 = 5$, si aumentamos 3 al minuendo y al sustraendo, se tiene: $(15 + 3) - (10 + 3) = 18 - 13 = 5$; si disminuimos 3 al minuendo y al sustraendo, se tiene: $(15 - 3) - (10 - 3) = 12 - 7 = 5$.

Se observa que, en ambos casos, la diferencia 5 no se altera.

El conocimiento que ya se tiene de los algoritmos de la adición y de la sustracción, y de sus propiedades, permitirá al alumno encontrar un número desconocido de una adición o de una sustracción.

Por ejemplo:

$8 + x = 12$ el procedimiento sería $x = 12 - 8$, porque en una adición de dos sumandos, uno de ellos es igual a la suma menos el otro sumando.

Ejercicios:

1.- Hallar el valor de la incógnita en cada una de las siguientes ecuaciones:

- * $x - 15 = 60$
- * $x - 18 = 20$
- * $158 - x = 120$
- * $39 + x = 40$
- * $x + 75 = 125$
- * $x + 938 = 2156$

2.- Colocar los números en columna y efectuar las siguientes restas.

- a) $56\ 019 - 15\ 613$
- b) $127\ 385 - 98\ 004$
- c) $70\ 468 - 9\ 873$
- d) $8\ 713 - 6\ 104$
- e) $301\ 768 - 94\ 397$

3.- Resolver los siguientes problemas:

- a) En una granja se producen 1389 huevos diariamente, y se venden 619 ¿Cuántos quedan para el consumo de la familia del granjero?
- b) Las ventas de la cooperativa escolar en cierta semana, fueron: lunes, \$287; martes, \$340; miércoles, \$170; jueves, \$300; viernes, \$356. Si los artículos vendidos costaron \$470 a la cooperativa, ¿cuánto ganó en la semana?

El algoritmo de la multiplicación

Para lograr una satisfactoria comprensión del algoritmo es necesario, como mínimo, conocer la estructura del sistema decimal de numeración descomposición de números, un cierto dominio de las tablas de multiplicar y de la propiedad distributiva del producto respecto de la suma. Facilitará mucho las cosas, agilizando cálculos y evitando errores, el uso de la propiedad conmutativa y el dominio de contar de 2 en 2, de 3 en 3, etc.

Éste es el algoritmo usual de la multiplicación, en donde hay una justificación de por qué se van desplazando un lugar a la izquierda cuando vamos multiplicando sucesivamente por cada una de las cifras del multiplicador.

$$\begin{array}{r} 481 \\ \times 36 \\ \hline 2886 \\ 1443 \\ \hline 17316 \end{array}$$

Las principales propiedades de la multiplicación de números naturales son:

1.- Propiedad conmutativa. En una multiplicación, el cambio de orden de los factores no altera el producto.

Ejemplo:

$$3 \times 4 = 12 \qquad 4 \times 3 = 12$$

2.- Propiedad asociativa. Siendo la multiplicación una operación binaria, la propiedad asociativa nos permite efectuar la multiplicación de varios factores.

Ejemplo:

$$2 \times 5 \times 3 \text{ significa } (2 \times 5) \times 3$$

Si se tiene una multiplicación de tres factores, se multiplica el primero por el segundo, el resultado se multiplica por el tercero y así sucesivamente hasta terminar.

De la propiedad asociativa se deduce también que para multiplicar un producto de varios factores por un número, basta multiplicar uno de los factores por ese número.

Ejemplo:

$$2 \times 3 \times 5, \text{ por el número } 6$$

La operación se puede realizar por cualquiera de los siguientes procedimientos:

$$(2 \times 3 \times 5) \times 6 = (2 \times 3 \times 30) = 180$$

$$(2 \times 3 \times 5) \times 6 = (2 \times 18 \times 5) = 180$$

$$(2 \times 3 \times 5) \times 6 = (12 \times 3 \times 5) = 180$$

3.- Multiplicación por cero. Si uno de los factores de un producto es cero, el producto es cero.

Ejemplos:

$$0 \times 4 = 0$$

$$89 \times 0 = 0$$

4.- Propiedad distributiva.

$$a) a \times (b + c) = a \times b + a \times c \quad 6 \times (2 + 6) = 6 \times 2 + 6 \times 6 = 12 + 36 = 48$$

$$b) (b + c) \times a = b \times a + c \times a \quad (3 + 8) \times 4 = 3 \times 4 + 8 \times 4 = 12 + 32 = 44$$

La multiplicación se simplifica en los casos particulares siguientes:

~ Si el multiplicador es un número formado por la cifra 1 seguida de ceros (10,100,1000, etc.) , basta agregar a la derecha del multiplicando tantos ceros como siguen a dicha cifra.

Ejemplo:

$$97 \times 1000 = 97\ 000$$

~ Si el multiplicador es un número formado por una cifra significativa seguida de ceros, basta multiplicar la cifra significativa por el multiplicando, y agregar al producto obtenido tantos ceros como tenga el multiplicador.

Ejemplo:

$$76 \times 200 = 15\ 200$$

~ Si el multiplicando y el multiplicador terminan en ceros, se hace la multiplicación prescindiendo de éstos, y se agregan después a la derecha del producto.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 5600 \\ \times 230 \\ \hline 168 \\ 112 \\ \hline 1288000 \end{array}$$

~ Si en el multiplicador existen uno o varios ceros intermedios, se omite el producto parcial correspondiente, puesto que su valor es nulo.

Ejemplo:

$$\begin{array}{r} 538 \\ \times 307 \\ \hline 3766 \\ 1614 \\ \hline 165166 \end{array} \quad \text{en vez de} \quad \boxed{\begin{array}{r} 538 \\ \times 307 \\ \hline 3766 \\ 000 \\ 1614 \\ \hline 165166 \end{array}}$$

En este caso, con la finalidad de evitar errores muy frecuentes, debe extremarse el cuidado de la cifra de la derecha de cada producto parcial quede precisamente debajo de la cifra del multiplicador que la produce.

