



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA
DE MÉXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**Valor en Riesgo del peso mexicano y otras divisas
latinoamericanas ante eventos de crisis utilizando Teoría
de Valores Extremos**

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TÍTULO DE:

ACTUARIO

P R E S E N T A:

EDNA LÓPEZ ÁVILA



**DIRECTOR DE TESIS:
M. EN F. MARIA ANTONIETA CAMPA ROJAS
2013**

A Dios, por ser el autor de todos mis éxitos.

A mis papás, por creer en mí y brindarme todo su apoyo a través de los años.

A mis hermanas, por todos lo que hemos vivido y lo que nos falta por vivir.

A mi novio, por motivarme siempre a pesar de las dificultades.

A mi asesora de tesis, por su amistad e incondicional ayuda.

A mis sinodales de tesis, por el tiempo y esfuerzo que dedicaron a este trabajo.

La sabiduría está delante del entendido, pero los ojos del necio, vagan
hasta el extremo de la tierra. *Proverbios 17.24*

Índice general

Índice de figuras	IV
1. Teoría de Valores Extremos	7
1.1. Métodos para modelar Valores Extremos	7
1.1.1. Máximos por Bloque	10
1.1.2. Datos Excedentes sobre un Umbral	22
1.2. Métodos estadísticos de diagnóstico	25
1.2.1. Visualización de datos	25
1.2.2. Estimación de los parámetros	32
2. Riesgo y medidas de riesgo	39
2.1. Riesgo	40
2.1.1. Riesgo de crédito	40
2.1.2. Riesgo de liquidez	42
2.1.3. Riesgo operativo	44
2.1.4. Riesgo legal	45
2.1.5. Riesgo de mercado	45
2.2. Valor en Riesgo (VaR)	47
2.2.1. VaR basado en simulación	48
2.2.2. VaR basado en distribuciones paramétricas	49
2.2.3. VaR para distribuciones generales	50
2.3. Expected Shortfall	53
2.4. VaR y Expected Shortfall mediante la aplicación de Teoría de Valores Ex- tremos en series financieras	55
3. Crisis financiera global y mercado cambiario	61
3.1. Crisis financiera global	61
3.2. Tipos de cambio	65
3.2.1. Peso mexicano	66
3.2.2. Real brasileño	71
3.2.3. Peso chileno	72
3.2.4. Peso colombiano	75

4. Aplicación de la Teoría de Valores Extremos al peso mexicano y otras monedas latinoamericanas en el ambiente de la crisis financiera global	78
4.1. Primer acercamiento de los datos	78
4.1.1. Modelo de volatilidad de las series mediante un GARCH (1,1)	84
4.2. Cálculo del VaR de las depreciaciones del peso mexicano y otras divisas de Latinoamérica	91
4.2.1. Backtesting del modelo	109
4.2.2. Cálculo del Expected Shortfall o VaR Condicional	114
4.3. Cálculo del VaR de las apreciaciones del peso mexicano y otras divisas de Latinoamérica	118
4.4. Cálculo del VaR de un portafolio compuesto por el peso mexicano y otras divisas de Latinoamericanas	128
4.5. Conclusiones	138
Bibliografía	147

Índice de figuras

0.1. Pérdidas estimadas causadas por huracanes en miles de millones de dólares.	1
0.2. Log-rendimientos de la acción de American International Group, enero de 2006 a diciembre de 2009	2
1.1. Ejemplo de máximos de bloque mensuales para el tipo de cambio de la corona islandesa contra el dólar de enero a diciembre de 2008	8
1.2. Ejemplo de Datos Excedentes sobre un Umbral para el tipo de cambio de la corona islandesa contra el dólar de enero a diciembre de 2008 ($u = 0.04$) . .	9
1.3. Ejemplo de distribuciones Fréchet, Weibull y Gumbel	13
1.4. Comparación de la distribución Gumbel contra una distribución Normal. . .	20
1.5. Función de distribución muestral de los log-rendimientos del índice S&P 500, junio de 2008 a junio de 2009.	27
1.6. Datos de los niveles del Río Nidd en Yorkshire. Valores mayores a un umbral de 65 y su respectivo QQ-plot.	30
1.7. Diferencia de logaritmos del índice de S&P 500 de junio de 2008 a junio de 2009 y su respectivo QQ-plot.	30
1.8. Histograma de los log-rendimientos del índice de S&P 500, junio de 2008 a junio de 2009.	31
1.9. Box Plot de los log-rendimientos del índice S&P 500, junio de 2008 a junio de 2009.	32
1.10. Estimador de Hill correspondiente a los reclamos de incendios para una aseguradora en Dinamarca, millones de coronas danesas contra el dólar (precios de 1985).	34
2.1. Representación del VaR y del Expected Shortfall	54
3.1. Cotización del tipo de cambio peso mexicano contra el dólar estadounidense.	70
3.2. Cotización del tipo de cambio real brasileño contra el dólar estadounidense.	72
3.3. Cotización del tipo de cambio peso chileno contra el dólar estadounidense. .	75
3.4. Cotización del tipo de cambio peso colombiano contra el dólar estadounidense.	77

4.1. Cotizaciones del tipo de cambio de: a) peso mexicano contra el dólar; b) real brasileño contra el dólar; c) peso chileno contra el dólar; y d) peso colombiano contra el dólar. Todas desde su fecha de flotación hasta el 17 de septiembre de 2008.	80
4.2. Log-rendimientos de las cotizaciones del tipo de cambio de: a) peso mexicano contra el dólar; b) real brasileño contra el dólar; c) peso chileno contra el dólar; y d) peso colombiano contra el dólar. Todas desde su fecha de flotación hasta el 17 de septiembre de 2008.	81
4.3. Media, desviación estándar, sesgo, curtosis, histograma, QQ-Plot contra una distribución normal y Box-Plot del peso mexicano contra el dólar, el real brasileño contra el dólar, el peso chileno contra el dólar y el peso colombiano contra el dólar.	83
4.4. ACF y PACF de los log-rendimientos del peso mexicano contra el dólar, el real brasileño contra el dólar, el peso chileno contra el dólar y el peso colombiano contra el dólar.	86
4.5. Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del peso mexicano.	87
4.6. Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del real brasileño,	88
4.7. Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del peso chileno.	89
4.8. Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del peso colombiano.	90
4.9. Residuales de la aplicación de un GARCH (1,1) a los log-rendimientos (izquierda) y sus respectivos QQ-Plots (derecha) para el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano contra el dólar.	91
4.10. Máximos mensuales de los los residuales de los log-rendimientos del peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano.	92
4.11. Gráfico del estimador de Hill para los máximos de los residuales de los log-rendimientos del peso mexicano, real brasileño, peso chileno y peso colombiano frente al dólar.	93
4.12. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del peso mexicano por medio de Máximos por Bloque.	96
4.13. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del real brasileño por medio de Máximos por Bloque.	97
4.14. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del peso chileno por medio de Máximos por Bloque.	98
4.15. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del peso colombiano por medio de Máximos por Bloque.	99

4.16. Cola de la funcion de densidad generalizada de valores extremos del peso mexicano, real brasileño, peso chileno y peso colombiano contra el dólar. . .	100
4.17. Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del peso mexicano contra el dólar.	102
4.18. Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del real brasileño contra el dólar.	103
4.19. Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del peso chileno contra el dólar.	104
4.20. Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del peso colombiano contra el dólar.	105
4.21. VaR al 95 % de confianza para diferentes umbrales para cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP).	108
4.22. Backtesting model del VaR al 95 % de confianza calculado diariamente, mediante Teoría de Valores Extremos, de los log-rendimientos de cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP) modelados por volatilidad mediante un GARCH (1,1).	110
4.23. Backtesting model del VaR al 95 % de confianza calculado diariamente, mediante Teoría de Valores Extremos, de los log-rendimientos de cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP).	115
4.24. Backtesting model del VaR al 95 % de confianza calculado diariamente, suponiendo una distribución normal en los log-rendimientos de cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP).	116
4.25. Media, desviación estándar, sesgo y curtosis de las apreciaciones de cada divisa (superior izquierdo). Histograma de las apreciaciones de cada divisa (superior derecho). QQ-Plots de las apreciaciones de cada divisa (inferior izquierdo). Box Plot de las apreciaciones de cada divisa (inferior derecho).	120
4.26. ACF y PACF de los residuales de las apreciaciones del peso mexicano (renglón 1), del real brasileño (renglón 2), del peso chileno (renglón 3) y del peso colombiano (renglón 4).	121
4.27. Máximos mensuales de los residuales de los apreciaciones del peso mexicano (superior izquierdo), del real brasileño (superior derecho), del peso chileno (inferior izquierdo) y del peso colombiano (inferior derecho).	122
4.28. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las apreciaciones del peso mexicano por medio de Máximos por Bloque.	124
4.29. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las apreciaciones del real brasileño por medio de Máximos por Bloque.	125

4.30. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las apreciaciones del peso chileno por medio de Máximos por Bloque.	126
4.31. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las apreciaciones del peso colombiano por medio de Máximos por Bloque.	127
4.32. Log-rendimientos del portafolio 1 (izquierda), portafolio 2 (en medio) y portafolio 3 (derecha), del 14 septiembre de 1999 al 17 septiembre de 2008.	130
4.33. Media, desviación estándar, sesgo y curtosis de los log-rendimientos de cada portafolio (cuadro superior). Histograma de los log-rendimientos de cada portafolio (segundo renglón). QQ-Plots de los log-rendimientos de cada portafolio (renglón 3). Box Plot de los log-rendimientos de cada portafolio (renglón 4).	131
4.34. ACF y PACF del Portafolio 1 (renglón 1), del Portafolio 2 (renglón 2) y del Portafolio 3 (renglón 3).	132
4.35. Log-rendimientos y residuales (izquierda arriba), respectivo histograma (derecha arriba), respectivo QQ-plot (izquierda abajo) y respectivo ACF (derecha abajo) del Portafolio 1.	133
4.36. Log-rendimientos y residuales (izquierda arriba), respectivo histograma (derecha arriba), respectivo QQ-plot (izquierda abajo) y respectivo ACF (derecha abajo) del Portafolio 2.	134
4.37. Log-rendimientos y residuales (izquierda arriba), respectivo histograma (derecha arriba), respectivo QQ-plot (izquierda abajo) y respectivo ACF (derecha abajo) del Portafolio 3.	135
4.38. Máximos mensuales de los residuales de los log-rendimientos del Portafolio 1 (izquierda), Portafolio 2 (centro) y Portafolio 3 (derecha).	136
4.39. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de los log-rendimientos del Portafolio 1 por medio de Máximos por Bloque.	139
4.40. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de los log-rendimientos del Portafolio 2 por medio de Máximos por Bloque.	140
4.41. Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de los log-rendimientos del Portafolio 3 por medio de Máximos por Bloque.	141
4.42. VaR de las pérdidas mediante el método de Máximos por Bloque, para el Portafolio 1, Portafolio 2 y Portafolio 3.	141

Introducción

En una serie de datos pueden existir eventos extremos, es decir valores que se encuentran muy alejados de la media muestral y que tiene poca probabilidad de ocurrencia. Dos ejemplos de estos se muestran en las gráficas de las pérdidas causadas por huracanes de 1926 a 1995 en el Atlántico Norte en miles de millones de dólares estadounidenses (Figura 0.1) y de los log-rendimientos de la acción *American International Group* (Figura 0.2).

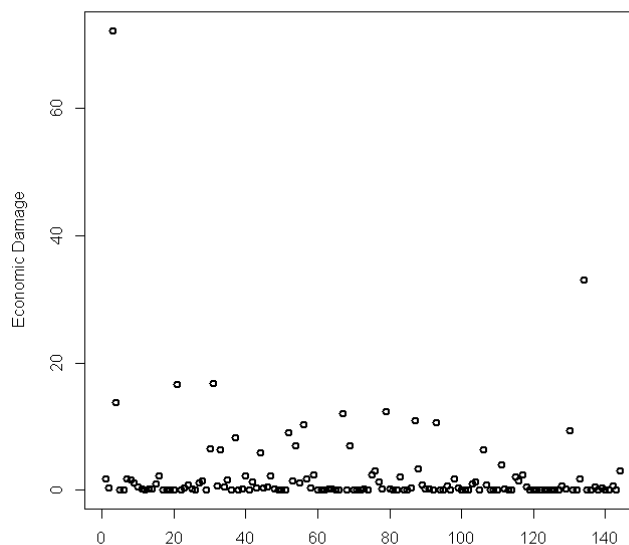


Figura 0.1: Pérdidas estimadas causadas por huracanes en miles de millones de dólares.

Como podemos observar, existen pocos datos que se encuentran alejados de la media; sin embargo, la diferencia entre éstos y los demás datos es muy grande, por lo que son considerados como valores extremos.

La Teoría de Valores Extremos (TVE) estudia los eventos extremos, es decir, se

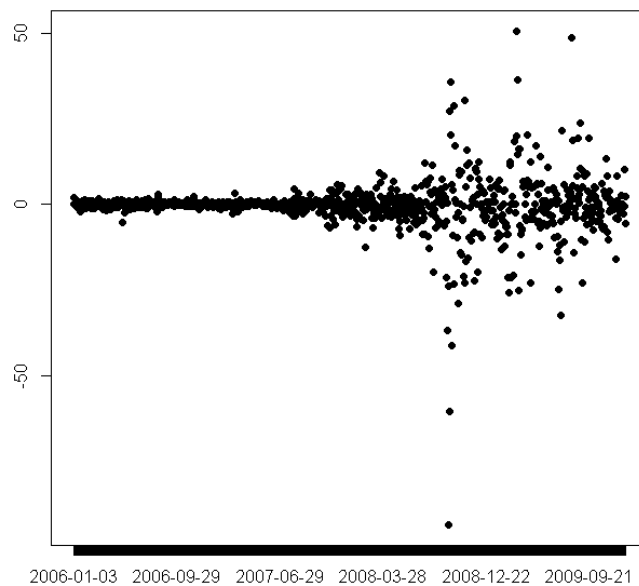


Figura 0.2: Log-rendimientos de la acción de American International Group, enero de 2006 a diciembre de 2009

ocupa del comportamiento de las distribuciones asintóticas de los valores extremos de una muestra. En 1928 Fisher-Tippett y Gnedenko¹ crearon los fundamentos de la TVE, argumentando que la distribución de los datos máximos de una serie de datos, con valores independientes e idénticamente distribuidos, convergen a una distribución no degenerada.

En los últimos años la Teoría de Valores Extremos ha sido utilizada en diferentes áreas de estudio, como por ejemplo:

- Oceanografía: en el comportamiento de las corrientes marinas extremas.
- Ecología: en los altos niveles de ozono en un área determinada.
- Climatología: en las velocidades extremas que pueden alcanzar los huracanes.
- Ingeniería: en el aumento del flujo en el nivel de un río.

¹"Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample"(1928)

- Actuaría: en los reclamos máximos de una aseguradora ante una catástrofe.

Estos estudios han sido de gran importancia, ya que con el conocimiento de la distribución de los máximos de una muestra de datos, se han podido prevenir sucesos trágicos. Por ejemplo, en el área de ingeniería civil, es necesario medir las proporciones que debe tener una presa, conociendo los flujos máximos que podría alcanzar un río en época de fuertes lluvias a fin de prevenir una posible inundación. Otro caso es en el área actuarial, en donde el estudio de los montos máximos de los reclamos en un seguro es de vital importancia para calcular la prima que debe de pagar el asegurado, a fin de evitar el incumplimiento de pago por parte de la aseguradora.

Últimamente se ha implementado el uso de la Teoría de Valores Extremos en las áreas de economía y finanzas. Como sabemos, el comportamiento de un activo financiero puede ser muy volátil, por lo que sus precios suelen alcanzar niveles muy altos o muy bajos en una situación de crisis. Es por eso que el estudio de estos valores máximos y mínimos se ha vuelto de gran interés en el área de riesgo financiero.

La mayoría de los activos financieros no presentan una distribución normal, ya que tienden a tener colas pesadas, es decir, existe la probabilidad de que alcancen máximos y/o mínimos extremos. Sin embargo, muchas de las medidas de riesgo aplicadas a activos financieros suponen normalidad en su distribución, dando como resultado una subestimación de pérdidas o ganancias ante eventos extremos. Es por esta última razón que la Teoría de Valores Extremos resulta tanto importante como útil, ya que no es necesario conocer la distribución de los datos de toda la muestra para conocer la distribución de los máximos (o mínimos).

Una de las medidas más utilizadas para el cálculo del riesgo es el VaR (*Value at Risk*), el cual mide la posible pérdida que podría presentar un activo en un intervalo de tiempo y con un cierto nivel de probabilidad. Muchas veces en el cálculo del VaR se supone que los datos tienen una distribución normal, por lo que no se toman en cuenta los riesgos de valores extremos que se pueden presentar, los cuales no tienen una distribución normal sino una "distribución extrema".

Durante los dos últimos años, el sistema financiero a nivel global ha sido afectado por diferentes crisis, que han generado pérdidas a inversionistas en diferentes activos. En este sentido, esta tesis tiene como objetivo prever el impacto negativo que pueden generar estos periodos de alta volatilidad en inversiones de divisas latinoamericanas como el peso mexicano (MXN), el real brasileño (BRL), el peso chileno (CLP) y el peso colombiano (COP) contra el dólar estadounidense, mediante el cálculo del VaR por medio de la Teoría de Valores Extremos.

Esta tesis se encuentra conformada por cuatro capítulos, los cuales a continuación se detallarán a manera breve.

En el Capítulo 1, se definirá la teoría encargada del estudio de los valores extremos antes descritos, es decir de la Teoría de Valores Extremos (TVE). Se detallarán dos de los métodos que existen para la selección de los valores extremos de la muestra: Máximos por Bloque y Datos Excedentes sobre un Umbral; y las funciones de distribución a las cuales convergen los extremos de la muestra de cada método, que son la Distribución Generalizada de Valores Extremos y la Distribución de Pareto Generalizada, respectivamente. Adicionalmente, se hablará de los métodos estadísticos que sirven como primer acercamiento de los

datos, entre los que destacan; las gráficas del histograma, QQ-Plot, Box Plot, función de distribución empírica y función de densidad empírica, así como las medidas de desviación estándar, media, kurtosis y sesgo.

En el Capítulo 2, se especificará que es el Riesgo y se enumerarán diferentes medidas de riesgo, entre las cuales se encuentran: el riesgo de crédito, el riesgo de liquidez, el riesgo operativo, el riesgo legal y el riesgo de mercado. Se puntualizará en una medida que tiene como objetivo el cálculo del riesgo de mercado llamada VaR o Valor en Riesgo, así como tres diferentes formas de obtenerlo; por simulación, por medio de distribuciones paramétricas o por medio de distribuciones generales. Adicionalmente se hablará de una medida de riesgo complementaria al VaR, llamada Expected Shortfall o VaR condicional. Y en el contexto de la TVE, se describirá la forma y cálculo del VaR y el Expected Shortfall para valores extremos.

En el Capítulo 3, se describirá en forma de un breve resumen los acontecimientos y causas de la crisis financiera de 2008 a nivel global, así como sus repercusiones en la región de Latinoamérica. Adicionalmente se dará una breve explicación de que es el mercado cambiario, y se dará a conocer una resumida historia de cada una de las divisas en estudio: el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano.

Por último, en el Capítulo 4 se llevará a cabo la práctica de la Teoría de Valores Extremos antes descrita. En este sentido, utilizando las series de los log-rendimientos de las divisas desde su libre flotación hasta septiembre de 2008, se calculará el VaR y Expected Shortfall de las depreciaciones de la series, mediante la Teoría de Valores Extremos, por medio de los dos métodos (Máximos por Bloque y Datos Excedentes sobre un Umbral),

modelando la volatilidad presentada en las series con un GARCH (1,1). Se realizará un Back Testing de este método a diferentes niveles de confianza y se comparará los resultados con otros dos métodos. De forma similar se calculará el VaR de las apreciaciones de cada una de las divisas en estudio, a fin de comparar las dos colas de la distribución, tanto la de depreciaciones como la de apreciaciones de cada una de las divisas. Adicionalmente, se crearán tres portafolios compuestos por el peso mexicano, el real brasileño y el peso colombiano, con diferentes pesos o porcentaje de participación del portafolio y se calculará el VaR de las pérdidas de cada uno de ellos. Finalmente, se escribirán las conclusiones de este trabajo. Cabe destacar, que todos los cálculos de este trabajo se realizaron con **R**, un proyecto estadístico de software libre, con las paqueterías *tseries*, *timeSeries*, *fExtremes*, *evir*, *ismev* y *POT*.

Capítulo 1

Teoría de Valores Extremos

1.1. Métodos para modelar Valores Extremos

En la Teoría de Valores Extremos dos métodos para analizar el comportamiento de eventos extremos son:

- Máximos de Bloque
- Datos Excedentes sobre un Umbral (POT, *Peaks Over Thresholds*)

Estos métodos se utilizan en una muestra con datos independientes e idénticamente distribuidos y se caracterizan por la forma en cómo se seleccionan los datos que se consideran valores extremos, a los cuales posteriormente se les calculará su distribución. El Método de Máximos de Bloque divide la muestra en diferentes bloques o grupos del mismo tamaño de acuerdo con alguna unidad de tiempo (una hora, un día, un mes, un año, etc.) y extrae el valor máximo de cada uno de los bloques, para crear así una nueva muestra de datos máximos.

En la Figura 1.1 se muestran datos del tipo de cambio de la corona islandesa contra

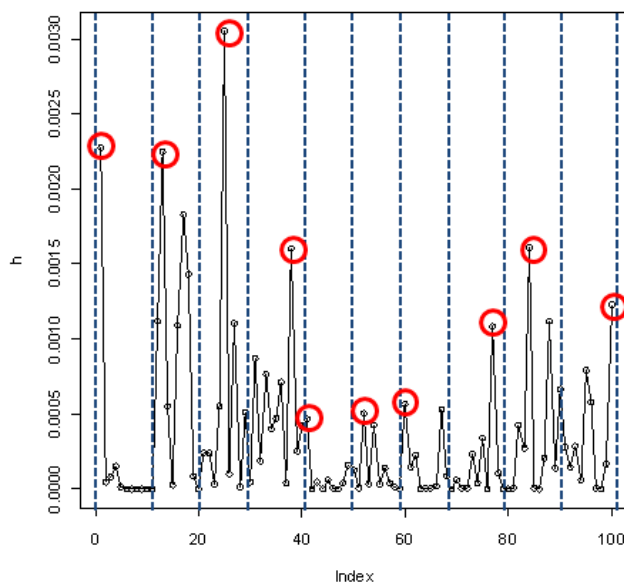


Figura 1.1: Ejemplo de máximos de bloque mensuales para el tipo de cambio de la corona islandesa contra el dólar de enero a diciembre de 2008

el dólar estadounidense, donde cada uno de los bloques está dividido por líneas punteadas, mientras que con un círculo rojo se muestran los datos máximos de cada uno de los bloques.

Por su parte, el método de Datos Excedentes Sobre un Umbral escoge un valor suficientemente grande, es decir un umbral, de tal forma que todos los valores mayores a éste son considerados como los valores extremos de la muestra.

En la Figura 1.2, los datos extremos son todos aquellos valores que sean mayores a un umbral “ u ” dado.

Cada uno de los métodos son igualmente efectivos; sin embargo, cada uno tiene sus propias desventajas. Por ejemplo, al realizar la selección de datos extremos en el Método de Máximos por Bloque se pueden excluir datos que pudieran ser considerados como máximos.

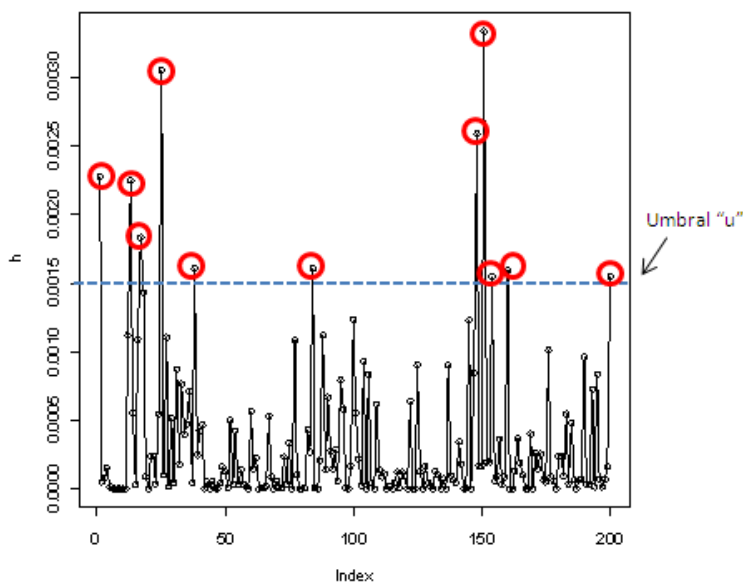


Figura 1.2: Ejemplo de Datos Excedentes sobre un Umbral para el tipo de cambio de la corona islandesa contra el dólar de enero a diciembre de 2008 ($u = 0.04$)

Es decir, en un bloque puede no ser considerado como máximo un valor aunque éste fuera mayor a un máximo de otro bloque, por lo que se estaría subestimando el resultado. O en caso contrario, tomar a un valor que es el máximo de un bloque y que este no estuviera tan alejado de la media para considerarse máximo de la muestra, por lo que se estaría de igual forma subestimando el resultado. Por otro lado, en el método de Datos Excedentes sobre un Umbral, si la muestra llegara a presentar un “cluster” (conjunto conglomerado de datos que particularmente son usuales en las series financieras en momentos de gran volatilidad) todos los valores que excedan el umbral en el “cluster”, los cuales serían repetidos o similares, estarían subestimando a los máximos de la muestra. Es decir, se estaría contando el mismo valor más de una vez.

Cabe mencionar, que el método de Datos Excedentes sobre un Umbral es más utilizado en la práctica, ya que necesita menos datos que el de Máximos por Bloque.

A continuación, se describirá a detalle el método de Máximo por Bloque y el de Datos Excedentes Sobre un Umbral.

1.1.1. Máximos por Bloque

Distribuciones de valores extremos

El Método de Máximos por Bloque fue desarrollado por Fisher y Tippett ¹, quienes probaron que la distribución de valores extremos de una muestra con variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, normalizadas con las constantes adecuadas, converge a alguna de sólo tres distribuciones.

Es por esto último que el Teorema de Fisher-Tippett que sirve como base al método de Máximos por Bloque, es comparado con el Teorema de Límite Central. El Teorema de Límite Central argumenta que la suma de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas normalizadas con su respectiva media y varianza, convergen a una distribución normal con media cero y varianza uno.

Se supone una muestra aleatoria de n variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$, con distribución común F , es decir para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ se cumple que:

$$F(x) = P[X_i \leq x]$$

¹"Limiting forms of the frequency distribution of the largest or smallest member of a sample"(1928)

De esta forma, se define a M_n como el Máximo valor de la muestra:

$$M_n = \text{máx}\{X_1, X_2, X_3, \dots, X_n\} \quad (1.1)$$

Dado que los valores extremos de una muestra ocurren con muy poca probabilidad, se puede inferir que éstos se encuentran en la cola de la distribución. Es por esto que se dice que M_n se encuentra cerca del Punto final derecho x_F , el cual se define de la siguiente forma:

$$x_F = \sup\{x \in \mathbb{R} : F(x) < 1\}$$

Por lo tanto, al calcular la distribución de M_n , cuando $x < x_F$ y $x < \infty$ se tiene que:

$$\begin{aligned} P(M_n < x) &= P(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n < x) = \\ P(X_1 < x)P(X_2 < x)\dots P(X_n < x) &= \\ F^n(x) &\xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0 \end{aligned}$$

Y en el caso cuando $x \geq x_F$ y $x < \infty$:

$$\begin{aligned} P(M_n < x) &= F^n(x) \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 1 \\ \therefore F_{M_n}(x) &= \begin{cases} 1 & x \geq x_F \text{ y } x < \infty \\ 0 & x < x_F \text{ y } x < \infty \end{cases} \end{aligned}$$

De lo anterior se puede inferir que M_n no tiene una distribución continua y monótona. Pero sí se puede afirmar que $M_n \xrightarrow{P} x_F$, cuando $x_F < \infty$ y, por lo tanto, como la sucesión M_n es no decreciente cuando $n \rightarrow \infty$, se puede decir que:

$$M_n \xrightarrow{c.s.} x_F$$

Este resultado afirma que los valores extremos se encuentran en la cola de la distribución, sin embargo no se conoce la distribución de los datos y por lo tanto tampoco la de su cola,

por lo que, al igual que el Teorema del Límite Central, es necesario normalizar a M_n con las constantes adecuadas, de tal forma que $F^n(x)$, la distribución de M_n converja a una función no degenerada. Es por ello, que Fisher y Tippett proponen el siguiente teorema, el cual es la base del método de Máximos por Bloque.

Teorema 1 (*Fisher-Tippett*) [18]. Sean $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas. Si existen constantes normalizantes $C_n > 0$, $D_n \in \mathbb{R}$ y alguna función no degenerada H , tal que:

$$C_n^{-1}(M_n - D_n) \xrightarrow{d} H \quad (1.2)$$

entonces, H pertenece a alguna de las siguientes familias de distribución:

$$\text{Fréchet :} \quad \phi_\alpha(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \exp\{-x^{-\alpha}\} & x > 0 \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (1.3)$$

$$\text{Weibull :} \quad \Psi_\alpha(x) = \begin{cases} \exp\{-(-x)^\alpha\} & x \leq 0 \\ 1 & x > 0 \end{cases} \quad \alpha > 0 \quad (1.4)$$

$$\text{Gumbel :} \quad \Lambda(x) = \exp\{-e^{-x}\} \quad x \in \mathbb{R} \quad (1.5)$$

La importancia de este resultado radica en que no es necesario conocer la distribución de todos los datos de la muestra para conocer la distribución de los valores extremos de la misma, ya que los valores extremos de cualquier muestra de datos, no importando su origen ni su distribución, sólo se pueden distribuir Fréchet, Weibull y Gumbel. Más aún, para conocer la distribución de los valores extremos ni siquiera es necesario utilizar los demás

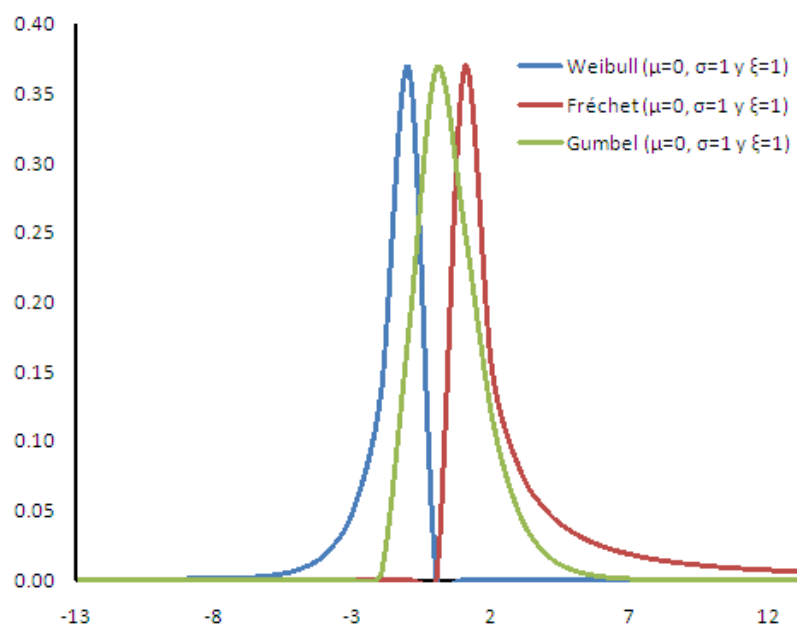


Figura 1.3: Ejemplo de distribuciones Fréchet, Weibull y Gumbel

valores de la muestra. Por lo que para conocer cómo se comporta la cola de la distribución de una serie de datos sólo es necesario conocer los valores extremos de ésta. Es por esto que la Teoría de Valores Extremos es cada vez más usada en el área de Finanzas, ya que el comportamiento de los activos accionarios sigue un proceso estocástico, por lo que se dificulta conocer su distribución.

Las funciones de distribución ϕ, ψ y Λ son llamadas Funciones de Distribución Estándar de Valores Extremos. A continuación se presentan algunas características de cada una de las distribuciones:

- Las distribuciones Fréchet presentan colas pesadas, y se dice que son distribuciones α -estables, cuando $\alpha > 2$. Algunos ejemplos de ellas son las distribuciones t-Student,

Log-Gamma y Pareto

•Las distribuciones Gumbel tienen un decaimiento de colas de forma exponencial con momentos finitos de cualquier orden. Algunos ejemplos de ellas son la Normal, Log-normal, Gamma y Chi Cuadrada.

•Las distribuciones Weibull son distribuciones de colas pequeñas que tienen punto final derecho finito x_F . Cabe destacar que la función de distribución Weibull de valores extremos es diferente a la función de distribución Weibull conocida como:

$$F(x) = 1 - \exp(-x^{-\alpha}) \quad x \geq 0$$

Más aún, la función de distribución $\Psi_\alpha(x)$ está definida en el intervalo $(-\infty, 0)$ y se puede escribir como:

$$\Psi(x) = 1 - F(x) \quad x < 0$$

Aunque matemáticamente cada una de las tres distribuciones de valores extremos son muy diferentes, existe una relación entre ellas. Si se supone que $x > 0$, entonces:

$$X \text{ se distribuye } \phi_\alpha(x) \Leftrightarrow \ln X^\alpha \text{ se distribuye } \Lambda(x) \Leftrightarrow -X^{-1} \text{ se distribuye } \Psi_\alpha(x)$$

- Si $X \sim \phi_\alpha(x)$

$$F(x) = \exp\{-x^{-\alpha}\}$$

$$P(\ln X^\alpha < x) \Leftrightarrow P(X^\alpha < e^x) \Leftrightarrow P(X < e^{\frac{x}{\alpha}}) \Leftrightarrow \exp\{-e^{-\frac{x}{\alpha}}\} \Leftrightarrow \exp\{-e^{-x}\}$$

$$\therefore \ln X^\alpha \sim \Lambda(x)$$

- Si $X \sim \phi_\alpha(x)$

$$F(x) = \exp\{-x^{-\alpha}\}$$

$$P(-X^{-1} < x) \iff P(X < -\frac{1}{x}) \iff \exp\{-(-x^{-1})^{-\alpha}\} \iff \exp\{-(-x)^{\alpha}\}$$

$$\therefore -X^{-1} \sim \Psi_{\alpha}(x)$$

- Si $-X^{-1} \sim \Psi_{\alpha}(x)$

$$F(x) = \exp\{-(-x)^{\alpha}\}$$

$$P(\ln X^{\alpha} < x) \iff P(X < e^{\frac{x}{\alpha}}) \iff P(-X^{-1} < -e^{-\frac{x}{\alpha}}) \iff \exp\{-e^{-x}\}$$

$$\therefore \ln X^{\alpha} \sim \Lambda(x)$$

El teorema de Fisher y Tippett menciona constantes normalizantes C_n y D_n para cada una de las familias de valores extremos. Éstas son:

$$\text{Fréchet} : \quad M_n \stackrel{d}{=} n^{1/\alpha} X, \quad \text{por lo tanto, } C_n = n^{1/\alpha} \quad \text{y} \quad D_n = 0$$

$$\text{Weibull} : \quad M_n \stackrel{d}{=} n^{-1/\alpha} X \quad \text{por lo tanto, } C_n = n^{-1/\alpha} \quad \text{y} \quad D_n = 0$$

$$\text{Gumbel} : \quad M_n \stackrel{d}{=} X + \ln(n) \quad \text{por lo tanto, } C_n = 1 \quad \text{y} \quad D_n = \ln(n)$$

Después de conocer las constantes, es necesario encontrar las características que tienen que cumplir los máximos para distribuirse de forma Fréchet, Weibull y Gumbel. Para esto, se tiene que definir el concepto de Dominio de Atracción del Máximo.

Una variable aleatoria pertenece al Dominio de Atracción del Máximo (DMA) [18] de alguna de las distribuciones de valores extremos (Fréchet, Weibull o Gumbel) si M_n , normalizado con las constantes adecuadas, tiene como distribución esa misma distribución de valores extremos. Se denota como: $X \in DMA(H)$, donde H es alguna de las tres distribuciones de valores extremos, y se escribe de la siguiente manera:

- X pertenece al Dominio de Atracción del Máximo de la distribución Fréchet:

$$X \in DMA(\phi_\alpha(x))$$

- X pertenece al Dominio de Atracción del Máximo de la distribución Weibull:

$$X \in DMA(\Psi_\alpha(x))$$

- X pertenece al Dominio de Atracción del Máximo de la distribución Gumbel:

$$X \in DMA(\Lambda(x))$$

Mínimos

Hasta este punto, sólo se ha hablado del comportamiento de los máximos de la muestra. Sin embargo, existen series en las cuales es de interés conocer el comportamiento de los mínimos. Para el uso de valores mínimos de una muestra existe, al igual que para los máximos, su respectiva distribución de valores extremos. De hecho, debido al dominio de la distribución de Weibull, ésta es usada para el análisis de los mínimos. Más aún, todos los resultados para mínimos pueden ser deducidos de los resultados de los máximos, tomando en cuenta la siguiente propiedad:

$$\text{mín } X_i = - \text{máx}(-X_i) \quad \text{para } i \in \{1, 2, \dots, n\}$$

En el caso de los mínimos es conveniente usar la función de supervivencia en lugar de la función de distribución para facilitar el cálculo de datos extremos. Ésta última la definimos de la siguiente forma:

$$\bar{F}(x) = 1 - F(x)$$

Por lo tanto, la función de distribución del mínimo sería:

$$P(\min(X_i) \leq x) = 1 - (1 - F(x))^n = 1 - \bar{F}^n(x)$$

En la práctica, al trabajar con mínimos se utiliza el dato original multiplicado por -1 y se calcula la distribución de valores extremos utilizando las herramientas antes descritas para los máximos.

DAM de las distribuciones de valores extremos

Dominio de Atracción del Máximo de la distribución Fréchet Las distribuciones que presentan eventos extremos, en su mayoría suelen pertenecer al Dominio de Atracción del Máximo o DMA de la distribución Fréchet, ya que éstas presentan una cola derecha pesada.