Los procedimientos más aconsejables para comprobar la multiplicación son los siguientes:

- a) Repetir la operación, cambiando el orden de los factores. Debe resultar el mismo producto.
- b) Descomponer el multiplicador en dos o más sumandos, y multiplicar cada sumando por el multiplicando, para sumar después los productos parciales obtenidos.

Ejemplo:

$$2305 \times 294 =$$

$$\begin{array}{r} 2305 \\ \times 294 \\ \hline 9220 \\ 20745 \\ 4610 \\ \hline 677670 \end{array}$$

Comprobación:

$$2305 \times (200 + 94)$$

$$\begin{array}{r} 2305 \\ \times 94 \\ \hline 9220 \\ 20745 \\ \hline 216670 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2305 \times 200 = 461000 \\ + 216670 \\ \hline 677670 \end{array}$$

En este caso, la comprobación se realiza aplicando la propiedad distributiva de la multiplicación.

Ejercicios:

1.- Obtener el producto en cada uno de los siguientes casos:

* $18 \times 0 =$

* $1 \times 32 =$

* $134 \times 1\,000 =$

* $5 \times 9 \times 6 =$

* $15 \times 3 \times 9$, por el número 7

* $25 \times (11 + 8) =$

* $23 \times 500 =$

* $980 \times 80 =$

* $1687 \times 504 =$

2.- Escribe delante de la operación la propiedad que ha sido aplicada en cada uno de los siguientes casos:

- $5 \times 4 = 4 \times 5$
- $8 \times (9 + 2) = 8 \times 9 + 8 \times 2$

- $9 \times (8 + 10) = 72 + 90$
- $2 \times 3 \times 4 \times 5 = (2 \times 3) \times (4 \times 5)$

3.- Efectúa las siguientes multiplicaciones de forma vertical y comprueba los resultados.

* $6485 \times 34 =$

* $91365 \times 62 =$

4.- Resuelve los problemas.

a) Pemex exportó 5 000 barriles de 159 litros de petróleo cada uno. ¿Cuántos litros de petróleo exportó?

b) Mario trae en su cartera 7 billetes de \$500, 9 de \$50 y 8 de \$20. ¿Cuánto dinero trae Mario en total?

El algoritmo de la división

El algoritmo de la división difiere del resto de los algoritmos tanto en la colocación de los números (no se ponen unos debajo de otros) como en el sentido en que se realizan las operaciones (no es de derecha a izquierda) y, además, el resultado no es un número (como sucede en el resto de las operaciones) sino dos (cociente y resto).

En el algoritmo de la división se necesitan y utilizan el resto de las operaciones. La siguiente frase, extraída de una división, es un ejemplo de ello " ... 7 por 5 son 35 (multiplicación) más 2 que me llevo son 37 (suma) hasta 42 son 5 (resta)", esto tiene como consecuencia que cualquier error o dificultad en estas operaciones se traslada a la división.

Para alcanzar una aceptable comprensión del algoritmo se necesita conocer la estructura del sistema decimal de numeración, sumar, restar y multiplicar. Facilitará mucho las cosas la posesión de técnicas de redondeo y estimación así como la habilidad en el cálculo mental y, en particular, el dominio de la tabla de multiplicar.

El algoritmo de la división se suele tratar en un contexto de reparto y en él va a ser fundamental saber, en cada momento, de qué tipo son las unidades que se están manejando, de cuantas unidades de un determinado orden se va a disponer cuando no tenga suficientes del orden inmediato superior para repartir y

estar siempre pendiente de repartir la mayor cantidad posible de las unidades de que se trata para que cada resto parcial sea menor que el divisor. Se trata de repartir una cierta cantidad de objetos que viene dada en unidades, decenas, centenas, unidades de millar, etc., entre otra también expresada de la misma manera, por ejemplo, la división 3789 entre 16.

$$16 \overline{) 3798}$$

* La cantidad a repartir consta de 3 unidades de millar que son insuficientes, y habrá que cambiarlas por 30 centenas que, junto con las 7 que teníamos, hace un total de 37 centenas, que ya puedo repartir.

* Así queda 37 entre 16, tocando a 2 centenas y quedan 5 centenas. $16 \times 2 = 32$

$$37 - 32 = 5$$

$$16 \overline{) 3798} \\ \underline{32} \\ 5$$

* Pongo a la derecha del residuo la cifra siguiente del dividendo y continúo la división.

* Esas 5 centenas se cambian por 50 decenas que, junto con las 9 anteriores, hacen un total de 59 decenas.

$$16 \overline{) 3798} \\ \underline{32} \\ 59$$

* Tocan 3 decenas y quedan 11 decenas. $16 \times 3 = 48$, $59 - 48 = 11$

$$16 \overline{) 3798} \\ \underline{32} \\ 59 \\ \underline{48} \\ 11$$

* Esas 11 decenas se cambian por 110 unidades que, junto con las 8 anteriores, hacen un total de 118 unidades, que se pueden volver a repartir.

$$16 \overline{) 3798} \\ \underline{32} \\ 59 \\ \underline{48} \\ 118$$

* Toca a 7 unidades y quedan 6 unidades. $16 \times 7 = 112$, $118 - 112 = 6$

$$\begin{array}{r}
 237 \\
 16 \overline{) 3798} \\
 \underline{59} \\
 118 \\
 \underline{6}
 \end{array}$$

* Llegados a este punto ya no se puede continuar el reparto y la división ha llegado a su fin. Se puede observar lo siguiente:

- a) Los dígitos que se han ido obteniendo en los sucesivos cocientes representan unidades de órdenes consecutivos y descendentes y, por tanto, para formar el cociente de la división basta con ir escribiéndolos, conforme se obtienen, de izquierda a derecha.
- b) Los dividendos de las sucesivas divisiones parciales están formados por el resto, o sobrante, del reparto anterior al que se le ha escrito una nueva cifra a su derecha, y aprovechando el lugar en el que se ha escrito cada resto para formar el nuevo dividendo, o sea enlazando las divisiones parciales se obtienen el algoritmo de la división usual.

Este algoritmo tiene una gran dosis de trabajo mental y dificulta la localización de errores, en caso de producirse, y es por lo que, con frecuencia, puede estar indicado el trabajar con una variante de este algoritmo, en el que se escriben los productos y las restas parciales, y queda de la siguiente manera.

$$\begin{array}{r}
 237 \\
 16 \overline{) 3798} \\
 \underline{- 32} \\
 59 \\
 \underline{- 48} \\
 118 \\
 \underline{- 112} \\
 6
 \end{array}$$

Siendo que la división es la operación inversa de la multiplicación, podemos observar lo siguiente:

$$2 \times 3 = 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} 6 : 3 = 2 \\ 6 : 2 = 3 \end{array} \right.$$

$$9 \times 3 = 27 \begin{cases} 27 : 9 = 3 \\ 27 : 3 = 9 \end{cases}$$

Con esto podemos encontrar un número desconocido de una multiplicación o de una división como las siguientes:

$$7 \times \square = 56 \quad \square : 10 = 8 \quad \square \times 9 = 54$$

Propiedades de la división

1.- Si el dividendo y el divisor son iguales, el cociente es igual a la unidad.

Ejemplo:

$$7:7 = 1, \text{ porque } 1 \times 7 = 7$$

2.- Si el divisor es uno, el cociente es igual al dividendo.

Ejemplo:

$$9 : 1 = 9, \text{ porque } 9 \times 1 = 9$$

3.- Si el dividendo es cero y el divisor es un número cualquiera distinto de cero, el cociente es cero.

Ejemplo:

$$0 : 5 = 0, \text{ porque } 0 \times 5 = 0$$

4.- Si el divisor es 0, no existe la división.

Ejemplo:

$7 : 0$ carece de significado, pues no tiene sentido dividir entre nada.

5.- Si se multiplica por un número natural el dividendo de una división exacta, el cociente resulta multiplicado por ese número.

Ejemplo:

Sea la división $24 : 8 = 3$

Si multiplicamos por 2 el dividendo se tiene:

$$\frac{24 \times 2}{8} = \frac{48}{8} = 6 = 3 \times 2$$

Se observa que el cociente también resulta multiplicado por 2.

6.- Si se divide entre un número natural el dividendo de una división exacta, el cociente resulta dividido entre ese número.

Ejemplo:

En la división $12 : 2 = 6$, si dividimos entre 3 el dividendo, se tiene:

$$\frac{12:3}{2} = \frac{4}{2} = 2 = \frac{6}{3}$$

Se observa que el cociente también resulta dividido entre 3.

7.- Si se multiplica por un número natural el divisor de una división exacta, el cociente resulta dividido entre ese número.

Ejemplo:

Teniendo la división $30 : 5 = 6$
Si multiplicamos por 2 el divisor, se tiene:

$$\frac{30}{5 \times 2} = \frac{30}{10} = 3 = \frac{6}{2}$$

Se observa que el cociente resulta dividido entre 2.

8.- Si se divide entre un número natural el divisor de una división exacta, el cociente resulta multiplicado por ese número.

Ejemplo:

$$\text{Sea la división } \frac{20}{5} = 4$$

Si dividimos entre 4 el divisor, se tiene:

$$\frac{20}{4:4} = \frac{20}{1} = 20 = 5 \times 4$$

Se observa que el cociente resulta multiplicado por 4.

9.- Si se multiplican o dividen el dividendo y el divisor por un mismo número natural, el cociente no se altera.

Ejemplo:

$$\text{Sea la división } \frac{12}{3} = 4$$

Si multiplicamos dividendo y divisor por 3, se tiene:

$$\frac{12 \times 3}{3 \times 3} = \frac{36}{9} = 4$$

Si dividimos dividendo y divisor entre 3, se tiene:

$$\frac{12:3}{3:3} = \frac{4}{3} = 4$$

Se observa que en ambos casos el cociente no se altera.

10.- Propiedad distributiva respecto a la adición

Ejemplo:

La división de la suma $12 + 8$ entre el número 4, puede realizarse de dos maneras, obteniéndose en ambos casos el mismo resultado.

$$\text{a) } \frac{12 + 8}{4} = \frac{20}{4} = 5$$

$$\text{b) } \frac{12 + 8}{4} = \frac{12}{4} + \frac{8}{4} = 3 + 2 = 5$$

11.- Propiedad distributiva respecto a la sustracción

Ejemplo:

La división de la diferencia $30 - 10$ entre el número 5, puede realizarse de dos modos, obteniéndose en ambos casos el mismo resultado.

$$\text{a) } \frac{30 - 10}{5} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\text{b) } \frac{30}{5} - \frac{10}{5} = \frac{30}{5} - \frac{10}{5} = 6 - 2 = 4$$

Ejercicios:

1.- Escribe en cada cuadro el número adecuado.

$$72 : \square = 9$$

$$63 : \square = 7$$

$$\square \times 6 = 42$$

$$\square \times 5 = 40$$

$$\square : 4 = 7$$

$$\square : 5 = 5$$

$$45 : \square = 9$$

$$6 \times \square = 36$$

$$\square \times 8 = 64$$

$$4 \times \square = 16$$

2.- Efectúa las siguientes divisiones.

$$5 \overline{) 1255}$$

$$16 \overline{) 1024}$$

$$38 \overline{) 9728}$$

$$105 \overline{) 11025}$$

3.- Aplicando la propiedad distributiva de la división, obtener el cociente de cada caso:

a)
$$\frac{63 + 21 + 7}{7}$$

b)
$$\frac{54 - 27}{9}$$

4.- Obtener el cociente en cada caso:

$$75:1$$

$$0 : 4$$

$$0 : 9$$

$$12 : 12$$

$$16 : 1$$

$$0 : 25$$

$$24 : 24$$

$$56: 8$$

$$63 : 7$$

$$28 : 1$$

5.- Resuelve los problemas.

* En una escuela hay 753 niños y se quieren formar torneos de baloncesto con 16 equipos de 5 cada uno.

a)¿Cuántos torneos pueden formarse?

b)¿Cuántos niños quedan de reserva?