A continuación se presenta el comportamiento de la cola de una distribución Fréchet, usando la expansión de Taylor.

$$1 - \phi_\alpha(x) = 1 - \exp(-x^{-\alpha}) \sim x^{-\alpha}, \quad x \rightarrow \infty$$

En este sentido se puede observar que una distribución F que presenta un decaimiento de cola de la forma $x^{-\alpha}$, es decir es $\alpha - estable$, pertenece al Dominio de Atracción del Máximo de la distribución Fréchet. Además, si $F \in DMA(\phi_\alpha(x))$ entonces las constantes que normalizan al máximo son :

$$D_n = 0$$

$$C_n = F^{\leftarrow}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Donde $F^{\leftarrow}(x)$ es la función cuantil, tal que:

$$F^{\leftarrow}(t) = \inf\{x \in \mathbb{R} : F(x) \geq t\}, \quad 0 < t < 1$$

En este tipo de distribuciones se cumple que $E(X)^\gamma = \infty$ para $\gamma > \alpha$, dado que su cola es muy pesada, por lo que podrían provenir de datos como reclamaciones muy grandes de seguros, grandes fluctuaciones de precios, etc. Algunas de las distribuciones que cumplen estas características son:

- Pareto
- Cauchy
- Burr

Ejemplo 2 Si x se distribuye Pareto ($\theta = 1, \alpha$) $\Rightarrow F(x) = 1 - x^{-\alpha}$

Si se elige $C_n = n^{1/\alpha}$ y $D_n = 0$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P\left(\frac{M_n - D_n}{C_n} \leq x\right) &= P(M_n \leq xn^{1/\alpha}) = P^n(X \leq xn^{1/\alpha}) = \\ &= (1 - (xn^{1/\alpha})^{-\alpha})^n = (1 - \frac{1}{n}x^{-\alpha})^n \rightarrow \exp\{-x^{-\alpha}\} = \phi_\alpha(x) \end{aligned}$$

Dominio de Atracción del Máximo de la distribución Weibull Las distribuciones que pertenecen al Dominio de Atracción del Máximo (DMA) de la distribución Weibull presentan una cola izquierda pesada, por lo que se dice que cuentan con un punto derecho finito x_F . Por lo tanto, una distribución F pertenece al DMA de la distribución Weibull si $x_F < \infty$, y $\bar{F}(x_F - \frac{1}{x}) = x^{-\alpha}$. Además si $F \in DMA(\Psi_\alpha(x))$ entonces las constantes que

normalizan al máximo son :

$$D_n = x_F$$

$$C_n = x_F - F^{\leftarrow}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

Las distribuciones que pertenecen a este Dominio de Atracción del Máximo (DMA) generalmente no son usadas para modelar fluctuaciones de precios, reclamaciones o pérdidas muy grandes en seguros, ya que sus colas están acotadas por arriba. Sin embargo, debido a que estas distribuciones presentan una cola izquierda pesada, este tipo de distribuciones se utilizan para modelar valores extremos provenientes de mínimos. Algunas distribuciones que cumplen con estas características son:

- Uniforme
- Beta

Dominio de atracción del Máximo de la distribución Gumbel Un rango amplio de distribuciones pertenecen al Dominio de Atracción del Máximo (DMA) de la distribución Gumbel, ya que este tipo de distribuciones pueden o no tener punto final derecho finito, es decir $x_F < \infty$ ó $x_F = \infty$, por lo tanto su cola puede ser pesada o moderadamente pesada. Lo que observamos de este tipo de distribuciones es que el comportamiento de su cola decrece a cero con una tasa exponencial.

$$1 - \Lambda(x) \sim e^{-x}, \quad x \rightarrow \infty$$

Como se puede observar en la Figura 1.3, la cola de la distribución Gumbel decrece más rápido que la cola de una distribución Weibull o de una distribución Fréchet. Sin

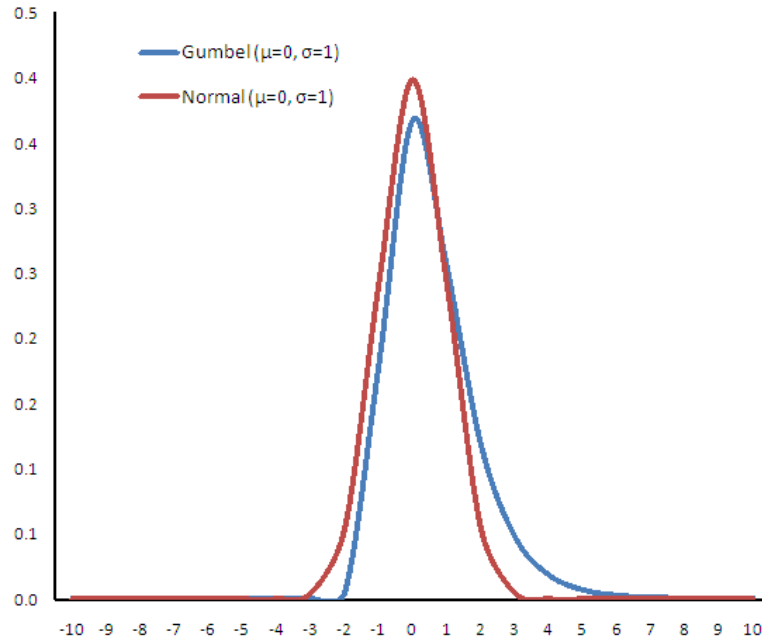


Figura 1.4: Comparación de la distribución Gumbel contra una distribución Normal.

embargo, como se observa en la Figura 1.4, la cola de la distribución Gumbel decrece a menor velocidad que la cola de una distribución normal.

Las constantes que normalizan al máximo de las distribuciones en el DMA de una Gumbel son las siguientes:

$$D_n = F^{\leftarrow}\left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

$$C_n = a(D_n)$$

donde $a(\cdot)$ es una función auxiliar de F , que se puede calcular como:

$$a(x) = E(X - x \mid X > x), \quad x < x_F$$

Algunos ejemplos de distribuciones que cumplen con estas características son:

- Exponencial
- Weibull

Ejemplo 3 Si X se distribuye Exponencial ($\lambda = 1$) $\Rightarrow F(x) = 1 - e^{-x}$

Si se elige $C_n=1$ y $D_n=\ln(n)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow P\left(\frac{M_n - D_n}{C_n} \leq x\right) &= P(M_n \leq x + \ln(n)) = P^n(X \leq x + \ln(n)) = \\ &= (1 - e^{-(x + \ln(n))})^n = \left(1 - \frac{1}{n}e^{-x}\right)^n \rightarrow \exp\{-e^{-x}\} = \Lambda(x) \end{aligned}$$

Por lo tanto en la práctica, sólo basta conocer a qué DMA pertenecen los máximos de la muestra y calcular sus respectivas constantes normalizantes, para así conocer como se distribuyen. Cabe mencionar que no importa de qué distribución provengan los datos de la muestra, sus máximos sólo pueden pertenecer al DMA de una distribución Fréchet, Gumbel y Weibull, es decir, los valores extremos se distribuyen sólo de la forma de alguna de estas tres distribuciones o de alguna función líneal de éstas.

Distribución Generalizada de Valores Extremos

Si se parametriza cada una de las distribuciones de valores extremos vistas anteriormente, se podría unificar la distribución Fréchet, Weibull y Gumbel en una sola Distribución Generalizada de Valores Extremos (DGVE). Al tomar una parametrización con ξ en cada una de las distribuciones de valores extremos, se obtiene el siguiente modelo unificado:

$$H_\xi(x) = \exp\left\{- (1 + \xi x)^{-1/\xi}\right\}, \quad \text{donde } 1 + \xi x > 0 \quad (1.6)$$

Dependiendo del valor de $\xi = \alpha^{-1}$, la distribución generalizada corresponde a cada una de las distribuciones de valores extremos.

- Si $\xi > 0$, $H_\xi(x)$ pertenece al DMA de la distribución Fréchet $\phi_\alpha(x)$.
- Si $\xi < 0$, $H_\xi(x)$ pertenece al DMA de la distribución Weibull $\Psi_\alpha(x)$.
- Si $\xi = 0$, $H_\xi(x)$ pertenece al DMA de la distribución Gumbel $\Lambda(x)$.

Por lo tanto, el soporte de $H_\xi(x)$ corresponde a:

- $x > -\xi^{-1}$ para $\xi > 0$ (Fréchet)
- $x < -\xi^{-1}$ para $\xi < 0$ (Weibull)
- $x \in \mathbb{R}$ para $\xi = 0$ (Gumbel)

1.1.2. Datos Excedentes sobre un Umbral

El método de Datos Excedentes sobre un Umbral [18] es un método más reciente que el de Máximos por Bloque y ha sido usado durante los últimos 40 años por hidrólogos. Se supone a $X_1, X_2, X_3, \dots, X_n$ una sucesión de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con distribución (en común) F y se define a los Datos Excedentes sobre un Umbral como aquellos datos que sobrepasan un umbral fijo llamado “ u ”. Se define a los datos excedentes y_i , como aquellos $x_i > u$ tomados en el orden de salida y a k como el número de excedentes sobre el umbral, es decir:

$$K = \sum_{i=1}^n \mathbf{I}(\mathbf{X}_i > u)$$

donde \mathbf{I} es una función indicadora tal que:

$$\mathbf{I}(\mathbf{X}_i > u) = \begin{cases} 1 & \text{si } X_i > u \\ 0 & \text{si } X_i < u \end{cases}$$

Dado que un valor es considerado dato excedente si es mayor a un umbral determinado llamado “ u ”, entonces se puede intuir que la función de distribución de los Datos Excedentes sobre un Umbral será una función de distribución condicional, la cual se define de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} F^{[u]}(x) &= P(X \leq x / X > u) = \frac{P(X \leq x, X > u)}{P(X > u)} \\ &= \frac{F(x) - F(u)}{1 - F(u)} \quad x \geq u \end{aligned}$$

Para fijar el valor de “ u ” se pueden utilizar los primeros k máximos de la muestra, en donde el valor k es determinado. De esta manera, el $k + 1$ valor máximo sería un umbral aleatorio. Otra forma es calcular el umbral mediante el punto izquierdo final de la distribución $F^{[u]}$, el cual se escribe de la siguiente forma:

$$x_{F^{[u]}} = \inf \left\{ x \in \mathbb{R} : F^{[u]} > 0 \right\}$$

En la práctica es usual determinar el umbral mediante un análisis gráfico de los datos. Este método se describirá en el siguiente capítulo.

La función de distribución de Datos Excedentes sobre un Umbral es de gran importancia, ya que es usada en muchos otros ramos científicos. Por ejemplo: en medicina estadística, a $F^{[u]}$ se le conoce como distribución de Vida Excedente o Tiempo de Vida Restante; mientras que en el ramo de seguros se le conoce como la función de distribución de Exceso de Pérdida.

Distribución de Pareto Generalizada

Así como existe una familia de distribuciones de valores extremos que se utiliza en el método de de Máximos de Bloque $H(x)$, también existe una función de distribución

llamada distribución de Pareto Generalizada $W_{i,\xi}$ utilizada para Datos Excedentes sobre un Umbral [18]. Cabe mencionar, que entre ambas distribuciones existe la siguiente relación:

$$W(x) = 1 + \log H(x) \quad \text{si } \log H(x) > -1$$

Dependiendo del valor del parámetro de escala ξ o de comportamiento de la cola, existen tres casos para la distribución de Pareto Generalizada, los cuales son:

$$\text{Exponencial}(GP0) \quad : \quad W_0(x) = 1 - e^{-x} \quad x \geq 0$$

$$\text{Pareto}(GP1), \xi > 0 : W_{1,\xi}(x) = 1 - x^{-\xi} \quad x \geq 1$$

$$\text{Beta}(GP2), \xi \leq 0 : W_{2,\xi}(x) = 1 - (-x)^{-\xi} \quad -1 \leq x \leq 0$$

A continuación se presentan algunas características de estas distribuciones:

- La función de distribución Exponencial W_0 es igual a cero para $x < 0$.
- La función de distribución Pareto $W_{1,\xi}$ es igual a cero para $x < 1$.
- La función de distribución Beta $W_{2,\xi}$ es igual a cero para $x < -1$ y es igual a uno para $x > 0$.
- La función $W_{2,-1}$ es una distribución uniforme $(-1,0)$.
- La distribución Beta ($GP2$) no es la misma distribución Beta usada generalmente en la literatura estadística.

Parametrización γ

El modelo unificado para la de distribución de Pareto Generalizada se obtiene mediante la reparametrización de las distribuciones GP con $\gamma = 1/\xi$:

$$W_\gamma = 1 - (1 + \gamma x)^{-1/\gamma} \quad (1.7)$$

Para $0 < x$ si $\gamma > 0$, y para $0 < x < 1/\gamma$ si $\gamma < 0$.

Nótese que cuando $\gamma \rightarrow 0$, entonces $W_\gamma \rightarrow W_0$. Más aún, el punto izquierdo final es igual a cero para toda γ .

Para aplicar estos resultados a la cola de la distribución se asume que la cola empieza en un umbral fijo “ u ”. El ajuste de la distribución de Pareto Generalizada se realizará para aquellos N datos dentro de la muestra que sean mayores a “ u ”. Se dice que estos datos se distribuyen de forma Pareto Generalizada de la siguiente forma:

$$F(x) = 1 - \frac{N}{n} \left(1 + \hat{\gamma}_N \frac{x - u}{\hat{\beta}_N} \right)^{-\frac{1}{\hat{\gamma}_N}}, \quad (1.8)$$

donde n es el número total de datos y N el número de datos mayores a “ u ”.

Usaremos la ecuación 1.8 en los capítulos posteriores para los datos del tipo de cambio del peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano.

1.2. Métodos estadísticos de diagnóstico

1.2.1. Visualización de datos

Al iniciar el análisis de los datos es importante observar cómo se comportan. Una manera sencilla de hacerlo es utilizando herramientas estadísticas y gráficas, las cuales se

ocuparan como primer acercamiento de los datos de la muestra. Cabe destacar que en el caso de las series financieras es conveniente utilizarlas para los log-rendimientos de los activos financieros. Se ocuparan herramientas estadísticas como la media muestral, la desviación estándar, el sesgo y la curtosis. Por otra parte se ocuparan herramientas gráficas como histogramas, QQ plots y Box Plots, las cuales brindan a primera vista información de la distribución de nuestros datos y de sus valores máximos. A continuación se describen cada una de ellas:

Llamando a los log-rendimientos del activo financiero como x_i , con $i = 1, 2, \dots, n$, donde n es el número de datos de la muestra. Para estimar la esperanza de la distribución de los datos se propone a la media muestral estadística, determinada de la siguiente forma:

$$\bar{x}_n = \frac{1}{n} \sum_{i \leq n} x_i$$

Para la desviación estándar basta con calcular la variación muestral de los datos:

$$S_n = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i \leq n} (x_i - \bar{x}_n)^2}$$

Nótese que el factor $1/(n-1)$ es utilizado en lugar de $1/n$ para obtener un estimador insesgado de S_n^2 .

El sesgo se calcula dividiendo el tercer momento respecto a la desviación estándar al cubo.

$$\rho = \frac{1}{n-2} \sum_{i \leq n} \left(\frac{x_i - \bar{x}_n}{s_n} \right)^3$$

Por su parte la curtosis se calcula diviendo el cuarto momento respecto a la media entre la varianza muestral al cuadrado (o la desviación estándar a la cuarta).

$$k = \frac{1}{n-3} \sum_{i \leq n} \left(\frac{x_i - \bar{x}_n}{s_n} \right)^4$$

A continuación se propone un enfoque para graficar la función de distribución y de densidad empírica. Se aproximará la función de distribución con la Función de distribución empírica:

$$\hat{F}_n(x_{i:n}) = \frac{i}{n}$$

donde $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ están ordenadas de menor a mayor, de la siguiente forma:

$$x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq x_{3:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$$

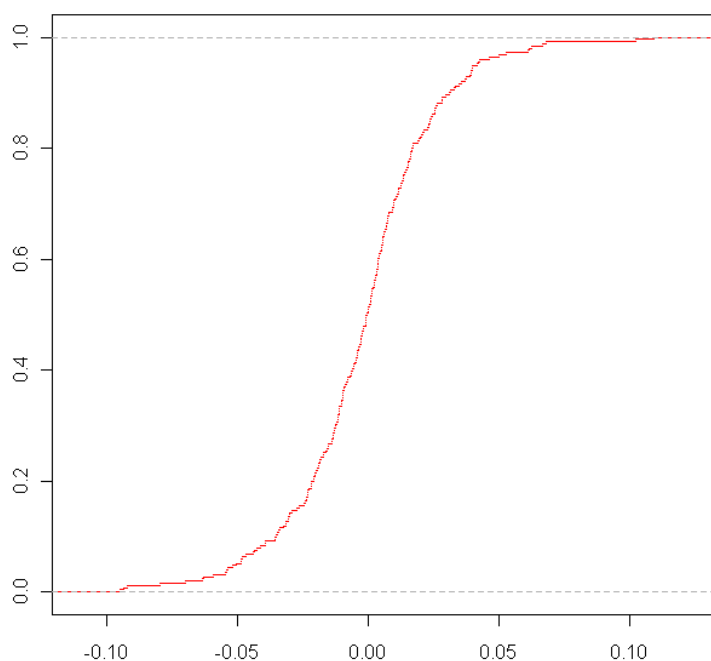


Figura 1.5: Función de distribución muestral de los log-rendimientos del índice S&P 500, junio de 2008 a junio de 2009.

La función de distribución empírica $\hat{F}_n(x_{i:n})$ tiene como característica que en ciertos puntos no es continua, es decir tiene una forma escalonada. Sin embargo al hacerle una regresión la función $\hat{F}_n(x_{i:n})$ sería muy parecida a la función de distribución continua de los

datos, es decir:

$$\hat{F}_n(x_{i:n}) \approx F(x)$$

Dado que la función de distribución empírica describe a todos los valores de la base de datos, en particular se podría sólo calcular para los valores extremos de la muestra, de tal forma que se pudiera obtener el estimado de la función de distribución de los valores extremos. Es decir, si se tomara a y_i como todos los x_i que son mayores a un valor ‘umbral’ llamado u , se puede escribir la función de distribución muestral de valores extremos como:

$$\hat{F}_n(y_i) = \left(\hat{F}_n(x_i) \mid x_i > u \right)$$

Por otro lado, se puede calcular también la función de densidad empírica, y usarla como otra herramienta visual al graficarla. A esta función se le denotará de la siguiente forma, donde $n(j)$ es el número de observaciones $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ que son iguales a j :

$$f_n(x) = \frac{n(j)}{n(t_{j+1} - t_j)} \quad \text{para } t_j < x_j \leq t_{j+1}$$

Respecto a las herramientas gráficas, la gráfica Q-Q plot traza la función cuantil de la siguiente forma:

$$\left(X_{k,n}, F^{\leftarrow} \left(\frac{n - k + 1}{n + 1} \right) \right) \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, n$$

Cabe destacar que el QQ-plot es de gran ayuda para:

- Comparar distribuciones: si al graficar los datos de la muestra contra alguna distribución dada (Normal, Exponencial, Gumbel, etc), la función resultante es similar a una recta de 45 grados, entonces se dice que los datos graficados provienen de la distribución de comparación o de alguna transformación lineal de ésta. Más aún, al comparar

los datos con una distribución normal, si el extremo derecho de la función resultante se encuentra por arriba de la recta de 45, se dice que la función presenta una cola derecha pesada. Por otro lado, si el extremo izquierdo de la función resultante se encuentra por debajo de la recta de 45 grados, se dice que la función presenta una cola izquierda pesada. Finalmente si se presentan los dos casos anteriores, se dice que la función tiene las dos colas pesadas, e inversamente si no presenta ninguna de las dos casos anteriores se dice que la función no presentan colas pesadas o bien tiene colas ligeras.

- Calcular la escala y localización de la función de datos: dado que en la práctica la mayoría de los datos provienen de una transformación lineal de alguna de las distribuciones Gumbel, Fréchet o Weibull, con la gráfica de QQ-plot se podría inferir cuáles podrían ser las constantes de la transformación (las cuales han sido denotadas como: μ y σ) por medio del valor ordenado al origen y la pendiente de la función, siempre y cuando la gráfica sea parecida a una recta de 45 grados.

Algunos ejemplos de QQ-Plots se muestran en la Figura 2.2 y la Figura 2.3.

Por su parte, para visualizar el histograma de los datos sólo bastaría graficar la siguiente función:

$$p_n(j) = n(j)$$

donde $n(j)$, es el número de observaciones $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ que son iguales a j . Si la muestra presentara valores extremos, entonces en el histograma se verían reflejados en barras a los extremos de la gráfica, dado que el histograma muestra la frecuencia de los valores representados (Figura 2.4).

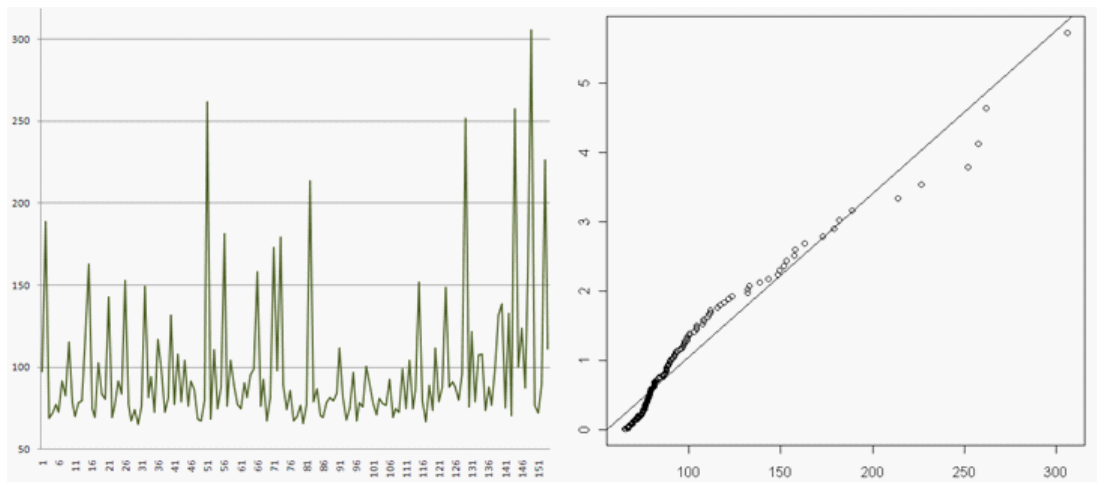


Figura 1.6: Datos de los niveles del Río Nidd en Yorkshire. Valores mayores a un umbral de 65 y su respectivo QQ-plot.

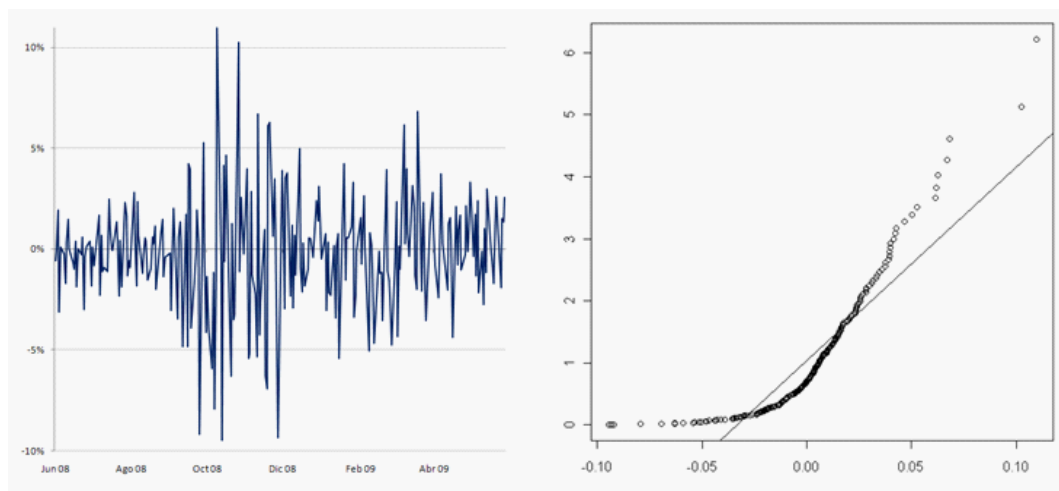


Figura 1.7: Diferencia de logaritmos del índice de S&P 500 de junio de 2008 a junio de 2009 y su respectivo QQ-plot.

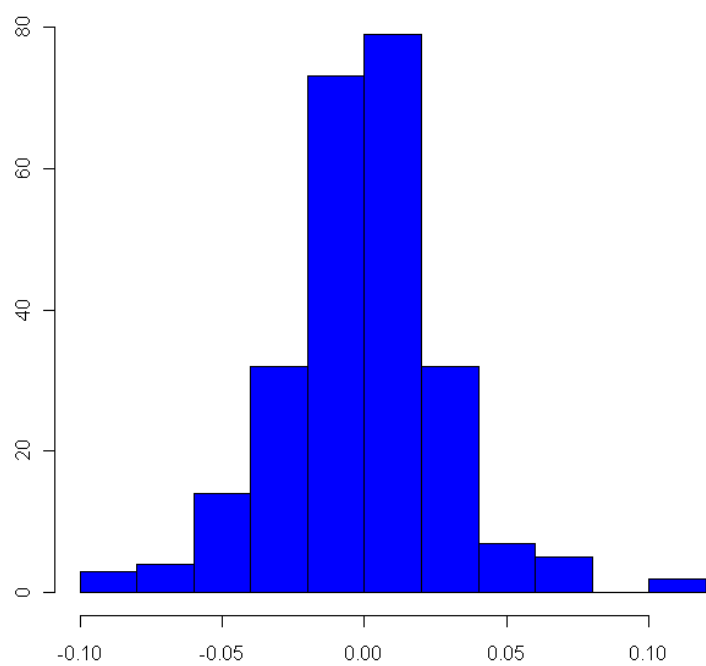


Figura 1.8: Histograma de los log-rendimientos del índice de S&P 500, junio de 2008 a junio de 2009.

Por último, el Box Plot, o también llamado diagrama de caja y brazos es una presentación visual que describe características importantes de un conjunto de datos, tales como la media, la dispersión, el alejamiento de la simetría y la identificación de valores extremos (puntos atípicos). Presenta los cuantiles 25 % y 75 %, la mediana, el valor máximo y mínimo de la distribución de datos, alineados sobre una caja vertical. (Figura 2.5)

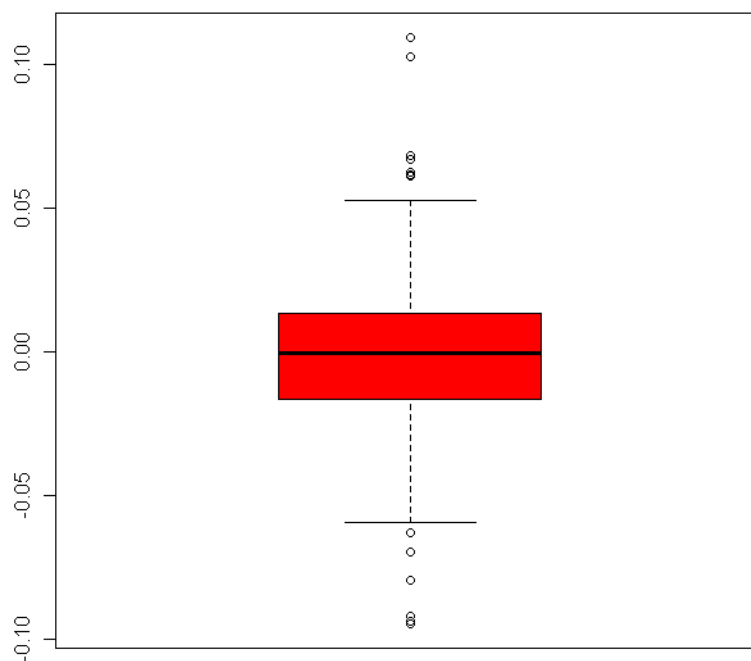


Figura 1.9: Box Plot de los log-rendimientos del índice S&P 500, junio de 2008 a junio de 2009.

1.2.2. Estimación de los parámetros

Para determinar la distribución de valores extremos a la cual pertenece la muestra de datos, es necesario estimar los parámetros de la distribución Generalizada de Valores Extremos para el método de Máximos por Bloque, y de la distribución de Pareto Generalizada para el método de Datos Excedentes sobre un Umbral.

En el caso de la distribución Generalizada de Valores Extremos, es necesario estimar los parámetros del comportamiento de la cola ξ , el parámetro de localización μ y el de escala σ de la función:

$$H_{\xi}(x) = \exp \left\{ - \left(1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^{-1/\xi} \right\}, \quad \text{donde } 1 + \xi \frac{x - \mu}{\sigma} > 0$$

Como primer acercamiento para la estimación del parámetro ξ se puede usar el estimador de Hill [18] el cual se define como:

$$\hat{\xi}^{(H)} = \left(\frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \ln X_{j,n} - \ln X_{k,n} \right)^{-1} \quad (1.9)$$

Ya que para este cálculo se necesita conocer el valor de k , es necesario graficar el estimador de Hill contra todos los valores que puede tomar k , de la siguiente forma:

$$\left\{ \left(k, \hat{\xi}^{(H)} \right) : k = 2, \dots, n \right\}$$

El valor estimado de ξ , va a ser el valor de $\hat{\xi}^{(H)}$ en el que la función resultante muestre estabilidad o convergencia (Figura 1.10). Cabe destacar que el estimador de Hill es muy sensible respecto a la dependencia de los valores, por lo que no es conveniente usar este estimador cuando los datos no son independientes.

El estimador de Hill únicamente sirve como primer acercamiento del parámetro ξ , dado que no proporciona un valor puntual de $\hat{\xi}$. En este sentido, se ocupará el método de Máxima Verosimilitud para estimar no sólo el índice del comportamiento de la cola, sino también el parámetro de localización μ y de escala σ .

Supongamos que $X_i = \max(X_1^i, X_2^i, \dots, X_s^i)$ para $i = 1, \dots, n$, los cuales tienen una función de distribución H_{θ} y donde $\theta = (\xi, \mu, \sigma)$, y una función de densidad h_{θ} . Entonces

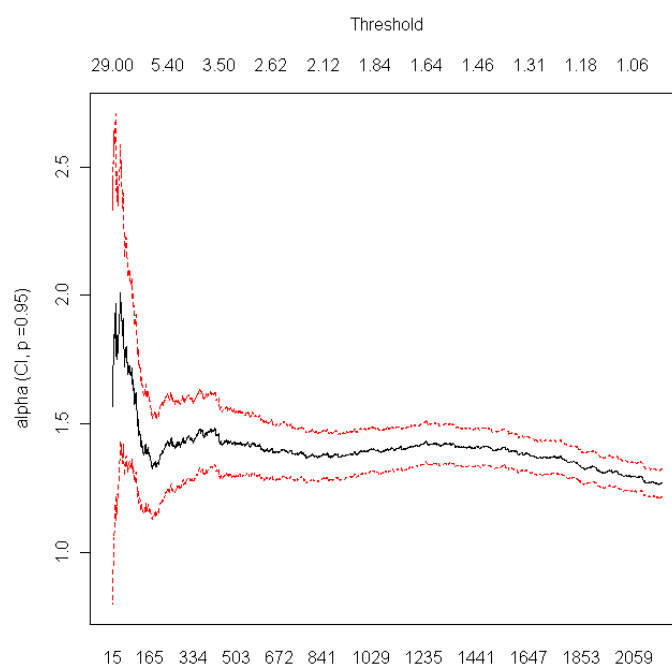


Figura 1.10: Estimador de Hill correspondiente a los reclamos de incendios para una aseguradora en Dinamarca, millones de coronas danesas contra el dólar (precios de 1985).

la función de Máxima Verosimilitud de los datos $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ es:

$$L(\theta; \mathbf{X}) = \prod_{i=1}^n h_{\theta}(X_i) \mathbb{I}_{\{1+\xi(X_i-\mu)/\sigma > 0\}}$$

Basta con maximizar la función de log-verosimilitud $l(\theta; \mathbf{X}) = \ln(L(\theta; \mathbf{X}))$, diferenciarla respecto a los parámetros ξ , μ y σ e igualando la función a cero, para calcular de esta forma a $\hat{\xi}$, $\hat{\mu}$ y $\hat{\sigma}$. Particularmente para el caso de la distribución Gumbel, donde $\xi = 0$:

$$l((0, \mu, \sigma); \mathbf{X}) : -n \ln(\sigma) - \sum_{i=1}^n \exp\left\{-\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right\} - \sum_{i=1}^n \frac{X_i - \mu}{\sigma}$$

Diferenciando respecto a μ y σ :

$$0 = n - \sum_{i=1}^n \exp\left\{-\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right\},$$

$$0 = n + \sum_{i=1}^n \frac{X_i - \mu}{\sigma} \left(\exp\left\{-\frac{X_i - \mu}{\sigma}\right\} - 1 \right)$$

En el caso específico de las distribuciones de datos de finanzas y de seguros financieros no están acotadas por la derecha, es decir $\gamma > 0$.

Para el caso de la distribución de Pareto Generalizada es necesario estimar los parámetros del umbral “u”, el índice del comportamiento de la cola γ y el parámetro de escala $\hat{\beta}_N$

$$F(x) = 1 - \frac{N}{n} \left(1 + \hat{\gamma}_N \frac{x - u}{\hat{\beta}_N} \right)^{-\frac{1}{N}},$$

donde n es el número total de datos y N el número de datos mayores a “u”.

Existe al igual que para el método de Máximos por Bloque un estimador de Hill para el cálculo del comportamiento de la cola γ , sin embargo en este trabajo se utilizará el método de Máxima Verosimilitud para estimar los parámetros tanto del comportamiento

de la cola γ como el parámetro de escala β_N . Cabe destacar que este método se describió anteriormente, sólo que en caso del método de Datos Excedentes sobre un Umbral cambia la función de densidad.

Por su parte para la estimación del umbral “u” no existe un método que de un resultado puntual. En este caso se utilizará la ayuda de diferentes gráficos que permiten visualizar el valor que podría tener el umbral, entre ellos el *tcplot*, *mrlplot* y *lmpplot*. Cabe destacar que la selección de un umbral es de suma importancia dado que obedece a la elección óptima del número de datos. Se tiene que seleccionar los valores necesarios para reducir la varianza, pero no tantos que no pertenezcan a la cola de la distribución.

- *Threshold Choice Plot (tcplot)*

Sea X una variable aleatoria que tiene una distribución de Pareto Generalizada con parámetros u_0, β_0, γ_0 . Sea u_1 otro umbral que cumpla que $u_1 > u_0$. La variable aleatoria $X | X > u_1$ sigue también una función de distribución de Pareto Generalizada con parámetros $\beta_1 = \beta_0 + \gamma_0(u_1 - u_0)$ y $\gamma_1 = \gamma_0$. Al hacer la parametrización $\beta_* = \beta_1 - \gamma_1 u_1$, β_* se hace independiente de u_1 . Por lo tanto las estimaciones de β_* y γ_1 son constantes para toda $u_1 > u_0$ si u_0 es un umbral adecuado para la aproximación asintótica.

La gráfica de *tcplot* representa a los puntos definidos de la siguiente manera:

$$\{(u_1, \beta_1) : u_1 \leq x_{\text{máx}}\} \quad y \quad \{(u_1, \gamma_1) : u_1 \leq x_{\text{máx}}\} \quad (1.10)$$

Donde $x_{\text{máx}}$ es el máximo de las observaciones de x .

- *Meand Residual Life Plot (mrlplot)*

La gráfica de Vida Residual Media (*Mean Residual Life Plot*) está basada en la media teórica de la función de distribución de Pareto Generalizada. Sea X una variable aleatoria que se distribuye Pareto Generalizada (u, β, γ) . Entonces teóricamente se cumple:

$$\mathbf{E}[X] = u + \frac{\beta}{1 - \gamma} \quad \text{para } \gamma < 1$$

Cuando $\gamma \geq 1$ la media teórica es infinita.

En la práctica, X representa los datos que son mayores a u . Y si la aproximación vía una distribución de Pareto Generalizada es buena, se cumple:

$$\mathbf{E}[X - u_0 \mid X > u_0] = \frac{\beta_{u_0}}{1 - \gamma}$$

Para toda u_1 tal que $u_1 > u_0$, la distribución de los valores mayores a este umbral puede ser aproximada también por una Pareto Generalizada con sus respectivos parámetros, tal que:

$$\mathbf{E}[X - u_1 \mid X > u_1] = \frac{\beta_{u_1}}{1 - \gamma} = \frac{\beta_{u_1} + \gamma u_1}{1 - \gamma}$$

Donde el valor $\mathbf{E}[X - u_1 \mid X > u_1]$ es lineal en u_1 .

La gráfica *mrlplot* representa los puntos definidos como:

$$\left\{ \left(u, \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n_u} x_i, n_u - u \right) : u \leq x_{\text{máx}} \right\} \quad (1.11)$$

Donde n_u es el número de observaciones que son mayores a u , x_{i,n_u} es la observación i -ésima observación mayor a u , y $x_{\text{máx}}$ es la observación máxima de X .

- *L-Moments plot (lmomplot)*

Los l-momentos son el compendio de estadísticas para distribuciones de probabilidad y muestras de datos. Son análogos a los momentos ordinarios y proveen medidas de

localización, dispersión, curtosis, y otras características de las funciones de probabilidad y muestra de datos, sin embargo son calculados mediante combinaciones lineales de valores ordenados. Particularmente para la distribución de Pareto Generalizada se cumple:

$$\tau_4 = \tau_3 \frac{1 + 5\tau_3}{5 + \tau_3}$$

Donde τ_3 y τ_4 son estimaciones de l-curtosis y l-sesgo, respectivamente.

La gráfica de lmomplot representa los puntos definidos de la siguiente manera:

$$\left\{ \left(\hat{\tau}_{3,u}, \hat{\tau}_{4,u} \right) : u \leq x_{\text{máx}} \right\} \quad (1.12)$$

Donde $\hat{\tau}_{3,u}$ y $\hat{\tau}_{4,u}$ son estimaciones de la l-curtosis y l-sesgo, basados en observaciones mayores a un umbral “u”, teniendo a $x_{\text{máx}}$ como el máximo de las observaciones de X .

Capítulo 2

Riesgo y medidas de riesgo

El objetivo de este trabajo es el cálculo de medidas de riesgo tales como el Valor en Riesgo, mediante el estudio de la distribución de las colas del peso mexicano y otras monedas latinoamericanas como el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano, en el contexto de la crisis financiera global de 2008, utilizando la Teoría de Valores Extremos.

En este sentido, primeramente se describirán los diferentes tipos de riesgo a los que se está sujeto en una inversión. Se definirá el Valor en Riesgo (VaR) [22] como una herramienta para calcular el riesgo antes mencionado mediante diferentes métodos, poniendo un mayor énfasis al cálculo del VaR utilizando la Teoría de Valores Extremos. Así mismo, se definirá una medida alterna de riesgo, el Expected Shortfall (ES) o VaR condicional, como una alternativa “coherente” al VaR. Se detallarán los sucesos relacionados a la crisis financiera de 2008, la cual provocó fluctuaciones extremas en el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano. Y por último se definirá el concepto de tipo de cambio, se describirán las características del mercado cambiario internacional y, en

particular, se detallará la historia de cada una de las divisas en estudio.

2.1. Riesgo

Cuando un inversionista abre una posición a favor o en contra de algún activo está expuesto a diferentes tipos de riesgo: las fluctuaciones en el precio que pueden derivar en ganancias o pérdidas (riesgo de mercado); riesgo de incumplimiento por parte de la contraparte (riesgo de crédito); la posibilidad de enfrentar un diferencial grande entre las cotizaciones de compra y las de venta o, incluso, la imposibilidad de deshacer su posición en el momento deseado (riesgo de liquidez). Por ello, en toda inversión es importante conocer los riesgos, a fin de conocer el monto potencial de pérdida al que podría enfrentarse.

Desde el punto de vista financiero, el riesgo puede definirse como la incertidumbre sobre los flujos o resultados futuros y se mide a través de la dispersión de los resultados posibles. Existen diferentes riesgos, que pueden clasificarse en: riesgo de crédito, riesgo de liquidez, riesgo operativo, riesgo legal y riesgo de mercado.

2.1.1. Riesgo de crédito

El riesgo de crédito es la pérdida potencial derivada de que la contraparte no esté dispuesta o no pueda pagar sus obligaciones contractuales. Existen dos casos:

- Incumplimiento de pago o *default* total o parcial por parte de la contraparte.

Un ejemplo de ello es si una persona pide un crédito a un banco a 6 meses. Si esta persona realiza sus primeros cuatro pagos puntualmente pero el quinto ya no, aumenta la probabilidad de que el sexto pago tampoco lo realice. Si esto ocurriera el banco podría gestionar la

recuperación del adeudo y, en caso de recuperarlo, total o parcialmente, el banco tendría que pagar el proceso de recuperación.

- Cambios en la calidad crediticia de una contraparte debido a la variación en sus condiciones o características, que altera su capacidad de cumplir con los términos contractuales de una operación, lo cual incide directamente en la probabilidad de incumplimiento. Un ejemplo de ello es si un fondo sólo puede invertir en activos de una entidad financiera con un mínimo de calificación crediticia de B. Si ésta fuera degradada por debajo de calificación B, el fondo tendría que terminar todas las operaciones vigentes con ella antes del plazo originalmente pactado, por lo que tendría que pagar un monto en compensación.

En el caso de que la contraparte sea un país, a este tipo de riesgo se le conoce como Riesgo Soberano.

En general, la pérdida experimentada por el inversionista ante una de las situaciones anteriores representa un porcentaje de su inversión original, aunque en algunos casos puede llegar a ser el total del monto en exposición.

En general, cualquier participante del sector financiero está expuesto al riesgo de crédito, por lo que este riesgo tiene un fuerte impacto en dicho sector y, por lo tanto, en la economía de un país.