*Una fábrica de cigarros produce 3415 cajetillas de cigarros al día y para poder distribuir más fácilmente las cajetillas se forman paquetes de 5 cajetillas.

a)¿Cuántos paquetes produce la fábrica al día?

b)Si para cada cajetilla se utilizan 78 gramos de tabaco, ¿cuántos gramos se gastan al día?

6.- Completa el cuadro en base a las propiedades de la división.

| DIVIDENDO | DIVISOR | COCIENTE |
|-----------|---------|----------|
| 3 000 | 12 | |
| 1 500 | 12 | |
| 300 | 12 | |
| 6 000 | 12 | |
| 3 000 | 24 | |
| 3 000 | 6 | |
| 6 000 | 24 | |
| 1 500 | 6 | |

INSTRUMENTOS DE EVALUACIÓN PARA LOS EJERCICIOS DEL MANUAL

Uno de los componentes del proceso educativo que contribuye de manera importante para lograr mejor calidad en los aprendizajes de los alumnos es el que se refiere a la evaluación. Los profesores frente a grupo tienen la responsabilidad de saber en todo momento del curso escolar qué saben hacer sus alumnos, qué no y qué están en proceso de aprender.

El docente interesado en evaluar el conocimiento procedimental de las estrategias de aprendizaje, deberá centrar su interés en recoger información que le indique hasta qué punto el alumno es capaz de poner en práctica las acciones o secuencias (los pasos) que configuran cada procedimiento, si las utiliza en el orden correcto sin dejarse ninguna y si dicha utilización conlleva una cierta automatización, que permite dedicar más atención a la toma de decisiones que caracteriza al uso estratégico.

Cualquier actividad cognitiva, incluida la aplicación de estrategias de aprendizaje, no puede observarse directamente, sino a través de vehículos indirectos como el lenguaje (explicar lo que se ha pensado) o la conducta externa (acciones que dan cuenta de decisiones internas).

Cualquier actuación destinada a evaluar el uso estratégico de procedimientos en el aula debería proporcionar información sobre:

- El conocimiento conceptual o declarativo. Que el alumno tiene sobre qué son las estrategias de aprendizaje, para qué sirven, qué tipos de estrategias existen, qué pasos hay que realizar para ponerlas en práctica. etc. (lo que hay que hacer)
- El conocimiento procedimental. Conlleva a que el alumno ponga en práctica el conocimiento declarativo descrito anteriormente (saberlo hacer).
- El conocimiento estratégico o condicional, que indica en qué situaciones es adecuado emplear cada procedimiento, de qué forma debe utilizarse, nos da la idea de la bondad de dicha utilización, (controlarlo mientras lo hace).

Los instrumentos de evaluación son las herramientas que usa el profesor necesarias para obtener evidencias de los desempeños de los alumnos en un proceso de enseñanza y aprendizaje. ⁽²³⁾

(23) Citado en www.monografias.com/trabajos

Eisner ⁽²⁴⁾ plantea algunos principios que creo pertinente tomar en cuenta para entender mejor el proceso de evaluación y selección de instrumentos. Para él, la evaluación debe:

- Reflejar las necesidades del mundo real, aumentando las habilidades de resolución de problemas y de construcción de significado.
- Mostrar cómo los estudiantes resuelven problemas y no solamente atender al producto final de una tarea, ya que el razonamiento determine la habilidad para transferir aprendizaje.
- Reflejar los valores de la comunidad intelectual.
- No debe ser limitada a ejecución individual ya que la vida requiere de la habilidad de trabajo en equipo.
- Permitir contar con más de una manera de hacer las cosas, ya que las situaciones de la vida real raramente tienen solamente una alternativa correcta.
- Promover la transferencia presentan de tareas que requieran que se use inteligentemente las herramientas de aprendizaje.
- Requerir que los estudiantes comprendan el todo, no sólo las partes.
- Permitir a los estudiantes escoger una forma de respuesta con la cual se sientan cómodos.

De aquí la importancia de proponer algunos instrumentos de evaluación que el docente puede usar para evaluar si la forma en que el alumno aplica las estrategias es adecuada, además de que las haya comprendido. Ya que como pedagoga tengo la capacidad de planear y evaluar los procesos didácticos y curriculares de programas educativos y por consiguiente dar alternativas de instrumentos de evaluación acordes al desarrollo de competencias. Aunque el docente también puede diseñar otros más o bien retomar algunos como las listas de observación y complementar con el instrumento que seleccionó.

A continuación explico algunos de los instrumentos que responden a una integración e interpretación del conocimiento y a una transferencia de dicho conocimiento a otros contextos.

Existen 2 clases: los instrumentos para la evaluación del desempeño (mapas mentales, solución de problemas, método de casos, proyectos, diario, debate, ensayos, técnica de la pregunta y portafolios) y los instrumentos de observación (entrevista, lista de cotejo, guía de observación,) estos últimas constituyen un auxiliar para las primeros.

(24) Ibid

| Técnicas para la Evaluación del Desempeño | Contenido Conceptual | | Contenido Procedimental | Actitudes y Valores | Habilidades del Pensamiento | Técnicas auxiliares |
|--|----------------------|------------------------|-------------------------|---------------------|-----------------------------|---|
| | Hechos y datos | Principios y conceptos | | | | |
| Mapas Mentales | X | X | X | | X | Lista de Cotejo |
| Solución de Problemas | X | X | X | X | X | Entrevista Lista de Cotejo Rúbricas Rangos |
| Método de casos | X | X | X | X | X | Entrevista Lista de Cotejo Rúbricas Rangos |
| Proyectos | X | X | X | X | X | Entrevista Lista de Cotejo Rúbricas Rangos |
| Diario | X | X | X | X | X | Entrevista |
| Debate | X | X | X | X | X | Lista de Cotejo Rúbricas |
| Técnica de la Pregunta | X | X | X | X | X | Entrevista Lista de Cotejo |
| Ensayos | X | X | X | X | X | Entrevista Lista de Cotejo Rúbricas Rangos |
| Portafolios | X | X | X | X | X | Entrevista Lista de Cotejo Rúbricas Rangos |

La **evaluación del desempeño** es un método que requiere que el estudiante elabore una respuesta o un producto que demuestre su conocimiento y habilidades. Con los instrumentos de ejecución se pretende primordialmente evaluar lo que los estudiantes pueden hacer en lugar de lo que saben o sienten.

En una tarea de ejecución se puede evaluar:

- El procedimiento empleado: conjunto de pasos para llegar a un resultado.
- El producto resultante.

Una ventaja es que este tipo de evaluación requiere de la integración de conocimientos sobre contenidos específicos, destrezas, habilidades mentales y ciertas actitudes para lograr la meta.

Para llevar a cabo la evaluación del desempeño y de las competencias, es importante, por parte del docente:

- La selección de tareas de evaluación que estén claramente conectadas con lo enseñado.
- Que se compartan los criterios de evaluación antes de trabajar en ellos.
- Que se provea a los alumnos con los estándares claros y los modelos aceptables de desempeño.
- Enterar a los estudiantes que sus ejecuciones serán comparadas con estándares y con otros alumnos.
- Fomentar la auto-evaluación.

De todas las herramientas consideradas para el ámbito de desempeño sólo describiré **solución de problemas, técnica de pregunta y método de casos**, ya que considero que son los instrumentos más adecuados para evaluar la aplicación de estrategias didácticas para la resolución de operaciones matemáticas.

Solución de Problemas

Es un hecho que el enfrentamiento con la realidad de la vida cotidiana nos reta a enfocar problemas y conflictos a los cuales se les deben encontrar soluciones aceptables de acuerdo al contexto. El proceso de solucionar problemas implica una serie de habilidades que constituyen dicho proceso y que es importante desarrollar y evaluar en la preparación académica.

Una de las habilidades importantes en la resolución de problemas es la habilidad de hacer preguntas que nos permitan salir de un conflicto y sortear la dificultad, algunas preguntas pueden servir para identificar el problema, otras para buscar alternativas, etc. Nos podemos preguntar: ¿Qué es lo que hace problemática esta situación?, ¿qué me falta por saber?, ¿en cuántas partes puedo descomponer la situación para conocer la cantidad de problemas?, ¿cuántos problemas están involucrados?, ¿cuál voy a intentar resolver?, ¿qué es lo que no funciona?, ¿cuáles son todas las cosas que se pueden hacer?, ¿cómo resolverían, otras personas, este problema?, ¿qué sé yo sobre este tema?, ¿por dónde puedo

empezar para que sea más fácil?, etc. Entre mayor sea el número de alternativas propuestas, hay más posibilidades de encontrar la más adecuada.

Método de casos

Otro método que ha sido asociado y que ofrece apoyo a la utilización de la técnica de solución de problemas es el Método de Casos. La evaluación con este método se realiza relatando una situación que se llevó a cabo en la realidad, en un contexto semejante al que los estudiantes están o estarán inmersos y donde habrá que tomar decisiones.

El relato deberá contener información suficiente relacionada con hechos, lugares, fechas, nombres, personajes y situaciones. Dependiendo del propósito del profesor el planteamiento del problema puede o no estar oculto para que el estudiante lo identifique, enseguida se enumeran los pasos a seguir en la resolución de un caso:

- Identificación, selección y planteamiento del problema.
- Búsqueda y planteamiento de alternativas de solución.
- Comparación y análisis de las alternativas (contemplando ventajas, desventajas, consecuencias y valores involucrados).
- Planteamiento de suposiciones (de acuerdo a la lógica, la experiencia, el sentido común), cuando no hay evidencias suficientes y lo permita el profesor.
- Toma de decisión y formulación de las recomendaciones.
- Justificación de la opción seleccionada (investigación y utilización de teoría).
- Planteamiento de la forma de llevar a cabo la decisión.

La utilización del método de casos, permite evaluar la forma en que un alumno es probable que se desempeñe ante una situación específica, sus temores, sus valores, la utilización de habilidades de pensamiento, su habilidad para comunicarse, para justificar, o argumentar, la forma de utilizar los conceptos y la forma de utilizar lo aprendido en una situación real. Además, es importante mencionar que otro propósito del método es evaluar la forma en que el participante pone en práctica su habilidad de preparar reportes escritos.

La evaluación para el método de casos se puede realizar a través de la observación con una discusión en el salón de clases o utilizado una rúbrica.

La misma rúbrica, puede ser utilizada para evaluar la resolución del caso a través del método de discusión de conflictos, el profesor puede observar las conceptualizaciones, fortalezas y debilidades que tiene un alumno sobre un tema determinado. Durante la discusión, el estudiante tiene la oportunidad de cambiar su opinión basado en las argumentaciones que ofrecen sus compañeros, además,

nos permite evaluar el tipo y el proceso de razonamiento que utiliza para llegar a dichas opiniones y conclusiones.

La discusión, tanto para solución de problemas como para método de casos, puede ser utilizada para resolver problemas simples como una suma o resta, permitiéndoles a los alumnos que ofrezcan su propio método para dar con una respuesta y las razones para llevarlo a cabo de esa manera, después, el problema es resuelto y explicado al resto de sus compañeros y maestro. Estos últimos pueden cuestionar la forma utilizada para resolver el problema y compararla con la forma en que lo hicieron otros equipos. Al finalizar, el profesor debe resaltar que hay varias formas de resolver un problema, tal vez algunos correctos y otros incorrectos dependiendo de la respuesta obtenida, sin embargo, destacando que lo más importante es el proceso de razonamiento utilizado, más que la solución, ya que estos permite conocer los errores en los que incurrimos cuando intentamos solucionar determinado conflicto.

Ventajas:

- Se evalúan diferentes habilidades diversas como identificación de problemas, definición y representación de los mismos, exploración de estrategias posibles, toma de decisiones para la acción de las estrategias y observación de los efectos utilizados.
- El alumno debe combinar principios aprendidos en el aula y nuevas reglas de aplicación.
- Evalúa la capacidad del alumno para poner en práctica su habilidad de preparar reportes escritos.
- Ofrecen al alumno una situación parecida o cercana a la realidad

Desventajas:

- Requieren una planificación cuidadosa.
- El profesor deberá definir si el problema es estructurado o no estructurado.