Uno de los factores más importantes para medir el riesgo de crédito es la calidad crediticia que se refiere a la capacidad y voluntad de pago de una institución en un periodo determinado, por lo que está asociada al riesgo de incumplimiento.

La calificación crediticia estima la calidad crediticia de una institución financiera, empresa, país, bono o título en un periodo determinado. Al respecto, las calificaciones

son otorgadas por agencias calificadoras de riesgo de crédito, como Standard and Poors, Moody's y Fitch Ratings entre otras, las cuales se basan en el análisis cualitativo y cuantitativo de la institución, así como el plazo de la deuda y la divisa en la que está denominada la deuda. Las agencias asocian a cada una de las calificaciones una probabilidad de incumplimiento y una probabilidad de pasar a otras calificaciones crediticias (perspectiva). Las calificaciones se expresan en códigos alfanuméricos, como: BBB, AA+, Caa3, etc. Cabe mencionar que el riesgo de crédito suele ser más difícil de calcular que el riesgo de mercado, debido a la escasez de eventos de este tipo.

2.1.2. Riesgo de liquidez

El riesgo de liquidez es la pérdida potencial, económica o de oportunidad de negocio, debido a carencia de efectivo, aun cuando se cuenta con capacidad económica. La definición de riesgo de liquidez depende mucho del instrumento del cual se está hablando. En un activo, se refiere a la pérdida potencial debido a que éste no se pueda vender. En un mercado, es el posible deterioro en su estructura que pudiera ocasionar una pérdida económica o de liquidez de sus participantes. En un participante del mercado financiero, la liquidez se entiende por la disponibilidad y acceso al dinero en efectivo para cubrir sus necesidades de corto plazo. En un organismo, la liquidez se refiere al hecho de que los flujos de efectivo generados por sus activos y pasivos permitan mantener la estructura y el nivel deseado de su portafolio y continuar su operación de manera normal. Dado lo anterior, se puede clasificar al riesgo de liquidez como:

- Riesgo de liquidez de mercado, el cual es la incapacidad de compensar o deshacer ciertas posiciones sin afectar significativamente el precio de mercado de los activos.

- Riesgo de liquidez de fondeo, el cual es la imposibilidad que pudiera tener una entidad de contar con un financiamiento adecuado para hacer frente a sus obligaciones esperadas, o inesperadas, sin afectar sus operaciones diarias o su condición financiera.

La liquidez es un elemento fundamental en el manejo de cualquier operación financiera, ya que es un factor clave para la estabilidad y supervivencia de una entidad o un sistema. Cabe mencionar que los problemas de liquidez de una institución pueden desencadenar dificultades para otras entidades, e incluso poner en riesgo la liquidez de todo el sistema financiero. Es por esto que, derivado del riesgo de liquidez, existe el riesgo de contagio y el riesgo sistémico.

- Se llama riesgo de contagio a la posibilidad de que un problema de liquidez de una entidad se propague a otra. Esto puede ser provocado porque las entidades se encuentran vinculadas entre sí de manera directa, o por la propagación de información adversa sobre entidades.

- El riesgo sistémico es aquel que se da entre un número significativo de entidades, ocasionando una afectación en el funcionamiento normal de una parte importante o de todo un sistema financiero. Así, el riesgo sistémico puede verse como la probabilidad de que un evento genere *shocks* severos y de gran alcance que afecten adversamente a un gran número de instituciones o mercados al mismo tiempo.

Cabe mencionar que el riesgo de liquidez puede estar relacionado con el riesgo de crédito o riesgo de mercado. Al respecto, la falta de liquidez puede ocasionar el incumplimiento de un crédito, ya que una entidad con falta de liquidez no podrá pagar sus obligaciones y deudas y en este sentido originar riesgo de crédito. A su vez el riesgo de crédito puede

ocasionar un evento de liquidez, ante una posible reducción de calificación, por ejemplo.

El riesgo de liquidez también puede derivar del riesgo de mercado. Al respecto, el riesgo de mercado puede traducirse en mayores costos de transacción de un activo, lo cual afectaría la liquidez del tenedor.

Cabe destacar que un ejemplo de riesgo de liquidez muy usual se puede encontrar en el mercado OTC (*Over the Counter*), donde suelen negociarse instrumentos poco líquidos o de difícil compra y venta.

2.1.3. Riesgo operativo

El riesgo operativo se presenta por la falla o incompatibilidad de procesos internos, personas y sistemas, o bien, derivados de eventos externos. Algunos ejemplos de este riesgo son fallas de sistemas, pérdidas ocasionadas por desastres naturales, accidentes que involucren a individuos clave y la falsificación intencional de información. Un ejemplo de este tipo de riesgo es el caso del banco Barings, el banco más antiguo de Londres y con clientes tan prestigiosos como la reina. El banco Barings fue llevado a la quiebra por Nick Leeson, uno de sus operadores en Singapur. Leeson tomó una posición larga en derivados sobre valores japoneses de rendimiento variable, apostando por un alza en el índice Nikkei.¹ En enero de 1995, el terremoto Kobe de una magnitud de 7.2 grados, afectó a Japón ocasionando una caída en el índice accionario Nikkei. Tras esto, Leeson utilizó todos los recursos disponibles del banco para comprar nuevos contratos en vez de cubrir su posición larga, por lo que para febrero de ese mismo año las pérdidas ya habían alcanzado un nivel suficiente para causar

¹El índice Nikkei es el índice bursátil más popular del mercado japonés, lo componen los 225 valores más líquidos que cotizan en la Bolsa de Tokio. Desde 1971, lo calcula el periódico Nihon Keizai Shinbun (Diario Japonés de los Negocios), de cuyas iniciales proviene el nombre del índice.

la quiebra inmediata del banco Barings.

2.1.4. Riesgo legal

El riesgo legal es la pérdida potencial derivada del incumplimiento de un contrato, que puede presentarse cuando no se pueda exigir que se cumplan los compromisos de alguna o ambas partes debido a una redacción ambigua, por ejemplo.

2.1.5. Riesgo de mercado

El riesgo de mercado es la pérdida potencial en las inversiones de una entidad debido a movimientos de factores de mercado, como lo son tasas de interés, tipos de cambios e índices de precios. Esta pérdida potencial se deriva de la probabilidad de que el precio de un activo o un portafolio se mueva adversamente ante cambios en las variables de mercado que lo afectan.

El origen del riesgo de tasa de interés es la incertidumbre respecto al nivel que ésta pueda llegar a tener, ocasionado por fuerzas de demanda y oferta o por políticas del banco central. El riesgo ante movimientos del tipo de cambio depende en general de la percepción que tenga el mercado de la economía de un país o de la posibilidad de una intervención del banco central en su mercado cambiario.

Dado que es necesario que las entidades financieras administren su riesgo de mercado, no sólo para saber a que están expuestas sino para tener en cuenta el impacto que podría ocasionarles, existen diferentes herramientas y modelos financieros que permiten su medición. Entre ellos:

- Duración: es una medida general de la sensibilidad del valor de mercado de

un activo o portafolio ante cambios en la tasa de interés y se calcula mediante el cambio porcentual en el valor de una posición frente a pequeños cambios en la tasa de interés.

- La volatilidad o desviación estándar: es una medida básica de riesgo de mercado, la cual mide la dispersión de la rentabilidad esperada de un instrumento o una cartera de valores. Existen dos tipos de volatilidad: volatilidad histórica y volatilidad implícita. La volatilidad histórica se estima a través de una serie fluctuaciones del valor del instrumento observado y se basa en la suposición de que la varianza del activo es constante en el periodo de estudio. La volatilidad implícita se estima a través del precio de una opción y representa la percepción del mercado acerca de la variabilidad o dispersión del activo.

El riesgo de mercado puede medirse en términos absolutos o relativos.

- En términos absolutos, el riesgo de mercado se concentra en la variabilidad de las ganancias totales y es medido a través de la pérdida potencial en términos de dólares.
- El riesgo de mercado relativo es determinado en términos de la variabilidad de los resultados con respecto a un índice o cartera base, que suele denominarse “cartera parámetro” o *benchmark*.

En el contexto de la medición del riesgo de mercado, la variable aleatoria considerada es la tasa de rendimiento de un activo financiero. Una forma de calcular el rendimiento de un activo es mediante su tasa de rendimiento geométrica, la cual se define en términos del logaritmo del cociente de precios:

$$R_t = \ln \left[\frac{P_t}{P_{t-1}} \right] , \quad (2.1)$$

donde P_t es el precio del activo financiero al tiempo t .

Desde el punto de vista económico, la ventaja de utilizar la tasa de rendimiento geométrica radica en que los rendimientos geométricos se distribuyen de manera normal, eliminando la posibilidad de que el precio del activo sea negativo, ya que $R_t \rightarrow -\infty$ cuando $(P_t/P_{t-1}) \rightarrow 0$ o $P_t \rightarrow 0$.

El riesgo de mercado es el tipo de riesgo al que se enfocará esta tesis, en el cual las depreciaciones y apreciaciones de una divisa pueden ocasionar pérdidas importantes en alguna posición a favor o en contra de ésta, respectivamente.

Actualmente, la medida de riesgo de mercado más comunmente usada es la que se conoce como el “Valor en Riesgo” o VaR. El VaR busca dar una idea sobre la pérdida en que se puede incurrir en un cierto periodo de tiempo pero, al ser inciertas las pérdidas y ganancias, es necesario asociar probabilidades a las diferentes pérdidas potenciales.

2.2. Valor en Riesgo (VaR)

Más formalmente, el Valor en Riesgo (VaR) [22] de un portafolio es una medida de riesgo que resume la pérdida máxima esperada (o “peor” pérdida) sobre un horizonte de tiempo para un nivel de confianza $(1 - q)$. Matemáticamente es el q cuantil de la distribución de pérdidas y ganancias F :

$$VaR_q = \inf \{x \in \mathbb{R} \mid F(x) \geq q\}, \quad q \in (0, 1) \quad (2.2)$$

En particular para un nivel de confianza del 95% y un cuantil 0.95, el VaR se define como:

$$VaR_{0,95} = \inf \{x \in \mathbb{R} \mid F(x) \geq 0.95\},$$

En línea con la definición del VaR, para su cálculo es necesario determinar el horizonte de tiempo objetivo y el intervalo de confianza que se va a utilizar. La elección del horizonte de tiempo depende de la naturaleza de la inversión. Es decir, el horizonte debería hacer referencia a los días para los cuales se pretende evaluar la pérdida y deberá estar relacionado con la liquidez de los valores de la inversión, definida en términos del tiempo requerido para volúmenes normales de transacción. Por otro lado, la elección del nivel de confianza es un porcentaje que se le asigna al modelo probabilístico con el fin de darle un grado de certeza y depende del propósito de su utilización. Si el VaR es utilizado para la selección de un requerimiento de capital, éste deberá reflejar el grado de aversión al riesgo de la empresa. Si el VaR se utiliza como criterio para comparar los riesgos entre diferentes mercados, entonces la elección del nivel de confianza no es tan importante, siempre y cuando sea el mismo en todos los casos a comparar y el cuantil se encuentre dentro de la cola de distribución a fin de que refleje las pérdidas potenciales.

No existe una metodología única para el cálculo del VaR. Por ejemplo, el VaR se puede calcular mediante métodos de simulación, de forma paramétrica o a través de distribuciones generales.

2.2.1. VaR basado en simulación

Este tipo de cálculo del VaR se basa en simulaciones obtenidas por medio de diferentes métodos, entre ellos el de simulación histórica y simulación Monte Carlo.

- **Simulación Histórica:** consiste en valorar los activos de un portafolio de instrumentos, en los escenarios de factores de riesgo históricamente observados en cierto periodo de tiempo. La pérdida o ganancia relacionada con cada escenario es la diferencia entre el valor actual del portafolio y el del portafolio valuado con los niveles de riesgo del escenario en cuestión. Con las pérdidas y ganancias asociadas a cada escenario, se define una distribución de probabilidades de pérdidas y ganancias del valor del portafolio, de la que se puede obtener el VaR. Este método no se basa en supuestos de correlaciones ni en el supuesto de normalidad, sin embargo presenta una desventaja al no tomar en cuenta eventos extremos mayores a los que se observaron anteriormente.

- **Simulación Monte Carlo:** consiste en generar de manera aleatoria, escenarios de ocurrencia de los factores de riesgo que afectan el valor de los activos contenidos en un portafolio. Una vez generados los escenarios, se procede igual que en la simulación histórica. Además de que es aplicable a instrumentos no lineales, lo que busca es incorporar escenarios que pudieran ocurrir, aunque nunca se hayan observado antes. La desventaja de este método consiste en que se requieren supuestos sobre las distribuciones de probabilidad que caracterizan el comportamiento de los factores de riesgo, así como las correlaciones entre ellos, lo cual puede generar escenarios incongruentes con el comportamiento real de los mercados, aún en condiciones de crisis. Adicionalmente, la demanda sobre los recursos de cálculo, para generar un número suficientemente grande de escenarios es considerable y tedioso.

2.2.2. VaR basado en distribuciones paramétricas

Este tipo de cálculo tiene como característica el supuesto de que los rendimientos de los activos se distribuyen de acuerdo con una curva de densidad de probabilidad, que

generalmente es la normal y el supuesto de linealidad de los activos. Bajo el supuesto de normalidad con media cero, el modelo paramétrico que determina el Valor en Riesgo de una posición es la siguiente:

$$VaR = F \times S \times \sigma \times \sqrt{t}$$

F = Factor que determina el nivel de confianza del cálculo

S = Monto total de inversión

σ = Desviación estándar de los rendimientos del activo

t = Horizonte de tiempo

La desventaja de este método es que en la práctica se ha observado que la mayoría de los activos financieros no necesariamente siguen un comportamiento aleatorio que se aproxima a una distribución normal y, por lo tanto, los resultados que se obtienen al medir el riesgo suponiendo normalidad generalmente subestiman el nivel real de riesgo de un portafolio.

2.2.3. VaR para distribuciones generales

En su forma más general, el VaR puede derivarse de la distribución de probabilidad del valor futuro del portafolio $f(w)$. En un nivel de confianza dado $1 - q$, deseamos encontrar la peor realización posible W^* tal que la probabilidad de exceder dicho valor sea q :

$$q = \int_{W^*}^{\infty} f(x) dx,$$

o tal que la probabilidad de un valor inferior a W^* , $p = P(w \leq W^*)$, sea $1 - q$:

$$1 - q = \int_{-\infty}^{W^*} f(x) dx = P(w \leq W^*) = p \quad (2.3)$$

En otras palabras, el área de $-\infty$ a W^* debe sumar $p = 1 - q$. El número W^* es denominado el cuantil muestral de la distribución. Nótese que no se utilizó la desviación estándar para encontrar el VaR. Esta especificación es válida para cualquier distribución continua, para una distribución discreta se debe de sustituir, en el resultado anterior, la integral por una suma.

Si bien el VaR es una de las medidas de riesgo más usadas en el medio financiero, ha sido severamente criticada, ya que no es una medida de riesgo coherente.

Se dice que ρ es una medida de riesgo coherente si cumple con las siguientes propiedades:

i) Monótona

$$X_1 \leq X_2 \implies \rho(X_1) \leq \rho(X_2)$$

Si un portafolio X_2 está constituido por activos de mayor rendimiento que el portafolio X_1 , en cualquier escenario el riesgo del portafolio X_2 es mayor que el de X_1 .

ii) Subaditiva

$$\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y) \quad \text{para todo } X \text{ y } Y$$

El riesgo de la suma de dos portafolios X_1 y X_2 no puede ser mayor a la suma de los riesgos de los dos portafolios por separado. A esto se le conoce como principio de diversificación.

iii) Positivamente homogénea

$$\rho(hX) = h\rho(X) \quad \text{para } h > 0$$

Por ejemplo, si duplicas el valor de un portafolio X entonces el riesgo del portafolio se duplica.

iv) Invariante ante traslaciones

$$\rho(X + a) = \rho(X) - a \quad \text{para } a \in \mathbb{R}$$

Si sumamos un monto determinado a de contado al valor del portafolio, esto reduciría el riesgo del portafolio en a unidades, debido a que a es un activo libre de riesgo.

En finanzas es común que un portafolio esté compuesto de dos o más activos, a esto también se le conoce como diversificación de portafolios. Lo anterior tiene como finalidad reducir el riesgo al que está expuesto todo el portafolio. Por lo que se supondría que una medida de riesgo debería cumplir que el riesgo de todo el portafolio sea menor o igual a la suma de los riesgos de todos los activos por separado, es decir que tenga la propiedad de subaditividad. Sin embargo, el VaR no es necesariamente subaditivo. Otra de las razones que han inducido a la búsqueda de nuevas medidas de riesgo es el hecho de que el VaR sólo da el valor umbral, el cual sólo puede ser sobrepasado con cierta probabilidad mínima, pero no proporciona ninguna información acerca de los valores que exceden este umbral. Esto es importante ya que en una distribución con una cola muy pesada, una vez que la pérdida ha superado el VaR esta puede ser muy grande y en sentido ser un elemento de mucho riesgo.

Como una alternativa al VaR se ha propuesto el Expected Shortfall como una medida de riesgo que cumple con las cuatro propiedades (monótona, sub-aditiva, homogénea

e invariante ante traslaciones) y que puede proporcionar mayor información acerca de las pérdidas que exceden el VaR.

2.3. Expected Shortfall

El Expected Shortfall (ES), también conocido como Valor en Riesgo Condicional (CVAR), está definido como el promedio de todas las posibles pérdidas que son mayores o iguales al VaR, es decir el promedio de una pérdida en los peores $(1-p)\%$ de casos. Para una distribución en tiempo continuo se define de la siguiente manera:

$$ES_q(X) = E(X | X \geq VaR_q(X)) \quad (2.4)$$

Por ejemplo, suponga que el VaR al 95 % de confianza de un portafolio es de \$5,000. Entonces, si el Expected Shortfall del mismo portafolio al 95 % de confianza es de \$7,000, este monto será la pérdida total esperada que pudiera presentar el portafolio, si ésta superara los \$5,000.

El cálculo del Expected Shortfall es de vital importancia para la supervivencia de una institución o de una compañía, ya que de ocurrir un evento extremo que ocasionara que sus pérdidas superaran el valor del VaR, la institución tendría que conocer el monto de capital que sería necesario en promedio para hacer frente a sus obligaciones. Si este monto fuera mucho mayor al previsto, dejaría a la institución expuesta a un grave deterioro o, en algunos casos, a la quiebra de la misma.

Cabe destacar que, a diferencia del VaR, el Expected Shortfall es una medida

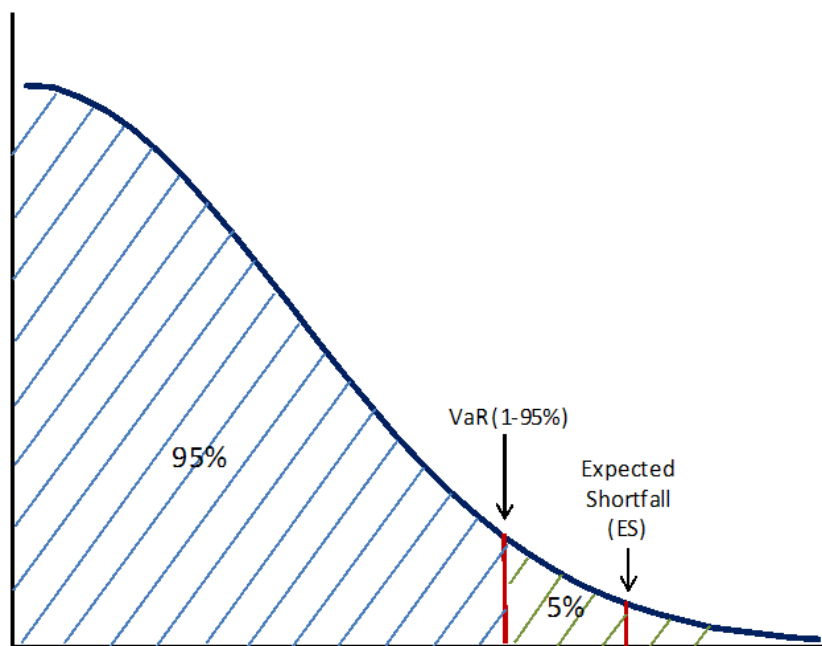


Figura 2.1: Representación del VaR y del Expected Shortfall

coherente, por lo que cumple con las características de monotonía, subaditividad, homogeneidad e invarianza ante traslaciones. Sin embargo, esta medida no sustituye al VaR: de hecho, lo complementa.

En esta tesis se usará el cálculo del VaR y Expected Shortfall para distribuciones generales, utilizando particularmente las distribuciones de la Teoría de Valores Extremos aplicadas a divisas. Sin embargo, es importante tener en cuenta que para utilizar la Teoría de Valores Extremos es necesario asegurarse que los log-rendimientos de las divisas sean independientes e idénticamente distribuidos. Generalmente las series de alta frecuencia en los mercados financieros y cambiarios se caracterizan por ser asimétricas, leptocúrticas y tener clusters de alta volatilidad. Un cluster se refiere a la tendencia de que en los datos se

presenten grupos por la influencia de la volatilidad. Es decir, a grandes (pequeños) cambios en los rendimientos, de cualquier signo, le siguen grandes (pequeños) cambios de rendimientos. Por lo tanto, para la estimación del VaR y el Expected Shortfall por Teoría de Valores Extremos es necesario implementar algún proceso que permita modelar la media condicional y la volatilidad de los rendimientos. A continuación se describirá un método para extraer la dependencia de los datos para calcular el VaR y el Expected Shortfall utilizando las funciones de Valores Extremos.

2.4. VaR y Expected Shortfall mediante la aplicación de Teoría de Valores Extremos en series financieras

Definimos a X_t como una serie estacionaria de observaciones diarias de los log-rendimientos del precio de un activo:

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t ,$$

donde Z_t es un ruido blanco con esperanza igual a cero y varianza igual a uno, con observaciones independientes e idénticamente distribuidas con función de distribución $F_z(z)$ y μ_t (media), σ_t (desviación estandar) medibles con una sigma algebra F_{t-1} .

Sea $F_{x_{t+1}, \dots, x_{t+k}}$, la función de distribución de los log-rendimientos en los próximos k días, conociendo la información previa al tiempo t . Para calcular el VaR es necesario conocer el cuantil q , con $0 < q < 1$, de la distribución $F(x)$ tal que:

$$x_q = \inf\{x \in \mathbb{R} : q \leq F(x)\}$$

Esto se conoce como cuantil incondicional.

Por otro lado el cuantil q de la distribución predictiva de los próximos k días $F_{x_{t+1}, \dots, x_{t+k}}$, llamado cuantil condicional se define como:

$$x_q^t(k) = \inf\{x \in \mathbb{R} : q \leq F_{x_{t+1}, \dots, x_{t+k} | F_t}(x)\}$$

Considerando también como medida de riesgo al Expected Shortfall, se define:

$$ES_q = E(X | X > x_q)$$

Para los próximos k días:

$$ES_q^k = E\left(\sum_{j=1}^k X_{t+j} \mid \sum_{j=1}^k X_{t+j} > x_q^t, F_t\right)$$

Cuando el interés está en el primer paso después del tiempo t , el cuantil condicional y el Expected Shortfall serán denotados como x_q^t , ES_q^t respectivamente. Entonces:

$$F_{X_{t+1}}(x) = P(X_{t+1} < x) = P(\mu_{t+1} + \sigma_{t+1}Z_{t+1} < x \mid F_t) = P\left(Z_{t+1} < \frac{x - \mu_{t+1}}{\sigma_{t+1}}\right) = F_Z(z)$$

Por lo tanto:

$$x_q^t = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}z_q$$

donde z_q es el cuantil q de la función de distribución Z_t . Cabe mencionar que x_q^t también se puede ver como el VaR_q .

$$ES_q^t = \mu_{t+1} + \sigma_{t+1}E(Z | Z > z_q)$$

En los últimos años, especialmente a partir de la década de los ochenta, se ha desarrollado una amplia literatura interesada en estudiar la volatilidad comúnmente presente en los mercados financieros a partir de modelos de heteroscedasticidad condicionada, en particular mediante los modelos ARCH(q) o *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity models* introducidos originariamente por Engle ². La justificación de estos modelos se centra en regularidades empíricas observadas en numerosas series financieras, especialmente observadas con frecuencias elevadas, como son el exceso de curtosis en la serie y la autocorrelación de sus cuadrados. Así, el proceso ARCH(q) se define como:

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i x_{t-i}^2$$

Donde X_t es una secuencia de variables aleatorias, en este caso la serie de log-rendimientos de un activo financiero y donde $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i > 0$ para $i = 1, \dots, q$. Z_t representa un ruido blanco, es decir variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza uno. Cabe mencionar que a σ_t se le conoce como volatilidad.

²Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation (1982)

El modelo GARCH(p,q) o *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity model* constituye una generalización del proceso ARCH(q) en el sentido de que la σ_t^2 de la serie depende no sólo de las innovaciones anteriores sino también de sus propios valores pasados, es decir para:

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t \quad (2.5)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i x_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2.6)$$

donde $j = 1, \dots, p$, y se tiene que cumplir que:

$$\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$$

En la mayoría de las series financieras suele ser suficiente la consideración de un modelo GARCH(1,1), tal y como fue propuesto por Taylor ³. Un modelo GARCH (1,1) se define como

$$X_t = \mu_t + \sigma_t Z_t \quad (2.7)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (2.8)$$

De esta forma, estimando los parámetros $(\hat{\alpha}_0, \hat{\alpha}_1, \hat{\beta})$ mediante el método de máxima verosimilitud y conociendo los valores de los log-rendimientos de x_t se podría, de manera

³Modelling Financial Time Series (1986)

recursiva, calcular $\hat{\sigma}_t^2$. Por su parte los residuales se pueden calcular sabiendo que:

$$Z_t = \frac{X_t - \mu_t}{\sigma_t}$$

Si el modelo es apropiado, los residuales Z_t deberían de ser independientes e idénticamente distribuidos. Por lo tanto en este trabajo se usará la serie Z_t o residuales del modelo GARCH (1,1) en la aplicación de la Teoría de Valores Extremos.

En este sentido, y citando la publicación de Mcneil y Frey [25], para el método de Máximos por Bloque utilizando la Distribución Generalizada de Valores Extremos se calculará el VaR de la siguiente manera:

$$VaR = \mu - \frac{\sigma}{\xi} \left(1 - [-\ln(1-p)]^{-\xi} \right) \quad (2.9)$$

Por su parte, para el método de Datos Excedentes sobre un Umbral se utilizará la Distribución Pareto Generalizada señalada en

$$F(x) = 1 - \frac{N}{n} \left(1 + \hat{\gamma}_N \frac{x-u}{\hat{\beta}_N} \right)^{1/\hat{\gamma}_N}, \quad (2.10)$$

donde n es igual al número del total de datos y N es igual al número de datos mayores a u . Para el cálculo del VaR suponemos en la práctica $N = k$, donde $k < n$ para una determinada u .

Sean $Z_{(1)} > Z_{(2)} > Z_{(3)} > \dots > Z_{(n)}$ los residuales ordenados, es decir los estadísticos de orden. De esta forma la distribución anterior queda escrita como:

$$F_z(z) = 1 - \frac{k}{n} \left(1 + \hat{\gamma}_k \frac{z - z_{k+1}}{\hat{\beta}_k} \right)^{1/\hat{\gamma}_k} \quad (2.11)$$

De esta distribución se calcula el cuantil $q > 1 - \frac{k}{n}$, para obtener el valor del VaR de la ecuación 2.11

$$\hat{z}_q = z_{k+1} + \frac{\hat{\beta}_k}{\hat{\gamma}_k} \left(\left(\frac{1-q}{\frac{k}{n}} \right)^{-\hat{\gamma}_k} - 1 \right) \quad (2.12)$$

Para una variable w que tiene una distribución Pareto Generalizada con parámetros $\gamma < 1$ y β , se sabe que:

$$E(W | W > w) = \frac{w + \beta}{1 - \gamma}$$

donde $\beta + w\gamma > 0$. Suponemos que los datos sobre el umbral u tienen esta misma distribución, es decir $Z - u | Z > u \sim GPD(\gamma, \beta)$. Entonces, para $z_q > u$ se puede escribir:

$$Z - z_q | Z > z_q = (Z - u) - (z_q - u) | (Z - u) > (z_q - u),$$

de donde se deduce que $Z - z_q | Z > z_q \sim GPD(\gamma, \beta + \gamma(z_q - u))$. Así que para un umbral más grande que u se tiene también la distribución Pareto Generalizada con el mismo parámetro de forma γ pero con un parámetro de escala diferente. De esta forma, se sabe que:

$$E(Z | Z > z_q) = z_q \left(\frac{1}{1 - \gamma} + \frac{\beta - \gamma u}{(1 - \gamma)z_q} \right) \quad (2.13)$$

Lo que lleva al cálculo del estimador del Expected Shortfall, según la publicación de Mcneil y Frey [4]:

$$E\hat{S}_q^t = \hat{\mu}_{t+1} + \hat{\sigma}_{t+1} \hat{z}_q \left(\frac{1}{1 - \hat{\gamma}_k} + \frac{\hat{\beta}_k - \hat{\gamma}_k z_{(k+1)}}{(1 - \hat{\gamma}_k) \hat{z}_q} \right) \quad (2.14)$$

Capítulo 3

Crisis financiera global y mercado cambiario

3.1. Crisis financiera global

En diferentes periodos de crisis, cuando se ha observado una fuerte volatilidad en los mercados financieros, los inversionistas han sufrido fuertes pérdidas en sus posiciones debido a que no han utilizado las medidas de riesgo necesarias o adecuadas para calcular sus posibles pérdidas y prevenirlas. En este sentido, se cree que el VaR y el Expected Shortfall calculados mediante la Teoría de Valores Extremos, son herramientas adecuadas para calcular y analizar este tipo de riesgos, dado que proporcionan a un nivel de confianza una pérdida potencial por medio del VaR y el monto promedio de la pérdida una vez superado éste por medio del Expected Shortfall, tomando en cuenta todos los datos extremos o de la cola de la distribución mediante la Teoría de Valores Extremos. Además, se cree que

esto es de gran relevancia dado el contexto actual en donde hemos observado una fuerte volatilidad en los mercados financieros derivada de la crisis soberana de la periferia europea.

La crisis hipotecaria de 2008 es un ejemplo de un periodo crisis. Si bien existen diferentes factores que originaron esta crisis, uno de los principales fue el incremento en la cartera vencida del sector hipotecario en Estados Unidos, lo que afectó considerablemente el mercado de instrumentos respaldados por hipotecas (*Mortgage Backed Securities, MBS*). Debido a que había poca transparencia respecto a la exposición de los bancos a este tipo de instrumentos, esto incrementó el riesgo de contraparte (riesgo de crédito), originando un grave problema de liquidez en el mercado interbancario. Aunado a este factor, los elevados niveles de endeudamiento forzaron a los intermediarios financieros a iniciar un proceso de desapalancamiento, lo que presionó a la baja los precios de diversos activos y restringió el crédito y la liquidez en el mercado, extendiéndose a otros segmentos de los mercados financieros y a otros países.

Lo anterior se vio agravado por la quiebra de *Lehman Brothers*¹ en septiembre de 2008, lo cual incrementó la percepción del riesgo global y aumentó la incertidumbre respecto a la calidad de algunos activos en poder de las instituciones financieras. Así, el costo del crédito interbancario aumentó abruptamente y la liquidez de los mercados financieros cayó aún más, lo que condujo a un problema de solvencia en los mercados financieros. En este entorno, la tasa de crecimiento de la economía global se desaceleró de manera importante, observándose un deterioro en la economía global. El crecimiento del PIB se ubicó

¹Lehman Brothers Holdings Inc. fue una compañía global de servicios financieros, fundada en 1850. Antes de ser declarada en quiebra el 15 de septiembre de 2008, Lehman era el cuarto banco más grande de inversión en Estados Unidos (detrás de Goldman Sachs, Morgan Stanley y Merrill Lynch), haciendo banca de inversión, gestión de activos financieros e inversiones en renta fija, banca comercial, gestión de inversiones y servicios bancarios en general.

en 2008 a nivel global en 2.8 % (anterior: 5.4 %) y posteriormente en 2009 incluso mostró una contracción ubicándose en -0.6 %. De igual forma, las economías de la zona euro y de Japón mostraron un fuerte debilitamiento. Las economías emergentes, si bien continuaron expandiéndose a un ritmo significativamente mayor al observado en las economías avanzadas, también crecieron a tasas menores que las registradas en 2007, debido a una débil demanda externa, condiciones financieras restrictivas y menores precios de las materias primas. El crecimiento en China, que había sido un motor de crecimiento para la economía mundial, si bien continuó siendo robusto, estuvo cinco puntos porcentuales en 2008 por debajo del observado el año anterior, en respuesta a la caída de las exportaciones y al debilitamiento del mercado de vivienda. La inflación se redujo tanto en los países avanzados como en los países emergentes, como resultado de las caídas de los precios de las materias primas, especialmente el petróleo, así como el menor ritmo de la actividad económica. El proceso generalizado de desapalancamiento en el sistema bancario internacional y el menor apetito por riesgo de los inversionistas indujeron una caída en la demanda de los activos de mercados emergentes. Las inversiones en países emergentes invirtieron su tendencia y las condiciones del financiamiento se endurecieron, reduciendo la liquidez en los mercados cambiarios y monetarios internos y elevando los rendimientos de la deuda, tanto en divisas como en moneda local.

Particularmente en América Latina, la notoria reducción de la deuda externa pública latinoamericana ofreció a los gobiernos un mayor margen de maniobra para desempeñar una función estabilizadora de los mercados privados en países que mantenían un volumen de deuda externa aún elevado. En este contexto, los bancos centrales adoptaron medidas para

ofrecer liquidez en los mercados cambiarios y de dinero locales para facilitar la concesión de crédito. Con el fin de generar confianza en los mercados financieros y en los agentes económicos respecto de los fundamentos de su economía local, Brasil y México acordaron la apertura de líneas swaps de divisas con la Reserva Federal estadounidense.

La salida de flujos de capital y el deterioro de la confianza tras la quiebra de Lehman Brothers causaron fuertes depreciaciones cambiarias y elevaron el costo de financiamiento externo en toda la región. Esta dinámica del mercado cambiario resultó más pronunciada en México y Brasil, en donde se observaron mayores depreciaciones en su tipo de cambio local, debido a una mayor demanda de dólares por parte de corporativos que trataban de cubrir sus posiciones en estas divisas. La depreciación del tipo de cambio no fue tan pronunciada en países como Chile, en donde las empresas no estaban expuestas a estas pérdidas y Colombia, donde la legislación limitaba los riesgos que las empresas podían contraer en los mercados de derivados sobre divisas. Sin embargo en las cuatro divisas se observó fuertes cambios porcentuales, particularmente negativos, acompañados de un comportamiento de mucha volatilidad.

En este sentido se cree que el cálculo del VaR y el Expected Shortfall mediante la Teoría de Valores Extremos para las divisas antes mencionadas, pudo haber sido útil y conveniente durante este periodo. Más aún, se cree importante este tipo de estudio dada la importancia y el crecimiento que han adquirido estas divisas en el mercado cambiario internacional.

Para conocer el comportamiento de estas divisas se definirá a continuación el concepto de tipo de cambio, se describirá el mercado cambiario internacional, particularmente

de Latinoamérica, y por último se dará una breve reseña de la historia del peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano.

3.2. Tipos de cambio

El tipo de cambio es un precio relativo entre dos divisas. Un incremento (depreciación) del tipo de cambio denominado en moneda local, refleja un mayor poder de compra de la moneda extranjera en el país local, lo cual incentiva la venta de productos nacionales al exterior, es decir las exportaciones. Por el contrario, una caída (apreciación) en el tipo de cambio denominado en moneda local genera un mayor poder de compra de la moneda extranjera en su país de origen y así disminuye la demanda de productos extranjeros y por consiguiente se reducen las exportaciones nacionales, aumentando las importaciones.

El comercio internacional y, en mayor medida todavía a todos los movimientos registrados en los mercados internacionales financieros y monetarios, constituyen al mercado de divisas o Forex. Como una peculiaridad, el mercado Forex puede ser una alternativa de inversión que implica la realización simultánea de una compra y una venta de dos divisas: se compra la moneda que se espera que aumente su valor y se vende la moneda que se espera que pierda valor, buscando con ello la mayor ganancia posible.

El mercado Forex ha crecido de manera importante en los últimos años. Según la encuesta trienal del BIS de 2010², el volumen promedio diario global de operaciones cambiarias asciende a 4 billones de dólares en los mercados OTC (*Over the Counter*), los cuales son mercados organizados donde la regulación se hace directamente entre los

²Triennial Central Bank Survey of Foreign Exchange and Derivatives Market Activity (2010) [11].

participantes de la operación. De estos, el 55 % se lleva a cabo en países europeos, gracias a la presencia del mercado cambiario en Londres; el 23 % se realiza en países asiáticos; y el 20 % restante se realiza en el continente americano.

Particularmente, las operaciones realizadas en América Latina representan el 1 % del volumen de estas operaciones. El volumen promedio diario operado en Latinoamérica al contado asciende a \$21,000 millones de dólares, en swaps y forwards a \$20,000 millones de dólares, mientras que en opciones sólo se operan \$2,000 millones de dólares diariamente. Entre las principales divisas operadas en Latinoamérica se encuentran el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano.

Esta tesis aborda el estudio del comportamiento del peso mexicano (MXN), el real brasileño (BRL), el peso chileno (CLP) y el peso colombiano (COP). Si bien el estudio del MXN resulta de particular interés, se considera importante analizar otras divisas que pudieran servir para comparar los resultados obtenidos. Cabe mencionar que si bien el peso tiene ciertas diferencias con estas monedas latinoamericanas, comparten el hecho de que todas son divisas emergentes, pertenecen al mismo horario de operación, tienen correlación con algunas materias primas y que sus economías dependen en gran manera de otras más desarrolladas como Estados Unidos y China.

3.2.1. Peso mexicano

Hasta 1994, el esquema de régimen cambiario consistía en dejar fluctuar al tipo de cambio peso-dólar en una banda que se ensanchaba diariamente. Por su parte, Banco de México intervenía en el mercado cambiario cuando el tipo de cambio llegaba a tocar cualquiera de los límites de la banda. Si tocaba el límite inferior, el banco central com-

praba dólares y si tocaba el superior debía venderlos. El límite superior ayudaba a evitar elevaciones erráticas del tipo de cambio que hubiesen ocasionado trastornos innecesarios, particularmente en las expectativas de inflación. El límite inferior servía para impedir que el peso se apreciara demasiado, lo cual podía dañar la competitividad internacional de la economía. De esta manera, las reservas internacionales se usaban para evitar movimientos pronunciados del tipo de cambio.

Algunos acontecimientos como el incremento en las tasas de interés en Estados Unidos, la muerte del candidato presidencial Luis Donald Colosio, la renuncia del Secretario de Gobernación Jorge Carpizo y los conflictos en Chiapas dirigidos por el EZLN³, provocaron fuertes fluctuaciones en el tipo de cambio en 1994. En este contexto, el banco central tuvo que intervenir en el mercado para mantener al peso en sus respectivas bandas, lo que causó que las reservas internacionales se redujeran dramáticamente, ocasionando que este esquema de régimen cambiario fuera insostenible. Por ello, el 22 de diciembre de 1994 se abandonó este esquema de bandas y se pasó a un régimen de libre flotación, el cual sigue vigente hasta la fecha⁴.

A partir de entonces, el tipo de cambio ha fluctuado bajo un régimen de libre flotación y sólo en algunas ocasiones el banco central se ha visto en la necesidad de intervenir en el mercado, ya sea directamente, como fue el caso de la venta de dólares discrecionales ante la crisis de 2008 o mediante el uso de diferentes instrumentos, tales como: la subasta

³El Ejército Zapatista de Liberación Nacional (EZLN) es una organización mexicana de carácter político, que en sus inicios fue militar. Se originó en Chiapas el 1 de enero de 1994, cuando un grupo de indígenas armados ocuparon varias cabeceras municipales el mismo día en que entraba en vigor el Tratado de Libre Comercio de América del Norte, durante el gobierno de Carlos Salinas de Gortari, cuestionando al sistema político mexicano sobre sus promesas de modernidad. Su objetivo era el derrocamiento del presidente elegido y el establecimiento de una democracia participativa.