Técnica de la pregunta

La técnica de la pregunta contextualizada para funciones de evaluación cumple un papel importante ya que de acuerdo a su diseño, se puede obtener de los alumnos información sobre conceptos, procedimientos, habilidades cognitivas, sentimientos, experiencias, etc. de la memoria a corto o a largo plazo. Además, también del diseño, depende el nivel de procesamiento de la información que el alumno utiliza sobre el contenido.

Las preguntas utilizadas para evaluar las habilidades metacognitivas deben estar elaboradas para requerir la descripción de los procesos utilizados cuando se

está pensando, la lista de pasos seguidos en la utilización de una estrategia que permitió ciertos logros y, el reconocimiento de los aspectos que fueron fáciles de salvar y los problemas que surgieron en la resolución de un problema o en la toma de decisiones.

Evaluación a través de la observación

Como se mencionó en párrafos anteriores, los instrumentos de observación, son los auxiliares de los instrumentos para evaluar el desempeño, pero también pueden ayudar al profesor a verificar si el alumno usa las estrategias adecuadas para resolver operaciones matemáticas o no. Los instrumentos más acordes son la lista de cotejo y la guía de observación, las cuales describiré a continuación.

Lista de cotejo

Una lista de corroboración o cotejo es semejante en apariencia y usos a la escala de calificaciones. La diferencia radica en el tipo de juicio que se solicita. Una escala de calificación proporciona la oportunidad de indicar el grado en el cual se ha logrado cada una de las características o su frecuencia de aparición; la lista de cotejo, en cambio, exige un simple juicio de "sí" o "no".

Son especialmente útiles para evaluar aquellas destrezas o modos procedimentales que pueden ser divididos claramente en una serie de actuaciones parciales, o pasos en su realización.

Cómo elaborarla

1. Identificar y describir claramente cada uno de los actos específicos que se desean en la actuación.
2. Añadir a la lista aquellos actos que representan errores comunes, siempre que estén limitados en número y puedan identificarse claramente.
3. Ordenar los actos que se desean y los errores probables en el orden aproximado en que se espera que ocurran.
4. Proporcionar un procedimiento sencillo de registro ya sea para numerar los actos en secuencia o para tachar cada acto según va ocurriendo.

Puede también utilizarse para evaluar productos terminados. Antes de decidir su uso hay que determinar si realmente puede evaluarse el producto en cuestión por la sola presencia o ausencia de elementos. El instrumento en este caso consiste en una lista de características que debe poseer el producto terminado; para su administración el docente sólo tiene que verificar si cada una de las características está presente o no.

En cuanto a la construcción del formato, debe incluir los siguientes aspectos:

- Nombre de evaluado.
- Fecha de la observación.
- Nombre del evaluador.
- Título de la tarea.
- La lista de los ítems.
- Dos columnas Si/ No;
- Una sección para observaciones o comentario acerca del trabajo.
- Escala de Nota Final

Ejemplo:

LISTA DE COTEJO

| | |
|----------------------------|--|
| ASIGNATURA | |
| NOMBRE DEL ALUMNO | |
| FECHA DE APLICACIÓN | |

| No | Características del producto a evaluar | REGISTRO DE CUMPLIMIENTO | | OBSERVACIONES |
|----------|--|--------------------------|----|---------------|
| | | SI | NO | |
| 1 | Coloca las cantidades de forma vertical haciendo que coincidieran , unidades con unidades, decenas con decenas, etc. | | | |
| 2 | Practica el cálculo mental. | | | |
| 3 | Muestra disposición para la actividad a desarrollar. | | | |
| 4 | Aplica las propiedades aritméticas. | | | |
| 5 | Resuelve problemas que implicaban el uso de una o varias operaciones básicas de manera autónoma. | | | |
| 6 | Valida procedimientos y resultados. | | | |
| 7 | Usa la estrategia adecuada para resolver problemas. | | | |
| 8 | Pone en juego diferentes formas de representar y efectuar cálculos. | | | |

| | | | | |
|-----------|---|--|--|--|
| 9 | Utiliza la calculadora para realizar operaciones con números naturales. | | | |
| 10 | Comunica información matemática. | | | |

Guía de observación

Es un registro abierto o cerrado de algunos aspectos que se pueden observar directamente en el individuo, cuando éste realiza una actividad. La observación implica poner en juego una mirada mediada por los conocimientos previos, los valores y habilidades del observador, quien ante una situación concreta, ha de enfocar su atención a rasgos o indicadores que si bien han sido previamente especificados, pueden adaptarse a las circunstancias que se presentan en el momento mismo de la práctica.

Algunos elementos generales a considerar para la elaboración de una guía de observación son:

La observación tiene un propósito que ha de ser especificado. Por ejemplo: las habilidades que desarrollan los estudiantes en un ambiente de aprendizaje colaborativo y valoral.

***DATOS DE IDENTIFICACIÓN**

ESCUELA, INSTITUCIÓN O LUGAR: _____

GRUPO _____

ASIGNATURA _____

ALUMNO(A) OBSERVADO (A) _____

FECHA _____

HORARIO: INICIO _____ TÉRMINO _____

OBSERVADOR _____

TEMA O CONTENIDO: _____

Ejemplo:

| | |
|-----------------------|----------------------|
| Nombre de la Materia: | Grado y grupo: |
| | Plantel: |
| Profesor: | Desempeño a evaluar: |
| Alumno: | Fecha de aplicación: |

| No | Acciones a evaluar | REGISTRO DE CUMPLIMIENTO | | OBSERVACIONES |
|----|--|--------------------------|----|---------------|
| | | SI | NO | |
| 1 | Puede explicar lo que ha hecho | | | |
| 2 | Puede reconocer alternativas válidas | | | |
| 3 | Discrimina información relevante e irrelevante | | | |
| 4 | Busca información adicional | | | |
| 5 | Comparte sus respuestas | | | |
| 6 | | | | |
| 7 | | | | |
| 8 | | | | |
| 9 | | | | |

Como sucede en la evaluación de la adquisición de cualquier contenido, en el caso de las estrategias de aprendizaje el interés del docente no debe limitarse únicamente a comprobar la capacidad del alumno para reproducir literalmente la definición de los conceptos que forman parte de dicho contenido. Si no más bien a constatar hasta qué punto se han comprendido esos conceptos y principios y en qué medida se conectan o relacionan con lo que uno ya sabe de cómo se aprende.

Para que el alumno sea competente, en el entorno que se desarrolla, es indispensable que los alumnos se interesen y encuentren significado y funcionalidad en el conocimiento matemático, que lo valoren y hagan de él un instrumento que les ayude a reconocer, plantear y resolver problemas presentados en diversos contextos de su interés.

Por ello considero que éste manual de estrategias didácticas para el desarrollo de habilidades matemáticas en los alumnos de 5° grado de educación básica, contribuye al desarrollo del pensamiento lógico, ya que las estrategias se consideran como procesos mentales para el razonamiento, para obtener información y tomar decisiones, así mismo la comunicación entre individuos se ve favorecida por el lenguaje matemático, pues los números, la geometría, la

estadística y las probabilidades, son conocimientos que permiten a individuos de otras culturas y de otros idiomas diferentes poderse comunicar, y la adquisición de conocimientos relevantes que conectan lo que se aprende en la escuela con el medio en que se desenvuelve el niño.

Conclusiones

Las matemáticas permiten resolver problemas en diversos ámbitos, como el científico, el técnico, el artístico y la vida cotidiana. Si bien todas las personas construyen conocimientos fuera de la escuela que les permiten enfrentar dichos problemas, esos conocimientos no bastan para actuar eficazmente en la práctica diaria. Los procedimientos generados en la vida cotidiana para resolver situaciones problemáticas muchas veces son largos, complicados y poco eficientes, si se les compara con los procedimientos convencionales que permiten resolver las mismas situaciones con más facilidad y rapidez.

Se considera que una de las funciones de la escuela es brindar situaciones en las que los niños utilicen los conocimientos que ya tienen para resolver ciertos problemas y que, a partir de sus soluciones iniciales, comparen sus resultados y sus formas de solución para hacerlos evolucionar hacia los procedimientos y las conceptualizaciones propias de las matemáticas. El contar con las habilidades, los conocimientos y las formas de expresión que la escuela proporciona permite la comunicación y comprensión de la información matemática presentada a través de medios de distinta índole.

En el Plan y Programas de Estudio para la Educación Primaria de 1993 se propone un enfoque metodológico para la enseñanza de las matemáticas basado en la resolución de problemas. Ahí se plantea que el diálogo, la interacción y la confrontación de puntos de vista ayudan al aprendizaje y a la construcción de conocimientos. Se argumenta que con estas actividades las matemáticas son para los alumnos herramientas funcionales y flexibles que les permiten resolver las situaciones problemáticas que se les plantean. En el Programa de Estudios 2009, lo que se aporta es mayor precisión en cuanto a lo que se sugiere hacer para que los alumnos aprendan, mayor claridad en cuanto al desafío que representa para los profesores esta manera de estudiar y, como consecuencia, más elementos que pueden servir de apoyo para el trabajo diario.

La importancia de este trabajo de investigación, en el ámbito educativo radica en que las indagaciones realizadas consideran todos los elementos en el desarrollo académico de los niños, detectando la falta de motivación, desinterés, actividad rutinaria, y falta de estrategias novedosas, propiciando un entorno con condiciones adversas para desarrollar actividades académicas. En cuanto a lo social, tiene importancia porque los avances de los niños se reflejan en la vida cotidiana, el apoyo de los padres de familia y de la comunidad en su conjunto es mayor, generando con ello un ambiente de confianza entre los niños y una relación de ayuda recíproca con la escuela. Por los resultados observados en la enseñanza de las matemáticas, se ofrecen en el manual, estrategias didácticas

para desarrollar y fomentar en los alumnos una participación más activa al realizar las operaciones básicas de matemáticas. Para ello se consideró la situación problemática actual en cuanto a la planificación que realizan los docentes para impartir clase en el área de matemática y los procedimientos que los alumnos usan, ya que las estrategias utilizadas no son las más adecuadas para transmitir los contenidos a los estudiantes.

Siendo que entre mis funciones como pedagogo está la de identificar, analizar y evaluar el proceso educativo, se logró observar que las estrategias didácticas para generar habilidades matemáticas para resolver las operaciones matemáticas básicas, el profesor y el alumno las conocen pero no las usan correctamente. Se cree que enseñar y conocer desde lo más básico, como qué significa la palabra adición, o por qué la multiplicación es una suma abreviada no es válido, pero lo es si el alumno sabe cómo y cuándo aplicarlo correctamente. Al modificar el proceso de enseñanza-aprendizaje se obtienen mejores resultados, ya que el alumno adquiere el conocimiento de lo más simple a lo más abstracto, además de que aprovechan lo que ya saben y avanzan en el uso de estrategias más eficaces.

Como pedagoga vi la necesidad de observar y analizar el entorno en el que los alumnos de quinto grado de primaria adquieren sus aprendizajes, además de identificar los problemas y necesidades que pueden ser solucionados, por ello investigué y busqué la manera de presentarle al docente un manual que puede usar junto con otros materiales para satisfacer las necesidades del alumno respecto a la solución de las operaciones básicas. De esta manera no sólo intervengo desde mi función docente sino principalmente desde la pedagógica, ya que puedo relacionar lo que aprendí durante mis estudios de licenciatura con mi práctica docente.