⁴Informe anual del Banco de México, 1994 [7]

de opciones de venta de dólares usada para la acumulación de reservas internacionales; la subasta de venta de dólares con precio mínimo usada para proveer liquidez en dólares ante condiciones de incertidumbre y falta de liquidez en el mercado cambiario; la subasta de dólares sin precio mínimo para promover condiciones ordenadas en el mercado cambiario; y la venta de dólares en el mercado de contado de manera discrecional para saciar la demanda de dólares.

Actualmente el peso mexicano es la moneda de Latinoamérica con más operación en el mundo en mercados OTC (según la encuesta del BIS 2010), siendo de hecho la tercer moneda más operada de países emergentes, por debajo solamente del won coreano y el dólar de Singapur y, con esto, la treceava moneda más operada a nivel mundial. Su volumen de operación al contado a nivel global asciende a 18,158 millones de dólares diariamente, de los cuales el 73% se opera en el extranjero y sólo 27% se realiza en México. Este volumen de operación ha sido resultado de la participación del peso desde 2008 en la cámara de compensación CLS (*Continuous Linked Settlement*). El CLS actúa como mecanismo de liquidación de operaciones intradía en divisas, eliminando el riesgo temporal de pago en diferentes husos horarios. Lo anterior ha permitido que el peso se opere las 24 horas del día los siete días de la semana, sin importar si se trata de fines de semana o días festivos. Debido a la importancia del peso mexicano, no sólo a nivel local sino también a nivel global, es importante analizar sus movimientos, particularmente los de sus rendimientos. La Teoría de Valores Extremos permite conocer el comportamiento del tipo de cambio ante un periodo de estrés, en donde podemos observar datos que tienen baja de probabilidad de ocurrencia pero gran impacto.

Lugar	Moneda	Porcentaje de participación
1	Dólar	84.9
2	Euro	39.1
3	Yen japonés	19.0
4	Libra esterlina	12.9
5	Dólar australiano	7.6
6	Franco suizo	6.4
7	Dólar canadiense	5.3
8	Dólar de Hong Kong	2.4
9	Corona sueca	2.2
10	Dólar neozelandés	1.6
11	Won coreano	1.5
12	Dólar de Singapur	1.4
13	Corona noruega	1.3
13	Peso mexicano	1.3
14	Rupia india	0.9
14	Rublo ruso	0.9
14	Renminbi chino	0.9
15	Zloty polaco	0.8
16	Lira turca	0.7
16	Rand sudafricano	0.7
16	Real brasileño	0.7
17	Corona danesa	0.6
18	Dólar taiwanés	0.5
19	Florín húngaro	0.4
20	Ringgit de Malasia	0.3
21	Baht tailandés	0.2
21	Corona checa	0.2
21	Peso filipino	0.2
21	Peso chileno	0.2
21	Rupia indonesia	0.2
21	Shekel israelí	0.2
22	Peso colombiano	0.1
	Otras monedas	5.0
	Total	200

Nota: Debido a que en una transacción participan dos monedas, la suma del porcentaje de participación es 200 en lugar de 100.

Participación por divisa en el mercado cambiario OTC (Over the Counter), de acuerdo a

la encuesta de Volúmenes del BIS de 2010

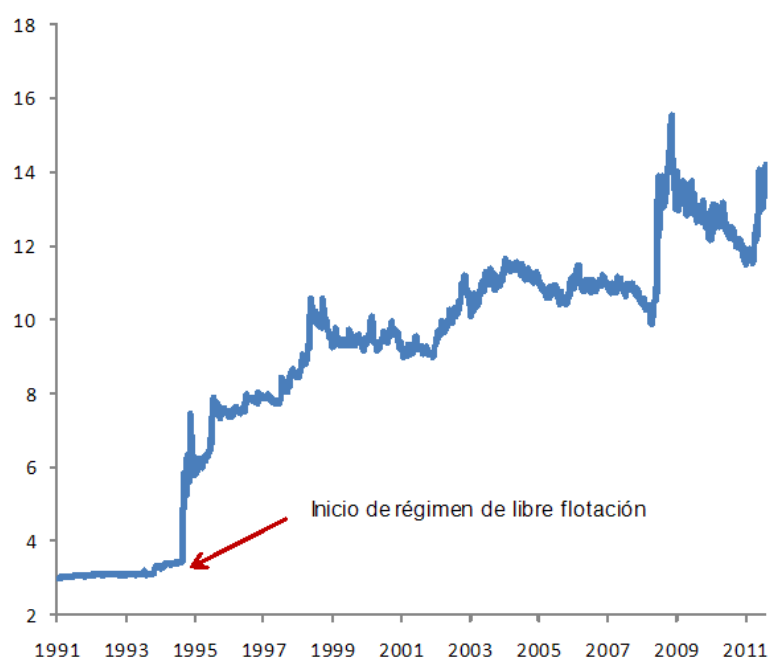


Figura 3.1: Cotización del tipo de cambio peso mexicano contra el dólar estadounidense.

3.2.2. Real brasileño

En 1994 el Banco Central de Brasil implementó un régimen cambiario de bandas flexibles, con el fin de que el tipo de cambio del real brasileño pudiera responder a cambios provocados por condiciones externas o internas, informar al mercado respecto al nivel del real brasileño y mantener estables las expectativas. Sin embargo, la combinación de este régimen cambiario y tasas de interés altas apreciaron el tipo de cambio, deteriorando la balanza comercial. Más aún, las altas tasas de interés incrementaron la deuda interna lo que, aunado a las crisis asiática y rusa a finales de 1997 y 1998, respectivamente, afectaron la confianza de los inversionistas extranjeros, causando una reducción en las reservas internacionales de Brasil

En enero de 1999, el país se vio obligado a hacer flotar el real, lo que provocó un reajuste excesivo del tipo de cambio. La incertidumbre de los mercados respecto a la capacidad de Brasil por financiar su balanza de pagos contribuyó en este comportamiento negativo de la divisa. En este momento las autoridades de Brasil pidieron ayuda al Fondo Monetario Internacional. Mediante la combinación de una restricción fiscal, un ajuste de la política monetaria, la fijación de la meta de inflación y ayuda financiera externa, ayudó a que el mercado financiero brasileño consiguiera normalizarse⁵. A partir de esto el real brasileño ha fluctuado libremente. Sin embargo actualmente las autoridades cambiarias de Brasil se han caracterizado por intervenir frecuentemente en su mercado cambiario, particularmente en su mercado de futuros [12].

⁵Política Monetaria durante la transición a un tipo de cambio flotante. La experiencia de Brasil. Armínio Fraga Neto (2000).

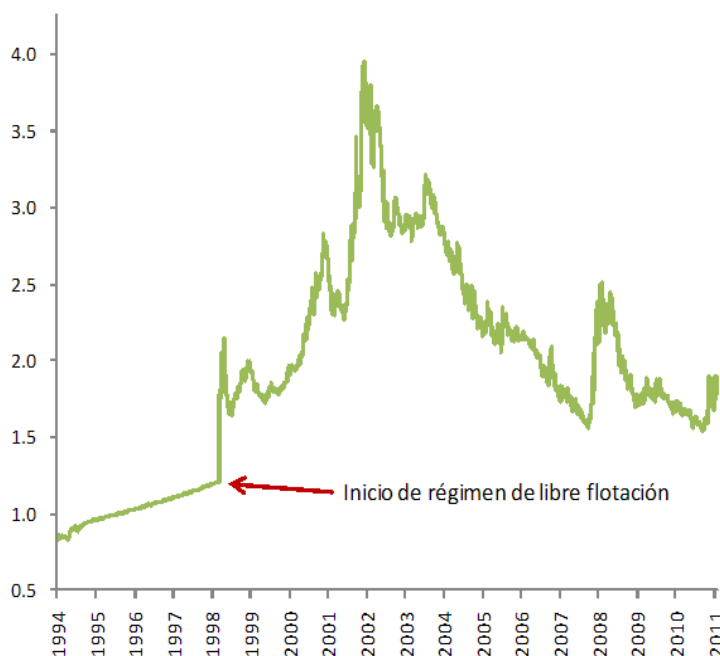


Figura 3.2: Cotización del tipo de cambio real brasileño contra el dólar estadounidense.

3.2.3. Peso chileno

En 1984 el Banco Central de Chile adoptó un régimen cambiario de bandas, el cual sufrió diferentes cambios a través del tiempo a fin de incrementar sus grados de flexibilidad. A principios de 1990 la situación se revirtió y el tipo de cambio empezó a apreciarse, por lo que con frecuencia se ubicaba cerca del piso de la banda a pesar de su aparente amplitud, quitando grados de flexibilidad a la política monetaria, por lo que las autoridades tuvieron que intervenir constantemente en el mercado cambiario para controlar esta apreciación. En 1998, tras la crisis asiática regresaron las presiones extremas sobre el peso. El banco central las combatió con incrementos en su tasa de política monetaria, contracciones de liquidez, venta de dólares en su mercado cambiario y modificando los parámetros de su banda. Sin

embargo, en agosto de ese año, cuando la crisis rusa invadió los mercados emergentes, comenzó una nueva ronda de especulaciones contra el peso chileno. Finalmente, en septiembre de 1999, cuando el banco central adquirió su independencia y empezó a adoptar un objetivo de inflación, en un momento en que la incertidumbre y las turbulencias mundiales se habían calmado, anunció que pondrían fin a la banda cambiaria y dejarían flotar libremente su tipo de cambio.

A partir de entonces el peso chileno se ha ajustado libremente con las fuerzas del mercado. Las autoridades sólo han intervenido en circunstancias excepcionales, sin defender ninguna tendencia específica.

En particular, las autoridades monetarias han intervenido tres veces entre 1998 y 2004. Cabe destacar que todas estas decisiones tuvieron como objetivo defender al peso chileno en tiempos de estrés particularmente por eventos externos, lo cual alejaba al peso chileno de los fundamentales de su economía y aumentaba la volatilidad de su comportamiento.

Durante enero de 1998 a marzo de 1999, el banco central realizó ventas de dólares en su mercado al contado, las cuales ascendieron a 4,285 millones de dólares, materializándose en 43 días de intervención. El monto promedio mensual de intervención ascendió a 109 millones dólares durante 1998, y 39 millones de dólares en 1999. Adicionalmente, el banco central realizó ventas de instrumentos denominados en dólares a diferentes fechas de vencimiento, llamados BCDs por un total de 1,440 millones de dólares.

Durante 2001 un periodo de estrés ocasionado por problemas en Argentina originó que el peso chileno se depreciara cerca de 20 % durante la primera mitad del año. A raíz de

lo anterior, en agosto de ese mismo año el banco central anunció que realizaría ventas de dólares en su mercado al contado por un monto máximo de 2,000 millones de dólares hasta diciembre de 2001, así como ventas de BCDs por un monto máximo similar. Al final de este periodo las ventas de dólares totales en el mercado al contado ascendieron a 803 millones de dólares, cerca del 5 % de las reservas internacionales de ese tiempo. Por su parte, el monto de BCDs vendidos fue de 3,040 millones de dólares, incluyendo los que se vendieron en el programa regular del banco central.

En 2002, con una alta tasa de riesgo en Brasil y un ambiente global complejo, el banco central decidió llevar a cabo un programa parecido al emprendido en 2001, con validez hasta febrero de 2003. Sin embargo, a diferencia de 2001, esta vez el banco central no realizó ninguna venta de dólares en su mercado al contado, y sólo vendió 1,500 millones de dólares en BCDs.

En 1998-1999 la transparencia de las intervenciones fue limitada, dado que los montos no eran conocidos por el mercado y sólo podían ser aproximados mediante el cambio de las reservas internacionales. En 2001 hubo mayor transparencia, ya que el banco central informó explícitamente el monto total de los recursos disponibles para la intervención y el periodo en el que se realizarían. Sin embargo los montos diarios de intervención se daban a conocer en los reportes quincenales de las reservas internacionales. En 2002 los montos de intervención no se dieron a conocer dado que nunca se materializó una venta de dólares. Los efectos de 2001 fueron mayores a los observados en 1998 dado el conocimiento de la información y los anuncios que autoridades del banco central realizaron en 2001 y 2002 respecto a la opinión que tenían sobre el nivel de tipo de cambio y de la postura de política

monetaria que podrían adoptar en el futuro. Esto último obedeció a que el Banco Central de Chile había logrado una alta credibilidad y se había acumulado un monto importante de reservas internacionales⁶.



Figura 3.3: Cotización del tipo de cambio peso chileno contra el dólar estadounidense.

3.2.4. Peso colombiano

El 21 de enero de 1994 las autoridades monetarias de Colombia adoptaron un sistema de bandas de flotación del tipo de cambio con el propósito de poner un límite en la parte alta del movimiento del peso colombiano, evitando su depreciación. Sin embargo, en diciembre de ese mismo año el banco central tuvo que revaluar su banda en 7%, luego de que el tipo de cambio tocó el límite superior de la banda. Pero la economía no dejó de estar sujeta

⁶El miedo a flotar y la política cambiaria en Chile. José de Gregorio (2005) [15].

a problemas provenientes del exterior, debido a las fuertes fluctuaciones en los términos de intercambio comerciales y la disminución de los flujos de capital como consecuencia de las crisis asiática y rusa. Para enfrentar esta situación, las autoridades cambiarias decidieron devaluar el peso colombiano dos veces hasta 27%.

El régimen de bandas cambiarias estaba creando dificultades cuando el tipo de cambio llegaba a su techo, pues en ese momento había incentivos a comprar reservas con la ilusión de una próxima devaluación. Por ello, las autoridades monetarias iniciaron conversaciones para hacer un acuerdo extendido con el Fondo Monetario Internacional (FMI), el cual daría confianza a los operadores internacionales y nacionales respecto a una política económica sostenible y fondos suficientes para evitar una devaluación desenfrenada al iniciar un régimen de libre flotación. En septiembre de 1999, después de que el FMI aprobara el paquete de ajuste, el país pasó de un régimen de bandas cambiarias a uno de libre flotación en total calma en el frente cambiario.

El Banco de la República se comprometió a no interferir en la determinación del tipo de cambio y posteriormente darle prioridad a su política de objetivo de inflación. El banco sólo intervendría cada vez que se elevara el nivel de volatilidad del tipo de cambio, cada vez que la tasa de cambio se encuentre 4% o más por debajo o por encima de su promedio móvil de 20 días, a través de subastas de opciones de compra y venta de divisas⁷.

⁷Política monetaria, cambiaria y crediticia. Banco de la República de Colombia (2012) [4]

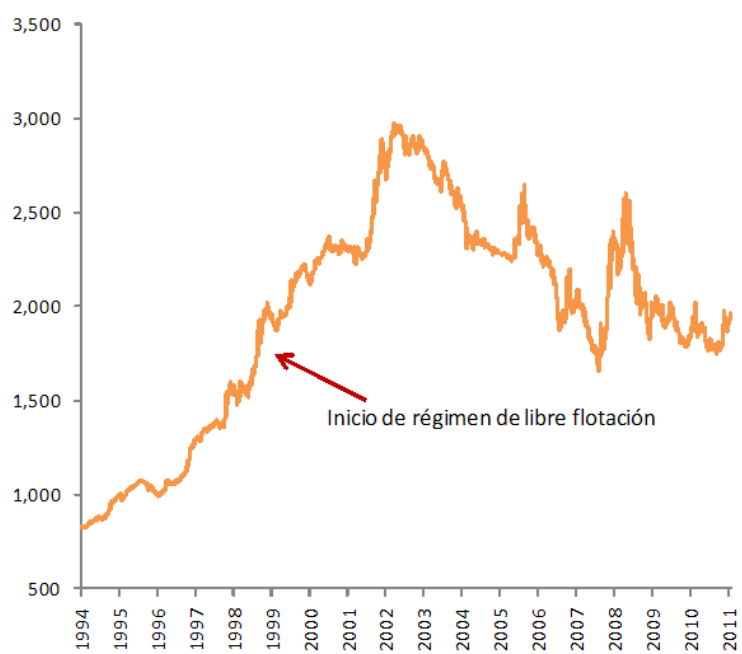


Figura 3.4: Cotización del tipo de cambio peso colombiano contra el dólar estadounidense.

Capítulo 4

Aplicación de la Teoría de Valores Extremos al peso mexicano y otras monedas latinoamericanas en el ambiente de la crisis financiera global

4.1. Primer acercamiento de los datos

En este capítulo se aplicará la Teoría de Valores Extremos al cálculo del VaR para las cuatro divisas latinoamericanas al inicio de la crisis de 2008. Se utilizarán las series de datos del peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano desde

la fecha de su libre flotación hasta el 17 de septiembre de 2008, dos días después de que *Lehman Brothers*¹ se declarara en quiebra y un día después de que *American International Group* (AIG)² fuera rescatada por la Reserva Federal Estadounidense. A continuación, en la Figura 4.1 se presentan las cotizaciones diarias de cada una de las divisas frente al dólar, desde su libre flotación hasta el 17 de septiembre de 2008.

Dado que estos dos hechos pudieron haber sido señales de que hacia delante se podría esperar una fuerte volatilidad en los mercados financieros, un administrador de riesgos podría haber considerado conveniente realizar cálculos de medidas de riesgo como el VaR y Expected Shortfall mediante TVE, que toman en cuenta los datos extremos, para obtener una indicación de pérdidas potenciales extremas que pudieran observarse en los activos financieros en los siguientes días.

Se utilizarán los log-rendimientos diarios de cada una de las divisas, es decir, el logaritmo de la razón de la última cotización del activo a tiempo t entre la cotización de éste en $t - 1$, de acuerdo a la ecuación 2.1 (Figura 4.2).

El primer acercamiento de las series de log-rendimientos diarios de cada una de las divisas se hará mediante el cálculo de su media, desviación estándar, sesgo, curtosis y las gráficas del histograma, QQPlot y Box Plot (gráfica de caja y brazos). Cabe destacar que para efectos gráficos los rendimientos positivos representarán depreciaciones en cada

¹Lehman Brothers Holdings Inc. fue una compañía global de servicios financieros, fundada en 1850. Antes de ser declarada en quiebra el 15 de septiembre de 2008, Lehman era el cuarto banco de inversión más grande en Estados Unidos (detrás de Goldman Sachs, Morgan Stanley y Merrill Lynch), cuyas actividades comprendían banca de inversión, gestión de activos financieros e inversiones en renta fija, banca comercial, gestión de inversiones y servicios bancarios en general.

²American International Group, Inc. (AIG) es un líder mundial en seguros y servicios financieros, con operación en más de 130 países, y cuyos clientes incluyen instituciones, empresas y particulares. El 16 de septiembre de 2008, la Reserva Federal estadounidense compró AIG, adquiriendo el 79,9% de sus activos y le concedió un préstamo de 85,000 millones de dólares para evitar su quiebra, en la intervención económica más importante de la Reserva Federal en sus 100 años de historia.

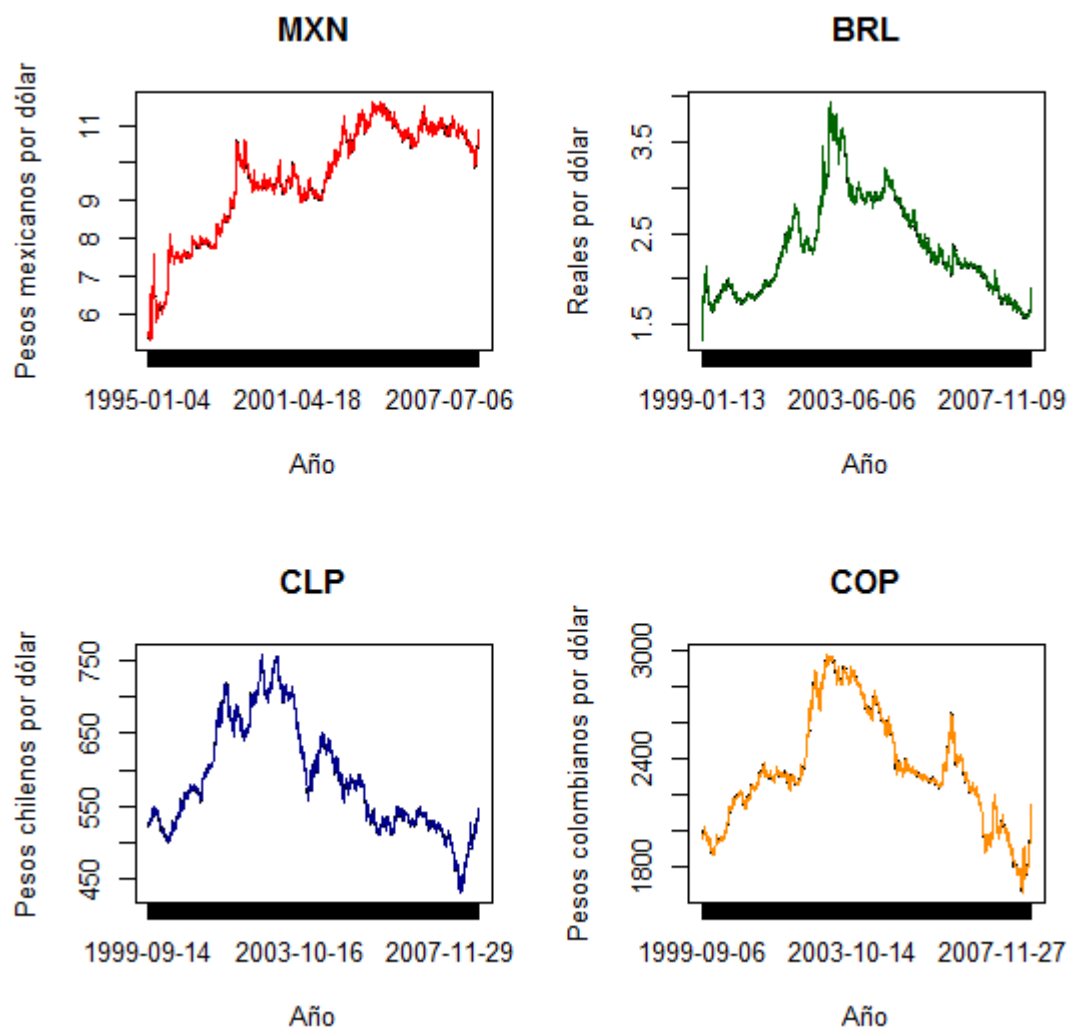


Figura 4.1: Cotizaciones del tipo de cambio de: a) peso mexicano contra el dólar; b) real brasileño contra el dólar; c) peso chileno contra el dólar; y d) peso colombiano contra el dólar. Todas desde su fecha de flotación hasta el 17 de septiembre de 2008.

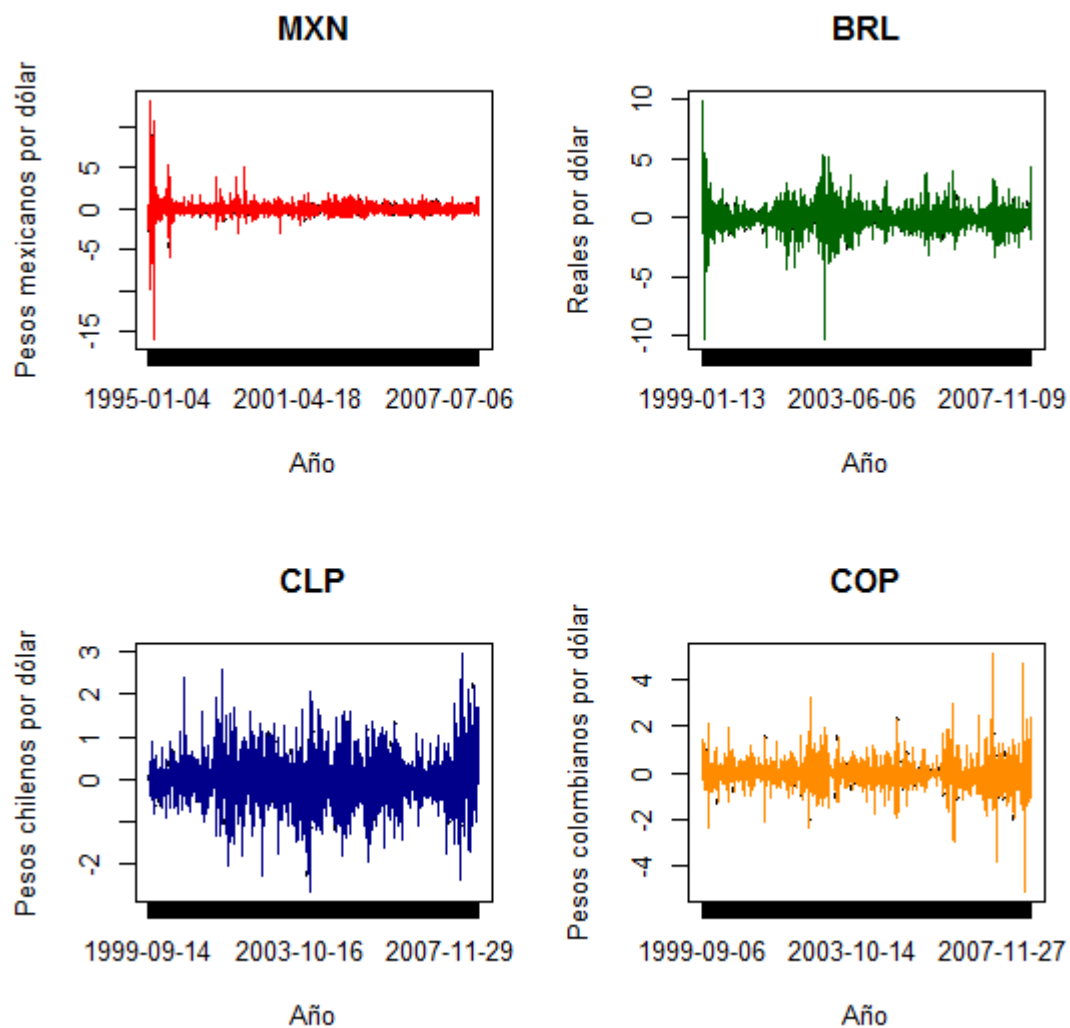


Figura 4.2: Log-rendimientos de las cotizaciones del tipo de cambio de: a) peso mexicano contra el dólar; b) real brasileño contra el dólar; c) peso chileno contra el dólar; y d) peso colombiano contra el dólar. Todas desde su fecha de flotación hasta el 17 de septiembre de 2008.

una de las divisas frente al dólar, mientras que los rendimientos negativos representarán apreciaciones.

Lo primero que se puede observar en la Figura 4.3 es que las medias de cada una de las divisas son prácticamente cero. Para los rendimientos del peso mexicano, peso chileno y peso colombiano el sesgo es mayor a cero. El hecho de que el sesgo de sus distribuciones se encuentre hacia la derecha indica que tienen un sesgo hacia la depreciación, a diferencia del real brasileño que presenta un sesgo negativo, indicando que el sesgo de la distribución se encuentra hacia la apreciación. Por otro lado, los rendimientos del peso mexicano, el real brasileño y el peso colombiano presentan una curtosis mayor a 3, por lo que se asume que los rendimientos de estas divisas presentan una distribución de cola más pesada (también llamadas leptocúrticas) que una distribución normal, para la cual se conoce que el sesgo es igual a cero y la curtosis es igual a tres.

En los histogramas se puede observar que para todas las divisas la mayoría de los log-rendimientos se encuentran cerca de la media muestral, es decir cerca del cero; sin embargo, existen datos lejos de la media más pronunciados para los log-rendimientos del peso mexicano, el real brasileño y el peso colombiano. Por su parte, los QQ-Plots contra la distribución Normal muestran que la distribución de los log-rendimientos de las cuatro divisas dista de ser parecida a una normal, ya que no se comportan como una recta de 45 grados. Por último, los Box Plots o diagramas de cajas y brazos presentan la dispersión de los log-rendimientos, en los cuales para el peso mexicano, el real brasileño y el peso colombiano algunos datos se encuentran muy alejados de la media.

Con este primer acercamiento se puede concluir que las distribuciones de los log-

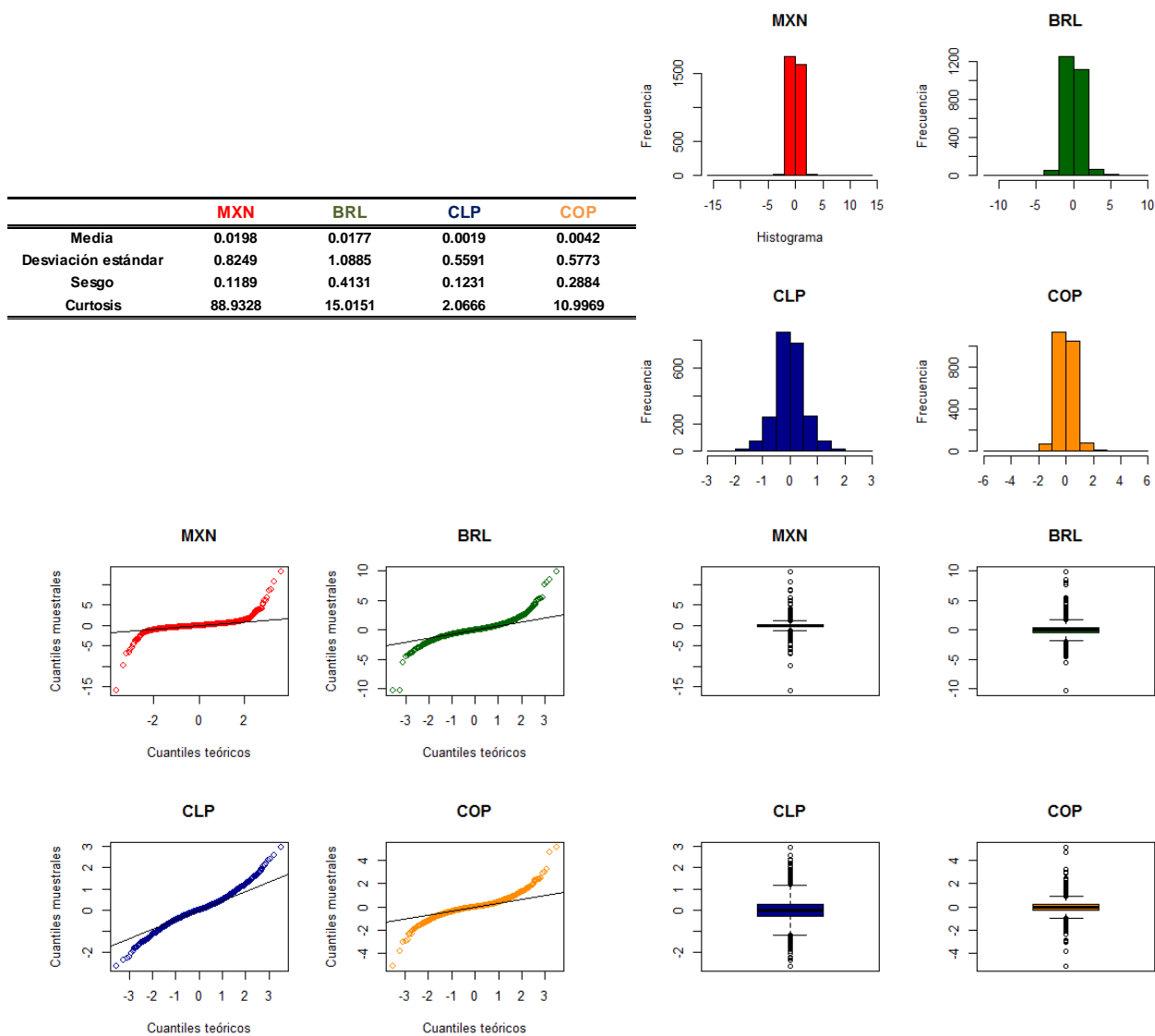


Figura 4.3: Media, desviación estándar, sesgo, curtosis, histograma, QQ-Plot contra una distribución normal y Box-Plot del peso mexicano contra el dólar, el real brasileño contra el dólar, el peso chileno contra el dólar y el peso colombiano contra el dólar.

rendimientos de todas las divisas no siguen una distribución normal, y que en su mayoría éstas presentan colas pesadas. Particularmente en el peso mexicano se puede observar que la cola de su distribución de depreciación parece ser mayor a la de las otras tres divisas. La distribución del real brasileño de acuerdo al Box Plot y al histograma parece mostrar una cola más pesada hacia la apreciación que hacia la depreciación. En cuanto al peso chileno, se puede inferir que éste presenta las colas menos pesadas entre las divisas de estudio. Cabe mencionar que este tipo de gráficas solamente muestran a grandes rasgos lo que se podría esperar de las distribuciones de los log-rendimientos de las divisas, por lo que es necesario continuar con el análisis de las colas de cada una de las distribuciones basados en la Teoría de Valores Extremos para saber con exactitud su comportamiento.

4.1.1. Modelo de volatilidad de las series mediante un GARCH (1,1)

La gráfica de los log-rendimientos muestra momentos de alta volatilidad, también conocidos como *clusters*. Un *cluster* es un grupo de observaciones en el que a las fuertes variaciones les sigue alta volatilidad, es decir: a grandes (pequeños) cambios le siguen grandes (pequeños) cambios en los rendimientos. Esto no debería de sorprender, ya que generalmente las series de alta frecuencia observadas en los mercados financieros se caracterizan por ser asimétricas, leptocúrticas y tener *clusters* de volatilidad. La volatilidad en este tipo de series se puede modelar como una función determinista de las innovaciones pasadas al cuadrado y de la varianza condicional retardada, tal y como se mencionó en las ecuaciones 2.5 y 2.6. Es determinista en el sentido de que la ecuación de la media tiene un término de perturbación y que su varianza se modela condicionalmente según el conjunto de información hasta el periodo $t - 1$.

En este sentido se puede argumentar que las series financieras generalmente son heterosedásticas, es decir que su varianza no es constante a lo largo de las observaciones. La heterosedasticidad se puede observar en las gráficas de las funciones ACF (*Auto Correlation Function*) y PACF (*Partial Autocorrelation Function*). Con la función ACF se puede conocer la relación lineal entre dos variables. Por otro lado, la relación entre la variable X_t y X_{t+k} se puede conocer mediante la función PACF, la cual filtra la influencia de las variables que se encuentran entre éstas dos, $X_{t+1}, \dots, X_{t+k-1}$; y calcula la correlación de las variables transformadas. A continuación en la Figura 4.4 se presentan las gráficas ACF y PACF para cada una de las divisas, las cuales confirman que todas presentan un comportamiento heterosedástico.

La heterosedasticidad de las series dificulta el cálculo del VaR mediante la Teoría de Valores Extremos. Como se mencionó en capítulos anteriores el método de Máximos por Bloque y el método de Datos Excedentes sobre un Umbral suponen datos independientes e idénticamente distribuidos. En el caso particular del método de Datos Excedentes sobre un Umbral, los clústeres de volatilidad en la serie arrojarían más datos que fueran mayores al umbral, que no deberían de ser contados como valores extremos.

Como se describió en el Capítulo 2, un modelo GARCH (p,q) puede remover el comportamiento heterosedástico de las series. A fin de poder aplicar la Teoría de Valores Extremos a las series de las divisas, se comenzará aplicando un modelo GARCH (1,1), tal y como fue propuesto por Taylor (1986), de acuerdo a las ecuaciones 2.7 y 2.8, para cada una de las series de los log-rendimientos de las cuatro divisas.

Efectivamente, los residuales del modelo GARCH (1,1) se comportan de manera

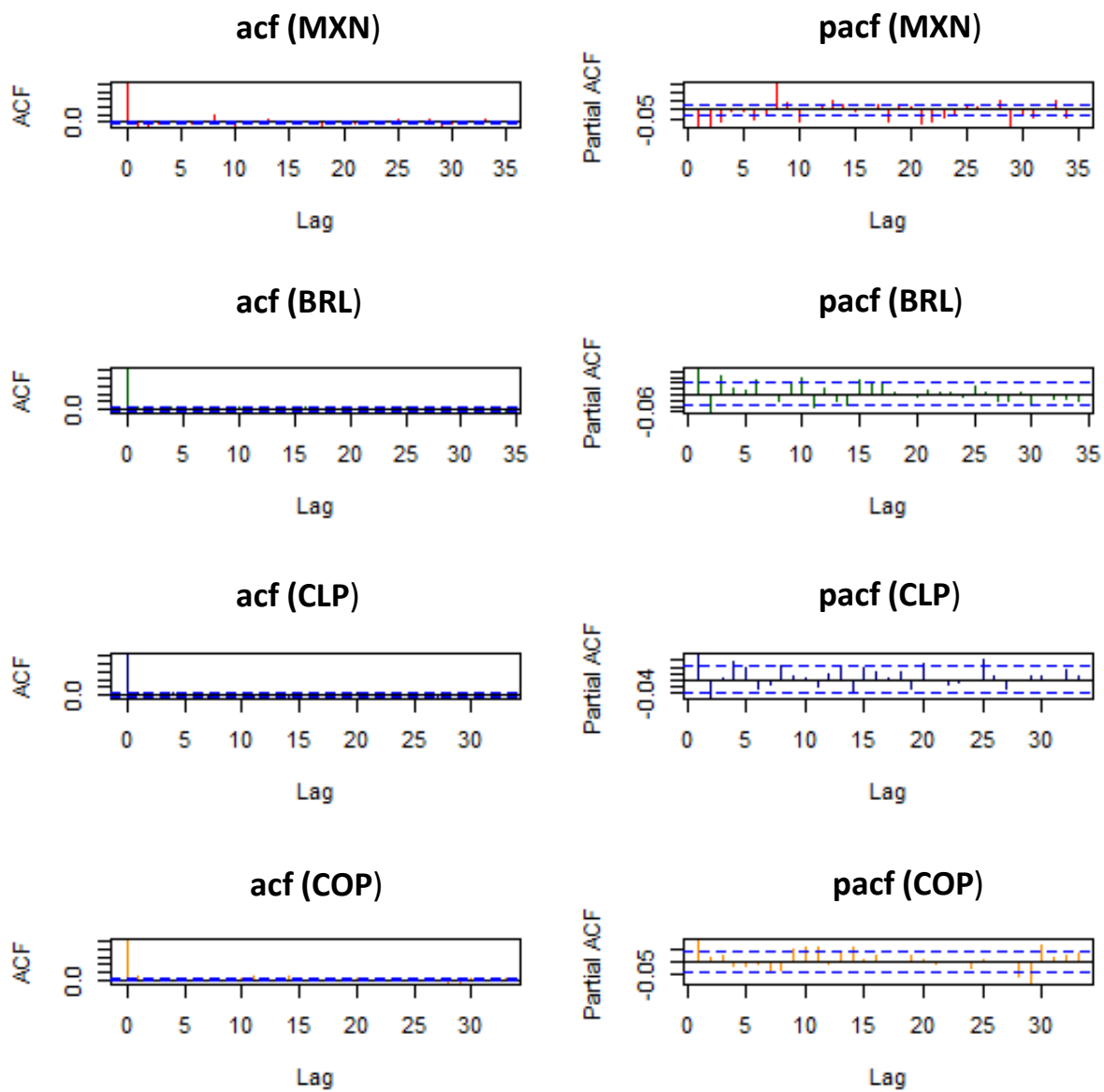


Figura 4.4: ACF y PACF de los log-rendimientos del peso mexicano contra el dólar, el real brasileño contra el dólar, el peso chileno contra el dólar y el peso colombiano contra el dólar.

MXN

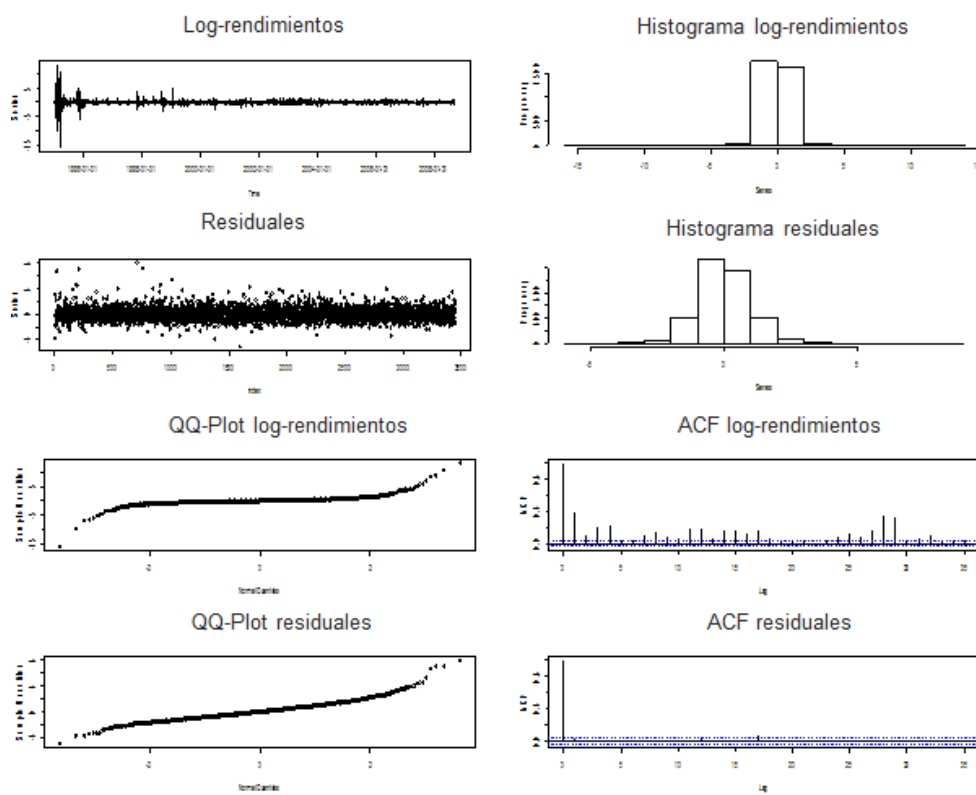


Figura 4.5: Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del peso mexicano.

BRL

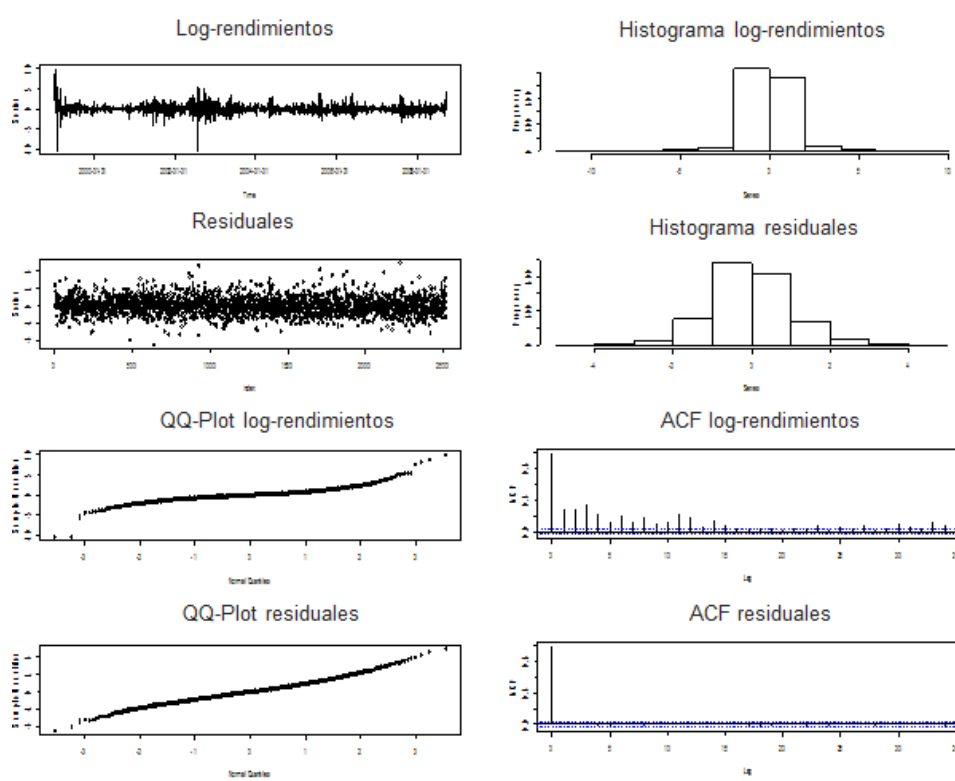


Figura 4.6: Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del real brasileño,

CLP

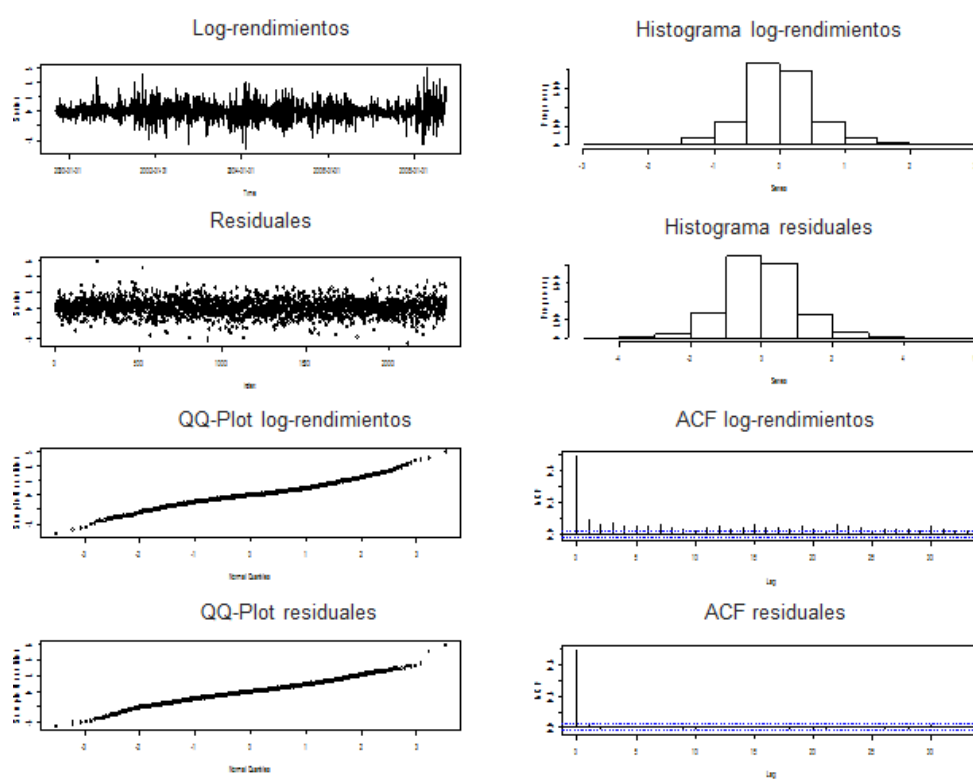


Figura 4.7: Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del peso chileno.

COP

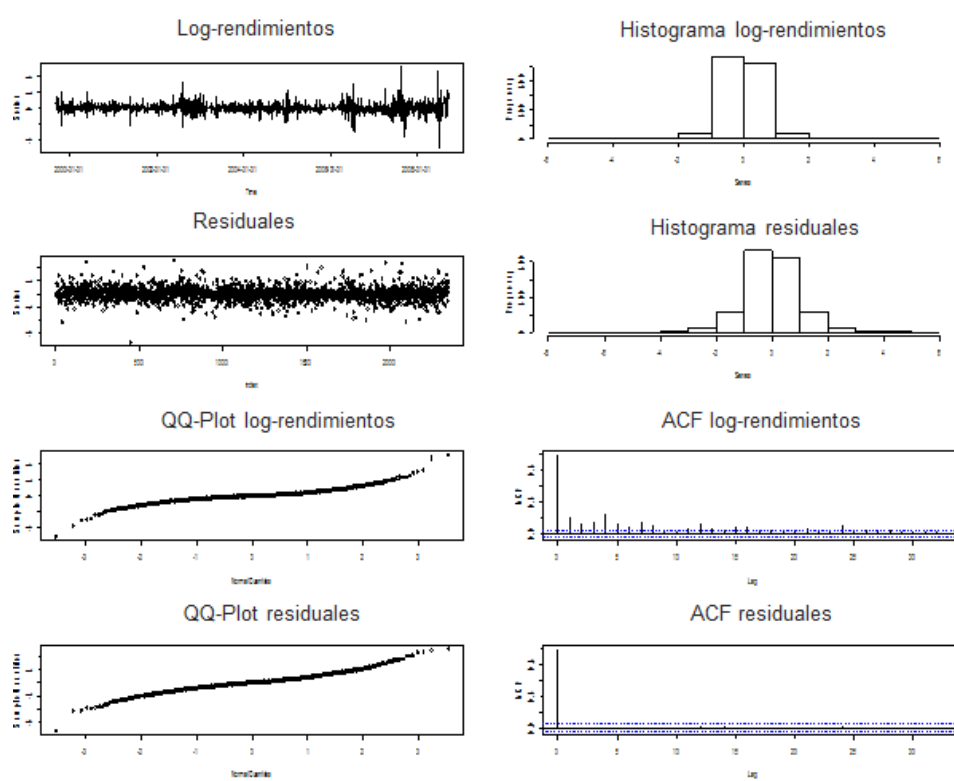


Figura 4.8: Residuales, histograma, QQ-Plot y ACF de los residuales resultantes del modelo GARCH (1,1), de los log-rendimientos del peso colombiano.

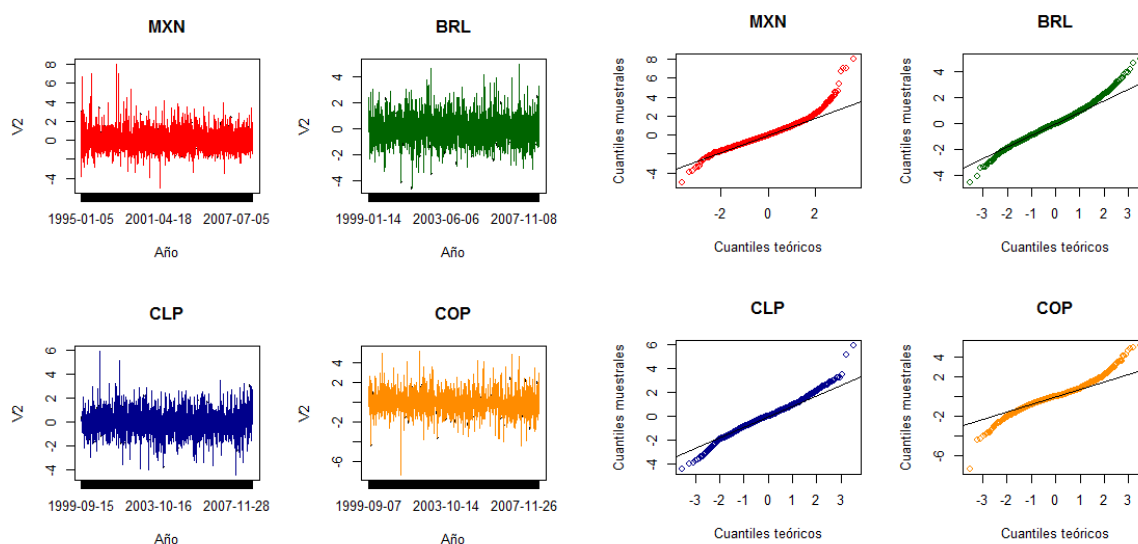


Figura 4.9: Residuales de la aplicación de un GARCH (1,1) a los log-rendimientos (izquierda) y sus respectivos QQ-Plots (derecha) para el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano contra el dólar.

independiente como se ve en las gráficas de ACF y PACF de todas las divisas (Figuras 4.5,4.6,4.7,y 4.8). Por lo tanto, en adelante se trabajará con los residuales y serán estos los datos para los cuales se calculará el VaR y Expected Shortfall mediante la Teoría de Valores Extremos. Cabe destacar que a pesar de que los residuales no presentan *clusters* de volatilidad, estos siguen presentando una cola pesada, cómo se puede observar en la Figura 4.9.

4.2. Cálculo del VaR de las depreciaciones del peso mexicano y otras divisas de Latinoamérica

Comenzaremos con el método de Máximos por Bloque, para el cual se seleccionarán los máximos de la serie de residuales de cada una de las divisas. Como se mencionó en el

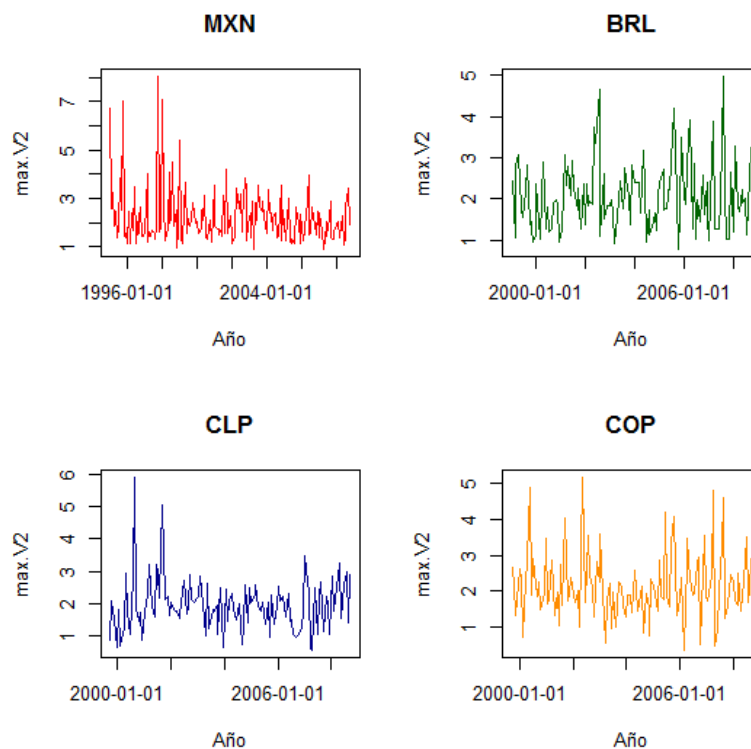


Figura 4.10: Máximos mensuales de los los residuales de los log-rendimientos del peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano.

Capítulo 1, este método secciona a la serie completa de datos en bloques de igual tamaño por periodos de tiempo y escoge el máximo de cada bloque, resultando así una serie de máximos. El periodo del bloque se determina de acuerdo a la frecuencia de los datos observados. Dado que los datos de los residuales son diarios, se consideró conveniente que los periodos de tiempo sean mensuales. Se descarta la idea de que sean semestrales o anuales debido a que los máximos serían escasos e insuficientes para ajustarlos a alguna distribución. Se descarta la idea de que sean semanales debido a que algunos máximos semanales podrían no necesariamente ser datos máximos o extremos de toda la serie. La serie de máximos de residuales de cada una de las divisas se muestra en la Figura 4.10.

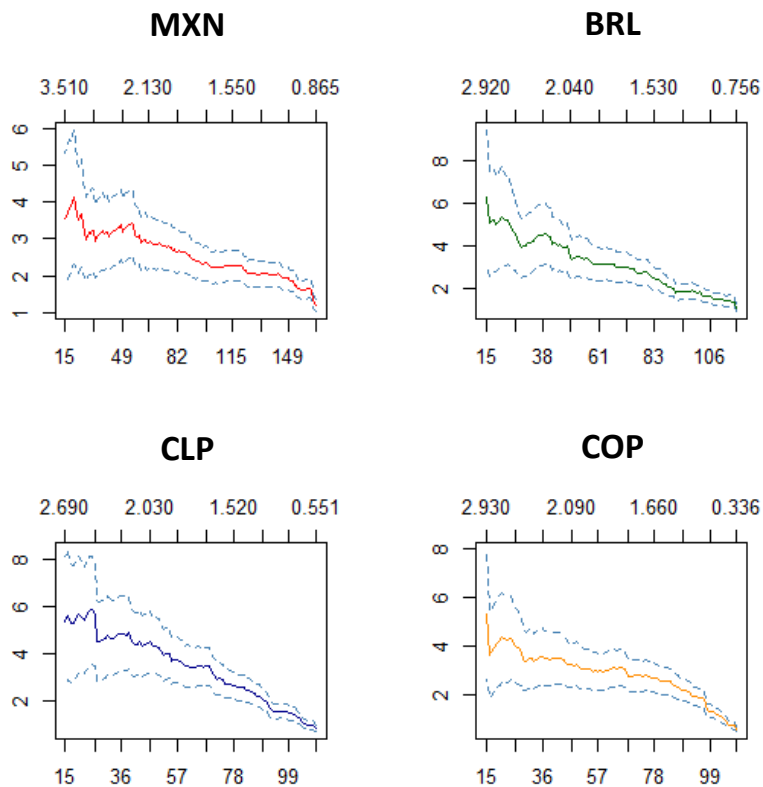


Figura 4.11: Gráfico del estimador de Hill para los máximos de los residuales de los log-rendimientos del peso mexicano, real brasileño, peso chileno y peso colombiano frente al dólar.

Como siguiente paso se buscará conocer los parámetros de la Distribución Generalizada de Valores Extremos para cada divisa, específicamente del valor de la media, la varianza y el índice del comportamiento de la cola.

El estimador de Hill, como ya se había mencionado, es una herramienta gráfica que es de utilidad para determinar el valor del índice del comportamiento de la cola. En este caso, el valor del índice se encontrará en el área donde la gráfica presente estabilidad o convergencia (Figura 4.11).

Sin embargo, para obtener un valor puntual del índice del índice del comportamiento de la cola, así como el de la media y la desviación estándar es necesario utilizar el método de máxima verosimilitud. De esta forma obtenemos las siguientes estimaciones:

	ξ	μ	σ
MXN	0.2664	1.6504	0.5617
BRL	0.0427	1.6674	0.6279
CLP	-0.0333	1.6244	0.6567
COP	-0.0552	1.7355	0.7861

Parámetros de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del MXN, BRL, CLP y COP.

De las estimaciones resultantes podemos concluir que efectivamente el peso mexicano presentan una cola mucho más pesada hacia la depreciación debido a que el índice del comportamiento de la cola es mayor al de las otras divisas. Le sigue el real brasileño con una cola pesada hacia la depreciación, dado que el valor del comportamiento de la cola es mayor a cero, si bien es muy cercano a cero. Por parte del peso chileno y el peso colombiano, dado que su índice del comportamiento de la cola es menor a cero, se puede afirmar que no presentan colas pesadas hacia la depreciación y que probablemente podrían presentar colas pesadas hacia la apreciación.

Con la información de las tablas, las funciones de distribución de los residuales de los log-rendimientos del peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano se pueden escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 \text{Peso Mexicano} \quad H(x) &= \exp \left\{ - \left(1 + 0,2664 \frac{x-1,6504}{0,5617} \right)^{-1/0,2664} \right\} \\
 \text{Real Brasileño} \quad H(x) &= \exp \left\{ - \left(1 + 0,0427 \frac{x-1,6674}{0,6279} \right)^{-1/0,0427} \right\} \\
 \text{Peso Chileno} \quad H(x) &= \exp \left\{ - \left(1 - 0,0333 \frac{x-1,6244}{0,6567} \right)^{1/0,0333} \right\} \\
 \text{Peso Colombiano} \quad H(x) &= \exp \left\{ - \left(1 - 0,0552 \frac{x-1,7355}{0,7861} \right)^{1/0,0552} \right\}
 \end{aligned}$$

Adicionalmente en las Figuras 4.12, 4.13, 4.14 y 4.15 se puede corroborar que las Distribuciones Generalizadas de Valores Extremos se ajustan de manera adecuada a los máximos de los residuales de las depreciaciones de cada divisa, por medio del método de Máximos por Bloque.

Conociendo así la función de distribución, se pueden graficar las funciones de densidad de los residuales de los log-rendimientos de cada una las divisas, para tener una mayor sensibilidad al comportamiento de las distribuciones y comparar su forma. En este sentido en la Figura 4.16 se graficaron diversas variables aleatorias que se distribuyen de acuerdo a las dstribuciones antes mencionadas, en donde se puede observar que el peso mexicano es la divisa que presenta la cola más grande

Así, sólo bastaría obtener el cuantil de la distribución para conocer el Valor en Riesgo de los residuales, el cual al 95 % de confianza es de:

	MXN	BRL	CLP	COP
VaR residuales	1.63610	1.65134	1.60766	1.71541

VaR de los residuales de las depreciaciones mediante el método de Máximos por Bloque,

para el MXN, BRL, CLP y COP.

Dado que este VaR corresponde a la distribución de los residuales de los log-rendimientos de las divisas, es necesario transformarlo para obtener el VaR de los log-

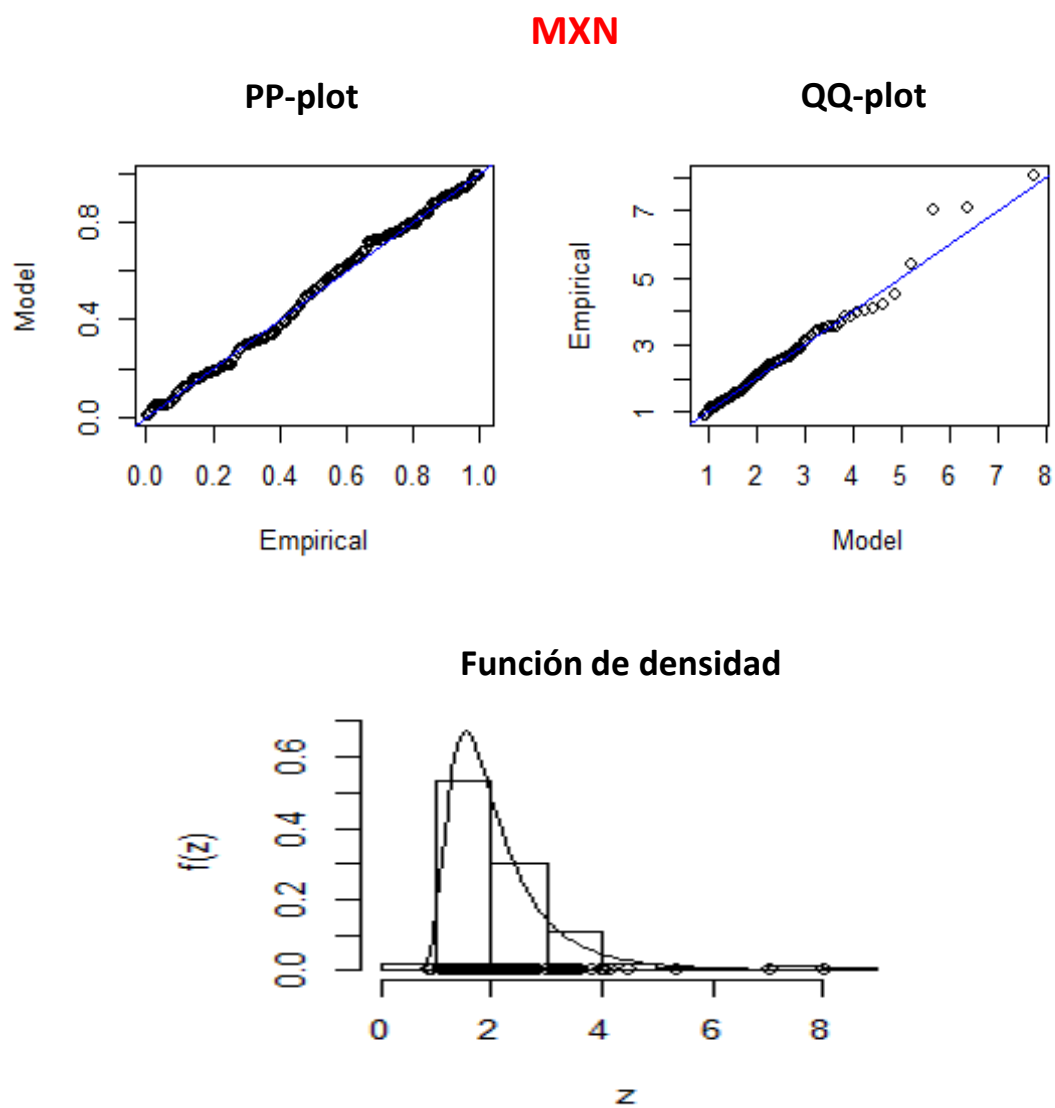


Figura 4.12: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del peso mexicano por medio de Máximos por Bloque.

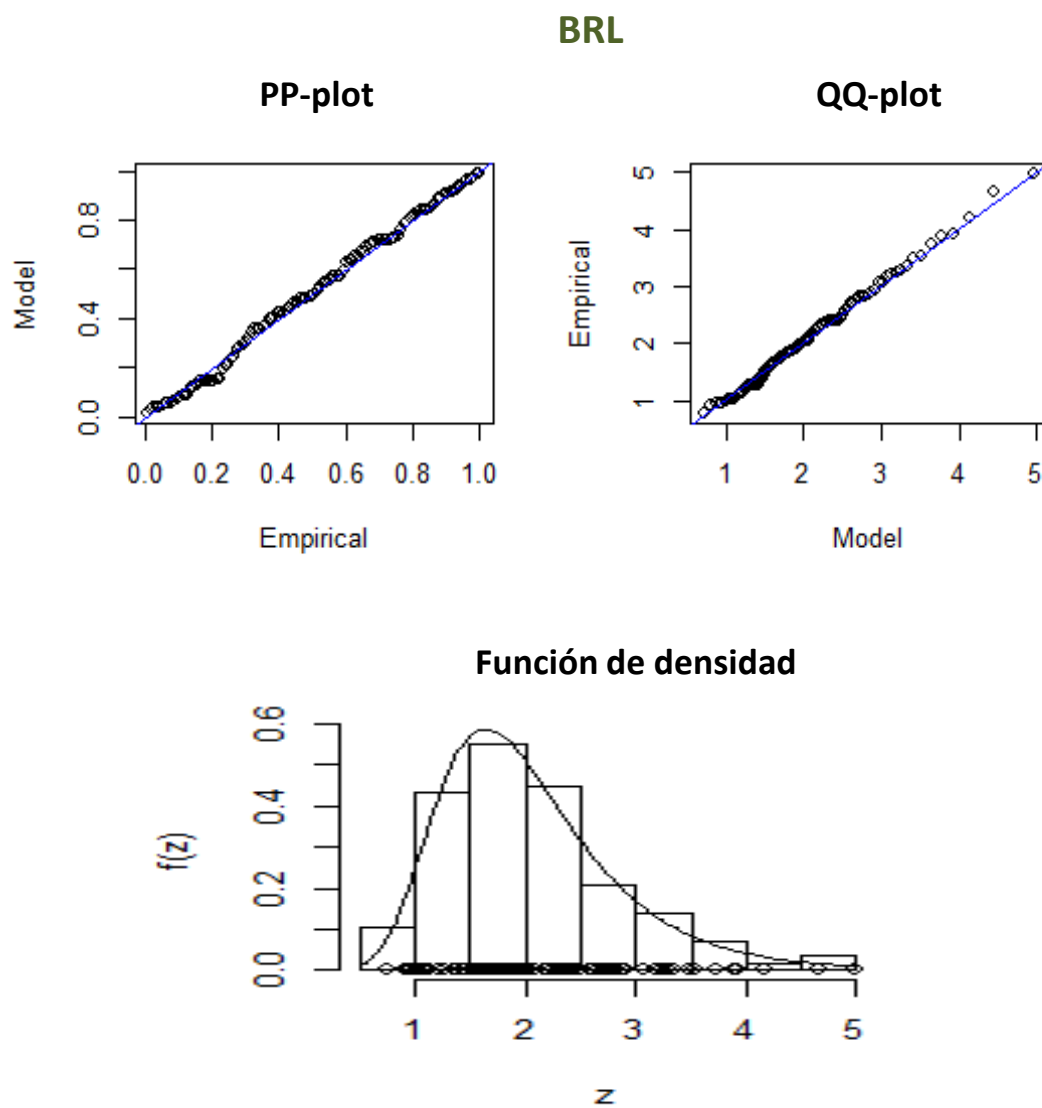


Figura 4.13: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del real brasileño por medio de Máximos por Bloque.

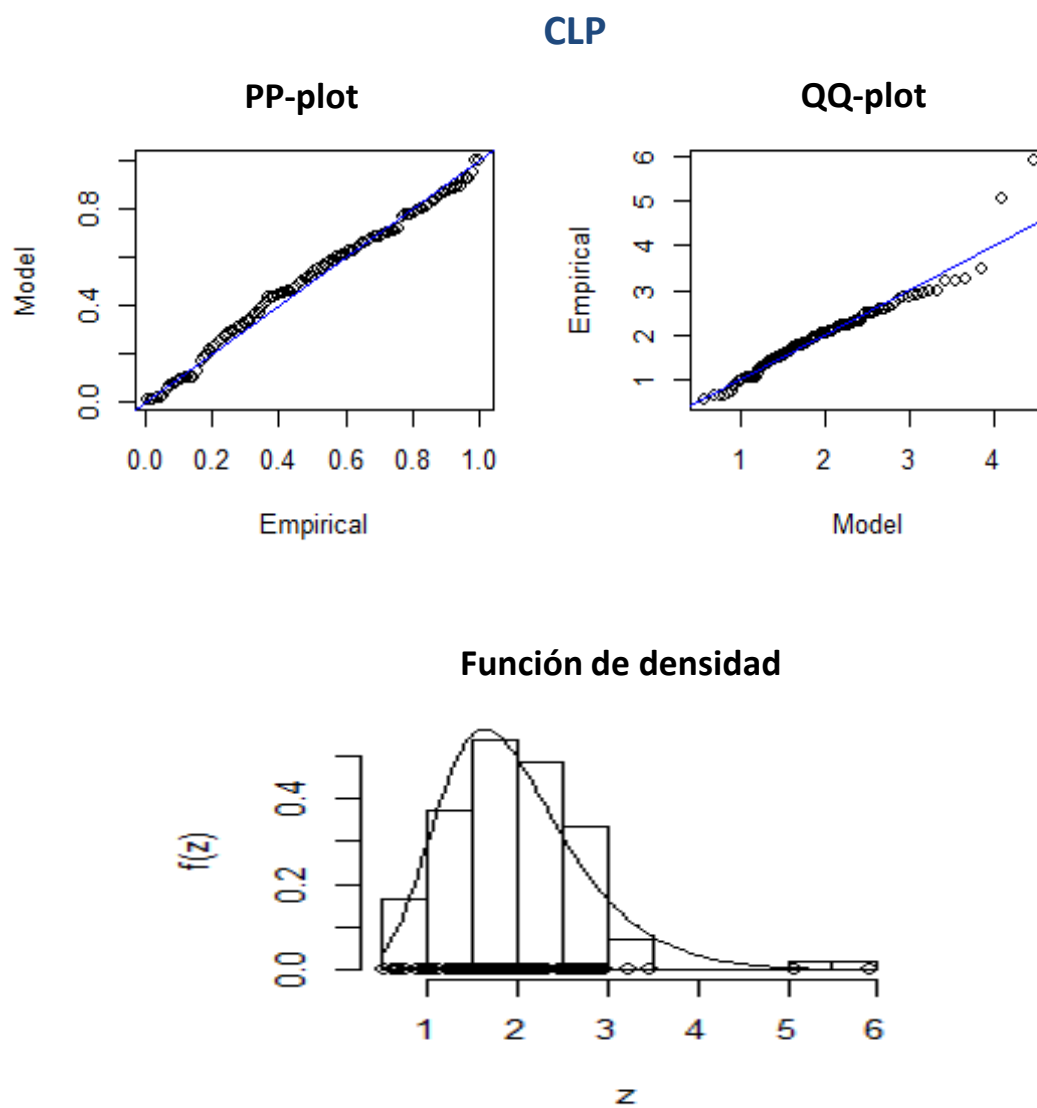


Figura 4.14: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del peso chileno por medio de Máximos por Bloque.

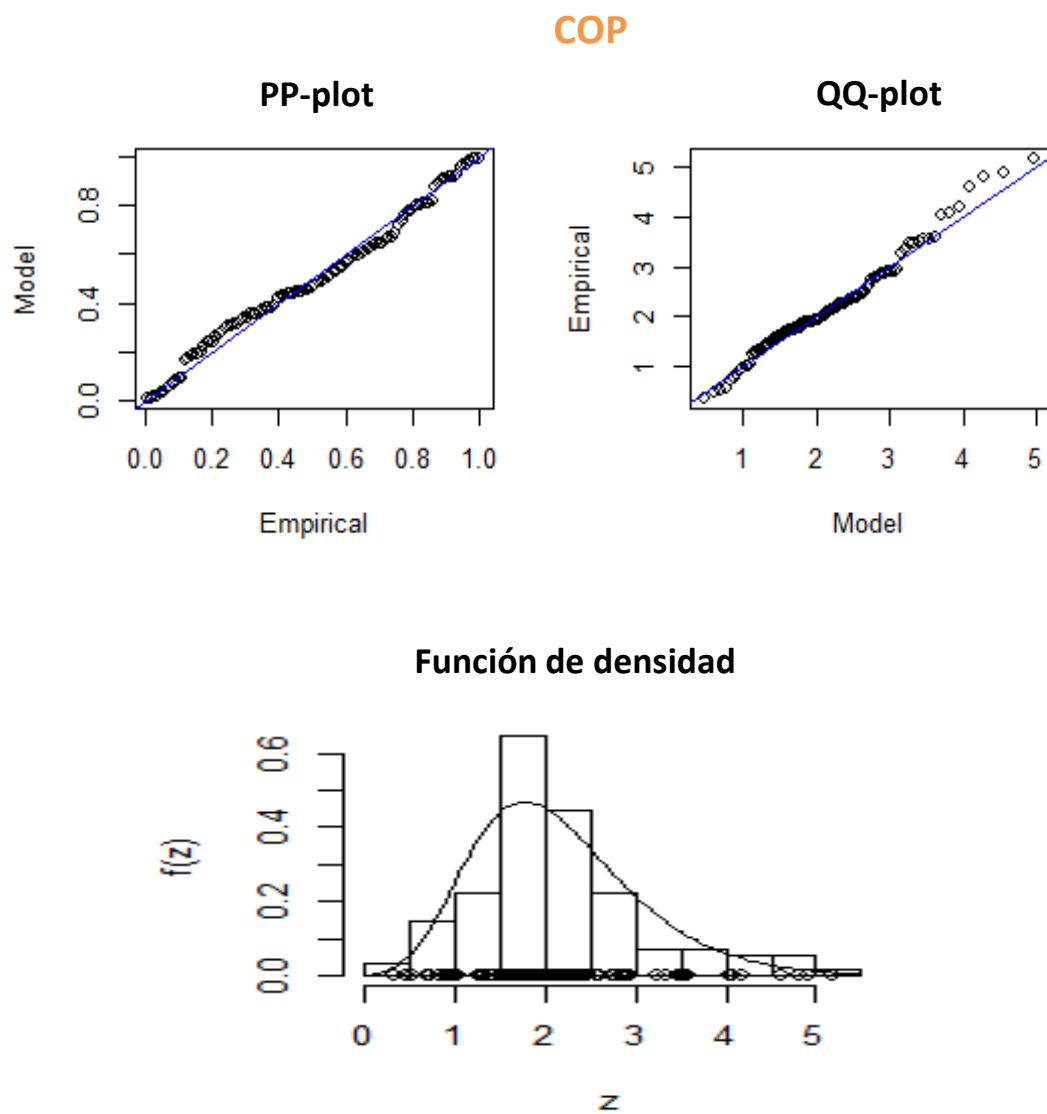


Figura 4.15: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las depreciaciones del peso colombiano por medio de Máximos por Bloque.

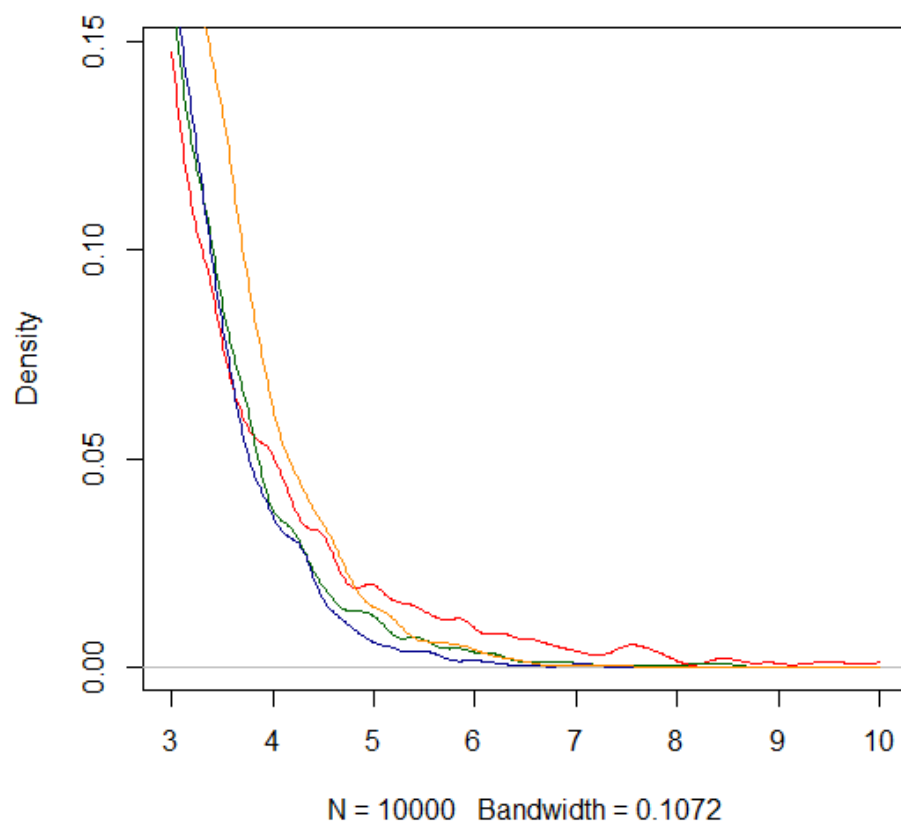


Figura 4.16: Cola de la función de densidad generalizada de valores extremos del peso mexicano, real brasileño, peso chileno y peso colombiano contra el dólar.

rendimientos. Para ello, bastaría con multiplicar el VaR de cada una de las divisas por la varianza del modelo GARCH(1,1) de cada moneda al tiempo t , de acuerdo a la ecuación 2.8. De esta forma, obtenemos los siguientes datos finales para el Valor en Riesgo de los log-rendimientos bajo el modelo de Máximos por Bloque para el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano.

	MXN	BRL	CLP	COP
VaR log-rendimientos	1.28985	2.23800	1.20568	1.91817

VaR de las depreciaciones mediante el método de Máximos por Bloque, para el MXN, BRL, CLP y COP.

Es decir, de acuerdo con el método de Máximos por Bloque, con un 95 % de confianza se esperaría que las pérdidas o depreciaciones en un periodo de un día no sean mayores a una depreciación del 1.28 % para el peso mexicano, mayores a 2.26 % para el real brasileño, 1.19 % para el peso chileno y 1.92 % para el peso colombiano.