A partir de la situación planteada y en función de esta investigación se concluye dándole respuesta a los objetivos de la investigación. El primero de los objetivos implica identificar y analizar las habilidades que se deben desarrollar en los alumnos de quinto grado de primaria, respecto a las operaciones básicas para proponer estrategias que permitan un aprendizaje permanente. Se plantearon diversas habilidades que el alumno debe desarrollar antes y durante el aprendizaje de la resolución de las operaciones aritméticas, así como algunas estrategias para generarlas, ya que para planear el proceso de enseñanza-aprendizaje, el docente debe conocerlas ya que le permitirá planear las estrategias adecuadas que lleven al alumno a adquirirlas y así contribuir a que confíe en su capacidad para aprender.

En el objetivo número dos, establece proponer estrategias elementales en la enseñanza de las operaciones básicas para generar habilidades necesarias para un

aprendizaje significativo y permanente. Para dar cumplimiento a éste objetivo es que se elaboró un manual, para que maestro y alumno desarrollen estrategias adecuadas para generar habilidades que les permitan resolver las operaciones aritméticas de manera pertinente.

En relación al objetivo tres que plantea que los alumnos apliquen las habilidades matemáticas en la resolución de las cuatro operaciones básicas para plantear y resolver problemas en el aula y en su vida diaria. Se concluye que el que el alumno adquiriera habilidades matemáticas para resolver cualquiera de las operaciones básicas, no sólo le servirán en la resolución de las mismas, sino que le permitirán resolver cualquier situación que se le presente, tanto dentro de la escuela como fuera de ella.

BIBLIOGRAFÍA

- Álvarez, Juan Manuel. Evaluar el aprendizaje en una enseñanza centrada en competencias. Morata. Madrid, 2008
- Ávila Storer, Alicia. La enseñanza oficial de las matemáticas en México, su psicopedagogía y transformación (1994-1986), Colección Cuadernos de Cultura Pedagógica. Universidad Pedagógica Nacional. México, 1988.
- Avilés, Gildardo F. Aritmética Femenil. Libro de Texto para niñas del cuarto año de instrucción primaria elemental. Librería de la Vda. De Bouret. México, 1905.
- Baldor, Aurelio. Aritmética. Teórico Práctica. Publicaciones Cultural. Madrid, 1993.
- Baroody, Arthur. El pensamiento matemático de los niños. Editorial MEC. Madrid, 1988.
- Beltrán, J. Psicología de la educación. Eudema Universidad/manuales. Madrid, 1997
- Bermejo, Vicente. El niño y la aritmética. Instrucción y construcción de las primeras nociones aritméticas. Paidós. Barcelona, 1990.
- Castro, Enrique. Didáctica de la matemática en la Educación Primaria. Editorial Síntesis. Madrid, 2002.
- Clemente E., rosa Ana. Contextos de Desarrollo psicológicos y educación. Ediciones Aljibe. España, 1996.
- Coulon, Alain. Etnometodología y educación. Paidós. España, 1995.
- Díaz B., F. y Hernández R., G. Estrategias docentes para un aprendizaje significativo. Mc Graw Hill. México, 1999.
- Eggen, Paul D. Y Donald P. Kaucchak. Estrategias docentes. Enseñanza de contenidos curriculares y desarrollo de habilidades del pensamiento. Fondo de Cultura Económica. México, 1999.
- Escalona, Francisca. Didáctica de la Matemática en la escuela primaria. Kapelusz. Argentina, 1974.
- Fernández Baroja, María Fernanda, et. al. Niños con dificultades para las matemáticas. Ciencias de la Educación Preescolar y Especial. Madrid, 2003.
- González, Adriana y Weinstein, Edith. ¿Cómo enseñar matemáticas en el Jardín? Ediciones Colihue. Argentina, 2000.
- Kline, Morris. El fracaso de la matemática moderna. Por qué Juanito no sabe sumar. Siglo XXI. México, 1983.
- Lovell, K. desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños. Ediciones Morata. Madrid, 1977
- Monereo, Font Carles. Estrategias de aprendizaje. A. Machado libros. Madrid, 2002.
- Monereo, Font Carles. Estrategias de enseñanza y aprendizaje, formación del profesorado y aplicación en la escuela. Editorial Graó. Barcelona, 1999.
- Nisbet J. y Schucksmith, J. Estrategias de aprendizaje. Santillana/Aula XXI. Madrid.

- Novelo, Geraldine. Conozcamos a nuestros niños del nacimiento a los 6 años. Editorial Paidós. México, 2002.
- Perrenoud, Philippe. Construir las competencias desde la escuela. Dolmen Ediciones. Santiago de Chile, 1999.
- Pozo, Juan Ignacio. Teorías Cognitivas del aprendizaje. Morata. Madrid, 1920.
- Resnick, Lauren B. y Wendy W. Ford. La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos. Paidós. Barcelona, 1990.
- Reyes Parra, Juvencio. Matemática Explicada. Mucar. México, 1982.
- Rozán, José E. Aritmética y Nociones de Geometría. Progreso. México, 1954
- Santrock, John W. Psicología de la Educación. Mc Graw Hill. México, 2004.
- SEP. Libro para el maestro de Matemáticas. Quinto grado. Primaria. México, 1999.
- SEP. Libro para el alumno Matemáticas. Quinto grado. Primaria. México, 1994.
- SEP. Plan y Programas de Estudio. Primaria. México, 1993.
- SEP. Programas de Estudio. Sexto grado. Educación Básica. Primaria. México, 2009.
- Tardif, Maurice. Los saberes del docente y su desarrollo profesional. Narcea. Madrid, 2004.
- Thomson, James Edgar. Aritmética. Uteha. México, 1967.
- Zabala, Antoni y Laia Arnau. 11 ideas clave. Cómo aprender y enseñar competencias. Graó. Barcelona, 2007.

HEMEROGRAFÍA

- Diccionario de las Ciencias de la Educación. Santillana. México, 1996.
- Diccionario enciclopédico SALVAT UNIVERSAL. Salvat Editores. Barcelona, 1981.
- Enciclopedia de Pedagogía. Espasa. México, 2005
- Manual Básico del Docente. Editorial Cultural. España, 2003.

WEBGRAFÍA

- <http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/influencia-de-las-tic/>
- <http://www.edb.com.ar>
- <http://cepmotilla.es/tutor/VALORES>
- <http://www.monografías.com>