Procederemos ahora a obtener el cálculo del VaR mediante el método de Datos Excedentes sobre un Umbral, que toma como excesos todos los datos mayores a un valor “ u ”, llamado umbral. En este contexto es importante la elección del valor de “ u ”, cómo ya se había mencionado en el Capítulo 1. Para el caso de la elección del umbral no existe alguna herramienta que calcule el valor puntual, sin embargo, existen diferentes herramientas visuales con las que se cuenta para realizar una buena elección de “ u ”. Algunas de estas herramientas son *Threshold Choice Plot (tcplot)*, *Mean Residual Life Plot (mrlplot)* y *L-Moments plot (lmomplot)*, los cuales se graficarán para cada una de las divisas

En el caso del *Threshold Choice Plot (tcplot)* el umbral adecuado se encuentra en el área donde la gráfica tiene un comportamiento constante. En el *Mean Residual Life Plot*

MXN

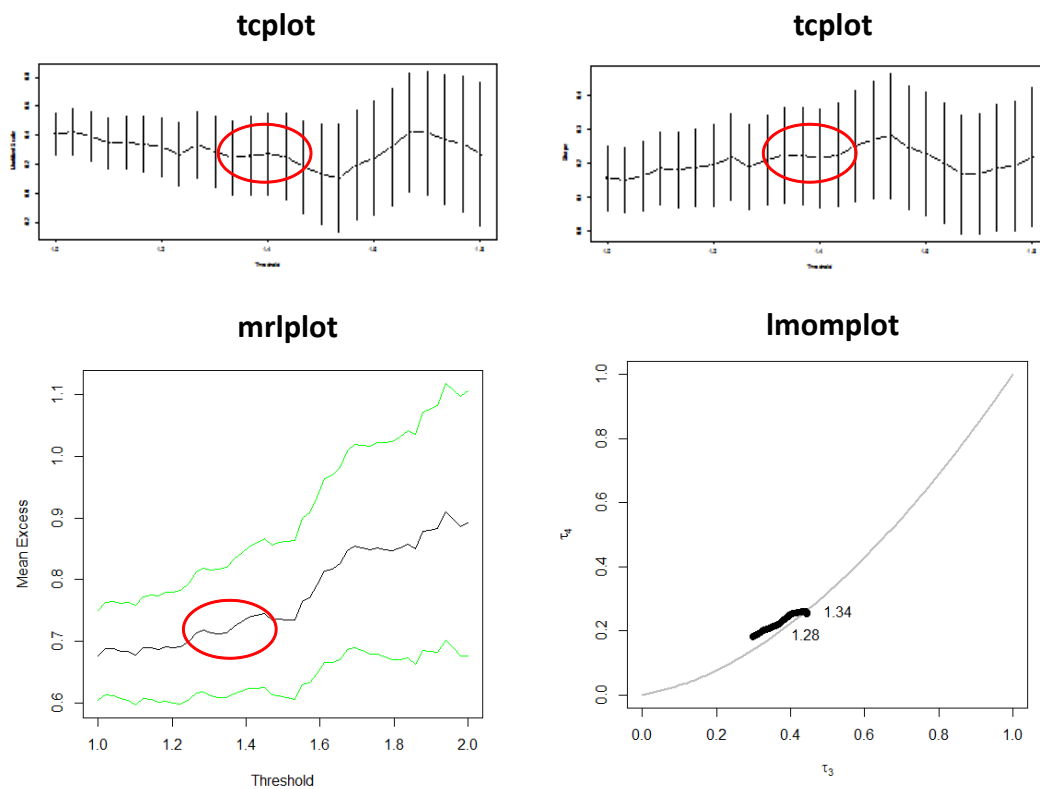


Figura 4.17: Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del peso mexicano contra el dólar.

(*mrlplot*) o Tiempo de vida media el umbral adecuado es aquel en donde la gráfica muestra un comportamiento lineal. Finalmente la gráfica del *L-Moments plot* (*lmomplot*) da un valor posible del umbral adecuado. Cabe mencionar que estas gráficas no proporcionan el valor puntual del umbral, por lo que adicionalmente se graficarán para diferentes valores de “ u ” su VaR correspondiente, esperando que la gráfica muestre cierta estabilidad en el valor de “ u ” adecuado.

Con base en el análisis gráfico presentado en las Figuras 4.17, 4.18, 4.19, 4.20, se

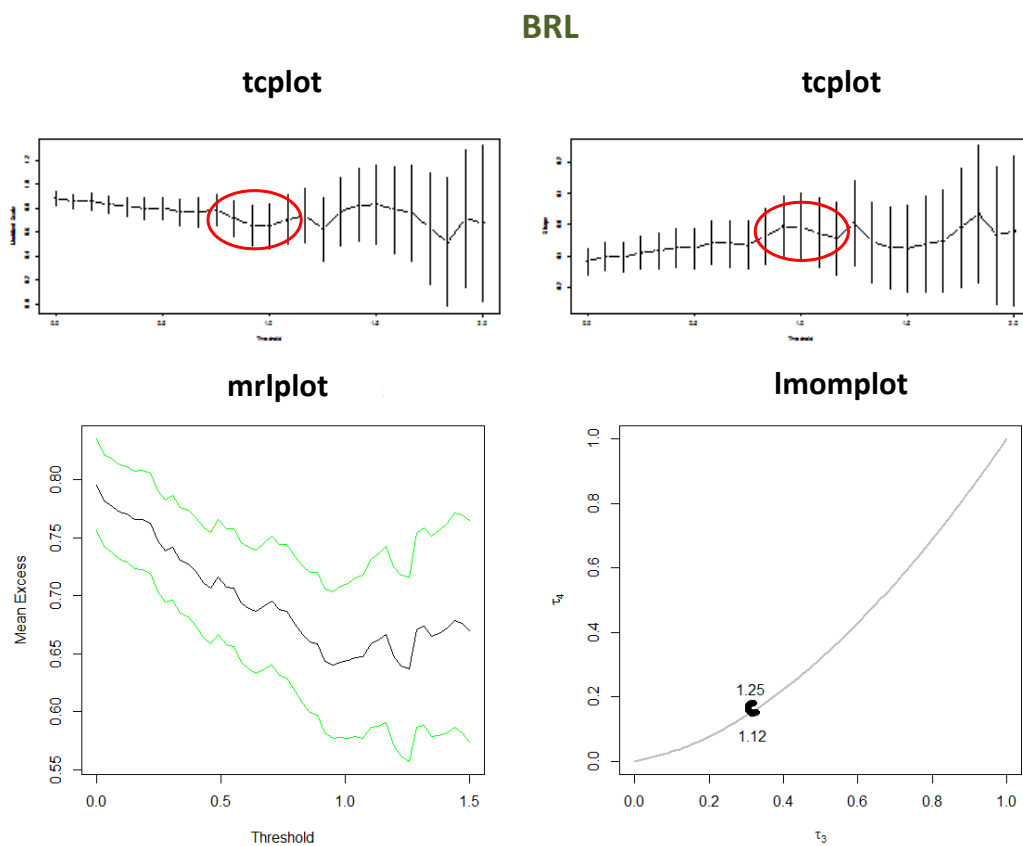


Figura 4.18: Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del real brasileño contra el dólar.

CLP

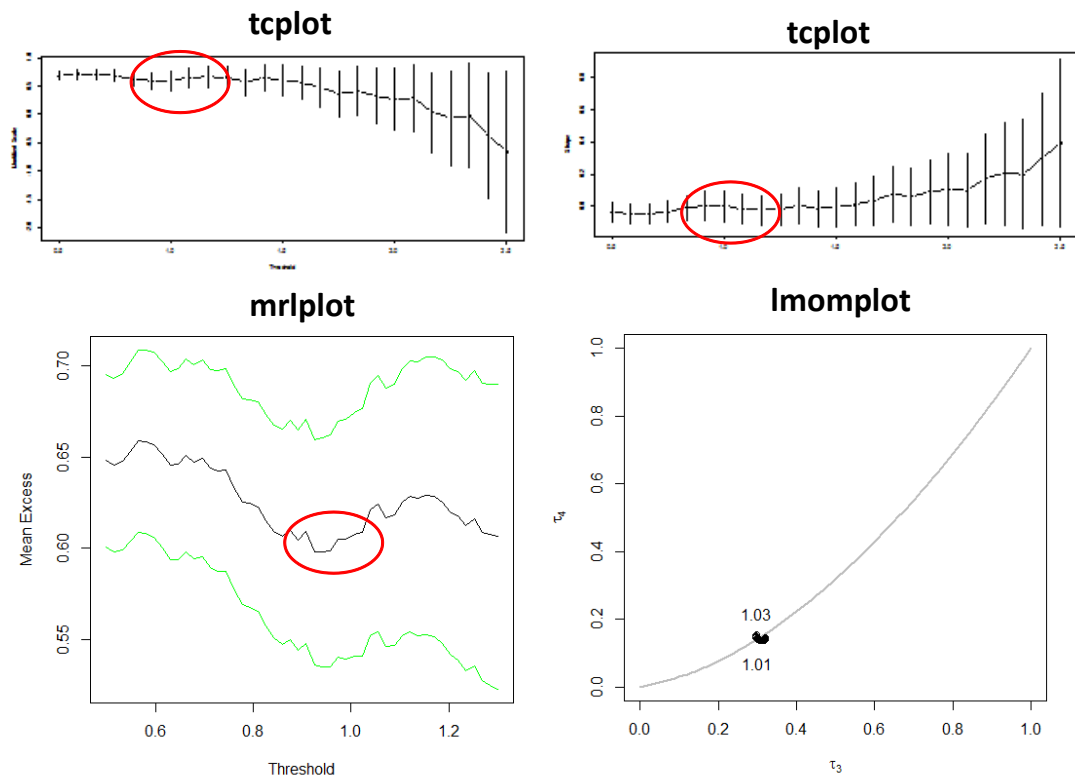


Figura 4.19: Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del peso chileno contra el dólar.

COP

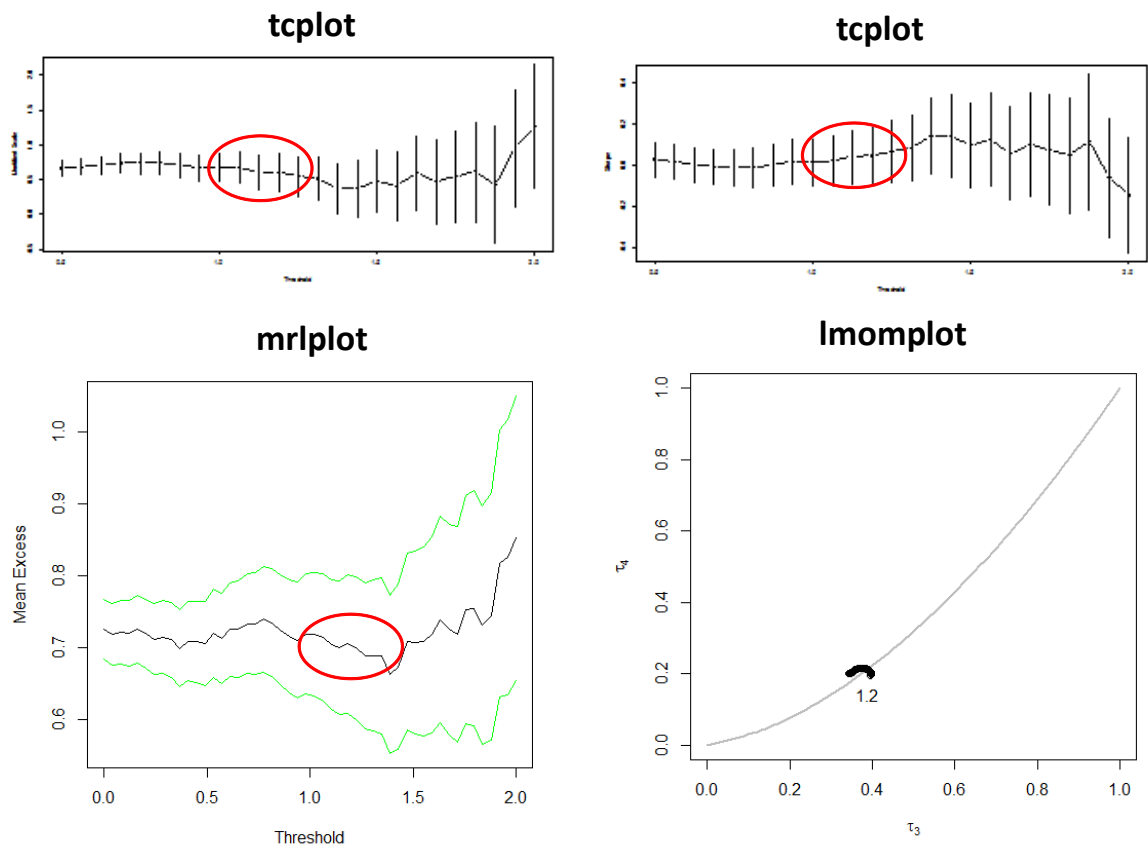


Figura 4.20: Threshold Choice Plot (superior izquierda y derecha), Mean Residual Life Plot (inferior izquierda) y L-Moments plot (inferior derecha) de los residuales de los log-rendimientos del peso colombiano contra el dólar.

seleccionaron los siguientes umbrales para cada una de las divisas:

	MXN	BRL	CLP	COP
Umbral	1.3	1.2	1.0	1.2

Umbral seleccionado para los residuales de las depreciaciones del MXN, BRL, CLP y COP, mediante el método de Datos Excedentes sobre un Umbral.

Todos los residuales mayores a estos umbrales representan la serie de excedentes para cada una de las divisas. Así, teniendo el valor de los umbrales, únicamente bastaría obtener las estimaciones de los parámetros restantes, de la Distribución Pareto Generalizada de acuerdo a la ecuación 1.8; el parámetro de escala β y del comportamiento de la cola γ , mediante el método de máxima verosimilitud. Por su parte los parámetros N (numero de datos de la muestra) y n (número de excedentes sobre el umbral) se pueden inferir únicamente conociendo a u . En este sentido, obtenemos los siguientes parámetros aplicando la ecuación 2.12:

	γ	β	N	n
MXN	0.2104	0.5620	3,446	309
BRL	-0.0090	0.6478	2,514	267
CLP	0.0020	0.6029	2,338	321
COP	0.0611	0.6525	2,347	222

Parámetros de la Distribución de Pareto Generalizada de los residuales de las depreciaciones del MXN, BRL, CLP y COP.

Resultando así, las siguiente funciones de distribución para los residuales de las depreciaciones de cada una de las divisas:

$$\begin{aligned}
 \text{Peso Mexicano} \quad F(x) &= 1 - \frac{3,466}{309} \left(1 + 0,2104 \frac{x-1,3}{0,5620} \right)^{-\frac{1}{0,2104}} \\
 \text{Real Brasileño} \quad F(x) &= 1 - \frac{3,446}{267} \left(1 - 0,0090 \frac{x-1,2}{0,6478} \right)^{\frac{1}{0,0090}} \\
 \text{Peso Chileno} \quad F(x) &= 1 - \frac{2,338}{321} \left(1 + 0,0020 \frac{x-1,0}{,6029} \right)^{-\frac{1}{0,0020}} \\
 \text{Peso Colombiano} \quad F(x) &= 1 - \frac{2,347}{222} \left(1 + 0,0611 \frac{x-1,2}{0,6525} \right)^{-\frac{1}{0,0611}}
 \end{aligned}$$

Para obtener el VaR del 95 % de confianza basta tomar el cuantil 95 de la distribución Pareto Generalizada de cada una de las divisas calculado con los umbrales anteriores.

De esta forma el VaR al 95 % de confianza de los residuales de cada una de las divisas es:

	MXN	BRL	CLP	COP
VaR residuales	1.6493	1.6864	1.6096	1.6242

VaR de los residuales de las depreciaciones mediante el método de Datos Excedentes sobre un Umbral, para el MXN, BRL, CLP y COP.

Y por lo tanto, multiplicando los valores de VaR antes mencionados por la varianza o volatilidad de la ecuación 2.6), se obtiene el VaR al 95 % de confianza de los log-rendimientos o depreciaciones de cada una de las divisas, dando como resultado:

	MXN	BRL	CLP	COP
VaR log-rendimientos	1.3003	2.2855	1.2071	1.8162

VaR de las depreciaciones mediante el método de Datos Excedentes sobre un Umbral, para el MXN, BRL, CLP y COP.

Cabe destacar que resultados obtenidos del VaR al 95 % de confianza, para cada una de las divisas, mediante el método de Máximos por Bloque y el método de Datos Excedentes sobre un Umbral son muy similares como se pueden observar. Por lo que podríamos decir que es prácticamente indiferente utilizar cualquier de los dos métodos al menos para el ejercicio de este trabajo.

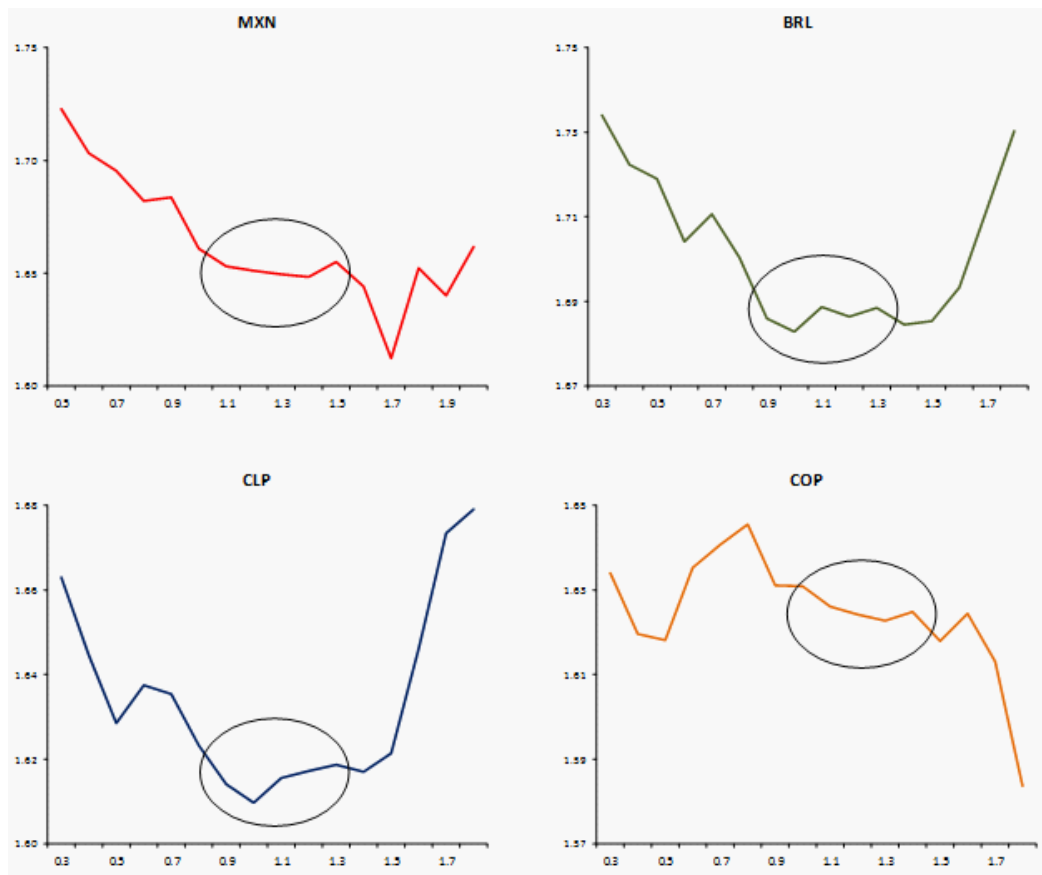


Figura 4.21: VaR al 95 % de confianza para diferentes umbrales para cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP).

Es importante mencionar, que dado que para la selección del umbral no existe algún método de estimación puntual, la elección del mismo es subjetiva. Sin embargo, considerando que una característica deseable del VaR es que se comporte de manera estable alrededor del umbral elegido, se graficará el VaR del 95 % de confianza para diferentes valores de u como una forma adicional de comprobar que la elección del umbral es acertada, en la Figura 4.21.

Observamos en particular que el VaR presenta un comportamiento estable alrededor del umbral elegido, lo que confirma que la selección fue adecuada.

4.2.1. Backtesting del modelo

Para corroborar que efectivamente sólo el 5 % de las depreciaciones son mayores al VaR calculado, basta realizar un *Backtesting* móvil. Dado que el VaR de los log-rendimientos calculado mediante el método de Máximos por Bloque y Datos Excedentes sobre un Umbral son muy similares realizaremos el *backtesting* para el VaR calculado mediante Máximos por Bloque.

Para el *backtesting* móvil se tomarán diariamente submuestras del tamaño de mil datos de las depreciaciones de cada una de las divisas, es decir los datos $x_{t-999}, x_{t-998}, x_{t-997}, \dots, x_t$, para $t = 1000, 1001, \dots, N$, donde N es el número de datos de cada muestra de log-rendimientos de cada divisa. Cada de estas submuestras será modelada su volatilidad mediante un GARCH (1,1). A los residuales obtenidos de este modelo se les calculará por medio de el método de Máximos por Bloque de Teoría de Valores Extremos, los parámetros de su Distribución Generalizada de Valores Extremos. Obteniendo de esta forma el VaR de manera diaria para cada una de las divisas en estudio, la cual se comparará contra el rendimiento observado al día siguiente. En este contexto observaremos las veces en las que el VaR a tiempo t es excedido por el log-rendimiento a tiempo t , esperando, en particular para el VaR del 95 % de confianza, que el 5 % de los datos de la muestran sean los que exceden el VaR calculado de manera diaria. Realizando este procedimiento para cada unas las divisas obtenemos las gráficas que se muestran en la Figura 4.22.

Se puede observar que sólo 124 datos de una muestra de 2,451 datos son mayores al VaR móvil, es decir sólo 5.1 %, en el caso del peso mexicano. Para el caso del real brasileño, sólo 75 datos de la muestra de 1,504 son mayores, es decir 5.0 %. Para el caso del peso

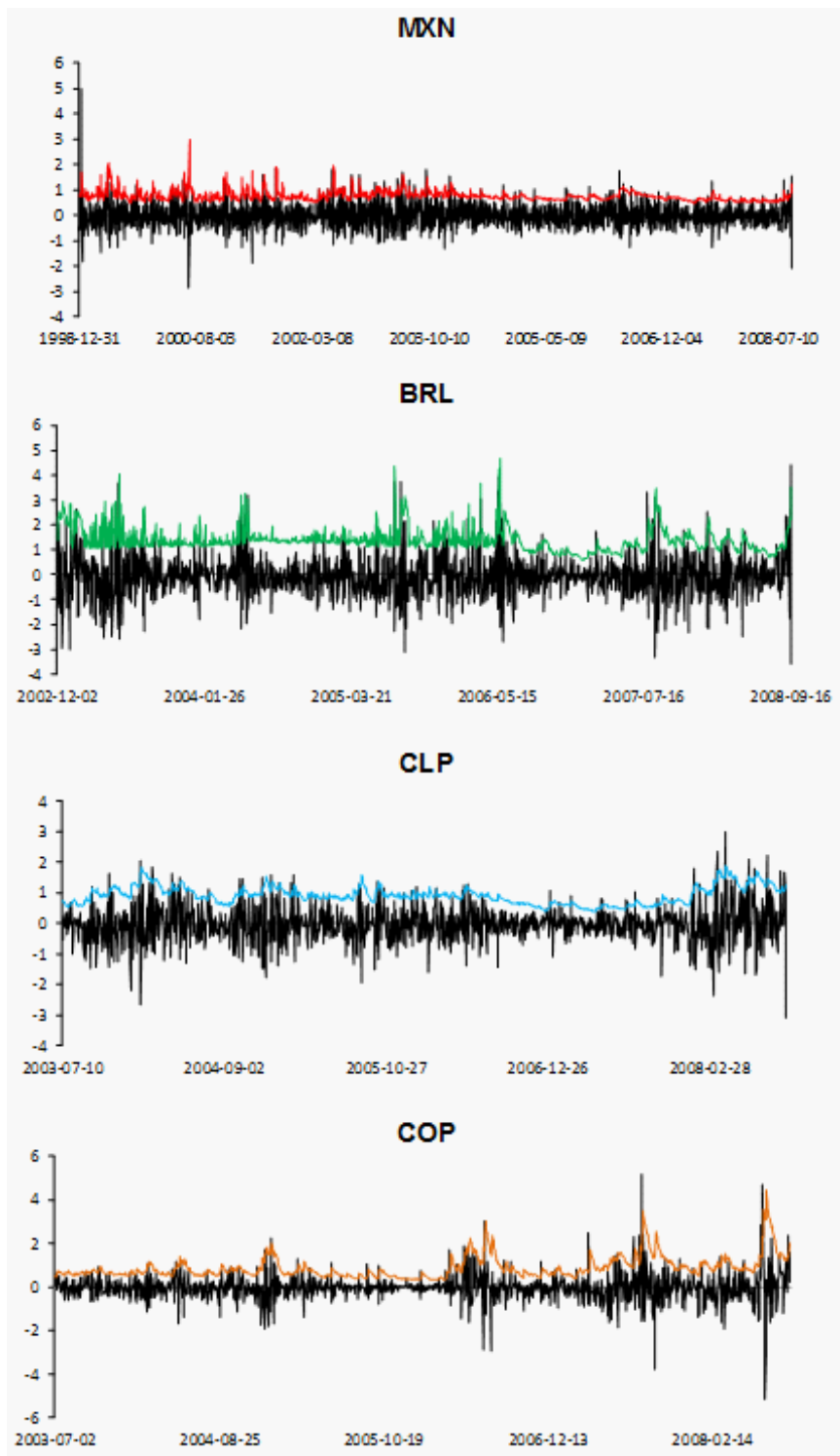


Figura 4.22: Backtesting model del VaR al 95 % de confianza calculado diariamente, mediante Teoría de Valores Extremos, de los log-rendimientos de cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP) modelados por volatilidad mediante un GARCH (1,1).

chileno, sólo 66 datos de la muestra de 1342 son mayores, es decir 4.9%. Y para el peso colombiano, 71 de 1,353 son mayores, es decir 5.2%. De lo que se puede decir que estos resultados coinciden con lo esperado teóricamente.

El método del cálculo del VaR mediante la Teoría de Valores Extremos utilizando un modelo GARCH para modelar la volatilidad de la serie de los log-rendimientos para cada una de las divisas (TVE Condicional), es relativamente complejo. Por ello conviene verificar si con algún método más sencillo pudieran obtenerse los mismos resultados. Para comparar la efectividad de la TVE Condicional, se calcularán estimaciones de VaR a diferentes niveles de confianza para cada una de las divisas con diferentes métodos. Se utilizará primeramente la Teoría de Valores Extremos sin modelar la volatilidad mediante el GARCH (TVE No Condicional); y por otra parte realizaremos la estimación del VaR suponiendo que los log-rendimientos se distribuyen de manera normal. Cabe destacar que este último método es uno de los más usados en el cálculo del VaR, debido a su facilidad de cálculo. A continuación se presenta una tabla con los diversos resultados:

	MXN			BRL			CLP			COP		
Número de observaciones	2,451			1,504			1,342			1,353		
	I	II	III	I	II	III	I	II	III	I	II	III
Cuantil .95												
Esperado	123	5.0%		75	5.0%		67	5.0%		68	5.0%	
TVE Condicional	124	5.1%	0.72	75	5.0%	0.69	66	4.9%	0.67	71	5.2%	1.00
TVE No Condicional	143	5.8%	0.22	110	7.3%	0.00	102	7.6%	0.00	142	10.5%	0.00
Normal	90	3.7%	0.00	52	3.5%	0.00	79	5.9%	0.33	87	6.4%	0.08
Cuantil .99												
Esperado	25	1.0%		15	1.0%		13	1.0%		14	1.0%	
TVE Condicional	22	0.9%	0.69	12	0.8%	0.52	12	0.9%	0.79	20	1.5%	0.10
TVE No Condicional	23	0.9%	0.84	18	1.2%	0.44	20	1.5%	0.10	13	1.0%	1.00
Normal	30	1.2%	0.31	17	1.1%	0.61	27	2.0%	0.00	41	3.0%	0.00
Cuantil .999												
Esperado	2	0.1%		2	0.1%		1	0.1%		1	0.1%	
TVE Condicional	0	0.0%	0.19	1	0.1%	1.00	1	0.1%	1.00	3	0.2%	0.16
TVE No Condicional	0	0.0%	0.19	0	0.0%	0.41	3	0.2%	0.15	3	0.2%	0.16
Normal	11	0.4%	0.00	8	0.5%	0.00	10	0.7%	0.00	20	1.5%	0.00

I - Número de valores mayores al VaR

II - Porcentaje de valores mayores al VaR respecto a toda la muestra

III - Ajuste de una distribución binomial

Comparación de los métodos TVE Condicional, TVE No Condicional y Normal para cálculos de VaR a diferentes niveles de confianza (95 %, 99 % y 99.9 %) para el MXN, BRL, CLP y COP.

Esta tabla contiene las depreciaciones que se encuentran por arriba del VaR calculado a diferentes niveles de confianza para cada uno de los métodos. Adicionalmente se dividió el número de depreciaciones mayores al VaR entre el número total de cada muestra, dando como resultado el porcentaje que representa de ella. Por ejemplo, para el peso mexicano el método de TVE Condicioal arrojó 124 depreciaciones mayores al VaR al 95 % de confianza, lo que representa el 5.1 % del total de la muestra. Esto es comparable con las 143 depreciaciones que exceden al VaR del 95 % de confianza calculado por el método de TVE No condicional (que representa el 5.8 % de la muestra). Y finalmente, comparable con las 90 depreciaciones que exceden el VaR del 95 % de confianza calculado por el método de

distribución Normal (que representan el 3.7% de la muestra).

En este contexto se puede observar que el método Normal arroja menos datos que exceden al VaR de 95% de confianza, que los calculados mediante el método de TVE Condicional y el método de TVE No Condicional, incluso menos del 5%, de lo que se podría decir que es más efectivo. Sin embargo, conforme va aumentando el nivel de confianza del cálculo del VaR, el método Normal suele ser menos eficiente que los dos métodos restantes. Esto último se debe a que la Distribución Generalizada de Valores Extremos presenta colas mucho más pesadas que la Normal, lo que la hace más adecuada para altos niveles de confianza.

Por otro lado, el método de TVE No condicional es el que arroja más datos por arriba del VaR del 95% de confianza para todas las divisas, sin embargo para mayores niveles de confianza (99% y 99.9%) se comporta de manera más eficiente, incluso en muchos casos los resultados de este método para cada una de las divisas suele ser parecido a los resultados obtenidos mediante el método de TVE Condicional.

Para corroborar que los porcentajes de los excesos sean correctamente interpretados, se realizó adicionalmente una prueba de bondad de ajuste de una distribución binomial al *backtesting* de los cálculos del VaR con los tres diferentes métodos. En esta prueba, la hipótesis nula señala que la muestra pertenece a una distribución binomial compuesta por dos valores: los que son menores al VaR con una probabilidad $1 - p$ y los que exceden al VaR con una probabilidad p . Los $p - valores$ de cada una de las pruebas de bondad de ajuste se encuentran en la tabla anterior en letras grises. Los $p - valores$ mayores a 0.05 no rechazan la hipótesis nula y mientras más cercanos sean a 1, mejor es el ajuste de la

distribución. Por lo tanto con los resultados obtenidos se puede observar que ninguno de los cálculos del VaR mediante TVE Condicional rechaza la hipótesis nula. Por su parte, los cálculos del VaR mediante TVE No Condicional rechazan la hipótesis nula tres veces entre los doce cálculos. Y, por último, el cálculo del VaR mediante el método Normal es el que rechaza la mayor cantidad de veces la hipótesis nula (ocho veces de los doce cálculos). Otra cosa que se puede destacar es que en la mayoría de los cálculos, los $p - valores$ del método de TVE Condicional son mayores a los obtenidos por los otros dos métodos, es decir sus $p - valores$ son más cercanos a 1. En dos ocasiones el método de TVE No condicional presentó un mejor ajuste a la distribución binomial que el de TVE Condicional. Y sólo una vez el método Normal presentó un mejor ajuste al de TVE Condicional.

Adicionalmente y a modo de comparación se muestra el backtesting del cálculo del VaR de 95 % de confianza por medio del método de TVE No condicional en la Figura 4.23, y mediante el método de distribución Normal en la Figura 4.24.

Dado estos últimos resultados, se puede concluir que, efectivamente, el cálculo del VaR mediante el método de Teoría de Valores Extremos con la volatilidad modelada por medio de un GARCH, aunque sea más elaborado, da lugar a mejores resultados que el de Teoría de Valores Extremos sin volatilidad condicional y que el de la Normal. Por lo que en caso de alta volatilidad en los mercados financieros es conveniente hacer este tipo de cálculo como medida de riesgo preventiva.

4.2.2. Cálculo del Expected Shortfall o VaR Condicional

Finalmente, para terminar con el estudio de las depreciaciones del peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano, se calculará el valor del Expected

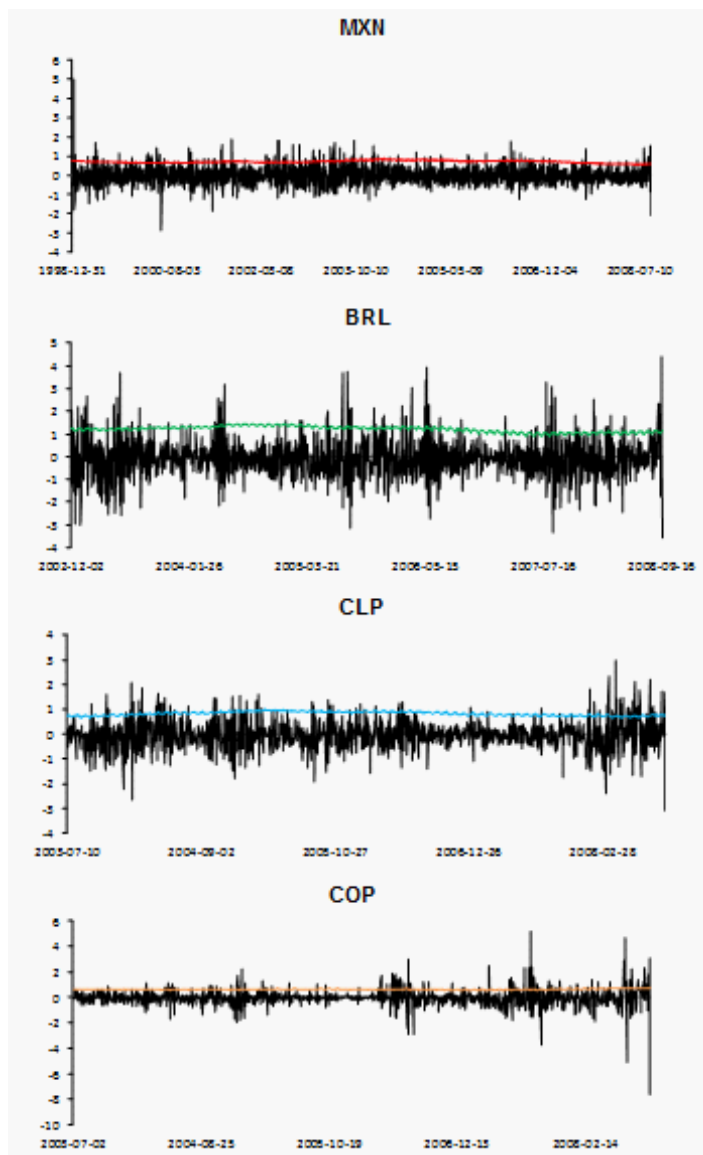


Figura 4.23: Backtesting model del VaR al 95 % de confianza calculado diariamente, mediante Teoría de Valores Extremos, de los log-rendimientos de cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP).

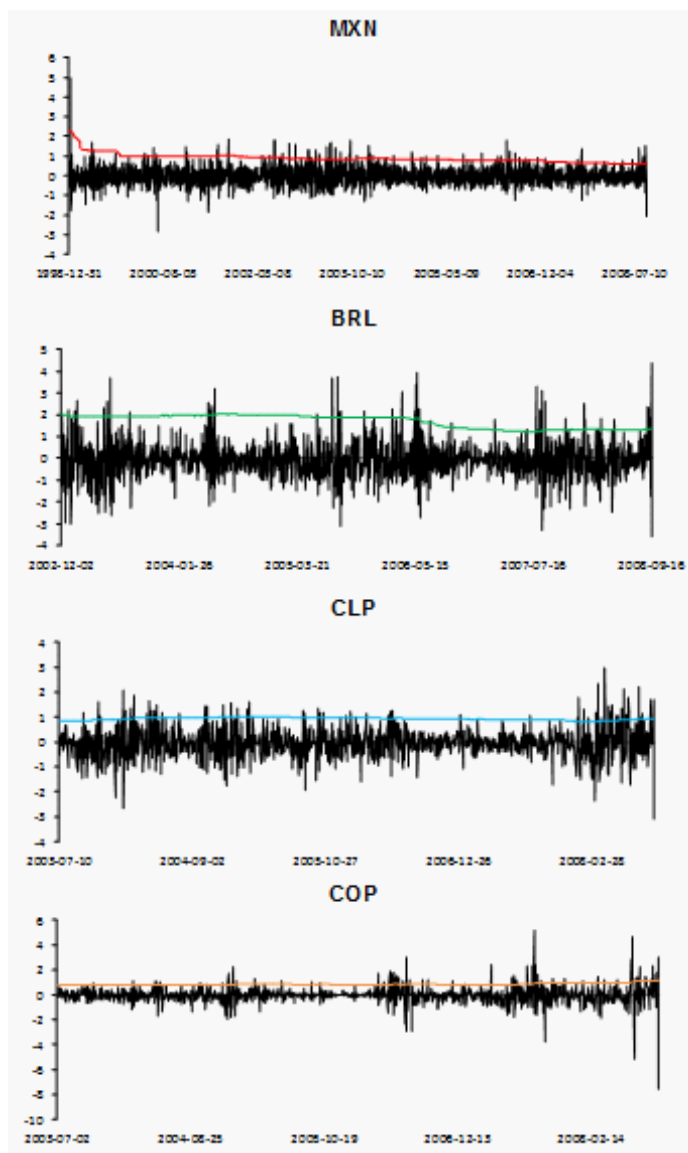


Figura 4.24: Backtesting model del VaR al 95% de confianza calculado diariamente, suponiendo una distribución normal en los log-rendimientos de cada una de las divisas (MXN, BRL, CLP y COP).

Shortfall o VaR Condicional mediante el método de Datos Excedentes sobre un Umbral. Dado que para el cálculo del VaR, que se definió en el capítulo 2, ya se estimaron los parámetros necesarios de la Distribución de Pareto Generalizada y adicionalmente se conoce el valor del umbral " u ," entonces al aplicar la ecuación 2.14 nos proporciona directamente el valor de Expected Shortfall al 95 % de confianza para los residuales. En este contexto, el residual esperado una vez que éste es mayor al VaR del 95 % de confianza para cada una de las divisas es:

	MXN	BRL	CLP	COP
Expected Shortfall de los residuales	2.5254	2.3276	2.2652	2.3597

Expected Shortfall de los residuales de las depreciaciones mediante el método de Datos Excedentes sobre un Umbral, para el MXN, BRL, CLP y COP.

De la misma manera que en el caso del VaR, del cálculo del Expected Shortfall de los residuales se puede obtener el Expected Shortfall para los log-rendimientos o depreciaciones al multiplicar por la volatilidad estimada con el GARCH (1,1) para cada una de las divisas en estudio, dando como resultado:

	MXN	BRL	CLP	COP
Expected Shortfall de los log-rendimientos	1.9909	3.1545	1.6988	2.6386

Expected Shortfall de las depreciaciones mediante el método de Datos Excedentes sobre un Umbral, para el MXN, BRL, CLP y COP.

Por lo tanto, si el peso mexicano llegara a presentar una depreciación mayor al VaR de 95 % de confianza (1.3303 %), el valor esperado sería una depreciación de 1.9909 %; para el real brasileño si llegará a ser mayor que el VaR de 95 % de confianza (2.2855 %), el valor esperado sería una depreciación de 3.1545 %; para el peso chileno si llegará a ser

mayor que el VaR de 95 % de confianza (1.2071 %), el valor esperado de este dato sería una depreciación de 1.6988 %; y para el peso chileno si llegará a ser mayor que el VaR de 95 % de confianza (1.8162 %), el valor esperado de este dato sería una depreciación de 2.6386 %.

El Expected Shortfall ha sido una medida de riesgo cada vez más aceptada por los inversionistas ya que es una "medida de riesgo coherente", a diferencia del VaR que no es considerada como una "medida de riesgo coherente", cómo ya se mencionó anteriormente. Sin embargo, es importante mencionar que en este trabajo no se considera una herramienta mejor al VaR, sino una medida complementaria a ésta. Ya que provee mayor información respecto a una posible pérdida en momentos de volatilidad en los mercados financieros. Además, como puede observarse, el cálculo del Expected Shortfall se vuelve muy sencillo una vez que se cuenta con la estimación de los parámetros para el cálculo del VaR.

4.3. Cálculo del VaR de las apreciaciones del peso mexicano y otras divisas de Latinoamérica

Una vez probada la efectividad de la Teoría de Valores Extremos para el cálculo del VaR, se calculará la distribución de los valores extremos en la cola de apreciación de todas las divisas. Generalmente una pérdida en una divisa ocurre cuando ésta se deprecia. Sin embargo, esto depende de la posición que el inversionista tome en la divisa, ya sea a favor o en contra de ella. Es decir, una inversión larga divisa es favorecida cuando ésta se aprecia y por el contrario, presenta pérdidas cuando ésta se deprecia. Por otro lado, una inversión corta divisa es favorecida cuando ésta se deprecia y al contrario presenta pérdidas cuando esta se aprecia. En este sentido se consideró importante analizar de igual forma la

cola de la distribución de las apreciaciones de cada una de las divisas en estudio.

Cómo ya se hizo en el caso de las depreciaciones, utilizaremos como primer acercamiento el cálculo de la media, desviación estándar, sesgo y curtosis, así como las gráficas de los histogramas, QQ-Plots y Box Plots, los cuales se muestran en la Figura 4.25

Cabe mencionar que los cálculos y gráficas de las apreciaciones son muy parecidos a los de las depreciaciones, ya que las apreciaciones de las divisas son calculadas como las depreciaciones multiplicadas por -1 . En este sentido, los log.rendimientos de las apreciaciones también muestran un comportamiento heterosedástico, cómo se puede ver en la Figura 4.26, por lo que será necesario también modelar esta volatilidad mediante un GARCH (1,1), de acuerdo a las ecuaciones 2.7 y 2.8.

Una vez que se obtuvieron los residuales del modelo, utilizaremos el método de Máximos por Bloque para calcular la Distribución Generalizada de Valores Extremos (ecuación 1.6). Cabe mencionar que al igual que en las depreciaciones, se utilizarán máximos mensuales en esta serie (Figura 4.27). Así mediante Máxima Verosilitud obtenemos estimadores del parámetro del comportamiento de la cola ξ , del parámetro de locación μ y del parámetro de escala σ , los cuales se presentan a continuación:

	ξ	μ	σ
MXN	0.0893	1.4402	0.3832
BRL	0.0678	1.6202	0.4426
CLP	-0.0100	1.6360	0.5809
COP	0.0479	1.5942	0.6855

Parámetros de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las apreciaciones del MXN, BRL, CLP y COP.

Adicionalmente, en las Figuras 4.28, 4.29, 4.30 y 4.31 se puede corroborar que las Distribuciones Generalizadas de Valores Extremos se ajustan de manera adecuada a los

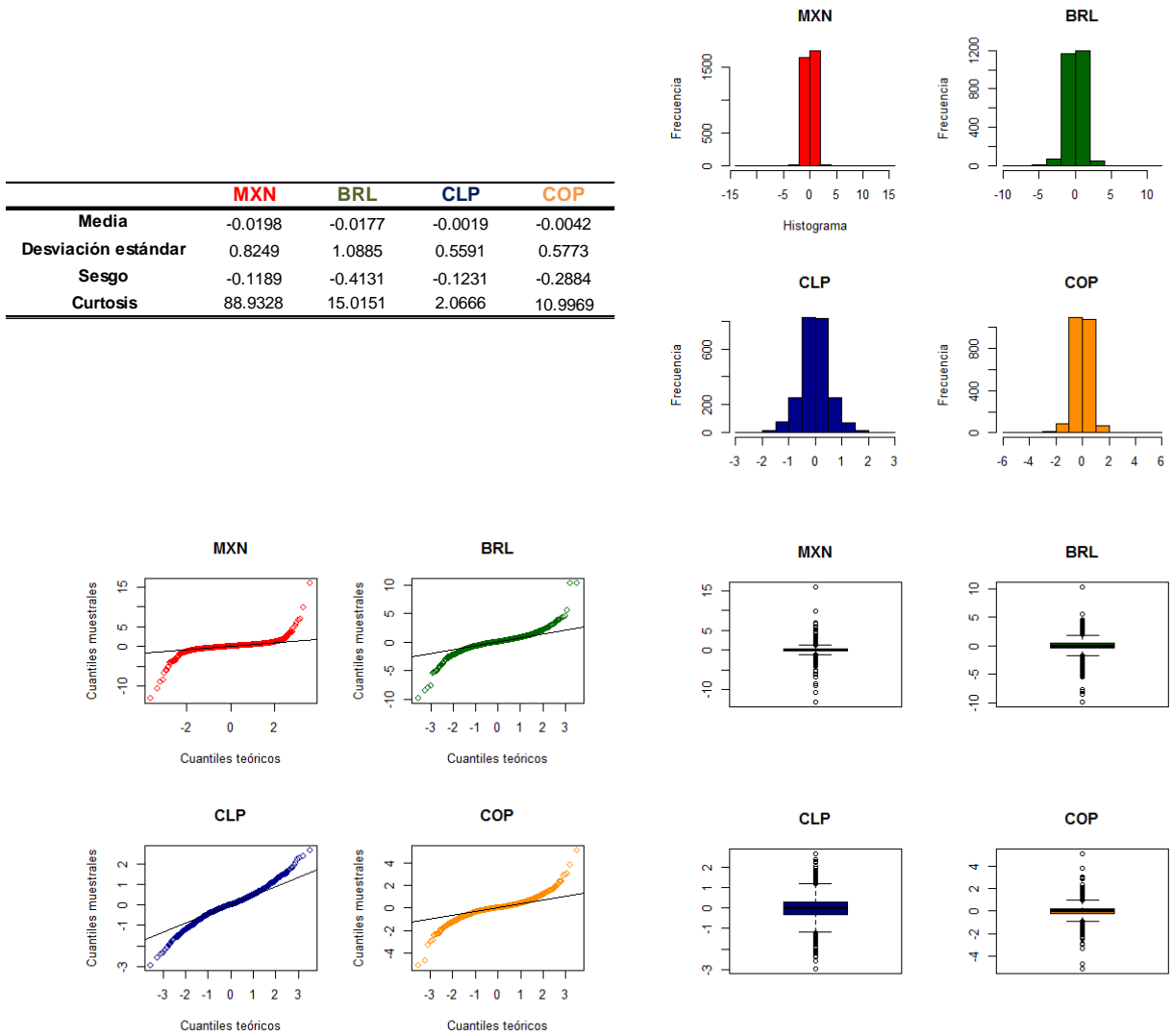


Figura 4.25: Media, desviación estándar, sesgo y curtosis de las apreciaciones de cada divisa (superior izquierdo). Histograma de las apreciaciones de cada divisa (superior derecho). QQ-Plots de las apreciaciones de cada divisa (inferior izquierdo). Box Plot de las apreciaciones de cada divisa (inferior derecho).

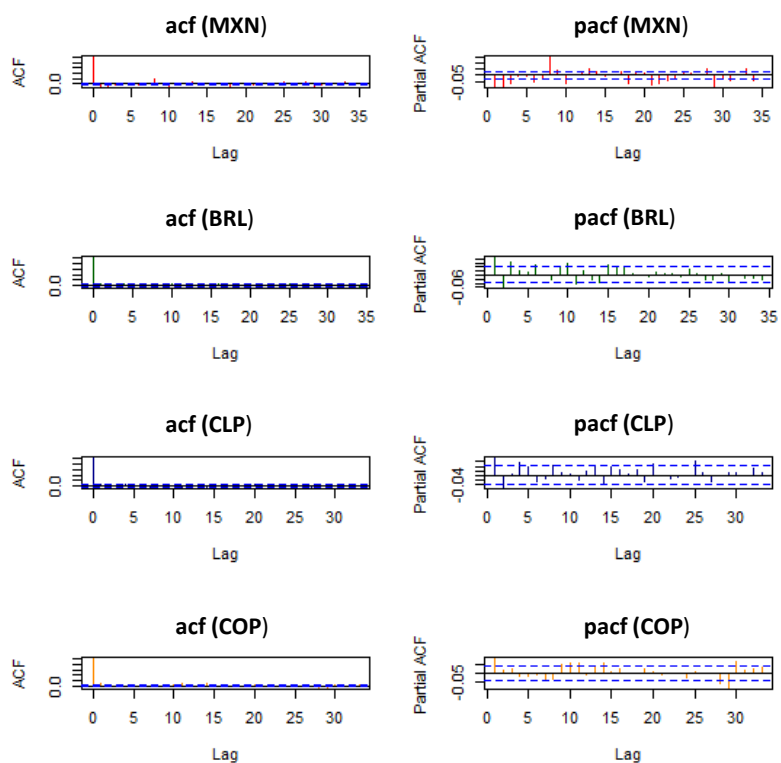


Figura 4.26: ACF y PACF de los residuales de las apreciaciones del peso mexicano (renglón 1), del real brasileño (renglón 2), del peso chileno (renglón 3) y del peso colombiano (renglón 4).

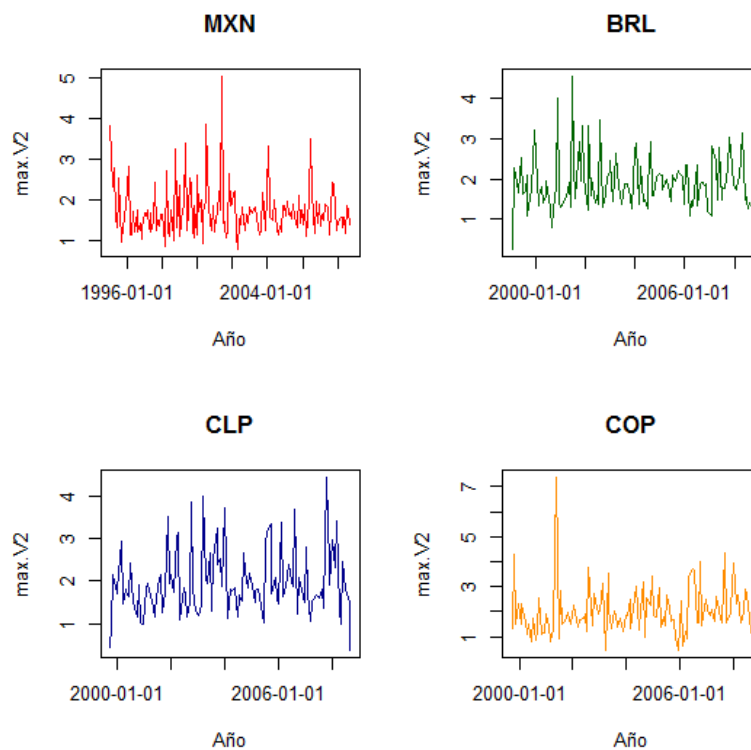


Figura 4.27: Máximos mensuales de los residuales de los apreciaciones del peso mexicano (superior izquierdo), del real brasileño (superior derecho), del peso chileno (inferior izquierdo) y del peso colombiano (inferior derecho).

residuales de los máximos de las apreciaciones de cada divisa.

Así, se concluye que el peso mexicano nuevamente vuelve a tener una cola pesada, pero ahora por el lado de la apreciación, que resulta incluso mayor que la de las demás divisas. El real brasileño también presenta una cola pesada hacia la apreciación, incluso mayor a la cola hacia la depreciación. Reiteradamente el peso chileno presenta un índice del comportamiento de la cola negativo, esto sugeriría que posiblemente presenta una cola pesada hacia la depreciación. Sin embargo, dado que se realizó el cálculo de este índice hacia la depreciación y resultó negativo, se puede inferir que el peso chileno no presenta colas pesadas hacia la apreciación ni hacia la depreciación. Por último, el peso colombiano presenta una cola pesada hacia la apreciación y, dado que el índice del comportamiento de la cola hacia la depreciación fue negativo, se puede concluir que esta divisa sólo presenta una cola pesada hacia la apreciación y no hacia la depreciación.

Por último, calculando el VaR para los residuales de las apreciaciones de cada una de las divisas, utilizando la ecuación 2.9, se obtuvieron los siguientes resultados:

	MXN	BRL	CLP	COP
VaR residuales	1.4304	1.6089	1.6211	1.5767

VaR de los residuales de las apreciaciones mediante el método de Máximos por Bloque, para el MXN, BRL, CLP y COP.

Nuevamente, para conocer el VaR de los log-rendimientos basta con multiplicar el VaR de los residuales por su varianza al momento del cálculo, con lo que se obtuvieron los valores siguientes:

	MXN	BRL	CLP	COP
Var log-rendimientos	1.1277	2.1804	1.2158	1.7631

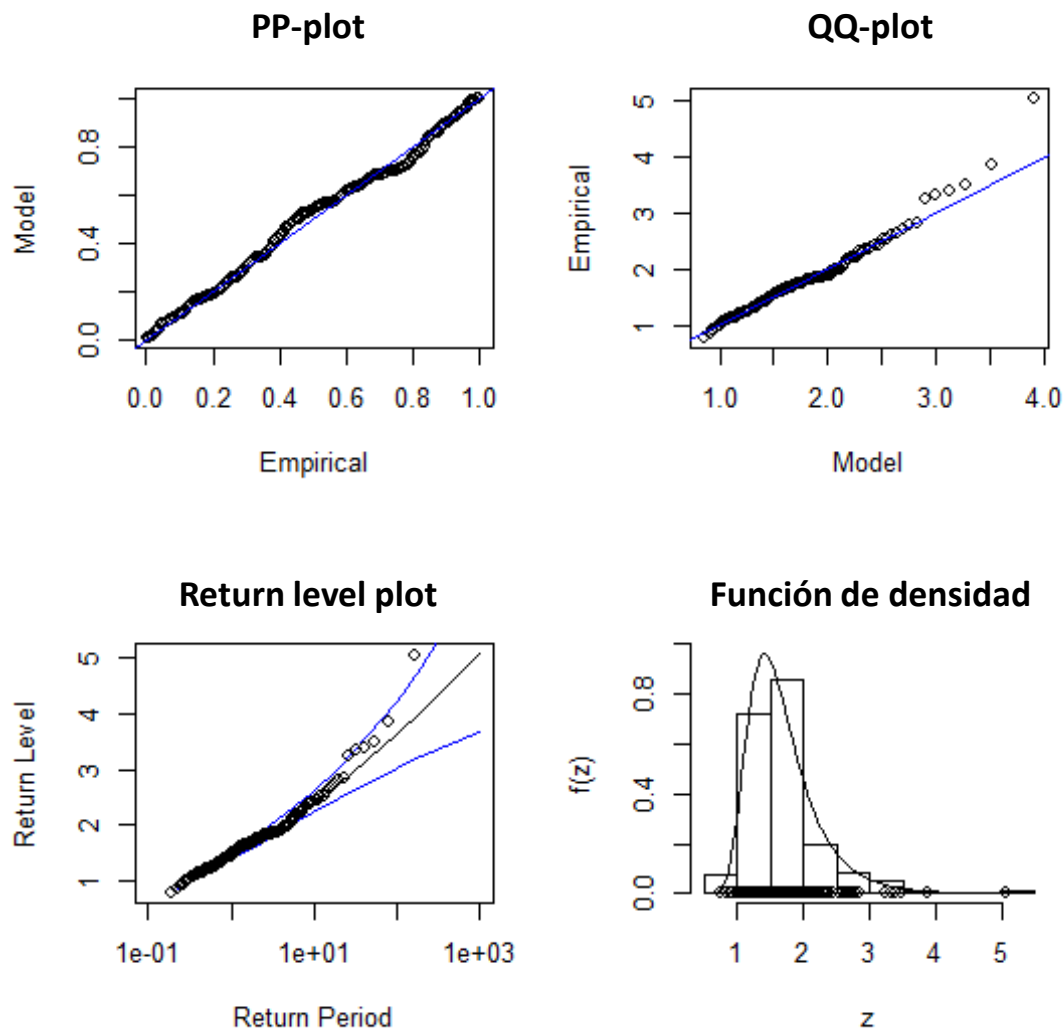
MXN

Figura 4.28: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las apreciaciones del peso mexicano por medio de Máximos por Bloque.

BRL

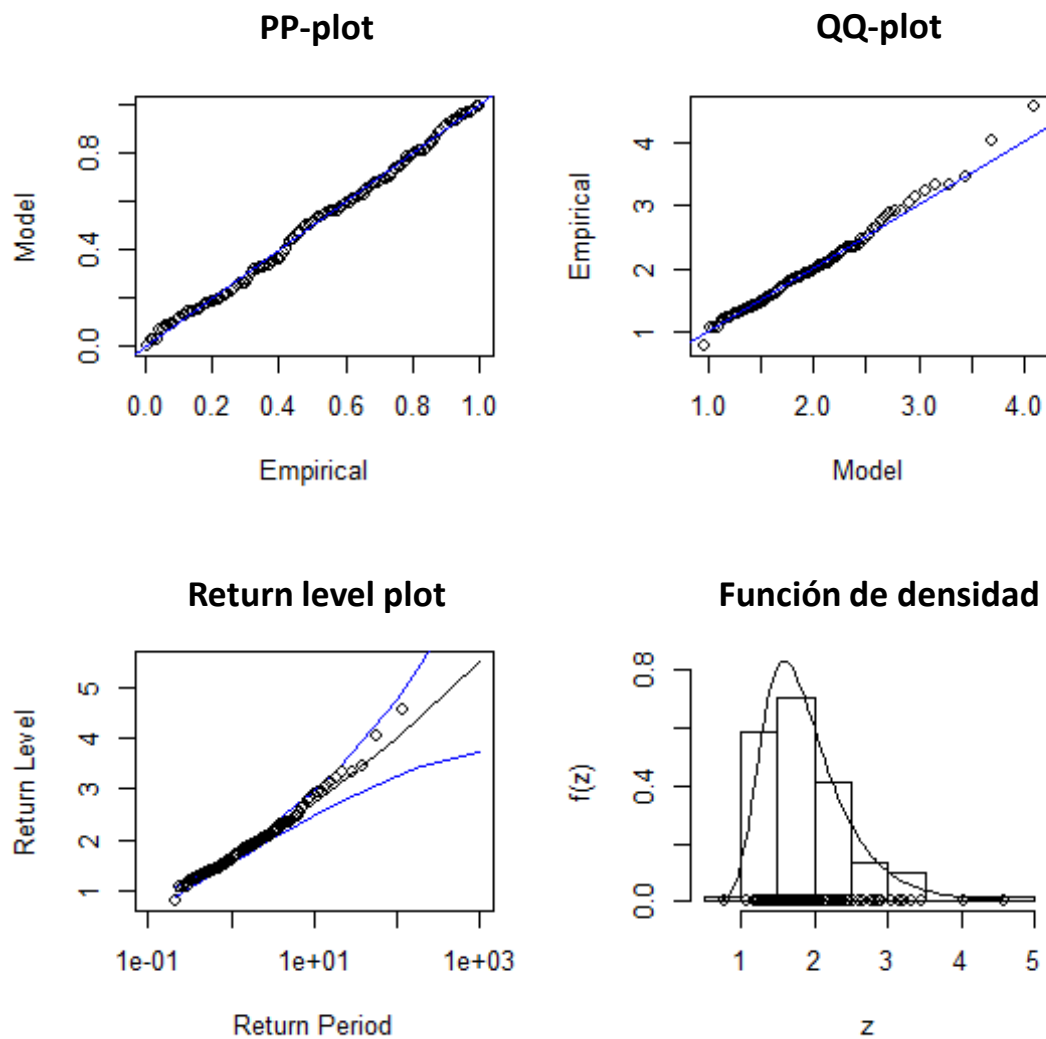


Figura 4.29: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las apreciaciones del real brasileño por medio de Máximos por Bloque.

CLP

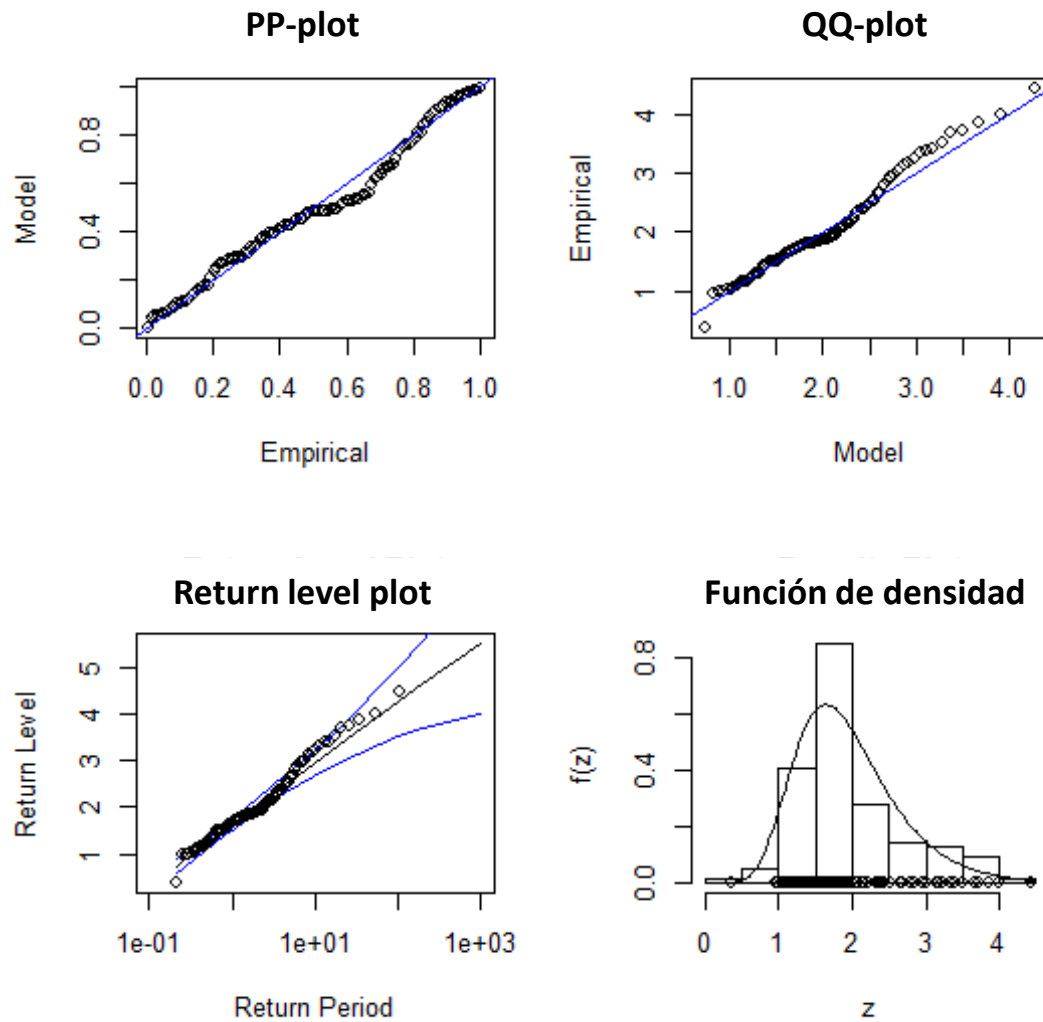


Figura 4.30: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuos de las apreciaciones del peso chileno por medio de Máximos por Bloque.

COP

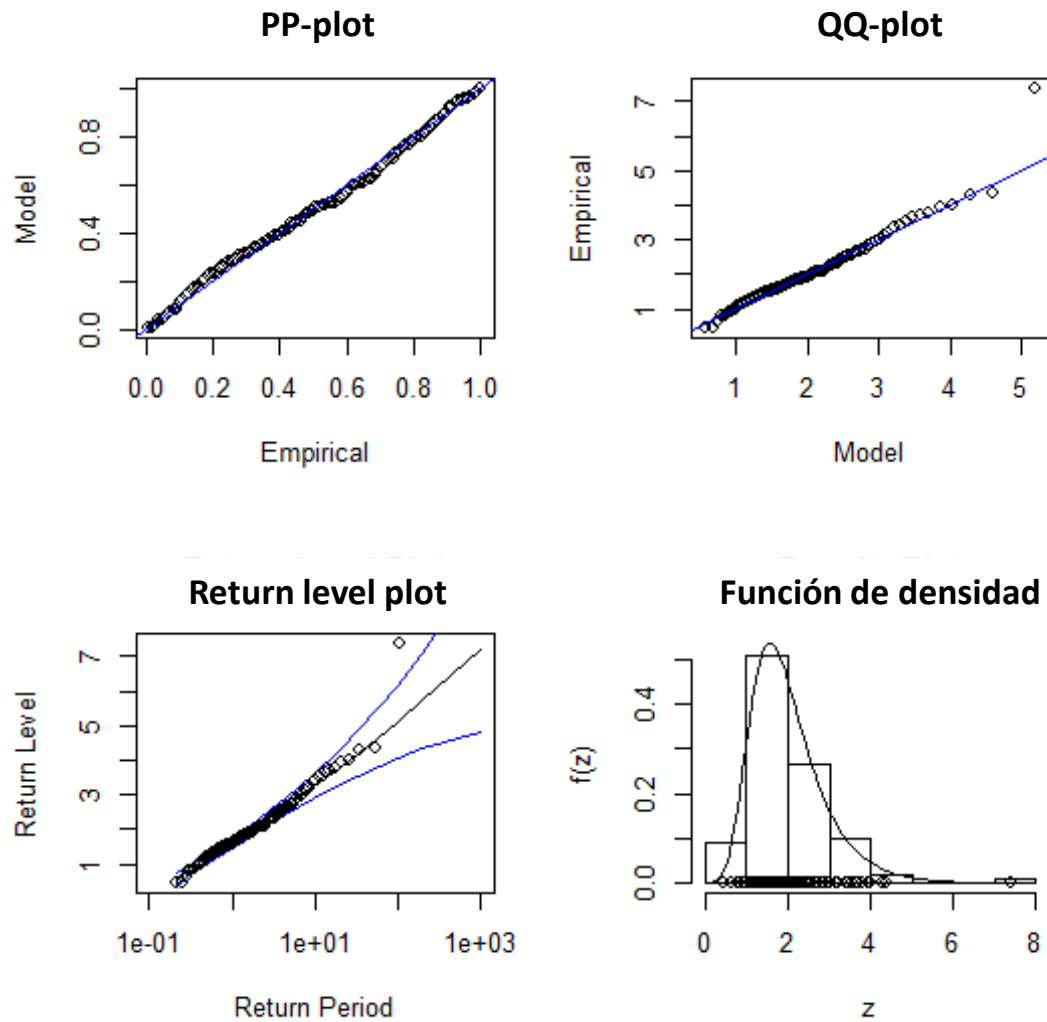


Figura 4.31: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuos de las apreciaciones del peso colombiano por medio de Máximos por Bloque.

VaR de las apreciaciones mediante el método de Máximos por Bloque, para el MXN, BRL, CLP y COP.

4.4. Cálculo del VaR de un portafolio compuesto por el peso mexicano y otras divisas de Latinoamericanas

Generalmente, los inversionistas no suelen invertir únicamente en un activo financiero, sino que crean un portafolio con diferentes activos financieros, a modo de diversificar su inversión. Para esto, es necesario asignar el peso o porcentaje que cada activo representará del portafolio total de inversión. La composición del portafolio no sólo depende de los activos financieros que lo componen, sino del porcentaje que representan de él, esto con el fin de reducir el riesgo al que está expuesto el inversionista y, al mismo tiempo, optimizar las ganancias. Dado que ésta es una práctica muy común en los mercados financieros, es de interés calcular el VaR por medio del modelo presentado en este trabajo, para un portafolio que esté compuesto por el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano. Además, ya que este trabajo se basa en el estudio de las colas de las distribuciones, se ha creído conveniente conocer el comportamiento de las colas de tres diferentes portafolios, en donde cada portafolio se diferencia por la combinación de porcentajes y pesos diferentes de cada divisa que lo componen. Esto, dado que ya se conoce que el peso mexicano presenta una cola pesada hacia la depreciación, el real una cola pesada, aunque moderada y menor que la del peso mexicano, hacia la depreciación y que el peso chileno y el peso colombiano no presentan colas pesadas hacia la depreciación. A continuación se presentan las tres propuestas de los diferentes portafolios.

Portafolio 1: Se asignará un peso equitativo a cada una de las divisas. El peso mexicano representa el 25 %, el real brasileño el 25 %, el peso chileno el 25 % y el peso colombiano el 25 % del portafolio total.

Portafolio 2: En este caso el peso mexicano, que es la divisa principal de estudio, tendrá un peso mayor en el portafolio. El peso mexicano representa el 85 %, el real brasileño el 5 %, el peso chileno el 5 % y el peso colombiano el 5 % del portafolio total.

Portafolio 3: En este caso el peso mexicano, que es la divisa principal de estudio, tendrá el menor peso en el portafolio. El peso mexicano representa el 10 %, el real brasileño el 30 %, el peso chileno el 30 % y el peso colombiano el 30 % del portafolio total.

Los log-rendimientos de cada uno de los portafolios se muestran en la Figura 4.32, desde el 14 de septiembre de 1999 hasta el 17 de septiembre de 2008. Adicionalmente, información como su media, desviación estándar, sesgo y curtosis, así como gráficos que sirven como primer acercamiento como el histograma, QQ-Plot y Box Plot, se presentan en la Figura 4.33.

Cabe destacar que, así como las divisas muestran un comportamiento volátil, cada uno de los tres portafolios muestra un comportamiento volátil también, cómo se puede ver al gráfica el ACF y el PACF de cada portafolio (Figura 4.34). Para quitar este comportamiento heterosedástico, es necesario modelar la volatilidad mediante un GARCH (1,1) y trabajar con los residuales de los log-rendimientos resultantes del modelo, de acuerdo a las ecuaciones 2.7 y 2.8, tal como se hizo anteriormente.

Una vez obtenidos los residuales mediante el modelo GARCH (1,1), y tras corroborar que estos no muestran un comportamiento heterosedástico, tal y como se puede observar en

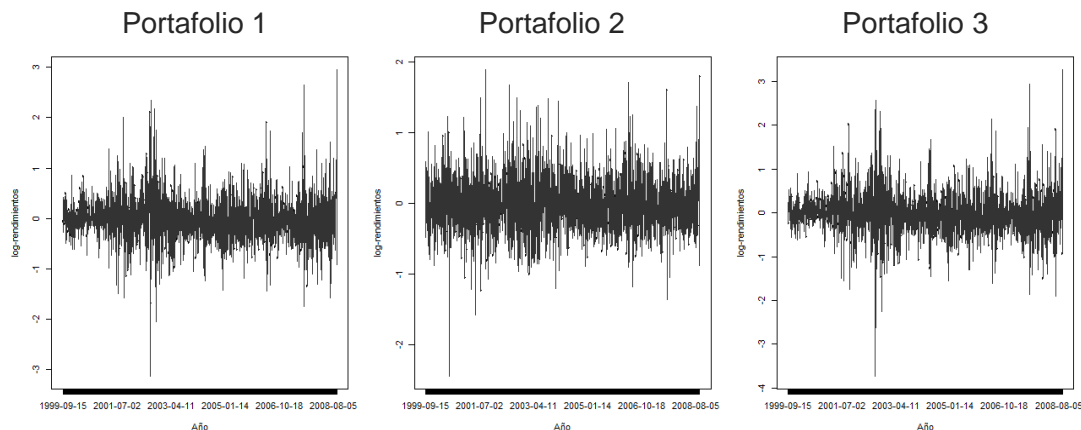


Figura 4.32: Log-rendimientos del portafolio 1 (izquierda), portafolio 2 (en medio) y portafolio 3 (derecha), del 14 septiembre de 1999 al 17 septiembre de 2008.

las Figuras 4.35, 4.36, y 4.37, se tomarán los máximos mensuales de éstos. A esta nueva serie de residuales se le estimará una distribución Generalizada de Valores Extremos (ecuación 1.6) con sus respectivos parámetros de comportamiento de la cola ξ , locación μ y escala σ , mediante el método de Máximos por Bloque. Cabe destacar que los estimadores de los parámetros se calcularon por medio de Máxima Verosimilitud. Los máximos de los residuales de los log-rendimientos de cada uno de los portafolios se presentan en la Figura 4.38.

De esta forma, obtenemos los siguientes resultados para los parámetros de las distribuciones de cada uno de los portafolios:

	ξ	μ	σ
Portafolio 1	-0.0411	1.6377	0.6741
Portafolio 2	0.0395	1.6937	0.5682
Portafolio 3	-0.0837	1.6703	0.7243

Parámetros de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de las pérdidas del Portafolio 1, Portafolio 2 y Portafolio 3.

Como se puede observar, el índice del comportamiento de la cola para el Portafolio

	Portafolio 1	Portafolio 2	Portafolio 3
Media	0.0032	0.0060	0.0025
Desviación estándar	0.4672	0.4124	0.5133
Sesgo	0.3296	0.3069	0.3095
Curtosis	3.6155	1.4666	4.1433

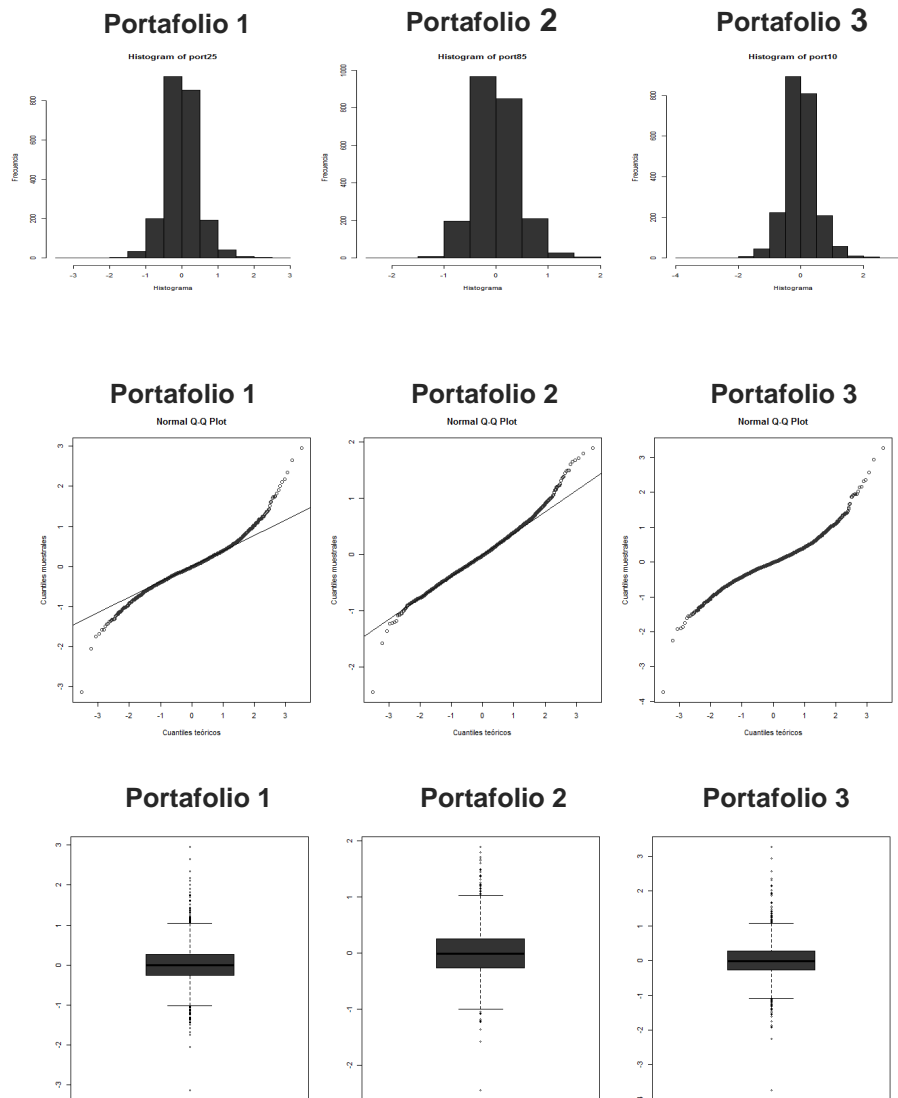


Figura 4.33: Media, desviación estándar, sesgo y curtosis de los log-rendimientos de cada portafolio (cuadro superior). Histograma de los log-rendimientos de cada portafolio (segundo renglón). QQ-Plots de los log-rendimientos de cada portafolio (renglón 3). Box Plot de los log-rendimientos de cada portafolio (renglón 4).

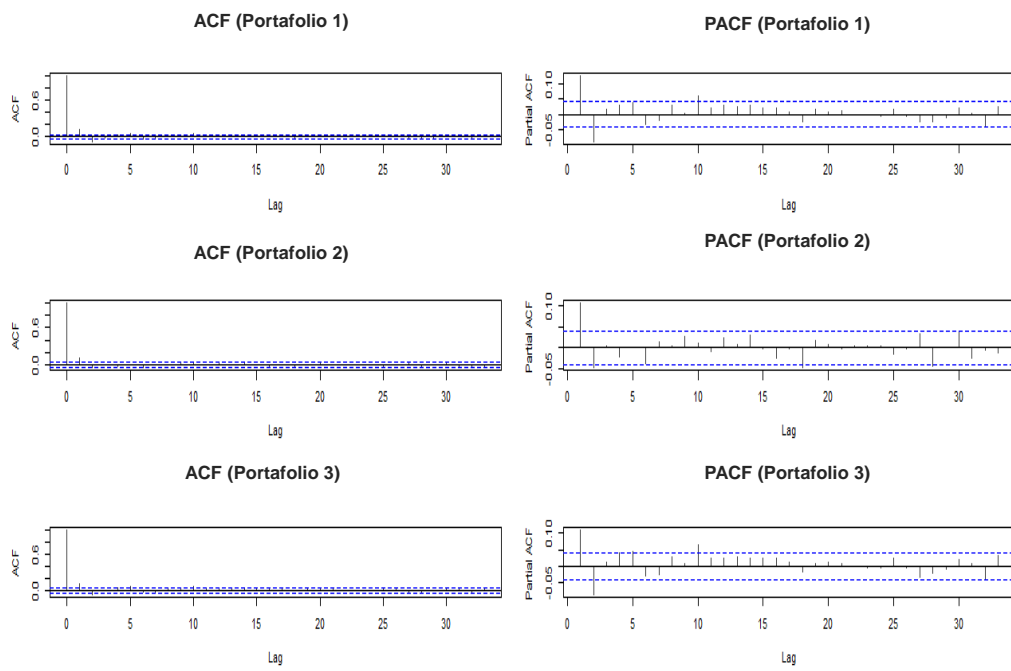


Figura 4.34: ACF y PACF del Portafolio 1 (renglón 1), del Portafolio 2 (renglón 2) y del Portafolio 3 (renglón 3).

Portafolio 1

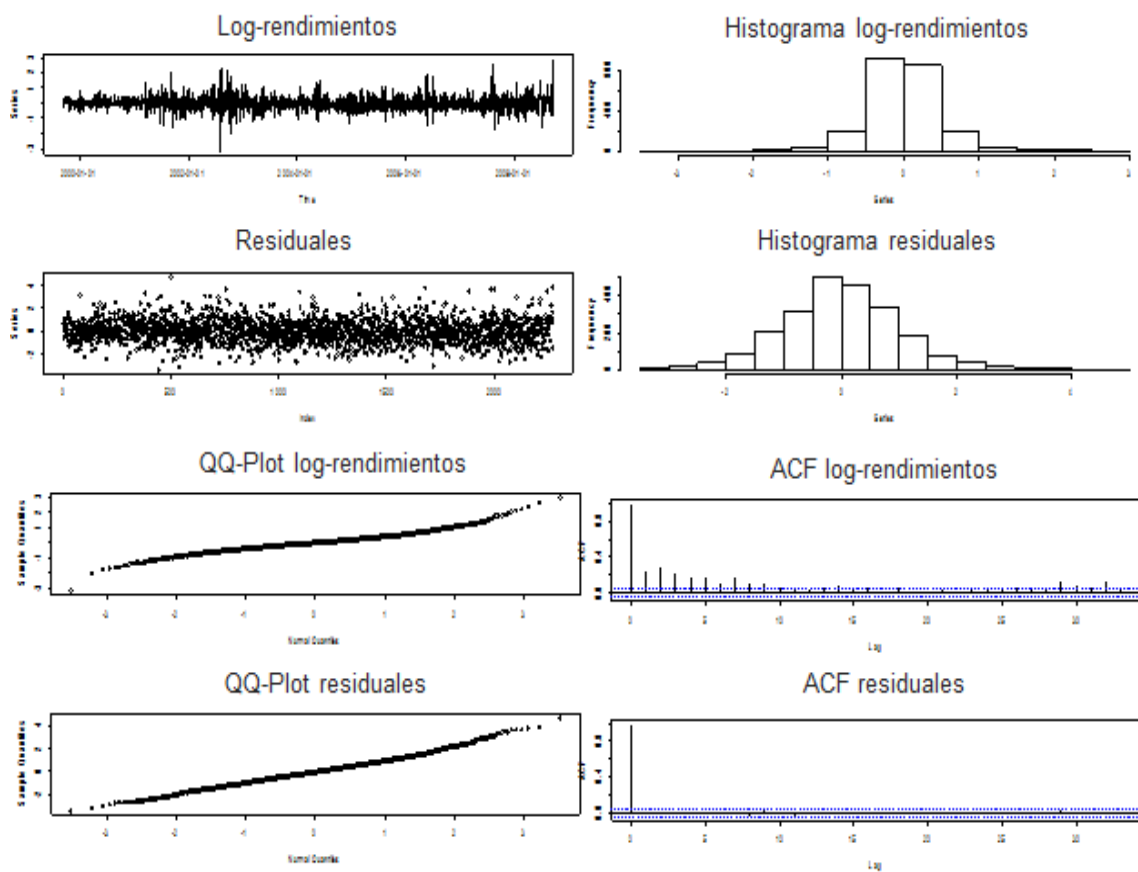


Figura 4.35: Log-rendimientos y residuales (izquierda arriba), respectivo histograma (derecha arriba), respectivo QQ-plot (izquierda abajo) y respectivo ACF (derecha abajo) del Portafolio 1.

Portafolio 2

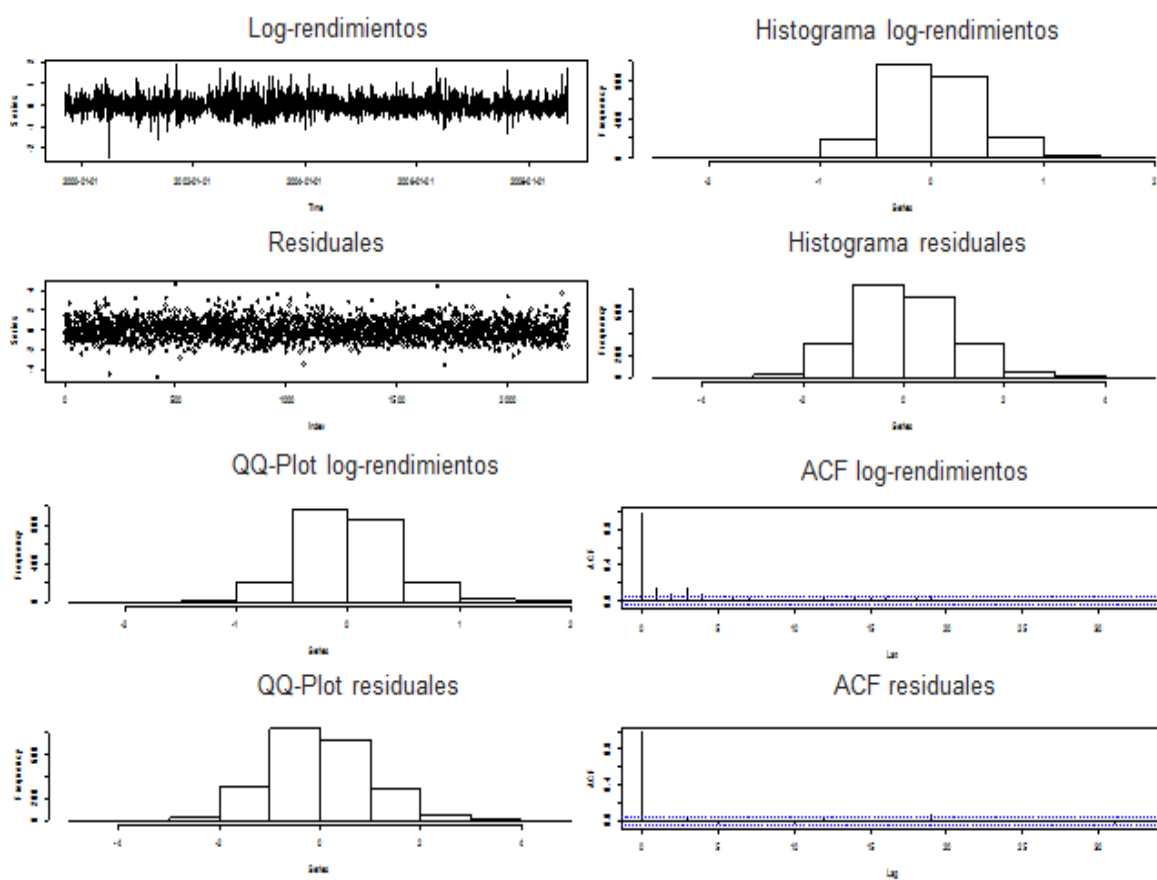


Figura 4.36: Log-rendimientos y residuales (izquierda arriba), respectivo histograma (derecha arriba), respectivo QQ-plot (izquierda abajo) y respectivo ACF (derecha abajo) del Portafolio 2.

Portafolio 3

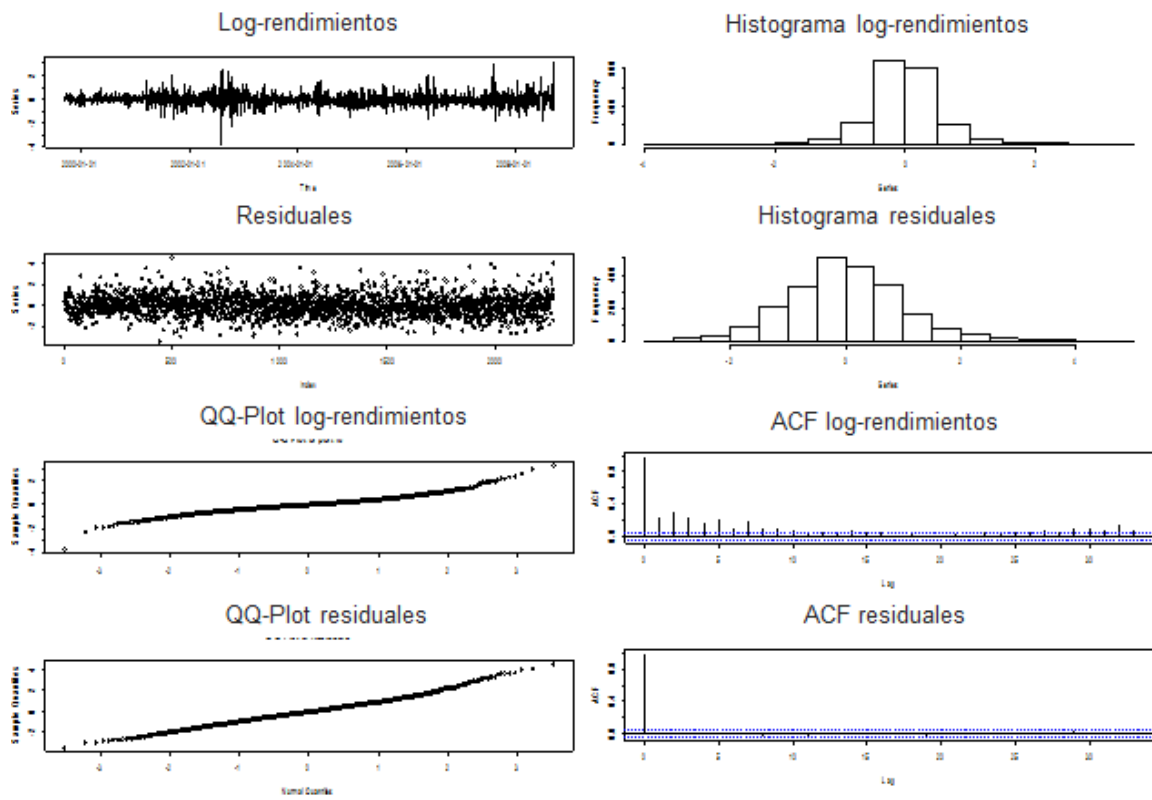


Figura 4.37: Log-rendimientos y residuales (izquierda arriba), respectivo histograma (derecha arriba), respectivo QQ-plot (izquierda abajo) y respectivo ACF (derecha abajo) del Portafolio 3.

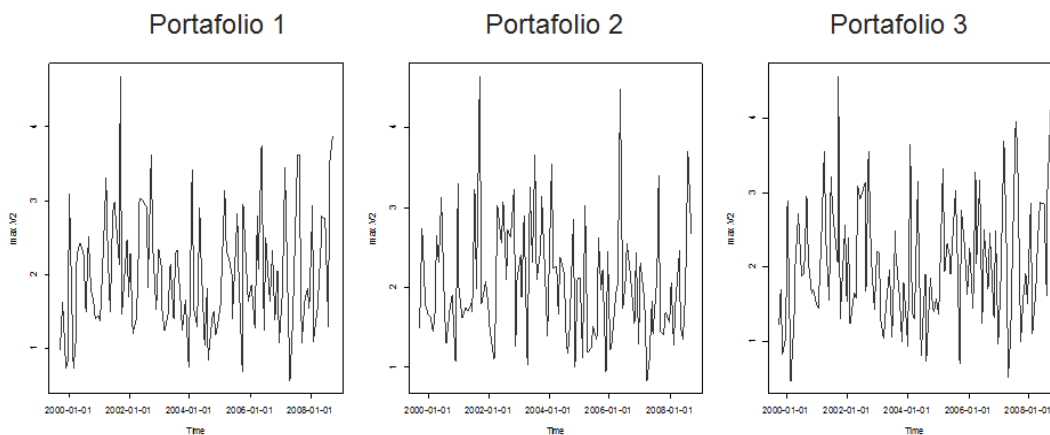


Figura 4.38: Máximos mensuales de los residuos de los log-rendimientos del Portafolio 1 (izquierda), Portafolio 2 (centro) y Portafolio 3 (derecha).

1 es negativo. Por lo tanto, en el caso en donde todas las divisas tienen el mismo peso en el portafolio, éste no presenta una cola pesada hacia las pérdidas. Esto a pesar de que el peso mexicano y el real brasileño presentan colas pesadas hacia la depreciación.

Por su parte en el Portafolio 2, el índice del comportamiento de la cola es positivo. Por lo tanto en el caso en donde el peso, que es la divisa con una cola más pesada hacia la depreciación entre las cuatro de estudio, representan el 85% del portafolio total, este presenta una cola pesada hacia las pérdidas. Cabe mencionar que con un peso menor al 85% del portafolio se podría decir que prácticamente no presenta colas pesadas hacia las pérdidas.

Finalmente para el Portafolio 3, el índice del comportamiento de la cola es negativo. Por lo tanto en este caso el portafolio no presenta colas pesadas hacia las pérdidas. Cabe destacar que el índice del comportamiento de la cola del Portafolio 3 es más negativo que el del Portafolio 1, dado que el peso mexicano, que es la divisa que tiene la cola más pesada hacia la depreciación, representa en el Portafolio 1 el 25%, mientras que en el Portafolio 3 representan tan sólo el 10%.

Este tipo de comportamiento en los portafolios y sus respectivas colas de la distribución depende mucho de la correlación de las divisas que componen al portafolio, en este caso la correlación que existe entre el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano. Cabe destacar que aunque, podrá suponerse que las divisas latinoamericanas tienen una correlación alta, esto no es así, ya que son divisas que tienen muchas diferencias entre sí. Por ejemplo, el peso mexicano presenta una fuerte correlación con los índices accionarios en Estados Unidos, lo que en parte viene explicado por la fuerte dependencia que tiene la economía mexicana a la estadounidense, a la cual están destinadas el 80% de las exportaciones mexicanas. Además, el peso mexicano es la única divisa de estas cuatro que opera las 24 horas, por lo que tiende a reaccionar más rápidamente que las demás divisas ante noticias o eventos en los mercados. El real brasileño, es en la actualidad una de las divisas más controladas por el banco central, lo que lo lleva a perder correlación con las demás divisas. Por su parte, el peso chileno se encuentra altamente relacionado con los precios de las materias primas, específicamente con el precio del cobre, ya que su economía depende en gran medida de extracción, producción y manufactura de éste metal. A continuación se presenta la matriz de correlación de las cuatro divisas desde el 14 de septiembre de 1999 hasta el 17 de septiembre de 2008.

	MXN	BRL	CLP	COP
MXN	1.000	0.231	0.331	0.224
BRL	0.231	1.000	0.384	0.212
CLP	0.331	0.384	1.000	0.243
COP	0.224	0.212	0.243	1.000

Matriz de correlación del Portafolio 1, Portafolio 2 y Portafolio 3.

Adicionalmente, en las Figuras 4.39, 4.40 y 4.41 se puede corroborar que las distribuciones generalizadas de valores extremos se ajustan de manera adecuada a los residuales de

los máximos de los log-rendimientos de los portafolios.

Una vez obtenidos los parámetros de cada una de las Distribuciones Generalizadas de Valores Extremos para cada divisa, se puede proceder a calcular el VaR de los residuales y, consecuentemente, el de los log-rendimientos de cada portafolio mediante la ecuación 2.9, obteniendo los siguientes resultados:

	Portafolio 1	Portafolio 2	Portafolio 3
VaR residuales	1.62043	1.67924	1.65177

VaR de los residuales de las pérdidas mediante el método de Máximos por Bloque, para el Portafolio 1, Portafolio 2 y Portafolio 3.

4.5. Conclusiones

El propósito de esta tesis fue estudiar el impacto negativo que pueden generar periodos de alta volatilidad en inversiones de divisas latinoamericanas como el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano mediante el cálculo del VaR por medio de la Teoría de Valores Extremos. El análisis se realizó tanto para la cola de depreciación como la de apreciación para cada una de las divisas.

Se observó que, de las cuatro divisas en estudio, el peso mexicano fue la que presentó las colas más pesadas, tanto a la depreciación como a la apreciación. De hecho, la cola del peso mexicano hacia la depreciación fue mucho mayor que la de las demás divisas. Entre las razones que pueden estar detrás de este comportamiento está en primer lugar, el proceso en el que el peso se dejó fluctuar libremente. Esto, a diferencia de las demás monedas, fue de una forma más abrupta debido a problemas particulares internos de México en 1994. Otra razón es el hecho de que el peso, a diferencia de las tres divisas restantes, es la única

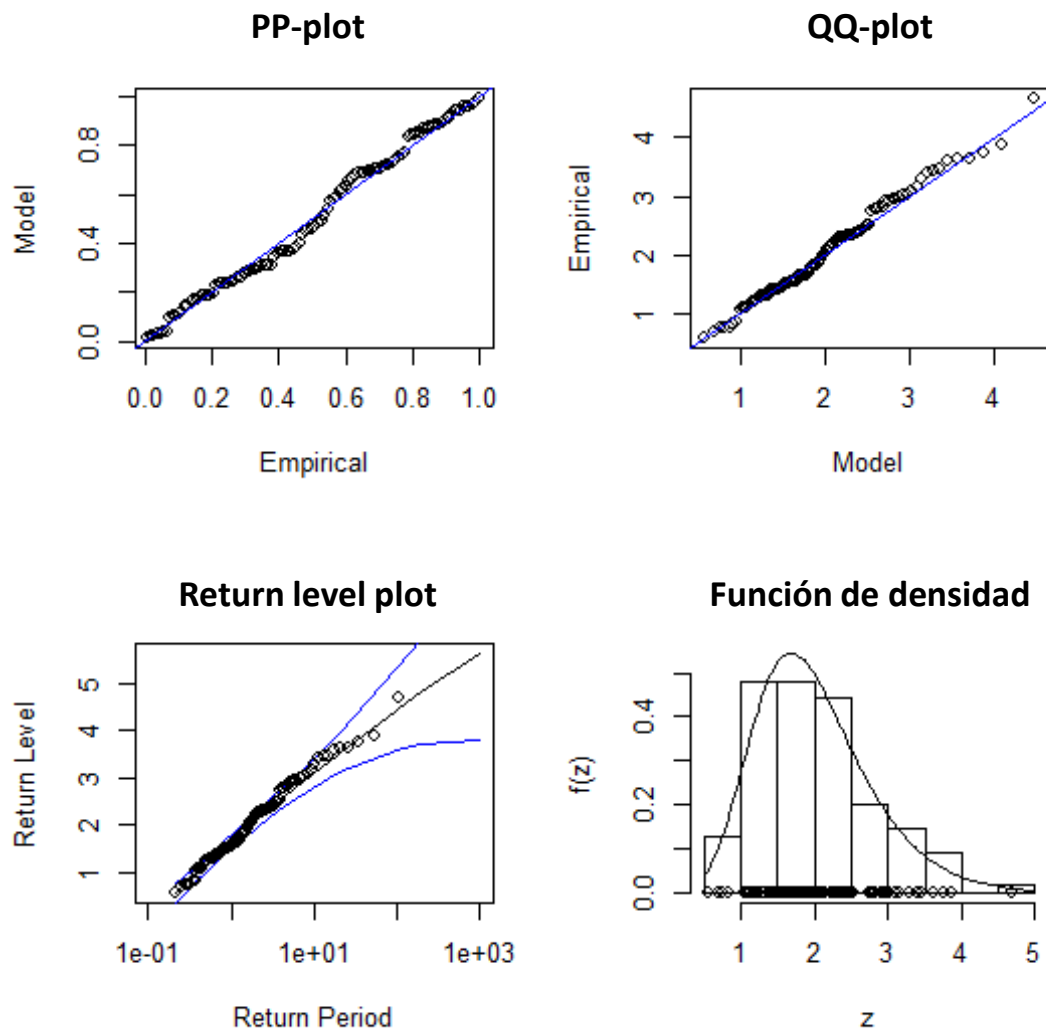
Portafolio 1

Figura 4.39: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de los log-rendimientos del Portafolio 1 por medio de Máximos por Bloque.

Portafolio 2

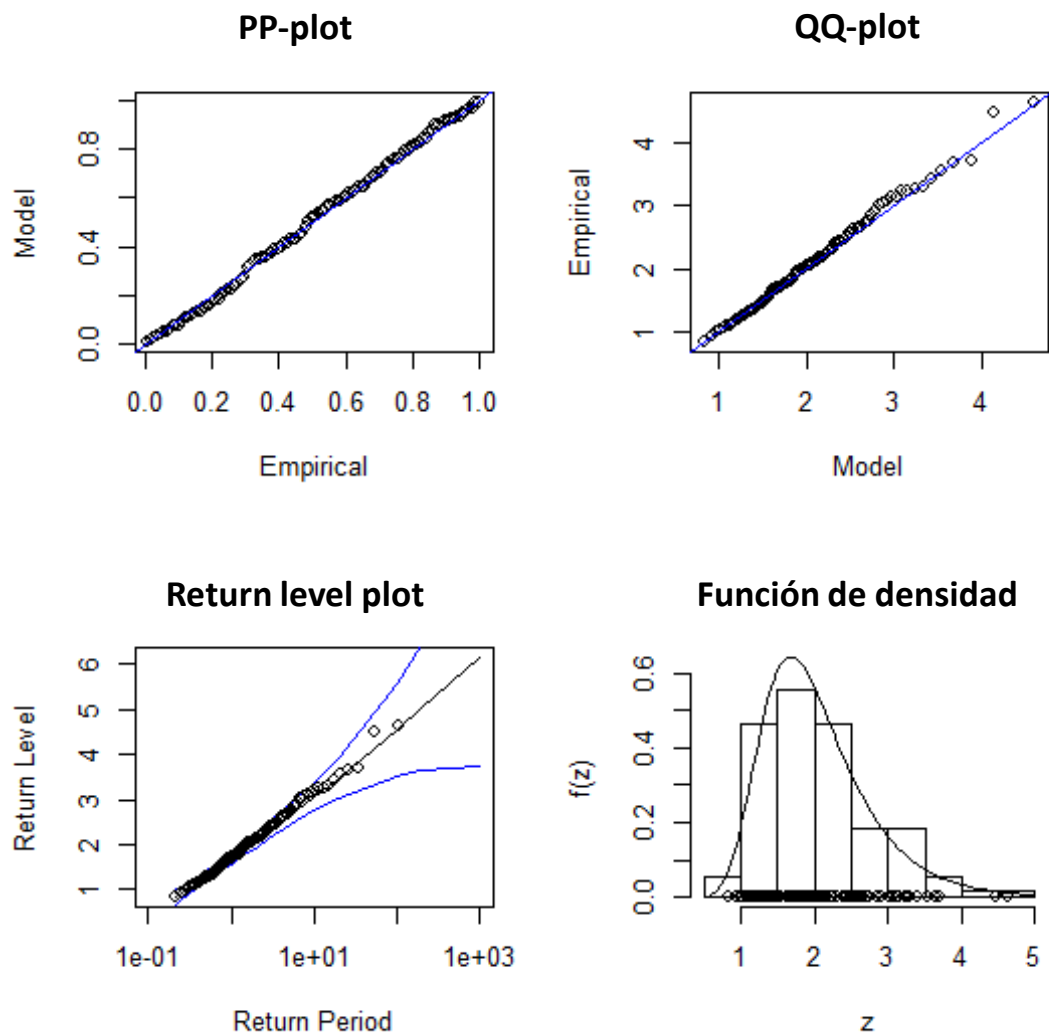


Figura 4.40: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de los log-rendimientos del Portafolio 2 por medio de Máximos por Bloque.

Portafolio 3

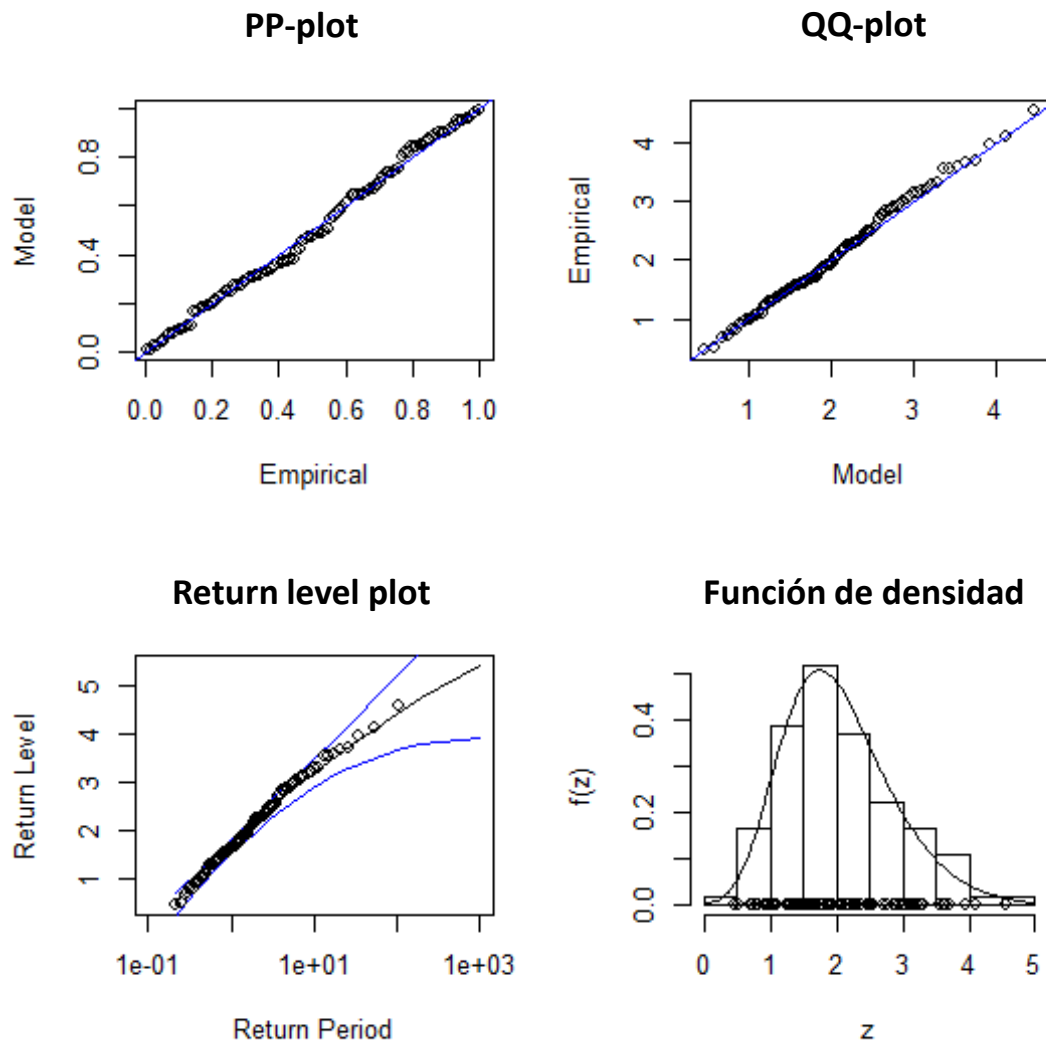


Figura 4.41: Diagnóstico del ajuste de la Distribución Generalizada de Valores Extremos de los residuales de los log-rendimientos del Portafolio 3 por medio de Máximos por Bloque.

	Portafolio 1	Portafolio 2	Portafolio 3
VaR log-rendimientos	1.23609	1.12878	1.31318

Figura 4.42: VaR de las pérdidas mediante el método de Máximos por Bloque, para el Portafolio 1, Portafolio 2 y Portafolio 3.

que opera las 24 horas del día, los 365 días del año, siendo la divisa con mayor volumen operado de las cuatro monedas de estudio, ayudado en parte por la inclusión de esta divisa en el *CLS (Continuous Linked Settlement)*³. Como se mencionó en capítulos anteriores el peso mexicano es la tercera divisa más operada a nivel global en los mercados OTC (*Over the Counter*), únicamente detrás del won coreano y el dólar de Singapur. Dado su fuerte volumen y liquidez, así como su fácil acceso debido a sus horarios de operación, algunos inversionistas utilizan al peso mexicano como proxy de activos emergentes para posiciones de cobertura; es decir, en momentos de riesgo generalizado, con el fin de compensar las pérdidas generadas por posiciones largas en activos emergentes reducen su exposición al peso mexicano, vendiendo la divisa y generando así posiciones en contra de ésta, lo que puede provocar fuertes depreciaciones en el peso mexicano. Así mismo, ante un sentimiento positivo generalizado en los mercados financieros, el peso mexicano es una de las divisas que prefieren los inversionistas para construir posiciones largas, dada la libre entrada de flujos a extranjeros y el compromiso del Banco Central de México con la libre flotación. Respecto a esto último, si bien las autoridades cambiarias han intervenido en el mercado cambiario en periodos de alta volatilidad mediante diferentes instrumentos como subastas de venta de dólares, subastas de crédito en dólares, ventas de dólares en directo y subasta de opciones de venta de dólares, nunca han buscado defender algún nivel en la cotización del peso mexicano. Por último, cabe destacar que el peso mexicano presenta una fuerte exposición a sucesos externos, dado que más del 70% de la operación de esta divisa a nivel global se realiza fuera de México. Es por todas estas razones que se cree que el peso es más susceptible a fuertes

³Sistema que mitiga el riesgo de liquidación de transacciones cambiarias en 17 de las divisas más importantes a nivel global.

cambios en su comportamiento derivado de eventos de fuerte volatilidad, y por lo tanto, la divisa que presenta las colas más pesadas de las cuatro en estudio.

Por su parte, el real brasileño también presenta colas pesadas tanto por el lado de la depreciación como del de apreciación. De hecho, además del peso mexicano, el real brasileño es la única divisa de las cuatro que presenta una cola pesada hacia la depreciación. Destaca que la cola hacia la apreciación del real brasileño es más pesada que la cola hacia la depreciación. Parte de este comportamiento puede ser explicado por la fuerte intervención que tiene el Banco Central de Brasil en su mercado cambiario, generalmente más enfocada a evitar la depreciación de su divisa. Respecto al peso chileno y el peso colombiano, estos no presentan colas pesadas hacia la depreciación; de hecho, el peso chileno no presenta colas pesadas en absoluto. Respecto a esto último, el Banco Central de Chile no se ha caracterizado por intervenir mucho en su mercado cambiario, sino por intervenciones verbales en momentos de volatilidad y estrés en los mercados, que han mostrado efectividad debido a su alta credibilidad. Mientras que el peso colombiano sólo presenta una cola pesada hacia la apreciación.

Además del estudio de cada una de las divisas por separado, se propuso la creación de tres portafolios, diferenciados por la proporción. En el primer portafolio, el porcentaje que representan todas las divisas del total es el mismo (25 %). En el segundo portafolio, se le asignó al peso mexicano el mayor porcentaje de composición (85 %); mientras que las otras divisas representan cada una el 5 %. Y, finalmente, en el último portafolio, se le asignó al peso mexicano un porcentaje de 10 %, asignando a cada una de las divisas restantes un 30 %. Así, al obtener la Distribución Generalizada de Valores Extremos para el primer y último

portafolio, se observó que ninguno presenta colas pesadas hacia las pérdidas. Mientras que para el segundo portafolio, si se evidenció una distribución de cola pesada hacia las pérdidas. Esto debido al porcentaje que el peso mexicano representa del total del segundo portafolio, sabiendo que esta divisa tiene la cola más pesada hacia la depreciación de las cuatro en estudio. En este sentido, concluimos que al conjuntar las cuatro divisas en un portafolio se puede reducir el comportamiento extremo de la distribución, lo que es consistente con la teoría de diversificación de portafolios.

Respecto al cálculo del VaR mediante la Teoría de Valores Extremos, se pudo probar que el modelo arrojó medidas adecuadas a niveles de confianza muy altos. Esto es de gran importancia, ya que en los últimos años el VaR ha sido una de las medidas de riesgo más usadas para diferentes activos financieros, si bien generalmente es calculado con base en la suposición de que los activos financieros se distribuyen de manera normal. En este trabajo se demostró que este tipo de modelo o cálculo puede subestimar en gran manera los datos extremos o los eventos que se encuentran en la cola de la distribución, particularmente en situaciones de crisis de los mercados. Adicionalmente, se comprobó que no basta únicamente con usar la Teoría de Valores Extremos para obtener una buena estimación del VaR, sino que también se debe tomar en cuenta la volatilidad presentada por los activos financieros, los cuales en general suelen presentar *clusters* de volatilidad, derivado de su sensibilidad ante periodos de estrés en los mercados financieros y las fuertes correlaciones que tienen con otros activos. En este sentido, en este trabajo se pudo calcular el VaR para el peso mexicano, el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano, mediante tres diferentes modelos: suponiendo que los log-rendimientos provenían de una distribución normal, suponiendo que

los log-rendimientos seguían una distribución generalizada de valores extremos y suponiendo que los residuales de los log-rendimientos, corrigiendo mediante un modelo GARCH(1,1), tenían una distribución generalizada de valores extremos. Para comprobar la eficacia de estos modelos se realizó un *backtesting*, en el cual se calculó diariamente el VaR de los últimos mil datos, por medio de los tres modelos mencionados anteriormente, obteniendo como resultados los datos que excedían al VaR durante toda la serie histórica, para niveles de confianza del 95 %, 99 % y 99.9 %. Adicionalmente, a estos excedentes se les realizó una prueba de distribución binomial, en donde la hipótesis nula señal que la muestra pertenecía a una distribución binomial compuesta por dos valores, los datos menores al VaR con una probabilidad de ocurrencia de $1 - p$ y los datos que exceden al VaR con una probabilidad de ocurrencia de p , donde p depende del nivel de confianza seleccionado. De todo, se pudo comprobar que los mejores resultados y ajustes se dieron mediante el modelo de TVE que corrige la heteroscedasticidad de la serie mediante un método GARCH (1,1).

Como se pudo observar a lo largo de esta tesis, el cálculo del VaR mediante Teoría de Valores Extremos modelando la volatilidad observada por medio de un GARCH (1,1), particularmente para las series financieras, arrojó mejores resultados que otros modelos mayormente usados en la práctica. Aunque se sabe que el cálculo del VaR aquí presentado puede llegar a ser más laborioso que el que se usa más comunmente (en el cual se supone que los log-rendimientos se distribuyen de manera Normal) es de suma importancia, especialmente en momentos de crisis financieras, en donde se puede observar una fuerte volatilidad en los mercados, como la desarrollada en 2008. Ya que en este contexto, un inversionista presenta mayor probabilidad de afrontar pérdidas tan grandes que pudieran ocasionar incluso

la pérdida total de sus activos, debido a las de fuertes fluctuaciones en los precios.

Cabe destacar que otra aplicación de los resultados obtenidos en esta tesis puede ser encaminada a la banca central. Conociendo que el peso mexicano presenta la cola más pesada hacia la depreciación, comparado con el real brasileño, el peso chileno y el peso colombiano, se podría inferir que en épocas de crisis y fuerte volatilidad en los mercados financieros, el peso mexicano pudiera presentar pérdidas extremas con mayor probabilidad que las demás divisas. En este caso, sería prudente pensar que el Banco Central de México debería de estar mayormente preparado ante una depreciación extrema en su tipo de cambio que los bancos centrales de los demás países. Ante este supuesto, se sugiere como tema de futura investigación, que la distribución de las colas del tipo de cambio podría ser una herramienta para la selección del nivel óptimo de las reservas internacionales del banco central.

Bibliografía

- [1] Amigo Dobaño Lucy (1999); “Modelos ARCH: un análisis de la volatilidad de series temporales financieras”, <http://www.imf.org/external/pubs/ft/fandd/spa/2000/03/pdf/fraga.pdf>

- [2] Artzner Philippe, Freddy Delbaen, Eber Jean-Marc y Heath David (Julio 2008); “Coherent measures of Risk”.

- [3] Banco de la República (septiembre 2002); “Tasa de cambio real (TCR): definición y metodología de cálculo del Colombia”, <http://www.banrep.gov.co/documentos/publicaciones/pdf/reportes40.pdf>

- [4] Banco de la República de Colombia (julio 2012); “Política monetaria, cambiaria y crediticia”, http://www.banrep.gov.co/documentos/publicaciones/informe_congreso/2012/ijd_jul_2012_resumen.pdf

- [5] Banco de México; “Preguntas frecuentes del sistema financiero”, <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/basico/preguntas-frecuentes-del-sist.html>

- [6] Banco de México; “Problemas relativos al Valor en Riesgo (VaR)”, <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/basico/fichas/indicadores-financieros/%7BB22F2DA4-55B2-F16E-FA06-CC3273F07379%7D.pdf>

- [7] Banco de México (1995); “Informe anual 1994”, <http://www.banxico.org.mx/dyn/publicaciones-y-discursos/publicaciones/informes-periodicos/anual/%7BF1A00075-21D4-5DCF-D124-09CB6EF16235%7D.pdf>
- [8] Banco de México (noviembre 2005); “Definiciones básicas de Riesgos”, <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/intermedio/riesgos/%7BA5059B92-176D-0BB6-2958-7257E2799FAD%7D.pdf>
- [9] Banco de México (abril 2009); “Informe Anual 2008”, <http://www.banxico.org.mx/publicaciones-y-discursos/publicaciones/informes-periodicos/anual/%7BE2479C99-47CB-19B8-92A7-D011876E8FCA%7D.pdf>
- [10] Banco de México (septiembre 2009); “Regímenes Cambiarios en México a partir de 1954”, <http://www.banxico.org.mx/sistema-financiero/material-educativo/basico/%7B51CCA803-9DB0-9162-1CFA-B19CE71599DB%7D.pdf>
- [11] Bank of International Settlements (septiembre 2010); “Triennial Central Bank Survey of Foreign Exchange and Derivatives Market Activity in 2010”, <http://www.bis.org/publ/rpfx10t.pdf>
- [12] Bastos Feu alvim Marques Aumara y Eidelman Frida (julio 2003); “Brazilian exchange rate policy”, <http://ecen.com/eee15/cambioe.htm>
- [13] Castaño Velez Elkin, Gómez Portilla Karoll y Gallón Gómez Santiago (2008); “Pronóstico y estructuras de volatilidad multiperíodo de la tasa de cambio del peso colombiano”.

- [14] Cheong Vee, Nunkoo Gonpot y Sookia (enero 2011); “Forecasting Volatility of USD/MUR Exchange Rate using a GARCH (1,1) model with GED and Student’s-t errors”.
- [15] De Gregorio José y Tokman Andrea (diciembre 2005); “El miedo a flotar y la política cambiaria en Chile)
- [16] De Gregorio José, Tokman Andrea y Valdés Rodrigo (agosto 2005); “Tipos de cambio flexible con metas de inflación en Chile: experiencia y temas de interés”; Banco Central de Chile; Documentos de política monetaria.
- [17] Diethelm Wuertz (febrero 2012); “Package fExtremes”, <http://cran.r-project.org/web/packages/fExtremes/fExtremes.pdf>.
- [18] Embrechts Paul, Klüppelberg Claudia y Mikosch Thomas (octubre 2011); “Modelling Extremal Events: for Insurance and Finance”.
- [19] Fraga Neto Armínio (2000); “Política monetaria durante la transición a un tipo de cambio flotante: La experiencia de Brasil”
- [20] Gilleland Eric (febrero 2013); “Package ismev”, <http://cran.r-project.org/web/packages/ismev/ismev.pdf>
- [21] Jara Alejandro, Moreno Ramón y Tovar Camilo E (junio 2009); “La crisis internacional y América Latina: repercusiones financieras y políticas de respuesta”.
- [22] Jorion Philippe (1999); “Valor en Riesgo”.

- [23] Lee Wo-Chiang (marzo 2009); “Applying Generalized Pareto Distribution to the Risk Management of Commerce Fire Insurance”.
- [24] Longin Francois M. (febrero 1999); “From value at risk to stress testing: The extreme value approach”.
- [25] McNeil Alexander y Frey Rüdiger (junio 199); “Estimation of Tail-Related Risk Measures for Heteroscedastic Financial Time Series: an Extreme Value Approach”.
- [26] M. Ross Sheldon (enero 1995); “Stochastic Processes”.
- [27] Pasco – Font Alberto (mayo 200); “Políticas de estabilización y reformas estructurales: Perú”; Serie reformas económicas.
- [28] Pfaff Bernhard, McNeil Alexander y Stephenson Alec (febrero 2013); “Package evir”,
<http://cran.r-project.org/web/packages/evir/evir.pdf>
- [29] Ribatet Mathieu (febrero 2013), “Package POT”, <http://cran.r-project.org/web/packages/POT/POT.pdf>
- [30] Ribatet Mathieu (2011); “A User’s Guide to the Pot Package (Version 1.4)”.
- [31] Rolf Dieter Reiss y Michael Thomas (julio 2007); “Statistical Analysis of Extreme Values: with applications to insurance, finance, hydrology and other fields (third edition)”.
- [32] Ruey S. Tsay (enero 2012); “Extreme Values and Their Applications in Finance”.
- [33] Sidaoui José Julián (mayo 2005); “Central banking intervention under a floating exchange rate regime: ten years of Mexican experience”.

- [34] Singh Abhay, Allen David y Powell Robert J (diciembre 2011); “Value at Risk Estimation Using Extreme Value Theory”.
- [35] Swiss Bank Corporation (1981); “El cambio de divisas y operaciones de mercado monetario”.
- [36] Tapia Matías y Tokman Adrea (enero 2004); “Effects of foreign exchange intervention under public information the Chilean case”; Banco Central de Chile.
- [37] Trapletti Adrian (febrero 2007); “The tseries Package”, <http://www.dms.umontreal.ca/~stat/Logiciels/R/modules/tseries.pdf>
- [38] Wuertz Diethelm and Chalabi Yohan (febrero 2013); “Package timeSeries”, <http://cran.r-project.org/web/packages/timeSeries/timeSeries.pdf>